

# Entwurf eines diskreten, frequenzvariablen Resonanzreglers mit anpassbarem Delay, sicherem Ein- und Ausschaltverhalten sowie einer Strombegrenzung für praxistaugliche aktive Filteranwendungen

M. Sc. Benjamin Hoepfner, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Deutschland  
Prof. Dr.-Ing. Ralf Vick, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Deutschland

## 1 Einleitung

Stromrichter, wie bspw. aktive Filter mit komplexen Ausgangsströmen zur Oberschwingungskompensation, benötigen Stromregler. Trotz zahlreicher Verfahren (deadbeat, model predictive, repetitive control etc.) und Entwicklungen sind PI-Regler in rotierenden und Resonanzregler in ortsfesten Koordinatensystemen bevorzugte Verfahren. Da sie keine trigonometrischen Funktionen zur Berechnung rotierender Koordinatensysteme (Park-Transformation) bedürfen, sind resonante Regler vorteilhaft, wenn viele Frequenzen zu regeln sind. Die Übertragungsfunktion

$$G_R(s, \phi) = k \frac{s \cos \phi - \omega_r \sin \phi}{s^2 + \omega_r^2} \quad (1)$$

zeigt, dass es sich um ein mit der Resonanzfrequenz  $\omega_r$  schwingendes System handelt, dessen Ausgang um den Winkel  $\phi$  verschoben werden kann [1, 2]. Eine Anregung mit  $x(s = j\omega_r) \neq 0$ , lässt die Ausgangsgröße des Resonators  $y(s)$  je nach Verstärkung  $k$  aufschwingen. Dieses integrative Verhalten führt zu einem stabilen Schwingen sobald  $x(s = j\omega_r) = 0$  ist.

Eine Überführung der Funktion (1) in den diskreten ( $z$ -)Bereich mit dem Ziel, ein identisches Verhalten beider Funktionen zu erwirken, ist zur Implementierung in einen digitalen Signalprozessor (DSP) zwingend erforderlich. Eine Untersuchung der Pol- und Nullstellen sowie des Rechenaufwandes ist dazu erforderlich [3, 4, 5]. Es kann nötig sein, den Resonatorausgang zu begrenzen oder unverzüglich auszuschalten, damit Überströme oder instabiles Verhalten vermieden werden. Ein praxistauglicher resonanter Regler sollte also

- ein identisches Verhalten der diskreten gegenüber der kontinuierlichen Funktion aufweisen,
- möglichst keine trigonometrischen Berechnungen in der Zielfunktion enthalten,
- eine einstellbare Phasenverschiebung zulassen,
- aufgrund von Netzfrequenzschwankungen frequenzadaptiv sein [6],
- sicher ein- und ausschaltbar sein und
- eine Strombegrenzung besitzen, welche den Ausgang dämpft, aber nicht abschneidet.

Dieser Beitrag greift die zuvor genannten Punkte auf und liefert Untersuchungen von resonanten Reglern, welche mit dem Fokus zur Implementierung in reale DSPs durchgeführt werden.

## 2 Synthese der diskreten Übertragungsfunktion

Aus Gleichung (1) lässt sich das Blockschaltbild der Abbildung 1 generieren. Durch Zuführen von  $\omega_r$  und  $\phi$  wird eine Frequenz- und Phasenadaptivität erreicht. Zahlreiche Publikationen zur Diskretisierung von (1) wurden in den vergangenen Jahren veröffentlicht [3, 4, 5, 7, 8]. Der Dissertationsschrift „*Digital Resonant Current Controllers for Voltage Source Converters*“ [7] wird dabei von den Autoren ein besonderer Stellenwert beigemessen, da hier erstmals umfänglich verschiedene Methoden systematisch untersucht und Lösungsvorschläge für etwaige Ungenauigkeiten diskutiert wurden. Von ihr ausgehend wird eine äquivalente diskrete Übertragungsfunktion und ein mit ihr korrespondierendes Schaltbild generiert. Es wird angenommen, dass die Resonanzfrequenz  $\omega_r$  ein ganzzahliges Vielfaches der um  $\omega_n$  schwankenden Netzfrequenz  $\omega(t)$  ist.

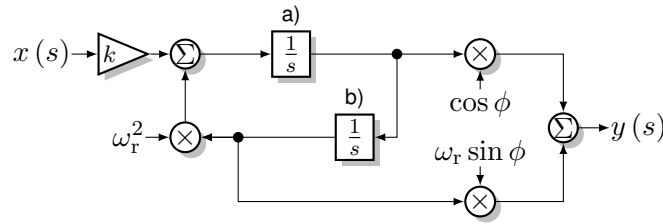


Abbildung 1: Blockschaltbild des Resonators nach Gleichung (1); a) direkter & b) indirekter Integrator

## 2.1 Diskretisierung mit verschiedenen Verfahren

Zur Diskretisierung wird entweder eine Übertragungsfunktion  $G(s)$  in ihrer Gesamtheit in den  $z$ -Bereich zu  $G(z)$  transformiert, so dass daraus ein Schaltbild generierbar ist oder die im Schaltbild vorhandenen  $s$ -Abhängigkeiten werden durch  $z$ -Äquivalente ersetzt, so dass aus dem Resultat die Übertragungsfunktion  $G(z)$  abgeleitet wird.

