

Transmission und Reflexion von Schallmoden durch Schaufelgitter

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
Dr.-Ing.
genehmigte Dissertation

von
M.Sc.
Akif Mumcu

2024

Englischer Titel: transmission and reflection of acoustic modes through stator vanes

Schlagworte: Transmission und Reflexion, Schalltransportmodell, Modalanalyse

Keywords: transmission and reflection, sound transport model, mode analysis

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Jörg Wallaschek

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jörg R. Seume

2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jan Delfs

Tag der Promotion: 10. März 2023

Zusammenfassung

Für die Entwicklung akustisch optimierter Turbomaschinen ist ein verbessertes Verständnis über die physikalischen Mechanismen des Schalltransports wichtig. Die tonalen Lärmquellen werden maßgeblich durch die Rotor-Stator-Interaktion (RSI) generiert und breiten sich innerhalb der Turbomaschine in axialer Richtung in Form von akustischen Schallmoden aus. Dabei wird ein geringer Anteil der Gesamtschalleistung dieser Moden durch Reibungseffekte abgeschwächt, während ein großer Teil der Schalleistung durch die Schaufelreihen transmittiert bzw. reflektiert wird. Aus diesem Grund widmet sich die vorliegende Arbeit der Untersuchung des Reflexions- und Transmissionsverhaltens von Schallmoden durch reale Schaufelreihen. Durch Einsatz eines Schallgenerators werden gezielt Schallmoden in die Messstrecke eingekoppelt und das gesamte ausbreitungsfähige Schallfeld stromauf und stromab der untersuchten Schaufelreihen wird mit speziell ausgelegten Mikrofonarrays vermessen. Anschließend wird das gemessene Schallfeld mittels der Radialmodenanalyse (RMA) in seine harmonischen Komponenten und beteiligte Moden zerlegt. Das Ziel ist, die vollständige Ermittlung der Schalleistungspegel für stromab- und stromauf laufende Schallmoden, um Rückschlüsse auf die Transmission und Reflexion durch Schaufelreihen ziehen zu können.

Auf Basis des zweidimensionalen ebenen Plattenmodells nach [Smith \(1973\)](#) und [Koch \(1971\)](#) werden bekannte Ansätze für erweiterte quasi 3d-Schalltransportmodelle angewandt. Die Weiterentwicklung der Modelle auf quasi-3d berücksichtigt einerseits die Eigenschaften dreidimensionaler Schallmoden mittels der Radialstreifen-Methode (RSM) und andererseits die Eigenschaften einer dreidimensionalen Schaufelkontur mittels der Panel-Methode (PM). Bei der RSM wird der über den Radius variierende Einfallswinkel einer dreidimensionalen Schallmode berücksichtigt, indem diese in verschiedene Radii geschnitten und anschließend für jeden Schnitt eine 2d-Modellberechnung durchgeführt wird. Die berechneten Schalldruckverteilungen am Ein- und Austritt des Plattenmodells werden für die anschließende RMA verwendet, mit der dann die modenspezifische Transmission und Reflexion bestimmt wird. Die Kombination der RSM-Modellberechnungen mit dem im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelten Panel-Ansatz (RSPM), bei der die Schaufelkontur durch Variation der Plattenanstellwinkel berücksichtigt wird, sind verbesserte Übereinstimmungen mit experimentellen Ergebnissen nachgewiesen. Desweiteren lässt sich feststellen, dass mit RSPM die Streuung modaler Schalleistung und die verbesserte Berücksichtigung des modalen Einfallswinkel vorhergesagt wird. Die Eingangsparameter der in MATLAB implementierten und weiterentwickelten Modelle sind die Schaufelgeometrie und die Mach-Zahl.

Abstract

For the development of acoustically optimized turbomachinery, an improved understanding of the physical mechanisms of sound transport is required. The tonal noise sources are mainly generated by the rotor-stator interaction (RSI) and propagates inside the turbomachine in axial direction in form of higher-order acoustic modes over a wide range of frequencies. A large part of the noise is transmitted through blade rows and is radiated into the environment. The present study is devoted to the investigation of the transmission and reflection behaviour of sound modes through real blade rows. By using a sound generator, synthetic sound modes are generated into the measuring section and the entire sound field upstream and downstream of the stator vanes is measured by specially designed wall-flushed microphone arrays. After measuring of the sound pressure at several axial and circumferential positions, the sound field is evaluated by the Radial Mode Analysis (RMA) technique. The RMA decomposes the sound field into dominant acoustical modes by solving a linear system of equations. Transmission and reflection can then be analysed on a mode by mode basis.

Based on the two-dimensional plate model of [Smith \(1973\)](#) and [Koch \(1971\)](#) general approaches for extended quasi 3d-sound transport models are developed. The further development of the analytical models considers on the one hand the properties of the radial strip method (RSM) and on the other hand the properties of a three-dimensional blade contour by means of the panel method (PM). In RSM the angle of incidence of a sound mode varying over the radius is taken into account by cutting it into different radii and then performing a 2d-calculation for each cut. The calculated sound pressure distributions at the inlet and outlet of the plate model are used for the RMA, which is then used to determine the mode-specific transmission and reflection. Combining the RSM model calculations with the new panel approach (RSPM) developed in this work, where the blade contour is taken into account by varying the plate pitch angles, improved agreements with experimental results are demonstrated. Furthermore, it can be stated that RSPM predicts the scattering of modal sound power and the improved consideration of the modal incidence angle. The input parameters of the models, which are implemented in MATLAB, are the geometry of the blade and the Mach number.

Danksagung

An dieser Stelle bedanke ich mich herzlichst bei all denen, die zu dem erfolgreichen Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt dabei Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg R. Seume für die Betreuung dieser und weiterer Forschungsthemen. Die fachlichen Diskussionen haben sehr zu ihrem Gelingen beigetragen. Herr Prof. Dr.-Ing. Jan Delfs danke ich für die Übernahme des Korreferats und Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Wallaschek für die Übernahme des Vorsitzes in diesem Promotionsverfahren. Ein besonderer Dank gilt meiner Ehefrau Esra Mumcu für den liebevollen Rückhalt. Ohne ihre Unterstützung hätte ich die Arbeit nicht zu diesem erfolgreichen Abschluss bringen können. An unsere Momente während der gemeinsamen Vorbereitung der Ölanstrich-Versuche werde ich gerne zurückblicken. Herzlicher Dank gilt meinen Eltern Selma und Atilla Mumcu für all die Zeit eures Lebens, die ihr in mich investiert habt. Ebenfalls möchte ich mich bei meinen Geschwistern Cengiz, Necla und Gamze-Pinar für ihre herzliche Unterstützung bedanken. Ein besonderer Dank gebührt Herrn Dr. Nicolas Thouault, Herrn Dr. Dominik Broszat und Herrn Dr.-Ing. Karl Engel von der MTU Aero Engines AG für die sehr gute Kooperation und die vielen fachlichen Diskussionen. Ein herzlicher Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Yavuz Gündogdu für den Anstoß zu dieser Arbeit. Besonders dankbar bin ich auch meinen ehemaligen Kollegen Dr. Christian Keller, Dr. Christopher Meinzer, Viktor Köpplin, Dr. Diego Flores, Tim Kluge, Dr. Arne Vorreiter, Dr. Florian Herbst, Dr. Dajan Mimic, Thomas Kayka und Welf-Thure von Lueder für ihre Unterstützung. Den Studentinnen und Studenten, die mich durch ihre engagierte Arbeiten unterstützt haben, möchte ich ebenfalls herzlichst danken. Der Abteilung Triebwerkakustik des Instituts für Antriebstechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt in Person von Prof. Dr.-Ing. Lars Enghardt, Dr. Ulf Tapken und Herrn Maximilian Behn bedanke ich mich herzlich für die fachliche Unterstützung und den Austausch. Dem Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie möchte ich für die Förderung des Projekts im Rahmen des 5. Luftfahrtforschungsprogramms danken. Diese Arbeit widme ich meiner Tochter Ela Mumcu, Esra Mumcu, Selma Mumcu, Atilla Mumcu und meiner Oma Gülten Sipahi.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Lärmquellen moderner Flugtriebwerke	2
1.2	Lärmreduzierung bei modernen Flugtriebwerken	5
1.3	Stand der Forschung	6
1.3.1	Literaturüberblick zu Schalltransportmodellen	6
1.3.2	Experimentelle Schallmodenanalyse -und synthese	9
1.4	Motivation und Aufbau der Arbeit	10
2	Grundlagen der Ausbreitung von Schallmoden in zylindrischen Kanälen	13
2.1	Modenaussbreitung in zylindrischen Kanälen	13
2.2	Experimentelle Modalanalyse	21
2.2.1	Räumliche Fouriertransformation	21
2.2.2	Lineares Gleichungssystem	22
2.2.3	Modale Schalleistung	26
2.3	Experimentelle Modensynthese	26
2.3.1	Schallausbreitung von Monopolquellen	27
3	Schalltransportmodelle	32
3.1	Physikalische Grundlagen	33
3.2	Schallausbreitung an Grenzflächen	37
3.2.1	Reflexion und Transmission	37
3.2.2	Einfallswinkel von ebenen Schallwellen	38
3.3	Modellierung	40
3.3.1	Berechnung der Differenz der Schalleistungspegel	42
3.3.2	Zweidimensionale Modellberechnung	43
3.3.3	Quasi-3d Modellberechnung	45
3.4	Berücksichtigung der Schaufelgeometrie	51
4	Prüfstand und Messtechnik	54
4.1	Aeroakustischer Windkanal	54
4.2	Instrumentierung	61
4.2.1	Schallgenerator-Einheit (SG)	62
4.2.2	Rotierbares Messtechnikträgersegment (MTS)	69

5	Betrachtung der Messunsicherheit	72
5.1	Einfluss der Strömung	73
5.1.1	Signal-Rausch-Verhältnis	74
5.1.2	Grenzschichtdicke	79
5.2	Einfluss von Kanalreflexionen	80
5.3	Einfluss der Umfangsmessposition	86
5.4	Gesamtunsicherheit	88
6	Schalltransmission durch Schaufelgitter	89
6.1	Vergleich der Modellansätze	89
6.2	Vergleich mit dem Experiment	93
6.2.1	Anregung mit 1000 Hz	93
6.2.2	Anregung mit 2000 Hz	96
6.2.3	Anregung mit 2500 Hz	99
7	Schlussfolgerungen und Ausblick	102
7.1	Schlussfolgerungen	102
7.2	Ausblick	104
A	Aerodynamische Auslegung des Nabenkörpers	110
A.1	CFD-Modell	110
A.2	CFD-Berechnung für Schaufelkonfiguration 2	111
A.2.1	Wirbelbildung	111
A.2.2	Strömungsablösung	112
A.3	CFD-Berechnung für Schaufelkonfiguration 1	114
A.3.1	Wirbelbildung	114
A.3.2	Strömungsablösung	114

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematische Darstellung eines Turbofantriebwerks, aus (Rienstra und Hirschberg 2004)	3
1.2	Beitrag einzelner Triebwerkskomponenten zum emittiertem Lärm für die Flugphasen Start und Landung, aus (Batard und France 2004) . .	4
1.3	Instationäre numerische Berechnung der Rotornachläufe mit den dahinterliegenden Schaufelreihen, aus (Biester 2016)	4
1.4	Übersicht analytischer Schalltransportmodelle (modifiziert); Vorstudie für (Behn et al. 2016a)	7
2.1	Besselfunktionen der 0-ten bis 3-ten Ordnung	15
2.2	Neumannfunktionen der 0-ten bis 3-ten Ordnung	16
2.3	Stromab (+) laufend rotierende Schallmoden der Umfangsmodenordnung $m = 4$ in einem zylindrischen Kanal mit Nabenkörper, $M_x = 0.19$, $\sigma = 0.66$ und $T = 300K$	19
2.4	Stromab (+) laufend rotierende Schallmode der Umfangsmodenordnung $m = 4$ in einem zylindrischen Kanal mit Nabenkörper, $M_x = 0.19$, $\sigma = 0.66$ und $T = 300K$, Anregungsfrequenz $f > \text{Cut-Off Frequenz (li.)}$ und $f < \text{Cut-Off Frequenz (re.)}$	19
2.5	Einfluss von Strömungsdrall auf die Cut-Off Frequenzen in einem Kanal mit Nabeverhältnis $\sigma = 0.66$ und einer Mach-Zahl von $M_x = 0.19$. Die Berechnung erfolgt für eine Festkörperdrallströmung mit einer Mach-Zahl von $M_\varphi = 0.3$, drallbehaftet (rot) und drallfrei (schwarz) .	20
2.6	RMA-Prozedur, aus (Mumcu et al. 2016)	25
2.7	Numerisches Modell zur Berechnung der Schallausbreitung für die Anregung modaler Schallfelder mit einem einreihigen Lautsprecherring (li.) und einem zweireihigen Lautsprecherring (re.)	29
2.8	Kontrollierte Anregung einzelner Schallmoden mit einem einreihigen Lautsprecherring aus 16 äquidistant über den Rohrumfang verteilten Monopolquellen in einem Kanal mit Radius $R = 0.5m$ und axialer Mach-Zahl $M_x = 0.19$	30
2.9	Schalldruckverteilung einer gezielt angeregten Schallmode (1, 0) (oben) und einer gezielt angeregten Schallmode (1, 1) (unten) mit einem zweireihigen Lautsprecherring von Monopolquellen (2 x 8) für verschiedene Axialabstände (a) 50mm, (b) 150mm, (c) 250mm und (d) 350mm (Mumcu et al. 2016)	30

2.10	Schalleistungsverteilung für die gezielt angeregten Schallmoden (1, 0) und (1, 1) sowie dem hieraus berechneten Mittelwert (Mumcu et al. 2016)	31
3.1	Definition eines „vortex sheets“ nach (Drela und Youngren 2005)	33
3.2	Gerader Wirbelfaden nach (Rill 1996)	34
3.3	Wirbelfläche nach (Rill 1996)	34
3.4	Tangentialgeschwindigkeitssprung entlang einer ebenen Platte nach (Rill 1996)	35
3.5	Induzierte Geschwindigkeitskomponente normal zur Sehnenlänge nach (Rill 1996)	35
3.6	Ausbreitung einer ebenen Schallwelle ohne Strömung nach (Ehrenfried 2004)	38
3.7	Sonderfälle nach Hanson (1994), „Venetian Blind condition“ (li.): Normalvektor der einfallenden Wellenfront parallel zur Platte (maximale Transmission); „Modal condition“ (mi.): schräg einfallende Wellenfront zur Platte und „Broadside condition“ (re.): Normalvektor der einfallenden Wellenfront senkrecht zur Platte (maximale Reflexion)	39
3.8	Axialer Ausbreitungswinkel für 2d und 3d in Abhängigkeit von dem Abrollradius, aus (Panek 2011)	44
3.9	Radialverteilung der Schalleistung für $\sigma = 0.6$, aus (Moreau et al. 2019)	45
3.10	Radialstreifen-Methode: Ergebnisse des Abrollens an drei unterschiedlichen Radien mit $\sigma = 0.6$, $f = 2200Hz$ und Schallmode (8, 0), aus (Panek 2011)	46
3.11	Von stromauf einfallende Schallwellen für die EP 1 ($\alpha=0^\circ$), $Ma=0.19$ und $f = 3000Hz$	48
3.12	Vergleich Transmission/Reflexion von Schallmoden für ebene Plattenreihe EP1 mit CM und RSM	49
3.13	Von stromauf einfallende Schallwellen für die EP 2 ($\alpha = -33^\circ$), $Ma=0.19$ und $f = 3000Hz$	50
3.14	Vergleich Transmission/Reflexion von Schallmoden für ebene Plattenreihe EP2 mit CM und RSM	50
3.15	Approximation einer realen Schaufelreihe durch Ersetzen mit einer Vielzahl von ebenen Platten mit variierendem Anstellwinkel α	51
3.16	Berechnungen der modalen Transmission $\Delta L_{W,T}$ mit dem CPM für variierende Anstellwinkel	52
3.17	Berechnungen der modalen Transmission $\Delta L_{W,T}$ mit RSPM für verschiedene Anzahl an Radialstreifen	53
3.18	Gegenüberstellung der Berechnungen für die modale Transmission $\Delta L_{W,T}$ mit CPM und RSPM	53
4.1	Aeroakustischer Windkanal (AWT) des TFD, aus (Bartelt et al. 2013)	55
4.2	Messstrecke des AWT mit eingebauter Schaufelkonfiguration 2 (unten: Schnittansicht)	57
4.3	Schaufelkonfiguration 1 (li.)- und 2 (re.) (Schnittansicht)	58
4.4	Geschwindigkeitskomponenten für Schaufelkonfiguration 2 im BP nach Tab. (4.1) (CFD-Berechnung), aus (Mumcu et al. 2018)	59

4.5	Verlauf der Mach-Zahl gemessenen über 360° bei MTS 1, BP nach Tab. (4.1)	60
4.6	Ausbreitungsfähige Schallmoden bei MTS 1 und MTS 2, BP nach Tab. (4.1), aus (Mumcu et al. 2018)	61
4.7	Aufbau des Schallgenerators	62
4.8	Messtechnik bei der Modensynthese- und analyse, aus Bartelt et al. (2013)(modifiziert)	63
4.9	Grenzen der gezielten Modenanregung mit dem einreihigen Schallgenerator (numerische Simulation), Anregungsfrequenz $f=2000$ Hz. aus (Mumcu et al. 2018)	64
4.10	Gezielte Anregung der Umfangsmode $m = \pm 5$ mit dem einreihigen Schallgenerator, gemessen mit wandbündigem Mikrofonarray bei MTS 1, Anregungsfrequenz $f=1500$ Hz	65
4.11	Gemessene Schalldruckverteilung der Umfangsmode $m = \pm 5$ mit den wandbündigen Mikrofonarrays bei MTS 1, Anregungsfrequenz $f=1500$ Hz	65
4.12	Schematische Darstellung zur Kalibrierung der gesamten Signalkette bei Modensynthese im AWT	66
4.13	Kalibrierung der Schalldruckamplitude bei $f = 2000\text{Hz}$, mit Strömungsüberlagerung im AWT	67
4.14	Phasenkorrektur des Schalldrucksignals bei $f = 2000\text{Hz}$, mit Strömungsüberlagerung im AWT	67
4.15	Gezielte Anregung der Umfangsmode $m = 5$ mit dem einreihigen Schallgenerator, $f=1500$ Hz (li.) und $f=3000$ Hz (re.), gemessen mit wandbündigem Mikrofonarray bei MTS1	69
4.16	Aufbau der beiden Messtechnikträgersegmente (MTS), aus (Mumcu et al. 2018)	70
4.17	Schematischer Aufbau der beiden Linienarrays „a“ und „b“ auf einem der beiden MTS	70
4.18	Konditionszahl κ der Matrix M_0 bei einem Mikrofonarray mit 8 axialen Mikrofonringen	71
5.1	Gemessene zeitliche Schalldruckschwankungen für verschiedene Konfigurationen im AWT	75
5.2	Modale Messunsicherheit für Transmissionsmessungen mit einem SNR von 30 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	76
5.3	Modale Messunsicherheit für Reflexionsmessungen mit einem SNR von 30 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	76
5.4	Modale Messunsicherheit für Transmissionsmessungen mit einem SNR von 20 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	77
5.5	Modale Messunsicherheit für Reflexionsmessungen mit einem SNR von 20 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	77
5.6	Modale Messunsicherheit für Transmissionsmessungen mit einem SNR von 10 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	78

5.7	Modale Messunsicherheit für Reflexionsmessungen mit einem SNR von 10 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	78
5.8	Modale Messunsicherheit für Transmissionsmessungen mit einer Grenzschichtdicke von $\Delta_{99}=20\%$ der Kanalhöhe; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	79
5.9	Modale Messunsicherheit für Reflexionsmessungen mit einer Grenzschichtdicke von $\Delta_{99}=20\%$ der Kanalhöhe; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	80
5.10	Schematische Darstellung möglicher Reflexionsstellen in der Messstrecke des AWT	81
5.11	Gemessene Streumatrix für die Konfiguration 0, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Reflexion	82
5.12	Gemessene Streumatrix für die Konfiguration 0, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Transmission	83
5.13	Gemessene Streumatrix für die Schaufelkonfiguration 1, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Transmission	84
5.14	Gemessene Streumatrix für die Schaufelkonfiguration 2, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Transmission	84
5.15	Gemessene Streumatrix für die Schaufelkonfiguration 1, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Reflexion	85
5.16	Gemessene Streumatrix für die Schaufelkonfiguration 2, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Reflexion	85
5.17	Modale Messunsicherheit für Transmissionsmessungen mit 36 Mikrofonen auf einem Ring, $\Delta\varphi = 5^\circ$ pro Mikrofonring, ; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	87
5.18	Modale Messunsicherheit für Reflexionsmessungen mit 36 Mikrofonen auf einem Ring, $\Delta\varphi = 10^\circ$ pro Mikrofonring; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	87
5.19	Gesamtfehler der Messunsicherheiten für Transmissionsmessungen; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	88
5.20	Gesamtfehler der Messunsicherheiten für Reflexionsmessungen; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz	88
6.1	Winkelnotation für einfallende Schallmoden, bsp. gemessene Schallmode [4,0]	90
6.2	Einfallswinkel der Schallmoden für die untersuchten Anregungsfrequenzen	90
6.3	Vergleich der berechneten Transmission und Reflexion für verschiedene Umfangsmoden mit dem Schalltransportmodell nach Smith (1973) (2d- und quasi-3d); Anregungsfrequenz $f = 1000$ Hz, Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)	92
6.4	Vergleich der Transmission $\Delta L_{W,T}$ zwischen Experiment und mit RSPM- und CPM-Ansatz weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2, Anregungsfrequenz $f= 1000$ Hz, Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)	94

6.5	Vergleich der Reflexion $\Delta L_{W,R}$ zwischen Experiment und mit RSPM- und CPM-Ansatz weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2 , Anregungsfrequenz $f= 1000$ Hz,Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)	95
6.6	Vergleich der Transmission $\Delta L_{W,T}$ zwischen Experiment und mit RSPM- und CPM-Ansatz weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2 , Anregungsfrequenz $f= 2000$ Hz,Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)	97
6.7	Vergleich der Reflexion $\Delta L_{W,R}$ zwischen Experiment und mit RSPM- und CPM-Ansatz weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2 , Anregungsfrequenz $f= 2000$ Hz,Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)	98
6.8	Vergleich der Transmission $\Delta L_{W,T}$ zwischen Experiment und mit RSPM- und CPM-Ansatz weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2 , Anregungsfrequenz $f= 2500$ Hz,Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)	100
6.9	Vergleich der Reflexion $\Delta L_{W,R}$ zwischen Experiment und mit RSPM-Methode weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2 , Anregungsfrequenz $f= 2000$ Hz,Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)	101
A.1	Simulationsmodell mit eingebauter Schaufelkonfiguration 2	110
A.2	Vernetzung der untersuchten Diffusorgeometrie	111
A.3	Stromlinien zum Zeitpunkt $t = 0, 1$ s	112
A.4	Teilausschnitt: Stromlinien zum Zeitpunkt $t = 0, 1$ s	112
A.5	Schaufelkonfiguration 2: Minimale Wandschubspannung am Nabenkörper	113
A.6	Schaufelkonfiguration 2: Minimale Wandschubspannung an der Gehäusewand der AWT-Messstrecke	113
A.7	Stromlinien in x-z-Ebene bei $t = 0, 1$ s für Schaufelkonfiguration 1	114
A.8	Vergrößerung, Stromlinien in x-z-Ebene bei $t = 0, 1$ s für Schaufelkonfiguration 1	115
A.9	Instationäre Wirbelbildung im Bereich der Kante	115
A.10	Schaufelkonfiguration 1: min. Wandschubspannung an der Außenwand des AWT	116
A.11	Schaufelkonfiguration 1: min. Wandschubspannung am Nabenkörper	116

Tabellenverzeichnis

3.1	Gegenüberstellung der Kaskadengeometrien	47
3.2	Untersuchte Konfiguration für den Einfluss der Schaufelgeometrie . .	52
4.1	Prüfstandsparameter für Messkampagne	58
A.1	Netzeigenschaften des CFD-Modells	111

Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
A_i	Pa	Schalldruckamplitude	Gl. (2.10)
A_m	Pa	Umfangsmodenamplitude	Gl. (2.30)
A_{mn}	Pa	Radialmodenamplitude	Gl. (2.30)
a	m/s	Schallgeschwindigkeit	Gl. (2.29)
B_i	Pa	Schalldruckamplitude	Gl. (2.10)
c	m/s	Schallgeschwindigkeit	Gl. (2.29)
c	m	Plattenlänge	Abb.(3.3)
f_{mn}	–	dimensionslose radiale Wellenzahl	Gl. (2.32)
f	Hz	Frequenz	Gl. (2.29)
$g(\varphi)$	–	Ausbreitungsgleichung in Umfangsrichtung	Gl. (2.4)
$h(x)$	–	Ausbreitungsgleichung in Axialrichtung	Gl. (2.4)
$f(r)$	–	Ausbreitungsgleichung in Radialrichtung	Gl. (2.4)
I	W/m ²	Schallintensität	Gl. (2.14)
J_m	–	Besselfunktion	Gl. (2.14)
k_{mn}	m^{-1}	resultierende Wellenzahl	Gl. (2.18)
k_x	rad/m	axiale Wellenzahl	Gl. (2.18)
k_y	rad/m	radiale Wellenzahl	Gl. (2.18)
k_φ	rad/m	Umfangswellenzahl	Gl. (2.18)
K	–	Eigenwertematrix LINSUB-Modell	Gl. (3.10)
L_W	dB	Schalleistungspegel	Gl. (3.25)
$L_{W,T}$	dB	Schalleistungspegel Transmission	Gl. (3.27)
$L_{W,R}$	dB	Schalleistungspegel Reflexion	Gl. (3.22)
M	–	Eigenwertematrix	Gl. (2.35)
M_x	–	axiale Mach-Zahl	Gl. (2.3)
M_φ	–	Mach-Zahl in Umfangsrichtung	Gl. (2.3)
m	–	Umfangsmodenordnung	Gl. (2.13)
\dot{m}	kg/s	Massenstrom	Tab. (4.1)
n	–	Radialmodenordnung	Gl. (2.13)
N	–	Gesamtanzahl der Einzelrechnungen	Gl. (2.34)
NP	–	Diskretisierung der Sehnenlänge	Gl. (2.34)
P_{mn}	W	modale Schalleistung	Gl. (2.40)
p	Pa	Druck	Gl. (3.13)
p_0	Pa	Druckschwankung	Gl. (3.18)
r	m	Radius	Gl. (3.30)
s	m	Abstand zweier Platten	Abb.(3.11)

X Tabellenverzeichnis

R_a	m	Gehäuseradius	Gl. (2.22)
R_i	m	Nabenradius	Gl. (2.22)
R	Pa	Reflexionskoeffizient	Tab. (3.1)
$R_{\text{kaustisch}}$	m	kaustischer Radius	Gl. (3.31)
s	m	Teilung	Tab. (3.1)
T	K	Temperatur	Gl. (2.35)
T	Pa	Transmissionskoeffizient	Tab. (3.1)
t	s	Zeit	Gl. (2.43)
u	m/s	Schallschnelle	Gl. (2.12)
u_ϕ	m/s	Umfangsgeschwindigkeit	Gl. (2.22)
v	m/s	radiale Geschwindigkeitskomponente	Gl. (3.3)
		Störgrößen, Umfangsrichtung Whitehead (1987)	
W	m/s	Geschwindigkeit der Hauptströmung Whitehead (1987)	Abb.(3.5)
v_{ind}	m/s	Induzierte Geschwindigkeit	Abb.(3.5)
		normal zur Sehnenlänge Whitehead (1987)	
Y_m	–	Neumannfunktion	Gl. (2.11)
\hat{x}	m	Abstand zweier Wirbel auf der Sehnenlänge	Gl. (3.9)
\hat{x}_0	m	Position auf der Sehnenlänge	Gl. (3.8)
Z	kg/m^2s	Wellenwiderstand	Gl. (3.13)

Griechische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
α	<i>Grad</i>	Plattenanstellwinkel	Abb. (3.13)
α	m^{-1}	Axiale Wellenzahl	Gl. (3.15)
β	m^{-1}	Umfangswellenzahl	Gl. (3.15)
β_{mn}	m^{-1}	dimensionsbehafteter Eigenwert	Gl. 2.29
γ	m/s	Stärke der Wirbel-Fläche	Gl. (3.2)
$\bar{\gamma}$	m/s	Amplitude der Wirbel-Fläche	Gl. (3.2)
Γ	m^2/s	Zirkulation	Gl. (3.2)
$\bar{\Gamma}$	m^2/s	Amplitude eines Wirbels	Gl. (3.2)
ϵ	m/s	Stärke des „sheets of free vorticity“	Gl. (3.2)
η	m	Achse in Umfangsrichtung	Gl. (3.2)
		Whitehead (1987)	Gl. (3.15)
λ	m	Wellenzahl in axialer Richtung	Gl. (2.18)
Φ	<i>Grad</i>	Phasenwinkel	Gl. (2.28)
ρ	–	Dichte	
ω	rad/s	Kreisfrequenz	Gl. (2.4)
σ	–	Nabenverhältnis	Gl. (2.6)
θ	<i>Grad</i>	Umfangswinkel	Gl. (3.15)
θ_{inc}	<i>Grad</i>	Einfallswinkel	Gl. (3.15)
ψ	–	Stufenbelastung	Gl. (3.2)
ω	$1/s$	Winkelgeschwindigkeit	Gl. (3.7)

Tiefgestellte Indizes

Index	Bedeutung
1	stromaufwärts laufende Druckwelle
2	stromabwärts laufende Druckwelle
3	stromabwärts laufende Wirbelströmung
b	Biegung
$(.)^+$	Schallausbreitung in Strömungsrichtung (axiale bzw. Umfangsrichtung)
$(.)^-$	Schallausbreitung entgegen der Strömungsrichtung Strömungsrichtung (axiale bzw. Umfangsrichtung)
$(.)_0$	Gleichanteil, Umgebungszustand ohne Schalleinwirkung
$(.)'$	Schwankungsanteil
$(.)$	komplexer Wert
$(.)_{[mn]}$	akustische Mode mit Umfangsordnung m und Radialordnung n
$(.)_{Cut-Off}$	Cut-Off Frequenz

$(\cdot)_h$	Harmonische $h = 1, 2, \dots$
i	einfallend (engl. „incoming“)
L	Auftrieb (engl. „lift“)
LE	Eintrittskante (engl. „leading edge“)
$(\cdot)_{\max}$	maximal
M	Moment
mc	mittlere Sehnenlänge (engl. „mid chord“)
o	ausfallend (engl. „outgoing“)
r	reflektiert
t	transmittiert
w	Nachlauf (engl. „wake“)
δ	Torsion
$(\cdot)_{\text{ref}}$	Referenzwert
$(\cdot)_\theta$	Umfangsrichtung
$(\cdot)_x$	axiale Richtung
$(\cdot)'$	Schwankungsanteil
$(\cdot)^*$	komplexe Konjugation
$\widehat{(\cdot)}$	Amplitude
$\overline{(\cdot)}$	Mittelwert
$\langle \cdot \rangle$	Effektivwert

Mathematische Zeichen

Symbol	Bedeutung
∇	Laplace Operator
Δ	Nabla Operator
grad	Gradient
div	Divergenz
rot	Rotation
$\Im\{\dots\}$	Imaginärteil
$\Re\{\dots\}$	Realteil
\approx	ungefähr gleich
$\ $	Betrag

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
AWT	A eroacoustic W ind T unnel
IBPA	(engl.: I nterblade P hase A ngle)

TFD	Institut für T urbomaschinen und F luid- D ynamik
DLR	D eutsches Zentrum für L uft- und R aumfahrt
UMA	U mfangs M oden A nalyse
RMA	R adial M oden A nalyse
RSI	R otor S tator I nteraktion
BPF	Blattwechselfrequenz (engl.: B lade P assing F requency)
RSM	(engl.: R adial S trip M ethod)
CM	(engl.: C austic M ethod)
RSPM	(engl.: R adial S trip P anel M ethod)
CPM	(engl.: C austic P anel M ethod)
MTS	M esstechnik T räger S egment
SG	S challmoden- G enerator

Kapitel 1

Einleitung

Aufgrund des wachsenden Verkehrsaufkommens im Luftfahrtsektor, der ansteigenden Weltbevölkerung und Urbanisierung sind immer mehr Menschen zwangsläufig dem von Flugzeugen verursachten Lärm ausgesetzt. Daher hat sich die Flugzeugindustrie zum Ziel gesetzt, den Geräuschpegel der Flugzeuge unter die bereits erreichten Lärmemissionswerte zu senken (Möser 2004). Im Jahr 2018 wurden weltweit über 4,4 Milliarden Passagiere in Flugzeugen befördert. Verglichen mit 2010 ist dies nahezu eine Verdoppelung. Des Weiteren wird dem weltweiten Flugverkehr in den nächsten 10 Jahren eine jährliche Zuwachsrate von 5-7 % prognostiziert. Durch das stark anwachsende Verkehrsaufkommen rückt die Problematik der Lärmbelastung in Flughafennähe immer mehr in den Vordergrund der Öffentlichkeit, da der Fluglärm, insbesondere in den Flugphasen Start und Landung, die Lebensqualität der Flughafenanwohner stark beeinträchtigt. Diese Relevanz des Fluglärms spiegelt sich in strengen Lärmvorschriften wider, welche von den Flugzeugherstellern und den Fluggesellschaften berücksichtigt werden müssen. Für die zukünftige Entwicklung wurden auf europäischer Ebene durch die ACARE (Advisory Council for Aeronautics Research in Europe) Ziele für die Reduktion von Emissionen ausgerufen. So soll, bezogen auf den technologischen Stand im Jahre 2000, der empfundene Flugzeuglärm bis zum Jahr 2020 um 10 dB reduziert werden, welches einer Halbierung des wahrgenommenen Lärms entspricht. Für das Jahr 2050 soll der Fluglärm, bezogen auf das Jahr 2020, noch einmal um 5 dB reduziert werden.

Hauptursachen des vom Flugzeug verursachten Lärms sind die Abstrahlung des in den einzelnen Triebwerkskomponenten generierten tonalen und breitbandigen Lärms sowie die Umströmungsgeräusche der Flugzeugzelle und der Fahrwerke. Zum Erreichen der ambitionierten ACARE-Ziele sind Anstrengungen zur Geräuschreduzierung für Lärmquellen notwendig, auch wenn diese zur Zeit noch nicht dominant sind, wie z.B. die Niederdruckturbinen des Flugzeugtriebwerkes. Die akustische Verbesserung einzelner Triebwerkskomponenten ist unter der Prämisse, die Performance des Triebwerks nicht negativ zu beeinträchtigen, eine hohe ingenieurstechnische Herausforderung. Moderne lärmarme Triebwerkdesigns können nur auf Grundlage eines vertieften physikalischen Verständnisses der Schallausbreitung entwickelt werden (Tapken 2016). Um die hierbei angewandten Berechnungsverfahren verbessern zu können, müssen die bestehenden Methoden optimiert werden.

Die Entwicklung innovativer Flugzeugtriebwerke erfordert heutzutage sowohl die

Kooperation der Triebwerkshersteller untereinander, als auch mit öffentlichen Einrichtungen, wie z.B. Universitäten. Das im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Forschungsthema ist ein Teilprojekt des Luftfahrtforschungsprogramms (LuFo V-3), welches zu den übergeordneten ACARE-Zielen zur Lärminderung von Flugzeugen beiträgt. Das Forschungsprojekt wurde in Kooperation mit dem Triebwerkshersteller MTU Aero Engines AG durchgeführt. Die wesentlichen Projektziele sind:

- die Generierung von experimentellen Daten zur Bestimmung der Transmissions- und Reflexionseigenschaften von Schallmoden durch nicht rotierende Schaufelgitter mit Strömungsüberlagerung,
- die Validierung von analytischen und numerischen Berechnungsverfahren und
- die Weiterentwicklung eines analytischen 2d-Schalltransportmodells auf ein quasi 3d-Modell.

Hierzu gilt es, unter kontrollierbaren akustischen Randbedingungen und unter Einhaltung der in Niederdruckturbinen vorherrschenden strömungsmechanischen Bedingungen, experimentelle Messdaten zur Schallausbreitung durch eine nicht rotierende reale Schaufelkonfiguration durchzuführen und für weitergehende Studien zur Verfügung zu stellen. Der hierfür verwendete Versuchsträger ist eine entsprechend der Versuchsziele ausgelegte Messstrecke im Aeroakustischen Windkanal (AWT) des TFD. Die akustischen Rohdaten werden mit Hilfe speziell konstruierter Messtechnikträger erfasst und durch geeignete Analysemethoden ausgewertet. Die gewonnenen hochaufgelösten Messergebnisse werden zur Weiterentwicklung und Validierung der im Rahmen dieser Arbeit erfolgreich implementierten analytischen 2d-Schalltransportmodelle nach [Smith \(1973\)](#) und [Koch \(1971\)](#) verwendet. Diese Arbeit leistet somit einen Beitrag zur Steigerung der Vorhersagegenauigkeit von analytischen Berechnungsverfahren zur Ausbreitung von Schallmoden durch nicht rotierende Schaufelkonfigurationen.

1.1 Lärmquellen moderner Flugtriebwerke

In modernen Zivilflugzeugen werden hauptsächlich Turbofantriebwerke eingesetzt. Diese Flugtriebwerke sind Zweistromtriebwerke, die als erste Verdichterstufe einen sogenannten Fan besitzen. Dahinter wird der Luftstrom aufgeteilt in einen Luftstrom, der primär durch das Kerntriebwerk und somit auch durch die eigentliche Turbine strömt, und einen sekundären Luftstrom, der am Kerntriebwerk vorbeiströmt ([Bräunling 2015](#)). Aufgrund des um ein Vielfaches größeren Massenstroms im Vergleich zum Primärstrom kann die Strömungsgeschwindigkeit erheblich verringert werden, was zu einer Steigerung der Effizienz des Triebwerkes im Vergleich zu den Einstromtriebwerken führt. Vom Triebwerk emittierte dominante Lärmquellen entstehen aus der Wechselwirkung des Fans ④ mit dem Stator ⑥ und der Interaktion des Verdichterrotors mit dem Vorleitgitter ⑦. Desweiteren wird durch instationäre Strömungsvorgänge im Verdichter ① und ②, in der Brennkammer ③ und in der Turbine ④ und ⑤, Schall generiert ([Kausche 2016](#)). Ferner stellt der Strahl am Triebwerksaustritt ⑦ und ⑧ eine relevante Lärmquelle dar ([Kausche 2016](#)).

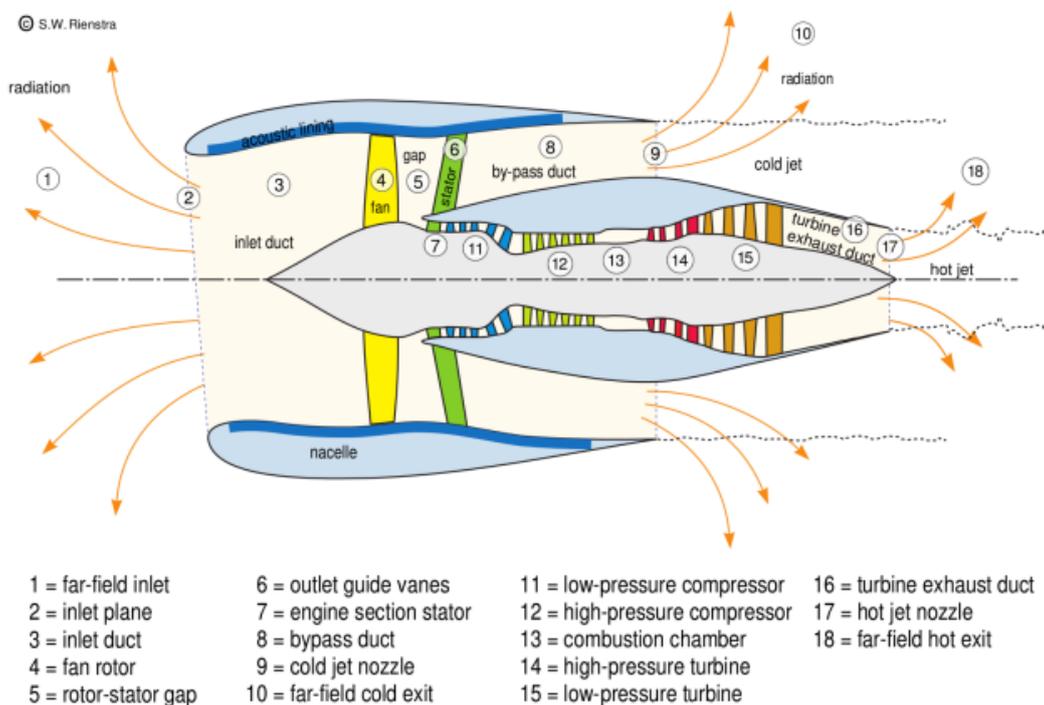


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung eines Turbofantriebwerks, aus (Rienstra und Hirschberg 2004)

Welche dieser Komponenten den größten Beitrag zur Gesamtlärmemission eines Flugtriebwerks liefert, hängt wie in Abb. (1.2) gezeigt von der Flugphase und damit vom Betriebspunkt des Flugtriebwerks ab (Bräunling 2015). Beim Start befindet sich der Schubhebel bei Maximal Take Off (MTO), d.h. es wird viel Schub benötigt und die Drehzahlen der rotierenden Komponenten sind dementsprechend hoch. Daher ist hier die Schallabstrahlung von Fan und Düsenstrahl dominant. Bei der Landung befindet sich der Schubhebel hingegen auf Idle und es wird vergleichsweise wenig Schub benötigt (Möser 2004). Der Strahlärm ist hier gering und die Umströmungsgeräusche der Flugzeugzelle rücken aufgrund der ausgefahrenen Fahrwerke und der Landeklappen in den Vordergrund. Im Vergleich zum Start ist bei der Landung der Anteil des von der Turbine emittierten Lärms am Gesamtschallpegel deutlich höher (Bräunling 2015). Gute Fortschritte bei der Reduktion des durch den Fan verursachten Lärms bringen den Turbinenlärm immer mehr in den Fokus der akustischen Triebwerksoptimierung (Broszat 2009).

Der Fan ist neben dem Düsenstrahl vor allem beim Start eine dominante Lärmquelle (Bräunling 2015). Das emittierte Frequenzspektrum setzt sich aus einem breitbandigen Rauschen und hochfrequenten Einzeltönen zusammen (Bräunling 2015). Bei Volllast sind die Umfangsgeschwindigkeiten moderner Fans so groß, dass die relative Schaufelzuströmung im Überschall liegt und Blattspitzenmachzahlen von $Ma > 1$ erreicht werden. Dabei bilden sich an den äußeren Bereichen der Fan-Beschaufelung Verdichtungsstöße (Holste 1995). Diese Druckstörungen werden durch den Einlauf und Bypasskanal in die Umgebung transmittiert. Die zugehörige Frequenz ergibt sich wiederum aus Vielfachen der Drehfrequenz (J. M. Tyler 1961). Dabei ist der

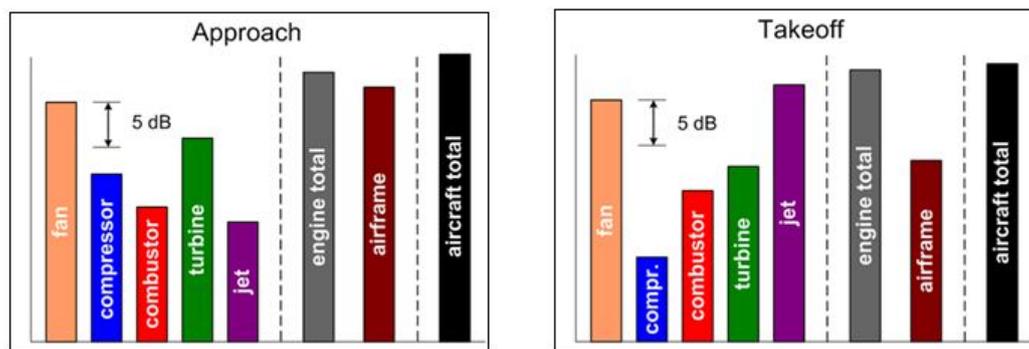


Abbildung 1.2: Beitrag einzelner Triebwerkskomponenten zum emittierten Lärm für die Flugphasen Start und Landung, aus (Batard und France 2004)

Rotor-Stator-Interaktions-Lärm (RSI-Lärm) ein wesentlicher Anteil des abgestrahlten Schallfeldes. Abhilfe schaffen hier Getriebe, die die Drehzahl des Fans gegenüber der Niederdruckwelle untersetzen (Möser 2004).

Die Hauptursache der tonalen Lärmentstehung in rotierenden Triebwerkskomponenten (z.B. Verdichter oder Turbine), bei denen sich die Blattspitzengeschwindigkeit des Rotors im Unterschallbereich befinden, sind instationäre periodische Kräfte auf den Rotor- und Statorschaufeln als Folge der Wechselwirkungen der Zuströmung mit dem Rotor sowie der Rotornachläufe mit dem Stator (Ghillani 2012).

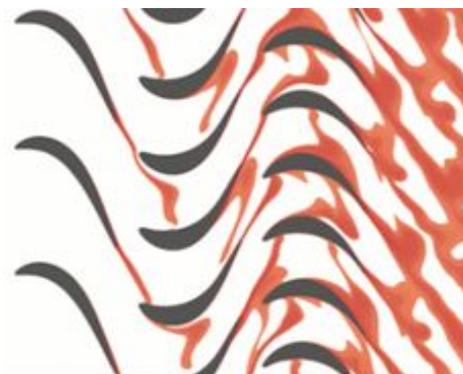


Abbildung 1.3: Instationäre numerische Berechnung der Rotornachläufe mit den dahinterliegenden Schaufelreihen, aus (Biester 2016)

Dabei entstehen Schallfelder, in denen die Energie über verschiedene Schwingungsformen, so genannte akustische Moden, in das Fernfeld abstrahlt werden. Diese Moden rotieren um die Kanalachse der Triebwerkskomponenten (J. M. Tyler 1961). Der im Fan generierte Lärm wird hauptsächlich nach vorne abgestrahlt, da die Transmission durch Schaufelreihen und Strömungskanäle verringert wird. Umgekehrt wird der in Brennkammer und Turbine erzeugte Schall weitestgehend nach hinten durch die Triebwerksdüse in die Umgebung abgestrahlt (Möser 2004).

Für den Brennkammerlärm sind die vorliegende Geometrie, der vorherrschende Brennkammerdruck und die Brennkammertemperatur entscheidende Faktoren für die Schallentstehung- und -ausbreitung (Bake et al. 2009). Hierbei wird zwischen direktem und indirektem Brennkammerlärm unterschieden (Bake et al. 2009). Eine direkte

Schallquelle ist der instationäre Verbrennungsvorgang selbst. Indirekte Schallquellen entstehen erst in der nachgelagerten Turbine, wenn die in der Brennkammer erzeugten Temperaturinhomogenitäten in der Turbinenströmung beschleunigt werden (Bake et al. 2009). Typischerweise ist der Brennkammerlärm durch tieffrequente Einzeltöne sowie breitbandigem Rauschen charakterisiert (G. Heinzel 2002) und (Knobloch et al.).

Der charakteristische Strahlärm eines Triebwerks ist ein breitbandiges Rauschen, welcher durch die Vermischung der turbulanten Düsenströmung mit der umgebenden Luft entsteht (Bräunling 2015). Nahe dem Düsenaustritt entstehen kleine Wirbeln, welche hochfrequenten Lärm erzeugen (Bräunling 2015). Dagegen bilden sich stromab größere Wirbelgebiete aus, die niederfrequenten Lärm erzeugen (Bräunling 2015). Die Schalleistung des abgestrahlten Düsenlärms steigt in etwa mit der achten Potenz der Strahlggeschwindigkeit an (Lighthill 1965).

1.2 Lärmreduzierung bei modernen Flugtriebwerken

In diesem Abschnitt werden einige der in der Literatur bekannten Methoden zur Lärminderung der durch Rotor-Stator Interaktion erzeugten tonalen Lärmquellen beschrieben. Bewusst wird hier auf neuartige Triebwerkdesigns, wie z.B. dem Getriebefan (GTF), die durch ihren konzeptionellen Aufbau eine deutliche Lärmreduzierung mit sich bringen nicht näher eingegangen. Grundsätzlich lassen sich die Lärmreduzierungsmethoden für den Einsatz in Flugtriebwerken in passive und aktive Absorber unterteilen (Ehrenfried 2004). Bei den passiven Absorbern werden die auftreffenden Schallwellen mit Hilfe speziell ausgelegter geometrischer Konturen und Materialeigenschaften gedämpft (Tapken 2016). Bei aktiven Schallabsorbern wird das störende Schallfeld durch ein Gegensignal, welches gegenphasig ist und die gleiche Frequenz aufweist, ausgelöscht (Enghardt et al. 2002). Diese Methode erfordert Lautsprecher und ein geeignetes Regelungssystem (Enghardt et al. 2002). Daher wird in verschiedenen Veröffentlichungen die Möglichkeit einer indirekten Anregung von Sekundärschallquellen untersucht. Dafür werden zwischen Rotor und Stator Düsen als Aktuatoren eingesetzt. Durch die Interaktion der aus den Düsen beschleunigten Strömung mit den Rotorschaukeln werden zusätzliche Wechselkräfte im Bereich der Rotorschaukelspitzen erzeugt (Kausche 2016).

Häufig werden passive Absorber in Form von schallabsorbierenden Oberflächen, sogenannten Linern, eingesetzt (Ehrenfried 2004). Die Ausbreitung der Schallwellen kann durch das Auskleiden der überströmten Konturen mit schalldämpfendem Absorbermaterial eingedämmt werden. Diese Absorber stellen in ihrer einfachsten Form simple Helmholtz-Resonatoren dar (Kausche 2016). Eine weitere effiziente passive Maßnahme ist das sogenannte „Cut-Off-Design“, bei dem die Anzahl der Rotor- und Statorschaufeln so gewählt wird, dass die nach J. M. Tyler (1961) angeregte dominante Schallmode nicht ausbreitungsfähig ist (Kausche 2016) und (Tapken 2016). Typischerweise ist hierbei das Ziel eine passende Auslegung zu finden, bei der die Schallwellen für die ersten beiden Blattwechselfrequenzen, nicht ausbreitungsfähig sind (Ehrenfried 2004). Desweiteren kann der Axialabstand zwischen Rotor und Stator

erhöht werden, wodurch sich die Nachläufe besser ausmischen können, ehe sie auf die nachgelagerte Schaufelreihe treffen ([Broszat 2009](#)) und ([Tapken 2016](#)).

1.3 Stand der Forschung

In der Literatur ist eine Vielzahl von analytischen 2d-Schalltransportmodellen zu finden, durch die der Schalltransport durch Schaufelreihen beschrieben werden kann. Im Folgenden wird ein Überblick über bestehende Modelle gegeben. Verschiedene Herangehensweisen zur Berechnung des Schalltransports werden verdeutlicht und es wird auf grundlegende Unterschiede in der Modellbildung der Autoren eingegangen. Des Weiteren werden die im Rahmen der experimentellen Arbeiten eingesetzten Methoden zur Schallmodensynthese- und analyse vorgestellt.

1.3.1 Literaturüberblick zu Schalltransportmodellen

Für die Entwicklung effizienter Maßnahmen zur Lärmreduzierung in den Triebwerkskomponenten ist eine ausführliche Kenntnis über die physikalischen Mechanismen der Schallausbreitung wichtig ([Möser \(2004\)](#), [Bartelt \(2015\)](#) und [Tapken \(2016\)](#)). Die tonalen Lärmquellen werden maßgeblich durch die Rotor-Stator-Interaktion (RSI) generiert und breiten sich innerhalb des Triebwerks in axialer Richtung in Form von akustischen Schallmoden aus ([Ehrenfried \(2004\)](#)). Dabei wird ein geringer Anteil der Gesamtschalleistung der Moden durch Reibungseffekte dissipativ abgeschwächt, während ein großer Teil der Schalleistung durch die Schaufelreihen transmittiert bzw. reflektiert und letztendlich in die Umgebung abgestrahlt wird. Wie im vorherigen Abschnitt dargestellt ist der wesentliche Ansatz der passiven Absorberkonzepte die Reduzierung der Schalleistung von ausbreitungsfähigen Schallmoden. Dabei ist besonders das Reflexions- und Transmissionsverhalten von Schallmoden durch Schaufelreihen wichtig. Hierfür werden in der Triebwerksentwicklung, insbesondere in der frühen Entwicklungsphase, analytische 2d-Schalltransportmodelle eingesetzt. Dabei stellt das Transportmodell nach [Koch \(1971\)](#) den aufwändigsten Ansatz dar, während andere auf starken Vereinfachungen beruhen und damit auch mathematisch einfacher zu handhaben sind (z.B. ([Amiet 1971](#))). Im Rahmen dieser Arbeit werden die analytischen 2d-Schalltransportmodelle von [Smith \(1973\)](#) und [Koch \(1971\)](#) implementiert, auf quasi 3d-Modelle weiterentwickelt und anschließend mit experimentellen Messungen unter kontrollierten Randbedingungen validiert. Diese kontrollierten Randbedingungen werden durch die Anwendung eines Schallmodengenerators, welcher aus einem einreihigen Lautsprecherring besteht, sowie stromab positionierten Mikrofonarrays, die das eingekoppelte Schallfeld erfassen, geschaffen. Die Transmission und Reflexion der Schallmoden kann dann für spezifische akustische Moden einzeln analysiert werden.

Abb. (1.4) gibt einen Überblick über die in der freien Literatur bekannten Schalltransportmodelle. In dieser Darstellung werden die Modelle in zwei Gruppen eingeteilt, die bei der analytischen Berechnung der Reflexions- und Transmissionskoeffizienten einer auf eine Schaufelreihe auftreffenden Schallwelle einerseits Integralgleichungen andererseits die Wiener-Hopf Technik anwenden. Die Schalltransportmodelle, die Differentialgleichungen zweiter Art zur Lösung der bei der Berechnung entstehenden

Integralgleichungen anwenden, basieren auf dem physikalischen Ansatz der Potentialwirbeltheorie. Die Wiener-Hopf Technik wird zur Lösung der Differentialgleichungen, bei denen eine Variable über ein Intervall definiert ist, welches aus zwei Teilen mit verschiedenen, bzw. diskontinuierlichen Randbedingungen besteht. Dies können Impedanzsprünge sein, wie sie beispielsweise beim Übergang vom Fluid auf die Schaufeln auftreten, weshalb diese Methode oft bei akustischen Problemen angewendet wird.

