# BERECHNUNG DER WÄLZLAGERREIBUNG AUFGRUND WEITERENTWICKELTER RHEOLOGISCHER FLUIDMODELLE

Von der Fakultät für Maschinenbau der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur genehmigte Dissertation

> von M. SC. DING WANG

geboren am 17.09.1980 in Changchun (China)

1. Referent:
 2. Referent:
 Vorsitzende:
 Tag der Promotion:

Prof. Dr.-Ing. Gerhard Poll Prof. Dr.-Ing. Hubert Schwarze Prof. Dr.-Ing. Lutz Rissing 08.05.2015

Ding Wang: *Berechnung der Wälzlagerreibung aufgrund weiterentwickelter rheologischer Fluidmodelle*, Dissertation, © 2015

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Maschinenkonstruktion und Tribologie der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.

Meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Gerhard Poll, dem Leiter des Instituts für Maschinenkonstruktion und Tribologie, gilt mein besonderer Dank für die Förderung meiner Arbeit durch fachlichen Rat und das mir entgegengebrachte Vertrauen.

Mein Dank gilt ebenso Prof. Dr.-Ing. Hubert Schwarze für die Übernahme des Koreferates.

Prof. Dr.-Ing. Lutz Rissing danke ich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Allen Mitarbeitern des Instituts sowie meinen studentischen Hilfskräften, insbesondere Dr.-Ing. K. Erdmann, Dr.-Ing C. Meyer, Dipl.-Ing. S. Otto, Dr.-Ing. K. Ottink, Dipl.-Ing. R. Böttcher und Dipl.-Ing. V. Poltavchenko, danke ich herzlich für die tatkräftige Unterstützung und die stets kollegiale Zusammenarbeit. Weiterhin bedanke ich mich bei den Mitarbeitern der Werkstatt und Herrn C. Krücken der Firma Eich Rollenlager GmbH für die Unterstützung bei der Fertigung der Untersuchungseinrichtungen.

Frau Dr. S. Schroth-Wiechert am Fachsprachzentrum der Leibniz Universität Hannover danke ich herzlich für die intensive Unterstützung bei der sprachlich korrekten Ausformulierung meiner Arbeit.

Für die finanzielle Unterstützung im Rahmen der Forschungsarbeit bedanke ich mich bei der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen "Otto von Guericke" e.v. AiF und den projektbegleitenden Firmen.

Nicht zuletzt spreche ich meinen Eltern, Yuying Ding und Xianren Wang, und meiner Frau Dr.-Ing. Zhuo Yu meinen besten Dank aus für ihre bedingungslose Liebe und geduldige Unterstützung, ohne die ich diese Arbeit nicht hätte fertigstellen können.

Hannover, im Mai 2015

Ding Wang

Rolling element bearings are one of the nowadays most widespread drive components and are used in many machinery applications. Because of the ever increasing technical demands regarding energy and resource efficiency, the optimization of powertrains is of crucial importance. Rolling element bearings can usually make up a significant portion of the total friction losses of a powertrain. Therefore it is of major research interest to predict bearing friction more accurately by understanding its physical mechanisms.

A grease or oil lubricated rolling element bearing is primarily a tribological system with various rolling contacts. A realistic modeling of the rheological properties of the fluid lubricants in such rolling contacts is necessary for a more accurate calculation as well as a deeper understanding of bearing friction. In the present work enhanced rheological fluid models will hence be developed based on previous studies and experimental results.

The calculation model developed in [Balo5] or [Mey10] is further extended concerning bearing types, operating conditions and lubrication methods. With the rheological properties of the lubricants taken into account, the bearing friction is calculated by determining and summarizing its various components. By conducting corresponding experimental tests the calculation model is validated. Furthermore, the calculation model helps bearing or drivetrain designers gain deeper insights into ways to optimise rolling bearing friction.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Wälzlager sind eine der heutzutage am weitesten verbreiteten Antriebskomponenten, die in vielen Maschinenanwendungen eingesetzt ist. Hinsichtlich der ständig steigenden technischen Anforderungen an Energieeffizienz und Ressourcenschonung ist die Optimierung des Wirkungsgrades von Triebsträngen von besonderer Bedeutung. Wälzlager machen in der Regel einen wesentlichen Teil der gesamten Reibungsverluste des Antriebsstrangs aus. Es besteht infolgedessen ein großes Forschungsinteresse daran, basierend auf dem Verständnis der physikalischen Wirkmechanismen die Reibungsverluste der Wälzlager genauer als bisher vorhersagen zu können.

Ein fett- oder ölgeschmiertes Wälzlager stellt in erster Linie ein tribologisches System mit mehreren Wälzkontakten dar. Eine realistische Modellierung der rheologischen Fluideigenschaften der Schmierstoffe in solchen Wälzkontakten ist notwendig für eine genauere Berechnung bzw. ein tieferes Verständnis der Wälzlagerreibung. Daher werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit rheologische Fluidmodelle ausgehend von früheren theoretischen Ansätzen und experimentellen Untersuchungen weiterentwickelt und bei der Berechnung der Wälzlagerreibung eingesetzt.

Das in [Balo5] bzw. [Mey10] entwickelte Berechnungsmodell für Wälzlagerreibung wird in der vorliegenden Arbeit hinsichtlich der Lagerarten, Betriebsbedingungen sowie der Schmierungsmethoden erweitert. Durch Modellierung der unterschiedlichen Reibanteile auf physikalischer Basis unter Berücksichtigung der rheologischen Eigenschaften der Schmierstoffe wird das Wälzlagerreibmoment ermittelt. Durch den Vergleich von Mess- und Berechnungsergebnissen wurde das Berechnungsmodell validiert. Es ermöglicht dem Entwickler von Wälzlagern oder Getrieben, bei der Optimierung des Reibungsverhaltens gezielt vorzugehen.

Schlagworte: Wälzlager, Reibungsverluste, Hochdruckrheologie rolling-element bearings, friction losses, high pressure rheology

### INHALTSVERZEICHNIS

1	EIN	EINLEITUNG UND AUFGABENSTELLUNG 1			
2	ZIELSETZUNG UND LÖSUNGSWEG 3				
	2.1	2.1 Zielsetzung der Arbeit 3			
	2.2	2 Lösungsweg 3			
3	THEORETISCHE GRUNDLAGEN 7				
	3.1	Wälzlager und EHD-Schmierung 7			
	3.2	EHD-Theorie 11			
		3.2.1 Zugrundeliegende Gleichungen 11			
		3.2.2 Berechnungsansätze für den Kontaktdruck und			
	die Schmierfilmhöhe in einem EHD-geschmierten Wälzkontakt 21				
	3.3	Reibung im EHD-geschmierten Wälzkontakt 26			
		3.3.1 Reibungsarten 26			
		3.3.2 Reibungszustände im geschmierten EHD-Kontakt 27			
		3.3.3 Reibungsberechnung 29			
	3.4	Berechnungsmodelle für das Wälzlagerreibmoment 50			
		3.4.1 Reibmomentberechnung auf Basis der klassischen			
		Theorie 50			
		3.4.2 Neue Berechnungsmodelle 51			
4	RHI	HEOLOGISCHE UNTERSUCHUNGEN 57			
	4.1	Einleitung 57			
	4.2	Experimentelle Ermittlung von Traktionskurven 57			
	4.3	Maximal erreichbare Schubspannung 63			
		4.3.1 Einfluss der hudrodunamischen Pollasschwin			
		4.3.2 Einfluss der hydrodynamischen Kollgeschwin- digkeit 68			
		4.3.4 Finfluss der snezifischen Schmierfilmhöhe 70			
	4.4	Empirischer Ansatz für $\bar{\tau}_{max}$ 75			
	4.5	Vereinfachtes viskoelastisches Fluidmodell 78			
5	MO	ELLIERUNG DES WÄLZLAGERREIBMOMENTS 01			
)	5 1 Einleitung of				
	5.2	Modellierungsansatz für die Reibungsanteile 92			
	5.3	Berechnung der Lastverteilung in einem Wälzlager 94			
	55	5.3.1 Lastverteilung in einem radial belasteten Zylin-			
		derrollenlager 95			
		5.3.2 Lastverteilung in einem axial belasteten Kegel-			
		rollenlager 101			
		5.3.3 Lastverteilung in einem kombiniert belasteten			
		Rillen- bzw. Schrägkugellager 104			
	5.4	5.4 Berechnung der Lagerkinetik 111			

- 5.4.1 Geschwindigkeiten im Zylinder- bzw. Kegelrollenlager 111
- 5.4.2 Geschwindigkeiten im Rillen- bzw. Schrägkugellager 112
- 5.5 Berechnung der Reibanteile 114
  - 5.5.1 Reibungsanteile bei Zylinder- und Kegelrollenlagern unter Ölschmierung 114
  - 5.5.2 Reibungsanteile bei Rillen- und Schrägkugellagern 122
  - 5.5.3 Reibmomentberechnung für Radialwellendichtringe 126
- 6 EXPERIMENTELLE VALIDIERUNG DES BERECHNUNGSMO-

DELLS 129

- 6.1 Zylinderrollenlager 129
  - 6.1.1 Zylinderrollenlager Baugröße 12/16 129
  - 6.1.2 Zylinderrollenlager Baugröße 08 132
  - 6.1.3 Zylinderrollenlager Baugröße 06 139
- 6.2 Kegelrollenlager 151
  - 6.2.1 Prüfstand 151
  - 6.2.2 Ergebnisse für eine axiale Belastung von 10 KN 154
  - 6.2.3 Ergebnisse für eine axiale Belastung von 40 KN 160
  - 6.2.4 Ergebnisse für eine axiale Belastung von 80 KN 162
- 6.3 Rillen- und Schrägkugellager 168
  - 6.3.1 Radial belastete Rillenkugellager 168
  - 6.3.2 Radial belastete Rillenkugellager bei Fettschmierung 168
  - 6.3.3 Radial belastete Rillenkugellager bei Öleinspritzschmierung 168
  - 6.3.4 Axial belastete Rillenkugellager bei einer Minimalmengenschmierung 173
  - 6.3.5 Kombiniert belastete Rillenkugellager 180
- 7 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK 183

LITERATURVERZEICHNIS 187

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 2.1	Lösungsweg zum Erreichen der Zielsetzung der
Abbildung 2 1	Bautaila ainas Billankugallagars (links) und ai
Abbildulig 3.1	pos Zulindorrollonlagors (respts)
Abbildung a a	Punktkontakt (linke) und Linionkontakt (rechts)
Abbildung 3.2	Schematische Darstellung des Punktkontakte
Abbildung 3.3	am Bord eines Kegelrollenlagers
Abbildung 2.4	Finteilung des Schmierungszustands eines Li-
10011aung 3.4	nienkontakts mit Übergangszonen nach [OC80] 10
Abbildung 3.5	Hertzsche Berührungsverhältnisse bzw. Kontakt-
i i conta ang ji j	fläche zweier elastischer Halb-Ellipsoiden 13
Abbildung 3.6	<i>Hertzsche</i> Berührungsverhältnisse bzw. Kontakt-
	fläche zweier elastischer Zvlinder 16
Abbildung 3.7	Verformung eines zwischen zwei Ebenen zu-
857	sammengepressten Zylinders 17
Abbildung 3.8	Verteilung des Kontaktdrucks einer unprofilier-
0,9	ten und einer profilierten Zylinderrolle 18
Abbildung 3.9	Schematische Darstellung der Profilfunktion $P(x)$
007	für den Wälzkörper eines Zylinderrollenlagers 19
Abbildung 3.10	Schematische Darstellung des Prinzips des Schei-
-	benmodells nach [DIW03] 20
Abbildung 3.11	Verteilung der Pressung und Schmierfilmhöhe
	bei einem EHD-geschmierten Punktkontakt 21
Abbildung 3.12	Verteilung der Pressung und Schmierfilmhöhe
	bei einem EHD-geschmierten Linienkontakt 22
Abbildung 3.13	Schematische Darstellung der Reibungsarten im
	Bezug auf Relativbewegungen 26
Abbildung 3.14	Wälzbewegung 27
Abbildung 3.15	Stribeck-Kurve 28
Abbildung 3.16	Schematische Darstellung des elastischen Schlupfs
	in einem ungeschmierten Wälzkontakt [Pol83],
	[Mey10] 30
Abbildung 3.17	Ubergang des Mikroschlupfes in den Makro-
	schlupt bei einem ungeschmierten Wälzkon-
A11.11 0	takt nach [Pol83] 32
Abbildung 3.18	Relation zwischen Reibwert und Schlupt bei
A 1 1 ·1 1	einem ungeschmierten Walzkontakt [Pol83] 32
Abbildung 3.19	Adzug des elastischen Schlupfantells nach der
	column f Mourol
Abbildung	Schupt [Wey10] 33
Abbildung 3.20	<i>ivewion</i> sches riulu 34

Abbildung 3.21	Vergleich der Schubspannung (a) und der dy- namischen Viskosität (b) eines <i>Newton</i> schen Flui-
Abbildung 3.22	des und eines Fluides mit Scherverdünnung 37 Relation zwischen der Molekülmasse und der kinematischen Viskosität bei 40 °C und 100 °C
Abbildung 3.23	nach [Into4] 39 Theoretsiche Masterkurve entsprechend dem <i>Carreau</i> -Modell bei unterschiedlichen Exponen-
Abbildung 3.24	ten <i>n</i> 41 Theoretische Masterkurve eines Mischöls von zwei Ölen entsprechend dem <i>Carreau</i> -Modell 41
Abbildung 3.25	Gemessene druckabhängige Viskosität des Öles 5 bei unterschiedlichen Temperaturen 42
Abbildung 3.26	Druck-Viskositäts-Koeffizient $\alpha_{p,2000}$ der 60 °C- Isotherme von Öl 5 42
Abbildung 3.27	Gegenüberstellung der nach dem <i>Barus-</i> bzw. <i>Roelands</i> modell berechneten Druckviskosität des
Abbildung 3.28	Oles 5 bei verschiedenen Temperatur im Ver- gleich zu Messungen 44 Gegenüberstellung der nach dem <i>Tait-Doolittle</i> - Modell berechneten Druckviskosität von Öl 5 bei verschiedenen Temperaturen mit Messer-
Abbildung 3.29 Abbildung 3.30	gebnissen 45 Prinzipdarstellung des <i>Maxwell</i> -Modells 47 Fließkurve eines Mineralöls LVI 260 mittels ei- nes <i>Couette</i> -Viskosmeters mit Verdeutlichung
Abbildung 4.1 Abbildung 4.2	der Grenzschubspannung [Baio2] 48 Zweischeibenprüfstand [Mey10] 58 Schematische Darstellung des Aufbaus [Mey10] und der Beälung des Zugischeibenpröfstande
Abbildung 4.3	Ausgewerteter Reibwert-Schlupf-Zusammenhang für das Öl 5 aus Messdaten des Zweischeiben-
Abbildung 4.4	prüfstandes 61 Schubspannungs-Schergefälle-Zusammenhang für das Öl 5 aus Messergebnissen des Zweischei- benprüfstandes, um den elastischen Schlupf be-
Abbildung 4.5	reinigt 62 Abzug des elastischen Schlupfes vom gemes- senen Gesamtschlupf auf Basis der Anfangs- steigung der nach Deformationstheorie ermit-
Abbildung 4.6	telten Traktionskurve 63 Maximal erreichbare Schubspannung des Öles 5 in Abhängigkeit der mittleren Pressung bei
Abbildung 4.7	12 III / S und unterschiedlichen Oltemperaturen64Dominierende Einflussparameter auf die Reib-65

- Abbildung 4.8Vereinfachter Ansatz für die maximal erreich-<br/>bare lokale Schubspannung67
- Abbildung 4.9 Maximal erreichbare mittlere Schubspannung des Öles 5 in Abhängigkeit von der hydrodynamischen Rollgeschwindigkeit bei einer mittleren Pressung von 870 MPa und unterschiedlichen Öltemperaturen 69
- Abbildung 4.10 Maximal erreichbare mittlere Schubspannung des Öles 5 in Abhängigkeit der Öltemperatur in einem Temperaturbereich von 40 bis 100 °C
- Abbildung 4.11 Maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}$  von Öl 5 aufgetragen über der spezifischen Schmierfilmhöhe  $\lambda$  bei unterschiedlicher Pressung, Rollgeschwindigkeit und Öltemperatur 71
- Abbildung 4.12 Maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}$  im Mischreibungsbereich des Schmieröls Aral Degol BG 220 bei 60 °C und unterschiedlichen Pressungen bzw. Rollgeschwindigkeiten [Aul13] 72
- Abbildung 4.13 Maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}$  im Mischreibungsbereich des Schmieröls Aral Degol BG 220 bei 80 °C und unterschiedlichen Pressungen bzw. Rollgeschwindigkeiten
- Abbildung 4.14 Maximal erreichbare mittlere Schubspannung aufgetragen über der spezifischen Schmierfilmhöhe für Öl 8 74
- Abbildung 4.15 3D-Darstellung für die maximalen mittleren Schubspannungen eines Mineralöls bei 60 °C nach [Mey10] 76
- Abbildung 4.16 Anpassung der gemessenen maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen für das Öl 5 77
- Abbildung 4.17 Fluidmodell auf Basis des *Maxwell*-Modells zur lokalen Ermittlung der Schubspannung 79
- Abbildung 4.18 Aufbau der Scherung im Schmierfilm in Rollrichtung 80
- Abbildung 4.19Diskretisierung eines EHD-Punktkontakts81
- Abbildung 4.20 "Einscannen" der Pfade zur Ermittlung der lokalen Schubspannung in Strömungsrichtung 83
- Abbildung 4.21 Ergebnisse der lokalen Berechnung für die Schubspannung des Öles 2 in Abhängigkeit vom Schergefälle im Vergleich mit Messergebnissen, Umfangsgeschwindigkeit 5 m/s 85

70

73

Abbildung 4.22	Ergebnisse der lokalen Berechnung für die Schub- spannung des Öles 2 in Abhängigkeit vom Scher-	-
	gefälle im Vergleich mit Messergebnissen. Um-	
	fangsgeschwindigkeit 12 m/s 86	
Abbildung 4.23	Berechnete Veränderung der lokalen Schubspan-	
	nung für das Mineralöl 2 in Strömungsrich-	
	tung bei einer mittleren Pressung von 870 MPa	
	und unterschiedlichen Schlupfwerten 88	
Abbildung 4.24	Vergleich der Verläufe der berechneten Schub-	
110011010116 4-24	spannung mit oder ohne Berücksichtigung der	
	Elastizität bzw. des "Shear-thinning"-Effekts	80
Abbildung 5 1	Hauptflussdiagramm des Berechnungsablaufs	09
riconaung j.i	für Wälzlagerreihmomente	
Abbildung 5.2	Schematische Darstellung der Kontaktkräfte der	
riconduing 9.2	Wälzkörper in Abhängigkeit von deren Positi-	
	onswinkel in einem radial belasteten Zvlinder-	
	rollenlager NU 212 05	
Abbildung 5.3	Beispielberechnung der Lastverteilung im Zv-	
	linderrollenlager NU 212 bei einer Radialbelas-	
	tung von 1080 N nach [Wano1]. Positionswin-	
	kel analog zu Abbildung 5.2 06	
Abbildung 5.4	Flussdiagramm zur Berechnung der Lastver-	
1100000000000000000000	teilung in radial belasteten Zvlinderrollenlagern	90
Abbildung 5.5	Berechnete Lastverteilung am Innenring eines	22
	Zvlinderrollenlagers NU 212 100	
Abbildung 5.6	Berechnete Lastverteilung am Außenring eines	
0.5	Zylinderrollenlagers NU 212 100	
Abbildung 5.7	Lastverteilung in einem Zylinderrollenlagers NJ	
0.57	206 unter Berücksichtigung der Lagerluft 102	
Abbildung 5.8	Auf eine Rolle wirkende Belastungen eines axi-	
00	al belasteten Kegelrollenlagers 103	
Abbildung 5.9	Berechnete Rollenkräfte eines Kegelrollenlagers	
	31312A unter verschiedenen axialen Belastun-	
	gen 104	
Abbildung 5.10	Beispielberechnung der Lastverteilung über der	
	Rollenlänge bei einem Kegelrollenlager 31312A	105
Abbildung 5.11	Betrachtung der Verlagerung der Kugel und	
	des Innenrings eines kombiniert belasteten Schräg	g-
	kugellagers 106	
Abbildung 5.12	Beispielberechnung der Verteilung der inneren	
	bzw. äußeren Kräfte eines kombiniert belaste-	
	ten Rillenkugellagers 6008 108	
Abbildung 5.13	Beispielberechnung der inneren bzw. äußeren	
	Druckwinkel der Kugel eines kombiniert be-	
	lasteten Rillenkugellagers 6008 109	

- Abbildung 5.14 Gegenüberstellung der Verlagerung des Innenrings aufgrund von Berechnungen und Messungen aus [Bre94] 110
- Abbildung 5.15 Schematische Darstellung der Geschwindigkeiten der Wälzkörper und des Käfigs bzw. des Innenrings in einem Kegelrollenlager 111
- Abbildung 5.16 Schematische Darstellung der Geschwindigkeiten des Wälzkörpers, des Käfigs bzw. des Innenrings in einem Schrägkugellager, ohne Bohrbewegung am Außenringkontakt [Bar96] 112
- Abbildung 5.17 Schematische Darstellung der hydrodynamischen Rollreibung eines EHD-Kontaktes 116
- Abbildung 5.18 Gleitbewegungen an einer Bordkontaktfläche eines Kegelrollenlagers 118
- Abbildung 5.19 Festkörper-Lasttraganteil in Abhängigkeit der spezifischen Schmierfilmhöhe sowie Oberflächenbeschaffenheit nach [ZH91] 119
- Abbildung 5.20 Einteilung der gesamten Druckfläche am Bord in Flächen-Inkremente 120
- Abbildung 5.21 Schematische Darstellung der Reibkräfte aufgrund des Differentialschlupfes (sogenannter *"Heathcote*-Effekt") 123
- Abbildung 5.22 Schubspannungsverteilung in der Kontaktfläche eines Kugellagers 125
- Abbildung 6.1Gegenüberstellung von Berechnung und Mes-<br/>sung für ein Zylinderrollenlager NU 212130Abbildung 6.2Berechnete Reibungsanteile für ein Lager NU
- Abbildung 6.2 berechnete Kelbungsantene für ein Läger NO 212, P/C = 0,09 131
- Abbildung 6.3 Gegenüberstellung von Messungen und Berechnungen nach verschiedenen Ansätzen 132
- Abbildung 6.4 Gegenüberstellung von Berechnung und Messung für ein Lager NU 216 aus [MNG10] 133
- Abbildung 6.5 Schnittdarstellung des Pleuellager-Prüfstandes [Hol13] 134
- Abbildung 6.6 Experimentelle Ermittlung der Planschverluste für die Messungen am Pleuellager-Prüfstand 136
- Abbildung 6.7 Experimentell ermittelte Planschverluste für die Versuche am Pleuellager-Prüfstand bei drei Öltemperaturen 136
- Abbildung 6.8 Vergleich zwischen experimentell ermittelten und theoretischen Planschverlusten bei Ölsumpfschmierung mit zwei Ölständen, 80 °C 137
- Abbildung 6.9 Vergleich zwischen experimentell ermittelten und theoretischen Planschverlusten bei Ölsumpfschmierung mit zwei Ölständen, 90 °C 138

Abbildung 6.10	Vergleich zwischen experimentell ermittelten
	adamienta mit zusi Öletinden 100 °C
A11.11 (	schmierung mit zwei Olstanden, 100 C 138
Abbildung 6.11	Gegenüberstellung der gemessenen und berech-
	neten Reibmomente für die Versuche am Pleuellager-
	Prüfstand bei 80 °C 139
Abbildung 6.12	Gegenüberstellung der gemessenen und berech-
	neten Reibmomente für die Versuche am Pleuellager-
	Prüfstand bei 90 °C 140
Abbildung 6.13	Gegenüberstellung der gemessenen und berech-
	neten Reibmomente für die Versuche am Pleuellager-
	Prüfstand bei 100 °C 140
Abbildung 6.14	Aufbau des Vier-Lager-Prüfstandes am IMKT 141
Abbildung 6.15	Schnittdarstellung des Vier-Lager-Prüfstandes
	am IMKT 142
Abbildung 6.16	Gemessenes Reibmoment und Temperatur ra-
	dial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206
	am Vier-Lager-Prüfstand, $C/P = 5$ , Öleinspritz-
	temperatur ca. 50 °C 143
Abbildung 6.17	Gemessenes Reibmoment und Temperatur ra-
0.	dial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206
	am Vier-Lager-Prüfstand, $C/P = 6$ , Öleinspritz-
	temperatur ca. 50 °C 144
Abbildung 6.18	Gemessenes Reibmoment und Temperatur ra-
0	dial belasteter Zvlinderrollenlager NU/NI 206
	am Vier-Lager-Prüfstand, $C/P = 4$ , Öleinspritz-
	temperatur ca. 65 °C 144
Abbildung 6.19	Gemessenes Reibmoment und Temperatur ra-
11221100019 0119	dial belasteter Zylinderrollenlager NU/NI 206
	am Vier-Lager-Prüfstand, $C/P = 5$ . Öleinspritz-
	temperatur ca $65^{\circ}$ C 145
Abbildung 6 20	Gemessenes Reibmoment und Temperatur ra-
1 loondung 0.20	dial belasteter Zylinderrollenlager NU/NI 206
	am Vier-Lager-Prüfstand $C/P = 6$ Öleinspritz-
	temperatur ca $65^{\circ}$ (145
Abbildung 6 21	Reduzierung des Reihmoments heim Abschal-
Thomas 0.21	ten einer Ölzufuhr von 50 ml/min 147
Abbildung 6 22	Experimentell ermittelte Planschverluste für Zv-
noondung 0.22	linderrollenlager NU/NI 206 148
Abbildung 6 22	Vergleich von Berechnungen und Messungen
Abbildung 0.23	für das Reihmement radial helasteter Zulinder-
	rollenlager NIL/NI 206 boi oiner Belastung von
	0.4  kN (C/D = 5) Öltemporatur oc. 50 °C
	$7, \pm \text{KIN}$ (C/F = 5), One inperature (a. 50 C,
	r fanschverfuste ermittelt aus Messungen 148

Abbildung 6.24	Vergleich von Berechnungen und Messung	zen
	für das Reibmoment radial belasteter Zylind	ler-
	rollenlager NU/NJ 206 bei einer Belastung v	<i>i</i> on
	7,5 kN ( $C/P = 6$ ), Öltemperatur ca. 50 °	°C,
	Planschverluste ermittelt aus Messungen	149

Abbildung 6.25 Vergleich von Berechnungen und Messungen für das Reibmoment radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 bei einer Belastung von 11, 25 kN (C/P = 4), Öltemperatur ca. 65 °C, Planschverluste ermittelt aus Messungen 149

- Abbildung 6.26 Vergleich von Berechnungen und Messungen für das Reibmoment radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 bei einer Belastung von 9,4 kN (C/P = 5), Öltemperatur ca. 65 °C, Planschverluste ermittelt aus Messungen 150
- Abbildung 6.27 Vergleich von Berechnungen und Messungen für das Reibmoment radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 bei einer Belastung von 7,5 kN (C/P = 6), Öltemperatur ca. 65 °C, Planschverluste ermittelt aus Messungen 150
- Abbildung 6.28 Beölungsvarianten am modifizierten FE8-Prüfkopf Abbildung 6.29 Unterschiedliche Ölzufuhr bei Kegelrollenlagern am FE8-Prüfkopf 153
- Abbildung 6.30 Ölstand bei Sumpfschmierung bis zur Oberkante der untersten Rolle, Schema 153
- Abbildung 6.31 Ölstand, Ölzufuhr und Ölablauf bei den Reibmomentmessungen am FE8-Prüfkopf, Photographie 154
- Abbildung 6.32 Gegenüberstellung des ersten Versuchs mit dem Wiederholungsversuch bei Beölung I 155
- Abbildung 6.33 Gegenüberstellung der Temperaturverläufe des ersten Versuchs mit dem Wiederholungsversuch bei Beölung I 155
- Abbildung 6.34 Differenzreibmoment H = 0/H = 1 bei Beölung I, Wiederholungsversuch 156
- Abbildung 6.35 Gemessenes Reibmoment bei Beölung II 157
- Abbildung 6.36 Temperaturverlauf bei Beölung II 157
- Abbildung 6.37 Reibmomentdifferenz zwischen den Ölständen H = 0 / H = 1 bei Beölung II 158
- Abbildung 6.38 Gegenüberstellung der berechneten Reibmomente mit Messungen für Beölung I/II ohne Ölstand 159
- Abbildung 6.39 Gegenüberstellung der berechneten Reibmomente mit Messungen für Beölung I/II mit Ölstand 160
- Abbildung 6.40 Vergleich der Berechnung mit Messdaten und der Berechnung nach *Palmgren* 161

152

Abbildung 6.41 Abbildung 6.42	Berechnete Reibmomentanteile 162 Gemessene Reibmomente und Außenringtem- peraturen bei verschiedenen Beölungsvarian- ten ohne Ölsumpf 163
Abbildung 6.43	Gegenüberstellung der gemessenen Reibmomen- te und Temperaturen für Beölungsvariante A mit und ohne Ölsumpf 164
Abbildung 6.44	Gegenüberstellung gemessener und berechne- ter Reibmomente bei Beölungsvariante A, oh- ne Ölsumpf 165
Abbildung 6.45	Gegenüberstellung gemessener und berechne- ter Reibmomente bei Beölungsvariante B, ohne Ölsumpf 166
Abbildung 6.46	Gegenüberstellung gemessener und berechne- ter Reibmomente bei Beölungsvariante C, ohne Ölsumpf 166
Abbildung 6.47	Gegenüberstellung gemessener und berechne- ter Reibmomente bei Beölungsvariante A, mit Ölsumpf 167
Abbildung 6.48	Gegenüberstellung von Berechnungen und Mes- sungen für ein Rillenkugellager 6008 bei einer radialen Belastung von 240 N 160
Abbildung 6.49	Gegenüberstellung von Berechnungen und Mes- sungen für ein Rillenkugellager 6008 bei einer radialen Belastung von 1050 N
Abbildung 6.50	Gemessene Reibmomente und Außenringtem- peraturen eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei verschiedenen radialen Belastungen und ei- ner Öleinspritztemperatur von ca. 50 °C 170
Abbildung 6.51	Gemessene Reibmomente und Außenringtem- peraturen eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei verschiedenen radialen Belastungen und ei- ner Öleinspritztemperatur von ca. 65 °C 171
Abbildung 6.52	Experimentell ermittelte Planschverluste für ein Rillenkugellager 6206 172
Abbildung 6.53	Vergleich zwischen den berechneten und ge- messenen Reibmomenten eines einzelnen Ril- lenkugellagers 6206 bei einer radialen Belas- tung von 5,1 kN ( $C/P = 4$ ), und einer Ölein- spritztemperatur von ca 50 °C 172
Abbildung 6.54	Vergleich zwischen den berechneten und ge- messenen Reibmomenten eines einzelnen Ril- lenkugellagers 6206 bei einer radialen Belas- tung von 4,1 kN ( $C/P = 5$ ) und einer Ölein- spritztemperatur von ca. 50 °C 174

- Abbildung 6.55 Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Reibmomenten eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei einer radialen Belastung von 3,8 kN (C/P = 6) und einer Öleinspritztemperatur von ca. 50 °C 174
- Abbildung 6.56 Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Reibmomenten eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei einer radialen Belastung von 5,1 kN (C/P = 4) und einer Öleinspritztemperatur von ca. 65 °C 175
- Abbildung 6.57 Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Reibmomenten eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei einer radialen Belastung von 4,1 kN (C/P = 5) und einer Öleinspritztemperatur von ca. 65 °C 175
- Abbildung 6.58 Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Reibmomenten eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei einer radialen Belastung von 3,8 kN (C/P = 6) und einer Öleinspritztemperatur von ca. 65 °C 176
- Abbildung 6.59 Prüfstand für axial belastete Rillenkugellager in [Wit13] 176
- Abbildung 6.60 Gemessene Außenringtemperatur bei den Versuchen mit Öl 4 und Öl 5 [Wit13] 177
- Abbildung 6.61 Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Reibmomenten für axial belastete Rillenkugellager 6008, Öl 4, ohne Berücksichtigung des "*Heathcote*"-Effektes 178
- Abbildung 6.62 Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Reibmomenten für axial belastete Rillenkugellager 6008, Öl 4, mit Berücksichtigung des "*Heathcote*"-Effektes 178
- Abbildung 6.63 Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Reibmomenten für axial belastete Rillenkugellager 6008, Öl 5, ohne Berücksichtigung des *"Heathcote"*-Effektes 179
- Abbildung 6.64 Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Reibmomenten für axial belastete Rillenkugellager 6008, Öl 5, mit Berücksichtigung des "*Heathcote*"-Effektes 179
- Abbildung 6.65 Prüfkopf zur Reibmomentmessung bei kombinierten Belastungen von fettgeschmierten Wälzlagern [Balo5] 180

Abbildung 6.66 Vergleich von berechneten und gemessen Reibmomenten für Fett A [BP05] bei zwei verschiedenen Belastungen 181

### TABELLENVERZEICHNIS

Tabelle 2.1	Eigenschaften der untersuchten Schmierstoffe 5	
Tabelle 3.1	Einteilung der Schmierungszustände bei geschmier-	
- 1 11	ten Kontakten nach [Joh70] 9	
Tabelle 3.2	Faktoren und Exponenten für die Berechnung	
	der elastischen Zylinderverformung nach ver-	
	schiedenen Autoren 17	
Tabelle 3.3	Parameter der Barus- und Roelands-Gleichung	
	für Ol 5 44	
Tabelle 3.4	Ermittelte Parameter der <i>Tait-Doolittle</i> -Gleichung	
	für Öl 5 45	
Tabelle 4.1	Rauheitswerte der "Standard"-Scheiben und der	
	feinst bearbeiteten Scheiben im Ausgangszu-	
	stand für Öl 8 74	
Tabelle 4.2	Parameter der empirischen Ansatzfunktion zur	
	Vorhersage der maximal erreichbaren Schub-	
	spannungen für Öl 5       76	
Tabelle 4.3	Mindest- und Maximalwert der Betriebspara-	
	meter bei den Messungen für Öl 5 77	
Tabelle 4.4	Betriebsparameter für die Berechnung der lo-	
	kalen Schubspannung im EHD-Wälzkontakt für	
	Öl 2 84	
Tabelle 4.5	Parameter der Tait-Doolittle-Gleichung und der	
	<i>Carreau-</i> Gleichung für Öl 2 bei 60 °C 84	
Tabelle 5.1	Weiterentwicklung der Modellierung des Wälz-	
	lagerreibmoments basierend auf [Balo5] und	
	[Mey10] 92	
Tabelle 6.1	Betriebspunkte der Versuche aus [MNG10] 129	
Tabelle 6.2	Betriebspunkte der Versuche am Pleuellager-	
	Prüfstand 135	
Tabelle 6.3	Betriebspunkte der Versuche am Vier-Lager-Prüfstand	143
Tabelle 6.4	Betriebspunkte der Versuche am FE8-Prüfstand 151	
Tabelle 6.5	Beölungsvarianten am FE8-Prüfkopf bei $80 kN$ 162	
Tabelle 6.6	Betriebspunkte der Versuche am Vier-Lager-Prüfstand	171
Tabelle 6.7	Kombinierte Belastung für Messungen mit ei-	
	nem Rillenkugellager 6008 180	

## ABKÜRZUNGSVERZEICHNISSE

### Formelzeichen

mm <sup>2</sup>	Fläche
mm	größere Halbachse der elliptischen Kontaktflä- che eines Punktkontaktes
$W/m \cdot K$	Wärmeleitkoeffizient
-	Doolittle-Parameter
mm	kleinere Halbachse der elliptischen Kontaktflä- che eines Punktkontaktes
N/mm	Kontaktsteifigkeit eines einzelnen Zylinder-Zylinder-Kontaktes im Scheibenmodell
N/mm	Gesamt-Kontaktsteifigkeit eines Zylinders
-	thermischer Korrekturfaktor
mm	mittlerer Durchmesser
mm	Wälzkörperdurchmesser
N/mm <sup>2</sup>	reduzierter Elastizitätsmodul
N/mm <sup>2</sup>	Elastizitätsmodul
-	Beiwert für den drehzahlabhängigen Reibmo- mentanteil eines Wälzlagers
-	Beiwert für den lastabhängigen Reibmomentan- teil eines Wälzlagers
-	Schmiegung im Kontakt Wälzkörper/ Außenring- Laufbahn
Ν	axiale Belastung
-	von der Baureihe des Lagers abhängiger Bei- wert für die Berechnung des durch eine Axial- last am Bord verursachten Reibmomentanteils
Ν	Reibkraft am Bord
Ν	Reibkraft aufgrund des Differentialschlupfes
Ν	Fliehkraft
	mm <sup>2</sup> mm W/m · K - mm N/mm N/mm N/mm <sup>2</sup> - N/mm <sup>2</sup> - N/mm <sup>2</sup> - N

$f_{\rm IR}$	-	Schmiegung im Kontakt Wälzkörper/Innenring- Laufbahn
$F_{\rm N}$	Ν	Normalkraft
F <sub>R,grenz</sub>	Ν	Reibkraft-Anteil durch Grenzreibung
F <sub>rad</sub>	Ν	radiale Belastung
$F_{\rm roll}$	Ν	hydrodynamische Rollreibungskraft
$F_{\rm R}$	Ν	Reibkraft
Ζ	-	Anzahl der Wälzkörper
$G_{\infty}$	N/mm <sup>2</sup>	elastischer Schubmodul bei unendlich hoher Ver- formungsfrequenz oder Schergeschwindigkeit
$g_{\rm E}$	-	einheitsloser Elastizitätsfaktor eines EHD-Kontaktes
g <sub>v</sub>	-	einheitsloser Geschwindigkeitsfaktor eines EHD- Kontaktes
G	N/mm <sup>2</sup>	elastischer Schubmodul
G	-	Werkstoffparameter der EHD-Theorie
G'	N/mm <sup>2</sup>	Speichermodul
$H_0$	-	einheitsloser Parameter der EHD-Schmierfilmhöhe
$h_0$	mm	zentrale Schmierfilmhöhe
$h_{\min}$	mm	minimale Schmierfilmhöhe
$h_{\rm NN}$	-	Schmierfilmhöhe bei Berücksichtigung der nicht- Newtonschen Viskosität eines Fluides
$h_{\rm N}$	-	Schmierfilmhöhe unter Annahme eines Newtonschen Fluides
Н	mm	Höhe des Ölstandes bei Tauchschmierung
h	mm	Schmierfilmhöhe
Jr	-	Faktor zur Ermittlung der maximalen Kontakt- kraft
<i>K</i> <sub>0</sub>	N/mm <sup>2</sup>	isothermer Kompressionsmodul bei Atmosphä- rendruck nach [Jac91]
$K'_0$	-	Veränderungsrate des isothermen Kompressionsmoduls bei $p = 0$ in Abhängigkeit vom Druck
$K_{\rm IR}, K_{\rm AR}$	N/mm <sup>3/2</sup>	Kontaktsteifigkeit Wälzkörper/Laufbahn am Innen- bzw. Außenring

$l_{\rm eff}$	mm	effektive Wälzkörperlänge bei modifizierter Li- nienberührung
$l_{\rm s}$	mm	Scheibenbreite bei Scheibenmodellen
L <sub>th</sub>	-	thermischer Belastungsfaktor
1	mm	Zylinderlänge
$M_0$	Nmm	drehzahlabhängiger Reibmomentanteil
$M_1$	Nmm	lastabhängiger Reibmomentanteil
Ma	Nmm	durch Axiallast am Bord verursachter Reibmo- mentanteil
M <sub>bohr</sub>	Nmm	Bohrreibmoment zwischen den Laufbahnen und den Wälzkörpern
M <sub>BRG,race</sub>	Nmm	Rollreibmoment im Wälzkörper-Laufbahn-Kontakt
M <sub>BRG,rib</sub>	-	Reibmoment am Bord
$M_{\rm diff}$	Nmm	Reibanteil aufgrund des Differentialschlupfes
M <sub>drag</sub>	Nmm	Reibmomentanteil aufgrund von Strömungsver- lusten einschließlich Scherung, Verwirbelung, Stoßimpulse und Planschen
$M_{\rm ges}$	Nmm	gesamtes Reibmoment des Lagers
$M_{\rm g}$	Nmm	Kreiselmoment
M <sub>Koryciak</sub>	Nmm	gesamtes berechnetes Reibmoment nach [Koro7]
M <sub>mess</sub>	Nmm	gemessenes Reibmoment
$M_{\rm mol}$	kg/kmol	Molekülmasse
M <sub>plansch</sub>	Nmm	Reibmoment aufgrund des Planschverlustes
$M_{\rm roll, LFZ}$	Nmm	Rollreibmoment in der lastfreien Zone nach [Koro7]
$M_{\rm roll,LZ}$	Nmm	Rollreibmoment in der Lastzone nach [Koro7]
M <sub>roll,red</sub>	Nmm	hydrodynamisches Rollreibmoment bei einer Mi- nimalmengenschmierung
$M_{\rm roll,voll}$	Nmm	hydrodynamisches Rollreibmoment bei einer Voll- schmierung
$M_{\rm roll}$	Nmm	Reibmoment aus hydrodynamischer Rollreibung zwischen den Laufbahnen und den Wälzkör- pern

$M_{\rm rr}$	Nmm	Rollreibmoment nach [SKF08], enthält hydro- dynamische Rollreibung und Hysterese
M <sub>RWDR</sub>	Nmm	Reibmoment eines Radialwellendichtrings
$M_{\rm seal}$	Nmm	Dichtungsreibmoment
$M_{ m sl}$	Nmm	Gleitreibmoment
$M_{\rm teil}$	Nmm	Reibanteil eines Kontaktflächen-Elementes
M <sub>verf</sub>	Nmm	Reibmoment aufgrund der irreversiblen Verfor- mungsarbeit in den Kontaktbereichen der Wäl- zelemente
М	Nmm	Gesamtreibmoment eines Lagers nach Palmgren
$n_{\rm K}$	1/min	Drehzahl des Käfigs
n <sub>WK</sub>	1/min	Drehzahl eines Wälzkörpers
п	1/min	Drehzahl
$\bar{p}$	N/mm <sup>2</sup>	mittlerer Druck
$P_1$	Ν	maßgebende äquivalente Belastung für das Reib- moment
$P_{\rm diff}$	W	Reibleistung aufgrund des Differentialschlup- fes
$p_{luft}$	N/mm <sup>2</sup>	Atmosphärendruck
р	N/mm <sup>2</sup>	Druck
Р	mm	lokale Profilhöhe
$Q_0$	Ν	maximale Kontaktkraft im Scheitelpunkt der Last- zone
QΨ	Ν	Kontakt-Normalkraft eines Wälzkörpers in der Position Ѱ
$Q_{\rm AR}$	Ν	Kontaktkraft zwischen Wälzkörper und Außen- ring
Q <sub>bord</sub>	Ν	Kontaktkraft am Bord
$Q_{\rm IR}$	Ν	Kontaktkraft zwischen Wälzkörper und Innen- ring
Q	-	Lasttraganteil der Festkörperkontakte bei Misch- reibung
Q	Ν	Kontakt-Normalkraft Wälzkörper/Laufbahn

$\sum R_{\rm p}$	mm	Glättungstiefen im dynamischen Dichtkontakt			
<i>R</i> <sub>0</sub>	-	Anteil des belegten Volumens in einem Fluid oder Elastomer im Vergleich zum gesamten Vo- lumen bei der Referenztemperatur und dem Druck $p = 0$			
r <sub>a</sub>	mm	Außendurchmesser einer Welle			
Rq	mm	geometrischer Mittenrauwert			
<i>p</i> *	-	charakteristische Pressung für die Berechnung der maximal erreichbaren lokalen Schubspan- nung			
R	mm	reduzierter Krümmungsradius			
$S_{\rm el}$	-	elastischer Anteil des Gesamtschlupfs			
S <sub>gl</sub>	-	Gleitanteil des Gesamtschlupfs bei Festkörper- reibung			
$S_{\rm sol}$	-	Gesamtschlupf der Festkörperreibung			
S	-	Schlupf			
S	mm	Lagerspiel			
Т	°C	Temperatur			
$T_{\rm RWDR}$	°C	Temperatur des Schmierstoffes im Dichtspalt			
$T_{\rm sumpf}$	°C	Temperatur des Schmierstoffes im Ölsumpf			
t	S	Zeit			
ū	mm/s	mittlere Geschwindigkeit			
<i>U</i> <sub>e</sub>	-	Geschwindigkeitsparameter der EHD-Theorie in Strömungsrichtung			
<i>u</i> <sub>hydr</sub>	mm/s	hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit			
U	-	Geschwindigkeitsparameter der EHD-Theorie			
и	m/s	Geschwindigkeit			
υ	m/s	Geschwindigkeit			
W <sub>e,pkt</sub>	-	Belastungsparameter der EHD-Theorie in Strö- mungsrichtung			
Wi	-	Weissenberg-Zahl			
<i>x</i> , <i>x</i> ′	mm	Koordinate in x-Richtung			

y, y'	mm	Koordinate in y-Richtung				
z	mm	Koordinate in z-Richtung				
Griechische Formelzeichen						
αρ	1/K	Temperaturkoeffizient der Dichte				
α <sub>0</sub>	rad	Nenndruckwinkel				
$\alpha_{\rm p,2000}$	N/mm <sup>2</sup>	Druck-Viskositäts-Koeffizient bei 2000 bar				
α <sub>p</sub>	N/mm <sup>2</sup>	Druck-Viskositäts-Koeffizient				
β	rad	Winkel zur Beschreibung der relativen räum- lichen Winkelabweichung zwischen der Dreh- achse einer Kugel und der Hauptachse der La- gerrotation				
$eta_{ ext{th}}$	1/K	Temperatur-Viskositäts-Koeffizient				
Δ	mm	Seitenlänge eines 2D-Gitters				
δ	mm	elastische Verformung				
$\delta_{\mathrm{ax}}$	-	axiale elastische Verformung				
$\delta_{ m e}$	mm	elastische Verformung eines Zylinder-Zylinder- Kontaktes				
η	N/mm <sup>2</sup>	dynamische Viskosität				
$\eta_0$	N/mm <sup>2</sup>	dynamische Viskosität bei niedrigem Scherge- fälle				
$ar{\dot{\gamma}}$	-	mittles Schergefälle				
$ar{\gamma}$	rad	mittlere Scherung				
$\dot{\gamma}$	1/s	Schergefälle				
$\gamma$	rad	Scherung				
$\gamma_{ m elastisch}$	rad	elastischer Anteil der gesamten Scherung				
$\gamma_{ m gesamt}$	rad	gesamte Scherung				
$\gamma_{ m viskos}$	rad	viskoser Anteil der gesamten Scherung				
L	mm	Verschiebung des Angriffspunktes der resultie- renden Normalkraft von der geometrischen Zen- trale der Kontaktfläche				
κ	-	Dämpfungsfaktor des Lagerwerkstoffes				

κ	-	Verhältnis der Halbachsen bei elliptischer Kon- taktfläche			
Λ	-	Druck-Grenzschubspannung-Koeffizient			
λ	-	spezifische Schmierfilmhöhe			
$\lambda_{\mathrm{rel}}$	S	Relaxationszeit			
μ	-	Reibwert			
$\mu_0$	-	Grenzreibwert des Radialwellendichtrings			
ν	N/mm <sup>2</sup>	kinematische Viskosität			
$\nu_{ m poisson}$	-	Querkontraktionszahl			
ω	1/S	Winkelgeschwindigkeit			
$\omega_{ m IR}$	-	Winkelgeschwindigkeit des Innenrings			
$\omega_{ m K}$	1/S	Winkelgeschwindigkeit des Käfigs			
$\omega_{ m WK}$	1/s	Winkelgeschwindigkeit des Wälzkörpers			
Ψ	rad	Positionswinkel			
$\Phi_{ m FS}$	-	Korrekturfaktor für Fettschmierung für Verdi- ckereffekt plus Starvation			
$\Phi_{\rm ish}$	-	Schmierfilmdickenfaktor			
$\Phi_{\text{rs}}$	-	Schmierstoffverdrängungsfaktor			
hobord,bohr	mm	Hebelarm eines Elementes der Kontaktfläche am Bord zur Berechnung des Bohrreibmoments			
ξ	-	Einheitsvektor der Gleitgeschwindigkeit in ei- nem Element der Kontaktfläche am Bord			
ρ	1/mm	Krümmung			
σ	mm	Summe der Standardabweichungen der Rauheits- profile der sich berührenden Körper			
$ar{ au}$	N/mm <sup>2</sup>	mittlere Schubspannung			
τ	N/mm <sup>2</sup>	Schubspannung			
$\bar{\tau}_{\max}$	N/mm <sup>2</sup>	maximal erreichbare mittlere Schubspannung			
$ au_0$	N/mm <sup>2</sup>	Grenzschubspannung beim Druck $p = 0$			
$ au_{\rm C}$	N/mm <sup>2</sup>	kritische Schubspannung			
$ au_{ m L}$	m <sup>2</sup>	Grenzschubspannung (Limiting shear stress)			

$ au_{\max}$	$N/mm^2$	maximal erreichbare lokale Schubspannung		
ξ	-	Proportionalitätsfaktor zwischen der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung und der mittleren Pressung		
Indizes				
AR		Außenring		
bohr		Bohrbewegung		
bord		Bord		
fest		Festkörper		
fluid		Fluid		
ges		gesamt		
Hertz		Hertzsche Theorie		
IR		Innenring		
isoth		isotherm		
i		Wälzkörper Nr. i		
j		Scheibe Nr. j des Scheibenmodells		
Κ		Käfig		
lin		Linienkontakt		
max		maximal		
min		minimal		
pkt		Punktkontakt		
ref		Referenz		
sol		Festkörper		
th		thermisch		
WK		Wälzkörper		
x		in x-Richtung		
у		in y-Richtung		
1,2,		Unterscheidungsindex		

Gegenwärtig werden hohe technische Anforderungen an die Antriebstechnik gestellt: Einerseits streben industrielle Hersteller ständig danach, trotz der stets zunehmenden Betriebsbeanspruchungen Produkte mit höherer Zuverlässigkeit bzw. längerer Lebensdauer auf den Markt zu bringen, andererseits verlangt die Ökologie nach mehr Effizienz, Ressourcenschonung und reduzierten Treibhausgasemissionen.

Angesichts dieses Hintergrundes ist eine Reduzierung der Reibung von Antriebssystemen von großer Bedeutung. Dies bedeutet nicht nur einen optimierten Wirkungsgrad des Systems und damit eine Energieeinsparung bzw. Verbrauchsreduktion, sondern auch eine Senkung der mit der Reibleistung einhergehenden Erwärmung der Maschinenelemente, die anderenfalls die Funktionalität sowie Zuverlässigkeit der Produkte beeinträchtigen könnte.

Die Reibungsreduktion eines Antriebssystems erfolgt in erster Linie durch die Minimierung der Reibung aller seiner Komponenten. Neben anderen Bauteilen oder Baugruppen, wie beispielsweise Synchronisierungen, Zahnräder und Dichtungen, gehört das Wälzlager zu den am häufigsten verwendeten Antriebskomponenten. Die Reibung der Wälzlager ist bereits seit Langem von großem Interesse und intensiv untersucht worden. Der Grund dafür besteht einerseits in der Tatsache, dass Wälzlager in der Regel einen maßgeblichen Anteil an der Gesamtreibung des Antriebssystems haben. Andererseits ist der Zusammenhang zwischen der Reibung und anderen Kenngrößen, wie beispielsweise der Schmierstoff-Gebrauchsdauer, von großer praktischer Bedeutung.

