

# **Beitrag zur statischen und transienten Stabilitätsanalyse in Verteilungsnetzen**

Von der Fakultät für Elektrotechnik und Informatik  
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover  
zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieur**  
(abgekürzt: Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von Herrn

Dipl.-Ing. Johannes Weidner  
geboren am 16.04.1984 in Berlin

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. L. Hofmann

2. Referent: Prof. Dr.-Ing. P. Schegner

Tag der Promotion: 22.10.2020

## **Vorwort**

Die Inhalte der vorliegenden Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Elektrische Energieversorgung und Hochspannungstechnik der Leibniz Universität Hannover.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Lutz Hofmann, der mir die Möglichkeit geben hat an seinem Institut viele lehrreiche Aufgaben zu bearbeiten, der diese Arbeit wissenschaftlich betreute und durch viele Anregungen und hilfreiche Ratschläge zu deren Gelingen beitrug.

Herrn Prof. Schegner von der TU Dresden danke ich für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse und die freundliche Übernahme des Korreferats.

Herrn Prof. Hanke-Rauschenbach danke ich für die freundliche Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Weiterhin möchte ich Frau Hickel und allen Kollegen des Instituts für Elektrische Energieversorgung und Hochspannungstechnik der Leibniz Universität Hannover für die angenehme Arbeitsatmosphäre und die gewonnenen Erfahrungen danken. Die zahlreichen fachlichen Diskussionen zum breiten Spektrum der bearbeiteten Themen haben mir den beruflichen Einstieg in die Elektrische Energieversorgung sehr leicht gemacht.

Mein weiterer Dank gilt auch allen Studentinnen und Studenten, deren Abschlussarbeiten ich betreuen durfte oder die mich als wissenschaftliche Hilfskräfte unterstützt haben. Sie alle haben zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Die finale Verschriftlichung dieser Arbeit erfolgte parallel zu meinen Tätigkeiten bei DNV GL und 50Hertz. Ich möchte mich auch hier bei meinen Kollegen für ihr Verständnis und ihre Unterstützung bedanken.

Schließlich möchte ich mich ganz besonders meiner Familie bedanken. Ich bedanke mich bei meinen Eltern Dolores und Mario, von denen ich gelernt mich selbstbewusst großen Aufgaben zu stellen. Ich bedanke mich bei meinen Kindern Annalena, Moritz und Emma, denen ich in Zukunft gern wieder alle Urlaubstage widme. Meine Frau Juliane hat mich bei der Fertigstellung dieser Arbeit unterstützt und mit liebevollem Verständnis sowie Rücksicht begleitet. Ihr danke ich in ganz besonderem Maße.

Dresden, 2021

Johannes Weidner

## Kurzfassung

**Schlagwörter:** Netzmodellierung, dynamische Parametrierung, statische Stabilität, transiente Stabilität, Erweitertes Knotenpunktverfahren, Polarkoordinaten, Verteilungsnetz

Um der zunehmenden Bedeutung von dezentralen Erzeugungsanlagen im Elektroenergiesystem gerecht zu werden, wird in dieser Arbeit das Systemverhalten der dezentralen Erzeugungsanlagen im Verteilungsnetz und deren Rückwirkungen auf die vorgelagerten Netzebenen in Systemstudien stärker in den Fokus gerückt. Ziel ist es, relevante Effekte und Zusammenhänge zu identifizieren und daraus eine notwendige Modellierungsgenauigkeit für diese Netze und deren Erzeugungsanlagen abzuleiten. Dies erfolgt für Nieder-, Mittel- und Hochspannungsnetze getrennt und wird dem Stand der Technik auf der Höchstspannungsebene gegenübergestellt. Um eine Robustheit der Aussagen sicherzustellen, werden die Ergebnisse auf Konsistenz sowohl im Kleinsignal- als auch im Großsignalverhalten geprüft.

Für eine möglichst hohe Flexibilität in der Art der Modellierung werden die unterschiedlichen Gleichungssysteme zur Systembeschreibung in MATLAB implementiert. Für die effektive und effiziente Durchführung der Analysen zur statischen und transienten Stabilität wird eine Koordinatentransformation hin zu polaren Koordinaten beschrieben und angewendet. Als Referenz zur Bewertung der vereinfachten Modellierungsansätze erfolgt eine Modellierung auf Basis des Erweiterten Knotenpunktverfahrens (EKPV). Dieses Verfahren bildet nichtsinusförmige Spannungen und Ströme inklusive Gleichanteilen in Folge von Störungen ab. Vereinfachte Modelle werden aus diesem vollständigen Modell abgeleitet und entsprechen dann denen der klassischen RMS-Berechnung.

Die verschiedenen Näherungsoptionen werden in Testnetzen angewendet und ihre Eignung für Stabilitätsanalysen wird verglichen. Durch die Untersuchungen von Sensitivitäten wird eine möglichst allgemeine Gültigkeit der beobachteten Zusammenhänge sichergestellt. Die dynamische Modellierung erfolgt generisch auf Basis einer Parameterapproximation. Auf Grundlage dieses generischen Ansatzes liegt der Schwerpunkt der Betrachtung auf der Modellierung des natürlichen Verhaltens von rotierenden Maschinen. So ist es möglich, relevante Effekte ohne die Überlagerung durch aktive und in der Implementierung sehr individuelle Regelungen zu identifizieren.

Im Ergebnis zeigt sich, dass die notwendige Modellierungsgenauigkeit zur Abbildung der Rückwirkungen von dezentralen Erzeugungsanlagen auf die vorgelagerte Netzebene mit sinkender Spannungsebene steigt. Klassische vereinfachte Betrachtungen auf Basis transienter Maschinenmodelle sind im Niederspannungsnetz nicht mehr aussagefähig. Auffällig ist zudem, dass – im Vergleich zur Modellierung für Untersuchungen zur transienten Stabilität – tendenziell eine höhere Modellgenauigkeit notwendig ist, um die Dämpfung der schwingungsfähigen Eigenwerte korrekt abzubilden. In der Niederspannungsebene haben die Gleichanteile im Kurzschlussstrom und der Beitrag der Netz- und Ständerinduktivitäten zu Eigenschwingungen einen signifikanten Einfluss auf das Verhalten gegenüber der vorgelagerten Netzebene und sollten geeignet berücksichtigt werden. Hintergrund für diesen Effekt sind zum einen unterschiedliche konstruktionsbedingte Eigenschaften der Maschinen, die unter anderem zu höheren Eigenfrequenzen führen, und zum anderen das steigende R/X-Verhältnis der Netzanbindung. Letzteres führt zu einer Kopplung des Wirk- und Blindleistungsverhaltens in Verteilungsnetzen und hat im Kurzschlussfall deutlich höhere Back-Swing-Effekte der Synchron- und Asynchronmaschinen zur Folge.

## Abstract

**Keywords:** network modeling, dynamic parameterization, steady state stability, transient stability, polar coordinates, distribution grid

Taking into account the increasing relevance of distributed generation in electrical power systems, their system behavior in the distribution networks and thus their repercussions on the upstream network levels should also be given more prominence in system analyzes. The aim of this work is to identify relevant effects as well as correlations and to derive a necessary modeling depth for these networks and their generation plants. This is done separately for low, medium and high voltage networks and is compared to the state of the art at the highest voltage level. In order to ensure a robustness of the statements, the results are checked for consistency in both small-signal and large-signal behavior.

For a high degree of flexibility in the type of modeling, the systems of equations are implemented in MATLAB. For the analysis of steady state and transient stability analyzes, a coordinate transformation into polar coordinates is described and applied. As a reference for the evaluation of the simplified modeling approaches, a modeling based on the Extended Node Method (EKPV) is performed, which also maps non-sinusoidal voltages and currents including their displacement effects. Simplified models are derived from this complete model, which correspond to those of the classical RMS calculation.

The test networks represent demanding scenarios with regard to the short-circuit ratio. The investigations of sensitivities ensure that the observed dependencies are as general as possible. The dynamic modeling is done generically on the basis of a parameter approximation. Based on this generic approach, this work focuses on modeling the natural behavior of rotating machines. Thus, it is possible to identify relevant effects without overlapping with active and in the implementation very individual controls.

The result shows that the necessary modeling depth for mapping the repercussions of distributed generation plants to the upstream network level increases with decreasing voltage level. Simplified considerations based on transient machine models are no longer meaningful in the medium and low voltage grid. It is also noticeable that - in comparison to the modeling for transient stability - higher model accuracy tends to be necessary to correctly map the damping of the oscillatory eigenvalues. At the low voltage level, the displacement effects of the short circuit current and the contribution of the network and stator inductances to oscillations of the machines have a significant influence on the behavior towards the upstream network level and should be taken into account appropriately. The background to this effect are essentially different design-related properties of machines, which among other things lead to higher eigenfrequencies, and the increasing R/X ratio of the grid connection. The latter leads to a coupling of the active and reactive power households in the distribution network and, in the event of a short circuit, results in significant strong back-swing effects of the machines. The short-term high subtransient short-circuit current then causes active losses that decelerated the generators first, which in the low-voltage scenario at partial load operation can also lead directly to the slipping of the machines.

## Inhaltsverzeichnis

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1     | Einleitung .....  | 11 |
| 1.1   | Motivation.....   | 11 |
| 1.2   | Stand der Technik .....   | 13 |
| 1.2.1 | Aufbau des Elektroenergiesystems .....                              | 13 |
| 1.2.2 | Übersicht Systemstabilität .....                                    | 16 |
| 1.2.3 | Simulationen zur Stabilitätsbewertung .....                         | 20 |
| 1.2.4 | Stabilität im Verteilungsnetz.....                                  | 23 |
| 1.3   | Aufgabenstellung .....  | 24 |
| 1.4   | Aufbau der Arbeit .....   | 24 |
| 2     | Grundlagen der Rotorwinkelstabilität im Übertragungsnetz .....      | 26 |
| 2.1   | Modellierung der Generatoren.....                                   | 26 |
| 2.1.1 | Bewegungsgleichung .....  | 26 |
| 2.1.2 | Synchronmaschine .....  | 27 |
| 2.1.3 | Asynchronenmaschine .....   | 31 |
| 2.2   | Netzgleichungssystem und Transfiguration .....                      | 34 |
| 2.3   | Statische Stabilität .....  | 35 |
| 2.3.1 | Statische Stabilität des Einmaschinenproblems .....                 | 37 |
| 2.3.2 | Statische Stabilität des Mehrmaschinenproblems.....                 | 39 |
| 2.4   | Transiente Stabilität .....   | 40 |
| 2.4.1 | Transiente Stabilität des Einmaschinenproblems .....                | 41 |
| 2.4.2 | Transiente Stabilität des Mehrmaschinenproblems .....               | 42 |
| 3     | Raumzeigerkomponenten.....  | 44 |
| 3.1   | Raumzeigerkomponenten der Betriebsmittelbeschreibung .....          | 45 |
| 3.1.1 | Ruhende Raumzeigerkomponenten .....                                 | 45 |
| 3.1.2 | Park-Komponenten .....  | 46 |
| 3.2   | Transformation in rotierende Raumzeigerkomponenten .....            | 47 |
| 3.3   | Transformation in polare Raumzeigerkomponenten .....                | 48 |
| 3.3.1 | Transformation der ruhenden Raumzeigerkomponenten.....              | 49 |
| 3.3.2 | Transformation der Park-Komponenten .....                           | 52 |
| 4     | Zustandsgleichungen des Elektroenergiesystems .....                 | 54 |
| 4.1   | Vollständiges Gleichungssystem .....                                | 55 |
| 4.2   | Das Erweiterte Knotenpunktverfahren (EKPV) .....                    | 56 |
| 4.3   | Darstellung der Betriebsmittel im EKPV .....                        | 59 |
| 4.4   | Initialisierung des Netzgleichungssystems .....                     | 66 |
| 4.5   | Reduziertes ohmsch-induktives und induktives Gleichungssystem ..... | 68 |
| 4.6   | Quasistationäres Netzgleichungssystem .....                         | 69 |

---

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 5      | Modellierung von Energiewandlern.....                                | 72  |
| 5.1    | Synchronmaschinen.....   | 74  |
| 5.1.1  | Äußeres Gleichungssystem.....  | 74  |
| 5.1.2  | Modell mit subtransienter Spannung.....                              | 75  |
| 5.1.3  | Modell mit konstanter subtransienter Spannung.....                   | 78  |
| 5.1.4  | Modell mit transienter Spannung.....                                 | 79  |
| 5.1.5  | Modell mit konstanter transienter Spannung.....                      | 81  |
| 5.1.6  | Modifiziertes Modell mit transienter Spannung.....                   | 82  |
| 5.1.7  | Modifiziertes Modell mit konstanter transienter Spannung.....        | 85  |
| 5.1.8  | Stationäres Modell mit Polradspannung.....                           | 86  |
| 5.1.9  | Stationäres Modell mit konstanter Polradspannung.....                | 87  |
| 5.1.10 | Initialisierung.....   | 88  |
| 5.1.11 | Betriebsmittelparameter.....   | 88  |
| 5.2    | Asynchronmaschinen.....  | 91  |
| 5.2.1  | Äußeres Gleichungssystem.....  | 91  |
| 5.2.2  | Modell mit transienter Spannung.....                                 | 92  |
| 5.2.3  | Modell mit konstanter transienter Spannung.....                      | 94  |
| 5.2.4  | Stationäres Modell.....  | 95  |
| 5.2.5  | Initialisierung.....   | 98  |
| 5.2.6  | Betriebsmittelparameter.....   | 98  |
| 6      | Analysemethoden auf Basis der entwickelten Systembeschreibungen..... | 101 |
| 6.1    | Transiente Stabilität.....   | 101 |
| 6.1.1  | Analysemethodik für das vollständige Netzgleichungssystem.....       | 101 |
| 6.1.2  | Analysemethodik für das quasistationäres Netzgleichungssystem.....   | 102 |
| 6.2    | Statische Stabilität.....  | 102 |
| 6.2.1  | Analysemethodik für das vollständige Netzgleichungssystem.....       | 102 |
| 6.2.2  | Analysemethodik für das quasistationäre Netzgleichungssystem.....    | 106 |
| 7      | Stabilitätsanalysen.....   | 108 |
| 7.1    | Basisnetze für Stabilitätsuntersuchungen.....                        | 108 |
| 7.1.1  | Parametrierung der Basisnetze.....                                   | 110 |
| 7.1.2  | Netzgleichungssystem der Basisnetze.....                             | 112 |
| 7.2    | Darstellung der Simulationsergebnisse.....                           | 114 |
| 7.3    | Gegenüberstellung der Modellnäherungen.....                          | 118 |
| 7.3.1  | Netzabbildung.....   | 120 |
| 7.3.2  | Synchronmaschine.....  | 128 |
| 7.3.3  | Asynchronmaschine.....   | 141 |
| 7.3.4  | Maschinenmodelle bei elektromagnetischer Netzmodellierung.....       | 148 |

---

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 7.4   | Sensitivitätsanalyse.....                            | 149 |
| 7.4.1 | Übertragungssystem - Länge der Anschlussleitung..... | 149 |
| 7.4.2 | Erzeugungsanlagen - Wirkleistungsarbeitspunkt.....   | 153 |
| 7.4.3 | Erzeugungsanlagen - Blindleistungsarbeitspunkt ..... | 156 |
| 8     | Zusammenfassung.....                                 | 160 |
| 9     | Ausblick .....                                       | 163 |
| 10    | Literaturverzeichnis.....                            | 165 |
| 11    | Anhang .....   | 170 |



## Verwendete Größenbezeichnungen

|                          |                                |
|--------------------------|--------------------------------|
| $g$                      | Momentanwert oder Faktor       |
| $\mathbf{g}$             | Vektor                         |
| $\underline{g}$          | komplexer Zeiger               |
| $\underline{\mathbf{g}}$ | Vektor komplexer Zeiger        |
| $\underline{G}$          | Effektivwertzeiger             |
| $\mathbf{G}$             | Matrix                         |
| $\underline{\mathbf{G}}$ | Matrix mit komplexen Elementen |

## Verwendete Formelzeichen

|             |  |
|-------------|--|
| $G$         | Leitwert oder inverse Reaktanz           |
| $i$         | Strom oder Zählindex                     |
| $J$         | Massenträgheitsmoment                    |
| $k$         | Koppelfaktor oder Konstante              |
| $L$         | Induktivität                             |
| $m$         | Moment                                   |
| $p$         | Polpaarzahl                              |
| $r$         | bezogener Widerstand                     |
| $R$         | Widerstand                               |
| $s$         | Schlupf                                  |
| $T$         | Zeitkonstante oder Transformationsmatrix |
| $u$         | Spannung                                 |
| $x$         | bezogene Reaktanz                        |
| $X$         | Reaktanz                                 |
| $z$         | Zustandsgröße                            |
| $Z$         | Impedanz                                 |
| $\eta$      | Wirkungsgrad                             |
| $\delta$    | Differenzwinkel                          |
| $\Psi$      | Flussverkettung                          |
| $\vartheta$ | elektrischer Rotationswinkel             |
| $\omega$    | elektrische Rotationsgeschwindigkeit     |

## Verwendete Indizes

|           |   |
|-----------|---|
| 0         | Nullsystem oder Ausgangszustand                               |
| a         | Phase a oder Anker-   |
| b         | Phase b   |
| c         | Phase c   |
| d         | d-Achse der dq0-Komponenten                                   |
| D         | Dämpferwicklung in der d-Achse                                |
| el        | elektrisch  |
| F         | Erregerwicklung   |
| G         | Generator   |
| h         | doppeltes Nullsystem oder Hauptfeld                           |
| K         | Knoten oder Koppel-   |
| k         | Kurzschluss   |
| L         | induktive Betriebsmittel oder Leitung                         |
| LF        | Läufer  |
| m         | mechanisch  |
| P         | Park/dq0-Komponenten  |
| q         | Quelle oder quasistationär oder q-Achse (der dq0-Komponenten) |
| Q         | Dämpferwicklung in der q-Achse                                |
| R, r      | Raumzeiger oder rated   |
| S         | Ständerwicklung   |
| T         | Transformator   |
| V         | Verbraucher   |
| $\sigma$  | Streuung  |
| $\varphi$ | Polarkoordinaten  |
| '         | transient   |
| "         | subtransient  |

## Verwendete Konstanten

|                 |   |
|-----------------|---|
| $\underline{a}$ | Drehoperator $e^{j\frac{2}{3}\pi}$  |
| e               | Eulersche Zahl  |
| j               | imaginäre Einheit   |
| <b>0</b>        | Nullmatrix  |
| <b>E</b>        | Einheitsmatrix  |
| <b>J</b>        | imaginäre Einheitsmatrix (Blockdiagonalmatrix aus $j\mathbf{E}$ , $-j\mathbf{E}$ , <b>0</b> ) |

# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Vor dem Hintergrund des zunehmenden Klimawandels und der absehbaren Verknappung fossiler Primärenergieträger ist es eine Aufgabe von hoher gesellschaftlicher Relevanz, den weltweiten Ausstoß von Treibhausgasen deutlich zu reduzieren. Das erfolgt zum einen durch eine höhere Effizienz bei der Ressourcennutzung und zum anderen durch die Vermeidung von Treibhausgasausstoß.

Der Bereich der elektrischen Energieversorgung spielt in diesem Rahmen eine besondere Rolle. So waren im Jahr 2017 weltweit bereits Windenergieanlagen mit einer installierten Leistung von 540 GW in Betrieb [GWE 17]. Zur Jahrtausendwende lag dieser Wert noch bei 17 GW und bis zum Jahr 2030 können 2.110 GW erreicht werden. Dann würden bis zu 18 % des globalen Stromverbrauchs durch Windenergie gedeckt [GWE 16]. Diese Entwicklung wird durch eine zunehmende Wirtschaftlichkeit von erneuerbaren Energien gefördert. In Europa wird neben der Vermeidung von CO<sub>2</sub>-Emissionen auch eine stärkere Kopplung der Strommärkte angestrebt. Dafür wurden bereits die Errichtung von Erzeugungsanlagen auf Basis von erneuerbaren Energie gefördert und die Strommärkte des europäischen Binnenmarktes liberalisiert. Ziel der resultierenden Verstärkung der Handelsflüsse ist dabei die möglichst kostengünstige Bereitstellung elektrischer Energie sowie die möglichst effiziente Integration der erneuerbaren Energien.

Die deutsche Bundesregierung will durch die Förderung von erneuerbaren Energien und der Kraft-Wärme-Kopplung eine erhebliche Reduzierung des Verbrauchs von Primärenergieträgern, eine Reduktion der CO<sub>2</sub>-Emissionen und eine Verringerung der Importabhängigkeit von Primärenergieträgern erreichen. Im Erneuerbare-Energien-Gesetzes (EEG 2009) wird festgeschrieben, bis 2035 den Strombedarf zu 55 % bis 60 % und den Wärmebedarf bis 2020 zu 14 % durch erneuerbare Energien zu decken. Das Ziel des Kraft-Wärme-Kopplungsgesetzes (KWKG 2009) ist es, bis 2020 25 % der Stromerzeugung mit einer Nutzung der Wärme zu kombinieren. Bis 2050 sieht das Energiekonzept der Bundesregierung eine Senkung der CO<sub>2</sub>-Emissionen von mindestens 80 % vor. Der Anteil von EEG-Anlagen am Bruttoenergieverbrauch soll dann 60 % und deren Anteil am Stromverbrauch 80 % betragen. Diese politischen und gesellschaftlichen Zielstellungen haben eine Änderung der Erzeugungslandschaft und in der Folge eine Transformation des gesamten Elektroenergiesystems (EES) zur Folge. Die Transformation umfasst unter anderem:

- die Verlagerung der Erzeugung von lastnahen Kraftwerken auf Standorte mit geeigneten Witterungsbedingungen,
- der zunehmende weiträumige Handel und Transport elektrischer Energie,
- die volatilen Einspeiseprofile von EEG-Anlagen, welche vorwiegend durch Wind und Sonne determiniert sind,
- der Einsatz von Umrichtern sowohl bei den Erzeugungsanlagen als auch bei den Verbrauchern und
- die Verlagerung der Erzeugung in niedrige Spannungsebenen.

Im Jahr 2019 wurden in Deutschland durchschnittlich bereits 42,1 % des Stromverbrauchs und wie am 01.01.2018 für kurze Zeit nahezu 100 % des momentanen Verbrauchs durch EEG-Erzeugungsanlagen bereitgestellt. Dabei wurden verbrauchsnahe thermische Kraftwerke mit Anschluss am Höchstspannungsnetz durch viele deutlich kleinere EEG- und KWK-Anlagen aus dem Markt verdrängt. Diese stellen den größten Teil der dezentralen Erzeugungsanlagen und speisen entweder verteilt in den unterlagerten Netzen ein oder, wie Offshore-Windparks,

an ausgewählten ertragsreichen aber meist verbrauchsfernen Orten. Aus der ungleichmäßigen regionalen und zeitlichen Einspeisung der unterschiedlichen Energieträger resultieren neue Transportaufgaben im EES, welche durch den marktbasieren Einsatz von thermischen Kraftwerken noch verstärkt werden können. Um diese zu realisieren, besteht der Wille, die Netze näher an den Stabilitätsgrenzen zu betreiben [DEN 17].

Die Aufgabe der Übertragungsnetzbetreiber (ÜNB) ist nach dem Energiewirtschaftsgesetz (EnWG) die Bereitstellung eines sicheren, zuverlässigen und leistungsfähigen EES. Das gilt natürlich auch während und nach einem solchen Transformationsprozess. Dafür streben diese einen möglichst störungsfreien Betrieb des Übertragungsnetzes sowie die Beherrschung von Störungen an [TMC 07]. Die Wahrnehmung dieser Systemverantwortung und die Stabilität des EES bilden dabei die Grundlage. Unter dem Begriff der Systemverantwortung werden folgende Punkte gefasst:

- der Sicherstellung des Leistungsgleichgewichts zwischen Erzeugung und Verbrauch,
- der Einhaltung von Spannungsgrenzwerten sowie der maximal zulässigen Betriebsmittelbelastung im Übertragungsnetz und
- der Umsetzung erforderlicher Maßnahmen im Rahmen der Systemdienstleistungen<sup>1</sup> (SDL) und des Systemschutzes.

Die Stabilität und auch die Wahrnehmung der Systemverantwortung müssen sowohl im Normalbetrieb als auch bei Störungen sichergestellt sein. In dafür notwendigen Systemstudien wird die Rückwirkung der Verteilungsnetze auf die transiente und statische Stabilität trotz der zunehmenden Substitution thermischer Kraftwerke durch dezentrale Erzeugungsanlagen, bisher nur stark vereinfacht abgebildet [NEP 12]. Die statische und transiente Stabilität der Generatoren ist ein Teilaspekt der Systemstabilität (siehe Abschnitt 1.2.2) und wird durch die Transformation des EES beeinflusst, da die dominierende Wirkung der thermischen Kraftwerke mit direktem Übertragungsnetzanschluss auf das Systemverhalten sukzessive zurückgeht.

Auch die Verteilungsnetze werden durch den ständig wachsenden Anteil an dezentraler Erzeugung vor neue Herausforderungen gestellt. Neben dem horizontalen (im Verteilungsnetz) und vertikalen (Verknüpfung zum Übertragungsnetz) Netzausbau zum Leistungstransport führt deren zum großen Teil volatile – und im Vergleich zum Verbrauch örtlich hohe – Einspeisung aus dezentralen Erzeugungsanlagen zu Spannungsschwankungen und zu neuen Effekten wie der Rückspeisung von Wirkleistung sowie zeitweise deutlich höherem Blindleistungsbezug und höherer Blindleistungsrückspeisung gegenüber dem Übertragungsnetz. In der Vergangenheit wurde der Blindleistungsbedarf der Verteilungsnetze von Kraftwerken und zum Teil durch Ladestromkompensationsspulen des Übertragungsnetzbetreibers ausgeglichen. Mit der Verlagerung der Erzeugung in die Verteilungsnetze können und sollten diese in Zukunft eine eigene Verantwortung zur Blindleistungsbereitstellung übernehmen [DCC 16]. Dafür wird es notwendig, dass dezentrale Erzeugungsanlagen Blindleistung und Kurzschlussleistung bereit stellen [DEN 14].

Ein detailliertes Verständnis des Verhaltens dezentraler Erzeugungsanlagen ist Voraussetzung für eine adäquate Abbildung der resultierenden Rückwirkungen in den Stabilitätsanalysen der Übertragungsnetzbetreiber. Durch den zurückgehenden Betrieb von Synchrongeneratoren im Übertragungsnetz und die Zunahme von Erzeugungsanlagen im Verteilungsnetz nimmt der kumulierte Einfluss der Verteilungsnetze auf die stationäre und transiente Stabilität im Übertragungsnetz zu. In Folge dessen steigt auch die Bedeutung des Verständnisses für Vorgänge zwischen den dezentralen Erzeugungsanlagen innerhalb der Verteilungsnetze und den vorgelagerten Netzebenen.

---

<sup>1</sup>Diese umfassen Frequenzhaltung, Spannungshaltung, System-/Betriebsführung und Versorgungswiederaufbau [TMC 07].

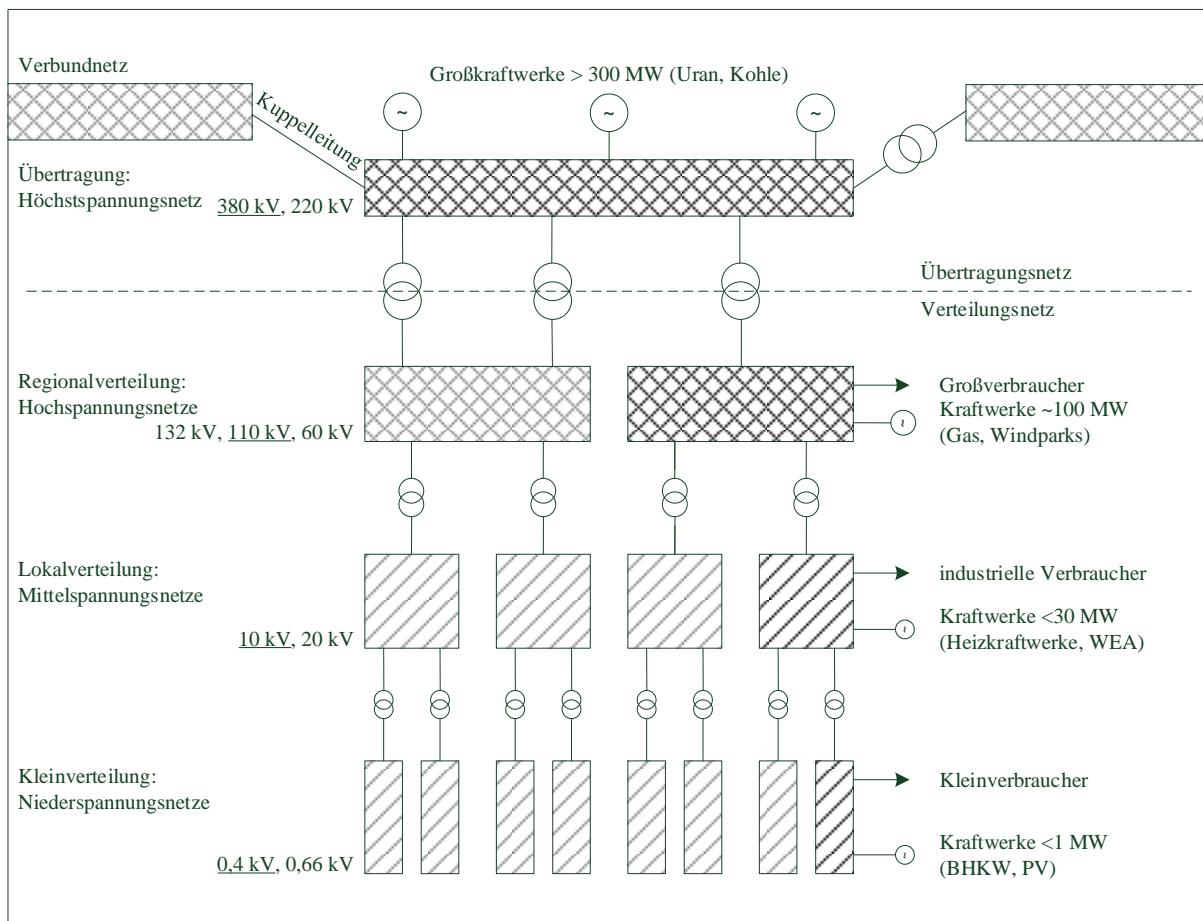
## 1.2 Stand der Technik

Um eine zuverlässige Bereitstellung von elektrischer Energie zu ermöglichen, muss ein EES unter normalen (stationären) Randbedingungen in der Lage sein, einen Arbeitspunkt zu halten und bei Ausgleichsvorgängen ohne Überlastung der Betriebsmittel und ohne die Netztrennung weiterer Erzeugungsanlagen in einen stabilen Arbeitspunkt zurückzufinden [KUN 07, S. 17].

In diesem Abschnitt wird die Einordnung der statischen und transienten Stabilität in Verteilungsnetzen im Kontext der elektrischen Energieversorgung dargestellt. Dafür wird zunächst der grundlegende Aufbau des EES beschrieben. Darauf aufbauend werden relevante Stabilitätsphänomene und die Voraussetzungen für Stabilitätsanalysen erläutert und abschließend deren Relevanz im Verteilungsnetz diskutiert.

### 1.2.1 Aufbau des Elektroenergiesystems

Während die Systemstabilität in der Vergangenheit im Wesentlichen eine Herausforderung auf der Übertragungsnetzebene war, haben der Aufbau und die Funktionsweise des EES über alle Spannungsebenen hinweg zunehmenden Einfluss auf die Ausprägung der in Abschnitt 1.2.2 aufgeführten Stabilitätseffekte [HUA 06].



**Abbildung 1:** Aufbau des Elektroenergiesystems (Zahlenwerte nach [CRA 00])

Grundlegend kann zwischen Erzeugungsanlagen, Netzbetriebsmitteln und Verbrauchern unterschieden werden. Erzeugungsanlagen stellen elektrische Energie bereit, welche an anderen Orten von den Verbrauchern konsumiert wird. Dabei verhalten sich die Verbraucher und der Großteil der EEG-Anlagen nicht deterministisch. Dies wird durch Prozesse der Netzbetreiber zur Herstellung des Wirkleistungsgleichgewichts kompensiert. Das elektrische Netz ermöglicht den physikalischen Austausch dieser Energien über große Entfernungen und in der Fläche. Es

kann nach diesen Funktionen in Übertragungsnetze und Verteilungsnetze aufgeteilt werden (siehe Abbildung 1).

Die Spannungsebenen sind hierarchisch strukturiert und über Transformatoren miteinander verbunden, welche ab der MS-Ebene aufwärts über regelbare Stufenstellungen verfügen, mit denen die Spannungen auf der Unterspannungsseite gestellt werden. In besonderen Netzkonfigurationen werden auch MS-NS-Transformatoren als regelbare Ortsnetztransformatoren (rONT) eingesetzt, um spannungsbedingten Netzausbau im Verteilungsnetz zu vermeiden. In den Übertragungsnetzen kommen vereinzelt auch Transformatoren mit Schräg- und Querregelung zum Einsatz. Diese beeinflussen zur Vermeidung von Netzüberlastungen nicht nur die Spannungsbeträge sondern auch die Spannungswinkel und somit den Wirkleistungsfluss. In diesen Fällen können die Transformatoren auch Netzknoten mit identischer Nennspannung verbinden. Mit Ausnahme der Niederspannungsnetze und Kraftwerksanbindungen werden normalerweise parallele Transformatoren aufgestellt, um die Verfügbarkeit zu erhöhen. Zu unterscheiden sind

- Maschinen- bzw. Blocktransformatoren (am HöS-Netz 300-1200 MVA) zur Anbindung von Erzeugungsanlagen an Netze mit höherer Spannung,
- Eigenbedarfstransformatoren, zur internen Versorgung von Kraftwerken,
- Netzkuppeltransformatoren (300-600 MVA) zur Verbindung von Netzen unterschiedlicher Spannungsebenen im Übertragungsnetz,
- Verteilungstransformatoren (12,5-300 MVA) zur Anbindung der Verteilungsnetze an die höherliegenden Spannungsebenen und
- Ortsnetztransformatoren ohne automatische Stufenstellung (0,1-2,5 MVA) zur Versorgung der Niederspannungsnetze bzw. deren regelbare Umsetzung (rONT).

Die originäre Aufgabe der Übertragungsnetze ist der Transport elektrischer Energie von den Großkraftwerken (>300 MW) zu den Verbrauchszentren. Die Übertragungsnetze sind Höchstspannungsnetze und arbeiten in Deutschland mit Nennspannungen von 220 kV und 380 kV. In Zentraleuropa sind die nationalen Übertragungsnetze zu einem gemeinsamen Verbundnetz zusammengeschlossen. Eingeführt wurde dieser Verbund vor allem mit dem Ziel der gegenseitigen Unterstützung bei Störungen. Hierbei ist die größere Summe an Schwungmassen der Synchrongeneratoren und die gegenseitige Unterstützung durch Primärregelleistung ausschlaggebend. Die Kupplung mit anderen Verbundnetzen (asynchron betriebene Synchrongebiete) erfolgt über HGÜ-Systeme. Diese werden zur Kopplung der Strommärkte auch in Zukunft immer weiter ausgebaut und kommen darüber hinaus als Kuppelleitung innerhalb des vermaschten kontinentaleuropäischen Übertragungsnetznetzes sowie innerhalb nationaler Übertragungsnetze [NEP 12] zur Anwendung.

Die Aufgabe der Verteilungsnetze ist die Anbindung der Verbraucher mit der benötigten elektrischen Anschlussleistung. Gleichzeitig werden in den Verteilungsnetzen kleinere Kraftwerke und EEG-Anlagen angeschlossen. Die Verteilungsnetze lassen sich nach [CRA 00] in Netze zur Regionalverteilung, Netze zur Lokalverteilung und Netze zur Kleinverteilung aufteilen. Netze zur Regionalverteilung sind Hochspannungsnetze mit 60-132 kV. Sie werden wie das Übertragungsnetz meist vermascht betrieben und können mehrere Netzanschlusspunkte zum Übertragungsnetz aufweisen. Sie können teilweise auch regionale Übertragungsnetzaufgaben übernehmen. Erzeugungsanlagen und Verbraucher im Bereich um 100 MW werden in diesen Netzen angeschlossen. Netze zur Lokalverteilung sind Mittelspannungsnetze, welche mit 10 bis 20 kV betrieben werden. Sie dienen der direkten Versorgung von Industrie und Gewerbe. Erzeugungsanlagen mit Leistungen kleiner 30 MW können in Mittelspannungsnetze einspeisen. Mittelspannungsnetze werden meist nicht vermascht betrieben und weisen nur eine Anbindung an das vorgelagerte Hochspannungsnetz auf. Nach Störungen bestehen aber Möglichkeiten zur schnellen Umschaltung auf andere

Netzanschlusspunkte oder andere Netztopologien. Netze zur Kleinverteilung sind Niederspannungsnetze mit 400 V und in der Industrie auch mit 660 V. Sie dienen vor allem der Versorgung der privaten Haushalte und anderer Kleinverbraucher. Hier liegt die Leistung angeschlossener Erzeugungsanlagen deutlich unter 1 MW. Der Vermaschungsgrad ist sehr gering, da Nieder- und Mittelspannungsnetze meist in offenen Ringen betrieben werden.

Die unterschiedlichen Aufgaben der Netzebenen ziehen auch verschiedene technologische Lösungen und große Unterschiede in den elektrischen Eigenschaften der Netzanschlusspunkte nach sich (siehe Tabelle 1).

**Tabelle 1:** Kenndaten der Netze auf verschiedenen Spannungsebenen nach [BDE 14] (Stand 2013) und DIN VDE 0532 (typische Werte der Kurzschlussleistung  $S_k$ )

| Spannung           | 380 kV           |       | 110 kV           |       | 20 kV            |       | 0,4 kV           |       |
|--------------------|------------------|-------|------------------|-------|------------------|-------|------------------|-------|
| Technologie        | Frei-<br>leitung | Kabel | Frei-<br>leitung | Kabel | Frei-<br>leitung | Kabel | Frei-<br>leitung | Kabel |
| Anteil ca.         | 99,5 %           | 0,5 % | 91 %             | 9 %   | 21 %             | 79 %  | 11 %             | 89 %  |
| R/X-<br>Gesamtnetz | 0,1              |       | 0,2              |       | 1,7              |       | 3,4              |       |
| Typisches $S_k$    | ~40 GVA          |       | ~6 GVA           |       | ~0,5 GVA         |       | -                |       |

In den Verteilungsnetzen werden vorrangig Windenergieanlagen (WEA), Photovoltaikanlagen (PV), Biogasanlagen, Kleinwasserkraftwerke und Blockheizkraftwerke (BHKW) installiert. Dabei werden PV-Anlagen und Teile der WEA ausschließlich über Umrichtertechnik (Vollumrichter) angeschlossen. Bei allen anderen Anlagen werden die Generatoren zumeist direkt an das Netz angeschlossen. Das gilt auch für doppeltgespeiste Asynchronmaschinen (DFIG), welchen aber über eine zusätzliche leistungselektronische Speisung des Rotors eine variable Drehzahl möglich ist. Die durchschnittliche Anlagenleistung von WEA beträgt für Neuanlagen ca. 3,0 MW (Stand 2017). Obwohl dem Transportaufwand bei der Errichtung und die Akzeptanz von Neuanlagen Grenzen gesetzt sind, nimmt die durchschnittliche Anlagenleistung weiterhin zu. Gleichzeitig ist ein Trend hin zu Schwachwindanlagen mit höheren Volllaststunden zu beobachten. Kleine PV-Anlagen im Niederspannungsbereich (<13,8 kVA) speisen zumeist einphasig ein. Für größere Leistungen bis hin zu Wechselrichtern in Solarparks werden dreiphasige Wechselrichter eingesetzt. Der Mittelwert der installierten Anlagenleistungen von Photovoltaikanlagen liegt bei 24 kWp. Der Medianwert von neuinstallierten Solaranlagen liegt bei ca. 9 kWp. Blockheizkraftwerke sind Verbrennungsmotoren oder Gasturbinen, die einen großen Teil der erzeugten Energie über einen Generator in elektrische Energie umwandeln. Durch die Nutzung der Restwärme kann ein Wirkungsgrad der Gesamtanordnung von über 90 % erreicht werden. Anhand der elektrischen Leistung werden Blockheizkraftwerke in Mikro-BHKW (von 5 bis 15 kW), Mini-BHKW (bis 50 kW) und BHKW (bis 5 MW) kategorisiert. Für Blockheizkraftwerke und Gasturbinen, finden bei kleinen Anlagenleistungen aus Gründen der Wirtschaftlichkeit Asynchrongeneratoren Anwendung. Bei großen Anlagenleistungen und für Inselnetzanwendungen ohne Anbindung an das öffentliche Netz wird auf Synchrongeneratoren zurückgegriffen. Mit größeren Anlagenleistungen steigen die elektrischen Wirkungsgrade von 20 bis auf 40 %. Aufgrund der angestrebten Entwicklung hin zu einer stärkeren Sektorkopplung zum Gas- und Wärmemarkt, ist zu erwarten, dass die Menge an BHKW- und Biogasanlagen in Zukunft deutlich ansteigt. So prognostiziert der deutsche Netzentwicklungsplan für 2035 [BNA 20] 8 bis 17 GW neuer Gaskraftwerke, welche für eine räumliche Nähe zu Wärmelasten dezentral umgesetzt werden müssten.

Sowohl die Liberalisierung des Strommarktes als auch die Energiewende führen zu einer veränderten Nutzung des elektrischen Netzes. Im Zuge dieser Transformation des EES übernehmen alle Spannungsebenen des elektrischen Netzes neue Aufgaben, welche bei deren Auslegung und Bau noch nicht berücksichtigt werden konnten.

