

Aeroelastische Auswirkungen der Schaufel-Rotor-Interaktion in einem 1 1/2-stufigen Axialverdichter

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
Dr.-Ing.
genehmigte Dissertation

von

Niklas Maroldt, M. Sc.

2023

Englischer Titel: Aeroelastic Influence of Blade-Rotor-Interaction in a 1 1/2-stage Axial Compressor

Schlagworte: Turbomaschinen, Aeroelastik, Strukturdynamik

Keywords: Turbomachinery, Aeroelasticity, Structural Dynamics

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Wallaschek

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume

2. Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Ronald Mailach

Tag der Promotion: 01.09.2023

Zusammenfassung

Im Rahmen des Auslegungsprozesses von Turbomaschinen können aerodynamisch optimale Designs oftmals nicht realisiert werden, da in der aeroelastischen Auslegung die strukturelle Integrität nicht gewährleistet ist. Problematisch sind dabei hohe Schwingungsamplituden, die beispielsweise durch selbsterregte Schwingungen (Flattern) oder zwangserregte Schwingungen (Forced Response) auftreten. Eine wichtige Einflussgröße bei der Vorhersage dieser Phänomene ist die Dämpfung. Allgemein wird angenommen, dass diese beim Fehlen von Reibkontakten normalerweise hauptsächlich aus der aerodynamischen Dämpfung besteht. In dieser Arbeit soll der Einfluss von zusätzlicher Dämpfung durch die Rotorlagerung auf die Gesamtdämpfung und auf das Schwingungsverhalten bei Forced Response untersucht werden. Dieser Einfluss kommt bei der Kopplung der Schaufelschwingungen in den Knotendurchmesser 1 und -1 mit den Rotor-schwingungen zum Tragen, da die Dämpfung aus einer strukturdynamischen Interaktion dieser beiden Komponenten resultiert. Zu diesem Zweck wird eine Simulationskette aufgebaut, die die physikalischen Effekte im Betrieb bestmöglich abbildet. Die Simulationskette basiert im Wesentlichen auf einem strukturdynamischen Vollmodell des Blik-Rotor-Verbundes und einem instationären CFD-Modell unter Nutzung der Harmonic Balance Methode zur Berücksichtigung der aeroelastischen Effekte. Zusätzlich erfolgt auf Basis einer experimentellen Modalanalyse im Stillstand eine Identifikation der Verstimmungsparameter der Beschau felung. Alle Ergebnisse fließen in ein strukturdynamisches Modell reduzierter Ordnung ein, das das Schwingungsverhalten der Beschau felung berechnet. Die numerischen Ergebnisse werden mit Messdaten verglichen. Dies umfasst insbesondere im Betrieb bestimmte Dämpfungen unter Nutzung eines akustischen Anregungssystems und gemessene Frequenzgänge bei Forced Response. Die numerischen Ergebnisse zeigen dabei im Rahmen der experimentellen Unsicherheiten eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen, sowohl in Bezug auf die Dämpfungen als auch die ver-stimmten Frequenzgänge. Die Schaufel-Rotor-Interaktion hat dabei signifikante Einflüsse auf einige Eigenfrequenzen und Dämpfungen. Die modale Dämpfung erhöht sich durch die Berücksichtigung der Interaktion um bis zu das Fünfzehnfache, was bei den mittleren ver-stimmten Schaufelamplituden zu einer Reduktion um den Faktor neun führt. Durch die Berücksichtigung der Schaufel-Rotor-Interaktion in der Auslegung können somit höhere Sicherheitsfaktoren in der Festigkeitsbetrachtung resultieren, so dass die Potentiale in der aerodynamischen Auslegung besser genutzt werden können.

Abstract

During the design process of turbomachinery, it is often not possible to realize aerodynamically optimal designs due to aeroelastic constraints. The design choices are limited by possible structural failure, which can be caused by high vibration amplitudes, e.g. due to self-excited vibrations (flutter) or forced vibrations (forced response). In particular, the modal damping has an important impact on these phenomena. In the absence of frictional contacts, damping is mainly created by aerodynamics. In this work, the influence of additional damping due to the rotor bearing on the total damping and on the vibrational behavior in forced response will be investigated. This influence becomes relevant when blade vibrations in nodal diameters 1 and -1 couple with the rotor vibrations. This is caused by a structural dynamic interaction of these two components. For this purpose, a simulation process is set up to best represent the physical effects during operation. The simulation process is essentially based on a full structural dynamic model of the blisk-rotor assembly and an unsteady CFD model using the harmonic balance method to account for the aeroelastic effects. In addition, a mistuning identification of the blading is performed based on an experimental modal analysis at standstill. All results are incorporated into a structural dynamic reduced order model that calculates the vibrational behavior of the blading. The numerical results are compared with measurement data. In particular, this includes damping determined in operation using an acoustic excitation system and measured frequency responses due to forced response. The numerical results show very good agreement with the experimental results within the measurement uncertainty, both with respect to the damping and the mistuned frequency responses. Furthermore, the blade-rotor interaction results in significant changes of the eigenfrequencies and damping. As a consequence, damping increases by up to fifteen times when taking the interaction into account. This leads to an amplitude reduction by a factor of nine for the mistuned blade responses. Consequently, higher structural safety factors can be achieved in the design process by taking the blade-rotor interaction into account, so that potentials in the aerodynamic design can be better exploited.

Danksagung

„Das war ein wilder Ritt.“

Ich danke allen, die mich auf diesem Weg begleitet und unterstützt haben.

Danke an Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume für die gute Betreuung und das Herausfordern meines Ehrgeizes während meiner gesamten Zeit am TFD, in der ich nicht nur wissenschaftlich sehr viel gelernt habe. Auch Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Ronald Mailach möchte ich für die Übernahme des Korreferats und das aufmerksame Lesen der Arbeit danken. Ein weiterer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Wallaschek, der den Vorsitz des Promotionsverfahrens übernommen hat. Zusätzlich haben auch Mitarbeiter und Messtechnik seines Instituts einen wertvollen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet.

Diese Arbeit ist zum großen Teil auf Basis von Messdaten entstanden, die im Rahmen des Teilprojektes C6 des Sonderforschungsbereichs 871 „Regeneration komplexer Investitionsgüter“ generiert wurden. Deshalb möchte ich mich auch bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung bedanken.

Weiter möchte ich mich bei all meinen Kollegen am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik bedanken. Der Zusammenhalt und die gute Laune haben es mir jeden Morgen leicht gemacht, zur Arbeit zu kommen. Manche sagen sogar, ich hätte mich gelegentlich gefreut. Danke an Chimpy, Fefi, alle Henkes, Jan Gobling, Jason D., Kurthi, Küsti, Mense, Oma Amer, Passi, Schmandi, Stani und alle anderen.

Über die vielen Jahre sind noch unzählige weitere Überlegungen und Hinweise von unterschiedlichsten Personen in diese Arbeit eingeflossen, von denen diese Personen selber vielleicht gar nicht mehr wissen. Deshalb möchte ich auch noch ein großes Dankeschön an Felix Fischer, Lennart Stania, Lars Panning-von Scheidt, Frank Wilkening, Florian Herbst und viele weitere Personen aussprechen.

Ganz konkret möchte ich mich noch bei Mona Amer für die fachliche und seelische Unterstützung (und noch so viel mehr) während der gesamten Zeit bedanken. Dein Einsatz am Verdichter, unsere zahlreichen Diskussionen, deine Rechtschreib- und Grammatikkenntnisse und deine aufbauenden Worte haben die Qualität dieser Arbeit und mein Wohlbefinden während dieser Zeit deutlich verbessert. Für alles, was ich dir einfach nachmachen durfte und alles andere „Dämliche“, das so passiert ist, danke, Jan Gößling. Dazu möchte ich für viele fachlichen Diskussionen

und das Korrekturlesen ebenfalls Jan Gößling sowie Lukas Schwerdt danken. Ein weiteren bedeutenden Beitrag zu dieser Arbeit hat Igor Mamryuk beigetragen. Danke für deinen Einsatz beim Einrüsten und Durchführen der Versuche sowie deine schnellen und pragmatischen Lösungsansätze. Zudem hat auch Florian Jäger vom Institut für Dynamik und Schwingungen viel Zeit aufgewendet, um die Modalanalyse an dem Rotor durchzuführen, wofür ich herzlichst danken möchte.

Abschließend möchte ich meinen Freunden außerhalb des TFDs und meiner Familie danken. Viele wussten vielleicht lange gar nicht genau, was ich genau mache und haben mich trotzdem bestärkt und mir meinen Freiraum gegeben, auch dann, wenn ich abends mal wieder sehr spät nach Hause kam. Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern Karla und Jörg, die mir meine gesamte akademische Laufbahn ermöglicht haben und mich stets in allem unterstützt haben.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Forschungshypothese	3
1.3	Gliederung der Arbeit	3
2	Grundlagen	5
2.1	Strukturdynamik	5
2.1.1	Einfreiheitsgradsysteme	5
2.1.2	Mehrfreiheitsgradsysteme	9
2.1.3	Dämpfungsbestimmung	11
2.1.4	Rotordynamik	13
2.2	Strömungsmechanische Erhaltungsgleichungen	17
2.3	Turbomaschinen-Aeroelastik	18
2.3.1	Zyklische Mehrfreiheitsgradsysteme	18
2.3.2	Aerodynamische Kopplung	20
2.3.3	Nicht-synchrone Schwingungen	21
2.3.4	Synchrone Schwingungen	24
2.3.5	Verstimmung (Mistuning)	26
2.3.6	Numerische Modellierungsansätze	28
3	Einordnung in den Stand der Forschung	35
3.1	Erzwungene Schwingungen in Turbomaschinen	35
3.2	Schaufel-Rotor-Interaktion in Turbomaschinen	38
3.3	Experimentelle Dämpfungsbestimmung in Turbomaschinen	40
3.4	Zielsetzung und Vorgehensweise	42
4	Versuchsträger	45
4.1	1 ^{1/2} -stufiger Axialverdichter	45
4.2	Instrumentierung für aerodynamische Messungen	48
4.3	Instrumentierung für aeroelastische Messungen	49
4.4	Durchführung der aeroelastischen Messungen	51
4.4.1	Forced Response	51
4.4.2	Dämpfungsbestimmung	52
5	Modellierung	55
5.1	Mistuning-Identifikation	57
5.1.1	Experimentelle Modalanalyse (RoboVib)	57

5.1.2	Fundamental Mistuning Model based Identification (FMM ID)	59
5.2	FEM-Modelle	59
5.2.1	Blisk + Rotor im Betrieb	60
5.2.2	Blisk + Rotor im Stillstand	62
5.2.3	Blisk zyklisch im Betrieb	63
5.3	CFD-Modelle	64
5.3.1	Stationäres Modell	64
5.3.2	Instationäre Modelle	65
5.3.3	Netzkonvergenzstudie	67
5.4	Modell reduzierter Ordnung (ROM)	68
6	Betriebspunkte	71
6.1	Sinusförmige IGV-Anstellung	71
6.2	Untersuchte Betriebspunkte	72
7	Verdichterblisk	75
7.1	Aerodynamik	75
7.1.1	Kennfeld	75
7.1.2	Strömungsfeld	76
7.1.3	Quantifizierung des Sondeneinflusses	78
7.2	Eigenmoden	82
8	Blisk-Rotor-Verbund	85
8.1	Eigenmoden	85
8.1.1	Blisk-dominierte Moden im Stillstand	85
8.1.2	Rotor-dominierte Moden im Stillstand	91
8.1.3	Eigenfrequenzen im Betrieb	94
8.2	Modale Dämpfungen im Betrieb	95
8.2.1	Korrektur der experimentellen Ergebnisse um den Verstimmungseinfluss	95
8.2.2	Modenfamilie 1	97
8.2.3	Modenfamilie 2	102
8.2.4	Modenfamilie 3	104
8.3	Forced Response	107
8.3.1	Modenfamilie 3 - EO18 (IGV Sinus18 S0)	107
8.3.2	Modenfamilie 3 - EO23 (IGV15 S0)	109
8.3.3	Modenfamilie 2 - EO23 (IGV20 S0)	111
8.3.4	Gemittelte Schaufelamplituden	115
9	Schlussfolgerungen und Ausblick	117
9.1	Erkenntnisse	118
9.2	Bewertung der Forschungshypothese und Potenziale	120
9.3	Ausblick	120
A	Sektorverstimmung der Modenfamilie 2	133
B	Frequenzgänge bei Forced Response	135
B.1	Modenfamilie 3	135
B.2	Modenfamilie 2	141

Abbildungsverzeichnis

2.1	Gedämpfter Einmassenschwinger	6
2.2	Frequenzantwort eines Einfreiheitsgradsystems bei harmonischer Anregung in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads. Links: Vergrößerungsfunktion V ; Rechts: Phasenwinkel φ	8
2.3	Links: Schwingungsantwort bei quasi-stationärer ($\kappa = 0$) und transienter Resonanzdurchfahrt ($\kappa = 50$) bei konstantem Frequenzgradienten \dot{f} (Prinzipskizze); Rechts: Spektrogramm der transienten Schwingungsantwort $x(t)$ (Prinzipskizze)	9
2.4	Links: An beiden Wellenenden gelagerter Lavalläufer; Rechts: Verlagerung der Welle und des Schwerpunktes des elastischen Lavalläufers bei Unwucht und Rotation	13
2.5	Freie Wellenschwingung für den ungedämpften und gedämpften Fall bei $\hat{r}_1 = 1, \hat{r}_2 = 0,5e^{i\pi/2}$ und $\delta = 0$ bzw. $\delta = 0,1$ (Prinzipskizze)	15
2.6	Vereinfachte Darstellung eines zyklischen Systems, in Anlehnung an Olson et al. (2014)	18
2.7	Doppelt auftretende reellwertige Moden mit Knotendurchmesser $ND = 2$ und stehendem Verschiebungsmuster (Prinzipskizze)	19
2.8	Einfluss der aerodynamischen Kopplung auf Eigenfrequenzen und modale Dämpfung (mechanische und aerodynamische Dämpfung) einer Blisk mit 24 Schaufeln (Prinzipskizze)	21
2.9	Dämpfungskurve der ersten Modenfamilie eines Rotor mit 24 Schaufeln (Prinzipskizze)	23
2.10	Darstellung des Totaldruckverlaufs im Nachlauf eines von insgesamt 23 Statoren einer Passage und dessen Rekonstruktion aus drei Harmonischen (Prinzipskizze)	25
2.11	Links: Zusammenhang zwischen Erregerordnung EO und angeregtem Knotendurchmesser ND bei einem Rotor mit 24 Schaufeln (Prinzipskizze); Rechts: Campbell-Diagramm (Prinzipskizze)	26
2.12	Einfluss der Verstimmung (Prinzipskizze). Links: Schaufelantworten; Rechts: Einfluss auf Dämpfung und Frequenzen der Systemmoden	27
2.13	Energiegleichgewicht aus Anregungs- und Dämpfungsarbeit (Prinzipskizze), nach Moffatt und He (2003)	32
4.1	Numerisch bestimmtes Kennfeld für 80 %, 90 % und 100 % reduzierte Nenndrehzahl für 0° (IGV0 S0) und -10° (IGV0 S-10) Statoranstellwinkel.	46
4.2	Links: Der untersuchte $1\frac{1}{2}$ -stufige Axialverdichter; Rechts: Blendreparatur bei 80 % Schaufelhöhe	47
4.3	Der $1\frac{1}{2}$ -stufige Verdichter und die genutzten Messebenen	47
4.4	Das akustische Anregungssystem am $1\frac{1}{2}$ -stufigen Axialverdichter	50

5.1	Simulationskette zur Berechnung der Schwingungsantwort des 1 ^{1/2} -stufigen Axialverdichters	56
5.2	Versuchsaufbau für die experimentelle Modalanalyse am RoboVib	57
5.3	Messpunkte am RoboVib und die Geometrie des zugehörigen FEM-Modells.	58
5.4	Randbedingungen für das FEM Modell Blisk + Rotor	60
5.5	Ergebnis der Netzkonvergenzstudie für das Blisk-Modell und das Rotor-Modell	62
5.6	Randbedingungen für das FEM Modell Blisk zyklisch	63
5.7	Ergebnis der Netzkonvergenzstudie für das zyklische strukturdynamische Modell	64
5.8	Berechnete Umfangsmoden in der Harmonic Balance Simulation. Oben: Aerodynamische Anregung. Unten: Aerodynamische Dämpfung	66
5.9	Ergebnisse der Netzkonvergenzstudie für 0° IGV-Anstellwinkel (IGV0 S0) bei der Resonanzstelle der Modenfamilie 3 mit EO23	67
6.1	Anstellwinkel der IGV-Schaufeln für die Konfiguration IGV Sinus18	72
7.1	Experimentell und numerisch bestimmtes Kennfeld für 80 %, 90 % und 100 % reduzierte Nenndrehzahl für 0° (IGV0 S0) und -10° (IGV0 S-10) Statoranstellwinkel.	76
7.2	Vergleich zwischen stationärer CFD und Experiment in ME01 für IGV0 S0 bei M3 @ EO23 (BP3). Links: Totaldruckverlauf im Nachlauf bei konstanter relativer Kanalhöhe h_{rel} ; Rechts: Totaldruckamplitude der Umfangsmode 23 über die relative Kanalhöhe h_{rel}	77
7.3	Vergleich zwischen stationärer CFD und Experiment in ME01 für IGV20 S0 bei M3 @ EO23 (BP4). Links: Totaldruckverlauf im Nachlauf bei konstanter relativer Kanalhöhe h_{rel} ; Rechts: Totaldruckamplitude der Umfangsmode 23 über die relative Kanalhöhe h_{rel}	78
7.4	Vergleich zwischen stationärer CFD und Experiment in ME01 für IGV0 S-10 bei $n_{red} = 16\,245\text{ min}^{-1}$ (BP13). Links: Totaldruckverlauf im Nachlauf bei konstanter relativer Kanalhöhe h_{rel} ; Rechts: Totaldruckamplitude der Umfangsmode 23 über die relative Kanalhöhe h_{rel}	79
7.5	Numerisches Setup für die numerische Sondenmessung bei IGV0 S0	80
7.6	Links: Vergleich des normierten Totaldrucks im Nachlauf für IGV0 S0 bei M3 @ EO23 (BP3), berechnet durch CFX und TRACE für das strukturierte Netz und durch CFX für das unstrukturierte Netz; Rechts: Ergebnisse der numerischen Sondenmessung im Vergleich mit den numerischen Ergebnissen ohne Sonde und dem Experiment bei einer relativen Kanalhöhe von $h_{rel} = 77\%$	81
7.7	Links: Vergleich des normierten Totaldrucks im Nachlauf für IGV20 S0 bei M3 @ EO23 (BP4), berechnet durch CFX und TRACE für das strukturierte Netz und durch CFX für das unstrukturierte Netz; Rechts: Ergebnisse der numerischen Sondenmessung im Vergleich mit den numerischen Ergebnissen ohne Sonde und dem Experiment bei einer relativen Kanalhöhe von $h_{rel} = 77\%$	82
7.8	Campbell-Diagramm der Verdichterblisk und die relevanten Modenformen von Modenfamilie 1 bis 5 für Knotendurchmesser 12 bei Nenndrehzahl.	83
7.9	Links: Einfluss des Knotendurchmessers auf die Modenform bei Nenndrehzahl, MAC zwischen der Modenform eines Knotendurchmessers und der Modenform des jeweils 12. Knotendurchmessers der Modenfamilie; Rechts: Einfluss der Drehzahl auf die Modenform, MAC zwischen den Moden bei $5\,850\text{ min}^{-1}$ und $17\,100\text{ min}^{-1}$	84

8.1	Links: Zusammensetzung der 23 am RoboVib gemessenen Moden der Modenfamilie 3 aus den Knotendurchmessern; Rechts: Vergleich der Eigenfrequenzen von RoboVib (Exp.), FMM und FEM.	86
8.2	Links: Zusammensetzung der 24 am RoboVib gemessenen Moden der Modenfamilie 1 aus den Knotendurchmessern; Rechts: Vergleich der Eigenfrequenzen von RoboVib (Exp.), FMM und FEM	88
8.3	Links: Zusammensetzung der 22 am RoboVib gemessenen Moden der Modenfamilie 2 aus den Knotendurchmessern; Rechts: Vergleich der Eigenfrequenzen von RoboVib (Exp.), FMM und FEM	88
8.4	Vergleich der Modenform von M2 ND1 aus Experiment (RoboVib) und Numerik (FEM Blisk + Rotor).	89
8.5	Frequenzverstimmung der Blisksektoren für die Modenfamilie 3, bestimmt mit dem <i>FMM ID</i>	90
8.6	Frequenzverstimmung der Blisksektoren für die Modenfamilie 1, bestimmt mit dem <i>FMM ID</i>	91
8.7	Vergleich der Modenform der 2. Biegung aus Experiment (RoboVib) und Numerik (FEM Blisk + Rotor)	92
8.8	Vergleich der Modenform der 3. Biegung aus Experiment (RoboVib) und Numerik (FEM Blisk + Rotor)	93
8.9	Erweitertes Campbell-Diagramm im rotierenden Bezugssystem des Rotor-Blisk-Verbunds für $ND = \pm 1$	94
8.10	Numerisch und experimentell (akustische Anregung) ermittelter Frequenzgang bei akustischer Anregung von M3 ND8 bei IGV0 S0 und 7500 min^{-1} (BP10)	96
8.11	Vergleich der modalen Dämpfung zwischen Experiment und Numerik: Mode 1 bei IGV0 S-10 und 14751 min^{-1} (BP15)	98
8.12	Vergleich der modalen Dämpfung zwischen Experiment und Numerik: Mode 1 bei IGV0 S-10 und 15660 min^{-1} (BP16)	98
8.13	Vergleich der modalen Dämpfung zwischen Experiment und Numerik: Mode 1 bei IGV0 S-10 und 16625 min^{-1} (BP17)	99
8.14	Vergleich der modalen Dämpfung zwischen Experiment und Numerik: Mode 1 bei IGV0 S-10 und 17350 min^{-1} (BP18)	99
8.15	Modale Dämpfung und Eigenfrequenzen der Bliskmode M1 ND1 und der benachbarten Rotormoden im rotierenden Bezugssystem in Abhängigkeit von der Drehzahl	100
8.16	Modenform von M1 ND1 bei 15660 min^{-1} und 7500 min^{-1}	101
8.17	Modale Dämpfung und Eigenfrequenzen der Bliskmode M1 ND-1 und der benachbarten Rotormoden im rotierenden Bezugssystem in Abhängigkeit von der Drehzahl	102
8.18	Modalen Dämpfung aus der Numerik: Mode 2 bei IGV20 S0 und 5854 min^{-1} (M2 @ EO23, BP1)	103
8.19	Modenform von M2 ND1 und ND-1 bei 5859 min^{-1} (M2 @ EO23, BP1)	104
8.20	Vergleich der modalen Dämpfung zwischen Experiment und Numerik: Mode 3 bei IGV0 S0 und 7500 min^{-1} (BP10)	105
8.21	Modale Dämpfung und Eigenfrequenzen der Bliskmode M3 ND1 und der benachbarten Rotormoden im rotierenden Bezugssystem in Abhängigkeit von der Drehzahl	105

8.22	Modale Dämpfung und Eigenfrequenzen der Bliskmode M3 ND-1 und der benachbarten Rotormoden im rotierenden Bezugssystem in Abhängigkeit von der Drehzahl	106
8.23	Modenform von M3 ND1 und ND-1 bei $11\,000\text{ min}^{-1}$ (BP12)	107
8.24	Experimentell und numerisch bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV Sinus18 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M3 @ EO18 (BP11)	108
8.25	Experimentell und numerisch bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV15 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M3 @ EO23 (BP8)	110
8.26	Experimentell und numerisch bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für M2 - IGV20 auf Basis des FEM-Modells Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M2 @ EO23 (BP1)	112
8.27	Frequenzänderungsrate der Anregungsfrequenz aus dem Drehzahlsignal im Experiment bei M2 @ EO23 (BP1)	113
8.28	Experimentell und numerisch bestimmte transiente Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für M2 - IGV20 auf Basis des FEM-Modells Blisk + Rotor bei M2 @ EO23 (BP1)	114
8.29	Experimentell und numerisch bestimmte transiente Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für M2 - IGV20 auf Basis des FEM-Modells Blisk zykl. bei M2 @ EO23 (BP1)	115
8.30	Gemittelte (maximale) Schaufelamplituden aus Experiment und ROM für die Resonanzstelle M3 @ EO18 (BP11), M3 @ EO23 (BP5 - BP9) und M2 @ EO23 (BP1) bei verschiedenen IGV-Winkeln und S0	116
A.1	Frequenzverstimmung der Blisksektoren für die Modenfamilie 3, bestimmt mit dem <i>FMM ID</i>	133
B.1	Experimentell und numerisch bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV Sinus18 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M3 @ EO18 (BP11)	135
B.2	Experimentell und numerisch bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV0 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M3 @ EO23 (BP5)	136
B.3	Experimentell und numerisch bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV5 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M3 @ EO23 (BP6)	137
B.4	Experimentell und numerisch bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV10 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M3 @ EO23 (BP7)	138
B.5	Experimentell und numerisch bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV15 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M3 @ EO23 (BP8)	139
B.6	Experimentell und numerisch bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV20 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M3 @ EO23 (BP9)	140

B.7	Experimentell und numerisch bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für M2 - IGV20 auf Basis des FEM-Modells Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M2 @ EO23 (BP1)	141
B.8	Experimentell und numerisch bestimmte transiente Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für M2 - IGV20 auf Basis des FEM-Modells Blisk + Rotor und Blisk zykl. bei M2 @ EO23 (BP1)	142

Tabellenverzeichnis

2.1	Verschiedene Dämpfungsdefinitionen und ihre Umrechnungsvorschriften	6
4.1	Eigenschaften der Laufreihe (Keller 2021)	46
4.2	Genutzte Messposition der Tip Timing Sonden für die jeweiligen Modenfamilien	50
4.3	Maximale Frequenz- und Drehzahlgradienten für die Tip Timing Messungen unter der Annahme von quasi-stationären Bedingungen	52
5.1	Gewähltes Material für die einzelnen Komponenten in den FEM-Berechnungen .	60
5.2	Ursprung und Beschreibung der Eingangsgrößen des ROMs <i>Blisk + Rotor</i> und <i>Blisk zykl.</i>	69
6.1	Übersicht über die untersuchten Betriebspunkte	74
8.1	Vergleich der Eigenfrequenzen und Moden (MAC) von Rotormoden aus Experiment (RoboVib) und Numerik	92

Abkürzungen und Formelzeichen

Im Folgenden sind die verwendeten Abkürzungen, Formelzeichen und Indizes erläutert. Weitere seltener verwendete Formelzeichen und Indizes werden im Text direkt vor oder nach der entsprechenden Gleichung definiert.

Abkürzungen

Abkürzung	Beschreibung
AA	Aerodynamische Anregungsberechnung
AD	Aerodynamische Dämpfungsberechnung
BP	Betriebspunkt
BTW	backwards traveling wave
CFD	Computational Fluid Dynamics
FEM	Finite-Elemente-Methode
FMM	Fundamental Mistuning Model
FTW	forward traveling wave
IGV	Inlet Guide Vanes
LE	Leading Edge, Vorderkante
LSMF	Least Squares Model Fitting
M	Modenfamilie
ROM	Reduced Order Model, Modell reduzierter Ordnung
S	Stator
TE	Trailing Edge, Hinterkante

Lateinische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Beschreibung	
A	-	modaler Skalierungsfaktor	Gl. (2.74)
$\tilde{\mathbf{A}}$	$1/s^2$	Verstimmungsmatrix	Gl. (2.87)
\mathbf{D}	kg/s	Dämpfungsmatrix	Gl. (2.13)
D	-	Dämpfungsgrad	Tab. 2.1
d	kg/s	Dämpfungskoeffizient	Gl. (2.1)
EO	-	Erregerordnung	Gl. (2.57)
f	rad/s	Frequenz	Gl. (2.2)
F, f	N	Kraft	Gl. (2.1)
GCI	-	Grid Convergence Index	-
h	-	Harmonische	Gl. (2.57)
h_{rel}	-	relative Kanalhöhe	-
\mathbf{K}	kg/s ²	Steifigkeitsmatrix	Gl. (2.13)
k	kg/s ²	Steifigkeit	Gl. (2.1)
\mathbf{M}	kg	Massenmatrix	Gl. (2.13)
m	-	Umfangsmode	-
m	kg	Masse	Gl. (2.1)
MAC	-	Modal Assurance Criterion	Gl. (2.24)
\dot{m}	kg/s	Massenstrom	Gl. (4.1)
N	-	Anzahl der Schaufeln	Gl. (2.51)
n	min ⁻¹	Drehzahl	Gl. (4.2)
ND	-	Knotendurchmesser	Gl. (2.51)
p	Pa	Druck	Gl. (2.70)
q	-	generalisierte Koordinaten	Gl. (2.20)
r	m	Radius	-
T	-	Temperatur	Gl. (4.1)
t	s	Zeit	Gl. (2.1)
V	-	Vergrößerungsfunktion	Gl. (2.9)
v	m/s	Geschwindigkeit	Gl. (2.47)
W	Nm	aerodynamische Arbeit	Gl. (2.72)

ABKÜRZUNGEN UND FORMELZEICHEN

x	m	Verschiebung	Gl. (2.1)
x_0	m	Ruhelage	Gl. (2.5)
x_h	m	homogene Lösung	Gl. (2.5)
x_p	m	partikuläre Lösung	Gl. (2.8)
x, y, z	m	kartesische Koordinaten	-

Griechische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Beschreibung	
Δ	-	Änderung	-
δ	1/s	Abklingkoeffizient	Tab. 2.1
$\Delta\omega$	-	relative Sektorverstimmung	Gl. (2.85)
$\Delta\Box$	-	Verstimmung der Systemmatrix	Gl. (2.60)
η	-	Frequenzverhältnis	Gl. (2.9)
κ	-	reduzierter Frequenzgradient	Gl. (2.11)
Λ	-	Logarithmisches Dekrement	Tab. 2.1
λ	°	Staffelungswinkel	Gl. (6.1)
λ	1/s	Eigenwert	Gl. (2.4)
Ω	rad/s	Anregungskreisfrequenz	Gl. (2.6)
ω	rad/s	Kreisfrequenz	Gl. (2.2)
ω_d	rad/s	gedämpfte Eigenkreisfrequenz	Gl. (2.3)
Ω_r	rad/2	Drehzahl	Gl. (2.57)
φ	rad	Phasenwinkel	Gl. (2.5)
Π_{tt}	-	Totaldruckverhältnis	Gl. (4.3)
ρ	kg/m ³	Dichte	Gl. (2.47)
σ	°	Interblade Phase Angle	Gl. (2.52)
τ	s	Zeit	Gl. (2.12)
Θ	°	Umfangswinkel	-

Tiefgestellte Indizes

Index	Beschreibung
0	Eigen-
<i>aero</i>	aerodynamische Einflussgröße

ABKÜRZUNGEN UND FORMELZEICHEN

<i>aus</i>	Austritts-
<i>ein</i>	Eintritts-
<i>red</i>	reduziert
<i>ref</i>	Referenz
<i>rot</i>	rotierendes Bezugssystem
<i>stat</i>	stationäres Bezugssystem
<i>max</i>	Maximum
<i>min</i>	Minimum
<i>tot</i>	Total-
<i>VPF</i>	Vane Passing Frequency, Blattwechselfrequenz

Notation

Symbol	Einheit	Beschreibung	
A	-	Matrix	-
diag (□)	-	Diagonalmatrix	Gl. (2.21)
\mathcal{F} (□)	-	Fourier-Transformation	Gl. (2.66)
Im{□}	-	Imaginärteil	-
Re{□}	-	Realteil	-
□°	-	nominell/unverstimmt	-
$\dot{\square}$	-	zeitliche Ableitung	Gl. (2.11)
□ ^H	-	hermetisch transponiert	Gl. (2.18)
$\hat{\square}$	-	komplexe Amplitude	-
$\tilde{\square}$	-	modale Größe	Gl. (2.18)
$\vec{\square}$	-	Vektor	-

Kapitel 1

Einleitung

Die zivile Luftfahrt war jahrelang ein stetig stark wachsender Transportsektor. Mit dem Beginn der COVID-19-Pandemie im Jahr 2020 erlitt insbesondere die Passagierluftfahrt einen starken Rückgang der Passagierzahlen um 60 % im Vergleich zum Jahr 2019 (ICAO 2022). Die Passagierluftfahrt erholt sich jedoch schnell und weist im Jahr 2022 nur noch eine Abnahme im Vergleich zum Jahr 2019 von ca. 27 % auf, so dass auch in Zukunft wieder mit steigenden Passagierzahlen gerechnet werden kann. Nach Lee et al. (2021) trägt die weltweite Luftfahrt jedoch mit ca. 3,5 % zu der menschengemachten Klimaerwärmung bei. Mit diesem bedeutenden Anteil ergibt sich die Verantwortung der Luftfahrtindustrie, eine zukünftige klimaneutrale Luftfahrt technologisch, ökologisch und ökonomisch zu ermöglichen.

1.1 Motivation

Um den resultierenden Anforderungen gerecht zu werden, werden durch die Triebwerkshersteller verschiedene kurz-, mittel- und langfristige Konzepte verfolgt. Kurz- und mittelfristig können noch große Potenziale mit den aktuellen Triebwerkskonzepten genutzt werden. So konnte beispielsweise bei den Triebwerksherstellern Pratt & Whitney und MTU Aero Engines die Klimawirkung durch den Getriebefan (engl. geared turbofan) gegenüber dem Jahr 2000 bereits die Klimawirkung um 10 % und der Energieverbrauch um 16 % reduziert werden (Geffert 2022). Alleine mit diesem konventionellen Konzept sieht der Hersteller noch technologische Potenziale, um die Klimawirkung und den Energieverbrauch bis 2050 gegenüber dem Jahr 2000 um 25 % zu reduzieren. Die dafür notwendigen technologischen Entwicklungen zur Realisierung der Reduktion der Klimawirkung stellen sich jedoch nicht als Brückentechnologien dar. Sie sind die Grundlage für weitere technologische Entwicklungen, da die Konzepte für zukünftige Triebwerke grundsätzlich von ähnlichen Triebwerkstechnologien ausgehen. Langfristig ist jedoch der Einsatz von synthetischen Kraftstoffen (engl. sustainable aviation fuel) oder Wasserstoff und die zusätzliche Nutzung der Wärme im Abgas. Damit ist laut Geffert (2022) eine Reduktion der Klimawirkung gegenüber dem Jahr 2000 bis zum Jahr 2050 um 85 % denkbar. Dies stellt durch die neuen Treibstoffe neue Herausforderungen an die Brennkammer. Die aerodynamischen Kom-

ponenten, wie Verdichter, Turbine und Fan, werden ebenfalls teilweise unter geänderten, aber dennoch größtenteils ähnlichen Bedingungen arbeiten. Folglich ist die konstante Weiterentwicklung der bestehenden Triebwerke ein wichtiger Baustein der zukünftigen Luftfahrtindustrie.

Eine Effizienzsteigerung kann unter anderem durch die Verringerung des Gewichts und der Erhöhung des Wirkungsgrads der aerodynamischen Komponenten erreicht werden. Zusätzlich muss stets ein sicherer Betrieb gewährleistet werden, was unter anderem das Vorhersagen und vermeiden von kritischen Schwingungszuständen der Rotorschaukeln erfordert. Die Anforderung an einen sicheren Betrieb, insbesondere unter der Einbeziehung von konservativen Sicherheitsmargen bei der Vorhersage der Schwingungsphänomene, können dazu führen, dass optimale Entwürfe nicht umgesetzt werden können. Dies gilt neben Flugtriebwerken auch in vielen anderen Anwendungen, wie zum Beispiel Gas- und Dampfturbinen.

Moderne aerodynamisch und mechanisch hochbelastete Schaufelgeometrien erfordern dabei oft integrale Bauweisen von Schaufel und Scheibe. Grund dafür sind die hohen Belastungen, die in den Fügstellen am Schaufelfuß entstehen und zum Beispiel durch Reibkorrosion Designs nicht realisierbar machen oder die Lebensdauer stark verkürzen (Dilba 2019). Deshalb kommen schon seit den 1980er Jahren zunehmend Beschaukelungen zum Einsatz, die zusammen mit der Scheibe aus einem Teil bestehen. Sie werden als Blisk (engl. Blade Integrated Disk) bezeichnet und bieten diverse Vorteile, wie beispielsweise (Pickering 1985):

1. reduzierte Komplexität und Wartungsaufwand durch weniger Teile
2. reduzierte Kosten
3. reduziertes Gewicht durch weniger Anbauteile für die Befestigung der Schaufeln
4. Entfall von Leckage-Pfaden durch die Schaufelreihen
5. bessere Kontrolle über Radialspalte und Unwucht

Jedoch ergeben sich aus dem Einsatz von Blisk auch Nachteile, wie schlechtere Möglichkeiten der Reparatur, da Schaufeln nicht einzeln ausgetauscht werden können. Zudem liegt in der Regel durch den Entfall der Fügstellen am Schaufelfuß nahezu keine mechanische Dämpfung der Schaufelschwingungen mehr vor. Folglich ist nach allgemeiner Meinung die Interaktion der schwingenden Schaufel mit dem umströmenden Fluid der einzige signifikante Dämpfungsmechanismus. Dies kann zu Kompromissen in der aerodynamischen Schaufelauslegung führen, um kritische Schwingungszustände, wie hohe Resonanzamplituden oder selbsterregte Schwingungen (Flattern), zu vermeiden. Somit ist eine genaue Vorhersage des Schwingungsverhaltens der Beschaukelung im Betrieb zwingend notwendig. Einige Forschungsarbeiten zeigen jedoch, dass unter bestimmten Voraussetzungen eine Interaktion der schwingenden Beschaukelung mit dem Rotor entstehen kann. Notwendig dafür ist das Schwingen der Beschaukelung in Schwingungsformen mit den Umfangsperiodizitäten 0 und 1. Ergebnisse in der Literatur legen nahe, dass ein weiterer Dämpfungsmechanismus durch diese Kopplung entstehen kann. Dadurch würden sich entsprechende Potenziale ergeben, die in der Auslegung in Bezug auf Flattern und Forced Response genutzt werden könnten.

1.2 Forschungshypothese

Das Ziel dieser Arbeit ist der numerische und experimentelle Nachweis der Kopplung von Schaufel- und Rotorschwingungen und der Quantifizierung des daraus resultierenden Einflusses auf die Dämpfung und Schwingungsantworten von Schaufel-dominierten Strukturmoden im Betrieb eines anwendungsnahen 1¹/₂-stufigen Axialverdichters. Die sich daraus ergebende Forschungshypothese lautet:

» Schaufelschwingungen können in Turbomaschinen mit Rotorschwingungen
in Bezug auf Schwingungsform und Dämpfungsverhalten koppeln. Eine
Quantifizierung dieser Effekte ist möglich. «

1.3 Gliederung der Arbeit

Die Untersuchungen in dieser Arbeit finden größtenteils im Themengebiet der Strukturdynamik und Aeroelastik statt. Die entsprechenden wissenschaftlichen Grundlagen dafür werden in Kap. 2 beschrieben. Auf Basis der Grundlagen erfolgt dann in Kap. 3 eine Einordnung in den aktuellen Stand der Forschung und die sich daraus ergebende Forschungslücke.

Alle Untersuchungen werden an einem 1¹/₂-stufigen Axialverdichters durchgeführt, der in Kap. 4 näher beschrieben wird. Daraufhin werden die gesamten experimentellen und numerischen Methoden in Kap. 5 vorgestellt. Es folgt die Definition von untersuchten Betriebspunkten in Kap. 6. Die Darstellung und Analyse der Ergebnisse ist zweigeteilt. Zunächst erfolgt in Kap. 7 eine allgemeine Beschreibung der aerodynamischen und strukturdynamischen Eigenschaften der isolierten Verdichterblick. Daraufhin werden die Ergebnisse unter Berücksichtigung der Schaufel-Rotor-Interaktion in Kap. 8 betrachtet.

Kapitel 2

Grundlagen

Dieses Kapitel beschreibt die für das Verständnis dieser Arbeit notwendigen Grundlagen. Im Fokus stehen dabei die Themen der Strukturodynamik in Abschn. 2.1 und Turbomaschinen-Aeroelastik im Bezug auf Rotordynamik und Schaufelschwingungen in Abschn. 2.3. Zusätzlich werden die grundlegenden strömungsmechanischen Erhaltungsgleichungen in Abschn. 2.2 beschrieben, die Basis für die aerodynamische Betrachtungen sind.

2.1 Strukturodynamik

Im Folgenden sollen relevante strukturdynamische Grundlagen mit den Fokus auf zyklische Mehrfreiheitsgradsysteme, wie sie in Turbomaschinen vorkommen, erläutert werden.

2.1.1 Einfreiheitsgradsysteme

Einzelne Eigenmoden linearer Schwingungssysteme lassen sich auf ein Einfreiheitsgradsystem zurückführen. Deshalb ist das Verständnis für diese simplen Systeme von besonderer Bedeutung und ermöglicht so auch die Charakterisierung des Schwingungsverhaltens komplexer Strukturen. Ein typisches Einfreiheitsgradsystem ist in Abb. 2.1 dargestellt. Es besteht aus einer Masse m , die über eine Feder mit der Federkonstante c und einem Dämpfer mit der Dämpfungskonstante d mit der starren Umgebung verbunden ist.

Die Bewegungsgleichung des Systems lautet

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = F(t). \quad (2.1)$$

Unabhängig von der Dämpfung berechnet sich die Eigenkreisfrequenz ($F(t) = 0$) zu

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{k/m}. \quad (2.2)$$

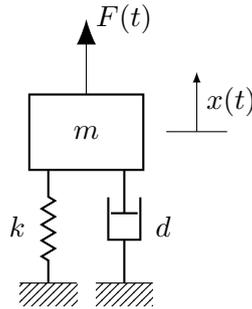


Abbildung 2.1: Gedämpfter Einmassenschwinger

Tabelle 2.1: Verschiedene Dämpfungsdefinitionen und ihre Umrechnungsvorschriften

Bezeichnung	Formel
Abklingkoeffizient	$\delta = \frac{d}{2m} = D \omega_0$
Dämpfungsgrad/Lehrsches Dämpfungsmaß	$D = \frac{\delta}{\omega_0}$
Logarithmisches Dekrement	$\Lambda = \frac{2\pi D}{\sqrt{1-D^2}}$

Freie gedämpfte Schwingung

Ein einmalig ausgelenktes System führt eine freie Schwingung mit einer definierten Frequenz und einem definierten Abklingverhalten aus. Für das gedämpfte System lassen sich verschiedene Dämpfungsdefinitionen verwenden, die in Tab. 2.1 dargestellt sind. In dieser Arbeit wird vornehmlich das logarithmische Dekrement verwendet, das sich insbesondere zur Dämpfungsbestimmung im Ausschwingversuch sehr gut eignet. Wird das System einmalig ausgelenkt, kommt es bei starker Dämpfung $D \geq 1$ zu einer Kriechbewegung und es tritt keine Schwingung auf. Bei schwacher Dämpfung ($D < 1$) kommt es dagegen zu einer abklingenden harmonischen Schwingung bei einer gegenüber dem ungedämpften Fall (Eigenkreisfrequenz) leicht verschobenen gedämpften Eigenkreisfrequenz

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D^2}. \tag{2.3}$$

Die Lösung der homogenen Differentialgleichung ($F(t) = 0$) lässt sich allgemein über einen Exponentialansatz $x(t) = Ae^{\lambda t}$ bestimmen. Für schwache Dämpfungen ergeben sich komplexe Eigenwerte

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm i \omega_d = \overbrace{-\delta}^{\text{Stabilität}} \pm i \underbrace{\omega_d}_{\substack{\text{Gedämpfte} \\ \text{Eigenkreisfrequenz}}}. \tag{2.4}$$

Der Realteil der Eigenwerte wird bei Modalanalysen oftmals als Stabilität bezeichnet. Der Imaginärteil stellt die gedämpfte Eigenkreisfrequenz dar. Die Schwingung kann in Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen als reelle Größe

$$x_h(t) = \text{Re}\left\{x_0 e^{-\delta t} e^{i(\omega_d t + \varphi)}\right\}, \quad x_0 \in \mathbb{R}, \varphi \in [0, 2\pi) \tag{2.5}$$

beschrieben werden.

Quasi-stationäre erzwungene Schwingung

Bei erzwungenen Schwingungen bietet sich häufig eine komplexe Formulierung im Frequenzbereich an. In Turbomaschinenanwendungen ist meist von einer harmonischen Kraftanregung

$$F(t) = \hat{f}e^{i\Omega t} \quad (2.6)$$

bei einem Vielfachen EO (Erregerordnung) der Rotationsfrequenz $\Omega = EO \cdot \Omega_r$ auszugehen. Die homogene Lösung der Differentialgleichung (2.1) entspricht der Lösung der freien gedämpften Schwingung in Gl. (2.5). Die homogene Lösung klingt durch die Dämpfung mit der Zeit ab, so dass diese unter quasi-stationären Bedingungen, also in einem eingeschwungenen Zustand, verschwindet. Mit dem Ansatz vom Typ der rechten Seite $x_p(t) = \hat{x}e^{i\Omega t}$ kann die Bewegungsgleichung Gl. (2.1) im Frequenzbereich als

$$(-\Omega^2 m + i\Omega d + k)\hat{x}e^{i\Omega t} = \hat{f}e^{i\Omega t} \quad (2.7)$$

formuliert werden.

Für die partikuläre Lösung ergibt sich

$$x_p(t) = \frac{\hat{f}}{k} V e^{i(\Omega t - \varphi)}. \quad (2.8)$$

Die Funktion V bezeichnet hierbei die Vergrößerungsfunktion

$$V(\eta) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}, \quad (2.9)$$

die den Frequenzgang der Schwingungsantwort beschreibt. Tatsächlich beobachtet wird jedoch lediglich die Schwingungsantwort $\text{Re}\{x_p(t)\}$. Die Vergrößerungsfunktion ist von dem Frequenzverhältnis der Anregungsfrequenz zur Eigenfrequenz $\eta = \Omega/\omega_0$ und der Dämpfung D abhängig. Sie ist exemplarisch für verschiedene Dämpfungsgrade in Abb. 2.2 links dargestellt. Konkret wird die Schwingungsantwort des Systems in Abhängigkeit von der normierten Anregungsfrequenz dargestellt. Die Phase der Schwingungsantwort ergibt sich, wie in Abb. 2.2 rechts dargestellt, in Abhängigkeit von der Dämpfung und dem Frequenzverhältnis zu

$$\varphi = \arctan\left(\frac{2D\eta}{1 - \eta^2}\right). \quad (2.10)$$

Bei der Resonanzfrequenz entsteht folglich für den ungedämpften Fall ein Phasensprung um 180° , der jedoch mit steigender Dämpfung weniger abrupt verläuft.

Transiente erzwungene Schwingung

Die zuvor gezeigten Schwingungsantworten sind streng genommen nur gültig, wenn die Struktur bei der angeregten Schwingungsfrequenz eingeschwungen ist. Liegen diese quasi-stationären Bedingungen nicht vor, werden diese in der Strukturdynamik als transienten Bedingungen bezeichnet. Dabei verändert sich die Charakteristik der Schwingungsantwort. Dies ist beispielsweise bei schnellen Resonanzdurchfahrten der Fall, wenn sich keine quasi-stationären Bedingungen ausbilden können. Dabei treten folgende Merkmale auf ([Hackenberg und Hartung 2016](#)):

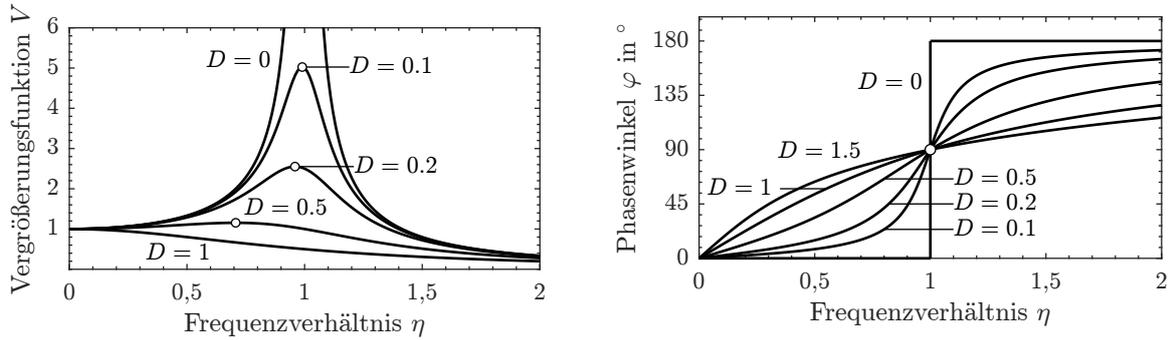


Abbildung 2.2: Frequenzantwort eines Einfreiheitsgradsystems bei harmonischer Anregung in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads. Links: Vergrößerungsfunktion V ; Rechts: Phasenwinkel φ

1. Die maximale Amplitude verringert sich.
2. Die maximale Amplitude tritt zeitlich versetzt nach dem Durchlaufen der Eigenfrequenz auf.
3. Nach dem Auftreten der maximalen Amplitude kommt es beim Abklingen zu einer Schwebung.

Wie ausgeprägt die Effekte sind, hängt insbesondere von der Frequenzänderungsrate (oder auch Frequenzgradient) \dot{f} und der Dämpfung D ab. Dies lässt sich durch den reduzierten Frequenzgradienten beschreiben (Hackenberg und Hartung 2016)

$$\kappa = \frac{\dot{f}}{D^2 f_0^2}. \quad (2.11)$$

Das tatsächliche Anregungszeitsignal bei einer Frequenzrampe $\Omega(t)$ ergibt sich zu (Bohn und Unbehauen 2016)

$$F(t) = F_0 \cos \left(\int_0^t \Omega(\tau) d\tau \right). \quad (2.12)$$

Im Folgenden wird eine Frequenzrampe (*Chirp*) mit $\Omega(t) = 2\pi(f_0 + \dot{f}t)$, $k \in \mathbb{R}$ angenommen. Ein Beispiel für eine quasi-stationäre und transiente Resonanzdurchfahrt mit steigender Frequenz $\dot{f} > 0$ ist in Abb. 2.3 links dargestellt. Bei einem hohen Frequenzgradienten kommt es zu einer Reduktion der maximalen Schwingungsamplitude, hier um ca. 40 %. Zusätzlich entsteht eine Schwebung, die durch die Überlagerung der freien Schwingung (homogene Lösung) bei ω_0 , bzw. $\eta = 1$ und der erzwungenen Schwingung (partikuläre Lösung) bei $\Omega(t)$ und somit bei nahe beieinander liegenden Frequenzen zustande kommt. Dies lässt sich im Frequenzspektrum der Schwingungsantwort bei hoher Frequenzauflösung in Abb. 2.3 rechts beobachten. Die freie Schwingung klingt hier durch die Dämpfung des Systems mit der Zeit ab, während die Amplitude der erzwungenen Schwingung von der Anregungsfrequenz abhängt.

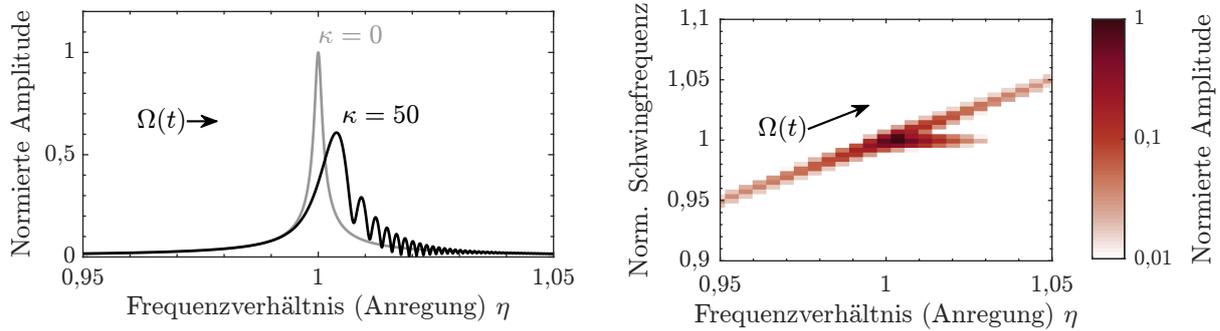


Abbildung 2.3: Links: Schwingungsantwort bei quasi-stationärer ($\kappa = 0$) und transienter Resonanzdurchfahrt ($\kappa = 50$) bei konstantem Frequenzgradienten \dot{f} (Prinzipiskizze); Rechts: Spektrogramm der transienten Schwingungsantwort $x(t)$ (Prinzipiskizze)

Ist das System stark gedämpft, so klingt die freie Schwingung deutlich schneller ab, so dass auch bei größerem Frequenzgradienten kaum transiente Effekte auftreten. Eine quasi-stationäre Schwingungsantwort während einer Frequenzrampe kann für $\kappa \leq 1$ angenommen werden. Dann weicht die maximale Amplitude 1 % und die bestimmte Dämpfung 2,5 % von der stationär bestimmten Größe ab. Eine echte quasi-stationäre Schwingung würde sich nur bei $\kappa \rightarrow \infty$, bzw. $\dot{f} \rightarrow 0$ einstellen. Diese Bedingung gilt in der Regel für alle Versuche, wenn sie mit numerischen Berechnungen verglichen werden sollen, da diese meist von quasi-stationären Bedingungen ausgehen. Zudem zeigt sich durch die transienten Effekte eine Verbreiterung der Resonanzspitze, was bei einer Dämpfungsbestimmung zu hohen Dämpfungswerten führen kann, hier ca. um den Faktor 3 erhöht (Hackenberg und Hartung 2016).

2.1.2 Mehrfreiheitsgradsysteme

Ideale Schaufel-Scheibe Verbunde in Turbomaschinen stellen zyklische Mehrfreiheitsgradsysteme dar. Die zyklische Eigenschaft folgt aus den sich über den Umfang wiederholenden geometrischen Sektoren über je eine Schaufelteilung. Dies sorgt bei unverstimmten Systemen für die charakteristischen Schwingungsformen der Beschau felung. Die allgemeine Bewegungsgleichung für beliebige Mehrfreiheitsgradsysteme lautet

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{x}} + \mathbf{D}\dot{\vec{x}} + \mathbf{K}\vec{x} = \vec{f}(t). \quad (2.13)$$

Im Folgenden werden zunächst allgemeine ungedämpfte Mehrfreiheitsgradsysteme vorgestellt und danach auf die Eigenschaften von zyklischen Mehrfreiheitsgradsystemen eingegangen.

Freie Schwingungen ungedämpfter Mehrfreiheitsgradsysteme

Die allgemeinen Bewegungsgleichungen für ungedämpfte Mehrfreiheitsgradsysteme lautet analog zum Einfreiheitsgradsystem

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{x}} + \mathbf{K}\vec{x} = \vec{f}(t). \quad (2.14)$$

Die Eigenfrequenzen lassen sich über die homogene Differentialgleichung ($\vec{f}(t) = \vec{0}$) bestimmen. Mit dem Exponentialansatz

$$\vec{x}_h(t) = \vec{x} e^{\lambda t} \quad (2.15)$$

können die Eigenwerte λ und Eigenvektoren \vec{x} der freien Schwingung über

$$(\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \vec{x} = \vec{0}. \quad (2.16)$$

bestimmt werden. Bei einem System mit J Freiheitsgraden ergeben sich J Paare von komplex-konjugierten Eigenwerten ($\lambda_{j,1}, \lambda_{j,2}$) mit $j = 1, 2, \dots, J$ und jeweils ein zugehöriger Eigenvektor. Die Eigenvektoren werden häufig auf die modale Masse $\tilde{m}_j = 1$ der Schwingungsform normiert. Die modale Masse ist ein Maß dafür, wie viel Masse an der Schwingungsform beteiligt ist. Aufgrund der Orthogonalität der Eigenvektoren bezüglich der Systemmatrizen \mathbf{M} und \mathbf{K} gilt

$$\vec{x}_j^H \mathbf{M} \vec{x}_i = \begin{cases} \tilde{m}_j, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}, \quad (2.17)$$

$$\vec{x}_j^H \mathbf{K} \vec{x}_i = \begin{cases} \tilde{k}_j, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}, \quad (2.18)$$

wobei \tilde{k}_j die modale Steifigkeit und \vec{x}_j^H den hermetisch transponierten Eigenvektor bezeichnet. Für die massennormierten Eigenvektoren entspricht die modale Steifigkeit dem Quadrat der Eigenkreisfrequenz $\tilde{k}_j = \omega_{0,j}^2$.

Erzwungene Schwingungen ungedämpfter Mehrfreiheitsgradsysteme

Unter Annahme einer harmonischen Anregung des Systems bei der Kreisfrequenz Ω ergeben sich die Anregungskräfte zu

$$\vec{f}(t) = \vec{f} e^{i\Omega t}. \quad (2.19)$$

Es ist oft sinnvoll, erzwungene Schwingungen direkt im modalen Raum zu betrachten. Dazu wird der Ansatz

$$\vec{x} = \sum_{j=1}^J \left(\vec{x}_j \cdot \hat{q}_j e^{i\Omega_j t} \right) = \sum_{j=1}^J \left(\vec{x}_j \cdot q_j(t) \right) = \widehat{\mathbf{X}} \vec{q}(t) \quad (2.20)$$

verwendet. Die Modalmatrix $\widehat{\mathbf{X}}$ fasst hier alle normierten Eigenvektoren zusammen. Es werden $q_j(t) = q_j e^{i\Omega t}$ auch als generalisierte Koordinaten bezeichnet. Durch Einsetzen in die Bewegungsgleichung (2.14) ergibt sich

$$\begin{aligned} & \mathbf{M} \widehat{\mathbf{X}} \ddot{\vec{q}} + \mathbf{K} \widehat{\mathbf{X}} \vec{q} = \vec{f}(t) \\ \Leftrightarrow & \widehat{\mathbf{X}}^H \mathbf{M} \widehat{\mathbf{X}} \ddot{\vec{q}} + \widehat{\mathbf{X}}^H \mathbf{K} \widehat{\mathbf{X}} \vec{q} = \widehat{\mathbf{X}}^H \vec{f}(t) \\ \Leftrightarrow & \underbrace{\text{diag}(\tilde{m}_j)}_{\tilde{\mathbf{M}}} \ddot{\vec{q}} + \underbrace{\text{diag}(\tilde{k}_j)}_{\tilde{\mathbf{K}}} \vec{q} = \underbrace{\widehat{\mathbf{X}}^H \vec{f}}_{\tilde{\vec{f}}} e^{i\Omega t}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Grundlage für den letzten Schritt ist erneut die Orthogonalität der Eigenvektoren bezüglich der Systemmatrizen. Damit wird die Bewegungsgleichung entkoppelt, so dass sich jede Eigenschwingungsform auf die Bewegungsgleichung eines Einfreiheitsgradsystems zurückführen lässt.

$$\ddot{q}_j + \omega_{0,j}^2 q_j = \tilde{x}_j^H \tilde{f} e^{i\Omega t} \quad (2.22)$$

Dies ist eine Besonderheit linearer Systeme, die es ermöglicht, die Schwingung einer Eigenform losgelöst von anderen Eigenformen über die modale Erregerkraft

$$\tilde{f}_j = \tilde{x}_j^H \tilde{f} = \tilde{x}_j \cdot \tilde{f} \quad (2.23)$$

zu berechnen. Das Skalarprodukt verdeutlicht, dass das anregende Kraftmuster \tilde{f} dem Verschiebungsmuster der Eigenform \tilde{x}_j entsprechen muss, damit eine Mode optimal angeregt wird, d.h. sich eine hohe modale Erregerkraft ergibt.

Um die Ähnlichkeit zweier Moden \hat{x}_i, \hat{x}_j zu bewerten, kann das Modal Assurance Criterion (MAC) herangezogen werden. Dieses ist als

$$\text{MAC} = \frac{|\hat{x}_i^H \hat{x}_j|^2}{\hat{x}_i^H \hat{x}_i \hat{x}_j^H \hat{x}_j} \quad (2.24)$$

definiert (Allemang 2003). Das MAC liefert Werte zwischen 0 und 1, wobei 1 maximale Übereinstimmung und 0 keine Übereinstimmung der Eigenvektoren bedeutet. Ab 0,9 kann von einer Übereinstimmung gesprochen werden (Pastor et al. 2012).

Gedämpfte Mehrfreiheitsgradsysteme

Für gedämpfte Systeme ist das Erreichen einer Diagonalform der modalen Dämpfungsmatrix unter Annahme einer Rayleigh-Dämpfung, die häufig für Materialdämpfung verwendet wird, möglich. Eine Entkopplung ist aber auch für viskose Dämpfungen möglich, wenn die Differentialgleichungen (2.13) in ein Zustandsraumsystem erster Ordnung (Dinkler 2016)

$$\begin{pmatrix} -\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\vec{x}} \\ \vec{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K} \\ \mathbf{K} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x} \\ \dot{\vec{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{f}(t) \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

überführt wird. Die Eigenvektoren ($\vec{f}(t) = \vec{0}$) können dann wie zuvor bestimmt werden und die Matrizen in Diagonalform gebracht werden. Details sind beispielsweise in Dinkler (2016) zu finden. Gleichung (2.25) kann zudem direkt oder im modalen Raum gelöst werden, um die Schwingungsantwort $\vec{x}, \dot{\vec{x}}$ bei Anregung zu bestimmen.

2.1.3 Dämpfungsbestimmung

Die Bestimmung der Dämpfung von einer Mode fällt klassischerweise in das Gebiet der experimentellen Modalanalyse, siehe z. B. Kuttner und Rohnen (2019). Für experimentelle Modalanalysen existieren eine Vielzahl von Verfahren zur Identifikation von modalen Parametern. Diese sind jedoch aufgrund der schlecht zu kontrollierenden Bedingungen im Versuch nur begrenzt auf

Turbomaschinenbeschaufelungen im Betrieb anwendbar. Folglich werden im Folgenden nur zwei einfache Verfahren beschrieben, die in der Regel für die Identifikation im Betrieb ausreichend und robust genug sind. Ist das zu betrachtende System linear, so kann aufgrund der Entkopplung der Bewegungsgleichungen eine Mode als Einfreiheitsgradsystem betrachtet und identifiziert werden. Dazu muss jedoch auch die zu betrachtende Mode des Systems isoliert gemessen werden. Ist dagegen eine hohe Modendichte in einem Frequenzbereich vorhanden, bei der es zu starken Überlagerungen kommt, so sollten Ansätze mit mehreren Freiheitsgraden verwendet werden.

Ausschwingversuch

Ein einfacher Ansatz im Zeitbereich ist der Ausschwingversuch, bei dem das Abklingen der Amplitude x_i in mehreren Schwingungsperioden i nach Auslenkung gemessen wird. Die Dämpfung kann dann über die Definition des logarithmischen Dekrements

$$\Lambda = \ln \frac{x_i}{x_{i+1}} = \frac{1}{n} \ln \frac{x_i}{x_{i+n}} \quad (2.26)$$

bestimmt werden (Dinkler 2016).

Methode der kleinsten Fehlerquadrate

In der Regel empfiehlt es sich bei Kenntnis des Frequenzgangs der Schwingungsantwort die Dämpfung direkt durch das Anpassen des Frequenzgangs eines Einmassenschwingers an die Schwingungsantwort zu bestimmen. Dazu wird die Methode der kleinsten Fehlerquadrate verwendet. Der Ansatz kann auch für mehrere Freiheitsgrade und unter Berücksichtigung der Phase formuliert werden. Hier wird aber der einfache Ansatz für einen Freiheitsgrad ohne Berücksichtigung der Phase erläutert, da dieser später auch angewendet wird. Der Frequenzgang wird in Abhängigkeit von der statischen Auslenkung \hat{x}_0 und vom Dämpfungsgrad D

$$H(\hat{x}_0, D) = \frac{\hat{x}_0}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}} \quad (2.27)$$

beschrieben. Dies kann für mehrere Messwerte H_i in das lineare Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -4\eta_1^2 \\ 1 & -4\eta_2^2 \\ \dots & \dots \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{pmatrix} \hat{x}_0^2 \\ D^2 \end{pmatrix}}_{\vec{y}} = \underbrace{\begin{pmatrix} H_1^2 - 2H_1^2\eta_1^2 + H_1^2\eta_1^4 \\ H_2^2 - 2H_2^2\eta_2^2 + H_2^2\eta_2^4 \\ \vdots \end{pmatrix}}_{\vec{b}} \quad (2.28)$$

überführt werden. Über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate lässt sich dann statische Auslenkung und Dämpfung über

$$\vec{y} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \vec{b} \quad (2.29)$$

berechnen (Keller 2021).

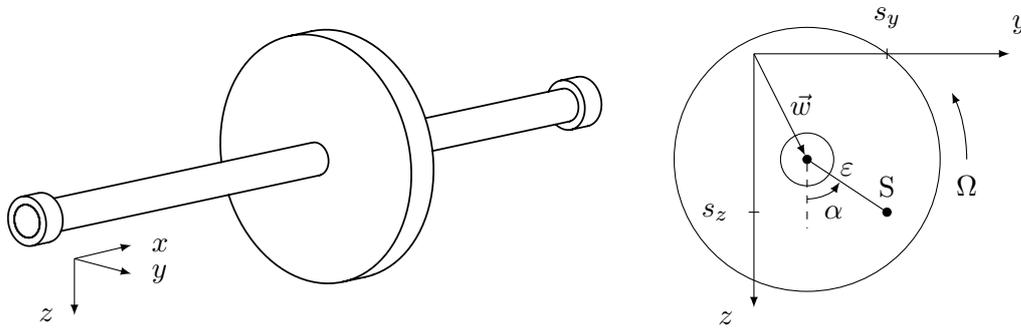


Abbildung 2.4: Links: An beiden Wellenenden gelagerter Lavalläufer; Rechts: Verlagerung der Welle und des Schwerpunktes des elastischen Lavalläufers bei Unwucht und Rotation

2.1.4 Rotordynamik

Bei der Auslegung von Turbomaschinen müssen in der Rotordynamik sowohl erzwungene als auch selbsterregte Schwingungen betrachtet werden. Während der Grund von zwangserregten Schwingungen hauptsächlich in der Unwucht des Rotors liegt, können die Gründe für selbsterregte Schwingungen vielfältig sein (z. B. Selbsterregung aus den Dichtspalten oder innere Dämpfung des Rotors). Im Folgenden wird eine grundlegende Übersicht über die Grundlagen der Rotordynamik gegeben. Tiefere Betrachtungen sind zum Beispiel in [Gasch et al. \(2002\)](#) zu finden.