Das Reibmoment eines Wälzlagers lässt sich von der Geometrie, mechanischen Belastungen, der Drehzahl sowie Schmierungsbedingungen bzw. Schmierstoffeigenschaften beeinflussen. Im Vergleich zu früher sind Wälzlager heutzutage in vielen Anwendungen unter verschärften oder bisher nicht untersuchten Betriebsbedingungen eingesetzt. Ein Beispiel dafür ist die Automobilindustrie. Aufgrund der Tendenz zum "Downsizing" ist die Wälzlagerung des Fahrzeugantriebsstrangs sowohl unter Berücksichtigung der eingeengten geometrischen Randbedingungen als auch der höheren Beanspruchungen hinsichtlich Belastung, Drehzahl und Betriebstemperaturen auszulegen. Es besteht daher die Notwendigkeit, das Reibmoment der Wälzlager genauer als bisher vorhersagen zu können.

In erster Linie stehen zurzeit Katalogmethoden von Wälzlagerherstellern für die Berechnung des Reibmoments von Wälzlagern zur Verfügung. Üblicherweise basieren solche Katalogansätze auf vereinfachten Formeln mit empirisch ermittelten Tabellenwerten, um dem Kunden eine schnelle Abschätzung des Reibmoments zu ermöglichen. Eine der am häufigsten verwendeten Katalogmethoden ist der klassische Ansatz nach *Palmgren*, der heute infolge seiner beschränkten Genauigkeit in der Regel nur zur ersten groben Abschätzung dient. Ferner besteht ein Nachteil darin, dass die Katalogverfahren kein tiefergehendes Verständnis über die physikalischen Wirkmechanismen der Reibung bzw. über deren Wechselwirkung vermitteln, was aber eine wesentliche Voraussetzung für die Optimierung des Systemverhaltens ist.

In der Regel gehen die Bewegungswiderstände eines Wälzlagers in wesentlichen Teilen auf die Verluste in EHD-Kontakten zurück. Kenntnisse über die Reibung eines EHD-Kontaktes spielen daher eine kritische Rolle für eine genauere Ermittlung des Lagereibmoments. Dabei ist die Reibung hauptsächlich von Parametern wie den tribologischen Eigenschaften des Schmierstoffes, von der Geometrie, dem Werkstoff sowie von der Oberflächenbeschaffenheit der Kontaktpartner in Zusammenhang mit Betriebsbedingungen und Schmierungszuständen abhängig.

Werden alle EHD-Kontakte in einem Wälzlager und die dortigen Schmierstoffeigenschaften zutreffend beschrieben, so können die Reibungskräfte innerhalb dieser Kontaktstellen entsprechend deren unterschiedlichen Entstehungsmechanismen berechnet werden. Dies setzt voraus, dass die Lastverteilung, die Bewegungsverhältnisse sowie die Temperatur im Wälzlager hinreichend genau ermittelt werden. Ferner liegen Reibungsquellen außerhalb der EHD-Kontakte vor, wie beispielsweise der sogenannte "Planschverlust" bei einer Ölschmierung. Aufgrund der komplexen hydrodynamischen Vorgänge des Problems wird dieser Reibungsanteil bisher vorwiegend experimentell ermittelt.

#### 2.1 ZIELSETZUNG DER ARBEIT

Ziel dieser Arbeit ist, ausgehend von der Vorarbeit von [Balo5] und [Mey10] Berechnungsgrundlagen zur Vorhersage des Reibmoments eines Wälzlagers durch theoretische und experimentelle Untersuchungen zu entwickeln, die auf physikalischer Basis realitätsnähere Ergebnisse liefern und gestatten, das Lagerreibmoment in Abhängigkeit von

- Lagerauslegung und -geometrie,
- Betriebsbedingungen,
- Belastungskollektiven,
- tribologischen bzw. rheologischen Eigenschaften des Schmierstoffes und
- Schmierungsart

zu berechnen, um damit notwendige Informationen für die Wirkungsgradoptimierung eines wälzgelagerten Systems bereitzustellen.

#### 2.2 LÖSUNGSWEG

Der in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Lösungsweg zum Erreichen der oben erwähnten Ziele wird in Abbildung 2.1 dargestellt.

Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit ist eine Literaturrecherche zum Stand der Forschung und Technik hinsichtlich Wälzlagerreibung bzw. rheologischen Schmierstoffeigenschaften. Um das Reibmoment berechnen zu können, werden Lastverteilung und Bewegungsverhältnisse im Wälzlager ermittelt. Die rheologischen Eigenschaften der Schmierstoffe stellen einen Schwerpunkt dar. Einerseits lassen sich Parameter wie dynamische Viskosität oder Dichte des Schmierstoffes labortechnisch durch Hochdruckviskometer ermitteln, andererseits wird der Zusammenhang zwischen der Schubspannung und dem Schergefälle eines EHD-Kontaktes mithilfe von Modellversuchen ermittelt. Basierend auf den experimentell gewonnenen Erkenntnissen wird ein Fluidmodell entwickelt, das die rheologischen Eigenschaften des Schmierstoffes beschreiben kann und weiter in die Modellierung der Wälzlagerreibung einfließt. Die Eigenschaften der in der vorliegenden Arbeit betrachteten Schmierstoffe sind Tabelle 2.1 zu entnehmen.



Abbildung 2.1: Lösungsweg zum Erreichen der Zielsetzung der vorliegenden Arbeit

Bezeic- hnung	Grundölbasis	Dichte bei 15 °C, g/cm <sup>3</sup>	Viskosität bei 40 °C, mm²/s	Viskosität bei 100 °C, mm <sup>2</sup> /s	Kommentar
Öl 1	Ester	0,865	23	4,7	Grundöl von Fett A [Balo5]
Öl 2	PAO/Mineral	0,870	280	22	Grundöl von Fett D [Balo5]
Öl 3	Mineral	0,878	94,02	10,09	FVA- Reference- Öl Nr.3 ohne Anglamol [Walo4]
Öl 4	Mineral	0,885	90	10	High- Reference- Öl [Wit10]
Öl 5	Teilsynthetisch	0, 883	64	9,5	Low- Reference- Öl [Wit10]
Öl 6	Synthetisch	0,85	64	11,6	Motoröl [Hol13]
Öl 7	Synthetisch	0,84	68	10,7	Industrie- Grundöl [Hac11]
Öl 8	Mineral	0, 894	220	18,3	Getriebeöl [Aul13]

Tabelle 2.1: Eigenschaften der untersuchten Schmierstoffe

#### 6 ZIELSETZUNG UND LÖSUNGSWEG

Liegen alle notwendigen Parameter vor, so kann das Reibmoment des Wälzlagers berechnet werden. Zur Validierung der entwickelten Modelle werden die Berechnungsergebnisse mit einer Vielzahl eigener bzw. aus der Literatur entnommener experimenteller Untersuchungen verglichen.

#### THEORETISCHE GRUNDLAGEN

#### 3.1 WÄLZLAGER UND EHD-SCHMIERUNG

Die Hauptfunktionen der Wälzlager bestehen in der Fixierung von Wellen oder Achsen, der Aufnahme der auf sie wirkenden Radial-/Axialkräfte bzw. Kippmomente und der gleichzeitigen Ermöglichung ihrer Rotationsbewegungen. Geometrisch betrachtet besteht ein Wälzlager hauptsächlich aus einem Innenring, einem Außenring und einem Satz von mehreren Wälzkörpern. Der Innen- und Außenring ist jeweils fest mit den sich relativ bewegenden Bauteilen verbunden, in vielen Fällen der Welle und dem Lagergehäuse. Die Wälzkörper befinden sich zwischen den beiden Ringen und rollen während des Laufens auf den Laufbahnen der Ringe ab. Hinsichtlich der Rotationsbewegung des Wälzlagers kommen Wälzkörper in verschiedenen Formen zum Einsatz, beispielsweise in Kugelform (Rillenkugellager, Schrägkugellager), in Zylinderform (Zylinderrollenlager, Nadellager) oder in Kegelform (Kegelrollenlager). In Abbildung 3.1 werden als Beispiel die Hauptbauteile eines Rillenkugellagers bzw. eines Zylinderrollenlagers schematisch dargestellt. Ferner verfügen Wälzlager üblicherweise über einen Käfig, der die Wälzkörper in gleichmäßigem Abstand trennt und damit der Berührung und dem Gleiten der Wälzkörper gegeneinander entgegenwirkt.



Rillenkugellager

Zylinderrollenlager



Die Kraftübertragung zwischen dem Innen- und Außenring erfolgt über die Wälzkörper. Dabei bilden sich belastete Kontakte, vor allem zwischen den Wälzkörpern und den Laufbahnen. Infolge der kontraformen Kontaktflächen zwischen Laufbahnen und Wälzkörpern kann sich bereits bei üblichen industriellen Betriebsbedingungen eine Flächenpressung von bis zu 4 GPa ergeben. Diese Beanspruchung führt zu einer elastischen Verformung in Form einer Abplattung oder Eindellung der Kontaktflächen. Damit bildet sich eine Druckfläche in der Kontaktstelle aus. Theoretisch ergibt sich eine elliptische Druckfläche aus dem Punktkontakt bei Kugellagern und eine rechteckige Druckfläche aus dem Linienkontakt bei Rollenlagern (Abbildung 3.2).



Abbildung 3.2: Punktkontakt (links) und Linienkontakt (rechts)

Bei Rollenlagern, wie beispielsweise Kegelrollenlagern oder axial belasteten Zylinderrollenlagern, ist der Kontakt zwischen den Rollenstirnflächen und dem Bord hinsichtlich der Kraftübertragung und des Reibungsverhaltens von großer Bedeutung. Üblicherweise ergibt die Sollgeometrie der Rollenstirnflächen und der Borde im Neuzustand einen Punktkontakt, Abbildung 3.3.

Eine zuverlässige Funktionalität und ausreichende Gebrauchsdauer von Wälzlagern ist ohne Schmierung undenkbar. Schmierstoffe werden eingesetzt, um in erster Linie die Reibung und den Verschleiß der Kontaktstellen in Wälzlagern durch eine vollständige oder teilweise Trennung der Kontaktflächen zu vermindern [SS08]. Die am häufigsten eingesetzten Schmierstoffe für Wälzlager sind Fette und
9

theoretische elliptische Druckfläche



theoretische Punktberührung

Abbildung 3.3: Schematische Darstellung des Punktkontakts am Bord eines Kegelrollenlagers

Ole. Unter besonderen Einsatzbedingungen, wie zum Beispiel in einem Vakuum oder bei hohen Temperaturen, werden Wälzlager auch mit Festschmierstoffen geschmiert. In der vorliegenden Arbeit wird die Fett- und die Ölschmierung betrachtet.

Bei der Verwendung von Schmierfetten oder -ölen in Wälzlagern stellt sich eine hydrodynamische Schmierung (HD-Schmierung) ein, wenn das viskose Schmieröl durch die Bewegung der Kontaktkörper in die sich verengenden Schmierspalte gefördert wird. Dabei bildet sich ein flüssiger Schmierfilm, der aufgrund des aufgebauten hydrodynamischen Drucks die beiden Kontaktkörper trennen kann. Prinzipiell kann der Schmierungszustand eines geschmierten Kontakts hinsichtlich der Einflüsse der Druckabhängigkeit der Schmierstoffviskosität sowie elastischer Verformungen der Festkörper in vier Merkmalsgruppen zusammengefasst werden, die in Tabelle 3.1 verdeutlicht sind [Joh70], [Hoo77], [Ham91].

Schmierungszustand	Druckabhängigkeit der Viskosität	Elastische Verfor- mung
Isoviskos-starr	vernachlässigt	vernachlässigt
Isoviskos-elastisch	vernachlässigt	berücksichtigt
Piezoviskos-starr	berücksichtigt	vernachlässigt
Piezoviskos-elastisch	berücksichtigt	berücksichtigt

Tabelle 3.1: Einteilung der Schmierungszustände bei geschmierten Kontakten nach [Joh70]

Eine quantifizierte Einteilung des Schmierungszustandes bei Linienkontakten erfolgt durch die von *Johnson* vorgeschlagenen einheitslosen Faktoren  $g_E$  und  $g_v$ , die jeweils dem Einfluss der elastischen Verformung und der Druckabhängigkeit der Schmierstoffviskosität entsprechen [Joh70]:

$$g_{\rm v} = \left(\frac{\alpha^2 \cdot w^3}{\eta_0 \cdot U \cdot R^2}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (3.1)$$

$$g_{\rm E} = \left(\frac{w^2}{\eta_0 \cdot U \cdot R \cdot E'}\right)^{\frac{1}{2}} . \tag{3.2}$$

Die Merkmalsgruppen des Schmierungszustands lassen sich somit grafisch als die Funktion von  $g_E$  und  $g_v$  in der Form unterschiedlicher Zonen in Abbildung 3.4 verdeutlichen.



Abbildung 3.4: Einteilung des Schmierungszustands eines Linienkontakts mit Übergangszonen nach [OC80]

Abbildung 3.4 zeigt, dass

- bei einer Zunahme von g<sub>E</sub> der Schmierungszustand von "starr" in "elastisch" übergeht und
- bei einer Zunahme von g<sub>v</sub> der Schmierungszustand von "isoviskos" zu "piezoviskos" übergeht.

Analog zum Linienkontakt gelang es *Hamrock* und *Dowson*, die Schmierungszustände eines Punktkontakts in die oben aufgelisteten

vier Merkmalsgruppen einzuordnen [HD78]. Dabei sind ebenfalls Faktoren  $g_E$  und  $g_v$  definiert worden. Zudem spielt das Verhältnis der Halbachsen der elliptischen Druckfläche  $\kappa$  eine wichtige Rolle.

Der Schmierungszustand eines Wälzlagers befindet sich in der Regel aufgrund des erhöhten Kontaktdrucks in der Zone "Piezo-elastisch", was einer elastohydrodynamischen Schmierung (EHD-Schmierung) entspricht. Die EHD-Schmierung lässt sich dadurch charakterisieren, dass die elastische Deformation der geschmierten Oberflächen von Wälzkörpern sowie Laufbahnen in einer Größenordnung vergleichbar der aufgebauten hydrodynamischen Schmierfilmhöhe liegt. In Wälzkontakten nimmt die Viskosität des sich im Kontakt befindenden Schmierstoffes aufgrund des erhöhten Kontaktdrucks exponentiell zu. Infolgedessen wird die EHD-Schmierung für elastisch wenig nachgiebige Kontakte auch als "harte EHD" bezeichnet. Im Vergleich zu "harter EHD" liegt der Druck bei einer "isoviskos-elastischen" Schmierung, wie beispielsweise dem Kontakt zwischen einem Radialwellendichtring und einer Welle, viel geringer, üblicherweise bei 1 MPa [SSo8]. Die elastische Verformung der Gummilippe des Radialwellendichtrings resultiert aus deren im Vergleich zum Lagerstahl niedrigeren Elastizität. Dabei kann die Druckabhängigkeit des Schmierstoffes vernachlässigt werden. Eine derartige EHD-Schmierung wird aufgrund des niedrigen Elastizitätsmoduls des Festkörpers auch als "weiche EHD" bezeichnet. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit bezieht sich der Ausdruck "EHD-Schmierung" ausschließlich auf "harte EHD-Schmierung".

### 3.2 EHD-THEORIE

### 3.2.1 Zugrundeliegende Gleichungen

Die EHD-Theorie geht zurück auf das Jahr 1886, in dem *Reynolds* seine in Fachkreisen viel beachtete Formel zur Berechnung der Pressungsverteilung in einem dünnen Schmierfilm veröffentlichte [Rey86]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^{3}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h^{3}\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 6 \eta \left(u_{1} + u_{2}\right)\frac{\partial h}{\partial x} + 12 \eta \frac{\partial h}{\partial t} .$$
 (3.3)

Diese klassische *Reynolds-*Gleichung wurde aus den inkompressiblen *Navier-Stokes-*Gleichungen und der Kontinuitätsgleichung für inkompressible und *Newton*sche Fluide hergeleitet. Des Weiteren beschränkt sich die Gleichung auf die Annahme, dass die Fluideigenschaften über der Schmierfilmhöhe konstant bleiben. Diese Beschränkungen haben sich allerdings als nicht erforderlich erwiesen. Verallgemeinerte Formen der *Reynolds-*Gleichung hinsichtlich der Kompressibilität, des Temperatureinflusses und der nicht-*Newton*schen Eigenschaten der Fluide wurden u.a. von *Dowson* [Dow62], *Najji* [NSB89] bzw. von *Yang* und *Wen* [YW90] (Gleichung 3.4) abgeleitet. Sie ermöglichen es, die Kompression sowie die nicht-*Newton*schen Eigenschaften des Fluids zu berücksichtigen:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\rho}{\eta} \right)_{e} h^{3} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \frac{\rho}{\eta} \right)_{e} h^{3} \frac{\partial p}{\partial y} \right] = 12 \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho^{*} u_{m} h \right) . \quad (3.4)$$

wobei

$$\begin{split} u_{\rm m} &= \frac{u_1 + u_2}{2} ,\\ \left(\frac{\rho}{\eta}\right)_{\rm e} &= 12 \left(\frac{\eta_{\rm e} \rho_{\rm e}'}{\eta_{\rm e}' - \rho_{\rm e}''}\right) ,\\ \rho^* &= \frac{\left[\rho_{\rm e}' \eta_{\rm e} \left(u_2 - u_1\right) + \rho_{\rm e} u_1\right]}{u_{\rm m}} ,\\ \rho_{\rm e} &= \frac{1}{h} \int_0^h \rho \, dz ,\\ \rho_{\rm e}' &= \frac{1}{h^2} \int_0^h \rho \int_0^z \frac{dz'}{\eta} \, dz ,\\ \rho_{\rm e}'' &= \frac{1}{h^3} \int_0^h \rho \int_0^z \frac{z' \, dz'}{\eta} \, dz ,\\ \frac{1}{\eta_{\rm e}} &= \frac{1}{h} \int_0^h \frac{dz}{\eta} ,\\ \frac{1}{\eta_{\rm e}'} &= \frac{1}{h^2} \int_0^h \frac{z \, dz}{\eta} \end{split}$$

ist.

Wie in der verallgemeinerten *Reynolds*-Gleichung dargestellt ist, sind die Dichte und dynamische Viskosität eines Fluids über den Schmierfilm zu integrieren. Sie sind beide Funktion von Temperatur und Druck. Ferner kann ein nicht-*Newton*sches Verhalten des Fluids ebenfalls von der verallgemeinerten *Reynolds*-Gleichung berücksichtigt werden, indem die dynamische Viskosität als Funktion der Scherrate  $\dot{\gamma}$ behandelt wird.

Zum Lösen des Kontaktproblems von zwei elastischen kontraformen Festkörpern leitete *Hertz* 1882 analytische Formeln ab, mit denen sich noch heute viele Kontaktprobleme berechnen lassen [Her82]. Ein Punktkontakt ist schematisch in Abbildung 3.5 dargestellt.

Werden zwei elastische Halb-Ellipsoide 1 und 2 unter der Last Q zusammen gepresst, bildet sich eine elliptische Kontaktfläche aus. Dabei werden die größere und kleinere Halbachse mit *a* und *b* bezeichnet. Die Geometrie der Kontaktkörper an der Kontaktstelle wird mit ihren Krümmungsradien in zwei zueinander senkrecht liegenden Hauptkrümmungsebenen beschrieben, wobei sie ihren Maximalbzw. Minimalwert erreichen. Die Koordinaten werden so gelegt, dass die Hauptkrümmungsebenen der *x-z-* und der *y-z-*Ebene entsprechen und die folgende Bedingung gilt:

$$\frac{1}{r_{1y}} + \frac{1}{r_{2y}} > \frac{1}{r_{1x}} + \frac{1}{r_{2x}} .$$
(3.5)



Berührungsverhältnis vor der Verformung

Abbildung 3.5: *Hertz*sche Berührungsverhältnisse bzw. Kontaktfläche zweier elastischer Halb-Ellipsoiden

#### 14 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

In die Berechnung werden Krümmungsradien einer konvexen Oberfläche mit positivem und einer konkaven Oberfläche mit negativem Vorzeichen eingesetzt. Die Krümmungen  $\rho$  sind die Reziprokwerte der entsprechenden Krümmungsradien r:

$$\rho = \frac{1}{r} \,. \tag{3.6}$$

Die Werkstoffe der Festkörper sind als homogen und isotrop anzunehmen. Ein reduzierter Elastizitätsmodul  $E_0$  wird zur Beschreibung der Werkstoffeigenschaften der beiden Kontaktkörper eingeführt:

$$E_0 = \frac{2}{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}} \,. \tag{3.7}$$

Durch die Berechnungsformeln nach *Hertz* können die maximale Flächenpressung  $p_{max}$ , die größere und kleinere Halbachse *a* und *b* bzw. die Annäherung beider Kontaktkörper  $\delta$  wie folgt berechnet werden:

$$p_{\max} = 1,5 \ \bar{p} = 1,5 \ \frac{Q}{\pi \ a \ b}$$
, (3.8)

$$\delta = \mathcal{F} \cdot \sqrt[3]{\frac{4, 5 \cdot \sum \rho}{\mathcal{E}}} \cdot \left(\frac{Q}{\pi \kappa E_0}\right)^2, \qquad (3.9)$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{6 \kappa^2 \mathcal{E} Q}{\sum \rho E_0}}, \qquad (3.10)$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \mathcal{E} Q}{\sum \rho E_0}}.$$
(3.11)

Dabei gilt

$$\sum \rho = \frac{1}{r_{1y}} + \frac{1}{r_{2y}} + \frac{1}{r_{1x}} + \frac{1}{r_{2x}} .$$
(3.12)

Die Formeln 3.9, 3.10 und 3.11 enthalten sowohl die vollständigen elliptischen Integrale  $\mathcal{E}$  und  $\mathcal{F}$ , als auch das Halbachsenverhältnis  $\kappa$ , das eine Funktion von  $\mathcal{E}$  und  $\mathcal{F}$  ist. Unter mathematischen Gesichtspunkten sind iterative Prozesse zur Lösung der *Hertz*schen Gleichungen erforderlich. Deren Einsatz stellt für Ingenieuranwendungen ein aufwändiges Problem dar. Es kann umgangen werden, indem die elliptischen Integrale und das Halbachsenverhältnis in den Parametern  $2K/\pi u$ ,  $\mu_{\text{Hertz}}$  und  $\nu_{\text{Hertz}}$  zusammengefasst werden, die als Tabellenwerte in Abhängigkeit vom Hilfsbeiwert  $\cos(\tau)$  nachgeschlagen werden können [BEHW09]:

$$\delta = 1.5 \frac{2K}{\pi u} \sqrt[3]{\frac{\sum \rho Q^2}{E_0^2 3}}, \qquad (3.13)$$

$$a = \mu_{\text{Hertz}} \sqrt[3]{\frac{Q}{E_0 \sum \rho}}, \qquad (3.14)$$

$$b = \nu_{\text{Hertz}} \sqrt[3]{\frac{Q}{E_0 \sum \rho}}, \qquad (3.15)$$

$$cos(\tau) = \left| \frac{r_{1x} - r_{1y} + r_{2x} - r_{2y}}{\sum \rho} \right|.$$
 (3.16)

Alternativ zur Berechnung mittels Tabellenwerten gelang es *Brewe* und *Hamrock*, durch Regressionsverfahren die Parameter  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{F}$  und  $\kappa$  als Funktion der Krümmungsradien mit analytischen Näherungsformeln zu berechnen [HD81], [Bar96]:

$$\mathcal{E} = 1,0003 + 0,5968 \cdot \frac{R_y}{R_x},$$
 (3.17)

$$\mathcal{F} = 1,5277 + 0,6023 \cdot \ln\left(\frac{R_x}{R_y}\right)$$
, (3.18)

$$\kappa = \frac{a}{b} = 1,0339 \cdot \left(\frac{R_{\rm x}}{R_{\rm y}}\right)^{0,6360}$$
, (3.19)

wobei

$$\frac{1}{R_{\rm x}} = \frac{1}{r_{\rm 1x}} + \frac{1}{r_{\rm 2x}} , \qquad (3.20)$$

$$\frac{1}{R_{\rm y}} = \frac{1}{r_{\rm 1y}} + \frac{1}{r_{\rm 2y}}$$
(3.21)

ist.

Die Gleichungen 3.9, 3.10 und 3.11 können somit durch Einsatz der Formeln 3.17, 3.18 und 3.19 analytisch berechnet werden. Der Vorteil im Vergleich zu den Tabellenwerten liegt dabei darin, dass der Programmierungsaufwand dank der wenigen analytischen Formeln erheblich reduziert und die Berechnungsgenauigkeit wegen des Wegfalls der Interpolation erhöht werden kann. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden zur Berechnung des *Hertz*schen Kontaktproblems die Näherungsformeln nach *Hamrock* und *Brewe* verwendet.

Wie in Abbildung 3.6 dargestellt, kann ein Linienkontakt durch zwei sich berührende parallel ausgerichtete Zylinder modelliert werden. Unter einer Anpresskraft Q bildet sich theoretisch eine annähernd rechteckige Kontaktfläche mit einer Halbbreite b und einer Länge l aus. Nach der *Hertz*schen Theorie kann die Halbbreite b bzw. die maximale Pressung  $p_{max}$  wie folgt berechnet werden:



Abbildung 3.6: *Hertz*sche Berührungsverhältnisse bzw. Kontaktfläche zweier elastischer Zylinder

$$p_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot E_0 \cdot \sum \rho}{\pi \cdot l}}, \qquad (3.22)$$

$$b = \sqrt{\frac{8 \cdot Q}{\pi \cdot E_0 \cdot l \cdot \sum \rho}}.$$
 (3.23)

Ein Berechnungsansatz für die Annäherung der beiden Zylinder  $\delta$  in Abhängigkeit der Presskraft Q wurde von *Hertz* nicht angegeben. Später haben *Lundberg* [Lun39], *Kunert* [Kun61] und *Führmann* [Pal68] basierend auf ihren Untersuchungen eine vereinfachte analytische Formel zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen der Verformung eines von zwei Ebenen gepressten Zylinders  $\delta$  und der Anpresskraft Q angegeben, vgl. Abbildung 3.7:

$$Q = C_{\rm F} \cdot \delta^{1/q} \,. \tag{3.24}$$

Dabei ist die Steifigkeit des Zylinders  $C_F$  eine Funktion der Zylinderlänge *l*:

$$C_{\rm F} = SF_1 \cdot l^{SF_2} \,. \tag{3.25}$$

Die oben erwähnten Autoren haben jedoch verschiedene Faktoren und Exponenten angegeben, die in der nachfolgenden Tabelle 3.2 aufgelistet sind.

In DIN ISO 281 [DIW03] stützen sich die Parameter q,  $SF_1$  und  $SF_2$  der Gleichung 3.24 bzw. 3.25 auf die Angabe von *Lundberg*. Die gesamte Verformung des Zylinders  $\delta$  resultiert aus den Verformungen



Abbildung 3.7: Verformung eines zwischen zwei Ebenen zusammengepressten Zylinders

Autor	q	$SF_1$	SF <sub>2</sub>
Lundberg	0,900	35948	0,889
Kunert	0,925	26481	0,919
Führmann	0,838	69995	0,722

Tabelle 3.2: Faktoren und Exponenten für die Berechnung der elastischen Zylinderverformung nach verschiedenen Autoren

der beiden Einzelkontaktstellen  $\delta_1$  und  $\delta_2$  (siehe Abbildung 3.7), die theoretisch gleich sind:

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_e , \qquad (3.26)$$

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 2\delta_e . \tag{3.27}$$

Wird die gesamte Zylinderverformung  $\delta$  in Gleichung 3.24 durch  $2\delta_e$  ersetzt, ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Last Q und der Verformung einer einzelnen Kontaktstelle  $\delta_e$  zu:

$$Q = C_{F,e} \cdot \delta_e^{1/q} = C_F \cdot (2 \cdot \delta_e)^{1/q} .$$
 (3.28)

 $C_{F,e}$  ist dabei die Kontaktsteifigkeit einer einzelnen Kontaktstelle. In Anlehnung an DIN ISO 281 wird die Last-Verformungs-Relation der Einzelkontaktstelle nach *Lundberg* abgeleitet [Teu05]:

$$Q = 7,8 \times 10^4 \cdot l^{0,889} \cdot \delta_e^{1/0,9} \,. \tag{3.29}$$

Zu analytischen Lösungsansätzen des Linienkontaktproblems gehören ferner u.a. Berechnungsansätze nach *Dinnik, Kowlasky* und *Tripp*  [Rot85], [Tri85]. Alle hier genannten Ansätze beruhen auf der Halbraumtheorie und setzen eine gleichmäßige Druckverteilung in der Längsrichtung voraus. Infolgedessen ergibt sich eine theoretische rechteckige Druckfläche. In Wirklichkeit besteht allerdings aufgrund der Spannungskonzentration eine Druckspitze und damit eine Verbreiterung der Druckfläche im Randbereich des Zylinders (vgl. Abbildung 3.8, links).



Pressungsverteilung

Abbildung 3.8: Verteilung des Kontaktdrucks einer unprofilierten und einer profilierten Zylinderrolle

Die Spannungsspitzen im Randbereich der Wälzkörper beeinträchtigen die Lebensdauer des Wälzlagers. Um diese zu vermeiden, sind heutzutage zylindrische sowie kegelige Wälzkörper üblicherweise mit einer Profilierung gefertigt, indem die Mantelfläche des Wälzkörpers nicht rein zylindrisch oder kegelig sondern mit einer gewissen Krümmung ausgeführt wird. Im Vergleich zur unprofilierten Oberfläche führt die profilierte Oberfläche zu einer gleichmäßigeren Druckverteilung (vgl. Abbildung 3.8, rechts). In der Praxis können die Profilierungen unterschiedlicher Wälzlagerhersteller voneinander abweichen. Als eine allgemeine Referenz für die Profilierung der Zylinderrollenbzw. Kegelrollenlager werden in [DIW03] beruhend auf der Arbeit von *Lundberg* logarithmische Profilfunktionen P(x) angegeben, Abbildung 3.9.

Für zylindrische Wälzkörper gelten nach [DIW03] folgende Formeln:

Wenn  $l_{\text{eff}} \leq 2, 5 \times D_{\text{we}}$ :

$$P(x) = 0,00035 \times D_{\rm WK} \times \ln\left[\frac{1}{1 - \left(\frac{2 \times x}{l_{\rm eff}}\right)^2}\right]$$
 (3.30)

Wenn  $l_{\rm eff} \leq 2,5 \times D_{\rm WK}$  und  $|x| \leq \frac{l_{\rm eff} - 2,5 \times D_{\rm WK}}{2}$ ,

$$P(x) = 0. (3.31)$$



Abbildung 3.9: Schematische Darstellung der Profilfunktion P(x) für den Wälzkörper eines Zylinderrollenlagers

Wenn 
$$l_{\text{eff}} \le 2,5 \times D_{\text{WK}}$$
 und  $|x| > \frac{l_{\text{eff}} - 2,5 \times D_{\text{WK}}}{2}$ ,  
 $P(x) = 0,00035 \times D_{\text{WK}} \times \ln\left[\frac{1}{1 - \left(\frac{2 \times |x| - (l_{\text{eff}} - 2,5 \times D_{\text{WK}})}{2,5 \times D_{\text{WK}}}\right)^2}\right]$ . (3.32)

Für Kegelrollenlager gilt:

$$P(x) = 0,00045 \times D_{WK} \times \ln\left[\frac{1}{1 - \left(\frac{2 \times x}{l_{eff}}\right)^2}\right]$$
 (3.33)

Zur Berechnung des Kontaktproblems für profilierte zylindrische oder kegelige Kontaktflächen wird in [DIW03] ein sogenanntes "Scheibenmodell" vorgeschlagen. In Richtung der Berührlinie werden die sich kontaktierenden Körper in mehrere Scheiben diskretisiert. Während die radialen Verformungen der Scheiben voneinander unabhängig sind, bleiben die Scheiben gleichzeitig drehstarr zusammen. Die Verformung jeder Scheibe lässt sich durch ihre Durchdringung mit der Kontur der gegenseitigen Scheibe ermitteln. Die unterschiedlichen Last-Verformungs-Relationen der Scheiben werden in Anlehnung an Gleichung 3.24 als Federsteifigkeiten modelliert. Damit wird die Lastverteilung entsprechend Abbildung 3.10 ermittelt.

Aufbauend auf dem oben erwähnten Scheibenmodell schlug *Teutsch* ein alternatives Scheibenmodell vor, das basierend auf der Berücksichtigung des gegenseitigen Einflusses der Scheiben genauere Berechnungsergebnisse erzielt [Teuo5]. Dieses alternative Kontaktmodell wurde von *Teutsch* anschließend in ein MKS-Modell für eine dynamische Simulation von Zylinderrollenlagern implementiert.

Prinzipiell lässt sich die örtliche Deformation  $\delta(x, y)$  der Oberfläche eines elastischen Halbraums aufgrund beliebig an der Oberfläche



Abbildung 3.10: Schematische Darstellung des Prinzips des Scheibenmodells nach [DIW03]

verteilter Pressungen p(x, y) durch die *Boussinessq*sche Gleichung beschreiben [Joh85]:

$$\delta(x,y) = \frac{2}{\pi \cdot E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(x',y') \, dx' dy'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \,. \tag{3.34}$$

Das Doppelintegral der Gleichung 3.34 besagt, dass die Verformung einer Stelle von den sämtlich auf der Halbraumoberfläche verteilten Pressungen und ihren Abständen zu allen benachbarten Stellen beeinflusst wird. Eine analytische Lösung für Gleichung 3.34 existiert nicht. Mehrere numerischen Lösungsansätze wurden vorgeschlagen, wie zum Beispiel [Joh85], [Reu77] und [DMKF86], wobei die räumlichen Einflüsse durch eine Diskretisierung der Kontaktfläche in eine Matrix der Einflussfaktoren zusammengefasst werden können. Die Werte der Einflussfaktor-Matrix sind nur von dem relativen Abstand abhängig und können analytisch ermittelt werden. Die Berechnung des Doppelintegrals erfolgt somit durch eine Zuordnung der Einflussfaktor-Matrix für jede Teilfläche und eine Summierung der Beiträge aller Teilflächen. Zur Beschleunigung der zeitaufwändigen Berechnung des Doppelintegrals hat Venner die Multilevel-Integration-Technologie [Ven90] erfolgreich verwendet, die von Brandt and Lubrecht entwickelt worden ist [BL90].

Alternativ zu der oben erwähnten Halbraumtheorie ist die Finite-Elemente-Methode für Kontaktprobleme vielseitiger einsetzbar [HEME08]. Der Nachteil liegt im erhöhten Berechnungsaufwand und im erhöhten Zeitbedarf. Aufgrund der hydrodynamischen Einwirkung und der Verformung der Festkörper baut sich ein Fluidfilm auf. Die lokale Schmierfilmhöhe h(x, y) setzt sich zusammen aus [Ham94]:

- der globalen Verschiebung der Kontaktkörper *h*<sub>0</sub>,
- der Körperkontur des Kontaktkörpers im nicht deformierten Zustand  $\frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y}$  und
- der lokalen Deformation  $\delta(x, y)$ .

Eine mathematische Beschreibung der lokalen Schmierfilmhöhe h(x, y) erfolgt durch die folgende Formel:

$$h(x,y) = h_0 + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} - \delta(x,y) . \qquad (3.35)$$

Ferner gilt die Randbedingung des Kraftgleichgewichts, wobei die aus der Integration der hydrodynamischen Pressung p(x, y) über die Kontaktfläche *A* resultierende Stützkraft des Schmierfilms der externen Belastung *Q* entgegenwirkt [Ham94]:

$$\iint_{A} p(x,y) \, \mathrm{d}A = Q \,. \tag{3.36}$$

# 3.2.2 Berechnungsansätze für den Kontaktdruck und die Schmierfilmhöhe in einem EHD-geschmierten Wälzkontakt

Um das EHD-Kontaktproblem vollständig zu beschreiben, sind üblicherweise die *Reynolds*-Gleichungen (Gleichung 3.4), die Verformungsgleichung (Gleichung 3.34), die Schmierfilmhöhen-Gleichung (Gleichung 3.35) und die Kraftgleichgewicht-Gleichung (Gleichung 3.36) zu verwenden. Die Druckverteilung p(x, y) und die Schmierfilmhöhe h(x, y) können durch das Lösen der oben erwähnten gekoppelten Gleichungen ermittelt werden [ES82], [CDDT85], [Lub87], [Ham94]. Die typische Deformation der Oberflächen und die Druckverteilung eines EHD-geschmierten Punkt- bzw. Linienkontakts sind schematisch in Abbildung 3.11 und Abbildung 3.12 dargestellt.



Abbildung 3.11: Verteilung der Pressung und Schmierfilmhöhe bei einem EHD-geschmierten Punktkontakt



Abbildung 3.12: Verteilung der Pressung und Schmierfilmhöhe bei einem EHD-geschmierten Linienkontakt

Prinzipiell zeigt die Pressungsverteilung in einem EHD-Kontakt einen ähnlichen Verlauf wie die *Hertz*sche Pressung. Die von der Kontaktpressung verursachten elastischen Deformationen der Kontaktflächen bedingen eine relativ konstante zentrale Schmierfilmhöhe  $h_0$  über einem großen Teil der Kontaktzone. Charakteristisch befindet sich ein zweites lokales Druckmaximum am Ausgang, das von der dortigen Einschnürung des Schmierfilms (minimale Schmierfilmhöhe  $h_{\min}$ ) verursacht wird und zuerst von *Petrusevich* [Hamo4] durch numerische Simulationen vorhergesagt wurde. Die zentrale Schmierfilmdicke liegt in der Regel im Bereich von 100 nm bis 1  $\mu$ m. Je nach Betriebsbedingungen besteht eine Proportionalität im Bereich 0, 72 bis 0, 81 zwischen zentraler und minimaler Schmierfilmhöhe. Für eine vereinfachte Berechnung kann in Anlehnung zu [Bar96] ein konstanter Faktor von 0, 75 verwendet werden:

$$h_{\min} \approx 0,75 \cdot h_0 \ . \tag{3.37}$$

Im Jahr 1949 veröffentlichten *Ertl* und *Grubin* die erste Formel für die Berechnung der isothermen zentralen Schmierfilmhöhe eines EHD-Linienkontaktes, die von *Ertl* stammte [Gru49]:

$$H_{0,\text{lin,isoth}} = 1,95 \ (G \ U)^{8/11} \ W_{\text{lin}}^{-1/11} ,$$
 (3.38)

wobei gilt:

$$U = \frac{\eta_0 \, \bar{u}}{E' \, R} \,, \qquad (3.39)$$

$$G = \alpha E', \qquad (3.40)$$

$$W_{\rm lin} = \frac{Q}{l E' R} , \qquad (3.41)$$

$$H_{0,\text{lin,isoth}} = \frac{h_{0,\text{lin,isoth}}}{R} . \qquad (3.42)$$

Formel 3.38 resultiert aus der theoretischen Untersuchung im Eingangsbereich der EHD-Kontaktzone. Bei der Berechnung nahmen *Ertl* und *Grubin* an, dass die Deformation der Oberflächen im EHD-Kontakt vereinfacht mit der *Hertz*schen Theorie für den trockenen Kontakt beschrieben werden kann. Infolgedessen kann sich eine erhöhte Pressung im Eingangsbereich aufbauen. Unter diesen Vereinfachungen wurden die elastischen und die hydrodynamischen Gleichungen analytisch gelöst. Von großer Bedeutung ist dabei, dass das Aufbauen eines Schmierfilms mit seinen wesentlichen Einflussfaktoren, nämlich dem Belastungskennwert *W*, dem Geschwindigkeitskennwert *U* und dem Materialkennwert *G*, beschrieben werden kann. Da sich die Berechnung nur auf den Eingangsbereich des Schmierspalts bezieht, wurde die minimale Schmierfilmhöhe am Ausgang von *Ertl* bzw. *Grubin* nicht betrachtet.

Im Jahr 1959 gelang es *Dowson* und *Higginson*, durch numerische Verfahren die gekoppelte *Reynolds*- und Elastizitätsgleichung zu lösen [DH59]. Basierend auf ihrem bahnbrechenden Erfolg veröffentlichten sie 1961 die erste Näherungsformel für die isotherme minimale Schmierfilmhöhe eines Linienkontaktes [DH61]:

$$H_{\rm min,lin,isoth} = \frac{h_{\rm min,lin,isoth}}{R} = 1,6 \ U^{0,7} \ G^{0,6} \ W^{-0,13} \ . \tag{3.43}$$

Die Arbeit von *Dowson* und *Higginson* ermöglicht eine genauere und schnelle Berechnung der minimalen Schmierfilmhöhe. Ein Nachteil von Formel 3.43 ist, dass sie nur im niedrigen Druckbereich gilt. Bei vielen EHD-geschmierten Maschinenelementen liegt die maximale *Hertz*sche Pressung der Kontaktflächen üblicherweise im Bereich von 0,5 bis zu 4 GPa. Dabei ist damit zu rechnen, dass die Berechnungsergebnisse auf einer unsicheren Extrapolation der Simulationsergebnisse im niedrigen Druckbereich beruhen. Allerdings findet die Formel nach *Dowson* und *Higginson* trotz der Gültigkeitsbeschränkung noch heute Anwendung.

Dank der Entwicklung der numerischen Methoden sind nach 1961 weitere Modifikationen der Formel 3.43 - teilweise mit dem Ziel einer Gültigkeitserweiterung - vorgeschlagen worden. Beispielsweise wurde die Formel 3.43 von *Dowson* 1968 wie folgt modifiziert [Dow68]:

$$H_{\rm min,lin,isoth} = 2,65 \ U^{0,7} \ G^{0,54} \ W_{\rm lin}^{-0,13}$$
. (3.44)

*Dowson* und *Toyoda* stellten 1979 die Formel zur Berechnung der isothermen zentralen Schmierfilmhöhe eines EHD-Linienkontakts auf [DT79]:

$$H_{0,\text{lin,isoth}} = 3,06 \ U^{0,69} \ G^{0,56} \ W_{\text{lin}}^{-0,10} \ .$$
 (3.45)

Des Weiteren gelang es *Hamrock* und *Dowson*, den Gültigkeitsbereich der numerischen Verfahren auf eine maximale *Hertzsche* Pressung von 4,8 GPa zu erweitern. Die entsprechenden Näherungsformeln sind [Ham94]:

$$H_{0,\text{lin,isoth}} = 2,922 \ U^{0,692} \ G^{0,470} \ W_{\text{lin}}^{-0,166}$$
, (3.46)

$$H_{\rm min,lin,isoth} = 1,714 \ U^{0,694} \ G^{0,568} \ W_{\rm lin}^{-0,128} \ .$$
 (3.47)

Intensive Untersuchungen für Punktkontakte fingen 1970 an, nachdem *Cheng* Untersuchungen nach dem Vorbild von *Ertl-Grubin* für Punktkontakte durchgeführt hatte. 1977 ermittelten *Hamrock* und *Dowson* eine numerische Lösung für das Punktkontaktproblem. Aus den Simulationsergebnissen haben Sie Näherungsformeln zur Berechnung der isothermen zentralen bzw. minimalen Schmierfilmhöhe eines EHD-Punktkontakts vorgeschlagen, die heute noch verbreitet angewendet werden [HD77]:

$$H_{0,\text{pkt,isoth}} = 2,69 \ U^{0,67} \ G^{0,53} \ W_{\text{pkt}}^{-0,067} \ \left(1 - 0,61e^{-0,73\kappa}\right) \ , \qquad (3.48)$$

$$H_{\rm min,pkt,isoth} = 3,63 \ U^{0,68} \ G^{0,49} \ W_{\rm pkt}^{-0,073} \ \left(1 - e^{-0,68\kappa}\right) ,$$
 (3.49)

wobei gilt:

$$W_{\rm pkt} = \frac{Q}{E' R^2} , \qquad (3.50)$$

$$H_{0,\text{pkt,isoth}} = \frac{h_{0,\text{pkt,isoth}}}{R} , \qquad (3.51)$$

$$H_{\min,\text{pkt,isoth}} = \frac{h_{\min,\text{pkt,isoth}}}{R} , \qquad (3.52)$$

$$\kappa = \frac{a}{b} . \tag{3.53}$$

Die Formeln 3.48 und 3.49 wurden von *Chittenden et al.* weiter entwickelt, damit sie für beliebige Anströmungsrichtungen gelten [CDDT85]:

$$H_{0,\text{pkt,isoth}} = 4,30 \ U_{e}^{0,68} \ G^{0,49} \ W_{e,\text{pkt}}^{-0,073} \left[ 1 - e^{-1,30 \left(\frac{R_{y}}{R_{x}}\right)^{2/3}} \right] , \quad (3.54)$$
$$H_{\text{min,pkt,isoth}} = 3,64 \ U_{e}^{0,68} \ G^{0,49} \ W_{e,\text{pkt}}^{-0,073} \left[ 1 - e^{-1,30 \left(\frac{R_{y}}{R_{x}}\right)^{2/3}} \right] . \quad (3.55)$$

Die oben erwähnten Formeln gelten streng nur für die Annahme, dass die Temperatur des Öls im Schmierspalt konstant bleibt. Es wurde allerdings bewiesen, dass solche isothemen Formeln bei bestimmten Bedingungen, vor allem bei hohen Belastungen bzw. Betriebsdrehzahlen, die Schmierfilmhöhe überschätzen können. Der Grund liegt darin, dass sich in der Einlasszone die Schergeschwindigkeit erhöht bzw. eine Rückströmung eintritt. Wenn der Schmierstoff in die Einlasszone einfließt, nimmt die Viskosität ab, einerseits aufgrund der Kompressionswärme bzw. viskoser Aufheizung, andererseits aufgrund des "Shear-thinning" Effekts (vgl. Kapitel 3.3.3.4). Diese Verringerung der Schmierstoffviskosität führt zu einer Schmierfilmhöhe, die niedriger als deren theoretische isotherme Vorhersage ist.

Der thermische Einfluss auf die Schmierfilmhöhe wurde von *Murch* und *Wilson* untersucht. Als Ergebnis wurde ein Korrekturfaktor  $C_{th}$  eingeführt, der die isotherme zentrale bzw. minimale Schmierfilmhöhe unter Berücksichtigung dieser Effekte korrigiert:

$$h_{0,\text{th}} = C_{\text{th}} \cdot h_{0,\text{isoth}} , \qquad (3.56)$$

$$h_{\min,\text{th}} = C_{\text{th}} \cdot h_{\min,\text{isoth}} .$$
 (3.57)

*Murch* und *Wilson* schlugen vor, den Korrekturfaktor  $C_{th}$  in Abhängigkeit von dem thermischen Belastungsfaktor  $L_{th}$  zu berechnen [Bar96]:

$$C_{\rm th} = \frac{1}{1+0,182 \cdot L_{\rm th}^{0.548}}, \qquad (3.58)$$

$$L_{\rm th} = \eta_0 \cdot \frac{\beta_{\rm th} \cdot u^2}{k_{\rm th}} . \qquad (3.59)$$

Einen anderen Ansatz zur Berechnung des thermischen Korrekturfaktors  $C_{\text{th}}$  schlugen Zhu und Cheng vor. Im Vergleich zum Ansatz nach Murch und Wilson wird hierbei der Schlupf S in die Betrachtung einbezogen.

$$C_{\rm th} = \frac{1 - 13, 2 \left( P_{\rm max} / E' \right) \cdot L_{\rm th}^{0,42}}{1 + 0,213 \left( 1 + 2,23 \cdot S^{0,83} \right) \cdot L_{\rm th}^{0,64}} \,. \tag{3.60}$$

Für den EHD-Linienkontakt untersuchte *Bair* den Einfluss der Viskositätsreduzierung eines nicht-*Newton*schen Fluids aufgrund des "Shearthinning"-Effekts auf die Schmierfilmhöhe [Baio5]. In Anlehnung an den thermischen Korrekturfaktor  $C_{\text{th}}$  hat *Bair* einen Korrekturfaktor  $\Phi_{\text{ST}}$  zur Verknüpfung der unter Annahme des *Newton*schen Verhaltens berechneten zentralen Schmierfilmhöhe  $h_{\text{N}}$  mit der zentralen Schmierfilmhöhe unter Berücksichtigung des nicht-*Newton*schen Verhaltens  $h_{\text{NN}}$  vorgeschlagen:

$$h_{\rm NN} = \frac{1}{\Phi_{\rm ST}} \cdot h_{\rm N} , \qquad (3.61)$$

wobei gilt:

$$\Phi_{\rm ST} = \left\{ 1 + 0.79 \cdot \left[ (1+S) \cdot \Gamma \right]^{\frac{1}{1+0.25}} \right\}^{3.6 \cdot (1-n)^{1.7}} , \qquad (3.62)$$

$$\Gamma = \frac{\eta_0 \cdot u}{h_{\rm N} \cdot \tau_{\rm C}} \,. \tag{3.63}$$

Die Berechnung der Schmierfilmhöhe in [Baio5] beruht auf einer vereinfachten Analyse in Anlehnung an *Ertl-Grubin* (vgl. Gleichung 3.38). Infolgedessen beschränkt sich Gleichung 3.62 auf die zentrale Schmierfilmhöhe eines Linienkontakts. Basierend auf vollständigen EHD-Simulationen sind später weitere Formeln zur Ermittlung des Korrekturfaktors  $\Phi_{ST}$  bezüglich der minimalen Schmierfilmhöhe, des Punktkontakts bzw. der zweiten *Newtons*chen Viskosität entwickelt worden [JKB08], [KK08], [AK11], [HBV13].

### 3.3 REIBUNG IM EHD-GESCHMIERTEN WÄLZKONTAKT

### 3.3.1 Reibungsarten

Reibung ist auf "Wechselwirkungen zwischen sich berührenden, relativ zueinander bewegten Stoffbereichen von Körpern zurückzuführen und wirkt einer tangentialen Relativbewegung entgegen" ([SSo8], S. 18). Im Bezug auf die Art der Relativbewegungen der Kontaktkörper sind folgende Reibungsarten zu unterscheiden:

- Rollen Rollreibung
- Gleiten Gleitreibung
- Bohren Bohrreibung

In Abbildung 3.13 sind die oben aufgelisteten Reibungsarten anhand von zwei kontaktierenden Kugeln gleicher Größe schematisch dargestellt.



Abbildung 3.13: Schematische Darstellung der Reibungsarten im Bezug auf Relativbewegungen

Beim Rollen besteht theoretisch keine Relativbewegung an der Kontaktstelle, wenn die beiden Kugeln um parallele Drehachsen mit einer gleichen Drehgeschwindigkeit und einer umgekehrten Drehrichtung drehen  $\omega_1 = -\omega_2$  (vgl. Abbildung 3.13, links). Die translatorischen Geschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  sind gleich. Eine Relativbewegung findet statt, wenn  $v_1 \neq v_2$  ist. Dabei handelt es sich um das "Gleiten", wenn die Drehachsen parallel und die translatorischen Geschwindigkeiten in umgekehrter Richtung sind (Abbildung 3.13, mittel). Das "Bohren" findet statt, wenn die Drehachsen ihre Kontaktnormale sind (vgl. Abbildung 3.13, rechts).

Eine Wälzbewegung bezieht sich auf eine Kombination vom gleichzeitigen Rollen und Gleiten oder Rollen und Bohren, wie es in Abbildung 3.14 schematisch dargestellt ist.



Abbildung 3.14: Wälzbewegung

Wälzbewegungen sind charakteristisch für die Kontaktstellen in rotierenden Wälzlagern. Der Fall "Rollen + Gleiten" tritt beispielsweise zwischen Wälzkörpern und Laufbahnen in Pendelrollenlagern und radial belasteten Rillenkugellagern auf. "Rollen + Bohren" liegt vor allem in axial oder kombiniert belasteten Rillen- und Schrägkugellagern vor.