### 1.2.2 Übersicht Systemstabilität

Die Instabilität von Erzeugungsanlagen wurde bereits 1920 [STM 20] als Problem erkannt. Die Versorgung von Verbrauchszentren durch weit entfernte Wasserkraftwerke führte zu einem Betrieb am Rande der statischen Stabilität. Diese Betriebsweise hatte auch den Verlust der transienten Stabilität nach Störungen zur Folge und führte zu unerwarteten Versorgungsausfällen. Durch die begrenzte Rechentechnik wurden Untersuchungen nur für Ein- und Zweimaschinenprobleme durchgeführt. Die Generatoren wurden in beiden Fällen mit ihrer Bewegungsgleichung berücksichtigt, aber mit konstanter Amplitude der Spannungsquellen abgebildet. Für komplexere Netze mussten skalierte physikalische Modelle aufgebaut und gemessen werden. Die statische Spannungsstabilität gewann mit dem Einsatz von schnellen Spannungsreglern an Bedeutung. Diese wurden eingeführt, um die transiente Stabilität zu verbessern. Für diese Untersuchungen mussten die Spannungsregelungen berücksichtigt werden, was bei Zeitbereichssimulationen auch längere Untersuchungszeiträume zur Folge hatte [KUN 07].

Der Zusammenschluss verschiedener Netze zu Synchrongebieten führte zu einer deutlichen Verbesserung der Frequenzstabilität und der statischen Stabilität (vgl. Abbildung 2). Das lag zum einen an der steigenden Schwungmasse bezogen auf die möglichen Störungen und zum anderen am Anstieg der Kurzschlussleistung. Dadurch wurde aber gleichzeitig die Komplexität der Stabilitätsprobleme erhöht. Die Eigenschwingungen der Generatoren und Turbinen sowie das Phänomen der Netzpendelungen gewannen an Bedeutung. Bei Untersuchungen zur Stabilität war man nun auf Computer angewiesen.

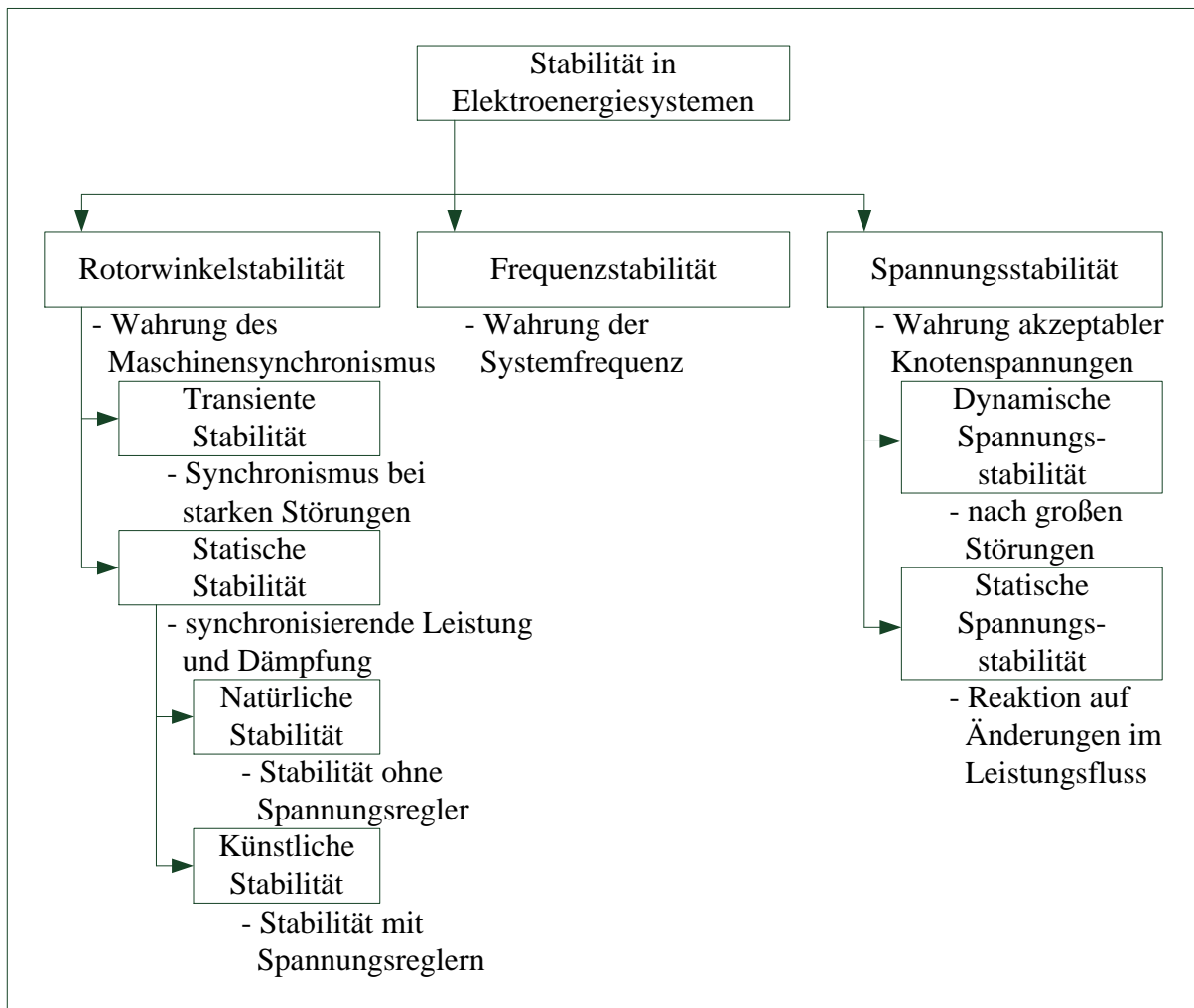
Mit der Größe der Netzgebiete sind aber auch die Anforderungen an die Zuverlässigkeit der Versorgung gestiegen. In Folge von Störungen ist es heute nicht nur zu vermeiden, dass die Generatoren Schaden nehmen, sondern auch sicherzustellen, dass solche Störungen von den Erzeugungsanlagen sicher durchfahren werden. Heute sehen wir eine immer höhere Auslastung des EES, was in absehbarer Zukunft dazu führt, dass sie häufiger und näher an den Stabilitätsgrenzen betrieben werden [BET 17]. Deshalb ist eine kontinuierliche Überprüfung der absehbaren Entwicklungen in Bezug auf das sichere Durchfahren von Störungen notwendig [DEN 20].

Für die Untersuchung der Systemstabilität wird eine Unterteilung in eine Reihe von Stabilitätsformen vorgenommen (vgl. Abbildung 2). Diese Unterteilung unterscheidet sich nach den zu untersuchenden Phänomenen, die in vielen Fällen unabhängig voneinander und mit unterschiedlichen Modellen der Systeme untersucht werden können. Zusätzlich wird häufig eine weitere Differenzierung nach Kurzzeit- und Langzeitbereich vorgenommen. Diese unterscheiden sich vor allem hinsichtlich der modellierten Effekte und Regler. In dieser Arbeit steht der Kurzzeitbereich im Vordergrund.

Der vermehrte Einsatz von Umrichtern, wie sie bei dezentralen Erzeugungsanlagen häufig zum Einsatz kommen, kann sich auf alle Formen der Stabilität auswirken. Erfolgt die Einspeisung vorrangig mit solchen Betriebsmitteln, spricht man von umrichterdominierten Netzen. Im Gegensatz zum Einsatz von Synchronmaschinen der thermischen Kraftwerke erfolgt durch sie heute kein adäquater Beitrag zu Kurzschlussleistung und Schwungmasse [WIW 18]. Im Gegenteil besteht durch das Verhalten der Umrichter als Leistungsquellen bzw. -senken die Gefahr eines negativen Einflusses auf diese Vorgänge. Grund ist, dass eine schnelle Leistungsregelung bei der Anpassung von Wirk- und Blindströmen der Ursache einer Störung



zumeist nicht entgegenwirkt. Überlagerte netzstützende Funktionen, die angepasste Wirk- und Blindleistungsarbeitspunkte vorgeben, weisen immer eine regelungstechnisch bedingte Verzögerung auf, welche zudem durch die kaum vorhandene Überlastfähigkeit in ihrer Leistungsfähigkeit eingeschränkt ist. Vorteilhaft ist dagegen, dass EEG-Anlagen witterungsbedingt meist im Teillastbetrieb fahren und dadurch in Summe mit deutlich höherer installierter Leistung gleichzeitig in Betrieb sind als ein äquivalenter Kraftwerkspark, bei dem tendenziell ein Betrieb mit möglichst wenigen Kraftwerken bei voller Leistung angestrebt wird. So werden große Leistungsreserven für die dynamische und stationäre Reaktion auf Störungen vorgehalten.



**Abbildung 2:** Aufteilung der Stabilität in Elektroenergiesystemen nach [KUN 07, S. 36] und [OSW 05, S. 2]

Die Rotorwinkelstabilität von Synchrongeneratoren und Generatorgruppen wird untersucht, um den Verlust des Synchronismus eines Generators (ungeplante Trennung vom Netz und ggf. Beschädigung) bzw. einer Generatorgruppe (Auftrennung des Synchrongebiets) zu vermeiden. In dieser Arbeit wird der Schwerpunkt auf diesen Aspekten der Systemstabilität liegen.

Für die Bewertung der transienten Stabilität werden dynamische Netzberechnungen mit quasistationären Netzgrößen in Form von Zeigergrößen durchgeführt [OSW 92]. Für vereinfachte Betrachtungen kann für die Synchrongeneratoren eine transiente Ersatzschaltung mit konstanter Spannungsquelle angenommen werden. Bereits bei der Berücksichtigung einer schnellen Spannungsregelung erfolgt die Änderung des Betriebspunktes in den zu untersuchenden Fällen aber so schnell, dass die Betriebsmittel mit detaillierten Gleichungssystemen beschrieben werden müssen, um quantitative Aussagen treffen zu können.

Die Untersuchungen erfolgen auf Basis einer numerischen Integration der nichtlinearen Systemgleichungen. Anwendung findet dabei häufig das Runge-Kutta-Verfahren [OED 11]. Neben den Bewegungen der Generatorläufer müssen auch die Läuferflussverkettungen abgebildet werden. Kritisch sind vor allem Kurzschlüsse in Kraftwerksnähe, die aufgrund von Schutzauslösungen zum Ausfall von Leitungen führen. Während des Fehlerereignisses können die Erzeugungsanlagen keine bzw. weniger Wirkleistung abgeben und werden beschleunigt. Nach der Fehlerklärung durch den Netzschutz stehen weniger Leitungen zum Abführen der überschüssigen Energie zu Verfügung. Das ist besonders dann relevant, wenn der Ausfall auf einem hochbelasteten Transitzkorridor stattfindet. Ist die Vorbelastung hoch, wird das Abführen der überschüssigen Energie erschwert. Können die Generatoren die dadurch temporär in der Rotorschwingmasse eingespeicherte Energie nicht wieder an das Netz abgeben, verlieren dies den Synchronismus und müssen vom Netz getrennt werden. Um solchen Situationen vorzubeugen, werden im Wesentlichen die folgenden Gegenmaßnahmen im Sinne der transienten Stabilität ergriffen:

- das Einführen von stabilitätsbedingten betrieblichen Stromgrenzwerten auf Leitungen (geringere zulässige Auslastung im Grundfall),
- die Umsetzung von *vast-valving* (schnelle Leistungsreduktion) in neuen Kraftwerken,
- ein übererregter Betrieb gefährdeter Kraftwerke,
- die Installation von *Power-System-Stabiliser* (PSS) in Kraftwerken und
- die Bereitstellung zusätzlicher dynamischer Spannungsstützung im Transitzkorridor.

Die statische Rotorwinkelstabilität betrachtet unterschiedliche Phänomene, die auch bei stationären Arbeitspunkten im Normalbetrieb auftreten können. Dazu gehören der Betrieb bei unzureichend gedämpften Schwingungen innerhalb der Kraftwerke, der Generator-Turbinen-Sätze sowie zwischen Generatoren und Generatorgruppen [KUN 07]. Die Anregung dieser Phänomene erfolgt permanent und wird zum Beispiel durch die ständige Wirkleistungsfluktuation von Verbraucher und Erzeugungsanlagen hervorgerufen. Die ausreichende Dämpfung der Eigenschwingungen muss bereits bei der Auslegung der Kraftwerke und der Regelungen berücksichtigt werden. Die Untersuchungen erfolgen zumeist für einzelne Kraftwerke, wobei die Kraftwerke in elektrischer Nähe ebenfalls detailliert abgebildet werden. Der Nachweis des schwingungsarmen Verhaltens wird dann durch die Sprungantwort auf ein Ereignis geprüft. Dabei wird das Simulationsmodell einer plötzlichen Störung ausgesetzt, die alle potentiellen Eigenschwingungen anregt. Im Fall von inter-area-oscillations (Schwingen von Generatorgruppen bzw. Netzpendelungen) muss immer eine Betrachtung des Gesamtsystems erfolgen. Betrachtung findet hierbei zumeist der Ausfall eines großen Kraftwerks in der Peripherie des Netzes. Das Netzmodell muss die Impedanzverhältnisse zwischen den schwingenden Generatorgruppen abbilden. Außerdem spielen die Leistungsflusssituation und das dynamische Verhalten der Verbraucher eine entscheidende Rolle. Werden unzureichend gedämpfte Schwingungen festgestellt, können zusätzliche Maßnahmen wie PSS und die Anpassung der Spannungsregelung notwendig werden [WEB 91]. Dabei gilt, dass die aktive Dämpfung derartiger Schwingungen mit größerer Ausdehnung der Netze und der Zunahme spannungsunabhängiger Verbraucher aufwändiger wird. Die zunehmende Spannungsunabhängigkeit des Wirkleistungsbezugs ist dabei auf die Anwendung von Leitungselektronik zurückzuführen, da diese die Verbraucher (z. B. Motoren) dynamisch vom Netz entkoppelt und qualitativ wie eine konstante Leistungssenke wirken lässt. Der gleiche Effekt führt auch allgemein zu einer geringeren Dämpfung im Gesamtsystem und zu einer Reduktion des Selbstregeleffekts der Verbraucher im Rahmen der Frequenzstabilität.

Die Frequenzstabilität untersucht im Allgemeinen die Frequenzgleichsvorgänge in Folge von Ausfällen von Erzeugungsanlagen und Interkonnektoren zwischen Synchrongebieten. In diesen Fällen muss die Wirkleistungsbilanz durch die Wirkleistungsregelung des

Kraftwerkparks wieder hergestellt werden. Diese teilt sich in die schnelle und proportional wirkende Primärregelung, die nachgelagerte Sekundärregelung, welche die regionale Bilanzen wieder herstellt, und die manuell aktivierte Tertiärregelung auf [GEB 17]. Die Schwungmassen im Netz, der Lastselbstregeleffekt und die Primärregelung tragen maßgeblich zur Stabilisierung der Frequenz auf einen stationären Wert bei. Dabei werden in Zentraleuropa nach einer Störung stationäre Abweichungen von  $\pm 0,2$  Hz und dynamische Abweichungen von  $-0,8$  Hz als zulässig bewertet. Die Vorhaltung von Sekundär- und Tertiärregelleistung wird im Rahmen von Untersuchungen zur Frequenzhaltung sichergestellt. Untersuchungen zur Frequenzstabilität setzt die Rotorwinkel- und Spannungsstabilität der Erzeugungsanlagen voraus, so dass sich zusätzlich zum störungsbedingten Ausfall zunächst keine weiteren Erzeugungsanlagen vom Netz trennen. Darüber hinaus fallen aber auch die Folgen einer Netzauftrennung, bei der Gruppen von Generatoren voneinander getrennt werden, in den Bereich der Frequenzstabilität. Da hierbei deutlich größere Frequenzgradienten und -abweichungen auftreten können, nimmt die Bedeutung der Schwungmassen, der zugelassenen Leistungsreduktion von Erzeugungsanlagen und der unerwünschten oder zugelassenen Trennung von Erzeugungsanlagen zu. Darüber hinaus werden bei Frequenzabweichungen größer  $-1$  Hz bzw.  $+0,2$  Hz im Rahmen des Systemschutzplans Maßnahmen wie automatischer Lastabwurf bzw. eine schnelle Reduktion der Einspeisung von Erzeugungsanlagen eingeleitet.

Auch die Spannungsstabilität ist von hoher Bedeutung für das EES, da ein Spannungskollaps zum weiträumigen Ausfall von Erzeugungsanlagen führen kann. Ein Spannungskollaps entsteht, wenn durch ein Absinken der Spannungen die Ströme ansteigen und diese zu einem weiteren ungebremsten Absinken der Spannungen führen. Ähnlich wie bei der Rotorwinkelstabilität kann zwischen der statischen und der dynamischen Spannungsstabilität unterschieden werden.

Für die dynamische Spannungsstabilität muss während störungsbedingter Ausgleichsvorgänge kurzfristig ausreichend Blindleistung bereitgestellt werden, um die Spannung zu stützen. Dadurch kann die Auswirkung bzw. Ausdehnung von Fehlern auf benachbarte Netzbereiche reduziert werden. Hierbei müssen auch die Nichtlinearitäten der Spannungsregler und Verbraucher berücksichtigt werden [OSW 11, S. 182]. Die Spannungsabhängigkeit der Verbraucher wird voll wirksam, da die Transformatoren zwischen den Spannungsebenen in dem relevanten Zeitbereich von mehreren Sekunden nicht automatisch stufen. Analog zur transienten Stabilität ist vor allem der Ausfall von Leitungen relevant, da der Einschwingvorgang der Synchrongeneratoren nach der Fehlerklärung zu hohen Strömen auf den parallelen Leitungen führt und diese nach der Bereitstellung von Fehlerströmen zunächst spannungssenkend wirken und so dem Wiederaufbau der Spannung entgegenwirken.

Die statische Spannungsstabilität setzt sich mit der Spannungsänderung bei kleinen Leistungsflussänderungen auseinander. Für die Berechnung der statischen Spannungsstabilität wird auf die Abbildung der Bewegungsgleichungen (vgl. Abschnitt 2.1.1) verzichtet. Das hat zur Folge, dass die Berechnung auf Basis stationärer Leistungsflussberechnungen möglich ist. Für die Langzeitstabilität ist insbesondere die automatische Stufung der Transformatoren zu berücksichtigen, welche die Spannungsabhängigkeit der Lasten unwirksam macht. Die statische Spannungsstabilität kann zur Abschätzung der Leistungsaufnahmefähigkeit von Netzknoten dienen. Der automatischen Spannungsregelung kommt in Analysen zur Spannungsstabilität eine große Bedeutung zu [CRA 12]. Auch die Begrenzung der Erregung von Synchrongeneratoren kann einen signifikanten Einfluss auf das Auftreten eines Spannungskollapses haben.

### 1.2.3 Simulationen zur Stabilitätsbewertung

Um die Netzsicherheit sowohl bei der Netzplanung als auch beim Netzbetrieb gewährleisten zu können, müssen die möglichen Störungen und deren Eigenschaften bekannt sein. Darauf aufbauend wird deren Wirkung auf das EES abgeschätzt. Sind die abgeschätzten Beanspruchungen zu hoch oder sind Instabilitäten wahrscheinlich, können geplante Gegenmaßnahmen mit Hilfe von Simulationsmodellen verifiziert werden.

Im Allgemeinen haben sowohl die Größe der angenommenen Störungen also auch die Geschwindigkeit der zu untersuchenden Effekte einen erheblichen Einfluss auf die Wahl der Simulationsmodelle. Relativ kleine Störungen führen im Normalfall zu kleinen Änderungen der Zustandsgrößen des Systems und lassen somit die Analyse mit linearisierten Systemgleichungen zu. Große Störungen führen zu signifikanten Änderungen der Zustandsgrößen. In diesem Fall müssen die nichtlinearen Systemgleichungen des EES Anwendung finden.

Die Ausgleichsvorgänge lassen sich darüber hinaus entsprechend ihrer Frequenzbereiche klassifizieren ([IEE 96/1], [IEE 96/2], [IEE 95]). Die typischen Ursachen und der Frequenzbereich der Ausgleichsvorgänge sind in Tabelle 2 gegenübergestellt.

**Tabelle 2:** Ursachen und typische Frequenzbereiche von Ausgleichsvorgängen nach [IEE 95] und [CIG 90]

| Ursache  | Frequenzbereich    |
|--|--------------------|
| Netzpendelungen  | 1 bis 3 Hz         |
| Torsionsschwingungen   | 5 bis 120 Hz       |
| Transiente Drehmomente                                       | 5 bis 50 Hz        |
| Turbinenschaufelvibrationen                                  | 80 bis 250 Hz      |
| Schneller Sammelschienenwechsel                              | 1 bis 1000 Hz      |
| gegenseitige Beeinflussung von Reglern                       | 10 bis 30 Hz       |
| Rückwirkungen durch Harmonische und Resonanzen               | 60 bis 600 Hz      |
| Ferroresonanzen  | 1 bis 1000 Hz      |
| Lastabwurf   | 0,1 bis 3 kHz      |
| Fehlerklärung  | bis 3 kHz          |
| Fehlereintritt   | bis 20 kHz         |
| Zuschalten leerlaufender Leitungen                           | bis 20 kHz         |
| automatische Wiedereinschaltung                              | bis 20 kHz         |
| Wiederkehrspannung bei Klemmenfehlern                        | bis 20 kHz         |
| Wiederkehrspannung auf kurzen Leitungen                      | bis 100 kHz        |
| Mehrfachrückzündungen im Leistungsschalter                   | 10 kHz bis 1 MHz   |
| Blitzeinschlag oder Fehler in Umspannwerken                  | 10 kHz bis 3 MHz   |
| Einfache Rückzündung im Leistungsschalter oder Fehler in GIS | 100 kHz bis 50 MHz |

Systemmodelle, die das Verhalten eines EES vollständig abbilden und somit zur Untersuchung aller Stabilitätskriterien geeignet wären, sind sehr komplex. In der Praxis ist ihre Anwendung ineffizient, da meist nur ausgewählte Effekte unter speziellen Randbedingungen geprüft werden müssen. Um die Komplexität des Modells zu reduzieren, wird der multi-time-scale-Charakter des EES genutzt. Das System lässt sich klassisch in drei Eigenwertgruppen teilen, die für charakteristische Ausgleichsvorgänge verantwortlich sind und sich durch die Größenordnung der beteiligten Eigenfrequenzen unterscheiden (nach [OSW 91]):

- **elektromagnetische Ausgleichsvorgänge** (0,5-500 kHz) sind schnelle Ausgleichsvorgänge zwischen kleinen Energiespeichern in Folge von Störungen, Blitzeinschlägen oder Schalthandlungen, welche hohe Betriebsmittelbeanspruchungen nach sich ziehen können, aber für die in Abschnitt 1.2.2 beschriebenen Formen der Stabilität heute nicht relevant sind.
- **elektromagnetomechanische Ausgleichsvorgänge** (1-100 Hz) sind mittelschnell, haben lokal einen wesentlichen Einfluss auf das dynamische Verhalten von Synchrongeneratoren und müssen folglich bei Untersuchungen zur transienten Stabilität und zur dynamischen Spannungsstabilität berücksichtigt werden.
- **elektromechanische Ausgleichsvorgänge** (0,5-5 Hz) sind verhältnismäßig langsam und beruhen auf den Schwingungsgleichungen der Schwungmassen. Die beteiligten Betriebsmittel sind über große Netzbereiche verteilt. Diese Ausgleichsvorgänge werden bei Untersuchungen zur Frequenzstabilität berücksichtigt.

Diese Einteilung kann in erster Näherung durch die Anwendung der Singular Perturbation Methode bestätigt werden [KOK 80]. Sollen Untersuchungen für bestimmte Vorgänge durchgeführt werden, werden deutlich langsamere Vorgänge als unbeeinflusst angesehen. Die zugehörigen Zustandsgrößen  $z_{\text{langsam}}$  werden dann als konstant angenommen. Durch diese Näherung wird die zeitliche Gültigkeit des Modells jedoch eingeschränkt. Tatsächlich haben schnellere Vorgänge wenigstens durch ihren gleitenden Mittelwert einen Einfluss auf die langsameren Vorgänge. Deren vollständige Berücksichtigung würde die benötigte Rechenzeit jedoch erheblich erhöhen. Sollen nur die langsameren Vorgänge untersucht werden, kann das Verhalten der schnellen Zustandsgrößen vereinfacht in einen schnellen und einen langsamen Anteil aufgeteilt werden. Der schnelle Anteil wird dann in jedem Zeitpunkt als abgeklungen (quasistationär) betrachtet. Für den langsamen Anteil ergibt sich dann eine algebraische Abhängigkeit von den langsamen Zustandsgrößen [HOF 03]. Bei dieser Näherung wird wiederum die Stabilität der schnelleren Vorgänge vorausgesetzt.

Dieser Ansatz ist auch geeignet, um vereinfachte Modelle innerhalb der oben genannten Kategorien abzuleiten. Für die Systemmodellierung bei den beschriebenen Stabilitätsuntersuchungen folgt im Allgemeinen, dass

- in allen Fällen mit quasistationären Strömen und Spannungen gerechnet werden kann, weil die wesentlichen Eigenfrequenzen der Erzeugungsanlagen deutlich niedriger sind als die des Netzes – hier bietet sich die Netzberechnung in symmetrischen Komponenten an, welche auch unsymmetrische Netzzustände berechnen kann [OSW 92] –,
- bei der Untersuchung von Polradpendelungen, transienter Stabilität und der dynamischen Spannungsstabilität mit transienten Maschinenmodellen (siehe Abschnitt 2.1.2) gearbeitet wird und bei allen langsameren Stabilitätsformen die Verwendung von Maschinenmodellen für stationäre Betriebszustände ausreicht,
- große Drehzahländerungen nur bei Analysen zur Frequenzstabilität auftreten und somit auch die Leistungsregelung nur hier Berücksichtigung findet.

Praktisch existieren für alle Betriebsmittel des EES Modelle, die für unterschiedliche Untersuchungsbereiche geeignet sind. Die in dieser Arbeit vorgestellten Betriebsmittelmodelle werden im Rahmen von Systemuntersuchungen eingesetzt. Für die Untersuchungen der einzelnen Betriebsmittel stehen auf der Herstellerseite meist noch deutlich detailliertere Modelle zu Verfügung.

Für Simulationen zur Rotorwinkelstabilität, macht die Richtlinie zur Modellierung und Analyse von transienten Vorgängen der 'Slow Transients Task Force of IEEE Working Group on Modelling and Analysis of System Transients Using Digital Programs' [IEE 95] umfassende

Vorgaben auf welche Art und Weise die beschriebenen Betriebsmittel von elektrischen Netzen abgebildet werden sollten (Tabelle 3).

**Tabelle 3:** Modellgenauigkeit der Betriebsmittel zur Untersuchung der Rotorwinkelstabilität nach [IEE 95]

| Betriebsmittel                            | Statische Stabilität   | Transiente Stabilität                       |
|---|--|---|
| Synchrongeneratoren                       | stationäres oder transientes Modell                            | transientes Modell mit Sättigung            |
| Turbinen-Generator System                 | Masse-Feder-System   | Masse-Feder-System                          |
| Leistungstransformatoren                  | Model für niedrige Frequenzen mit Sättigung                    | Model für niedrige Frequenzen mit Sättigung |
| Leitungen                                 | $\pi$ -Ersatzschaltbild  | $\pi$ -Ersatzschaltbild                     |
| Kompensationskapazitäten                  | ideale Kapazität   | ideale Kapazität                            |
| Kompensationsspulen                       | R-L-Reihenschaltung  | R-L-Reihenschaltung                         |
| Statische Verbraucher                     | feste Impedanz   | feste Impedanz                              |
| Motorische Verbraucher                    | dq0-System der Wicklungen und Masse-Feder-System               | Spannungsquelle hinter konstanter Impedanz  |
| HGÜ                                       | detaillierter Konverter und linearisiertes Regler-Model        | detaillierte Konverter- und Regler-Modelle  |
| Blindleistungskompensation mit Umrichtern | detailliertes Umrichter-Modell und linearisiertes Regler-Model | detaillierte Umrichter- und Regler-Modelle  |
| Leistungsschalter                         | idealer Schalter   | idealer Schalter                            |
| Generatorregelung                         | vernachlässigbar   | vernachlässigbar                            |
| Schutzsysteme                             | ohne Einfluss  | Überspannungsschutz von Serienkapazitäten   |

Im Zuge der vermehrten dezentralen Einspeisung wurden auch die zugehörigen Erzeugungsanlagen in die Modelle des EES integriert. Die Schwerpunkte liegen heute auf WEA. Eine ausführliche Betrachtung zur WEA-Modellierung für Stabilitätsanalysen findet sich z. B. in [FOR 13].

#### 1.2.4 Stabilität im Verteilungsnetz

Der Stabilität von Generatorgruppen innerhalb von Verteilungsnetzen wird heute noch keine hohe Bedeutung beigemessen, da zum einen eine Stützung durch das "starre" Übertragungsnetz bereitgestellt wird und zum anderen der Ausfall von einzelnen 110-kV-Teilnetzen meist keine systemgefährdenden Folgen nach sich ziehen würde. Schwerpunkt der Betrachtungen zur Stabilität in Verteilungsnetzen sind daher zumeist die Stabilität einzelner Anlagen an ihrem Netzanschlusspunkt, wie in [SIR 14] und [NGU 15], oder das Zusammenspiel in Inselnetzen ohne Verbindung mit dem öffentlichen Netz, wie in [KAT 07], [SET 10], [HID 11] und [CHE 14]. In den meisten Fällen steht dabei die Betrachtung von Windenergieanlagen im Vordergrund. Es finden sich aber auch vereinzelt Analysen zu Inselnetzen, die durch kleine Gasturbinen [DON 96] oder Brennstoffzellen dominiert werden [JUR 05]. Besonders vor dem Hintergrund der Integration von Anlagen auf Basis von erneuerbaren Energien in Inselnetzen gewinnt die Stabilität in Netzen mit sehr geringer Kurzschlussleistung eine höhere Bedeutung. Das ist insbesondere der Fall, wenn diese umrichterdominiert sind [VOE 09].

Durch ihre große Anzahl nehmen die Erzeugungsanlagen in den Verteilungsnetzen in Summe aber zunehmend Einfluss auf die Stabilität von Generatorgruppen im Übertragungsnetz. Dieser Effekt wird durch die Verlagerung von Erzeugung in die Verteilungsnetze stetig verstärkt. Um dem Rechnung zu tragen, werden auch hier an alle Erzeugungsanlagen bereits technische Netzanschlussregeln (TAR) gestellt, die das Verhalten bei Störungen sowie Spannungs- und Frequenzänderungen reglementieren. Die nationalen Regelwerke für Neuanlagen in den verschiedenen Spannungsebenen waren bisher [VDN 04], [BDE 08], [VDE 11] sowie [SDL 09] und sind seit 2019 die technischen Netzanschlussregeln des FNN ([VDE 18/1], [VDE 18/2], [VDE 18/3] und [VDE 18/4]). Die Einhaltung der Anforderungen wird durch Simulationen und Tests festgestellt. Bei dezentralen Erzeugungsanlagen kommt hier den Anlagengutachtern eine wichtige Rolle zu. Um lokalen Stabilitätsproblemen vorzubeugen, werden darüber hinaus Studien durchgeführt, die einen zusätzlichen Bedarf für Maßnahmen aufdecken sollen.

Zur Evaluierung aktueller und potentieller Netzanschlussregeln sowie für die Bewertung der transienten und statischen Stabilität im Übertragungsnetz sind Systemstudien notwendig, die das Verhalten der dezentralen Erzeugungsanlagen mit ausreichender Genauigkeit abbilden [HUA 06]. Der Schwerpunkte dieser Abbildung liegen dabei oft auf einer übergeordneten Optimierung der Reglereinstellungen ([YOU 98] [NIU 14], [CAL 15] und [MOH 19]), die ggf. dynamisch an die Betriebssituation angepasst werden.

In der Literatur werden die Modelle der dezentralen Erzeugungsanlagen für Systemstudien zumeist als gegeben vorausgesetzt. Betrachtungen zur Art der Modellierung und deren Rückwirkungen auf die Genauigkeit der Ergebnisse finden sich selten. Ausnahmen stellen die Arbeiten von [GUT 02], [SAL 03] und [SUN 19] dar. Hier werden die Rückwirkungen der Generatorparameter, der Mechanik innerhalb von Windenergieanlagen, des Kurzschlussleistungsverhältnisses am Netzanschlusspunkt und der Blindleistungsarbeitspunkt als relevante Einflussfaktoren auf die transiente Stabilität identifiziert. In [SAL 03] wird auch ein möglicher Einfluss durch die Länge der Netzanbindung identifiziert, welcher in dieser Arbeit genauer beleuchtet wird.

### 1.3 Aufgabenstellung

Das Ziel dieser Arbeit ist es, die notwendigen Rahmenbedingungen für die Modellierung der Interaktion von dezentralen Erzeugungsanlagen mit Drehfeldmaschinen in den Verteilungsnetzen bei Störungen in vorgelagerten Netzebenen zu identifizieren. Der Schwerpunkt soll dabei auf der Eignung verschiedener Modelle für Analysen der statischen Stabilität und der transienten Stabilität liegen. Dafür soll auf Basis einer detaillierten Systembeschreibung – mit Hilfe des Erweiterten Knotenpunktverfahrens (EKPV) [OSW 09] – ein vollständiges Referenzmodell erstellt werden. Dieses bildet im Rahmen dieser Arbeit die höchst mögliche Modellierungsgenauigkeit ab und soll als Vergleichsbasis zur Bewertung vereinfachter Modellierungen dienen. Das Referenzmodell ist in Abhängigkeit der Spannungsebenen realitätsnah zu parametrieren. Für die Betrachtung der transienten Stabilität werden 3-polige Fehler in der vorgelagerten Netzebene als Ereignisse herangezogen. Die Betrachtung der statischen Stabilität erfolgt analytisch auf Basis einer Linearisierung der Zustandsgleichungen des Gesamtsystems. Auf das Referenzmodell werden dann Näherungen angewendet, wie sie in klassischen Verfahren für Stabilitätsanalysen üblich sind. Dazu gehören Näherungen hinsichtlich der Netzmodellierung und hinsichtlich der Maschinenmodellierung. Darüber hinaus sollen die als geeignet identifizierten Modellierungsansätze mit Hilfe von Sensitivitätsbetrachtungen auf Ihre Robustheit geprüft werden. Dabei wird auf eine qualitative Aussage zur Stabilität der Erzeugungsanlagen und ein quantitativ gutes Abbild des Klemmenverhaltens Wert gelegt.

Die zugrundeliegenden Gleichungssysteme sollen so gestaltet werden, dass sie auf die Methoden zur Untersuchung der statischen und transienten Stabilität und die verschiedenen Modellierungsoptionen angepasst sind. Dazu zugehören vor allem eine einheitliche Schnittstelle der Maschinenmodelle zum Netz und die Wahl geeigneter Koordinatensysteme.

Im Sinne einer objektiven Beurteilbarkeit der Ergebnisse wird ausschließlich das unbeeinflusste natürliche Verhalten der Erzeugungsanlagen berücksichtigt. Dies entspricht einer worst-case-Betrachtung, da keine Maßnahmen zur künstlichen Verbesserung der Stabilität getroffen werden. Durch die strukturierte Aufstellung der Gleichungssysteme im EKPV ist aber eine Integration von Reglern in die Gleichungssysteme und damit auch in die beschriebenen Methoden zur Stabilitätsuntersuchung möglich. In der Konsequenz steht die Auswirkung von Umrichtern nicht im Fokus dieser Arbeit. Grundsätzliche Untersuchungen haben gezeigt, dass ein Verhalten der Umrichter als schnell geregelte Leistungsquelle keinen direkten Einfluss auf die statische und transiente Stabilität benachbarter Erzeugungsanlagen im Verteilungsnetz hat [WEI 11].

### 1.4 Aufbau der Arbeit

Zunächst erfolgt in Kapitel 2 eine Beschreibung der Grundlagen zur statischen und transienten Rotorwinkelstabilität auf Übertragungsnetzebene.

Für eine effiziente Analyse wird in Kapitel 3 die Transformation der klassischen Raumzeigerdarstellung in polare Koordinaten vorgeschlagen. Die Wahl geeigneter Koordinatensysteme ist relevant, weil zum einen durch die Untersuchungsmethode gewisse Anforderungen an das Verhalten der Zustandsgrößen der Systembeschreibung gestellt werden und sich dadurch zum anderen die notwendige Rechenzeit bei Simulationen beeinflussen lässt. Das Erweiterte Knotenpunktverfahren (EKPV) wird in Kapitel 4 als Beschreibung des gesamten EES herangezogen und erlaubt die Abbildung von Effekten auf Basis von nichtsinusförmigen Spannungen und Ströme. Diese Vorgehensweise folgt der Motivation, ausgehend von einer höheren Modellierungsgenauigkeit, belastbare Aussagen bezüglich der notwendigen Modellierungsgenauigkeit ableiten zu können. Durch eine Modifikation der Darstellung des EKPV wird gleichzeitig eine einheitliche Schnittstelle bereitgestellt, die eine



vollständig getrennte Beschreibung der in das EES integrierten Betriebsmittel bietet. Dadurch wird eine einfache Implementierung unterschiedlicher Beschreibungsformen bzw. Näherungen für Erzeugungsanlagen ermöglicht. Die Maschinenmodelle werden in Kapitel 5 auf Basis von Gleichungssystemen und Parametern beschrieben. Dabei werden die Parameter in Abhängigkeit der Anschlussleistungen approximiert. Dies ermöglicht die einfache Erstellung generischer Modelle, welche durch die Bemessungsscheinleistung der Komponenten definiert werden. Einzelne Näherungen für das Netzgleichungssystem, wie die Vernachlässigung der Kapazitäten, können direkt im EKPV eingesetzt werden. Weitere Näherungen erfordern die Annahme eingeschwungener Zustandsgrößen und eine entsprechende Umwandlung des Gleichungssystems. Die Begriffe eingeschwungen und quasistationär beziehen sich auf Zustandsgrößen, für die eine trägheitsfreie Zustandsänderung auf ihren stationären bzw. quasistationären Wert angenommen wird. Die Spannungen und Ströme (Netzzustandsgrößen) des Netzgleichungssystems werden in diesem Fall als quasistationär bezeichnet.

Auf Basis der beschriebenen Gleichungssysteme erfolgt in Kapitel 6 die Aufarbeitung von geeigneten Methoden für die Stabilitätsanalysen in Verteilungsnetzen. Schließlich werden in Kapitel 7 die entwickelten Modelle und Methoden in Testnetzen angewendet und auf Basis von Sensitivitäten Aussagen zur Abhängigkeit der Ergebnisgenauigkeit von der Art der Modellierung abgeleitet. Als Referenzmodell dient dabei das vollständige Modell der elektrischen Komponenten, welches auch Gleichanteile im Kurzschlussstrom und nichtsinusförmige Ströme und Spannungen berücksichtigt. Die vereinfachten Modelle werden aus diesem vollständigen Modell abgeleitet und entsprechen denen der klassischen RMS-Berechnung. In den Sensitivitätsanalysen werden für die identischen Maschinenmodelle und Testnetze Variationen der Arbeitspunkte bzw. Eigenschaftenvorgenen und geprüft, ob die resultierenden Rückwirkungen auf das Verhalten der Erzeugungsanlagen qualitativ und quantitativ abgebildet werden können. Im Vordergrund stehen bei der Bewertung der Ergebnisse die Kopplung zu den vorgelagerten Netzen und die potentielle Rückwirkung auf dort angeschlossene Erzeugungsanlagen.

Im Fazit in Kapitel 8 wird dann auf Basis der beobachteten Effekte und deren Abbildung durch die Modelle eine Empfehlung zur Modellierungsgenauigkeit dezentraler Erzeugungsanlagen für detaillierte Systemstudien abgeleitet. Diese Modellierungsgenauigkeit kann (und sollte) auch bei der Aggregation von Modellen Berücksichtigung finden.

Im Ausblick (Kapitel 9) können die Ergebnisse dieser Arbeit als Grundlage für die Netzmodellierung bei weiterführenden Systemstudien – wie zur Spannungs- und Frequenzstabilität – dienen. In Zusammenführung mit geeigneten Methoden zur Netzreduktion [KRA 18] können dann auch summarische Rückwirkungen auf das Übertragungsnetz dargestellt werden.

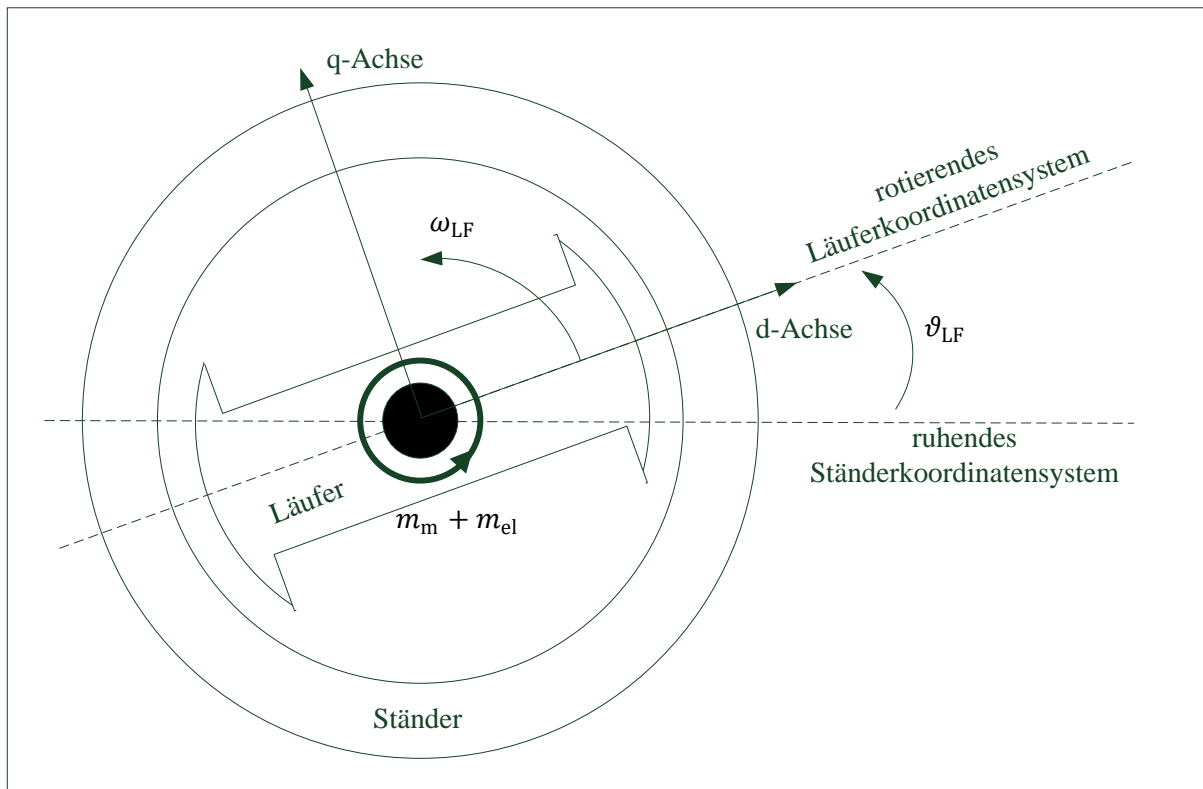
## 2 Grundlagen der Rotorwinkelstabilität im Übertragungsnetz

Die Grundlagen zur Untersuchung der Stabilität von Elektroenergiesystemen finden sich unter anderem in [MIR 00], [WAN 08] und [NEL 09]. Für die statische Stabilität und die transiente Stabilität soll im Folgenden eine detaillierte Beschreibung der konventionellen Vorgehensweise erfolgen. Wichtige Grundlage dafür ist die Modellierung der Generatoren.