Die Phänomene der Rotordynamik werden in der Literatur meist an dem sogenannten Lavalläufer beschrieben, siehe Abb. 2.4, da dieser einfach und auch noch analytisch beschrieben werden kann. Der Lavalläufer stellt eine zweiseitig gelagerte Welle dar, auf der mittig eine Scheibe sitzt. Im Folgenden soll dieses Modell genutzt werden, um das rotordynamische Verhalten von Wellen näher zu beschreiben. Die Unwucht des Läufers wird über eine Exzentrizität ε beschrieben. Die Exzentrizität beschreibt den Abstand zwischen dem Wellendurchstoßpunkt $\vec{w} = (w_y, w_z)^T$ und dem Schwerpunkt $S = (s_y, s_z)$ der Welle. Bei Auslenkung der Welle wirken durch die Gesamtelastizität k durch Welle und Lager die Rückstellkräfte $\vec{F}_r = (F_{r,y}, F_{r,z})^T = (k \cdot w_y, k \cdot w_z)^T$ sowie die äußeren Dämpfungskräfte (z. B. durch die Lagerung) $\vec{F}_d = (F_{d,y}, F_{d,z})^T = (d \cdot \dot{w}_y, d \cdot \dot{w}_z)^T$. Es folgen die Bewegungsgleichungen ([Gasch et al. 2002](#))

$$\begin{aligned} \ddot{s}_y &= -2\delta \cdot \dot{w}_y - \omega_0^2 \cdot w_y \\ \ddot{s}_z &= -2\delta \cdot \dot{w}_z - \omega_0^2 \cdot w_z \end{aligned} \quad (2.30)$$

mit der geometrischen Beziehung zwischen Schwerpunkt und Wellendurchstoßpunkt

$$\begin{aligned} s_y &= w_y + \varepsilon \cos \alpha(t), \\ s_z &= w_z + \varepsilon \sin \alpha(t). \end{aligned} \quad (2.31)$$

Unter der Annahme eines stationären Zustands gilt

$$\alpha = \Omega t + \beta, \quad \beta \in [0, 2\pi). \quad (2.32)$$

Mit Gl. (2.30) und (2.31) ergibt sich

$$\begin{aligned}\ddot{w}_y + 2\delta\dot{w}_y + \omega_0^2 w_y &= \varepsilon\Omega^2 \cos(\Omega t + \beta), \\ \ddot{w}_z + 2\delta\dot{w}_z + \omega_0^2 w_z &= \varepsilon\Omega^2 \sin(\Omega t + \beta).\end{aligned}\tag{2.33}$$

Die Bewegung in die Raumrichtungen y und z kann ebenfalls in komplexer Darstellung mit $r = w_z + iw_y$ dargestellt werden. Die Bewegungsgleichung lautet dann (Gasch et al. 2002)

$$\ddot{r} + 2\delta\dot{r} + \omega_0^2 r = \varepsilon\Omega^2 e^{i(\Omega t + \beta)}.\tag{2.34}$$

Ungedämpfte freie Schwingungen

Die homogene Lösung für die Differentialgleichungen (2.33) ohne Dämpfung ($\delta = 0$) ergibt sich analog zum ungedämpften Einmassenschwinger zu

$$\begin{pmatrix} w_y \\ w_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{y,0} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_y) \\ w_{z,0} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_z) \end{pmatrix}, \quad w_{y,0}, w_{z,0} \in \mathbb{R}, \varphi_y, \varphi_z \in [0, 2\pi).\tag{2.35}$$

Gleichung (2.35) ist die Parameterdarstellung einer Ellipse, in der die Welle folglich schwingt. Je nach Phasenlage kann die Schwingungsform eine vorwärts rotierende (forward traveling wave, *FTW*) oder eine rückwärts rotierende Welle (backwards traveling wave, *BTW*) sein (Gasch et al. 2002).

Für die komplexe Gleichung ergeben sich die Eigenwerte

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0\tag{2.36}$$

und somit die allgemeine Lösung zu

$$r(t) = \hat{r}_1 e^{i\omega_0 t} + \hat{r}_2 e^{-i\omega_0 t}, \quad \hat{r}_1, \hat{r}_2 \in \mathbb{C}.\tag{2.37}$$

Gleichung (2.37) stellt die Ellipse als Superposition einer vorwärts und rückwärts rotierenden Bewegung auf je einer Kreisbahn dar, siehe Abb. 2.5.

Gedämpfte freie Schwingungen

In der Realität ist auch hier von einem mindestens schwach gedämpften System auszugehen, so dass die freien Schwingungen mit der Zeit abklingen. Die Lösung der Bewegungsgleichung (2.33) im gedämpften Fall liefert die Eigenwerte

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm i\omega_0 \sqrt{1 - D^2}\tag{2.38}$$

und die Lösung

$$r(t) = \hat{r}_1 e^{-\delta t} e^{i\omega_0 t} + \hat{r}_2 e^{-\delta t} e^{-i\omega_0 t}, \quad \hat{r}_1, \hat{r}_2 \in \mathbb{C}.\tag{2.39}$$

Damit ist die Schwingung immer noch ellipsenähnlich, weist jedoch schrumpfende Halbmesser auf, siehe Abb. 2.5.

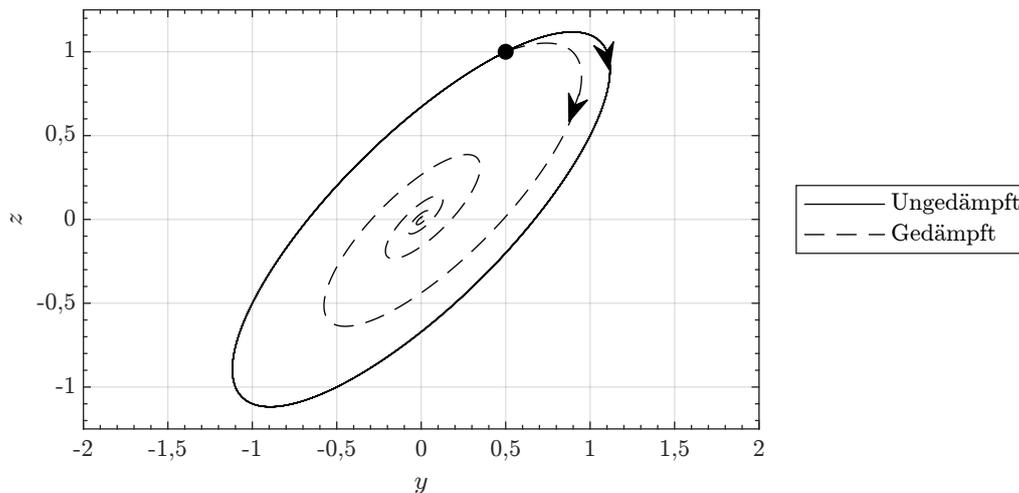


Abbildung 2.5: Freie Wellenschwingung für den ungedämpften und gedämpften Fall bei $\hat{r}_1 = 1$, $\hat{r}_2 = 0,5e^{i\pi/2}$ und $\delta = 0$ bzw. $\delta = 0,1$ (Prinzipiskizze)

Zwangserregte Schwingungen durch Unwucht

In Gl. (2.33) wurde eine Anregung durch Unwucht angenommen, die typischerweise ein großes rotordynamisches Problem bei Auslegung und Betrieb von Turbomaschinen darstellt. Zwangserregte Schwingungen durch andere Mechanismen, wie z. B. asymmetrische Steifigkeitsmatrizen der Lager werden hier nicht betrachtet, können aber für zusätzliche Resonanzstellen sorgen. Die inhomogene Differentialgleichung kann auch hier mit dem Ansatz vom Typ der rechten Seite gelöst werden. Es ergibt sich

$$r_\varepsilon(t) = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}} \varepsilon e^{i(\Omega t - \varphi + \beta)}, \quad (2.40)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{2D\eta}{1-\eta^2}\right). \quad (2.41)$$

Folglich führt der Rotor eine Kreisbewegung aus, die sich aus einer Überlagerung der Schwingung in y - und z -Richtung ergibt. Dies ist allerdings nur für eine identische Steifigkeit in beide Raumrichtungen der Fall. In der Realität liegen meist unterschiedliche Steifigkeiten in beide Raumrichtung vor, was zu zwei unterschiedlichen Eigenfrequenzen und ebenfalls einer ellipsenförmigen Bahn der Welle, analog zu Abb. 2.5, führt. Die Anisotropie kann zum Beispiel durch anisotrope Lagereigenschaften oder eine durch das Maschinenfundament erhöhte Steifigkeit in vertikaler Richtung entstehen (Gasch et al. 2002).

Massenträgheit und gyroskopische Effekte

Die zuvor getroffenen Annahmen gelten nur, wenn das Kippen der Scheibe vernachlässigt wird. In der Realität kommt es bei Schwingungen des Rotors jedoch auch zu einer Schrägstellung der Scheibe und der Beschaufelung. Hier spielen insbesondere bei großen Massenträgheitsmomenten Trägheitseffekte und gyroskopische (Coriolis) Effekte eine Rolle. Die Eigenformen sind nun in sich bereits vorwärts oder rückwärts rotierende Wellen. Die gyroskopischen Effekte führen zu einer Steifigkeitsänderung in Abhängigkeit von der Drehzahl und der Rotationsrichtung, was

zu einer Drehzahlabhängigkeit von den Eigenfrequenzen führt. Vorwärts rotierenden Wellen erfahren mit zunehmender Drehzahl typischerweise eine Erhöhung der Eigenfrequenz, während rückwärtsrotierende Wellen eine Abnahme der Eigenfrequenz erfahren (Gasch et al. 2002).

Zeitvarianz

Die Bewegungsgleichung (2.33) im stationären Bezugssystem wurde unter der Annahme einer konstanten Steifigkeit in allen Raumrichtungen aufgestellt. Allerdings unterscheidet sich die Steifigkeit des Rotors in der Praxis in verschiedene Richtungen. Diese Abweichungen von der Rotationssymmetrie können klein sein, so dass sie vernachlässigt werden können. Dies ist jedoch nicht immer der Fall. Die Abweichungen der Steifigkeiten in die verschiedenen Raumrichtungen sind dann allerdings aus Sicht des stationären Bezugssystems nicht zeitlich konstant, sondern schwanken mit der Drehung des Rotors zeitlich periodisch. Das System ist somit zeitvariant. Dies lässt sich in diesem Fall umgehen, indem die Betrachtung im rotierenden Bezugssystem durchgeführt wird (Gasch et al. 2002).

Insbesondere bei Gleitlagerungen können dagegen auch anisotrope Steifigkeit im stationären Bezugssystem auftreten. Diese lassen sich wiederum im stationären Bezugssystem problemlos berücksichtigen. Kommt es jedoch beispielsweise zu einer Kombination von Steifigkeitsanisotropien im stationären und rotierenden Bezugssystem, so ist das System in beiden Bezugssystemen zeitvariant, so dass eine einfache Modalanalyse nicht mehr möglich ist und in der Regel numerische zeit-instationäre Berechnungen durchgeführt werden müssen.

Transformation ins rotierende Relativsystem

Bisherige Betrachtungen wurden in einem stationären Bezugssystem durchgeführt. Es kann jedoch, wie oben beschrieben, zweckmäßig oder sogar notwendig sein, eine Betrachtung im rotierenden Relativsystem durchzuführen. Ein beliebiger stationärer Punkt $r \in \mathbb{C}$ lässt sich im rotierenden Koordinatensystem über die Transformationsregel

$$\rho = r e^{-i\Omega t} \quad (2.42)$$

beschreiben. Gleichung (2.33) lässt sich dann im mitrotierenden Bezugssystem als

$$\ddot{\rho} + i2\Omega\dot{\rho} + (\omega_0^2 - \Omega^2)\rho = \varepsilon\Omega^2 e^{i\alpha} \quad (2.43)$$

schreiben. Mit dem Exponentialansatz ergeben sich die Eigenwerte

$$\lambda_{1,2} = i(\pm\omega_0 - \Omega). \quad (2.44)$$

Folglich sind die Eigenfrequenzen im rotierenden Bezugssystem $\omega_r = \omega_s - \Omega$ gegenüber den Eigenfrequenzen im stationären Bezugssystem ω_s um die Drehfrequenz verschoben (Gasch et al. 2002). Bei vorwärts rotierenden Wellen verringert sich folglich die Eigenfrequenz, während sie bei rückwärts rotierenden Wellen ansteigt. Ist die Unwuchtanregung (Drehzahl) im stationären Bezugssystem in Resonanz mit der Eigenfrequenz ($\Omega = \omega_0 = \omega_s$), so wird die Frequenz im rotierenden Bezugssystem zu $\omega_r = \omega_s - \Omega = 0$.

2.2 Strömungsmechanische Erhaltungsgleichungen

Das Verhalten eines strömenden Fluids kann vollständig beschrieben werden, wenn die Größen Masse, Impuls und Energie vollständig bilanziert werden. Generell kann eine Erhaltungsgleichung für eine Größe q_i über ein Volumen V durch die integrale Form

$$\underbrace{\int_V \frac{\partial q_i}{\partial t} dV}_{\text{Zeitliche Änderung}} = \underbrace{\int_V Q_V dV}_{\text{Volumenquellen}} + \underbrace{\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{Q}_S dV}_{\text{Oberflächenquellen}} - \underbrace{\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV}_{\text{Flüsse durch die Oberfläche}} \quad (2.45)$$

oder die differentielle Form

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} = Q_V + \vec{\nabla} \cdot \vec{Q}_S - \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \quad (2.46)$$

beschrieben werden (Hirsch 2007). Dabei wird die zeitliche Änderung in dem Volumen durch Volumenquellen Q_V , Oberflächenquellen \vec{Q}_S und Flüsse \vec{F} in und aus dem Kontrollvolumen beschrieben. Die zu bilanzierenden Transportgrößen lauten

$$\vec{q}(t, x, y, z) = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \vec{v} \\ E \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

mit der Dichte ρ , der Geschwindigkeit \vec{v} und der spezifischen Gesamtenergie E . Werden die entsprechenden Quell- und Flussterme eingesetzt und Newton'sche Fluideigenschaften angenommen, so ergeben sich sieben Erhaltungsgleichungen: Massenerhaltung, Impulserhaltung (Navier-Stokes-Gleichungen) und Energieerhaltung. Oftmals (insbesondere für eine numerische Lösung auf groben diskretisierten Rechengittern) bietet sich eine Zerlegung der Erhaltungsgrößen in einen zeitgemittelten \bar{q} und einen fluktuierenden Teil q' (Reynolds-Mittelung) an:

$$\vec{q}(t, x, y, z) = \bar{\vec{q}}(x, y, z) + \vec{q}'(t, x, y, z) \quad (2.48)$$

Damit müssen stochastische turbulente Schwankungen zeitlich nicht aufgelöst werden. Damit lassen sich beispielsweise die Gleichungen für die inkompressible Impulserhaltung (Ferziger et al. 2020)

$$\frac{\partial(\rho \bar{v}_i)}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{v}_i \bar{v}_j) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (2.49)$$

herleiten. Dabei ergibt sich durch die Mittelung der neue Term $\overline{\rho u'_i u'_j}$, der auch als Reynolds-Spannungen bezeichnet wird und in nicht-skalenauflösenden Simulationen durch Turbulenzmodelle modelliert werden muss. Werden die Navier-Stokes-Gleichungen gemittelt, so folgen die sogenannten Reynolds-gemittelte Navier-Stokes (RANS)-Gleichungen. Typischerweise werden bei (RANS)-Gleichungen oder Berechnungen jedoch auch die Gleichungen für Massen- und Energieerhaltung mit eingeschlossen. Der rechte Teil der Gleichungen wird dabei auch als RANS-Residuum $\vec{R}(\vec{q})$ bezeichnet, der bei einer stationären Strömung zu null werden muss. Dies gilt im inkompressiblen Fall analog für Gl. (2.49).

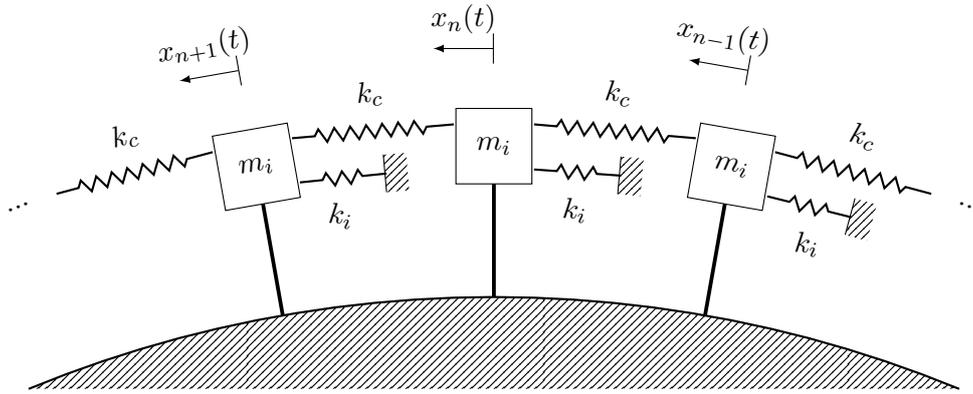


Abbildung 2.6: Vereinfachte Darstellung eines zyklischen Systems, in Anlehnung an [Olson et al. \(2014\)](#)

2.3 Turbomaschinen-Aeroelastik

(Ideale) Turbomaschinenbeschaufelungen weisen geometrische Charakteristiken auf, die zu bestimmten strukturdynamischen Eigenschaften führen. Gleichzeitig steht die Struktur stets in einer Wechselwirkung mit dem den Schaufeln umgebenden Fluid. Je nach Charakteristik der Strömungsphänomene kann dies zu zusätzlicher Dämpfung, aber auch zu einer synchronen und nicht-synchronen Anregung oder Instabilität führen.

2.3.1 Zyklische Mehrfreiheitsgradsysteme

Zyklische Mehrfreiheitsgradsysteme weisen aufgrund der Gestalt der Strukturmatrizen spezielle Eigenschaften auf. In Abb. 2.6 ist ein vereinfachtes Ersatzsystem eines zyklischen Modells mit den Segmenten $n - 1, n$ und $n + 1$ von insgesamt N Segmenten dargestellt.

Für das dargestellte Ersatzsystem ergibt sich die Massen- und Steifigkeitsmatrix ([Olson et al. 2014](#))

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_i & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_i & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & m_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_i & -k_c & 0 & \cdots & 0 & -k_c \\ -k_c & k_i & -k_c & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k_c & k_i & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_i & -k_c \\ -k_c & 0 & 0 & \cdots & -k_c & k_i \end{pmatrix}. \quad (2.50)$$

Hierbei bezeichnet der Index i die innere Masse bzw. Steifigkeit und der Index c die Kopplungssteifigkeit zum benachbarten Sektor. Diese kommt in der Realität hauptsächlich durch eine Kopplung über die Scheibe zustande. Die aerodynamische Kopplungssteifigkeit ist meist bei dem Arbeitsmedium Luft und herkömmlichen Werkstoffen der Beschaufelung gering. Es ist zu bemerken, dass m_i , k_i und k_c auch Matrizen eines komplexeren zyklischen Systems darstellen können. Die sich ergebenden Modenformen sind dabei meist charakteristische Schaufelmoden,

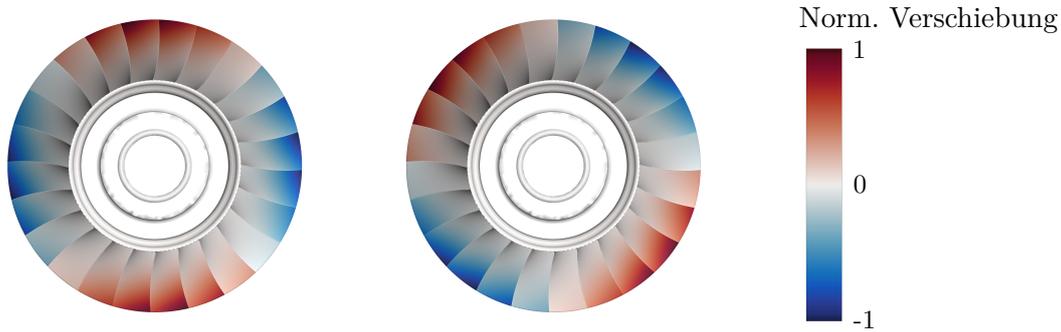


Abbildung 2.7: Doppelt auftretende reellwertige Moden mit Knotendurchmesser $ND = 2$ und stehendem Verschiebungsmuster (Prinzipskizze)

wie Biegungs- und Torsionsmoden. In Umfangsrichtung weisen die Schwingungsformen räumlich periodische Verschiebungsmuster mit unterschiedlichen Periodizitäten, die Knotendurchmesser ($|ND|$) genannt werden, auf. Insgesamt treten in Abhängigkeit von der Sektoranzahl (entspricht in der Regel der Anzahl an Schaufeln) N unterschiedlich viele Knotendurchmesser (Olson et al. 2014)

$$|ND| \leq ND_{max} = \begin{cases} \frac{N}{2}, & \text{wenn } N \text{ gerade} \\ \frac{N-1}{2}, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.51)$$

auf.

Da \mathbf{M} und \mathbf{K} zyklische Matrizen sind, kann gezeigt werden, dass bis auf maximal zwei Ausnahmen alle komplex konjugierten Eigenwertpaare λ^2 der Gl. (2.16) doppelt auftreten. Dadurch ergibt sich für jedes dieser Eigenwertpaare und somit für jeden Knotendurchmesser $|ND|$ ein Eigenraum, der durch zwei linear unabhängige Eigenvektoren dargestellt werden kann. Hier ist es sinnvoll, zwei orthogonale Vektoren zu wählen. Konkret bedeutet dies, dass zwei in Umfangsrichtung um 90° phasenversetzte stehende Wellen als reellwertige Moden vorliegen, wie exemplarisch in Abb. 2.7 gezeigt. Aufgrund der typischerweise umlaufenden Anregung im Bezugssystem des Rotors, die meist durch benachbarte Statorreihen auftreten, werden bei passender Frequenz und Umfangsmodenordnung des Anregungsmusters (Erregerordnung) beide Moden des Knotendurchmessers ebenfalls mit 90° Phasenversatz angeregt. Durch die Überlagerung ist folglich das Schwingungsmuster als rotierende Welle in oder entgegen der Rotationsrichtung der Beschauelfelung sichtbar. Diese Schwingungsform kann auch über einen komplexen Eigenvektor je Drehrichtung dargestellt werden (traveling-wave-Darstellung). Davon ausgenommen ist jedoch $ND = 0$ und bei gerader Segmentanzahl zusätzlich $ND = ND_{max}$, bei denen nur ein einfacher Eigenwert auftritt und die Moden demnach weiter als ortsfeste rein reelle Verschiebungsmuster auftreten (Olson et al. 2014).

In der Praxis ist eine Berechnung des 360° -Modells der beschauelfelten Scheibe unter Annahme der rotierenden Wellen folglich nicht notwendig. Eine Berechnung eines Segmentes ist ausreichend, wenn an den zyklischen Rändern des Modells die phasenversetzte Randbedingung

$$x_n(t) = x_{n-1}(t) \cdot e^{i\sigma} \quad (2.52)$$

verwendet wird. Hierbei bezeichnet σ den Interblade Phase Angle (IBPA), der die Phasenwindkeldifferenz zwischen einer Schaufel und der vorherigen Schaufel beschreibt. Ein negativer IBPA beschreibt eine in Rotationsrichtung vorwärts rotierende Welle (*FTW*), ein positiver IBPA eine entgegen der Rotationsrichtung rotierende Welle. Er kann über

$$\sigma = -\frac{360^\circ \cdot ND}{N} \quad (2.53)$$

berechnet werden. Jede charakteristische Schaufelmode tritt dabei für alle IBPAs, d. h. bei allen Knotendurchmessern, bei meist ähnlicher Frequenz und Modenform auf. Alle Knotendurchmesser zu einer charakteristischen Schaufelmode werden zu Modenfamilien (1. Biegung, 1. Torsion usw.) zusammengefasst. Durch die Kopplung über die Scheibe können jedoch die Eigenfrequenzen und Modenform in Abhängigkeit von den IBPA variieren, so dass in speziellen Fällen keine klare Zuordnung der Moden zu Modenfamilien möglich sein kann. Dies tritt auf, wenn sich die Eigenfrequenzen zweier Modenfamilien bei bestimmten Knotendurchmessern annähern und aufeinandertreffen. Dabei entsteht kein echter Schnittpunkt, sondern es kommt zu einem Ausweichen (Veering, [Manconi und Mace 2017](#)), bei dem Mischformen aus beiden Modenfamilien vorliegen.

2.3.2 Aerodynamische Kopplung

Durch die Wirkung des die Schaufeln umgebenden Fluids kann sich die modale Steifigkeit und Dämpfung der Schaufelmoden ändern. Dies führt zu zusätzlichen Termen in den Bewegungsgleichungen, bedingt durch die aerodynamische Steifigkeit und Dämpfung, die durch das Fluid wirkt. Diese Kopplungsphänomene müssen auf Basis des gesamten Schaufelkranzes berücksichtigt werden, da sich beispielsweise zwei benachbarte schwingende Schaufeln gegenseitig beeinflussen. Diese Kopplung erstreckt sich aber nicht nur über benachbarte Schaufeln, sondern über alle Schaufeln (vereinfacht angenommen) einer Rotorreihe, wobei in der Regel der Einfluss einer Schaufel auf eine andere mit der Entfernung stark abnimmt. Diese Betrachtungsweise basiert auf den aerodynamischen Einflusskoeffizienten ([Willeke et al. 2017](#)). Oft ist jedoch das Konzept der rotierenden Wellen sinnvoller, da hier in der Numerik die phasenversetzten Randbedingungen im Frequenzbereich aus Gl. (2.52) verwendet werden können und direkt in den auftretenden (unverstimmten) Systemmoden gerechnet werden kann. Für jede rotierende Welle ergibt sich dann eine individuelle aerodynamische Steifigkeit und Dämpfung, da hier die Phasenlage der schwingenden Schaufeln zueinander von großer Bedeutung ist.

Unter Vernachlässigung der strukturdynamischen Dämpfung ergibt sich die Bewegungsgleichung im Frequenzbereich in traveling-wave-Koordinaten zu ([Willeke et al. 2017](#))

$$\left(-\Omega^2 \tilde{\mathbf{M}} + i\Omega \tilde{\mathbf{D}}_{aero} + \tilde{\mathbf{K}} + \tilde{\mathbf{K}}_{aero}\right) \vec{q} = \vec{f}. \quad (2.54)$$

Es sei angemerkt, dass die aerodynamischen Kopplungskoeffizienten als extern angreifende Kräfte teilweise auch auf der rechten Seite der Gleichung als Kräfte auftauchen. Die Ergebnisse bleiben jedoch unverändert. Durch das hohe Schaufel-zu-Luft-Massenverhältnis wird die Masse der Luft in der Regel vernachlässigt ([Blocher und Gómez Fernández 2014](#)). Die Dämpfungs-

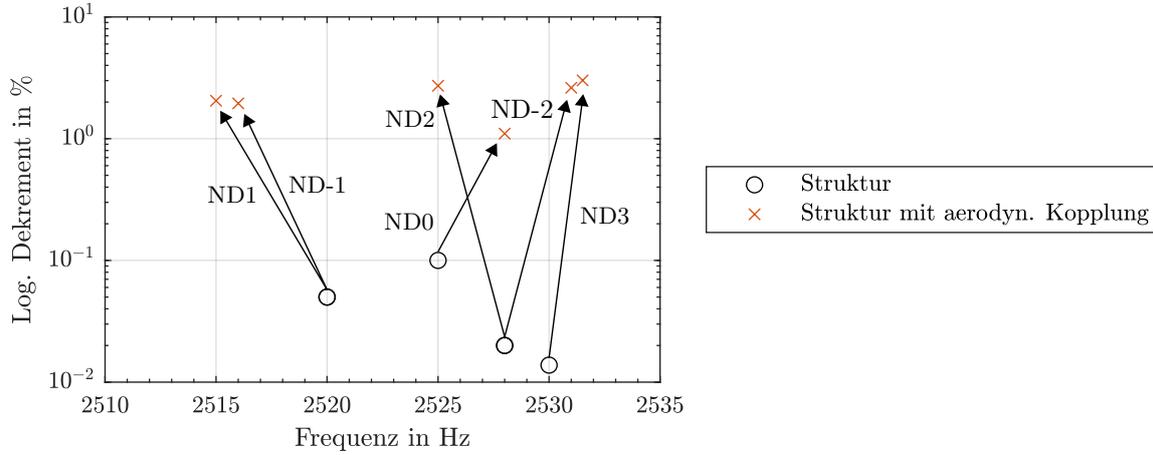


Abbildung 2.8: Einfluss der aerodynamischen Kopplung auf Eigenfrequenzen und modale Dämpfung (mechanische und aerodynamische Dämpfung) einer Blisk mit 24 Schaufeln (Prinzipskizze)

und Steifigkeitsmatrizen $\tilde{\mathbf{D}}_{aero}$ und $\tilde{\mathbf{K}}_{aero}$ stellen Diagonalmatrizen dar, die die Dämpfung und Steifigkeit der einzelnen rotierenden Knotendurchmesser d_{aero}^{ND} als Diagonalelemente aufweisen

$$\tilde{\mathbf{D}}_{aero} = \begin{pmatrix} d_{aero}^{ND_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{aero}^{ND_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_{aero}^{ND_N} \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{K}}_{aero} = \begin{pmatrix} k_{aero}^{ND_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{aero}^{ND_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{aero}^{ND_N} \end{pmatrix}. \quad (2.55)$$

Dabei wird angenommen, dass sich der Einfluss der traveling-wave-Moden auf die Aerodynamik linear Überlagern lässt. Die traveling-wave-Moden sind damit vollständig voneinander entkoppelt.

Ein Beispiel für den Einfluss der aerodynamischen Kopplung ist in Abb. 2.8 dargestellt. Wird die Struktur alleine betrachtet, so ergibt sich eine sehr geringe Dämpfung, die im linearen Fall aus der Materialdämpfung stammt. Aus den 24 Schaufeln der Struktur folgen 13 unterschiedliche Eigenwerte/Eigenfrequenzen und somit 13 Knotendurchmesser (0, |1|, ..., |11|, 12), wobei die Knotendurchmesser 1 bis 11 doppelt, z. B. als *BTW* und *FTW*, auftreten. Durch den Einfluss der aerodynamischen Kopplung erhöht sich die Dämpfung zunächst stark. Gleichzeitig sind nun jedoch auch 24 unterschiedliche Eigenfrequenzen erkennbar. Dies folgt aus der aerodynamischen Steifigkeit, die sich für die *BTW* und *FTW* eines Knotendurchmessers $|ND|$ unterscheiden.

2.3.3 Nicht-synchrone Schwingungen

Nicht-synchrone Schwingungen sind grundsätzlich alle Arten von Schwingungen, die nicht bei Drehzahlharmonischen auftreten. Damit ist die Vorhersage sehr schwierig, da es keine definierten Betriebspunkte gibt. Dennoch treten viele Arten von nicht-synchronen Schwingungen in bestimmten Kennfeldbereichen, oftmals bei niedrigen Massenströmen, auf, so dass zumindest grobe Anhaltspunkte gegeben sind. Typische Phänomene und Mechanismen sind *Flattern*, *Buffeting*, *Rotating stall*, *Rotierende Instabilitäten/NSV* (Stapelfeldt und Brandstetter 2020). Diese sollen im Folgenden kurz erläutert werden.

Flattern

Selbsterregte Schwingungen, auch Flattern (engl. Flutter) genannt, ist ein weitläufig bekanntes dynamisches und aeroelastisches Stabilitätsproblem. Beim Flattern kommt es zu einer anfachen- den Rückkopplung. Dabei führt die Schwingung der Beschau felung zu einer Selbstanregung, so dass die Schaufel immer stärker schwingt. Die Strömung antwortet dabei auf die Schaufel- schwingung mit einem Phasenversatz, die zu der entsprechenden Anregung führt. Bei einem ideal linearen System kommt es zu einem exponentiellen Ansteigen der Schwingungsamplitude, weshalb eine flatternde Beschau felung auch als negativ gedämpftes System beschrieben werden kann. In dem aerodynamisch gekoppelten System in Gl. (2.54) würde dies durch mindestens einem Knotendurchmesser ND mit $d_{aero}^{ND} < 0$ beschrieben werden.

Flattern kann in verschiedenen Bereichen des Kennfelds auftreten, so dass eine umfassende Betrachtung notwendig ist. Wird das Flattern nicht durch nicht-lineare Effekte oder einen Betriebspunktwechsel begrenzt, so führt dies meist nach kurzer Zeit zum Strukturversagen. Die Schwingung findet grundsätzlich bei der Eigenfrequenz der Beschau felung statt. Eine erste Abschätzung, ob eine Beschau felung in einem Betriebspunkt flatterfähig ist, gibt die reduzierte Frequenz

$$\omega^* = \frac{\omega c}{V_c} \quad (2.56)$$

an. Diese setzt die Überströmdauer des Fluids mit der Periodendauer der Schwingung ins Ver- hältnis. Hierbei bezeichnet c die Sehnenlänge der Schaufel, ω die Kreisfrequenz der Schwingung und U_c eine charakteristische Strömungsgeschwindigkeit (Försching 1974). Flattern tritt häufig bei $\omega^* < 1$ auf (Corral 2012).

Der Grund für das Auftreten von selbsterregten Schwingungen ist insbesondere von der Lage des Betriebspunktes im Kennfeld abhängig. Die häufigsten Mechanismen sind:

1. Klassisches Flattern
2. Stall Flattern
3. Choke Flattern

Klassisches Flattern ist in der Regel ein aeroelastisch lineares Problem, das auf Potentialeffek- te zurückzuführen ist (Försching 1974). Eine Begrenzung der Amplitude kann hier dennoch durch nicht-lineare strukturdynamische (Dämpfungs-) Mechanismen erfolgen (stabile Grenzzy- klen, engl. limit cycles). Stall und Choke Flattern treten nur in Verdichtern auf und sind meist nicht-lineare Phänomene, die sich selbst in der Amplitude begrenzen. Stall Flattern tritt durch die Interaktion der Schaufelschwingungen mit abgelösten Strömungsgebieten auf der Schaufel auf. Choke Flattern tritt dagegen an der Sperrgrenze auf. Hier verschiebt sich durch die Schau- felschwingungen die Position des engsten Querschnitts und so die Position des Stoßes. Dies führt zu starken Druckschwankungen an Druck- und Saugseite der Schaufeln, die insbesondere an der Saugseite destabilisieren können (Corral 2012). Ein weiterer, insbesondere in Fans auftre- tender Mechanismus ist das akustische Flattern, bei dem reflektierte akustische Wellen aus der Schwingung die Struktur weiter zum Schwingen anregen (Vahdati et al. 2009).

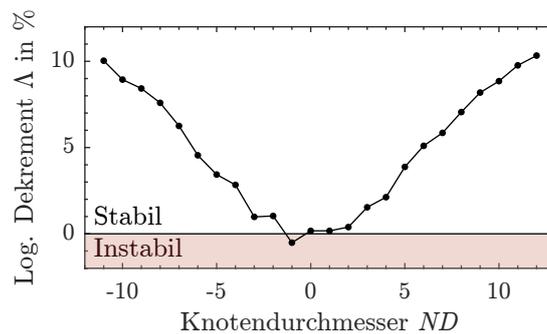


Abbildung 2.9: Dämpfungskurve der ersten Modenfamilie eines Rotor mit 24 Schaufeln (Prinzip-skizze)

Aufgrund der zyklischen Symmetrie der Turbomaschinenbeschaufelungen sollten alle Knotendurchmesser einer Modenfamilie hinsichtlich ihrer Stabilität bewertet werden. Dazu wird die Dämpfung, wie exemplarisch in Abb. 2.9 dargestellt, einer Modenfamilie über die Knotendurchmesser aufgetragen. Die dargestellte Dämpfung kann sich aus aerodynamischer, aber auch aus strukturdynamischer Dämpfung ergeben. Wie bereits beschrieben kann jedoch für Blisks die strukturdynamische Dämpfung häufig vernachlässigt werden. Die aerodynamische Dämpfung zeigt typischerweise für die erste Biegung den in Abb. 2.9 dargestellten sinusähnlichen Verlauf, was auf die Interaktion zwischen den einzelnen Schaufeln zurückzuführen ist. Bei hohen Knotendurchmessern (großer IBPA) schwingen benachbarte Schaufeln nahezu gegenphasig, was auch zu einer entsprechenden dämpfenden Fluideinwirkung führt. Bei geringen Knotendurchmessern schwingen die Schaufeln jedoch nahezu gleichphasig, was zu geringen aerodynamischen Dämpfungen führt. Insbesondere diese können dann, wie in Abb. 2.9 bei $ND = -1$ dargestellt, negativ werden, was ein instabiles System und somit selbsterregte Schwingungen zur Folge hat.

Buffeting

Buffeting wird in der Literatur unterschiedlich definiert. Nach [Dowell und Clark \(2005\)](#), [Hall et al. \(2006\)](#) und [Stapelfeldt und Brandstetter \(2020\)](#) wird Buffeting durch die Breitbandanregung der Schaufeln durch (zufällige) Instationaritäten in der Strömung, wie Strömungsablösungen, hervorgerufen. Dabei bilden sich keine kohärenten, über den Umfang wandernden aerodynamischen Störungen aus, wie es bei anderen Schwingungsphänomenen in Turbomaschinen typischerweise der Fall ist. Stattdessen sind die Störungen im rotierenden System ortsfest. Die Schaufelschwingungen variieren über den Umfang oder schwingen in Knotendurchmesser 0. Das Auftreten kann über die Strouhal-Zahl abgeschätzt werden. Andere Quellen, wie [Försching \(1974\)](#), bringen das Phänomen jedoch explizit mit stoßinduzierten Ablösungen in Verbindung. In allen Fällen ist Buffeting jedoch von Flattern dadurch abzugrenzen, dass die Schwingung das anregende Strömungsfeld nicht beeinflusst und somit die Schwingung nicht selbsterregend ist.

Rotating Stall

Rotating Stall (auch rotierende Ablösungen) ist ein zunächst rein aerodynamisches Phänomen, bei dem Ablösungen über den Umfang rotieren. Dabei erzeugt die Versperrung einer Passage durch die Strömungsablösung die Fehlanströmung einer benachbarten Passage, was zu dem Rotieren der Stall-Zellen führt ([Emmons et al. 1955](#)). Bei passender Eigenfrequenz können die so auftretenden Druckschwankungen auch nicht-synchrone Schaufelschwingungen bei dem entsprechenden Knotendurchmesser anregen. Im Unterschied zu Stall-Flattern ist beim Rotating Stall

der Anregungsmechanismus auch ohne Schaufelbewegung vorhanden und wird nicht durch die Schaufelbewegung verstärkt. Eine Unterscheidung vom Stall-Flattern im Experiment ist nicht immer ohne detaillierte Untersuchungen möglich.

Rotierende Instabilitäten/NSV (non-synchronous vibrations)

Zum Mechanismus und zur Benennung von rotierenden Instabilitäten und durch sie induzierte Schwingungen gibt es in der Wissenschaft noch keinen abschließenden Konsens. Grundsätzlich treten instationäre aerodynamische Störungen in Form von Wirbeln bei niedrigen Massenströmen und besonders, aber nicht ausschließlich, bei Verdichtern in der Nähe der Pumpgrenze auf, siehe beispielsweise [Mailach et al. \(2001\)](#). Anregungsmechanismen von NSV in Turbinen wurden jüngst von [Kim et al. \(2023\)](#) beschrieben. Diese Störungen rotieren in ähnlicher Geschwindigkeit wie rotierende Stallzellen konvektiv über den Umfang, sind jedoch nicht mit Rückströmungen assoziiert ([Stapelfeldt und Brandstetter 2020](#)). Die Störungen bilden dabei zunächst eine Überlagerung von verschiedenen Umfangsmoden/Knotendurchmessern, die im stationären Frequenzspektrum als benachbarte Spitzen beobachtet werden und teilweise als rotierende Instabilitäten bezeichnet werden. Nach [Brandstetter et al. \(2021\)](#) kann sich daraus eine kohärente Strömungsstruktur bilden, wenn sich eine Struktureigenfrequenz in der Nähe befindet. Dann kann es zu einem sogenannten „lock-in“ kommen, bei dem die aerodynamischen Strukturen Frequenz und Knotendurchmesser der Schaufeleigenmode annimmt und diese zum Schwingen anregt. Diese Schwingungen werden auch als NSV (non-synchronous vibrations) bezeichnet, wobei dies von dem Überbegriff der nicht-synchronen Schwingungen abzugrenzen ist, der auch die anderen genannten Phänomene umfasst.

2.3.4 Synchrone Schwingungen

Synchrone Schwingungen der Rotorschaukeln treten bei drehzahlharmonischen Frequenzen auf, die typischerweise aus stehenden aerodynamischen Strukturen angeregt werden. Die Anregung entspringt dabei meist aus geometrischen Periodizitäten, wie einer bestimmten Anzahl von Statorschaufeln oder Stützrippen. Folglich ist das Schwingungsphänomen eine erzwungene Schwingung. Auch wenn nicht-synchrone Schwingungen ebenfalls erzwungene Schwingungen sein können, werden erzwungene synchrone Schwingungen im Turbomaschinenkontext typischerweise als Forced Response bezeichnet.

Im Folgenden sollen die Nachläufe einer stromaufliegenden Statorreihe mit V Schaufeln betrachtet werden. Eine Rotorschaukel rotiert je Rotorumdrehung an den V Statorschaufeln vorbei. Dabei erfährt sie auf ihrer Oberfläche periodische Druckschwankungen, die durch die Nachläufe der Statorschaufeln ausgelöst werden. Die Nachläufe können über eine räumliche Fourier-Zerlegung des Totaldrucks in Umfangsmoden beschrieben werden. Diese weisen im stationären Bezugssystem die Frequenz 0 auf, im rotierenden Bezugssystem des Rotors führen diese jedoch zu einer Anregung bei einem Vielfachen der Drehzahl Ω_r , der Blattwechselfrequenz (vane passing frequency, VPF) Ω_{VPF}

$$\Omega = h \cdot \Omega_{VPF} = \underbrace{h \cdot V}_{EO} \cdot \Omega_r \quad (2.57)$$

und deren Harmonischer h . Die anregende Drehzahlharmonische wird auch als Erregerordnung EO bezeichnet.

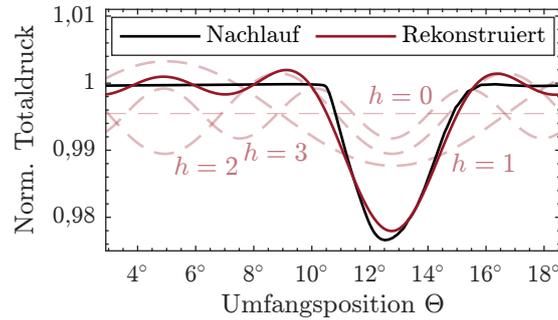


Abbildung 2.10: Darstellung des Totaldruckverlaufs im Nachlauf eines von insgesamt 23 Statorn einer Passage und dessen Rekonstruktion aus drei Harmonischen ($h = 0, 1, 2, 3$). Für eine bessere Sichtbarkeit wurden die Harmonischen $h = 1, 2, 3$ um die 0. Harmonische in y -Richtung verschoben (Prinzipiskizze).

In Abb. 2.10 ist exemplarisch ein Nachlauf und dessen Zusammensetzung aus den Harmonischen dargestellt. Aufgrund der (näherungsweise) Symmetrie von Turbomaschinen reicht hierfür die Betrachtung einer Statorpassage aus. Je nach Form des Nachlaufs ist eine unterschiedliche Zahl von Harmonischen für eine gute Wiedergabe des Nachlaufs nötig. Insbesondere bei dünnen und tiefen (hoher Totaldruckverlust) Nachläufen sind meist mehr Harmonische notwendig. Zudem treten bei starken Gradienten Überschwinger, das sogenannte Gibbs-Phänomen (Gibbs 1899), auf. Bei Unstetigkeiten bleiben diese auch mit zunehmender Zahl an Harmonischen bestehen. Die Amplitude des größten Überschwingers läuft gegen einen Wert von ca. 9% der Sprunghöhe (Meyer 2021). Eine Anregung kann neben der erwähnten Nachlaufanregung auch durch andere Effekte, wie den Potentialeffekt der stromabliegenden Statorreihe, durch akustische Moden oder durch Störungen am Eintritt erfolgen.

Ob die Welle vorwärts (FTW) oder rückwärts (BTW) rotiert, hängt von dem Anregungsmuster ab und wird in der Regel durch das Vorzeichen des Knotendurchmessers ND beschrieben. Da es für den Knotendurchmesser unterschiedliche Vorzeichenkonventionen gibt, sei an dieser Stelle angemerkt, dass in dieser Arbeit eine in Drehrichtung des Rotors rotierende Welle stets mit einem positiven Knotendurchmesser und eine entgegen dem Rotor rotierende Welle mit einem negativen Vorzeichen bezeichnet werden. Bei fremderregten Schwingungen in Turbomaschinen tritt, wie bereits erläutert, die Anregung der Beschaukelung in der Regel bei dem Vielfachen der Drehzahl EO als umfangsperiodisches rotierendes Muster auf. Dieses regt bei einem zyklischen System nur einen bestimmten Knotendurchmesser in einer Rotationsrichtung an, was aus der modalen Erregerkraft in Gl. (2.23) und der Orthogonalität der verschiedenen Knotendurchmesser zueinander folgt. Der antwortende Knotendurchmesser lässt sich über die anregende Erregerordnung EO über

$$ND = -(EO - k \cdot N), \quad k \in \mathbb{Z} : -ND_{max} \leq ND \leq ND_{max} \quad (2.58)$$

berechnen. Hierbei ist anzumerken, dass für eine gerade Schaufelzahl $\pm ND_{max}$ die gleichen Knotendurchmesser sind. Der Zusammenhang ist exemplarisch für einen Rotor mit 24 Schaufeln in Abb. 2.11 links dargestellt.

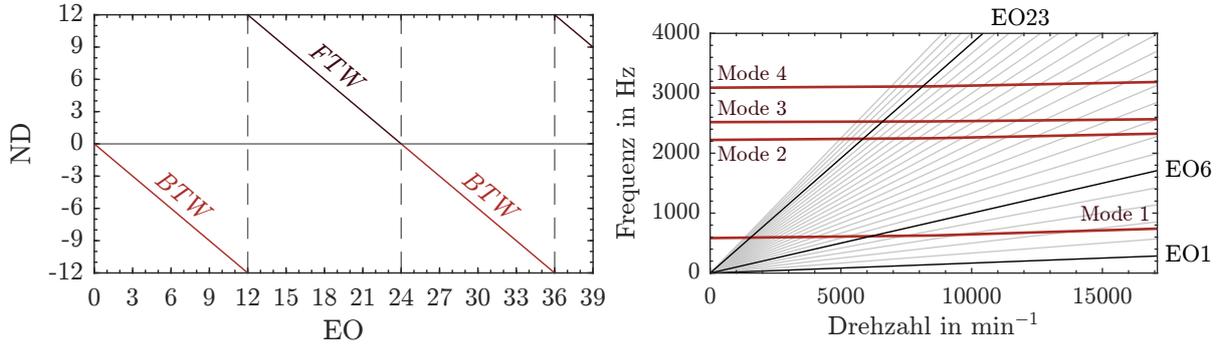


Abbildung 2.11: Links: Zusammenhang zwischen Erregerordnung EO und angeregtem Knotendurchmesser ND bei einem Rotor mit 24 Schaufeln (Prinzipiskizze); Rechts: Campbell-Diagramm (Prinzipiskizze)

Für die modale Anregungskraft \vec{f} in Gl. (2.54) ergibt sich folglich nur ein von 0 abweichender Eintrag

$$\tilde{f}_i \begin{cases} \neq 0 & ND_i = ND \\ = 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.59)$$

bei der entsprechenden Anregungsfrequenz $\Omega = EO \cdot \Omega_r$.

Um kritische Betriebspunkte zu identifizieren, eignet sich das Campbell-Diagramm Abb. 2.11. Dieses stellt in einem Diagramm der Drehzahl die drehzahlabhängigen Eigenfrequenzen der verschiedenen Moden gegenüber. Zusätzlich werden die relevanten Erregerordnungen als Gerade eingezeichnet. An den Schnittpunkten mit den Moden ergeben sich Resonanzstellen, an denen hohe Schwingungsamplituden erwartet werden.

2.3.5 Verstimmung (Mistuning)

In realen Systemen liegt keine echte zyklische Symmetrie vor, da sich Massen- und Steifigkeitsverteilung der einzelnen Sektoren unterscheiden. Dies kommt zum Beispiel durch Fertigungstoleranzen, Materialinhomogenitäten oder unterschiedliche Kontaktbedingungen zustande. Zudem ist auch eine bewusste Verstimmung möglich. Ein verstimmtes zyklisches System wird im Folgenden mit der Bewegungsgleichung

$$(\mathbf{M}^\circ + \Delta\mathbf{M}) \ddot{\vec{x}} + (\mathbf{D}^\circ + \Delta\mathbf{D}) \dot{\vec{x}} + (\mathbf{K}^\circ + \Delta\mathbf{K}) \vec{x} = \vec{0} \quad (2.60)$$

beschrieben. Die Matrizen $\Delta\mathbf{M}$, $\Delta\mathbf{D}$ und $\Delta\mathbf{K}$ beschreiben die Änderung der Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen der einzelnen Sektoren im Vergleich zum unverstimmten System mit den Systemmatrizen \mathbf{M}° , \mathbf{D}° und \mathbf{K}° . Diese Verstimmungsmatrizen führen zum Verlust der zyklischen Gestalt der resultierenden Systemmatrizen. Somit kommen die Eigenwerte nicht mehr doppelt vor und die Orthogonalität der Moden gegenüber den Knotendurchmessern verschwindet. Oftmals wird nur eine Steifigkeitsverstimmung angenommen. In traveling-wave-Koordinaten

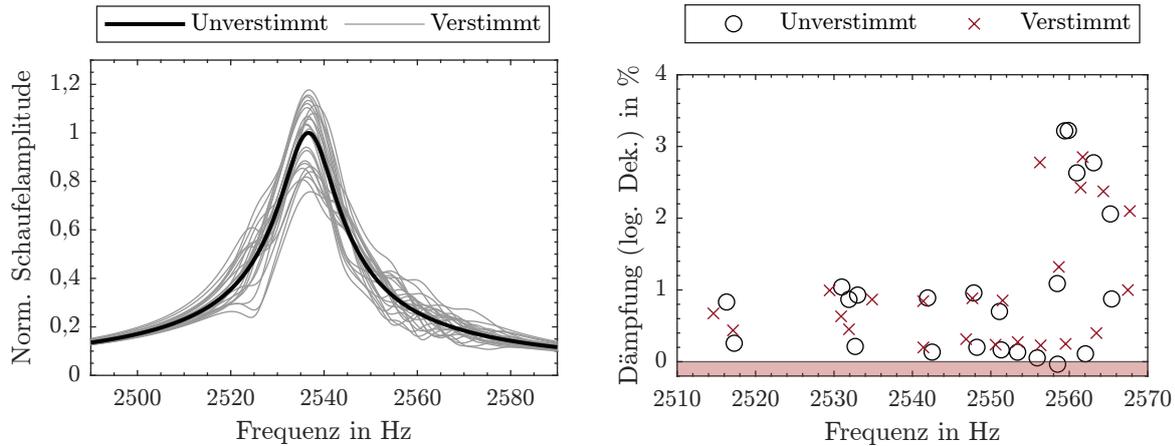


Abbildung 2.12: Einfluss der Verstimmung (Prinzipiskizze). Links: Schaufelantworten; Rechts: Einfluss auf Dämpfung und Frequenzen der Systemmoden

ergibt sich zunächst eine Blockdiagonalform der nominellen Systemmatrizen. Durch Modaltransformation folgt dann

$$\left(-\Omega^2 \tilde{\mathbf{M}} + i\Omega \tilde{\mathbf{D}} + \tilde{\mathbf{K}} + \Delta \tilde{\mathbf{K}}\right) \vec{q} = \vec{f}. \quad (2.61)$$

Die Verstimmungsmatrix $\Delta \tilde{\mathbf{K}}$ ist dabei als einzige keine Diagonalmatrix. Dies zeigt anschaulich, dass die Systemmoden nicht mehr als isolierte Knotendurchmesser-Schwingungen vorliegen, da die Verstimmungsmatrix Koppelungsterme zwischen diesen einführt. Daraus ergeben sich folgende Konsequenzen (Kenyon und Griffin 2003):

1. **Frequenzaufspaltung** bezeichnet das Auseinanderwandern der Eigenfrequenzen der stehenden Modenpaare.
2. **Modenverzerrung** bezeichnet die Beteiligung von zusätzlichen Knotendurchmessern und anderen Modenfamilien an der Modenform.

Frequenzaufspaltung tritt bereits bei kleiner Verstimmung auf und tritt hauptsächlich auf, wenn die Umfangsperiodizität der Verstimmung dem doppelten des Knotendurchmessers entspricht. Die stehenden Moden können aufgrund der nun abweichenden Frequenzen nicht mehr zu einer rotierenden Welle kombiniert werden. Es kommt zu Amplituden, die gegenüber dem unverstimmten Fall erhöht sind.

Für größere Verstimmungen dominiert die Modenverzerrung. Durch die Verstimmung ist die Schwingungsenergie nicht mehr gleichmäßig in allen Sektoren der Beschaukelung verteilt, sondern konzentriert sich in einigen benachbarten Schaufeln (Wei und Pierre 1988), auch Modenlokalisierung genannt. Ein Beispiel ist in Abb. 2.12 links gezeigt. Die maximalen verstimmtten Schaufelamplituden (Amplituden der verstimmtten Struktur) liegen in diesem Beispiel 18 % über den unverstimmten Amplituden, während einige Schaufeln auch verringerte Amplituden erfahren. Dies ergibt sich aus der Zusammensetzung der verstimmtten Mode aus mehreren Knotendurch-

messern. Die maximale Erhöhung der Schwingungsamplitude gegenüber dem unverstimmten Fall wurde durch [Whitehead \(1966\)](#) in Abhängigkeit von der Schaufelzahl N analytisch zu

$$\frac{\hat{q}_{max}}{\hat{q}_{tuned}} = \frac{1 + \sqrt{N}}{2} \quad (2.62)$$

bestimmt. Aus der Modenverzerrung resultiert gleichzeitig die Möglichkeit, eine Mode durch mehrere Knotendurchmesser bzw. Erregerordnungen anzuregen.

Während Verstimmung bei erzwungenen Schwingungen ein Problem darstellt, da die Amplitudenüberhöhungen durch die Modenlokalisierung zu Strukturversagen führen kann, ist sie bei selbsterregten Schwingungen von Vorteil. Das kombinierte Antworten von mehreren Knotendurchmessern führt nämlich auch zu einer Änderung der Dämpfung. Dabei nähern sich die Dämpfungen der verstimmten Moden mit zunehmender Verstimmung immer weiter ihrem Mittelwert an, was u. a. zu einer Erhöhung der minimalen Dämpfung (aber auch einer Verringerung der maximalen Dämpfung) führt und somit Flattern verhindern kann. Ein entsprechendes Beispiel ist in Abb. 2.12 rechts dargestellt.

2.3.6 Numerische Modellierungsansätze

In diesem Abschnitt soll ein kurzer Überblick über numerische Verfahren und Ansätze gegeben werden, die für die Untersuchungen in dieser Arbeit relevant sind.

Harmonic Balance

Instationäre Strömungen in Turbomaschinen sind in der Regel durch die Rotation bedingt zeitlich periodisch. Dies macht eine Betrachtung der Strömung im Frequenzbereich sinnvoll und erlaubt eine effiziente Lösung von zyklischen Problemen. Ein weit verbreitetes Verfahren ist die sogenannte Harmonic Balance (HB) Methode, die eine nicht-lineare Berechnung der Strömung im Frequenzbereich bei ausgewählten Frequenzen ermöglicht. Dies ermöglicht zudem die Verwendung von periodischen Randbedingungen mit Phasenversatz in Umfangsrichtung, so dass eine Strömungspassage als numerisches Modell meist ausreichend ist und den Rechenaufwand deutlich reduziert. Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass manche HB Ansätze auch mit zwei Strömungspassagen arbeiten. Auch hier kann aber auf die periodischen Interfaces mit Phasenversatz zurückgegriffen werden.

Es gibt verschiedene numerische Ansätze für HB, die teilweise die Navier-Stokes-Gleichungen direkt im Frequenzbereich lösen und teilweise eine nicht-lineare Kopplung aller aufgelösten Frequenzen miteinander ermöglichen. Aufgrund des mit der Anzahl an Frequenzen stark zunehmenden Rechenaufwands und der aufwändigen Implementierung durch das komplexe nicht-lineare Verhalten von Turbulenzmodellen werden diese in der Praxis jedoch kaum angewendet ([Frey et al. 2014](#), [Hall et al. 2002](#)). Ein häufig verwendeter Ansatz ist ein hybrides Verfahren, das sowohl im Frequenz- als auch im Zeitbereich mittels (inverser) diskreter Fourier-Transformation arbeitet. Dies hat den Vorteil, dass die verwendeten Modelle und Randbedingungen aus dem ursprünglichen Löser im Zeitbereich erhalten bleiben. Eine nicht-lineare Kopplung erfolgt nur zwischen bestimmten aufgelösten Frequenzen. Im Folgenden soll das hybride HB Verfahren des Strömungslösers TRACE vorgestellt werden ([Frey et al. 2014](#)), das in dieser Arbeit eingesetzt wird.

Die Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes (URANS) Gleichungen werden dazu als

$$\frac{\partial \vec{q}(t,x,y,z)}{\partial t} + \vec{R}(\vec{q}(t,x,y,z)) = \vec{0} \quad (2.63)$$

dargestellt, wobei \vec{R} das diskretisierte RANS Residuum und \vec{q} den zeit- und ortsabhängigen Vektor der Erhaltungsgrößen darstellt. Das zeitperiodische Strömungsfeld kann als Summe von Schwingungen einer Grundfrequenz ω und deren K Harmonischen

$$\vec{q}(t,x,y,z) = \text{Re} \left\{ \sum_{k=0}^K \vec{q}_k(x,y,z) e^{ik\omega t} \right\} \quad (2.64)$$

beschrieben werden. In der Regel ist hier eine finite Anzahl von Harmonischen K notwendig, um das zu untersuchende Strömungsphänomen ausreichend genau wiederzugeben.

Damit folgt für Gl. (2.63)

$$ik\omega \vec{q}_k + \widehat{\vec{R}(\vec{q})}_k = \vec{0}, \quad k = 0, \dots, K. \quad (2.65)$$

Da die RANS-Gleichungen $\vec{R}(\vec{q})$ nicht-linear sind, folgt, dass die k -te Harmonische des Residuums $\widehat{\vec{R}(\vec{q})}_k$ ebenfalls nicht-linear ist und somit von den anderen Harmonischen k abhängen kann. Die Gleichungen (2.65) der einzelnen Harmonischen k sind somit nicht entkoppelt. Folglich ist die mathematische Kopplung der Terme notwendig, die hier über die diskrete Fourier-Transformation \mathcal{F} erfolgt. Dazu werden nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem mindestens $n_{min} = 2K + 1$ äquidistant verteilte Stützstellen verwendet und es ergibt sich

$$ik\omega \vec{q}_k + \mathcal{F}(\vec{R}(\mathcal{F}^{-1}\vec{q}))|_k = \vec{0}, \quad k = 0, \dots, K. \quad (2.66)$$

Der resultierende Lösungsalgorithmus basiert somit darauf, dass die Lösungen im Frequenzbereich \vec{q} über eine inverse Fourier-Transformation zu $n \geq n_{min}$ Zeitpunkten in den Zeitbereich transformiert und in die klassischen RANS Gleichungen \vec{R} eingesetzt werden. Dadurch ergeben sich Lösungen zu n Zeitpunkten, die wiederum über eine Fourier-Transformation in den Frequenzbereich transformiert und mit der im Frequenzbereich formulierten zeitlichen Ableitung addiert werden. Das numerische Verfahren bestimmt \vec{q} dann so, dass dieses Ergebnis zu null wird. Die numerische Lösung der Gl. (2.66) erfolgt letztendlich analog zu stationären Berechnungen mit einem impliziten Pseudozeitschritt-Verfahren.

Liegen mehrere Grundfrequenzen vor, so werden die betrachteten instationären Störungen in so genannten Harmonic Sets gegliedert. Ein Harmonic Set beschreibt Kreisfrequenz ω und Interblade Phase Angle σ von Grundfrequenz und deren Harmonische als

$$\mathcal{S} = \{(0,0), (k_1\omega, k_1\sigma), \dots, (k_K\omega, k_K\sigma)\}. \quad (2.67)$$

Über ein Taylor-Polynom 2. Ordnung wird das Residuum im Zeitbereich $R(\mathcal{F}^{-1}\hat{q})$ durch eine Gleichung der Form

$$\vec{R}(\mathcal{F}^{-1}\hat{q}_{\mathcal{S}}) = \vec{C} + \sum_{\omega \in \mathcal{S} \setminus (0,0)} \vec{L}_{\omega} + \sum_{\omega, \omega' \in \mathcal{S} \setminus (0,0)} \vec{Q}_{\omega, \omega'} + \mathcal{O}(\|\hat{q}'\|_{\infty}^3) \quad (2.68)$$

mit den konstanten, linearen und quadratischen Termen \vec{C} , \vec{L} und \vec{Q} approximiert. Die nicht-lineare Kopplung zweier Frequenzen erfolgt folglich nur durch den Term \vec{Q} .

Existieren mehrere Harmonic Sets $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \dots$ ist die Wahl der Stützstellen für die Fourier-Transformation nicht mehr trivial, da sich die Konditionszahl der Fouriermatrizen verschlechtert. Der Ansatz entkoppelt deshalb die Harmonic Sets über die Näherung

$$\vec{R}\left(\mathcal{F}^{-1}\vec{q}_{\mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_2} \dots\right) \approx \vec{R}\left(\mathcal{F}^{-1}\vec{q}_{\mathcal{S}_1}\right) + \vec{R}\left(\mathcal{F}^{-1}\vec{q}_{\mathcal{S}_2}\right) + \dots - \vec{R}\left(\mathcal{F}^{-1}\vec{q}_{\mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_2}\right) - \dots \quad (2.69)$$

weitgehend. Folglich werden die Harmonic Sets nur in sich und über Frequenzen, die in anderen Harmonic Sets ebenfalls vorhanden sind ($\mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_2$) nicht-linear gekoppelt, also in der Fourier-Transformation berücksichtigt. Dies reduziert den Rechenaufwand und erhöht die Stabilität erheblich, da weiter eine äquidistante Stützstellenverteilung und somit eine gut konditionierte Fouriermatrix verwendet werden kann. Für aeroelastische Berechnungen müssen zudem harmonische Netzverschiebungen aufgeprägt und mit berücksichtigt werden. Dafür sei auf [Ashcroft et al. \(2014\)](#) verwiesen.

Berücksichtigung der aerodynamischen Effekte in den Bewegungsgleichungen

Aerodynamische Effekte werden in der Regel in den strukturdynamischen Bewegungsgleichungen durch modale Größen ausgedrückt. Diese werden durch eine einseitig gekoppelte Fluid-Struktur-Interaktion mittels Computational Fluid Dynamics (CFD) berechnet. Grundsätzliche Annahme für die Berechnung der aerodynamischen Effekte ist die Linearität von Strukturmechanik und Aerodynamik sowie ein vernachlässigbarer Einfluss der Masse der die Schaufel umströmenden Luft. Dies erlaubt das Separieren der aerodynamischen Einflüsse auf die Struktur in Dämpfungs- und Anregungseffekte. Die Berechnungen erfolgen demnach mithilfe von zwei Simulationen. Eine detaillierte Übersicht über alle getroffenen Annahmen und Herleitungen sind für die Energie-Methode (siehe unten) in [Blocher und Gómez Fernández \(2014\)](#) dargestellt. Sie sind jedoch größtenteils auch für die Berücksichtigung in den Bewegungsgleichungen gültig.

Der aerodynamische Einfluss auf die Schwingung im Sinne von Steifigkeit und Dämpfung lässt sich über die aerodynamische Arbeit, die das Fluid an der Schaufel bei Schwingung leistet, berechnen. Dazu werden in instationären CFD-Simulationen die Modenformen als Schaufelschwingungen vorgegeben und die instationären Druckkräfte mit den Verschiebungen über die Schaufel integriert. Die Kraft auf einem Teil k mit der Fläche S_k der Schaufeloberfläche berechnet sich aus dem Mittelwert und instationären Schwankungen von Druck \bar{p}, p' und Normalenvektor \vec{n}, \vec{n}' bei der Kreisfrequenz ω zu

$$\vec{f}_j(t) = -\left(p'_j \vec{n}_j + \bar{p}_j \vec{n}'_j\right) e^{i\omega t} S_j. \quad (2.70)$$

Daraus lässt sich mit dem modalen Verschiebungsvektor \vec{x} die aerodynamische Arbeit

$$W = -\int_0^T \dot{\vec{x}}^H \vec{f}(t) dt \quad (2.71)$$

$$= -i\pi \dot{\vec{x}}^H \vec{\hat{f}} \quad (2.72)$$

bestimmen (Kersken et al. 2012). Das logarithmische Dekrement ergibt sich dann mit der Schwingungsenergie E über (Carta 1967)

$$\Lambda = -\frac{\operatorname{Re}\{W\}}{2E} = -\frac{\operatorname{Re}\{W\}}{\omega^2 \tilde{m}}. \quad (2.73)$$

Hierbei stellt \tilde{m} die modale Masse der in der CFD-Berechnung verwendeten Mode mit der entsprechenden Amplitude dar. Zudem kann der äquivalente viskose Dämpfungs- und Steifigkeitskoeffizient

$$d_{aero}^{ND} = -\frac{\operatorname{Re}\{W\}}{\pi\omega A^2}, \quad k_{aero}^{ND} = -\frac{\operatorname{Im}\{W\}}{\pi A^2} \quad (2.74)$$

bestimmt werden, der für die modale Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix in Gl. (2.55), benötigt wird. Da in der Regel in der numerischen Simulation die Modenform \hat{x} skaliert wird, muss dieser Skalierungsfaktor A berücksichtigt werden (Willeke et al. 2017). Hierbei ist anzumerken, dass in der Regel von kleinen Schaufelauslenkungen und so einem linearen aerodynamischen Verhalten ausgegangen wird. Das bedeutet, dass die bestimmte Dämpfung und Steifigkeit von der (kleinen) Schwingungsamplitude unabhängig ist und die aerodynamische Arbeit entsprechend quadratisch skaliert (Blocher und Gómez Fernández 2014). Eine Berechnung bei unterschiedlichen Schwingungsamplituden ist jedoch bei nicht-linearer Aerodynamik ebenfalls denkbar. Wichtig bleibt jedoch, dass, wie in Abschn. 2.3.2 beschrieben, die verschiedenen traveling-wave Moden in der Aerodynamik linear überlagert werden können. Da die Moden als rotierende Wellen mit unterschiedlichen Knotendurchmessern auftreten, sind Berechnungen mit einer Strömungspassage mit konventionellen Verfahren meist nicht ausreichend. Bevorzugt wird deshalb auf numerische Frequenzbereichsverfahren mit Phasenversatz-Randbedingungen an den periodischen Rändern zurückgegriffen, wie die oben beschriebene Harmonic Balance Methode.