Zur Transformation stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung [9, 10]. Tabelle 1 listet eine Auswahl samt Berechnungsvorschrift sowie selbst definierten Operatoren auf.

Tabelle 1: Auswahl von Methoden und  $s$ -Äquivalenten zur Diskretisierung kontinuierlicher Funktionen

Methoden	$s$ -Äquivalent	Operator
Rückwärts Euler	$G(z) = G(s) \Big _{s=\frac{z-1}{zT_s}}$	$\mathcal{Z}^{\text{BW}}$
Vorwärts Euler	$G(z) = G(s) \Big _{s=\frac{z-1}{T_s}}$	$\mathcal{Z}^{\text{FW}}$
Tustin	$G(z) = G(s) \Big _{s=\frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1}}$	$\mathcal{Z}^{\text{T}}$
Tustin mit prewarping	$G(z) = G(s) \Big _{s=\frac{\omega}{\tan^{-1}(0.5\omega T_s)} \frac{z-1}{z+1}}$	$\mathcal{Z}^{\text{TPW}}$
Impulsinvarianz	$G(z) = T_s \mathcal{Z} \{ \mathcal{L}^{-1} \{ G(s) \} * \sum_n \delta(t - nT_s) \}$	$\mathcal{Z}^{\text{Imp}}$

Die Anwendung dieser Verfahren liefert

$$G_R(s, \phi) \Big|_{k_i=1} \xrightarrow{\mathcal{Z}^{\text{FW}}} G_R(z)^{\text{FW}} = T_s \frac{\cos(\phi) z^{-1} - [\omega_r T_s \sin(\phi) + \cos(\phi)] z^{-2}}{1 - 2z^{-1} + (\omega_r^2 T_s^2 + 1) z^{-2}}, \quad (2a)$$

$$G_R(s, \phi) \Big|_{k_i=1} \xrightarrow{\mathcal{Z}^{\text{BW}}} G_R(z)^{\text{BW}} = T_s \frac{\cos(\phi) - \omega_r T_s \sin(\phi) - \cos(\phi) z^{-1}}{(\omega_r^2 T_s^2 + 1) - 2z^{-1} + z^{-2}}, \quad (2b)$$

$$G_R(s, \phi) \Big|_{k_i=1} \xrightarrow{\mathcal{Z}^{\text{T}}} G_R(z)^{\text{T}} = \frac{\omega_r T_s^2 \sin(\phi) \frac{2}{\omega_r T_s \tan(\phi)} - 1 - 2z^{-1} - \left( \frac{2}{\omega_r T_s \tan(\phi)} + 1 \right) z^{-2}}{\omega_r^2 T_s^2 + 4} \frac{1}{1 + 2 \left( \frac{\omega_r^2 T_s^2 - 4}{\omega_r^2 T_s^2 + 4} \right) z^{-1} + z^{-2}}, \quad (2c)$$

sowie

$$G_R(s, \phi) \Big|_{k_i=1} \xrightarrow{\mathcal{Z}^{\text{Imp}}} G_R(z)^{\text{Imp}} = T_s \frac{\cos(\phi) - \cos(\phi - \omega_r T_s) z^{-1}}{1 - 2 \cos(\omega_r T_s) z^{-1} + z^{-2}}. \quad (2d)$$

Die Transformation von (1) mit  $\mathcal{Z}^{\text{TPW}}$  liefert ein quasi-identisches Verhalten wie (2d), wird aber aufgrund der deutlich umfangreicheren Berechnung der Koeffizienten hier nicht mit aufgeführt.

Darüber hinaus besitzt der Resonator zwei Integratoren: einen in Vorwärtsrichtung (direkter Integrator a)) und einen in rückwärtiger Richtung (indirekter Integrator b)), was es erlaubt, diese unterschiedlich zu diskretisieren. Ein, wie sich zeigen wird, sinnvolles Ergebnis liefert die Diskretisierung von a) mit dem Vorwärts- und b) mit dem Rückwärts-Euler Verfahren, was zu

$$G_R(s, \phi) \Big|_{k_i=1} \xrightarrow{\mathcal{Z}^{\text{FW\&BW}}} G_R(z)^{\text{FW\&BW}} = T_s \frac{[\cos(\phi) - \omega_r T_s \sin(\phi)] z^{-1} - \cos(\phi) z^{-2}}{1 + (\omega_r^2 T_s^2 - 2) z^{-1} + z^{-2}} \quad (3)$$

führt.

Unter Annahme von  $\omega_r = h \cdot 2\pi 50 \text{ Hz}$  (wobei  $h \in \mathbb{N}$ ) und einer Abtastrate von  $T_s = 10 \text{ kHz}$  ergibt sich das Polstellendiagramm aus Abbildung 2. Idealerweise wird die transformierte Funktion we-