### 2.1 Modellierung der Generatoren

#### 2.1.1 Bewegungsgleichung

Wesentlicher Ausgangspunkt für die Stabilitätsanalysen sind die mechanischen Bewegungsgleichungen der Synchronmaschinenläufer (Gleichung (2.2)). Diese bilden zunächst die individuellen zeitlichen Ableitungen der Zustandsgrößen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{LF}$  und Läuferwinkel  $\vartheta_{LF}$  der einzelnen Maschinen in Abhängigkeit von der angreifenden mechanischen und elektrischen Leistung  $P_m$  und  $P_{el}$  sowie dem konstruktionsbedingten Parameter  $k_m$  ( $k_m = p/\omega_0 J$ ). Die Größen sind in Abbildung 3 in Zusammenhang gestellt, wobei die Leistungen in mechanische Momente umgerechnet werden müssen ( $P = \omega_{LF} M$ ).



**Abbildung 3:** Schnittbild einer rotierenden Maschine ohne Darstellung der Wicklungen

Für  $k$  Synchronmaschinen gilt das Gleichungssystem (2.1). Die Kopplung zwischen unterschiedlichen Maschinen erfolgt über das elektrische Netz und äußert sich über die aufgenommene elektrische Leistung  $P_{el}$ .

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{LF,1} \\ \vdots \\ \dot{\omega}_{LF,k} \\ \dot{\vartheta}_{LF,1} \\ \vdots \\ \dot{\vartheta}_{LF,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{LF,1} \\ \vdots \\ \omega_{LF,k} \\ \vartheta_{LF,1} \\ \vdots \\ \vartheta_{LF,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{m,1} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & k_{m,k} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{m,1} + P_{el,1} \\ \vdots \\ P_{m,k} + P_{el,k} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Nach Einführung der Diagonalmatrix  $\mathbf{k}_m$  und der Einheitsmatrix  $\mathbf{E}$  lässt sich die Gleichung für die Vektoren der Zustandsgrößen formulieren.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{LF} \\ \dot{\vartheta}_{LF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_m + \mathbf{P}_{el} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Auf der Übertragungsnetzebene wird im Allgemeinen auf die Berücksichtigung der relativ kleinen ohmschen Verluste und mechanischen Reibungsverluste verzichtet, was zu einfachen Gleichungen führt. Die bekannte dämpfende und synchronisierende Wirkung der Synchronmaschinen verbirgt sich in der Bestimmung von  $\mathbf{P}_{el}$  und kann bei Bedarf als linearisierte Abhängigkeit von Läuferwinkelgeschwindigkeit und Läuferwinkel dargestellt werden (siehe Abschnitt 2.3.1).

### 2.1.2 Synchronmaschine

Im vollständigen Model einer Synchronmaschine werden neben der Bewegungsgleichung des Läufers die Energiespeicherungsfähigkeit der Rotor- und der Ständerwicklungen sowie deren magnetischen Kopplungen berücksichtigt. Die Bezeichnung der Wicklungen ist Abbildung 4 zu entnehmen. Die kurzgeschlossenen Wicklungen D und Q entsprechen der Dämpferwicklung des mit  $\omega_{LF}$  rotierenden Läufers. Die Erregung der Maschine erfolgt über die Erregerwicklung F und die Kopplung mit dem elektrischen Netz erfolgt über die Klemmen a, b und c.

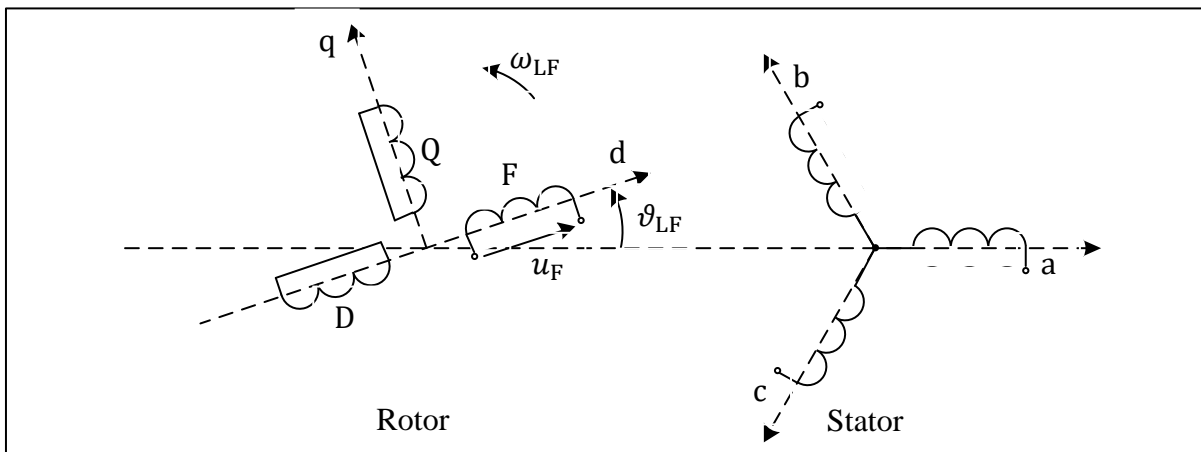


Abbildung 4: Anordnung und Bezeichnung der Wicklungen nach [KUN 07]

Als innere Zustandsgröße können die Ströme in den Läuferwicklungen  $\mathbf{i}_{LF} = [i_F \ i_D \ i_Q]^T$  oder die Flussverkettungen der Läuferwicklungen  $\boldsymbol{\Psi}_{LF} = [\Psi_F \ \Psi_D \ \Psi_Q]^T$  dienen. Letztere ergeben sich aus der überlagerten Wirkung der Läuferströme und der Ständerströme  $\mathbf{i}_S = [i_d \ i_q \ i_0]^T$ . Auf die Bedeutung der verwendeten Maschinenparameter wird in Abschnitt 5.1.10 eingegangen.

$$\begin{bmatrix} \Psi_F \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{FF} & L_{FD} & 0 \\ L_{DF} & L_{DD} & 0 \\ 0 & 0 & L_{hq} + L_{\sigma Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{hd} & 0 & 0 \\ L_{hd} & 0 & 0 \\ 0 & L_{hq} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Auch für die Berechnung der zeitlichen Ableitungen werden auch die Ständergrößen in dq0-Koordinaten transformiert. Dann beschreiben die Ströme  $i_d$  und  $i_q$  die Anteile der Ständerströme in der d- beziehungsweise q-Achse des Läufers (vgl. Abschnitt 3.1.2).

$$\begin{bmatrix} \dot{\Psi}_F \\ \dot{\Psi}_D \\ \dot{\Psi}_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_F R_F & 0 & 0 \\ k_D R_D & 0 & 0 \\ 0 & k_Q R_Q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{FF} & H_{FD} & 0 \\ H_{DF} & H_{DD} & 0 \\ 0 & 0 & H_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_F \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Die zeitlichen Ableitungen der Ständerströme in dq0-Koordinaten resultieren aus der Spannungsgleichung der Ständerwicklung, mit der netzseitigen Klemmenspannung  $\mathbf{u}_S = [u_d \ u_q \ u_0]^T$  und der subtransienten Spannung  $\mathbf{u}'' = [u_d'' \ u_q'' \ 0]^T$ .

$$\begin{bmatrix} L_d'' & 0 & 0 \\ 0 & L_q'' & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_a & \omega_{LF} L_q'' & 0 \\ \omega_{LF} L_d'' & R_a & 0 \\ 0 & 0 & R_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_d'' \\ u_q'' \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Unter der Annahme eingeschwungener Spannungen und Ständerströme kann ein quasistationäres Gleichungssystem des Synchrongenerators aufgestellt werden, das aber weiterhin den Einfluss der Änderungen der Läuferflussverkettungen bei quasistationären Vorgängen berücksichtigt. Die zeitlichen Ableitungen der Ständerströme in dq0-Koordinaten in Gleichung (2.5) werden dabei zu null angenommen. Da die Analysen dadurch in den Frequenzbereich verlagert werden können, können an Stelle von Raumzeigern  $\underline{g}$  Effektivwertzeiger  $\underline{G}$  für die Netzzustandsgrößen verwendet werden. Das Gleichungssystem für die Läuferflussverkettungen bleibt erhalten. Die Gleichungen werden dann für das Mit-, Gegen- und Nullsystem aufgestellt. Für das Mitsystem gilt nach [OSW 09, S. 212] die folgende Spannungsgleichung mit dem Ständerstrom  $\underline{I}_S = (I_d + jI_q)e^{j\vartheta_{LF}}$  und der Klemmenspannung  $\underline{U}_S$ .

$$\underline{U}_S = \underline{U}'' + (R_a + jX_d'')\underline{I}_S + (X_d'' - X_q'')I_q e^{j\vartheta_{LF}} \quad (2.6)$$

Bei vernachlässigbar der subtransienten Schenkelligkeit ( $X_q'' = X_d''$ ) kann dieser Zusammenhang als vereinfachtes Ersatzschaltbild dargestellt werden (vgl. Abbildung 5). Die subtransiente Spannung  $\underline{U}''$  entspricht der inneren Spannung der Ständerwicklung.

$$\underline{U}'' = (U_d'' + jU_q'') e^{j\vartheta_{LF}} \quad (2.7)$$

$$U_d'' = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\omega_{LF} k_Q \Psi_Q + k_F \dot{\Psi}_F + k_D \dot{\Psi}_D) \quad (2.8)$$

$$U_q'' = \frac{1}{\sqrt{2}} (\omega_{LF} (k_F \Psi_F + k_D \Psi_D) + k_Q \dot{\Psi}_Q) \quad (2.9)$$

Die zeitlichen Ableitungen der Läuferflussverkettungen  $\dot{\Psi}_{LF}$  sind entsprechend Gleichung (2.4) eine Funktion der Ständerströme und der Flussverkettungen. Werden diese Ableitungen der Flussverkettungen in die Gleichung eingesetzt ist die resultierende subtransiente Spannung  $\underline{U}''$  eine Funktion des Ständerstromes  $I_S$ , der Erregerspannung  $U_F$  und der Läuferflussverkettungen  $\Psi_{LF}$ . Dabei bleibt aber der Beitrag der Läuferflussverkettungen dominant, so dass die direkte Wirkung der Ständerströme und der Erregerspannung aus  $\dot{\Psi}_{LF}$  vernachlässigt werden kann. Nach [OSW 09] kann dann weiterhin der Winkel der subtransienten Spannung  $\delta''$  eingeführt werden.

$$\begin{aligned} \underline{U}'' &\approx \frac{e^{j\vartheta_{LF}}}{\sqrt{2}} \left( \left( j\omega_{LF} - H_{FF} - \frac{k_D}{k_F} H_{DF} \right) k_F \Psi_F \right. \\ &\quad \left. + \left( j\omega_{LF} - H_{DD} - \frac{k_F}{k_D} H_{FD} \right) k_D \Psi_D + j(j\omega_{LF} - H_{QQ}) k_Q \Psi_Q \right) \\ &\approx \omega_0 (k_F \Psi_F + k_D \Psi_D + j k_Q \Psi_Q) \frac{e^{j\delta''}}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Die Variabilität der subtransienten Spannungsquelle wird also im Wesentlichen durch die Differentialgleichungen der Läuferflussverkettungen beschrieben. Eine Vernachlässigung deren zeitlicher Änderung würde zu dem klassischen subtransienten Model zur Bestimmung der Beanspruchungen direkt nach dem Fehlereintritt führen. Diese Näherung ist aber nur in den ersten Millisekunden nach Fehlereintritt gültig.

Um die Schwungmasse des Rotors und die Läuferwicklungen als Energiespeicher zu berücksichtigen, wird das Luftspalmmoment an der Welle hier nicht über das mechanische Moment der Maschine berechnet. Dies erfolgt über die tatsächlichen Werte der Flussverkettungen zwischen Läufer- und Ständerwicklungen als mittleres Luftspalmmoment.

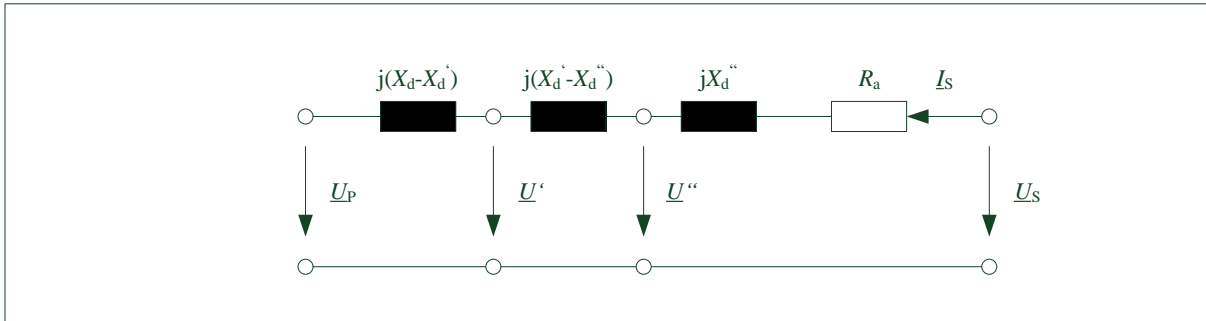
$$M_{el} = p \frac{3}{\sqrt{2}} \left( (k_F \Psi_F + k_D \Psi_D) I_q - k_Q \Psi_Q I_d \right) \quad (2.11)$$

Bei Vernachlässigung der elektrischen Verluste in der Ständerwicklung ist dieses Moment proportional der durch die Klemmengrößen an das Netz abgegebenen Leistung.

$$P_{el} = \frac{\omega_{LF}}{p} M_{el} \approx \Re\{3 \underline{U}_S \underline{I}_S^*\} \quad (2.12)$$

Analog zum subtransienten Generatormodell finden außerdem ein transientes und ein stationäres Ersatzschaltbild Anwendung [OSW 92]. Dafür wird die effektive Ersatzschaltbild-Impedanz auf einen transienten bzw. stationären Wert vergrößert und anstelle der subtransienten Spannung eine transiente Spannung  $\underline{U}'$  oder die Polradspannung  $\underline{U}_P$  eingepreßt (vgl. Abbildung 5).

Diese Darstellungsformen haben deutliche Vorteile, da sich die transiente Spannung bei Ausgleichsvorgängen für einige 100 ms kaum ändert [OSW 09, S. 219] und die stationäre Spannung in stationären Arbeitspunkten immer den identischen erregungsabhängigen Betrag aufweist. In beiden Fällen kann dann auf die Berechnung der Läuferflussverkettungen und auf die Bestimmung einer großen Zahl von Maschinenparametern verzichtet werden. Einschränkungen ergeben sich dann jedoch hinsichtlich der Abbildung schneller Vorgänge.



**Abbildung 5:** Stationäres, transientes und subtransientes Ersatzschaltbild einer Synchronmaschine bei vernachlässigbaren Schenkeligkeiten (nach [OSW 92])

Die Spannungsgleichung des transienten Ersatzschaltbildes ist prinzipiell identisch mit der des subtransienten. Der Unterschied besteht im Ersetzen der subtransienten Reaktanzen durch deren transienten Wert in der d-Achse. Zugrunde liegt die Annahme von abgeklungenen Ausgleichsvorgängen in der Dämpferlängsachsenwicklung (vgl. [OSW 09]).

$$\underline{U}_S = \underline{U}' + (R_a + jX_d') \underline{I}_S + (X_d'' - X_d') I_q e^{j\vartheta_{LF}} \quad (2.13)$$

Das Luftspaltpmoment aus der Bewegungsgleichung kann, unter gleichen Bedingungen und wenn kein Gegensystem auftritt, mit Hilfe der Klemmengrößen berechnet werden.

$$M_{el} = \frac{3p}{\omega_{LF}} (U_d' I_d + U_q' I_q + (X_d' - X_q'') I_d I_q) \quad (2.14)$$

Das stationäre Ersatzschaltbild der Synchronmaschine geht von eingeschwungenen Läuferflussverkettungen aus. In diesem Fall können die stationären Reaktanzen der Maschine in die Spannungsgleichung eingesetzt werden. Die Polradspannung liegt in der q-Achse ( $\underline{U}_P = jU_P e^{j\vartheta_{LF}}$ ).

$$\underline{U}_S = \underline{U}_P + (R_a + jX_d)I_S + (X_d - X_q)I_q e^{j\vartheta_{LF}} \quad (2.15)$$

Durch diese Näherung wird eine Änderung der Erregung sofort an den Klemmen der Maschine wirksam und die Polradspannung  $\underline{U}_P$  verhält sich - ohne Sättigung - proportional zur Erregerspannung bzw. dem Erregerstrom.

Da die Polradspannung in der q-Achse liegt kann die Gleichung des Luftspaltmoment  $M_{el}$  nach [OSW 09, S. 221] vereinfacht werden.

$$M_{el} = \frac{3p}{\omega_{LF}} (U_P I_q + (X_d - X_q) I_d I_q) \quad (2.16)$$

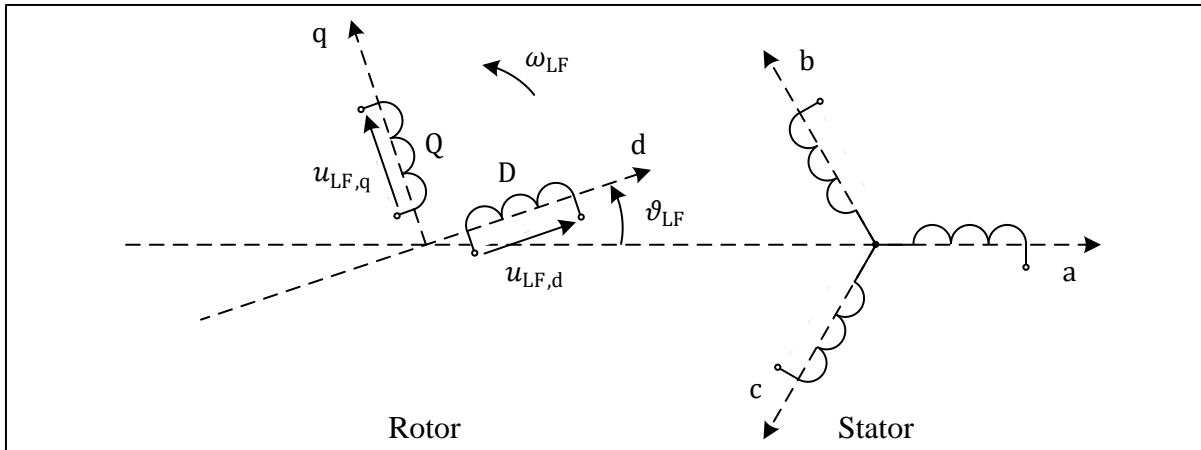
Bei Vernachlässigung der elektrischen Verluste in der Ständerwicklung lässt sich die durch die Klemmengrößen an das Netz abgegebene Leistung jetzt vereinfacht berechnen (vgl. Gleichung (2.12)).

$$P_{el} = \frac{\omega_{LF}}{p} M_{el} \approx \Re\{3\underline{U}_P \underline{I}_S^*\} = 3U_P I_q \quad (2.17)$$

### 2.1.3 Asynchronmaschine

Asynchronmaschinen mit kurzgeschlossenen Läuferwicklungen weisen einen hohen Blindleistungsbedarf auf, dem mit der Installation von Kompensationsanlagen begegnet werden kann. Bei doppeltgespeisten Asynchronmaschinen (DFIG) ist dies nicht notwendig. Durch das Einprägen einer zusätzlichen Läuferspannung kann neben der Drehzahl auch die Blindleistungsabgabe kontinuierlich geregelt werden. Diese Ausführung kommt vor allem in Windenergieanlagen zum Einsatz, weil dort die Anpassung der Läuferdrehzahl an die Windgeschwindigkeit einen erheblichen Einfluss auf den Wirkungsgrad dieser Anlagen hat. Als Zwischenlösung zur doppeltgespeisten Asynchronmaschine kommen auch Asynchronmaschinen mit zwei unterschiedlich dimensionierten Läuferwicklungen und Asynchronmaschinen mit zuschaltbaren oder variablen Läuferwiderständen zum Einsatz. Diese sollen in dieser Arbeit nicht berücksichtigt werden.

Abbildung 6 zeigt, dass der Aufbau einer Asynchronmaschine prinzipiell dem einer Synchronmaschine ähnelt (vgl. Abbildung 4). Der wesentliche Unterschied besteht darin, dass keine Erregerwicklung existiert. Deren Funktion wird hier von den „Dämpferwicklungen“ D und Q übernommen, welche auch im stationären Betrieb stromführend sind und entsprechend deutlich stärker ausgelegt werden müssen. Die Ströme in den Läuferwicklungen werden durch eine ggf. von außen eingeprengte Läuferspannung und, wenn eine Differenzwinkelgeschwindigkeit zwischen Läufer und Netz existiert, durch das Ständerfeld induziert.



**Abbildung 6:** Anordnung und Bezeichnung der Wicklungen einer doppeltgespeisten Asynchronmaschine

Die Läuferspannung der doppeltgespeisten Asynchronmaschinen wird mit Hilfe eines Frequenzumrichters schlupffrequent in die Läuferwicklungen eingepreßt. Der Wirkleistungsfluss kann dabei in beide Richtungen ausgeprägt sein. Die Auslegung des Umrichters erfolgt auf 20 - 40 % der Anlagenbemessungsleistung.

Das Differentialgleichungssystem zur Beschreibung einer Asynchronmaschine setzt sich analog zur Synchronmaschine aus der Bewegungsgleichung und einer Gleichung für die Läuferflussverkettungen zusammen. Die Ständerströme werden analog zur Synchronmaschine als quasistationär betrachtet. Nach [OSW 09] können die Läuferflussverkettungen  $\Psi_D$  und  $\Psi_Q$  als Raumzeiger dargestellt und auf die Ständerseite bezogen werden. In mit  $\omega_0$  rotierenden Netzkoordinaten gilt dann:

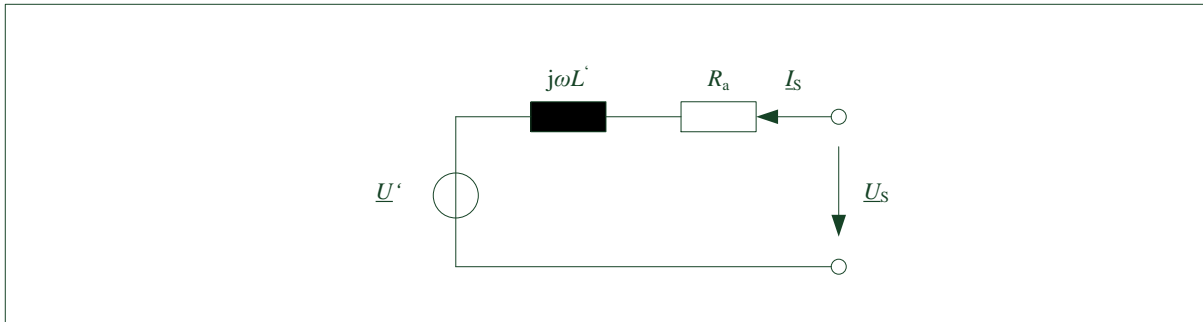
$$\underline{\Psi}_{\text{SLF}} = e^{j(\vartheta_{\text{LF}} - \omega_0 t)} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Um den Einfluss der Läuferflussverkettungen bei quasistationären Vorgängen zu berücksichtigen kann auf ein transientes Maschinenmodell in Zeigergleichungen zurückgegriffen werden (Abbildung 7). Unter der Annahme symmetrischer Belastungszustände kann mit Mitsystemgrößen gerechnet werden. Nach [OSW 09, S. 227] gilt dann die folgende Spannungsgleichung, mit dem Ständerstrom  $\underline{I}_S$  und der Klemmenspannung  $\underline{U}_S$  als Zeiger des Mitsystems.

$$\underline{U}_S = (R_a + jX') \underline{I}_S + \underline{U}' \quad (2.19)$$

$$\underline{U}' = \sqrt{2} \cdot j\omega_0 k_{\text{LF}} \underline{\Psi}_{\text{SLF}} \quad (2.20)$$





**Abbildung 7:** Transientes Ersatzschaltbild einer Asynchronmaschine

Die transiente Spannung bildet die Abhängigkeit von den Läuferflussverkettungen ab, deren Verhalten ebenfalls durch eine Differentialgleichung beschrieben werden kann.

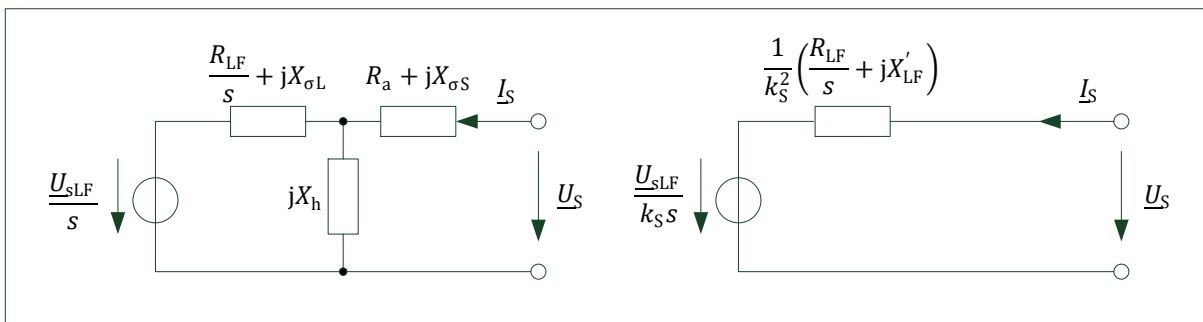
$$\underline{\dot{\Psi}}_{sLF} = - \left( \frac{1}{T_{LF}} - j(\omega_{LF} - \omega_0) \right) \underline{\Psi}_{sLF} + j\omega_0 k_{LF} R_{LF} \underline{I}_S + j\omega_0 \underline{U}_{sLF} \quad (2.21)$$

Das Luftspaltmoment in der Bewegungsgleichung des Läufers nach Gleichung (2.2) kann unter den genannten Voraussetzungen mit Hilfe der Läuferflussverkettung oder auf Basis der Klemmengrößen berechnet werden.

$$M_{el} = -3p \Im\{\underline{\Psi}_{sLF} \underline{I}_S^*\} = 3 \frac{p}{\omega_0} \Re\{\underline{U}_S \underline{I}_S^* - R_a \underline{I}_S^2\} \quad (2.22)$$

Der Vorteil in dieser Beschreibungsform liegt darin, dass der Läuferwinkel  $\vartheta_{LF}$  eliminiert werden kann und somit nicht als Zustandsgröße berücksichtigt zu werden braucht.

Für stationäre Berechnungen kann das Model weiter vereinfacht werden. Um geschlossene Ausdrücke für das Luftspaltmoment zu gewinnen, können dabei der Widerstand der Ständerwicklung und die Hauptinduktivität vernachlässigt werden (vgl. Abbildung 8).



**Abbildung 8:** Stationäre Ersatzschaltbilder einer Asynchronmaschine mit (links) und ohne (rechts) Ständerwiderstand nach [OSW 09]

In den elektrischen Ersatzschaltungen treten der mechanische Schlupf  $s$  und der Koppelfaktor des Läufers  $k_S$  auf. Für die Berechnung des Luftspaltmoments wird außerdem der Kippschlupf  $s_k$  eingeführt.

$$k_S = \frac{X_h}{X_{\sigma S} + X_h} \quad (2.23)$$

$$X'_{LF} = (X_{\sigma LF} + X_h)(1 - k_S k_{LF}) \quad (2.24)$$

$$s = \frac{\omega_0 - \omega_{LF}}{\omega_0} \quad (2.25)$$

$$s_k = \frac{R_{LF}}{X'_{LF}} \quad (2.26)$$

Bei Vernachlässigung der Ständerwiderstände gelten die folgenden Zusammenhänge.

$$\underline{I}_L = \frac{\frac{\underline{U}_{SLF}}{s} - k_S \underline{U}_S}{X'_{LF}} \cdot \frac{(s_k - js)s}{s^2 + s_k^2} \quad (2.27)$$

$$\underline{U}_S = \frac{\underline{U}_{SLF}}{k_S s} - \frac{1}{k_S} \left( \frac{R_{LF}}{s} + jX'_{LF} \right) \underline{I}_L \quad (2.28)$$

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_S}{j(X_{\sigma S} + X_h)} - k_S \underline{I}_L \quad (2.29)$$

$$M_{el} = \frac{3p}{\omega_0} \cdot \Re\{\underline{U}_S \underline{I}_S^*\} = \frac{p}{\omega_0} \frac{3}{s^2 + s_k^2} \left( \frac{k_S^2 \underline{U}_S^2}{X'_{LF}} s_k s - \frac{k_S}{X'_{LF}} \Re\{\underline{U}_S \underline{U}_{SLF}^* (s + js_k)\} \right) \quad (2.30)$$

Für Asynchronmaschinen mit Käfigläufer folgt daraus mit  $X_h \gg X_{\sigma S}$  die bekannte Kloss'sche Gleichung für das Luftspaltmoment.

$$M_{el} = \frac{3p \underline{U}_S^2}{2\omega_0 X'_{LF}} \cdot \frac{2s_k s}{s^2 + s_k^2} = M_k \frac{2s_k s}{s^2 + s_k^2} \quad (2.31)$$

## 2.2 Netzgleichungssystem und Transfiguration

Zur Berechnung der aufgenommenen oder abgegebenen Leistungen  $P_{el}$  müssen die Leistungsflüsse im Netz ermittelt werden. Hierfür besteht die Möglichkeit das Netz mit Hilfe einer Knotenadmittanzmatrix  $\underline{Y}_{KK}$  abzubilden (siehe [OSW 92]). Durch diese lässt sich ein Zusammenhang zwischen dem Vektor  $\underline{i}_K$  der Knotenströme  $\underline{I}_K$ , und dem Vektor  $\underline{u}_K$  der Knotenspannungen  $\underline{U}_K$  darstellen.

$$\underline{i}_K = \underline{Y}_{KK} \underline{u}_K \quad (2.32)$$

Für die betrachteten Stabilitätsanalysen ist es effizient, ausschließlich die inneren Generatorspannungen (Polradspannungen) zu betrachten. In diesem Fall kann die Dimension des Gleichungssystems deutlich reduziert werden. Außerdem können die Generatorspannungen im Gegensatz zu den Knotenspannungen auf Basis des Vorfehlerzustands der Generatoren und

dessen aktueller Zustandsgrößen ermittelt werden. Dafür wird eine Transfiguration des Netzes auf die inneren Generatorknoten (Index G) durchgeführt. Dabei werden die Generatoren statt als Stromquelle durch eine innere Spannungsquelle  $\underline{U}_{G,q}$  mit Längsreaktanz  $L_G$  abgebildet. Die zugehörigen Generatoradmittanzen  $\underline{Y}_G$  und die Verbraucheradmittanzen  $\underline{Y}_L$  werden mit der Knotenadmittanzmatrix des Netzes  $\underline{Y}_{KK}$  verrechnet. Es resultiert dann eine Stromgleichung, die zwischen den inneren Spannungen der Generatoren und den Ständerströmen der Generatoren vermittelt.

$$\underline{i}_G = \underline{Y}_{GG}\underline{u}_{G,q} = -\left(\underline{Y}_G\mathbf{K}_{KG}^T(\underline{Y}_{KK} - \underline{Y}_L - \mathbf{K}_{KG}\underline{Y}_G\mathbf{K}_{KG}^T)^{-1}\mathbf{K}_{KG}\underline{Y}_G + \underline{Y}_G\right)\underline{u}_{G,q} \quad (2.33)$$

mit

- $\mathbf{K}_{KG}$ , der Inzidenzmatrix, welche die Zuordnung der Generatoren G zu den Knoten K abbildet,
- $\underline{Y}_G$ , den stationären Admittanzen der Generatoren ( $1/\underline{Y}_G = R_a + jX_d$  für Vollpolsynchronmaschinen), und
- $\underline{Y}_L$ , den Admittanzen der sonstigen Querelemente, welche so als passiv angenommen werden.

Für die Anwendung der Transfiguration in stationäre Analysen gilt  $\underline{U}_{G,q} = \underline{U}_P$  und  $L_G = L_d$ . Für Analysen zur transienten Stabilität ist die Darstellung der Synchrongeneratoren entsprechend anzupassen. Es gilt dann  $\underline{U}_{G,q} = \underline{U}'$  und  $L_G = L'_d$ . Die resultierende Knotenadmittanzmatrix wird in diesem Fall entsprechend mit  $\underline{Y}'_{GG}$  bezeichnet.

### 2.3 Statische Stabilität

Ziel einer Untersuchung zur statischen Stabilität ist es, eine Aussage zur Fähigkeit eines Systems zu treffen, einen stationären Arbeitspunkt bei kleinen Auslenkungen beizubehalten. Ausschlaggebend dafür sind zum einen die Dämpfung des Systems und zum anderen die Stärke der synchronisierenden Leistung im aktuellen Arbeitspunkt. Da das Netz eine Vielzahl von Energiespeichern beinhaltet, schwingt das Gesamtsystem nach einer Anregung mit einer Überlagerung der Eigenschwingungsmodi gedämpft ein. Da aufgrund der Annahme kleiner Auslenkungen eine Linearisierung des Systems zulässig ist, kann jeder einzelne Schwingungsmodus  $i$  durch eine Eigenfrequenz  $\omega_i$  und eine Dämpfung  $\sigma_i$  charakterisiert werden. Statische Instabilität tritt dann auf, wenn wenigstens einer der Schwingungsmodi eine negative Dämpfung erfährt. Da nicht alle Schwingungsmodi für die Betrachtung der Rotorwinkelstabilität relevant sind, kann die Systembeschreibung vereinfacht werden.

Von besonderer Bedeutung für die statische Stabilität sind die Bewegungsgleichungen der Generatoren, da die gegenseitigen Schwingungen der Läufermassen die niedrigsten Eigenfrequenzen im Netz hervorrufen. Für gewöhnlich wird eine linearisierte Darstellungsform angewendet, in der die resultierenden Werte der Winkelgeschwindigkeiten  $\Delta\omega_{LF}$  und der Polradwinkel  $\Delta\delta_p$  als Zustandsgrößen Verwendung finden. Die Polradwinkel ergibt sich aus dem Differenzwinkel zwischen dem Winkel der individuellen Polradspannung und dem inneren Netz winkels  $\vartheta_N$ .

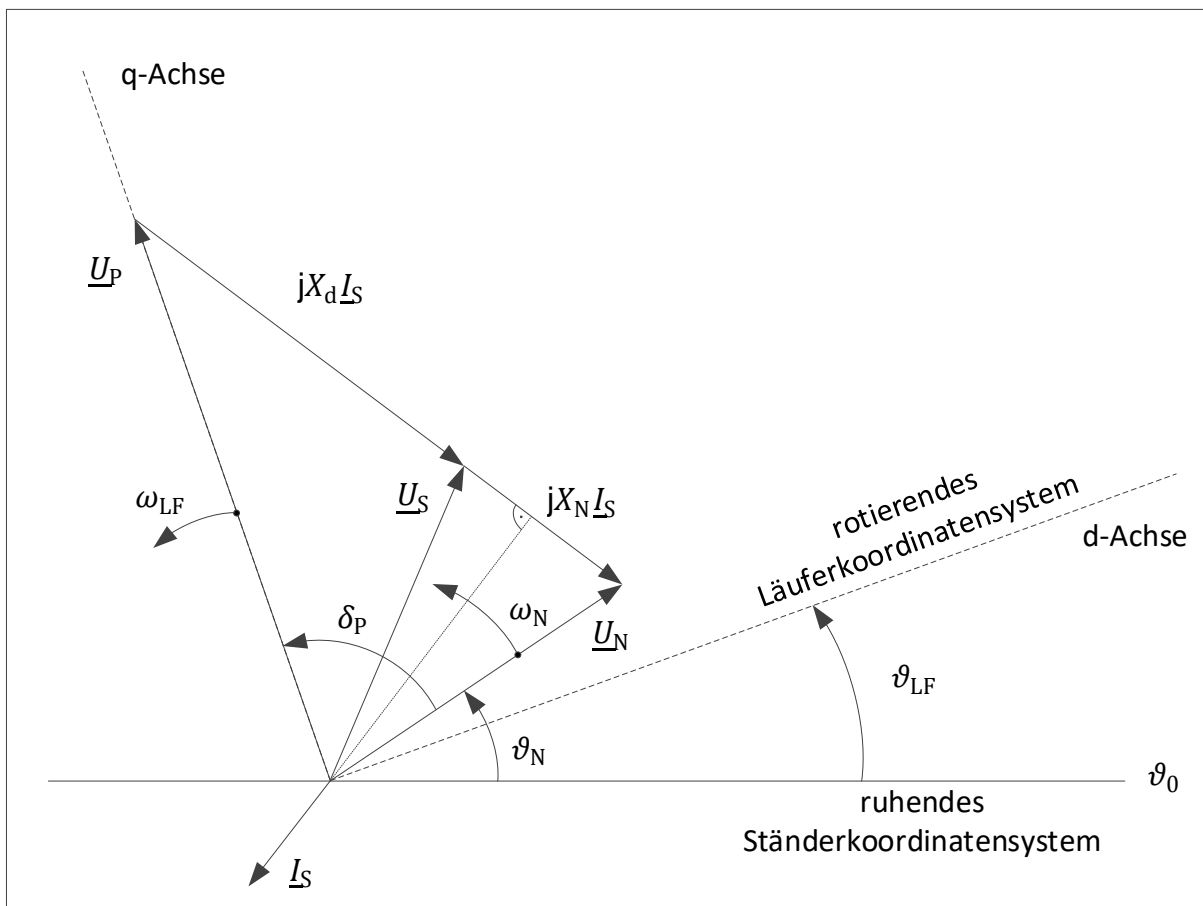
$$\Delta\omega_{LF} = \omega_{LF} - \omega_N \quad (2.34)$$

$$\Delta\delta_p = \vartheta_{LF} + \pi/2 - \vartheta_N \quad (2.35)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega}_{LF} \\ \Delta\dot{\delta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_{LF} \\ \Delta\delta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_m + P_{el} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{LF} - \dot{\omega}_N \\ \dot{\vartheta}_{LF} - \omega_N \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Die Zusammenhänge lassen sich an Hand des Zeigerbildes für den stationären Zustand in Abbildung 9 verdeutlichen. Dabei werden Synchronmaschinen durch ihr stationäres Ersatzschaltbild mit der Polradspannung  $\underline{U}_p = \varepsilon U_N e^{j\delta_p}$  und der stationären Reaktanz der Läuferlängsachse  $X_d$  beschrieben. Darin ist  $\varepsilon$  der Erregergrad der Maschine bezogen auf die Nennspannung  $U_N$ . Nach [CRA 00, S. 289] kann bei signifikanter Anisotropie auch die Reaktanz der Läuferquerachse  $X_q$  leicht berücksichtigt werden.  $X_N$  entspricht der aggregierte Reaktanz des Netzes (inkl. Maschinentransformator),  $I_S$  dem Strom durch die Reaktanzen und  $\underline{U}_N$  der innere Netzspannung.

Die mechanische Turbinenleistung  $P_m$  kann als konstant angenommen werden, und die elektrischen Verluste werden vernachlässigt.



