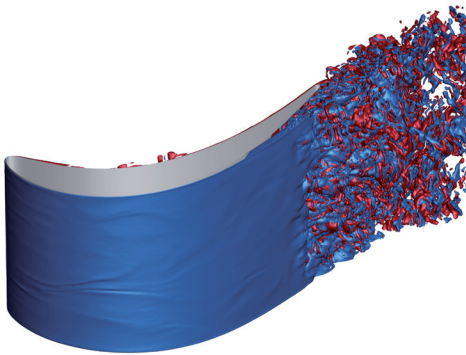


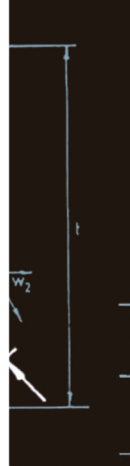
Christoph Müller-Schindewolffs

Entwicklung eines Modells zur Vorhersage stationärer Transitionsmechanismen in Niederdruckturbinen unter dem Einsatz von skalenauflösenden Simulationen



Pressure coefficient

$$C_p = \frac{p - p_1}{\rho_{01} - p_1}$$



Berichte aus dem Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik
Band 28/2022
Herausgeber: Jörg Seume



Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik

Entwicklung eines Modells zur Vorhersage stationärer
Transitionsmechanismen in Niederdruckturbinen unter dem
Einsatz von skalenauflösenden Simulationen

Von der
Fakultät für Maschinenbau
der
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte Dissertation

von
Dipl.-Ing Christoph Müller-Schindewolffs
geboren am 12. Februar 1987 in Neustadt am Rübenberge

2022

Englischer Titel der Dissertation:

Model Development for the Prediction of Steady Transition Mechanisms in Low-Pressure Turbines by Means of Scale Resolving Simulations

Schlagwörter:

Transition, Turbine, Skalenauflösende Simulation, Reynolds-Averaged Navier-Stokes, Modellierung

Keywords:

Transition, Turbine, Scale Resolving Simulation, Reynolds-Averaged Navier-Stokes, Modeling

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Poll

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume

2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Rolf Radespiel

Tag der mündlichen Prüfung: 26. November 2021

Zusammenfassung

Stationäre RANS-Simulationen stellen das Rückgrat der aerodynamischen Auslegungskette für Turbomaschinenkomponenten dar. Sie kombinieren schnelle Durchlaufzeiten mit der Möglichkeit, strömungsführende Geometrien vollständig dreidimensional abzubilden. Allerdings unterliegen sie Modellannahmen. Insbesondere die korrekte Modellierung der Grenzschichttransition hat eine hohe Relevanz bei der präzisen Vorhersage des Wirkungsgrads von Niederdruckturbinen (NDT).

Mit dem hohen Niveau von NDT-Wirkungsgraden heutzutage wird es zunehmend relevant, komplexe dreidimensionale Geometrien exakt abzubilden und kleinste Einflussfaktoren beschreiben zu können. Hierzu zählt auch die Wiedergabe der Transition auf den Profilen sowie in Seitenwandbereichen. Aufgrund der Dreidimensionalität der Geometrie ist es dabei erforderlich, vollständig lokal formulierte Transitionsmodelle wie das γ - Re_θ -Modell einzusetzen. Von diesen wird in Bereichen zweidimensionaler Kernströmung eine robuste Vorhersage der Transition gefordert, aber sie müssen auch in der Lage sein, sensitiv auf äußere Einflussgrößen zu reagieren.

Diesbezüglich werden in der vorliegenden Arbeit Potentiale des etablierten γ - Re_θ -Modells aufgezeigt, die zu einer konsequenten Reformulierung des Modells umgesetzt werden. Das zentrale Merkmal der als MSC2020 bezeichneten Modellvariante ist eine exakte Bestimmung des Druckgradientenparameters, die durch eine Reformulierung fundamentaler Modellgleichungen ermöglicht wird. Somit kann das Modell deutlich sensibler kalibriert werden, was zu einem dynamischen Modellverhalten führt. Durch die Berücksichtigung weiterer Einflussfaktoren auf die Transition sowie eine differenzierte Modellierung von Transitionsphasen nimmt die Genauigkeit des Modells deutlich zu.

Parallel zur Modellentwicklung werden implizite Large Eddy Simulationen (iLES) des MTU-T161 Turbinengitters hinsichtlich charakteristischer transitioneller Strukturen analysiert. Im Rahmen einer Studie werden diese transitionellen Strukturen in einen Bezug zur Modellierung im MSC2020-Modell gesetzt. Es zeigt sich, dass große spektrale Anteile der turbulenten kinetischen Energie nicht Bestandteil der Modellierung von Zwei-Gleichungsmodellen sein dürfen und im Fall des MTU-T161 ausschließlich dreidimensional zerfallende Strukturen der Kelvin-Helmholtz-Instabilität zu modellieren sind.

Das in dieser Arbeit entwickelte und kalibrierte Modell ermöglicht auf einer Vielzahl von Turbinen- und Verdichterkaskaden eine präzise Transitionsvorhersage, die gegenüber dem γ - Re_θ -Referenzmodell zu einer signifikanten Verbesserung führt. Für die untersuchten Turbinenkaskaden ist auch deutlich außerhalb des Designpunkts eine robuste Vorhersage der Transition gegeben. Neben dem Ziel, die Vorhersage im Bereich der Kernströmung zu verbessern, gelingt gegenüber dem Referenzmodell ebenfalls eine verbesserte Vorhersage der von Sekundärströmungen getriebenen Verlustentstehung im seitenwandnahen Bereich des MTU-T161.

Abstract

Steady RANS simulations form the backbone of the aerodynamic turbomachinery design tool chain. They combine a fast response with the ability to describe three-dimensional geometries. However, they are based on approximations through modeling approaches. This is especially relevant for predicting boundary layer transition correctly which has a high impact on low-pressure turbine efficiency.

Due to the high standard of modern low-pressure turbine efficiency, it is important to resolve complex three-dimensional geometries including small features accurately. This includes the appropriate transition prediction on airfoils and becomes increasingly relevant for endwalls as well. The transition prediction on these three-dimensional geometries requires locally formulated transition models, such as the γ - Re_θ model. These models are required to be robust but also sensitive to environmental impacts, particularly in the two-dimensional mean flow.

Within the present work, potentials of the established γ - Re_θ model are presented and transferred to a reformulation of the model. This includes the consideration of further influencing parameters on the transition process and a more detailed modeling of transition phases. However, the essential improvement of the new model variant, called MSC2020, is a more precise determination of the pressure gradient parameter. This requires fundamental reformulation of model equations on the one hand, but it allows acquiring a more sensitively calibrated model that shows dynamic behavior with increased accuracy on the other hand.

The model development is accompanied by an iLES study of the MTU-T161 low-pressure turbine cascade. Characteristic transitional structures are analyzed and brought into relation to the transition modeling by the MSC2020 model. As it turns out, the large amounts of turbulent kinetic energy predicted by the iLES do not agree with the modeled turbulence predicted by two-equation models. Only the turbulent energy resulting from the three-dimensional breakdown of the Kelvin-Helmholtz Instability can be related to modeled turbulence.

The elaborated and calibrated model predicts transition on a variety of turbine and compressor cascades precisely which results in a significant improvement in comparison to the γ - Re_θ reference model. This is also valid for turbine cascades that are operated far-off design point, where the model is robust and reliable. Besides the intention to improve the transition prediction within the two-dimensional flow regions, the loss prediction driven by secondary flows close to the endwalls of the MTU-T161 cascade is improved as well.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik an der Leibniz Universität Hannover und später parallel zu meiner Tätigkeit als Entwicklungsingenieur in der Turbinenaerodynamik bei der MTU Aero Engines AG in München. Mein besonderer Dank gilt hierbei dem Institutsleiter, Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume für die Betreuung der Arbeit sowie die fachliche Unterstützung. Die Freiräume bei der Gestaltung der Arbeit, Möglichkeiten zum fachlichen Austausch sowie die Bereitstellung eines produktiven Arbeitsumfelds haben sehr zum Gelingen der Arbeit beigetragen. Ich danke Herrn Prof. Dr.-Ing. Rolf Radespiel für die Übernahme des Korreferats und Herrn Prof. Dr.-Ing. Gerhard Poll für die Übernahme des Vorsitzes in meinem Promotionsverfahren.

Ein besonderer Dank geht außerdem an Dr.-Ing. Florian Herbst, der meine Arbeiten bereits als Student und später auch als wissenschaftlicher Mitarbeiter begleitet hat und auch weiterhin als Kollege bei der MTU Aero Engines AG mit seinen wertvollen Ratschlägen ein verlässlicher Ansprechpartner ist. Seine Begeisterung für die Strömungsmechanik hat mir viele Impulse für die vorliegende Arbeit gegeben. Durch seine Präsenz und seinen Einsatz als Gruppenleiter und darüber hinaus hatte ich immer einen engagierten Ansprechpartner.

Ich möchte mich sehr bei Dr.-Ing. Andreas Fiala von der MTU Aero Engines AG bedanken, der mich 2011 für den Themenkomplex der Transitions- und Turbulenzforschung sowie -modellierung begeistert hat. Erst die Vermittlung der Komplexität dieses Themas, das eine wesentliche Grundlage für technische Strömungen darstellt, hat mich dazu bewegt, über dieses Thema promovieren zu wollen. Ich danke ihm sowie auch Matthias Franke, Dr.-Ing. Yavuz Gündogdu und Dr.-Ing. Carsten Zscherp für die fachliche und administrative Begleitung in verschiedenen Technologie-Projekten zusammen mit der MTU Aero Engines AG, die ich im Zeitraum meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter bearbeiten durfte.

Dr.-Ing. Karl Engel danke ich für die Vermittlung des praxisorientierten Bezugs der Inhalte meiner Arbeit. Vor allem in der letzten Phase der Arbeit hatte ich die Gelegenheit, unter seiner Leitung den Einsatz von RANS-Modellen im industriellen Umfeld kennenzulernen und spezifische Anforderungen zu berücksichtigen. Dr.-Ing. Karl Engel, Dr.-Ing. Nina Wolfrum sowie Matthias Franke danke ich für den Einsatz und das Vertrauen in das Vorhaben. Sie haben es ermöglicht, dass die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit weiterverfolgt werden, um den Einzug in die produktive aerodynamische Prozesskette finden zu können.

Den Kollegen vom DLR in Köln, insbesondere Dr.-Ing. Edmund Kügeler, danke ich für die Möglichkeit, den TRACE-Löser als Basis für die Modellentwicklung zu verwenden. Darüber hinaus danke ich den Kollegen vom DLR, den Projektteams, bestehend

aus den Kollegen der MTU, aber auch Dr.-Ing. Christoph Bode von der Technischen Universität Braunschweig sowie Prof. Dr.-Ing. Dragan Kožulović von der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg für die wertvollen Diskussionen und Anregungen aus zahlreichen Projekttreffen.

Ich möchte mich außerdem ganz herzlich beim Kollegium vom Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik bedanken. Die gute Atmosphäre und das kameradschaftliche Klima haben sehr zum Gelingen der Arbeit beigetragen. Aber ich freue mich auch ganz besonders, Freundschaften aufgebaut zu haben, die auch über meine Zeit am Institut hinaus bestehen. Ich bin für die Zeit der Zusammenarbeit dankbar und freue mich, auch nachdem ich das Institut 2018 verlassen habe, stets auf gemeinsame Treffen oder Telefonkonferenzen mit den ehemaligen Kolleginnen und Kollegen. An dieser Stelle möchte ich mich auch besonders bei Sven Schumacher für seine unermüdliche Tätigkeit als Systemadministrator bedanken. Es war für meine numerischen Arbeiten von großer Hilfe, dass er jederzeit ansprechbar war und stets für die zuverlässig funktionierende und performante IT-Infrastruktur gesorgt hat. Zudem bedanke ich mich auch bei Markus Rohling, Philip Ströer, Simon Brands und Pascal Franke, die mich im Rahmen von Studien- sowie Abschlussarbeiten von der Aufbereitung von Testfällen bis hin zur Erprobung des Modells unterstützt haben.

Vor allem danke ich aber meiner Familie, die mich in jeder Phase meiner Ausbildung unterstützt hat. Meine Eltern, Dagmar und Frank Müller, haben mich während meiner schulischen Ausbildung stets gefördert und mir den Rücken gestärkt. Auch im Studium haben sie mir nicht nur finanzielle Freiheiten gegeben und so zu einem raschen Abschluss beigetragen, sondern hatten jederzeit ein offenes Ohr für mich. Meiner Frau Dr. vet. med. Lia Schindewolffs bin ich ganz besonders für den liebevollen Rückhalt dankbar, den sie mir während der Zeit der Promotion gegeben hat. Ich bin ihr sehr dankbar, dass sie mir diese Freiheit gegeben hat und meine Freude an der wissenschaftlichen Arbeit bis hin zum Abschluss der Promotion unterstützt hat.

Gröbenzell, im Dezember 2021

Christoph Müller-Schindewolffs

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	v
Tabellenverzeichnis	ix
Formelzeichen	xi
1 Einleitung	1
2 Turbulenz und Transition	7
2.1 Turbulente Strömungen	7
2.1.1 Freie Scherschichten	9
2.2 Transition von Grenzschichten	10
2.2.1 Einfluss des Druckgradienten	12
2.2.2 Einfluss des Turbulenzgrads	16
2.2.3 Durch Nachläufe induzierte Transition	18
2.2.4 Einfluss der Kompressibilität	19
3 Numerische Verfahren zur Strömungssimulation	23
3.1 RANS-Modellierung der Turbulenz	23
3.1.1 k - ε Modell	24
3.1.2 k - ω -Modell	25
3.1.3 k - ω -SST-Modell	26
3.1.4 k - ω -Viscous-Blending-Modell	28
3.2 RANS-Modellierung der Transition	29
3.2.1 γ - Re_θ -Modell	32
3.2.2 Galileische Invarianz von Transitionsmodellen	36
3.3 Skalenauflösende Simulationen	37
3.3.1 Direkte numerische Simulation	37
3.3.2 Large Eddy Simulation	38
3.3.3 Implizite Large Eddy Simulation	39
3.4 Fehlerquellen in numerischen Simulationen	41
4 Eingesetzte numerische Verfahren	45
4.1 Zugrundeliegendes Verfahren für die RANS-Modellbildung	45
4.2 Skalenauflösende Simulationen mittels iLES	46
4.2.1 Numerisches Verfahren	46
4.2.2 Randbedingungen	46

5	Analyse der iLES Rechnungen	53
5.1	Das MTU-T161 Turbinengitter	53
5.2	Numerisches Modell für die iLES	54
5.2.1	Numerische Randbedingungen	54
5.2.2	Geometrisches Modell	55
5.2.3	Validierung der Simulationsergebnisse	58
5.3	Die iLES als Referenz für die Modellentwicklungen	61
5.3.1	Physikalische Interpretation der turbulenten Längenskala in RANS- Modellen	64
5.3.2	Das Spektrum der Turbulenz im Transitionsverlauf	70
5.3.3	Konsequenzen für die RANS-Modellierung	81
6	Modellentwicklung	83
6.1	Modellkonzept	83
6.2	Das γ - Re_{θ} -MSC2020 Modell	89
6.2.1	Die $\tilde{Re}_{\theta,ZPG}$ Grundgleichung zur Berücksichtigung des Turbulenz- grads	89
6.2.2	Berücksichtigung kompressibler Effekte	92
6.2.3	Berücksichtigung des Druckgradienten	94
6.2.4	Vorhersage angelegter Transition	97
6.2.5	Modellierung abgelöster Transition	100
7	Modellkalibrierung und Validierung	103
7.1	Methodisches Vorgehen bei der Modellkalibrierung	103
7.1.1	Eingesetztes Optimierungsverfahren	103
7.1.2	Kalibrierungsvorgang	104
7.1.3	Zielfunktionen	104
7.2	Studie zur Kalibrierung des Modells auf die Lösung der iLES	106
7.2.1	Kalibrierung des Modells auf gefilterte Anteile der turbulenten ki- netischen Energie	106
7.2.2	Bewertung der Wiedergabe der Anisotropie durch die Hypothese von Boussinesq (1877)	111
7.2.3	Schlussfolgerung aus der iLES Studie	114
7.3	Kalibrierung des Modells	114
7.4	Validierung des Modells	118
7.4.1	Modelleinfluss auf spannweite Verlustentstehung am Beispiel des MTU-T161	119
7.4.2	Berücksichtigung von destabilisierenden Druckgradienten	122
8	Schlussfolgerungen und Ausblick	125
8.1	Schlussfolgerungen	125
8.2	Ausblick	127
	Literaturverzeichnis	129

A	Validierung skalenauflösender Simulationen	151
A.1	Flow over Periodic Hills	151
A.1.1	Numerisches Modell	152
A.1.2	Mittelungsfehler	155
A.1.3	Diskretisierungsfehler	157
A.2	ERCOFTAC T3B	160
A.2.1	Numerisches Modell	162
A.2.2	Bewertung der Ergebnisse	165
A.3	Ergebnis aus der Validierung der SRS	172
B	Studie zur Robustheit bei der Vorhersage von λ_θ	173
C	Übersicht über Testfälle für die Kalibrierung und Validierung des Transitionsmodells	175
D	Übersicht über die Ergebnisse der Kalibrierung	177
E	Ergebnisse aus der Validierung des Transitionsmodells im Bezug zum Referenzmodell	183
F	Approximation der Kolmogorov'schen Längenskala	197
G	Übersicht über publizierte Modellgleichungen	199
	Wissenschaftlicher Werdegang	203

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1.1	Historische Krisen in der Luftfahrt	1
2.1	Skizze des normierten Modellspektrums	8
2.2	Skizze einer freien Scherschicht	9
2.3	Schematische Darstellung einer Indifferenzkurve	13
2.4	Visualisierung von K-Moden in abgelöster Scherschicht	15
2.5	Die Pfade von der Rezeptivität zur Transition	17
2.6	Abhängigkeit der Transitionslage von der Mach-Zahl	20
3.1	Kategorisierung von numerischen Verfahren zur Transitionsvorhersage . .	31
4.1	Skizze der virtuellen Box	50
5.1	Abklingen des Zuströmturbulenzgrads stromauf des MTU-T161	54
5.2	Rechennetz des MTU-T161	56
5.3	Mach-Zahl-Verteilung und Verlustbeiwert für das MTU-T161	58
5.4	Mach-Zahl-Verteilung des MTU-T161 unter Variation der Q3D-Spannweite	59
5.5	Schema-Skizze von RANS-Modellen	63
5.6	Vergleich von Frequenzbändern der turbulenten kinetischen Energie im Freistrom des MTU-T161	66
5.7	Visualisierung turbulenter Strukturen in der MTU-T161 Kaskade	67
5.8	Energiespektrum einer 1D-Probe im Vergleich zum 2D-Flächensampling .	68
5.9	Spektrale Energieverteilung innerhalb der saugseitigen Grenzschicht des MTU-T161	73
5.10	Verlauf der Reynolds-Spannungen auf der Saugseite des MTU-T161	74
5.11	Weg-Zeit-Diagramm von $u'_{1,s}$ auf der Saugseite des MTU-T161	76
5.12	Zeitliche Abfolge der Wirbelablösung auf dem MTU-T161	78
5.13	Zuordnung der turbulenten kinetischen Energie zu Instabilitätsmechanismen	80
6.1	Bestimmung von λ_θ im Rahmen des γ - Re_θ -Modells	85
6.2	Ermittlung von Re_θ im Rahmen des γ - Re_θ -Modells	86
6.3	Abhängigkeit des Formparameters H_{12} von $Re_v/(2.193 Re_\theta)$	91
6.4	Erläuterung von H_{loc} am Beispiel des MTU-T161	92
6.5	Vergleich der alten Formulierung von $F_{\theta,t}$ mit der neuen Reformulierung .	93
6.6	Korrelationen des Einfluss der Kompressibilität auf die Transition	94
6.7	λ_θ als Funktion von H_{12}	95
6.8	Vergleich der lokalen mit der exakten integralen Bestimmung von λ_θ . . .	96
6.9	Skizze der Implementierung der Phasen angelegter Transition	99

6.10	Vergleich der alten Formulierung von γ_{eff} mit der neuen Reformulierung	102
7.1	Fehlerbewertung für die automatisierte Kalibrierung	105
7.2	Ergebnisse aus der Kalibrierung des MSC2020-Modells auf die wandnormalen Profile von \tilde{k}	109
7.3	Bewertung der Fehler bei der Kalibrierung des MSC2020-Modells auf die wandnormalen Profile von \tilde{k}	111
7.4	Verlauf der Reynolds-Spannungen aus der RANS im Vergleich zur iLES auf der Saugseite des MTU-T161	112
7.5	Kalibrierung auf die ERCOFTAC T3C3 und T3C5 Platten	116
7.6	Kalibrierung auf Kaskaden mit angelegter Transition	116
7.7	Kalibrierung auf Kaskaden mit saugseitigen Ablösungen	118
7.8	Vergleich der spannweitigen Totaldruckverluste stromab des MTU-T161	120
7.9	Vergleich der flächigen Totaldruckverluste stromab des MTU-T161	121
7.10	Transitionslage auf welliger Platte zur Bewertung der Sensitivität auf lokale Druckgradienten	123
A.1	Rechengebiet des Flow over Periodic Hills Testfalls	153
A.2	Profile der Geschwindigkeit und Reynolds-Spannungen am Flow over Periodic Hills Testfall	154
A.3	Vorgehen zur Bewertung der Mittelungszeit am Beispiel des Flow over Periodic Hills Testfalls	156
A.4	Abhängigkeit des Mittelungsfehlers von der Anzahl der gemittelten Durchströmungen	157
A.5	Momentaufnahme der Strömung im Flow over Periodic Hills Testfall bei drei Reynolds-Zahlen	158
A.6	Abhängigkeit des Diskretisierungsfehlers von der Netzauflösung und der Reynolds-Zahl für den Flow over Periodic Hills Testfall	158
A.7	Verlauf von c_f auf T3x-Platten als Indikator für die Transition	161
A.8	Rechengebiet der T3B-Platte mit eingezeichneten Randbedingungen	162
A.9	Absolutgeschwindigkeit und Turbulenzgrad auf der T3B-Platte	164
A.10	Energiespektren in der iLES nahe der Vorderkante mit eingezeichneter Invariantenkarte für die T3B-Platte	165
A.11	Schematische Darstellung der Konfigurationen der T3B-Platte	166
A.12	Profile der Geschwindigkeit und Reynolds-Spannungen auf der T3B-Platte	167
A.13	Dimensionslose Wandschubspannungen auf der T3B-Platte	168
A.14	Zeitlicher Verlauf der Verteilung von u'_2 in unmittelbarer Nähe zur Wand	171
B.1	Vergleich des lokalen Berechnungsverfahrens für λ_θ mit der exakten integralen Berechnung	173
D.1	Kalibrierergebnisse: ERCOFTAC T3A, T3AM, T3C2	178
D.2	Kalibrierergebnisse: ERCOFTAC T3C3, T3C4, T3C5	179
D.3	Kalibrierergebnisse: NACA DCA, T104, T105, T106A, T106D	180
D.4	Kalibrierergebnisse: MTU-T161	181

E.1	Validierungsergebnisse: ERCOFTAC T3A, T3AM, T3C2	184
E.2	Validierungsergebnisse: ERCOFTAC T3C3, T3C4, T3C5	185
E.3	Validierungsergebnisse: T106C	186
E.4	Validierungsergebnisse: T106D $\beta_1 = 117.7^\circ$	187
E.5	Validierungsergebnisse: T106D $\beta_1 = 127.7^\circ$	188
E.6	Validierungsergebnisse: T107A	189
E.7	Validierungsergebnisse: T160 $Re_{2,th} = 70,000 - 120,000$	190
E.8	Validierungsergebnisse: T160 $Re_{2,th} = 200,000 - 400,000$	191
E.9	Validierungsergebnisse: MTU-T161 $Re_{2,th} = 50,000 - 90,000$	192
E.10	Validierungsergebnisse: MTU-T161 $Re_{2,th} = 120,000 - 200,000$	193
E.11	Validierungsergebnisse: T164	194
E.12	Validierungsergebnisse: T165	195
E.13	Validierungsergebnisse: V2	196
F.1	Abhängigkeit aufgelöster Skalen von der Netzauflösung	197

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

5.1	Aerodynamische und geometrische Kennzahlen des MTU-T161	53
5.2	Übersicht über Rechenetze und Qualitätskriterien für das MTU-T161 . .	56
5.3	AVDR der iLES des MTU-T161 auf unterschiedlichen Q3D-Netzen und mit einer Variation der Spannweite	60
5.4	Aufteilung der Frequenzbänder für RANS und iLES	69
5.5	Maximale Anfachung charakteristischer Frequenzen von Instabilitätsme- chanismen	71
5.6	Zuordnung von k zu charakteristischen Frequenzbändern	79
7.1	Kalibrierung des MSC2020-Modells auf einzelne Komponenten der Nor- malspannungen sowie spektrale Anteile der turbulenten kinetischen Energie	106
A.1	T3x-Platten Betriebsparameter	161
A.2	Übersicht über Rechenetze und Qualitätskriterien für die T3B-Platte . .	163
C.1	Zur Kalibrierung und Validierung genutzte Testfälle	176
G.1	Auflistung der in der Kalibrierung verwendeten Konstanten	202

Tabellenverzeichnis

Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
A	m^2	Fläche	
a	m/s	Schallgeschwindigkeit	
b_v	–	Modellfunktion des k - ω -VB-Modells	Gl. 3.24
CD	$\text{kg/m}^3\text{s}^2$	Querdiffusionsterm aus dem k - ε -Modell	Gl. 3.12
CFL	–	Courant-Friedrichs-Lewy-Zahl	$\frac{U\Delta t}{\Delta x}$
c	–	Kalibrierkoeffizient	
c_f	–	Wandschubspannungsbeiwert	$\frac{2\tau_w}{\rho U^2}$
D		Destruktionsterm	
E	m^2/s	Spektralfunktion der turbulenten Energie	
E_d		Diskretisierungsfehler	Gl. 3.49
E_m		Mittelungsfehler	Gl. A.3
F_1, F_2	–	Modellfunktion des k - ω -SST-Modells	Gl. 3.16 und 3.20
$F_{\theta t}$	–	Modellfunktion des γ - Re_θ -Modells	
f	Hz	Frequenz	
h_z	m	spannweiteige Schaufelhöhe	
H_{12}	–	Formparameter	Gl. 2.7
K	–	Beschleunigungsparameter	Gl. 2.6
k	m^2/s^2	spezifische turbulente kinetische Energie	Gl. 3.4 und F.1
l	m	Sehnenlänge des Profils	
l_{Ax}	m	axiale Sehnenlänge des Profils	
l_S	m	Länge der saugseitigen Oberfläche	
l_t	m	Transitionsstrecke	
$l_{k-\omega}$	m	turbulentes Längenmaß des k - ω -Modells	Gl. 3.22
l_Λ	m	integrales turbulentes Längenmaß	
l_λ	m	turbulentes Taylor Längenmaß	
L_{11}	m	longitudinales integrales Längenmaß	
L	m	Abmessung des numerischen Rechengebiets	
\dot{m}	kg/s	Massenstrom	

Formelzeichen

Ma	–	Mach-Zahl	U/a
n	–	numerischer Zeitschritt	
n_i	m	Normalenvektor	
N	–	Anzahl	
$N1$	min^{-1}	Drehzahl der Niederdruckturbinen	
p	–	Ordnung des numerischen Verfahrens	
P		Produktionsterm	
p	Pa	statischer Druck	
p_t	Pa	Totaldruck	
r	m	Radius	
Re	–	Reynolds-Zahl	
Re_B	–	Bulk-Reynolds-Zahl im Bereich größter Querschnittsverengung	Gl. A.1
Re_λ	–	Taylor Reynolds-Zahl	Gl. 2.1
Re_θ	–	mit der Impulsverlustdicke gebildete Reynolds-Zahl	Gl. 3.28
Re_v	–	mit der Wirbelstärke gebildete Reynolds-Zahl	Gl. 3.26
S_{ij}	s^{-1}	Scherraten-Tensor	$0.5(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$
S	s^{-1}	absolute Scherrate	$(2S_{ij}S_{ij})^{1/2}$
s	m	Lauflänge auf der Profilloberfläche	
Tu	–	Turbulenzgrad	
T	s	Zeit für vollständige Durchströmung	
t	s, m	Zeit, Profiltteilung	
U	m/s	Betrag der Geschwindigkeit	
U_B	m/s	Bulk-Geschwindigkeit im Bereich größter Querschnittsverengung	
u	m/s	Umfangsgeschwindigkeit des Rotors	
u_i	m/s	Geschwindigkeitsvektor	
w	–	Gewichtung	
W	$\text{kg m}^2/\text{s}^3$	Leistung	
x_i	m	Vektor der kartesischen Koordinaten	
x, y, z	m	kartesische Koordinaten	
y	m	Abstand zur nächsten Wand	
Zw	–	Zweifel-Zahl	$Zw = \frac{\rho u_{Ax}(u_{\theta,2} - u_{\theta,1})}{u_{Ax}(p_{t,1} - p_{t,2})}$

Griechische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
α	s^{-1}	Kreisfrequenz der monochromatischen Anfachung von Störungen	Abb. 2.3
	–	Kalibrierkoeffizient des k - ω -Modells	
β_1	$^\circ$	Anströmwinkel	
β_2	$^\circ$	Abströmwinkel	
β^*	–	Kalibrierkoeffizient des k - ω -Modells	
γ	–	Intermittenz (zeitlicher Anteil des turbulenten Grenzschichtzustands), Transportgröße des Transitionsfaktors	Gl. 3.36
γ_s	$^\circ$	Staffelungswinkel	
Δ	–	Differenz	
δ	m	Grenzschichtdicke	
δ_1	m	Verdrängungsdicke	$\int_0^\delta \left(1 - \frac{\rho U}{\rho_e U_e}\right) dn$
δ_W	m	Scherschichtdicke	$\Delta U / (dU/dy)_{\max}$
δ_{ij}	–	Kronecker-Delta	
ε	m^2/s^3	turbulente Dissipationsrate	Gl. F.2
ζ	–	lokaler Totaldruckverlustbeiwert	Gl. 5.3
η	m	Kolmogorov'sche Längenskala	Gl. 2.2
θ	m	Impulsverlustdicke	$\int_0^\delta \frac{\rho U}{\rho_e U_e} \left(1 - \frac{U}{U_e}\right) dn$
κ	m^{-1}	Wellenzahl	$2\pi \frac{f}{U}$
λ	m	Wellenlänge	
λ_θ	–	Druckgradientenparameter	Gl. 2.8
μ	$kg/m\ s$	dynamische Viskosität	
μ_t	$kg/m\ s$	turbulente Viskosität	
ν	$\frac{m^2}{s}$	kinematische Viskosität	$\frac{\mu}{\rho}$
ρ	kg/m^3	Dichte	
σ	–	Kalibrierkoeffizient, Diffusionskonstante	
τ_η	s^{-1}	Kolmogorov'sche Zeitskala	Gl. 2.3
τ_{ij}	$kg/m\ s^2$	Spannungstensor	
τ_W	$kg/m\ s^2$	Wandschubspannung	$\mu \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_W$
ϕ		beliebige strömungsmechanische Größe	
Ω_{ij}	s^{-1}	Tensor der Wirbelstärke	$0.5(\partial u_i/\partial x_j - \partial u_j/\partial x_i)$
Ω	s^{-1}	absolute Wirbelstärke	$(2\Omega_{ij}\Omega_{ij})^{1/2}$

Formelzeichen

ω	s^{-1}	Kreisfrequenz,	$2\pi f$
	s^{-1}	spezifische turbulente Dissipationsrate	Gl. 3.11

Tiefgestellte Indizes

Index	Bedeutung
∞	Größe der ungestörten Außenströmung oder der Zuströmung
1	Einströmrand; stromaufwärts der Schaufelreihe
2	Ausströmrand; stromabwärts der Schaufelreihe
Ax	axial
DS	Druckseite des Profils
DW	Druckwelle
e	Größe am Grenzschichtrand (engl. edge)
eff	effektive Größe
exp	exponentiell ablaufende Transitionsphase, experimentelle Größe
FS	Freisstrom
geo	geometrische Größe
int	über Grenzschicht integriert
komp	kompressibel
lin	linear ablaufende Transitionsphase
loc	lokal formulierte Größe (engl. local)
m	massengemittelte Größe
max	Maximalwert
min	Minimalwert
norm	normierte Größe
num	numerische Größe
prim	bezogen auf primäre Instabilitätsmechanismen
ref	Referenzgröße
SS	Saugseite des Profils
s	auf Koordinatensystem der Hauptströmungsrichtung bezogen
sep	im Zusammenhang mit Strömungsablösungen
soll	Soll-Größe
θ	in Umfangsrichtung
t	Transitionspunkt

te	Transitionsende
th	theoretische Größe ohne Berücksichtigung von Verlusten
W	Wand, Scherschicht
ZPG	ohne Berücksichtigung des Druckgradienten (engl. Z ero P ressure G radient)

Überstreichungen

Symbol	Bedeutung
–	zeitlicher Mittelwert
→	vektorielle Größe
'	Schwankungsgröße nach Reynolds
+	dimensionslose Größe
^	über spektrales Band integriert
~	Transportgröße, außerhalb der Grenzschicht ausgeblendet

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
ADP	A erodynamischer D esign p unkt
AVDR	A xial V elocity D ensity R atio
C-DFSEM	C ompressible D ivergence F ree S ynthetic E ddy M ethod
CFD	C omputational F luid D ynamics
CTA	C onstant T emperature A nemometry
DCA	D ouble C ircular A rc
DFSEM	D ivergence F ree S ynthetic E ddy M ethod
DLR	D eutsches Z entrum für L uft- und R aumfahrt
DNS	D irekte N umerische S imulation
EIZ	E rzeuger I nstationärer Z uströmung
ERCOFTAC	E uropean R esearch C ommunity on F low, T urbulence and C ombustion
GCI	G rid C onvergence I ndex
GTF	G eared T urbofan
HDT	H ochdruckturbinen
HIT	H omogene i sotrope T urbulenz
HPC	H igh P erformance C omputing
I-DFSEM	I ncompressible D ivergence F ree S ynthetic E ddy M ethod
iLES	implizite L arge E ddy S imulation
K	K lebanoff-Moden
KH	K elvin- H elmholtz-Instabilität
LDV	L aser D oppler V elocimetry
LES	L arge E ddy S imulation
LKE	L aminare K inetische E nergie
MP	M esspunkt
NDT	N iederdruckturbinen
Q3D	Q uasi 3D
SEM	S ynthetic E ddy M ethod
SFC	S pecific F uel C onsumption
SGS	S ub G rid S cales
SRS	S cale R esolving S imulation
TRACE	T urbomachinery R esearch A erodynamic C omputational E nvironment
TF	T urbulenzfleck

TS	T ollmien- S chlichting- W elle
TVD	T otal V ariation D iminishing
VB	V iscous B lending
VGJ	V ortex G enerating J et
WENO	W eighted E ssential N on- o scillatory
WP	W endepunkt

Formelzeichen

1 Einleitung

Wirtschaftliche und gesellschaftliche Randbedingungen

Weltweit trägt der Luftverkehr mit $\approx 2\%$ zu der durch Menschen verursachten CO_2 -Emission bei. Vor der Corona-Krise betrug die Wachstumsrate neu in Betrieb gestellter Flugzeuge 4% (CleanSky 2020), was ohne technologische Weiterentwicklungen in der Luftfahrt zu einem progressiven Anstieg der Emissionen führen würde. Die aktuelle Corona-Krise hat, wie in Abb. 1.1 dargestellt, jedoch signifikante Einschnitte bei den geflogenen Passagierkilometern in 2020 verursacht. Damit ist die Corona-Krise die historisch schwerwiegendste Krise seit dem Beginn der kommerziellen Luftfahrt. Pearce (2020) geht (Stand April 2020) davon aus, dass die geflogenen Passagierkilometer bis 2025 den Wert des vor der Krise extrapolierten Verlaufs nicht erreicht werden, die Steigung der Wachstumskurve aber wieder der Steigung vor der Krise entsprechen wird. Diese Prognose spiegelt auch die historischen Beobachtungen wider, dass jede Krise zu einem parallelen Versatz des Kurvenverlaufs, aber nicht zu einer geänderten Steigung desselben geführt hat. Damit kann angenommen werden, dass die Corona-Krise den Anstieg von durch den Luftverkehr verursachter Emissionen hinauszögert, ohne technologische Weiterentwicklungen langfristig aber ein ähnlich progressiver Anstieg von Emissionen vorliegen würde wie vor der Krise.

Bezogen auf das Jahr 2000 sollen im Rahmen des *Flightpath 2050* (Darecki et al.

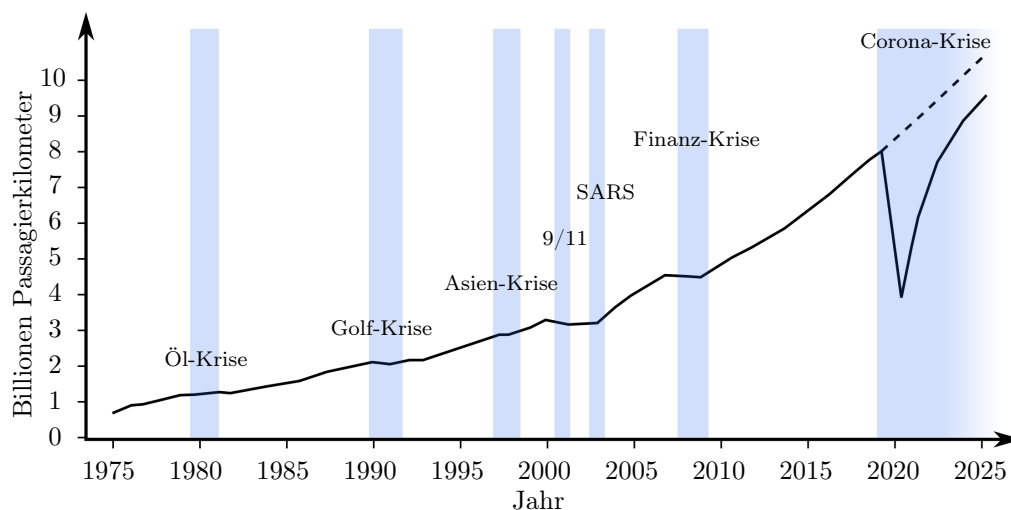


Abbildung 1.1: Historische Krisen in der Luftfahrt nach Puttfarcken (2004), *The Economist* (2020) ergänzt um Prognosen nach Pearce (2020); Stand April 2020

1 Einleitung

2011) bis zum Jahr 2050 unter anderem pro Passagierkilometer 75% der CO₂ und 90% der NO_x Emissionen eingespart sowie die Lärmemission um 65% reduziert werden. Diese Ziele stellen hohe technologische Anforderungen an die Entwicklung moderner Flugzeuge und Luftfahrtantriebe. Um diesen Zielen näher zu kommen, werden Konzepte für batterieelektrische- oder von Brennstoffzellen unterstützte elektrifizierte Antriebe untersucht (Schefer et al. 2020). Im Gegensatz zum Straßenverkehr schätzen Searle et al. (2019) die Elektrifizierung von Luftfahrzeugen als anspruchsvoll ein. Mit Ausnahme von Flugzeugen für kurze Flugstrecken erwarten sie demnach keine elektrifizierten Antriebskonzepte vor 2050.

Aber auch die Nutzung synthetisierter oder biologischer Treibstoffe stellen eine Ergänzung zur Elektrifizierung dar (Scheelhaase et al. 2019). Synthetisierte Kraftstoffe bieten nach Searle et al. (2019) den Vorteil, dass sie die kurzfristige Minimierung des Ausstoßes von Klimagasen ermöglichen, indem sie als „drop-in jet fuel“ zur Betankung konventioneller Triebwerke eingesetzt werden. So kann die bestehende Flotte von Flugzeugen mit konventionellen Triebwerken CO₂ neutral betrieben werden. Da sich Flugzeuge durchschnittlich über 25 Jahre im Einsatz befinden und die Einführung einer neuen Technologie wie Brennstoffzellensysteme nach Scheelhaase et al. (2019) mindestens 20 Jahre bis zum kommerziellen Einsatz benötigen, ist es nur so möglich, zeitnah die Emission von Flugzeugen signifikant zu reduzieren. Damit bleibt der klassische Verbrennungsprozess, mutmaßlich basierend auf biologischen oder synthetisierten Kraftstoffen die Basis für die nächsten Triebwerksgenerationen.

Rolle der Niederdruckturbinen

Mit dem Verbrennungsprozess bleibt auch die Niederdruckturbinen (NDT) wesentlich für den Wirkungsgrad des Triebwerks verantwortlich. Nach Gier et al. (2008) wirkt sich die Änderung des Wirkungsgrads der NDT mit $1\% \Delta \eta \rightarrow 0.5-0.9\% \Delta \text{SFC}$ unmittelbar auf den spezifischen Treibstoffverbrauch des Triebwerks aus.

Der letzte große Meilenstein bei der Entwicklung von NDT war die Einführung des *Geared Turbofan* (GTF) seitens Pratt & Whitney Amerika in Zusammenarbeit mit der MTU Aero Engines AG (MTU Aero Engines AG 2021). Das eingesetzte Getriebe ermöglicht die Erhöhung der NDT-Drehzahl gegenüber der des Fans. Durch die damit erreichbare Reduktion der Fan-Drehzahl ist es möglich, größere Fan-Durchmesser mit höheren Bypass-Verhältnissen von aktuell 12.5 : 1 einzusetzen. Gleichzeitig kann die NDT bei deutlich höheren Drehzahlen ($N1 \approx 10,000 \text{min}^{-1}$) betrieben werden.

Die erhöhte Drehzahl wirkt sich bei gleicher Leistung in einer Reduktion der spezifischen Leistungs- sowie Durchflusszahl aus, die nach Smith (1965) zu einer systematischen Erhöhung des Wirkungsgrads führt. Eine hohe Leistungszahl lässt sich auf eine hohe Umlenkung der Profile ($u_{\theta,2} - u_{\theta,1}$) zurückführen und eine hohe Durchflusszahl ($\propto \dot{m}$) resultiert aus einer hohen axialen Strömungsgeschwindigkeit. Starke Umlenkungen sowie hohe Strömungsgeschwindigkeiten führen nach Denton (1993) zu einem überproportionalen Anstieg von Verlusten.

Aus

$$\frac{W}{\dot{m}} = \underbrace{h = u \cdot (u_{\theta,2} - u_{\theta,1})}_{\text{Eulersche Turbinengleichung}} \quad (1.1)$$

wird deutlich, dass trotz geringer Umlenkungen und geringer axialer Strömungsgeschwindigkeiten durch eine Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit des Rotors u die gleiche Leistung W extrahiert werden kann. Durch den darüber erhöhten Auf- bzw. Abbau von Drall zwischen Leit- und Laufschaufeln werden über die Schaufelgitter erhöhte Beschleunigungsverhältnisse von $w_2/w_1 > 2.3$ gegenüber 1.8 in konventionellen NDT ermöglicht (Malzacher et al. 2006). Die hohen Beschleunigungsverhältnisse tragen zur Entwicklung verlustarmer Turbinenprofile bei.

Nach Malzacher et al. (2006) konnten durch das GTF-Design in einem NDT-Rig bei einer Profilreynoldszahl von $Re_2 = 60,000$ Wirkungsgrade $\eta > 90\%$ erreicht werden. In der Ausführung moderner GTF wird so unter Einbezug des durch das hohe Bypass-Verhältnis verbesserten Vortriebswirkungsgrads eine Reduktion des SFC um bis zu 16% gegenüber konventionellen Designs erreicht. Zudem wird eine Reduktion der Lärmemissionen um 75% sowie ein um 50% reduzierter NO_x -Ausstoß realisiert (MTU Aero Engines AG 2021).

Um dieses hohe Niveau der Komponentenwirkungsgrade moderner NDT zu erhalten und weiter auszubauen, werden zuverlässige Werkzeuge seitens der aerodynamischen Auslegungsabteilungen gefordert. Dies betrifft zum einen eine hohe statistische Zuverlässigkeit durch einen geringen Fehler bei der Vorhersage aerodynamischer Größen, zum anderen aber auch eine hohe Sensitivität bei der Abbildung von Strömungsgrößen sowie komplexen Geometrien. Der letzte Punkt schließt, wie von Malzacher et al. (2006) sowie Engel et al. (2007) dargestellt, die exakte Abbildung der gesamten strömungsführenden Geometrie einschließlich der inneren und äußeren Kavitäten im Auslegungsprozess mit ein. Nur so können aerodynamische Verluste exakt bewertet werden.

Durch die stark dreidimensionalen Geometrien gewinnt auch die Vorhersage der Transition auf allen benetzten Oberflächen an Bedeutung. Im Rahmen industrieller RANS-Verfahren wird es erforderlich, topologieunabhängige, voll lokal formulierte Transitionsmodelle zu etablieren, die eine hinreichende Komplexität aufweisen, um eine große Bandbreite von turbomaschinenrelevanter Transitionsmechanismen zuverlässig abzubilden. Die Modellstruktur des γ - Re_θ -Modells nach Menter et al. (2004) erfüllt diese Anforderung und bietet zudem auch die Möglichkeit, zur Vorhersage der Transition dreidimensionaler Grenzschichten erweitert zu werden (Herbst et al. 2014, Müller und Herbst 2014, Bode et al. 2016, Bode 2018).

Beitrag dieser Arbeit

In dieser Arbeit werden Potentiale des vollständig publizierten γ - Re_θ -Modells nach Langtry und Menter (2009) ermittelt und in eine überarbeitete Formulierung für zweidimensionale Grenzschichten überführt. Dabei ist der Hauptfokus darauf gerichtet, das Modell sensitiver zu gestalten, indem Korrelationen direkt an Eingangsgrößen gekoppelt werden. Des Weiteren werden neue Abhängigkeiten eingeführt und der Ablauf der

1 Einleitung

Transition von ersten intermittierend auftretenden Störungen bis zur exponentiell ablaufenden letzten Phase der Transition wird differenzierter abgebildet.

Die Modellentwicklung basiert auf einer Vielzahl von 79 Testfällen zur Kalibrierung und Validierung, die einen großen Parameterbereich hinsichtlich aerodynamischer Randbedingungen sowie Profiltypen abbilden. Ein ähnliches Vorgehen wurde auch von Praisner und Clark (2007) gewählt, die zur Kalibrierung und Validierung 104 Testfälle einsetzen konnten. Durch die große Menge vielfältiger Testfälle kann ein robustes Modell mit einer universellen Aussagefähigkeit entwickelt werden, das über einen großen Parameterbereich zuverlässig arbeitet.

Experimentell untersuchte anwendungsnahe Turbinenkaskaden, die überwiegend zur Modellkalibrierung für die Anwendung im Umfeld von Turbomaschinen eingesetzt werden (Menter et al. 2004, Kožulović 2007, Praisner et al. 2007, Langtry und Menter 2009), enthalten in der Regel nur wenige Messgrößen wie Profildruckverteilungen oder Nachlauftraversen. Nur in wenigen Fällen liegen einfache Grenzschichtmessungen vor und die Lage der Transition wird selten erfasst.

Durch die fehlenden detaillierten Messdaten von Grenzschichtgrößen kann das Modellverhalten im Verlauf der modellierten Transition nicht überprüft werden. Dies wurde in der Vergangenheit oft ausschließlich an generischen Testfällen wie flachen Platten z.B. von Roach und Brierley (1990) durchgeführt, die durch die gute messtechnische Zugänglichkeit umfassend erfasst werden konnten. Mittels generischer Platten können wesentliche Einflussgrößen wie der Turbulenzgrad oder Druckgradienten variiert werden, sie stellen jedoch eine Abstraktionsstufe vor Turbinenkaskaden dar. Die Modellkorrelationen werden somit auf Turbinenkaskaden extrapoliert, können dort aber nicht bewertet oder verifiziert werden.

Diese Lücke wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit mittels einer impliziten Large Eddy Simulation (iLES) der MTU-T161-Turbinenkaskade geschlossen. Dabei wird die iLES an dem großen Kontrollvolumen der messtechnisch erfassten Größen validiert und ermöglicht anschließend den detaillierten Einblick in die Entwicklung der Profilm Grenzschicht. Diese Auswertung bezieht sich auf die Anisotropie der Grenzschichtströmung, involviert turbulente Längenskalen und Strukturgrößen sowie die Zuordnung zu aus der Literatur bekannten transitionellen Strukturen.

Es wird analysiert, welche Relevanz diese transitionellen Strukturen im Rahmen einer RANS-Zwei-Gleichungsmodellierung haben. Dazu wird das überarbeitete γ - Re_θ -Modell im Rahmen einer Studie auf verschiedene Zielgrößen kalibriert und es wird bewertet, wie relevant die Wiedergabe turbulenter Kenngrößen ist, um die Druckverteilung des Profils präzise vorherzusagen. Im Anschluss wird das Modell final auf die Summe aller Kalibriertestfälle kalibriert und anschließend mithilfe weiterer Testfälle validiert (siehe Tab. C.1).

Gliederung dieser Dissertation

Im Folgenden schließt sich das Kapitel 2 zu den Grundlagen von Turbulenz und der Transition von Grenzschichten im Kontext von Turbomaschinen an. Im Anschluss werden im Kapitel 3 wesentliche numerische Verfahren vorgestellt, die mit unterschiedlichen

Ansätzen Turbulenz sowie die Transition von Grenzschichten modellieren bzw. vollständig oder teilweise auflösen. Die in dieser Arbeit eingesetzten numerischen Verfahren und Werkzeuge werden anschließend in Kapitel 4 vorgestellt. Die Analyse beginnt mit der iLES des MTU-T161 in Kapitel 5, die im ersten Schritt an experimentellen Daten validiert wird. Im folgenden Schritt werden turbulente Größen aus dem MTU-T161 detailliert analysiert und bewertet. Das überarbeitete γ - Re_θ -Modell wird anschließend in Kapitel 6 vorgestellt. Die Kalibrierung und Validierung findet in Kapitel 7 statt. Hierbei werden unter anderem auch die turbulenten Größen aus der iLES des MTU-T161 als Zielgröße untersucht. Die Schlussfolgerungen und der Ausblick auf weitere Arbeiten folgt in Kapitel 8. Darüber hinaus findet im Anhang A eine umfassende Validierung des eingesetzten iLES-Verfahrens statt, aus der minimale Qualitätsanforderungen für die iLES der MTU-T161-Kaskade abgeleitet werden.

1 *Einleitung*

2 Turbulenz und Transition

2.1 Turbulente Strömungen

Als Turbulenz wird allgemein eine stochastisch chaotische Bewegung von Fluiden bezeichnet, die von einer mittleren Strömungsbewegung abweicht. Diese Aufteilung wird mathematisch mittels $u(\vec{x}, t) = \bar{u}(\vec{x}) + u'(\vec{x}, t)$ beschrieben, wobei $u(\vec{x}, t)$ dem instantanen Feld entspricht, das sich aus der gemittelten Fluidbewegung $\bar{u}(\vec{x})$ und den turbulenten zeitabhängigen Schwankungsbewegungen $u'(\vec{x}, t)$ zusammensetzt. Eine absolut laminare technische Strömung, d.h. $u'(\vec{x}, t) = 0$ kann dabei nur in Sonderfällen (wie z.B. in einem hochviskosen Fluid) angenähert werden. Technisch relevante Strömungen weisen immer einen, zumindest geringen, Turbulenzgrad $Tu = \frac{u'}{\bar{u}}$ auf.

Eine Strömung, die turbulenten Anregungen ausgesetzt ist, wird üblicherweise durch die Reynolds-Zahl charakterisiert. Die Reynolds-Zahl lässt sich spezifisch für verschiedene Fragestellungen formulieren. Sie setzt aber immer einen Impuls - der proportional zur Strömungsenergie ist, die Turbulenz erhält oder anfacht - in einen Bezug zur Impulsdiffusion, die aus der Viskosität des Fluids resultiert und turbulente Fluktuationen dämpft. Eine grundlegend physikalische Formulierung einer Reynolds-Zahl ist die Taylor-Reynolds-Zahl

$$\text{Re}_\lambda = \frac{u' l}{\nu}, \quad (2.1)$$

die in Pope (2011) ausführlich erläutert wird. Re_λ wird genutzt, um Turbulenz zu klassifizieren.

Eine wesentliche Eigenschaft von Turbulenz ist, dass sie in einem breiten Band turbulenter Skalen auftritt. Turbulenz lässt sich somit als Superposition und nichtlineare Interaktion von sehr großen bis hin zu sehr kleinen Wirbeln beschreiben. Durch die Interaktion der turbulenten Skalen kommt es aufgrund von Scherungen im Turbulenzfeld zu einem Zerfall großer Wirbelstrukturen. Wirbelstrukturen schleppen aufgrund von Reibung aber auch ruhende Strömungsbereiche mit. Dies führt dazu, dass sich Wirbel permanent ausdehnen. Integral betrachtet ergibt sich ein Gleichgewicht unterschiedlicher turbulenter Skalen, die sich räumlich ausdehnen und anschließend in kleine Strukturen zerfallen. Dieses Phänomen ist auch als Energiekaskade bekannt, deren Beschreibung auf Richardson (1922) zurückgeht. Neben diesem Energietransport von großen zu kleinen Skalen (engl.: *forward-scatter*), findet auch der Transport der Energie von kleinen zu großen Skalen statt (engl.: *backscatter*). Eine Anregung kleiner turbulenter Skalen führt somit auch zu einem Transport turbulenter Energie zu größeren Skalen (Pope 2011).

Im turbulenten Energiespektrum stellt sich ohne äußere Einflüsse (z.B. durch Scherung) ein Gleichgewichtszustand ein, der es erlaubt, die spektrale Verteilung turbulen-

2 Turbulenz und Transition

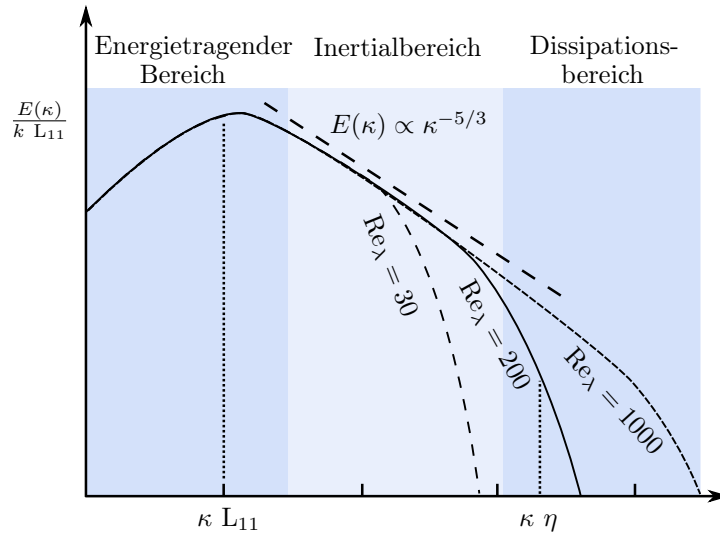


Abbildung 2.1: Skizze des auf L_{11} normierten Modellspektrums nach Pope (2011) mit skizzierter Variation von Re_λ ; spektrale Bereiche und η basieren auf $Re_\lambda = 200$

ter Skalen mathematisch zu beschreiben. Für isotrope homogene Turbulenz gilt das in Abb. 2.1 skizzierte Energiespektrum nach Pope (2011). Dieses Spektrum teilt sich in einen energietragenden Bereich der großen Wirbel, einen Inertialbereich und einen Dissipationsbereich auf. Für homogene isotrope Turbulenz nähert sich der Inertialbereich in der logarithmischen Auftragung an eine Gerade mit der Steigung $\kappa^{-5/3}$ an. Die maximalen Frequenzen im Spektrum werden durch die kleinstmögliche turbulente Längenskala bestimmt, ab der die dämpfende Wirkung der Viskosität den Impuls der Wirbel übersteigt.

Diese wird nach Kolmogorov (1941)¹ als Kolmogorov'sche Längenskala

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.2)$$

bezeichnet. In Abhängigkeit von der Dissipationsrate ε und der kinematischen Viskosität ν leitet sich ebenfalls die Kolmogorov'sche Zeitskala

$$\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.3)$$

der kleinsten Wirbel ab. Wie in Abb. 2.1 zu erkennen, ist $\eta \propto Re^{-5/3}$ eine Funktion der Reynolds-Zahl.

Kolmogorov'sche Skalen sind die wesentliche Referenzgröße bei der Bewertung des Auflösungsvermögens von skalenauflösenden Simulationen (engl.: Scale Resolving Simulations; SRS) und insbesondere von Direkten Numerischen Simulationen (DNS), bei denen die Kolmogorov'schen Skalen vollständig aufgelöst werden müssen (siehe Abschn. 3.3).

¹Siehe Kolmogorov (1991) für die Übersetzung dieser Arbeit in die englische Sprache

2.1.1 Freie Scherschichten

Als Scherschicht wird ein Geschwindigkeitsfeld bezeichnet, das im zeitlichen Mittel starke Gradienten aufweist. Hierzu zählen wandgebundene Scherschichten (Grenzschichten), die in Abschn. 2.2 behandelt werden, sowie freie Scherschichten, auf die in diesem Abschnitt eingegangen wird.

Freie Scherschichten bilden sich, wenn zwei Fluidschichten unterschiedlicher Geschwindigkeit interagieren (Monkewitz und Huerre 1982, Schlichting et al. 2006). Ursächlich hierfür kann der Abbau von Impuls der Strömung stromab von Körpern oder das aktive Hinzufügen von Impuls durch das Ausblasen von Fluid aus Körpern sein, die z.B. von Ludewig et al. (2011) oder Balzer und Fasel (2013) untersucht wurden.

Phänomenologisch entspricht die Scherung aufgrund viskoser Interaktionen von Wirbeln ebenfalls freien Scherschichten. Im Gradientenfeld zwischen dem Wirbelzentrum und der freien Strömung oder anderen Wirbeln kommt es ebenfalls zu einer Scherung. Ebenso wie bei der Scherung ebener Fluidschichten kann es auch hierbei zur Ausbildung einer Instabilität kommen. So wurden beispielsweise von Kohama (1987) sekundäre Instabilitätsmechanismen von querströmungsinduzierten Instabilitäten der Grenzschicht auf die Entstehung kleinskaliger Wirbelstrukturen zurückgeführt, die sich am Randbereich des primären Querströmungswirbels bilden. Mit dem Terminus der freien Scherschicht sind in der Literatur jedoch ebene Scherschichten gemeint.

Der allgemeine Fall einer freien Scherschicht sind, wie in Abb. 2.2 skizziert, zwei parallel verlaufende Strömungen unterschiedlicher Geschwindigkeit. Zwischen diesen Strömungen bildet sich eine Scherschicht mit einem starken Gradientenfeld, das im Krümmungsverlauf einen *Wendepunkt* (WP) aufweist. In diesem Gradientenfeld führen kleinste Auslenkungen von Fluidteilchen zu einer exponentiell ablaufenden Destabilisierung (siehe *Wendepunktkriterium* in Abschn. 2.2.1).

Die Entstehung dieser *reibungsfreien Instabilität* in Scherschichten lässt sich mit der *Rayleigh Gleichung* beschreiben (Schlichting et al. 2006). Die Bezeichnung *reibungsfrei* bezieht sich darauf, dass die Viskosität bei einem gegebenen Geschwindigkeitsprofil ab einem kritischen Grenzwert keinen Einfluss auf den Zerfallsprozess hat (siehe auch Abschn. 2.2.1 zur *viskosen Instabilität* von Grenzschichten). Diese Instabilität von freien

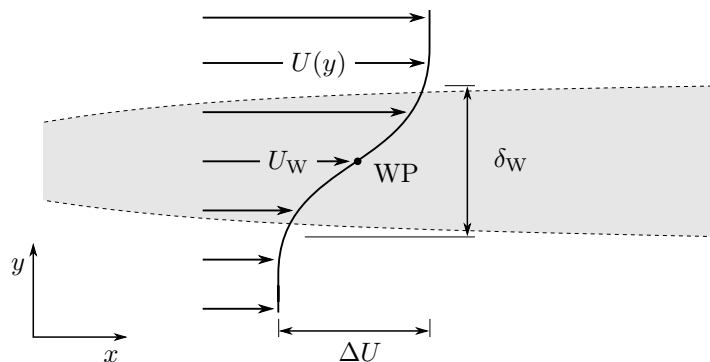


Abbildung 2.2: Skizze einer freien Scherschicht

2 Turbulenz und Transition

Scherschichten wird als *Kelvin-Helmholtz* (KH) Instabilität bezeichnet.

Die Stabilitätsberechnung einer ebenen Scherschicht ist von Monkewitz und Huerre (1982) durchgeführt worden. Sie haben erkannt, dass die Rate der räumlichen Anfachung proportional mit dem Verhältnis der Geschwindigkeiten zwischen den Scherschichten $\lambda = (\Delta U/2U_W)$ zur mittleren Konvektionsgeschwindigkeit wächst. Ferner haben Yang und Voke (2001) aus den Ergebnissen von Monkewitz und Huerre (1982) eine dimensionslose Kreisfrequenz abgeleitet, die mit

$$\omega_{\max} = 0.25\delta_W \frac{2\pi f}{U_W} \quad (2.4)$$

die Frequenz der maximalen Anfachung beschreibt. Durch die Entdimensionierung mit der Scherschichtdicke $\delta_W = \Delta U / (dU/dy)_{\max}$ über den maximalen Gradienten der Geschwindigkeit ist ω_{\max} unabhängig von der Dicke der Scherschicht sowie von dem Verhältnis der Geschwindigkeiten λ . Verglichen mit weiteren Angaben aus der Literatur liegt diese Frequenz in einem engen Band: $0.206 \leq \omega_{\max} \leq 0.231$ nach Yang und Voke (2001), $0.21 \leq \omega_{\max} \leq 0.222$ entsprechend Monkewitz und Huerre (1982), $\omega_{\max} = 0.218$ nach Bernardini et al. (2014) und Müller-Schindewolffs et al. (2017) haben für die abgelöste Grenzschicht auf dem MTU-T161 bei $Re_{2,th} = 70,000$ $\omega_{\max} = 0.227$ ermittelt.

KH Instabilitäten beginnen mit dem zweidimensionalen Zerfall instabiler Scherschichten. Weiter stromab formen sich diskrete Wirbelstrukturen, die bei hinreichend großen Reynolds-Zahlen zu dreidimensionalen turbulenten Strukturen zerfallen (Yang und Voke 2001). Nach dem exponentiellen Anfachen der zweidimensionalen Strukturen wird beginnend mit dem dreidimensionalen Zerfall die Rate der Anfachung fortlaufend geringer, sodass sich ein Maximum der Fluktuationen u'_i einstellt. Dieser Zustand geht anschließend in ein Abklingen der Turbulenz über (Morkovin 1969).

2.2 Transition von Grenzschichten

Auch wenn es physikalisch keine Grenze zwischen der freien Strömung und der wandnahen Strömung gibt, werden in der Literatur Grenzschichten gesondert von der freien Strömung betrachtet. Grenzschichten bilden den Übergang von der Haftung des Fluids an der Wand zu der Geschwindigkeit der freien Strömung (Prandtl 1904). Die Dicke von Grenzschichten wird üblicherweise mit $\delta = 0.99 U_\infty$ beziffert. Da Grenzschichten auf die Viskosität des Fluids zurückzuführen sind, gilt ein anti-proportionaler Zusammenhang zwischen der auf die geometrischen Abmaße des betrachteten Körpers bezogene Grenzschichtdicke

$$\frac{\delta}{l} \propto \sqrt{\frac{1}{Re}} \quad Re = \frac{U l}{\nu} \quad (2.5)$$

und der Wurzel aus der auf die Länge l bezogenen Reynolds-Zahl. Die Dicke der Grenzschichten, und damit deren Verdrängungswirkung, nimmt somit zu geringeren Reynolds-Zahlen hin zu, während sie bei hohen Reynolds-Zahlen zunehmend vernachlässigt werden kann.

Grenzschichten sind folglich von der Viskosität dominierte Scherschichten und unterscheiden sich damit von freien Scherschichten (siehe Abschn. 2.1.1). Durch die unmittelbare Nähe zu der festen Wand erfolgt eine starke Dämpfung von Fluktuationen der Geschwindigkeit bis hin zur Wand, an der $u'_W = u_W = 0$ gilt. Die turbulenten Störungen aus der freien Strömung werden somit nicht direkt auf Grenzschichten übertragen und neu anlaufende Grenzschichten sind laminar.

In laminaren Grenzschichten fallen zeitlich gemittelte sowie instantane Stromlinien aufeinander und es findet quer zur Strömungsrichtung nur ein geringer Impulsaustausch statt. Diese theoretische Betrachtung trifft auf reale Strömungen aber nicht zu, da durch die Turbulenz in der freien Strömung, Imperfektionen der Oberfläche oder Schallquellen immer geringfügige Störungen in die Grenzschicht eingebracht werden. Mit der konvektiven Entwicklung der Grenzschicht werden diese Störungen in Strömungsrichtung angefacht (sie sind *konvektiv instabil*).

Das Anwachsen dieser ersten kleinen Störungen wird mit der linearen bzw. primären Stabilitätstheorie beschrieben (Schlichting et al. 2006). Unter Vernachlässigung äußerer Störeinflüsse kann hierbei davon ausgegangen werden, dass die Transition mit dem Anwachsen kleinster zweidimensionaler Oszillationen beginnt (Methode kleiner Schwingungen). Diese primären Instabilitäten können ab dem Erreichen der sogenannten Indifferenz-Reynolds-Zahl auftreten. Die erste Berechnung dieser Indifferenz-Reynolds-Zahl wurde von Tollmien (1929) durchgeführt. Tollmien und Schlichting sind die Namensgeber der *Tollmien-Schlichting* (TS)-Wellen, die den natürlichen Transitionsprozess einleiten. Der experimentelle Nachweis dieser TS-Wellen hat sich als äußerst aufwändig herausgestellt und es ist erst 18 Jahre später Schubauer und Skramstad (1947) gelungen, die den Turbulenzgrad in der freien Strömung hierfür auf $Tu \leq 0.1\%$ herabsetzen mussten. Bei höheren Turbulenzgraden hat sich herausgestellt, dass die erste Anfachung von Störungen immer stromauf der Indifferenz-Reynolds-Zahl auftritt. Dies wird als die Rezeptivität der Grenzschicht bezeichnet, die empfänglich für äußere Störungen ist, aber auch auf un stetige Oberflächen, Rauheiten oder akustische Anregungen reagiert (Saric et al. 2002). Da diese Art von Instabilitäten nach der linearen Stabilitätstheorie die Viskosität des Fluids voraussetzt, hat sich auch der Name der *viskosen Instabilität* etabliert.

Bei der Konvektion entlang einer Oberfläche wachsen die zweidimensionalen TS-Wellen linear an, bis sich das zirkulierende Fluid zu dreidimensionalen, aus der unteren Grenzschicht aufrichtenden Wirbelschlingen verformt. Entsprechend ihrer topologischen Form, werden diese als Λ -Strukturen bezeichnet. Störungen wachsen in Strömungsrichtung sehr rasch und lassen sich nicht mehr mit der linearen Stabilitätstheorie beschreiben. Die lineare Stabilitätstheorie wird von der lokalen sekundären Stabilitätstheorie abgelöst. Λ -Strukturen leiten über ihren dreidimensionalen Zerfall die Bildung von Haarnadel- bzw. Ω -Strukturen ein. Diese zerfallen unmittelbar und bilden intermittierend keilförmige Turbulenzflecken (engl.: *turbulent-spots*) aus (Emmons 1951). Turbulenzflecken entstehen unregelmäßig innerhalb der Grenzschicht und konvektieren mit einer verminderten Strömungsgeschwindigkeit $\approx 0.7 U_\infty$ (Mayle 1991). Wie von Morkovin (1969) beschrieben, unterliegen einzelne Turbulenzflecken einer räumlichen Ausdehnung und einem Abklingen der turbulenten Intensität. Sie neigen somit zum Relaminarisieren. Die Häufigkeit von Turbulenzflecken nimmt in Strömungsrichtung jedoch zu, sodass sie ineinander grei-

fen, sich gegenseitig anregen und eine vollständige turbulente Grenzschicht bilden. Sobald dieser Zustand erreicht ist, ist die Transition vollständig abgeschlossen und ohne äußere Einwirkungen, wie z.B. eine Beschleunigung der Grenzschicht oder die Absaugung von Fluid aus der Grenzschicht, reicht die turbulente Anfachung aus, um den turbulenten Zustand zu erhalten.

Das resultierende turbulente Geschwindigkeitsprofil der Grenzschicht unterscheidet sich dabei deutlich von dem laminaren Profil. Die turbulenten Fluktuationen bewirken einen intensiven dreidimensionalen Austausch von Impuls. Das wandnahe Geschwindigkeitsprofil ist somit fülliger als ein laminares Profil. Man spricht deshalb auch von einer energetisierten Grenzschicht. Durch den Transport von Impuls in die Grenzschicht nimmt gleichzeitig auch der Impuls des Fluids außerhalb der Grenzschicht ab. Die Umverteilung des Impulses führt sowohl zu 1.) einem starken Anwachsen der Grenzschichtdicke als auch 2.) zu einem abrupten Anstieg der zeitlich gemittelten Wandschubspannung. Diese können am Beispiel von ebenen Platten von dem laminaren zum turbulenten Zustand um einen Faktor von drei bis vier ansteigen (Kožulović 2007). Der markante Anstieg der Wandschubspannung ist daher ein geeignetes Mittel, um die Lage der Transition zu bewerten. Auch das intermittierende Auftreten der Turbulenzflecken wird im Experiment als Maß für den Fortschritt der Transition genutzt. Die daraus abgeleitete statische Größe der Intermittenz bewertet den zeitlichen gemittelten Anteil laminarer Strömung. Eine Intermittenz von $\gamma = 0.0$ klassifiziert eine laminare Grenzschicht und eine turbulente Grenzschicht entspricht $\gamma = 1.0$ (Scholz et al. 2009).

2.2.1 Einfluss des Druckgradienten

Der Transitionsprozess von Grenzschichten wird stark von dem der Grenzschicht in Strömungsrichtung aufgeprägten Druckgradienten beeinflusst. So führt die Beschleunigung der Strömung ($\frac{\partial p}{\partial s} < 0$) zu einer Stabilisierung der Grenzschicht und ein verzögernder positiver Druckgradient ($\frac{\partial p}{\partial s} > 0$) destabilisiert. Um dies zu veranschaulichen, ist in Abb. 2.3 eine Indifferenzkurve nach Schlichting et al. (2006) aus der Stabilitätstheorie skizziert. Der in den Kurven eingeschlossene Bereich kennzeichnet den Bereich, in dem sich Instabilitäten ausbilden können. Mit $\alpha\delta_1$ wird eine monochromatische Anfachung gegeben, die abhängig von der mit der Verdrängungsdicke δ_1 gebildeten Reynolds-Zahl den Stabilitätsbereich beschreibt. Die geringste Reynolds-Zahl, die von der jeweiligen Indifferenzkurve erfasst wird, ist die Indifferenz-Reynolds-Zahl Re_{ind} , ab der Störungen in der Grenzschicht angefacht werden.

Es ist klar zu erkennen, dass die Indifferenz-Reynolds-Zahl für den Fall der beschleunigten Grenzschicht ($\frac{\partial p}{\partial s} < 0$) im Vergleich zur Grenzschicht ohne Beschleunigung ansteigt. Die Ausbildung von Störungen wird zu größeren Reynolds-Zahlen und folglich weiter stromab verschoben. Wird die Strömung verzögert ($\frac{\partial p}{\partial s} > 0$), kehrt sich der Effekt um. Analog zu der zuvor beschriebenen *viskosen Instabilität* treten bei positiven Druckgradienten sogenannte *reibungsfreie Instabilitäten* auf. Diese sind dadurch gekennzeichnet, dass der obere Zweig der Indifferenzkurven (A) für positive Druckgradienten bei hohen Reynolds-Zahlen asymptotisch gegen einen Wert ungleich null läuft. Diese Instabilitäten treten also auch bei hohen Reynolds-Zahlen auf, bei denen der Einfluss

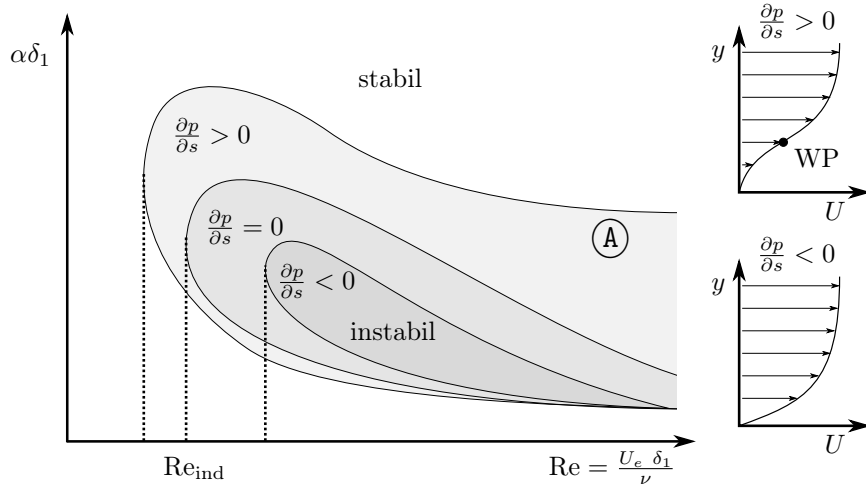


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung einer Indifferenzkurve für variierende Druckgradienten unter monochromatischer Anfachung nach Schlichting et al. (2006)

der Viskosität abnimmt (siehe auch Abschn. 2.1.1).

Ursächlich für diese Empfindlichkeit der Grenzschichten gegenüber Störungen ist die durch den aufgeprägten Druckgradienten herbeigeführte Verformung der Geschwindigkeitsprofile (siehe skizzierte Geschwindigkeitsprofile in Abb. 2.3). Sobald der Druckgradient einen positiven Wert $\frac{\partial p}{\partial s} > 0$ annimmt, wird dem Geschwindigkeitsprofil eine Krümmungsänderung aufgeprägt. Dies ist das so genannte *Wendepunktkriterium* (WP), das zu einer signifikanten Destabilisierung von Grenzschichten führt. Wie von Rosenhead (1963) erläutert, ist ein Wendepunkt im Geschwindigkeitsprofil immer mit einem Maximum der Wirbelstärke verbunden, das entsprechend der linearen Stabilitätstheorie bei einer starken Destabilisierung nahe $y \approx 0.5 \delta$ liegt. Dies entspricht den Ergebnissen von van Driest und Blumer (1963), die in einer Blasius-Grenzschicht die maximale Anfachung bei $y = 0.57 \delta$ bestimmen.

Wird eine Grenzschicht stark beschleunigt, so wird diese laminar erhalten (der instabile Bereich in Abb. 2.3 wird sehr klein) oder bereits turbulent umgeschlagene Grenzschichten können wieder relaminarisiert werden (Hourmouziadis 1989, Mayle 1991). Dies ist der Fall, sobald der Beschleunigungsparameter

$$K = \left(\frac{\nu}{U^2} \frac{dU}{ds} \right)_e \quad (2.6)$$

größere Werte als $K \geq 3e-6$ annimmt. Wie von Blair et al. (1988) gezeigt, können nur intensive transitionelle Anfachungen wie z.B. durch nachlaufinduzierte Transition (siehe Abschn. 2.2.3) diese laminarisierende Wirkung überwinden.

Während ein geringfügig positiver Druckgradient einen Wendepunkt in unmittelbarer Wandnähe bewirkt, verschiebt sich der Wendepunkt bei einem zunehmendem Druckgradienten von der Wand weg. Beim Erreichen eines hinreichend großen positiven Druckgradienten kommt es zu einer Strömungsablösung. Hierbei wird die vollständige Umkehrung

2 Turbulenz und Transition

der Strömungsrichtung in direkter Wandnähe erreicht. Eine Ablösung lässt sich somit anhand des Geschwindigkeitsprofils erkennen.

Eine typische Kenngröße, um Geschwindigkeitsprofile zu klassifizieren, ist der Formparameter

$$H_{12} = \frac{\delta_1}{\theta}, \quad (2.7)$$

der sich aus der Verdrängungsdicke δ_1 und der Impulsverlustdicke θ berechnet. Für eine laminare Grenzschicht ergibt sich $H_{12} \approx 2.61$ und für eine turbulente $H_{12} \approx 1.4$. Diese Werte gelten für Grenzschichten, auf die kein Druckgradient wirkt. Da sich aufgrund der Beschleunigung sowie Verzögerung von Grenzschichten auch deren Form ändert, ist H_{12} ebenso von dem Druckgradienten abhängig. Eine Grenzschicht, die kurz vor der Ablösung steht und somit ein schlankes Profil aufweist, hat einen sehr hohen Wert von $H_{12} \approx 3.7$. Von Thwaites (1949) wurde eine Korrelation abgeleitet, die den später nach ihm benannten Beschleunigungsparameter (*Thwaites Parameter*)

$$\lambda_{\theta, \text{int}} = \left(\frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU}{ds} \right)_e \quad (2.8)$$

in einen eindeutigen Bezug zu dem Formparameter H_{12} setzt. Der Grenzwert von $\lambda_{\theta, \text{int}} = -0.082$ wird kurz vor der Ablösung erreicht. In der Ablösung steigt der Formparameter stark an und fällt zum laminaren Anlagepunkt wieder auf $H_{12} \approx 3.1$ (Goldstein et al. 1970). Thwaites' Grenzwert gilt für laminare Grenzschichten. Volino und Hultgren (2001) konnten zeigen, dass der Turbulenzgrad sowie die Reynolds-Zahl für den Ablösepunkt irrelevant sind, solange die Grenzschicht nicht stromauf der Ablöseblase bereits turbulent umgeschlagen ist. Turbulente Grenzschichten weisen ein fülligeres Geschwindigkeitsprofil mit einer höheren Steigung dU/dy auf. Dies erhöht die resultierenden Wandschubspannungen, macht die Grenzschicht aber resistenter gegenüber Ablösungen. Wie zuvor beschrieben, sind Formparameter turbulenter Grenzschichten daher grundsätzlich geringer.

Die abgelöste Grenzschicht bildet eine sich kontinuierlich von der Wand entfernende freie Scherschicht, die eine Ablöseblase aus schwach energetischem Fluid abschattet. Diese freie Scherschicht ist empfänglich für KH-Instabilitäten. Von Simoni et al. (2015) wurde die maximale Anfachungsrate bereits bei einer Entfernung der Scherschicht um $y/\delta_W \approx 1$ von der Wand bezogen auf die Dicke der Scherschicht beobachtet. Die Frequenz der maximalen Anfachung verschiebt sich mit zunehmender Wandentfernung ebenfalls hin zu höheren Frequenzen bis auf den Grenzwert für freie Scherschichten ab $y/\delta_W > 1.4$.

Wie von McAuliffe und Yaras (2010) sowie Balzer und Fasel (2016) gezeigt, konvektieren Klebanoff (K)-Moden (siehe Abschn. 2.2.2 sowie Abb. 2.4) entlang der sich ablösenden Scherschicht. Nach Balzer und Fasel (2016) wird die Wachstumsrate der K-Moden in der abgelösten Scherschicht stark angefacht. K-Moden regen dabei die KH-Instabilität an und bilden, wie von McAuliffe und Yaras (2010) gezeigt, kleine Wirbelschleifen aus, die sich dreidimensional um die K-Moden herum legen. Diese kleinskaligen Wirbelstrukturen stören die sich spanweitig aufrollende KH-Instabilität und führen zu einem raschen Umschlag.

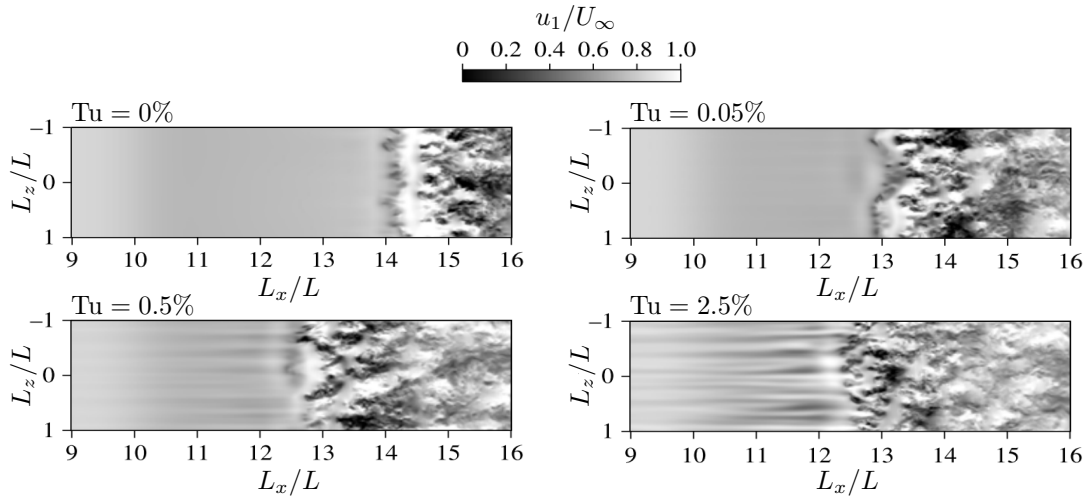


Abbildung 2.4: Konturen des instantanen Geschwindigkeitsfelds in Strömungsrichtung bei $y = \delta_1(x)$ zur Visualisierung der Ausbildung von K-Moden auf einer Platte mit aufgeprägtem Druckgradienten; Einfluss der Variation von $Tu = 0\%$ bis $Tu = 2.5\%$ auf Wiederanlegen der Ablöseblase aus Balzer und Fasel (2016); $L = 0.0254$ m; $U_\infty = 6.64$ m/s

Balzer und Fasel (2016) haben den Turbulenzgrad in der freien Strömung schrittweise variiert und gezeigt, dass die Länge der Ablöseblase bei einer Erhöhung des Turbulenzgrads von $Tu = 0\%$ auf $Tu = 0.5\%$ um 43% reduziert wird. Die Erhöhung von $Tu = 0.5\%$ auf $Tu = 2.5\%$ führt nur noch zu einer Reduktion der Länge um weitere 10%. Somit reichen bereits schwache Instabilitäten aus, um spannweitige KH-Wirbel zu stören und ein Wiederanlegen zu forcieren. Sobald sich K-Moden in der Grenzschicht gebildet haben, hat eine weitere Erhöhung des Turbulenzgrads zunehmend weniger Einfluss auf das Wiederanlegen der Ablöseblase. Nach einer Kategorisierung von Hatman und Wang (1999) kann dieser Typus von Ablöseblasen als transitionelle Ablöseblase bezeichnet werden. Nach Volino (2002a) und McAuliffe und Yaras (2010) führt die einsetzende Transition der freien Scherschicht durch den intensiven Impulseintrag aus der freien Strömung zu einem unmittelbaren Wiederanlegen der Ablöseblase.

Laminar ablösende Grenzschichten bilden nach Hatman und Wang (1999) unter moderaten positiven Druckgradienten und Reynolds-Zahlen eine kleine Ablöseblase (*engl.: short bubble*) aus. Diese legen unter der Einwirkung der pulsierenden KH-Instabilität wieder an. Im Fall von starken positiven Druckgradienten und geringen Reynolds-Zahlen kann sich nach Hatman und Wang (1999) eine große Ablöseblase (*engl.: long bubble*) ausbilden, bei der es zu einer langsam ablaufenden Transition kommt. Diese Ablöseblasen können leicht aufplatzen und in einer offenen Strömungsablösung enden.

Im Vergleich zur Außenaerodynamik treten in Turbomaschinen große Druckgradienten auf, die insbesondere bei den geringen Reynolds-Zahlen von Niederdruckturbinen zur Ablösung der Grenzschichten führen. Eine große Ablöseblase geht immer mit einem deutlichen Anstieg der Profilverluste sowie einer reduzierten Umlenkung der Strömung einher (Hourmouziadis 1989). Der Extremfall der offenen Ablöseblase führt zu einem

signifikanten Einbruch der Umlenkung von Profilen sowie zu einem sehr turbulenten und verlustreichen Nachlauf.

Um eine Ablösung zu vermeiden, können Grenzschichten energetisiert werden, indem der wandnahe Strömungsimpuls erhöht wird. Wie zuvor beschrieben, sind turbulente Grenzschichten resistenter gegenüber Ablösungen, führen aber generell zu höheren Profilverlusten. Durch aktive oder passive Maßnahmen wie Ausblasungen (McAuliffe und Sjolander 2004, Ludewig et al. 2011, Balzer und Fasel 2013) oder Stolperkanten (Volino 2003, Zhang und Hodson 2005, McAuliffe und Yaras 2009), können Grenzschichten gezielt zur Transition bewegt werden. Eine geschickte räumliche Platzierung dieser Maßnahmen minimiert den negativen Einfluss durch die höheren Profilverluste turbulenter Grenzschichten.

2.2.2 Einfluss des Turbulenzgrads

Die Erhöhung des Turbulenzgrads in der freien Strömung führt zu einer Anfachung des Transitionsvorgangs. In Abb. 2.5 nach Saric et al. (2002) ist der Ablauf der Transition unter dem Einfluss äußerer Störungen (Turbulenz oder Akustik) auf die Grenzschicht in Abhängigkeit von der Amplitude der Störung (von links nach rechts ansteigend) dargestellt.

Der Pfad A entspricht der Transition bei sehr geringen Turbulenzgraden. Wie in Abschn. 2.2 beschrieben, lässt sich die Ausbildung primärer Moden vollständig durch die lineare Stabilitätstheorie beschreiben und es findet der von Tollmien (1929) beschriebene Transitionsverlauf statt, der auch als *natürliche Transition* bezeichnet wird. Der Nachweis der *natürlichen Transition* ist aber nur bei sehr geringen Turbulenzgraden $Tu \leq 0.1\%$ gelungen (Schlichting et al. 2006). Bei höheren Turbulenzgraden führt das Niveau der über die freie Strömung aufgeprägten Störungen zu einer kontinuierlichen Anfachung von Instabilitäten, bis der Grenzfall der sogenannten *Bypass-Transition* (Pfad E) nach Morkovin (1969) erreicht ist. Durch eine hohe Amplitude äußerer Störungen werden primäre und sekundäre Transitionsmechanismen (TS-Wellen und sekundären Λ -Strukturen) übersprungen (engl.: *to bypass*) und es wird direkt die intermittierende Ausbildung von Turbulenzflecken herbeigeführt. Die von Emmons (1951) nachgewiesenen Turbulenzflecken treten mit fortschreitender Transition in höherer Häufigkeit auf und konglomerieren zu einer vollständig turbulenten Grenzschicht (Mayle 1991). Die Transitionslänge ist in diesem Grenzfall mit einem exponentiellen Anwachsen der Störungen außerordentlich kurz.

Neben den beiden Extrema tritt in technischen Strömungen vor allem die Phase des *Transient Growth*, also einem kontinuierlichen Übergang zwischen der *natürlichen* zur *Bypass-Transition*, auf. In dieser Phase können unterschiedliche Moden gleichzeitig auftreten und interagieren. So bilden sich bei geringen Turbulenzgraden im Pfad B noch TS-Wellen aus, die jedoch schneller in die sekundäre Phase übergehen als im Pfad A. Entlang Pfad C werden primäre Moden und entlang Pfad D zusätzlich auch die sekundären Transitionsmechanismen übersprungen.

Im Gegensatz zu dem Pfad A, bei dem Instabilitäten innerhalb der Grenzschicht anwachsen, und dem Pfad E, bei dem eine hohe Amplitude der Störungen zum Übersprin-

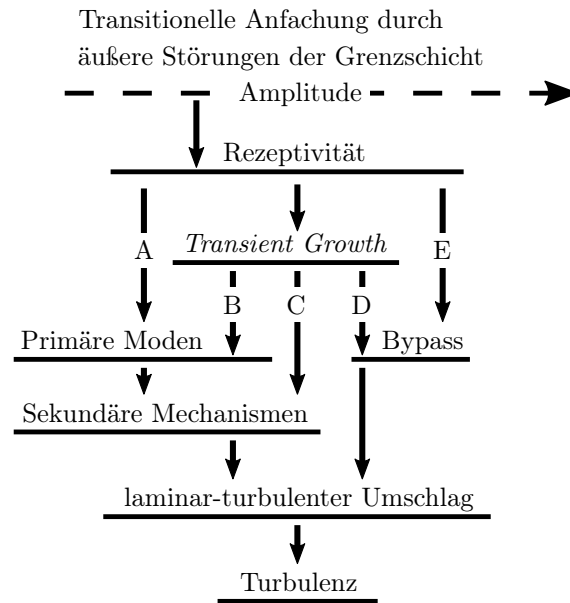


Abbildung 2.5: Die Pfade von der Rezeptivität zur Transition nach Saric et al. (2002)

gen von Instabilitätsmechanismen führt, ist die Rezeptivität von Grenzschichten nach Saric et al. (2002) von wesentlicher Bedeutung für die Phase des *Transient Growth*. Mit dem Begriff der Rezeptivität von Grenzschichten ist gemeint, dass äußere Störungen von einer Grenzschicht aufgenommen und in dieser weiter angefacht werden können. Diese Rezeptivität bezieht sich nach Saric et al. (2002) auf Störungen der Grenzschicht durch raue Oberflächen, den Turbulenzgrad und auch akustische Anregungen. Da sich die Modellierung in der vorliegenden Arbeit nicht auf den Einfluss von rauen Oberflächen oder akustischen Wellen bezieht, soll die Diskussion auf den Einfluss der Turbulenz in der freien Strömung beschränkt werden.

