

# Prozesskettenorientierte Herstellbarkeitsanalyse von Produkten durch die Nutzung eines Constraint-Satisfaction-Problems

## Process chain-oriented manufacturability assessment of products by using a constraint satisfaction problem

Kevin Herrmann<sup>1</sup>, Felix Pusch<sup>1</sup>, Stefan Plappert<sup>1</sup>, Behrend Bode<sup>1</sup>,  
Iryna Mozgova<sup>2</sup>, Paul Christoph Gembarski<sup>1</sup>, Roland Lachmayer<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Leibniz University Hanover, Institut of Product Development, Garbsen  
herrmann@ipeg.uni-hannover.de

<sup>2</sup>University Paderborn, Institut of Data Management in Mechanical Design, Paderborn

**Abstract:** Dieser Beitrag stellt eine rechnergestützte Modellierungsstrategie vor, um Prozesskettenwissen, wie die Gestaltung der Fertigungsstufen, prozessübergreifende Fertigungsrestriktionen oder Fertigungshilfsmittel, für die Produktgestaltung zu formalisieren und im Kontext des Design for Manufacturing für Produkt- und Prozessgestaltungsentscheidungen bereitzustellen. Dabei werden am Beispiel einer Tailored-Forming-Prozesskette die Herstellungsschritte einer Multimaterial-Welle mittels eines Constraint-Satisfaction-Problems (CSP) modelliert, indem die geometrischen Transformationen einzelner Fertigungsstufen sowie Fertigungsrestriktionen in Form von Constraints und Fertigungsstufen sowie Fertigungshilfsmittel über Parameter in den CSP-Variablen formuliert werden. Das CSP ist damit in der Lage, ausgehend von einem Geometriemodell eines Bauteils eine prozesskettenorientierte Restriktionsprüfung zur Herstellbarkeitsbewertung durchzuführen und automatisiert Fertigungsstufen sowie Fertigungshilfsmittel zu konfigurieren.

**Keywords:**

design for manufacturing, constraint satisfaction problem, tailored forming, knowledge-based engineering

---

**Abstract:** This paper presents a computer-aided modeling strategy to formalize process chain knowledge, such as the design of manufacturing stages, cross-process manufacturing constraints or manufacturing tools, for product design and to provide it for product and process design decisions in the context of design for manufacturing. Using the example of a tailored forming process chain, the manufacturing steps of a multi-material shaft are modeled by means of a constraint satisfaction problem (CSP) by formulating the geometric transformations of individual manufacturing steps as well as manufacturing restrictions in the form of constraints, and manufacturing steps as well as manufacturing resources via parameters in the CSP variables. The CSP is thus able to perform a process-chain-oriented restriction check for manufacturability evaluation based on a geometry model of a component and to automatically configure manufacturing stages and manufacturing resources and tools.

**Keywords:**

design for manufacturing, constraint satisfaction problem, tailored forming, knowledge-based engineering

## 1 Motivation

Der Einsatz von Multimaterial-Bauteilen eröffnet neue Möglichkeiten für den belastungsgerechten Leichtbau (Ashby and Cebon 1993). Die Nutzung unterschiedlicher Werkstoffe ermöglicht die lokale Anpassung von Bauteileigenschaften an ortsspezifische Anforderungen, um eine effizientere Bauteilgestaltung zu erhalten (Brockmöller et al. 2020; Herrmann et al. 2022). Dieser Vorteil wird jedoch durch eine höhere Komplexität bei der Konstruktion durch die Berücksichtigung der Materialverteilung sowie zusätzlichen fertigungsinduzierten Gestaltungseinschränkungen erkauft. Neben der Konstruktion ist auch die Multimaterial-Fertigung aufwendiger und kostenintensiver im Vergleich zu einer Monomaterial-Fertigung (Gouker et al. 2006). Solche komplexen Prozessketten zeichnen sich dadurch aus, dass verbunden mit den vielen Interdependenzen der beteiligten Prozesse auch die Prozessunsicherheiten steigen. Der initiale Aufwand für den Aufbau solcher Prozessketten ist immens hoch, sodass die Konformität von neuen Produktentwürfen mit bestehenden Prozesselementen und Prozessketten besonders erstrebenswert ist (Özbayrak et al. 2004). Um dem kausalen Zusammenhang zwischen Fertigung und der Produktgestalt gerecht zu werden, muss möglichst frühzeitig Fertigungswissen in den Entwicklungsprozess integriert werden (Feldhusen et al. 2013).

Durch die Multimaterialität und die Notwendigkeit von mehrstufigen Fertigungsprozessen wird ein großer Lösungsraum aufgespannt, der bei einer Entwurfsbewertung der Fertigungskonformität eines Bauteils untersucht werden muss. Die Herausforderung besteht in der Formalisierung des Fertigungswissens und der gezielten Lösungsraumexploration für die zu entwerfenden Bauteile, um Rückschlüsse im Kontext des Design for Manufacturing auf realisierbare Produktgestalten erlaubt. Dafür ist eine holistische Betrachtung der späteren Prozessketten und der zur Herstellung der Fertigteilgeometrie notwendigen Fertigungsstufen erforderlich (Anjum et al. 2012). So lassen sich neben prozessspezifischen auch prozessübergreifende Fertigungsrestriktionen in der Entwicklung berücksichtigen, die sich aus dem Zusammenwirken einzelner Prozesse ergeben (Herrmann et al. 2021a). Hierbei ergibt sich die Forschungsfrage: *Wie kann die prozessketten-orientierte Entwurfsbewertung von mehrstufig hergestellten Tailored-Forming-Bauteilen durch wissensbasierte Assistenzsysteme unterstützt werden?*

Dieser Beitrag stellt am Beispiel einer komplexen Tailored Forming Prozesskette zur Herstellung einer multimateriellen Welle eine constraint-basierte Modellierungsstrategie vor, um Fertigungswissen, wie die Gestaltung der Fertigungsstufen, prozessübergreifende Fertigungsrestriktionen oder einsetzbare Fertigungshilfsmittel, für die Produktgestaltung zu formalisieren und im Kontext des Design for Manufacturing für Produkt- und Prozessgestaltungsentscheidungen bereitzustellen. Zudem wird ein Konfliktlöser vorgestellt, der für verletzte Fertigungsrestriktionen Maßnahmen zu dessen Lösung ableitet.

