

Analytische Ermittlung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität in elektrischen Maschinen zur Vorausberechnung des hochfrequenten Common-Mode-Stroms

J. O. Stockbrügger, B. Ponick

Beim Betrieb von schnellschaltenden Umrichtern treten in elektrischen Antrieben parasitäre, hochfrequente Effekte auf. Bei einem Zweipunkt-Wechselrichter ist der Mittelwert der drei Ausgangsspannungen aufgrund der diskreten Schaltzustände der Leistungstransistoren eine von Null verschiedene Gleichtaktspannung. Die Common-Mode-Spannung wird durch den Umrichter in die Motorwicklung eingepreßt und verursacht einen kapazitiven, hochfrequenten Common-Mode-Strom, der als Umladestrom der Kapazität zwischen Wicklung und Statorblechpaket und –gehäuse verstanden werden kann.

Die Wicklung-Stator-Kapazität setzt sich aus einem Nut- und einem Stirnraumanteil zusammen. In diesem Artikel wird eine analytische Bestimmung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität vorgestellt, welche neben der Stirnraumgeometrie den Einfluss von Materialien mit unterschiedlichen Permittivitäten berücksichtigt. Die Ermittlung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität basiert auf der Berechnung des skalaren Potenzialfelds unterhalb und oberhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung. Das vorgestellte Modell wird mit Hilfe von FEM-Simulationen für verschiedene Geometrien und Materialien validiert.

Schlüsselwörter: Wicklung-Stator-Kapazität; Wellenspannung; zirkuläre Lagerströme; Traktionsantrieb

Analytical determination of the winding-to-stator capacity for the prediction of high-frequency common mode current in electrical machines.

Parasitic, high-frequency effects occur in electric drives during operation of fast-switching converters. In a two-point inverter, the mean value of the three output voltages is a non-zero common mode voltage due to the discrete switching states of the power transistors. The common-mode voltage is impressed into the motor winding by the inverter and causes a capacitive, high-frequency common-mode current, which can be understood as charging current of the capacity between winding and stator core plus stator housing.

The winding stator capacity is composed of a slot and an end-winding portion. In this article, an analytical determination of the end-winding portion of the winding stator capacity is presented, which, in addition to the end-winding geometry, takes into account the influence of materials with different permittivities. The determination of the end-winding portion of the winding stator capacity is based on the calculation of the scalar potential field in the area below and above the end-winding. The method is validated by means of FEM simulations for different geometries and materials.

Keywords: winding-to-stator capacity; shaft voltage; circulating bearing currents; traction motor

Eingegangen am 17. April 2020, angenommen am 30. April 2020, online publiziert am 19. Mai 2020
© Der/die Autor(en) 2020, korrigierte Publikation 2021



1. Einleitung

Die Anzahl umrichtergespeister Antriebe steigt auf Grund der guten Regelbarkeit der E-Maschine bei mittlerweile geringen Anschaffungskosten. Infolge der diskreten Schaltzustände der Leistungstransistoren ist der Mittelwert der drei Ausgangsspannungen eines Zweipunkt-Wechselrichters eine von Null verschiedene Gleichtaktspannung, welche als Common-Mode-Spannung bezeichnet wird. Die Gleichtaktspannung wird durch den Umrichter in die Motorwicklung eingepreßt und verursacht einen kapazitiven, hochfrequenten Common-Mode-Strom [1], der als Umladestrom der Kapazität zwischen Wicklung und Statorblechpaket und –gehäuse ver-

standen werden kann. Die den Stromfluss hervorruhende Wicklung-Stator-Kapazität setzt sich aus einem Nut- und einem Stirnraumanteil zusammen [2]. Häufig wird der Stirnraumanteil, dessen Anteil mit abnehmender Blechpaketlänge zunimmt, ignoriert und lediglich der Nutanteil betrachtet [1, 3–7]. Auf Grund der komplexen Stirn-

Stockbrügger, Jan Ole, Institut für Antriebssysteme und Leistungselektronik, Leibniz Universität Hannover, Hannover, Deutschland
(E-Mail: ole.stockbruegger@ial.uni-hannover.de); **Ponick, Bernd**, Institut für Antriebssysteme und Leistungselektronik, Leibniz Universität Hannover, Hannover, Deutschland

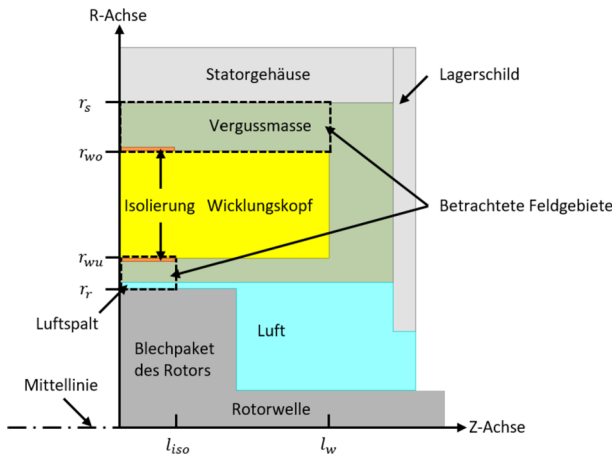


Abb. 1. Vereinfachter Stirnraum einer elektrischen Maschine

raumgeometrie erfolgt die Bestimmung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität überwiegend mittels FEM-Simulationen [2].

Eine vereinfachte, rotationssymmetrische Stirnraumgeometrie eines elektrischen Antriebs kann der Abb. 1 entnommen werden. Das gesamte Feldgebiet des Stirnraums, welches aus den in den Stirnraum überstehenden Nutwandisolierungen, einer möglichen Vergussmasse und dem Luftbereich besteht, ist axial begrenzt durch das Statorblechpaket und das Lagerschild. In radialer Richtung wird das Gebiet durch den Rotor und das Statorgehäuse beschränkt.

Es wird angenommen, dass der überwiegende Anteil der kapazitiven Kopplung zwischen dem Wicklungskopf der Statorwicklung und dem Stator in den zwei in Abb. 1 gestrichelt eingezeichneten Bereichen erfolgt. Der obere Bereich schließt in axialer Richtung mit der Ausladung des Wicklungskopfs ab. Die kapazitive Kopplung des Wicklungskopfs der Statorwicklung und des Stators im Bereich zwischen dem oberen Feldgebiet und dem als eigenständige Äquipotentialfläche betrachtetem Lagerschild wird vernachlässigt. Am linken Rand des Bereichs befindet sich das Statorblechpaket. Das Statorgehäuse dient als radiale Begrenzung. Der Bereich unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung erstreckt sich in axialer Richtung bis zur maximalen Ausladung der Isolierung. An den rechten Begrenzungen in Längsrichtung soll in beiden Bereichen das E-Feld nur eine tangentielle Komponente aufweisen. Auf Grund der Vorgabe dieser Neumann-Randbedingungen dringt kein E-Feld aus den betrachteten Gebieten aus. Die Feldlösung für die zwei in Abb. 1 gestrichelt eingezeichneten Bereiche erfolgt auf Grund der räumlichen Trennung unabhängig voneinander.