# 3.3.2 Reibungszustände im geschmierten EHD-Kontakt

Prinzipiell kann der Reibungszustand eines EHD-geschmierten Kontaktes äquivalent zu der eines beliebigen hydrodynamisch geschmierten Kontakts charakterisiert werden. Die Reibung eines hydrodynamisch geschmierten Kontakts ist von mehreren Faktoren abhängig, wie beispielsweise der Oberflächenrauheit, der Schmierstoffviskosität, der Belastung, der Geschwindigkeit usw.. Im klassischen Verständnis kann der Reibungszustand eines hydrodynamisch geschmierten Kontakts anhand der *Stribeck*-Kurve eingeordnet werden, die in Abbildung 3.15 schematisch dargestellt wird. Zu beachten ist es, dass die *Stribeck*-Kurve prinzipiell nur für Gleitbewegungen und nicht für Wälzkontakte gilt. Bei Gleitbewegungen ist die hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit und die Relativgeschwindigkeit direkt miteinander gekoppelt. Bei Wälzbewegungen sind diese unabhängig voneinander.



Abbildung 3.15: Stribeck-Kurve

Die *Stribeck*-Kurve in Abbildung 3.15 zeigt, dass die Reibungszahl  $\mu$  und die Schmierfilmhöhe *h* als Funktion der Geschwindigkeit *v*, der Viskosität  $\eta$  sowie der Pressung *p* angesehen werden können. Nimmt die Parameterkombination  $\frac{n \cdot \eta}{p}$  zu, erhöht sich der aufgebaute Schmierfilm *h*. Angesichts der Tatsache, dass die Reibungszahl  $\mu$  stark von der Trennungswirkung des Schmierfilms für die Rauheiten der Kontaktpartner beeinflusst wird, können im Allgemeinen folgende Reibungszustände definiert werden [SSo8].

- Grenzreibung: Die Belastung wird nahezu vollständig von den im Kontakt befindlichen Rauheiten getragen. Der Schmierstoff liegt in Form von wenigen molekularen Grenzschichten in einer sehr geringen Menge vor. Die hydrodynamische Wirkung des Schmierstoffes ist vernachlässigbar. Die Reibung wird hauptsächlich von mechanischen Wechselwirkungen der Rauheiten und tribologischen Eigenschaften der Grenzschicht beeinflusst. Dabei sind die in Schmierstoffen eingesetzten Additive von besonderer Bedeutung.
- Flüssigkeitsreibung: Die Reibung resultiert ausschließlich aus der Scherung des Flüssigkeitsfilms, der die Rauheiten der beiden Oberflächen vollständig trennt. Dabei spielen die rheologischen Eigenschaften des Schmierstoffs, wie beispielsweise die Viskosität, eine entscheidende Rolle.
- Mischreibung: Die Rauheitserhebungen der beiden Kontaktpartner sind nur teilweise vom Schmierfilm getrennt. Der Reibungs-

zustand stellt einen Übergang von Grenzreibung zur Flüssigkeitsreibung dar.

Wenn bei der Relativbewegung der Kontaktpartner kein Schmierstoff anwesend ist und die Oberflächen der Festkörper unmittelbar in Kontakt kommen, wird dies als Festkörperreibung bezeichnet. Die Festkörperreibung ist im Wesentlichen als Folge sowohl atomarer / molekularer als auch mechanischer Wechselwirkungen zwischen den Kontaktkörpern zu betrachten. Dem liegt eine "Doppelnatur" der Festkörperreibung, nämlich Adhäsion und Deformation, zugrunde [KDK82]. Zu unterscheiden sind folgende Reibungsmechanismen [SS08]:

- Scherung adhäsiver Bindungen,
- plastische Deformation,
- Furchung und
- Hysterese bei elastischer Deformation.

# 3.3.3 Reibungsberechnung

Im Vergleich zur Schmierfilmhöhe stellt die rechnerische Vorhersage des Reibungsverhaltens in einem EHD-Kontakt eine höhere Herausforderung dar. Während die aufgebaute Schmierfilmhöhe hauptsächlich von hydrodynamischen Vorgängen im Eingangsbereich abhängig ist, resultiert die Reibungskraft aus den komplizierteren tribologischen Vorgängen im ganzen Kontaktbereich, wobei das Fluid erhöhten Kontaktdrücken und Schergeschwindigkeiten unterliegt. Neben der Berücksichtigung der möglichen Misch- bzw. Grenzreibungszustände ist die realistische Modellierung des Fließverhaltens des Fluids hinsichtlich der rheologischen Eigenschaften sowie deren Wechselwirkungen mit den Betriebsbedingungen für die Reibungsberechnung von großer Bedeutung. Im Laufe der Zeit wurden mehrere, teilweise phänomenologische Modelle, die das Fließverhalten des Fluids unter EHD-Bedingungen beschreiben, entwickelt.

# 3.3.3.1 Elastischer Schlupf im ungeschmierten Wälzkontakt nach Deformationstheorie

Die Relativbewegung zweier Wälzkörper wird im Allgemeinen über einem Schlupfwert *S* beschrieben, der über ihre Umfangsgeschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  definiert wird:

$$S = \frac{v_1 - v_2}{0, 5 \cdot (v_1 + v_2)} \,. \tag{3.64}$$

#### 30 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

In einem ungeschmierten Wälzkontakt bewirkt die Reibungskraft eine elastische Formänderung im oberflächennahen Bereich der Wälzkörpern. Da diese elastische Formänderung zu unterschiedlicher lokaler Geschwindigkeit führt, resultiert dabei ein Schlupf, der aufgrund des Entstehungsgrunds in der Regel als "elastischer Schlupf" oder "Mikroschlupf" bezeichnet ist. In Abbildung 3.16 wird das Modell nach [Pol83] zur Beschreibung der Entstehung des elastischen Schlupfs schematisch verdeutlicht.



Abbildung 3.16: Schematische Darstellung des elastischen Schlupfs in einem ungeschmierten Wälzkontakt [Pol83], [Mey10]

Zwei Wälzkörper werden von einer Normalkraft  $F_N$  zusammen gepresst. Dabei bildet sich eine elliptische Druckfläche mit einer kleineren Breite von 2*b*. Die Elemente *A* und *B* stellen jeweils ein Teilchen innerhalb der Oberflächenschicht am Eingang dar (Abbildung 3.16, oberes Bild). Mit den Drehgeschwindigkeiten  $\omega_1$  und  $\omega_2$  ( $\omega_1 > \omega_2$ ) bewegen sich *A* und *B* in den Kontaktbereich hinein. In der Kontaktfläche wird eine Tangentialkraft, also Reibungskraft, aufgebaut, die jeweils durch ein externes Drehmoment  $M_1$  (treibend) und  $M_2$ (bremsend) ausgeglichen wird, so dass die Drehzahlen der beiden Wälzkörper konstant bleiben. Die Wälzkörper werden von der Reibungskraft geschert, wobei das schneller bewegende Teilchen A gestaucht und das langsamer bewegende Teichen B gedehnt (Abbildung 3.16, unteres Bild) wird. Die elastische Verformung ergibt eine elastische Schubspannung innerhalb des Teilchens, die der Reibungskraft entgegenwirkt. Solange die sich durch die elastische Schubspannung ergebene Scherkraft kleiner als die Haftreibungskraft ist, haften das gestauchte und gedehnte Teichen weiter zusammen. Dabei lässt sich die messbare Drehzahldifferenz zwischen den Wälzkörpern ausschließlich auf den elastischen Schlupf zurückführen. Wenn die Teilchen A und B weiter in die Kontaktzone aneinander "haftend" wandern, nimmt ihre Verformung weiter zu und damit steigt die resultierte elastische Schubspannung weiter an. Auf diese Art und Weise entsteht in der Kontaktzone eine Haftzone. Wenn die lokale Schubspannung aufgrund der zunehmenden elastischen Verformung die maximale übertragbare Tangentialspannung (das Produkt aus dem Reibwert  $\mu$  und der lokalen Pressung p) überschreitet, beginnen die Oberflächen aufeinander abzugleiten. Die Stauchung bzw. Dehnung von A und B nimmt wieder ab. Die gesamte Kontaktfläche wird somit in eine Haftzone und eine Gleitzone aufgeteilt (vgl. Abbildung 3.17, oben) und damit der Schlupf Ssol durch Verformung der Festkörper in einen elastischen  $S_{el}$  und in einen Gleitanteil  $S_{gl}$ :

$$S_{\rm sol} = S_{\rm el} + S_{\rm gl} \tag{3.65}$$

Mit zunehmendem Schlupf breitet sich die Gleitzone aus, da sich die elastische Verformung und damit die Schubspannung der Oberflächenschichtelemente nach ihrem Eintritt in den Kontakt schneller erhöht und die maximale übertragbare Tangentialspannung übersteigt (vgl. Abbildung 3.17, mitte). Allerdings ist bei sehr kleinem Schlupf ein reines Haften in der gesamten Kontaktfläche nicht möglich. Grund dafür ist, dass bei einem *Hertz*schen Kontakt die Pressung am Rand des Ausgangs gegen Null tendiert und das Produkt aus dem Reibwert und der Pressung dort auch gegen Null läuft. Ferner erreicht die übertragbare Reibungskraft ihr Maximum, wenn die Gleitzone aufgrund der Zunahme des Schlupfes die gesamte Kontaktfläche beansprucht. Der Mikroschlupf geht in einen kompletten Makroschlupf über (vgl. Abbildung 3.17, unten). Die typische Relation zwischen Reibwert und Schlupf ist schematisch in Abbildung 3.18 dargestellt.

Aufgrund des Vorhandenseins vom Mikroschlupf erhöht sich der Reibwert  $\mu$  mit zunehmendem Schlupf zuerst degressiv. Beim Übergang in den reinen Makroschlupf ergibt sich der maximale Reibwert  $\mu_{max}$ . Im weiteren Verlauf bleibt der Reibwert über dem Schlupf konstant. Der in Abbildung 3.18 dargestellte Verlauf des Reibwerts über dem Schlupf kann für eine rechteckige Kontaktfläche mithilfe der Deformationstheorie nach *Carter* [Car26] beschrieben werden.



Abbildung 3.17: Übergang des Mikroschlupfes in den Makroschlupf bei einem ungeschmierten Wälzkontakt nach [Pol83]



Schlupf S, -

Abbildung 3.18: Relation zwischen Reibwert und Schlupf bei einem ungeschmierten Wälzkontakt [Pol83]

$$S = 2 \cdot \mu_{\max} \cdot \bar{p} \cdot \frac{1 - \nu_{\text{poisson}}}{G} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu}{\mu_{\max}}}\right) .$$
(3.66)

Die Steigung der Ursprungstangente ist lediglich von den Eigenschaften des Werkstoffes und der maximalen Pressung abhängig:

$$\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}S} = \frac{E}{2 \cdot p_{\mathrm{max}} \cdot \left(1 - v_{\mathrm{poisson}}^2\right)} \,. \tag{3.67}$$

Auch bei einem geschmierten Wälzkontakt ist der elastische Schlupf vorhanden. Infolgedessen setzt sich der gemessene Gesamtschlupf eines EHD-Wälzkontaktes  $S_{tot}$  aus dem Anteil des elastischen Schlupfs im Festkörper  $S_{sol}$  und dem Anteil des Schlupfs innerhalb des Fluids im Schmierfilm  $S_{fluid}$  zusammen:

$$S_{\rm tot} = S_{\rm sol} + S_{\rm fluid} \ . \tag{3.68}$$

Liegt der Schlupf unmittelbar im Schmierfilm im Fokus, ist der elastische Schlupfanteil zu ermitteln und von dem gemessenen Gesamtschlupf zu subtrahieren [Mey10] (vgl. Abbildung 3.19).



Schlupf S, -

Abbildung 3.19: Abzug des elastischen Schlupfanteils nach der Deformationstheorie vom gemessenen Gesamtschlupf [Mey10]

In [Mey10] wurde zwecks der Ermittlung des Schlupfes im Schmierfilm die gemessene Reibwert-Schlupf-Kurve so ausgewertet, dass der Schlupfwert  $S(\mu)$  eines beliebigen Punktes um den Abstand des entsprechenden elastischen Schlupfes  $S_{sol}(\mu)$ , der sich nach Deformationstheorie von *Carter* ermitteln lässt, nach links verschoben wird. Im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit wird diese Vorgehensweise diskutiert und modifiziert.

### 34 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

### 3.3.3.2 Grenz- und Mischreibung

Wie bei Festkörperreibung basiert die Grenzreibung ohne hydrodynamische Einwirkungen von Schmierstoffen hauptsächlich auf der Festkörperstruktur und den Eigenschaften der Grenzschicht. Dabei wird die Reibungskraft in erster Annäherung als unabhängig von der Drehzahl angenommen. Aufgrund der komplexen physikalischen Prozesse und der Vielzahl der möglichen Einflussfaktoren wird zur Berechnung der Grenzreibung normalerweise das *Coulombsche* Reibungsgesetz verwendet:

$$F_{\mathrm{R,grenz}} = \mu \cdot F_{\mathrm{N}} . \tag{3.69}$$

Die Reibungszahl  $\mu$  fasst mehrere Einflussfaktoren zusammen, wie zum Beispiel Oberflächenbearbeitung, Grundmaterial, Eigenschaft der Grenzschicht, Betriebsbedingungen usw.. Um die Berechnungsgenauigkeit zu gewährleisten wird normalerweise die Reibungszahl experimentell bestimmt. Bei einer ungeschmierten Festkörperreibung ist eine Reibungszahl im Bereich von 0, 1 bis 1 zu erwarten [SS08].

# 3.3.3.3 Newtonsches Fließmodell und Eigenschaften der Fluide

Die einfachste Form des Fließmodells ist das *Newton*sche Modell, das schematisch in Abbildung 3.20 dargestellt ist. Das viskose Fluid befin-



Abbildung 3.20: Newtonsches Fluid

det sich zwischen zwei parallelen Platten, die sich mit der Geschwindigkeit  $v_1$  und  $v_2$  bewegen. Der Abstand zwischen den Platten ist h. Angenommen wird, dass das Fluid an den Platten haftet und sich eine laminare Strömung mit einer linearen Geschwindigkeitsverteilung entlang der Filmhöhe ausbildet. Damit ergibt sich überall im Schmierfilm ein konstantes Schergefälle  $\dot{\gamma}$ , das als das Verhältnis der relativen Geschwindigkeit  $v_1 - v_2$  zur Schmierfilmhöhe h definiert ist. Die Schubspannung eines *Newton*schen Fluides  $\tau$  ist proportional zum Schergefälle  $\dot{\gamma}$ . Die dynamische Viskosität  $\eta_0$  entspricht dem Proportionalitätsfaktor und ist ein Maß für die Zähflüssigkeit eines Fluids:

$$\tau = \eta_0 \cdot \dot{\gamma}$$
  
=  $\eta_0 \cdot \frac{\Delta v}{h}$   
=  $\eta_0 \cdot \frac{v_1 - v_2}{h}$ . (3.70)

Basierend auf der durch Gleichung 3.70 beschriebenen Relation kann die dynamische Viskosität eines Schmieröls  $\eta_0$  mit Rotationsoder Kugelfallviskosimetern direkt ermittelt werden, wobei die Schubspannung  $\tau$  und das Schergefälle  $\dot{\gamma}$  technisch realisiert und gemessen werden können:

$$\eta_0 = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} . \tag{3.71}$$

Aufgrund des Messprinzips des in industriellen Anwendungen am meisten benutzten Kapillarviskosimeters wird die sogenannte kinematische Viskosität  $\nu$  als eine handelsübliche Beschreibung der Zähigkeit des Schmieröls verwendet. Die kinematische Viskosität entspricht dem Verhältnis der dynamischen Viskosität  $\eta$  und der Dichte  $\rho$ :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} . \tag{3.72}$$

Die kinematische Viskosität eines Schmieröls zeigt eine starke Abhängigkeit von der Temperatur. Die Bestimmung der kinematischen Viskosität bei einer beliebigen Temperatur *T* kann durch eine Interbzw. Extrapolation nach DIN 51563 [DIN11] erfolgen, wenn die kinematische Viskosität bei zwei Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  bekannt ist:

$$\nu = 10^l - 0.8 , \qquad (3.73)$$

mit

$$l = 10^{m \cdot [(\lg(T_1 + 273, 15) - \lg(T + 273, 15)) + \lg\lg(\nu_1 + 0, 8)]}, \quad (3.74)$$

$$m = \frac{\lg \lg (\nu_1 + 0, 8) - \lg \lg (\nu_2 + 0, 8)}{\lg (T_2 + 273, 15) - \lg (T_1 + 273, 15)}.$$
 (3.75)

Die Dichte  $\rho$  des Schmierstoffs ist eine Funktion des Druckes und der Temperatur. Zur EHD-Berechnung wird die Formel nach *Dowson* und *Higginson* als Zustandsgleichung zur Beschreibung der Druckabhängigkeit weitgehend verwendet [DH66]:

$$\rho(p,T) = \rho(p_{\text{luft}},T) \cdot \frac{5,9 \cdot 10^8 + 1,35 \, p}{5,9 \cdot 10^8 + p} \,. \tag{3.76}$$

Obwohl Formel 3.76 sich auf ein Mineralöl und den Druck bis etwa 0,35 GPa beschränkt, hat sie sich für viele weitere EHD-Berechnungen

#### 36 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

als ein praktischer Ansatz erwiesen. Eine Erhöhung der Berechnungsgenauigkeit der Dichte in höheren Druckbereichen erfolgt durch die Ansätze nach *Tait* (Formel 3.77) [HCB54] oder *Murnaghan* (Formel 3.78) [Mur51], die die Basis für eine Regression der Messdaten bieten:

$$\frac{\rho(p_{\text{luft}},T)}{\rho(p,T)} = 1 - \frac{1}{1+K'_0} \cdot \ln\left(1 + \frac{p}{K_0} \cdot (1+K'_0)\right) , \qquad (3.77)$$

$$\frac{\rho(p_{\text{luft}}, T)}{\rho(p, T)} = \left(1 + \frac{K'_0}{K_0} \cdot p\right)^{-\frac{1}{K'_0}} .$$
(3.78)

Die Temperaturabhängigkeit der Dichte wird in der Regel durch eine lineare Relation beschrieben [Baio7]:

$$\frac{\rho(p,T)}{\rho(p,T_0)} = 1 - \alpha_\rho \left(T - T_0\right) , \qquad (3.79)$$

wobei der Temperaturkoeffizient der Dichte  $a_{\rho}$  stoffspezifisch ist. Ist die Dichte eines Mineralöls sowie ähnlichen Schmierstoffes beim Atmosphärendruck und 15°C bekannt, kann die Dichte beim Atmosphärendruck und beliebiger Temperatur  $\rho(p_{\text{luft}}, T)$  nach DIN 51757 mit der nachstehenden Gleichung abgeschätzt werden [Bar96]:

$$\rho(p_{\text{luft}}, T) = \rho(p_{\text{luft}}, 15^{\circ}\text{C}) - 6,05 \times 10^{-13} \cdot (T - 15) .$$
(3.80)

Üblicherweise werden in Datenblättern der Schmieröle die kinematische Viskosität bei  $T_1 = 40$  °C und  $T_2 = 100$  °C sowie die Dichte bei 15 °C von Herstellern angegeben. Diese Informationen ermöglichen in erster Linie eine Abschätzung für die kinematische Viskosität (vgl. Gleichung 3.73, 3.74, 3.75), die Dichte (vgl. Gleichung 3.80) und damit auch für die dynamische Viskosität (vgl. Gleichung 3.72) bei atmosphärischem Druck und beliebiger Temperatur.

# 3.3.3.4 Nicht-Newtonsche Fließmodelle

Die dynamische Viskosität ist abhängig von Druck, Temperatur und Schergefälle. Die dynamische Viskosität eines *Newton*schen Fluids ist unabhängig vom Schergefälle. Die Schubspannung steigt demzufolge linear über dem Schergefälle an. Im Allgemeinen gilt dieses lineare verhalten jedoch nur bis zum Erreichen einer kritischen Schubspannung  $\tau_C$ , wie Abbildung 3.21 (a) zeigt. Über ein zunehmendes Schergefälle tritt nicht-*Newton*sches Fließverhalten auf, so dass der Einfluss des Schergefälles auf die Viskosität nicht mehr vernachlässigt werden kann und die Schubspannungskurve von ihrem linearen Verlauf abweicht, Abbildung 3.21 (b). Die sogenannten Fließkurven zur Beschreibung der Scherratenabhängigkeit der Viskosität können mittels Labormessgeräten wie dem *Couette*-Viskometer ermittelt werden [Baio7]. Die nicht-*Newton*sche Eigenschaft unterscheidet sich bei verschiedenen Fluiden in mehreren Fließverhalten, wie zum Beispiel scherverdünnendes (auch als "pseudoplastisches" oder "strukturviskoses"), dilatantes, *Bingham*-platisches, thixotropes oder viskoelastisches Verhalten [SSo8]. In der Praxis zeigen eine Vielzahl von Schmierölen scherverdünnendes Verhalten, so dass die Schubspannungskurve degressiv über dem Schergefälle steigt, welches einer abnehmenden dynamischen Viskosität  $\eta$  entspricht (vgl. Abbildung 3.21).



Abbildung 3.21: Vergleich der Schubspannung (a) und der dynamischen Viskosität (b) eines *Newton*schen Fluides und eines Fluides mit Scherverdünnung

Ersetzt man die *Newton*sche Viskosität  $\eta_0$  durch die scherratenoder schubspannungsabhängige Viskosität  $\eta(\dot{\gamma})$  bzw.  $\eta(\tau)$  in Gleichung 3.70, bekommt man das Fließmodell eines nicht-*Newton*schen Fluids, das auch als "verallgemeintes *Newton*sche Fluidmodell" bezeichnet wird:

$$\tau = \eta \left( \dot{\gamma} \right) \cdot \dot{\gamma} \tag{3.81}$$

oder

$$\tau = \eta \left( \tau \right) \cdot \dot{\gamma} \,. \tag{3.82}$$

Die Scherverdünnung lässt sich auf die sogenannte Rotationsrelaxationszeit der Fluidmoleküle  $\lambda_{rel}$  zurückführen. Die Rotationsrelaxationszeit beschreibt die charakteristische Zeit, die Moleküle eines Fluides brauchen, um sich durch die *Brown*sche Bewegung erneut zu vernetzen und ein thermodynamisches Gleichgewicht zu erreichen. Theoretisch wird der Anfang des Auftretens der Scherverdünnung dadurch gekennzeichnet, dass die einheitslose *Weissenberg*-Zahl *Wi* den Wert von 1 erreicht [Tan85], [Baio7]:

- $Wi \leq 1$ , *Newton*sches Verhalten
- *Wi* > 1, nicht-*Newton*sches Verhalten

Die *Weissenberg*-Zahl wird als das Produkt der Rotationsrelaxationszeit  $\lambda_{rel}$  und des Schergefälles  $\dot{\gamma}$  definiert:

$$Wi = \lambda_{\rm rel} \cdot \dot{\gamma} \ . \tag{3.83}$$

Wenn das Schergefälle so niedrig ist, dass Wi < 1 gilt, haben die Fluidmoleküle Zeit, wieder den Ausgangszustand einzunehmen ("relaxieren"). Demzufolge bleibt die Viskosität  $\eta_0$  konstant. Da dieses in der Regel nur bei niedrigen Schergefällen stattfindet, wird  $\eta_0$  als "Niedrigscherviskosität" (engl. "low shear viscosity") bezeichnet. Bei einem erhöhten Schergefälle, also Wi > 1, haben die Fluidmoleküle nicht genügende Zeit zu relaxieren. Damit zeigt das Fluid eine reversible Strukturierung, die die Scherbewegung vereinfacht und damit zu einer niedrigeren Viskosität  $\eta$  als  $\eta_0$  führt.

Die Rotationsrelaxationszeit der Fluidmoleküle kann nach der *Ein-stein-Debye* Relation ermittelt werden: [PSP<sup>+</sup>03], [Bai07]:

$$\lambda_{\rm rel} \approx \frac{\eta_0 \ M}{\rho \ R_{\rm g} \ \theta} \ . \tag{3.84}$$

Die kritische Schubspannung  $\tau_{\rm C}$  ist die Schubspannung, bei der eine Scherverdünnung beim Schergefälle  $\dot{\gamma}_{\rm C}$  aufzutreten beginnt:

$$\tau_{\rm C} = \eta_0 \cdot \dot{\gamma}_{\rm C} \,. \tag{3.85}$$

Dabei nimmt die Weissenberg-Zahl den Wert Eins an:

$$Wi = \lambda_{\rm rel} \cdot \dot{\gamma}_{\rm C} = 1 ,$$
  
$$\dot{\gamma}_{\rm C} = \frac{1}{\lambda_{\rm rel}} .$$
(3.86)

Ersetzt man das Schergefälle  $\dot{\gamma}_{\rm C}$  in Gleichung 3.85 durch Gleichung 3.86, lässt sich die kritische Schubspannung  $\tau_{\rm c}$  als das Verhältnis der Low-Shear-Viskosität  $\eta_0$  zur Rotationsrelaxationszeit  $\lambda_{\rm rel}$  beschreiben:

$$\tau_{\rm C} = \frac{\eta_0}{\lambda_{\rm rel}} \approx \frac{\rho \ R_{\rm g} \ T}{M_{\rm mol}} \ . \tag{3.87}$$

Für eine praktische Anwendung steht die Molekülmasse des Fluids  $M_{\rm mol}$  oft nicht direkt zur Verfügung. In ASTM D2502-04 [Into4] wird ein Berechnungsansatz angegeben, um die Molekülmasse eines Petroleumöls mit seiner kinematischen Viskosität zu verknüpfen. Dabei kann die Molekülmasse mit Hilfe der empirisch festgelegten Tabellenwerte aus der kinematischen Viskosität bei 100 °F (37,78 °C) bzw. 210 °F (98,89 °C) abgeschätzt werden. Der Ansatz gilt für Petroleumöle mit Molekülmassen von 250 bis 700 kg/kmol.

Der oben erwähnte Ansatz wurde von *Maroto* in analytische Formeln zusammengefasst [Maro9]:

$$M_{\rm mol} = 180 + S \left[ \mathcal{H} \left( \nu_{100\,^{\circ}\rm F} \right) + 60 \right] , \qquad (3.88)$$

(3.90)

wobei gilt:

$$\mathcal{H}(\nu) = 870 \cdot \log \log(\nu + 0, 6) + 154 , \qquad (3.89)$$

$$VSF = \mathcal{H}(\nu_{100\,\circ F}) - \mathcal{H}(\nu_{210\,\circ F})$$
,

$$S(\nu) = 3,562 - 0,01129 \cdot VSF - 1,857 \times 10^{-5} \cdot VSF^{2} + 6,438 \times 10^{-8} \cdot VSF^{3}.$$
(3.91)

Die von *Maroto* vorgeschlagenen Formeln basieren ebenfalls auf als bekannt vorausgesetzten Viskositäten bei 100 °F und 210 °F. Stehen diese nicht zur Verfügung, können sie aus der Viskosität bei zwei anderen Temperaturen durch Inter-/Extrapolation festgelegt werden. In Europa wird die kinematische Viskosität der Schmieröle in der Regel bei 40 °C und 100 °C von den Herstellern angegeben. Dementsprechend wird in Abbildung 3.22 der Zusammenhang zwischen der Molekülmasse und der kinematischen Viskosität bei 40 °C und bei 100 °C als ein Beispiel für viele Getriebe- und Motoröle dargestellt.



Abbildung 3.22: Relation zwischen der Molekülmasse und der kinematischen Viskosität bei 40 °C und 100 °C nach [Into4]

Als weitere Ansätze, die die Molekülmasse mit der kinematischen Viskosität verknüpfen, sind hier die Formeln nach *Barry* (Gleichung 3.92) [Bar46] und *Gunderson* and *Hart* (Gleichung 3.93) [GH62] zu nennen:

$$M_{\rm mol} = 6610 \left[ \log(\nu) - 1 \right]^2$$
, (3.92)

$$M_{\rm mol} = 81, 5 \cdot \nu^{0,614} . \tag{3.93}$$

Eine Vielzahl von Ansätzen zur Beschreibung der Scherratenabhängigkeit der Viskosität sind im Lauf der Zeit entwickelt worden. Um nur einige Beispiele zu nennen sind untenstehend Ansätze nach Eyring [Eyr36], Carreau [Car72], und Bair [BW90] aufgelistet:

Eyring 
$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\tau_{\rm C}}{\dot{\gamma}} \cdot \sinh^{-1}\left(\frac{\dot{\gamma} \cdot \eta_0}{\tau_0}\right)$$
, (3.94)  
Carreau  $\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{\left[1 + \left(\frac{\eta_0 \cdot \dot{\gamma}}{\tau_{\rm C}}\right)^2\right]^{\frac{1-\eta}{2}}}$ , (3.95)

Bair 
$$\eta(\tau) = \frac{\eta_0}{\left[1 + \left(\frac{\tau}{\tau_c}\right)^2\right]^{\frac{1}{\pi} - 1}}.$$
 (3.96)

Zusammen mit anderen Viskositätsmodellen ergeben die oben aufgelisteten Formeln für scherverdünnende Fluide einen degressiven Verlauf der Viskosität bei steigender Scherrate. Wie bei den oben aufgelisteten Carreau- bzw. Bair-Formeln haben die meisten dieser Formeln einen Exponenten n, der zur Anpassung an unterschiedliche Bandbreiten des Übergangs vom Newtonschen zum nicht-Newtonschen Bereich dient, Abbildung 3.23. Je höher der Wert von n ist, desto "schneller" verlässt die Kurve den Newtonschen Bereich. Darüber hinaus wird in vielen Messungen gezeigt, dass sich die Fließkurven der relativen Viskosität  $\eta/\eta_0$  über der relativen Schubspannung  $\eta_0 \cdot \dot{\gamma}/\tau_c$ eines Fluids unter unterschiedlichen Drücken oder Temperaturen in einen einzigen Verlauf, die so genannte Masterkurve, zusammenfassen lassen. Diese Betrachtung wird von der Carreau-Formel mathematisch widergespeigelt, wenn der Exponent *n* nicht druck- und temperaturabhängig ist (vgl. Abbildung 3.23).

In der Praxis werden viele Schmierölprodukte aus einer Mischung mehrerer Öle gefertigt. Es ist möglich, dass die Masterkurve solcher Mischöle mit mehreren Senkungsstufen verläuft. Es wird beispielhaft in Abbildung 3.24 gezeigt, dass die Einmischung von 10% Fluid 2, das mit stärker ausgeprägter nicht-Newtonscher Viskosität vorliegt, in Fluid 1 zu zwei Senkungsstufen führt.

#### Druckabhängigkeit der Niedrigscherviskosität 3.3.3.5

Die Niedrigscherviskosität  $\eta_0$  ist vor allem stark abhängig von der Temperatur T und dem Druck p. Bezüglich der praktischen Anwendungen wird der Zusammenhang oft empirisch durch Einführung der Druck- und Temperatur-Viskositäts-Koeffizienten  $\alpha_p$  und  $\beta_{th}$  beschrieben [Goh88]:

$$\eta_0(p,T) = \eta_{0,\text{ref}} \cdot \exp\left[\alpha_p \cdot (p - p_{\text{ref}}) - \beta_{\text{th}} \cdot (T - T_{\text{ref}})\right] .$$
(3.97)

 $\eta_{0,\text{ref}}$  ist die Niedrigscherviskosität eines Schmieröls bei Referenzdruck  $p_{ref}$  und Referenztemperatur  $T_{ref}$ . Der Exponent der natürlichen Exponentialfunktion setzt sich zusammen aus den Druck- und



Abbildung 3.23: Theoretsiche Masterkurve entsprechend dem Carreau-Modell bei unterschiedlichen Exponenten n



Abbildung 3.24: Theoretische Masterkurve eines Mischöls von zwei Ölen entsprechend dem *Carreau*-Modell

#### 42 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Temperaturanteilen, wobei sich die Festlegung der Druck- bzw. Temperatur-Viskositäts-Koeffizienten jeweils auf isotherme und isobare Viskositätsmessungen stützt. In Abbildung 3.25 werden die mithilfe des Hochdruck-Viskosimeters am ITR der TU Clausthal [Bod89] gemessenen Druckviskositätswerte des Öles 5 jeweils bei 60 °C, 80 °C bzw. 100 °C logarithmisch über den Drücken dargestellt.



Abbildung 3.25: Gemessene druckabhängige Viskosität des Öles 5 bei unterschiedlichen Temperaturen

Für eine isotherme Bedingung ergibt sich der Druckanteil der Gleichung 3.97 zu:

$$\eta_0(p,T) = \eta_0(p_{\text{luft}},T) \cdot \exp\left|\alpha_p \cdot (p - p_{\text{luft}})\right| \quad (3.98)$$

Da der maximale Druck in einem EHD-Kontakt in der Regel in einer Größenordnung von 10<sup>2</sup> bis 10<sup>3</sup> MPa liegt, ist der Luftdruck von 0,1 MPa vernachlässigbar klein. Aus diesem Grund wird Gleichung 3.98 weiter vereinfacht in die *Barus*-Gleichung überführt, die in vielen Veröffentlichungen über den EHD-Kontakt verwendet wird [Bar93]:

$$\eta_0(p,T) = \eta_0(p_{\text{luft}},T) \cdot \exp\left(\alpha_p \cdot p\right) . \tag{3.99}$$

In einer ln  $\eta$ -p Darstellung, wie es beispielhaft in Abbildung 3.26 gezeigt wird, gibt der Druck-Viskositäts-Koeffizient  $\alpha_p$  in der *Barus*-Gleichung die Steigung einer Sekante der Isotherme zwischen den Punkten bei 0 bar und einem anderen beliebigen Druck an [Walo4]:

$$\alpha_{\rm p} = \frac{\ln[\eta_0(p)] - \ln[\eta_0(0 \text{ bar})]}{p} .$$
(3.100)

Da die Isotherme in einer ln $\eta$ -p-Darstellung von einem linearen Verlauf abweicht, ist der nach Gleichung 3.100 definierte Druck-Viskositäts-Koeffizient prinzipiell eine Funktion vom Druck p. Hinsichtlich der



Abbildung 3.26: Druck-Viskositäts-Koeffizient  $\alpha_{p,2000}$  der 60 °C-Isotherme von Öl 5

praktischen Anwendung wird in erster Linie der Druck-Viskositäts-Koeffizient bei 2000 bar  $\alpha_{p,2000}$  verwendet [Kus82]:

$$\alpha_{\rm p,2000} = \frac{\ln[\eta_0(2000 \text{ bar})] - \ln[\eta_0(0 \text{ bar})]}{p} . \tag{3.101}$$

Mit  $\alpha_{p,2000}$  beschränkt sich die Gültigkeit der *Barus*-Gleichung auf einen niedrigen Druckbereich. Im erhöhten Druckbereich bis zum GPa-Bereich, wo sich die meisten EHD-Kontakte befinden, können die nach der *Barus*-Gleichung extrapoliert berechneten Viskositätswerte Abweichungen von den realen Messwerten in der Größenordnungen mehrer 10er-Potenzen ergeben. Ein anderer häufig verwendete Ansatz zur Berechnung der Druckabhängigkeit der dynamischen Viskosität ist die *Roelands*-Gleichung [Roe66]:

$$\eta_0(p) = \eta_{0,p} \cdot \left(\frac{\eta_0}{\eta_{0,p}}\right)^{\left(\frac{p_p - p}{p}\right)^2} .$$
(3.102)

wobei  $\eta_{0,p}$  und  $p_p$  als universelle Parameter  $6,31 \times 10^{-5}$  Pas und -0,196 GPa betragen. Der Druck-Viskositäts-Index *Z* kann gestützt auf Messwerte durch Regressionsverfahren bestimmt werden.

Im Vergleich zur *Barus*-Gleichung gilt die *Roelands*-Gleichung in einem erweiterten Druckbereich bis zu 0,5 GPa [Baio7]. Für viele Fluide ist Z annähernd konstant über einem großen Temperaturbereich, [Baio7] [Hamo4]. In Abbildung 3.27 wird die berechnete Druckviskosität nach Berechungsansätzen von *Barus* und *Roelands* bei verschiedenen Temperaturen gegenübergestellt und mit Messwerten aus dem Hochdruckviskosimeter verglichen.



Abbildung 3.27: Gegenüberstellung der nach dem *Barus-* bzw. *Roelands*modell berechneten Druckviskosität des Öles 5 bei verschiedenen Temperatur im Vergleich zu Messungen

Die ermittelten Parameter für die *Barus-* und *Roelands-*Gleichung werden in Tabelle 3.3 aufgelistet:

	60 °C	80 °C	100 °C
<i>Barus-</i> Gleichung: $\alpha_{p,2000}$ , GPa <sup>-1</sup>	15,3	14,1	13,1
Roelands-Gleichung: Z, -	0,5844	0,5936	0,5947

Tabelle 3.3: Parameter der Barus- und Roelands-Gleichung für Öl 5

Aus Abbildung 3.27 ist zu sehen, dass die Druckviskosität dazu tendiert, nach dem degressiven Verlauf bis zu einem bestimmten Druck (500, 650 und 700 MPa jeweils bei 60, 80 und 100 °C) wieder linear oder progressiv zuzunehmen. Diese Tendenz wird vom *Barus*- oder *Roelands*-Ansatz nicht widergespiegelt.

Eine realistischere Abschätzung der Viskosität im erhöhten Druckbereich erfolgt durch die freie Volumen Theorie, wobei die Viskosität physikalisch als ein Maß für die Wahrscheinlichkeit der Platzwechsel der Moleküle interpretiert wird, die vom nicht von Molekülen besetzten freien Volumen abhängig ist. Theoretisch lassen sich die freien Volumen durch die Dichte beschreiben, was die Basis für unterschiedliche Modelle bildet, wie beispielsweise das Modell nach *Bode* [Bod89] (vgl. Gleichung 3.103) oder das *Tait-Doolittle*-Modell unter isothermer Bedingung [Doo51] (vgl. Gleichung 3.104)


Abbildung 3.28: Gegenüberstellung der nach dem *Tait-Doolittle*-Modell berechneten Druckviskosität von Öl 5 bei verschiedenen Temperaturen mit Messergebnissen

$$\eta(p,T) = \frac{\rho_{s}(1-\alpha_{s}\cdot T)}{1-D_{\rho0}\cdot\ln\left(\frac{D_{\rho1}+D_{\rho2}\cdot T+p}{D_{\rho1}+D_{\rho2}\cdot T}\right)},$$
(3.103)  

$$\eta(p,T) = \eta(p_{\text{luft}},T)\cdot e^{\left[B\cdot R_{0}\cdot\left(\frac{1}{\frac{\rho(p_{\text{luft}},T)}{\rho(p,T)}-R_{0}}-\frac{1}{1-R_{0}}\right)\right]}.$$
(3.104)

Die Ermittlung der Parameter  $D_{\rho0}$ ,  $D_{\rho1}$  und  $D_{\rho2}$  in Gleichung 3.103 sowie *B*,  $R_0$ ,  $K_0$  bzw.  $K'_0$  in Gleichung 3.104 erfolgt durch die Kurvenanpassung der Dichte- und Druckviskositätsmessdaten [Bod88]. Für das Öl 5 sind als Beispiel die Parameter des *Tait-Doolittle*-Modells in Tabelle 3.4 dargestellt. In Abbildung 3.28 wird die nach dem *Tait-Doolittle*-Modell berechnete Druckviskosität des Öles 5 bei verschiedenen Temperaturen mit Messergebnissen gegenübergestellt.

Temperatur	В	$R_0$	$K_0$	$K'_0$
60 °C	2,755	0,727	10,841	1529,9
80 °C	3,038	0,702	10,842	1440,8
100 °C	4,354	0,650	10,842	1356,5

Tabelle 3.4: Ermittelte Parameter der Tait-Doolittle-Gleichung für Öl 5

Im Vergleich zu dem *Barus-* bzw. *Roelands-*Modell liefert das *Tait-Doolittle-*Modell bis zu 700 MPa eine bessere Übereinstimmung mit den Messdaten und damit eine realistischere Abschätzung der Druckviskosität auch im höheren Druckbereich außerhalb des Messbereiches des Viskosimeters.

## 3.3.3.6 Temperaturabhängigkeit der Niedrigscherviskosität

Zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Niedrigscherviskosität  $\eta_0$  können u.a. die von DIN 53017 vorgeschlagenen Formeln nach *Vogel* verwendet werden [DIN93]:

$$\eta_0(T) = A_{\text{vogel}} \cdot \exp\left(\frac{B_{\text{vogel}}}{T + C_{\text{vogel}}}\right) . \tag{3.105}$$

Die *Vogel*-Gleichung 3.105 ist ein empirischer Ansatz wobei die materialabhängigen Konstanten  $A_{\text{vogel}}$ ,  $B_{\text{vogel}}$  und  $C_{\text{vogel}}$  in erster Linie gestützt auf gemessene Viskositätswerte empirisch bestimmt werden können. Der Temperatur-Viskositäts-Koeffizient  $\beta_{\text{th}}$  kann analytisch nach DIN 53017 für die Bedingung  $T_1 < T < T_2$  berechnet werden [DIN93]:

$$\beta_{\rm th} = 2,303 \cdot \frac{\ln\left(\frac{\eta_1}{\eta_1}\right)}{T_2 - T_1} \cdot \frac{(T_1 + A_2) \cdot (T_2 + A_2)}{(T + A_2)^2} , \qquad (3.106)$$

wobei

$$A_2 = \frac{A_3 \cdot T_1 - T_3}{1 - A_3} \tag{3.107}$$

und

$$A_{3} = \frac{T_{3} - T_{2}}{T_{2} - T_{1}} \cdot \frac{\ln\left(\frac{\eta_{1}}{\eta_{2}}\right)}{\ln\left(\frac{\eta_{2}}{\eta_{3}}\right)}$$
(3.108)

ist.

Zur Anwendung der Gleichung 3.106 wird vorausgesetzt, dass drei Betriebszustände  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  und  $\eta_3$  jeweils bei  $T_1$ ,  $T_2$  und  $T_3$  bekannt sein müssen. Stehen Viskositätswerte nur von zwei Temperaturen zur Verfügung, kann Parameter  $A_2$  der Gleichung 3.106 nach *Harris* annähernd zu 273,2 angenommen [Har91] werden:

$$\beta_{\rm th} = 2,303 \cdot \frac{\ln\left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)}{T_2 - T_1} \cdot \frac{(T_1 + 273, 2) \cdot (T_2 + 273, 2)}{(T + 273, 2)^2} \,. \tag{3.109}$$

## 3.3.3.7 Maxwell-Modell für Viskoelastizität

Wenn ein Fluid-Partikel in einen EHD-Schmierfilm eintritt, wird es unmittelbar von einer Scherkraft beansprucht. Unter solcher Bedingung zeigt das Fluid ein viskoelastisches Verhalten, sodass die Scherkraft nicht nur von der Scherrate (Viskosität), sondern auch von der im Laufe der Schergeschichte aufgebauten elastischen Scherung (Elastizität) abhängig ist. Zur Beschreibung der Viskoelastizität stehen mehrere Modelle zur Verfügung, wie zum Beispiel das *Maxwell-*, das *Kelvin-Voigt-* sowie das *Phan-Thien-Tanner-*Modell [Dys70], [Tan85], [PT13]. Die vorliegende Arbeit stützt sich in erster Linie auf das klassische vereinfachte *Maxwell-*Modell:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\eta} + \frac{1}{G} \cdot \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}t} \,. \tag{3.110}$$

Das Prinzip des *Maxwell*-Modells kann anhand der Serienschaltung einer Feder mit dem elastischen Schubmodul *G* und eines Dämpfers mit der dynamischen Viskosität  $\eta$  schematisch dargestellt werden (vgl. Abbildung 3.29).



Abbildung 3.29: Prinzipdarstellung des Maxwell-Modells

Die Formel 3.110 des *Maxwell*-Modells besagt, dass die Scherrate  $\dot{\gamma}$  aus der Summe der elastischen Verformung  $\frac{1}{G} \cdot \frac{d\tau}{dt}$  und der viskosen Verformung  $\frac{\tau}{\eta}$  resultiert. Der elastische Schubmodul *G* bezieht sich auf den durch eine Oszillationsmessung ermittelten Speichermodul *G'* bei einer theoretischen unendlich hohen Scherfrequenz  $\omega \to \infty$ :

$$G = \lim_{\omega \to \infty} G'(\omega) = G_{\infty} . \tag{3.111}$$

Empirisch ist festgelegt geworden, dass der elastische Schubmodul bei einer unendlich hohen Frequenz  $G_{\infty}$  nur vom Druck und der Temperatur beeinflusst wird. Basierend auf den Messungen von *Hutton* bzw. eigenen Messungen schlug *Dyson* eine empirische Formel vor [Dys70]:

$$G_{\infty} = \frac{3 \cdot p}{2,52 + 0,024 \cdot T} \,. \tag{3.112}$$

Eine andere empirische Formel wurde von *Hutton* und *Pillips* für ein bestimmtes Fluid, di(2-ethylhexyl)phthalate, abgeleitet [Hut84]:

$$G_{\infty} = \frac{1,29 \times 10^7}{\left(T - 92,8 \text{ K}\right)^2} + \frac{1,74 \times 10^5 \cdot p}{\left(T + 16,7 \text{ K}\right)} . \tag{3.113}$$

Die beiden Formeln besagen, dass  $G_{\infty}$  einen linearen Zusammenhang mit dem Druck und eine reziproke Proportionalität zur Temperatur oder deren Quadrat aufweist. Ein allgemein gültiger theoretischer oder empirischer Berechnungsansatz ist jedoch bisher nicht vorhanden. Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, dass nach *Dyson* alternativ näherungsweise ein linearer Zusammenhang zwischen elastischem Schubmodul und Grenzschubspannung angenommen werden kann.



Abbildung 3.30: Fließkurve eines Mineralöls LVI 260 mittels eines *Couette*-Viskosmeters mit Verdeutlichung der Grenzschubspannung [Baio2]

## 3.3.3.8 Grenzschubspannung

Labortechnisch wurde mittels Rheometermessungen, wie zum Beispiel eines *Couette*-Viskosimeters, gezeigt, dass Fluide unter homogenem Druck und homogener Temperatur maximal eine scherratenunabhängige Grenzschubspannung " $\tau_L$ " (engl. "limiting shear stress") übertragen können [Baio2], [Baio7], [BW82], siehe Abbildung 3.30:

Die Entstehung der Grenzschubspannung kann u.a. durch die Bildung von lokalisierten Scherbändern im Fluid erklärt werden. Dabei gilt die Annahme einer homogen verteilten Scherbewegung im Fluidfilm nicht mehr. Aufgrund der erhöhten Schubspannung läuft die Scherbewegung nur lokal innerhalb von Scherbändern ab. Die Grenzschubspannung resultiert damit aus der Reibung zwischen den Scherbändern, die hypothetisch im Sinne einer Festkörperreibung mit dem *Coulombschen* Ansatz betrachtet werden kann [Baio7] (vgl. Gleichung 3.69). Somit ergibt sich theoretisch eine lineare Druckabhängigkeit der Grenzschubspannung, wenn die Reibungszahl  $\mu$  zwischen den Scherbändern konstant bleibt. Es wurde durch eine Vielzahl von Messungen gezeigt, dass die Grenzschubspannung dabei eine quasilineare Abhängigkeit vom Druck aufweist. Als Beispiel zu nennen sind Ansatzfunktionen nach *Bair* [BW92]:

$$\tau_{\rm L}(p) \approx \Lambda(T) \cdot p$$
, (3.114)

oder nach Jacobson [Jac91]:

$$\tau_{\rm L}(p) = \tau_0 + \Lambda(T) \cdot p . \qquad (3.115)$$

Der Druck-Grenzschubspannung-Koeffizient  $\Lambda$  ist material- und temperaturabhängig [BW82], [Jac91]. Der Wert von  $\Lambda$  liegt in der Regel im Bereich von 0, 05 bis 0, 1 [BW79], [HVB<sup>+</sup>10]. Die Beschränkung der Gültigkeit der Gleichung 3.114 besteht darin, dass die Grenzschubspannung gegen Null tendiert, wenn der Flüssigkeitsdruck bzw. die Pressung *p* im EHD-Kontakt Null nähert. Die Grenzschubspannung beim Druck Null entspricht dem Term  $\tau_0$  der Gleichung 3.115, der nach [Jac91] für Standardmineralöle zu 15 MPa abgschätzt werden kann.

Beruhend auf Oszillationsmessungen schlug *Dyson* vor, dass die maximale erreichbare Schubspannung eines viskoelatischen Fluids aus seinem elastischen Schubmodul  $G_{\infty}$  berechnet werden kann [Dys70]:

$$\tau_{\rm L}(G) \approx 0,25 \cdot G_{\infty} . \tag{3.116}$$

# 3.3.3.9 Phänomenologische Fließmodelle mit Berücksichtigung der Viskoelastizität

Zur mathematischen Beschreibung der Schubspannung-Scherrate-Relation sind im Laufe der Zeit verschiedene phänomenologische Fließmodelle entwickelt worden, die dank ihrer vereinfachten analytischen Formulierung für die industrielle Praxis eine breite Anwendung finden. Sie bieten in erster Linie eine praktische Basis für eine Regressionsanalyse der gemessenen Traktionskurven, um das Fließverhalten des Fluids zu charakterisieren [PW11].

Zwei der am häufigsten verwendeten Ansätze sind das viskoelatische Modell nach *Johnson/Tevaarwerk* (Formel 3.117) [TJ77] und das elastoplastische Modell nach *Bair/Winer* (Formel 3.118) [BW90]. Eine Liste mehrerer Fließmodelle ist im Anhang zu finden.

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{G} \cdot \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}t} + \frac{\tau_{\mathrm{C}}}{\eta} \cdot \sinh\left(\frac{\tau}{\tau_{\mathrm{C}}}\right) ,$$
 (3.117)

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{G} \cdot \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}t} - \frac{\tau_{\mathrm{L}}}{\eta} \cdot \ln\left(1 - \frac{\tau}{\tau_{\mathrm{L}}}\right) \,. \tag{3.118}$$

In Anlehnung an das *Maxwell*-Modell bestehen die beiden Modelle aus einem elastischen Anteil und einem viskosen/plastischen Anteil und spiegeln den charakteristischen degressiven Ablauf der Traktionskurven wider. Der Unterschied besteht darin, dass *Johnson* und *Tevaarwerk* den viskosen Anteil als *Eyring*sches Fluid betrachteten (Gleichung 3.94) und *Bair* und *Winer* die Grenzschubspannung  $\tau_{\rm L}$  berücksichtigten. Mit  $\tau_{\rm C}$  in der *Johnson/Tevaarwerk*-Formel wird charakterisiert, wo die Traktionskurve ihren linearen Verlauf verlässt. Der *Bair/Winer*-Ansatz beschreibt hingegen die Begrenzung der Traktionskurve durch die Schubspannung  $\tau_{\rm L}$ .

Da sich solche phänomenologischen Fließmodelle trotz der unterschiedlichen lokalen Betriebsbedingungen im EHD-Kontakt auf eine globale Betrachtung beziehen, sind die Parameter der Formeln als gemittelte Größen anzusehen. Durch das Curvefitting-Verfahren lassen sich die zurzeit technisch noch schwierig ermittelbaren Parameter, wie beispielsweise der mittlere Schubmodul des Fluids, mit wenig Aufwand bestimmen. Eine nähere Beschreibung der Entwicklung der Schubspannung innerhalb der Kontaktfläche ist mit den oben erwähnten phänomenologischen Fließmodellen nicht möglich. Eine realistischere Betrachtung erfolgt durch die lokale Ermittlung der Schubspannung [SES04], [CAS06], [CSES07], [PW11], [BFMEV12], [HBV13]. Dabei werden unterschiedliche rheologische Fluideigenschaften hinsichtlich der Betriebsbedingungen in Betrachtung gezogen. Es kann somit ein besseres Verständnis der lokalen Entwicklung der Schubspannung bzw. deren Einflussfaktoren gewonnen werden. Eine Verallgemeinerung solcher Simulationsergebnisse ist allerdings sehr beschränkt, da manche Fluidmodelle, teilweise noch unter hypothetischer Annahme oder bei Unstimmigkeiten zwischen Forschungsergebnissen [OS98], nur für bestimmte gemessene Fluide sowie messbare Bedingungen gelten. Darüber hinaus wird die Viskoelastizität des Fluids in den meisten Simulationen vernachlässigt, was die Genauigkeit sowie Plausibilität der Modelle beeinträchtigen kann.