## 2 Theoretischer Hintergrund

### 2.1 Konzept eines Fertigungsstufenmodells

Die Herausforderung bei der Formalisierung von Prozesskettenwissen ist die Abstraktion der Prozessschritte. Besonders bei mehrstufigen Prozessketten in der unterschiedliche Fertigungsverfahren involviert sind, muss bei der Modellierung ein gemeinsames Abstraktionsniveau gefunden werden. So kann ein Biegeprozess durch explizite Gleichungen abgebildet werden. Wird jedoch ein Wärmebehandlungsprozess betrachtet, sind zur Beschreibung Finite Element Simulationen notwendig. Um dieser Thematik zu begegnen und aus dem formalisierten Prozesskettenwissen Rückschlüsse für die Produkt- und Prozessgestaltung zu ermöglichen, wird in diesem Beitrag das Konzept eines Fertigungsstufenmodells untersucht. Der Grundgedanke eines Fertigungsstufenmodells ist es, ausgehend von einem Fertigteilgeometriemodell eines Bauteils die zur Herstellung notwendigen Geometriemodelle der Fertigungsstufen abzuleiten und gleichzeitig Restriktionsprüfungen hinsichtlich

der Anforderungserfüllung alle involvierten Fertigungsschritte durchzuführen. Das Fertigungsstufenmodell ist damit ein Werkzeug für die Spätphase der Produktentwicklung, in der ein intensiver Informationsaustausch mit der Fertigungsplanung stattfindet, um eine herstellbare Produktgestalt und eine effektive Fertigung zu erreichen. Dieser Prozess ist in der Regel iterativ und zeitintensiv (Li et al. 2018). Durch das Fertigungsstufenmodell soll diese Zeit verkürzt werden, indem Teile dieses Informationsaustausches und anschließende Aktivitäten durch ein wissensbasiertes System übernommen werden. Das wissenschaftliche Ziel des Fertigungsstufenmodells ist die Herstellbarkeitsuntersuchung von Bauteilen im Hinblick auf ihre späteren Prozessketten durch eine holistische Betrachtungsweise, welche es erlaubt, auch prozessübergreifende Fertigungswechselwirkungen zu berücksichtigen (Herrmann et al. 2021a). Aus dem Fertigungsstufenmodell ergibt sich der Nutzen, die Herstellbarkeit von Bauteilgeometrien zu bewerten, Geometriemodelle für die Zwischenstufen in der Fertigung abzuleiten und die Spezifikation der jeweiligen Fertigungshilfsmittel zu unterstützen. Dies ermöglicht eine schnellere und effizientere Fertigungsplanung, indem erste Aktivitäten parallel zu der Spätphase der Produktentwicklung stattfinden und relevante Prozessketteninformationen automatisiert in die Gestaltung von Bauteilen einfließen können (vgl. Bild 1).

Ausgangspunkt des Fertigungsstufenmodells ist ein CAD-Modell des Fertigteils (1). Anschließend folgt die Auswahl von geeigneten Fertigungstechnologien sowie die Bildung einer Fertigungsreihenfolge durch Fertigungsexperten (2). Bei der Entwicklung von Prototypen oder Kleinserien sind in der Regel die später eingesetzten Fertigungsverfahren und Werkstoffgruppen bereits zu Beginn des Produktgestaltungsprozesses festgelegt, da sich bestimmte Verfahren in der Vergangenheit als optimal herausgestellt haben und das Know-how und die Investitionen dafür im eigenen Haus vorhanden sind (Ehrlenspiel et al. 2013). Mit der Auswahl der Prozesskette sind die Fertigungsfähigkeiten und die damit verbundenen Fertigungsrestriktionen an die Gestalt des Fertigteils zum Teil festgelegt (3). An dieser Stelle setzt das Fertigungsstufenmodell an. Es bietet die Möglichkeit Fertigungsrestriktionen zu formalisieren, automatisiert die zur Herstellung notwendigen Fertigungsstufen abzuleiten (4) und auf Basis eines formalen Modells eine prozesskettenorientierte Herstellbarkeitsbewertung durchzuführen (5). Abschließend gibt das Fertigungsstufenmodell Rückmeldung zur Herstellbarkeit und leitet gegebenenfalls Maßnahmen zur Erreichung der Herstellbarkeit ab, indem benötigte Fertigungsressourcen spezifiziert oder Fertigteilanpassungen vorgenommen werden (6).

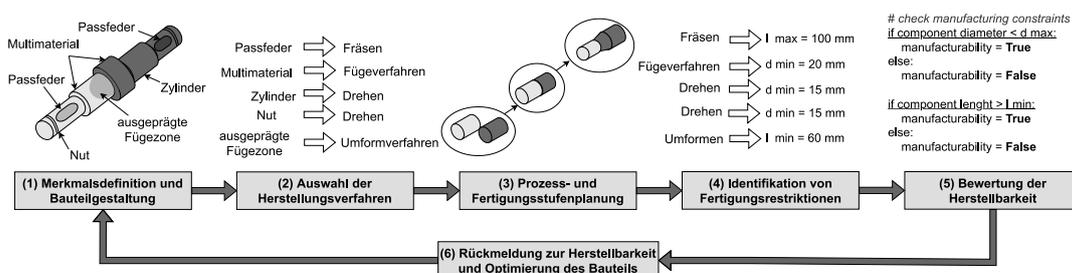


Bild 1: Ablauf des Fertigungsstufenmodells

## 2.2 Bisherige Arbeiten zum Fertigungsstufenmodell

In Herrmann et al. (2021a) wird das Fertigungsstufenmodell als inverses Prozesskettenmodell vorgestellt, wobei die Prozesskette über die Verknüpfung parametrischer Geometriemodelle von involvierten Fertigungsstufen modelliert wird. Die Verknüpfung der Fertigungsstufen erfolgt durch Transferfunktionen, die die geometrischen Transformationen des Werkstücks entlang der Prozesskette beschreiben. Eine Transferfunktion ist in diesem Kontext eine parametergebundene Zustandsänderung des Werkstücks durch einzelne Fertigungsprozesse und ist dabei abhängig von der Beschaffenheit des zugehörigen Fertigungsverfahrens, den genutzten Fertigungsressourcen und den Prozessparametern. Sie kann beispielsweise als mathematisches Gleichungssystem oder als numerische Simulation modelliert werden.

Herrmann et al. (2021b) bauen auf diesem Konzept auf und verstehen das Fertigungsstufenmodell als Abfolge von Analyse- und Synthese-Operationen, die eine Ableitung der Fertigungsstufen erlauben. Dabei wird die Analyse mittels numerischer Prozesssimulation und die Synthese über einen mathematischen Optimierer umgesetzt. Im Analyse-Synthese-Prozess wird die Gestalt einer vorgelagerten Fertigungsstufe iterativ angepasst, bis sie die Herstellung der nachgelagerten Fertigungsstufe mit den zur Verfügung stehenden Fertigungsressourcen und Prozessen ermöglicht. Verknüpft werden die Analyse- und Synthese-Operationen in generativen Geometriemodellen von den untersuchten Fertigungsstufen. Diese Modelle werden nach dem Generative Parametric Design Approach (Altun et al. 2022) aufgebaut, wodurch eine hohe Flexibilität in der Modellstruktur erreicht wird, da der Optimierer beim Ableiten der Fertigungsstufen nicht nur parametrische, sondern auch topologische Änderungen vornehmen kann, indem andere Gestaltelemente in ein Modellskelett gehängt werden. So kann ein größerer Lösungsraum für die Fertigungsstufen dargestellt werden. Die Modellierung des Fertigungsstufenmodells als Abfolge von Analyse- und Synthese-Operationen bringt jedoch Nachteile. Zum einen setzt die Modellierungsstrategie einen hohen Implementierungsaufwand voraus und resultiert in einer komplexen Modellstruktur. Zum anderen erfordert der iterative Einsatz von numerischen Simulationen eine große Rechenzeit. Des Weiteren fehlen in den bestehenden Ansätzen des Fertigungsstufenmodells die Aspekte, wie mögliche Fertigungskonflikte aufgedeckt und Maßnahmen zur Erreichung der Fertigungsgerechtigkeit abgeleitet werden können.

