

Sensitivitätsanalyse inhomogener Mehrfachleitungsstrukturen unter Nutzung eines modalen Ersatzschaltbildes

M. Sc. Sebastian Südekum, B. Sc. Philipp Herwigk, Prof. Dr.-Ing. Marco Leone
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg - Lehrstuhl Theoretische Elektrotechnik

1 Einleitung

Das Hochfrequenzverhalten von Übertragungsleitungen spielt hinsichtlich der Elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV) eines Systems eine wichtige Rolle, wenn die Signalwellenlänge in der Größenordnung der Leitungslänge liegt. Beispiele findet man hierfür sowohl im kleinen Maßstab auf Leiterplattenebene als auch in ausgedehnten Energieübertragungssystemen. Neben messtechnischen Analysemethoden benötigt der Entwicklungsingenieur für die EMV-Analyse ein umfassendes Simulationsmodell des Leitungssystems, mit dem bei beliebiger Beschaltung (aktiv/passiv, linear/nichtlinear) im Zeit- und Frequenzbereich auch die praktisch relevanten Einflüsse von Dispersion, Skineneffekt, Übersprechen und Inhomogenität abgedeckt werden. Diese Anforderungen können mit den gängigen Leitungsmodellen, wie z.B. dem Kettenersatzschaltbild [1], nur mit sehr hohem Aufwand umgesetzt werden. Als effiziente Alternative bietet sich das in [2] vorgestellte SPICE-kompatible, inhärent passive modale Netzwerkmodell an, welches das Torverhalten auf Grundlage der charakteristischen Spannungsverteilungen auf der Leitung (Moden) hinreichend beschreibt. Wie in [3] gezeigt, ermöglicht dieser modale Ansatz auch eine effiziente Berechnung der Abstrahlung. Im vorliegenden Beitrag wird als eine weitere Anwendung der modalen Netzwerkdarstellung eine neuartige, sehr effiziente Sensitivitätsanalyse für praktische Optimierungs- und Toleranzuntersuchungen bezüglich verschiedener geometrischer Einflussparameter vorgestellt (Abb. 1). Hierbei werden mithilfe der Störungsrechnung parameterabhängige analytische Ausdrücke für die modalen Netzwerkelemente abgeleitet, sodass im Gegensatz zu bisherigen Ansätzen, wie z.B. [2, 3], die modale Netzwerksynthese nur einmalig durchzuführen ist. Somit ist es möglich für dieses Netzwerkmodell eine parameterabhängige Netzliste zu erstellen. Mittels der step-Direktive von SPICE kann schließlich das Leitungsverhalten bei beliebiger Beschaltung über einen frei wählbaren Parameterbereich komfortabel im Zeit- und Frequenzbereich untersucht werden. Diese neuartige Möglichkeit einer sehr effizienten Sensitivitätsanalyse wird anhand eines Beispiels auf Leiterplattenebene demonstriert.

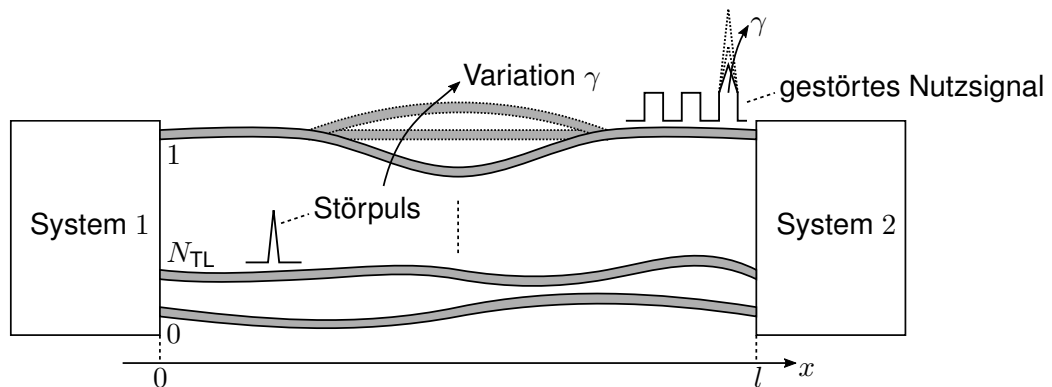


Abb. 1: Exemplarische Darstellung einer variierenden inhomogenen Mehrfachleitungsgeometrie (Parameter γ) zur Analyse des Übersprechens eines Störpulses

2 Modale Netzwerksynthese für inhomogene Mehrfachleitungen

Zur Leitungsmodellierung wird angenommen, dass die $N_{TL}+1$ inhomogenen Leiter entlang der globalen Koordinate x die Länge l besitzen (Abb. 1). Die Vektoren der Spannungs- und Stromverteilung ($\mathbf{U}(x)$) und ($\mathbf{I}(x)$) auf der Leitung lassen sich im Rahmen der Leitungstheorie eindeutig aus den Leitungsgleichungen in Matrixform bestimmen [1]:

$$\frac{d}{dx}(\mathbf{U}(x)) = -([\mathbf{R}'(x)] + j\omega[\mathbf{L}'(x)])(\mathbf{I}(x)) \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx}(\mathbf{I}(x)) = -([\mathbf{G}'(x)] + j\omega[\mathbf{C}'(x)])(\mathbf{U}(x)) + (\mathbf{I}'_0(x)). \quad (2)$$