Ein wesentliches Element des auf den Einfluss der Turbulenz in der freien Strömung zurückgehenden *Transient Growth* sind in Strömungsrichtung ausgedehnte und um den Strömungsvektor rotierende Strukturen. Diese Strukturen wurden nach Klebanoff et al. (1962) benannt, der sie erstmalig nachgewiesen hatte. Die Klebanoff-Moden (K-Moden) wurden vielfach ab einem Turbulenzgrad $Tu \approx 0.5\%$ beobachtet und weisen eine hohe $u'_{1,s}$ Fluktuationskomponente in Richtung des Strömungsvektors auf (Arnal und Juillen 1978, McAuliffe und Yaras 2010, Balzer und Fasel 2016). Wie von Saric et al. (2002) und Brandt et al. (2004) beschrieben, lösen die longitudinalen K-Moden damit schrittweise die lateralen TS-Wellen ab (Pfad B bis C). Dies wurde auch von Kosorygin und Polyakov (1990) für den Bereich $0.1\% \leq Tu \leq 0.7\%$ gezeigt, in dem TS-Wellen und K-Moden koexistieren. Die Intensität der Fluktuationen nimmt in Abhängigkeit vom Niveau der Turbulenz in der freien Strömung zu und kann 5% bis 16% $u'_{1,s}/U_\infty$ betragen (Saric et al. 2002, Klebanoff et al. 1962). Die longitudinale Ausdehnung von K-Moden beträgt $\approx 55\delta$ und der laterale Abstand der Wirbelstrukturen beträgt 2δ bis 4δ (Kendall 1998, Balzer und Fasel 2016). Durch die große longitudinale Ausdehnung lassen sich K-Moden mit

sehr niedrigen Frequenzen in der Grenzschicht assoziieren.

Wie von Brandt et al. (2004) gezeigt, steigt die Intensität von K-Moden in Strömungsrichtung an. Dabei nimmt deren lateraler Abstand bis auf δ ab. Brandt et al. (2004) konnten zeigen, dass kleine turbulente Längenskalen effektiv in die Grenzschicht eindringen können. Das entspricht auch der Theorie von Mayle et al. (1997), die schlussfolgern, dass die Ausbildung von prä-transitionellen Strukturen vor allem durch sehr hohe Frequenzen von $0.3U_\infty/\eta$ zu einer maximalen Anfachung innerhalb der Grenzschicht führen. Brandt et al. (2004) und Schook et al. (1998) konnten aber zeigen, dass diese hohen Frequenzen innerhalb der Grenzschicht sehr stark gedämpft werden. Vor allem langwellige Strukturen, die langsam abklingen und daher lange auf die Grenzschicht einwirken, unterstützen das lineare Wachstum der K-Moden konstruktiv. Diese lineare Anfachung findet vor allem bei geringen Turbulenzgraden statt. Für höhere Turbulenzgrade $Tu \geq 3\%$ dominiert im Fall von Brandt et al. (2004) das exponentielle Anwachsen von Störungen in der Grenzschicht. Diese Beobachtung lässt sich mit den Schlussfolgerungen von Saric et al. (2002) vereinbaren. K-Moden können, wie auch von Durbin et al. (2009) gezeigt, entweder linear wachsen und über sekundäre Transitionsmechanismen die Ausbildung von Λ -Strukturen einleiten (Pfad C) oder bis hin zur direkten Ausbildung von Turbulenzflecken (Pfad D) exponentiell anwachsen (Zhao und Sandberg 2020). Letzteres geschieht nach Wu et al. (1999) sowie Jacobs und Durbin (2001) durch den wandnormalen Impulsaustausch der in Strömungsrichtung rotierenden K-Moden, der zu einer intensiven Scherschicht am Grenzschichtrand führt. Diese Scherschicht wird durch die Turbulenz in der freien Strömung angeregt und schlägt ähnlich zur KH-Instabilität sehr rasch um.

2.2.3 Durch Nachläufe induzierte Transition

Ein wesentlicher Transitionsmechanismus in Turbomaschinen ist die Überlagerung der stationär stattfindenden Transition mit nachlaufinduzierter Transition. Durch die periodisch wiederkehrende Beaufschlagung der Profilgrenzschicht mit Nachläufen der stromauf befindlichen Schaufelreihen wird die Neigung zur Transition begünstigt.

Wie von Wu et al. (1999) gezeigt wurde, begünstigen Nachläufe die Ausbildung von K-Moden in der Grenzschicht. Wissink et al. (2006) konnten zeigen, dass die langwellige Störung aus dem Impuls des Nachlaufs die KH-Instabilität von Ablöseblasen beeinflusst, der turbulente Umschlag aber vor allem auf die Turbulenz des Nachlaufs zurückzuführen ist. Dabei ist nach Orth (1992) der Einfluss von diskreten turbulenten Nachläufen intensiver als die Wirkung der Turbulenz aus der freien Strömung. Die Ursache sieht Orth (1992) in der Anisotropie der Nachlaufturbulenz. Auch Brandt et al. (2004) erwähnen, dass Grenzschichten rezeptiver auf anisotrope oder inhomogene Turbulenzfelder reagieren.

Entlang der Trajektorien von Nachläufen, die mit U_∞ über das Profil konvektiert werden, entsteht somit ein transitionell fortgeschrittener Bereich. Durch den Eintrag von Turbulenz kann auf diese Weise die Transition über Ablöseblasen forciert werden, sodass diese durch die Einwirkung des Nachlaufs anlegen (Halstead et al. 1997a,b, Schulte und Hodson 1998). Wie von Schubauer und Klebanoff (1956), Orth (1992) sowie Griebel

und Seume (2005) beschrieben, bildet sich, nachdem der Nachlauf (bzw. ein Turbulenzfleck) abgeklungen ist, ein beruhigter Bereich aus (*engl.: becalmed region*), der durch eine stabile laminare aber impulsreiche Grenzschicht gekennzeichnet ist. Dieser Effekt lässt sich anhand von Abb. 2.5 nach Saric et al. (2002) erklären, die verdeutlicht, dass primäre und sekundäre Transitionsmechanismen gestört werden, sobald eine Störung hoher Amplitude die Grenzschicht in den Bereich der *Bypass-Transition* gedrängt und wieder abgeklungen ist.

Der beruhigte Bereich durchläuft den Transitionsvorgang erneut, oder transitionelle Strukturen konvektieren von stromauf in diesen Bereich hinein. Wie von Halstead et al. (1997a) beschrieben, bewegen sich z.B. TS-Wellen mit $\approx 0.3 U_\infty$ innerhalb der Grenzschicht, K-Moden nach Kendall (1998) mit $\approx 0.34 U_\infty$. Insofern besteht ein räumliches und zeitliches Fenster, in dem der beruhigte Bereich von transitionellen Strukturen abgeschattet ist.

In Turbomaschinen ist die nachlaufinduzierte Transition unvermeidbar und wie in Abschn. 2.2 beschrieben, erhöhen turbulente Grenzschichten Wandschubspannungen. Damit führt nachlaufinduzierte Transition per se zu einer temporären Erhöhung von Wandschubspannungen und damit auch zu erhöhten Profilverlusten. Vor allem für hoch belastete NDT kann die Frequenz, mit der Nachläufe auf das Profil auftreffen, jedoch optimiert werden, sodass die Ausbildung einer großen verlustreichen Ablöseblase unterdrückt wird (Coton et al. 2003, Mahallati und Sjolander 2012). Wie von Wissink und Rodi (2006) gezeigt, kann auf diese Weise die zeitlich gemittelte Wandschubspannung reduziert werden.

2.2.4 Einfluss der Kompressibilität

Neben dem Einfluss des Turbulenzgrads und der auf die Grenzschicht einwirkenden Druckgradienten hat auch die Kompressibilität der Strömung einen Einfluss auf die Transition. Sie findet jedoch deutlich weniger Beachtung. Eine mögliche Ursache hierfür ist, dass nur wenige Messdaten verfügbar und Versuchsbedingungen schwer zu kontrollieren sind. Von Narasimha (1985) werden verschiedene Untersuchungen zusammengetragen, in denen die Mach-Zahl in dem Bereich $0.2 \leq Ma \leq 15$ bis zu stark hyper-sonischen Strömungen variiert wurde. Wie in der Abb. 2.6 dargestellt, sind die Ergebnisse zum Teil widersprüchlich. Narasimha (1985) weist darauf hin, dass die Ergebnisse mit großen Unsicherheiten behaftet sind, da unterschiedliche Prüfstände, Messtechniken und analytische Methoden eingesetzt wurden. Zudem beeinflussen akustische Reflexionen die Messungen in der hyper-sonischen Strömung. Schook et al. (1998) konnten zeigen, dass in den Zuströmbedingungen der für diese Untersuchungen eingesetzten *Blow-Down-Windkanälen* der Turbulenzgrad mit der Mach-Zahl korreliert, was eine weitere Unsicherheit mit sich bringt. Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) beschreiben, dass in vielen Untersuchungen bei hohen Mach-Zahlen Einflussgrößen wie der Druckgradient sowie der Turbulenzgrad nicht kontrolliert oder überliefert wurden. Dies erhöht die Unsicherheit von Messdaten erheblich. Der globale Trend aller in Abb. 2.6 dargestellten Messdaten zeigt aber, dass eine Erhöhung der Mach-Zahl zu einer erheblichen Stabilisierung von Grenzschichten führt und die Reynolds-Zahl beim Einsetzen der Transition um ein vielfaches

2 Turbulenz und Transition

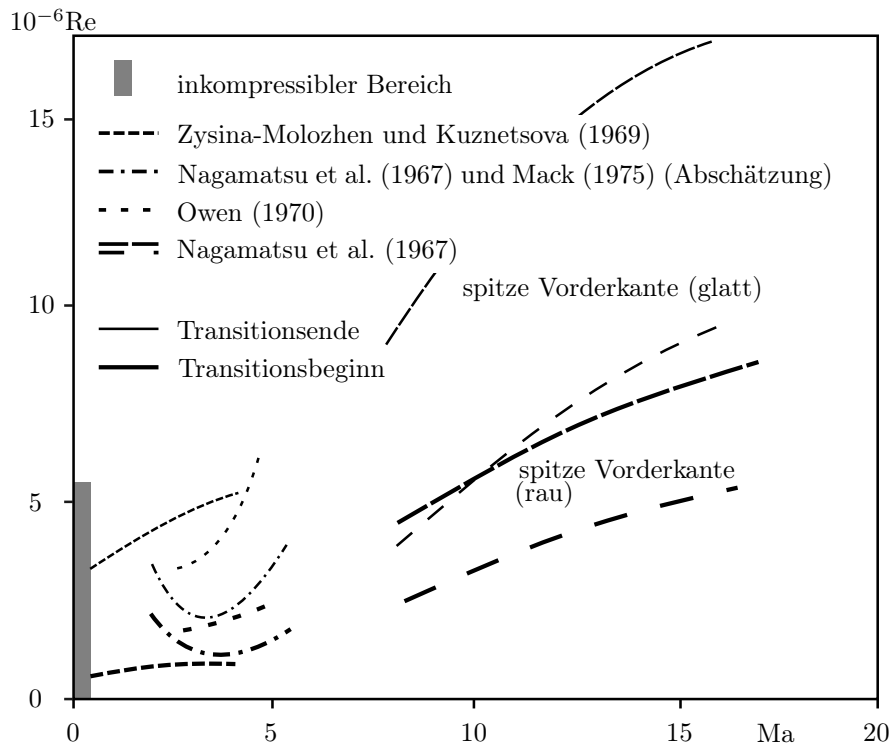


Abbildung 2.6: Abhängigkeit der Reynolds-Zahl zum Transitionsbeginn und -ende von der Mach-Zahl nach Narasimha (1985)

erhöht wird.

Der für Turbomaschinen relevante Bereich liegt auf der linken Hälfte des Diagramms in Abb. 2.6 und wurde von Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) auf der Basis von Platten und Turbinenkaskaden bestimmt. In diesen Untersuchungen wurde die Mach-Zahl im geringen sub- und super-sonischen Bereich $0,2 \leq Ma \leq 2,4$ und der Turbulenzgrad zwischen $0,1\% \leq Tu \leq 3\%$ variiert. Zudem wurden Messdaten von Gazley (1953) bis $Ma \approx 4$ korreliert.

Aus den Messdaten haben Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) abgeleitet, dass die Reynolds-Zahl zum Transitionsbeginn $Re_t \propto Ma^{0,6}$ ansteigt und die Korrelation mit der Mach-Zahl unabhängig vom Niveau des Turbulenzgrads (für $0,1\% \leq Tu \leq 3\%$) ist. Um diese Korrelation zu bestimmen, haben Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) die Messdaten auf $Ma = 0$ extrapoliert. Dies impliziert, dass kompressible Effekte ab $Ma > 0$ relevant sind. Als Resultat weist die Korrelation von Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) bei geringen Mach-Zahlen einen sehr steilen Verlauf auf und der Einfluss der Kompressibilität spielt vor allem im sub-sonischen Bereich eine große Rolle. Schook et al. (1998) weisen dagegen darauf hin, dass sowohl die Anzahl der Datenpunkte als auch deren Qualität bei geringen Mach-Zahlen $Ma \leq 0,56$ ungenügend ist, was die Annahme von Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) entkräftet. Auch Narasimha (1985) hat für $Ma < 0,4$ die Korrelation von Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) ausgeblendet und berücksichtigt kompressible Effekte erst für größere Mach-Zahlen (siehe Abb. 2.6). Diese

Vorgehensweise impliziert eine abschnittsweise definierte Korrelation von $Re_t = f(Ma)$, die für $Ma < 0.4$ einen konstanten Wert annimmt und erst ab höheren Mach-Zahlen ansteigt. Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) geben an, dass sich die Korrelation von $Re_t \propto Ma^{0.6}$ zu $Re_t \propto Ma^{0.15}$ ändert, sobald für die Korrelation eine Ansatzfunktion gewählt wird, mit der keine kompressiblen Effekte für $Ma < 0.1$ berücksichtigt werden. Der Kurvenverlauf wird somit bedeutend flacher.

Im Einklang mit dem Vorgehen von Narasimha (1985) wurde auch für die Modellentwicklung im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine abschnittsweise definierte Korrelation abgeleitet, die kompressible Effekte erst ab $Ma > 0.4$ berücksichtigt (siehe Gl. 6.12 sowie Abb. 6.6b in Abschn. 6.2.2).

2 *Turbulenz und Transition*

3 Numerische Verfahren zur Strömungssimulation

3.1 RANS-Modellierung der Turbulenz

Die wesentliche Grundlage für moderne industrielle Strömungssimulationen sind die Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) Gleichungen. Die RANS-Gleichungen bilden das gemittelte Strömungsfeld ab, wodurch turbulente Strukturen nicht aufgelöst werden müssen bzw. können. Das führt durch die geringe Anforderung an die Netzauflösung (siehe Abschn. 3.3) und durch die Möglichkeit stationärer Simulationen zu einer großen Einsparung von Rechenressourcen, aber auch unmittelbar zu dem sogenannten Schließungsproblem, da durch die RANS-Mittelung Reynolds-Spannungen nicht direkt bestimmt werden können (Pope 2011, Leschziner 2015).

Wie von Pope (2011) beschrieben, müssen Modelle eingesetzt werden, deren Aufgabe es ist das gemittelte Feld der Reynolds-Spannungen

$$\bar{\tau}_{t,ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} \quad (3.1)$$

möglichst exakt zu approximieren. Aus der Qualität dieser Approximation resultiert der Modellfehler (siehe Abschn. 3.4). Unter den RANS-Modellen gibt es im Wesentlichen zwei grundlegende Ansätze:

Wirbelviskositätsmodelle

Der erste umfasst die Gruppe der Wirbelviskositätsmodelle, die die effektive Viskosität des Fluids

$$\bar{\tau}_{ij} + \bar{\tau}_{t,ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.2)$$

als eine Superposition der dynamischen Viskosität μ und einer turbulenten Viskosität μ_t annähern. Ein wesentlicher Bestandteil von vielen Wirbelviskositätsmodellen ist die Hypothese von Boussinesq (1877)

$$\bar{\tau}_{t,ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k, \quad (3.3)$$

die über die turbulente kinetische Energie k auch den Einfluss konvektiv transportierter Turbulenz mit berücksichtigt (Leschziner 2015).

Zur Approximation von μ_t wurden unterschiedlich komplexe Modelle erarbeitet, die in den meisten Fällen turbulente Größen über Transportgleichungen abbilden. Die Anzahl der verwendeten Transportgleichungen erlaubt eine Kategorisierung der Modelle in Null- bis Zwei-Gleichungsmodelle. Die erste Gruppe verzichtet auf den Transport der turbulenten kinetischen Energie k und die letzte Gruppe der Zwei-Gleichungsmodelle sieht zusätzlich noch den Transport einer turbulente Dissipationsrate ε vor.

Reynolds-Spannungsmodelle

Im Gegensatz zu den Wirbelviskositäts-Modellen hat sich die Gruppe der Reynolds-Spannungsmodelle etabliert, deren Intention es ist, den Reynolds-Spannungstensor $\bar{\tau}_{t,ij}$ in allen Komponenten zu bestimmen; sie sind nicht auf die Hypothese der turbulenten Viskosität angewiesen. Durch diese Eigenschaft erlauben Reynolds-Spannungs-Modelle eine präzisere Vorhersage als Wirbelviskositätsmodelle und eignen sich insbesondere für Fragestellungen, bei denen die Anisotropie der Turbulenz eine wesentliche Rolle spielt. Reynolds-Spannungs-Modelle teilen sich wiederum in zwei Gruppen:

Die erste Gruppe der algebraischen Reynolds-Spannungs-Transport-Modelle (RSTM) bilden sämtliche Reynolds-Spannungskomponenten $\overline{u'_i u'_j}$ über Transportgleichungen ab. RSTM sind mathematisch komplex und numerisch teuer. Sie neigen zu numerischen Instabilitäten und nicht zuletzt macht die hohe Abhängigkeit von Rechennetzen RSTM ungeeignet für industrielle Anwendungen (Leschziner 2015).

Die zweite Gruppe der Reynolds-Spannungsmodelle sind die Explizit Algebraischen Reynolds-Spannungs Modelle (EARSM). EARSM berechnen wie die RSTM die einzelnen Komponenten des Reynolds-Spannungstensors, verwenden allerdings eine explizite Formulierung, die sich aus den Impulsgleichungen ableiten lässt. Somit erfüllen EARSM die Reynolds-Spannungsgleichungen nicht, lassen sich aber auf spezifische, komplexe Strömungen kalibrieren. Sie sind im Allgemeinen somit ungenauer als RSTM.

Die vorliegende Arbeit befasst sich vorwiegend mit der Modellierung für zweidimensionale Strömungen in NDT. Daher wird im Folgenden detailliert auf diese Modelle eingegangen. Für eine umfassende Darstellung von Reynolds-Spannungsmodellen wird auf Pope (2011) und Leschziner (2015) verwiesen.

3.1.1 k - ε Modell

Das k - ε -Modell ist eines der ältesten und am weitesten verbreiteten Zwei-Gleichungsturbulenzmodelle. Das heute etablierte Modell geht auf die Publikation von Jones und Launder (1972) zurück, entstand aber aus einer Reihe wissenschaftlicher Beiträge aus den späten 1960er und frühen 1970er Jahren (Launder und Spalding 1974, Pope 2011, Leschziner 2015). Es wurde später von Launder und Spalding (1974) in einer überarbeiteten Version publiziert.

Das k - ε Modell basiert auf zwei Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie

$$\frac{D\rho k}{Dt} = P_k - D_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.4)$$

und für die Dissipationsrate

$$\frac{D\rho\varepsilon}{Dt} = P_\varepsilon - D_\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\varepsilon \mu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right], \quad (3.5)$$

mit den Produktions- und Dissipationstermen

$$P_k = \bar{\tau}_{t,ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad D_k = \rho\varepsilon \quad (3.6)$$

$$P_\varepsilon = c_1 \frac{\varepsilon}{k} \bar{\tau}_{t,ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad D_\varepsilon = c_2 \frac{\rho\varepsilon^2}{k}. \quad (3.7)$$

Die Schließung des Gleichungssystems erfolgt über

$$\mu_t = c_\mu \rho k^2 / \varepsilon. \quad (3.8)$$

In den oben genannten Gleichungen sind c Kalibrierparameter des Modells und die Konstanten σ skalieren die turbulente Diffusion der jeweiligen Transportgröße. Von Launder und Spalding (1974) wird betont, dass die wesentliche Intention bei der Modellentwicklung ein simples und robustes Modell war. Sie weisen darauf hin, dass einige Modellkonstanten einen funktionalen Zusammenhang mit der Entfernung zu reibungsbehafteten Wänden haben sollten. Da diese Frage zur Zeit der Modellentwicklung jedoch noch nicht abschließend geklärt war, wurde eine simple Formulierung des Modells bevorzugt.

Wie von Pope (2011) beschrieben, ist das k - ε -Modell weit verbreitet und gut für einfache Strömungsphänomene geeignet. Es hat jedoch signifikante Schwächen bei der Vorhersage von komplexen dreidimensionalen Strömungen oder kreisförmigen Jets. Für einige Sonderfälle stehen spezifische Rekalibrierungen zur Verfügung, die jedoch zu Lasten der generellen Zuverlässigkeit gehen. Für eine ausführliche Analyse verschiedener Erweiterungen wird auf Pope (2011) und Leschziner (2015) verwiesen.

3.1.2 k - ω -Modell

Das k - ω -Modell geht auf Wilcox (1988) sowie Wilcox (1993) zurück und wurde über 20 Jahre parallel zum k - ε -Modell entwickelt. Wie von Pope (2011) beschrieben, sind die beiden Modelle sehr ähnlich und lassen sich mit dem Ansatz

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k} \quad (3.9)$$

größtenteils ineinander überführen. So ist die Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie k (Gl. 3.4) zwischen beiden Modellen identisch und die Produktions- und Dissipationsterme für das k - ω -Modell ergeben sich mit Gl. 3.9 zu

$$P_k = \bar{\tau}_{t,ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad D_k = \beta^* \rho \omega k. \quad (3.10)$$

Die Transportgleichung für die spezifische Dissipationsrate lässt sich über Gl. 3.9 zu

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = P_\omega - D_\omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (3.11)$$

3 Numerische Verfahren zur Strömungssimulation

umstellen. Der bei der Umformung zusätzlich anfallende Querdiffusionsterm (engl.: Cross-Diffusion)

$$\text{CD} = 2\rho\sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \quad (3.12)$$

der nach Pope (2011) für inhomogene Scherströmungen relevant ist, entfällt bei dem k - ω -Modell (siehe auch Abschn. 3.1.3). Die ω -Transportgleichung basiert auf den Produktions- und Dissipationstermen

$$P_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} \bar{\tau}_{t,ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad D_\omega = \beta \rho \omega^2, \quad (3.13)$$

wobei die Größen α und β Kalibrierkonstanten des k - ω -Modells sind; σ sind wie beim k - ε -Modell ebenfalls Diffusionskonstanten. Die turbulente Viskosität lässt sich unter Ausnutzung von Gl. 3.9 mit

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (3.14)$$

bestimmen. Das k - ω -Modell ist gegenüber dem k - ε -Modell besser geeignet, um wandnahe Strömungen zu berechnen (Wilcox 1993, Pope 2011, Leschziner 2015) und es hat sich im Umfeld der Simulation von Turbomaschinenkomponenten als Standard etabliert. Das kommt nicht zuletzt daher, dass die von Launder und Spalding (1974) adressierten, aber nicht gelösten Probleme zum Teil im k - ω -Modell Berücksichtigung finden. Eine numerische Problemstellung ist jedoch die Vorgabe einer geeigneten Randbedingung für ω an der Wand. Da die turbulente kinetische Energie $k_W = 0$ an der Wand null beträgt, gilt nach Gl. 3.9 $\omega_W \rightarrow \infty$. Numerisch wird das Problem mit der Vorgabe eines sehr großen endlichen Werts gelöst. Es besteht jedoch eine Sensitivität bezüglich der Vorhersage der Wandschubspannung τ_W . Über die Vorgabe von ω_W ist es auf diese Weise aber möglich, τ_W zu modifizieren, um den Einfluss rauer Oberflächen zu modellieren (Wilcox 1988, Fiala und Kügeler 2011).

3.1.3 k - ω -SST-Modell

Das k - ω -Shear Stress Transport (SST)-Modell wurde von Menter (1994) vorgestellt. Die Grundidee des Modells ist es, die positiven Eigenschaften des k - ω -Modells mit denen des k - ε -Modells zu kombinieren. Das k - ω -Modell zeichnet sich gegenüber anderen Zweigleichungsmodellen durch ein robustes Modellverhalten in Grenzschichten sowie der Fähigkeit, Geschwindigkeitsprofile mit hoher Genauigkeit vorherzusagen, aus. Dies betrifft insbesondere die Fähigkeit, den logarithmischen Bereich der Geschwindigkeitsprofile in Grenzschichten mit der Wirkung von Druckgradienten vorherzusagen, sowie auch eine Überlegenheit bei der Bewertung kompressibler Strömungen. Dagegen zeigt das k - ε -Modell ein robustes Verhalten in der freien Strömung und bei der Vorhersage von freien Scherschichten wie z.B. Profilmachläufen.

Um beide Modelle zu kombinieren, hat Menter (1994) die ursprüngliche ε -Gleichung (Gl. 3.5) unter Ausnutzung des Zusammenhangs aus Gl. 3.9 zu ω hin umgeformt. Wie im vorherigen Abschn. 3.1.2 beschrieben, führt diese Umformung zu einem zusätzlichen

Querdiffusionsterm in der ω Gleichung, der von Menter (1994) über die Funktion F_1 einbezogen wird

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = P_\omega - D_\omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) \underbrace{2\rho\sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}}_{\varepsilon\text{-Querdiffusionsterm}}. \quad (3.15)$$

Ebenso wie bei dem Querdiffusionsterm findet auch ein kontinuierlicher Übergang zwischen den Modellkonstanten der k - ω und k - ε -Modellteilen statt. Die Modellfunktion F_1 hat somit die Aufgabe, zwischen wandnahen Bereichen und der freien Strömung zu unterscheiden, um die spezifischen Vorteile der Modelle einzusetzen. Dies gelingt über die Ausdrücke

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (3.16)$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD y^2} \right] \quad (3.17)$$

$$CD = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right). \quad (3.18)$$

Die \tanh -Funktion in Gl. 3.16 stellt einen kontinuierlichen Übergang von F_1 zwischen null und eins sicher. \arg_1 tendiert durch den funktionalen Zusammenhang $1/y$ sowie $1/y^2$ mit zunehmender Wandentfernung y stark gegen null, wodurch Gl. 3.15 in die ε -Modellierung übergeht. Der dritte Term in Gl. 3.17 enthält den auf den positiven Wertebereich limitierten CD Querdiffusionsterm aus Gl. 3.15 (bzw. Gl. 3.12) und dient nach Menter (1994) als Absicherung, dass \arg_1 am Grenzschichttrand gegen null geht.

Das bis hierhin beschriebene Modell wird von Menter (1994) als *Baseline-Modell* bezeichnet. Das k - ω -SST-Modell enthält die weitere Modifikation, dass die Wirbelviskosität mit

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (3.19)$$

gegenüber der k - ω -Formulierung aus Gl. 3.14 limitiert wird. Hier ist a_1 eine Modellkonstante und Ω ist die Wirbelstärke. Die Funktion F_2 wird über

$$F_2 = \tanh(\arg_2^4) \quad (3.20)$$

mit

$$\arg_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right), \quad (3.21)$$

ähnlich zu dem Ausdruck aus Gl. 3.17 gebildet. Folglich wird \arg_2 in Wandnähe große Werte annehmen und Gl. 3.19 wird auf $\mu_t = \rho a_1 k / \Omega$ limitiert. Hier wird die Annahme von Bradshaw et al. (1967) eingehalten, nach der gelten muss, dass die Wandschubspannung $\tau_W = \rho a_1 k$ proportional zu k ist. Da für Zwei-Gleichungsmodelle $\tau_W = \mu_t \Omega$ gilt, lässt sich hieraus der limitierte Wert von μ_t ableiten.

Zehn Jahre nach der Veröffentlichung des Modells hat Menter et al. (2003) die Durchdringung der industriellen Anwendungsgebiete durch das k - ω -SST-Modell resümiert.

Hier stellt er neben einem zonalen Detached-Eddy-Simulation (ZDES) Ansatz für das k - ω -SST Modell auch einen auflösungsabhängigen Übergang des Modells von einer Low-Reynolds zu einer Wandfunktionsformulierung nach Esch und Menter (2003) vor. Diese sowie die ZDES-Erweiterung sind aber vor allem für große außenaerodynamische Testfälle relevant.

3.1.4 k - ω -Viscous-Blending-Modell

Die Viscous-Blending (VB) Erweiterung für das k - ω -Modell wurde von Bode et al. (2011, 2014) vorgestellt. Die Motivation für diese Erweiterung ist, die korrekte Einstellbarkeit des turbulenten Abklingverhaltens zu gewährleisten, das im k - ω -Modell über den D_k Destruktionsterm Gl. 3.10 bestimmt wird. Wie von verschiedenen Autoren (Martinstetter 2010, Bode et al. 2014) berichtet wird, liegen die über Autokorrelation ermittelten turbulenten Längenskalen in Gitterwindkanälen in einer Größenordnung von $l_\Lambda \approx 2.0$ cm. Nach Aufderheide et al. (2014) stromab eines aktiven Turbulenzgitters für hohe Turbulenzgrade von $Tu \approx 8.5\%$ sogar bei bis zu $l_\Lambda \approx 10$ cm. Das entspricht etwa der Sehnenlänge der in diesem Prüfstand untersuchten Kaskaden $l_\Lambda \approx l$.

Bode et al. (2014) haben mit numerischen Studien gezeigt, dass so wie im Experiment auch für die Modellierung des turbulenten Abklingverhaltens die Vorgabe einer entsprechenden Längenskala ($l_{k-\omega} \approx l_\Lambda$) erforderlich ist. Dies wurde später durch Schwarzbach et al. (2018) mittels einer LES-Untersuchung bestätigt.

Für das k - ω Modell gilt nach Wilcox (1988)

$$l_{k-\omega} = k^{1/2}/\omega. \quad (3.22)$$

Die Vorgabe großer turbulenter Längenskalen führt nach Gl. 3.22 zu kleinen Werten für ω . Je kleiner ω desto langsamer klingt k und damit der Turbulenzgrad ab. Im Gegenzug führen kleine Werte von ω nach Gl. 3.14 zu einer hohen turbulenten Viskosität μ_t .

Diese hohen Werte von μ_t führen in gescherten Strömungen, wie von Bode et al. (2014) beschrieben, aber zu der Vorhersage übermäßiger turbulenter Spannungen und einer Überproduktion von Turbulenz. Als Folge werden Verluste zu hoch bewertet. Zudem erzwingt der Turbulenzeintrag in die Grenzschicht fälschlicherweise einen laminar-turbulenten Umschlag nahe der Profilverderrkante.

Die Viscous-Blending Erweiterung sieht vor, das Abklingverhalten in der freien Strömung getrennt von den Grenzschichtbereichen zu modellieren, um die jeweils optimalen $l_{k-\omega}$ vorzugeben. Hierfür wird von Bode et al. (2014) im Freistrombereich ausschließlich abhängig von den Eintrittsgrößen eine spezifische Dissipationsrate

$$\omega_{FS} = (246.93 (\text{Ma}_1 + \text{Tu}_1)^{2.12} \omega_1) \quad (3.23)$$

bestimmt, die einer analytische Abklingfunktion in Anlehnung an Baines und Peterson (1951) entspricht. Diese wurde später von Bode (2018) jedoch durch einen lokal formulierten Ausdruck der Form $\omega_{FS} = f(k)$ abhängig vom Abklingen der Transportgröße der turbulenten kinetischen Energie k (siehe Gl. 3.4) ersetzt; weitere Bezugsgrößen wurden

nicht veröffentlicht. Durch den Faktor

$$b_v = \min\left(\max\left(\left(\frac{\omega}{\omega_{FS}}\right), 0.1\right), 1.0\right) \quad (3.24)$$

wird zwischen der freien Strömung und der Grenzschicht unterschieden. Auf diese Weise ist es möglich (ähnlich wie im k - ω -SST-Modell) entsprechend Bode (2018), mit

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, b_v S)} \quad (3.25)$$

in Bereichen hoher Werte von ω/ω_{FS} , von ω auf die Scherrate S überzugehen. Auch hier wird ähnlich zu Gl. 3.19 aus dem k - ω -SST-Modell die Annahme von Bradshaw et al. (1967) berücksichtigt, wobei die Wirbelstärke Ω durch die Scherrate S ersetzt wurde. In überwiegenden Teilen der Grenzschicht gilt $\Omega = S$, im Bereich des Staupunkts tritt jedoch eine starke Kompression des Fluids auf, was zu $S \gg \Omega$ führt. Die Limitierung nach Bode (2018) wirkt im Staupunkt somit stärker. Der hierbei erzielte Effekt entspricht somit auch der Logik der Korrektur der Staupunktanomalie nach Kato und Launder (1993).

In ihren Grundzügen sind das k - ω -SST-Modell und das k - ω -VB-Modell sehr ähnlich. Ein zentraler Unterschied ist der fehlende Querdiffusionsterm im k - ω -VB-Modell sowie eine nicht voll-lokale Formulierung in Bode et al. (2014), da in Gl. 3.23 immer der Bezug zum nächstgelegenen Eintrittsrand hergestellt wird. Das widerspricht einer gängigen Modellierungsphilosophie von modernen RANS-Modellen für die Anwendung auf komplexe, dreidimensionale Testfälle (Menter et al. 2004, Langtry und Menter 2009), macht das k - ω -VB-Modell nach Bode et al. (2011, 2014) per se aber robuster und ist besonders für innere Strömungen, wie z.B. mehrstufige Turbomaschinen, geeignet. Das resultiert daraus, dass durch künstliche Randbedingungen je Schaufelreihe einzelne Blockgruppen abgegrenzt werden können und sich das Modell jeweils auf neue globale Referenzgrößen (Ma_1 , Tu_1 und ω_1) bezieht. Dieser zentrale Unterschied in der Funktionsweise zwischen dem k - ω -SST-Modell und dem k - ω -VB-Modell wurde von Bode (2018) abgeschafft und das Modell bezieht sich unter anderem auf die lokale turbulente kinetische Energie, die bei entsprechend hohen turbulenten Längenskalen $l_{k-\omega}$ gemäß der Modellphilosophie nur schwach abklingt.

3.2 RANS-Modellierung der Transition

Wie von Langtry (2006) beschrieben, sind gängige Turbulenzmodelle nicht in der Lage, die Transition von Grenzschichten adäquat zu erfassen und neigen dazu, den Ort der Transition deutlich zu weit stromauf vorherzusagen. Aufgrund dieses Defizits hat sich die Korrektur der Transitionsvorhersage durch das Hinzuschalten von Transitionsmodellen etabliert.

Transitionsmodelle basieren auf Emmons (1951) Beschreibung der Transition mittels der Intermittenz γ , die den zeitlichen Anteil angibt, in dem die Grenzschicht den turbulenten Zustand annimmt. Bei der Transitionsmodellierung wird γ eingesetzt, um den

3 Numerische Verfahren zur Strömungssimulation

Produktionsterm für die turbulente kinetische Energie zu skalieren. So ist es möglich, über $\gamma = 0$ eine Grenzschicht laminar zu halten.

Um den Transitionsvorgang zu modellieren, haben sich unterschiedliche Ansätze etabliert, die sich systematisch in Gruppen einordnen lassen. Eine solche Einordnung wurde beispielsweise von Scholz et al. (2009) vorgenommen, der zwischen analytischen und empirischen Verfahren unterscheidet. Um einen umfassenderen Blick über die Vielfalt von Verfahren zur Transitionsbewertung zu geben und Ansätze der Modellierung zu differenzieren, ist die eindimensionale Darstellung von Scholz et al. (2009) um eine zweite Dimension und den von Walters und Cokljat (2008) eingeführten Begriff der „physik-basierten“ Modellierung erweitert worden (siehe Abb. 3.1). Stellvertretend findet eine subjektive Einordnung einiger exemplarischer Modelle bzw. Verfahren statt, wobei die Kategorien wie folgt abgegrenzt sind:

Analytische Verfahren bilden die vollständige Komplexität von Transitionsvorgängen rein analytisch ab. Diese Spezifikation wird nach Scholz et al. (2009) ausschließlich durch Direkte Numerische Simulationen (siehe Abschn. 3.3.1) erfüllt, in denen Transitionsmechanismen durch eine feine Diskretisierung des Strömungsfelds vollständig aufgelöst werden.

Empirische Verfahren sind in der extremsten Form Lookup-Tabellen, die empirisch ermittelte Transitionslagen an spezifische Strömungssituationen knüpfen. Das wäre für die meisten technischen Anwendungen aber eine unpraktikable Lösung. Die vielfach in der Außenaerodynamik eingesetzten e^n -Methoden (van Ingen 1956, Arnal und Casalis 2000, Scholz et al. 2009) kommen dieser Beschreibung aber sehr nahe. In e^n -Methoden wird separat von der Strömungslösung eine analytische Stabilitätsbewertung der Grenzschicht durchgeführt, um einen kritischen n -Faktor zu bestimmen, bei dem die Transition erfolgt. Dieser n -Faktor muss unter ähnlichen Strömungsbedingungen experimentell ermittelt werden. Viele Transitionsmodelle wie das MultiMode-Modell nach Kožulović (2007) oder das $\gamma - Re_\theta$ -Modell, das auf Menter et al. (2004) zurückgeht, haben einen wesentlichen empirischen Anteil, da diese Modelle die Transitionsbewertung an empirisch ermittelte Korrelationen knüpfen.

„Physik-basierte“ Verfahren sind nach Walters und Cokljat (2008) solche Verfahren, die die Strömung weder vollständig auflösen, noch sich an empirischen Korrelationen bedienen. „Physik-basierte“ Verfahren, wie das LKE-Modell von Walters und Cokljat (2008) mimen mit generischen Modellkorrelationen Analogien zu physikalischen Abläufen, wie z.B. die Entstehung der laminaren kinetischen Energie k_1 , die als Hilfsgröße dient, um mit der Produktion der turbulenten kinetischen Energie k die Transition einzuleiten. Demnach benutzen „physik-basierte“ Verfahren in der reinsten Form keine empirischen Korrelationen wie z.B. die lokale Ermittlung der mit der Impulsverlustdicke gebildeten Reynolds-Zahl Re_θ im $\gamma - Re_\theta$ bzw. γ -Modell nach Menter et al. (2004) bzw. Menter et al. (2015) oder der Bezug zu einer kritischen Reynolds-Zahl Re_c im Intermittenz-Modell von Ge et al. (2014). Sie greifen in der Regel aber auf Analogien zurück, die zur Beschreibung von Instabilitäten

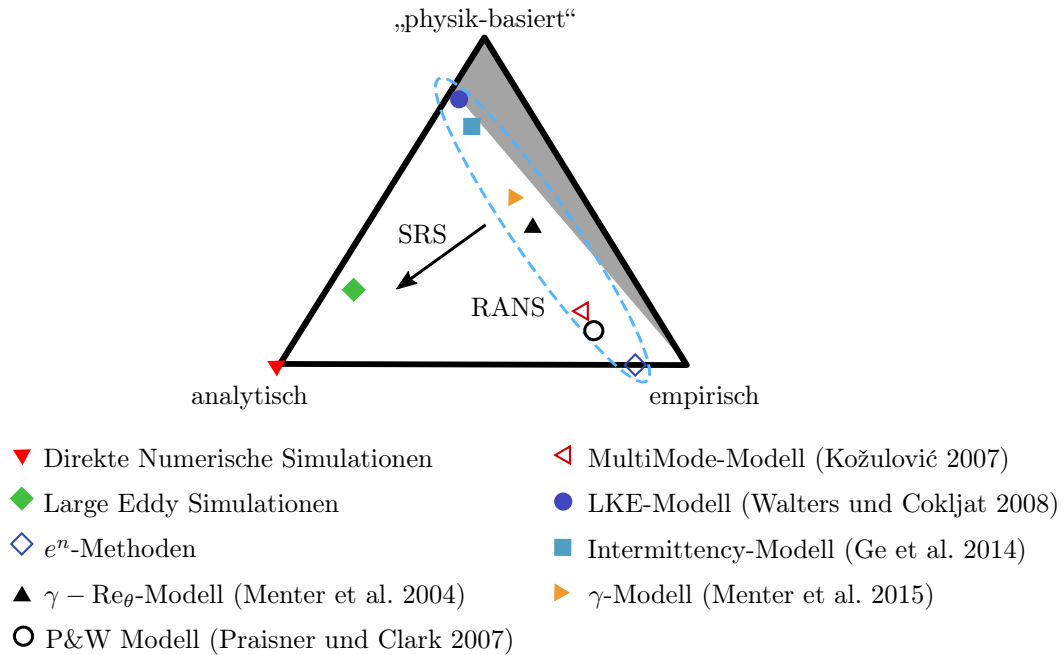


Abbildung 3.1: Kategorisierung von numerischen Verfahren zur Transitionsvorhersage nach subjektiver Einschätzung des Autors; basierend auf Scholz et al. (2009) und erweitert nach Walters und Cokljat (2008); □ - integrierende Verfahren; ■ - lokal formulierte Verfahren

genutzt werden können. Nach dieser Definition steht hinter der Formulierung von k_1 im LKE-Modell nach Walters und Cokljat (2008) ein geringer empirischer Anteil, der an die Arbeit von Mayle et al. (1997) anknüpft. Hierbei wird deutlich, dass auch „physik-basierte“ Verfahren einen analytischen Anteil benötigen, der die stationäre Grundströmung für die aufbauende Modellierung liefert. Rein „physik-basierte“ Verfahren sind daher nicht umsetzbar.

Diese Kategorisierung trifft keinerlei Aussage über die Genauigkeit, den numerischen Aufwand oder die Eignung für geometrisch komplexe Testfälle, sondern stellt die Vielseitigkeit numerischer Ansätze zur Bewertung der Transition dar. RANS-Verfahren lassen sich jedoch klar von SRS-Verfahren abgrenzen, da diese nur einen geringen analytischen Anteil aufweisen, der sich auf die analytische Beschreibung des stationären Strömungsfelds beschränkt. Die RANS-Modellbildung erfolgt im Gegensatz zur analytischen Beschreibung empirisch, korrelationsbasiert oder physik-basiert. RANS-Modelle lassen sich jedoch klar in integrierende und lokal formulierte Verfahren unterscheiden.

Integrierende Verfahren, wie das MultiMode-Modell nach Kožulović (2007), führen nach Rechenschritten jeweils Auswertungsroutinen durch, die die Integration von Strömungsgrößen über die Grenzschicht beinhalten. Somit ist es möglich, Eingangsgrößen für empirische Korrelationen exakt zu bestimmen. Das hat den Vorteil, dass Korrelationen direkt berücksichtigt werden können. Integrierende Verfahren haben aber den Nachteil, dass sie sich nicht uneingeschränkt auf komplexe Strömungsgeometrien oder unstruk-

turierte Rechnetze anwenden lassen bzw. ressourcentechnisch aufwändige Interpolationsroutinen einsetzen müssten, um wandnormal ausgerichtete Geschwindigkeitsprofile für die Integration zu bestimmen. Das MultiMode-Modell nutzt hierfür die natürliche wandnormale Ausrichtung strukturierter Rechnetze, ist somit aber auf orthogonale Netze angewiesen, deren Netzebenen nach klaren Definitionen ausgerichtet sein müssen.

Lokale Verfahren, wie das γ - Re_θ -Modell nach Menter et al. (2004), sind komplett unabhängig von Netzen oder Geometrien einsetzbar, was lokale Verfahren in der Anwendung robuster gestaltet. Lokale Verfahren müssen in der Lage sein, auf der Basis von Strömungs- und Modellgrößen (bzw. deren räumlichen Gradienten) den Status der Transition in jeder Netzzelle zu bewerten. Um die Historie der Grenzschichten einfließen zu lassen, werden beliebig viele (meistens eine oder zwei) Transportgleichungen eingesetzt. Sie sind durch die indirekte Modellbildung in der Konzeptionierung sowie Kalibrierung deutlich anspruchsvoller. Für korrelationsbasierte Verfahren ist es zudem notwendig, lokale Formulierungen oder Analogien zu messbaren Strömungsgrößen zu finden, die sich auch über einen breiten Parameterraum robust und entsprechend wesentlicher Ähnlichkeitsbeziehungen verhalten und somit entsprechende Korrelationen bedienen können. Dies gilt z.B. für die Definition des vollständig lokal formulierten Beschleunigungsparameters λ_θ (siehe Gl. 6.18 in Abschn. 6.2.3). Dieser lokal formulierte Parameter entspricht in dem für die Transitionsmodellierung entscheidenden Grenzschichtbereich, im Maximum von Re_v bei $y \approx 0.57\delta$, in sehr guter Näherung dem exakten Wert von λ_θ . Dieser wird nach Definition am Rand der Grenzschicht und nicht lokal ermittelt. Der Vergleich lokal bestimmter Verläufe von λ_θ mit den exakten Verläufen ist für unterschiedliche Turbinen, Verdichter und generische Testfälle in Anhang B gegeben.

Für eine detaillierte Beschreibung einzelner RANS-Transitionsmodelle ist auf die in Abb. 3.1 referenzierten Modelle verwiesen. Im Folgenden wird genauer auf das γ - Re_θ Modell eingegangen, mit dem sich die vorliegende Arbeit befasst. Eine ausführliche Diskussion der Modelleigenschaften findet im Rahmen der Überarbeitung des Originalmodells zudem in Abschn. 6.1 und 6.2 statt.

3.2.1 γ - Re_θ -Modell

Die γ - Re_θ -Modellstruktur wurde erstmals von Menter et al. (2004) vorgestellt. Im Rahmen der Dissertation von Langtry (2006) folgte eine weitere Überarbeitung und Präzisierung des Modells, aber erst von Langtry und Menter (2009) wurde ein vollständiger Satz an Korrelationen veröffentlicht. Der lange Zeitraum zwischen der ersten Vorstellung, noch ohne die finalen Korrelationen, hat die Gemeinschaft der RANS-Modellierenden angeregt, selbstständig weitere Korrelationen zu erarbeiten. Hierzu zählt die Kalibrierung von Krause et al. (2008), Malan et al. (2009) oder Suluksna et al. (2009). Aber auch nach der Veröffentlichung des Modells wurden nachträglich spezifische Rekalibrierungen vorgestellt, wie beispielsweise eine tiefgreifenden Anpassung von Fehrs (2018) als optimierte Variante zur Vorhersage der Transition auf außenaerodynamischen Konfigurationen bei sehr geringen Turbulenzgraden. Fehrs (2018) verzichtet dabei, ähnlich wie Menter et al. (2015), auf die $\tilde{\text{Re}}_{\theta,t}$ -Transportgleichung und führt fundamentale Anpassungen an den Modellkorrelationen durch. Zudem wird auf eine vollständig lokale Formulierung ver-

zichtet.

Neben verschiedenen Kalibrierungen des Basismodells sind auch zahlreiche Erweiterungen der Funktionalität des Modells bekannt. Hierzu zählen Erweiterungen, um den Einfluss von überströmten, rauen Oberflächen auf die Transition zu erfassen (Dassler et al. 2012), eine Erweiterung für ausblasungsinduzierte Transition aufgrund von Vortex-Generating-Jets (Herbst 2013, Herbst et al. 2014), die Detektion von Transition aufgrund von dreidimensional gescherten Geschwindigkeitsprofilen nach Watanabe et al. (2009), Grabe und Krumbein (2013), Müller und Herbst (2014), Langtry et al. (2015) oder Nie (2017) sowie Studien zur Beeinflussung der Transition unter Nachlauf-Grenzschicht Einwirkungen in instationären Rechenfällen (Müller et al. 2015). Die große Zahl der Modellerweiterungen und Modifikationen wird durch einen modularen Aufbau des Modells ermöglicht. So kann leicht ein weiterer Transitionsmodus mit einbezogen werden, ohne eine Rekalibrierung des Grundmodells erforderlich zu machen.

Neben den oft verwendeten γ - Re_θ -Modell von Langtry und Menter (2009) wurde mit dem γ - Re_θ -Modell eine Umgebung geschaffen, die fundamentale Anforderungen an moderne Transitionsmodelle erfüllt. Einer der wichtigsten Aspekte ist die voll-lokale Formulierung der Modelle. Dies macht die Notwendigkeit obsolet, Strömungsgrößen über die Grenzschichtdicke integrieren zu müssen. Das wiederum ermöglicht, sowohl die Verwendung unstrukturierter und hybrider Netze, als auch die Rechengebiete für parallele Rechnungen beliebig zu zerteilen. Verfahren, die strikt über Grenzschichten integrieren, erfordern, dass die gesamte Grenzschicht von einem einzelnen Prozess behandelt wird oder müssen entsprechend aufwändig implementiert werden. Um die Historie der Grenzschicht erfassen zu können, stützt sich das γ - Re_θ -Modell auf die beiden namensgebenden Transportgleichungen von γ und \tilde{Re}_θ .

Im Nachfolgenden wird das γ - Re_θ -Modell am Beispiel der Formulierung von Langtry und Menter (2009) sehr fundamental vorgestellt. Eine umfassende und reflektierte Darstellung findet im Rahmen der Überarbeitung des Modells in Abschn. 6.1 und 6.2 statt.

Die Grundidee hinter dem Modell basiert darauf, dass der Transitionsprozess eingeleitet wird, sobald die repräsentative lokal bestimmte Reynolds-Zahl auf der Basis der Scherrate

$$Re_v = \frac{\rho y^2}{\mu} S \quad (3.26)$$

eine kritische Reynolds-Zahl übersteigt (van Driest und Blumer 1963). Von Menter et al. (2004) konnte gezeigt werden, dass für eine laminare Grenzschicht ohne den Einfluss von Druckgradienten

$$Re_\theta = \frac{\max(Re_v)}{2.193} \quad (3.27)$$

gilt. Bei moderaten Druckgradienten ($2.3 < H_{12} < 2.9$) liegt der Fehler unter 10% (Menter et al. 2004). Der Maximalwert von Re_v innerhalb der Grenzschicht wird dabei bei etwa $y/\delta \approx 0.57$ erreicht. Durch diese Formulierung ist es möglich, in jeder Zelle der Grenzschicht eine konservative Approximation der mit der Impulsverlustdicke gebildeten

Reynolds-Zahl

$$\text{Re}_{\theta, \text{int}} = \left(\frac{U\theta}{\nu} \right)_e \quad (3.28)$$

zu erhalten, ohne die Impulsverlustdicke θ über eine Integration der Grenzschicht bestimmen zu müssen. Die Abschätzung ist konservativ, da die Transition ausgelöst wird, sobald Re_θ einen kritischen Reynolds-Zahl überschreitet. Da der Maximalwert bei $y/\delta \approx 0.57$ erreicht wird, wird auch hier die Transition initiiert. Weiter an der Wand oder am Rand der Grenzschicht wird diese über eine größere Lauflänge durch den geringen Wert für Re_v noch laminar gehalten (Müller-Schindewolffs et al. 2017).

Die kritische Reynolds-Zahl wird in Anlehnung an die Korrelationen von Abu-Ghannam und Shaw (1980) ermittelt. Hierfür wird in der freien Strömung die lokal vorherrschende, mit der Impulsverlustdicke gebildete Reynolds-Zahl im Transitionspunkt

$$\text{Re}_{\theta t} = f(\text{Tu}, \lambda_\theta) \quad (3.29)$$

unter Berücksichtigung des Turbulenzgrades und des Beschleunigungsparameters

$$\lambda_\theta = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU}{ds} \quad (3.30)$$

bestimmt. Nach Abu-Ghannam und Shaw (1980) wurde der Turbulenzgrad im Experiment in der freien Strömung stromauf des Transitionspunkts ermittelt und λ_θ wurde am Rand der Grenzschicht bestimmt. Diese Umstände legitimieren somit die abstrakte Philosophie, auch $\text{Re}_{\theta t}$ nicht innerhalb der Grenzschicht zu ermitteln.

$\text{Re}_{\theta t}$ wird über die erste der beiden Transportgleichungen

$$\frac{\partial(\rho \tilde{\text{Re}}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \tilde{\text{Re}}_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{\text{Re}}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (3.31)$$

mittels Konvektion und Diffusion in die Grenzschicht transportiert. Der Anknüpfungspunkt an den lokalen Wert von $\text{Re}_{\theta t}$ ist über den Produktionsterm

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (\text{Re}_{\theta t} - \tilde{\text{Re}}_{\theta t}) (1.0 - F_{\theta t}) \quad (3.32)$$

gegeben. Hier stellt $c_{\theta t}$ eine Kalibrierkonstante dar und t trägt die Einheit der Zeit, um die Dimension des Produktionsterms zu berücksichtigen. $F_{\theta t}$ trennt die Modellierung in der Grenzschicht von der freien Strömung ab, indem sie nur in der Grenzschicht $F_{\theta t} = 1.0$ annimmt und ansonsten auf $F_{\theta t} = 0.0$ abfällt. Somit ist sichergestellt, dass $\tilde{\text{Re}}_{\theta t}$ nur außerhalb der Grenzschicht an $\text{Re}_{\theta t}$ angeglichen wird. Der resultierende Wert innerhalb der Grenzschicht wird daher von der Diffusion von $\tilde{\text{Re}}_{\theta t}$ vom Grenzschichtrand sowie von dem konvektiven Transport mit der Grenzschichtströmung dominiert. Diese Formulierung des Modells führt somit zu einer gewissen Abschirmung hinsichtlich der Einflüsse des Beschleunigungsparameters λ_θ und des Turbulenzgrades. Die Modellierung von Vortex-Generating-Jets von Herbst et al. (2014) wird zum Teil auch durch diese Abschirmung erforderlich. Da sich die Jets aufgrund von Ausblasungen überwiegend innerhalb der Grenzschicht auswirken, steht dem Basismodell kein Mechanismus zur

Verfügung, um sie zu erkennen und entsprechend zu modellieren. Außerdem konnte von Müller et al. (2015) gezeigt werden, dass Nachlauf-Grenzschicht-Einwirkungen aufgrund dieser abschirmenden Wirkung durch gezieltes Beeinflussen von $F_{\theta t}$ direkter eingekoppelt werden können.

Die Initiierung der Transition erfolgt innerhalb der Grenzschicht durch den Abgleich der lokalen Reynolds-Zahl Re_v (Gl. 3.26) mit der kritischen Reynolds-Zahl

$$F_{\text{onset1}} = \frac{Re_v}{2.193 \cdot Re_{\theta c}}, \quad (3.33)$$

die ausschließlich eine Funktion von $Re_{\theta c} = f(\tilde{Re}_{\theta t})$ darstellt. Die Überführung auf $Re_{\theta c}$ widerspricht dabei der experimentellen Grundlage von Abu-Ghannam und Shaw (1980), auf deren Basis $Re_{\theta c} = Re_{\theta t}$ gelten müsste.

Nach der Konditionierung mittels nicht linearer Operationen und durch die Vorgabe von Grenzwerten wird

$$F_{\text{onset}} = f\left(F_{\text{onset1}}, \frac{\mu_t}{\mu}\right) \quad (3.34)$$

bestimmt. F_{onset} geht anschließend als entscheidender Parameter in den Produktionsterm

$$P_\gamma = F_{\text{length}} c_{a1} \rho S [\gamma F_{\text{onset}}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (3.35)$$

der die zweite Transportgleichung

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - D_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (3.36)$$

ein. Die Destruktion von γ , die ebenfalls für die Relaminarisierung verantwortlich ist, erfolgt über

$$D_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{\text{turb}} (c_{e2} \gamma - 1). \quad (3.37)$$

Das hier eingesetzte $F_{\text{turb}} = f(\mu_t/\mu)$ ist eine Funktion des Verhältnisses der Wirbelviskosität zur dynamischen Viskosität.

Die bisher beschriebenen Mechanismen basieren auf den Korrelationen von Abu-Ghannam und Shaw (1980) und werden eingesetzt, um abhängig vom Beschleunigungsparameter λ_θ und Turbulenzgrad die Transition angelegter Grenzschichten zu berücksichtigen. Zusätzlich ist das Modell auch in der Lage ablösungs-induzierte Transition zu modellieren. In Scherschichten von Ablöseblasen wird

$$\gamma_{\text{sep}} = \min\left(s_1 \max\left[0, \left(\frac{Re_v}{3.235 Re_{\theta c}}\right) - 1\right] F_{\text{reattach}}, 2\right) F_{\theta t} \quad (3.38)$$

bestimmt. Mittels

$$\gamma_{\text{eff}} = \max(\gamma, \gamma_{\text{sep}}) \quad (3.39)$$

wird der final in den Produktions- und Destruktionsterm für die turbulente kinetische Energie

$$\tilde{P}_k = \gamma_{\text{eff}} P_k; \quad \tilde{D}_k = \min(\max(\gamma_{\text{eff}}, 0.1), 1.0) D_k \quad (3.40)$$

eingesetzte Wert von γ lokal ersetzt, sofern γ_{sep} in Scherschichten das transportierte γ übersteigt. Gl. 3.38 ist dabei auf $\gamma_{\text{sep}} \leq 2$ limitiert. In Scherschichten wird somit bewusst bis zu doppelt so viel turbulente kinetische Energie produziert, als es das Turbulenzmodell zulassen würde. Es wird wieder $F_{\theta t}$ eingesetzt, um diesen Modus nur in Grenzschichten zu aktivieren. Der Faktor

$$F_{\text{reattach}} = f\left(\frac{\mu_t}{\mu}\right) \quad (3.41)$$

sowie die Konstante $s_1 = 2.0$ skalieren γ_{sep} und bestimmen somit, wie rasch die Ablösbilase wieder anlegt.

3.2.2 Galileische Invarianz von Transitionsmodellen

Die galileische Invarianz besagt, dass in allen Inertialsystemen die Bewegungsgleichungen identisch sind. Für den Fall rotierender Komponenten in einem beliebigen Rechengbiet ist es für die Bewegungsgleichungen somit irrelevant, ob sie im relativen oder absoluten System formuliert sind.

Die Berücksichtigung der galileischen Invarianz ist beispielsweise in außenaerodynamischen Anwendungsfällen relevant, bei denen ein rotierender Körper mittels überschneidender *Chimera Netze* in ein stehendes Inertialsystem eingebettet wird (Kaufmann et al. 2019). Hierbei kommt es zu einem kontinuierlichen Übergang zwischen Inertialsystemen, der entsprechend berücksichtigt werden muss. Ein galileisch invariantes und vollständig lokal formuliertes Transitionsmodell auf der Basis einer Stabilitätsbewertung wurde von Ströer et al. (2022) vorgestellt. Dieses für außenaerodynamische Anwendungen konzipierte Modell verzichtet auf Transportgleichungen für eine kritische Reynolds-Zahl bzw. $\text{Re}_{\theta,t}$. In Anlehnung an das γ -Modell von Menter et al. (2015) wird der Beschleunigungsparameter λ_θ vollständig lokal innerhalb der Grenzschicht bestimmt. Die kritische Reynolds-Zahl $\text{Re}_{\theta,c}$ wird über eine etablierte Korrelation ausschließlich als Funktion des Formparameters H_{12} bestimmt und der Turbulenzgrad, der per se nicht galileisch invariant ist, fließt nicht ein. Der nicht lokale Formparameter H_{12} kann hierbei über die Lösung der Falkner-Scan Geschwindigkeitsprofile aus dem Beschleunigungsparameter λ_θ approximiert werden.

Diese Vorgehensweise kann für außenaerodynamische Anwendungen legitimiert werden, ist jedoch nicht uneingeschränkt gültig. Zum einen sind in außenaerodynamischen Anwendungsfällen, im Gegensatz zu Turbomaschinen, die Turbulenzgrade sehr gering. Dies erlaubt auf die explizite Modellierung des Einflusses des Turbulenzgrades zu verzichten. Zum anderen unterliegt die Korrelation $H_{12} = f(\lambda_\theta)$ der Annahme einer zu vernachlässigenden Krümmung der überströmten Oberfläche. Wie in Schlichting et al. (2006) beschrieben, führt die Krümmung einer überströmten Oberfläche ebenfalls zu einer Beeinflussung der Krümmung $\partial^2 u / \partial y^2$ des Geschwindigkeitsprofils und damit zu einer Beeinflussung des Formparameters H_{12} . Der Formparameter ist neben λ_θ also auch eine Funktion der Profilkrümmung. Somit kann die Korrelation $H_{12} = f(\lambda_\theta)$ nicht auf stark gekrümmte Geometrien wie z.B. Turbinenprofile übertragen werden (siehe auch Abschn. 6.2.3).

Die Unabhängigkeit von Inertialsystem trifft allerdings nicht auf alle Gleichungen des γ - Re_θ -Modells zu, das nach Langtry und Menter (2009), wie alle korrelations-basierten Modelle, nicht galileisch invariant ist. Das γ - Re_θ -Modell bezieht sich auf den Turbulenzgrad sowie den Beschleunigungsparameter λ_θ (Gl. 3.30), die in der Formulierung von Langtry und Menter (2009) auf der Strömungsgeschwindigkeit U sowie dem Geschwindigkeitsgradienten dU/ds basieren und damit von dem jeweiligen Inertialsystem abhängen.

In dem dieser Arbeit zugrundeliegenden RANS-Löser TRACE (siehe Abschn. 4.1), der auf die Simulation von Turbomaschinen spezialisiert ist, kann dieses Problem weitestgehend umgangen werden. Hier wird jede Schaufelreihe in ihrem jeweiligen Relativsystem behandelt, sodass die galileische Invarianz berücksichtigt werden kann. Beim Übergang in ein geändertes Inertialsystem werden die Bewegungsgleichungen transformiert. Anstelle des Turbulenzgrads wird die turbulente kinetische Energie konservativ in das stromab befindliche System übertragen. Der Turbulenzgrad wird dort anschließend neu berechnet. Eine entsprechende Korrektur der Transportgleichung von $\tilde{Re}_{\theta,t}$ wurde von Führung et al. (2020) vorgestellt, die vorsieht auch $\tilde{Re}_{\theta,t}$ beim Wechsel des Inertialsystems auf der Basis des aktualisierten Turbulenzgrads neu zu initialisieren und nicht konservativ zu behandeln. Die galileische Invarianz wird somit nur auf Seitenwandgrenzschichten an Nabe und Gehäuse nicht berücksichtigt, die dem jeweils anderen Inertialsystem zugeordnet sind; z.B. ein rotierender Nabenkörper in einem stehenden Bezugssystem oder die Strömung an der Gehäusewand eines Rotorprofils mit Dichtspalt, bei dem das Bezugssystem rotiert.

3.3 Skalenauflösende Simulationen

3.3.1 Direkte numerische Simulation

Die puristische Form skalenauflösender Simulationen sind Direkte Numerische Simulationen. DNS erfordern sehr feine Rechennetze, bis eine hinreichende Diskretisierung der kleinsten turbulenten Skala, der Kolmogorov'schen Längenskala η (Gl. 2.2), sichergestellt ist (Chapman 1979). Wird diese Auflösung nicht erreicht, so findet eine starke Dämpfung turbulenter Energie statt. Diese Dämpfung setzt bereits bei turbulenten Skalen ein, die größer als die Netzzellen sind. Das bedeutet, dass bei einer DNS auch über die Kolmogorov'sche Längenskala hinaus aufgelöst werden muss. Nach Chapman (1979) werden - abhängig vom numerischen Verfahren - mindestens 5 bis 6 Zellen benötigt, um eine Wellenlänge λ aufzulösen. Der Vorteil von DNS ist, dass eine exakte Abbildung der Turbulenz sichergestellt wird und das Verfahren (abgesehen von Geometrie-, Randbedingungs- und Mittelungsfehlern; siehe Abschn. 3.4) absolut exakt ist. Diese Genauigkeit ist in vielen (insbesondere technischen) Fällen jedoch nicht erforderlich bzw. hinsichtlich des enormen Ressourcenaufwands nicht wirtschaftlich.

3.3.2 Large Eddy Simulation

Wird keine Auflösung sämtlicher turbulenter Strukturen gefordert, steht eine große Bandbreite von Abstufungen bereit. Eine wesentliche Schlüsselkomponente ist aber die Grobstruktursimulation (engl.: Large Eddy Simulationen; LES), bei der in etwa 90% der turbulenten kinetischen Energie aufgelöst wird (Tucker 2011a,b). In einer weiteren Abstufung, den hybriden Verfahren, werden LES nur räumlich begrenzt eingesetzt (z.B.: Detached Eddy Simulationen (DES) (Spalart et al. 1997), zonale DES Riéra et al. (2013), Shur et al. (2018) oder Skalen Adaptive Simulationen (engl.: Scale Adaptive Simulation; SAS) nach Menter und Egorov (2005). Alle diese Verfahren zielen auf einen wirtschaftlichen Einsatz von skalenauflösenden Simulationen ab, können gegenüber RANS-Verfahren aber einen wesentlichen Zugewinn an Genauigkeit ermöglichen. Der LES-Kern dieser Verfahren teilt im Grundsatz turbulente Strukturen nach Größe bzw. Energiegehalt auf und wendet eine Modellierung auf die kleinsten Skalen (engl.: subgrid-scales; SGS) an. Prominente Feinstrukturmodelle sind das Modell von Smagorinsky (1963), das erste publizierte SGS Modell, oder das Wall-Adapting Local Eddy-viscosity Modell (WALE Modell) von Nicoud und Ducros (1999) als eine Weiterentwicklung des Smagorinsky Modells.

Beim Smagorinsky Modell wird der Reynolds-Spannungstensor unter Berücksichtigung der Hypothese von Boussinesq (1877)

$$\tau_{ij,SGS} - \frac{1}{3}\tau_{kk,SGS}\delta_{ij} = -2\bar{\rho}\nu_t\bar{S}_{ij} \quad (3.42)$$

auf der Basis der gemittelten Scherraten \bar{S}_{ij} bestimmt. Turbulente Spannungen werden mit der turbulenten Viskosität

$$\nu_t = (C_S\Delta)^2\sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (3.43)$$

approximiert. Hierbei dient die Netzweite $\Delta = 2\sqrt[3]{\Delta x_i}$ als Filter und C_S ist die Kalibrierkonstante. Die theoretischen Untersuchungen von Lilly (1992) haben gezeigt, dass die C_S Konstante eine Funktion der Kolmogorov-Konstanten

$$C_S = \frac{1}{\pi}\left(\frac{3C_K}{2}\right)^{-3/4} \quad (3.44)$$

ist. Somit variiert C_S mit der zugrundeliegenden Reynolds-Zahl. Der Ansatz von Lilly (1992) hat nur im Fall homogener isotroper Turbulenz Gültigkeit; in Scherschichten müsste lokal eine andere Konstante gefunden werden. Das führt zu der Schlussfolgerung, dass C_S im Allgemeinen keine Konstante ist. Zudem ist das Smagorinsky Modell zu dissipativ in laminaren Grenzschichten und kann laminar-turbulente Transition nicht adäquat vorhersagen. Ein weiterer Punkt ist, dass der Energietransfer von kleinen zu großen turbulenten Skalen (engl.: *backscatter*; siehe Abschn. 2.1) nicht wiedergegeben werden kann (Blazek 2015).

Aufgrund der Defizite des Smagorinsky Modells als frühes SGS Modell wurde es von zahlreichen Autoren erweitert oder modifiziert. Nicoud und Ducros (1999) haben diese

Defizite diskutiert und als wesentliches Defizit des Smagorinsky Modells herausgearbeitet, dass die Scherrate an Wänden $(\bar{S}_{ii})_{y=0} \neq 0$ nicht null ergibt. Somit ist im Smagorinsky Modell die turbulente Viskosität $(\nu_t)_{y=0} \neq 0$ an Wänden ebenfalls ungleich null; Störungen, die sich in laminaren Grenzschichten entwickeln könnten, werden unterdrückt und eine Transitionsvorhersage ist nicht möglich.

Im WALE Modell nach Nicoud und Ducros (1999) wird eine spurfreie Variante des Scherratentensors

$$S_{ij}^d = \frac{1}{2}(\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\bar{g}_{kk}^2 \quad (3.45)$$

bestimmt, die auf dem Gradiententensor

$$\bar{g}_{ij} = \partial\bar{u}_i/\partial x_j \quad (3.46)$$

basiert. In parallelen Scherschichten resultiert im Gegensatz zum Smagorinsky Modell somit $S_{ii}^d = 0$. Daraus wird im WALE Modell mit der Konstanten C_W die turbulente Viskosität

$$\nu_t = (C_W\Delta)^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}} \quad (3.47)$$

gebildet. Durch eine entsprechende Konditionierung mit S_{ij} sowie S_{ij}^d haben Nicoud und Ducros (1999) ein numerisch stabiles Verhalten mit dem gewünschten Verlauf über Grenzschichtprofile erzielt. In laminaren Grenzschichten nimmt ν_t auf der Basis von S_{ij}^d im Zähler somit sehr geringe Werte an und transitionelle Instabilitäten können sich ausbilden.

3.3.3 Implizite Large Eddy Simulation

Alle LES-Modelle basieren auf einer Modellierung der kleinsten turbulenten Skalen. Die notwendige Dissipation kann jedoch auch durch das Rechenetz und die eingesetzten numerischen Schemata herbeigeführt werden (Fröhlich 2006, Jiang und Lai 2009). Bei diesem Ansatz, der auf die Arbeiten von Boris (2008)¹ aus dem Jahr 1959 zurückgeht, spricht man von der Gruppe der impliziten LES (iLES), da die Modellierung der Feinstrukturen nicht explizit durch ein Modell erfolgt. Die Herausforderung der Modellierung wird somit auf die Diskretisierung verlagert. Wie von Pope (2011) beschrieben, ist ein Vorteil der iLES gegenüber der LES aber, dass die Auflösung kleinster Skalen bis nahe an die Netzauflösung erfolgt. Bei LES wird bereits im Bereich größerer Skalen ein künstlicher Filter appliziert.

Für iLES wird an numerische Verfahren die Anforderung gestellt, im Bereich des Netzfilters keine numerischen Oszillationen hervorzurufen. Wo bei DNS eine besonders hohe Ordnung (vierte Ordnung oder höher) angestrebt wird, sind für iLES Verfahren geringerer Ordnung besser geeignet. Daher werden Finite-Volumen Verfahren, die per se

¹Boris (2008) hat in seiner Arbeit die “monotonically integrated LES” (miLES), eine Sondergruppe der iLES, eingeführt. Der Begriff miLES leitet sich aus der Tatsache ab, dass monotonieerhaltende numerische Verfahren eingesetzt werden, um den Netzfilter abzubilden und eine numerisch stabile Lösung zu liefern.

3 Numerische Verfahren zur Strömungssimulation

eine niedrige Ordnung aufweisen, von Grinstein und Fureby (2003) als besonders geeignet eingestuft.

Der Begriff der impliziten LES oder auch der unteraufgelösten DNS wird in der Wissenschaft nicht einheitlich gebraucht und intensiv diskutiert. In vielen Fällen wird der Begriff der iLES als Oberbegriff verwendet, sobald kleinste Skalen nicht diskretisiert werden (El Rafei et al. 2017). Seit einigen Jahren wird von Wissenschaftlern eine klare Definition der iLES etabliert: An die iLES wird die Anforderung gestellt, das Dissipationsverhalten eines SGS Modells explizit abzubilden (Fröhlich 2006, El Rafei et al. 2017). Um dies zu realisieren, werden numerische Schemata gezielt konditioniert. Gegenüber klassischen “Total Variation Diminishing” (TVD) oder “Weighted Essential Non-oscillatory“ (WENO) Schemata hat in diesem Rahmen die Entwicklung optimierter, wenig dissipativer Schemata an Bedeutung gewonnen (Deng et al. 2020). Wie auch von Fröhlich (2006) zitiert, profitieren iLES im Gegensatz zu klassischen LES deutlicher von weniger dissipativen Verfahren. Fröhlich (2006) zitiert aber auch die Arbeit von Mary und Sagaut (2002), die bei einem entsprechend fein aufgelösten Rechennetz keine Unterschiede zwischen einer LES und einem impliziten Ansatz nachweisen konnten. Hinzu kommt bei der iLES der Vorteil, dass durch das fehlende Modell die Performanz des Löser steigt (El Rafei et al. 2017).

Von Jiang und Lai (2009) wird die iLES als eine relevante Zwischenstufe zwischen der DNS und der LES diskutiert, in der durch ein feines Rechennetz zwar ein sehr großer Anteil turbulenter Skalen aufgelöst, auf die Auflösung der Kolmogorov Skala η jedoch verzichtet wird. So konvergieren die Lösungen von gut aufgelösten iLES mit steigender Netzauflösung in Richtung der DNS; sie erreicht ein DNS Ergebnis jedoch nie, solange keine Schemata entsprechend hoher Ordnung eingesetzt werden (Pope 2011). Im Kontext technischer Strömungen ist die durch die DNS gebotene Auflösung in der Regel aber nicht nachweisbar. Mithilfe der Kolmogorov Hypothese ist eine entsprechende Einordnung möglich: Die Hypothese besagt, dass der Dissipationsbereich im Modellspektrum (siehe auch Abschn. 2.1) bei $l \leq 60\eta$ beginnt. Die Längenskala, ab der die Dissipation einsetzt, ist somit um den Faktor 60 größer als die kleinste Skala, die für eine DNS aufgelöst werden muss (Pope 2011). Längenskalen dieser Größenordnung im Dissipationsbereich tragen noch eine signifikante Energiemenge und müssen auch mit LES und iLES aufgelöst werden. Die stärkste Dissipation findet bei Skalen mit $l \approx 24\eta$ statt. Zu kleineren Skalen hin fällt der Energiegehalt dramatisch ab. Der rasche Abfall des Energiegehalts jenseits von $l < 24\eta$ wird daher oft als spektraler Bereich für den LES Filter gewählt (Breuer et al. 2009, di Mare et al. 2013). Diese Analogie lässt sich auch auf die erforderliche Netzauflösung für eine iLES übertragen und eine Auflösung über diesen Bereich hinaus ist nicht mehr erforderlich. Ein wesentlicher zu beachtender Punkt ist, dass

$$\eta_{\text{eff}} \propto \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon_{\text{eff}}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.48)$$

von der Bestimmungsgenauigkeit von ε_{eff} abhängt. Im Gegensatz zu der generellen Formulierung von Pope (2011) oder Chapman (1979) (siehe Gl. 2.2) zitiert di Mare et al. (2013) die effektive Dissipationsrate, denn die Bestimmungsgenauigkeit von ε_{eff} konvergiert mit der Netzauflösung bzw. enthält auch Modellanteile. η_{eff} kann somit nur appro-

ximiert werden; diese Approximation kann durch eine Netzabhängigkeitsstudie präzisiert werden (siehe Anhang F).

3.4 Fehlerquellen in numerischen Simulationen

Numerische Simulationen können immer nur eine Annäherung an eine strömungsmechanische Fragestellung liefern. Wie bei Ferziger und Peric (2008) aufgeführt, unterliegen sie immer dem Einfluss von Unsicherheiten. Die Quantifizierung eines Fehlers ist daher ein wesentlicher Bestandteil numerischer Untersuchungen. Eine ausführliche Behandlung numerischer Fehler findet sich auch bei Herbst (2013).

Grundsätzlich lassen sich numerische Fehler auf unterschiedliche Art und Weise abgrenzen. Dabei spielen je nach Anwendungsfall andere Fehlertypen eine wichtige Rolle. Die für den Kontext der vorliegenden Arbeit wichtigsten Fehler sind:

Diskretisierungsfehler

Diskretisierungsfehler ergeben sich aus der diskreten Behandlung der kontinuierlichen Erhaltungsgleichungen und werden somit von dem verwendeten Rechnernetz und den räumlichen Diskretisierungsverfahren bestimmt. Sie gehören zu einer wesentlichen Fehlerquelle von skalenauflösenden Simulationen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass skalenauflösende Simulationen auf eine sehr gute Diskretisierung turbulenter Strukturen angewiesen sind. Eine unzureichende Diskretisierung wirkt wie eine Tiefpassfilterung der Turbulenz oder führt in Extremfällen zu numerischen Instabilitäten (Fröhlich 2006).

Diskretisierungsfehler lassen sich gut abschätzen. Jede Diskretisierung fußt auf der Hypothese, dass das diskretisierte Problem bei einer unendlich feinen Diskretisierung exakt wiedergegeben wird. Wie in ASME V & V 20 Committee (2009) beschrieben, folgt der Diskretisierungsfehler dabei dem Ansatz

$$E_{d,\phi}(h) = \phi(h) - \phi_{\text{exakt}} = C h^p + H.O.T. , \quad (3.49)$$

wobei die Diskretisierung $h \hat{=} \Delta x$ entspricht (in diesem Fall räumlich). C ist eine Konstante und p beschreibt die Ordnung des Diskretisierungsverfahrens. ϕ ist eine beliebige Lösungsgröße und $H.O.T.$ beschreibt die Terme höherer Ordnung (engl.: High-Order-Terms). Es wird deutlich, dass der Diskretisierungsfehler sowohl durch ein feines Rechnernetz $h \rightarrow 0$ als auch durch eine hohe numerische Ordnung $p \rightarrow \infty$ reduziert werden kann. Der resultierende Diskretisierungsfehler ist die Differenz zwischen der exakten Lösung und der diskreten Approximation (Ferziger und Peric 2008).

Randbedingungsfehler

Als Randbedingungsfehler sollen alle Fehler zusammengefasst werden, die die Eingabe in den Strömungslöser betreffen. Dazu gehören Fehler aus der numerischen Abbildung gegenüber der exakten Geometrie sowie die Vorgabe geeigneter numerischer Randbedingungen.

3 Numerische Verfahren zur Strömungssimulation

Geometrische Unsicherheiten sind sowohl makroskopisch als auch mikroskopisch. Makroskopisch ist es notwendig, die geometrischen Bedingungen eines Testfalls hinreichend genau bzw. mit angemessenen Vereinfachungen zu repräsentieren. Im Allgemeinen kann ein vollständiger Prüfstand nicht numerisch abgebildet werden; die Vernetzung und Berechnung wäre sehr aufwändig (Ferziger und Peric 2008). Durch eine inadäquate Approximation entstehen makroskopische Fehler. Mikroskopische Fehler beziehen sich vor allem auf Abweichungen durch Betrieb (Neuhaus et al. 2016), Fertigung oder Messstellen. Es ist notwendig, diesen Fehler durch eine entsprechende Modellierung, wie z.B. von Fiala und Kügeler (2011), Dassler et al. (2012) oder Köpplin et al. (2017), zu minimieren (siehe Abschn. 3.4) oder die geometrischen Abweichungen durch eine entsprechende Diskretisierung (insbesondere im Fall skalenauflösender Simulationen) aufzulösen (Hohenstein 2014, Sandberg et al. 2015, Ubald et al. 2017, Hartung et al. 2018).

Durch die notwendige Vereinfachung der Geometrie müssen künstliche Begrenzungen (z.B. Eintritts- oder Austrittsränder) des Rechengebiets geschaffen werden, die wiederum mit numerischen Randbedingungen belegt werden. In den meisten Fällen werden Eintritts- und Austrittsränder auf Messebenen aus dem Experiment gelegt. In der Regel liegen jedoch keine Flächentraversen (wie sie z.B. von Aufderheide et al. (2014) für den Turbulenzgrad in der Zuströmung eines Gitterwindkanals ermittelt wurden) vor, sondern eine geeignete Verteilungsfunktion wird angenommen. Hinzu kommen aber auch Fehler in den Messgrößen, die sich in der numerischen Lösung fortpflanzen.

Im Kontext von skalenauflösenden Simulationen, die sich durch die exakte Behandlung von Turbulenz auszeichnen, wird es vor allem erforderlich, auch statistische turbulente Kenngrößen zu reproduzieren. Die voranstehende Anforderung ist aber auch eine entsprechende Ermittlung dieser Größen z.B. durch Messungen. Der heutige Stand ist, dass turbulente Zuströmbedingungen niedriger Ordnung (der Turbulenzgrad und die integrale turbulente Längenskala l_Λ) häufig bestimmbar sind und für skalenauflösende Simulationen zur Verfügung stehen. Kenngrößen höherer Ordnung, wie z.B. die Intermittenz aber auch die Anisotropie der Turbulenz, sind in den seltensten Fällen verfügbar. Die Kenntnis turbulenter Größen führt im nächsten Schritt zu dem nicht trivialen Problem, diese entsprechend als numerische Randbedingung in Form diskretisierter Wirbelstrukturen vorgeben zu können (siehe Abschn. 4.2.2).

Iterationsfehler

Das Gleichungssystem in numerischen Verfahren wird iterativ gelöst und wird niemals der exakten Lösung entsprechen. Der Zugewinn an Genauigkeit für jede weitere Iteration nimmt dabei stetig ab. Ab einem ausreichenden Residuum (der Differenz der Lösungen von zwei aufeinander folgenden Iterationsschritten) wird der Iterationsprozess abgebrochen. Der Fehler ist die Differenz zwischen der exakten und der iterativ bestimmten Lösung (Ferziger und Peric 2008).

Mittelungsfehler

Im Fall von instationären Simulationen, insbesondere aber bei skalenauflösenden Simulationen, kommt zu dem Iterationsfehler hinzu, dass durch die in den meisten Fällen

notwendige Mittelung ebenfalls ein Mittelungsfehler E_m auftritt. Wie bei Strömungsmessungen werden hierfür einzelne Lösungen von iterativ konvergierten Zeitschritten gemittelt. Dieser Mittelwert konvergiert wiederum auf einen Endwert und der Mittelungsfehler ist die Abweichung des Mittelwerts von dem Endwert einer unendlich langen Mittelung. Die Bestimmung dieses Fehlers wird in Anhang A.1.2 vorgestellt.

Modellfehler

Die mathematische Beschreibung von Fluidströmungen setzt eine Reihe von Modellannahmen voraus. Hierzu zählt das Gesetz von Sutherland (1893), die Hypothese von Boussinesq (1877) sowie allgemeine Erhaltung- und Zustandsgleichungen. Hinzu kommen Modelle zur Vorhersage der Turbulenz oder von Mischungsvorgängen in mehrphasigen Strömungen.

In der Aerodynamik von NDT stellt die Modellierung der Turbulenz den prominentesten und wichtigsten Modellfehler dar (Pichler et al. 2016b). Mit Ausnahme der iLES und der DNS machen alle numerischen Simulationen Fehler bei der Modellierung der Turbulenz. Im Extremfall von Ein- oder Zwei-Gleichungsmodellen in der RANS-Modellierung werden alle Charakteristika der Turbulenz zur turbulenten Viskosität ν_t als skalarer Wert reduziert. Somit dominieren Modellierungsfehler der Turbulenz vor allem im Bereich der industriell eingesetzten Simulationen, in denen aus wirtschaftlichen Gründen nach kurzer Zeit eine numerische Lösung vorliegen soll. Hier kann die Auflösung der Turbulenz aufgrund der hohen geforderten Effizienz der Löser nicht umgesetzt werden. Die Abschätzung von Modellfehlern ist nach Ferziger und Peric (2008) sehr schwer und kann nur über eine ausführliche Analyse der Simulationsergebnisse gegenüber einer Vielzahl von detaillierten Messdaten erfolgen.

Wie oben genannt, fällt bei der iLES kein Fehler durch die Modellierung der Turbulenz an. Kleinste Skalen werden im Gegensatz zur LES durch das Rechenetz und numerische Schemata gedämpft. Damit reduziert sich der Modellfehler für iLES auf den Diskretisierungsfehler (siehe Abschn. 3.3.3).

3 Numerische Verfahren zur Strömungssimulation

4 Eingesetzte numerische Verfahren

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein überarbeitetes Transitionsmodell auf der Basis der Modellstruktur des γ - Re_θ -Modells nach Menter et al. (2004) vorgestellt. Diese Überarbeitung fokussiert sich auf das Anforderungsprofil von Turbomaschinen und insbesondere NDT, deren Auslegung hohe Ansprüche an die korrekte Vorhersage der Transitionslage stellt. Grundlage für diese Modellentwicklung stellt der nichtlineare RANS-Löser aus der TRACE-Umgebung dar (siehe Abschn. 4.1).

Die Modellentwicklung wird von iLES der MTU-T161 NDT-Kaskade begleitet, die es ermöglichen, die Entwicklung der Grenzschicht in einen Bezug zur RANS-Modellierung zu setzen. Um Grenzschichtgrößen in einer hinreichend hohen Qualität abzubilden, wird für diese Arbeit eine fein aufgelöste implizite LES eingesetzt. Der Begriff der iLES wird hierbei frei gefasst und es wurden keine numerischen Schemata eingesetzt, die auf ein explizites Verhalten im Filterbereich optimiert wurden (siehe Abschn. 3.3.3). Die hinreichende Qualität der iLES wird in Anhang A nachgewiesen und es werden mittels systematischer Studien Qualitätskriterien für die iLES des MTU-T161 abgeleitet. Die hierbei eingesetzten Löser aus der OpenFOAM-Umgebung werden in Abschn. 4.2.1 beschrieben. Aufgrund der Spezialisierung der für die iLES eingesetzten Randbedingungen werden diese grundlegend in Abschn. 4.2.2 beschrieben.

4.1 Zugrundeliegendes Verfahren für die RANS-Modellbildung

Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellte RANS-Modellentwicklung wurde in der Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment (TRACE) durchgeführt. Moderne TRACE-Versionen werden vom Institut für Antriebstechnik am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Köln, in Kooperation mit der MTU Aero Engines AG sowie der Siemens AG entwickelt. Darüber hinaus bestehen zahlreiche Hochschulkooperationen zur Weiterentwicklung und Qualitätssicherung der TRACE Umgebung (Kügeler 2020).

TRACE basiert auf einer Finite-Volumen- sowie Diskontinuierlichen Galerkin-Methode und ist für strukturierte und unstrukturierte Rechenetze geeignet. Neben dem klassischen nichtlinearen Zeitbereichs-Löser ist in TRACE sowohl ein zeitlich linearisierter Löser (Kersken et al. 2012) als auch ein Löser für instationäre Simulationen im Frequenzbereich implementiert (Frey et al. 2014). Seit einigen Jahren wird TRACE hinsichtlich einer verbesserten HPC-Performance weiterentwickelt und für LES qualifiziert (Morsbach und Bergmann 2020).

4 Eingesetzte numerische Verfahren

Die in dieser Arbeit eingesetzte dichtebasierte Finite-Volumen-Methode hat eine Genauigkeit von 2. Ordnung. Dabei erfolgt die Rekonstruktion konvektiver Flüsse durch ein TVD-Schema nach Roe (1981) in Kombination mit einem MUSCL-Ansatz nach van Leer (1979). Die zeitliche Diskretisierung erfolgt implizit nach einem Backward-Verfahren (Kügeler 2005, Franke et al. 2005, Yang et al. 2006).

Die Modellierung der Turbulenz basieren auf dem k - ω -Modell nach Wilcox (1988) einschließlich der Viscous-Blending Erweiterung nach Bode (2018) (siehe Abschn. 3.1.2 sowie Abschn. 3.1.4). Die aus der Hypothese von Boussinesq (1877) (siehe Abschn. 3.1) resultierende Überproduktion turbulenter kinetischer Energie in Staupunkten wird mit der Korrektur nach Kato und Launder (1993) berücksichtigt. Für die Referenzsimulationen wird die Transition mit dem publizierten γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) bewertet (siehe Abschn. 3.2.1).

4.2 Skalenauflösende Simulationen mittels iLES

4.2.1 Numerisches Verfahren

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten skalenauflösenden Simulationen basieren auf der OpenFOAM-v1612+ Umgebung nach OpenCFD Ltd (ESI Group) (2021). OpenFOAM ist ein open-source Projekt mit verschiedenen Entwicklungslinien, die eine sehr dynamische dezentrale Entwicklung neuer Verfahren ermöglichen. Die in dieser Arbeit eingesetzte Basisversion OpenFOAM-v1612+ wurde von OpenCFD Ltd (ESI Group) (2021) verifiziert und validiert. Da jedoch Erweiterungen der Basissoftware implementiert wurden, wird in Anhang A eine umfassende zielorientierte Validierung der eingesetzten Methoden vorgestellt.

Der eingesetzte Finite-Volumen-Löser basiert auf dem (engl.: Pressure Implicite Splitting of Operations) PISO Verfahren nach Issa (1986), das für kompressible Rechnungen mit einer Korrektur der Dichte erweitert wird. Für die zeitliche Diskretisierung wird ein implizites Drei-Ebenen-Verfahren (Backward-Verfahren) mit einer Genauigkeit 2. Ordnung eingesetzt, das sich nach Ferziger und Peric (2008) durch eine hohe Robustheit auszeichnet. Die verwendete Zeitschrittweite wird variabel bestimmt, sodass sich eine konstante Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)-Zahl von $CFL = 0.4$ einstellt.