Als zeiteffiziente Alternative zu FEM-Simulationen erfolgt die Bestimmung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität im Folgenden mit Hilfe der maxwellschen Kapazitätskoeffizienten, mit welchen der Kapazitätsbegriff auf Systeme übertragen werden kann, die aus mehreren voneinander isolierten Elektroden bestehen [8]. Als Elektroden werden in der vorliegenden Problemstellung der Wicklungskopf der Statorwicklung mit der Ladung Q_w und dem Potential φ_w , der Stator mit der Ladung Q_s und dem Potential φ_s sowie der Rotor mit der Ladung Q_r und dem Potential φ_r betrachtet. Die entsprechende Kapazitätskoeffizientenmatrix lautet

$$\begin{pmatrix} Q_w \\ Q_s \\ Q_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{ww} & c_{ws} & c_{wr} \\ c_{sw} & c_{ss} & c_{sr} \\ c_{rw} & c_{rs} & c_{rr} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_w \\ \varphi_s \\ \varphi_r \end{pmatrix}. \quad (1)$$

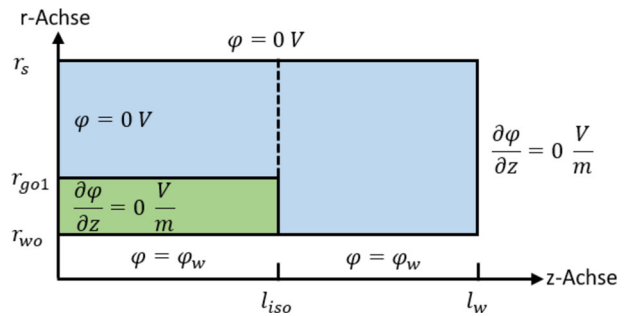


Abb. 2. Modell der oberhalb des Wicklungskopfs vorliegenden Geometrie mit Randbedingungen

Die Kapazitätskoeffizienten $c_{\mu\nu}$ entsprechen bei Gegenkapazitäten $\mu \neq \nu$ den Kapazitäten $C_{\mu\nu}$, welche einen Zusammenhang zwischen den Ladungen und den Potentialdifferenzen herstellen.

Durch die Wahl eines Stator- und eines Rotorpotentials von jeweils null Volt ergibt sich nach (1) der Stirnraumanteil der Wicklung-Stator-Kapazität C_{ws} zu

$$C_{ws} = c_{ws} = c_{sw} = \frac{Q_s}{\varphi_w} = \frac{Q_{s0} + Q_{su}}{\varphi_w}. \quad (2)$$

Die auf dem Stator influenzierte Ladung Q_s setzt sich aus den partiellen Ladungen des oberhalb Q_{s0} und des unterhalb Q_{su} des Wicklungskopfs der Statorwicklung vorliegenden Bereichs zusammen.

Insgesamt liegen dem Berechnungsmodell folgende Vereinfachungen zugrunde:

- Die kapazitive Kopplung zwischen dem Wicklungskopf und dem Stator erfolgt im Gebiet der Ausladung des Wicklungskopfs.
- Der Wicklungskopf und der Stator sind elektrisch ideal leitfähig.
- Innerhalb des betrachteten Gebiets befinden sich keine Raumladungen.
- Die Medien innerhalb der betrachteten Geometrie bestehen aus Materialien mit jeweils konstanter Permittivität.

2. Berechnung der oberhalb des Wicklungskopfs influenzierten Statorladung

Die Abbildung 2 stellt den Raumbereich oberhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung dar. Die radialen Begrenzungen ergeben sich durch den Radius der Oberkante des Wicklungskopfs der Statorwicklung r_{wo} und den Außenradius des Blechpakets des Stators r_s , der gleichzeitig dem Gehäuseinnenradius entspricht. Die Höhe der am Wicklungskopf anliegenden Isolierung wird mit dem Radius r_{go} berücksichtigt. Die Länge der Isolierung beträgt l_{iso} . An der linken Begrenzung im Gebiet der Isolierung liegt eine Neumann-Randbedingung vor. Das Raumgebiet erstreckt sich in axialer Richtung bis zur Ausladung des Wicklungskopfs l_w .

Das Feldgebiet wird auf Grund der komplexen Berücksichtigung der im Feldgebiet endenden Isolierung in zwei getrennte Bereiche unterteilt. Am axialen Ende der Ausladung der Isolierung l_{iso} erfolgt die Trennung des Feldgebiets. Es wird im Folgenden angenommen, dass an der gestrichelt eingezeichneten Trennlinie eine Neumann-Randbedingung vorliegt.

2.1 Berechnung der influenzierten Statorladung im Bereich der Isolierung

Der Bereich, über welchen sich in Abb. 2 die Isolierung erstreckt, kann dem modifizierten Feldgebiet in Abb. 3 entnommen werden. Das Feldgebiet besteht aus dem Material der Isolierung mit der Permittivität ϵ_2 und dem an das Statorgehäuse angrenzenden Medium mit der Permittivität ϵ_1 .

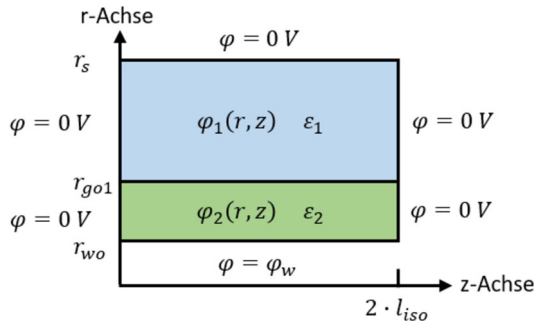


Abb. 3. Modifiziertes Feldgebiet oberhalb des Wicklungskopfs im Bereich der Isolierung mit Randbedingungen; die axiale Ausladung beträgt das Doppelte der realen Ausladung der Isolierung

Im Gegensatz zu dem in Abb. 2 dargestellten Feldgebiet liegen aus Gründen der Vereinfachung an den axialen Begrenzungen Dirichlet-Randbedingungen vor. Die komplexe Berücksichtigung der auf der radialen Achse vorliegenden unterschiedlichen Randbedingungen kann entfallen, da die axiale Ausladung des Feldgebiets auf $2 \cdot l_{iso}$ verdoppelt wurde. Die Dirichlet-Randbedingungen an der axialen Position $z = 2 \cdot l_{iso}$ führen zu der gewünschten Neumann-Randbedingung an der Position $z = l_{iso}$.

In der Elektrostatik gilt es, für die Bestimmung des skalaren Potentialfelds φ in einem betrachteten Raumgebiet mit linearen, isotropen und homogenen Materialien die Poisson-Gleichung

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

mit der Ladungsdichte ρ und der Permittivität ε zu lösen [9]. Sofern keine Raumladungen in dem Gebiet vorhanden sind, vereinfacht sich (3) zur Laplace-Gleichung

$$\Delta\varphi = 0. \tag{4}$$

Eine der wichtigsten Methoden zur analytischen Behandlung von partiellen Differentialgleichungen ist die sogenannte Separationsmethode [8]. Hierbei wird in dem gewählten Koordinatensystem die partielle Differentialgleichung mittels eines Produktansatzes in gewöhnliche Differentialgleichungen überführt. Abschließend erfolgt die Anpassung der Lösung an die gestellten Randbedingungen.