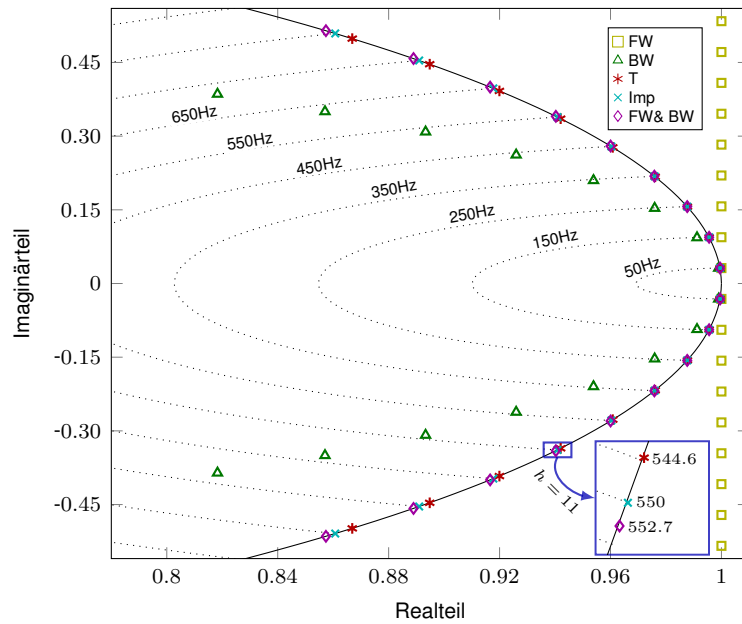
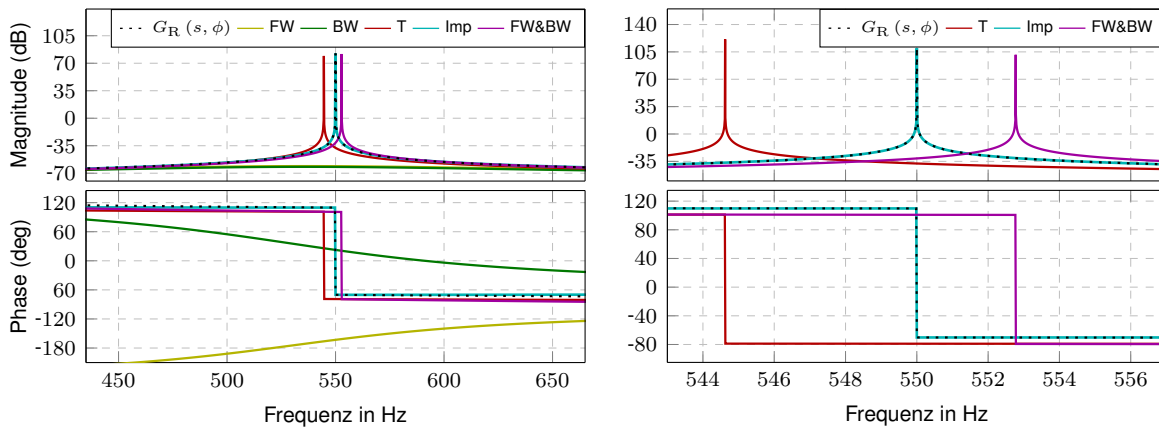


Abbildung 2: Ausschnitt vom diskreten Polstellendiagramm aller Funktionen  $G_R(z)$  bei  $f_s = 10 \text{ kHz}$  und  $\omega_r = h \cdot 2\pi 50 \text{ Hz}$

der gedämpft, noch verschiebt sich ihre Resonanzfrequenz. Dies trifft nur für die impulsinvariante Transformation zu. Ihre Polstellen (wie auch bei der Tustin- und der FW+BW-Euler Methode) liegen auf dem Einheitskreis ( $z$ -Bereich) und als Einzige nahe bzw. gleich  $\omega_r$ . Die Funktion  $G_R(z)^{FW}$  ist deutlich instabil (außerhalb des Einheitskreises),  $G_R(z)^{BW}$  hingegen wird stark gedämpft.



(a) Alle  $G_R(z)$  im Überblick

(b)  $G_R(z)^T$ ,  $G_R(z)^{Imp}$  und  $G_R(z)^{FW\&BW}$  im Detail

Abbildung 3: Bode-Diagramme der Funktionen  $G_R(z)$  bei  $f_s = 10 \text{ kHz}$ ,  $h = 11$  und  $\phi = \omega_r T_s$ ; Die Verläufe von  $G_R(s, \phi)$  werden zum Vergleich ebenfalls dargestellt

Die Bode-Diagramme aus Abbildung 3 bestätigen diese Analyse. Darüber hinaus ermöglichen sie eine Aussage zur Phasengenauigkeit. Dazu wird eine Phasenverschiebung eines Berechnungszyklus, also  $\phi = \omega_r T_s$ , angenommen. Auch hier zeigt sich, dass die  $G_R(z)^{Imp}$  exakt der  $G_R(s, \phi)$  folgt. Die Abweichung der Funktionen  $G_R(z)^T$  und  $G_R(z)^{FW\&BW}$  steigen mit zunehmender Resonanzfrequenz (bzw. Ordnung  $h$ ). Es lässt sich zusammenfassen, dass  $G_R(z)^{Imp}$  exakt dem Verhalten der kontinuierlichen Funktion folgt und dass die Polstellen sowie Phasengenauigkeiten von  $G_R(z)^T$  und  $G_R(z)^{FW\&BW}$  leicht abweichen.

## 2.2 Analyse der Funktionen

Aus den zuvor gewonnenen Erkenntnissen könnte abgeleitet werden, dass nur die Funktion  $G_R(z)^{\text{Imp}}$  zur Implementierung in einen DSP infrage kommt. Zu bedenken ist jedoch, dass die Pol- und Nullstellenkoeffizienten bei einer gewünschten Frequenzadaptivität (wegen  $\omega_r = f(t)$ ) in jedem Berechnungszyklus trigonometrisch zu berechnen sind und bei multiplen Resonanz-Reglern ein enormer Berechnungsaufwand entsteht. Eine genauere Auswertung kann daher lohnenswert sein.