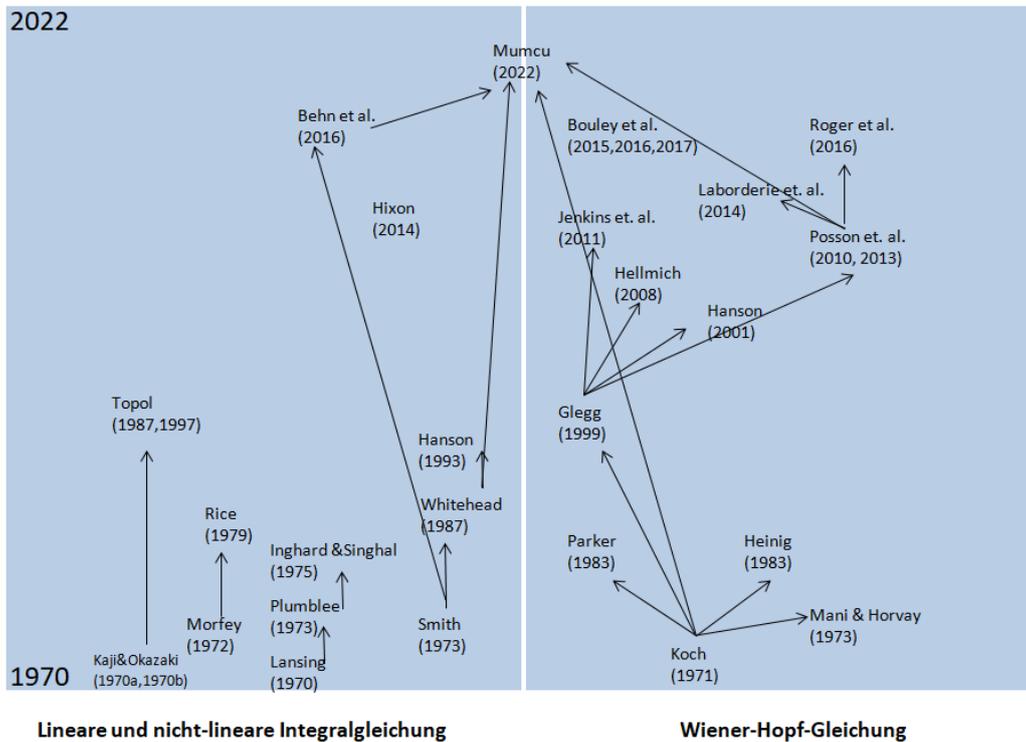


Abbildung 1.4: Übersicht analytischer Schalltransportmodelle (modifiziert); Vorstudie für (Behn et al. 2016a)

Analytische Verfahren zur Beschreibung des Schalltransports durch Schaufelreihen basieren oftmals auf Korrelationen oder nutzen semi-empirische Ansätze. In den früheren 1970er Jahren werden von Kaji und Okazaki (1970a), Amiet (1971), Koch (1971) und Smith (1973) richtungsweisende Pioniersarbeit zur Bestimmung der Schalltransmission- und reflexion in Schaufelgittern entwickelt. Alle haben gemeinsam, dass sie anstelle einer realen Schaufelgeometrie ein Gitter aus ebenen Platten betrachten. Diese Plattenmodelle sind auch als „Semi Actuator Disk“ bekannt. Von Kaji und Okazaki werden zwei Modelle vorgestellt, basierend auf der „semi-actuator disk theory“ (Kaji und Okazaki 1970a) und der „acceleration potential method“ (Kaji und Okazaki 1970b). Kaji und Okazaki (1970a) kombinieren zweidimensionale Differentialgleichungen, die das Strömungsfeld vor, im und hinter dem Plattenmodell beschreiben, um den Transmissions- und Reflexionsfaktor des Plattengitters zu berechnen. Das Gleichungssystem, bestehend aus drei zweidimensionalen Differentialgleichungen, kann unter Berücksichtigung von gemischten Randbedingungen gelöst werden. Kaji und Okazaki (1970a) leiten desweiteren eine Integralgleichung ab, die mit einem numerischen Ansatz gelöst werden kann. Von den Autoren wird angegeben, dass die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Mach-Zahl, der Wellenlänge, dem

Anstellwinkel und dem Einfallswinkel der Schallwelle berechnet werden können. Wie bei [Smith \(1973\)](#) berücksichtigt das Modell drei einfallende Wellen: Schallwellen von stromauf und stromab, sowie eine von stromauf einfallende Wirbelströmung.

In einer weiteren Arbeit stellen [Kaji und Okazaki \(1970b\)](#) ein Modell auf Basis der Methode des Beschleunigungspotentials vor. Im Gegensatz zur „semi-actuator disk theory“ kann der Effekt der Teilung untersucht werden. Es wird ferner erläutert, dass die Kaskade durch eine Verteilung singulärer Punkte (engl. „singular point method“) repräsentiert wird. Anhand dieser Methode wird auch eine Berechnung superresonanter Zustände möglich. Das sind Zustände, bei denen das Verhältnis zwischen Teilung und Wellenlänge einen kritischen Wert überschreitet, so dass zu einer einfallenden Umfangsmodenordnung mehrere reflektierte und transmittierte Modenordnungen entstehen. Das Modell von [Kaji und Okazaki \(1970b\)](#) wird von [Koch \(1971\)](#) modifiziert. Zur Lösung der Differentialgleichungen mit gemischten Randbedingungen verwendet [Koch \(1971\)](#) die Wiener-Hopf Methode. Dieses mathematische Verfahren ist für einfache Plattengeometrien exakt. Die Umsetzung und die Implementierung der Wiener-Hopf Methode ist allerdings sehr kompliziert und aufwendig. Abwandlungen des von [Kaji und Okazaki \(1970b\)](#) erarbeiteten Modells finden sich beispielsweise bei [Posson und Roger \(2007a\)](#), [Mani und Horvay \(1970\)](#), die jedoch nicht zur Vereinfachung der Lösung führen. Diese Modelle nutzen rein modale Ansätze, d.h. der Schalltransport durch das Gitter wird nur für einzelne (rotierende) Moden mit definiertem Ausbreitungswinkel berechnet. Aussagen zur Überlagerungsfähigkeit, die bei geringen Nebenkeulenabständen zwischen der dominanten Schallmode und weiteren Nebenmoden maßgeblich sein kann, sind nicht gegeben. Während im Modell von [Koch \(1971\)](#) die Wiener-Hopf Methode die exakte mathematische Lösung der Differentialgleichung auch für den Fall ohne Strömungsüberlagerung gilt, liegt beim Modell von [Smith \(1973\)](#) hier eine Restriktion vor. Das Modell von [Amiet \(1971\)](#) kann für turbomaschinenspezifische Anwendungen nur eingeschränkt genutzt werden, da es nur für sehr große Wellenlängen gilt. Es ermöglicht die Untersuchung der Reflexion und Transmission von ebenen Schallwellen an einer zweidimensionalen Kaskade mit flachen Platten innerhalb einer subsonischen Strömung. Des Weiteren wird beschrieben, dass durch die Linearisierung der Strömung eine geringe stationäre Stufenbelastung berücksichtigt werden kann. Es wird des Weiteren erläutert, dass die Wellenlänge groß gegenüber der Sehnenlänge und der Teilung ist. Dadurch ist eine getrennte Betrachtung des Nah- und Fernfelds möglich. Eine Lösung für das Nahfeld wird anhand der „steady lattice theory“ erreicht, durch die das Verhältnis zwischen Auftriebskraft und Anstellwinkel einer Platte angegeben werden kann. Ferner wird vom Autor erläutert, dass im Fernfeld nur noch die absolute Auftriebskraft der Platte für die Lösung relevant ist, anstatt der Verteilung der Auftriebskraft. Die Auftriebskraft kann in Abhängigkeit von dem Anstellwinkel und der Amplitude der einfallenden Schallwelle bestimmt werden. Durch die Kombination der Lösung des Nah- und Fernfelds wird die Berechnung der Reflexion und Transmission von ebenen Schallwellen ermöglicht. [Heinig \(1983\)](#) unterteilt ebenfalls die Domäne in Segmente. Am Ein- und Austritt der Schaufelreihe wird ein numerisches Modell zur Berechnung des Schalltransports eingesetzt. Die modenspezifische Transmission durch die Schaufelreihe wird mit Hilfe eines klassischen 2d-Plattenmodells bewerkstelligt.

Von [Hanson \(1994\)](#) wird eine Erweiterung des Modells nach [Smith \(1973\)](#) beschrieben, mit der die Wechselwirkung zwischen einer Rotor- und Statorreihe beschrieben

werden kann. Hierdurch kann das sogenannte „mode trapping“ untersucht werden. Dieser Effekt beschreibt die Verstärkung der RSI-Mode aufgrund der Mehrfachreflexion zwischen den Schaufelreihen. Das Modell berücksichtigt außerdem die Strömungsumlenkung zwischen Rotor und Stator sowie die Modenstreuung (engl. „frequency scattering“).

Aktuelle Ansätze, wie von [Bouley et al. \(2017\)](#), [Moreau et al. \(2019\)](#) und [Behn et al. \(2016a\)](#) weisen eine iterative Berechnungsmethode auf, bei der Mehrfachreflexionen in der Schaufelpassage mit der einfallenden Schallwelle an der Schaufelvorderkante und der Wirbelabströmung an der Schaufelhinterkante korreliert werden.

1.3.2 Experimentelle Schallmodenanalyse -und synthese

Wesentlich für diese Arbeit sind die Schallmodenanalyse anhand der Radialmodenanalyse (RMA) und die Schallmodensynthese mittels eines Schallmodengenerators (SG). Daher wird in diesem Abschnitt ein Überblick über den Stand der Technik dieser beiden Verfahren gegeben.

Radialmodenanalyse (RMA)

Bei akustischen Messungen in Turbomaschinen ist man besonders daran interessiert, eine detaillierte und verlässliche Aussage über die beteiligten Moden und deren Schallleistungspegeln treffen zu können. Zur Analyse von Schallfeldern in Strömungskanälen existieren mehrere Herangehensweisen. Diese unterscheiden sich bezüglich des erforderlichen Mess- und Analyseaufwands, unterliegen verschiedenen Einschränkungen und liefern Ergebnisse mit unterschiedlichem Detailgrad ([Tapken 2016](#)). Die Pioniersarbeit für die experimentelle Analyse von RSI-Moden in Turbomaschinen wurde von ([J. M. Tyler 1961](#)) gelegt. In dieser Arbeit wurde die analytische Zerlegung des Schallfelds in axial laufende Moden mit Modenordnungen in Umfangs- und Radialrichtung beschrieben. Die radiale Druckverteilung ist hierbei von untergeordnetem Interesse. Eine Zerlegung des Schallfelds in Umfangsmodenordnungen wird Umfangsmodenanalyse (UMA) genannt und ist typischerweise der Radialmodenanalyse (RMA) vorgelagert. Weitere Details hierzu finden sich unter anderem bei ([Enghardt et al. 1999](#)), ([Tapken 2016](#)) und ([Laguna Trujillo 2016](#)).

[Moore \(1979\)](#) beschreibt zwei Ansätze zur Radialmodenanalyse. Der erste Ansatz basiert auf der Integration der gemessenen Schalldruckverteilung unter Verwendung der radialen Orthogonalitätsrelation (Hankel-Transformation). Diese Methode erfordert somit die Kenntnis über die radiale Schalldruckverteilung, die in Experimenten mit Hilfe eines Radialrechners realisiert werden kann. Der zweite Ansatz beruht auf der Lösung eines linearen Gleichungssystems (z.B. mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate), welches die gemessene komplexe Schalldruckverteilung mit den zu bestimmenden Modenamplituden verknüpft ([Tapken 2016](#)).

Messungen mit Mikrofonrechen haben den Nachteil, das sie zum einen das Strömungsfeld beeinflussen und zum anderen das Schallfeld durch Streuung stören ([Tapken 2016](#)). [Pickett et al. \(1977\)](#) untersucht die Eignung von bündig in die Kanalwand angebrachten und axial verteilten Mikrofonarrays. Dabei werden bei diesem inversen Analyseverfahren die radialen Ordnungen und ihre zugehörigen Wellenzahlen durch

Messungen an verschiedenen axialen Positionen bestimmt (Tapken 2016). Dabei stellen sie fest, dass der Messfehler bei höheren Schallmodenordnungen im Vergleich zu Messungen mit einem Radialrechen, ansteigt (Tapken 2016). Enghardt et al. (1999) weisen erstmals an einem Verdichter nach, dass mit mehreren wandbündig applizierten Mikrofonarrays das gleiche Ergebnis wie mit Radialrechen erreicht werden kann. Tapken (2016) beschreibt die Matrixkonditionsanalyse, mit dem sich die axialen Messpositionen verbessern und die Fehlerfortpflanzung detailliert bewerten lassen.

Modensynthese

Doak (1973) stellt Anfang der 1970er Jahre den Einsatz eines Lautsprecherrays zur gezielten Anregung von Schallmoden in Strömungskanälen vor. In den Studien werden elektrodynamische Lautsprecher verwendet, da diese über einen weiten Frequenzbereich phasengenau und mit hohen Schalldruckpegeln >130 dB angesteuert werden können (Tapken 2016). Oftmals werden zur Verbesserung der Impedanzanpassung die Lautsprecher mit Trichtern oder Horngemetrien versehen (Tapken 2016). Für die bestmögliche Anregung von Moden unterschiedlicher Umfangsmodenordnungen werden die Lautsprecher äquidistant über den Umfang verteilt angeordnet (Doak 1973) und (Tapken 2016).

Mit Hilfe eines einzelnen Lautsprecherrings, welches den einfachsten Aufbau darstellt, können die Amplituden von Moden verschiedener radialer Ordnungen nicht individuell exakt eingestellt werden (Risi et al. 1996) und (Tapken 2016). Walker et al. (1999) führen erstmals Messungen mit mehreren Lautsprecherringen zur Untersuchung aktiver Schallabsorption durch. Sie verwenden vier Lautsprecherringe in der Einlaufsektion eines Fans, um die Ausbreitung von insgesamt sechs radialen Modenordnungen zu reduzieren (Tapken 2016). Dabei erreichen Sie das theoretisch mögliche Verbesserungspotential nicht und führen dies auf eine ungewollte Anregung von zusätzlichen Moden, so genannten Spillover-Moden, zurück (Tapken 2016).

Hierfür bestätigen Walker et al. (1999) und Enghardt et al. (1999) als Ursache für die fehlerhafte Anregung Abweichungen in der Phasenansteuerung einzelner Lautsprecher.

1.4 Motivation und Aufbau der Arbeit

Um die komplizierten physikalischen Prozesse der Schallausbreitung zu verstehen, bedarf es neben der Berechnung mit analytischen oder numerischen Verfahren nach wie vor experimentelle Versuche an geeigneten Versuchsprüfständen. Die bedarfsgerechte Auslegung, Anschaffung, Inbetriebnahme, Durchführung und Messdatenauswertung erfordert hochqualifizierte Fachexpertise und hohe finanzielle Ressourcen. Analytische Schalltransportmodelle sind deshalb für Entwicklungsingenieurinnen- und ingenieuren, insbesondere in der frühen Auslegungsphase, geeignete Werkzeuge um konzeptionelle Entscheidungen hinsichtlich der Komponentenauslegung zügig bewerten zu können. Gleichzeitig steigen die Anforderungen an die Genauigkeit, Schnelligkeit und praktische Anwendbarkeit. Des Weiteren ist die digitale Transformation der Unternehmen und Hochschulen maßgeblicher Treiber für die Entwickler, die Modelle so zu gestalten, dass diese möglichst unkompliziert in die Tool-Landschaft integriert werden kön-

nen. Diese Arbeit beinhaltet neben der Weiterentwicklung bestehender analytischer 2d-Berechnungsverfahren auch die experimentelle Validierung der implementierten Modelle. Die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten der Schallmoden in Niederdruckturbinen sind maßgeblich von folgenden Parametern abhängig:

- dem Einfallswinkel der auftreffenden Schallmode,
- der radialen Eigenschwingungsform der auftreffenden Schallmode,
- der Gesamtstruktur des auftreffenden Schallfeldes (Superposition der Schallmoden sowie deren Anteil an der modalen Gesamtleistung),
- die durch Reflexionen an stromab und stromauf liegenden Hindernissen verursachte Reduzierung der Transmissionverluste bei konstruktiver Interferenz der Phasen,
- die durch Reflexionen an stromab und stromauf liegenden Hindernissen verursachte Erhöhung der Transmissionverluste bei destruktiver Interferenz der Phasen,
- dem Anstellwinkel der Schaufelreihen, der Sehnenlänge und dem axialen Abstand zu weiteren Schaufelreihen,
- der Teilung,
- der Mach-Zahl der Zuströmung.

Für die experimentelle Untersuchung einer Niederdruckturbinen-Beschaufelung wird die Messstrecke des Aeroakustischen Windkanals des Instituts neu ausgelegt. Die Messstrecke ist dabei beidseitig reflexionsfrei abgeschlossen. In die Messstrecke wird konstruktiv eine in realen Niederdruckturbinen verwendete Statorreihe eingebaut, die auf einem Nabenkörper gelagert ist. Es werden mittels eines einreihigen Schallgenerators gezielt Umfangsmoden in die Messstrecke eingekoppelt und mit einer Vielzahl von axial verteilten wandbündig angeordneten Mikrofonen gemessen. Die speziell ausgelegten Mikrofonarrays sind nach einem Verfahren von [Tapken und Enghardt \(2006\)](#) optimiert. Um eine Messung der Schallamplitude über den gesamten Rohrumfang zu ermöglichen, kommen zwei um 360° rotierbare Messtechnikträgersegmente (MTS) zum Einsatz.

Über diesen experimentellen Versuchsaufbau werden die in der Literatur bekannten analytischen Schalltransportmodelle von [Koch \(1971\)](#) und [Smith \(1973\)](#) validiert. Die Validierung beinhaltet die mit einem neuartigen Ansatz auf quasi-3d erweiterten Schalltransportmodelle. Die beiden Modelle sind bewusst gewählt und basieren, wie im vorigen Abschnitt erläutert, auf zwei unterschiedlichen Lösungsverfahren der Differentialgleichungen. Das Ziel dieser Arbeit ist es ein analytisches Schalltransportmodell zu optimieren, welches für zukünftige Anwender folgende Vorteile mit sich bringt:

- Reduzierung der Mikrofonmesstechnik durch genaue Vorhersage des Schalltransports an verschiedenen axialen Positionen innerhalb der Versuchseinrichtung

- Physikalisch-mathematisch vertiefte Beschreibung akustischer Moden in Turbomaschinenkomponenten

Die Arbeitshypothese dieser Arbeit ist die Weiterentwicklung von analytischen Schalltransportmodellen zur verbesserten Berechnung der Transmission- und Reflexion von Schallmoden an realen Schaufelreihen ohne signifikante Erhöhung der Rechenleistung der Modelle.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird zunächst auf die mathematischen Grundlagen der Schallausbreitung in zylindrischen Rohren, die Modenanalyse und die Modensynthese eingegangen. Dazu wird zunächst in Abschnitt 2.1 die akustische Wellengleichung in Zylinderkoordinaten gelöst. In Abschnitt 2.2 werden die Grundlagen der Radialmodenanalyse mit wandbündig angeordneten Mikrofonarrays erläutert, bevor in Abschnitt 2.3 die Möglichkeit der Modensynthese auf Basis von Monopolquellen mit Hilfe der Greenschen Funktion gezeigt wird. Die mathematischen Herleitungen stellen die theoretische Basis der im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten akustischen Messtechnik her, die in Kap. 4 zusammen mit dem Prüfstand erläutert wird. In Kap. 3 wird das im Rahmen dieser Arbeit implementierte analytische Schalltransportmodell nach Smith (1973) vorgestellt. Desweiteren werden allgemeingültige Ansätze für die Weiterentwicklung der Modelle auf quasi-3d erläutert. In Kap. 5 wird eine Messunsicherheitsbetrachtung der eingesetzten Messverfahren durchgeführt, um die in Kap. 6 diskutierten Messergebnisse unter Berücksichtigung, der in jeder experimentellen Messung auftretenden Messunsicherheit, bewerten zu können. In Kap. 6 wird auf die experimentelle Validierung der weiterentwickelten analytischen Schalltransportmodelle von Koch (1971) und Smith (1973) eingegangen, bevor in Kap. 7 die Schlussfolgerungen gezogen und ein Ausblick gegeben wird.

Kapitel 2

Grundlagen der Ausbreitung von Schallmoden in zylindrischen Kanälen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen erläutert, welche zum Verständnis der später folgenden Analyse der akustischen Messdaten und der Weiterentwicklungsansätze der analytischen Schalltransportmodelle benötigt werden. Die Wellengleichung stellt die Grundlage akustischer Schallausbreitung dar. Dabei wird die akustische Wellengleichung für gleichförmige Strömung nach [Ehrenfried \(2004\)](#) in kartesischen Koordinaten als bekannt angenommen und in Zylinderkoordinaten gelöst. Diese Lösung wird dann für den Fall einer gleichförmig überlagerten Strömung mit Nabenkörper transformiert. Dies ist bei der mathematischen Beschreibung von Schallfeldern in Turbomaschinen-typischen zylindrischen Kanälen notwendig.

2.1 Modenausbreitung in zylindrischen Kanälen

Die akustische Wellengleichung in Gl. (2.1) nach [Ehrenfried \(2004\)](#) beschreibt die Schallausbreitung in einem stationären homogenen Medium mit gleichförmiger Strömung.

$$\frac{1}{c^2} \frac{D^2 p'}{Dt^2} - \nabla^2 p' = 0 \quad (2.1)$$

Für eine drallbehaftete Strömung treten Terme in der Differentialgleichung auf, die eine Trennung der Variablen verhindern. Deshalb wird im Folgenden zunächst das einfachere Problem einer axialen Strömung in Zylinderkoordinaten gelöst. Diese Lösung kann nach ([Tapken 2016](#)) und ([Laguna Trujillo 2016](#)) anschließend durch eine Koordinatentransformation für den Fall einer zusätzlichen Umfangsströmung erweitert werden.

Lösung mit homogener axialer Strömung

Für die Lösungsfindung der Gl. 2.1 wird die Differentialgleichung in Zylinderkoordinaten r , φ und x benötigt. Mit dem Laplace-Operator

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (2.2a)$$

ergibt sich für eine axial gleichförmige Grundströmung folgende Gleichung:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \frac{2M_x}{c} \frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 p'}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial \varphi^2} - (1 - M_x^2) \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial p'}{\partial r} = 0 \quad (2.3)$$

Zur Lösung dieser Differentialgleichung lässt sich ein harmonischer Separationsansatz verwenden. Hierzu muss zunächst für jede Unbekannte eine unabhängige Ausbreitungsfunktion aufgestellt und gefunden werden. Die Lösung der Differentialgleichung erfolgt durch die Multiplikation aller Ausbreitungsfunktionen (Ehrenfried 2004):

$$p'(r, \varphi, x, t) = f(r)g(\varphi)h(x)e^{i\omega t} \quad (2.4)$$

Die Differentialgleichung im Frequenzbereich erhält man durch das Einsetzen der Gl. (2.4) in Gl. (2.3) und nach anschließendem Teilen durch Gl. (2.4).

$$-k^2 - (1 - M_x^2) \frac{h''(x)}{h(x)} + 2ikM_z \frac{h'(x)}{h(x)} - \frac{f''(r)}{f(r)} - \frac{1}{r} \frac{f'(r)}{f(r)} - \frac{1}{r^2} \frac{g''(\varphi)}{g(\varphi)} = 0 \quad (2.5)$$

Demnach sind alle von x abhängigen Terme unabhängig von r und φ . Durch Umformulierungen werden zunächst diese Terme auf die linke Seite und die übrigen Terme auf die andere Seite gestellt. Nur wenn die Gleichung auf der rechten Seite konstant ist, kann die aufgestellte Gleichung für alle φ und x gültig sein. Die Terme mit φ werden auf die gleiche Weise isoliert, indem die gesamte Gleichung mit r^2 multipliziert wird. Somit erhält man folgende zwei Differentialgleichungen.

$$(1 - M_x^2) \frac{h''(x)}{h(x)} - 2ikM_z \frac{h'(x)}{h(x)} = -\alpha^2 \quad (2.6a)$$

$$\frac{g''(\varphi)}{g(\varphi)} = -\nu^2 \quad (2.6b)$$

Werden die Konstanten in Gl. (2.6a) und Gl. (2.6b) in Gl. (2.5) eingesetzt und diese mit r^2 multipliziert, so erhält man die letzte fehlende Gleichung für r .

$$r^2 \frac{f''(r)}{f(r)} + r \frac{f'(r)}{f(r)} + \beta^2 r^2 - \nu^2 = 0 \quad (2.7)$$

Damit folgt als zusätzliche Bedingung

$$\beta^2 = k^2 - \alpha^2 \quad (2.8)$$

Die aufgestellten Gleichungen stellen lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung dar, weshalb hierfür der Exponentialansatz $g(\varphi) = e^{-i\lambda\varphi}$ auf die folgende Lösung führt (Ehrenfried 2004):

$$g(\varphi) = A_2 e^{-iv\varphi} + B_2 e^{iv\varphi} \quad (2.9)$$

Die Randbedingung ist eine periodische Randbedingung mit $g(0) = g(2\pi)$ und $g'(0) = g'(2\pi)$. Um diese zu erfüllen muss v ganzzahlig sein. Die Lösung der Gleichung gilt somit für eine periodische Funktion mit einer beliebigen Anzahl Perioden m über den Umfang, wobei m als Umfangsmodenordnung bezeichnet wird (Ehrenfried 2004).

Die vereinfachte Lösung, bei dem auch negative Zahlen für m zugelassen werden, lautet damit:

$$g(\varphi) = A_2 e^{-im\varphi} \quad \text{mit} \quad m \in \mathbb{Z} \quad (2.10)$$

Die Gl. (2.7) stellt eine Form der Besselschen Differentialgleichung mit

$$f(r) = A_1 J_m(\beta r) + B_1 Y_m(\beta r) \quad (2.11)$$

dar. Der erste Term $J_m(\beta r)$ ist die Bessel-Funktion erster Gattung. Der zweite Term $Y_m(\beta r)$ die Neumann-Funktion. Für ganzzahlige m sind diese Funktionen linear unabhängige Lösungen, die in Abb. ((2.1) und (2.2)) für $m = 0$ bis $m = 3$ dargestellt sind.

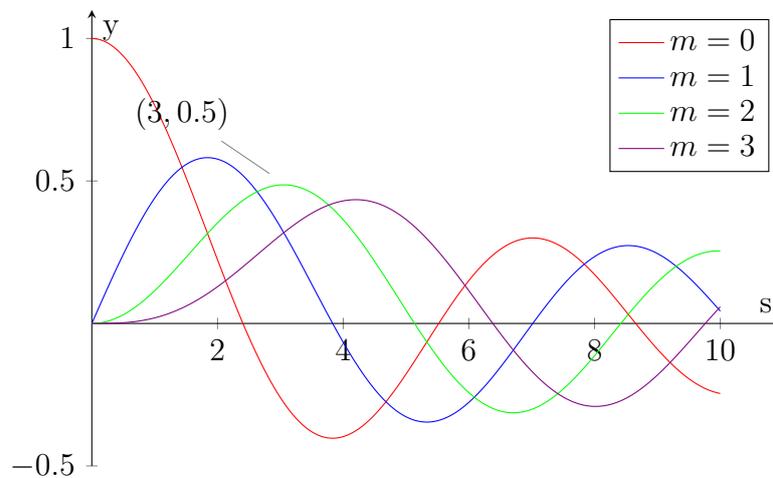


Abbildung 2.1: Besselfunktionen der 0-ten bis 3-ten Ordnung

Die beiden Konstanten (A_1, B_1) in Gl. (2.11) können mit den bekannten Randbedingungen bestimmt werden. Wird die Schallausbreitung in einem Rohr ohne Nabe gesucht, muss aufgrund der Singularität der Neumann-Funktion für $B_1 = 0$ gelten. Bei der Rohrwand handelt es sich um eine schallharte Wand, womit die Schallschnelle u'_r in Richtung der Wand gleich Null sein muss. Die Randbedingungen an Gehäuse und Nabe lauten für diesen Fall:

$$u'_r(R_a) = 0 \quad \text{und} \quad u'_r(R_i) = 0 \quad (2.12)$$

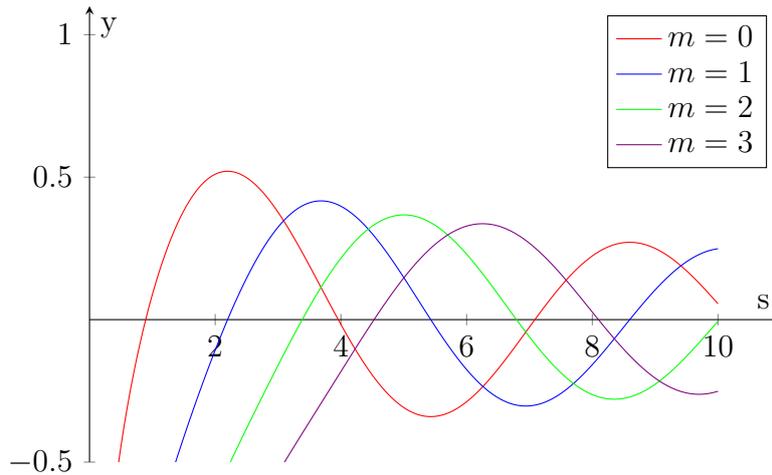


Abbildung 2.2: Neumannfunktionen der 0-ten bis 3-ten Ordnung

$$\frac{\partial p'}{\partial r}(R_a) = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial p'}{\partial r}(R_i) = 0 \quad (2.13)$$

Somit ergibt die erste Randbedingung aus Gl. (2.13) die fehlende Bestimmungsgleichung für $f_{mn} = \beta R_a$.

$$J'_m(\beta R_a) = J'_m(f_{mn}) = 0 \quad (2.14)$$

Die Extremalstellen f_{mn} bezeichnen die n -te Extremstelle der Bessel-Funktion m -ter Ordnung. Die Lösung hängt somit von zwei Ordnungszahlen m und n ab. Die Radialmodenordnung n gibt in diesem Fall die Anzahl der Knoten der Schalldruckverteilung über den Radius an (Ehrenfried 2004).

Für den Fall mit Nabe ergeben sich mit dem Nabenverhältnis $\sigma = R_i/R_a$ folgende zwei Randbedingungen. $Q_{mn} = B_1/A_1$ ist der Quotient der Amplituden.

$$J'_m(f_{mn}) + Q_{mn} Y'_m(f_{mn}) = 0 \quad (2.15a)$$

$$J'_m(\sigma f_{mn}) + Q_{mn} Y'_m(\sigma f_{mn}) = 0 \quad (2.15b)$$

Demnach gilt die Bestimmungsgleichung für f_{mn} und Q_{mn} .

$$J'_m(f_{mn}) Y'_m(\sigma f_{mn}) + J'_m(\sigma f_{mn}) Y'_m(f_{mn}) = 0 \quad (2.16a)$$

$$Q_{mn} = \frac{J'_m(f_{mn})}{Y'_m(f_{mn})} \quad (2.16b)$$

Somit ist die Lösung für die Ausbreitungsfunktion in Abhängigkeit des Radius r

$$f(r) = A_1 \left(J_m\left(f_{mn} \frac{r}{R_a}\right) - Q_{mn} Y_m\left(f_{mn} \frac{r}{R_a}\right) \right) = A_1 \Phi_{mn}(r) \quad (2.17)$$

,wobei $\Phi_{mn}(r)$ eine Eigenfunktion der Differentialgleichung, f_{mn} die dimensionslose radiale Wellenzahl und β_{mn} die dimensionsbehaftete radiale Wellenzahl ist.

Zur Lösung der Gleichung für die Ausbreitungsfunktion von x , wird der Exponentialansatz $h(x) = e^{i\lambda x}$ in Gl. (2.6a) eingesetzt.

$$\lambda^2 - \frac{kM_x}{1 - M_x^2}\lambda - \frac{\alpha_{mn}^2}{1 - M_x^2} = 0 \quad (2.18)$$

λ ist die Wellenzahl in axialer Richtung und wird im Folgenden als k_{mn} bezeichnet. Mit Hilfe der p-q-Formel lässt sich Gl. (2.18) nach k_{mn} beschreiben.

$$k_{mn}^{\pm} = \frac{kM_x \pm \sqrt{k^2 - (1 - M_x^2)\beta_{mn}^2}}{1 - M_x^2} \quad (2.19)$$

Dabei wird Ausbreitung in positive Achsrichtung (+) und die zweite die Ausbreitung entgegen der Achsrichtung (−) beschrieben. Hierfür ergeben sich zwei linear unabhängige Lösungen:

$$h(x) = A_3 e^{ik_{mn}^+ x} + B_3 e^{ik_{mn}^- x} \quad (2.20)$$

Durch die Superposition der Teillösungen für eine Mode (m, n) wird die Überlagerung aller Moden mit folgender Gleichung beschrieben.

$$p'(r, \varphi, x, t) = \sum_{m,n} \left(A_{mn}^+ e^{ik_{mn}^+ x} + A_{mn}^- e^{ik_{mn}^- x} \right) f_{mn}(\beta_{mn} r) e^{-im\varphi} e^{i\omega t} \quad (2.21)$$

Lösung mit Drall

Nach (Tapken 2016) und (Laguna Trujillo 2016) ergibt sich für den Fall eines Festkörperswirbels die Lösung durch eine Koordinatentransformation vom bewegten in das unbewegte Koordinatensystem. Demnach wird angenommen, dass sich ein linearer Zusammenhang für die Umfangsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Radius besteht.

$$u_{\varphi}(r) = \frac{M_{\varphi} c}{R_a} r \quad (2.22)$$

Die mit R indizierten Größen stellen Größen im ruhenden Koordinatensystem dar, während die Größen im bewegten Bezugssystem mit B gekennzeichnet sind. Die Umfangsströmung wird über die gesamte Rohrlänge als konstant angesehen. Aufgrund des Relativitätsprinzips muss die Lösung auch im bewegten Koordinatensystem gültig sein. Die Schalldruckverteilung muss in beiden Systemen gleich sein (Ehrenfried 2004).

$$p'_B(r, \varphi_B, x, t) = p'_R(r, x, \varphi_R, t) \quad (2.23)$$

$$\varphi_R = \varphi_B + \frac{M_{\varphi} c}{R_a} t \quad (2.24)$$

Bei Einsatz der Bedingung (2.23) in

$$p'(r, \varphi, x, t) = \sum_{m,n} \left(A_{mn}^+ e^{ik_{mn}^+ x} + A_{mn}^- e^{ik_{mn}^- x} \right) f_{mn}(\beta_{mn} r) e^{-im\varphi} e^{i\omega t} \quad (2.25)$$

ergibt sich für die Terme:

$$k_{mn,B}^{\pm} x + \omega_B t - m\varphi_B = k_{mn,R}^{\pm} x + \omega_R t - m\varphi_R \quad (2.26a)$$

Setzt man die Bedingung (2.26a) in Gl. (2.24) ein ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den Kreisfrequenzen im bewegten und ruhenden System.

$$\omega_B = \omega_R - \frac{mM_{\varphi}c}{R_a} = kc - \frac{mM_{\varphi}c}{R_a} \quad (2.27)$$

Mit Gl. (2.27) in Gl. (2.26a) ergibt sich, dass die axiale Wellenzahl im ruhenden identisch der im bewegten System ist. Da die Lösung erfolgt durch Ersetzen von ω_B nach Gl. (2.27).

$$\begin{aligned} k_{mn,R}^{\pm} = k_{mn,B}^{\pm} &= \frac{\frac{\omega_B}{c} M_x \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_B}{c}\right)^2 - (1 - M_x^2)\beta_{mn}^2}}{1 - M_x^2} \\ &= \frac{\left(k - \frac{mM_{\varphi}}{R_a}\right) M_x \pm \sqrt{\left(k - \frac{mM_{\varphi}}{R_a}\right)^2 - (1 - M_x^2)\beta_{mn}^2}}{1 - M_x^2} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Cut-Off Bedingung

Damit existiert für jede Raumrichtung eine Ausbreitungsfunktion und das Gesamtschallfeld ergibt sich aus der Überlagerung von unendlich vielen $[m, n]$ -Moden (Ehrenfried 2004). Die Moden sind ausbreitungsfähig, solange der Wurzelterm in (2.28) unter der Wurzel größer oder gleich Null ist. Wird der Wurzelterm negativ, so wird der Wurzelterm imaginär und die zugehörige Mode klingt exponentiell ab. Somit ist jede Mode erst ab einer bestimmten Anregungsfrequenz ausbreitungsfähig. Diese wird als Cut-Off Frequenz bezeichnet (Ehrenfried 2004). Für den Fall mit Strömung erhält man den folgenden einfachen Zusammenhang:

$$f_{[mn]_{Cut-Off}} = \frac{a_0}{2\pi} \cdot \sqrt{(1 - M_x^2) \cdot \left(\frac{\beta_{mn}}{R_a}\right)^2} - M_{\varphi} \cdot \frac{m}{R_a} \quad (2.29)$$

In Abb.2.3 ist die Schalldruckverteilung der Moden $[\pm 4, 0]$, $[\pm 4, 1]$ und $[\pm 4, 2]$ dargestellt. Die modalen Wellenfronten breiten sich auf einer spiralförmigen Bahn um die Kanalachse herum aus. Ein positiver Schalldruck ist dabei rot dargestellt, ein negativer Schalldruck blau. Den Darstellungen kann man entnehmen, dass m auch die Anzahl der Linien durch den Mittelpunkt angibt, während n die Anzahl der Knotenringe um den Mittelpunkt festlegt. Anders ausgedrückt bezeichnet die Modenordnung m die Anzahl der Perioden über den Umfang.

Der Fall einer exponentiell abklingenden Schallmode ist exemplarisch in Abb. 2.4 für die Mode $[+4, 0]$ dargestellt.

Für eine Drallströmung verschieben sich die Cut-Off Frequenzen proportional zur Umfangsmodenordnung, so dass sich mehr Moden entgegen und weniger Moden in Richtung der Drallströmung ausbreiten (Tapken 2016). Dies ist in Abb. 2.5 am

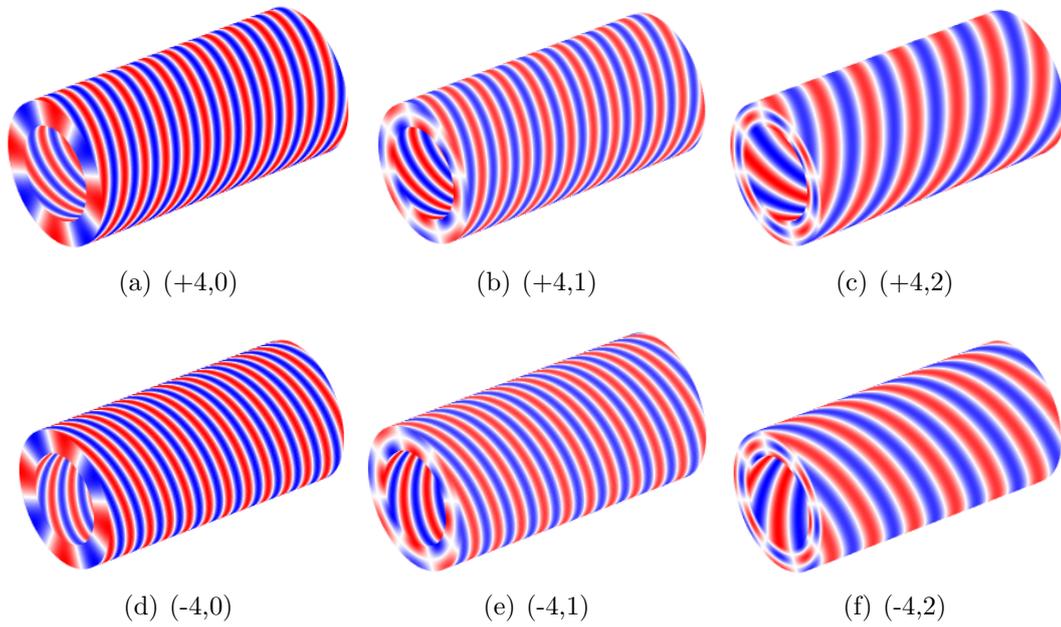


Abbildung 2.3: Stromab (+) laufend rotierende Schallmoden der Umfangsmodenordnung $m = 4$ in einem zylindrischen Kanal mit Nabenkörper, $M_x = 0.19$, $\sigma = 0.66$ und $T = 300K$

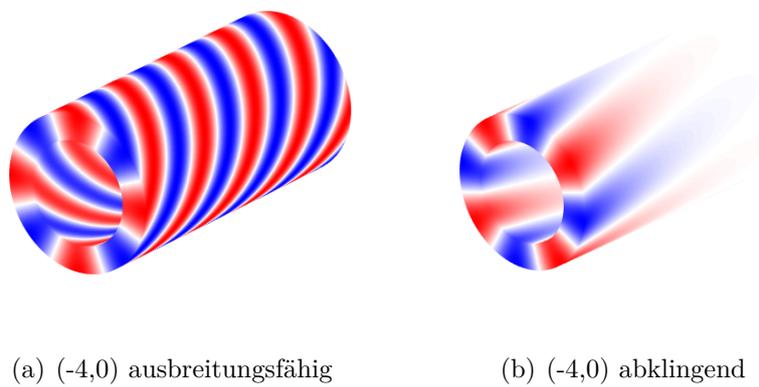


Abbildung 2.4: Stromab (+) laufend rotierende Schallmode der Umfangsmodenordnung $m = 4$ in einem zylindrischen Kanal mit Nabenkörper, $M_x = 0.19$, $\sigma = 0.66$ und $T = 300K$, Anregungsfrequenz $f > \text{Cut-Off Frequenz (li.)}$ und $f < \text{Cut-Off Frequenz (re.)}$

Beispiel eines Ringkreiskanals mit Nabenkörper visualisiert. Am Gehäuse betragen die axiale Mach-Zahl $M_x = 0.19$ und die Mach-Zahl in Umfangsrichtung $M_\varphi = 0.3$. Das ausbreitungsfähige Modenspektrum der Cut-Off Frequenzen ist bei $[m,n] = [0,0]$ gekippt. Bei einer Anregungsfrequenz von $f = 3000 \text{ Hz}$ ergeben sich beispielsweise als höchste und niedrigste Umfangsmodenordnung $m = 9$ bzw. $m = -17$ im Vergleich zur drallfreien Strömung mit $m = \pm 11$.

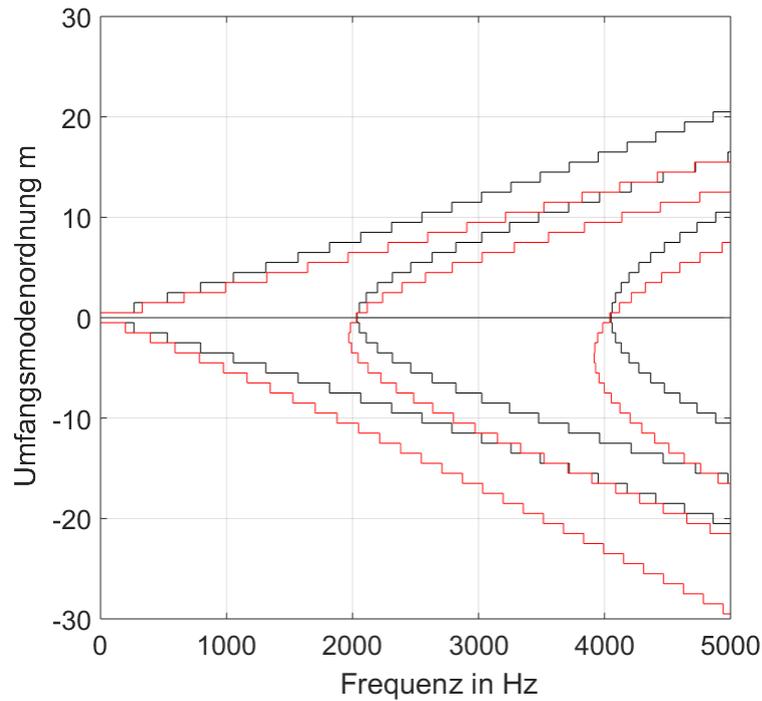


Abbildung 2.5: Einfluss von Strömungsdrall auf die Cut-Off Frequenzen in einem Kanal mit Nabenverhältnis $\sigma = 0.66$ und einer Mach-Zahl von $M_x = 0.19$. Die Berechnung erfolgt für eine Festkörperdrallströmung mit einer Mach-Zahl von $M_\varphi = 0.3$, drallbehaftet (rot) und drallfrei (schwarz)

2.2 Experimentelle Modalanalyse

Die akustische Modalanalyse basiert auf der Lösung der Wellengleichung, der zufolge eine Schallwelle im Strömungskanal in einer unendlichen Menge akustischer Moden existieren kann. Nur eine endliche Menge dieser Moden ist ausbreitungsfähig, während alle weiteren Moden exponentiell abklingen. Im Kanalquerschnitt wird die Mode durch eine Eigenfunktion mit zugehörigen Ordnungszahlen m und n gekennzeichnet (Tapken 2016).

Zweck der Modalanalyse ist die Zerlegung eines gemessenen Schallfelds in ihre modalen Anteile. Hierfür muss das ausbreitungsfähige Schallfeld auf einem Messgitter abgetastet werden. Die Mikrofone können entweder auf einem Radialrechen oder wandbündig in einem Mikrofonarray appliziert werden (Tapken 2016) und (Laguna Trujillo 2016).

Im Rahmen dieser experimentellen Studie können die aufgezeichneten Schalldrucksignale eindeutig einem Zeitpunkt über das Referenzsignal zugeordnet werden, daher werden in diesem Abschnitt die direkten Modenanalyseverfahren beschrieben. Die vorgestellten Analysetechniken haben den Vorteil, dass durch Turbulenz verursachte Schalldruckschwankungen herausgemittelt werden können. Die Umfangsmodenanalyse (UMA) ist in der Triebwerksakustik ein Standardverfahren, da sie mit relativ geringem Analyseaufwand wichtige Aussagen hinsichtlich dominanter Schallmoden im Schallfeld zulässt (Tapken 2016). Die an die UMA anschließende Radialmodenanalyse (RMA) zerlegt das Schallfeld vollständig, sodass die relativen Modenamplituden m und n und deren Schalleistung bestimmt werden kann (Tapken 2016).

2.2.1 Räumliche Fouriertransformation

Das Schallfeld im Triebwerk setzt sich aus der Überlagerung einer großen Anzahl von Moden zusammen. Diese harmonischen Schwingungen bestehen aus rotierenden oder stehenden Wellen in Umfangsrichtung. Aus diesem Grund werden die Umfangsmoden im ersten Schritt durch eine räumliche Fouriertransformation ermittelt (Ehrenfried 2004).

$$p'(r, \varphi, x, t) = \sum_{m,n} \left(A_{mn}^+ e^{ik_{mn}^+ x} + A_{mn}^- e^{ik_{mn}^- x} \right) f_{mn}(\beta_{mn} r) e^{-im\varphi} e^{i\omega t} \quad (2.30)$$

Die obige Gleichung (2.30) lässt sich über alle Radialmodenordnungen n aufsummieren. Die Amplitude A_m der gesamten aus allen Radialmodenanteilen n zusammengesetzten Umfangsmode m .

$$p'_m(r, \varphi, x, t) = A_m(r, x) e^{-im\varphi} e^{i\omega t} \quad (2.31)$$

$$A_m(r, x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_{mn}(\beta_{mn} r) \left(A_{mn}^+ e^{ik_{mn}^+ x} + A_{mn}^- e^{ik_{mn}^- x} \right) \quad (2.32)$$

Die Schalldruckverteilung zu einem Zeitpunkt $t = 0$ ergibt sich die Summation über alle Umfangsmodenordnungen m . Eine räumliche und zeitliche Fouriertransformation

ermöglicht die Lösung der komplexen Amplituden (wobei x und r konstant bleiben) mit (2.34).

$$p'(r, \varphi, x) = \sum_m A_m(r, x) e^{-im\varphi} \quad (2.33)$$

$$A_m(r, x) = \frac{1}{N_\varphi} \sum_{l=1}^{N_\varphi} p'(r, \varphi = 2\pi l/N_\varphi, x) e^{-im \frac{l}{N_\varphi} 2\pi} \quad (2.34)$$

Durch eine zeitliche Fouriertransformation wird das Messsignal zuvor in seine harmonischen Komponenten zerlegt. Für diese Auswertesystematik ist die Messung von Schalldruckspektren durch N_φ -Mikrofonen vorausgesetzt, welche auf einer Kreislinie (x, φ) mit äquidistantem Abstand δ_ϕ angeordnet sind (Tapken 2016). Realisieren lässt sich dies am einfachsten in einem ringförmigen Aufbau der Mikrofone an der Kanalaußenwand, bei dem das Mikrofon bündig mit der Kanalwand abschließt (Enghardt et al. 2002). Die höchste bestimmbare Modenordnung ergibt sich aus der Anzahl der Messpunkte zu $m \geq \frac{N_\phi}{2}$ (Nyquist-Shannon Abtasttheorem). Hiernach sind für Messungen bei hohen Frequenzen mit entsprechend hohen Modenordnungen eine große Anzahl von Sensoren erforderlich.

Eine quantitative Bestimmung der transportierten Schalleistung von Moden ist durch die UMA allein nicht möglich. Hierfür ist zunächst die weitere modale Zerlegung in die jeweiligen Radialmoden notwendig, sodass jede einzelne Mode $[m, n]$ durch eine Amplitude A_{mn} charakterisiert werden kann. Wenn der radiale Schalldruckverlauf bzw. die Amplituden A_m über den Radius bekannt ist, kann die RMA direkt durch eine Hankel-Transformation erfolgen. Da akustische Messungen mithilfe eines solchen Rechens die Qualität wie oben beschrieben negativ beeinflusst, kommen wandbündig eingebaute Mikrofone auf mehreren axial angeordneten Messringen zum Einsatz. Zur Ermittlung der modalen Amplituden ist dann die Lösung eines linearen Gleichungssystems notwendig, das im Folgenden beschrieben wird (Tapken 2016) und (Laguna Trujillo 2016).

2.2.2 Lineares Gleichungssystem

Aus der Gleichung (2.32) kann das lineare Gleichungssystem (2.35) abgeleitet werden. Durch Invertieren der Matrix M wird diese Gleichung gelöst. Hierbei handelt es sich, aufgrund einer üblicherweise hohen Sensoranzahl bei akustischen Messungen, um eine numerisch aufwendige Berechnung (Enghardt et al. 2002).

$$\vec{A}_m = M \cdot \vec{A}_{mn} \quad (2.35)$$

Aus dem Gleichungssystem ist zu erkennen, dass nicht mehr Amplituden A_{mn}^+ und A_{mn}^- bestimmt werden können, als verschiedene Sensorpositionen vorhanden sind. Jede Zeile des Gleichungssystem beschreibt die Gleichung für eine Sensorposition (r, x)

(Tapken 2016) und (Laguna Trujillo 2016) .

$$\begin{pmatrix} A_m(x_0, r_0) \\ A_m(x_0, r_1) \\ \vdots \\ A_m(x_1, r_0) \\ \vdots \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} A_{m,0}^+ \\ A_{m,0}^- \\ \vdots \\ A_{m,n}^+ \\ A_{m,n}^- \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Dabei ist die Matrix M definiert mit:

$$M = \begin{pmatrix} f_{m,0} \left(\beta_{m,0} \frac{r_0}{R} \right) e^{ik_{m,0}^+ x_0} & f_{m,0} \left(\beta_{m,0} \frac{r_0}{R} \right) e^{ik_{m,0}^+ x_0} & \dots & f_{m,n} \left(\beta_{m,n} \frac{r_0}{R} \right) e^{ik_{m,n}^- x_0} & \dots \\ f_{m,0} \left(\beta_{m,0} \frac{r_1}{R} \right) e^{ik_{m,0}^+ x_0} & \dots & & & \\ \vdots & \ddots & & & \\ f_{m,0} \left(\beta_{m,0} \frac{r_0}{R} \right) e^{ik_{m,0}^+ x_1} & \dots & & & \\ \vdots & \ddots & & & \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

Das Gleichungssystem ist in vielen Fällen überbestimmt, da die Anzahl der zu ermittelnden Amplituden geringer als die Zahl der Gleichungen ist. Aus diesem Grund bietet sich als Lösungsverfahren die Methode der kleinsten Fehlerquadrate an (Tapken 2016).

Die Anzahl der Zeilen der Eigenwertematrix (2.36) entspricht der Anzahl der Mikrofonringe. Im Folgenden wird beispielhaft der Fall für vier Mikrofonringe näher betrachtet. Die Anzahl der Spalten ist wiederum von der Anzahl der auszuwertenden Radialmoden abhängig, kann die Anzahl der Zeilen aber nicht übersteigen. In dem hier betrachteten Fall werden die ersten beiden Radialmodenordnungen $n = 0$ und $n = 1$ berücksichtigt. Durch die zwei möglichen axialen Ausbreitungsrichtungen ergeben sich somit vier Spalten. Es ist auch möglich, nur die Amplitude der ersten radialen Modenordnung $n = 0$ zu bestimmen. In diesem Fall ist die Eigenwertematrix nicht mehr quadratisch, sondern besteht aus vier Zeilen und zwei Spalten. Der Vektor der Umfangsmodenamplituden A_m ergibt sich zu

$$A_m = \begin{bmatrix} A_m(x_0, r_0) \\ A_m(x_0, r_1) \\ A_m(x_1, r_0) \\ A_m(x_1, r_1) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

und die Radialmodenamplituden A_{mn} somit zu

$$A_{mn} = \begin{bmatrix} A_{m,0}^+ \\ A_{m,0}^- \\ A_{m,1}^+ \\ A_{m,1}^- \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

Das Vorzeichen in den hochgestellten Indizes der Radialmodenamplituden A_{mn} gibt die axiale Ausbreitungsrichtung der Mode an.