Zusätzlich kann für erzwungene Schwingungen die modale Anregungskraft in einer weiteren Simulation mit starrer Schaufel berechnet werden. Grundlage dafür sind die anregenden instationären Schaufeldrücke, die z. B. aus Schaufelnachläufen bei der Anregungsfrequenz berechnet werden. Die modale Anregungskraft \hat{f}_{aero}^{ND} für den anregenden Knotendurchmesser ND ergibt sich dann aus dem Betrag der aerodynamischen Arbeit $|W|$ über (Maroldt et al. 2022b)

$$\hat{f}_{aero}^{ND} = \frac{|W|}{-i\pi A}. \quad (2.75)$$

Energie-Methode

Ein häufig verwendetes Verfahren zur Bestimmung einer unverstimmten Schwingungsamplitude bei Resonanz eines linearen Systems ist die Energie-Methode (Moffatt und He 2003). Auch hier wird je eine Anregungs- und eine Dämpfungssimulation mittels CFD durchgeführt. Die Modenform wird ebenfalls über den Skalierungsfaktor A auf eine maximale Amplitude \hat{A}_{scale} skaliert. Im Rahmen der Dämpfungsbestimmung wird über Gl. (2.72) dann die aerodynamische Dämpfungsarbeit $W_{d,\hat{A}}$ berechnet. Weiter wird für die Anregung über Gl. (2.72) die aerodynamische Anregungsarbeit $W_{fr,\hat{A}}$ berechnet.

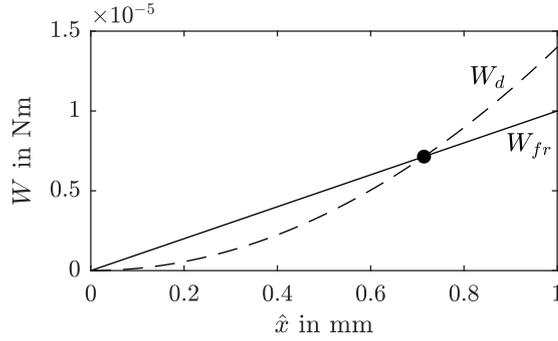


Abbildung 2.13: Energiegleichgewicht aus Anregungs- und Dämpfungsarbeit (Prinzipische Skizze), nach Moffatt und He (2003)

Aufgrund der Linearität lässt sich folglich wie in Abb. 2.13 dargestellt die aerodynamische Arbeit über die Amplitude der verwendeten Modenform skalieren. Wird die Amplitude auf den Wert \hat{x}_{eq} skaliert, so gilt

$$W_{d,\hat{A}_{eq}} = \frac{\hat{A}_{eq}^2}{\hat{A}_{scale}^2} W_{d,\hat{A}_{scale}} \quad (2.76)$$

$$W_{fr,\hat{A}_{eq}} = \frac{\hat{A}_{eq}}{\hat{A}_{scale}} W_{fr,\hat{A}_{scale}}. \quad (2.77)$$

Da in Resonanz ein Gleichgewicht aus Anregungsarbeit und Dämpfungsarbeit vorliegt, ergibt sich im Resonanzfall die Amplitude

$$0 = W_{d,\hat{A}_{eq}} + W_{fr,\hat{A}_{eq}} \quad (2.78)$$

$$\Leftrightarrow \hat{A}_{eq} = -\hat{A}_{scale} \frac{W_{fr,\hat{A}_{scale}}}{W_{d,\hat{A}_{scale}}}. \quad (2.79)$$

Fundamental Mistuning Model (FMM)

Das *Fundamental Mistuning Model* (Feiner und Griffin 2002) ist ein in der Literatur häufig verwendetes Modell, da es sehr einfach anwendbar ist und nur wenig Eingabedaten benötigt. Es basiert auf dem *subset of nominal modes* Ansatz (SNM) von Yang und Griffin (2001). Als nominelle (*nominal*) Moden werden Moden der unverstimmten Struktur bezeichnet. Das SNM-Konzept besagt, dass die Moden einer (leicht) verstimmten Struktur durch einen Teil der nominellen Moden dargestellt werden können. Die Teilmenge der nominellen Moden wird dabei so ausgewählt, dass sie nur in der Frequenz nahe beieinander liegende Moden enthält. Im FMM werden die verstimmten Moden $\hat{\mathbf{X}}$ aus den unverstimmten Moden $\hat{\mathbf{X}}^\circ$ einer Modenfamilie über

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{X}}^\circ \quad (2.80)$$

zusammengesetzt. Annahme ist eine in der Frequenz isolierte Modenfamilie und dass sich die grundsätzliche Modenform durch die Verstimmung nicht ändert. Eine allgemeinere Form des FMM wurde durch Feiner und Griffin (2004) beschrieben. Damit können prinzipiell auch Modenfamilien mit größerem Scheibenanteil in der Modenform berücksichtigt werden, da für jeden

Knotendurchmesser eine individuelle Eigenfrequenz bestimmt wird. In der Praxis führt der erhöhte Scheibenanteil jedoch oft zu einer Änderung der Modenform bei unterschiedlichen Knotendurchmessern, so dass das Modell bei größeren Scheibenschwingungen schlechtere Ergebnisse liefert.

Unter den Annahmen des FMM kann die modale Gleichung

$$(\mathbf{\Omega}^{\circ 2} + \underbrace{2\mathbf{\Omega}^{\circ} \bar{\mathbf{\Omega}} \mathbf{\Omega}^{\circ}}_{\tilde{\mathbf{A}}}) \vec{\beta}_j = \omega_j^2 \vec{\beta}_j \quad (2.81)$$

hergeleitet werden (Feiner und Griffin 2004). Hierbei stellt $\tilde{\mathbf{A}}$ die Mistuningmatrix dar. Die modale Gleichung setzt die nominellen Eigenfrequenzen

$$\mathbf{\Omega}^{\circ} = \mathbf{diag}(\omega_j^{\circ}), \quad \mathbf{\Omega}^{\circ 2} = \mathbf{diag}(\omega_j^{\circ 2}), \quad (2.82)$$

die Gewichtungsfaktoren für die Beschreibung der verstimmten Moden \vec{q}_j auf Basis der unverstimmten Moden \vec{q}_j°

$$\vec{q}_j = \sum_{m=0}^{N-1} \beta_{jm} \vec{q}_m^{\circ} \quad (2.83)$$

und den Eigenfrequenzen der verstimmten Struktur ω_j in Relation. Unbekannt sind die relativen Sektorverstimmungen $\Delta\omega^{(s)}$ der N Sektoren s bzw. deren Fourier-Transformation $\bar{\omega}$ in

$$\bar{\mathbf{\Omega}} = \begin{pmatrix} \bar{\omega}_0 & \bar{\omega}_1 & \cdots & \bar{\omega}_{N-1} \\ \bar{\omega}_{N-1} & \bar{\omega}_0 & \cdots & \bar{\omega}_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\omega}_1 & \bar{\omega}_2 & \cdots & \bar{\omega}_0 \end{pmatrix}, \quad (2.84)$$

$$\bar{\omega} = \mathcal{F}(\Delta\omega^{(s)}). \quad (2.85)$$

Sind die unverstimmten Frequenzen ω_j° bekannt und wurde mindestens eine der verstimmten Moden \vec{x}_j und der zugehörigen Eigenfrequenzen ω_j experimentell bestimmt, so können diese nach dem Verfahren von [Feiner und Griffin \(2004\)](#) über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate und Gl. (2.81) bestimmt werden (Basic FMM ID). Zusätzlich können bei Bedarf auch die unverstimmten Eigenfrequenzen der Struktur (Advanced FMM ID) bestimmt werden, indem das Verfahren um eine Iterationsschleife erweitert wird. Eine weitere Erweiterung von [Feiner und Griffin \(2007\)](#) erlaubt zudem die Nutzung komplexer Eigenfrequenzen, was die Bestimmung der nominellen Dämpfung und der Dämpfungsverstimmung ermöglicht.

Das FMM wurde später von [Kielb et al. \(2004\)](#) um die aerodynamische Kopplung ergänzt. Die resultierende Bewegungsgleichung in traveling-wave-Koordinaten lautet

$$\left(-\Omega^2 \mathbf{I} + i\Omega \tilde{\mathbf{D}}_{aero}^{\circ} + \mathbf{diag}(\omega_j^{\circ 2}) + \tilde{\mathbf{K}}_{aero}^{\circ} + \tilde{\mathbf{A}} \right) \vec{q}^{\circ} = \vec{f}^{\circ}. \quad (2.86)$$

Hierbei stellt

$$\tilde{\mathbf{A}} = \Delta \tilde{\mathbf{K}} - \mathbf{diag}(\omega_j^{\circ 2}) \Delta \tilde{\mathbf{M}} \quad (2.87)$$

die Verstimmungsmatrix dar. Diese kann aus den relativen Frequenzabweichungen der Schaufelsektoren und den unverstimmten Eigenfrequenzen zu

$$\tilde{\mathbf{A}}_{n,m} = \frac{2\omega_n^\circ \omega_m^\circ}{N} \sum_{s=0}^{N-1} \left(\Delta\omega^{(s)} e^{i(n-m)\frac{2\pi s}{N}} \right) \quad (2.88)$$

berechnet werden.

Kapitel 3

Einordnung in den Stand der Forschung

Im Folgenden soll ein Überblick über drei relevante Themenbereiche in der Aeroelastik gegeben werden, die für diese Arbeit von Bedeutung sind. Die Themenbereiche sind erzwungene Schwingungen in Turbomaschinen in Abschn. 3.1, die Schaufel-Rotor-Interaktion in Turbomaschinen in Abschn. 3.2 und die experimentelle Dämpfungsbestimmung in Turbomaschinen in Abschn. 3.3. Dadurch soll die Arbeit zunächst eingeordnet werden, bevor in Abschn. 3.4 die konkreten Ziele und notwendigen Methoden für die Untersuchungen abgeleitet werden.

3.1 Erzwungene Schwingungen in Turbomaschinen

Erzwungene Schwingungen in Turbomaschinen sind schon seit vielen Jahren Gegenstand von Untersuchungen. Es bedarf bereits bei linearen Strukturen (Strukturen, die durch lineare Modelle beschrieben werden können) einer multidisziplinären Betrachtung der Themen Verstimmung, Rotor-Stator-Interaktion und Dämpfung. Im Fokus ist dabei jedoch oft nur einer der genannten Themenbereiche. Zusätzlich sind nur wenige Forschungsarbeiten anhand experimenteller Daten von industrienahen Turbomaschinen in der offen zugänglichen Literatur vorhanden. Im Folgenden wird der Stand der Forschung mit Fokus auf Arbeiten, die sowohl auf numerischen als auch experimentellen Daten basieren und eine möglichst umfassende Betrachtung der genannten Themenbereiche liefern, vorgestellt.

Frühe Arbeiten fokussierten sich auf die experimentelle Untersuchung der reinen aerodynamischen und aeroakustischen Rotor-Stator-Interaktionen als Anregungsmechanismus der Schaufel-schwingungen, siehe z. B. [Gallus et al. \(1980\)](#) und [Capece et al. \(1986\)](#). Mit der stetigen Verbesserung der messtechnischen Möglichkeiten, insbesondere durch Dehnungsmesstreifen und optische Tip-Timing Systeme, werden in neueren Arbeiten auch die Interaktionen zwischen Struktur und

Fluid deutlich besser erfasst. Dehnungsmesstreifen weisen dabei den Nachteil auf, dass sie intrusiv sind und auch die Verstimmung der Beschau felung beeinflussen können. Als Beispiele seien hier [Petrov et al. \(2010\)](#), [Moffatt und He \(2003\)](#) und [Ning et al. \(2003\)](#) genannt.

Umfangreiche aeroelastische Untersuchungen wurden an dem $3^{1/2}$ -stufigen Axialverdichter (P3S) der Purdue Universität durchgeführt. Im Fokus stand der zweite Rotor des Verdichters in Blisk-Bauweise. [Li et al. \(2017b\)](#) führte URANS-Berechnungen im Zeitbereich von einem Elftel aller Passagen des P3S mit Ansys CFX durch. Berechnet wurde der zweite Rotor sowie der stromauf- und stromabliegende Stator. Auf Basis einer Vielzahl von stationären und instationären Messungen konnten großteils gute Übereinstimmungen zwischen CFD und Experiment u. a. im Bezug auf Betriebspunkt, Nachlauform, Potentialfelder und Blattspitzenwirbel gezeigt werden. Mithilfe von Harmonic Balance Berechnungen des isolierten Rotors wurde zusätzlich die aerodynamische Dämpfung bestimmt. Damit wurden die unverstimmten Schwingungsamplituden berechnet und mit dem Mittelwert der maximalen Schaufelamplituden aus dem Experiment verglichen. Dabei zeigten sich geringe Abweichungen, die bei zwei der drei Betriebspunkte bei unter 8 %, bei dem letzten Betriebspunkt allerdings bei ca. 35 % lagen. Um die Verstimmung der Beschau felung zu berücksichtigen, wurde im nächsten Schritt durch [Li et al. \(2017a\)](#) das FMM und ein Component Mode Mistuning (CMM) Modell angewendet. Das CMM Modell projiziert die Verstimmung über eine Component Mode Synthesis (CMS) in eine SNM-Basis. Dabei können im Gegensatz zum FMM auch mehrere Modenfamilien berücksichtigt werden, was insbesondere bei scheibendominierten Moden vorteilhaft sein kann. Die Schaufelverstimmung wurde auf Basis des Phasensprungs in den Schaufelantworten aus den Tip-Timing-Messungen bestimmt. Unter Berücksichtigung der vielen Unsicherheiten bei solchen Vorhersagen konnten insbesondere bei den integralen Werten, wie der Amplitudenüberhöhung, gute Übereinstimmungen gezeigt werden. Große Unsicherheit entstand hier durch die Änderung des Verstimmungsmusters bei Wiederholungsmessungen. Gerade in mehrstufigen Maschinen ist die Berechnung besonders komplex, da strukturdynamische und akustische Effekte zu Interaktionen mit anderen Stufen führen können. Unter dieser Maßgabe wurden die Arbeiten von [Li et al. \(2017a\)](#) u. a. durch [Hegde et al. \(2020\)](#) weiter fortgeführt. Die Autoren berücksichtigten bei der Berechnung der aerodynamischen Anregung eine weitere Rotorreihe und verwendeten eine gezielte Vergrößerung des Netzes, um Reflexionen an den Interfaces zu reduzieren. Dadurch konnte die Übereinstimmung zwischen Experiment und Numerik deutlich verbessert werden. Es sei angemerkt, dass auch im Hinblick auf die numerische aerodynamische Dämpfungsberechnung eine Vielzahl von numerischen Arbeiten existieren. Diese zeigen, dass akustische Interaktionen ebenfalls einen bedeutenden Einfluss auf die aerodynamische Dämpfung haben, siehe z. B. [Vahdati et al. \(2015\)](#) und [Gallardo et al. \(2019\)](#).

Weitere weitreichende Untersuchungen wurden von [Terstegen et al. \(2019\)](#), [Sanders et al. \(2019\)](#) und [Sanders \(2020\)](#) an einem $2^{1/2}$ -stufigen Axialverdichter in Bliskbauweise der RWTH Aachen durchgeführt. [Terstegen et al. \(2019\)](#) führten u. a. Harmonic Balance Simulationen der Rotor-Stator-Interaktionen mit dem Strömungslöser TRACE durch und verglichen die Ergebnisse mit instationären Druckmessdaten. Damit konnte gezeigt werden, dass akustische Interaktionen sowohl mit benachbarten Reihen als auch anderen Rotorreihen von Bedeutung sind, um die anregenden instationären Drücke und damit auch die Schwingungsamplituden korrekt vorherzusagen. Weiter führten [Sanders et al. \(2019\)](#) eine Untersuchung der Sensitivitäten und Unsicherheiten in Bezug auf die berechneten Schwingungsamplituden bzw. -spannungen durch, in dem Turbulenz- und Transitionsmodelle und Netzfeinheit variiert wurden. Die Schwingungs-

amplituden wurden dabei über die Energiemethode berechnet. Im Vergleich mit den experimentellen Daten zeigte sich, dass an das numerische Netz für die Berechnung der Anregung deutlich höhere Anforderungen als bei stationären Berechnungen gestellt werden müssen, wenn die akustischen Effekte mit aufgelöst werden sollen. Zudem zeigte sich anhand von Strömungsfeldmessungen mit 5-Lochsonden, dass die integralen Performanceparameter des Verdichters mit dem k - ω -Turbulenzmodell und Multimode Transitionsmodell am besten vorhergesagt werden konnten. Dagegen wurde die Nachlaufform und damit die Anregungskräfte durch das SST-Modell mit γ - Re_{θ_t} -Transitionsmodell besser vorhergesagt. Die Berücksichtigung der aerodynamischen Dämpfung und der Verstimmung war nicht im Fokus dieser Arbeiten. Die aerodynamischen Dämpfungen wurden mit einem einreihigen Modell numerisch berechnet, die mechanische Dämpfung wurde mit ca. 20 % der aerodynamischen Dämpfung angesetzt. Zur Berücksichtigung der Verstimmung wurde ein einfacher integraler Ansatz gewählt. Sanders (2020) berechnete Amplitudenüberhöhungsfaktoren aus einem CMS-Modell, das die Frequenzabweichungen aus optischen Vermessungen der Schaufeln bestimmt. So konnten die maximalen Schwingspannungen miteinander verglichen werden und eine mittlere Vorhersagegenauigkeit von 23 % erreicht werden.

Als letzter Versuchsstand soll hier die 5-stufige Axialturbine am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik (Leibniz Universität Hannover) genannt werden. Aschenbruck und Seume (2014) untersuchten an dieser Turbine experimentell und numerisch den Einfluss von alternierenden Staffelungswinkeln auf die Forced Response der letzten Rotorstufe. Dabei wurden 15 der 29 Statorschaufeln mit einer Staffelungswinkeländerung von $1,5^\circ$ versehen. Somit wurde eine neue Resonanzstelle mit der EO15 erzeugt. Die Anregungskräfte wurden mit dem Strömungslöser Ansys CFX über Zeit-instationären Simulationen von zwei Passagen mit einer angepassten Teilung berechnet. Die Dämpfung wurde über die Halbwertsbreite aus den Messdaten bestimmt. Der Vergleich des Totaldruckverlaufs im Nachlauf zum Experiment zeigt einen schmaleren und deutlich tieferen Nachlauf in der CFD. Dies wurde mit RANS-typischen Defiziten der Ausmischungsvorhersage und dem Einfluss der 5-Lochsonde auf die Strömung begründet. Die Schwingungsamplituden wurden für Numerik und Experiment separat normiert, so dass kein direkter Vergleich der Schwingungsamplituden möglich ist. Somit wurde jedoch die Unsicherheit durch die Dämpfungsbestimmung verringert, da systematische Unterschiede zwischen den absoluten Werten durch die Normierung eliminiert werden. Damit konnten die durch die Staffelungswinkelvariationen bei EO15 hervorgerufenen Amplitudenänderungen gut wiedergegeben werden. Größere Unterschiede gab es bei dem Einfluss der Staffelungswinkelvariationen auf die ursprüngliche EO29. Hier wurde vermutet, dass dies durch eine veränderte Kontaktsituation im Schaufelfuß begründet ist. Hauptmann et al. (2018) vergleichen drei verschiedene Berechnungsansätze zur Berechnung der maximalen Schwingungsamplituden mit den experimentellen Daten der Referenzkonfiguration der Turbine. Zum einen wurde der Ansatz von Aschenbruck und Seume (2014) verwendet. Als zweiter Ansatz wurden die Schwingungsamplituden aus den Anregungskräften aus Ansys CFX und der aerodynamischen Dämpfung, bestimmt mit dem linearisierten Strömungslöser linearTRACE, über die Energie-Methode berechnet. Der letzte Ansatz nutzte dann sowohl für die Anregungs- als auch die Dämpfungsberechnung linearTRACE. Dabei zeigten sich ein große Unterschiede durch die unterschiedlichen Dämpfungen, was zu großen Unsicherheiten in der Amplitudenberechnung führt. Eine Übereinstimmung mit dem Experiment konnte unabhängig von der Methode zur Anregungsberechnung erreicht werden, wenn die numerisch berechnete Dämpfung angenommen wurde.

Zusammengefasst zeigt sich, dass die Vorhersage von erzwungenen Schwingungen in Turbomaschinen sehr anspruchsvoll ist, da es zu einer Überlagerung von vielen Effekten kommt, deren Berücksichtigung eines großen Rechenaufwands bedarf. Einige Unsicherheiten können in dieser Arbeit ausgeschlossen werden, so dass sich die Komplexität und auch die Unsicherheiten deutlich reduzieren. Zum einen wird in dieser Arbeit eine Rotorblisk verwendet, so dass von vernachlässigbarer Strukturdämpfung und keinen Nichtlinearitäten ausgegangen werden kann. Zum anderen treten aufgrund der Einstufigkeit keine Mehrstufeneffekte, jedoch Mehrreiheneffekte, auf. Das Wissen aus den oben genannten Vorarbeiten soll in dieser Arbeit aufgegriffen werden, um ein möglichst genaues numerisches Rechenmodell aufzubauen, das, im Gegensatz zu [Hauptmann et al. \(2018\)](#), akustische Reflexionen durch benachbarte Reihen und Anforderungen an das numerische Netz, im Gegensatz zu [Hegde et al. \(2020\)](#) und [Hauptmann et al. \(2018\)](#), entsprechend berücksichtigt. Zusätzlich wird ein Mistuning-Modell verwendet, um die verstimmtten Schwingungsantworten detailliert zu untersuchen, was über die Arbeiten von [Sanders et al. \(2019\)](#) und [Hauptmann et al. \(2018\)](#) hinaus geht. In der Gesamtheit werden damit die oben genannten Erkenntnisse erstmals kombiniert berücksichtigt.

3.2 Schaufel-Rotor-Interaktion in Turbomaschinen

Die numerische Berechnung der Eigenfrequenzen und Eigenformen der Beschaukelung wird in der Regel von dem isolierten Schaufel-Scheibe-Verbund, meist unter Annahme einer festen Einspannung zum Rotorstrang hin, durchgeführt. Grundlage bildet die oftmals zulässige Annahme, dass der Rotor deutlich steifer als die Schaufeln und die Scheibe ist. Das Bewusstsein dafür, dass dies nicht immer der Fall sein muss, existiert jedoch schon länger. So wurden bereits in [Okabe et al. \(1991\)](#) und [Schaber et al. \(1993\)](#) simple Modelle reduzierter Ordnung (reduced order model, ROM) entwickelt, um gekoppelte Torsionsschwingungen des Rotors in Gasturbinen und Dampfturbinen zu untersuchen, die durch die ersten beiden Harmonischen oder Störungen der Netzfrequenz des Stromnetzes hervorgerufen werden. Insbesondere in der letzten Stufe von Dampfturbinen ist die Gefahr durch die Torsionsschwingungen bekannt und wird auch in der Auslegung berücksichtigt [McGuire \(2004\)](#).

Detaillierte Untersuchungen der Kopplungsphänomene wurden durch [Anegawa et al. \(2008\)](#) durchgeführt. So sind Schaufelschwingungen in bestimmten Knotendurchmessern anfällig dafür, mit den Eigenformen des Rotors zu koppeln. Zusätzlich wird zwischen Schaufelauslenkungen in der Schaufelebene (keine axiale Auslenkung) und aus der Schaufelebene heraus (nur axiale Auslenkung) unterschieden:

1. ND0 mit Schaufelauslenkung in der Schaufelebene kann mit einer Torsionsschwingung des Rotors koppeln.
2. ND0 mit Schaufelauslenkung aus der Schaufelebene heraus kann mit einer Axialschwingung des Rotors koppeln.
3. ND1 mit Schaufelauslenkung in der Schaufelebene kann mit einer Translationsschwingung des Rotors koppeln.

4. ND1 mit Schaufelauslenkung aus der Schaufelebene heraus kann mit einer Kippschwingung des Rotors koppeln.

Die Rotorschwingungen folgen dabei der Richtung der Schaufelbewegung. [Anegawa et al. \(2008\)](#) untersuchen den dritten Fall einer Kopplung der ND1-Schaufelschwingung in der Schaufelebene mit einer Translationsschwingung des Rotors anhand eines einfachen Mehrmassensystems mit gelagertem Rotor und acht Schaufeln. Im Modell wurde ein Dämpfungsgrad für Schaufeln und ein fünffach höherer Dämpfungsgrad für die Lager angenommen, um die entsprechenden Dämpfungsmechanismen durch Lager und Luft abzubilden. In dem dann berechneten Campbell-Diagramm sind unterschiedliche Steigungen der Eigenfrequenzen der Schaufelmoden und Rotormoden in Abhängigkeit von der Drehzahl sichtbar. Grund dafür ist, dass, wie in Abschn. 2.1.4 beschrieben, die Eigenmoden in der Rotordynamik aus dem stationären Bezugssystem entstammen und somit in diesem Bezugssystem annähernd konstant sind. Schaufelschwingungen dagegen rotieren mit dem Rotor und weisen damit im rotierenden Bezugssystem eine annähernd konstante Eigenfrequenz auf. Dies trifft in der Realität nicht exakt zu, da Coriolis-Kräfte und Spannungsversteifung wirken und sich zudem die Lagersteifigkeiten ändern können. Durch die drehzahlabhängigen Änderungen der Eigenfrequenzen sind in dem Campbell-Diagramm von [Anegawa et al. \(2008\)](#) Bereiche erkennbar, in denen sich die Eigenfrequenzen von Rotor und Schaufeln annähern, sich kurz vor dem Aufeinandertreffen jedoch wieder entfernen (durch den Autor als near-miss, in der Literatur auch als Veering bezeichnet). An dieser Stelle tritt die Kopplung der beiden Eigenmoden auf. Es entstand die Kopplung aus einer rückwärtslaufenden Welle (*BTW*) des Rotors mit einer rückwärtslaufenden Welle (*BTW*) der Beschau felung. Mit einer künstlichen Anregung des Rotors bei der Rotoreigenfrequenz konnte gezeigt werden, dass die Kopplung zu einer Reduktion der Rotorschwingungen bei gleichzeitiger Erhöhung der Schaufelschwingungen führen kann. Dies geschieht durch eine Tilgerwirkung der Schaufeln, so dass Schwingungsenergie in die Schaufeln verteilt wird. Auch eine Änderung der Dämpfung der Moden durch die Kopplung ist erkennbar. An einem weiteren Resonanzpunkt bei höheren Drehzahlen kam es dann zu einer Kopplung einer vorwärtslaufenden Welle (*FTW*) des Rotors mit der gleichen rückwärtslaufenden Welle (*BTW*) der Beschau felung. Hier kam es sowohl an der Beschau felung als auch am Rotor zu einer Amplitudenerhöhung. Anhand eines Versuchsträgers mit acht flachen Platten als Schaufeln, die in axiale Richtung ausgerichtet wurden, wurde das Verhalten am ersten Resonanzpunkt experimentell nachgewiesen. Der zweite Resonanzpunkt konnte aufgrund von Drehzahlbeschränkungen nicht angefahren werden.

[Anegawa et al. \(2011\)](#) führten ihre Untersuchungen von [Anegawa et al. \(2008\)](#) auf hauptsächlich experimenteller Basis erneut, aber detaillierter, für den dritten Fall und zusätzlich auch für den vierten Fall aus. Zur Erzeugung von Schaufelschwingungen aus der Schaufelebene heraus wurden die Schaufeln in Umfangsrichtung ausgerichtet. Bei der Analyse des vierten Falls konnte erneut eine Kopplung der rückwärtslaufenden Rotormode mit der rückwärtslaufenden Schaufelmode beobachtet werden. Zusätzlich konnte eine Anregung einer *BTW* ND1 (ND-1) der Beschau felung durch die zweifache Drehzahl beobachtet werden. Dies wird mit der Anisotropie des Lagers begründet, die zu einem ellipsenförmigen Orbit führt und so die entsprechende Schaufelmode mit der doppelten Drehfrequenz anregt.

[Grein et al. \(2021\)](#) zeigen Messdaten aus einem Gas- und Dampfturbinen-Strang mit anisotropen Lagern. Hier kam es bei der Resonanzdurchfahrt der zweiten Biegemode zu einem kurzzeitigen Abfallen der Rotorschwingungen an den Lagern in Kombination mit dem Ansteigen

der Schaufelschwingungen mit ND1. Auf Basis eines Modells reduzierter Ordnung konnte dieses Verhalten reproduziert werden und gezeigt werden, dass dies durch eine gekoppelte Schwingung aus Rotor und Schaufeln zustande kommt. Hierbei stimmten Schaufel- und Rotoreigenfrequenzen bei der Resonanz überein und die Schaufelschwingungen wurden mit dem Zweifachen der Drehfrequenz durch den elliptischen Orbit angeregt. Da der elliptische Orbit ein Resultat einer anisotropen Lagerung ist, mussten die Lager auch entsprechend modelliert werden. Aufgrund der daraus resultierenden Zeitvarianz wurde ein Zeitbereichsverfahren in Kombination mit einer Craig-Bampton-Reduktion verwendet, in dem die stehenden Komponenten im stationären und die rotierenden Komponenten im rotierenden Bezugssystem berechnet wurden.

Es existiert eine Vielzahl weiterer Arbeiten zur Entwicklung von effizienten numerischen Berechnungsmodellen auf Basis von Reduktionsverfahren für die oben beschriebene Schaufel-Rotor-Kopplung, siehe z. B. [Okabe et al. \(2012\)](#), [Ma et al. \(2015\)](#) und [She et al. \(2018\)](#). Diese Modelle werden jedoch meist nur auf akademische Strukturen, wie Schaufeln als flache Platten ohne aerodynamische Einflüsse, angewendet und selten experimentell validiert. Weitere Relevanz hat das Thema für die Modellierung der strukturdynamischen Kopplung über den Rotor und die aeroelastische Kopplung über das Fluid von mehreren Rotorstufen in Turbomaschinen, siehe z. B. [Laxalde et al. \(2007\)](#), [Maroldt et al. \(2022b\)](#), [Schwerdt et al. \(2020\)](#)

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Phänomen der Rotor-Schaufel-Kopplung in Turbomaschinen allgemein bekannt und insbesondere deren Modellierung Gegenstand vieler Untersuchungen ist. Der Fokus liegt dabei jedoch auf der Kopplung der ersten Biege- und Torsionsmode des Rotors mit den Schaufelschwingungen. Dies sind oftmals Rotormoden, die auch im Betrieb angeregt werden und durch die strukturdynamische Kopplung auch zu großen Schaufelschwingungen führen können. Es werden also typischerweise die Unterschiede zwischen den Systemmoden und den isolierten Rotormoden untersucht. An akademischen Strukturen werden zudem primär numerisch und unter Vernachlässigung der aerodynamischen Kräfte die Eigenfrequenzen unter Drehzahleinfluss untersucht. Dabei wird teilweise auch der Einfluss der Kopplung mit dem Rotor auf die Eigenfrequenzen der schaufeldominierten Moden betrachtet, nicht jedoch auf die Dämpfung. In dieser Arbeit sollen erstmals die Unterschiede zwischen den Systemmoden und den isolierten Schaufelmoden an einem anwendungsnahen Verdichter und unter Berücksichtigung von aerodynamischen Einflüssen betrachtet werden. Dabei steht die Änderung der modalen Dämpfung durch die Kopplung der Schaufeln mit dem Rotor im Vordergrund.

3.3 Experimentelle Dämpfungsbestimmung in Turbomaschinen

Experimentelle Dämpfungsbestimmung wird mit Verfahren der experimentellen Modalanalyse durchgeführt. Die Charakterisierung der Struktur im stehenden Zustand ist dabei noch recht einfach durchführbar. Klassischerweise werden bei Ping-Tests die Strukturen mit Modalhammern zum Schwingen angeregt. Über verschiedene Identifikationsverfahren können dann Eigenfrequenzen und Dämpfungen bestimmt werden. Die so bestimmten Dämpfungen sind jedoch nicht repräsentativ für die Gesamtdämpfungen im Betrieb der Turbomaschinen. Insbesondere bei Strukturen mit linearen strukturdynamischen Verhalten, wie Blisks, ist die Aerodynamik der einzige nennenswerte Dämpfungsmechanismus. Die Materialdämpfung weist Werte in der Größenordnung $\Lambda = \mathcal{O}(10^{-2} \%)$ ([Keller 2021](#), [Meinzer und Seume 2020](#), [Srinivasan 1997](#)) auf und

liegt damit deutlich unterhalb der aerodynamischen Dämpfung, die häufig deutlich oberhalb von $\Lambda = 1\%$ liegt. Die aerodynamische Dämpfung hängt unter anderem stark vom Betriebspunkt der Maschine, insbesondere vom Massenstrom (Meinzer und Seume 2020) ab. Allerdings sind auch strukturdynamische Dämpfungsmechanismen an Strukturen mit nicht-linearen Eigenschaften, wie z. B. durch Kontaktreibung an Deckband oder Schaufelfuß betriebspunktabhängig. Hier sind insbesondere die variierende Kontaktnormalkraft und die Entwindung der Schaufel durch Fliehkräfte von Relevanz. Die für diese Arbeit relevante Lagerdämpfung resultiert aus dem Ölfilm in den Gleitlagern, der sich unter Rotation und Druck ausbildet. Auch dieser Dämpfungsmechanismus kann entsprechend nicht im Stillstand untersucht werden.

Folglich ist eine Bestimmung der Dämpfung nur im Betrieb von Turbomaschinen sinnvoll und repräsentativ. Dafür ist jedoch eine gezielte und Knotendurchmesser-spezifische Anregung der Beschaukelung notwendig. Da klassische nachlaufinduzierte erzwungene Schwingungen nur bei bestimmten Drehzahlen eine spezifische Anregung eines Knotendurchmessers erlauben, ist dies zu unflexibel, um die notwendigen Schaufelschwingungen zu generieren. Um eine drehzahlunabhängige Anregung verschiedener Moden und Knotendurchmesser zu ermöglichen, muss die Anregung im Gegensatz zu den Nachläufen aus einem rotierenden Anregungsmuster stammen. Dies führt jedoch zu hohen Anforderungen an das Anregungssystem, da ein großer Frequenzbereich abgedeckt werden muss.

Hervorzuheben sind in der Literatur Untersuchungen mit Anregung durch Piezo-Aktuatoren, Öl- oder Luft-Strahlen, elektromagnetische Anregung und akustische Anregung. Die Untersuchungen werden in der Literatur hauptsächlich an speziellen Prüfständen durchgeführt, an denen die Beschaukelung isoliert vom restlichen Prüfstandsaufbau in Bezug auf das strukturdynamische Verhalten untersucht wird. Kurstak und D'Souza (2020) untersuchen beispielsweise eine Blik im Vakuum unter Rotation. Die Schwingungen wurden durch pulsierende Luft-Injektoren angeregt und durch ein optisches Tip-Timing System gemessen. Die experimentellen Ergebnisse wurden mit den Ergebnissen eines Modells reduzierter Ordnung unter Berücksichtigung von Verformung und rotationsbedingten Steifigkeitsänderungen verglichen. Aufgrund der Begrenzung der Injektoren auf maximale Frequenzen von 1000 Hz konnten jedoch nur wenige Knotendurchmesser angeregt werden.

Messungen unter betriebsnahen Bedingungen (in der Prüfstands Umgebung unter Lastbetrieb) sind nur wenig dokumentiert und werden im Folgenden zusammengefasst. Kielb und Abhari (2003) nutzten Piezo-Aktuatoren an einer in einem Stoßrohr platzierten Turbine zur Anregung von Schaufelschwingungen. Die Schwingungen wurden durch zwei Piezo-Aktuatoren an je einer Schaufel der Rotorreihe angeregt und mit Dehnungsmesstreifen gemessen. Eine berührungslose, aber das Strömungsfeld störende, Anregung wurde von Wegman et al. (2013) durch ein System mit pulsierenden Luft-Injektoren in einem transsonischen Verdichter umgesetzt. Es wird eine rotierende Lochscheibe zur Steuerung der Anregung in den Knotendurchmessern -3 bis 3 verwendet. Zur Schwingungsmessung wurden ebenfalls Dehnungsmesstreifen verwendet. Weitere Untersuchungen mit einem berührungslosen elektrischen Magnetanregungssystem wurden von Rice et al. (2009) in einer Niederdruck-Dampfturbine mit gebauter Deckbandbeschaukelung (mit Schaufel-Scheibe-Kontakt) und Snubbern durchgeführt. Die Schaufelschwingungen wurden ebenfalls mit Dehnungsmesstreifen erfasst.

Zur akustischen Schwingungsanregung unter betriebsnahen Bedingungen sind hauptsächlich nur die Arbeiten am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik bekannt. Das akustische Anregungssystem wurde in den Arbeiten von Freund et al. (2014, 2013) und Freund (2015) entwickelt und wurde durch Meinzer und Seume (2020), Meinzer (2020) und Keller (2021) erstmals an einer 1-stufigen Turbine respektive einem $1\frac{1}{2}$ -stufigen Verdichter eingesetzt. Damit gelang es mit einer hohen Genauigkeit (Messunsicherheiten meist bei ca. 10 %) die aerodynamische Dämpfung der ersten Biegemode bei einem Großteil der Knotendurchmesser an mehreren Betriebspunkten zu bestimmen. Zudem konnten mithilfe von linearisierten Berechnungen die aerodynamischen Dämpfungen für viele der gemessenen Knotendurchmesser und Betriebspunkte im Rahmen der Messunsicherheiten korrekt vorhergesagt werden. Bei Meinzer (2020) und Meinzer und Seume (2020) lagen am Auslegungspunkt bei 64 % der gemessenen Knotendurchmesser die numerisch bestimmten Dämpfungen innerhalb der Messunsicherheiten, bei Keller (2021) waren es 56 %.

In einer neueren Arbeit entwickelten Azuma et al. (2022) ein ähnliches akustisches Anregungssystem. Dies wurde zur Anregung einer gebauten Beschaukelung (mit Schaufel-Scheibe-Kontakt) eines $1\frac{1}{2}$ -stufigen Vernichters genutzt. Angeregt wurden die positiven Knotendurchmesser der ersten Torsionsmodenfamilie. Die Schwingungen wurden über zwei Dehnungsmesstreifen je Schaufel gemessen. Damit wurde die Dämpfung über die Halbwertsbreite bestimmt und mit numerischen Simulationen verglichen. Ein Vergleich der experimentellen und numerischen Ergebnisse zeigt für die meisten Knotendurchmesser eine gute Übereinstimmung. Die dargestellten Frequenzgänge zeigen jedoch insbesondere bei höheren Knotendurchmessern einen starken Verstimmungseinfluss, der vermutlich auch durch die Reibkontakte an den Schaufelfüßen begründet ist und die Dämpfungsbestimmung verfälscht.

Insgesamt zeigen sich verschiedene Verfahren, um Schaufelschwingungen im Betrieb anzuregen und zu messen. Ein optimaler Messaufbau sollte jedoch berührungslose Anregungs- und Messsysteme haben, die flexibel in Frequenz und anzuregendem Knotendurchmesser sind. Um eine flexible Dämpfungsbestimmung an einer Vielzahl von Betriebspunkten zu ermöglichen, zeigen sich akustische Anregungssysteme als am besten geeignet. In dieser Arbeit wird deshalb das am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik entwickelte akustische Anregungssystem eingesetzt. Es erfolgt erneut der Einsatz an dem $1\frac{1}{2}$ -stufigen Verdichter, es werden jedoch neben der ersten Biegemode erstmals die aerodynamischen Dämpfungen der ersten Torsionsmode einer Blisk bestimmt. Damit wird eine höhere Messdatengüte als bei Azuma et al. (2022) erwartet. Zudem wird erstmals die Verstimmung in der Dämpfungsbestimmung mit berücksichtigt und die numerische Vorhersagemethodik mit aufwendigeren Frequenzbereichsverfahren verbessert.

3.4 Zielsetzung und Vorgehensweise

Der aktuelle Stand der Forschung zeigt, dass eine genaue Vorhersage von erzwungenen Schwingungen (Forced Response) in Turbomaschinen immer noch nicht Stand der Technik ist. Abweichungen entstehen durch Unsicherheiten in der Anregungs- und Dämpfungsbestimmung, aber auch durch mangelnde Kenntnis der Verstimmung im Betrieb. Dennoch haben Forschungsarbeiten verschiedene Phänomene aufgezeigt, die berücksichtigt werden sollten, um eine genaue Berechnung des Schwingungsverhaltens zu ermöglichen. Diese Ergebnisse sollen in dieser Arbeit kombiniert betrachtet werden. Zudem besteht die Möglichkeit der Validierung der Dämpfungsbe-

rechnung durch den Einsatz von akustischen Anregungssystemen im Betrieb von Turbomaschinen. Im Bezug auf die Dämpfungsmechanismen von Schaufelschwingungen werden derzeit die Aerodynamik und nicht-lineare Dämpfungseffekte durch Reibung an Fügstellen berücksichtigt. Die Literatur zeigt einige Fälle, in denen Rotorschwingungen mit Schaufelschwingungen koppeln können, jedoch sind keine Arbeiten bekannt, die systematisch die Kopplung der Schaufelschwingungen mit den Rotorschwingungen untersuchen. Der aktuelle Stand der Forschung legt nahe (Anegawa et al. 2008), dass es in diesem Fall zu einer Tilgerwirkung durch den Rotor und eine Erhöhung der modalen Dämpfung kommen kann.

Das Ziel ist somit der numerische und experimentelle Nachweis und die Quantifizierung dieses Effekts anhand eines anwendungsnahen $1\frac{1}{2}$ -stufigen Axialverdichters. Durch die Verbesserung der numerischen Modelle sollen diese in der Lage sein, das Phänomen zu quantifizieren und so ein Beitrag zur verbesserten Berechnung der dynamischen Schaufelbeanspruchung im Betrieb geleistet werden. Dies erlaubt die Nutzung von genaueren Auslegungsverfahren und optimierten Wartungszyklen.

Untersuchungsgegenstand ist der $1\frac{1}{2}$ -stufige Axialverdichter des Instituts für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik der Leibniz Universität Hannover, der mit umfangreicher Messtechnik zur Messung von aerodynamischen und aeroelastischen Phänomenen im Betrieb ausgestattet ist. Dies schließt zum einen stationäre Messtechniken, wie 5-Lochsonden zur Messung des Strömungsfeldes, ein. Zum anderen werden instationäre Messtechniken, wie ein Tip Timing System zur Messung der Schaufelschwingungen und ein akustisches Anregungssystem zur Anregung von nicht-synchronen Schaufelschwingungen, auf dessen Basis die modale Dämpfung dieser Schwingungen bestimmt werden kann, verwendet.

Um die Forschungshypothese zu überprüfen, wird eine umfangreiche numerische Simulationskette zur Berechnung des $1\frac{1}{2}$ -stufigen Axialverdichters aufgebaut, die unter Nutzung verschiedener Simulationsmodelle Aerodynamik, Aeroelastik und Strukturmechanik auf Basis des aktuellen Stands der Technik bestmöglich abbildet und so Modellierungsunsicherheiten reduziert. Zusätzlich wird die Verformung der Beschaukelung experimentell quantifiziert. Alle Ergebnisse werden am Ende in ein aeroelastisch gekoppeltes strukturdynamisches Modell reduzierter Ordnung überführt, um das Schwingungsverhalten zu berechnen und zudem transiente Resonanzdurchgänge abzubilden. Die Berechnungen der strukturdynamischen Eingangsgrößen für das ROM werden zum einen mit einem Vollmodell des gesamten Rotorstrangs inklusive Beschaukelung und zum anderen mit einem typischerweise verwendeten zyklischen Modell der isolierten Beschaukelung durchgeführt. Aussagen über den Einfluss der Schaufel-Rotor-Kopplung können dann über den Vergleich der Ergebnisse beider Modelle getroffen werden.

Sämtliche Teilmodelle und das gesamte ROM werden auf Basis von vorliegenden Messdaten validiert. Dazu werden unter anderem im Betrieb gemessene stationäre Strömungsgrößen, modale Dämpfungen und Schwingungsantworten bei Resonanzdurchgängen (Forced Response) genutzt. Zusätzlich wird in einem gesonderten Versuchsaufbau im Stillstand von dem Blisk-Rotor-Verbund eine experimentelle Modalanalyse durchgeführt.

Kapitel 4

Versuchsträger

In diesem Kapitel wird der Versuchsträger und dessen Instrumentierung vorgestellt. Ein Überblick wird in Abschn. 4.1 gegeben. Dann wird in Abschn. 4.2 die Instrumentierung für aerodynamische und in Abschn. 4.3 für aeroelastische Messungen vorgestellt. Eine detaillierte Beschreibung der Vorgehensweise bei den aeroelastischen Messungen wird abschließend in Abschn. 4.4 gegeben.

4.1 1^{1/2}-stufiger Axialverdichter

Der in dieser Arbeit untersuchte 1^{1/2}-stufige Axialverdichter wurde von Keller (2021) speziell für aeroelastische Untersuchungen ausgelegt. Dieser besteht aus einer transsonischen Blisk mit 24 Schaufeln als Laufreihe, die mit einer maximalen Drehzahl von $17\,100\text{ min}^{-1}$ betrieben werden kann. Zudem ist ein Vorleitgitter (Inlet Guide Vanes, IGV) mit 23 Schaufeln und ein Statorgitter mit 27 Schaufeln vorhanden, siehe Abb. 4.2. Sowohl das Vorleitgitter als auch das Statorgitter weisen die Besonderheit auf, dass dessen Staffelungswinkel im Betrieb über einen Motor verstellt werden kann. Dabei kann das Vorleitgitter von -20° (IGV-20) bis 20° (IGV20) und das Statorgitter von 0° (S0) bis -10° (S-10) rotiert werden. Zusätzlich sind drei Stützrippen 3,5 Stützrippenlängen stromauf des IGVs asymmetrisch mit einem Winkel von 75° zueinander platziert.

Im Auslegungspunkt bei einem reduzierten Massenstrom von $9,7\text{ kg/s}$ und einer reduzierten Drehzahl von $17\,100\text{ min}^{-1}$ ergibt sich ein Totaldruckverhältnis von ca. 1,34 bei einer Leistung von 281 kW. Damit ergeben sich laut Keller (2021) die reduzierten Frequenzen von 0,9 (1. Modenfamilie bzw. 1. Biegemode) und 2,94 (2. Modenfamilie bzw. 1. Torsionsmode). Das numerisch bestimmte Kennfeld des Verdichters bei 80 %, 90 % und 100 % Nenndrehzahl ist in Abb. 4.1 für einen IGV-Winkel von 0° (IGV0) und einem Statorwinkel von -10° (S-10) bzw. 0° (S0) abgebildet.

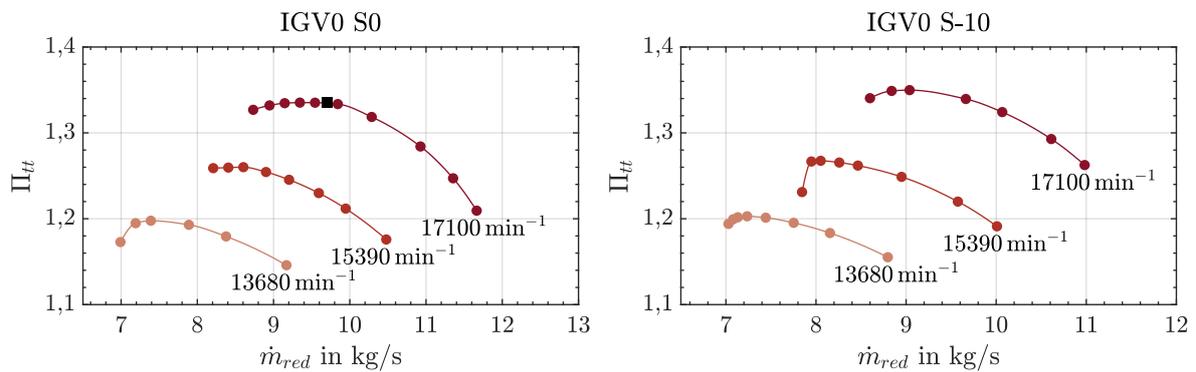


Abbildung 4.1: Numerisch bestimmtes Kennfeld für 80 %, 90 % und 100 % reduzierte Nenndrehzahl für 0° (IGV0 S0) und -10° (IGV0 S-10) Statoranstellwinkel. Der Auslegungspunkt ist als schwarzes Quadrat markiert.

Aerodynamische Kennzahl		Geom. Eigenschaften (Mittenschnitt)	
Durchflusszahl	0,52	Staffelungswinkel	$48,3^\circ$
Arbeitszahl	-0,47	Schaufeleintrittswinkel	$53,8^\circ$
Reaktionsgrad	0,76	Schaufelaustrittswinkel	$41,5^\circ$
Diffusionsfaktor	0,45	Sehnenlänge	55 mm
		Maximale Schaufeldicke	3,3 mm
		Schaufelhöhe	85 mm
		Gehäuseradius	170 mm
		Überdeckungsgrad	1,56

Tabelle 4.1: Eigenschaften der Laufreihe (Keller 2021)

Der Rotor des Axialverdichters ist durch zwei hydrodynamische Gleitlager mit Öl als Schmiermittel gelagert. Stromaufseitig befindet sich das Loslager und stromabseitig das Festlager. Der Rotor ist über eine Kupplung an die Getriebewelle angebunden. Das Getriebe übersetzt die Drehzahl des elektrischen Motors mit einem Übersetzungsverhältnis von 1:13.

Die Rotorbeschaufelung weist eine für Blisks gängige Geometrie auf, die sich durch einen hohen Überdeckungsgrad, einen geringen Schlankheitsgrad und einem großen Staffelungswinkel auszeichnet (Keller 2021). Weitere aerodynamische und geometrische Eigenschaften der Laufreihe sind in Tab. 4.1 aufgeführt. Zusätzlich zu der Referenzgeometrie ist eine zweite, modifizierte, Blisk vorhanden, an der drei gleichmäßig über den Umfang verteilte Schaufeln eine Blendreparatur an unterschiedlichen radialen Höhen aufweisen. Die Blendreparaturen wurden bei 60 %, 80 % und 95 % Schaufelhöhe an der Vorderkante platziert. Sie weisen eine Höhe von 17,3 mm und eine Tiefe von 1,2 mm auf, siehe Abb. 4.2. Die experimentellen Untersuchungen in dieser Arbeit wurden aus Verfügbarkeitsgründen hauptsächlich mit der modifizierten Konfiguration durchgeführt, siehe Kap. 8. Jedoch haben Keller et al. (2017) und Keller (2021) gezeigt, dass die Änderungen in Aerodynamik und Aeroelastik durch die Blendreparaturen weit unter den Messunsicherheiten liegen und zu keinen relevanten Änderungen führen. Demnach ist die Betrachtung der Referenzgeometrie in der Numerik, wie es in dieser Arbeit getan wird, ausreichend. Der Einfluss auf die Strukturmechanik in Form von Mistuning wird mit den verwendeten Methoden berücksichtigt, ist jedoch, wie später in Abschnitt 8.1.1 gezeigt wird, ebenfalls vernachlässigbar.

4.1 1^{1/2}-stufiger Axialverdichter

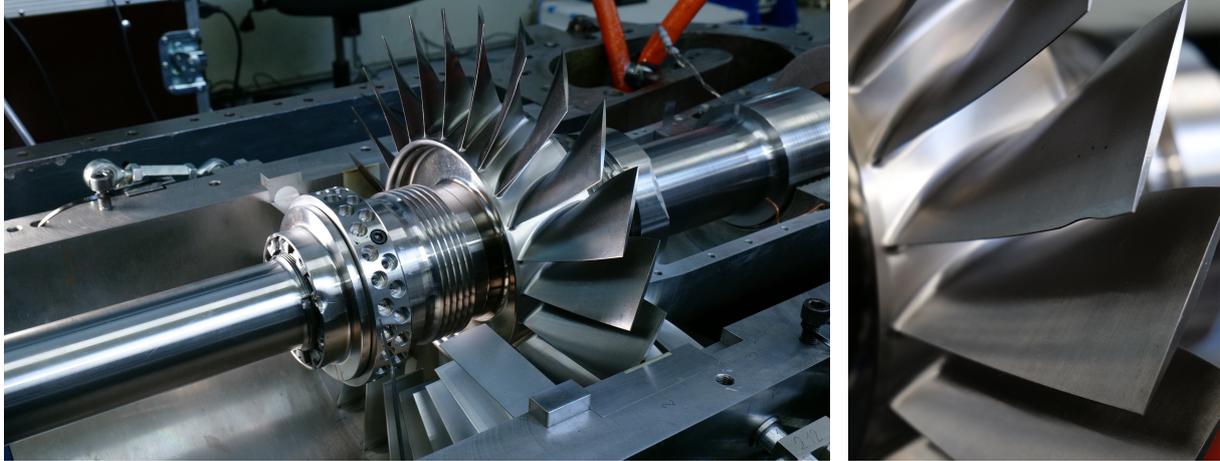


Abbildung 4.2: Links: Der untersuchte 1^{1/2}-stufige Axialverdichter; Rechts: Blendreparatur bei 80 % Schaufelhöhe

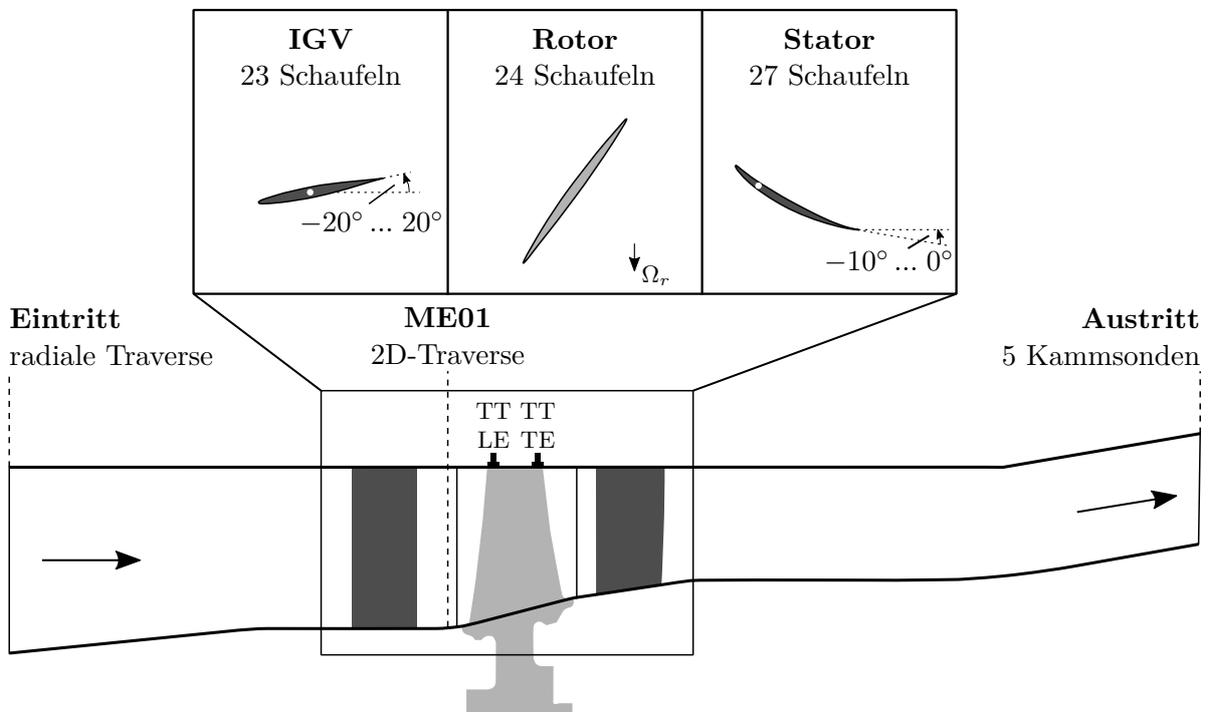


Abbildung 4.3: Der 1^{1/2}-stufige Verdichter und die genutzten Messebenen

4.2 Instrumentierung für aerodynamische Messungen

Der Versuchsträger verfügt über eine umfangreiche Instrumentierung für die Messung des Strömungsfeldes. Zur Bestimmung und Regelung des Betriebspunktes stehen zwei Massenstrommessstellen, eine Blende und eine Düse, die stromauf respektive stromab des Verdichters liegen, zur Verfügung. Die Berechnung des Massenstroms erfolgt gemäß DIN EN ISO 5167. Aufgrund der homogenen Strömungsbedingungen am Eintritt erfolgt jedoch die Betriebspunktregelung und Auswertung auf Basis des Massenstroms \dot{m} in der Ansaugstrecke des Verdichters. Die Drehzahl wird über eine Zahnscheibe mit sechs Zähnen gemessen. Um die reduzierte Größen zu bestimmen und Mach-Zahl-Ähnlichkeit bei variierenden Umgebungsbedingungen herzustellen, ist ein Prandtl-Rohr zur Messung des Totaldrucks ($p_{tot,ein}$) und eine Totaltemperaturmessstelle stromauf der Eintrittsebene ($T_{tot,ein}$) vorhanden.

Der reduzierte Massenstrom wird als

$$\dot{m}_{red} = \dot{m} \frac{p_{ref}}{p_{tot,ein}} \sqrt{\frac{R_{fL} T_{tot,ein}}{R_{tL} T_{ref}}} \quad (4.1)$$

und die reduzierte Drehzahl als

$$n_{red} = n \sqrt{\frac{R_{tL} T_{ref}}{R_{fL} T_{tot,ein}}} \quad (4.2)$$

berechnet (Traupel 2001). Dabei stellt R_{tL} die Gaskonstante von trockener und R_{fL} die Gaskonstante von feuchter Luft dar. Die Referenzgrößen $p_{ref} = 101325$ Pa und $T_{ref} = 288,15$ K werden nach DIN ISO 2533 für die internationale Standardatmosphäre (ICAO 1993) verwendet.

Um Totaldruckverhältnis und Wirkungsgrad zu bestimmen, sind 5 Kammsonden mit je sieben Totaltemperatur- und Totaldruckmessstellen zwischen 25 % und 90 % Kanalhöhe am Austritt vorhanden. Auf eine Betrachtung des Wirkungsgrads wird hier jedoch analog zu Keller (2021) verzichtet, da sich bei der Berechnung des isentropen Wirkungsgrads durch den geringen Druck- und Temperaturentwurf eine hohe Messunsicherheit von über 3 % ergibt. Das Totaldruckverhältnis wird über die Prandtl-Sonde und den flächengemittelten Totaldruck an den Kammsonden $p_{tot,aus}$

$$\Pi_{tt} = \frac{p_{tot,aus}}{p_{tot,ein}} \quad (4.3)$$

berechnet.

Zusätzlich sind verschiedene Sondenzugänge vorhanden, die für die Messungen des stationären Strömungsfeldes mittels 5-Lochsonden genutzt werden können. Diese sind stromab jeder Schaukelreihe und am Eintritt vorhanden. Für diese Arbeit werden, wie in Abb. 4.3 gezeigt, lediglich die Daten der Messungen mit 5-Lochsonden in der Eintrittsebene, als Randbedingung für die CFD, sowie in der ME01 für die Charakterisierung des schwingungsanregenden Nachlaufs des IGVs genutzt. Die 5-Lochsonden weisen einen Sondenkopf mit einem Durchmesser von 3 mm auf.

Die Messunsicherheiten der aerodynamischen Messungen werden über die Gauß'sche Messunsicherheitsfortpflanzung für die Messkette bestimmt. Dafür wurden die Einzelmessunsicherheiten aus den entsprechenden Datenblättern der eingesetzten Messtechnik entnommen. Für die Massenstrombestimmung erfolgt eine Berechnung der Unsicherheit nach DIN EN ISO 5167.

4.3 Instrumentierung für aeroelastische Messungen

Für die aeroelastischen Untersuchungen an dem Versuchsträger steht sowohl ein optisches Tip Timing System zur Messung synchroner und nicht-synchroner Schwingungen als auch ein akustisches Anregungssystem zur Erregung nicht-synchroner Schwingungszustände zur Verfügung. Beide wurden entsprechend der strukturdynamischen Eigenschaften des Verdichters angepasst und werden im Folgenden näher beschrieben.

Tip Timing System

Für die Erfassung der Schaufelschwingungen wird ein optisches Tip Timing System der Firma Agilis genutzt. Dieses berechnet die Schwingungen der einzelnen Schaufeln auf Basis von Laufzeitunterschieden zwischen acht Lasersonden, die wandbündig im Gehäuse über den Schaufeln platziert sind. Die Messdaten können genutzt werden, um sowohl nicht-synchrone als auch synchrone Schwingungszustände zu identifizieren und zu quantifizieren. Während die nicht-synchronen Schwingungen unterabgetastet direkt über eine FFT der gemessenen Auslenkungen an einer oder zwei Sonden bestimmt werden können (*traveling wave analyse*), müssen für synchrone Schwingungen least-squares Modelle (*Least Squares Model Fitting*) verwendet werden, die bis zu acht Sondersignale berücksichtigten. Grund hierfür ist die Tatsache, dass das Verschiebungsmuster der Schaufeln bei einer stehenden, aus dem stationären Bezugssystem kommenden Anregung ebenfalls stehend ist und möglicherweise keine der Sonden die tatsächlich maximale Auslenkung erfasst.

Um die tatsächlichen Auslenkungen der Schaufeln zu berechnen, wird zudem auf Basis des FEM-Modells ein modenspezifischer Skalierungsfaktor berechnet, der die gemessene Auslenkung des Tip Timing Systems mit der maximalen Auslenkung der Schaufeln in Bezug setzt. Weiter kann, wie in Abb. 4.3 dargestellt, zwischen einer von zwei Axialpositionen (Vorderkante, TT LE und Hinterkante, TT TE) für die Sonden gewählt werden, damit sowohl Moden mit hoher Auslenkung an Vorder- als auch an der Hinterkante gut gemessen werden können. Die Zuordnung von Messposition und Modenfamilie ist in Tab. 4.2 aufgeführt. Es ist anzumerken, dass bei Modenfamilie 1 eine Positionierung der Sonden an der Vorderkante (LE) sinnvoller ist. Diese Messposition wurde jedoch erst im Laufe der Untersuchungen geschaffen und konnte damit auch noch nicht in den Untersuchungen von Keller (2021) genutzt werden. Deshalb wurde aus Konsistenzgründen für Modenfamilie 1 weiter die Position an der Hinterkante genutzt. Da die erste Modenfamilie auch an der Hinterkante noch große Auslenkungen zeigt und typischerweise generell mit hohen Amplituden antwortet, war stets eine Messung mit guter Datenqualität möglich.

Akustisches Anregungssystem

Zur Anregung von nicht-synchronen Schaufelschwingungen im Betrieb steht am Versuchsträger das in Abb. 4.4 abgebildete akustische Anregungssystem zur Verfügung. Dies wurde von Freund et al. (2014, 2013) und Freund (2015) entwickelt und von Meinzer (2020) erstmals in

Tabelle 4.2: Genutzte Messposition der Tip Timing Sonden für die jeweiligen Modenfamilien

Modenfamilie	1	2	3
Messposition	TE	LE	TE

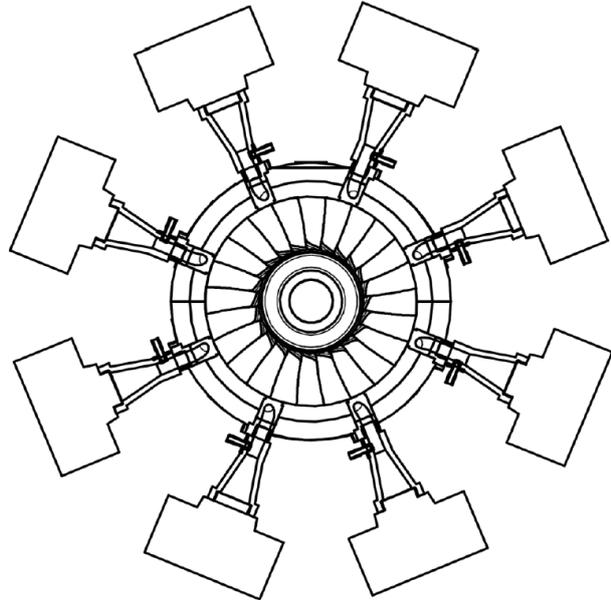
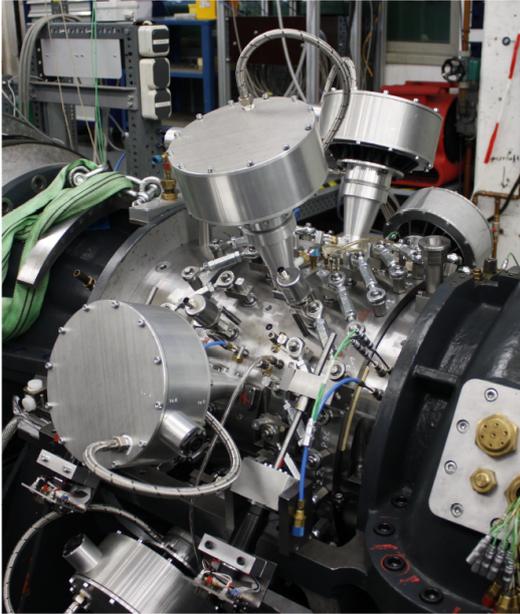


Abbildung 4.4: Das akustische Anregungssystem am 1^{1/2}-stufigen Axialverdichter, aus Keller (2021)

einer 1-stufigen Axialturbine für die Dämpfungsbestimmung im Betrieb genutzt. Keller (2021) adaptierte das System für den hier untersuchten Versuchsverdichter. Das akustische Anregungssystem besteht aus acht über den Umfang verteilten Lautsprechern vom Typ BMS 4591, die phasenversetzt angesteuert werden können und den Schall über Schallhörner in den Strömungskanal leiten. Das Anregungsprinzip basiert auf einer traveling wave Anregung und funktioniert in der Theorie bereits mit einem Lautsprecher. Dies ist möglich, da die Anregungsfrequenz von rotierenden Wellen im stationären System vom Knotendurchmesser abhängig ist. Demnach kann der angeregte Knotendurchmesser über die Variation der Lautsprecherfrequenz gesteuert werden. Die Anregungsfrequenz im stationären Bezugssystem berechnet sich über die Drehzahl n und der Eigenfrequenz im rotierenden System f_{rot} zu

$$f_{stat} = f_{rot} + ND \cdot n. \tag{4.4}$$

Die Anregung erfolgt dann dadurch, dass bei der gewählten Frequenz alle an dem Lautsprecher vorbeilaufenden Schaufeln mit der notwendigen Frequenz und Phase angeregt werden.