**Abbildung 9:** Winkel im vereinfachten Zeigerbild der Synchronmaschine für den stationären Zustand

Für die Bestimmung der Eigenschwingungsmodi erfolgt eine Linearisierung des Differentialgleichungssystems im Arbeitspunkt.

$$\Delta \dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{LF}} \\ \Delta \dot{\boldsymbol{\delta}}_{\text{p}} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\omega}_{\text{LF}} \\ \Delta \boldsymbol{\delta}_{\text{p}} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{z} = \frac{\partial \Delta \dot{\mathbf{z}}}{\partial \Delta \mathbf{z}} \Delta \mathbf{z} \quad (2.37)$$

Die Eigenwertberechnung der Systemmatrix  $\mathbf{A}$  liefert die gesuchten Eigenwerte  $\underline{\lambda}$ , die durch Vektoren aus Dämpfungen  $\boldsymbol{\sigma}$  und Eigenfrequenzen  $\boldsymbol{\omega}$  dargestellt werden können.

$$\mathbf{0} = \det(\underline{\lambda} \mathbf{E} - \mathbf{A}) \quad (2.38)$$

$$\underline{\lambda} = \boldsymbol{\sigma} + j\boldsymbol{\omega} \quad (2.39)$$

Brauchen nur die Bewegungsgleichungen berücksichtigt zu werden ( $\mathbf{z} = [\boldsymbol{\omega}_{\text{LF}}^{\text{T}} \quad \boldsymbol{\delta}_{\text{p}}^{\text{T}}]^{\text{T}}$ ) gilt für die Systemmatrix unter der Annahme von  $\boldsymbol{\omega}_{\text{LF}} \approx \boldsymbol{\omega}_{\text{N}}$  im Arbeitspunkt der folgende Zusammenhang (vgl. Gleichung (2.36)).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{\text{m}} \frac{\partial \mathbf{P}_{\text{el}}}{\partial \boldsymbol{\omega}_{\text{LF}}} & \mathbf{k}_{\text{m}} \frac{\partial \mathbf{P}_{\text{el}}}{\partial \boldsymbol{\delta}_{\text{p}}} \\ \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{d}_{\text{m}} & -\mathbf{k}_{\text{m}} \mathbf{P}_{\text{s}0} \\ \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Die Ableitungen der elektrischen Leistungen nach den Polradwinkeln der Maschinen entspricht der synchronisierenden Leistung  $\mathbf{P}_{\text{s}0}$ . Diese bildet eine voll besetzte Matrix, welche in Abhängigkeit der Netz- und Einspeisesituation aufgestellt wird. Der Dämpfungs-Koeffizient  $\mathbf{d}_{\text{m}}$  bildet die Wirkung der Dämpferwicklungen der Generatoren ab.

### 2.3.1 Statische Stabilität des Einmaschinenproblems

Für die Untersuchung der statischen Stabilität einer einzelnen Synchronmaschine an einem starren Netz kann ein vereinfachtes Verfahren zur Anwendung kommen. Dafür wird das Netz zu einer konstanten Spannungsquelle  $\underline{U}_{\text{N}}$  und einer Impedanz  $\underline{Z}_{\text{N}} \approx jX_{\text{N}}$  aggregiert. Gemeinsam mit dem stationären Ersatzschaltbild der Synchronmaschine ergibt sich das elektrische Ersatzschaltbild in Abbildung 10.

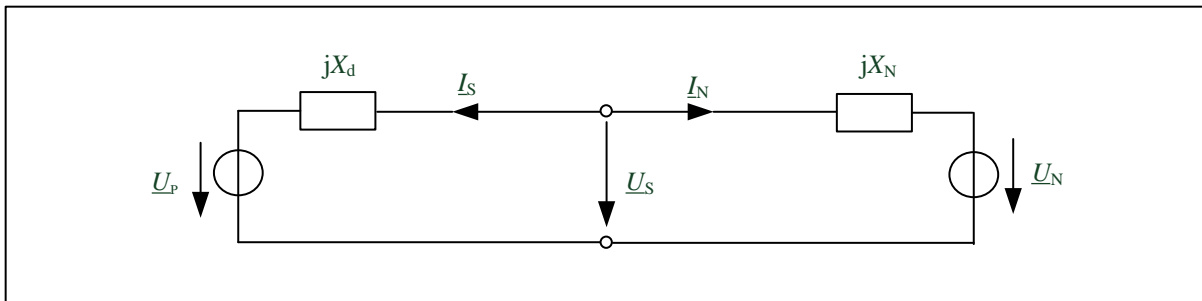
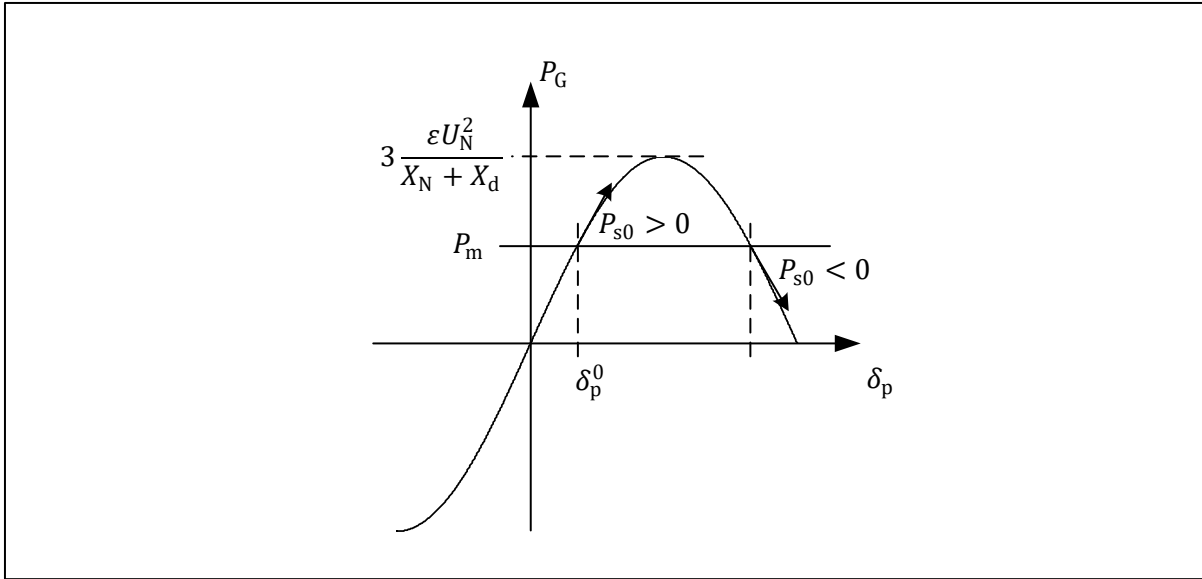


Abbildung 10: Elektrisches Ersatzschaltbild der Einmaschinenanordnung für stationäre Berechnungen

Der Leistungsfluss wird wegen der einfachen Reihenschaltung von Netz und Generator ausschließlich durch den Erregergrad  $\varepsilon$  und den Polradwinkel  $\delta_{\text{p}}$  bestimmt. Aus diesem Zusammenhang resultieren die bekannten Leistungs-Winkel-Kennlinien in Abbildung 11.



**Abbildung 11:** Leistungs-Winkel-Kennlinie eines Synchrongenerators im Einmaschinenproblem

Durch die Ableitung der abgegebenen elektrischen Leistung  $P_G$  nach dem Polradwinkel im Arbeitspunkt kann die synchronisierende Leistung  $P_{s0}$  bestimmt werden.

$$P_G = 3 \frac{\varepsilon U_N^2}{X_N + X_d} \sin \delta_p \quad (2.41)$$

$$P_{s0} = \frac{\partial P_G}{\partial \delta_p} = 3 \frac{\varepsilon U_N^2}{X_N + X_d} \cos \delta_p \quad (2.42)$$

Ist die synchronisierende Leistung positiv wird die Maschine bei einer kleinen Störung in den ursprünglichen Arbeitspunkt zurückgeführt. Wird die synchronisierende Leistung negativ bilden sich im Gegensatz dazu Eigenwerte mit einem positiven Realteil. Der Arbeitspunkt ist dann statisch instabil. Die Eigenfrequenz dieses Schwingungsvorgangs kann auf Basis der Bewegungsgleichung der Synchronmaschine und der synchronisierenden Leistung im Arbeitspunkt berechnet werden. Dies erfolgt über die Eigenwertberechnung der linearisierten Bewegungsgleichung, mit  $\Delta \mathbf{z} = [\Delta \omega_{LF} \quad \Delta \delta_p]^T$ .

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega}_{LF} \\ \Delta \dot{\delta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -k_m P_{s0} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega_{LF} \\ \Delta \delta_p \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\underline{\lambda}_{1,2} = \pm j \sqrt{k_m P_{s0}} \quad (2.44)$$

Die resultierenden Eigenwerte weisen bei statischer Stabilität keinen Realteil auf, da alle dämpfenden Eigenschaften des Systems in der Modellbeschreibung nicht abgebildet werden. Die Dämpfung entsteht im Wesentlichen durch die Ströme in den Dämpferwicklungen des Läufers, welche in Interaktion mit dem magnetischen Fluss einer Änderung der Winkelgeschwindigkeit entgegen wirken. Wird dieser dämpfende Einfluss modelliert, prägt er sich als Dämpfungs-Koeffizient  $d_m$  proportional zur Abweichung der Winkelgeschwindigkeit aus [KUN 07].

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega}_{LF} \\ \Delta \dot{\delta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d_m & -k_m P_{s0} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega_{LF} \\ \Delta \delta_p \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$\underline{\lambda}_{1,2} = -\frac{d_m}{2} \pm j \sqrt{k_m P_{s0} - \frac{d_m^2}{4}} \quad (2.46)$$

### 2.3.2 Statische Stabilität des Mehrmaschinenproblems

Die Behandlung eines Mehrmaschinenproblems kann analog zum Einmaschinenproblem erfolgen, wenn das elektrische Netz vorher auf die inneren Generatorknoten transfiguriert wird. Die resultierende Admittanzmatrix  $\underline{Y}_{GG}$  (siehe Abschnitt 2.1.2) bildet dann auf der Hauptdiagonale die Speisepunktadmittanzen und auf den Nebendiagonalelementen  $\underline{y}_{ij} = y_{ij} e^{j\varphi_{ij}}$  die wirksamen Übertragungsadmittanzen zwischen den Generatoren  $i$  und  $j$  ab. Entsprechend dem Superpositionsprinzip bildet sich das Mehrmaschinenproblem aus der Überlagerung der in dieser Form beschriebenen Einmaschinenprobleme.

$$\frac{\partial \mathbf{P}_{el}}{\partial \boldsymbol{\delta}_p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{el,1}}{\partial \delta_{p,1}} & \dots & \frac{\partial P_{el,1}}{\partial \delta_{p,k}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{el,k}}{\partial \delta_{p,1}} & \dots & \frac{\partial P_{el,k}}{\partial \delta_{p,k}} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial P_{el,i}}{\partial \delta_{p,i}} = -3U_N^2 \varepsilon_i \sum_{j=1, \neq i}^k y_{ij} \varepsilon_j \sin(\delta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad (2.48)$$

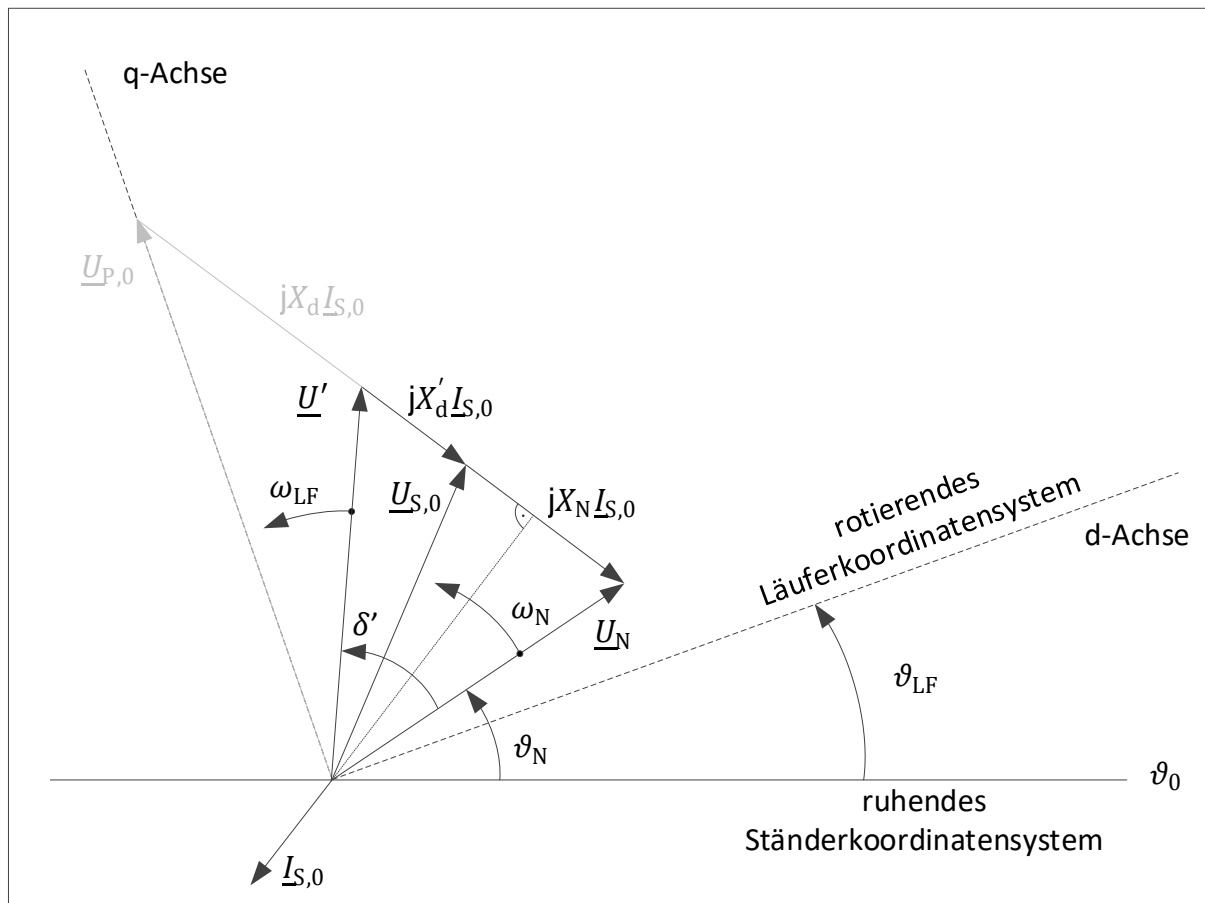
$$\frac{\partial P_{el,i}}{\partial \delta_{p,j}} = 3U_N^2 \varepsilon_i y_{ij} \varepsilon_j \sin(\delta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad (2.49)$$

Da die resultierende Matrix voll besetzt ist, sind keine weiteren analytischen Vereinfachungen der Eigenwertberechnung möglich. Die numerische Berechnung erfolgt auf Basis der Gleichungen (2.40) und (2.38).

## 2.4 Transiente Stabilität

Ziel einer Untersuchung zur transienten Stabilität ist es, Aussagen über die Fähigkeit von Generatoren zu treffen, trotz definierter großer Anregungen im Anziehungsbereich eines statisch stabilen Arbeitspunktes zu bleiben und in diesen zurückzukehren. Die größten Anregungen entstehen durch dreipolige Kurzschlüsse in Generatornähe und durch Fehlsynchronisationen.

Die Bewegungsgleichungen der Maschinen sind von besonderer Bedeutung, da die relative Position der Läuferwinkel zueinander in jedem Zeitpunkt den Austausch elektrischer Energie festlegt und damit die zukünftige Bewegung hin oder weg vom stabilen Arbeitspunkt bestimmt. Häufig wird eine Darstellungsform angewendet, in der nur die Differenzen der Winkelgeschwindigkeit zur Netzkreisfrequenz  $\Delta\omega_{LF}$  beziehungsweise die Winkeldifferenzen  $\delta'$  der transienten Generatorspannungen zum Winkel der inneren Netzspannung Verwendung finden (siehe Abbildung 12). Die stationären Größen des Vorfehlerzustandes sind mit dem zusätzlichen Index 0 gekennzeichnet.



**Abbildung 12:** Winkel im vereinfachten Zeigerbild der Synchronmaschine für den stationären Vorfehlerzustand

Für die Untersuchung der mechanischen Schwingungsvorgänge werden, wie bereits angedeutet, transiente Ersatzschaltbilder für die Synchrongeneratoren verwendet. Diese bestehen aus transienten Spannungen  $\underline{U}'$  hinter einer transienten Impedanz  $\underline{Z}'$ .



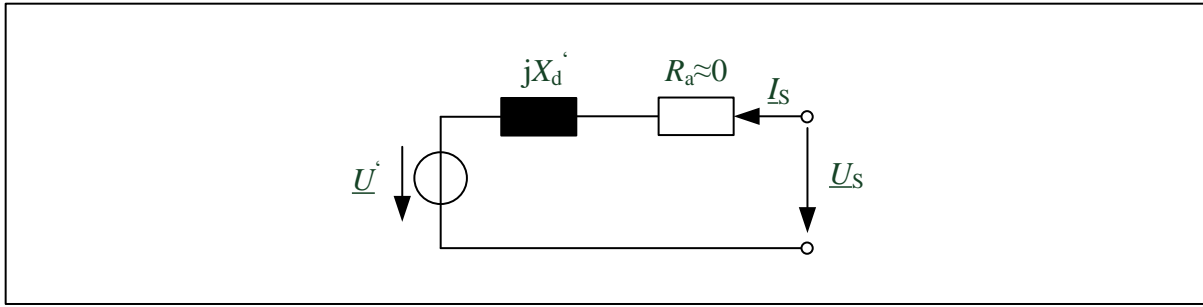


Abbildung 13: Transientes Ersatzschaltbild eines Synchrongenerators

Die arbeitspunktabhängige transiente Spannung  $\underline{U}' = U' e^{j\delta'}$  jedes Synchrongenerators wird während eines transienten Vorgangs als betragsmäßig konstant angenommen. Außerdem werden die ohmschen Anteile der Impedanzen und die transiente Schenkeligkeit ( $Z' \approx jX'_d \approx jX'_q$ ) der Generatoren für gewöhnlich vernachlässigt (vgl. Abbildung 13).

Die Untersuchung der transienten Stabilität basiert in der Praxis meist auf der numerischen Integration der Maschinenzustandsgrößen und der Auswertung der resultierenden Zeitverläufe. Dafür wird das System zunächst in einen definierten stationären Arbeitspunkt initialisiert. Dann erfolgt die (zeitweilige) Anregung des Systems. Schwingt das System nach der Störungsklämung auf einen neuen Arbeitspunkt ein, kann durch Prüfung der Winkelkohärenz der Maschinen die transiente Stabilität in dem gewählten Szenario festgestellt werden. Aufgrund der hohen Flexibilität und dem direkten Zugriff auf die Zustandsgrößen des Systems wird in dieser Arbeit auf diese Methode zurückgegriffen.

Die im Folgenden beschriebene Form der Stabilitätsbetrachtung auf Basis des Flächenkriteriums kann durch die Verwendung der direkten Lyapunov-Methode (*Lyapunov's second method*) unter Verwendung von Energie-Funktionen formalisiert werden [MIR 00] und [GUR 11]. Diese Vorgehensweise ist besonders geeignet, um Stabilitätsreserven zu bestimmen und kann als Grundlage zur Reglerauslegung dienen [MAN 00]. Sie wird bei Mehrmaschinenproblemen am Rande der Stabilitätsgrenze aufgrund von numerischen Problemen aber nicht empfohlen [MAC 97].

### 2.4.1 Transiente Stabilität des Einmaschinenproblems

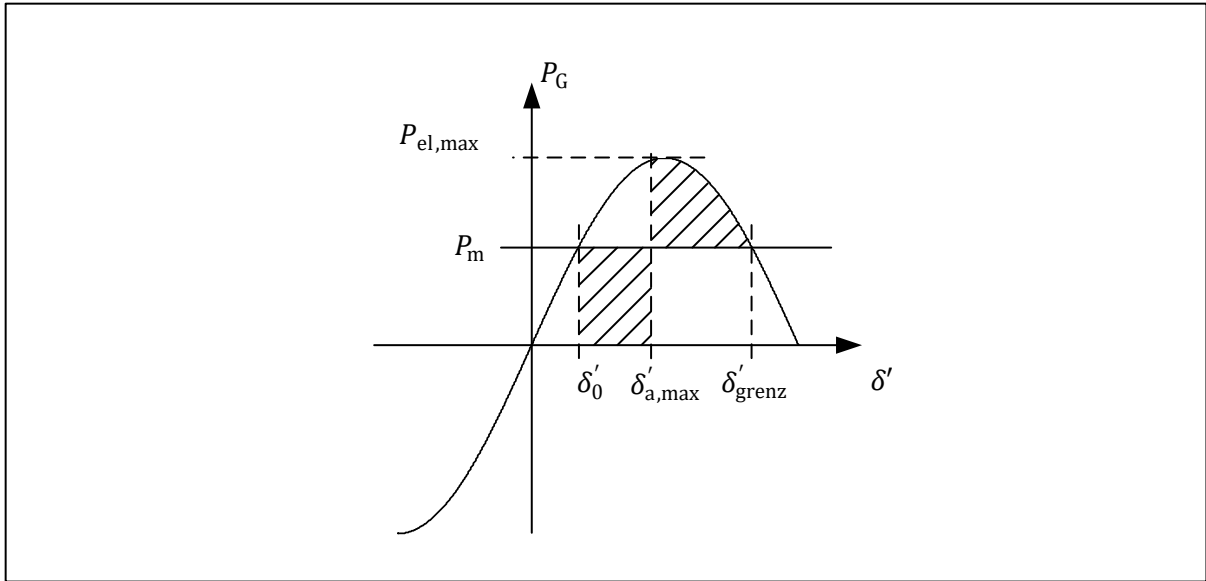
Wie bei der statischen Stabilität kann die Netzabbildung durch die Reduktionen des Netzes auf eine Spannungsquelle  $\underline{U}_N$  und eine Reaktanz  $X_N$  vereinfacht werden. Die vom Synchrongenerator abgegebene Leistung kann so direkt berechnet werden (vgl. Abbildung 12).

$$P_{el} = 3 \frac{U' U_N}{X_N + X'_d} \sin \delta' \quad (2.50)$$

Dadurch kann der Leistungsfluss in die Bewegungsgleichungen eingesetzt werden und über die transiente Leistungs-Winkel-Kennlinie in Abbildung 14 ein Zusammenhang zwischen der abgegebenen elektrischen Leistung und dem transienten Winkel  $\delta'$  hergestellt werden.

Die angreifenden Momente in der Bewegungsgleichung werden durch die berechnete elektrische Leistungen  $P_{el}$  und die mechanische Leistung  $P_m$  an der Welle beschrieben.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega}_{LF} \\ \dot{\delta}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega_{LF} \\ \delta' \end{bmatrix} + k_m \begin{bmatrix} P_m + P_{el} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$



**Abbildung 14:** Transiente Leistung-Winkel-Kennlinie eines Synchrongenerators im Einmaschinenproblem

Ist für einen Zeitraum die Leistungsabgabe bei konstantem Turbinenmoment reduziert, wird der Läufer beschleunigt. Dabei steigt der transiente Winkel mit der Differenzwinkelgeschwindigkeit  $\Delta\omega_{LF}$  gegenüber dem starren Netz an. Fällt das System danach auf dieselbe oder eine andere Leistungs-Winkel-Kennlinie zurück muss gewährleistet sein, dass die Maschine nicht kippt. Dies ist der Fall, wenn der Grenzwinkel  $\delta'_{grenz}$  während des Ausgleichsvorgangs nicht überschritten wird (Flächenkriterium). Für einen Kurzschluss oder das vorübergehende Trennen der Maschine vom elektrischen Netz kann ausgehend vom stationären Arbeitspunkt die maximale Ereignisdauer, durch die der Grenzwinkel  $\delta'_{grenz}$  im anschließenden Schwingungsvorgang erreicht wird, berechnet werden [OSW 05]. Der zugehörige maximal zulässige Ausschaltwinkel  $\delta'_{a,max}$  ist stark vom Arbeitspunkt der Maschine abhängig.

$$\delta'_{a,max} = \arccos\left(\frac{P_m}{P_{el,max}}(\delta'_{grenz} - \delta'_0) + \cos \delta'_{grenz}\right) \quad (2.52)$$

Das Massenträgheitsmoment  $J$  des Läufers und die zugeführte mechanische Leistung  $P_m$  bestimmen wie lange der Läufer bis zu dieser Auslenkung beschleunigt wurde.

$$t_{a,max} = \sqrt{2 \frac{\omega_0^2 J}{p^2 P_m} (\delta'_{a,max} - \delta'_0)} \quad (2.53)$$

Im Vergleich von  $t_{a,max}$  zur gesicherten Fehlerklärungszeiten des Netzschutzes ergibt sich ein Maß für die transiente Stabilität des Synchrongenerators.

### 2.4.2 Transiente Stabilität des Mehrmaschinenproblems

Sind mehrere Maschinen an einem Ausgleichsvorgang beteiligt (Anzahl =  $k$ ), beeinflussen sich diese gegenseitig. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, muss in jedem Zeitschritt der Simulation auf Basis der eingprägten transienten Spannungen  $\underline{U}'$  eine quasistationäre

Netzberechnung erfolgen, um die Ströme und damit die abgegebenen elektrischen Wirkleistungen bestimmen zu können. Auch hier bietet sich eine Transfiguration des Netzes auf die Generatorknoten an. Mit der resultierenden Admittanzmatrix  $\underline{Y}'_{GG}$  (siehe Abschnitt 2.1.2) gilt der folgende Zusammenhang.

$$\underline{P}_{el} = 3 \cdot \Re\{\underline{U}' \underline{Y}'_{GG} \underline{u}'^*\} \quad (2.54)$$

$$\underline{u}' = [\underline{U}'_1 \quad \dots \quad \underline{U}'_k]^T \quad (2.55)$$

$$\underline{U}' = \begin{bmatrix} \underline{U}'_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \underline{U}'_k \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Auch hier wird auf die transienten Ersatzschaltbilder der Generatoren zurückgegriffen. Eine Stabilitätsbewertung auf Basis von Leistungs-Winkel-Kennlinien ist aber nicht mehr möglich. Deshalb erfolgen die Bewertung von Ausgleichsvorgängen und damit die Bewertung der transienten Stabilität der Generatoren durch die Prüfung der transienten Winkelverläufe auf Kohärenz. Sollte sich eine Maschine (Index  $j$ ) aus dem Anziehungsbereich eines stabilen Arbeitspunktes und damit von den anderen Maschinen entfernen, ist diese transient instabil. Als Referenz wird für diese Betrachtung das Winkelzentrum  $\delta'_C$  der kohärenten Generatoren (Index  $i$ , mit  $i=\{1\dots k\}$  und  $i \neq j$ ) unter Berücksichtigung der Generatorzeitkonstanten  $T_m$  gebildet. Bei der Aggregation vieler Generatoren zu einem starren Netz ist dieser Referenzwinkel konstant.

$$\delta'_C = \frac{\sum_{i=1}^k (S_{rG,i} T_{m,i} \delta'_i)}{\sum_{i=1}^k (S_{rG,i} T_{m,i})} \quad (2.57)$$

Abbildung 15 zeigt einen beispielhaften Verlauf der transienten Spannungswinkel während eines Ausgleichsvorgangs mit einer kohärenten Generatorgruppe und einem instabilen Generator. Die zeitliche Änderung des Winkelzentrums ist für die Betrachtung der transienten Stabilität ohne Bedeutung.

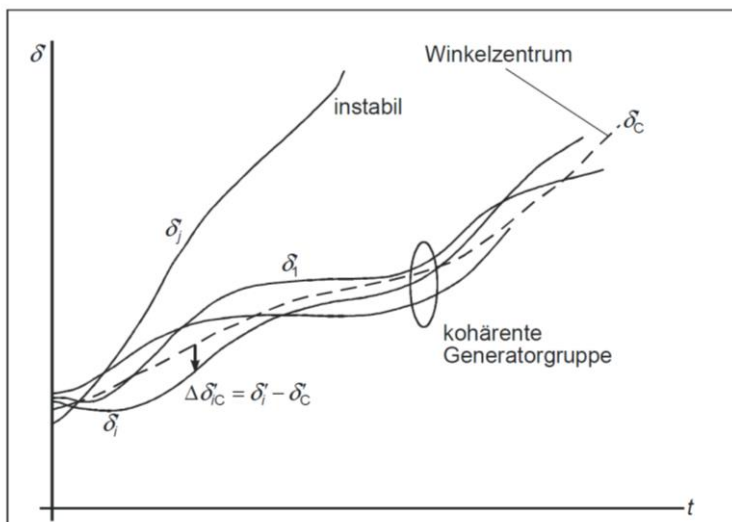
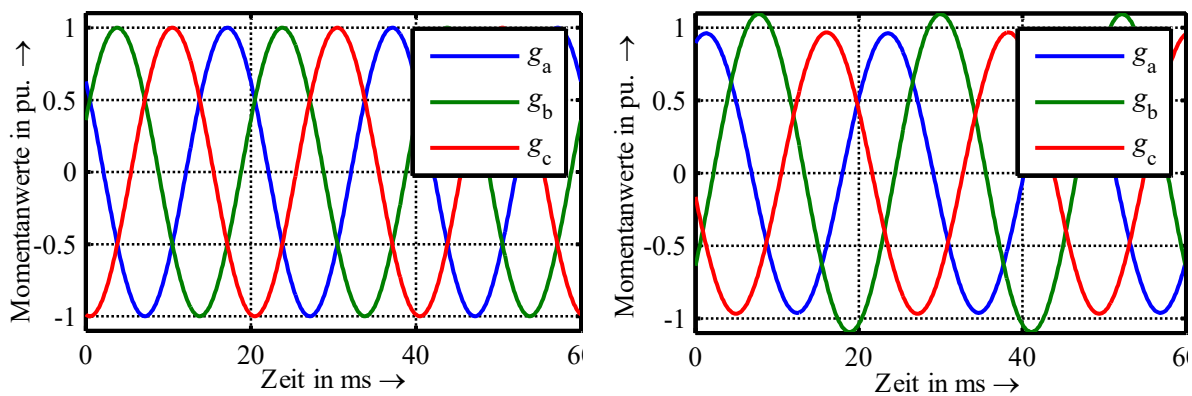


Abbildung 15: Beispiele von Schwingungskurvenverläufen einer transienten Stabilitätsberechnung aus [OSW 05]

### 3 Raumzeigerkomponenten

Die Beschreibung der elektrischen und magnetischen Zustandsgrößen in den Systemgleichungen der folgenden Kapitel erfolgt auf Basis von Raumzeigern. Die Raumzeiger sind von den in Kapitel 2 verwendeten Zeitzeigern bzw. Effektivwertzeigern zu unterscheiden, welche nur für einfrequente sinusförmige Größenänderungen gelten. In eingeschwungenen Zuständen kann eine Umrechnung zwischen den Zeigergrößen erfolgen. Darauf wird vor allem bei der Initialisierung von Systemmodellen zurückgegriffen.

In elektrischen Netzen treten die Größen Spannung, Strom und Flussverketzung der verschiedenen Betriebsmittel, mit Ausnahmen wie Bahnstromnetzen, dreiphasig auf. Die Momentanwerte der drei Phasen  $g_a$ ,  $g_b$  und  $g_c$  verlaufen im eingeschwungenen Zustand sinusförmig. Bei unsymmetrischen Belastungen oder Betriebsmittelparametern - dies betrifft nicht die Schenkeligkeit von Maschinen - können die Amplituden und Phasenlagen stark von diesem Idealzustand abweichen. In Abbildung 16 ist ein symmetrisches Dreiphasensystem (bei einer Frequenz von 50 Hz) einem unsymmetrischen Dreiphasensystem mit jeweils 10 % Gegensystem und Nullsystem in Bezug auf das Mitsystem (bei einer Frequenz von 45 Hz) gegenübergestellt. Bei elektromagnetischen Ausgleichsvorgängen, wie Schaltvorgängen und Kurzschlüssen, können die Verläufe ihre Sinusform vorübergehend vollständig verlieren.



**Abbildung 16:** Dreiphasensystem eines stationären Zustands in einem symmetrischen Fall (links) und einem unsymmetrischen Fall mit Frequenzabweichung (rechts)

Für die Anwendung in Zeitbereichssimulationen ist die direkte Verwendung der drei Phasengrößen ungeeignet, da selbst in einem stationären und symmetrischen Betriebsfall der sinusförmige Verlauf durch den Integrationsalgorithmus permanent nachvollzogen werden muss. Abhilfe schafft eine Modaltransformation der Größen in ein geeignetes Koordinatensystem. Eine vollständige Übersicht geeigneter Transformationen findet sich in [HOF 03, S.35]. Die Umrechnung zwischen den natürlichen Größen  $\mathbf{g}_{abc} = [g_a \ g_b \ g_c]^T$  und den modalen Größen  $\underline{\mathbf{g}}_M$  erfolgt im Allgemeinen mit einer Transformationsmatrix  $\underline{\mathbf{T}}_M$  und ihrer Inversen. Mit  $\hat{g}$  für die Amplituden der Phasengrößen und  $\varphi$  für die Phasenverschiebung gilt der folgende Zusammenhang, wobei im symmetrischen Zustand die Amplituden gleich sind ( $\hat{g}_a = \hat{g}_b = \hat{g}_c$ ) und die Phasenlagen um  $120^\circ$  gegeneinander verschoben sind ( $\varphi_a = \varphi_b - 120^\circ = \varphi_c - 240^\circ$ ).

$$\underline{\mathbf{g}}_M = \underline{\mathbf{T}}_M \mathbf{g}_{abc} = \underline{\mathbf{T}}_M \begin{bmatrix} \hat{g}_a \sin(\omega_N t + \varphi_a) \\ \hat{g}_b \sin(\omega_N t + \varphi_b) \\ \hat{g}_c \sin(\omega_N t + \varphi_c) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\underline{\mathbf{g}}_{abc} = \underline{\mathbf{T}}_M^{-1} \underline{\mathbf{g}}_M \quad (3.2)$$

Die Elemente der Transformationsmatrix  $\underline{\mathbf{T}}_M$  können dabei eine Funktion von Systemzustandsgrößen, wie dem Läuferwinkel rotierender Maschinen, sein. Die Auswahl der Modaltransformation und damit des Koordinatensystems erfolgt in Abhängigkeit der abzubildenden Betriebsmittel. Ziel ist dabei eine Diagonalisierung der Systemmatrizen, welche eine einfache Formulierung des Gleichungssystems und eine effiziente Berechnung der Betriebsmittel ermöglicht sowie - zumindest im stationären Zustand - zu möglichst zeitinvarianten zeitlichen Ableitungen der Zustandsgrößen führt.

In Abschnitt 3.1 werden zunächst die in der Systembeschreibung verwendeten Koordinatensysteme vorgestellt. Die Koordinatentransformation in Abschnitt 3.2 beschreibt einen einfachen Weg, um die oben genannten Ziele für das Netzgleichungssystem zu erreichen. In Abschnitt 3.3 wird schließlich eine allgemein anwendbare Transformation in Polarkoordinaten vorgeschlagen sowie die zugehörige Umrechnung der Zustandsgrößen und zeitlichen Ableitungen beschrieben.

### 3.1 Raumzeigerkomponenten der Betriebsmittelbeschreibung

Im Folgenden sollen die in der Systemmodellierung in Kapitel 4 und Kapitel 5 verwendeten Raumzeigerkomponenten beschrieben werden. Die zeitlichen Ableitungen der Zustandsgrößen werden jeweils im gleichen Koordinatensystem auf Basis von Zustandsdifferentialgleichungen berechnet.

#### 3.1.1 Ruhende Raumzeigerkomponenten

Die ruhenden Raumzeigerkomponenten stammen aus der Maschinentheorie und ermöglichen die Darstellung eines Drehstromsystems durch einen rotierenden Raumzeiger  $\underline{\mathbf{g}}$  in der komplexen Ebene und eine Homopolarkomponente. Dabei entspricht die Homopolarkomponente der doppelten Nullsystemgröße. Für gewöhnlich erhält dieser Raumzeiger den Index R, auf den in dieser Arbeit verzichtet wird.

$$\underline{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{g}} \\ \underline{\mathbf{g}}^* \\ \underline{\mathbf{g}}_h \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & \underline{\mathbf{a}} & \underline{\mathbf{a}}^2 \\ 1 & \underline{\mathbf{a}}^2 & \underline{\mathbf{a}} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{g}}_a \\ \underline{\mathbf{g}}_b \\ \underline{\mathbf{g}}_c \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{T}}_R^{-1} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{g}}_a \\ \underline{\mathbf{g}}_b \\ \underline{\mathbf{g}}_c \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\underline{\mathbf{T}}_R = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{\mathbf{a}}^2 & \underline{\mathbf{a}} & 1 \\ \underline{\mathbf{a}} & \underline{\mathbf{a}}^2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{\mathbf{T}}_R^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & \underline{\mathbf{a}} & \underline{\mathbf{a}}^2 \\ 1 & \underline{\mathbf{a}}^2 & \underline{\mathbf{a}} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

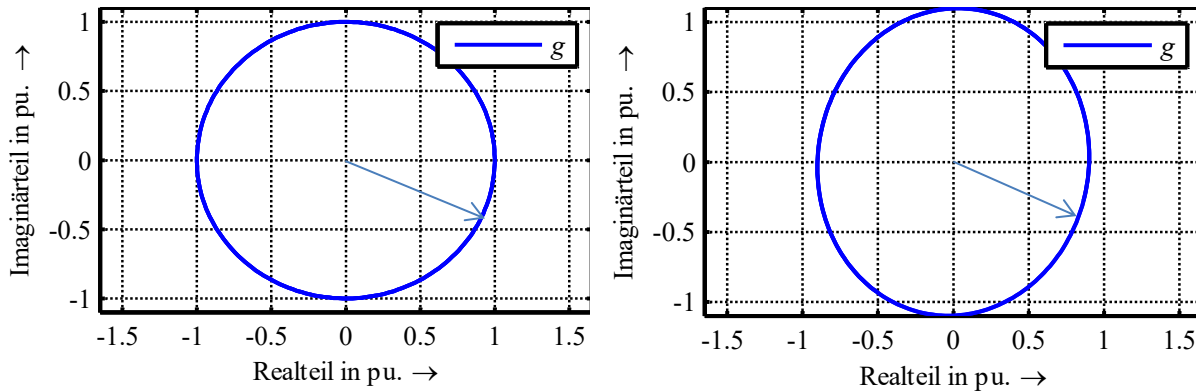
Als Realteil-Achse wird die Achse der Phase a (Bezugsleiter) verwendet. Dafür müssen die Größen der anderen Phasen mit Hilfe des Drehoperators  $\underline{\mathbf{a}}$  auf diese bezogen werden.

$$\underline{\mathbf{a}} = -\frac{1}{2}(1 - j\sqrt{3}) = e^{j\frac{2}{3}\pi} \quad (3.5)$$

Abbildung 17 zeigt, wie der Raumzeiger im symmetrischen Fall einen Kreis und bei Vorhandensein eines Gegensystems eine Ellipse in der komplexen Ebene abbildet (vgl. Abbildung 16). Einmal pro Periode wird im mathematisch positiven Sinne ein vollständiger

Umlauf des Raumzeigers vollzogen. Die Frequenzabweichung ist in dieser Darstellungsform nicht sichtbar. Der konjugiert komplexe Raumzeiger  $\underline{g}^*$  enthält nur redundante Informationen. Das Mitführen ist dennoch sinnvoll, um eine einfache Real- und Imaginärteilbildung in Gleichungssystemen zu ermöglichen.

Tritt ein Nullsystem auf ( $g_a + g_b + g_c \neq 0$ ) muss dieses getrennt berücksichtigt werden. Bei der Darstellung in Raumzeigerkomponenten erfolgt dies über die Homopolarkomponente  $g_h$ . Bei Maschinen ohne geerdeten Sternpunkt braucht die Homopolarkomponente nicht berücksichtigt zu werden.



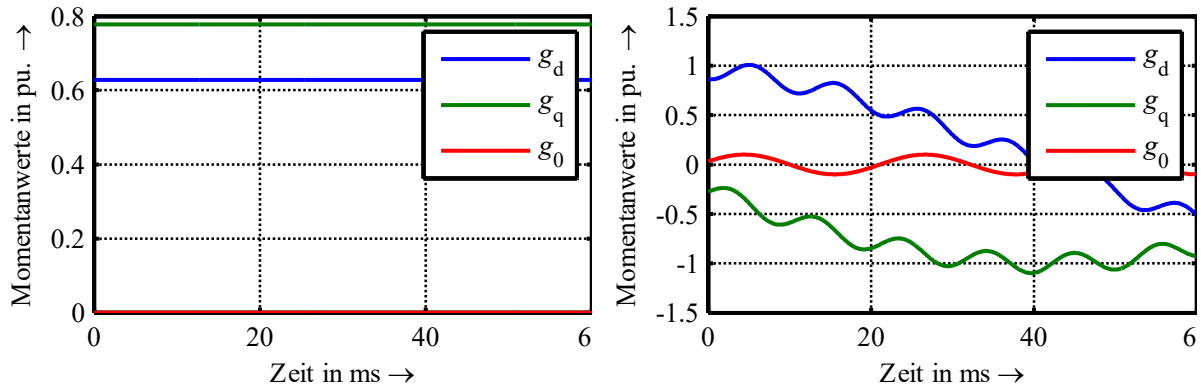
**Abbildung 17:** Raumzeiger in einem stationären symmetrischen Fall (links) und einem stationären unsymmetrischen Fall mit Frequenzabweichung (rechts); ohne Homopolarkomponente

### 3.1.2 Park-Komponenten

Die Park-Koordinaten stammen aus der Maschinentheorie und beschreiben einen rotierenden Raumzeiger durch dessen Realteil mit dem Index d und dessen Imaginärteil mit dem Index q in einem mit  $\omega_{LF}$  rotierenden Koordinatensystem. Das Koordinatensystem wird dabei für gewöhnlich an den mit Läuferkreisfrequenz rotierenden Drehwinkel des Läufers  $\vartheta_{LF}$  gekoppelt. Dadurch spiegeln die Park-Koordinaten die tatsächlichen Verhältnisse auf Maschinenläufern (z.B. Schenkeligkeit) gut wieder und eignen sich für das Aufstellen von Gleichungssystemen für die Läuferwicklungen. Kann sich durch einen freien Sternpunkt der Läuferwicklungen kein Nullsystem ausbilden, können die Park-Komponenten auch ohne Homopolarkomponente  $g_h$  verwendet werden. Die Umrechnung von Park-Komponenten zu Raumzeigern in ruhenden Koordinaten erfolgt mit Hilfe der Transformationsmatrix  $\underline{T}_{RP}$ .

$$\underline{g}_P = \begin{bmatrix} g_d \\ g_q \\ g_h \end{bmatrix} = \underline{T}_{RP} \underline{g} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -j & j & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\vartheta_{LF}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{g} \\ \underline{g}^* \\ g_h \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

In Abbildung 18 sind die äquivalenten Park-Komponenten zu Abbildung 16 dargestellt. Es ist zu sehen, dass die zeitliche Änderung der Zustandsgrößen deutlich verlangsamt wird und die Darstellung im stationären symmetrischen Fall sogar zu konstanten Zustandsgrößen führt.