Zur eindeutigen Charakterisierung werden die ortsabhängigen Matrizen des Induktivitäts-, Kapazitäts-, Widerstands- und Leitwertbelags $[\mathbf{L}'(x)]$, $[\mathbf{C}'(x)]$, $[\mathbf{R}'(x)]$ bzw. $[\mathbf{G}'(x)]$ herangezogen. Als Anregung dient ein transversaler Strombelag ($\mathbf{I}'_0(x)$). Die Lösungen der Gl. (1) und (2) werden häufig mithilfe des weit verbreiteten Kettensatzschaltbildes bestimmt. Dieses stellt bei einer ausreichend feinen Diskretisierung eine sehr gute Approximation dar [1]. Da es sich hierbei um ein elektrisches Netzwerk handelt, kann der Knotenspannungsvektor (\mathbf{U}) der Länge N , der die Spannungswerte an den diskreten Punkten entlang der Mehrfachleitung zusammenfasst, für einen Stromanregungsvektor (\mathbf{I}_0) durch die Knotenspannungsanalyse berechnet werden [4]:

$$[\mathbf{Y}(\omega)](\mathbf{U}) = (\mathbf{I}_0). \quad (3)$$

Aus der Knotenspannungsanalyse des Kettensatzschaltbildes resultiert die komplexe und frequenzabhängige Admittanzmatrix $[\mathbf{Y}(\omega)]$ des diskretisierten Leitungssystems. Sie beschreibt das Leitungsverhalten vollständig im Rahmen der gewählten Genauigkeit der Diskretisierung. Die Admittanzmatrix kann für die weitere Betrachtung wie folgt zerlegt werden [2]:

$$[\mathbf{Y}(\omega)] = \frac{1}{j\omega}[\mathbf{S}_L] + j\omega[\mathbf{C}] + [\mathbf{Y}_V(\omega)]. \quad (4)$$

Die reellwertigen und frequenzunabhängigen Matrizen der reziproken Induktivitäten und Kapazitäten $[\mathbf{S}_L]$ bzw. $[\mathbf{C}]$ repräsentieren den induktiven und kapazitiven Anteil des verlustlosen Systems. Die komplexe und frequenzabhängige Residualmatrix $[\mathbf{Y}_V(\omega)]$ quantifiziert den Einfluss der Verluste (Skinneffekt, dielektrische Verluste) auf das Leitungsverhalten.

2.1 Modalanalyse

Die modale Netzwerksynthese basiert auf der Systembeschreibung durch die modalen Spannungsverteilungen, die im verlustlosen Leitungssystem existieren. Durch Ausschluss der Verluste ($[\mathbf{Y}_V] = [\mathbf{0}]$) resultiert mit $(\mathbf{I}_0) = (\mathbf{0})$ aus der Matrixgleichung (3) und mit der Zerlegung aus (4) das folgende Eigenwertproblem:

$$[\mathbf{S}_L](\mathbf{u}_n) = \omega_n^2[\mathbf{C}](\mathbf{u}_n). \quad (5)$$

Die Eigenvektoren (\mathbf{u}_n) zum Eigenwert ω_n^2 repräsentieren die modalen Spannungsverteilungen entlang der verlustlosen inhomogenen Mehrfachleitung und die ω_n die zugehörigen Eigen- bzw. Resonanzfrequenzen. Die reellwertigen, frequenzunabhängigen Matrizen des verlustlosen Leitungssystems $[\mathbf{S}_L]$ und $[\mathbf{C}]$ sind symmetrisch, sodass die Eigenvektoren (\mathbf{u}_n) und -werte ω_n^2 auch reellwertig sind. Die Eigenvektoren bilden eine vollständige

orthogonale Basis und erfüllen unter Einführung der modalen Kapazität C_n die folgende Orthogonalitätsbedingung [2]:

$$(\mathbf{u}_m)^\top [\mathbf{C}](\mathbf{u}_n) = C_n \delta_{nm} \quad , \text{ mit Kronecker-Delta } \delta_{nm} = \begin{cases} 1 & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases} . \quad (6)$$

2.2 Modales Netzwerkmodell

In [2] wird ausführlich gezeigt, wie durch die Moden aus (5) die Matrixgleichung (3) der verlustbehafteten inhomogenen Mehrfachleitung ($[\mathbf{Y}_V] \neq [\mathbf{0}]$) exakt gelöst wird. Hierbei erfolgt eine Anregung am Tor j , also an der Torposition x_j durch den Strom I_j :

$$(\mathbf{I}_0) = I_j (\boldsymbol{\delta}_j) \quad , \text{ mit } (\boldsymbol{\delta}_j) = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^\top . \quad (7)$$