Die Anwendung des Laplace-Operators im Zylinderkoordinatensystem ergibt

$$\Delta\varphi(r, \gamma, z) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial\varphi(r, \gamma, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\varphi(r, \gamma, z)}{\partial\gamma^2} + \frac{\partial^2\varphi(r, \gamma, z)}{\partial z^2} = 0. \tag{5}$$

Das skalare Potentialfeld ist auf Grund des rotationssymmetrischen Raumgebiets unabhängig von der Winkelkoordinate γ , wodurch sich der Laplace-Operator (5) vereinfacht zu

$$\Delta\varphi(r, z) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial\varphi(r, z)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2\varphi(r, z)}{\partial z^2} = 0. \tag{6}$$

Durch Einsetzen des gewählten Produktansatzes

$$\varphi(r, z) = R(r) \cdot Z(z) \tag{7}$$

in die Laplace-Gleichung (6)

$$Z(z) \cdot \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{Z(z)}{r} \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r} + R(r) \cdot \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = 0 \tag{8}$$

und anschließendes Dividieren durch den Produktansatz (7) ergibt sich

$$\frac{1}{R(r)} \cdot \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r \cdot R(r)} \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{1}{Z(z)} \cdot \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = 0. \tag{9}$$

Die einzelnen Summanden der Gl. (9) sind konstant, und mittels der Definitionen

$$k_r^2 = \frac{1}{R(r)} \cdot \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r \cdot R(r)} \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r}, \tag{10}$$

$$k_z^2 = \frac{1}{Z(z)} \cdot \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} \tag{11}$$

zerfällt unter Berücksichtigung der Nebenbedingung

$$k_r^2 + k_z^2 = 0 \tag{12}$$

die partielle Differentialgleichung (6) in die zwei entkoppelten, gewöhnlichen Differentialgleichungen (10) und (11). Aus den Lösungen der homogenen und linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten ergibt sich die allgemeine Lösung der Laplace-Gleichung für die beiden betrachteten Bereiche

$$\varphi_1(r, z) = (A_1 \cdot I_0(k_{r1} \cdot r) + B_1 \cdot K_0(k_{r1} \cdot r)) \cdot (C_1 \cdot e^{k_{z1} \cdot z} + D_1 \cdot e^{-k_{z1} \cdot z}), \tag{13}$$

$$\varphi_2(r, z) = (A_2 \cdot I_0(k_{r2} \cdot r) + B_2 \cdot K_0(k_{r2} \cdot r)) \cdot (C_2 \cdot e^{k_{z2} \cdot z} + D_2 \cdot e^{-k_{z2} \cdot z}) \tag{14}$$

mit der modifizierten Bessel-Funktion erster Art I_0 und der modifizierten Bessel-Funktion zweiter Art K_0 . Die Ordnung der beiden Bessel-Funktionen beträgt jeweils null.

Die Bestimmung der Koeffizienten $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2$ und D_2 sowie der Konstanten k_r und k_z erfolgt mit Hilfe der Randbedingungen

$$\varphi_1(r, z=0) = 0, \tag{15}$$

$$\varphi_2(r, z=0) = 0, \tag{16}$$

$$\varphi_1(r, z=2 \cdot l_{iso}) = 0, \tag{17}$$

$$\varphi_2(r, z=2 \cdot l_{iso}) = 0, \tag{18}$$

$$\varphi_1(r=r_s, z) = 0, \tag{19}$$

$$\varphi_2(r=r_{wo}, z) = \varphi_w \tag{20}$$

und unter Berücksichtigung der Stetigkeitsbedingung des Potentials sowie der Normalkomponente des D-Felds an der Materialgrenze

$$\varphi_1(r=r_{go}, z) = \varphi_2(r=r_{go}, z), \tag{21}$$

$$-\varepsilon_1 \cdot \frac{\partial\varphi_1(r=r_{go}, z)}{\partial r} = -\varepsilon_2 \cdot \frac{\partial\varphi_2(r=r_{go}, z)}{\partial r}. \tag{22}$$

Für die zwei Bereiche gilt nach der Randbedingung auf der radialen Achse (15) und (16)

$$D_{1/2} = -C_{1/2}. \tag{23}$$

Die Randbedingungen (17) und (18) führen anschließend zu den Gleichungen

$$e^{4 \cdot k_{z1} \cdot l_{iso}} = 1 = e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}, \tag{24}$$

$$e^{4 \cdot k_{z2} \cdot l_{iso}} = 1 = e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot m} \tag{25}$$

und abschließend unter Berücksichtigung der Nebenbedingung (12) zur Bestimmung der Konstanten

$$k_{z1} = j \cdot \frac{\pi \cdot n}{2 \cdot l_{iso}} = j \cdot k_{r1} = j \cdot k_1, n = 1, 2, 3, \dots, \tag{26}$$

$$k_{z2} = j \cdot \frac{\pi \cdot m}{2 \cdot l_{iso}} = j \cdot k_{r2} = j \cdot k_2, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (27)$$

Für beide Teilgebiete kann auf Grund der Linearität der Laplace-Gleichung eine allgemeinere Lösung konstruiert werden. Die Exponentialterme in axialer Richtung der Potentialfelder (13) und (14) können unter Berücksichtigung der Eulerformel durch Sinus-Funktionen ersetzt werden gemäß

$$\varphi_1(r, z) = \sum_{n=1,2,3,\dots} (\tilde{A}_1 \cdot I_0(k_1 \cdot r) + \tilde{B}_1 \cdot K_0(k_1 \cdot r)) \cdot \sin(k_1 \cdot z), \quad (28)$$

$$\varphi_2(r, z) = \sum_{m=1,2,3,\dots} (\tilde{A}_2 \cdot I_0(k_2 \cdot r) + \tilde{B}_2 \cdot K_0(k_2 \cdot r)) \cdot \sin(k_2 \cdot z), \quad (29)$$

mit

$$\tilde{A}_{1/2} = 2 \cdot j \cdot C_{1/2} \quad (30)$$

und

$$\tilde{B}_{1/2} = 2 \cdot j \cdot C_{1/2}. \quad (31)$$

Die Randbedingung auf dem Radius des Blechpakets des Stators (20) ergibt für das erste Potentialfeld

$$\tilde{B}_1 = -\tilde{A}_1 \cdot \frac{I_0(k_1 \cdot r_s)}{K_0(k_1 \cdot r_s)}. \quad (32)$$

Bei der fehlenden Randbedingung (21) des zweiten Potentialfelds

$$\varphi_2(r = r_{wo}, z) = \sum_{m=1,2,3,\dots} (\tilde{A}_2 \cdot I_0(k_2 \cdot r_{wo}) + \tilde{B}_2 \cdot K_0(k_2 \cdot r_{wo})) \cdot \sin(k_2 \cdot z) = \varphi_w, \quad (33)$$

$$\varphi_2(r = r_{wo}, z) = \sum_{m=1,2,3,\dots} \tilde{F}_2 \cdot \sin(k_2 \cdot z) = \varphi_w, \quad (34)$$

$$\tilde{F}_2 = \tilde{A}_2 \cdot I_0(k_2 \cdot r_{wo}) + \tilde{B}_2 \cdot K_0(k_2 \cdot r_{wo})$$

handelt es sich um die Fourier-Reihe einer Sinusfunktion. Der Gleichanteil und die Kosinusfunktionen der Fourier-Reihe entfallen bei der Entwicklung einer ungeraden, mittelwertfreien Funktion, sodass die Randbedingung (21) mit $-\varphi_w$ im Intervall $(2l_{iso}, 4l_{iso}]$ ungerade erweitert wird. Der Fourier-Koeffizient \tilde{F}_2 berechnet sich zu

$$\tilde{F}_2 = \frac{1}{l_{iso}} \cdot \int_0^{2 \cdot l_{iso}} \varphi_w \cdot \sin(k_2 \cdot z) \cdot dz, \quad (35)$$

$$\tilde{F}_2 = -\frac{2 \cdot \varphi_w}{m \cdot \pi} \cdot ([-1]^m - 1) = \tilde{A}_2 \cdot I_0(k_2 \cdot r_{wo}) + \tilde{B}_2 \cdot K_0(k_2 \cdot r_{wo}). \quad (36)$$

Die Stetigkeitsbedingung des Potentials (22) führt zu der Gleichung

$$\tilde{A}_1 \cdot \left(I_0(k_1 \cdot r_{go}) - \frac{I_0(k_1 \cdot r_s)}{K_0(k_1 \cdot r_s)} \cdot K_0(k_1 \cdot r_{go}) \right) = \tilde{A}_2 \cdot I_0(k_2 \cdot r_{go}) + \tilde{B}_2 \cdot K_0(k_2 \cdot r_{go}) \quad (37)$$

und die Differenzierbarkeitsbedingung (23) zu

$$\varepsilon_1 \cdot k_1 \cdot \tilde{A}_1 \cdot \left(I_1(k_1 \cdot r_{go}) + \frac{I_0(k_1 \cdot r_s)}{K_0(k_1 \cdot r_s)} \cdot K_1(k_1 \cdot r_{go}) \right) = \varepsilon_2 \cdot k_2 \cdot (\tilde{A}_2 \cdot I_1(k_2 \cdot r_{go}) - \tilde{B}_2 \cdot K_1(k_2 \cdot r_{go})). \quad (38)$$

Die unbekanntenen Konstanten \tilde{A}_1 , \tilde{A}_2 und \tilde{B}_2 der Potentialfelder der zwei Bereiche (29) und (30) können mit Hilfe der Gl. (27) bis (29) bestimmt werden.