**Abbildung 18:** Park-Komponenten in einem stationären symmetrischen Fall (links) und einem stationären unsymmetrischen Fall mit Frequenzabweichung (rechts)

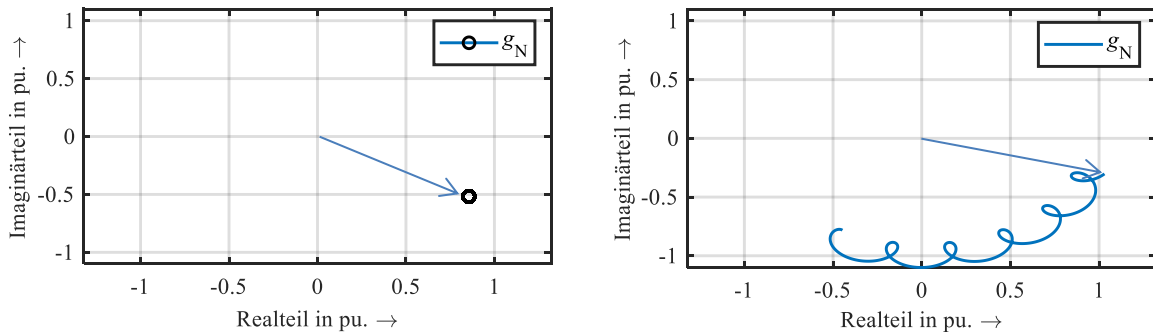
### 3.2 Transformation in rotierende Raumzeigerkomponenten

Bei Untersuchungen im frequenzstarrten Übertragungsnetz mit nur kleinen Unsymmetrien bewegt sich der Raumzeiger  $\underline{g}$  mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_N$ , der Netzkreisfrequenz, um den Koordinatenursprung. Durch die Transformation des Raumzeigers in ein mit  $\omega_K = \omega_N$  rotierendes Koordinatensystem entsteht ein ruhender Raumzeiger  $\underline{g}_N$  in einem mit  $\omega_K$  umlaufenden Koordinatensystem, der im Ausgangszustand, bei  $t = 0$ , die gleiche Phasenlage wie der Raumzeiger  $\underline{g}$  annimmt und im stationären Zustand aber ausschließlich durch Unsymmetrien induzierte Bewegungen ausführt.

Raumzeiger in umlaufenden Koordinaten erhalten für gewöhnlich den Index L. Dies folgt aus dem Bezug auf einen Läuferwinkel. Da in dieser Arbeit der Bezug auf die Netzwinkel erfolgt und um eine Verwechslung mit dem Index L für induktive Betriebsmittel im EKPV zu vermeiden, wird der Index N verwendet.

$$\underline{g}_N = \begin{bmatrix} \underline{g}_N \\ \underline{g}_N^* \\ \underline{g}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_N t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\omega_N t} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{g} \\ \underline{g}^* \\ \underline{g}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_N t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\omega_N t} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{g} \quad (3.7)$$

In Abbildung 19 ist der Vergleich zu den natürlichen Größen in Abbildung 16 deutlich zu erkennen (ohne Homopolarkomponente). Der Raumzeiger vollzieht im gleichen Zeitbereich ( $0 \leq t \leq 60$  ms) nur vergleichsweise langsame Veränderung und ist im stationären symmetrischen Zustand sogar konstant. Diese Transformation der Gleichungssystemgrößen (siehe Kapitel 4) hat erhebliche Vorteile für die Genauigkeit und die Rechenzeit von rechnergestützten Simulationen und Analysen von elektrischen Energiesystemen. Außerdem ermöglicht sie die Durchführung von Untersuchungen zur statischen Stabilität, da diese im Arbeitspunkt konstante Systemzustandsgrößen annimmt.



**Abbildung 19:** Raumzeiger für rotierende Koordinaten in einem stationären symmetrischen Fall (links) und einem stationären unsymmetrischen Fall mit Frequenzabweichung (rechts); ohne Homopolarkomponente

Die zeitliche Ableitung der Raumzeiger in rotierenden Koordinaten  $\underline{\dot{g}}_N$  lässt sich aus der zeitlichen Ableitung in ruhenden Koordinaten  $\underline{\dot{g}}$  berechnen.

$$\underline{\dot{g}}_N = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_N t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\omega_N t} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{\dot{g}} - \begin{bmatrix} j\omega_N & 0 & 0 \\ 0 & -j\omega_N & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{g}_N \quad (3.8)$$

### 3.3 Transformation in polare Raumzeigerkomponenten

In dieser Arbeit wird als Alternative zum Vorgehen in Abschnitt 3.2 die Darstellung der beschriebenen Raumzeiger in Polarkomponenten, wie bereits in [WEI 12] veröffentlicht, vorgeschlagen und auch bei der Durchführung aller Stabilitätsberechnungen angewendet.

Eine Anpassung der Koordinatensysteme ist für Untersuchungen zur transienten Stabilität nicht unbedingt notwendig. Trotzdem kann die Wahl geeigneter Koordinatensysteme sinnvoll sein, wenn dadurch ein linear approximierbares Verhalten der Zustandsgrößen resultiert. In Folge dessen kann eine höhere Schrittweite für die numerische Integration verwendet werden. Dadurch kann vor allem bei Systemen mit vielen Zustandsgrößen die Rechenzeit reduziert werden. Bei Systemen mit wenigen Zustandsgrößen kann die notwendige Rechenzeit für die Transformation der Zustandsgrößen den Effekt durch die geringere Schrittzahl überschreiten. Relevante Anwendungsfälle sind u.a. die detaillierte Modellierung von Asynchronmaschinen und die Berechnung von Inselnetze mit starken Frequenzänderungen während der dynamischen Ausgleichsvorgänge.

Sowohl Raumzeiger in ruhenden Koordinaten als auch Park-Komponenten können bei der Verwendung als Zustandsgrößen für die Untersuchung der statischen Stabilität jedoch ungeeignet sein. Das ist dann der Fall, wenn ihre stationäre zeitliche Ableitung trotz eines stabilen Arbeitspunktes ungleich von Null ist. So ändert sich die Ableitung eines rotierenden Raumzeigers z.B. mit der Lage in der komplexen Ebene und zeigt im symmetrischen Fall entlang der Tangente des beschriebenen Kreises. Der vorgeschlagene Lösungsweg ist die Transformation der Komponenten in eine polare Darstellung (vgl. Gleichung (3.9) und Gleichung (3.10)). Diese enthält in einem stationären Zustand, neben der konstanten Raumzeigeramplitude  $a$ , mit dem Winkel  $\varphi$  eine sich stetig ändernde Zustandsgröße, welche durch ihren linearen Anstieg aber trotzdem zur Berechnung der Eigenwerte verwendet werden kann. Eine zusätzliche Transformation des Winkels in ein mitrotierendes Koordinatensystem



führt zu einer identischen Darstellung. Dies wird für Raumzeiger (Gleichung (3.9)) und für Park-Komponenten (Gleichung (3.10)) durchgeführt.

$$\underline{\underline{g}} = \begin{bmatrix} \underline{g} \\ \underline{g}^* \\ \underline{g}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a e^{j\varphi} \\ a e^{-j\varphi} \\ g_h \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{g}_\varphi = \begin{bmatrix} a \\ \varphi \\ g_h \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{g}_P = \begin{bmatrix} g_d \\ g_q \\ g_h \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} a(e^{j\varphi_P} + e^{-j\varphi_P}) \\ -ja(e^{j\varphi_P} - e^{-j\varphi_P}) \\ 2g_h \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{g}_\varphi = \begin{bmatrix} a \\ \varphi \\ g_h \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Die Untersuchung der statischen Stabilität kann über eine Linearisierung des Gleichungssystems erfolgen. Die zeitlichen Ableitungen der Zustandsgrößen werden dann im Arbeitspunkt nach den Zustandsgrößen abgeleitet. Die Matrix der Ableitungen wird als Jacobimatrix  $\underline{\underline{J}}$  bezeichnet. Bei der Transformation dieser Matrix in die Polarkomponenten werden auch die Umrechnungsvorschriften der Zustandsgrößen in Gleichung (3.9) bzw. Gleichung (3.10) und der zeitlichen Ableitungen im Arbeitspunkt entsprechend der Abschnitte 3.1.1 und 3.1.2 linearisiert. Durch Einsetzen der resultierenden Gleichungen in die linearisierte Zustandsdifferentialgleichung kann auf eine neue Jacobimatrix umgestellt werden, die zwischen den Zustandsgrößen in polaren Komponenten vermittelt.

$$\Delta \underline{\underline{\dot{g}}} = \underline{\underline{J}} \Delta \underline{\underline{g}} \rightarrow \Delta \dot{\mathbf{g}}_\varphi = \mathbf{J}_\varphi \Delta \mathbf{g}_\varphi \quad (3.11)$$

Die Transformation wird im Folgenden jeweils für einen einzelnen Raumzeiger in ruhenden Koordinaten dargestellt. Weist das System auch andere Zustandsgrößen auf, kann die Transformation durch eine Sortierung oder Indexierung der Komponenten parallel für alle Komponentenvektoren erfolgen. Die Elemente der Matrizen verstehen sich dann als Blockdiagonalmatrizen und nicht zu transformierende Zustandsgrößen werden wie die Homopolarkomponente behandelt.

Nach der Transformation der Zustandsgrößen in geeignete Koordinatensysteme kann die Berechnung der Systemeigenwerte  $\underline{\underline{\lambda}}$  wie gewohnt durch die Lösung eines homogenen linearen Gleichungssystems erfolgen.

$$\det(\mathbf{J}_\varphi - \underline{\underline{\lambda}}\mathbf{E}) = 0 \quad (3.12)$$

### 3.3.1 Transformation der ruhenden Raumzeigerkomponenten

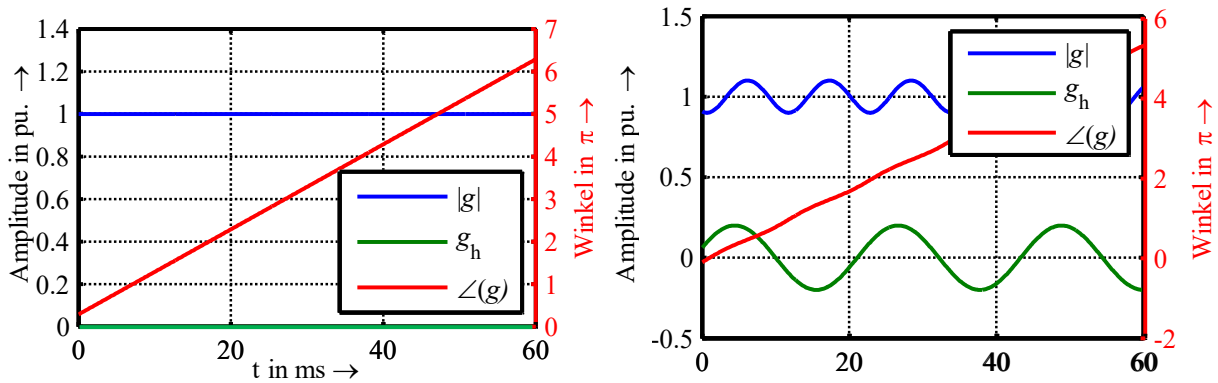
#### Zustandsgrößen

Die Transformation der Raumzeiger in ein Polarkoordinatensystem soll derart erfolgen, dass die Komponenten den Betrag  $a$  und die Phasenlage  $\varphi$  der Raumzeigerkomponente  $\underline{g}$  entsprechend Gleichung (3.13) abbilden (vgl. Gleichung (3.9)).

$$\mathbf{g}_\varphi = \begin{bmatrix} a \\ \varphi \\ g_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\underline{g}| \\ \angle(\underline{g}) \\ g_h \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Die resultierenden Zustandsgrößen sind reell. Eine Besonderheit ist, dass der Winkel  $\varphi$  in einem stationären Zustand linear ansteigt. Dieser Effekt ist in Abbildung 20 deutlich sichtbar (vgl. Abbildung 17). Erkennbar ist außerdem, wie sich ein Gegensystem mit doppelter Frequenz in der Raumzeigeramplitude und ein Nullsystem mit doppelter Amplitude in der Homopolarkomponente  $g_h$  auswirken. Die Rücktransformation in Gleichung (3.14) ist ebenfalls nichtlinear.

$$\underline{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \underline{g} \\ \underline{g}^* \\ g_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a e^{j\varphi} \\ a e^{-j\varphi} \\ g_h \end{bmatrix} \quad (3.14)$$



**Abbildung 20:** Polarkoordinaten des Raumzeigers in ruhenden Koordinaten in einem stationären symmetrischen Fall (links) und einem stationären unsymmetrischen Fall mit Frequenzabweichung (rechts)

### Ableitungen der Zustandsgrößen

Die Gleichungssysteme der Betriebsmittel sind in Raumzeigern in ruhenden Koordinaten formuliert. Die zeitliche Ableitung der Raumzeiger  $\underline{\dot{\mathbf{g}}}$  kann an dieser Stelle als eine bekannte allgemeine Funktion des Systemzustands  $\underline{\mathbf{z}}$  und der Systemanregung  $\underline{\mathbf{x}}$  vorausgesetzt werden.

$$\begin{bmatrix} \underline{\dot{g}} \\ \underline{\dot{g}}^* \\ \underline{\dot{g}}_h \end{bmatrix} = \underline{\dot{\mathbf{g}}} = \mathbf{f}(\underline{\mathbf{z}}, \underline{\mathbf{x}}) \quad (3.15)$$

Da die Systemgleichungen in ruhenden Raumzeigerkoordinaten formuliert sind, ist für die numerische Integration die Transformation der zeitlichen Ableitungen in Polarkoordinaten notwendig. Dabei enthält die Transformationsmatrix die Zustandsgrößen selbst (Herleitung in Anhang I.I).

$$\underline{\dot{\mathbf{g}}}_\varphi = \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{g}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re \left\{ \frac{\underline{\dot{g}}}{\underline{g}} \right\} a \\ \Im \left\{ \frac{\underline{\dot{g}}}{\underline{g}} \right\} \\ \dot{g}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left( \frac{\underline{\dot{g}}}{\underline{g}} + \frac{\underline{\dot{g}}^*}{\underline{g}^*} \right) a \\ \frac{1}{2j} \left( \frac{\underline{\dot{g}}}{\underline{g}} - \frac{\underline{\dot{g}}^*}{\underline{g}^*} \right) \\ \dot{g}_h \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{a}{\underline{g}} & \frac{a}{\underline{g}^*} & 0 \\ \frac{1}{j\underline{g}} & \frac{1}{j\underline{g}^*} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{\dot{\mathbf{g}}}_\varphi \quad (3.16)$$

Bei Anwendung auf Raumzeiger in umlaufenden Raumzeigerkoordinaten entsprechend Abschnitt 3.1.1 würde die zeitliche Ableitung des Winkels  $\varphi_N$  im stationären Zustand zu null werden.

$$\underline{\dot{\mathbf{g}}}_{\varphi N} = \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{\varphi}_N \\ \dot{g}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re \left\{ \frac{\underline{\dot{g}}_N}{\underline{g}_N} \right\} a \\ \Im \left\{ \frac{\underline{\dot{g}}_N}{\underline{g}_N} \right\} \\ \dot{g}_h \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

### Jacobimatrix

Die zu transformierenden Größen bei der Umwandlung der Jacobimatrix sind der Raumzeiger  $\underline{g}$  und der konjugiert komplexe Raumzeiger  $\underline{g}^*$ . In die Transformationsvorschrift in Gleichung (3.13) bzw. (3.14) lassen sich Abweichungen  $\Delta$  der Zustandsgrößen einführen. Die Ableitung der Gleichungen nach diesen Abweichungen liefert dann eine Transformation der linearisierten Gleichung im Arbeitspunkt.

$$\underline{\Delta \mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \underline{\Delta g} \\ \underline{\Delta g}^* \\ \underline{\Delta g}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{g}}{a} & j\underline{g} & 0 \\ \frac{\underline{g}^*}{a} & -j\underline{g}^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{\Delta \mathbf{g}}_\varphi \quad (3.18)$$

Analog zu den Zustandsgrößen lässt sich eine linearisierte Gleichung für die zeitlichen Ableitungen aufstellen.

$$\underline{\Delta \dot{\mathbf{g}}} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{g}}{a} & j\underline{g} & 0 \\ \frac{\underline{g}^*}{a} & -j\underline{g}^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{\Delta \dot{\mathbf{g}}}_\varphi + \begin{bmatrix} j\dot{\varphi} \frac{\underline{g}}{a} & j\underline{g} \left( \frac{\dot{a}}{a} + j\dot{\varphi} \right) & 0 \\ -j\underline{g}^* \left( \frac{\dot{a}}{a} - j\dot{\varphi} \right) & -j\dot{\varphi} \frac{\underline{g}^*}{a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\Delta \mathbf{g}}_\varphi \quad (3.19)$$

Werden  $\underline{\Delta \mathbf{g}}$  und  $\underline{\Delta \dot{\mathbf{g}}}$  in der linearisierten Systemgleichung durch die gewonnen Gleichungen ersetzt, ergibt sich eine Berechnungsvorschrift für die Jacobimatrix in polaren Komponenten  $\underline{\mathbf{J}}_\varphi$ . Die Transformationsmatrizen setzen sich aus den Zustandsgrößen bzw. den

transformierten Zustandsgrößen entsprechend Gleichung (3.13) sowie deren zeitlichen Ableitungen im Arbeitspunkt zusammen, so dass diese Matrizen für jeden zu untersuchenden Betriebszustand individuell erstellt werden müssen.

$$J_\varphi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{a}{g} & \frac{a}{g^*} & 0 \\ \frac{1}{jg} & -\frac{1}{jg^*} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} \frac{g}{a} & jg & 0 \\ \frac{g^*}{a} & -jg^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -a\dot{\varphi} & 0 \\ \dot{\varphi} & \frac{\dot{a}}{a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

### 3.3.2 Transformation der Park-Komponenten

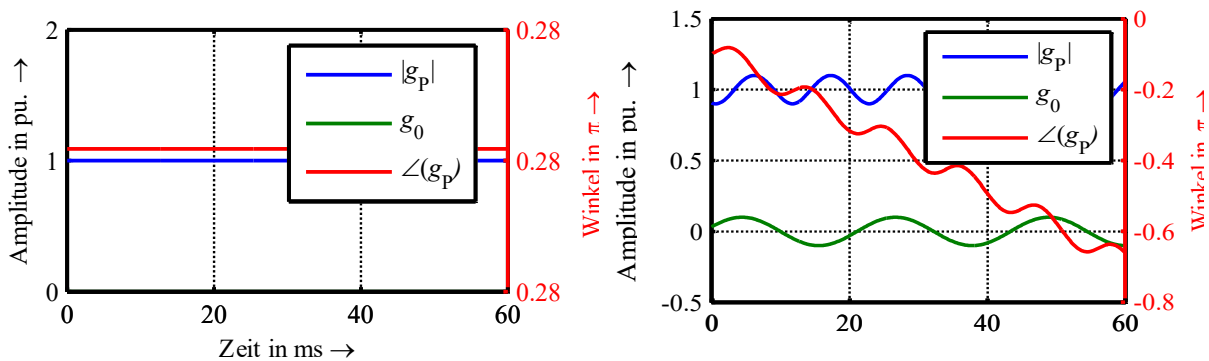
#### Zustandsgrößen

Bewegt sich das gewählte rotierende Koordinatensystem der Park-Koordinaten synchron mit der Winkelgeschwindigkeit des elektrischen Netzes ( $\omega_{LF} = \omega_N$ ), sind die Park-Komponenten im stationären Zustand konstant. Bei Asynchronmaschinen ist dies nicht der Fall, da sich die Läuferströme schlupffrequent ändern. Die Zustandsgrößen erfüllen dann nicht die notwendigen Bedingungen für Untersuchungen zur statischen Stabilität. Hier besteht entweder die Möglichkeit alle Größen auf die Ständerseite und in ein mit  $\omega_N$  rotierendes Koordinatensystem zu transformieren oder ebenfalls eine polare Darstellung zu formulieren.

$$\mathbf{g}_\varphi = \begin{bmatrix} a \\ \varphi \\ g_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |g_d + jg_q| \\ \angle(g_d + jg_q) \\ g_h \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{g}_P = \begin{bmatrix} g_d \\ g_q \\ g_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos(\varphi) \\ a \sin(\varphi) \\ g_h \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Abbildung 21 zeigt wie die sinusförmigen Schwingungen aus der Differenzwinkelgeschwindigkeit durch die Verwendung von Polarkoordinaten in eine lineare Änderung des Winkels transformiert werden (vgl. Abbildung 18).



**Abbildung 21:** Park-Komponenten in Polarkoordinaten in einem stationären symmetrischen Fall (links) und einem stationären unsymmetrischen Fall mit Frequenzabweichung (rechts)

### Ableitungen der Zustandsgrößen

Da die Gleichungssysteme in Park-Komponenten formuliert sind, müssen für die numerische Integration auch die Ableitungen in die polaren Park-Koordinaten transformiert werden. Dabei enthält die Transformationsmatrix die Zustandsgrößen selbst (Herleitung in Anhang I.II).

$$\dot{\mathbf{g}}_{\varphi} = \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{g}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g_d}{a} & \frac{g_q}{a} & 0 \\ -\frac{g_q}{a^2} & \frac{g_d}{a^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{g}_P \quad (3.23)$$

### Jacobimatrix

Auch die d- und q-Komponenten der Park-Komponenten lassen sich als Raumzeiger  $g_d + jg_q$  durch einen Betrag  $a$  und eine Phase  $\varphi$  beschreiben. Analog zu den rotierenden Raumzeigern kann die Umrechnung von Park-Komponenten in polare Komponenten durch die Linearisierung von Gleichung (3.10) im Arbeitspunkt bestimmt werden. Diese linearisierten Zusammenhänge sind Voraussetzung für das Erstellen der Jacobimatrix im neuen Koordinatensystem.

$$\Delta \underline{\mathbf{g}}_P = \begin{bmatrix} \Delta g_d \\ \Delta g_q \\ \Delta g_h \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{g_d}{a} & -g_q & 0 \\ \frac{g_q}{a} & g_d & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{g}_{\varphi} \quad (3.24)$$

Für die Transformation der zeitlichen Ableitungen ergibt sich der folgende lineare Zusammenhang im Arbeitspunkt.

$$\Delta \dot{\mathbf{g}}_P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{g_d}{a} & -g_q & 0 \\ \frac{g_q}{a} & g_d & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{g}}_{\varphi} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\dot{\varphi} \frac{g_q}{a} & -\dot{a} \frac{g_q}{a} - \dot{\varphi} g_d & 0 \\ \dot{\varphi} \frac{g_d}{a} & \dot{a} \frac{g_d}{a} - \dot{\varphi} g_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{g}_{\varphi} \quad (3.25)$$

Für die Transformation der Jacobimatrix ergibt sich dieselbe Struktur wie in der Raumzeigerdarstellung.

$$\mathbf{J}_{P\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{g_d}{a} & \frac{g_q}{a} & 0 \\ -\frac{g_q}{a^2} & \frac{g_d}{a^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \mathbf{J}_P \begin{bmatrix} \frac{g_d}{a} & -g_q & 0 \\ \frac{g_q}{a} & g_d & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -a\dot{\varphi} & 0 \\ \dot{\varphi} & \dot{a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

## 4 Zustandsgleichungen des Elektroenergiesystems

Bei der Simulation von Ausgleichsvorgängen in elektrischen Netzen bieten knotenorientierte Verfahren entscheidende Vorteile. Dazu gehören das Aufstellen der Gleichungssysteme ohne topologische Hilfsmittel, die Anwendung expliziter Gleichungen für die Betriebsmittel und die direkte Berechnung aller Knotenspannungen. Das Erweiterte Knotenpunktverfahren zeichnet sich unter den knotenorientierten Verfahren durch die direkte Verwendbarkeit nichtlinearer Betriebsmittelgleichungen und die Berechnung aller Knotenspannungen im Netz aus. Eine ausführliche Gegenüberstellung von Verknüpfungsverfahren und Netzgleichungssystemen findet sich in [HOF 03, S. 10].

Bei dem EKPV handelt es sich um ein Algebro-Differentialgleichungssystem. Dieses trennt sich in ein Differentialgleichungssystem und ein algebraisches Gleichungssystem. Das Differentialgleichungssystem bestimmt die zeitlichen Ableitungen der Zustandsgrößen  $\underline{\dot{z}}$  für jedes Betriebsmittel in Abhängigkeit der Zustandsgrößen des Systems  $\underline{z}$  (u. A. die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{LF}$  und der Rotorwinkel  $\vartheta_{LF}$  der Bewegungsgleichung nach Abschnitt 2.1.1) und externer Einflüsse, ausgedrückt durch die Eingangsgrößen  $\underline{x}$  (z. B. die mechanische Antriebsleistung  $P_m$ ).

$$\underline{\dot{z}} = \underline{A} \underline{z} + \underline{B} \underline{x} \quad (4.1)$$

Das algebraische Gleichungssystem berechnet Koppelgrößen  $\underline{y}$  (u. A. die Quellenspannung  $\underline{u}_{qL}$  nach Abschnitt 4.3) zwischen den Betriebsmitteln und liefert die Spannungswerte der induktiven und resistiven Konten, die selbst keine Zustandsgrößen darstellen (vgl. Abschnitt 4.2).

$$\underline{y} = \underline{C} \underline{z} + \underline{D} \underline{x} \quad (4.2)$$

Durch Ausnutzung dieses algebraischen Zusammenhangs können die Differentialgleichungen weiterhin so umgestellt werden, dass die Gleichungen der einzelnen Betriebsmittel nur indirekt über die Koppelgrößen zusammenhängen. Dadurch erhalten die Matrizen  $\underline{A}'$ ,  $\underline{B}'$  und  $\underline{B}''$  in Bezug auf die einzelnen Betriebsmittel einen diagonalen Charakter, was das Aufstellen und die Modifikation der Gleichungssysteme vereinfacht.

$$\underline{\dot{z}} = \underline{A}' \underline{z} + \underline{B}' \underline{y} + \underline{B}'' \underline{x} \quad (4.3)$$

Im folgenden Abschnitt wird zunächst eine detailliertere Formulierung der allgemeinen Systemgleichungen ausgehend von Gleichung (4.3) erstellt. Danach wird auf die Darstellung und die Kopplung der Betriebsmittel im EKPV eingegangen. Es folgen Abschnitte, die im Detail auf die Abbildung der Betriebsmittel und die Initialisierung des Gleichungssystems eingehen. Abschließend wird die Implementierung der Näherungen im Netzgleichungssystem erläutert. Es werden vier Optionen für Näherungen im Netzgleichungssystem beschrieben:

- Hochfrequent, vollständiges Modell unter Berücksichtigung der Kapazitäten, in Abschnitt 4.2,
- Hochfrequent, vollständiges Modell ohne Berücksichtigung der Kapazitäten, mit und
- ohne Dämpfung, durch ohmsche Widerstände, in Abschnitt 4.5 sowie mit
- quasistationären Strömen und Spannungen in Abschnitt 4.6.

Die Beschreibung der inneren Gleichungssysteme der Energiewandler und deren Näherungen erfolgt in Kapitel 5.

#### 4.1 Vollständiges Gleichungssystem

Da die Kopplung der Energiequellen und -senken ausschließlich über das elektrische Netz erfolgt bietet sich eine Aufteilung der Vektoren in Netzbetriebsmittel und die Quellen und Senken an. Praktisch wird eine Unterscheidung zwischen den Zustandsgrößen des Netzgleichungssystems (Index a) aus dem EKPV und den inneren Zustandsgrößen der Betriebsmittel (Index i) getroffen [OSW 96, S. 155]. Dabei setzen sich die inneren Zustandsgrößen aus einer Vielzahl unterschiedlicher magnetischer, mechanischer Größen, aber auch Zustandsgrößen der Regler, zusammen. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie nur indirekt über die Koppelgrößen  $\underline{y}_i$  auf den Netzanschlusspunkt wirken. So wird eine kompakte Beschreibung der elektrischen Vorgänge im Netz möglich und die inneren Gleichungssysteme der unterschiedlichen Erzeugungseinheiten können unabhängig voneinander berechnet werden. Die Vereinfachung des Gleichungssystems durch die Aufteilung in ein gekoppeltes äußeres und unabhängige innere Gleichungssysteme ist in Abbildung 22 dargestellt. Dabei gelten folgende Zuordnungen:

- $\underline{z}_a$  sind die Zustandsgrößen des Netzgleichungssystems (Ströme  $\underline{i}_L$  und Spannungen  $\underline{u}_{CK}$  entsprechend Abschnitt 4.2),
- $\underline{K}_{z,ai}\underline{z}_a$  sind davon die Klemmenströme der Energiequellen und -senken
- $\underline{z}_i$  sind die Zustandsgrößen der inneren Gleichungssysteme (Flussverkettungen  $\underline{\Psi}_{LF}$  Rotorwinkelgeschwindigkeit  $\omega_{LF}$  und Rotorwinkel  $\vartheta_{LF}$  entsprechend Kapitel 5),
- $\underline{K}_{y,ai}\underline{y}_a$  sind die Klemmenspannungen der Energiequellen und -senken (entsprechend Abschnitt 4.2)
- $\underline{y}_i$  sind die Quellengrößen der Energiequellen und -senken (eingepreagte Quellenspannungen  $\underline{u}_{qL}$  entsprechend Kapitel 5)
- $\underline{x}_i$  sind die Eingangsgrößen der Energiequellen und -senken (z.B. das mechanische Moment des Generators)

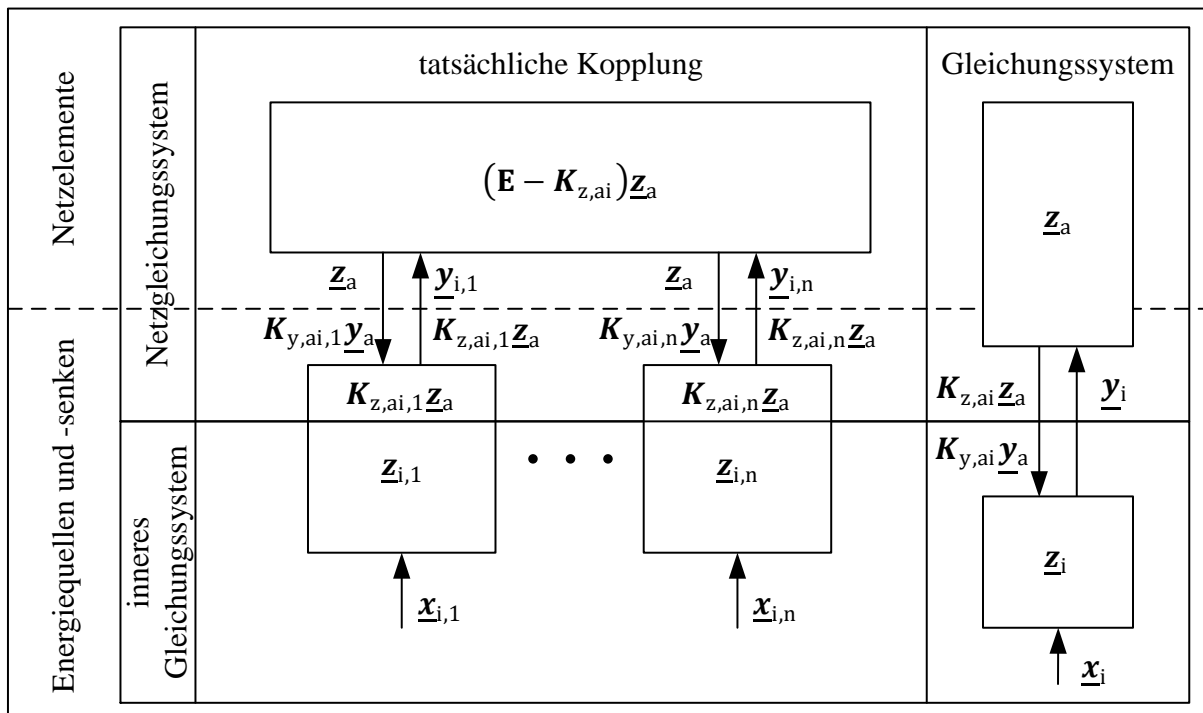


Abbildung 22: Zuordnung der Gleichungssystemgrößen entsprechend ihrer Funktion und ihrer Position im Gleichungssystem

Gleichung (4.3) folgend, kann das Netzgleichungssystem unabhängig von Maschinenmodellierung und damit der Wahl der inneren Zustandsgrößen  $\underline{z}_i$  formuliert werden ( $\underline{A}'_{ia} = \mathbf{0}$  und  $\underline{B}'_{ai} = \mathbf{0}$ ). So können Näherungen für das Netzgleichungssystem effizient umgesetzt werden. Besonders hervorzuheben ist hier die Annahme quasistationärer Netzzustandsgrößen, welche entsprechend Abschnitt 4.6 ohne Änderungen an der Modellierung der Energiequellen und -senken vorgenommen wird. Die erste Vereinfachung des Gleichungssystems, ist die Formulierung der Netzbetriebsmittel ohne Eingangsgrößen und innere Zustandsgrößen ( $\underline{x}_a = \mathbf{0}$  und  $(\mathbf{E} - \mathbf{K}_{z,ai})\underline{z}_i = \mathbf{0}$ ). Diese sind im Rahmen dieser Arbeit nicht notwendig (vgl. Abschnitt 4.3).

$$\begin{bmatrix} \underline{\dot{z}}_a \\ \underline{\dot{z}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}'_{aa} & \mathbf{0} \\ \underline{A}'_{ai}\mathbf{K}_{z,ai} & \underline{A}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}'_{aa} & \underline{B}'_{ia} \\ \underline{B}'_{ai}\mathbf{K}_{y,ai} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{y}_a \\ \underline{y}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \underline{B}_{ii} \end{bmatrix} \underline{x}_i \quad (4.4)$$

$$\underline{y}_i = [\underline{C}_{ai}\mathbf{K}_{z,ai} \quad \underline{C}_{ii}] \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} + \underline{D}_{ii}\underline{x}_i \quad (4.5)$$

$$\underline{y}_a = \underline{C}'_{aa}\underline{z}_a + \underline{C}'_{ia}\underline{y}_i \quad (4.6)$$

Alle Teilmatrizen des Systems können arbeitspunktabhängig sein. Vor allem das innere Gleichungssystem weist auch bei dem Einsatz von Näherungen starke Nichtlinearitäten auf. In diesem Fall sind die Teilmatrizen ebenfalls Funktionen der Zustandsgrößen und ggf. auch der Eingangsgrößen. Die Matrizen  $\underline{A}_{ii}$ ,  $\underline{B}_{ii}$ ,  $\underline{C}_{ii}$ ,  $\underline{D}_{ii}$ ,  $\underline{A}'_{ai}$ ,  $\underline{B}'_{ai}$  und  $\underline{C}_{ai}$  sind Blockdiagonalmatrizen für die einzelnen Quellen und Senken. Die Koppel- bzw. Indexmatrizen  $\mathbf{K}_{z,ai}$  und  $\mathbf{K}_{y,ai}$  beschreiben die Zuordnung der Größen des Netzgleichungssystems zu den Klemmengrößen der individuellen Betriebsmittel. Die Matrizen  $\underline{A}'_{ai}$ ,  $\underline{B}'_{ai}$  und  $\underline{C}_{ai}$  stellen dadurch ausschließlich einen Zusammenhang zwischen den Klemmengrößen der Quellen und Senken zu ihren Zustandsgrößen dar. Das äußere Gleichungssystem (Algebro-Differentialgleichungssystem des Netzes) bildet die Kopplung der Quellen und Senken über ihre Quellengrößen  $\underline{y}_i$  vollständig ab und kann auf Basis der Gleichungen (4.13) und (4.14) aus Abschnitt 4.2 in das vollständige Gleichungssystem integriert werden.

Es ist grundsätzlich möglich das verwendete Gleichungssystem in die ursprüngliche Form entsprechend der Gleichungen (4.1) und (4.2) zu überführen. Die Umrechnung der Matrizen ist in Anhang II zu finden.

## 4.2 Das Erweiterte Knotenpunktverfahren (EKPV)

Ziel der detaillierten Systemmodellierung auf Basis des EKPV ist eine Referenzlösung für die Bewertung des Genauigkeitsgrades verschiedener Näherungsoptionen zu schaffen. So können auch elektromagnetische Effekte berücksichtigt werden, welche durch klassische quasistationäre Modellierungsansätze vernachlässigt werden.

In einem allgemeinen elektrischen Netz lässt sich nach [OSW 91] zwischen drei Netzbetriebsmitteltypen unterscheiden (siehe Abbildung 23). Jeder Typ kann an Hand seines Klemmenverhaltens durch eine Gleichung beschrieben werden. Diese Gleichung kann eine Zustandsgröße, einen ohmschen Widerstand und eine Quellengröße enthalten. Ströme und Spannungen werden als Raumzeiger in ruhenden Koordinaten abgebildet (vgl. Abschnitt 3.1.1). Die Quellengröße wird dabei durch ein inneres Gleichungssystem des Betriebsmittels bestimmt und kann von inneren Zustandsgrößen  $\underline{z}_i$  und externen Einwirkungen  $\underline{x}_i$  abhängen. Die Anzahl der Betriebsmittelklemmen bestimmt die Dimensionen der Vektoren und der Matrizen. Für einseitig angeschlossene Betriebsmittel (Eintore), wie ein Verbraucher, ergeben sich drei Elemente. Für zweiseitig angeschlossene Betriebsmittel (Zweitore), wie Leitungen,



ergeben sich sechs Elemente. Die Gleichungen werden für die Beschreibung der Klemmengrößen in Raumzeigerdarstellung in ruhenden Koordinaten formuliert und verstehen sich als Blockdiagonalmatrizen, welche die einzelnen Betriebsmittel zunächst unabhängig voneinander beschreiben. Die Teilmatrizen der einzelnen Betriebsmittel können voll besetzt sein.

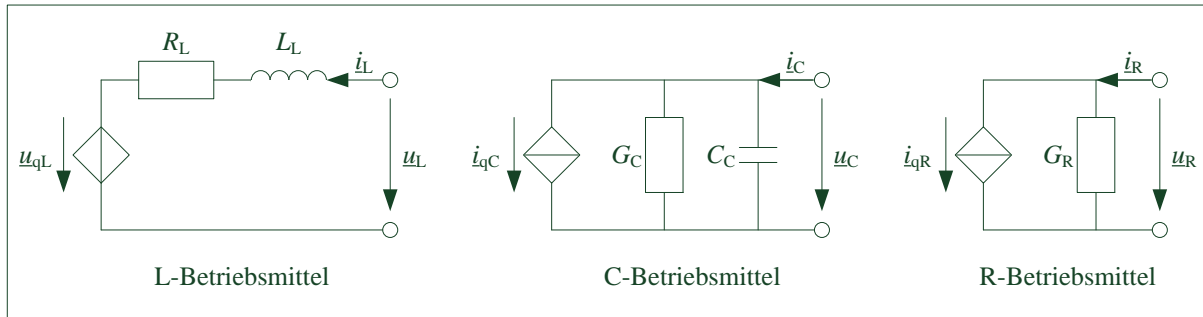


Abbildung 23: Charakteristische Ersatzschaltbilder der Netzbetriebsmitteltypen

**Induktive Betriebsmittel** (Index L) können durch eine Reihenschaltung aus einem ohmschen Widerstand  $R_L$ , einer Induktivität<sup>3</sup>  $L_L = \omega_0^{-1} G_L^{-1}$  und einer Spannungsquelle  $\underline{u}_{qL}$  abgebildet werden. Da sich der Strom in einer Induktivität nicht sprunghaft ändern kann, stellt er eine Zustandsgröße dar.

$$\underline{L}_L \dot{\underline{i}}_L = \underline{u}_L - \underline{u}_{qL} - R_L \underline{i}_L \quad (4.7)$$

**Kapazitive Betriebsmittel** (Index C) lassen sich durch eine Parallelschaltung aus einem Widerstand  $R_C = G_C^{-1}$ , einer Kapazität  $C_C$  und einer Stromquelle  $\underline{i}_{qC}$  darstellen. Hier ist die Spannung über der Kapazität eine Zustandsgröße.

$$\dot{\underline{i}}_C = C_C \dot{\underline{u}}_C + G_C \underline{u}_C + \underline{i}_{qC} \quad (4.8)$$

**Resistive Betriebsmittel** (Index R) werden durch eine Parallelschaltung aus einem Widerstand  $R_R = G_R^{-1}$  und einer Stromquelle  $\underline{i}_{qR}$  abgebildet. Da in ihrer Zweigdarstellung keine Energiespeicher enthalten sind, weisen sie keine inneren Zustandsgrößen auf.

$$\dot{\underline{i}}_R = G_R \underline{u}_R + \underline{i}_{qR} \quad (4.9)$$

Für die Verknüpfung der Betriebsmittel werden zunächst auch die Knoten in kapazitive, resistive und induktive Knoten eingeteilt. Die Benennung erfolgt an Hand der angeschlossenen Betriebsmittel. Dabei dürfen an induktiven Knoten ausschließlich induktive Betriebsmittel angeschlossen sein. An resistiven Knoten müssen resistive Betriebsmittel, aber dürfen keine kapazitiven Betriebsmittel angeschlossen sein. Sobald ein kapazitives Betriebsmittel angeschlossen wird, handelt es sich um einen kapazitiven Knoten. Die Knoten-Klemmen-Matrix beschreibt dann die Kopplung der Betriebsmittel mit den Knoten [OSW 09, Seite 240].