### Polstellen

Die Polstellen der Funktion  $G_R(z)^{\text{Imp}}$  sind

$$P_R(z)^{\text{Imp}} = 1 - 2 \cos(\omega_r T_s) z^{-1} + z^{-2} \quad (4)$$

und liefern die anzustrebenden Koeffizienten zur Lokalität der Resonanzfrequenz. Zur Vermeidung der trigonometrischen Funktion kann eine Approximation des Kosinus hilfreich sein. Aus

$$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad (5)$$

folgt für (4) bei  $n = 1$

$$P_R(z)^{\text{Imp}} \approx 1 + (-2 + \omega_r^2 T_s^2) z^{-1} + z^{-2} = P_R(z)^{\text{FW\&BW}}, \quad (6)$$

was exakt den Polstellen von (3) entspricht. Eine Erhöhung der Approximationsordnung verschafft demnach ein Gewinn an Pol-Genauigkeit für  $G_R(z)^{\text{FW\&BW}}$ .

Schwierig dabei ist allerdings, dass die Methode zur Gewinnung von (3) darauf basiert, dass im Schaltbild der kontinuierlichen Funktion die Integratoren a) und b) direkt ersetzt wurden und lediglich  $\omega_r$  zugeführt wird (vgl. Abbildung 1). Der Faktor  $T_s^2$  ist dem Schaltbild also schon inhärent und eine Anpassung von (3) mit  $n > 1$  demnach nicht möglich. Umgangen werden kann das Problem durch Anpassung der zugeführten Frequenz  $\omega_r$ . Mit Hilfe von (5) folgt

$$-2 \cos(\omega_r T_s) \approx -2 + \omega_r^2 T_s^2 - \frac{\omega_r^4 T_s^4}{12} + \frac{\omega_r^6 T_s^6}{360} + \dots \quad (7)$$

was umgewandelt werden kann in

$$-2 \cos(\omega_r T_s) \approx -2 + C_r(k) T_s^2, \quad (8)$$

wobei

$$C_r(k) = \omega_r^2 - \frac{\omega_r^4 T_s^2}{12} + \frac{\omega_r^6 T_s^4}{360} - \dots = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\omega_r^{2k} T_s^{2k-2}}{0.5(2k)!}. \quad (9)$$

Somit kann die Übertragungsfunktion  $G_R(z)^{\text{FW\&BW}}$  angepasst werden, indem  $\omega_r^2$  durch  $C_r(k)$  ersetzt wird, wobei  $k$  die Ordnung der Approximation darstellt. Es entsteht die angepasste Funktion

$$G_R(z)_p^{\text{FW\&BW}} = T_s \frac{[\cos(\phi) - \omega_r T_s \sin(\phi)] z^{-1} - \cos(\phi) z^{-2}}{1 + (C_r(k) T_s^2 - 2) z^{-1} + z^{-2}}. \quad (10)$$

### Nullstellen

Das Zählerpolynom der Funktion  $G_R(z)^{\text{imp}}$  liefert eine exakte Phasentreue und lautet

$$Z_R(z)^{\text{Imp}} = T_s [\cos(\phi) - \cos(\phi - \omega_r T_s) z^{-1}]. \quad (11)$$

Es weicht mit

$$Z_R(z)_p^{\text{FW\&BW}} = T_s [(\cos(\phi) - \omega_r T_s \sin(\phi)) z^{-1} - \cos(\phi) z^{-2}] \quad (12)$$

um ein Verzögerungsglied sowie den Koeffizienten vom Zählerpolynom von  $G_R(z)_p^{\text{FW\&BW}}$  ab. Aufgrund der bisherigen Bemühungen zur Anpassung der Polstellen, sollte die gewonnene Funk-

tion so moduliert werden, dass deren Nullstellenkoeffizienten denen aus (11) entsprechen. Dazu wird  $Z_R(z)^{\text{Imp}}$  unter Beibehaltung der Phasentreue auf die gleiche Ordnung wie (12) angehoben. Das bedeutet, dass es um einen Sample-Schritt verzögert wird und um die entstandene Phasenverschiebung von  $-\omega_r T_s$  „zurückgedreht“ werden muss. Es entsteht der Ausdruck

$$\begin{aligned} Z_R(z)^{\text{Imp}} &\rightarrow T_s [\cos(\phi + \omega_r T_s) - \cos(\phi - \omega_r T_s + \omega_r T_s) z^{-1}] \cdot z^{-1} \\ &= T_s [\cos(\phi + \omega_r T_s) z^{-1} - \cos(\phi) z^{-2}], \end{aligned} \quad (13)$$

welcher dem aus (12) bereits sehr ähnelt, da die  $z^{-2}$  Koeffizienten identisch sind und der  $z^{-1}$  Koeffizient aus (12) eine Approximation von (11) um den Mittelpunkt  $\phi$  ist, wie

$$\cos(\phi + \omega_r T_s) \approx \cos(\phi) - \omega_r T_s \sin(\phi) \quad (14)$$