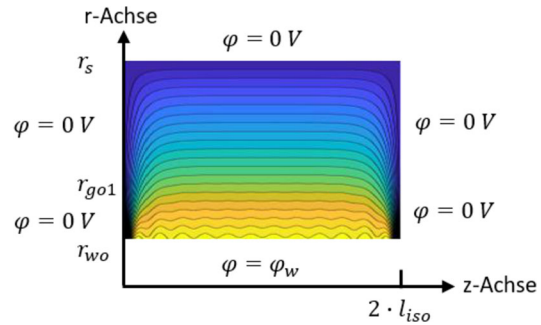


Abb. 4. Darstellung der analytisch berechneten Äquipotentialflächen des modifizierten Feldgebiets oberhalb des Wicklungskopfs im Bereich der Isolierung

In der Abb. 4 sind beispielhaft analytisch berechnete Äquipotentialflächen des in Abb. 3 enthaltenen modifizierten Feldgebiets dargestellt. Die konvexen Wiederholungen in axialer Richtung an der Stelle des Radius des Wicklungskopfs $r = r_{wo}$ entstehen durch die Anwendung der Fourier-Reihe. An der Stelle der maximalen Ausladung der Isolierung l_{iso} kann auf Grund der rein axial verlaufenden Äquipotentiallinien die geforderte Neumann-Randbedingung identifiziert werden.

Zur Bestimmung der auf der Stirn- und der Mantelfläche des Stators vorhandenen Ladung werden das D-Feld des ersten Potentialfelds \vec{D}_1

$$\vec{D}_1 = \begin{pmatrix} D_{1r} \\ D_{1z} \end{pmatrix} = \varepsilon_1 \cdot \begin{pmatrix} E_{1r} \\ E_{1z} \end{pmatrix} = -\varepsilon_1 \cdot \text{grad}(\varphi_1) \quad (39)$$

mit

$$D_{1r} = - \sum_{n=1,2,3,\dots} \tilde{A}_1 \cdot k_1 \cdot \varepsilon_1 \left(I_1(k_1 \cdot r) + \frac{I_0(k_1 \cdot r_s)}{K_0(k_1 \cdot r_s)} \cdot K_1(k_1 \cdot r) \right) \cdot \sin(k_1 \cdot z) \quad (40)$$

und

$$D_{1z} = - \sum_{m=1,2,3,\dots} \tilde{A}_1 \cdot k_1 \cdot \varepsilon_1 \left(I_0(k_1 \cdot r) - \frac{I_0(k_1 \cdot r_s)}{K_0(k_1 \cdot r_s)} \cdot K_0(k_1 \cdot r) \right) \cdot \cos(k_1 \cdot z) \quad (41)$$

sowie das D-Feld \vec{D}_2 des zweiten Potentialfelds

$$\vec{D}_2 = \begin{pmatrix} D_{2r} \\ D_{2z} \end{pmatrix} = \varepsilon_2 \cdot \begin{pmatrix} E_{2r} \\ E_{2z} \end{pmatrix} = -\varepsilon_2 \cdot \text{grad}(\varphi_2) \quad (42)$$

mit

$$D_{2r} = - \sum_{m=1,2,3,\dots} \varepsilon_2 \cdot k_2 \cdot (\tilde{A}_2 \cdot I_1(k_2 \cdot r) - \tilde{B}_2 \cdot K_1(k_2 \cdot r)) \cdot \sin(k_2 \cdot z) \quad (43)$$

und

$$D_{2z} = - \sum_{m=1,2,3,\dots} \varepsilon_2 \cdot k_2 \cdot (\tilde{A}_2 \cdot I_0(k_2 \cdot r) + \tilde{B}_2 \cdot K_0(k_2 \cdot r)) \cdot \cos(k_2 \cdot z) \quad (44)$$

ermittelt. Die Oberflächenladungsdichte σ_{r1} auf der Mantelfläche des Stators berechnet sich mit dem Flächennormalenvektor \vec{n} und dem D-Feld des ersten Potentialfelds zu

$$\sigma_{r1} = \vec{n} \cdot \vec{D}_1(r = r_s, z) = -\vec{e}_r \cdot \vec{D}_1(r = r_s, z) = -D_{1r}(r = r_s, z), \quad (45)$$

$$\sigma_{r1} = \sum_{n=1,2,3,\dots} \tilde{A}_1 \cdot k_1 \cdot \varepsilon_1 \left(I_1(k_1 \cdot r_s) + \frac{I_0(k_1 \cdot r_s)}{K_0(k_1 \cdot r_s)} \cdot K_1(k_1 \cdot r_s) \right) \cdot \sin(k_1 \cdot z). \quad (46)$$

Die Ladung auf der Mantelfläche des Stators Q_{r1} berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die axiale Länge der Isolierung l_{iso} als

$$Q_{r1} = \int_0^{l_{iso}} \int_0^{2\pi} \sigma_{r1} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dz, \quad (47)$$

$$Q_{r1} = - \sum_{n=1,2,3,\dots} \tilde{A}_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1 \cdot r_s \cdot \left(I_1(k_1 \cdot r_s) + \frac{I_0(k_1 \cdot r_s)}{K_0(k_1 \cdot r_s)} \cdot K_1(k_1 \cdot r_s) \right) \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi \cdot n}{2}\right) - 1 \right). \quad (48)$$

Zur Bestimmung der Ladung auf der Stirnfläche des Stators im Bereich des ersten Potentialfelds wird zu Beginn die Oberflächenladungsdichte σ_{z1} ermittelt mit

$$\sigma_{z1} = \vec{n} \cdot \vec{D}_1(r, z=0) = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_1(r, z=0) = D_{1z}(r, z=0), \quad (49)$$

$$\sigma_{z1} = - \sum_{n=1,2,3,\dots} \tilde{A}_1 \cdot k_1 \cdot \varepsilon_1 \left(I_0(k_1 \cdot r) - \frac{I_0(k_1 \cdot r_s)}{K_0(k_1 \cdot r_s)} \cdot K_0(k_1 \cdot r) \right). \quad (50)$$

Die Ladung auf der Stirnfläche des Stators Q_{z1} im Bereich des ersten Potentialfelds berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die radiale Höhe des Feldgebiets zu

$$Q_{z1} = \int_{r_{go}}^{r_s} \int_0^{2\pi} \sigma_{z1} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dr, \quad (51)$$

$$Q_{z1} = - \sum_{n=1,2,3,\dots} \tilde{A}_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1 \cdot k_1 \cdot \int_{r_{go}}^{r_s} r \cdot \left(I_0(k_1 \cdot r) - \frac{I_0(k_1 \cdot r_s)}{K_0(k_1 \cdot r_s)} \cdot K_0(k_1 \cdot r) \right) \cdot dr. \quad (52)$$