Zur räumlichen Diskretisierung werden ein zentrales Schema sowie ein (engl.: Linear-Upwind Stabilised Transport) LUST-Verfahren eingesetzt. Beide Verfahren haben eine Genauigkeit 2. Ordnung. Das LUST-Verfahren regelt jedoch das zentrale Verfahren zu 25% in ein Upwind-Verfahren über. Nach OpenCFD Ltd (ESI Group) (2021) eignet sich das LUST-Verfahren insbesondere für LES oder DES.

4.2.2 Randbedingungen

Numerische Simulationen sind an den Rändern des Rechenbereichs auf Randbedingungen angewiesen. Für jede beliebige Größe Φ werden für jeden Zeitschritt n entweder die Randbedingungswerte Φ_n (Dirichlet-Typ) oder deren wandnormale Gradienten $\frac{d\Phi_n}{d\vec{n}}$ (Neumann-Typ) definiert. Es gibt auch gemischte Randbedingungen (engl.: mixed-type),

die kontinuierlich zwischen Dirichlet- und Neumann-Typ umschalten. Randbedingungen sind für die Haftbedingungen an reibungsbehafteten Rändern trivial. Hier kann die Geschwindigkeit zu $u_i = 0$ gesetzt werden (Dirichlet-Typ). Durch die Viskosität des Fluids bildet sich ein Grenzschichtprofil aus und daraus ergibt sich $\frac{du_n}{d\vec{n}}$ (Ferziger und Peric 2008). Ohne einen künstlichen Rand des Rechengebiets wäre es allein mit dieser fundamentalen Randbedingung theoretisch möglich, numerische Simulationen durchzuführen. Der diskretisierte Bereich müsste aber extreme Ausmaße annehmen (z.B. ein gesamter geschlossener Prüfstand).

Es ist im Allgemeinen daher notwendig, künstliche Ränder einzuführen, für die die Annahme von idealisierten Randbedingungswerten legitim ist (siehe Abschn. 3.4). Hierzu zählen insbesondere künstliche Ein- und Austrittsränder (z.B. stromauf und stromab eines Turbinengitters). An diese Randbedingungen werden die Anforderungen gestellt, dass sie die Zielgrößen z.B. \vec{u} , p , T im stationären Mittel sowie bei skalenauflösenden Simulationen auch im instationären einhalten. Darüber hinaus muss sichergestellt werden, dass diese künstlichen Ränder nicht mit der zu untersuchenden Strömung interagieren (z.B. durch die Reflexion von Druckwellen). Das kann, wie in der Außenaerodynamik üblich (Müller und Herbst 2014), durch die Auswahl eines hinreichend großen Rechengebiets erreicht werden. Bei der Simulation von Turbomaschinen ist das im Allgemeinen aber nicht möglich und es müssen entsprechende nicht reflektierende Randbedingungen gewählt werden. Beide Anforderungen stehen in Konkurrenz und können u.U. nicht gleichzeitig erfüllt werden.

Die Auswahl geeigneter Ein- und Austrittsrandbedingungen zur Aufprägung von Turbulenz in der Zuströmung bei gleichzeitiger Vermeidung von Reflexionen hat insbesondere für skalenauflösende Simulationen eine hohe Relevanz. Da die in dieser Arbeit eingesetzten Randbedingungen spezifisch für Turbomaschinen optimiert wurden (Müller-Schindewolffs und Herbst 2018) und kontinuierlich weiterentwickelt werden (Ziese et al. 2019, 2020), sollen im Folgenden die wesentlichen Eigenschaften der eingesetzten Randbedingungen dokumentiert werden.

Nicht reflektierende Randbedingungen

Die in OpenFOAM eingesetzten nicht reflektierenden Randbedingungen sind charakteristische 1D-Randbedingungen nach Poinsoot und Lele (1992). Diese sogenannten "weichen" Randbedingungen erlauben eine Oszillation um den Zielwert. Sie sind nicht konservativ und berücksichtigen nur die Informationsausbreitung in der Normalenrichtung zum Rand des Rechengebietes. Dies geschieht nach Poinsoot und Lele (1992) für jede Zelle getrennt voneinander (also ohne einen räumlichen Bezug). Das hat zur Folge, dass keine Anteile von Druckwellen berücksichtigt werden, die diagonal auf den Rand des Rechengebiets treffen.

In der implementierten Randbedingung wird die Geschwindigkeit von Druckwellen, die sich aus dem Rechengebiet heraus bewegen, mit

$$u_{DW} = \max(\vec{u} \cdot \vec{n} + a, 0) \quad (4.1)$$

ermittelt, wobei \vec{u} dem Strömungsvektor entspricht. \vec{n} ist der Normalenvektor auf den Rand des Rechengebiets und a ist die lokale Schallgeschwindigkeit. Folglich gilt $u_{DW} \neq 0$,

4 Eingesetzte numerische Verfahren

sobald Druckwellen das Rechengebiet verlassen können. Die Funktion

$$k = \frac{u_{\text{DW}} dt}{l_{\infty}} \quad (4.2)$$

basiert auf dem Verhältnis der mit u_{DW} und der Zeitschrittweite dt gebildeten Konvektionslänge sowie einer charakteristischen Länge l_{∞} . k bewerkstelligt einen Übergang des Randbedingungswerts

$$\Phi_n = \frac{\Phi_{n-1} + k \Phi_{\infty}}{1 + k} \quad (4.3)$$

(aus Gründen der Übersichtlichkeit wird der Ausdruck für eine Genauigkeit 1. Ordnung gewählt) zu dem Zellwert der aktuellen Lösung Φ_{n-1} und dem Zielwert Φ_{∞} , der im Mittel eingehalten werden soll. Die charakteristische Länge l_{∞} ist ein Parameter der Randbedingung. Anschaulich kann l_{∞} als eine Dämpfungslänge interpretiert werden. $l_{\infty} \rightarrow \infty$ führt zu der Randbedingung $\Phi_n = \Phi_{n-1}$; die Randbedingung belässt den Zellwert auf dem Lösungswert und es findet keine Korrektur auf Φ_{∞} statt. Eine sehr geringe charakteristische Länge $l_{\infty} = 0$ führt zu $\Phi_n \rightarrow \Phi_{\infty}$; die Randbedingung hält den Zielwert ein und verhält sich reflektierend.

Die Randbedingung ist eine gemischte Randbedingung, die neben Φ_n ebenfalls den Gradienten

$$\frac{d\Phi_n}{d\vec{n}} = \frac{d\Phi_{n-1}}{d\vec{n}} \quad (4.4)$$

vorgibt, der jedoch nicht korrigiert und vom letzten Zeitschritt übernommen wird. Das Umschalten zwischen den beiden Typen erfolgt mittels: $vF = 1.0 \rightarrow$ Dirichlet-Typ; $vF = 0.0 \rightarrow$ Neumann-Typ. $vF = 0.0$ entspricht somit einer nicht-reflektierenden Randbedingung, da keinerlei Korrekturen erfolgen; daher kommt die Bezeichnung der "weichen" Randbedingung. Die Funktion

$$vF = \frac{1 + k}{1 + \alpha + k}, \quad (4.5)$$

die den Übergang zwischen den Randbedingungstypen steuert, basiert auf

$$\alpha = \frac{u_{\text{DW}} dt}{\Delta x}, \quad (4.6)$$

einer Bewertung der Konvektionsgeschwindigkeit im Verhältnis zu der Zellgröße Δx (auch hier für den Fall einer Genauigkeit 1. Ordnung). Auf diese Weise lässt die Randbedingung zu, dass sich Druckwellen wandnormal aus dem Rechengebiet herausbewegen und führt in diesem Zeitraum keine oder nur schwache Korrekturen von Φ_n durch; sie wird mehr zu einer Neumann-Typ Randbedingung. Sobald keine Druckwellen mehr passieren, wird der Zielwert dem Dämpfungsverhalten von l_{∞} wieder eingestellt. Es ist wesentlich, einen optimalen Wert von l_{∞} einzustellen. Sehr große Werte verhindern, dass die Zielgröße Φ_{∞} erreicht wird oder führen zu Oszillationen, die in extremen Fällen zu einem Lösungsfehler führen können.

Turbulente Eintrittsbedingungen

Turbulente Eintrittsbedingungen sind ein wesentlicher Bestandteil von skalenauflösenden Simulationen. Wie in Abschn. 2.1 beschrieben, ist keine Strömung perfekt laminar. Zumindest kleine Störungen treten immer auf und müssen in skalenauflösenden Simulationen beschrieben werden. Im Gegensatz zu mittellösenden Verfahren muss hierfür ein Vektorfeld der turbulenten Strukturen eingestellt werden.

Wie von Müller-Schindewolffs und Herbst (2018) beschrieben, stehen unterschiedliche Ansätze zur Verfügung, um das Vektorfeld der Turbulenz am Eintrittsrand vorzuschreiben. Weit verbreitet ist der Ansatz, homogene isotrope Turbulenz (HIT) separat über die Simulation in einem periodischen Würfel zu generieren (Segui et al. 2017, Müller-Schindewolffs et al. 2017). Eine initiale Anfachung z.B. durch Taylor-Green-Wirbelstrukturen zerfällt turbulent und es stellt sich in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl ein abklingendes Turbulenzfeld ein. Diese Simulation wird zu einem definierten Zeitpunkt gestoppt. Das eingefrorene Turbulenzfeld wird entsprechend Taylors' Hypothese scheibchenweise und dank der periodischen Randbedingungen auch unendlich wiederholend in das Rechengebiet gespeist. Auf ähnliche Weise ist es auch möglich Grenzschichtprofile aus der Simulation unendlicher Kanalströmungen zu extrahieren (Moser et al. 1999). Wie von Müller-Schindewolffs et al. (2017) kritisiert, hat diese Methode jedoch den Nachteil, dass sich dieselben Strukturen permanent wiederholen und eine stochastische Zuströmung nicht erreicht werden kann.

Eine Modifikation dieser Ansätze wurde von Lund et al. (1998) präsentiert. Lund et al. (1998) beschreiben ein Vorgehen, bei dem die Erstellung des Zuströmfelds im Rahmen der eigentlichen Simulation ablaufen kann. Dazu wird stromab eines Eintrittsbereichs kontinuierlich ein 2D-Strömungsfeld aus einem Schnitt extrahiert. Dieses wird so neu skaliert, dass es in den Eintritt zurückgeführt werden kann. Die parallel extrahierten Strukturen konvektieren weiter in den eigentlich simulierten Testfall. Diese Methode führt zu erhöhten numerischen Kosten, vermeidet aber, dass sich identische Strukturen wiederholen. Zudem ist gefordert, dass eine hinreichende räumliche Distanz zwischen dem Eintritt und der Extraktionsebene besteht, sodass turbulente Strukturen nicht korrelieren.

Die genannten Methoden haben die Eigenschaft, dass das vorgeschriebene Vektorfeld eine Lösung der Navier-Stokes Gleichungen ist. Sofern dieses Turbulenzfeld den Bedingungen im Testfall entspricht, finden keine Ausgleichsvorgänge mehr statt. Das kann aufgrund von Druckwellen in kompressiblen Simulationen jedoch im Allgemeinen nicht garantiert werden.

Alternativ zu diesen Methoden hat sich die Gruppe der synthetischen Eintrittsbedingungen etabliert. Diese schreiben instantan pro Zeitschritt ein Vektorfeld am Eintrittsrand vor, das definierte turbulente Kenngrößen möglichst präzise wiedergibt. Hier ist die Methode von Klein et al. (2003) zu nennen, bei der das Spektrum der Turbulenz aus der Filterung eines zufällig generierten Vektorfelds resultiert. Die Qualität der vorgeschriebenen Turbulenz ist hoch. Wie von Sandberg et al. (2015) beschrieben, ist der numerische Aufwand für diese Methode mit einer Erhöhung des Ressourcenbedarfs um $\approx 30\%$ jedoch verhältnismäßig groß.

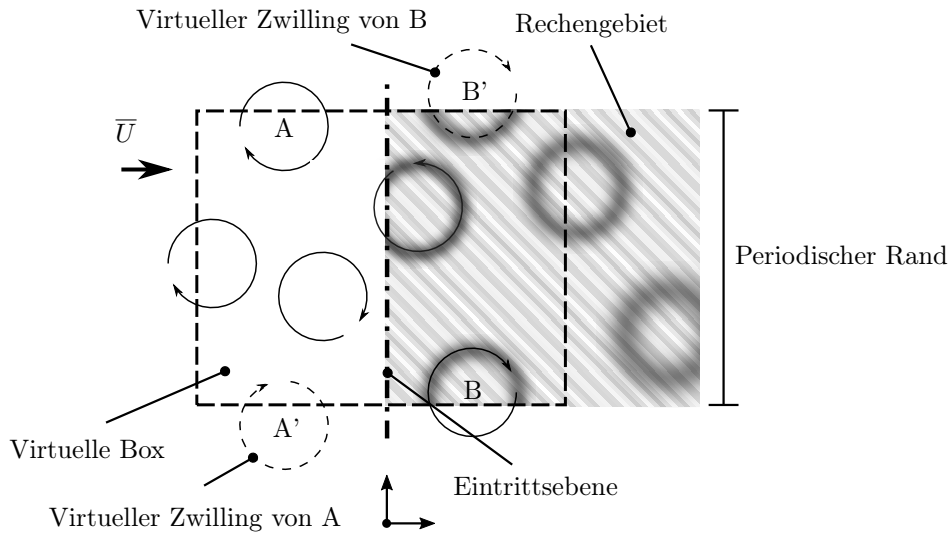


Abbildung 4.1: Skizze der virtuellen Box der I- und C-DFSEM nach Müller-Schindewolffs und Herbst (2018)

Deutlich pragmatischer ist die Vorgabe von Fouriermoden (Pope 2011, Sandberg et al. 2015, Durbin et al. 2009). Dieses Vorgehen beschreibt Turbulenz über trigonometrische Funktionen und über die Skalierung der Moden lässt sich das turbulente Spektrum beeinflussen. Nachteilig ist jedoch, dass sich, wie bei HIT-Boxen, Strukturen wiederholen und zusätzlich eine Relaxation des Zuströmfelds notwendig ist. Wie von Poletto et al. (2013) analysiert, bestimmt die Qualität der Approximation der Turbulenz, wie groß ein Relaxationsgebiet sein muss, das stromauf der eigentlichen Simulation vorgehalten wird, bis sich nicht-physikalische Störungen abgebaut haben. Stromab dieser Strecken bilden sich stochastische Strukturen.

Poletto et al. (2013) hat seine Analyse auf die Synthetic Eddy Method (SEM) von Jarrin (2008) bezogen und entwickelte darauf aufbauend die Divergence Free Synthetic Eddy Method (DFSEM). SEM platzieren im Eintritt des Rechengebiets kein kontinuierliches Turbulenzfeld, sondern überlagern die ungestörte Zuströmung mit virtuellen diskreten sphärischen Wirbeln, die sich zu einem kontinuierlichen Turbulenzfeld zusammensetzen. Über die Attribute der Wirbel (räumliche Ausdehnung, Drehachse, Drehfrequenz) werden turbulente Charakteristika bestimmt (Jarrin 2008). Diese Wirbel werden als virtuell bezeichnet, da sie von der Randbedingung als Objekt mit Attributen behandelt werden. Sobald ein Wirbel den Eintrittsrand schneidet, wird er lokal diskretisiert.

Die diskreten Wirbel sind bei Jarrin (2008) nicht divergenzfrei, was bei kompressiblen Simulationen zu erheblichen Druckstörungen führt, sobald sie am Eintrittsrand diskretisiert werden. In inkompressiblen Simulationen führt die Divergenz zu einer Dämpfung der turbulenten Strukturen. Durch die divergenzfreie ($\nabla \cdot u' = 0$) Formulierung von Poletto et al. (2013) wird dieses Problem stark minimiert; nur im Übergang des in sich divergenzfreien, diskreten Wirbels zum ungestörten Fluid ist das Einströmfeld nicht divergenzfrei.

Aber auch die DFSEM ist eine Dirichlet-Typ-Randbedingung, die ausschließlich für inkompressible Simulationen geeignet ist und im kompressiblen Fall Druckwellen reflektiert. Von Müller-Schindewolffs und Herbst (2018) wurde die DFSEM für kompressible Simulationen von Turbomaschinen nutzbar gemacht, indem sie mit der zuvor beschriebenen nicht reflektierenden charakteristischen 1D-Randbedingung von Poinsoot und Lele (1992) zur C-DFSEM erweitert wurde. Darüber hinaus berücksichtigen die SEM sowie die DFSEM keine periodischen Ränder, wie sie für die Simulation von Turbomaschinen essentiell sind. Durch eine Ergänzung der virtuellen Wirbel mit einem virtuellen Zwillings (siehe Abb. 4.1), der mit identischen Eigenschaften um eine periodische Länge versetzt platziert wird, ergibt sich über periodische Ränder ein kontinuierliches Turbulenzfeld. Die inkompressible Variante der C-DFSEM, die periodische Ränder berücksichtigt, ist die I-DFSEM.

4 *Eingesetzte numerische Verfahren*

5 Analyse der iLES Rechnungen

5.1 Das MTU-T161 Turbinengitter

Das MTU-T161 Turbinengitter ist ein von der MTU Aero Engines AG ausgelegtes NDT-Schaufelprofil, das als Studienobjekt für Ultra-High-Lift Profildfamilien dient. Das Profil wurde von Entlesberger et al. (2005) erstmalig untersucht, aber erst von Martinstetter (2010) sowie Martinstetter et al. (2010) unter dem Titel "Turbinengitter C" und später von Ludewig et al. (2011) veröffentlicht. Das MTU-T161 weist im aerodynamischen Auslegungspunkt bei $Re_{2,th} = 200,000$ und $Ma_{2,th} = 0.6$ eine sehr große Zweifel-Zahl $Z_w = 1.2$ auf (siehe Tab. 5.1 sowie Tab. C.1), die mit einer intensiven Ablöseblase über den gesamten gemessenen Reynolds-Zahl-Bereich $70,000 \leq Re_{2,th} \leq 400,000$ einhergeht. Wegen der ausgeprägten Ablöseblase, die bei geringen Reynolds-Zahlen nur eine schwache Neigung zum Wiederanlegen zeigt, wurde dieser Profiltypus nicht in fliegenden Triebwerken eingesetzt und dient vor allem als akademischer Testfall. Vor diesem Hintergrund wurden zahlreiche aktive und passive Turbulenzgeneratoren untersucht, die ein verlustarmes Wiederanlegen bei geringen Reynolds-Zahlen sicherstellen sollen (Martinstetter et al. 2010, Martinstetter 2010, Ludewig et al. 2011). Das MTU-T161 stellt damit auch eine wichtige Grundlage für die Kalibrierung von RANS-Modellerweiterungen dar (Herbst et al. 2014).

Tabelle 5.1: Aerodynamische und geometrische Kennzahlen des MTU-T161 im Auslegungspunkt mit eingesetztem IXgK Turbulenzgitter nach Entlesberger et al. (2005)

Aerodynamische Kennzahlen		Geometrische Kennzahlen	
$Re_{2,th}$	200,000	l	69.94 mm
Ma_1	0.38	l_{Ax}	60.59 mm
$Ma_{2,th}$	0.6	t/l	0.956
$\beta_{1,geo}$	131.0°	$h_{z,1}$	0.16 m
$\beta_{2,soll}$	25.0°	$h_{z,2}$	0.198 m
Z_w	1.2	γ_s	61.72°

5.2 Numerisches Modell für die iLES

5.2.1 Numerische Randbedingungen

Durch die hohe maximale Mach-Zahl $Ma_{\max} \approx 0.8$ sowie die moderat hohe Mach-Zahl $Ma_{2,\text{th}} = 0.6$ in der Abströmung spielen kompressible Effekte eine wesentliche Rolle bei der Umströmung des MTU-T161. Es muss daher ein kompressibler Strömungslöser (siehe Abschn. 4.2.1) eingesetzt werden, der die Ausbildung von Druckwellen wiedergibt.

Bei der Initialisierung der Rechnung kommt es zu starken Druckwellen, die sich im Rechengebiet ausbreiten. Zudem findet eine kontinuierliche Anfachung von Druckwellen durch die Vorgabe von Turbulenz im Einströmrand sowie durch die Wirbelablösung im Bereich der Ablöseblase statt. Diese Druckwellen müssen das Rechenmodell verlassen können, um den Aufbau eines signifikanten Rauschpegels zu unterbinden. Dieser würde zu einem ungewollten Anstieg der Reynolds-Spannungen führen (Müller-Schindewolffs und Herbst 2018).

Um das Auskoppeln von Druckwellen am Ein- und Austritt des MTU-T161 Rechenmodells zu ermöglichen, basieren numerische Randbedingungen auf charakteristischen 1D-Randbedingungen nach Poinsoit und Lele (1992). Das gilt sowohl für die Vorgabe von gemittelten Größen als auch für instationäre Fluktuationen der Turbulenz in der

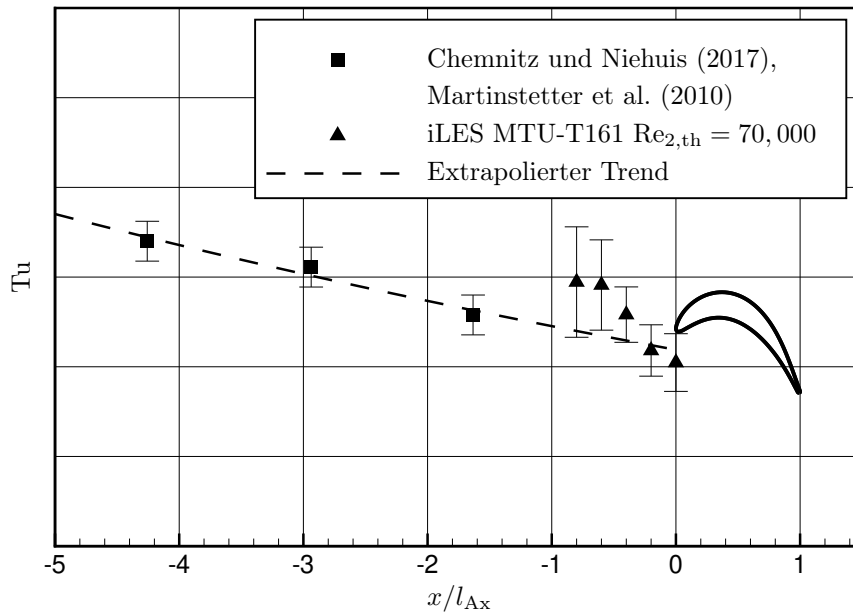


Abbildung 5.1: Abklingen des Zuströmturbulenzgrads stromauf des MTU-T161

Messungen ohne eingebautes Schaufelgitter von Chemnitz und Niehuis (2017) mit approximierten Messfehlern nach Martinstetter et al. (2010); iLES entlang Stromlinie in Mitte der Schaufelpassage, korrigiert um Potentialfeldeinfluss und approximierte Mittelungsfehler nach Anhang A.1.2; Turbulenzgrad an der Vorderkante liegt in dem Bereich $2.0\% \leq Tu_{x/l_{Ax}=0} \leq 4.0\%$

Zuströmung über die C-DFSEM nach Müller-Schindewolffs und Herbst (2018) (siehe Abschn. 4.2.2).

Die turbulente Zuströmung wird iterativ eingestellt und muss sowohl hinsichtlich des Turbulenzgrads als auch der turbulenten Längenskala l_Λ hinreichend genau sein. Als Referenz dienen Turbulenzmessungen von Chemnitz und Niehuis (2017) im Zuströmbereich des Gitterwindkanals mit der Konfiguration nach Entlesberger et al. (2005), Martinstetter et al. (2010), Martinstetter (2010) sowie Ludewig et al. (2011). Aufgrund der eingeschränkten Zugänglichkeit wurden sämtliche Turbulenzmessungen ohne ein eingebautes Turbinengitter durchgeführt. Wie in Abb. 5.1 dargestellt, befinden sich die Messpositionen für den Zuströmturbulenzgrad weit stromauf der Position des MTU-T161 Schaufelgitters. Es ist somit notwendig, das Abklingen des Turbulenzgrads zu extrapolieren. Hierfür dient ein funktionaler Ansatz nach Baines und Peterson (1951).

Dem experimentellen Aufbau entsprechend, wurde der Turbulenzgrad in der iLES im Eintrittsbereich des MTU-T161 extrahiert. Um den Einfluss des Potentialfelds des Schaufelprofils zu minimieren, wurde der Turbulenzgrad entlang einer Stromlinie in der Mitte der Schaufelpassage ermittelt. Zudem wurde als Bezugsgeschwindigkeit für den Turbulenzgrad die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Einströmbereich des Schaufelgitters $-0.8 \leq x/l_{Ax} \leq -0.6$ gewählt, die vom Potentialfeld unbeeinflusst ist. Die Abklingkurven aus dem Experiment im Vergleich zur iLES (siehe Abb. 5.1) zeigen stromab von $x/l_{Ax} \geq -0.4$ im Rahmen der Mess- bzw. Mittelungsfehler einen parallelen Verlauf. Das bestätigt, dass die Dissipationsrate der Turbulenz in der iLES über die integrale Längenskala l_Λ äquivalent zum Experiment eingestellt ist. Der Mittelungsfehler sowie der Turbulenzgrad sind in der iLES an den beiden am weitesten stromauf liegenden Positionen $x/l_{Ax} = -0.8$ und -0.6 im Vergleich zu den weiter stromab liegenden Positionen erhöht. Dieser Trend ist über die Relaxation der turbulenten Strukturen zu erklären. Wie in Abschn. 4.2.2 beschrieben, produzieren *Synthetic Eddy Methods* (SEM) per se keine physikalisch korrekte Turbulenz. SEM initiieren ein turbulentes Zuströmfeld auf der Basis einer charakteristischen Längenskala. Diese erzwungenen Strukturen entwickeln sich stromab zu einem physikalisch korrekten Turbulenzfeld. Auswirkungen dieses Vorgangs sind in diesem Fall ab $x/l_{Ax} \geq -0.4$ abgeklungen.

5.2.2 Geometrisches Modell

Die hier vorgestellten iLES basieren auf dem Rechenmodell von Müller-Schindewolffs et al. (2017). Für die vorliegenden Untersuchungen wurden Rechnungen auf drei unterschiedlich fein aufgelösten Rechennetzen durchgeführt (siehe Tab. 5.2). Für alle Netze wurden die Empfehlungen von Coleman und Sandberg (2010) berücksichtigt, dass für die erste Zelle $y^+ < 1.0$ sicherzustellen ist und zudem die ersten zehn Zellen in wandnormaler Richtung nicht anwachsen. Für die zehnte Zelle gilt somit $y_{10}^+ < 10.0$. Im Hinblick auf das Auflösungsvermögen des eingesetzten OpenFOAM-Löser, kann davon ausgegangen werden, dass bereits das größte auf dem MTU-T161 eingesetzte Netz mit $N=15e+6$ Zellen in der Lage ist, angelegte Transition mit der Ausbildung von Turbulenzflecken nachzuweisen. Wie in Anhang A.2 dargestellt, wurde auf der ERCOFTAC-T3B Platte bei einer vergleichbaren Δx^+ sowie Δz^+ Auflösung die Vorhersage angelegter Transition

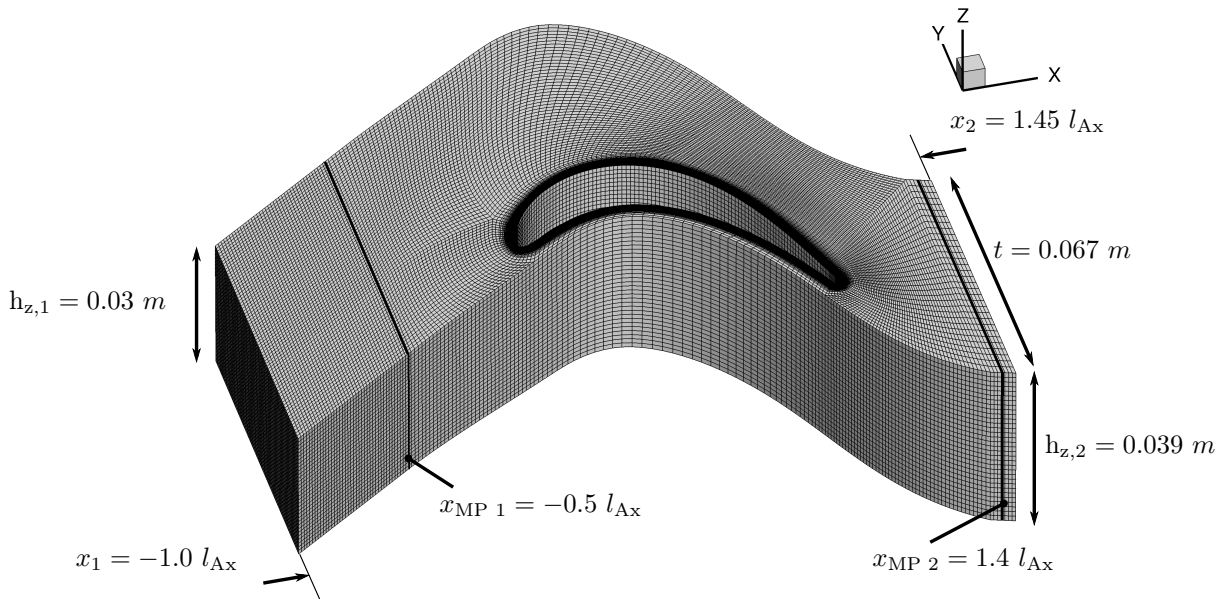


Abbildung 5.2: Rechennetz des MTU-T161; jede dritte Netzlinie des $N=15e+6$ Netzes ist dargestellt

validiert. Die y^+ Werte sind beim MTU-T161 zwar größer als auf der T3B-Platte, liegen aber deutlich unterhalb der Empfehlung von Coleman und Sandberg (2010) oder der DNS von Ovchinnikov et al. (2008), die ebenfalls in Anhang A.2 diskutiert wird.

Die abgelöste Scherschicht weist eine Reynolds-Zahl von $Re_W = 1469$ auf (siehe Gl. A.4) und die Diskretisierung erfolgt auf dem größten Netz mit $N_{\delta_W} = 95$ Zellen. Damit liegt die Diskretisierung um mindestens einen Faktor von drei über der Empfehlung aus der Diskretisierungsstudie zum Flow over Periodic Hills Testfall, bei dem die Reynolds-Zahl $Re_W = 997$ beträgt. Unter Berücksichtigung der höheren Reynolds-Zahl auf dem MTU-T161 kann davon ausgegangen werden, dass der Fehler der produzierten kinetischen Energie in der Scherschicht bereits auf dem Netz mit $N=15e+6$ Zellen $< 2\%$ betragen wird.

Tabelle 5.2: Übersicht über Rechennetze und Qualitätskriterien für das MTU-T161 bei $Re_{2,th} = 70,000$
Dimensionslose Zellgrößen wurden auf der Schaufelaußenseite bei $x/l_{Ax} = 0.5$ bestimmt (siehe auch Abb. 5.3). Bewertung der abgelösten Scherschicht stromauf des laminar-turbulenten Umschlags bei $x/l_{Ax} = 0.78$ (siehe auch Anhang A.1.3)

N	Δx^+	y^+	Δz^+	$(\Delta x/\eta)_{\max}$	$(\Delta t^+/\tau_\eta)_{\max}$	Re_W	N_{δ_W}
$15e+6$	16.52	0.56	21.12	≈ 4.6	$\approx 0.11 \text{ s}^{-1}$		95
$44e+6$	10.25	0.34	13.11	3.3	0.08 s^{-1}	1469	136
$120e+6$	7.14	0.24	9.12	≈ 2.4	$\approx 0.06 \text{ s}^{-1}$		206

Die Anforderung an die relative räumliche Auflösung $(\Delta x/\eta_{\text{eff}})_{\text{max}} \leq 24$ wurde, wie von di Mare et al. (2013) beschrieben, (siehe Abschn. 3.3.3) bewertet. Ebenso wurde nach Choi und Moin (1994) eine Bewertung der Zeitschrittweite durchgeführt, die entsprechend der Empfehlung unterhalb von $(\Delta t^+/\tau_{\eta,\text{eff}})_{\text{max}} < 0.17 \text{ s}^{-1}$ liegen soll. Zur Bestimmung von $(\Delta t^+/\tau_{\eta,\text{eff}})$ wird die dimensionslose Zeit

$$\Delta t^+ = \frac{\Delta t u_\tau^2}{\nu} \quad (5.1)$$

in Bezug zur Kolmogorov'schen Zeitskala $\tau_{\eta,\text{eff}}$ gesetzt. Nach Gl. 2.2 und 2.3 lassen sich η_{eff} sowie $\tau_{\eta,\text{eff}}$ über

$$\varepsilon = \nu \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \quad (5.2)$$

nach Choi und Moin (2012) bestimmen. Wie in Abschn. 3.3.3 beschrieben, kann die Dissipationsrate ε_{eff} in SRS nur approximiert werden. Die Berechnung erfordert jedoch einen großen numerischen Aufwand. Daher wurde ε_{eff} einmalig für das Rechennetz mit $N=44\text{e}+6$ Zellen berechnet und wird, wie in Tab. 5.2 dargestellt, auf das feinere und gröbere Netz linear extrapoliert. Dies ermöglicht eine approximierte Einordnung der zeitlichen und räumlichen Auflösung zwischen den eingesetzten Rechennetzen. Wie in Tab. 5.2 ersichtlich, sind alle Kriterien für eine iLES auf allen Rechennetzen erfüllt.

Das in Abb. 5.2 dargestellte Rechennetz für die iLES entspricht einer Quasi-Dreidimensionalen (Q3D) Abbildung des MTU-T161 Turbinengitters, bei dem nur ein Segment um den Mittelschnitt des dreidimensionalen Turbinengitters abgebildet wird. Der Q3D-Ansatz wird für SRS vielfach gewählt, um die Anzahl der Netzknoten signifikant zu reduzieren. Im vorliegenden Fall wurde die Spannweite von $h_{z,1} = 0.16 \text{ m}$ auf $h_{z,1} = 0.03 \text{ m}$ um einen Faktor ≈ 5.3 reduziert. Die Einsparung an Netzzellen übersteigt somit einen Faktor $\gg 5.3$, da durch den Q3D-Ansatz auch auf die Auflösung der Seitenwandgrenzschichten und die damit erforderliche Verfeinerung des Netzes verzichtet werden kann.

Anders als in vielen anderen SRS-Untersuchungen von Turbinenkaskaden (Michelassi et al. (2014), Hillewaert et al. (2014), Pichler et al. (2016a)) weist das MTU-T161 divergente Seitenwände auf, die der Aufweitung des Ringraums in einer NDT nachempfunden sind. Somit müssen für die Randbedingungen in spannweitischer Richtung reibungsfreie Wände anstelle der sonst üblichen periodischen Randbedingungen eingesetzt werden. Gegenüber reibungsbehafteten Wänden kann auf diese Weise das Anwachsen einer Grenzschicht unterbunden werden, in Spannweite gerichtete turbulente Fluktuationen werden dennoch gedämpft. Wie Müller-Schindewolffs et al. (2017) zeigen konnten, sind turbulente Strukturen von $0.2 \leq z/h_z \leq 0.8$ weder hinsichtlich der spektralen Verteilung noch der Anisotropie durch die Seitenwände beeinflusst. Die uneingeschränkte Auswertung der iLES ist bei $z/h_z = 0.5$ im Mittelschnitt somit möglich. Alle hier dargestellten Lösungen beziehen sich auf diesen zweidimensionalen Schnitt.

5 Analyse der iLES Rechnungen

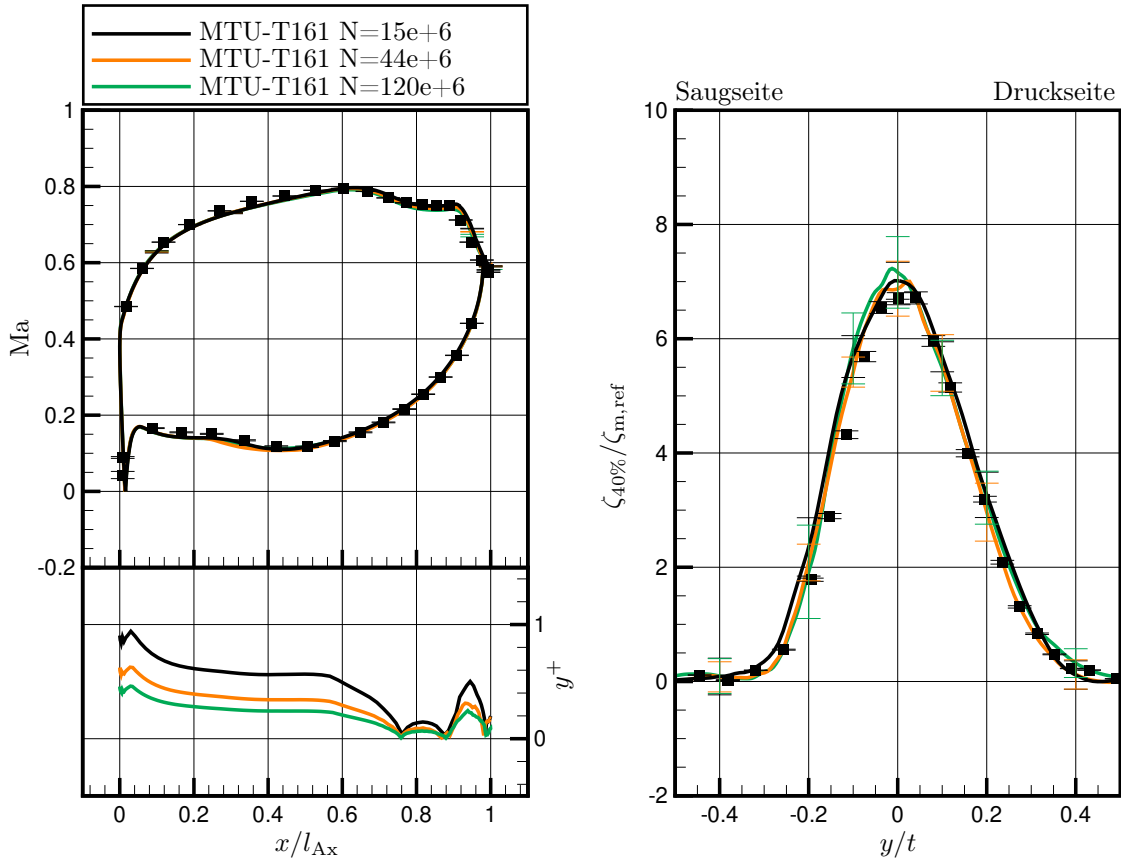


Abbildung 5.3: Mach-Zahl-Verteilung und Darstellung des Verlustbeiwerts im Nachlauf bei MP 2 ($x/l_{Ax} = 1.4$) für das MTU-T161 bei $Re_{2,th} = 70,000$ in Bezug zu Messwerten von Ludwig et al. (2011)

5.2.3 Validierung der Simulationsergebnisse

Die in Abb. 5.3 dargestellten Mach-Zahl-Verteilungen stimmen gut mit den MTU-T161 Messdaten von Ludwig et al. (2011) überein. Es zeigt sich ein leichter Trend, dass auf allen Rechnernetzen in der iLES eine etwas zu große Ablöseblase vorhergesagt wird. Da dieser Trend unabhängig von der Auflösung ist, kann eine Netzabhängigkeit ausgeschlossen werden. Diese Beobachtung entspricht auch den Ergebnissen der Validierung aus Anhang A, dass selbst auf einem groben Rechnernetz aerodynamische Größen bis hin zu der Transitionslage und den Reynolds-Spannungen gut wiedergegeben werden können. Mess- und Mittelungsfehler bei der Mach-Zahl-Verteilung sind sehr gering. Der Verlauf der y^+ -Werte bestätigt, dass der Ablösepunkt bei $x/l_{Ax} = 0.75$ sowie der Anlegepunkt bei $x/l_{Ax} = 0.98$ auf allen Netzen identisch wiedergegeben werden.

Der in Abb. 5.3 dargestellte Totaldruckverlustbeiwert

$$\zeta = \frac{p_{t,1} - p_{t,2}(u/t)}{p_{t,1} - p_{s,2}} \quad (5.3)$$

variiert leicht zwischen den iLES Ergebnissen, liegt im Mittel aber nahe an den Messwerten. Beim Totaldruckverlustbeiwert wirken sich Mess- und Mittelungsfehler deutlich

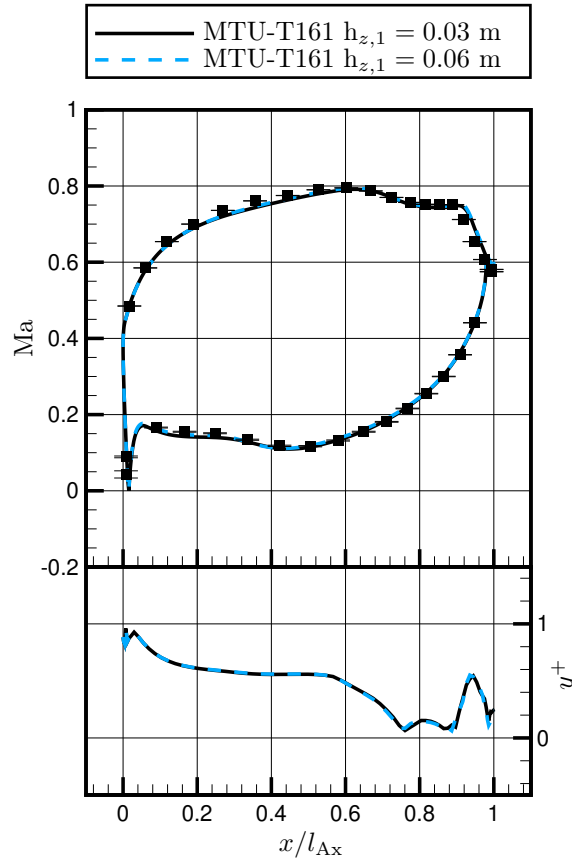


Abbildung 5.4: Mach-Zahl-Verteilung des MTU-T161 bei $Re_{2,th} = 70,000$ $N=15e+6$ unter Variation der Q3D-Spannweite in Bezug auf Messwerte von Ludwig et al. (2011)

stärker aus als bei der Mach-Zahl-Verteilung. Im Hinblick auf die Variation der Netzaufösung in der iLES ist der Nachlauf auf dem groben Netz mit $N=15e+6$ Zellen etwas breiter als auf den feineren Netzen. Zudem treten größere Abweichungen im Maximum des Totaldruckverlusts bei $u/t = 0$ auf. Hier liegt das mittlere Netz $N=44e+6$ sehr nahe an den Messwerten. Die Lösungen auf dem feinen sowie groben Netz sind ähnlich und weichen stärker vom Messwert ab. Sämtliche Abweichungen liegen aber im Bereich des Mittelungsfehlers, der aufgrund der erhöhten Turbulenz im Nachlauf zunimmt. Wie in der Validierung der iLES in Anhang A gezeigt werden konnte, kann auch für die MTU-T161 Kaskade bestätigt werden, dass sich im Bereich der gewählten Netzaufösung der Mittelungsfehler deutlich stärker auf die Vorhersage aerodynamischer Kenngrößen auswirkt, als der Diskretisierungsfehler. Unter Berücksichtigung der Mittelungsfehler ist in dieser Netzstudie kein Diskretisierungsfehler nachweisbar.

In einer weiteren Studie wurde die spannweiteige Auflösung des Q3D-Netzes im Eintrittsbereich von $h_{z,Ein} = 0.03$ m auf $h_{z,Ein} = 0.06$ m verdoppelt, um sicherzustellen, dass die Reduktion der Spannweite gegenüber dem Experiment mit $h_{z,Ein} = 0.16$ m keinen Einfluss auf den laminar-turbulenten Zerfall im Bereich der Ablöseblase hat. Wie in Abb. 5.4 zu erkennen, kann dies aber bestätigt werden, da die Druckverteilungen

5 Analyse der iLES Rechnungen

Tabelle 5.3: AVDR der iLES des MTU-T161 $Re_{2,th} = 70,000$ auf unterschiedlichen Q3D-Netzen mit Variation der Spannweite gegenüber der voll dreidimensionalen RANS Simulation und der experimentellen Untersuchung; Experiment gemittelt über Messkampagnen von Entlesberger et al. (2005) und Ludewig et al. (2011)

Fall	N	$h_{z,1}$	AVDR
Experiment		0.16 m	0.796 ± 0.02
RANS 3D	$1.2e + 6$	0.16 m	0.797
iLES	$15e+6$	0.03 m Q3D	0.787
iLES	$30e+6$	0.06 m Q3D	0.798
iLES	$44e+6$	0.03 m Q3D	0.790
iLES	$120e+6$	0.03 m Q3D	0.780

im Rahmen des darstellbaren Mittelungsfehlers aufeinander liegen. Von Morsbach und Bergmann (2020) wurde eine ähnliche Studie durchgeführt, um zu bewerten, welche spannweitige Auflösung für eine LES des T106C, allerdings mit periodischen Randbedingungen in spannweitischer Richtung, notwendig ist. Morsbach und Bergmann (2020) konnten zeigen, dass die Ausbildung dreidimensionaler Turbulenz für geringe spannweitige Auflösungen $h_z = 0.1 l$ signifikant beeinflusst wird und turbulente Strukturen in spannweitischer Richtung korrelieren. Dies wirkt sich ebenfalls auf das Anlegeverhalten der Ablöseblase aus. Um diese Korrelation zu unterbinden und eine Normalverteilung der Turbulenz zu erhalten, empfehlen Morsbach und Bergmann (2020) eine spannweitige Auflösung von $h_z \geq 0.3 l$. Diese Anforderung wird für das Rechenetz des MTU-T161 mit $h_{z,Ein} = 0.03$ m und $h_{z,Ein}/l = 0.43$ erfüllt.

Neben dem Einfluss der sich ausbildenden turbulenten Strukturen wird durch die Q3D-Annahme an den reibungsfreien Wänden die Ausbildung einer Seitenwandgrenzschicht unterbunden. Durch die Verdrängung δ_1 der Seitenwandgrenzschichten nimmt der für die Strömung effektiv verfügbare Strömungsquerschnitt ab. Zur Einordnung kann als Maß für die Verdrängungswirkung der Seitenwandgrenzschichten das in Tab. 5.3 dargestellte axiale Stromdichteverhältnis (engl.: Axial Velocity Density Ratio)

$$AVDR = \underbrace{\frac{\overline{\rho_2} \overline{U_2} \sin(\beta_2)}{\overline{\rho_1} \overline{U_1} \sin(\beta_1)}}_{\text{Stromdichteverhältnis}} = \frac{A_{1,eff}}{A_{2,eff}} \approx \underbrace{\frac{A_1}{A_2}}_{\text{Flächenverhältnis}} \quad (5.4)$$

zwischen den Messebenen an Eintritt (MP 1) und Austritt (MP 2) (siehe Abb. 5.2) herangezogen werden. Die Ergebnisse aus der iLES sowie RANS liegen im Schwankungsbereich der gemittelten, experimentell erfassten Werte des AVDR von Entlesberger et al. (2005) und Ludewig et al. (2011). Seitenwandgrenzschichten könnten über die Lauflänge anwachsen oder durch Beschleunigung in der Schaufelpassage ausgedünnt werden. Dies würde zu einer Änderung des effektiven Flächenverhältnisses $A_{1,eff}/A_{2,eff}$ und damit des

AVDR führen. Da das AVDR nahe dem geometrischen Flächenverhältnis $A_1/A_2 = 0.8$ liegt, kann geschlussfolgert werden, dass sich die anwachsende Grenzschichtdicke und die Ausdünnung aufgrund der Beschleunigung über der Schaufelpassage in Waage halten. Der Einfluss der geänderten Verdrängung durch Grenzschichten ist somit sehr gering und muss durch eine geometrische Anpassung des Flächenverhältnisses A_1/A_2 für die Q3D-Simulationen nicht korrigiert werden.

5.3 Die iLES als Referenz für die Modellentwicklungen

Das hoch belastete MTU-T161 Profil bildet viele Aspekte der Transition in Turbomaschinen ab. So wird die Profilhrenzschicht mit einem moderaten Turbulenzeintrag von $2.0\% \leq Tu_{x/l_{Ax}=0} \leq 4.0\%$ aus der freien Strömung beaufschlagt. Auf dem Profil findet bis $x/l_{Ax} \approx 0.6$ eine starke Beschleunigung auf $Ma_{\max} \approx 0.8$ statt, auf die eine starke Verzögerung folgt. Durch die Verzögerung löst die saugseitige Profilhrenzschicht ab, die im Punkt des laminar-turbulenten Umschlags durch einen intensiven Impulsaustausch in der freien Scherschicht wieder anlegt. Insofern spielen auf dem MTU-T161 verschiedene transitions-unterdrückende sowie -fördernde Mechanismen eine Rolle, die in der zweidimensionalen Kernströmung von NDT zu finden sind. Auch wenn ein derart aggressives Profildesign für eine Turbinenauslegung irrelevant ist, bildet das MTU-T161 wesentliche Extremfälle ab.

Als iLES-Testfall kann das MTU-T161 somit genutzt werden, kritische Aspekte des Transitionsverlaufs zu analysieren und der vereinfachten Modellierung mittels RANS-Modellen gegenüberzustellen. Wie von Müller-Schindewolffs et al. (2017) beschrieben, ist es dabei nicht das Ziel, eine Identität zwischen der RANS-Modellierung und der iLES herzustellen. RANS-Simulationen, insbesondere im Fall industriell genutzter Wirbelviskositätsmodelle, beinhalten wesentliche Vereinfachungen, die es ausschließen, den stark nicht-linearen Charakter turbulenter Wechselwirkungen abzubilden. Diese Einschätzung des Autors entspricht der Aussage von Spalart (2015), dass ein RANS-Modell, das turbulente Größen hoher Ordnung aus einer DNS exakt abbildet, keine sinnvollen Lösungen liefern wird und dieser vielfach unternommene Versuch noch keine allgemeingültigen Modelle hervorgebracht hat.

Nach der Auffassung des Autors ist es jedoch entscheidend, dass ein RANS-Modell im Bezug auf wesentliche transitionsbeeinflussende Größen und in entscheidenden Phasen der Transition einen Bezug zur mutmaßlich sehr genauen SRS Lösung herstellt. Dieser Punkt ist der Kern der Philosophie hinter der vorliegenden Arbeit: Heutige RANS-Modelle nutzen vielfach Korrelationen, die in deren Anwendung für Turbomaschinen nicht bestätigt werden. So werden Korrelationen, und das ist nach Auffassung des Autors auch legitim, durch wenig komplexe Aufbauten unter niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten und auf flachen Platten ermittelt. Der entscheidende Schritt, der jedoch fehlt, ist, die Bestätigung zu liefern, dass: 1.) Das RANS-Modell die Eingabegrößen für die Korrelation hinreichend genau ermittelt und 2.) die vereinfachte Korrelation übertragbar ist. Durch die iLES-gestützten Analysen in dieser Arbeit soll es gelingen, Schlüs-

selbststellen im Transitionsverlauf, wie z.B. die Anfachung primärer Instabilitäten, deren exponentielle Destabilisierung sowie den Punkt des dreidimensionalen Zerfalls auf eine RANS-Simulation zu übertragen.

In der Abb. 5.5 ist das Grundschema einer RANS-Modellierung am Beispiel des k - ω -Modells unter Verwendung der Viscous-Blending Erweiterung (Abschn. 3.1.4) und dem γ - Re_θ -Transitionsmodell (Abschn. 3.2.1) gegenüber einer SRS (Abschn. 3.3) dargestellt. Wo hingegen die SRS ausschließlich zeitabhängige Größen behandelt und so die Turbulenz vollständig auflöst, wird in der RANS die Behandlung der Turbulenz vollständig in die Modellierung verschoben. Wie von Pope (2011) beschrieben, ist die Anforderung an die RANS, den Reynolds-Spannungstensor $\bar{\tau}_{t,ij}$ (siehe Abschn. 3.1) zu approximieren. Hierbei hat der Modellierende bei der Modellentwicklung weitestgehend freie Hand und es werden Hilfsgrößen wie k und ω genutzt, die sich theoretisch direkt messen lassen. Darüber hinaus werden aber verschiedene Hilfsgrößen wie die Blendfunktion $F_{\theta,t}$ (Gl. 3.32) oder eine analytische Abklingfunktion ω_{FS} (Gl. 3.23) bestimmt. Diese existieren nur in der Modellumgebung. Wieder andere Größen lassen sich aus dem Strömungsfeld z.B. durch die Integration über die Grenzschichtdicke berechnen, stehen aus diesem Grund aber einem lokal formulierten Modell wie dem γ - Re_θ -Modell nicht zur Verfügung. Lokal formulierte Modelle können nur auf einzelne Zellwerte und deren räumliche Gradienten zugreifen. Daher ist es notwendig, dass Approximationen oder Modellmechanismen gefunden werden, die eine integrale Größe möglichst gut beschreiben. Beispiele hierfür sind der Beschleunigungsparameter λ_θ oder die mit der Impulsverlustdicke gebildete Reynolds-Zahl im Transitionspunkt $\tilde{\text{Re}}_{\theta t}$. Diese Größen lassen sich über die Integration der Grenzschicht exakt bestimmen, das Modell hat aber keinen Zugriff auf diese Information, sodass ein Weg zur Approximation gefunden werden muss.

Letztendlich haben diese internen Modellgrößen aber keine Bewandnis dafür, ob ein Modell gut oder schlecht ist. Selbst wenn sie eine exakte Größe sehr schlecht annähern, kann ein Modell dieses Defizit wieder kompensieren. Dies ist eine wesentliche Eigenschaft, die ein RANS-Modell vorweisen muss. Der Hintergrund der RANS-Modellierung ist, dass die zugrunde liegenden Daten stark vereinfacht sind. Der Prozess des turbulenten Zerfalls z.B. ist stark nicht-linear. Wirbelviskositätsmodelle können, wie von Leschziner (2015) beschrieben, jedoch die Dynamik der linear anwachsenden Störungen und des darauf exponentiell ablaufenden Zerfalls nicht wiedergeben. Transitionsmodelle sind gefordert, hier eine Brücke zu schlagen und kontinuierlich zwischen verschiedenen Korrelationen zu umzuschalten, die die Dynamik des turbulenten Zerfalls abbilden können. Das Einbinden von experimentell gewonnenen Korrelationen, die auf fundamentale gemittelte Größen zurückzuführen sind, ist hier hilfreich.

Ein wesentliches Element von RANS-Modellen sind beispielsweise die Korrelationen von Abu-Ghannam und Shaw (1980), die die kritische Reynolds-Zahl zum Einleiten der Transition in einen Bezug zu dem vorherrschenden Turbulenzgrad Tu und den Beschleunigungsparameter λ_θ setzen. Dies geschieht im γ - Re_θ -Modell in der Formulierung von Langtry und Menter (2009). Wie Müller-Schindewolffs et al. (2017) jedoch zeigen konnten, ist die lokale Approximation von λ_θ sehr instabil, denn abhängig vom Vorzeichen des Druckgradienten springt die Approximation von λ_θ permanent in die Grenzwerte von $-0.1 \leq \lambda_\theta \leq 0.1$. Die Konsequenz für das Modell ist jedoch gering, da der Einfluss

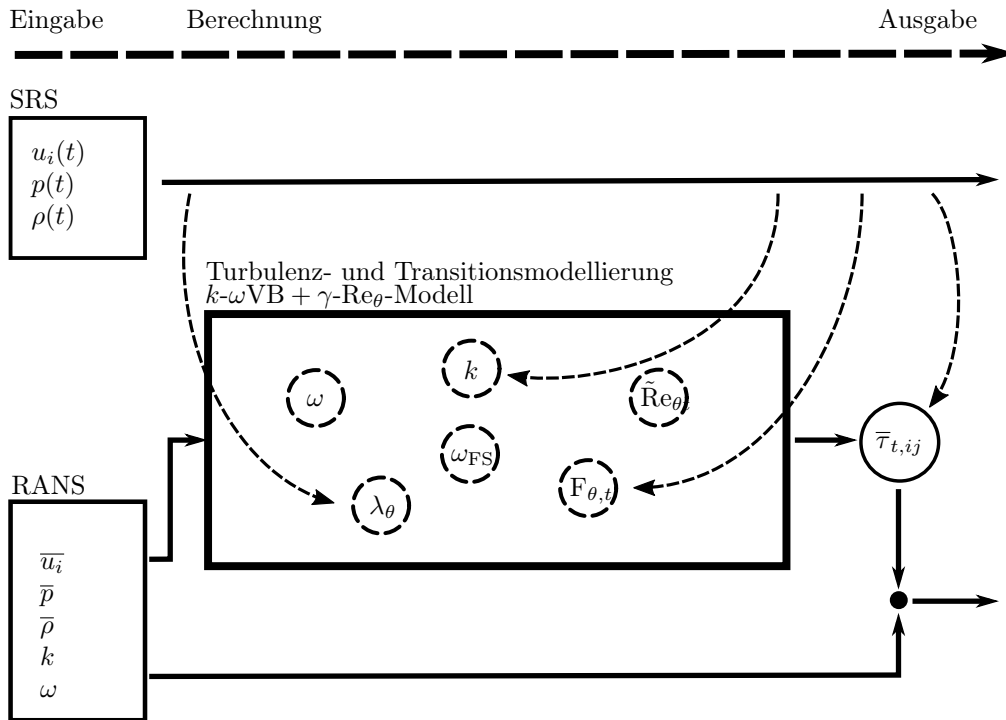


Abbildung 5.5: Schema-Skizze von RANS-Modellen

von λ_θ durch den Aufbau des Modells minimiert wird (siehe Abschn. 6.1).

Diese Feststellung führt zu dem springenden Punkt, auf den sich Abb. 5.5 bezieht: Der Modellierende hat viele Freiheiten ein Modell zu gestalten, sodass schlechte Approximationen kompensiert werden können. Durchleuchtet man jedoch diese abgeschlossene Dynamik - auf die im Folgenden genauer eingegangen wird - und verbessert beispielsweise die Vorhersage von λ_θ , so entstehen Anknüpfungspunkte, auf die sich ein Modell beziehen kann; es ist nicht mehr notwendig, Extremwerte zu kompensieren. Das führt wiederum dazu, dass mehr und präzisere Korrelationswerte zur Verfügung stehen, die in Bezug zu experimentellen Untersuchungen gebracht werden können.

Um diesen Vorgang zu beschreiben, soll im Rahmen dieser Arbeit der Begriff der *Modelldynamik* geprägt werden. Dieser Begriff soll verdeutlichen, dass die internen Modellgrößen oftmals keinen Bezug zu physikalischen, messbaren Größen haben, sondern während des Konvergenzprozesses in einer dynamischen Interaktion stehen. Aufgrund der großen Zahl von Abhängigkeiten ist es oftmals außerordentlich schwer, Ursachen und deren Wirkung auf weitere Modellteile abzuleiten. Es ist jedoch entscheidend, dass wesentliche Zielgrößen hinreichend gut approximiert werden.

Im Folgenden sollen die beiden fundamentalen Größen k und ω zur Modellierung der Turbulenz, die ein Wirbelviskositätsmodell wie das k - ω -VB-Modell mit dem γ - Re_θ -Transitionsmodell abbildet, betrachtet werden. Turbulenz kann hinsichtlich relevanter Längenskalen, also ihrer spektralen Verteilung sowie Anisotropie sehr genau durch iLES abgebildet werden. Die Rolle von k und ω als wesentliche Eingabegrößen in das γ -

Re_θ -Transitionsmodell soll somit anhand der turbulenten Informationen aus der iLES bewertet und eingeordnet werden. Später werden in Kapitel 6 lokale Modellgrößen wie λ_θ oder $F_{\theta,t}$ im Rahmen der Modellentwicklung diskutiert. Diese lokalen Größen müssen so bestimmt werden, dass sie integrale Eigenschaften der Grenzschicht möglichst gut approximieren. Im Gegensatz zu den turbulenten Größen bildet, wie auch von Müller-Schindewolffs et al. (2017) gezeigt, die Reproduktion dieser Größen durch SRS keinen Mehrwert hinsichtlich der höheren Genauigkeit.

Mit der Auswertung turbulenter Größen aus der iLES sollen am Beispiel des MTU-T161 Turbinengitters die vier zentralen Fragen geklärt werden:

Frage 1: Welche Größen, die der RANS-Modellierung zur Verfügung stehen, können für die physikalische Bewertung der äußeren Einflüsse auf die Grenzschicht herangezogen werden, um den Transitionsvorgang besser zu modellieren? Welche numerischen Hilfsgrößen sind der *Modelldynamik* zuzuordnen?

Frage 2: Welche prä-transitionellen oder turbulenten Strukturen in der Grenzschicht spielen eine Rolle im Verlauf der Transition?

Frage 3: Welche dieser Strukturen können oder sollen bei der Modellierung des Transitionsvorgangs berücksichtigt werden und welche nicht?

Frage 4: Wie muss die Ausgabe des Transitionsmodells sein, um die Druckverteilung des Profils bestmöglich wiederzugeben? Wird hierbei der Reynoldsspannungs-Tensor durch die Hypothese von Boussinesq (1877) gut approximiert?

5.3.1 Physikalische Interpretation der turbulenten Längenskala in RANS-Modellen

Modellierung von turbulenten Längenskalen in RANS Modellen

In Zweigleichungs-Wirbelviskositätsmodellen sind turbulente Längenskalen sowohl für Mischungsvorgänge als auch für die Dissipation von turbulenter kinetischer Energie verantwortlich (Leschziner 2015). Große Längenskalen l_μ sind wesentlich, um turbulente Mischungsvorgänge abzubilden ($\mu_t = \rho l_\mu/k^{1/2}$). Sie beschreiben damit die Längenskala $l_\mu \rightarrow l_\Lambda$ hoher turbulenter kinetischer Energie im Energiespektrum. Die Dissipation der turbulenten kinetischen Energie $\varepsilon = k^{3/2}/l_\varepsilon$ ist aber vor allem von sehr kleinen turbulenten Strukturen $l_\varepsilon \rightarrow \eta$ geprägt.

Bode (2018) hat gezeigt, dass die Vorhersage des turbulenten Abklingverhaltens in der freien Strömung gut wiedergegeben wird, wenn die im k - ω -Modell eingesetzte Längenskala der gemessenen integralen Längenskala $l_{k-\omega} \approx l_\Lambda$ angenähert wird. In direkter Nähe zu Wänden muss jedoch im Sinne des korrekten Modellverhaltens eine deutlich kleinere Längenskala vorgeschrieben werden, da große turbulente Längenskalen in direkter Wandnähe zu übermäßigen turbulenten Spannungen führen. Dies ist genau der Grund, weshalb im k - ω -*Viscous Blending* (VB)-Modell nach Bode et al. (2011, 2014) im wandnahen Bereich zu einer alternativen Korrelation übergegangen wird.

Wie unter anderem auch von Pope (2011) beschrieben, treten im turbulenten Spektrum große energietragende Skalen l_Λ parallel zu kleinsten Skalen η auf, die für einen großen Anteil der Dissipation verantwortlich sind. Das Verhältnis dieser Skalen η/l_Λ ist eine Funktion der Reynolds-Zahl Re_λ (siehe Abschn. 2.1).

Diese spektrale Aufteilung findet in RANS-Modellen nicht statt; dennoch können k und ω als diskrete Frequenz mit einer definierten Amplitude interpretiert werden. Die turbulente kinetische Energie k entspricht dem Integral über das gesamte Frequenzspektrum und ω kann nach Gl. 3.22 in eine repräsentative integrale turbulente Längenskala $l_{k-\omega}$ übertragen werden. Diese lässt sich nach der Taylor-Hypothese für $u' \ll U$ in eine Frequenz $f_{k-\omega} = U/l_{k-\omega}$ überführen.

Die daraus resultierenden diskreten Frequenzen können dem turbulenten Spektrum aus der iLES gegenübergestellt werden. Dabei wird die Bedeutung von $l_{k-\omega}$ überstrapaziert, die nach Leschziner (2015) ebenfalls die korrekte Dissipationsrate ε abbilden muss. Für die Modellierung der Transition kann jedoch die Frage geklärt werden, inwieweit die Modellgröße ω physikalische Interpretationen zulässt oder ausschließlich im Sinne der *Modelldynamik* benötigt wird. Eine repräsentative Längenskala $l_{k-\omega}$ könnte eingesetzt werden, um die Rezeptivität von Grenzschichten hinsichtlich der zur transitionellen Anregung aus der freien Strömung zu bewerten (siehe Abschn. 2.2.2).

Vergleich der energietragenden Frequenzen

In der Abb. 5.6 oben sind die energietragenden Frequenzen aus RANS-Simulation mit denen aus der iLES gegenübergestellt. Neben dem $k-\omega$ -VB-Modell, auf das sich die vorliegende Arbeit wesentlich stützt, ist in diesem Vergleich auch eine Lösung des $k-\omega$ -Modells dargestellt, um Besonderheiten der VB-Erweiterung hervorzuheben. Analog zur RANS wurde in der iLES die nach Scholz et al. (2009) über eine Autokorrelation ermittelte integrale turbulente Längenskala l_Λ in eine Frequenz $f_\Lambda = U/l_\Lambda$ umgerechnet.

Die in dem $k-\omega$ -VB-Modell enthaltene Annahme von Bradshaw et al. (1967) (Gl. 3.25) wurde in dieser Darstellung nicht berücksichtigt; es wird ausschließlich die Transportgröße ω zur Berechnung von $f_{k-\omega}$ herangezogen. Zur Verdeutlichung: Die Annahme von Bradshaw et al. (1967) würde μ_t in Wandnähe reduzieren, wodurch ein äquivalentes ω sowie $f_{k-\omega VB}$ in Wandnähe weiter erhöht würde.

Durch die fehlende Limitierung von μ_t muss im $k-\omega$ -Modell die turbulente Längenskala an der Eintrittsrandbedingung mit einem geringen Wert von $l_{k-\omega} = 1.8e-4$ m vorgegeben werden, um eine Überproduktion von k zu unterbinden. $l_{k-\omega}$ ist somit um einen Faktor ≈ 100 geringer als l_Λ . Dies ist der wesentliche Grund dafür, dass turbulente Frequenzen im $k-\omega$ -Modell deutlich größer sind als in der iLES oder im $k-\omega$ -VB-Modell.

Es wird deutlich, dass sich die höchsten Frequenzen um mehr als einen Faktor von $f_{k-\omega} \gg 20 f_\Lambda$ für das $k-\omega$ -Modell nach Wilcox (1988) und $f_{k-\omega VB} \gg 3 f_\Lambda$ für die VB-Erweiterung nach Bode (2018) unterscheiden. In der RANS treten besonders hohe Frequenzen $f_{k-\omega} \gg 1\text{MHz}$ und $f_{k-\omega VB} \gg 150\text{kHz}$ um das Profil herum auf, was durch die Wandrandbedingung $\omega_W \rightarrow \infty$ erzwungen wird (siehe Abschn. 3.1.2). In der iLES sind die Frequenzen in Wandnähe gering, steigen jedoch im Bereich von Scherschichten im Umschlagpunkt der Ablöseblase und stromab der druckseitigen Profilhinterkante auf

5 Analyse der iLES Rechnungen

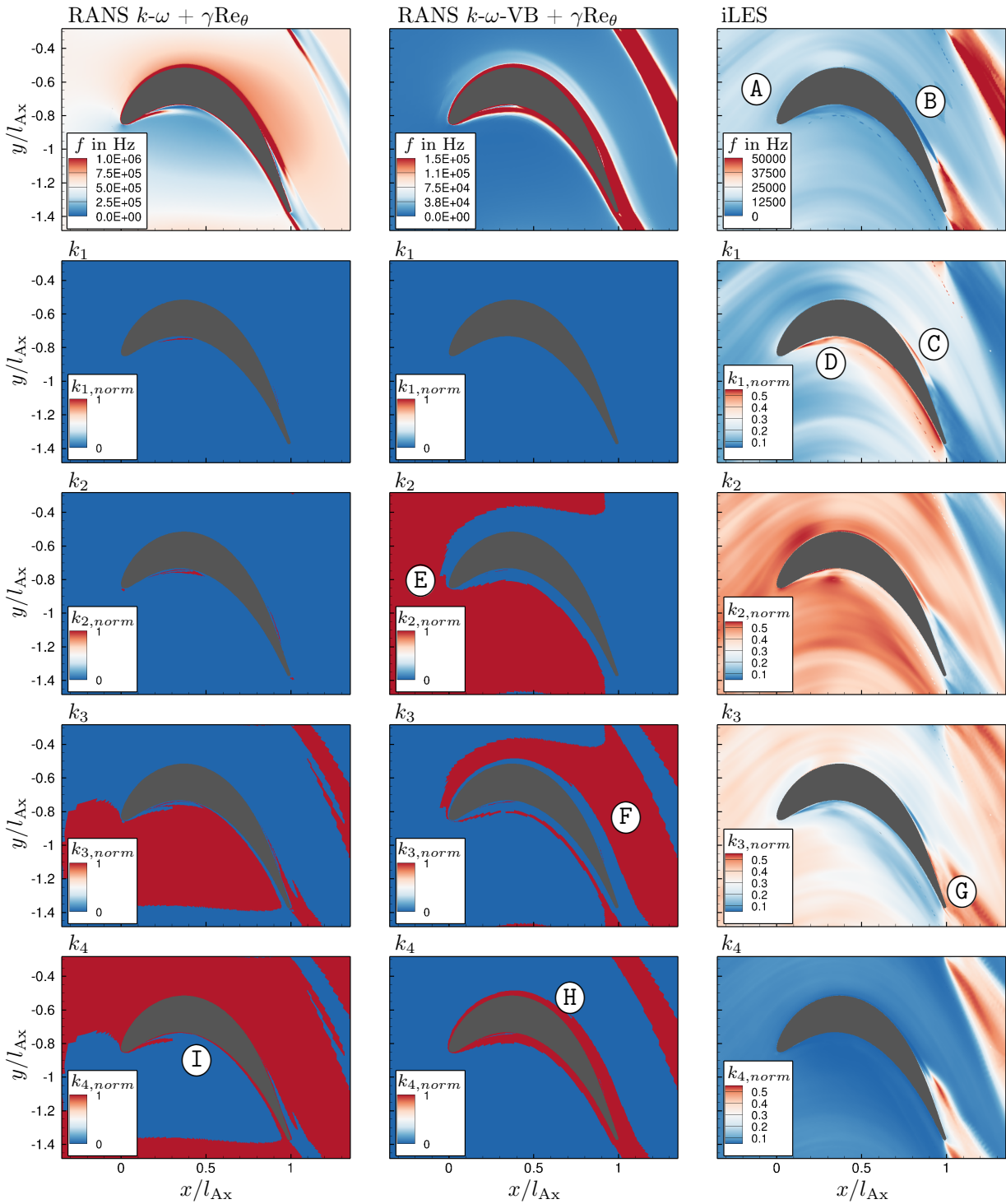


Abbildung 5.6: Vergleich von Frequenzbändern der turbulenten kinetischen Energie im Freistrom des MTU-T161 für $Re_{2,th} = 70,000$ dargestellte Frequenzbänder nach Tab. 5.4

$f_\Lambda \approx 50\text{kHz}$ signifikant an. Die $k\text{-}\omega\text{-VB}$ -Erweiterung zeichnet sich dadurch aus, dass im Bereich der Zuströmung die exakte Längenskala $l_{k\text{-}\omega\text{VB}} = l_\Lambda = 0.02\text{ m}$ vorgegeben werden kann. So stimmen in der freien Strömung bis zum vorderen Bereich des Profils (Ⓐ in Abb. 5.6) die integralen Frequenzen zwischen dem $k\text{-}\omega\text{-VB}$ -Modell und der iLES sehr gut überein.

Im verzögerten Bereich der Schaufelpassage (Ⓑ) stromab der Engstelle, fallen die Frequenzen in der iLES signifikant ab. In der Visualisierung von Wirbelstrukturen in Abb. 5.7 wird deutlich, dass Wirbel durch die Beschleunigung in der Schaufelpassage zu einer länglichen Form anisotrop verzerrt werden. Stromab der Engstelle wird die Strömung verzögert, was in Kombination mit dem Anstieg der Längenskala l_Λ zu dem starken Abfall der Frequenzen führt. Dieser Effekt wird in der RANS nicht wiedergegeben, so dass sich in der freien Strömung der Schaufelpassage ein leichter Anstieg von $f_{k\text{-}\omega\text{VB}}$ im $k\text{-}\omega\text{-VB}$ -Modell zeigt. Im Fall des $k\text{-}\omega$ -Modells liegt hier sogar ein Maximum vor.

Einordnung der turbulenten kinetischen Energie in Frequenzbänder

Eine detaillierte Studie der turbulenten Frequenzen ist weiter unten in Abb. 5.6 vorgestellt. Hier wurde das turbulente Spektrum in vier Frequenzbänder aufgeteilt, und die abschnittweisen Integrale der turbulenten kinetischen Energie

$$k_{n,norm} = \frac{\int_{f_n}^{f_{n+1}} E(f)df}{\int_0^\infty E(f)df} \quad (5.5)$$

werden auf das Spektrum an den betrachteten Punkt normiert dargestellt (siehe Tab. 5.4 und Abb. 5.8). Entsprechend der beschriebenen globalen Verschiebung des Frequenzbereichs werden für das $k\text{-}\omega$ -Modell die Frequenzbänder um einen Faktor von 50 und für

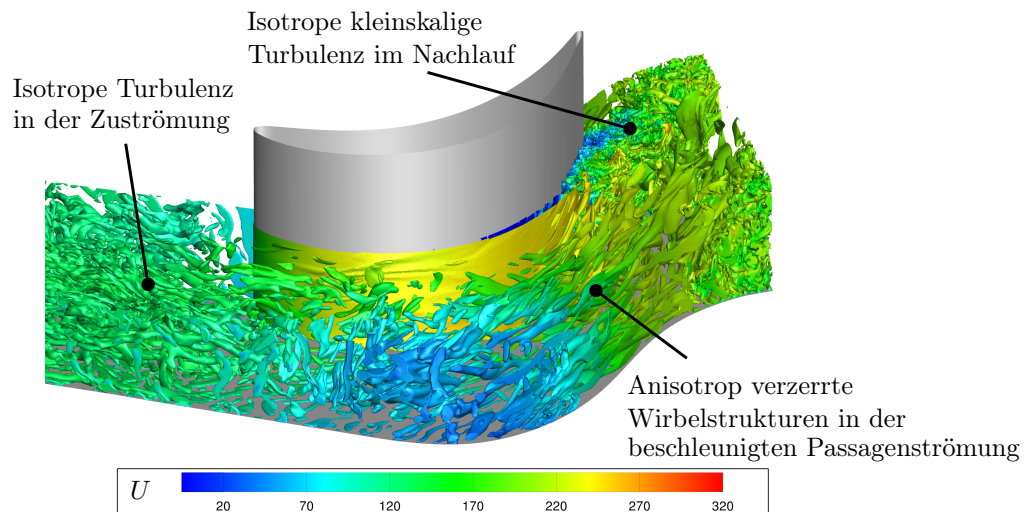


Abbildung 5.7: Visualisierung turbulenter Strukturen in der MTU-T161 Kaskade
Instantanes Strömungsbild auf Netz mit $N=120\text{e}+6$ Zellen; Strömungsfeld oberhalb $z/h_z = 0.5$ ausgeblendet; Iso-Fläche $Q=1\text{e}+9$; Kontur U

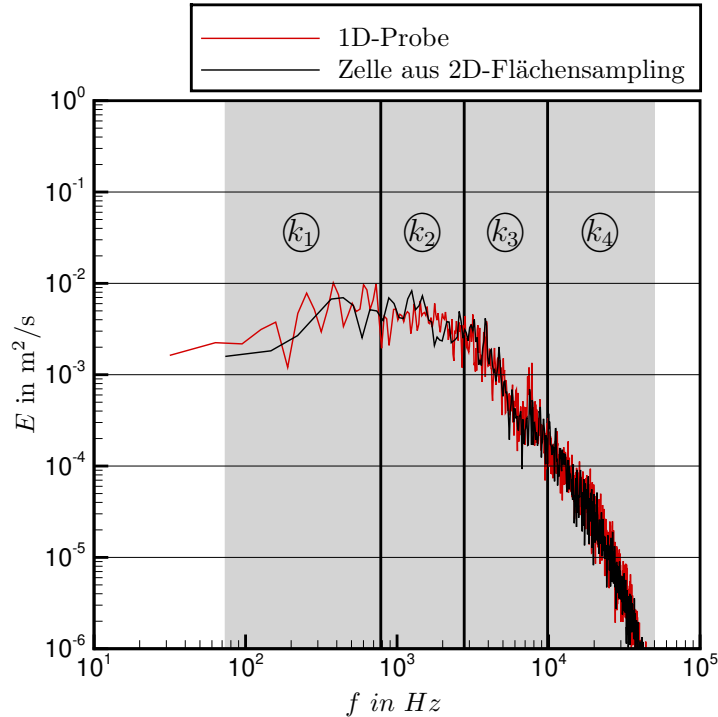


Abbildung 5.8: Energiespektrum einer 1D-Probe im Vergleich zum 2D-Flächensampling aus einer Zelle an der Position $x/l_{Ax} = -0.5; y/l_{Ax} = -0.074$ m mit der Samplingrate $f \approx 30$ MHz in Fall 1D-Probe sowie $f = 100$ kHz für das 2D-Flächensampling; eingezeichnete Frequenzbänder k_1 bis k_4 ; grau hinterlegter Bereich entspricht dem für das 2D-Flächensampling verfügbaren Frequenzbereich (siehe Abb. 5.6)

das k - ω -VB-Modell gegenüber der iLES um den Faktor von 5 erhöht. Dieser Faktor ist so gewählt, dass die wesentlichen spektralen Bereiche der beiden RANS-Simulationen über vier Frequenzbänder erfasst werden. So ist eine qualitative Aussage über die räumliche Verteilung der Frequenzbänder möglich.

Wie zuvor diskutiert, wird in der RANS je Zelle nur eine diskrete Frequenz modelliert und kein Spektrum wie in der iLES. Es ist also sicherzustellen, dass $f_{k-\omega}$ bzw. $f_{k-\omega VB}$ dem energietragenden Frequenzbereich aus der iLES angepasst wird, also Bereiche höherer Frequenzen zwischen den Verfahren entsprechen. Im Frequenzband k_1 der geringsten Frequenzen findet durch das k - ω -VB-Modell keine Modellierung statt. Der Bereich der druckseitigen Ablöseblase (D) in Abb. 5.6 wird vom k - ω -Modell allerdings in den Frequenzbändern k_1 und k_2 modelliert. Bei der iLES treten hier die abgelöste Scherschicht der saugseitigen Ablöseblase (C) vor dem turbulenten Umschlag sowie die druckseitige Ablöseblase (D) hervor. Diese Strukturen tragen bemerkenswerterweise über 50% der turbulenten kinetischen Energie an den jeweiligen Positionen.

Bei dem nächst höheren Frequenzband k_2 ist der Bereich der Zuströmung (E) im Fall des k - ω -VB-Modells dominant und dieses Frequenzband enthält sämtliche Energie. Aufgrund der sehr geringen turbulenten Längenskalen im k - ω -Modell ist der Bereich (E) vollständig im Frequenzband k_4 modelliert. In der iLES ist das Spektrum der turbulenten

Tabelle 5.4: Aufteilung der Frequenzbänder für RANS und iLES

	RANS $k\text{-}\omega + \gamma\text{Re}_\theta$		RANS $k\text{-}\omega\text{VB} + \gamma\text{Re}_\theta$		iLES	
k_1	0Hz	→ 39kHz	0Hz	→ 3.9kHz	0Hz	→ 781Hz
k_2	39kHz	→ 139kHz	3.9kHz	→ 14kHz	781Hz	→ 2774Hz
k_3	139kHz	→ 493kHz	14kHz	→ 49kHz	2774Hz	→ 9855Hz
k_4	493kHz	→ ∞	49kHz	→ ∞	9855Hz	→ ∞

Zuströmung sehr breit über k_2 bis k_4 verteilt.

Im Übergang zu k_3 bestätigt sich die vorherige Beobachtung, dass sich die Frequenz im $k\text{-}\omega\text{-VB}$ -Modell über die Schaufelpassage (F) in Abb. 5.6 erhöht. Das trifft für die iLES nicht zu. In der iLES kommt es in der Region (F) von Frequenzband k_2 zu k_3 , aber insbesondere zu k_4 , zu einer Reduktion der turbulenten kinetischen Energie. Im Frequenzband k_3 entsteht sehr viel turbulente kinetische Energie im Bereich der umschlagenden Ablöseblase und dem Nachlauf (G). In Region (G) tritt in der iLES in den Frequenzbändern k_1 und k_2 auffällig wenig Energie auf. Aufgrund der Normierung von k_n bedeuten diese geringen Werte jedoch nur, dass im Bereich des Nachlaufs erheblich viel mehr turbulente kinetische Energie in den höheren Frequenzbändern k_3 und k_4 enthalten ist. Der Anstieg der turbulenten kinetischen Energie in Region (G) wird vom $k\text{-}\omega$ -Modell ebenfalls in sehr ähnlicher Weise im Frequenzband k_3 vorhergesagt. Für das $k\text{-}\omega\text{-VB}$ -Modell ist das in dieser Form nicht der Fall. Wie bereits diskutiert, treten in der RANS die höchsten Frequenzen $f_{k\text{-}\omega} \rightarrow \infty$ bzw. $f_{k\text{-}\omega\text{VB}} \rightarrow \infty$ in Frequenzband k_4 direkt um das Profil herum (H) auf, die im Fall des $k\text{-}\omega\text{-VB}$ -Modells mit der ω Transportgleichung in den Nachlauf konvektieren. Diese Aufteilung ist für das $k\text{-}\omega$ -Modell etwas anders: Hier reichen die höheren Frequenzen $f_{k\text{-}\omega}$ im Frequenzband k_4 saugseitig weiter in die freie Strömung, was im deutlichen Widerspruch zur iLES steht. Druckseitig ist die Ähnlichkeit zur iLES aber höher (I) und die turbulente kinetische Energie befindet sich im tieferen Frequenzband k_3 .

Wird der verschobene Frequenzbereich zwischen den RANS-Modellen und der iLES außer Acht gelassen, zeigt sich abschließend hinsichtlich der Frequenzbänder in vielen Details ein ähnliches Bild. Folgende Punkte sollten aber betont werden:

- $f_{k\text{-}\omega}$ und $f_{k\text{-}\omega\text{VB}}$ werden durch die RANS-Modelle um das Profil herum deutlich überschätzt. Für die Transitionsmodellierung unter Berücksichtigung der Rezeptivität von laminaren Grenzschichten (siehe Abschn. 2.2.2) fällt ω als Eingangsgröße somit aus. ω ist in $k\text{-}\omega$ -Modellen wesentlich für die Realisierung der *Modell*dynamik verantwortlich und gibt im Bereich der Grenzschicht keine physikalisch interpretierbare Frequenz wieder.
- In beiden gezeigten RANS-Modellen steigt $f_{k\text{-}\omega}$ bzw. $f_{k\text{-}\omega\text{VB}}$ über die Schaufelpassage (F) an, wohingegen die energietragenden Frequenzen in der iLES eher fallen. Global gesehen findet in dem $k\text{-}\omega\text{-VB}$ -Modell eine kontinuierliche Erhöhung der Frequenz bzw. von ω über die Schaufelpassage bis in die Abströmung statt. Im

k - ω -Modell klingen die Frequenzen stromab des Bereichs (B) wieder leicht ab, bleiben aber auf einem erhöhten Niveau gegenüber der Zuströmung (A). In der iLES trägt der geringste Frequenzbereich k_1 in der Abströmung zwischen den Nachläufen einen nennenswerten Anteil von $\approx 20\%$ der turbulenten kinetischen Energie. In den RANS-Modellen würde eine stromab folgende Schaufelreihe somit mit einem erhöhten Wert von ω beaufschlagt werden. Die iLES zeigt, dass dieses Verhalten inkorrekt ist.

- Im k - ω -Modell reagiert ω sensitiv auf instabile Strömungsbereiche in Scherschichten von Ablöseblasen und im Nachlauf ((D) und (G)) und kommt damit der iLES nahe. Durch die Notwendigkeit der Vorgabe sehr kleiner $l_{k-\omega}$ stellt sich qualitativ zwischen den relevanten Frequenzbändern von der Nachlaufströmung zur freien Strömung aber im Bezug zur iLES ein invertiertes Bild dar. Dieses lässt sich im k - ω -VB-Modell durch das Umschalten auf die alternative Korrelation effektiv korrigieren. Die Sensitivität des k - ω -Modells im Bereich von Scherschichten geht so aber verloren.

5.3.2 Das Spektrum der Turbulenz im Transitionsverlauf

Charakterisierung transitioneller Strukturen hinsichtlich ihrer Frequenz

Im letzten Abschnitt konnte gezeigt werden, dass das k - ω -VB-Modell die energietragende Frequenz in der freien Zuströmung sehr gut approximieren kann. In Scherschichten oder durch die Wirkung von Geschwindigkeitsgradienten divergiert jedoch die Modellvorhersage von der iLES Lösung. Durch die Randbedingung $\omega_W \rightarrow \infty$ an reibungsbehafteten Wänden verhält sich die aus ω abgeleitete Frequenz $f_{k-\omega VB}$ gegenläufig zu der Lösung der iLES und ω trägt keine physikalische Funktion, die zur Transitionsmodellierung verwendet werden könnte.

In diesem Abschnitt sollen spektrale Anteile transitioneller oder turbulenter Strukturen bewertet werden, die sich im Verlauf des Transitionsvorgangs auf der saugseitigen Grenzschicht des MTU-T161 ausbilden. Aus der Literatur steht hierfür eine Vielzahl von Korrelationen zur Verfügung, die instabile Frequenzen unterschiedlichen Transitionsphasen und -mechanismen zuordnen. In der Tab. 5.5 sind einige wesentliche Korrelationen zusammengetragen und ermöglichen so die Zuordnung von Frequenzen zu möglichen Instabilitätsmechanismen.

Die initiale Phase angelegter Transition wird nach Mayle et al. (1997) durch sehr hochfrequente Instabilitäten abgebildet, deren maximale Produktionsrate bei 30% der Frequenz von Wirbelstrukturen mit der Wellenlänge der Kolmogorov'schen Längenskala η liegt. Bei niedrigeren Frequenzen nimmt die Produktionsrate sukzessive ab. Die hiermit beschriebenen Frequenzen sind der laminaren kinetischen Energie (LKE) zuzuordnen, die durch die Wirkung der Freistromturbulenz angeregt wird und im späteren Verlauf über die Bildung von Klebanoff-Moden den Transitionsprozess einleitet.

Unter sehr geringen Turbulenzgraden wird die Transition durch Tollmien-Schlichting (TS) Wellen (siehe Abschn. 2.2) initiiert. Die Frequenz dieser langwelligen prä-transitionellen Strukturen korreliert nach Walker (1989) mit der Grenzschichtdicke δ und der

5.3 Die iLES als Referenz für die Modellentwicklungen

Tabelle 5.5: Maximale Anfachung charakteristischer Frequenzen von Instabilitätsmechanismen im Verlauf der Transition von Grenzschichten

Instabilitätstyp	Korrelation	Frequenz	Quelle
Prä-Transitionelle Strukturen	-	$f_{LKE} = 0.3 \frac{U_\infty}{\eta}$	Mayle et al. (1997)
TS-Wellen	$(\omega\nu/U_\infty^2) = 3.2\text{Re}_\delta^{-3/2}$	$f_{TS} = \frac{3.2U_\infty^2}{2\pi\nu\left(\frac{U_\infty\delta}{\nu}\right)^{3/2}}$	Walker (1989)
Klebanoff-Moden	$\lambda_K \approx 55\delta$	$f_K \approx \frac{0.34 U_\infty}{55\delta}$	Klebanoff et al. (1962) und Kendall (1998)
Turbulenzflecken	$15\delta \leq \lambda_{TF} \leq 20\delta$	$\frac{0.7 U_\infty}{20\delta} \leq f_{TF} \leq \frac{0.7 U_\infty}{15\delta}$	Huang und Johnson (2008) nach Mayle et al. (1997) und Mayle und Schulz (1997)
KH-Instabilität	$3100\text{s}^{-1} \leq \frac{U_\infty}{\delta_w} \leq 4100\text{s}^{-1}$	-	Volino (2002b)
KH-Instabilität	$\omega_{\max} = 0.25\delta_w \frac{2\pi f}{U_w}$	$f_{KH} = \frac{\omega_{\max}}{2\pi} \frac{U_w}{0.25\delta_w}$	Yang und Voke (2001) nach Monkewitz und Huerre (1982)

Freistromgeschwindigkeit U_∞ .

Die nach Klebanoff et al. (1962) benannten Klebanoff- oder auch K-Moden (Schlichting et al. 2006) zeichnen sich durch sehr lange, longitudinal in Strömungsrichtung ausgerichtete Wirbelstrukturen aus. Diese können im späteren Verlauf zu Turbulenzflecken zerfallen oder abgelöste Scherschichten destabilisieren (McAuliffe und Yaras 2010). Aufgrund der extremen longitudinalen Ausdehnung von Klebanoff-Moden konnten diese von Kendall (1998) mittels spektral auflösender Messverfahren nicht bestimmt werden. Durch eine Strömungsvisualisierung gelang die Approximation der longitudinalen Ausdehnung auf $\lambda_K \approx 55\delta$. K-Moden bewegen sich mit $\approx 0.34 U_\infty$ innerhalb der Grenzschicht und die Intensität der Fluktuation kann bis zu $u'_{1,s}/U_\infty = 16\%$ betragen (Klebanoff et al. 1962).