<sup>3</sup>Die Matrix  $G_L$  wird eingeführt, um eine übersichtliche Formulierung der Spannungsgleichungen zu ermöglichen. Die komplexe Darstellung wird verwendet, um die phasendrehende Wirkung der Schaltgruppen von Transformatoren abzubilden. Dabei liegt eine Mehrpolderdarstellung zugrunde (siehe Abschnitt 4.3).

$$\begin{array}{l}
\text{L - BM} \quad \text{R - BM} \quad \text{C - BM} \\
\text{L - Knoten} \\
\text{R - Knoten} \\
\text{C - Knoten}
\end{array}
\begin{array}{l}
\begin{bmatrix}
\mathbf{K}_{LL} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{K}_{RL} & \mathbf{K}_{RR} & \mathbf{0} \\
\mathbf{K}_{CL} & \mathbf{K}_{CR} & \mathbf{K}_{CC}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\mathbf{i}_L \\
\mathbf{i}_R \\
\mathbf{i}_C
\end{bmatrix} = \mathbf{0}
\end{array}
\quad (4.10)$$

Alternativ zur Verwendung von komplexen Induktivitäten  $\underline{L}_L$  in der Gleichung für induktive Betriebsmittel könnten auch die Teilmatrizen  $\mathbf{K}_{LL}$  komplexe Werte annehmen, um die phasendrehende Wirkung der Schaltgruppe von Transformatoren mit Hilfe der Knoten-Klemmen-Matrix zu berücksichtigen [OSW 09, Seite 196].

Mehrere kapazitive Betriebsmittel an einem kapazitiven Knoten sehen immer die identische Spannung. Dies ermöglicht der Reduktion der Zustandsgrößen von den kapazitiven Betriebsmittelspannungen  $\underline{u}_C$  auf die kapazitiven Knotenspannungen  $\underline{u}_{CK}$ .

$$\underline{u}_C = \mathbf{K}_{CC}^T \underline{u}_{CK} \quad (4.11)$$

Ebenso werden die Kapazitäten zu einer Knotenkapazitätsmatrix  $\mathbf{C}_{CK}$  zusammengefasst.

$$\mathbf{C}_{CK} = -\mathbf{K}_{CC} \mathbf{C}_C \mathbf{K}_{CC}^T \quad (4.12)$$

Der Vektor der Zustandsgrößen des Netzes setzt sich aus den Strömen der induktiven Betriebsmittel  $\underline{i}_L$  und den Spannungen der kapazitiven Knoten  $\underline{u}_{CK}$  zusammen. Als Koppelgrößen ergeben sich die Spannungen an den induktiven  $\underline{u}_{LK}$  und resistiven Knoten  $\underline{u}_{RK}$ .

$$\begin{bmatrix}
\mathbf{G}_{LL} & \mathbf{G}_{LR} \\
\mathbf{0} & \mathbf{G}_{RR}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\underline{u}_{LK} \\
\underline{u}_{RK}
\end{bmatrix} =
\begin{bmatrix}
-\mathbf{K}_{LL} \mathbf{G}_L \mathbf{R}_L & -\mathbf{G}_{LC} \\
\mathbf{K}_{RL} & -\mathbf{G}_{RC}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\underline{i}_L \\
\underline{u}_{CK}
\end{bmatrix} +
\begin{bmatrix}
-\mathbf{K}_{LL} \mathbf{G}_L & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{K}_{RR}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\underline{u}_{qL} \\
\underline{i}_{qR}
\end{bmatrix}
\quad (4.13)$$

$$\begin{bmatrix}
\underline{L}_L & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{C}_{CK}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\underline{i}_L \\
\underline{u}_{CK}
\end{bmatrix} =
\begin{bmatrix}
-\mathbf{R}_L & \mathbf{K}_{CL}^{T*} \\
\mathbf{K}_{CL} & -\mathbf{G}_{CC}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\underline{i}_L \\
\underline{u}_{CK}
\end{bmatrix} +
\begin{bmatrix}
\mathbf{K}_{LL}^{T*} & \mathbf{K}_{RL}^{T*} \\
\mathbf{0} & -\mathbf{G}_{CR}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\underline{u}_{LK} \\
\underline{u}_{RK}
\end{bmatrix} +
\begin{bmatrix}
-\mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{K}_{CR} & \mathbf{K}_{CC}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\underline{u}_{qL} \\
\underline{i}_{qR} \\
\underline{i}_{qC}
\end{bmatrix}
\quad (4.14)$$

Die darin enthaltenen Leitwertmatrizen sind Teilmatrizen der Knotenleitwertmatrix<sup>4</sup>.

$$\begin{bmatrix}
\mathbf{G}_{LL} & \mathbf{G}_{LR} & \mathbf{G}_{LC} \\
\mathbf{0} & \mathbf{G}_{RR} & \mathbf{G}_{RC} \\
\mathbf{0} & \mathbf{G}_{CR} & \mathbf{G}_{CC}
\end{bmatrix} = - \begin{bmatrix}
\mathbf{K}_{LL} \mathbf{G}_L \mathbf{K}_{LL}^T & \mathbf{K}_{LL} \mathbf{G}_L \mathbf{K}_{RL}^T & \mathbf{K}_{LL} \mathbf{G}_L \mathbf{K}_{CL}^T \\
\mathbf{0} & \mathbf{K}_{RR} \mathbf{G}_R \mathbf{K}_{RR}^T & \mathbf{K}_{RR} \mathbf{G}_R \mathbf{K}_{CR}^T \\
\mathbf{0} & \mathbf{K}_{CR} \mathbf{G}_R \mathbf{K}_{RR}^T & \mathbf{K}_{CC} \mathbf{G}_C \mathbf{K}_{CC}^T + \mathbf{K}_{CR} \mathbf{G}_R \mathbf{K}_{CR}^T
\end{bmatrix}
\quad (4.15)$$

Die Größen der Gleichungen (4.13) und (4.14) werden also wie folgt den Größen des Gleichungssystems (4.4) bis (4.6) zugeordnet.

$$\underline{z}_a = \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \underline{u}_{CK} \end{bmatrix}; \quad \underline{y}_a = \begin{bmatrix} \underline{u}_{LK} \\ \underline{u}_{RK} \end{bmatrix}; \quad \underline{y}_i = \begin{bmatrix} \underline{u}_{qL} \\ \underline{i}_{qR} \\ \underline{i}_{qC} \end{bmatrix}
\quad (4.16)$$

<sup>4</sup>An anderer Stellen (z.B. [HOF 03]) werden die Matrizen mit positivem Vorzeichen verwendet. Dann müssen auch die Vorzeichen in den Gleichungen (4.13) und (4.14) entsprechend angepasst werden.

Die Differentialgleichungen der inneren Zustandsgrößen der Betriebsmittel  $\underline{z}_i$  können separat betrachtet werden. Sie wirken über die Quellengrößen  $\underline{u}_{qL}$ ,  $\underline{i}_{qR}$  und  $\underline{i}_{qC}$  auf das beschriebene Algebro-Differentialgleichungssystem ein.

Die Matrizen  $\underline{A}'_{aa}$ ,  $\underline{B}'_{aa}$ ,  $\underline{C}'_{aa}$ ,  $\underline{B}'_{ia}$  und  $\underline{C}'_{ia}$  sind unabhängig von der Modellierung der Quellen und Senken. Für diese Matrizen des Netzgleichungssystems in den Gleichung (4.4) und (4.6) gilt somit im Allgemeinen:

$$\underline{A}'_{aa} = \begin{bmatrix} \omega_0 \underline{G}_L & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{C}_{CK}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\underline{R}_L & \underline{K}_{CL}^{T*} \\ \underline{K}_{CL} & -\underline{G}_{CC} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\underline{B}'_{aa} = \begin{bmatrix} \omega_0 \underline{G}_L & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{C}_{CK}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{K}_{LL}^{T*} & \underline{K}_{RL}^{T*} \\ \mathbf{0} & -\underline{G}_{CR} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\underline{B}'_{ia} = \begin{bmatrix} \omega_0 \underline{G}_L & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{C}_{CK}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\underline{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{K}_{CR} & \underline{K}_{CC} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\underline{C}'_{aa} = \begin{bmatrix} \underline{G}_{LL} & \underline{G}_{LR} \\ \mathbf{0} & \underline{G}_{RR} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\underline{K}_{LL} \underline{G}_L \underline{R}_L & -\underline{G}_{LC} \\ \underline{K}_{RL} & -\underline{G}_{RC} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$\underline{C}'_{ia} = \begin{bmatrix} \underline{G}_{LL} & \underline{G}_{LR} \\ \mathbf{0} & \underline{G}_{RR} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\underline{K}_{LL} \underline{G}_L & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{K}_{RR} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

### 4.3 Darstellung der Betriebsmittel im EKPV

Das Aufstellen des Netzgleichungssystems teilt sich, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, in zwei Arbeitsschritte. Das Zusammenstellen der Parametermatrizen der einzelnen Betriebsmittel und das Aufstellen der Knoten-Klemmen-Matrix. Dabei ist zwischen Eintoren (einseitig angeschlossene Betriebsmittel) und Zweitoren (beidseitig angeschlossene Betriebsmittel) zu unterscheiden. In dieser Arbeit sollen Maschinen, Verbraucher und Ersatznetze als Eintore und Leitungen und Transformatoren als Zweitore berücksichtigt werden. Die Betriebsmittelparame-ter werden in Kapitel 7 auf Basis von Schätzwerten gesetzt. Dafür wurden aus verschiedenen Quellen<sup>5</sup> Betriebsmittelparame-ter über einen großen Leistungsbereich zusammengetragen und approximierte konsistente Parameter abgeleitet. Für die Parameter der Synchronmaschinen erfolgt dies in Abschnitt 5.1.11 und für die Asynchronmaschinen in Abschnitt 5.2.6.

Die Matrizen zur Beschreibung der Betriebsmittel sind [OSW 09] entnommen und werden hier für ausgewählte Betriebsmitteltypen und -modelle vorgestellt. Alle Klemmengrößen werden durch Raumzeiger in ruhenden Koordinaten dargestellt (siehe Abschnitt 3.1.1).

**Elektrische Maschinen** (Index M) können sowohl generatorisch als auch motorisch betrieben werden und werden im EKPV als induktive Betriebsmittel abgebildet. Der Widerstand der Ständerwicklungen  $R_a$  bestimmt den ohmschen Anteil der Ersatzschaltung.

$$\underline{R}_{L,M} = \begin{bmatrix} R_a & & \\ & R_a & \\ & & R_0 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Die Induktivitätsmatrix wird durch die im Kurzschluss wirksame Induktivität  $L$  bestimmt. Für die unterschiedlichen Maschinentypen werden hier unterschiedliche Bezeichnungen verwendet. In Kapitel 5 sind diese mit Richtwerten für die Parameter zusammengestellt.

<sup>5</sup> [CRA 00], [KUN 07], [WES 93], [HEU 10] und [OED 11] sowie ausgewählte online verfügbare Datenblätter

$$\mathbf{L}_{L,M} = \begin{bmatrix} L & & \\ & L & \\ & & L_0 \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{G}_{L,M} = \begin{bmatrix} 1/L & & \\ & 1/L & \\ & & 1/L_0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\omega_0} \quad (4.23)$$

Weist die Maschine eine Schenklichkeit zwischen d- und q-Achsen-Parametern auf, wirkt sich diese durch zusätzliche zeitvariante komplexe Elemente in den Nebendiagonalelementen der Matrizen aus (siehe Abschnitt 5.1.1). Die modellabhängige Bestimmung der inneren Spannungsquelle  $\underline{\mathbf{u}}_{qL,M}$  wird für Synchron- und Asynchronmaschinen in Kapitel 5 beschrieben.

**Nichtmotorische Verbraucher** (Index V) werden in dieser Arbeit nur in Form von ohmsch-induktiven Verbrauchern berücksichtigt. Nichtmotorische Verbraucher können durch passive Elemente nachgebildet werden. So weisen ohmsch-induktive Verbraucher als induktive Betriebsmittel im EKPV keine innere Spannungsquelle auf ( $\underline{\mathbf{u}}_{qL,V} = \mathbf{0}$ ). Zur Berücksichtigung von Unsymmetrien können die Parametermatrizen aus Ersatzschaltungen für die natürlichen Phasengrößen (Indizes a, b und c) berechnet werden. Mit der Transformationsmatrix  $\underline{\mathbf{T}}_R$  aus Abschnitt 3.1.1 können diese in Raumzeigergrößen umgerechnet werden.

$$\mathbf{R}_{L,V} = \underline{\mathbf{T}}_R^{-1} \begin{bmatrix} R_a & & \\ & R_b & \\ & & R_c \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_R \quad (4.24)$$

$$\mathbf{L}_{L,V} = \underline{\mathbf{T}}_R^{-1} \begin{bmatrix} L_a & & \\ & L_b & \\ & & L_c \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_R \rightarrow \omega_0 \mathbf{G}_{L,V} = \underline{\mathbf{T}}_R \begin{bmatrix} 1/L_a & & \\ & 1/L_b & \\ & & 1/L_c \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_R^{-1} \quad (4.25)$$

Für gewöhnlich werden die Verbraucher durch eine Leistungsvorgabe initialisiert. Die Berechnung der Parameter erfolgt über die Klemmengrößen nach einer Leistungsflussberechnung.

**Ersatznetze** (Index N) sind das Ergebnis einer Netzreduktion auf ein induktives Betriebsmittel mit einer starren Quellenspannung.

$$\underline{\mathbf{u}}_{qL,N} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} e^{j\omega_N t} \\ e^{-j\omega_N t} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{R}_{L,N} = \begin{bmatrix} R_N & & \\ & R_N & \\ & & R_N \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\mathbf{L}_{L,N} = \begin{bmatrix} L_N & & \\ & L_N & \\ & & L_N \end{bmatrix} \rightarrow \omega_0 \mathbf{G}_{L,N} = \begin{bmatrix} 1/L_N & & \\ & 1/L_N & \\ & & 1/L_N \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Für vorgelagerte Netze lassen sich die Impedanzen nach der DIN VDE 0532 über die Kurzschlussleistung  $S_k''$  berechnen (siehe Tabelle 1 in Abschnitt 1.2.1). Die Netze werden dabei als symmetrisch angenommen. In dieser Arbeit werden die Widerstände vernachlässigt<sup>6</sup>.

$$L_N = 1,1 \frac{U_{nN}^2}{\omega_N S_k''} \quad (4.29)$$

Leitungen (Index L) werden in dieser Arbeit durch  $\pi$ -Ersatzschaltungen abgebildet. Dies wird durch die Zerlegung in ein induktives und zwei kapazitive Betriebsmittel umgesetzt. Auf diese Weise kann die Einführung von inneren Zustandsgrößen vermieden werden.

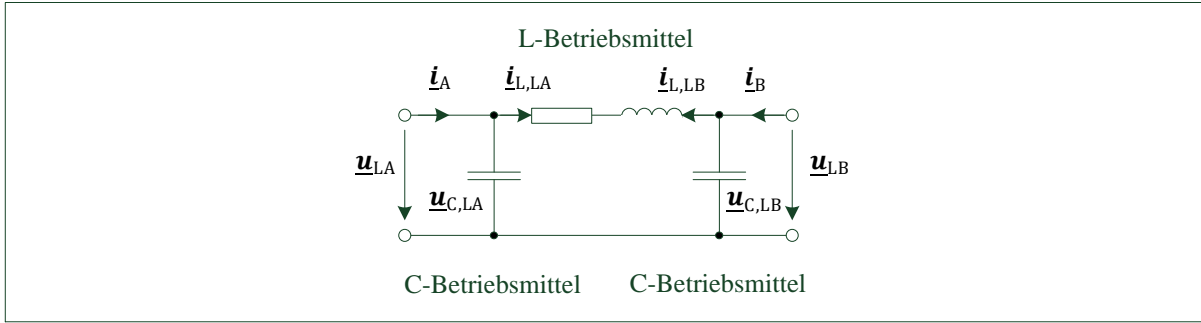


Abbildung 24: Aufteilung der  $\pi$ -Ersatzschaltungen einer Leitung in ein L- und zwei C-Betriebsmittel

Im Gegensatz zu den Eintoren entspricht die Spannung des L-Betriebsmittels  $u_L$  nicht direkt den Klemmenspannungen  $u_{LA}$  und  $u_{LB}$ , sondern der Differenz der Klemmenspannungen.

$$\underline{u}_L = [\mathbf{E} \quad -\mathbf{E}] \begin{bmatrix} \underline{u}_{LA} \\ \underline{u}_{LB} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Die Parametermatrizen sind identisch mit denen in symmetrischen Komponenten. Diese können mit dem Leiterwiderstand  $R_L$ , dem Erdwiderstand  $R_E$ , der Selbstinduktivität  $L_s$  und der Gegeninduktivität  $L_g$  der Leitung berechnet werden. Zunächst können die Matrizen für die Eintor-Gleichungen der Klemmen aufgestellt werden.

$$\mathbf{R}_{L,L} = \begin{bmatrix} R_L & & \\ & R_L & \\ & & R_{L0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_L & & \\ & R_L & \\ & & R_L + 3R_E \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$L_L = L_s - L_g \quad \text{und} \quad L_{L0} = L_s + 2L_g \quad (4.32)$$

$$\mathbf{L}_{L,L} = \begin{bmatrix} L_L & & \\ & L_L & \\ & & L_{L0} \end{bmatrix} \rightarrow \omega_0 \mathbf{G}_{L,L} = \begin{bmatrix} 1/L_L & & \\ & 1/L_L & \\ & & 1/L_{L0} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Die Parameter der kapazitiven Betriebsmittel ergeben sich analog und lassen sich mit Hilfe der Leiter-Erde-Kapazität  $C_{LE}$  und der Leiter-Leiter-Kapazität  $C_{LL}$  berechnen. Die Ableitwerte  $G_L$  und  $G_{L0}$  werden bei Stabilitätsuntersuchungen meist zu null angenommen, da ihr Wirkleistungsbezug so klein ist, dass auch bei Ausgleichsvorgängen keine Rückwirkung auf die Ausgleichsvorgänge zu erwarten ist.

<sup>6</sup> Insbesondere im Fall von vorgelagerten Mittelspannungsnetzen wäre eine Berücksichtigung des ohmschen Anteils jedoch zu empfehlen, da dieser in Abhängigkeit von der elektrischen Entfernung zum HS/MS-Transformator relativ große Werte annehmen kann.

$$C_L = C_{LE} + 3C_{LL} \quad \text{und} \quad C_{L0} = C_{LE} \quad (4.34)$$

$$C_{C,L} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} C_L & & & & & \\ & C_L & & & & \\ & & C_{L0} & & & \\ & & & C_L & & \\ & & & & C_L & \\ & & & & & C_{L0} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

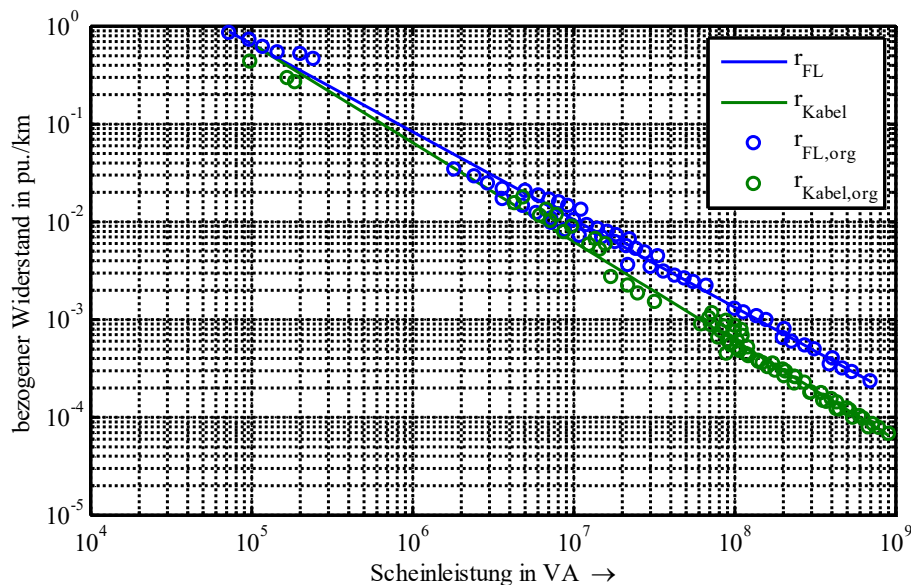
$$G_{C,L} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} G_L & & & & & \\ & G_L & & & & \\ & & G_{L0} & & & \\ & & & G_L & & \\ & & & & G_L & \\ & & & & & G_{L0} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Mit der Definition einer Scheinleistung  $S_L$  aus der Nennspannung  $U_N$  und dem thermisch zulässigen Dauerstrom  $I_{th}$  lassen sich die Mitsystemparameter als bezogene Größen darstellen. Diese Größen werden gemeinsam mit der Länge der Leitung  $l$  herangezogen, um mit der Bezugsgröße  $Y_L$  eine normierte von den Spannungsebenen unabhängige Darstellung der Betriebsmittelparameer zu ermöglichen.

$$S_L = \sqrt{3}U_N I_{th} \quad (4.37)$$

$$Y_L = \frac{\sqrt{3}I_{th}}{U_N l} \quad (4.38)$$

Die Abhängigkeit dieser Parameter von der Scheinleistung  $S_L$  lassen sich aus Abbildung 25, Abbildung 26 und Abbildung 27 für Freileitungen (FL) und Kabel ablesen. Bei kleinen Leistungen können keine Angaben zu den Kabelkapazitäten getroffen werden, da diese durch die Einsparung der Schirmung stark von der Verlegung abhängen.



**Abbildung 25:** Approximierte bezogene Widerstände pro km in Abhängigkeit von der Scheinleistung  $S_L$  ( $r = R \cdot Y_L$ , Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

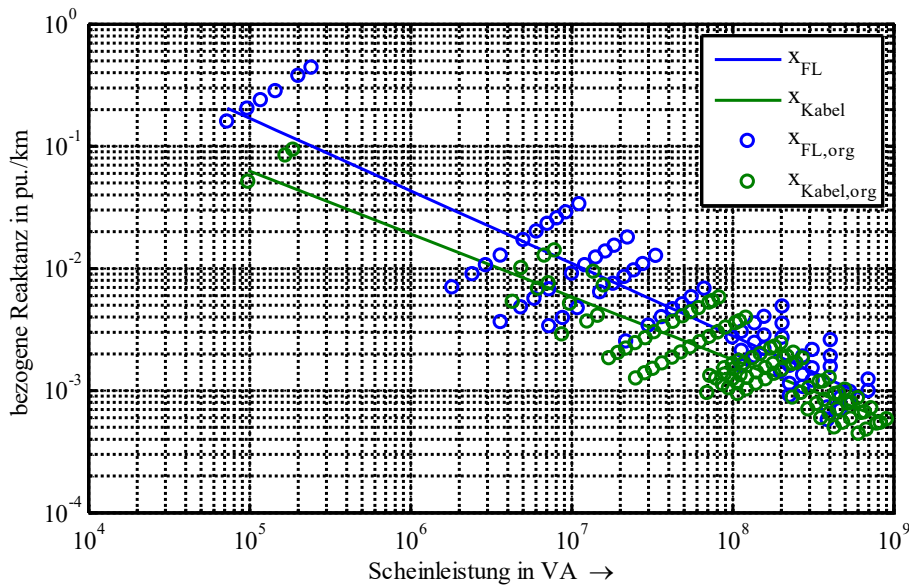


Abbildung 26: Approximierte bezogene Reaktanzen pro km in Abhängigkeit von der Scheinleistung  $S_L$  ( $x = X \cdot Y_L$ , Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

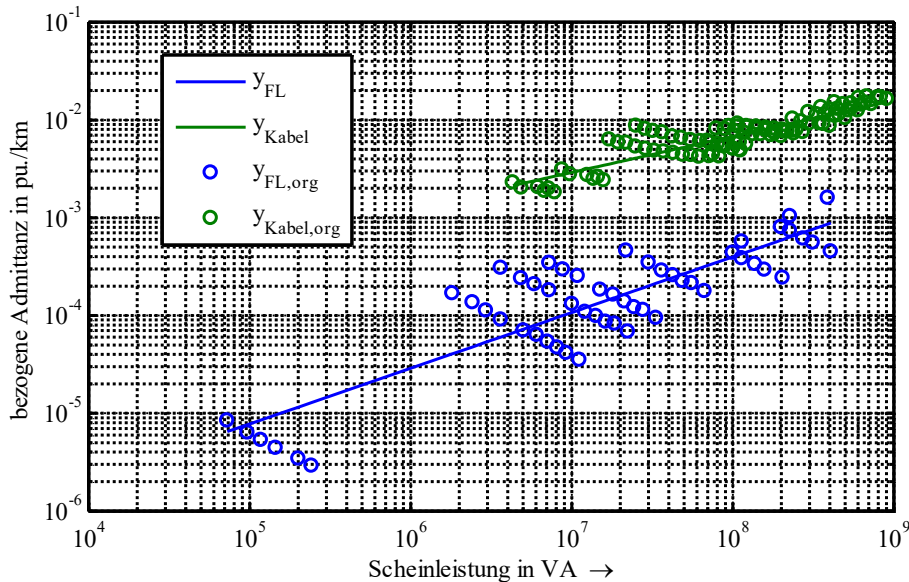


Abbildung 27: Approximierte bezogene Admittanz pro km in Abhängigkeit von der Scheinleistung  $S_L$  ( $y = C/2\pi f l^2 Y_L$ , Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

**Transformatoren** (Index T) können als T-Ersatzschaltbild abgebildet werden. Da der Strom im ohmsch-induktiven Querglied durch die Ströme der Primär- und Sekundärwicklung bestimmt wird, braucht er nicht als eigene Zustandsgröße berücksichtigt zu werden.

Im Gegensatz zu den Leitungen wird der Transformator so modelliert, dass die Spannung  $\underline{u}_L$  wieder den Klemmenspannungen  $\underline{u}_{LA}$  und  $\underline{u}_{LB}$  entspricht.

$$\underline{u}_L = \begin{bmatrix} \underline{u}_{LA} \\ \underline{u}_{LB} \end{bmatrix} \tag{4.39}$$

Eine verhältnismäßig einfache Darstellung der Transformatorgleichung ergibt sich durch die Einführung eines komplexen Übersetzungsverhältnisses  $\underline{\hat{u}}$  [OSW 09]. Dieses kann unter Kenntnis des Wicklungszahlenverhältnisses  $n$  und einem schaltgruppenabhängigen Drehoperator berechnet werden (siehe Tabelle 4).

$$\underline{\dot{\mathbf{u}}} = n \begin{bmatrix} \underline{m}_1 & & \\ & \underline{m}_1^* & \\ & & m_0 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

**Tabelle 4:** Drehoperatoren für Transformatoren der Schaltgruppen Yy0, Yd5 und Dy5 nach [OSW 09]

| Drehoperator      | Yy0 | Yd5                   | Dy5                             |
|-------------------|-----|-----------------------|---------------------------------|
| $\underline{m}_1$ | 1   | $\sqrt{3}e^{j5\pi/6}$ | $\frac{1}{\sqrt{3}}e^{j5\pi/6}$ |
| $m_0$             | 1   | $\sqrt{3}$            | $\frac{1}{\sqrt{3}}$            |

Mit den Indizes OS für die Oberspannungsseite und US für die Unterspannungsseite, ergeben sich die folgenden Matrizen für die verwendete Modellierung der induktiven Betriebsmittel.

$$\mathbf{R}_{L,T} = \begin{bmatrix} R_{\sigma OS} & & & & & \\ & R_{\sigma OS} & & & & \\ & & R_{0,OS} + 3R_{M,OS} & & & \\ & & & R_{\sigma US} & & \\ & & & & R_{\sigma US} & \\ & & & & & R_{0US} + 3R_{M,US} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$\omega_0 \mathbf{G}_{L,T} = \omega_0 \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{OS,OS} & -\underline{\dot{\mathbf{u}}}\mathbf{G}_{OS,US} \\ -\underline{\dot{\mathbf{u}}}^*\mathbf{G}_{US,OS} & \underline{\dot{\mathbf{u}}}^2\mathbf{G}_{US,US} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Der Einfluss der Eisenverluste auf den Leistungsfluss kann vernachlässigt werden. Aufgrund des integrierten inneren Gleichungssystems des Transformators, mit der induktiven Kopplung zwischen den Wicklungen, ergeben sich dann die folgenden Teilmatrizen.

$$\mathbf{G}_{US,US} \approx \mathbf{G}_{OS,OS} = \begin{bmatrix} \frac{X_h + X_{\sigma OS}}{X_1^2} & & \\ & \frac{X_h + X_{\sigma OS}}{X_1^2} & \\ & & \frac{X_{0h} + X_{\sigma OS} + 3X_{M,OS}}{X_0^2} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$\mathbf{G}_{OS,US} = \mathbf{G}_{US,OS} = \begin{bmatrix} -\frac{X_h}{X_1^2} & & \\ & -\frac{X_h}{X_1^2} & \\ & & -\frac{X_{0h}}{X_0^2} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$X_1^2 = X_h(X_{\sigma OS} + X_{\sigma US}) + X_{\sigma OS}X_{\sigma US} \quad (4.45)$$

$$X_0^2 = X_{0h}(X_{\sigma OS} + 3X_{M,OS} + X_{\sigma s}3X_{M,US}) + (X_{\sigma OS} + 3X_{M,OS})(X_{\sigma sUS} + 3X_{M,US}) \quad (4.46)$$

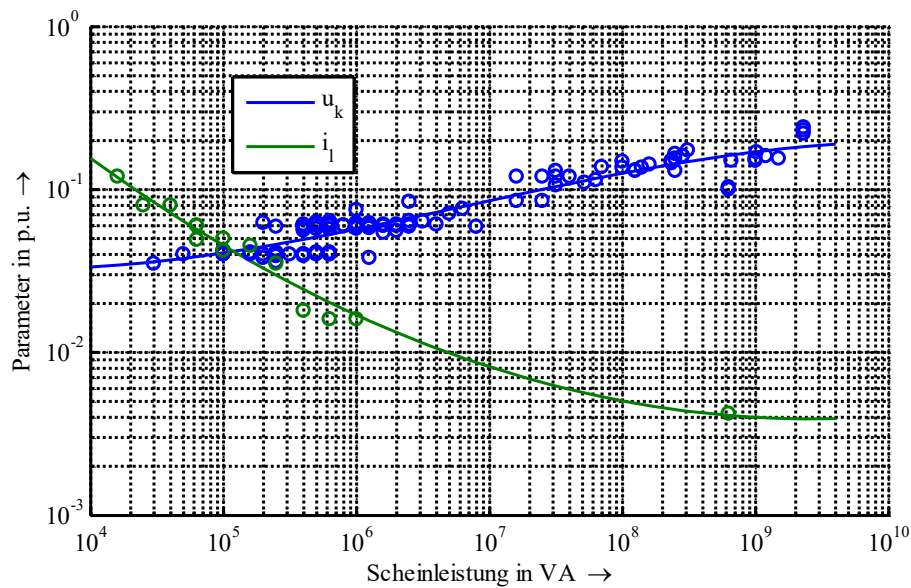


Alle Mitsystemparameter werden bezogen auf die Oberspannungsseite (Index OS) angegeben und können aus den Typenschildparametern Kurzschlussspannung  $u_k$ , Leerlaufstrom  $i_l$  und Kurzschlussverlustleistung  $P_k$  berechnet werden.

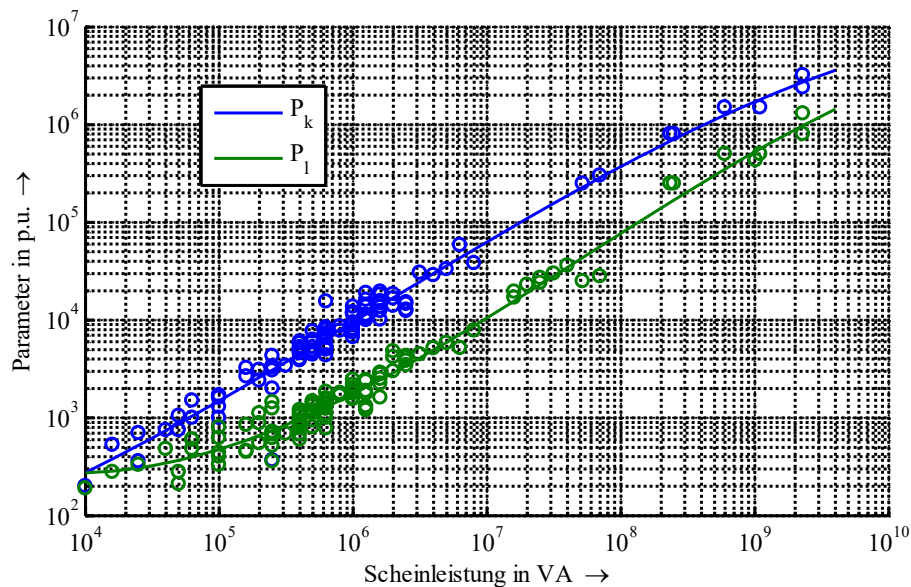
$$R_{\sigma US} = R_{\sigma OS} \approx \frac{P_k U_{rOS}^2}{2 S_{rT}^2} \quad (4.47)$$

$$X_{\sigma OS} + X_{\sigma US} = \sqrt{\left(u_k \frac{U_{rOS}^2}{S_{rT}}\right)^2 - (R_{\sigma US} + R_{\sigma OS})^2} \approx \frac{U_{rOS}^2}{S_{rT}} \sqrt{u_k^2 - \left(\frac{P_k}{S_{rT}}\right)^2} \quad (4.48)$$

$$X_h = \frac{U_{rOS}^2}{i_l} \quad (4.49)$$



**Abbildung 28:** Approximierte bezogene Kurzschlussspannung und bezogener Leerlaufstrom in Abhängigkeit von der Transformatorbemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)



**Abbildung 29:** Approximierte Kurzschluss- und Leerlaufverluste in Abhängigkeit von der Transformatorbemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

Häufig wird auch der Leerlaufstrom vernachlässigt. Dann vereinfacht sich das Aufstellen der Matrizen erheblich (vgl. [OSW 09], Seite 198).

$$\mathbf{G}_{US,US} = \mathbf{G}_{OS,OS} = -\mathbf{G}_{OS,US} = -\mathbf{G}_{US,OS}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{X_{\sigma OS} + X_{\sigma US}} & & \\ & \frac{1}{X_{\sigma OS} + X_{\sigma US}} & \\ & & \frac{1}{X_{0,OS} + 3X_{M,OS} + X_{0,US} + 3X_{M,US}} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Die Nullsystemparameter werden maßgeblich durch die Erdungsimpedanzen der Ober- und der Unterspaltung sowie der Schaltgruppe und der Kernbauart beeinflusst.

#### 4.4 Initialisierung des Netzgleichungssystems

Die klassische Vorgehensweise zur Initialisierung des Gleichungssystems ist eine Leistungsflussberechnung [OED 11]. Dabei wird das Gleichungssystem zunächst auf die Netzbetriebsmittel reduziert, und die Quellen und Senken werden durch komplexe Leistungsvorgaben ersetzt. Die Leistungsflussberechnung erfolgt dabei für gewöhnlich ausschließlich im Mitsystem. Es sind aber auch Leistungsflussberechnungsverfahren für unsymmetrische Belastungen und Netzbetriebsmittel bekannt ([JAI 08], [PER 00]). Als besonders schnelles und robustes Lösungsverfahren bietet sich der Newton-Raphson-Algorithmus an, in den z. B. auch Transformatorstufenschalter und FACTS implementiert werden können ([OSW 09], [PAN 10]). In dieser Arbeit soll die Initialisierung auf Basis des bereits beschriebenen Gleichungssystems erfolgen. Da bei Stabilitätsbetrachtungen die Rechenzeit für die Initialisierung meist vernachlässigbar ist, bietet sich eine Formulierung analog zum Z-Bus-Verfahren an [OED 11]. Diese Vorgehensweise bietet die Option auf einfache Art und Weise auch unsymmetrische stationäre Belastungssituationen vorgeben zu können.

Das Netz wird in dieser Arbeit in einem stationären und symmetrischen Zustand initialisiert. Ausgangspunkt ist die Vorgabe der komplexen Scheinleistung  $\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c$  für die Quellen und Senken. Dabei gilt bei elementweiser Multiplikation der stationären Ströme und Spannungen in Raumzeigerdarstellung:

$$\underline{S} = \frac{3}{2} \underline{u} \underline{i}^* \quad (4.51)$$

$$\underline{s} = \begin{bmatrix} \underline{S} \\ \underline{S}^* \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Die Formulierung der Netzelemente bleibt bei der Initialisierung unverändert. Die Quellen und Senken hingegen werden jeweils durch eine äquivalente Ersatzschaltung ersetzt, welche keine Quellengröße aufweist und im stationären Betrieb die gewünschte Leistung aufnimmt. Implementiert wird das über eine Ersatzimpedanz  $\underline{Z}'_L$ , welche für induktive Betriebsmittel (vgl. Abschnitt 4.2) mit „/“, für die elementweise Division, und „diag“, für das Bilden einer Diagonalmatrix, wie folgt gebildet wird.

$$\underline{u}'_{qL} = \mathbf{0} \quad (4.53)$$

$$\underline{\mathbf{u}}_L = (\underline{\mathbf{J}}\omega_N \underline{\mathbf{L}}_L + \underline{\mathbf{R}}_L) \underline{\mathbf{i}}_L + \underline{\mathbf{u}}_{qL} \hat{=} \underline{\mathbf{Z}}'_L \underline{\mathbf{i}}_L = (\underline{\mathbf{J}}\omega_N \underline{\mathbf{L}}'_L + \underline{\mathbf{R}}'_L) \underline{\mathbf{i}}_L \quad (4.54)$$

$$\underline{\mathbf{Z}}'_L = \underline{\mathbf{R}}'_L + \underline{\mathbf{J}}\omega_N \underline{\mathbf{L}}'_L = \text{diag}(\underline{\mathbf{u}}_L / \underline{\mathbf{i}}_L) = \frac{3}{2} \text{diag}(|\underline{\mathbf{u}}_L|^2 / \underline{\mathbf{s}}_L^*) \quad (4.55)$$

Mit  $\underline{\mathbf{J}}$  als imaginärer Einheitsmatrix.

$$\underline{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} j & & \\ & -j & \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Das Vorgehen für die Ersatzadmittanz resistiver Quellen und Senken  $\underline{\mathbf{Y}}'_R$  ergibt sich analog.

$$\underline{\mathbf{i}}'_{qR} = \mathbf{0} \quad (4.57)$$

$$\underline{\mathbf{u}}_R = \underline{\mathbf{G}}_R^{-1} \underline{\mathbf{i}}_R - \underline{\mathbf{G}}_R^{-1} \underline{\mathbf{i}}_{qR} \hat{=} \underline{\mathbf{Y}}_R^{-1} \underline{\mathbf{i}}_R = \underline{\mathbf{G}}_R'^{-1} \underline{\mathbf{i}}_R \quad (4.58)$$

$$\underline{\mathbf{Y}}'_R = \underline{\mathbf{G}}'_R = \frac{2}{3} \text{diag}(\underline{\mathbf{s}}_R^* / |\underline{\mathbf{u}}_R|^2) \quad (4.59)$$

Die Ermittlung der Ersatzadmittanz für kapazitive Quellen und Senken  $\underline{\mathbf{Y}}'_C$  erfolgt analog.

$$\underline{\mathbf{i}}'_{qC} = \mathbf{0} \quad (4.60)$$

$$\underline{\mathbf{i}}_C = (\underline{\mathbf{G}}_C + \underline{\mathbf{J}}\omega_N \underline{\mathbf{C}}_C) \underline{\mathbf{u}}_C + \underline{\mathbf{i}}_{qC} \hat{=} \underline{\mathbf{Y}}'_C \underline{\mathbf{u}}_C = (\underline{\mathbf{G}}'_C + \underline{\mathbf{J}}\omega_N \underline{\mathbf{C}}'_C) \underline{\mathbf{u}}_C \quad (4.61)$$

$$\underline{\mathbf{Y}}'_C = \underline{\mathbf{G}}'_C + \underline{\mathbf{J}}\omega_N \underline{\mathbf{C}}'_C = \frac{2}{3} \text{diag}(\underline{\mathbf{s}}_C^* / |\underline{\mathbf{u}}_C|^2) \quad (4.62)$$

Einzigste Ausnahme ist der Slackknoten (Index=Slack). Dafür wird der innere Knoten einer Referenzmaschine oder eines Ersatznetzes ausgewählt, welcher unverändert mit seiner Ersatzschaltung aus  $\underline{\mathbf{R}}_L$ ,  $\underline{\mathbf{J}}\omega_N \underline{\mathbf{L}}_L$  und  $\underline{\mathbf{u}}_{qL}$  erhalten bleibt. Die Inzidenzmatrix  $\underline{\mathbf{K}}_{L,Slack}$  beschreibt im Folgenden die Einsortierung des Slack innerhalb der induktiven Betriebsmittel.

$$\underline{\mathbf{u}}_{qL,Slack} = \underline{\mathbf{K}}_{L,Slack} \underline{\mathbf{u}}_{qL} \quad (4.63)$$

Durch die Reduktion des Gleichungssystems um die Quellengrößen  $\underline{\mathbf{y}}_i$  können die äußeren Zustandsgrößen  $\underline{\mathbf{z}}_a$  zunächst unabhängig von den inneren Zustandsgrößen beschrieben werden. Die Koppelmatrizen können unverändert auch für die Ersatzschaltungen verwendet werden.