Der Aufbau der Eigenwertmatrix (2.36) gestaltet sich für rein axial oder rein radial angeordnete Mikrofonringe analog. In solchen Fällen ergibt sich nur eine radiale bzw. axiale Koordinate r_i bzw. z_i . Die Reihenfolge der Matrixelemente bzw. der linearen Gleichungen ist beliebig, jedoch muss dann die Reihenfolge der Elemente in den Vektoren der Umfangsmodenamplituden und der Radialmodenamplituden dementsprechend angepasst werden. In dieser Arbeit wird die Anordnung der Matrixelemente wie in der Darstellung (2.36) gewählt.

Um ein möglichst dichtes Netz an Messpunkten zur Analyse des modalen Schallfelds zu erreichen und gleichzeitig die eingesetzte Mikrofonanzahl zu reduzieren, werden üblicherweise traversierbare Messsysteme im Experiment eingesetzt. Durch die Rotation der Mikrofonarrays um die Kanalachse, kann ein beliebig gewähltes Netz an Messpositionen über den Umfang erzeugt werden. Dadurch ist die höchste auflösbare Umfangsmodenordnung m nicht mehr durch die im Experiment zur Verfügung stehende Mikrofonanzahl oder dem Bauraum, sondern durch die zur Verfügung stehende Messzeit limitiert.

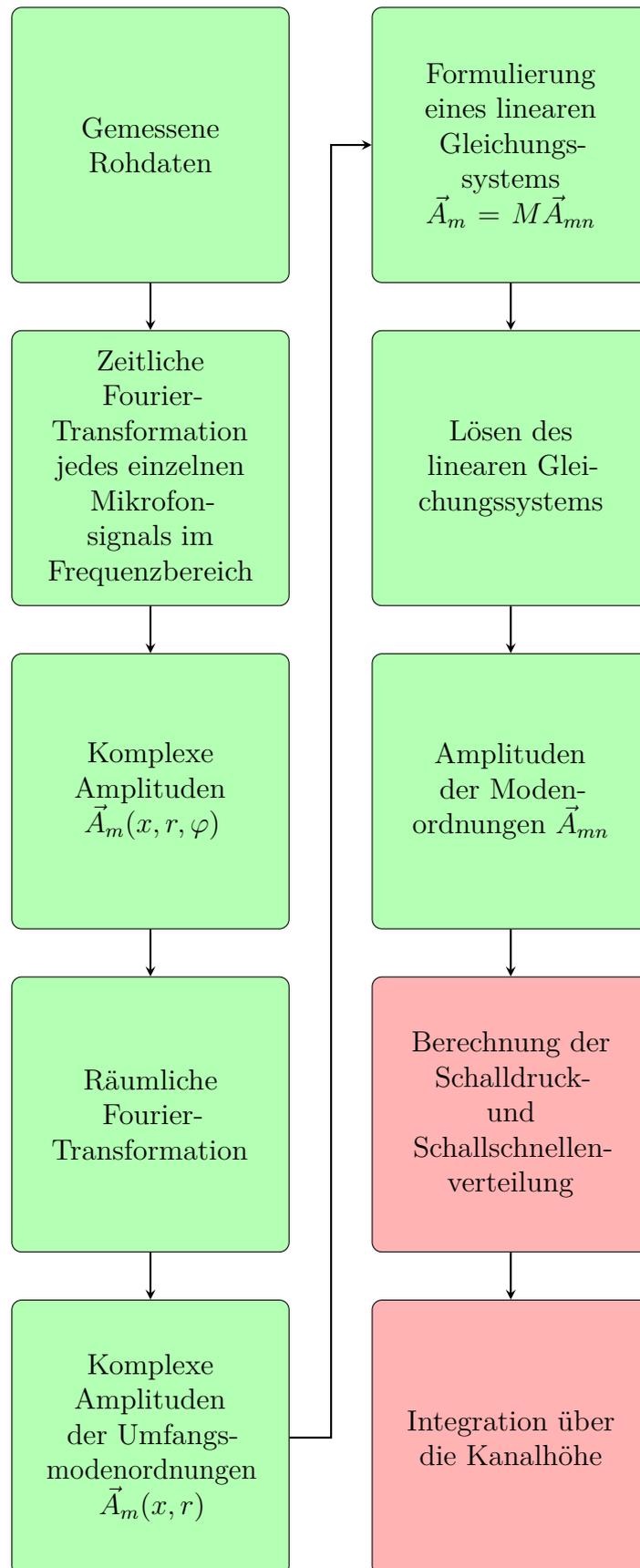


Abbildung 2.6: RMA-Prozedur, aus (Mumcu et al. 2016)

2.2.3 Modale Schalleistung

Ein wichtiger letzter Schritt ist die Bestimmung der modalen Schalleistung. Die Schalleistung in einem Kanalquerschnitt an einer beliebigen axialen Position x lässt sich durch Integration des Produktes aus Schalldruck und der Schallschnelle in axialer Richtung berechnen (Tapken 2016).

$$\begin{aligned} P_{mn} &= \int_A p'(r, \varphi, x = x_0) \underline{u}'_x(r, \varphi, x = x_0) dA \\ &= \int_{R_i}^{R_a} \int_0^{2\pi} p'(r, \varphi, x = x_0) \underline{u}'_x(r, \varphi, x = x_0) r dr d\varphi. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Der Schalldruck wird mit Gl. (2.30) beschrieben. Da die Amplituden komplexe Größen sind, muss die komplex konjugierte des Schalldrucks und der Schallschnelle verwendet werden. Die Schallschnelle kann nach Tapken (2016) dann über die Euler-Gleichung aus dem bekannten Schalldruck berechnet werden.

$$u'_x = -\frac{k_{mn}^+}{\omega \rho_0} p' \quad (2.41)$$

Das Integral in (2.40) vereinfacht sich zu

$$\begin{aligned} P_{mn}^+ &= -\frac{2\pi k_{mn}^+}{\omega \rho_0} \int_{R_i}^{R_a} \hat{p}_{mn}^+(r, \varphi, x = x_0) \hat{p}_{mn}^+(r, \varphi, x = x_0) r dr \\ &= -\frac{2\pi k_{mn}^+}{\omega \rho_0} A_{mn}^2 \int_{R_i}^{R_a} f_{mn}^2 \left(\beta_{mn} \frac{r}{R} \right) r dr \\ &= -\frac{2\pi k_{mn}^+}{\omega \rho_0} A_{mn}^2 \Lambda_{mn} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Die Gleichung gilt sowohl für ein ruhendes als auch für ein strömendes Medium. Je nachdem welche axiale Wellenzahl k_{mn} verwendet wird. Der Term innerhalb des Integrals kann als Orthogonalitätsbeziehung der Bessel-Funktionen erkannt werden. Das Ergebnis ist in Tabellenwerken zu finden, hängt von der Kanalgeometrie ab und wird hier als Λ_{mn} dargestellt.

2.3 Experimentelle Modensynthese

Das Ziel der synthetischen Schallmodengenerierung mittels eines Lautsprecherarrays ist die gezielte Anregung einzelner Moden. Für geringe Messunsicherheiten ist ein möglichst hoher Signal-Rausch-Abstand zu weiteren mitangeregten Moden wichtig. Dies kann durch die Verwendung räumlich geschickt angeordneter Schallquellen mit exakt gesteuerten Anregungssignalen gewährleistet werden (Tapken 2016). Durch destruktive Interferenz werden so mitangeregte Schallmoden in ihrer Schalleistung unterdrückt.

Werden einzelne Moden mit solch eines optimierten synthetischen Modengenerators generiert, können hochgenaue Untersuchungen zur Schallausbreitung, insbesondere zur Validierung von analytischen oder numerischen Berechnungsverfahren, durchgeführt werden (Tapken 2016).

Standardmäßig wird das durch einen Lautsprecher in einem zylindrischen Rohr synthetisch angeregte Schallfeld analytisch mithilfe der Green'schen Funktion einer punktförmigen Monopolquelle beschrieben (Tapken 2016). Diese gibt an, welche Auswirkungen eine Quelle an einem Ort auf den Schalldruck an einem anderen Ort hat. Konkret kann so zum Beispiel ein Zusammenhang zwischen einer Schallquelle, welches aus mehreren Monopolquellen besteht, und dem von einem Mikrofon aufgenommenen Schalldruck hergestellt werden (Tapken 2016). Ist die Schalldruckverteilung bekannt, so kann man hieraus schließen, dass umgekehrt auch detailliert Aussagen über die Quelle gefunden werden können (Tapken 2016). Somit kann diese Methode physikalisch als inverse Modalanalyse, die im vorherigen Abschnitt erläutert wurde, beschrieben werden. Das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem gilt sozusagen umgekehrt und das lineare Gleichungssystem muss mindestens vollständig bestimmt sein. Für die gezielte Anregung einer Umfangsmode m werden somit mindestens die doppelte Anzahl an Monopolquellen über den Rohrumfang verteilt benötigt. Für die Kontrolle höherer Radialmodenordnung $n > 0$ werden demnach mehrere axial angeordnete Ringe von Monopolquellen benötigt (Tapken 2016).

2.3.1 Schallausbreitung von Monopolquellen

Zur Berechnung des durch eine Quellverteilung angeregten Schallfelds wird standardmäßig die Hilfe der Green'schen Funktion verwendet (Tapken 2016). Die Lösungen für Greensche Funktionen in zylindrischen Rohren finden sich in vielen Lehrbüchern. Für die ausführliche Herleitung der Lösung der Green'schen Funktion zur Beschreibung des durch eine punktförmige Monopolquelle angeregten Schallfelds wird auf (Goldstein 1976) verwiesen. Die im Folgenden präsentierte mathematische Beschreibung der Green'schen Funktion orientiert sich an (Goldstein 1976) und gilt für ein zylindrisches Rohr mit Nabe.

Die akustische Wellengleichung in Zylinderkoordinaten mit gleichförmiger axialer Strömung in inhomogener Form auf der linken Seite und mit einem Dirac-Impuls als Quellterm auf der rechten Seite bildet den Grundstein der im Folgenden ausgeführten Herleitung. Nach (Goldstein 1976) ergibt sich die inhomogene Differentialgleichung für die Greensche Funktion $g(\vec{x}, \vec{x}_s, t, t_s)$ im Zeitbereich zu:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \frac{2M_x}{c} \frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 p'}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial \varphi^2} - (1 - M_x^2) \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial p'}{\partial r} = -\delta(\vec{x} - \vec{x}_s) \delta(t - t_s) \quad (2.43)$$

Die Vektoren \vec{x} und \vec{x}_s enthalten die drei Koordinaten r , φ und x . Für die Überführung der Differentialgleichung in den Frequenzbereich wird eine Fourier-Transformation angesetzt:

$$-k^2 G_w + 2ikM_x \frac{\partial G_w}{\partial x} - \frac{\partial^2 G_w}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 G_w}{\partial \varphi^2} - (1 - M_x^2) \frac{\partial^2 G_w}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial G_w}{\partial r} = -\delta(\vec{x} - \vec{x}_S) \quad (2.44)$$

Das Modenfeld setzt sich aus der Superposition einzelner Moden $[m, n]$ zusammen und wird durch die r und φ abhängigen Terme beschrieben. Diese Eigenfunktionen sind bereits aus der Lösung der homogenen Wellengleichung aus Abschnitt 2.2. bekannt. Für G_w wird folgender Ansatz gewählt

$$G_w = \sum_{m,n} F_{mn}(x) \beta_{mn}(r, \varphi) = \sum_{m,n} F_{mn}(x) \beta_{mn}(r) e^{im\varphi} \quad (2.45)$$

$$F_{mn}(x) = \frac{i\beta_{mn}(r_S, \varphi_S)}{4\pi R_a^2 \Lambda_{mn} \sqrt{k^2 - (1 - M_x^2)^2} \beta_{mn}^2} e^{ik_{mn}^\pm(x-x_S)} \quad (2.46)$$

Durch Einsetzen in Gl. (2.45) erhält man die gesuchte Greensche Funktion im Frequenzbereich:

$$G_w(x', x'_S) = \frac{i}{4\pi R_a^2} \sum_{m,n} \frac{\beta_{mn}(r, \varphi) \beta_{mn}(r_S, \varphi_S)}{\Lambda_{mn} \sqrt{k^2 - (1 - M_x^2)^2} \beta_{mn}^2} e^{ik_{mn}^\pm(x-x_S)} \quad (2.47)$$

Durch Einsetzen in Gl. (2.45) erhält man die gesuchte Greensche Funktion im Frequenzbereich:

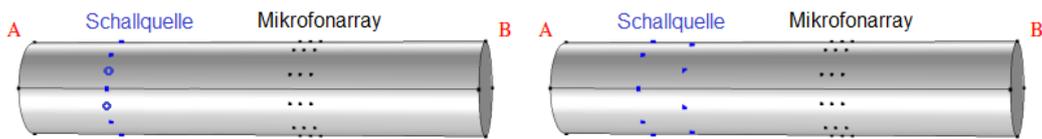
Mit Hilfe dieser Green'schen Funktion wird das von einer punktförmigen Schallquelle angeregte gesamte Schallmodenfeld in einem zylindrischen Kanal mit gleichförmiger Strömung vollständig beschrieben. Demnach ist die Amplitude und Phase jeder Mode von der Position der Schallquelle, der Kanalgeometrie und der Anregungsfrequenz abhängig (Tapken 2016).

Für die Beschreibung von mehreren punktförmigen Schallquellen über den Rohrumfang verteilt kann die angegebene Greensche Funktion ebenfalls gelöst werden. Das Finden der Lösung durch Integration und Aufsummieren der Teillösungen ist allerdings mathematisch komplex. Daher wird die Schallausbreitung durch mehrere über den Rohrumfang verteilte punktförmige Schallquellen, mittels einer numerischen Studie erläutert. Anhand dieser Studie werden die funktionalen Grenzen des einreihigen Rings aus Monopolquellen sowie der Einfluss des gewählten Axialabstands bei einem zweireihigen Ring aus Monopolquellen für die Generierung höherer Radialmodenordnungen erläutert.

Wie bereits in Abschnitt 2.2 beschrieben kann die RMA zur vollständigen Zerlegung des akustischen Schallfelds in Umfangs- und Radialmodenordnungen verwendet werden. Dabei bestimmt die Anzahl der axial angeordneten Mikrofonringe die maximal bestimmbare Radialmodenordnung n im zylindrischen Kanal. Beispielweise können mit 8 axial angeordneten Mikrofonringen, unter Berücksichtigung der stromab- und stromauflaufenden Modenordnungen (Beachtung von Reflexionen), maximale Radialmodenordnungen bis $n = 3$ aufgelöst werden. Dieses Prinzip der Modalanalyse ist für die Modensynthese mittels wandbündig angeordneter Monopolquellen übertragbar.

Es wird angenommen, dass die in Abschnitt 2.2 erläuterte RMA invertierbar ist. Demnach bestimmt das Nyquist-Shannon Abtasttheorem die Anzahl der über den Umfang verteilten Monopolquellen die maximal kontrollierbare Umfangsmodenordnung m . Die Anzahl der axial angeordneten Ringe an Monopolquellen bestimmen wiederum die maximale Anzahl an kontrollierbaren Radialmodenordnungen n .

Das Modell der numerischen Simulation für die Schallausbreitung eines einreihigen und zweireihigen Rings aus Monopolquellen ist in Abb. 2.7 dargestellt und orientiert sich an den geometrischen Gegebenheiten des in dieser Arbeit eingesetzten Versuchsträgers. Der einreihige Ring besteht aus 16 äquidistant über den Umfang verteilten Monopolquellen mit einem Stafflungswinkel von 22.5° . Der zweireihige Ring besteht aus jeweils acht äquidistant über den Rohrumfang angeordneten Monopolquellen mit einem Stafflungswinkel von 45° . Das Modell ist am Eintritt und Austritt (A und B) durch nicht reflektierende Randbedingungen charakterisiert. Die akustische Schallausbreitung wird durch die linearisierten Euler-Gleichungen modelliert und mittels eines Finite-Elemente-Lösers berechnet. Das Schallfeld wird mit drei axial angeordneten Mikrofonringen, die aus jeweils 20 äquidistant über den Umfang verteilten wandbündigen Mikrofonen bestehen, erfasst und anschließend mit der RMA ausgewertet.



(a) Modell für einen einreihigen Ring von Monopolquellen (li.) und einem zweireihigen Lautsprecherring (re.)

Abbildung 2.7: Numerisches Modell zur Berechnung der Schallausbreitung für die Anregung modaler Schallfelder mit einem einreihigen Lautsprecherring (li.) und einem zweireihigen Lautsprecherring (re.)

In Abb. (2.8) wird zur qualitativen Darstellung der Schalldruck entlang des zylindrischen Kanals für die Anregung mit dem einreihigen Lautsprecherring dargestellt. Die Studie bestätigt, dass mit einem einreihigen Lautsprecherring aus 16 Monopolquellen maximale Umfangsmodenordnungen von $m = 7$ kontrolliert angeregt werden können. Eine Kontrolle höherer Umfangsmodenordnungen m bedingt eine Erhöhung der Anzahl an Monopolquellen über den Rohrumfang.

Für die kontrollierte Anregung der Radialmodeordnung n wird ein mehrreihiger Lautsprecherring von Monopolquellen benötigt, welches in Abb. (2.9) dargestellt ist. Hierbei ist der Axialabstand der Lautsprecherringe ein entscheidender Qualitätsparameter für die Kontrolle der Radialmodenordnung n (Mumcu et al. 2016).

In dieser Studie ist der Fokus der Optimierung das Erreichen einer maximalen Schalleistung für die Schallmode $m = 1$ bei einer Anregungsfrequenz von 1270 Hz , welches annähernd 100 Hz über der Cut-Off Frequenz der Schallmode $(1, 1)$ liegt. In dieser Studie werden vier unterschiedliche Axialabstände der Lautsprecherringe Δz untersucht. Die Abb. 2.9 zeigt qualitativ die Schalldruckverteilung der Schallmode $(1, 0)$ und $(1, 1)$ für die vier Axialabstände 50 mm , 150 mm , 250 mm und 350 mm .

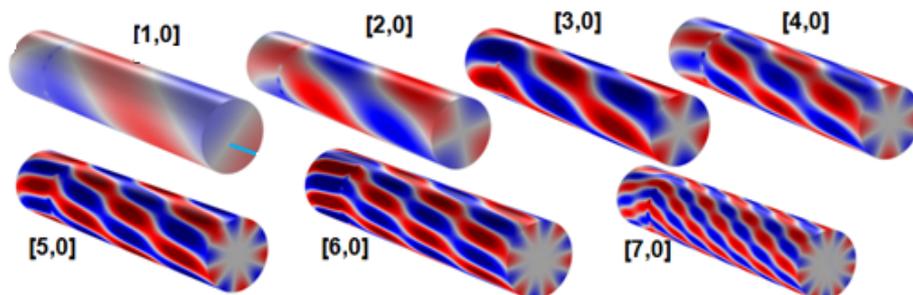


Abbildung 2.8: Kontrollierte Anregung einzelner Schallmoden mit einem einreihigen Lautsprecherring aus 16 äquidistant über den Rohrumfang verteilten Monopolquellen in einem Kanal mit Radius $R = 0.5m$ und axialer Mach-Zahl $M_x = 0.19$

Die Studie zeigt, dass für die Kontrolle der Radialmodenordnung $n = 0$ ein geringer Axialabstand der Lautsprecherringe nachteilig ist. Hier ist eine gezielte Kontrolle der Radialmodenordnung $n = 0$ nicht möglich. Die gezielte Anregung der Radialmodenordnung $n = 1$ ist für alle gewählten Axialabstände möglich. Um eine qualitative Aussage über die Anregung geben zu können, wird die Schallleistung P_{mn} der Schallmode $(1,0)$ und $(1,1)$ mittels RMA berechnet (Mumcu et al. 2016). Der relative Anteil der Schallmode $(1,0)$ an der modalen Gesamtschallleistung berechnet sich mit

$$P_{(1,0),rel} = \frac{P_{(1,0)}}{P_{(1,0)} + P_{(1,1)}}. \quad (2.48)$$

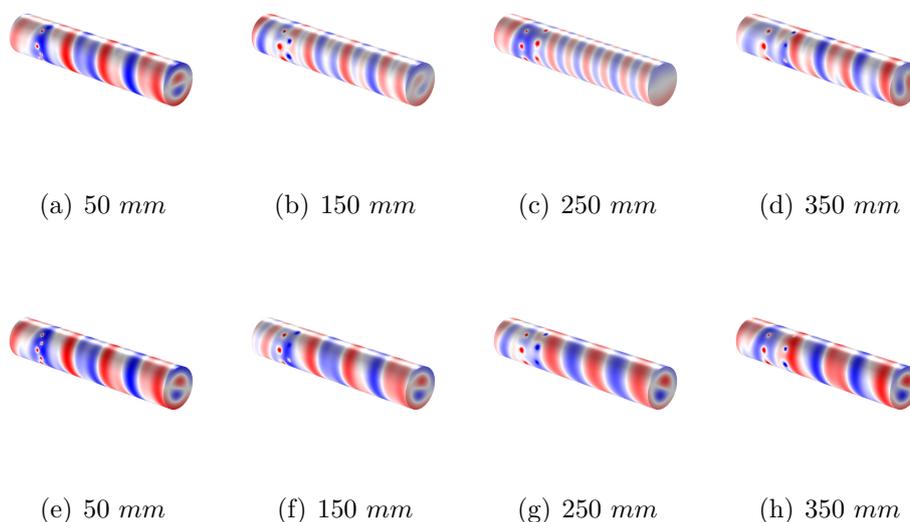


Abbildung 2.9: Schalldruckverteilung einer gezielt angeregten Schallmode $(1,0)$ (oben) und einer gezielt angeregten Schallmode $(1,1)$ (unten) mit einem zweireihigen Lautsprecherring von Monopolquellen (2×8) für verschiedene Axialabstände (a) $50mm$, (b) $150mm$, (c) $250mm$ und (d) $350mm$ (Mumcu et al. 2016)

Abb. 2.10 zeigt die relative Schallleistung der gezielt angeregten Schallmode $(1,0)$ und $(1,1)$. Für eine kontrollierte Anregung der Radialmodenordnung $n = 0$, ist ein

linearer abfallender Verlauf sowohl bei Verringerung als auch bei Vergrößerung des Lautsprecherringabstands um den optimalen Abstand mit 250 mm , zu erkennen. Für alle untersuchten Lautsprecherringabstände ist bei gezielter Anregung die Radialmode $n = 1$ dominant. Dies ist damit zu erklären, dass die gewählte Anregungsfrequenz näher zu der Cut-Off Frequenz der Schallmode $(1, 1)$ ist als zu der Cut-Off Frequenz der Schallmode $(1, 0)$ (Mumcu et al. 2016). Aus der numerischen Studie wird die Schlussfolgerung gezogen, dass zur gezielten Ansteuerung einer Schallmode, der optimale Axialabstand der Lautsprecherringe der doppelten Wellenlänge der Cut-Off Frequenz entsprechen sollte.

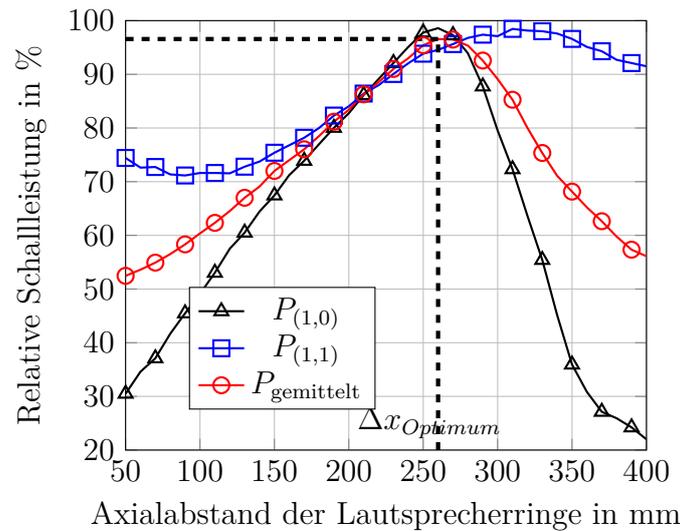


Abbildung 2.10: Schalleistungsverteilung für die gezielt angeregten Schallmoden $(1, 0)$ und $(1, 1)$ sowie dem hieraus berechneten Mittelwert (Mumcu et al. 2016)

Kapitel 3

Schalltransportmodelle

In diesem Kapitel werden die physikalischen Grundlagen des Schalltransports durch Schaufelreihen anhand des 2d-Transportmodells nach [Smith \(1973\)](#) erläutert. Die physikalische Grundlage des Modells berücksichtigt ein ebenes Plattengitter und basiert auf der Wirbel-Panel Methode, die zu Beginn dieses Kapitels vorgestellt wird. Anschließend werden grundlegende Lastfälle der Schallausbreitung an Hindernissen vorgestellt. Ein besonderer Fokus dabei liegt auf der Reflexion und Transmission. Diese sind im Besonderen abhängig vom Einfallswinkel, wobei unter bestimmten Einfallswinkeln zum Beispiel vollständige Reflexion oder Transmission auftreten.

Desweiteren werden zwei in der Literatur etablierte Ansätze zur Berücksichtigung von dreidimensionalen Schallmoden in 2d-Transportmodellen vorgestellt. [Posson und Roger \(2007b\)](#) stellen ein Verfahren vor, bei dem die dreidimensionale Schallmode in verschiedene Radii geschnitten und anschließend in einen zweidimensionalen Schnitt abgewickelt wird. Dabei werden die Wellenzahlen der Schallmode vom zylindrischen ins kartesische Koordinatensystem transformiert. Dieser Ansatz nach [Posson und Roger \(2007b\)](#) ist in der Literatur als „Radialstreifen-Methode“ oder als „radial strip method (RSM)“ bekannt. Für jeden einzelnen Schnitt kann anschließend eine 2d-Modellberechnung durchgeführt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die berechneten Schalldruckverteilungen am Ein- und Austritt der Schaufelreihe als Eingangsparameter für eine anschließende Radialmodenanalyse verwendet, mit der die Schallleistung der berechneten Schallmode bestimmt wird. Somit ist die Berechnung der Transmission und Reflexion der Mode möglich.

Standardmäßig werden zweidimensionale Berechnungen zur Bestimmung der Transmission und Reflexion von Schallmoden durch Plattengitter am kaustischen Radius durchgeführt. Nach [Chapman \(1994\)](#) ist der kaustische Radius der einzige Radius an dem der Einfallswinkel für ein dreidimensionales Schallfeld dem eines zweidimensionalen Schallfelds entspricht. Dieser Ansatz ist in der Literatur als „caustic method (CM)“ bekannt. Während beim letzteren Ansatz eine sehr schnelle Abschätzung der Transmission- und Reflexion durch Schaufelreihen ermöglicht wird, wird mit RSM eine realistischere dreidimensionale Schallmode berücksichtigt ([Behn et al. 2016b](#)). Die Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Modellierungsergebnisse werden für beide Ansätze vergleichend an Betrachtungen für ebene Plattenkonfigurationen erläutert.

Desweiteren wird ein neuer Ansatz zur Berücksichtigung einer dreidimensiona-

len Schaufelkontur vorgestellt, bei dem die Schaufelkontur durch die Variation des Plattenanstellwinkels nachgebildet wird. Dabei wird die Transmission- und Reflexion der Schallmode für verschiedene Anstellwinkel des Plattengitters einzeln in Reihe berechnet. Werden diese Berechnungen zusätzlich mit der RSM durchgeführt, so wird hierfür im Rahmen dieser Arbeit der Begriff „radial strip panel method (RSPM)“ neu eingeführt. Die mit CM kombinierten Berechnungen werden wiederum als „caustic panel method (CPM)“ benannt. Die Eigenschaften und Sensitivitäten dieser Modellerweiterungen werden für die Modelle nach [Smith \(1973\)](#) und [Koch \(1971\)](#) dargestellt. Die Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Modellierungsergebnisse werden für beide Ansätze vergleichend an Betrachtungen für ebene Plattenkonfigurationen erläutert. Für eine ausführliche mathematische Herleitung der Transportmodelle nach [Smith \(1973\)](#) und [Koch \(1971\)](#) wird auf die entsprechenden Literaturquellen verwiesen.

3.1 Physikalische Grundlagen

Die mathematische Basis des Transportmodells nach [Smith \(1973\)](#) bildet die aus der Potentialtheorie stammende Wirbel-Panel Methode (im Englischen bekannt als Vortex Sheet Method). Das Schaufelprofil (hier eine dünne Platte) wird in einzelne Abschnitte, sogenannte Wirbelflächen, aufgeteilt. Die Eigenschaft dieser Wirbelflächen ist, dass auf einer geraden unendlich langen Linie unendlich viele Potentialwirbel liegen. Diese Linie wird als gerader Wirbelfaden bezeichnet und ist in [Abb. 3.2](#) dargestellt. Ein einzelner Potentialwirbel kann durch die Stärke des Wirbels Γ beschrieben werden. Die gleiche Stärke des Wirbels kann auf mehrere Wirbel, wie in [Abb. 3.1](#) dargestellt, aufgeteilt werden. Die Wirbel werden entlang einer Strecke aufgeteilt, bis eine kleinere Unterteilung nicht mehr möglich ist. Das Ergebnis, die Begrenzung der Unterteilung, ist ein „vortex sheet“. Die Stärke des „vortex sheets“ γ entlang einer Strecke, beispielsweise dem Abstand zweier Schaufeln s ¹, ist folglich

$$\gamma = \frac{\Gamma}{s}. \quad (3.1)$$

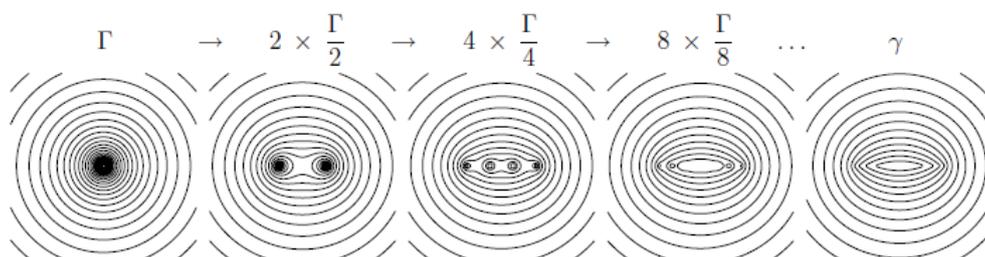


Abbildung 3.1: Definition eines „vortex sheets“ nach ([Drela und Youngren 2005](#))

Aufgrund der Potentialwirbel kann dem Wirbelfaden eine Zirkulation Γ zugeordnet werden. Durch eine Aneinanderreihung mehrerer Wirbelfäden wird eine Wirbelfläche definiert. Wird die in [Abb. 3.3](#) dargestellte Wirbelfläche in Richtung der Wirbelfäden

¹Dieser Abstand wird im Folgenden der Teilung entsprechen.

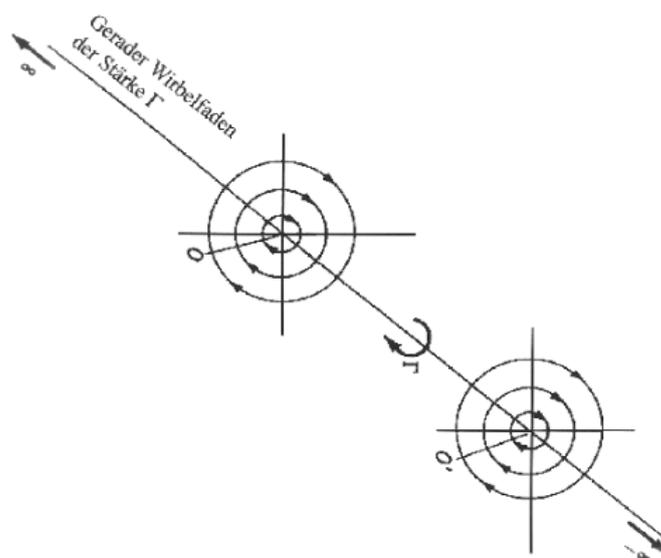


Abbildung 3.2: Gerader Wirbelfaden nach (Rill 1996)

betrachtet, ergibt sich eine gerade Linie, die als ebene Platte der Länge c aufgefasst werden kann.

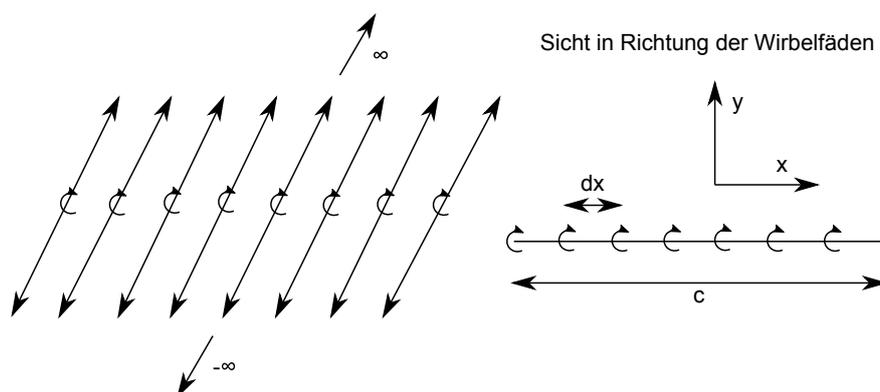


Abbildung 3.3: Wirbelfläche nach (Rill 1996)

Jeder Wirbelfläche wird eine Wirbelstärkenverteilung zugeordnet. Die Stärke der Wirbelfläche pro Längeneinheit wird mit $\gamma(x)$ bezeichnet. Von Rill (1996) wird erläutert, dass die Stärke eines Wirbels genau der Zirkulation entspricht. Die Stärke der Wirbelfläche der infinitesimalen Länge dx entspricht daher $\Gamma = \gamma(x)dx$. Demnach kann die Stärke der gesamten Wirbelfläche durch ein Integral entlang der ebenen Platte

$$\Gamma = \int_0^c \gamma(x) dx \quad (3.2)$$

berechnet werden.

Für eine vollständige Definition der Wirbelfläche wird zunächst ein Rechteck um die Wirbelfläche gelegt, siehe Abb. 3.4. Auf diese Weise kann die Zirkulation bestimmt

werden.

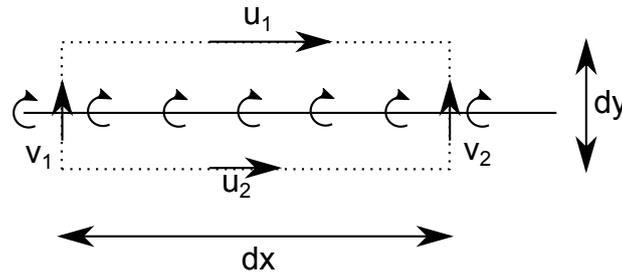


Abbildung 3.4: Tangentialgeschwindigkeitssprung entlang einer ebenen Platte nach (Rill 1996)

Anhand Gl. 3.2 wird von Rill (1996) gezeigt, dass

$$\Gamma = (u_1 - u_2)dx + (v_1 - v_2)dy \quad (3.3)$$

gilt. Geht die Länge $dy \rightarrow 0$ und wird für die Zirkulation Γ Gl. 3.1 eingesetzt, folgt hieraus für die Wirbelfläche

$$\gamma dx = (u_1 - u_2)dx \quad (3.4)$$

bzw.

$$\gamma = u_1 - u_2. \quad (3.5)$$

Demnach repräsentiert die Wirbelfläche einen Tangentialgeschwindigkeitssprung entlang der ebenen Platte. Der Kern der Methode ist die Wirbelstärken so zu berechnen, dass die durch sie induzierte Strömung die Randbedingungen erfüllen (keine Strömung senkrecht zur Oberfläche und Zu- bzw. Abströmung). Außerdem muss die Kutta-Randbedingung erfüllt sein. Anschließend wird die Zirkulation um das Profil, nach Gl. 3.2, berechnet.

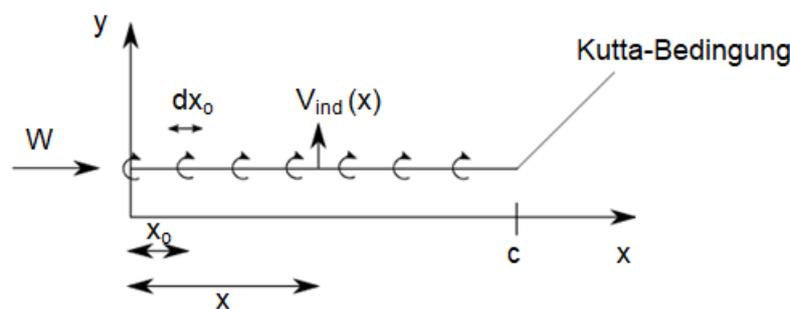


Abbildung 3.5: Induzierte Geschwindigkeitskomponente normal zur Sehnenlänge nach (Rill 1996)

Für eine parallele Anströmung der Platten muss somit nur

$$v_{\text{ind}} = 0 \quad (3.6)$$

gelten. Der Zusammenhang zwischen der Stärke der Wirbelfläche pro Längeneinheit $\gamma(x)$ und der Geschwindigkeit v_{ind} wird von Rill (1996) mit

$$dv = -\frac{\gamma(x_0)dx_0}{2\pi(x-x_0)} \quad (3.7)$$

angegeben. Hierbei ist $\gamma(x)dx_0$ die Stärke eines infinitesimalen Wirbelelements an der Stelle x_0 . Die Geschwindigkeit v_{ind} wird an der Stelle x durch das Wirbelelement induziert. Die Integration über die Sehnenlänge c der Schaufel führt auf die induzierte Geschwindigkeit, die von sämtlichen Wirbelelementen induziert wird (siehe (Rill 1996)). Die Berechnung der Größen x und x_0 werden zur Lösung der Umströmung benötigt und werden nach Whitehead (1987) beschrieben mit

$$\hat{x}_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi l}{NP}\right)\right) \quad l = 0, 1, \dots, (NP - 1) \quad (3.8)$$

und

$$\hat{x} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi(2j+1)}{2NP}\right)\right) \quad j = 0, 1, \dots, (NP - 1) \quad (3.9)$$

Die Diskretisierung entlang der Schaufel wäre auch mit Punkten gleichen Abstands möglich. Jedoch weist eine Berechnung mit der hier beschriebenen Koordinatentransformation eine höhere Genauigkeit auf. Deshalb wird die Schaufel an den Punkten nach Gl. 3.8 und 3.9 diskretisiert. Nach Gl. 3.8 werden die Punkte der ortsgebundenen Wirbel beschrieben. Die Anzahl der einzelnen Wirbel auf der ebenen Platte wird mit NP gekennzeichnet. Da aufgrund der Kutta Bedingung für die Austrittskante $\gamma \stackrel{!}{=} 0$ gilt, wird der Punkt der Austrittskante von dieser Gleichung nicht erfasst. Die Punkte nach Gl. 3.9 liegen mittig zwischen den Wirbeln und repräsentieren die Punkte, an denen die induzierte Geschwindigkeitskomponente normal zur Sehnenlänge vorgegeben wird.

Die induzierte Geschwindigkeitskomponente normal zur Schaufel v_{ind} durch die gesamte ebene Platte wird von Smith (1973) zusammengefasst zu

$$v_{\text{ind}}(\hat{x}) = \int_0^1 \bar{\Gamma}(\hat{x}_0)K(\hat{x} - \hat{x}_0) d\hat{x}_0, \quad (3.10)$$

wobei K den Kern des Integrals darstellt und bisher als einzige Größe bekannt ist. Durch das Einsetzen von Gl. 3.8 und 3.9 in Gl. 3.10 folgt für das Integral

$$v_{\text{ind}} = \int_0^\pi \bar{\Gamma}K\left(\frac{1}{2}\cos\psi - \frac{1}{2}\cos\zeta\right)\frac{1}{2}\sin\psi d\psi, \quad (3.11)$$

wobei die Argumente $\psi = \frac{\pi l}{NP}$ und $\zeta = \frac{\pi(2j+1)}{2NP}$ darstellen. Diese Gleichung kann mit der Trapezregel gelöst werden.

Die induzierten Geschwindigkeitskomponenten normal zur Sehnenlänge v_{ind} lassen sich, abhängig von den eingehenden Lastfällen, in eine $NP \times 5$ Matrix U zusammenfassen (NP Zeilen und fünf Spalten). Der Kern des Integrals ist komplizierter, da hierbei die Summen der „vortex sheets“ teils analytisch und teils numerisch gelöst werden müssen. In dieser Matrix K werden die von den einzelnen Wirbeln induzierten Geschwindigkeitsanteile normal zur Sehnenlänge berücksichtigt. Mittels Matrixinversion nach

$$\bar{\Gamma} = K^{-1}U \quad (3.12)$$

kann $\bar{\Gamma}$ schließlich berechnet werden. Die Matrix wird in Abschnitt 3.3 dargestellt und die Bedeutung der Einträge werden erläutert.

3.2 Schallausbreitung an Grenzflächen

Beim Auftreffen einer Schallwelle an Grenzflächen oder Hindernissen wird die Ausbreitung gestört, indem die Energie der Schallwelle aufgeteilt wird (DEGA 2006). Nach der DEGA (2006) wird die Schallausbreitung unter Betrachtung von geometrischen Gesichtspunkten in vier Phänomene aufgeteilt:

- die Reflexion
- die Streuung
- die Beugung (Diffraktion) und
- die Brechung (Refraktion).

Eine Reflexion tritt auf, wenn die Fläche der störenden Grenzfläche groß gegenüber der Wellenlänge der einfallenden Schallwelle ist. Bei einem kleinen und unregelmäßigem Hindernis tritt wiederum Streuung auf. Eine Beugung tritt auf, wenn die Schallwelle um das Hindernis gebeugt und die geradlinige Verbindung zur Schallquelle nicht mehr vorhanden ist. Wenn die Schallgeschwindigkeit beim Übergang in ein anderes Medium verändert wird, tritt eine Brechung der Schallwelle ein.

3.2.1 Reflexion und Transmission

Eine Reflexion einer ebenen Welle tritt bei einer Änderung des Wellenwiderstands

$$Z = \rho_0 a = \frac{p}{u} \quad (3.13)$$

ein, wobei ρ_0 die Dichte und a die Schallgeschwindigkeit eines Mediums bezeichnet. Wird beispielsweise der Grenzübergang zwischen Luft und Wasser betrachtet, ist der Wellenwiderstand des Wassers größer, da die Dichte und die Schallgeschwindigkeit im Wasser höher ist. Demnach wird einer ebenen Welle, die aus der Luft kommt und auf das Wasser einfällt, ein hoher Widerstand entgegengesetzt. Dadurch wird die einfallende Welle zum größten Teil reflektiert.

Im Allgemeinen wird die einfallende ebene Schallwelle nach der DEGA (2006) in einen reflektierten, transmittierten und dissipierten Teil

aufgeteilt. Da jedoch innerhalb des vorzustellenden Transportmodells keine dissipativen Vorgänge abgebildet werden, entfällt dieser. Die Transportmodelle berechnen die Koeffizienten aus dem Verhältnis der aus der ebenen Platte austretenden Schalldruckamplitude p_o und der einfallenden Schalldruckamplitude p_i . Demnach wird der Reflexionskoeffizient R als das Verhältnis der reflektierten Schalldruckamplitude p_r und einfallenden Schalldruckamplitude $\left| \frac{p_r}{p_i} \right|$ definiert. Der Transmissionskoeffizient T

wird aus dem Verhältnis der transmittierten Schalldruckamplitude p_t und einfallenden Schalldruckamplituden $|p_i|$ berechnet. Die Größe des reflektierten und transmittierten Teils der Schallwelle hängt maßgeblich von dem Einfallswinkel θ_{inc} ab.

3.2.2 Einfallswinkel von ebenen Schallwellen

Um die Abhängigkeit des Reflexions- und Transmissionskoeffizienten von dem Einfallswinkel θ_{inc} darstellen zu können, wird der Einfallswinkel einer ebenen Schallwelle der Kreisfrequenz ω berechnet. Die ebene Schallwelle wird durch zwei Wellenzahlen beschrieben. Die erste Wellenzahl α beschreibt die Ausbreitung in axialer Richtung, während die zweite Wellenzahl β die Ausbreitung senkrecht zur Achsrichtung angibt.

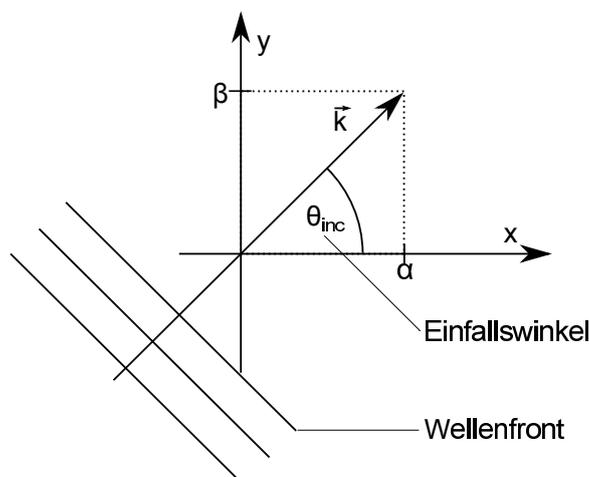


Abbildung 3.6: Ausbreitung einer ebenen Schallwelle ohne Strömung nach (Ehrenfried 2004)

Die resultierende Ausbreitungsrichtung ergibt sich aus den Wellenzahlen in x- und y-Richtung α und β und wird durch den Wellenzahlvektor \vec{k} beschrieben. Die Wellenfronten breiten sich ohne Strömung in Richtung des Wellenzahlvektors aus. Der Einfallswinkel θ_{inc} einer Schallwelle ergibt sich zu

$$\theta_{\text{inc}} = \arctan\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \quad (3.14)$$

Da Schallwellen stromauf- und stromabwärts ausbreitungsfähig sind, werden die Einfallswinkel der jeweiligen Schallwelle durch Gl. 3.15 und Gl. 3.16 beschrieben.

Der Einfallswinkel einer von links auf ein Hindernis auftreffenden Schallwelle wird mit

$$\theta_{\text{inc},1} = \arctan\left(\frac{\beta}{\alpha_1}\right) \quad (3.15)$$

und der Einfallswinkel einer von rechts auf ein Hindernis auftreffenden Schallwelle mit

$$\theta_{\text{inc},2} = \arctan\left(\frac{\beta}{\alpha_2}\right) \quad (3.16)$$

beschrieben.

Sonderfälle des Reflexions- und Transmissionsverhaltens

Für die Transmission und Reflexion von ebenen Schallwellen durch Platten hat [Hanson \(1994\)](#), je nach Einfallswinkel θ_{inc} der Schallwelle, verschiedene Sonderfälle definiert. Diese sind schematisch in [Abb. 3.7](#) dargestellt.

Ist der Normalvektor der einfallenden Wellenfront parallel zur ebenen Platte, die um den Winkel α angestellt ist, resultiert eine hohe Transmission mit geringen Reflexionen. Dieser Sonderfall wird nach [Hanson \(1994\)](#) „Venetian Blind Condition“ ([Abb. 3.7](#) li.) bezeichnet. Die „Modal Condition“ ([Abb. 3.7](#) mi.) bezeichnet das Szenario für eine schräg auf die ebene Platte einfallende Wellenfront. Der Austrittswinkel der reflektierten Schallwelle ist hierbei identisch zum Anstellwinkel α der ebenen Platte. Hier ist die Reflexion R höher als bei der „Venetian Blind Condition“ und die Transmission durch die ebene Platte wird geometrisch behindert, so dass $T < 1$ ist. Eine maximale Reflexion tritt ein, wenn der Einfallswinkel der einfallenden Schallwelle dem Anstellwinkel der ebenen Platte entspricht. Dieser Fall wird als „Broadside Condition“ ([Abb. 3.7](#) re.) bezeichnet. Anhand dieser Darstellungen wird die Abhängigkeit des Einfallswinkels einer auf eine ebene Platte auftreffenden Schallwelle auf die spezifischen Transmissions- und Reflexionskoeffizienten verdeutlicht.

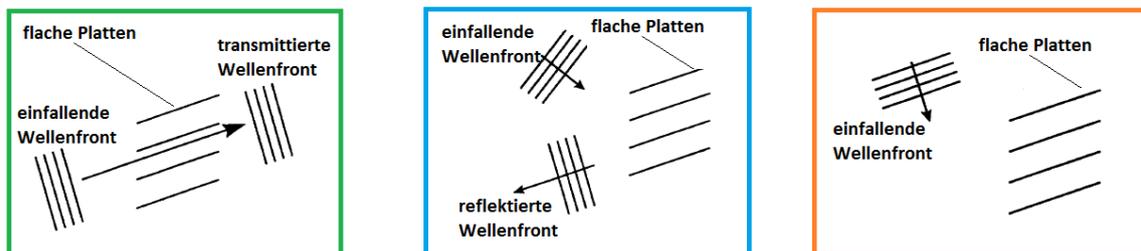


Abbildung 3.7: Sonderfälle nach [Hanson \(1994\)](#), „Venetian Blind condition“ (li.): Normalvektor der einfallenden Wellenfront parallel zur Platte (maximale Transmission); „Modal condition“ (mi.): schräg einfallende Wellenfront zur Platte und „Broadside condition“ (re.): Normalvektor der einfallenden Wellenfront senkrecht zur Platte (maximale Reflexion)

3.3 Modellierung

Einen großen Geltungsbereich aufzuweisen sollte möglichst das Ziel eines Modells jeglicher Art sein. Auf diese Weise kann das Modell, unabhängig von den Umgebungsbedingungen, weitreichend angewandt werden. Jedoch gelten Modelle in der Realität nur unter Einschränkungen und bestimmten Annahmen. Diese Annahmen werden in diesem Kapitel zunächst für das Modell zur Schallausbreitung in Kaskaden nach [Smith \(1973\)](#) herausgearbeitet. Dadurch wird ein Verständnis für die korrekte Verwendung des analytischen Schalltransportmodells vermittelt und es werden die Grenzen des Modells erläutert.

Das Modell nach [Smith \(1973\)](#) berechnet die resultierende instationäre Strömung einer umströmten, vereinfachten zweidimensionalen Kaskade, die den folgenden fünf verschiedenen Lastfällen unterliegt:

- die Ebenen Platten der Kaskade führen Biegeschwingungen aus;
- die Ebenen Platten der Kaskade führen Torsionsschwingungen aus;
- das Auftreffen einer konvektierten Nachlaufstörung von stromauf kommend;
- einer von stromab einfallenden ebenen Schallwelle;
- einer von stromauf einfallenden ebenen Schallwelle.

Durch die Annahme dieser fünf Lastfälle wird eine Berechnung folgender Größen ermöglicht:

- die instationäre Auftriebskraft einer Schaufel;
- das instationäre Moment einer Schaufel um die Eintrittskante;
- die an der Austrittskante abgegebene Stärke der Wirbel-Fläche
- die Druckamplitude einer stromaufwärts laufenden Schallwelle;
- die Druckamplitude einer stromabwärts laufenden Schallwelle.

Jede Ausgangsgröße wird auf die einzelnen Lastfälle bezogen. Die Auftriebskraft f_y wird beispielsweise ins Verhältnis zur Biegeschwingung gesetzt. Insbesondere sind die jeweils letzten beiden Aufzählungspunkte für die vorliegende Arbeit von großer Bedeutung, da für diese Lastfälle die Reflexionskoeffizienten R und die Transmissionskoeffizienten T berechnet werden können.

Wird jede Ausgangsgröße mit jedem Lastfall verrechnet sind $5 \times 5 = 25$ Ergebnisse möglich, die mit dem Modell nach [Smith \(1973\)](#) in Form einer komplexwertigen 5×5 Matrix angegeben werden. In Abhängigkeit von den jeweiligen Randbedingungen sind Vereinfachungen möglich. So ergeben sich für den Fall, dass keine einfallenden Schallwellen ausbreitungsfähig sind, lediglich neun Ergebnisse. Andersherum bleiben bei der Betrachtung rein akustischer Phänomene lediglich vier Ergebnisse.

Das Modell nach [Smith \(1973\)](#) berechnet neben der Ergebnismatrix auch die Schaufelbelastung. Darüber hinaus wurde das Modell so erweitert, dass die Wellenzahlen und der Einfallswinkel der einfallenden Schallwelle ausgegeben werden. In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse erläutert und insbesondere auf die Bedeutung der Matrixeinträge der Ergebnismatrix, die für die vorliegende Arbeit relevant sind, eingegangen. Die Ergebnismatrix K ist die Lösung der Gl. 3.12.

Die einzelnen Einträge der Ergebnismatrix sind

$$K = \begin{pmatrix} f_y/\rho W c \dot{h}_y & f_y/\rho_0 W^2 c \delta & f_y/\rho_0 W c w_w & f_y/c p_{i+} & f_y/c p_{i-} \\ M/\rho W c^2 \dot{h}_y & M \rho_0 W^2 c^2 \delta & M \rho_0 W c^2 w_w & M/c^2 p_{i+} & M/c^2 p_{i-} \\ \epsilon/\dot{h}_y & \epsilon/W \delta & \epsilon/w_w & \rho_0 W \epsilon/p_{i+} & \rho_0 W \epsilon/p_{i-} \\ p_{o+}/\rho_0 W \dot{h}_y & p_{o+}/\rho_0 W^2 \delta & p_{o+}/\rho_0 W w_w & p_{o+}/p_{i+} & p_{o+}/p_{i-} \\ p_{o-}/\rho_0 W \dot{h}_y & p_{o-}/\rho_0 W^2 \delta & p_{o-}/\rho_0 W w_w & p_{o-}/p_{i+} & p_{o-}/p_{i-} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Die Bedeutung der eingeführten Variablen werden von [Whitehead \(1987\)](#) angegeben:

- f_y = Auftriebskraft der Schaufel, positiv nach oben
- \dot{h}_y = Geschwindigkeit der Schaufel aufgrund der Biegeschwingung, positiv nach oben
- M = Moment der Schaufel um die Eintrittskante, positiv gegen den Uhrzeigersinn
- δ = Im Bogenmaß angegebene Verdrehung der Schaufel aufgrund der Torsionschwingung, positiv gegen den Uhrzeigersinn um die Eintrittskante
- ϵ = Stärke des „sheets of free vorticity“ an der Austrittskante, positiv gegen den Uhrzeigersinn
- w_w = Von der konvektierten Nachlaufstörung induzierte Geschwindigkeit an der Eintrittskante, wenn die Kaskade entfernt werden würde, positiv nach oben
- p_{o+} = Druckschwankung an der Eintrittskante aufgrund der ausfallenden (engl. „outgoing“) akustischen Welle, die stromaufwärts läuft
- p_{i+} = Druckschwankung, die an der Eintrittskante entstehen würde, wenn die Kaskade entfernt wäre, aufgrund einer von stromab einfallenden (engl. „incoming“) stromaufwärts laufenden Schallwelle
- p_{o-} = Druckschwankung an der Eintrittskante aufgrund der ausfallenden akustischen Welle, die stromabwärts läuft
- p_{i-} = Druckschwankung, die an der Eintrittskante entstehen würde, wenn die Kaskade entfernt wäre, aufgrund einer von stromauf einfallenden stromabwärts laufenden Schallwelle.