Die in Abb. 2 enthaltene Neumann-Randbedingung am linken Rand der Isolierung führt zu einem direkten Eindringen des E-Felds in das Statorblechpaket. Die hierdurch beeinflusste Ladung auf dem Statorblech wird durch die im modifizierten Feldgebiet vorgegebene Dirichlet-Randbedingung an der linken Seite der Isolierung nicht berücksichtigt. Eine Kompensation erfolgt durch die Ermittlung der Ladung Q_{z2} auf der linken Seite der Isolierung. Die Oberflächenladungsdichte σ_{z2} berechnet sich zu

$$\sigma_{z2} = \vec{n} \cdot \vec{D}_2(r, z=0) = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_2(r, z=0) = D_{2z}(r, z=0), \quad (53)$$

$$\sigma_{z2} = - \sum_{m=1,2,3,\dots} \varepsilon_2 \cdot k_2 \cdot \left(\tilde{A}_2 \cdot I_0(k_2 \cdot r) + \tilde{B}_2 \cdot K_0(k_2 \cdot r) \right). \quad (54)$$

Die Ladung auf der Stirnfläche des Stators Q_{z2} im Bereich des zweiten Potentialfelds ergibt sich zu

$$Q_{z2} = \int_{r_w}^{r_{go}} \int_0^{2\pi} \sigma_{z2} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dr, \quad (55)$$

$$Q_{z2} = - \sum_{m=1,2,3,\dots} 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_2 \cdot k_2 \cdot \int_{r_w}^{r_{go}} r \cdot \left(\tilde{A}_2 \cdot I_0(k_2 \cdot r) + \tilde{B}_2 \cdot K_0(k_2 \cdot r) \right) \cdot dr. \quad (56)$$

Die Lösung der in (52) und (56) verbleibenden Integrale kann numerisch erfolgen.

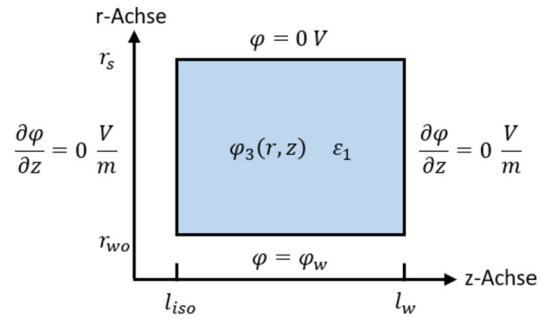


Abb. 5. Feldgebiet oberhalb des Wicklungskopfs im Bereich außerhalb der Isolierung mit Randbedingungen

2.2 Berechnung der influenzierten Statorladung im Bereich außerhalb der Isolierung

Der in Abb. 2 dargestellte Bereich des Feldgebiets, welches sich in axialer Richtung von der Ausladung der Isolierung bis zur Ausladung des Wicklungskopfs der Statorwicklung erstreckt, kann der Abb. 5 entnommen werden. Das Feldgebiet ist gefüllt mit dem Medium der Permittivität ε_1 .

Auf Grund des rotationssymmetrischen Raumgebiets und der Vorgabe von Neumann-Randbedingungen an den beiden axialen Begrenzungen ist das Potentialfeld unabhängig von der Winkelkoordinate γ und der Längskoordinate z . Folglich vereinfacht sich der Laplace-Operator (5) zu

$$\Delta\varphi(r) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial\varphi(r, \gamma, z)}{\partial r} \right) = 0. \quad (57)$$

Mittels direkter Integration kann das skalare Potentialfeld bestimmt werden zu

$$\varphi_3(r) = A_3 + B_3 \cdot \ln(r). \quad (58)$$

Die vorgegebenen Dirichlet-Randbedingungen

$$\varphi_3(r = r_s) = 0, \quad (59)$$

$$\varphi_3(r = r_{w0}) = \varphi_w \quad (60)$$

führen zu dem Potentialfeld

$$\varphi_3(r) = \frac{\varphi_w}{\ln\left(\frac{r_{w0}}{r_s}\right)} \cdot (\ln(r) - \ln(r_s)). \quad (61)$$

Zur Bestimmung der Ladung auf dem Stator wird die Oberflächenladungsdichte σ_{r2} mit Hilfe des elektrischen Felds

$$\vec{E}_3 = E_{3r} \vec{e}_r = -\text{grad}(\varphi_3) = -\frac{\varphi_w}{r \cdot \ln\left(\frac{r_{w0}}{r_s}\right)} \vec{e}_r \quad (62)$$

und des Flächennormalenvektors \vec{n} des Stators berechnet zu

$$\begin{aligned} \sigma_{r3} &= \vec{n} \cdot \vec{D}_3(r = r_s) = -\vec{e}_r \cdot \varepsilon_1 E_{3r}(r = r_s) \vec{e}_r \\ &= \frac{\varepsilon_1 \cdot \varphi_w}{r_s \cdot \ln\left(\frac{r_{w0}}{r_s}\right)}. \end{aligned} \quad (63)$$

Die Ladung auf der Mantelfläche des Stators Q_{r3} berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die Länge des Statorabschnitts als

$$Q_{r3} = \int_{l_{iso}}^{l_w} \int_0^{2\pi} \sigma_{r3} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dz = \frac{2 \cdot \pi \cdot (l_w - l_{iso}) \cdot \varepsilon_1 \cdot \varphi_w}{\ln\left(\frac{r_{w0}}{r_s}\right)}. \quad (64)$$

Die in Gl. (2) enthaltene partielle Statorladung des oberhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung vorliegenden Bereichs Q_{s0} ermittelt sich abschließend zu

$$Q_{s0} = Q_{r1} + Q_{z1} + Q_{z2} + Q_{r3}. \quad (65)$$

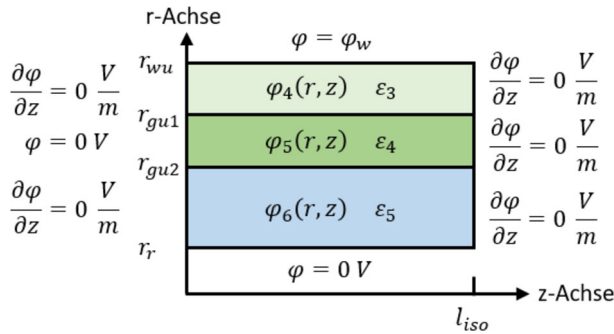


Abb. 6. Feldgebiet unterhalb des Wicklungskopfs im Bereich der Isolierung mit Randbedingungen

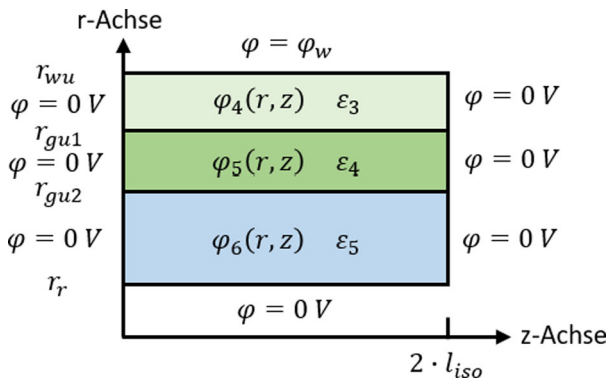


Abb. 7. Modifiziertes Feldgebiet unterhalb des Wicklungskopfs im Bereich der Isolierung mit Randbedingungen; die axiale Ausladung beträgt das Doppelte der realen Ausladung der Isolierung

3. Berechnung der unterhalb des Wicklungskopfs beeinfluzierten Statorladung

Die Abbildung 7 stellt das Feldgebiet unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung dar. Die radialen Begrenzungen ergeben sich durch den Radius der Unterkante des Wicklungskopfs der Statorwicklung r_{wu} und den Radius des Rotors r_r . Das Feldgebiet setzt sich aus drei Materialien mit unterschiedlichen Permittivitäten zusammen. Das erste Medium mit der Permittivität ϵ_3 dient der Berücksichtigung einer in den Stirnraum überstehenden Isolierung. Ein eventuell vergossener Stirnraum wird durch das zweite Material mit der Permittivität ϵ_4 berücksichtigt. Das dritte Medium berücksichtigt das an den Rotor angrenzende Medium mit der Permittivität ϵ_5 . Die Höhen der Schichten werden mit den Radien r_{gu1} und r_{gu2} berücksichtigt. Das Statorblech liegt an der linken Seite des mittleren Feldgebiets an. Das Raumgebiet erstreckt sich in axialer Richtung bis zur Ausladung der Isolierung l_{iso} . Der Bereich mit $z > l_{iso}$ leistet in der Regel keinen nennenswerten Betrag zur Kapazität zwischen Wicklung und Ständerblechpaket.