## 3.4 BERECHNUNGSMODELLE FÜR DAS WÄLZLAGERREIBMOMENT

Die quantitative Vorhersage des Reibmoments eines rotierenden Wälzlagers stellt ein kompliziertes Problem dar. Die Komplexität besteht einerseits in den zugrundeliegenden physikalischen Vorgänge, deren Modellierung auf interdisziplinären Interpretationen basiert und die Berücksichtigung zahlreicher Einflussfaktoren voraussetzt. Andererseits ist eine Vielzahl der möglichen Einflussfaktoren, wie zum Beispiel Lagergeometrie, Schmierstoffe, Betriebsbedingungen usw. zu berücksichtigen. Im Laufe der Zeit sind mehrere Berechnungsmodelle entwickelt worden, in Form von vereinfachten Formeln für eine grobe Abschätzung bis hin zu umfangreichen numerischen Simulationen für eine realistischere Betrachtung.

## 3.4.1 Reibmomentberechnung auf Basis der klassischen Theorie

Die Ursprünge der Reibmomentberechnung gehen auf *Stribeck* zurück [Stro2]. 1957 veröffentlichte *Palmgren* [Pal57] eine empirische Gleichung zur Berechnung des Wälzlagerreibmoments, die heute als klassischer Berechnungsansatz für die grundsätzliche Betrachtung des Reibmoments Anwendung findet. Nach *Palmgren* wird das Gesamtreibmoment in einen lastabhängigen und lastunabhängigen Anteil unterteilt:

$$M = M_1 + M_0 . (3.119)$$

Der lastunabhängige Anteil  $M_0$  ist hauptsächlich von der Lagergröße, der Schmierstoffviskosität bzw. der Drehzahl anhängig:

$$M_0 = f_0 \cdot 10^{-7} \cdot D_{\rm M}^3 \cdot (v \cdot n)^{\frac{2}{3}}$$
, wenn  $v \cdot n \ge 2000$ , (3.120)

$$M_0 = f_0 \cdot 10^{-7} \cdot 160 \cdot D_{\rm M}^3, \text{ wenn } v \cdot n < 2000.$$
 (3.121)

Der Beiwert  $f_0$  wird in Abhängigkeit von Lager- und Schmierungsart empirisch festgelegt. Zu den lastunabhängigen Reibungsverlusten entstanden u.a. die Arbeiten von Armstrong, Lindemann und Wayne [ALW70], Lindekamp [Lin81], Plank und Lechner [PL90], Karbacher [Kar97] und Koryciak [Kor07].

Die Berechnung des lastabhängigen Anteils  $M_1$  erfolgt durch die folgende Gleichung:

$$M_1 = f_1 \cdot P_1 \cdot D_M . (3.122)$$

Der Beiwert  $f_1$  wird durch die Lagerart, die äquivalente Lagerbelastung  $P_0*$  und die statische Tragzahl  $C_0$  bestimmt. Angesichts der stetigen Weiterentwicklung in der Wälzlagertechnik, Wälzlagerkonstruktion, Wälzlagerschmierungstechnik bzw. Schmierstofftechnologie ist die Berechnungsgenauigkeit nach *Palmgren* nur noch bedingt ausreichend.

Liegt an einem Zylinderrollenlager axiale Belastung vor, ist ein zusätzlicher Anteil  $M_a$  zu Gleichung 3.119 hinzuzufügen:

$$M = M_1 + M_0 + M_a , \qquad (3.123)$$

wobei

$$M_{\rm a} = f_{\rm a} \cdot 0,06 \cdot F_{\rm ax} \cdot d_{\rm m} \tag{3.124}$$

gilt.

*Hillmann* [Hil84] und *Klühspies* [Klü97] befassten sich mit der Entwicklung eines Verfahrens zur Ermittlung von Bezugsdrehzahlen für Wälzlager, die auf einer zulässigen Erwärmung beruhen. Dabei erwies sich generell eine zu große Ungenauigkeit der in der gängigen Literatur existierenden  $f_0$ -Koeffizienten als hinderlich, insbesondere bei Fettschmierung, wo sich diese Koeffizienten über der Laufzeit ändern.

### 3.4.2 Neue Berechnungsmodelle

Der Bewegungswiderstand in einem Wälzlager entsteht an verschiedenen Stellen und entspringt bei detaillierter Betrachtung einer Reihe unterschiedlicher physikalischer Wirkmechanismen. Hier sind vor Allem die Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit an den wälzbeanspruchten Elementen (Hysterese), die hydrodynamische Rollreibung, sowie bei Lagern mit von Null abweichenden Druckwinkeln (Schrägkugellager, Axiallager, axial belastete Rillenkugellager) die Bohrreibung zwischen den Lagerringen und den Wälzkörpern zu nennen. In Rollenlagern mit Bordführung entsteht zusätzlich Reibung am Bord, insbesondere wenn dieser axial belastet wird (Kegelrollenlager, axial belastete Zylinderrollenlager). Darüber hinaus gibt es weitere, in der Regel untergeordnete Reibungsanteile, nämlich die Gleitreibung im Kontakt Wälzkörper-Käfig und Käfig-Lagerring (nur bei bordgeführten Käfigen) sowie einen Widerstandsanteil durch Gleitbewegungen in quer zur Rollrichtung gekrümmten Kontaktflächen. Hinzu kommen Verwirbelungs-, Scher-, und Planschverluste im Schmierstoff außerhalb der eigentlichen Wirkflächen der Lager.

Mit einem Berechnungsansatz betrachtet *Steinert* die Bewegungswiderstände in rein axial belasteten Schrägkugellagern bei einer Minimalmengenschmierung als Summe unterschiedlicher Reibanteile, die als physikalisch unabhängig anzusehen sind [Ste95]. Diese Reibanteile sind:

- *M*<sub>AΣ</sub>: Reibanteil durch irreversible Verformungsarbeit an den Kugeln,
- *M*<sub>B</sub><sub>\substack</sub>: Reibanteil durch Rollreibung zwischen der Laufbahn und den Kugeln,
- *M*<sub>C∑</sub>: Reibanteil durch die Bohrreibung zwischen der Laufbahn und den Kugeln.

Das Gesamtreibmoment lässt sich durch Summierung dieser drei Reibanteile berechnen:

$$M_{\rm ges} = M_{\rm A\Sigma} + M_{\rm B\Sigma} + M_{\rm C\Sigma} . \tag{3.125}$$

Zur Verifizierung des Berechnungsansatzes wurden entsprechende Versuche für Spindelkugellager 7020C mit Nenndruckwinkel von 15° von *Steinert* durchgeführt. Da es sich um Minimalmengenschmierung handelte, wurde der Planschverlust dabei von *Steinert* nicht berücksichtigt.

*Zhou* und *Hoeprich* schlugen 1991 einen Berechnungsansatz für ölgeschmierte axial belastete Kegelrollenlager vor [ZH91]. Ausgangspunkt war, dass das Gesamtreibmoment sich in die Anteile

- Reibmoment zwischen den Wälzkörpern und der Laufbahn M<sub>BRG,race</sub>,
- Reibmoment zwischen Rollenstrinflächen und Lagerbord M<sub>BRG,rib</sub>,
- · Reibmoment zwischen Wälzkörpern und Käfig und
- Reibmoment infolge der Schmierstoffverdrängung

aufteilen läßt.

*Zhou* und *Hoeprich* vernachlässigten die letzten zwei Anteile und damit betrachteten sie das gesamte Reibmoment als Summe der Reibanteile  $M_{\text{BRG,race}}$  und  $M_{\text{BRG,rib}}$ :

$$M = M_{\rm BRG, race} + M_{\rm BRG, rib} . \tag{3.126}$$

Von der Wälzlagerindustrie wurden in den letzten Jahren ebenfalls eine Reihe weiterentwickelter Berechnungsverfahren vorgestellt, z.B. [MEo6], [Sch99]. Sie beruhen auf genauen Simulationsrechnungen der einzelnen physikalischen Wirkmechanismen, aus denen Näherungsgleichungen für den Anwender abgeleitet wurden. Beim Ansatz nach SKF [SKFo8] werden z.B. insgesamt vier Reibungsanteile berücksichtigt:

$$M_{\rm ges} = \Phi_{\rm ish} \cdot \Phi_{\rm rs} \cdot M_{\rm rr} + M_{\rm drag} + M_{\rm sl} + M_{\rm seal} \tag{3.127}$$

mit

$M_{ m rr}$	Rollreibmoment,
M <sub>drag</sub>	strömungsverlustabhängiges Reibmoment,
$M_{\rm sl}$	Gleitreibmoment,
$M_{\rm seal}$	Dichtungsreibmoment,
$\Phi_{\mathrm{ish}}$	Schmierfilmdickenfaktor,
$\Phi_{ m rs}$	Schmierstoffverdrängungsfaktor.

Basierend auf den Berechnungsgrundlagen nach *Steinert* [Ste95] und *Tüllmann* [Tül99] wurde von *Baly* ein Berechnungsmodell entwickelt, um das Reibmoment eines fettgeschmierten rein axial belasteten Schrägkugellagers zu berechnen. Dabei wurden folgende Haupt-Reibanteile berücksichtigt: [Bal05]:

- *M*<sub>verf</sub>: Reibmoment aus irreversibler Verformungsarbeit an den Kugeln nach *Johnson* [Joh85],
- *M*<sub>roll</sub>: Reibmoment aus hydrodynamischer Rollreibung zwischen der Laufbahn und den Kugeln nach *Gohar* und [Goh88]
- *M*<sub>bohr</sub>: hydrodynamisches Bohrreibmoment zwischen der Laufbahn und den Kugeln.

Das gesamte Reibmoment setzt sich somit zusammen aus den berücksichtigten Reibanteilen:

$$M_{\rm ges} = M_{\rm verf} + M_{\rm roll} + M_{\rm bohr} . \qquad (3.128)$$

*Koryciak* schlug 2007 einen empirischen Berechnungsansatz für die Planschverluste bei Ölbadschmierung vor [Koro7]. In seiner Arbeit hat *Koryciak* das Reibmoment für unterschiedliche Bauarten von Wälzlagern mit Linienberührung gemessen. Die untersuchten Wälzlager wurden mit der Mindest-Radialbelastung beaufschlagt und es lag eine Ölbadschmierung mit unterschiedlicher Ölstandshöhe vor. Die gemessenen Reibmomente wurden dann von *Koryciak* in einer Regressionsgleichung mit Parametersätzen für unterschiedliche Lagerbauarten zusammengefasst. Damit besteht die Möglichkeit, Planschverluste durch eine analytische Formel zu beschreiben. Darüber hinaus sind die Ergebnisse zur Konfiguration des Beiwerts  $f_0$  der *Palmgren*-Formeln übertragen worden.

In [Balo5] wird der Einfluss eines reduzierten Schmierstoffangebotes im Wälzkontakt (engl. "Starvation"), die vornehmlich bei fettgeschmierten schnelllaufenden Wälzlagern auftritt, auf das Reibmoment betrachtet. Dabei ist die Schmierfilmhöhe aufgrund des minimalen Schmierstoffangebotes niedriger als bei vollständiger Versorgung oder einem Überangebot. Eine verbesserte Kenntnis über den Einfluss der Schmierstoffversorgung auf das hydrodynamische Rollreibmoment wurde bei [Balo5] erzielt, indem ein empirisch ermittelter Korrekturfaktor  $\Phi_{FS}$  in das Berechnungsmodell eingeführt wurde. Die theoretische hydrodynamische Rollreibung  $M_{roll,voll}$  bei Vollschmierung mit Öl lässt sich durch den Korrekturfaktor  $\Phi_{FS}$  in die Rollreibung bei einer Minimalmengenschmierung  $M_{roll,red}$  umrechnen:

$$M_{\rm roll,red} = \Phi_{\rm FS} \cdot M_{\rm roll,voll} . \tag{3.129}$$

Der Korrekturfaktor  $\Phi_{FS}$  lässt sich aus durchgeführten experimentellen Untersuchungen als eine Funktion von:

- Fett-Zusammensetzung,
- Betriebsviskosität des Grundöls,
- Lagerbauart und -größe und
- Betriebsdrehzahl

zusammenfassen:

$$\Phi_{\rm FS} = \frac{A}{e^{B \cdot \frac{\nu}{\nu_{40}} \cdot n \cdot C_{\rm L}}} \,. \tag{3.130}$$

Dieser Korrekturfaktor  $\Phi_{FS}$  ermöglicht die Umrechnung des zuvor für Vollschmierung mit Öl nach *Steinert* berechneten Reibmomentanteils in den bei Fettschmierung real vorliegenden Anteil und wurde in Anlehnung an [SKFo8] eingeführt. Der Korrekturfaktor beinhaltet die beiden fettspezifischen Faktoren *A* und *B* (Viskositäts-Korrektur) und ist darüber hinaus von der Drehzahl abhängig. Das hydrodynamische Bohrreibmoment kann somit bei Fettschmierung aus dem Schergefälle im Fluid und der wirksamen Viskosität berechnet werden.

Das von [BPo5] entwickelte Berechnungsmodell wurde in [Meyo9] bezüglich Betriebsdruckwinkel, Käfigbauform, Lagerbaugröße und Lagerbaureihe weiter entwickelt. Dabei wurde die Genauigkeit des Berechnungsmodells einerseits durch Berücksichtigung rheologischer Untersuchungen der Druckviskosität des Schmierstoffes, andererseits durch Modellversuche an einer Kugel-Scheibe-Apparatur für eine qualitative Aussage zum Schmierungszustand und zum Mechanismus der Fettschmierung verbessert.

Ausgehend von [BPo5] besteht der Schwerpunkt der Arbeitsergebnisse von [Meyo9] im verbesserten Berechnungsmodell für das Bohrreibmoment in einem Kontakt zwischen Lagerring und Wälzkörper eines axial belasteten Schrägkugellagers. Das Bohrreibmoment in [BPo5] wurde nach folgender Gleichung berechnet:

$$M_{\rm bohr} = \int\limits_{A} r \cdot \tau \cdot dA , \qquad (3.131)$$

wobei die Schubspannung  $\tau$  über den *Newton*schen Schubspannungsansatz bestimmt wurde:

$$\tau = \eta \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \approx \eta \cdot \left(\frac{\omega_{\rm B} \cdot r}{h}\right) \,. \tag{3.132}$$

Eine Schwäche diese Ansatzes besteht zum einen darin, dass eine Extrapolation der berechneten Viskosität über Drücke von 1 GPa hinaus unsicher ist. Zum anderen zeigen Schmierstoffe bei erhöhten Drücken unter EHD-Bedingungen stark nicht-*Newton*sches Verhalten. Basierend auf dem experimentell ermittelten Zusammenhang zwischen der Schubspannung und der Scherrate wurde in [Meyo9] die maximal erreichbare Schubspannung eines EHD-Kontakts  $\tau_{max}$ abgeleitet. Charakteristisch dabei ist, dass nach Erreichen der maximal erreichbaren Schubspannung  $\tau_{max}$  die aufgebaute Schubspannung nicht mehr stark von der Scherrate beeinflusst wird. Sie bleibt entweder fast konstant oder fällt leicht wieder ab. Die aufgebaute Schubspannung bei hohen Kontaktdrücken eines EHD-Kontakts kann vereinfacht als Integral der lokalen maximal erreichbaren Schubspannungen  $\tau_{max,lok}$  über der Kontaktfläche *A* berechnet werden:

$$\tau \approx \int_{A} \tau_{\max, \text{lok}} . \qquad (3.133)$$

Durch Verwendung dieses Zusammenhangs in der Berechnung des Bohrreibmoments weist das berechnete Reibmoment der hoch axial belasteten Schrägkugellager eine realistischere, geringe Abhängigkeit von der Drehgeschwindigkeit und damit eine gute Übereinstimmung mit den Messergenissen auf. Dieses Berechnungsmodell wurde ferner in [Wan13] hinsichtlich der Lagerarten, Belastungsrichtungen sowie Schmierungsmethoden erweitert. Dabei wurden sowohl Zylinder-/Kegelrollenlager bei Ölschmierung als auch radiale bzw. kombinierte Belastungen in Betrachtung gezogen.

# 4

## 4.1 EINLEITUNG

In der Praxis ist die Reibung eines EHD-Wälzkontaktes hinsichtlich der Leistungseffizienz bzw. der tribologischen Zuverlässigkeit für viele Maschinenanwendungen von erheblicher Bedeutung. Die rechnerische Vorhersage der Energieverluste von Maschinenelementen, wie beispielsweise Zahnrädern oder Wälzlagern, ist ohne realistische Modellierung der Reibung von EHD-Wälzkontakten nur mit beschränkter Genauigkeit möglich. Während die Schmierfilmhöhe vorwiegend von Betriebsbedingungen am Eingang der Kontaktzone beeinflusst wird und mithilfe von vereinfachten Formeln mit zufriedenstellender Genauigkeit berechnet werden kann, bleibt heutzutage die Vorhersage der Reibungskraft aufgrund der Komplexität des Problems immer noch eine anspruchsvolle Aufgabe. Die Schwierigkeit liegt einerseits in der hohen technischen Anforderung an die labortechnische Ermittlung der grundlegenden rheologischen Eigenschaften des Schmierstoffes bezüglich der charakteristischen Drücke der EHD-Bedingungen bis in den Gigapascal-Bereich. Andererseits ist die Genauigkeit der Modelle zur Beschreibung des Fließverhaltens des Fluides unter erhöhten Drücken und Scherbeanspruchungen sehr beschränkt, da teilweise noch nicht vollständig beschriebene physikalische Vorgänge weitere Untersuchungen erfordern. Ferner spielt die Oberflächenbeschaffenheit der Reibpartner ebenfalls eine wichtige Rolle, wenn Mischreibung vorliegt.

Angesichts der Wichtigkeit und Komplexität des Problems sind seit Jahrzehnten zahlreiche experimentelle Untersuchungen durchgeführt worden, um praktische Kenntnisse über die Reibungskraft eines EHD-Wälzkontakts in Abhängigkeit von verschiedenen Einflussfaktoren zu gewinnen und eine Basis für weitere theoretische Analysen zu schaffen. Als Messtechnik sind unter anderem der Zweischeibenprüfstand sowie die "Mini Traction Machine (MTM)" zu nennen. Die Messergebnisse werden üblicherweise in Form von sogenannten Traktionskurven ausgewertet, die den Zusammenhang zwischen dem Reibwert und dem Schlupf oder zwischen der Schubspannung und dem Schergefälle darstellen.

## 4.2 EXPERIMENTELLE ERMITTLUNG VON TRAKTIONSKURVEN

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind die Traktionskurven der EHD-Wälzkontakte mittels eines Zweischeibenprüfstands ermittelt



worden (siehe Abbildung 4.1). Der Aufbau und die Beölung des Zweischeibenprüfstands sind schematisch in Abbildung 4.2 dargestellt.

Abbildung 4.1: Zweischeibenprüfstand [Mey10]

Um einen EHD-Kontakt zu erzeugen, werden eine zylindrische und eine ballige Versuchsscheibe durch einen Anpresszylinder mit einer Normalkraft F<sub>N</sub> zusammengedrückt. Beide Scheiben haben den gleichen Durchmesser von 120 mm. Die ballige Scheibe wird ferner kreisbogenförmigen Profil mit einem Radius von 100 mm versehen. Die Scheiben sind aus dem gängigen Wälzlagerstahl 100Cr6 gefertigt, gehärtet und geschliffen um in Hinblick auf die Anwendung "Wälzlagerreibung" möglichst realitätsnahe Werkstoffeigenschaften zu erhalten. Jede Scheibe wird über eine Kupplung durch eine drehzahlbzw. momentgeregelte E-Maschine angetrieben. Wärend die ballige Scheibe raumfest gelagert ist, ist das Gehäuse der zylindrischen Scheibe verschieblich, um die radiale Anpresskraft aufbringen zu können. Die Drehzahlen der Scheiben  $n_1$  und  $n_2$  werden über inkrementelle Drehgeber erfasst. Die E-Maschine 2 ist fest mit dem Prüfstandbett verschraubt. Die E-Maschine 1 ist über ein statisches Luftlager drehbar gelagert und stützt sich auf eine Wägezelle ab, die die aufgrund der Reibkraft F<sub>R</sub> resultierende Reaktionskraft misst. Es besteht eine Ölumlaufschmierung ohne Ölsumpf. Das Testöl wird im Öltank vor den Untersuchungen temperiert. Die Beölung der Scheiben erfolgt mittels dreier Ölstrahlen. Während zwei Ölstrahlen zur Vorschmierung der jeweiligen Scheibe dienen, tritt der dritte unmittelbar in die Kontaktstelle ein (vgl. Abbildung 4.2).

Die Scheiben können sich gegen- oder gleichsinnig drehen. Um eine Wälzbewegung ähnlich einem Rollenlager zu realisieren, werden die Scheiben in der vorliegenden Arbeit ausschließlich gegensinnig betrieben. Damit sind die translatorischen tangentialen Geschwindigkeiten der Scheiben im Kontakt gleich gerichtet (vgl. Abbildung 4.2). Zwei wichtige Begriffe zur Beschreibung des Charakters von Wälz-



Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des Aufbaus [Mey10] und der Beölung des Zweischeibenprüfstands

bewegungen sind die hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit  $u_{\text{hydr}}$ :

$$u_{\rm hydr} = \frac{(u_1 + u_2)}{2} \tag{4.1}$$

und der Schlupf S:

$$S = \frac{2 \cdot (u_1 - u_2)}{(u_1 + u_2)} . \tag{4.2}$$

Ein definierter Schlupf kann realisiert werden, indem man eine Scheibe mit fester Drehzahl rotieren lässt und die Drehzahl der anderen Scheibe entsprechend dem gewünschten Schlupfwert variiert. Da die Scheiben gleiche Durchmesser haben, kann die translatorische Geschwindigkeit u in Gleichung 4.2 direkt durch die Drehzahl n ersetzt werden:

$$S = \frac{2 \cdot (n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)} . \tag{4.3}$$

Der Reibwert  $\mu$  lässt sich aus der gemessenen Reibkraft  $F_R$  und der Anpresskraft  $F_N$  berechnen:

$$\mu = \frac{F_{\rm R}}{F_{\rm N}} \,. \tag{4.4}$$

Unter niedrigen Belastungen zeigen sich erhöhte Schwankungen der Messdaten aufgrund der Exzentrizität des Prüfstandes, der Prüfkörperaufnahmen und der Prüfkörper selber, wodurch eine gültige Auswertung der Messergebnisse nicht mehr möglich ist. Daher werden die radialen Anpresskräfte in der vorliegenden Arbeit so gewählt, dass, sich unter Berücksichtigung der Scheibengeometrie mittlere *Hertz*sche Pressungen im Wälzkontakt im Bereich von 600 bis 1,5 GPa befinden.

In Abbildung 4.3 ist exemplarisch eine Traktionskurve des Öles 5 bei einer mittleren Pressung von 1 GPa, einer Öltemperatur von 60 °C sowie einer hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeit von 12 m/s dargestellt. Der gemessene Reibwert  $\mu$  ist über dem Schlupf *S* aufgetragen. Mit Berücksichtigung der Richtung der relativen Umfangsgeschwindigkeiten sowie der Richtung der resultierten Reibkraft werden Reib- und Schlupfwerte vorzeichenrichtig ausgewertet. Die gemessene Traktionskurve weist damit eine Punktsymmetrie zum Ursprungspunkt auf, die auf die Unabhängigkeit des Schubspannungsbetrags von der Scherrichtung zurückgeht.

Alternativ zur oben erwähnten Reibwert-Schlupf-Relation ist der Zusammenhang zwischen der mittleren Schubspannung  $\bar{\tau}$  und dem Schergefälle  $\dot{\gamma}$  eines EHD-Kontaktes im Hinblick auf die rheologischen Fluideigenschaften von großer Bedeutung [Pol11]. Die mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}$  entspricht der Mittelung der gemessenen Reibkraft  $F_{\rm R}$  über die Kontaktfläche A:

$$\bar{\tau} = \frac{F_{\rm R}}{A} , \qquad (4.5)$$



Abbildung 4.3: Ausgewerteter Reibwert-Schlupf-Zusammenhang für das Öl 5 aus Messdaten des Zweischeibenprüfstandes

wobei die Kontaktfläche *A* in der vorliegenden Arbeit vereinfacht als eine elliptische Punkt-Kontaktfläche mit Halbachsen *a* und *b* nach der *Hertz*schen Theorie ermittelt wird (vgl. Abbildung 3.5):

$$A = \pi \cdot a \cdot b \ . \tag{4.6}$$

Das Schergefälle  $\dot{\gamma}$  ergibt sich mit Gleichung 3.70, wobei die Schmierfilmhöhe *h* vereinfacht als die zentrale Schmierfilmhöhe *h*<sub>0</sub> eines EHD-Kontakts nach der Berechnungsformel von *Hamrock* und *Dowson* (Gleichung 3.48) berechnet wird. Der thermische Einfluss der Aufheizung des Fluides beim Eintritt in den Rollkontakt auf die Schmierfilmhöhe wird dabei mithilfe des thermischen Korrekturfaktors nach *Murch* und *Wilson* (Gleichung 3.58) berücksichtigt. Ferner lässt sich der Schmierungszustand durch die spezifische Schmierfilmhöhe  $\lambda$  beurteilen:

$$\lambda = \frac{h}{\sigma} . \tag{4.7}$$

Dabei kann die Standardabweichung des Summenrauheitsprofils  $\sigma$  der beiden Kontaktkörper aus dem jeweiligen quadratischen mittleren Rauheitswert  $R_q$  ermittelt werden:

$$\sigma \approx \sqrt{R_{q1}^2 + R_{q2}^2} . \tag{4.8}$$

Je nach Wahrscheinlichkeitsverteilung bzw. statistischer gegenseitiger Abhängigkeit der Rauheitsprofile kann der Übergang von Mischreibung in Flüssigkeitsreibung eines tribologischen Systems mit einem kritischen  $\lambda$ -Wert gekennzeichnet werden. Üblicherweise wird davon ausgegangen, dass Vollschmierung bei  $\lambda \ge 2$  [WH12] oder  $\lambda \ge 3$  vorliegt [Goh88], [Ham94], [Bar10].

In Abbildung 4.4 sind als Beispiel für das Öl 5 die ausgewerteten Schubspannungen über dem Schergefälle aufgetragen. Unter sonst gleichbleibenden Bedingungen (der Öltemperatur und der hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeit) variieren dabei nur die mittleren Pressungen. Aufgrund der Richtungsunabhängigkeit der betrachteteten Phänomene werden dabei sowohl die Schubspannungen als auch die Schergefälle in ihren absoluten Werten dargestellt.



Abbildung 4.4: Schubspannungs-Schergefälle-Zusammenhang für das Öl 5 aus Messergebnissen des Zweischeibenprüfstandes, um den elastischen Schlupf bereinigt

Wie in Kapitel 3.3.3.1 beschrieben, ist der elastische Schlupf  $S_{sol}$  aufgrund der Verformung der Scheibenfestkörper vom Gesamtschlupf  $S_{tot}$  der in Abbildung 4.4 dargestellten Kurven abgezogen und zwar aufbauend auf der in Abbildung 3.19 verdeutlichten Methode nach [Mey10]. Abweichend davon wird jedoch der elastische Schlupf  $S_{sol}$ im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht mittels der degressiven Kraftschlusskurve für *Coulomb*sche Reibung, sondern aufgrund der Ursprungssteigung ermittelt (vgl. Abbildung 4.5). Der Grund liegt darin, dass der Schlupf der nach der Deformationstheorie ermittelten degressiven Traktionskurve für trockene Kontakte noch den Gleitanteil enthält, der bei geschmierten Kontakten im Schmierfilm nicht vorliegt (vgl. Gleichung 3.65). Dieser Schlupfanteil ist infolgedessen nicht abzuziehen. Der Schlupf aufgrund der elastischen Verformung der Scheiben entspricht dem nach Gleichung 3.67 ermittelten linearen Verlauf für die Ursprungstangente der Traktionskurve.



Abbildung 4.5: Abzug des elastischen Schlupfes vom gemessenen Gesamtschlupf auf Basis der Anfangssteigung der nach Deformationstheorie ermittelten Traktionskurve

Bei einer Öltemperatur von 40 °C und einer hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeit von 12 m/s liegen theoretisch die Schmierungszustände bei allen drei Belastungen - hier bei mittleren Pressungen von 870, 1060 und 1260 MPa - im Vollschmierungsbereich, da alle  $\lambda$ -Werte ca. 3 betragen. Alle Traktionskurven weisen gleiche charakteristische Verläufe auf und zwar insofern als sich mit zunehmendem Schergefälle zuerst ein quasi-Newtonsches Verhalten zeigt und die Kurven linear ansteigen. Nach einem kurzen linearen Anstieg beginnen die Kurven ab einer charakteristischen Schubspannung, degressiv weiter zu steigen. Im Anschluss an den nichtlinearen Verlauf wird eine maximale mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}$  erreicht. Danach bleiben die Traktionskurven entweder nahezu konstant oder fallen wieder leicht ab. Der Einfluss der Belastung ist damit eindeutig erkennbar: Je höher die mittlere Pressung ist, desto größer ist die Steigung zu Beginn, die charakteristische Schubspannung und die maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}$ .

## 4.3 MAXIMAL ERREICHBARE SCHUBSPANNUNG

Für viele technische Anwendungen ist die maximal erreichbare mittlere Schubspannung eines EHD-Kontaktes  $\bar{\tau}_{max}$  von großer praktischer Bedeutung. Dies bedeutet einerseits eine nicht beliebig zunehmende, sondern begrenzte Reibungskraft bei erhöhten Schergefällen und andererseits einen möglichen exzessiven Schlupf bei starken Scherbeanspruchungen. Im Folgenden werden die Haupteinflussfaktoren der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}$  diskutiert, und zwar die

• mittlere Pressung  $\bar{p}$ ,

- hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit u<sub>hvdr</sub>
- Öltemperatur T und
- spezifische Schmierfilmhöhe  $\lambda$ .

#### 4.3.1 Einfluss der mittleren Pressung

Der Einfluss der mittleren Pressung  $\bar{p}$  auf  $\bar{\tau}_{max}$  ist exemplarisch für das Öl 5 in Abbildung 4.6 verdeutlicht.



Abbildung 4.6: Maximal erreichbare Schubspannung des Öles 5 in Abhängigkeit der mittleren Pressung bei 12 m/s und unterschiedlichen Öltemperaturen

In Abbildung 4.6 sind die gemessenen maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen bei einer hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeit von 12 m/s und Öltemperaturen von 40 bis 100 °C über der mittleren Pressung aufgetragen. Wie bereits in vielen anderen experimentellen Untersuchungen beobachtet wurde, [EJ86], [Mey10], [Jac91] gilt für die maximal erreichbare mittlere Schubspannung im erhöhten Druckbereich - hier ab ca. 800 MPa - eine nahezu lineare Abhängigkeit von der Pressung. Während die Kurven von 40 und 60 °C sehr nah beieinander liegen, ergeben sich tendenziell über zunehmender Temperatur höhere  $\bar{\tau}_{max}$ -Werte. Der Grund dafür liegt darin, dass der Schmierungszustand mit steigender Öltemperatur und damit niedrigerer Schmierfilmhöhe in den Mischreibungsbereich übergeht. Im Vergleich zu 40 °C mit theoretischen  $\lambda$ -Werten von etwa 3 liegt der  $\lambda$ -Wert von 100 °C bei 0,94 bis zu 1,01, was bereits Mischreibung bedeutet. Um den Einfluss der Mischreibung auszuschließen, wird hier die oben vorgestellte Druckabhängigkeit der gemessenen maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen für das Öl 5 bei 40 und 60 °C weiter diskutiert. In Abbildung 4.6 ist deutlich zu erkennen, dass eine lineare Extrapolation der Messdaten in einen niedrigen Druckbereich unrealistisch wird, da die maximal erreichbare mittlere Schubspannung bei einer mittleren Pressung von etwa 500 MPa gleich Null wird. Infolgedessen ist hypothetisch davon auszugehen, dass die Kurven im niedrigen Druckbereich nichtlinear verlaufen und sich an einen bestimmten asymptotischen Grenzwert annähern. Eine leichte Abweichung von den linearen Verläufen zeigt sich bereits bei 670 MPa (vgl. Abbildung 4.6).

Der oben aufgezeigte Unterschied der Druckabhängigkeit der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung zwischen niedrigem und moderatem/erhöhtem Druck ist auf die damit verbundenen unterschiedliche dominierenden Einflussparameter zurückzuführen [BW82], [EJ86] [HBV13]. Abbildung 4.7 verdeutlicht nach [HBV13] die Zuordnung der verschiedenen Haupteinflussparameter hinsichtlich der Betriebssituationen.



Abbildung 4.7: Dominierende Einflussparameter auf die Reibkraft eines EHD-Kontaktes nach [HBV13]

Nach den in Abbildung 4.7 beschriebenen Erkenntnissen spielt die Grenzschubspannung  $\tau_{\rm L}$  in einem EHD-Kontakt eine Hauptrolle bei der Gewichtung der Einflussfaktoren auf das Reibungsverhalten. Ein direkter Zusammenhang zwischen  $\tau_{\rm L}$  und  $\bar{\tau}_{\rm max}$  besteht allerdings nicht [Baio7], [HBV13]. Der Grund dafür liegt prinzipiell in den un-

terschiedlichen Messbedingungen. Die Messung von  $\tau_L$  erfolgt in der Regel durch Rheometer, wie zum Beispiel das Hochdruck-*Couette*-Viskometer [BW93] oder die High Presure Chamber [Jac91], wobei die Messung der Schubspannung unter einer statischen, isobaren und isothermen Bedingung erfolgt. Im Gegensatz dazu liegt bei der EHD-Bedingung eines Zweischeibenkontaktes ein komplizierterer transienter rheologischer Vorgang mit variierender lokaler Pressung und Temperatur vor, wobei das "Shear-thinning" bzw. der thermische Viskositätsminderung des Fluides ebenfalls der Entstehung einer maximalen Schubspannung zugrunde liegt.

Es wurde anhand von Messungen für einige Fluide gezeigt, dass die gemessenen Kurven  $\tau_L$  und  $\bar{\tau}_{max}$  vor allem im erhöhten Druckbereich aufgrund der Dominanz der Grenzschubspannung sehr nah beieinanderliegen können [EJ86], [Mey10]. Obwohl die lokal im EHD-Kontakt verteilten Drücke in der Regel einen Bereich von nahezu Atmosphärendruck am Ein- bzw. Ausgang bis maximal mehreren Gigapascal im Zentrum des Kontaktes überstreichen, ist es in erster Näherung sinnvoll, die Druckabhängigkeit von der maximal erreichbare lokale Schubspannung, nämlich die Grenzschubspannung  $\tau_L(p)$ , näherungsweise von der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}(\bar{p})$  abzuleiten (vgl. Abbildung 4.8).

Im oberen Diagramm der Abbildung 4.8 ist ersichtlich, wie bereits oben erwähnt, dass die unter moderaten bis erhöhten Drücken gemessenen maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen  $\bar{\tau}_{max}$  mit einer Steigung  $\xi$  nahezu linear von der mittleren Pressung  $\bar{p}$  abhängen:

$$\bar{\tau}_{\max}(\bar{p}) \propto \bar{p} .$$
(4.9)

In erster Näherung kann angenommen werden, dass die maximal erreichbare lokale Schubspannung  $\tau_{\rm L}$  annähernd einen gleichen Verlauf wie die maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}_{\rm max}$  im Zweischeibenversuch hat (vgl. Abbildung 4.8, unten):

$$au_{\rm L}(p) \approx \bar{ au}_{\rm max}(\bar{p}) .$$
(4.10)

Die gemessene Proportionalität  $\xi$  zwischen der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}$  im Zweischeibenversuch und der mittleren Pressung entspricht somit dem Druck-Grenzschubspannung-Koeffizienten  $\Lambda$  (vgl. Gleichung 3.114 bzw. Gleichung 3.115):

$$\Lambda = \frac{\mathrm{d}\tau_{\mathrm{L}}(p)}{\mathrm{d}p} \approx \tilde{\xi} = \frac{\mathrm{d}\bar{\tau}_{\mathrm{max}}(\bar{p})}{\mathrm{d}\bar{p}} \,. \tag{4.11}$$

Im niedrigen Druckbereich ergibt sich die maximal erreichbare lokale Schubspannung  $\tau_L(p)$  in erster Linie aus Einflüssen von "Shearthinning" sowie thermischen Effekten [HBV13], [Baio7](vgl. unteres Diagramm der Abbildung 4.8). Es handelt sich daher bei den Messwerten  $\bar{\tau}_{max}$  nicht eindeutig um eine Grenzschubspannung  $\tau_L$  im engen Sinne. Diesbezüglich gibt es Ansätze, wie z.B. [SB13] und [BS13],



Abbildung 4.8: Vereinfachter Ansatz für die maximal erreichbare lokale Schubspannung

die versuchen, ein Grenzschubspannungsmodell basierend auf Labormessungen aufzubauen. Hypothetisch wird in der vorliegenden Arbeit für EHD-Bedingung vereinfacht eine konstante Grenzschubspannung angenommen. Sie wird in erster Näherung der kritischen Schubspannung  $\tau_{\rm C}$  (vgl. Gleichung 3.87) gleich gesetzt:

$$\tau_{\rm L}(p) = \tau_{\rm C}(p)$$
 . (4.12)

Wie bereits in Kapitel 4.2 erwähnt, kennzeichnet die kritische Schubspannung  $\tau_{\rm C}$  die charakteristische Schubspannung, ab der die Traktionskurve nicht mehr linear ansteigt sondern beginnt, degressiv weiter zu verlaufen. In Wirklichkeit sollte die  $\tau$ - $\dot{\gamma}$ -Beziehung zuerst  $\tau_{\rm C}$ erreichen, bevor sie weiter in den nichtlinearen Bereich bis hin zur maximal erreichbaren lokale Schubspannung  $\tau_{\rm L}$  verläuft. Das heißt:

$$\tau_{\rm L}(p) > \tau_{\rm C}(p)$$
, (4.13)

wobei  $\tau_{\rm C}(p)$  nach Gleichung 3.87 eine geringe Druckabhängigkeit zeigt.

Die oben dargestellten Überlegungen können somit in den nachstehenden Gleichungen zusammengefasst werden [Wan13]:

$$au_{
m L}(p) \;\; = \;\; \xi \cdot (p-p^*) + au_{
m C}(p) \;\;$$
 , wenn  $p \geq p^*$  , (4.14)

$$\tau_{\rm L}(p) = \tau_{\rm C}(p)$$
, wenn  $p < p^*$ . (4.15)

Der Parameter  $p^*$  lässt sich über den Schnittpunkt der linear extrapolierten Kurve für die gemessene maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\tau_{max}$  im erhöhten Druckbereich und der nach Gleichung 4.15 ermittelten horizontale Linie bestimmen (vgl. Abbildung 4.8, unten).

Basierend auf den in Abbildung 4.6 dargestellten gemessenen maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen bei 40 und 60 °C für Öl 5 ergibt sich  $\xi \approx 0,08$ . Durch Anwendung der Gleichung 3.87 liegen die berechneten  $\tau_{\rm C}$ -Werte bis zur Pressung von 550 MPa bei ca. 4 MPa. Somit kann die maximal erreichbare mittlere Schubspannung des sich im Zustand der Flüssigkeitsreibung befindenden Öles 5 mit nachstehenden Gleichungen beschrieben werden: Wenn  $p \ge 550$  MPa gilt

$$\bar{\tau}_{\max}(\bar{p}) \approx 0.08 \cdot (\bar{p} - 550 \text{ MPa}) + 4 \text{ MPa}$$
. (4.16)

Wenn  $\bar{p} < 550$  MPa gilt

$$\bar{\tau}_{\max}(\bar{p}) \approx 4 \text{ MPa}$$
(4.17)

## 4.3.2 Einfluss der hydrodynamischen Rollgeschwindigkeit

Der Einfluss der hydrodynamischen Rollgeschwindigkeit auf die maximal erreichbaren mittleren Schubspannung kann mit Abbildung



Abbildung 4.9: Maximal erreichbare mittlere Schubspannung des Öles 5 in Abhängigkeit von der hydrodynamischen Rollgeschwindigkeit bei einer mittleren Pressung von 870 MPa und unterschiedlichen Öltemperaturen

4.9 verdeutlicht werden. Dort wird die maximal erreichbare mittlere Schubspannung bei einer radialen Anpresskraft von 2257 N ( $\bar{p} \approx 870$  MPa) bzw. für unterschiedliche Temperaturen dargestellt.

Außer beim Messpunkt  $40 \,^{\circ}$ C und 12 m/s liegen die  $\Lambda$ -Werte aller hier gezeigten Messergebnisse im Bereich von 0, 4 bis 2. Das bedeutet, dass es sich hier vorwiegend um einen Mischreibungszustand handelt. Bei einer Drehzahlerhöhung von 5 m/s auf 12 m/s nimmt die maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\tau_{max}$  bei allen Temperaturen ab. Diese Senkung resultiert einerseits aus der Temperaturerhöhung des Schmierfilms aufgrund der Zunahme der Scherleistung und damit der niedrigeren Fluidviskosität, andererseits aus der höheren Schmierfilmhöhe und dadurch der Reduzierung des trockenen Reibungsanteils der Mischreibung. Die Steigung der Kurve bei 40 °C ist im Vergleich zu den anderen drei Temperaturen geringer. Dies kann daran liegen, dass der Schmierungszustand dabei nahezu einer Flüssigkeitsreibung entspricht und der Einfluss der Abnahme des Festkörper-Reibungsanteils nicht mehr erkennbar ist. Dabei spielt die Temperaturabhängigkeit der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung eine eindeutigere Rolle.

# 4.3.3 Einfluss der Öltemperatur

In Abbildung 4.10 sind die maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen des Öles 5 bei unterschiedlichen Pressungen von 870,



1060 und 1260 MPa sowie Geschwindigkeiten von 5 und 12 m/s über den Ölemperaturen von 40 bis 100 °C aufgetragen.

Abbildung 4.10: Maximal erreichbare mittlere Schubspannung des Öles 5 in Abhängigkeit der Öltemperatur in einem Temperaturbereich von 40 bis 100 °C

Im Vergleich zur Pressung und zur Geschwindigkeit spielt die Öltemperatur eine sekundäre Rolle. Bei gleicher Pressung und Geschwindigkeit ergibt eine Erhöhung von 40 °C auf 100 °C nur einen sehr begrenzten Einfluss auf die maximal erreichbare mittlere Schubspannung. Während die Kurven für 12 m/s nahezu konstant bleiben, steigen die Kurven für 5 m/s mit zunehmender Temperatur. Dies ist auf die Reduzierung der spezifischen Schmierfilmhöhe  $\lambda$  zurückzuführen. Die maximal erreichbare mittlere Schubspannung erhöht sich trotz der Reduzierung der Fluidviskosität aufgrund der Temperaturerhöhung, da der Reibungszustand von Flüssigkeitsreibung in Mischreibung übergeht.

## 4.3.4 Einfluss der spezifischen Schmierfilmhöhe

Sinnvollerweise werden daher die oben diskutierten Messdaten der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}$  für das Öl 5 in Abbildung 4.11 noch einmal über der spezifischen Schmierfilmhöhe  $\lambda$  aufgetragen. Die Punkte jeder Kurve entsprechen unterschiedlichen Ölzufuhrtemperaturen zwischen 40 °C und 100 °C. Die Versuche wurden zuerst bei 5 m/s und danach bei 12 m/s durchgeführt. Für die Berechnung des  $\lambda$ -Werts werden für 5 m/s die Rauheitswerte der Scheiben im Ausgangszustand mit  $R_{a,kugel} = 0,47$  µm und  $R_{a,zyl} = 0,33$ 

µm genommen. Für 12 m/s wird ein Rauheitswert der zylindrischen Schreibe  $R_{a,zyl} = 0,22$  µm nach den Versuchen im eingelaufenen Zustand gemessen. Dieser Wert wird auch hypothetisch für die ballige Scheibe angenommen.



Abbildung 4.11: Maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}$  von Öl 5 aufgetragen über der spezifischen Schmierfilmhöhe  $\lambda$  bei unterschiedlicher Pressung, Rollgeschwindigkeit und Öltemperatur

In Abbildung 4.11 ist der temperaturbedingte Einfluss der spezifischen Schmierfilmhöhe auf die maximal erreichbare mittlere Schubspannung zu erkennen. Bei 5 m/s liegen die Messpunkte hauptsächlich im Bereich von 0, 2 bis 1, 2, was einen Mischreibungszustand bedeutet. Bei allen drei Kurven zeigt sich aufgrund des Heranrückens an die Flüssigkeitsreibung eine nahezu lineare Abnahme mit zunehmendem  $\lambda$ -Wert. Es ist auch ersichtlich, dass, je höher die mittlere Pressung ist, desto niedriger die Steigung ist.

Die  $\lambda$ -Werte der Messdaten bei 12 m/s liegen im Bereich von 0,9 bis 4,3. Dabei liegen die Messpunkte hauptsächlich im Bereich der Flüssigkeitsreibung. Im Vergleich zu 5 m/s sind die maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen bei 12 m/s niedriger. Dies ist auf die Dominanz der Grenzschubspannung zurückzuführen, die eine niedrigere Reibzahl als bei Grenzreibung ergibt. Tendenziell verlaufen die Kurven bei 12 m/s flacher als bei 5 m/s, da die Grenzschubspannung maßgeblich vom Druck beeinflusst und nicht vom  $\lambda$ -Wert abhängig ist. Bei den Kurven für 1060 bzw. 1260 MPa ist zu beachten, dass bei etwa  $\lambda = 1$  die Messpunkte bei 12 m/s bzw. 100 °C unter denen bei 5 m/s bzw. 40 °C liegen. Theoretisch ist allerdings zu erwarten, dass dabei die Messungspunkte trotz der unterschiedlichen Betriebsbedingungen näher liegen müssen, da dabei ein Mischreibungszustand noch vorliegt und die Reibzahl prinzipiell nicht ausgeprägt von Geschwindigkeiten sowie Ölzufuhrtemperatur beeinflusst werden muss. Diese Diskrepanz kann möglicherweise auf die Messungsungenauigkeiten der eingesetzten Rauheitswerte zurückgeführt werden.

Weitere Verläufe der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung bei einem Übergang des Schmierungszustands von Mischreibung zu Grenzreibung lassen sich beispielsweise durch die Zweischeiben-Versuche für das Öl 8 bei niedrigen hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeiten abbilden [Aul13]. Die hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeiten waren zwischen 0,1 m/s und 0,5 m/s vorgesehen, um geringe  $\lambda$ -Werte zu erzielen. In Abbildung 4.12 sind die gemessenen maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen bei 60 °C und bei unterschiedlichen Belastungen bzw. hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeiten über der mittleren Pressung aufgetragen.



Abbildung 4.12: Maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\overline{\tau}_{max}$  im Mischreibungsbereich des Schmieröls Aral Degol BG 220 bei 60 °C und unterschiedlichen Pressungen bzw. Rollgeschwindigkeiten [Aul13]

Die  $\lambda$ -Werte liegen im Bereich von 0, 16 bis 0, 58, was eine Mischreibung bedeutet. Alle Messpunkte liegen zwischen der Linie für eine theoretische Grenzreibung mit dem Reibwert von 0, 1 und der Linie für eine reine Flüssigkeitsreibung nach der Ansatzformel 4.14. Die Kurven, die jeweils einer hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeit entsprechen, liegen fast parallel zueinander und zeigen eine nahezu lineare Abhängigkeit von der Pressung. Je niedriger die Geschwindigkeit ist, desto höher liegt die jeweilige Kurve. Der Grund dafür liegt hauptsächlich in der Zunahme des Anteils der Festkörperreibung bei abnehmendem  $\lambda$ -Wert, wodurch der der Einfluss der Temperatur und des Schergefälles auf Fluidreibung in den Hintergrund tritt. Ferner sind die Messergebnisse der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung für das Öl 8 bei 80 °C und sonst gleichen Bedingungen in Abbildung 4.13 verdeutlicht.



Abbildung 4.13: Maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\overline{\tau}_{max}$  im Mischreibungsbereich des Schmieröls Aral Degol BG 220 bei 80 °C und unterschiedlichen Pressungen bzw. Rollgeschwindigkeiten

Bei der höheren Öltemperatur nehmen die  $\lambda$ -Werte weiter ab und liegen dann zwischen 0,09 und 0,32. Im Vergleich zu 60 °C liegen die Kurven näher zusammen, wobei sich die Kurven für 0,1 m/s und 0,15 m/s fast überlagern. Dabei ist der Einfluss der Geschwindigkeit vernachlässigbar. Darüber hinaus zeigen diese beiden Kurven auch eine nahezu Überlagerung mit der Kurve für 0,1 m/s bei 60 °C. Sie sind also von der Temperatur unabhängig.

Dadurch wird deutlich, dass solche  $\bar{\tau}_{max}$ -*p*-Kurven mit abfallenden  $\lambda$ -Werten in Richtung Grenzreibung (Reibwert  $\mu = 0, 1$ ) wandern, die unabhängig von der Temperatur bzw. Geschwindigkeit durch eine charakteristische Linie bestimmter Steigung beschrieben werden kann, die durch den Ursprung verläuft. Bei dem hier gezeigten Beispiel beträgt die Steigung und damit der Grenzreibwert etwa 0,09 (vgl. Abbildung 4.13).

Um den Einfluss der Oberflächenrauheit auf die resultierende Schubspannung zu betrachten, wurden stichprobenweise weitere Messungen für das Öl 8 bei einer mittleren Pressung von 1320 MPa mit Scheiben durchgeführt, die im Vergleich mit den bisher verwendeten "Standard"-Scheiben eine geringere Laufflächenrauheit aufwiesen. Die  $R_a$ -Werte der "Standard"-Scheiben sowie der glatteren Scheiben vor dem Versuch im Ausgangszustand sind Tabelle 4.1 zu entnehmen. Die Änderung der Oberflächenrauheit während der Versuche wird hier vereinfachend nicht berücksichtigt. In Abbildung 4.14 sind die mit den glatteren Scheiben gemessenen  $\bar{\tau}_{max}$ -Werte zusammen mit denen über der spezifischen Schmierfilmhöhe aufgetragen, die mit den "Standard"-Scheiben ermittelt sind.

	$R_a$ , ballige Scheibe	$R_a$ , zylindrische Scheibe	
Standard	0,36 µm	0,46 μm	
glatt	0,07 μm	0,05 μm	

Tabelle 4.1: Rauheitswerte der "Standard"-Scheiben und der feinst bearbeiteten Scheiben im Ausgangszustand für Öl 8



Abbildung 4.14: Maximal erreichbare mittlere Schubspannung aufgetragen über der spezifischen Schmierfilmhöhe für Öl 8

Bei den "Standard"-Scheiben ist der Einfluss der spezifischen Schmierfilmhöhe eindeutig: Die gemessenen  $\bar{\tau}_{max}$ -Werte fallen annähernd linear mit steigenden  $\lambda$ -Werten. Die Steigungen der Verläufe für unterschiedliche mittlere Pressungen sind nahezu gleich. Dabei zeigt sich ein dominierender Einfluss der Grenzschicht auf die resultierte Reibzahl des Tribosystems.