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{G}}'_{LL} & \underline{\mathbf{G}}'_{LR} \\ \mathbf{0} & \underline{\mathbf{G}}'_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_{LK} \\ \underline{\mathbf{u}}_{RK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{\mathbf{K}}_{LL} \underline{\mathbf{G}}'_L \underline{\mathbf{R}}'_L & -\underline{\mathbf{G}}'_{LC} \\ \underline{\mathbf{K}}_{RL} & -\underline{\mathbf{G}}'_{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \underline{\mathbf{u}}_{CK} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{K}}_{LL} \underline{\mathbf{G}}'_L \underline{\mathbf{K}}_{L,Slack}^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_{qL,Slack} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} & \underline{\mathbf{J}}\omega_N \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{L}}'_L & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{\mathbf{C}}'_{CK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \underline{\mathbf{u}}_{CK} \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} -\underline{\mathbf{R}}'_L & \underline{\mathbf{K}}_{CL}^T \\ \underline{\mathbf{K}}_{CL} & -\underline{\mathbf{G}}'_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \underline{\mathbf{u}}_{CK} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{K}}_{LL}^T & \underline{\mathbf{K}}_{RL}^T \\ \mathbf{0} & -\underline{\mathbf{G}}'_{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_{LK} \\ \underline{\mathbf{u}}_{RK} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{K}}_{L,Slack}^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_{qL,Slack} \end{aligned} \quad (4.65)$$

Durch das Zusammenführen der Gleichungen lassen sich die stationären induktiven Ströme und kapazitiven Spannungen berechnen. Dafür wird die erste Zeile der Gleichung (4.65) zunächst um  $\omega_N \underline{\mathbf{G}}'_L$  erweitert.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \underline{\dot{\mathbf{i}}}_L \\ \underline{\mathbf{u}}_{CK} \end{bmatrix} &= - \left( \mathbf{J} \omega_N \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}'_{CK} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_N \underline{\mathbf{G}}'_L \mathbf{R}'_L & -\omega_N \underline{\mathbf{G}}'_L \mathbf{K}'_{CL} \\ -\mathbf{K}_{CL} & \mathbf{G}'_{CC} \end{bmatrix} \right) \\
&+ \begin{bmatrix} \omega_N \underline{\mathbf{G}}'_L \mathbf{K}'_{LL} & \omega_N \underline{\mathbf{G}}'_L \mathbf{K}'_{RL} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{G}'_{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{G}}'_{LL} & \underline{\mathbf{G}}'_{LR} \\ \mathbf{0} & \underline{\mathbf{G}}'_{RR} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{LL} \underline{\mathbf{G}}'_L \mathbf{R}'_L & \underline{\mathbf{G}}'_{LC} \\ -\mathbf{K}_{RL} & \underline{\mathbf{G}}'_{RC} \end{bmatrix}^{-1} \\
&\cdot \left( \begin{bmatrix} \omega_N \underline{\mathbf{G}}'_L \mathbf{K}'_{LL} & \omega_N \underline{\mathbf{G}}'_L \mathbf{K}'_{RL} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{G}'_{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{G}}'_{LL} & \underline{\mathbf{G}}'_{LR} \\ \mathbf{0} & \underline{\mathbf{G}}'_{RR} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{LL} \underline{\mathbf{G}}'_L \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_N \underline{\mathbf{G}}'_L \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right) \mathbf{K}'_{L,Slack} \underline{\mathbf{u}}_{qL,S}
\end{aligned} \tag{4.66}$$

Gleichung (4.64) liefert danach die verbleibenden Spannungen der induktiven und resistiven Knoten. In einer iterativen Schleife werden die Ersatzschaltungen der Quellen und Senken für die berechneten Knotenspannungen angepasst. Dabei können auch Spannungsabhängigkeiten leicht berücksichtigt werden.

Für die Initialisierung der inneren Zustandsgrößen des EKPV reicht die Kenntnis der Klemmengrößen der betreffenden Betriebsmittel aus. Diese werden über die Inzidenzmatrizen  $\mathbf{K}_{z,ai}$  und  $\mathbf{K}_{y,ai}$  gefiltert. Die Quellengrößen können durch die Rückführung der Ersatzschaltungen auf die originale Beschreibung gewonnen werden. Analog zu den äußeren Zustandsgrößen  $\underline{\mathbf{z}}_a$  erfolgt die Berechnung der inneren Zustandsgrößen  $\underline{\mathbf{z}}_i$  und der externen Eingangsgrößen  $\underline{\mathbf{x}}_i$  durch die zusätzliche Vorgabe der stationären Ableitungen der Zustandsgrößen  $\underline{\dot{\mathbf{z}}}_i = f(\underline{\mathbf{z}}_i, \underline{\mathbf{y}}_i)$ .

#### 4.5 Reduziertes ohmsch-induktives und induktives Gleichungssystem

Mit sinkender Netzspannung nimmt der Einfluss der Kapazitäten auf den Leistungsfluss ab. Grund sind die linear mit der Spannung sinkenden Ladeströme und die im Gegensatz dazu linear mit der Spannung steigenden Lastströme. Bei der Berechnung von Verteilungsnetzen können die Kapazitäten daher häufig vernachlässigt werden. Darüber hinaus bilden die Kapazitäten bei Ausgleichsvorgängen häufig hochfrequente Schwingungen aus (vgl. Tabelle 2), welche einen hohen Rechenaufwand generieren, aber keine Wirkung auf die transiente und statische Stabilität haben. Deshalb wird im Folgenden optional eine reduzierte Modellierung zur Anwendung kommen, in der die Kapazitäten vernachlässigt werden. Wird zusätzlich auf die Beschreibung von Verbrauchern und Erzeugern durch Stromquellen verzichtet und eine Darstellung als Spannungsquellen mit ohmsch-induktiver Impedanz verwendet, kann die Anzahl und Art der Zustands- und Koppelgrößen deutlich reduziert werden.

$$\underline{\mathbf{z}}_a = \underline{\dot{\mathbf{i}}}_L; \quad \underline{\mathbf{y}}_a = \underline{\mathbf{u}}_{LK}; \quad \underline{\mathbf{y}}_i = \underline{\mathbf{u}}_{qL} \tag{4.67}$$

Das Netzgleichungssystem vereinfacht sich in einem ohmsch-induktiven Netz erheblich.

$$\underline{\mathbf{G}}_{LL} \underline{\mathbf{u}}_{LK} = -\mathbf{K}_{LL} \underline{\mathbf{G}}_L \mathbf{R}_L \underline{\dot{\mathbf{i}}}_L - \mathbf{K}_{LL} \underline{\mathbf{G}}_L \underline{\mathbf{u}}_{qL} \tag{4.68}$$

$$\underline{\mathbf{L}}_L \underline{\dot{\mathbf{i}}}_L = -\mathbf{R}_L \underline{\dot{\mathbf{i}}}_L + \mathbf{K}_{LL}^T \underline{\mathbf{u}}_{LK} - \underline{\mathbf{u}}_{qL} \tag{4.69}$$

Für die Matrizen der Gleichungen (4.4) und (4.6) gilt dann, mit  $\omega_0 \underline{\mathbf{G}}_L$  anstelle der inversen Induktivitätsmatrix  $\underline{\mathbf{L}}_L$ :

$$\underline{\mathbf{A}}'_{aa} = -\omega_0 \underline{\mathbf{G}}_L \mathbf{R}_L \tag{4.70}$$

$$\underline{B}'_{aa} = \omega_0 \underline{G}_L \underline{K}_{LL}^T \quad (4.71)$$

$$\underline{B}'_{ia} = -\omega_0 \underline{G}_L \quad (4.72)$$

$$\underline{C}'_{aa} = -\underline{G}_{LL}^{-1} \underline{K}_{LL} \underline{G}_L \underline{R}_L \quad (4.73)$$

$$\underline{C}'_{ia} = -\underline{G}_{LL}^{-1} \underline{K}_{LL} \underline{G}_L \quad (4.74)$$

Unter der optionalen zusätzlichen Annahme eines rein induktiven Netzes gilt außerdem  $\underline{R}_L = \mathbf{0}$ , wodurch die ohmschen Anteile in der Spannungsgleichung und damit auch die Übertragungsverluste vernachlässigt werden können.

#### 4.6 Quasistationäres Netzgleichungssystem

Nach [OSW 92, S. 9] reicht bei Stabilitätsbetrachtungen die Untersuchung von Grundswingungsanteilen aus. Ströme und Spannungen im Netz befinden sich in einem eingeschwungenen einfrequenten Zustand. Ausgleichsvorgänge äußern sich nur durch relativ langsame Änderungen der Hüllkurven und der Phasenlagen, welche durch die Änderung der inneren Zustandsgrößen der angeschlossenen Maschinen und externer Einflüsse auf diese hervorgerufen werden. Durch die Vorgabe der Netzkreisfrequenz  $\omega_N$  sind die Ableitungen der elektrischen Netzzustandsgrößen  $\underline{z}_a$  in jedem Zustand definiert. Somit entfallen deren Differentialgleichungen aus dem Differentialgleichungssystem (Gleichung (4.4)) und werden durch einen algebraischen Zusammenhang ersetzt. Dafür wird das Algebra-Differentialgleichungssystem zunächst so dargestellt, dass es auf die zeitlichen Ableitungen der Zustandsgrößen umgestellt werden kann. Nichtlinearitäten (Zustandsgrößen in den Matrizen) sind zulässig, solange diese nur innere Zustandsgrößen  $\underline{z}_i$  betreffen.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\underline{z}}_a \\ \dot{\underline{z}}_i \end{bmatrix} &= \left( \begin{bmatrix} \underline{B}'_{aa} & \underline{B}'_{ia} \\ \underline{B}'_{ai} \underline{K}_{y,ai} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{C}'_{aa} + \underline{C}'_{ia} \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai} & \underline{C}'_{ia} \underline{C}_{ii} \\ \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai} & \underline{C}_{ii} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{A}'_{aa} & \mathbf{0} \\ \underline{A}'_{ai} \underline{K}_{z,ai} & \underline{A}'_{ii} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} \\ &+ \left( \begin{bmatrix} \underline{B}'_{aa} & \underline{B}'_{ia} \\ \underline{B}'_{ai} \underline{K}_{y,ai} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{C}'_{ia} \underline{D}_{ii} \\ \underline{D}_{ii} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \underline{B}'_{ii} \end{bmatrix} \right) \underline{x}_i \end{aligned} \quad (4.75)$$

Da alle Zustandsgrößen  $\underline{z}_a$  durch Raumzeiger beschrieben werden, können die quasistationären Ableitungen  $\dot{\underline{z}}_a^q$  in einem symmetrischen Netzzustand leicht bestimmt werden. Dabei wird für die direkte Vergleichbarkeit der Ergebnisse weiterhin eine Raumzeigerformulierung beibehalten. Der wesentliche Unterschied ist, dass diese sich dann qualitativ wie Effektivwertzeiger verhalten. Für die einfache Formulierung der Gleichungssysteme wird eine imaginäre Einheitsmatrix  $\underline{J}$  eingeführt, die sich als Diagonalmatrix des Vektors  $[j \quad -j \quad 0]$  für jeden Raumzeiger versteht. Gleichung (4.76) beschreibt dann den kreisförmigen Verlauf der Raumzeiger mit Netzkreisfrequenz und dadurch den quasistationären sinusförmigen Verlauf von Strömen und Spannungen im Netzgleichungssystem. Eingesetzt in Gleichung (4.75) ergibt sich Gleichung (4.77).

$$\dot{\underline{z}}_a^q = \underline{J} \omega_N \underline{z}_a^q \quad (4.76)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \dot{\underline{z}}_i \end{bmatrix} = & \left( \begin{bmatrix} \underline{B}'_{aa} & \underline{B}'_{ia} \\ \underline{B}'_{ai} \underline{K}_{y,ai} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{C}'_{aa} + \underline{C}'_{ia} \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai} & \underline{C}'_{ia} \underline{C}_{ii} \\ \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai} & \underline{C}_{ii} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{A}'_{aa} - \underline{J} \omega_N & \mathbf{0} \\ \underline{A}'_{ai} \underline{K}_{z,ai} & \underline{A}'_{ii} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \underline{z}_a^q \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} \\ & + \left( \begin{bmatrix} \underline{B}'_{aa} & \underline{B}'_{ia} \\ \underline{B}'_{ai} \underline{K}_{y,ai} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{C}'_{ia} \underline{D}_{ii} \\ \underline{D}_{ii} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \underline{B}'_{ii} \end{bmatrix} \right) \underline{x}_i \end{aligned} \quad (4.77)$$

Nach dem Zusammenfassen der Matrizen (Index q) lassen sich die äußeren Zustandsgrößen berechnen, und es verbleibt das Differentialgleichungssystem der inneren Zustandsgrößen  $\underline{z}_i$ .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \dot{\underline{z}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{aa}^q & \underline{A}_{ia}^q \\ \underline{A}_{ai}^q & \underline{A}_{ii}^q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_a^q \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}_{ia}^q \\ \underline{B}_{ii}^q \end{bmatrix} \underline{x}_i \quad (4.78)$$

$$\underline{z}_a^q = -\underline{A}_{aa}^q{}^{-1} (\underline{A}_{ia}^q \underline{z}_i + \underline{B}_{ia}^q \underline{x}_i) \quad (4.79)$$

$$\dot{\underline{z}}_i = \underline{A}_{ai}^q \underline{z}_a^q + \underline{A}_{ii}^q \underline{z}_i + \underline{B}_{ii}^q \underline{x}_i \quad (4.80)$$

Es wird sich zeigen, dass für die Untersuchung in verschiedenen Zeitbereichen häufig Näherungsgleichungen für die Modelle der Quellen und Senken formuliert werden können, für welche die Matrix  $\underline{A}_{aa}^q$  bei unveränderter Netztopologie nicht arbeitspunktabhängig ist. Die rechenzeitaufwändige Bildung der Inversen in Gleichung (4.79) kann dann vermieden werden.

Die Teilmatrizen in Gleichung (4.78) lassen sich durch einfaches Ausmultiplizieren gewinnen.

$$\underline{A}_{aa}^q = \underline{A}'_{aa} - \underline{J} \omega_N + \underline{B}'_{aa} (\underline{C}'_{aa} + \underline{C}'_{ia} \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai}) + \underline{B}'_{ia} \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai} \quad (4.81)$$

$$\underline{A}_{ia}^q = (\underline{B}'_{ia} + \underline{B}'_{aa} \underline{C}'_{ia}) \underline{C}_{ii} \quad (4.82)$$

$$\underline{A}_{ai}^q = \underline{B}'_{ai} \underline{K}_{y,ai} (\underline{C}'_{aa} + \underline{C}'_{ia} \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai}) + \underline{A}'_{ai} \underline{K}_{z,ai} \quad (4.83)$$

$$\underline{A}_{ii}^q = \underline{A}'_{ii} + \underline{B}'_{ai} \underline{K}_{y,ai} \underline{C}'_{ia} \underline{C}_{ii} \quad (4.84)$$

$$\underline{B}_{ia}^q = (\underline{B}'_{ia} + \underline{B}'_{aa} \underline{C}'_{ia}) \underline{D}_{ii} \quad (4.85)$$

$$\underline{B}_{ii}^q = \underline{B}'_{ii} + \underline{B}'_{ai} \underline{K}_{y,ai} \underline{C}'_{ia} \underline{D}_{ii} \quad (4.86)$$

Für die zusätzliche Implementierung einer quasistationären Näherung in ohmsch-induktiven Netzen nach Abschnitt 4.5 bietet es sich zur Minimierung der Rechenzeit an, die Matrizen in die Näherungsgleichung einzusetzen.

$$\mathbf{0} = \underline{A}_{aa}^q \underline{z}_a^q + \underline{A}_{ia}^q \underline{z}_i + \underline{B}_{ia}^q \underline{x}_i \quad (4.87)$$

$$\underline{A}_{aa}^q = -\omega_0 \underline{G}_L \left( (\underline{K}_{LL}^T \underline{G}_{LL}^{-1} \underline{K}_{LL} \underline{G}_L + \underline{E}) (\underline{R}_L + \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai}) + \underline{J} \omega_N \underline{L}_L \right) \quad (4.88)$$

$$\underline{A}_{ia}^q = -\omega_0 \underline{G}_L (\underline{K}_{LL}^T \underline{G}_{LL}^{-1} \underline{K}_{LL} \underline{G}_L + \underline{E}) \underline{C}_{ii} \quad (4.89)$$

$$\underline{B}_{ia}^q = -\omega_0 \underline{G}_L (\underline{K}_{LL}^T \underline{G}_{LL}^{-1} \underline{K}_{LL} \underline{G}_L + \underline{E}) \underline{D}_{ii} \quad (4.90)$$

Die quasistationären Zustandsgrößen des Netzgleichungssystems ergeben sich dann entsprechend Gleichung (4.91).

$$\underline{z}_a^q = \underline{i}_L^q = -(\omega_0 \underline{G}_L (\underline{K}_{LL}^T \underline{G}_{LL}^{-1} \underline{K}_{LL} \underline{G}_L + \underline{E}) (\underline{R}_L + \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai}) + \underline{J} \omega_N)^{-1} \omega_0 \underline{G}_L (\underline{K}_{LL}^T \underline{G}_{LL}^{-1} \underline{K}_{LL} \underline{G}_L + \underline{E}) (\underline{C}_{ii} \underline{z}_i + \underline{D}_{ii} \underline{x}_i) \quad (4.91)$$

Besteht nur eine geringe Arbeitspunktabhängigkeit von  $\underline{G}_L$ , reicht es aus die Inverse  $\underline{M}_{ia}$  nur einmal für eine Netztopologie zu berechnen.

$$\underline{M}_{ia} = -(\omega_0 \underline{G}_L (\underline{K}_{LL}^T \underline{G}_{LL}^{-1} \underline{K}_{LL} \underline{G}_L + \underline{E}) (\underline{R}_L + \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai}) + \underline{J} \omega_N)^{-1} \quad (4.92)$$

$$\underline{i}_L^q \approx \underline{M}_{ia} \omega_0 \underline{G}_L (\underline{K}_{LL}^T \underline{G}_{LL}^{-1} \underline{K}_{LL} \underline{G}_L + \underline{E}) (\underline{C}_{ii} \underline{z}_i + \underline{D}_{ii} \underline{x}_i) \quad (4.93)$$

Um den Berechnungsaufwand weiter zu reduzieren, kann bei quasistationären Netzgrößen zusätzlich eine Netzreduktion auf die Generatorknoten vorgenommen werden (vgl. Abschnitt 2.2), ohne die Genauigkeit der Ergebnisse zu reduzieren.

## 5 Modellierung von Energiewandlern

Verschiedene Modelle von Energiewandlern mit unterschiedlichen Detaillierungsgraden sollen gegenübergestellt und auf ihre Eignung für Simulationen und die Stabilitätsanalysen in der Verteilungsnetzebene untersucht werden. Dabei wird Wert auf eine einheitliche Schnittstelle zum Netz gelegt, die eine Vergleichbarkeit des Klemmenverhaltens der Modelle ermöglicht. In Abbildung 30 ist der prinzipielle Aufbau eines allgemeinen Energiewandlers dargestellt. Die Erzeugungseinheit bezieht aus einer externen Quelle Energie, welche von einer Generatoreinheit in elektrische Energie umgewandelt und an das elektrische Netz abgeben wird. Der Regler beeinflusst die Wirkleistungsaufnahme der Erzeugungseinheit und die Blindleistungsabgabe der Generatoreinheit derart, dass die Sollwerte eingehalten werden.

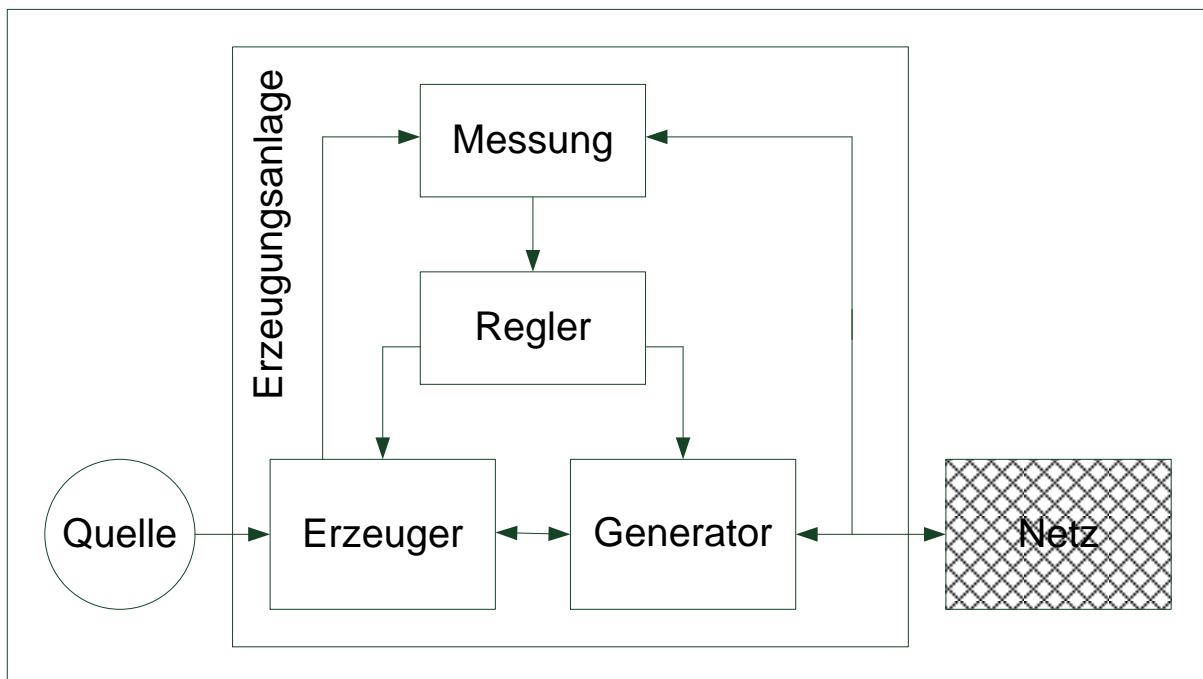


Abbildung 30: Einbindung und prinzipieller Aufbau einer Erzeugungsanlage

Ausgangspunkt ist die Beschreibung rotierender Maschinen auf Basis des EKPV. Die verschiedenen Modelle unterscheiden sich zum einen durch die Art der Maschine und durch die Genauigkeit der Modellierung (vgl. [PAE 94]). Eine geringere Genauigkeit entspricht dabei der Reduzierung des Modells um Zustandsgrößen oder einer Beschränkung der zeitlichen Gültigkeit des Modells.

Für einen direkten Vergleich der Modelle einer Maschine müssen die Beschreibungen folgende Bedingungen erfüllen:

- die direkte Überführbarkeit zueinander,
- die einheitliche Initialisierung der Klemmengrößen und
- die Bereitstellung einer identischen Schnittstelle zur Maschinenregelung.

Diese Bedingungen können erreicht werden, wenn in den Modellen einheitliche Zustandsgrößen, Eingangsgrößen und Kopplungsgrößen verwendet werden. Die Modelle rotierender Maschinen werden dafür vom vollständigen Gleichungssystem der Synchronmaschine abgeleitet. Die einheitliche Kopplung erfolgt auf Basis der Beschreibung im EKPV. Das vollständige Modell wird herangezogen, da es unter den Rahmenbedingungen dieser Arbeit das genaueste verfügbare Modell ist und somit als Referenz für die reduzierten Maschinenmodelle gut geeignet ist. Diese Schnittstelle wird auch zur Initialisierung der inneren



Gleichungssystem verwendet. Diese erfolgt analog zu [HOL 03] in der Form, dass unmittelbar zum Start der Simulation ein stationärer Zustand vorliegt.

Da die Ständerströme der Maschinen bereits im Netzgleichungssystem als Zustandsgrößen berücksichtigt werden (vgl. Abschnitt 4.3, Gl. (4.7)), wird in diesem Kapitel, neben dem inneren Gleichungssystem der Maschinen, die Parametrierung des äußeren Gleichungssystems beschrieben. Die Darstellung verbleibt dabei in der Raumzeigerdarstellung, weil eine quasistationäre Annahme der Ständerströme in Abschnitt 4.6 ebenfalls auf Basis des Netzgleichungssystem umgesetzt wird und grundsätzlich optional ist.

Häufig stehen bei Netzuntersuchungen keine oder nur eine geringe Anzahl der notwendigen Betriebsmittelparameter zu Verfügung. In dieser Arbeit werden an dieser Stelle Schätzwerte für die Betriebsmittelparameter verwendet. Die verwendeten Parameter sind in den einzelnen Abschnitten in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung der Maschinen aufgetragen. Dies ist möglich, da bei der Maschinenauslegung wirtschaftliche und technische Randbedingungen eingehalten werden müssen. Trotzdem können die Parameter im Einzelfall stark von diesen Schätzwerten abweichen, und die Verwendung tatsächlicher Werte ist in jedem Fall vorzuziehen. Die zugrundeliegenden Datenblattparameter sowie die Umrechnungsvorschriften auf die Parameter der verwandten Gleichungssysteme nach [OSW 07] sind dem Anhang zu entnehmen.

Für die Maschinenmodelle können verschiedene Näherungen angenommen werden. Durch diese Näherungen reduzieren sich die Anzahl der Zustandsgrößen und damit die Ordnung des Differentialgleichungssystems. Während die Annahme von quasistationären Ständerströmen im Rahmen des Netzgleichungssystems implementiert wird (siehe Abschnitt 4.6), können zusätzliche Vereinfachungen getroffen werden:

- eingeschwungene Flussverkettungen, wobei für Synchronmaschinen zwischen Dämpfer- und Erregerwicklung zu unterscheiden ist, und
- konstanten Flussverkettungen, die zu betragsmäßig konstanten modellabhängigen Quellenspannungen führen.

Der Begriff „eingeschwungen“ wird im Rahmen dieser Arbeit analog zur Annahme quasistationärer Spannungen und Ströme im Sinne einer RMS-Analyse verwendet. Er wird immer dann angewendet, wenn schnelle Zustandsgrößen auf Basis einer algebraischen Berechnung auf jenen Wert gesetzt werden, den sie unter gleichbleibenden Randbedingungen stationär annehmen würden. Das Gleichungssystem wird dadurch um die betreffenden Zustandsgrößen reduziert. Durch dieses Vorgehen werden sukzessive relativ schnelle Ausgleichsvorgänge und deren Wirkung auf die statische und transiente Stabilität vernachlässigt.

Durch die Annahme einer konstanten inneren Quellenspannung wird die Berücksichtigung der Läuferflussverkettungen wieder rückgängig gemacht und die entsprechenden Zustandsgrößen bleiben konstant. In diesem Fall entfallen bis auf die Bewegungsgleichungen alle inneren Zustandsgrößen der Maschinenmodelle. Das Modell verliert dadurch über einen spezifischen Zeithorizont hinaus aber seine Gültigkeit.

## 5.1 Synchronmaschinen

Synchronmaschinen werden vor allem in thermischen Großkraftwerken als Generatoren eingesetzt, sie finden aber auch im Verteilungsnetz Anwendung (vgl. Abschnitt 1.2.3). Bei der Anwendung von Synchrongeneratoren mit variabler Drehzahl, wie etwa in Windenergieanlagen, können sie nicht direkt mit dem elektrischen Netz verbunden werden. Hier kommen Vollumrichter zum Einsatz, welche dann anstelle der Generatoren das Verhalten der Gesamtanordnung bei Ausgleichsvorgängen bestimmen.

Als Ausgangspunkt für diese Arbeit wird das vollständige Modell der Synchronmaschine nach [HOF 03] verwendet. Diese Modell wird in den Abschnitten 5.1.1 und 5.1.2 beschrieben. Alle verwendeten Betriebsmittelparmeter werden auf die Ständerseite umgerechnet. Dies wird in den Gleichungen nicht zusätzlich kenntlich gemacht.

Für die inneren Zustandsgrößen und die Berechnung des elektrischen Drehmomentes  $m_e$  wird das mitrotierende Park-Koordinatensystem (vgl. Abschnitt 3.1.2) verwendet. In die Transformation fließt der Läuferwinkel  $\vartheta_{LF}$  ein. Die Transformation führt zu reellen Größen für die d- und die q-Achsen-Größen der Maschine. Die Umrechnung ist für alle Größen identisch und wird hier exemplarisch für die Ständerströme  $\underline{i}_L$  durchgeführt.

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \underline{i}_P = \underline{T}_{RP} \underline{i}_L = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -j & j & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\vartheta_{LF}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_r \\ \dot{i}_r^* \\ \dot{i}_h \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

### 5.1.1 Äußeres Gleichungssystem

Im Folgenden erfolgt die Beschreibung der Synchronmaschinen auf Basis der in Abschnitt 4.4 eingeführten äußeren und inneren Gleichungssysteme des EKPV.

Die Synchronmaschine wird im EKPV als induktives Betriebsmittel dargestellt. Die Ständerströme  $\underline{i}_L$  werden dabei dem äußeren Gleichungssystem als Zustandsgrößen zugeordnet und werden durch Raumzeiger in ruhenden Koordinaten beschrieben.

$$\underline{u}_L = \underline{R}_L \underline{i}_L + \underline{L}_L \dot{\underline{i}}_L + \underline{u}_{qL} \quad (5.2)$$

$$\dot{\underline{i}}_L = \underline{K}_{z,ai} \underline{z}_a \quad (5.3)$$

Die Klemmenspannungen  $\underline{u}_L$  wirken im Gegensatz zu den Ständerströmen  $\underline{i}_L$  nicht direkt auf das innere Gleichungssystem. Kann die subtransiente Schenkeligkeit vernachlässigt werden ( $L_d'' \approx L_q''$ ) hat dies den Vorteil, dass die Matrizen des äußeren Gleichungssystems  $\underline{R}_L$  und  $\underline{L}_L$  ihre Arbeitspunktabhängigkeit verlieren.

$$\begin{aligned} \underline{R}_L &= \underline{T}_{RP}^{-1} \cdot (\underline{R}^P + \underline{\Omega}^P \underline{L}_{SS}'' + \underline{L}_{SS}'' (\underline{\Omega}^P)^T) \cdot \underline{T}_{RP} \\ &= \underline{T}_{RP}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} R_a & \omega_{LF}(L_d'' - L_q'') & 0 \\ \omega_{LF}(L_d'' - L_q'') & R_a & 0 \\ 0 & 0 & R_0 \end{bmatrix} \cdot \underline{T}_{RP} \\ &= \begin{bmatrix} R_a & j\omega_{LF}(L_d'' - L_q'') \cdot e^{2j\vartheta_{LF}} & 0 \\ -j\omega_{LF}(L_d'' - L_q'') \cdot e^{-2j\vartheta_{LF}} & R_a & 0 \\ 0 & 0 & R_0 \end{bmatrix} \\ &\approx \text{diag}([R_a \quad R_a \quad R_0]) \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned}
\omega_0^{-1} \underline{\mathbf{G}}_L^{-1} = \underline{\mathbf{L}}_L &= \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{L}}''_{\text{SS}} \cdot \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} = \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} L''_d & 0 & 0 \\ 0 & L''_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \cdot \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \\
&= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} L''_d + L''_q & (L''_d - L''_q) \cdot e^{2j\vartheta_{\text{LF}}} & 0 \\ (L''_d - L''_q) \cdot e^{-2j\vartheta_{\text{LF}}} & L''_d + L''_q & 0 \\ 0 & 0 & 2L_0 \end{bmatrix} \\
&\approx \text{diag}([L''_d \quad L''_q \quad L_0])
\end{aligned} \tag{5.5}$$

Darin bildet  $\underline{\mathbf{\Omega}}^{\text{P}}$  die Kopplung der d- und q-Achse durch die Rotation des Läufers ab. Die Parametermatrizen  $\underline{\mathbf{R}}^{\text{P}}$  und  $\underline{\mathbf{L}}''_{\text{SS}}$  entsprechen den Matrizen  $\underline{\mathbf{R}}_L$  und  $\underline{\mathbf{L}}_L$  in transformierten Koordinaten.

$$\underline{\mathbf{\Omega}}^{\text{P}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\text{LF}} & 0 \\ \omega_{\text{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

Die Kopplung mit dem inneren Gleichungssystem der Maschine erfolgt über die induzierte Spannung in der Ständerwicklung  $\underline{\mathbf{u}}_{\text{qL}}$ . Die unterschiedlichen Modelle der Synchronmaschine unterscheiden sich zum einen durch die Berechnungsvorschriften für diese Größe und zum anderen durch die Berechnungsvorschrift für das Luftspaltmoment  $m_e$ .

Für quasistationäre Zustandsgrößen des Netzgleichungssystems bleiben die Gleichungssysteme zur Maschinenmodellierung zunächst identisch. Die Reduktion um die drei Zustandsgrößen der Ständerwicklung erfolgt im äußeren Gleichungssystem durch die Annahme quasistationärer Ständerströme. Die Ständerwicklungswiderstände und die Ständerwicklungsinduktivitäten werden dabei zu einer Impedanz  $\underline{\mathbf{Z}}'_L = \underline{\mathbf{R}}_L + j\omega_N \underline{\mathbf{L}}_L$  zusammengefasst.

### 5.1.2 Modell mit subtransienter Spannung

Die Differentialgleichung des inneren Gleichungssystems der Synchronmaschine setzt sich aus der Bewegungsgleichung des Läufers (Index B) und einem modellabhängigen Gleichungssystem für die Läuferflussverkettungen (Index F) zusammen. Die Bewegungsgleichung entsprechend Gleichung (5.7) beschreibt die Wirkung des mechanischen Momentes  $m_m$  auf der einen Seite und Wirkung des Luftspaltmomentes  $m_e$  auf der anderen Seite auf die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{\text{LF}}$  und indirekt auf den Läuferwinkel  $\vartheta_{\text{LF}}$ . Der Faktor aus Polpaarzahl  $p$  und Massenträgheitsmoment  $J$  beschreibt, wie stark sich eine Momentendifferenz auswirken kann. Die Bewegungsgleichung des Läufers ist von entscheidender Bedeutung für das Verhalten der Maschinen. Sie beschreibt die Änderungen von Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{\text{LF}}$  und Läuferwinkel  $\vartheta_{\text{LF}}$  in Abhängigkeit von dem angreifenden mechanischen Moment  $m_m$  und dem elektrischen Moment  $m_{\text{el}}$ . Dabei bestimmt sich das mechanische Moment aus der über die Welle zugeführten mechanischen Leistung und das Luftspaltmoment aus der elektromagnetischen Kopplung zwischen den Ständer- und Läuferwicklungen der Maschine. Während die sonstigen inneren Zustandsgrößen der Synchronmaschine im stationären Zustand konstant sind, steigt der Läuferwinkel  $\vartheta_{\text{LF}}$  linear an.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{\text{LF}} \\ \dot{\vartheta}_{\text{LF}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{\text{LF}} \\ \vartheta_{\text{LF}} \end{bmatrix} + \frac{p}{J} \begin{bmatrix} m_m + m_{\text{el}} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

Die zeitliche Änderung der Läuferflussverkettungen lässt sich wie die Bewegungsgleichung durch eine Differentialgleichung beschreiben. In diese gehen neben den Flussverkettungen selbst die Ständerströme und die Erregerspannung ein.

$$\dot{\mathbf{z}}_{i,F} = \dot{\boldsymbol{\Psi}}_{LF} = \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_F \\ \dot{\Psi}_D \\ \dot{\Psi}_Q \end{bmatrix} = \mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{R}_{LL} \mathbf{T}_{RP} \dot{\mathbf{i}}_L - \mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{H}_{LL} \mathbf{K}_K \boldsymbol{\Psi}_{LF} + \mathbf{u}_{LF} \quad (5.8)$$

Die Parametermatrizen (vgl. Abschnitt 5.1.10) werden wie folgt zusammengefasst.

|   |  |
|---|--|
| $\mathbf{L}_{LF} = \mathbf{K}^T \mathbf{K} \cdot (\mathbf{L}_{h,LF} + \mathbf{L}_{\sigma L,LF}) + \mathbf{L}_{\sigma,LF} =$ $\begin{bmatrix} L_{FF} & L_{FD} & 0 \\ L_{DF} & L_{DD} & 0 \\ 0 & 0 & L_{hq} + L_{\sigma Q} \end{bmatrix}$ | <p>mit</p> $L_{FF} = L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}$ $L_{DD} = L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma D}$ $L_{FD} = L_{DF} = L_{hd} + L_{\sigma L}$   |
| $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  | Achsenzuordnung der Flussverkettungen (Index wäre LF,P)  |
| $\mathbf{K} \mathbf{K}_K = \begin{bmatrix} k_F & k_D & 0 \\ 0 & 0 & k_Q \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \mathbf{L}_{h,LF} \mathbf{L}_{LF}^{-1}$   | Koppelfaktoren der Flussverkettungen   |
| $\mathbf{K}_K = \begin{bmatrix} k_F & 0 & 0 \\ 0 & k_D & 0 \\ 0 & 0 & k_Q \end{bmatrix}$  | mit  |
| $k_F = L_{\sigma D} \frac{L_{hd}}{L^2}$ $k_D = L_{\sigma F} \frac{L_{hd}}{L^2}$ $k_Q = \frac{L_{hq}}{L_{hq} + L_{\sigma Q}}$  | $L^2 = (L_{hd} + L_{\sigma L})(L_{\sigma F} + L_{\sigma D}) + L_{\sigma F} L_{\sigma D}$   |
| $\mathbf{R}_{LL} = \mathbf{K}_K \mathbf{R}_{LF} (\mathbf{K} \mathbf{K}_K)^T = \begin{bmatrix} k_F^2 R_F & 0 & 0 \\ k_D^2 R_D & 0 & 0 \\ 0 & k_Q^2 R_Q & 0 \end{bmatrix}$  |  |
| $\mathbf{H}_{LL} = \mathbf{K}_K \mathbf{R}_{LF} \mathbf{L}_{LF}^{-1} \mathbf{K}_K^{-1} = \begin{bmatrix} H_{FF} & H_{FD} & 0 \\ H_{DF} & H_{DD} & 0 \\ 0 & 0 & H_{QQ} \end{bmatrix}$  | $H_{FF} = (L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma D}) \frac{R_F}{L^2}$ $H_{FD} = -(L_{hd} + L_{\sigma L}) \frac{L_{\sigma D} R_F}{L_{\sigma F} L^2}$ $H_{DF} = -(L_{hd} + L_{\sigma L}) \frac{L_{\sigma F} R_D}{L_{\sigma D} L^2}$ $H_{DD} = (L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}) \frac{R_D}{L^2}$ $H_{QQ} = \frac{R_Q}{L_{hq} + L_{\sigma Q}}$ |

Die Differentialgleichung der Winkelgeschwindigkeit enthält das Luftspaltmoment des Generators an der Welle  $m_e$ .

$$m_e = \frac{3p}{2\omega_{LF}} \left( (\mathbf{T}_{RP} \dot{\mathbf{i}}_L)^T (\boldsymbol{\Omega}_P \mathbf{L}_{SS}'')^T \mathbf{T}_{RP} \dot{\mathbf{i}}_L + (\mathbf{T}_{RP} \dot{\mathbf{i}}_L)^T \boldsymbol{\Omega}_P \mathbf{K} \mathbf{K}_K \boldsymbol{\Psi}_{LF} \right) \quad (5.9)$$

$$m_e = \frac{3p}{2} \left( (L_d'' - L_q'') \cdot i_d i_q + (k_F \Psi_F + k_D \Psi_D) \cdot i_q - k_Q \Psi_Q \cdot i_d \right) \quad (5.10)$$

$$\approx \frac{3p}{2} \left( (k_F \Psi_F + k_D \Psi_D) \cdot i_q - k_Q \Psi_Q \cdot i_d \right)$$

In der Formulierung des inneren Gleichungssystems gilt entsprechend Gleichung (4.4):

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_{i,F} \\ \dot{\mathbf{z}}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{ai} & \mathbf{A}'_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} + \mathbf{B}'_{ii} \mathbf{x}_i \quad (5.11)$$

mit:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i,F} \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \begin{bmatrix} \underline{\boldsymbol{\psi}}_{LF} \\ \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_F \\ 0 \\ 0 \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Die Kopplung mit dem elektrischen Netz erfolgt über die Ständerströme  $\underline{\mathbf{i}}_L$ . Externe Eingangsgrößen sind die Erregerspannung  $\mathbf{u}_{LF}$  und das mechanische Moment an der Welle  $m_m$ .

Die Matrizen des inneren Gleichungssystems enthalten Zustandsgrößen und sind somit arbeitspunktabhängig.

$$\mathbf{A}'_{ai} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{R}_{LL} \mathbf{T}_{RP} \\ \frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} (\mathbf{T}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L)^T (\boldsymbol{\Omega}_P \mathbf{L}''_{SS})^T \mathbf{T}_{RP} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$\mathbf{A}'_{ii} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{H}_{LL} \mathbf{K}_K & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} (\mathbf{T}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L)^T \boldsymbol{\Omega}_P \mathbf{K} \mathbf{K}_K & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{B}'_{ii} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{p}{J} \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

In diesem Modell entspricht die subtransiente Spannung der Quellenspannung  $\underline{\mathbf{u}}_{qL}$ . Für ihre Berechnung gilt:

$$\underline{\mathbf{u}}_{qL} = \mathbf{T}_{RP}^{-1} \mathbf{K} (\mathbf{R}_{LL} \mathbf{T}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L + \mathbf{K}_K \mathbf{u}_{LF}) + \mathbf{T}_{RP}^{-1} (\boldsymbol{\Omega}^P \mathbf{K} - \mathbf{K} \mathbf{H}_{LL}) \mathbf{K}_K \boldsymbol{\psi}_{LF} \quad (5.16)$$

In der Formulierung des algebraischen Teils des inneren Gleichungssystems in Gleichung (4.5) entspricht die Quellenspannung  $\underline{\mathbf{u}}_{qL}$  der Koppelgröße  $\underline{\mathbf{y}}_i$ , welche die Schnittstelle zum Netzgleichungssystem bildet.

$$\underline{\mathbf{u}}_{qL} = \underline{\mathbf{y}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ai} & \mathbf{C}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} + \mathbf{D}_{ii} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Auch die Matrizen in diesem Teil des Gleichungssystems sind nichtlinear, da die Zustandsgrößen der Bewegungsgleichung enthalten sind.

$$\underline{\mathbf{C}}_{ai} = \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{R}_{LL} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (5.18)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ii} = [\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} (\boldsymbol{\Omega}^P \mathbf{K} - \mathbf{K} \mathbf{H}_{LL}) \mathbf{K}_K \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \quad (5.19)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ii} = [\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{K}_K \quad \mathbf{0}] \quad (5.20)$$

### 5.1.3 Modell mit konstanter subtransienter Spannung

Ausgehend vom vollständigen Maschinenmodell aus Abschnitt 5.1.2 kann das klassische subtransiente Ersatzschaltbild aufgestellt werden. Darin werden die Läuferflussverkettungen nach einer Störung ( $t = t_0$ ) als konstant angenommen und die relativ geringen Einflüsse der Ständerströme und der Erregerspannung auf die Quellenspannung  $\underline{\mathbf{u}}_{qL}$  vernachlässigt (vgl. Gleichung (5.16)).

$$\underline{\mathbf{u}}_{qL} \approx \underline{\mathbf{u}}''_{qL} = \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} (\boldsymbol{\Omega}_0^P \mathbf{K} - \mathbf{K} \mathbf{H}_{LL}) \mathbf{K}_K \boldsymbol{\Psi}_{LF,0} \quad (5.21)$$

Schon nach wenigen Millisekunden wirkt sich der Abbau der Flussverkettungen in den Dämpferwicklungen so stark aus, dass dieses Modell für die Simulation von Zeitverläufen ungeeignet ist.