Es wird deutlich, dass die Matrix einer speziellen Struktur folgt. Von jeder Zeile wird eine berechnete Größe f_y , M , ϵ , p_{o+} , p_{o-} angegeben, welche auf die Lastfälle bezogen werden. Sind Schallwellen nicht ausbreitungsfähig, wird die 3×3 Matrix (erste bis dritte Zeile und Spalte) ausgegeben. Diese Matrix enthält Einträge, die vor allem von aeroelastischer Relevanz sind. Hieraus können erzwungene und selbsterregte Biege- und Torsionsschwingungen berechnet werden (Whitehead 1987).

Wenn hingegen Schallwellen ausbreitungsfähig sind, wird die gesamte 5×5 Matrix ausgegeben. Diese enthält somit die Einträge aeroelastischer Bedeutung, sowie zusätzliche Einträge akustischer Informationen. Die auf den Lastfall normierten Amplituden stromaufwärts und stromabwärts laufender Schallwellen werden berechnet. Hieraus ergibt sich auch die Berechnung der Transmissions- und Reflexionskoeffizienten T und R . Der Reflexionskoeffizient entspricht dem Verhältnis der Druckamplituden der einfallenden und reflektierten Schallwelle und ist für eine von stromab einfallende Schallwelle

$$R_+ = \left| \frac{p_{o-}}{p_{i+}} \right|, \quad (3.18)$$

sowie für eine von stromauf einfallende Schallwelle

$$R_- = \left| \frac{p_{o+}}{p_{i-}} \right|. \quad (3.19)$$

Der Reflexionskoeffizient kann deshalb direkt der Ergebnismatrix entnommen werden. Für den Vergleich der Berechnungen mit den Experimenten ist der Transmissionskoeffizient für eine von stromab einfallende Schallwelle definiert mit

$$T_+ = \left| \frac{p_{o+}}{p_{i+}} \right| \quad (3.20)$$

definiert. Der Transmissionskoeffizient für eine von stromauf einfallende Schallwelle entspricht analog

$$T_- = \left| \frac{p_{o-}}{p_{i-}} \right|. \quad (3.21)$$

Die Genauigkeit des Ergebnisses hängt von der Anzahl der auf der Schaufel diskretisierten Punkte NP ab. Generell gilt, dass eine Verfeinerung des Rechengitters (Erhöhung der Anzahl NP) zu einer erhöhten Genauigkeit des Ergebnisses führt. Dies geschieht allerdings zu Lasten der Rechenzeit.

3.3.1 Berechnung der Differenz der Schalleistungspegel

Für die Bewertung von Reflexion und Transmission im Experiment werden üblicherweise nicht die Druckamplituden betrachtet, da diese schlecht interpretierbar und mathematisch umständlich zu handhaben sind. Stattdessen werden Schalleistungspegel betrachtet.

Die Differenz des Schalleistungspegels im Falle einer Reflexion wird $\Delta L_{W,R}$ und im Falle einer Transmission mit $\Delta L_{W,T}$ bezeichnet. Das heißt für den Fall einer Reflexion, dass der Schalleistungspegel der einfallenden Schallwelle mit dem Schalleistungspegel der reflektierten Welle verrechnet wird. Für die Reflexion folgt:

$$\Delta L_{W,R} = L_W(p_r) - L_W(p_i) \quad (3.22)$$

wobei $L_W(p_r)$ und $L_W(p_i)$ den Schallleistungspegel der reflektierten und einfallenden Welle repräsentieren. Durch Einsetzen der Definition des Schallleistungspegels L_W in Gl. (3.22), folgt in dB

$$\Delta L_{W,R} = 10 \log\left(\frac{P_{ac}(p_r)}{P_0}\right) - 10 \log_{10}\left(\frac{P_{ac}(p_i)}{P_0}\right). \quad (3.23)$$

Die Schallleistung P_{ac} ist von der Druckamplitude der reflektierten Welle p_r und der einfallenden Welle p_i abhängig. Wird die Definition der Schallleistung P_{ac} , Gl. (3.22), eingesetzt

$$\Delta L_{W,R} = 10 \log\left(\frac{p_r^2 A_r}{P_0}\right) - 10 \log_{10}\left(\frac{p_i^2 A_i}{P_0}\right), \quad (3.24)$$

und mit einer Umformung der Form $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y)$ vereinfacht, folgt für die Differenz des Schallleistungspegels

$$\Delta L_{W,R} \frac{1}{10} = \log_{10}\left(\frac{p_r^2 A_r}{p_i^2 A_i} \frac{P_0}{P_0}\right) = \log_{10}\left(\frac{p_r^2 A_r}{p_i^2 A_i}\right). \quad (3.25)$$

Unter Annahme gleicher Querschnitte vor und hinter der Kaskade, sowie konstanter Dichte und Schallgeschwindigkeit (konstanter Wellenwiderstand nach Gl. (3.13)) ergibt sich für die Differenz des Schallleistungspegels der Reflexion

$$\Delta L_{W,R} = 10 \log\left(\left|\frac{p_r}{p_i}\right|^2\right). \quad (3.26)$$

Dieser Ausdruck enthält das Druckamplitudenverhältnis der reflektierten und einfallenden Schallwelle, den bekannten Reflexionskoeffizienten R . Da von der Ergebnismatrix komplexe Zahlen ausgegeben werden, ist vor der Quadrierung des Reflexionskoeffizienten der Betrag zu nehmen.

Die Differenz des Schallleistungspegels im Falle einer Transmission

$$\Delta L_{W,T} = 10 \log\left(\left|\frac{p_t}{p_i}\right|^2\right) \quad (3.27)$$

wird analog berechnet, wobei der Transmissionskoeffizient stets als $\left|\frac{p_t}{p_i}\right|$ definiert ist.

3.3.2 Zweidimensionale Modellberechnung

Die Wellenzahl in y-Richtung ist in einem zweidimensionalen Kanal von der Mode m und der Kanalhöhe H abhängig und wird wie folgt definiert (Ehrenfried 2004) und (Panek 2011)

$$k_y = \frac{2\pi m}{H} \quad (3.28)$$

Nach Ehrenfried (2004) gilt für die axiale Wellenzahl

$$k_x = \frac{k}{(1 - M_x^2)} \left[-M_x + \sqrt{1 - (1 - M_x^2) \left(\frac{k_y}{k}\right)^2} \right] \quad (3.29)$$

Panek (2011), Posson und Roger (2007b) und Moreau et al. (2019) zeigen, dass sich die Funktionen für den Ausbreitungswinkel für das Schallfeld in einem zweidimensionalen Kanal zum abgerollten dreidimensionalen Schallfeld an nur einem Punkt schneiden (siehe Abb. (3.8)). Dort gehen die beiden Ergebnisse ineinander über.

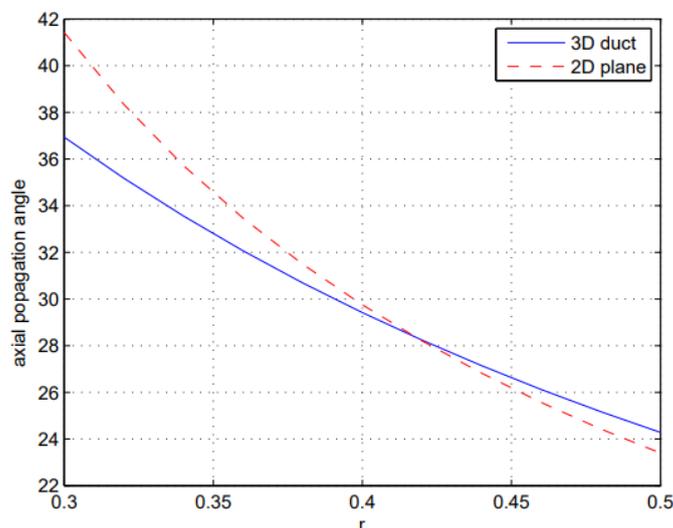


Abbildung 3.8: Axialer Ausbreitungswinkel für 2d und 3d in Abhängigkeit von dem Abrollradius, aus (Panek 2011)

Damit die Gleichungen für zwei- und drei Dimensionen zusammenfallen, muss nach Panek (2011) für die radiale Wellenzahl gelten

$$k_y = \sqrt{\left(\frac{\beta_{mn}}{R_a}\right)^2 - \left(\frac{m}{r}\right)^2} = 0 \quad (3.30)$$

Durch Umstellen nach dem Radius ergibt sich

$$R_{\text{kaustisch}} = \frac{|m|}{\beta_{mn}} R_a \quad (3.31)$$

,wobei R_a den Gehäuseradius und β_{mn} die dimensionsbehaftete Wellenzahl bezeichnet. Der Betrag von m ist nötig, da ansonsten für negative Werte von m negative Radien berechnet werden. Der Radius kann für alle Modenordnungen verwendet werden, bis auf die Modenordnung $m = 0$. Hierfür wird die Berechnung im arithmetischen Mittenschnitt durchgeführt. Dieser Radius wird in der Literatur als kaustischer Radius bezeichnet und trennt den Kanal radial in zwei Bereiche. Für den Bereich $R > R_{\text{kaustisch}}$ ist k_r imaginär, sodass der Schalldruck zum Inneren des Kanal abfällt (Panek 2011). Demnach wird der Großteil der akustischen Energie im äußeren Kanalbereich transportiert (Panek 2011). Abb. (3.9) zeigt den normierten radialen Druckverlauf und den kaustischen Radius beispielhaft für die Schallmode (70,2) (Moreau et al. 2019). Am kaustischen Radius werden üblicherweise repräsentative 2d-Berechnungen durchgeführt.

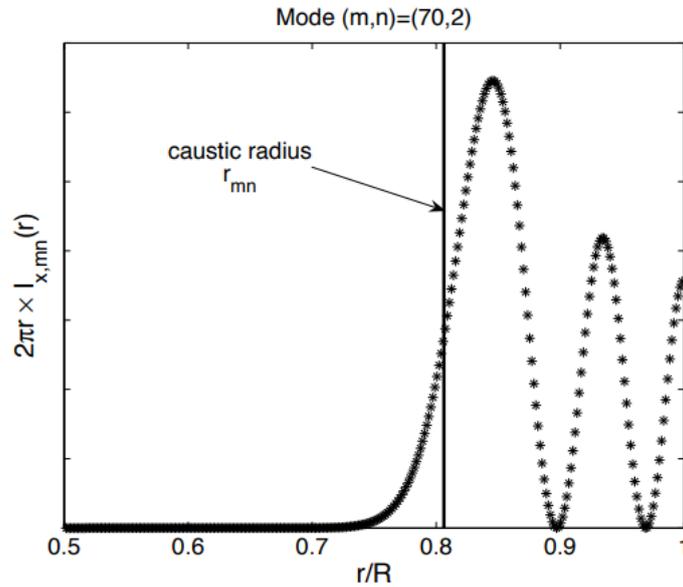


Abbildung 3.9: Radialverteilung der Schalleistung für $\sigma = 0.6$, aus (Moreau et al. 2019)

3.3.3 Quasi-3d Modellberechnung

Für die bessere Berücksichtigung der dreidimensionalen Eigenschaften einer Schallmode stellen Posson und Roger (2007b) eine Annäherung vor, bei dem die Schallmode in verschiedene Radii geschnitten und anschließend in einen zweidimensionalen Schnitt abgewickelt wird. Dabei werden die Wellenzahlen der Schallmode vom zylindrischen ins kartesische Koordinatensystem transformiert. Dieser Ansatz nach Posson und Roger (2007b) ist in der Literatur als „Radialstreifen-Methode“ oder als „radial strip method (RSM)“ bekannt. Für jeden einzelnen Schnitt kann anschließend eine 2d-Modellberechnung durchgeführt werden. Bei dieser Annäherung wird die Winkelabweichung zur axialen Richtung nach Posson und Roger (2007b) und (Panek 2011) durch

$$\cos\varphi_x = \frac{k_x}{k \left(1 - M_x \frac{k_x}{k}\right)} = \frac{-M_x + \sqrt{1 - \left(1 - M_x^2 \left(\frac{\omega}{kR_a}\right)^2\right)}}{1 - M_x \sqrt{1 - \left(1 - M_x^2 \left(\frac{\omega}{kR_a}\right)^2\right)}} \quad (3.32)$$

beschrieben. Der Winkel zwischen einer senkrechten Linie und dem Ausbreitungsvektor ist nach Panek (2011) definiert mit

$$\cos\varphi_r \approx \frac{\sqrt{\left(\frac{\omega}{R_a}\right)^2 - \left(\frac{m}{r}\right)^2}}{k \left(1 - M_x \frac{k_x}{k}\right)} \quad (3.33)$$

und ist vom Kanalradius abhängig. Die Bewertung der Genauigkeit dieser Näherung wird von Rice (1979), Posson und Roger (2007b) und Panek (2011) diskutiert. Panek (2011) untersucht die Hypothese, dass das Abrollen der berechneten Ergebnisse für einen konstanten Radius mit zweidimensionalen Rechnungen vergleichbare Ergebnisse

liefert. Panek (2011) zeigt hierfür in der Abb. (3.10) für einen zylindrischen Kanal, dass die Änderung des Ausbreitungswinkels zur Kanalachse mit sinkendem Abrollradius steiler wird und vergleicht diesen Umstand mit einer Wendeltreppe.

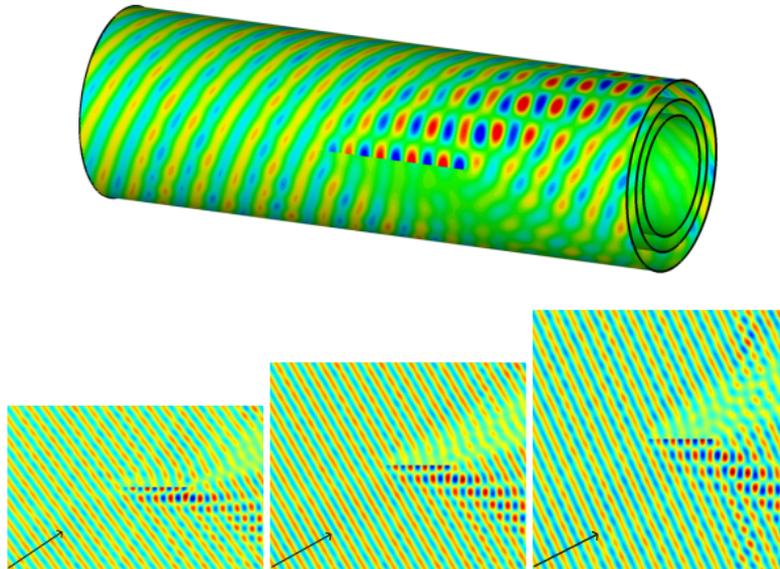


Abbildung 3.10: Radialstreifen-Methode: Ergebnisse des Abrollens an drei unterschiedlichen Radien mit $\sigma = 0.6$, $f = 2200\text{Hz}$ und Schallmode $(8, 0)$, aus (Panek 2011)

Der betrachtete Kanalradius R_{Kanal} für die Berechnungen mit den Transportmodellen kann, wie oben beschrieben, entweder am kaustischen Radius (CM) oder wie von [Posson und Roger \(2007b\)](#) und [Panek \(2011\)](#) vorgestellt an beliebig gewählten Kanalradien durch Anwendung der oben beschriebenen Radialstreifen-Methode (RSM) durchgeführt werden. Bei der RSM werden die berechneten Schalldruckverteilungen am Ein- und Austritt der Schaufelreihe als Eingangsparameter für eine anschließende RMA, mit der die Schalleistung der Schallmode bestimmt wird, genutzt. Diese Methode basiert auf der Integration des Produkts der berechneten Druckverteilung mit einzelnen radialen Eigenfunktionen der einzelnen Radialstreifen unter Ausnutzung der radialen Orthogonalitätsrelation (Hankel-Transformation). Für die CM ist eine RMA nicht möglich.

Um den Einfluss des gewählten Kanalradius bewerten zu können werden Berechnungen für die in Tab. 3.1 gezeigten Konfigurationen durchgeführt. Die beiden Kaskadengeometrien bestehen aus einer einzelnen Reihe von ebenen Platten (EP 1 und EP 2), die sich lediglich in ihrem Plattenanstellwinkel α unterscheiden.

Tabelle 3.1: Gegenüberstellung der Kaskadengeometrien

	EP 1	EP 2	EP 3
NP	15		
Plattenanzahl	32		
Radius R	$f(R_{\text{kaustisch}})$	und $f(R_{10\text{-Streifen}})$	
Plattenlänge c	0.045 m		
Plattendicke	2 mm		
Plattenanstellwinkel θ	0°	-33°	-53°
Mach-Zahl Ma	0.19		
Anregungsfrequenz f	3000 Hz		

Bevor die Ergebnisse für den Fall der ebenen Platte (EP 1) präsentiert werden, wird der schematische Aufbau in Abb. (3.11) erläutert. Die Kaskade ist in diesem Fall vollständig entlang der x-Achse ausgerichtet, welches einem Anstellwinkel von $\alpha=0^\circ$ entspricht. Der blau gekennzeichnete Kreisausschnitt zeigt den Einfallswinkel θ der zweidimensionalen Schallmode, die von stromauf einfällt. Der grüne Kreisausschnitt stellt den Einfallswinkel dar, der von stromab einfällt. Der blaue Bereich ist für Mach-Zahlen $M > 0$ stets größer als der grüne. Das ist der Fall, da die einfallenden Schallwellen zwischen der Grenze der beiden Gebiete durch die Strömungsgeschwindigkeit gebeugt werden. Die Strömungsgeschwindigkeit ist stromab gerichtet, sodass das blaue Gebiet größer ist. Die blauen Pfeile entsprechen den Einfallswinkeln stromab einfallender Schallmoden m . Kleine Modenordnungen korrespondieren mit einem flachen Einfallswinkel. Steile Einfallswinkel korrespondieren mit einer hohen Modenordnung $|m|$, da diesen eine hohe Umfangswellenzahl $|\beta|$ zugrunde liegt (siehe Gl.3.15).

Die Differenz der berechneten Schalleistungspegel ΔL_W ist für alle Kaskadengeometrien nach Gl. 3.22 stets negativ. Solange die reflektierte Druckamplitude (bzw. die transmittierte Druckamplitude) einer Schallmode kleiner ist als die der einfallende Schallmode, ist ΔL_W negativ. Geringe Pegelverluste für die Reflexion $\Delta L_{W,R}$ zu einer Modenordnung m bedeuten, dass die Reflexion an der ebenen Platte stark (hohe

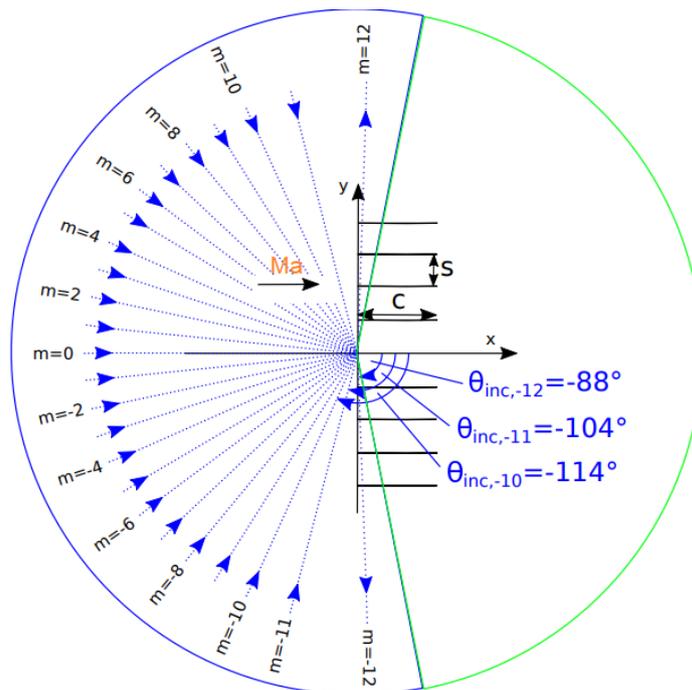


Abbildung 3.11: Von stromauf einfallende Schallwellen für die EP 1 ($\alpha=0^\circ$), $Ma=0.19$ und $f = 3000Hz$

Amplitude der reflektierten Schallmode) ist. Geringe Transmissionsverluste $\Delta L_{W,T}$ bedeuten analog, dass die Transmission der Schallmode hoch ist.

Die Ergebnisse des ebenen Plattengitters EP 1 sind in Abb. (3.12) dargestellt. Aufgrund des Anstellwinkels $\alpha = 0^\circ$ wird bei Anregung der Schallmode $m = 0$ die „Vennetial Blind condition“ Bedingung erfüllt. Hier findet keine Reflexion am Plattengitter statt, sodass $\Delta L_{W,R}$ minimal ist. Zu dieser Bedingung ist $\Delta L_{W,R}$ nicht berechenbar, da der $\log(0)$ nicht definiert ist. Für höhere Modenordnungen $|m|$ werden die Einfallswinkel größer. Folglich wird die Reflexion wieder erhöht, so dass die Reflexionsverluste $\Delta L_{W,R}$ geringer werden. Für den Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$ liegt geometriebedingt ein symmetrischer Verlauf von $\Delta L_{W,R}$ und $\Delta L_{W,T}$ vor. Beim Vergleich der gewählten Radii sind für die Anzahl der berechenbaren Umfangsmodeordnungen m Unterschiede zwischen den Berechnungen am kaustischen Radius und an den zehn Radialstreifen zu beobachten. Bei der RSM sind die Wellenzahlen für die Radii nah am Nabenradius infolge des geringen Nabenverhältnisses nicht ausbreitungsfähig. In diesem Fall können die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten für die dreidimensionale Schallmoden, deren Anregungsfrequenz nah an der Cut-Off Frequenz sind, nicht berechnet werden. Diese Einschränkung der RSM ist stets gültig.

Um den Einfluss des Anstellwinkels der ebenen Plattengitters bewerten zu können, werden im folgenden Berechnungen mit einem Anstellwinkel von $\alpha = -33^\circ$, wie in Abb. (3.13) schematisch dargestellt, beschrieben.

Die berechneten Ergebnisse für die Transmission und Reflexion von Schallmoden durch das mit $\alpha = -33^\circ$ angestellte ebene Plattengitter (EP 2) sind in Abb. (3.14) dargestellt. Hier liegt, wie erwartet, kein symmetrischer Verlauf von $\Delta L_{W,R}$ und $\Delta L_{W,T}$ vor wie für EP1. Eine eindeutige Abhängigkeit zwischen dem Einfallswinkel und dem

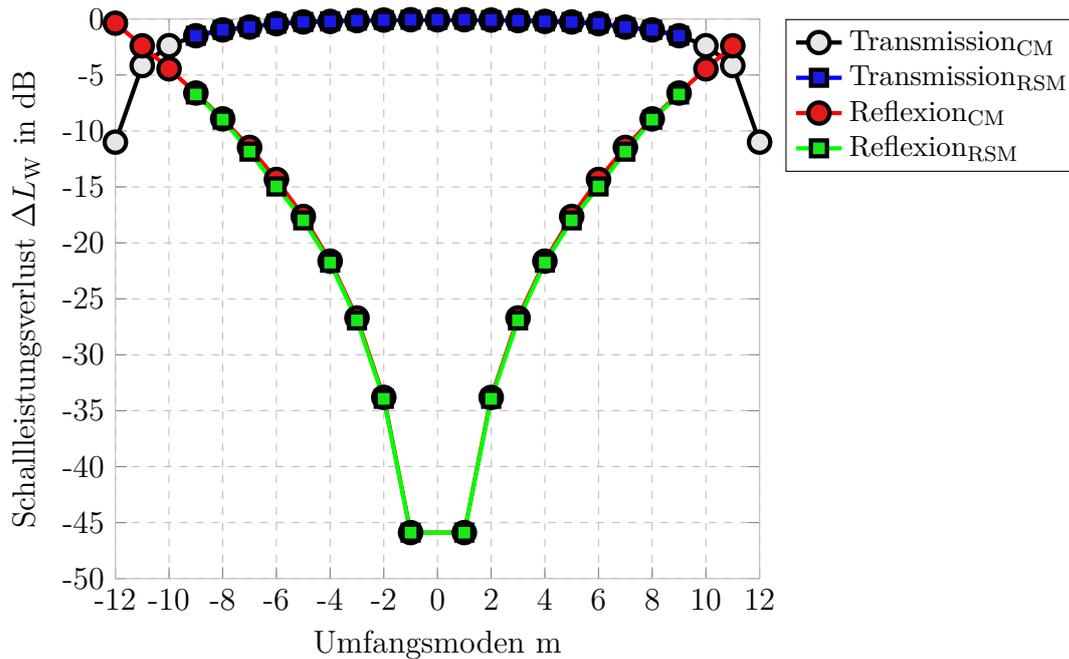


Abbildung 3.12: Vergleich Transmission/Reflexion von Schallmoden für ebene Plattenreihe EP1 mit CM und RSM

Anstellwinkel des Plattengitters ist für die Transmission und Reflexion zu beobachten. Der Verlauf der Reflexion $\Delta L_{W,R}$ zeigt, dass negative Modenordnungen stärker am Plattengitter reflektiert werden als positive Modenordnungen. Umgekehrt weisen positive Modenordnungen geringere Transmission $\Delta L_{W,T}$ auf als negative Modenordnungen $\Delta L_{W,R}$ (Jalousie-Effekt). Auffällig in Abb. (3.14) ist für die Modenordnung $m = 5$ ein Minima für die Reflexion $\Delta L_{W,R}$. Die Umfangsmode $m = 5$ hat einen Einfallswinkel von $\theta = 211.7^\circ$. Für diesen Einfallswinkel wird die „Venetian blind condition“ erfüllt. Die Transmission ist maximal, während die Reflexion minimal ist. Die Reflexion $\Delta L_{W,R}$ für $m = 5$ wird bei der Berechnung mit CM über 15 dB geringer vorhergesagt als mit der RSM. Die RSM ermöglicht die Berechnung der Modenstreuung in höhere Radialmodeordnungen $n = 1$. Die Mode (5,1) wird relativ stark reflektiert (Behn et al. 2016b).

Der Einfluss des Anstellwinkels ist ein bedeutender Parameter für die Berechnung des Schalltransports durch ein Plattengitter. Daher liegt es für die Betrachtung einer realen Schaufelreihe nahe, die Profilkontur im Modell mit einer Vielzahl an ebenen Plattenreihen zu rekonstruieren. Dieser neuartige Ansatz wird im folgenden Abschnitt erläutert.

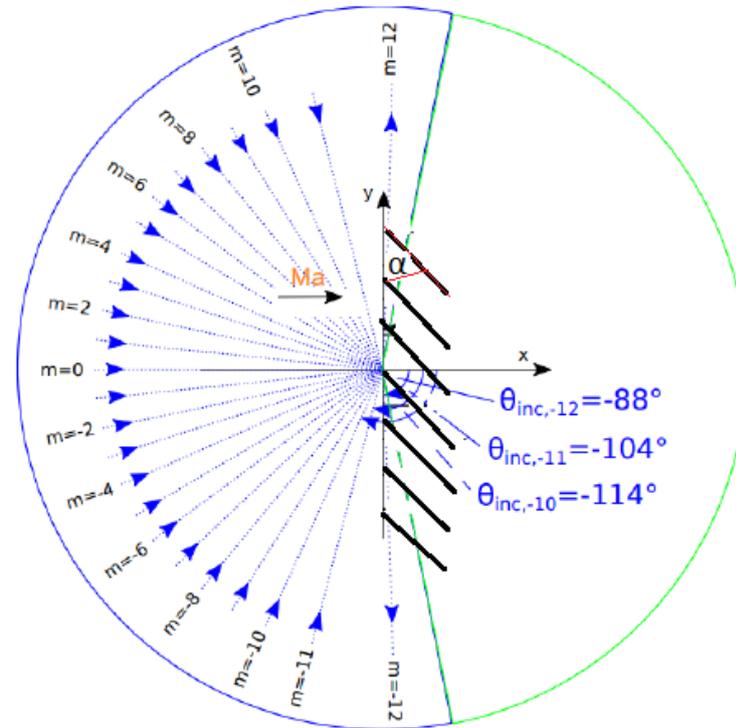


Abbildung 3.13: Von stromauf einfallende Schallwellen für die EP 2 ($\alpha = -33^\circ$), $Ma=0.19$ und $f = 3000Hz$

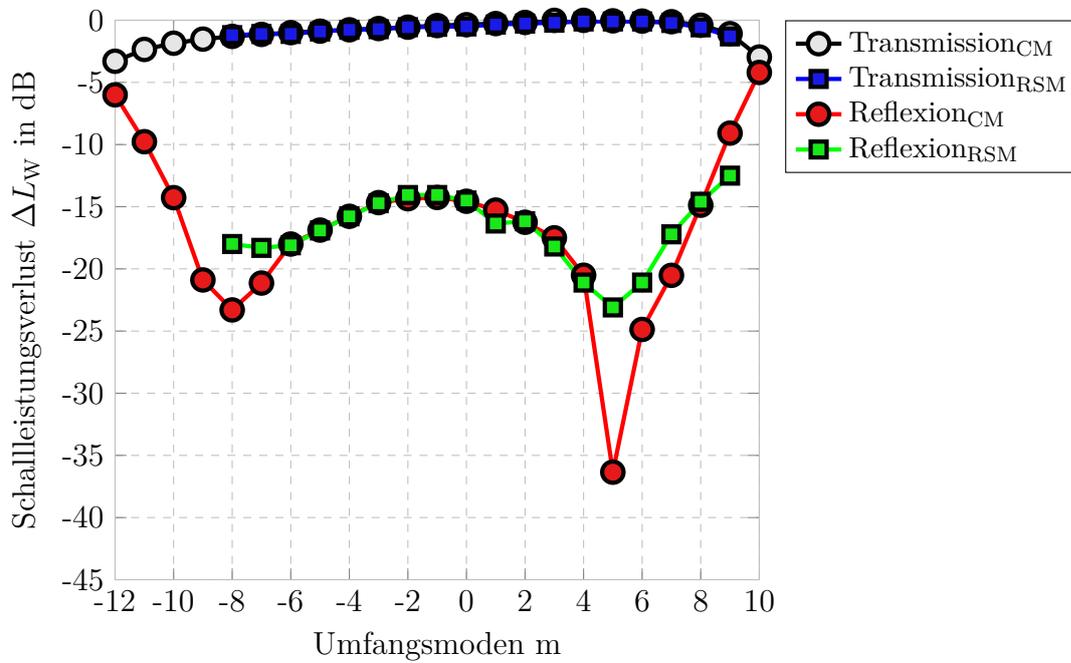


Abbildung 3.14: Vergleich Transmission/Reflexion von Schallmoden für ebene Plattenreihe EP2 mit CM und RSM

3.4 Berücksichtigung der Schaufelgeometrie

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, dass bei den analytischen Berechnungen die Einfallswinkel einer Schallmode mit dem Anstellwinkel des ebenen Plattengitters korrelieren. Zur Berücksichtigung der gewölbten Profilkontur ist es daher notwendig, diese geometrisch im Modell abbilden zu können. Hierfür wird die Kontur mit einer Vielzahl von ebenen Platten ersetzt. Die Skelettlinie beschreibt für einen zweidimensionalen Schnitt maßgeblich die aerodynamischen strömungseigenschaften eines Schaufelprofils. Die erste Ableitung der Skelettlinien-Funktion $f(x)$ beschreibt die Steigung einer anliegenden Tangente. Für ein gewölbtes Profil, wie in Abb. (3.15) dargestellt, werden für eine Vielzahl von ebenen Platten mit Anstellwinkeln zwischen -5° und -85° die Transmission- und Reflexionskoeffizienten berechnet. Die Sehnenlänge c wird nicht verändert, da dies im Modell zur einer Veränderung der berechneten Cut-Off Frequenz führt. Die für jeden Plattenanstellwinkel α einzeln und in Reihe berechneten modalen Schalleistungspegel werden anschließend gemittelt.

$$T_{ges} = \frac{\sum_{n=1}^N T(\alpha_n)}{N} \quad (3.34)$$

und

$$R_{ges} = \frac{\sum_{n=1}^N R(\alpha_n)}{N}. \quad (3.35)$$

Ein Nachteil dieser Herangehensweise ist die mögliche Überschätzung des realen Profilwinkels, insbesondere für den hinteren Bereich der Beschauflung. Im Ausblick werden weitere Herangehensweisen beschrieben, die in weiterführenden Studien untersucht werden können.

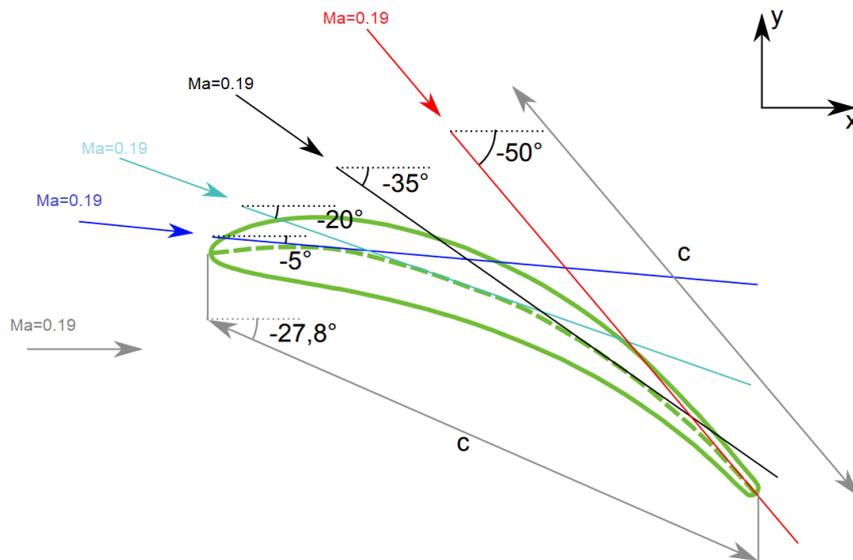


Abbildung 3.15: Approximation einer realen Schaufelreihe durch Ersetzen mit einer Vielzahl von ebenen Platten mit variierendem Anstellwinkel α

Um den Sensitivitätseinfluss der gewählten Schrittweite bestimmen zu können, werden unterschiedliche Schrittweitenvariierungen der Anstellwinkel für $\alpha_{var}=10^\circ$, 5° , 3° und 1° für das in Tab. 3.2 dargestellte ebene Plattengitter berechnet. Werden diese Berechnungen zusätzlich mit der RSM durchgeführt, so wird hierfür im Rahmen dieser Arbeit der Begriff „radial strip panel method (RSPM)“ neu eingeführt. Die mit CM kombinierten Berechnungen werden wiederum als „caustic panel method (CPM)“ benannt.

Tabelle 3.2: Untersuchte Konfiguration für den Einfluss der Schaufelgeometrie

	Plattengitter
Anzahl der Diskretisierungspunkte NP	15
Plattenanzahl s	32
Plattenlänge c	45 mm
Plattenanstellwinkel α	<i>variiert</i>
Mach-Zahl Ma	0.19
Anregungsfrequenz f	3000 Hz

Die mit dem CPM-Ansatz berechnete modale Transmission $\Delta L_{W,T}$ ist in Abb. 3.16 dargestellt. Hierbei zeigt der Verlauf für alle untersuchten Variierungen der Anstellwinkel einen ähnlichen Trend. Für die größte Schrittweitenvariierung von 10° ist ein Offset um 1,5 dB über den gesamten Modenbereich zu beobachten. Die feineren Anstellwinkelvariierungen 3° und 1° liegen nahezu exakt übereinander. Eine weitere Verfeinerung der Schritte $< 3^\circ$ führt somit zu keiner Änderung. Die Berechnungen sind konvergiert. Für den Vergleich mit den experimentellen Daten werden daher Anstellwinkelvariierungen mit einer Schrittweite von 3° für den CPM- und RSPM-Ansatz verwendet.

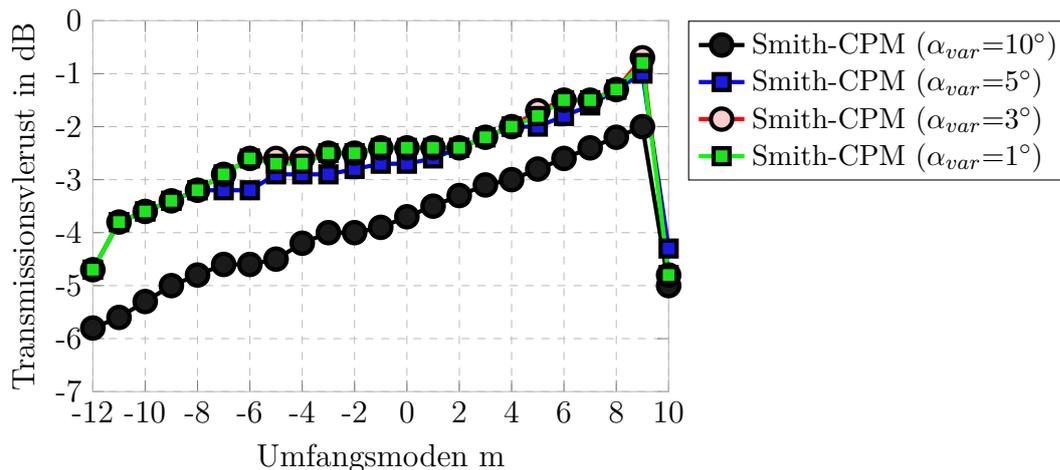


Abbildung 3.16: Berechnungen der modalen Transmission $\Delta L_{W,T}$ mit dem CPM für variierende Anstellwinkel

Der Einfluss der gewählten Anzahl an Radialstreifen wird in diesem Abschnitt analysiert. Beim RSPM-Ansatz werden ebenfalls Einzelberechnungen für das in Tab.

3.2 aufgestellte Plattengitter an 5, 10 und 15 Radialstreifen durchgeführt. Die Berechnungen für 10 und 15 Radialstreifen, wie in Abb. 3.17 dargestellt, stimmen über das gesamte Modenfeld nahezu überein. Bei der Berechnung mit 5 Radialstreifen wird die Transmission $\Delta L_{W,T}$ unterschätzt. Die Berechnungen sind für 10 Radialstreifen konvergiert. Für den Vergleich mit den experimentellen Daten werden daher 10 Radialstreifen für den RSPM-Ansatz verwendet. In Abb. 3.18 sind die mit dem CPM- und RSPM-Ansatz berechneten Transmission $\Delta L_{W,T}$ gegenübergestellt. Die Berechnungen werden für einen Anstellwinkelbereich zwischen -5° und -85° in 3° -Schritten durchgeführt. Beim RSPM-Ansatz werden die Berechnungen einzeln an zehn Radialstreifen durchgeführt. Für das gesamte Modenspektrum sind Differenzen um 1 dB zu beobachten.

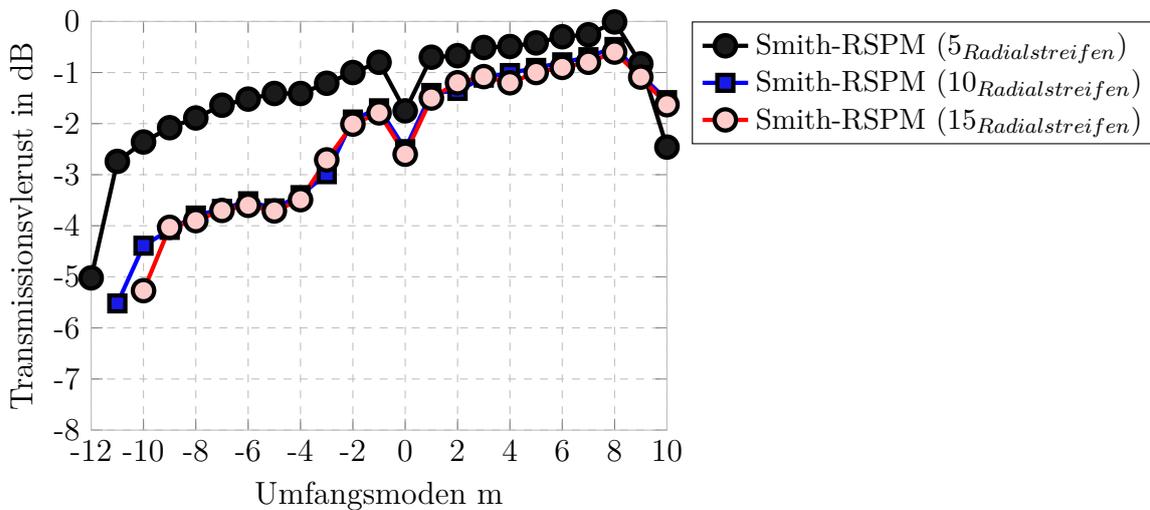


Abbildung 3.17: Berechnungen der modalen Transmission $\Delta L_{W,T}$ mit RSPM für verschiedene Anzahl an Radialstreifen

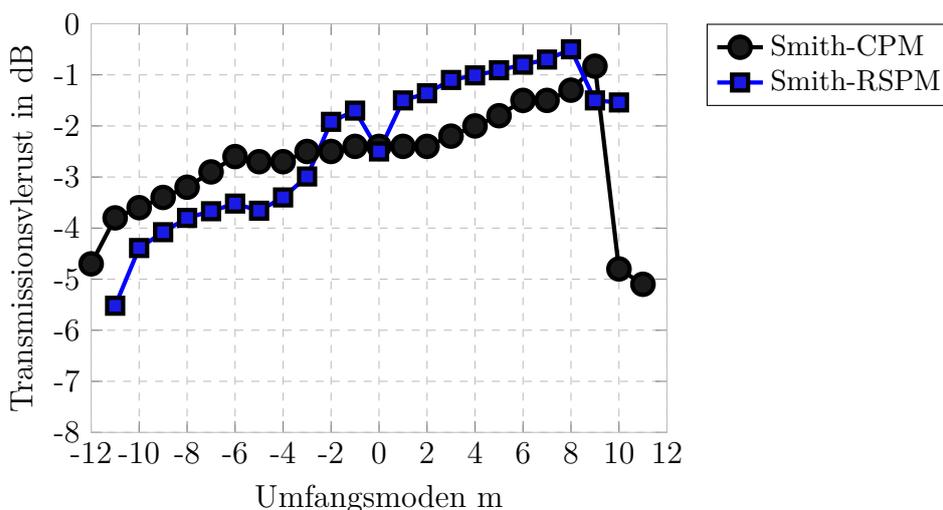


Abbildung 3.18: Gegenüberstellung der Berechnungen für die modale Transmission $\Delta L_{W,T}$ mit CPM und RSPM

Kapitel 4

Prüfstand und Messtechnik

In diesem Kapitel wird ein Überblick über den Prüfstand, die verwendete Messtechnik sowie die in dieser Arbeit untersuchten beiden Schaufelkonfigurationen gegeben. Diese Hardware stellt die Basis für die Generierung von experimentellen Messdaten zur Validierung der implementierten Schalltransportmodelle dar. Am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik steht für die Durchführung der experimentellen Untersuchungen der Aeroakustische Windtunnel (AWT) zur Verfügung. Dieser Prüfstand ist speziell für die Analyse von Schallausbreitungsvorgängen in zylindrischen Kanälen aufgebaut und ausgelegt. Weiterhin dient der Prüfstand zur Erprobung der Messtechnik und zur Verifikation der aeroakustischen Analyseverfahren, bevor Messungen in technisch komplexeren Prüfständen, wie z.B. der Luftturbine oder dem Axialverdichter des TFD, durchgeführt werden.

Zur Vermessung der Schallausbreitung durch nicht-rotierende Schaufelreihen wird die in Abbildung (4.1) dargestellte Messstrecke des AWT aeroakustisch neu ausgelegt, aufgebaut und durch eine Inbetriebnahmekampagne hinsichtlich der Messqualität verifiziert. Die mittels eines Schallgenerators (SG) synthetisch in die Messstrecke eingekoppelten Schallmoden werden mit wandbündig angeordneten Mikrofonarrays, die auf einem um 360° rotierbaren Messtechnikträgersegment (MTS) verbaut sind, vermessen und anhand der in Abschnitt 2.2 beschriebenen Radialmodenanalyse (RMA) detailliert untersucht. In Abschnitt 4.2 werden diese beiden wesentlichen Komponenten des Prüfstands näher beschrieben. Der spezielle Aufbau und die eingesetzte Messtechnik stellen die Basis für die Gegebenüberstellung der in dieser Arbeit generierten Messdaten mit den weiterentwickelten Schalltransportmodellen nach [Smith \(1973\)](#) und [Koch \(1971\)](#).

4.1 Aeroakustischer Windkanal

Am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik (TFD) wird in enger Kooperation zwischen dem Triebwerkshersteller MTU Aero Engines AG im Rahmen des Luftfahrtforschungsprogramms „Leise Installiertes Triebwerk (LIST)“ am tiefergehenden physikalischen Verständnis der Schallausbreitungsvorgänge in Niederdruckturbinen geforscht. Für die experimentellen Untersuchungen unter realitätsnahen Strömungsbedingungen, wie sie in Niederdruckturbinen vorherrschen, werden am AWT des Instituts umfangrei-

che Untersuchungen zur Schallausbreitung durch zwei nicht-rotierende Schaufelreihen durchgeführt. Die generierten Messdaten stehen anschließend für die Weiterentwicklung und Validierung von analytischen Schalltransportmodellen, die insbesondere in der Vorauslegungsphase der Triebwerksentwicklung angewandt werden, als auch für numerische Berechnungsverfahren zur Verfügung. Der wesentliche Vorteil von analytischen Schalltransportmodellen gegenüber numerischen Berechnungsverfahren liegt darin, dass diese in vergleichsweise deutlich kürzer Anwendungszeit Berechnungsergebnisse generieren können. Somit stellen diese Modelle insbesondere in der Vorauslegung eine flexible Methode für die Bewertung unterschiedlicher Konzepte dar. Die Anforderungen der Triebwerksentwickler an Schalltransportmodelle hinsichtlich einer verbesserten und genaueren Vorhersage sind infolge der immer kürzeren Entwicklungszeiten von Flugzeugtriebwerken und seiner Einzelsysteme gestiegen. Hierbei ist eine wesentliche Grundlagenmethode, diese Modelle mit empirischen Messdaten zu validieren. Der Prüfstand ist in der Auslegung bewusst mit einem variablen Konzept konstruiert worden, um verschiedene Versuchsobjekte unter variierenden Randbedingungen erproben zu können (Bartelt 2015). Abb. (4.1) zeigt die einzelnen Komponenten des Versuchssystems schematisch. Der Prüfstand verfügt über Schalldämpfereinheiten am Ein- und Austritt der Messstrecke, sodass unter kontrollierten Randbedingungen qualitativ hochwertige aeroakustische Messdaten generiert werden können. Im Rahmen einer Inbetriebnahme werden die wichtigsten Systemparameter experimentell erfasst und in Kapitel 5 ausführlich erläutert. Die Hauptkomponenten des Prüfstands sind das Rohrleitungssystem ①, der Schalldämpfer 1 ⑤, die Messstrecke ⑦ und der reflexionsarme Abschluss ⑧.

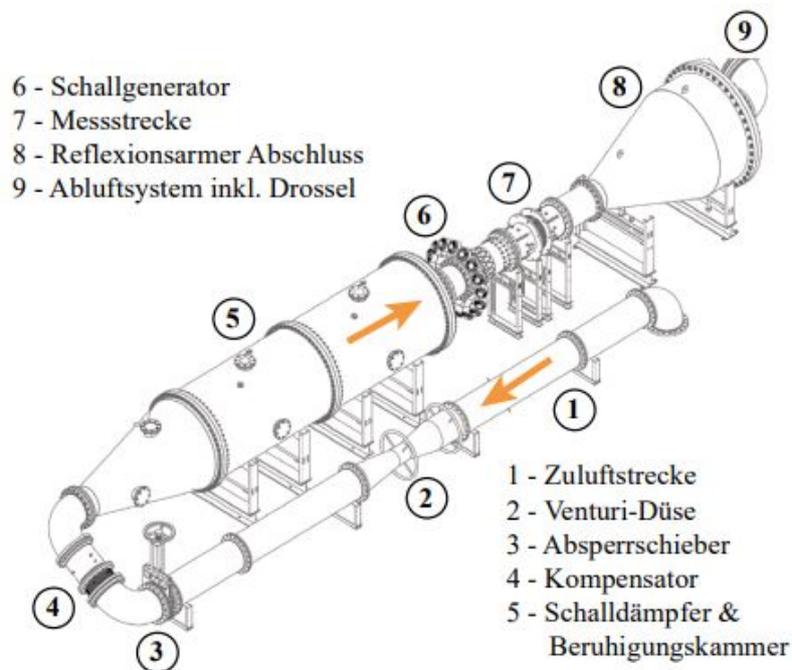


Abbildung 4.1: Aeroakustischer Windkanal (AWT) des TFD, aus (Bartelt et al. 2013)

Über das Rohrleitungssystem wird der AWT an die Luftversorgung des TFD angeschlossen. Dabei fördern drei Schraubenkompressoren einen maximalen Massen-

strom von 9,2 kg/s. Somit lassen sich Strömungsbedingungen generieren, wie sie in den Versuchsprüfständen des Institutes bzw. in Niederdruckturbinen moderner Flugtriebwerke vorherrschen. Das Zuluftsystem setzt sich aus der Zuluftstrecke ①, einer Venturi-Düse ②, einem Absperrschieber ③ und einem Kompensator ④ für den Ausgleich von möglicher Wärmedehnung zusammen. Die kalibrierte Venturi-Düse wird für die Massenstrommessung eingesetzt und ist an eine Prüfstandsregelung zum Anfahren definierter Betriebspunkte angeschlossen. An das Zuluftsystem schließt sich ein Schalldämpfer ⑤ an, der ein zentrales Element des AWT darstellt (Bartelt et al. 2013).

Der Schalldämpfer hat die Aufgabe, den aus dem Zuluftsystem generierten Lärm zu dämpfen. Zum anderen dient dieser als Beruhigungskammer und wird gezielt zur Homogenisierung der eintretenden Strömung eingesetzt. Am Austritt der Messstrecke befindet sich ein reflexionsarmer Abschluss ④. Der reflexionsarme Abschluss verhindert, dass ungewollte Störgeräusche in die Messebene zurückwirken und das eigentliche Messsignal überlagern (Bartelt et al. 2013). Der Kern des Prüfstands ist die Messstrecke ⑦ mit dem Schallgenerator ⑥, die im Folgenden beschrieben wird.

AWT-Messstrecke

Für die experimentelle Untersuchung der Transmission und Reflexion von Schallmoden durch reale Schaufelgitter moderner Niederdruckturbinen wird die Messstrecke des AWT aeroakustisch ausgelegt. Für detaillierte Informationen wird auf Mumcu et al. (2018) verwiesen.

Wie in der Abb. (4.2) dargestellt, besteht die Messstrecke aus einer Schallgenerator-Einheit (SG), zwei 360° rotierbaren Messtechnikträgersystemen (MTS 1 und MTS 2) sowie einer nicht-rotierenden Schaufelkonfiguration, welche auf einem aerodynamisch ausgelegten Nabenkörper gelagert ist. Die akustisch zu vermessende Schaufelkonfiguration wird zwischen den beiden MTS platziert. Die durch den Schallgenerator gezielt angeregten Schallmoden werden in die Messstrecke eingekoppelt und an den wandbündigen angeordneten Mikrofonarrays, bestehend aus 2 x 8 linear angeordneten Mikrofonarrays auf jeweils einem MTS, stromauf und stromab der Schaufelreihen vermessen. Die MTS sind gelagert und somit können die Mikrofone um 360° gedreht werden. Bei einer Traversierung in 1°-Schritten können z.B. Umfangsmodenordnungen bis $m = \pm 179$ bestimmt werden.

Über die Mikrofonarrays kann das akustische Schallfeld in und entgegen der Strömungsrichtung vollständig gemessen werden. Durch Anwendung der RMA wird die Schalleistung stromab und stromaufwärtiger Schallmoden bis zu einer Radialmodenordnung von $n = 3$ aufgelöst. Der Einsatz je eines MTS vor und hinter der Schaufelreihe ermöglicht die vollständige Vermessung von Reflexion und Transmission. Alle Rohrsegmente sind zylindrisch und haben einen Radius von 500mm.