Die weiteren Betriebsparameter der Versuchspunkte mit glatteren Scheiben sind 60 °C, 0,1 m/s (Punkt A), 80 °C, 0,1 m/s (Punkt B) und 60 °C, 0,5 m/s (Punkt C). Die Messpunkte der glatteren Scheiben liegen hingegen aufgrund der geringeren Rauheit der Scheiben im Bereich der Flüssigkeitsreibung. Der  $\lambda$ -Wert der Punkte A, B und C beträgt jeweils 1,2, 2,1 und 3,6. Tendenziell zeigt sich, dass die mittels glatteren Scheiben ermittelten maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen nahezu konstant bleiben und möglicherweise dem linearen Verlauf bei  $\lambda < 1$  folgen, wobei der Reibungszustand in Mischreibung sowie Grenzreibung übergeht.

Basierend auf den experimentellen Betrachtungen können in erster Linie die mittlere Pressung  $\bar{p}$ , die spezifische Schmierfilmhöhe  $\lambda$  und die Umfangsgeschwindigkeit *u* als Haupteinflussfaktoren zusammengefasst werden. Im erhöhten Pressungsbereich - für das Öl 5 ab etwa 800 MPa - zeigt die maximal erreichbare mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}_{max}$  annähernd eine lineare Abhängigkeit von der Pressung. Geht der Schmierungszustand in die Mischreibungszone über, lässt sich  $\bar{\tau}_{max}$  auch stark vom  $\lambda$ -Wert beeinflussen, der selbst eine Funktion von mehreren Betriebsparametern ist. Dazu gehören sowohl die für den Aufbau des Schmierfilms entscheidenden Parameter, wie beispielsweise die von der Öltemperatur abhängige Viskosität oder die Rollgeschwindigkeit, als auch die Oberflächenbeschaffenheit der sich berührenden Oberflächen. Bei einer vollständigen Trennung der Oberflächen durch einen Schmierfilm spielt die Umfangsgeschwindigkeit sowie die Temperatur des zugeführten Öls eine sekundäre Rolle.

#### 4.4 EMPIRISCHER ANSATZ FÜR $\bar{\tau}_{max}$

Der Zusammenhang zwischen der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung und der mittleren Pressung bzw. der hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeit wurde in [Mey10] in einer 3D-Darstellung zusammengefasst (vgl. Abbildung 4.15).

Das 3D-Feld ermöglicht die Vorhersage der maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen mittels deren Einflussfaktoren, spiegelt den Einfluss der spezifischen Schmierfilmhöhe allerdings nur indirekt wider. Alternativ können die gemessenen maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen über die folgende empirische Ansatzfunktion direkt mit der spezifischen Schmierfilmhöhe verknüpft werden:

$$\bar{\tau}_{\max} = f\left(\bar{p}, \lambda, u_{\text{hydr}}\right) = W_1 \cdot (\bar{p} - W_2) + \frac{W_3}{(\lambda + W_4)^{W_5} \cdot u_{\text{hydr}}^{W_6}} \quad (4.18)$$

Die Parameter  $W_1$  bis  $W_6$  lassen sich mit Hilfe eines Regressionsverfahrens bestimmen. In Tabelle 4.2 sind als Beispiel die ermittelten Parameter für Öl 5 aufgelistet.

In Abbildung 4.16 sind die mittels der empirischen Ansatzfunktion ermittelten maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen über ihren entsprechenden Messwerten aufgetragen. Die ermittelten



Abbildung 4.15: 3D-Darstellung für die maximalen mittleren Schubspannungen eines Mineralöls bei 60 °C nach [Mey10]

$W_1$	0,0712
$W_2$	487,8
$W_3$	323,3
$W_4$	1,78
$W_5$	1,00
$W_6$	1,25

Tabelle 4.2: Parameter der empirischen Ansatzfunktion zur Vorhersage der maximal erreichbaren Schubspannungen für Öl 5

Punkte liegen nahe an der Linie mit einer Steigung von 45°, was eine exakte Übereinstimmung zwischen der Messung und Berechnung bedeutet.

Mit Formel 4.18 erfolgt in erster Linie die Vorhersage der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung für das Öl 5 auf empirischer Basis. Zur Verdeutlichung des Gültigkeitsbereichs sind der Mindestund Maximalwert der zugrundeliegenden Messdaten der Funktionsparameter in Tabelle 4.3 aufgelistet.

Liegt Mischreibung vor, spielt der Anteil der Grenzreibung eine vergrößerte Rolle. Demzufolge zeigt sich eine verstärkte Druckabhängigkeit und eine weniger stark ausgeprägte Temperatur- bzw. Geschwindigkeitsabhängigkeit. Bei Flüssigkeitsreibung wird die gemessene maximal erreichbare mittlere Schubspannung von mehreren rheologischen Eigenschaften des Fluides in Bezug auf die Betriebsparame-



Abbildung 4.16: Anpassung der gemessenen maximal erreichbaren mittleren Schubspannungen für das Öl 5

Parameter	Mindestwert	Maximalwert
Mittlerer Druck <i>p</i> , <i>MPa</i>	665	1449
Spezifischer Schmierfilmhöhe $\lambda$ , -	0,38	3,36
Hydr. Rollgeschwindigkeit $u_{hydr}$ , $m/s$	5	12

Tabelle 4.3: Mindest- und Maximalwert der Betriebsparameter bei den Messungen für Öl 5

ter bestimmt. Im Vergleich zur Temperatur und Geschwindigkeit ist die Pressung von größerer Bedeutung [HBV13], [Mey10]. Charakteristisch dabei ist, dass die maximal erreichbare mittlere Schubspannung bei erhöhten Pressungen eine nahezu lineare Druckabhängigkeit aufweist. Der Grund dafür liegt daran, dass einerseits die Schubspannung der meisten Kontaktfläche die Grenzschubspannung  $\tau_L$ des Fluids aufgrund der erhöhten Viskosität erreicht. Dadurch wird das Systemverhalten von  $\tau_L$  dominiert, wobei  $\tau_L$  selbst eine lineare Druckabhängigkeit zeigt (siehe Gleichung 3.114). Andererseits wird durch einen möglichen Glasübergang beim erhöhten Druck eine Art *coulombsche* Reibung im verfestigten Fluid hervorgerufen [Baio7]. Bei niedrigeren Pressungen kann allerdings ein Grenzwert der Schubspannung außer von einer Grenzschubspannung auch von einer thermisch bedingeten Viskositätsabnahme des Fluids verursacht werden [EJ86].

#### 4.5 VEREINFACHTES VISKOELASTISCHES FLUIDMODELL

Für eine realistische Vorhersage der Traktionskurven eines EHD-Kontaktes, insbesondere bei einer Flüssigkeitsreibung, spielt ein physikalisch begründetes, zuteffendes rheologisches Fluidmodell zur Beschreibung des Fließverhaltens eines Fluides eine entscheidende Rolle. Die in Kapitel 3.3.3.9 genannten phänomenologischen Fluidmodelle nach *Johnson/Tevaarwerk* (Formel 3.117) und nach *Bair/Winer* (Formel 3.118) gehen auf das viskoelastische *Maxwell*-Modell zurück. Mit den beiden Formeln wird prinzipiell der Mittelwert der in der Kontaktzone aufgebauten Schubspannung  $\bar{\tau}$  in Abhängigkeit von der mittleren Scherung  $\bar{\gamma}$  sowie von dem mittleren Schergefällen  $\bar{\gamma}$  ermittelt [PW11]. Da die mittleren Schubspannungen direkt den gemessenen Werten entsprechen, haben solche phänomenologischen Modelle in der industriellen Praxis eine verbreitete Anwendung gefunden.

Für die Vorhersage der Traktionskurven sind ferner Erkenntnisse über den lokalen Aufbau der Schubspannung in der Kontaktzone von großem wissenschaftlichen Interesse. Ziel ist es, durch ein vereinfachtes Fluidmodell die Entwicklung der lokalen Schubspannungen an der Kontaktfläche zu ermitteln. Nach dem Stand des Wissens sind folgende rheologische Fluideigenschaften unter Berücksichtigung der lokalen Betriebsbedingungen mit der lokalen Schubspannung in Beziehung zu setzen:

- Elastizität: Elastischer Schubmodul bei unendlich hoher Frequenz $G_{\infty\prime}$
- Dichte in Abhängigkeit von Druck und Temperatur  $\rho(p, T)$ ,
- dynamische Viskosität in Abhängigkeit von Druck und Temperatur η(p, T),
- "Shear-thinning"-Effekt: Dynamische Viskosität in Abhängigkeit vom Schergefälle  $\eta$  ( $\dot{\gamma}$ ) und
- Grenzschubspannung:  $\tau_{\rm L}$ .

In Anlehnung an das *Maxwell*-Modell, das im Kapitel 3.3.3.7 vorgestellt geworden ist, kann die Viskoelastizität als eine Serienschaltung einer Feder und eines viskosen Dämpfers interpretiert werden (vgl. Abbildung 4.17). Anders wird die Plastizität des Systems aufgrund der Grenzschubspannung mit einem Trockenreibungsdämpfer beschrieben. Wenn die lokale Schubspannung  $\tau$  die lokale Grenzschubspannung  $\tau_{\rm L}$  überschreitet, wird  $\tau$  von  $\tau_{\rm L}$  begrenzt und der Scherwiderstand unabhängig von der Scherung oder dem Schergefälle. Anderes als beim *Johnson-Tevaarwerk*-Modell wird diese Grenzschubspannung hier explizit berücksichtigt. Im Unterschied zum *Bair-Winer*-Modell wird das nichtlineare Verhalten nicht mehr mit einem empirischen Ausdruck (dem zweiten Term der rechten Seite der Gleichung 3.118) beschrieben [Baio7], sondern je nach Höhe der lokalen Schubspannung alternativ durch eine Funktion für nichtlineares viskoses Verhalten oder eine Funktion für die Grenzschubspannung modelliert. Der Übergang ist unstetig. Von Vorteil dabei ist, dass realistische Viskositätsmodelle auf Basis von Messungen mit Laborgeräten berücksichtigt werden können.



Abbildung 4.17: Fluidmodell auf Basis des *Maxwell-*Modells zur lokalen Ermittlung der Schubspannung

Der elastische Anteil des *Maxwell*-Modells beschreibt die Abhängigkeit der aufgebauten Schubspannung von der elastischen Scherung des Schmierfilms, die sich während des Schervorgangs in Fließrichtung erhöht. Die Entwicklung der Scherung ist in Abbildung 4.18 schematisch verdeutlicht.

Die Wälzkörper bewegen sich mit den Geschwindigkeiten  $u_1$  und  $u_2$  und damit der Rollgeschwindigkeit  $u = \frac{u_1+u_2}{2}$  und dem Schlupf  $S = \frac{u_1-u_2}{u} = \frac{\Delta u}{u}$ . Als Schmierfilmhöhe wird vereinfacht überall im Kontakt die zentrale Schmierfilmhöhe  $h_0$  angesetzt. In Rollrichtung ist die Halbbreite b. Dabei gilt:

$$\gamma(x) = \frac{s(x)}{h_0} = \Delta u \cdot \frac{x}{u} \cdot \frac{1}{h_0} = \frac{S \cdot x}{h_0} . \tag{4.19}$$



Abbildung 4.18: Aufbau der Scherung im Schmierfilm in Rollrichtung

Die mittlere Scherung entspricht der Scherung in der Mitte der Kontaktfläche, nämlich wenn x = b:

$$\bar{\gamma} = \gamma(b) = \frac{s(b)}{h_0} = \Delta u \cdot \frac{b}{u} \cdot \frac{1}{h_0} = \frac{S \cdot b}{h_0} . \tag{4.20}$$

Das lokale Schergefälle  $\dot{\gamma}$  bleibt durchgängig im Schmierfilm konstant, da die Geschwindigkeitsdifferenz  $\Delta u$  und die Schmierfilmdicke im gesamten Kontakt als konstant mit dem Wert  $h_0$  angenommen wird. Zu beachten ist es, dass in dieser Arbeit ein wirksames Schergefälle betrachtet wird, bei dem die elastischen tangentialen Verschiebungen an den Festkörperoberflächen herausgerechnet sind (vgl. Abbildung 4.5 in Kapitel 4.2).

$$\dot{\gamma}(b) = \dot{\gamma}(x) = \bar{\dot{\gamma}} = \frac{\Delta u}{h_0} = \frac{S \cdot u}{h_0} .$$
(4.21)

Die Kontaktfläche - hier eine elliptische Kontaktfläche als Beispiel - ist durch ein zweidimensionales Netz diskretisiert (vgl. Abbildung 4.19). In Strömungsrichtung *x* wird die Kontaktlänge 2*b* gleichmäßig mit n + 1 Knoten  $x_0$  bis  $x_n$  in *n* Abschnitte aufgeteilt. In Querrichtung *y* wird die Kontaktlänge 2*a* ebenfalls gleichmäßig in *m* Abschnitte unterteilt. Somit existiert ein  $n \times m$  Gitter mit einem Gitterabstand  $\Delta_x$ und  $\Delta_y$  von 2b/n bzw. 2a/m. Die translatorischen Geschwindigkeiten der Wälzkörper sind  $u_1$  und  $u_2$ , wobei  $u_1 > u_2$  gilt. Das Problem wird insofern vereinfacht betrachtet als die Pressungsverteilung dem Kontaktdruckverlauf nach *Hertz* für Festkörperberührung entspricht und eine konstante Schmierfilmhöhe  $h_0$  überall in der Kontaktzone angenommen wird. Die Schmierfilmhöhe entspricht der zentralen Schmierfilmhöhe nach Gleichung 3.48 von *Hamrock* und *Dowson*.

Ausgangsmodell ist das *Maxwell*-Modell, das lokal für den betrachten Schmierfilm angewendet wird:

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{G(x)} \cdot \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}t} + \frac{\tau}{\eta(x)} \,. \tag{4.22}$$


Abbildung 4.19: Diskretisierung eines EHD-Punktkontakts

Eine Integration in x-Richtung über dem Scherungsweg mit den Grenzen  $x_{i-1}$  und  $x_i$  ergibt:

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} \dot{\gamma} \, dx = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{1}{G(x)} \cdot \frac{d\tau}{dt} \, dx + \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{\tau}{\eta(x)} \, dx \quad (4.23)$$

$$\dot{\gamma} \cdot (x_i - x_{i-1}) = \int_{x_i}^{x_i} \frac{1}{1 - 1} \cdot \frac{d\tau}{dt} \frac{dx}{dt} \, dx + \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{\tau}{\eta(x)} \, dx \quad (4.24)$$

$$\Rightarrow \dot{\gamma} \cdot (x_i - x_{i-1}) = \int_{x_{i-1}} \frac{1}{G(x)} \cdot \frac{dx}{dx} \frac{dx}{dt} dx + \int_{x_{i-1}} \frac{1}{\eta(x)} dx (4.24)$$

Die Rollgeschwindigkeit *u* berechnet sich entsprechend der Formel 4.1:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = u = \frac{u_1 + u_2}{2} \,. \tag{4.25}$$

Unter der Annahme, dass durchgängig eine homogene Schergefälle-Verteilung im Schmierfilm herrscht, weist das Schergefälle in x-Richtung überall den gleichen Wert auf:

$$\dot{\gamma}(x) = \frac{u_1 - u_2}{h}, x = x_0 \dots x_n$$
 (4.26)

Wird die Gleichung 4.25 in 4.26 eingesetzt, kann die Gleichung 4.24 mittels einer Teilung durch *u* umformuliert werden:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} \cdot \frac{(x_{i} - x_{i-1})}{u} \\ &= \frac{\Delta u}{h} \cdot \frac{(x_{i} - x_{i-1})}{u} \\ &= \frac{S}{h} \cdot (x_{i} - x_{i-1}) \\ &= \int_{x_{i-1}}^{x_{i}} \frac{1}{G(x)} \cdot \frac{d\tau}{dx} dx + \int_{x_{i-1}}^{x_{i}} \frac{\tau}{\eta(x) \cdot u} dx . \end{aligned}$$
(4.27)

#### 82 RHEOLOGISCHE UNTERSUCHUNGEN

Für zwei nebeneinander liegende Punkte  $x_{i-1}$  und  $x_i$  kann die Gleichung (4.27) basierend auf der Methode der finiten Differenzen umgeschrieben werden:

$$\approx \frac{S \cdot (x_{i} - x_{i-1})}{\frac{1}{2} \cdot (G_{i} + G_{i-1})} + \frac{\frac{1}{2}(\tau(x_{i}) + \tau(x_{i-1}))}{\frac{1}{2}(\eta(x_{i}) + \eta(x_{i-1})) \cdot u} \cdot (x_{i} - x_{i-1})$$
(4.28)

Zur Berechnung der Schubspannung  $\tau(x)$  wird die Viskosität in Abhängigkeit von Druck, Temperatur und Scherrate berechnet. Unter der isothermen Annahme entspricht die Temperatur in der Druckfläche überall der Öleingangstemperatur  $T_0$ . Die Schubspannung am Eingangspunkt 0 kann aufgrund der dort noch nicht vorhandenen Scherung direkt als Produkt von Viskosität und Scherrate berechnet werden:

$$\eta(x) = f(p(x), T_0, \dot{\gamma}) , \qquad (4.29)$$

$$\tau(x_0) = \eta(x_0) \cdot \dot{\gamma} . \tag{4.30}$$

Bei einem gleichmäßigen Netz in x-Richtung gilt:

$$\Delta_{\rm x} = x_{\rm i} - x_{\rm i-1} , \qquad (4.31)$$

$$\Delta_{\rm y} = y_{\rm i} - y_{\rm i-1} \; . \tag{4.32}$$

Wird die Gleichung (4.31) in die Gleichung (4.28) eingesetzt, lässt sich die Gleichung (4.28) in (4.33) umschreiben als:

$$\tau(x_{i}) \approx \frac{\frac{S \cdot \Delta_{x}}{h} + \frac{2 \cdot \tau(x_{i-1})}{G(x_{i-1}) + G(x_{i})} - \frac{\tau(x_{i-1}) \cdot \Delta_{x}}{[\eta(x_{i-1}) + \eta(x_{i})] \cdot u}}{\frac{2}{G(x_{i-1}) + G(x_{i})} + \frac{\Delta_{x}}{[\eta(x_{i-1}) + \eta(x_{i})] \cdot u}} .$$
(4.33)

Die Gleichung 4.33 sagt aus, dass die lokalen Schubspannungen entlang eines Pfads in Strömungsrichtung (*x*-Richtung) durch einmaliges "Scannen" vom Kontakteingang bis zum Kontaktausgang sukzessiv ermittelt werden können. Dabei wird der Einfluss des Scherverhaltens in *y*-Richtung vernachlässigt, da das Schergefälle in Querrichtung im Vergleich zur Strömungsrichtung in der Regel viel geringer und damit von sekundärer Bedeutung ist. Die gesamte Schubspannungsverteilung auf der ganzen Kontaktzone ergibt sich somit vereinfacht durch mehrfaches "Scannen" der voneinander unabhängigen parallelen Pfade in *x*-Richtung (vgl. Abbildung 4.20). Während des "Scannens" wird die mittels Gleichung 4.33 berechnete lokale Schubspannung  $\tau_{(x,y)}$  der entsprechenden Grenzschubspannung ist:

$$\tau(x,y) = \tau_{\mathrm{L}}(x,y) \text{ , wenn } \tau(x,y) > \tau_{\mathrm{L}}(x,y) \tag{4.34}$$



Abbildung 4.20: "Einscannen" der Pfade zur Ermittlung der lokalen Schubspannung in Strömungsrichtung

Basierend auf der in Kapitel 4.3.1 diskutierten Überlegung des Zusammenhangs zwischen der Grenzschubspannung  $\tau_{\rm L}(p)$  und der maximal erreichbaren mittleren Schubspannung,  $\bar{\tau}_{\rm max}(\bar{p})$ , wird die Grenzschubspannung  $\tau_{\rm L}(x, y)$  in erster Linie für den hypothetischen isothermen Fall mittels Gleichung 4.14 und 4.15 für  $\bar{\tau}_{\rm max}(\bar{p})$  berechnet:

$$\begin{aligned} \tau_{\rm L}(x,y) &= \xi \cdot [p(x,y) - p^*] + \tau_{\rm C} \text{, wenn } p(x,y) \ge p^* \text{, (4.35)} \\ \tau_{\rm L}(x,y) &= \tau_{\rm C} \text{, wenn } p(x,y) < p^* \text{.} \end{aligned}$$

Um die Berechnungsergebnisse mit den Messergebnissen zu vergleichen, wird die mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}$  aus der Summe aller lokalen Scherkräfte und der gesamten Kontaktfläche ermittelt:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{y=0}^{m} \sum_{x=0}^{n} \tau(x, y) \cdot \Delta_{x} \cdot \Delta_{y}}{\sum_{y=0}^{m} \sum_{x=0}^{n} \Delta_{x} \cdot \Delta_{y}} .$$
(4.37)

Beispielsweise werden Traktionskurve für das Grundöl des Öles 2 aus [Balo5] mit dem oben vorgestellten lokalen Fluidmodell berechnet. Die Parameter der Berechnung sind Tabelle 4.4 zu entnehmen.

Die Modellierung der Druckabhängigkeit der Viskosität, des "Shearthinning"-Effekts sowie des elastischen Schubmoduls erfolgt dabei jeweils nach dem Ansatz von *Tait-Doolittle* (Gleichung 3.77, 3.104), *Carreau* (Gleichung 3.95) und *Dyson* (Gleichung 3.116). Die Werte der

Parameter	Einheit	Wert
Mittlere Pressung	MPa	660, 870, 1060 und 1260
Hydr. wirksame Geschwindigkeit	m/s	5 und 12
Ölzufuhrtemperatur	°C	60

Tabelle 4.4: Betriebsparameter für die Berechnung der lokalen Schubspannung im EHD-Wälzkontakt für Öl 2

Parameter der verwendeten Gleichungen für das Öl 2 bei 60 °C sind in Tabelle 4.5 aufgelistet:

В	$R_0$	$K_0$	$K'_0$	п
2,282	0,763	1711,3	10,841	0,35

Tabelle 4.5: Parameter der *Tait-Doolittle-*Gleichung und der *Carreau-*Gleichung für Öl 2 bei 60 °C

Der *Carreau*-Exponent *n* beträgt in der Berechnung 0, 35, da dies ein repräsentativer Wert für viele Mineralöle ist [Baio7]. Der lokale Schubmodul G(x, y) ist dabei nach Gleichung 3.116 4 mal so groß wie die entsprechende lokale Grenzschubspannung  $\tau_L(x, y)$ , wobei ein Vollschmierungszustand vorausgesetzt wird. In Abhängigkeit von der lokalen Pressung kann die lokale Grenzschubspannung  $\tau_L(x, y)$  anhand der oben erwähnten Gleichungen 4.35 und 4.36 berechnet werden:

Für 5 m/s gilt: Wenn  $p(x, y) \ge 483, 6$  MPa,

$$\tau_{\rm L}(x,y) = 0.83 \cdot [p(x,y) - 483.6 \text{ MPa}] + 4 \text{ MPa}.$$
 (4.38)

Wenn p(x, y) < 483, 6 MPa,

$$\tau_{\rm L}(x,y) = 4$$
 MPa. (4.39)

Für 12 m/s gilt: Wenn  $p(x, y) \ge 566, 7$  MPa:

$$\tau_{\rm L}(x,y) = 0.86 \cdot [p(x,y) - 566.7 \text{ MPa}] + 4 \text{ MPa}.$$
 (4.40)

Wenn p(x, y) < 566, 7 MPa:

$$\tau_{\rm L}(x,y) = 4 \text{ MPa.} \tag{4.41}$$

Der elastische Schubsmodul *G*, die Grenzschubspannung und die Viskosität bleiben bei diesem isothermen Ansatz von einer Temperaturerhöhung durch Scherverluste unbeeinflusst. Die Berechnungsergebnisse werden den entsprechenden Messergebnissen bei 5 bzw. 12 m/s jeweils in Abbildung 4.21 und 4.22 gegenübergestellt. Die Messergebnisse sind um den elastischen Schlupf aus der Verformung der Festkörper bereinigt.



Abbildung 4.21: Ergebnisse der lokalen Berechnung für die Schubspannung des Öles 2 in Abhängigkeit vom Schergefälle im Vergleich mit Messergebnissen, Umfangsgeschwindigkeit 5 m/s

Insgesamt zeigen die Berechnungsergebnisse des Fluidmodells bei allen betrachteten Pressungen trotz der Vereinfachungen eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten. Die unterschiedliche Anfangssteigung in Abhängigkeit von der Pressung wird richtig widergespiegelt, was eine realistische Abschätzung für den elastischen Schubmodul des Fluides G nach der Hypothese von Dyson (Gleichung 3.116) bedeutet. Die berechneten Verläufe zeigen tendenziell einen abrupteren Übergang zum Maximalwert als die Messergebnisse, insbesondere bei 5 m/s und niedrigeren Drücken. Nach dem Erreichen der maximalen Schubspannungen ergeben sich allerdings über zunehmendem Schergefälle größere Abweichungen. Während die gemessenen Schubspannungen aufgrund der thermischen Wirkungen der Reibleistung bei erhöhten Schergefällen wieder abnehmen, bleiben die berechneten Verläufe unabhängig vom Schergefälle konstant auf dem Niveau der Grenzschubspannung. Der Grund dafür liegt darin, dass es sich dabei um eine isotherme Berechnung handelt und die



Abbildung 4.22: Ergebnisse der lokalen Berechnung für die Schubspannung des Öles 2 in Abhängigkeit vom Schergefälle im Vergleich mit Messergebnissen, Umfangsgeschwindigkeit 12 m/s

Erwärmung durch die mit dem Schlupf und der Flächenpressung zunehmenden Scherverluste wie bereits erwähnt nicht berücksichtigt wird. Ferner ist die Genauigkeit der Berechnungen dadurch eingeschränkt, dass die Ermittlung des Exponenten *n* sowie des elastischen Schubmoduls  $G_{\infty}$  nicht auf Messungen beruht. Diese Parameter sollen in Zukunft mittels Laboruntersuchungen experimentell validiert werden.

Die oben durchgeführte Berechnung wird bezüglich der lokalen Verteilung der Schubspannungen in der Kontaktfläche in Abbildung 4.23 näher betrachtet. Exemplarisch sind dabei die berechneten Schubspannungen entlang des mittleren Strömungspfads der Kontaktfläche bei der mittleren Pressung von 870 MPa und 5 m/s aufgetragen (vgl. Abbildung 4.20). Wie in Kapitel 4.2 erwähnt, wird eine Traktionskurve durch drei sukzessiv nacheinander folgenden Phasen, und zwar eine lineare, eine degressive und eine nahezu konstant bleibende Phase charakterisiert. Dementsprechend wird die Entwicklung der Schubspannung jeweils für die lineare Phase (Betriebspunkt a, Schlupf 0,08%, oberes Diagramm), die nichtlineare Phase (Betriebspunkt b, Schlupf 0,2%, mittleres Diagramm) und für die nahezu konstante Phase (Betriebspunkt c, Schlupf 1,8%, unteres Diagramm) dargestellt.

In Abbildung 4.23 ist zu erkennen, dass, wenn das Fluid in die Kontaktzone wandert, die Schubspannung infolge der Elastizität des Fluids und der Druckabhängigkeit der Viskosität allmählich aufgebaut wird. Die theoretische lokale Grenzschubspannung ist nach Gleichung 4.14 und 4.15 berechnet und entspricht der gestrichelten Kurve. Sobald die aufgebaute Schubspannung die lokale Grenzschubspannung überschreitet, wird diese von der Grenzschubspannung begrenzt. Demzufolge steigt die Schubspannungskurve nicht mehr weiter, sondern folgt der Kurve der lokalen Grenzschubspannung. Die grau dargestellte Zone kennzeichnet den entsprechenden Bereich der Kontaktfläche, wobei sich die Schubspannungskurve und die Grenzschubspannungskurve überlagern. In der linearen Zone mit einem sehr geringen Schlupf von 0,08% (Betriebspunkt a) wird die Schubspannung so aufgebaut, dass die lokale Grenzschubspannung bei  $x \approx 0,25$  mm erreicht wird. Danach folgt die Schubspannungskurve der Grenzschubspannungskurve bis kurz vor den Ausgang des Kontaktes. Bei einem Schlupfwert von 0,2% (Betriebspunkt b) steigt die Schubspannungskurve aufgrund der höheren Scherung bzw. des Schergefälles schneller als im Betriebspunkt a. Dabei ergibt sich das Uberschreiten der Grenzschubspannung ab  $x \approx -0,22$  mm. Die Zone mit Erreichen der Grenzschubspannung ist dementsprechend größer. Liegt ein Schlupfwert von 1,8% vor, erhöht sich die Schubspannung so schnell, dass die lokalen Schubspannungen nahezu im gesamten Kontaktbereich dem Grenzschubspannungsverlauf folgen. So-



Abbildung 4.23: Berechnete Veränderung der lokalen Schubspannung für das Mineralöl 2 in Strömungsrichtung bei einer mittleren Pressung von 870 MPa und unterschiedlichen Schlupfwerten

mit bleibt die Taktionskurve bei weiterer Zunahme des Schlupfs ab dem Betriebspunkt c konstant.

Abbildung 4.24 verdeutlicht im Sinne einer Sensitivitätsanalyse die Veränderungen der oben berechneten Traktionskurve bis zum Schergefälle von  $10000 \, s^{-1}$ , wenn der "Shear-thinning"-Effekt, die Grenzschubspannung oder die Elastizität unberücksichtigt bleiben. Die "Ausschaltung" des "Shear-thinning"-Effekts (*Newton*sches Fluidverhalten) und der Elastizität (rein viskoses Verhalten) erfolgt jeweils dadurch, dass der Parameter n = 0,35 in Gleichung 4.22 mit n = 1 und  $G = 4 \times \tau_{\rm L}$  in Gleichung 3.95 mit  $G = \infty$  ersetzt wird. Die Wirkung der Grenzschubspannung kann ausgeschaltet werden, indem das Umschalten auf Gleichung 4.34 verhindert wird oder ein extrem hoher Wert der Grenzschubspannung eingesetzt wird.





Daraus wird ersichtlich, dass die Anfangssteigung der Traktionskurve erheblich zunimmt, wenn die Elastizität des Fluids vernachlässigt und von einem rein viskosen Verhalten des Fluides ausgegangen wird (Kurve 3 und 4). Dabei ist der Übergang der Traktionskurve in den nichtlinearen Verlauf bei der weiteren Ausschaltung des "Shear-thinning"-Effekts, nämlich dem Fall "Viskos (Newtonsches Verhalten)", also ohne Shear-thinning (Traktionskurve 3), abrupter als im Fall "Viskos + Shear-thinning" (Traktionskurve 4). Die Traktionskurve 1, "Viskoelastisch (Newtonsches Verhalten)", ergibt eine nahezu gleiche Anfangssteigung wie bei der Traktionskurve 2 für den Fall "viskoelastisch + Shear-thinning". In diesem Zusammenhang zeigt sich, dass die Anfangssteigung der Traktionskurve überwiegend von dem Schubmodul G beeinflusst wird. Aufgrund der Vernachlässigung des "Shear-thinning"-Effekts steigt die Traktionskurve 5 im nichtlinearen Bereich etwas steiler an als die Traktionskurve 6 an, die der gemessenen Traktionskurve 7 am nächsten kommt. Der Einfluss der Grenzschubspannung ist eindeutig zu sehen: Bei annähernd gleichen Anfangssteigungen wie die Verläufe 5 und 6 setzen sich die berechneten Schubspannungsverläufe 1 und 2 ohne Grenzschubspannung bei nur leicht degressivem Verlauf bis zu unrealistisch hohen Schubspannungswerten fort.

## 5.1 EINLEITUNG

Im vorliegenden Kapitel werden die Berechnungsgrundlagen für das Reibmoment von Wälzlagern unter Berücksichtigung unterschiedlicher Lagerbauformen und Belastungskollektive bzw. Schmierungsmethoden vorgestellt. In Anlehnung an die in Kapitel 3.4.2 vorgestellten neuen Berechnungsmethoden nach [Ste95] und [ZH91] basiert die Berechnung darauf, dass sich das gesamte Reibmoment eines Wälzlagers  $M_{\text{ges}}$  aus mehreren, voneinander getrennt zu betrachtenden, unterschiedlichen Reibanteilen  $M_{\text{teil}}$  wie folgt zusammensetzt:

$$M_{\rm ges} = \sum M_{\rm teil} \ . \tag{5.1}$$

Die Berechnung des Reibmoments eines Wälzlagers erfolgt somit durch die Definition der Reibanteile und die Entwicklung der einzelnen Lösungsansätze. In erster Linie stellt das Wälzlager hinsichtlich dessen geometrischer Randbedingungen ein tribologisches System mit verschiedenen Tribokontakten dar, denen unterschiedliche Reibanteile zugeordnet werden können. Je nach Lagerbauform befinden sich Tribokontakte hauptsächlich zwischen

- Wälzkörpern und Laufbahnen,
- Wälzkörpern und Käfigtaschen (Lager mit Käfig),
- Wälzköpern und Borden der Lagerringe (Rollenlager mit Führungsborden),
- Wälzkörpern (vollrollige Lager) und
- Käfig und Lagerringen.

Um die Reibung der oben erwähnten Tribokontakte zu modellieren, sind vor allem unterschiedliche Reibungsarten bzw. -zustände zu berücksichtigen. Dies bedeutet, dass die zu betrachtenden Reibanteile einerseits hinsichtlich der Reibungsarten zwischen Roll- und Gleitreibung bzw. Bohrreibung zu unterscheiden sind. Andererseits sind die Wirkungsprinzipien des Flüssigkeits- bzw. Mischreibungszustands abzubilden. Eine realistische Beschreibung der rheologischen Eigenschaften des Schmierstoffs ist für die Ermittlung des Reibmoments von maßgeblicher Bedeutung. Zu diesem Zweck fließen die in Kapitel 4 vorgestellten Erkenntnisse über die rheologische Fluideigenschaften in die Modellierung des Wälzlager-Reibmoments ein. Zu den Reibanteilen eines Wälzlagers gehören außerdem auch die Bewegungswiderstände außerhalb der Tribokontakte, wie zum Beispiel der sogenannte "Planschverlust" bei Ölschmierung, wobei das in die Lagerfreiräume gelangte Öl aufgrund der Drehbewegung des Wälzlagers mitgeschleppt und weggeschleudert wird. Ein weiteres Beispiel ist die Reibungserhöhung im niedrigen Drehzahlbereich aufgrund des auf den Laufbahnen verbleibenden überschüssigen Fettes [Balo5], das die Bewegung der Wälzkörper behindert. Darüber hinaus spielt der Reibungsverlust aufgrund der irreversiblen Verformungsarbeit des Wälzlagerwerkstoffs eine nicht vernachlässigbare Rolle.

### 5.2 MODELLIERUNGSANSATZ FÜR DIE REIBUNGSANTEILE

Ausgehend von dem in [Balo5] und [Mey10] entwickelten Reibungsmodell für rein axial belastete Rillen-/Schrägkugellager werden im Folgenden erweiterte Berechnungsansätze bezüglich der Lagerart, des Belastungskollektivs und der Schmierungsmethode erläutert. Tabelle 5.1 veranschaulicht die Erweiterung der Ausgangsmodelle.

	[Balo5]	[Mey10]	vorliegende Arbeit
Lagerart	Rillenkugellager	Rillenkugellager	Rillenkugellager
	Kinelikugenagei	Kinenkugenager	Schrägkugellager
	Schrägkugollagor	Schrägkugellager	Zylinderrollenlager
	Sentagkugenager	Senragkugenager	Kegelrollenlager
Belastung	rein axial		(je nach Lagerart)
		roin avial	rein radial
			rein axial
			kombiniert
Schmierung	Fett		(je nach Lagerart)
		Fett	Fett
			Öl

Tabelle 5.1: Weiterentwicklung der Modellierung des Wälzlagerreibmoments basierend auf [Balo5] und [Mey10]

Das erweiterte Berechnungsmodell beschränkt sich auf Wälzlager mit Käfig, drehendem Innenring und stehendem Außenring. Neben Rillen- und Schrägkugellagern steht die Modellierung des Reibmoments für Zylinder- und Kegelrollenlager im Mittelpunkt. Die Lagerbelastung wird je nach betrachteter Lagerart auf radiale bzw. kombinierte Belastung erweitert. Darüber hinaus liegt der Schwerpunkt auf der Ölschmierung, die im Vergleich zur Fettschmierung zusätzliche Planschverluste bedeutet. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird auf folgende Situationen näher eingegangen:

- ölgeschmierte Zylinderrollenlager unter radialer Belastung,
- ölgeschmierte Kegelrollenlager unter axialer Belastung und
- fett/öl-geschmierte Rillen-/Schrägkugellager jeweils unter radialer oder axialer Belastung oder einer Kombination aus beidem.

Das Flussdiagramm in Abbildung 5.1 gewährt einen Überblick über den Berechnungsablauf. Zu den Eingabedaten gehören grundlegende



Abbildung 5.1: Hauptflussdiagramm des Berechnungsablaufs für Wälzlagerreibmomente

Informationen wie beispielsweise die Geometrie bzw. die Werkstoffe des betrachten Lagers, die Viskosität des verwendeten Schmierstoffs sowie Betriebsbedingungen wie Drehzahl, Belastung und Temperatur. Da sich die eingegebene Betriebstemperatur auf eine unmittelbar am Lageraußenring gemessene, eingestellte Temperatur bezieht, wird hier auf ein iteratives Vorgehen hinsichtlich der Betriebstemperatur und des berechneten Reibmoments verzichtet. Liegen alle Eingabedaten vor, werden die für die Berechnung der Reibanteile notwendigen Parameter bezüglich

- der Lastverteilung im Wälzlager (Kapitel 5.3),
- der Bewegungsverhältnisse der Wälzkörper bzw. Lagerringe (Kapitel 5.4) und
- der rheologischen Eigenschaften der Schmierstoffe (Kapitel 4)

in deren jeweiligem Unterprogramm nacheinander ermittelt. Danach werden als Hauptergebnisse die betrachteten Reibanteile sowie das gesamte Reibmoment des Lagers berechnet, das im Kapitel 5.5 näher diskutiert wird.

## 5.3 BERECHNUNG DER LASTVERTEILUNG IN EINEM WÄLZLAGER

Für die Berechnung der lastabhängigen Reibanteile, wie zum Beispiel die hydrodynamische Rollreibung zwischen Wälzkörpern und Laufbahnen, wird vorausgesetzt, dass die auf die Wälzkörper einwirkende Belastung bekannt ist. Bei einer radialen oder kombinierten Belastung unterscheidet sich die Belastung je nach der Stellung des Wälzkörpers im Wälzlager, sodass eine ungleichmäßig Lastverteilung im Lager vorliegt. Bei der Ermittlung der Lastverteilung im Wälzlager handelt es sich prinzipiell um ein Mehrkörperproblem aller Wälzlagerkomponenten [Teuo5], wobei der Berechnungsaufwand extrem hoch wird, insbesondere dann, wenn Berechnungsgrößen wie z.B. Verformungsverhältnisse der Kontaktstellen bzw. des geometriekomplexen Käfigs berücksichtigt werden müssen und dies nur mit iterativen numerischen verfahren, wie z.B. mit der Finite-Elemente-Methode, simuliert werden kann.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden zur Vereinfachung des oben beschriebenen Problems folgende Festlegungen getroffen:

- Die Berechnung berücksichtigt nur den quasi-statischen Fall und nur den Zeitpunkt, wenn ein Wälzkörper genau in der untersten Lage liegt.
- Ein Verkippen oder ein Schränken des Lagers wird nicht berücksichtigt.
- Die Berechnung der Kraft bzw. der Verformung in der Kontaktstelle erfolgt zwischen dem Wälzkörper und der Lagerlaufbahn als ein Festkörper-Festkörper-Kontaktproblem ohne Berücksichtigung des Schmierstoffes.
- Der Einfluss des Käfigs auf die Lastverteilung wird vernachlässigt.

 Der Einfluss der Oberflächenrauheit von Wälzkörpern bzw. Laufbahnen auf die Kontaktkraft bzw. die Verformung wird vernachlässigt.

#### 5.3.1 Lastverteilung in einem radial belasteten Zylinderrollenlager

Die radiale Belastung eines Zylinderrollenlagers führt zu einer radialen, relativen Verlagerung der Lagerringe und einer ungleichmäßigen Lastverteilung, wobei sich eine Lastzone und eine lastfreie Zone bilden. In der Lastzone erfolgt die Übertragung der Belastung zwischen Lagerinnenring und -außenring über die Kontaktstellen zwischen den Rollen und den Laufbahnen. In der lastfreien Zone ist der Abstand zwischen den Innen- und Außenring aufgrund der Verlagerung der Lagerringe größer als der Durchmesser der Rollen, so dass die Lastübertragung über Wälzkörper nicht möglich ist. Abbildung 5.2 zeigt schematisch die Kontaktkräfte der Wälzkörper bzw. deren Positionswinkel  $\Psi$  in einem radial belasteten Zylinderrollenlager NU 212. Der Positionswinkel der untersten Rolle ist null.



Abbildung 5.2: Schematische Darstellung der Kontaktkräfte der Wälzkörper in Abhängigkeit von deren Positionswinkel in einem radial belasteten Zylinderrollenlager NU 212

Kontaktkräfte zwischen der Rollenstirnseite und dem Lagerbord werden gemäß der Vernachlässigung der Verkippung bzw. des Schränkens des Lagers nicht berücksichtigt. Ziel ist es, die Kontaktkräfte zwischen den Rollen und der Innenring- bzw. Außenringlaufbahn  $Q_{\Psi}$ zu ermitteln. Ein vereinfachter Ansatz für die Berechnung der Lastverteilung eines radial belasteten Zylinderrollenlagers ohne radiale Lagerluft wurde von *Wan* vorgeschlagen [Wan91]. Ausgangspunkt dabei ist der Zusammenhang zwischen der Verformung des Wälzkörpers  $\delta$  und der Belastung Q nach Gleichung 3.24, aus dem sich die nachstehende Gleichung 5.2 zur Beschreibung der Beziehung zwischen der Kontaktkraft beliebiger Position  $Q_{\Psi}$  in der Lastzone und der maximale Kontaktkraft  $Q_0$  ableiten lässt (vgl. Abbildung 5.2):

$$Q_{\Psi} = Q_0 \cdot (\cos \Psi)^q , \qquad (5.2)$$

wobei

$$Q_0 = \frac{F_{\rm r}}{Z \cdot J_{\rm r}} \tag{5.3}$$

ist.

Für Zylinderrollenlager ohne Lagerluft kann der Parameter  $J_r$  mit einem Festwert von 4,08 angesetzt werden. Gleichung 5.2 gilt prinzipiell ebenfalls für radial belastete Rillenkugellager ohne radiale Lagerluft, wenn der Parameter  $J_r$  4,37 beträgt [Wan91].

Als Beispiel werden die Kontaktkräfte der Wälzkörper für das in Abbildung 5.2 dargestellte Zylinderrollenlagers NU 212 bei einer radialen Belastung  $F_r$  von 1080 N über den Positionswinkeln der Wälzkörper  $\Psi$  in Abbildung 5.2 aufgetragen.



Abbildung 5.3: Beispielberechnung der Lastverteilung im Zylinderrollenlager NU 212 bei einer Radialbelastung von 1080 N nach [Wan91], Positionswinkel analog zu Abbildung 5.2

Es ist in Abbildung 5.3 deutlich zu erkennen, dass die Kontaktkraft umso niedriger ausfällt, je größer der Positionswinkel ist. Die unterste Rolle ist mit der maximalen Kontaktkraft  $Q_0$  von ca. 270 N belastet. Die Beschränkung der Ansätze nach [Wan91] besteht darin, dass der Einfluss der Fliehkraft des Wälzkörpers bzw. der Profilierung der Wälzkörper auf die Lastverteilung nicht berücksichtigt wird. Da die Fliehkraft des Wälzkörpers nicht berücksichtigt wird, sind die Innenring- und Außenringkräfte gleich.

Ein weiteres Berechnungsmodell auf Basis der Arbeit von *Breuer* [Bre94] für die Lastverteilung eines radial belasteten Zylinderrollenlagers steht in der DIN ISO 281 Beiblatt 4 [DIW03] zur Verfügung. Dabei wird die Profilierung der Rollen mittels des in Kapitel 3.2.1 erläuterten Scheibenmodells beschrieben. Auch hier wird der Einfluss der Wälzkörperfliehkraft vernachlässigt.

Bei schnelllaufenden Zylinderrollenlagern, insbesondere wenn die Belastungen niedrig sind, können die auf die Wälzkörper wirkenden Fliehkräfte in einer vergleichbaren Größenordnung wie die Kontaktkräfte zwischen Wälzkörpern und Laufbahnen liegen. Die Berechnungsgenauigkeit der lastabhängigen Reibanteile wird dann bei der Vernachlässigung der Fliehkraft der Wälzkörper beeinträchtigt. Ausgehend von dem in [DIW03] beschriebenen Ansatz kann die Wälzkörper-Fliehkraft für die Lösung der Lastverteilung berücksichtigt werden, indem sie in die Formulierung des Kräftegleichgewichts der Rollen, wie in Gleichung 5.4 angegeben ist, einfließt:

$$Q_{\text{WK,IR,i}} + F_{\text{flieh,i}} = Q_{\text{WK,AR,i}}, i = 1 \cdots Z.$$
(5.4)

Des Weiteren gilt die Randbedingung, dass die Summe der radialen Anteile aller Innenringkräfte  $Q_{IR,i}$  mit der radialen Lagerlast  $F_r$  gleich ist:

$$\sum_{i=1}^{Z} \left( Q_{\text{WK,IR,i}} \cdot \cos \Psi_i \right) = F_r .$$
(5.5)

Somit ergeben sich für ein Zylinderrollenlager mit Z Rollen insgesamt Z + 1 Gleichungen.

Wird das Scheibenmodell verwendet, so resultieren die Innenring bzw. Außenringkraft  $Q_{WK,IR,i}$  und  $Q_{WK,AR,i}$  jeweils aus der Summe aller *N* Scheibenkräfte  $Q_{WK,IR,i,j}$  und  $Q_{WK,AR,i,j}$ :

$$Q_{\text{WK,IR,i}} = \sum_{j=1}^{N} Q_{\text{WK,IR,i,j}} , \qquad (5.6)$$

$$Q_{\rm WK,AR,i} = \sum_{j=1}^{N} Q_{\rm WK,AR,i,j}$$
 (5.7)

Die Scheibenkräfte  $Q_{WK,IR,i,j}$  sowie  $Q_{WK,AR,i,j}$  sind über die Last-Verformung-Relation nach Gleichung 3.29 mit den Scheibenverformungen  $\delta_{WK,IR,i,j}$  und  $\delta_{WK,AR,i,j}$  wie folgt verknüpft:

$$Q_{\rm WK,IR,i,j} = 7,8 \times 10^4 \cdot l_{\rm s}^{0,889} \cdot \delta_{\rm WK,IR,i,j}^{1/0,9}$$
(5.8)

und

$$Q_{\rm WK,AR,i,j} = 7,8 \times 10^4 \cdot l_{\rm s}^{0,889} \cdot \delta_{\rm WK,AR,i,j}^{1/0,9} , \qquad (5.9)$$

wobei

$$l_{\rm s} = \frac{l_{\rm eff}}{N} , \qquad (5.10)$$

$$\delta_{\text{WK,IR,i,j}} = \delta_{\text{WK,IR,i}} - P(x_j)$$
(5.11)

und

$$\delta_{\text{WK,AR,i,j}} = \delta_{\text{WK,AR,i}} - P(x_j)$$
(5.12)

ist.

Die nach den obigen Gleichungen 5.11 und 5.12 berechneten Scheibenverformungen sind auf null zu setzen, wenn sie negativ sind. In vorliegender Arbeit entspricht die Profilierungsfunktion  $P(x_j)$  der Gleichung 3.30 nach *Lundberg*. Die Parameter  $\delta_{WK,IR,i}$  und  $\delta_{WK,AR,i}$ sind jeweils die Verformung der mittleren Scheibe am Innen- bzw. Außenring, deren Zusammenhang mit der Verlagerung des Innenrings  $\delta_{IR}$  nach [Bre94] über die folgende Gleichung beschrieben wird:

$$\delta_{\text{WK,IR,i}} + \delta_{\text{WK,AR,i}} = \delta_{\text{max}} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{2 \cdot \epsilon} \left( 1 - \cos \psi^i \right) \right] , i = 1 \cdots Z ,$$
(5.13)

wobei

$$\epsilon = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{S}{2 \cdot \delta_{\rm IR}} \right) \tag{5.14}$$

und

$$\delta_{\max} = \delta_{\mathrm{IR}} - \frac{S}{2} \tag{5.15}$$

ist.

Außerdem ergibt sich die Fliehkraft  $F_{\text{flieh}}$  der Rolle über folgende Gleichung [Bar96]:

$$F_{\text{flieh}} = \frac{\pi^3 \cdot \rho_{\text{WK}}}{10800} \cdot D_{\text{WK}}^3 \cdot D_{\text{M}} \cdot n_{\text{KF}}^2 \,.$$
(5.16)

Durch Einsetzen von Gleichung 5.6 bis 5.16 sowie Gleichung 3.29 in Gleichung 5.4 und 5.5 ergibt sich ein nichtlineares Gleichungssystem mit insgesamt Z + 1 Unbekannten, nämlich  $\delta_{WK,IR,i}$ ,  $\delta_{WK,AR,i}$  und  $\delta_{IR}$ , die mittels der gedämpften *Newton-Raphson*schen Methode iterativ gelöst werden können. Das entsprechende Flussdiagramm ist in Abbildung 5.4 dargestellt.

Als Beispiel wird die Lastverteilung eines radial belasteten Zylinderrollenlagers NU 212 bei einer Drehzahl von 1000 min<sup>-1</sup> und 10000 min<sup>-1</sup> berechnet. Die radiale Belastung  $F_r$  ist 1080 N (C/P = 100). Die Berechnungsergebnisse werden in Abbildung 5.5 und 5.6 dargestellt.

Insgesamt sieben Wälzkörper in der unteren Hälfte des Lagers sind von der Radialkraft  $F_r$  belastet, wobei die unterste Rolle (Nr. 4) die größte Belastung aufnimmt. Es ist in beiden Abbildungen deutlich zu erkennen, dass sich die Lastverteilungen bei unterschiedlichen Drehzahlen verändern. Dies ist auf den Einfluss der Fliehkraft der Wälzkörper auf die Lastverteilung zurückzuführen. Im Vergleich zum Innenring (siehe Abbildung 5.5) liegt bei einer Drehzahlerhöhung von



Abbildung 5.4: Flussdiagramm zur Berechnung der Lastverteilung in radial belasteten Zylinderrollenlagern



Abbildung 5.5: Berechnete Lastverteilung am Innenring eines Zylinderrollenlagers NU 212



Abbildung 5.6: Berechnete Lastverteilung am Außenring eines Zylinderrollenlagers NU 212

1000 min<sup>-1</sup> auf 10000 min<sup>-1</sup> eine stärkere Zunahme der Kontaktkräfte am Außenring vor (vgl. Abbildung 5.6). Bei der untersten Rolle erhöht sich die Außenringkraft  $Q_{AR}$  von ca. 300 N um etwa 50 % auf ca. 450 N, was einen nicht vernachlässigbaren Einfluss der Fliehkraft bedeutet. Außerdem zeigt die Lastverteilung am Innenring den Trend, sich auf die untersten Rollen zu konzentrieren. Es ist durchaus möglich, dass tendenziell über weniger Rollen die Lagerlast des Lagers übertragen wird, wenn die Drehzahl weiterhin zunimmt.

Wie in Gleichung 5.14 und 5.15 angedeutet, wird der Einfluss des radialen Lagerspiels *S* auf die Lastverteilung eines Zylinderrollenlagers berücksichtigt [WNP12]. Als Beispiel werden die Lastverteilungen eines mit einer radialen Belastung von 11,25 kN (C/P = 4) belasteten Zylinderrollenlagers (Bauform NJ 206) bei unterschiedlichen Werten der Lagerluft in Abbildung 5.7 gegenübergestellt. Wie erwartet, liegen mehr Rollen in der Lastzone, wenn das Lagerspiel abnimmt. Bei einem negativen Lagerspiel *S* = -0,03 mm werden alle Rollen belastet.