Der Anregungsvektor $(\boldsymbol{\delta}_j)$ besitzt nur an dem zur Torposition x_j korrespondierenden Eintrag den Wert 1. Aus dieser modalen Lösung der Spannungsverteilung resultiert schließlich die Impedanz zwischen den Toren i und j auf der Leitung [2]

$$Z_{ij} = \frac{(\boldsymbol{\delta}_i)^\top (\mathbf{U})}{I_j} = \frac{1}{j\omega C_{ij}} + j\omega L_{ij} + \sum_{n=1}^{N_R} \frac{u_n^i u_n^j}{\frac{1}{j\omega L_n} + j\omega \tilde{C}_n + G_n} . \quad (8)$$

Diese Torimpedanz repräsentiert einen Eintrag der Impedanzmatrix eines Mehrtorsystems mit P Toren. Es entspricht direkt dem Torverhalten des äquivalenten modalen Netzwerkes aus Abb. 2. Die modalen Netzwerkparameter in (8) sind nach [2] wie folgt gegeben:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_n &= C_{n'} + \frac{\text{Im} \{ (\mathbf{u}_{n'})^\top [\mathbf{Y}_V(\omega_{n'})](\mathbf{u}_{n'}) \}}{\omega_{n'}} & L_n &= \frac{1}{C_{n'} \omega_{n'}^2} \\ G_n &= \text{Re} \{ (\mathbf{u}_{n'})^\top [\mathbf{Y}_V(\omega_{n'})](\mathbf{u}_{n'}) \} & u_n^i &= (\boldsymbol{\delta}_i)^\top (\mathbf{u}_{n'}) \\ L_{ij} &= \sum_{n=N_0+N_R+1}^N \frac{((\boldsymbol{\delta}_i)^\top (\mathbf{u}_n)) ((\boldsymbol{\delta}_j)^\top (\mathbf{u}_n))}{C_n \omega_n^2} & C_{ij} &= \left(\sum_{n=1}^{N_0} \frac{((\boldsymbol{\delta}_i)^\top (\mathbf{u}_n)) ((\boldsymbol{\delta}_j)^\top (\mathbf{u}_n))}{C_n} \right)^{-1} \\ \tilde{U}_{LC,i} &= \sum_{j=1, j \neq i}^P \frac{L_{ij}}{L_{ii}} U_{L,j} + \frac{C_{ij}}{C_{ii}} U_{C,j} . \end{aligned} \quad (9)$$

Zur besseren Lesbarkeit wird hierbei der Hilfsindex $n' = n + N_0$ verwendet. Für die Synthese des modalen Netzwerkmodells für eine Leitungsgeometrie ist das Eigenwertproblem (5) einmalig zu lösen. Hierfür bieten sich die Lösungsalgorithmen an, die in gängigen Mathematikprogrammen (Matlab, Mathematica etc.) implementiert sind. Zu den resultierenden N Eigenvektoren (\mathbf{u}_n) und -werten ω_n gehören im Allgemeinen N_0 Eigenvektoren zum Eigenwert $\omega_n = 0$. Deren Einfluss auf das Leitungsverhalten kann in der statischen Torkapazität C_{ij} zusammengefasst werden. In der Regel wird das Ersatzschaltbild für eine vorgesehene Bandbreite ω_{\max} synthetisiert, sodass sich N_R Eigenvektoren ergeben, deren Eigenwerte (Resonanzfrequenzen) innerhalb der Bandbreite liegen ($0 < \omega_n \leq \omega_{\max}$). Dieser Beitrag auf das Leitungsverhalten wird durch die N_R gedämpften Schwingkreise mit den Parametern L_n , \tilde{C}_n und G_n berücksichtigt, wobei deren Impedanz durch einen idealen Übertrager mit dem Übersetzungsverhältnis u_n^i transformiert wird. Für die Übertrager werden die Werte der Eigenvektoren an den Torpositionen x_i benötigt. Der Beitrag der verbleibenden $N - (N_0 + N_R)$ Eigenvektoren, deren Eigenwerte sich oberhalb der Bandbreite