Innerhalb dieses Beitrags wird daher eine Modellierungsstrategie vorgestellt, die einerseits die Modellkomplexität verringert und andererseits einen Inferenzmechanismus zur Bewertung der Herstellbarkeit sowie zur Ableitung von gegebenenfalls darauffolgenden Maßnahmen beinhaltet. Dafür wird das Fertigungsstufenmodell als ein Konfigurationsproblem verstanden. Es wird nach einer Konfiguration aller Parameter der Fertigungsstufen gesucht, die allen Restriktionen der hinterlegten Prozesskette und deren Einzelprozessen gerecht wird. Dabei kommt ein Constraint-Satisfaction-Problem zum Einsatz, dessen zugrunde liegende Konfigurationsmechanismus eine hohe Performance, Automatisierbarkeit und Erweiterbarkeit verspricht (Felfernig et al. 2014).

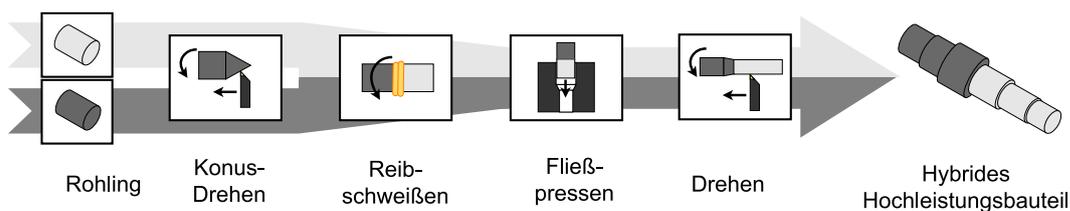
### 2.3 Constraint Satisfaction Problem

Ein Constraint Satisfaction Problem (CSP) ist eine Aufgabenstellung aus der künstlichen Intelligenz und aus der Unternehmensplanung, bei der ein Zustand (d. h. Belegungen von Variablen) gesucht wird, der alle aufgestellten Bedingungen (Constraints) erfüllt. Dabei ist ein CSP durch eine endliche Menge von Variablen, eine Funktion, die jede Variable in einer endlichen Domäne abbildet und eine endliche Menge von Constraints, die die Wertebelegung der Variablen untereinander beschränken, definiert (Brailsford et al. 1999; Gembariski 2022). Im Unterschied zu anderen Optimierungsproblemen, in denen eine Näherungslösung gesucht wird, fordern CSPs vom Grundgedanken (es gibt auch Ausnahmen) eine vollständige Erfüllung jeder einzelnen Constraints. Sind die aufgestellten Constraints widersprüchlich zueinander, so gibt es keine Lösung des Problems. Ist dies nicht der Fall, besitzt das CSP ein oder durchaus auch mehrere Lösungen. Innerhalb eines CSPs werden verschiedene Constraint-Typen unterschieden: unäre Constraints (kontrollieren die Wertebelegung einer einzelnen Variablen), binäre Constraints (Verknüpfungen zwischen zwei Variablen) und Constraints höherer Ordnung (Verknüpfungen, die drei oder mehrere Variablen umfassen). Allgemeine Suchalgorithmen können zur Lösung von CSPs genutzt werden, jedoch gibt es Algorithmen, die speziell für diese Problemklasse entwickelt wurden und somit wesentlich effizienter sind als allgemeine Suchalgorithmen. Grundsätzlich gibt es für die Lösung eines CSPs zwei Arten von Algorithmen (Kumar 1992). Suchalgorithmen, wie das Backtracking, sind in der Lage, durch systematisches Ausprobieren von Werten eine Lösung für das CSP zu finden (Brailsford et al. 1999). Constraint Propagation-Algorithmen hingegen versuchen, die möglichen Werte der Variablen anhand der Einschränkungen zu reduzieren, um die Lösungssuche zu beschleunigen. Eine Herausforderung bei der Lösungssuche im CSP ist der Suchraum, der exponentiell mit der Anzahl an Variablen und Domänen wächst. Wird beispielsweise ein CSP mit 10 Variablen, deren Domänen jeweils von 1 bis 10 definiert sind, betrachtet, ergeben sich  $10^{10}=10.000.000.000$  Wertekombinationen, die hinsichtlich möglicher Lösungen überprüft werden

müssen. An dieser Stelle können auch Kombination verschiedener Ansätze eingesetzt werden, wie zum Beispiel die Verwendung eines Suchalgorithmus als Ausgangspunkt und dann das Wechseln zu einem einschränkenden Algorithmus. Mit dem hybriden Suchen können die Stärken verschiedener Ansätze kombiniert werden, um schneller zu einer Lösung zu gelangen (Prosser 1993). Die Wahl einer effektiven Lösungsstrategie erfordert ein gutes Verständnis über das spezifische Problem und hängt von seiner individuellen Beschaffenheit ab.

### 3 Modellierungs- und Schlussfolgerungsstrategie des Fertigungsstufenmodells

Die Vorstellung der Modellierungs- und Inferenzstrategie erfolgt am Beispiel einer Multimaterial-Welle, welche im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 1153 „Prozesskette zur Herstellung hybrider Hochleistungsbauteile durch Tailored Forming“ hergestellt wird. Zu Beginn werden zwei monomaterielle Halbzeuge aus unterschiedlichen Werkstoffen durch Drehen bearbeitet, um eine angespitzte Fügezone zu erhalten. Dadurch kann beim nachfolgenden Reibschweißen ein Spitzkegel in einen gegenläufigen Hohlkegel des anderen Monomaterial-Halbzeugs eintauchen, was eine größere Reibfläche erzeugt und damit den Verbund stärkt. Anschließend wird das hybride Halbzeug durch einen Fließpressprozess thermo-mechanisch umgeformt. Durch die gemeinsame Umformung der gefügten Werkstoffe bildet sich eine intermetallische Phase in der Fügezone aus, welche die vorherrschende Verbindung verstärkt. Abschließend wird der umgeformte Rohling zur Endkontur zerspant, um Randzonen- sowie Oberflächeneigenschaften für das Bauteil einzustellen (vgl. Bild 2). (Behrens et al. 2019; Denkena et al. 2019)



**Bild 2:** Tailored-Forming-Prozesskette einer Multimaterial-Welle

#### 3.1 Formalisierung von Prozesskettenwissen innerhalb eines CSP

Zur rechnergestützten Umsetzung des Fertigungsstufenmodells ist eine formale Beschreibung der Fertigungsprozesskette erforderlich. Zur vollständigen Prozesskettenformalisierung sind drei Perspektiven notwendig (Martin 2005). (1) Die Prozessperspektive beschreibt die Schritte und das Verfahren, die zur Herstellung des Produkts erforderlich sind. Die genaue Beschreibung eines Fertigungsprozesses hängt dabei von dem spezifischen Eingangs- und Ausgangswerkstück und der verwendeten Fertigungstechnologie ab. Damit beschreibt die Prozessperspektive die Transformationen des Werkstücks durch die Fertigungsprozesse. (2) Die Produktperspektive beschreibt die Gestalt des Werkstücks entlang der Prozesskette. Aufgrund der Transformationen durch die Fertigungsprozesse muss die Produktperspektive sich adaptiv gegenüber den prozessinduzierten Gestaltänderungen verhalten. (3) Die Ressourcenperspektive beschreibt die Fertigungshilfsmittel, Werkzeuge und Maschinen, die während der Fertigung zum Einsatz kommen und damit die Fertigungsfähigkeiten und -restriktionen festlegen.