#### 5.3.2 Lastverteilung in einem axial belasteten Kegelrollenlager

Auf das Problem der Lastverteilung eines axial belasteten Kegelrollenlagers wurde ebenfalls von *Breuer* eingegangen [Bre94]. Da die Form der Wälzkörper von Kegelrollenlagern als Zylinder vereinfacht wurde, wurde die Kraft zwischen dem Bord und den Rollen von *Breuer* nicht berücksichtigt.

Die Ermittlung der Bordkraft ist für die Berechnung der Reibung am Bordkontakt erforderlich. Um die Bordkraft zu ermitteln, wird die Kegelform des Wälzkörpers in der Kraftanalyse berücksichtigt. Abbildung 5.8 zeigt schematisch die auf eine Rolle einwirkenden Kräfte in einem axial belasteten Kegelrollenlager.

Bei rein axialer Belastung  $F_{ax}$  kann angenommen werden, dass jede der insgesamt Z Rollen mit gleicher Axialkraft  $\frac{F_{ax}}{Z}$  belastet ist:

$$Q_{\rm AR,ax} = \frac{F_{\rm ax}}{Z} \ . \tag{5.17}$$

Hinsichtlich des Kräftegleichgewichts der Rolle in radialer bzw. axialer Richtung gelten folgende weitere Zusammenhänge zwischen der Innenringkraft  $Q_{IR}$ , der Außenringkraft  $Q_{AR}$  sowie der Bordkraft  $Q_{bord}$ :

$$Q_{\text{AR,rad}} + Q_{\text{bord,rad}} - Q_{\text{IR,rad}} - F_{\text{Flieh}} = 0, \qquad (5.18)$$

$$Q_{AR,ax} + Q_{bord,ax} - Q_{IR,ax} = 0.$$
 (5.19)

Die Fliehkraft  $F_{\text{Flieh}}$  des Wälzkörpers in Gleichung 5.18 ergibt sich mit Gleichung 5.16. Aus der Lösung der Gleichungen 5.17 bis 5.19 ergeben sich  $Q_{\text{IR}}$ ,  $Q_{\text{AR}}$  und  $Q_{\text{bord}}$  [Har91]. Ferner wird das Scheibenmodell zur Beschreibung der Profilierung eingeführt. Die Scheibenkräfte



Abbildung 5.7: Lastverteilung in einem Zylinderrollenlagers NJ 206 unter Berücksichtigung der Lagerluft



Abbildung 5.8: Auf eine Rolle wirkende Belastungen eines axial belasteten Kegelrollenlagers

 $Q_{\text{IR},j}$  und  $Q_{\text{AR},j}$  sind in folgende Gleichungen in Bezug auf das Kräftebzw. Momentengleichgewicht um den Mittelpunkt MP einbezogen:

$$\sum_{j=1}^{N} Q_{\text{IR},s}^{j} = Q_{\text{IR}} , \qquad (5.20)$$

$$\sum_{j=1}^{N} Q_{AR,s}^{j} = Q_{IA} , \qquad (5.21)$$

$$\sum_{j=1}^{N} M_{\rm MP}^{j} = 0.$$
 (5.22)

Auf Basis der Last-Verformung-Relation nach Gleichung 3.29 können Gleichung 5.20 bis 5.22 als Funktion der axialen Verschiebung des Innenrings  $\delta_{IR,ax}$  und der Verlagerung der Rolle  $\delta_{WK}$  bzw. des Drehwinkels der Rolle  $\psi$  um den Mittelpunkt MP umgestellt werden, die mittels der in Kapitel 5.3.1 vorgestellten iterativen Methode gelöst werden können.

In Abbildung 5.9 werden für das Kegelrollenlager 31312A die berechneten Kontaktkräfte von dem Innen-/Außenring bzw. von der Bordkraft jeder Rolle über der axialen Belastung von 10, 50 und 80 kN dargestellt. Über steigender axialer Belastung nehmen die Kontaktkräfte linear zu. Die innere und äußere Kraft erhöht sich schneller als die Bordkraft, die bei 80 kN etwa 1,2 kN beträgt.



Abbildung 5.9: Berechnete Rollenkräfte eines Kegelrollenlagers 31312A unter verschiedenen axialen Belastungen

In Abbildung 5.10 sind ferner die Scheibenkräfte des oben betrachten Kegelrollenlagers 31312A bei der axialen Belastung von 80 kN über der Rollenlänge aufgetragen.

Wie in Abbildung 5.10 verdeutlicht, zeigen die ermittelten Kraftverteilungen zwischen der Rolle und den Innenring-/Außenringlaufbahnen insgesamt eine gute Übereinstimmung mit denen, die mit dem Ansatz nach [DIW03] berechnet werden. Die vorliegende Abweichung lässt sich auf die Berücksichtigung der Kegelform der Rolle zurückführen.

# 5.3.3 Lastverteilung in einem kombiniert belasteten Rillen- bzw. Schrägkugellager

Läuft ein Rillen- bzw. Schrägkugellager unter einer Kombination von radialer und axialer Belastung, so unterscheiden sich die auf die Kugel einwirkenden Kräfte in Abhängigkeit von ihren Positionen im Lager [Har91], [Bar96]. Relativ zum Außenring weist der Innenring des Lagers aufgrund der kombinierten Belastung eine Verschiebung auf, was durch die radiale bzw. axiale Verlagerung des Krümmungsmittelpunktes des Innenrings  $\delta_{rad}$  und  $\delta_{ax}$  beschrieben wird. In Abbildung 5.11 sind die geometrischen Zusammenhänge der Verlagerungen der Kugel bzw. des Innenrings eines Schrägkugellagers schematisch dargestellt.

Infolge der Einwirkung der Fliehkraft sowie des Kreiselmoments der Kugel liegt eine Verlagerung des Kugelzentrums im Vergleich zu ihrer Startposition vor. Die Endposition des Kegelzentrums lässt sich



Abbildung 5.10: Beispielberechnung der Lastverteilung über der Rollenlänge bei einem Kegelrollenlager 31312A

durch die relative Position zum Krümmungsmittelpunkt des Außenrings  $X_1$  und  $X_2$  beschreiben (vgl. Abbildung 5.11). Dabei ergibt sich eine Abweichung des inneren bzw. äußeren Kontaktwinkels  $\alpha_{IR}$  und  $\alpha_{AR}$  von dem Nenndruckwinkel  $\alpha_0$ .

Für jede der insgesamt Z Kugeln des Lagers ergeben sich somit folgende vier Unbekannte:  $X_1$ ,  $X_2$  und die Verformung der Kugel jeweils am Innenring- sowie Außenringkontakt,  $\delta_{IR}$  und  $\delta_{AR}$ . Zusammen mit den zwei Verschiebungen des Innenrings  $\delta_{rad}$  und  $\delta_{ax}$  sind insgesamt 4Z + 2 Unbekannte zu lösen, um die Größe und Richtung der Kontaktkräfte jeder Kugel festzulegen. Hinsichtlich der geometrischen Zusammenhänge können in Anlehnung an [Bar96] für eine Kugel eines beliebigen Positionswinkels  $\Psi_i$ ,  $i = 1 \cdots Z$ , folgende Gleichungen aufgestellt werden:

$$(A_{1,i} - X_{1,i})^{2} + (A_{2,i} - X_{2,i})^{2} - [(f_{IR} - 0, 5) \cdot D_{WK} + \delta_{IR,i}]^{2} = 0, (5.23)$$
$$X_{1,i}^{2} + X_{2,i}^{2} - [(f_{AR} - 0, 5) \cdot D_{WK} + \delta_{AR,i}]^{2} = 0(5.24)$$

mit

$$A_{1,i} = (f_{\mathrm{IR}} + f_{\mathrm{AR}} - 1) \cdot D_{\mathrm{WK}} \cdot \sin \alpha_0 + \delta_{\mathrm{ax}}$$
(5.25)

und

$$A_{2,i} = (f_{\rm IR} + f_{\rm AR} - 1) \cdot D_{\rm WK} \cdot \cos \alpha_0 + \delta_{\rm rad,i} .$$
 (5.26)



Abbildung 5.11: Betrachtung der Verlagerung der Kugel und des Innenrings eines kombiniert belasteten Schrägkugellagers

Bezüglich des Kräftegleichgewichtes der Kugel in radialer und axialer Richtung gelten folgende Zusammenhänge:

$$+ \frac{\frac{-K_{AR} \cdot \delta_{AR,i}^{3/2} \cdot X_{1,i} + \frac{2 \cdot M_{g,i} \cdot X_{2,i} \cdot X_{2,i}}{D_{WK}}}{(f_{AR} - 0, 5) D_{WK} + \delta_{AR,i}}}{K_{IR} \cdot \delta_{IR,i}^{3/2} \cdot (A_{1,i} - X_{1,i}) - \frac{2(1 - \lambda^*) \cdot M_{g,i} \cdot (A_{2,i} - X_{2,i})}{D_{WK}}}{(f_{IR} - 0, 5) D_{WK} + \delta_{IR,i}} = 0 \quad (5.27)$$

und

$$-\frac{K_{\text{AR}} \cdot \delta_{\text{AR},i}^{3/2} \cdot X_{2,i} + \frac{2 \cdot M_{\text{g}} \cdot X_{1,i} \cdot X_{2,i}}{D_{\text{WK}}}}{(f_{\text{AR}} - 0, 5) D_{\text{WK}} + \delta_{\text{AR},i}} - \frac{K_{\text{IR}} \cdot \delta_{\text{IR},i}^{3/2} \cdot (A_{2,i} - X_{2,i}) - \frac{2(1 - \lambda^*) \cdot M_{\text{g}} \cdot (A_{1,i} - X_{1,i})}{D_{\text{WK}}}}{(f_{\text{IR}} - 0, 5) D_{\text{WK}} + \delta_{\text{IR},i}} = 0 , \quad (5.28)$$

wobei das Kreiselmoment  $M_g$  und das Last-Verformung-Verhältnis K für den *Hertzschen* Punktkontakt zwischen Kugeln und Laufbahnen mit nachstehenden Gleichungen beschrieben werden kann:

$$M_{\rm g} = \frac{1}{54000} \pi \cdot \rho_{\rm WK} \cdot D_{\rm WK}^5 \cdot n_{\rm WK} \cdot n_{\rm K} \cdot \sin\beta , \qquad (5.29)$$

$$K = \pi \cdot \kappa \cdot E_0 \cdot \left[ \frac{2\mathcal{E}}{9\left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y}\right) \cdot \mathcal{F}^3} \right]^2 .$$
 (5.30)

Der Winkel  $\beta$  in Gleichung wird in Kapitel 5.4.2 näher erläutert. Der Parameter  $\lambda^*$  beschreibt die Laufbahnführung der Kreiselbewegung der Kugel [Bar96]. Außerdem gelten folgende Zusammenhänge hinsichtlich des radialen bzw. axialen Kräftegleichgewichts des Innenrings:

$$F_{\rm rad} - \sum_{i=1}^{Z} \left[ \frac{K_{\rm IR} \cdot \delta_{\rm IR,i}^{3/2} \cdot (A_{2,i} - X_{2,i}) - \frac{2(1 - \lambda^*) \cdot M_{\rm g} \cdot (A_{1,i} - X_{1,i})}{D_{\rm WK}}}{(f_{\rm IR} - 0, 5) D_{\rm WK} + \delta_{\rm IR,i}} \cdot \cos \Psi_{\rm i} \right] = 0$$
(5.31)

und

$$F_{\rm ax} - \sum_{i=1}^{Z} \left[ \frac{K_{\rm IR} \cdot \delta_{\rm IR,i}^{3/2} \cdot (A_{1,i} - X_{1,i}) - \frac{2(1 - \lambda^*) \cdot M_{\rm g} \cdot (A_{2,i} - X_{2,i})}{D_{\rm WK}}}{(f_{\rm IR} - 0, 5) D_{\rm WK} + \delta_{\rm IR,i}} \right] = 0. \quad (5.32)$$

Die Gleichungen 5.23, 5.24, 5.27, 5.28, 5.31 und 5.32 stellen insgesamt 4Z + 2 Gleichungen dar und lassen sich ebenfalls durch die in Kapitel 5.3.1 vorgestellte gedämpfte *Newton-Raphson*sche Methode iterativ lösen.

Als Beispiel sind die berechneten Kräfte bzw. Druckwinkel über den Stellungswinkeln der Kugel eines Rillenkugellagers 6008 in Abbildung 5.12 und 5.13 aufgetragen. Zu der betrachteten Betriebsbedingung des Lagers gehören eine kombinierte Belastung von 1000 N in



Abbildung 5.12: Beispielberechnung der Verteilung der inneren bzw. äußeren Kräfte eines kombiniert belasteten Rillenkugellagers 6008



Abbildung 5.13: Beispielberechnung der inneren bzw. äußeren Druckwinkel der Kugel eines kombiniert belasteten Rillenkugellagers 6008

radialer Richtung sowie 1500 N in axialer Richtung bzw. eine Drehzahl des Innenrings von 5000 min<sup>-1</sup>. Die radiale Belastung richtet sich auf die unterste Kugel, wo  $\Psi = 0^{\circ}$  ist.

Die Innenring- bzw. Außenringkräfte liegen im Bereich von etwa 300 bis 700 N. Die größte Belastung wirkt auf die unterste Kugel. Mit zunehmendem Betrag des Stellungswinkels  $\Psi$  reduzieren sich die Kontaktkräfte, sodass die oberste Kugel bei  $\Psi = \pm 180^{\circ}$  am geringsten belastet ist. Im Gegensatz zu den Kontaktkräften befinden sich der geringste Druckwinkel an der untersten Kugel und zunehmende Druckwinkel mit dem steigenden Stellungswinkel. Die Kontaktkraft je Kugel am Innenring ist größer als die am Außenring. Der Grund dafür ist, dass der innere Druckwinkel einer Kugel dabei höher als der äußere Druckwinkel ist, was bezüglich des radialen Kräftegleichgewichts eine höhere Innenringkraft im Vergleich zur Außenringkraft bedeutet.

Ferner werden beispielhaft die berechneten radialen Innenringverlagerungen eines Rillenkugellagers 6310 bei unterschiedlichen Belastungen mit entsprechenden Messdaten in [Bre94] in Abbildung 5.14 verglichen. Es zeigt sich dabei eine gute Übereinstimmung zwischen der Messung und der Berechnung.



Abbildung 5.14: Gegenüberstellung der Verlagerung des Innenrings aufgrund von Berechnungen und Messungen aus [Bre94]

## 5.4 BERECHNUNG DER LAGERKINETIK

### 5.4.1 Geschwindigkeiten im Zylinder- bzw. Kegelrollenlager

In Abbildung 5.15 sind die Umfangs- bzw. Winkelgeschwindigkeiten der Komponenten eines Kegelrollenlagers mit rotierendem Innenring und stehendem Außenring schematisch dargestellt.



Abbildung 5.15: Schematische Darstellung der Geschwindigkeiten der Wälzkörper und des Käfigs bzw. des Innenrings in einem Kegelrollenlager

Unter der Annahme, dass kein Schlupf zwischen Wälzkörpern und Laufbahnen vorliegt, können die Winkelgeschwindigkeiten des Käfigs  $\omega_{\rm K}$  bzw. des Wälzkörpers  $\omega_{\rm WK}$  aufgrund der Geometrie in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit des Innenrings  $\omega_{\rm IR}$  nach folgenden Gleichungen 5.33 und 5.34 bestimmt werden:

$$\omega_{\rm K} = \left(1 - \frac{\cos \alpha_0}{D_{\rm M}/D_{\rm WK}}\right) \cdot \frac{\omega_{\rm IR}}{2} , \qquad (5.33)$$

$$\omega_{\rm WK} = -\frac{\omega_{\rm IR}}{2} \cdot \left(\frac{D_{\rm M}}{D_{\rm WK}} - \frac{\cos^2 \alpha_0}{D_{\rm M}/D_{\rm WK}}\right) . \tag{5.34}$$

Ferner lassen sich die Umfangsgeschwindigkeit des Käfigs  $u_{\rm K}$ , des Wälzkörpers  $u_{\rm WK}$  sowie des Innenrings  $u_{\rm IR}$  mit nachstehenden Gleichungen berechnen:

$$u_{\rm K} = \omega_{\rm K} \cdot \frac{D_{\rm M}}{2} , \qquad (5.35)$$

$$u_{\rm WK} = u_{\rm K} + \omega_{\rm WK} \cdot \frac{D_{\rm WK}}{2} , \qquad (5.36)$$

$$u_{\rm IR} = \omega_{\rm IR} \cdot \left(\frac{D_{\rm M}}{2} - \frac{D_{\rm M}}{2} \cdot \cos \alpha_0\right) \,. \tag{5.37}$$

Die Gleichungen 5.33 bis 5.37 gelten auch für Zylinderrollenlager, indem der Nenndruckwinkel  $\alpha_0$  auf null gesetzt wird.

## 5.4.2 Geschwindigkeiten im Rillen- bzw. Schrägkugellager

Abbildung 5.16 veranschaulicht schematisch die Geschwindigkeiten der Komponenten eines axial oder kombiniert belasteten Schrägkugellagers [Bar96], [Mey10]:



Abbildung 5.16: Schematische Darstellung der Geschwindigkeiten des Wälzkörpers, des Käfigs bzw. des Innenrings in einem Schrägkugellager, ohne Bohrbewegung am Außenringkontakt [Bar96]

Der Lagerinnenring und der Käfig drehen sich jeweils mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{IR}$  und  $\omega_{K}$ . Die Kugel rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{WK}$ , wobei ein Winkel  $\beta$  zwischen der Drehachse der Kugel und der Hauptdrehachse des Lagers vorliegt. Die Vektoren  $\omega'_{IR}$  und  $\omega'_{AR}$  sind jeweils die relative Winkelgeschwindigkeit des Innen- bzw. Außenrings bezogen auf die Winkelgeschwindigkeit des Wälzkörpersatzes, d.h. des Käfigs:

$$\omega_{\rm IR}' = \omega_{\rm IR} - \omega_{\rm K} , \qquad (5.38)$$

$$\omega_{\rm AR}' = -\omega_{\rm K} \,. \tag{5.39}$$

Unter der Annahme, dass an der Kontaktstelle die Umfangsgeschwindigkeiten der Innenring- bzw. Außenringlaufbahn  $u_{IR}$  und  $u_{AR}$ der jeweiligen entsprechenden Umfangsgeschwindigkeit der Kugel  $u_{WK,IR}$  und  $u_{WK,AR}$  gleich sind, gelten hierfür folgende Zusammenhänge:

$$u_{\rm IR} = u_{\rm WK, IR} , \qquad (5.40)$$

$$u_{\rm AR} = u_{\rm WK,AR} \tag{5.41}$$

mit

$$u_{\rm IR} = \frac{1}{2} \cdot (D_{\rm M} - D_{\rm WK} \cdot \cos \alpha_{\rm IR}) \cdot \omega'_{\rm IR} , \qquad (5.42)$$

$$u_{\rm WK,IR} = -\frac{1}{2} \cdot D_{\rm WK} \cdot \cos\left(\alpha_{\rm IR} - \beta\right) \cdot \omega_{\rm WK} , \qquad (5.43)$$

$$u_{\rm AR} = \frac{1}{2} \cdot (D_{\rm M} + D_{\rm WK} \cdot \cos \alpha_{\rm AR}) \cdot \omega'_{\rm AR} , \qquad (5.44)$$

$$u_{\rm WK,AR} = \frac{1}{2} \cdot D_{\rm WK} \cdot \cos\left(\alpha_{\rm AR} - \beta\right) \cdot \omega_{\rm WK} . \qquad (5.45)$$

Die Vektoren  $\omega_{\text{bohr,IR}}$  und  $\omega_{\text{bohr,IR,WK}}$  entsprechen dem jeweiligen Anteil der Vektoren  $\omega'_{\text{IR}}$  und  $\omega_{\text{WK}}$  in der normalen Richtung und bedeuten die jeweiligen Bohrgeschwindigkeiten an der Kontaktstelle am Innenring. In der gleichen Weise ergeben sich an der Kontaktstelle am Außenring die Bohrgeschwindigkeiten  $\omega_{\text{bohr,AR}}$  und  $\omega_{\text{bohr,AR,WK}}$ . Die oben erwähnten Bohrgeschwindigkeiten ergeben sich aus folgenden geometrischen Zusammenhängen:

$$\omega_{\text{bohr,IR}} = \omega'_{\text{IR}} \cdot \sin \alpha_{\text{IR}} , \qquad (5.46)$$

$$\omega_{\text{bohr,IR,WK}} = \omega_{\text{WK}} \cdot \sin(\alpha_{\text{IR}} - \beta) , \qquad (5.47)$$

$$\omega_{\text{bohr,AR}} = \omega'_{\text{AR}} \cdot \sin \alpha_{\text{AR}} , \qquad (5.48)$$

$$\omega_{\text{bohr,AR,WK}} = \omega_{\text{WK}} \cdot \sin(\alpha_{\text{AR}} - \beta) . \qquad (5.49)$$

Der Winkel  $\beta$  und damit die Aufteilung des Bohrschlupfs auf den Innen- und Außenringkontakt sind drehzahlabhängig. Im Grenzfall sehr niedriger Drehzahlen gilt  $\alpha = \beta$ . Im Grenzfall sehr hoher Drehzahlen wird nach [Bar96] der Bohrschlupf im Außenringkontakt zu Null gesetzt, da die Kugeln sich infolge der hohen Belastungen und vergrößerten Kontaktellipsen aufgrund der Fliehkräfte der Kinematik des Außenrings anpassen:

$$\omega_{\text{bohr,AR}} = \omega_{\text{bohr,AR,WK}} \,. \tag{5.50}$$

Durch das Einsetzen der Gleichungen 5.48 und 5.49 in Gleichung 5.50 lässt sich der Winkel  $\beta$  ableiten:

$$\beta = \arctan\left(\frac{\sin \alpha_{AR}}{\cos \alpha_{AR} + \frac{D_{WK}}{D_M}}\right) .$$
 (5.51)

Die Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit des Käfigs  $\omega_{\rm K}$  bzw. der Kugel  $\omega_{\rm WK}$  erfolgt somit durch die Lösung der Gleichungen 5.38 bis 5.45 bzw. der Gleichung 5.51:

( - )

$$\omega_{\rm K} = \frac{1 - \left(\frac{D_{\rm WK}}{D_{\rm M}}\right)}{1 + \cos\left(\alpha_{\rm IR} - \alpha_{\rm AR}\right)} \cdot \omega_{\rm IR} , \qquad (5.52)$$
$$\omega_{\rm WK} = \frac{-\sqrt{\left(\frac{D_{\rm WK}}{D_{\rm M}}\right)^2 + \frac{2 \cdot D_{\rm WK} \cdot \cos \alpha_{\rm AR}}{D_{\rm M}} + 1} \cdot \left(1 - \frac{D_{\rm WK} \cdot \cos \alpha_{\rm IR}}{D_{\rm M}}\right)}{\frac{D_{\rm WK}}{D_{\rm M}} \cdot \left[1 + \cos\left(\alpha_{\rm IR} - \alpha_{\rm AR}\right)\right]} \cdot \omega_{\rm IR} . \qquad (5.53)$$

## 5.5 BERECHNUNG DER REIBANTEILE

# 5.5.1 Reibungsanteile bei Zylinder- und Kegelrollenlagern unter Ölschmierung

Für Zylinder- bzw. Kegelrollenlager werden folgende Reibanteile berücksichtigt:

- Reibung aufgrund der irreversiblen Verformungsarbeit der Wälzkörper M<sub>verf</sub>,
- hydrodynamische Rollreibung M<sub>roll</sub>,
- Reibung am Bord *M*<sub>bord</sub>,
- Planschverlust *M*<sub>plansch</sub>.

Die Ermittlung des gesamten Reibmoments eines Zylinder-/Kegelrollenlagers  $M_{\text{ges}}$  erfolgt somit durch das Summieren aller oben genannten Reibanteile:

$$M_{\rm ges} = M_{\rm verf} + M_{\rm roll} + M_{\rm bord} + M_{\rm plansch} .$$
 (5.54)

#### 5.5.1.1 Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit

Die Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit  $M_{verf}$  lässt sich auf die durch innere Werkstoffdämpfung verursachte Hysterese zurückführen. Die Hysterese führt dazu, dass die für die elastische Verformung in der Einlaufzone der Kontaktstelle geleistete Arbeit nicht wieder vollständig in kinetische Energie umgewandelt werden kann. Für Zylinder- bzw. Kegelrollenlager kann zur Berechnung der Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit  $M_{verf}$  auf den von *Johnson* vorgeschlagenen Zusammenhang für Linienkontakte zurückgegriffen werden [Joh85]:

$$M_{\text{verf,lin}} = \frac{2}{3 \cdot \pi} \cdot \kappa \cdot b \cdot Q . \qquad (5.55)$$

Der Dämpfungsfaktor  $\kappa$  ist materialabhängig. Für den Lagerstahl liegt der Wert von  $\kappa$  im Bereich von 0,7% bis 1%. Für eine sich in der Lastzone befindenden Rolle wird die Reibung aufgrund der irreversiblen Verformungsarbeit beruhend auf dem im Kapitel 3.2.1 vorgestellten Scheibenmodell für alle *N* belasteten Scheiben jeweils für den Innenring- und Außenringkontakt berechnet:

$$M_{\text{verf,IR,i}} = \sum_{j=1}^{N} M_{\text{verf,lin,IR,i,j}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{2\kappa}{3\pi} \cdot b_{\text{IR,i,j}} \cdot Q_{\text{IR,i,j}} , \qquad (5.56)$$

$$M_{\text{verf,AR,i}} = \sum_{j=1}^{N} M_{\text{verf,lin,AR,i},j} = \sum_{j=1}^{N} \frac{2\kappa}{3\pi} \cdot b_{\text{AR,i},j} \cdot Q_{\text{AR,i},j} .$$
(5.57)

In Anlehnung an [Ste95] setzt sich die Reibung aufgrund der irreversiblen Verformungsarbeit des gesamten Lagers  $M_{verf}$  zusammen aus denen von allen Z-Rollen und kann durch die folgende Beziehung bezüglich der Energiebilanz ermittelt werden:

$$M_{\text{verf,lin}} = \sum_{i=1}^{Z} \left| \frac{\omega_{\text{WK}}}{\omega_{\text{IR}}} \right| \cdot \left( M_{\text{verf,IR}}^{i} + M_{\text{verf,AR}}^{i} \right) .$$
(5.58)

#### 5.5.1.2 Hydrodynamische Rollreibung

Die hydrodynamische Rollreibung  $M_{roll}$  entsteht aufgrund der asymmetrischen Verteilung des hydrodynamischen Drucks im Schmierfilm des EHD-Kontaktes. Dies führt zu einer Verschiebung  $\iota$  der resultierten Tragkraft  $F_{N,hydr}$  des Schmierfilms vom geometrischen Zentrum der Kontaktfläche weg (vgl. Abbildung 5.17). Dadurch baut sich ein Moment auf, dass der Rotation entgegenwirkt.

Das hydrodynamische Rollreibmoment  $M_{\rm roll}$  ergibt sich damit zu

$$M_{\rm roll} = F_{\rm roll} \cdot \iota , \qquad (5.59)$$

wobei

$$\iota = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \cdot x \cdot dx}{Q}$$
(5.60)

ist.

Wie in Kapitel 3.2.2 erwähnt, erfolgt die Ermittlung der Druckverteilung eines Linienkontaktes p(x) durch die Lösung der *Reynolds*-Gleichungen, der Verformungsgleichung, der Schmierfilmhöhen-Gleichung und der Kraftgleichgewichtsgleichung. Diese Berechnung ist sehr aufwendig und erfordert viel Zeit. In [ZH91] wird der Ansatz nach *Goksem* und *Hargreaves* [GH78] vorgeschlagen, der die Simulationsergeb-



Abbildung 5.17: Schematische Darstellung der hydrodynamischen Rollreibung eines EHD-Kontaktes

nisse für die äquivalente hydrodynamische Rollreibung eines isothermen Linienkontaktes  $F_{\text{roll,lin,iso}} = M_{\text{roll,lin,iso}}/R$  vereinfacht in einer analytischen Gleichung zusammenfasst:

$$F_{\text{roll,isoth}} = 29, 2 \cdot \frac{R}{\alpha} \cdot L \cdot (G \cdot U)^{0,648} \cdot W^{0,246} .$$
 (5.61)

Die hydrodynamische Rollreibung nimmt aufgrund der Scher- und Kompressionserwärmung am Eingang des Kontakts ab. Basierend auf der Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen der Schmierfilmhöhe und der Rollreibung [Balo5] kann man den Korrekturfaktor  $C_{\rm th}$  für die Schmierfilmhöhe benutzen, um den thermischen Einfluss des Wälzkontaktes auf die Rollreibung zu berücksichtigen:

$$F_{\rm roll,th} = C_{\rm th} \cdot F_{\rm roll,isoth} . \tag{5.62}$$

Nach [ZH91] erfolgt die Berechnung des gesamten Rollreibmoments eines Kegelrollenlagers mit Z Wälzkörpern durch die folgende Gleichung:

$$M_{\text{roll}} = \sum_{i=1}^{Z} [F_{\text{roll,th,AR,i}} \cdot (R_{\text{AR}} - R_{\text{eff,AR}} \cdot \cos \alpha_{\text{AR}}) + F_{\text{roll,th,IR,i}} \cdot (R_{\text{IR}} + R_{\text{eff,IR}} \cdot \cos \alpha_{\text{AR}})] .$$
(5.63)

Dabei werden die Rollreibungskräfte  $F_{\text{roll,th,IR}}^i$  bzw.  $F_{\text{roll,th,AR}}^i$  als Summe der Rollreibungen aller jeweiligen N belasteten Scheiben wie folgt ermittelt:

$$F_{\text{roll,th,IR,i}} = \sum_{j=1}^{N} F_{\text{roll,th,IR,i,j}}, \qquad (5.64)$$

$$F_{\text{roll,th,AR,i}} = \sum_{j=1}^{N} F_{\text{roll,th,AR,i,j}} . \qquad (5.65)$$
#### 5.5.1.3 Reibung am Bord

Wie bereits in Kapitel 5.3.2 erwähnt, wirkt bei Kegelrollenlagern eine Kontaktkraft  $Q_{bord}$  zwischen der Rollenstirnseite und dem Bord. Die Geometrie der sich berührenden Flächen kann u.a. mithilfe eines Oberflächenmessgerätes ermittelt werden. Aufgrund der Kontaktgeometrie kann hierfür von einem *Hertz*schen Punktkontakt mit einer elliptischen EHD-Kontaktfläche ausgegangen werden (vgl. Abbildung 5.18).

Bedingt durch die Drehbewegungen des Wälzkörpers und des Innenrings liegt an deren Kontaktstelle eine Bohr-Wälzbewegung mit großen Gleitanteilen vor. In Abbildung 5.18 sind die örtlichen Relativgeschwindigkeiten in der Kontaktfläche am Bord schematisch dargestellt. Aufgrund der Verteilung der Relativgleitgeschwindigkeiten ergibt sich am Bord eine resultierte Reibkraft  $F_{\text{bord}}$  und ein Bohrreibmoment  $M_{\text{bohr,bord}}$ .

Es existiert eine höhere Mischreibungsgefahr an der Bordkontaktstelle als an der Rollenmantelfläche-Laufbahn-Kontaktstelle. Der Grund dafür liegt hauptsächlich darin, dass die hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit, die für den Aufbau des Schmierfilms von großer Bedeutung ist, im Vergleich zu der des Rollenmantelfläche-Laufbahn-Kontaktes aufgrund des höheren Gleitanteils der Wälzbewegung in der Regel kleiner ist. Liegt eine Mischreibung am Bord vor, sind zur Berechnung der Bordreibkraft  $F_{bord}$  die Festkörperreibung  $F_{bord,fest}$  sowie die Reibung im EHD-Schmierfilm  $F_{bord,fluid}$  getrennt zu ermitteln:

$$F_{\text{bord}} = F_{\text{bord,fest}} + F_{\text{bord,fluid}} .$$
 (5.66)

Bei Mischreibung ist die Bordkraft  $Q_{bord}$  von den Rauheitsspitzen (der Festkörperanteil  $Q_{bord,fest}$ ) und dem Schmierfilm (der Fluidanteil  $Q_{bord,fluid}$ ) zusammen getragen:

$$Q_{\text{bord}} = Q_{\text{bord,fest}} + Q_{\text{bord,fluid}} .$$
(5.67)

Dabei ist der Lasttraganteil des Festkörpers  $\tilde{Q} = \frac{Q_{\text{bord,fest}}}{Q_{\text{bord}}}$  eine Funktion der spezifischen Schmierfilmhöhe  $\lambda$  und der Oberflächenbeschaffenheit ist (vgl. 5.19):

$$\widetilde{Q} = \frac{Q_{\text{bord,fest}}}{Q_{\text{bord}}} = e^{-B \cdot \lambda^C} .$$
(5.68)

Zur Ermittlung der spezifischen Schmierfilmhöhe  $\lambda$  nach Gleichung 4.7 ist die Schmierfilmhöhe am Bord in erster Annäherung als die thermische zentrale Schmierfilmhöhe  $h_{\text{bord},0,\text{th}}$  des Bordkontaktes zu berechnen, die sich aus dem Produkt der entsprechenden isothermen Schmierfilmhöhe  $h_{\text{bord},0,\text{isoth}}$  und dem thermischen Korrekturfaktur  $C_{\text{th}}$  ergibt:

$$h_{\text{bord},0,\text{th}} = C_{\text{th}} \cdot h_{\text{bord},0,\text{isoth}} .$$
(5.69)



Abbildung 5.18: Gleitbewegungen an einer Bordkontaktfläche eines Kegelrollenlagers



Abbildung 5.19: Festkörper-Lasttraganteil in Abhängigkeit der spezifischen Schmierfilmhöhe sowie Oberflächenbeschaffenheit nach [ZH91]

Die isotherme zentrale Schmierfilmhöhe  $h_{\text{bord},0,\text{isoth}}$  ist nach Gleichung 3.55 nach *Chittenden* zu berechnen, da die Einströmungsrichtung entlang der großen Halbachse verläuft. Der Korrekturfaktor  $C_{\text{th}}$ ergibt sich über Gleichung 3.58. Die Faktoren *B* und *C* bestimmen die unterschiedlichen Verläufe der in Abbildung 5.19 dargestellten Kurven, die den verschiedenen Oberflächenbeschaffenheiten entsprechen. Über die Standardabweichung des gemessenen Summenrauheitsprofils  $\sigma$  können betrachtete Oberflächen den Kurven zugeordnet werden.

Entsprechend des *Coulomb*schen Gesetzes für Festkörperreibung ergibt sich der Anteil der Festkörperreibung zu

$$F_{\text{bord,fest}} = \mu_{\text{bord,fest}} \cdot Q_{\text{bord,fest}} . \tag{5.70}$$

Aufgrund der komplizierten Vorgänge in den sich berührenden Flächen ist der Reibungskoeffizient  $\mu_{\text{bord,fest}}$  üblicherweise durch Experimente zu ermitteln. Für den Kontakt zweier Stähle im Grenzreibungszustand liegt  $\mu_{\text{bord,fest}}$  normalerweise im Bereich 0,1…0,2 [SS08], [Teu05], [ZH91].

Die Ermittlung des Fluidanteils der Bordreibkraft  $\tau_{bord,fluid}$  beruht hier prinzipiell auf der bereits in Kapitel 4 vorgestellten Analyse für die Schubspannung eines gescherten EHD-Schmierfilms. Die Schubspannung des Schmierfilms des Bordkontaktes  $\tau_{bord,fluid}$  wird örtlich in der Kontaktfläche berechnet und von der entsprechenden maximal erreichbaren lokalen Schubspannung begrenzt. Um eine lokale Betrachtung zu ermöglichen, wird die gesamte Kontaktfläche *A* in Anlehnung an [Mey10] in mehrere Teilflächen  $A_j$  unterteilt (siehe Abbildung 5.20):

$$A = \pi \cdot a \cdot b \tag{5.71}$$

$$\approx \sum_{A=\pi \cdot a \cdot b} A_{j} . \tag{5.72}$$



Abbildung 5.20: Einteilung der gesamten Druckfläche am Bord in Flächen-Inkremente

Die Druckverteilung über der elliptischen Druckfläche  $p_j(x, y)$  wird nach der *Hertz*schen Theorie für den Punktkontakt wie folgt bestimmt:

$$p_{j}(x,y) = p_{\max} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{x^{2}}{a^{2}} - \frac{y^{2}}{b^{2}}\right)}$$
$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{\text{bord}}}{A} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{x^{2}}{a^{2}} - \frac{y^{2}}{b^{2}}\right)}.$$
 (5.73)

Es wird ferner angenommen, dass die Betriebstemperatur des Schmierfilms am Bord  $T_{bord}$  überall gleich ist wie die Temperatur des Innenrings  $T_{IR}$ , die nach [Balo5] mit der experimentell gemessenen Außenringtemperatur  $T_{AR}$  abgeschätzt werden kann:

$$T_{\rm bord} = T_{\rm IR} = T_{\rm AR} + \frac{T_{\rm AR} - 20\,^{\circ}{\rm C}}{5}$$
 (5.74)

In Wirklichkeit ist allerdings die Temperatur am Bord nach *Gersten*berger [Geroo] infolge der Gleitanteile noch höher.

Die lokale Schubspannung  $\tau_{\text{bord,fluid,j}}(x, y)$  wird in erster Näherung vereinfacht mit dem *Newton*schen Ansatz berechnet, wenn die sich damit ergebende Schubspannung kleiner ist als die entsprechende maximal erreichbare lokale Schubspannung  $\tau_{\text{max,j}}$ :

$$\tau_{\text{bord,fluid,j}} = \eta_j \left( P_j, T_{\text{bord}} \right) \cdot \frac{\Delta v_j}{h_{\text{bord,0,th}}} \text{ wenn } \tau_{\text{bord,fluid,j}} < \tau_{\text{max,j}} .$$
(5.75)

Andernfalls wirkt die lokale Grenzschubspannung:

$$\tau_{\text{bord,fluid,j}} = \tau_{\max,j} \left( P_j, T, v_j, \Lambda \cdots \right)$$
, wenn  $\tau_{\text{bord,fluid,j}} > \tau_{\max,j}$ . (5.76)

Die lokale maximal erreichbare Schubspannung  $\tau_{max,j}$  kann mit Gleichung 4.14 und 4.15 bestimmt werden.

Die Fluidreibung  $F_{\text{bord,fluid}}$  ergibt sich somit durch die Integration aller Schubspannungsanteilen  $\tau_{\text{bord,fluid,j}}$  der Kontaktfläche:

$$F_{\text{bord,fluid}} = \int_{-a}^{a} \int_{-b}^{b} \tau_{\text{bord,fluid}}(x, y) \, dx \, dy \approx \sum_{A} \tau_{\text{bord,fluid,j}} \cdot A_{\text{j}} \, . \quad (5.77)$$

Die Gesamtreibkraft  $F_{bord}$  am Bord ergibt sich somit aus  $F_{bord,fest}$  und  $F_{bord,fluid}$ :

$$F_{\text{bord}} = F_{\text{bord,fest}} + (1 - \lambda) \cdot F_{\text{bord,fluid}} .$$
(5.78)

Außerdem liegt ein Bohrreibmoment am Bord  $M_{\text{bord,bohr}}$  vor, das nach [ZH91] nach folgender Gleichung ermittelt werden kann (vgl. Abbildung 5.20):

$$M_{\text{bord,bohr}} = \sum_{A} \mu_{\text{bord}} \cdot p_{\mathbf{j}} \cdot \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{j}} \times \boldsymbol{\xi}(\Delta \boldsymbol{v}_{\mathbf{j}}) \cdot dx dy .$$
 (5.79)

Dabei ist  $\mu_{\text{bord}}$  die mittlere Reibungszahl des Bordkontaktes:

$$\mu_{\text{bord}} = \frac{F_{\text{bord}}}{Q_{\text{bord}}} \,. \tag{5.80}$$

Das gesamte Reibmoment am Bord  $M_{\text{bord}}$  resultiert somit aus  $F_{\text{bord}}$  und  $M_{\text{bord,bohr}}$  nach der folgenden Gleichung:

$$M_{\text{bord}} = F_{\text{bord}} \cdot \frac{h_{\text{BD}}}{D_{\text{WK}}} + M_{\text{bord,bohr}} \cdot \frac{R_{\text{AR}}}{D_{\text{WK}}} .$$
 (5.81)

#### 5.5.1.4 *Planschverluste*

Planschverluste sind auf hydrodynamische Strömungswiderstände der Schmieröle bei komplexer Lagergeometrie zurückzuführen. Eine exakte rechnerische Bestimmung dieser Verluste ist daher schwierig. Obwohl dieses Problem durch CFD-Methoden numerisch gelöst werden kann, ist der Berechnungsaufwand sowie die Berechnungszeit oft für praktische Anwendungen zu hoch. Der hier verwendete Ansatz für die Planschverluste bei Ölbadschmmierung beruht auf der Arbeit von Koryciak [Koro7]. In seiner Arbeit hat Koryciak das Reibmoment für unterschiedliche Bauarten von Wälzlagern mit Linienberührung gemessen. Die untersuchten Wälzlager erfuhren eine radiale Mindestbelastung und es lag eine Ölbadschmierung mit unterschiedlicher Olstandhöhe vor. Die Reibmomentmessungen wurden von Koryciak anschließend in einer Regressonsgleichung mit Parametersätzen für unterschiedliche Lagerbauarten zusammengefasst. Damit besteht die Möglichkeit, Planschverluste durch eine analytische Formel wie folgt zu beschreiben:

$$M_{\text{Koryciak}} = v^{K_1 \cdot n^{K_2} + K_{11}} \cdot n^{K_3} \cdot d_m^{K_4} \cdot l_{\text{eff}}^{K_5} \cdot Z^{K_6} \cdot \ln\left(K_7 \cdot \frac{H}{v^{K_8} \cdot n^{K_9}} + 1\right) \\ \cdot \left(M_{\text{roll,LZ}} + K_{10} \cdot M_{\text{roll,LFZ}}\right) .$$
(5.82)

Die Parameter  $K_1$  bis  $K_{11}$  der Gleichung 5.82 sind *Koryciak* für unterschiedliche Lagerbauarten zu entnehmen [Koro7].

Das berechnete Reibmoment  $M_{\text{Koryciak}}$  enthält die Reibanteile der irreversiblen Verformungsarbeit  $M_{\text{verf,min}}$  bzw. der hydrodynamischen Rollreibung  $M_{\text{roll,min}}$  bei der Mindestbelastung. Um daraus die Planschverluste zu berechnen, werden die Verluste bei Mindestbelastung ohne Planschverlust getrennt berechnet und abgezogen. Der Differenzbetrag entspricht somit den eigentlichen Planschverlusten  $M_{\text{plansch}}$ :

$$M_{\rm plansch} = M_{\rm Koryciak} - M_{\rm verf,min} - M_{\rm roll,min} .$$
(5.83)

#### 5.5.2 Reibungsanteile bei Rillen- und Schrägkugellagern

In Anlehnung an [Balo5] und [Mey10] werden in der vorliegenden Arbeit für Rillen-/Schrägkugellager die Reibanteile aufgrund der irreversiblen Verformungsarbeit  $M_{verf}$  und der hydrodynamischen Rollreibung  $M_{roll}$  von Punktkontakten berücksichtigt.

Die Ermittlung der Reibung aufgrund der irreversiblen Verformungsarbeit  $M_{\text{verf,pkt}}$  eines Punktkontaktes erfolgt durch den Ansatz nach *Johnson* [Joh85]:

$$M_{\text{verf,pkt}} = \frac{3}{16} \cdot \kappa \cdot b \cdot Q . \qquad (5.84)$$

Nach [Ste95] ergibt sich das gesamte Reibmoment eines Rillen- oder Schrägkugellagers mit Z Wälzkörpern bezüglich der Energiebilanz der Verlustleistung zwischen einzelnen Kugeln und des gesamten Systems zu:

$$M_{\text{verf,pkt}} = \sum_{i=1}^{Z} \left[ \left| \frac{\omega_{\text{WK}}}{\omega_{\text{IR}}} \right| \cdot \left( M_{\text{verf,pkt,IR,i}} + M_{\text{verf,pkt,AR,i}} \right) \right] .$$
(5.85)

Die hydrodynamische Rollreibung eines Punktkontaktes  $F_{roll,pkt}$  wird über die Gleichung nach *Gohar* [Goh88] bestimmt:

$$F_{\text{roll,pkt}} = 8,6 \cdot \left(\frac{2 \cdot U}{W}\right)^{0.8} \cdot G^{-0.2}$$
 (5.86)

Dabei werden die Parameter *U*, *W* und *G* jeweils nach Gleichung 3.39, 3.50 und 3.40 bestimmt.

Hinsichtlich der energetischen Bilanz der Reibleistung zwischen dem Teil- und dem Gesamtsystem ergibt sich das gesamte hydrodynamische Rollreibmoment eines Rillen-/Schrägkugellagers  $M_{\text{roll,pkt}}$  zu [Ste95]:

$$M_{\text{roll,pkt}} = \frac{D_{\text{WK}}}{2} \cdot \sum_{i=1}^{Z} \left[ \left| \frac{\omega_{\text{WK}}}{\omega_{\text{IR}}} \right| \cdot \left( F_{\text{roll,pkt,IR,i}} + F_{\text{roll,pkt,AR,i}} \right) \right]$$
(5.87)

Liegt eine axiale Belastung vor, ist das Bohrreibmoment  $M_{bohr}$  aufgrund der Bohrbewegung der Wälzkörper relativ zur Laufbahn zu berücksichtigen [Mey10]. Dreht sich ein Rillenkugellager unter einer radialen Belastung, fällt dabei der Bohrreibanteil weg, da die Druckwinkel  $\alpha_{IR}$  und  $\alpha_{AR}$  beide null sind. Auch in diesem Fall liegen Relativgeschwindigkeiten  $\Delta v$  in der Kontaktfläche zwischen Kugel und Laufbahn vor. Der Grund dafür ist, dass die in Kontakt gekommene Kugel und Laufbahn aufgrund ihrer unterschiedlichen Drehradien unterschiedliche Umfangsgeschwindigkeiten in der Kontaktfläche haben. In Abbildung 5.21 werden die relativen Geschwindigkeiten zwischen der Kugel und der Innenringlaufbahn schematisch dargestellt. Eine reine Rollbewegung befindet sich nicht überall in der Kontaktfläche, sondern nur an zwei zu der *y*-Achse symmetrischen Stellen. Dieses Phänomen wird üblicherweise als *"Heathcote*-Effekt" bezeichnet [HK07].



Abbildung 5.21: Schematische Darstellung der Reibkräfte aufgrund des Differentialschlupfes (sogenannter "*Heathcote*-Effekt")

Prinzipiell resultiert sowohl die Reibung aufgrund des im Folgenden diskutierten *Heathcote*-Effektes als auch die in [Balo5] und [Mey10] näher betrachtete Bohrreibung aus dem Differentialschlupf zwischen der Kugel und der Laufbahn. Infolgedessen können hierfür in einem allgemeineren Zusammenhang die beiden Reibanteile als der Reibanteil aufgrund des Differentialschlupfes  $M_{\text{diff}}$  bezeichnet werden.

Als Beispiel wird im Folgenden die Berechnung des Reibmoments aufgrund des Differentialschlupfes eines radial belasteten Rillenkugellagers erläutert. Um  $M_{\text{diff}}$  zu ermitteln, ist die Geometrieänderung von Kugel und Laufbahn und die daraus resultierte Änderung der Drehradien in der Kontaktfläche zu berechnen (Abbildung 5.21). Die Kontur der Kugel und der Laufbahn des Innen- sowie Außenrings vor der Verformung z(x, y) kann durch ein Paraboloid mathematisch angenähert beschrieben werden:

$$z_{\text{kugel}}(x,y) = \frac{x^2}{D_{\text{WK}}} + \frac{y^2}{D_{\text{WK}}}$$
, (5.88)

$$z_{\text{laufbahn,IR}}(x,y) = \frac{x^2}{2 \cdot D_{\text{WK}} \cdot f_{\text{IR}}} + \frac{y^2}{D_{\text{M}} - D_{\text{WK}}}$$
(5.89)

und

$$z_{\text{laufbahn,AR}}(x,y) = \frac{x^2}{-2 \cdot D_{\text{WK}} \cdot f_{\text{AR}}} + \frac{y^2}{-D_{\text{M}} - D_{\text{WK}}} .$$
 (5.90)

Die Berechnung der elastischen Geometrieänderung in der elliptischen Kontaktfläche  $\delta(x, y)$  erfolgt durch den *Boussineq*schen Ansatz nach Gleichung 3.34:

$$\delta(x,y) = \frac{1 - \nu_{\text{poisson}}^2}{\pi \cdot E} \iint_A \frac{p(x',y') \cdot dx \cdot dy}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \,. \tag{5.91}$$

Dabei sind die Kontaktfläche *A* und die Pressung p(x', y') jeweils nach Gleichung 5.71 und 5.73 zu bestimmen.

Der Drehradius eines beliebiges Punktes in der Kontaktfläche der Kugelseite  $r_{\text{kugel}}$  sowie der Laufbahnseite  $r_{\text{laufbahn,IR}}$  und  $r_{\text{laufbahn,AR}}$  kann jeweils mit nachstehenden Gleichungen beschrieben werden:

$$r_{\text{kugel}}(x,y) = \frac{d_{\text{WK}}}{2} - z_{\text{kugel}}(x,y) - \delta_{\text{kugel}}(x,y) , \quad (5.92)$$
  
$$r_{\text{laufbahn,IR}}(x,y) = \frac{D_{\text{m}} - D_{\text{WK}}}{2} + z_{\text{laufbahn,IR}}(x,y) - \delta_{\text{laufbahn,IR}}(x,y) \quad (5.93)$$

und

$$r_{\text{laufbahn,AR}}(x,y) = \frac{D_{\text{m}} + D_{\text{WK}}}{2} + z_{\text{laufbahn,AR}}(x,y) + \delta_{\text{laufbahn,AR}}(x,y) .$$
(5.94)

Für die Relativgeschwindigkeit  $\Delta v(x, y)$  gelten folgende Zusammenhänge:

$$\Delta v_{\rm IR}(x,y) = r_{\rm kugel}(x,y) \cdot \omega_{\rm WK} + r_{\rm laufbahn,IR}(x,y) \cdot (\omega_{\rm IR} - \omega_{\rm K}) , \qquad (5.95)$$

$$\Delta v_{\rm AR}(x,y) = r_{\rm kugel}(x,y) \cdot \omega_{\rm WK} + r_{\rm laufbahn,AR}(x,y) \cdot \omega_{\rm K} . (5.96)$$

Die Bestimmung der Schergefälle  $\dot{\gamma}$  erfolgt durch die Relativgeschwindigkeiten  $\Delta v(x, y)$  und die zentrale Schmierspalthöhe  $h_{0,\text{th}}$ , die über die Gleichung 3.48 nach *Hamrock* und *Dowson* ermittelt werden kann. Dabei wird in erster Näherung der elastische Anteil des Schlupfes vernachlässigt:

$$\dot{\gamma}_{\rm IR}(x,y) = \frac{\Delta v_{\rm IR}(x,y)}{h_{0,\rm th,\rm IR}} ,$$
 (5.97)

$$\dot{\gamma}_{AR}(x,y) = \frac{\Delta v_{AR}(x,y)}{h_{0,th,AR}}$$
 (5.98)

Die örtliche Schubspannung  $\tau(x, y)$  ergibt sich somit mit Gleichung 5.75 und 5.76, wobei die berechneten Schubspannungen von den entsprechenden maximal erreichbaren Schubspannungen begrenzt sind.