Im späteren Verlauf der angelegten Transition können sich intermittierend auftretende Turbulenzflecken ausbilden, deren Wellenlänge nach Huang und Johnson (2008) der 15 bis 20-fachen Dicke der Grenzschicht δ entsprechen. Die Transportgeschwindigkeit von Turbulenzflecken beträgt nach Mayle (1991) $\approx 0.7 U_\infty$. In dieser Phase der Transition kommt es zu einem intensiven turbulenten Impulsaustausch, sodass die zuvor prä-transitionellen Strukturen in turbulente Wirbel zerfallen.

Für abgelöste Scherschichten (siehe Abschn. 2.1.1) bilden sich reibungsfreie zweidimensionale KH-Instabilitäten, die rasch in der Amplitude anwachsen und dreidimensional zerfallen. Das Auftreten der KH-Instabilitäten lässt sich wiederum mit einer Konvektionsgeschwindigkeit U sowie der Dicke der Scherschicht δ_w korrelieren. Zur Beschreibung der KH-Instabilität liegen sowohl die Korrelationen von Volino (2002b) als auch die von Yang und Voke (2001) vor, die auf der Arbeit von Monkewitz und Huerre (1982) auf-

baut. Volino (2002b) liefert allerdings keine Korrelation, die sich direkt auf eine Frequenz übertragen lässt. Der Parameter $\frac{U_\infty}{\delta_w}$ trägt zwar die Einheit der Frequenz, beschreibt aber einen Parameterraum, in dem von Volino (2002b) KH-Instabilitäten nachgewiesen wurden. Der Parameterbereich ist dabei eine Funktion des Turbulenzgrads und der Reynolds-Zahl und wurde in Tab. 5.5 entsprechend den Betriebsbedingungen des MTU-T161 gewählt¹.

Die Korrelation von Yang und Voke (2001) ist sehr ähnlich aufgebaut, basiert aber auf der mittleren Konvektionsgeschwindigkeit in der Scherschicht und nicht auf der Freistromgeschwindigkeit. Somit wird der Geschwindigkeitsgradient über die Scherschicht berücksichtigt, der von der Intensität der Zirkulation in der Ablöseblase abhängt. Die Frequenz für die maximale Anfachung der KH-Instabilität ist einem Fenster für die Kreisfrequenz ω_{\max} zugeordnet, das in der Literatur mehrfach bestätigt wurde².

Spektrale Bewertung der saugseitigen Grenzschicht

Eine spektrale Bewertung der saugseitigen Grenzschicht des MTU-T161 ist in Abb. 5.9 dargestellt. Hierfür werden turbulente Spektren aus der iLES innerhalb der Grenzschicht ($y \leq \delta$) und entlang von Wandnormalen \vec{n} durch den Profilknoten P_i gemittelt. Die Spektren liegen in jedem Netzknoten N_j vor und werden über ein Fenster von $\pm 0.5\%$ der Profillaufänge bezogen auf P_i linear mit dem Abstand zur Normalen \vec{n} gewichtet und P_i zugeordnet. Im Anschluss wird eine Flächenmittelung über die Grenzschichtdicke δ durchgeführt.

Diese Darstellung ermöglicht die Bewertung der spektralen Verteilung transitioneller und turbulenter Strukturen über die Lauflänge der Grenzschicht. Zudem lassen sich Korrelationen aus Tab. 5.5 sowie der Ablösepunkt und der Transitionspunkt des MTU-T161 übertragen.

Im Bereich der angelegten Grenzschicht $x/l_{Ax} \leq 0.75$ sind die Frequenzen möglicher TS-Wellen f_{TS} , die Frequenzen von K-Moden f_K sowie das Frequenzband möglicher Turbulenzflecken f_{TF} dargestellt. Im gesamten Bereich der angelegten Grenzschicht fällt auf, dass die spektrale Energieverteilung über die Lauflänge sehr gleichförmig ist und auch in den Frequenzbereichen f_{TS} und f_{TF} in Strömungsrichtung keine deutlichen Änderungen auftreten. Sehr nahe an der Vorderkante $x/l_{Ax} \leq 0.01$ zeigen sich sehr hochfrequente Anteile, die jedoch unmittelbar verschwinden. Diese hochfrequenten Anteile beeinflussen die stromab liegende Grenzschicht folglich nicht. Eine mögliche Ursache kann die im Staupunkt neu anlaufende Grenzschicht ($\delta = 0$) sein, die durch die Turbulenz der freien Strömung mit großer spektraler Breite beaufschlagt wird. Durch die geringe Dicke der Grenzschicht findet hier noch keine viskose Dämpfung hoher Frequenzen statt.

¹Bezogen auf die mit der Sehnenlänge des MTU-T161 gebildeten Reynolds-Zahl $Re_{2,ls} \approx 110,000$ und moderat hohe Turbulenzgrade nach Volino (2002a,b)

² $0.206 \leq \omega_{\max} \leq 0.231$ (Monkewitz und Huerre 1982, Yang und Voke 2001, Bernardini et al. 2014, Müller-Schindewolffs et al. 2017)

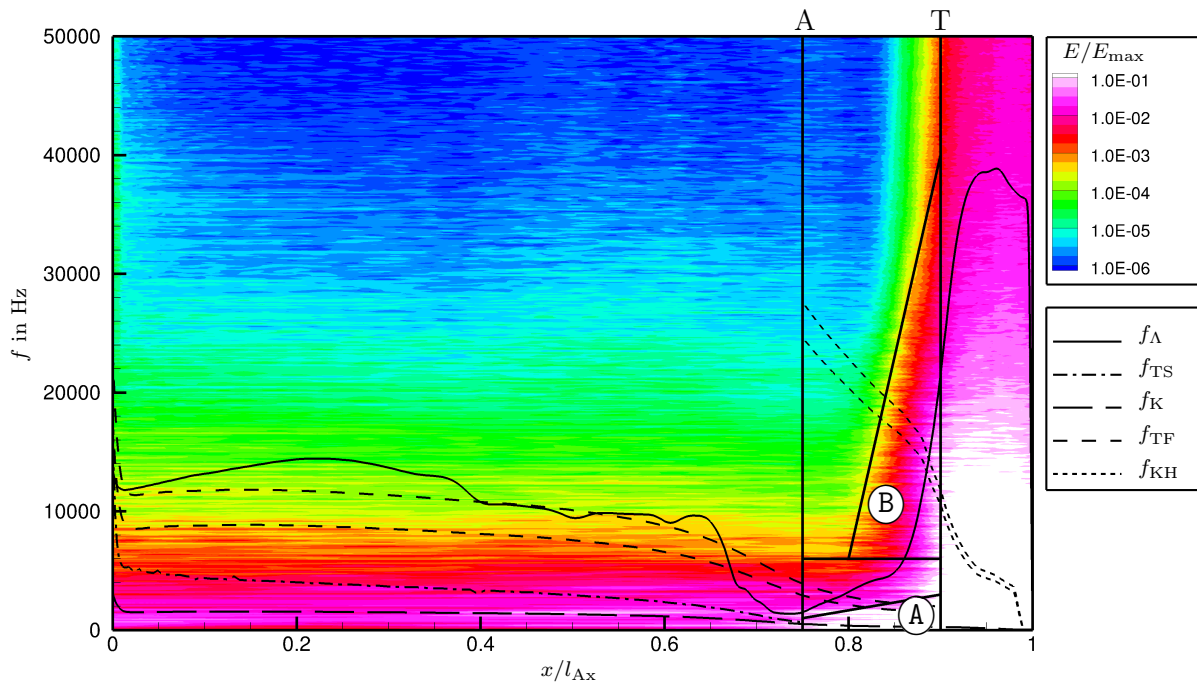


Abbildung 5.9: Spektrale Energieverteilung innerhalb der saugseitigen Grenzschicht des MTU-T161 für $Re_{2,th} = 70,000$ eingezeichnete instabile Frequenzen nach Tab. 5.5; Ablösepunkt (A): Nulldurchgang der Wandschubspannung; Transitionspunkt (T): Beginn vom Wiederaanlegen der Ablöseblase; (A): Bereich des niederfrequenten „low-frequency flapping“ der Ablöseblase; (B): Turbulenter Umschlag der abgelösten Grenzschicht

Bezug der turbulenten kinetischen Energie zur Verteilung der Reynolds-Spannungen

Es fällt auf, dass in der angelegten Grenzschicht ein Großteil der spektralen Energie im Bereich sehr geringer Frequenzen mit Maximalwerten im Bereich $1000 \text{ Hz} \leq f \leq 3000 \text{ Hz}$ verteilt ist. Die Amplitude der Energie ist verhältnismäßig hoch und beträgt $5\% - 10\% E/E_{max}$. Der Maximalwert liegt mit $f \approx 1000 \text{ Hz}$ nahe an den Frequenzen der K-Moden f_K . Bezugnehmend auf die Verteilung der Reynolds-Spannungen die in Abb. 5.10 dargestellt ist, wird deutlich, dass es sich hierbei um longitudinal schwingende Strukturen in der Grenzschicht handeln muss, die ausschließlich einen Anstieg der $-\overline{\rho u'_1 u'_1}$ -Komponente des Reynoldsspannungs-Tensors verursachen. Unter Annahme der Taylor Hypothese und unter Berücksichtigung der Konvektionsgeschwindigkeit ergeben sich für diese geringen Frequenzen Strukturen mit einer lateralen Ausdehnung, die 40% bis 100% der Lauflänge über die Profilsaugseite entspricht. Es besteht somit ein Bezug zwischen den Reynoldsspannungs-Komponenten und den involvierten Zeit- bzw. Längenskalen der Störungen. Damit ist die Anisotropie der Fluktuationen in der Grenzschicht

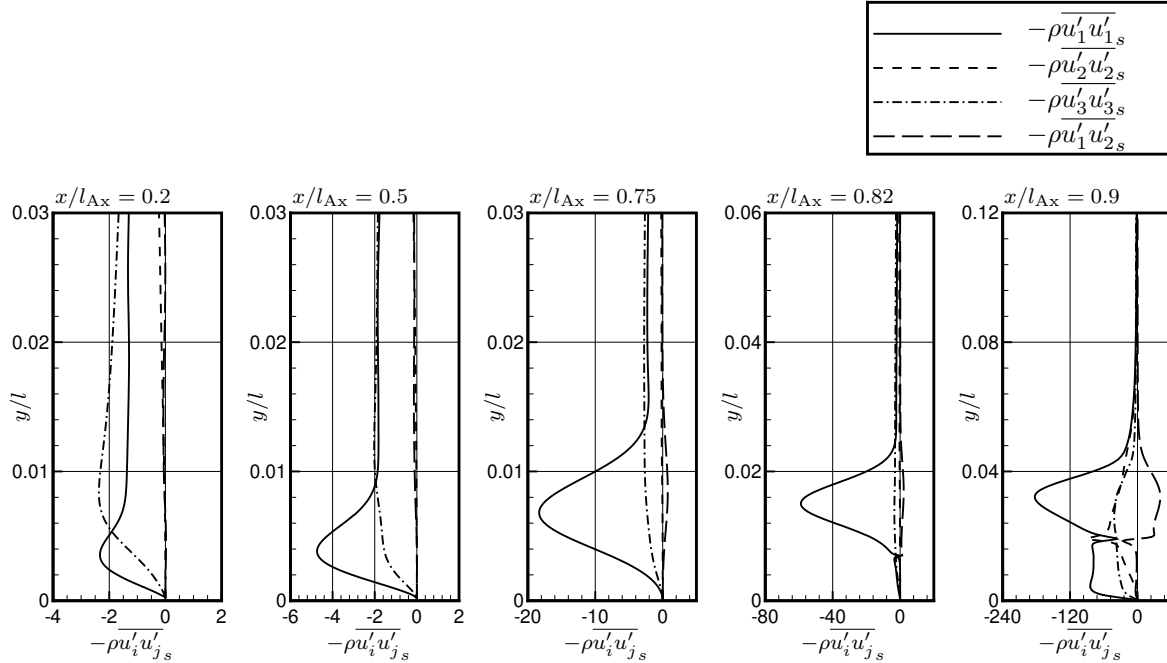


Abbildung 5.10: Verlauf der Reynolds-Spannungen aus der iLES auf der Saugseite des MTU-T161 $Re_{2,th} = 70,000$; Spannungskomponenten sind entlang der \bar{u}_i Strömungsvektoren ausgerichtet

an Längenskalen geknüpft. Leschziner (2015) stellt dar, dass turbulente Längenskalen proportional zur Wandentfernung $l \propto y$ fallen müssen, da die Nähe zur Wand keine großskaligen Fluktuation in wandnormaler Richtung zulässt. Eine Grenzschicht, die mit großskaliger Turbulenz beaufschlagt wird, muss folglich anisotrop verzernte Strukturen aufweisen. Brandt et al. (2004) haben gezeigt, dass dies der effektivste Mechanismus zur Anregung prä-transitioneller Strukturen ist.

McAuliffe und Yaras (2010) konnten stromauf einer Ablösebase ebenfalls einen deutlichen Anstieg der $-\rho u'_1 u'_{1_s}$ -Komponenten nachweisen, der jedoch nur unter einem erhöhten Turbulenzgrad in der Zuströmung von 1.45% gegenüber 0.1% auftrat, ähnlich den hohen Turbulenzgraden in der Zuströmung des MTU-T161. McAuliffe und Yaras (2010) haben die Abhängigkeit vom Turbulenzgrad mit dem Auftreten prä-transitioneller, stark in Strömungsrichtung gestreckter K-Moden erklärt, die in die abgelöste Scherschicht konvektieren und dort den Umschlag der KH-Instabilität begünstigen. Diese Beobachtung sowie die charakteristischen Frequenzen in der Grenzschicht legen nahe, dass auch hier im angelegten Bereich der Grenzschicht K-Moden auftreten.

Es kann davon ausgegangen werden, dass TS-Wellen nicht auftreten. Zum einen wäre entlang f_{TS} in Abb. 5.9 ein Anstieg der spektralen Energie zu erwarten und zum anderen kann durch den hohen Turbulenzgrad in der Zuströmung des MTU-T161 ausgeschlossen werden, dass sich TS-Wellen ausbilden können (siehe Abschn. 2.2) bzw. es ist anzunehmen, dass diese durch die Ausbildung von K-Moden unterdrückt werden.

Charakterisierung transitioneller Strukturen mittels ihrer Konvektionsgeschwindigkeiten

Wie zuvor erwähnt, ist ein Teil der spektralen Energie dem Frequenzband f_{TF} von Turbulenzflecken zuzuordnen. Dass es in diesem Frequenzband aber zu keinem deutlichen Anstieg der spektralen Energie kommt, spricht gegen die Ausbildung von Turbulenzflecken in der Grenzschicht. Über die spektrale Energieverteilung ist jedoch keine eindeutige Aussage möglich. Von Dupuy et al. (2020) konnten Turbulenzflecken auf einem HDT-Profil für $\text{Re}_2 = 1.15\text{e}+6$ und $\text{Tu}_1 = 6\%$ mittels Weg-Zeit-Diagrammen der wandnahen Temperaturverteilung eindeutig nachgewiesen werden. Im Gegensatz zu der diabaten Simulation von Dupuy et al. (2020) findet in der vorliegenden adiabaten Simulation des MTU-T161 jedoch kein Wärmeübergang statt, der durch turbulent umschlagende Grenzschichten beeinflusst würde. Wie im Fall der ERCOFTAC-T3B Platte (siehe Anhang A.2.2), konnten Dupuy et al. (2020) im Bereich von Turbulenzflecken ebenfalls eine temporäre Reduktion der wandtangentialen Geschwindigkeit $u'_{1,s}$ nachweisen, die mit einem hochfrequenten Rauschen derselben begleitet wird. Dieser Nachweis ist auch auf dem MTU-T161 möglich.

Eine entsprechende Auswertung zum MTU-T161 ist in Abb. 5.11 dargestellt. Die Strömungsgrößen wurden innerhalb der Grenzschicht im Bereich der maximalen Anfachung ($y = \text{Re}_v|_{\text{max}}$) extrahiert. Die charakteristische Zeit t/T_{1s} ist auf die Zeit $T_{1s} = 4.5\text{e}-4$ s bezogen, die ein Fluidpartikel benötigt, die Profiloberfläche l_s mit U_∞ zu überströmen. Zur Orientierung sind auf der Basis der gemittelten Strömungsgrößen Trajektorien mit charakteristischen Konvektionsgeschwindigkeiten von K-Moden mit $U_K = 0.34 U_\infty$ sowie Turbulenzflecken mit $U_{\text{TF}} = 0.7 U_\infty$ dargestellt. Darüber hinaus werden zwei Trajektorien von akustischen Wellen dargestellt, die sich in axialer Richtung mit ($U_{1,a+} = a_1$) und gegen ($U_{1,a-} = -a_1$) die Durchströmungsrichtung des Profils bewegen.

Es sind schwache höherfrequente Signaturen zu erkennen, die sich an die $U_{1,a-}$ Trajektorien angleichen. Das belegt das Vorkommen von schwachen Druckwellen, die sich stromauf bewegen. Eine mögliche Ursache hierfür ist die Pulsation der KH-Instabilität ($0.88 \leq x/l_{\text{Ax}} \leq 0.95$), die eine Quelle schwacher akustischer Wellen ist. Die Amplitude dieser Störungen ist jedoch vernachlässigbar. Signaturen, die der $U_{1,a+}$ Trajektorie folgen und auf vom Eintrittsrand ausgehende Störungen- oder Reflexionen sprechen würden, können nicht identifiziert werden. In unregelmäßigen zeitlichen Abständen treten Signaturen mit einer Amplitude von $\pm 0.1 u'_{1,s}/\overline{U_\infty}$ auf, die für $x/l_{\text{Ax}} \leq 0.6$ mit U_{TF} konvektiert werden und abklingen. Wiederum andere Strukturen zeigen ab $x/l_{\text{Ax}} \geq 0.3$ eine Konvektionsgeschwindigkeit von U_K . Es ist nicht eindeutig zu belegen, ob diese Signaturen ineinander übergehen oder unabhängig voneinander sind. Der Verlauf der mit U_K konvektierten Signaturen erfüllt jedoch ebenfalls hinsichtlich der longitudinalen Strukturlänge die Erwartung an K-Moden, was auch im Hinblick auf die zuvor beschriebenen Amplitude stark die Präsenz von K-Moden bestätigt. Die Tatsache, dass Signaturen mit U_{TF} konvektieren, könnte darauf hindeuten, dass sie im Bezug zu Turbulenzflecken stehen. Ein für Turbulenzflecken charakteristischer laminar-turbulenter Umschlag kann jedoch nicht belegt werden. Wie von Dupuy et al. (2020) nachgewiesen, aber auch von zahlreichen anderen Autoren wie z.B. Morkovin (1969), Mayle (1991) oder Kendall

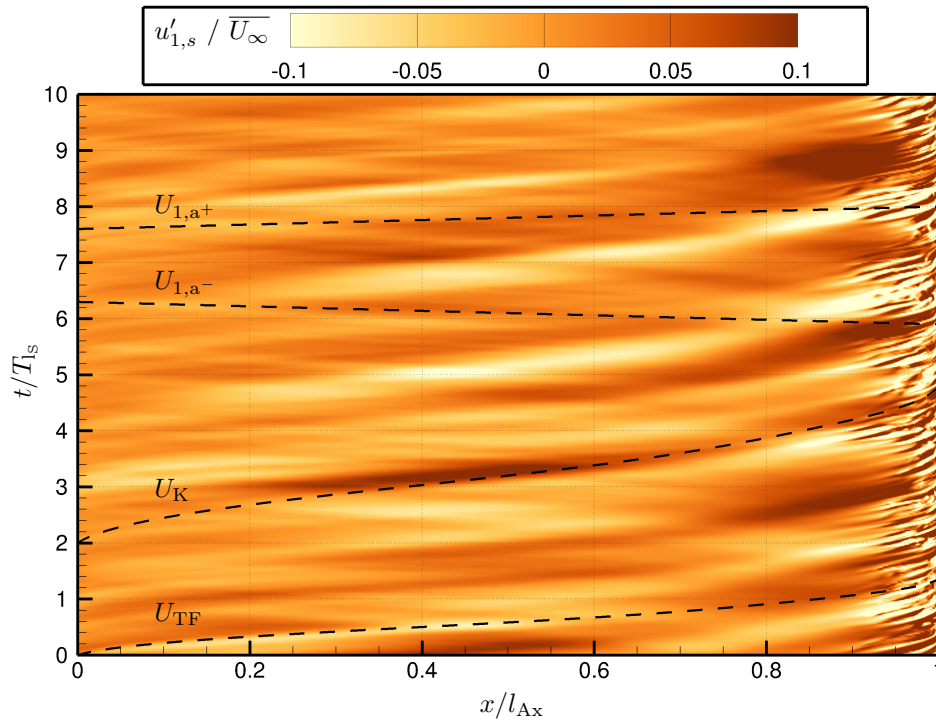


Abbildung 5.11: Weg-Zeit-Diagramm von $u'_{1,s}$ auf der Saugseite des MTU-T161 für $Re_{2,th} = 70,000$ bei $y = Re_v|_{max}$

(1998) dargestellt, wachsen Turbulenzflecken ab dem Auftreten kontinuierlich in ihrer Größe (siehe auch Anhang A.2.2). Dies führt zu einer keilförmigen Struktur in Weg-Zeit-Diagrammen, die nach Klebanoff et al. (1962) eine Amplitude von $\pm 0.16u'_{1,s} / \bar{U}_\infty$ aufweisen. Dieses Verhalten wird nicht nachgewiesen und das Auftreten von Turbulenzflecken kann, zumindest bei $Re_{2,th} = 70,000$ auf dem MTU-T161, ausgeschlossen werden. Bei höheren Reynolds-Zahlen ist die Ausbildung von Turbulenzflecken wahrscheinlicher.

Eine mögliche Erklärung für die Signaturen, die im vorderen Profilbereich ($x/l_{Ax} \leq 0.6$) mit U_{TF} konvektiert werden, wäre, dass intermittierend großskalige Wirbelstrukturen aus der turbulenten Zuströmung auf die anlaufende Grenzschicht einwirken. Die resultierenden Störungen würden keiner transitionellen Mode entsprechen und könnten sich, abhängig von der Wandentfernung y , mit unbestimmten Konvektionsgeschwindigkeiten innerhalb der Grenzschicht bewegen. Die Einwirkung der Zuströmturbulenz ist ebenfalls eine mögliche Erklärung für vereinzelt auftretende Signaturen nach der Vorderkante, $x/l_{Ax} \leq 0.3$, die keiner charakteristischen Konvektionsgeschwindigkeit zugeordnet werden können.

Niederfrequente Strukturen im Bereich der Ablöseblase

Im Bereich der abgelösten Scherschicht in Abb. 5.9 stromauf des Transitionspunkts $0.75 \leq x/l_{Ax} \leq 0.9$ fällt auf, dass im Bereich (A) niederfrequente Strukturen in einem Frequenzband < 3000 Hz bis zu einer Amplitude von $E/E_{max} > 10\%$ stark angefacht werden. Auch hier ist $-\rho\overline{u'_1u'_1}$ weiterhin die dominante Komponente des Reynoldsspannungs-

5.3 Die iLES als Referenz für die Modellentwicklungen

Tensors (siehe Abb. 5.10). Da sich diese Strukturen in einem Bereich sehr geringer Frequenzen bewegen, kann ausgeschlossen werden, dass es sich um die KH-Instabilität handelt. In Anlehnung an die Beschreibung von McAuliffe und Yaras (2010) ist es nicht ausgeschlossen, dass die K-Moden bis in die abgelöste Scherschicht konvektiert werden. Hinsichtlich der auftretenden Frequenzen können K-Moden ($f_K < 1000$ Hz) an dieser Stelle aber nur zu einem geringen Teil für die auftretenden Amplituden verantwortlich sein, da die charakteristische Frequenz von K-Moden in der abgelösten Scherschicht deutlich abfällt.

Ein wesentlicher Mechanismus, der zur Erklärung herangezogen werden kann, wurde von Hillier und Cherry (1981), Eaton und Johnston (1981) sowie Yang und Voke (2001) beobachtet und von Hillier und Cherry (1981) als (engl.: *low-frequency flapping*), also eine Kippbewegung der abgelösten Scherschicht bezeichnet. Dieser niederfrequente Ablauf ergänzt die zyklische Wirbelablösung der KH-Instabilität im Transitionspunkt und tritt nach Yang und Voke (2001) mit ca. 14% von f_{KH} auf. Die Intensität dieses Phänomens nimmt mit steigendem Turbulenzgrad in der Zuströmung zu (Sasaki und Kiya 1985). Von Yang und Voke (2001) wird die Vermutung aufgestellt, dass die Ursache für das *low-frequency flapping* kleine Wirbelstrukturen aus der umschlagenden KH-Instabilität sind, die in die Ablösebase hinein gezogen werden. Sie wandern im Rezirkulationsgebiet unter die sich ablösende Scherschicht. Dort führen sie in einer zyklischen Abfolge zu einer Destabilisierung der abgelösten Scherschicht, die daraufhin umschlägt und eine großskalige Wirbelstruktur ablösen lässt.

Wie in Abb. 5.12 am Beispiel des MTU-T161 zu erkennen ist, bewegen sich in den Zeitschritten $t = 0$ s bis $t = 0.0002$ s kleinskalige, von der KH-Instabilität gespeiste Wirbelstrukturen unterhalb der abgelösten Scherschicht bis $x/l_{Ax} \approx 0.9$ stromauf. Zum Zeitpunkt $t = 0.0002$ s beginnt sich die Scherschicht im Transitionspunkt zu destabilisieren. Im darauffolgenden Zeitschritt $t = 0.0003$ s schlägt sie vollständig turbulent um. Es bildet sich erneut eine stabile Scherschicht. Als Folge davon bewegt sich diese stabile Scherschicht niederfrequent oszillierend zum Profil hin und wieder davon weg. Für eine ortsfeste Auswertung erscheint die laminare, oszillierende Scherschicht als Modulation der $u'_{1,s}$ -Komponente und wird fälschlicherweise als Normalspannung interpretiert.

Das Phänomen des *low-frequency flapping* kann auch in Abb. 5.11 anhand des Weg-Zeit-Diagramms erkannt werden: In der abgelösten Scherschicht $x/l_{Ax} \geq 0.8$ bilden sich langsam oszillierende Strukturen mit einer sehr großen Amplitude von $> |0.1 u'_{1,s}/\overline{U_\infty}|$, die die Signaturen der K-Moden überlagern. Sie wiederholen sich mit einer Periode von $\approx 1.6 T_{Is}$, was in etwa einer Frequenz von $f \approx 1400$ Hz entspricht, und demnach mit der Frequenz des *low-frequency flapping* korrespondiert. Zudem ist im Bereich von $0.88 \leq x/l_{Ax} \leq 0.95$ in dem Weg-Zeit-Diagramm deutlich der Übergang des niederfrequenten *low-frequency flapping* zum hochfrequenten laminar-turbulenten Umschlag über die KH-Instabilität zu erkennen. Wie in Abb. 5.12 dargestellt, verschiebt sich der Punkt des laminar-turbulenten Umschlags der KH-Instabilität zyklisch stromauf und -ab. Es wird deutlich, dass die Lage des Umschlags mit dem *low-frequency flapping* korreliert.

5 Analyse der iLES Rechnungen

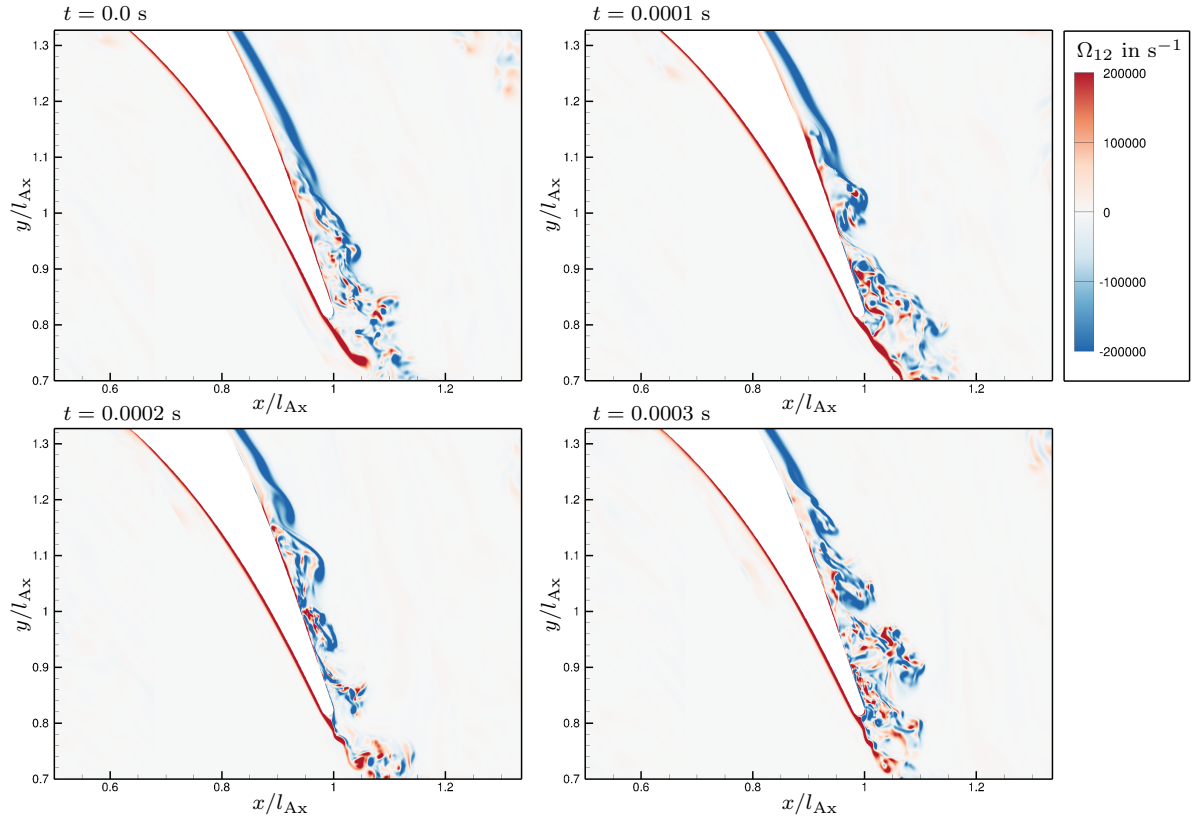


Abbildung 5.12: Zeitliche Abfolge der Wirbelablösung auf dem MTU-T161 für $Re_{2,th} = 70,000$

Turbulenter Umschlag der Grenzschicht

Zurückkehrend zu der Abb. 5.9 wird deutlich, dass die transitionelle Destabilisierung der Scherschicht bei höheren Frequenzen > 6000 Hz stattfindet. Im Bereich \textcircled{B} bilden sich ab $x/l_{Ax} \approx 0.8$ Störungen bei $f = 6000$ Hz aus, deren spektrale Breite bis zum Transitionspunkt bei $x/l_{Ax} \approx 0.9$ auf $f \approx 40,000$ Hz ansteigt. Im Transitionspunkt selbst füllen sehr hohe Energieniveaus das gesamte aufgelöste Spektrum bis $f = 50,000$ Hz aus. Dabei steigt die spektrale Energie E/E_{\max} im Bereich $40,000 \text{ Hz} \leq f \leq 50,000 \text{ Hz}$ sprunghaft um zwei Größenordnungen an. Auch bei niedrigeren Frequenzen kommt es zu einem deutlichen Anstieg der spektralen Energie. Stromab von $x/l_{Ax} \geq 0.85$ steigt die mit der integralen Längenskala gebildete Frequenz f_{Λ} steil an und schneidet das charakteristische Frequenzband für die KH-Instabilität f_{KH} unmittelbar stromauf des Transitionspunktes. Das lässt die Interpretation zu, dass in diesem Punkt die KH-Instabilität die energietragenden Strukturen des Spektrums abbildet. Dies bestätigt, dass der laminar-turbulente Umschlag an dieser Stelle über eine KH-Instabilität erfolgt und die Korrelation von Monkewitz und Huerre (1982) gültig ist.

In Abb. 5.9 sind weder f_{LKE} noch die Korrelation von Volino (2002b) aus Tab. 5.5 dargestellt. Auch wenn im Rahmen der iLES die Kolmogorov'sche Längenskala η nicht aufgelöst werden kann, ist es, wie in Anhang F beschrieben, dennoch möglich, nach Pope

(2011) mit verschiedenen Annahmen eine grobe Approximation zu finden. Nach dieser Approximation gilt $f_{LKE} > 500$ kHz und liegt damit nicht mehr im Wertebereich von Abb. 5.9. Diese Frequenz der stärksten Anfachung prä-transitioneller Strukturen durch die Freistromturbulenz wird mit der numerischen Schrittweite, die ≈ 30 MHz entspricht, zeitlich zwar theoretisch aufgelöst, durch das iLES-Verfahren jedoch höchstwahrscheinlich gedämpft (siehe Abschn. 3.3.3). Das lässt zwei Schlüsse zu: Entweder werden diese prä-transitionellen Strukturen auf dem MTU-T161 nicht angefacht (das Spektrum für die LKE erstreckt sich nach Mayle et al. (1997) auch bis in den Bereich geringerer Frequenzen) oder sie werden durch das numerische Verfahren vollständig gedämpft. Fest steht jedoch, dass die LKE keine große Relevanz für die Vorhersage der Transition auf dem MTU-T161 hat, da der Transitionspunkt präzise vorhergesagt werden kann.

Volino (2002b) beschreibt das Vorkommen der KH-Instabilität über den dimensionsbehafteten Parameter $3100s^{-1} \leq \frac{U_\infty}{\delta_w} \leq 4100s^{-1}$. Bezogen auf das MTU-T161 liegt der $\frac{U_\infty}{\delta_w}$ Parameter aufgrund der enthaltenen Dimension um Größenordnungen über dem von Volino (2002b) genannten Fenster. Die Korrelation kann aufgrund der fehlenden aerodynamischen Vergleichbarkeit zu dem Versuchsträger von Volino (2002b) somit nicht angewandt werden.

Unterteilung der turbulenten kinetischen Energie in charakteristische Frequenzbänder

Die Unterteilung des Energiespektrums in definierte Frequenzbänder ermöglicht es, die absolute turbulente kinetische Energie einzelnen Instabilitäten zuzuordnen. Hierfür werden die spektralen Anteile der Energie entsprechend jeweiligen Frequenzbändern bzw. jenseits einer charakteristischen Frequenz integriert. In Tab. 5.6 sind die entsprechenden Integrationsintervalle genannt. \hat{k} entspricht dabei der absoluten turbulenten kinetischen Energie im gesamten Frequenzbereich. Mit \hat{k}_{prim} sind alle Frequenzen zusammengefasst, die primären Transitionsmoden in einer frühen Phase der Transition bzw. der stabilen laminaren Scherschicht der Ablöseblase zuzuordnen sind. Diese Moden beinhalten noch keinen turbulenten Impulsaustausch und sind demnach auch nicht der turbulenten kinetischen Energie (wie sie in der RANS-Modellierung gebraucht wird) zuzuordnen. Es wird

Tabelle 5.6: Zuordnung von k zu charakteristischen Frequenzbändern

Definition	Erläuterung
$\hat{k} = \int_0^\infty E(f)df$	Energie über den gesamten Frequenzbereich
$\hat{k}_{\text{prim}} = \int_0^{\max(f_K, f_{TS}, f_{LFF})} E(f)df$	Energie in prä-transitionellen und primären Transitionsmoden oder stabilen, oszillierenden Scherschichten
$\hat{k}_{\text{KH}} = \int_{f_{\text{KH},\text{min}}}^\infty E(f)df$	Energie der umschlagenden Kelvin-Helmholtz-Instabilität und des turbulenten Zerfalls der Ablöseblase

5 Analyse der iLES Rechnungen

davon ausgegangen, dass Strukturen unterhalb f_{TS} ebenfalls keine turbulenten Strukturen beschreiben können. Die spektrale Energie im f_{TF} -Frequenzband wird nicht mit aufgeführt, da ausgeschlossen werden kann, dass es auf dem MTU-T161 zur Ausbildung von Turbulenzflecken kommt. Im Bereich der Ablöseblase wird mit \hat{k}_{KH} der Anteil der turbulenten kinetischen Energie erfasst, der dem turbulenten Zerfall der KH-Instabilität zuzuordnen ist. Dabei werden auch hohe Frequenzen mit einbezogen, da diese dem turbulenten Zerfall der abgelösten Wirbelstrukturen zuzuordnen sind.

Die Auftragung der separierten Anteile der turbulenten kinetischen Energie ist in Abb. 5.13 gegeben. Dabei wird die Aufteilung der Energie nur innerhalb der Grenzschicht durchgeführt. Zwischen der Grenzschicht und der freien Strömung findet eine Gewichtung mit dem Ansatz

$$w(y) = 0.5 - \frac{\tanh(\sigma (y - \delta))}{2} \quad (5.6)$$

$$\tilde{k}(y) = w(y) \hat{k}(y) \quad (5.7)$$

statt. σ ist dabei ein Skalierungsfaktor, der die Steigung des Übergangs bestimmt. Es wird deutlich, dass sich bis $x/l_{Ax} = 0.82$ der weitaus größte Energieanteil im prä-transitionellen Frequenzspektrum bewegt; \tilde{k}_{prim} entspricht $\approx 80\%$ des absoluten k . \tilde{k}_{KH} steigt erst bei $x/l_{Ax} = 0.9$ sprunghaft an. Hierfür sind ausschließlich hohe Frequenzen verantwortlich, die aus dem laminar-turbulenten Umschlag der KH-Instabilität hervorgehen. Es fällt aber auf, dass \tilde{k}_{KH} im Maximalwert nur $\approx 55\%$ von k erreicht. Wie in der Abb. 5.9 zu erkennen ist, ist ein erheblicher Anteil turbulenter Energie in Frequenzen unterhalb des f_{KH} -Frequenzbands enthalten. Dies lässt sich damit erklären, dass das f_{KH} -Frequenzband nach Yang und Voke (2001) die Frequenz der stärksten Anfachung der KH-Instabilität beschreibt. Ist die Scherschicht umgeschlagen, so zerfällt diese über einem breiten Frequenzbereich.

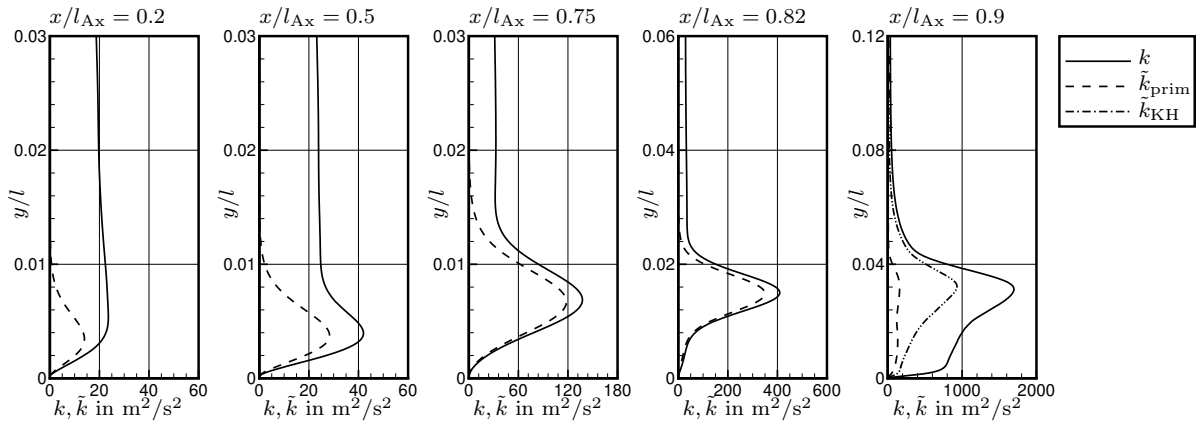


Abbildung 5.13: Zuordnung der turbulenten kinetischen Energie zu Instabilitätsmechanismen auf der Basis des MTU-T161 für $Re_{2,th} = 70,000$

5.3.3 Konsequenzen für die RANS-Modellierung

In den vorherigen Abschnitten wurde die iLES der MTU-T161 Kaskade als repräsentatives Beispiel für NDT-Schaufelgitter eingesetzt, um die Rolle der aus ω abgeleiteten Längenskala in Bezug zu turbulenten Skalen in der iLES zu setzen sowie spektrale Anteile der turbulenten kinetischen Energie prä-transitionellen, transitionellen bzw. turbulenten Strukturen in der Grenzschicht zuzuordnen. Dabei konnten wesentliche Eigenschaften der Turbulenz klassifiziert und der Modellierung im Rahmen des k - ω -VB + γ - Re_θ -Modells gegenübergestellt werden. Dies führt zu den folgenden Schlussfolgerungen und beantwortet die ersten beiden Fragen, die zum Beginn von Abschn. 5.3 gestellt wurde:

Antwort 1: Die spezifische Dissipationsrate ω ist nicht geeignet, um in Profilherschichten eine Approximation turbulenter Längenskalen zu liefern. ω trägt im Sinne der *Modelldynamik* wesentlich dazu bei, ein stabiles Verhalten des Modells zu gewährleisten und erlaubt dabei keine physikalische Interpretation.

Antwort 2: Wesentliche niederfrequente Anteile von k aus der iLES lassen sich primären Instabilitätsmechanismen zuordnen. Hochfrequente Anteile entstehen aus dem laminar-turbulenten Umschlag der KH-Instabilität und repräsentieren dreidimensional ausgebildete Turbulenz. Zudem besteht eine starke Korrelation zwischen den niederfrequenten spektralen Anteilen und der $-\overline{\rho u'_1 u'_{1s}}$ -Komponente der Reynolds-Spannungen.

Die hier zusammengefassten Punkte sollen die im folgenden vorgestellte Modellentwicklung begleiten. Wesentliche Limitierungen von Wirbelviskositätsmodellen können und sollen im Rahmen der Modellentwicklung aber nicht überwunden werden; es ist aber entscheidend, sich über diese bei der Entwicklung von Modellen bewusst zu sein. Um die in diesem Abschnitt gezogenen Schlussfolgerungen zu bewerten, wird in Abschn. 7.2 das neu ausgearbeitete Transitionsmodell gegen spezifische Kenngrößen aus der iLES kalibriert und das Ergebnis wird diskutiert. In diesem Rahmen sollen auch die letzten beiden Fragen beantwortet werden (siehe Abschn. 7.2.3) .

5 Analyse der iLES Rechnungen

6 Modellentwicklung

6.1 Modellkonzept

Die Modellierung in dieser Arbeit basiert auf der Modellstruktur des weit verbreiteten γ - Re_θ -Modells von Menter et al. (2004) mit den Korrelationen von Langtry und Menter (2009) (siehe Abschn. 3.2.1). Dieses voll lokal formulierte und korrelationsbasierte Modell bietet zum einen den Vorteil der Übertragbarkeit auf komplexe und unstrukturiert vernetzte Geometrien und zum anderen die Analogien zu Korrelationen und damit eine Anknüpfungsfähigkeit an messbare Kenngrößen. Durch die Verwendung der beiden Transportgleichungen für γ und $\tilde{Re}_{\theta t}$ erlaubt dieses Modell den Aufbau einer komplexen *Modelldynamik* (siehe Abschn. 5.3), die mittels konvektiven und diffusiven Transport auch den Einfluss der Grenzschichthistorie gut wiedergeben kann.

Im Rahmen einer ersten ausführlichen internen Dokumentation des Modells im Auftrag der MTU Aero Engines AG wurde der Arbeitstitel γ - Re_θ -Update verwendet (Müller-Schindewolffs et al. 2018). Von Franke (2020) wurde im Anschluss MTU intern eine Kalibrierung des Modells in einer etablierten industriellen Softwareumgebung zu Kalibrierung von RANS Modellen an MTU-internen Testfällen durchgeführt. Franke (2020) hat die Modellbezeichnung MSC2020 geprägt, die auf den Namen des Entwicklers des Modells bzw. den Autor der vorliegenden Arbeit zurückzuführen ist. Diese Bezeichnung soll auch hier weiter verwendet werden. Die Arbeit von Franke (2020) schließt detaillierte Modell- und Sensitivitätsanalysen ein, um das MSC2020-Modell als potentielle Basis für industrielle Turbinenauslegungen zu qualifizieren.

Die Grundidee hinter dem MSC2020-Modell ist es, teilweise unveröffentlichte Entwicklungsarbeiten zum γ - Re_θ -Modell zu kondensieren. Vielfach wurden komplexe Modellerweiterungen ausgearbeitet, die spezifische Defizite des originalen γ - Re_θ -Modells nach Menter et al. (2004) oder Langtry und Menter (2009) korrigieren, aber additiv aktivier- und deaktivierbar sein müssen, ohne die Funktionalität des Basismodells zu beeinflussen. Daher konnte bei diesen Erweiterungen nicht tiefgreifend in das Modell eingegriffen werden. Die Abgrenzung dieser Modellerweiterungen ist komplex und schränkt die Freiheiten bei der Modellentwicklung ein. Dennoch begründen sich viele Modellerweiterungen auf zentrale Schwachstellen des γ - Re_θ -Modells, die durch eine Reformulierung behoben werden können.

Die Ausarbeitung des MSC2020-Modells bezieht sich auf die folgenden Potentiale des originalen γ - Re_θ -Modells nach Langtry und Menter (2009):

1.) Erhöhte Sensitivität auf Druckgradienten: Im γ - Re_θ -Modell wird der Druckgradientenparameter λ_θ (Gl. 3.30) unter Ausnutzung des Ansatzes

$$\theta_{BL} = \frac{\tilde{\text{Re}}_{\theta t} \mu}{\rho U} \quad (6.1)$$

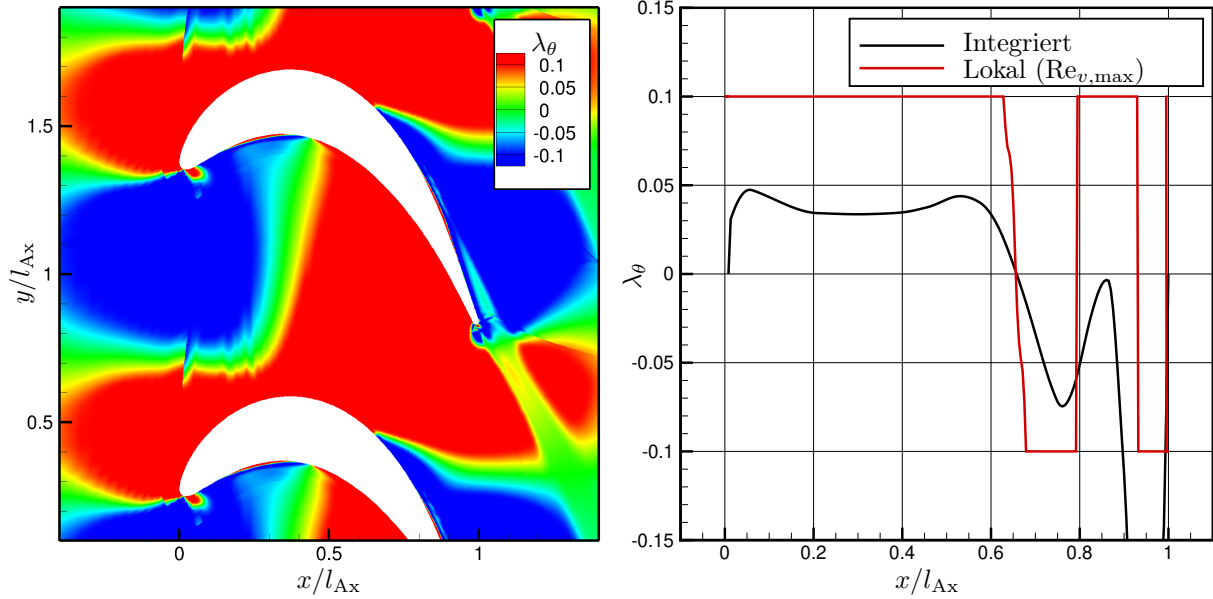
zur Bestimmung der lokalen Impulsverlustdicke θ_{BL} aus der Transportgröße $\tilde{\text{Re}}_{\theta t}$ ermittelt. Die ausschlaggebende Berechnung von λ_θ findet dabei außerhalb der Grenzschicht statt (siehe Abb. 6.1a), wo λ_θ in eine an die Daten von Abu-Ghannam und Shaw (1980) angelehnte Korrelation $\text{Re}_{\theta t} = f(\text{TU}, \lambda_\theta)$ eingesetzt wird.

Abgeschirmt durch die Funktion $F_{\theta,t}$ wird die Transportgröße $\tilde{\text{Re}}_{\theta t}$ (Gl. 3.31) außerhalb der Grenzschicht an den Korrelationswert angeglichen. Über Konvektions- und Diffusionsprozesse gelangt $\tilde{\text{Re}}_{\theta t}$ in die Grenzschicht. Hier wird die kritische Reynolds-Zahl zur Bestimmung des Beginns der Transition ermittelt und bewertet. Dieser Zusammenhang führt zu dem Problem, dass der Druckgradient nicht innerhalb der Grenzschicht bestimmt wird, wo die Transitionskriterien bewertet werden. Das γ - Re_θ -Modell ist damit nicht in der Lage, sensitiv auf Änderungen des Druckgradienten in Wandnähe zu reagieren.

Darüber hinaus konnten Müller-Schindewolffs et al. (2017) zeigen, dass θ_{BL} im Fall des MTU-T161 bei $\text{Re}_{2,\text{th}} = 70,000$ um einen Faktor von ≈ 3.5 zu groß approximiert wird. Somit wird ebenfalls $\lambda_\theta \propto \theta_{BL}^2$ (Gl. 3.31) im Absolutwert signifikant überschätzt. Durch die Begrenzung $-0.1 \leq \lambda_\theta \leq 0.1$ sind die Folgen für die Modellierung limitiert, aber λ_θ bewegt sich permanent innerhalb dieser Grenzen und erlaubt auf diese Weise nur die Unterscheidung zwischen den Vorzeichen des Druckgradienten.

Der Vergleich des im γ - Re_θ -Modell verwendeten Druckgradientenparameter mit dem exakten integral ermittelten Parameter ist in Abb. 6.1b dargestellt. Hier ist zu erkennen, dass der exakte Wert von λ_θ selten $-0.05 \leq \lambda_\theta \leq 0.05$ übersteigt. Dies ist ausschließlich im abgelösten Bereich des Profils ($x/l_{Ax} > 0.7$) der Fall, wo die Korrelationen nach Abu-Ghannam und Shaw (1980) für angelegte Transition nicht mehr gültig sind. Durch die starken Sprünge im Verlauf des lokal bestimmten λ_θ müsste das γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) auch extreme Sprünge in $\tilde{\text{Re}}_{\theta t}$ aufweisen. Wie später gezeigt wird, ist dies aber nicht der Fall.

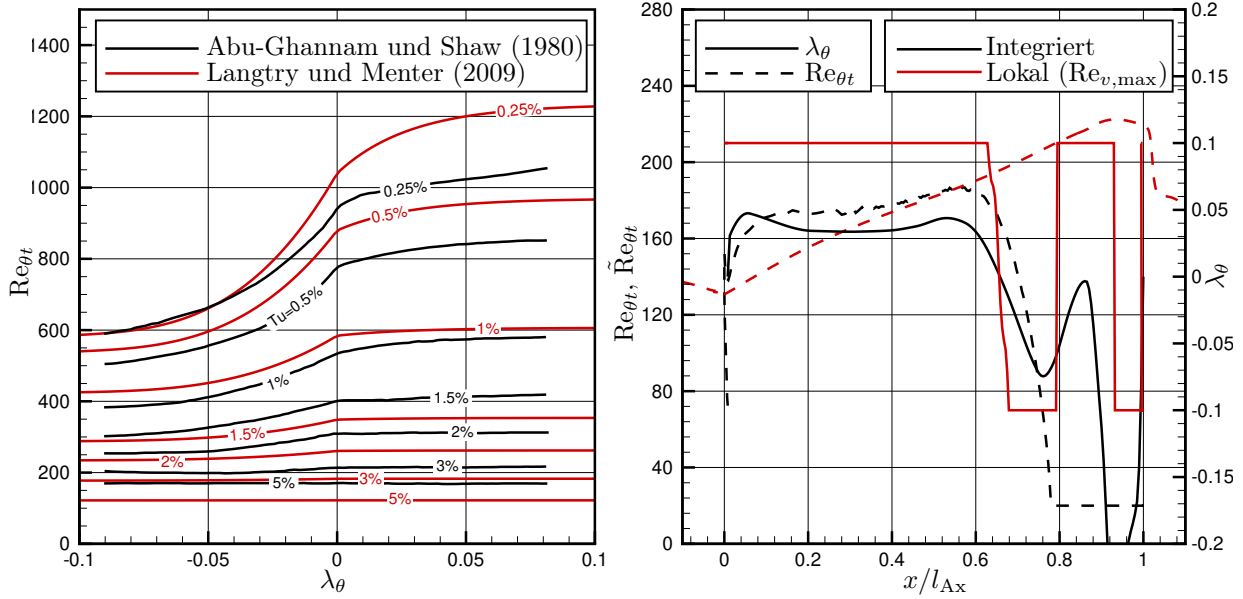
Um die Modellabläufe weiter zu erläutern, sind in Abb. 6.2a die gemessenen Korrelationen von Abu-Ghannam und Shaw (1980) den approximierten Kurvenverläufen von Langtry und Menter (2009) aus Gl. 3.29 gegenübergestellt. Die Korrelationen von Abu-Ghannam und Shaw (1980) sind, wie für viele andere Transitionsmodelle, auch für das γ - Re_θ -Modell der zentrale Bestandteil zur Bewertung der angelegten Transition. Abhängig vom Turbulenzgrad am Grenzschichtrand (Konturlinien) nimmt die mit der Impulsverlustdicke gebildete Reynolds-Zahl im Transitionspunkt $\text{Re}_{\theta t}$ mit großen Turbulenzgraden ab und zu kleinen exponentiell zu. Eine ähnliche Korrelation wurde auch von Mayle (1991) aufgestellt. Die Korrelationen geben wieder, dass Grenzschichten unter geringen Freistrom-Turbulenzgraden sehr

(a) λ_θ im Flächenschnitt bei $z/h_z = 0.5$ (b) Integral bzw. lokal berechneter λ_θ ; lokale Auswertung entlang Stromlinie durch $Re_{v,\max}$ als initialen Ort für TransitionAbbildung 6.1: Bestimmung von λ_θ im Rahmen des γ - Re_θ -Modells nach Langtry und Menter (2009) am Beispiel des MTU-T161 für $Re_{2,\text{th}} = 70,000$

empfindlich auf Änderungen des Turbulenzgrads reagieren. Unter moderaten Turbulenzgraden $Tu > 2\%$ ist die Empfindlichkeit deutlich geringer. Zusätzlich wurde von Abu-Ghannam und Shaw (1980) die Abhängigkeit vom Beschleunigungsparameter λ_θ erfasst. Durch eine Beschleunigung $\lambda_\theta > 0$ werden Grenzschichten stabilisiert und $Re_{\theta t}$ steigt an; bei einer Verzögerung fällt $Re_{\theta t}$ entsprechend. Hieraus wird deutlich, dass eine Verzögerung insbesondere bei geringen Turbulenzgraden $Tu \approx 0.5\%$ einen sehr stark destabilisierenden Einfluss auf Grenzschichten hat.

Der Vergleich der Korrelation von Abu-Ghannam und Shaw (1980) mit der von Langtry und Menter (2009) zeigt grundsätzlich eine qualitativ gute Übereinstimmung. Allerdings ist die Empfindlichkeit der Korrelation von Langtry und Menter (2009) gegenüber dem Turbulenzgrad wesentlich höher, sodass $Re_{\theta t}$ für $Tu = 5\%$ deutlich unter dem Korrelationswert von Abu-Ghannam und Shaw (1980) liegt. Für $\lambda_\theta > 0$ und $Tu = 0.25\%$ stabilisieren die Korrelationen von Langtry und Menter (2009) deutlich stärker. Hierzu muss erwähnt werden, dass auch diese Korrelation einer Kalibrierung unterliegt und dem Modellierenden eine gewisse Freiheit gegeben ist, solange Tendenzen korrekt berücksichtigt werden - letztendlich muss das Modell so kalibriert werden, dass es ein stimmiges Ergebnis liefert.

Die Antwort des Modells wird in der Abb. 6.2b dargestellt. Hierfür wurde die Transportgröße $\tilde{Re}_{\theta t}$ entlang einer Stromlinie in der saugseitigen Grenzschicht extrahiert. Die Stromlinie wurde dabei so platziert, dass sie die Bereiche der maximalen Re_v (siehe Gl. 3.26) schneidet. In der Logik des γ - Re_θ -Modells ist das Verhältnis von



(a) Korrelationen von Abu-Ghannam und Shaw (1980) gegenüber den Korrelationen aus dem γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) (Gl. 3.29); eingezeichnete Linien für konstanten Turbulenzgrad
 (b) Integral bzw. lokal berechneter λ_θ eingesetzt in Gl. 3.29; lokale Auswertung entlang der Stromlinie durch $Re_{v,max}$

Abbildung 6.2: Exemplarische Darstellung der Ermittlung von Re_θ im Rahmen des γ - Re_θ -Modells nach Langtry und Menter (2009) am Beispiel des MTU-T161 für $Re_{2,th} = 70,000$

$Re_v/\tilde{Re}_{\theta t}$ entscheidend für die Initiierung der Transition (Gl. 3.33). Der Ort im Geschwindigkeitsprofil der Grenzschicht, an dem der Maximalwert von Re_v vorliegt, ist somit der erste Ort, an dem die Transition ausgelöst wird. Die der roten Kurve zugrundeliegende Stromlinie repräsentiert diesen Ort. Der exakte Korrelationswert wurde über integrierte Grenzschichtgrößen sowie den Turbulenzgrad am Rand der Grenzschicht bestimmt.

Der lokal bestimmte Wert der Transportgröße $\tilde{Re}_{\theta t}$ steigt über die Lauflänge der Grenzschicht nahezu linear an. Die zusätzlich dargestellten Werte von λ_θ zeigen einen deutlichen Abfall nahe $x/l_{Ax} \approx 0.65$; der Verlauf von $\tilde{Re}_{\theta t}$ reagiert hierauf marginal. Der Vergleich mit dem exakten Korrelationswert $Re_{\theta t}$ zeigt, dass dieser sehr viel dynamischer, d.h. bereits auf kleine Änderungen des integralen λ_θ reagiert.

Es stellt sich nun die Frage, wie die Korrelationen von Langtry und Menter (2009) aus Abb. 6.2a zu dem Verlauf von $\tilde{Re}_{\theta t}$ innerhalb der Grenzschicht führen können. An diesem Punkt spielt die *Modelldynamik* des γ - Re_θ -Modells nach Langtry und Menter (2009) eine Rolle. Wie am Anfang des Abschnitts beschrieben, werden die Korrelationen für $Re_{\theta t} = f(Tu, \lambda_\theta)$ in der freien Strömung bewertet. Hier fließt der Turbulenzgrad und der stark springende Wert von λ_θ ein. $Re_{\theta t}$ ist letztendlich aber nur die Zielgröße des Produktionsterms der Transportgleichung von $\tilde{Re}_{\theta t}$ (Gl. 3.32).

Dieser wurde, mutmaßlich zur Stabilisierung des Modells, bei der Kalibrierung jedoch so stark relaxiert, dass die Modellantwort auf die extremen Ausschläge von λ_θ nahezu vollständig unterdrückt wurde. Hinzu kommt der träge Transportprozess von $\tilde{Re}_{\theta t}$ in die Grenzschicht, in der die Transitionsbewertung erfolgt. Eine exakte Bestimmung von λ_θ ohne Sprünge über den Wertebereich von $\lambda_\theta \pm 0.1$ würde es erlauben, das Modell weniger zu relaxieren.

2.) Dynamische Modellantwort auf $Re_{\theta t}$: Das Potential eines dynamischen Modellverhaltens leitet sich direkt aus dem vorherigen Punkt ab. Ein kontinuierlicher Verlauf von λ_θ erlaubt es dem Modellierer, durch einen größeren Wert von $c_{\theta t}$ die Relaxation des Produktionsterms von $\tilde{Re}_{\theta t}$ (Gl. 3.32) zu reduzieren. Auf diese Weise kann das Modell dynamisch, d.h. sowohl auf räumliche Gradienten (vgl. Abb. 6.2b, hier ist der Gradient von $\tilde{Re}_{\theta t}$ entlang einer Stromlinie nahezu konstant) als auch auf zeitliche Änderungen im Rahmen einer instationären RANS-Simulation, reagieren. Die dynamische Modellantwort ist somit eine wesentliche Unterstützung für die Modellierung instationärer Transitionsvorgänge, aber auch der stationären Simulation bei variierenden Turbulenzgraden. Wie Müller et al. (2015) am Beispiel einer modifizierten Version des γ - Re_θ -Modells zeigen konnten, unterbindet die Deaktivierung der $Re_{\theta t}$ Korrelation über $F_{\theta,t}$ innerhalb der Grenzschicht sowie das langsame Folgeverhalten der Transportgleichung von $\tilde{Re}_{\theta t}$, dass das Transitionsmodell Nachlauf induzierte Transition dynamisch abbilden kann. Ein Ansatz von Müller et al. (2015) hatte zum Ziel, die wandnormale Ausdehnung des über $F_{\theta,t}$ abgeschirmten Grenzschichtbereichs zu reduzieren. Auf diese Weise wird die Strecke reduziert, über die die Information des höheren Turbulenzgrads in den Nachläufen in die Grenzschicht transportiert werden muss. Der effektivste Ansatz ist jedoch die Anfachung des Produktionsterms von $\tilde{Re}_{\theta t}$ über die Konstante $c_{\theta t}$. In der Konsequenz ist die Amplitude, mit der $\tilde{Re}_{\theta t}$ auf den höheren Turbulenzgrad der Nachläufe reagiert, deutlich größer. Außerdem steigen auch die räumlichen Gradienten von $\tilde{Re}_{\theta t}$, die den Transport von $\tilde{Re}_{\theta t}$ in die Grenzschicht treiben. Es hat sich aber gezeigt, dass die Erhöhung von $c_{\theta t}$ ebenfalls die stationäre Modellierung beeinflusst, was diesen Ansatz für eine additive ad hoc Modellierung instationärer Transition verbietet. Im Kontext der vorliegenden Arbeit, die eine grundsätzliche Modellüberarbeitung vorsieht, ist die Erhöhung der dynamischen Modellantwort über eine Erhöhung von $c_{\theta t}$ aber zuträglich, um bei der Modellierung der Transition den in der freien Strömung vorliegenden Turbulenzgrad besser zu berücksichtigen.

3.) Modellierung von Transitionsphasen: Wie von Schlichting et al. (2006) beschrieben, wachsen Störungen in der primären Transitionsphase linear an. In einer späteren Transitionsphase bilden sich sekundäre Instabilitäten, die exponentiell anwachsen (siehe auch Abschn. 2.2). Dem steht das prinzipiell lineare Verhalten von Wirbelviskositätsmodellen gegenüber, das das exponentielle Anwachsen von Störungen nicht abbilden kann (Leschziner 2015). Korrelationsbasierte Transitionsmodelle bieten die Möglichkeit, dass Grenzschichtzustände bewertet und entsprechend den unterschiedlichen Phasen der Transition getrennt modelliert werden können. Dies

wird von vielen Modellen für den ablösungsinduzierten Transitionsmodus realisiert (Menter et al. 2004, Roberts und Yaras 2005, Kožulović 2007, Praisner und Clark 2007, Langtry und Menter 2009, Menter et al. 2015). Es wird allerdings selten berücksichtigt, dass sowohl angelegte Grenzschichten als auch abgelöste Scherschichten vor dem turbulenten Zerfall eine primäre Transitionsphase aufweisen. Diese Phase wird bei der ablösungsinduzierten Transition, wie von Müller-Schindewolf et al. (2017) im Vergleich zu einer SRS dargestellt, vom γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) prinzipiell erfasst, jedoch deutlich schwächer ausgeprägt als in der zugrundeliegenden SRS. Hinzu kommt, dass das RANS-Modell (k - ω -SST Modell + γ - Re_θ -Transitionsmodell) turbulente Mischungsvorgänge im Bereich der turbulent umgeschlagenen, abgelösten Scherschicht zu gering vorhersagt.

Im Bereich der angelegten Transition wird von Praisner und Clark (2007) die Rolle prä-transitioneller Strukturen diskutiert. Die Berücksichtigung dieser „*quasi-laminaren*“ Grenzschichten fließt in das Transitionsmodell von Praisner und Clark (2007) ein und zeichnet sich insbesondere bei der Vorhersage des Wärmeübergangs unter dem Einfluss variierender Turbulenzgrade aus. Ähnlich ist auch die Idee der laminaren kinetischen Energie (LKE) nach Mayle et al. (1997) deren Modellierung von Walters und Cokljat (2008), Juntasaro et al. (2013) und Marciniak et al. (2014) einbezogen wurde. Allerdings berücksichtigt keines der genannten LKE-Modelle die Modellierung ablösungsinduzierter Transition.

Dem Autor ist kein veröffentlichtes Modell bekannt, das bewusst entwickelt wurde, um die primäre sowie die sekundäre Phase der Transition für angelegte und abgelöste Grenzschichten wiederzugeben. Ohne, wie in LKE-Modellen üblich, eine weitere Transportgleichung k_l für die LKE hinzuzufügen, hat die Modellstruktur des γ - Re_θ -Modells nach Menter et al. (2004) bzw. Langtry und Menter (2009) das Potential, einen schwachen Impulseintrag in prä-transitionelle Grenzschichten vorherzusagen, bevor sekundäre Instabilitäten den laminar-turbulenten Umschlag auslösen. Durch Modifikationen in der Formulierung kann dieses Potential weiter herausgearbeitet werden.

4.) Modellierung im mehrdimensionalen Parameterraum: Wie in Abschn. 2.2 beschrieben, wirken sich zahlreiche Größen auf den Transitionsprozess aus. Die Philosophie hinter der Überarbeitung des γ - Re_θ -Modells ist es, möglichst viele Abhängigkeiten hinzuzufügen, die systematisch kalibriert werden können. Im Gegensatz zum γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) ist der Einfluss der Kompressibilität als neue, systematisch kalibrierbare Abhängigkeit hinzugefügt worden. Darüber hinaus besitzt das Modell viele Freiheitsgrade zur Kalibrierung.

Die Intention hierbei ist, dass das γ - Re_θ -Modell auf Korrelationen aufgebaut wurde, die unter bestimmten Bedingungen (z.B. Mach-Zahlen, Turbulenzgraden, etc.) aufgenommen wurden. Diese Korrelationen geben einen qualitativen Zusammenhang der korrelierten Größen wieder und es wird allgemein postuliert, dass dieser auch unter variierenden äußeren Einflussfaktoren, die wiederum nicht in der spezifischen Korrelation enthalten sind, gültig ist. Wird nun eine äußere Größe im

Kalibrierprozess variiert (z.B. die Mach-Zahl) und dem Modell fehlt eine Korrelation, die diesen Einflussfaktor quantitativ abbildet, wird unter Umständen diese hierfür nicht vorgesehene Korrelation benutzt. Um den Testfall bei einer z.B. sehr hohen Mach-Zahl wiedergeben zu können, würde auf diese Weise die Vorhersage bei kleineren Mach-Zahlen beeinträchtigt.

Die Nutzung vieler Abhängigkeiten erfordert im Gegenzug aber auch, dass sehr viele und über einen breiten Parameterbereich gestreute Testfälle (siehe auch Tabelle C.1) für die Kalibrierung eingesetzt werden. Um bei dem Beispiel der Mach-Zahl zu bleiben, würde die Kalibrierung einer Korrelation mit der Mach-Zahl, die ausschließlich auf einem sehr kleinen Mach-Zahl Bereich basiert, bei stark abweichenden Mach-Zahlen unvorhersehbare Ergebnisse produzieren.

6.2 Das γ - Re_θ -MSC2020 Modell

Das MSC2020 Modell basiert auf der Modellstruktur des γ - Re_θ -Modells nach Menter et al. (2004) sowie Langtry und Menter (2009), realisiert aber die zuvor in Abschn. 6.1 vorgestellten Potentiale der Referenzmodelle. Die zugrundeliegenden Modellkorrelationen sind im Rahmen eines von der MTU Aero Engines AG beauftragten Projekts entstanden und können daher nur in Teilen veröffentlicht werden. Der konzeptionell größte Unterschied ist dabei die Behandlung des Druckgradientenparameters λ_θ , die aus der Sicht des Autors das größte Potential des γ - Re_θ -Modells darstellt. λ_θ wird hierfür ähnlich zum γ -Modell von Menter et al. (2015) innerhalb der Grenzschicht bestimmt und nicht konvektiv mit $\tilde{Re}_{\theta t}$ (siehe Gl. 3.31) transportiert.

6.2.1 Die $\tilde{Re}_{\theta,ZPG}$ Grundgleichung zur Berücksichtigung des Turbulenzgrads

Der Ausschluss von λ_θ aus der ersten Transportgleichung führt zu

$$\frac{\partial(\rho\tilde{Re}_{\theta,ZPG})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \tilde{Re}_{\theta,ZPG})}{\partial x_j} = P_{\theta,ZPG} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{Re}_{\theta,ZPG}}{\partial x_j} \right], \quad (6.2)$$

wobei der Index ZPG (engl.: Zero Pressure Gradient) vermerkt, dass der Einfluss des Druckgradienten in der Transportgleichung noch nicht inkludiert wurde. Der Produktionsterm

$$P_{\theta,ZPG} = \frac{c_{\theta t}}{t} \rho (Re_{\theta,ZPG} - \tilde{Re}_{\theta,ZPG}) \cdot (1.0 - F_{\theta,t}) \quad (6.3)$$

mit

$$t = \frac{500\nu}{U^2} \quad (6.4)$$

gleich die Transportgröße $\tilde{Re}_{\theta,ZPG}$ in der freien Strömung an den Korrelationswert $Re_{\theta,ZPG}$ an. Die Konstante $c_{\theta t}$ reguliert dabei das dynamische Folgeverhalten von $\tilde{Re}_{\theta,ZPG}$. Die Funktion

$$F_{\theta,t} = \max \left(0.0, \min \left(1.0, \frac{H_{loc} - 1.0}{1.5 - 1.0} \right) \right) \quad (6.5)$$

6 Modellentwicklung

beträgt innerhalb der Grenzschicht $F_{\theta,t} = 1.0$ und in der freien Strömung $F_{\theta,t} = 0.0$. Sie deaktiviert den Produktionsterm in der Grenzschicht. Dies entspricht dem Messaufbau von Abu-Ghannam und Shaw (1980), die $Re_{\theta t}$ mit dem Turbulenzgrad in der freien Strömung korreliert haben. Zudem wird so sichergestellt, dass der $\tilde{Re}_{\theta,ZPG}$ Korrelationswert nicht in einer Wechselwirkung mit Transitionsgrößen innerhalb der Grenzschicht steht (siehe auch Abschn. 6.1).

$F_{\theta,t}$ wird im MSC2020-Modell, anders als im γ - Re_{θ} -Modells nach Langtry und Menter (2009), nicht abhängig von $\tilde{Re}_{\theta t}$ und γ bestimmt, sondern basiert auf einem vollständig lokal formulierten Ausdruck des H_{12} Formparameters

$$H_{loc} = 6.64 \sqrt{\frac{\Omega y}{U}}, \quad (6.6)$$

der in keiner unmittelbaren Wechselwirkung mit den Transportgleichungen steht, sondern ausschließlich von dem Grenzschichtprofil des Geschwindigkeitsfelds abhängt. Diese Modifikation führt zu einer Stabilisierung des Modells, da eine Iterationsschleife zwischen der Funktion $F_{\theta,t}$ und der Transportgröße $\tilde{Re}_{\theta,ZPG}$ vermieden wird (siehe Gl. 6.3).

Diese Relation für H_{12} lässt sich mit Abb. 6.3 nach Menter et al. (2004) erklären, die eine Abhängigkeit von $Re_v/(2.193 Re_{\theta})$ vom Formparameter

$$H_{12} = \frac{\delta_1}{\theta} \quad (6.7)$$

darstellt. Menter et al. (2004) diskutieren, dass die zentrale Modellannahme

$$Re_{\theta} = \frac{\max(Re_v)}{2.193} \quad (6.8)$$

unter variierendem H_{12} einem Fehler unterliegt und nur für eine Blasius-Grenzschicht, auf die kein Druckgradient wirkt ($H_{12} \approx 2.6$), exakt zutrifft. Im Umkehrschluss kann diese Relation aber ausgenutzt werden, um H_{12} abzuschätzen. Wie in Abb. 6.3 dargestellt, verhält sich für $H_{12} > 2.55$ der Ausdruck $Re_v/(2.193 Re_{\theta}) \propto (H_{12})^2$.

Es gilt somit

$$(H_{12})^2 \propto \frac{Re_v}{Re_{\theta}} = \frac{y^2 \Omega}{U \theta}. \quad (6.9)$$

An dieser Stelle wird berücksichtigt, dass nach van Driest und Blumer (1963) das Maximum von Re_v bei $y \approx 0.57 \delta$ liegt. Da die Transition bei $\max(Re_v)$ initiiert wird, müssen Modellkorrelationen auch nur in diesem Punkt gelten. Menter et al. (2015) schlussfolgern, dass $y \approx \delta/2$ ist und nehmen mit $\theta \propto \delta$ an, dass die Impulsverlustdicke proportional zur Grenzschichtdicke wächst. Es lässt sich konsequent ableiten, dass $y \propto \theta$ gelten muss.

Unter Ausnutzung dieser Proportionalität lässt sich in Gl. 6.9 y durch θ substituieren und der Ausdruck lässt sich zu

$$(H_{12})^2 \propto \frac{y \Omega}{U} \quad (6.10)$$

kürzen. Wird nun die Wurzel gezogen, erhält man die Proportionalität aus Gl. 6.6. Es ist somit möglich, im Bereich von $\max(Re_v)$ innerhalb des Grenzschichtprofils, für angelegte

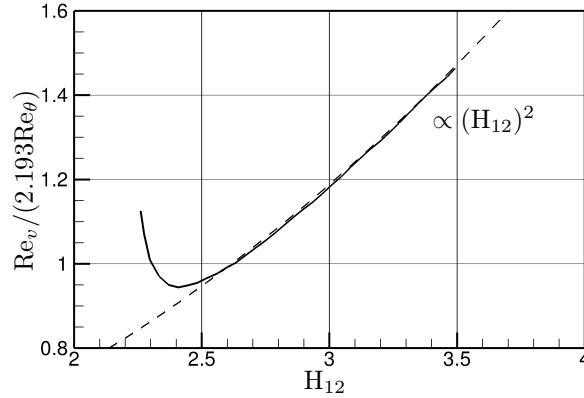


Abbildung 6.3: Abhängigkeit des Formparameters H_{12} von $Re_v / (2.193 Re_\theta)$ nach Menter et al. (2004); quadratische Funktion als Referenz eingezeichnet

Grenzschichten und $H_{12} > 2.55$ eine gute, vollständig lokal formulierte Approximation von $H_{1oc} \approx H_{12}$ zu erhalten. Das ist in Abb. 6.4a am Beispiel des MTU-T161 gezeigt.

Demgegenüber sind in Abb. 6.4b H_{1oc} sowie Re_v bei $x/l_{Ax} = 0.5$ über die Grenzschichtdicke y^+ dargestellt. H_{1oc} hat sein Maximum an der Wand und fällt streng monoton bis hin zur freien Strömung ab. Der Kurvenverlauf von Re_v erreicht sein lokales Maximum innerhalb der Grenzschicht bei $y^+ \approx 25$; hier gilt $H_{1oc} \approx 3$, was die Darstellung in Abb. 6.4a bestätigt. Der Grenzschichttrand δ liegt bei $y^+ \approx 50$ und dort lässt sich auch die Aussage von van Driest und Blumer (1963) bestätigen, dass Re_v sein Maximum bei $\approx 57\%$ der Grenzschichtdicke hat.

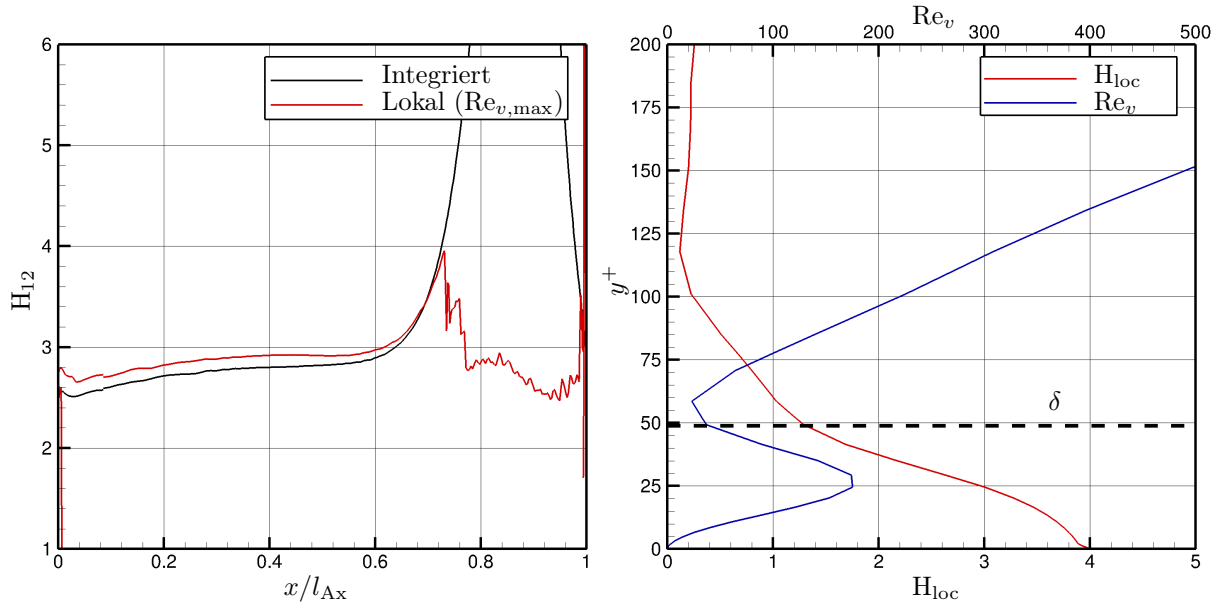
Die Eigenschaft, dass H_{1oc} mit zunehmender Wandentfernung kontinuierlich fällt, wird mit Gl. 6.5 zur Bestimmung der Funktion $F_{\theta,t}$ genutzt. Innerhalb der Grenzschicht gilt $F_{\theta,t} = 1$ und es wird sichergestellt, dass $F_{\theta,t}$ in der freien Strömung auf $F_{\theta,t} = 0$ fällt, um den Produktionsterm $P_{\theta,ZPG}$ (Gl. 6.3) zu aktivieren. Wie in Abb. 6.4b dargestellt, liegt der Grenzschichttrand bei $H_{1oc} \approx 1.5$ und führt zur Berücksichtigung von 1.5 als Schwellwert in Gl. 6.5.

Die überarbeitete Formulierung von $F_{\theta,t}$ wird in Abb. 6.5 der Formulierung von Langtry und Menter (2009) gegenübergestellt. Es wird deutlich, dass der Bereich des Nachlaufs in der neuen Formulierung nicht auf $F_{\theta,t} = 0$ abfällt (siehe Abschn. 6.2.5). Diese bewusste Entscheidung wird im Rahmen der Modellvalidierung in Abschn. 7.4 diskutiert.

In der freien Strömung, für die $F_{\theta,t} = 0$ gilt, wird nach Gl. 6.3 die Transportgröße $\tilde{Re}_{\theta,ZPG}$ an eine Korrelation auf der Basis der Korrelation von Abu-Ghannam und Shaw (1980) bzw. Langtry und Menter (2009) (siehe auch Abb. 6.2a)

$$Re_{\theta,ZPG} = f(c_{Tu}, F_{\text{komp},\theta}, Tu) \quad (6.11)$$

angeglichen. Die Besonderheit des MSC2020-Modells ist, dass zur Bestimmung von $Re_{\theta,ZPG}$ $\lambda_\theta = 0$ gilt. $Re_{\theta,ZPG}$ hängt somit in erster Linie von Tu ab, und es findet eine Kalibrierung dieser Korrelation mit c_{Tu} statt. Wie im γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) ist damit auch diese Formulierung nicht galileisch invariant (siehe Abschn. 3.2.2). Neben dem Turbulenzgrad werden an diesem Punkt kompressible Einflüsse auf den Transitionsbeginn berücksichtigt.



(a) Vergleich des integralen mit dem lokalen (b) Wandnormaler Verlauf von Modellgrößen Formparameter bei $x/l_{Ax} = 0.5$

Abbildung 6.4: Erläuterung von H_{loc} am Beispiel des MTU-T161 für $Re_{2,th} = 70,000$

6.2.2 Berücksichtigung kompressibler Effekte

Die verwendete Korrelation für kompressible Einflüsse basiert auf den Daten von Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) (siehe Abschn. 2.2.4), die die Reynolds-Zahl für den Beginn und das Ende der Transition mit der Mach-Zahl korrelieren. Ein ähnliches Vorgehen aufbauend auf dem gleichen Satz experimenteller Daten wurde bereits von Steelant und Dick (2001) gewählt. Dieser Ansatz wurde ebenfalls in ein von Pecnik et al. (2011) adaptiertes γ - Re_θ -Modell übernommen. Die jeweils eingesetzten Korrelationen unterscheiden sich jedoch von denen aus dem vorliegenden Modell.

Wie in Abb. 6.6 gezeigt, lässt sich ein exponentieller Funktionsansatz für den Beginn der Transition

$$F_{\text{komp},\theta} = 1.0 + \max\left(0.0, -16.59 + 16.94 \cdot Ma^{0.024}\right) \cdot c_{\text{komp},\theta} \quad (6.12)$$

ermitteln. Hierbei wird die von der Mach-Zahl abhängige Reynolds-Zahl zum Beginn der Transition auf den entsprechenden Wert bei $Ma = 0.4$ bezogen, wo die Strömung noch als inkompressibel angenähert werden kann. Wie in Abschn. 2.2.4 gezeigt, entspricht dieses Vorgehen dem von Narasimha (1985) und führt zu einem erheblich flacheren Kurvenverlauf, als die ursprüngliche Korrelation von Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) vorsieht. Der aus Gl. 6.12 resultierende Ausdruck ist dimensionslos und kann in Bezug zu weiteren Korrelationen gesetzt werden. Auch Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) haben gezeigt, dass die Mach-Zahl-Korrelation unabhängig vom Turbulenzgrad ist. $F_{\text{komp},\theta}$ wird mit $c_{\text{komp},\theta}$ kalibriert.

Über die Spreizung der Reynolds-Zahlen für Transitionsende und -beginn aus Abb. 6.6 kann aus den Daten von Narasimha (1985) eine Korrelation für die Mach-Zahl-abhängige

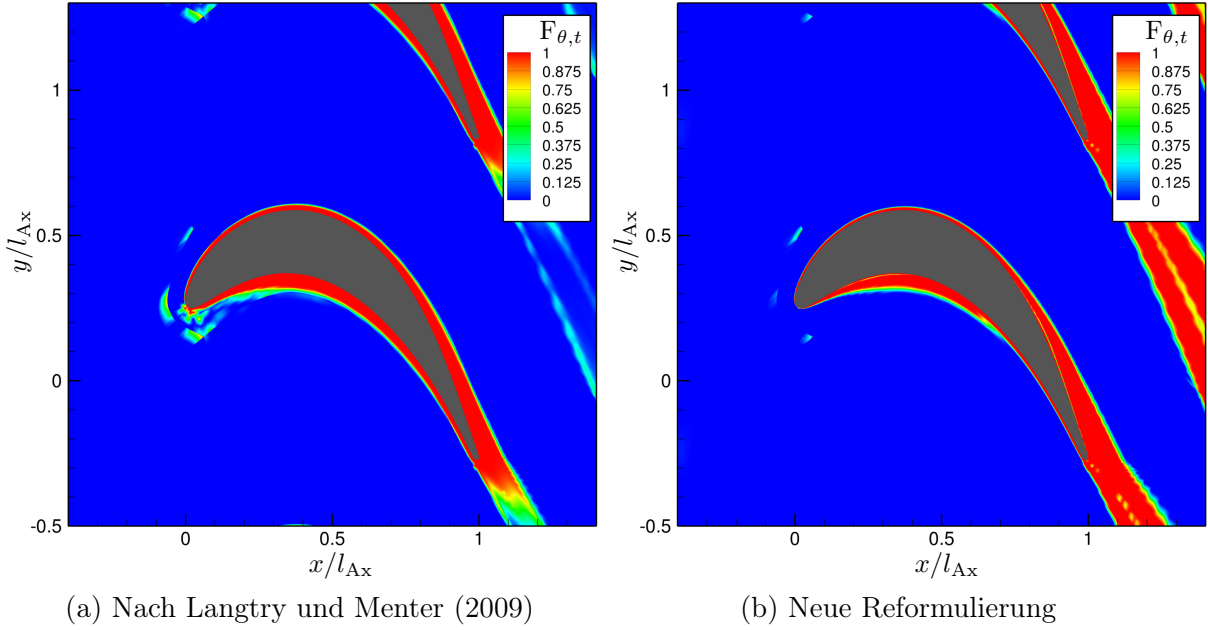


Abbildung 6.5: Vergleich der alten Formulierung von $F_{\theta,t}$ nach Langtry und Menter (2009) mit der neuen Reformulierung

Transitionslänge bestimmt werden. Aus der normierten Differenz ergibt sich ein linearer Funktionsansatz, der in Abschn. 6.2.4 vorgestellt wird.

Um die Anfachung von transitionellen Störungen innerhalb der Grenzschicht zu initiieren, wird in γ - Re_θ -Modellen lokal überprüft, ob in Analogie zu den experimentellen Untersuchungen von z.B. Abu-Ghannam und Shaw (1980) oder Mayle (1991) die mit der Impulsverlustdicke gebildete Reynolds-Zahl einen kritischen Wert für den Transitionsprozess $Re_{\theta,t}$ erreicht hat. Hierfür muss im MSC2020-Modell der über die Transportgleichung Gl. 6.2 in die Grenzschicht transportierte Korrelationswert $\tilde{Re}_{\theta,ZPG}$ um den Einfluss des Druckgradienten

$$Re_{\theta,t} = \tilde{Re}_{\theta,ZPG} \cdot F_{\lambda_\theta} \quad (6.13)$$

mit

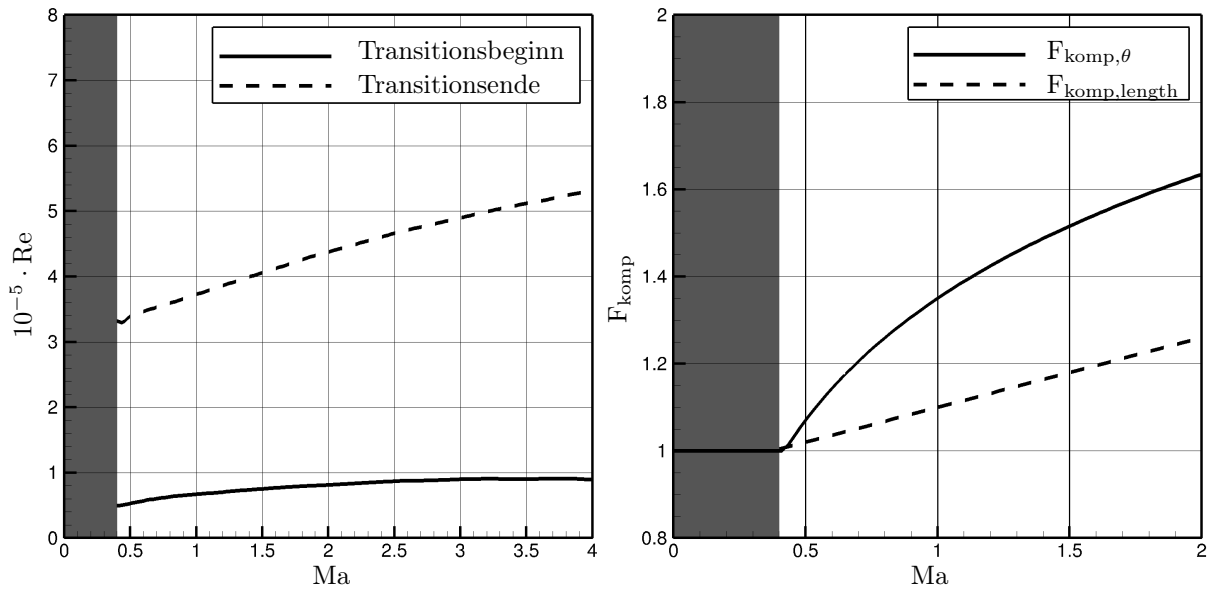
$$\begin{aligned} F_{\lambda_\theta} &= 1.0 - f(c_{\lambda,1}, \lambda_\theta) \cdot e^{-\frac{\tilde{T}u}{1.5}^{1.5}} \quad \text{für } \lambda_\theta \leq 0 \\ F_{\lambda_\theta} &= 1.0 + f(c_{\lambda,2}, \lambda_\theta) \cdot e^{-\frac{\tilde{T}u}{0.5}} \quad \text{für } \lambda_\theta > 0 \end{aligned} \quad (6.14)$$

erweitert werden. Die mit den Kalibrierkonstanten $c_{\lambda,1}$ sowie $c_{\lambda,2}$ versehenen Korrelationen für den Fall verzögerter bzw. beschleunigter Strömungen ähneln denen aus der Arbeit von Langtry und Menter (2009), jedoch mit dem Unterschied, dass die Berechnung innerhalb der Grenzschicht und nicht in der freien Strömung stattfindet¹. Der lokale Turbulenzgrad

$$\tilde{T}u = f(\tilde{Re}_{\theta,ZPG}) \quad (6.15)$$

¹Die Berechnung von $Re_{\theta,t}$ findet im Sinne lokal formulierter RANS Modelle sowohl innerhalb als auch außerhalb der Grenzschicht statt; der Wert außerhalb der Grenzschicht findet jedoch keine Berücksichtigung in aufbauenden Modellkorrelationen.