Die Messstrecke lässt sich mit unterschiedlich beschauelten Statoranordnungen bestücken. Im Rahmen dieser Arbeit werden zwei Schaufelkonfigurationen mit je 32 Statorschaufeln vermessen. Die Schaufelkonfiguration 2 besteht aus den Schaufelreihen A und B. Die Schaufelkonfiguration 1 besteht lediglich aus der Schaufelreihe A. Die Schaufelreihe A ist eine aerodynamisch hochumlenkende Turbinenbeschauelung mit

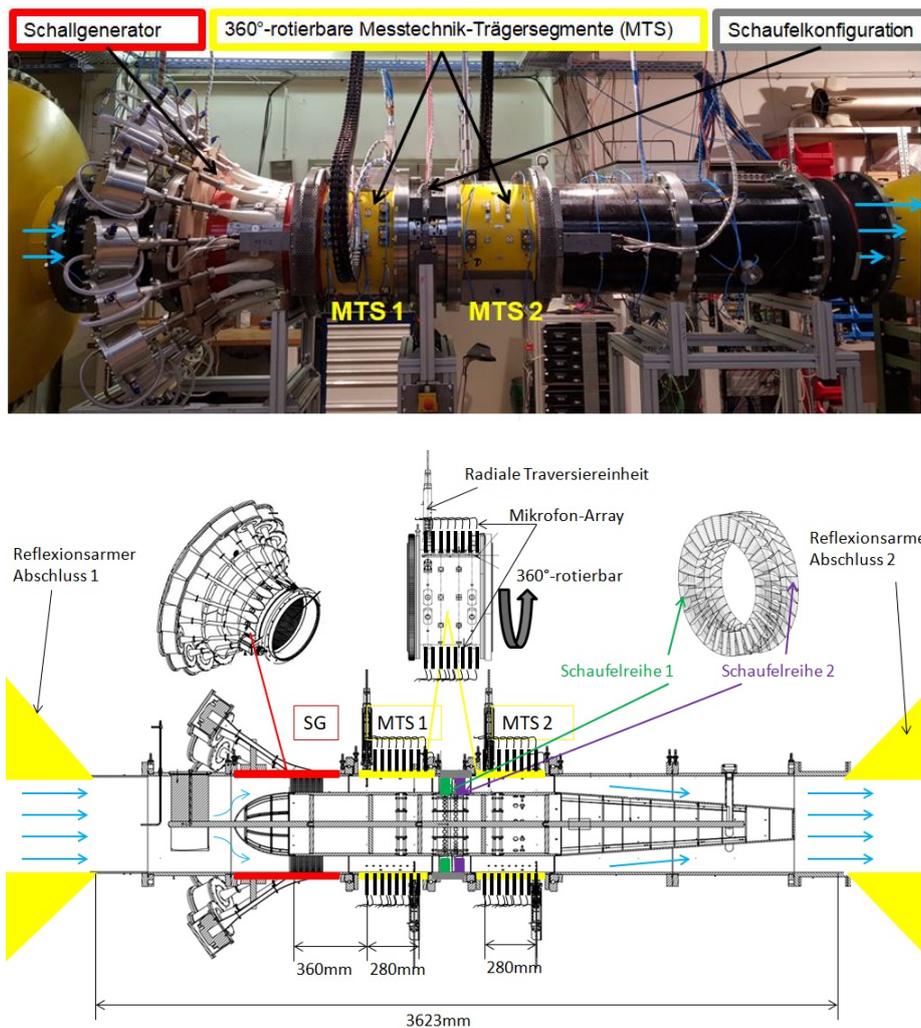
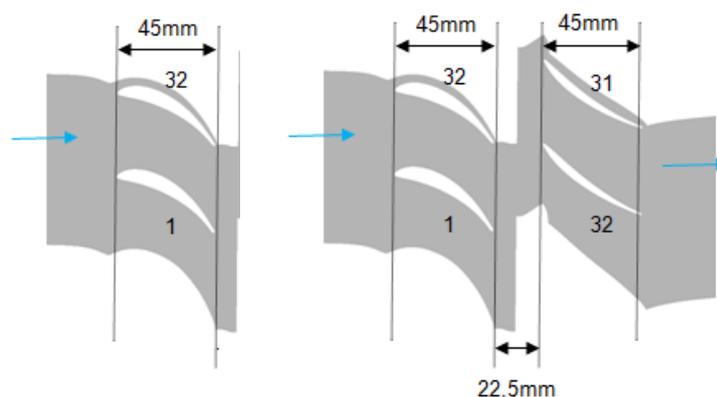


Abbildung 4.2: Messstrecke des AWT mit eingebauter Schaufelkonfiguration 2 (unten: Schnittansicht)

einem Design aus einer realen Niederdruckturbine. Der maximale Abströmdrallwinkel (Umfangswinkel bezogen auf die Rohrmittelachse) für die Schaufelreihe A ist 58° . Die Schaufelreihe B ist eine hochumlenkende Verdichterbeschaufelung, die primär die aerodynamische Funktion hat den in Schaufelreihe A induzierten starken Drall zu reduzieren. Der maximal austretende Drallwinkel bei der Schaufelkonfiguration 2 beträgt dann nur noch 31° .



(a) Schaufelkonfiguration 1

(b) Schaufelkonfiguration 2

Abbildung 4.3: Schaufelkonfiguration 1 (li.)- und 2 (re.) (Schnittansicht)

Die im Rahmen dieser Arbeit festgelegten Prüfstandsparameter für die Messkampagne sind in der Tab. (4.1) aufgelistet.

Tabelle 4.1: Prüfstandsparameter für Messkampagne

Parameter	Wert
Massenstrom \dot{m}	9 kg/s
Mach-Zahl bei MTS 1	0.19
Länge Messstrecke	3,6 m
Außenradius Messstrecke	500 mm
Nabenverhältnis	0.66
Anzahl Schaufelreihe A	32
Anzahl Schaufelreihe B	32
Schaufelkonfiguration 1	A
Schaufelkonfiguration 2	A + B

Um aeroakustisch hochwertige Messdaten generieren zu können, sind in der Auslegungsphase folgende Anforderungen an die Messstrecke definiert und mittels umfangreicher CFD-Simulationen bewertet worden (Mumcu et al. 2018):

- Die Nachlaufstörungen, bedingt durch die vorderen Nabenkörperaufhängung in Sternform, müssen in der Messsektion bei MTS 1 vollständig ausgemischt sein,
- die Strömung muss den Bedingungen aus einer modernen Niederdruckturbine entsprechen (Nabenverhältnis, Aerodynamisches Design der Beschaufelung, geringe Grenzschichtdicke in der Messsektion bei MTS 1) und
- unter strömungstechnisch kritischen Bedingungen dürfen keine lokalen Strömungsablösungen auf den Schaufelprofilen oder auf dem Nabenkörper und der Gehäusewand entstehen.

Die strömungstechnische Auswirkung der vorderen Nabenkörperaufhängung ist in vorgelagerten Simulationen durchgeführt und als Eintrittsrandbedingung für die hier gezeigten Strömungssimulationen verwendet. Abb. (4.4) zeigt die Geschwindigkeitskomponenten in axialer, radialer und tangentialer Richtung innerhalb der Messstrecke mit eingebauter Schaufelkonfiguration 2. Über die gesamte Nabenkörperlänge entstehen keine Strömungsablösungen am Nabenkörper als auch an der Gehäusewand, die ansonsten zu einer Erhöhung des Hintergrundrauschens führen würden. Die Diffusorgeometrie weist aus aerodynamischen Gründen einen geraden Hinterkanten-Schnitt auf. Dieser führt dazu, dass die stark drallgeprägte Strömung am Übergang in den zylindrischen Austrittskanal, einen fest definierten Ablösungspunkt hat. Somit ist eine Ausbreitung des Ablösegebietes in axialer Richtung über den Nabenkörper nicht möglich.

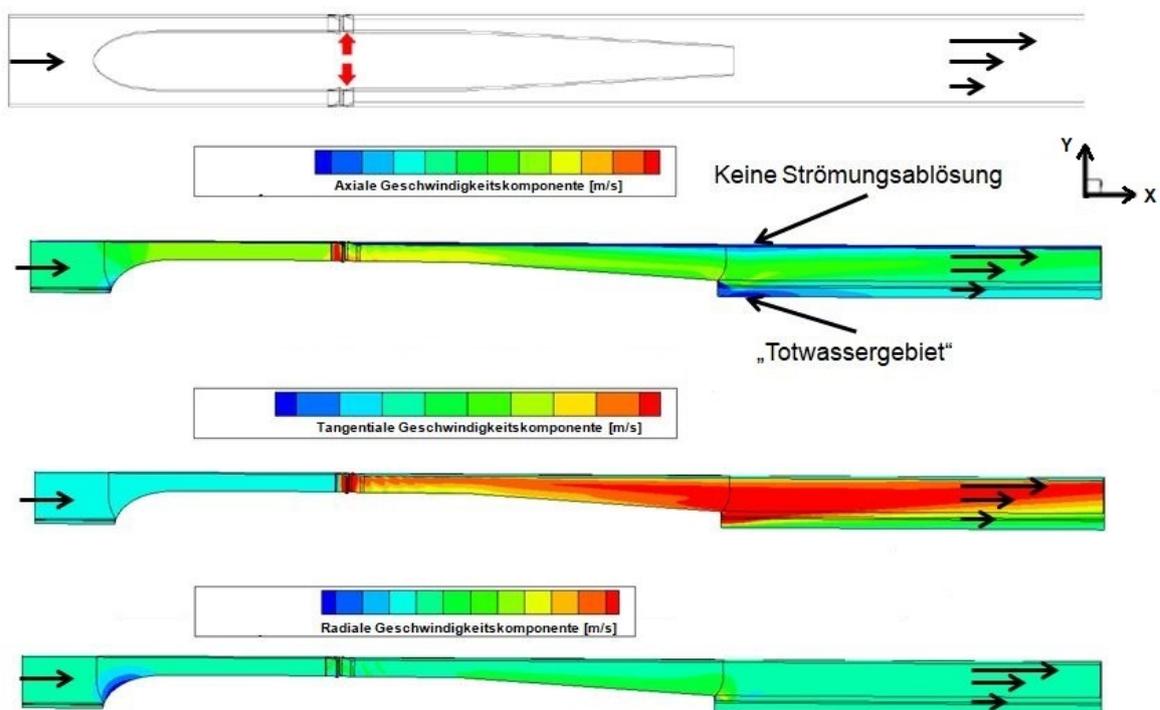


Abbildung 4.4: Geschwindigkeitskomponenten für Schaufelkonfiguration 2 im BP nach Tab. (4.1) (CFD-Berechnung), aus (Mumcu et al. 2018)

Der in Abb. (4.5) dargestellte Verlauf der Mach-Zahl an Messposition MTS 1 wurde mittels einer 5-Lochsonde gemessen und bestätigt sehr homogene Zuströmbedingungen in die Schaufelreihen. Die durch die vordere Aufhängung induzierten Nachlaufströmungen sind vollständig ausgemischt. Es zeigt sich, dass bei dem eingestellten Betriebspunkt ein weitgehend konstantes Strömungsprofil über der Kanalhöhe und in Umfangsrichtung stromauf der Schaufelkonfigurationen vorherrschen. Die an den Messsektionen MTS 1 und MTS 2 mittels 5-Lochsondenmessungen und statischen Wanddruckbohrungen gemessenen Strömungsparameter Mach-Zahl, Schallgeschwindigkeit, Temperatur und statischer Wanddruck werden für die RMA und die Berechnung mit den Schalltransportmodellen benötigt.

Jede Schallmode besitzt bei gegebener Geometrie und Strömung eine eigene Cut-

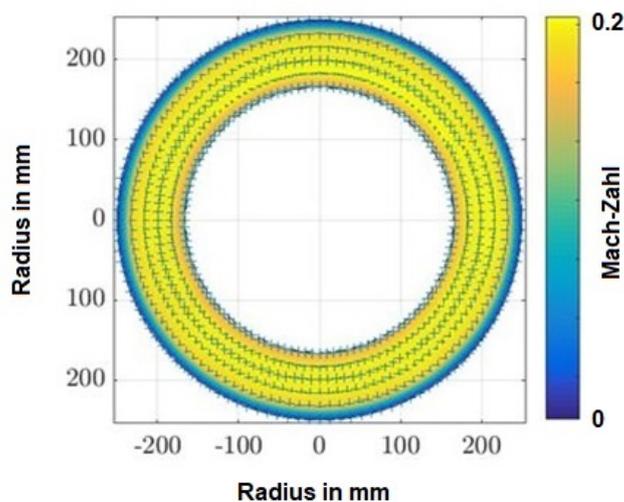


Abbildung 4.5: Verlauf der Mach-Zahl gemessenen über 360° bei MTS 1, BP nach Tab. (4.1)

Off Frequenz. Alle Moden, deren Cut-Off Frequenz geringer als die Anregungsfrequenz ist, sind dabei ausbreitungsfähig. Im Umkehrschluss sind diejenigen Moden nicht ausbreitungsfähig, deren Cut-Off Frequenz größer als die Anregungsfrequenz ist. In Abb. (4.6) sind alle ausbreitungsfähigen Moden für die in Tab. 4.1 aufgelisteten Prüfstandsdaten für die Messstrecke und den Austritt dargestellt.

Die Cut-Off-Frequenzen verschieben sich bei Drallströmung proportional zur Umfangsmodenordnung, so dass sich bei einer gegebenen Frequenz mehr Moden entgegen und weniger Moden in Richtung der Drallströmung ausbreiten. Bei einer Frequenz von $f = 3000 \text{ Hz}$ ergeben sich beispielsweise als höchste und niedrigste Umfangsmodenordnung $\max(m) = 9$ bzw. $\min(m) = -17$ im Vergleich zum drallfreien Fall mit $\max(m) = \min(m) = \pm 11$. Für spezifische Bänder negativer Umfangsmodenordnung verschieben sich die Cut-Off Frequenzen der höheren Radialmoden zu tieferen Frequenzen.

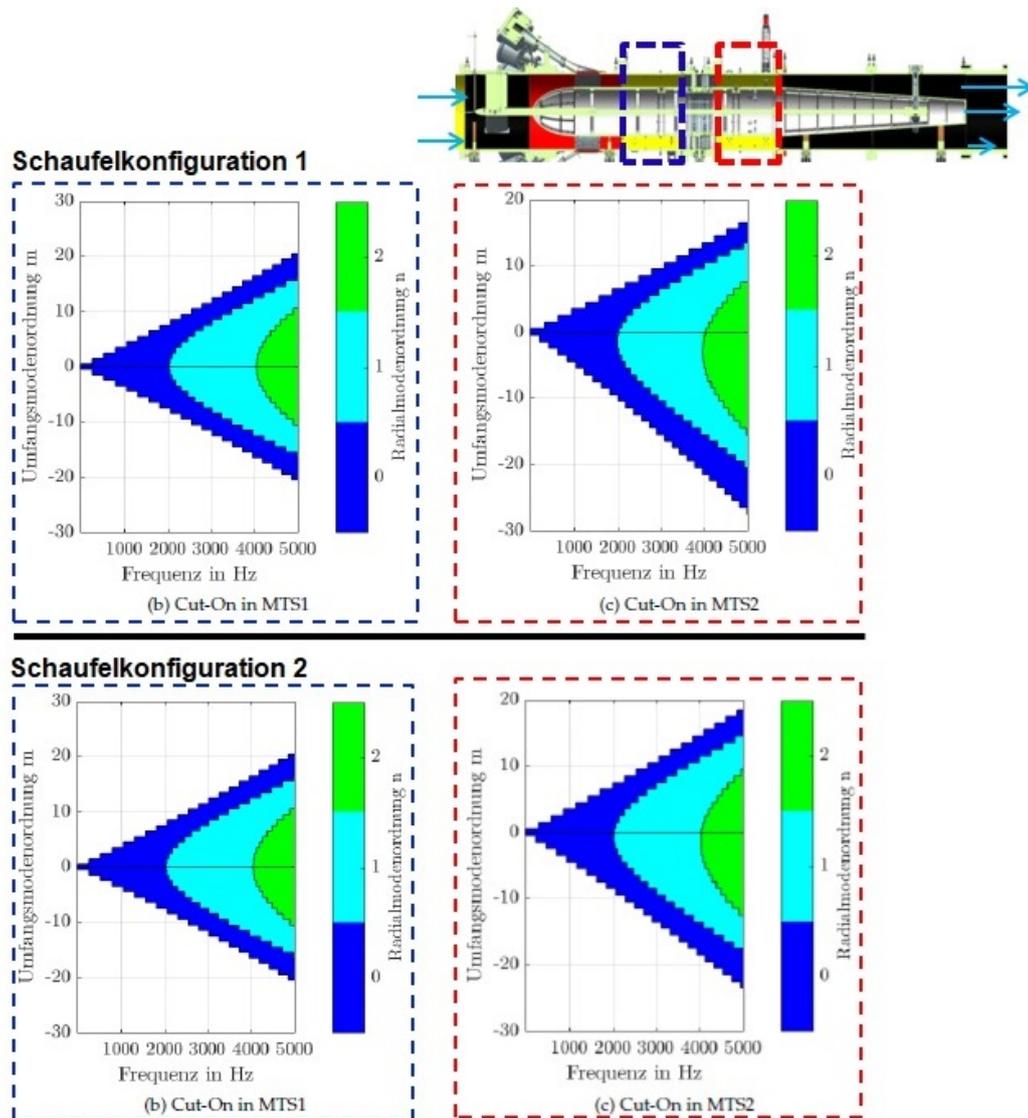


Abbildung 4.6: Ausbreitungsfähige Schallmoden bei MTS 1 und MTS 2, BP nach Tab. (4.1), aus (Mumcu et al. 2018)

4.2 Instrumentierung

In diesem Abschnitt werden die beiden wesentlichen Komponenten der akustischen Messstechnik, der Schallgenerator (SG) und das Messtechnikträgersegment (MTS) vorgestellt. Wie in Kapitel 2 erläutert können Schallmoden in zylindrischen Strömungskanälen mit ringförmig angeordneten Schallquellen, hier Druckkammerlautsprecher, erzeugt werden. Ein einzelner Lautsprecher regt im Allgemeinen alle Schallmoden, die bei der Anregungsfrequenz ausbreitungsfähig sind, mit einem deterministischen Amplitudenverhältnis an. Die Anordnung mehrerer Lautsprecher mit äquidistantem Abstand in einem Ring ermöglicht die Ausnutzung symmetriebedingter Interferenz, um durch die Vorgabe exakt geregelter Amplituden- und Phasenverhältnisse für jeden einzelnen Lautsprecher, wie in Abschnitt 2.3 mathematisch beschrieben, eine Umfangsmode gezielt anzuregen. Um eine hohe Qualität der Anregung sicherzustellen ist

es wichtig, dass die ungewollt mitangeregten Schallmoden-Nebenkeulen eine geringe Schallleistung aufweisen.

4.2.1 Schallgenerator-Einheit (SG)

In Abb. (4.7) ist der verwendete einreihige Schallgenerator zu sehen. Der Schallgenerator besteht aus 16 äquidistant über den Umfang eines Rohrsegments verteilten Lautsprechereinheiten mit einem Abstand von $22,5^\circ$. Der Aufbau eines Lautsprechers besteht aus einem Druckkammerlautsprecher (BMS 4591), einer Ladungseinheit und einem akustischen Horn, welche für den Frequenzbereich von 300 Hz und 10 kHz einen maximalen Pegel von 135 dB erzeugen (Bartelt 2015). Aufgrund des Druckverhältnisses innerhalb der Messstrecke werden zum Schutz der Lautsprechermembran die Lautsprecher mit einem Gehäuse abgekapselt, vor und hinter der Membran eine Schlauchverbindung installiert, womit der Druckausgleich sichergestellt ist. Für weitergehende Informationen zur Auslegung des verwendeten Schallgenerators wird auf Bartelt et al. (2013) verwiesen.

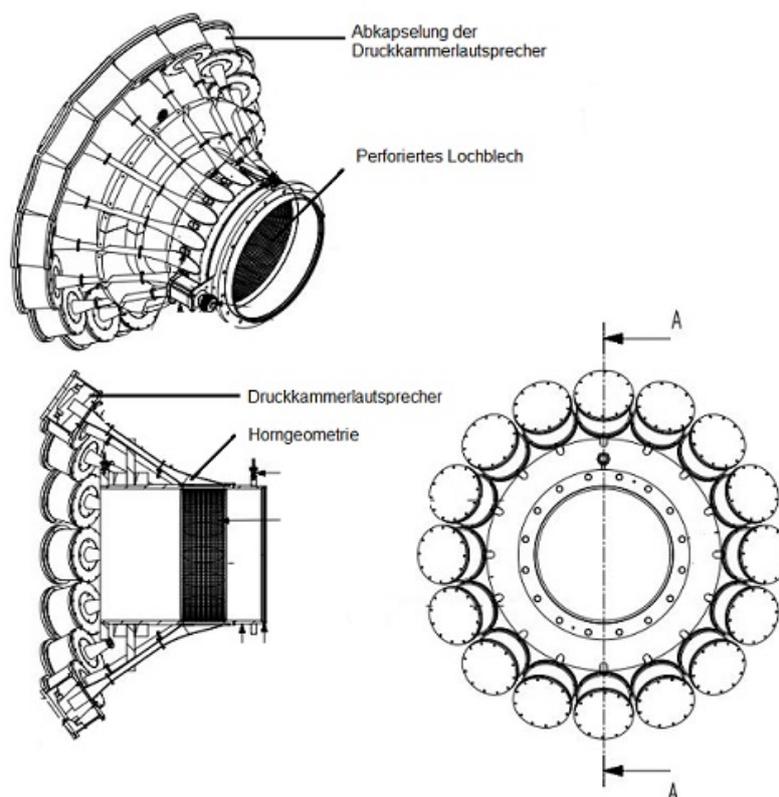


Abbildung 4.7: Aufbau des Schallgenerators

Die einzelnen Lautsprecher können mit unterschiedlichen Signalformen angesteuert werden. Hierbei können getaktete Signalformen (Sinus, Dreieck, Rechteck, Rauschen) und überlagerte Signalformen kombiniert werden. Für die Generierung der Signale werden zwei synchronisierte 8-Kanal I/O-FPGA Karten NI-PXI-7854R eingesetzt. Die

Auflösung beträgt 16 Bit bei einer Samplingrate von 1 MHz pro analogem Ausgangskanal [Bartelt \(2015\)](#). Die Lautsprecheransteuerung ist in die Messsoftwareumgebung und die Prüfstandssteuerung integriert, womit eine redundante und exakte Synchronisation mit der Signalaufnahme der Mikrofone und dem Betriebspunkt des Prüfstands gewährleistet wird.

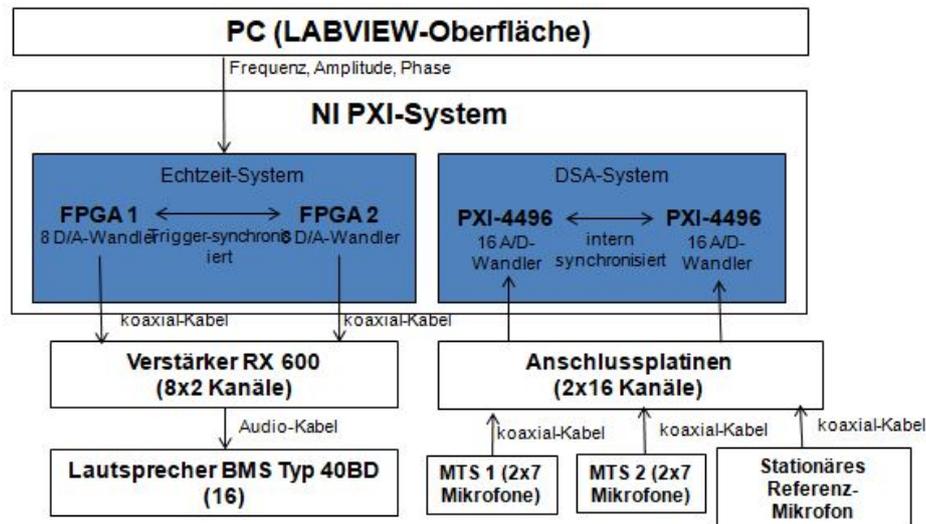


Abbildung 4.8: Messtechnik bei der Modensynthese- und analyse, aus [Bartelt et al. \(2013\)](#)(modifiziert)

Bei der Untersuchung von Schallausbreitungsvorgängen ist es das Ziel eine Umfangsmodenordnung präzise nachzubilden, d.h. ohne gleichzeitige Anregung sonstiger Umfangsmoden (Spillover-Moden). Die Erzeugung rotierender Schallmoden bei variierenden Anregungsfrequenzen lässt sich durch die gezielte Ansteuerung der einzelnen Lautsprecher mit definiertem Phasenversatz und Amplitudenverhältnis erreichen. Der Phasenversatz wird beim eingesetzten Schallgenerator mit einem zeitlichen Phasenversatz der Anregungssignale realisiert, der unter Kenntnis der Modenordnung, Anregungsfrequenz und Lautsprecherposition berechnet wird. Die möglichst exakte Kontrolle der Phasenlagen und Amplituden ist wichtig für eine qualitativ hochwertige Anregung. Geringe Abweichungen und Störungen im Anregungssignal können zu einem fehlerhaft überlagerten Schallfeld führen, so dass entweder die gewünschte Zielmode bzw. dessen Drehrichtung nicht erzeugt werden kann ([Bartelt 2015](#)).

Abb. (4.9) zeigt das Ergebnis einer numerischen Untersuchung des Versuchsaufbaus. Nach dem Nyquist-Shannon Abtasttheorem können mit dem eingesetzten einreihigen Schallgenerator, der aus 16 aquidistant über den Umfang verteilten Lautsprechern besteht, Umfangsmodenordnungen bis zu $m = \pm 7$ gezielt erzeugt werden. Dies wird in der numerischen Studie bestätigt. Nach den in Abschnitt 2.3 hergeleiteten Modellgleichungen muss für die gezielte Anregung von Umfangsmodenordnungen $m > 7$ die Anzahl der Lautsprecher über den Umfang erhöht werden.

Die Qualität der gezielten Anregung von Umfangsmodenordnungen m mit dem einreihigen Schallgenerator wird in einer umfangreichen Inbetriebnahmekampagne des Prüfstands getestet und in Kap. 5 erläutert. Abb. (4.10) und (4.11) zeigen exemplarisch die gezielte Anregung der rotierenden Umfangsmoden $m = \pm 5$. Die zugehörigen SNR-

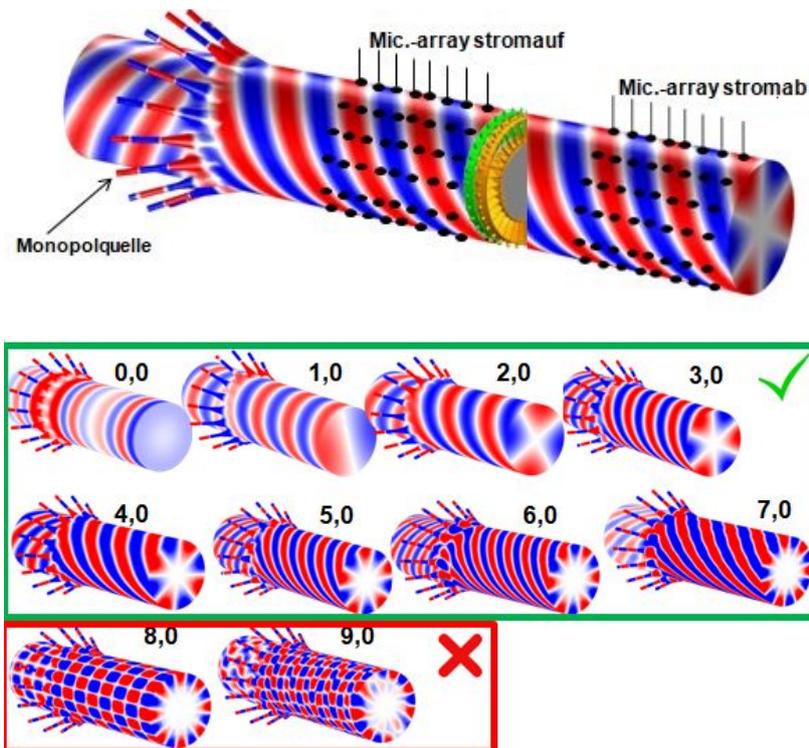


Abbildung 4.9: Grenzen der gezielten Modenanregung mit dem einreihigen Schallgenerator (numerische Simulation), Anregungsfrequenz $f=2000$ Hz. aus (Mumcu et al. 2018)

Werte sind in Abschnitt 5.1.1 (siehe Abb. (5.1)). Die Messungen mit den wandbündigen Mikrofonarrays bei MTS 1 und eine anschließende Auswertung mittels RMA zeigen, dass der eingesetzte Schallgenerator in der Lage ist die gewünschte Umfangsmode gezielt anzuregen.

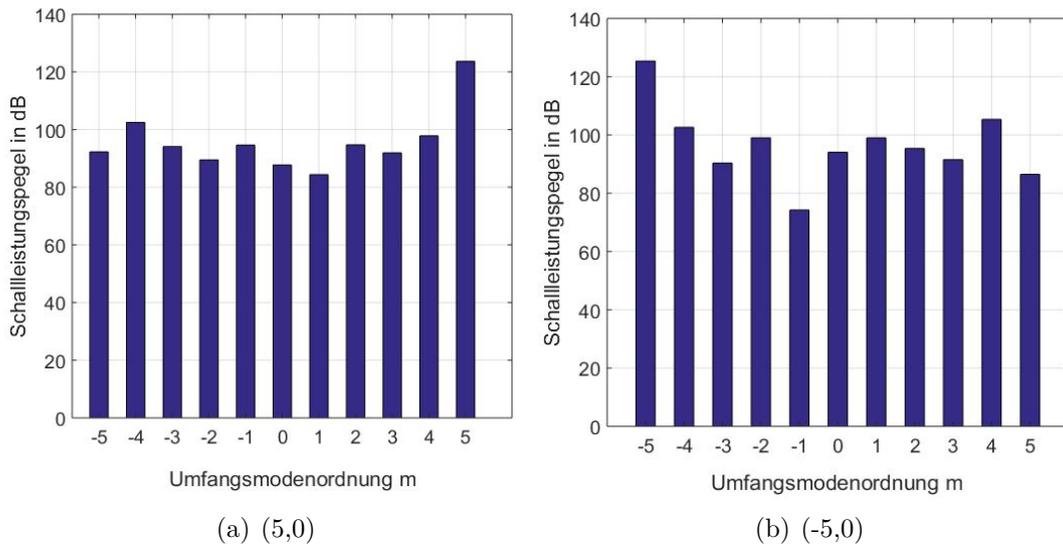


Abbildung 4.10: Gezielte Anregung der Umfangsmode $m = \pm 5$ mit dem einreihigen Schallgenerator, gemessen mit wandbündigem Mikrofonarray bei MTS 1, Anregungsfrequenz $f=1500$ Hz

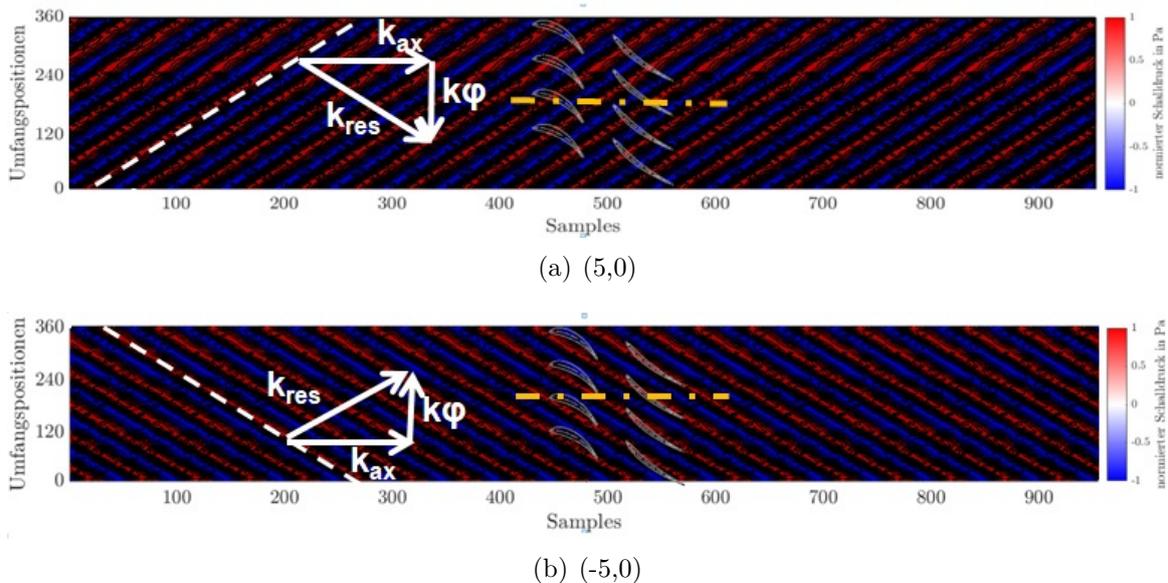


Abbildung 4.11: Gemessene Schalldruckverteilung der Umfangsmode $m = \pm 5$ mit den wandbündigen Mikrofonarrays bei MTS 1, Anregungsfrequenz $f=1500$ Hz

Lautsprecherkalibrierung

Mit den einzelnen Lautsprechern des Schallgenerators muss eine gezielte Schallmode mit ausreichend hohem Schalldruck und entsprechender Präzision in Amplitude und Phase erzeugt werden. Hierzu wird, wie im Messaufbau in Abb. (4.12) dargestellt eine experimentelle Kalibrierung für die gesamte Signalkette durchgeführt, durch die die Übertragungseigenschaften von Verstärker- und Lautsprechern charakterisiert werden. Die Kalibrierung wird für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Anregungsfre-

quenzen $f=1000$ Hz, $f=2000$ Hz und $f=2500$ Hz durchgeführt. Jedem Verstärkerkanal wird ein Druckkammerlautsprecher fest zugewiesen, beide, d.h. Verstärkerkanal und Lautsprecher nummeriert und in Bezug auf Übertragungsfunktion, Phase und Betrag des Schalldruckpegels in der Messstrecke verglichen. Um störende Reflexionen zu vermindern wurden die Schaufelreihen aus der Messstrecke entfernt.

Die Lautsprecher sind, wie in Abschnitt 4.2.1 erläutert, über ein Horn mit der Messstrecke angeschlossen. In einem Axialabstand von 345 mm werden die einzelnen Lautsprechersignale mit dem ersten Mikrofon des Mikrofonarrays auf MTS 1, welches für jede Einzelvermessung eines Lautsprechers auf dessen Symmetrielinie hochgenau positioniert wird, erfasst. Der Abstand zwischen den einzelnen Lautsprechern und dem Messmikrofon ist somit stets konstant. Das Anregungssignal ist ein Sinus-Signal, welches mittels der FPGA-Karte erzeugt und über den jeweiligen Verstärkerkanal dem Druckkammerlautsprecher zugeführt wird. Dabei werden das Eingangssignal und das Ausgangssignal des Audioverstärkers aufgezeichnet. Der Schalldruck wird an Referenzmikrofonen, welche am Ausgang der Lautsprecher angebracht sind, und dem Messmikrofon 1 vermessen. Hierdurch lassen sich sowohl Amplituden- als auch Phasendifferenzen des Schalldrucks ermitteln und im Anschluss über die Kalibrierung kompensieren. Über ein Oszilloskop werden die Einstellungen der Signalamplituden am Ein- und Ausgang des Audioverstärkers überwacht. Die Verstärker werden mit 2V angesteuert und es wird die maximal mögliche Verstärkung von 25 dB gewählt. Die Verstärkung lässt sich mit einer maximalen Abweichung von ± 0.1 dB vom Sollwert einstellen.

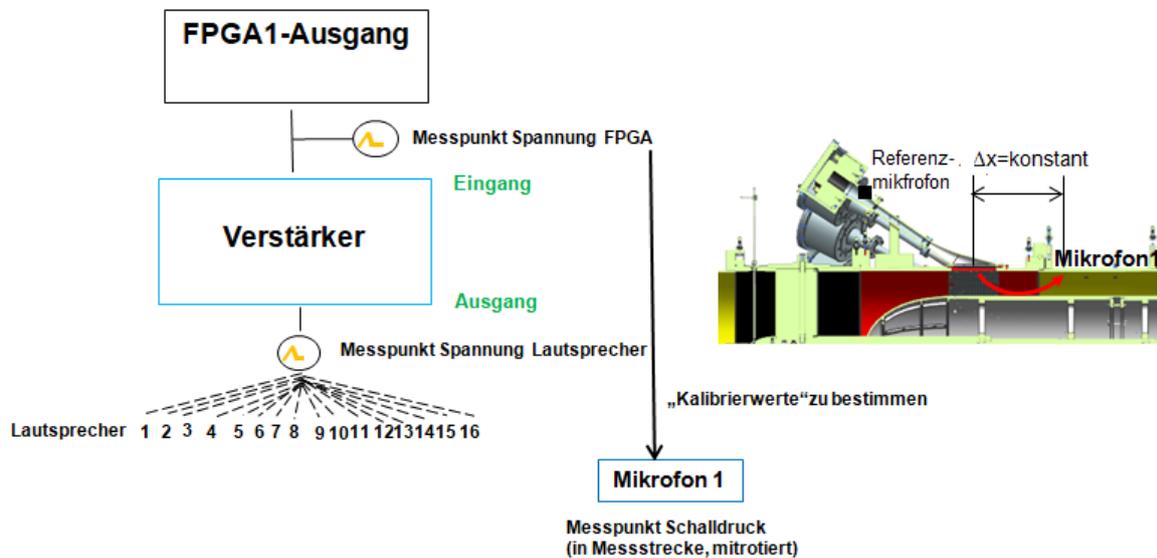


Abbildung 4.12: Schematische Darstellung zur Kalibrierung der gesamten Signalkette bei Modensynthese im AWT

In Abb. (4.13) und (4.14) sind die Amplituden- und Phasendifferenzen des Schalldrucks zum Mittelwert jedes Übertragungsweges exemplarisch für die Anregungsfrequenz $f=2000$ Hz dargestellt. Für die Anregungsfrequenz $f=2000$ Hz ergeben sich, wie in Abb. (4.13) und (4.14) dargestellt, Phasenabweichungen bis zu max. 2° sowie Amplitudendifferenzen bis zu max. 2 dB.

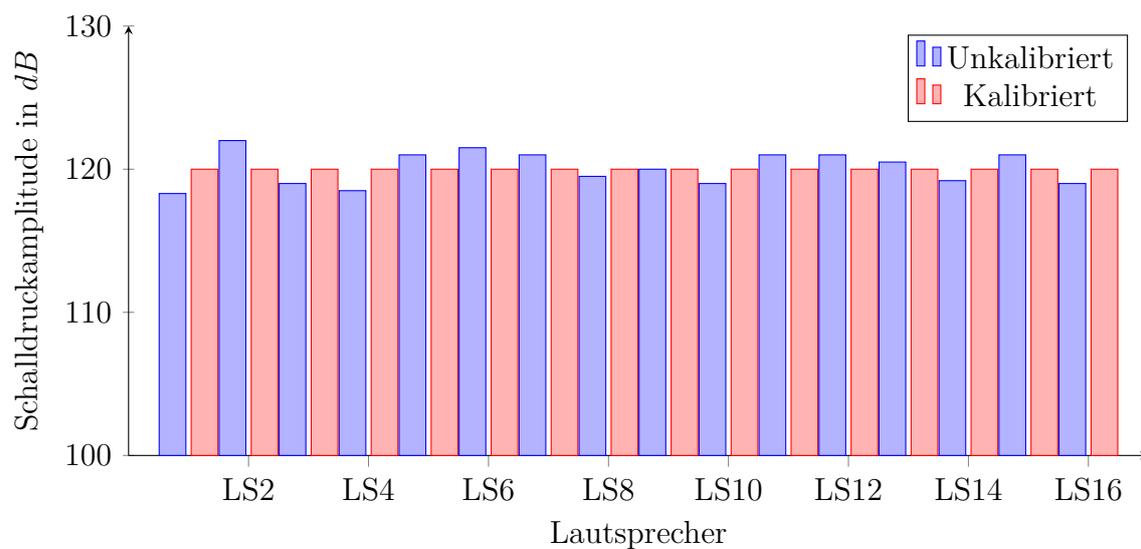


Abbildung 4.13: Kalibrierung der Schalldruckamplitude bei $f = 2000\text{Hz}$, mit Strömungsüberlagerung im AWT

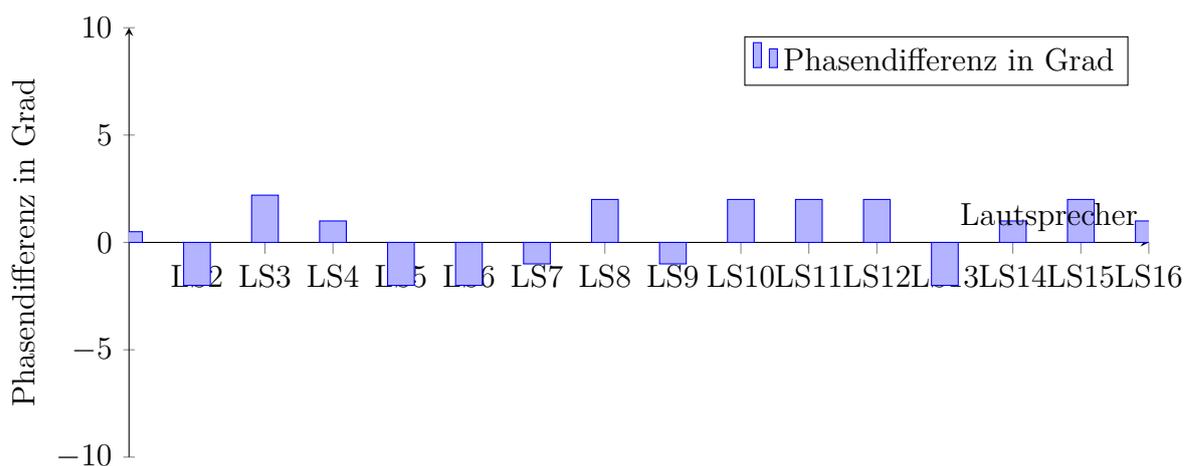


Abbildung 4.14: Phasenkorrektur des Schalldrucksignals bei $f = 2000\text{Hz}$, mit Strömungsüberlagerung im AWT

Grenzen der Schallgenerator-Einheit (SG)

Zur Untersuchung von Schallausbreitungsvorgängen wird in einfacheren Versuchsaufbauten oft nur ein einzelner Lautsprecherring verwendet. Mit diesem können die Amplituden von Moden verschiedener radialer Ordnungen, wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, jedoch nicht individuell eingestellt werden. Dies haben Walker et al. (1999), Enghardt et al. (1999) und Tapken und Enghardt (2006) in umfangreichen analytischen und experimentellen Studien zur aktiven Regelung von Fan-Tönen und weiteren Sensitivitätsstudien erkannt. Für die Kontrolle wird nach dem Nyquist-Shannon Abtasttheorem ein mehrreihiger Lautsprecherring benötigt.

Im vorherigen Abschnitt sind in Abb. (4.6) alle in der Messstrecke ausbreitungsfähigen Moden für die in Tab. 4.1 aufgelisteten Prüfstandsdaten dargestellt. Demnach sind ab einer Anregungsfrequenz von $f = 2112 \text{ Hz}$ Schallmoden mit einer höheren Radialmodenordnung $n = 1$ ausbreitungsfähig. Die Kontrolle dieser ist mit dem im Experiment eingesetzten einreihigen Schallgenerator nicht möglich. Daher sind die maximalen Anregungsfrequenzen für ein kontrollierbares Schallmodenfeld im Experiment bis $f = 2000 \text{ Hz}$ limitiert.

Abb. (4.15) zeigt beispielhaft Messungen für Anregungsfrequenzen mit $f = 1500 \text{ Hz}$ und $f = 3000 \text{ Hz}$ für die gezielte Kontrolle der Mode $m = 5$. Der experimentelle Versuch mit einer Anregungsfrequenz von $f = 3000 \text{ Hz}$ zeigt, dass für die Mode $m = 5$ neben der Radialmodenordnung $n = 0$ auch die $n = 1$ mit einem starken Schalleistungspegel unkontrolliert mitangeregt wird. Desweiteren werden Spillover-Moden (hier $m = -11$) mit relativ hohen Schalleistungspegeln mitangeregt. Für die Anregungsfrequenz von $f = 1500 \text{ Hz}$ weisen die Schallmoden-Nebenkeulen eine geringe Schalleistung auf. Eine vollständige Kontrolle bei dieser Anregungsfrequenz ist somit möglich. Das Ziel der kontrollierten Modenanregung ist die Schalleistung der Modennebenkeulen auf $\geq 20 \text{ dB}$ zu unterdrücken. Hier ist der Einfluss des Störsignals auf die Messung gering.

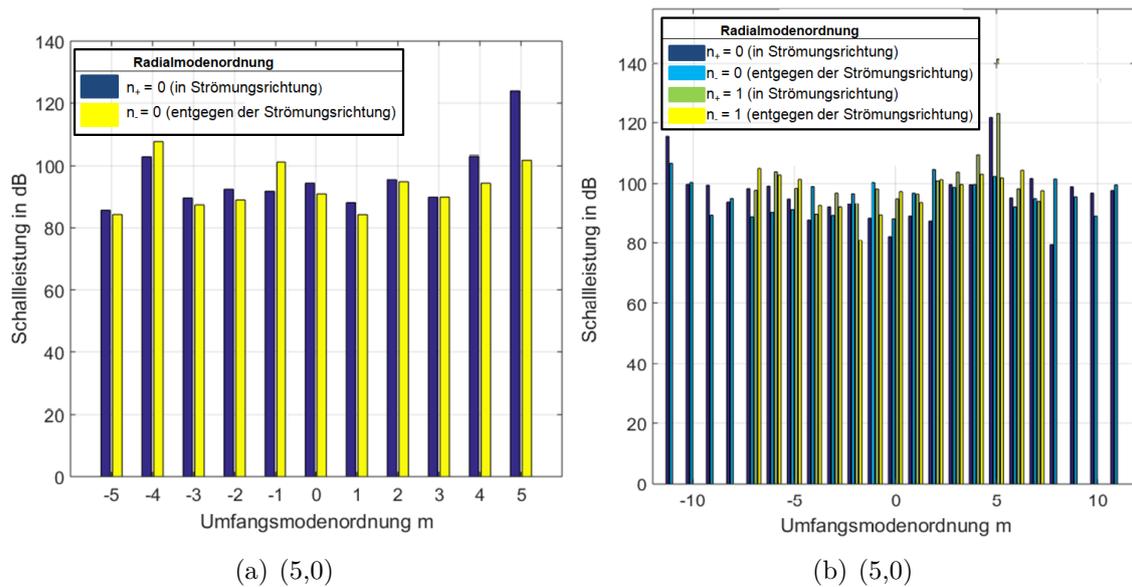


Abbildung 4.15: Gezielte Anregung der Umfangsmode $m = 5$ mit dem einreihigen Schallgenerator, $f=1500$ Hz (li.) und $f=3000$ Hz (re.), gemessen mit wandbündigem Mikrofonarray bei MTS1

4.2.2 Rotierbares Messtechnikträgersegment (MTS)

Die mittels des Schallgenerators gezielt angeregten Schallmoden werden mit Mikrofonarrays, die das eingekoppelte Schallfeld erfassen, gemessen. Die Transmission und Reflexion der Schallmoden können für eine spezifische Schallmode somit einzeln analysiert werden. Die Mikrofonarrays sind, wie in Abb. (4.16) dargestellt, wandbündig axial auf dem Segment verteilt. Jedes Linienarray besteht aus acht $1/4$ "-Druckfeldmikrofonen, welche in einem äquidistanten Axialabstand von $x = 35\text{mm}$ positioniert sind.

Auf beiden MTS sind jeweils zwei Mikrofonarrays „a“ und „b“ positioniert, welche um 180° versetzt am Gehäuse eingebaut sind (vgl. Abb. (4.17)), wodurch die Messdauer gegenüber einem einzelnen Array halbiert werden kann. Jedes Mikrofonarray besteht dabei aus acht Mikrofonen, so dass pro MTS 16 Mikrofone und insgesamt 32 Mikrofone eingesetzt werden.

In Abschnitt 2.2 sind die mathematischen Grundlagen zur Modenanalyse mithilfe RMA erläutert. Eine eindeutige Lösung des Gleichungssystems aus Gl. (2.35) für M ergibt sich, wenn die Anzahl axialer Messpositionen der Anzahl ausbreitungsfähiger Radialmodenordnungen entspricht. Zur Invertierung großer Matrizen hat sich der numerische Algorithmus der Singular Value Decomposition (SVD) bewährt. Ein Maß für die Fehlerfortpflanzung, d.h. die Verstärkung der Eingangsfehler durch den Invertierungsprozess bei der Matrixinvertierung ist nach Tapken (2016) die Konditionszahl $\kappa(M)$

$$\kappa(M) = \frac{|\lambda_{\max}(M)|}{|\lambda_{\min}(M)|}. \quad (4.1)$$

Demnach bedeuten hohe Werte der Konditionszahl $\kappa(M)$ eine schlechte Konditionierung der Matrix (M), was zu hohen Fehlern der RMA infolge von Messfehlern

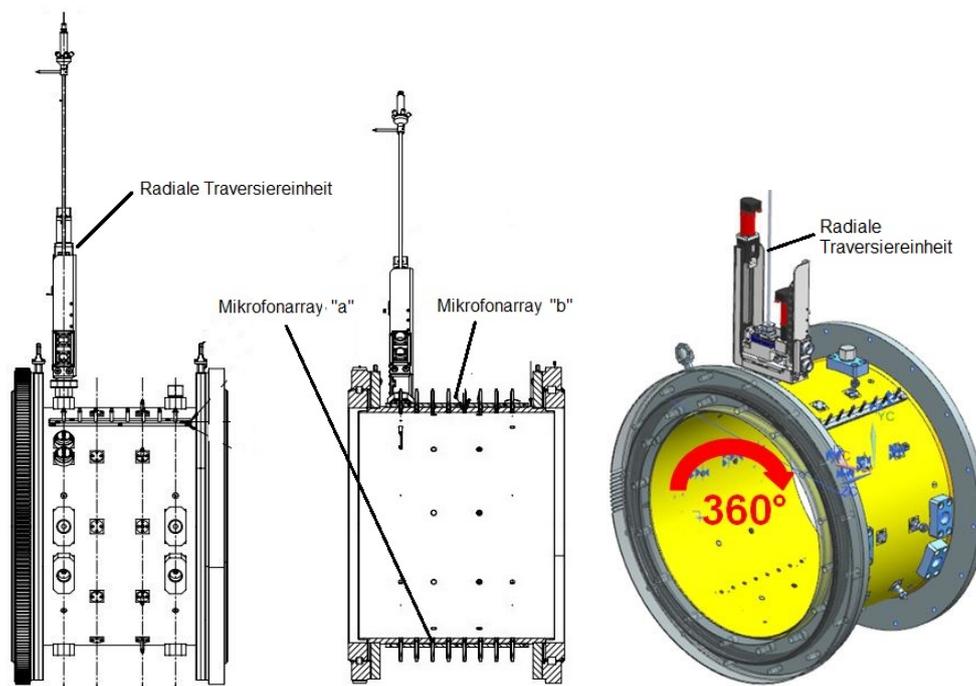


Abbildung 4.16: Aufbau der beiden Messtechnikträgersegmente (MTS), aus (Mumcu et al. 2018)

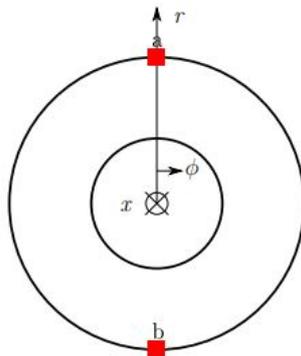


Abbildung 4.17: Schematischer Aufbau der beiden Linienarrays „a“ und „b“ auf einem der beiden MTS

führen kann. Hohe Werte der Konditionszahl $\kappa(M)$ entstehen, wenn der größte Singulärwert λ_{max} der Matrix M viel größer ist als der kleinste Singulärwert λ_{min} . Die Konditionszahl $\kappa(M)$ wird unendlich, wenn mindestens ein Singulärwert $\lambda = 0$ ist. Dieser Lastfall tritt für stark korrelierte Mikrofon-signale auf (Tapken 2016). Das Ziel der Optimierung ist es somit unkorrelierte Mikrofon-signale zu generieren, indem der Axialabstand der Mikrofone optimiert wird. In Abb. (4.18) sind die Matrixkonditionierungen über den axialen Abstand und der Frequenz aufgetragen. Für den Fall mit 8 axial angeordneten Mikrofonen und einer maximalen Anregungsfrequenz von $f = 4000$ Hz führt, wie in Abb. (4.18) dargestellt, ein Axialabstand von 35mm zu einer bestmöglichen Matrixkonditionierung.

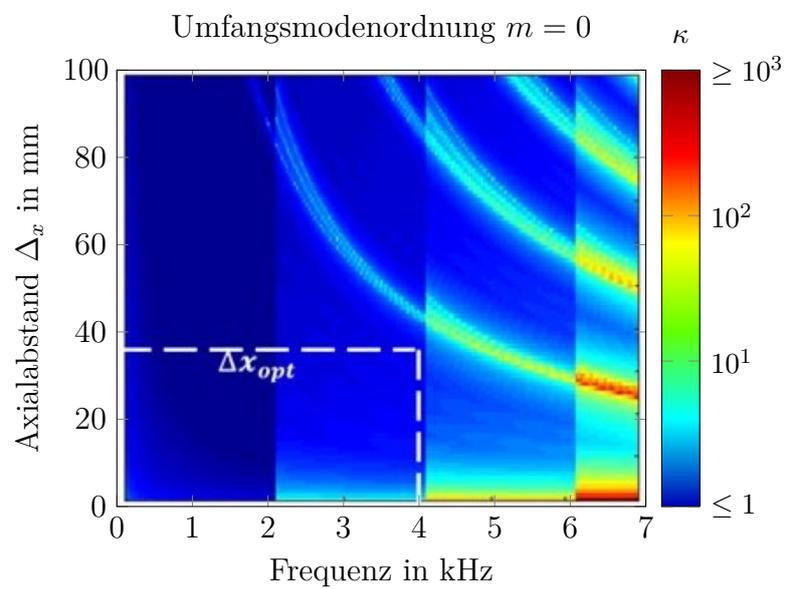


Abbildung 4.18: Konditionszahl κ der Matrix M_0 bei einem Mikrofonarray mit 8 axialen Mikrofonringen

Kapitel 5

Betrachtung der Messunsicherheit

Für den Versuchsaufbau werden im Rahmen einer umfangreichen Inbetriebnahmekampagne die wesentlichen Effekte identifiziert, die zu Ungenauigkeiten in der Modensynthese und Modenanalyse führen. Für die Bewertung der unterschiedlichen Einflüsse kommen sowohl Messungen im AWT als auch Simulationen zum Einsatz. Die Simulation wird für eine Sensitivitätsanalyse genutzt, um Parameter zu analysieren, die die Qualität und den Gesamtfehler der RMA beeinflussen. Mit Hilfe der Simulation werden synthetische Schallfelder auf Basis der in Tab. (4.1) dargestellten Prüfstandsparameter generiert und mithilfe der RMA analysiert. Die so generierten Amplituden werden mit den berechneten Amplituden verglichen und der Einfluss verschiedener Parameter der Messung auf die Messabweichung untersucht. Zu diesen Parametern gehören das Signal-Rausch-Verhältnis (signal to noise ratio, SNR), welches das Verhältnis des Anregungssignals zu beliebigen Störgrößen wie z.B. sensorbedingtem Rauschen beschreibt, der Einfluss der Grenzschichtaufdickung infolge viskoser Strömungseigenschaften an den wandbündigen Mikrofonmessstellen sowie die Anzahl der Umfangsmesspositionen auf die RMA. Die gewählte Abtastfrequenz für die akustischen Messungen beträgt 100 kHz. Die Messzeit für jede Messposition beträgt 5 Sekunden.