Zu Beginn wurden die Prozesskette und ihre Eingangs-, Zwischen- und Ausgangsprodukte analysiert. Dabei wurden zur Wissensakquise Interviews mit Expertinnen und Experten durchgeführt und Informationen aus einem SFB 1153 internen Forschungsdaten- und Wissensmanagementsystems entnommen. Das auf Semantic MediaWiki basierende Wissensmanagementsystem dient der prozessübergreifenden Koordinierung des Informations- und Wissensaustauschs zwischen den Teilprojekten. Dabei wird relevantes Prozess- und Ressourcenwissen semantisch annotiert und kollaborativ zur Verfügung gestellt (Sheveleva et al. 2023).

Dieses Produkt- und Prozesskettenwissen wird anschließend in ein CSP überführt. Dabei ist der Grundgedanke, das CSP als Graph aufzufassen, bei dem die geometrischen Transformationen der Fertigungsstufen sowie die Fertigungsrestriktionen in Form von Constraints als Kanten und die Produkt-, Prozess- und Ressourcenperspektiven als Knoten formuliert sind. Innerhalb des CSP werden die einzelnen Fertigungsprozesse in Prozesscontainer (eine Menge aus Variablen, Domänen und Constraints) abgebildet, in denen eine Abstraktion der Fähigkeiten des jeweiligen Prozesses, z. B. ressourcenbedingte Fertigungsrestriktionen, erreichbare Prozessfenster und vorhandene Werkzeuge, abgelegt sind. Die Verkettung der Prozesscontainer wird durch die Fertigungsstufen als Verbindungsglied erreicht. Die Fertigungsstufen stellen sowohl die Eingangsgrößen eines Einzelprozesses als auch die Ausgangsgröße des vorangegangenen Prozesscontainers dar. Im CSP können die Fertigungsstufen merkmalsbasiert über die Variablen explizit mit spezifischen Geometriedomänen als Produktperspektive formalisiert und später mittels eines CAD-Systems in eine geometrische Bauteilgestalt übersetzt werden. Die Fertigungshilfsmittel schränken maßgeblich die Prozessfähigkeit und damit verbunden die Transformation der Fertigungsstufen ein. Sie können ebenfalls merkmalsbasiert als Ressourcendomäne formalisiert werden. Zudem können auch limitierende Prozessparameter, wie eine maximale Durchschweißdicke oder Presskraft, als auch materialbezogene Eigenschaften, z. B. Streckgrenze, als Variablen mit prozesseinschränkenden Domänen im CSP formalisiert werden. Damit lässt sich ebenfalls die Prozessperspektive beschreiben. Die Modellierung der geometrischen Transformation der Fertigungsstufen entlang der Prozesskette erfolgt innerhalb der Prozesscontainer über die Constraints des CSPs. Dabei werden die gestaltgebenden Merkmale der Fertigungsstufen aus der Geometriedomäne über explizite binäre Constraints oder Constraints höherer Ordnung miteinander verknüpft. Dies ermöglicht die explizite Modellierung der gesamten Prozesskette. Um die Konformität der Fertigungsstufen mit der Prozesskette (Herstellbarkeitsbewertung) zu untersuchen, werden die geometrieeinschränkenden Fertigungsrestriktionen ebenfalls als Constraints zwischen den Geometriedomänen formalisiert und dem CSP-Graphen hinzugeführt. Bei der Modellierung der Constraints werden im CSP Hard- und Soft-Constraints unterschieden. Hard-Constraints stellen die geometrischen Transformationen und physikalischen oder prozessbedingten Restriktionen dar, welche nicht verletzt werden dürfen. Damit legen die Hard-Constraints feste Grenzen für den herstellbaren Lösungsraum für eine Fertigteilgeometrie als Menge aller möglichen Fertigungsstufenkonfigurationen fest. Dagegen stellen Soft-Constraints Zielanforderungen dar, mit denen dieser Lösungsraum zusätzlich eingeschränkt werden kann. An dieser Stelle wird die Ressourcenperspektive durch das Hinterlegen von ressourcenbedingten Fertigungsfähigkeiten von verfügbaren Fertigungshilfsmitteln eingebunden. Dabei werden zu den Soft-Constraints auch potentielle Kosten zu der bezogenen Fertigungsressource hinterlegt, die bei einer Neubeschaffung oder Anpassung entstehen. Dies ermöglicht später eine kostenorientierte Anpassung des Fertigungsprozesses, um eine Herstellbarkeit einer Fertigteilgeometrie zu erreichen.

Das Bild 3 zeigt die Modellierung für den Prozesscontainer eines Reibschweißprozesses zur Herstellung eines Multimaterial-Halbzeugs. Die Modellierung des CSPs kann durch drei Schritte erfolgen: (1) Parametrierung der Fertigungsstufen sowie Fertigungshilfsmittel und Anlegen von Produkt- und Ressourcendomänen als Variablen; (2) Formulierung der geometrischen Transformationen der Fertigungsstufen sowie prozessbedingten Einschränkungen als Hard-Constraints; (3) Einbindung von ressourcenbedingten Geometrierestriktionen als Soft-Constraints und hinterlegen von Kosten für das jeweilige Fertigungshilfsmittel. Die Schwierigkeit bei der Modellierung der Constraints ist das wechselwirkende Verhalten der Constraints zueinander. Daher ist wichtig die Wechselwirkungen zwischen den Constraints genau zu verstehen und zu berücksichtigen.

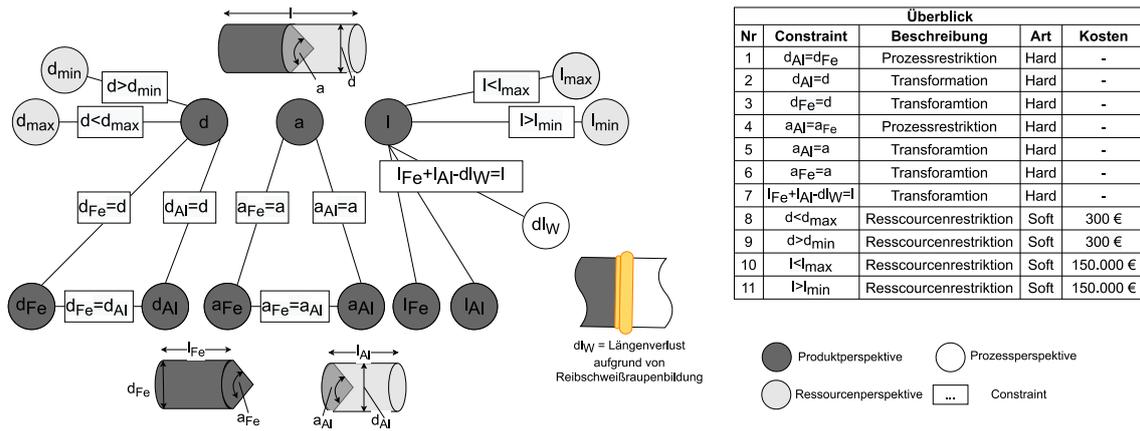


Bild 3: Modellierung des Prozesscontainers zum Reibschweißprozess

Das vollständige Constraint-Netzwerk der Prozesskette im Anwendungsbeispiel ist in Bild 4 dargestellt.