6 Modellentwicklung



- (a) Anhängigkeit von Beginn und Ende der Transition von der Mach-Zahl aus Narasimha (1985) nach Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969)
- (b) Abgeleitete Korrelation normiert auf $F_{\text{komp}} = 1.0$ im inkompressiblen Bereich für $Ma \leq 0.4$

Abbildung 6.6: Von Narasimha (1985) abgeleitete Korrelationen für $F_{\text{komp},\theta}$ sowie $F_{\text{komp},\text{length}}$

wird rekursiv über Gl. 6.11 ermittelt.

6.2.3 Berücksichtigung des Druckgradienten

Wie zuvor beschrieben, führt die Berechnung von λ_θ nach den ursprünglichen Korrelationen von Langtry und Menter (2009) zu extremen Werten. Aus diesem Grund wurden im Rahmen dieser Arbeit alternative lokale Korrelationen für λ_θ untersucht, die den integralen exakten Wert von $\lambda_{\theta,\text{int}}$ möglichst genau approximieren.

Der erste Ansatz basiert auf Grenzschichtlösungen von Thwaites (1949), auf den der Beschleunigungsparameter λ_θ (auch *Thwaites' Parameter*) zurückgeht. Diese Grenzschichtlösungen für den Fall der Überströmung eines keilförmigen Strömungskörpers wurden von Nordin und Wah (1989) in eine Korrelation für den Formparameter H_{12} in Anhängigkeit von λ_θ überführt (siehe Abb. 6.7), die

$$\lambda_{\theta,H_{12}} = \frac{3.75}{10.48} - \sqrt{\left[\frac{3.75}{10.48}\right]^2 - \frac{2.61 - H_{12}}{5.24}} \quad \text{für } H_{12} < 2.61$$

$$\lambda_{\theta,H_{12}} = \frac{0.0731}{H_{12} - 2.088} - 0.14 \quad \text{für } H_{12} \geq 2.61 \quad (6.16)$$

für angelegte laminare Grenzschichten als Funktion von H_{12} beschreibt. Unter Ausnutzung des lokal formulierten Formparameters nach Gl. 6.6 ist es so möglich, λ_θ vollständig

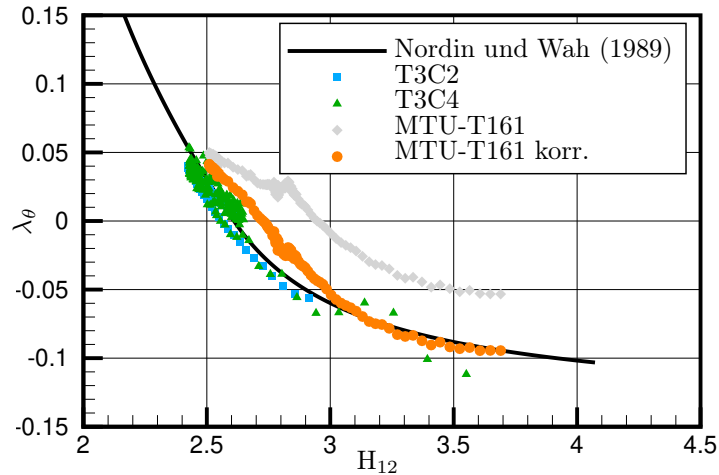


Abbildung 6.7: λ_θ als Funktion von H_{12} auf der Basis der Grenzschichtlösung einer überströmten Klinge nach Thwaites (1949); korreliert von Nordin und Wah (1989); Eingezeichnet sind ebene Platten der ERCOFTAC-Serie nach Roach und Brierley (1990) sowie das MTU-T161 mit und ohne Krümmungskorrektur

lokal zu beschreiben. Dies ist in Abb. 6.7 beispielhaft für die T3C2 und T3C4 Platten der ERCOFTAC-Serie nach Roach und Brierley (1990) (siehe auch Tab. A.1 und Abb. A.7) sowie das MTU-T161 für $Re_{2,th} = 70,000$ dargestellt. Hierbei wird allerdings deutlich, dass die Korrelation sehr gut für flache Platten zutrifft, für stark gekrümmte Profile aber ungeeignet ist. Aus diesem Grund wurde eine Krümmungskorrektur auf der Basis des wandnormalen Druckgradienten $\frac{\partial p}{\partial n}$ erprobt, die eine deutliche Verbesserung zeigt. Dieser Ansatz ist somit prinzipiell in der Lage, auf ebenen und gekrümmten Strömungskonturen λ_θ vollständig lokal zu ermitteln.

Neben diesem Ansatz stellen Menter et al. (2015) im Kontext des γ -Modells ebenfalls eine vollständig lokale Formulierung von λ_θ vor, die sich nach Müller-Schindewolffs et al. (2017) unter Vereinheitlichung der Nomenklatur mit der in dieser Arbeit ebenfalls als

$$\lambda_{\theta,\gamma} = 7.57 \cdot 10^{-3} \frac{dU}{ds} \frac{\rho y^2}{\mu} + 0.0128 \quad (6.17)$$

schreiben lässt. Menter et al. (2015) nutzen hierbei die bereits zuvor diskutierte Approximation $y \approx \theta$ und ersetzen θ aus Gl. 3.30. Über den Vorfaktor kann der Ausdruck skaliert werden. Die Addition von 0.0128 berücksichtigt nach Menter et al. (2015), dass in der Mitte einer Grenzschicht, auf die kein Druckgradient wirkt, der Gradient $\frac{dV}{dy} = -\frac{dU}{ds} \neq 0$ ist. Ursächlich hierfür sei das Anwachsen der Grenzschichtdicke.

Dieser Ansatz wurde im Kontext der vorliegenden Arbeit ebenfalls bewertet und ist in Abb. 6.8 der Berechnung über H_{loc} sowie dem exakten integral ermittelten Wert gegenübergestellt. Als Bewertungskriterium der Ansätze dient die Übereinstimmung mit $\lambda_{\theta,int}$ als exakter, aber in lokalen Modellen nicht verfügbarer Wert. Entscheidend ist das Niveau sowie die axiale Position des Schnittpunkts mit $\lambda_\theta = 0$. Es ist anzumerken, dass diese Korrelation nur für angelegte Grenzschichten gültig ist bzw. nur für diese bewertet

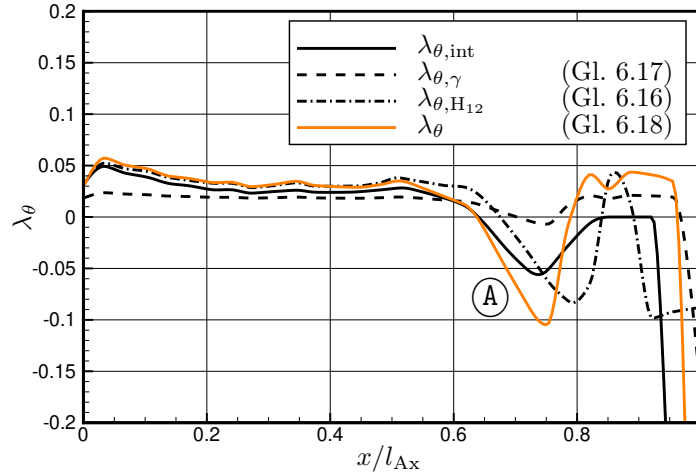


Abbildung 6.8: Vergleich lokaler im Maximum von Re_v ausgewerteter Berechnungsverfahren für λ_θ mit der exakten integralen Bestimmung am Beispiel des MTU-T161 für $Re_{2,th} = 70,000$

wird. Daher sind alle Werte stromab von $x/l_{Ax} > 0.75$ irrelevant.

$\lambda_{\theta,H_{12}}$ liegt für $x/l_{Ax} \leq 0.6$ sehr nahe an $\lambda_{\theta,int}$ und ist $\lambda_{\theta,\gamma}$ deutlich überlegen da das Niveau von $\lambda_{\theta,int}$ bedeutend besser wiedergegeben wird. Beide Varianten ermitteln den Nulldurchgang $\lambda_\theta = 0$ aber signifikant zu weit stromab. Dieses Verhalten ist die Schwachstelle des $\lambda_{\theta,H_{12}}$ -Ansatzes, da der Geschwindigkeitsgradient dU/ds in dieser Formulierung keine Berücksichtigung findet und damit ein sicherer Indikator für ein Vorzeichenwechsel fehlt. Zudem neigt der $\lambda_{\theta,H_{12}}$ -Ansatz zu einer gewissen Streuung (hier nicht dargestellt), da er im Bereich beschleunigter Strömungen $H_{12} \leq 2.6$ (siehe Abb. 6.7) sensitiv auf H_{12} reagiert und keine universelle, robuste Korrektur der Profilkrümmung gefunden werden konnte. Diese fehlende Robustheit stellt einen deutlichen Nachteil für $\lambda_{\theta,H_{12}}$ dar.

In Bezug auf den Nulldurchgang von $\lambda_{\theta,\gamma} = 0$ ist die Abweichung daher umso erstaunlicher. Aufgrund des von Menter et al. (2015) vorgeschlagenen Offset um 0.0128 weicht die axiale Position des Nulldurchgangs ab. Die von Menter et al. (2015) vorgeschlagene Korrektur ist in der zugrundeliegenden Implementierung daher nicht sinnvoll. Ebenso könnte durch eine entsprechende Skalierung die Übereinstimmung mit $\lambda_{\theta,int}$ signifikant verbessert werden. Diese Anpassung wird mit

$$\lambda_\theta = c_{\lambda_\theta} \cdot \frac{dU}{ds} \frac{\rho y^2}{\mu} \quad (6.18)$$

$$\lambda_\theta = \min(0.1, \max(-0.1, \lambda_\theta)) \quad (6.19)$$

vorgestellt. Sie zeigt bis $x/l_{Ax} \leq 0.65$ die unangefochten beste Übereinstimmung mit $\lambda_{\theta,int}$ und ermittelt den Punkt des Nulldurchgangs von λ_θ exakt. Auch das Minimum bei $x/l_{Ax} \approx 0.75$ liegt in axialer Richtung auf dem von $\lambda_{\theta,int}$. Die einzige Abweichung ist eine systematisch größere Erhöhung (A) von λ_θ für $\lambda_\theta < 0$, diese kann jedoch durch eine Kalibrierung über die Konstante $c_{\lambda,1}$ aus Gl. 6.14 kompensiert werden. Aufgrund dieser, im Vergleich zu den anderen Varianten deutlich präziseren Vorhersage sowie der hohen

Robustheit des Ansatzes (siehe die Übertragung auf weitere Testfälle in Anhang B), wurde Gl. 6.18 mit der Limitierung aus Gl. 6.19 als Basis für das MSC2020-Modell gewählt. Die Konstante c_{λ_θ} muss dabei vertraulich behandelt werden und ist kein Bestandteil der Modellkalibrierung.

6.2.4 Vorhersage angelegter Transition

Wie in anderen γ - Re_θ -Modellen wird auch im MSC2020-Modell die lokale mit der Wirbelstärke gebildete Reynolds-Zahl

$$Re_v = \frac{y^2}{\nu} S \quad (6.20)$$

innerhalb der Grenzschicht bestimmt und einer kritischen Reynolds-Zahl

$$Re_{\theta,c} = f(Re_{\theta,t})$$

gegenübergestellt. Die kritische Reynolds-Zahl basiert auf der $\tilde{Re}_{\theta,ZPG}$ Transportgleichung unter Hinzunahme des Einflusses durch den Beschleunigungsparameter λ_θ aus Gl. 6.13. Aus dem Verhältnis

$$F_{\text{Onset1}} = \frac{Re_v}{2.193 Re_{\theta,c}} \quad (6.21)$$

wird das Kriterium für das Einsetzen der Transition bestimmt. Analog zum Modell nach Langtry und Menter (2009) wird die Anfachung in zwei Phasen berücksichtigt, sodass

$$F_{\text{Onset2}} = \min\left(\max\left(F_{\text{Onset1}} c_{F_{\text{OnsetA}}}, \left[F_{\text{Onset1}} c_{F_{\text{OnsetB}}}\right]^4\right), 2.0\right) \cdot F_{\theta,t} \quad (6.22)$$

aus einem linearen und einem Anteil vierter Ordnung besteht. Über $F_{\theta,t}$ wird sichergestellt, dass die Transition nur innerhalb von Grenzschichten angefacht wird. Ähnlich dem Modell nach Langtry und Menter (2009) setzt sich das finale

$$F_{\text{Onset}} = \max\left(F_{\text{Onset2}} - F_{\text{Onset3}}, F_{\text{Onset4}}\right) \quad (6.23)$$

aus anfachenden und unterdrückenden Mechanismen zusammen. Über

$$F_{\text{Onset3}} = \max\left(c_{F_{\text{OnsetC}}} - \left(\frac{Re_T}{c_{F_{\text{OnsetD}}}}\right)^3, 0\right) \quad (6.24)$$

mit dem Wirbelviskositätsverhältnis

$$Re_T = \frac{k}{\nu \omega} \quad (6.25)$$

wird der Einsatz der Transition abhängig von Re_T unterdrückt. Im Gegensatz zu dem Modellmechanismus über $\tilde{Re}_{\theta,ZPG}$, bei dem der Turbulenzgrad in der freien Strömung relevant ist, wird mit Re_T die turbulente kinetische Energie k in der Grenzschicht direkt

bewertet. Wird also ein Schwellwert überschritten, so fällt F_{Onset3} ab und gibt F_{Onset2} frei. Es hat sich herausgestellt, dass dieser Mechanismus für die Stabilität des Modells notwendig ist, da er sicherstellt, dass eine einsetzende Transition konsequent abgeschlossen wird. Das physikalische Pendant ist die Entstehung von Turbulenzflecken, die eine Grenzschicht nachhaltig stören und in Strömungsrichtung anwachsen bzw. sich mit anderen Turbulenzflecken verbinden.

Ein neuer Bestandteil im MSC2020-Modell ist

$$F_{\text{Onset4}} = \max\left(10^{-16}, 2 \cdot 10^{-5} \cdot \min\left[1.0, (c_{F_{\text{OnsetE}}} F_{\text{Onset2}})^{c_{F_{\text{OnsetF}}}}\right]\right) \quad (6.26)$$

als sekundärer Einflussfaktor auf F_{Onset} . F_{Onset4} skaliert mit F_{Onset2} als zentrales Transitionskriterium, ist aber auf den Wertebereich von $10^{-16} \leq F_{\text{Onset4}} \leq 2 \cdot 10^{-5}$ begrenzt, was um fünf Größenordnungen geringer ist als der Maximalwert von $F_{\text{Onset2}} \leq 2.0$. Durch die Formulierung wirkt F_{Onset4} in einer sehr frühen Transitionsphase ab der Entstehung der Grenzschicht, in der noch kein exponentielles Anwachsen stattfinden kann und nur schwache Störungen die Grenzschicht beeinflussen.

Wie in Abb. 6.9 skizziert, ist es über F_{Onset} als Überlagerung von F_{Onset2} bis F_{Onset4} möglich, verschiedene Phasen der angelegten Transition zu modellieren. Dabei wird bewusst eine Abgrenzung zu der theoretischen Darstellung nach Schlichting et al. (2006) geschaffen und auch die Entwicklung der von Saric et al. (2002) beschriebenen initialen Störungen wird mit einbezogen. So geht der Phase primärer Instabilitäten bereits eine Phase mit initialen Störungen sowie intermittierend auftretenden Turbulenzflecken voraus. Wie in Abschn. 2.2 beschrieben, ist diese Phase mit initialen Störungen der Regelfall für technische Strömungen. Nur unter Laborbedingungen ist es Schubauer und Skramstad (1947) gelungen, die Theorie von Tollmien (1929) nachzuweisen. Die *natürliche Transition* nach Tollmien (1929) stellt dabei den Extremfall dar, dass sich der Grenzschichtumschlag beim Erreichen der Indifferenz-Reynolds-Zahl aus der Grenzschicht heraus entwickelt und nicht von äußeren Störungen wie z.B. der Freistromturbulenz oder der Oberflächenrauheit beeinflusst wird.

Ähnliche Beobachtungen wurden, wenn auch über eine sehr kurze Lauflänge der Grenzschicht, ebenfalls in Anhang A.2.2 analog zu den Beobachtungen von Roach und Brierley (1990) für den Fall der ERCOFTAC-T3B-Platte gemacht. Direkt an der Vorderkante bilden sich Ablösegebiete, die unmittelbar zu Λ -Strukturen zerfallen, aus denen intermittierend auftretende Turbulenzflecken hervorgehen. Die transitionelle Grundströmung wird intermittierend mit bereits turbulent umgeschlagenen Turbulenzflecken beaufschlagt und im zeitlichen Mittel nimmt der turbulente Zustand der Strömung einen geringen Bruchteil ein, der kontinuierlich über die Lauflänge anwächst.

Um auf der Basis von F_{Onset} den laminar-turbulenten Umschlag zu modellieren, wird die zweite Transportgleichung

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (6.27)$$

aufgestellt. Die Transportgröße γ wird dabei eingesetzt, um den Produktions- sowie Destruktionsterm des zugrundeliegenden Turbulenzmodells zu aktivieren (siehe Abschn. 3.2.1).

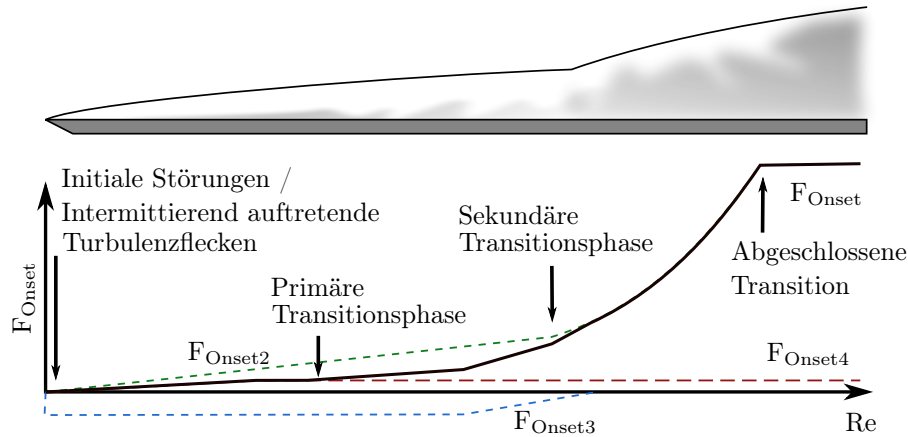


Abbildung 6.9: Skizze der Implementierung der Phasen angelegter Transition nach Schlichting et al. (2006) sowie Saric et al. (2002) im MSC2020-Modell

Der Produktionsterm

$$P_\gamma = c_{P_\gamma, A} \rho S F_{\text{Length}} (\gamma F_{\text{Onset}})^{c_{P_\gamma, B}} (1.0 - \gamma) \quad (6.28)$$

basiert auf F_{Onset} als maßgebliches Kriterium. Durch die Multiplikation mit $(1.0 - \gamma)$ wird dieser Term deaktiviert, sobald $\gamma = 1$, also der voll-turbulente Zustand, erreicht wird. Des Weiteren wird in γ - Re_θ -Modellen

$$F_{\text{Length}} = \frac{f(c_{F_{\text{Length}}, A}, c_{F_{\text{Length}}, B}, Re_{\theta, t})}{F_{\text{komp, Length}}} (1.0 - F_{\text{Sublayer}}) + 40.0 F_{\text{Sublayer}} \quad (6.29)$$

als Skalierungsfaktor eingeführt, der dazu dient, die Transitionslänge zu beeinflussen. Somit bewirken große Werte für F_{Length} , dass die Transitionsstrecke kürzer wird. Zudem werden im MSC2020-Modell, wie bereits zuvor erwähnt, kompressible Einflüsse auf die Transitionslänge berücksichtigt (siehe Abb. 6.6). Die Daten nach Zysina-Molozhen und Kuznetsova (1969) führen demnach zu dem linearen Term

$$F_{\text{komp, Length}} = 1.0 + \max(0.0, -0.06 + 0.16 \cdot Ma) \cdot c_{\text{komp, Length}}. \quad (6.30)$$

Dieser beschreibt, dass sich die Transition bei höheren Mach-Zahlen über eine größere Lauflänge erstreckt. Um dies im Modell zu berücksichtigen, wird Gl. 6.30 im Nenner von Gl. 6.29 platziert.

Darüber hinaus findet analog zum Modell von Langtry und Menter (2009) eine Korrektur mit

$$F_{\text{Sublayer}} = e^{-\frac{R_\Omega}{0.4}} \quad (6.31)$$

$$R_\Omega = \frac{\omega y^2}{500 \nu} \quad (6.32)$$

statt, die nach Langtry und Menter (2009) bewirkt, dass $F_{\text{Length}} = 40.0$ in der viskosen Unterschicht gilt. Durch diese Anpassung wird sichergestellt, dass P_γ in Wandnähe nicht stark abfällt, was zu starken Sprüngen in y^+ führen würde.

Neben dem Produktionsterm wirkt auch der Destruktionsterm

$$E_\gamma = c_{E_\gamma,A} \rho \Omega F_{\text{Turb}} \gamma (c_{E_\gamma,B} \gamma - 1.0) \quad (6.33)$$

auf die γ Transportgleichung, der sicherstellt, dass Grenzschichten relaminarisieren, sobald keine transitionsbegünstigenden Einflüsse vorliegen - also die kritische Reynolds-Zahl über $\tilde{Re}_{\theta,t}$ z.B. durch eine Beschleunigung der Strömung unter die lokale Reynolds-Zahl Re_v fällt. Der entscheidende Bestandteil ist dabei

$$F_{\text{Turb}} = e^{-\frac{Re_T}{4}} \quad (6.34)$$

auf der Basis von Re_T , dem bekannten Ausdruck aus der F_{Onset3} Gleichung, der ansteigt, sobald k in der Grenzschicht anwächst. Die Destruktion ist damit in plausibler Weise an das Vorhandensein von Turbulenz in der Grenzschicht gekoppelt. Darüber hinaus stellt $(c_{E_\gamma,B} \gamma - 1.0)$ einen konstanten Schwellwert dar, der E_γ nur aktiviert, sofern γ hinreichend groß ist. Tatsächlich kann der Destruktionsterm aber auch zu einer Produktion von γ führen (Menter et al. 2004). Unter Berücksichtigung der ursprünglichen Kalibrierkonstante $c_{E_\gamma,B} = 50.0$ nach Langtry und Menter (2009) wird aber deutlich, dass der Zielwert hinter Gl. 6.33 $\gamma = 0.02$ entspricht, was als laminare Grenzschicht eingestuft werden kann.

6.2.5 Modellierung abgelöster Transition

Die überarbeitete Modellierung der ablösungsinduzierten Transition im MSC2020-Modell basiert wesentlich auf der Beobachtung von Müller-Schindewolffs et al. (2017), dass das exponentielle Anwachsen der turbulenten kinetischen Energie in der laminar-turbulent umschlagenden Ablöseblase des MTU-T161 vom γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) unzureichend erfasst wird. Von Müller-Schindewolffs et al. (2017) wurde in einer SRS vielmehr eine zweiphasige Transition (siehe auch Abschn. 2.1.1) beobachtet, die mit einem linearen Anwachsen von Störungen kleiner Amplitude in der KH-Instabilität beginnt und im Umschlagspunkt zu einer intensiven, turbulenten Durchmischung führt. Der resultierende Impulsaustausch bewegt die Ablöseblase zum Anlegen, führt aber auch zu einem immensen Totaldruckverlust.

Um dies im MSC2020-Modell zu berücksichtigen, wird die Transition über Ablöseblasen in zwei Phasen unterteilt:

Lineare Transitionsphase: In der linearen Phase wächst die turbulente kinetische Energie in der abgelösten Scherschicht langsam an. Die entsprechende Modellgröße

$$\gamma_{\text{sep,lin}} = \min \left(c_{\gamma_{\text{lin,A}}} \max \left[0.0, \left(\frac{Re_v c_{F_{\text{OnsetA}}}}{3.235 Re_{\theta,c}} \right) - c_{\gamma_{\text{lin,B}}} \right], c_{\gamma_{\text{lin,C}}} \right) \cdot F_{\theta,t}$$

basiert mit dem Verhältnis von $Re_v/Re_{\theta,c}$ auf der gleichen Basis wie F_{Onset1} (Gl. 6.21) für angelegte Transition. Bis zur Initiierung der Transition muss jedoch der konstante Schwellwert $c_{\gamma_{\text{lin,B}}}$ überschritten werden. Der resultierende lineare Ausdruck wird mit $c_{\gamma_{\text{lin,A}}}$ skaliert und ist auf einen Maximalwert von $c_{\gamma_{\text{lin,C}}}$ begrenzt. Um die Wirkung von γ_{lin} auf die abgelöste Scherschicht um das Profil herum zu begrenzen, wird Gl. 6.2.5 mit $F_{\theta,t}$ aktiviert.

Exponentielle Transitionsphase: Die zweite Phase der Transition von abgelösten Scherschichten wird über den Ausdruck

$$\gamma_{\text{sep,exp}} = \min \left(c_{\gamma_{\text{exp,A}}} \max \left[0.0, \left(\frac{Re_v c_{F_{\text{OnsetB}}}}{3.235 Re_{\theta,c}} \right) - c_{\gamma_{\text{exp,B}}} \right] F_{\text{Reattach}, c_{\gamma_{\text{exp,C}}}} \right) \cdot F_{\theta,t}$$

umgesetzt, der dem originalen Ausdruck von Langtry und Menter (2009) entspricht und den exponentiellen Verlauf der Transition über

$$F_{\text{Reattach}} = e^{-\left(\frac{Re_T}{c_{F_{\text{Reattach}}}} \right)^4} \quad (6.35)$$

abbildet. F_{Reattach} steigt exponentiell an, sobald die abgelöste Scherschicht den Bereich der Grenzschicht verlässt. Der Term erzwingt somit vehement das Anlegen der abgelösten Grenzschicht und bildet das Charakteristikum der zweiten exponentiellen Transitionsphase von Ablöseblasen ab.

Die Berücksichtigung der beiden Terme findet wie im Originalmodell über

$$\gamma_{\text{eff}} = \max(\gamma, \gamma_{\text{sep,lin}}, \gamma_{\text{sep,exp}}) \quad (6.36)$$

statt. Der Modus für durch Ablösungen induzierte Transition überlagert somit die γ -Transportgleichung und γ_{eff} bildet die Schnittstelle zum Turbulenzmodell (siehe Abschn. 3.2.1).

Die Neuerung im MSC2020-Modell gegenüber dem Originalmodell nach Menter et al. (2004) oder Langtry und Menter (2009) liegt darin, dass die beiden Phasen der Transition komplett unabhängig voneinander kalibriert werden können. Damit kann die erste Phase der durch Ablösungen induzierten Transition deutlich früher einsetzen als die Transition im Originalmodell. Die zweite Phase mit einem intensiven Anstieg von γ_{sep} bleibt der Modellierung des Anlegens der Ablöseblase vorenthalten und kann bei der Kalibrierung spezifisch eingestellt werden.

Der Vergleich der Verteilung von γ_{eff} im Mittelschnitt der MTU-T161 Kaskade ist in Abb. 6.10 dargestellt. Zwischen dem Modell nach Langtry und Menter (2009) und dem MSC2020-Modell zeigen sich Unterschiede im Maximalwert von γ_{eff} . Das zeigt, dass das MSC2020-Modell ein intensiveres Wiederanlegen forciert. Zudem ist der Bereich der durch den Ablösungsmodus stark erhöhten Werte von $\gamma_{\text{eff}} > 1.0$ ebenfalls im Nachlauf und insbesondere im Bereich der druckseitigen Hinterkante deutlich vergrößert. Dieses Verhalten steht im direkten Zusammenhang mit der $F_{\theta,t}$ -Funktion, die, wie in der Abb. 6.5 dargestellt, im MSC2020-Modell im Bereich des Nachlaufs nicht gegen $F_{\theta,t} = 0$ geht. Das führt, bezogen auf das Originalmodell, im Nachlauf zu einer deutlich erhöhten Produktion turbulenter kinetischer Energie sowie zu breiteren Nachläufen. Die Diskussion, inwieweit ein Transitionsmodell in freien Scherschichten wirken darf, wird in Abschn. 7.4 geführt.

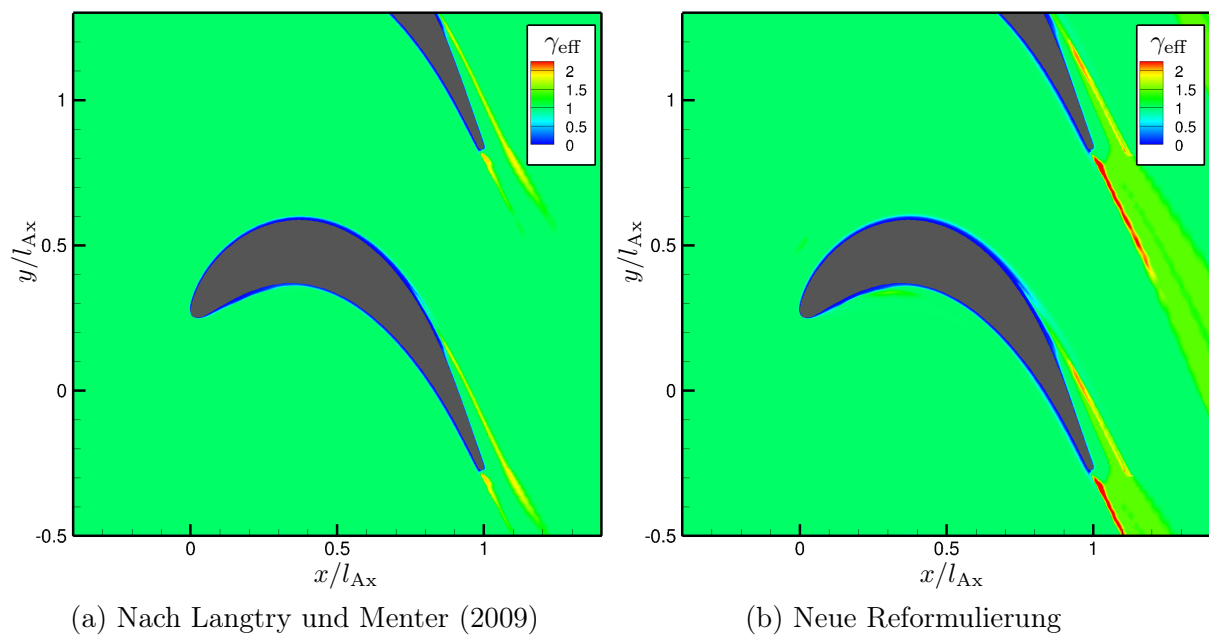


Abbildung 6.10: Vergleich der alten Formulierung von γ_{eff} nach Langtry und Menter (2009) mit der neuen Reformulierung

7 Modellkalibrierung und Validierung

7.1 Methodisches Vorgehen bei der Modellkalibrierung

7.1.1 Eingesetztes Optimierungsverfahren

Die Kalibrierung des Modells erfolgte teilautomatisiert. Hierfür wurde eine Softwareumgebung, die bereits bei Müller (2013), Müller und Herbst (2014) sowie einer unveröffentlichten Modellentwicklung Einsatz gefunden hat, adaptiert und weiter entwickelt. Der Kern dieser Umgebung ist die automatisierte Durchführung von Rechnungen inklusive deren Laufzeitüberwachung, Auswertung, Bewertung und Archivierung. Die Eingabe erfolgt ausschließlich in Form von Sätzen von Kalibrierkonstanten, die vollautomatisiert parallel verarbeitet werden. Die Ausgabe ist ein kontinuierlich erweiterter Datensatz, der die Kalibrierkonstanten in einen Bezug zur erreichten Übereinstimmung mit den Zielgrößen (Messwerte oder iLES Ergebnisse) bringt. Es ist hervorzuheben, dass sämtliche Lösungen auf diese Weise archiviert werden und nicht, wie bei vielen Optimierern üblich, verworfen werden. So ist es möglich, die Zielfunktionen während der Kalibrierung kontinuierlich anzupassen und die Gewichtung von Testfällen, Kategorien von Testfällen oder einzelnen Zielgrößen zu justieren.

Bereits von Müller (2013) wurde ein simples Gradientenverfahren implementiert, das unter Verwendung eines Meta-Modells effizient eine Transitionsmodellerweiterung für querströmungsinduzierte Transition kalibrieren konnte. Auf diese Weise wurde der Modellierer unterstützt; diese Erweiterung basierte auf sechs Kalibrierkonstanten. Das vorliegende Modell nutzt bis zu 25 Kalibrierkonstanten, die den Aufwand für die Kalibrierung signifikant erhöhen. Um eine effektive Kalibrierung zu bewerkstelligen, wurden weitere Kalibrierverfahren, wie z.B. Kreuzungs- oder Mutationsverfahren nach Storn und Price (1997), implementiert, die in dem VKI-Optimierer „Computer Aided Design and Optimization Tool“ (CADO) nach Verstraete (2010) Einsatz finden und z.B. auch von Teichel et al. (2017) zur Geometrieoptimierung eingesetzt wurden. So sind in einer frühen Phase der Optimierung genetische Verfahren (Mutation und Kreuzung) effektiver, um ein globales Optimum einzugrenzen und in einer späteren Phase eignen sich Gradientenverfahren besser, um das Optimum zu finden. Die Auswahl der Verfahren erfolgt von der Optimierungsumgebung.

Das hier eingesetzte Verfahren hat wenig mit einem klassischen Optimierungsverfahren gemein. Es unterstützt den Modellentwickler durch eine transparente Datenaufbe-

reitung und die Möglichkeit, statistische Analysen der Modellergebnisse durchzuführen, wobei stets die Möglichkeit besteht, während der Laufzeit manuell einzugreifen. Für diese spezifische Aufgabenstellung hat sich gezeigt, dass es bedeutend wichtiger ist, die Zielfunktionen zu kontrollieren und analysieren zu können, als einen vorgefertigten und abgeschlossenen Optimierer zu bedienen.

7.1.2 Kalibrierungsvorgang

Im Abschn. 6.2 wurde die Strategie der Modellentwicklungen vorgestellt und gezeigt, dass das Modell auf einer Vielzahl von Korrelationen und damit auf Freiheitsgraden bei der Kalibrierung basiert. Das Modell kann damit in der Lage sein, sehr viele Abhängigkeiten zu berücksichtigen. Von der Seite der Kalibrierung wird jedoch gefordert, dass jegliche Korrelation über einen breiten Parameterraum bedient werden muss. Ansonsten ist das Kalibriersystem sehr leicht überbestimmt. Die Kalibrierung könnte also zu verschiedenen Sätzen an Kalibrierkonstanten führen, die im Rahmen der Kalibrierumgebung ein sehr ähnliches Ergebnis liefern. Wird aber eine sehr eng abgegrenzte Kalibrierumgebung (z.B. bei sehr ähnlichen Reynolds-Zahlen aller Testfälle) verlassen, können die Lösungen der einzelnen Kalibrierung deutlich divergieren. Diese Beobachtung wurde auch von Franke (2020) gemacht, der die Kalibrierung des MSC2020-Modells von Müller-Schindewolffs et al. (2018) auf einen Testfall mit hohen Reynolds-Zahlen übertragen hat. Im Gegensatz zu Modellversionen, die bei höheren Reynolds-Zahlen kalibriert wurden, zeigte das Modell nach Müller-Schindewolffs et al. (2018) im Vergleich zu Messergebnissen eine deutlich zu weit stromauf liegende Transition.

An diesem Beispiel wird die Relevanz einer umfassenden, diversifizierten Datenbasis für die Kalibrierung von RANS-Modellen deutlich. Eine ähnliche Strategie wurde von Praisner und Clark (2007) verfolgt, die auf einen umfassenden Satz von 104 Turbinen- und Verdichter-Kaskaden zurückgreifen konnten, aus deren experimentellen Ergebnissen aber ebenfalls Transitionskorrelationen abgeleitet wurden. In der vorliegenden Arbeit konnte für die Kalibrierung auf 21 Testfälle zurückgegriffen werden, die im Optimierungsverfahren eingebunden wurden. Für die Validierung des Modells wurden weitere 58 Fälle eingesetzt, wobei diese Aufzählung auch Variationen in den Betriebspunkten berücksichtigt. Eine Übersicht über die eingesetzten Profile bzw. Windkanalaufbauten ist in Tab. C.1 gegeben. Hinzu kommt, dass die eingesetzten Korrelationen unabhängig von diesen Testfällen bestimmt wurden.

7.1.3 Zielfunktionen

Die Bewertung der Konstantensätze erfolgt über den Abgleich von experimentell ermittelten Daten mit den Simulationsergebnissen, die mit dem jeweiligen Konstantensatz erzielt wurden. Für jeden einzelnen Testfall wird ein integraler Fehler ermittelt, der im Anschluss über alle Testfälle aufsummiert wird. Die Minimierung des Fehlers ist das Ziel der Optimierung.

7.1 Methodisches Vorgehen bei der Modellkalibrierung

Zur Ermittlung des Fehlers wird für eine beliebige Größe ϕ mit

$$f_{\phi,i} = \sqrt{(x_{\text{exp},i} - x_{\text{num}})^2 + \sigma_{\text{Skalierung}} \cdot (\phi_{\text{exp},i} - \phi_{\text{num}})^2} \Bigg|_{\min}^2 \quad (7.1)$$

das Quadrat des geringsten Abstands des Messpunktes i zum Kurvenverlauf aus der Simulation bestimmt. Die Bewertung kann auf verschiedenen Kenngrößen basieren. Wie in Abb. 7.1, am Beispiel der ERCOFTAC T3A-Platte gezeigt, haben sich für ERCOFTAC-Platten die Verläufe des Wandschubspannungsbeiwerts c_f sowie des Formparameters H_{12} über die Plattenlauflänge x als optimal erwiesen. Auf Schaufelprofilen wird, je nach Verfügbarkeit der Messdaten, die isentrope Mach-Zahl Ma bzw. der Druckbeiwert c_p verwendet. Der Faktor $\sigma_{\text{Skalierung}}$ in Gl. 7.1 erlaubt eine Kompensation der Größenordnungen der Werte auf den x - und y -Achsen. Wie in Abb. 7.1 durch geänderte Symbole dargestellt, können ausgewählte Messpunkte um den Faktor 5 höher gewichtet werden als die übrigen. Dies ermöglicht die Fokussierung der Optimierung auf wesentliche Bereiche des Profils oder der Platte (z.B. die Lage der Transition oder Ablöseblase) und die Antwort der Fehlerfunktion ist präziser, als würden sämtliche Messwerte als gleichwertig gewichtet. Neben der Priorisierung einzelner Messpunkte können die Zielgrößen (im Fall der ERCOFTAC T3A-Platte c_f und H_{12}) untereinander gewichtet werden und jeder einzelne Testfall wird individuell erneut gewichtet. Im Laufe der Kalibrierung hat sich gezeigt, dass die Wahl der Zielfunktion und die Gewichtung der Testfälle untereinander für das erreichte Ergebnis der Kalibrierung entscheidend ist. Da grundsätzlich nicht davon ausgegangen werden kann, dass alle Kalibrierfälle vom Modell in gleich hoher Qualität abgebildet werden können, ist es entscheidend, dass der Anwender die Priorisierung im Verlauf des Kalibriervorgangs kontrolliert. Durch den Aufbau des zur Kalibrierung eingesetzten Verfahrens (siehe Abschn. 7.1.1) kann diese Anpassung der Gewichtung durchgeführt werden, ohne den Kalibriervorgang erneut starten zu müssen.

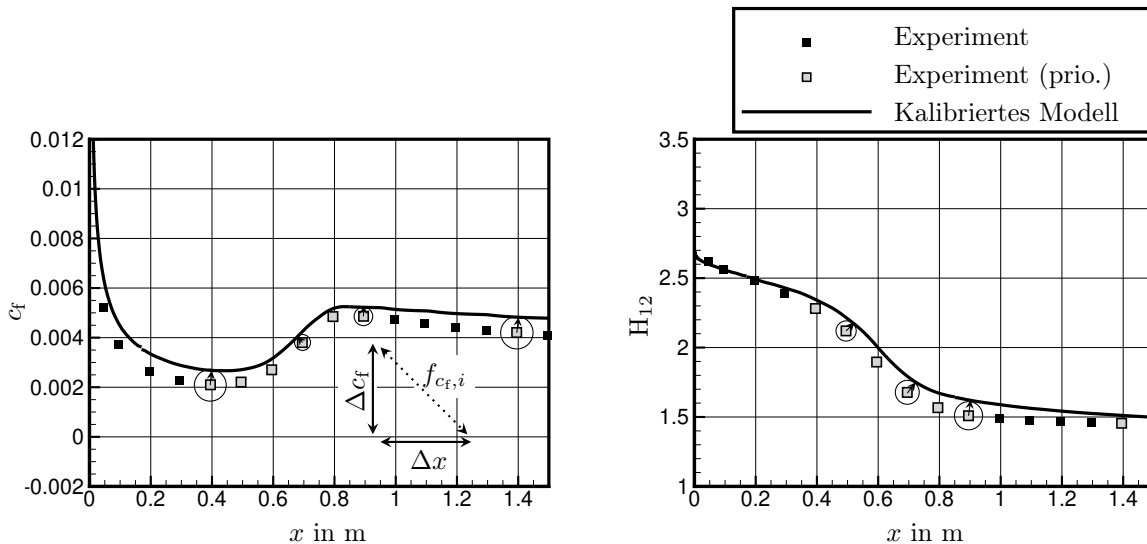


Abbildung 7.1: Exemplarische Darstellung der Fehlerbewertung für die automatisierte Kalibrierung am Beispiel der ERCOFTAC T3A-Platte (siehe Tab. C.1)

7.2 Studie zur Kalibrierung des Modells auf die Lösung der iLES

7.2.1 Kalibrierung des Modells auf gefilterte Anteile der turbulenten kinetischen Energie

Vor der Kalibrierung des Modells auf die Gesamtheit der Kalibriertestfälle aus Tab. C.1 soll untersucht werden, welche Bestandteile der Turbulenz vom k - ω -VB-Modell in Kombination mit dem MSC2020-Modell im Verlauf der Transition auf einem NDT-Profil erfasst werden können und müssen. Wie von Müller-Schindewolffs et al. (2017) gezeigt wurde, kommt es in SRS zu einem erheblichen Anstieg der ungefilterten, absoluten turbulenten kinetischen Energie k , die in der referenzierten RANS-Simulation nicht abgebildet wurde. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, welche Konsequenz es für die Lösung der RANS Simulation hat, wenn das MSC2020-Modell auf die absolute turbulente kinetische Energie kalibriert wird, bzw. welche Anteile der turbulenten kinetischen Energie repräsentativ für die RANS-Modellierung im Rahmen des k - ω -VB-Modells sind. Zu diesem Zweck wird das MSC2020-Modell an fünf wandnormalen Schnitten durch turbulente Grenzschichtgrößen auf Ergebnisse der iLES vom MTU-T161 kalibriert.

In Abschn. 5.3.2 wurden die spektralen Anteile von k innerhalb der Grenzschicht im Verlauf der Transition analysiert. Spektrale Frequenzbänder konnten spezifischen transitionellen bzw. turbulenten Strukturen zugeordnet und separiert werden. Dies ermöglicht eine Filterung der gesamten turbulenten kinetischen Energie als Zielgröße für die Kalibrierung.

In Tab. 7.1 sind fünf Ansätze (A1-A5) aufgelistet, nach denen $k_{\text{RANS, soll}}$ als Zielgröße für die Kalibrierung des MSC2020-Modells aus einzelnen Anteilen der turbulenten kinetischen Energie aufgebaut wird. Die Ergebnisse der Kalibrierung auf Basis dieser Zielgrößen sind in Abb. 7.2 dargestellt. Als Referenz dient der Ansatz A0, nach dem das Modell ausschließlich auf die Mach-Verteilung kalibriert wurde.

Im ersten Ansatz A1 wurde die vollständige turbulente kinetische Energie über den ge-

Tabelle 7.1: Kalibrierung des MSC2020-Modells auf einzelne Komponenten der Normalspannungen sowie spektrale Anteile der turbulenten kinetischen Energie

Ansatz	$k_{\text{RANS, soll}}$	Erläuterung
A0	–	Kalibrierung auf Mach-Verteilung
A1	k	$k_{\text{RANS, soll}}$ entspricht der absoluten turbulenten kinetischen Energie
A2	$\frac{3}{2}\overline{u'_2 u'_2}$	$k_{\text{RANS, soll}}$ entspricht der turbulenten kinetischen Energie der Normalspannungskomponente
A3	$\frac{3}{2}\overline{u'_3 u'_3}$	
A4	$k - \tilde{k}_{\text{prim}}$	$k_{\text{RANS, soll}}$ entspricht spektralen Anteilen
A5	\tilde{k}_{KH}	der turbulenten kinetischen Energie

7.2 Studie zur Kalibrierung des Modells auf die Lösung der iLES

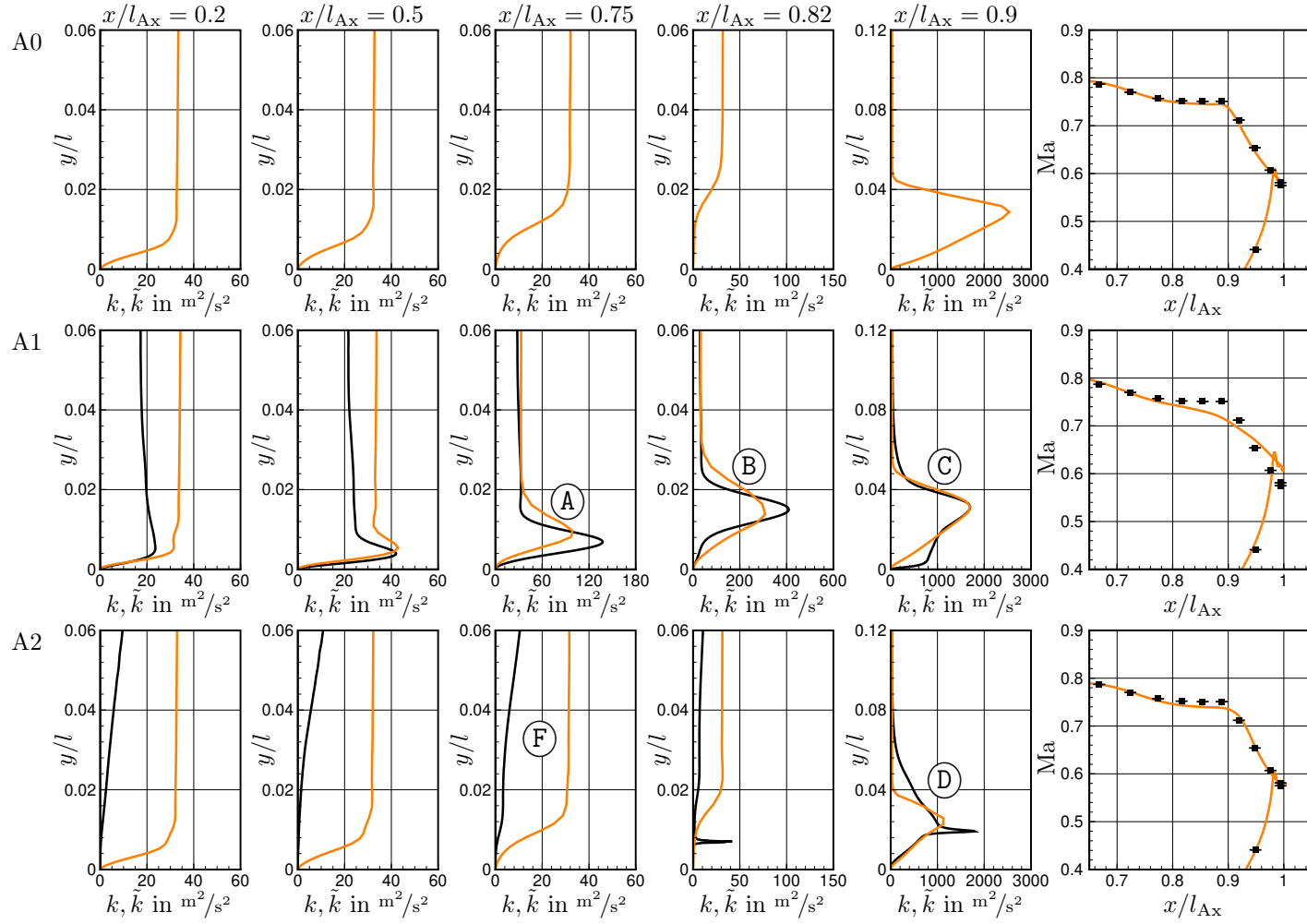
samten Frequenzbereich als Zielgröße vorgegeben. Diese Vorgabe kann über die Kalibrierung des MSC2020-Modells im Wesentlichen erfüllt werden. Stromab von $x/l_{Ax} \geq 0.75$ ((A) und (B)) zeigt sich aber ein deutlicher Anstieg von $k_{RANS, \text{ soll}}$, der nach Abb. 5.10 auf die $-\overline{\rho u_1' u_{1s}'}$ -Komponenten zurückzuführen ist. Dieser rasche Anstieg kann von dem MSC2020-Modell nur vermindert wiedergegeben werden. Im Bereich der umgeschlagenen KH-Instabilität bei $x/l_{Ax} = 0.90$ ((C)) wird die Vorgabe im Maximalwert aber gut erfüllt; in Wandnähe ist k etwas zu gering. Die resultierende Mach-Verteilung zeigt aber eine deutliche Abweichung zum experimentell ermittelten Verlauf. Das spricht, wie bereits von Müller-Schindewolffs et al. (2017) diskutiert, dafür, dass die vollständige spektrale Bandbreite von k nicht als Turbulenz interpretiert werden kann und im Rahmen einer auf der Wirbelviskosität basierenden RANS-Modellierung nicht wiedergegeben werden darf.

Die Ansätze A2 und A3 zielen darauf ab, dass unabhängig von den involvierten Längenskalen jeweils die einzelnen $-\overline{\rho u_2' u_{2s}'}$ sowie $-\overline{\rho u_3' u_{3s}'}$ -Komponenten des Reynolds-Spannungs-Tensors repräsentativ für die in der RANS modellierte turbulente kinetische Energie sind. Die $-\overline{\rho u_2' u_{2s}'}$ -Komponente berücksichtigt dabei, dass vor allem der wandnormale Impulseintrag in die Grenzschicht zur Ausbildung eines turbulenten Geschwindigkeitsprofils führt. Die laterale $-\overline{\rho u_3' u_{3s}'}$ -Komponente soll bewertet werden, da sie den dreidimensionalen Charakter der Turbulenz berücksichtigt. In der zweidimensionalen Profilmströmung des MTU-T161 im Mittenschnitt wird die $-\overline{\rho u_3' u_{3s}'}$ -Komponente schließlich nur angefacht, sobald sich dreidimensionale Strukturen ausbilden. Diese Dreidimensionalität ist eine der wesentlichen Eigenschaften von Turbulenz.

Die mit A2 und A3 erzielten Mach-Verteilungen zeigen eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung mit den Messwerten. Die Zielvorgabe von $k_{RANS, \text{ soll}}$ wurde jedoch nur bei $x/l_{Ax} = 0.90$ in A2 und A3 ansatzweise erfüllt ((D) und (E)). Weiter stromauf können nach A2 aufgrund des Defizits bei der Vorhersage die geringen Werte von $\frac{3}{2}\overline{u_2' u_2'}$ im Freistrom nicht realisiert werden ((F)). Ebenso wird nach A3 das Anwachsen von $\frac{3}{2}\overline{u_3' u_3'}$ ab $x/l_{Ax} \geq 0.75$ nicht wiedergegeben ((G)). Dieser Anstieg wurde nach A1 gut realisiert. Das Defizit in A3 kann darauf zurückgeführt werden, dass der Anstieg von $\frac{3}{2}\overline{u_3' u_3'}$ nicht im Bereich der abgelösten Scherschicht, sondern vor allem nahe an der Wand bei $y/l \leq 0.02$ ((H)) erfolgt. $\frac{3}{2}\overline{u_3' u_3'}$ ist somit das Produkt der turbulenten Mischung in der Ablöseblase, die von der RANS prinzipiell schlecht wiedergegeben werden kann.

Die Ansätze A4 und A5 basieren auf der Vorgabe spektraler Anteile von k . Nach A4 wurden von der Summe des absoluten k die Anteile \tilde{k}_{prim} abgezogen, die hinsichtlich ihrer spektralen Anteile primären Instabilitätsmechanismen zugeordnet werden können. Dies sind niedrige Frequenzen im Bereich von TS-Wellen oder K-Moden sowie das *low-frequency flapping* der Ablöseblase. Durch das kalibrierte MSC2020-Modell ist es gelungen, die Verteilung von $k_{RANS, \text{ soll}}$ im Bereich der umgeschlagenen KH-Instabilität bei $x/l_{Ax} = 0.90$ gut zu reproduzieren ((I)). Weiter stromauf bei $x/l_{Ax} = 0.82$ weist der Verlauf von $k_{RANS, \text{ soll}}$ jedoch ein lokales Maximum auf, das vom MSC2020-Modell nicht reproduziert werden kann ((J)). Die Mach-Verteilung wird in einer ähnlich guten Qualität wiedergegeben wie in den zuvor diskutierten Ansätzen.

Für den Ansatz A5 gelingt mit dem MSC2020-Modell die beste Reproduktion von $k_{RANS, \text{ soll}}$. Nach A5 werden ausschließlich spektrale Bereiche berücksichtigt, die der



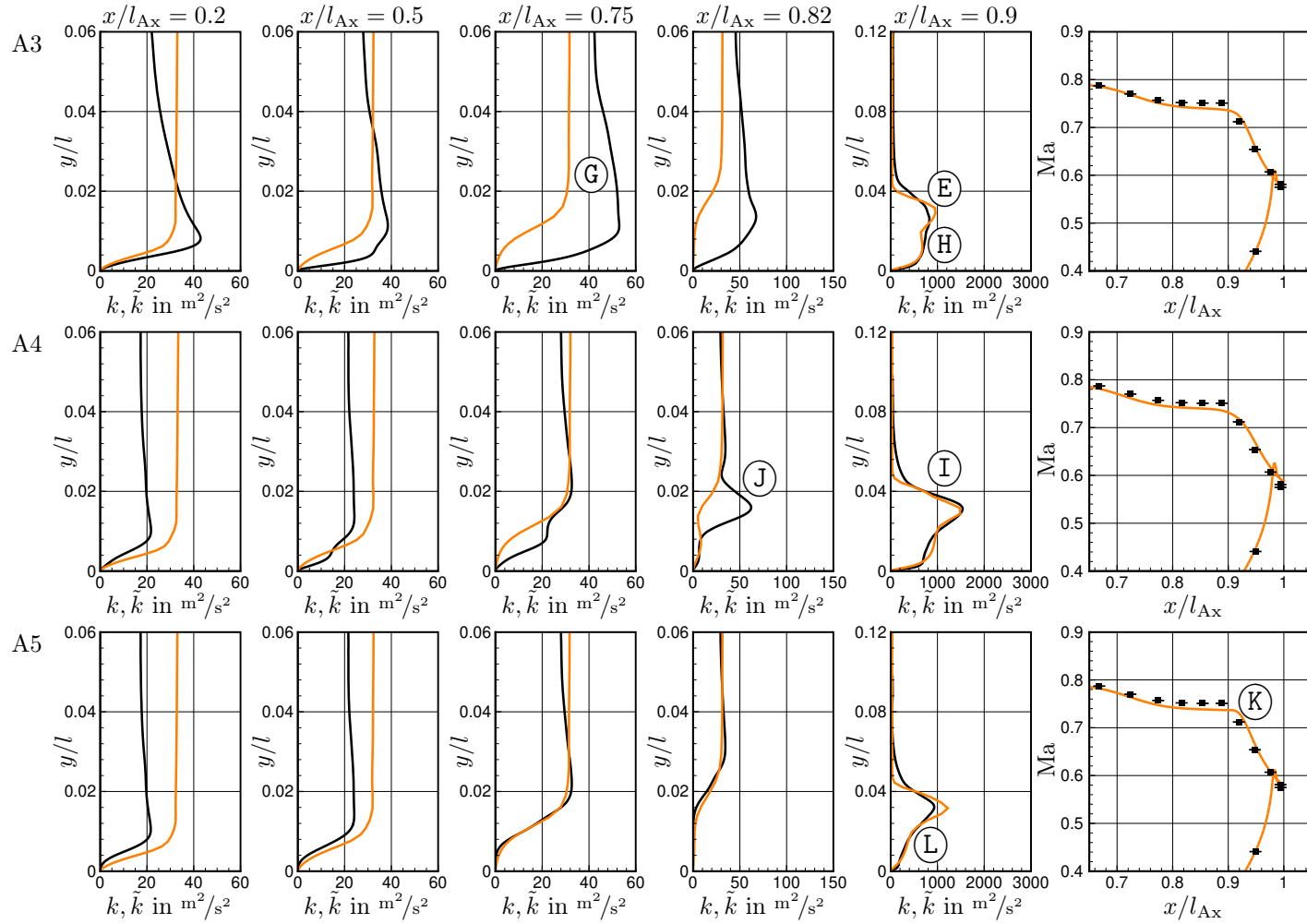


Abbildung 7.2: Ergebnisse aus der Kalibrierung des MSC2020-Modells auf die wandnormalen Profile von \tilde{k} nach der Berechnung aus Tab. 7.1 für das MTU-T161 $Re_{2,th} = 70,000$

Turbulenz zugeordnet werden können. Diese Anforderung trifft ausschließlich für \tilde{k}_{KH} zu. Die spektralen Energieanteile im Frequenzband von Turbulenzflecken \tilde{k}_{TF} wurden explizit ausgenommen, da Turbulenzflecken auf dem MTU-T161 nicht nachgewiesen werden können (siehe Abschn. 5.3.2). Auch für diesen Ansatz wird die Mach-Verteilung moderat gut wiedergegeben. Es fällt aber auf, dass der Winkel (\textcircled{K}) im Verlauf von Ma im Umschlagspunkt bei $x/l_{Ax} = 0.92$ verhältnismäßig spitz ausgebildet ist. Die beiden Ansätze A3 und A4 zeigen im Vergleich dazu einen erheblich stärker ausgerundeten Verlauf. Im Bezug auf die k Profile bei $x/l_{Ax} = 0.9$ fällt auf, dass die Ausrundung des Winkels mit dem relativen Anteil von k in Wandnähe ($y/l \leq 0.02$) korreliert. Je höher der relative Anteil von k im Bereich der Scherschicht ($y/l \approx 0.03$) gegenüber k in Wandnähe ($y/l \leq 0.02$) ist, desto spitzer ist der Winkel ausgeprägt (Vergleich \textcircled{H} und \textcircled{L}).

Eine quantitative Bewertung der Ansätze A1 bis A5 kann, wie in Abb. 7.3 dargestellt, durch die Bestimmung der Fehler zwischen den Soll- und Istwerten bei der Wiedergabe des k -Profils sowie der Mach-Verteilungen durchgeführt werden. Wie bereits zuvor diskutiert, wird hier deutlich, dass der Ansatz A1 zu dem bei weitem größten Fehler bei der Reproduktion der Mach-Verteilung führt. Die Vorgabe der Normalspannungskomponenten des Reynoldsspannungs-Tensors (A2 und A3) liefern den geringsten Fehler bei der Mach-Verteilung; es ist jedoch nicht gelungen, die k -Profile gut mit dem MSC2020-Modell zu reproduzieren, womit A2 und A3 nur schlecht abgebildet werden. Dies gelang für die Ansätze A4 und insbesondere A5 sehr gut; bei diesen Ansätzen ist der Fehler bei der Wiedergabe der Mach-Verteilung gegenüber A2 und A3 jedoch leicht erhöht.

Der im Rahmen der RANS-Modellierung am besten reproduzierte Ansatz ist A5. Hier wird ein $k_{RANS, \text{soll}}$ -Profil vorgegeben, das durch das MSC2020-Modell realisiert werden kann und auch die Mach-Verteilung ist in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Der \tilde{k}_{KH} Anteil der turbulenten kinetischen Energie ist somit repräsentativ für die turbulente kinetische Energie im k - ω -VB-Modell.

In Hinblick auf A0 kann angenommen werden, dass eine Erhöhung des Niveaus von $k_{RANS, \text{soll}}$ in A5 zu einer weiter verbesserten Vorhersage der Mach-Verteilung führen würde. Diese Erhöhung lässt sich mit der Definition von \tilde{k}_{KH} nach Yang und Voke (2001) legitimieren: Nach Yang und Voke (2001) findet im Bereich von $0.206 \leq \omega_{\text{max}} \leq 0.231$ die maximale Anfachung der KH-Instabilität statt (siehe Abschn. 5.3.2). Von Müller-Schindewolffs et al. (2017) konnte im Bereich der umschlagenden Scherschicht in dem von Yang und Voke (2001) genannten Bereich von ω_{max} ein Maximalwert in der spektralen Verteilung der turbulenten kinetischen Energie nachgewiesen werden; es kommt jedoch bereits bei geringeren Frequenzen zu einem deutlichen Anstieg der spektralen Energie. Initiiert von der KH-Instabilität werden Störungen in einem breiteren spektralen Bereich angefacht. Die Auswertung von Müller-Schindewolffs et al. (2017) zeigt, dass bereits ab $\omega_{\text{max}} \geq 0.09$ ein erheblicher Anstieg spektraler Energie stattfindet. Eine Anpassung des f_{KH} Frequenzbands würde \tilde{k}_{KH} somit näher an die Verteilung von A0 bringen, was wahrscheinlich zu einer besseren Vorhersage der Mach-Verteilung führen würde. Der Vergleich der k -Profile von A0 und A1 zeigt jedoch, dass die Summe der in A0 modellierten turbulenten kinetischen Energie $\approx 50\%$ über der turbulenten kinetischen Energie aus der iLES liegt. Es ist somit nicht möglich, die Summe der turbulenten kinetischen Energie des k -Profils von A0 vollständig mit der iLES zu erklären.

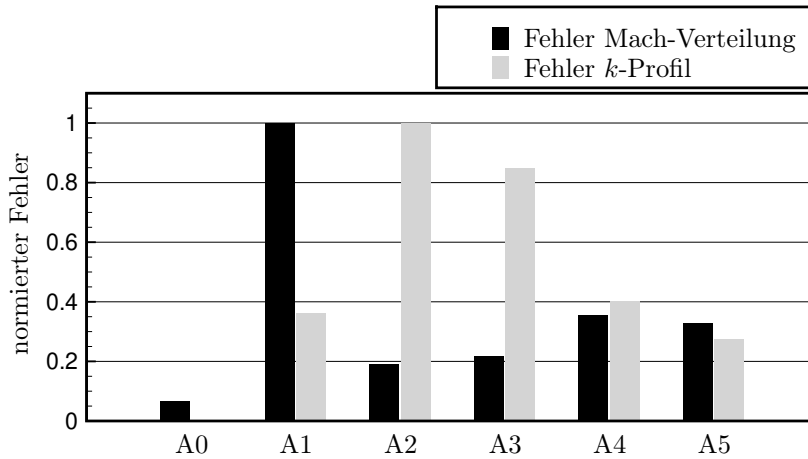


Abbildung 7.3: Bewertung der Fehler bei der Kalibrierung des MSC2020-Modells auf die wandnormalen Profile von \tilde{k} auf dem MTU-T161 bei $Re_{2,th} = 70,000$ nach den Ansätzen A0 bis A5 (siehe Abb. 7.2); normiert auf den maximalen Fehler

Bei der Diskussion der Niveaus der turbulenten kinetischen Energie muss aber auch berücksichtigt werden, dass die Anisotropie der Turbulenz aus der iLES schlecht durch die Hypothese von Boussinesq (1877) wiedergegeben wird. Bei der Kalibrierung von k auf die Lösung der iLES wird angenommen, die Anisotropie aus der iLES würde durch die RANS reproduziert werden können. Das ist nicht der Fall. Es ist also per se nicht davon auszugehen, dass eine exakte Reproduktion von k aus der iLES die optimale Lösung für die RANS liefern kann.

7.2.2 Bewertung der Wiedergabe der Anisotropie durch die Hypothese von Boussinesq (1877)

In letzten Abschnitt wurde gezeigt, dass sowohl die Wiedergabe der Zielgröße k_{RANS} , soll als auch der Mach-Verteilung am besten gelingt, wenn bei k als Zielgröße ausschließlich die turbulente kinetische Energie der HK-Instabilität \tilde{k}_{KH} berücksichtigt wird. Dieser Anteil hoher Frequenzen ist vollständig der laminar-turbulent umgeschlagenen abgelösten Scherschicht zuzuordnen. Die niedrigen Frequenzen in der angelegten prä-transitionellen Grenzschicht tragen nicht zur Abbildung der Transition im k - ω -VB-Modell bei.

In Abb. 7.4 sind die Normalspannungen sowie die $-\overline{\rho u_1' u_{2s}'}$ -Schubspannung aus der iLES mit denen über die Hypothese von Boussinesq (1877) aus Gl. 3.2 ermittelten von dem kalibrierten Modell A0 (siehe Tab. 7.1) mit der bestmöglichen Übereinstimmung der Mach-Verteilung gegenübergestellt.

Wie an den geringen Normalspannungskomponenten $-\overline{\rho u_i' u_{is}'}$ aus der RANS zu erkennen ist, findet bis $x/l_{Ax} \leq 0.82$ keine Produktion von k statt und die Grenzschichten in der RANS sind laminar. Da die Normalspannungen nach der Hypothese von Boussinesq (1877) im Wesentlichen auf der turbulenten kinetischen Energie k basieren (Gl. 3.2), nehmen alle drei Komponenten in der RANS sehr ähnliche Werte an. Insbesondere die

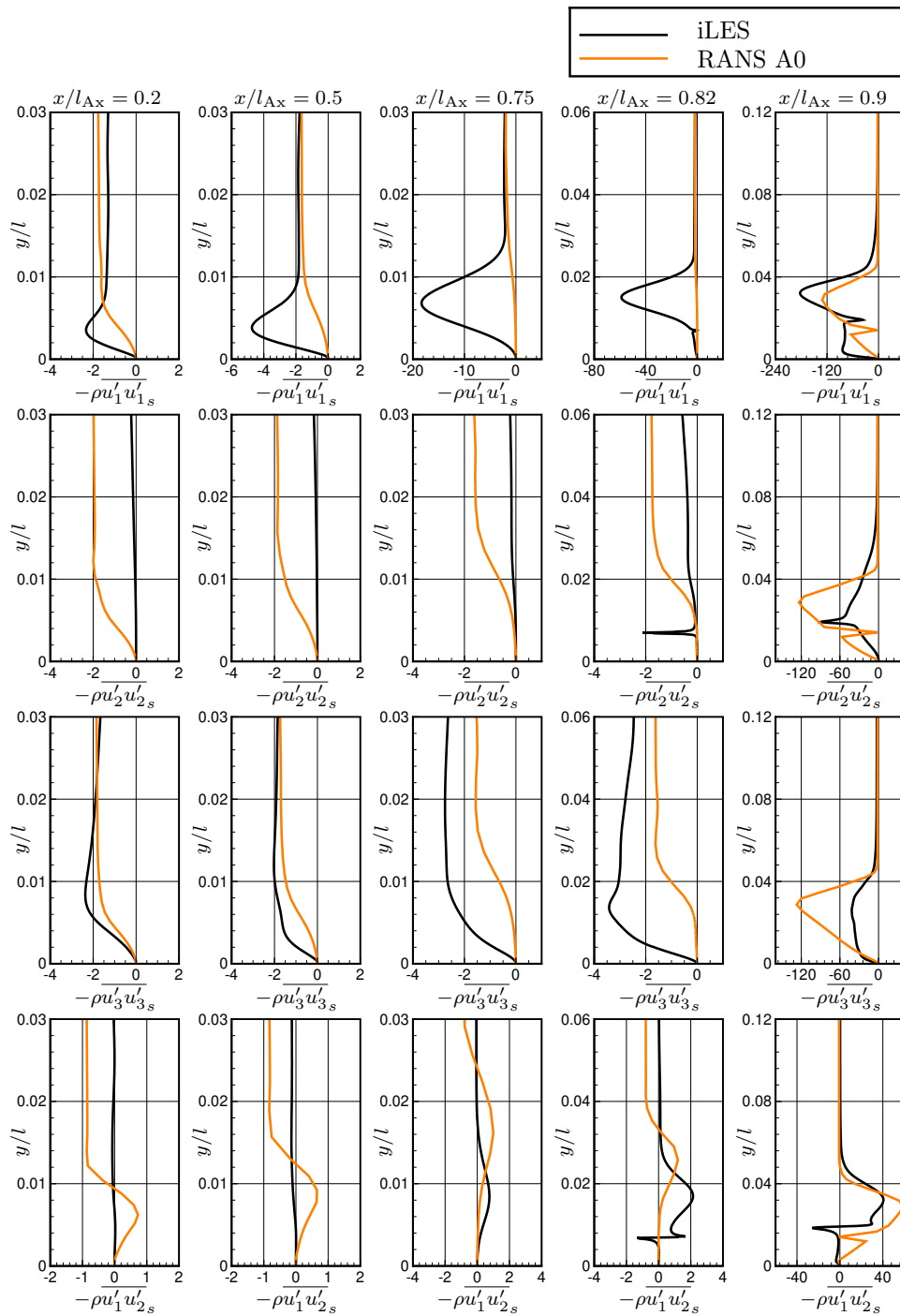


Abbildung 7.4: Verlauf der Reynolds-Spannungen aus der RANS im Vergleich zur iLES auf der Saugseite des MTU-T161 $Re_{2,th} = 70,000$
 Spannungskomponenten sind entlang der \bar{u}_i Strömungsvektoren ausgerichtet

$-\overline{\rho u'_1 u'_{1s}}$ und $-\overline{\rho u'_3 u'_{3s}}$ -Komponenten, die in der iLES über das Auftreten von K-Moden erklärt werden können, weichen deutlich von den RANS-Profilen ab.

Erst bei $x/l_{Ax} \approx 0.9$ findet der laminar-turbulente Umschlag statt und es kommt zu einem deutlicher Anstieg sämtlicher Reynoldsspannungs-Komponenten in der iLES sowie der RANS. Die prä-transitionellen Strukturen zerfallen in dreidimensionale kleinskalige turbulente Wirbelstrukturen. Wie die Erfahrungen aus der Kalibrierung erwarten lassen, gleichen sich die aus der Hypothese von Boussinesq (1877) approximierten Profile der Reynolds-Spannungen deutlich an die Lösung der iLES an, die insbesondere die $-\overline{\rho u'_1 u'_{2s}}$ -Komponente ausgesprochen gut abbilden. Diese Beobachtung entspricht der Beschreibung von Leschziner (2015), der die Grundidee hinter Wirbelviskositätsmodellen auf die Beschreibung der $-\overline{\rho u'_1 u'_{2s}}$ -Komponente zurückführt. Die $-\overline{\rho u'_1 u'_{2s}}$ -Komponente ist wesentlich für den turbulenten Impulseintrag in Scherschichten und damit für die Wiedergabe von Geschwindigkeitsprofilen verantwortlich.

Im Vergleich zur T3B-Platte (siehe Abb. A.12), die als Testfall zur Validierung der eingesetzten iLES Methode dient, fällt auf, dass die $-\overline{\rho u'_2 u'_{2s}}$ -Komponente auf dem MTU-T161 Profil deutlich geringer ist als auf der flachen Platte und diese sich im Bereich der angelegten Grenzschicht für $x/l_{Ax} \leq 0.75$ nicht entwickelt. In der iLES des MTU-T161 gilt bis über den Grenzschichttrand hinaus $-\overline{\rho u'_2 u'_{2s}} \approx 0$ und es findet eine starke Dämpfung wandnormaler turbulenter Schwankungen statt. Die Ursache hierfür ist der von Görtler (1940) beschriebene Effekt longitudinaler Oberflächenkrümmungen. Durch konvex bzw. konkav gekrümmte Oberflächen werden die Krümmungsverläufe d^2U/dy_s^2 von Grenzschichtprofilen dahingehend modifiziert, dass konvexe Krümmungen zu einer Stabilisierung und konkave Krümmungen zu einer Destabilisierung von Grenzschichten führen. Wie auch von Schlichting et al. (2006) erläutert, führt die Oberflächenkrümmung zu einer Verschiebung des Wendepunktkriteriums (siehe Abschn. 2.2.1). Die konvexe Krümmung der Profilsaugseite kann die Grenzschicht somit laminar halten und eine Transition hinauszögern.

Die von der Stromlinienkrümmung abhängige Dämpfung der wandnormalen Reynoldsspannungs-Komponente wird von der Hypothese von Boussinesq (1877) in der RANS nicht modelliert. Modellkorrekturen können aber eingesetzt werden, um den Einfluss der Stromlinienkrümmung auf Grenzschichten zu berücksichtigen (Leschziner 2015). Die $-\overline{\rho u'_2 u'_{2s}}$ -Komponente beginnt somit erst im Bereich der sich destabilisierenden Scherschicht ($x/l_{Ax} = 0.82$) anzusteigen und nimmt stromab der umgeschlagenen Ablöseblase bei $x/l_{Ax} = 0.9$ deutlich zu. Ursächlich hierfür ist der Anstieg der turbulenten kinetischen Energie k .

Die dargestellte Schubspannungskomponente $-\overline{\rho u'_1 u'_{2s}}$ basiert in der RANS ausschließlich auf den Gradienten des Geschwindigkeitsfelds. Dies führt dazu, dass auch in der freien Strömung $-\overline{\rho u'_1 u'_{2s}} \neq 0$ gilt. Die Ursache hierfür ist die Krümmung des Schaufelprofils in negative y -Richtung (siehe Abb. 5.2), die sich auf den Gradienten der wandnormalen Komponente $\frac{d\bar{u}_2}{dx_{1s}} < 0$ auswirkt. Durch das Grenzschichtprofil ist die wandtangente Komponente $\frac{d\bar{u}_1}{dx_{2s}, y < \delta} \gg 0$ stark positiv, sodass auch $\left(\frac{d\bar{u}_1}{dx_{2s}} + \frac{d\bar{u}_2}{dx_{1s}}\right)_{y < \delta} > 0$ innerhalb der Grenzschicht einen positiven Wert annimmt. Außerhalb der Grenzschicht gilt jedoch $\frac{d\bar{u}_1}{dx_{2s}, y > \delta} \approx 0$. Durch die Profilkrümmung bleibt $\frac{d\bar{u}_2}{dx_{1s}, y > \delta} < 0$ und damit

$(\frac{d\bar{u}_1}{dx_{2s}} + \frac{d\bar{u}_2}{dx_{1s}})_{y>\delta} < 0$. Als Folge nimmt $-\overline{\rho u'_1 u'_{2s,y>\delta}} < 0$ außerhalb der Grenzschicht negative Werte an. Diese fehlerhafte Approximation durch die Hypothese von Boussinesq (1877) widerspricht dem Ergebnis der iLES. Aufgrund der gedämpften u'_2 s -Komponente ergibt die $\overline{u'_1 u'_{2s}}$ -Korrelation ebenfalls geringe Werte im Bereich der angelegten Grenzschicht bis $x/l_{Ax} < 0.75$. Im Bereich der abgelösten Scherschicht ($x/l_{Ax} \geq 0.75$) dominiert die Zirkulation in der Ablöseblase und mit Ausnahme der Verschiebung in wandnormaler Richtung gleichen sich die $-\overline{\rho u'_1 u'_{2s}}$ zwischen RANS und iLES aneinander an.

7.2.3 Schlussfolgerung aus der iLES Studie

Die Ergebnisse aus der Studie zur Kalibrierung des MSC2020-Modells auf gefilterte Verteilungen der turbulenten kinetischen Energie k aus der iLES wurde auf der Basis von fünf Ansätzen durchgeführt. So ist es möglich, die Anteile von k zu bestimmen, die für die Modellierung der Transition im Rahmen des k - ω -VB-Modells relevant sind und abgebildet werden müssen.

Diese Studie ermöglicht die Beantwortung der offenen Fragen aus Abschn. 5.3:

Antwort 3: Die für die RANS-Modellierung repräsentativen spektralen Anteile der turbulenten kinetischen Energie innerhalb der Grenzschicht auf dem MTU-T161 sind ausschließlich die höchsten Frequenzen, die durch den Umschlag der KH-Instabilität entstehen. Die sich ausbildenden kleinskaligen Strukturen bewirken den intensiven Impulsaustausch, der durch Zwei-Gleichungsmodelle abgebildet werden soll. Prä-transitionelle Strukturen wie K-Moden können erhebliche Energien tragen, sind jedoch kein Inhalt der Modellierung im Rahmen von Zwei-Gleichungsmodellen.

Antwort 4: Für die exakte Reproduktion der Profildruckverteilung ist vor allem die Wiedergabe der $-\overline{\rho u'_1 u'_{2s}}$ -Komponente des Reynoldsspannungs-Tensors von Bedeutung. Die Normalspannungskomponenten weisen dabei größere Abweichungen zur exakten Lösung der iLES auf, die der stark vereinfachten Approximation durch die Hypothese von Boussinesq (1877) geschuldet sind. Diese Abweichungen beziehen sich u.a. auf die Anisotropie der Turbulenz, die sich bei der Überströmung von gekrümmten Oberflächen einstellt.

7.3 Kalibrierung des Modells

Um ein robustes und zuverlässiges Verhalten des erarbeiteten Modells zu garantieren, ist die Kalibrierung von wesentlicher Bedeutung. Wie bereits zuvor beschrieben, sollten möglichst unterschiedliche Testfälle eingesetzt werden, um den Parameterraum für die Kalibrierung weit aufzuspannen. Das hat zur Folge, dass die Vorhersage einzelner Testfälle schlechter ausfällt, das Modell aber besser in der Lage sein wird, unter variierenden Randbedingungen (wie z.B. außerhalb des ADP von Turbomaschinen) sowie auf Testfällen, die sich von den für die Kalibrierung verwendeten Testfällen unterscheiden, eine

belastbare Lösung zu bestimmen. Das Ergebnis der Kalibrierung wird im Folgenden anhand ausgewählter Beispiele diskutiert. Im Anhang D befindet sich eine Übersicht über alle Ergebnisse der Kalibrierung aus öffentlich zugänglichen oder zur Publikation freigegebenen Testfällen. Eine Übersicht über Betriebsparameter aller Testfälle ist in Tab C.1 gegeben. Alle bei der Kalibrierung verwendeten Testfälle sind in Q3D abgebildet, die später in Abschn. 7.4 vorgestellte Validierung erfolgt weitestgehend auf 3D-Kaskaden.

ERCOFTAC Platten

Das Rückgrat für die Kalibrierung einer Vielzahl von RANS-Modellen sind die ERCOFTAC-Platten nach Roach und Brierley (1990). Sie sind beispielhaft für eine Variation des Turbulenzgrads in der Zuströmung, der Reynolds-Zahl sowie des Druckgradienten in Strömungsrichtung. Die Betriebsbedingungen über die einzelnen Testfälle sind so eingestellt, dass die Strömungsbedingungen im Bereich der Transition über den gesamten Parameterbereich erstreckt sind (siehe auch Tab. A.1).

Die ERCOFTAC-Platten erfordern damit die Vorhersage der wesentlichen Einflussfaktoren auf die Transition in unterschiedlichen Parameterkombinationen und helfen ein qualitativ korrektes Modellverhalten abzusichern. Zudem bieten die generischen ERCOFTAC-Platten durch hohen messtechnischen Detaillierungsgrad die Möglichkeit, den Vorgang der Transition hinsichtlich Transitionslage und -länge zu kalibrieren. Für den Fall angelegter Transition werden in Kaskaden in der Regel nicht die geeigneten Messtechniken eingesetzt, um die Transitionslage- und -länge exakt zu lokalisieren, sondern, wie im folgenden Abschnitt beschrieben, ist nur die Eingrenzung derselben möglich.

Ein Beispiel für die Parametervariation auf den ERCOFTAC-Platten ist der Vergleich der T3C3- mit der T3C5-Platte in Abb. 7.5. Der Turbulenzgrad auf beiden Platten ist mit $Tu \approx 3\%$ sehr ähnlich; die mit der Länge der Platte gebildete Reynolds-Zahl wird von der T3C3-Platte mit $Re_l = 410,000$ zu $Re_l = 940,000$ auf der T3C5-Platte aber deutlich gesteigert. Beide Platten weisen die identische Gegenkontur auf. Aufgrund der höheren Reynolds-Zahl erfolgt die Transition auf der T3C5-Platte aber deutlich weiter stromauf im Bereich der beschleunigten Strömung. Für ein robustes Modell ist es wesentlich, diese fundamentale Abhängigkeit wiederzugeben.

Wie von Franke (2020) gezeigt werden konnte, wird auf der T3B- sowie T3C1-Platte im Bereich der Vorderkante Turbulenz in die Grenzschichten eingebracht, die durch das zugrundeliegende Turbulenzmodell bedingt ist. Auf beiden Platten erfolgt die Transition sehr weit stromauf und weitestgehend unabhängig vom Transitionsmodell. Durch die übergeordnete Wirkung des Turbulenzmodells sind die beiden Fälle somit aus der Transitionsmodellierung ausgenommen und stellen für die zugrunde liegende RANS-Umgebung eine Grenze dar.

Angelegte Transition auf Profilen

Auf der NASA DCA Verdichterkaskade nach Zierke und Deutsch (1989) sowie der T104-Turbinenkaskade nach Kotlarski (1978) mit einer hohen Belastung im vorderen Profilmittelbereich und einer langen Verzögerungsstrecke stromab von $x/l_{Ax} \geq 0.3$ findet die Transition im angelegten Profilmittelbereich auf der Saugseite des Profils statt. Wie in Abb 7.6

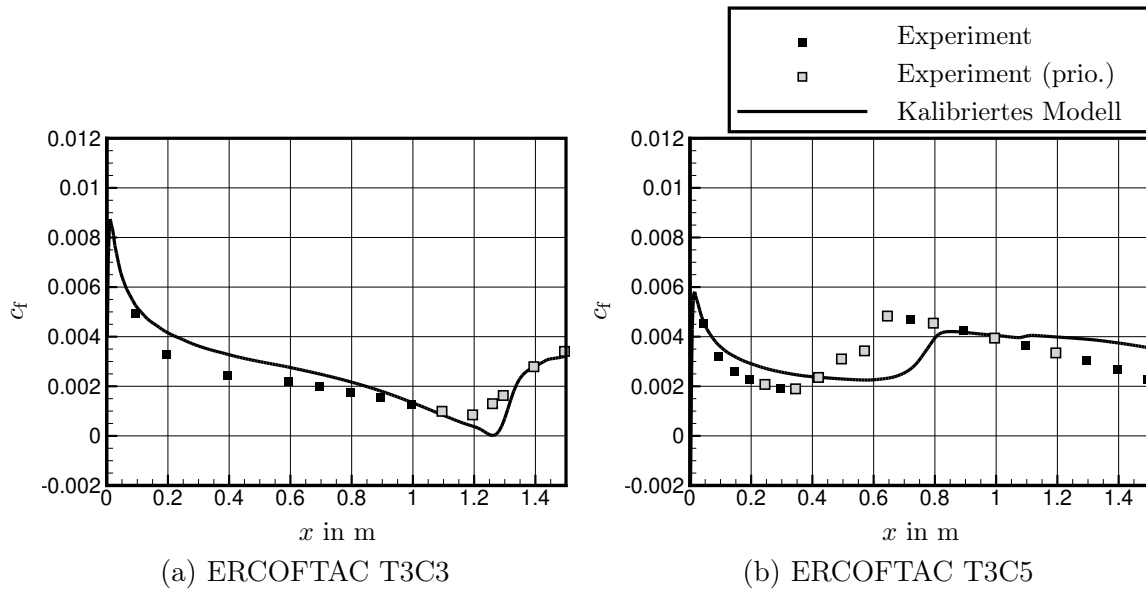


Abbildung 7.5: Kalibrierung auf die ERCOFTAC T3C3 und T3C5 Platten

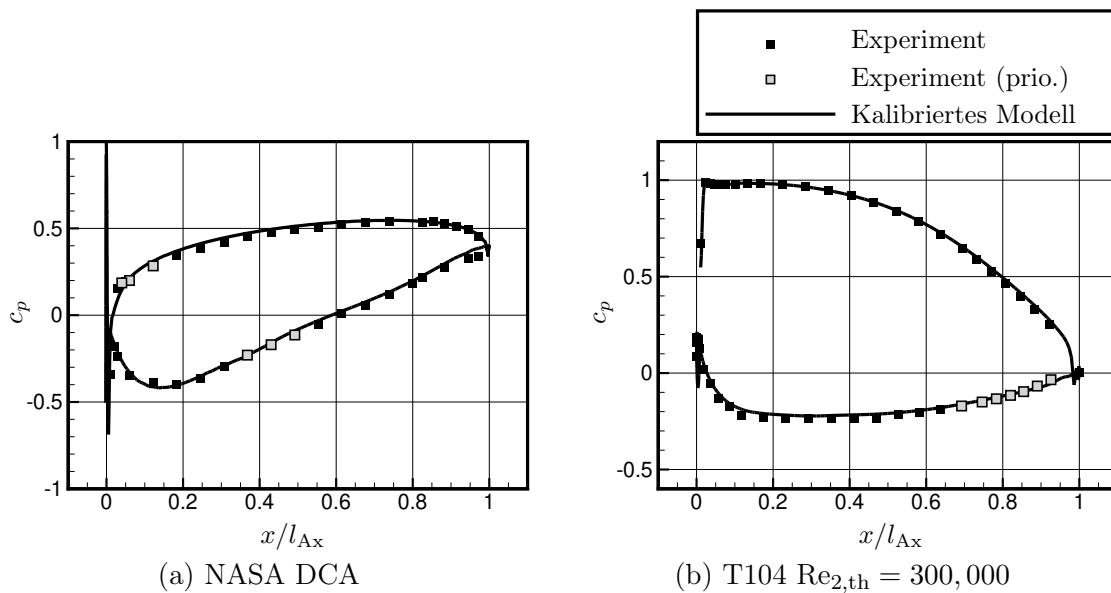


Abbildung 7.6: Kalibrierung auf Kaskaden mit angelegter Transition

dargestellt, befindet sich eine Ansammlung priorisierter Messstellen auf der Schaufel-
 saugseite der NASA DCA Verdichterkaskade zwischen $0.35 \leq x/l_{Ax} \leq 0.5$, sowie auf
 der Schaufel-
 saugseite der T104 Turbinenkaskade zwischen $0.7 \leq x/l_{Ax} \leq 0.95$. In diesen
 Bereichen neigen die Profile zur Ausbildung einer Ablöseblase. Durch den Impulseintrag
 aufgrund einer stromauf von dieser Position stattfindenden Transition wird die Ablösung
 der Grenzschicht unterdrückt. Diese beiden Testfälle fordern somit, dass das Modell
 in der Lage ist, auf Verdichter- und Turbinenprofilen im vorderen Profilbereich eine
 Transition zu realisieren. Ein entsprechendes Transitionsverhalten kann bei der
 Kalibrierung sichergestellt werden.

Abgelöste Transition auf Profilen

Der in NDT am weitesten verbreitete und daher wichtigste Transitionsmechanismus ist die Transition über Ablöseblasen. Exemplarisch für diesen Profiltyp sollen an dieser Stelle die T106A sowie die T106D Turbinenkaskaden vorgestellt werden. Die T106x Kaskaden sind sehr hoch belastet, wobei der angehängte Buchstabe (A bis D) bei identischer Profilgeometrie eine Erhöhung der Teilung kennzeichnet (siehe Tab C.1), was mit einer erhöhten aerodynamischen Belastung einhergeht.