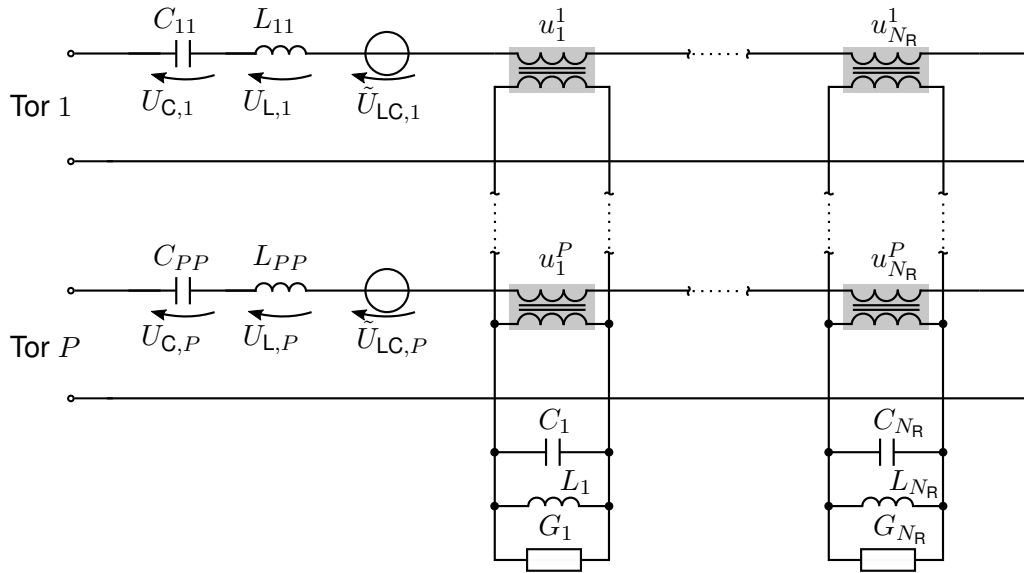


Abb. 2: Modales Netzwerkmodell einer verlustbehafteten inhomogenen Mehrfachleitung mit P Toren

befinden ($\omega_n > \omega_{\max}$), werden in der Torinduktivität L_{ij} zusammengefasst. Die induktive und kapazitive Kopplungen L_{ij} bzw. C_{ij} zwischen den Toren sind in der spannungsgesteuerten Spannungsquelle $\tilde{U}_{LC,i}$ enthalten. Das modale Netzwerkmodell der inhomogenen, verlustbehafteten Mehrfachleitung aus Abb. 2 ist inhärent passiv, besteht aus konzentrierten Elementen und kann somit in jeder SPICE-ähnlichen Netzwerksimulationsumgebung eingebettet und dort für Zeit- und Frequenzbereichsanalysen beliebig beschaltet werden.

3 Modale Sensitivitätsanalyse

In der Praxis ist häufig aufgrund von Optimierungs- oder Toleranzanalysen der Einfluss eines Parameters γ (geometrische Größe, Materialparameter etc.) auf das Leitungsverhalten von Interesse. Für das modale Netzwerkmodell eines Leitungssystems (Abb. 2) bedeutet dies, dass für jede Parametervariation γ und somit für jede erneute Netzwerksynthese das formal parameterabhängige Eigenwertproblem (5) gelöst werden müsste:

$$[\mathbf{S}_L(\gamma)](\mathbf{u}_n(\gamma)) = \omega_n^2(\gamma)[\mathbf{C}(\gamma)](\mathbf{u}_n(\gamma)). \quad (10)$$

Bei elektrisch großen Mehrfachleitungssystemen ist die Komplexität des diskretisierten Modells N sehr groß und somit kann die stets wiederholende Modalanalyse sehr rechenaufwändig und zeitintensiv werden.

3.1 Bestimmung der parameterabhängigen modalen Größen

Um dieses Problem für kleine Parametervariationen $\Delta\gamma$ zu umgehen, werden ausgehend von einem Parameter γ_0 die Systemmatrizen der verlustlosen Leitung für $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma$ durch eine Taylorreihe mit dem Abbruch nach dem linearen Glied approximiert:

$$[\mathbf{S}_L(\gamma)] \approx [\mathbf{S}_L(\gamma_0)] + [\Delta\mathbf{S}'_L(\gamma_0)]\Delta\gamma \quad , \text{ mit } [\Delta\mathbf{S}'_L(\gamma_0)] = \left. \frac{d}{d\gamma}[\mathbf{S}_L(\gamma)] \right|_{\gamma=\gamma_0} \quad (11)$$

$$[\mathbf{C}(\gamma)] \approx [\mathbf{C}(\gamma_0)] + [\Delta\mathbf{C}'(\gamma_0)]\Delta\gamma \quad , \text{ mit } [\Delta\mathbf{C}'(\gamma_0)] = \left. \frac{d}{d\gamma}[\mathbf{C}(\gamma)] \right|_{\gamma=\gamma_0}. \quad (12)$$

Da für eine gegebene Leitungsanordnung die Leitungsparameter $[\mathbf{L}'(\gamma)]$ und $[\mathbf{C}'(\gamma)]$ als analytische Ausdrücke aus der Literatur, wie z.B. aus [5], bekannt sind, können die Ableitungen der resultierenden Systemmatrizen $[\Delta\mathbf{S}'_{\mathbf{L}}]$ und $[\Delta\mathbf{C}']$ direkt bestimmt werden. Die folgende Analyse basiert auf der klassischen Störungsrechnung nach Rayleigh [6]. Hierbei werden ausgehend von den Lösungen zum Parameter γ_0 die Korrekturen $(\Delta\mathbf{u}_n)$ und $\Delta\omega_n^2$ der Eigenvektoren und -werte ermittelt:

$$(\mathbf{u}_n(\gamma)) = (\mathbf{u}_n(\gamma_0)) + (\Delta\mathbf{u}_n(\gamma_0)) \quad \text{und} \quad \omega_n^2(\gamma) = \omega_n^2(\gamma_0) + \Delta\omega_n^2(\gamma_0). \quad (13)$$