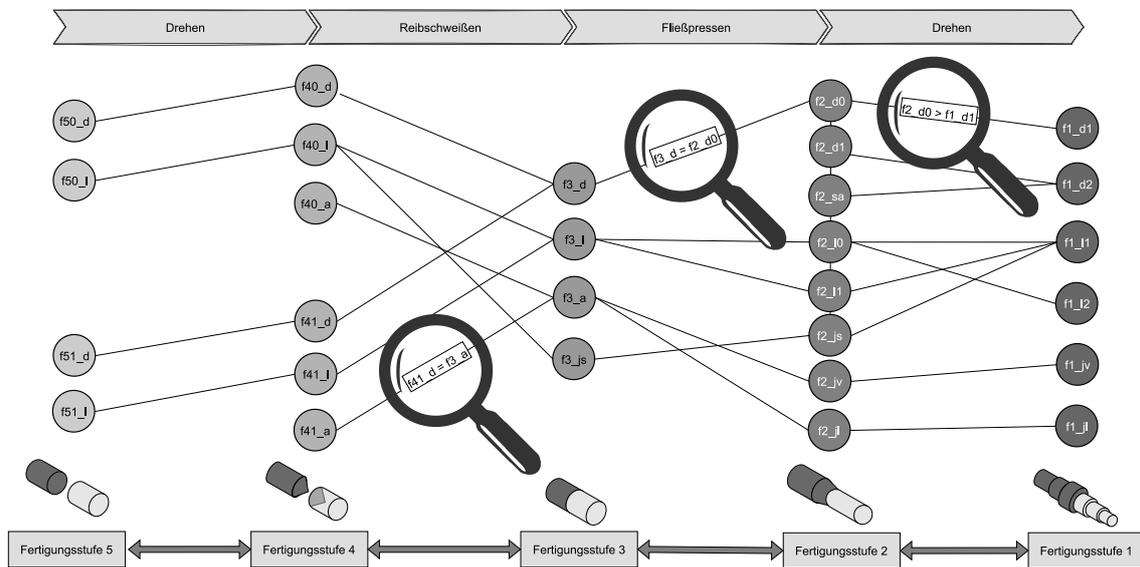


Bild 4: Constraint Netzwerk einer Tailored Forming Prozesskette

### 3.2 Implementierung und Inferenzstrategie des Fertigungsstufenmodells

Ist das Produkt- und Fertigungswissen formalisiert, kann der Lösungsprozess des CSPs als Inferenzmaschine verwendet werden, um Fertigungsstufen abzuleiten, mögliche Fertigungskonflikte aufzudecken und zu lösen. Wird mindestens eine gültige Parameterkonfiguration für alle Fertigungsstufen gefunden, entspricht diese einer Konformität der Fertigteilgeometrie mit der Prozesskette. Dies wird anschließend gemeinsam mit den Geometriemodellen der Fertigungsstufen zurückgemeldet. Kann keine valide Lösung gefunden werden, spezifiziert die Inferenzmaschine neue Fertigungshilfsmittel, welche die Herstellung ermöglichen. Allgemein folgt die Inferenz diesen Schritten: (1) Auslesen der Fertigteilgeometrie aus dem CAD als Eingabedaten; (2) Initialisieren des CSPs durch eine Modellierung der Prozesskette aus Variablen und Constraints; (3) Überprüfen der Herstellbarkeit der Fertigteilgeometrie mit Hilfe einer prozesskettenorientierten Restriktionsprüfung durch eine Lösungssuche im CSP; (4) Falls die Fertigteilgeometrie herstellbar ist, konfiguriert der Inferenzmechanismus die Geometriemodelle der Fertigungsstufen und gibt diese an die Konstruierenden aus; (5) Falls die Fertigteilgeometrie nicht herstellbar ist, spezifiziert der Inferenzmechanismus neue Fertigungshilfsmittel und startet die Lösungssuche aus Schritt 3 nochmal.

Die nachfolgende rechnergestützte Umsetzung des Fertigungsstufenmodells erfolgt mit einer Python-basierten Implementierung, da Python die Einbindung vieler externer Bibliotheken ermöglicht und eine Schnittstelle zu kommerziellen CAD Systemen besitzt.

### **Auslesen der Fertigteilgeometrie als Eingabedaten**

Im ersten Schritt muss das Modell der zu untersuchenden Fertigteilgeometrie analysiert werden, da dieses die Inputdaten für das CSP liefert. Dafür wird die Fertigteilgeometrie in Autodesk Inventor modelliert und rechnergestützt umgesetzt, indem das hinterlegte Boundary-Representation Modell (B-Rep) ausgelesen wird. Hierbei werden relevante Merkmale wie Features und Abmessungen aus dem CAD Modell entnommen und dem CSP als Input zur Verfügung gestellt. Bezüglich des Anwendungsbeispiels werden an dieser Stelle die Materialien, die maximalen Durchmesser der beiden Werkstoff-Abschnitte sowie deren Längen ausgelesen.

### **Initialisierung des CSPs**

Das CSP wird in Python über eine Klasse modelliert, welche die angelegten Variablen, Domänen und Constraints verwaltet und eine modulare Einbindung von einem oder mehreren CSP-Solvern ermöglicht. Das formale CSP-Modell der Prozesskette in Form von Variablen, Domänen und Constraints wird in der CSP-Klasse formalisiert. Zur Initialisierung wird eine CSP-Instanz erstellt und alle Variablen, Domänen und Constraints der Prozesskette inklusive der Fertigungsstufen und Fertigungshilfsmittel über eine Excel-Tabelle innerhalb der Instanz angelegt. Die Informationen der Fertigteilgeometrie werden anschließend durch das Einschränken von Domänen eingebunden. Dafür werden die Domänen der ausgelesenen Längen und Durchmesser innerhalb der finalen Fertigungsstufe auf einen, den ausgelesenen Wert, beschränkt. Damit ist das CSP vollständig definiert.