zeigt. Damit ließe sich auch die Phasendifferenz zwischen  $G_R(z)_p^{\text{Imp}}$  und  $G_R(z)_p^{\text{FW\&BW}}$  in Abbildung 3 erklären. Es lässt sich ableiten, dass das Zählerpolynom der Funktion  $G_R(z)_p^{\text{FW\&BW}}$  mit dem phasentreuen Zählerpolynom aus (13) zu

$$G_R(z)_{p,z}^{\text{FW\&BW}} = T_s \frac{\cos(\phi + \omega_r T_s) z^{-1} - \cos(\phi) z^{-2}}{1 + (C_r(k) T_s^2 - 2) z^{-1} + z^{-2}} \quad (15)$$

ersetzt werden kann. Allerdings befindet sich im Argument des  $z^{-1}$  Koeffizienten noch immer  $\omega_r$ . Es sollte eine effizientere Approximation als in (14) gefunden werden, da diese offensichtlich zu einer inakzeptablen Phasenverschiebung führt. Zu diesem Zweck wird angenommen, dass die Netzfrequenz nur geringfügig um  $\omega_n$  schwankt und eine kleine Abweichung von

$$\Delta\omega_r = \omega_r - h\omega_n = \omega_r - \omega_{r,n} \quad (16)$$

existiert. Wird der frequenzabhängige Koeffizient aus (15) nun um  $\phi + \omega_{r,n} T_s$  approximiert, kann dieser mit

$$\cos(\phi + \omega_r T_s) \approx \cos(\phi + \omega_{r,n} T_s) - \Delta\omega_r T_s \sin(\phi + \omega_{r,n} T_s) \quad (17)$$

zu

$$G_R(z)_{p,z}^{\text{FW\&BW}} \approx T_s \frac{(\cos(\phi + \omega_{r,n} T_s) - \Delta\omega_r T_s \sin(\phi + \omega_{r,n} T_s)) z^{-1} - \cos(\phi) z^{-2}}{1 + (C_r(k) T_s^2 - 2) z^{-1} + z^{-2}} \quad (18)$$

ersetzt werden. Für den Fall, dass  $\phi$  nicht von  $\omega_r$  abhängt, ist die Übertragungsfunktion  $G_R(z)_{p,z}^{\text{FW\&BW}}$  eine hinreichend genaue, diskrete Repräsentation der kontinuierlichen Funktion  $G_R(s)$ , welche es vermeidet, im Berechnungszyklus eines DSPs trigonometrischen Funktionen lösen zu müssen.

### 2.3 Synthese des Blockschaltbildes mit $\phi(\omega_r)$

Die Annahme von  $\phi = \text{konst.}$  kann bspw. eine Kompensation des Ausgangsfilters am Stromrichter sein und trifft bei kleinen Frequenzschwankungen hinreichend zu. Stromrichter selbst erzeugen allerdings durch ihre Wandlungsprozesse (analog zu diskret (ADC) und zurück (PWM)) „gesampelte“ Verzögerungen (bspw.  $3/2 T_s$ ), welche interne frequenzabhängige Phasenverschiebungen verursachen und zu korrigieren sind. Es wird nun angenommen, dass  $\phi$  aus einem konstanten Anteil (Filterkompensation) und einem variablen Anteil (Sample-Kompensation) besteht, so dass gilt:

$$\begin{aligned} \phi' &= \phi_0 + \omega_r T_s n \\ &= \phi_0 + \omega_{r,n} T_s + \Delta\omega_r T_s n = \phi'_n + n \Delta\omega_{r,n} T_s. \end{aligned} \quad (19)$$

Aus (15) und (19) entsteht

$$G_R(z) = T_s \frac{\cos(\phi' + \omega_r T_s) z^{-1} - \cos(\phi') z^{-2}}{1 + (C_r(k) T_s^2 - 2) z^{-1} + z^{-2}}. \quad (20)$$

Mit Hilfe von (16) können nun erneut Approximationen um die Mittelpunkte  $\phi'_n + \omega_{r,n} T_s$  und  $\phi'_n$

durchgeführt werden, welche die Koeffizienten

$$\cos(\phi' + \omega_r T_s) \approx A_1 = \cos(\phi_0 + \omega_{r,n} T_s (1+n)) - \Delta\omega_r T_s (1+n) \sin(\phi_0 + \omega_{r,n} T_s (1+n)) \quad (21)$$

sowie

$$\cos(\phi') \approx A_2 = \cos(\phi_0 + \omega_{r,n} T_s n) - \Delta\omega_r T_s n \sin(\phi_0 + \omega_{r,n} T_s n) \quad (22)$$

liefern. Die Variable  $n$  beschreibt die Anzahl der zu kompensierenden Takte (z.B.  $n = 3/2$ ). Werden die approximierten Koeffizienten in (20) ersetzt, entsteht die voll frequenzvariable Funktion

$$G'_R(z) = T_s \frac{A_1 z^{-1} - A_2 z^{-2}}{1 + (C_r(k) T_s^2 - 2) z^{-1} + z^{-2}}. \quad (23)$$

Im Falle von  $n = 0$  sind (18), (20) und (23) identisch und entsprechen der Lösung aus [7].