Zu diesem Zweck setzt man die Approximationen aus (11) und (12) und die parameterabhängigen Eigenvektoren und -werte aus (13) in das Eigenwertproblem (10) ein:

$$([\mathbf{S}_{\mathbf{L}}] + [\Delta\mathbf{S}'_{\mathbf{L}}]\Delta\gamma)((\mathbf{u}_n) + (\Delta\mathbf{u}_n)) = (\omega_n^2 + \Delta\omega_n^2)([\mathbf{C}] + [\Delta\mathbf{C}']\Delta\gamma)((\mathbf{u}_n) + (\Delta\mathbf{u}_n)). \quad (14)$$

Da in (11)-(13) von dem bereits bestimmten Satz von Eigenvektoren und -werten zum Parameter γ_0 ausgegangen wird, entfällt dieses Argument zur Übersichtlichkeit in (14). Im nächsten Schritt werden die Ausdrücke in (14) ausmultipliziert

$$[\mathbf{S}_{\mathbf{L}}](\Delta\mathbf{u}_n) + [\Delta\mathbf{S}'_{\mathbf{L}}]\Delta\gamma(\mathbf{u}_n) = \omega_n^2[\mathbf{C}](\Delta\mathbf{u}_n) + \omega_n^2[\Delta\mathbf{C}']\Delta\gamma(\mathbf{u}_n) + \Delta\omega_n^2[\mathbf{C}](\mathbf{u}_n). \quad (15)$$

Hierbei wird das Eigenwertproblem (5) berücksichtigt und alle Korrekturterme höherer Ordnung entfallen. Die Eigenvektoren zum Parameter γ_0 bilden eine vollständige Basis, sodass der Korrekturterm der modalen Spannungsverteilung durch folgende Linearkombination mit den Entwicklungskoeffizienten k_{nm} ausgedrückt werden kann

$$(\Delta\mathbf{u}_n) = \sum_{m=1}^N k_{nm}(\mathbf{u}_m). \quad (16)$$

Nutzt man dies für Gl. (15), ergibt sich unter Berücksichtigung des Eigenwertproblems (5):

$$\sum_{m=1}^N k_{nm} (\omega_m^2 - \omega_n^2) [\mathbf{C}](\mathbf{u}_m) + [\Delta\mathbf{S}'_{\mathbf{L}}]\Delta\gamma(\mathbf{u}_n) = \omega_n^2[\Delta\mathbf{C}']\Delta\gamma(\mathbf{u}_n) + \Delta\omega_n^2[\mathbf{C}](\mathbf{u}_n). \quad (17)$$

Korrektur der Resonanzfrequenz

Zur Bestimmung des Korrekturterms des Eigenwertes bzw. der Resonanzfrequenz $\Delta\omega_n^2$ wird die Gl. (17) von links mit dem Eigenvektor $(\mathbf{u}_n)^T$ multipliziert. Mit der Orthogonalitätsbedingung aus (6) verschwindet die Summe in (17), sodass sich die Resonanzfrequenz unter Einführung des linearen Korrekturterms $\Delta(\omega_n^2)'$ wie folgt berechnet

$$\Delta\omega_n^2 = \frac{(\mathbf{u}_n)^T ([\Delta\mathbf{S}'_{\mathbf{L}}] - \omega_n^2[\Delta\mathbf{C}']) (\mathbf{u}_n)}{C_n} \Delta\gamma = \Delta(\omega_n^2)' \Delta\gamma. \quad (18)$$

Korrektur der modalen Spannung

Die Bestimmung des Korrekturterms der modalen Spannungsverteilung $(\Delta\mathbf{u}_n)$ erfordert nach (16) die Berechnung der Koeffizienten k_{nm} . Hierfür wird Gl. (17) von links mit dem Eigenvektor $(\mathbf{u}_i)^T$ ($i \neq n$) multipliziert, so ergibt sich mit der Orthogonalitätsbedingung (6)

$$k_{ni} = \frac{(\mathbf{u}_i)^T ([\Delta\mathbf{S}'_{\mathbf{L}}] - \omega_n^2[\Delta\mathbf{C}']) (\mathbf{u}_n)}{(\omega_n^2 - \omega_i^2) C_i} \Delta\gamma, \quad \text{für } i \neq n. \quad (19)$$

Für die Bestimmung des noch fehlenden Entwicklungskoeffizienten k_{nn} legt man fest, dass der modale Normierungskoeffizient C_n aus (6) sich bei einer Parametervariation $\Delta\gamma$ nicht

ändert. Mit der Taylorapproximation (12) und Gl. (13) ergibt sich für die Orthogonalitätsbedingung (6) der Ausdruck

$$((\mathbf{u}_n) + (\Delta\mathbf{u}_n))^T ([\mathbf{C}] + [\Delta\mathbf{C}']\Delta\gamma)((\mathbf{u}_n) + (\Delta\mathbf{u}_n)) = C_n. \quad (20)$$