Durch mehrere (N_L) äquidistant über den Umfang verteilte Lautsprechereinheiten mit einer um den Phasenwinkel

$$\Delta\varphi = \frac{ND}{N_L} 360^\circ \tag{4.5}$$

versetzten Anregung (Meinzer 2020) kann zudem vermieden werden, dass andere Eigenfrequenzen mit einem anderen Knotendurchmesser bei gleicher Lautsprecherfrequenz angeregt werden. Zusätzlich kann die Anregungsintensität gesteigert werden. Ergibt sich in Gl. (4.4) eine negative Frequenz bedeutet dies, dass die Drehrichtung der Mode beim Wechsel des Bezugssystem ihre Richtung ändert. Bei der Ansteuerung der Lautsprecher bedeutet dies, dass die Frequenz $|f_{stat}|$ bei invertiertem Phasenwinkel angeregt werden muss.

Verschiedene Faktoren, wie die akustische Ausbreitungsfähigkeit von Wellen im Schallhorn, das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem und der Frequenzgang der Lautsprecher begrenzen den Frequenzbereich und damit die Moden und Knotendurchmesser, die angeregt werden können. Bei Nenndrehzahl liegt der anregbare Frequenzbereich im stationären System bei ca. 500 - 6700 Hz (Keller 2021). Folglich wurden in Keller (2021) die Knotendurchmesser -1 bis -6 der ersten Modenfamilie nicht angeregt, da es durch die geringen Anregungsfrequenzen unterhalb von 500 Hz zu keinen ausreichenden Schwingungsamplituden kam.

4.4 Durchführung der aeroelastischen Messungen

Zur Generierung von Vergleichsdaten zur Numerik wurden umfangreiche Schwingungsmessungen mit dem Tip Timing System im Betrieb durchgeführt, die nicht mit in die Simulationskette eingehen. Dies umfasst Frequenzgänge bei Forced Response und unter akustischer Anregung bestimmte modale Dämpfungen.

4.4.1 Forced Response

Zur Untersuchung der Forced Response wurden Tip Timing Messungen unter Drehzahlgradienten durchgeführt. Betrachtet wurde die Anregung durch das IGV und die Modenfamilien 2 und 3. Dazu wurde die Drehzahl langsam jeweils einmal erhöht (Hochlauf) und einmal verringert (Runterlauf) und dabei die Resonanz der untersuchten Modenfamilie durchfahren. Die Drehzahländerung wurde dabei manuell vorgegeben, so dass eine Reproduzierbarkeit der exakten Drehzahlgradienten nicht möglich ist. Generell lagen die Drehzahlgradienten jedoch jeweils in dem gleichen Intervall und schwankten zwischen etwa 0 und $30 \text{ min}^{-1}/\text{s}$. Die Anforderungen an den Frequenzgradienten um quasi-stationären Bedingungen zu erhalten, sind in Tab. 4.3 dargestellt. Auf Basis einer angenommenen minimalen Dämpfung der Modenfamilie kann, wie in Abschn. 2.1.1 beschrieben, den maximalen Frequenzgradienten ($\kappa = 1$) berechnet werden, bei denen es zu keinen signifikanten transienten Effekten kommt. Dadurch kann in Abhängigkeit von der Erregerordnung auch der maximale Drehzahlgradient berechnet werden. Es wurden somit die in Tab. 4.3 genannten maximalen Drehzahlgradienten für Modenfamilie 3 nicht überschritten, so dass eine Reproduzierbarkeit der Schwingungsantwort gewährleistet ist. Für Modenfamilie 2 erfolgt in Abschn. 8.3 eine gesonderte Betrachtung unter transienten Bedingungen. Die Position der Austrittsdrossel des Verdichters war konstant zu 10 % geschlossen, so dass ein aerodynamisch stabiler Betriebspunkt abseits der Pumpgrenze untersucht wurde.

4.4 Durchführung der aeroelastischen Messungen

Tabelle 4.3: Maximale Frequenz- und Drehzahlgradienten für die Tip Timing Messungen unter der Annahme von quasi-stationären Bedingungen

Modenfamilie	Angenommene min. log. Dekrement Λ_{min}	Max. Frequenzgradient in Hz/s \dot{f}_{max} (Hackenberg und Hartung 2016)	Erregerordnung	Max. Drehzahlgradient \dot{n}_{max} in min^{-1}/s
1	1 %	1	-	-
2	0,17 %	0,37	23	1,3
3	1 %	16,3	18/23	54,4/42,6

Im Rahmen der Auswertung wurden die Messdaten mit dem tiefpassähnlichen *Savitzky-Golay Filter* (Savitzky und Golay 1964) derart gefiltert, dass das Rauschen entfernt, die Amplituden der Resonanz jedoch möglichst nicht beeinflusst wurden. Zusätzlich erfolgte die Definition der Schaufelnulllage über eine drehzahlabhängige lineare Funktion (*Zeroing*), um mögliche Trends in der statischen Schaufelauslenkung, z. B. durch Änderung der Last auf den Schaufeln, zu entfernen. Die Schaufelauslenkungen wurden durch die *Least Squares Model Fitting* (LSMF) Analyse von Agilis berechnet. Die tatsächlichen Schaufelauslenkungen wurden über einen spezifischen Skalierungsfaktor für jede Modenfamilie ermittelt. Dieser setzt die gemessenen Schaufelauslenkungen als Kombination einer Umfangs- und Axialschwingung über die in der zyklischen FEM-Berechnung bestimmten Modenform mit der maximalen Schaufelauslenkung ins Verhältnis. Für Modenfamilie 2 beträgt er 0,57 und für Modenfamilie 3 beträgt er 0,64. Die Messunsicherheiten der Tip-Timing-Messungen werden über die Gauß'sche Messunsicherheitsfortpflanzung bestimmt. Die Einzelmessunsicherheiten ergeben sich bei der Forced Response aus:

1. Nach Freund (2015) bestimmtes Verhältnis zwischen Tip Timing System und Dehnungsmessstreifen von $97\% \pm 0,07\%$
2. Güte des LSMF-Daten-Fits
3. Messrauschen von $5\ \mu\text{m}$

Das Messrauschen wurde auf Basis von Messungen abseits der Resonanzen bestimmt. Die damit verbundene tatsächliche Messunsicherheit fällt geringer aus, da die tatsächlichen Auslenkungen durch den oben genannten Skalierungsfaktor um etwa 40 % reduziert wird.

4.4.2 Dämpfungsbestimmung

Die experimentelle Dämpfungsbestimmung erfolgte, wie durch Keller (2021) beschrieben, unter Nutzung des akustischen Anregungssystems zur Anregung der Schaufeln mit einer Frequenzrampe. Dabei wurde die mechanische Drehzahl stets konstant gehalten und die Anregung mit der Frequenzrampe durchgeführt. Die Anregung erfolgte ausschließlich für Modenfamilie 1 und 3 mit einem Frequenzgradienten von 1 Hz/s, was gemäß Tab. 4.3 zulässig ist. Dazu wurde ein Frequenzintervall von 30 Hz unterhalb bis 30 Hz oberhalb der Eigenfrequenz angeregt. Auf Basis des gemessenen Frequenzgangs der Schaufeln bei dem angeregten Knotendurchmesser wurden dann

mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate die Parameter (statische Auslenkung, Dämpfung und Eigenfrequenz) der Vergrößerungsfunktion eines Einfreiheitsgradsystems bestimmt. Dazu wurden nur Schaufelauslenkungen berücksichtigt, die oberhalb von $10\ \mu\text{m}$ und oberhalb von einem Viertel der Maximalamplitude liegen. Damit soll bestmöglich eine Beeinflussung der bestimmten Dämpfung durch das Messrauschen reduziert werden. Diese Grenze wurde vereinzelt händisch weiter erhöht, um benachbarte Schwingungsmoden aus dem Datensatz zu entfernen.

Die Unsicherheiten der Dämpfungsbestimmung werden über die Gauß'sche Messunsicherheitsfortpflanzung bestimmt. Die Einzelmessunsicherheiten ergeben sich bei der Forced Response aus:

1. nach [Freund \(2015\)](#) bestimmtes Verhältnis zwischen Tip Timing System und Dehnungsmessstreifen von $97\% \pm 0,07\%$
2. Messrauschen von $5\ \mu\text{m}$
3. Güte des Fits der Vergrößerungsfunktion an die Messdaten

Kapitel 5

Modellierung

Das Schwingungsverhalten des untersuchten Verdichters wird in einer mehrschrittigen Simulationskette berechnet. Dabei kommen unterschiedlichen Modelle zur Anwendung, deren Ergebnisse letztendlich in ein Modell reduzierter Ordnung (reduced order model, *ROM*) fließen. Die Simulationskette ist in Abb. 5.1 dargestellt. Grundlage ist die nominelle Geometrie von Blisk und Rotor aus der Auslegung. Um die nominellen Eigenfrequenzen und Eigenformen der Blisk korrekt vorherzusagen, wurden jedoch zusätzlich Daten einer taktilen Vermessung der Schaufelhöhen genutzt, bei der sich zeigte, dass die Schaufeln im Mittel 0,05 mm kürzer sind, als in der Auslegung. Die tatsächliche Geometrie wurde in den FEM und CFD-Modellen verwendet. Zur Bestimmung der Verstimmung wurden zudem Daten einer experimentellen Modalanalyse (RoboVib) und das FMM ID (siehe Abschn. 2.3.6) verwendet. Die aeorelastischen Einflüsse werden durch 25 instationäre CFD-Berechnungen (24 Dämpfungsberechnungen, AD, und eine Anregungsberechnung, AA) je Betriebspunkt berücksichtigt.

Es werden zwei FEM-Modelle zur Berechnung der strukturmechanischen und strukturdynamischen Eigenschaften im Betrieb eingesetzt. Das Modell *Blisk zykl.* stellt ein zyklisches Modell und *Blisk + Rotor* ein Modell des gesamten Rotors inklusive Beschaukelung dar. Zudem wird das ROM in zwei Versionen eingesetzt, die durch je einen der gestrichelten Pfeile in Abb. 5.1 beschrieben werden. In einer Version gehen die Ergebnisse aus dem FEM-Modell *Blisk + Rotor* ein. Damit wird der Einfluss der Schaufel-Rotor-Kopplung auf Steifigkeit und Dämpfung in Form von modalen Größen berücksichtigt. Um eine möglichst genaue Vorhersage zu erhalten, wird das FEM Modell nur zur Bestimmung der Änderungen der Eigenfrequenzen und Dämpfungen gegenüber der RoboVib-Messung (*Blisk + Rotor RoboVib*) genutzt. In der zweiten Version wird das *Blisk zykl.* für die Berechnung der strukturdynamischen Eigenschaften im Betrieb verwendet. Damit wird der Einfluss der Schaufel-Rotor-Kopplung auf Steifigkeit und Dämpfung nicht berücksichtigt. Der Vergleich beider Fälle ermöglicht dann eine Quantifizierung des Effektes.

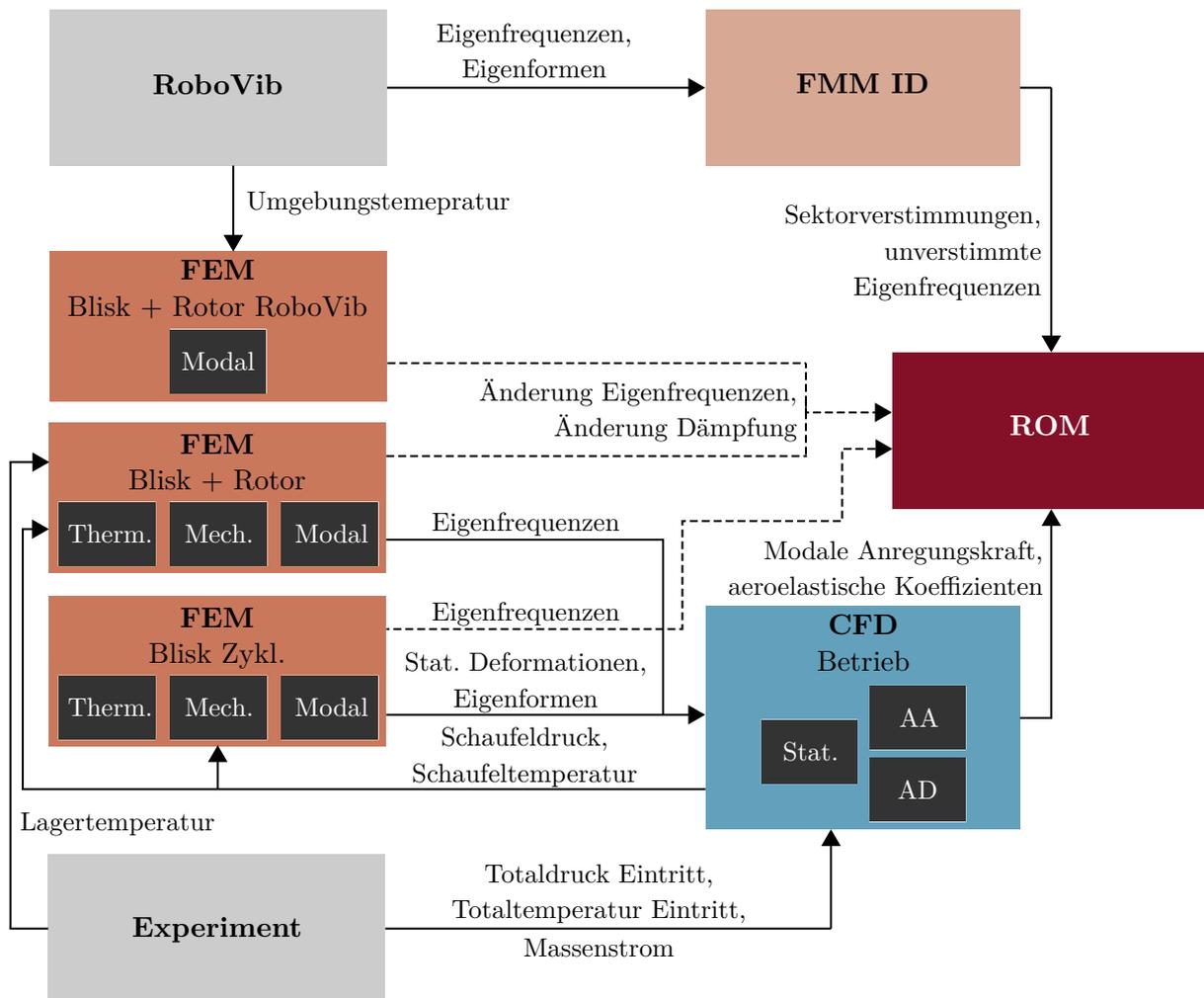


Abbildung 5.1: Simulationskette zur Berechnung der Schwingungsantwort des 1^{1/2}-stufigen Axialverdichters.

AD bezeichnet die aerodynamische Dämpfungsberechnung, AA die aerodynamische Anregungsberechnung, Therm. die statisch thermische Berechnung, Mech. die statisch mechanische Berechnung, Modal die Modalanalyse und Stat. die stationäre CFD-Berechnung.

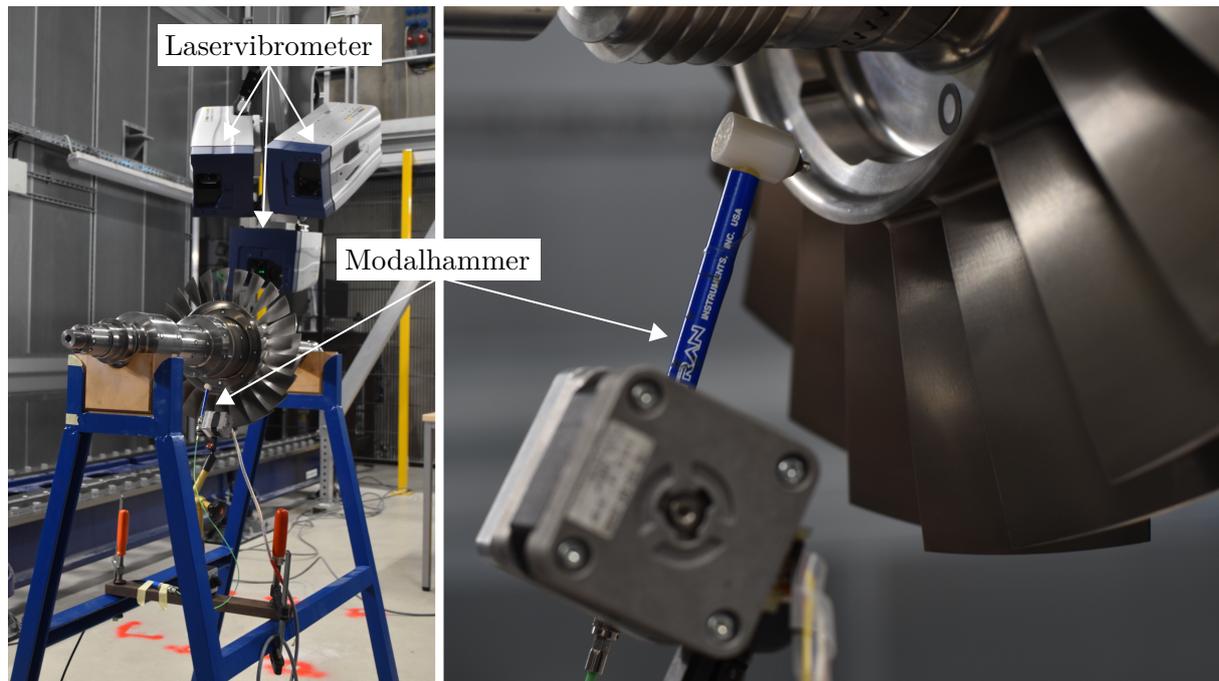


Abbildung 5.2: Versuchsaufbau für die experimentelle Modalanalyse am RoboVib. Fotoquelle: Institut für Dynamik und Schwingungen, Leibniz Universität Hannover

5.1 Mistuning-Identifikation

Die Mistuning-Identifikation an der Blisk erfolgt auf Basis von Messungen der Systemmoden im Stillstand unter Anwendung der Advanced FMM ID. Daraus ergeben sich Sektorverstimnungen und die unverstimmten Eigenfrequenzen, die in das ROM einfließen. Die Verfahren werden in den folgenden Abschnitten genauer erläutert.

5.1.1 Experimentelle Modalanalyse (RoboVib)

Zur experimentellen Charakterisierung der Struktur wurde am Institut für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover eine experimentelle Modalanalyse des Blisk-Rotor-Verbundes durchgeführt. Der Rotor lag, wie in Abb. 5.2 links dargestellt, ohne Kupplung und Zwischenwelle zum Getriebe auf einem Ständer. Die Auflageflächen weichen leicht von den Positionen des Fest- und Loslagers ab und liegen weiter in Richtung Rotormitte. Insbesondere die Eigenfrequenzen und Modenformen der Rotormoden können sich demnach deutlich zum Betrieb unterscheiden. Die Messungen wurden mit dem kommerziellen Testsystem für automatisierte Modalanalysen RoboVib der Polytech GmbH durchgeführt. Der RoboVib besteht aus einem Industrieroboterarm mit drei PSV-500 Laservibrometern, der automatisiert eine Struktur abfahren und Geometrie sowie die dreidimensionalen Schwingungen messen kann. Zur Anregung wurde ein automatisierter Modalhammer, der die Scheibe der Blisk anregt, verwendet, siehe Abb. 5.2 rechts.

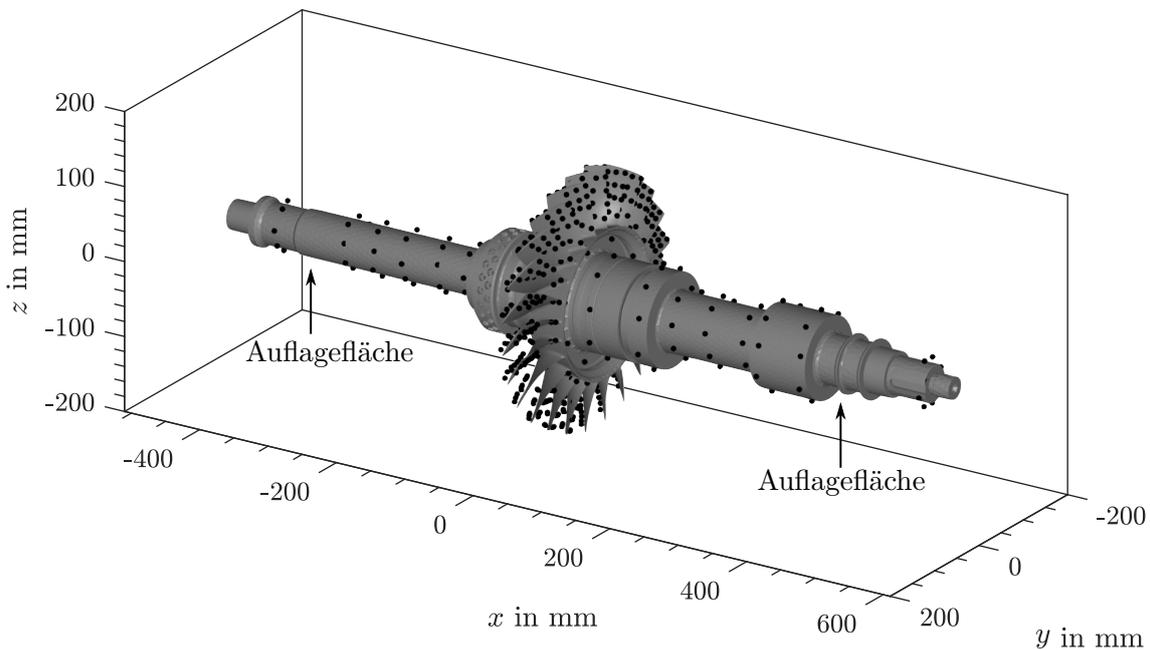


Abbildung 5.3: Messpunkte am RoboVib und die Geometrie des zugehörigen FEM-Modells.

Insgesamt wurde der Blisk-Rotor-Verbund an 572 Punkten mit den Laservibrometern vermessen, die in Abb. 5.3 dargestellt sind. Aufgrund der begrenzten Zugänglichkeit sind an der unteren Seite (negative y -Achse) teilweise weniger Messpunkte vorhanden. Zudem ist erkennbar, dass die Punkte aufgrund einer aktuell noch zu ungenauen Geometrieerfassung leicht über den Oberflächen liegen. Die punktuellen Messdaten wurden zur Visualisierung zunächst auf den nächsten Punkt der Oberfläche des FEM-Modells interpoliert. Darauf aufbauend erfolgte eine Interpolation mittels Triangulation über die gesamte Oberfläche des FEM-Netzes. Es sei angemerkt, dass es an den Rotorenden keine Messpunkte gibt und es dort bei der späteren Darstellung der Schwingungsformen zu Extrapolationsfehlern kommen kann. Die Daten wurden mit einer Abtastrate von 250 kHz über eine Messdauer von 4,1 s pro Messpunkt erfasst. Daraus resultiert eine Frequenzauflösung von 0,244 Hz. Um die Datenqualität zu erhöhen, wurde an jedem Messpunkt fünf mal gemessen und die Messdaten gemittelt.

Die Systemmoden wurden mittels der in Matlab implementierten *Least-Squares Rational Function Estimation Method* (Ozdemir und Gumussoy 2017) identifiziert. Diese Methode hat sich als am besten geeignet herausgestellt, da aufgrund der hohen modalen Dichte bei den betrachteten Blisk-Eigenfrequenzen verhältnismäßig wenig Datenpunkte vorhanden waren. Dazu nutzt die Methode eine Mehrfreiheitsgrad-Identifikation. Für die experimentelle Modalanalyse der Bliskmoden wurde nur ein Messpunkt je Schaufel an der Vorderkante verwendet, da dort eine möglichst identische Positionierung der Messpunkte auf allen Schaufeln möglich war und somit eine genaue Zerlegung der Knotendurchmesser durchgeführt werden konnte. Dazu wurden die bestimmten Eigenformen direkt mittels Fast Fourier Transformation in traveling-wave-Koordinaten, d.h. vorwärts- und rückwärtsrotierende Knotendurchmesser zerlegt und im FMM ID verwendet.

5.1.2 Fundamental Mistuning Model based Identification (FMM ID)

Für die Berücksichtigung der Verstimmung kommt die *Advanced Fundamental Mistuning Model based Identification* (Advanced FMM ID) zum Einsatz. Diese berechnet, wie in Abschn. 2.3.5 erläutert, die Sektorverstimmungen und die unverstimmten Eigenfrequenzen auf Basis von gemessenen Systemmoden mit einem Messpunkt pro Schaufel. Die Messdaten stammen aus den Messungen mit dem RoboVib, siehe Abschn. 5.1.1. Die Mistuning-Identifikation erfolgt jeweils für eine Modenfamilie. Die verstimmten Eigenfrequenzen ω_j aller identifizierter Moden als Eingangsgrößen für das Modell wurden nach [Feiner und Griffin \(2007\)](#) als komplexe Zahlen $\omega_j = 2\pi f_j(1+iD_j)$, bestehend aus bestimmter Frequenz f_j und Dämpfungsgrad D_j berechnet. Die Gewichtungs faktoren $\vec{\beta}_j$ werden aus den Schaufelauslenkungen \vec{q}_j mittels Fourier-Transformation bestimmt:

$$\vec{\beta}_j = \mathcal{F}(\vec{q}_j). \quad (5.1)$$

An dieser Stelle soll nochmals auf die Annahme des FMM hingewiesen werden, dass sich die Modenform über die Knotendurchmesser und im Betrieb nicht grundlegend ändern dürfen. Dies wird bei den Untersuchungen in Kap. 8 überprüft und berücksichtigt.

Als Ergebnis ergibt sich die Verstimmungsmatrix \hat{A} und die komplexen unverstimmten Eigenfrequenzen ω_{ND}° . Da die Messungen zwar im Stillstand, aber nicht im Vakuum durchgeführt wurden, beschreibt der komplexe Teil der Eigenfrequenzen bereits einen kleinen Teil an aerodynamischer Dämpfung, die aber später im ROM über die CFD-Simulationen berücksichtigt wird. Folglich wird als Abschätzung nach [Hentschel et al. \(2016\)](#) 17% der gemessenen Dämpfung als Materialdämpfung angesetzt: $\omega_{ND}^\circ = 2\pi f_{ND}^\circ(1+i0,17D_{ND}^\circ)$. Die maximale bestimmte Dämpfung D_{ND}° liegt unter 0,01% (ND0 ausgenommen), die Materialdämpfung liegt somit noch deutlich darunter. Folglich spielt die Materialdämpfung im Vergleich zur aerodynamischen Dämpfung eine untergeordnete Rolle und diese Abschätzung ist ausreichend.

5.2 FEM-Modelle

Zur Berechnung des strukturmechanischen und -dynamischen Verhaltens wurden drei unterschiedliche FEM-Modelle verwendet. Zunächst wurde der Verdichter im Betrieb numerisch nachgebildet, um die Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen des kombinierten Blisk-Rotor-Verbundes unter Betriebsbedingungen vorherzusagen (*FEM Blisk + Rotor*). Hier wurden die Lagertemperaturen aus dem Experiment, sowie in einer Iterationsschleife die Schaufeldrücke und Temperaturen aus der stationären CFD, siehe Abschn. 5.3.1 vorgegeben. Zudem wurde in einem weiteren FEM-Modell der Messaufbau am RoboVib unter Berücksichtigung der Umgebungstemperatur numerisch berechnet (*FEM Blisk + Rotor RoboVib*). Um eine möglichst genaue Vorhersage zu erzielen, wurden beide FEM Modelle nur zur Bestimmung der Änderungen der Eigenfrequenzen und Dämpfungen im Betrieb gegenüber der RoboVib Messung genutzt, so dass hier systematische Fehler der FEM-Modelle nicht ins Gewicht fallen. Als letztes Modell wurde ein zyklisches Blisk-Modell verwendet (*FEM Blisk zykl.*), um Eigenformen und statische Defor-

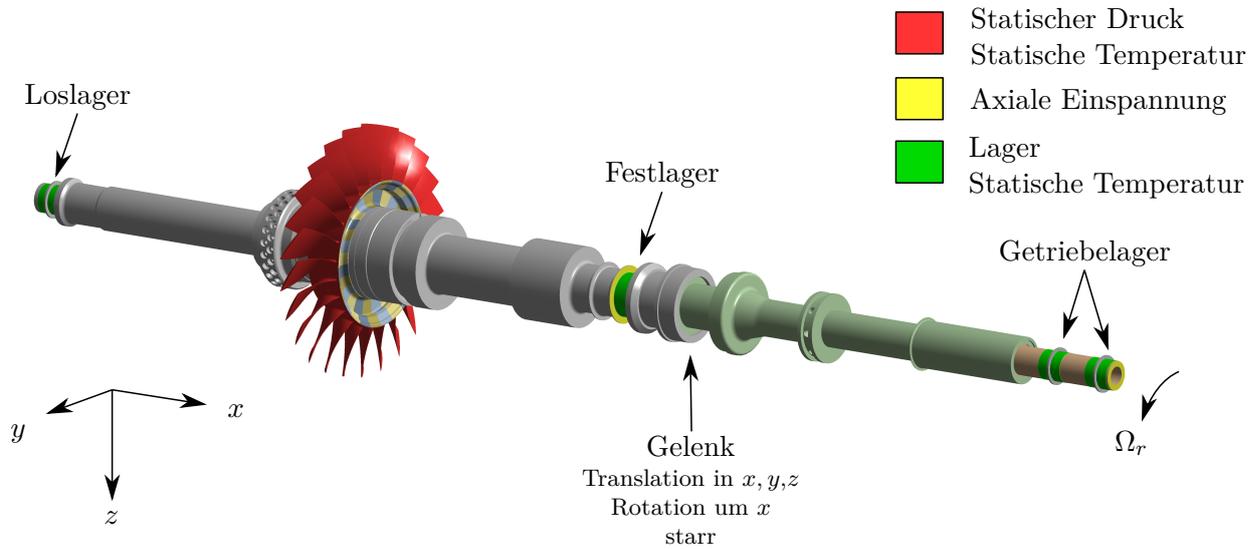


Abbildung 5.4: Randbedingungen für das FEM Modell Blisk + Rotor

Tabelle 5.1: Gewähltes Material für die einzelnen Komponenten in den FEM-Berechnungen

Komponente	Blisk	Rotor	Zwischenwelle	Getriebewelle
Material	TiAl6V4	Stahl 40-PH	Stahl 31CrMoV9	Standard Baustahl

mationen im Betrieb zu bestimmen, die in den CFD-Modellen Anwendung finden. Alle Modelle wurden in Ansys Mechanical 19.3 aufgebaut und gelöst. Die numerischen FEM-Modelle werden im Folgenden detailliert erläutert.

5.2.1 Blisk + Rotor im Betrieb

Das Modell von Blisk und Rotor im Betrieb basiert auf einem Vollmodell, da in Ansys Mechanical aktuell keine Möglichkeit implementiert ist, die es erlaubt, zyklische Modelle mit Lagern zu nutzen. Es wurde, wie in Abb. 5.4 gezeigt, der gesamte Rotor inklusive Blisk, Kupplung, Wellenstrang zum Getriebe und Getriebewelle modelliert. Die Blisk besteht aus einer Titanlegierung, die restlichen Rotorkomponenten aus verschiedenen Stahlsorten. Eine genaue Zuordnung der Materialien ist in Tab. 5.1 zu finden. Das numerische Netz weist etwa 1 Mio. Knoten auf. Um numerische Verstimmung durch unterschiedliche Netze zu vermeiden, wurde ein Sektor der Blisk vernetzt und auf das 360°-Modell erweitert.

Für eine Modalanalyse muss, wie in Abschn. 2.1.4 beschrieben, ein lineares zeitinvariantes System vorliegen. Da die Geometrie (insbesondere die Blisk) nicht rotationssymmetrisch ist, muss die Modalanalyse im rotierenden Bezugssystem durchgeführt werden, was für Rotordynamikberechnungen untypisch ist. Um Zeitinvarianz zu gewährleisten, dürfen die Lager demnach keine vom Rotationswinkel des Rotors abhängigen Kräfte aufprägen. Folglich wurden die vorliegenden

drehzahlabhängigen Lagersteifigkeiten an Festlager (FL) und Loslager (LL) auf die schiefsymmetrische Form

$$\mathbf{K}_{\text{Lager}} = \begin{pmatrix} \frac{k_{yy}+k_{zz}}{2} & \frac{k_{yz}-k_{zy}}{2} \\ -\frac{k_{yz}-k_{zy}}{2} & \frac{k_{yy}+k_{zz}}{2} \end{pmatrix}, \quad k_{yy}, k_{zz}, k_{yz} > 0, k_{zy} < 0 \quad (5.2)$$

angepasst. Für die Nenndrehzahl ergeben sich beispielsweise die Steifigkeitsmatrizen

$$\mathbf{K}_{\text{LL}} = \begin{pmatrix} 83\,140 & 35\,458 \\ -35\,458 & 83\,140 \end{pmatrix} \frac{\text{N}}{\text{mm}}, \quad \mathbf{K}_{\text{FL}} = \begin{pmatrix} 64\,591 & 28\,574 \\ -28\,574 & 64\,591 \end{pmatrix} \frac{\text{N}}{\text{mm}}. \quad (5.3)$$

Insgesamt lagen bei vier Drehzahlen Lagersteifigkeiten vor: $18\,000 \text{ min}^{-1}$, $13\,500 \text{ min}^{-1}$, $9\,000 \text{ min}^{-1}$ und $4\,500 \text{ min}^{-1}$.

Die Kupplung wurde entsprechend ihrem Verhalten als Gelenk modelliert, welches Rotation um die y - und z -Achse sowie Translation in x -Richtung ohne Steifigkeit zulässt. Für die übrigen translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade ist eine starre Verbindung (Steifigkeit unendlich groß) angenommen. Die Getriebewelle ist an zwei Positionen gelagert. Da hier keine Lagersteifigkeiten bekannt sind, wurden diese über eine Sensitivitätsstudie als $55\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ bestimmt. Grundlage hierfür war eine identifizierte Eigenfrequenz in der Schwingungsüberwachung des Verdichters.

Die Modalanalyse wurde auf Basis der Lösung einer vorherigen statisch thermischen und statisch nicht-linearen mechanischen Analyse durchgeführt. Hierbei wurden Fliehkräfte durch die Drehzahl, Oberflächentemperaturen und Drücke auf den Schaufeln aus der CFD sowie Lagertemperaturen aus dem Experiment berücksichtigt, siehe Abb. 5.4. So ist gewährleistet, dass Eigenfrequenzänderungen durch temperaturbedingte Änderungen des E-Moduls und durch Spannungsversteifung (stress stiffening) berücksichtigt werden. Zusätzlich wurde in der Modalanalyse der Einfluss der Corioliskräfte und des Spin Softenings berücksichtigt.

Netzkonvergenzstudie

Die vielen zu berechnenden Moden in der Modalanalyse sorgen für einen großen Bedarf an Rechenressourcen. Deshalb wurde im Rahmen von Vorstudien eine Netzknotenverteilung erzeugt, die mit möglichst wenig Knoten eine gute Genauigkeit des Modells ermöglichen. So hat sich zum Beispiel eine Verfeinerung des Netzes an Fillets und den Vorder- und Hinterkanten der Schaufeln als vorteilhaft erwiesen, um die Anzahl der Knoten gering zu halten.

Die Netzstudie wurde nach [Roache \(1994\)](#) durchgeführt. Dazu wurde der Grid Convergence Index GCI auf Basis der Eigenfrequenzen der Moden mit einem Sicherheitsfaktor $F_s = 1.25$ bestimmt. Da im Rahmen der Netzstudie eine Verfeinerung des gesamten Modells mit den gegebenen Rechenressourcen nicht möglich war, wurden die Netze von Blisk und Rotor separat untersucht. Durch die identischen Netze aller Blisksektoren, konnte für die Netzkonvergenzstudie der Blisk eine zyklische Modalanalyse mit einem Blisksegment durchgeführt werden. Dafür wurden das Ausgangsnetz mit 31 485 Knoten zwei Mal auf 89 488 Knoten und 184 227 Knoten verfeinert. Die berechneten GCI für das Ausgangsnetz sind in Abb. 5.5 links zu sehen. Demnach liegt der absolute maximale räumliche Diskretisierungsfehler für die relevanten Moden (Modenfamilien 1 bis 3) bei unter 0,2 % (4,5 Hz) und für den im Fokus stehenden Knotendurchmesser 1 bei unter 0,17 % (3,5 Hz). Für geringere Knotendurchmesser ist für Modenfamilie 2 ein erhöhter GCI zu erkennen. Dies liegt an der erhöhten Scheibenbeteiligung an den Schwingungen.

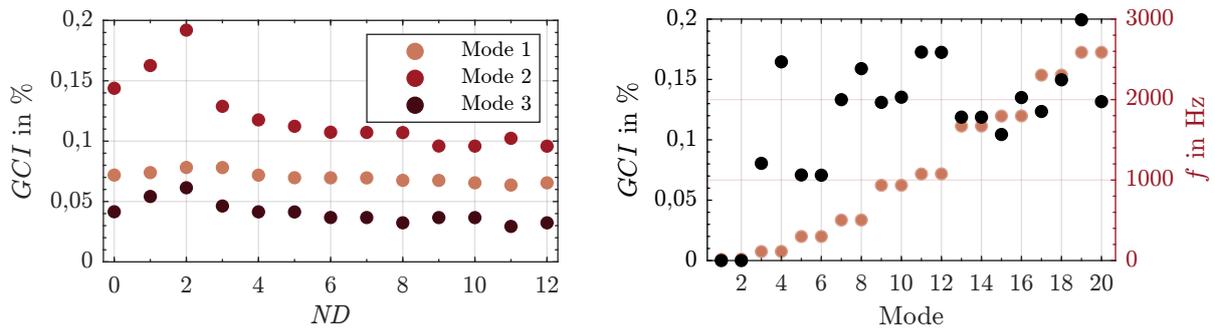


Abbildung 5.5: Ergebnis der Netzkonvergenzstudie für das Blisk-Modell und das Rotor-Modell

Für die Netzstudie des Rotors wurde das Ausgangsnetz mit 285 291 Knoten einmal auf 383 453 Knoten verfeinert und einmal auf 157 554 Knoten vergrößert. Atmende Moden und Axialmoden weisen aufgrund der fehlenden Kenntnis der entsprechenden Lagereigenschaften (insbesondere Steifigkeit und Dämpfung in axiale Richtung am Festlager) keine Dämpfung auf und reagieren deutlich sensibler auf die Netzfeinheit mit einem GCI von bis zu 4%. Da diese Moden in dieser Arbeit nicht von Interesse sind, werden diese hier nicht betrachtet. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.5 rechts dargestellt. Der absolute maximale räumliche Diskretisierungsfehler für die relevanten Moden liegt für das Rotor-Modell unter 0,2% (5 Hz).

Insgesamt ist davon auszugehen, dass der Fehler in der Vorhersage der absoluten Eigenfrequenzen der gesamten Struktur etwa bei 5 Hz liegt. Da die Eigenfrequenzen mit der Netzfeinheit abnehmen, sind die Differenzen der Diskretisierungsfehler von Blisk (max. 3,5 Hz) und Rotor (max. 5 Hz) noch geringer (max. 1,5 Hz), so dass die Kopplungseffekte gut abgebildet werden können. Da jedoch nur die relativen Änderungen der Eigenfrequenz in das ROM eingehen, sind die Modellierungsfehler als noch geringer anzusehen.

5.2.2 Blisk + Rotor im Stillstand

Das numerische Modell zum Nachrechnen der Messungen am RoboVib ähnelt dem in Abschn. 5.2.1 beschriebenen Modell *FEM Blisk + Rotor*. Die betrachtete Geometrie ist in Abb. 5.3 abgebildet. Unterschiede ergeben sich durch die fehlende Zwischen- und Getriebewelle und die Lagerung. Da der Rotor in den Messungen nur auf dem Rotorständer auflag, sich jedoch prinzipiell frei bewegen konnte, wurden sämtliche Lagerungen und Einspannungen aus dem Modell entfernt. Dies zeigte im Vergleich zu anderen Lagerungsarten mit Abstand die beste Übereinstimmung mit dem Experiment. Zudem wurde keine statische Vorspannung der Struktur vorgenommen, da keine Oberflächendrücke und Fliehkräfte vorhanden sind. Als Temperatur wurde die Umgebungstemperatur vorgegeben.

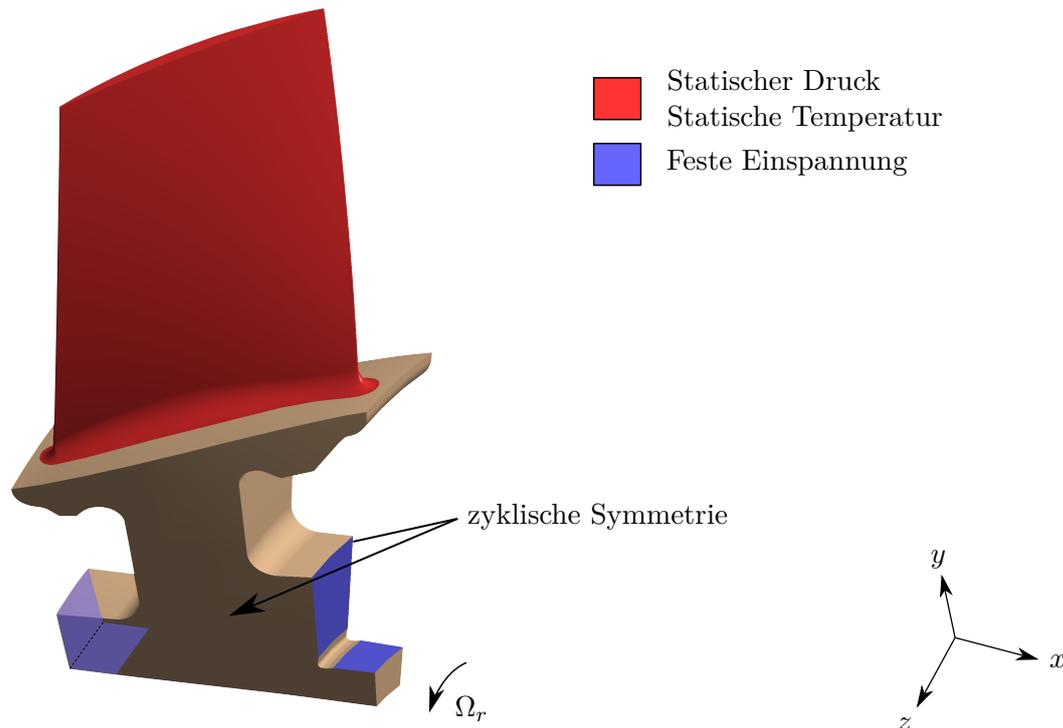


Abbildung 5.6: Randbedingungen für das FEM Modell Blisk zyklisch

5.2.3 Blisk zyklisch im Betrieb

Für die effiziente Berechnung eines komplett unverstimmten Systems wurde ein zyklisches Modell der isolierten Blisk genutzt. Die Kontaktflächen zum Rotor, siehe Abb. 5.6, wurden fixiert. Analog zum vollständigen Modell in Abschn. 5.2.1 wurde die Struktur unter Nutzung von Schaufleroberflächendrücken und -temperaturen statisch vorgespannt. An den zyklischen Rändern wurden phasenkorrigierte Randbedingungen vorgegeben, was eine direkte Berechnung der komplexen traveling-wave-Moden ermöglicht.

Netzkonvergenzstudie

Für die Berechnung des zyklischen Modells konnte durch den Entfall des Rotors mit 89 488 Knoten ein deutlich feineres Netz als für das Modell *Blisk + Rotor*, siehe Abschn. 5.2.1, verwendet werden. Für die Netzkonvergenzstudie wurde das Netz einmal auf 184 227 Knoten verfeinert und einmal auf 31 485 vergrößert. Die Ergebnisse der Netzkonvergenzstudie sind in Abb. 5.7 dargestellt. Durch die räumliche Diskretisierung ist von einem Fehler von unter 0,04 % (1 Hz) auszugehen. Insbesondere bei geringeren Eigenfrequenzen sind die absoluten Fehler noch deutlich geringer.

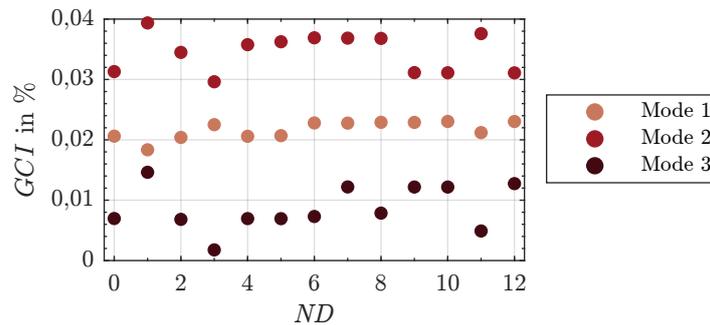


Abbildung 5.7: Ergebnis der Netzkonvergenzstudie für das zyklische strukturdynamische Modell

5.3 CFD-Modelle

5.3.1 Stationäres Modell

Die CFD-Berechnungen wurden mit dem Strömungslöser TRACE 9.4.7 (Becker et al. 2010) des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) durchgeführt. Das numerische Netz weist 5,8 Millionen Knoten mit einem durchschnittlichen dimensionslosen Wandabstand y^+ von 0,4 und einem maximalen dimensionslosen Wandabstand von 3,5 im Auslegungspunkt auf, so dass die Grenzschicht bis zur viskosen Unterschicht aufgelöst werden kann (*Low-Reynolds Turbulence Model*). Bei der Vernetzung wurde eine verhältnismäßig hohe Anzahl von Netzelementen verwendet, um eine zuverlässige Vorhersage der Transition und ein ausreichend feines Netz im dünnen Nachlauf des IGVs zu haben. Die Rechendomäne ist in Abb. 4.3 dargestellt. Das Netz wurde spezifisch für jeden Betriebspunkt unter Berücksichtigung der Verformung der Rotorschaukel aufgrund statischer Lasten durch Rotation und Temperatur mit dem Programm AutoGrid erzeugt. Die verwendete Schaukelgeometrie stammt aus der zyklischen statisch mechanischen FEM-Berechnung (*FEM Blisk zykl.*), siehe Abschn. 5.2.3. Dadurch kann die Form der Schaukel im Betrieb (Heißgeometrie) berücksichtigt werden.

Am Eintritt wurde auf Basis der Messungen am Eintritt (ME01) ein mit dem Eintrittstotaldruck ($p_{ein,tot}$) skaliertes Totaldruckprofil sowie ein mit der gemessenen Eintrittstotaltemperatur ($T_{ein,tot}$) skaliertes Totaltemperaturprofil vorgegeben. Als Turbulenzrandbedingungen wurde ein Turbulenzgrad von 3% und ein turbulentes Längenmaß von 0,1 mm vorgegeben. Diese Werte sind Erfahrungswerte für die Berechnung des 1^{1/2} und 4^{1/2}-stufigen Axialverdichters am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik. Das verwendete Längenmaß weist zudem einen typischen Wert für eine gute Transitionsvorhersage in Turbomaschinen auf (Bode et al. 2014).

Für die Turbulenzmodellierung wurde das k - ω -Turbulenzmodell (Wilcox 1988) mit Staupunkt-korrektur von Kato und Launder (1993) und das γ - Re_{θ_t} -Transitionsmodell in der in TRACE implementierten Version *Menter-2004* (Formulierung nach Menter et al. 2006 mit der Korrelation für die Impulsverlustdicken-Reynoldszahl bei Transitionsbeginn nach Langtry und Menter 2009) verwendet. Das Turbulenzmodell weicht hier von dem in Maroldt et al. (2022a) verwendeten k - ω -SST-Modell ab, da sich für den betrachteten Testfall eine bessere Vorhersagequalität des k - ω -Modells herausgestellt hat. Grund hierfür ist die Überschätzung von Strömungsablösungen durch das k - ω -SST-Modell (Bourgeois et al. 2011). Dies hat sich durch große Abweichungen

zwischen CFD und Experiment im Kennfeld und beim Vergleich des Strömungsfeldes bei 20° Anstellwinkel des IGVs gezeigt (siehe hier zu auch [Maroldt et al. 2022a](#)).

5.3.2 Instationäre Modelle

Die instationären Berechnungen wurden mit dem Harmonic Balance Löser ([Frey et al. 2014](#)) in TRACE durchgeführt. Die Berechnungen basieren auf harmonischen Sets, bestehend aus Grundfrequenz und IBPA sowie deren Harmonische, für die das Strömungsfeld gelöst wird, siehe Abschn. 2.3.6. Demnach erfolgen ebenfalls die aeroelastischen Berechnungen auf Basis der komplexen traveling-wave-Moden, die je einem IBPA bzw. Knotendurchmesser entsprechen. Annahme ist zudem, wie in Abschn. 2.3.6 beschrieben, dass eine lineare Superposition des instationär anregenden (aerodynamische Anregung) und dämpfenden (aerodynamische Dämpfung) Strömungsfeldes möglich ist. Dies ist in der Regel für kleine Schaufelauslenkungen der Fall ([Blocher und Gómez Fernández 2014](#)).

Für jede Berechnung eines Knotendurchmessers wurden die komplexen Verschiebungen der zu untersuchenden Mode auf die Rotorschaukel interpoliert. Die Verschiebungen stammen hier aus der zyklischen Modalanalyse (*FEM Blisk zykl.*), die spezifisch für jeden Betriebspunkt durchgeführt wurde. Durch die zuvor erwähnte Netzgenerierung für jeden Betriebspunkt kann zudem eine exakte Übereinstimmung der CFD- und FEM-Geometrien gewährleistet werden, was Interpolationsfehler minimiert, die sonst leicht an Vorder- und Hinterkante auftreten können.

Die Modenformen werden jeweils um einen Faktor A auf eine Amplitude von 0,1 mm skaliert, was in der Größenordnung der gemessenen Amplituden liegt. Unter der Annahme von kleinen Auslenkungen (Linearität des Strömungsfeldes) wären hier auch andere Auslenkungen denkbar, so lange sie keine extrem kleinen oder großen Werte annehmen, bei denen die numerische Genauigkeit unterschritten wird bzw. das Netz zu stark deformiert wird. Die Eigenfrequenz ergibt sich aus der Modalanalyse des gesamten Rotors im Betrieb (*FEM Blisk + Rotor*). Es wird die Eigenfrequenz ω_0 der Mode, die der anregenden Erregerordnung entspricht, angenommen.

Für eine hohe Genauigkeit der Harmonic Balance Berechnung ist insbesondere bei der Berechnung der aerodynamischen Anregung ([Heners et al. 2021, 2019, Maroldt et al. 2022a](#)) die Berücksichtigung der turbulenten Größen (turbulente kinetische Energie k und spezifische turbulente Dissipationsrate ω) in den instationären Frequenzen notwendig ([Ashcroft et al. 2018](#)). Ein Problem bei diesen Berechnungen ist jedoch, dass sich, wie in Abschn. 2.3.6 beschrieben, bei der Rekonstruktion der turbulenten Größen aus dem Frequenzbereich im Bereich hoher Gradienten Überschwinger (*Gibbs-Phänomen*) ergeben können. Dies kann zu negativen Werten der Turbulenzgrößen k und ω und zusätzlich der Transitionsgrößen γ und Re_{θ_t} führen. Negative Werte sind jedoch physikalisch nicht sinnvoll und werden durch einen Limiter unterbunden ([Heners et al. 2019](#)). Dadurch entstehen Instabilitäten und Konvergenzprobleme, weshalb hier der *Lanczos-Filter* ([Heners et al. 2019](#)) zur Glättung der Überschwinger verwendet wurde. Damit werden Turbulenz- und Transitionsgrößen bei der Rekonstruktion aus dem Frequenzbereich gefiltert. Die Filterstärke kann in verschiedenen Stufen variiert werden.

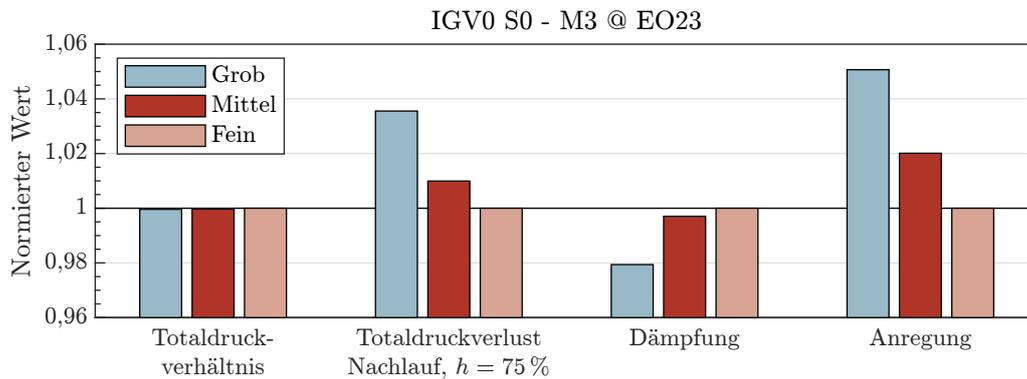


Abbildung 5.9: Ergebnisse der Netzkonvergenzstudie für 0° IGV-Anstellwinkel (IGV0 S0) bei der Resonanzstelle der Modenfamilie 3 mit EO23. Das Netz *Mittel* wird für die weiteren Untersuchungen verwendet.

de schwingt in der Berechnung mit der vorgegebenen Eigenfrequenz. Wie in Abb. 5.8 dargestellt, werden auch hier akustische Reflexionen an den benachbarten Schaufelreihen berücksichtigt. Da die Schaufel nur in der vorgegebenen Frequenz schwingt, ist grundsätzlich nicht von nicht-linearen Effekten in höheren Harmonischen auszugehen. Höher harmonische Anteile können jedoch durch Oszillationen von Stößen und Ablösungen hervorgerufen werden, so dass für alle transsonischen Betriebspunkte (als Grenze wurde für die gewählten Betriebspunkte $11\,000\text{ min}^{-1}$ gewählt) 3 Harmonische berücksichtigt wurden. Die Stärke des Lanczos-Filters wurde konstant auf Stufe 5 gesetzt. Die aeroelastischen Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten wurden gemäß Gl. (2.74) berechnet.

5.3.3 Netzkonvergenzstudie

Eine Netzstudie wurde anhand von einem je um etwa den Faktor 2 vergrößerten Netz (*Grob*, 2,7 Millionen Knoten) und verfeinerten Netz (*Fein*, 13,2 Millionen Knoten) gegenüber dem verwendeten Netz (*Mittel*, 5,8 Millionen Knoten) durchgeführt. Untersucht wurde die Resonanzstelle von Modenfamilie 3 bei EO23 mit 0° IGV-Anstellwinkel, da hier der Nachlauf am dünnsten ist, was eine entsprechend hohe Zahl an Netzelementen benötigt. Es wurden verschiedene Größen aus der stationären und den Harmonic Balance Berechnungen betrachtet und auf das feine Netz normiert, was in Abb. 5.9 dargestellt ist. Aufgrund der Berechnungsweise des Totaldruckverhältnisses fällt der relative Unterschied sehr klein aus. Der mit dem feinen Netzes berechnete Wert beträgt 1,03585. Unterschiede zwischen den Netzen ergeben sich erst in der vierten Nachkommastelle. Alle weiteren Größen zeigen für das mittlere Netz eine Abweichung von unter 2 %, was deutlich unter den Messunsicherheiten liegt. Die maximale Abweichung zeigt sich hier für die Anregung. Es kann jedoch davon ausgegangen werden, dass die Unterschiede bei anderen IGV-Winkeln noch geringer sind, da der Nachlauf weniger dünn ausfällt. Demnach ist das Netz *Mittel* für die weiteren Untersuchungen geeignet.

Um genaue instationäre Berechnungen durchzuführen, die auch die Ausbreitung von akustischen Wellen mit einschließen, muss das Netz oft deutlich feiner sein, als für stationäre Berechnungen. Von Bedeutung ist dabei insbesondere die Auflösung der akustischen Wellen in axiale Richtung

mit einer ausreichenden Anzahl von Zellen, gemessen an den Zellen pro Wellenlänge, um Dissipation und Dispersion zu minimieren. In der Literatur werden in der Regel etwa 25-40 Zellen je Wellenlänge empfohlen (Schnell 2004a, Weckmüller 2013).

Die geringste axiale Wellenlänge liegt bei der aerodynamischen Dämpfungsberechnung von Modenfamilie 1 mit ND12 bei Nenndrehzahl vor. Hier ergibt sich eine minimale Auflösung von 87 Zellen/Wellenlänge im Stator, was die Werte aus der Literatur deutlich überschreitet. Eine Abschätzung nach Schnell (2004b) und Tam und Webb (1993) ergibt für eine akustische Welle, die sich zwischen Stator und IGV ausbreitet, einen Dissipationsfehler von 0,1% und einen Dispersionsfehler von 0,5°. Grundlage für die Abschätzung ist die konservative Annahme, dass die minimale Auflösung von 87 Zellen/Wellenlänge auch in Rotor und IGV vorliegt. Die berechneten Fehler liegen deutlich unter den Diskretisierungs- und Messfehlern. Das Netz ist damit auch für die Auflösung akustischer Wellen fein genug.

5.4 Modell reduzierter Ordnung (ROM)

Das verwendete Modell reduzierter Ordnung (ROM) basiert im Wesentlichen auf dem durch Kielb et al. (2004) auf aeroelastische Kopplung erweiterten Fundamental Mistuning Model (Feiner und Griffin 2004). Es wird zusätzlich nach Feiner und Griffin (2004) der Einfluss der Steifigkeitsänderung im Betrieb auf die Verstimmung mit berücksichtigt. Das Modell wird sowohl für die Berechnung quasi-stationärer als auch transienter Betriebszustände genutzt. Das ROM wird im Folgenden in zwei unterschiedlichen Formulierungen genutzt, die erste basiert auf dem FEM-Modell *Blisk + Rotor*, die zweite auf dem FEM-Modell *Blisk zykl.*

Quasi-stationärer Schwingungen

Alle Systemmatrizen werden nach aufsteigenden IBPA von $0^\circ \leq \sigma < 360^\circ$ sortiert. Die Bewegungsgleichung für quasi-stationäre erzwungene Schwingungen bei der Anregungsfrequenz Ω in traveling-wave-Koordinaten für die untersuchte Blisk mit 24 Sektoren lautet

$$\left(-\Omega^2 \mathbf{I}_{24} + i\Omega \left(\tilde{\mathbf{D}}_{\text{aero}}^\circ + \tilde{\mathbf{D}}_{\text{Rotor}}^\circ\right) + \left(\mathbf{diag}(\omega_{ND}^\circ)^2 + \Delta \tilde{\mathbf{K}}_{\text{hot}}^\circ + \tilde{\mathbf{K}}_{\text{aero}}^\circ\right) + \tilde{\mathbf{A}}\right) \vec{q}^\circ = \vec{f}_{\text{aero}}^\circ. \quad (5.4)$$

Die entsprechenden Systemmatrizen werden auf Basis der verschiedenen zuvor vorgestellten Teilmodelle berechnet, siehe Abb. 5.1. Eine Zusammenfassung ist zudem in Tab. 5.2 aufgeführt.

5.4 Modell reduzierter Ordnung (ROM)

Tabelle 5.2: Ursprung und Beschreibung der Eingangsgrößen des ROMs *Blisk + Rotor* und *Blisk zykl.*

Matrix	Beschreibung	ROM Blisk + Rotor	ROM Blisk zykl.
$\mathbf{diag}(\omega_{ND}^{\circ 2})$	nominelle Eigenfrequenzen	FMM ID	FEM Blisk zykl. (Realteil) + FMM ID (Imaginärteil)
$\Delta \tilde{\mathbf{K}}_{\text{hot}}^{\circ}$	Steifigkeitsänderung	FEM Blisk + Rotor	FEM Blisk zykl.
$\tilde{\mathbf{A}}$	Verstimmungsmatrix	FMM ID	FMM ID
$\tilde{\mathbf{K}}_{\text{aero}}^{\circ}$	aerodynamische Steifigkeit	CFD AD	CFD AD
$\tilde{\mathbf{D}}_{\text{aero}}^{\circ}$	aerodynamische Dämpfung	CFD AD	CFD AD
$\tilde{\mathbf{D}}_{\text{Rotor}}^{\circ}$	rotordynamische Dämpfung	FEM Blisk + Rotor	-
$\tilde{f}_{\text{aero}}^{\circ}$	modale Errgerkraft	CFD AA	CFD AA

Die Matrix $\mathbf{diag}(\omega_{ND}^{\circ 2})$ ist die Diagonalmatrix der sortierten und quadrierten nominellen komplexen Eigenfrequenzen

$$\mathbf{diag}(\omega_{ND}^{\circ 2}) = \mathbf{diag}(\omega_{ND}^{\circ 2}) = \begin{pmatrix} \omega_0^{\circ 2} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \omega_{-1}^{\circ 2} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \omega_{-12}^{\circ 2} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \omega_{11}^{\circ 2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \omega_1^{\circ 2} \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

Für das Modell *Blisk + Rotor* werden die Eigenfrequenzen mit dem FMM ID (siehe Abschn. 5.1.2) bestimmt. Die modale Steifigkeitsänderung der Moden zwischen der RoboVib-Messung im Stillstand ($\tilde{k}_{RV,ND}^{\circ}$) und dem Zustand im Betrieb ($\tilde{k}_{hot,ND}^{\circ}$) wird dann über $\Delta \tilde{\mathbf{K}}_{\text{hot}}^{\circ} = \mathbf{diag}(\tilde{k}_{hot,ND}^{\circ} - \tilde{k}_{RV,ND}^{\circ})$ berücksichtigt. Die Steifigkeiten stammen folglich aus dem FEM-Modell *Blisk + Rotor*, siehe Abschn. 2.1.4, und *Blisk + Rotor RoboVib*, siehe Abschn. 5.2.2. Damit sind Einflüsse auf die Steifigkeit durch die Fliehkraft, den statischen Schaufeldruck und die Lagerung sowie die Änderung des E-Moduls durch Temperaturänderungen abgebildet. Ebenfalls werden folglich Steifigkeitsänderungen durch die Coriolis-Kräfte und Spin Softening berücksichtigt. Zusätzlich werden die rotordynamischen Dämpfungen durch die Gleitlagerung in $\tilde{\mathbf{D}}_{\text{Rotor}}^{\circ}$ mit einbezogen. Diese stammen aus den durch das FEM-Modell *Blisk + Rotor* berechneten modalen Dämpfungen.

Für das ROM *Blisk zykl.* gehen die Eigenfrequenzen aus der FEM-Berechnung *Blisk zykl.*, siehe Abschn. 5.2.3, für den Stillstand in den Realteil von $\mathbf{diag}(\omega_{ND}^{\circ 2})$ ein. Dies ist notwendig, da das zyklische Modell bei der Berechnung der Eigenfrequenzen des RoboVib-Aufbaus unzureichende Ergebnisse geliefert hat und somit die Berücksichtigung von relativen Änderungen nicht sinnvoll ist. Der Imaginärteil, der der Strukturdämpfung im Stillstand entspricht, wird weiter aus dem FMM ID verwendet. Da hier die Gleitlagerung nicht mitmodelliert wurde, liegt keine rotordynamische Dämpfung vor.

Die Verstimmungsmatrix $\tilde{\mathbf{A}}$ wird für beide Formulierungen ebenfalls mit dem FMM ID bestimmt, siehe Abschn. 5.1.2. Nach [Feiner und Griffin \(2004\)](#) nimmt die relative Verstimmung bei höheren Drehzahlen durch die Spannungsversteifung ab, da die Steifigkeitsverstimmung $\tilde{\mathbf{A}}$ konstant bleibt, während die nominellen modalen Steifigkeiten um $\Delta\tilde{\mathbf{K}}_{\text{hot}}^{\circ}$ steigen. Damit nimmt der Anteil der Steifigkeitsverstimmung an der Gesamtsteifigkeit und somit der Verstimmungseinfluss ab. Die aerodynamischen Dämpfungen und Steifigkeiten werden als Diagonalmatrizen $\tilde{\mathbf{D}}_{\text{aero}}^{\circ} = \mathbf{diag}(\tilde{d}_{\text{aero}}^{ND})$ und $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{aero}}^{\circ} = \mathbf{diag}(\tilde{k}_{\text{aero}}^{ND})$ auf Basis der aerodynamischen Arbeit berechnet, die sich aus den Berechnungen der aerodynamischen Dämpfungen in Abschn. 5.3.2 ergeben. Die modale Erregerkraft $\tilde{f}_{\text{aero}}^{ND}$ stammt aus den Berechnungen der aerodynamischen Anregung in Abschn. 5.3.2, alle anderen Einträge von $\tilde{f}_{\text{aero}}^{\circ}$ werden zu 0 gesetzt, so dass sich eine monoharmonische Anregung ergibt.

Transiente Schwingungen

Um das transiente Schwingungsverhalten zu berechnen, wird Gl. (5.4) statt im Frequenzbereich im Zeitbereich formuliert:

$$\mathbf{I}_{24}\ddot{\vec{q}} + \overbrace{\left(\text{Im}\left\{ \mathbf{diag}(\omega_{ND}^{\circ 2}) \right\} / \Omega + \text{Im}\left\{ \tilde{\mathbf{A}} \right\} / \Omega + \tilde{\mathbf{D}}_{\text{aero}}^{\circ} + \tilde{\mathbf{D}}_{\text{Rotor}}^{\circ} \right)}^{\tilde{\mathbf{D}}_{\text{ges}}} \dot{\vec{q}} + \overbrace{\left(\text{Re}\left\{ \mathbf{diag}(\omega_{ND}^{\circ 2}) \right\} + \Delta\tilde{\mathbf{K}}_{\text{hot}}^{\circ} + \text{Re}\left\{ \tilde{\mathbf{A}} \right\} + \tilde{\mathbf{K}}_{\text{aero}}^{\circ} \right)}^{\tilde{\mathbf{K}}_{\text{ges}}} \vec{q} = \tilde{f}_{\text{aero}}^{\circ} \cos\left(\int_0^t \Omega(\tau) d\tau \right). \quad (5.6)$$

Für eine beliebige, nicht-konstante Anregungsfrequenz $\Omega(t)$ muss die Phase der Anregung, wie in Abschn. 2.1.1 beschrieben, über eine Integration der Anregungsfrequenzen erfolgen. Die Lösung von Gl. (5.6) erfolgt über die Darstellung im Zustandsraum

$$\begin{pmatrix} -\tilde{\mathbf{K}}_{\text{ges}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{24} \end{pmatrix} \dot{\vec{y}} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{K}}_{\text{ges}} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{\text{ges}} & \tilde{\mathbf{D}}_{\text{ges}} \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \tilde{f}_{\text{aero}}^{\circ} \cos\left(\int_0^t \Omega(\tau) d\tau \right) \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

mit

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} \vec{q} \\ \dot{\vec{q}} \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

mittels der Matlab-Funktion `ode45`. Hier wird die Differentialgleichung 1. Ordnung mit einem Runge-Kutta-Verfahren vierter und fünfter Ordnung unter Nutzung eines variablen Zeitschrittes ([Dormand und Prince 1980](#)) gelöst. Die Anregungsfrequenz $\Omega(t) = EO \cdot n(t)$ wird über Erregerordnung und Zeitsignal der gemessenen Drehzahl aus dem Tip Timing System berechnet. Da das Drehzahlsignal keine analytische Funktion ist, wird das Integral mittels Trapezregel angenähert.