Auf Grund der komplexen Berücksichtigung der abwechselnden Randbedingungen auf der radialen Achse des Feldgebiets wird der in Abb. 7 dargestellte modifizierte Raumbereich betrachtet. An den Begrenzungen in axialer Richtung liegen Dirichlet-Randbedingungen vor. Für die Realisierung der geforderten Neumann-Randbedingungen an der Position der axialen Länge der Isolierung erstreckt sich der Bereich in axialer Richtung, analog zum Vorgehen im Abschn. 2.1, über die doppelte Länge der Isolierung $2 \cdot l_{iso}$.

Die in Abschn. 2.1 hergeleitete Ansatzfunktion (28) kann auf Grund der axial beidseitig vorhandenen Dirichlet-Randbedingungen

für die drei Potentialfelder angewendet werden

$$\varphi_4(r, z) = \sum_{n=1,2,3,\dots} (\tilde{A}_4 \cdot I_0(k_4 \cdot r) + \tilde{B}_4 \cdot K_0(k_4 \cdot r)) \cdot \sin(k_4 \cdot z), \quad (66)$$

$$\varphi_5(r, z) = \sum_{m=1,2,3,\dots} (\tilde{A}_5 \cdot I_0(k_5 \cdot r) + \tilde{B}_5 \cdot K_0(k_5 \cdot r)) \cdot \sin(k_5 \cdot z), \quad (67)$$

$$\varphi_6(r, z) = \sum_{i=1,2,3,\dots} (\tilde{A}_6 \cdot I_0(k_6 \cdot r) + \tilde{B}_6 \cdot K_0(k_6 \cdot r)) \cdot \sin(k_6 \cdot z). \quad (68)$$

mit

$$k_4 = j \cdot \frac{\pi \cdot n}{2 \cdot l_{iso}}, n = 1, 2, 3, \dots, \quad (69)$$

$$k_5 = j \cdot \frac{\pi \cdot m}{2 \cdot l_{iso}}, m = 1, 2, 3, \dots, \quad (70)$$

$$k_6 = j \cdot \frac{\pi \cdot i}{2 \cdot l_{iso}}, i = 1, 2, 3, \dots \quad (71)$$

Die Bestimmung der Koeffizienten und Konstanten erfolgt mit Hilfe der gestellten Randbedingungen

$$\varphi_6(r = r_r, z) = 0, \quad (72)$$

$$\varphi_4(r = r_{wu}, z) = \varphi_w. \quad (73)$$

und unter Berücksichtigung der Stetigkeitsbedingungen des Potentials sowie der Normalkomponente des D-Felds an den Materialgrenzen

$$\varphi_4(r = r_{gu1}, z) = \varphi_5(r = r_{gu1}, z), \quad (74)$$

$$\varphi_5(r = r_{gu2}, z) = \varphi_6(r = r_{gu2}, z), \quad (75)$$

$$-\epsilon_3 \cdot \frac{\partial \varphi_4(r = r_{gu1}, z)}{\partial r} = -\epsilon_4 \cdot \frac{\partial \varphi_5(r = r_{gu1}, z)}{\partial r}, \quad (76)$$

$$-\epsilon_4 \cdot \frac{\partial \varphi_5(r = r_{gu2}, z)}{\partial r} = -\epsilon_5 \cdot \frac{\partial \varphi_6(r = r_{gu2}, z)}{\partial r}. \quad (77)$$

Die Randbedingung auf der Rotoroberfläche (72) führt zu

$$\tilde{B}_6 = -\tilde{A}_6 \cdot \frac{I_0(k_6 \cdot r_r)}{K_0(k_6 \cdot r_r)}. \quad (78)$$

Zur Realisierung der Randbedingung am Wicklungskopf der Statorwicklung (73) wird die in Abschn. 2.1 erläuterte Fourier-Reihe

$$\tilde{F}_4 = \frac{1}{l_{iso}} \cdot \int_0^{2 \cdot l_{iso}} \varphi_w \cdot \sin(k_4 \cdot z) \cdot dz, \quad (79)$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}_4 &= -\frac{2 \cdot \varphi_w}{n \cdot \pi} \cdot \left([-1]^n - 1 \right) \\ &= \tilde{A}_4 \cdot I_0(k_4 \cdot r_{wu}) + \tilde{B}_4 \cdot K_0(k_4 \cdot r_{wu}) \end{aligned} \quad (80)$$

angewendet. Die vier Stetigkeitsbedingungen (74) bis (77) führen zu den Gleichungen

$$\begin{aligned} \tilde{A}_4 \cdot I_0(k_4 \cdot r_{gu1}) + \tilde{B}_4 \cdot K_0(k_4 \cdot r_{gu1}) \\ = \tilde{A}_5 \cdot I_0(k_5 \cdot r_{gu1}) + \tilde{B}_5 \cdot K_0(k_5 \cdot r_{gu1}), \end{aligned} \quad (81)$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_5 \cdot I_0(k_5 \cdot r_{gu2}) + \tilde{B}_5 \cdot K_0(k_5 \cdot r_{gu2}) \\ = \tilde{A}_6 \cdot \left(I_0(k_6 \cdot r_{gu2}) - \frac{I_0(k_6 \cdot r_r)}{K_0(k_6 \cdot r_r)} \cdot K_0(k_6 \cdot r_{gu2}) \right) \end{aligned} \quad (82)$$

$$\epsilon_3 \cdot k_4 \cdot \left(\tilde{A}_4 \cdot I_1(k_4 \cdot r_{gu1}) - \tilde{B}_4 \cdot K_1(k_4 \cdot r_{gu1}) \right)$$

$$= \varepsilon_4 \cdot k_5 \cdot (\tilde{A}_5 \cdot I_1(k_5 \cdot r_{gu1}) - \tilde{B}_5 \cdot K_1(k_5 \cdot r_{gu1})) \quad (83)$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon_4 \cdot k_5 \cdot (\tilde{A}_5 \cdot I_1(k_5 r_{gu2}) - \tilde{B}_5 \cdot K_1(k_5 r_{gu2})) \\ &= \varepsilon_5 \cdot k_6 \cdot \tilde{A}_6 \cdot \left(I_1(k_6 r_{gu2}) + \frac{I_0(k_6 r_r)}{K_0(k_6 r_r)} \cdot K_1(k_6 r_{gu2}) \right) \end{aligned} \quad (84)$$