Dieser kann analog zur Behandlung des Eigenwertproblems (14) durch das Ausmultiplizieren, das Vernachlässigen Korrekturterme höherer Ordnung und durch die Linearkombination (16) überführt werden zu

$$\sum_{m=1}^N k_{nm}(\mathbf{u}_n)^T [\mathbf{C}](\mathbf{u}_m) + (\mathbf{u}_n)^T [\Delta\mathbf{C}']\Delta\gamma(\mathbf{u}_n) + \sum_{m=1}^N k_{nm}(\mathbf{u}_m)^T [\mathbf{C}](\mathbf{u}_n) = 0. \quad (21)$$

Durch erneute Berücksichtigung der Orthogonalitätsbedingung (6) in den Summen ergibt sich schließlich der verbleibende Entwicklungskoeffizient

$$k_{nn} = -\frac{1}{2C_n}(\mathbf{u}_n)^T [\Delta\mathbf{C}']\Delta\gamma(\mathbf{u}_n). \quad (22)$$

Somit kann man mit (22) und (19) über die Entwicklung (16) die Korrektur der modalen Spannungsverteilung unter Einführung des linearen Korrekturterms $(\Delta\mathbf{u}'_n)$ bestimmen:

$$\begin{aligned} (\Delta\mathbf{u}_n) &= \left(-\frac{(\mathbf{u}_n)^T [\Delta\mathbf{C}](\mathbf{u}_n)}{2C_n}(\mathbf{u}_n) + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N \frac{(\mathbf{u}_m)^T ([\Delta\mathbf{S}_L] - \omega_n^2[\Delta\mathbf{C}])(\mathbf{u}_n)}{(\omega_n^2 - \omega_m^2)C_m}(\mathbf{u}_m) \right) \Delta\gamma \\ &= (\Delta\mathbf{u}'_n)\Delta\gamma. \end{aligned} \quad (23)$$

3.2 SPICE-Simulationen des parameterabhängigen modalen Netzwerkmodells

Mit den Korrekturen $\Delta(\omega_n^2)'\Delta\gamma$ aus (18) und $(\Delta\mathbf{u}'_n)\Delta\gamma$ aus (23) können die Elemente des modalen Netzwerkmodells nach (9) analytisch berechnet werden. Für kleine Parametervariationen $\Delta\gamma$ resultieren schließlich unter Einführung der Abkürzung $\Delta f' = df/d\gamma$ die folgenden Taylor-Approximationen der Netzwerkelemente aus (9):

$$\begin{aligned} \tilde{C}_n(\Delta\gamma) &= \tilde{C}_n(\gamma_0) + \Delta\tilde{C}'_n(\gamma_0)\Delta\gamma, & L_n(\Delta\gamma) &= L_n(\gamma_0) + \Delta L'_n(\gamma_0)\Delta\gamma \\ G_n(\Delta\gamma) &= G_n(\gamma_0) + \Delta G'_n(\gamma_0)\Delta\gamma, & u_n^i(\Delta\gamma) &= u_n^i(\gamma_0) + \Delta(u_n^i)'(\gamma_0)\Delta\gamma \\ L_{ij}(\Delta\gamma) &= L_{ij}(\gamma_0) + \Delta L'_{ij}(\gamma_0)\Delta\gamma, & C_{ij}(\Delta\gamma) &= C_{ij}(\gamma_0) + \Delta C'_{ij}(\gamma_0)\Delta\gamma. \end{aligned} \quad (24)$$

In der praktischen Anwendung könnte für jede Parametervariation eine separate Netzliste für die SPICE-kompatible Netzwerksimulationsumgebung erstellt werden. Allerdings existiert in SPICE die step-Direktive, die es ermöglicht in den Netzlisten die Netzwerkelemente in Abhängigkeit von $\Delta\gamma$ nach (24) zu verwenden. Diese Parameterabhängigkeit wird dann automatisch vom Netzwerksimulator berücksichtigt, sodass man als Anwender sehr komfortabel die Sensitivitätsanalyse auf Netzwerkebene im Zeit- und Frequenzbereich bei beliebiger Beschaltung durchführen kann (Abb. 3).

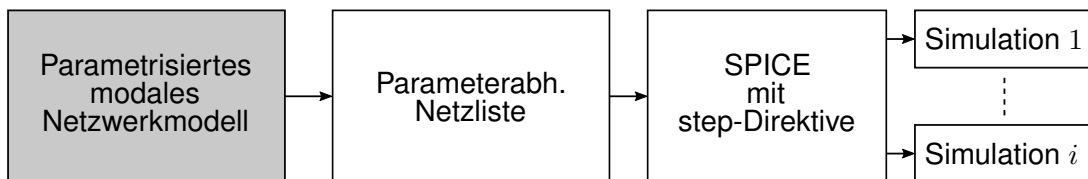


Abb. 3: Verwendung des parameterabhängigen Netzwerkmodells in SPICE mithilfe der step-Direktive