Innerhalb der Messstrecke können durch Einbauten wie die Nabenkörperstützen, die Schaufelreihen, die Diffusorgeometrie und die beidseitig angebrachten Schalldämpfer Reflexionen entstehen. Diese können sich mit dem eingekoppelten Schallfeld überlagern und so die Messungen zur Transmission und Reflexion durch die Schaufelkonfigurationen beeinflussen. Die Reflexionseigenschaften des Versuchsträgers sind im Rahmen der konzeptionellen Auslegung, insbesondere durch eine günstige Auswahl der Diffusorgeometrie und der Nabenkörperstützen sowie deren axialen Positionen zu den Messmikrofonen und dem Schallgenerator, berücksichtigt ([Mumcu et al. 2018](#)). Für eine hohe Messgenauigkeit wird ein SNR von mindestens 20 dB angestrebt. Hier ist der verursachte Messfehler durch das Störsignal relativ gering.

Die Ergebnisse der genannten Untersuchungen werden zur Bestimmung des Gesamtfehlers der Messungen verwendet. Der Gesamtfehler setzt sich somit aus einem systematischen Fehler und einem stochastischen Anteil zusammen. Der systematische Fehler addiert sich aus den systematischen Fehleranteilen der Fehlerquellen. Der stochastische Fehler addiert sich aus der Gauß'schen Fehleraddition der Fehlerquellen. Da die Einzelbetrachtung der Auswirkung der Kanalreflexionen sehr aufwändig ist,

wird diese vereinfacht als Rauschen aufgefasst und im Rahmen des SNR-bedingten Fehlers berücksichtigt, indem das jeweilige Maximum gewählt wird.

5.1 Einfluss der Strömung

Mit Hilfe der RMA ist die akustische Auswertung experimenteller Messungen und Simulationsdaten in zylindrischen Kanälen möglich. Hierbei nimmt die Genauigkeit mit der Anzahl an Messpositionen zu. Weitere Faktoren können die Qualität der experimentellen Messdaten für den in Kap. 4 vorgestellten Versuchsaufbau ebenfalls beeinflussen. Aufgrund der vorherrschenden Strömung in den Messsektionen sind für die Qualität der Messungen mit den wandbündigen Mikrofonarrays die wichtigsten Fehlerinflüsse:

- das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR),
- die Grenzschichtdicke an den wandbündigen Mikrofonen und
- die Anzahl an Umfangmesspositionen.

Die Auswirkung aller genannten Einflüsse ist dabei abhängig von Anregungsfrequenz und Modenordnung. Während die Mikrofonabstände konstant bleiben und systematisch untersucht werden können, variieren sowohl das Signal-Rausch-Verhältnis als auch die Grenzschichtdicke in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit. Der Einfluss des SNR wird deshalb für mehrere Werte untersucht, während der Einfluss der Grenzschichtdicke bei $Ma=0.19$ und rein axialer Strömung betrachtet wird.

Die im Folgenden beschriebene Simulation zur Analyse der Fehlerfortpflanzung von Störungen der Schalldruckmessung auf die Schallmodenamplituden basiert auf den Veröffentlichungen von [Tapken \(2016\)](#) und [Laguna Trujillo \(2016\)](#). Für die Genauigkeit der RMA wird die Standardabweichung benötigt, mit der die einzelnen Mikrofone des eingesetzten Mikrofonarrays den Schalldruck unter den gegebenen Messbedingungen detektiert haben. Bei der Durchführung der RMA ist es wichtig zu analysieren, wie sich die Fehler der Schalldruckmessung auf die einzelnen Modenamplituden fortpflanzen [Tapken \(2016\)](#).

Die Simulation wird für den in Kap. 4 beschriebenen Versuchsaufbau mit folgenden Eingangsparametern durchgeführt:

Parameter	Wert
Mach-Zahl Ma	0.19
Anregungsfrequenz f	1 kHz - 4 kHz
Modenamplitude A_m	120 dB
SNR	30 dB, 20 dB, 10 dB
Grenzschichtdicke Δ_{99}	20% der Kanalhöhe
Traversierschrittweite $\Delta\varphi$	10° (1 kHz - 2 kHz) und 5° (2 kHz - 4 kHz)

Die Eingangsparameter werden für die Signalgenerierung in der Simulation benötigt. Die Gesamtamplituden der Moden werden zuvor generiert und setzen sich aus den generierten Signalen zusammen. Die mittels der Simulation generierten Amplituden

werden zwischengespeichert und die virtuellen Mikrofonsignale werden der Auswertung zugeführt. Das Schallmodenamplituden werden mit der RMA berechnet. Somit kann für einzelne Schallmoden die Differenz zwischen generierten und berechneten Amplituden A_{mn} ermittelt werden. Die Simulation wird mehrmals durchgeführt und die relativen Abweichungen werden zwischengespeichert. Abschließend werden anhand der ermittelten Daten die Standardabweichungen berechnet. Bei ausreichender Wiederholung der Simulationsabfolgen wird erwartet, dass der Mittelwert der Abweichungen aufgrund der zufälligen Verteilung bei 0 liegt. Der relative Messfehler ist nach Gl. 5.1 definiert.

$$\Delta A_{mn,rel}(SNR, \Delta_{99}, \Delta\varphi) = \frac{\Delta A_{mn}(SNR, \Delta_{99}, \Delta\varphi)}{A_{mn}} \quad (5.1)$$

5.1.1 Signal-Rausch-Verhältnis

Das Signal-Rausch-Verhältnis gibt an, wie hoch der Effektivwert des Messrauschens im Verhältnis zum Messsignal ist. Dieses ist durch Gl. (5.2) definiert.

$$SNR = 20 \log \left(\frac{p_{eff,S}}{p_{eff,N}} \right) = 10 \log \left(\frac{p_{eff,S}^2}{p_{eff,N}^2} \right) = 10 \log \left(\frac{P_S}{P_N} \right) \quad (5.2)$$

Die Berechnung der effektiven Rauschamplitude ergibt sich durch Umformung zu Gl. 5.3. In der Simulation wird dem Signal ein weißes Rauschen mit der berechneten effektiven Amplitude hinzugefügt.

$$p_{N,eff} = \sqrt{P_N} \quad (5.3)$$

Das Ziel ist die Ermittlung des Fehlers, der allein durch die Anwendung der räumlichen und zeitlichen Fouriertransformation entsteht. Da sich die genannten Einflussparameter gegenseitig beeinflussen, ist eine mathematische Vorabschätzung der Fehler schwierig. Die Fourier-Koeffizienten können, da es sich bei der Fourier-Transformation um einen linearen Operator handelt, aus der Addition der Koeffizienten von Signal und Rauschen abgeschätzt werden. Letztere geben dabei eine obere Abschätzung für den Fehler an, da die Phasenverschiebungen der Teilfrequenzen im Vorhinein nicht bekannt sind. Dabei gilt je kleiner die Anzahl der Messwerte ist, desto ungenauer wird diese Abschätzung.

Große Störampplituden im Rauschen lassen sich nicht durch Mittelung eliminieren und haben damit einen direkten störenden Einfluss auf das Messergebnis. Das verwendete weiße Rauschen mit gaußscher Frequenzverteilung kann durchaus abhängig von der Phasenlage Frequenzanteile des Messsignals überhöhen oder abschwächen.

Bevor die mit Hilfe der Simulation berechnete modale Messunsicherheit für einzelne SNR beschrieben wird, werden zur Charakterisierung des Versuchsaufbaus und der einzelnen Schaufelkonfigurationen die gemessenen zeitlichen Druckschwankungen in Abb. (5.1) erläutert. Für den Fall, dass innerhalb der Messstrecke keine Schaufelreihe eingebaut ist, liegt das Hintergrundrauschen bei Strömungsüberlagerung im Betriebspunkt des AWT bei 86 dB. Mit dem Einbau der Schaufelkonfiguration 2 steigt das Hintergrundrauschen im Frequenzbereich bis 500 Hz infolge der drallbehafteten Abströmung aus der Schaufelreihe B um 10 dB an. Für die Schaufelkonfiguration 1 ist ein

ähnlicher Trend zu beobachten. Hier ist ein starker Anstieg des Hintergrundrauschens infolge der stark drallbehafteten Abströmung aus der Schaufelreihe A um weitere 9 dB zu beobachten. Wie in Kap. 4 beschrieben, wurde der im Experiment eingesetzte Schallgenerator akustisch ausgelegt, um Schallfelder mit einer maximalen Schalldruckamplitude in die Messstrecke des AWT einzukoppeln. Für die Schaufelkonfiguration 2 ist exemplarisch der Schalldruckpegel bei eingeschalteter Anregung mit einer Anregungsfrequenz von $f=1500$ Hz dargestellt. Der gemessene Schalldruckpegel beträgt 137 dB. Die aufgenommenen Druckschwankungen zeigen, dass für die Experimente sehr gute $\text{SNR} > 20$ dB realisiert werden.

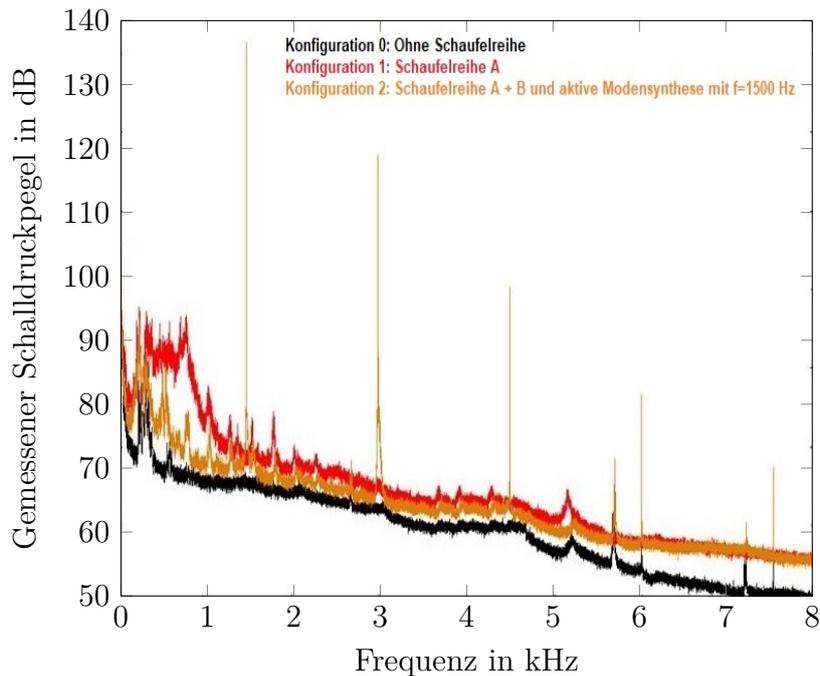


Abbildung 5.1: Gemessene zeitliche Schalldruckschwankungen für verschiedene Konfigurationen im AWT

In den folgenden Abbildungen sind die berechneten Messunsicherheiten für einzelne SNR dargestellt. Hierfür sind mittels der Simulation die Messunsicherheiten für Anregungsfrequenzen von $f=1000$ Hz bis $f=4000$ Hz in 500 Hz-Schritten einzeln simuliert und anschließend gemittelt. Die Messunsicherheiten werden für die modalen Transmissions- und Reflexionsmessungen separat dargestellt. In Abb. (5.2) und (5.3) sind die modalen Messunsicherheiten für die Transmissions- und Reflexionsmessungen für ein SNR von 30 dB dargestellt. Die Messunsicherheiten hierfür sind sehr gering und liegen in einer Bandbreite von 0.1 dB - 0.5 dB. Für ein SNR von 20 dB entstehen, wie in Abb. (5.4) und (5.5) dargestellt, ebenfalls sehr geringe Messunsicherheiten zwischen 0.2 dB - 0.6 dB. Die Messunsicherheiten bei einem SNR von 10 dB betragen 0.5 dB - 0.9 dB (siehe Abb. (5.6) und (5.7)).

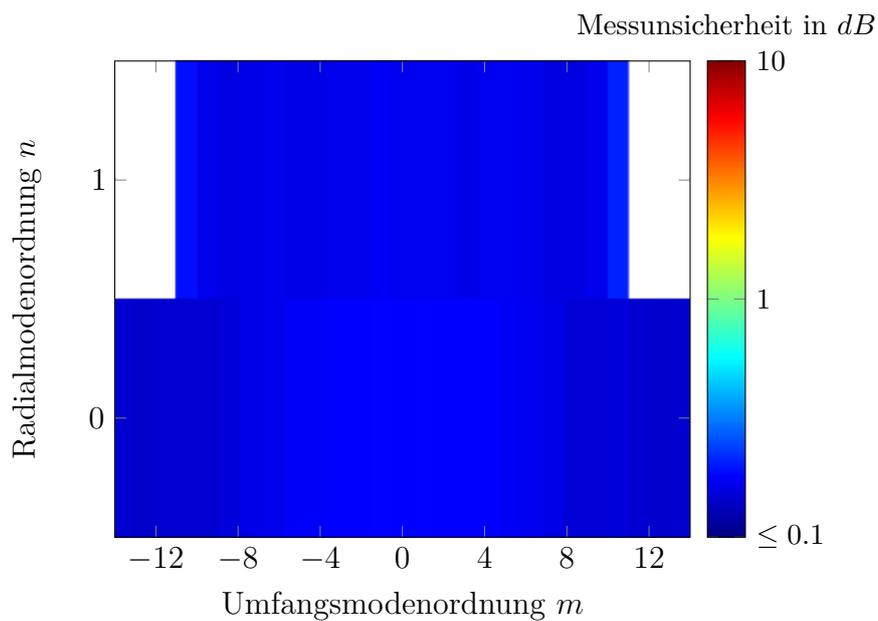


Abbildung 5.2: Modale Messunsicherheit für Transmissionmessungen mit einem SNR von 30 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

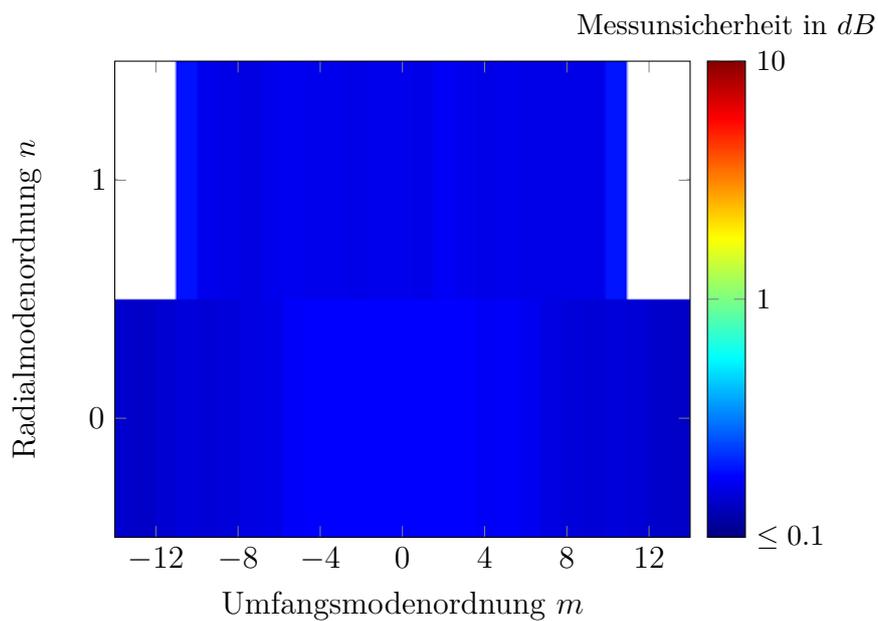


Abbildung 5.3: Modale Messunsicherheit für Reflexionsmessungen mit einem SNR von 30 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

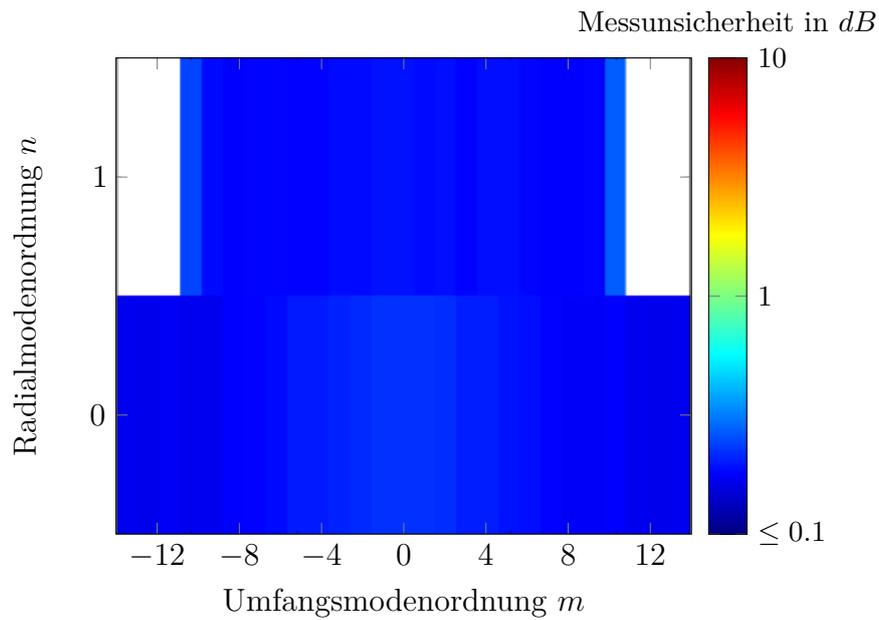


Abbildung 5.4: Modale Messunsicherheit für Transmissionsmessungen mit einem SNR von 20 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

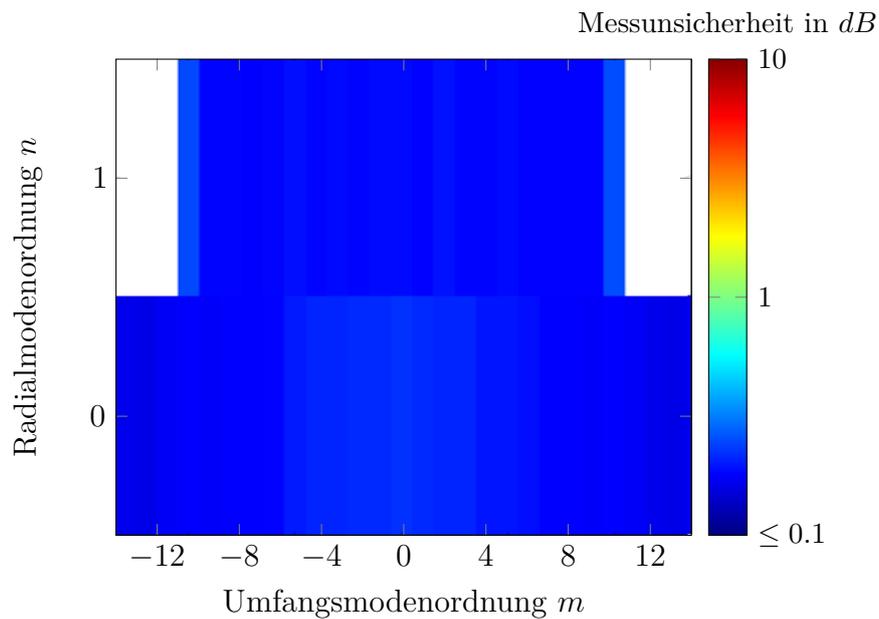


Abbildung 5.5: Modale Messunsicherheit für Reflexionsmessungen mit einem SNR von 20 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

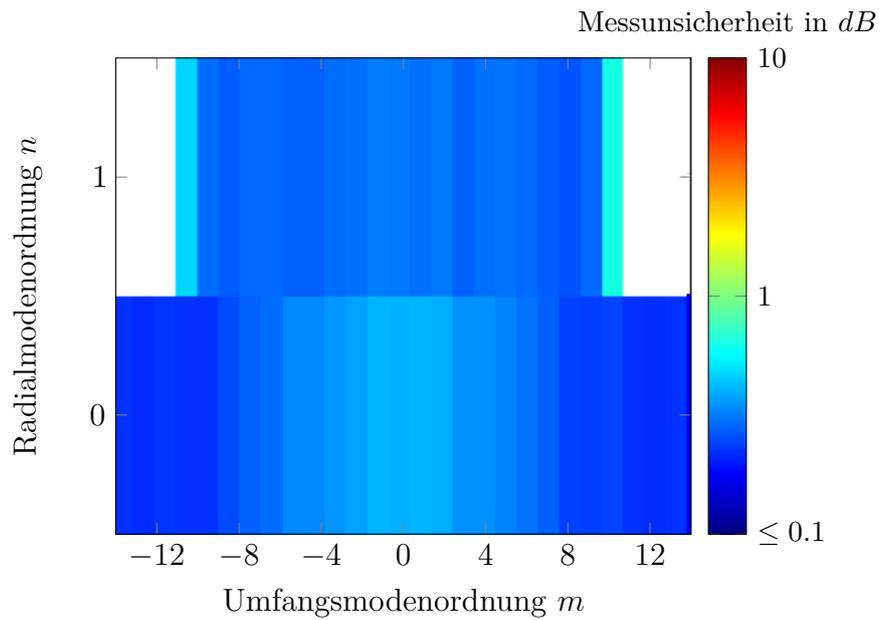


Abbildung 5.6: Modale Messunsicherheit für Transmissionmessungen mit einem SNR von 10 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

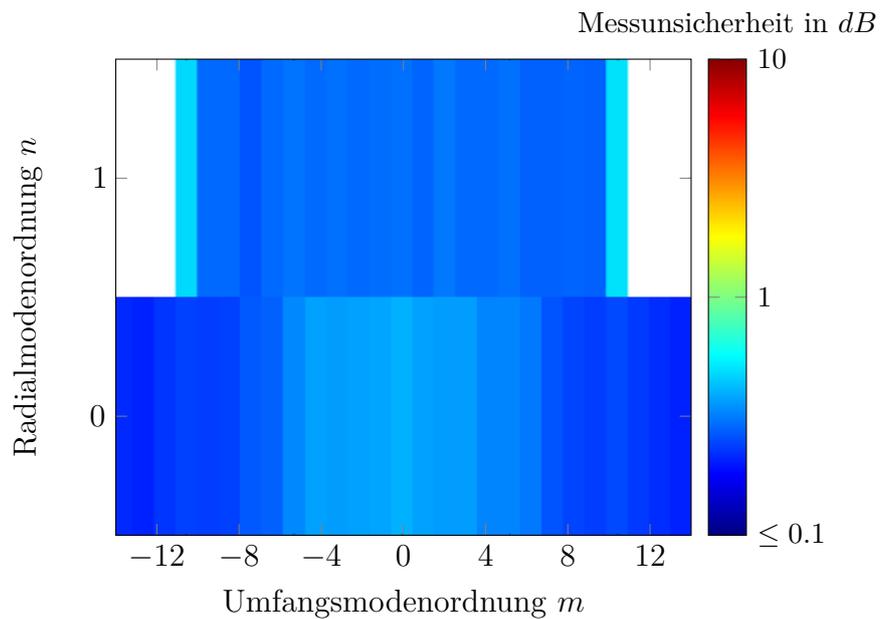


Abbildung 5.7: Modale Messunsicherheit für Reflexionsmessungen mit einem SNR von 10 dB; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

5.1.2 Grenzsichtdicke

Für die Berücksichtigung einer Strömungsüberlagerung mit Grenzschicht bei experimentellen Messungen zeigen Enghardt et al. (2005), Spitalny und Tapken, Kousen (1996) und Tapken (2016) eine Erweiterung der Modellgleichungen für die RMA. Bei der RMA werden die mathematischen Grundlagen für das Strömungsfeld standardmäßig, wie in Kap. 2.1 beschrieben, mit einem homogenen axialen Strömungsprofil beschrieben. Die radialen Eigenfunktionen $\beta_{mn}(r)$ werden durch eine Linearkombination von Bessel- und Neumannfunktionen gelöst. Enghardt et al. (2005) und Tapken (2016) zeigen, dass die Lösung der Schwankungsgrößen mit numerischen Eigenlösungen aufgestellt werden kann. Dabei wird nach Spitalny und Tapken die radiale Eigenfunktion mittels eines Chebyshev Polynoms diskretisiert. Die Analyse des Einflusses der Grenzsichtdicke auf die RMA wird einmal mit analytischen Eigenlösungen des Standardverfahrens und einmal mit den numerischen Eigenlösungen für das Grenzsichtprofil durchgeführt. Die Grenzsichtdicke Δ_{99} an den Messpositionen beträgt, wie in den aerodynamischen Messungen in Abb. (4.5) gezeigt, 20% der Kanalhöhe. In Abb. (5.8) und (5.9) sind die modalen Messunsicherheiten für die Transmissions- und Reflexionsmessungen für eine Strömung mit einer Grenzsichtdicke von $\Delta_{99}=20\%$ der Kanalhöhe dargestellt. Der Einfluss der Grenzschicht zeigt mit sinkender Modenordnung zunehmenden Einfluss. Die Messunsicherheiten liegen bei einem gewählten Konfidenzintervall von 95 % in einer Bandbreite von 0.4 dB - 0.8 dB.

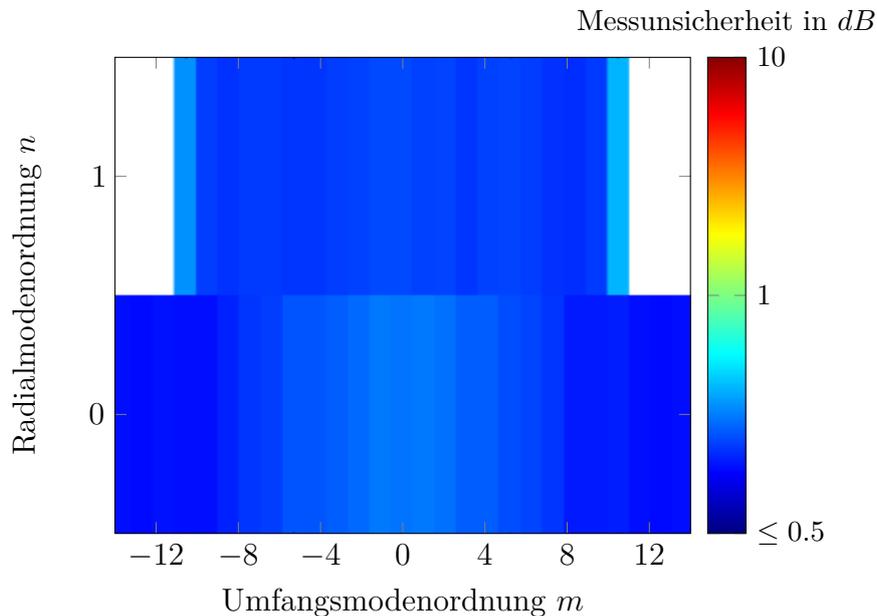


Abbildung 5.8: Modale Messunsicherheit für Transmissionsmessungen mit einer Grenzsichtdicke von $\Delta_{99}=20\%$ der Kanalhöhe; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

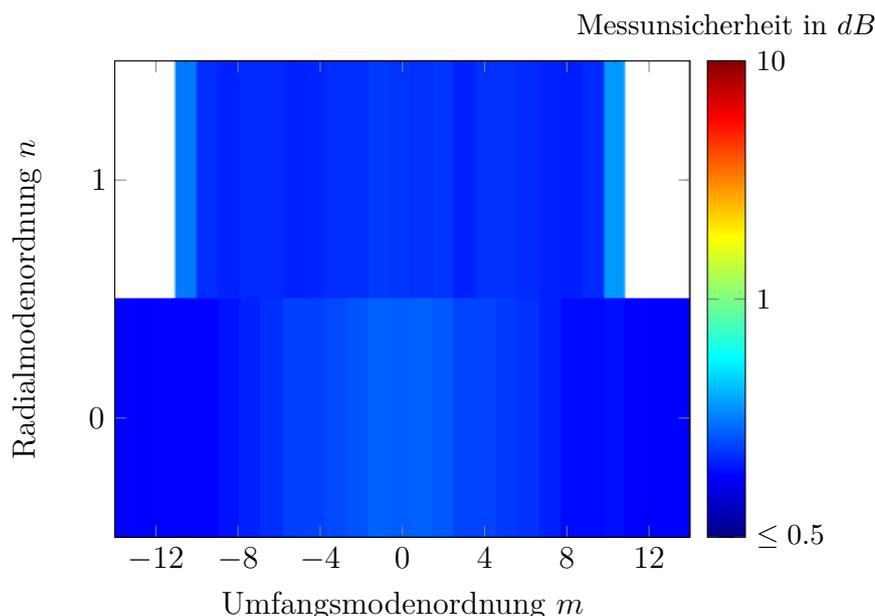


Abbildung 5.9: Modale Messunsicherheit für Reflexionsmessungen mit einer Grenzschichtdicke von $\Delta_{99}=20\%$ der Kanalhöhe; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

5.2 Einfluss von Kanalreflexionen

In den bisherigen Beschreibungen in Kap. 2 wurden außerhalb der AWT-Messstrecke beidseitig reflexionsfreie Randbedingungen angenommen. Im Versuchstand können die vom Schallgenerator erzeugten Schallmoden jedoch an Kanalinhomogenitäten in den beiden reflexionsarmen Abschlüssen, den Nabenkörperstützen (bestehend aus drei Elementen mit $3 \times 120^\circ$) und den eingesetzten Schaufelreihen für die Konfiguration 1 und 2 gestreut werden. Diese Reflexionen können zu einer signifikanten Veränderung des Gesamtschallfelds führen. Prinzipiell hängt die Überlagerung der reflektierten Schallmoden mit den in der Messstrecke ausbreitungsfähigen Schallmoden von der relativen räumlichen Lage der Schallquellen zu den Reflexionsstellen ab (Tapken 2016). Eine für die in Kap. 4 abgestellte Versuchsprüfstand relevante Situation ist in Abb. (5.10) schematisch dargestellt. Das von den einzelnen Lautsprechern abgestrahlte Schallfeld wird an den markierten Reflexionsstellen zum Teil in eine stromab laufende (+) Schallwelle und zum Teil in eine stromauf laufende (-) Schallwelle gestreut. Diese Schallwellen können sich nach Transmission durch das Lautsprecherarray gegenseitig überlagern. Das durch den Schallgenerator angeregte Schallfeld breitet sich stromauf (-) aus und wird an den vorderen Nabenkörperstützen sowie an dem reflexionsarmen Abschluss 1 reflektiert. Weiterhin können sich diese mit dem vom Schallgenerator in stromab (+) Richtung gerichteten Schallfeld überlagern. Zusätzlich wird diese an den stromab platzierten Nabenkörperstützen, der Diffusorendkante (infolge des Impedanzsprungs durch die plötzliche Querschnittserweiterung) sowie dem reflexionsarmen Abschluss 2 reflektiert. Dieses reflektierte Schallfeld kann sich wiederum stromauf (-) ausbreiten, während ein Teil dessen Energie durch die Schaufelreihe transmittiert und ein Teil wieder zurück reflektiert wird. Das an den Schaufelreihen reflektierte Schallfeld

kann sich wiederum erneut mit dem vom Schallgenerator stromauf (+) generierten und durch die Schaufelreihe transmittierten Schallfeld überlagern. Dieses Szenario kann sich mehrfach wiederholen und zeigt sich in Form von Mehrfachreflexionen, die wiederum mit n -Schritten abklingen. Die relativen Schallleistungspegel der Transmission und Reflexionsmessungen werden mit den auf MTS 1 und MTS 2 angebrachten wandbündigen Mikrofonarrays gemessen.

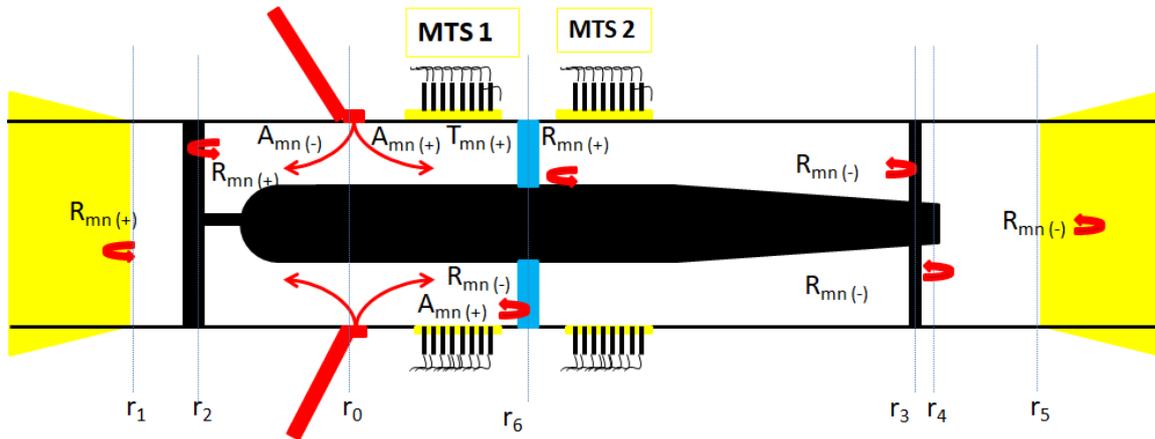


Abbildung 5.10: Schematische Darstellung möglicher Reflexionsstellen in der Messstrecke des AWT

An den Reflexionsstellen kann das gezielt eingekoppelte Schallfeld in andere Umfangs- und Radialmodenordnungen gestreut werden. Die gemessene Streuung der Modenordnungen wird anhand von Streumatrizen dargestellt. Aufgrund der gegenseitigen Beeinflussung der Reflexionsquellen sind nach [Tapken \(2016\)](#) zur qualitativen Bestimmung der Reflexionseigenschaften aufwändige Messungen mit dem Ziel einer Streumatrizen-Darstellung die genaue Methodik. Bei den Messungen werden mit dem eingesetzten Schallgenerator gezielt Schallmoden in die Messstrecke eingekoppelt. Die vollständige Zerlegung des gemessenen Schallfeldes mit der anschließenden RMA gibt Auskunft über die Schallleistungspegel aller in stromab (+) und stromauf (-) Richtung ausbreitenden Schallmoden. Diese Erkenntnis ist von besonderer Wichtigkeit, um die jeweiligen Reflexionseigenschaften und deren Wirkung auf eine mögliche Erhöhung oder Reduzierung der Schallmodenleistung durch destruktive Interferenz bewerten zu können.

Es gibt Situationen, in denen die Schalldruckamplituden der reflektierten Moden klein gegenüber den Modenamplituden sind, die vom Schallgenerator eingekoppelt werden. Dies ist für die Transmission- und Reflexionsmessungen mit einer Anregungsfrequenz $f=1000$ Hz und $f=2000$ Hz der Fall. Für die modale Anregung mit einer Anregungsfrequenz von $f=1500$ Hz sind bisher unerklärte stärkere Reflexionen in der Messstrecke zu beobachten. Die Reflexionen der gezielt angeregten Schallmode für die Konfiguration 0 (ohne Schaufelreihe) ist in der Diagonalen der Streumatrizen (5.11) dargestellt. So zeigt sich, dass insbesondere bei gezielter Anregung der Schallmode $m = 0$ und $m = \pm 3$ relativ starke Reflexionen in der Messstrecke verursacht werden. Dabei beträgt die Schalleistungsdifferenz der gezielt angeregten Schallmode $m = 0$ zu der reflektierten Schallmode gleicher Ordnung 12 dB, während für die

Schallmode $m = \pm 3$ mit 8 dB stärkere Reflexionen gemessen werden. Die modale Messunsicherheit hierfür ist $0.5 \text{ dB} - 0.8 \text{ dB}$ (siehe Abb. (5.4) und (5.5)). Für die weiteren Schallmoden beträgt die Schallleistungsdifferenz $17 \text{ dB} - 20 \text{ dB}$. Die modale Messunsicherheit für diese Moden ist $0.2 \text{ dB} - 0.6 \text{ dB}$ (siehe Abb. (5.6) und (5.7)). Die Wechselwirkung, die sich mit dem Vielfachen der Anzahl der Nebenkörperstützen auf die Schallmoden zeigt, ist für alle Einzelmessungen zu beobachten.

Für die Transmissionmessungen sind, wie in Abb. (5.12) dargestellt, ausschließlich für die Anregung der Schallmode $m = \pm 3$ erhöhte Messunsicherheiten infolge der auftretenden Reflexionen zu analysieren. Die modalen Messunsicherheiten bei einem SNR von 10 dB betragen $0.5 \text{ dB} - 0.8 \text{ dB}$ (siehe Abb. (5.6) und (5.7)). Die Schallleistung der mitangeregten Schallmoden ist nahezu für alle Einzelmessungen $>20 \text{ dB}$ geringer als die der gezielt angeregten Schallmode. Dies bestätigt experimentell, dass die Schallmodenanregung für den gesamten untersuchten Frequenzbereich sehr gut funktioniert. Die modale Messunsicherheit beträgt hierfür $0.2 \text{ dB} - 0.6 \text{ dB}$ (siehe Abb. (5.4) und (5.5)).

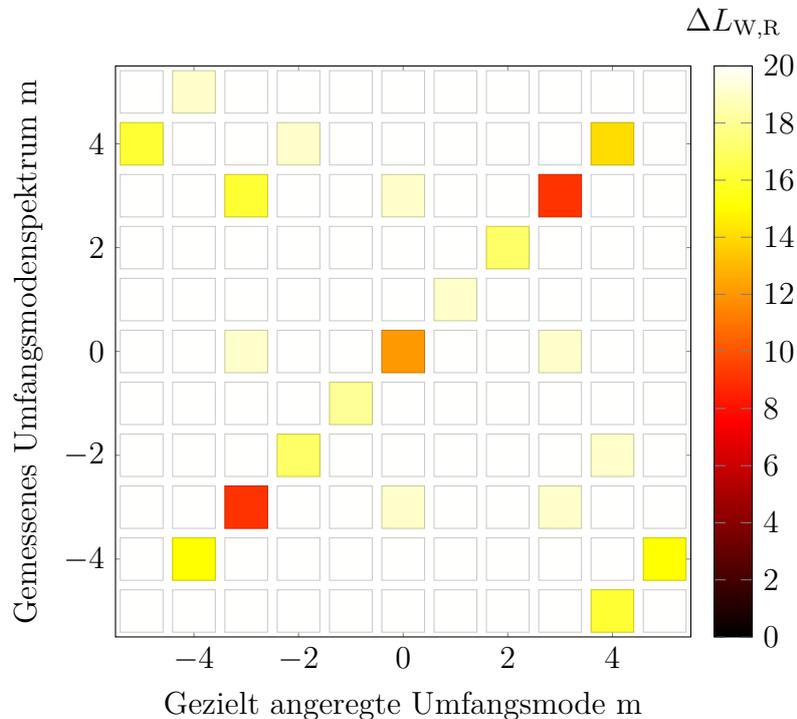


Abbildung 5.11: Gemessene Streumatrix für die Konfiguration 0, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500 \text{ Hz}$, Reflexion

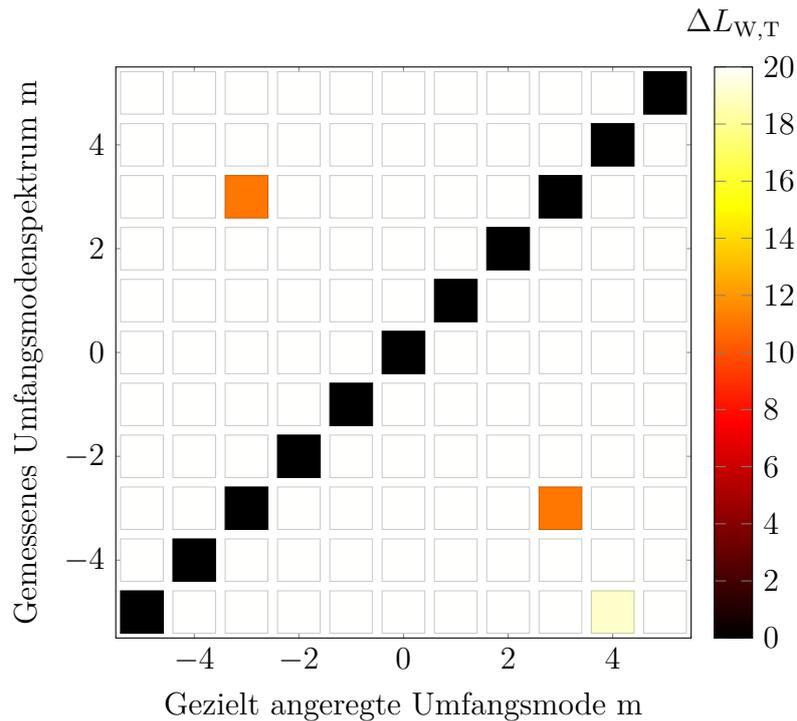


Abbildung 5.12: Gemessene Streumatrix für die Konfiguration 0, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Transmission

Die gemessenen Streumatrizen für die Transmissionsmessungen der Schaufelkonfiguration 1 und 2 sind in Abb. (5.13) und Abb. (5.14) dargestellt und zeigen einen ähnlichen Trend wie für den Fall ohne Schaufelreihe. Die modale Transmission $\Delta L_{W,R}$ durch die Schaufelreihen (in der Diagonalen) ist wie erwartet zu beobachten. Die Schallleistung der mitangeregten Schallmoden ist nahezu für alle Einzelmessungen >20 dB geringer als die der gezielt angeregten Schallmode.

Wie bereits für den Fall ohne eingebaute Schaufelreihe beobachtet, entstehen bei gezielter Anregung der Schallmode $m = \pm 3$ relativ starke Reflexionen in der Messstrecke. Die Wechselwirkung, die sich mit dem Vielfachen der Anzahl der Nabenkörperstützen auf die Schallmoden zeigt, ist für alle Schaufelkonfigurationen zu beobachten. Dabei beträgt der Schallleistungspegel der gezielt angeregten Schallmode $m = \pm 3$ zu der reflektierten Schallmode gleicher Modenordnung für beide Schaufelkonfiguration 13 dB. Die modale Messunsicherheit hierfür beträgt 0.5 dB - 0.8 dB (siehe Abb. (5.6) und (5.7)). Für die Reflexionsmessungen der Schaufelkonfiguration 1 und 2 in Abb. (5.15) und Abb. (5.16) zeigt sich, dass insbesondere bei gezielter Anregung der Schallmode $m = 0$, $m = \pm 2$, $m = -3$, $m = \pm 4$ und $m = \pm 5$ relativ starke Reflexionen in der Messstrecke auftreten. Die Schallleistungsdifferenz der gezielt angeregten stromablaufenden Schallmode $m = -3$ zu der stromauflaufenden Schallmode gleicher Modenordnung beträgt 12 dB. Für die weiteren genannten Schallmoden beträgt die Differenz 13 dB - 18 dB. Die modale Messunsicherheit hierfür ist 0.5 dB - 0.8 dB (siehe Abb. (5.6) und (5.7)).

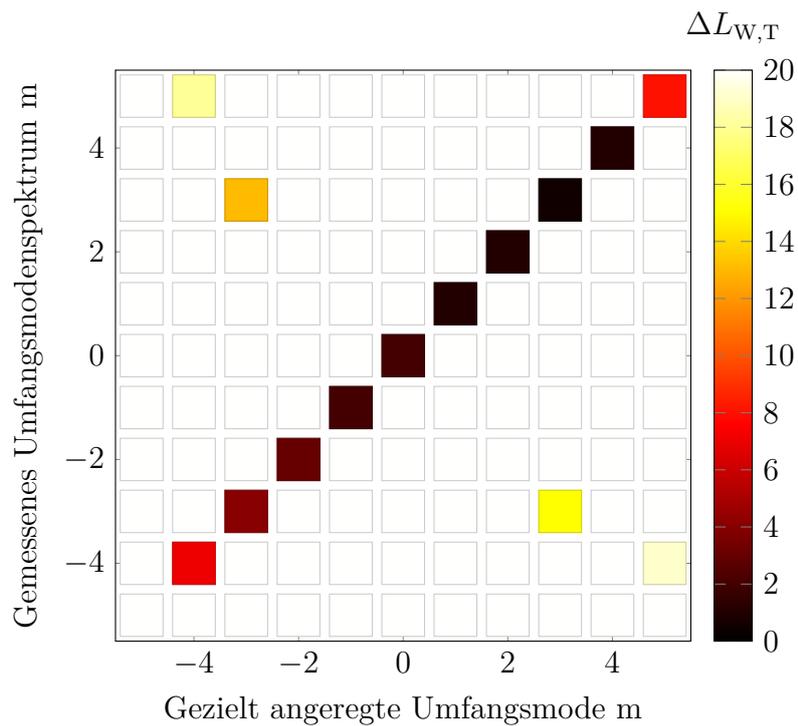


Abbildung 5.13: Gemessene Streumatrix für die Schaufelkonfiguration 1, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Transmission

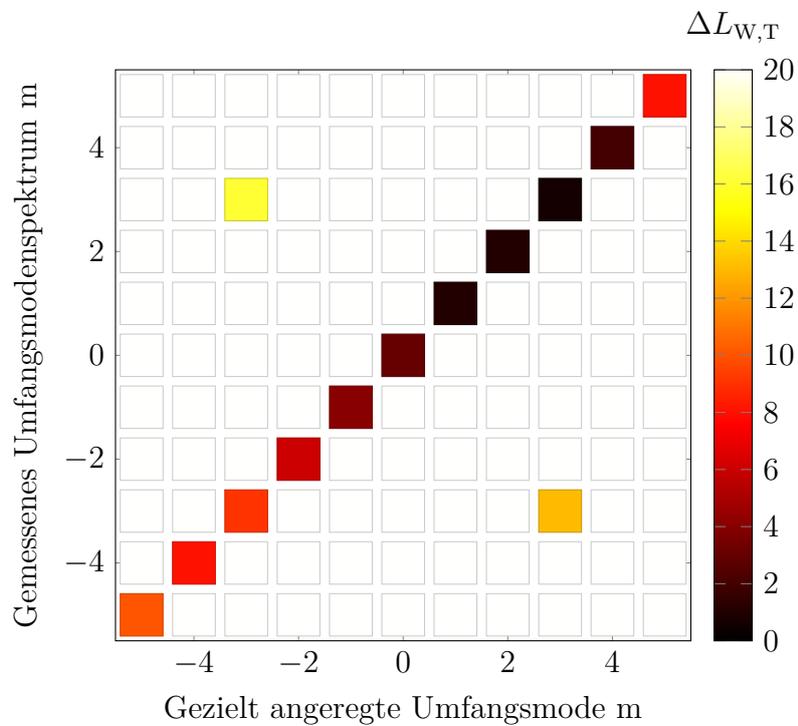


Abbildung 5.14: Gemessene Streumatrix für die Schaufelkonfiguration 2, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Transmission

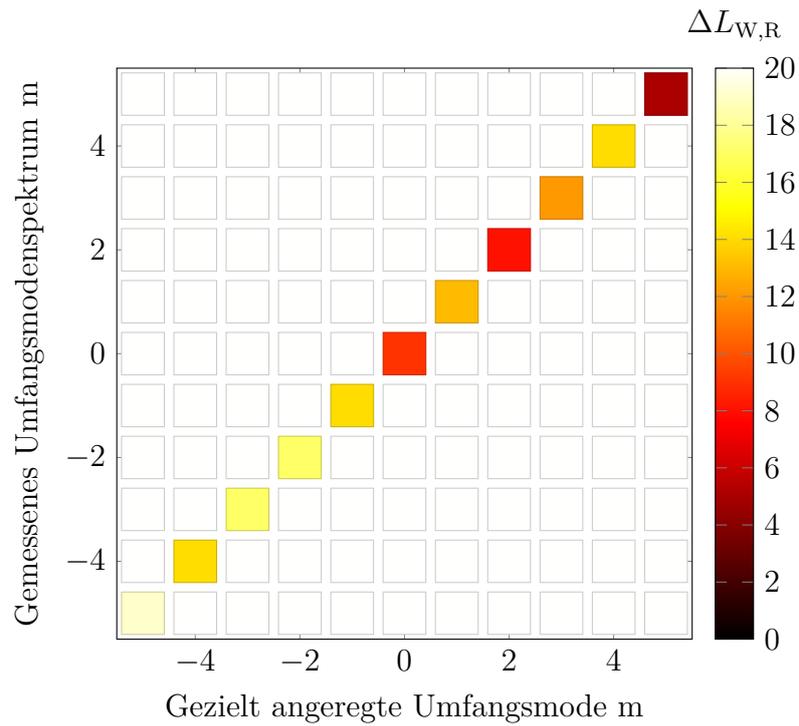


Abbildung 5.15: Gemessene Streumatrix für die Schaufelkonfiguration 1, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Reflexion

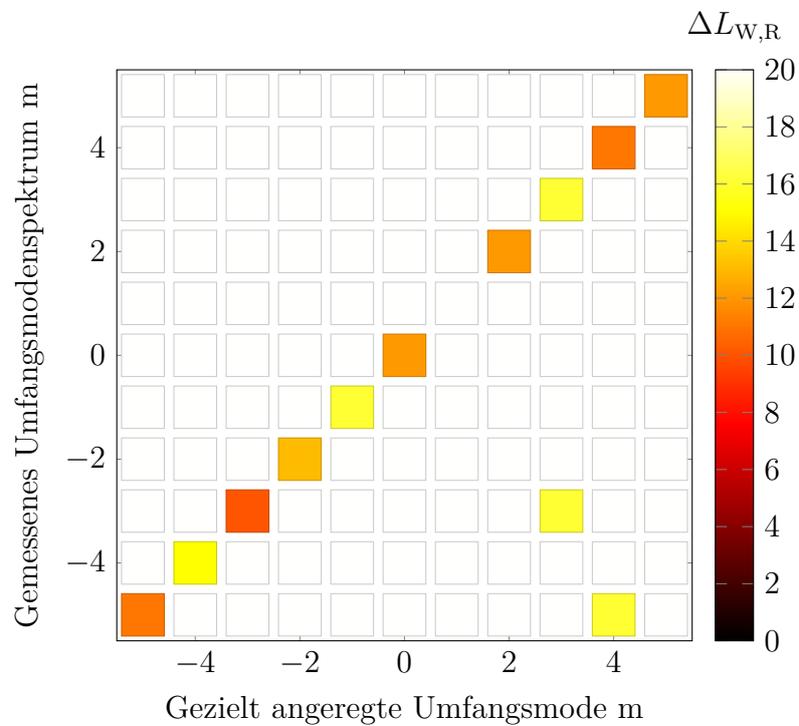


Abbildung 5.16: Gemessene Streumatrix für die Schaufelkonfiguration 2, mit Strömungsüberlagerung, $f=1500$ Hz, Reflexion

5.3 Einfluss der Umfangsmessposition

Die Umfangsmodenordnungen und deren relativen Amplituden werden mittels einer Fourier-Transformation ermittelt. Für diese Berechnung sind Messungen von Schalldruckspektren an mehreren über den Umfang verteilten Messpositionen N_φ (siehe (2.34)) notwendig, welche mit einem äquidistanten Abstand $\Delta\varphi$ auf einem Ring angeordnet sind. Aus theoretischer Betrachtung heraus sind zur Bestimmung der Umfangsmoden $2m$ Messpunkte auf dem Umfang notwendig. Nyquist erläuterte die Voraussetzung, dass für die Analyse eines Frequenzbandes der Abstand zwischen Einzelwerten $E = 1/[2(f_{max} - f_{min})]$ nicht unterschritten werden darf.

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2m_{max}} \quad (5.4)$$

In der Praxis werden jedoch für die zufriedenstellende Bestimmung der Schallamplituden eine höhere Anzahl an Messpunkten notwendig. In verschiedenen Veröffentlichungen, wie z.B. von Goldstein (1976), wird eine 3-fache Anzahl an Messpunkten für eine qualitativ hochwertige Auflösung der höchsten ausbreitungsfähigen Umfangsmode empfohlen. Daher wird für den experimentell untersuchten Frequenzbereich bis $f=2000$ Hz und der hierbei höchsten ausbreitungsfähigen Umfangsmodenordnung $m = 7$ eine Traversierschrittweite von $\Delta\varphi = 10^\circ$ pro Mikrofonring gewählt. Für höhere Anregungsfrequenzen zwischen $f=2000$ Hz - 4000 Hz wird eine Traversierschrittweite von $\Delta\varphi = 5^\circ$ pro Mikrofonring gewählt. Die hierfür mit Hilfe der Simulation berechnete und in Abb. (5.17) sowie (5.18) abgebildete modale Messunsicherheit des stochastischen Fehlers beträgt bei einem Konfidenzintervall von 95% 0.5 dB - 0.8 dB. Für hohe Modenordnungen fällt der Einfluss erwartungsgemäß stärker aus. Somit ist eine günstige Traversierschrittweite unter Berücksichtigung der starken Prüfstandsauslastung festgelegt.