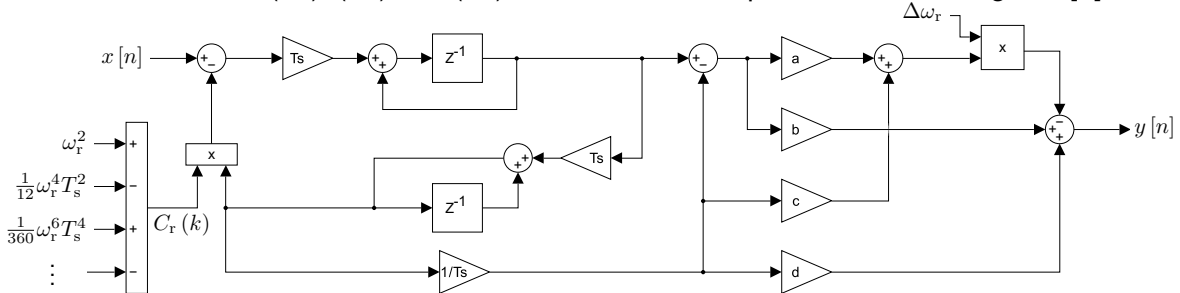


Abbildung 4: Blockschaltbild der synthetisierten diskreten Übertragungsfunktion  $G'_R(z)$

Mit Hilfe einer geschickten Aufteilung der Koeffizienten kann aus dem Blockschaltbild 1 und allen vorangegangenen Analysen mit

$$a = T_s n \sin(\phi_0 + \omega_{r,n} T_s n) \quad (24a)$$

$$b = \cos(\phi_0 + \omega_{r,n} T_s n) \quad (24b)$$

$$c = T_s (1+n) \sin(\phi_0 + \omega_{r,n} T_s (1+n)) \quad (24c)$$

$$d = \cos(\phi_0 + \omega_{r,n} T_s (1+n)) \quad (24d)$$

das Blockschaltbild der Abbildung 4 angelehnt an [7] generiert werden.

### 3 Begrenzung des Ausgangssignals

Werden mehrere resonante Regler parallel in einen Stromrichter implementiert, kann es in bestimmten Fällen zum Aufschwingen einzelner Frequenzen kommen. Denkbar ist auch, dass die notwendige Leistung einer Frequenz die vom Stromrichter maximal mögliche überschreitet. In solchen Fällen ist es zwingend notwendig, dass Frequenzen/Regler selektiv ein- und ausgeschaltet oder in ihrer Amplitude begrenzt werden können.

#### 3.1 Ein- und Ausschaltverhalten

Wird das Ausgangssignal abgeschaltet (z.B. Multiplikation mit Null), schwingen die Integratoren wegen des Eingangs weiterhin auf und streben gegen den Maximalwert des DSPs, was bei Wiedereinschalten zu massiven Problemen führt. Das Abschalten des Ein- und Ausgangssignals löscht ebenfalls nicht das in den Integratoren zirkulierende Signal. Sinnvollerweise wird an den Stellen ein Ein- und Ausschaltbefehl gegeben, an denen die Signale in die Integratoren und zum Ausgang führen. Eine solche Funktion wird in Abbildung 5 vorgeschlagen.

#### 3.2 Anti-Windup Funktion

Soll der Ausgang begrenzt werden, kann er aufgrund der Sinusform nicht ab einem konstanten Wert „abgeschnitten“ werden, da dies wie in [11] zu hohen Verzerrungen führen würde. Vielmehr

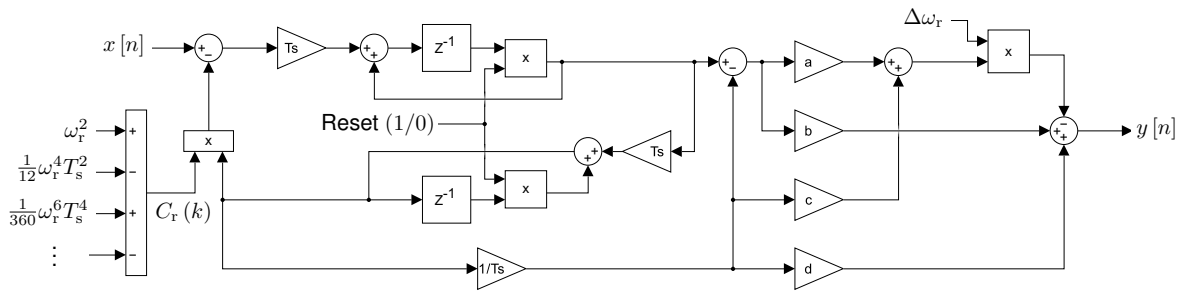


Abbildung 5: Blockschaltbild der diskreten Übertragungsfunktion  $G'_R(z)$  mit Reset-Funktion

muss der Eingang so moduliert werden, dass die Amplitude des Ausgangs bei Überschreitung auf ein vorgegebenes Maß gesenkt und gehalten wird. Diese „Anti-Windup“ Funktion ist bei PI-Reglern (nichtschiebend) gängig [12] und in Abbildung 6 dargestellt. Zur Modulation des Eingangs bedarf