4 Validierungsbeispiel - Transientes Verhalten eines Streifenleitungspaares

Um die vorgestellte Sensitivitätsanalyse zu demonstrieren, wird als Beispiel das inhomogene Streifenleitungspaar aus Abb. 4 betrachtet. Auf der nichtlinear abgeschlossenen Leitung wird das durch $u_4(t)$ angeregte trapezförmige Taktsignal (Amplitude 10 V, Anstiegszeit 1 ns) übertragen. Die andere Leitung wird durch einen Gauß-Störpuls (Bandbreite 2 GHz) angeregt. Zur leitungstheoretischen Modellierung dieser Struktur können die Leitungsparameter aus der Literatur [5] entommen werden. Hierbei berücksichtigt das Modell auch die Dispersion des FR-4 nach [7] und den Skineffekt aufgrund der endlichen Leitfähigkeit $\kappa = 5,8 \cdot 10^7$ S/m (Kupfer) der Streifenleitungen. In Anlehnung an die toleranzbehaftete Hochfrequenzcharakterisierung von Dielektrika soll das transiente Leitungsverhalten unter der Variation der komplexen Permittivität untersucht werden, wobei sowohl Real- und Imaginärteil ϵ_r' bzw. ϵ_r'' global durch $(1 + \Delta\gamma)$ variiert werden. Für die benötigte Frequenzbandbreite $f_{\max} = 2$ GHz sind für das modale Ersatzschaltbild aus Abb. 2 $N_R = 26$ Resonanzkreise erforderlich. Die Sensitivitätsanalyse wird direkt in SPICE mit der step-Direktive durchgeführt. Als Referenz dient eine kommerzielle Vollwellensimulation, mit der für jede Variation $\Delta\gamma$ eine aufwändige Frequenzbereichssimulation durchzuführen ist. Anschließend wird daraus ein Makromodell für das Torverhalten erstellt, das eine Zeitbereichssimulation ermöglicht. Anhand der Simulation des Übersprechens aus Abb. 5(a) ist festzustellen, dass die Zeitbereichsantworten an der nichtlinearen Last von Tor 3 von dem modalen Netzwerkmodell und der Referenzsimulation gut übereinstimmen. Die Wirkung der Z-Diode mit der Durchbruchspannung von 6 V ist ersichtlich, wobei durch das Störsignal aufgrund der wirksamen Sperrschichtkapazität Spannungsüberhöhungen auftreten. Durch die Änderung der Permittivität variiert auch das Spannungsmaximum $\hat{u}_3(\Delta\gamma)$, wie in Abb. 5(b) zu sehen ist. Dies ist direkt auf die zunehmende kapazitive Kopplung der Leitungen, die proportional zum Realteil ϵ_r' ist, zurückzuführen. Ein Einfluss des Imaginärteils ϵ_r'' ist nicht direkt ersichtlich, da das für das Leitungsverhalten relevante Verhältnis $\tan \delta = \epsilon_r''/\epsilon_r'$ (Verlustfaktor) sich mit $\Delta\gamma$ nicht ändert. Dies wird auch durch die Referenzsimulationen verifiziert.

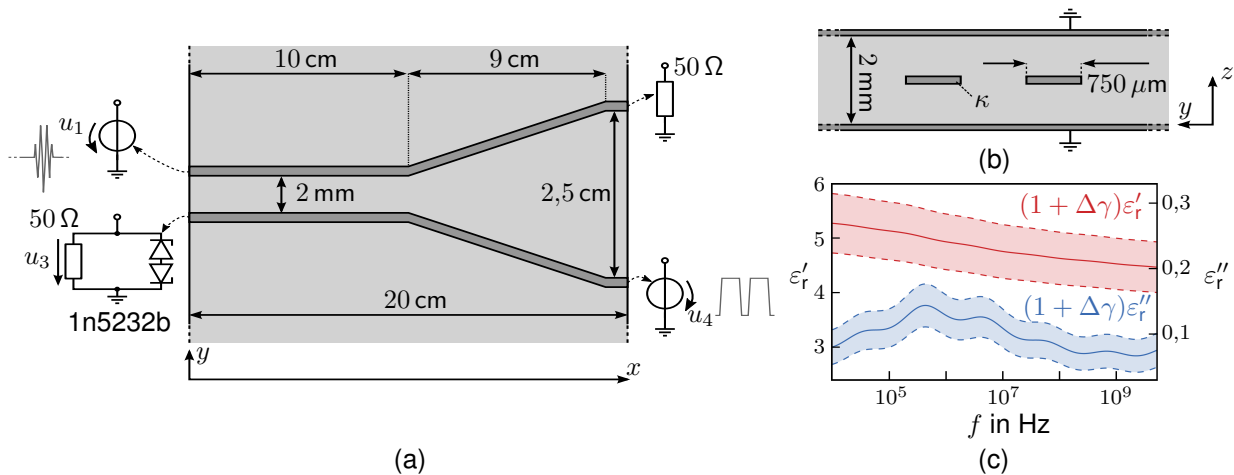


Abb. 4: Inhomogenes Streifenleitungspaar mit linearer und nichtlinearer Beschaltung: **(a)** Draufsicht, **(b)** Querschnittsansicht, **(c)** Frequenzcharakteristik der komplexen relativen Permittivität $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ aus [7] mit dem Parameterbereich $\Delta\gamma = -10\% \dots 10\%$