Kapitel 6

Betriebspunkte

In dieser Arbeit werden die Ergebnisse der numerischen Berechnungen an einer Vielzahl relevanter Betriebspunkten dargestellt und mit den experimentellen Daten verglichen. Die entsprechenden Betriebspunkte werden in diesem Kapitel vorgestellt. Zunächst wird dazu in Abschn. 6.1 die Erzeugung einer weiteren Erregerordnung durch eine sinusförmige Anstellung des IGVs beschrieben. Daraufhin werden in Abschn. 6.2 die genauen Betriebspunkte definiert und die Art der durchgeführten Messungen aufgeführt.

Die Untersuchungen werden für die Modenfamilien 1 bis 3 der Blisk durchgeführt. Diese werden im Folgenden als Mode 1 bis Mode 3, bzw. M1 bis M3 abgekürzt. Betriebspunkte an Resonanzstellen der Mode M_x (M1, M2, M3) mit der EO y (EO18, EO23) werden mit $M_x @ EO_y$ abgekürzt. Da für Knotendurchmesser 0 die genauen axialen Lagereigenschaften nicht bekannt sind, ist dieser nicht Fokus der Untersuchungen. Alle experimentellen Ergebnisse werden mit den in Kap. 4 beschriebenen Messunsicherheiten im 95 %-Konfidenzintervall angegeben.

6.1 Sinusförmige IGV-Anstellung

Bei dem Versuchsverdichter ist die dominante Schwingungsantwort der Beschau felung bei (drehzahlsynchronen) erzwungenen Schwingungen in der Regel im Knotendurchmesser 1. Dieser resultiert aus der Schaufelzahl des IGVs (23) und der Schaufelzahl des Rotors (24). Jedoch ist auch ein Vergleich bei Anregung eines von ND1 abweichenden Knotendurchmessers erstrebenswert, um die Vorhersagequalität des Modells bei fehlender Schaufel-Rotor-Interaktion zu beurteilen. Schwingungsantworten durch den stromab gelegenen Stator erreichten allerdings nur geringe Schwingungsamplituden (bei Mode 3 ca. 13 μm). Da diese Amplitude nah an der Messunsicherheit liegt, können nur schwer quantitative Aussagen getroffen werden. Aus diesem Grund werden zusätzlich Schwingungsmessdaten aus einer Resonanz mit EO18 und folglich einer dominanten Antwort in ND6 genutzt, siehe [Maroldt et al. \(2022a\)](#). Die EO18 wurde angeregt, indem der

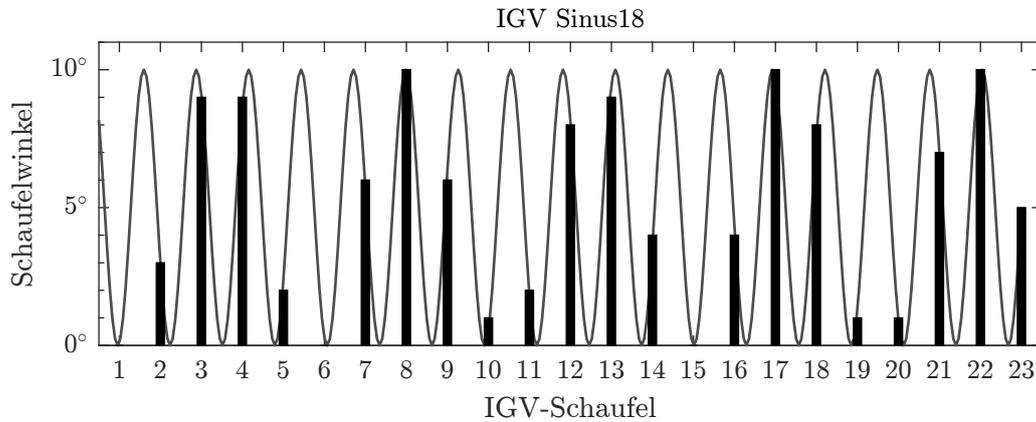


Abbildung 6.1: Anstellwinkel der IGV-Schaufeln für die Konfiguration IGV Sinus18

Staffelungswinkel der Vorleitgitterschaufeln λ in Umfangsrichtung für jede Schaufel i individuell variiert wurde. Dazu wurde ein Sinus

$$\lambda = 5^\circ \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{23}18i\right) + 5^\circ \quad (6.1)$$

mit 18 Perioden für die Winkelverteilung angenommen, siehe Abb. 6.1. Der Sinus weist somit einen Mittelwert und eine Amplitude von je 5° auf. Die Winkel λ werden auf ganze Zahlen gerundet, um die Einstellung im Experiment zu erleichtern. In Abb. 6.1 ist erkennbar, dass gleichzeitig weitere Erregerordnungen angeregt werden, insbesondere $EO = 23 - 18 = 5$, die jedoch nicht Bestandteil dieser Untersuchungen sind.

Dieses Muster führt zu einem Aufbrechen der Umfangsperiodizität des IGVs, so dass ein 360° -Modell des IGVs berechnet werden musste. Im Gegensatz zu den Vorarbeiten in [Maroldt et al. \(2022a\)](#), bei denen aus Stabilitätsgründen nur der Rotor in den instationären Simulationen berücksichtigt wurden, gelang es nun, eine gekoppelte Simulation aus IGV, Rotor und Stator mit Harmonic Balance und unter Nutzung des Transitionsmodells durchzuführen. Grund für die Instabilität sind divergierende Passagen zwischen zwei Schaufeln, wie z. B. Schaufel 2 und 3. Hier kommt es aufgrund der großen Winkeldifferenz zu einem erhöhten adversen Druckgradienten, wodurch Ablösungen entstehen. Zur Stabilisierung wurde die stationäre Berechnung unter Nutzung von reflektierenden Randbedingungen initialisiert und dann mit nicht-reflektierenden Randbedingungen fortgesetzt. Am Interface zwischen IGV und Rotor wurde zusätzlich die Relaxierung erhöht. Die Harmonic Balance Berechnungen wurden unter Nutzung des Entropie-Fixes-LHS (engl. left-hand side) stabilisiert.

6.2 Untersuchte Betriebspunkte

Die Simulationskette wird im Folgenden zur Validierung bei verschiedenen Betriebspunkten des $1\frac{1}{2}$ -stufigen Axialverdichters angewendet und mit den entsprechenden Messdaten verglichen. Die untersuchten Betriebspunkte sind in Tab. 6.1 aufgeführt. Die Auswahl erfolgte nach folgenden Kriterien:

1. Resonanzstellen von Mode 2 (BP1) und Mode 3 (BP5 - BP9, BP11)
2. Dämpfungsbestimmung nahe der Resonanzstellen ohne große Schwingungsamplituden durch andere Anregungseffekte (BP10)
3. Aerodynamische Messungen des IGV-Nachlaufs nahe der Resonanzstellen (BP3, BP4)
4. Aerodynamische Messungen des IGV-Nachlaufs bei einem transsonischen Betriebspunkt (BP13)
5. Dämpfungsbestimmung bei ND1 und ND-1 über einen großen Drehzahlbereich ohne große Schwingungsamplituden durch andere Anregungseffekte (BP2, BP10, BP 12, BP14 - BP18)

Die Messdaten stammen zum einen Teil aus [Keller \(2021\)](#), [Amer et al. \(2020\)](#), [Maroldt et al. \(2022a\)](#) und wurden zum anderen Teil spezifisch für diese Arbeit aufgenommen. Die Messungen unterteilen sich in aerodynamische Messungen mit einer 5-Lochsonde (5LS), Forced-Response-Messungen (FR) der Mode 2 und 3 bei verschiedenen IGV-Konfigurationen und Messungen der aerodynamischen Dämpfung (D) von Mode 1 und 3. Die Messungen wurden nach dem in Abschn. 4.4 beschriebenen Vorgehen durchgeführt. In Tab. 6.1 nicht aufgeführt sind aufgenommene Verdichter-Kennlinien bei 100 %, 90 % und 80 % Nenndrehzahl für IGV0 S0 und IGV0 S-10.

Die Dämpfungsmessungen von Mode 1 bei transsonischen Betriebspunkten ($> 12\,000 \text{ min}^{-1}$) wurden durch [Keller \(2021\)](#) durchgeführt und liegen ausschließlich in der Konfiguration IGV0 S-10 vor. Die Messungen bei subsonischen Betriebspunkten wurden mit 0° Stator-Anstellwinkel (S0) durchgeführt. Da bei Nenndrehzahl keine Messdaten der modifizierten Blisk mit Blendreparaturen vorliegen (mod.), wurden hier die Messdaten der Referenzblisk (ref.) genutzt. Zusätzlich liegen Strömungsfeldmessungen mit stationären 5-Lochsonden vor.

6.2 Untersuchte Betriebspunkte

Tabelle 6.1: Übersicht über die untersuchten Betriebspunkte.
Aerodynamische Messungen mit einer 5-Lochsonde sind als 5LS gekennzeichnet. Forced Response Messungen sind als FR gekennzeichnet. Dämpfungsmessungen sind als D gekennzeichnet.

Name	Drehzahl in min^{-1}	red. Drehzahl in min^{-1}	red. Massen- strom in kg/s	Konfiguration	Art der Messung
BP1	5 859	5 920	4,43	IGV0 S0 - mod.	FR: M2 @ EO23
BP2	6300	6389	4,25	IGV0 S0 - mod.	D: M1 ND1, ND-1 D: M3 ND1, ND-1
BP3	6 660	6 653	4,37	IGV0 S0 - mod.	5LS (Maroldt et al. 2022a)
BP4	6 660	6 703	4,85	IGV20 S0 - mod.	
BP5	6 630	6 732	4,47	IGV0 S0 - mod.	FR: M3 @ EO23 (Amer et al. 2020)
BP6	6 626	6 728	4,56	IGV5 S0 - mod.	
BP7	6 625	6 721	4,71	IGV10 S0 - mod.	
BP8	6 619	6 708	4,85	IGV15 S0 - mod.	
BP9	6 629	6 725	4,96	IGV20 S0 - mod.	
BP10	7 500	7 604	5,09	IGV0 S0 - mod.	D: M1 ND1, ND-1 D: M3
BP11	8 553	8 584	5,72	IGV Sinus18 S0 - mod.	FR: M3 @ EO18 (Maroldt et al. 2022a)
BP12	11 000	11 140	7,54	IGV0 S0 - mod.	D: M1 ND1, ND-1 D: M3 ND1, ND-1
BP13	16 364	16 245	9,82	IGV0 S-10 - mod.	5LS
BP14	13 902	13 663	8,27	IGV0 S-10 - mod.	D: M1 (Keller 2021)
BP15	14 749	14 502	8,52	IGV0 S-10 - mod.	
BP16	15 660	15 385	9,42	IGV0 S-10 - mod.	
BP17	16 625	16 226	9,74	IGV0 S-10 - mod.	
BP18	17 350	17 042	10,52	IGV0 S-10 - ref.	

Kapitel 7

Verdichterblisk

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Berechnungen mit der isolierten Verdichterblisk vorgestellt. Dazu wird zunächst in Abschn. 7.1 die stationäre CFD validiert. Dann wird in Abschn. 7.2 ein Überblick über die strukturdynamischen Eigenschaften der Blisk gegeben.

7.1 Aerodynamik

Grundlage für weiterführende aeroelastische Berechnungen ist die genaue Abbildung des Strömungsfeldes im Verdichter durch die Numerik. Eine Validierung des numerischen Modells erfolgt hier zunächst anhand der berechneten und gemessenen Verdichterkennfelder. Zusätzlich werden Flächentraversen mit 5-Lochsonden hinter dem IGV mit einbezogen, um die Qualität der Nachlaufvorhersage und damit der Anregungsvorhersage durch die Numerik zu beurteilen.

7.1.1 Kennfeld

Der Vergleich der numerisch und experimentell bestimmten Kennfelder ist in Abb. 7.1 dargestellt. Untersucht werden 0° (S0) und -10° (S-10) Statoranstellung mit 0° IGV-Anstellung (IGV0) bei 80 % ($n_{red} = 13\,680 \text{ min}^{-1}$), 90 % ($n_{red} = 15\,390 \text{ min}^{-1}$) und 100 % ($n_{red} = 17\,100 \text{ min}^{-1}$) reduzierter Nenndrehzahl. Lediglich für die Nenndrehzahl und die Konfiguration IGV0 S0 liegen keine Messdaten vor. Wurde explizit die Stall-Grenze vermessen, so sind die letzten stabilen Punkte einer Drehzahllinie in rot markiert. Es ist eine gute Übereinstimmung der Kennlinien im Rahmen der Messunsicherheiten ersichtlich. Auch die experimentell bestimmte Stallgrenze wird durch die stationären RANS-Vorhersagen (stationäre numerische Stabilitätsgrenze) gut wiedergegeben. Wie bei stationären RANS-Berechnungen zu erwarten ist, liegt die numerische Stabilitätsgrenze bei leicht erhöhten Massenströmen. Bei der Drehzahllinie IGV0 S-10 $13\,680 \text{ min}^{-1}$ ist ein verfrühtes Abfallen des Totaldrucks in Richtung Stall-Grenze erkennbar, da sich hier ein größeres Ablösegebiet am Stator einstellt. Aufgrund der hohen Instationarität in der Nähe der

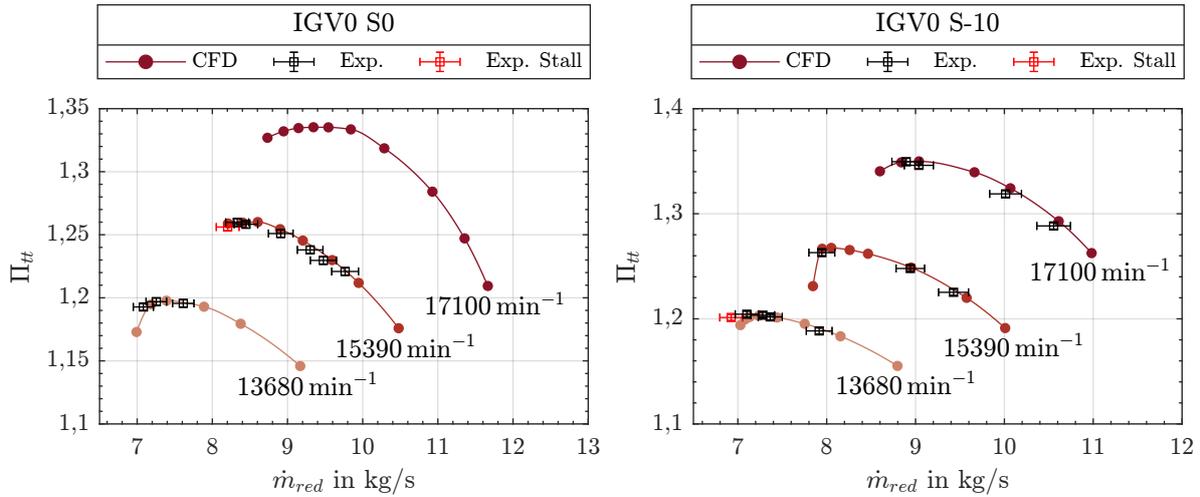


Abbildung 7.1: Experimentell und numerisch bestimmtes Kennfeld für 80%, 90% und 100% reduzierte Nenndrehzahl für 0° (IGVO S0) und -10° (IGVO S-10) Statoranstellwinkel. Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.2.

Stallgrenze könnten instationäre Berechnungen hier bessere Ergebnisse erzielen. Wie in Tab. 6.1 dargestellt, liegen die untersuchten Betriebspunkte jedoch weit von der Stall-Grenze entfernt, so dass eine stationäre Betrachtung ausreichend ist.

7.1.2 Strömungsfeld

Neben einer guten Wiedergabe des integralen Betriebsverhaltens ist für erzwungene Schwingungen in Turbomaschinen zudem eine genaue Wiedergabe der Rotorzuströmung und des anregenden Nachlaufes notwendig. Zu diesem Zweck wird ein Vergleich des Totaldrucks zwischen Numerik und Messungen mit 5-Lochsonden (3 mm Sondenkopfdurchmesser) an verschiedenen radialen Positionen stromab des IGVs durchgeführt (Kanalhöhe 83 mm). In allen Abbildungen mit Messdaten von 5-Lochsonden ist die 5-Lochsonde maßstabsgetreu eingezeichnet. Die Ergebnisse sind in Abb. 7.2 links für IGVO S0 bei M3 @ EO23 (Drehzahl ca. $6\,660\text{ min}^{-1}$, BP3) gezeigt. Es ist zu erkennen, dass der Nachlauf in der Numerik einen größeren Totaldruckverlust aufweist, dafür jedoch spitzer als im Experiment ist. Damit liegen sie ca. 200 Pa außerhalb der Messunsicherheiten. Wie z. B. durch [Aschenbruck et al. \(2015\)](#) und [Sanders et al. \(2017\)](#) gezeigt, kann jedoch auch das intrusive Messverfahren der 5-Lochsondenmessung selber die Strömung beeinflussen. Eine Betrachtung erfolgt in Abschn. 7.1.3. Die zu tiefe Nachlaufdelle ist zudem ein bekanntes Phänomen bei RANS-Simulationen, das insbesondere im Zusammenhang mit Transition an der Schaufel entsteht ([Müller-Schindewolffs et al. 2017](#)). Dennoch hat das Transitionsmodell, wie in [Maroldt et al. \(2022a\)](#) gezeigt, hier einen bedeutenden Einfluss auf den Nachlauf, da dieser ohne Transitionsmodell ein noch größeres Totaldruckdefizit aufweist.

Bei der Forced Response werden in dieser Arbeit stets nur die instationären Drücke der erste Harmonischen der Blattwechselfrequenz (vane passing frequency) für die Berechnung der modalen Anregungskräfte verwendet. Dies bedeutet, dass hier insbesondere die Totaldruckamplitude der ersten Harmonischen der betrachteten Umfangsmode $m = 23$ von Bedeutung ist. Dabei ist

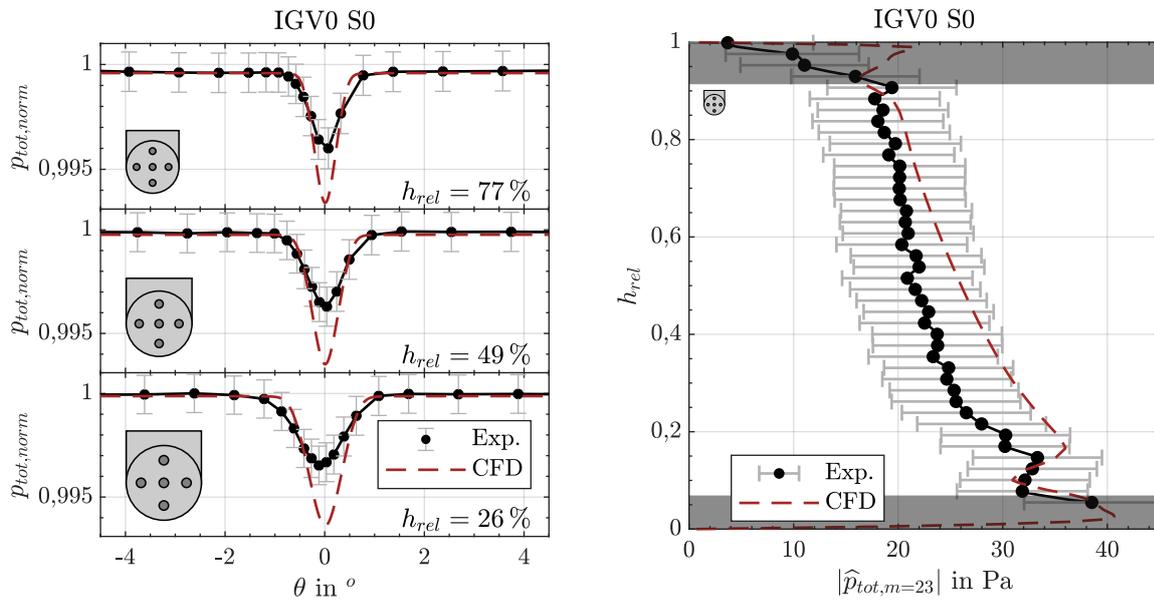


Abbildung 7.2: Vergleich zwischen stationärer CFD und Experiment in ME01 für IGV0 S0 bei M3 @ EO23 (BP3). Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95 %-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.2. Links: Totaldruckverlauf im Nachlauf bei konstanter relativer Kanalhöhe h_{rel} ; Rechts: Totaldruckamplitude der Umfangsmode 23 über die relative Kanalhöhe h_{rel} . Die experimentellen Daten in den grau markierten Bereichen können durch die Sonde-Wand-Interaktion beeinflusst worden sein und sind nicht Teil des Vergleichs.

jedoch anzumerken, dass in den Harmonic Balance Berechnungen trotzdem mehrere Harmonische (siehe Abschn. 5.3.2) berechnet werden müssen, da nicht-lineare Interaktionen zwischen den Frequenzen die Strömungslösung beeinflussen können. Um die Güte der Wiedergabe zu beurteilen, wurde das gemessene Strömungsfeld in Umfangsmoden zerlegt. Die Umfangsmode 23 ist in Abb. 7.2 rechts dargestellt. Es ist zu erkennen, dass trotz der Abweichungen im allgemeinen Verlauf (Abb. 7.2 links) die Totaldruckamplitude $\hat{p}_{tot, m=23}$ in Experiment und CFD im Rahmen der Messunsicherheiten übereinstimmt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass durch den spitzeren Nachlauf in der CFD die Energie im Modenspektrum in höhere Harmonische verlagert wird, so dass die Amplitude in der ersten Harmonischen geringer ausfällt.

Der analoge Vergleich ist für IGV20 S0 (BP4) in Abb. 7.3 zu finden. Hier ist zu erkennen, dass sich erneut ein höherer maximaler Totaldruckverlust und ein dünnerer Nachlauf in der CFD einstellt. Die Form des Nachlaufs weicht in der generellen Charakteristik stärker vom Experiment ab. Dies ist, wie in Maroldt et al. (2022a) beschrieben, darauf zurückzuführen, dass die Strömung an der Vorderkante des IGVs ablöst. Die ungenaue Vorhersage solcher Strömungsphänomene ist ein bekanntes Defizit von RANS-Modellen. Auch hier sind zudem im Experiment Interaktionen mit der 5-Lochsonde möglich. Der Vergleich der Totaldruckamplitude bei der Umfangsmode $m = 23$ $\hat{p}_{tot, m=23}$ in Abb. 7.3 rechts zeigt zudem eine Überschätzung in der Numerik von bis zu 20 % in Gehäusenähe. In Summe werden die Nachläufe jedoch im Rahmen der Möglichkeiten des Turbulenzmodells gut wiedergegeben.

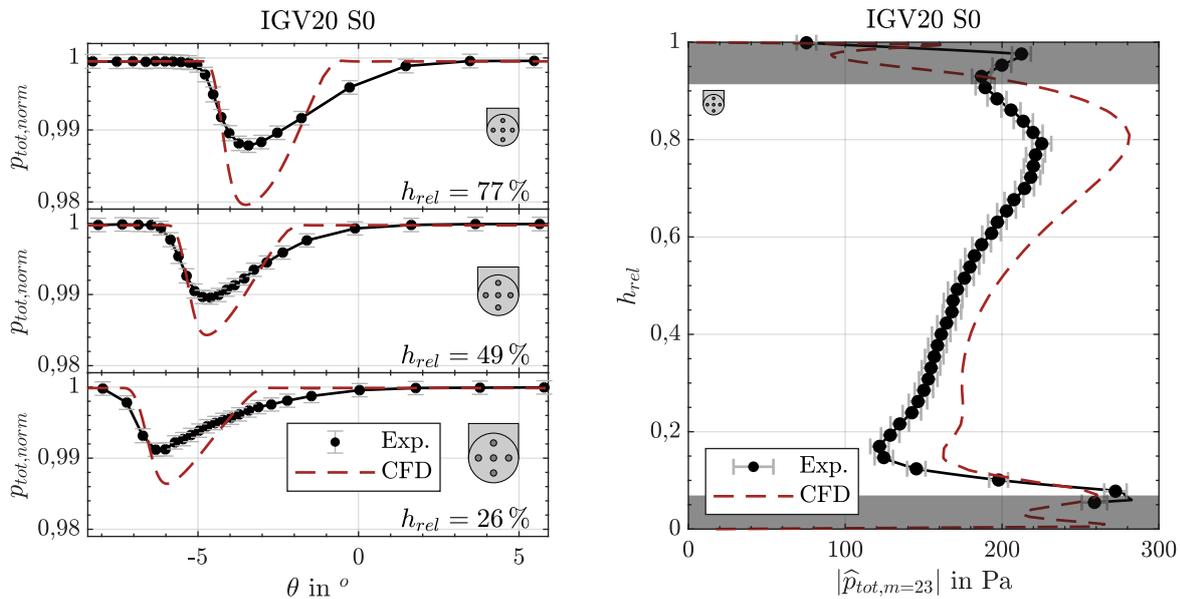


Abbildung 7.3: Vergleich zwischen stationärer CFD und Experiment in ME01 für IGV20 S0 bei M3 @ EO23 (BP4). Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.2. Links: Totdruckverlauf im Nachlauf bei konstanter relativer Kanalhöhe h_{rel} ; Rechts: Totaldruckamplitude der Umfangsmode 23 über die relative Kanalhöhe h_{rel} . Die experimentellen Daten in den grau markierten Bereichen können durch die Sonde-Wand-Interaktion beeinflusst worden sein und sind nicht Teil des Vergleichs.

Zusätzlich wurden weitere 5-Lochsonden-Messungen für IGV0 S-10 bei einer reduzierten Drehzahl von $16\,245\text{ min}^{-1}$ (BP13) durchgeführt, was in etwa einem Betriebspunkt für die Dämpfungsmessung entspricht (95% Nenndrehzahl). Auch hier sollten die Zuströmbedingungen des Rotors durch die Numerik gut abgebildet werden, um genaue Dämpfungsbestimmungen zu ermöglichen. Die Ergebnisse sind in Abb. 7.4 dargestellt. Die Ergebnisse sind vergleichbar mit denen bei niedrigerer Drehzahlen und somit bei niedrigerem Massenstrom (IGV0 S0, Abb. 7.2). Es ist anzumerken, dass bei dieser Messung die räumliche Auflösung in Umfangsrichtung leicht reduziert wurde. Die Nachlauftiefe wird im Vergleich zur Messung bei niedrigerem Massenstrom etwas besser wiedergegeben, was an der fehlenden laminaren Ablöseblase auf den IGV-Schaufeln durch die höheren Reynolds-Zahlen liegt. Die Umfangsmodenzerlegung in Abb. 7.4 rechts zeigt für die obere Kanalhälfte eine Übereinstimmung zwischen Numerik und Experiment. Bei der unteren Kanalhälfte ergeben sich größere Abweichungen von etwa 15%. Es ist jedoch erkennbar, dass die Nachlauform am tiefsten Punkt im Experiment durch die geringere Auflösung nicht exakt abgebildet wird, was zu den sichtbaren Abweichungen in der Umfangsmodenzerlegung führen kann.

7.1.3 Quantifizierung des Sondeneinflusses

In diesem Abschnitt soll der Einfluss der eingesetzten 5-Lochsonde auf das Strömungsfeld und die Messqualität in den gradientenbehafteten Nachläufen quantifiziert werden. Dazu wird analog zu dem Vorgehen von [Aschenbruck et al. \(2015\)](#) und [Sanders et al. \(2017\)](#) eine numerische Sondenmessung durchgeführt. Zu diesem Zweck wurde ein Segment stromab des IGV (ME01) über

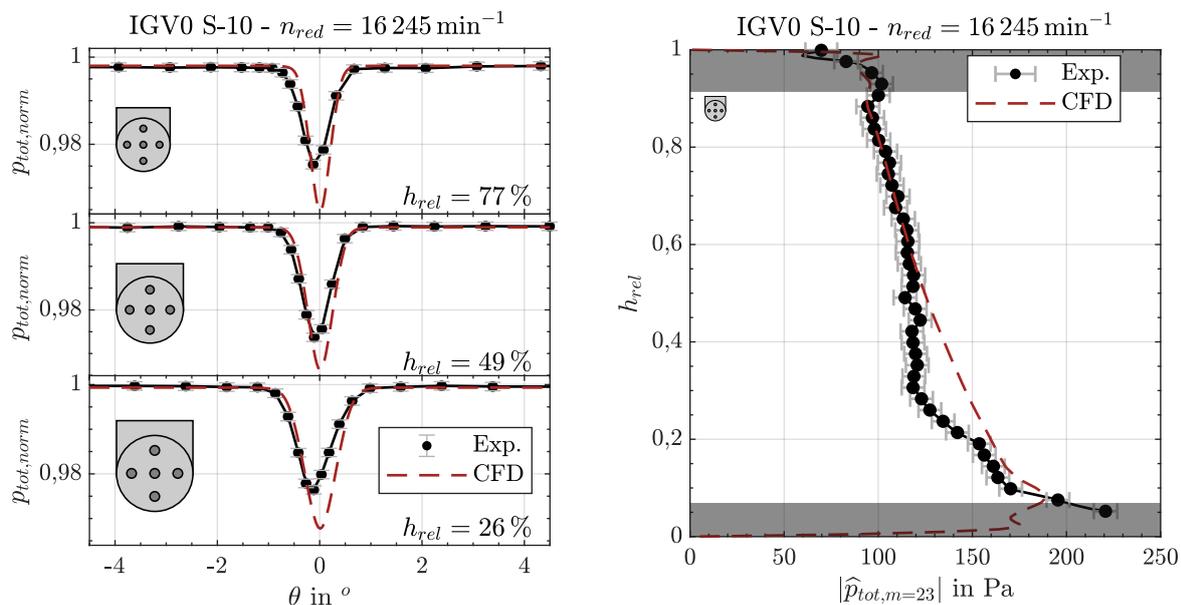


Abbildung 7.4: Vergleich zwischen stationärer CFD und Experiment in ME01 für IGVO S-10 bei $n_{red} = 16\,245 \text{ min}^{-1}$ (BP13). Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.2. Links: Totaldruckverlauf im Nachlauf bei konstanter relativer Kanalhöhe h_{rel} ; Rechts: Totaldruckamplitude der Umfangsmode 23 über die relative Kanalhöhe h_{rel} . Die experimentellen Daten in den grau markierten Bereichen können durch die Sonde-Wand-Interaktion beeinflusst worden sein und sind nicht Teil des Vergleichs.

einen Umfangswinkel von fünf Schaufelteilen inklusive der eingesetzten Sonde unstrukturiert mit Ansys ICEM vernetzt, siehe Abb. 7.5. Betrachtet wird hier eine Radialposition in Gehäusenähe (ca. $h_{rel} = 77\%$ der Kanalhöhe). Das Netz der Sonde ist über ein Frozen Rotor Interface mit dem IGV verbunden, so dass eine Traversierung in Umfangsrichtung durch das Rotieren des Blockes um den Winkel $\Delta\varphi$ ohne eine erneute Netzerzeugung abgebildet werden kann. Um Sprünge in den Volumen der Netzelemente durch eine umfangsymmetrische Knotenverteilung am Interface zu vermeiden wurde zudem alle $\Delta\varphi = 0,5^\circ$ ein neues Netz erzeugt.

Die Auswertung erfolgt analog zum Experiment auf Basis der flächengemittelten Drücke an den Enden der fünf Druckbohrungen der Sonde. Als Kalibrierdaten werden die Daten aus dem Experiment genutzt, da wie z. B. durch [Aschenbruck et al. \(2015\)](#) und [Sanders et al. \(2017\)](#) gezeigt die Kalibrierkoeffizienten aus Numerik und Experiment insbesondere in Bezug auf den Totaldruckkoeffizienten gut übereinstimmen. Zudem wurde die Modellierung gegenüber diesen Arbeiten weiter verbessert, indem die Druckbohrungen mit modelliert wurden, was, wie z. B. durch [Schäffer et al. \(2022\)](#) gezeigt, die Genauigkeit der Messung zusätzlich erhöht.

Aufgrund aufgetretener Probleme beim Einsatz von unstrukturierten Netzen in TRACE erfolgte die Berechnung in Ansys CFX 2019 R1. Es musste in Ansys CFX jedoch auf das $k-\omega$ SST-Modell ([Menter et al. 2003](#)) zurückgegriffen werden, da eine Transitionsmodellierung mit dem $k-\omega$ -Modell in CFX nicht möglich ist.

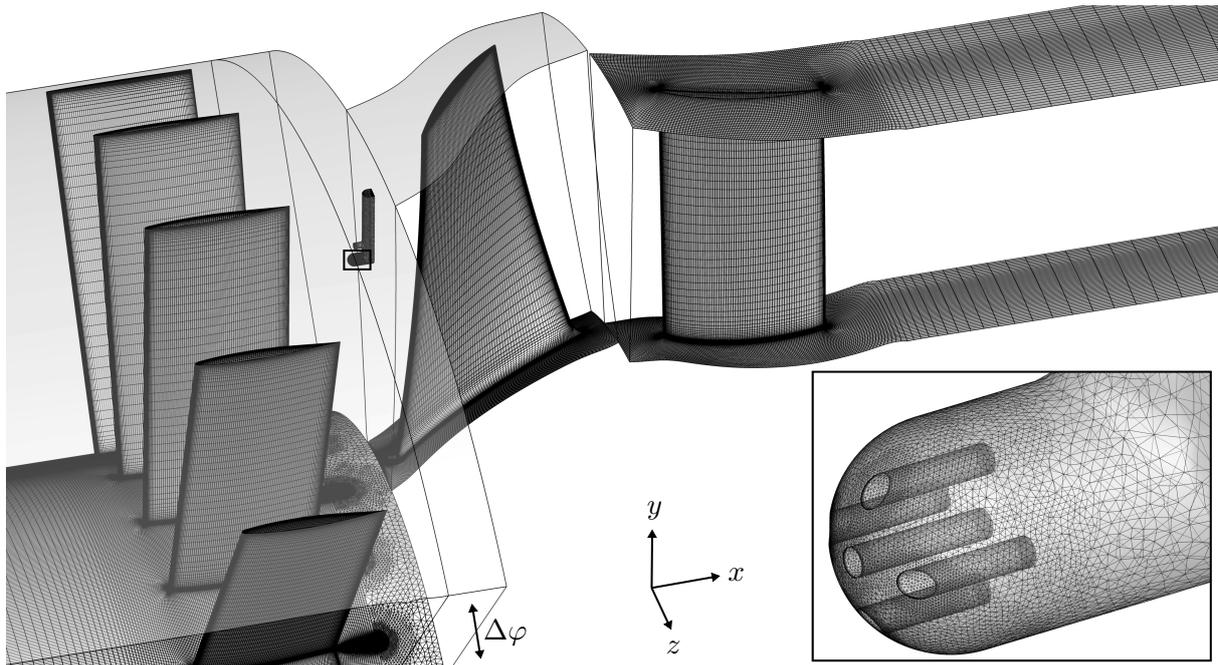


Abbildung 7.5: Numerisches Setup für die numerische Sondenmessung bei IGV0 S0

Ein Vergleich der Nachläufe der verschiedenen Strömungslöser ist in Abb. 7.6 links abgebildet. Dabei wurde zusätzlich zu dem strukturierten Netz (strukt.) eine Berechnung mit einem unstrukturierten Netz (unstrukt.) ohne Sonde durchgeführt. Grund dafür ist die Untersuchung der erhöhten Diffusivität durch das unstrukturierte Netz. Erkennbar ist, dass alle Setups einen ähnlichen Verlauf des Nachlaufs ergeben. Der Nachlauf in TRACE ist etwas breiter und das Defizit etwas geringer, was vermutlich auf die erhöhte turbulente Viskosität im $k - \omega$ -Modell zurückzuführen ist. Das unstrukturierte Netz zeigt, trotz gleicher Auflösung in Umfangsrichtung, ein ebenfalls leicht verringertes Totaldruckdefizit. Die Abweichungen sind jedoch gering, so dass das Netz ausreichend für die Untersuchung des generellen Sondeneinflusses ist. Ein Vergleich der numerischen Sondenmessdaten wird demnach auch nur zum unstrukturierten Netz gezogen.

Die Ergebnisse aus der numerischen Sondenmessung im Vergleich zum unstrukturierten Netz ist in Abb. 7.6 rechts abgebildet. Obwohl die Sonde breiter als der Nachlauf ist, sind keine signifikanten Abweichungen (< 0.001) erkennbar. Die bestehenden Abweichungen resultieren aus den Strömungsgradienten, die zu einem leicht erhöhten gemessenen Totaldruck führen. Dies resultiert aus einer fehlerhaften Berechnung des Strömungswinkels in gradientenbehafteten Strömungsgebieten. Insgesamt liegt der Sondeneinfluss unterhalb der Unterschiede zwischen den verwendeten Strömungslösern. Folglich können für diese IGV-Konfiguration die Gründe für die bestehenden Abweichungen zwischen Numerik und Experiment in der RANS-Turbulenz- und Transitionsmodellierung vermutet werden.

Die Ergebnisse der numerischen Sondenberechnung für IGV20 sind in Abb. 7.7 dargestellt. In Abb. 7.7 links sind nun deutliche Unterschiede zwischen den Strömungslösern erkennbar. Grund hierfür sind jedoch hauptsächlich die unterschiedlichen verwendeten Turbulenzmodelle. So wurden in [Maroldt et al. \(2022a\)](#) ebenfalls Berechnungen in TRACE mit dem SST-Modell durch-

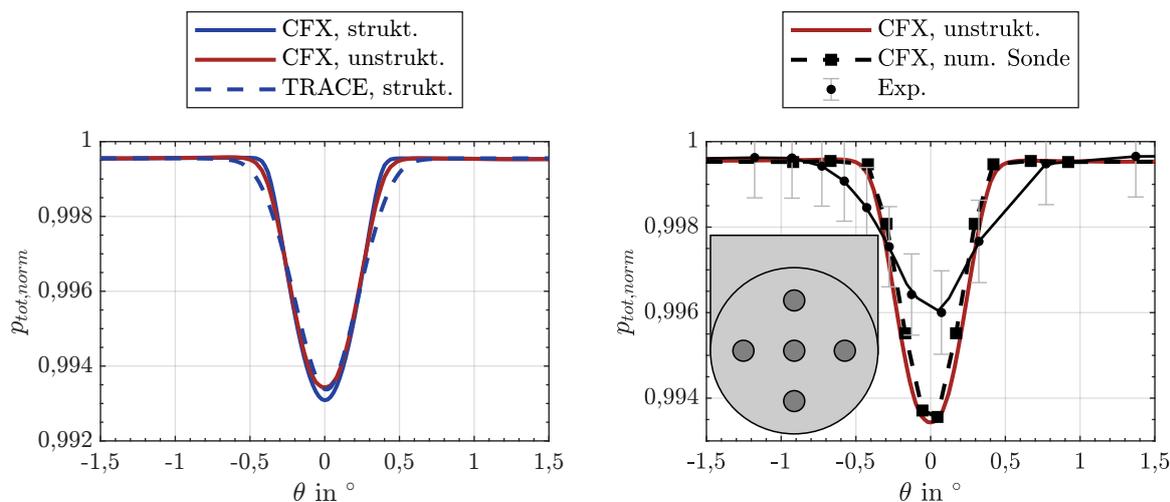


Abbildung 7.6: Links: Vergleich des normierten Totaldrucks im Nachlauf für IGV0 S0 bei M3 @ EO23 (BP3), berechnet durch CFX und TRACE für das strukturierte Netz und durch CFX für das unstrukturierte Netz; Rechts: Ergebnisse der numerischen Sondenmessung im Vergleich mit den numerischen Ergebnissen ohne Sonde und dem Experiment bei einer relativen Kanalhöhe von $h_{rel} = 77\%$. Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.2.

geführt, wobei sich eine ähnliche Nachlauftiefe und Form wie bei den Ergebnissen von CFX ergaben. Dennoch ist davon auszugehen, dass eine Aussage bezüglich des Sondeneinflusses auch auf Basis des $k-\omega$ -Modells möglich ist, da lediglich die Unterschiede zwischen den Ergebnissen mit und ohne Sonde betrachtet werden. Zusätzlich ist ebenfalls ein geringfügiger Unterschied zwischen dem strukturierten und unstrukturierten Netz erkennbar, der erneut auf die erhöhte Diffusivität zurückzuführen ist, jedoch vernachlässigbar ist.

Die Ergebnisse des Vergleichs der Berechnungen mit und ohne Sonde in Abb. 7.7 zeigen im Vergleich zu IGV0 einen größeren Einfluss. Grund dafür sind die höheren Totaldruckgradienten in der Strömung, was zu einer Unterschätzung des Totaldruckverlusts um ca. 15 % führt. Damit ist davon auszugehen, dass der durch das $k-\omega$ -Modell berechnete Totaldruckverlust im Nachlauf in Abb. 7.3 links tatsächlich noch näher am Experiment liegt. Dennoch lassen sich damit nicht die gesamten Unterschiede erklären. So ist durch die Überschätzung der Nachlauftiefe das Minimum in der Numerik mit Sonde weiter nach rechts verlagert, wobei die Position in den Ergebnissen von TRACE grundsätzlich besser übereinstimmt. Zudem berechnet die Numerik an der rechten Seite des Nachlaufs in Abb. 7.7 einen deutlich höheren Gradienten als im Experiment, der auch durch den Sondeneinfluss nicht erklärt werden kann und vermutlich auf die Defizite des Turbulenzmodells zurückzuführen sind. Auf Basis der Ergebnisse der numerischen Sondenberechnung kann dennoch gefolgert werden, dass die Unterschiede für die anregende Umfangsmode 23 zwischen Numerik und Experiment deutlich geringer ausfallen, als in der Umfangsmodenzerlegung in Abb. 7.3 rechts dargestellt und in etwa bei 5 % liegen.

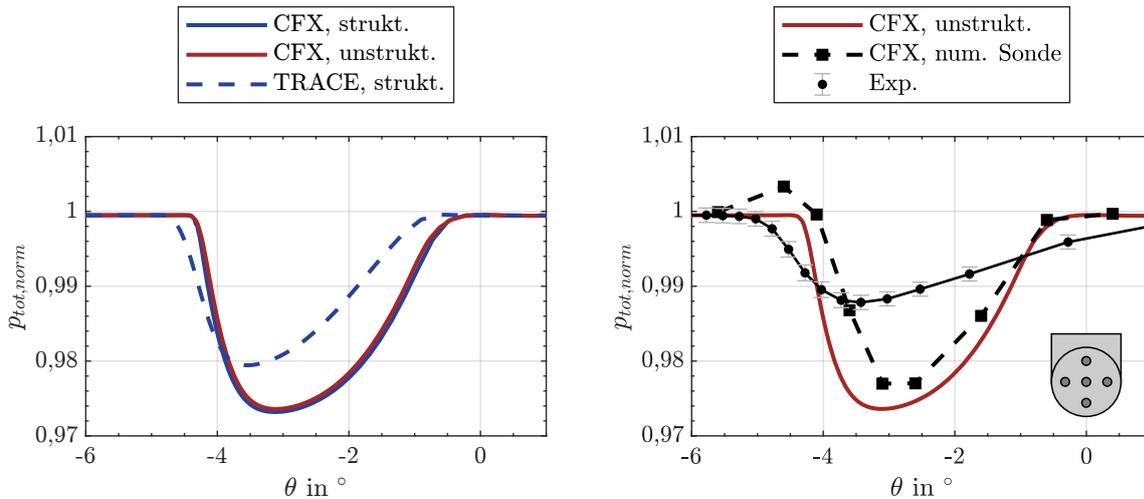


Abbildung 7.7: Links: Vergleich des normierten Totaldrucks im Nachlauf für IGV20 S0 bei M3 @ EO23 (BP4), berechnet durch CFX und TRACE für das strukturierte Netz und durch CFX für das unstrukturierte Netz; Rechts: Ergebnisse der numerischen Sondenmessung im Vergleich mit den numerischen Ergebnissen ohne Sonde und dem Experiment bei einer relativen Kanalhöhe von $h_{rel} = 77\%$. Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95 %-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.2.

7.2 Eigenmoden

Im Folgenden werden zunächst die allgemeinen strukturdynamischen Eigenschaften der zyklischen Verdichterblisk auf Basis des FEM-Modells *Blisk zykl.* dargestellt. In Abb. 7.8 ist das Campbell-Diagramm für die ersten fünf Modenfamilien und die relevanten Erregerordnungen abgebildet. Die relevanten Erregerordnungen ergeben sich aus der EO23 durch das IGV, die in dieser Arbeit untersucht werden soll, und der EO27 durch den stromabliegenden Stator. Weiter wird die künstlich eingebrachte EO18 untersucht. Typischerweise sind zudem niedrige Erregerordnungen durch Harmonische der Drehfrequenz von Bedeutung, die die erste Modenfamilie anregen können. Gleiches gilt, wie in Kap. 8 beschrieben, auch für die Anregung der EO5 durch das Anstellwinkelmuster bei IGV Sinus18. Die erste Modenfamilie entspricht, wie in Abb. 7.8 oben gezeigt, der ersten Biegemode bei einer Frequenz von ca. 585 (0 min^{-1}) bis 745 Hz ($17\,100 \text{ min}^{-1}$). Die Frequenz wird hier stark durch die Spannungsversteifung beeinflusst, jedoch kaum durch den Knotendurchmesser, was eine experimentelle Identifikation erschwert. Durch die Spannungsversteifung nimmt jedoch die relative Verstimmung ab. Resonanzstellen treten im relevanten Drehzahlbereich mit der EO3 bis EO7 auf. Diese niedrigen Erregerordnungen können im Betrieb neben Drehzahlharmonischen und möglichen Streumoden bei IGV Sinus18 durch die drei Stützrippen am Eintritt angeregt werden. Da die Stützrippen asymmetrisch in einem Segment von unter 180° angeordnet sind, erzeugen diese keine dominante Erregerordnung, sondern streuen ebenfalls, hauptsächlich in die EO4 und EO5. Die zweite Modenfamilie ist eine kombinierte Biege- und Torsionsmode, mit einem stärkeren Scheibenanteil in der Schwingungsform, so dass sich die Eigenfrequenz knotendurchmesserbedingt um bis zu 4 % ändert. Hier liegen die Eigenfrequenzen bei ca. 2 225 bis 2 450 Hz. Diese Modenfamilie kann durch EO23 bei ca. $5\,900 \text{ min}^{-1}$ angeregt werden. Bei der dritten Modenfamilie liegt die erste Torsionsmode mit einer Frequenz zwischen ca. 2 530 und 2 625 Hz vor. Hier tritt mit EO23 eine Resonanz bei ca.

7.2 Eigenmoden

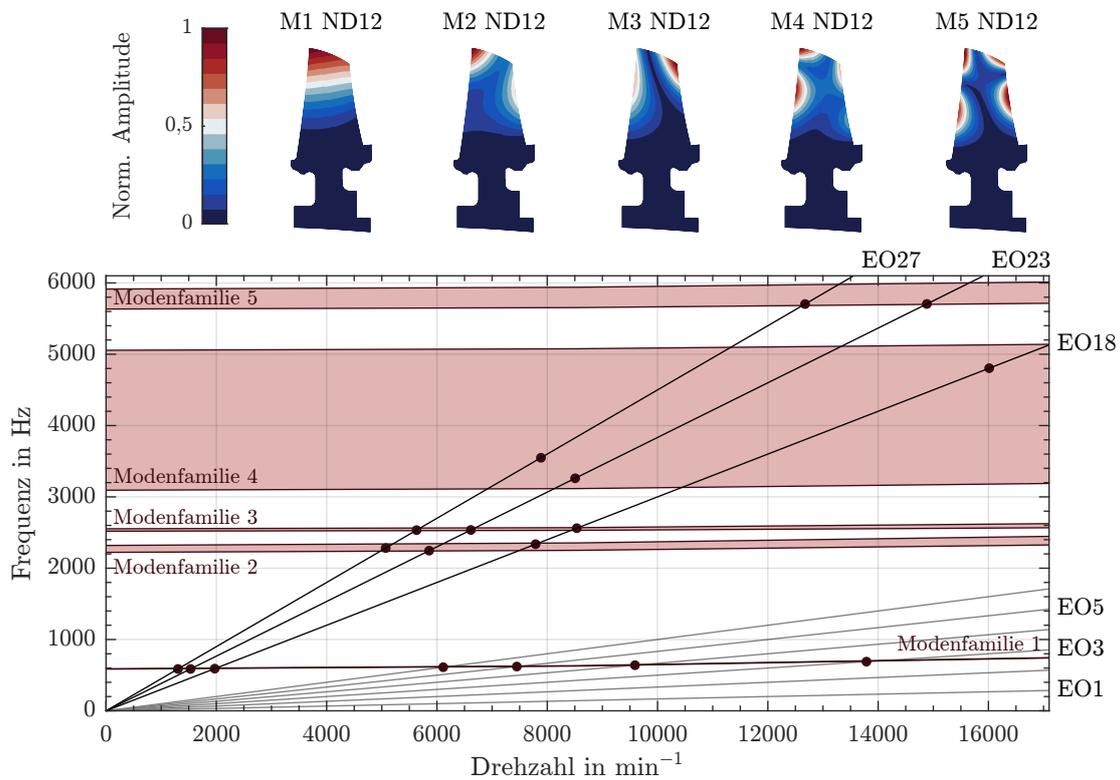


Abbildung 7.8: Campbell-Diagramm der Verdichterblisk und die relevanten Modenformen von Modenfamilie 1 bis 5 für Knotendurchmesser 12 bei Nenndrehzahl. Die Variationen der Eigenfrequenzen bei unterschiedlichen Knotendurchmessern sind durch die rot hinterlegten Flächen gekennzeichnet.

6 700 min^{-1} auf. Bei den Modenfamilien 4 und 5 ist dann ein sehr großer Scheibenanteil in der Schwingungsform vorhanden, so dass die Eigenfrequenzen stark variieren. Die Eigenfrequenzen liegen deutlich oberhalb der ersten drei Moden bei Frequenzen über 3 450 Hz. Grundsätzlich sind alle Modenfamilien in der Frequenz separiert, so dass hier auch bei aerodynamischer Kopplung kein Veering zu erwarten ist und die Annahmen des FMM zutreffend sind. Die Modenfamilien 4 und 5 sind kein Bestandteil weiterer Untersuchungen.

Im Folgenden wird der Einfluss von Drehzahl und Knotendurchmesser auf die Modenform bewertet. Dadurch soll die generelle Eignung des FMM bezüglich der Betriebszustände des Verdichters untersucht werden. Annahme des FMM ist, dass sich die Modenform einer Modenfamilie nicht ändert. Dies muss zum Einen für alle Knotendurchmesser gelten, zum Anderen muss dieses jedoch auf für die Moden im Betrieb, d.h. unter Rotation, gelten. Die Unterschiede in den Modenformen können durch das Modal Assurance Criterion (MAC) bewertet werden. Ab einem Wert von 0,9 ist, wie in Abschn. 2.1.2 beschrieben von einer ausreichenden Übereinstimmung auszugehen.

In Abb. 7.9 links ist das MAC bei Nenndrehzahl in Abhängigkeit von den Knotendurchmessern für die ersten drei Modenfamilien abgebildet. Hier wurde das MAC für jeweils einen Knotendurchmesser bezogen auf den zwölften Knotendurchmesser einer Modenfamilie berechnet. Das MAC fällt für Modenfamilie 2 und 3 bei Knotendurchmesser 2 auf etwa 0,9, während es bei

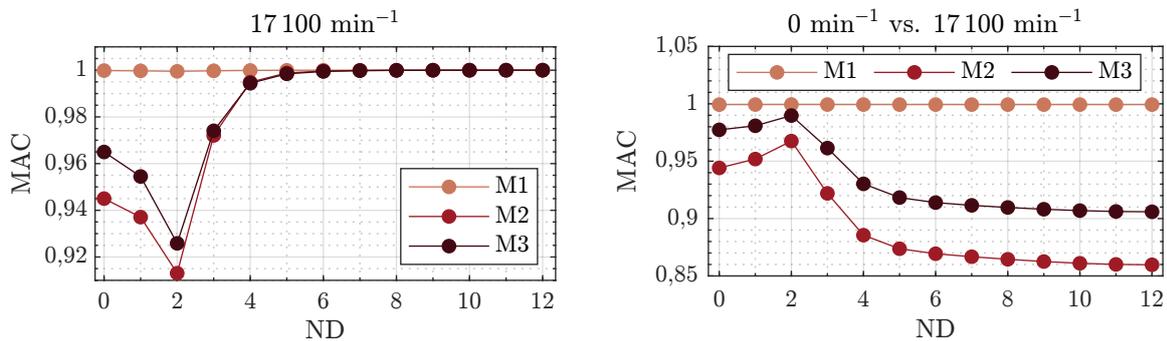


Abbildung 7.9: Links: Einfluss des Knotendurchmessers auf die Modenform bei Nenndrehzahl, MAC zwischen der Modenform eines Knotendurchmessers und der Modenform des jeweils 12. Knotendurchmessers der Modenfamilie; Rechts: Einfluss der Drehzahl auf die Modenform, MAC zwischen den Moden bei 5850 min^{-1} und 17100 min^{-1}

Modenfamilie 1 konstant bei 1 bleibt. Da das MAC für alle Modenfamilien verhältnismäßig hoch ausfällt (über 0,9), ist davon auszugehen, dass die Ergebnisse des FMM nicht stark durch Änderung der Modenformen negativ beeinflusst werden.

Der Einfluss der Drehzahl auf die ersten drei Modenfamilien ist in Abb. 7.9 rechts dargestellt. Hier werden die Moden bei Stillstand, 0 min^{-1} , mit den Moden bei Nenndrehzahl verglichen. Auch hier ist der größte Einfluss bei Modenfamilie 2 erkennbar. Das MAC fällt bis 0,86. Allerdings wird Modenfamilie 2 in dieser Arbeit nicht bei so hohen Drehzahlen betrachtet, da die untersuchte Resonanz bei einer Drehzahl von 5850 min^{-1} auftritt, bei denen das MAC deutlich höher liegt. Auch Modenfamilie 3 wird lediglich bei einer maximalen Drehzahl von 11000 min^{-1} untersucht. Das MAC von Modenfamilie 3 bleibt jedoch auch bei Nenndrehzahl oberhalb von 0,9. Modenfamilie 1 zeigt erneut nahezu keine Sensitivität auf die Drehzahl. Auf Basis der Ergebnisse kann gefolgert werden, dass insbesondere die Drehzahl in diesen Untersuchungen einen geringen Einfluss auf die Modenformen hat. Der Knotendurchmesser weist einen größeren Einfluss auf die Modenform auf, der dennoch gering ausfällt. Somit ist davon auszugehen, dass die Verstimmung im FMM noch mit guter Genauigkeit berücksichtigt werden kann.

Kapitel 8

Blisk-Rotor-Verbund

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse bezüglich des gesamten Blisk-Rotor-Verbundes vorgestellt. Dazu werden in Abschn. 8.1 zunächst die strukturdynamischen Eigenschaften beschrieben. Dann werden die Ergebnisse bezüglich der modalen Dämpfungen (Abschn. 8.2) und der Forced Response (Abschn. 8.3) dargestellt. Dabei werden die Berechnungen einmal mit dem *ROM Blisk + Rotor* und einmal mit dem *ROM Blisk zykl.* durchgeführt, um den Einfluss der Schaufel-Rotor-Kopplung zu bewerten. Soweit nicht explizit anders vermerkt, werden Dämpfungen immer als logarithmisches Dekrement angegeben.

8.1 Eigenmoden

Das später mittels ROM berechnete Schwingungsverhalten basiert im Wesentlichen auf den unverstimmten Moden aus der numerischen Modalanalyse, sowie den unverstimmten Eigenfrequenzen und den Sektorverstimmungen aus dem FMM, die aus den Messungen am RoboVib bestimmt werden. Eine Validierung der FEM-Modelle kann im Stillstand anhand der RoboVib Messdaten erfolgen. Dazu werden die Blisk- und Rotor-dominierten Moden getrennt voneinander betrachtet. Darauffolgend sollen die berechneten Eigenfrequenzen im Betrieb betrachtet werden. Blisk-dominierte Moden werden im Folgenden auch als Bliskmoden und Rotor-dominierte Moden als Rotormoden bezeichnet.

8.1.1 Blisk-dominierte Moden im Stillstand

Eine Validierung der FEM-Modelle im Hinblick auf die Blisk-dominierten Moden kann direkt durch einen Vergleich mit den unverstimmten Eigenfrequenzen aus dem FMM erfolgen. Da die experimentelle Modalanalyse bei Modenfamilie 3 aufgrund der größeren Abstände zwischen den Frequenzen der einzelnen Knotendurchmesser bessere Ergebnisse erzielen konnte als bei Modenfamilie 1 und 2 und zudem Modenfamilie 3 bei den Forced Response Berechnungen im Fokus steht, wird diese zuerst betrachtet.

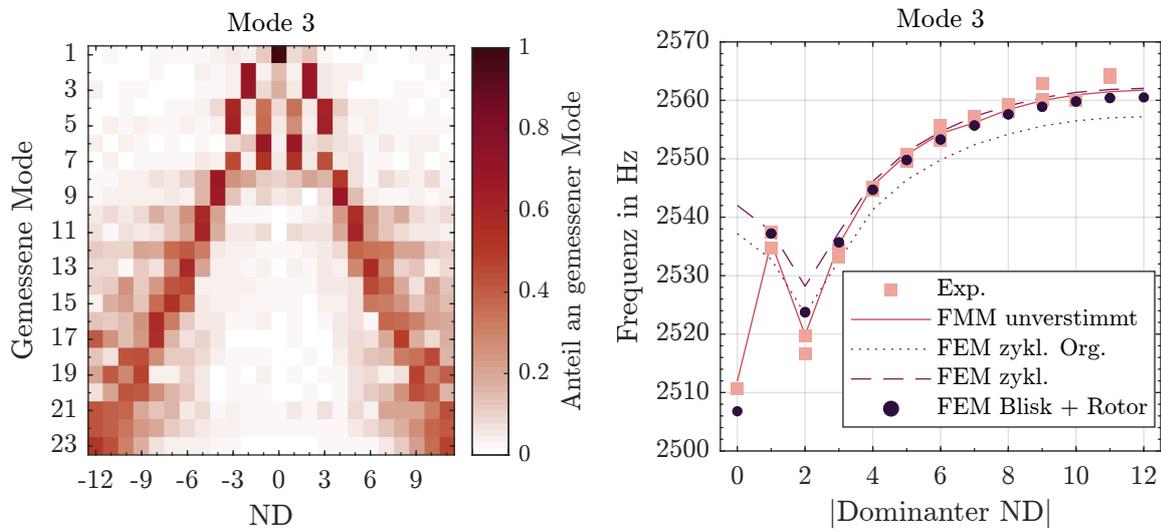


Abbildung 8.1: Links: Zusammensetzung der 23 am RoboVib gemessenen Moden der Modenfamilie 3 aus den Knotendurchmessern; Rechts: Vergleich der Eigenfrequenzen von RoboVib (Exp.), FMM und FEM. Die Messunsicherheiten gehen in der Symbolgröße unter (95 %-Konfidenzintervall: $\pm 0,25$ Hz)

Modenfamilie 3

In Abb. 8.1 sind links die gemessenen Moden und deren Zusammensetzung aus den Knotendurchmessern in traveling-wave-Darstellung und rechts die Eigenfrequenzen aus FEM, FMM und Experiment zu sehen. Aus der Zusammensetzung der Moden ist eine Verstimmung der Struktur zu erkennen, die jedoch noch gering ist. So können bis zum Knotendurchmesser 5 noch klar die dominanten Knotendurchmesser identifiziert werden. Dann vermischen sich die Moden immer stärker, meist ist jedoch noch ein dominanter Knotendurchmesser identifizierbar. Dies ist darauf zurückzuführen, dass, wie in Abb. 8.1 rechts zu sehen, die Eigenfrequenzen der Knotendurchmesser im oberen Bereich sehr nah beieinander liegen. Im tatsächlichen Betrieb ist von einem leicht verringerten Verstimmungseinfluss auszugehen, da durch die Spannungsversteifung bei etwa gleichbleibender (absoluter) Steifigkeitsverstimmung die Steifigkeit der Struktur zunimmt (Feiner und Griffin 2004). Es ist anzumerken, dass nur 23 Moden eindeutig gefunden werden konnten. Die letzte Mode konnte aufgrund der hohen Modendichte im oberen Bereich bei der vorliegenden Frequenzauflösung und Modendichte nicht identifiziert werden. Dies ist jedoch unproblematisch, da das *FMM ID* darauf ausgelegt ist, dass nur ein Teil der Moden identifiziert wird. Da die Formulierung des FMM und des ROM in traveling-wave-Koordinaten vorliegt, wurde die Zerlegung der Moden auch entsprechend durchgeführt. Die Systemmoden der verstimzten Struktur liegen jedoch in reellwertigen stehenden Wellen vor. Deshalb setzen sich die Moden aus einer Überlagerung einer *FTW* und einer *BTW* zusammen, was in Abb. 8.1 links durch das gleichzeitige Auftreten der positiven und negativen Knotendurchmesser erkennbar ist und dann (bei gleicher Amplitude) eine stehende Welle ergibt. Die zugehörigen Frequenzen sind in Abb. 8.1 rechts (Exp.) abgebildet. Eine unverstimzte Struktur würde bei ND1 bis ND11 je zwei Eigenmoden bei gleicher Frequenz, bei ND0 und ND12 je eine Eigenmode aufweisen.

Auf Basis der Messungen von Eigenfrequenzen (Exp.) und Knotendurchmessern können dann die unverstimzten Eigenfrequenzen (FMM unverstimmt) bestimmt werden, siehe Abb. 8.1 rechts. Beim Vergleich mit den Ergebnissen des zyklischen Modells (*FEM zykl. Org.*) fällt auf, dass die

Frequenzänderung über die Knotendurchmesser gut getroffen wurde, es jedoch kleine Abweichungen in den absoluten Frequenzen von bis zu 0,24 % (für $ND > 0$) gibt. Dies liegt leicht über dem Diskretisierungsfehler und ist zusätzlich auf Unsicherheiten in Materialeigenschaften und kleine Geometrieabweichungen zurückzuführen. So hat bereits die im FE-Modell vorgenommene Kürzung der Schaufeln auf Basis der geometrischen Vermessung der Blisk die Eigenfrequenzen um etwa 6 Hz erhöht. Die Abweichung ist hauptsächlich ein konstanter Offset in den Eigenfrequenzen aller Knotendurchmesser, der in der Theorie dem Mistuning zugeschrieben wird, als mittlere Abweichung jedoch nicht durch das *FMM ID* identifiziert werden kann. Ein ähnlicher Offset hat sich zudem auch bei anderen Modenfamilien gezeigt, siehe Abb. 8.2 und Abb. 8.3. Um die Struktur möglichst genau abzubilden, wurde deshalb der E-Modul des Blisk-Materials für die folgenden Berechnungen (*FEM zykl.*, *FEM Blisk + Rotor*) um 0,2 % erhöht. Die Berechnungen des ROMs basieren jedoch ohnehin auf den unverstimmten Frequenzen aus dem *FMM ID* und es werden mit den FEM-Modellen lediglich Frequenzänderungen bestimmt.

Beim Vergleich des zyklischen Modells mit dem Rotor-Vollmodell ist erkennbar, dass sich unterhalb $ND < 3$ größere Abweichungen ergeben. Das Rotor-Modell kann hier durch die Interaktion der Blisk mit dem Rotor den Verlauf der gemessenen Eigenfrequenzen besser abbilden. Besonders deutlich wird dies bei ND0, da hier die Schaufelschwingung eine axiale Verschiebung des Rotors hervorruft. Insbesondere die geringen verbleibenden Unterschiede zwischen Experiment und *FEM Blisk + Rotor* bei den Eigenfrequenzen von ND0 können durch die Lagerung am RoboVib begründet sein, die die Steifigkeit im Experiment erhöht.

Modenfamilie 1

In Abb. 8.2 sind die Ergebnisse für Modenfamilie 1 dargestellt. Anhand der Zusammensetzung der Moden auf der linken Seite ist erkennbar, dass sich die Knotendurchmesser deutlich stärker als bei Modenfamilie 3 vermischen und häufig der ursprüngliche Knotendurchmesser der nominellen Mode nicht identifiziert werden kann. Hier sei jedoch angemerkt, dass durch die starke Spannungsversteifung gerade bei hohen Drehzahlen mit einer deutlichen Abnahme des Verstimmungseinflusses gerechnet werden kann. Die Eigenfrequenzen erhöhen sich bei Nenndrehzahl im Gegensatz zum Stillstand um ca. 25 %. Die Eigenfrequenzen von Modenfamilie 1 sind in Abb. 8.2 rechts dargestellt. Es ist ein geringer Offset zwischen *FMM unverstimmt* und *FEM Blisk + Rotor* von 2 Hz erkennbar. Dies ist vermutlich ebenfalls in einer systematischen Verstimmung aller Sektoren begründet, die von der Verstimmung für Modenfamilie 3 abweicht. Eine Anpassung des Modells soll hier nicht erfolgen, damit ein einheitliches FEM-Modell für alle Modenfamilien genutzt werden kann. Zudem ist, verglichen mit dem *FEM Blisk zykl.*, bei dem *FEM Blisk + Rotor* eine leicht verbesserte Vorhersage der Eigenfrequenzen bei geringen Knotendurchmessern erkennbar.

Modenfamilie 2

Die Zusammensetzung der Systemmoden und Eigenfrequenzen für Modenfamilie 2 ist in Abb. 8.3 dargestellt. Hier kann bis ND5 beobachtet werden, dass die nominellen Knotendurchmesser klar dominieren. Grund dafür ist der hohe Scheibenanteil in der Schwingung, der zu einer größeren Variation der Eigenfrequenzen der Knotendurchmesser führt, siehe Abb. 8.3 rechts, was die Kopplung der Knotendurchmesser durch die Verstimmung erschwert. Beim Vergleich der Eigenfrequenzen ist erneut eine leichte Unterschätzung der Eigenfrequenzen durch die numerischen Modelle von etwa 0,5 % zu erkennen, die durch eine systematische Verstimmung aller

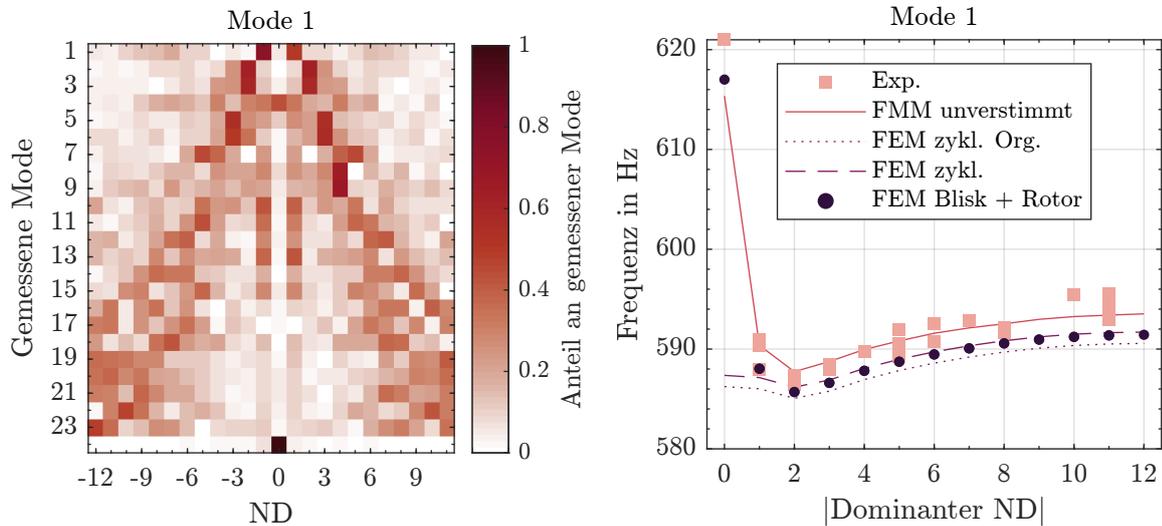


Abbildung 8.2: Links: Zusammensetzung der 24 am RoboVib gemessenen Moden der Modenfamilie 1 aus den Knotendurchmessern; Rechts: Vergleich der Eigenfrequenzen von RoboVib (Exp.), FMM und FEM. Die Messunsicherheiten gehen in der Symbolgröße unter (95 %-Konfidenzintervall: $\pm 0,25$ Hz).