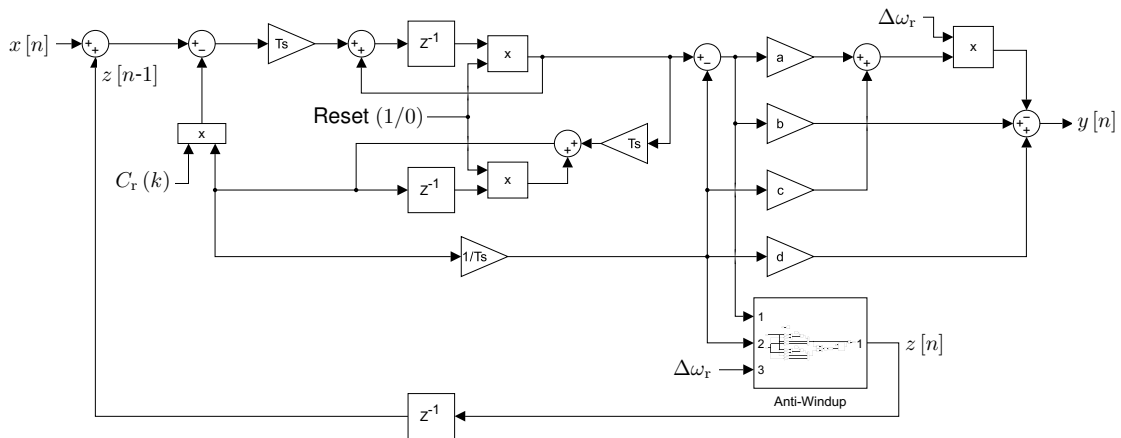


Abbildung 6: Blockschaltbild mit zusätzlicher Anti-Windup Modulation

es eines weiteren Signals, das lediglich die Amplitude verändert. Eine Multiplikation mit einem Faktor  $c$  ist jedoch nicht zielführend, da im Falle von  $c = 0$  keine Möglichkeit zur Beeinflussung des Resonators besteht. Aus (24a-24d) ist bekannt, dass die Koeffizienten

$$[a1, b1, c1, d1] = [a, b, c, d] \Big|_{\phi_0=0, n=1} \quad (25)$$

im oberen linken Teil der Abb. 7 ein Signal erzeugen, welches der Eingangsphasenlage um einen Abtastschritt voreilt und ihr bei Rückführung durch ein Verzögerungsglied exakt entspricht.

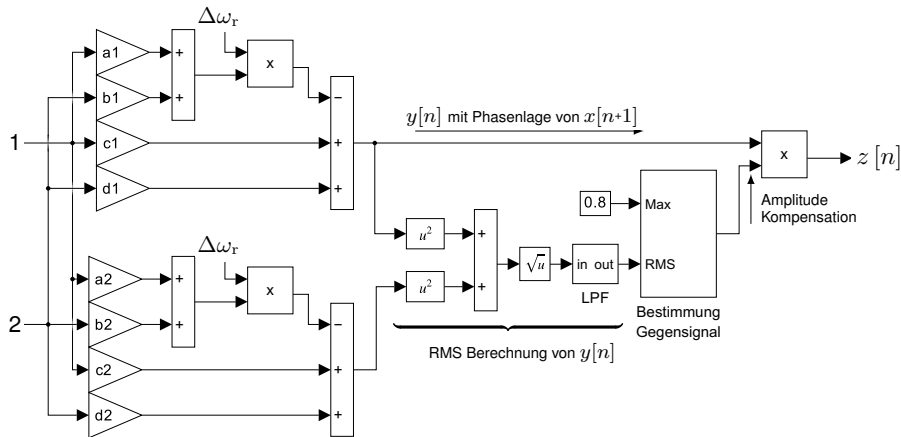
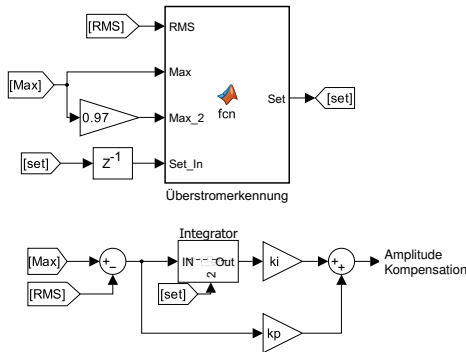


Abbildung 7: System zur Amplituden-Erkennung und Erzeugung des Kompensationssignals  $z[n]$

Weiterhin wird die Amplitude des Ausgangssignals benötigt. Es ist bekannt, dass die Amplitude eines orthogonalen Systems durch die Wurzel der Quadratsummen seiner Anteile bestimmt werden kann. Daher wird im unteren linken Teil von Abb. 7 ein weiteres, um  $90^\circ$  verschobenes Signal mit

$$[a_2, b_2, c_2, d_2] = [a, b, c, d] \Big|_{\phi_0 = \frac{\pi}{2}, n=1} \quad (26)$$

erzeugt, so dass die Amplitude wie dargestellt berechnet werden kann. Ein Vergleich mit einem wählbaren Maximalwert liefert die notwendige Differenz zur Beeinflussung des Eingangs.



```

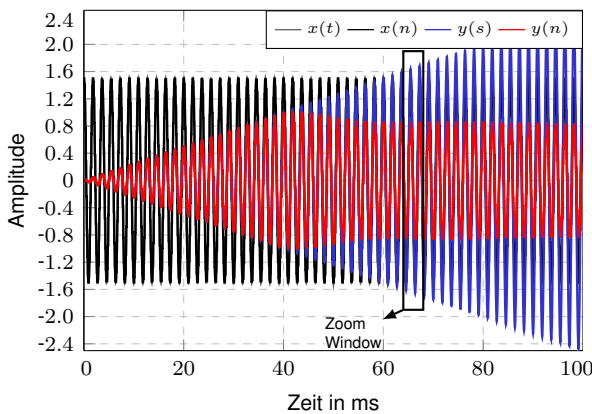
1 if RMS > Max
2     Set = boolean(1);
3 else
4     %Hysterese
5     if RMS > Max_2 && Set_In == 1
6         Set = boolean(1);
7     else
8         Set = boolean(0);
9     end
10 end