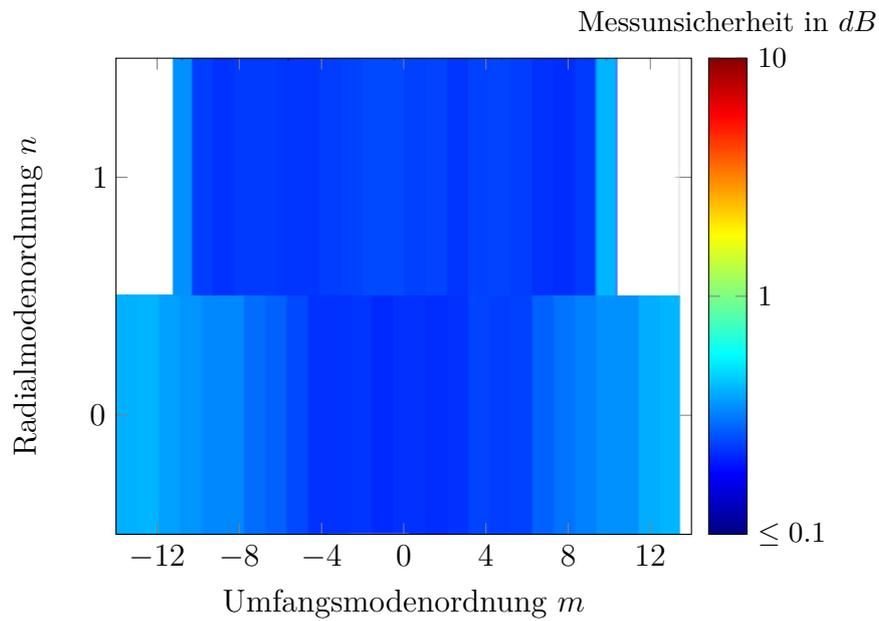


Abbildung 5.17: Modale Messunsicherheit für Transmissionsmessungen mit 36 Mikrofonen auf einem Ring, $\Delta\varphi = 5^\circ$ pro Mikrofonring; ; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

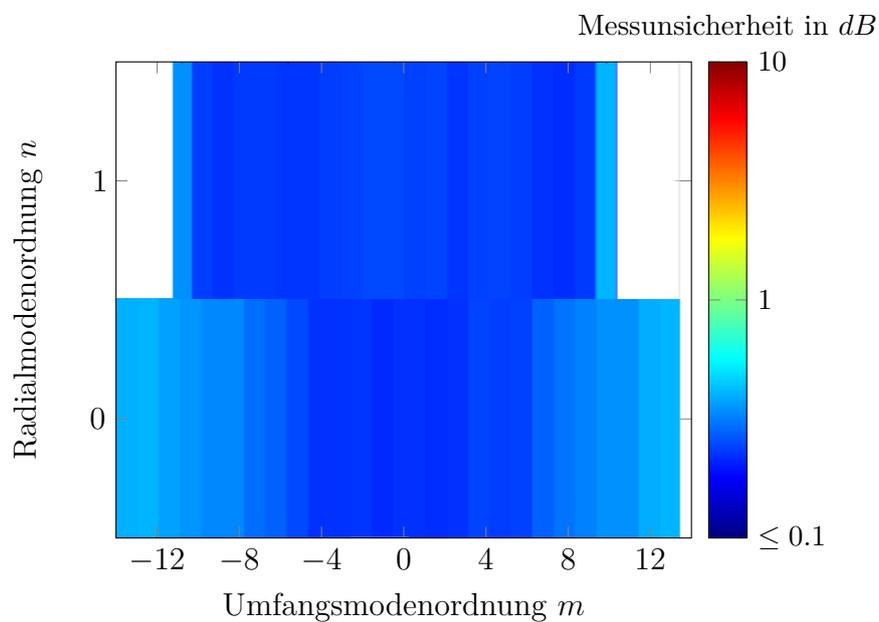


Abbildung 5.18: Modale Messunsicherheit für Reflexionsmessungen mit 36 Mikrofonen auf einem Ring, $\Delta\varphi = 10^\circ$ pro Mikrofonring; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

5.4 Gesamtunsicherheit

Die Gesamtmessunsicherheiten setzen sich aus einem systematischen- und einem stochastischen Fehler der Fehlerquellen zusammen. Der Gesamtfehler der systematischen Fehler berechnet sich durch Addition dieser. Der stochastische Gesamtfehler berechnet sich aus der Gauß'schen Fehleraddition der Fehleranteile. Als Basis für diese Fehler wird ein Konfidenzintervall von 95% gewählt. Die Messunsicherheiten ergeben sich infolge des SNR, der Grenzschichtdicke und der Auflösung der Abtastung in Umfangsrichtung. Da die Einzelbetrachtung der Auswirkung der Kanalreflexionen sehr aufwändig ist, wird diese vereinfacht als Rauschen aufgefasst und im Rahmen des SNR-bedingten Fehlers berücksichtigt, indem das jeweilige Maximum gewählt wird.

Die Gesamtmessunsicherheit für die modalen Transmissions- und Reflexionsmessungen ist in Abb. (5.19) und (5.20) dargestellt. Die modenspezifischen Messunsicherheiten werden für die experimentellen Daten als Fehlerbalken angegeben.

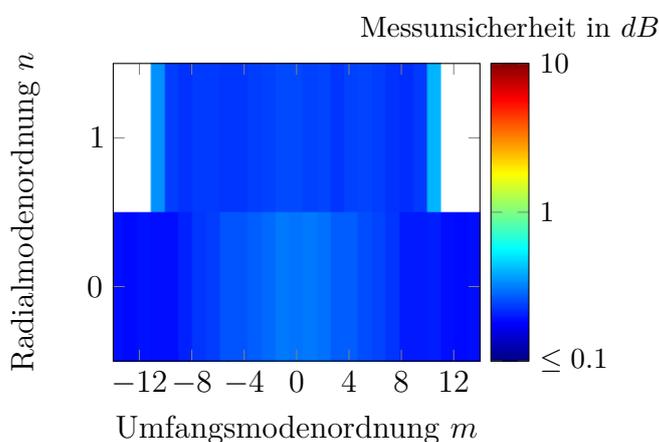


Abbildung 5.19: Gesamtfehler der Messunsicherheiten für Transmissionsmessungen; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

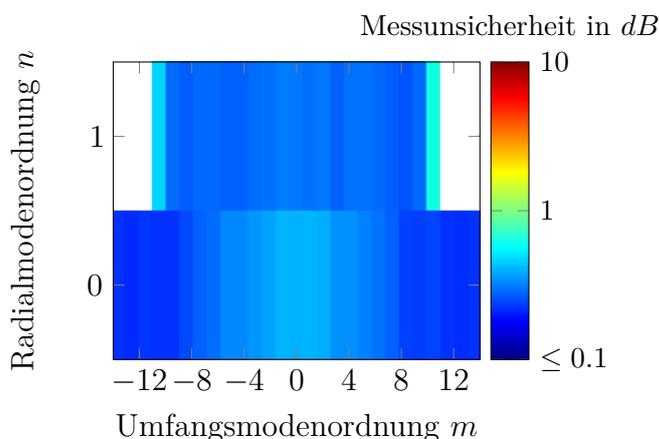


Abbildung 5.20: Gesamtfehler der Messunsicherheiten für Reflexionsmessungen; Frequenzbereich: 1000 Hz - 4000 Hz; Frequenzschrittweite: 500 Hz

Kapitel 6

Schalltransmission durch Schaufelgitter

Die Ergebnisse der unter kontrollierten Randbedingungen im AWT durchgeführten akustischen Messungen werden in diesem Kapitel vorgestellt und mit den Modellergebnissen verglichen. Durch Einsatz des in Kap. 4 vorgestellten einreihigen Schallgenerators (SG) werden gezielt Schallmoden in die Messstrecke eingekoppelt. Mit Hilfe der Mikrofonarrays auf MTS 1 (stromauf der Schaufelreihe) und MTS 2 (stromab der Schaufelreihe) wird das ausbreitungsfähige Schallfeld in der Messstrecke vermessen. Die Messergebnisse werden mithilfe der RMA zerlegt und die Schallleistungspegel jeder einzelnen Schallmode bestimmt. Somit kann die Transmission und Reflexion durch die Schaufelkonfiguration 1 und Schaufelkonfiguration 2 für spezifische akustische Moden einzeln analysiert werden. Diese experimentellen Messdaten werden mit den Berechnungsergebnissen der weiterentwickelten Schalltransportmodelle nach [Smith \(1973\)](#) und [Koch \(1971\)](#) gegenübergestellt.

6.1 Vergleich der Modellansätze

Der Einsatz des einreihigen Schallgenerators ist, wie in Kap. 4 und Kap. 2.3 erläutert, nur bis zu einer maximalen Anregungsfrequenz von $f = 2112 \text{ Hz}$ ohne technische Einschränkung möglich. Für Anregungsfrequenzen oberhalb dieser werden neben der gewünschten Zielmode weitere Schallmoden, unter anderem mit höheren Radialmodenordnungen, unkontrolliert mitangeregt. Die Analyse der Transmission und Reflexion von Schallmoden (mit der Radialmodenordnung $n = 0$) wird in diesem Kapitel exemplarisch für die Anregungsfrequenzen $f = 1000 \text{ Hz}$ und $f = 2000 \text{ Hz}$ vorgestellt. Desweiteren werden, trotz Einschränkung in der Anregungsqualität, experimentelle Ergebnisse bei $f = 2500 \text{ Hz}$ diskutiert, aus denen sich ebenfalls wichtige Erkenntnisse hinsichtlich des Schalltransports durch die Schaufelkonfigurationen ableiten lassen. Wie in Kap. 3 beschrieben, ist für die Transmission und Reflexion durch die Schaufelkonfigurationen der spezifische frequenzabhängige Einfallswinkel θ der Schallmode ein wichtiger Parameter. Für die im Experiment untersuchten Anregungsfrequenzen sind in Abb. (6.2) die berechneten modalen Einfallswinkel für drei repräsentative Radialmoden dargestellt. Entsprechend der in Abb. (6.1) abgebildeten Winkelnotation, ist

das Vorzeichen des Einfallswinkels einer negativen Umfangsmodenordnung m stets positiv und für positive Umfangsmodenordnungen m negativ. Die gezeigten Kanalhöhen entsprechen dem naben- und gehäusenahen Kanalbereich sowie der mittleren Kanalhöhe. Wie in Kap. 3 ausgeführt, sind die Einfallswinkel einer Schallmode m im nabennahen Bereich größer als im gehäusenahen Bereich. Die über den Kanalradius variierenden Einfallswinkel einer dreidimensionalen Schallmode werden mittels RSM und RSPM berücksichtigt. Die Verfahren nach CM bzw. CPM können diese nicht berücksichtigen, da hier die Transmission und Reflexion lediglich am kaustischen Radius berechnet wird.

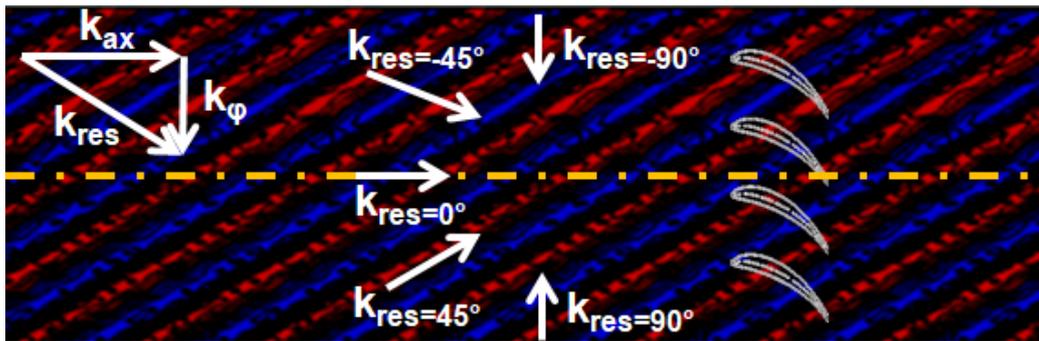


Abbildung 6.1: Winkelnotation für einfallende Schallmoden, bsp. gemessene Schallmode [4,0]

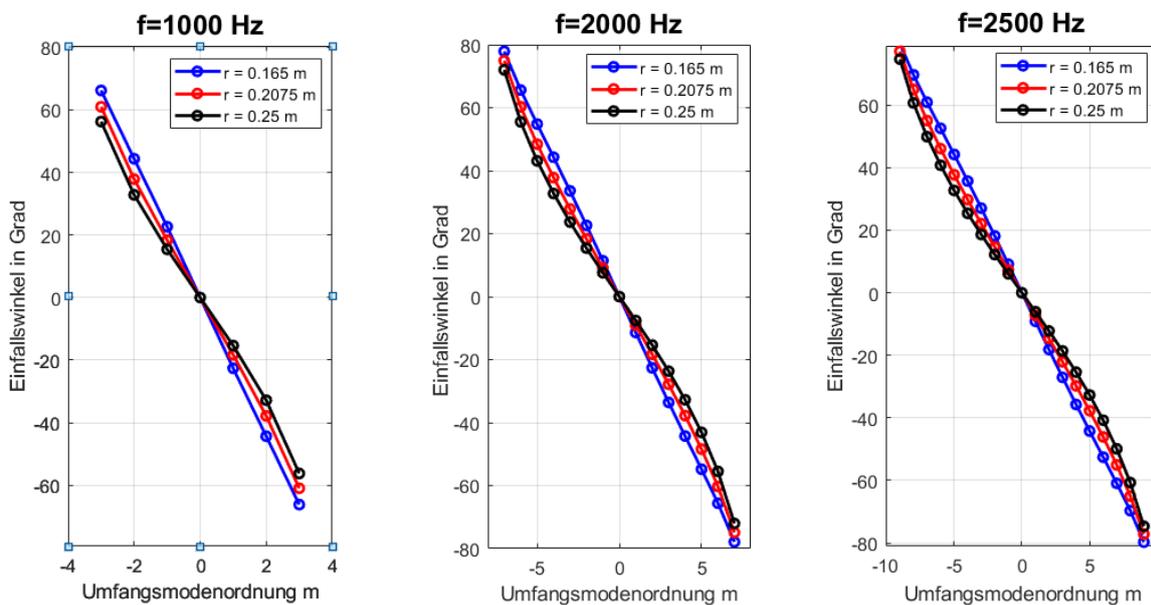


Abbildung 6.2: Einfallswinkel der Schallmoden für die untersuchten Anregungsfrequenzen

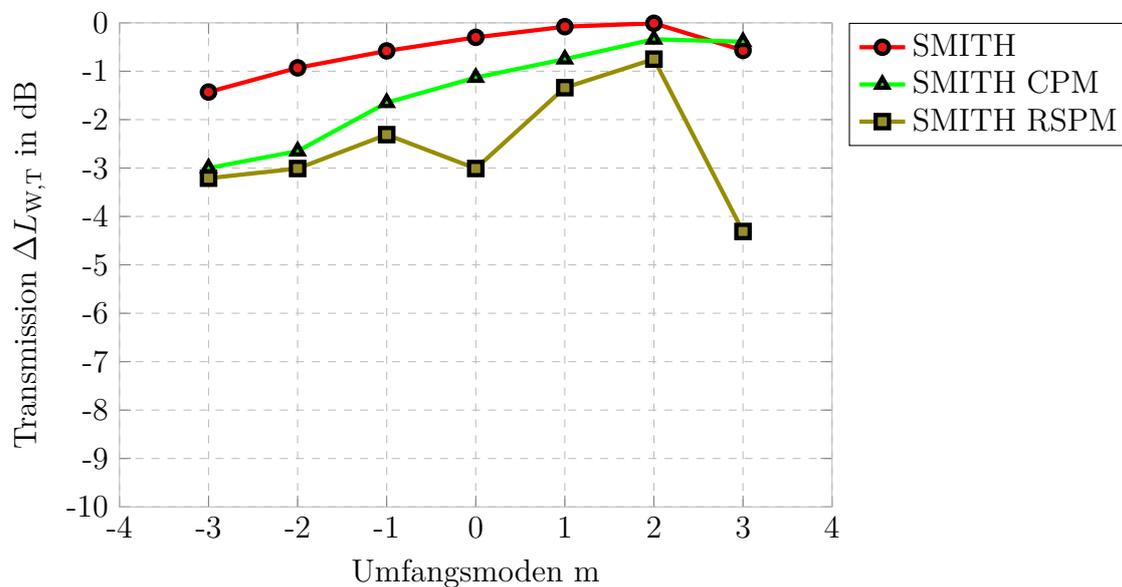
Bevor der Vergleich zwischen den weiterentwickelten Modellen und dem Experiment gezogen wird, werden die Eigenschaften der Modellierungsansätze (unverändertes 2d-Modell, CPM und RSPM) im Folgenden anhand der Schaufelkonfiguration 1 erörtert. Hierzu ist in Abb. (6.3(a)) die Transmission $\Delta L_{W,T}$ und in Abb. (6.3(b)) die

Reflexion $\Delta L_{W,R}$ der bei einer Anregungsfrequenz von $f = 1000 \text{ Hz}$ ausbreitungsfähigen Schallmoden auf Basis des Modells nach [Smith \(1973\)](#) gegenübergestellt. Dabei fällt auf, dass die mit dem unveränderten 2d-Modell berechnete Transmission $\Delta L_{W,T}$ deutlich höher vorhergesagt wird als mit den CPM- und RSPM Modifikationen.

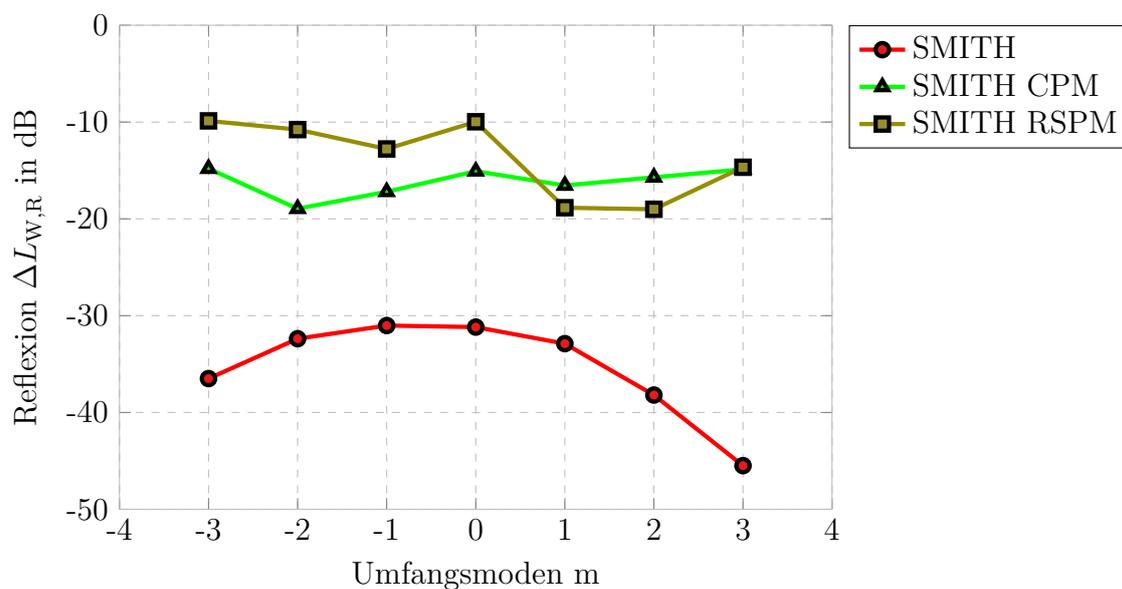
So sagt CPM die „Venetian blind condition“ (maximale Transmission) für die Schallmode $m = 3$ vorher, während bei Anwendung des RSPM-Ansatzes dieser Lastfall für die Schallmode $m = 2$ berechnet wird. Der Einfallswinkel einer dreidimensionalen Schallmode $m = 2$, wie in [Abb. \(6.2\)](#) dargestellt, beträgt in der Kanalmitte $\theta = -39^\circ$. Für $m = 3$ beträgt dieser $\theta = -61^\circ$. Der mittlere Staffelungswinkel der Schaufelreihe A im Mittenschnitt beträgt $\alpha = -43^\circ$. Daher ist es aufgrund des Jalousie-Effekts physikalisch plausibel, dass dieser Lastfall näherungsweise für die Schallmode $m = 2$ erfüllt wird. Der RSPM-Ansatz berücksichtigt die spezifischen radiusabhängigen Einfallswinkel der dreidimensionalen Schallmode m , sodass der tatsächliche Winkel vorhergesagt wird und damit der realen Konfiguration entspricht. Diese Einschränkung beim CPM-Ansatz wird für alle untersuchten Anregungsfrequenzen beobachtet.

Die in [Kap. 3](#) beschriebene Korrelation zwischen dem Einfallswinkel der einfallenden Schallwelle und dem Staffelungswinkel der Schaufelreihe ist auch für die hier betrachteten Anregungsfrequenzen zu beobachten. Für steigende Modenordnungen m (ausgehend von $m = -3$) wird die Transmission $\Delta L_{W,T}$ erhöht, da der Einfallswinkel der auf die Schaufelreihe auftreffenden Schallmode m flacher wird. Positive Modenordnungen m weisen aufgrund der geometrischen Beziehung zwischen dem Einfallswinkel der Schallmode und dem Anstellwinkel der Schaufelreihe eine höhere Transmission auf als negative Modenordnungen.

Für die Reflexion $\Delta L_{W,R}$ werden mit dem CPM- und RSPM-Ansatz stärkere Reflexionen an der Schaufelreihe prognostiziert als mit dem unveränderten 2d-Modell. Eine hohe Reflexion in Betrag bedeutet in diesem Zusammenhang eine schwache Reflexion an der Schaufelreihe, während umgekehrt ein niedriger Betrag eine hohe Reflexion bedeutet. Der RSPM-Ansatz berücksichtigt den Effekt des modalen Einfallswinkels am besten, indem negative Umfangsmodenordnungen deutlich stärkere Reflexionen an den Schaufelreihen verursachen als positive Umfangsmodenordnungen. Diese Unterschiede werden bei Anwendung der Verfahren für Anregungsfrequenzen von $f = 2000 \text{ Hz}$ ebenfalls beobachtet. Aus diesen Erkenntnissen lässt sich zusammenfassen, dass unter Berücksichtigung dreidimensionaler Effekte die Anwendung des RSPM-Ansatzes bei der Modellberechnung genauer ist als der CPM-Ansatz.



(a) Berechnete Transmission für Schaufelkonfiguration 1



(b) Berechnete Reflexion für Schaufelkonfiguration 1

Abbildung 6.3: Vergleich der berechneten Transmission und Reflexion für verschiedene Umfangsmoden mit dem Schalltransportmodell nach [Smith \(1973\)](#) (2d- und quasi-3d); Anregungsfrequenz $f = 1000$ Hz, Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)

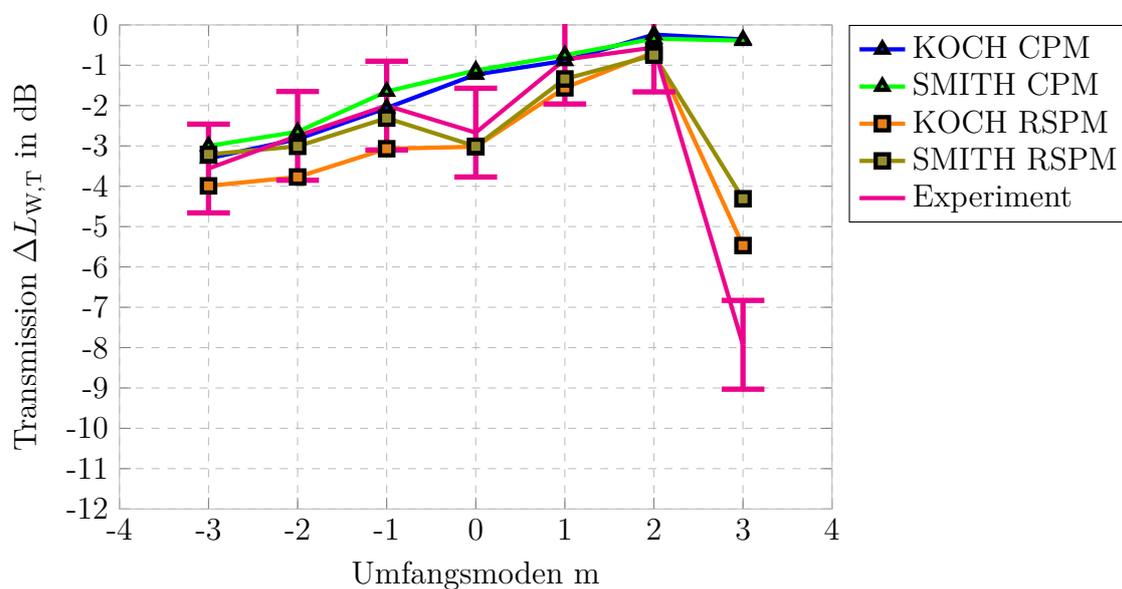
6.2 Vergleich mit dem Experiment

Im folgenden Abschnitt wird ein Vergleich der experimentell gewonnenen Messdaten mit den Berechnungsergebnissen der Transportmodelle nach [Smith \(1973\)](#) und [Koch \(1971\)](#) gezogen.

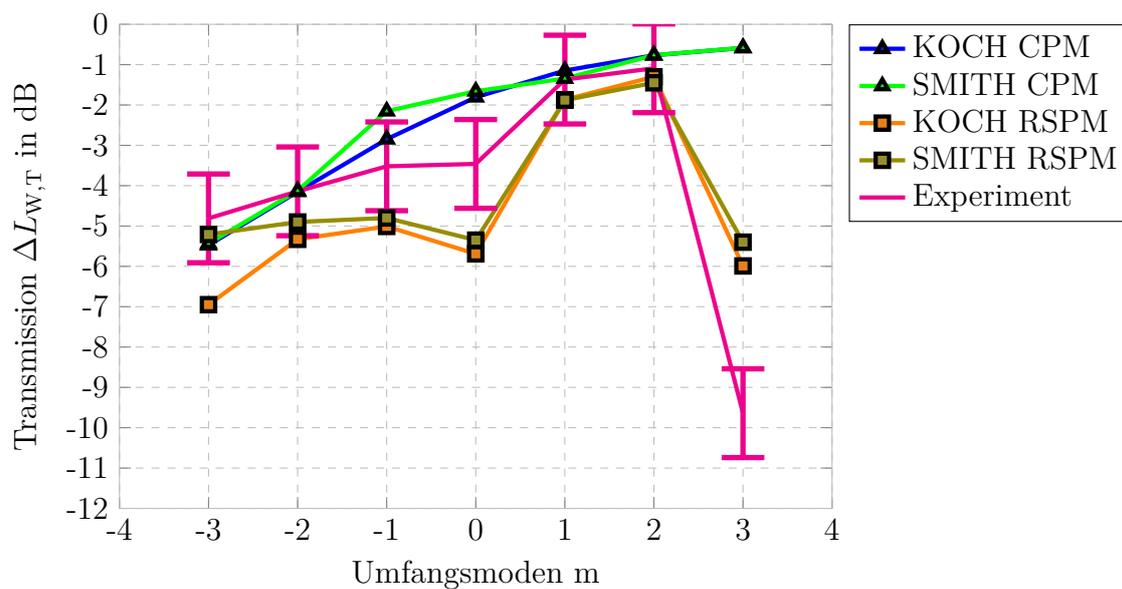
6.2.1 Anregung mit 1000 Hz

Beim Vergleich der modalen Transmission $\Delta L_{W,T}$ in Abb. (6.4(a)) und (6.4(b)) ist für beide Schaufelkonfigurationen zu beobachten, dass die Transmission $\Delta L_{W,T}$ durch die zusätzliche Schaufelreihe B in Konfiguration 2 infolge der Verblockung deutlich abfällt. Die experimentell gemessene und analytisch berechnete Transmission $\Delta L_{W,T}$ zeigt, dass für die Schallmode $m = 2$ die „Venetian blind condition“ (totale Transmission) erfüllt wird. Für beide Schaufelkonfigurationen ist eine gute Übereinstimmung zwischen der Analytik und dem Experiment zu beobachten. Durch die zusätzliche Schaufelreihe B in Schaufelkonfiguration 2 weist die mit dem Smith-RSPM berechnete modale Transmission $\Delta L_{W,T}$ größere Unterschiede zu dem Experiment auf als Berechnungen mit Koch-RSPM. Für die Schallmode $m = 0$ berechnet Smith-RSPM eine Verringerung der Transmission $\Delta L_{W,T}$. Im Experiment ist dies nicht der Fall. Für die Schallmode $m = 3$ mit einer Cut-Off Frequenz von $f=740$ Hz sind deutliche Unterschiede in der modalen Transmission $\Delta L_{W,T}$ zu beobachten. Demnach sinkt die Vorhersagegenauigkeit der Modelle für Schallmoden, deren Cut-Off Frequenz nah an der Anregungsfrequenz ist.

Für die in Abb. (6.5(a)) und (6.5(b)) gezeigte modale Reflexion $\Delta L_{W,R}$ werden zwischen Analytik und Experiment für einige Moden größere Differenzen beobachtet, während die Berechnungsergebnisse der Modelle (bei gleichem methodischen Ansatz) nahezu übereinanderliegen. Sowohl im Experiment als auch in der Analytik ist die Reflexion für negative Modenordnungen m stärker als für positive Modenordnungen m . Dabei gilt für letztere, dass mit zunehmendem Einfallswinkel auch die modenspezifische Reflexion erhöht wird. Beim Vergleich der beiden Schaufelkonfigurationen 1 und 2 sind, wie auch für die Transmission beobachtet, die modalen Reflexionen durch das Applizieren der Schaufelreihe B in Konfiguration 2 deutlich stärker als in Schaufelkonfiguration 1. Aus den gewonnenen Erkenntnissen lässt sich zusammenfassen, dass das RSPM-Verfahren eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Messdaten aufweist. Somit liefert die Berechnung mit RSPM-Ansatz infolge einer realistischen Berücksichtigung dreidimensionaler Effekte bei der Schallmodenausbreitung genauere Aussagen als mit dem CPM-Ansatz.

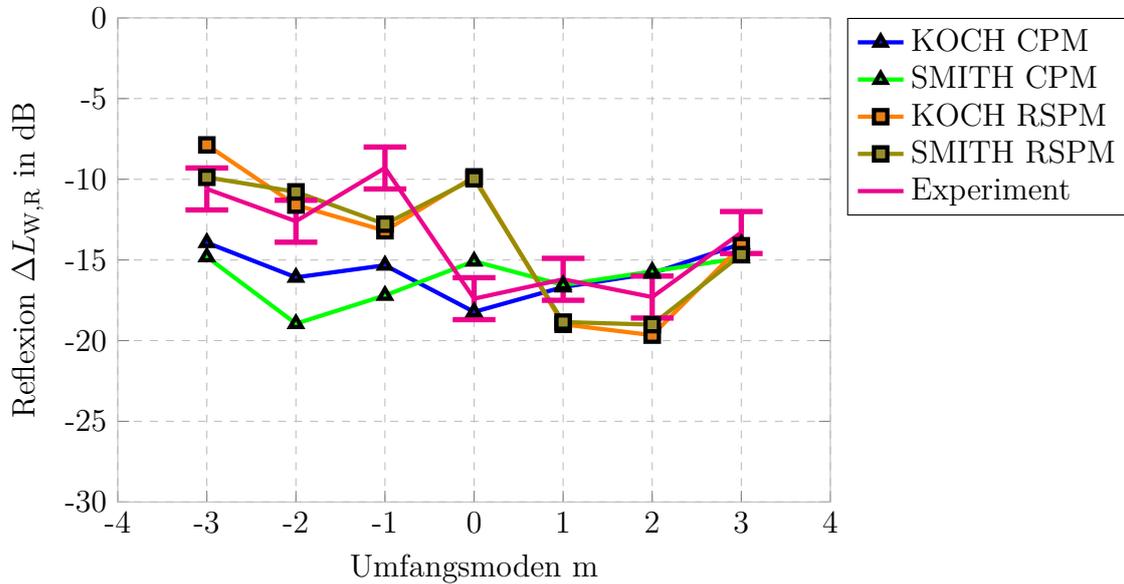


(a) Schaufelkonfiguration 1

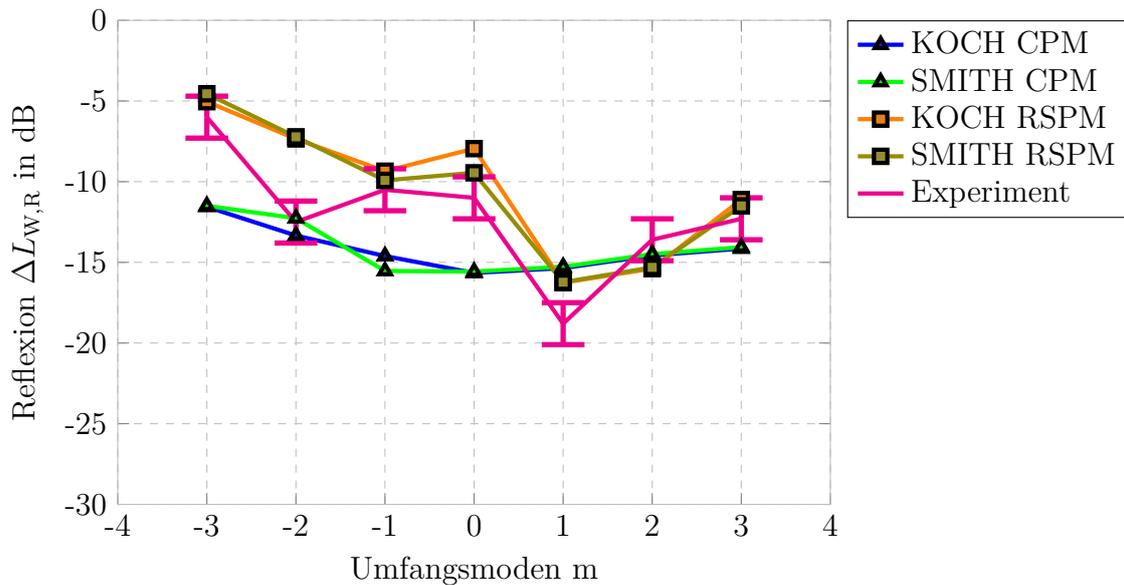


(b) Schaufelkonfiguration 2

Abbildung 6.4: Vergleich der Transmission $\Delta L_{W,T}$ zwischen Experiment und mit RSPM- und CPM-Ansatz weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2, Anregungsfrequenz $f=1000$ Hz, Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)



(a) Schaufelkonfiguration 1



(b) Schaufelkonfiguration 2

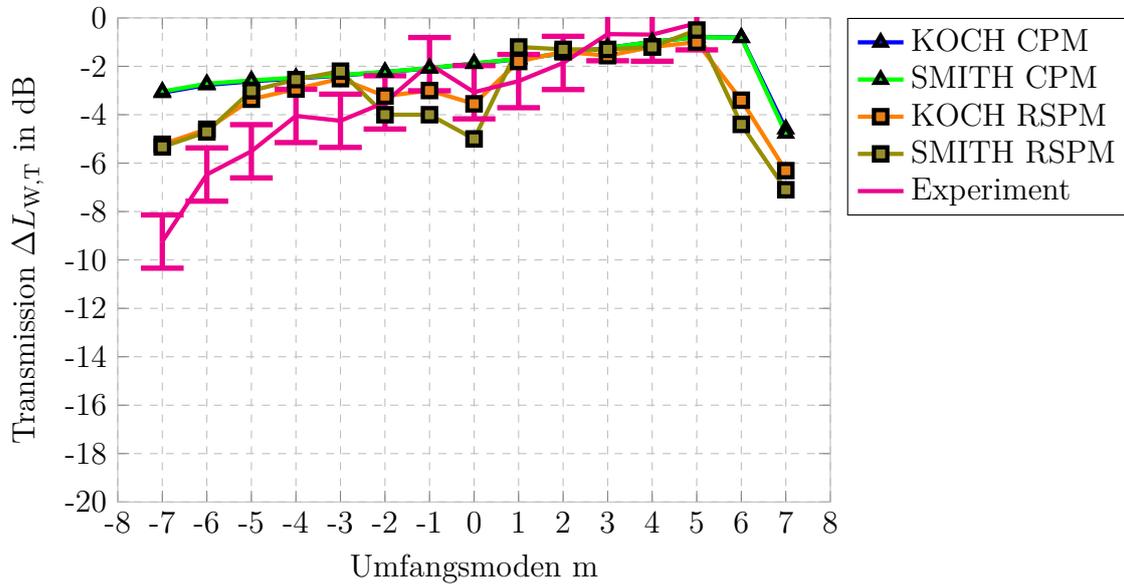
Abbildung 6.5: Vergleich der Reflexion $\Delta L_{W,R}$ zwischen Experiment und mit RSPM- und CPM-Ansatz weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2, Anregungsfrequenz $f = 1000$ Hz, Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)

6.2.2 Anregung mit 2000 Hz

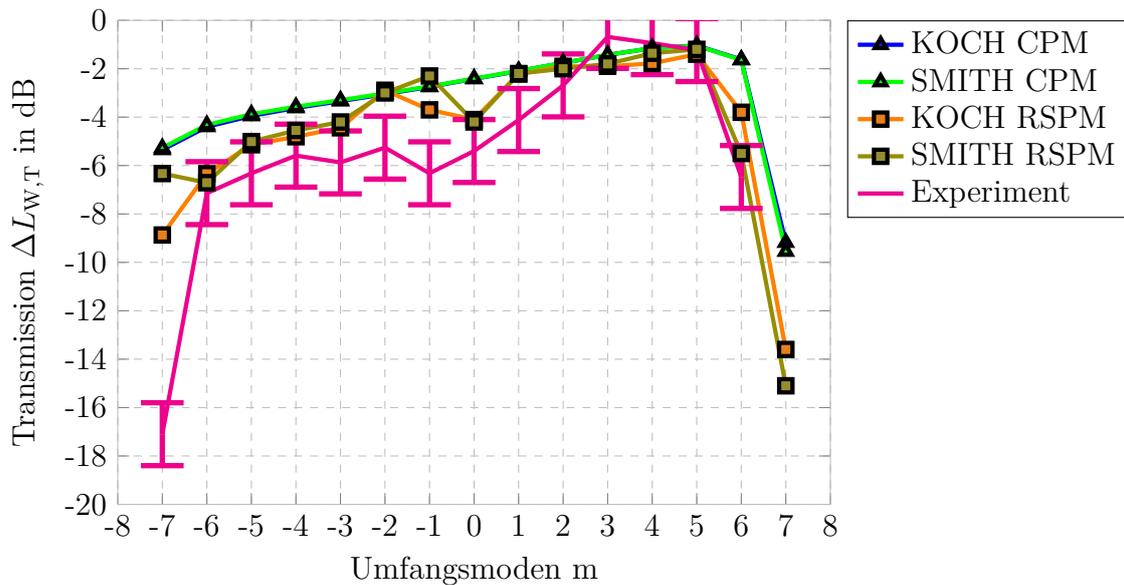
Im Folgenden werden die Ergebnisse für die Anregungsfrequenz $f = 2000 \text{ Hz}$ vorgestellt. Dabei ist ein erheblich größeres Modenspektrum ausbreitungsfähig als für Anregungsfrequenzen bei $f = 1000 \text{ Hz}$. Beim Vergleich der modalen Transmission $\Delta L_{W,T}$ in Abb. (6.6(a)) und (6.6(b)) ist für die Schaufelkonfiguration 2 zu beobachten, dass die Transmission $\Delta L_{W,T}$ durch die zusätzliche Schaufelreihe B infolge der Verblockung abfällt. Dieser Anstieg ist allerdings im Vergleich zu $f = 1000 \text{ Hz}$ wesentlich schwächer. Die experimentell gemessene und analytisch berechnete Transmission $\Delta L_{W,T}$ zeigt, dass für die Schallmode $m = 5$ die „Venetian blind condition“ (totale Transmission) erfüllt wird. Der Einfallswinkel einer dreidimensionalen Schallmode $m = 5$ beträgt in der Kanalmitte, wie in Abb. (6.2) dargestellt, $\theta = -44.1^\circ$. Der mittlere Staffelungswinkel der Schaufelreihe A im Mittenschnitt beträgt $\alpha = -43^\circ$.

Für beide Schaufelkonfigurationen ist auch hier eine gute Übereinstimmung zwischen der Modellierung und dem Experiment zu beobachten. Durch die zusätzliche Schaufelreihe B in Schaufelkonfiguration 2 sind zwischen der berechneten und experimentellen Transmission $\Delta L_{W,T}$ größere Unterschiede zu beobachten. Für die Schallmode $m = 0$ berechnen beide Modelle, wie bereits für $f = 1000 \text{ Hz}$ beobachtet, eine Verringerung der Transmission $\Delta L_{W,T}$. Im Experiment ist dies ebenfalls zu beobachten. Die Schallmoden $m = 6$ und $m = 7$ sind im Experiment für die Schaufelkonfiguration 1, aufgrund der stark drallbehafteten Abströmung hinter der Schaufelreihe A, nicht ausbreitungsfähig. Daher kann für diese Schallmoden die Transmission $\Delta L_{W,T}$ nicht bestimmt werden. Für die Schaufelkonfiguration 2 gilt dies nur für die Mode $m = 7$, da der durch die Schaufelreihe A erzeugte Drall durch die Schaufelreihe B reduziert wird. Da beide Schalltransportmodelle nicht in der Lage sind, eine Drallströmung zu berücksichtigen, sind diese Moden in den Berechnungsergebnissen dennoch ausbreitungsfähig.

Für die in Abb. (6.7(a)) und (6.7(b)) gezeigte modale Reflexion $\Delta L_{W,R}$ werden für einige Schallmoden zwischen Modellierung und Experiment größere Differenzen beobachtet, während die Berechnungsergebnisse der Modelle nahezu übereinanderliegen. Dies lässt sich mithilfe der in Kap. 5 beschriebenen Kanalreflexionen erklären. Bei Anregung der Moden $m = -3$, $m = 3$ und $m = 6$ entstehen Reflexionen mit den Nabenkörperstützen. Die Reflexion zeigt sich für die Moden, die mit dem Vielfachen der Anzahl an Nabenkörperstützen interagieren. Diese Schallmoden überlagern die Reflexionsmessungen durch destruktive Interferenz und führen so zu einer Überschätzung. Sowohl im Experiment als auch in der Analytik ist die Reflexion für negative Modenordnungen m stärker als für positive Modenordnungen m . Dabei gilt für letztere, dass mit zunehmendem Einfallswinkel auch die modenspezifische Reflexion erhöht wird. Beim Vergleich der beiden Schaufelkonfigurationen 1 und 2 sind, wie auch für die Transmission beobachtet, die Reflexion infolge der Schaufelreihe B in Schaufelkonfiguration 2 deutlich stärker als in Schaufelkonfiguration 1. Aus den gewonnenen Erkenntnissen lässt sich zusammenfassen, dass durch die Anwendung des RSPM-Ansatzes eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Messdaten erreicht wird. Somit liefert die Berechnung mit RSPM, infolge einer realistischeren Berücksichtigung dreidimensionaler Effekte bei der Schallmodenausbreitung, genauere Aussagen als mit CPM.

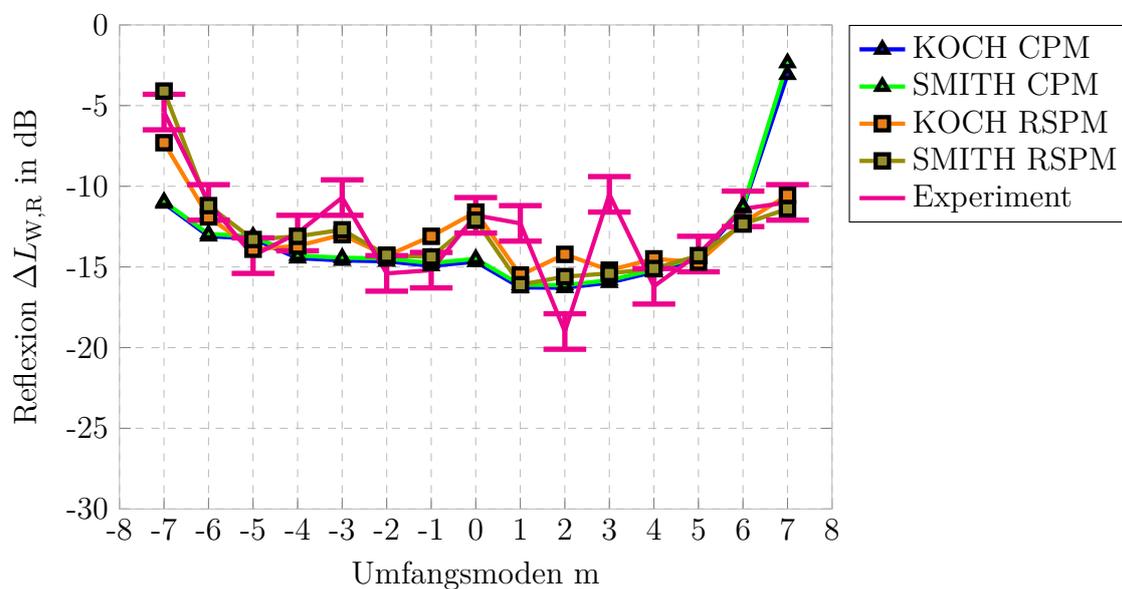


(a) Schaufelkonfiguration 1

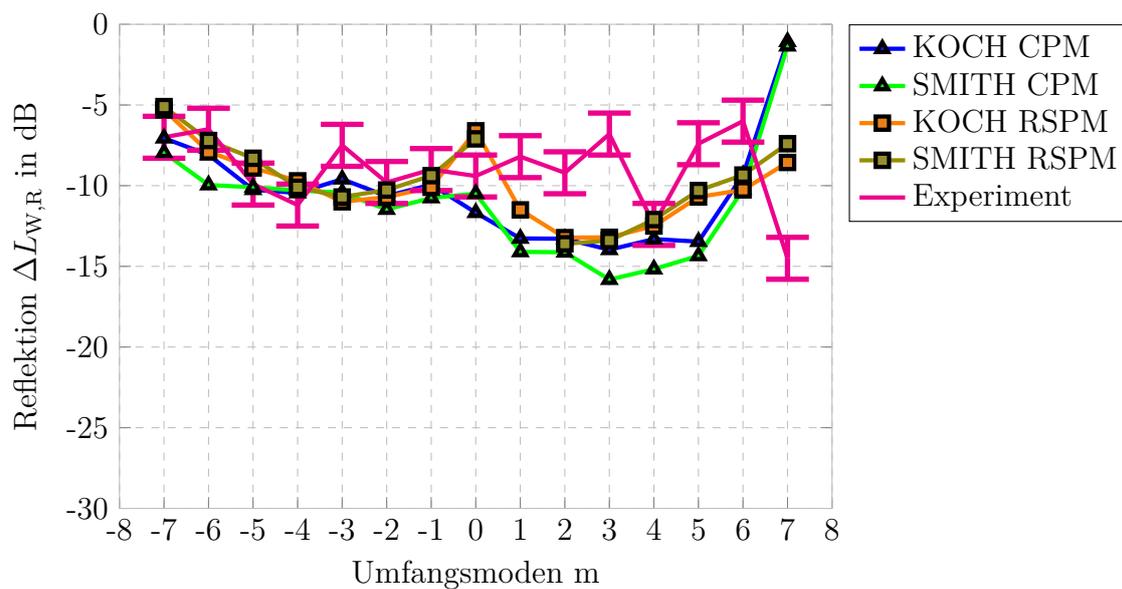


(b) Schaufelkonfiguration 2

Abbildung 6.6: Vergleich der Transmission $\Delta L_{W,T}$ zwischen Experiment und mit RSPM- und CPM-Ansatz weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2, Anregungsfrequenz $f = 2000$ Hz, Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)



(a) Schaufelkonfiguration 1



(b) Schaufelkonfiguration 2

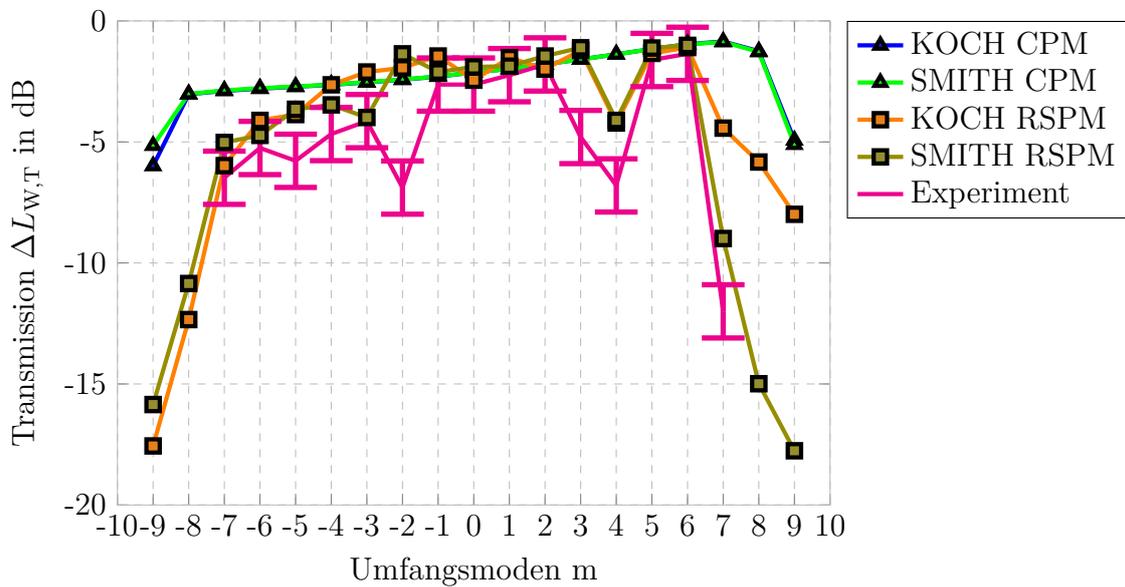
Abbildung 6.7: Vergleich der Reflexion $\Delta L_{W,R}$ zwischen Experiment und mit RSPM- und CPM-Ansatz weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2, Anregungsfrequenz $f = 2000$ Hz, Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)

6.2.3 Anregung mit 2500 Hz

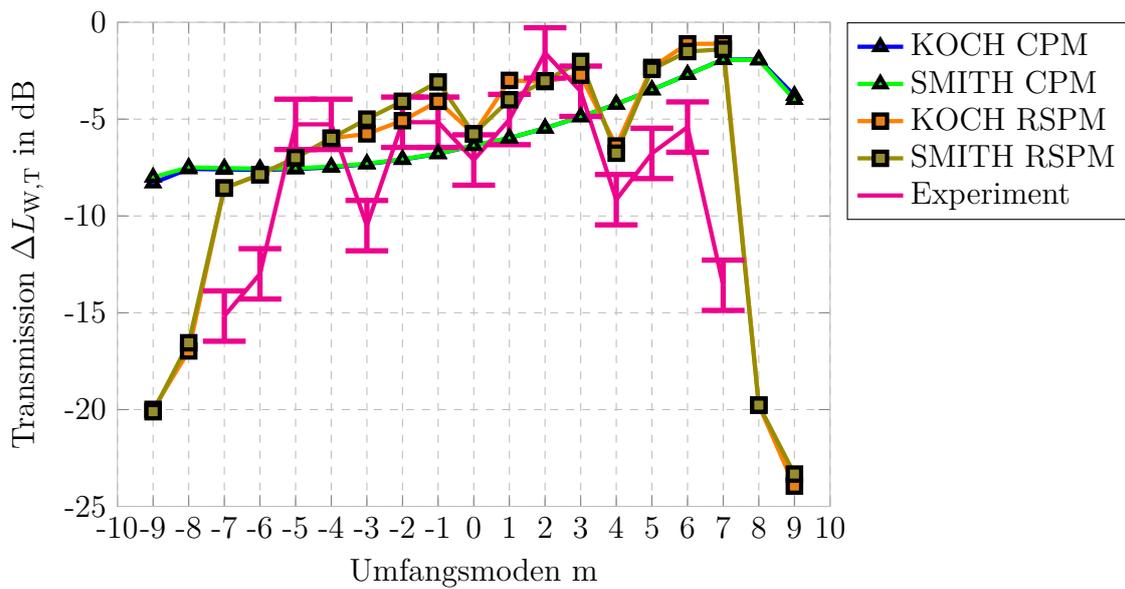
Im Folgenden werden die Ergebnisse für die Anregungsfrequenz $f = 2500 \text{ Hz}$ diskutiert. Bei dieser Anregungsfrequenz sind, wie in Abb. (4.6) dargestellt, Schallmoden mit Radialmodenordnungen $n = 0$ und $n = 1$ ausbreitungsfähig. Für die gezielte Anregung der Schallmoden mit Radialmodenordnung $n = 1$ wird, wie in Kap. 2.3.1 erläutert, ein mehrreihiger Ring von Lautsprecherarrays benötigt. Demnach ist mit einem einreihigen Schallgenerator die Kontrolle der Amplituden höherer Radialmodenordnungen nicht möglich, sodass das Amplitudenverhältnis zwischen der gewünschten Zielmode mit $n = 0$ und den mitangeregten Spillover-Moden deterministisch ist. Aufgrund des Nyquist-Shannon Abtasttheorems können mit dem im Experiment eingesetzten Schallgenerator keine höheren Umfangsmodenordnungen ($m > 7$), obwohl diese bei diesen Frequenzen ausbreitungsfähig sind, synthetisch generiert werden.

Auffällig ist in Abb. (6.8(a)) und Abb. (6.9(a)) für die Modenordnung $m = 4$ eine Extremstelle für die Reflexion $\Delta L_{W,R}$ und Transmission $\Delta L_{W,T}$ zu beobachten. Die Umfangsmode $m = 4$ hat einen Einfallswinkel von $\theta = 37.5^\circ$. Für diesen Einfallswinkel wird die „modal condition“ erfüllt. Die Transmission ist reduziert, während die Reflexion maximal ist. Die Reflexion $\Delta L_{W,R}$ für $m = 4$ wird bei der Berechnung mit CPM über 10 dB geringer vorhergesagt als mit RSPM. Letzteres ermöglicht die Berechnung der Modenstreuung in höhere Radialmodeordnungen (hier $n = 1$). Die gestreute Mode (4,1) weist ein hohes Amplitudenverhältnis auf, welches sich in der Extremstelle für $\Delta L_{W,R}$ der Mode $m = 4$ zeigt. Desweiteren ist für die Schallmode $m = 3$ und $m = -3$ eine verringerte Transmission $\Delta L_{W,T}$ zu beobachten. Bei der Einkoppelung der Zielmoden $m = 3$ und $m = -2$ entstehen ungewünschte Spillover-Moden (3,1) und (-2,1). Für die Mode $m = 6$ ist bei den experimentellen Ergebnissen und dem RSPM-Ansatz die Transmission maximal. Für diesen Modeneinfallswinkel wird die „Venitian Blind condition“ erfüllt.

Beim Vergleich der modalen Transmission $\Delta L_{W,T}$ in Abb. (6.8(a)) und (6.8(b)) ist für die Schaufelkonfiguration 2 zu beobachten, dass die Transmission $\Delta L_{W,T}$ durch die zusätzliche Schaufelreihe B infolge der Verblockung deutlich abfällt. Insbesondere für die Schaufelkonfiguration 1 ist eine relativ gute Übereinstimmung zwischen der Modellierung mit RSPM und dem Experiment zu beobachten. Durch die zusätzliche Schaufelreihe B in Schaufelkonfiguration 2 und die vermehrt auftretenden Spillover-Moden im Experiment sind zwischen Modellberechnungen und experimentellen Ergebnissen $\Delta L_{W,T}$ größere Unterschiede zu beobachten. Höhere Schallmodenordnungen $m > 7$ werden in den Modellen berechnet, da diese keine Drallströmung berücksichtigen und die Moden somit ausbreitungsfähig sind.