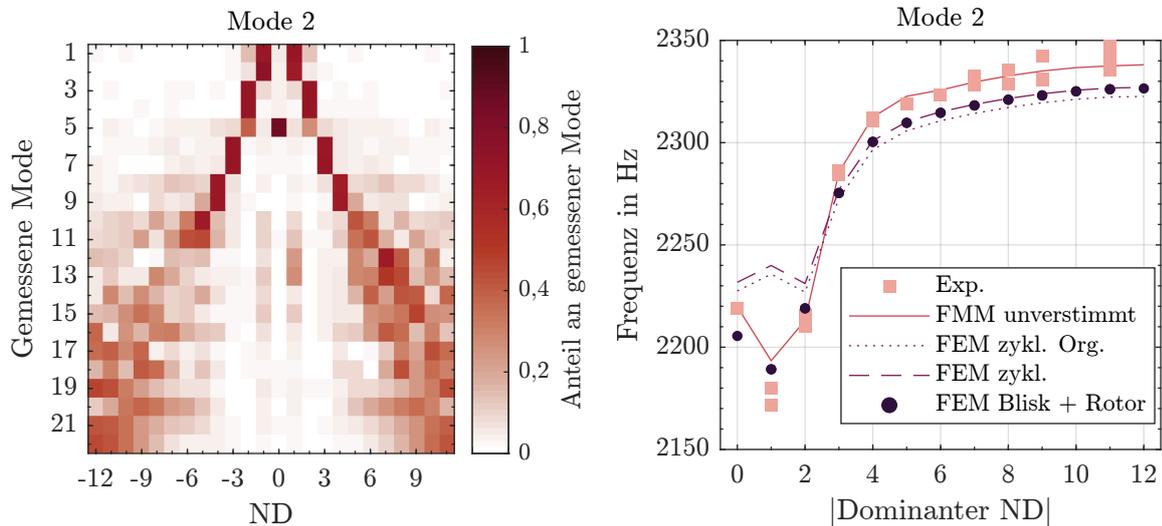


Abbildung 8.3: Links: Zusammensetzung der 22 am RoboVib gemessenen Moden der Modenfamilie 2 aus den Knotendurchmessern; Rechts: Vergleich der Eigenfrequenzen von RoboVib (Exp.), FMM und FEM. Die Messunsicherheiten gehen in der Symbolgröße unter (95 %-Konfidenzintervall: $\pm 0,25$ Hz).

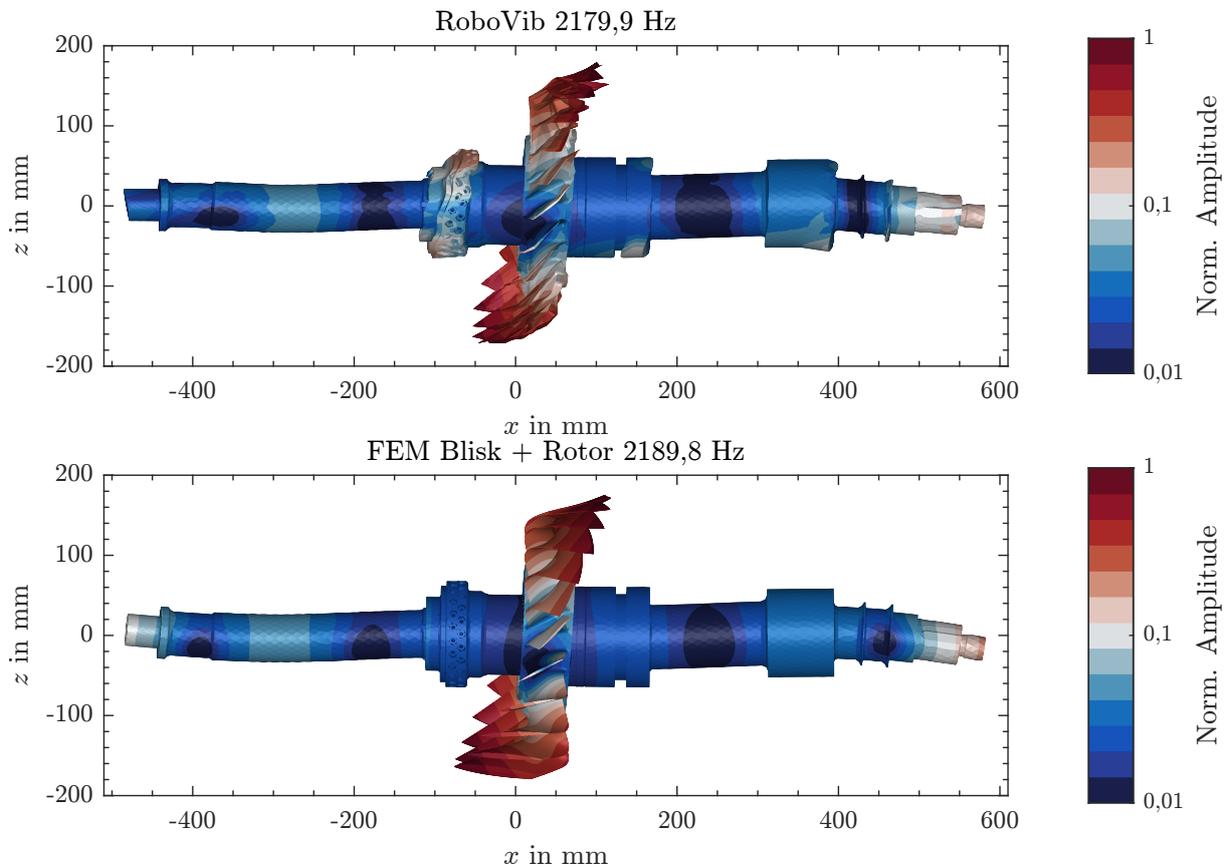


Abbildung 8.4: Vergleich der Modenform von M2 ND1 aus Experiment (RoboVib) und Numerik (*FEM Blisk + Rotor*). Die Verschiebungen aus der RoboVib Messung wurden zur besseren Darstellung auf das FEM-Netz interpoliert.

Sektoren zustande kommt. Zudem ist ein besonders starker Einfluss des Rotors zu sehen, da die Eigenfrequenzen des zyklischen Modells unterhalb von Knotendurchmesser 3 deutlich von Experiment und *FEM Blisk + Rotor* abweichen. Die Kopplung ist hier vermutlich durch den hohen Scheibenanteil sehr ausgeprägt.

Um die Rotor-Kopplung näher zu untersuchen, ist in Abb. 8.4 die Modenform für ND1 aus dem Experiment (RoboVib, oben) und der Numerik (*FEM Blisk + Rotor*, unten) abgebildet. Es sei erneut angemerkt, dass die experimentellen Daten auf das FEM-Netz interpoliert wurden. Dadurch kann es zu Artefakten kommen, wenn das FEM-Netz außerhalb der Punktwolke der Messdaten liegt. Dies ist besonders durch die hohen Auslenkungen an den Wuchtgewinden links der Blisk zu erkennen. Davon abgesehen ist eine sehr gute Übereinstimmung der Modenform erkennbar. Minimale Unterschiede sind, wie oben bereits erläutert, in den Eigenfrequenzen sichtbar. Zudem zeigen sich minimale Unterschiede in den Knotenpunkten der Rotorschwingung. Allerdings ist die gemessene Systemmode durch die Verstimmung keine reine ND1-Mode, sondern hat, wie in Abb. 8.3 links zu sehen, einen kleinen Anteil von ND2, und die unverstimmte ND1 Mode liegt laut *FMM ID* (Abb. 8.3 rechts) näher an dem FEM-Ergebnis. Zusätzlich kann auch die in *FEM Blisk + Rotor* fehlende Lagerung einen Einfluss haben, der die Eigenfrequenz und

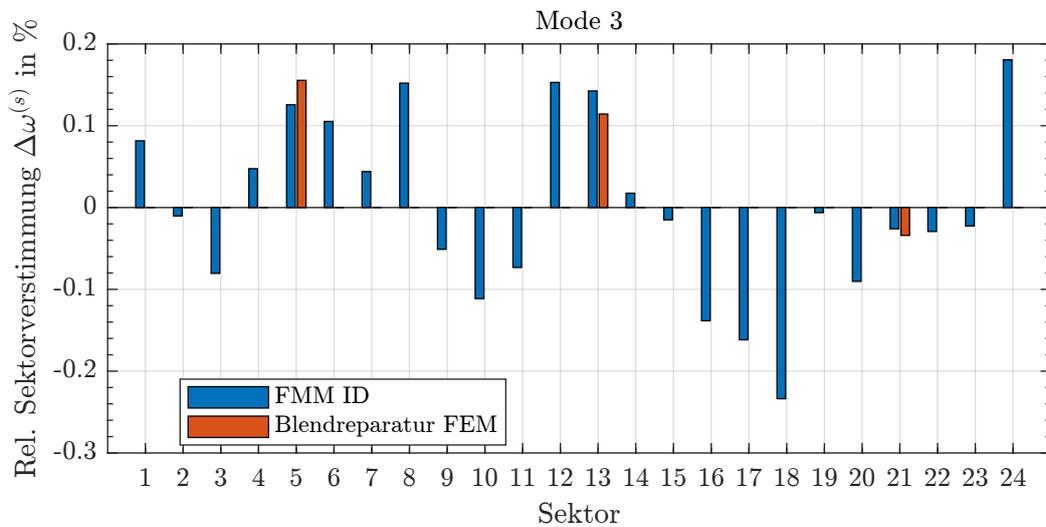


Abbildung 8.5: Frequenzverstimmung der Blistsektoren für die Modenfamilie 3, bestimmt mit dem *FMM ID*. Zusätzlich sind die auf Basis einer FEM-Berechnung zu erwartenden Verstimmungen durch die drei Blendreparaturen an den Schaufeln 5, 13 und 21 dargestellt. Die FEM-Berechnung der Blendreparaturen wurde am Institut für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover durchgeführt.

Schwingungsknoten leicht verschiebt. Am rechten Rotorende sind Auslenkungen von ca. 30 % der Maximalamplitude an den Schaufelspitzen erkennbar. Dies bestätigt die zuvor gezogenen Schlussfolgerungen, dass hier eine starke Rotor-Kopplung vorliegt, die im isolierten Blistmodell nicht berücksichtigt wird. Die koppelnde Rotormode ist hier die 4. Biegung des Rotors.

Insgesamt zeigen sich für *FEM Blist + Rotor* bei allen untersuchten Modenfamilien sehr geringe Abweichungen von unter 0,5 % in den Eigenfrequenzen. Auch ein Vergleich der Modenform für Modenfamilie 2 bestätigt dies. Das FEM-Modell *Rotor + Blist* weist somit die für die folgenden Untersuchungen eine hohe Genauigkeit bezüglich der Blist-dominierten Moden auf.

Sektorverstimmung

Zusätzlich zu den nominellen Eigenfrequenzen werden durch das *FMM ID* auch die Sektorverstimmungen bestimmt. Diese sind für die dritte Modenfamilie in Abb. 8.5 dargestellt und liegen für alle Sektoren unter 0,25 %. Da die Untersuchungen mit der blendreparierten Blist durchgeführt wurden, sind zudem am Institut für Dynamik und Schwingungen numerisch bestimmte Abweichungen der Schaufeleigenfrequenzen durch die Reparaturen angegeben. Es ist ein sinusförmiges Verstimmungsmuster der Periode 3 ersichtlich, das jedoch nicht auf die Blendreparaturen zurückzuführen ist, da diese Verstimmung nur diskret an drei Schaufeln auftreten dürfte. Zudem zeigt der Betrag der Frequenzabweichungen, dass die Blendreparaturen Verstimmungen hervorrufen, die nicht über die zufällige Verstimmung der Blist hinausgehen.

Das Verstimmungsmuster für die erste Modenfamilie ist in Abb. 8.6 gezeigt. Hier ist kein eindeutiges Verstimmungsmuster erkennbar. Zudem sind die Verstimmungen deutlich größer und überschreiten teilweise 0,6 %, während die Blendreparaturen eine deutlich geringere Verstimmung hervorrufen. Die Ergebnisse für Modenfamilie 2 zeigen eine ähnliche Charakteristik und sind in Anhang A aufgeführt. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass der Einfluss der Blend-

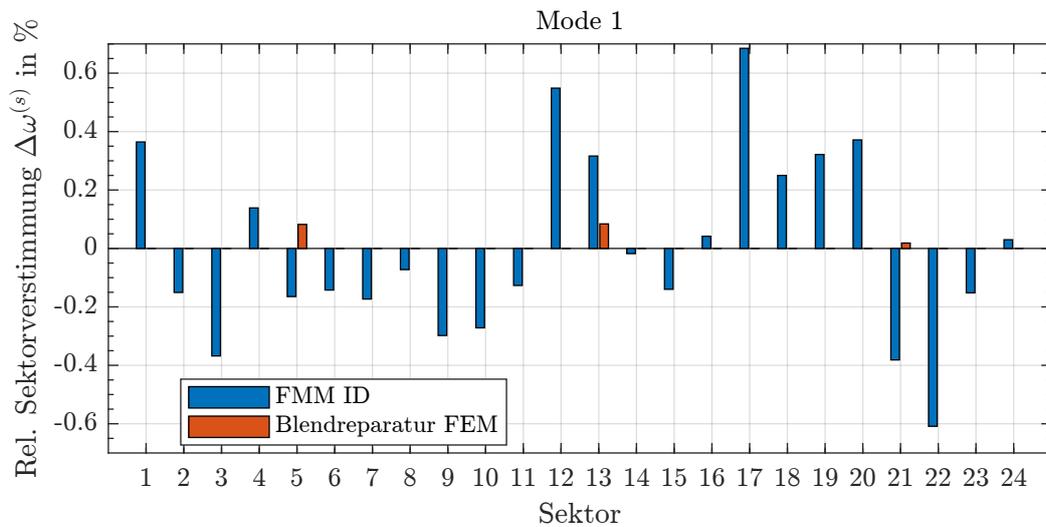


Abbildung 8.6: Frequenzverstimmung der Bliksektoren für die Modenfamilie 1, bestimmt mit dem *FMM ID*. Zusätzlich sind die auf Basis einer FEM-Berechnung zu erwartenden Verstimmungen durch die drei Blendreparaturen an den Schaufeln 5, 13 und 21 dargestellt. Die FEM-Berechnung der Blendreparaturen wurde am Institut für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover durchgeführt.

reparaturen auf die strukturelle Verstimmung zu vernachlässigen ist und die Ergebnisse auch auf herkömmliche Blinks ohne Reparaturen übertragbar sind. Da die Referenz-Blik ohne Reparaturen zusammen mit der reparierten Blik im gleichen Zeitraum beim gleichen Hersteller gefertigt wurde, kann zudem davon ausgegangen werden, dass bei dieser eine ähnliche Verstimmung vorliegt. Demnach können die Messdaten im begrenzten Maße (für integrale Betrachtungen) auch für die Referenzblik genutzt werden.

8.1.2 Rotor-dominierte Moden im Stillstand

In diesem Abschnitt sollen die Rotor-dominierten Moden am RoboVib betrachtet werden. Es konnten unterschiedliche Rotormoden identifiziert werden, die in Tab. 8.1 aufgeführt sind. Grundsätzlich unterscheiden sich die Eigenfrequenzen deutlich von den Eigenfrequenzen im Betrieb, da der Rotor im Betrieb durch Fest- und Loslager an anderen Positionen als am RoboVib gelagert ist, siehe Abb. 5.3. Die am RoboVib bestimmten Eigenfrequenzen weichen um bis zu 3,3 % von den numerisch berechneten Eigenfrequenzen ab. Gerade vor dem Hintergrund, dass sich die Eigenfrequenzen durch die Lagerung im Experiment leicht verschieben können, zeigt das FEM-Modell somit gute Ergebnisse.

Aufgrund der geringen Auslenkung der 1. Biegung, die vermutlich in der Position des Modalhammers begründet ist, und des damit verbundenen geringen Signal-Rausch-Verhältnisses konnte kein aussagekräftiger Vergleich der Modenform zur Numerik gezogen werden. Dieser konnte jedoch für die 2. und 3. Biegung angestellt werden. Der Vergleich der Modenform der 2. Biegung ist in Abb. 8.7 zu finden. Die Modenformen weisen eine sehr hohe Ähnlichkeit auf. Größere Abweichungen sind nur an der linken Seite auf Höhe des Loslagers erkennbar, die aber in Extrapolationsfehlern begründet sind. An den Schaufeln ist deutlich eine Schwingung in der 1. Schau-

8.1 Eigenmoden

Tabelle 8.1: Vergleich der Eigenfrequenzen und Moden (MAC) von Rotormoden aus Experiment (RoboVib) und Numerik

Art der Rotormode	Frequenz Exp.	Frequenz FEM Rotor + Blisk	Relative Abweichung	MAC
1. Biegung	380,6 Hz	368,5 Hz	-3,3 %	-
2. Biegung	875,7 Hz	859,9 Hz	-1,8 %	0,98
3. Biegung	1641,1 Hz	1679,6 Hz	2,3 %	0,91
Axialmode	1959,6 Hz	1935,6 Hz	1,2 %	0,97

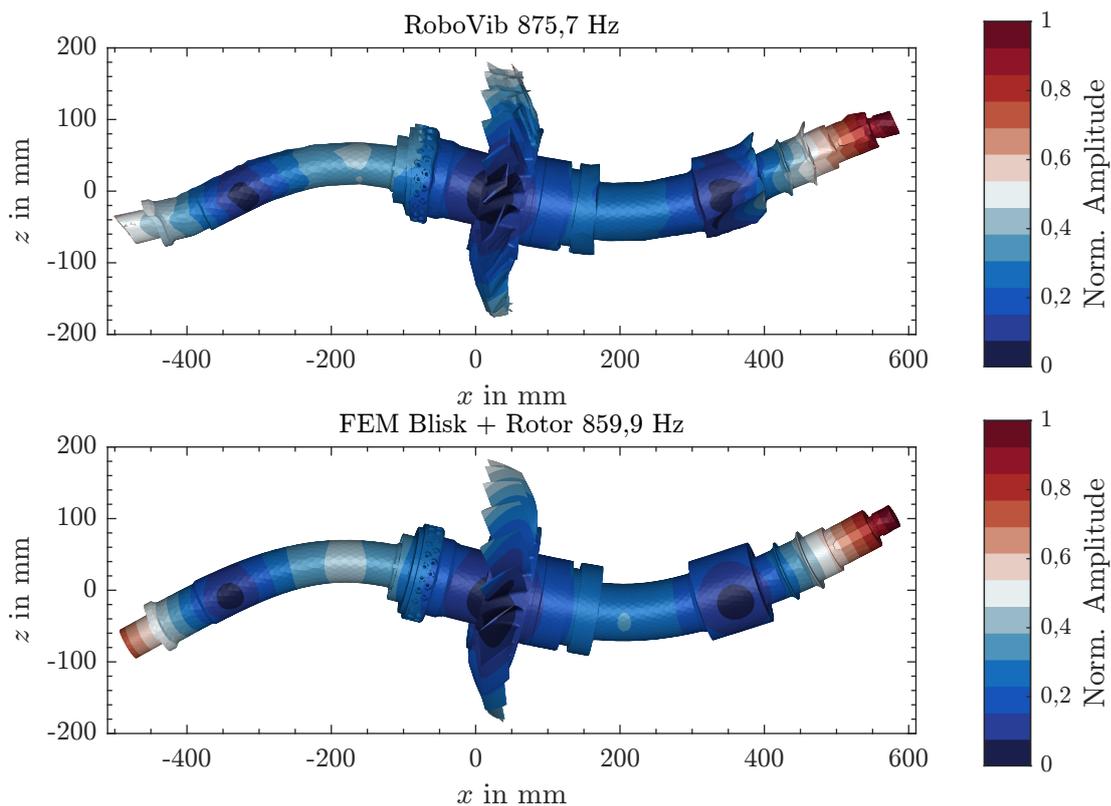


Abbildung 8.7: Vergleich der Modenform der 2. Biegung aus Experiment (RoboVib) und Numerik (FEM Blisk + Rotor). Die Verschiebungen aus der RoboVib Messung wurden zur besseren Darstellung auf das FEM-Netz interpoliert.

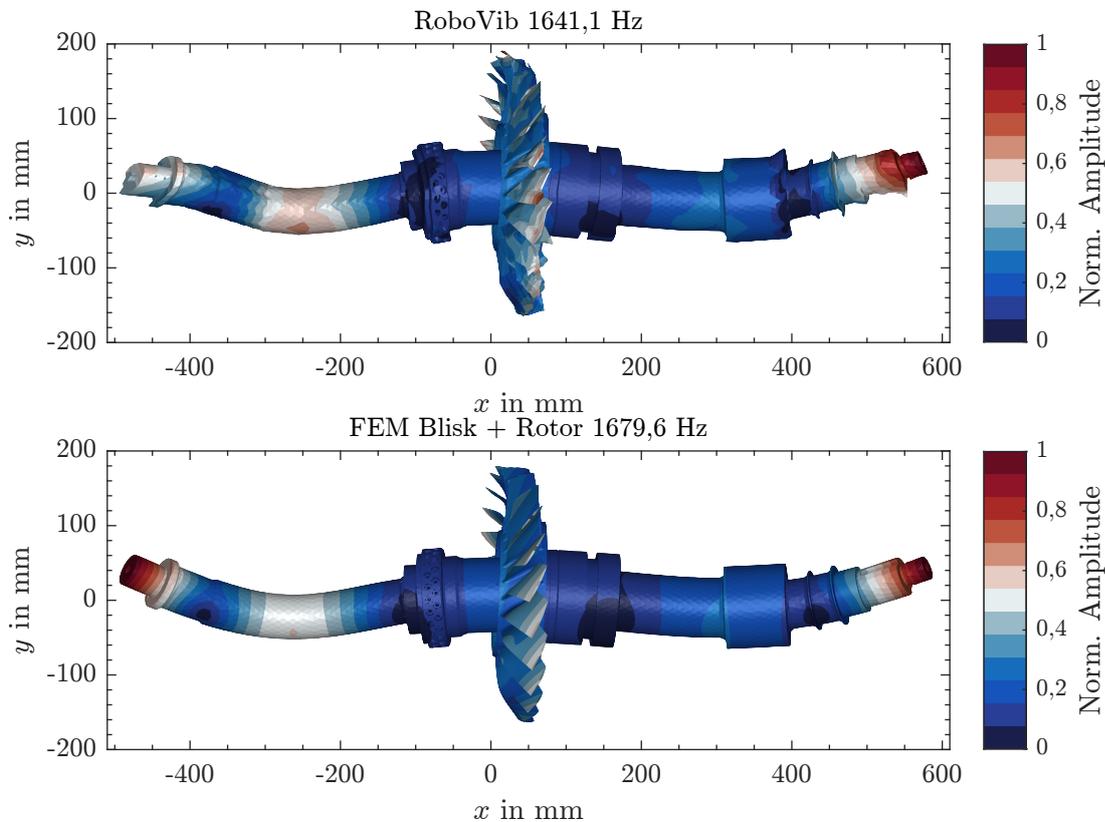


Abbildung 8.8: Vergleich der Modenform der 3. Biegung aus Experiment (RoboVib) und Numerik (FEM Blisk + Rotor). Die Verschiebungen aus der RoboVib Messung wurden zur besseren Darstellung auf das FEM-Netz interpoliert.

felbiegung mit ND1 erkennbar. Hier ist also die Kopplung von Rotormoden mit Bliskmoden erkennbar. Entsprechend der leicht erhöhten Frequenz im Experiment liegen die Knotenpunkte der Rotorschwingung etwas weiter in Richtung Rotormitte. Dies kann vermutlich durch die Unterschiede in der Lagerung begründet werden. Das MAC zwischen Numerik und Experiment beträgt 0,98, siehe Tab. 8.1, was ebenfalls die sehr gute Übereinstimmung bestätigt. Die gemessene 3. Biegung in Abb. 8.8 weist aufgrund der höheren Anzahl an Schwingungsknoten am Rotor deutlich mehr Artefakte auf, was einen Vergleich erschwert. In der FEM ist erkennbar, dass die maximale Auslenkung an den Rotorenden vorliegt, die aufgrund der fehlenden Messpunkte im Experiment nicht genau erfasst werden. Folglich erfolgt die Normierung im Experiment nicht mit der tatsächlichen maximalen Amplitude. Dennoch ist hier eine sehr ähnliche Charakteristik der Rotormode mit minimal verschobenen Knotenpunkten am Rotor erkennbar. Das MAC liegt mit 0,91 ebenfalls über 0,9, siehe Tab. 8.1, so dass auch hier eine hohe Übereinstimmung vorliegt. Die Schaufeln schwingen primär noch in der 1. Schaufelbiegung mit ND1. Zusammenfassend kann gefolgert werden, dass das numerische Rotor-Vollmodell neben den Bliskmoden auch die Rotormoden in Eigenfrequenz und Modenform genau abbildet.

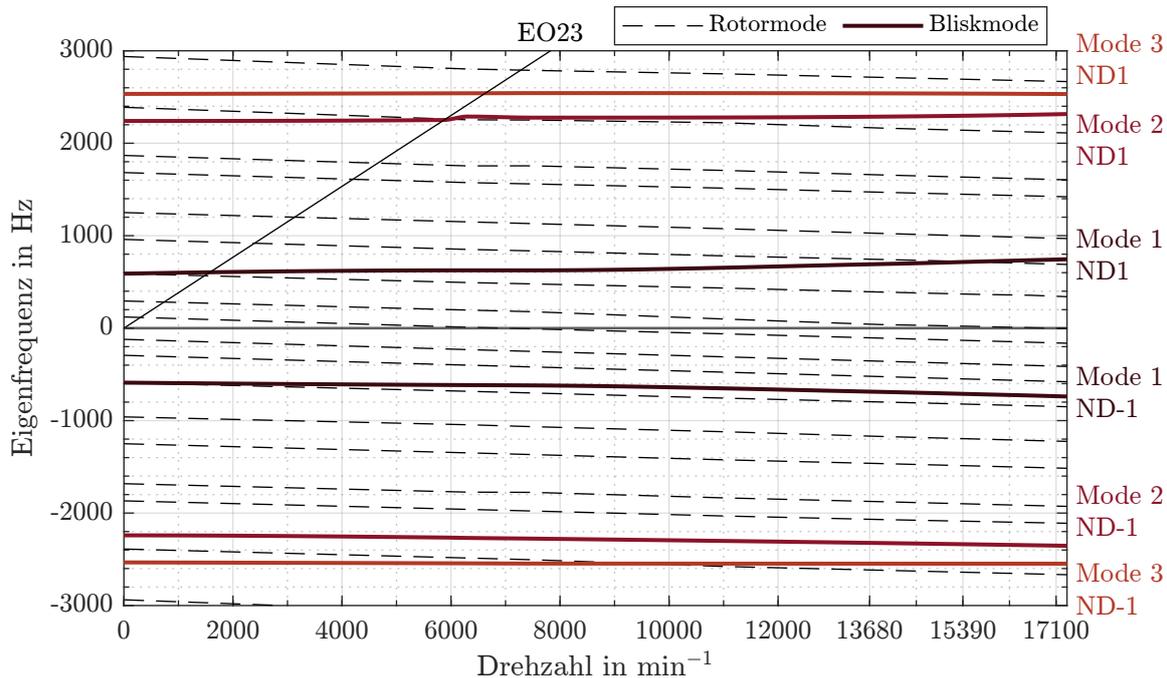


Abbildung 8.9: Erweitertes Campbell-Diagramm im rotierenden Bezugssystem des Rotor-Bliskverbunds für $ND = \pm 1$. Negative Frequenzen beschreiben eine *BTW*, positive Frequenzen eine *FTW*. Resonanzen können für Bliskmoden bei Schnittpunkten der *EO* mit der Eigenfrequenz auftreten. Für Rotormoden können diese auftreten, wenn die Eigenfrequenz zu null wird.

8.1.3 Eigenfrequenzen im Betrieb

In diesem Abschnitt soll ein Überblick über die Eigenfrequenzen der Struktur (Rotor- und Bliskdominierte Moden) aus dem FEM-Modell *Blisk + Rotor* im Betrieb gegeben werden. Betrachtet werden nur ND1 und ND-1, da diese von besonderer Bedeutung für die Kopplungsphänomene zwischen Beschaufelung und Rotor sind, siehe Abschn. 3.2. Daraus können relevante Betriebspunkte identifiziert werden, an denen eine Schaufel-Rotor-Kopplung wahrscheinlich ist. Die Eigenfrequenzen in Abhängigkeit von der Drehzahl werden in Anlehnung an [Anegawa et al. \(2008\)](#) in einem zu negativen Frequenzen erweiterten Campbell-Diagramm dargestellt, siehe Abb. 8.9, um den Orthogonalitätseigenschaften der Eigenvektoren gerecht zu werden. Positive Frequenzen bezeichnen dabei vorwärtsrotierende Wellen (*FTW*), ND1, während negative Frequenzen rückwärtsrotierende Wellen (*BTW*), ND-1, beschreiben. In dieser Arbeit wird das Campbell-Diagramm entsprechend dem Bezugssystem in der FEM-Berechnung ausschließlich im rotierenden Bezugssystem dargestellt. Folglich bleiben die Eigenfrequenzen der Bliskmoden im Groben konstant, sie steigen praktisch jedoch durch die Spannungsversteifung leicht an (durchgezogene Linien in Abb. 8.9). Wie in Abschn. 2.1.4 beschrieben, bleibt die Eigenfrequenz von Rotormoden im stationären Bezugssystem in Näherung konstant; im erweiterten Campbell-Diagramm nehmen die Eigenfrequenzen somit linear mit der Drehfrequenz ab. In Abb. 8.9 treten damit im Stillstand die Rotordynamikmoden als Eigenwertpaare $\pm\omega_0$ auf. Durch das Abfallen der Rotor-Eigenfrequenzen verringern sich positive und erhöhen sich betragsmäßig negative Fre-

quenzen (gestrichelte Linien in Abb. 8.9). Resonanzen der Rotordynamikmoden treten, wie in Abschn. 2.1.4 beschrieben, auf, wenn die die Eigenfrequenz im rotierenden Bezugssystem zu null wird.

Eine Kopplung der Rotor- und Bliskmoden ist nach [Anegawa et al. \(2011, 2008\)](#) immer dann erwartbar, wenn sich Blisk- und Rotor-Eigenfrequenzen schneiden. Somit können auf Basis des erweiterten Campbell-Diagramms erste Aussagen über mögliche Kopplungsphänomene getätigt werden. Es ergeben sich z. B. die Schnittpunkte von einer Rotormode mit M1 ND1 bei ca. $16\,000\text{ min}^{-1}$ und M2 ND1 bei ca. $4\,700\text{ min}^{-1}$ sowie M1 ND-1 im Stillstand und M3 ND-1 bei ca. $10\,000\text{ min}^{-1}$. Zusätzlich ist die EO23 eingezeichnet, die an den Schaufeln eine *FTW* anregt. Auffällig ist, dass die Resonanz von M2 ND1 mit EO23 in der Nähe eines Schnittpunktes mit einer Rotormode stattfindet. EO1 ist aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet. Die Linie würde zu negativen Frequenzen laufen, da sie eine *BTW* anregt. Es gibt jedoch keine Schnittpunkte von EO1 mit Bliskmoden im Betriebsbereich des Verdichters. Weitere Erregerordnungen, die ND1 oder ND-1 anregen, wie z. B. EO25, sind keine bekannten Anregungsmuster der Verdichterkonfiguration. Die hier identifizierten Schnittpunkte der Eigenfrequenzen der Schaufel- und Rotormoden werden im folgenden Abschnitt im Hinblick auf die modale Dämpfung näher untersucht.

8.2 Modale Dämpfungen im Betrieb

In diesem Abschnitt werden die modalen Dämpfungen der unverstimmten zyklischen Bliskmoden für die Modenfamilien 1 bis 3 diskutiert. Dazu wird zunächst ein Verfahren zur Berücksichtigung des Verstimmungseinflusses auf die experimentelle Dämpfungsbestimmung vorgestellt. Daraufhin werden die experimentell bestimmten Dämpfungen mit den numerisch bestimmten Dämpfungen verglichen. Die numerisch bestimmte Dämpfung ergibt sich dabei aus der aerodynamischen Dämpfung und für ND1 und ND-1 zusätzlich aus der modalen Dämpfung der FE-Berechnung. Da der einzige Dämpfungsmechanismus im FE-Modell die Lagerdämpfung ist, resultiert aus der Schaufel-Rotor-Kopplung dementsprechend auch die zusätzliche Dämpfung aus den Lagern. Die mit dem *FMM ID* bestimmten Materialdämpfungen sind sehr gering und gehen in den Abbildungen in der Linienstärke unter. Für eine bessere Übersichtlichkeit werden die Materialdämpfungen deshalb der aerodynamischen Dämpfung zugerechnet.

8.2.1 Korrektur der experimentellen Ergebnisse um den Verstimmungseinfluss

Wie in Abschn. 8.1 gezeigt wird, kann bei hohen Drehzahlen von einer geringen Verstimmung der Beschauflung ausgegangen werden. Dennoch wird durch die Verstimmung die Schwingungsantwort der Struktur beeinflusst. Typischerweise entsteht dabei durch die Frequenzaufspaltung ein breiterer Resonanzpeak, der zu einer Überschätzung der Dämpfung durch einen Einfreiheitsgrad-Fit führt. Dies soll hier durch einen einfachen Ansatz korrigiert werden.

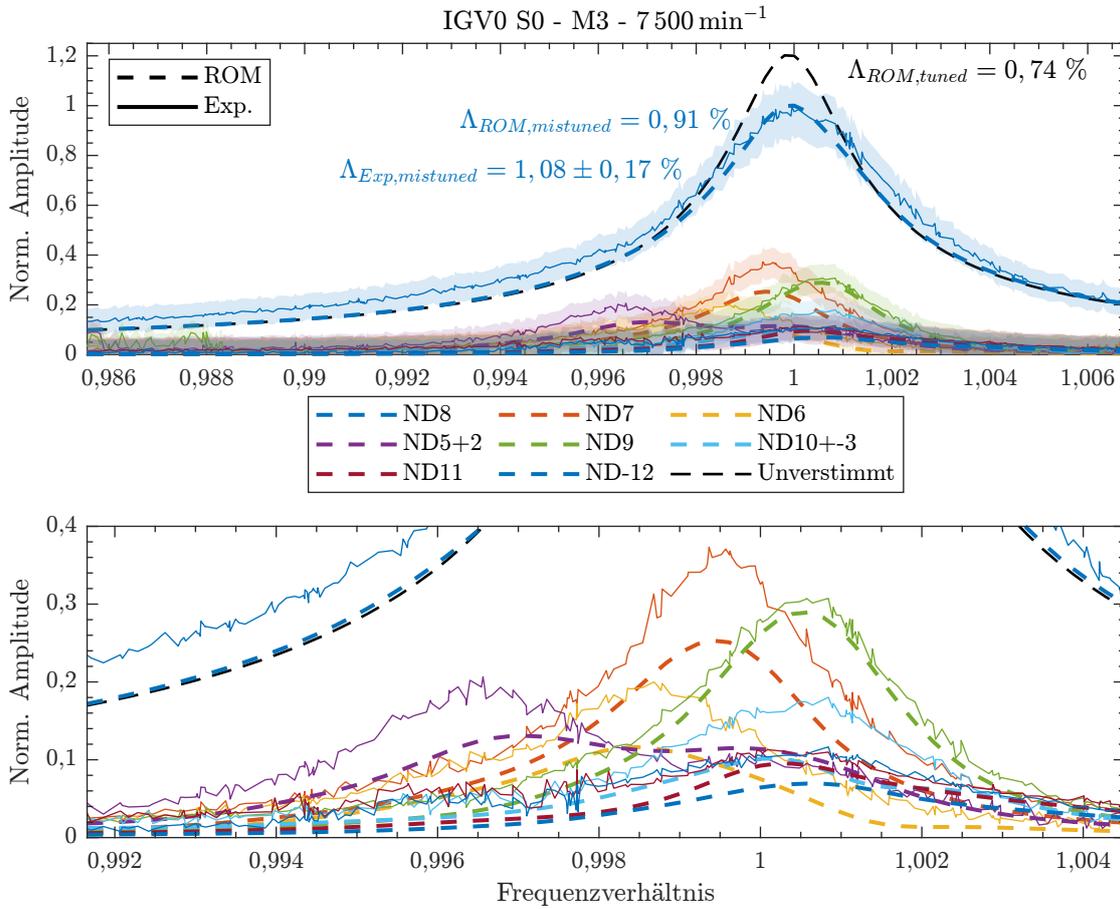


Abbildung 8.10: Numerisch und experimentell (akustische Anregung) ermittelter Frequenzgang bei akustischer Anregung von M3 ND8 bei IGVO S0 und 7500 min^{-1} (BP10). Es sind alle identifizierten Knotendurchmesser mit Amplituden größer der Messunsicherheit dargestellt. Da ND5 und ND2 sowie ND10 und ND-3 in den Tip Timing Daten nicht korrekt separiert werden konnten, sind diese als Summe dargestellt.

In Abb. 8.10 ist exemplarisch der gemessene und der durch das ROM bestimmte normierte Frequenzgang bei akustischer Anregung des Knotendurchmessers 8 abgebildet. Die Amplituden und Frequenzen wurden dabei jeweils auf den Punkt maximaler Amplitude von ND8 normiert. Die experimentell durch den Fit bestimmte Dämpfung $\Lambda_{Exp,mistuned}$ entspricht hier im Idealfall der Dämpfung $\Lambda_{ROM,mistuned}$, die sich ergibt, wenn der Fit anhand der Frequenzantwort aus dem ROM durchgeführt wird. Die tatsächliche Dämpfung des unverstimmten Knotendurchmessers ergibt sich aus dem ROM als $\Lambda_{ROM,tuned}$. Folglich kann die unverstimmte Dämpfung aus dem Experiment über

$$\Lambda_{Exp,tuned} = \frac{\Lambda_{ROM,tuned}}{\Lambda_{ROM,mistuned}} \cdot \Lambda_{Exp,mistuned} \quad (8.1)$$

berechnet werden. Dies ist ein einfacher Ansatz, der nur bei kleinen Verstimmungen sinnvoll ist, so dass der Frequenzgang noch eine stark dominante Antwort des angeregten Knotendurchmessers zeigt. Bei größeren Verstimmungen kommt es neben der Frequenzaufspaltung auch zunehmend zur Modenverzerrung (siehe Abschn. 2.3.5). Dann weicht die Form des Frequenzgangs

deutlich von dem eines Einfreiheitsgradsystems ab, da zum Beispiel mehrere Maxima auftreten können. Somit können Dämpfungen mit einem Einfreiheitsgrad-Fit nicht mehr zuverlässig bestimmt werden. Zudem sei angemerkt, dass folglich eine Korrektur der Experimente durch numerische Daten erfolgt. Stattdessen wäre eine Korrektur der numerischen Ergebnisse ebenfalls denkbar, um einen direkten Vergleich zum Experiment anzustellen. Dies ist hier jedoch nicht sinnvoll, da die experimentell bestimmten Dämpfungen durch ein Anpassen eines Einmassenschwingers an die Antwort eines Mehrmassenschwingers berechnet wird. Damit entspricht der bestimmte Wert ohne Korrektur keiner tatsächlichen physikalischen Größe (entspricht weder der Dämpfung einer verstimmteten noch einer unverstimmteten Mode). Bei größeren Verstimmungen müsste hier ein aufwändigerer, rein experimenteller Ansatz zum Einsatz kommen, der zum Beispiel über einen Mehrfreiheitsgrad-Fit oder über die kombinierte Auswertung aller gemessenen Knotendurchmessern eine Korrektur durchführt.

Für das Beispiel in Abb. 8.10 ist zu erkennen, dass die Verstimmung geringfügig unterschätzt wird, da insbesondere die Amplituden von ND7 leicht durch das ROM unterschätzt werden. Da die Unterschiede jedoch nur gering sind, ist von keinem signifikanten Einfluss auf die Dämpfung auszugehen. Die Unterschiede resultieren vermutlich aus Unsicherheiten in der Mistuning Identifikation. Wie in Abschn. 8.1.1 gezeigt wurde, ist die Verstimmung der Struktur gering, so dass die Verstimmung nur kleine Änderungen der Eigenfrequenzen zur Folge hat. Demnach können schon kleine Unsicherheiten in der Messung der Eigenfrequenzen zu Unterschieden in den identifizierten Sektorverstimmungen führen. Zusätzlich ergibt sich eine weitere Unsicherheit durch die Normierung des Experiments mit der Maximalamplitude, die ebenfalls mit Messunsicherheiten behaftet ist. Auch dies kann zu den Abweichungen bei ND7 führen.

8.2.2 Modenfamilie 1

Die berechneten und gemessenen Dämpfungskurven für Modenfamilie 1 bei der Konfiguration IGV0 S-10 sind in Abb. 8.11 bis Abb. 8.14 für 85 %, 90 %, 95 % und 100 % der reduzierten Nenn-drehzahl abgebildet. Dargestellt ist sowohl die numerisch bestimmte aerodynamische Dämpfung und Lagerdämpfung als auch die rein experimentell bestimmte (Exp. verstimmt) und um die Verstimmung korrigierte Dämpfung (Exp. korr.). Die Dämpfungen stellen näherungsweise einen sinusförmigen Verlauf mit hohen Dämpfungswerten bei hohen Knotendurchmessern dar. Mit zunehmenden Massenstrom (nimmt mit der Drehzahl zu) nimmt zudem die aerodynamische Dämpfung bis $16\,625\text{ min}^{-1}$ tendenziell zu. Davon weicht allerdings der Betriebspunkt bei $17\,350\text{ min}^{-1}$ ab, bei dem die maximalen Dämpfungen wieder leicht abgesunken sind. Hier werden vermutlich Stoßphänomene immer bedeutender für die aerodynamische Dämpfung.

Fast alle numerisch bestimmten Dämpfungen liegen innerhalb der experimentellen Messunsicherheiten. Ausnahme bilden hier lediglich ND7 bei $16\,625\text{ min}^{-1}$ (Abb. 8.13) und ND6 bei $17\,350\text{ min}^{-1}$ (Abb. 8.14), bei denen geringfügige Abweichungen auftreten. Auffällig hierbei ist, dass die Abweichungen in beiden Fällen bei den Knotendurchmessern auftreten, bei denen mit zunehmendem Knotendurchmesser ein starkes Ansteigen der aerodynamischen Dämpfung auftritt. Als Grund für das Ansteigen der Dämpfung konnte eine starke Erhöhung des instationären Drucks im Bereich des Stoßes an der Saugseite festgestellt werden. Somit ist davon auszugehen, dass ab den Knotendurchmessern 7 respektive 6 eine erhöhte Oszillation des Stoßes vorliegt. Es

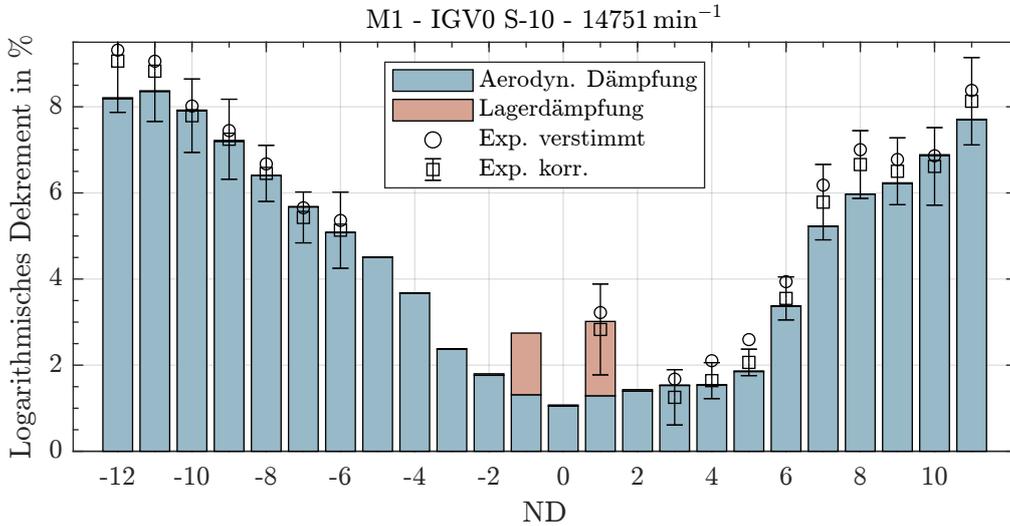


Abbildung 8.11: Vergleich der modalen Dämpfung zwischen Experiment und Numerik: Mode 1 bei IGVO S-10 und 14751 min⁻¹ (BP15). Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

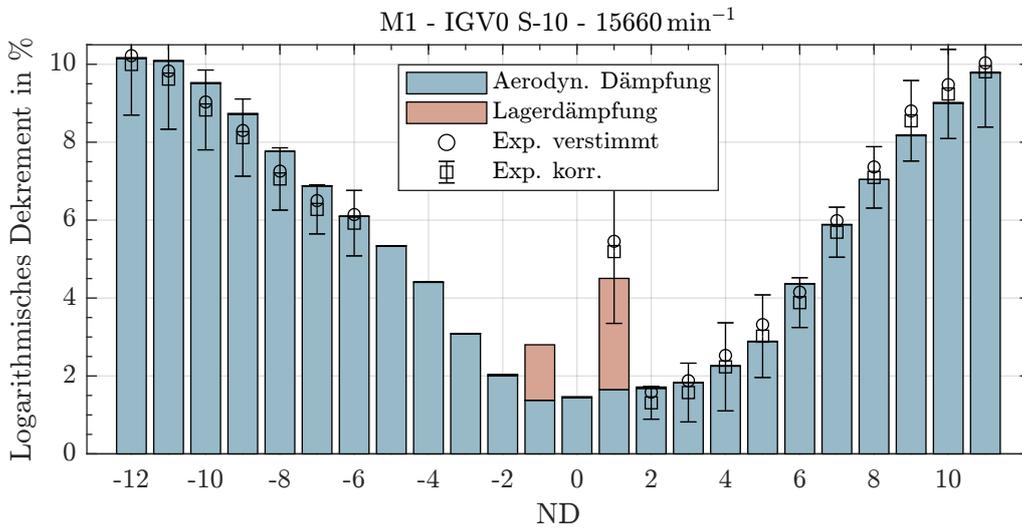


Abbildung 8.12: Vergleich der modalen Dämpfung zwischen Experiment und Numerik: Mode 1 bei IGVO S-10 und 15660 min⁻¹ (BP16). Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

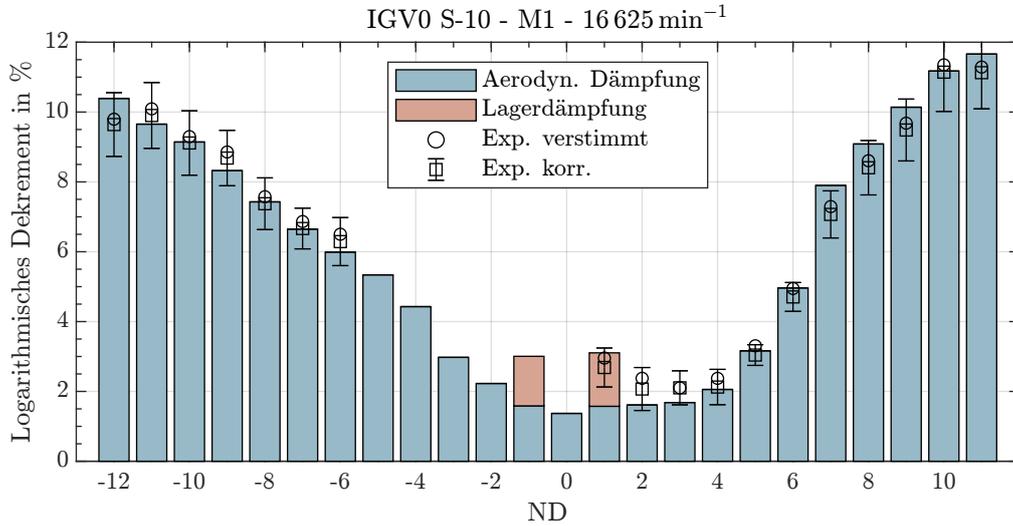


Abbildung 8.13: Vergleich der modalen Dämpfung zwischen Experiment und Numerik: Mode 1 bei IGVO S-10 und 16 625 min⁻¹ (BP17). Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

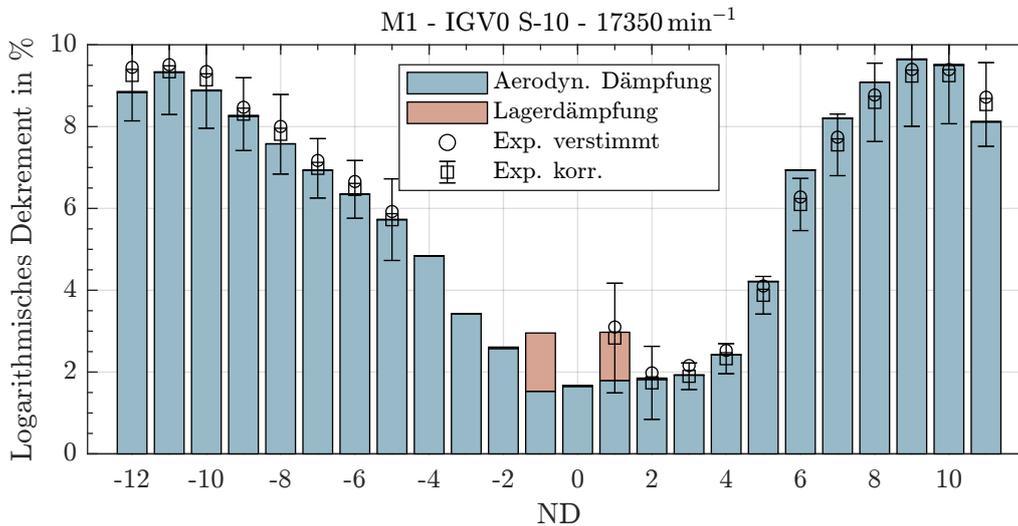


Abbildung 8.14: Vergleich der modalen Dämpfung zwischen Experiment und Numerik: Mode 1 bei IGVO S-10 und 17 350 min⁻¹ (BP18). Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

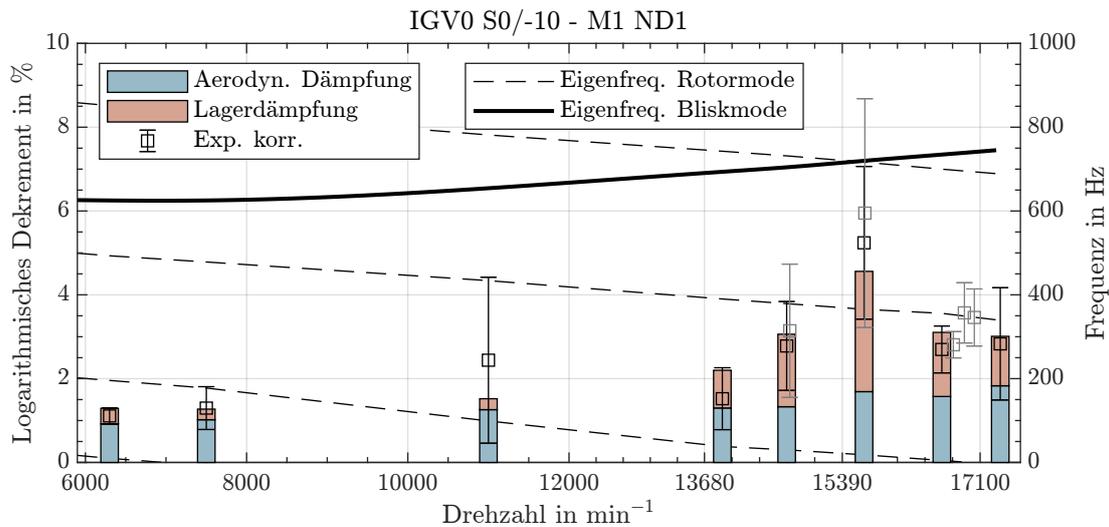


Abbildung 8.15: Modale Dämpfung und Eigenfrequenzen der Bliskmode M1 ND1 und der benachbarten Rotormoden im rotierenden Bezugssystem in Abhängigkeit von der Drehzahl. Weitere Messdaten ohne zugehörige numerische Berechnungen, die zum Teil mit der Referenzblisk aufgenommen wurden, sind in grau eingezeichnet. Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

besteht folglich eine hohe Sensitivität der aerodynamischen Dämpfung bezüglich des Betriebspunktes, da dieser die Stoßlage maßgeblich beeinflussen kann. Die Abweichungen sind demnach vermutlich in Abweichungen der Betriebspunkte aus CFD und Experiment begründet, die sich aus den Messunsicherheiten im Experiment sowie aus den Betriebspunktschwankungen über die Messdauer aller Knotendurchmesser ergeben. Insgesamt kann hier eine sehr gute Vorhersagequalität der Dämpfung gefolgert werden.

Der Einfluss der Verstimmung auf die Dämpfungsbestimmung ist bei Modenfamilie 1 gering. Erkennbar ist, dass die korrigierte Dämpfung immer unter der experimentell bestimmten liegt. Grund dafür ist die Frequenzaufspaltung, die die Resonanzspitze verbreitert. Zudem ist wie zu erwarten erkennbar, dass der Einfluss des Mistuning mit Zunahme der Drehzahl leicht abnimmt. Dies resultiert aus der starken Spannungsversteifung, die den Anteil der Steifigkeitsverstimmung (\tilde{A} aus dem ROM) an der Gesamtsteifigkeit reduziert. Grundsätzlich zeigt sich ein größerer relativer Einfluss der Korrektur bei geringer Dämpfung. Der größte Einfluss ist bei $14\,751\text{ min}^{-1}$ ND3 mit einer Reduzierung durch die Korrektur um etwa ein Drittel zu sehen.

Für Knotendurchmesser 1 fällt auf, dass eine Übereinstimmung innerhalb der Messunsicherheiten zwischen Numerik und Experiment bei drei der vier Betriebspunkte erst durch das Einbeziehen der Lagerdämpfung erreicht wird. Zudem ist bei $15\,660\text{ min}^{-1}$ eine deutlich erhöhte Dämpfung für diesen Knotendurchmesser zu erkennen. Für eine bessere Übersichtlichkeit sind die Dämpfungen in Abb. 8.15 über der (mechanischen) Drehzahl aufgetragen. Bei jeder Drehzahl stimmen Betriebspunkt der jeweiligen CFD und des jeweiligen Experiments überein. Zusätzlich sind analog zu Abb. 8.9 die Eigenfrequenzen der entsprechenden Bliskmode M1 ND1 und zweier benachbarter Rotormoden im rotierenden Bezugssystem abgebildet. Das zuvor beschriebene sprunghafte Ansteigen und danach wieder Abfallen der Dämpfung bei $15\,660\text{ min}^{-1}$ ist hier sowohl in Numerik als auch im Experiment gleichermaßen zu erkennen.

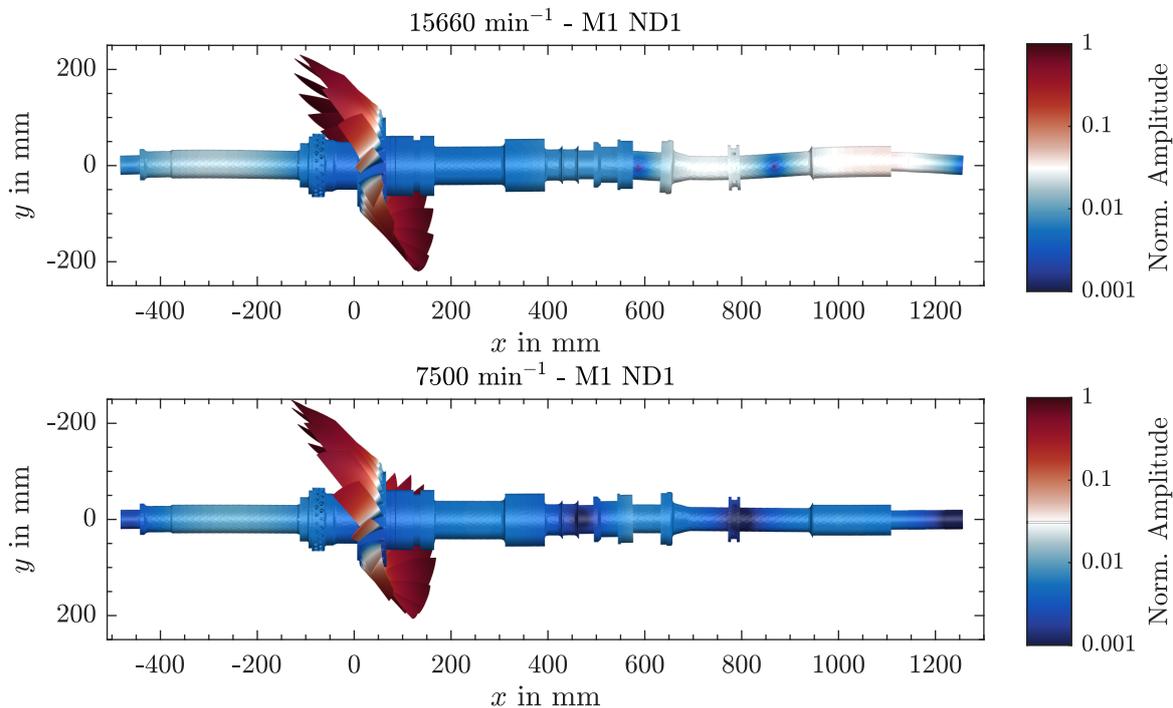


Abbildung 8.16: Modenform von M1 ND1 bei 15660 min^{-1} und 7500 min^{-1} . Die Amplituden sind auf die maximale Auslenkung normiert.

Beim Betrachten der Verläufe der Eigenfrequenzen in Abb. 8.15 ist erkennbar, dass dies aus dem Schneiden der Kurve einer Rotormode mit der Eigenfrequenz von ca. 960 Hz im stationären Bezugssystem und der Kurve einer Bliskmode folgt. Dadurch ergibt sich für die Blisk-dominierte Mode in Abb. 8.16 (oben) eine Modenform, die einen kleinen Anteil der stärker gedämpften Rotormode enthält und demnach nun auch stärker gedämpft ist. Je weiter sich die Eigenfrequenzen voneinander entfernen, desto geringer ist auch die Auslenkung an den Lagern und die entsprechende Dämpfung. Wird die Modenform beispielsweise bei 7500 min^{-1} betrachtet, siehe Abb. 8.16 (unten), so sind die Auslenkungen am Rotor deutlich reduziert. Hier liegt die Bliskmode etwa in der Mitte zwischen zwei Rotormoden, mit einem Abstand von ca. 150 Hz.

Zudem ist in Abb. 8.15 erkennbar, dass sich für geringere Drehzahlen die Bliskmode einer weiteren Rotormode mit einer Eigenfrequenz im stationären Bezugssystem von ca. 590 Hz (2. Biegung des Rotors) annähert. Bei Stillstand des Rotors sind beide Eigenfrequenzen in etwa identisch. Beim Vergleich der Dämpfungen bei 7500 min^{-1} und 6300 min^{-1} ist deshalb hin zu niedrigen Drehzahlen bereits ein geringfügiges erneutes Ansteigen der Lagerdämpfung erkennbar. Um die experimentelle Reproduzierbarkeit dieses Verhaltens zu belegen, sind in Abb. 8.15 zudem weitere Messdaten in grau eingezeichnet, zu denen keine Berechnungen durchgeführt wurden. Die Korrektur der Dämpfung erfolgte auf Basis benachbarter Betriebspunkte, an denen Berechnungen durchgeführt wurden. Die Messungen bei 85 %, 90 % und 95 % der Nenndrehzahl wurden dabei mit der Referenz-Blisk durchgeführt, alle weiteren mit der modifizierten Blisk, jedoch nach Remontage des Prüfstandes. Somit kann gezeigt werden, dass dieser Effekt reproduzierbar ist. Erkennbar ist zudem eine Erhöhung der Unsicherheit der Dämpfungsbestimmung bei 15660 min^{-1} , was hauptsächlich durch einen schlechteren Datenfit begründet ist. Gründe hierfür können in

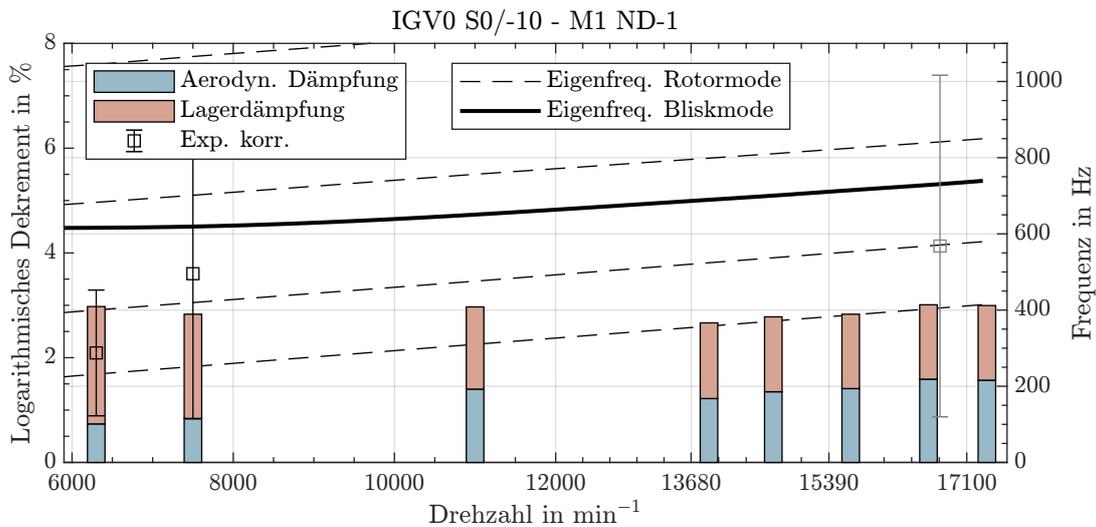


Abbildung 8.17: Modale Dämpfung und Eigenfrequenzen der Bliskmode M1 ND-1 und der benachbarten Rotormoden im rotierenden Bezugssystem in Abhängigkeit von der Drehzahl. Weitere Messdaten ohne zugehörige numerische Berechnungen sind in grau eingezeichnet. Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95 %-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

einer erhöhten Sensitivität bezüglich Drehzahlschwankungen am Schnittpunkt der Blisk- und Rotormode und veränderte Verstimmung durch die Lokalisierung von Schwingungsenergie im Rotor sein.

Für Knotendurchmesser -1 sind in Abb. 8.17 die Dämpfungen und Eigenfrequenzen über der Drehzahl aufgetragen. Auffällig ist, dass hier für die Lagerdämpfung kaum eine Änderung sichtbar ist. Dies ist durch den starken Einfluss der Spannungsversteifung bei Modenfamilie 1 erklärbar. Dies führt zu einem Ansteigen der Eigenfrequenzen, so dass die Verläufe der Eigenfrequenzen nahezu parallel zu den rückwärtsrotierenden Rotormoden (Steigung in etwa Proportional zur Rotationsfrequenz) verlaufen. Die Interaktion zwischen Blisk und Rotor verändern sich damit über den Drehzahlbereich kaum und die Lagerdämpfung bleibt annähernd konstant. Experimentell war eine Dämpfungsbestimmung schwierig, da die notwendigen Anregungsfrequenzen im stationären Bezugssystem immer knapp unter 500 Hz liegen. Damit konnten nur geringe Schwingungsamplituden angeregt werden, so dass hohe Messunsicherheiten resultieren. Die numerischen Ergebnisse liegen auch hier innerhalb der Messunsicherheiten des Experiments.

8.2.3 Modenfamilie 2

Für die zweite Modenfamilie liegen nur für die IGV Sinus18 Konfiguration bei wenigen Knotendurchmessern experimentell bestimmte Dämpfungen vor. Auf Grund des hohen numerischen Rechenaufwands für diese Konfiguration (keine Rotationssymmetrie im IGV) wird hier auf eine Berechnung verzichtet. In Abb. 8.18 sind die numerisch ermittelten Dämpfungen für die Resonanzdrehzahl von Mode 2 bei EO23 (M2 @ EO23) für IGV20 S0 gezeigt, die auch später für die Forced Response Berechnungen genutzt wird. Die aerodynamische Dämpfung ist für diese Modenfamilie gering. Sie liegt zwischen 0,17 % bei ND-2 und 0,79 % bei ND-7. An dieser Stelle

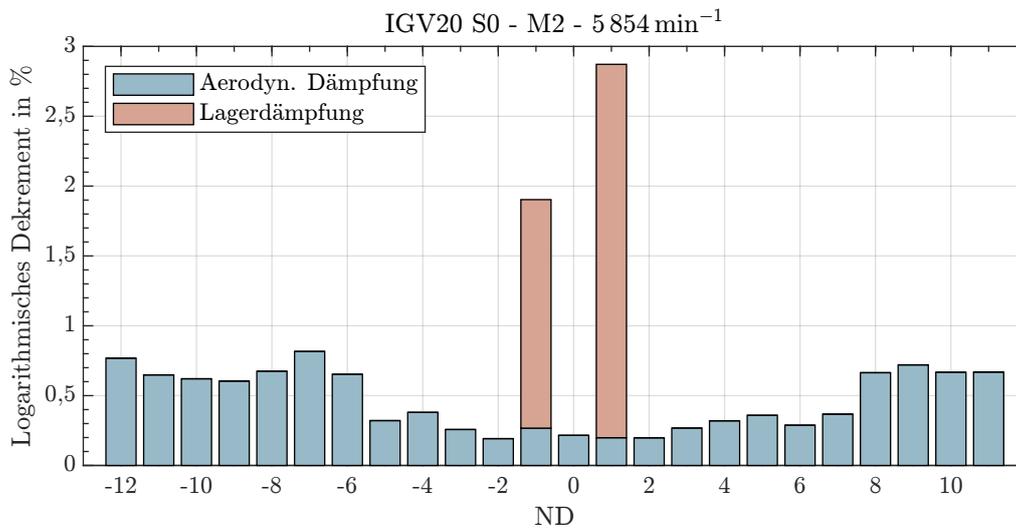


Abbildung 8.18: Modalen Dämpfung aus der Numerik: Mode 2 bei IGV20 S0 und 5854 min⁻¹ (M2 @ EO23, BP1)

sei angemerkt, dass sich für die gemessenen Dämpfungen bei der oben erwähnten IGV Sinus18 Konfiguration ähnlich geringe Werte ergaben, so dass die Berechnungen plausibel erscheinen. Bei ND1 und ND-1 ergibt sich durch die Blisk-Rotor-Kopplung eine zusätzliche Dämpfung von 2,86 respektive 1,89 Prozentpunkten. Wie im erweiterten Campbell-Diagramm Abb. 8.9 gezeigt, schneidet Mode M2 ND1 nahe der Resonanzstelle mit EO23 eine Rotormode, wodurch es zu einer starken Rotor-Kopplung und der um den Faktor 14 erhöhten Dämpfung durch die Kopplung kommt. Die resultierende gekoppelte Modenform ist in Abb. 8.19 oben abgebildet. Im Vergleich zur Modenfamilie 1 sind hier die Auslenkungen am Rotor deutlich erhöht. Zudem ist auch am Festlager eine erhöhte Auslenkung erkennbar, die zu einer entsprechenden Dämpfung führt.