### **Lösungssuche**

Die Modellierung des CSP-Solvers erfolgt über eine separate Objektklasse, in der unterschiedliche Algorithmen zur Constraint Propagation und Lösungssuche implementiert werden können. Durch eine Verknüpfung zum CSP-Objekt kann das formalisierte CSP durch die implementierten Algorithmen gelöst werden. Als Lösungsstrategie wird im Fertigungsstufenmodell ein kombinierter Ansatz verfolgt. Dabei werden zu Beginn die Domänen durch Constraint Propagation so weit eingeschränkt, bis eine Kantenkonsistenz erreicht wird. Dies wird über den AC-3 Algorithmus (Kumar 1992) umgesetzt, indem die Konsistenz der binären Constraints untersucht wird. Constraints höherer Ordnung werden dabei nicht berücksichtigt. Da das Netzwerk über keine unären Constraints verfügt, wurde auf eine Untersuchung der Knotenkonsistenz verzichtet. Nach dem Einschränken der Domänen folgt eine konkrete Lösungssuche durch einen rekursiv implementierten Backtracking Algorithmus.

### **Spezifikation benötigter Fertigungshilfsmittel**

Ergibt die Lösungssuche keine befriedigende Parameterkombination, spezifiziert die Inferenzmaschine neue Fertigungshilfsmittel, welche die Fertigung des Fertigteils ermöglichen. Dafür erfolgt zuerst die Identifikation der verletzten Soft-Constraints (bzw. die einschränkenden Fertigungshilfsmittel), indem Soft-Constraints relaxiert werden. Dadurch werden während des Lösungsprozesses einzelne oder mehrere Soft-Constraints unterdrückt. Wird nach der Unterdrückung eine gültige Lösung gefunden, kann implizit darauf geschlossen werden, dass die unterdrückten Soft-Constraints bzw. die dahinter formalisierten Fertigungsressourcen den Lösungsraum so einschränken, dass eine Herstellbarkeit der untersuchten Fertigteilgeometrie nicht gegeben ist. Die notwendige Relaxationslogik wird ebenfalls über eine eigene Objektklasse implementiert. Die Constraint-Relaxations-Klasse identifiziert im ersten Schritt alle Soft Constraints und erstellt eine Liste von allen Kombinationen der unterdrückten Soft Constraints. Für jede dieser Kombination wird ein separater Lösungsprozess durch den CSP-Solver gestartet, um zu untersuchen, welche Kombination unterdrückter Soft Constraints bei der Lösungsfindung verletzt werden. Da die Lösungsprozesse der Kombinationen unabhängig voneinander laufen, wird die Rechenzeit durch die parallele Durchführung der Solver-Prozesse (Multi-Threading) reduziert. Die Lösungsfindung erfolgt durch die CSP-Solver-Klasse. Kann eine Lösung gefunden werden, sind die verletzten Soft Constraints identifiziert. Anschließend werden die zugehörigen ressourcenbezogenen Variablen ausgelesen, ihre Domäne geöffnet und über einen weiteren

Lösungsprozess die Domänen bestimmt, die die Herstellung des Fertigteils ermöglichen. Das bedeutet, dass die bezogenen Fertigungsressourcen von ihren Variablen getrennt werden und das jeweilige Merkmal der Fertigungsressource nun durch den CSP-Solver neu konfiguriert werden kann.

Dazu ein Beispiel, es wird zur Fertigung eines Bauteils eine Matrize benötigt, die über einen Durchmesser  $d_{\text{Matrize}}$  beschrieben werden kann. Von dieser Matrize sind zwei verfügbar, eine mit einem Durchmesser von 30 mm und die andere mit einem Durchmesser von 40 mm. Daraus folgt für  $d_{\text{Matrize}}$  eine Domäne mit [30,40]. Für die Fertigung des Bauteils wird jedoch ein Matrizendurchmesser  $d_{\text{erforderlich}}$  von 20 mm benötigt. In diesem Fall wird der Soft-Constraint, in der  $d_{\text{Matrize}}$  mit dem Bauteil verknüpft ist, zum Beispiel  $d_{\text{Matrize}} = d_{\text{erforderlich}}$ , identifiziert und die Domäne von  $d_{\text{Matrize}}$  zu beispielsweise [1, 2, ..., 99, 100] erweitert. Mit dieser geöffneten Domäne wird der Lösungsprozess nochmal gestartet und der CSP-Solver wird  $d_{\text{Matrize}}$  auf 20 mm konfigurieren. Abschließend werden die erhaltenen Lösungen anhand ihrer Kosten bewertet und die kostengünstigste zurückgemeldet. Aus der Anpassung der Soft-Constraints resultiert, dass zur Herstellung der Fertigteilegeometrie neue oder angepasste Fertigungsressourcen benötigt werden.

### Feedback

Schlussendlich werden die Informationen zur Herstellbarkeit sowie die Lösungen der Fertigungsstufen zurückgemeldet. Dafür werden die konfigurierten Merkmale der Fertigungsstufen an Autodesk Inventor übergeben. Dort werden die Geometriemodelle der Fertigungsstufen durch zuvor angelegte parametrische Geometrie-Templates erstellt und können als CAD Geometriemodelle exportiert werden. Gleiches gilt auch für gegebenenfalls neu konfigurierte Fertigungshilfsmittel. Für das Fertigungsstufenmodell wurde ein webbasiertes User Interface mit Hilfe der Python Bibliothek Flask erstellt, um es innerhalb des Entwicklungsprozesses nutzerfreundlich zur Verfügung zu stellen.

## 4 Diskussion

Mit der vorgestellten Modellierungsstrategie ist das Fertigungsstufenmodell ein Entscheidungsunterstützungssystem, um kollaborative Aktivitäten bei der Abstimmung zwischen Produktentwicklung und der Fertigungsplanung zu erleichtern. Das Fertigungsstufenmodell ist in der Lage, eine prozesskettenorientierte Restriktionsprüfung zur Herstellbarkeitsbewertung durchzuführen und automatisiert Fertigungsstufen sowie Fertigungshilfsmittel zu konfigurieren. Damit liefert das Fertigungsstufenmodell relevante Informationen über die Herstellbarkeit einer Fertigteilegeometrie und bietet einen besseren Startpunkt für die nachgelagerte Fertigungsplanung zur Prozessentwicklung. Abseits von der vorgestellten Prozesskette ist das Fertigungsstufenmodell auch auf andere Prozessketten anwendbar. In der vorgestellten Prozesskette wurden die involvierten Fertigungsprozesse über explizite Gleichungen abstrahiert. Dies hat zur Folge, dass das komplexe Verhalten der Fertigung nicht in der Tiefe abgebildet werden kann, wie es bsw. prozessspezifische Fertigungssimulationen können. Zu nennen sei das thermo-mechanische Materialverhalten, was zu Gefügeveränderungen im Werkstück führt. Dieser Umstand kann jedoch aufgelöst werden, indem reale oder simulative Fallbasen in die Prozesscontainer integriert werden. Der Einsatz der Fallbasen hat den Vorteil, dass die Rechenzeit reduziert werden kann, da Simulationen nicht parallel zum CSP ausgeführt werden müssen, sondern die Rechenzeit durch Parameterstudien vorgelagert wird. Die Erkenntnisse daraus können anschließend über einen fallbasierten Schlussfolgerungsalgorithmus zur Verfügung gestellt werden. Die Modellierung als CSP eröffnet dahingehend großes Potential für die weitere Forschung. So ist es möglich neben der Spezifikation von Fertigungshilfsmitteln auch die Auswahl von Prozessschritten einer Prozesskette zu konfigurieren. Auch eine automatisierte Anpassung einer Fertigteilegeometrie zur Erreichung einer Fertigungsgerechtigkeit ist im Fertigungsstufenmodell noch nicht möglich, aber für die weitere Forschung geplant. Das Fertigungsstufenmodell grenzt sich durch die Modellierung als CSP von bestehenden Ansätzen zum Design of Manufacturing und der rechnergestützten Fertigungsplanungsunterstützung ab. Ansätze, die sich auf ganze Prozessketten beziehen, konzentrieren sich dabei eher auf die Auslegung von Fertigungsprozessen, wie bsw. die Prozess- und Prozesskettenspezifikation (Rippel et al. 2016, Kulkarni