Die in Abb. D.3d dargestellte T106A Kaskade weist in der T106x Serie die geringste Profilbelastung auf. Dies führt zu der Ausbildung einer kleinen, stromab des Transitionspunkts wieder anlegenden Ablöseblase. Im Gegensatz dazu ist die T106D Kaskade mit der größten Teilung aerodynamisch am stärksten belastet und bildet bei $Re_{2,th} = 200,000$ eine stark ausgeprägten Ablöseblase aus.

Da die Ablöseblase auf der T106D Kaskade deutlich auf den Turbulenzgrad in der Zuströmung reagiert, wurde die T106D Kaskade vielfach zur Bewertung der durch Nachläufe induzierten Transition (siehe Abschn. 2.2.3) herangezogen (Stadtmüller und Fottner 2001, Müller et al. 2015, Zießle et al. 2020). Für die Studien durch Nachläufe induzierter Transition wird die T106D Kaskade üblicherweise mit eingebautem Nachlaufgenerator (EIZ) betrachtet. Dies ist in dieser Arbeit nicht der Fall. Der in Abb. 7.7b dargestellte Betriebspunkt bezieht sich auf eine sehr geringe Reynolds-Zahl in Kombination mit einem sehr geringen Turbulenzgrad von $Tu = 0.8\%$ in der Zuströmung, wodurch das Anlegen der Ablöseblase verhindert wird.

In den meisten in der Kalibrierung eingesetzten Testfällen (siehe Anhang D) erfolgt die Transition, wie auf dem T106A, über einer Ablöseblase. Das T106D stellt mit der offenen Ablöseblase einen Extremfall dar, bei dem das Profil laminar ablöst und die Grenzschicht nicht wieder anlegt. Durch die Kalibrierung des Modells auf verschiedenste Ausprägungen von Ablöseblasen soll ein robustes Modellverhalten sichergestellt werden.

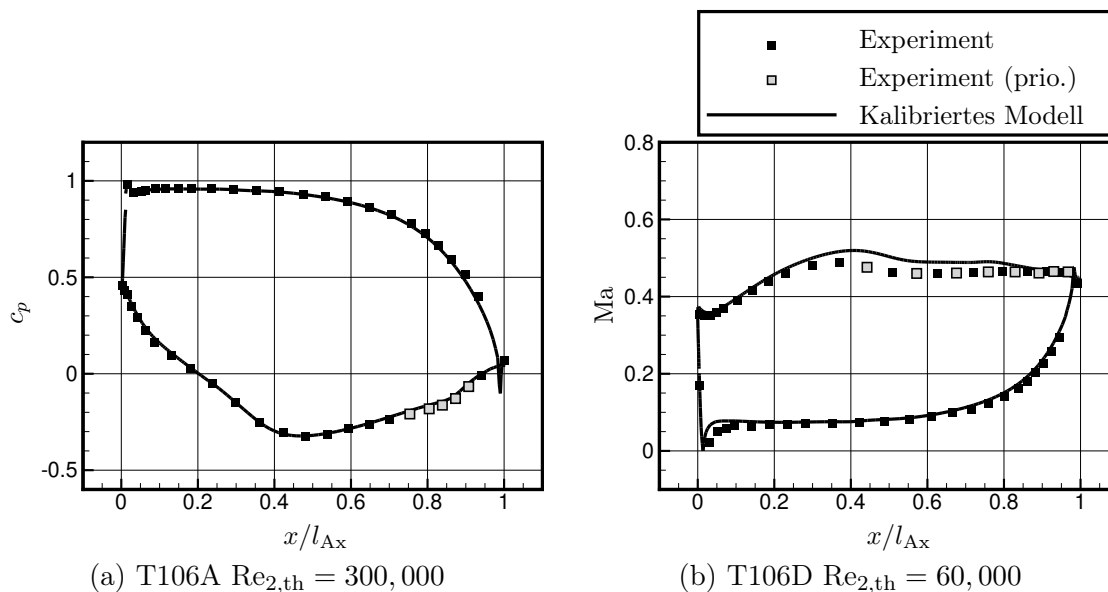


Abbildung 7.7: Kalibrierung auf Kaskaden mit saugseitigen Ablösungen mit und ohne laminar-turbulentem Umschlag

7.4 Validierung des Modells

Die Validierung des Modells basiert auf einem Satz an generischen Platten, Turbinen- sowie Verdichterkaskaden. Wie der Tab. C.1 zu entnehmen ist, werden zur Kalibrierung des Modells Q3D-Testfälle eingesetzt. So wird der notwendige Rechenaufwand reduziert. Bei der abschließenden Validierung wird fast ausschließlich auf dreidimensional vernetzte Testfälle zurückgegriffen, um auch den Einfluss der Seitenwandgrenzschichten und Sekundärströmungen zu bewerten. Somit werden einige Testfälle aus der Kalibrierung auch bei der Validierung als dreidimensionales Modell erneut bewertet.

Im Rahmen der Validierung des Modells werden die Ergebnisse des MSC2020-Modells den mit dem γ - Re_{θ} -Modell nach Langtry und Menter (2009) erzielten Ergebnissen sowie entsprechenden Messwerten gegenübergestellt. Für alle Simulationen wird das k - ω -VB-Turbulenzmodell eingesetzt.

Eine vollständige Übersicht über die Validierung ist in Anhang E gegeben, sofern die Daten publiziert werden können. Die Validierung bezieht sich bei den ERCOFTAC-Platten (Abb. E.1 und E.2) auf den Verlauf des Wandschubspannungsbeiwerts und des Formparameters. Bei den Kaskaden wird die Druck- bzw. Mach-Verteilung sowie, falls vorhanden, der Totaldruckverlust entlang einer Nachlauftraverse im Mittenschnitt bewertet. Nachlauftraversen werden je nach Messaufbau bei 32% l_{Ax} oder 40% l_{Ax} stromab der Hinterkante des Profils ermittelt.

Wie in Anhang E dargestellt, zeigt sich im Vergleich zum Referenzmodell nach Langtry und Menter (2009) für das kalibrierte MSC2020-Modell eine verbesserte Vorhersage auf den meisten Profilen. Insbesondere die Transition über der Ablöseblase wird vom MSC2020-Modell deutlich besser vorhergesagt. Auch die Totaldruckverluste stromab der Kaskade können von dem MSC2020-Modell hinsichtlich der Nachlaufbreite und -tiefe durchweg besser erfasst werden.

Der signifikante Unterschied bei der Nachlaufwiedergabe lässt sich über die bewusste Aktivierung des Modus für die durch Ablösungen induzierte Transition im MSC2020-Modell erklären. So, wie die freie Scherschicht über einer abgelösten Grenzschicht, stellt sich auch im Bereich des Nachlaufs eines Profils eine freie Scherschicht ein. Damit sind die Kriterien für die durch die Ablösung induzierte Transition in γ - Re_θ -Modellen ebenfalls im Nachlauf erfüllt. Im γ - Re_θ -Modell nach Menter et al. (2004) bzw. Langtry und Menter (2009) werden Nachläufe weitestgehend vom Einfluss des Modells ausgenommen, indem die $F_{\theta,t}$ -Funktion im Bereich des Nachlaufs auf $F_{\theta,t} = 0$ herabgesetzt wird. Wie in Abschn. 6.2.1 beschrieben, wird damit die Produktion von k auf einem geringen Niveau belassen (siehe insbesondere Abb. 6.10). Nach Ansicht des Autors entspricht diese künstliche Abgrenzung nicht der physikalisch korrekten Berücksichtigung von freien Scherschichten. Das Defizit des Turbulenzmodells, das nicht in der Lage ist, den Produktionsterm P_k (Gl. 3.6) in freien Scherschichten exponentiell hochzufahren, kann durch den Eingriff des Transitionsmodells mit der Vorgabe von $\gamma > 1.0$ kompensiert werden. Die künstliche Einordnung, dass Transitionsmodelle nur innerhalb von Grenzschichten wirken, wird damit zugunsten einer besseren Wiedergabe freier Scherschichten verletzt. Die strikte Trennung von Turbulenz- und Transitionsmodellen, die nach der Ansicht des Autors keine physikalisch motivierte Rechtfertigung besitzt, wird damit aufgeweicht.

Neben der guten Wiedergabe der Transitionslage auf den meisten Kaskaden weicht das T106C leicht von dem allgemeinen Trend ab. Insbesondere im Vergleich der Kaskaden T106A (Abb. D.3d), T106C (Abb. E.3) und T106D (Abb. E.4 und E.5) wird die Abweichung des T106C aus der Serie identischer T106x Profilgeometrien deutlich. Eine mögliche Erklärung ist, dass sämtliche Kaskaden, die zur Kalibrierung des Modells eingesetzt wurden, sowie die Mehrheit der Kaskaden für die Modellvalidierung in demselben Gitterwindkanal untersucht wurden. Neben dem T106C nach Michálek et al. (2012) sowie den Plattentestfällen wurde nur das NASA DCA Verdichtergitter nach Zierke und Deutsch (1989) in anderen Prüfständen untersucht. Somit können bauartbedingte Abweichungen die Strömungsbedingungen in den jeweiligen Prüfständen systematisch beeinflussen. Hierzu zählt z.B. die Strömungsführung im Zulauf der Messstrecke, Turbulenz- und Gleichrichtergitter, die Kontaktion des Strömungsquerschnitts stromauf der Messstrecke oder auch die Periodizität der Strömung durch die der Kaskade. Nicht zuletzt werden auch unterschiedliche Messketten und Ausführungen von Sonden eingesetzt.

Diese Beobachtung verdeutlicht die hohe Sensitivität der eingesetzten RANS-Verfahren auf sich ändernde Randbedingungen, die nur durch die Berücksichtigung einer Vielzahl von Testfällen bei der Modellkalibrierung und -validierung deutlich wird. Mit besseren analytischen Fähigkeiten wächst auch der Bedarf an die Messtechnik sowie eine umfassende Fehlerbewertung in der Nachbereitung von Messkampagnen.

7.4.1 Modelleinfluss auf spannweitige Verlustentstehung am Beispiel des MTU-T161

Neben der umfassenden Bewertung des MSC2020-Modells im Mittenschnitt von Kaskaden wird am Beispiel des MTU-T161 auch der Totaldruckverlustbeiwert im seitenwandnahen Bereich ausgewertet. In Abb. 7.8 ist 40% l_{Ax} stromab der Profilhinterkante

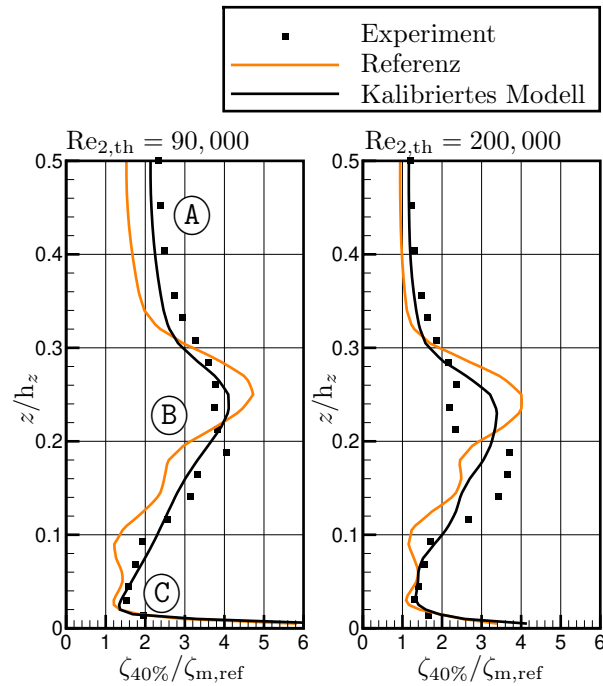


Abbildung 7.8: Vergleich der spannwitigen über die Teilung gemittelten Totaldruckverluste stromab des MTU-T161
Referenzsimulation mit dem γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009); Experiment nach Ludwig et al. (2011)

der in Teilungsrichtung massengemittelte Totaldruckverlustbeiwert $\zeta_{40\%,m}$ für die beiden Reynolds-Zahlen $Re_{2,th} = 90,000$ sowie $200,000$ in spannwitiger Richtung aufgetragen. Im Bezug auf die Referenzsimulation mit dem γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) zeigt sich für beide Reynolds-Zahlen mit dem MSC2020-Modell ein Anstieg der Verluste nahe des Mittenschnitts bei $z/h_z > 0.3$ (A) und eine spannwitige Umverteilung im Bereich der Sekundärströmungen $0.05 \leq z/h_z \leq 0.3$ (B). In direkter Wandnähe $z/h_z < 0.05$ (C) werden die Verluste zwischen beiden Modellen ähnlich vorhergesagt. Damit wird die Vorhersage der spannwitigen Verlustverteilung durch das MSC2020-Modell gegenüber dem γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) erheblich verbessert. Dies ist bemerkenswert, da das MSC2020-Modell nicht im Hinblick auf eine verbesserte Vorhersage von dreidimensionalen Strömungen im Seitenwandbereich konzipiert wurde.

Wie von Herbst (2013) gezeigt wurde, kann eine Modellierung im Hinblick auf dreidimensionale Wirbelstrukturen zu einer erheblichen spannwitigen Verschiebung von Wirbelzentren in Richtung der Seitenwand beitragen. Im Hinblick auf $Re_{2,th} = 200,000$ wird deutlich, dass der Bereich der maximalen Sekundärströmungsverluste von $z/h_z \approx 0.25$ zu $z/h_z \approx 0.21$ verschoben wurde. Im Experiment werden die maximalen Sekundärströmungsverluste von $z/h_z \approx 0.18$ nachgewiesen. Durch eine explizite Berücksichtigung von dreidimensionalen Wirbelstrukturen als Ergänzung zum MSC2020-Modell besteht ein hohes Potential für weitere Verbesserungen.

Neben den über die Teilung gemittelten Verlusten werden in Abb. 7.9 die Feldtraversen stromab des MTU-T161 dargestellt. Es wird deutlich, dass sich die Verlustzentren

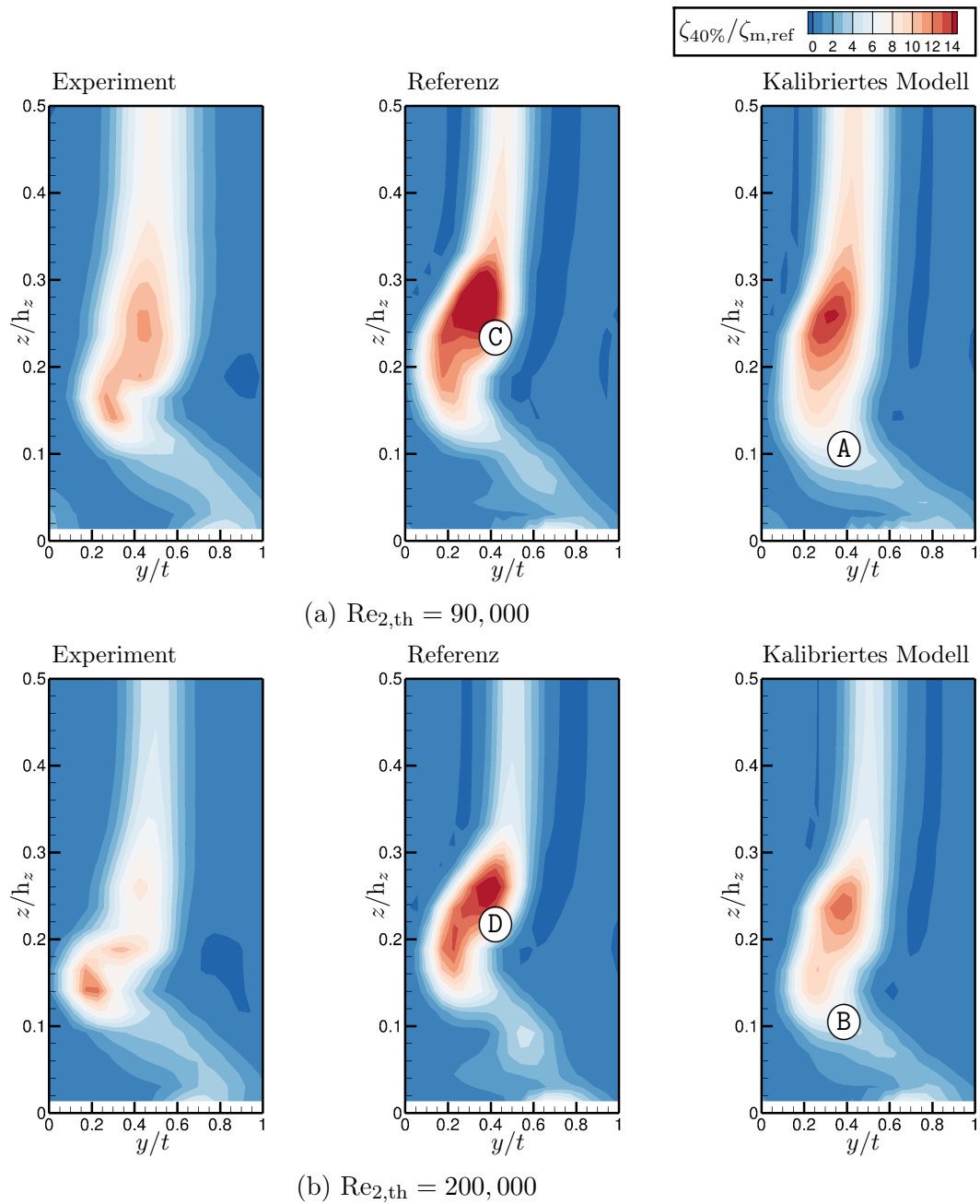


Abbildung 7.9: Vergleich der flächigen Totaldruckverluste stromab des MTU-T161 40% l_{Ax} stromab der Profilhinterkante Referenzsimulation mit dem γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009); Experiment nach Ludwig et al. (2011); Simulationsergebnisse auf Messraster interpoliert

vom γ - Re_θ -Referenzmodell zum kalibrierten MSC2020-Modell leicht in Richtung der Seitenwand verschieben (A) und (B), aber noch eine sichtbare Abweichung zum Experiment besteht. Vor allem nimmt aber das Verlustniveau (C) und (D) deutlich ab, sodass ähnliche Werte wie im Experiment erreicht werden. Zudem werden Verluste durch das MSC2020-Modell stärker ausgemischt, wodurch die Nachlaufdele sowie Wirbelzentren diffuser wiedergegeben werden und sich damit dem Experiment annähern.

Mit dieser Studie kann gezeigt werden, dass das MSC2020-Modell die Vorhersage von dreidimensionalen Strömungen im seitenwandnahen Bereich nicht negativ beeinflusst, sondern im Gegenteil zu einer wesentlichen Verbesserung führt. Durch eine Kombination mit Modellerweiterungen, die, wie bei dem VGJ-Modell nach Herbst (2013), eine explizite Berücksichtigung von Wirbelstrukturen ermöglichen, ist eine wesentliche Verbesserung zu erwarten.

7.4.2 Berücksichtigung von destabilisierenden Druckgradienten

Das wesentliche Potential von γ - Re_θ -Modellen, das im MSC2020-Modell aufgegriffen wurde, ist die Sensitivität gegenüber Druckgradienten. Hierfür wird der Beschleunigungsparameter λ_θ lokal in der Grenzschicht ausgewertet und zur Transitionsbewertung herangezogen. Diese Anpassung ermöglicht es, das Modell deutlich sensitiver auf Druckgradienten zu kalibrieren als das Modell nach Menter et al. (2004) bzw. Langtry und Menter (2009). Um den Einfluss von Störungen durch Druckgradienten zu berücksichtigen, wird eine von Lin et al. (2012) vorgestellte ebene Platte in Anlehnung an Stabilitätsanalysen von Wie und Malik (1998) herangezogen. Von Lin et al. (2012) wurden numerische Studien am γ - Re_θ -Modell durchgeführt, die somit keine Möglichkeit bieten, das MSC2020-Modell an expliziten Daten zu validieren. Dennoch kann das Modellverhalten im Bezug zum γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) gesetzt und plausibilisiert werden.

Wie in Abb. 7.10 dargestellt, wird die von Lin et al. (2012) untersuchte Platte als glatte Referenzkonfiguration und mit einer einfachen Sinuswelle (1W1) bewertet. Durch die Variation des Turbulenzgrads in der Zuströmung wird die Transitionslage über die Lauflänge der Platte verschoben. Damit verschiebt sich auch der Abstand der Sinuswelle vom Transitionspunkt.

Wie in allen Simulationen zu erkennen ist, bewirkt die Welle eine Verschiebung der Transitionslage stromauf. Gegenüber dem γ - Re_θ -Modell nach Langtry und Menter (2009) zeigt das kalibrierte MSC2020-Modell eine Verschiebung der Transitionslage für die glatte Referenzplatte in Abhängigkeit vom Turbulenzgrad. Diese Verschiebung kann und soll in diesem Kontext nicht eingeordnet werden. Wesentlich ist aber, dass der Einfluss der Welle vom MSC2020-Modell deutlich stärker wiedergegeben wird. So führt die Welle, weitestgehend unabhängig von der Entfernung zum Transitionspunkt, zu einer deutlichen Verschiebung der Transitionslage um $\approx 0.08 - 0.1$ m stromauf. Unter Verwendung des γ - Re_θ -Modells nach Langtry und Menter (2009) ist der Einfluss deutlich geringer und im Fall der am weitesten stromab liegenden Transition bei $x \approx 1.2$ m (A) ist der Einfluss der Druckstörung wesentlich abgeklungen.

Mit dieser Analyse ist keine Bewertung der Ergebnisse möglich, es kann aber gezeigt

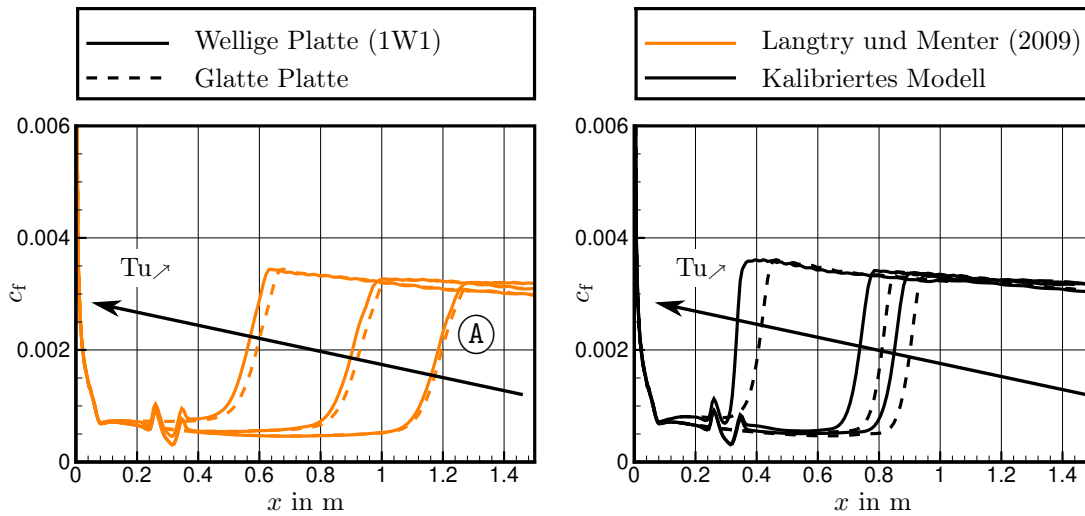


Abbildung 7.10: Transitionslage auf welliger Platte zur Bewertung der Sensitivität auf lokale Druckgradienten; $Re_1 = 6.8e+6$, $Ma_1 = 0.15$, $Tu_1 = 0.03-0.4\%$

werden, dass eine wesentliche Intention hinter dem MSC2020-Modell umgesetzt werden konnte und auch im Rahmen der Kalibrierung bestehen bleibt. Das Ergebnis ist somit ein indirekter Beleg dafür, dass die erhöhte Sensitivität gegenüber Druckgradienten einen Vorteil für das Modell schafft. Würde sich die erhöhte Sensitivität negativ auf die Vorhersagegenauigkeit auswirken, so wäre die Eigenschaft über die Kalibrierung verloren gegangen.

8 Schlussfolgerungen und Ausblick

8.1 Schlussfolgerungen

In der vorliegenden Arbeit wurde eine für Turbinenkaskaden optimierte Variante des γ - Re_θ -Modells erarbeitet. Die zentrale Eigenschaft dieser als MSC2020 bezeichneten Modellvariante ist eine deutlich präzisere, vollständig lokal formulierte Ermittlung des Druckgradientenparameters λ_θ , der im Gegensatz zum Referenzmodell nach Menter et al. (2004) nicht in der freien Strömung, sondern direkt in der Grenzschicht bestimmt wird. Die damit erreichte Vermeidung von sprunghaften Änderungen des λ_θ Parameters ermöglicht eine deutlich sensitivere Kalibrierung und damit ein dynamischeres Modellverhalten im Vergleich zum Referenzmodell. Die im Referenzmodell gegebene abschnittsweise Modellierung von Transitionsphasen wurde für angelegte sowie abgelöste Grenzschichten weiter detailliert, sodass die stationäre Modellierung schwach transitioneller bzw. intermittierend turbulenter Grenzschichten möglich ist, die weiter stromab in einen progressiven Fortschritt der Transition übergehen. Darüber hinaus wird der Einfluss kompressibler Effekte auf den Transitionsvorgang explizit mitberücksichtigt.

Die Modellentwicklung wurde von der iLES Analyse des MTU-T161 Turbinengitters begleitet. Es wurden die Turbulenz in der freien Strömung sowie transitionelle und turbulente Strukturen in der saugseitigen Grenzschicht bewertet, die über ihre spektralen Anteile an der turbulenten kinetischen Energie differenziert wurden. In Bezug auf diese Ergebnisse wurden RANS-Zwei-Gleichungsmodelle analysiert.

In diesem Kontext wurden die vier Fragen:

Frage 1: Welche Größen, die der RANS-Modellierung zur Verfügung stehen, können für die physikalische Bewertung der äußeren Einflüsse auf die Grenzschicht herangezogen werden, um den Transitionsvorgang besser zu modellieren? Welche numerischen Hilfsgrößen sind der *Modelldynamik* zuzuordnen?

Frage 2: Welche prä-transitionellen oder turbulenten Strukturen in der Grenzschicht spielen eine Rolle im Verlauf der Transition?

Frage 3: Welche dieser Strukturen können oder sollen bei der Modellierung des Transitionsvorgangs berücksichtigt werden und welche nicht?

Frage 4: Wie muss die Ausgabe des Transitionsmodells sein, um die Druckverteilung des Profils bestmöglich wiederzugeben? Wird hierbei der Reynoldsspannungs-Tensor durch die Hypothese von Boussinesq (1877) gut approximiert?

formuliert, die die Auswertung der iLES strukturieren.

Dazu wurde der wertungsfreie Begriff der *Modelldynamik* eingeführt. Die *Modelldynamik* beschreibt Prozesse, die in RANS-Modellen ablaufen, aber keinen direkten strömungsmechanischen Bezug haben. Beispielsweise lässt sich der Beschleunigungsparameter λ_θ messtechnisch erfassen und kann von dem MSC2020-Modell abgebildet werden. Andere Modellgrößen, wie die Transportgrößen ω oder $\tilde{\text{Re}}_{\theta,t}$, lassen sich nicht in Bezug zu messbaren Größen setzen. Wie auch von Spalart (2015) diskutiert, lassen sich RANS-Modellterme per se nicht durch Messungen oder skalenauflösende Simulationen bestimmen oder zur Kalibrierung des Modells heranziehen. Anhand der iLES konnte gezeigt werden, dass das Problem der ω -Gleichung die von Leschziner (2015) genannte Kopplung der Skalen l_μ für Mischungsvorgänge sowie l_ϵ für die Dissipation der Turbulenz ist. Im Sinne der *Modelldynamik* muss ω in Wandnähe modifiziert werden, um das gewünschte Modellverhalten zu erzielen. Eine strömungsphysikalische Interpretation von ω , im Sinne von Skalen auf die Grenzschichten rezeptiv reagieren, ist als Eingangsgröße für die Transitionsmodellierung damit ausgeschlossen. Dies ist die Antwort auf die Frage 1.

Im Rahmen einer Studie wurde das MSC2020-Modell auf gefilterte Anteile der turbulenten kinetischen Energie kalibriert und in Bezug zu der erreichten Übereinstimmung mit der Profildruckverteilung des MTU-T161 bei einer theoretischen Profil-Reynoldszahl von $\text{Re}_{2,\text{th}} = 70,000$ gesetzt. Das Ergebnis ist die Antwort auf die Frage 2. Die K-Moden wurden als wesentliche energietragende Strukturen identifiziert, die longitudinal zu dem Strömungsvektor ausgerichtet sind und sich mit sehr geringen Frequenzen assoziieren lassen. Sie haben aber keine Bewandnis bei der Modellierung der Transition in Zwei-Gleichungsmodellen. Im Gegensatz zu der T3B-Platte ist in der angelegten Grenzschicht des MTU-T161 auch die wandnormal ausgerichtete Normalspannungskomponente sehr gering. Diese geringen Werte können mit der von Görtler (1940) beschriebenen Dämpfung von Störungen auf konvex gekrümmten Oberflächen erklärt werden. Als Antwort auf die Frage 3 wurde herausgearbeitet, dass auf dem MTU-T161 einzig die turbulente kinetische Energie entscheidend ist, die sich bei dem Umschlag der KH-Instabilität der abgelösten Grenzschicht bildet. Diese führt zu einem signifikanten Anstieg der $-\overline{\rho u_1' u_2'}$ Schubspannungskomponente, die in der RANS-Modellierung auch von der Hypothese von Boussinesq (1877) präzise wiedergegeben wird (Frage 4). Damit kann die Rolle der turbulenten kinetischen Energie k eingeordnet werden, die im Gegensatz zu ω nicht unter den Begriff der *Modelldynamik* fällt, sondern eine strömungsphysikalische Deutung zulässt. Allerdings muss berücksichtigt werden, dass prä-transitionelle Anteile der turbulenten kinetischen Energie im Gegensatz zu den turbulenten Anteilen nur zu einem sehr stark verminderten wandnormalen Impulsaustausch führen und im Sinne der Formulierung von Zwei-Gleichungs-Turbulenzmodellen nicht modelliert werden dürfen.

Die finale Kalibrierung und Validierung hat gezeigt, dass das MSC2020-Modell in der Lage ist, auf einer Vielzahl von Testfällen und unter variierenden Randbedingungen eine robuste Vorhersage der Transition zu liefern. Dabei erzielt das kalibrierte MSC2020-Modell auf den meisten Testfällen eine verbesserte Vorhersage gegenüber dem Referenzmodell nach Langtry und Menter (2009). Dies gilt auch im seitenwandnahen Bereich, der bei der Kalibrierung des Modells nicht explizit berücksichtigt wurde. Somit ist dies ein weiterer Beleg für ein weitreichend korrektes und plausibles Modellverhalten über

den Kalibrierbereich hinaus.

Bei der Validierung wurde deutlich, dass für die Kalibrierung des Modells eine diversifizierte Auswahl von Testfällen über einen breiten Bereich von Betriebsparametern entscheidend ist. Nur so gelingt es, ein robustes Modell zu entwickeln, und Unregelmäßigkeiten in Messdaten oder Randbedingungen einzelner Testfälle können als solche erkannt und berücksichtigt werden.

8.2 Ausblick

Anwendungsorientierte Perspektive

RANS-Verfahren, die im industriellen Kontext eingesetzt werden, müssen eine hohe Zuverlässigkeit garantieren. Weiterentwickelte Verfahren müssen stets in Bezug auf bestehende Verfahren bewertet werden und sich hinsichtlich der Ergebnisqualität in die bestehenden Prozesse integrieren lassen. Signifikante Änderungen in der Vorhersage oder geänderte Sensitivitäten auf Einflussgrößen können ein fein abgestimmtes Auslegungssystem stören. Daher sind industriell eingesetzte Verfahren auf kleinschrittige Modifikationen angewiesen und nur einzelne Komponenten des Auslegungssystems können schrittweise angepasst werden.

Mit der lokalen Formulierung von γ - Re_θ -Modellen sind diese auf die korrekte Vorgabe des Freistromturbulenzgrads durch das Turbulenzmodell angewiesen. Dies ist ein grundlegender Unterschied zu dem MultiMode-Modell nach Kožulović (2007), das dieses Defizit im Turbulenzmodell durch ein analytisch approximiertes Abklingen der Turbulenz unabhängig vom Turbulenzmodell behebt. Mit dieser Abhängigkeit sind Modellerweiterungen, wie die VB-Erweiterung nach Bode et al. (2011, 2014), die wesentliche Grundlage für die erfolgreiche Ausnutzung der Potentiale von γ - Re_θ -Modellen und insbesondere der MSC2020-Variante, die dafür konzipiert ist, sensitiver auf äußere Randbedingungen zu reagieren. In diesem Sinne werden moderne Transitionsmodelle stark davon profitieren, dass die Entwicklung der Turbulenz in der freien Strömung mit einer hohen Genauigkeit über mehrstufige Turbomaschinenkomponenten vorhergesagt werden kann. Über den Funktionsumfang der VB-Erweiterung hinaus, die das korrekte Abklingverhalten in einer einzelnen Schaufelreihe kontrollieren kann, ist in mehrstufigen Rechnungen insbesondere die adäquate Berücksichtigung von Turbulenz in Mischungsebenen zwischen einzelnen Schaufelreihen von großer Bedeutung.

Ferner könnten Transitionsmodelle davon profitieren, den von Görtler (1940) beschriebenen Einfluss der Profilkrümmung explizit zu berücksichtigen. Auf dem MTU-T161 konnte nachgewiesen werden, dass die konvexe Krümmung der Schaufelsaugseite zu einer Dämpfung der wandnormalen Normalspannungen führt. Turbulenzflecken, die sich z.B. auf der T3B-Platte ausbilden, könnten auf einer konvex gekrümmten Schaufeloberfläche bei ansonsten identischen Randbedingungen wesentlich stärker unterdrückt werden. Wie in Abschn. 6.2.3 gezeigt, hängt der lokal formulierte Formparameter H_{loc} (Gl. 6.6), der ebenso wie Re_v aus Gl. 3.26 wesentlich auf Ω basiert, von der Profilkrümmung ab. Damit kann gemutmaßt werden, dass auch Re_v , als zentraler Bestandteil aller γ - Re_θ -Modelle, den Einfluss der Profilkrümmung implizit mit erfasst. Die mutmaßlich über Re_v her-

beigeführte Abhängigkeit der Transitionslage von der Profilkrümmung wurde nach dem Kenntnisstand des Autors noch nicht wissenschaftlich bewertet.

Grundlagenorientierte Perspektive

Wie von Leschziner (2015) beschrieben, wird von Zwei-Gleichungsmodellen sowohl die große turbulente Längenskala l_μ , die für die turbulente Mischung verantwortlich ist, als auch l_ε als für die Dissipation verantwortliche Skala über die eine Größe ω abgebildet (siehe Abschn. 5.3.1). Das Verhältnis dieser beiden Skalen ist letztendlich eine Funktion der Reynolds-Zahl Re_λ und nicht konstant. Die Anforderung an ω kann zwar in einzelnen Fällen, aber nicht über einen breiten Bereich von Randbedingungen erfüllt werden (siehe z.B. die Wiedergabe sich ausmischender Nachläufe im Anhang E). Dieses Defizit hat zu der Entwicklung von Modellen wie dem k - ω -SST-Modell nach Menter (1994), der k - ω -VB-Erweiterung nach Bode et al. (2011), aber auch der analytischen Abklingfunktion des MultiMode-Modells nach Kožulović (2007) geführt. Das k - ω -SST-Modell und die k - ω -VB-Erweiterung gehen effektiv in einen wandnahen Bereich über, in dem die ω -Gleichung modifiziert bzw. umgangen wird. Dadurch gelingt es, die Skalen l_μ und l_ε lokal zu entkoppeln (siehe Gl. 3.19 oder Gl. 3.25).

Würde man diese Maßnahmen, die der *Modelldynamik* zuzuordnen sind, auf eine physikalisch zu deutende Ebene heben, dann könnte dies zu einem spektralen Modell führen, das auf die ω -Gleichung verzichtet und über mehrere Transportgleichungen k_n einer diskreten Anzahl von n spektralen Bändern zuordnet. Die Dissipationsrate ε würde sich so über Gl. F.2 aus der Integration des Spektrums ergeben und die Durchmischung ließe sich über die turbulenten Längenskalen aus den spektralen Bändern bestimmen. Der Transfer von turbulenter kinetischer Energie zwischen den Frequenzbändern lässt sich nach Pope (2011) durch eine analytische Funktion in Abhängigkeit von Re_λ abbilden (siehe Abb. 2.1). Auch die Produktion von Turbulenz in Scherschichten lässt sich deterministischen Frequenzen zuordnen (siehe z.B. Abschn. 2.1.1).

In der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten iLES des MTU-T161 hat sich gezeigt, dass es eine starke Korrelation von turbulenten Skalen und der Anisotropie der Turbulenz in Grenzschichten gibt (siehe Abschn. 5.3.2). Es besteht somit die Möglichkeit, dass die Aufteilung der turbulenten kinetischen Energie auf Frequenzbänder genutzt werden kann, um neben der verbesserten Vorhersage von Mischungsvorgängen und der Dissipation von Turbulenz auch eine bessere Approximation der Reynolds-Spannungen zu liefern.

Die vorliegende Arbeit liefert viele Anhaltspunkte, dass ein auf turbulenten Spektren basierendes hochwertiges Turbulenzmodell Vorteile gegenüber bestehenden Modellen liefern könnte. Anders als bei Reynolds-Spannungs-Modellen, die zu einem instabilen Verhalten neigen (siehe Abschn. 3.1), ist der Energietransport zwischen turbulenten Skalen ein langsam ablaufender Prozess. Die grundsätzliche Wahrscheinlichkeit für numerische Instabilitäten wäre geringer als bei Reynolds-Spannungs-Modellen.

Literaturverzeichnis

- Abu-Ghannam, B. J. und Shaw, R. (1980): Natural Transition of Boundary Layers—The Effects of Turbulence, Pressure Gradient, and Flow History. In: *Journal of Mechanical Engineering Science*, Band 22(5):S. 213–228. ISSN 0022-2542. doi:10.1243/JMES_JOUR_1980_022_043_02. URL <http://jms.sagepub.com/content/22/5/213.abstract>.
- Almeida, G. P.; Durão, D. F. und Heitor, M. V. (1993): Wake flows behind two-dimensional model hills. In: *Experimental Thermal and Fluid Science*. ISSN 08941777. doi:10.1016/0894-1777(93)90083-U.
- Arnal, D. und Casalis, G. (2000): Laminar-turbulent transition prediction in three-dimensional flows. In: *Progress in Aerospace Sciences*, Band 36(2):S. 173–191. ISSN 03760421. doi:10.1016/S0376-0421(00)00002-6.
- Arnal, D. und Juillen, J. C. (1978): Contribution expérimentale à l'étude de la receptivité d'une couche limite laminaire, à la turbulence de l'écoulement general. *Technischer Bericht, ONERA Rapport Technique No 1/5018 AYD*, Juni 1978.
- ASME V & V 20 Committee (2009): Standard for Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer. In: *The American Society of Mechanical Engineers*, S. 213–228.
- Aufderheide, T.; Bode, C.; Friedrichs, J. und Kožulović, D. (2014): The generation of higher levels of turbulence in a low-speed cascade wind tunnel by pressurized tubes. In: *11th World Congress on Computational Mechanics, WCCM 2014, 5th European Conference on Computational Mechanics, ECCM 2014 and 6th European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECFD 2014*. ISBN 9788494284472.
- Baines, W. D. und Peterson, E. G. (1951): An Investigation of Flow Through Screens. In: *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs*.
- Balzer, W. und Fasel, H. F. (2013): Direct numerical simulations of laminar separation bubbles on a curved plate: Part 2 - Flow control using pulsed vortex generator jets. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo*. ISBN 9780791855232. doi:10.1115/GT2013-95278.
- Balzer, W. und Fasel, H. F. (2016): Numerical investigation of the role of free-stream turbulence in boundary-layer separation. In: *Journal of Fluid Mechanics*. ISSN 14697645. doi:10.1017/jfm.2016.424.

- Bernardini, C.; Benton, S. I.; Chen, J. P. und Bons, J. P. (2014): Exploitation of sub-harmonics for separated shear layer control on a high-lift low-pressure turbine using acoustic forcing. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 136(5). ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.4025586.
- Blair, M. F.; Dring, R. P. und Joslyn, H. D. (1988): The Effects of Turbulence and Stator/Rotor Interactions on Turbine Heat Transfer Part I: Design Operating Conditions. In: , S. 87–96.
- Blazek, J. (2015): *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications: Third Edition*. ISBN 9780128011720. doi:10.1016/C2013-0-19038-1.
- Bode, C. (2018): *Verbesserte Wiedergabe der Turbulenz in Turbinenströmungen und deren Einfluss auf das dreidimensionale Grenzschichtverhalten*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig.
- Bode, C.; Aufderheide, T.; Kožulović, D. und Friedrichs, J. (2014): The Effects of Turbulence Length Scale on Turbulence and Transition Prediction in Turbomachinery Flows. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo, (GT2014-27026)*:S. 1–13. doi:10.1115/GT2014-27026. URL <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?doi=10.1115/GT2014-27026>.
- Bode, C.; Friedrichs, J.; Müllerz, C. und Herbst, F. (2016): Application of cross flow transition criteria to local correlation-based transition model. In: *52nd AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 2016*. ISBN 9781624104060. doi:10.2514/6.2016-5054.
- Bode, C.; Kožulović, D.; Franke, M. und Westhäuser, K. (2011): Incorporating the Effects of Turbulence Length Scale in Turbulence and Transition Models for Turbomachinery Flows. In: *Proc. 60th DLRK, DLRK-1466*. Bremen (Germany).
- Bode, C.; Kožulović, D.; Stark, U. und Hoheisel, H. (2012): Performance and boundary layer development of a high turning compressor cascade at sub- And supercritical flow conditions. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo*. ISBN 9780791844748. doi:10.1115/GT2012-68382.
- Boris, J. P. (2008): On large eddy simulation using subgrid turbulence models Comment 1. In: *Whither Turbulence? Turbulence at the Crossroads*. doi:10.1007/3-540-52535-1_53.
- Boussinesq, J. (1877): *Essai la Théorie des eaus courantes*. In: *Mémoires Présentés par Divers Savans à l'Académie Royaledes Sciences de l'Institut de France* 23.
- Bradshaw, P.; Ferriss, D. H. und Atwell, N. P. (1967): Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation. In: *Journal of Fluid Mechanics*. ISSN 14697645. doi:10.1017/S0022112067002319.

- Brandt, L.; Schlatter, P. und Henningson, D. S. (2004): Transition in boundary layers subject to free-stream turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics*. ISSN 00221120. doi:10.1017/S0022112004000941.
- Breuer, M.; Peller, N.; Rapp, C. und Manhart, M. (2009): Flow over periodic hills—numerical and experimental study in a wide range of Reynolds numbers. In: *Computers & Fluids*, Band 38(2):S. 433–457.
- Chapman, D. R. (1979): Computational aerodynamics development and outlook. In: *AIAA Journal*. ISSN 00011452. doi:10.2514/3.61311.
- Chemnitz, S. und Niehuis, R. (2017): Eintrittsrandbedingungen DNS - Ergebnispräsentation T161. Technischer Bericht, Institut für Strahlantriebe, München.
- Choi, H. und Moin, P. (1994): Effects of the Computational Time Step on Numerical Solutions of Turbulent Flow. In: *Journal of Computational Physics*, Band 113(1):S. 1–4. ISSN 00219991. doi:10.1006/jcph.1994.1112. URL <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0021999184711120>.
- Choi, H. und Moin, P. (2012): Grid-point requirements for large eddy simulation: Chapman’s estimates revisited. In: *Physics of Fluids*. ISSN 10706631. doi:10.1063/1.3676783.
- CleanSky (2020): Clean Sky’s mission centres around environment, competitiveness and mobility. In: . URL <https://cleansky.eu/benefits>.
- Coleman, G. N. und Sandberg, R. D. (2010): A Primer on Direct Numerical Simulations of Turbulence - Methods, Procedures and Guidelines. In: *Technical Report AFM-09/01a*, S. 1–21.
- Coton, T.; Arts, T.; Lefebvre, M. und Liamis, N. (2003): Unsteady and Calming Effects Investigation on a Very High-Lift LP Turbine Blade - Part I: Experimental Analysis. In: *ASME J. Turbomach.*, Band 125(2):S. 281–290.
- Darecki, M.; Edelstenne, C.; Enders, T.; Fernandez, E.; Hartman, P.; Herteman, J.-P.; Kerkloh, M.; King, I.; Ky, P.; Mathieu, M.; Orsi, G.; Schotman, G.; Smith, C. und Wörner, J.-D. (2011): Flightpath 2050. ISBN 9789279197246. URL <https://ec.europa.eu/transport/sites/transport/files/modes/air/doc/flightpath2050.pdf>.
- Dassler, P.; Kozulovic, D. und Fiala, A. (2012): An Approach for Modelling the Roughness-Induced Boundary Layer Transition using Transport Equations. In: *European Congress on Computational Methods in applied Science and Engineering (EC-COMAS 2012)*.
- Deng, X.; Jiang, Z. H.; Xiao, F. und Yan, C. (2020): Implicit large eddy simulation of compressible turbulence flow with PnTmBVD scheme. In: *Applied Mathematical Modelling*. ISSN 0307904X. doi:10.1016/j.apm.2019.07.022.

Literaturverzeichnis

- Denton, J. D. (1993): Loss mechanisms in turbomachines. In: *Journal of Turbomachinery*. ISSN 15288900. doi:10.1115/1.2929299.
- di Mare, F.; Knappstein, R. und Baumann, M. (2013): Application of LES-quality criteria to internal combustion engine flows. In: *Computers and Fluids*. ISSN 00457930. doi:10.1016/j.compfluid.2013.11.003.
- Dupuy, D.; Gicquel, L.; Odier, N.; Duchaine, F. und Arts, T. (2020): Analysis of the effect of intermittency in a high-pressure turbine blade. In: *Physics of Fluids*, Band 32(9):S. 95101. doi:10.1063/5.0018679. URL <https://doi.org/10.1063/5.0018679>.
- Durbin, P. A.; Zaki, T. A. und Liu, Y. (2009): Interaction of discrete and continuous boundary layer modes to cause transition. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Band 30(3):S. 403–410. ISSN 0142727X. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2008.12.008.
- Eaton, J. K. und Johnston, J. P. (1981): A review of research on subsonic turbulent flow reattachment. In: *AIAA Journal*. ISSN 00011452. doi:10.2514/3.60048.
- El Rafei, M.; Könözy, L. und Rana, Z. (2017): Investigation of numerical dissipation in classical and Implicit Large Eddy Simulations. In: *Aerospace*. ISSN 22264310. doi:10.3390/aerospace4040059.
- Emmons, H. W. (1951): The Laminar-Turbulent Transition in a Boundary Layer-Part I. doi:10.2514/8.2010.
- Engel, K.; Schulte, H. und Wöhler, M. (2007): Das Virtuelle Triebwerk: Entwicklung interdisziplinärer Modelle und Softwarewerkzeuge für die Auslegung von Turbomaschinen. Technischer Bericht, MTU Aero Engines GmbH, München.
- Entlesberger, R.-G.; Martinstetter, M. und Staudacher, W. (2005): Untersuchungen am Turbinengitter T161 zur Bestimmung der Profildruckverteilung und der Gittercharakteristik. In: *Institutsbericht LRT-WE12-05/12*. Universität der Bundeswehr München.
- Esch, T. und Menter, F. (2003): Heat transfer prediction based on two-equation turbulence models with advanced wall treatment. In: *Turbulence Heat and Mass Transfer 4*.
- Fehrs, M. (2018): One-equation transition model for airfoil and wing aerodynamics. In: *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. ISBN 9783319645186. ISSN 16122909. doi:10.1007/978-3-319-64519-3_18.
- Ferziger, J. H. und Peric, M. (2008): *Numerische Strömungsmechanik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-540-67586-0. doi:10.1007/978-3-540-68228-8.
- Fiala, A. und Kügeler, E. (2011): Roughness Modeling for Turbomachinery. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2011, (GT2011-45424)*:S. 1–13. doi:10.1115/GT2011-45424.

- Franke, M.; Kügeler, E. und Nürnberger, D. (2005): Das DLR-Verfahren TRACE: Moderne Simulationstechniken fuer Turbomaschinenströmungen. In: DGLR-Jahrbuch. Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress.
- Franke, P. (2020): Entwicklung eines robusten transportgleichungsbasierten Transitionsmodells für Niederdruckturbinenanwendungen. Masterarbeit, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, München.
- Fransson, J. H. und Westin, K. J. (2002): Errors in hot-wire X-probe measurements induced by unsteady velocity gradients. In: Experiments in Fluids. ISSN 07234864. doi:10.1007/s003480100360.
- Frey, C.; Ashcroft, G.; Kersken, H. P. und Voigt, C. (2014): A harmonic balance technique for multistage turbomachinery applications. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. ISBN 9780791845615. doi:10.1115/GT2014-25230.
- Fröhlich, J. (2006): Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen. Teubner. doi: 10.1007/978-3-8351-9051-1.
- Führung, A.; Kozulovic, D.; Bode, C. und Franke, M. (2020): Steady state modeling of unsteady wake induced transition effects in a multistage low pressure turbine. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. ISBN 9780791884089. doi:10.1115/GT2020-14558.
- Gazley, C. (1953): Boundary-Layer Stability and Transition in Subsonic and Supersonic Flow. In: Journal of the Aeronautical Sciences, Band 20(1):S. 19–28. doi:10.2514/8.2519. URL <https://doi.org/10.2514/8.2519>.
- Ge, X.; Arolla, S. und Durbin, P. (2014): A bypass transition model based on the intermittency function. In: Flow, Turbulence and Combustion. ISSN 15731987. doi: 10.1007/s10494-014-9533-9.
- Gier, J.; Franke, M.; Hübner, N. und Schröder, T. (2008): Designing LP Turbines for Optimized Airfoil Lift. In: ASME Conference Proceedings, Band 2008(43161):S. 1345–1358. ISSN 0889504X. doi:10.1115/GT2008-51101.
- Goldstein, R. J.; Eriksen, V. L.; Olson, R. M. und Eckert, E. R. G. (1970): Laminar separation, reattachment, and transition of flow over a downstream-facing step. In: Journal of Basic Engineering, Band 94(4):S. 732–739. ISSN 1528901X. doi:10.1115/1.3425124.
- Görtler, H. (1940): Über eine dreidimensionale Instabilität laminarer Grenzschichten an Konkaven Wänden. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse / 1: Mathematisch-Physikalische Klasse. Vandenhoeck & Ruprecht.
- Grabe, C. und Krumbein, A. (2013): Correlation-Based Transition Transport Modeling for Three-Dimensional Aerodynamic Configurations. In: Journal of Aircraft,

- Band 50(5):S. 1533–1539. ISSN 0021-8669. doi:10.2514/1.C032063. arXiv:1011.1669v3, URL <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.C032063>.
- Griebel, A. und Seume, J. R. (2005): The Influence of Variable Rotor-Stator Interaction on Boundary-Layer Development in an Axial Compressor. In: Proceedings of ASME Turbo Expo, (GT2005-68902).
- Grinstein, F. F. und Fureby, C. (2003): Implicit large eddy simulation of high-re flows with flux-limiting schemes. In: 16th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. ISBN 9781624100864.
- Halstead, D. E.; Wisler, D. C.; Okiishi, T. H.; Walker, G. J.; Hodson, H. P. und Shin, H. W. (1997a): Boundary Layer Development in Axial Compressors and Turbines - Part 1 to 4. In: ASME Papers, (95-GT-461 to 95-GT-464).
- Halstead, D. E.; Wisler, D. C.; Okiishi, T. H.; Walker, G. J.; Hodson, H. P. und Shin, H. W. (1997b): Boundary layer development in axial compressors and turbines: Part 3 of 4—lp turbines. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 15288900. doi:10.1115/1.2841105.
- Hartung, K. M.; Gilge, P. und Herbst, F. (2018): Towards immersed boundary methods for complex roughness structures in scale-resolving simulations. In: Proceedings - European Council for Modelling and Simulation, ECMS. Wilhelmshaven, S. 359–365. ISBN 9780993244063. ISSN 25222414.
- Hatman, a. und Wang, T. (1999): A Prediction Model for Separated-Flow Transition. In: Journal of Turbomachinery, Band 121(3):S. 594. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.2841357.
- Herbst, F. (2013): Modellierung des Einflusses von Ausblasungen auf die Grenzschichttransition in hochbelasteten Niederdruckturbinen. Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.
- Herbst, F.; Fiala, A. und Seume, J. R. (2014): Modeling Vortex Generating Jet-Induced Transition in Low-Pressure Turbines. In: Journal of Turbomachinery, Band 136(7):S. 071005. ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4025735. URL <http://turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?doi=10.1115/1.4025735>.
- Hillewaert, K.; de Wiart, C. C.; Arts, T. und Verheylewegen, G. (2014): Assessment of a High-Order Discontinuous Galerkin Method for the Direct Numerical Simulation of Transition At Low-Reynolds Number in the T106C High-Lift Low Pressure Turbine Cascade. In: Proceedings of ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition, (GT2014-26739):S. 1–12. doi:10.1115/GT2014-26739.
- Hillier, R. und Cherry, N. J. (1981): The effects of stream turbulence on separation bubbles. In: Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. ISSN 01676105. doi:10.1016/0167-6105(81)90007-6.

- Höger, M. (1984): Experimentelle Untersuchungen am Turbinengitter T107 IB 129 - 84/39. Technischer Bericht, Institut für Entwurfsaerodynamik Braunschweig.
- Hoheisel, H. (1981): Entwicklung neuer Entwurfskonzepte für zwei Turbinengitter Teil III: Ergebnisse T106 IB 129 - 81/26. Technischer Bericht, Institut für Entwurfsaerodynamik Braunschweig.
- Hoheisel, H. (1990): High Subsonic compressor cascade DCA. In: AGARD-AR-275. S. 51–69.
- Hoheisel, H. und Seyb, N. (1986): The boundary layer behaviour of highly loaded compressor cascade at transsonic flow conditions. In: AGARD-CP-401. S. 1–17.
- Hohenstein, S. (2014): Einfluss komplexer Oberflächenstrukturen auf das aerodynamische Verlustverhalten von Turbinenbeschaufelungen. Dissertation, Leibniz Universität Hannover.
- Homeier, L. (2003): | Homeier, L.: Untersuchungen am Turbinengitter T160 zur Bestimmung der Gittercharakteristik bei homogener stationärer und periodisch instationärer Zustromung und Anfertigung von Olanstrichbildern LRT-WE12-2003/09. Technischer Bericht, Institut für Strahlantriebe Universität der Bundeswehr München.
- Hourmouziadis, J. (1989): Aerodynamic design of low pressure turbines. In: AGARD Lecture Series, Band 167(167). ISSN 05497213.
- Huang, J. C. und Johnson, M. W. (2008): Boundary layer receptivity measurements on compliant surfaces. In: International Journal of Heat and Fluid Flow. ISSN 0142727X. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2007.11.004.
- Issa, R. I. (1986): Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. In: Journal of Computational Physics. ISSN 10902716. doi:10.1016/0021-9991(86)90099-9.
- Jacobs, R. G. und Durbin, P. A. (2001): Simulations of bypass transition. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 428:S. 185–212. ISSN 00221120. doi:10.1017/S0022112000002469.
- Jarrin, N. (2008): Synthetic Inflow Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Turbulence. In: PhD Thesis, S. 1–258.
- Jiang, X. und Lai, C. H. (2009): Numerical techniques for direct and large-eddy simulations. ISBN 9781420075793. doi:10.1201/9781420075793.
- Jones, W. P. und Launder, B. E. (1972): The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. In: International Journal of Heat and Mass Transfer. ISSN 00179310. doi:10.1016/0017-9310(72)90076-2.

- Juntasaro, E. und Narejo, A. A. (2017): A γ - kl transition model for transitional flow with pressure gradient effects. In: Engineering Journal. ISSN 01258281. doi:10.4186/ej.2017.21.2.279.
- Juntasaro, E.; Ngiamsoongnirn, K. und Juntasaro, V. (2013): A new intermittency transport equation for bypass transition. In: International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, TSFP 2013. ISBN 9780000000002.
- Kadoch, B.; Reimann, T.; Schneider, K. und Schäfer, M. (2016): Comparison of a spectral method with volume penalization and a finite volume method with body fitted grids for turbulent flows. In: Computers and Fluids. ISSN 00457930. doi:10.1016/j.compfluid.2016.04.028.
- Kato, M. und Launder, B. E. (1993): The Modelling of Turbulent Flow around Stationary and Vibrating Square Cylinders. In: 9th Symposium on Turbulent Shear Flows, Band 1:S. 10.4.1—10.4.6.
- Kaufmann, K.; Ströer, P.; Richez, F.; Lienard, C.; Gardarein, P.; Krimmelbein, N. und Gardner, A. D. (2019): Validation of boundary-layer-transition computations for a rotor with axial inflow. In: The Vertical Flight Society - Forum 75: The Future of Vertical Flight - Proceedings of the 75th Annual Forum and Technology Display.
- Kendall, J. M. (1998): Experiments on boundary-layer receptivity to freestream turbulence. In: AIAA Paper, Band 98-0530(98-0530):S. 14. doi:10.2514/6.1998-530. URL <http://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.1998-530>.
- Kersken, H. P.; Frey, C.; Voigt, C. und Ashcroft, G. (2012): Time-Linearized and Time-Accurate 3D RANS Methods for Aeroelastic Analysis in Turbomachinery. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.4004749.
- Kiock, R. (1982): Entwicklung neuer Entwurfskonzepte für zwei Turbinengitter Teil IV: Experimentelle Ermittlung des Grenzschichtumschlags an den Turbinengittern T104 und T106. Technischer Bericht, Institut für Entwurfsaerodynamik Braunschweig.
- Klebanoff, P. S.; Tidstrom, K. D. und Sargent, L. M. (1962): The three-dimensional nature of boundary-layer instability. In: Journal of Fluid Mechanics. ISSN 14697645. doi:10.1017/S0022112062000014.
- Klein, M.; Sadiki, A. und Janicka, J. (2003): A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations. In: Journal of Computational Physics, Band 186(2):S. 652–665. ISSN 00219991. doi:10.1016/S0021-9991(03)00090-1.
- Kohama, Y. (1987): Some expectation on the mechanism of cross-flow instability in a swept wing flow. In: Acta Mechanica, Band 66(1-4):S. 21–38. ISSN 00015970. doi:10.1007/BF01184283.

- Kolmogorov, A. (1941): The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. In: Dokl. Akad. Nauk SSSR 30, (Originalveröffentlichung auf Russisch):S. 299–303.
- Kolmogorov, A. (1991): The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. In: Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences. ISSN 0962-8444. doi:10.1098/rspa.1991.0075.
- Köpplin, V.; Herbst, F. und Seume, J. R. (2017): Correlation-based riblet model for turbomachinery applications. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 15288900. doi:10.1115/1.4035605.
- Kosorygin, V. S. und Polyakov, N. P. (1990): Laminar Boundary Layers in Turbulent Flows. In: Laminar-Turbulent Transition. doi:10.1007/978-3-642-84103-3_53.
- Kotlarski, T. (1978): Entwicklung neuer Entwurfskonzepte für zwei Turbinengitter Teil I: Experimentelle Ermittlung der Grundcharakteristiken für das Gitter T104 IB 151-78/5. Technischer Bericht, Institut für Aerodynamik Braunschweig.
- Kotlarski, T. (1979): Entwicklung neuer Entwurfskonzepte für zwei Turbinengitter Teil II: Experimentelle Ermittlung der Grundcharakteristiken für das Gitter T105 und Vergleich mit T104 IB 151 - 79/11. Technischer Bericht, Institut für Entwurfsaerodynamik Braunschweig.
- Kožulović, D. (2007): Modellierung des Grenzschichtumschlags bei Turbomaschinenströmungen unter Berücksichtigung Mehrerer Umschlagsarten. 20. DLR, Bibliotheks- und Informationswesen, Köln, als ms. ge Auflage.
- Krause, M.; Behr, M. und Ballmann, J. (2008): Modeling of Transition Effects in Hypersonic Intake Flows Using a Correlation-Based Intermittency Model. In: 15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. 2598, S. 12. ISBN 978-1-60086-985-3. doi:10.2514/6.2008-2598.
- Kügeler, E. (2005): Numerisches verfahren zur genauen analyse der kühleffektivität filmgekühlter turbinenschaufeln. In: DLR Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. - Forschungsberichte. ISSN 14348454.
- Kügeler, E. (2020): Institut für Antriebstechnik - Numerische Methoden. URL <https://www.dlr.de/at/de/desktopdefault.aspx/tabid-1519/>.
- Langtry, R. B. (2006): A Correlation-Based Transition Model using Local Variables for Unstructured Parallelized CFD codes. In: .
- Langtry, R. B. und Menter, F. R. (2009): Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. In: AIAA Journal, Band 47(12):S. 2894–2906. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/1.42362. URL <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.42362>.

- Langtry, R. B.; Sengupta, K.; Yeh, D. T. und Dorgan, A. J. (2015): Extending the γ - $Re\theta$ local correlation based transition model for crossflow effects. In: 45th AIAA Fluid Dynamics Conference. ISBN 9781624103629.
- Lauder, B. E. und Spalding, D. B. (1974): The numerical computation of turbulent flows. In: Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. ISSN 00457825. doi:10.1016/0045-7825(74)90029-2.
- Leschziner, M. (2015): Statistical Turbulence Modelling for Fluid Dynamics — Demythified. doi:10.1142/p997.
- Lilly, D. K. (1992): A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. In: Physics of Fluids A. ISSN 08998213. doi:10.1063/1.858280.
- Lin, Y.; Raghunathan, S.; Raghunathan, B. und McIlwain, S. (2012): Prediction of boundary layer transition on a flat plate subject to surface waviness. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. ISSN 09544100. doi:10.1177/0954410011407268.
- Ludewig, T. (2006): Untersuchungen am Turbinengitter T165 mit Durchblasebohrungen zur Bestimmung der Profilcharakteristik LRT-WE12-06/03. Technischer Bericht, Institut für Strahlantriebe Universität der Bundeswehr München.
- Ludewig, T.; Mack, M.; Niehuis, R. und Franke, M. (2011): Optimization of the Blowing Ratio for a Low Pressure Turbine Cascade with Active Flow Control. In: Proceedings of European Turbomachinery Conference, (ETC2011-131).
- Lund, T. S.; Wu, X. und Squires, K. D. (1998): Generation of Turbulent Inflow Data for Spatially-Developing Boundary Layer Simulations. In: Journal of Computational Physics, Band 140(2):S. 233–258. ISSN 00219991. doi:10.1006/jcph.1998.5882.
- Mack, L. M. (1975): Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition. In: AIAA Journal. ISSN 00011452. doi:10.2514/3.49693.
- Mahallati, A. und Sjolander, S. A. (2012): Aerodynamics of a Low-Pressure Turbine Airfoil at Low Reynolds Numbers—Part II: Blade-Wake Interaction. In: ASME J. Turbomach., Band 135(1):S. 11011. ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4006320. URL <http://turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?doi=10.1115/1.4006320>.
- Malan, P.; Suluksna, K. und Juntasaro, E. (2009): Calibrating the γ - $Re\theta$ transition model for commercial CFD. In: 47th AIAA Aerospace Science Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition, (January):S. 1–14. doi:10.2514/6.2009-1142.
- Malzacher, F. J.; Gier, J. und Lippl, F. (2006): Aerodesign and testing of an aeromechanically highly loaded LP turbine. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.2172646.

- Marciniak, V.; Weber, A. und Kügeler, E. (2014): Modelling transition for the design of modern axial turbomachines. In: 11th World Congress on Computational Mechanics, WCCM 2014, 5th European Conference on Computational Mechanics, ECCM 2014 and 6th European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECFD 2014.
- Martinstetter, M. (2006): Bestimmung der Profilcharakteristik und der Profildruckverteilungen des Turbinengitters T164 unter stationärer und periodisch instationärer Zuströmung LRT-WE12-06/02. Technischer Bericht, Institut für Strahlantriebe.
- Martinstetter, M. (2010): Experimentelle Untersuchungen zur Aerodynamik hoch belasteter Niederdruckturbinen-Beschaufelung. In: Dissertation, Universität der Bundeswehr München.
- Martinstetter, M.; Niehuis, R. und Franke, M. (2010): Passive Boundary Layer Control on a Highly Loaded Low Pressure Turbine Cascade. In: ASME Conference Proceedings. Glasgow, UK, Band 2010, S. 1315–1326. ISBN 9780791844021. doi: 10.1115/GT2010-22739.
- Mary, I. und Sagaut, P. (2002): Large eddy simulation of flow around an airfoil near stall. In: AIAA Journal. ISSN 00011452. doi:10.2514/2.1763.
- Mayle, R. E. (1991): The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines. In: ASME J. Turbomach., Band 113(4):S. 509–536.
- Mayle, R. E.; Dullenkopf, K. und Schulz, A. (1997): The turbulence that matters. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. ISBN 9780791878682. doi:10.1115/97-GT-274.
- Mayle, R. E. und Schulz, A. (1997): The path to predicting Bypass Transition. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 15288900. doi:10.1115/1.2841138.
- McAuliffe, B. R. und Sjolander, S. A. (2004): Active Flow Control Using Steady Blowing for a Low-Pressure Turbine Cascade. In: Journal of Turbomachinery. Wien, Österreich, Band 126, S. 560. ISBN 0889-504X. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.1791291. URL <http://turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1466893>.
- McAuliffe, B. R. und Yaras, M. I. (2009): Passive manipulation of separation-bubble transition using surface modifications. In: Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME. ISSN 00982202. doi:10.1115/1.2978997.
- McAuliffe, B. R. und Yaras, M. I. (2010): Transition Mechanisms in Separation Bubbles Under Low- and Elevated-Freestream Turbulence. In: Journal of Turbomachinery, Band 132(1):S. 011004. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.2812949. URL <http://turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1468073>.

- Menter, F. und Egorov, Y. (2005): A Scale Adaptive Simulation Model using Two-Equation Models. In: 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 2005-2095. ISBN 978-1-62410-064-2. doi:10.2514/6.2005-1095. URL <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2005-1095>.
- Menter, F.; Kuntz, M. und Langtry, R. (2003): Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. In: Turbulence, heat and mass transfer, Band 4:S. 8. doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.576.60.
- Menter, F. R. (1994): Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. In: AIAA Journal, Band 32(8):S. 1598–1605. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/3.12149. URL <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.12149>.
- Menter, F. R.; Langtry, R. B.; Likki S.R. abd Suzen, Y. B.; Huang, P. G. und Völker, S. (2004): Proceedings of ASME Turbo Expo. In: , (GT2004-53646).
- Menter, F. R.; Smirnov, P. E.; Liu, T. und Avancha, R. (2015): A One-Equation Local Correlation-Based Transition Model. In: Flow, Turbulence and Combustion, Band 95(4):S. 583–619. ISSN 15731987. doi:10.1007/s10494-015-9622-4. URL <http://link.springer.com/10.1007/s10494-015-9622-4>.
- Michálek, J.; Monaldi, M. und Arts, T. (2012): Aerodynamic Performance of a Very High Lift Low Pressure Turbine Airfoil (T106C) at Low Reynolds and High Mach Number With Effect of Free Stream Turbulence Intensity. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.4006291.
- Michelassi, V.; Chen, L.; Pichler, R. und Sandberg, R. (2014): Compressible Direct Numerical Simulation of Low-Pressure Turbines: Part II - Effect of Inflow Disturbances. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo, (GT2014-25689).
- Monkewitz, P. A. und Huerre, P. (1982): Influence of the velocity ratio on the spatial instability of mixing layers. In: Physics of Fluids, Band 25(7):S. 1137. ISSN 00319171. doi:10.1063/1.863880. URL <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pof1/25/7/10.1063/1.863880>.
- Morkovin, M. V. (1969): On the Many Faces of Transition. In: Viscous Drag Reduction, S. 1–31. ISBN 978-1-4899-5581-4. doi:10.1007/978-1-4899-5579-1_1.
- Morsbach, C. und Bergmann, M. (2020): Critical Analysis of the Numerical Setup for the Large-Eddy Simulation of the Low-Pressure Turbine Profile T106C. In: ERCOFTAC Series. doi:10.1007/978-3-030-42822-8_45.
- Moser, R. D.; Kim, J. und Mansour, N. N. (1999): Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re=590$. In: Physics of Fluids, Band 11(4):S. 943–945. ISSN 10706631. doi:10.1063/1.869966. arXiv:1410.7809v1, URL <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pof2/11/4/10.1063/1.869966>.

- MTU Aero Engines AG (2021): GTF Engine Family. URL <https://www.mtu.de/engines/commercial-aircraft-engines/narrowbody-and-regional-jets/gtf-engine-family/>.
- Müller, C. (2013): Entwicklung eines halb-empirischen Modellierungsansatzes für Querströmungsinstabilitäten. Diplomarbeit, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.
- Müller, C. und Herbst, F. (2014): Modelling of crossflow-induced transition based on local variables. In: 11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI), (Wccm Xi):S. 1–12.
- Müller, C.; Herbst, F.; Fiala, A.; Zscherp, C.; Kügeler, E. und Seume, J. R. (2015): Parameter Study for an Improved Prediction of Wake-Induced Transition in Low-Pressure Turbines. In: 11th International Gas Turbine Congress (IGTC).
- Müller-Schindewolffs, C.; Baier, R.-D.; Seume, J. und Herbst, F. (2017): Direct Numerical Simulation Based Analysis of RANS Predictions of a Low-Pressure Turbine Cascade. In: Journal of Turbomachinery, Band 139(8):S. 1–11.
- Müller-Schindewolffs, C. und Herbst, F. (2018): The Effect of Turbulent Scales on Low-Pressure Turbine Aerodynamics: Part A — An Optimized Turbulent Boundary-Condition. doi:10.1115/GT2018-75162. URL <https://doi.org/10.1115/GT2018-75162>.
- Müller-Schindewolffs, C.; Herbst, F. und Seume, J. R. (2018): Verbesserte stationäre Transitionsvorhersage mit dem γ - $Re\theta$ -Framework: MentUpdate. Technischer Bericht, Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik, Leibniz Universität Hannover.
- Nagamatsu, H. T.; Sheer, R. E. und Graber, B. C. (1967): Hypersonic laminar boundary-layer transition on 8-foot-long, 10° cone, $M_1 = 9.1$ -16. In: AIAA Journal. ISSN 00011452. doi:10.2514/3.4178.
- Narasimha, R. (1985): The laminar-turbulent transition zone in the boundary layer. In: Progress in Aerospace Sciences, Band 22(1):S. 29–80. ISSN 03760421. doi:10.1016/0376-0421(85)90004-1.
- Neuhaus, L.; Gilge, P.; Seume, J. und Mulleners, K. (2016): Influence of surface roughness on the turbulent properties in the wake of a turbine blade. In: 18th International Symposium on the Applications of Laser and Imaging Techniques to Fluid Mechanics.
- Nicoud, F. und Ducros, F. (1999): Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. In: Flow, Turbulence and Combustion. ISSN 13866184. doi:10.1023/A:1009995426001.
- Nie, S. (2017): Extension of transition modeling by a transport equation approach. In: DLR Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. - Forschungsberichte. ISSN 14348454.

- Nordin, P. A. und Wah, L. C. (1989): Thwaites' Method In Laminar Boundary Layer. In: *Jurnal Teknologi*, Band 14(1):S. 5–13. ISSN 0127-9696. doi:10.11113/jt.v14.995.
- OpenCFD Ltd (ESI Group) (2021): OpenFOAM - The open source CFD toolbox, <http://www.openfoam.com/>. URL <http://www.openfoam.com/>.
- Orth, U. (1992): Unsteady boundary-layer transition in flow periodically disturbed by wakes. In: *ASME, International Gas Turbine and Aeroengine ...*, Band 115(October 1993):S. 707–713. ISSN 0889504X. doi:10.1115/92GT283.
- Ovchinnikov, V.; Choudhari, M. M. und Piomelli, U. (2008): Numerical simulations of boundary-layer bypass transition due to high-amplitude free-stream turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics*. ISSN 00221120. doi:10.1017/S0022112008003017.
- Owen, F. K. (1970): Transition experiments on a flat plate at subsonic and supersonic speeds. In: *AIAA Journal*. ISSN 00011452. doi:10.2514/3.5699.
- Pearce, B. (2020): Outlook for air travel in the next 5 years. URL <https://www.iata.org/en/iata-repository/publications/economic-reports/covid-19-outlook-for-air-travel-in-the-next-5-years/>.
- Pecnik, R.; Witteveen, J. und Iaccarino, G. (2011): Uncertainty Quantification for Laminar-Turbulent Transition Prediction in RANS Turbomachinery Applications. doi: 10.2514/6.2011-660.
- Pichler, R.; Sandberg, R. D. und Michelassi, V. (2016a): Assessment of Grid Resolution Requirements for Accurate Simulation of Disparate Scales of Turbulent Flow in Low-Pressure Turbines. In: *Volume 2C: Turbomachinery*, (GT2016-56858):S. V02CT39A030. doi:10.1115/GT2016-56858. URL <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?doi=10.1115/GT2016-56858>.
- Pichler, R.; Sandberg, R. D.; Michelassi, V. und Bhaskaran, R. (2016b): Investigation of the Accuracy of RANS Models to Predict the Flow Through a Low-Pressure Turbine. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 138(12):S. 121009. ISSN 0889-504X. doi: 10.1115/1.4033507. URL <http://turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?doi=10.1115/1.4033507>.
- Poinsot, T. J. und Lele, S. K. (1992): Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. In: *Journal of Computational Physics*, Band 101(1):S. 104–129. ISSN 10902716. doi:10.1016/0021-9991(92)90046-2. arXiv:1011.1669v3.
- Poletto, R.; Craft, T. und Revell, A. (2013): A New Divergence Free Synthetic Eddy Method for the Reproduction of Inlet Flow Conditions for LES. In: *Flow, Turbulence and Combustion*, Band 91(3):S. 519–539. ISSN 1386-6184. doi:10.1007/s10494-013-9488-2. URL <http://link.springer.com/10.1007/s10494-013-9488-2>.

- Pope, S. B. (2011): Turbulent Flows. Cambridge University Press. ISBN 978-0-521-59886-6.
- Praisner, T. J. und Clark, J. P. (2007): Predicting transition in turbomachinery - Part I: A review and new model development. doi:10.1115/1.2366513.
- Praisner, T. J.; Grover, E. A.; Rice, M. J. und Clark, J. P. (2007): Predicting transition in turbomachinery - Part II: Model validation and benchmarking. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.2366528.
- Prandtl, L. (1904): Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. In: Verhandlungen des dritten internationalen MathematikerKongresses, Band Heidelberg:S. 484–491. ISSN 0016450X. doi:citeulike-article-id:8770463.
- Puttfarcken, G. (2004): Reaktionen auf die Krise in der Luftfahrt am Beispiel von Airbus. URL https://www.aviation.tu-darmstadt.de/media/arbeitskreis{}_luftverkehr/downloads{}_6/kolloquien/11kolloquium/puttfarckenreaktionenaufdiekriseinderluftfahrtambeispielvonairbus.pdf.
- Rapp, C. und Manhart, M. (2007): Experimental investigations on the turbulent flow over a periodic hill geometry. In: Fifth international symposium on turbulence and shear flow phenomena.
- Rapp, C. und Manhart, M. (2011): Flow over periodic hills: An experimental study. In: Experiments in Fluids. ISSN 07234864. doi:10.1007/s00348-011-1045-y.
- Richardson, L. F. (1922): Weather prediction by numerical process. In: Monthly Weather Review. ISSN 0027-0644.
- Riéra, W.; Castillon, L.; Marty, J. und Leboeuf, F. (2013): Inlet condition effects on the tip clearance flow with zonal detached eddy simulation. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.4025216.
- Roach, P. und Brierley, D. (1990): The influence of a turbulent free stream on zero pressure gradient transitional boundary layer development. Part 1: testcases T3A and T3B. In: Cambridge University Press (Numerical simulation of unsteady flows and transition to turbulence), S. 318–346.
- Roberts, S. K. und Yaras, M. I. (2005): Modeling transition in separated and attached boundary layers. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.1860570.
- Roe, P. L. (1981): Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes. In: Journal of Computational Physics, (43):S. 357–372.
- Rosenhead, L. (1963): Laminar Boundary Layers. Oxford University Press; 1st Ed edition (1963). ISBN 0198563159.

- Sandberg, R. D.; Michelassi, V.; Pichler, R.; Chen, L. und Johnstone, R. (2015): Compressible Direct Numerical Simulation of Low-Pressure Turbines—Part I: Methodology. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 137(5):S. 051011. ISSN 0889-504X. doi: 10.1115/1.4028731. URL <http://turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?doi=10.1115/1.4028731>.
- Saric, W. S.; Reed, H. L. und Kerschen, E. J. (2002): Boundary-Layer Receptivity to Freestream Disturbances. In: *Annual Review of Fluid Mechanics*, Band 34:S. 291–319.
- Sasaki, K. und Kiya, M. (1985): Effect of Free-Stream Turbulence on Turbulent Properties of a Separation-Reattachment Flow. In: *Bulletin of the JSME*. ISSN 00213764. doi:10.1299/jsme1958.28.610.
- Savill, A. M. (1993): Evaluating turbulence model predictions of transition. In: *Applied Scientific Research*, Band 51(1-2):S. 555–562. ISSN 0003-6994. doi:10.1007/BF01082590. URL <http://link.springer.com/10.1007/BF01082590>.
- Scheelhaase, J.; Maertens, S. und Grimme, W. (2019): Synthetic fuels in aviation - Current barriers and potential political measures. In: *Transportation Research Procedia*. ISSN 23521465. doi:10.1016/j.trpro.2019.12.015.
- Schefer, H.; Fauth, L.; Kopp, T. H.; Mallwitz, R.; Friebe, J. und Kurrat, M. (2020): Discussion on Electric Power Supply Systems for All Electric Aircraft. In: *IEEE Access*. ISSN 21693536. doi:10.1109/ACCESS.2020.2991804.
- Schlichting, H.; Gersten, K. und Krause, E. (2006): *Grenzschicht-Theorie*. Springer, Berlin, 10. Auflage. ISBN 3540329854.
- Scholz, P.; Kožulović, D. und Radespiel, R. (2009): *Vorlesungsskript - Turbulenz und Transition*. Institut für Strömungsmechanik, Technische Universität Braunschweig, Braunschweig, Deutschland.
- Schook, R.; de Lange, H. C. und van Steenhoven, A. A. (1998): Effects of Compressibility and Turbulence Level on Bypass Transition. In: *International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition*.
- Schubauer, G. B. und Klebanoff, P. S. (1956): Contributions on the mechanics of boundary-layer transition. In: *NACA Technical Report 1289*, Band NACA-TR-12:S. 93R21575. doi:19930092285.
- Schubauer, G. B. und Skramstad, H. K. (1947): Laminar-boundary-layer oscillations and transition on a flat plate. In: *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Band 38(February):S. 251–292. ISSN 0091-0635. doi:10.6028/jres.038.013. URL <http://hdl.handle.net/2060/19930091976>.
- Schulte, V. und Hodson, H. P. (1998): Unsteady Wake-Induced Boundary Layer Transition in High Lift LP Turbines. In: *Journal of Turbomachinery*, Band

- 120(1):S. 28. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.2841384. URL <http://turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1465385>.
- Schwarzbach, F.; Müller-Schindewolffs, C.; Bode, C. und Herbst, F. (2018): The Effect of Turbulent Scales on Low-Pressure Turbine Aerodynamics - Part B: Scale Resolving Simulations. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo, (GT2018-75163).
- Searle, S.; Pavlenko, N.; Kharina, A. und Giuntoli, J. (2019): Long-term aviation fuel decarbonization: Progress, roadblocks, and policy opportunities. Technischer Bericht, International Council on Clean Transportation,. URL https://www.theicct.org/sites/default/files/publications/Alternative_{_}fuel_{_}aviation_{_}briefing_{_}20190109.pdf.
- Segui, L.; Gicquel, L.; Duchaine, F. und Laborderie, J. (2017): LES of the LS89 cascade: influence of Inflow Turbulence on the Flow Predictions. In: ETC 12. S. 14.
- Shur, M.; Strelets, M.; Travin, A.; Probst, A.; Probst, S.; Schwamborn, D.; Deck, S.; Skillen, A.; Holgate, J. und Revell, A. (2018): Improved embedded approaches. In: Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. doi:10.1007/978-3-319-52995-0_3.
- Simoni, D.; Ubaldi, M. und Zunino, P. (2015): A Simplified Model Predicting the Kelvin–Helmholtz Instability Frequency for Laminar Separated Flows. In: ASME. J. Turbomach., Band 138(4):S. 6. doi:10.1115/1.4032162. URL <http://turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=2475111>.
- Smagorinsky, J. (1963): General Circulation Experiments with the Primitive Equations. In: Monthly Weather Review. ISSN 0027-0644. doi:10.1175/1520-0493(1963)091<0099:gcewtp>2.3.co;2.
- Smith, S. F. (1965): A Simple Correlation of Turbine Efficiency. In: The Journal of the Royal Aeronautical Society. ISSN 0368-3931. doi:10.1017/s0001924000059108.
- Spalart, P. R. (2015): Philosophies and fallacies in turbulence modeling. In: Progress in Aerospace Sciences, Band 74.
- Spalart, P. R.; Jou, W. H.; Strelets, M. K. und Allmaras, S. R. (1997): Comments on the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach. In: Advances in DNS/LES.
- Stadtmüller, P. (2000): Investigation of Wake-Induced Transition on the LP Turbine Cascade T106D-EIZ. Technischer Bericht, Institut für Strahlantriebe Universität der Bundeswehr München.
- Stadtmüller, P. und Fottner, L. (2001): A Test Case for the Numerical Investigation of Wake Passing Effects on a Highly Loaded LP Turbine Cascade Blade. In: Volume 1: Aircraft Engine; Marine; Turbomachinery; Microturbines and Small Turbomachinery, (2001-GT-0311):S. V001T03A015. doi:10.1115/2001-GT-0311.

- URL <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?doi=10.1115/2001-GT-0311>.
- Steelant, J. und Dick, E. (2001): Modeling of Laminar-Turbulent Transition for High Freestream Turbulence. In: Journal of Fluids Engineering, Band 123(1):S. 22. ISSN 00982202. doi:10.1115/1.1340623.
- Storn, R. und Price, K. (1997): Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. In: Journal of Global Optimization. ISSN 09255001. doi:10.1023/A:1008202821328.
- Ströer, P.; Krimmelbein, N.; Krumbein, A. und Grabe, C. (2022): Galilean-invariant Stability-Based Transition Transport Modeling Framework. In: AIAA Journal, Band 60(angenommen zur Veröffentlichung). doi:<https://doi.org/10.2514/1.J061401>.
- Suluksna, K.; Dechaumphai, P. und Juntasaro, E. (2009): Correlations for modeling transitional boundary layers under influences of freestream turbulence and pressure gradient. In: International Journal of Heat and Fluid Flow. ISSN 0142727X. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2008.09.004.
- Sutherland, W. (1893): LII. The viscosity of gases and molecular force. In: The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, Band 36(223):S. 507–531. doi:10.1080/14786449308620508. URL <https://doi.org/10.1080/14786449308620508>.
- Teichel, S.; Verstraete, T. und Seume, J. (2017): Optimized Multidisciplinary design of a small transonic compressor for active high-lift systems. In: International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems. ISSN 18825079.
- Temmerman, L. und Leschziner, M. (2001): Large Eddy Simulation of separated flow in a streamwise periodic channel construction. In: Second International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena. Stockholm, June 27-29.
- The Economist (2020): Coronavirus is grounding the world's airlines. In: . URL <https://www.economist.com/business/2020/03/15/coronavirus-is-grounding-the-worlds-airlines>.
- Thwaites, B. (1949): Approximate Calculation of the Laminar Boundary Layer. In: Aeronautical Quarterly, Band 1:S. 245–280. ISSN 0001-9259. doi:10.1017/S0001925900000184.
- Tollmien, W. (1929): Über die Entstehung der Turbulenz - The production of turbulence. Technischer Bericht. doi:10.1007/978-3-662-33791-2_4.
- Tucker, P. G. (2011a): Computation of unsteady turbomachinery flows: Part 1 - Progress and challenges. doi:10.1016/j.paerosci.2011.06.004.

- Tucker, P. G. (2011b): Computation of unsteady turbomachinery flows: Part 2-LES and hybrids. doi:10.1016/j.paerosci.2011.07.002.
- Ubalde, B. N.; Tucker, P. G. und Shahpar, S. (2017): Assessment of RANS modelling for a complex stagnation probe case. In: AIAA SciTech Forum - 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting. ISBN 9781624104473. doi:10.2514/6.2017-1229.
- van Driest, E. R. und Blumer, C. B. (1963): Boundary layer transition: Freestream turbulence and pressure gradient effects. In: AIAA Journal, Band 1(6):S. 1303–1306. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/3.1784.
- van Ingen, J. L. (1956): A Suggested Semi-empirical Method for the Calculation of the Boundary-Layer Transition Region. In: , (VTH-74).
- van Leer, B. (1979): Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method. In: Journal of Computational Physics. ISSN 10902716. doi:10.1016/0021-9991(79)90145-1.
- Verstraete, T. (2010): CADO : a Computer Aided Design and Optimization Tool for Turbomachinery Applications. In: International Conference on Engineering Optimization, Lisbon 2010.
- Volino, R. J. (2002a): Separated flow transition under simulated low-pressure turbine airfoil conditions - Part 1: Mean flow and turbulence statistics. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.1506938.
- Volino, R. J. (2002b): Separated flow transition under simulated low-pressure turbine airfoil conditions - Part 2: Turbulence spectra. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.1506939.
- Volino, R. J. (2003): Passive flow control on low-pressure turbine airfoils. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.1626685.
- Volino, R. J. und Hultgren, L. S. (2001): Measurements in separated and transitional boundary layers under low-pressure turbine airfoil conditions. In: Journal of Turbomachinery. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.1350408.
- Walker, G. J. (1989): Transitional flow on axial turbomachine blading. In: AIAA Journal. ISSN 00011452. doi:10.2514/3.10150.
- Walters, D. K. und Cokljat, D. (2008): A three-equation eddy-viscosity model for reynolds-averaged navier-stokes simulations of transitional flow. In: Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME. ISSN 00982202. doi:10.1115/1.2979230.
- Watanabe, Y.; Misaka, T. und Obayashi, S. (2009): Application of Crossflow Transition Criteria to Local Correlation-Based Transition Model. In: AIAA Aerospace Science Meeting, Band 47(AIAA 2009-1145).

- Wie, Y. S. und Malik, M. R. (1998): Effect of surface waviness on boundary-layer transition in two-dimensional flow. In: *Computers and Fluids*. ISSN 00457930. doi: 10.1016/S0045-7930(97)00024-8.
- Wilcox, D. C. (1988): Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models. In: *AIAA Journal*, Band 26(11):S. 1299–1309.
- Wilcox, D. C. (1993): *Turbulence Modelling for CFD: Index*. DCW Industries, Inc. ISBN 0-9636051-0-0.
- Wissink, J. G. und Rodi, W. (2006): Direct Numerical Simulations of Transitional Flow in Turbomachinery. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 128(4):S. 668. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.2218517.
- Wissink, J. G.; Rodi, W. und Hodson, H. P. (2006): The influence of disturbances carried by periodically incoming wakes on the separating flow around a turbine blade. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Band 27(4):S. 721–729. ISSN 0142727X. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.02.016.
- Wu, X.; Jacobs, R. G.; Hunt, J. C. R. und Durbin, P. A. (1999): Simulation of boundary layer transition induced by periodically passing wakes. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Band 398:S. 109–153. doi:10.1017/S0022112099006205.
- Yang, H.; Nuernberger, D. und Kersken, H.-P. (2006): Toward Excellence in Turbomachinery Computational Fluid Dynamics: A Hybrid Structured-Unstructured Reynolds-Averaged Navier-Stokes Solver. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 128(2):S. 390. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.2162182.
- Yang, Z. und Voke, P. R. (2001): Large-eddy simulation of boundary-layer separation and transition at a change of surface curvature. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Band 439:S. 305–333. ISSN 0022-1120. doi:10.1017/S0022112001004633.
- Zhang, X. F. und Hodson, H. (2005): Combined effects of surface trips and unsteady wakes on the boundary layer development of an ultra-high-lift LP turbine blade. In: *Journal of Turbomachinery*. ISSN 0889504X. doi:10.1115/1.1860571.
- Zhao, Y. und Sandberg, R. D. (2020): Bypass transition in boundary layers subject to strong pressure gradient and curvature effects. In: *Journal of Fluid Mechanics*. ISSN 14697645. doi:10.1017/jfm.2020.39.
- Zierke, W. und Deutsch, S. (1989): *The Measurement of Boundary Layers on a Compressor Blade in Cascade Vol. I-II CR 185118*. Technischer Bericht, NASA.
- Zieße, M.; Müller-Schindewolffs, C.; Herbst, F. und Seume, J. R. (2019): Enhanced Synthetic-Eddy-Method for Generating Moving Incoming Wakes and Turbulence in Scale-Resolving Simulations. In: *Conference: Proceedings of the International Gas Turbine Congress 2019*. Tokyo, Japan.