Die unbekanntenen Konstanten $\tilde{A}_4, \tilde{B}_4, \tilde{A}_5, \tilde{B}_5$ und \tilde{A}_6 der drei Potentialfelder (66) bis (68) können mit Hilfe der Gl. (81) bis (84) bestimmt werden. Zur Ermittlung der auf der Stirnfläche des Blechpakets des Stators vorhandenen Ladung werden das D-Feld des vierten Potentialfelds

$$\vec{D}_4 = \begin{pmatrix} D_{4r} \\ D_{4z} \end{pmatrix} = \varepsilon_3 \cdot \begin{pmatrix} E_{4r} \\ E_{4z} \end{pmatrix} = -\varepsilon_3 \cdot \text{grad}(\varphi_4) \quad (85)$$

mit

$$D_{4r} = - \sum_{n=1,2,3,\dots} \varepsilon_3 \cdot k_4 \cdot (\tilde{A}_4 \cdot I_1(k_4 \cdot r) - \tilde{B}_4 \cdot K_1(k_4 \cdot r)) \cdot \sin(k_4 \cdot z) \quad (86)$$

und

$$D_{4z} = - \sum_{n=1,2,3,\dots} \varepsilon_3 \cdot k_4 \cdot (\tilde{A}_4 \cdot I_0(k_4 \cdot r) + \tilde{B}_4 \cdot K_0(k_4 \cdot r)) \cdot \cos(k_4 \cdot z) \quad (87)$$

sowie das D-Feld des fünften Potentialfelds

$$\vec{D}_5 = \begin{pmatrix} D_{5r} \\ D_{5z} \end{pmatrix} = \varepsilon_4 \cdot \begin{pmatrix} E_{5r} \\ E_{5z} \end{pmatrix} = -\varepsilon_4 \cdot \text{grad}(\varphi_5) \quad (88)$$

mit

$$D_{5r} = - \sum_{m=1,2,3,\dots} \varepsilon_4 \cdot k_5 \cdot (\tilde{A}_5 \cdot I_1(k_5 \cdot r) - \tilde{B}_5 \cdot K_1(k_5 \cdot r)) \cdot \sin(k_5 \cdot z) \quad (89)$$

und

$$D_{5z} = - \sum_{m=1,2,3,\dots} \varepsilon_4 \cdot k_5 \cdot (\tilde{A}_5 \cdot I_0(k_5 \cdot r) + \tilde{B}_5 \cdot K_0(k_5 \cdot r)) \cdot \cos(k_5 \cdot z) \quad (90)$$

berechnet. Zur Bestimmung der Ladung auf der Stirnfläche des Blechpakets des Stators im Bereich des fünften Potentialfelds wird zu Beginn die Oberflächenladungsdichte σ_{z3} ermittelt zu

$$\sigma_{z3} = \vec{n} \cdot \vec{D}_5(r, z=0) = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_5(r, z=0) = D_{5z}(r, z=0), \quad (91)$$

$$\sigma_{z3} = - \sum_{m=1,2,3,\dots} \varepsilon_4 \cdot k_5 \cdot (\tilde{A}_5 \cdot I_0(k_5 \cdot r) + \tilde{B}_5 \cdot K_0(k_5 \cdot r)). \quad (92)$$

Die Ladung auf der Stirnfläche des Stators Q_{z3} im Bereich des fünften Potentialfelds berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die radiale Höhe des Feldgebiets zu

$$Q_{z3} = \int_{r_{gu2}}^{r_{gu1}} \int_0^{2\pi} \sigma_{z3} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dr, \quad (93)$$

$$\begin{aligned} Q_{z3} = & - \sum_{m=1,2,3,\dots} 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_4 \cdot k_5 \\ & \cdot \int_{r_{gu2}}^{r_{gu1}} r \cdot (\tilde{A}_5 \cdot I_0(k_5 \cdot r) + \tilde{B}_5 \cdot K_0(k_5 \cdot r)) \cdot dr. \end{aligned} \quad (94)$$

Die in Abb. 6 enthaltenen Neumann-Randbedingungen an der linken Seite des vierten und des sechsten Potentialfelds werden in dem in Abb. 7 dargestellten modifizierten Feldgebiet durch Dirichlet-Randbedingungen ersetzt. Die Neumann-Randbedingung des vierten Potentialfelds führt zu einem direkten Eindringen des E-Felds in das Statorblechpaket. Die hierdurch beeinflusste Ladung auf dem

Statorblech ist in dem modifizierten Feldgebiet auf Grund der vorgegebenen Dirichlet-Randbedingung an der linken Seite des vierten Potentialfelds nicht existent. Eine Korrektur erfolgt durch die Ermittlung der Ladung Q_{z4} auf der linken Seite des vierten Potentialfelds. Die Oberflächenladungsdichte σ_{z4} berechnet sich zu

$$\sigma_{z4} = \vec{n} \cdot \vec{D}_4(r, z=0) = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_4(r, z=0) = D_{4z}(r, z=0), \quad (95)$$

$$\sigma_{z4} = - \sum_{n=1,2,3,\dots} \varepsilon_3 \cdot k_4 \cdot (\tilde{A}_4 \cdot I_0(k_4 \cdot r) + \tilde{B}_4 \cdot K_0(k_4 \cdot r)). \quad (96)$$

Die Ladung auf der Stirnfläche des Stators Q_{z4} im Bereich des vierten Potentialfelds ergibt sich zu

$$Q_{z4} = \int_{r_{gu1}}^{r_{wu}} \int_0^{2\pi} \sigma_{z4} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dr, \quad (97)$$

$$\begin{aligned} Q_{z4} = & - \sum_{n=1,2,3,\dots} 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_3 \cdot k_4 \\ & \cdot \int_{r_w}^{r_{go}} r \cdot (\tilde{A}_4 \cdot I_0(k_4 \cdot r) + \tilde{B}_4 \cdot K_0(k_4 \cdot r)) \cdot dr. \end{aligned} \quad (98)$$

Die Lösung der in (94) und (98) verbleibenden Integrale erfolgt numerisch.

Die in Gl. (2) enthaltene partielle Statorladung des unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung vorliegenden Bereichs Q_{su} rechnet sich zu

$$Q_{su} = Q_{z3} + Q_{z4}. \quad (99)$$

4. Validierung des Modells

Die Validierung des Modells erfolgt separat für die beiden in Abb. 1 gekennzeichneten Bereiche. Für den Vergleich werden die in den beiden Gebieten vorliegenden Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazität mit Hilfe von FEM-Simulationen (ANSYS Maxwell) ermittelt. Für die Validierung des Bereichs oberhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung entspricht der Ladung auf dem Stator Q_s folglich der beeinflussten Ladung Q_{s0} . Für den Vergleich des Bereichs unterhalb des Wicklungskopfs entspricht die gesamte Ladung auf dem Stator der beeinflussten Ladung Q_{su} .

Die fünf untersuchten Maschinenvarianten für die Validierung des Bereichs oberhalb des Wicklungskopfs, welche sich hinsichtlich ihrer Geometrien und Materialeigenschaften unterscheiden, können der Tab. 1 entnommen werden. Der FEM-Modellaufbau entspricht dem in Abb. 2 dargestellten Feldgebiet.

Die simulierten Materialien sind Luft ($\varepsilon_r \approx 1$), Epoxidharz ($\varepsilon_r \approx 5$) und Polyimid ($\varepsilon_r \approx 3$). Die Tab. 2 enthält die analytisch berechneten und die numerisch bestimmten Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazitäten.

Die fünf untersuchten Maschinenvarianten für die Validierung des Bereichs unterhalb des Wicklungskopfs können der Tab. 3 entnommen werden. Der FEM-Modellaufbau entspricht dem in Abb. 6 dargestellten Feldgebiet.

Die Tab. 4 enthält die analytisch berechneten und die numerisch bestimmten Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazitäten.

Die Abweichungen der beiden Modelle zur Ermittlung der oberhalb und der unterhalb des Wicklungskopfs vorliegenden kapazitiven Kopplung liegen im einstelligen Prozentbereich. Die Fehler sind durch die nicht geschlossenen Lösungen der Feldgebiete und die in Abb. 3 bzw. in Abb. 7 enthaltenen, zur axialen Begrenzung verwendeten Dirichlet-Randbedingungen zu begründen. Auf Grund der Berücksichtigung der beeinflussten Ladungen im Bereich der Isolationen steigen mit zunehmender Isolationsdicke die Abweichung an.