Die Eigenfrequenz von M2 ND-1 befindet sich, wie in Abb. 8.9 zu sehen, zwischen zwei Rotormoden, weshalb die Kopplung und Dämpfung geringer ausfällt. Aufgrund des hohen Scheibenanteils in den Schwingungen der Modenfamilie 2 kommt es dennoch zu einer verhältnismäßig starken Kopplung. Der Anteil der Schwingungsenergie in der Scheibe an der gesamten Schwingungsenergie beträgt bei M2 ND-1 13,9 %, während er bei M1 ND-1 nur 3,5 % und bei M3 ND-1 nur 3,3 % beträgt. Die entsprechenden Modenformen sind in Abb. 8.19 unten dargestellt. Während die Mode von ND1 mehr in der Zwischenwelle zum Getriebe lokalisiert ist, ist die Mode von ND-1 mehr im Rotor lokalisiert, was zu der verhältnismäßig hohen Dämpfung führt.

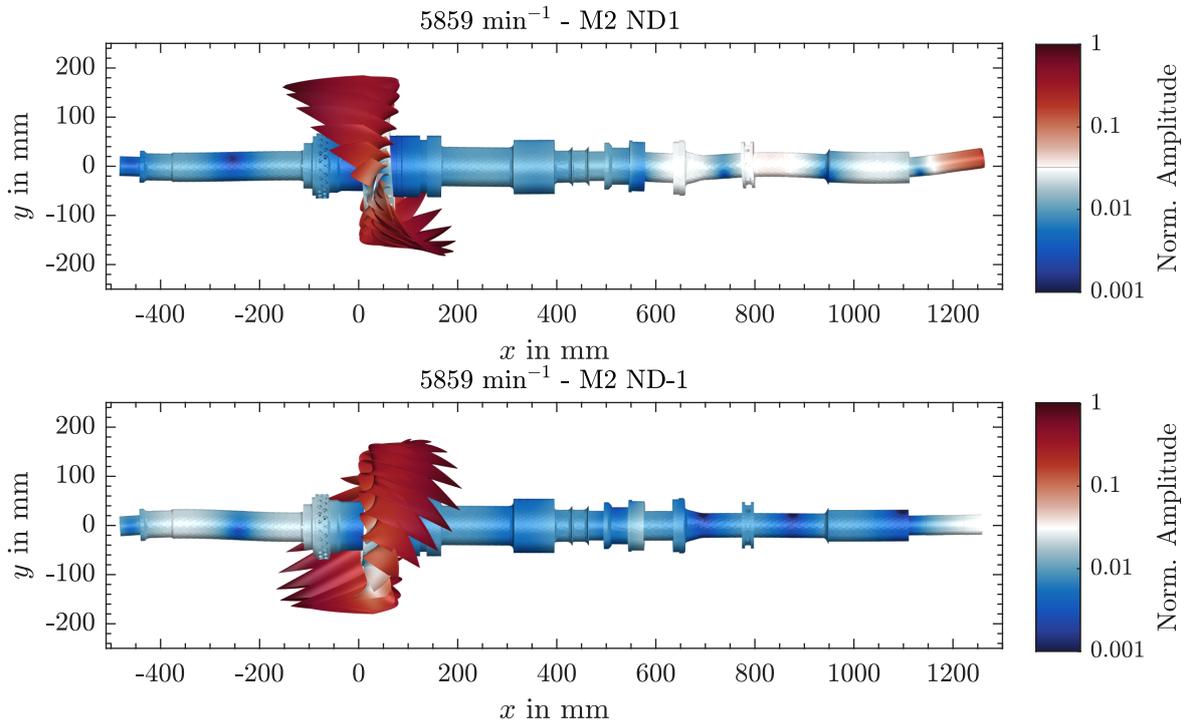


Abbildung 8.19: Modenform von M2 ND1 und ND-1 bei 5859 min^{-1} (M2 @ EO23, BP1)

8.2.4 Modenfamilie 3

Die berechneten und gemessenen Dämpfungskurven für Modenfamilie 3 bei der Konfiguration IGV0 S0 und einer Drehzahl von 7500 min^{-1} sind in Abb. 8.20 abgebildet. Zur Verringerung der Versuchszeit wurden nur Messungen an ausgewählten Knotendurchmessern durchgeführt. Alle durch das ROM berechneten Dämpfungen stimmen mit den experimentell bestimmten Dämpfungen im Rahmen der Messunsicherheiten überein. Die verstimmungsbedingte Korrektur der experimentell bestimmten Dämpfungen fällt nur sehr gering aus. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass, wie in Abschn. 7.2 gezeigt, die Verstimmungen der Modenfamilie 3 kleiner als die von Modenfamilie 1 ist und zudem die einzelnen Knotendurchmesser in der Frequenz stärker separiert sind. Dennoch wird eine Übereinstimmung zwischen Experiment und Numerik im Rahmen der Messunsicherheiten bei mehreren Knotendurchmessern erst durch die Korrektur erreicht (vergleiche *Exp. verstimmt* und *Exp. korr.* in Abb. 8.20). Der sprunghafte Anstieg der Dämpfung unterhalb von ND-7 wird durch die Numerik korrekt abgebildet.

Die berechneten aerodynamischen Dämpfungen für ND1 und ND-1 stimmen hier bereits im Rahmen der Messunsicherheiten mit den experimentellen Daten überein, das Einbeziehen der Lagerdämpfung verbessert die Übereinstimmung tendenziell. Dabei hat die Lagerdämpfung den größten Einfluss bei Knotendurchmesser 1 mit einer Erhöhung des logarithmischen Dekrements um 0,46 Prozentpunkte. Es sei angemerkt, dass Knotendurchmesser 1 auch hauptsächlich bei der Forced Response mit EO23 bei ca. 6660 min^{-1} angeregt wird. Da die Drehzahlen nah beieinander liegen, ist demnach auch hier von einem entsprechenden Einfluss der Lagerdämpfung auszugehen.

8.2 Modale Dämpfungen im Betrieb

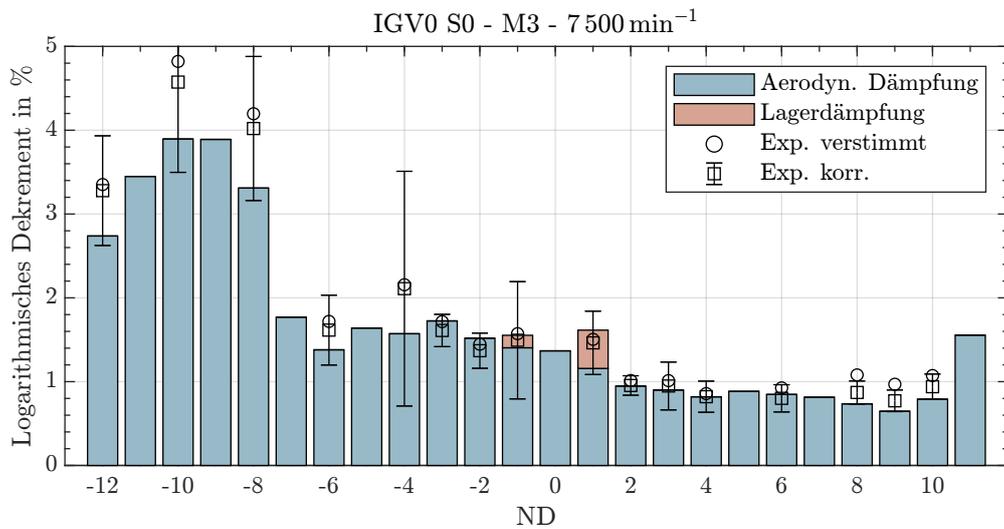


Abbildung 8.20: Vergleich der modalen Dämpfung zwischen Experiment und Numerik: Mode 3 bei IGVO S0 und 7 500 min⁻¹ (BP10). Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

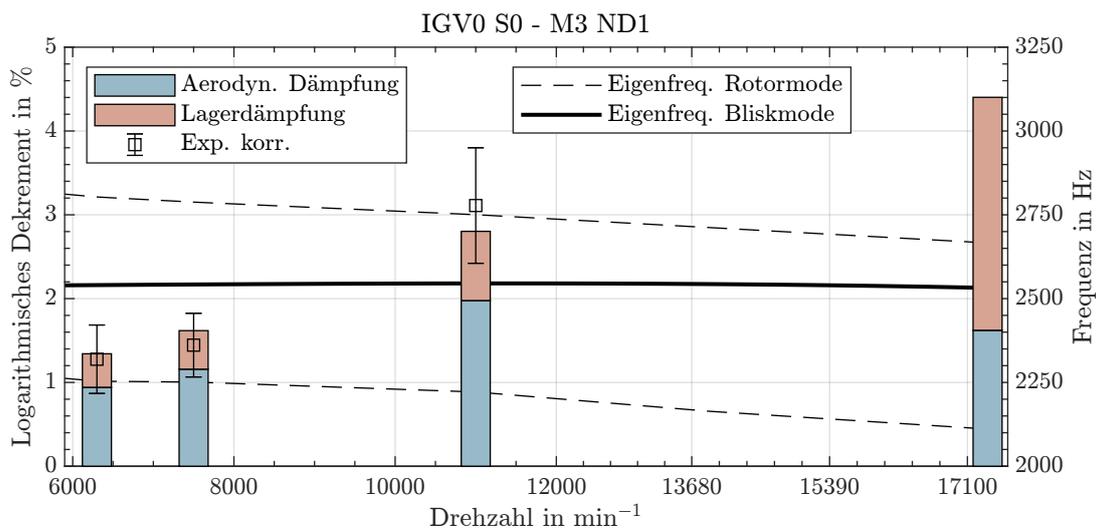


Abbildung 8.21: Modale Dämpfung und Eigenfrequenzen der Bliskmode M3 ND1 und der benachbarten Rotormoden im rotierenden Bezugssystem in Abhängigkeit von der Drehzahl. Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

Die Darstellung von Dämpfungen und Eigenfrequenzen über Drehzahl für ND1 und ND-1 sind in Abb. 8.21 und Abb. 8.22 zu finden. Für ND1 ist ein zunehmender Einfluss der Lagerdämpfung mit zunehmender Drehzahl erkennbar. Die Lagerdämpfung ist bei maximaler Drehzahl in etwa doppelt so groß (ca. 3%) wie die aerodynamische Dämpfung. Grund ist hier erneut das Annähern der Eigenfrequenzen. Die numerisch bestimmten Gesamtdämpfungen liegen innerhalb der Messunsicherheiten des Experiments. Für 11 000 min⁻¹ kann die Übereinstimmung nur unter Einbeziehung der Lagerdämpfung erreicht werden.

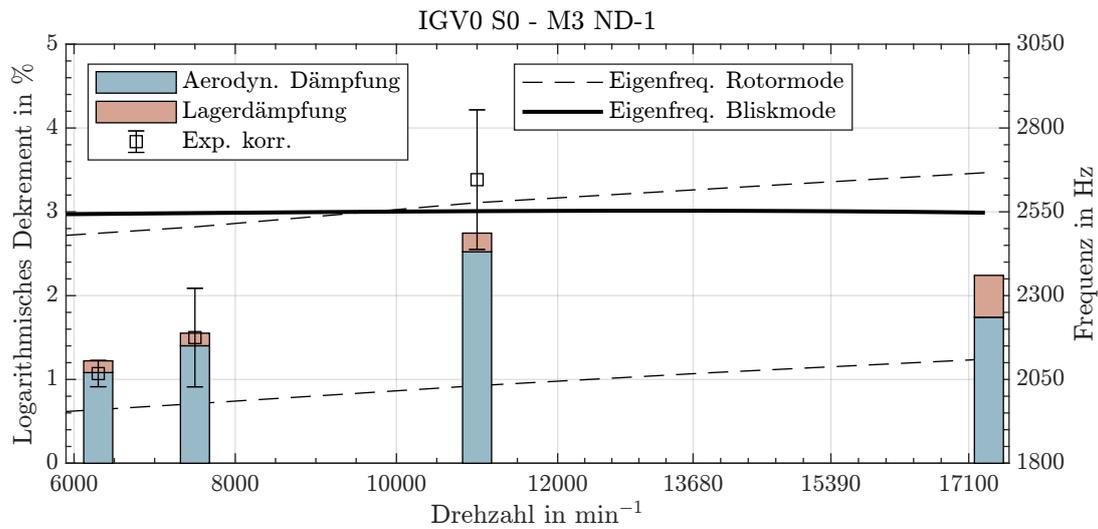


Abbildung 8.22: Modale Dämpfung und Eigenfrequenzen der Bliskmode M3 ND-1 und der benachbarten Rotormoden im rotierenden Bezugssystem in Abhängigkeit von der Drehzahl. Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95 %-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

Da die Spannungsversteifung bei Modenfamilie 3 deutlich geringer ausfällt als bei Modenfamilie 1, verlaufen die Eigenfrequenzen von Rotor und Blisk bei ND-1 nicht parallel und es kommt zu einem Schnittpunkt. Dennoch sind die Lagerdämpfungen deutlich geringer als bei vorherigen Schnittpunkten im Campbell-Diagramm, da die entsprechende Rotormode (Eigenfrequenz von 2577 Hz bei 11 000 min^{-1}) selber nur eine für Rotormoden geringe Dämpfung von 3,23 % (logarithmisches Dekrement) aufweist. Die resultierende Blisk-dominierte Mode in Abb. 8.23 (unten) weist zudem geringe Auslenkungen am gesamten Rotor auf. Die Auslenkungen von M3 ND1 bei 11 000 min^{-1} am Rotor sind dagegen etwas höher, jedoch im Vergleich zu den anderen Modenfamilien gering, was die verhältnismäßig kleine Lagerdämpfung erklärt.

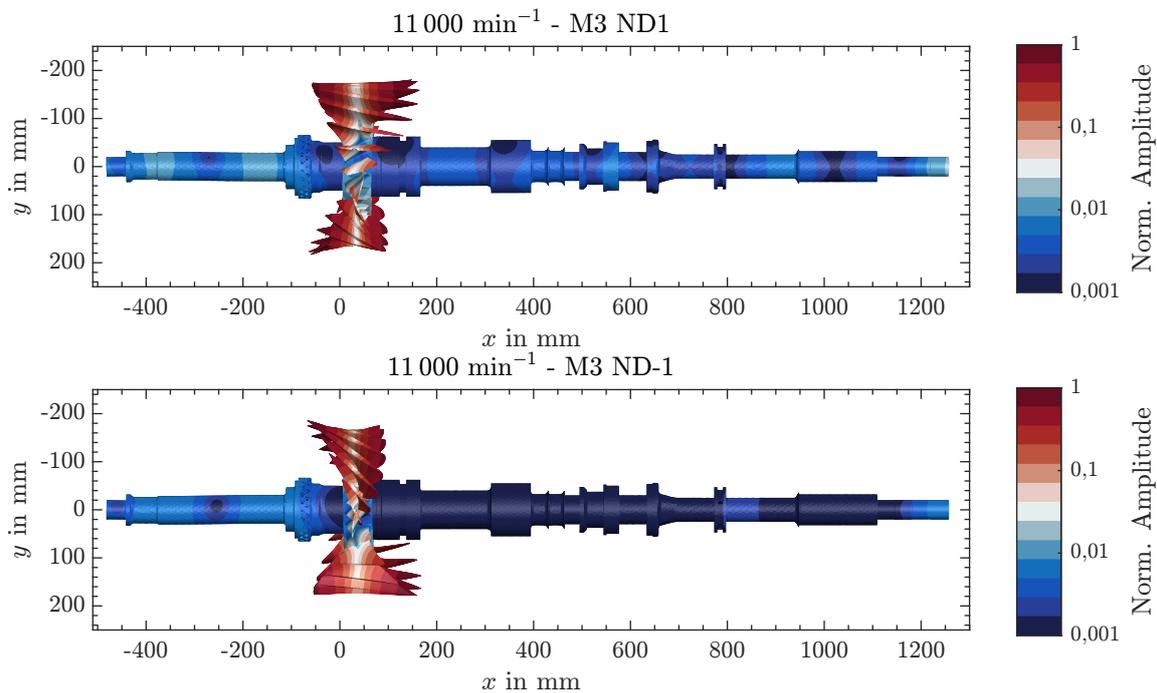


Abbildung 8.23: Modenform von M3 ND1 und ND-1 bei $11\,000\text{ min}^{-1}$ (BP12)

8.3 Forced Response

Dass die korrekte Bestimmung der Dämpfung prinzipiell im Rahmen der Messunsicherheiten möglich ist, wurde bereits in Abschn. 8.2 gezeigt. In diesem Abschnitt soll nun die gesamte erzwungene Schwingungsantwort bei verschiedenen Resonanzstellen betrachtet werden. Im Folgenden werden die Ergebnisse der Forced Response Berechnungen mit dem ROM vorgestellt. Soweit nicht anders angegeben wurden die Berechnungen unter quasi-stationären Bedingungen durchgeführt. Untersucht wurden die Resonanzen von Modenfamilie 3 bei EO18 und EO23 sowie von Modenfamilie 2 bei EO23.

8.3.1 Modenfamilie 3 - EO18 (IGV Sinus18 S0)

Um den Einfluss der Rotor-Kopplung auf die Schwingungsantwort bei ND1 und ND-1 zu quantifizieren, muss vorausgesetzt werden, dass die übrigen numerischen Modelle in der Lage sind, das Schwingungsverhalten korrekt vorherzusagen. Dies wird anhand der Resonanz von Modenfamilie 3 bei Erregerordnung 18 (M3 @ EO18) nachgewiesen. Hier ist eine dominante Antwort des Knotendurchmessers 6 zu erwarten. Die Erregerordnung wurde, wie in Kap. 8 beschrieben, durch eine Variation der Staffelungswinkel des IGV in Umfangsrichtung erreicht. Dafür wurde eine sinusförmige Anstellung mit 18 Perioden über den Umfang erzeugt (IGV Sinus18).

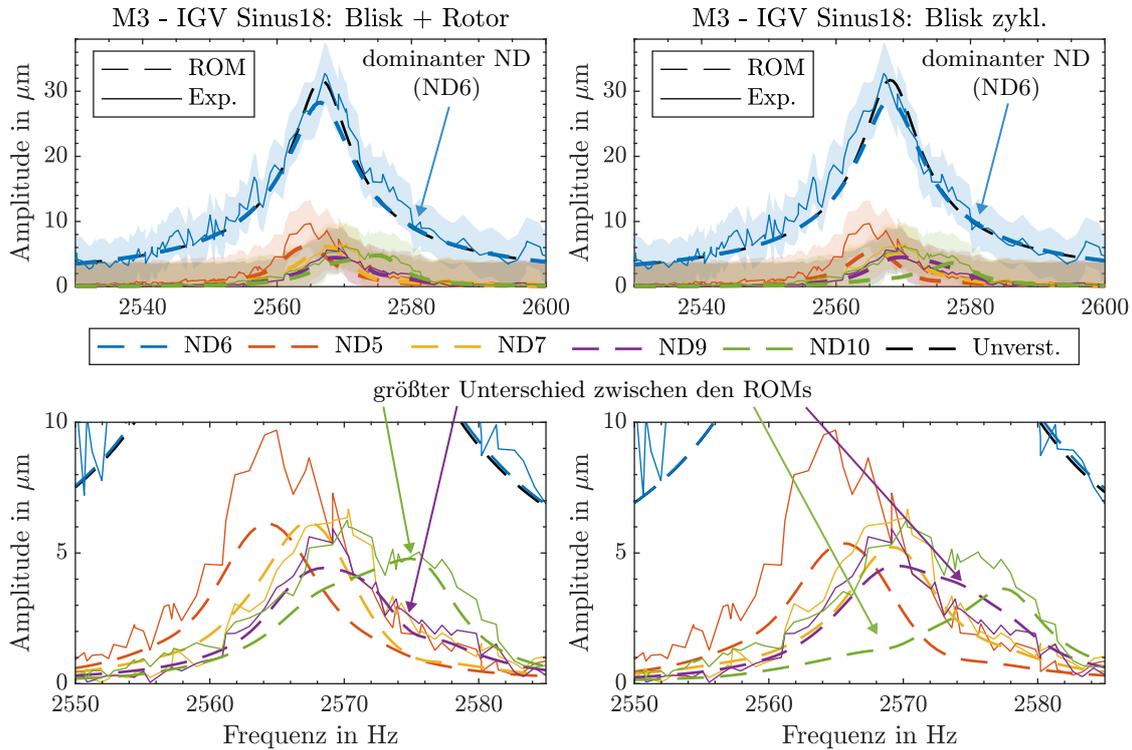


Abbildung 8.24: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV Sinus18 auf Basis der FEM-Modelle *Blisk + Rotor* (links) und *Blisk zykl.* (rechts) bei M3 @ EO18 (BP11). Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5 \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4. Im unteren Bildteil ist ein Ausschnitt der durch Verstimmung zusätzlich antwortenden Knotendurchmesser ohne Messunsicherheiten dargestellt.

Die berechneten und gemessenen Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung sind in Abb. 8.24 abgebildet. Dies entspricht der Darstellung der Antworten der unverstimmten zyklischen Moden, für die auch initial die aerodynamischen Dämpfungen bestimmt wurden. Durch die Verstimmung besteht eine verstimmte Mode nun anteilig aus mehreren unverstimmten zyklischen Moden, d. h. rotierenden Knotendurchmessern. Durch die damit verbundene Auflösung der Orthogonalität bezüglich ND6 kommt es zu einer Überlagerung der verschiedenen verstimmten Moden. Die Gesamtantwort wurde dann für die traveling-wave-Darstellung in traveling-wave-Anteile zerlegt. Gezeigt werden nur die Knotendurchmesserantworten mit Amplituden in Experiment oder Numerik von über $5 \mu\text{m}$. Dies sind typischerweise die Knotendurchmesser, deren Eigenfrequenz nahe an der Eigenfrequenz des nominellen Knotendurchmessers ND6 liegen, wobei in der Realität auch das Verstimmungsmuster eine Rolle spielt. In diesem Fall sind dies die Knotendurchmesser ND5, ND7, ND9 und ND10. Die Messunsicherheiten werden durch die farblich markierten Flächen dargestellt.

Es wird zwischen dem ROM unter Nutzung des *Blisk + Rotor* FEM-Modells (links) und des *Blisk zykl.* FEM-Modells (rechts) unterschieden. In Abb. 8.24 oben ist zu erkennen, dass die dominierende Schwingungsantwort trotz Verstimmung in ND6 vorliegt. Beide Modelle liefern ähnliche Ergebnisse, die im Rahmen der Messunsicherheiten mit dem Experiment übereinstimmen. Auf

der unteren Hälfte der Abbildung ist ein Ausschnitt der übrigen, durch die Verstimmung antwortenden Knotendurchmesser gezeigt. Die durch die Verstimmung bedingte Antwort in den übrigen Knotendurchmessern wird ebenfalls durch beide Modelle gut wiedergegeben. Dies trifft sowohl auf die Auslenkungen als auch die Lage der Maxima zu.

Grundsätzliche Unterschiede ergeben sich zwischen den Modellen nur durch die nominellen Eigenfrequenzen aller Knotendurchmesser bei Spannungsversteifung und durch die modalen Dämpfung von ND1 und ND-1. Die Eigenfrequenzen werden bei ND1 und ND-1 durch Coriolis-Kräfte und die Rotor-Kopplung beeinflusst, die nur in dem FEM-Modell *Blisk + Rotor* berücksichtigt sind. Allerdings führt auch die unterschiedliche Sektorkopplung durch abweichende Einspannbedingungen der Scheibe, die bei dem FEM-Modell *Blisk + Rotor* an den Rotor angebunden und beim Modell *Blisk zykl.* fest eingespannt ist, zu Unterschieden in den Eigenfrequenzen der übrigen Knotendurchmessern. Wie in Abschn. 8.1.1 gezeigt, ergeben sich allerdings nur für ND0 bis ND2 bzw. ND-2 größere Unterschiede, weil der Rotor bei diesen Schwingungsformen weniger Steifigkeit in das System einbringt. Die Unterschiede der Eigenfrequenzen zwischen den Modellen sind somit erwartungsgemäß gering. Signifikante Unterschiede wären nur vorhanden, wenn durch eine starke Verstimmung eine stärkeren Antwort von ND1 oder ND-1 auftreten würde und/oder wenn der angeregte nominelle Knotendurchmesser näher an ND1 oder ND-1 liegen würde. In diesen Fällen würde dann auch die zusätzliche Lagerdämpfung eine Rolle spielen. Der größte Unterschied zwischen den Modellen ist in Abb. 8.24 bei der Antwort von ND9 und ND10 zu erkennen, was durch eine Änderung der Verstimmungscharakteristik durch die kleinen Unterschiede der nominellen Eigenfrequenzen erklärt werden kann. Da die Eigenfrequenzen der Knotendurchmesser ND6 bis ND10 sehr nah beieinander liegen, besteht hier eine hohe Sensitivität der Schwingungsantwort bezüglich der Verstimmung. Das *ROM Blisk + Rotor* liegt hier näher am Experiment.

8.3.2 Modenfamilie 3 - EO23 (IGV15 S0)

Im Folgenden wird die Forced Response bei M3 @ EO23 für IGV15 S0 untersucht. Der nominell antwortende Knotendurchmesser ist ND1, so dass hier eine Schaufel-Rotor-Kopplung zu erwarten ist. Da sich das qualitative Schwingungsverhalten (insbesondere die anteilige Antwort der verschiedenen Knotendurchmesser durch die Verstimmung) bei unterschiedlichen IGV-Anstellwinkeln nur geringfügig ändert und für IGV15 die beste Qualität der Messdaten vorliegt, wird nur für diese Konfiguration im Folgenden ein detaillierter Vergleich gezogen. Die Ergebnisse für andere IGV-Anstellwinkel werden später in Abschn. 8.3.4 zusammengefasst.

Die mit dem *ROM Blisk + Rotor* berechneten und experimentell bestimmten Frequenzgänge sind in Abb. 8.25 links dargestellt. Auf der oberen Hälfte ist zu erkennen, dass auch hier die Verstimmung einen geringen Einfluss auf die Knotendurchmesserantworten hat und die dominierende Schwingungsantwort trotz Verstimmung deutlich in ND1 vorliegt. Der entsprechende Frequenzgang wird gut durch das ROM wiedergegeben, wenn die geringen Unterschiede in den Eigenfrequenzen nicht betrachtet werden. Diese Unterschiede können beispielsweise durch Unsicherheiten in der Temperatur von wenigen Grad auftreten, sollen im Folgenden jedoch nicht weiter betrachtet werden. Auf der unteren Hälfte der Abbildung ist erkennbar, dass die durch die Verstimmung bedingte Antwort in den übrigen Knotendurchmessern ebenfalls gut wiederge-

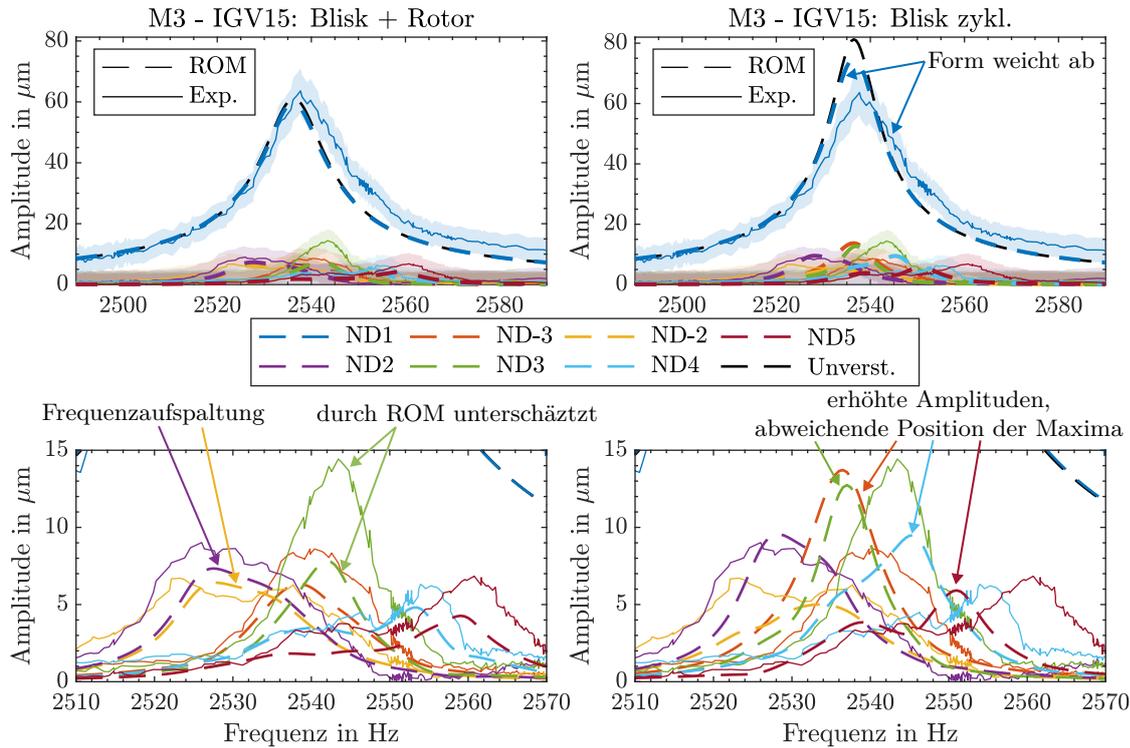


Abbildung 8.25: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV15 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor (links) und Blisk zykl. (rechts) bei M3 @ EO23 (BP8). Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5 \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95 %-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4. Im unteren Bildteil ist ein Ausschnitt der durch Verstimmung zusätzlich antwortenden Knotendurchmesser ohne Messunsicherheiten dargestellt.

geben werden kann. Dies trifft sowohl auf die Auslenkungen als auch die Lage der Maxima zu. Auch die Frequenzaufspaltung bei ND2/ND-2 und ND3/ND-3 ist gut zu erkennen. Generell ist eine leichte Unterschätzung der Auslenkungen durch das *ROM Blisk + Rotor* sichtbar, wobei diese nur bei ND3 gerade nicht mehr innerhalb der Messunsicherheiten liegen. Die Unterschiede fallen dennoch sehr gering aus, so dass hier aufgrund der Komplexität und im Vergleich zu derzeitigen Arbeiten in der Literatur ein sehr gutes Ergebnis erzielt wurde.

Um den Einfluss der Schaufel-Rotor-Kopplung zu untersuchen, sind in Abb. 8.25 rechts die Ergebnisse aus dem ROM mit zugrundeliegendem zyklischen FE-Modell (*FEM Blisk zykl.*) dargestellt. Es sind deutliche Unterschiede erkennbar. Insbesondere ist aufgrund der reduzierten Dämpfung die maximale Amplitude von ND1 um ca. ein Viertel erhöht. Auch die Form des entsprechenden Frequenzgangs von ND1 passt durch die geringere Dämpfung und der damit verbundenen geringeren Breite nicht zum Experiment. Bei den übrigen Knotendurchmessern (Abb. 8.25 unten) sind bei beiden Modellen grundsätzlich ähnliche Amplituden ersichtlich. Durch leicht vom *FEM Blisk + Rotor* abweichende Eigenfrequenzen von ND-3, ND3, ND4 und ND5 antworten diese nun stärker, da diese nun näher an ND1 liegen. Die Positionen der Maxima weichen jedoch stärker von dem Experiment ab. Insgesamt ist die Charakteristik der verstimmten Antwort in Bezug auf Amplitude und Frequenzlage mit dem *ROM Blisk + Rotor* besser getroffen.

8.3.3 Modenfamilie 2 - EO23 (IGV20 S0)

Die Schwingungsantwort von Mode 2 bei EO23 konnte nur mit optimierter Positionierung der Tip Timing Sonden (an der Vorderkante) und bei maximaler Anregung (IGV auf 20° angestellt) überhaupt identifiziert werden. Messungen bei geringeren Anstellwinkeln des IGVs waren nicht erfolgreich, da vermutlich die Schwingungsamplituden zu gering waren. Folglich wurden auch nur numerische Berechnungen für die Konfiguration IGV20 S0 durchgeführt.

Quasi-stationäre Schwingungsantwort

Die Frequenzgänge für die Resonanz von M2 bei EO23 sind in Abb. 8.26 abgebildet. Für das *ROM Blisk + Rotor* ist in Abb. 8.26 oben erneut eine hohe Schwingungsamplitude von ND1 erkennbar. Das ROM berechnet jedoch sogar eine höhere Amplitude von ND2, die so nicht im Experiment auftritt. Auch für ND-2, ND3 und ND-3 sind erhöhte Amplituden erkennbar. Die Maxima von ND2 und ND-2 sowie ND3 und ND-3 liegen dabei deutlich unterhalb bzw. oberhalb des Maximums von ND1, da diese Modenfamilie einen größeren Scheibenanteil aufweist, als die Modenfamilie 1 und 3. Für ND1 ist, ähnlich wie bei den übrigen Knotendurchmessern, eine leichte Verschiebung zwischen den Kurven aus *ROM Blisk + Rotor* und Experiment um ca. 5 Hz vorhanden. Diese liegt innerhalb der Modellunsicherheit des FEM-Modells. Da die Daten während einer Drehzahlreduzierung aufgenommen wurden, ist es zudem möglich, dass die Blisk im Experiment eine leicht erhöhte Temperatur im Vergleich zur Numerik aufwies, da in der Numerik die Temperatur aus der stationären CFD bestimmt wurde. Die Frequenzverschiebung entspricht in etwa einer Temperaturabweichung von 7 K. Von dieser Verschiebung abgesehen, liegt die Frequenzantwort (Form und absolute Amplituden) von ND1 innerhalb der Messunsicherheit des Experiments.

Die Ergebnisse des ROMs *Blisk zykl.* sind in Abb. 8.26 unten abgebildet. Es sind deutliche Unterschiede zu dem *ROM Blisk + Rotor* und dem Experiment erkennbar, die hauptsächlich in den zuvor diskutierten Einflüssen der Blisk-Rotor-Kopplung auf die Dämpfung begründet sind. Wie in Abschn. 8.2 beschrieben, erhöht sich die Dämpfung durch die Kopplung in etwa um den Faktor 14, die im zyklischen Modell nicht berücksichtigt wird. Die fehlende Dämpfung führt zu der sichtbar dünneren und höheren Resonanzspitze. Durch die geringe Dämpfung sind zudem deutliche Verstimmungseffekte erkennbar. So ist die Frequenzaufspaltung bei ND-1 und ND1 klar erkennbar, was die maximale Amplitude in traveling-wave-Koordinaten deutlich reduziert, jedoch nicht zwingend die Schaufelamplituden. Die maximale verstimmte Amplitude des ROMs *Blisk zykl.* liegt in traveling-wave-Darstellung noch um den Faktor 9 über der Amplitude des ROMs *Blisk + Rotor*. Zudem wird eine Schwingung der Blisk zu gleichen Teilen in ND1 und ND-1 berechnet, was in den Ergebnissen des ROMs *Blisk + Rotor* und des Experiments nicht vorkommt. Grund dafür ist, dass die nominellen Eigenfrequenzen der *FTW* und *BTW* im zyklischen Modell immer identisch sind und nur durch die Verstimmung geringfügig beeinflusst werden, siehe Abschn. 2.3. Im FEM-Modell *Blisk + Rotor* sind die Eigenfrequenzen durch die Rotor-Kopplung dagegen bereits separiert, so dass die Eigenfrequenz von ND-1 13 Hz über der von ND1 liegt. Dadurch wird die verstimmungsbedingte Kopplung zwischen den Knotendurchmessern maßgeblich reduziert. Zudem sagt das ROM *Blisk zykl.* die maximale Amplitude für ND-3 und 20-fach höher als im Experiment vorher. Die Frequenzaufspaltung und insbesondere auch die hohen berechneten Amplituden von ND-1 sind in den Messdaten nicht ersichtlich, so dass das zyklische Bliskmodell hier unzureichende Ergebnisse liefert.

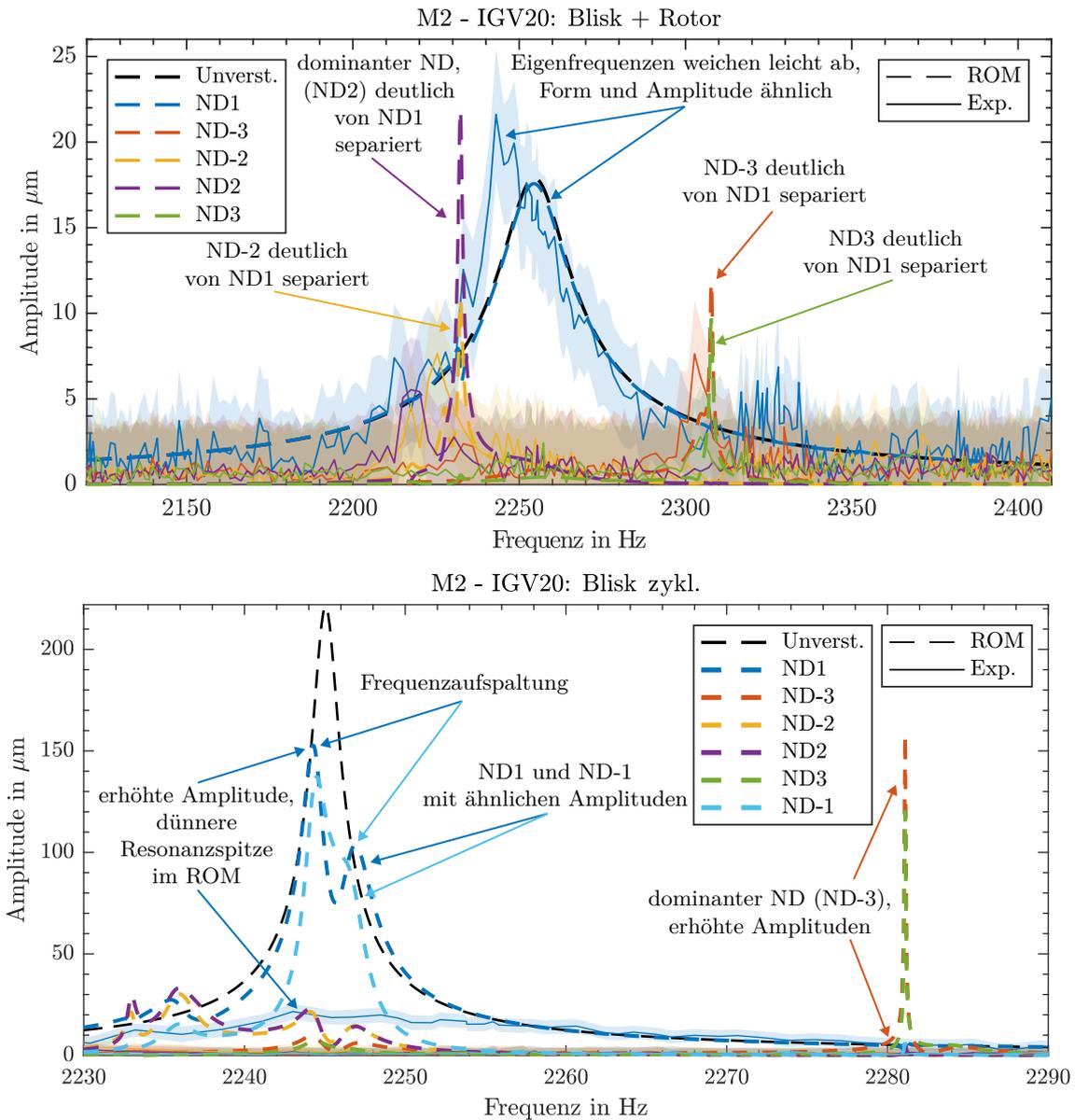


Abbildung 8.26: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für M2 - IGV20 auf Basis des FEM-Modells Blisk + Rotor (oben) und Blisk zykl. (unten) bei M2 @ EO23 (BP1). Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5 \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

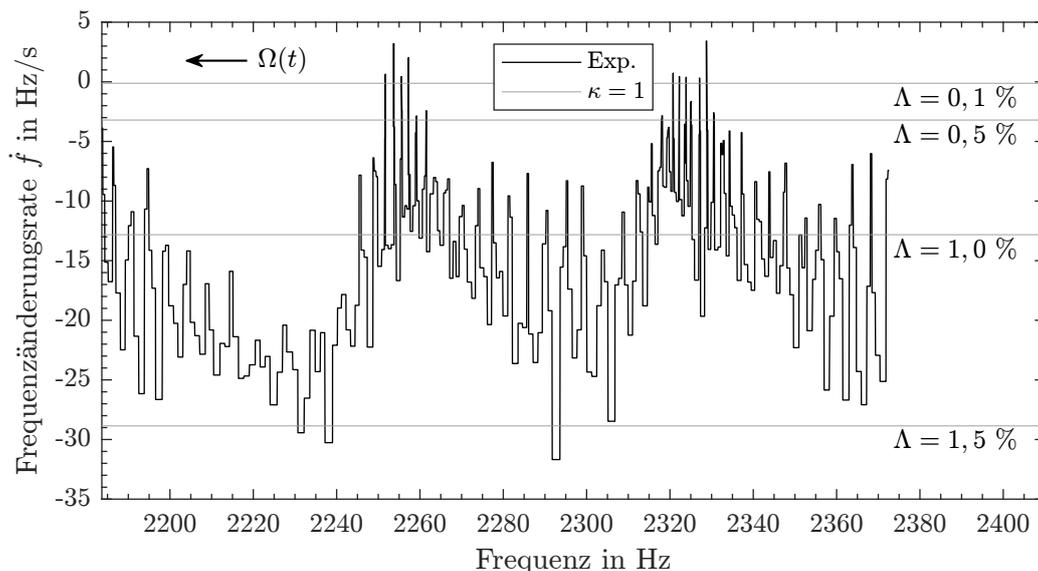


Abbildung 8.27: Frequenzänderungsrate der Anregungsfrequenz aus dem Drehzahlssignal im Experiment bei M2 @ EO23 (BP1). Zusätzlich sind die notwendigen minimalen Frequenzänderungsraten für $\kappa = 1$ (quasi-stationäre Schwingung) bei verschiedenen Dämpfungen (logarithmisches Dekrement) Λ dargestellt.

Transiente Schwingungsantwort

In Abb. 8.26 oben ist, wie zuvor beschrieben, eine gute Übereinstimmung zwischen Numerik (*ROM Blisk + Rotor*) und Experiment für ND1 erkennbar. Für andere Knotendurchmesser, insbesondere ND2 und ND-3 sagt die Numerik jedoch zu spitze und zu hohe Resonanzantworten vorher. ND2 übersteigt hier, wie oben beschrieben, sogar die Antwort von ND1. Grund für die hohen Amplituden und die spitze Form sind die in Abb. 8.18 gezeigten niedrigen Dämpfungen zwischen 0,1 und 0,3%. Bei solch niedrigen Werten besteht grundsätzlich eine erhöhte Wahrscheinlichkeit von transienten Resonanzdurchgängen, insbesondere da die Prüfstandstechnik zum Zeitpunkt der Messungen keine geregelten Drehzahltransienten erlaubte, so dass diese händisch durchfahren werden mussten. Um die Relevanz der unregulierten Drehzahltransienten für die gemessenen Schwingungsantworten zu beurteilen, ist in Abb. 8.27 die Frequenzänderungsrate $\dot{f} = EO \frac{\partial n}{\partial t}$ dargestellt. Zudem sind die Frequenzänderungsraten eingezeichnet, die für verschiedene Dämpfungen notwendig sind, um eine quasi-stationäre Schwingungsantwort zu erhalten ($\kappa = 1$, siehe Abschn. 2.1.1). Dabei fällt auf, dass an einigen Stellen ein logarithmisches Dekrement von über 1,5% notwendig wäre, um quasi-stationäre Bedingungen zu erreichen. Demnach kann davon ausgegangen werden, dass die Schwingungsantworten aller Knotendurchmesser, außer ND1 und ND-1 (durch die zusätzliche Lagerdämpfung), transientser Natur sind. Um dies zu überprüfen, wurden für den Resonanzdurchgang M2 @ EO23 mit beiden ROM transiente Berechnungen durchgeführt.

Die transienten Ergebnisse für das *ROM Blisk + Rotor* sind in Abb. 8.28 dargestellt. Wie zu erwarten, hat sich die Antwort von ND1 kaum geändert. Für die übrigen Knotendurchmesser haben sich die Amplituden jedoch deutlich reduziert. Zudem hat sich, wie z.B. an ND2, ND-2 und ND-3 erkennbar, die Resonanzspitze verbreitert und die typische Schwebung durch die Überlagerung der Eigen- und Anregungsfrequenz (siehe Abschn. 2.1.1) ist aufgetreten. Damit

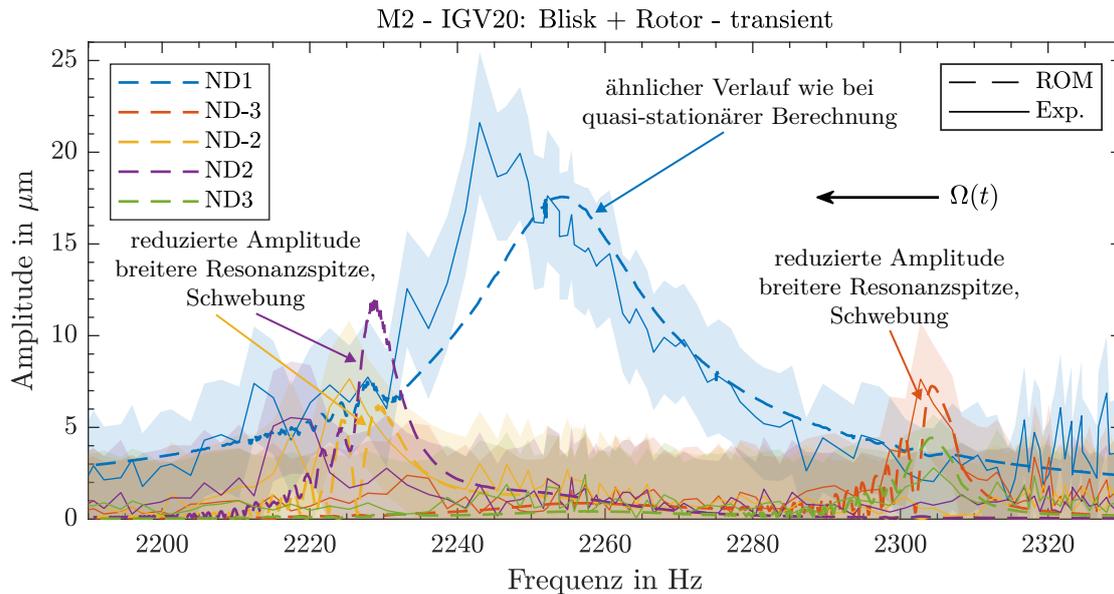


Abbildung 8.28: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte transiente Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für M2 - IGV20 auf Basis des FEM-Modells Blisk + Rotor bei M2 @ EO23 (BP1). Die Daten stellen eine Drehzahlverringering dar. Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5 \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95 %-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

passen die numerischen Ergebnisse des *ROM Blisk + Rotor* besser zu den gemessenen Antworten. Kleinere Abweichungen sind insbesondere bei ND2 noch erkennbar. Hier ist anzumerken, dass die experimentelle Erfassung der spitzen Resonanzantworten problematisch ist, da diese schlecht vom Messrauschen zu unterscheiden sind und beim Filtern der Messdaten reduziert werden können. Zusätzlich werden die Schwingungsamplituden durch die Fourier-Transformation zur Zerlegung in Umfangsmode über einen kurzen Zeitraum gemittelt, was die Amplituden von sehr spitzen Resonanzen ebenfalls reduziert. Die Filterintensität wurden bei dieser Messung möglichst gering gewählt, dennoch kann nicht endgültig ausgeschlossen werden, dass die Amplituden in der Realität höher waren.

Um zu zeigen, dass die Amplitudenreduktion von ND1 durch die Rotor-Kopplung und nicht durch transiente Effekte entsteht, sind zudem in Abb. 8.29 die Schwingungsantworten für das zyklische Bliskmodell gezeigt. Hier ist nun ebenfalls bei ND1 und ND-1 eine starke Schwebung und eine Amplitudenreduktion um etwa ein Drittel erkennbar. Durch den transienten Resonanzdurchgang ist zudem die Frequenzaufspaltung nicht mehr klar erkennbar. Dennoch bleiben im Vergleich mit dem Experiment die Schwingungsamplituden zu hoch und die Resonanzantwort zu schmal. Demnach können transiente Effekte als Mechanismus für die Amplitudenreduktion ausgeschlossen werden.

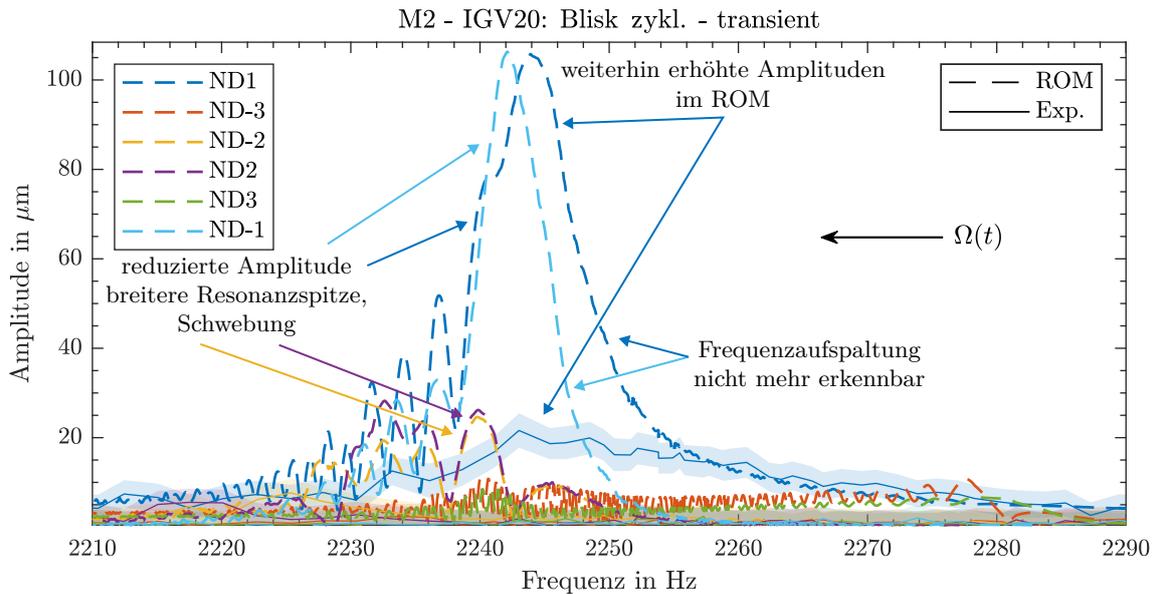


Abbildung 8.29: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte transiente Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für M2 - IGV20 auf Basis des FEM-Modells Blisk zykl bei M2 @ EO23 (BP1). Die Daten stellen eine Drehzahlverringering dar. Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5 \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95 %-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

8.3.4 Gemittelte Schaufelamplituden

In diesem Abschnitt soll ein integraler Vergleich der verschiedenen Berechnungen und Messungen erfolgen. Es werden dafür erneut die experimentellen Ergebnisse mit dem *ROM Blisk + Rotor* und *ROM Blisk zykl.* verglichen. Die gemittelten (maximalen) Schaufelamplituden für alle berechneten Konfigurationen sind in Abb. 8.30 dargestellt. Dies umfasst zusätzlich die in Abschn. 8.3.2 nicht diskutierten IGV-Anstellwinkel.

Die experimentell bestimmten Amplituden liegen zwischen 13 und $115 \mu\text{m}$. Mit dem *ROM Blisk + Rotor* liegen alle berechneten mittleren Amplituden innerhalb der Messunsicherheiten des Experiments. Das *ROM Blisk zykl.* zeigt dagegen bei Anregung von Knotendurchmesser 1 (alle Konfigurationen außer IGV Sinus 18) konstant eine Überschätzung der mittleren Amplituden. Wie bereits in Abschn. 8.3.1 diskutiert, wird bei IGV Sinus 18 der ND6 angeregt. Somit geben aufgrund der fehlenden Schaufel-Rotor-Interaktion beide ROM Modelle die experimentell ermittelte Amplitude korrekt wieder. Grundsätzlich ist erkennbar, dass für IGV0 bis IGV20 die Amplituden oberhalb von 5° IGV-Anstellwinkel stark ansteigen. Die Amplituden aus dem *ROM Blisk zykl.* liegen dabei stets etwa ein Drittel über den Ergebnissen des ROMs mit Rotor-Vollmodell. Bei geringeren IGV-Winkeln sind die relativen Unterschiede noch etwas größer, da die aerodynamische Dämpfung (IGV0: ca. $1,0\%$, IGV20: ca. $1,2\%$) geringer ist und der Anteil der Lagerdämpfung (ca. $0,4\%$) damit zunimmt.

Für Modenfamilie 2 wurden in Abb. 8.30 die quasi-stationären und transienten Ergebnisse dargestellt. Es ist erneut die starke Überschätzung der Amplituden durch das zyklische Modell erkennbar. Die zuvor beobachteten durch den transienten Resonanzdurchgang reduzierten Schwin-

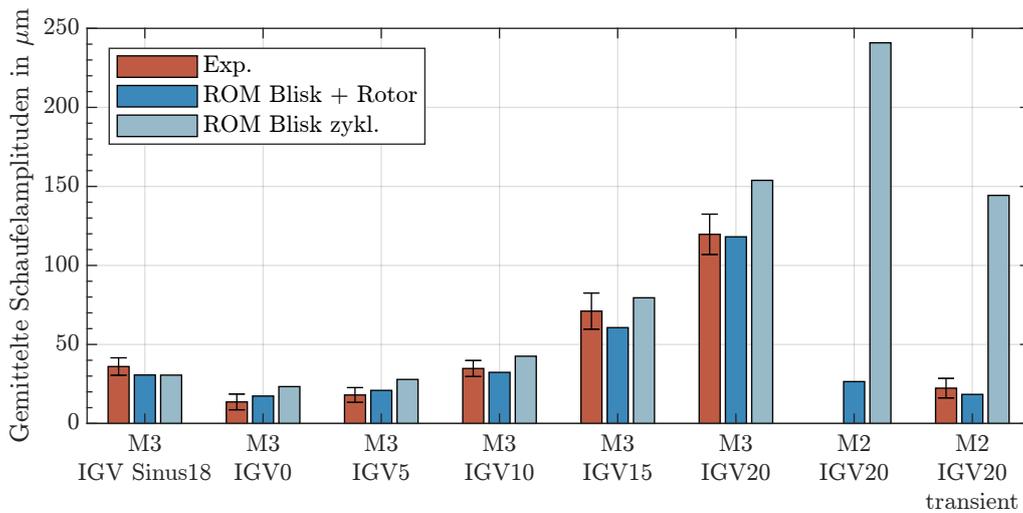


Abbildung 8.30: Gemittelte (maximale) Schaufelamplituden aus Experiment und ROM für die Resonanzstelle M3 @ EO18 (BP11), M3 @ EO23 (BP5 - BP9) und M2 @ EO23 (BP1) bei verschiedenen IGV-Winkeln und S0. Soweit nicht anders angegeben, handelt es sich um quasi-stationäre Berechnungen. Die Fehlerbalken geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

gungsamplituden spiegeln sich auch in der gemittelten Schaufelamplitude wieder. Dennoch werden die Amplituden im Vergleich zum Experiment deutlich überschätzt. Auch beim *ROM Blisk + Rotor* ist eine Amplitudenreduktion erkennbar. Grund dafür ist, dass sich im quasi-stationären Fall die maximalen Amplituden aus der Antwort von ND2 ergeben haben (siehe Abb. 8.26), die im transienten Fall nicht in dieser Höhe auftritt. Die Übereinstimmung mit dem Experiment ist dennoch gegeben.

Kapitel 9

Schlussfolgerungen und Ausblick

In dieser Arbeit wurden umfangreiche aeroelastische Untersuchungen an einem 1^{1/2}-stufigen Axialverdichter in Blisk-Bauweise durchgeführt, um die Kopplung von Schaufelschwingungen mit Rotorschwingungen nachzuweisen und zu quantifizieren. Damit sollten die Auswirkungen auf die Dämpfung und daraus resultierend auf das Schwingungsverhalten im Betrieb gezeigt und mit Hilfe von experimentellen Ergebnissen belegt werden. Zu diesem Zweck wurde erstmals eine umfassende Simulationskette aufgebaut, die die Strukturodynamik inklusive Verstimmung und aeroelastischen Effekten mit akustischen Interaktionen in einem Modell reduzierter Ordnung kombiniert berücksichtigt. Ziel war es, die realen Effekte möglichst genau abzubilden, um Unsicherheiten durch die Modellierung zu minimieren und die auftretenden Kopplungseffekte zu quantifizieren. Dazu wurde das Modell reduzierter Ordnung einmal auf Basis eines Rotor-Vollmodells und einmal auf Basis eines zyklischen FEM-Modells aufgebaut.

Das strukturdynamische Vollmodell umfasst den gesamten Rotor inklusive Beschaufelung und Lagerung, um die Rotormoden und die Schaufel-Rotor-Kopplung bestmöglich abzubilden. Für das zyklische Modell wird lediglich ein Sektor der Beschaufelung unter Ausnutzung von zyklischen Randbedingungen betrachtet. Zusätzlich wurde die Verstimmung der Beschaufelung experimentell bestimmt und im Modell reduzierter Ordnung berücksichtigt. Um die Betriebsrealität darzustellen, ist das Modell reduzierter Ordnung zusätzlich in der Lage, alle strukturdynamischen Berechnungen zeitinstationär durchzuführen und so transiente Bedingungen zu simulieren. Aeroelastische Effekte wurden auf Basis der numerisch bestimmten Moden in Form von aeroelastischen Kopplungskoeffizienten berücksichtigt. Dazu wurden aerodynamische Dämpfungs- und Steifigkeitskoeffizienten sowie modale Anregungskräfte mit mehrreihigen Harmonic Balance Simulationen bestimmt. Dabei wurden neben den aerodynamischen Störungen auch akustische Störungen und aerodynamische nicht-lineare Effekte berücksichtigt, um eine hohe Modellgüte zu erreichen.

Die Modelle wurden auf Basis von experimentellen Daten validiert. Dabei wurde im Stillstand für das strukturdynamische Modell eine hohe Genauigkeit durch den Vergleich mit einer experimentellen Modalanalyse des gesamten Schaufel-Rotor-Verbundes festgestellt. Im Betrieb wurden die Modelle mittels experimentell unter akustischer Anregung bestimmter Dämpfungen der Modenfamilien 1 und 3 validiert. Die experimentelle Bestimmung der Dämpfung einer Torsions-

Schaufelmode (Modenfamilie 3) einer Blisk im Betrieb ist bisher nicht in der Literatur dokumentiert. Zusätzlich erfolgten Messungen und Berechnungen von Frequenzgängen bei Forced Response an sieben Betriebspunkten (sechs bei Anregung von Knotendurchmesser 1, einer bei Anregung von Knotendurchmesser 6), um die Qualität der Vorhersage des Schwingungsverhaltens im Betrieb zu bewerten.

9.1 Erkenntnisse

Im Folgenden sollen die wichtigsten Erkenntnisse aus dieser Arbeit aufgeführt werden. Dabei wird zwischen fallspezifischen physikalischen Erkenntnissen, allgemeinen physikalischen Erkenntnissen und methodischen Erkenntnissen unterschieden.

Fallspezifische physikalische Erkenntnisse

1. Die numerisch bestimmten modalen Dämpfungen zeigten im Rahmen der Messunsicherheiten eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Experiment. Insgesamt wurden an etwa 100 Knotendurchmessern bei unterschiedlichen Betriebspunkten experimentell die Dämpfung ermittelt. Bei lediglich zwei Knotendurchmessern konnte zwischen Numerik und Experiment keine Übereinstimmung erzielt werden.
2. Für alle numerisch bestimmten Dämpfungen der Knotendurchmesser 1 und -1 konnte im Rahmen der Messunsicherheiten eine Übereinstimmung mit dem Experiment erzielt werden. In etwa der Hälfte der Fälle ergab sich diese gute Übereinstimmung nur unter Berücksichtigung der Lagerdämpfung.
3. Bei der ersten Modenfamilie ergab sich für Knotendurchmesser 1 ein Schnittpunkt der Rotor- und Schaufelmoden, an dem sich die Dämpfung bei einer Drehzahländerung von $1\,800\text{ min}^{-1}$ (ca. elf Prozent der Nenndrehzahl) sprunghaft verdoppelt und nach weiteren $1\,000\text{ min}^{-1}$ wieder um ein Drittel reduziert. Dies konnte experimentell und numerisch gezeigt werden.
4. Durch die geringe aerodynamische Dämpfung der Modenfamilie 2 und deren hohem Scheibenanteil an der Schwingungsform wurde eine maximale Erhöhung der modalen Dämpfung durch die Schaufel-Rotor-Kopplung um das Fünfzehnfache festgestellt.
5. Bei der Modenfamilie 2 waren aufgrund der schwachen Dämpfung und der hohen Frequenzänderungsrate transiente strukturdynamische Berechnungen notwendig, um die Schwingungsantwort aus dem Betrieb zu reproduzieren.
6. Bei Anregung von Knotendurchmesser 1 zeigte sich durch die Schaufel-Rotor-Interaktion bei Modenfamilie 3 eine Reduktion der gemittelten maximalen Schaufelamplituden von ca. 30% und bei Modenfamilie 2 um einen Faktor von 9 im quasi-stationären und 8 im transienten Fall.
7. Die Berücksichtigung der Schaufel-Rotor-Interaktion zeigte bei Knotendurchmessern abweichend von 1 und -1 (am Beispiel von Modenfamilie 3 mit Knotendurchmesser 6) bei Forced Response keinen signifikanten Einfluss auf das Schwingungsverhalten.

8. Von allen berechneten verstimmten Antworten bei Forced Response wich bei drei Betriebspunkten je eine Knotendurchmesser-Antwort geringfügig von den experimentell bestimmten Frequenzgängen ab, d.h. lag außerhalb der Messunsicherheiten. Dies waren in allen Fällen Knotendurchmesser, die nicht explizit angeregt, sondern durch die Verstimmung der Struktur hervorgerufen wurden. Die Unterschiede wurden auf Unsicherheiten in der Modellierung der Verstimmung, eine Veränderung der Verstimmung durch die Schaufel-Rotor-Interaktion und das Einsetzen von Filtern bei der Datenverarbeitung der experimentellen Daten zurückgeführt.
9. Aufgrund der geringen Verstimmung der verwendeten Beschaukelung zeigte die Korrektur der experimentellen Dämpfungsbestimmung um den Verstimmungseinfluss oft nur einen geringen Einfluss. Gerade bei geringen Dämpfungen konnten jedoch in einigen Fällen Reduktionen um bis zu einem Drittel der ursprünglich experimentell bestimmten Dämpfungen beobachtet werden. Die Korrektur führt in diesem Fall zu einer besseren Übereinstimmung mit der Numerik.

Allgemeine physikalische Erkenntnisse

1. Bei den Knotendurchmesser 1 und -1 führt die Schaufel-Rotor-Interaktion zu zusätzlicher Dämpfung, die ähnliche Werte wie die aerodynamische Dämpfung aufweisen kann. Grund dafür ist die Kopplung der Bliskmoden mit den Rotormoden. Dabei sind die Rotormoden bei Gleitlagerung im Vergleich zu den Bliskmoden höher gedämpft, so dass bereits eine geringe Kopplung ausreicht, um die modale Dämpfung deutlich zu erhöhen.
2. Bei von 0, 1 und -1 abweichenden Knotendurchmessern kommt es zu keiner nennenswerten Schaufel-Rotor-Interaktion und damit zu keiner signifikanten Änderung der Dämpfung. Grund dafür ist, dass es keine Schwingungsformen des Rotors gibt, die von höheren Knotendurchmessern angeregt werden.
3. Die Berücksichtigung der Schaufel-Rotor-Interaktion kann zu einer Änderung der Eigenfrequenzen der Knotendurchmesser, insbesondere 0, 1 und -1, führen, was zusätzlich das Verstimungsverhalten beeinflusst und die Vorhersage verbessert.

Methodische Erkenntnisse

1. Anhand eines erweiterten Campbell-Diagramms für Rotormoden und Schaufelmoden der Knotendurchmesser 1 und -1 kann gezeigt werden, dass Schaufel-Rotor-Kopplungen insbesondere dann auftreten, wenn sich die Eigenfrequenzen der entsprechenden Blisk- und Rotormoden im Diagramm treffen.
2. Der Einfluss der Schaufel-Rotor-Interaktion auf die Eigenfrequenzen und Dämpfungen kann mit einem strukturdynamischen FEM-Modell des gesamten Rotorstrangs inklusive Lagerung und Beschaukelung quantifiziert werden.
3. Für eine korrekte Vorhersage des Schwingungsverhaltens von einstufigen Turbomaschinen mit Beschaukelungen in Blisk-Bauweise müssen neben aerodynamischen auch aeroakustische Effekte, Verstimmung und die Schaufel-Rotor-Interaktion in der Berechnung berücksichtigt werden.