et al. 2014, Lee et al. 2022, Milisavljevic-Syed et al. 2019, Nellippallil et al. 2018) und berücksichtigen weniger die Perspektive der Produktentwicklung hinsichtlich der Gestaltung einer Fertigteilegeometrie und die Ausgabe resultierender Fertigungsstufen. Ansätze, welche die Herstellbarkeit einer Bauteilgestalt untersuchen, Fertigungskonflikte aufzeigen und teilweise Maßnahmen vorschlagen, beziehen sich in der Regel auf spezifische Fertigungsprozesse und deren Arbeitsfolgen und weniger auf heterogene Prozessketten (Albrecht and Anderl 2016, Li et al. 2018, Nguyen and Martin 2015). In dieser Hinsicht bietet das Fertigungsstufenmodell eine verallgemeinerte Modellierungsstrategie in der die Formalisierung und Verkettung von auch heterogenen Fertigungsverfahren mit unterschiedlicher Detailtiefe ermöglicht wird. Mit dem modellierten Funktionsumfang schließt das Fertigungsstufenmodell eine Forschungslücke und ergänzt bestehende Ansätze zum Design of Manufacturing und der rechnergestützten Fertigungsplanungsunterstützung.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Dieser Beitrag stellt eine Modellierungsstrategie für ein Fertigungsstufenmodell vor. Das Fertigungsstufenmodell kann die Herstellbarkeit eines Bauteils mit Hilfe einer holistischen Betrachtung der späteren Fertigungsprozesskette analysieren. Dabei werden die zur Herstellung notwendigen Fertigungsstufen und gegebenenfalls Maßnahmen automatisiert abgeleitet, um eine Fertigungsgerechtigkeit zu erreichen. Damit werden bereits in der Produktentwicklung wichtige prozesskettenbezogene Restriktionen identifiziert und bei der Gestaltung berücksichtigt. Zudem unterstützt das Fertigungsstufenmodell die Spezifikation der jeweiligen Fertigungshilfsmittel. Formalisiert wird das Fertigungsstufenmodell durch ein Constraint Satisfaction Problem, das über Variablen, Domänen und Constraints, eine Modellierung einer Fertigungsprozesskette ermöglicht. Dabei werden die Produktperspektive, Prozessperspektive und Ressourcenperspektive zur Beschreibung einer Prozesskette aufgegriffen. Die Inferenzfähigkeit des Fertigungsstufenmodells ist regelbasiert über Constraint Propagation und einem Backtracking Algorithmus umgesetzt. Eine Verknüpfung mit einem CAD-System ermöglicht zusätzlich die drei-dimensional Darstellung der abgeleiteten Fertigungsstufen und Fertigungshilfsmittel. Das Fertigungsstufenmodell bietet viele Anknüpfungspunkte für die weitere Forschung. Ein nächster Schritt ist es, neben den ressourcenseitigen Maßnahmen auch die Bauteilgestalt anhand der Restriktionsprüfung gezielt automatisiert anzupassen, um Fertigungskonflikte aufzulösen. Auch die Modellierungsgenauigkeit der Fertigungsprozesse kann durch die Einbindung von externen Ersatzmodellen, wie Fallbasen oder FE-Simulationen, bei komplexen Fertigungszusammenhängen erhöht werden. Um die Ressourcenbereitstellung weiter zu strukturieren, lassen sich auch externe Wissensbasen, wie fertigungsbezogene Ontologien (Lemaignan et al. 2006) einsetzen. Abschließend kann durch eine dynamische Generierung von Tailored-Forming-Prozessketten die statische Prozesskettenmodellierung im Fertigungsstufenmodell aufgelöst werden, um die Untersuchung und die Bewertung von unterschiedlichen Prozesskettenvarianten zu ermöglichen. Dabei bieten verteilte CSPs mit einem Multi-Agenten Ansatz eine interessante Forschungsgrundlage (Yokoo et al. 1998).

## Danksagung

Die Ergebnisse dieser Publikation sind im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 1153 „Prozesskette zur Herstellung hybrider Hochleistungsbauteile durch Tailored Forming“ innerhalb des Teilprojekts C2 entstanden. Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle und organisatorische Unterstützung des Projektes (Projektnummer: 252662854).

## Literatur

- Albrecht and Anderl 2016 ALBRECHT, Katharina; ANDERL, Reiner: Information Model for the Integration of Manufacturing Restrictions into the Algorithm Based Product Development Process. In: *Procedia CIRP* Bd. 50 (2016), S. 819–824
- Altun et al. 2022 ALTUN, Osman; KUTAY, Yıncan; MOZGOVA, Iryna; LACHMAYER, Roland: Procedure to create an automated design environment for functional assemblies. In: *Proceedings of the Design Society* Bd. 2 (2022), S. 553–562
- Anjum et al. 2012 ANJUM, Najam; HARDING, Jennifer A.; YOUNG, Robert I. M.; CASE, Keith: Manufacturability verification through feature-based ontological product models. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture* Bd. 226 (2012), Nr. 6, S. 1086–1098
- Ashby and Cebon 1993 ASHBY, M. F.; CEBON, D.: Materials selection in mechanical design. In: *Journal de Physique IV (Proceedings)* Bd. 03 (1993), Nr. C7, S. C7-1-C7-9
- Behrens et al. 2019 BEHRENS, Bernd Arno; BONHAGE, Martin; BOHR, Dieter; DURAN, Deniz: Simulation assisted process development for Tailored Forming. In: *Materials science forum* Bd. 949 (2019), S. 101–111
- Brailsford et al. 1999 BRAILSFORD, Sally C.; POTTS, Chris N.; SMITH, Barbara M.: Constraint satisfaction problems: Algorithms and applications. In: *European journal of operational research* Bd. 119 (1999), Nr. 3, S. 557–581
- Brockmüller et al. 2020 BROCKMÖLLER, Tim; SIQUEIRA, Renan; GEMBARSKI, Paul C.; MOZGOVA, Iryna; LACHMAYER, Roland: Computer-aided engineering environment for designing tailored forming components. In: *Metals* Bd. 10 (2020), Nr. 12, S. 1589
- Denkena et al. 2019 DENKENA, Berend; BERGMANN, Benjamin; BREIDENSTEIN, Bernd; PRASANTHAN, Vannila; WITT, Matthias: Analysis of potentials to improve the machining of hybrid workpieces. In: *Production engineering* Bd. 13 (2019), Nr. 1, S. 11–19
- Ehrlenspiel et al. 2013 EHRENSPIEL, Klaus; KIEWERT, Alfons; LINDEMANN, Udo; MOERTL, Markus: *Kostengünstig Entwickeln und Konstruieren: Kostenmanagement bei der integrierten Produktentwicklung*. 8. Aufl. Wiesbaden, Germany: Springer Vieweg, 2020
- Feldhusen et al. 2013 FELDHUSEN, J.; GROTE, K.-H. (Hrsg.): *Pahl/Beitz Konstruktionslehre*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013
- Felfernig et al. 2014 FELFERNIG, Alexander; HOTZ, Lothar; BAGLEY, Claire; TIHONEN, Juha: *Knowledge-Based Configuration From Research to Business Cases*. In: *Knowledge-Based Configuration*. Boston: Morgan Kaufmann, 2014
- Gembarski 2022 GEMBARSKI, Paul Christoph: Joining constraint satisfaction problems and configurable CAD product models: A step-by-step implementation guide. In: *Algorithms* Bd. 15 (2022), Nr. 9, S. 318, DOI: 10.3390/a15090318
- Gouker et al. 2006 GOUKER, Regina M.; GUPTA, Satyandra K.; BRUCK, Hugh A.; HOLZSCHUH, Tobias: Manufacturing of multi-material compliant mechanisms using multi-material molding. In: *The international journal of advanced manufacturing technology* Bd. 30 (2006), Nr. 11–12, S. 1049–1075. DOI: 10.1007/s00170-005-0152-4
- Herrmann et al. 2021a HERRMANN, Kevin; BROCKMÖLLER, Tim; GEMBARSKI, Paul Christoph; MOZGOVA, Iryna; LACHMAYER, Roland: Fertigungsstufen-basiertes Gestaltungsmodell für mechanische Bauteile. In: *Proceedings of the of the Stuttgarter Symposium für Produktentwicklung SSP 2021*, 20. May 2021, Stuttgart, Germany, 2021, DOI: 10.15488/14172
- Herrmann et al. 2021b HERRMANN, Kevin; ALTUN, Osman; WOLNIAK, Phillip; MOZGOVA, Iryna; LACHMAYER, Roland: Methodischer Aufbau von Entwicklungsumgebungen nach dem Generative Parametric Design Approach. In: *DS 111: Proceedings of the 32nd Symposium Design for X: The Design Society*, 2021, DOI: 10.35199/dfx2021.14