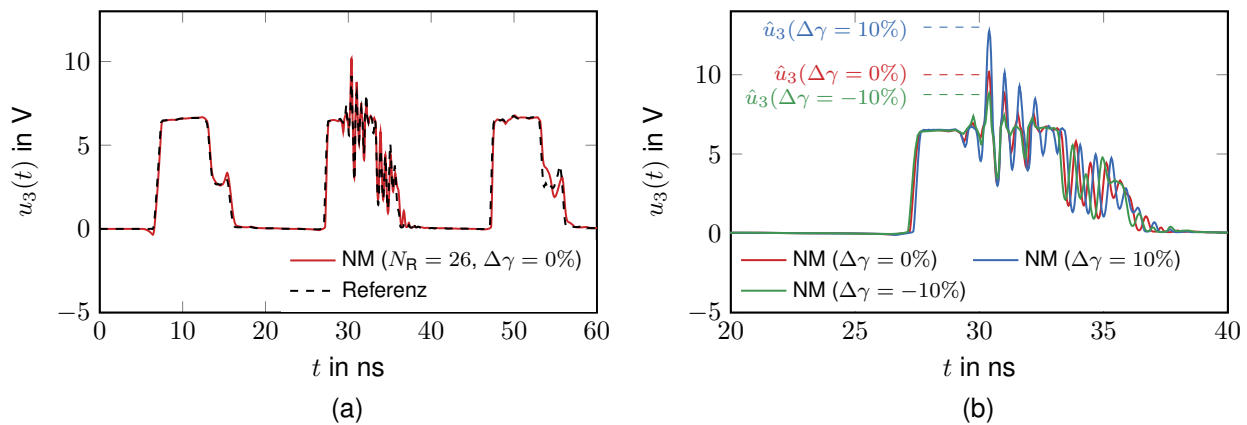


Abb. 5: Spannung $u_3(t)$ an nichtlinearer Last aus dem modalen Netzwerkmodell (NM) mit $N_R = 26$ **(a)** im Vergleich zur Referenz für das Ausgangsdielektrikum ($\Delta\gamma = 0\%$) und **(b)** für verschiedene Variationen $\Delta\gamma$

5 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird erstmalig die Möglichkeit einer effizienten Sensitivitätsanalyse von Leitungsstrukturen vorgestellt, die auf der modalen Netzwerkmodellierung basiert. Das modale Netzwerkmodell berücksichtigt dabei alle praktisch relevanten Effekte wie Inhomogenitäten, Übersprechen, Skineffekt und Dispersion des Mediums, im Rahmen einer leistungstheoretischen Beschreibung. Als Resultat erhalten wir analytische Bestimmungsgleichungen für die parameterabhängigen Ersatzschaltbildparameter des modalen Netzwerkmodells. Diese können schließlich über eine Netzliste und mit Hilfe der step-Direktive in einer SPICE-kompatiblen Netzwerksimulationsumgebung direkt eingepflegt werden. Somit kann komfortabel eine Parametervariation im Zeit- und Frequenzbereich bei einer beliebigen Beschaltung (aktiv/passiv, linear/nichtlinear) untersucht werden. Die Gültigkeit und die Flexibilität dieser Sensitivitätsanalyse wurde anhand eines praktischen Beispiels auf Leiterplattebene demonstriert.

Literatur

- [1] PAUL, C.R.: *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*. 2008
- [2] SÜDEKUM, S. ; LEONE, M.: Makromodellierung linearer, passiver, elektromagnetischer Systemen basierend auf modalen Netzwerken. In: *Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit (2020)*. <http://dx.doi.org/10.15488/10027>. – DOI 10.15488/10027
- [3] SCHREIBER, H. ; LEONE, M.: Effiziente Breitbandanalyse der Abstrahlung elektrischer Verbindungsstrukturen auf modaler Basis. In: *Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit, 2022*
- [4] RUEHLI, A. E. ; ANTONINI, G. ; JIANG ; PRESS, IEEE (Hrsg.): *Circuit Oriented Electromagnetic Modeling Using the PEEC Techniques*. John Wiley & Sons, Inc., 2017. <http://dx.doi.org/10.1002/9781119078388>. <http://dx.doi.org/10.1002/9781119078388>
- [5] HOFFMANN, R.K.: *Handbook of Microwave Integrated Circuits*. Artech House, Inc., 1987
- [6] RAYLEIGH, Lord: *The Theory of Sound*. Bd. 1 & 2. Cambridge University Press, 1877. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3060230>. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3060230>
- [7] DJORDJEVIC, A. ; BILJIC, R. ; LIKAR-SMILJANIC, V. ; SARKAR, T.: Wideband Frequency-Domain Characterization of FR-4 and Time Domain Causality. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 43 (2001), Nr. 4, S. 662–667. <http://dx.doi.org/10.1109/15.974647>. – DOI 10.1109/15.974647