- Zieße, M.; Wein, L.; Müller-Schindewolffs, C.; Herbst, F. und Seume, J. (2020): Validation of a Synthetic-Eddy Method for Modelling Incoming Wakes in Scale-Resolving Simulations of Turbomachinery Cascades. In: Proceedings of Global Power and Propulsion Society, GPPS Chania20.
- Zysina-Molozhen, L. M. und Kuznetsova, V. M. (1969): Investigation of Transition Conditions in a Boundary Layer. In: Teploenergetica, Band 16(7):S. 16–20.

Literaturverzeichnis

A Validierung skalenauflösender Simulationen

Skalenauflösende Simulationen sind in der Lage, die Modellfehler, die in der numerischen RANS Simulationen hinsichtlich turbulenter Effekte auftreten, auszuschließen oder im Fall von LES auf die kleinen modellierten Skalen zu beschränken (siehe Abschn. 3.4). Dennoch unterliegen sie vielen möglichen Fehlerquellen, von der korrekten Approximation der Geometrie über die Wahl geeigneter Randbedingungen bis hin zur fehlerfreien Implementierung des Strömungslösers. Verschiedene Fehler treten in unterschiedlichen Stadien der Entwicklung bis hin zur Anwendung des Strömungslösers auf.

Im Kontext dieser Arbeit wird als Basis auf den Strömungslöser OpenFOAM-v1612+ (siehe Abschn. 4.2.1) zurückgegriffen. OpenFOAM ist ein open-source Projekt, das viele Entwickler, Tester und Anwender einbindet. Das führt zum einen dazu, dass sich der Strömungslöser schnell weiterentwickelt und ständig optimiert wird, zum anderen aber auch dazu, dass es kein zentrales Organ zur Validierung und Qualitätssicherung jeglicher spezifisch erweiterter Strömungslöser geben kann. Um wissenschaftlich belastbare Ergebnisse zu erzielen und die Qualität des Strömungslösers in Abhängigkeit von Einflussgrößen zu ermitteln, ist eine Validierung der eingesetzten Verfahren notwendig.

Da diese Rechnungen im Fall von iLES sehr kostspielig sind, beschränkt sich die Validierung im Rahmen dieser Arbeit auf experimentell detailliert vermessene Testfälle, die typische Instabilitätsmechanismen der Mittenschnittströmung von Turbomaschinen wiedergeben.

A.1 Flow over Periodic Hills

Der Testfall Flow over Periodic Hills wurde ursprünglich von Almeida et al. (1993) experimentell in einem Wasserkanal untersucht. Dieser experimentelle Aufbau wurde von Rapp und Manhart (2007, 2011) in grundlegend überarbeiteter Form umfassend publiziert. In der hier betrachteten Konfiguration werden zehn identische Hügelprofile seriell überströmt, sodass sich zwischen Hügel sieben und acht eine nahezu periodische Strömung von einem Hügel zum nächsten einstellt. Im Unterschied zu dem Aufbau von Almeida et al. (1993) wurde von Rapp und Manhart (2007) die Kanalbreite hinreichend groß gewählt, sodass die Strömung in der Kanalmitte nicht mehr von den Seitenwänden beeinflusst wird - auch in dieser Richtung kann die Strömung somit als periodisch angenommen werden. Im Experiment wurde über die Strömungsgeschwindigkeit die Reynolds-Zahl variiert. Abhängig von der Reynolds-Zahl bilden sich unterschiedlich ausgeprägte Ablösegebiete hinter den Gipfeln und die sich als Abgrenzung

zur freien Kanalströmung ausbildenden Scherschichten schlagen infolge einer Kelvin-Helmholtz Instabilität um (siehe auch Abschn. 2.1.1). Der laminar-turbulente Umschlag über eine KH-Instabilität entspricht phänomenologisch dem Umschlag in Ablöseblasen auf Turbinenschaufeln.

A.1.1 Numerisches Modell

Wie in der Abb. A.1 dargestellt, bilden sich durch die Konfiguration des Testfalls sehr vorteilhafte Randbedingungen, um numerische Verfahren zu validieren, denn es werden keine Ein- oder Austrittsrandbedingungen benötigt, die eine weitere Störgröße bei der Validierung des numerischen Verfahrens darstellen würden (siehe auch Abschn. 3.4). Über eine aufgeprägte Volumenkraft $\frac{\partial p}{\partial x}$ werden Reibungsverluste kompensiert und eine konstante Strömungsgeschwindigkeit wird eingestellt. Aus diesem Grund wurde der Flow over Periodic Hills Testfall häufig zur Validierung von LES oder DNS eingesetzt (Temmerman und Leschziner 2001, Breuer et al. 2009, Kadoch et al. 2016). Die numerischen Untersuchungen mit LES und DNS von Breuer et al. (2009) wurden in Abstimmung mit den experimentellen Untersuchungen von Rapp und Manhart (2007) durchgeführt, wobei im Experiment ausschließlich höhere Reynolds-Zahlen $5600 \leq \text{Re}_B \leq 37000$ mit

$$\text{Re}_B = \frac{U_B h}{\nu} \quad (\text{A.1})$$

eingestellt wurden. Re_B basiert auf der flächengemittelten Geschwindigkeit U_B am Gipfel des Hügels. Von Breuer et al. (2009) wurde die Brücke zu kleinen Reynolds-Zahlen $700 \leq \text{Re}_B \leq 10595$ geschlagen, die sich mit skalenauflösenden Simulationen deutlich ressourcenschonender abbilden lassen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Flow over Periodic Hills Testfall genutzt, um das eingesetzte Lösungsverfahren (siehe Abschn. 4.2.1) in Abhängigkeit von der Netzauflösung $4e+6 \leq N \leq 44e+6$ und der Reynolds-Zahl $700 \leq \text{Re}_B \leq 2800$ zu bewerten.

In der Abb. A.2 sind die zeitlich sowie räumlich in Richtung der Kanalbreite gemittelten Geschwindigkeiten, Normal- sowie Schubspannungen an der Position $x/h = 4$ über die Kanalhöhe dargestellt. Es werden je Reynolds-Zahl die drei eingesetzten Rechnernetze den von Breuer et al. (2009) und Kadoch et al. (2016) zur Verfügung gestellten Rechenergebnissen gegenübergestellt.

Die Simulationen von Breuer et al. (2009) wurden mit dem LES- und DNS-Löser LESOCC durchgeführt. LESOCC ist ein strukturierter Finite-Volumen-Löser, der ein Runge-Kutta Mehrschrittverfahren zur zeitlichen Diskretisierung einsetzt. LESOCC hat, wie OpenFOAM, eine Genauigkeit zweiter Ordnung und alle hier referenzierten Simulationen wurden als DNS, ohne eine Modellierung kleiner Skalen, durchgeführt. Das von Breuer et al. (2009) eingesetzte Rechnernetz besitzt $N=13e+6$ Knoten und ist mit dem mittelfeinen Rechnernetz der OpenFOAM-Rechnungen vergleichbar.

Die Rechnungen von Kadoch et al. (2016) wurden mit Pen4Flow, einem pseudo-spektralen Löser unter dem Einsatz einer Volumen-Penalisierungsmethode, durchgeführt. Die zeitliche Diskretisierung erfolgt mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung und es wird ebenfalls kein LES-Modell eingesetzt. Kadoch et al. (2016) nutzten für die kleinste

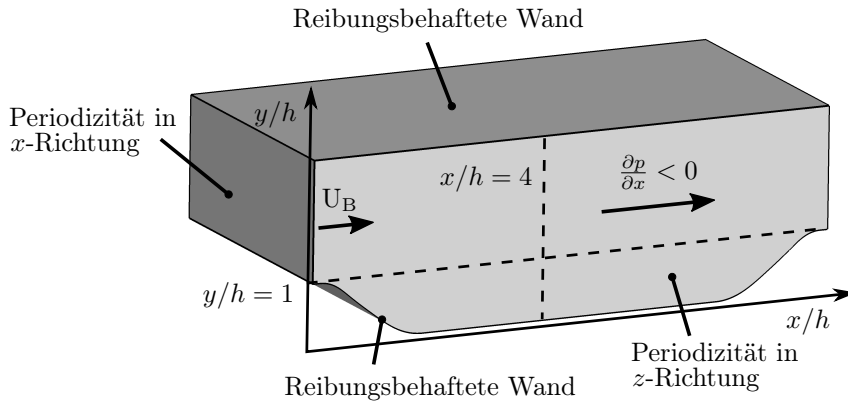


Abbildung A.1: Rechengebiet des Flow over Periodic Hills Testfalls mit eingezeichneten Randbedingungen

Reynolds-Zahl $Re_B = 700$ ein Netz mit $N=256^3$ Knoten und für die höheren Reynolds-Zahlen $Re_B = 1400$ und $Re_B = 2800$ ein Netz mit $N=512^3$ Knoten. Durch die Penalisierungsmethode werden in einem quaderförmigen, äquidistant vernetztem Rechengebiet die Gipfel maskiert und als feste Körper behandelt - diese Bereiche sind effektiv von der Simulation ausgenommen. Somit führt die maskierte Periodic-Hill-Geometrie dazu, dass effektiv nur $\approx 72\%$ der eingesetzten Rechenknoten durchströmt werden. Es ergibt sich bei $Re_B = 700$ eine effektive Anzahl von $N=12e+6$ Knoten und bei den beiden höheren Reynolds-Zahlen $N=97e+6$ Knoten. Damit ist die Anzahl der Netzknoten bei $Re_B = 700$ vergleichbar mit der von Breuer et al. (2009) sowie den OpenFOAM Rechnungen auf dem mittelfeinen Netz. Für die beiden höheren Reynolds-Zahlen ist die Anzahl der Netzknoten von Kadoch et al. (2016) deutlich höher. Hier sollte aber zwischen der reinen Anzahl an Netzknoten und der relevanten Diskretisierung des Strömungsfelds unterschieden werden. Die von Kadoch et al. (2016) eingesetzten Netze sind äquidistant und somit nicht im Bereich hoher Geschwindigkeitsgradienten verfeinert. Auch werden viele Zellen in Bereiche investiert, die nur geringe Geschwindigkeitsgradienten aufweisen. Zudem sind die Zellen nicht entsprechend den Strömungsvektoren ausgerichtet. Die Netzqualität ist somit schlechter, eine Quantifizierung ist in diesem Kontext aber nicht möglich.

Der Vergleich der Strömungsgrößen in Abb. A.2 an der exemplarischen Position $x/h = 4$ zeigt eine durchweg gute Übereinstimmung der eingesetzten Rechenverfahren. Die Strömungsgeschwindigkeiten stimmen nahezu exakt überein. Es fällt aber auf, dass die Lösung von Kadoch et al. (2016) bei $Re_B = 700$ einen Offset an der oberen Kanalbegrenzung aufweist. Eine Vermutung zur Ursache für diese Diskrepanz wäre, dass hier ein Fehler in der Skalierung vorliegt, der im Zusammenhang mit dem Netz $N=256^3$ steht. Die Normal- und Schubspannungen zeigen abhängig vom Rechnetnetz und Löser eine größere Streubreite. Diese nimmt mit höheren Reynolds-Zahlen zu. Es fällt auf, dass $\overline{u'_1 u'_1}/U_B^2$ und $\overline{u'_1 u'_2}/U_B^2$ insbesondere bei $Re_B = 2800$ für das größte OpenFOAM

A Validierung skalenauflösender Simulationen

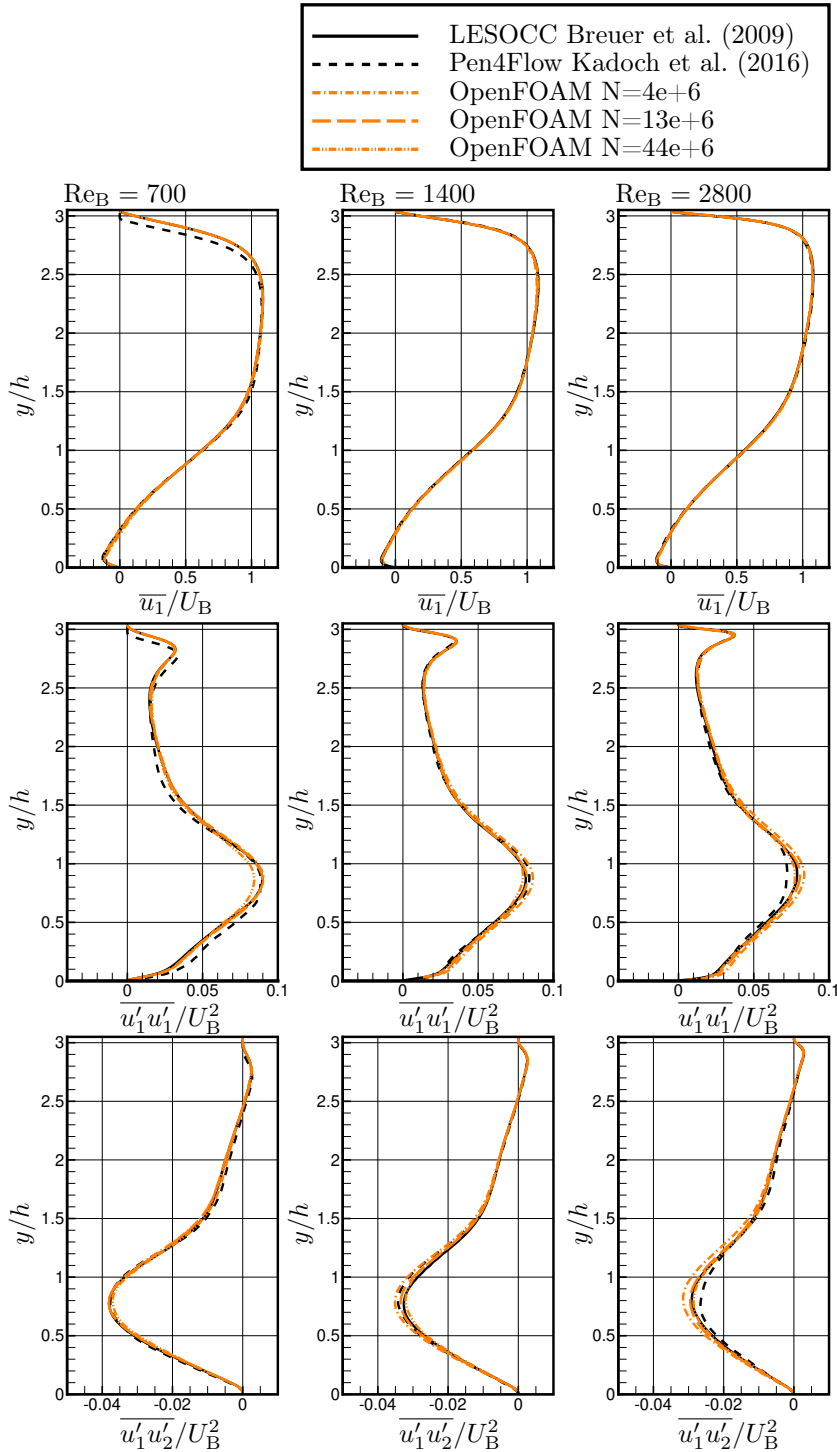


Abbildung A.2: Profile der Geschwindigkeit und Reynolds-Spannungen am Flow over Periodic Hills Testfall; $x/h = 4$; $Re_B = 700 - 2800$

Netz (N=4e+6) im Peak einen Offset zu den Lösungen auf den beiden feineren Netzen sowie der Lösung von Breuer et al. (2009) aufweisen. Das ist ein Hinweis darauf, dass die Netzauflösung N=4e+6 ab $Re_B = 1400$ unzureichend ist. Die Lösung von Kadoch

et al. (2016) weicht ebenfalls ab und zeigt einen leicht un stetigen Verlauf. Eine mögliche Ursache hierfür liegt in der Mittelungszeit. Kadoch et al. (2016) gibt an, die Lösung über 30 bis 40 Durchströmungen gemittelt zu haben. Breuer et al. (2009) hat seine Lösungen über ca. 140 Durchströmungen gemittelt und die OpenFOAM Rechnungen wurden abhängig vom Rechenetz über ≈ 30 bis ≈ 700 Durchströmungen gemittelt. Ebenso wie in den Rechnungen von Kadoch et al. (2016) wurde auf dem feinsten OpenFOAM Netz ($N=44e+6$) bei $Re_B = 700$ nur über ≈ 30 Durchströmungen gemittelt. Auch in diesem Fall treten im $\overline{u'_1 u'_1}/U_B^2$ -Profil erhöhte Abweichungen auf.

Durch diesen Vergleich wird deutlich, dass die erforderliche Netzauflösung im Zusammenhang mit dem Zweck der Simulation gesehen werden muss. Ist das Ziel, ein Totaldruckprofil zu bestimmen, reichen bereits sehr grobe Rechenetze aus, die sich einem gut aufgelösten RANS Netz annähern können; die Geschwindigkeitsprofile liegen exakt auf einander. Liegt der Fokus auf einer exakten Wiedergabe der Reynolds-Spannungen, steigt der notwendige Aufwand deutlich an. Wird aber eine hinreichend feine Auflösung sichergestellt, führt eine weitere Verfeinerung zu einer unwesentlichen Verbesserung. Es ist aber außerordentlich wichtig, eine hinreichende Mittelungszeit sicherzustellen, denn ansonsten wird der Vorteil einer guten Netzauflösung durch den Mittelungsfehler eliminiert. Die Aspekte des Mittelungsfehlers und des Diskretisierungsfehlers werden in den folgenden Abschnitten A.1.2 und A.1.3 diskutiert.

A.1.2 Mittelungsfehler

Wie im Abschn. 3.4 beschrieben, enthalten die gemittelten Ergebnisse skalenauflösender numerischer Simulationen wie LES oder DNS immer auch eine Fehlerkomponente, die aus der endlichen Mittelungszeit resultiert. Dabei kann angenommen werden, dass diese Fehlerkomponente $\propto 1/n$ mit der Anzahl der gemittelten Samplen fällt. Als unmittelbare Folge stellt sich die Frage der Wirtschaftlichkeit einer langen Mittelungsdauer, denn der Fehler fällt $\propto 1/n$, der numerische Aufwand steigt jedoch linear.

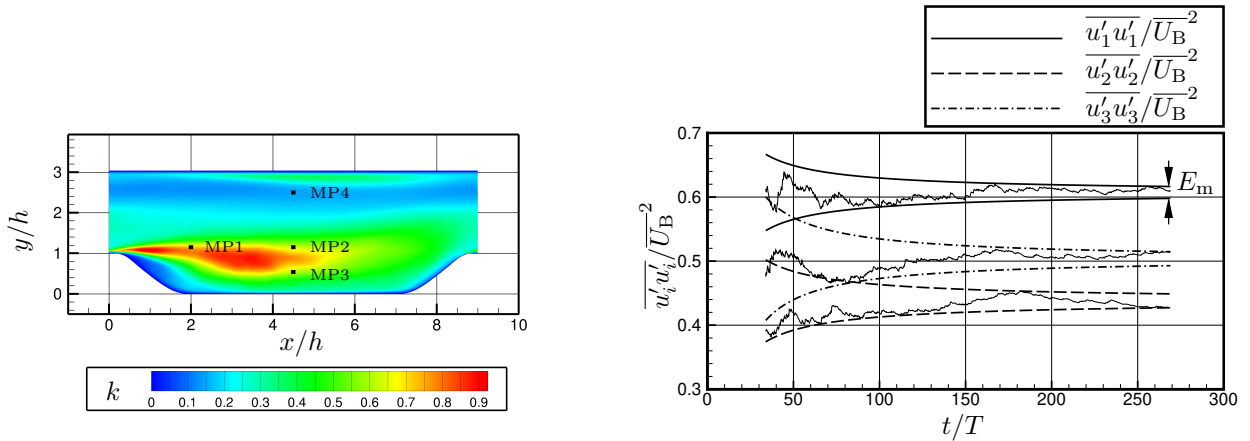
Um eine Abschätzung des Mittelungsfehlers der turbulenten kinetischen Energie k durchzuführen, wird der Verlauf des Mittelwertes von $\overline{u'_i u'_i}$ punktuell an vier Messpositionen (siehe Abb. A.3a) im Rechengebiet zeitlich über die Anzahl der vollständigen Durchströmungen des Rechengebiets aufgetragen. Wie in Abb. A.3b dargestellt, werden die Einhüllenden dieser Verläufe mit dem Funktionsansatz

$$H(t/T) = \phi \pm \frac{\sigma_{\phi 1}}{(t/T)^{-\sigma_{\phi 2}}} \quad (\text{A.2})$$

für jeden einzelnen Messpunkt und jede Größe ϕ individuell bestimmt. Der Abstand zwischen den Einhüllenden

$$E_{m,\phi}(t/T) = \frac{2\sigma_{\phi 1}}{(t/T)^{-\sigma_{\phi 2}}} \quad (\text{A.3})$$

entspricht dem approximierten Mittelungsfehler zum jeweiligen Zeitpunkt und stellt somit ein Maß für das Fehlerband dar, das ausschließlich aus der Mittelungszeit resultiert. Dementsprechend kann der sich am Ende der durchgeführten Mittelung einstellende Fehler aus dem jeweiligen Zeitschrieb entnommen werden. Eine Eigenschaft dieser Methode



(a) Positionierung der Messpunkte (MP) im Rechengebiet (b) Exemplarischer Zeitschrieb der Mittelwerte für $\overline{u'_i u'_i} / \overline{U_B}^2$ an MP2, über die Anzahl t/T der Durchströmungen des Rechengebiets; Einhüllende nach Gl. A.2

Abbildung A.3: Vorgehen zur Bewertung der Mittelungszeit am Beispiel des Flow over Periodic Hills Testfalls für das Rechnetzz N=13e+6 bei $Re_B = 1400$

ist jedoch, dass die Vorhersagegenauigkeit mit der Länge der Mittelungszeit zunimmt, da die Einhüllenden präziser bestimmt werden können.

Übergreifend über alle Netze und Reynolds-Zahlen wurde in Abb. A.4 dieses Vorgehen angewandt. Anstelle der einzelnen Komponenten der Reynolds'schen Normalspannungen $\overline{u'_i u'_i}$ wird unter Berücksichtigung der Fehlerfortpflanzung ein maximaler integraler Fehler für die turbulente kinetische Energie k approximiert. Dieser wird über alle vier Messpunkte (siehe Abb. A.3a) gemittelt, um eine möglichst repräsentative Aussage über das gesamte Rechengebiet zu erhalten. Aufgrund des hohen Ressourcenbedarfs, ist diese Auswertung auf eine geringe Anzahl von Messpunkten begrenzt und kann nicht für das gesamte Rechengebiet durchgeführt werden.

Die Trendlinie in Abb. A.4 folgt dem Ansatz aus Gl. A.3 für den Mittelungsfehler über alle betrachteten Fälle. Wie zuvor beschrieben, unterliegt die Approximation der Einhüllenden selbst aber ebenfalls einem gewissen Fehler. Um diesen einzuordnen, wurde ein Band von $\pm 25\%$ zu der Trendlinie mit eingezeichnet. Die Unschärfe lässt sich auf den stochastischen Charakter der Turbulenz zurückführen. Anhand der Darstellung in Abb. A.3b wird deutlich, dass auch nach einer langen Mittelungszeit von > 200 Durchströmungen Ausreißer im Verlauf von $\overline{u'_i u'_i} / \overline{U_B}^2$ auftreten, auf die die Bestimmung der Einhüllenden sensitiv reagiert.

Es ist zu erkennen, dass der Mittelungsfehler $E_{m,k}/k$ für den Flow over Periodic Hills Testfall nach $t/T \approx 200$ Durchströmungen $E_{m,k}/k \approx 2\%$ beträgt, was ausgehend von $t/T \approx 20$ zu einer Halbierung des Fehlers führt. Eine Reduktion auf $E_{m,k}/k \approx 1\%$ wäre aber mit einem deutlichen Anstieg der notwendigen numerischen Ressourcen verbunden und würde $t/T > 1000$ erfordern.

Aus dieser Studie wird deutlich, dass der Mittelungsfehler spezifisch für jeden Testfall und die betrachtete Größe eingeordnet werden sollte. Nur so kann der numerische

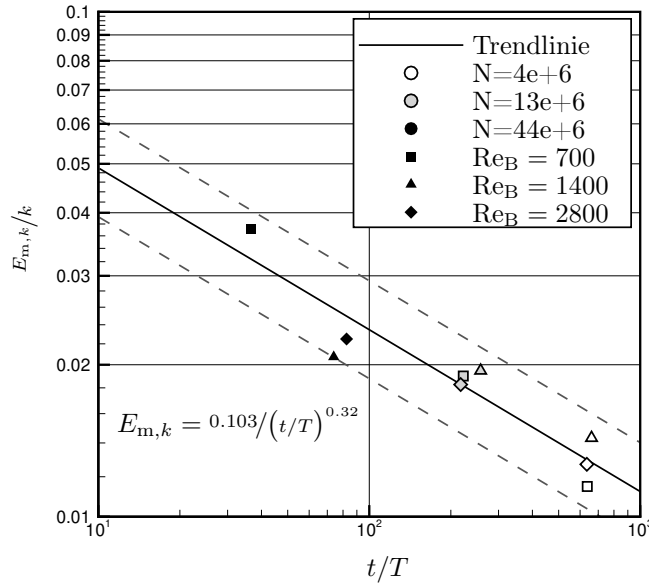


Abbildung A.4: Abhängigkeit des Mittelungsfehlers $E_{m,k}/k$ von der Anzahl der gemittelten Durchströmungen t/T ; $\pm 25\%$ Fehlerband eingezeichnet

Aufwand in einen Bezug zur erreichbaren Genauigkeit gesetzt werden und der Kompromiss kann bewusst eingegangen werden. Dafür wird für die im Rahmen dieser Arbeit mit iLES untersuchten Testfälle das Fehlerband durch den Mittelungsfehler an ausgewählten Positionen mit angegeben.

A.1.3 Diskretisierungsfehler

Neben dem zuvor beschriebenen Einfluss der Mittelungszeit ist der prominenteste Fehler für LES und DNS der Fehler, der aus der endlichen Diskretisierung des Rechengebiets resultiert (siehe Abschn. 3.4). Durch die Variation der Reynolds-Zahl wird, wie in Abb. A.5 dargestellt, die Größe der kleinsten turbulenten Strukturen signifikant beeinflusst. Auf einem identischen Rechnetetz führt die Variation der Reynolds-Zahl somit auch zu einer Variation der relativen Netzauflösung.

Der Diskretisierungsfehler kann über eine Netzabhängigkeitsstudie bestimmt werden. Hierfür bietet es sich an, die turbulente kinetische Energie $k = 0.5(\overline{u'_i u'_i})$ als Summe der Normalspannungen über das gesamte Strömungsfeld zu integrieren und in Bezug zu U_B^2 zu setzen. k/U_B^2 repräsentiert die turbulente kinetische Energie im Bezug zur kinetischen Energie der Strömung. Durch den Zerfall zu immer kleineren Wirbeln hängt k/U_B^2 von der Reynolds-Zahl ab. Abhängig von der relativen Auflösung des Rechnetetzes wird das Ergebnis mit einem Fehler belastet.

Wie in der Abb. A.6a dargestellt, bewegen sich die Ergebnisse für k/U_B^2 mit zunehmender Netzfeinheit auf den mutmaßlich exakten Wert zu. Der exakte Wert wurde hierbei im Zuge einer Netzabhängigkeitsstudie nach ASME V & V 20 Committee (2009) für eine numerische Genauigkeit der Ordnung $p = 2$ extrapoliert (siehe Abschn. 3.4). Der approximierte Diskretisierungsfehler $E_{d,k}$ entspricht dem Abstand der jeweiligen Lösung

A Validierung skalenauflösender Simulationen

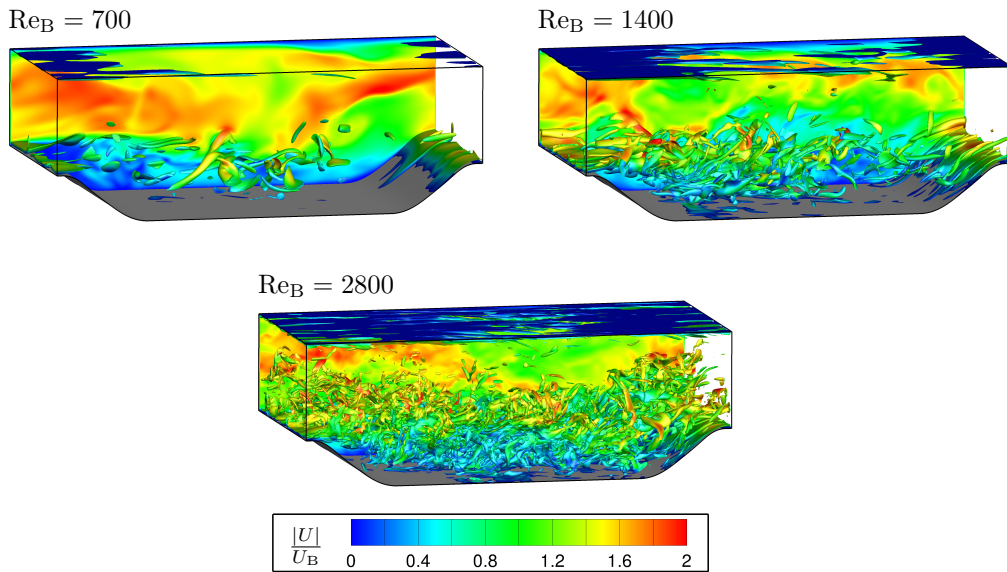
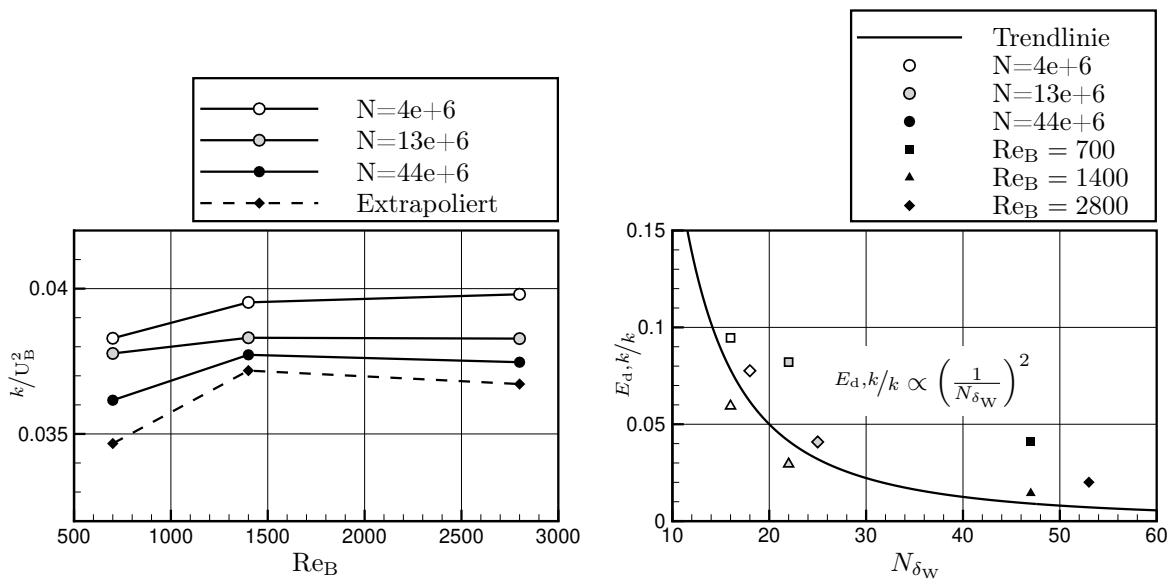


Abbildung A.5: Momentaufnahme der Strömung im Flow over Periodic Hills Testfall bei drei Reynolds-Zahlen auf dem Netz $N=44e+6$; Kontur: $\frac{U}{U_B}$; Iso-Fläche: $\Omega \frac{h}{U_B} = 120$



(a) Abhängigkeit der volumengemittelten, normierten turbulenten kinetischen Energie k/U_B^2 von Re_B auf drei unterschiedlich feinen Rechnernetzen (b) Auftragung des Diskretisierungsfehlers von k über die Auflösung der abgelösten Scherschicht mit der Dicke δ_w bei $x/h = 1.0$ (siehe Abb. A.3a)

Abbildung A.6: Abhängigkeit des Diskretisierungsfehlers von der Netzaufösung und der Reynolds-Zahl für den Flow over Periodic Hills Testfall

von dem extrapolierten Wert. Die Bestimmung von $E_{d,k}$ unterliegt damit auch dem Mittelungsfehler $E_{m,k}$. Um diesen zu reduzieren, wurde das Volumenintegral von k über alle Netzzellen gebildet und nicht an den Punkten MP1 - MP4 (siehe Abb. A.3a) ermittelt. Eine qualitative Übertragung von $E_{m,k}$ aus Abb. A.4 auf die über das Volumen integrierte turbulente kinetische Energie k ist somit nicht möglich. Der Fehler entwickelt sich mit der Mittelungszeit quantitativ gleich, erreicht aufgrund der größeren Anzahl gemittelter Einzelwerte aber ein mutmaßlich geringeres Niveau.

In Abb. A.6b wird der normierte Diskretisierungsfehler $E_{d,k}/k$ in Bezug zur Netzauflösung im Bereich der abgelösten Scherschicht bei $x/h = 1.0$ gesetzt¹. Da die umschlagende KH-Instabilität bei dem Flow over Periodic Hills Testfall der entscheidende Instabilitätsmechanismus ist, findet die Produktion von k vor allem hier statt. Unter Berücksichtigung der Reynolds-Zahl der Scherschicht

$$\text{Re}_W = \frac{\Delta U \delta_W}{\nu} \quad (\text{A.4})$$

kann die Diskretisierung der abgelösten Scherschicht als repräsentative Größe zur Abschätzung der Netzauflösung herangezogen werden. Auf dieser Basis ist auch die Gegenüberstellung zu abgelösten Scherschichten auf NDT-Profilen möglich.

Die einzelnen Diskretisierungsfehler fallen proportional mit $E_{d,k}/k \propto \left(\frac{1}{N_{\delta_W}}\right)^2$ ab. Auffällig sind jedoch die $E_{d,k}/k$ der Reynolds-Zahl $\text{Re}_B = 700$, die deutlich oberhalb der Fehler bei den anderen Reynolds-Zahlen liegen. Wie in Abb. A.6a zu erkennen ist, stellt sich für $\text{Re}_B = 700$ kein asymptotischer Trend ein. Im Vergleich zu den anderen Reynolds-Zahlen ist der Anteil der turbulenten kinetischen Energie k/U_B^2 für das $N=44e+6$ Netz deutlicher als auf den anderen Netzen. Der approximierte Wert fällt somit verhältnismäßig gering aus und die Fehler auf allen Netzen für $\text{Re}_B = 700$ sind groß. Wie der Abb. A.4 zu entnehmen ist, wirkt sich hierbei möglicherweise der größere Mittelungsfehler auf dem feinsten Netz mit $N=44e+6$ Zellen aus, der zu einer fehlerhaften Extrapolation von k/U_B^2 führen könnte. Es wird deutlich, dass die Fortpflanzung der Fehler einen großen Einfluss auf die Abschätzung des Diskretierungsfehlers hat.

Im Fall der beiden höheren Reynolds-Zahlen $\text{Re}_B = 1400$ und $\text{Re}_B = 2800$ folgen die Fehler der Trendlinie wesentlich besser und es kann davon ausgegangen werden, dass deren Approximation genauer ist als bei $\text{Re}_B = 700$. Zudem steigt der Fehler bei einer Verdoppelung der Reynolds-Zahl, unabhängig vom Rechenetz, um $\approx 1/3$ an. Die hierbei relevanten Reynolds-Zahlen der Scherschichten betragen für den Fall $\text{Re}_B = 1400$ $\text{Re}_W = 463$ und für den Fall $\text{Re}_B = 2800$ $\text{Re}_W = 997$.

Wie bereits erwähnt, folgen die einzelnen Werte aber dem Trend der Kurve und eine Einordnung des Fehlers im Bezug zur Auflösung der Scherschicht ist möglich. Die Daten zeigen eine deutliche Reduktion des Fehlers um $\approx 80\%$ durch eine verfeinerte Auflösung der Scherschicht von $N_{\delta_W} = 15$ zu $N_{\delta_W} = 30$. Durch eine weitere Verdoppelung der Auflösung auf $N_{\delta_W} = 60$ fällt der Fehler nur um weitere $\approx 15\%$. Eine Auflösung von $N_{\delta_W} < 30$ sollte somit nicht unterschritten werden. Für höhere Auflösungen ist der Zuwachs an Genauigkeit gering.

¹Die Scherschicht wird stromauf des laminar-turbulenten Umschlags bewertet, bevor ein intensiver Anstieg des wandnormalen Impulsaustauschs durch $-\rho u'_2 u'_2$ stattfindet.

A.2 ERCOFTAC T3B

Der in der Validierung eingesetzte Testfall einer flachen Platte T3B stammt aus der ERCOFTAC T3x-Serie. Die Experimente wurden von Rolls Royce im Rahmen einer ERCOFTAC Initiative durchgeführt (Savill 1993, Roach und Brierley 1990), um eine Grundlage für die Kalibrierung von RANS-Transitionsmodellen zu schaffen. Auf der Basis der ERCOFTAC T3x-Serie wurde somit eine Vielzahl von Transitionsmodellen entwickelt (Menter et al. 2004, Walters und Cokljat 2008, Malan et al. 2009, Suluksna et al. 2009, Juntasaro und Narejo 2017). Im experimentellen Aufbau wurden die T3x-Platten unter variierenden Betriebsbedingungen hinsichtlich Turbulenzgrad, Reynolds-Zahl und Druckgradienten unter geringen Strömungsgeschwindigkeiten ($\leq 20\text{m/s}$) untersucht. Druckgradienten wurden durch die Variation der oberen Kanalkontur eingestellt. Auf der Platte stellt sich eine geführte nahezu ebene Strömung mit oder ohne Druckgradienten ein. Die ERCOFTAC T3x-Serie basiert auf zwei Kanalkonturen: T3A, T3AM und T3B haben keine Gegenkontur bzw. nennenswerte Druckgradienten; T3Cx sind konturiert und weisen moderate Druckgradienten auf.

Durch die Variation der Randbedingungen werden sehr unterschiedliche Transitionsmodi, wie z.B. die Transition in einer beschleunigten Grenzschicht oder die Transition über einer Ablöseblase, erreicht. Im Kontext der iLES-Validierung soll durch eine T3x-Platte ein Gegenpol zu den Periodic Hills (Anhang A.1) abgebildet werden. Neben Instabilitäten in den Scherschichten über Ablöseblasen spielt in Turbomaschinen vor allem der Einfluss des Turbulenzgrads eine wesentliche Rolle für die angelegte Transition. Vor diesem Hintergrund eignen sich die T3x-Platten hervorragend, um die Validierung mit dem Flow over Periodic Hills Testfall zu ergänzen.

Wie in der Tab. A.1 zusammengefasst, variieren die mit der Länge der Platte $l_{\text{platte}} = 1.7\text{ m}$ gebildeten Reynolds-Zahlen zwischen den einzelnen T3x-Platten deutlich. Hohe Reynolds-Zahlen bzw. die Berechnung einer langen Lauflänge der Grenzschicht über die Platte sind numerisch teuer. Daher wurde die verwendete T3x-Platte auch vor dem Hintergrund des Ressourcenaufwands für die Simulation gewählt. Da für die Validierung der iLES nur die Bewertung bis zu einer abgeschlossenen Transition relevant ist, wird auf die Berechnung der anschließend turbulenten Grenzschicht verzichtet und der numerische Austrittsrand kann z.T. deutlich stromauf verschoben werden. Die für den numerischen Aufwand relevante Reynolds-Zahl am Ort der abgeschlossenen Transition kann somit auf Re_{te} reduziert werden.

Durch die hohen Turbulenzgrade $Tu = 6.0\%$ bzw. $Tu = 6.6\%$ in der Zuströmung der T3B- und T3C1-Platte weisen diese eine verhältnismäßig weit stromauf liegende Transition bei $Re_{te} = 124,000$ bzw. $Re_{te} = 195,000$ auf. Diese beiden Fälle sind somit verhältnismäßig ressourcenschonend zu berechnen. Da bei der iLES-Validierung eine möglichst isolierte Bewertung von Einflussfaktoren vorgenommen werden soll, wurde die T3B-Platte für die Validierung ausgewählt, bei der der Einfluss des Druckgradienten auf die Transition keine Rolle spielt.

Im Gegensatz zu dem Flow over Periodic Hills Testfall ist die T3B-Platte nicht ausgelegt worden, um ideale Bedingungen für skalenauflösende Simulationen zu erfüllen. Die Eintritts- und Austrittsrandbedingungen sind nicht periodisch und der Betriebspunkt

weist eine vergleichsweise hohe Reynolds-Zahl auf. Das hat zur Konsequenz, dass Simulationsfehler nicht nur auf Mittelungs- und Diskretisierungsfehler zurückzuführen sind, sondern zusätzlich auch Randbedingungsfehler auftreten. Der numerische Aufwand ist außerdem hoch.

Auf der T3B-Platte bildet sich eine messtechnisch gut erfasste Grenzschicht aus, die unter dem Einfluss hoher Turbulenz in der Zuströmung ähnliche Anforderungen wie ein typischer Turbomaschinentestfall stellt. Das ordnet die T3B-Platte in der Abstraktionsstufe zwischen den generischen Flow over Periodic Hills und anwendungsnahen Turbinenprofilen ein. Sie stellt in der Validierungskette ein Bindeglied dar.

Der zuvor beschriebene Flow over Periodic Hills Testfall ist hervorragend für eine systematische GCI Studie geeignet, um den Diskretisierungs- und Mittelungsfehler ohne den Einfluss von Randbedingungen zu bewerten. Aufgrund des hohen Rechenaufwands der iterativ einzustellenden Randbedingungen und der langen Mittelungszeit wurde für die T3B-Platte eine solche quantitative Studie nicht durchgeführt. Die T3B-Platte dient in erster Linie dazu, die notwendige Netzaufösung zu ermitteln, um eine angelegte Transition auflösen zu können. Aus diesem Grund wurde die T3B-Platte mittels zwei unterschiedlichen Netzen mit den Auflösungen $N=15e+6$ und $N=120e+6$ Zellen simuliert (siehe Tab. A.2).

Tabelle A.1: T3x-Platten Betriebsparameter

Name	U in m/s	Tu in %	$\frac{dp}{dx}$ in $\text{kg/m}^2 \text{ s}^2$	Re _l in 10^6	Re _{te} in 10^6
T3A	5.4	3.0	≈ 0	0.60	0.29
T3AM	19.8	0.9	≈ 0	2.22	2.22
T3B	9.4	6.0	≈ 0	1.06	0.12
T3C1	5.9	6.6	$\neq 0$	0.66	0.19
T3C2	5.0	3.0	$\neq 0$	0.56	0.43
T3C3	3.7	3.0	$\neq 0$	0.41	0.37
T3C4	1.2	3.0	$\neq 0$	0.13	0.12
T3C5	8.4	3.0	$\neq 0$	0.94	0.36

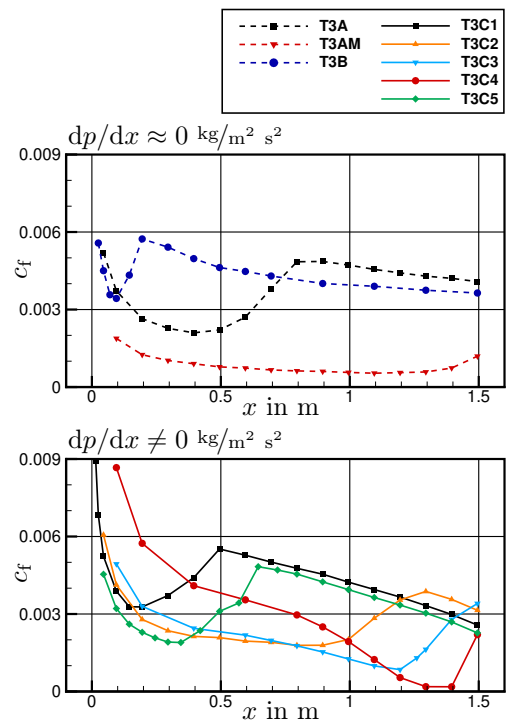


Abbildung A.7: Verlauf von c_f auf T3x-Platten als Indikator für die Transition

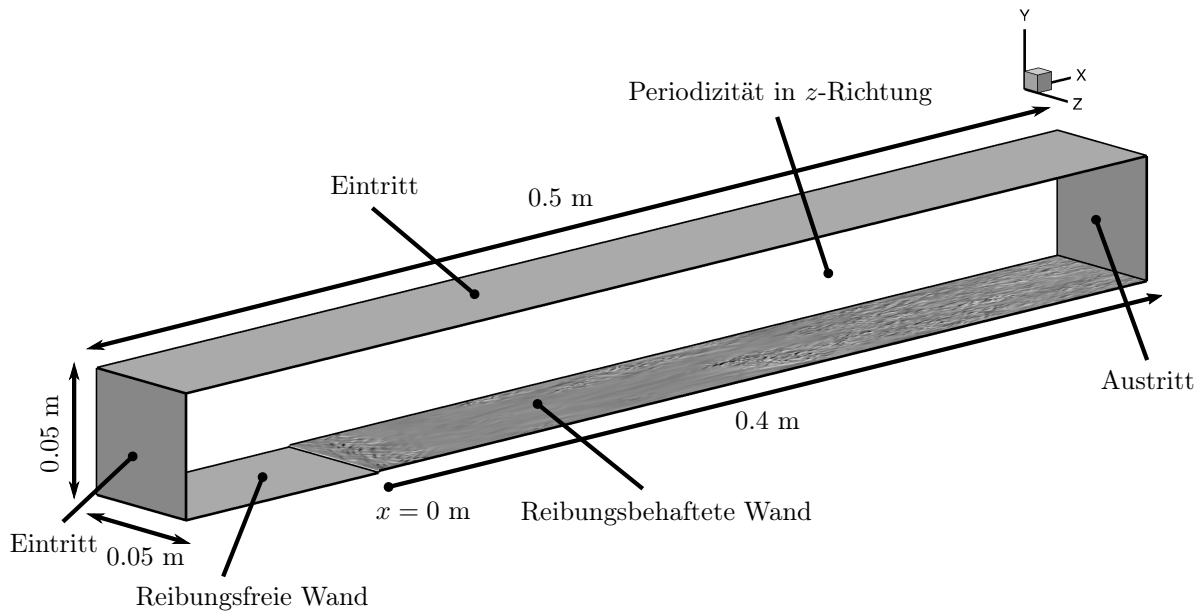


Abbildung A.8: Rechengebiet der T3B-Platte mit eingezeichneten Randbedingungen

A.2.1 Numerisches Modell

Das numerische Modell ist in der Abb. A.8 dargestellt (siehe auch Tab. A.2). Über die Breite der Platte werden periodische Ränder eingesetzt. Dabei wird das Rechengebiet hinreichend groß gewählt, sodass sich in Strömungsrichtung ausgerichtete Strukturen vielfach parallel aneinanderreihen können. Die kreisförmige Vorderkante der Platte befindet sich bei $x = 0$ m, stromauf ist ein Zuströmbereich vorgesehen, in dem sich der Staupunkt der Platte ausbildet und eine ausreichende Strecke von 0.1 m vorhanden ist, damit sich das turbulente Zuströmfeld relaxieren kann (siehe Abschn. 4.2.2). Die Zuströmung in das Rechengebiet erfolgt unter einem Inzidenzwinkel von -0.5° , der im experimentellen Aufbau vorgesehen war. Um den Zuströmwinkel über die Lauflänge der Platte aufrecht zu erhalten, erfolgt an der oberen Begrenzung des Rechengebiets ebenfalls eine wandnormale Zuströmung. In Hauptströmungsrichtung wird die Strömung mit der Zuströmgeschwindigkeit entlang der oberen Wand geschleppt. Im Vergleich zum experimentellen Aufbau nach Roach und Brierley (1990) beträgt die Distanz zur oberen Wand 23% der Entfernung bis zur Kanalwand aus dem Experiment. Dabei wird eine sich ausbildende Grenzschicht, die im Experiment vorhanden ist, für die iLES vernachlässigt. Die untere Wand stromauf der Vorderkante der Platte ist reibungsfrei (dieser Aufbau wird im Folgenden als Konfiguration A bezeichnet).

Wie in der Abb. A.9a dargestellt, findet in der iLES gegenüber dem Experiment eine geringfügig stärkere Beschleunigung in der freien Strömung statt. Eine mögliche Erklärung hierfür ist der kumulativ leicht anwachsende Volumenstrom über die Platte, der sich über den Inzidenzwinkel von -0.5° ergibt. Dieser Einfluss könnte durch eine numerisch aufwändige iterative Anpassung der oberen Kanalwand kompensiert werden. Die Anpassung wurde aus Ressourcengründen in diesem Fall aber nicht durchgeführt.

Tabelle A.2: Übersicht über Rechenetze und Qualitätskriterien für die T3B-Platte; dimensionslose Zellgrößen sind Maximalwerte und wurden im Bereich der turbulenten Grenzschicht bei $x = 0.3$ m bestimmt; Längen in m und ab Vorderkante für obere Plattenhälfte; DNS von Ovchinnikov et al. (2008); Konfiguration: A - nur obere Hälfte der Vorderkante; B - obere und untere Hälfte der Vorderkante

	Konfiguration	N	$L_x \times L_y \times L_z$	Δx^+	y^+	Δz^+
iLES	A	15e+6	$0.40 \times 0.05 \times 0.05$	12.42	0.16	20.51
iLES	A	120e+6	$0.40 \times 0.05 \times 0.05$	5.30	0.08	10.49
DNS	A	140e+6	$0.26 \times 0.05 \times 0.05$	10	0.8	3.5
DNS	B	190e+6	$0.26 \times 0.05 \times 0.05$	10	0.8	3.3

Die untere, reibungsfreie Wand im Bereich der Zuströmung musste gewählt werden, um Instabilitäten in dem Betriebspunkt zu unterdrücken. Zuvor wurde untersucht, ob eine vollständige Umströmung der Vorderkante in einer skalenauflösenden Simulation abzubilden ist (Konfiguration B). Es hat sich gezeigt, dass ein wechselseitiges Ablösen oberhalb und unterhalb der Vorderkante und damit das sprunghafte Anwachsen der sich stromab ausbildenden Grenzschichten instabile Betriebspunkte hervorruft. Die Aufprägung eines konstanten Drucks an den Austrittsrändern ist hier nicht mehr zutreffend, da die Geschwindigkeiten stark schwanken; die Kanalhälften würden durch den konstanten Gegendruck wechselseitig fast vollständig gesperrt werden. Mögliche Lösungsansätze wären ein deutlich vergrößertes Rechengebiet, aufwändig geregelte Randbedingungen oder eine Unterteilung der Rechnung in zwei getrennte Rechengebiete wie bei dem Vorgehen nach Ovchinnikov et al. (2008), auf das später detailliert eingegangen wird. Wie von Roach und Brierley (1990) beschrieben, trat dieses Problem ebenfalls im Experiment auf. Im Experiment wurde zur Lösung an der Hinterkante der Platte ein aktiv geregeltes Leitblech eingesetzt, um die Massenstromverteilung zwischen der unteren und der oberen Kanalhälfte einzustellen.

Turbulente Randbedingungen

Für die T3B-Platte ist es erforderlich, adäquate turbulente Eintrittsrandbedingungen zu definieren, die geeignet sind, das Abklingen der Turbulenz über der Platte zu berücksichtigen. Hierfür wurde die I-DFSEM von Müller-Schindewolffs und Herbst (2018) (siehe Abschn. 4.2.2) eingesetzt. Es wurde iterativ ein Turbulenzgrad mit einer entsprechenden integralen Längenskala eingestellt, die das Abklingverhalten aus dem Experiment annähert. Dieser Vorgang ist sehr ressourcenintensiv, da eine Vielzahl von Rechnungen durchgeführt und hinreichend lange gemittelt werden müssen.

In der Abb. A.9b ist das Abklingverhalten der Turbulenz in Strömungsrichtung dargestellt. Die Messwerte nach Roach und Brierley (1990) stammen von einer 2-Draht CTA (*engl.: Constant Temperature Anemometry*) Messtechnik; Messfehler werden nicht an-

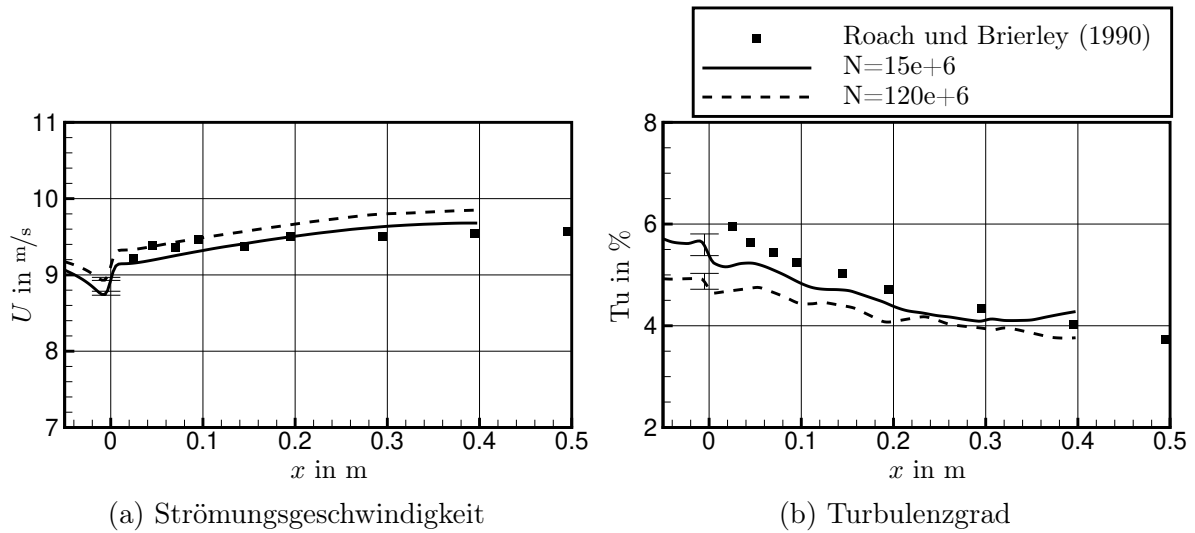


Abbildung A.9: Absolutgeschwindigkeit und Turbulenzgrad aufgetragen in Strömungsrichtung bei $y = 0.008 \text{ m}$ auf der T3B-Platte; CFD: flächengemittelt über die Breite der Platte; Mittelungsfehler E_m aus iLES sind punktuell dargestellt; Messwerte: 2-Draht CTA Messtechnik (Roach und Brierley 1990)

gegeben. Es ist zu erkennen, dass die in der Simulation realisierbare Mittelungszeit noch nicht ausreicht, um einen vollständig glatten Verlauf des Turbulenzgrads zu erreichen. Die Schwingungen im Verlauf liegen im Rahmen des Mittelungsfehlers, der exemplarisch für die axiale Position $x = -0.005 \text{ m}$ nach dem Vorgehen aus Anhang A.1.2 ermittelt wurde. Der Trend zeigt, dass der Turbulenzgrad in der Simulation für das Rechenetz mit $N=120e+6$ Zellen bis zu einem Prozentpunkt unter den gemessenen Werten liegt. Die Abweichung unter den Simulationen lässt sich zu einem geringen Anteil mit der etwas höheren Strömungsgeschwindigkeit (Abb. A.9a) auf dem feineren Netz erklären. Unter Einbezug des Mittelungsfehlers ist nicht anzunehmen, dass eine längere Mittelung den Trend ändert. Auf weitere Schritte in der iterativen Anpassung musste aufgrund des hohen Ressourcenaufwands verzichtet werden.

Grundsätzlich müssen die turbulenten Randbedingungen für beide Rechenetze unterschiedlich eingestellt werden, da die unterschiedliche numerische Dissipation die turbulenten Strukturen beeinflusst. Dies wird in Abb. A.10 deutlich: Beide Spektren sind ähnlich; bei dem feineren Netz $N=120e+6$ werden jedoch höhere Frequenzen aufgelöst. Die eingezeichnete Invariantenkarte belegt zudem, dass die Turbulenz in der Zuströmung in der Simulation isotrop ist. Dies entspricht dem Experiment von Roach und Brierley (1990), die angeben, dass die Turbulenz homogen und isotrop sei. Neben der Einstellung des korrekten Turbulenzgrads in der freien Strömung ist aber der Fokus auf die Reynolds-Spannungen der wandnormalen Traversen gelegt worden, die sich am Grenzschichttrand einstellen. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, ergibt sich bei den Reynolds-Spannungen eine sehr gute Übereinstimmung der Normalspannungskomponenten zwischen der iLES und der Messung, die in der iLES sogar etwas größer sind

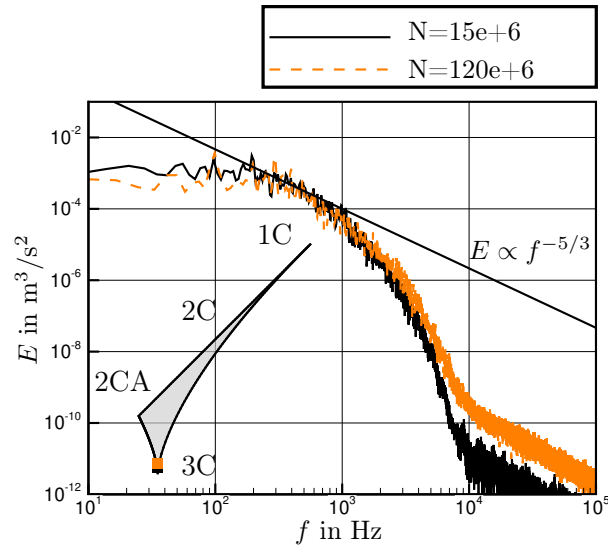


Abbildung A.10: Energiespektren in der iLES an der Position $x = -0.005$ m; $y = 0.01$ m; $z = 0.025$ m nahe der Vorderkante mit eingezeichneter Invariantenkarte für die T3B-Platte; 3C - Isotrope Turbulenz; 1C - Einkomponenten Turbulenz; 2C - Zweikomponenten Turbulenz; 2CA - Achsensymmetrische zweikomponenten Turbulenz

als gemessen. Diese Beobachtung stützt die Annahme, dass die Ursache für den abweichenden Turbulenzgrad im Zusammenhang mit der Strömungsgeschwindigkeit steht.

A.2.2 Bewertung der Ergebnisse

Die Ergebnisse der iLES werden mit Bezug auf die Messungen von Roach und Brierley (1990) sowie zwei DNS von Ovchinnikov et al. (2008) bewertet. Ovchinnikov et al. (2008) haben die T3B-Platte mit einem Finite-Differenzen-Löser unter Verwendung räumlicher und zeitlicher Schemata mit einer Genauigkeit von zweiter Ordnung simuliert. Bei den hier gezeigten Ergebnissen wurde die obere Hälfte der Vorderkante über eine symmetrische Randbedingung abgebildet (DNS A) sowie vollständig unter Berücksichtigung der oberen und unteren Hälfte beschrieben (DNS B; siehe Tab. A.2). Das erstgenannte Vorgehen entspricht der Konfiguration der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen der T3B-Platte. In beiden Fällen wurde die kreisrunde Vorderkante von Ovchinnikov et al. (2008) als Superellipse mit einem Seitenverhältnis von $AR = 6$ abgebildet. Wie durch numerische Analysen bestätigt, beeinflusst dies die Überströmung der Vorderkante. Aus methodischen Gründen waren Ovchinnikov et al. (2008) zudem gezwungen, die Vorderkante und die überströmte Platte mit zwei getrennten Simulationen zu berechnen (siehe Abb. A.11). Aus der vorhergehenden Berechnung der Vorderkante wurde eine Samplereihe der Geschwindigkeitsfelder als Randbedingungen für die restliche Platte extrahiert. Die Randbedingung zwischen den beiden Rechengebieten befindet sich bei $x = 0.015$ m.

Durch die getrennten Berechnungen der Vorderkante und der Platte haben sich bei

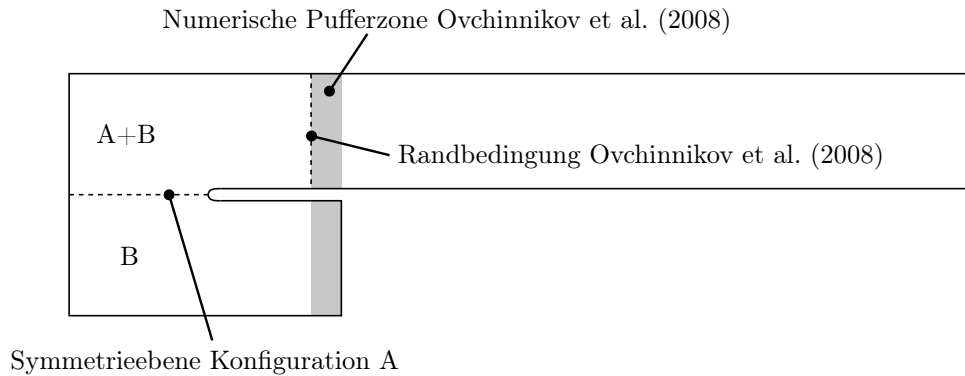


Abbildung A.11: Schematische Darstellung der Konfigurationen der T3B-Platte

Ovchinnikov et al. (2008), im Gegensatz zu der Studie im Rahmen der vorliegenden Arbeit, keine Instabilitäten in der Simulation der vollständigen Vorderkante gebildet. Ein begünstigender Umstand bei der getrennten Berechnung der Vorderkante ist ein sehr geringer Abstand der Vorderkantengeometrie zur Austrittsebene. Stromauf der Austrittsebene wurde eine numerische Pufferzone eingesetzt. Diese wurde von Ovchinnikov et al. (2008) nicht näher beschrieben. Es kann aber davon ausgegangen werden, dass sie hilft, hochfrequente Störungen zu eliminieren und die Simulation zu stabilisieren. Durch die künstliche Randbedingung zwischen den beiden Rechnungen werden jedoch auch strömungsmechanische Instabilitäten gedämpft und Störungen können sich nicht stromauf ausbreiten. Zudem haben Ovchinnikov et al. (2008), wie bereits erwähnt, keinen Inzidenzwinkel vorgesehen. Das gesamte Rechengebiet mit der Berücksichtigung der oberen Plattenhälfte besteht aus $N=140e+6$ Zellen für die Konfiguration A bzw. $N=190e+6$ Zellen für die Konfiguration B (siehe Tab. A.2). Davon entfallen ca. $N=77e+6$ Zellen auf die Platte selbst.

Die Auswertung der Ergebnisse findet exemplarisch an den Positionen $x = 0.095$ m, 0.145 m sowie 0.195 m statt (siehe Abb. A.12). Insgesamt besteht eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Geschwindigkeitsprofilen. Bei den Reynolds-Spannungen nehmen die Abweichungen in Strömungsrichtung zu, wobei das feinere $N=120e+6$ Netz stets eine etwas bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten liefert als das gröbere Netz. Die Ergebnisse der OpenFOAM-Rechnungen aus der vorliegenden Arbeit sind insbesondere bei $x = 0.095$ m und 0.145 m in besserer Übereinstimmung mit den Messdaten als die DNS-Ergebnisse von Ovchinnikov et al. (2008). Die DNS liefern stromab von $x \geq 0.145$ m für die $\overline{u'_2 u'_2}$ -Komponente im Vergleich mit den experimentellen Daten wesentlich höhere Werte. An der ersten Messposition unterscheiden sich die Verläufe von $\overline{u'_2 u'_2}$ zwischen den Konfigurationen A und B der DNS deutlich. Die vollständig abgebildete Vorderkante in der Konfiguration B führt hierbei zu einem signifikanten Anstieg der $\overline{u'_2 u'_2}$ -Spannungen, der sich bis $x = 0.145$ m auswirkt.

Im wandnahen Bereich fällt vor allem die wandnormal ausgerichtete Normalspannungskomponente $\overline{u'_2 u'_2}$ auf, die in der iLES sowie in der DNS (A und B) von Ovchinnikov et al. (2008) stark vom Experiment abweichend vorhergesagt wird. Ovchinnikov et al.

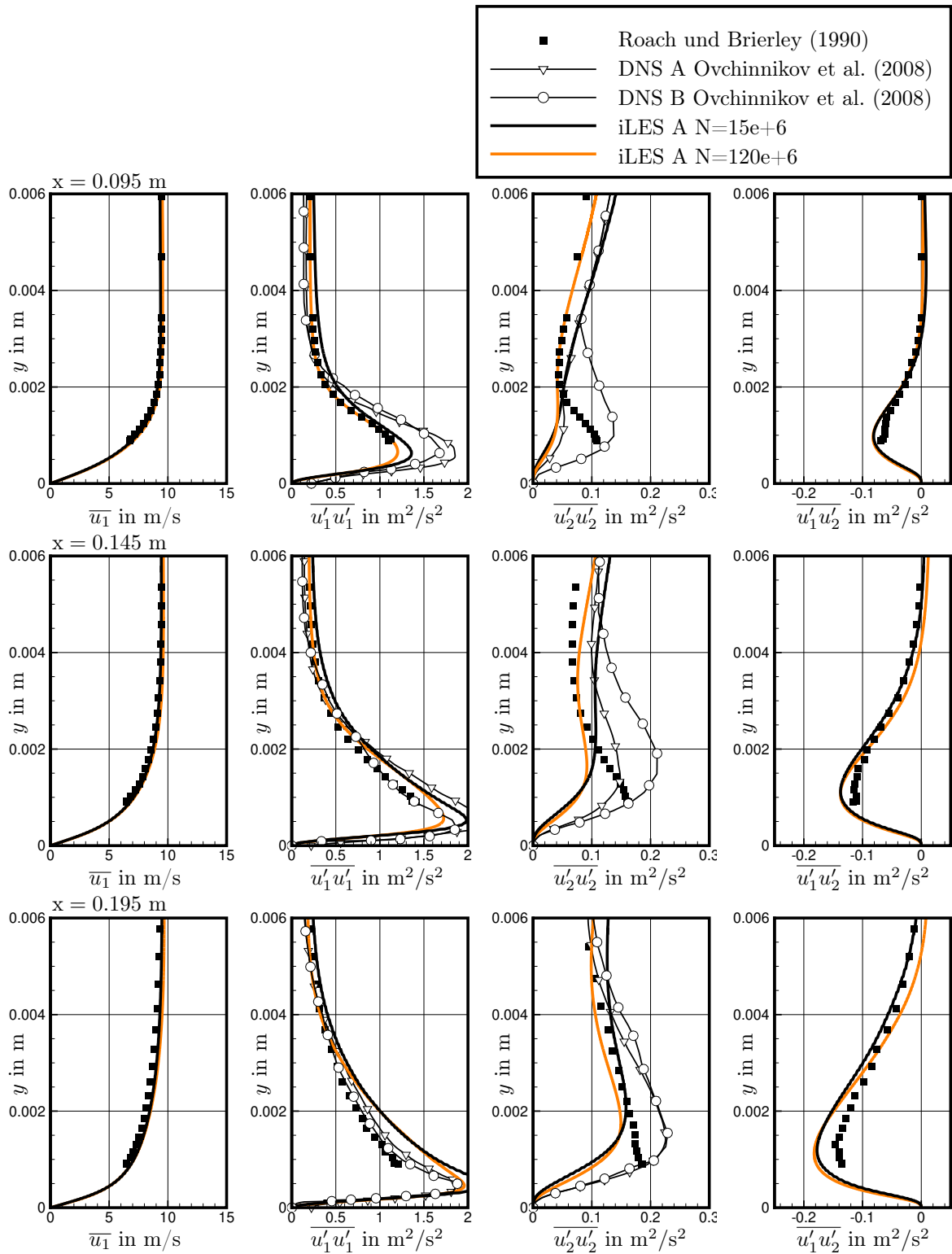


Abbildung A.12: Profile der Geschwindigkeit und Reynolds-Spannungen auf der T3B-Platte; Messungen von Roach und Brierley (1990); DNS von Ovchinnikov et al. (2008)

(2008) verweisen bei der Diskussion auf die Arbeit von Fransson und Westin (2002).

Fransson und Westin (2002) haben Reynolds-Spannungs-Profile verglichen, die mit CTA und (*engl.: laser Doppler velocimetry*) LDV gemessen wurden. Sie haben festgestellt, dass die CTA- gegenüber der LDV-Messtechnik in einer transitionellen Grenzschicht deutlich überhöhte wandnormale $\overline{u'_2 u'_2}$ -Komponenten gemessen hat. Sie erklären die Abweichungen durch von K-Moden induzierte Gradientenfelder zwischen den beiden Drähten von 2-Draht-Sonden, wie sie auch von Roach und Brierley (1990) eingesetzt wurden.

Wie von Brandt et al. (2004) beschrieben, ist der wandnormale Impulsaustausch durch die $\overline{u'_2 u'_2}$ -Spannungen für den laminar-turbulenten Umschlag wesentlich. Unabhängig davon hat auch Brandt et al. (2004) - wie ebenfalls an den vorliegenden Daten zu sehen - stromauf einen Anstieg der wandtangentialen $\overline{u'_1 u'_1}$ Normalspannung beobachtet, die nicht zum Impulsaustausch bzw. zum Anstieg der Wandschubspannungen beiträgt.

Über diese Analogie kann der Transitionsverlauf über den in Abb. A.13 dargestellten Verlauf der Widerstandsbeiwerts c_f in Bezug zu den Reynolds-Spannungen gesetzt werden. Im vorderen Bereich der Platte ist die Übereinstimmung der iLES mit dem Experiment bis $x = 0.05$ m exakt. Das Minimum bei $x = 0.1$ m wird in der iLES und im Experiment ebenfalls an der identischen axialen Position ermittelt. Die DNS-Ergebnisse der Konfiguration A von Ovchinnikov et al. (2008) zeigen bis $x = 0.07$ m etwas geringere Werte, die sehr nahe an der laminaren Vergleichslösung liegen. Eine mögliche Erklärung ist durch die von Ovchinnikov et al. (2008) modifizierte Vorderkante gegeben. Superelliptische Vorderkanten weisen im Gegensatz zu kreisrunden Geometrien keinen

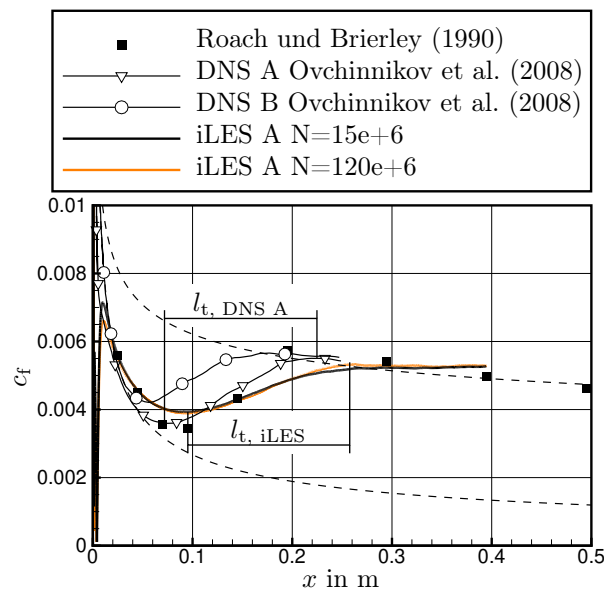


Abbildung A.13: Dimensionslose Wandschubspannungen auf der T3B-Platte; CFD: flächengemittelt über die Breite der Platte; Messwerte: Ermittelt aus wandnormaler CTA-Traversal (Roach und Brierley 1990); Vergleich mit DNS-Ergebnissen von Ovchinnikov et al. (2008); eingezeichnete Transitionsstrecken l_t

Krümmungssprung auf und werden eingesetzt, um strömungsmechanische Instabilitäten an der Vorderkante zu vermeiden. Wie von Roach und Brierley (1990) angemerkt, traten aber genau diese im Experiment auf. Somit kann davon ausgegangen werden, dass in der DNS die Grenzschicht unmittelbar stromab der Vorderkante verhältnismäßig störungsfrei ist, was nicht dem Experiment entspricht.

Mit dem Minimum des c_f -Werts bei $x = 0.095$ m erfolgt das Einsetzen der Transition zwischen der iLES und dem Experiment an der gleichen Position. c_f ist im Experiment jedoch geringer als das Niveau der gemessenen $\overline{u'_2 u'_2}$ -Spannungen erwarten lässt. Diese Abweichung kann aber über das von Fransson und Westin (2002) beschriebene Defizit der CTA-Messtechnik in Wandnähe erklärt werden. Die Ergebnisse zwischen den iLES und der DNS A sind in diesem Punkt hinsichtlich des c_f -Werts sowie den $\overline{u'_2 u'_2}$ -Spannungen untereinander stimmig.

Das Minimum in der DNS A befindet sich etwas weiter stromauf. Der anschließende Anstieg von c_f erfolgt im Experiment sowie in der DNS jedoch signifikant steiler als in der iLES, und die Transition wird nach einer kürzeren Strecke abgeschlossen. Dies passt zu der Beobachtung in den Profilen von $\overline{u'_2 u'_2}$ aus Abb. A.12. Hier steigt das Niveau in der DNS A gegenüber der iLES von $x = 0.095$ m bis $x = 0.195$ m deutlich an.

Bei der iLES zeigt sich auch im c_f -Verlauf, ebenso wie in den Reynolds-Spannungen, auf dem feineren Netz mit $N=120e+6$ Zellen eine bessere Übereinstimmung mit dem Experiment, da das Fortschreiten der Transition etwas schneller erfolgt. Das führt zu der Schlussfolgerung, dass eine weitere Verfeinerung des Rechnetzes die Vorhersage des Transitionsverlaufs verbessern würde. Im Hinblick auf Tab. A.2 wird deutlich, dass das Netz von Ovchinnikov et al. (2008) eine wesentlich feinere spannweiteige Auflösung von $\Delta z^+ = 3.5$ aufweist (Faktor 3 bis 6), was im Zusammenhang mit der Vorhersage des laminar-turbulenten Umschlags stehen kann. Die zur Vorhersage von Turbulenzflecken eingesetzten Rechnetze in der iLES liegen allerdings im Bereich einer Netzstudie von Jacobs und Durbin (2001). Bei einem maximalen $\Delta z^+ \approx 9$ haben Jacobs und Durbin (2001) ausschließlich eine leichte Erhöhung der $\overline{u'_1 u'_1}$ -Spannungen erkannt, andere Größen blieben unverändert. Dieser Trend ist auch in Abb. A.12 zu erkennen. Ebenso wie bei Jacobs und Durbin (2001) beschränkt sich der Einfluss der Netzauflösung auf die $\overline{u'_1 u'_1}$ -Spannungen. Zwischen den beiden iLES Netzen ($\Delta z^+ = 20.51$ und $\Delta z^+ = 10.49$) ist ein verhältnismäßig geringer Unterschied im c_f -Verlauf zu erkennen, der nicht darauf hinweist, dass eine Auflösung mit $\Delta z^+ = 3.5$ die Transitionslänge signifikant beeinflussen würde.

Im Fall der DNS B mit vollständig aufgelöster Vorderkante verschiebt sich die einsetzende Transition auf $x = 0.05$ m deutlich stromauf, sodass die Transition bei $x = 0.16$ m abgeschlossen ist. Die geänderte Transitionslage ist damit in guter Übereinstimmung mit dem deutlich erhöhten Niveau der $\overline{u'_2 u'_2}$ -Spannungen, die bereits ab $x = 0.095$ m nahezu auf den Wert der turbulenten Grenzschicht angewachsen sind. Bei der vollständig abgebildeten Vorderkante werden nach Ovchinnikov et al. (2008) im Staupunkt der Platte hohe Normalspannungen angeregt, die über die obere Hälfte der Platte konvektieren und den Transitionsvorgang anfachen. Ovchinnikov et al. (2008) merken als Auffälligkeit an, dass eine bessere Abbildung der Vorderkante zu einem schlechteren Ergebnis führt. Sie haben aber in keiner der Simulationen den Inzidenzwinkel von -0.5° berücksichtigt. Die-

ser würde dazu beitragen die Transitionslage weiter stromab zu verschieben, da es zu einer Beschleunigung der Grenzschicht kommen würde und zudem Störungen vermehrt von der Vorderkante entlang der unteren Plattenhälfte konvektiert würden.

Ovchinnikov et al. (2008) schlussfolgern, dass unabhängig von der Berücksichtigung der Vorderkante der gleiche Mechanismus zur Transition führt. Durch die hohe quantitative Übereinstimmung der Reynolds-Spannungen zwischen der DNS mit den iLES kann davon ausgegangen werden, dass die Transitionsmechanismen auch in der iLES identisch wirken. Dies führt zu der Schlussfolgerung, dass das Netz mit $N=15e+6$ Zellen geeignet ist, um die Transition auf der T3B-Platte vorherzusagen. Die in der iLES gegenüber der DNS A um ca. 6% längere Transitionsstrecke l_t scheint im Zusammenhang mit der -0.5° Inzidenz zu stehen, die bei der gewählten Randbedingung über die Länge der Platte zu einer kumulativen Erhöhung des Volumenstroms und einer leichten Beschleunigung führt. Die Beschleunigung hat eine laminarisierende Wirkung auf die Grenzschicht (siehe Abb. A.9a). Der flacherer Anstieg des c_f -Werts ist vor allem damit begründet, dass die iLES ab der Vorderkante transitionell ist. Wie ebenfalls von Ovchinnikov et al. (2008) gezeigt, reagiert die T3B-Platte aufgrund der sehr weit stromauf einsetzenden Transition höchst empfindlich auf die Behandlung der Vorderkante sowie den eingestellten Inzidenzwinkel. Dies ist die wesentliche Erklärung für die beobachteten Unterschiede zwischen den gezeigten Simulationen. Das eingesetzte numerische Verfahren ist somit grundsätzlich geeignet, die angelegte Transition unter hohen Turbulenzgraden, ähnlich denen aus Turbomaschinen, vorherzusagen.

Die detaillierte Analyse des Transitionsverlaufs kann, wie in Abb. A.14 dargestellt, mit der zeitlichen Entwicklung von wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen in wandnormaler Richtung u'_2 ergänzt werden. Nahe der Vorderkante ① sind deutlich lateral ausgerichtete Wirbelstrukturen zu erkennen. Sie resultieren, wie bereits zuvor beschrieben, aus den ebenfalls von Roach und Brierley (1990) erwähnten intermittierend auftretenden Wirbelablösungen in unmittelbarer Nähe der kreisrunden Vorderkante. Diese Wirbel führen zu der Ausbildung von Λ -Strukturen ②, die sich beispielsweise entlang der eingezeichneten Trajektorie A zu einem diskreten Turbulenzfleck ③ entwickeln. Wie in Abschn. 2.2 beschrieben, sind Turbulenzflecken neben einer Anfachung, z.B. durch Freistromturbulenz, ebenfalls auch einer Dämpfung ausgesetzt. Diese Dämpfung kann neben dem sich destabilisierenden Turbulenzfleck ③ an der sich stabilisierenden Struktur ④ erkannt werden, die im zeitlichen Verlauf bis zum Ende der eingezeichneten Trajektorie A verschwindet.

Mit einer anwachsenden Reynolds-Zahl schreitet die Destabilisierung von Turbulenzflecken unter dem Einfluss der Freistromturbulenz voran. Turbulenzflecken wachsen ineinander ⑤ und es kommt zu einer destabilisierenden Wechselwirkung der Turbulenzflecken untereinander. In diesem Bereich tritt ein rascher Anstieg des wandnormalen Impulsaustauschs und ein damit verbundener Anstieg des Reibungsbeiwerts c_f (siehe Abb. A.13) auf. Es bildet sich schlussendlich eine vollständig turbulente und sich selbstständig destabilisierende Grenzschicht ⑥.

In der Darstellung der zeitlichen Entwicklung von u'_2 wird deutlich, dass die Initialisierung der Transition auf der T3B-Platte wesentlich von der Überströmung der Vorderkante geprägt ist, an der sich Λ -Strukturen ausbilden. Wie in der Abb. A.13 dargestellt,

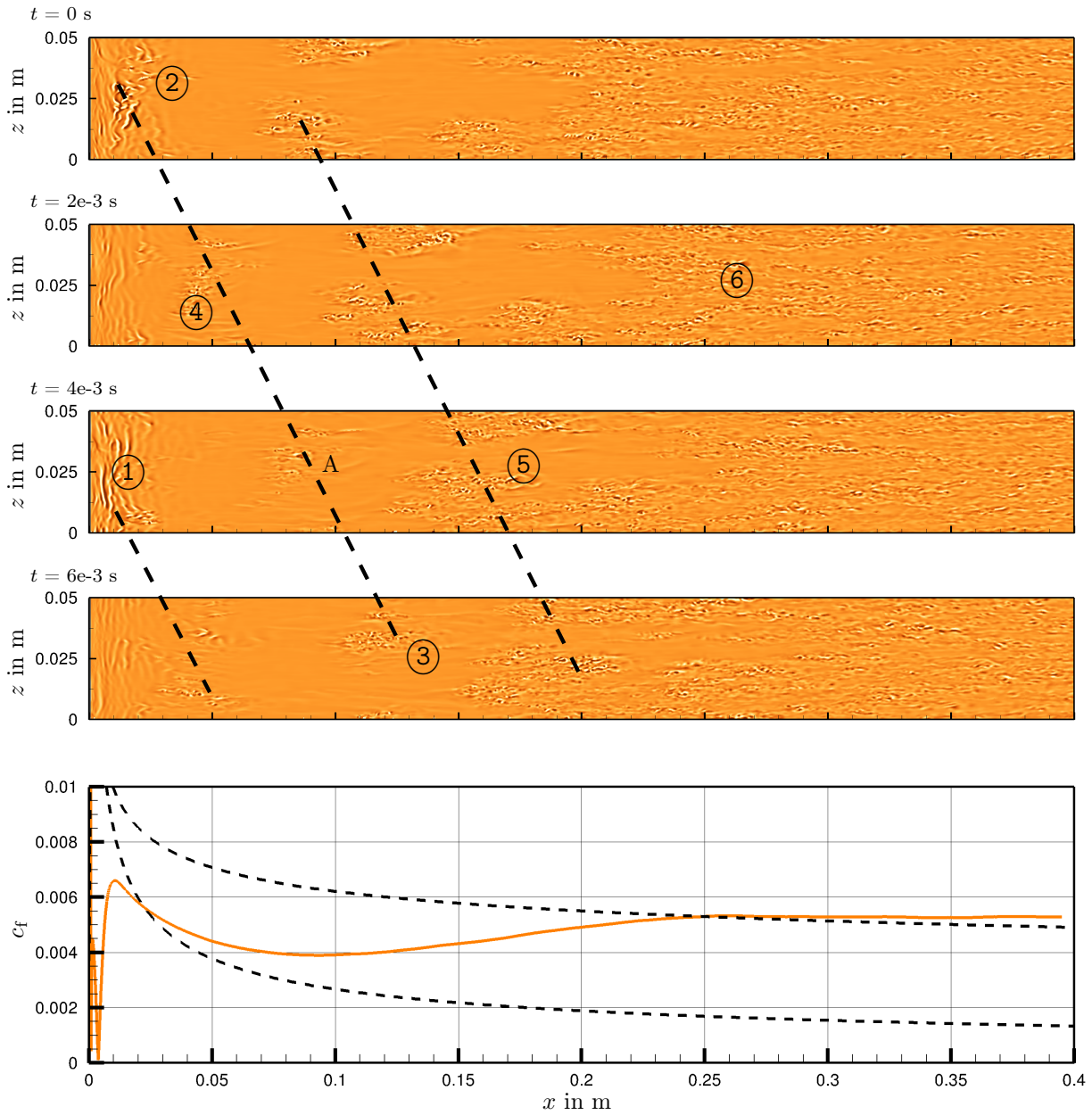


Abbildung A.14: Zeitlicher Verlauf der Verteilung von u'_2 in unmittelbarer Nähe zur Wand mit $y = 6e-6 \text{ m} \approx 2e-3\delta|_{x=0.15 \text{ m}}$ über der Auftragung des Wandschubspannungsbeiwerts c_f ; Netz: $N = 120e+6$

wird im Bereich der Vorderkante der c_f -Verlauf von der iLES sehr gut wiedergegeben. Insofern lässt sich bestätigen, dass die Vernetzung der Vorderkante für die T3B-Platte essentiell ist und das Vorgehen von Brandt et al. (2004) für die T3A-Platte (siehe auch Abb. A.7) nicht übernommen werden kann. Auch die Ausführung der Vorderkante als Superellipse, wie von Ovchinnikov et al. (2008), beeinflusst den Ablauf der Transition.

A.3 Ergebnis aus der Validierung der SRS

Die auf den letzten Seiten dargestellten Ergebnisse der Testfälle Flow over Periodic Hills (Breuer et al. 2009) sowie der ERCOFTAC T3B-Platte (Roach und Brierley 1990) zeigen die erfolgreiche Validierung des eingesetzten numerischen Verfahrens aus der OpenFOAM Umgebung. Die für die vorliegende Arbeit entscheidenden Aspekte können wie folgt zusammengefasst werden:

- Die Reynolds-Spannungen in abgelösten Grenzschichten sowie der turbulente Zerfall kann ausgezeichnet wiedergegeben werden. Die erreichte Genauigkeit von OpenFOAM ist mit der der eingesetzten Lösungsverfahren von Breuer et al. (2009) und Kadoch et al. (2016) vergleichbar.
- Die Lage der angelegten Transition auf der T3B-Platte kann bereits mit dem größten eingesetzten Rechenetz $N=15e+6$ korrekt erfasst werden und die Länge der Transitionsstrecke sowie die Profile der Reynolds-Spannungen sind vergleichbar mit der bedeutend feiner aufgelösten DNS von Ovchinnikov et al. (2008). Einen wesentlichen Unsicherheitsfaktor stellt die korrekte Berücksichtigung der Vorderkante der T3B-Platte dar, deren Umströmung sich direkt auf die unmittelbar stromab einsetzende Transition auswirkt.
- Sowohl für die Vorhersage der Transition in freien Scherschichten als auch für angelegte Transition lassen sich Mindestanforderungen für die Netzauflösung von iLES mit OpenFOAM ableiten.
- Der Diskretisierungsfehler, der durch eine Verfeinerung des Rechnetzes reduziert werden kann, sollte stets im Bezug auf den erreichbaren Mittelungsfehler gesehen werden. Verfeinerungen der Netze führen zu einem deutlichen Anstieg der numerischen Kosten. Eine hinreichende Mittelungszeit muss sichergestellt werden, um von dem geringeren Diskretisierungsfehler zu profitieren.