```

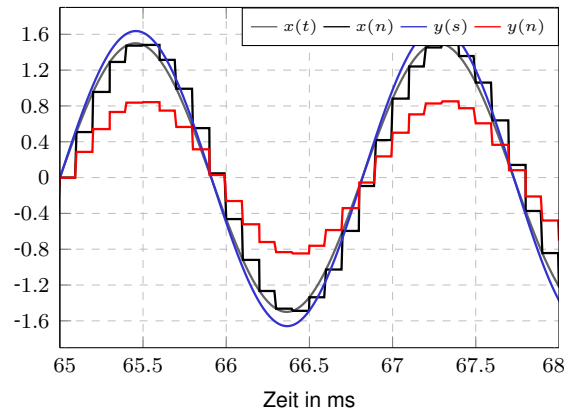
Abbildung 8: Überstromerkennung, PI-Regler

Tabelle 2: Code zur Überstromerkennung

Wird die Differenz bei Überschreiten wie in Abb. 8 integrativ geregelt, wird der Ausgang phasentreu auf das vorgegebene Maß reduziert. Das Hinzufügen einer Hysterese (Tabelle 2) ist zur Vermeidung von Instabilitäten im Grenzbereich hilfreich. Abbildung 9 zeigt die zufriedenstellende Wirkungsweise des Verfahrens anhand des diskreten Ein- und Ausgangssignals und dem im Vergleich unbegrenzten Ausgang des äquivalenten analogen Systems, bei  $\omega_T = 11 \cdot 2\pi 50$  Hz,  $f_s = 10$  kHz,  $\phi_0 = 10$  kHz und einem Verstärkungsfaktor von  $k = 50$  (vgl. (1)).



(a) Zeitfunktion der Ein- und Ausgänge



(b) Detailansicht der Signale

Abbildung 9: Verhalten des analogen ( $x(t) \rightarrow y(t)$ ) und des diskreten Systems ( $x[n] \rightarrow y[n]$ ) ohne und mit Anti-Windup Funktion (nur diskret); Begrenzung der Amplitude auf 0,8 p.u.

## Abschluss

Dieser Beitrag zeigt die Entwicklung eines resonanten Reglers, der eine hohe Genauigkeit der Polstellen und der Phasenlage besitzt, frequenzadaptiv ist und dabei auf die online-Berechnung von trigonometrischen Funktionen verzichtet. Darüber hinaus wurde ein Verfahren präsentiert, das einerseits das integrative Verhalten des Reglers auf Wunsch aus- und wieder einschaltet und dessen Ausgangssignal verzerrungsfrei auf ein vorgegebenes Maß begrenzt. Der so vorgestellte Resonanzregler ist bspw. für den Einsatz in aktiven Filtern geeignet.



## Literatur

- [1] S. Fukuda and T. Yoda, "A novel current tracking method for active filters based on a sinusoidal internal model," in *Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Fifth IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy (Cat. No.00CH37129)*. IEEE.
- [2] P. Mattavelli, "Synchronous-frame harmonic control for high-performance AC power supplies," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, no. 3, pp. 864–872, may 2001.
- [3] P. Santiprapan, K.-L. Areerak, and K.-N. Areerak, "An adaptive gain of proportional - resonant controller for an active power filter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, pp. 1–14, 2023.
- [4] B. Lin, L. Peng, and X. Liu, "Selective pole placement and cancellation for proportional-resonant control design used in voltage source inverter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 37, no. 8, pp. 8921–8934, Aug. 2022.
- [5] O. Husev, C. Roncero-Clemente, E. Makovenko, S. P. Pimentel, D. Vinnikov, and J. Martins, "Optimization and implementation of the proportional-resonant controller for grid-connected inverter with significant computation delay," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 67, no. 2, pp. 1201–1211, Feb. 2020.
- [6] A. Timbus, M. Ciobotaru, R. Teodorescu, and F. Blaabjerg, "Adaptive resonant controller for grid-connected converters in distributed power generation systems," in *Twenty-First Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2006. APEC '06*. IEEE.
- [7] A. Yepes, "Digital resonant current controllers for voltage source converters," Ph.D. dissertation, 12 2011.
- [8] E. Tomaszewski and J. Jiangy, "An anti-windup scheme for proportional resonant controllers with tuneable phase-shift in voltage source converters," in *2016 IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM)*. IEEE, jul 2016.
- [9] M. Werner, *Signale und Systeme*. Vieweg+Teubner Verlag, Jul. 2008. [Online]. Available: [https://www.ebook.de/de/product/5807866/martin\\_werner\\_signale\\_und\\_systeme.html](https://www.ebook.de/de/product/5807866/martin_werner_signale_und_systeme.html)
- [10] M. Meyer, *Signalverarbeitung*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014.
- [11] A. Ghoshal and V. John, "Anti-windup schemes for proportional integral and proportional resonant controller," 06 2010.
- [12] J. Adamy, *Nichtlineare Systeme und Regelungen*. Springer-Verlag GmbH, Jun. 2014.