- Herrmann et al. 2022 HERRMANN, Kevin; BODE, Behrend; WURST, Johanna; GEMBARSKI, Paul Christoph; Mozgova, Iryna; Lachmayer, Roland: Quantification of the material-related environmental impact of topology-optimized multi-material components. In: DS 119: Proceedings of the 33rd Symposium Design for X (DFX2022): The Design Society, 2022, DOI: 10.35199/dfx2022.01
- Kulkarni et al. 2014 KULKARNI, Nagesh; GUPTA, Rahul; KHAN, Danish; GAUTHAM, B. P.; ALLEN, Janet K.; PANCHAL, Jitesh; MISTREE, Farrokh: Inverse Design of Manufacturing Process Chains. Bd. 2B: 40th Design Automation Conference, 08 2014
- Kumar 1992 KUMAR, Vipin: Algorithms for Constraint-Satisfaction Problems: A Survey. In: AI Magazine Bd. 13 (1992), Nr. 1, S. 32. DOI: 10.1609/aimag.v13i1.976
- Lee et al. 2022 LEE, Chang-Ho; LEE, Dong-Hee; BAE, Young-Mok; CHOI, Seung-Hyun; KIM, Ki-Hun; KIM, Kwang-Jae: Approach to derive golden paths based on machine sequence patterns in multistage manufacturing process. In: Journal of intelligent manufacturing Bd. 33 (2022), Nr. 1, S. 167–183
- Lemaignan et al. 2006 LEMAIGNAN, S.; SIADAT, A.; Dantan, J-Y; SEMENENKO, A.: MASON: A proposal for an ontology of manufacturing domain. In: IEEE Workshop on Distributed Intelligent Systems: Collective Intelligence and Its Applications (DIS'06): IEEE, 2006
- Li et al. 2018 LI, Zhi ; ZHOU, Xiaowu ; WANG, W. M. ; HUANG, George ; TIAN, Zonggui ; HUANG, Shaowei: An ontology-based product design framework for manufacturability verification and knowledge reuse. In: The international journal of advanced manufacturing technology Bd. 99 (2018), Nr. 9–12, S. 2121–2135.
- Martin 2005 MARTIN, Patrick: Some aspects of integrated product and manufacturing process. In: Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2005, S. 215–226
- Milisavljevic-Syed et al. 2019 MILISAVLJEVIC-SYED, Jelena; COMMURI, Sesh; ALLEN, Janet K.; MISTREE, Farrokh: A method for the concurrent design and analysis of networked manufacturing systems. In: Engineering Optimization Bd. 51, Taylor & Francis (2019), Nr. 4, S. 699–717
- Nellippallil et al. 2018 NELLIPPALLIL, Anand Balu; RANGARAJ, Vignesh; GAUTHAM, B. P.; SINGH, Amarendra Kumar; ALLEN, Janet K.; MISTREE, Farrokh: An inverse, decision-based design method for integrated design exploration of materials, products, and manufacturing processes. In: Journal of mechanical design (New York, N.Y.: 1990) Bd. 140 (2018), Nr. 11, S. 111403
- Nguyen and Martin 2015 NGUYEN, Von Dim; MARTIN, Patrick: Product design-process selection-process planning integration based on modeling and simulation. In: The international journal of advanced manufacturing technology Bd. 77 (2015), Nr. 1–4, S. 187–201
- Özbayrak et al. 2004 ÖZBAYRAK, M.; AKGÜN, M.; TÜRKER, A. K.: Activity-based cost estimation in a push/pull advanced manufacturing system. In: International journal of production economics Bd. 87 (2004), Nr. 1, S. 49–65
- Prosser 1993 PROSSER, Patrick: Hybrid algorithms for the constraint satisfaction problem. In: Computational intelligence Bd. 9 (1993), Nr. 3, S. 268–299.
- Rippel et al. 2016 RIPPEL, Daniel; LÜTJEN, Michael; FREITAG, Michael: Geometrieorientierter Prozesskettenentwurf für die Mikrofertigung. In: Industrie Management Bd. 32 (04 2016), S. 50–53
- Sheveleva et al. 2023 SHEVELEVA, Tatyana; HERRMANN, Kevin; WAWER, Max Leo; KAHRA, Christoph; NÜRNBERGER, Florian; KOEPLER, Oliver; MOZGOVA, Iryna; LACHMAYER, Roland: Ontology-based documentation of quality assurance measures using the example of a visual inspection. In: Lecture Notes in Networks and Systems. Cham: Springer International Publishing, 2023, S. 415–424, DOI: 10.1007/978-3-031-16281-7\_39

Yokoo et al. 1998

YOKOO, M.; DURFEE, E. H.; ISHIDA, T.; KUWABARA, K.: The distributed constraint satisfaction problem: formalization and algorithms. In: IEEE transactions on knowledge and data engineering Bd. 10 (1998), Nr. 5, S. 673–685