B Studie zur Robustheit bei der Vorhersage von λ_θ

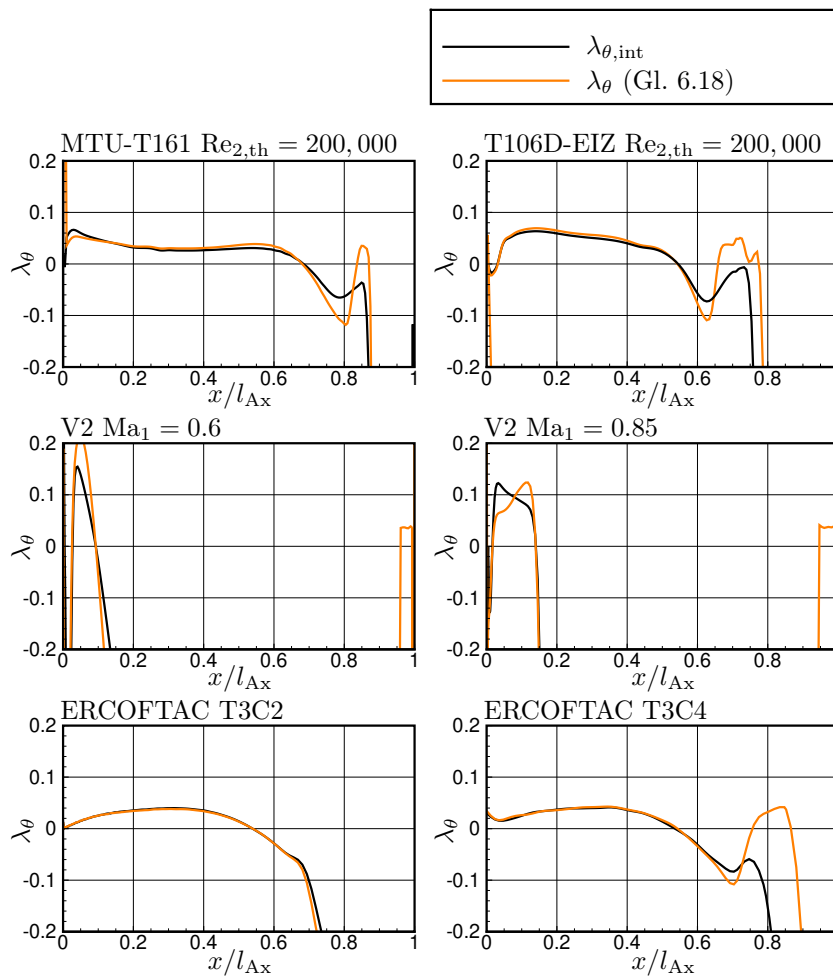


Abbildung B.1: Vergleich des lokalen Berechnungsverfahrens für λ_θ nach Gl. 6.18 im Maximum von Re_v mit der exakten integralen Berechnung anhand von Turbinen- und Verdichter-kaskaden sowie generischen Platten

B Studie zur Robustheit bei der Vorhersage von λ_θ

C Übersicht über Testfälle für die Kalibrierung und Validierung des Transitionsmodells

Tabelle C.1: Zur Kalibrierung und Validierung genutzte Testfälle

Name	Konfiguration	Num. Modell	Typ	$Re_{2,th}$	Ma_{th}	β_1	t/l	γ_s	Tu_1	Veröffentlichung
Kalibrierung										
ERCOFTAC-T3x	T3A,-AM; T3C2-5	Q3D	Platte	$0.56 - 2.22 \cdot 10^6$	0.003 - 0.06	-	-	-0.5°	0.9 - 6.6%	Roach und Brierley (1990)
T104	-	Q3D	Turbine	300,000	0.59	127.7°	0.758	52.5°	4.0%	Kotlarski (1978), Kiock (1982)
T105	-	Q3D	Turbine	300,000	0.59	127.7°	0.799	58.5°	4.0%	Kotlarski (1979)
T106A	-	Q3D	Turbine	300,000	0.59	127.7°	0.799	59.3°	4.0%	Hoheisel (1981), Kiock (1982)
T106D	ohne EIZ	Q3D	Turbine	60,000 - 200,000	0.4	117.7°	1.05	59.28°	0.8%	Stadtmüller (2000)
										Stadtmüller und Fottner (2001)
MTU-T161	Konfiguration 0	Q3D	Turbine	50,000 - 200,000	0.6	131.0°	0.956	61.72°	4.0%	Entlesberger et al. (2005)
										Martinstetter (2010)
MTU-T161	MTU-Turbulator	Q3D	Turbine	50,000	0.6	131.0°	0.956	61.72°	4.0%	Martinstetter et al. (2010)
LPT 1	-	Q3D	Turbine	40,000 - 200,000	0.65	-	-	-	-	MTU-Bericht (vertraulich)
LPT 2	-	Q3D	Turbine	80,000 - 400,000	0.86	-	-	-	-	MTU-Bericht (vertraulich)
NASA DCA	-	Q3D	Verdichter	500,000	0.1	134.5°	0.47	20.5°	0.18%	Zierke und Deutsch (1989)
Validierung										
ERCOFTAC-T3x	T3A,-AM; T3C2-5	Q3D	Platte	$0.56 - 2.22 \cdot 10^6$	0.003 - 0.06	-	-	-0.5°	0.9 - 6.6%	Roach und Brierley (1990)
Wellige Platte	glatt, 1W1	Q3D	Platte	$6.8 \cdot 10^6$	0.15	-	-	-	0.03 - 0.4%	Wie und Malik (1998), Lin et al. (2012)
T106C	-	3D	Turbine	80,000 - 250,000	0.65	124.7°	0.95	59.3°	0.9%	Michálek et al. (2012)
T106D	ohne EIZ	3D	Turbine	60,000 - 200,000	0.4	117.7° - 127.7°	1.05	59.28°	0.8%	Stadtmüller (2000)
T107A	-	3D	Turbine	200,000	0.59	127.7°	0.873	60.73°	4.0%	Höger (1984)
T160	-	3D	Turbine	70,000 - 400,000	0.6	131.0°	0.8	66.03°	4.0%	Homeier (2003)
										Entlesberger et al. (2005)
MTU-T161	Konfiguration 0	3D	Turbine	50,000 - 200,000	0.6	131.0°	0.956	61.72°	4.0%	Martinstetter (2010)
										Martinstetter et al. (2010)
MTU-T161	MTU-Turbulator	3D	Turbine	50,000 - 200,000	0.6	131.0°	0.956	61.72°	4.0%	MTU-Bericht (Vertraulich)
T164	-	3D	Turbine	200,000	0.66	126° - 135°	0.784	68.44°	4.0%	Martinstetter (2006)
T165	Konfiguration 0	3D	Turbine	70,000 - 200,000	0.6	131° - 135°	0.84	65.3°	4.0%	Ludewig (2006)
LPT 1	-	3D	Turbine	40,000 - 200,000	0.65	-	-	-	-	MTU-Bericht (vertraulich)
LPT 2	-	3D	Turbine	80,000 - 400,000	0.86	-	-	-	-	MTU-Bericht (vertraulich)
LPT 3	-	3D	Turbine	40,000 - 200,000	0.65	-	-	-	-	MTU-Bericht (vertraulich)
V2	-	Q3D	Verdichter	500,000	0.3 - 0.85	139.0°	0.45	19.2°	3.0%	Hoheisel und Seyb (1986)
										Hoheisel (1990), Bode et al. (2012)

D Übersicht über die Ergebnisse der Kalibrierung

D Übersicht über die Ergebnisse der Kalibrierung

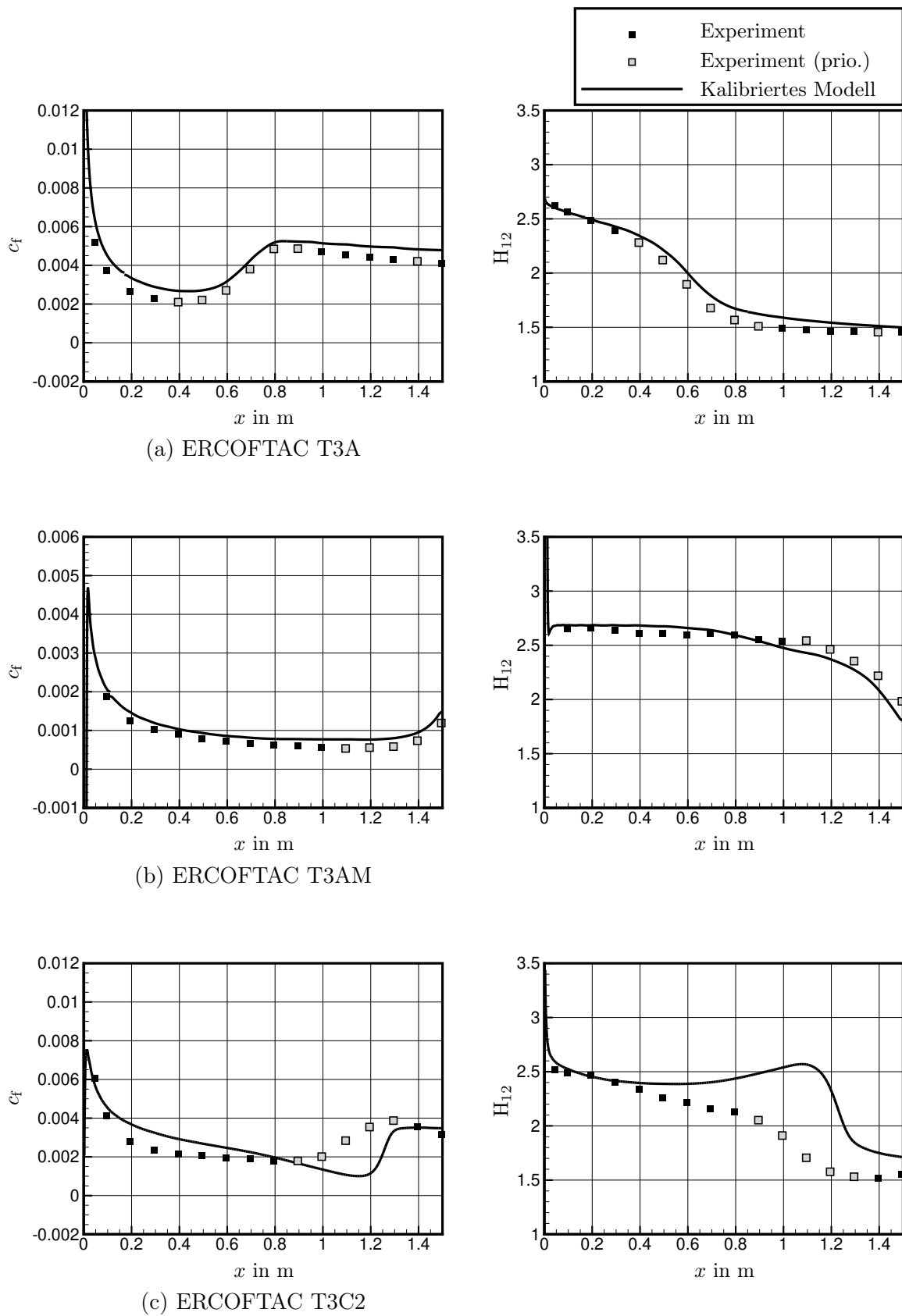
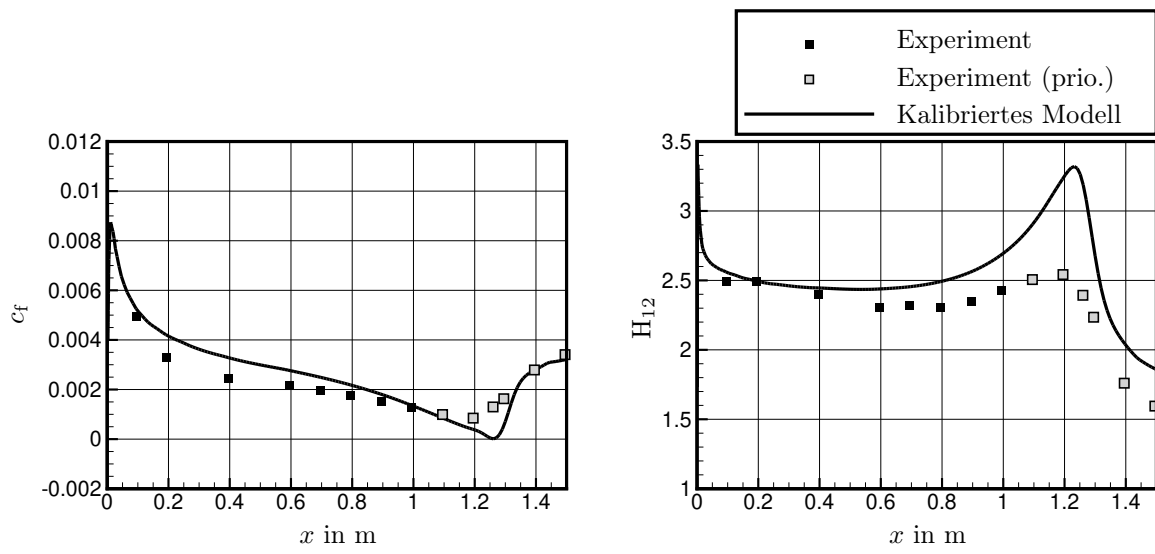
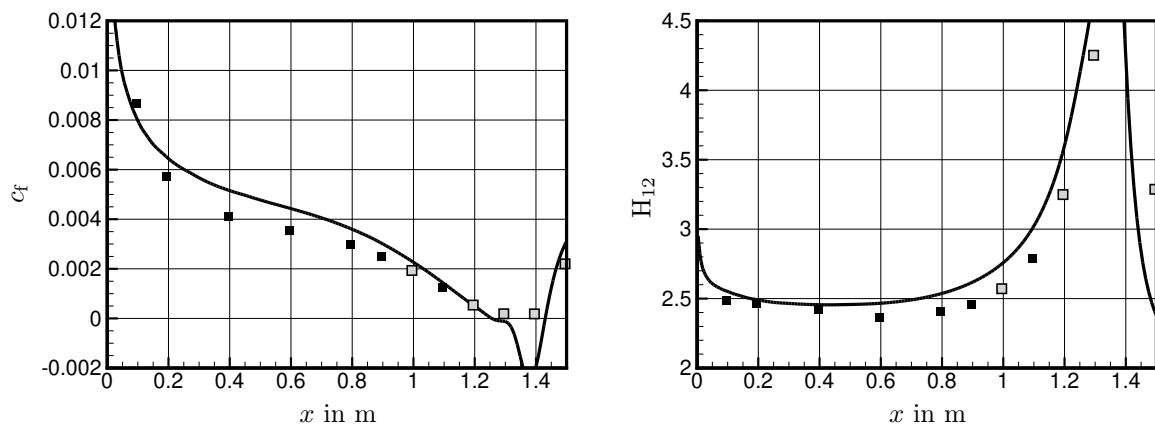


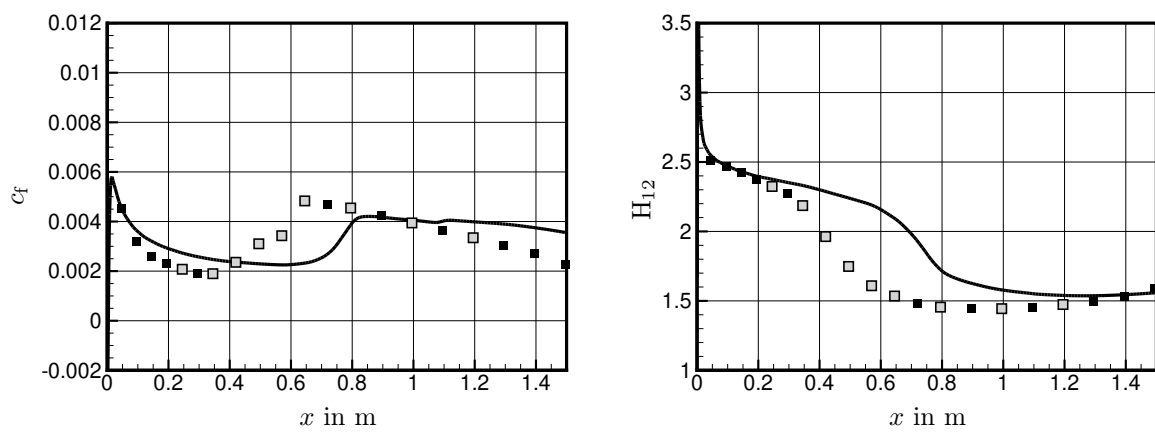
Abbildung D.1: Kalibrierergebnisse: ERCOFTAC T3A, T3AM, T3C2



(a) ERCOFTAC T3C3



(b) ERCOFTAC T3C4



(c) ERCOFTAC T3C5

Abbildung D.2: Kalibrierergebnisse: ERCOFTAC T3C3, T3C4, T3C5

D Übersicht über die Ergebnisse der Kalibrierung

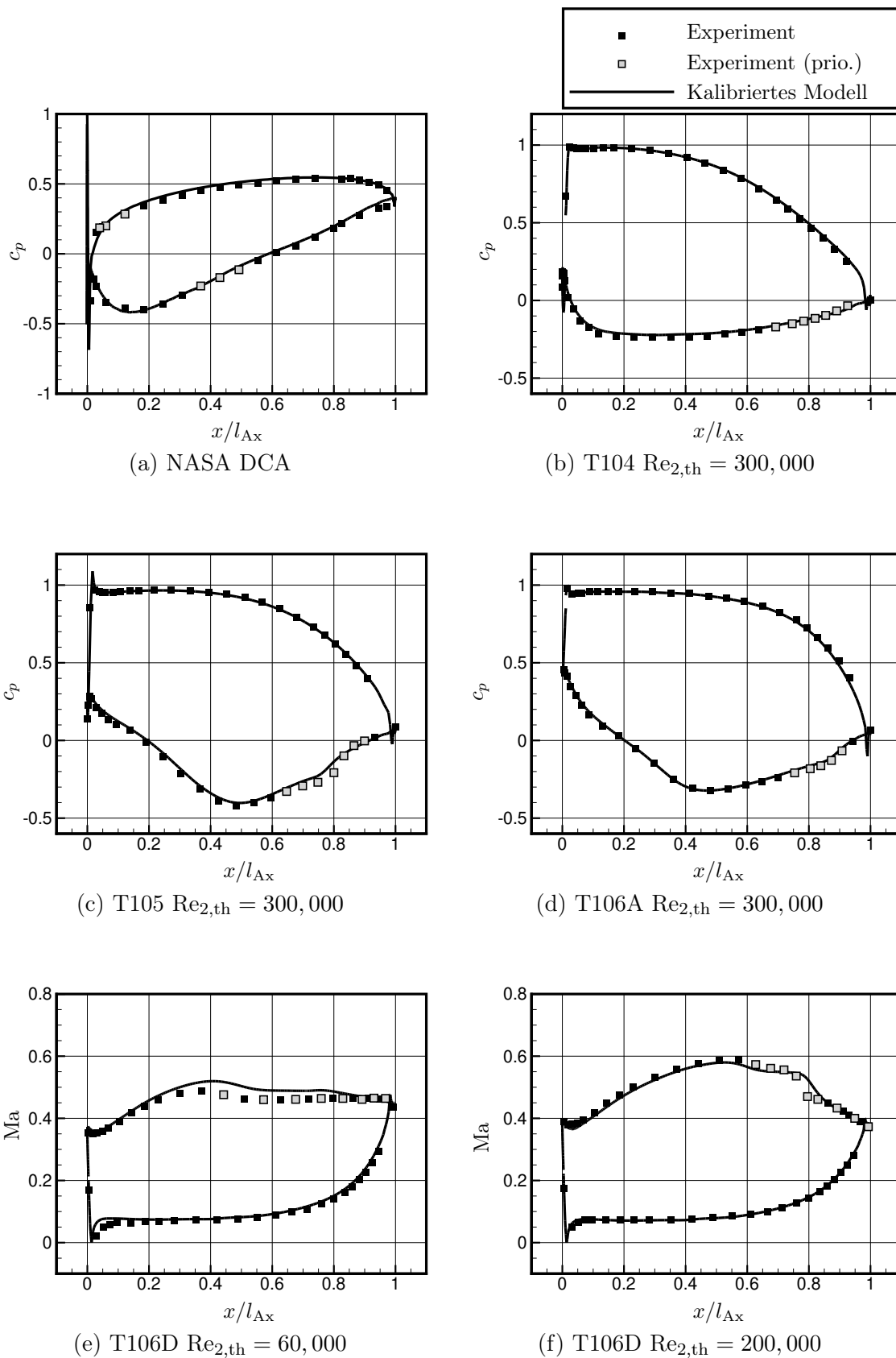


Abbildung D.3: Kalibrierergebnisse: NACA DCA, T104, T105, T106A, T106D

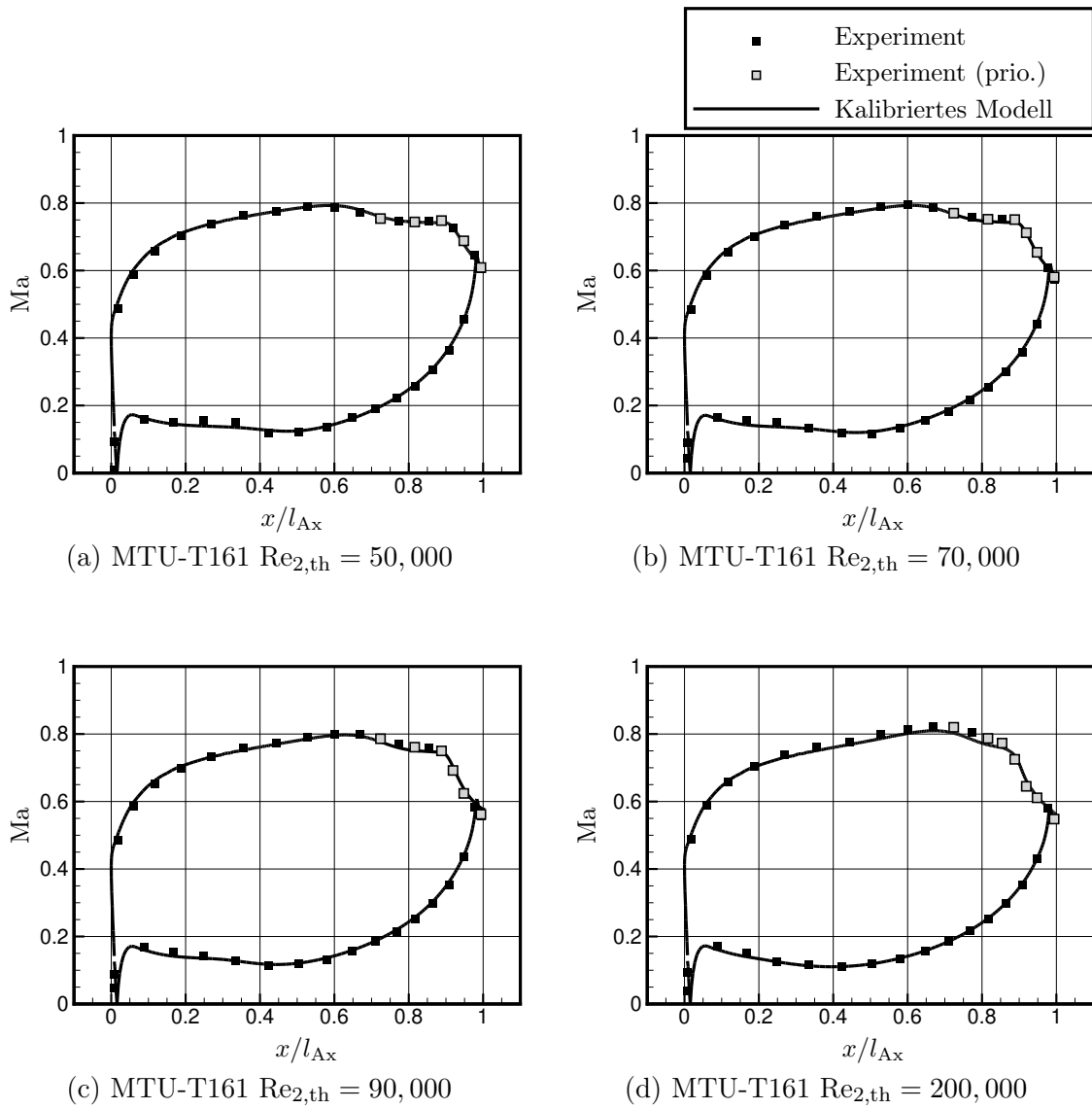


Abbildung D.4: Kalibrierergebnisse: MTU-T161

D Übersicht über die Ergebnisse der Kalibrierung

E Ergebnisse aus der Validierung des Transitionsmodells im Bezug zum Referenzmodell

E Ergebnisse aus der Validierung des Transitionsmodells im Bezug zum Referenzmodell

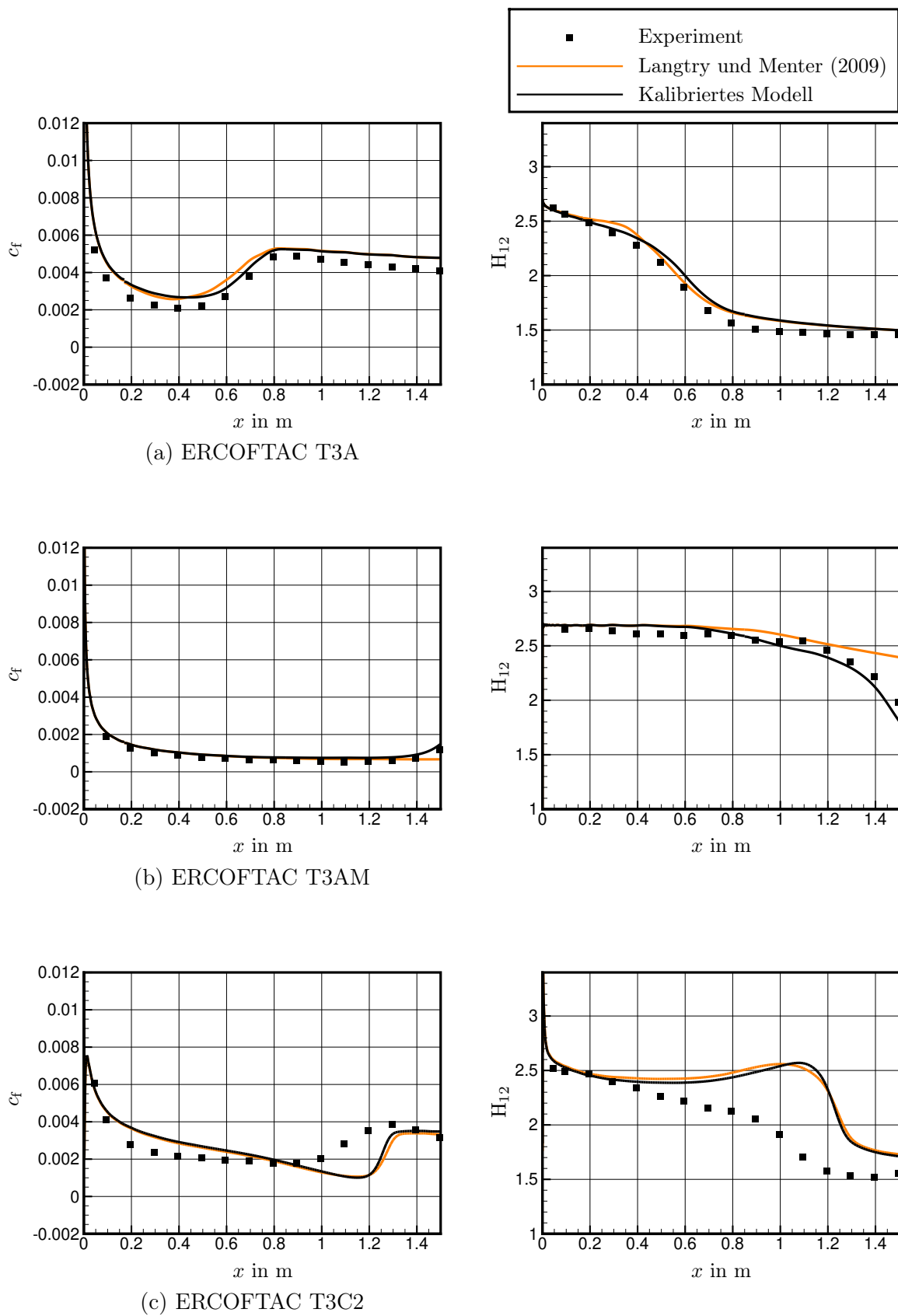
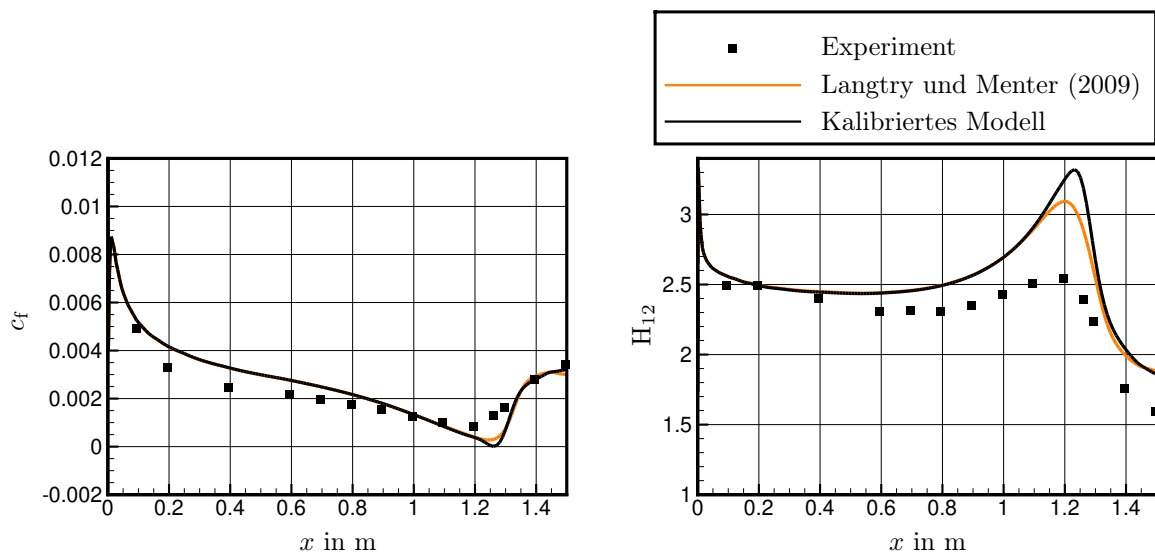
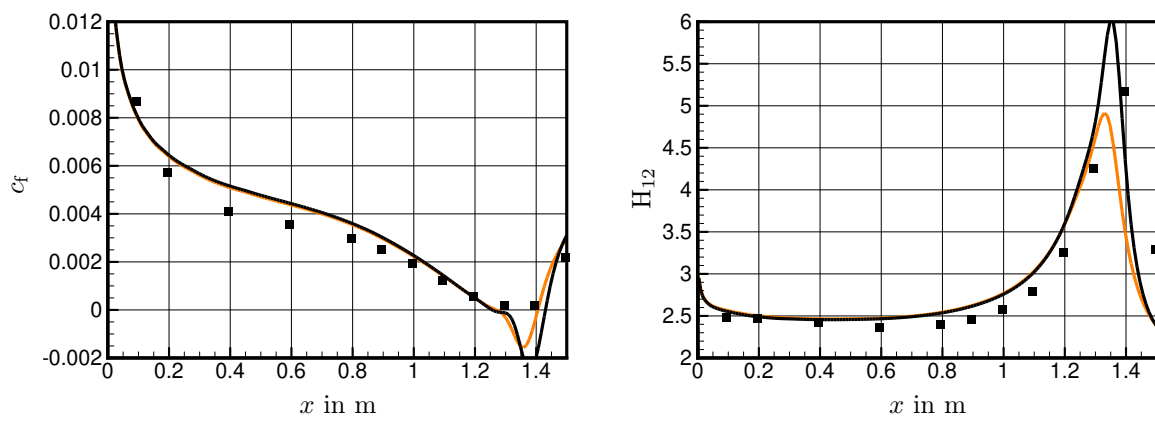


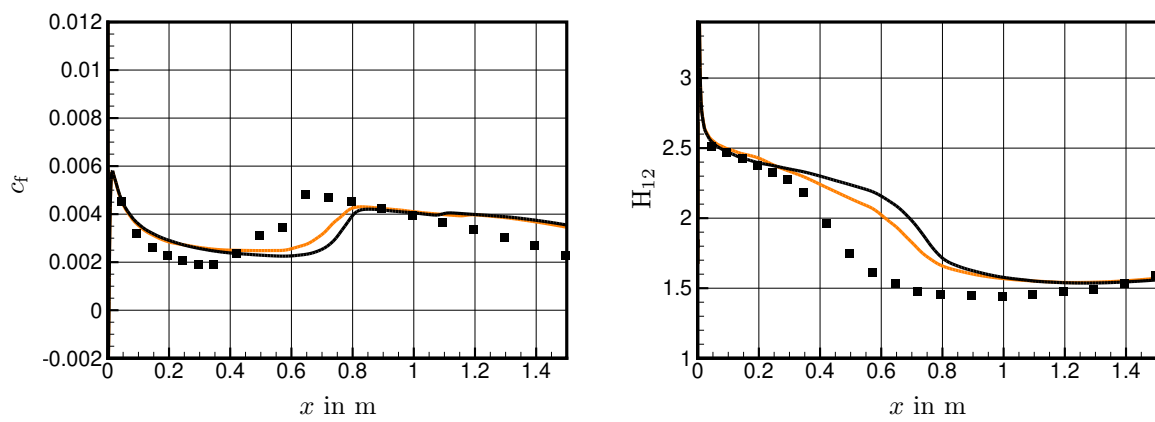
Abbildung E.1: Validierungsergebnisse: ERCOFTAC T3A, T3AM, T3C2



(a) ERCOFTAC T3C3



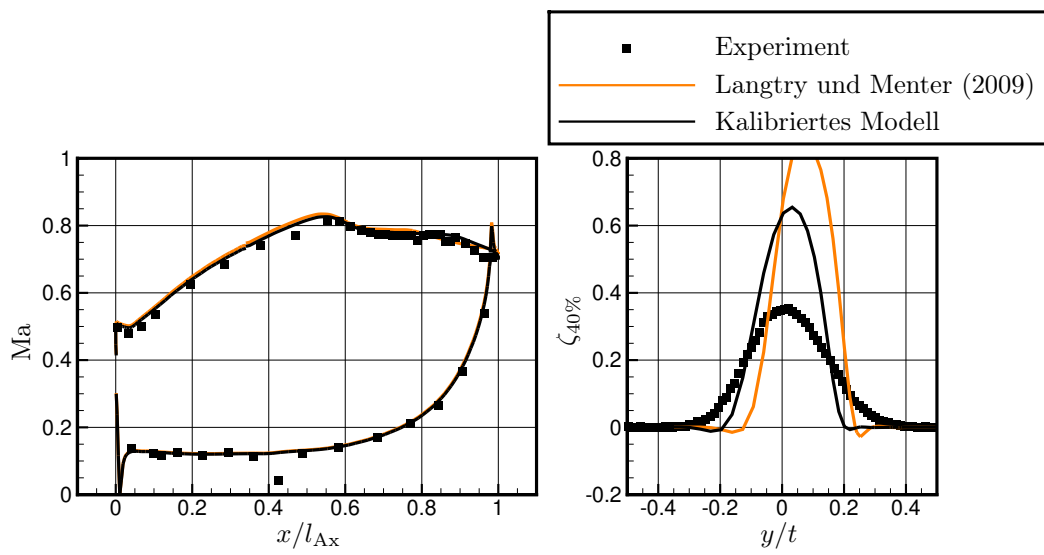
(b) ERCOFTAC T3C4



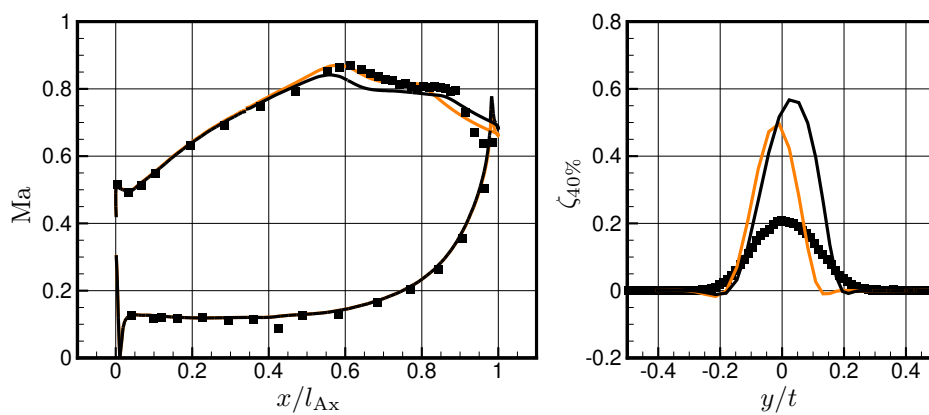
(c) ERCOFTAC T3C5

Abbildung E.2: Validierungsergebnisse: ERCOFTAC T3C3, T3C4, T3C5

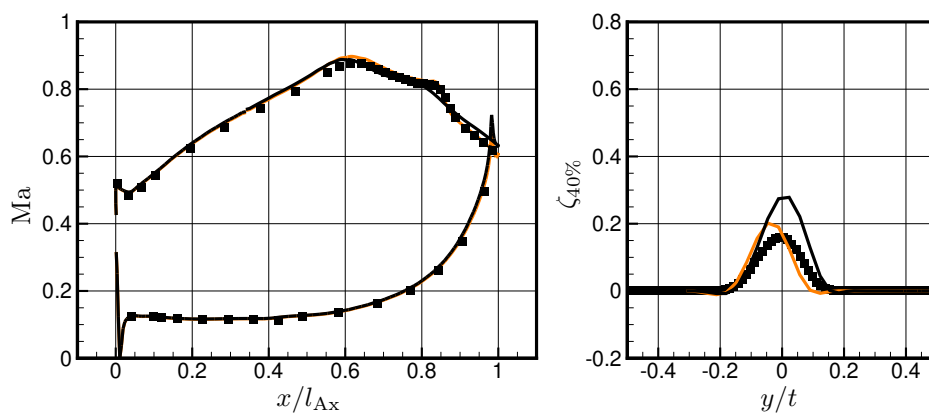
E Ergebnisse aus der Validierung des Transitionsmodells im Bezug zum Referenzmodell



(a) T106C $Re_{2,th} = 83,000$

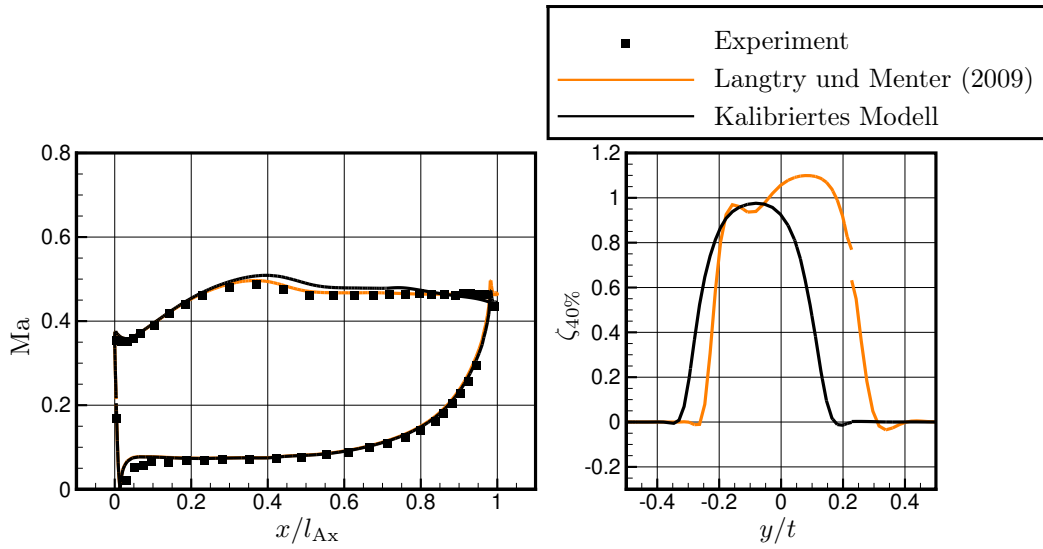


(b) T106C $Re_{2,th} = 119,000$

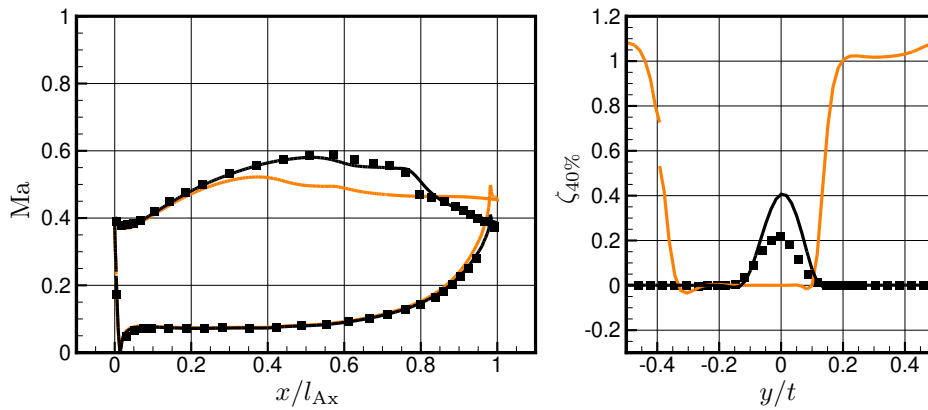


(c) T106C $Re_{2,th} = 250,000$

Abbildung E.3: Validierungsergebnisse: T106C $\beta_1 = 124.7^\circ$, $Re_{2,th} = 83,000 - 250,000$, $Ma_{2,th} = 0.6$

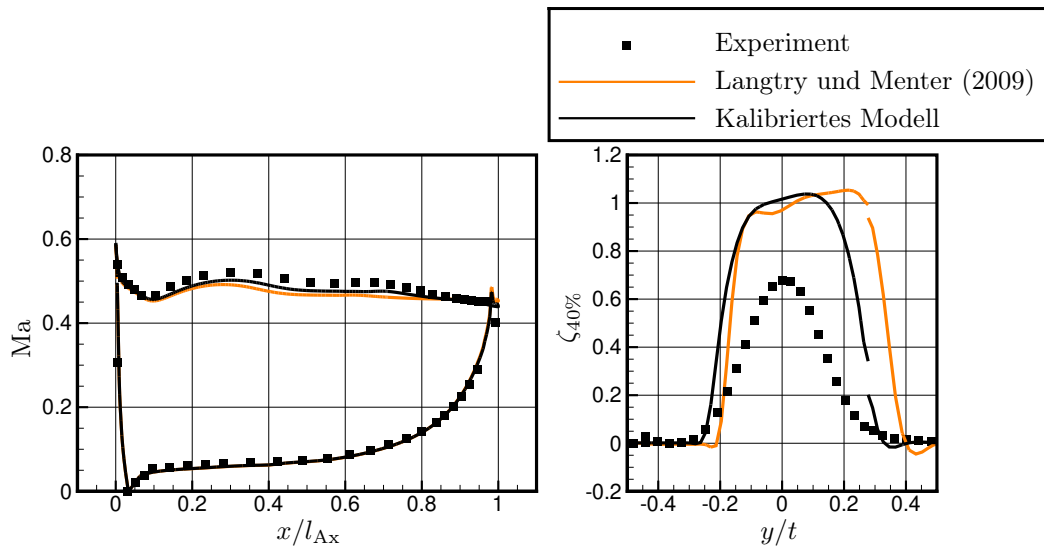


(a) T106D $Re_{2,th} = 60,000$

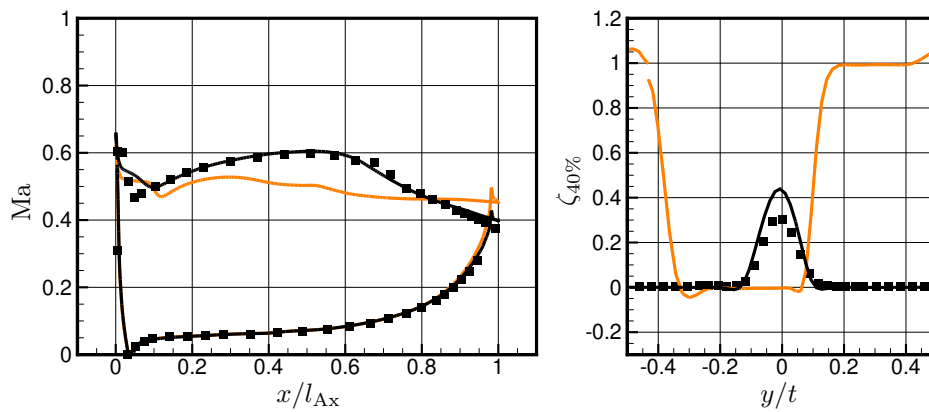


(b) T106D $Re_{2,th} = 200,000$

Abbildung E.4: Validierungsergebnisse: T106D $\beta_1 = 117.7^\circ$, $Re_{2,th} = 60,000 - 200,000$, $Ma_{2,th} = 0.4$



(a) T106D $Re_{2,th} = 60,000$



(b) T106D $Re_{2,th} = 200,000$

Abbildung E.5: Validierungsergebnisse: T106D $\beta_1 = 127.7^\circ$, $Re_{2,th} = 60,000 - 200,000$, $Ma_{2,th} = 0.4$

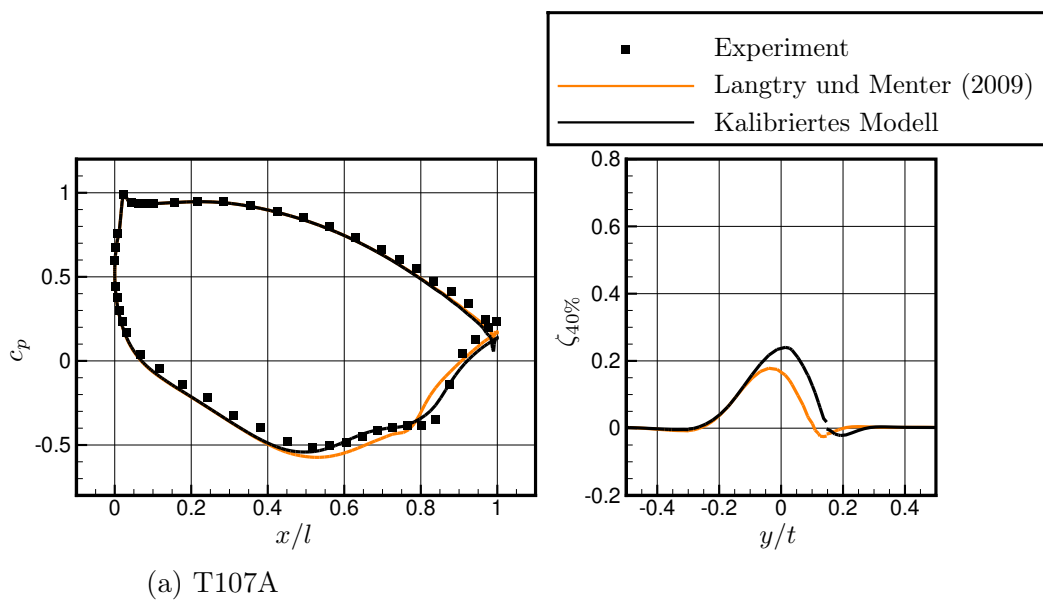
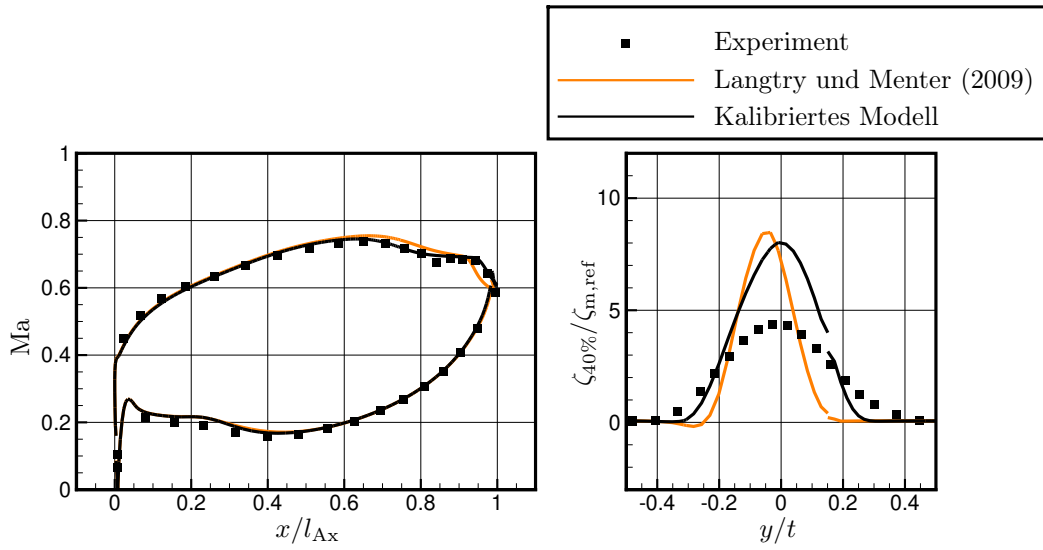
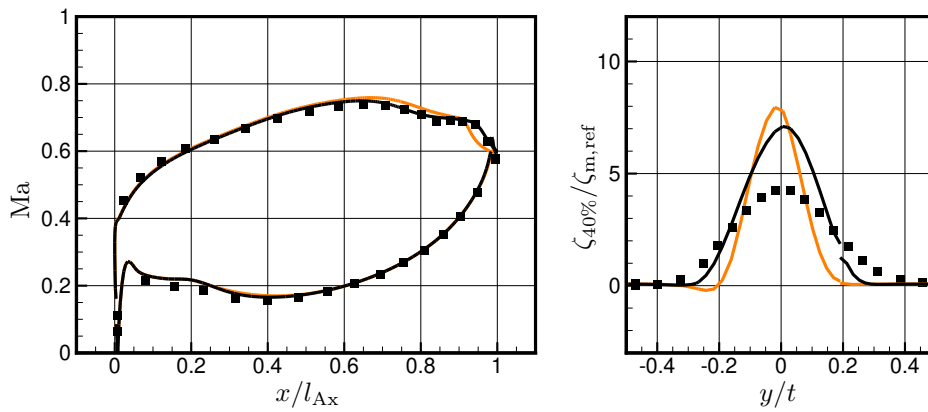


Abbildung E.6: Validierungsergebnisse: T107A $\beta_1 = 127.7^\circ$, $Re_{2,th} = 200,000$, $Ma_{2,th} = 0.59$

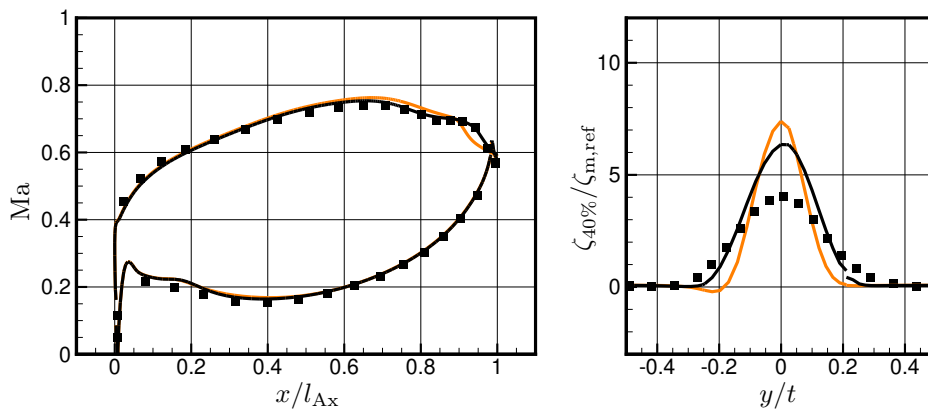
E Ergebnisse aus der Validierung des Transitionsmodells im Bezug zum Referenzmodell



(a) T160 $Re_{2,th} = 70,000$

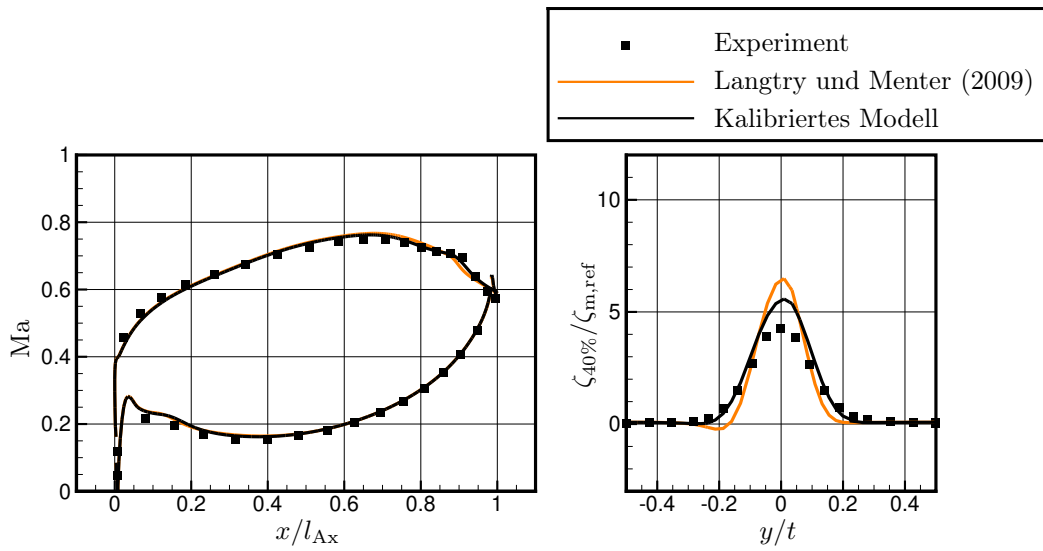


(b) T160 $Re_{2,th} = 90,000$

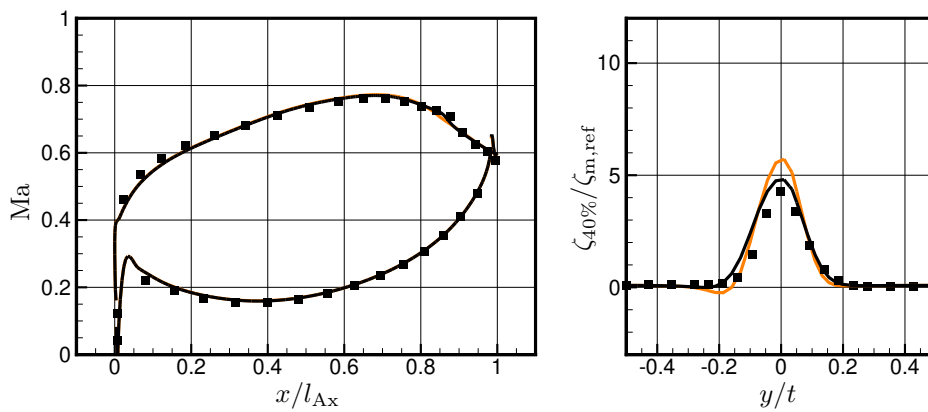


(c) T160 $Re_{2,th} = 120,000$

Abbildung E.7: Validierungsergebnisse: T160 $\beta_1 = 131^\circ$, $Re_{2,th} = 70,000 - 120,000$, $Ma_{2,th} = 0.6$



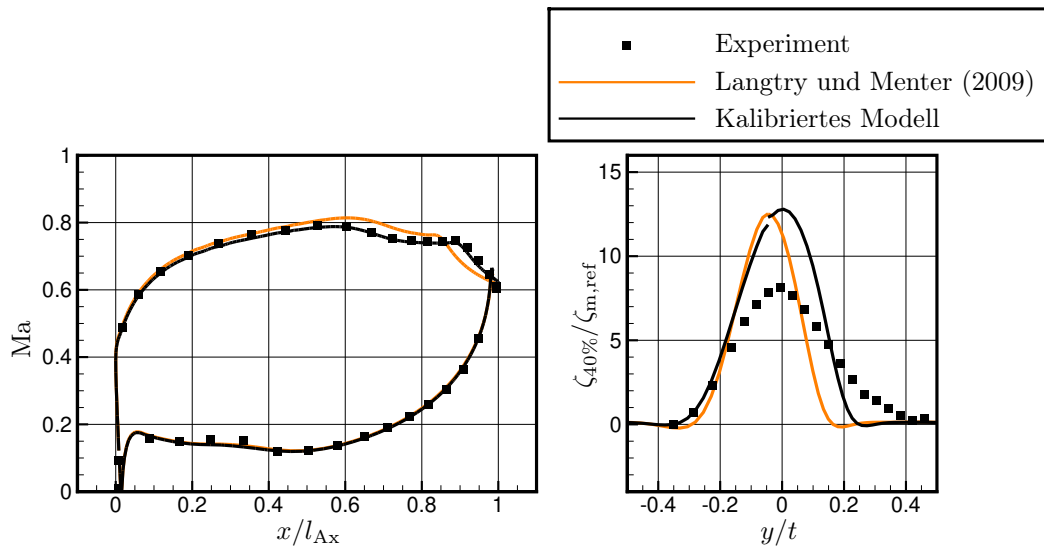
(a) T160 $Re_{2,th} = 200,000$



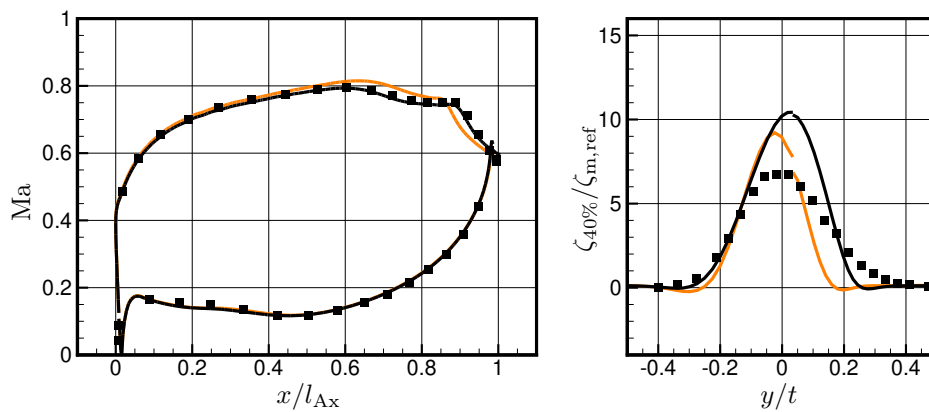
(b) T160 $Re_{2,th} = 400,000$

Abbildung E.8: Validierungsergebnisse: T160 $\beta_1 = 131^\circ$, $Re_{2,th} = 200,000 - 400,000$, $Ma_{2,th} = 0.6$

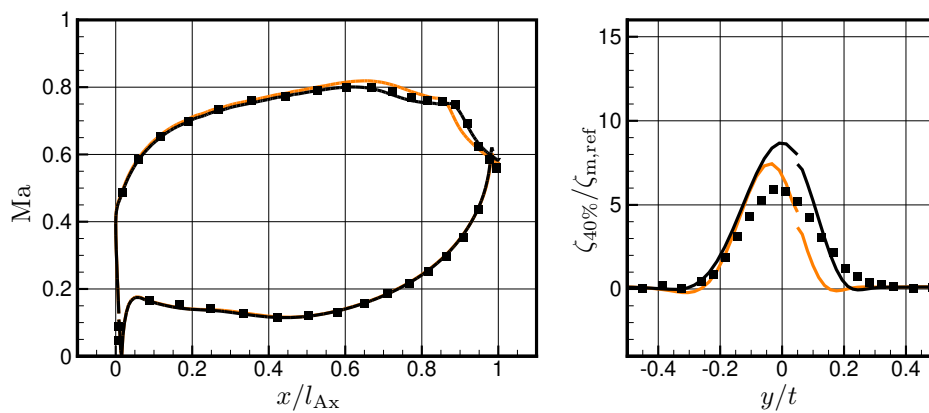
E Ergebnisse aus der Validierung des Transitionsmodells im Bezug zum Referenzmodell



(a) MTU-T161 $Re_{2,th} = 50,000$

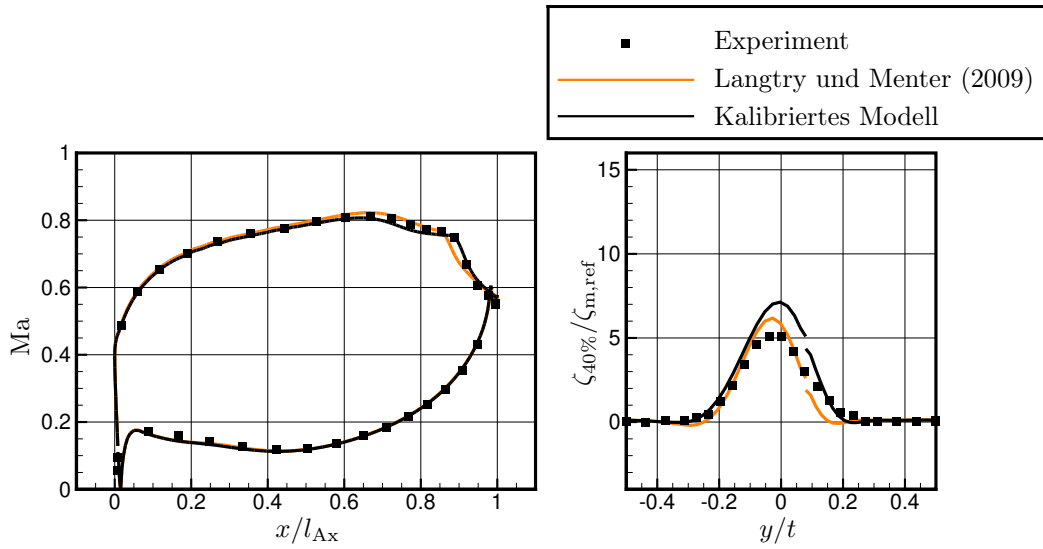


(b) MTU-T161 $Re_{2,th} = 70,000$

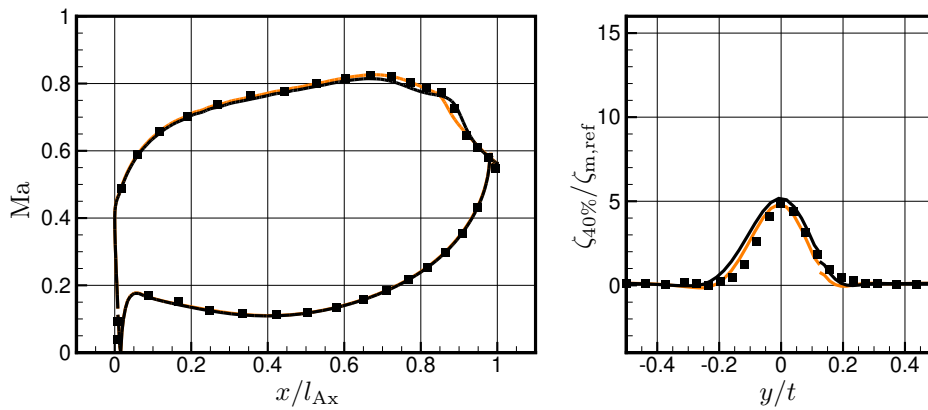


(c) MTU-T161 $Re_{2,th} = 90,000$

Abbildung E.9: Validierungsergebnisse: MTU-T161 $\beta_1 = 131^\circ$, $Re_{2,th} = 50,000 - 90,000$, $Ma_{2,th} = 0.6$



(a) MTU-T161 $Re_{2,th} = 120,000$



(b) MTU-T161 $Re_{2,th} = 200,000$

Abbildung E.10: Validierungsergebnisse: MTU-T161 $\beta_1 = 131^\circ$, $Re_{2,th} = 120,000 - 200,000$, $Ma_{2,th} = 0.6$

E Ergebnisse aus der Validierung des Transitionsmodells im Bezug zum Referenzmodell

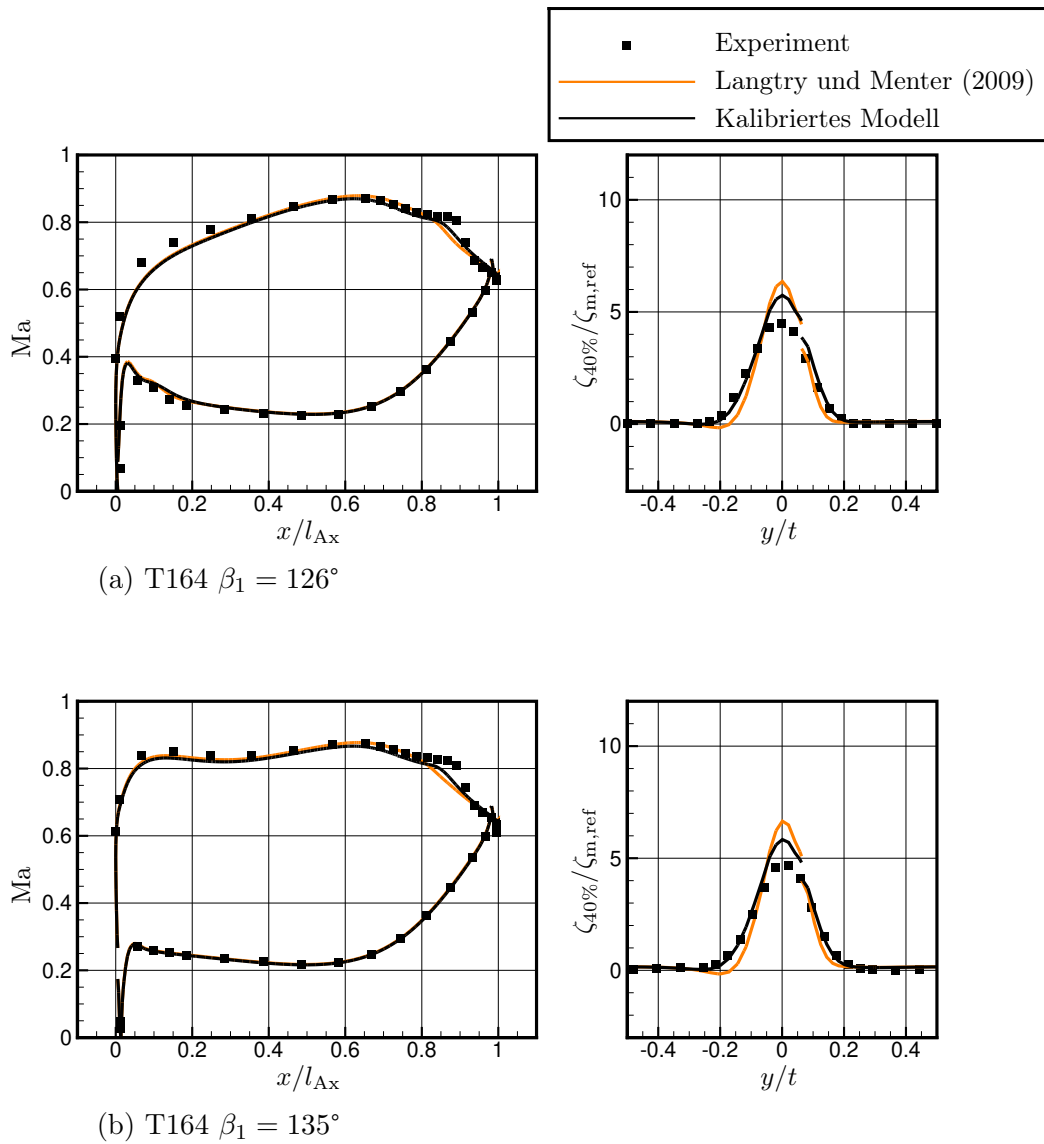
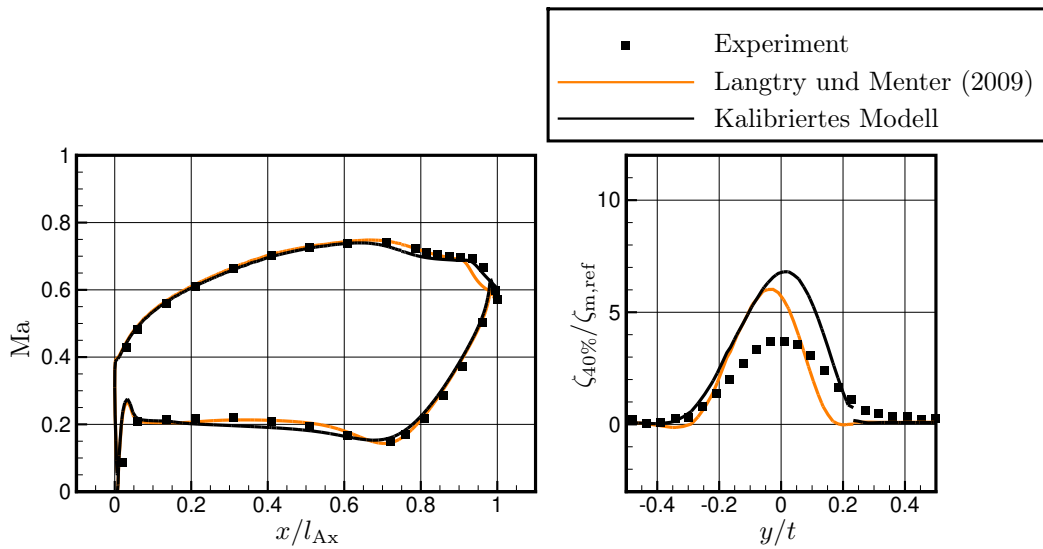
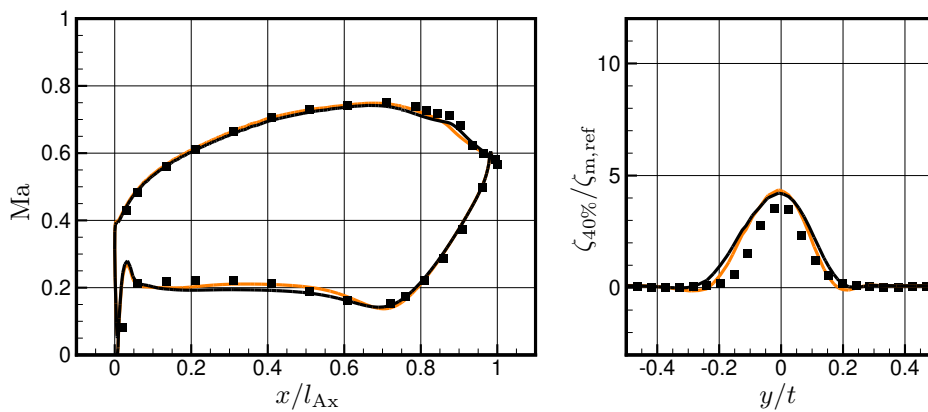


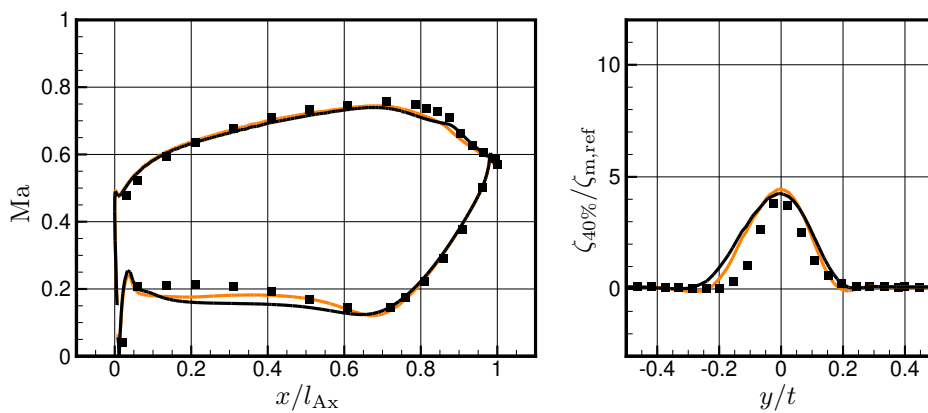
Abbildung E.11: Validierungsergebnisse: T164 $\beta_1 = 126^\circ - 135^\circ$, $Re_{2,th} = 200,000$, $Ma_{2,th} = 0.66$



(a) T165 $\beta_1 = 131^\circ$, $Re_{2,th} = 70,000$



(b) T165 $\beta_1 = 131^\circ$, $Re_{2,th} = 200,000$



(c) T165 $\beta_1 = 135^\circ$, $Re_{2,th} = 200,000$

Abbildung E.12: Validierungsergebnisse: T165 $\beta_1 = 131^\circ - 135^\circ$, $Re_{2,th} = 70,000 - 200,000$, $Ma_{2,th} = 0.6$

E Ergebnisse aus der Validierung des Transitionsmodells im Bezug zum Referenzmodell

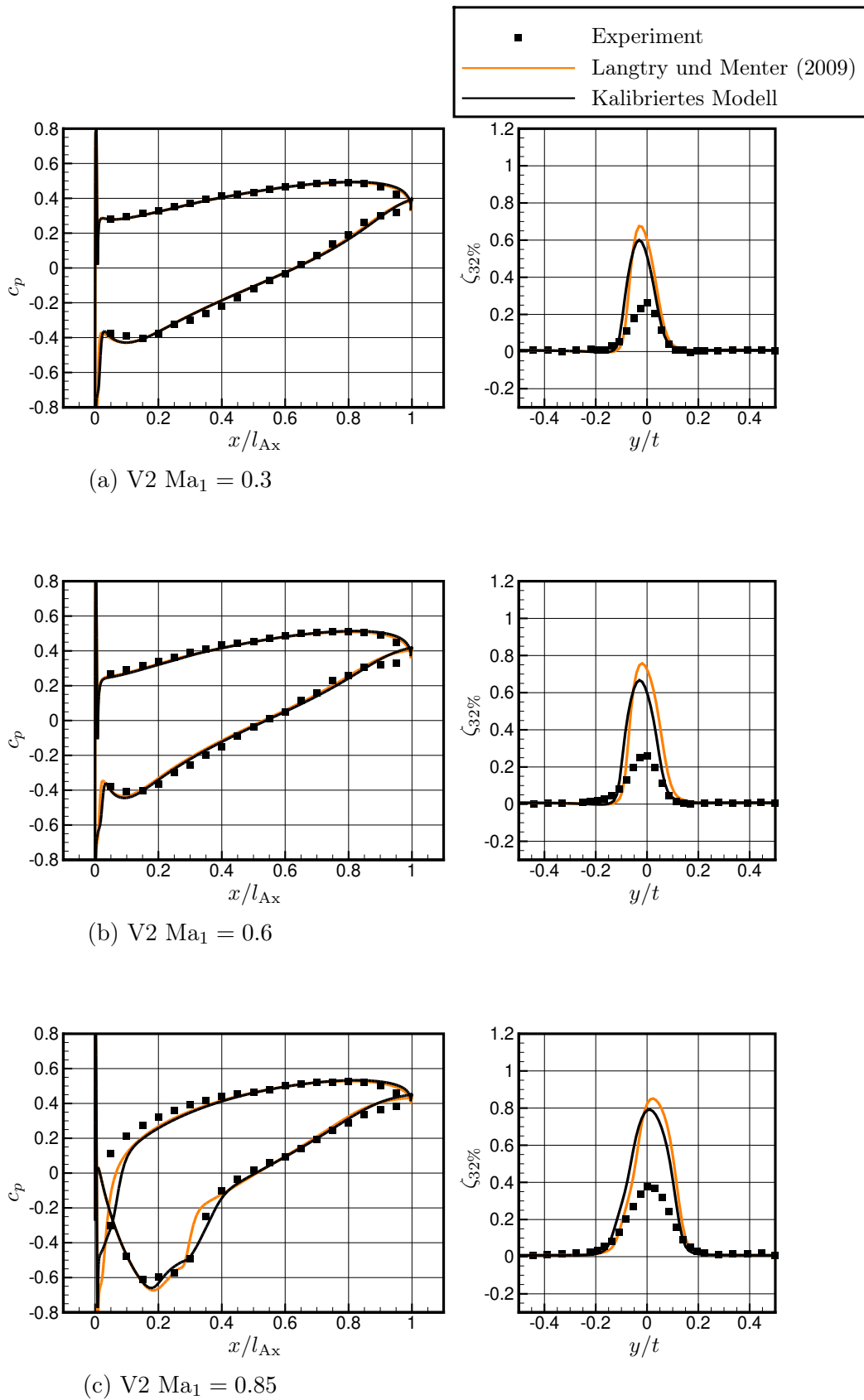


Abbildung E.13: Validierungsergebnisse: V2 $\beta_1 = 139.5^\circ$, $Re_{2,th} = 500,000$, $Ma_1 = 0.3 - 0.85$

F Approximation der Kolmogorov'schen Längenskala

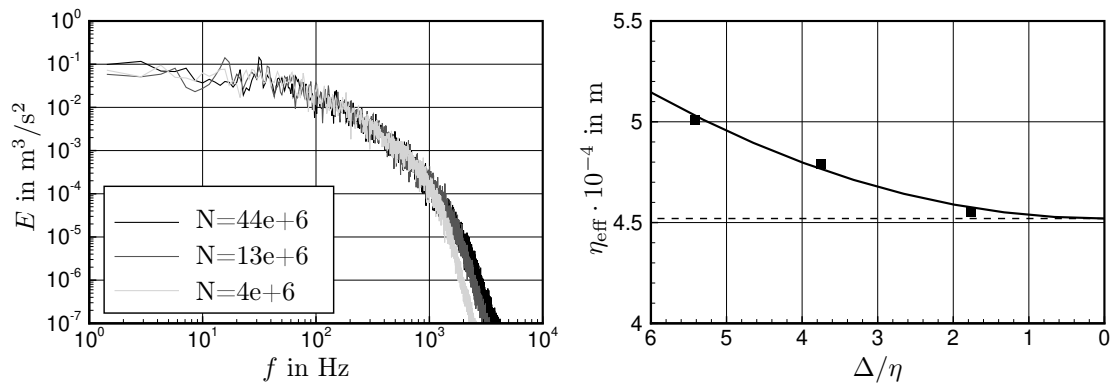
In Abschn. 3.3.3 wurde beschrieben, dass die Bestimmung von η , mit Ausnahme über eine DNS, nur näherungsweise möglich ist (di Mare et al. 2013). Nach Gl. 2.2 ist der exakte Wert von η über die Dissipationsrate ε zu ermitteln. Dabei ist es möglich die turbulente kinetische Energie

$$k = \int_0^{\infty} E(f)df \quad (\text{F.1})$$

sowie die Dissipationsrate

$$\varepsilon = \int_0^{\infty} 2\nu f^2 E(f)df \quad (\text{F.2})$$

über die Integration des zeitlichen Energiespektrums zu bestimmen (Pope 2011). Wie in Abb. F.1a dargestellt, nimmt die Fläche unter dem Energiespektrum im Bereich kleinster Skalen mit steigender Netzauflösung zu. Die in diesen kleinen Skalen enthaltene Energie ist gering, sie tragen aber wesentlich zu Dissipation turbulenter kinetischer Energie bei. In Abb. F.1b ist die aus den Spektren bestimmte Kolmogorov'sche Längenskala η_{eff} über die relative Netzauflösung Δ/η aufgetragen. Mit der Verfeinerung des Rechnernetzes



(a) Spektrale Energieverteilung in Abhängigkeit von der Netzauflösung (b) Asymptotisches Verhalten der approxiierten Kolmogorov'schen Längenskala η_{eff} mit der Verfeinerung des Netzes

Abbildung F.1: Abhängigkeit aufgelöster Skalen von der Netzauflösung am Beispiel des Flow over Periodic Hills Testfalls bei $\text{Re}_B = 1400$; Zeitschrieb an MP2 nach Abb. A.3a

F Approximation der Kolmogorov'schen Längenskala

nähert sich der approximierte Wert von $\eta_{\text{eff}} \rightarrow \eta$ an den mutmaßlich exakten Wert an. So beträgt in diesem Fall der Fehler bei der Approximation von η_{eff} mit der relativen Netzauflösung von $\Delta/\eta \approx 5.4$ ca. 10%.

Bei diesem Verfahren ist die Samplingrate (und in Experimenten ebenfalls die Tiefpassfilterung in der Messkette) zu beachten. Sollten hohe Frequenzen bei der Aufnahme der Samplereihe abgeschnitten werden, wird η (ebenso wie bei einem groben Rechnernetz) zu groß abgeschätzt. Darüber hinaus unterliegt diese Approximation der Annahme homogener isotroper Turbulenz.

G Übersicht über publizierte Modellgleichungen

Transportgleichungen

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (\text{G.1})$$

$$\frac{\partial(\rho \tilde{\text{Re}}_{\theta, \text{ZPG}})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \tilde{\text{Re}}_{\theta, \text{ZPG}})}{\partial x_j} = P_{\theta, \text{ZPG}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{\text{Re}}_{\theta, \text{ZPG}}}{\partial x_j} \right] \quad (\text{G.2})$$

Bestimmung von $\text{Re}_{\theta, \text{ZPG}}$

$$F_{\text{komp}, \theta} = 1.0 + \max \left(0.0, -16.59 + 16.94 \cdot \text{Ma}^{0.024} \right) \cdot c_{\text{komp}, \theta} \quad (\text{G.3})$$

$$\text{Re}_{\theta, \text{ZPG}} = f(c_{\text{Tu}}, F_{\text{komp}, \theta}, \text{Tu}) \quad (\text{G.4})$$

Bestimmung von $\text{Re}_{\theta, t}$

$$\tilde{\text{Tu}} = f(\tilde{\text{Re}}_{\theta, \text{ZPG}}) \quad (\text{G.5})$$

$$\lambda_\theta = c_{\lambda_\theta} \cdot \frac{dU}{ds} \frac{\rho y^2}{\mu} \quad (\text{G.6})$$

$$\lambda_\theta = \min(0.1, \max(-0.1, \lambda_\theta)) \quad (\text{G.7})$$

$$F_{\lambda_\theta} = 1.0 - f(c_{\lambda, 1}, \lambda_\theta) \cdot e^{-\frac{\tilde{\text{Tu}}}{1.5}^{1.5}} \quad \text{für } \lambda_\theta \leq 0$$

$$F_{\lambda_\theta} = 1.0 + f(c_{\lambda, 2}, \lambda_\theta) \cdot e^{-\frac{\tilde{\text{Tu}}}{0.5}} \quad \text{für } \lambda_\theta > 0 \quad (\text{G.8})$$

$$\text{Re}_{\theta, t} = \tilde{\text{Re}}_{\theta, \text{ZPG}} \cdot F_{\lambda_\theta} \quad (\text{G.9})$$

Bestimmung von $\text{Re}_{\theta, c}(\text{Re}_{\theta, t})$

$$\text{Re}_{\theta, c} = f(\text{Re}_{\theta, t})$$

Bestimmung von F_{Length}

$$F_{\text{komp, Length}} = 1.0 + \max(0.0, -0.06 + 0.16 \cdot \text{Ma}) \cdot c_{\text{komp, Length}} \quad (\text{G.10})$$

$$R_{\Omega} = \frac{\omega y^2}{500 \nu} \quad (\text{G.11})$$

$$F_{\text{Sublayer}} = e^{-\frac{R_{\Omega}^2}{0.4}} \quad (\text{G.12})$$

$$F_{\text{Length}} = \frac{f(c_{F_{\text{Length},A}}, c_{F_{\text{Length},B}}, \text{Re}_{\theta,t})}{F_{\text{komp, Length}}} (1.0 - F_{\text{Sublayer}}) + 40.0 F_{\text{Sublayer}} \quad (\text{G.13})$$

Bestimmung von $P_{\theta, \text{ZPG}}$

$$H_{\text{loc}} = 6.64 \sqrt{\frac{\Omega y}{U}} \quad (\text{G.14})$$

$$F_{\theta,t} = \max\left(0.0, \min\left(1.0, \frac{H_{\text{loc}} - 1.0}{1.5 - 1.0}\right)\right) \quad (\text{G.15})$$

$$t = \frac{500\nu}{U^2} \quad (\text{G.16})$$

$$P_{\theta, \text{ZPG}} = \frac{c_{\theta t}}{t} \rho (\text{Re}_{\theta, \text{ZPG}} - \tilde{\text{Re}}_{\theta, \text{ZPG}}) \cdot (1.0 - F_{\theta,t}) \quad (\text{G.17})$$

Bestimmung von P_{γ} und E_{γ}

$$\text{Re}_v = \frac{y^2 S}{\nu} \quad (\text{G.18})$$

$$\text{Re}_T = \frac{k}{\nu \omega} \quad (\text{G.19})$$

$$F_{\text{Turb}} = e^{-\frac{\text{Re}_T^4}{4}} \quad (\text{G.20})$$

$$F_{\text{Onset1}} = \frac{\text{Re}_v}{2.193 \text{Re}_{\theta,c}} \quad (\text{G.21})$$

$$F_{\text{Onset2}} = \min\left(\max\left(F_{\text{Onset1}} c_{F_{\text{OnsetA}}}, \left[F_{\text{Onset1}} c_{F_{\text{OnsetB}}}\right]^4\right), 2.0\right) \cdot F_{\theta,t} \quad (\text{G.22})$$

$$F_{\text{Onset3}} = \max\left(c_{F_{\text{OnsetC}}} - \left(\frac{\text{Re}_T}{c_{F_{\text{OnsetD}}}}\right)^3, 0\right) \quad (\text{G.23})$$

$$F_{\text{Onset4}} = \max\left(10^{-16}, 2 \cdot 10^{-5} \cdot \min\left[1.0, (c_{F_{\text{OnsetE}}} F_{\text{Onset2}})^{c_{F_{\text{OnsetF}}}}\right]\right) \quad (\text{G.24})$$

$$F_{\text{Onset}} = \max\left(F_{\text{Onset}2} - F_{\text{Onset}3}, F_{\text{Onset}4}\right) \quad (\text{G.25})$$

$$P_{\gamma} = c_{P_{\gamma},A} \rho S F_{\text{Length}} (\gamma F_{\text{Onset}})^{c_{P_{\gamma},B}} (1.0 - \gamma) \quad (\text{G.26})$$

$$E_{\gamma} = c_{E_{\gamma},A} \rho \Omega F_{\text{Turb}} \gamma (c_{E_{\gamma},B} \gamma - 1.0) \quad (\text{G.27})$$

Bestimmung von γ_{eff}

$$F_{\text{Reattach}} = e^{-\left(\frac{\text{Re}_T}{c_{F_{\text{Reattach}}}}\right)^4} \quad (\text{G.28})$$

$$\gamma_{\text{sep,lin}} = \min\left(c_{\gamma_{\text{lin},A}} \max\left[0.0, \left(\frac{\text{Re}_v c_{F_{\text{Onset}A}}}{3.235 \text{Re}_{\theta,c}}\right) - c_{\gamma_{\text{lin},B}}\right], c_{\gamma_{\text{lin},C}}\right) \cdot F_{\theta,t} \quad (\text{G.29})$$

$$\gamma_{\text{sep,exp}} = \min\left(c_{\gamma_{\text{exp},A}} \max\left[0.0, \left(\frac{\text{Re}_v c_{F_{\text{Onset}B}}}{3.235 \text{Re}_{\theta,c}}\right) - c_{\gamma_{\text{exp},B}}\right] F_{\text{Reattach}}, c_{\gamma_{\text{exp},C}}\right) \cdot F_{\theta,t} \quad (\text{G.30})$$

$$\gamma_{\text{eff}} = \max(\gamma, \gamma_{\text{sep,lin}}, \gamma_{\text{sep,exp}}) \quad (\text{G.31})$$

G Übersicht über publizierte Modellgleichungen

Konstante	Wert entsprechend Veröffentlichung von Langtry und Menter (2009)	Wertebereich für Optimierung im MSC2020-Modell	Gleichung
Bestimmung von $Re_{\theta,ZPG}$			
$c_{\text{komp},\theta}$	–	0.0 – 4.0	Gl. G.3
Bestimmung von $Re_{\theta,t}$			
$c_{\lambda,1}$	–	–	Gl. G.8
$c_{\lambda,2}$	–	–	Gl. G.8
Bestimmung von F_{Length}			
$c_{\text{komp}, \text{Length}}$	–	0.0 – 1.4	Gl. G.10
$c_{F_{\text{Length}},A}$	–	–	Gl. G.13
$c_{F_{\text{Length}},B}$	–	–	Gl. G.13
Bestimmung von $P_{\theta,ZPG}$			
$c_{\theta t}$	0.03	1.0 – 2.0	Gl. G.17
c_{Tu}	–	–	Gl. G.4
Bestimmung von P_{γ} und E_{γ}			
$c_{F_{\text{Onset}A}}$	1.0	0.5 – 2.0	Gl. G.22, Gl. G.29
$c_{F_{\text{Onset}B}}$	1.0	0.25 – 4.0	Gl. G.22, Gl. G.30
$c_{F_{\text{Onset}C}}$	1.0	0.1 – 2.0	Gl. G.23
$c_{F_{\text{Onset}D}}$	2.5	0.1 – 6.0	Gl. G.23
$c_{F_{\text{Onset}E}}$	–	0.8 – 6.0	Gl. G.24
$c_{F_{\text{Onset}F}}$	–	0.25 – 2.0	Gl. G.24
$c_{P_{\gamma},A}$	2.0	0.2 – 2.5	Gl. G.26
$c_{P_{\gamma},B}$	0.5	0.25 – 1.5	Gl. G.26
$c_{E_{\gamma},A}$	0.06	0.03 – 0.14	Gl. G.27
$c_{E_{\gamma},B}$	50.0	35.0 – 60.0	Gl. G.27
Bestimmung von γ_{eff}			
$c_{F_{\text{Reattach}}}$	20	10 – 60	Gl. G.28
$c_{\gamma_{\text{lin},A}}$	–	0.5 – 4.0	Gl. G.29
$c_{\gamma_{\text{lin},B}}$	–	0.2 – 1.5	Gl. G.29
$c_{\gamma_{\text{lin},C}}$	–	0.2 – 1.5	Gl. G.29
$c_{\gamma_{\text{exp},A}}$	2.0	1.0 – 15.0	Gl. G.30
$c_{\gamma_{\text{exp},B}}$	1.0	0.4 – 4.0	Gl. G.30
$c_{\gamma_{\text{exp},C}}$	2.0	1.0 – 8.0	Gl. G.30

Tabelle G.1: Auflistung der in der Kalibrierung verwendeten Konstanten

Wissenschaftlicher Werdegang

Persönliche Daten

Name	Christoph Müller-Schindewolffs, geb. Müller
Geburtsdatum	12. Februar 1987
Geburtsort	Neustadt a. Rbge.
Familienstand	verheiratet, 2 Kinder

Schulbildung

1993 - 1997	Grundschule Poggenhagen, Grundschule
1997 - 1999	Kooperative Gesamtschule Neustadt, Orientierungsstufe
1999 - 2006	Kooperative Gesamtschule Neustadt, Gymnasium Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Wehrdienst

2006 - 2007	Nachschub- und Transportstaffel im Lufttransportgeschwader 62 Wunstorf
-------------	--

Studium

2007 - 2013	Leibniz Universität Hannover Abschluss: Diplom Maschinenbau
2013 - 2018	Leibniz Universität Hannover Promotionsstudium Maschinenbau

Berufstätigkeit

2013 - 2018	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik der Leibniz Universität Hannover
2018 - 2021	Entwicklungsingenieur in der Turbinenaerodynamik der MTU Aero Engines AG
seit 2021	CFD-Methodenentwicklung bei der MTU Aero Engines AG

Gröbenzell, im Dezember 2021