In dem hier betrachteten Zusammenhang mit Berücksichtigung der Verformungen ist die Drehgeschwindigkeit des Wälzkörpers  $\omega_{WK}$  in den Gleichungen 5.95 sowie 5.96 nicht mit dem theoretischen Sollwert gleich, der nach Gleichung 5.53 ermittelt ist, sondern im Bezug auf das Momentengleichgewicht um den Punkt  $P^*$ , Gleichung 5.99, zu lösen:

$$\sum_{A} M_{\rm P^*} = 0 \;. \tag{5.99}$$

Die somit ermittelten Drehgeschwindigkeiten der Wälzkörper weisen in der Regel geringfügige Abweichungen von den Sollwerten auf. Wie in Abbildung 5.22 schematisch dargestellt ist, verteilen sich die Schubspannungen über der Kontaktfläche in zwei entgegengesetzte Richtungen.



Abbildung 5.22: Schubspannungsverteilung in der Kontaktfläche eines Kugellagers

Die Reibkraft F<sub>Heathcote</sub> lässt sich durch die Integration der Schubspannung  $\tau(x, y)$  infolge der Relativgeschwindigkeit  $\Delta v(x, y)$  über der Kontaktfläche A ermitteln:

$$F_{\text{diff}} = \sum_{x,y \in A} \tau(x,y) \cdot dx \cdot dy .$$
 (5.100)

Das Gesamtreibmoment des Lagers infolge der Reibung aufgrund des Differentialschlupfes lässt sich berechnen mit

$$M_{\text{diff}} = \sum_{i=1}^{Z} \left[ \frac{1}{\omega_{\text{IR}}} \cdot \left( P_{\text{diff},\text{IR},i} + P_{\text{diff},\text{AR},i} \right) \right] , \qquad (5.101)$$

wobei die Reibleistung des Innenring- bzw. Außenringkontakts

$$P_{\text{diff,IR,i}} = \sum_{x,y \in A_{\text{IR}}} F_{\text{diff,IR,i}}(x,y) \cdot \Delta v_{\text{IR}}(x,y)$$
(5.102)

und

$$P_{\text{diff},\text{AR},\text{i}} = \sum_{x,y \in A_{\text{AR}}} F_{\text{diff},\text{AR},\text{i}}(x,y) \cdot \Delta v_{\text{IR}}(x,y)$$
(5.103)

ist.

Wie bei Zylinder- bzw. Kegelrollenlager ergibt sich ein Planschverlust bei einem ölgeschmierten Rillen- oder Schrägkugellager M<sub>plansch</sub>, der sowohl mit dem Ansatz nach [SKF08] oder experimentell ermittelt werden kann.

Das Reibmoment eines radial- bzw. kombinierten Rillenkugellagers bei einer Ölschmierung ergibt sich somit durch die Summe der oben genannten Reibanteile:

$$M_{\text{gesamt}} = M_{\text{verf}} + M_{\text{roll}} + M_{\text{diff}} + M_{\text{plansch}} .$$
 (5.104)

#### Reibmomentberechnung für Radialwellendichtringe 5.5.3

Das Berechnungsmodell für Radialwellendichtringe stützt sich auf die Arbeit von Engelke [Eng11]. Im Folgenden wird eine kurze Ubersicht über die Berechnungsgrundlagen dargestellt.

Basierend auf seinen experimentellen Untersuchungen schlug Engelke einen Ansatz zur Ermittlung des Reibmoments eines Radialwellendichrings vor:

$$M_{\rm RWDR} = \mu_0 \cdot F_{\rm r} \cdot r_{\rm a} + \eta (T_{\rm RWDR}) \cdot \frac{b}{\sum R_{\rm p}} \cdot r_{\rm a}^3 \cdot \frac{(2 \cdot \pi)^2}{60} \cdot n .$$
 (5.105)

Die Parameter  $\mu_0$  und  $\sum R_p$  in Gleichung 5.105 sind experimentell zu ermitteln. Die Parameter b und  $F_r$  können sowohl experimentell oder rechnerisch mit Finite-Elemente-Analyse bestimmt werden. Die dynamische Viskosität des Schmierstoffes im Dichtkontakt  $\eta(T_{\text{RWDR}})$ 

ist einerseits maßgeblich für die Dichtungsreibung  $M_{\text{RWDR}}$ , andererseits stark von der Temperatur im Dichtspalt  $T_{\text{RWDR}}$  abhängig, die selber auch eine Funktion der Reibung im Dichtkontakt ist. Dies bedeutet, dass eine Übertemperatur im Dichtkontakt  $\Delta T$  im Vergleich zur unmittelbaren Ölsumpftemperatur  $T_{\text{sumpf}}$  aufgrund der Scherwärme vorliegt:

$$\Delta T = T_{\rm RWDR} - T_{\rm sumpf} \,. \tag{5.106}$$

An einem Universalfunktionsprüfstand hat *Engelke* für verschiedene Dichtungsmaterialien, Radialkräfte und Versuchsöle die Übertemperatur und die entsprechenden Reibleistungsdichte  $\frac{M_{RWDR} \cdot n}{A_{RWDR}}$  ermittelt und deren Beziehung in einer empirischen Funktion zusammengefasst:

$$\Delta T = E_{\rm RWDR} \cdot \frac{M_{\rm RWDR} \cdot n}{A_{\rm RWDR}} , \qquad (5.107)$$

wobei

$$E_{\rm RWDR} \approx 16.5 \, \frac{\rm mm^2 \cdot K}{\rm W}$$
 (5.108)

ist. Mit einem thermischen FE-Modell kann dieser Kennwert auch rechnerisch ermittelt werden [DEW10], [OTT14]. Das Reibmoment eines Radialwellendichtrings  $M_{\text{RWDR}}$  kann somit durch die Lösung der Gleichung5.105 und 5.107 ermittelt werden.

# 6

## EXPERIMENTELLE VALIDIERUNG DES BERECHNUNGSMODELLS

#### 6.1 ZYLINDERROLLENLAGER

### 6.1.1 Zylinderrollenlager Baugröße 12/16

Zum Verifizieren des Berechnungsmodells für radial belastete Zylinderrollenlager werden unter anderem Versuchsergebnisse des Lehrstuhls für Maschinenelemente und Getriebetechnik (MEGT) der Technischen Universität Kaiserslautern aus [MNG10] herangezogen, die bei einem Ölstand bis zur halben Höhe des untersten Wälzkörpers gewonnen wurden. Es wurden Rampendurchfahren und jeweils die Reibmomente bei einer momentanen Außenringtemperatur von 37 °C ausgewertet.

Die gesamte Lagerreibung setzt sich aus verschiedenen Reibungsanteilen zusammen. In den Wälzkontakten entstehen die Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit, die hydrodynamische Rollreibung und gegebenenfalls die Bordreibung. Dies Reibungsanteile sind lastabhängig und können von der Fliehkraft beeinflusst werden. Als Beispiel wird die Reibung der Zylinderrollenlager NU212 bei Ölschmierung abgeschätzt. Die Details der Betriebsbedingungen sind in Tabelle 6.1 aufgelistet.

Lager	NU 212/NU 216
Belastung	radial, <i>P</i> / <i>C</i> = 0,01(1080 <i>N</i> ) / 0,03 / 0,05 / 0,07 / 0,09 / 0,11(10800 <i>N</i> )
Drehzahl	$1000 \text{ min}^{-1} \text{ bis } 10000 \text{ min}^{-1}$
Schmierung	Ölbadschmierung, Ölstand bis Mitte des untersten Wälzkörpers
Versuchsöl	Öl 3
Betriebstemperatur	37 °C

Tabelle 6.1: Betriebspunkte der Versuche aus [MNG10]

Für radial belastete Zylinderrollenlager mit Ölbadschmierung sind folgende Reibungsanteile zu berechnen:

- Reibung aus der irreversiblen Verformungsarbeit,
- hydrodynamische Rollreibung und

• Planschverluste.

Da die Lager rein radial belastet sind, kann die Bordreibung in der Berechnung vernachlässigt werden. Es ist durch Messungen des IMKT und des MEGT sichergestellt, dass kein nennenswerter Schlupf zwischen Lagerringen und Wälzkörpersatz besteht. Ausgehend von den Ansätzen von *Koryciak* für die Baugrößen NU 212/NU 216 erfolgt eine Umrechnung durch Interpolation:

$$M_{\text{Koryciak}}^{NU212} = \underbrace{\frac{M_{\text{Koryciak}}^{NU2208} + M_{\text{Koryciak}}^{NU2216}}{2}}_{\text{Einfluss Baugröße}} \times \underbrace{\frac{M_{\text{Koryciak}}^{NU208}}{M_{\text{Koryciak}}^{NU2208}}}_{\text{Einfluss Lagerbreite}}$$
(6.1)

Die Berechnungsergebnisse sind in Abbildung 6.1 den Messungen aus [MNG10] gegenübergestellt.



Abbildung 6.1: Gegenüberstellung von Berechnung und Messung für ein Zylinderrollenlager NU 212

Daraus ist ersichtlich, dass tendenziell die berechneten Reibmomente eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen erreichen. Allerdings wird das im Versuch ermittelte Maximum des Reibmomentes bei niedrigen bis mittleren Drehzahlen von der Berechnung nur ansatzweise vorhergesagt. Im Bereich hoher Drehzahlen liegt das berechnete Reibmoment hingegen eher zu niedrig.

In Abbildung 6.2 werden als Beispiel die Verläufe einzelner Reibungsanteile über der Drehzahl bei C/P = 0,09 gezeigt. Die Roll-



Abbildung 6.2: Berechnete Reibungsanteile für ein Lager NU 212, P/C = 0,09

reibung ist der dominierende Beitrag zum Gesamtreibmoment im ganzen Drehzahlbereich. Die Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit ist im Vergleich zu den anderen Anteilen sehr klein, da die Belastung bei P/C = 0,09 sehr gering ist. Der berechnete Planschverlust nimmt über der Drehzahl ab und verschwindet praktisch ab 800 min<sup>-1</sup>.

Die gewonnenen Messwerte werden den Ergebnissen verschiedener Ansätze in Abbildung 6.3 gegenübergestellt. In diesem Fall ergibt der hier vorgestellte Ansatz die beste Übereinstimmung. Es zeigen sich Vorteile insbesondere hinsichtlich einer besseren Annäherung an das relative Maximum im Bereich von 5000 min<sup>-1</sup>.

Weitere Berechnungen wurden durchgeführt zum Vergleich mit den Messdaten für das NU 216 aus [MNG10]. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.4 gezeigt. Es wird auch hier im Mittel eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Berechnung und Messung erzielt.



Abbildung 6.3: Gegenüberstellung von Messungen und Berechnungen nach verschiedenen Ansätzen

#### 6.1.2 Zylinderrollenlager Baugröße 08

Die Messergebnisse am Pleuellager-Prüfstand des IMKT ermöglichen es, das Berechnungsmodell experimentell bei höheren Lasten zu verifizieren [Hol13] (vgl. Abbildung 6.5). Im Pleuellager-Prüfstand werden ein einzelnes Pleuellager in Sonderbauform mit dem Bohrungsdurchmesser 48 mm und zwei Zylinderrollenlager der Baugröße 2208 (Bauform NU und NUP) radial belastet. Das Pleuellager ist ebenfalls ein Zylinderrollenlager. Die radiale Belastung wird von einem Piezostapelaktor auf das mittlere Pleuellager ausgeübt. Aufgrund der symmetrischen Anordnung der Prüflager werden die äußeren Prüflager jeweils mit der Hälfte der auf das Pleuellager wirkenden Radialkraft belastet. Es handelt sich um eine Ölumlaufschmierung mit temperiertem Versuchsöl, das direkt an die Stirnfläche der Hauptlagertöpfe gespritzt wird, wobei die beiden Zylinderrollenlager der Baugröße 2208 das meiste Öl erhalten. Als Versuchsöl wurde das Öl 6 verwendet (vgl. Tabelle 2.1). Ein Radialwellendichtring mit Bohrungsdurchmesser von 35 mm dichtet den Prüfkopf ab. Das Reibmoment des Prüfkopfs wird durch eine Drehmomentmesswelle ermittelt.

Aufgrund der Konstruktion bzw. der Betriebssituation des Prüfkopfs werden folgende Reibungsanteile berücksichtigt:

Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit,



Abbildung 6.4: Gegenüberstellung von Berechnung und Messung für ein Lager NU 216 aus [MNG10]



Abbildung 6.5: Schnittdarstellung des Pleuellager-Prüfstandes [Hol13]

- hydrodynamische Rollreibung,
- Planschverluste und
- Reibung des RWDR.

Die Betriebspunkte der Messungen sind aus der Tabelle 6.2 zu entnehmen:

Parameter	Wert
Belastung, kN	1 / 2 / 6 / 10
Drehzahl, min $^{-1}$	$500 \cdots 5500$
Öltemperatur, °C	80 / 90 / 100

Tabelle 6.2: Betriebspunkte der Versuche am Pleuellager-Prüfstand

Da es sich dabei um Öleinspritzschmierung handelt, kann der in Kapitel 5.5.1.4 vorgestellte Ansatz zur Ermittlung der Planschverluste bei Ölbadschmierung prinzipiell nicht verwendet werden. In erster Näherung wird hierfür der Planschverlust experimentell aus den Messungsdaten wie folgt ermittelt.

Es wird angenommen, dass der lastunabhängige Reibanteil der Lager nur aus dem Planschverlust resultiert. Liegen Messdaten vor, ist es möglich, diesen Last, den Planschverlust  $M_{\text{plansch,exp}}$ , als Differenzbetrag zwischen dem gemessen Reibmoment  $M_{\text{mess}}$  und der Summe der theoretisch ermittelbaren lastabhängigen Lagerreibungsanteilen  $M_{\text{verf}}$  bzw.  $M_{\text{roll}}$  aller drei Lager und des Reibungsbeitrags der Dichtungen  $M_{\text{RWDR}}$  zu berechnen:

$$M_{\rm plansch,exp} = M_{\rm mess} - M_{\rm ber,ohne\_plansch} , \qquad (6.2)$$

wobei

$$M_{\rm ber,ohne\_plansch} = M_{\rm verf} + M_{\rm roll} + M_{\rm RWDR}$$
(6.3)

ist.

Diese teilempirische Vorgehensweise wird in Abbildung 6.6 verdeutlicht.Dementsprechend werden Planschverluste zuerst bei einer Belastung von 1 kN für jede der drei Öltemperaturen ermittelt:

$$M_{\text{plansch,exp}} = M_{\text{mess}}|_{1kN} - M_{\text{ber,ohne_plansch}}|_{1kN}$$
 . (6.4)

Die auf diese Weise ermittelten Planschverluste bei allen drei Öltemperaturen sind in Abbildung 6.7 über der Drehzahl aufgetragen. Abbildung 6.7 zeigt, dass die Kurven dicht beieinander liegen und annähernd linear über der Drehzahl ansteigen. Die Steigung beträgt ca. 0,1 Nmm/min<sup>-1</sup>.



Abbildung 6.6: Experimentelle Ermittlung der Planschverluste für die Messungen am Pleuellager-Prüfstand



Abbildung 6.7: Experimentell ermittelte Planschverluste für die Versuche am Pleuellager-Prüfstand bei drei Öltemperaturen

Wie in Tabelle 6.2 gezeigt wird, wurden die Messungen für vier verschiedene Belastungen durchgeführt. Da der Planschverlust lastunabhängig ist, sollten die bei 1 kN ermittelten Planschverluste auch bei anderen Belastungen  $F_r$  mit der jeweiligen Öltemperatur T gelten:

$$M_{\text{plansch,exp}}\Big|_{F_r} = M_{\text{plansch,exp}}\Big|_{1kN} + M_{\text{ber,ohne_plansch}}\Big|_{F_r}$$
 (6.5)

Die somit ermittelten Planschverluste bei der Öleinspritzschmierung werden mit dem im Kapitel 5.5.1.4 diskutierten Ansatz für die Ölsumpfschmierung verglichen. Da das Öl hauptsächlich an die beiden Serien-Zylinderrollenlager 2208 gespritzt wird, werden zum Vergleich die Planschverluste für Ölstände zwischen Mitte und Oberkante des untersten Wälzkörpers dieser Lager berechnet. In Abbildung 6.8 bis Abbildung 6.10 werden die so ermittelten Planschreibmomente bei verschiedenen Betriebstemperaturen über der Drehzahl einander gegenübergestellt.



Abbildung 6.8: Vergleich zwischen experimentell ermittelten und theoretischen Planschverlusten bei Ölsumpfschmierung mit zwei Ölständen, 80 °C

Die Planschverluste bei Öleinspritzschmierung zeigen einen linearen, stetig ansteigenden Verlauf. Die berechneten Verläufe mit Ölsumpfschmierung folgen dem Trend, dass sie über der zunehmenden Drehzahl zuerst degressiv ansteigen und dann wieder abfallen. Dies lässt sich auf die Absenkung des Ölstandes, die Minderung der Öldurchflussmenge bzw. eine Schaumbildung im Ölreservoir bei höheren Drehzahlen zurückführen [See11]. Die jeweils gemittelten Reibmomente der beiden betrachteten Ölstände scheinen bis zu 2500 min<sup>-1</sup> vergleichbare Werte zu den experimentell ermittelten Werten



Abbildung 6.9: Vergleich zwischen experimentell ermittelten und theoretischen Planschverlusten bei Ölsumpfschmierung mit zwei Ölständen, 90 °C



Abbildung 6.10: Vergleich zwischen experimentell ermittelten und theoretischen Planschverlusten bei Ölsumpfschmierung mit zwei Ölständen, 100 $^\circ\mathrm{C}$ 

zu liefen. Somit ist die Öldurchflussmenge bei Öleinspritzschmierung nur bis 2500 min<sup>-1</sup> unter den beschriebenen Bedingungen vergleichbar. Danach wird die Ölmenge im Lager bei Einspritzschmierung erzwungen, bei Ölsumpfschmierung nimmt sie ab.

Für die weitere Berechnung des gesamten Lagerreibmoments werden die experimentell ermittelten Planschverluste genutzt. In Abbildung 6.11 bis Abbildung 6.13 werden die berechneten und die gemessenen Reibmomente für verschiedene Belastungen einander gegenübergestellt.



Abbildung 6.11: Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten Reibmomente für die Versuche am Pleuellager-Prüfstand bei  $80\ ^\circ\text{C}$ 

Fließen die experimentell ermittelten Planschverluste bei 1 kN in die Berechnung für weitere Belastungen ein, zeigt die Berechnung tendenziell eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Ergebnissen. Der Einfluss der Belastung auf die lastabhängigen Reibungsanteile  $M_{\text{verf}}$  und  $M_{\text{roll}}$  wird damit korrekt vorhergesagt. Die erhöhten Abweichungen im Bereich niedriger Drehzahlen bzw. erhöhter Belastungen können von Mischreibung in den Lagern an den Borden herrühren. Diese wird im Berechnungsmodell nicht berücksichtigt.

#### 6.1.3 Zylinderrollenlager Baugröße 06

Für Zylinderrollenlager der Baugröße o6 unter Ölumlaufschmierung bzw. radialer Belastung wurden Reibmomentmessungen auf einem Vier-Lager-Prüfstand durchgeführt. Der Aufbau bzw. die Schnittdarstellung des Vier-Lager-Prüfstandes werde jeweils in Abbildung 6.14 und 6.15 gezeigt. Im Prüfkopf werden zwei Zylinderrollenlager der



Abbildung 6.12: Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten Reibmomente für die Versuche am Pleuellager-Prüfstand bei 90  $^{\circ}\mathrm{C}$ 



Abbildung 6.13: Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten Reibmomente für die Versuche am Pleuellager-Prüfstand bei 100  $^\circ\mathrm{C}$ 

Bauform NJ 206 und zwei der Bauform NU 206 eingesetzt. Der Prüfkopf wird durch einen stufenlos regelbaren Servomotor mit bis zu 4050 min<sup>-1</sup> angetrieben. Mit Hilfe eines Tellerfederpaketes werden die beiden mittleren Prüflager über einen Federstempel gemeinsam mit der Prüfkraft beaufschlagt. Durch die systematische Anordnung der Prüflager im Prüfkopf werden die äußeren Prüflager mit jeweils der Hälfte der aufgebrachten Prüfkraft belastet. Die Außenringtemperatur jedes Prüflagers wird anhand der PT-100-Elemente ermittelt. Das Versuchsöl wird axial in die Prüflager gespritzt. Zur Kühlung wird separat eine größere Ölmenge durch die Kanäle am Gehäuse geleitet.



Abbildung 6.14: Aufbau des Vier-Lager-Prüfstandes am IMKT

Für die Messung des Lager-Reibmoments sind unterschiedliche Belastungen, Drehzahlen, Öltemperaturen und Durchflussmengen des eingespritzten Öls zu berücksichtigen. Als Versuchsöl wurde das Öl 7 verwendet (vgl. Tabelle 2.1). Die weiteren Betriebsparameter der Versuche sind Tabelle 6.3 zu entnehmen.



Abbildung 6.15: Schnittdarstellung des Vier-Lager-Prüfstandes am IMKT

Parameter	Wert
Belastung, kN	7,3 ( $C/P = 6$ ), 8,8 ( $C/P = 5$ ) und 11 ( $C/P = 4$ )
Drehzahl, $min^{-1}$	$500 \cdots 4050$
Öltemperatur, °C	50 und 65
Öldurchflussmenge ml/min, °C	30 / 50 / 75

Tabelle 6.3: Betriebspunkte der Versuche am Vier-Lager-Prüfstand

Gemessen wird das Reibmoment von allen vier Prüflagern bei vier Temperaturen, jeweils am Lageraußenring gemessen. In den folgenden Abbildungen 6.16 bis 6.20 sind die gemittelten Werte des Reibmoments bzw. der Außenringtemperatur der einzelnen Lager über der Drehzahl aufgetragen. Die Messdaten für eine Öltemperatur von 50 °C und Belastung von 11 kN liegen nicht vor, da der Messbereich der angewendeten Messwelle von maximal 1 Nm dabei überschritten wird und der Versuch abgebrochen werden musste.



Abbildung 6.16: Gemessenes Reibmoment und Temperatur radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 am Vier-Lager-Prüfstand, C/P = 5, Öleinspritztemperatur ca. 50 °C

Wie die Abbildungen 6.16 bis 6.20 zeigen, weisen die gemessenen Reibmomente mit steigender Drehzahl eine degressive Zunahme auf. Je höher die Belastung oder je niedriger die Temperatur ist, desto größer ist das Reibmoment. Die Temperatur des Außenrings steigt aufgrund der erhöhenden Reibleistung annähernd linear. Die Kurven



Abbildung 6.17: Gemessenes Reibmoment und Temperatur radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 am Vier-Lager-Prüfstand, C/P = 6, Öleinspritztemperatur ca. 50 °C



Abbildung 6.18: Gemessenes Reibmoment und Temperatur radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 am Vier-Lager-Prüfstand, C/P = 4, Öleinspritztemperatur ca. 65 °C



Abbildung 6.19: Gemessenes Reibmoment und Temperatur radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 am Vier-Lager-Prüfstand, C/P = 5, Öleinspritztemperatur ca. 65 °C



Abbildung 6.20: Gemessenes Reibmoment und Temperatur radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 am Vier-Lager-Prüfstand, C/P = 6, Öleinspritztemperatur ca. 65 °C

des Reibmoments der unterschiedlichen Öldurchflussmengen liegen sehr nahe miteinander. Dies bedeutet, dass die Öldurchflussmenge dabei von weniger Bedeutung ist als die anderen variierten Betriebsparameter, vgl. Tabelle 6.3. Im Vergleich zur Messung bei der Öltemperatur von 65 °C ist der Einfluss der Öldurchflussmenge bei 50 °C deutlicher ausgeprägt: Je kleiner die Öldurchflussmenge ist, desto niedriger ist das Reibmoment. Zudem zeigt sich bei der Belastung von C/P = 5 die Tendenz, dass das Reibmoment ab 3500 min<sup>-1</sup> wieder abnimmt, was bei C/P = 6 nicht der Fall ist.

Die Reibungsanteile aus der irreversiblen Verformungsarbeit bzw. der hydrodynamischen Rollreibung werden berechnet. Die Bordreibung wird aufgrund der rein radialen Belastung vernachlässigt. Da ein Ölsumpf bei der Öleinspritzschmierung nicht vorhanden ist, kann der Planschverlust nicht direkt mit dem in Kapitel 5.5.1.4 vorgestellten Ansatz berechnet werden sondern werden wie im vorigen Kapitel experimentell ermittelt. Der Prüfkopf ist mit zwei Labyrinthdichtungen abgedichtet, weshalb das Dichtungsreibmoment vernachlässigt wird. Die berücksichtigten Reibungsanteile sind:

- Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit,
- hydrodynamische Rollreibung und
- Planschverluste (experimentell).

Die Überlegung zur experimentellen Ermittlung der Planschverluste bei Öleinspritzschmierung besteht darin, dass der Planschverlust der Reduzierung des Reibmomentes entsprechen muss, wenn die Ölversorgung abgebrochen wird und damit das Planschen des Öls in Lagerfreiräumen nicht mehr vorliegt. Abbildung 6.21 zeigt beispielsweise die Änderung des Reibmomentverlaufes bei der Abschaltung der Öldurchflussmenge von 50 ml/min. Die Betriebsparameter dabei sind Belastung von 7,3 kN (C/P = 6), Außenringtemperatur von 66,4 °C und Drehzahl von 3000 min<sup>-1</sup>.

Wie in Abbildung 6.21 dargestellt, sinkt das Reibmoment unmittelbar nach der Abschaltung der Ölversorgung rasant von 105,5 Nmm auf 95 Nmm ab. Dies kann durch den Wegfall des sich im Lagerfreiraum befindenden Öls erklärt werden. Danach nimmt das Reibmoment weiterhin langsamer ab, was an dem "Starvation"-Effekt [Balo5], der weiteren Verringerung der Ölmenge in den Lagerfreiräumen sowie der Temperaturerhöhung des sich in den Schmierkontakten befindenden Schmierstoffes liegen kann. In erster Linie wird die unmittelbare Reduzierung des Reibmoments als der Planschverlust angenommen. Nach der kurzzeitigen Abschaltung wird die Ölversorgung wieder freigeschaltet. Während der Abschaltung der Ölversorgung wird die Wärme nicht effektiv transportiert. Dies hat zur Folge, dass sich die Außenringtemperatur erhöht. Bei der Messung wurde die Erhöhung der Außenringtemperatur zwischen der Abschaltung



Abbildung 6.21: Reduzierung des Reibmoments beim Abschalten einer Ölzufuhr von 50 ml/min

und der nochmaligen Freischaltung der Ölversorgung innerhalb 1 °C gehalten, so dass der Einfluss der Temperatur auf das Reibmoment vernachlässigt werden kann. Die somit ermittelten Planschverluste bei der Öldurchflussmenge von 50 ml/min und unterschiedlichen Belastungen bzw. Öltemperaturen sind in Abbildung 6.22 über der Drehzahl aufgetragen. Dabei sind ferner die nach [SKFo8] berechneten Strömungsverluste  $M_{drag}$  dargestellt.

Tendenziell zeigen die gemessenen Planschverluste bei beiden Öltemperaturen bis ca. 3500 min<sup>-1</sup> lineare Verläufe. Die Planschverluste bei 50 °C sind im Ganzen größer als bei 65 °C. Bei 4050 min<sup>-1</sup> ist der Planschverlust bei 50 °C annähernd gleich mit dem bei 3500 min<sup>-1</sup>. Bei 65 °C fällt er hingegen ab, was die in Abbildung 6.16 und 6.17 dargestellte Abnahme des Reibmoments bei 4050 min<sup>-1</sup> erklärt. Obwohl das Berechnungsverfahren nach [SKFo8] den Temperatureinfluss auf den Planschverlust nicht berücksichtigt, liefern die Berechnungsergebnisse im Ganzen eine gute Übereinstimmung mit den Messungen bei den beiden Temperaturen bis 3500 min<sup>-1</sup>. Ab 3500 min<sup>-1</sup> werden die konstant bleibende Tendenz der Messdaten bei 50 °C bzw. die Absenkung bei 65 °C allerdings nicht von der Berechnung widergespiegelt.

Die berechneten und gemessenen Reibmomente bei einer Öldurchflussmenge von 50 ml/min sowie variierender Belastung bzw. Öltemperatur sind in Abbildung 6.23 bis 6.27 dargestellt.

Insgesamt zeigt sich tendenziell eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung. Die hydrodynami-



Abbildung 6.22: Experimentell ermittelte Planschverluste für Zylinderrollenlager NU/NJ 206



Abbildung 6.23: Vergleich von Berechnungen und Messungen für das Reibmoment radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 bei einer Belastung von 9,4 kN (C/P = 5), Öltemperatur ca. 50 °C, Planschverluste ermittelt aus Messungen



Abbildung 6.24: Vergleich von Berechnungen und Messungen für das Reibmoment radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 bei einer Belastung von 7,5 kN (C/P = 6), Öltemperatur ca. 50 °C, Planschverluste ermittelt aus Messungen



Abbildung 6.25: Vergleich von Berechnungen und Messungen für das Reibmoment radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 bei einer Belastung von 11,25 kN (C/P = 4), Öltemperatur ca. 65 °C, Planschverluste ermittelt aus Messungen



Abbildung 6.26: Vergleich von Berechnungen und Messungen für das Reibmoment radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 bei einer Belastung von 9,4 kN (C/P = 5), Öltemperatur ca. 65 °C, Planschverluste ermittelt aus Messungen



Abbildung 6.27: Vergleich von Berechnungen und Messungen für das Reibmoment radial belasteter Zylinderrollenlager NU/NJ 206 bei einer Belastung von 7,5 kN (C/P = 6), Öltemperatur ca. 65 °C, Planschverluste ermittelt aus Messungen

sche Rollreibung spielt dabei eine dominierende Rolle. Der experimentell ermittelte Planschverlust liegt in einer gleichen Größenordnung mit dem Reibanteil aus der irreversiblen Verformungsarbeit. Die berechneten Kurven liegen niedriger als die Kurven der Messung. Diese Abweichung kann teilweise daran liegen, dass die Bordreibung infolge des Axialschubes der Lager doch nicht ganz vernachlässigbar ist.

#### 6.2 KEGELROLLENLAGER

#### 6.2.1 Prüfstand

Zur Untersuchung des Reibmoments von Kegelrollenlagern des Typs 31312.A wurden Versuche am modifizierten FE8-Prüfstand des IMKT durchgeführt. Konstruktiv ist möglich, eine Beölung sowohl aus dem Raum zwischen den Lagern (hier ausgeführt als Einspritzung auf die großen Stirnflächen der Kegelrollen, Variante I) als auch von den Außenseiten, d.h. von den kleinen Kegelstirnflächen her (siehe die Abbildung 6.28 und 6.29) und damit in der Richtung der Eigenförderung des Lagers (Variante II) durchzuführen. Die Betriebsparameter sind Tabelle 6.4 zu entnehmen:

Kegelrollenlager 31312·A
rein axial: 10, 40, 80
500 · · · 2500
10 kN: 85
40 kN: 100 mit Temperierung
80 kN: ohne Temperierung, gemessen im Öltank
Öleinspritzschmierung mit/ohne Öl- stand
insgesamt ca. 1 (je Lager 0, 5)
H = 0: ohne Ölsumpf
H = 1: bis Oberkante unterster Rolle
(Bordseite)

Tabelle 6.4: Betriebspunkte der Versuche am FE8-Prüfstand

In Abbildung 6.30 und Abbildung 6.31 und wird dargestellt, dass bei H = 1 im Stillstand des Lagers ein Ölstand bis zur oberen Kante der "großen" Stirnfläche der untersten Rolle angestaut wird.



Abbildung 6.28: Beölungsvarianten am modifizierten FE8-Prüfkopf


Abbildung 6.29: Unterschiedliche Ölzufuhr bei Kegelrollenlagern am FE8-Prüfkopf



Abbildung 6.30: Ölstand bei Sumpfschmierung bis zur Oberkante der untersten Rolle, Schema



A: Ölschläuche für Beölung I

B: Ölzufuhr an Bordseite

C: Eine der Ölschläuche für Beölung II, die in der hier abgebildeten Konfiguration nicht im Einsatz ist.

D: Abflussschlauch

Abbildung 6.31: Ölstand, Ölzufuhr und Ölablauf bei den Reibmomentmessungen am FE8-Prüfkopf, Photographie

### 6.2.2 Ergebnisse für eine axiale Belastung von 10 KN

Für Beölung I wurden jeweils zwei Versuche durchgeführt ("Versuch 1" und "Versuch 2"). In Abbildung 6.32 und Abbildung 6.33 werden die gemessenen Reibmomente und Temperaturen des Versuchs 1 dem Versuche 2 gegenübergestellt. Alle Kurven zeigen einen ähnlichen Verlauf, der über der zunehmenden Drehzahl degressiv ansteigt. Der einzige Ausnahmenfall zeigt sich beim Versuch 1 ohne Ölsumpf (H = 0), wobei ein "Sprung" von 2000 min<sup>-1</sup> auf 2500 min<sup>-1</sup> auftritt. Bis 2000 min<sup>-1</sup> stimmen die beiden Versuche ohne Ölsumpf (H = 0) überein.

Mit dem zusätzlichen Planschverlust durch den Ölstand (H = 1) ergibt sich höheres Reibmoment als bei H = 0. Die Verläufe der beiden Versuche sind im ganzen Drehzahlbereich sehr ähnlich. Die sprunghafte Änderung des Reibmomentes zwischen 2000 min<sup>-1</sup> und 2500 min<sup>-1</sup> beim Versuch 1 wird bei H = 1 wird nicht reproduziert, obwohl sie bei H = 0 mehrfach beobachtet wurde (dazwischen wurden am Prüfstand andere Versuche durchgeführt). Stattdessen bleibt der Verlauf bis 2300 min<sup>-1</sup> annähernd konstant und fällt danach geringfügig ab.

Die gemessenen Temperaturen an den Lageraußenringen werden in Abbildung 6.33 verglichen. Alle Kurven liegen sehr nahe beieinander.

Die Differenz der Reibmomente mit (H = 1) und ohne Ölstand (H = 0) wird in Abbildung 6.34 gezeigt. Bis 2000 min<sup>-1</sup> sind die Differenzreibmomente beider Versuche sehr ähnlich. Es besteht allerdings



Abbildung 6.32: Gegenüberstellung des ersten Versuchs mit dem Wiederholungsversuch bei Beölung I



Abbildung 6.33: Gegenüberstellung der Temperaturverläufe des ersten Versuchs mit dem Wiederholungsversuch bei Beölung I

erwartungsgemäß ein großer Unterschied bei 2500 min<sup>-1</sup> wegen des nicht reproduzierten "Sprunges". Während das Differenzreibmoment beim Versuch 1 schnell abnimmt, beträgt es beim Versuch 2 ab 2300 min<sup>-1</sup> nahezu konstant 180 Nmm.



Abbildung 6.34: Differenzreibmoment H = 0/H = 1 bei Beölung I, Wiederholungsversuch

Bei Beölung II wird das Öl seitlich in den Prüfkopf eingeführt. Das gemessene Reibmoment und die gemessene Temperatur am Außenring wird in Abbildung 6.35 und 6.36 gezeigt.

Die Temperaturverläufe bei H = 0 und H = 1 sind sehr ähnlich, liegen aber höher als bei Beölung I. Bei Beölung II trat der "Sprung" interessanterweise wieder auf. Möglicherweise kann sich durch Verwirbelung oder Schaumbildung ein Ölstau bilden, so dass sich die Verhältnisse bei H = 0 und H = 1 annähern, wobei dies eher zufällig eintritt.

In Abbildung 6.37 wird das Differenzreibmoment dargestellt. Wie beim ersten Versuch mit Beölung I nimmt das Differenzreibmoment ab 2200 min<sup>-1</sup> sehr schnell ab, so dass ab 2400 min<sup>-1</sup> keine Differenz zwischen H = 0 und H = 1 besteht. Der Grund ist der wiederum aufgetretene "Sprung" im Reibmoment bei H = 0.

Zur Analyse der Messdaten wurden entsprechende Berechnungen durchgeführt. Das Lagerreibungsmoment setzt sich wieder zusammen aus unterschiedlichen Anteilen. Für den Fall von axial belasteten Kegelrollenlagern bei Ölschmierung werden folgenden Anteile berücksichtigt:

- Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit,
- hydrodynamische Rollreibung,



Abbildung 6.35: Gemessenes Reibmoment bei Beölung II



Abbildung 6.36: Temperaturverlauf bei Beölung II



Abbildung 6.37: Reibmomentdifferenz zwischen den Ölständen H = 0 / H = 1 bei Beölung II

- · Bordreibung und
- Planschverluste.

Die berechneten Reibmomente für Beölung I und II ohne Ölsumpf sind den Messungen in Abbildung 6.38 gegenübergestellt. Die Berechnung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit der Messung bis jeweils 2200 min<sup>-1</sup> bei Beölung I und 2000 min<sup>-1</sup> bei Beölung II. Die Abweichung zwischen Messung und Berechnung erhöht sich nur, wenn der "Sprung" auftritt. Bei der geringen Belastung von P/C = 0,08 sind die Reibungsanteile aus irreversibler Verformungsarbeit bzw. die Bordreibung relativ gering. Der Unterschied zwischen Beölung I und II entsteht demnach durch die unterschiedliche hydrodynamische Rollreibung aufgrund der Temperaturdifferenz und der dadurch niedrigeren Schmierstoffviskosität bei Beölung II.

Bei der Berechnung des Reibmomentes von Kegelrollenlagern unter Berücksichtigung des Ölstandes (H > 0) wurde wie folgt vorgegangen: Für H = 0 (kein Ölstand) wird das hydrodynamische Rollreibmoment, das Bordreibmoment und das Reibmoment aus der irreversiblen Verformungsarbeit berücksichtigt. Dabei wird die Viskosität des Schmierstoffs für die mittlere Lagertemperatur angesetzt, die aus der gemessenen Außenringtemperatur annähernd berechnet wird. Die Übereinstimmung mit den Messergebnissen ist zufriedenstellend (vgl. Abbildung 6.38). Für den Fall, dass ein Ölstand vorhanden ist, wird der Ansatz nach [Koro7] benutzt. Der berechnete Planschverlust wird zu dem berechneten Wert für H = 0 addiert. Damit ergibt sich auch für diesen Fall nach Abbildung 6.39 eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung. Das heißt,



Abbildung 6.38: Gegenüberstellung der berechneten Reibmomente mit Messungen für Beölung I/II ohne Ölstand

die zusätzlichen Verluste durch den Ölstand werden richtig wiedergegeben. Auch der Unterschied zwischen den Beölungsarten wird richtig beschrieben. Die niedrigeren Werte des Reibmomentes bei der Ölzufuhr von der kleineren Stirnseite der Rollen her ergibt sich daraus, dass die aufgrund der höheren Außenringtemperaturen verringerte Viskosität angesetzt wird. Die Umrechnung von den in [Koro7] angeführten Lagertypen auf die hier verwendeten Kegelrollenlager 31312 erfolgt durch Interpolation.

$$M_{\text{Koryicak}}^{31312 \cdot A} \approx \frac{\frac{1}{2} \cdot \left( M_{\text{Koryicak}}^{31308} + M_{\text{Koryicak}}^{31316} \right)}{2}$$
(6.6)

Für die Ermittlung des Planschverlustes gilt folgende Formel:

$$M_{\text{Plansch}}^{31312 \cdot A} \approx M_{\text{Koryicak}}^{31312 \cdot A} - M_{\text{verf}}^{31312 \cdot A} \Big|_{min} - M_{\text{roll}}^{31312 \cdot A} \Big|_{min}$$
(6.7)

Es wurden in erster Näherung die lastabhängigen Reibungsanteile vom Kegelrollenlager 31312A gemäß den *P*/*C*-Werten, die *Koryciak* für die Versuche 31308/31316 ausgewählt hat, für abmessungsgleiche Zylinderrollenlager NU 312 bei *P*/*C*  $\approx$  0,17 annähernd berechnet:

$$M_{\text{Plansch}}^{31312 \cdot A} \approx M_{\text{Koryicak}}^{31312 \cdot A} - M_{\text{verf}}^{NU312} \Big|_{P/C=0,17} - M_{\text{roll}}^{NU312} \Big|_{P/C=0,17}$$
(6.8)

Die Berechnungsergebnisse sind in Abbildung 6.39 dargestellt. Für die Beölung I und II ergeben sich gute Übereinstimmungen zwischen Messung und Berechnung. Nur im Bereich von 2300 bis 2500 min<sup>-1</sup> ergibt sich eine Abweichung von etwa 10%.



Abbildung 6.39: Gegenüberstellung der berechneten Reibmomente mit Messungen für Beölung I/II mit Ölstand

Erwartungsgemäß ergeben sich mit Ölstand höhere Reibmomente als ohne Ölstand, und zwar bei beiden Formen der Ölzufuhr. Unerwartet ist, dass die Ölzufuhr nach Methode II von der kleineren Stirnfläche der Rollen her weniger Reibung verursacht als die Methode I, obwohl anzunehmen ist, dass sich dann mehr Öl im Lager befindet als bei der Methode I. Gleichzeitig wird bei gleicher Ölzulauftemperatur eine höhere Temperatur am Außenring gemessen, unabhängig vom Olstand. Eine Erklärung ist, dass die Temperatur am Außenring vorwiegend durch die Wärmeübertragung über das Ol vom wärmeren Innenring beeinflusst wird. Bei der Methode II ist die Wärmeübertragung intensiver, weil sich mehr Öl im Lager befindet. Das Reibmoment wiederum kann durch die wirksame Viskosität an den verschiedenen Kontaktstellen beeinflusst sein. Wegen der niedrigeren Temperatur am Außenring und am Bord, die durch die direkte Anspritzung mit temperiertem Öl zu erwarten ist, ist bei der Methode I aufgrund der höheren Viskosität ein höheres Reibungsmoment zu erwarten.

### 6.2.3 Ergebnisse für eine axiale Belastung von 40 KN

Am Bord ist die hydrodynamische Geschwindigkeit zum Aufbau des Schmierspaltes im Vergleich zu den Laufbahnen geringer und damit kann es zu einer stark ausgeprägten Mischreibung besonderes bei erhöhten Belastungen und niedrigen Drehzahlen kommen. Zur Untersuchung des Einflusses der möglichen Mischreibung am Bord wurde das Reibmoment bei 40 kN/Beölung I/ohne Ölstand im Drehzahlbereich von 0 bis 2000 min<sup>-1</sup> gemessen. Abbildung 6.40 zeigt eine Gegenüberstellung von Berechnungsergebnissen und Messdaten. Das Reibmoment beträgt am Anfang etwa 13 Nm und nimmt mit zunehmender Drehzahl zunächst stark ab. Ab 400 min<sup>-1</sup> fällt das Reibmoment allmählich weiter ab mit einem Minimum bei 200 min<sup>-1</sup>. Damit beträgt es etwa 2 Nm bei 2000 min<sup>-1</sup>. Das Berechnungsmodell zeigt eine gute Übereinstimmung mit der Messung über den gesamten Drehzahlbereich einschließlich der Vorhersage von Mischreibung bei niedrigen Drehzahlen. Die Berechnung nach *Palmgren* liefert eine gute Abschätzung des mittleren Reibmoments im Drehzahlbereich von 200 bis 2000 min<sup>-1</sup>. Dabei fehlt jedoch die Vorhersage der erhöhten Bordreibung bei niedrigen Drehzahlen von 0 bis 200 min<sup>-1</sup>.



Abbildung 6.40: Vergleich der Berechnung mit Messdaten und der Berechnung nach *Palmgren* 

Vertiefte Erkenntnisse über die Entstehung des Reibmoments lassen sich auch hier wieder durch die Betrachtung der Reibungsanteile gewinnen. Die Reibmomentanteile sind in Abbildung 6.41 dargestellt. Im Bereich 0 bis ca. 1000 min<sup>-1</sup> ist die Bordreibung wie erwartet aufgrund der Mischreibung der dominierende Anteil. Aufgrund der raschen Zunahme der Schmierfilmhöhe am Bord, was die Festkörper- bzw. Grenzreibung am Bord reduziert, nimmt die Bordreibung schnell ab. Mit steigender Drehzahl nimmt die Rollreibung zu. Ab einer Drehzahl von ca. 1600 min<sup>-1</sup> wird die Rollreibung zum größten Anteil des gesamten Reibmoments. Der aus der irreversiblen Verformungsarbeit der Rollen resultierende Reibungsanteil ist unabhängig von der Drehzahl am kleinsten.



Abbildung 6.41: Berechnete Reibmomentanteile

# 6.2.4 Ergebnisse für eine axiale Belastung von 80 KN

Wie oben erwähnt, spielt der Schmierungszustand am Bord bei erhöhten Belastungen eine wichtige Rolle. Daher ist die Ölversorgung des Bords von erheblicher Bedeutung. Im Folgenden wird das Reibmoment bei einer axialer Belastung von 80 KN mit Fokus auf den Einfluss der Ölzufuhr untersucht. Alle Versuche sind bei gleicher Öldurchflussmenge von ca. 1 Liter/min durchgeführt worden. Mittels entsprechenden Kugelhähnen besteht die Möglichkeit, die Beölungsrichtung sowie die Verteilung der Öldurchflussmenge in drei Varianten einzustellen (siehe Tabelle 6.5). Zusätzlich wurde der Versuch mit einem Ölsumpf (Tauchschmierung) bei Beölung A durchgeführt.

Beölungsvariante	Öffnung der Hähne für Beölung I	Öffnung der Hähne für Beölung II
A	Voll	Halb
В	Voll	Zu
С	Zu	Voll

Tabelle 6.5: Beölungsvarianten am FE8-Prüfkopf bei 80 kN

Die Versuche ohne Ölsumpf sind mit den Beölungsvarianten A, B, und C durchgeführt worden. In Abbildung 6.42 sind die gemessenen Reibmomente und Außenringtemperaturen über der Drehzahl aufgetragen.



Abbildung 6.42: Gemessene Reibmomente und Außenringtemperaturen bei verschiedenen Beölungsvarianten ohne Ölsumpf

Im Diagramm ist zu erkennen, dass ein thermischer Beharrungszustand bis hin zu 2500 min<sup>-1</sup> einstellt. Die Messung für Beölungsvariante A konnten aufgrund der überhöhten Temperaturen am Bord nur bis 2000 min<sup>-1</sup> erfolgen. Bei Beölungsvariante C konnten lediglich 1500 min<sup>-1</sup> erreicht werden. Ein möglicher Grund dafür liegt darin, dass der Bord bei Beölungsvariante B durch direktes Öleinspritzen am stärksten abgekühlt wird. Bei Beölungsvariante C muss das zugeführte Öl zuerst den Weg bis zur Rollenstirnfläche zurücklegen, um in den Bordkontakt zu gelangen. Infolgedessen erreicht das Öl im Gegensatz zu den Varianten A und B den Bord bereits mit erhöhten Temperaturen aufgrund der mit der Drehzahl steigenden übrigen Verluste im Lager.

Die Beölungsvariante B weist die niedrigsten Temperaturen und das geringste Reibmoment auf. Dies kann auf eine geringe Bordreibung und möglicherweise einen Starvation-Effekt zurückgeführt werden. Im Gegensatz dazu kann bei der Beölungsvariante C das höchste Reibmoment und die höchste Temperatur infolge der ungünstigsten Bordschmierung und der zusätzlichen Planschverluste in den Lagerfreiräumen beobachtet werden.

Im Folgenden wird der Einfluss des Ölsumpfs untersucht. Das Lagerreibmoment wird mit dem Ölstand H = 1 bei Beölungsvariante A gemessen. In Abbildung 6.43 sind die gemessenen Reibmomente, Außenringtemperaturen bzw. Ölabflusstemperaturen mit und ohne Ölsumpf über der Drehzahl aufgetragen.



Abbildung 6.43: Gegenüberstellung der gemessenen Reibmomente und Temperaturen für Beölungsvariante A mit und ohne Ölsumpf

Bei H = 0 (ohne Ölsumpf) verharrt das Reibmoment ab 1000 min<sup>-1</sup> auf einem niedrigeren Niveau. Bei H = 1 (mit Ölsumpf) ist die Reibung anfangs wesentlich höher, ab 2000 min<sup>-1</sup> fällt sie auch hier ab (Starvation-Effekt). Die Ölabflusstemperatur mit Ölstand weist bis 1500 min<sup>-1</sup> einen ähnlichen Verlauf wie ohne Ölstand auf. Bei 2000 min<sup>-1</sup> liegt die Ölabflusstemperatur mit Ölsumpf ca. 8 °C höher als die ohne Ölsumpf. Die Außenringtemperatur bei 500 min<sup>-1</sup> wird nicht vom Ölsumpf beeinflusst. Anschließend liegt die Außenringtemperatur mit Ölsumpf dauerhaft ca. 10 °C höher.

In den folgenden Abbildungen wird das gemessene Reibmoment mit den theoretisch ermittelten Reibmomenten verglichen.



Abbildung 6.44: Gegenüberstellung gemessener und berechneter Reibmomente bei Beölungsvariante A, ohne Ölsumpf

Alle Diagramme zeigen eine zufriedenstellende bzw. gute Übereinstimmung mit den Messungen. Die hydrodynamische Rollreibung ist als Hauptreibungsquelle anzusehen. Das Reibmoment aus irreversibler Verformungsarbeit ist vom Druck sowie der Temperatur unabhängig und beträgt ca. 300 Nmm. Je nach Beölungsart variiert das Bordreibmoment zwischen 50 und 1000 Nmm. Bei den Beölungsvarianten A und B wird die Bordschmierfilmhöhe aus der Ölzufuhrtemperatur berechnet, da das Öl direkt an den Bord gespritzt wird. Die Ölzufuhrtemperatur bei Beölung A ist höher als Beölung B. Dementsprechend ist die Schmierfilmdicke bei Beölung A geringer als bei Beölung B. Infolge eines höheren Anteils der Festkörperreibung ergibt sich daraus eine höhere Bordreibung bei Beölungsvariante A als bei Beölungsvariante B. Für Beölungsvariante C sollte die Ölzufuhrtemperatur zum Bord höher als die bei den Bölungsvarianten A und B



Abbildung 6.45: Gegenüberstellung gemessener und berechneter Reibmomente bei Beölungsvariante B, ohne Ölsumpf



Abbildung 6.46: Gegenüberstellung gemessener und berechneter Reibmomente bei Beölungsvariante C, ohne Ölsumpf

sein, da das Öl von der anderen Seite des Lagers durch die Lagerfreiräume hereinfließen muss. Das damit berechnete Reibmoment weist eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Reibmomenten auf. Die maximale relative Abweichung beträgt 16% bei 1500 min<sup>-1</sup>. Mit Ölsumpf werden die Planschverluste ebenfalls mit dem im Kapitel 5.5.1.4 erwähnten Ansatz berechnet. Dabei wird die Ölabflusstemperatur für die Berechnung der Öleigenschaften angenommen. In Abbildung 6.47 wird das berechnete gesamte Reibmoment dem gemessenen Reibmoment bei Beölung A gegenübergestellt.



Abbildung 6.47: Gegenüberstellung gemessener und berechneter Reibmomente bei Beölungsvariante A, mit Ölsumpf

Unter Berücksichtigung der Planschverluste stimmen die berechneten Gesamtreibmomente im Allgemeinen gut mit den Messwerten überein. Ab 2000 min<sup>-1</sup> nimmt das gemessene Reibmoment um etwa 250 Nmm ab. In die Berechnung fließen jedoch stetig steigende Planschverluste ein. Infolgedessen liegt das berechnete Gesamtreibmoment dort um ca. 14% über dem Messwert. Das ist nach [See11] auf einen verminderten Ölfluss durch das Lager, wahrscheinlich infolge Wirbelbildung und Verschäumung, zurückzuführen.