Tab. 1. Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Modelle oberhalb des Wicklungskopfs

Variante	r_{wo} in mm	r_{go} in mm	r_s in mm	l_{iso} in mm	l_w in mm	ϵ_{r1}	ϵ_{r2}
1	91,33	91,64	109,1	10,0	37,83	5,2	3,3
2	92,08	92,39	100,0	10,0	42,33	1,0	3,3
3	87,08	87,39	91,0	8,0	20,0	1,0	3,3
4	55,08	55,26	64,3	4,0	18,0	1,0	3,3
5	129,33	129,68	147,6	13,0	20,0	5,2	3,0

Tab. 2. Vergleich der oberhalb des Wicklungskopfs analytisch berechneten Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazitäten mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$C_{ws,anal}$ in pF	$C_{ws,FEM}$ in pF	Abweichung in %
1	111,40	113,75	-2,07
2	47,26	44,05	+7,29
3	41,52	37,94	+9,44
4	18,65	17,23	+8,24
5	107,26	113,85	-5,79

Tab. 3. Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Modelle unterhalb des Wicklungskopfs

Variante	r_w in mm	r_{gu1} in mm	r_{gu2} in mm	r_r in mm	l_{iso} in mm	ϵ_{r3}	ϵ_{r4}	ϵ_{r5}
1	94,0	93,5	90,8	89,8	4,0	3,3	5,2	1,0
2	80,0	79,6	77,2	76,1	7,0	3,1	5,2	1,0
3	72,0	71,7	67,5	66,4	5,0	3,1	5,2	1,0
4	69,0	68,7	65,8	65,0	8,0	3,3	5,2	1,0
5	69,0	68,7	65,8	65,0	8,0	5,2	5,2	1,0

Tab. 4. Vergleich der unterhalb des Wicklungskopfs analytisch berechneten Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazitäten mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$C_{ws,anal}$ in pF	$C_{ws,FEM}$ in pF	Abweichung in %
1	38,29	35,96	+6,48
2	31,76	32,14	-1,18
3	35,58	36,71	-3,08
4	31,93	32,63	-2,15
5	38,96	38,81	+0,39

Die Ladungen auf den Stirnflächen des Blechpakets des Stators werden folglich überschätzt. Die Kapazitätswerte in Tab. 4 verdeutlichen, dass für die Ermittlung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität die unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung vorliegende kapazitive Kopplung nicht vernachlässigbar ist.

5. Schlussfolgerungen und Ausblick

Diese Arbeit präsentiert eine einfache und zeiteffiziente analytische Berechnung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität. Die berücksichtigte kapazitive Kopplung zwischen dem Wicklungskopf der Ständerwicklung und dem Stator setzt sich aus den Bereichen unterhalb und oberhalb des Wicklungskopfs zusammen. Das betrachtete, obere Feldgebiet erstreckt sich in axialer Richtung über die Ausladung des Wicklungskopfs, der unterhalb des Wicklungskopfs betrachtete Bereich erstreckt sich über die Ausladung der Isolierung. Die Bestimmung der Kapazität basiert auf der Separationsmethode zur Lösung der Laplace-Gleichung in einem ein- und in zwei zweidimensionalen Gebieten. Der modellierte Stirnraum besteht aus fünf Medien mit unterschiedlichen Permittivitäten. Mit

Hilfe des vorgestellten Modells kann die Auswirkung von unterschiedlichen Geometrien und Materialien auf den Stirnraumanteil der Wicklung-Stator-Kapazität bestimmt werden.

Funding Note Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

Hinweis des Verlags Der Verlag bleibt in Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutsadressen neutral.

Open Access Dieser Artikel wird unter der Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz veröffentlicht, welche die Nutzung, Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und Wiedergabe in jeglichem Medium und Format erlaubt, sofern Sie den/die ursprünglichen Autor(en) und die Quelle ordnungsgemäß nennen, einen Link zur Creative Commons Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden. Die in diesem Artikel enthaltenen Bilder und sonstiges Drittmaterial unterliegen ebenfalls der genannten Creative Commons Lizenz, sofern sich aus der Abbildungslegende nichts anderes ergibt. Sofern das betreffende Material nicht unter der genannten Creative Commons Lizenz steht und die betreffende Handlung nicht nach

gesetzlichen Vorschriften erlaubt ist, ist für die oben aufgeführten Weiterverwendungen des Materials die Einwilligung des jeweiligen Rechteinhabers einzuholen. Weitere Details zur Lizenz entnehmen Sie bitte der Lizenzinformation auf <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>.

Literatur

1. Tischmacher, H. (2017): Systemanalysen zur elektrischen Belastung von Wälzlagern bei umrichter gespeisten Elektromotoren. Dissertation, Leibniz Universität Hannover.
2. Vostrov, K., Pyrhönen, J., Ahola, J. (2019): The role of end-winding in building up parasitic capacitances in induction motors. In 2019 IEEE international electric machines & drives conference (IEMDC), USA (S. 154–159).
3. Mütze, A. (2004): Bearing currents in inverter fed AC-motors. Dissertation, TU Darmstadt.
4. Ma, X., Liu, R., Zheng, B., Zhang, Y. (2012): Analysis and calculation of capacitance parameters in induction machines to predict shaft voltage. In 15th international conference on electrical machines and systems (ICEMS), Sapporo (S. 1–5).

Autoren



Jan Ole Stockbrügger

studierte Elektro- und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover, Deutschland, und erhielt im März 2018 den Master of Science. Im Anschluss an sein Studium ist er als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Antriebssysteme und Leistungselektronik der Leibniz Universität Hannover angestellt worden. Seine Forschungsschwerpunkte liegen im Bereich der Hochfrequenzeffekte von elektrischen Maschinen

5. Schuster, M., Springer, J., Binder, A. (2018): Comparison of a 1.1 kW-induction machine and a 1.5 kW-PMSM regarding common-mode bearing currents. In International symposium on power electronics, electrical drives, automation and motion (SPEEDAM), Amalfi (S. 1–6).
6. Vukotić, M., Miljavec, D., Vončina, D. (2016): Calculation and measurement of the capacitance between stator frame and slot conductors and its influence on common-mode current. In International conference on compatibility (S. 260–264). Bydgoszcz: Power Electronics and Power Engineering.
7. Magdun, O., Binder, A. (2012): The high-frequency induction machine parameters and their influence on the common mode stator ground current. In International conference on electrical machines, Marseille (S. 505–511).
8. Küpfmüller, K., Mathis, W., Reibiger, A. (2013): Theoretische Elektrotechnik Eine Einführung. 19. aktualisierte Aufl. Berlin Heidelberg: Springer.
9. Lehner, G. (2009): Elektromagnetische Feldtheorie. 6. Aufl. Berlin Heidelberg: Springer.



Bernd Ponick

schloss sein Studium der Elektrotechnik an der Universität Hannover, Deutschland, ab. Anschließend war er als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Elektrische Maschinen und Antriebe tätig und wurde dort 1994 promoviert. In den folgenden Jahren arbeitete er als Entwicklungsingenieur, Berechnungsleiter und schließlich als Technischer Leiter im Berliner Dynamowerk der Siemens AG. 2003 folgte er einem Ruf auf den Lehrstuhl für Antriebssysteme der Leibniz Universität Hannover und ist seitdem einer der beiden Leiter des dortigen Instituts für Antriebssysteme und Leistungselektronik. Von 2007 bis 2016 war er als Chairman von IEC TC2 für die internationale Normung auf dem Gebiet der rotierenden elektrischen Maschinen verantwortlich.