4. Es wurde ein Korrekturverfahren entwickelt, das einen Vergleich zwischen der gemessenen Dämpfung einer leicht verstimmtten Beschau felung und der unverstimmtten Dämpfung aus der Numerik ermöglicht.
5. Da die physikalischen Hintergründe für die Kopplung von Blisk- und Rotormoden bekannt sind, ist davon auszugehen, dass dieses Phänomen auch in anderen Turbomaschinen auftreten kann und somit eine Übertragbarkeit der Modelle gegeben ist. Voraussetzung dafür ist jedoch stets eine genaue Kenntnis und Vorhersagefähigkeit der rotordynamischen Eigenschaften der Struktur. Dazu sollten Geometrie, Lagereigenschaften und Randbedingungen möglichst genau bekannt sein.

9.2 Bewertung der Forschungshypothese und Potenziale

Auf Basis der Ergebnisse kann die Forschungshypothese, dass Schaufelschwingungen mit Rotorschwingungen in Bezug auf Schwingungsform und Dämpfungsverhalten koppeln können und eine Quantifizierung dieser Effekte möglich ist, vollumfänglich bestätigt werden. So wurde erstmals an einem anwendungsnahen Verdichter nachgewiesen, dass sich das Schwingungsverhalten von Schaufel-dominierten Moden in den Knotendurchmessern 1 und -1 durch die Kopplung mit Rotor-dominierten Moden ändert. Dabei wurde die Lagerdämpfung als relevanter Mechanismus identifiziert. Es konnte zudem erstmals gezeigt werden, dass die Quantifizierung dieser Effekte im Betrieb möglich ist, wenn der gesamte Rotor inklusive der Lagerung in einem FE-Modell abgebildet wird und zusätzlich die aerodynamischen und aeroakustischen Einflüsse sowie die Verstimmung berücksichtigt werden. Der Modellierungsansatz ist nicht spezifisch für diesen Aufbau und kann auch auf andere Turbomaschinen übertragen werden.

Es ergeben sich daraus deutliche Potenziale für die Auslegung von Turbomaschinen. So liefert die Berücksichtigung der Kopplungseffekte eine genauere Vorhersage der Dämpfung und Steifigkeit für die typischerweise schwach gedämpften Knotendurchmesser -1 und 1, was die berechnete Flatteranfälligkeit reduzieren kann. Zusätzlich können die berechneten Schwingungsamplituden bei Forced Response genauer berechnet werden. Dies ist dann relevant, wenn die Zahl der Rotor- und Statorschaufeln so gewählt werden, dass der entsprechende Knotendurchmesser -1 oder 1 angeregt wird. Die herkömmlichen zyklischen FEM-Modelle können hier zu einer deutlichen Überschätzung der Schwingungsamplituden führen. Die Verwendung eines Rotor-Vollmodells erlaubt die Auslegung von weniger konservativen Schaufelprofilen, was den Wirkungsgrad von Turbomaschinen erhöhen kann. Zusätzlich können Wartungsintervalle durch die genauere Kenntnis der wirkenden dynamischen Schaufelbelastung angepasst werden, was Kosten und Rohstoffe für den Austausch der Schaufeln einsparen kann.

9.3 Ausblick

Wie in dieser Arbeit gezeigt wurde, bedarf die Vorhersage des aeroelastischen Verhaltens von Turbomaschinen insbesondere eine genaue Berechnung der aerodynamischen Dämpfung und Anregung. Während die aerodynamische Dämpfung sehr gut vorhergesagt werden konnte, konnten

beim Vergleich der Strömungsmessungen mit der Numerik Unterschiede in der Nachlaufform festgestellt werden. Es wird vermutet, dass dies großteils in der Turbulenzmodellierung begründet ist. Hier könnten höherwertige numerische Verfahren, wie Large Eddy Simulation oder Scale Adaptive Simulation, eingesetzt werden, um dies zu bestätigen und mögliche Verbesserungen an der Turbulenzmodellierung zu identifizieren.

Zudem sollten die Auswerteverfahren zur Dämpfungsbestimmung mit dem akustischen Anregungssystem weiter verbessert werden. Von Interesse sind dabei insbesondere Verfahren, die eine zuverlässige Bestimmung der modalen Dämpfungen bei stärker verstimmtten Beschaukelungen ermöglichen, die insbesondere bei gebauten Schaufel-Scheibe-Verbindungen durch Kontaktverstimmung auftreten. Dazu sollte zusätzlich eine verbesserte Mistuning-Identifikation erfolgen, die mehrere Modenfamilien berücksichtigt. Außerdem könnten erneute Messungen am neuen Standort des Instituts für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik in Garbsen durchgeführt werden, da dort eine deutlich höhere Drehzahlstabilität gewährleistet werden kann. Damit kann die Messdatenqualität, insbesondere bei geringen Frequenzänderungsraten, wie sie für Modenfamilie 2 notwendig sind, deutlich gesteigert werden.

Das numerische Modell zur Dämpfungs- und Anregungsberechnung wurde bisher nur abseits der Pump- und Sperrgrenze eingesetzt und validiert. Hier kann eine umfassende Validierung von numerischen Modellen anhand experimenteller Daten erfolgen. Da der Versuchsträger nur eine Laufreihe besitzt und somit keine Mehrstufeneffekte auftreten, lassen sich die numerischen Modelle für diesen Grenzfall gut validieren. Von Interesse sind hier zum einen Untersuchungen, wie gut die Dämpfung, Anregung und die Schwingungsantwort näher an der Stall-Grenze oder näher an der Schluckgrenze vorhergesagt werden können. Dazu sind weitere Messungen mit dem akustischen Anregungssystem und bei Forced Response an den entsprechenden Betriebspunkten notwendig. Dabei ist zur weiteren Validierung der Modelle eine Untersuchung der akustischen Interaktion mit den benachbarten Reihen mittels instationärer Druckaufnehmer denkbar. Zudem kann der Untersuchungsumfang auf nicht-synchrone Phänomene ausgeweitet werden. Insbesondere das mögliche Auftreten von durch rotierende Instabilitäten induzierten „non-synchronous vibrations“ (NSV) in Richtung der Pumpgrenze könnte mit dem numerischen Setup zunächst numerisch und daraufhin experimentell untersucht werden.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Simulationskette benötigt einen hohen Rechenaufwand, da zusätzlich an jedem Betriebspunkt ein umfangreiches FE-Modell gelöst werden muss. Hier bedarf es der Entwicklung von Modellen reduzierter Ordnung, die alle strukturdynamischen Berechnungen in ein Modell überführen. Die Gestaltung dieses Modells hängt insbesondere von den getroffenen Annahmen ab. Unter Annahme von rotationssymmetrischen Lagern ist eine Reduktion des vorliegenden zeitinvarianten Modells mittels modaler Reduktion denkbar, was eine effiziente Berechnung erlauben würde. Für ein zeitvariantes Modell mit anisotropen Lagern müsste auf Ansätze zurückgegriffen werden, die teilweise im Zeitbereich arbeiten und nur einen Teil der Struktur reduzieren. Bei ausreichender Kenntnis der Lagerbedingungen kann zudem auch Knotendurchmesser 0 mit berücksichtigt werden.

Abschließend sei angemerkt, dass in der Praxis Rotoren von Turbomaschinen selten mit nur einer Laufreihe ausgestattet sind. Folglich ist zusätzlich eine Erweiterung der Modelle auf mehrere Stufen notwendig. Hier ist aufgrund des Rechenaufwands vermutlich eine Reduktion der Struktur unabdingbar, da es dann auch zu einer Interaktion der Stufen untereinander kommen kann

und die Modellgröße sowohl in der FEM als auch in der CFD stark ansteigt. Entsprechende Ansätze, die Schwingungen von mehrstufigen Rotoren berücksichtigen, existieren bereits in der Literatur. Diese wurden jedoch bisher nur im Hinblick auf die Stufeninteraktionen und nicht unter Berücksichtigung der rotodynamischen Randbedingungen angewendet.

Literaturverzeichnis

- Allemang, R. J. (2003): The Modal Assurance Criterion - Twenty Years of Use and Abuse. In: *Sound and Vibration*, Band 37: S. 14–23.
- Amer, M.; Maroldt, N. und Seume, J. (2020): Investigation of Multiharmonic Effects in a Single Stage High Speed Compressor. In: *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2019*. doi:10.25967/490212.
- Anegawa, N.; Fujiwara, H. und Matsushita, O. (2011): Vibration Diagnosis Featuring Blade-Shaft Coupling Effect of Turbine Rotor Models. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Band 133(2). ISSN 0742-4795. doi:10.1115/1.4001980.
- Anegawa, N.; Fujiwara, H.; Okabe, A. und Matsushita, O. (2008): Resonance and Instability of Blade-Shaft Coupled Bending Vibrations with In-plane Blade Vibration. In: *International Journal of Fluid Machinery and Systems*, Band 1(1): S. 169–180. doi:10.5293/IJFMS.2008.1.1.169.
- Aschenbruck, J.; Hauptmann, T. und Seume, J. (2015): Influence of a Multi-hole Pressure Probe on the Flow Field in Axial-Turbines. In: *Proceedings of 11th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics*. Madrid, Spain.
- Aschenbruck, J. und Seume, J. R. (2014): Experimentally Verified Study of Regeneration-Induced Forced Response in Axial Turbines. In: *ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition*. Düsseldorf, Germany. ISBN 978-0-7918-4577-6. doi:10.1115/GT2014-25664.
- Ashcroft, G.; Frey, C. und Kersken, H.-P. (2014): On the Development of a Harmonic Balance Method for Aeroelastic Analysis. In: *Onate, E.; Oliver, X. und Huerta, A. (Hg.) 6th. European Conference on Computational Fluid Dynamics - ECFD VI*. S. 5885–5896.
- Ashcroft, G.; Frey, C.; Kersken, H.-P.; Kügeler, E. und Wolfrum, N. (2018): On the Simulation of Unsteady Turbulence and Transition Effects in a Multistage Low Pressure Turbine: Part I — Verification and Validation. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Oslo, Norway. doi:10.1115/GT2018-76756.
- Azuma, T.; Hiroyuki, Y. und Nanoha, I. (2022): Aerodynamic Damping Measurement of Axial Compressor with Acoustic Excitation. In: *16th International Symposium on Unsteady Aerodynamics Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines*. Toledo, Spain, S. 1–5.

- Becker, K.; Heitkamp, K. und Kügeler, E. (2010): Recent Progress in a Hybrid-Grid CFD Solver for Turbomachinery Flows. In: Pereira, J. C. F. und Sequeira, A. (Hg.) 5th European Conference on Computational Fluid Dynamics. Lisabon, Portugal.
- Blocher, M. und Gómez Fernández, I. E. (2014): Time-Linearized Forced Response Analysis of a Counter Rotating Fan: Part I — Theoretical Concept of a Fully Time-Linear Forced Response Analysis. In: ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition. Düsseldorf, Germany. ISBN 978-0-7918-4577-6. doi:10.1115/GT2014-25833.
- Bode, C.; Aufderheide, T.; Kožulović, D. und Friedrichs, J. (2014): The Effects of Turbulence Length Scale on Turbulence and Transition Prediction in Turbomachinery Flows. In: Volume 2B: Turbomachinery. American Society of Mechanical Engineers, Düsseldorf, Germany. ISBN 978-0-7918-4561-5. doi:10.1115/GT2014-27026.
- Bohn, C. und Unbehauen, H. (2016): Identifikation Dynamischer Systeme. Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden. ISBN 978-3-8348-1755-6. doi:10.1007/978-3-8348-2197-3.
- Bourgeois, J. A.; Martinuzzi, R. J.; Savory, E.; Zhang, C. und Roberts, D. A. (2011): Assessment of Turbulence Model Predictions for an Aero-Engine Centrifugal Compressor. In: Journal of Turbomachinery, Band 133(1). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4001136.
- Brandstetter, C.; Ottavy, X.; Paoletti, B. und Stapelfeldt, S. (2021): Interpretation of Stall Precursor Signatures. In: Journal of Turbomachinery, Band 143(12). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4051709.
- Capece, V. R.; Manwaring, S. R. und Fleeter, S. (1986): Unsteady Blade Row Interactions in a Multistage Compressor. In: Journal of Propulsion and Power, Band 2(2): S. 168–174. ISSN 0748-4658. doi:10.2514/3.22862.
- Carta, F. O. (1967): Coupled Blade-Disk-Shroud Flutter Instabilities in Turbojet Engine Rotors. In: Journal of Engineering for Power, Band 89(3): S. 419–426. ISSN 0022-0825. doi:10.1115/1.3616708.
- Corral, R. (2012): Bladed Disks: Flutter. In: VKI-LS Structural Design of Aircraft Engines.
- Dilba, D. (2019): Wie sich Schaufeln und Scheibe Fanden. In: AEROREPORT, (01). URL <https://aeroreport.de/media/pages/mediathek/ausgabe-01-2019/9c08ce36e4-1625570491/01-2019-deutsch.pdf>.
- Dinkler, D. (2016): Einführung in die Strukturodynamik. Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden. ISBN 978-3-658-15070-9. doi:10.1007/978-3-658-15071-6.
- Dormand, J. R. und Prince, P. J. (1980): A Family of Embedded Runge-Kutta Formulae. In: Journal of Computational and Applied Mathematics, Band 6(1): S. 19–26. ISSN 03770427. doi:10.1016/0771-050X(80)90013-3.
- Dowell, E. H. und Clark, R. (Hg.) (2005): A Modern Course in Aeroelasticity, Band 116 von Springer eBook Collection Engineering. Springer Netherlands, Dordrecht, vierte Auflage. ISBN 1-4020-2106-2. doi:10.1007/1-4020-2106-2.

- Emmons, H. W.; Pearson, C. E. und Grant, H. P. (1955): Compressor Surge and Stall Propagation. In: *Journal of Fluids Engineering*, Band 77(4): S. 455–467. ISSN 0098-2202. doi: 10.1115/1.4014389.
- Feiner, D. M. und Griffin, J. H. (2002): A Fundamental Model of Mistuning for a Single Family of Modes. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 124(4): S. 597–605. ISSN 0889-504X. doi: 10.1115/1.1508384.
- Feiner, D. M. und Griffin, J. H. (2004): Mistuning Identification of Bladed Disks Using a Fundamental Mistuning Model—Part I: Theory. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 126(1): S. 150–158. ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.1643913.
- Feiner, D. M. und Griffin, J. H. (2007): Determination of Damping in Bladed Disk Systems Using the Fundamental Mistuning Model: US Patent. US7206709B2.
- Ferziger, J. H.; Perić, M. und Street, R. L. (2020): *Numerische Strömungsmechanik*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. ISBN 978-3-662-46543-1. doi:10.1007/978-3-662-46544-8.
- Försching, H. W. (1974): *Grundlagen der Aeroelastik*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. ISBN 978-3-642-48286-1. doi:10.1007/978-3-642-48285-4.
- Freund, O.; Montgomery, M.; Mittelbach, M. und Seume, J. R. (2014): Non-contact Test Set-up for Aeroelasticity in a Rotating Turbomachine Combining a Novel Acoustic Excitation System with Tip-Timing. In: *Measurement Science and Technology*, Band 25(3): 035008. ISSN 0957-0233. doi:10.1088/0957-0233/25/3/035008.
- Freund, O. (2015): *Akustische Anregung von Schaufelschwingungen in Turbomaschinen*. Dissertation. doi:10.15488/8449.
- Freund, O.; Bartelt, M.; Mittelbach, M.; Montgomery, M.; Vogt, D. M. und Seume, J. R. (2013): Impact of the Flow on an Acoustic Excitation System for Aeroelastic Studies. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 135(3). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4007511.
- Frey, C.; Ashcroft, G.; Kersken, H.-P. und Voigt, C. (2014): A Harmonic Balance Technique for Multistage Turbomachinery Applications. In: *ASME Turbo Expo 2014: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Düsseldorf, Germany, GT2014-25230. doi: 10.1115/GT2014-25230.
- Gallardo, J. M.; Sotillo, A. und Bermejo, O. (2019): Study of the Effect of the Scatter of Acoustic Modes on Turbine Flutter. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 141(10). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4043909.
- Gallus, H. E.; Lambertz, J. und Wallmann, T. (1980): Blade-Row Interaction in an Axial-Flow Subsonic Compressor Stage. In: *Journal of Engineering for Power*, Band 102(1): S. 169–177. ISSN 0022-0825. doi:10.1115/1.3230218.
- Gasch, R.; Nordmann, R. und Pfützner, H. (2002): *Rotordynamik*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. ISBN 978-3-540-41240-3. doi:10.1007/3-540-33884-5.
- Geffert, N. (2022): Auf Kurs zum Emissionsfreien Fliegen. In: *AEROREPORT*, (01). URL https://aeroreport.de/media/pages/mediathek/ausgabe-01-2022/58e76718f1-1655184624/mtu_aeroreport_01_22_de.pdf.

- Gibbs, J. W. (1899): Fourier's Series. In: *Nature*, Band 59(1539): 606. ISSN 0028-0836. doi: 10.1038/059606a0.
- Grein, R.; Eehalt, U.; Siewert, C. und Kill, N. (2021): Rotor-Blade Interaction During Blade Resonance Drive-Through. In: *Volume 9B: Structures and Dynamics — Fatigue, Fracture, and Life Prediction; Probabilistic Methods; Rotordynamics; Structural Mechanics and Vibration*. American Society of Mechanical Engineers, Virtual, Online. ISBN 978-0-7918-8503-1. doi: 10.1115/GT2021-59160.
- Hackenberg, H.-P. und Hartung, A. (2016): An Approach for Estimating the Effect of Transient Sweep Through a Resonance. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Band 138(8). ISSN 0742-4795. doi:10.1115/1.4032664.
- Hall, K. C.; Thomas, J. P. und Clark, W. S. (2002): Computation of Unsteady Nonlinear Flows in Cascades Using a Harmonic Balance Technique. In: *AIAA Journal*, Band 40(5): S. 879–886. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/2.1754.
- Hall, K. C.; Thomas, J. P.; Spiker, M. und Kielb, R. E. (2006): Non-Synchronous Vibrations of Turbomachinery Airfoils. In: *9th National Turbine Engine High Cycle Fatigue Conference*. Pinehurst, North Carolina.
- Hauptmann, T.; Meinzer, C. E. und Seume, J. R. (2018): Experimental Validation of Forced Response Methods in a Multi-Stage Axial Turbine. In: *ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Oslo, Norway. ISBN 978-0-7918-5115-9. doi: 10.1115/GT2018-75390.
- Hegde, S.; Kielb, R.; Zori, L. und Campregher, R. (2020): Impact of Multi-Row Aerodynamic Interaction on the Forced Response Behaviour of an Embedded Compressor Rotor. In: *Volume 2E: Turbomachinery*. American Society of Mechanical Engineers, Virtual, Online. ISBN 978-0-7918-8410-2. doi:10.1115/GT2020-14482.
- Heners, J. P.; Stotz, S.; Krosse, A.; Korte, D.; Beck, M. und Vogt, D. (2021): Prediction of Transient Pressure Fluctuations within a Low-Pressure Turbine Cascade Using a Lanczos-Filtered Harmonic Balance Method. In: *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power*, Band 6(3): 25. doi:10.3390/ijtp6030025.
- Heners, J. P.; Vogt, D. M.; Frey, C. und Ashcroft, G. (2019): Investigation of the Impact of Unsteady Turbulence Effects on the Aeroelastic Analysis of a Low-Pressure Turbine Rotor Blade. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 141(10). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4043950.
- Hentschel, O. P.; Bonhage, M.; Panning-von Scheidt, L.; Wallaschek, J.; Denk, M. und Masserey, P.-A. (2016): Analysis of an Experimental Setup for Structural Damping Identification. In: *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 27. ISSN 1429-2955. doi:10.15632/jtam-pl.54.1.27.
- Hirsch, C. (2007): *Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. Elsevier/Butterworth-Heinemann, Amsterdam, zweite Auflage. ISBN 978-0-7506-6594-0.
- ICAO (1993): *Manual of the ICAO Standard Atmosphere*. International Civil Aviation Organization, dritte Auflage.

- ICAO (2022): Effects of Novel Coronavirus (COVID-19) on Civil Aviation: Economic Impact Analysis. Montréal, Canada. URL https://www.icao.int/sustainability/Documents/COVID-19/ICAO_Coronavirus_Econ_Impact.pdf.
- Kato, M. und Launder, B. E. (1993): The Modeling of Turbulent Flow Around Stationary and Vibrating Square Cylinders. In: 9th Symposium on Turbulent Shear Flows. S. 10.4.1–10.4.6.
- Keller, C. (2021): Einfluss Regenerationsbedingter Varianzen auf die Aeroelastik von Verdichterbliks. Dissertation, Institutionelles Repositorium der Leibniz Universität Hannover. doi: 10.15488/11637.
- Keller, C.; Kellersmann, A.; Friedrichs, J. und Seume, J. R. (2017): Influence of Geometric Imperfections on Aerodynamic and Aeroelastic Behavior of a Compressor Blisk. In: ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Charlotte, North Carolina, USA. ISBN 978-0-7918-5093-0. doi:10.1115/GT2017-63556.
- Kenyon, J. A. und Griffin, J. H. (2003): Forced Response of Turbine Engine Bladed Disks and Sensitivity to Harmonic Mistuning. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Band 125(1): S. 113–120. ISSN 0742-4795. doi:10.1115/1.1498269.
- Kersken, H.-P.; Frey, C.; Voigt, C. und Ashcroft, G. (2012): Time-Linearized and Time-Accurate 3D RANS Methods for Aeroelastic Analysis in Turbomachinery. In: Journal of Turbomachinery, Band 134(5). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4004749.
- Kielb, J. J. und Abhari, R. S. (2003): Experimental Study of Aerodynamic and Structural Damping in a Full-Scale Rotating Turbine. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Band 125(1): S. 102–112. ISSN 0742-4795. doi:10.1115/1.1496776.
- Kielb, R. E.; Feiner, D. M.; Griffin, J. H. und Miyakozawa, T. (2004): Flutter of Mistuned Bladed Disks and Blisks With Aerodynamic and FMM Structural Coupling. In: ASME Turbo Expo 2004: Turbine Technical Conference and Exposition. Vienna, Austria, S. 573–579. ISBN 0-7918-4171-5. doi:10.1115/GT2004-54315.
- Kim, H. R.; Stania, L.; Maroldt, N.; Oettinger, M. und Seume, J. R. (2023): Characterising the Unsteady Flow-Field in Low-Flow Turbine Operation. In: ASME Turbo Expo 2023: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Boston, Massachusetts, USA.
- Kurstak, E. und D’Souza, K. (2020): An Experimental and Computational Investigation of a Pulsed Air-Jet Excitation System on a Rotating Bladed Disk. In: ASME Turbo Expo 2020: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Virtual, Online. ISBN 978-0-7918-8423-2. doi:10.1115/GT2020-16301.
- Kuttner, T. und Rohnen, A. (2019): Praxis der Schwingungsmessung. Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden. ISBN 978-3-658-25047-8. doi:10.1007/978-3-658-25048-5.
- Langtry, R. B. und Menter, F. R. (2009): Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. In: AIAA Journal, Band 47(12): S. 2894–2906. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/1.42362.
- Laxalde, D.; Lombard, J.-P. und Thouverez, F. (2007): Dynamics of Multistage Bladed Disks Systems. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Band 129(4): S. 1058–1064. ISSN 0742-4795. doi:10.1115/1.2747641.

- Lee, D. S.; Fahey, D. W.; Skowron, A.; Allen, M. R.; Burkhardt, U.; Chen, Q.; Doherty, S. J.; Freeman, S.; Forster, P. M.; Fuglestvedt, J.; Gettelman, A.; de León, R. R.; Lim, L. L.; Lund, M. T.; Millar, R. J.; Owen, B.; Penner, J. E.; Pitari, G.; Prather, M. J.; Sausen, R. und Wilcox, L. J. (2021): The Contribution of Global Aviation to Anthropogenic Climate Forcing for 2000 to 2018. In: *Atmospheric environment*, Band 244: 117834. ISSN 1352-2310. doi:10.1016/j.atmosenv.2020.117834.
- Li, J.; Aye-Addo, N.; Kielb, R. und Key, N. (2017a): Mistuned Higher-Order Mode Forced Response of an Embedded Compressor Rotor: Part II — Mistuned Forced Response Prediction. In: *ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Charlotte, North Carolina, USA. ISBN 978-0-7918-5093-0. doi:10.1115/GT2017-64647.
- Li, J.; Aye-Addo, N.; Kormanik, N.; Matthews, D.; Key, N. und Kielb, R. (2017b): Mistuned Higher-Order Mode Forced Response of an Embedded Compressor Rotor: Part I — Steady and Unsteady Aerodynamics. In: *ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Charlotte, North Carolina, USA. ISBN 978-0-7918-5093-0. doi:10.1115/GT2017-64633.
- Ma, H.; Lu, Y.; Wu, Z.; Tai, X.; Li, H. und Wen, B. (2015): A New Dynamic Model of Rotor-Blade Systems. In: *Journal of Sound and Vibration*, Band 357: S. 168–194. ISSN 0022460X. doi:10.1016/j.jsv.2015.07.036.
- Mailach, R.; Lehmann, I. und Vogeler, K. (2001): Rotating Instabilities in an Axial Compressor Originating From the Fluctuating Blade Tip Vortex. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 123(3): S. 453–460. ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.1370160.
- Manconi, E. und Mace, B. (2017): Veering and Strong Coupling Effects in Structural Dynamics. In: *Journal of Vibration and Acoustics*, Band 139(2). ISSN 1048-9002. doi:10.1115/1.4035109.
- Maroldt, N.; Amer, M. und Seume, J. R. (2022a): Forced Response Due to Vane Stagger Angle Variation in an Axial Compressor. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 144(8). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4053839.
- Maroldt, N.; Schwerdt, L.; Berger, R.; Panning-von Scheidt, L.; Rolfes, R.; Wallaschek, J. und Seume, J. R. (2022b): Reduced Order Modeling of Forced Response in a Multistage Compressor Under Mistuning and Aerocoupling. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Band 144(11). ISSN 0742-4795. doi:10.1115/1.4055368.
- McGuire, M. (2004): Steam Turbine Vibration Characteristics. ROVSING symposium.
- Meinzer, C. E. und Seume, J. R. (2020): Experimental and Numerical Quantification of the Aerodynamic Damping of a Turbine Blisk. In: *Journal of Turbomachinery*. ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4048192.
- Meinzer, C. E. (2020): Quantifizierung der Aerodynamischen Dämpfung. Dissertation, Institutionelles Repositorium der Leibniz Universität Hannover. doi:10.15488/9800.
- Menter, F. R.; Kuntz, M. und Langtry, R. (2003): Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. In: Hanjalic, K.; Nagano, Y. und Tummers, M. J. (Hg.) *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*. Antalya, Turkey.

- Menter, F. R.; Langtry, R. B.; Likki, S. R.; Suzen, Y. B.; Huang, P. G. und Völker, S. (2006): A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables—Part I: Model Formulation. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 128(3): 413. ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.2184352.
- Meyer, M. (2021): *Signalverarbeitung*. Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden. ISBN 978-3-658-32800-9. doi:10.1007/978-3-658-32801-6.
- Moffatt, S. und He, L. (2003): Blade Forced Response Prediction for Industrial Gas Turbines: Part 1 — Methodologies. In: *ASME Turbo Expo 2003: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Atlanta, Georgia, USA, S. 407–414. ISBN 0-7918-3687-8. doi:10.1115/GT2003-38640.
- Müller-Schindewolf, C.; Baier, R.-D.; Seume, J. R. und Herbst, F. (2017): Direct Numerical Simulation Based Analysis of RANS Predictions of a Low-Pressure Turbine Cascade. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 139(8). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4035834.
- Ning, W.; Moffatt, S.; Li, Y. und Wells, R. G. (2003): Blade Forced Response Prediction for Industrial Gas Turbines: Part 2 — Verification and Application. In: *ASME Turbo Expo 2003: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Atlanta, Georgia, USA, S. 415–422. ISBN 0-7918-3687-8. doi:10.1115/GT2003-38642.
- Okabe, A.; Otawara, Y.; Kaneko, R.; Matsushita, O. und Namura, K. (1991): An Equivalent Reduced Modelling Method and its Application to Shaft—Blade Coupled Torsional Vibration Analysis of a Turbine—Generator Set. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, Band 205(3): S. 173–181. ISSN 0957-6509. doi:10.1243/PIME_PROC_1991_205_026_02.
- Okabe, A.; Kudo, T.; Shiohata, K.; Matsushita, O.; Fujiwara, H.; Yoda, H. und Sakurai, S. (2012): Reduced Modeling for Turbine Rotor-Blade Coupled Bending Vibration Analysis. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Band 134(2). ISSN 0742-4795. doi:10.1115/1.4004145.
- Olson, B. J.; Shaw, S. W.; Shi, C.; Pierre, C. und Parker, R. G. (2014): Circulant Matrices and Their Application to Vibration Analysis. In: *Applied Mechanics Reviews*, Band 66(4). ISSN 0003-6900. doi:10.1115/1.4027722.
- Ozdemir, A. A. und Gumussoy, S. (2017): Transfer Function Estimation in System Identification Toolbox via Vector Fitting. In: *IFAC-PapersOnLine*, Band 50(1): S. 6232–6237. ISSN 24058963. doi:10.1016/j.ifacol.2017.08.1026.
- Pastor, M.; Binda, M. und Harčarik, T. (2012): Modal Assurance Criterion. In: *Procedia Engineering*, Band 48: S. 543–548. ISSN 1877-7058. doi:10.1016/j.proeng.2012.09.551. *Modelling of Mechanical and Mechatronics Systems*.
- Petrov, E.; Di Mare, L.; Hennings, H. und Elliott, R. (2010): Forced Response of Mistuned Bladed Disks in Gas Flow: A Comparative Study of Predictions and Full-Scale Experimental Results. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Band 132(5). ISSN 0742-4795. doi:10.1115/1.3205031.

- Pickering, F. E. (1985): A Decade of Progress in Turbomachinery Design and Development. In: SAE Technical Paper Series. SAE International 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, SAE Technical Paper Series. doi:10.4271/851989.
- Rice, T.; Bell, D. und Singh, G. (2009): Identification of the Stability Margin Between Safe Operation and the Onset of Blade Flutter. In: Journal of Turbomachinery, Band 131(1). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.2812339.
- Roache, P. J. (1994): Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies. In: Journal of Fluids Engineering, Band 116(3): S. 405–413. ISSN 0098-2202. doi:10.1115/1.2910291.
- Sanders, C.; Terstegen, M.; Hölle, M.; Jeschke, P.; Schönenborn, H. und Fröbel, T. (2017): Numerical Studies on the Intrusive Influence of a Five-Hole Pressure Probe in a High-Speed Axial Compressor. In: ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Charlotte, North Carolina, USA. ISBN 978-0-7918-5078-7. doi:10.1115/GT2017-63399.
- Sanders, C.; Terstegen, M.; Jeschke, P.; Schönenborn, H. und Heners, J. P. (2019): Rotor–Stator Interactions in a 2.5-Stage Axial Compressor—Part II: Impact of Aerodynamic Modeling on Forced Response. In: Journal of Turbomachinery, Band 141(10). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4043954.
- Sanders, C. J. (2020): Validierung der Numerischen Vorhersage Fremderregter Schaufelschwingungen an einem Axialverdichter. Dissertation, Verlag Dr. Hut and Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- Savitzky, A. und Golay, M. J. E. (1964): Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures. In: Analytical Chemistry, Band 36(8): S. 1627–1639. ISSN 0003-2700. doi:10.1021/ac60214a047.
- Schaber, U.; Mayer, J. F. und Stetter, H. (1993): Coupled Blade Bending and Torsional Shaft Vibration in Turbomachinery. In: ASME Turbo Expo 1993: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Cincinnati, Ohio, USA. ISBN 978-0-7918-7891-0. doi:10.1115/93-GT-267.
- Schäffer, C.; Speck, K. und Gümmer, V. (2022): Numerical Calibration and Investigation of the Influence of Reynolds Number on Measurements With Five-Hole Probes in Compressible Flows. In: Journal of Turbomachinery, Band 144(9). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4053835.
- Schnell, R. (2004a): Investigation of the Tonal Acoustic Field of a Transonic Fanstage by Time-Domain CFD-Calculations With Arbitrary Blade Counts. In: ASME Turbo Expo 2004: Power for Land, Sea, and Air. Vienna, Austria, S. 1763–1773. ISBN 0-7918-4170-7. doi:10.1115/GT2004-54216.
- Schnell, R. (2004b): Numerische Simulation des akustischen Nahfeldes einer Triebwerksgebläsestufe. Dissertation, Technische Universität Berlin. doi:10.14279/depositonce-935.
- Schwerdt, L.; Scheidt, L. P.-v. und Wallaschek, J. (2020): A Priori Interface Reduction for Substructuring of Multistage Bladed Disks. In: Linderholt, A.; Allen, M. S.; Mayes, R. L. und Rixen, D. (Hg.) Dynamic Substructures, Volume 4, Springer International Publishing, Cham, Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, S. 13–21. ISBN 978-3-030-12183-9. doi:10.1007/978-3-030-12184-6_2.

- She, H.; Li, C.; Tang, Q. und Wen, B. (2018): The Investigation of the Coupled Vibration in a Flexible-Disk Blades System Considering the Influence of Shaft Bending Vibration. In: *Mechanical Systems and Signal Processing*, Band 111: S. 545–569. ISSN 0888-3270. doi: 10.1016/j.ymsp.2018.03.044.
- Srinivasan, A. V. (1997): Flutter and Resonant Vibration Characteristics of Engine Blades. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Band 119(4): S. 742–775. ISSN 0742-4795. doi:10.1115/1.2817053.
- Stapelfeldt, S. und Brandstetter, C. (2020): Non-synchronous Vibration in Axial Compressors: Lock-in Mechanism and Semi-analytical Model. In: *Journal of Sound and Vibration*, Band 488: 115649. ISSN 0022460X. doi:10.1016/j.jsv.2020.115649.
- Tam, C. K. und Webb, J. C. (1993): Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics. In: *Journal of Computational Physics*, Band 107(2): S. 262–281. ISSN 00219991. doi:10.1006/jcph.1993.1142.
- Terstegen, M.; Sanders, C.; Jeschke, P. und Schoenenborn, H. (2019): Rotor–Stator Interactions in a 2.5-Stage Axial Compressor—Part I: Experimental Analysis of Tyler–Sofrin Modes. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 141(10). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4043961.
- Traupel, W. (2001): *Thermische Turbomaschinen. Klassiker der Technik*. Springer, Berlin, vierte Auflage. ISBN 978-3-642-17465-0.
- Tyler, J. M. und Sofrin, T. G. (1962): Axial Flow Compressor Noise Studies. In: *SAE Technical Paper Series*. SAE Technical Paper Series. doi:10.4271/620532.
- Vahdati, M.; Simpson, G. und Imregun, M. (2009): Mechansims for Wide-Chord Fan Blade Flutter. In: *ASME Turbo Expo 2009: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Orlando, Florida, USA, S. 585–593. ISBN 978-0-7918-4887-6. doi:10.1115/GT2009-60098.
- Vahdati, M.; Smith, N. und Zhao, F. (2015): Influence of Intake on Fan Blade Flutter. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 137(8). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4029240. 081002.
- Weckmüller, C. (2013): *Hybride Verfahren zur Berechnung der Tonalen Schallerzeugung von Turbomaschinen*. doi:10.14279/depositonce-3797.
- Wegman, E.; Snedden, G.; van der Spuy, S. J.; Holzinger, F.; Schiffer, H. P.; Mårtensson, H. und Östlund, J. (2013): The Development of an Air Injection System for the Forced Response Testing of Axial Compressors. In: *ASME Turbo Expo 2013: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. San Antonio, Texas, USA. ISBN 978-0-7918-5527-0. doi: 10.1115/GT2013-96011.
- Wei, S.-T. und Pierre, C. (1988): Localization Phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry Part I: Free Vibrations. In: *Journal of Vibration and Acoustics*, Band 110(4): S. 429–438. ISSN 1048-9002. doi:10.1115/1.3269547.
- Whitehead, D. S. (1966): Effect of Mistuning on the Vibration of Turbo-Machine Blades Induced by Wakes. In: *Journal of Mechanical Engineering Science*, Band 8(1): S. 15–21. ISSN 0022-2542. doi:10.1243/JMES_JOUR_1966_008_004_02.

- Wilcox, D. C. (1988): Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models. In: *AIAA Journal*, Band 26(11): S. 1299–1310. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/3.10041.
- Willeke, S.; Keller, C.; Panning-von Scheidt, L.; Seume, J. R. und Wallaschek, J. (2017): Reduced Order Modeling of Mistuned Bladed Disks considering Aerodynamic Coupling and Mode Family Interaction. In: *12th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics*. European Turbomachinery Society, Stockholm, Sweden, European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics. doi:10.29008/ETC2017-242.
- Yang, M.-T. und Griffin, J. H. (2001): A Reduced-Order Model of Mistuning Using a Subset of Nominal System Modes. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Band 123(4): S. 893–900. ISSN 0742-4795. doi:10.1115/1.1385197.

Anhang A

Sektorverstimmung der Modenfamilie 2

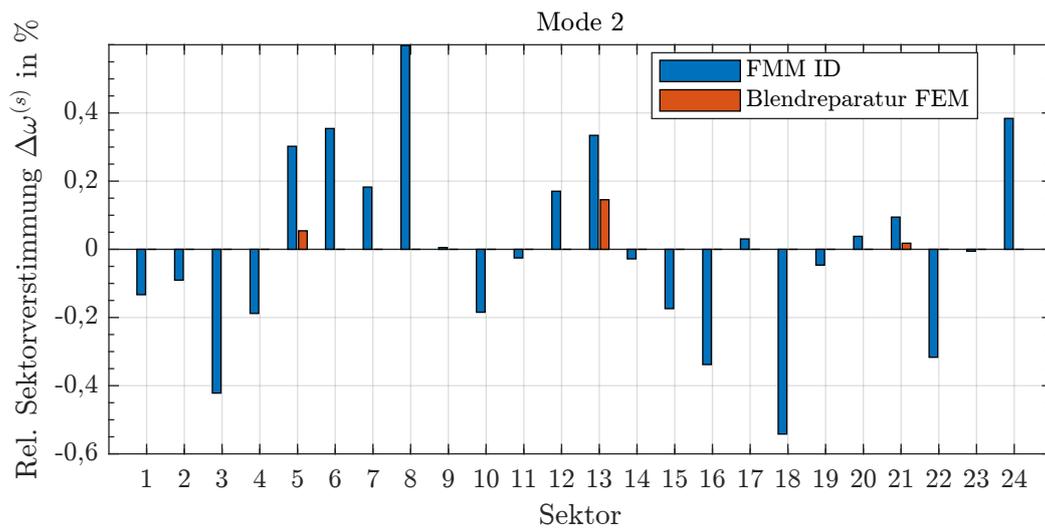


Abbildung A.1: Frequenzverstimmung der Blisksectoren für die Modenfamilie 3, bestimmt mit dem *FMM ID*. Zusätzlich sind die auf Basis einer FEM-Berechnung zu erwartenden Verstimmungen durch die drei Blendreparaturen an den Schaufeln 5, 13 und 21 dargestellt. Die FEM-Berechnung der Blendreparaturen wurde am Institut für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover durchgeführt.

Anhang B

Frequenzgänge bei Forced Response

B.1 Modenfamilie 3

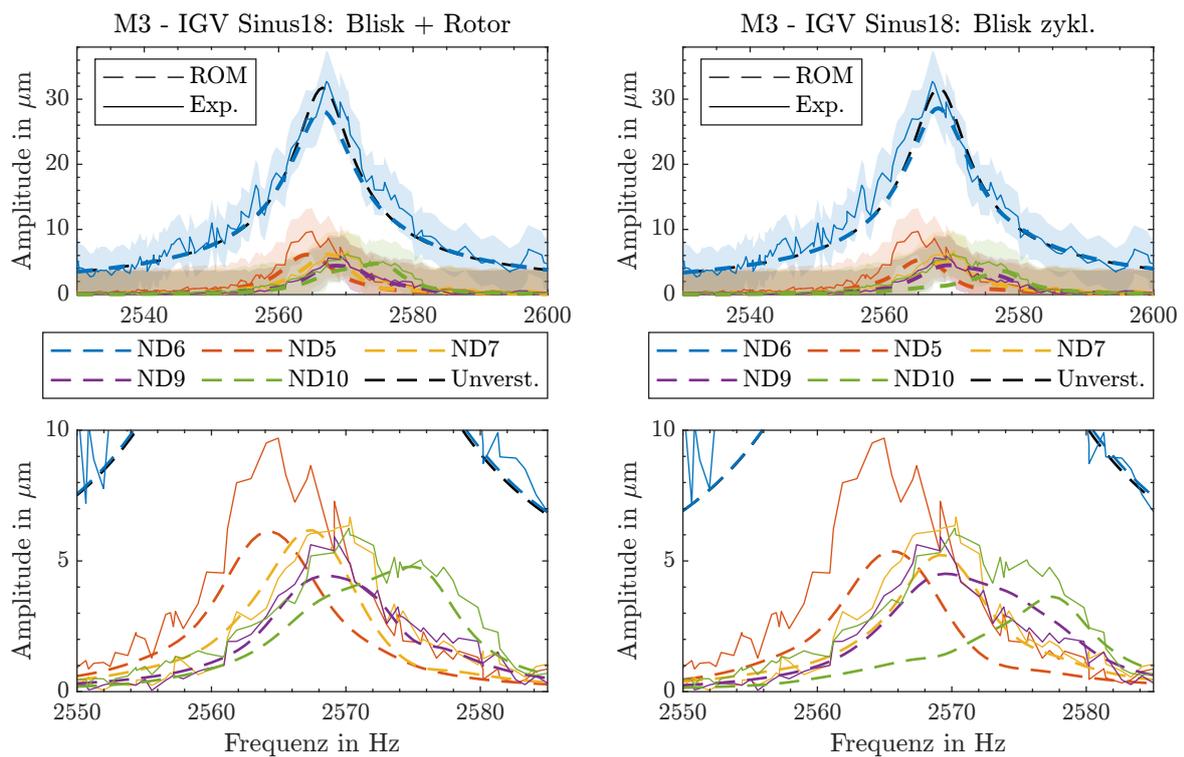


Abbildung B.1: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV Sinus18 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor (links) und Blisk zykl. (rechts) bei M3 @ EO18 (BP11). Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5 \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4. Im unteren Bildteil ist ein Ausschnitt der durch Verstimmung zusätzlich antwortenden Knotendurchmesser ohne Messunsicherheiten dargestellt.

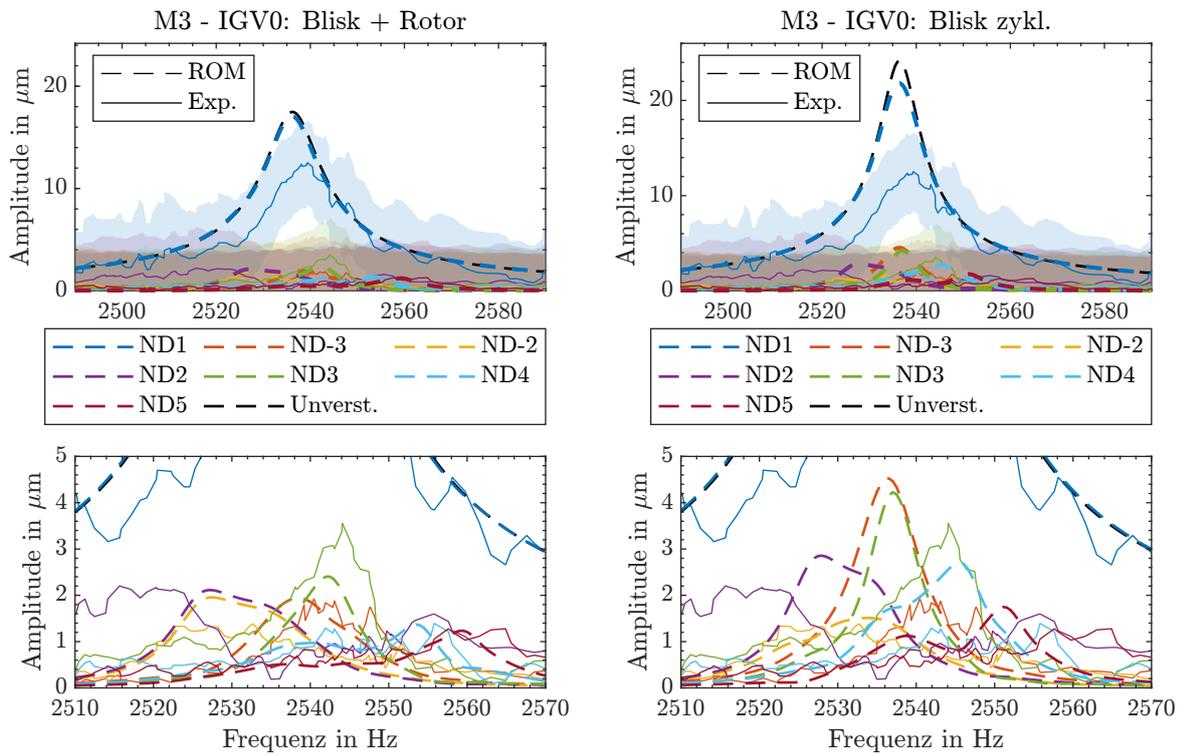


Abbildung B.2: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV0 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor (links) und Blisk zykl. (rechts) bei M3 @ EO23 (BP5). Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5\ \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4. Im unteren Bildteil ist ein Ausschnitt der durch Verstimmung zusätzlich antwortenden Knotendurchmesser ohne Messunsicherheiten dargestellt.

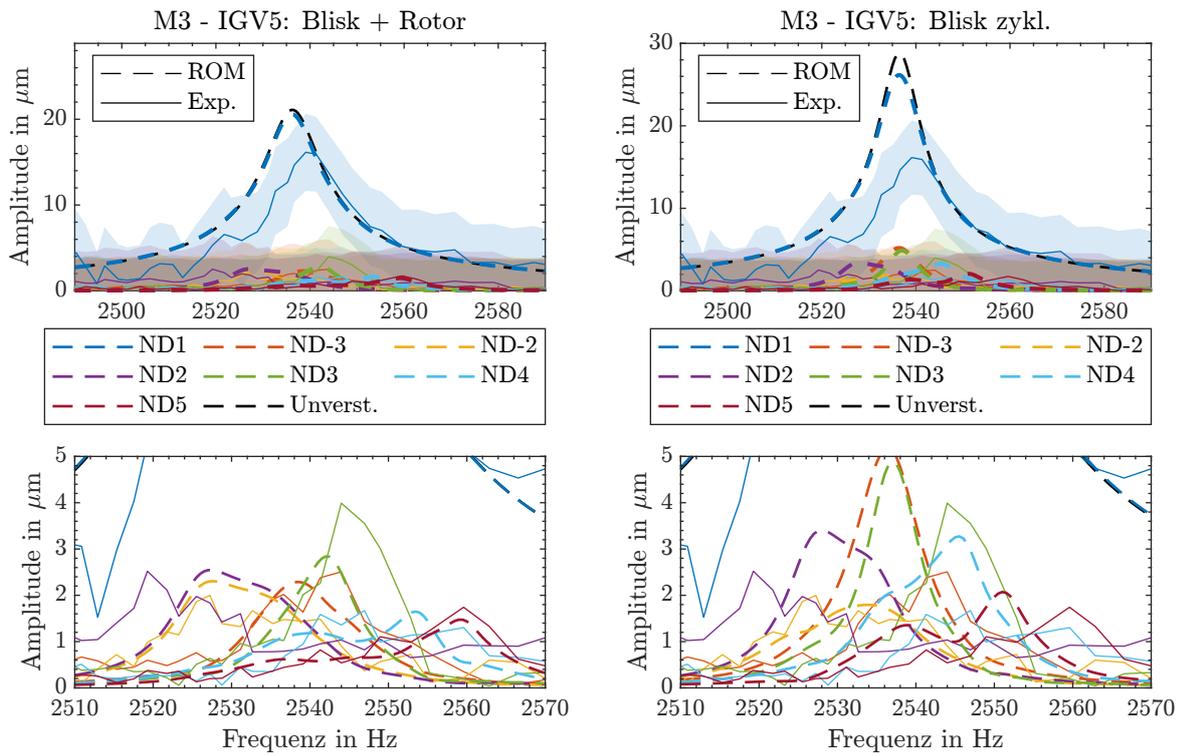


Abbildung B.3: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV5 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor (links) und Blisk zykl. (rechts) bei M3 @ EO23 (BP6). Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5\ \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4. Im unteren Bildteil ist ein Ausschnitt der durch Verstimmung zusätzlich antwortenden Knotendurchmesser ohne Messunsicherheiten dargestellt.

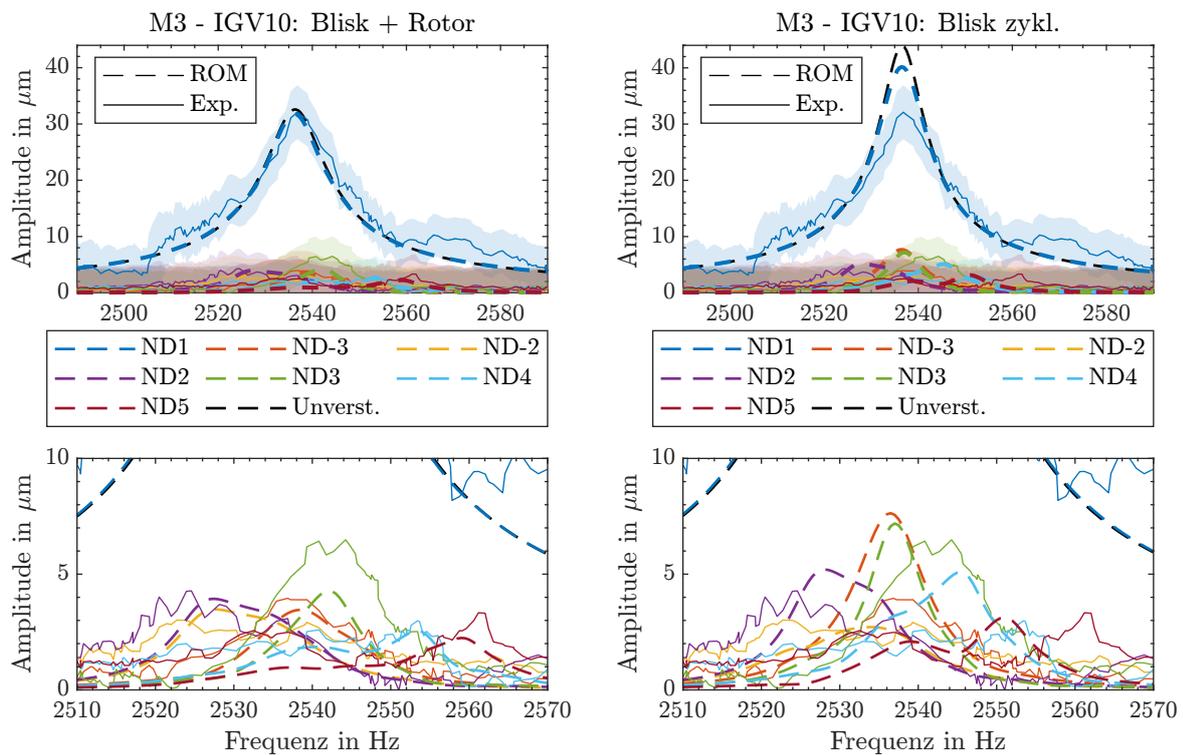


Abbildung B.4: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV10 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor (links) und Blisk zykl. (rechts) bei M3 @ EO23 (BP7). Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5\ \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4. Im unteren Bildteil ist ein Ausschnitt der durch Verstimmung zusätzlich antwortenden Knotendurchmesser ohne Messunsicherheiten dargestellt.

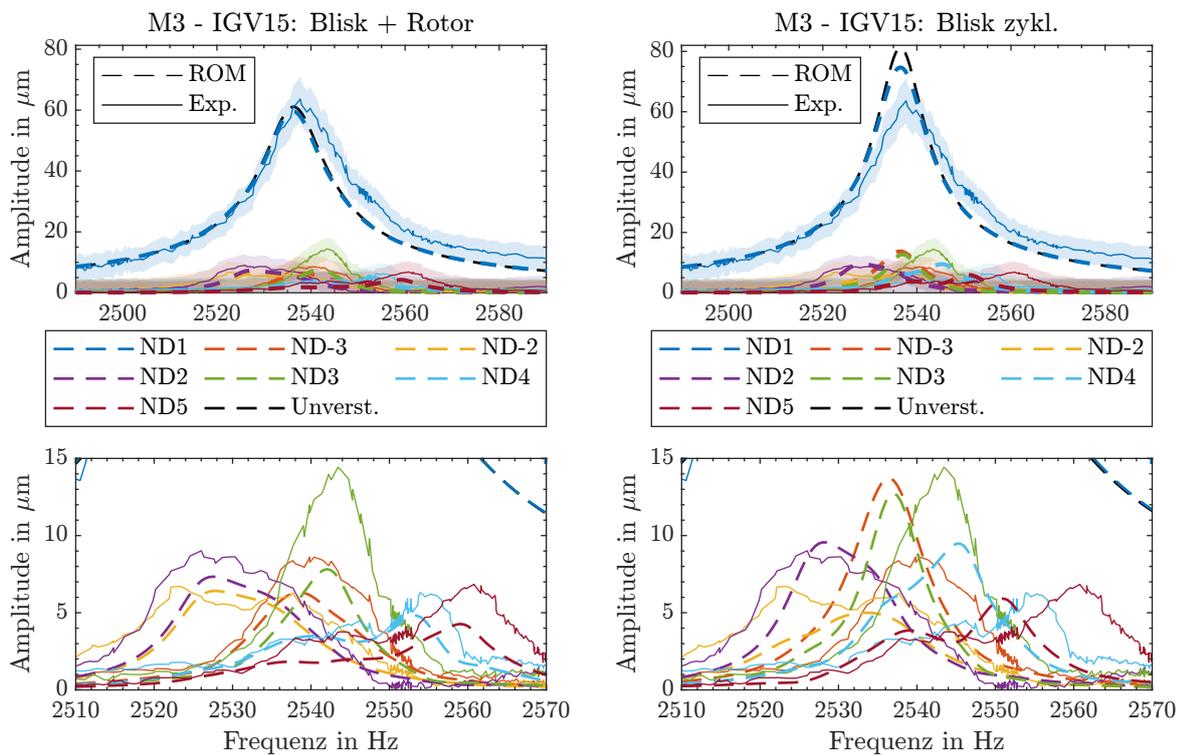


Abbildung B.5: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV15 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor (links) und Blisk zykl. (rechts) bei M3 @ EO23 (BP8). Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5\ \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4. Im unteren Bildteil ist ein Ausschnitt der durch Verstimmung zusätzlich antwortenden Knotendurchmesser ohne Messunsicherheiten dargestellt.

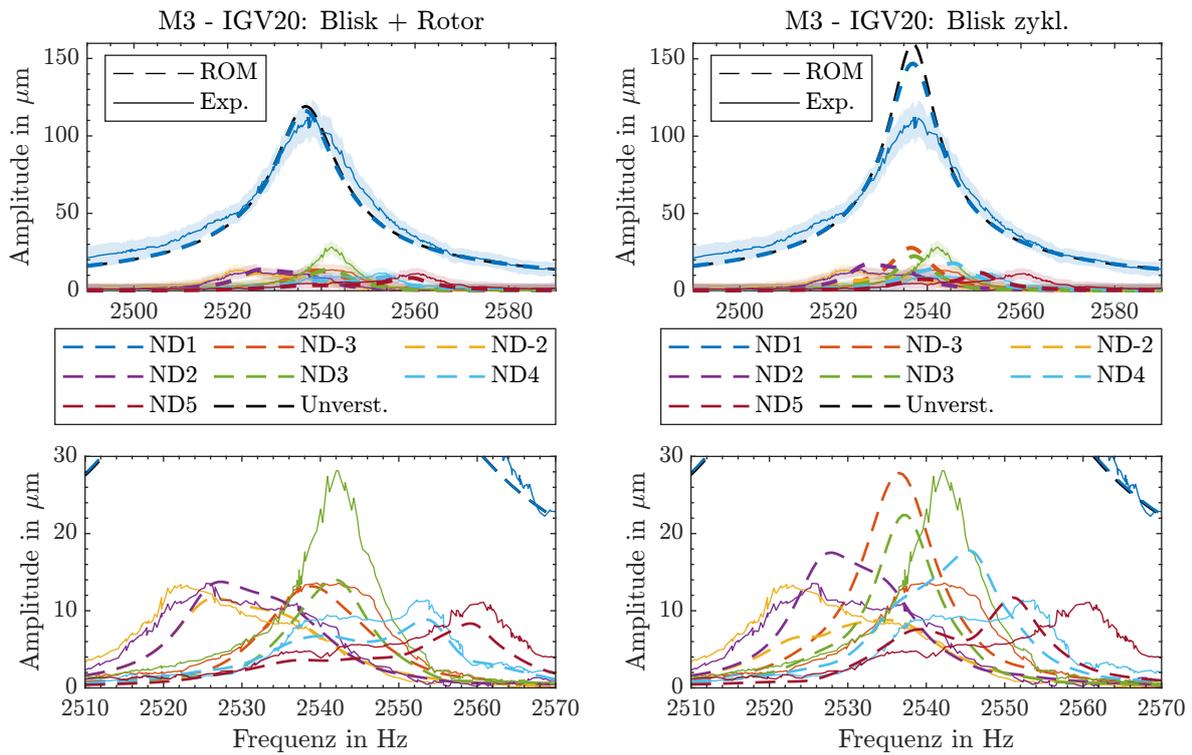


Abbildung B.6: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für IGV20 auf Basis der FEM-Modelle Blisk + Rotor (links) und Blisk zykl. (rechts) bei M3 @ EO23 (BP9). Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5\ \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4. Im unteren Bildteil ist ein Ausschnitt der durch Verstimmung zusätzlich antwortenden Knotendurchmesser ohne Messunsicherheiten dargestellt.

B.2 Modenfamilie 2

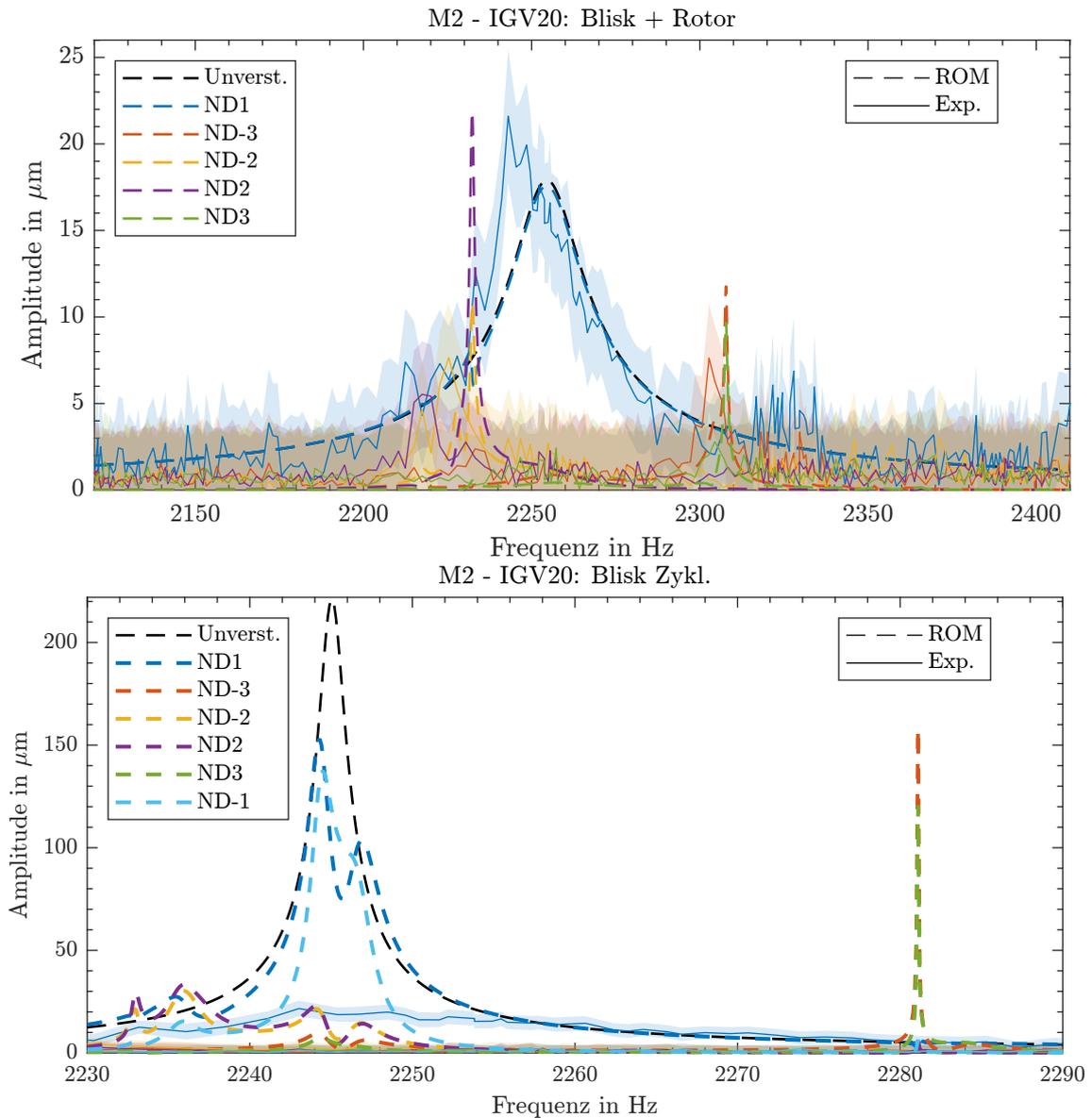


Abbildung B.7: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für M2 - IGV20 auf Basis des FEM-Modells Blisk + Rotor (oben) und Blisk zykl. (unten) bei M2 @ EO23 (BP1). Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5 \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95 %-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

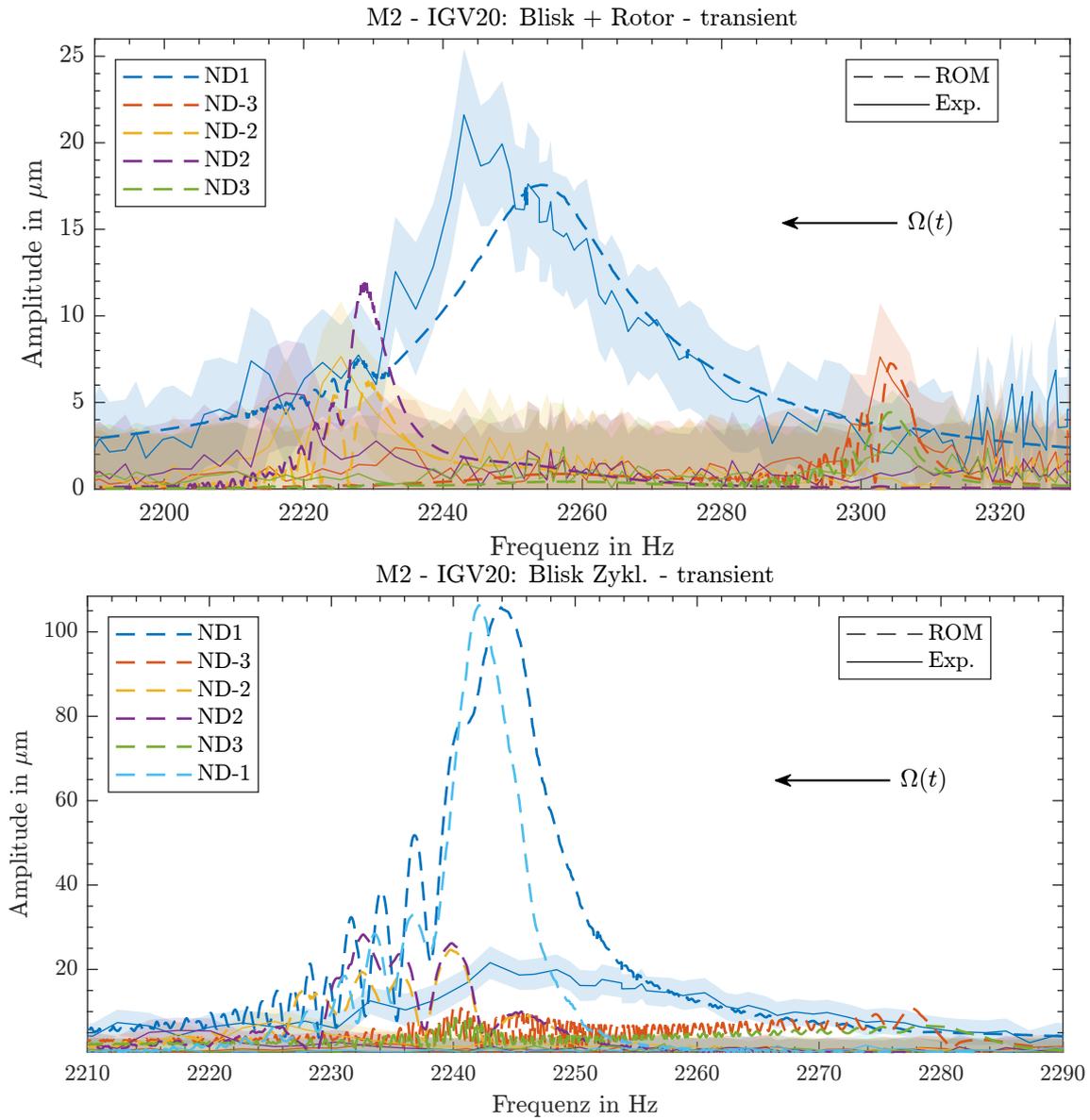


Abbildung B.8: Experimentell (durchgezogene Linien) und numerisch (gestrichelte Linien) bestimmte transiente Frequenzgänge in traveling-wave-Darstellung für M2 - IGV20 auf Basis des FEM-Modells Blisk + Rotor (oben) und Blisk zykl. (unten) bei M2 @ EO23 (BP1). Die Daten stellen eine Drehzahlverringerung dar. Es sind nur Knotendurchmesser mit maximalen Amplituden über $5 \mu\text{m}$ dargestellt. Die farblich markierten Flächen geben die Messunsicherheiten im 95%-Konfidenzintervall an, siehe Abschn. 4.4.

Wissenschaftlicher Werdegang

Persönliche Daten

Name	Niklas Maroldt
Geburtsdatum	12. Dezember 1993
Geburtsort	Gehrden

Berufstätigkeit

seit 2019	Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik, Leibniz Universität Hannover
-----------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Studium

2016 - 2018	Wirtschaftsingenieurwesen, Leibniz Universität Hannover Abschluss: M. Sc.
2012 - 2016	Wirtschaftsingenieurwesen, Leibniz Universität Hannover Abschluss: B. Sc.
2014	Auslandssemester, University of Winnipeg, Kanada

Schulausbildung

2004 - 2012	Marie Curie Schule KGS Ronnenberg, Ronnenberg Abschluss: Abitur
2000 - 2004	Theodor-Heuss-Schule, Ronnenberg

Hannover, im Mai 2023