### 6.3 RILLEN- UND SCHRÄGKUGELLAGER

# 6.3.1 Radial belastete Rillenkugellager

#### 6.3.2 Radial belastete Rillenkugellager bei Fettschmierung

Für Fettschmierung werden Messdaten von [BPo5] für Rillenkugellager 6008 zum Vergleich herangezogen. Der dort entwickelte Starvation-Faktor  $\Phi_{FS}$  wurde für Spindellager 7008 ermittelt [BPo5]. Daher wird dieser Faktor hier zunächst nicht berücksichtigt.

In Abbildung 6.49 und 6.49 werden die Messergebnisse der Reibmomente eines Rillenkugellagers der Bauform 6008 bei einer radialen Belastung von 240 N und 1050 N mit den entsprechenden Berechnungsergebnissen verglichen. Es zeigt sich tendenziell eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung. Im niedrigen Drehzahlbereich ist das gemessene Reibmoment deutlich höher als die Berechnung. Der Grund dafür ist, dass bei niedrigen Drehzahlen das überschüssige Fett auf den Laufbahnen verbleibt und die Lagerbewegung hemmt. Dreht sich das Lager schneller, tritt der "Starvation-Effekt" auf. Aufgrund der der mangelnden Ölzufuhrmenge wird der Schmierfilm dünner als der theoretische Wert. Damit wird die unter der Annahme von Vollschmierung ermittelte hydrodynamische Rollreibung zu hoch abgeschätzt. Anzumerken ist ferner, dass die Reibung aufgrund des Differentialschlupfes bei der Belastung von 1050 N eine dominierende Rolle spielt. Der Reibungsanteil "hydrodynamische Rollreibung", der bei einer niedrigen Belastung von 240 N eindeutig höher als die anderen Reibungsanteile ist, ist für das gesamte Reibmoment des Lagers bei 1050 N von sekundärer Bedeutung. Die Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit ist unabhängig von der Drehzahl und in den beiden betrachteten Fällen am geringsten.

# 6.3.3 Radial belastete Rillenkugellager bei Öleinspritzschmierung

In Anlehnung an die in Kapitel 6.1.3 vorgestellten Versuche für Zylinderrollenlager NU/NJ 206 wurde das Reibmoment für radial belastete Rillenkugellager der Bauform 6206 bei einer Öleinspritzschmierung gemessen. Die Betriebsparameter sind Tabelle 6.6 zu entnehmen.

Unter sonst gleichbleibenden Bedingungen zeigt sich ein geringer Einfluss der eingestellten unterschiedlichen Öldurchflussmenge auf das gemessene Reibmoment. Die gemessenen Reibmomente und Außenringtemperaturen bei der Öldurchflussmenge von 50 ml/min und unterschiedlichen Belastungen sind in Abbildung 6.50 und 6.51 über Drehzahl aufgetragen.

Es ist in Abbildungen 6.50 und 6.51 deutlich zu erkennen, wie die Reibmomente mit der Belastung zunehmen. Bei beiden Öleinspritz-



Abbildung 6.48: Gegenüberstellung von Berechnungen und Messungen für ein Rillenkugellager 6008 bei einer radialen Belastung von 240 N



Abbildung 6.49: Gegenüberstellung von Berechnungen und Messungen für ein Rillenkugellager 6008 bei einer radialen Belastung von 1050 N



Abbildung 6.50: Gemessene Reibmomente und Außenringtemperaturen eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei verschiedenen radialen Belastungen und einer Öleinspritztemperatur von ca. 50  $^\circ\mathrm{C}$ 

Parameter	Wert
Belastung, kN	3,8(C/P = 6) / 4,1(C/P = 5) / 5,1(C/P = 4)
Drehzahl, min $^{-1}$	$500 \cdots 4050$
Öltemperatur, °C	50 und 65
Öldurchflussmenge ml/min, °C	30 / 50 / 75

Tabelle 6.6: Betriebspunkte der Versuche am Vier-Lager-Prüfstand





temperaturen steigt die die am Außenring gemessene Temperatur bei Zunahme der Drehzahl von von 500 bis 4050 min<sup>-1</sup> um etwa 5 K. Gemäß der gewählten Schmierungsmethode waren bei der Berechnung folgende Reibungsanteile zu berücksichtigen:

- Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit,
- hydrodynamische Rollreibung,
- Reibung aufgrund des Differentialschlupfes und
- Planschverlust (experimentell).

Der Planschverlust des Lagers bei Öleinspritzschmierung wird ebenfalls durch das in Kapitel 6.1.3 vorgestellte Verfahren experimentell abgeschätzt, indem die Beölung kurzzeitig abgebrochen wird und damit die unmittelbar Senkung des Reibmoments in erster Linie als Planschverlust angenommen werden kann. In Abbildung 6.52 sind sowohl die experimentell ermittelten Planschverluste der beiden Öltemperaturen als auch die nach [SKF08] berechneten Strömungsverluste  $M_{\rm drag}$  über der Drehzahl aufgetragen.



Abbildung 6.52: Experimentell ermittelte Planschverluste für ein Rillenkugellager 6206

Im Vergleich zu den Messergebnissen für Zylinderrollenlager (vgl. Abbildung 6.22) zeigen die experimentell ermittelten Plansch-Reibmomente bei beiden Öltemperaturen ständig nahezu linear steigende Verläufe bis 4050 min<sup>-1</sup>. Aufgrund der Zunahme der Viskosität sind die Planschverluste bei 50 °C höher als bei 65 °C. Die nach [SKFo8] berechneten Planschverluste sind allerdings viel geringer als die Messergebnisse für beide Öltemperaturen.

Die Berechnungs- und Messergebnisse werden in Abbildung 6.53 bis 6.58 verglichen. Es zeigt sich insgesamt eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung. Die Reibung aufgrund des Differentialschlupfes spielt im Vergleich zu anderen betrachteten Reibateilen eine dominierende Rolle. Bei *C/P*-Werten von 4 bis 6 liegt die Pressung der Kontakte zwischen der Kugel und der Laufbahn bereits in einem Bereich, wo die Reibung aufgrund der Differentialschlupfes hauptsächlich von den maximal erreichbaren Schubspannungen bestimmt wird. Infolgedessen ist dieser Reibungsanteil nahezu unabhängig von der Drehzahl. Ferner liegt der experimentell abgeschätzte Planschverlust im einer gleichen Größenordnung wie der Reibungsanteil aus der irreversiblen Verformungsarbeit. Die hydrodynamische Rollreibung ist hingegen von geringstem Einfluss auf das gesamte Reibmoment. Außer dem Fall, dass C/P = 4 ist und Öltemperatur ca. 50 °C beträgt (siehe Abbildung 6.56), ist die Abweichung zwischen Berechnung und Messung tendenziell bei höheren Drehzahlen größer als bei niedrigen Drehzahlen. Das kann daran liegen, dass die experimentell ermittelten Planschverluste im oberen Drehzahlbereich nicht auf alle Betriebsbedingungen gleichermaßen gut übertragbar sind.



Abbildung 6.53: Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Reibmomenten eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei einer radialen Belastung von 5,1 kN (C/P = 4), und einer Öleinspritztemperatur von ca. 50 °C

# 6.3.4 Axial belastete Rillenkugellager bei einer Minimalmengenschmierung

In [Wit13] wurden Versuche für axial belastete Rillenkugellager 6008 bei Ölschmierung mit dem in Abbildung 6.59 dargestellten Prüfkopf durchgeführt. Die Messdaten bei einer axialen Belastung von 2500 N ( $C/P \approx 5$ ) wurden zur Verifizierung des Berechnungsmodells für axial belastete Rillenkugellager herangezogen.

Die beiden Prüflager sind über Tellerfedern auf der linken Seite axial belastet. Die Konstruktion des Prüfkopfes ermöglicht eine Temperierung der Lageraußenringe über ein Heizaggregat, das das Versuchsöl auf die Temperatur der Lageraußenringe aufheizt. Die Außenringtemperaturen werden auf 80 °C temperiert und durch PT-100



Abbildung 6.54: Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Reibmomenten eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei einer radialen Belastung von 4,1 kN (C/P = 5) und einer Öleinspritztemperatur von ca. 50 °C



Abbildung 6.55: Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Reibmomenten eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei einer radialen Belastung von 3,8 kN (C/P = 6) und einer Öleinspritztemperatur von ca. 50 °C







Abbildung 6.57: Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Reibmomenten eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei einer radialen Belastung von 4,1 kN (C/P = 5) und einer Öleinspritztemperatur von ca. 65 °C



Abbildung 6.58: Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Reibmomenten eines einzelnen Rillenkugellagers 6206 bei einer radialen Belastung von 3,8 kN (C/P = 6) und einer Öleinspritztemperatur von ca. 65 °C

Elemente erfasst. Gemessen wird bei Minimalmengenschmierung, indem die Ölversorgung zum Starten der Messung ausgeschaltet wird und das Reibmoment bei jedem Betriebspunkt kurz über einen Zeitraum von fünf Minuten aufgezeichnet wird. Nachdem sich das Reibmoment auf niedrigem Niveau stabilisiert hat, wird angenommen, dass nunmehr die Planschverluste nur noch einen vernachlässigbaren Anteil beitragen. Damit wird angenommen, dass der Planschverlust vernachlässigt werden kann.



Abbildung 6.59: Prüfstand für axial belastete Rillenkugellager in [Wit13]

Wie erwähnt besteht das berechnete Reibmoment aus mehreren Reibungsanteilen. Neben den getrennt berechneten Reibungsanteilen aus der irreversiblen Verformungsarbeit bzw. der hydrodynamischen Rollreibung werden die in Kapitel 5.5.2 erwähnten "*Heathcote*"-Reibung und die Bohrreibung nicht gesondert, sondern als ein gemeinsamer Reibanteil aufgrund des Differentialschlupfes berechnet. Der Grund ist, dass die Reibungsanteile durch die jeweiligen Schlupfe sich überlagern. Das heißt, die oben genannten Reibungsanteile sind zwei resultierte Anteile einer gemeinsamen Schubspannungsverteilung, die unter Berücksichtigung der rheologischen Eigenschaften des Schmierstoffes berechnet werden.

Abbildung 6.60 zeigt die gemessene Außenringtemperatur unterschiedlicher Drehzahl jeweils bei dem Versuch für das Öl 4 und das Öl 5. Die gemessenen Reibmomente werden jeweils mit den berechneten Werten sowohl mit dem Ansatz nach [Mey10], das heißt nur mit Berücksichtigung der Bohrreibung, als auch nach dem oben erwähnten Ansatz mit Berücksichtigung sowohl der Bohrreibung als auch der *"Heathcote"*-Reibung in Abbildung 6.61 bis 6.64 verglichen. Bei den Messungen mit dem niedrig viskosen teilsynthetischen Öl 5 ist im unteren Drehzahlbereich der Übergang zur Mischreibung deutlich erkennbar. Die Berechnung berücksichtigt dies nicht.



Abbildung 6.60: Gemessene Außenringtemperatur bei den Versuchen mit Öl 4 und Öl 5 [Wit13]

Alle Abbildungen zeigen, dass eine bessere Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung erzielt werden kann, indem der Einfluss des Differentialschlupfs (oder auch: "*Heathcote*"-Schlupf) in Kombination mit dem Bohrschlupf berücksichtigt wird. Die "*Heathcote*"-Reibung in Kombination mit der Bohrreibung stellt sich als größter



Abbildung 6.61: Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Reibmomenten für axial belastete Rillenkugellager 6008, Öl 4, ohne Berücksichtigung des *"Heathcote"*-Effektes



Abbildung 6.62: Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Reibmomenten für axial belastete Rillenkugellager 6008, Öl 4, mit Berücksichtigung des "*Heathcote*"-Effektes



Abbildung 6.63: Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Reibmomenten für axial belastete Rillenkugellager 6008, Öl 5, ohne Berücksichtigung des "*Heathcote*"-Effektes



Abbildung 6.64: Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Reibmomenten für axial belastete Rillenkugellager 6008, Öl 5, mit Berücksichtigung des "*Heathcote*"-Effektes

Anteil dar, während die hydrodynamische Rollreibung am kleinsten bleibt.

### 6.3.5 Kombiniert belastete Rillenkugellager

Im [BP05] wurde das Reibmoment von Rillenkugellagern 6008 unter kombinierter Belastung bei Fettschmierung gemessen. Diese Messergebnisse werden hier ebenfalls zur Verifizierung des Berechnungsmodells herangezogen. In Abbildung 6.65 wird der Prüfstand dargestellt.



Abbildung 6.65: Prüfkopf zur Reibmomentmessung bei kombinierten Belastungen von fettgeschmierten Wälzlagern [Balo5]

Beispielhaft werden Berechnungen für zwei Belastungskombinationen durchgeführt, die in Tabelle 6.7 aufgelistet sind. In Anlehnung an die oben erwähnte Berechnung für axial belastete Rillenkugellager wird das Reibmoment eines kombiniert belasteten Rillenkugellagers mit Fettschmierung ebenfalls mit Berücksichtigung des *"Heathcote"*-Effekts ermittelt. Der Einfluss des Starvation-Effekts bei Fettschmierung ist hier vernachlässigt.

Belastung	Axiale Belastung, -N	Radiale Belastung, -N
1	212	1050
2	212	2160

Tabelle 6.7: Kombinierte Belastung für Messungen mit einem Rillenkugellager 6008 In Abbildung 6.66 sind die berechneten und gemessenen Reibmomente über der Drehzahl aufgetragen. Die Berechnungsergebnisse zeigen insgesamt eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Messungen. Bis 3000 min<sup>-1</sup> zeigt sich eine deutliche Abweichung. Der Grund liegt darin, dass bei niedrigen Drehzahlen überschüssiges Fett auf den Laufbahnen verbleibt. Dadurch entsteht ein zusätzlicher Bewegungswiderstand, der nicht vom Berechnungsmodell berücksichtigt ist. Bei "Belastung 1" stimmt die Berechnung bis 8000 min<sup>-1</sup> gut überein mit der Messung. Danach steigen die gemessenen Verläufe wieder stark an, was vom Berechnungsmodell so nicht vorhergesagt werden kann.



Abbildung 6.66: Vergleich von berechneten und gemessen Reibmomenten für Fett A [BPo5] bei zwei verschiedenen Belastungen

# ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Aufgrund der steigenden Anforderungen an die Verbrauchsreduzierung sowie der verschärften Grenzwerte für den CO2-Ausstoß gewinnt die Wirkungsgradoptimierung von Antriebssystemen eine immer größere Bedeutung. Als eine der Hauptantriebskomponenten spielen dabei die Wälzlager und ihre Reibungsverluste eine wichtige Rolle. Ziel dieser Arbeit war daher, Berechnungsgrundlagen zur Vorhersage des Reibmoments eines Wälzlagers durch theoretische und experimentelle Untersuchungen zu entwickeln, die realitätsnähe Ergebnisse liefern und zudem mit Berücksichtigung der Betriebsbedingungen notwendige Informationen über den Zusammenhang des Lagerreibmoments mit Einflussparametern bereitstellen können, was eine parametrisierte Auslegung der Wälzlagerung ermöglicht.

Ein geschmiertes Wälzlager stellt ein tribologisches System mit mehreren EHD-Wälzkontakten dar. Der auftretende Reibungsverlust eines Wälzlagers geht in hohem Maße auf die Reibung in den EHD-Wälzkontakten zurück. Infolgedessen wurde zunächst in allgemeiner Hinsicht der Zusammenhang zwischen den Schubspannungen im EHD-Wälzkontakt und einer Vielzahl von Einflussgrößen sowohl experimentell als auch theoretisch untersucht. Experimentell wurden Traktionskurven mit Hilfe des Modell-Systems Zweischeibenprüfstand in Abhängigkeit von unterschiedlichen Betriebsbedingungen und Schmierstoffen ermittelt. Die gemessenen Traktionskurven lassen sich charakteristisch mit einer linearen Anfangssteigung, einem degressiven Übergang in die maximal erreichbare Schubspannung und danach einem konstanten oder abfallenden Verlauf beschreiben. Die experimentell ermittelten Beziehungen zwischen mittleren Schubspannungen und Schergefälle wurden vertieft betrachtet. Da die maximal erreichbare Schubspannung, auch Grenzschubspannung genannt, hinsichtlich der schlupfbedingten Verluste in Wälzlagern - und darüber hinaus in allen Systemen mit Wälzkontakten - von maßgeblicher Bedeutung ist, wurde diese mit Hilfe eines vereinfachten empirischen Ansatzes näherungsweise beschrieben, der für die Reibungsberechnung des Lagers anwendbar ist. Die notwendigen Daten der dynamischen Viskosität sowie die der Dichte des Schmierstoffes unter erhöhten Pressungen stützen sich auf Messergebnisse am Hochdruckviskosimeter des ITR der TU Clausthal. Die Genauigkeit wurde erhöht, indem die gewonnenen Messdaten durch Modelle nach der Freie-Volumen-Theorie beschrieben wurden. Ferner wurde die theoretische Vorhersage der Schubspannung-Schergefälle-Beziehung eines EHD-Wälzkontaktes in Abhängigkeit von den rheologischen Eigenschaften

des Schmierstoffes diskutiert, was aufgrund der Komplexität des Problems seit Jahrzehnten im Zentrum des wissenschaftlichen Diskurses in diesem Fachgebiet steht. Basierend auf dem *Maxwell*-Modell wurde ein hypothetisches Modell entwickelt, das die Schubspannung in Abhängigkeit von rheologischen Fluideigenschaften wie Viskoelastizität, "Shear-thinning" sowie Grenzschubspannung lokal in einer EHD-Kontaktfläche berechnet. Das Modell erlaubt eine detaillierte betrachtung des Schubspannungsaufbaus in einem EHD-Kontakt und ermöglicht im Vergleich zu rein empirischen Modellen wie beispielsweise der *Tevaarwerk-Johnson-Formel* oder der *Bair-Winer*-Formel ein tieferes Verständnis für das Problem.

In Anlehnung an die Vorarbeiten von [Balo5] und [Mey10] stützt sich das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Berechnungsmodell auf die Grundüberlegung, dass sich das gesamte Reibmoment eines Wälzlagers aus verschiedenen Reibungsanteilen zusammensetzt, die auf physikalischer Basis getrennt betrachtet werden können. Grundsätzlich unterscheiden sich zwischen lastabhängigen und lastunabhängigen Reibungsanteilen. Als lastabhängige Reibungsanteile wurden hauptsächlich die Reibung aus irreversibler Verformungsarbeit des Lagerwerkstoffes, die hydrodynamischen Rollreibung zwischen Wälzkörpern und Laufbahnen sowie die Reibung aufgrund des Schlupfes in den EHD-Wälzkontakten berücksichtigt. Als lastunabhängiger Reibungsanteil wurden die Planschvrluste bei Ölschmierung vertieft betrachtet. In dieser Arbeit wurden die entsprechenden Berechnungsansätze der oben genannten Reibungsanteile für radial belastete Zylinderrollenlager, radial und/oder axial belastete Kegelrollenlager bzw. beliebig belastete Rillen-/Schrägkugellager näher diskutiert.

Für Rillen- bzw. Schrägkugellager wurde im Vergleich zu den Vorarbeiten nach [Balo5] und [Mey10] ein weiterer Reibungsanteil infolge des Differentialschlupfs zwischen den Wälzkörpern der Laufbahnen, der sog. *"Heathcote*-Effekt", berücksichtigt. Dieser Reibungsanteil resultiert aus unterschiedlichen Abständen zu den Drehachsen der Kugel bzw. der Laufbahn und den dadurch unterschiedlichen Umfangsgeschwindigkeiten in der gekrümmten Kontaktfläche. Diese Reibung kann einen wesentlichen Teil ausmachen, insbesondere wenn die Lagerbelastung hoch ist und der Bohrschlupf klein ist.

Die Bordreibung eines axial belasteten Kegelrollenlagers kann sich im Mischreibungszustand befinden, wenn die Drehzahl niedrig ist oder am Bord Mangelschmierung herrscht. Nach dem in [ZH91] vorgeschlagenen Ansatz kann das erhöhte Reibmoment im niedrigen Drehzahlbereich infolge der Mischreibung am Bord vorhergesagt werden. Unter erhöhter Belastung kann ein kritischer Zustand entstehen, wenn es aufgrund der starken Mischreibung zu einer erhöhten Bordreibung und zum Überhitzen des Bords kommt. Eine Ölzufuhr direkt an den Bord und/oder eine optimierte Kontaktgeometrie von Rollenstirnfläche und Bord haben sich in dieser Arbeit als zielführende Abhilfemaßnahmen bestätigt.

In dieser Arbeit wurde vorwiegend Ölschmierung betrachtet. Der bei der Ölschmierung auftretende Planschverlust resultiert grundsätzlich aus dem Energieverlust für das Verschieben sowie das Schleudern des in die Lagerfreiräume gelangten Fluids. Es handelt sich dabei um einen komplexen hydrodynamischen Vorgang, wobei die dabei auftretenden Verluste bisher weitgehend auf empirischer Basis ermittelt werden. Der Planschverlust eines Zylinder- bzw. Kegelrollenlagers bei einer Ölbadschmierung wurde beruhend auf dem empirischen Ansatz nach [Koro7] ermittelt. Liegt eine Öleinspritzschmierung vor, wurde der Planschverlust in dieser Arbeit experimentell ermittelt. Der auf der Basis von [Koro7] entwickelte Ansatz liefert realistische Ergebnisse für den Planschverlust von Zylinderbzw. Kegelrollenlagern bei Ölsumpfschmierung. Von besonderem Interesse ist hierbei, dass sich der experimentell und rechnerisch ermittelte Planschverlust mit steigender Drehzahl reduzieren kann. Dies kann durch die mit steigender Drehzahl abnehmende Öldurchflussmenge geklärt werden, was auch den experimentellen Betrachtungen von [Par84], [See11] entspricht. Darüber hinaus wurde der Berechnungsansatz für das Reibmoment eines Radialwellendichtrings nach [Eng11] in das Berechnungsmodell implementiert.

Ein anderer Schwerpunkt der theoretischen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit ist die Ermittlung der für die Berechnung der Reibungsanteile notwendigen Information über Lastverteilung und Bewegungsverhältnisse des Lagers. Es handelte sich dabei um die mathematischen Problembeschreibungen auf Basis der Arbeiten von [Bre94], [DIW03] und [Bar96], die vor allem in Form der nicht-linearen Gleichungssysteme in dieser Arbeit iterativ gelöst wurden. Erwähnenswert ist, dass der in [DIW03] beschriebene Ansatz für die Berechnung der Lastverteilung in Zylinderrollenlagern so erweitert wurde, dass die Fliehkraft der Wälzkörper auch mitberücksichtigt wird. Dies ist insbesondere für Lager bei geringer Belastung und zugleich erhöhter Drehzahl sinnvoll. Wenn ein Zylinderrollenlager unter einer geringen Radialbelastung und zugleich mit einer erhöhten Drehzahl läuft, kann die auf die Wälzkörper wirkende Fliehkraft in vergleichbarer Größenordnung wie die Laufbahnkontaktkraft aufgrund der äußeren Belastung liegen. Dabei erhöht sich die Kontaktkraft am Außenring aufgrund der Fliehkraft erheblich, was zu einer nicht zu vernachlässigenden Zunahme der lastabhängigen Reibungsanteile führt.

Das in der vorliegenden Arbeit entwickelte Berechnungsprogramm bietet eine Basis, die Berechnungsansätze für das Wälzlagerreibmoment hinsichtlich weiterer Lagerbauarten, Belastungskollektive, Betriebsbedingungen sowie Schmierungsmethoden bzw. Schmierstoffe zu verbessern und zu erweitern. Die rechnerische Vorhersage der Reibung im EHD-Wälzkontakt ist für die Berechnung der Wälzlagerreibung von grundlegender Bedeutung. Daher besteht die Notwendigkeit, das in dieser Arbeit vorgestellte Fluidmodell zur Beschreibung der Schubspannung-Schergefälle-Beziehung weiterzuentwickeln, wie zum Beispiel unter Berücksichtigung der thermischen Einflüsse. In der Zukunft sollen auch weitere Ergebnisse und neue Erkenntnisse der rheologischen Fluideigenschaften in EHD-Bedingungen in das Fluidmodell einfließen. In den bisherigen Berechnungen sind direkt gemessene Temperaturen eingegeben. Es besteht die Möglichkeit, die mit dem in vorliegender Arbeit entwickelten Reibmomentmodelle mit der Berechnung der Temperaturverteilung des Lagers zu verkoppeln, um eine thermische Auslegung bezüglich der lokalen Temperaturverteilung des Wälzlagers zu ermöglichen. Ferner lassen sich vertiefte Verständnisse über den Planschverlust gewinnen, wenn die ermittelten Planschverluste mit den Ergebnissen für die Öldurchflussmenge in Zusammenhang gesetzt werden.

- [AK11] ANURADHA, P. ; KUMAR, P.: New film thickness formula for shear thinning fluids in thin film elastohydrodynamic lubrication line contacts. In: *Journal of Engineering Tribology* Vol. 225(4) (2011), S. 173 – 179
- [ALW70] ARMSTRONG, E. L. ; LINDEMAN, M. A. ; WAYNE, H. J.: Wheel-Bearing Apparatus for Automative Greases. In: NLGI Spokesman (1970), January
  - [Aul13] AUL, V.: Kontaktmodelle zur dynamischen Simulation vollrolliger Zylinderrollenlager, MEGT, Technische Universität Kaiserslautern, Diss., 2013
  - [Baio2] BAIR, S.: The nature of the logarithmic traction gradient. In: *Tribology International* 35 (2002), S. 591 – 597
  - [Baio5] BAIR, S.: Shear thinning correction for rolling/sliding elastohydrodynamic film thickness. In: *Journal of Tribology Engineering* Vol. 219 (2005), S. 69 – 74
  - [Bai07] BAIR, S.: High pressure rheology for quantitative elastohydrodynamics. Tribology and Interface Engineering Series, 54, 2007
  - [Balo5] BALY, H.: *Reibung fettgeschmierter Wälzlager*, IMKT, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2005
  - [Bar93] BARUS, C.: Isothermals, isopiestics and isometrics relative to viscosity. In: American Journal of Science Vol. 45 (1893), Nr. 266, S. 87 – 96
  - [Bar46] BARRY, A. J.: Flow characteristics of organopolysiloxane fluids. In: *Journal of Applied Physics* Vol. 17 (1946), S. 1020
  - [Bar96] BARZ, M.: Die Schmierfilmbildung in fettgeschmierten schnelllaufenden Spindellagern, IMKS, Leibniz Universität Hannover, Diss., 1996
  - [Bar10] BARTEL, D.: *Simulation von Tribosystemen*. Vierweg+Teubner Research, 2010
- [BEHW09] BRÄNDLEIN, J. ; ESCHMANN, P. ; HASBARGEN, L. ; WEI-GAND, K.: Die Wälzlagerpraxis: Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen. 3. Vereinigte Fachverlage GmbH, Mainz, 2009

- [BFMEV12] BRUYERE, V. ; FILLOT, N. ; MORALES-ESPEJEL, G. E. ; VER-GNE, P.: Computational fluid dynamics and full elasticity model for sliding line thermal elastohydrodynamic contacts. In: *Tribology International* Vol. 46 (2012), S. 3 – 13
  - [BL90] BRANDT, A. ; LUBRECHT, A. A.: Multilevel matrix multiplication and fast solution of integral equations. In: *Journal of Computational Physics* Vol. 90(2) (1990), S. 348 – 370
  - [Bod88] BODE, B.: Entwicklung eines Quarzviskosimeters für Messungen bei hohen Drücken. In: *Tribologie und Schmierungstechnik* Vol. 35 (1988), Nr. 5, S. 258
  - [Bod89] BODE, B.: Modell zur Beschreibung des Fließverhaltens von Flüssigkeiten unter hohem Druck. In: *Tribologie* + *Schmierungstechnik* Vol. 36(4) (1989), S. 182 – 189
    - [BP05] BALY, H. ; POLL, G.: Reibung fettgeschmierter Wälzlager / Forschungsvorhaben der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main, 2005, Forschungsheft Nr. 388
  - [Bre94] BREUER, M.: Theoretische und experimentelle Bestimmung der Wälzlagersteifigkeit, IMKS, Leibniz Universität Hannover, Diss., 1994
  - [BS13] BROUWER, L. ; SCHWARZE, H.: Bestimmung der Grenzschubspannung von Schmierstoffen aus Viskositätsmessungen. In: *Tagungsband zur 54. GFT-Tribologie-Fachtagung* "*Reibung, Schmierung und Verschleiß*" (2013), Nr. 19
  - [BW79] BAIR, S. ; WINER, W. O.: Shear strength measurements of lubricants at high pressure. In: *Journal of Lubrication Technology* Vol. 101(3) (1979), S. 251 – 257
  - [BW82] BAIR, S. ; WINER, W. O.: Some observations in high pressure rheology of lubricants. In: *Journal of Lubrication Tech*nology Vol. 104 (1982), S. 357 – 364
  - [BW90] BAIR, S. ; WINER, W. O.: The high shear stress rheology of liquid lubricants at pressures of 2 to 200 MPa. In: ASME Journal of Tribology Vol. 112 (1990), S. 246 – 253
  - [BW92] BAIR, S. ; WINER, W. O.: The high pressure high shear stress rheology of liquid lubricants. In: *Journal of Tribology* Vol. 114 (1992), S. 1 – 9
  - [BW93] BAIR, S. ; WINER, W. O.: A new high-pressure, high-shear stress viscometer and results for lubricants. In: STLE Tribology Trans. Vol. 36 (1993), Nr. 4, S. 721 – 725
- [Car26] CARTER, F. J.: On the Action of a Locomotive Driving Wheel. In: *Proceedings of the Royal Society, Series A* Vol. 112 (1926), S. 151 – 157
- [Car72] CARREAU, P. J.: Rheological equations from molecular network theories. In: *Transactions of The Society of Rheolo*gy Vol. 16(1) (1972), S. 99 – 127
- [CASo6] CAMPOSA, A. ; A., Sottomayora ; SEABRAB, J.: Nonnewtonian thermal analysis of an EHD contact lubricated with MIL-L-23699 oil. In: *Tribology International* Vol. 39 (2006), S. 1732 – 1744
- [CDDT85] CHITTENDEN, R. J. ; DOWSON, D. ; DUNN, J. F. ; TAYLOR, C. M.: A theoretical analysis of the isothermal elastohydrodynamic lubrication of concentrated contacts, Part I. In: Proceedings of the Royal Society London, Seires A Vol. 397 (1985), S. 245 – 269
- [CSES07] CLARKE, A. ; SHARIF, K. J. ; EVANS, H. P. ; SNIDLE, R. W.: Elastohydrodynamic modelling of heat partition in rolling-sliding point contacts. In: *Journal of Engineering Tribology* Vol. 221 (2007), S. 223 – 235
- [DEW10] DEWITZ, I.: Entwicklung eines FE-Modells zur Analyse der aus der Reibungswärme an Dichtungen entstehenden Temperaturfelder mit der Software ABAQUS, IMKT, Leibniz Universität Hannover, Diplomarbeit, 2010
  - [DH59] Dowson, D. ; HIGGINSON, G. R.: A numerical solution to the elastohydrodynamic problem. In: *Journal of Mechanical Engineering Science* Vol. 1 (1959), S. 6
  - [DH61] Dowson, D. ; HIGGINSON, G. R.: New roller-bearing lubrication formula. In: *Engineering* Vol. 192 (1961), Nr. 4972, S. 158 – 159
  - [DH66] D., Dowson. ; HIGGINSON, R.: Elastohydrodynamic Lubrication - The Fundamentals of Roller and Gear Lubrication. Pergamon Press, Oxford, Great Britain, 1966
- [DIN93] DIN 53017. Viskosimetrie; Bestimmung des Temperaturkoeffizienten der Viskosität von Flüssigkeiten. Ausgabe 1993-11. 1993
- [DIN11] DIN 51563: Prüfung von Mineralölen und verwandten Stoffen - Bestimmung des Viskosität-Temperatur-Verhaltens -Richtungskonstante m. April 2011

- [DIW03] DIN-ISO 281: WÄLZLAGER, Beiblatt 4.: Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer - Verfahren zur Berechnung der modifizierten Referenz-Lebensdauer für allgemein belastete Wälzlager. (2003), April
- [DMKF86] DE MUL, J. M. ; KALKER, J. J. ; FREDRIKSSON, B.: The contact between arbitrarily curved bodies of finite dimensions. In: ASME Journal of Tribology Vol. 108 (1986), S. 140 – 148
  - [D0051] DOOLITTLE, A. K.: Studies in newtonian flow. II: The dependence of the viscosity of liquids on free-Space. In: *Journal of Applied Physics* Vol. 22 (1951), Nr. 12, S. 1471 – 1475
  - [Dow62] Dowson, D.: A generalized reynolds equation for fluid film lubrication. In: *International Journal of Mechnical Science* Vol. 4 (1962), S. 159 – 170
  - [Dow68] Dowson, D.: Elastohydrodynamics. In: *Proc. Instn. Mech.* Engrs. Vol. 182 (1968), S. 151 – 167
    - [DT79] DOWSON, D. ; TOYODA, S.: A central film thickness formula for elastohydrodynamic line contacts. In: *Proceedings* of the 5th Leeds-Lyon symposium on tribology (1979), S. 60 – 65
  - [Dys70] Dyson, A.: Frictional traction and lubricant rheology in elastohydrodynamic lubrication. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A* Vol. 266 (1970), Nr. 1170, S. 1 – 33
    - [EJ86] EVANS, C. R. ; JOHNSON, K. L.: The rheological properties of elastohydrodynamic lubricants. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* Vol. 200 (1986), Nr. C5, S. 303 – 312
  - [Eng11] ENGELKE, T.: Einfluss der Elastomer-Schmierstoff-Kombination auf das Betriebsverhalten von Radialwellendichtringen, IMKT, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2011
    - [ES82] EVANS, H. P. ; SNIDLE, R. W.: The elastohydrodynamic lubrication of point contacts at heavy loads. In: *Proceedings of the Royal Society*, A Vol. 382 (1982), S. 183 – 199
    - [EJ86] EVANS, C. R. ; JOHNSON, K. L.: The rheological properties of elastohydrodynamic lubricants. In: *Proc. Inst. Mech. Engrs.* Vol. 200 C5 (1986), S. 303 – 312

- [Eyr36] EYRING, H.: Viscosity, plasticity and diffusion as examples of reaction rates. In: *Journal of Chemical Physics* Vol. 4 (1936), S. 283
- [Geroo] GERSTENBERGER, J.: Wälzlagerschmierung mit Fett bei niedrigen Temperaturen, IMKT, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2000
- [GH62] GUNDERSON, R. C. ; HART, A. W.: Synthetic lubricants. Reinhold, New York, 1962
- [GH78] GOKSEM, P. G. ; HARGREAVES, R. A.: The effect of viscous shear heating on both film thickness and rolling traction in an EHL line contact. In: *ASME Journal of Lubrication Technology* Vol. 100 (1978), S. 346 – 358
- [Goh88] GOHAR, R.: *Elastohydrodynamics*. Ellis Horwood LTD, John Wiley & Sons Inc., New York, 1988
- [Gru49] GRUBIN, A. N.: Investigation of the contact of machine components. In: *Central Scientific Research Institute for Technology and Mechanical Engineering: Moscow, DSIR translation* No. 337 (1949)
- [Hac11] HACKE, B.: Früherkennung von Wälzlagerschäden in drehzahlvariablen Windgetrieben, IMKT, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2011
- [Ham91] НАМROCK, B. J.: Fluid Film Lubrication. In: NASA Reference Publication 1255 (1991), S. 461, 501 511
- [Ham94] НАМROCK, B. J.: *Fundamentals of fluid film lubrication*. McGraw-Hill, New York, 1994
- [Hamo4] HAMROCK, B. J.: Fundamentals of Fluid Film Lubrication. Second Edition. Marcel Dekker, Inc., 2004
- [Har91] HARRIS, T. A.: *Rolling Bearing Analysis*. 3. Auflage. John Wiley & Sons Inc., New York, 1991
- [HBV13] HABCHI, W. ; BAIR, S. ; VERGNE, P.: On friction regimes in quantitative elastohydrodynamics. In: *Tribology International* Vol. 58 (2013), S. 107 – 117
- [HCB54] HIRSCHFELDER, J. O. ; CURTISS, C. F. ; BIRD, R. B.: *Molecular Theory of Gases and Liquids*. Wiley, New York, 1954
- [HD77] НАМROCK, B.J. ; DOWSON, D.: Isothermal Elastohydrodynamic lubrication of point contacts - Part III - fully flooded results. In: *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* 99, Series F (1977), Nr. 2, S. 264–275

- [HD78] НАМКОСК, В. J. ; DOWSON, D.: Minimum film thickness in elliptical contacts for different regimes of fluid-film Lubricants. In: NASA Technical Paper Vol. 1342 (1978)
- [HD81] HAMROCK, B. J. ; DOWSON, D.: *Ball Bearing Lubrication*. John Wiley & Sons Inc., New York, 1981
- [HEME08] HABCHI, W. ; EYHERAMENDY, P. D. and. V. D. and. Vergne ; MORALES-ESPEJEL, G. E.: A full-system approach of the elastohydrodynamic line/point contact problem. In: *ASME Journal of Tribology* Vol. 130 (2008), S. 021501/1 – 021501/10
  - [Her82] HERTZ, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper.
     In: Journal für reine und angewandte Mathematik (1882), Nr. 92, S. 156 – 171
  - [Hil84] HILLMANN, R.: Ein Verfahren zur Ermittlung von Bezugsdrehzahlen für Wälzlager, IMKS, Leibniz Universität Hannover, Diss., 1984
  - [HK07] HARRIS, T. ; KOTZALAS, M.: Advanced Concepts of Bearing Technology. 5th ed. Taylor&Francis Group, Boca Raton London New York, 2007
  - [Hol13] HOLLEN, J. von: *Reibung von Kurbelwellen Wälzlagern*, IMKT, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2013
  - [Hoo77] Hooke, C. J.: The elastohydrodynamic lubrication of heavily loaded contacts. In: *Journal of Mechanical Engineering Science* Vol. 19 (1977), Nr. 4, S. 149 – 156
  - [Hut84] HUTTON, J. F.: Reassessment of rheological properties of LVI 260. In: ASME Journal of Lubrication Technology Vol. 106 (1984), S. 536 – 537
- [HVB<sup>+</sup>10] HABCHI, W. ; VERGNE, P. ; BAIR, S. ; ANDERSSON, O. ; EY-HERAMENDYE, D. ; MORALES-ESPEJEL, G.E.: Influence of pressure and temperature dependence of thermal properties of a lubricant on the behaviour of circular TEHD contacts. In: *Tribology International* Vol. 43 (2010), S. 1842 – 1850
  - [Into4] INTERNATIONAL, ASTM: Standard test method for estimation of mean relativ molecular mass of petroleum oils from viscosity measurements. West Conshohocken, PA, 2004
  - [Jac91] JACOBSON, B. O.: Tribology Series. Bd. 19: Rheology and elastohydrodynamic lubrication. Elsevier Science, 1991

- [JKB08] JANG, J. Y. ; KHONSARI, M. M. ; BAIR, S.: Correction factor formula to predict the central and minimum film thickness for shear-thinning fluids in EHL. In: ASME Journal of Tribology Vol. 130 (2008), Nr. 2, S. 024501/1 – 024501/14
- [Joh70] JOHNSON, K. L.: Regimes of elastohydrodynamic lubrication. In: *Journal of Mechanical Engineering Science* Vol. 12 (1970), Nr. 1, S. 9 – 16
- [Joh85] JOHNSON, K. L.: Contact Mechanics. Cambridge University Press, 1985
- [Kar97] KARBACHER, R.: Reibungsverhalten unterschiedlicher Fette. In: *Tribologie* + *Schmierungstechnik* Band 44, Heft 1 (1997)
- [KDK82] KRAGELSKIJ, I. V. ; DOBYCIN, M. N. ; KOMBALOV, V. S.: Grundlagen der Berechnung von Reibung und Verschleiß. VEB Verlag Technik, Berlin, 1982
  - [KK08] KUMAR, P. ; KHONSARI, M. M.: EHL circular contact film thickness correction factor for shear-thinning fluids. In: ASME Journal of Tribology Vol. 130 (2008), Nr. 4, S. 041506/1 – 041506/7
  - [Klü97] KLÜHSPIES, N.: Rolling Bearing thermal reference speed - calculation and coefficients,. In: *ISO / TC 4 / SC 8 / WG* 3 *N 8* (1997)
- [Koro7] KORYCIAK, J.: Wälzlagerreibmoment / Forschungsvorhaben der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main, 2007, Forschungsheft Nr. 382
- [Kun61] KUNERT, K.: Spannungsverteilung im Halbraum bei elliptischer Flächenpressungsverteilung über einer rechteckigen Druckfläche. In: Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens Band 27 (1961), Nr. 6, S. 165 – 174
- [Kus82] Kuss, E.: pVT-Daten und Druckviskosität von ausgesuchten Mineralölen / Deutsch Gesellschaft für Mineralölwissenschaft und Kohlechemie e.V. 1982, Forschungsheft Nr. 198
- [Lin81] LINDEKAMP, H.: Das Kälteverhalten von Schmierfetten unter stationären und dynamischen Bedingungen. In: DGMK Berichte (1981), Bericht Nr. 100
- [Lub87] LUBRECHT, A. A.: Numerical solution of the EHL line and point contact problem using multigrid techniques, University of Twente, Enschede, The Netherlands., Diss., 1987

- [Lun39] LUNDBERG, G.: Elastische Verformung zweier Halbräume. In: Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens Band 10 (1939), Nr. 5, S. 201 – 211
- [Mar09] MAROTO, J. A.: Computational analysis of the accuracy in the evaluation of the mean molecular weight of petroleum oils from the ASTM Standard D 2502-92. In: *Journal* of Petroleum Science & Engineering Vol. 69 (2009), S. 89 – 92
- [ME06] MORALES ESPEJEL, G. E.: Using a friction model as an engineering tool. In: *Evolution - Business and Technology Magazine from SKF* Vol. 2 (2006)
- [Mey09] MEYER, C.: Reibung fettgeschmierter Wälzlager II, / Forschungsvorhaben der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main, 2009, Forschungsheft Nr. 388 II
- [Mey10] MEYER, C.: *Reibung in hoch belasteten EHD-Wälzkontakten*, IMKT, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2010
- [MNG10] MARQUART, M. ; NEUBAUER, T. ; GERKEN, D.: Leistungsdichte Wälzlager / Forschungsvorhaben der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main, 2010, Forschungsheft Nr. 496 II
  - [Mur51] MURNAGHAN, F. D.: Finite Deformation of an Elastic Solid. Wiley, New York, 1951
- [NSB89] NAJJI, B. ; SAID, B. ; BERTHE, D.: New formulation for lubrication with non-Newtonian fluids. In: ASME Journal of Tribology Vol. 111 (1989), S. 29 – 34
  - [OC80] O., Winer W. ; CHENG, H. S. ; PETERSON, M. B. (Hrsg.) ; WINER, W. O. (Hrsg.): Wear Control Handbook: Film Thickness, contact Stress and Surface Temperatures. The American Society of Mechanical Engineers, 1980
  - [OS98] OLVER, A. V. ; SPIKES, H. A.: Prediction of traction in elastohydrodynamic lubrication. In: *Journal of Engineering Tribology* Vol. 212 (1998), S. 321 – 332
- [OTT14] OTTINK, K.: Betriebsverhalten von Wälzlagerschutzdichtungen - experimentelle Untersuchungen und Berechnungsansätze, IMKT, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2014
- [Pal57] PALMGREN, A.: Neue Untersuchungen über Energieverluste in Wälzlagern. In: *VDI-Berichte* Band 20 (1957)

- [Pal68] PALAND, E.-G:: Die Lastverteilung auf die Wälzkörper im auf der Ebene abgestützten Rollenlager unter Berücksichtigung der Biegesteifigkeit des Außenringes.
  In: Vortrag zum 9, internationalen Symposium SSchmierstoffe, Schmierungs- und Lagertechnik" vom 23. bis 26.8.1967 in Leipzig, abgedruckt in Maschinenbautechnik (Schmierungstechnik) Band 17, Heft 8 (1968), S. 49 54
- [Par84] PARKER, R. J.: Comparison of predicted and experimental thermal performance of angular contact ball bearings. In: NASA Technical Paper (1984), Nr. 2275
- [PL90] PLANK, M. ; LECHNER, G.: Kleinstmengenschmierung schnelllaufender Wälzlager. In: *Tribologie + Schmierungstechnik* Band 37, Heft 4 (1990)
- [Pol83] POLL, G.: Der Einfluss der realen Systemeigenschaften auf die Kraftschlussgesetze bei wälzender Relativbewegung. Aachen, Rheinisch-Westfäische Technische Hochschule, Diss., 1983
- [Pol11] POLL, et.al. G.: Untersuchungen zur Rheologie von Schmierstoffen in Wälzkontakten. In: Tagungsband zur 52. GfT-Tribologie-Fachtagung "Reibung, Schmierung und Verschleiß" (2011)
- [PSP<sup>+</sup>03] PALUCH, M. ; SEKULA, M. ; PAWLUS, S. ; RZOSKA, S. J. ; ZIOLO, J. ; ROLAND, C. M.: Test of the Einstein-Debye Relation in Supercooled Dibutylphthalate at Pressures up to 1.4 GPa. In: *Physical Review Letters* Vol. 90 (2003), Nr. 20, S. 175702/1 – 175702/4
  - [PT13] PHAN-THIEN, N.: Understanding Viscoelasticity: An Introduction to Rheology. 2. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013
  - [PW11] POLL, G. ; WANG, D.: Fluid rheology, traction/creep relationships and friction in machine elements with rolling contacts. In: *Journal of Engineering Tribology* Vol. 226 (2011), Nr. 6, S. 481 – 500
  - [Reu77] REUSNER, H.: Druckflächenbelastung und Oberflächenverschiebung im Wälzkontakt von Rotationskörpern, Universität Karlsruhe, Diss., 1977
  - [Rey86] REYNOLDS, O.: On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments including an experimental determination of the viscosity of oliver oil. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* Vol. 177 (1886), S. 157 – 234

- [Roe66] ROELANDS, C. J. A.: Correlational aspects of the viscositytemperature-pressure relationship of lubricating oils, University of Technology, Delft, Diss., 1966
- [Rot85] ROTHBART, H. A.: Mechanical Design and Systems Handbook. 2nd Edition. McGraw-Hill, 1985
- [SB13] SCHWARZE, H. ; BROUWER, L.: Bestimmung und Modellierung der thermo-physikalischen Eigenschaften von Schmier- und Kraftstoffen unter hohen Drücken. In: IGF-Nr. 15786, Low Friction Powertrain (2013)
- [Sch99] SCHERB, B. J.: Prediction and measurement of the frctional torque char-acteristics of radially and axially loaded radial cylindrical roller bearings, School of Design and Advanced Technology University of Glamorgan, United Kingdom, Diss., 1999
- [See11] SEEBODE, F.: Axialer Öldurchfluss durch Wälzlager unterschiedlicher Bauformen, ITR, Technische Universität Clausthal, Diss., 2011
- [SES04] SHARIF, K. J. ; EVANS, H. P. ; SNIDLE, R. W.: Modeling of Film Thickness and Traction in a Variable Ratio Traction Drive Rig. In: *Journal of Tribology* Vol. 126 (2004), S. 92 – 103
- [SKF08] SKF: Hauptkatalog. SKF GmbH, 2008
- [SS08] STEINHILPER, W. ; SAUER, B.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2. 6. Springer Lehrbuch, 2008
- [Ste95] STEINERT, T.: Das Reibmoment von Kugellagern mit bordgeführtem Käfig, RWTH Aachen, Diss., 1995
- [Stro2] STRIBECK, R.: Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit-Und Rollenlager. In: VDI-Zeitschrift Band 46, Heft 36 (1902)
- [Tan85] TANNER, R. I.: Engineering Rheology. Clarendon Press, Oxford, 1985
- [Teu05] TEUTSCH, R.: Kontaktmodelle und Strtegien zur Simulation von Wälzlagern und Wälzführungen, MEGT, Technische Universität Kaiserslautern, Diss., 2005
  - [TJ77] TEVAARWERK, J. L. ; JOHNSON, K. L.: Shear behaviour of elastohydrodynamic oil films. In: *Proceedings of the Royal Society of London, Series A* Vol. 356 (1977), S. 215 – 236

- [Tül99] Tüllmann, U.: Das Verhalten axial verspannter, schnelldrehender Schrägkugellager. In: *Berichte aus der Produktionstechnik* Band 25 (1999)
- [Tri85] TRIPP, J. H.: Hertzian contact in two and three dimensions. In: *NASA Technical Paper* 2473 (1985)
- [Ven90] VENNER, C. H.: Advanced multilevel solution of the EHL line contact problem. In: *ASME Journal of Tribology* Vol. 112 (1990), Nr. 3, S. 426 – 432
- [Walo4] WALBECK, T.: Das Viskositätsverhalten und die Schmierfilmbildung von Schmierstoffen in Abhängigkeit von Druck und Temperatur, RWTH Aachen, Diss., 2004
- [Wan91] WAN, C. S.: Analysis of Rolling Element Bearings. Mechanical Engineering Publications Limited, 1991
- [Wan13] WANG, D.: Wirkungsgradoptimiertes Getriebe / Forschungsvorhaben der Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e. V., Frankfurt/Main, 2013, Forschungsheft Nr. 981
- [WH12] WEN, S. ; HUANG, P.: *Principles of Tribology*. John Wiley & Sons, 2012
- [Wit10] WITTEK, E.: Wälzlagerermüdung bei Mischreibung in Abhängigkeit vom Schmierstoff / Forschungsvorhaben der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main, 2010, Forschungsheft Nr. 504
- [Wit13] WITTEK, E.: Tribologisches Verhalten neuartiger Fuel Economy Öle in Wälzlagern / Forschungsvorhaben der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/-Main, 2013, Forschungsheft Nr. 619
- [WNP12] WANG, D. ; NEUBAUER, T. ; POLL, G.: Anwendung rheologischer Modelle zur Berechnung des Schlupfes in Wälzlagern. In: Tagungsband zur 53. GfT-Tribologie-Fachtagung "Reibung, Schmierung und Verschleiß" (2012)
  - [YW90] YANG, P. ; WEN, S.: A generalized reynolds equation for Non-Newtonian Thermal Elastogydrodynamic Lubrication. In: ASME Journal of Tribology Vol. 112 (1990), S. 631 – 636
  - [ZH91] ZHOU, R. S. ; HOEPRICH, M. R.: Torque of Tapered Roller Bearings. In: ASME Journal of Tribology Vol. 113 (1991), S. 590 – 597

## Lebenslauf:

Persönliche Daten	
Name:	Ding Wang
Geburtstag:	17.09.1980
Geburtsort:	Jilin, China
Staatsangehörigkeit:	chinesisch
Familienstand:	verheiratet
<u>Schulbildung</u>	
1992 – 1995	Die 30. Mittelschule der Stadt Changchun, China
1995 – 1998	Versuchsmittelschule der Stadt Changchun, China
<u>Hochschulstudium</u>	
1998 – 2002	Bachelorstudium Maschinenbau an der Tongji-Universität in Shanghai, China
	Schwerpunkt Wärmetechnik
2003 – 2007	Masterstudium Maschinenbau an der Leibniz Universität Hannover
	Schwerpunkt Fahrzeugtechnik und Mechatronik

08/2000 - 09/2000	Shanghai Baosteel Group, China
09/2004 - 02/2005	Continental AG, Hannover
01/2006 – 07/2006	Robert Bosch GmbH, Schwieberdingen

## Berufliche Qualifikation

03/2008 – 06/2014	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für
	Maschinenkonstruktion und Tribologie (IMKT) an
	der Leibniz Universität Hannover