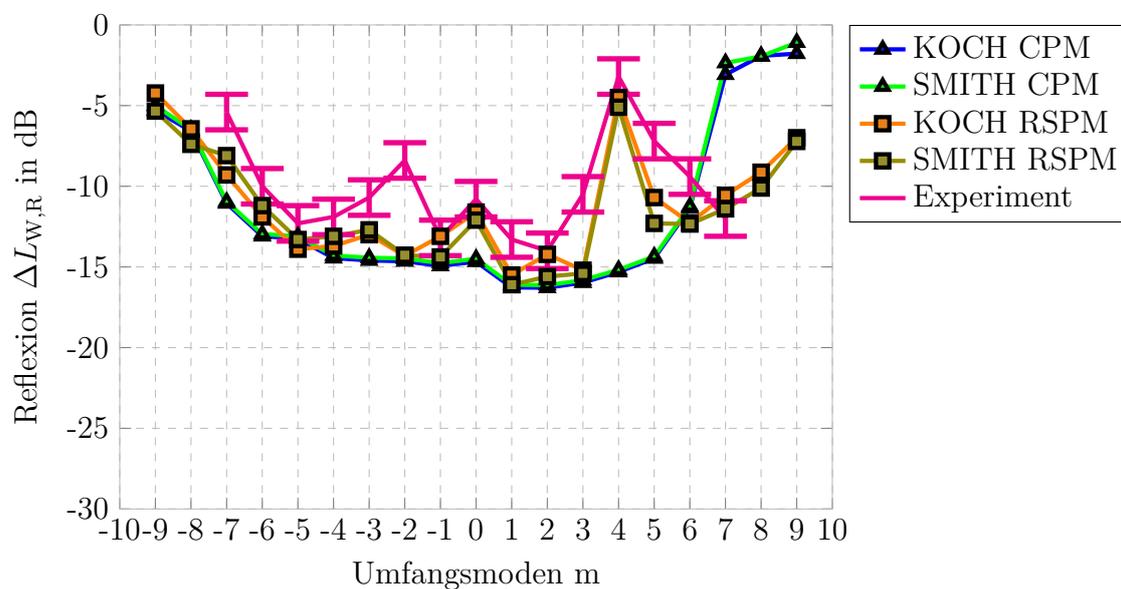


(a) Schaufelkonfiguration 1

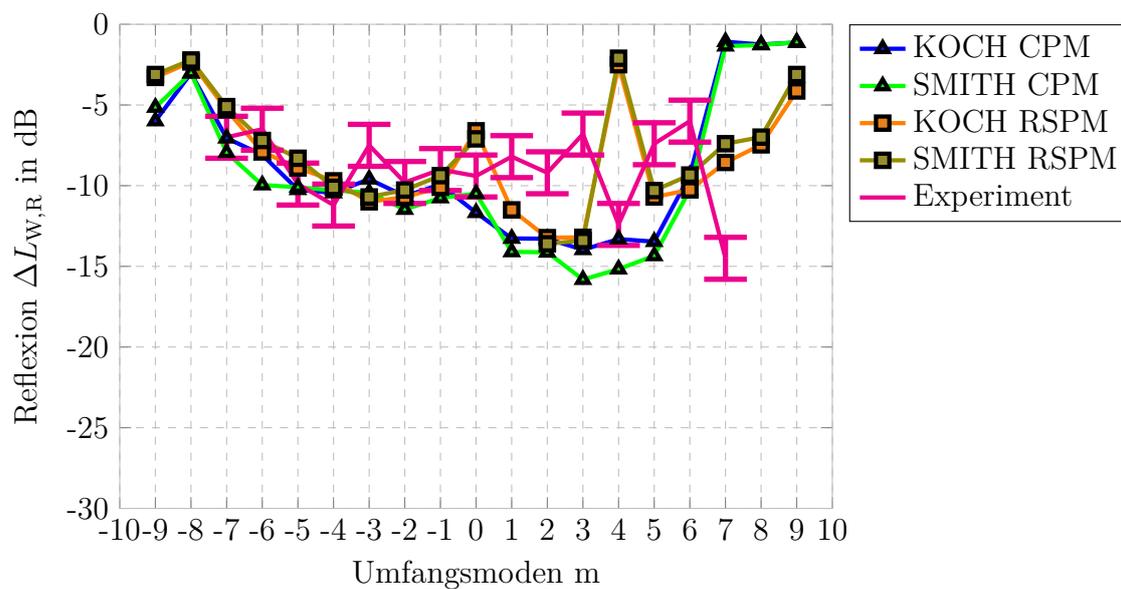


(b) Schaufelkonfiguration 2

Abbildung 6.8: Vergleich der Transmission $\Delta L_{W,T}$ zwischen Experiment und mit RSPM- und CPM-Ansatz weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2, Anregungsfrequenz $f = 2500$ Hz, Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)



(a) Schaufelkonfiguration 1



(b) Schaufelkonfiguration 2

Abbildung 6.9: Vergleich der Reflexion $\Delta L_{W,R}$ zwischen Experiment und mit RSPM-Methode weiterentwickelte Transportmodelle für verschiedene Umfangsmoden der Schaufelkonfiguration 1 und 2, Anregungsfrequenz $f = 2000$ Hz, Betriebspunkt AWT siehe Tab. (4.1)

Kapitel 7

Schlussfolgerungen und Ausblick

7.1 Schlussfolgerungen

Für die Entwicklung effizienter Maßnahmen zur Lärmreduzierung in Flugzeugtriebwerken ist ein tiefes Verständnis der physikalischen Mechanismen der Schallausbreitung erforderlich. Die tonalen Lärmquellen werden maßgeblich durch die Rotor-Stator-Interaktion (RSI) generiert und breiten sich innerhalb des Triebwerks in axialer Richtung in Form von akustischen Schallmoden aus. Dabei wird ein geringer Anteil der Gesamtschalleistung der Moden durch Reibungseffekte dissipativ abgeschwächt, während ein großer Teil der Schalleistung durch die Schaufelreihen transmittiert bzw. reflektiert und letztendlich in die Umgebung abgestrahlt wird.

Triebwerkshersteller setzen, insbesondere in der frühen Entwicklungsphase zur Bewertung der akustischen Auslegung verschiedener Triebwerkskonzepte, analytische Schalltransportmodelle ein. Diese liefern Lösungen, die einen direkten Einblick in die Wirkmechanismen des untersuchten Objekts erlauben und z.B. die Schallmodentransmission- und reflexion durch Schaufelreihen in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern berechnen. Die Bewertung von verschiedenen geometrischen und thermischen Randbedingungen kann einfach abgeschätzt und Parameterstudien schnell durchgeführt werden. Ein wesentlicher Nachteil dieser Methodik ist die Beschränkung der Lösungen auf relativ einfache Geometrien, wodurch realitätsnahe Fälle meist ausgeschlossen werden können. Bei der Abbildung der oft sehr komplexen physikalischen Vorgänge mit mathematischen Herleitungen müssen starke Vereinfachungen der Modelle, die die Qualität und Gültigkeit der Lösungen einschränken, berücksichtigt werden. Daher sind verbesserte Schalltransportmodelle, die bei gleichzeitig geringer Rechenleitung und Rechendauer genauere Vorhersagen generieren, für die Auslegung neuer Flugtriebwerke von großer Bedeutung. Um die Genauigkeit dieser Berechnungsverfahren zu verbessern, werden die im Rahmen dieser Arbeit ausgewählten Schalltransportmodelle nach [Smith \(1973\)](#) und [Koch \(1971\)](#) implementiert, auf quasi 3d-Modelle weiterentwickelt und mit Messergebnissen validiert.

Beide Transportmodelle überführen vereinfachte Plattenmodelle in ein zweidimensionales Randwertproblem, wobei die Schaufeln als infinitesimal dünne ebene Platten in einer unendlichen Kaskade modelliert werden. Desweiteren haben beide Modelle gemeinsam, dass die Geschwindigkeitsfelder der vorliegenden Strömung vor, in und

nach einer Schaufelreihe miteinander verknüpft werden. Basierend auf der Kontinuitätsgleichung werden die Randbedingungen eines konstanten Massenflusses und einer konstanten Totalenthalpie an Vorder- und Hinterkante, sowie die Berechnung der Strömungsrichtung mit der Kutta-Bedingung an der Hinterkante angesetzt. Während im Modell von [Smith \(1973\)](#) die Wirbel-Panel Methode zur Lösung der Integralgleichung angewendet wird, löst [Koch \(1971\)](#) diese mit der Wiener-Hopf Technik. Beide erhalten explizite Lösungen für die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten.

Für 2d-Transportmodelle werden allgemeingültige Ansätze zur Verbesserung vorgestellt und zunächst anhand von vereinfachten Betrachtungen an Plattenmodellen mit variierenden Anstellwinkeln vergleichend diskutiert. Unter anderem werden zwei in der Literatur etablierte Ansätze zur Berücksichtigung von dreidimensionalen Schallmoden in 2d-Transportmodellen vorgestellt. Beim ersten Ansatz, auch als Radialstreifen-Methode oder als „radial strip method (RSM)“ bekannt, wird eine dreidimensionale Schallmode in verschiedene Radii geschnitten und anschließend in einen zweidimensionalen Schnitt abgewickelt. Dabei werden die Wellenzahlen der Schallmode vom zylindrischen ins kartesische Koordinatensystem transformiert. Für jeden einzelnen Schnitt wird anschließend eine 2d-Modellberechnung durchgeführt. Somit wird der radiale Schalldruckverlauf am Ein- und Austritt des Modells berechnet. Die anschließende Radialmodenanalyse (RMA), mit der die Bestimmung der Schallmodenleistung erfolgt, wird mit der Hankel-Transformation durchgeführt. Somit wird die spezifische Berechnung der Transmission und Reflexion einer Schallmode ermöglicht. Der zweite Ansatz, auch als „caustic method (CM)“ bekannt, berücksichtigt die zweidimensionale Berechnung der Transmission und Reflexion an einem festen Radialschnitt. Dieser Radi ist damit charakterisiert, dass der modale Einfallswinkel für eine dreidimensionale Mode dem einer zweidimensionalen Schallmode entspricht.

Für die Berücksichtigung einer realistischeren Schaufelkontur in Transportmodellen wird ein neuer Ansatz vorgestellt, bei dem die Schaufelkontur durch die Variation des Plattenanstellwinkels nachgebildet wird. Dabei wird die Transmission- und Reflexion der Schallmode für verschiedene Anstellwinkel des Plattengitters einzeln in Reihe berechnet. Werden diese Berechnungen zusätzlich mit der RSM durchgeführt, so wird hierfür im Rahmen dieser Arbeit der Begriff „radial strip panel method (RSPM)“ neu eingeführt. Berechnungen mit CM werden wiederum als „caustic panel method (CPM)“ benannt.

Zunächst einmal lässt sich in vergleichenden Betrachtungen feststellen, dass mit allen Ansätzen eine sehr schnelle Abschätzung der Transmission und Reflexion durch Schaufelreihen ermöglicht wird. Während RSPM durch die längste Berechnungszeit charakterisiert ist, benötigt das Verfahren mit CM die geringste Rechenleistung- und -dauer. Weiterhin lässt sich feststellen, dass die betrachteten Regel- und Sonderfälle (außer Modenstreuung) mit allen Ansätzen vorhergesagt werden können. Die Modenstreuung wird nur mit dem RSPM-Ansatz berücksichtigt. Weitere Gemeinsamkeit der Modellierungsansätze ist die Berücksichtigung des modalen Einfallswinkels bei der Transmissions- und Reflexionsberechnung. An einem Schaufelgitter mit positivem Anstellwinkel werden Schallmoden mit negativen Umfangsmodenordnungen stärker reflektiert als Moden mit positiven Umfangsmodenordnungen (Jalousie-Effekt).

Eine Einschränkung des RSPM-Ansatzes ist, dass für Kanalradien nah am Nabenradius die Wellenzahlen nicht ausbreitungsfähig sind. In diesem Fall können Schallmoden,

die im dreidimensionalen Fall nah an der Cut-Off Frequenz ausbreitungsfähig sind, im Modell nicht berücksichtigt werden. Ein wesentlicher Nachteil des CM- und CPM-Verfahrens ist, dass die fehlende Berechnung für verschiedene radiale Schnitte die Bestimmung des radialen Schalldruckverlaufs (komplexen Amplituden der Umfangsmode) nicht ermöglicht. Daher ist hierfür die Berechnung der modalen Schalleistungspegel mittels RMA ausgeschlossen.

Um die Genauigkeit dieser Ansätze zur Weiterentwicklung von Schalltransportmodellen bewerten zu können, wird ein modularer Versuchsaufbau der Messstrecke des Aeroakustischen Windkanals (AWT) ausgelegt und konstruiert. Dieser Versuchsaufbau ermöglicht experimentelle Messungen der Transmission und Reflexion durch Schaufelreihen unter kontrollierten Randbedingungen. Diese kontrollierten Randbedingungen werden durch die Anwendung eines Schallmodengenerators, welcher aus einem einreihigen Lautsprecherring besteht, sowie stromab positionierten Mikrofon-Arrays, die das eingekoppelte Schallfeld stromab und stromauf der Schaufelreihe erfassen, geschaffen. Die Messdaten werden anschließend mit der Radialmodenanalyse (RMA) ausgewertet. Hierbei wird ein lineares Gleichungssystem (z.B. mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate) gelöst, welches die gemessenen Schalldruckamplituden mit den gesuchten Modenamplituden verknüpft. Somit sind die technischen Anforderungen für die Vermessung unter kontrollierten Randbedingungen mit dem Versuchsaufbau gewährleistet. Die Transmission und Reflexion der Schallmoden wird für spezifische akustische Moden einzeln analysiert.

Bei der vergleichenden Betrachtung der weiterentwickelten Modellierungsansätze mit den im Experiment gewonnenen Ergebnissen fällt für alle Regel- und Sonderfälle auf, dass insbesondere für den RSPM-Ansatz eine relativ gute Übereinstimmung beobachtet wird. Für die analysierten Frequenzen $f = 1000 \text{ Hz}$, $f = 2000 \text{ Hz}$ und $f = 2500 \text{ Hz}$ stimmt die Vorhersage zwischen Experiment und RSPM für die Sonderfälle stets für die richtige Modenordnung überein. Anhand dieser Erkenntnis lässt sich feststellen, dass die Eigenschaften einer dreidimensionalen Schallmode, wie z.B. dem Einfallswinkel, am genauesten vorhergesagt wird. Weiterhin kann mit RSPM die Modenstreuung in höhere radialen Modenordnungen, falls diese ausbreitungsfähig sind, berücksichtigt werden. Hinsichtlich der Genauigkeit der modalen Schalleistungspegel für Transmission und Reflexion ist eindeutig zu erkennen, dass zwischen Experiment und RSPM-Ansatz eine gute Übereinstimmung beobachtet wird. Somit lässt sich zusammenfassend aufzeigen, dass gerade für Schalltransportuntersuchungen bei denen die Transmission und Reflexion von Schallmoden durch nicht-rotierende Schaufelreihen betrachtet werden sollen, der neue entwickelte RSPM-Ansatz ein wichtiges Instrument darstellt.

7.2 Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit ist die Erkenntnis gewonnen, dass mit dem RSPM-Ansatz eine signifikante Verbesserung der Transportmodelle nach [Smith \(1973\)](#) und [Koch \(1971\)](#) erreicht wird. Für weiterführende Studien können die im Folgenden geschilderten Ansätze in Betracht gezogen werden.

Für die kontrollierte Anregung höherer Radialmodeordnungen n wird, wie in Kap.

2.3.1 anhand einer numerischen Studie erläutert, ein mehrreihiger Ring von Monopolquellen benötigt. Dabei bestimmt die Anzahl der Lautsprecherringe die Anzahl der kontrollierbaren Radialmodenordnungen. So kann mit einem einreihigen Ring die Radialmodenordnung $n = 0$, mit einem zweireihigen Ring die Radialmodenordnungen $n = 0$ und $n = 1$, mit einem dreireihigen Lautsprecherring zusätzlich die Radialmodenordnung $n = 2$ gezielt angeregt werden. Dies ist für Untersuchungen in höheren Frequenzbereichen notwendig. Beim Einsatz eines mehrreihigen Schallgeneratorrings sind dann im Experiment gezielte Untersuchungen unter anderem zur Modenstreuung in höhere Radialmodenordnungen möglich. Weiterhin kann durch die Erhöhung der Lautsprecheranzahl über den Umfang, die Untersuchung höherer Umfangsmodenordnungen m durchgeführt werden. Diese Modifikationen sind insbesondere für die Erforschung von Schallausbreitungsphänomenen in hochbelasteten Triebwerksverdichtern- und turbinen wichtig.

Bei dem im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelten Ansatz zur Berücksichtigung der Schaufelkontur (Panel-Methode), werden die in Reihe durchgeführten Einzelberechnungen zur Bestimmung eines Gesamtschalleistungspegels einer Schallmode, mit einer einfachen Mittelung berechnet. Durch die mathematische Formulierung von Gewichtungsfunktionen ist eine weitere Verbesserung dieses Ansatzes möglich. Dabei kann z.B. die Strömungsumlenkung einer Schaufel zwischen Eintritts- und Austrittskante berücksichtigt werden.

Die gewonnenen Ergebnisse mit dem Transportmodell von [Smith \(1973\)](#) beschränken sich nicht nur auf die Berechnung der Reflexions- und Transmissionskoeffizienten. Darüber hinaus werden aeroelastische Kenngrößen berechnet, die in anderen wissenschaftlichen Arbeiten Verwendung finden können. Beispielsweise kann der Resonanzfaktor der Biegeschwingung nahe des Cut-Off Punkts oder das Torsionsflattern untersucht werden. Hierfür wird der Imaginärteil des Matrixeintrags $C_{M\delta}$ überprüft. Ist dieser größer 0, kann die selbsterregte Schwingung auftreten.

Weiterhin können durch relativ einfache konstruktive Anpassungen an dem modularen Versuchsaufbau weitergehende Parameterstudien zur Schaufelverstellung durchgeführt werden. Hierdurch kann beispielsweise der Effekt der Schaufelneigung oder aber auch der Einfluss des Axialabstands von Schaufelreihen experimentell untersucht werden. Weiterhin kann der Versuchsaufbau für den Einsatz einer rotierenden Schaufelreihe umkonstruiert werden ([Bartelt 2015](#)). Die an den stehenden Schaufelreihen gewonnenen Erkenntnisse können auf diesen komplexeren Testfall übertragen werden. Hierdurch lassen sich strömungstechnische Effekte mit komplexeren Drallfeldern untersuchen. Weiterhin kann der akustische Impedanzsprung infolge der variierenden Potentialfeldstörung untersucht werden.

Literaturverzeichnis

- Amiet, R. (1971): Transmission and Reflection of Sound by a Blade Row. In: AIAA Journal.
- Bake, Friedrich; Kings, N.; Fischer, André und Röhle, Ingo (2009): Indirect Combustion Noise: Investigations by the Acceleration of Flow Inhomogeneities. In: Acta Acustica united with Acustica, Band Vol. 95:S. 461–469.
- Bartelt, Michael (2015): Ein Beitrag zum Ausbreitungsverhalten modaler Schallfelder in Niederdruckturbinen. Dissertation, Hannover: Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.
- Bartelt, Michael; Laguna, Juan D und Seume, Joerg R (2013): Synthetic Sound Source Generation for Acoustical Measurements in Turbomachines. In: ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition. American Society of Mechanical Engineers, S. V06CT39A005–V06CT39A005.
- Batard, Hervé und France, Airbus (2004): the Zero splice engine intake liner: an efficient way of reducing Aircraft Noise without any weight or aerodynamic penalty. In: 2004 24th ICAS Congress, Tokyo Japan.
- Behn, M.; Tapken, U.; Puttkammer, P.; Hagmeijer, R. und Thouault, N. (2016a): Comparative study of different analytical approaches for modelling the transmission of sound waves through turbomachinery stators. Technischer Bericht, DLR, German Aerospace Center.
- Behn, Maximilian; Tapken, Ulf; Puttkammer, Peter; Hagmeijer, Rob und Thouault, Nicolas (2016b): Comparative study of different analytical approaches for modelling the transmission of sound waves through turbomachinery stators. In: 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. S. 2927.
- Biester, Marc Heinz-Otto (2016): Ausmischverluste und instationärer Arbeitsumsatz in Turbinen. Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.
- Bouley, Simon; François, Benjamin; Roger, Michel; Posson, Hélène und Moreau, Stéphane (2017): On a two-dimensional mode-matching technique for sound generation and transmission in axial-flow outlet guide vanes. In: Journal of Sound and Vibration, Band 403:S. 190–213.
- Broszat, Dominik (2009): Validation of turbine noise prediction tools with acoustic rig measurements. In: 30th AIAA Aeroacoustics Conference.

- Bräunling, W. J. G. (2015): Flugzeugtriebwerke. Springer Vieweg.
- Chapman, C. J. (1994): Sound radiation from a cylindrical duct. Part 1. Ray structure of the duct modes and of the external field. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Band 281:S. 293–311. doi:10.1017/S0022112094003113.
- DEGA (2006): Akustische Wellen und Felder.
- Doak, PE (1973): Excitation, transmission and radiation of sound from source distributions in hard-walled ducts of finite length (I): The effects of duct cross-section geometry and source distribution space-time pattern. In: *Journal of Sound and Vibration*, Band 31(1):S. 1–72.
- Drela, Mark und Youngren, Harold (2005): Axisymmetric analysis and design of ducted rotors. In: *DFDC Software Manual*.
- Ehrenfried, K. (2004): Strömungsakustik. Mensch und Buch Verlag.
- Enghardt, L; Tapken, U; Neise, W; Schimming, P; Maier, R und Zillmann, J (2002): Active control of fan noise from high-bypass ratio aeroengines: Experimental results. In: *Aeronautical Journal*, Band 106(1063):S. 501–506.
- Enghardt, Lars; Tapken, Ulf; Kornow, Oliver und Kennepohl, Fritz (2005): Acoustic mode decomposition of compressor noise under consideration of radial flow profiles. In: 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. S. 2833.
- Enghardt, Lars; Zhang, Yanchang und Neise, Wolfgang (1999): Experimental verification of a radial mode analysis technique using wall-flush mounted sensors. In: 137th Meeting of the Acoustical Society of America, Berlin.
- G. Heinzl, R. Schilling, A. Rüdiger (2002): Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new flat-top windows. Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik (Albert-Einstein-Institut) Teilinstitut Hannover.
- Ghillani, P. (2012): Aeroacoustic simulation of a linear cascade by a perfactored compact scheme. Dissertation, University of Leicester, Department of Engineering.
- Goldstein, Marvin E (1976): Aeroacoustics. In: New York.
- Hanson, D.B. (1994): Doupled 2-Dimensional Cascade Theory for Noise and Unsteady Aerodynamics of Blade Row Interaction in Turbofans.
- Heinig, KE (1983): Sounding propagation in multistage axial flow turbomachines. In: *AIAA Journal*, Band 21(1):S. 98–105.
- Holste, Fredi (1995): Ermittlung der aerodynamischen Lärmquellen und Berechnung des abgestrahlten Schallfeldes mittels der im Nahfeld gemessenen Durckschwankungen am Beispiel eines Triebwerkmodells. Dissertation, DLR.

- J. M. Tyler, T. G. Sofrin (1961): Axial FLOW Compressor Noise Studies. Technischer Bericht, Pratt & Whitney Aircraft Div., United Aircraft Corp.
- Kaji, S. und Okazaki, T. (1970a): Propagation of Sound Waves Through a Blade Row I. Analysis based on the Semi-Actuator Disk Theory. In: J. Sound Vib., S. 339–353.
- Kaji, S. und Okazaki, T. (1970b): Propagation of Sound Waves Through a Blade Row I. Analysis based on the Semi-Actuator Disk Theory. In: J. Sound Vib., S. 355–375.
- Kausche, Philip (2016): Aktive Beeinflussung der tonalen Geräusentstehung axialer Strömungsmaschinen mittels Hinterkantenausblasens aus dem Rotor. Technische Universität Berlin (Germany).
- Knobloch, Karsten; Werner, Tiago und Bake, Friedrich (): Entropy Noise Generation and Reduction in a Heated Nozzle Flow. doi:10.2514/6.2015-2818. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2015-2818>, URL <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2015-2818>.
- Koch, W. (1971): On the Transmission of Sound Waves Through a Blade Row. Technischer Bericht, DFVLR-Institut für Theoretische Gasdynamik.
- Kousen, Kenneth (1996): Pressure modes in ducted flows with swirl. In: Aeroacoustics Conference. S. 1679.
- Laguna Trujillo, Juan David (2016): On the sensitivity of the radial mode analysis (RMA) for the experimental evaluation of sound propagation in a low-pressure turbine. Dissertation, Hannover: Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik.
- Lighthill, M. J. (1965): Group velocity. In: IMA Journal of Applied Mathematics, Band 1(1):S. 1–28. ISSN 0272-4960.
- Mani, R. und Horvay, G. (1970): Sound Transmission through Blade Rows. In: J. Sound Vib., S. 59–83.
- Moore, CJ (1979): Measurement of radial and circumferential modes in annular and circular fan ducts. In: Journal of Sound and Vibration, Band 62(2):S. 235–256.
- Moreau, Stéphane; Baddoo, Peter J; Bériot, Hadrien und Roger, Michel (2019): Two-dimensional sound transmission in realistic turbomachinery cascade. In: 25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. S. 2550.
- Möser, M. (2004): Technische Akustik. In: Springer Verlag Berlin, 6. Aufl. 2004, 356 Seiten.
- Mumcu, Akif; Keller, Christian; Hurfar, C Mandanna und Seume, Joerg R (2016): An Acoustic Excitation System for the Generation of Turbomachinery Specific Sound Fields: Part I—Design and Methodology. In: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. American Society of Mechanical Engineers, Band 49699, S. V02AT41A001.

- Mumcu, Akif; Thouault, Nicolas und Seume, Jörg R (2018): Aeroacoustic testing for sound propagation through turbine vanes. In: 2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting. S. 1003.
- Panek, Lukasz (2011): Simulation und Modellierung der tonalen Schallausbreitung in Nebenstromkanälen von Flugtriebwerken. Dissertation, Universitätsbibliothek der Technischen Universität Berlin.
- Pickett, GF; Sofrin, TG und Wells, RA (1977): Method of Fan Sound Mode Structure Determination. Final Report. In: NASA CR-135293, Aug.
- Posson, H. und Roger, M. (2007a): Parametric Study of Gust Scattering and Sound Transmission Through a Blade Row. In: AIAA/CEAS.
- Posson, Hélène und Roger, Michel (2007b): Parametric study of gust scattering and sound transmission through a blade row. In: 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (28th AIAA Aeroacoustics Conference). S. 3690.
- Rice, EJ (1979): Modal propagation angles in ducts with soft walls and their connection with suppressor performance. In: AIAA 5th Aero-acoustics Conference, Seattle.
- Rienstra, Sjoerd W und Hirschberg, Avraham (2004): An introduction to acoustics. In: Eindhoven University of Technology, Band 18:S. 19.
- Rill, Stefan (1996): Aerodynamik des Flugzeugs.
- Risi, John D; Burdisso, Ricardo A und Fuller, Chris R (1996): Analytical investigation of active control of radiated inlet fan noise. In: The Journal of the Acoustical Society of America, Band 99(1):S. 408–416.
- Smith, S.N. (1973): Discrete Frequency Sound Generation in Axial Flow Turbomachines. Technischer Bericht, University Engineering Dept., Cambridge.
- Spitalny, Mirko und Tapken, Ulf (): Radial Mode Analysis of Ducted Sound Fields with Sensor Rakes and Wall Flush Sensor Arrays under Consideration of a Radial Flow Profile. doi:10.2514/6.2016-3037. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2016-3037>, URL <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2016-3037>.
- Tapken, Ulf (2016): Analyse und Synthese akustischer Interaktionsmoden von Turbomaschinen. In: .
- Tapken, Ulf und Enghardt, Lars (2006): Optimisation of sensor arrays for radial mode analysis in flow ducts. In: AIAA paper, (2006-2638).
- Walker, B; Hersh, A; Heidelberg, L; Sutliff, D und Spencer, M (1999): Active resonators for control of multiple spinning modes in an axial flow fan inlet. In: 5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit. S. 1853.
- Whitehead, D.S. (1987): Aeroelasticity in Axial-Flow Turbomachines Volume 1 Unsteady Turbomachinery Aerodynamics. In: .

Anhang A

Aerodynamische Auslegung des Nabenkörpers

Zur aerodynamischen Auslegung der neu ausgelegten AWT-Messstrecke werden umfangreiche instationäre CFD-Simulationen durchgeführt. Dabei ist das Ziel, die in Kap.4 aufgeführten technischen Anforderungen, zu verifizieren. Die Modellierung und numerische Auswertung der instationären CFD-Strömung wird folgend erläutert.

A.1 CFD-Modell

Das CFD-Modell für die Simulationen in ANSYS CFX 15.0 gilt für eine instationäre Strömung, die mit dem SAS-Turbulenz-Modell simuliert wird. Innerhalb der Messstrecke des AWT werden wie in Kap.4 erläutert, zwei Schaufelkonfigurationen auf einem Nabenkörper installiert. Der Nabenkörper schließt stromab der Schaufelkonfigurationen mit einer konischen Diffusorgeometrie ab.

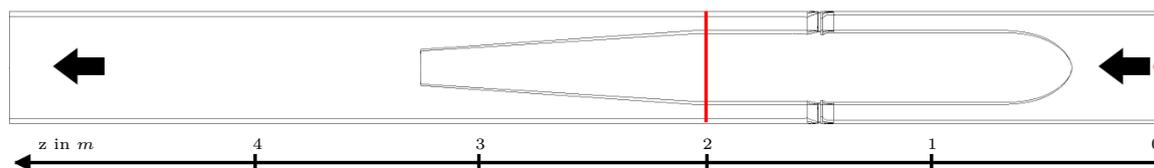


Abbildung A.1: Simulationsmodell mit eingebauter Schaufelkonfiguration 2

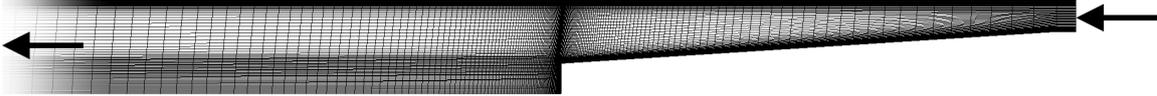
Abb. A.1 zeigt das Modell, wobei die schwarzen Pfeile die Strömungsrichtung kennzeichnen. Der Fokus der CFD-Simulationen ist das strömungstechnische Verhalten der aus den Schaufelkonfigurationen austretenden Drallströmung zu bewerten. Daher wird die instationäre Berechnung auf den Diffusorbereich des Nabenkörpers begrenzt, welches durch die rote Markierung gezeigt wird. Die Randbedingungen am Austritt der Schaufelkonfigurationen (rote Markierung) werden aus zuvor in ANSYS CFX 15.0 durchgeführten stationären CFD-Berechnungen entnommen.

Für das Netz ergeben sich nach Untersuchung in ICEM CFD die in Tab. A.1 dargestellten Qualitätswerte. Sie liegen alle innerhalb der Grenzwerte und sind nach Qualitätskriterien für die Simulation geeignet.

Das fertiggestellte numerische Gitter ist in Abb. A.2 dargestellt.

Tabelle A.1: Netzeigenschaften des CFD-Modells

Qualitätsparameter	Grenzwert	Gitter 1	Gitter 2	Gitter 3
aspect ratio, Grenzschicht	$< 10^6$	< 14.060	< 19.530	< 1.070
aspect ratio, sonstige Gebiete	< 100	< 100	< 100	< 100
volume	> 0	> 0	> 0	> 0
determinant 3x3x3	$> 0,3$	$> 0,9$	$> 0,88$	$> 0,85$
minimal angle	$> 10^\circ$	$> 22,4^\circ$	$> 22,4^\circ$	$> 22,4^\circ$


Abbildung A.2: Vernetzung der untersuchten Diffusorgeometrie

A.2 CFD-Berechnung für Schaufelkonfiguration 2

In diesem Abschnitt wird die instationäre Diffusorströmung mit eingebauter Schaufelkonfiguration 2 untersucht, die am Inlet das Geschwindigkeitsprofil aus den stationären CFD-Simulationen nutzt und mit dem SAS-Turbulenzmodell durchgeführt wird.

A.2.1 Wirbelbildung

Zur Untersuchung der an der Hinterkante entstehenden Wirbelgebiete ist in Abb. A.4 eine vergrößerte Ansicht des Bereichs hinter der Kante des Nabenkörpers dargestellt. In Abb. A.4 sind die Stromlinien zum Zeitpunkt $t = 0,1$ s dargestellt. Sie zeigen drei klar voneinander getrennte Wirbelgebiete, welche im Folgenden beschrieben werden:

- **Wirbel 1:** Direkt an der Kante des Nabenkörpers bildet sich ein Wirbel, der sich in positiver φ -Richtung dreht und während der gesamten Simulationszeit keine starken Änderungen der Größe hat. Sein maximaler Durchmesser beträgt $D_{W1} = 0,078$ m. Die Wirbelstärke beträgt im Mittelpunkt des Wirbels $\vec{\omega}_{W1} \approx 3022$ 1/s, während ihr Maximum in Punkt A mit $\vec{\omega}_{W1,max} \approx 32.200$ 1/s liegt.
- **Wirbel 2:** Dieser Wirbel hat einen maximalen Durchmesser von $D_{W2} \approx 0,078$ m und dreht sich in negativer φ -Richtung. Er wird wie Wirbel 1 kaum in Abhängigkeit der Zeit verändert. Die Wirbelstärke beträgt im Mittelpunkt des Wirbels $\vec{\omega}_{W2} \approx 850$ 1/s, während das Maximum in Punkt B mit $\vec{\omega}_{W2,max} \approx 4630$ 1/s liegt.
- **Wirbel 3:** Im Bereich der Rotationsachse kommt es zu der Bildung eines größeren Wirbels, der sich in positiver φ -Richtung dreht. Die daraus resultierenden Rückströmungen schwanken über den gesamten Simulationszeitraum und erreichen eine Geschwindigkeit von bis zu $u_{z,min} = -31$ m/s am Ortspunkt (0 m, 0 m, 3,51 m). Außerdem ändert sich der maximale Durchmesser des Wirbels kontinuierlich im Bereich $D_{W3,max,1} = 1,30$ m bis $D_{W3,max,2} = 1,52$ m. Die

Wirbelstärke beträgt im Mittelpunkt des Wirbels $\vec{\omega}_{W3} \approx 2600 \text{ 1/s}$, während das Maximum in Punkt C mit $\vec{\omega}_{W3,max} \approx 8160 \text{ 1/s}$ liegt.

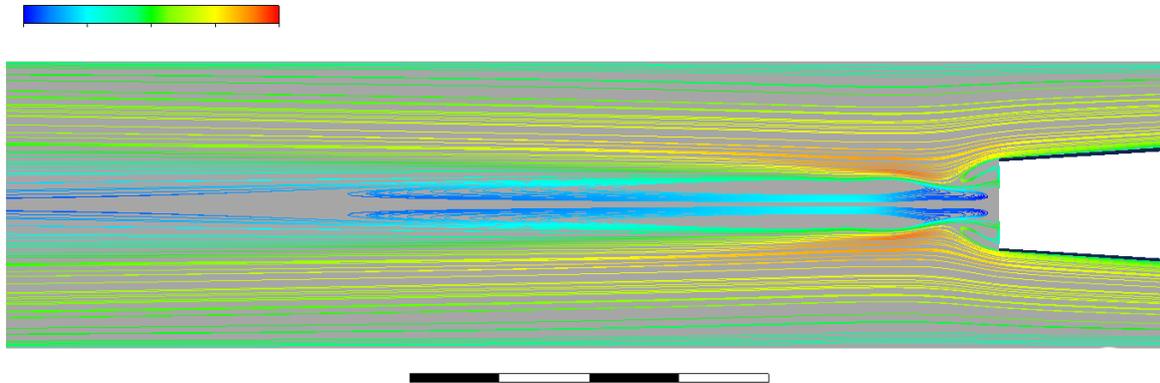


Abbildung A.3: Stromlinien zum Zeitpunkt $t = 0,1 \text{ s}$

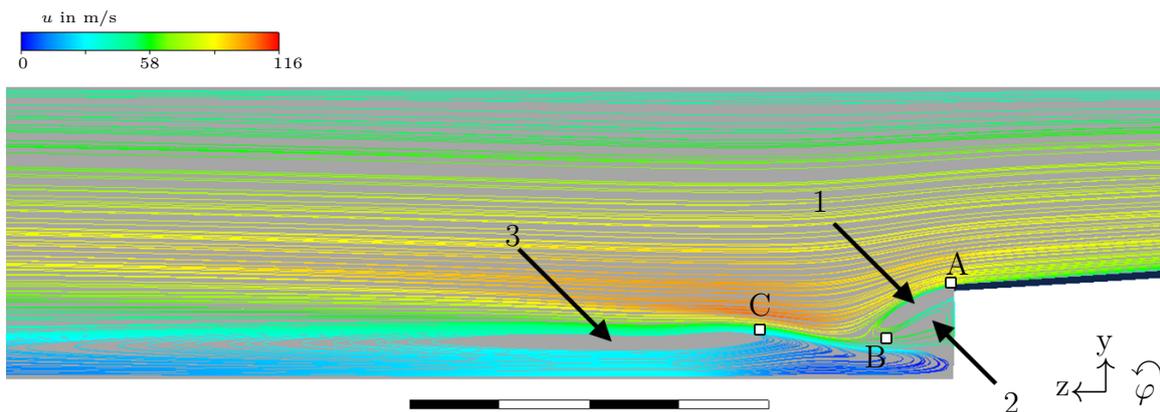


Abbildung A.4: Teilausschnitt: Stromlinien zum Zeitpunkt $t = 0,1 \text{ s}$

A.2.2 Strömungsablösung

Bei der Betrachtung der Stromlinien sind optisch keine Hinweise auf Ablösegebiete vorhanden. Eine genauere Aussage zu Ablösegebieten liefert die Analyse der Wandschubspannung τ_w . Mit dieser Kennzahl lässt sich in der Grenzschicht ein Ablösepunkt der Strömung identifizieren, wenn $\tau_w = 0 \text{ N/m}^2$ ist. Für diese Untersuchung wird der minimale z-Anteil der dreidimensionalen Wandschubspannung $\tau_{w,z,min}$ in den beiden Grenzschichtgebieten an der Außenwand des AWTs und am Nabenkörper über die Simulationsschritte aufgetragen. Es wird nur der z-Anteil der Wandschubspannung betrachtet, da dieser die Wandschubspannung in Strömungsrichtung darstellt. Außerdem hat die Gesamt-Wandschubspannung τ_W einen minimalen Wert von $\tau_{W,min} = 0 \text{ N/m}^2$, weshalb die für Ablösegebiete notwendige Bedingung $\tau_W < 0$ so nicht untersucht werden kann.

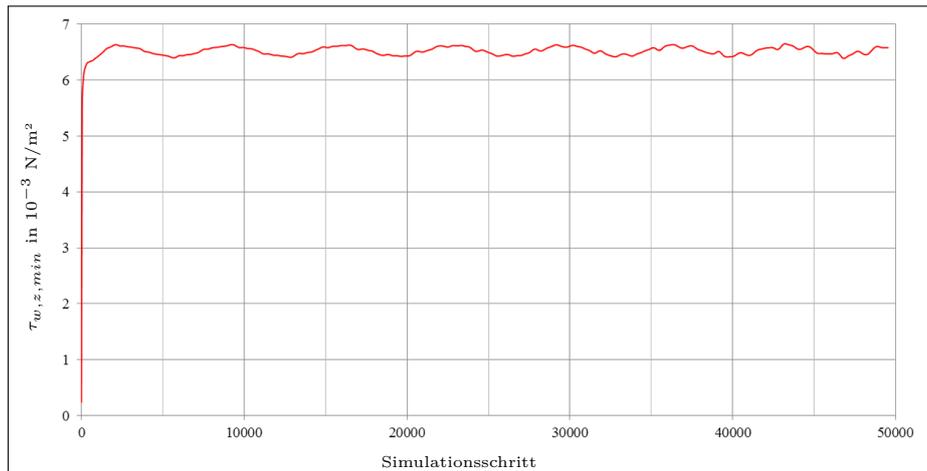


Abbildung A.5: Schaufelkonfiguration 2: Minimale Wandschubspannung am Nabenkörper

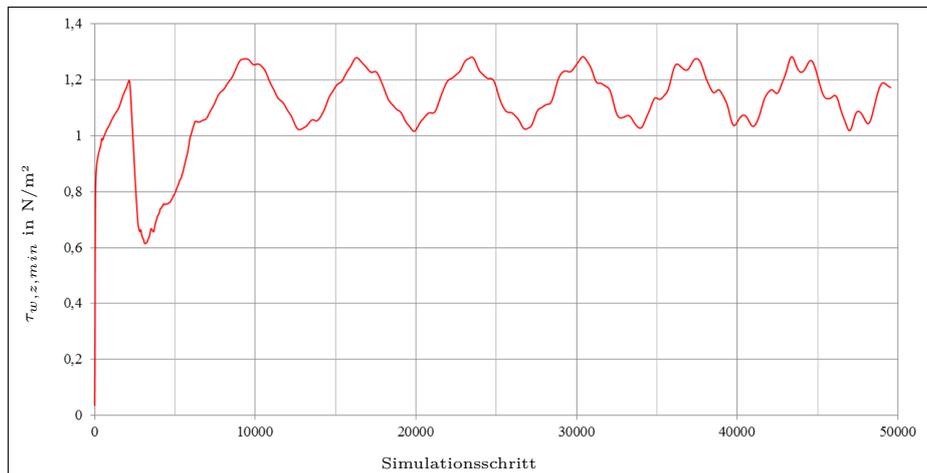


Abbildung A.6: Schaufelkonfiguration 2: Minimale Wandschubspannung an der Gehäusewand der AWT-Messstrecke

In Abb. A.5 und A.6 ist zu sehen, dass für alle Zeitpunkte $\tau_w > 0$ gilt, sodass anzunehmen ist, dass die Strömung stets anliegt und keine Ablösegebiete vorhanden sind. Dabei ist die unterschiedliche Skalierung der y-Achse zu beachten. Während $\tau_{w,min}$ an der Außenwand des AWT Werte zwischen 1 und 1,3 annimmt, hat $\tau_{w,min}$ am Nabenkörper Werte, die um 10^{-3} kleiner sind. Es ist daher anzunehmen, dass die Strömung am Nabenkörper deutlich eher dazu neigt abzulösen, als an der Außenwand des AWT.

A.3 CFD-Berechnung für Schaufelkonfiguration 1

In diesem Abschnitt wird die instationäre Diffusorströmung mit eingebauter Schaufelkonfiguration 1 untersucht, die am Inlet das Geschwindigkeitsprofil aus den stationären CFD-Simulationen nutzt und mit dem SAS-Turbulenzmodell durchgeführt wird.

A.3.1 Wirbelbildung

In Abb. A.8 sind im Wesentlichen zwei Wirbelgebiete zu erkennen.

- Wirbel 4: Dieser Wirbel beginnt auf dem Nabenkörper und dreht sich in positiver φ -Richtung. Seine Wirbelstärke beträgt im Mittelpunkt des Wirbels $\vec{\omega}_{W4} = 2000$ 1/s und im Maximum an Punkt D $\vec{\omega}_{W4,max} = 8250$ 1/s.
- Wirbel 5: Dieser Wirbel wird direkt nach Ende des Nabenkörpers im Nachlauf gebildet und dreht sich ebenfalls in positiver φ -Richtung. Seine Wirbelstärke beträgt im Mittelpunkt des Wirbels $\vec{\omega}_{W5} = 1440$ 1/s und im Maximum an Punkt E $\vec{\omega}_{W5,max} = 2850$ 1/s.

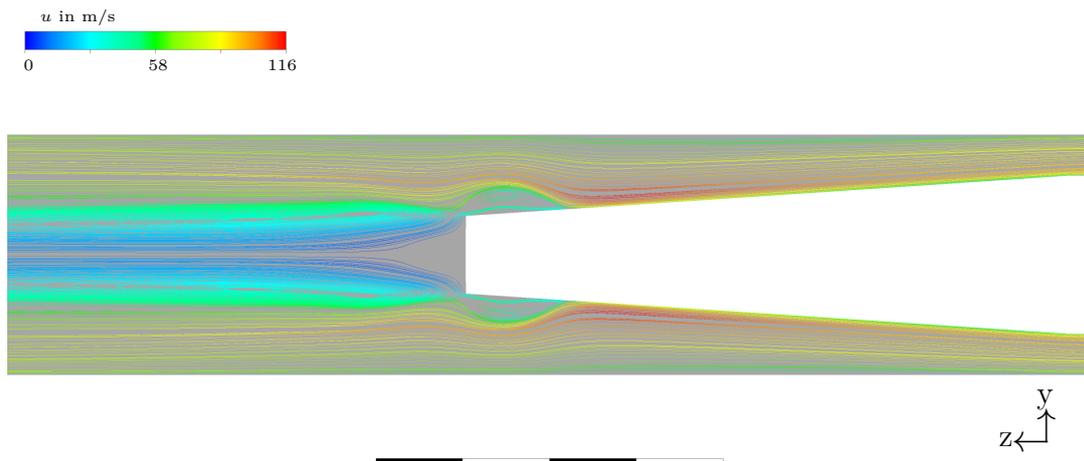


Abbildung A.7: Stromlinien in x-z-Ebene bei $t = 0,1$ s für Schaufelkonfiguration 1

Eine vergrößerte Ansicht der Diffusorhinterkante ist in Abb. A.8 dargestellt.

Darüber hinaus kommt es im Bereich zwischen Wirbel 4 und Wirbel 5 zu stark instationären Wirbelbildungen, was in Abb. A.9 für vier verschiedene Zeitpunkte dargestellt wird.

A.3.2 Strömungsablösung

Wie schon in Abschn. A.3.1 in den Darstellungen der Stromlinien (siehe Abb. A.7 und Abb. A.8) bereits beobachtet, gibt es ein Ablösegebiet am Nabenkörper. Die Untersuchung des minimalen z -Anteils der Wandschubspannung $\tau_{w,min,z}$ auf dem Nabenkörper und der Außenwand des AWT liefert diesbezüglich physikalisch aussagekräftige Ergebnisse. In Abb. A.10 ist zu sehen, dass auch für die Simulation

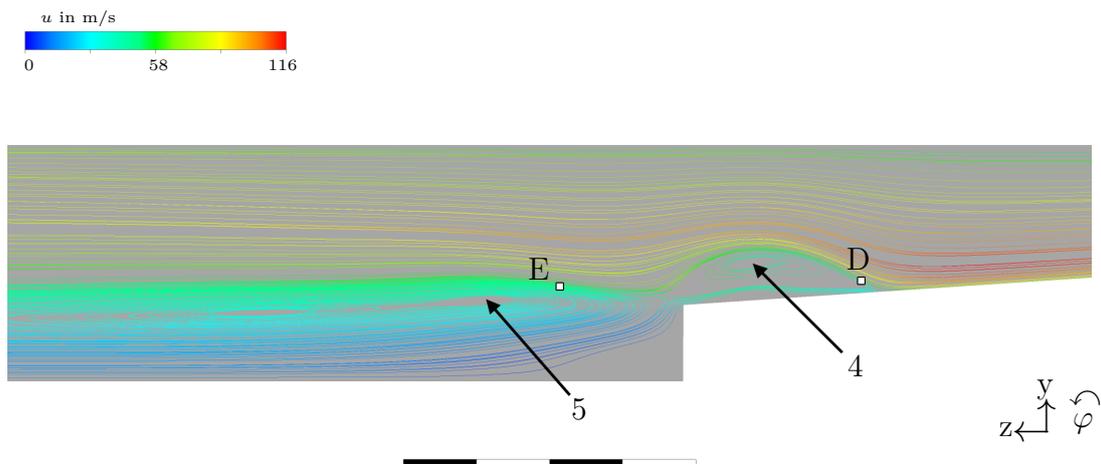


Abbildung A.8: Vergrößerung, Stromlinien in x-z-Ebene bei $t = 0, 1$ s für Schaufelkonfiguration 1

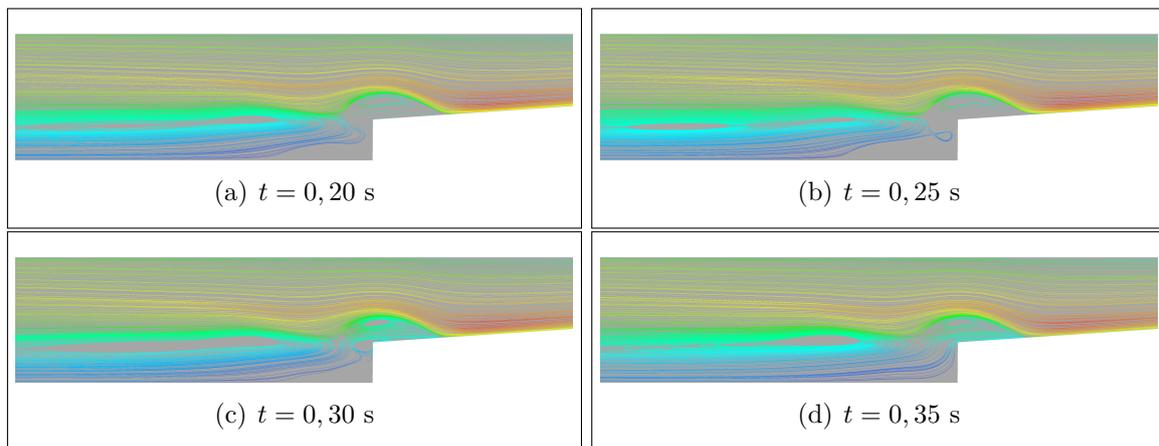


Abbildung A.9: Instationäre Wirbelbildung im Bereich der Kante

ohne Schaufelreihe B an der Außenwand des AWT stets $\tau_{w,min} > 0$ gilt und somit keine Strömungsablösung in diesem Bereich vorhanden ist. Im Vergleich mit dem entsprechenden Wandschubspannungs-Diagramm der Gehäusewand der Simulation für Schaufelkonfiguration 2 (siehe Abb. A.5) ist zu sehen, dass die Strömung ohne den Einsatz eines Nachleitrades, also mit stärkerem Drall, deutlich weniger zu Ablösung an der Außenwand neigt. Am Nabenkörper sind in der Strömungssimulation mit eingebauter Schaufelkonfiguration 1 die Wandschubspannungen $\tau_{w,min} < 0$, was auf ein Ablösegebiet der Strömung deutet.

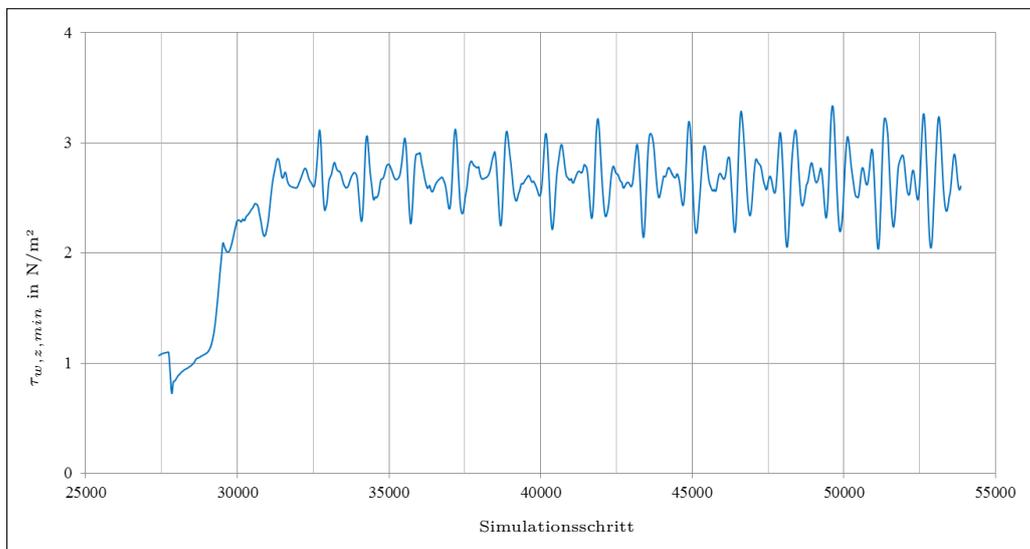


Abbildung A.10: Schaufelkonfiguration 1: min. Wandschubspannung an der Außenwand des AWT

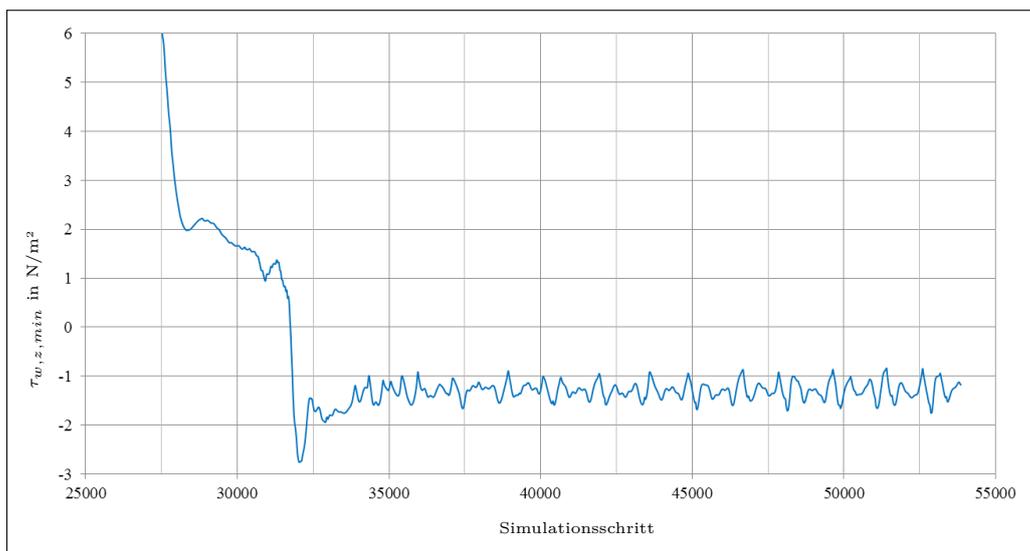


Abbildung A.11: Schaufelkonfiguration 1: min. Wandschubspannung am Nabenkörper

Werdegang

Persönliche Daten

Name Akif Mumcu
Geburtsdatum 26.03.1989
Geburtsort Berlin

Berufstätigkeit

seit 2018 Entwicklungsingenieur bei Volkswagen AG
2013–2018 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik an der Leibniz Universität Hannover

Studium

2009–2013 Luft- und Raumfahrttechnikstudium an der Technischen Universität Berlin

Schulbildung

2001–2008 Allgemeine Hochschulreife, Robert-Koch Gymnasium, Berlin

Wolfsburg, den 17. Januar 2024