Als Zustandsgrößen verbleiben nur die Läuferwinkelgeschwindigkeit und der Läuferwinkel. Die Matrizen des Gleichungssystems werden so reduziert, dass sie möglichst wenige Ströme und verbleibende Zustandsgrößen enthalten. Ein gegebenenfalls verbleibender konstanter Term wird in  $\underline{\mathbf{D}}_{ii}$  integriert.

$$\dot{\mathbf{z}}_{i,B} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{LF} \\ \dot{\vartheta}_{LF} \end{bmatrix} = [\underline{\mathbf{A}}'_{ai} \quad \underline{\mathbf{A}}'_{ii}] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_L \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{B}}'_{ii} \mathbf{x}_i; \quad \mathbf{y}_i = \underline{\mathbf{u}}_{qL} = [\underline{\mathbf{C}}_{ai} \quad \underline{\mathbf{C}}_{ii}] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_L \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{D}}_{ii} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Die Matrizen in Gleichung (4.20) sind wie folgt anzupassen.

$$\underline{\mathbf{A}}'_{ai} = \frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} \begin{bmatrix} ((\mathbf{L}''_{SS} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \dot{\mathbf{i}}_L)^T + (\mathbf{K} \mathbf{K}_K \boldsymbol{\Psi}_{LF,0})^T) \boldsymbol{\Omega}_P^T \underline{\mathbf{T}}_{RP} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

$$\underline{\mathbf{A}}'_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$\underline{\mathbf{B}}'_{ii} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \frac{p}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ai} = \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{R}_{LL} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (5.26)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ii} = \frac{1}{\omega_{LF}} [\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} (\boldsymbol{\Omega}^P \mathbf{K} - \mathbf{K} \mathbf{H}_{LL}) \mathbf{K}_K \boldsymbol{\Psi}_{LF,0} \quad \mathbf{0}] \quad (5.27)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ii} = [\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{K}_K \quad \mathbf{0}] \quad (5.28)$$

### 5.1.4 Modell mit transienter Spannung

Bei der Untersuchung der Bewegungsgleichungen (z.B. im Rahmen der transienten Stabilität) kann für gewöhnlich angesetzt werden, dass neben den Ständerströmen auch die Flussverkettungen der Dämpferlängsachsenwicklung eingeschwingen sind. Bei synchroner Drehzahl des Läufers gilt für den Strom in dieser Wicklungen  $i_D = 0$ . Die Flussverkettungen der Dämpferwicklung werden dann durch die Ständerwicklungsströme und den Strom in der Erregerwicklung bestimmt.

$$k_D \dot{\Psi}_D = 0 \quad (5.29)$$

Wird diese Ableitungen in die Differentialgleichung (5.8) eingesetzt, lassen sich die eingeschwingenen Flussverkettungen aus dem Ständerstrom  $\underline{i}_L$  und der Flussverkettung der Erregerwicklung  $\Psi_F$  berechnen.

$$\begin{aligned} \Psi_D &= \begin{bmatrix} k_D R_D & 0 & 0 \\ H_{DD} & & \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \underline{i}_L - \frac{H_{DF}}{H_{DD}} k_F \Psi_F \\ &= \frac{L_{hd} L_{\sigma F}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} i_d + \frac{L_{hd} + L_{\sigma L}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \Psi_F \end{aligned} \quad (5.30)$$

Die Differentialgleichung der Flussverkettung in der Erregerwicklung bleibt zwar erhalten, aber durch die getroffenen Näherungen wird die Abhängigkeit von den Dämpferwicklungen substituiert.

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_{LF} &= \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_F \\ \dot{\Psi}_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_F \\ 0 \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} \frac{R_F L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ 0 & k_Q R_Q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_d \\ i_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 \\ 0 & \frac{R_Q}{L_{hq} + L_{\sigma Q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_F \\ \Psi_Q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Die Näherungen können auch in die Berechnung des Luftspaltmoments eingesetzt werden.

$$m_e = \frac{3p}{2} \left( (L'_d - L''_q) i_d i_q + \left( 1 + \frac{L_{hd} + L_{\sigma L}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \frac{L_{\sigma F}}{L_{\sigma D}} \right) k_F \Psi_F i_q - k_Q \Psi_Q i_d \right) \quad (5.32)$$

Darin ist  $L'_q$  die wirksame Reaktanz der Längsachse.

$$L'_d = L''_q + \frac{k_D^2 R_D}{H_{DD}} = L''_q + \frac{L_{\sigma F}^2}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \cdot \frac{L_{hd}^2}{L^2} \quad (5.33)$$

Das Gleichungssystem lässt sich in die Matrizenform des inneren Gleichungssystems umwandeln.

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_{i,F} \\ \dot{\mathbf{z}}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}'_{ai} & \underline{A}'_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} + \mathbf{B}'_{ii} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \mathbf{z}_{i,F} \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \Psi_F \\ \Psi_Q \\ \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Die Matrizen des inneren Gleichungssystems enthalten Zustandsgrößen und sind somit arbeitspunktabhängig.

$$\underline{\mathbf{A}}'_{ai} = \begin{bmatrix} \frac{R_F L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ 0 & k_Q R_Q & 0 \\ \frac{3p^2}{2J} (L'_d - L''_q) i_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (5.36)$$

$$\underline{\mathbf{A}}'_{ii} = \begin{bmatrix} -\frac{R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_Q}{L_{hq} + L_{\sigma Q}} & 0 & 0 \\ \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} i_q & -\frac{3p^2}{2J} k_Q i_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

$$\underline{\mathbf{B}}'_{ii} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{p}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Die Spannungsgleichung wird derart modifiziert, dass der zusätzliche induktive Effekt durch die Näherung für die Dämpferwicklungsflussverkettungen durch eine Impedanz in Reihe zu  $\underline{\mathbf{Z}}'_L$  ausgedrückt wird. Der verbleibende Teil der inneren Spannungsquelle wird mit  $\underline{\mathbf{u}}'_{qL}$  bezeichnet.

$$\underline{\mathbf{u}}_{qL} = (\underline{\mathbf{Z}}'_L - \underline{\mathbf{Z}}''_L) \underline{\mathbf{i}}_L + \underline{\mathbf{u}}'_{qL} \quad (5.39)$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{Z}}'_L - \underline{\mathbf{Z}}''_L &= \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \omega_{LF} (L'_d - L''_d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \\ &= \frac{j\omega_{LF}}{2} \begin{bmatrix} L'_d - L''_d & (L'_d - L''_d) e^{2j\vartheta_{LF}} & 0 \\ -(L'_d - L''_d) e^{-2j\vartheta_{LF}} & -(L'_d - L''_d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.40)$$

Für die verbleibende innere Spannungsquelle  $\underline{\mathbf{u}}'_{qL}$  gilt dann:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{u}}'_{qL} &= -\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} H_{FF} - k_F \frac{H_{DF} H_{FD}}{H_{DD}} & k_Q \omega_{LF} \\ k_F \omega_{LF} \left( \frac{H_{DF}}{H_{DD}} - 1 \right) & k_Q H_{QQ} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_F \\ \Psi_Q \end{bmatrix} \\ &+ \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} k_F^2 R_F - \frac{H_{FD}}{H_{DD}} k_D^2 R_D & 0 & 0 \\ 0 & k_Q^2 R_Q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L + \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} k_F u_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.41)$$

In der Formulierung des algebraischen Teils des inneren Gleichungssystems entspricht weiterhin die Quellenspannung  $\underline{\mathbf{u}}_{qL}$  den Koppelgrößen  $\underline{\mathbf{y}}_i$ .



$$\underline{y}_i = [\underline{C}_{ai} \quad \underline{C}_{ii}] \begin{bmatrix} \underline{\dot{z}}_L \\ \underline{z}_{i,F} \\ \underline{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{D}_{ii} \begin{bmatrix} \underline{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Auch die Matrizen in diesem Teil des Gleichungssystems sind nicht linear, da die Zustandsgrößen der Bewegungsgleichung enthalten sind.

$$\underline{C}_{ai} = \underline{Z}'_L - \underline{Z}''_L + \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} k_F R_F \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ 0 & k_Q^2 R_Q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \quad (5.43)$$

$$\underline{C}_{ii} = \begin{bmatrix} \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{k_F R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & k_Q \omega_{LF} \\ -\omega_{LF} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & \frac{k_Q R_Q}{L_{hq} + L_{\sigma Q}} \end{bmatrix} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

$$\underline{D}_{ii} = \begin{bmatrix} k_F \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

### 5.1.5 Modell mit konstanter transienter Spannung

Für die vereinfachten Untersuchungen der mechanischen Zustandsgrößen kann als zusätzliche Näherung angenommen werden, dass sich der Betrag der inneren Spannungsquelle  $\underline{u}'_{qL}$  bei Vorgängen im Bereich von wenigen Sekunden kaum ändert. Der resultierende Zusammenhang wird als transientes Ersatzschaltbild bezeichnet. Dabei werden die Wirkungen der Erregerflussverkettung und der Winkelgeschwindigkeit auf die Quellenspannung  $\underline{u}'_{qL}$  im betrachteten Zeitbereich als konstant angenommen, die relativ kleinen direkten Effekte der Erregerspannung vernachlässigt und der stromabhängige Term entsprechend Gleichung (5.39) in die Matrix  $\underline{C}_{ai}$  integriert.

$$\underline{u}'_{qL} = \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -k_Q \omega_{LF} \\ \omega_{LF} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{F,0} \\ \Psi_{Q,0} \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

Die Matrizen werden auf die verbleibenden Zustandsgrößen reduziert.

$$\dot{\underline{z}}_{i,B} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{LF} \\ \dot{\vartheta}_{LF} \end{bmatrix} = [\underline{A}'_{ai} \quad \underline{A}'_{ii}] \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{B}'_{ii} \underline{x}_i; \quad \underline{y}_i = \underline{u}_{qL} = [\underline{C}_{ai} \quad \underline{C}_{ii}] \begin{bmatrix} \underline{\dot{z}}_L \\ \underline{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{D}_{ii} \begin{bmatrix} \underline{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

$$\underline{A}'_{ai} = \begin{bmatrix} \frac{3p^2}{2J} \left( (L'_d - L'_q) i_q - k_Q \Psi_{Q,0} \right) & \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd} \Psi_{F,0}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \quad (5.48)$$

$$\underline{A}'_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

$$\mathbf{B}'_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{p}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ai} = \underline{\mathbf{Z}}'_L - \underline{\mathbf{Z}}''_L + \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} k_F R_F \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ 0 & k_Q^2 R_Q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (5.51)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ii} = \left[ -\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{k_F R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 \\ 0 & \frac{k_Q R_Q}{L_{hq} + L_{\sigma Q}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} -\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{k_Q \Psi_{Q,0}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \\ \frac{L_{hd} \Psi_{F,0}}{0} \end{bmatrix} \mathbf{0} \right] \quad (5.52)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ii} = \left[ k_F \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} -\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \frac{1}{m_m} \begin{bmatrix} \frac{R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} k_F \Psi_{F,0} \\ \frac{R_Q}{L_{hq} + L_{\sigma Q}} k_Q \Psi_{Q,0} \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad (5.53)$$

### 5.1.6 Modifiziertes Modell mit transienter Spannung

Das innere Gleichungssystem der Synchronmaschine kann um eine weitere Zustandsgröße reduziert werden, wenn auch die Dämpferquerachsenwicklung als eingeschwungen angenommen wird. Bei synchroner Drehzahl des Läufers gilt für die Ströme in den Dämpferwicklungen  $i_D = i_Q = 0$ . Die Flussverkettungen der Dämpferwicklung werden dann durch die Ständerwicklungsströme und den Strom in der Erregerwicklung bestimmt.

$$k_D \dot{\Psi}_D = 0 \quad (5.54)$$

$$k_Q \dot{\Psi}_Q = 0 \quad (5.55)$$

Werden diese Ableitungen in die Differentialgleichung der Flussverkettungen (5.8) eingesetzt, lassen sich die eingeschwungenen Flussverkettungen aus dem Ständerstrom  $\underline{\mathbf{i}}_L$  und der Flussverkettung der Erregerwicklung  $\Psi_F$  berechnen.

$$\mathbf{K}_K \Psi_{LF} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{H_{DF}}{H_{DD}} \\ 0 \end{bmatrix} k_F \Psi_F + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_D^2 R_D}{H_{DD}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_Q^2 R_Q}{H_{QQ}} & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L \quad (5.56)$$

Die Differentialgleichung der Flussverkettung in der Erregerwicklung bleibt zwar erhalten, aber durch die getroffenen Näherungen wird die Abhängigkeit von den Dämpferwicklungen substituiert.

$$\dot{\Psi}_F = \left(1 + \frac{L_{hd} + L_{\sigma L}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \frac{k_D}{k_F}\right) R_F k_F i_d - \frac{R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \Psi_F + u_F \quad (5.57)$$

Die Näherungen können auch in die Berechnung des Luftspaltmoments eingesetzt werden.

$$m_e = \frac{3p}{2} \left( (L'_d - L'_q) i_d i_q + \left(1 + \frac{L_{hd} + L_{\sigma L}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \frac{L_{\sigma F}}{L_{\sigma D}}\right) k_F \Psi_F i_q \right) \quad (5.58)$$

Das Gleichungssystem lässt sich in die Matrizenform des inneren Gleichungssystems umwandeln.

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_{i,F} \\ \dot{\mathbf{z}}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{ai} & \mathbf{A}'_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} + \mathbf{B}'_{ii} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ \mathbf{m}_m \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_L \\ \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i,F} \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_L \\ \begin{bmatrix} \Psi_F \\ \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

Die Matrizen des inneren Gleichungssystems enthalten Zustandsgrößen und sind somit arbeitspunktabhängig.

$$\mathbf{A}'_{ai} = \begin{bmatrix} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} R_F & 0 & 0 \\ \frac{3p^2}{2J} (L'_d - L'_q) i_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{RP} \quad (5.61)$$

$$\mathbf{A}'_{ii} = \begin{bmatrix} -\frac{R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} i_q & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

$$\mathbf{B}'_{ii} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{p}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

Die Spannungsgleichung wird derart modifiziert, dass der zusätzliche induktive Effekt durch die Näherung für die Dämpferwicklungsflussverkettungen durch eine Impedanz in Reihe zu  $\underline{\mathbf{Z}}'_L$  ausgedrückt wird. Der verbleibende Teil der inneren Spannungsquelle wird mit  $\underline{\mathbf{u}}'_{qL}$  bezeichnet.

$$\underline{\mathbf{u}}_{qL} = (\underline{\mathbf{Z}}'_L - \underline{\mathbf{Z}}''_L) \mathbf{i}_L + \underline{\mathbf{u}}'_{qL} \quad (5.64)$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{Z}}'_L - \underline{\mathbf{Z}}''_L &= \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\text{LF}}(L'_q - L''_q) & 0 \\ \omega_{\text{LF}}(L'_d - L''_d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \\ &= \frac{j\omega_{\text{LF}}}{2} \begin{bmatrix} L'_d - L''_d + L'_q - L''_q & (L'_d - L''_d - L'_q + L''_q)e^{2j\vartheta_{\text{LF}}} & 0 \\ -(L'_d - L''_d - L'_q + L''_q)e^{-2j\vartheta_{\text{LF}}} & -(L'_d - L''_d + L'_q - L''_q) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.65)$$

Die neuen eingeführten Induktivitäten lassen sich durch die Ausgangsparametern ausdrücken.

$$L'_d - L''_d = \frac{k_D^2 R_D}{H_{\text{DD}}} = \frac{L_{\sigma\text{F}}^2}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} \cdot \frac{L_{\text{hd}}^2}{L^2} \quad (5.66)$$

$$L'_q - L''_q = \frac{k_Q^2 R_Q}{H_{\text{QQ}}} = \frac{L_{\text{hq}}^2}{L_{\text{hq}} + L_{\sigma\text{Q}}} \quad (5.67)$$

Für die verbleibende innere Spannungsquelle  $\underline{\mathbf{u}}'_{\text{qL}}$  gilt:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{u}}'_{\text{qL}} &= \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{H_{\text{FD}}H_{\text{DF}}}{H_{\text{DD}}} - H_{\text{FF}} \\ H_{\text{DD}} - H_{\text{DF}} \\ \frac{H_{\text{DD}}}{H_{\text{DD}}} \omega_{\text{LF}} \\ 0 \end{bmatrix} k_{\text{F}} \Psi_{\text{F}} + \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}}^{-1} \begin{bmatrix} k_{\text{F}}^2 R_{\text{F}} - \frac{H_{\text{FD}}}{H_{\text{DD}}} k_{\text{D}}^2 R_{\text{D}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}}^{-1} \underline{\mathbf{i}}_{\text{L}} \\ &\quad + \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}}^{-1} \begin{bmatrix} k_{\text{F}} u_{\text{F}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{\text{LF}}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\vartheta_{\text{LF}}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -R_{\text{F}} + j\omega_{\text{LF}} \frac{L^2}{L_{\sigma\text{D}}} \\ -R_{\text{F}} - j\omega_{\text{LF}} \frac{L^2}{L_{\sigma\text{D}}} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{k_{\text{F}} \Psi_{\text{F}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} \\ &\quad + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & e^{2j\vartheta_{\text{LF}}} & 0 \\ e^{-2j\vartheta_{\text{LF}}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{L_{\text{hd}} R_{\text{F}} k_{\text{F}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} \underline{\mathbf{i}}_{\text{L}} + \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{\text{LF}}} \\ e^{-j\vartheta_{\text{LF}}} \\ 0 \end{bmatrix} k_{\text{F}} u_{\text{F}} \end{aligned} \quad (5.68)$$

In der Formulierung des algebraischen Teils des inneren Gleichungssystems entspricht die Quellenspannung  $\underline{\mathbf{u}}'_{\text{qL}}$  auch hier weiterhin der Koppelgröße  $\underline{\mathbf{y}}_i$ .

$$\underline{\mathbf{y}}_i = [\underline{\mathbf{C}}_{\text{ai}} \quad \underline{\mathbf{C}}_{\text{ii}}] \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_{\text{L}} \\ \underline{\mathbf{z}}_{\text{i,F}} \\ \underline{\mathbf{z}}_{\text{i,B}} \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{D}}_{\text{ii}} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_{\text{LF}} \\ m_{\text{m}} \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

Auch die Matrizen in diesem Teil des Gleichungssystems sind nicht linear, da die Zustandsgrößen der Bewegungsgleichung enthalten sind.

$$\underline{\mathbf{C}}_{\text{ai}} = \underline{\mathbf{Z}}'_L - \underline{\mathbf{Z}}''_L + \frac{1}{2} \cdot \frac{L_{\text{hd}} R_{\text{F}} k_{\text{F}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} \begin{bmatrix} 1 & e^{2j\vartheta_{\text{LF}}} & 0 \\ e^{-2j\vartheta_{\text{LF}}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.70)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{\text{ii}} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{\text{LF}}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\vartheta_{\text{LF}}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -k_{\text{F}} R_{\text{F}} + j\omega_{\text{LF}} L_{\text{hd}} \\ -k_{\text{F}} R_{\text{F}} - j\omega_{\text{LF}} L_{\text{hd}} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{1}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.71)$$

$$\underline{D}_{ii} = \left[ k_F \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \right] \quad (5.72)$$

### 5.1.7 Modifiziertes Modell mit konstanter transienter Spannung

Für die vereinfachten Untersuchungen der mechanischen Zustandsgrößen kann als zusätzliche Näherung angenommen werden, dass sich der Betrag der inneren Spannungsquelle  $\underline{u}'_{qL}$  bei Vorgängen im Bereich von wenigen Sekunden kaum ändert. Der resultierende Zusammenhang wird als transientes Ersatzschaltbild bezeichnet. Dabei werden die Wirkungen der Erregerflussverkettung und der Winkelgeschwindigkeit auf die Quellenspannung  $\underline{u}'_{qL}$  im betrachteten Zeitbereich als konstant angenommen, die relativ kleinen direkten Effekte der Erregerspannung vernachlässigt und der stromabhängige Term entsprechend Gleichung (5.64) in die Matrix  $\underline{C}_{ai}$  integriert.

$$\underline{u}'_{qL} = \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\omega_{LF,0}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \cdot \frac{L^2}{L_{\sigma D}} k_F \Psi_{F,0} \quad (5.73)$$

Im Vergleich zum Vorgehen in Abschnitt 5.1.5 zeigt sich, dass die Quellenspannung unter Annahme vollständig abgeklungener Flüsse in den Dämpferwicklungen in der q-Achse liegt.

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \dot{\mathbf{z}}_{i,B} = \left[ \underline{A}'_{ai} \quad \underline{A}'_{ii} \right] \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{B}'_{ii} \mathbf{x}_i; \quad \underline{y}_i = \underline{u}_{qL} = \left[ \underline{C}_{ai} \quad \underline{C}_{ii} \right] \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \underline{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{D}_{ii} \begin{bmatrix} \underline{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.74)$$

$$\underline{A}'_{ai} = \begin{bmatrix} \frac{3p^2}{2J} (L'_d - L'_q) i_q & \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \Psi_{F,0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (5.75)$$

$$\underline{A}'_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.76)$$

$$\underline{B}'_{ii} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{p}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.77)$$

$$\underline{C}_{ai} = \underline{\mathbf{z}}'_L - \underline{\mathbf{z}}''_L + \frac{1}{2} \cdot \frac{L_{hd} R_F k_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \begin{bmatrix} 1 & e^{2j\vartheta_{LF}} & 0 \\ e^{-2j\vartheta_{LF}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.78)$$

$$\underline{C}_{ii} = \left[ \begin{bmatrix} je^{j\vartheta_{LF}} \\ -je^{-j\vartheta_{LF}} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \Psi_{F,0} \quad \mathbf{0} \right] \quad (5.79)$$

$$\underline{D}_{ii} = \left[ k_F \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{m_m} \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} \\ e^{-j\vartheta_{LF}} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{k_F R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \right] \quad (5.80)$$

### 5.1.8 Stationäres Modell mit Polradspannung

Bei der Untersuchung elektromagnetisch eingeschwungener Zustände, kann auch die Erregerflussverkettungen als eingeschwungen betrachtet werden. Es gilt somit zusätzlich  $k_F \dot{\Psi}_F = 0$ . Mit der vorausgesetzten Annahme eingeschwungener Flussverkettungen in den Dämpferwicklungen bestimmen die quasistationären Ständerströme und die Erregerspannung die Werte der Läuferflussverkettungen.

$$\mathbf{K}_K \boldsymbol{\Psi}_{LF} = \mathbf{H}_{LL}^{-1} \cdot (\mathbf{R}_{LL} \mathbf{T}_{RP} \mathbf{i}_L + \mathbf{K}_K \mathbf{u}_{LF}) \quad (5.81)$$

Für das Luftspaltmoment in der Bewegungsgleichung gilt mit den getroffenen Näherungen:

$$m_e = \frac{3p}{2} \left( (L_d - L_q) i_d i_q + \frac{L_{hd}}{R_F} i_q u_F \right) \quad (5.82)$$

Die inneren Zustandsgrößen reduzieren sich auf die Winkelgeschwindigkeit und den Läuferwinkel.

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \dot{\mathbf{z}}_{i,B} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{ai} & \mathbf{A}'_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} + \mathbf{B}'_{ii} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.83)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_L \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_L \\ [\omega_{LF}] \\ [\vartheta_{LF}] \end{bmatrix} \quad (5.84)$$

Die Matrizen des inneren Gleichungssystems enthalten Zustandsgrößen und sind somit arbeitspunktabhängig.

$$\mathbf{A}'_{ai} = \begin{bmatrix} \frac{3p^2}{2J} [(L_d - L_q) i_q & 0 & 0] \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{T}_{RP} \quad (5.85)$$

$$\mathbf{A}'_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.86)$$

$$\mathbf{B}'_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{3p^2}{2J} \left[ \frac{L_{hd}}{R_F} i_q & 0 & 0 \right] & \frac{p}{J} \\ \mathbf{0} & & 0 \end{bmatrix} \quad (5.87)$$

Der Erregerstrom ist dann ausschließlich von der angelegten Erregerspannung abhängig. In diesem stationären Modell sind alle Abhängigkeiten der Quellenspannung vom Ständerstrom linear und können in einer Impedanz  $\underline{\mathbf{Z}}_L - \underline{\mathbf{Z}}'_L$  zusammenzufasst werden. Die verbleibende Spannung wird mit  $\underline{\mathbf{u}}_p$  bezeichnet.

$$\underline{\mathbf{u}}_{qL} = (\underline{\mathbf{Z}}_L - \underline{\mathbf{Z}}'_L) \mathbf{i}_L + \underline{\mathbf{u}}_p \quad (5.88)$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{Z}}_L - \underline{\mathbf{Z}}'_L &= \mathbf{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \omega_{LF} (L_d - L''_d + L_q - L''_q) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{RP} \\ &= \frac{j\omega_{LF}}{2} \begin{bmatrix} L_d - L''_d + L_q - L''_q & (L_d - L''_d - L_q + L''_q) e^{2j\vartheta_{LF}} & 0 \\ -(L_d - L''_d - L_q + L''_q) e^{-2j\vartheta_{LF}} & -(L_d - L''_d + L_q - L''_q) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.89)$$

Darin enthalten sind die Induktivitäten:

$$L_d - L_d'' = (L_{\sigma D} + L_{\sigma F}) \frac{L_{hd}^2}{L^2}$$

$$L_q - L_q'' = \frac{L_{hq}^2}{L_{hq} + L_{\sigma Q}}$$

Die verbleibende Quellenspannung  $\underline{u}_P$  liegt in der q-Achse und ist eine lineare Funktion der Erregerspannung und der Winkelgeschwindigkeit.

$$\underline{u}_P = \begin{bmatrix} j\omega_{LF} e^{j\vartheta_{LF}} \\ -j\omega_{LF} e^{-j\vartheta_{LF}} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{L_{hd}}{R_F} u_F \quad (5.90)$$

In der Formulierung des algebraischen Teils des inneren Gleichungssystems entspricht die Quellenspannung  $\underline{u}_{qL}$  der Koppelgröße  $\underline{y}_i$ .

$$\underline{y}_i = [\underline{C}_{ai} \quad \underline{C}_{ii}] \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \underline{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{D}_{ii} \begin{bmatrix} \underline{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.91)$$

Auch die Matrizen in diesem Teil des Gleichungssystems sind nicht linear, da die Zustandsgrößen der Bewegungsgleichung enthalten sind.

$$\underline{C}_{ai} = \underline{Z}_L \quad (5.92)$$

$$\underline{C}_{ii} = \mathbf{0} \quad (5.93)$$

$$\underline{D}_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{j\omega_{LF} L_{hd}}{R_F} \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ -e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.94)$$

### 5.1.9 Stationäres Modell mit konstanter Polradspannung

Das klassische stationäre Modell entspricht dem Modell nach Abschnitt 5.1.8 mit der einzigen Annahme, dass die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{LF}$  näherungsweise der Netzwinkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  entspricht. Die Polradspannung ist dann bei gleichbleibender Erregerspannung konstant. In der Regel wird außerdem die Schenkeligkeit vernachlässigt ( $L_d \approx L_q$ ).

Der Läuferwinkel  $\vartheta_{LF}$  wird für stationäre Analysen auf die Phasenlage der inneren Netzspannung  $\vartheta_N$  bezogen und als Polradwinkel  $\delta_P$  bezeichnet.

$$\delta_P = \vartheta_{LF} + \frac{\pi}{2} - \vartheta_N = \vartheta_{LF} + \frac{\pi}{2} - (\omega_0(t - t_0) + \vartheta_{N,0}) \quad (5.95)$$

$$\underline{u}_P = \frac{j\omega_0 L_{hd}}{R_F} u_F e^{j(\delta_P + \vartheta_N - \frac{\pi}{2})} = \frac{\omega_0 L_{hd}}{R_F} u_F e^{j\delta_P} e^{j\vartheta_N} \quad (5.96)$$

$$\underline{Z}_L = R_a + j\omega_0 L_d \quad (5.97)$$

$$m_e = \frac{3p}{2} \frac{L_{hd}}{R_F} i_q u_F \quad (5.98)$$

### 5.1.10 Initialisierung

Zur Initialisierung der Maschine wird eine konstante Winkelgeschwindigkeit von  $\omega_{LF} = \omega_N$  angenommen. Die Schenklichkeit in der Impedanzmatrix  $\underline{Z}_L$  des Generators kann iterativ berücksichtigt werden. Als Startwert bietet sich die Berechnung über Hilfsspannung  $\underline{U}_x$  nach [OSW 09] an. Die Werte der Klemmenspannungen und der Ständerströme stammen aus der Initialisierung des Netzes über einen Leistungsfluss und werden im stationären symmetrischen Betrieb als Raumzeiger in der Form  $\underline{g} = \underline{\hat{g}}_1 = \sqrt{2}\underline{G}_1$  initialisiert.

$$\vartheta_{LF,0} = \angle(\underline{u}_{L,0} - (R_a + j\omega_N L_q)\underline{i}_{L,0}) - \frac{\pi}{2} \quad (5.99)$$

$$\underline{u}_{P,0} = \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{uq,0}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\vartheta_{uq,0}^{t_0}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{P,0} \\ u_{P,0} \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{T}_{RP}(\underline{u}_{L,0} - \underline{Z}_L \underline{i}_{L,0}) \quad (5.100)$$

Aus Gleichung (5.90) folgen die Berechnungsvorschriften für die Erregerspannung und den Läuferwinkel.

$$u_{F,0} = \frac{u_{P,0}}{\omega_N} \cdot \frac{R_F}{L_{hd}} \quad (5.101)$$

$$\vartheta_{LF,0} = \vartheta_{uq,0} - \frac{\pi}{2} \quad (5.102)$$

Die initialen Läuferflussverkettungen ergeben sich mit Gleichung (5.81) aus dem stationären Modell.

### 5.1.11 Betriebsmittelparameter

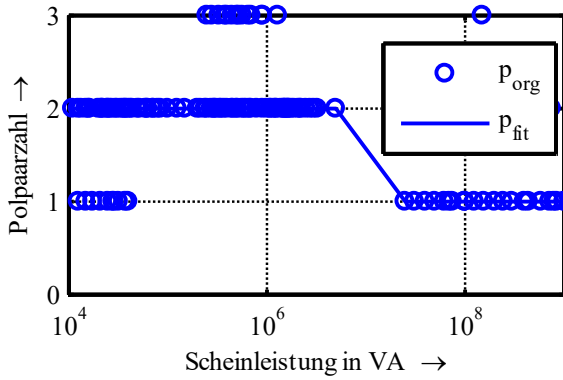
Die Parameter von Synchronmaschinen können sich in Abhängigkeit vom Einsatzzweck und der Größe der Maschine stark unterscheiden. Um in Kapitel 7 realistische Parametrierungen der Beispielszenarien zu ermöglichen, wurden Literatur (siehe Abschnitt 4.3) und andere öffentlich zugängliche Quellen<sup>7</sup> herangezogen, um auf deren Basis eine leistungsbezogene Parameterapproximation durchzuführen. Diese beruht auf einer Polynomapproximation der Maschinenparameter in Anhang III.I und wird hier für die daraus berechneten Parameter des Gleichungssystems dargestellt.

In Abbildung 31 ist zu sehen, dass bei großen Leistungen hauptsächlich Maschinen mit einem Polpaar und bei kleineren Leistungen Maschinen mit zwei Polpaaren eingesetzt werden. Entscheidend für die tatsächliche Auslegung ist natürlich der konkrete Anwendungsfall. Abbildung 32 zeigt den überproportionalen Anstieg des Massenträgheitsmomentes mit der Bemessungsscheinleistung der Maschinen.

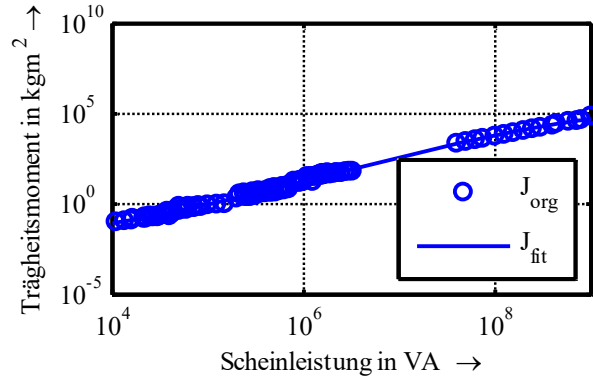
Bei kleinen Bemessungsscheinleistungen der Maschinen steigt das Verhältnis von Ständerwiderstand zur subtransiente Induktivität deutlich an (vgl. Abbildung 34). Abbildung 33 zeigt eine Abschätzung der subtransienten Induktivitäten über der Bemessungsscheinleistung von Synchronmaschinen. Kann die subtransiente Schenklichkeit vernachlässigt werden ( $L_d'' \approx L_q''$ ) hat dies den Vorteil, dass die Matrizen des äußeren Gleichungssystems  $\underline{R}_L$  und  $\underline{L}_L$  nicht arbeitspunktabhängig sind.

<sup>7</sup> [www.acg-technologies.st](http://www.acg-technologies.st); [www.cumminsgeneratortechnologies.com](http://www.cumminsgeneratortechnologies.com) (abgerufen am 01.10.2012)

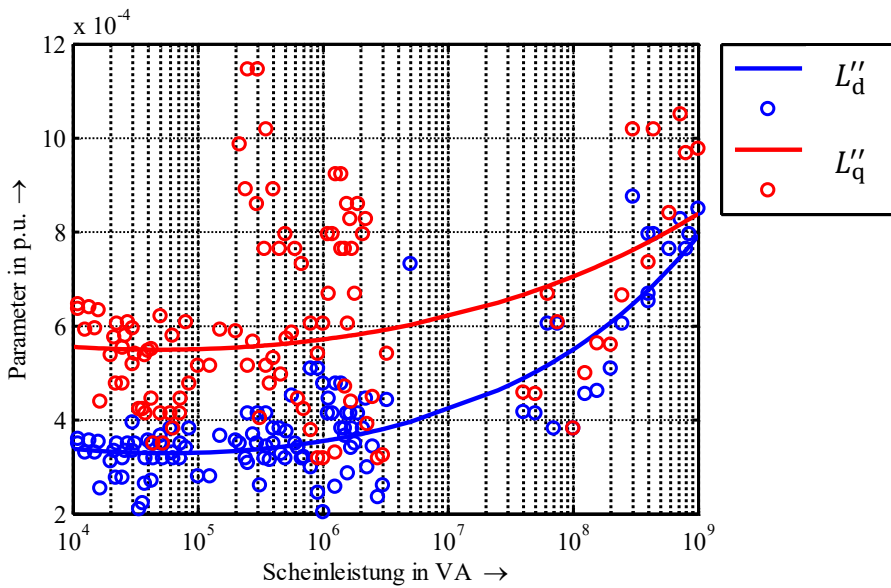




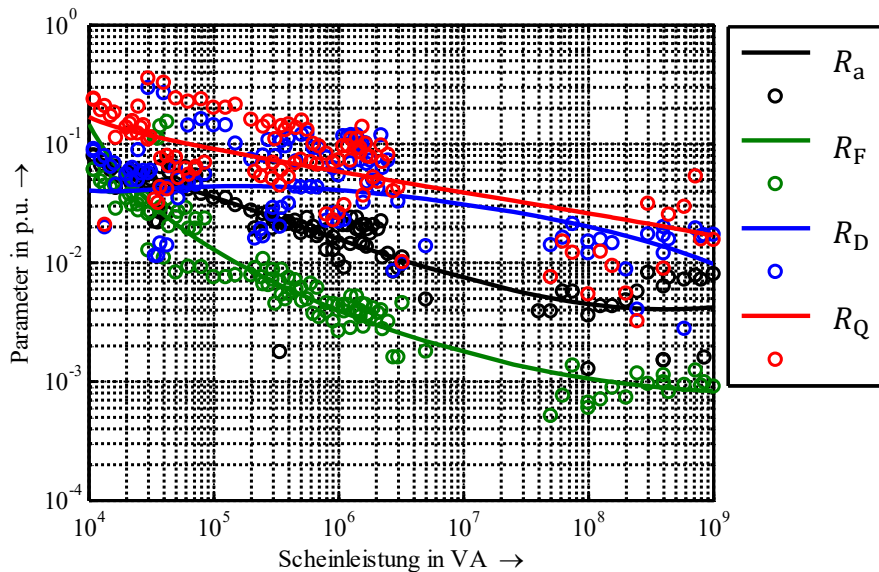
**Abbildung 31:** Polpaarzahl in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: angenäherte Annahme)



**Abbildung 32:** Massenträgheitsmoment in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: angenäherte Annahme)

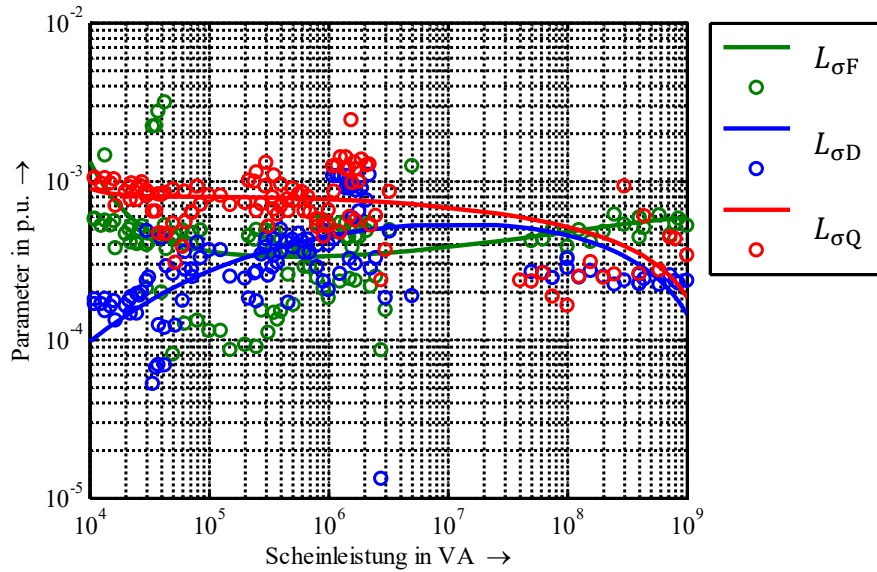


**Abbildung 33:** Subtransiente Induktivitäten der d- und q-Achse in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: angenäherte Annahme)



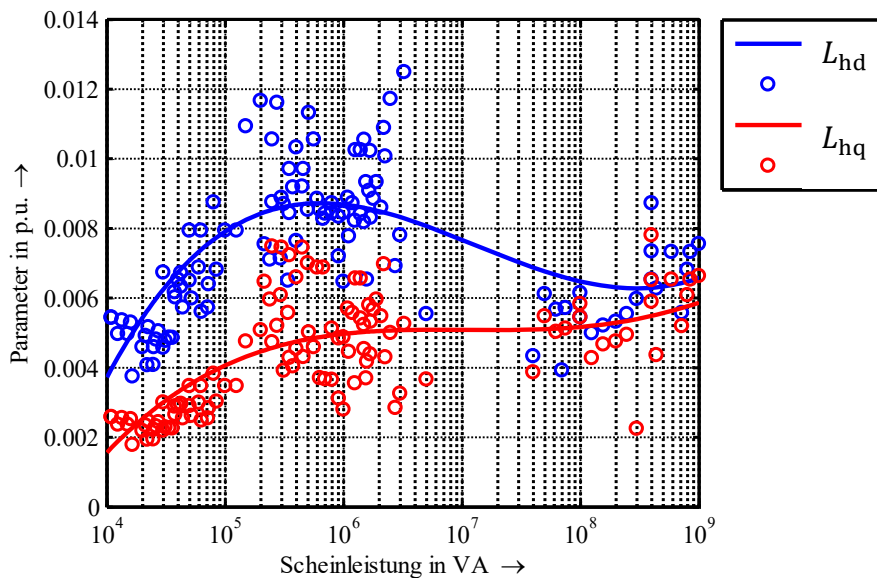
**Abbildung 34:** Bezogene Ständer- und Läuferwiderstände in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: angenäherte Annahme)

Abbildung 34 zeigt die Abhängigkeiten der Läuferwiderstände gemeinsam mit der des Ständerwiderstandes  $R_a$  über die Bemessungsscheinleistung der Maschinen. Besonders der Widerstand der Erregerwicklung  $R_F$  nimmt bei kleineren Leistungen stark zu.



**Abbildung 35:** Streuinduktivitäten der Läuferwicklungen in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

Die Abhängigkeiten dieser Parameter von der Bemessungsscheinleistung sind in Abbildung 35 und Abbildung 36 dargestellt. Es wird deutlich, dass die Unterschiede zwischen den d- und den q-Achsenparametern mit sinkender Bemessungsscheinleistung erheblich zunehmen. Ist der Wert für die doppeltverkettete Streuinduktivität nicht direkt angegeben, was meist der Fall ist, kann sie aus den Standardparametern eines Synchrongenerators nicht abgeleitet werden. Da sie immer in Summe mit einer Hauptinduktivität auftritt und dieser gegenüber klein ist, kann sie dann vernachlässigt werden.



**Abbildung 36:** Hauptfeldinduktivitäten der d- und q-Achse in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

## 5.2 Asynchronmaschinen

Asynchronmaschinen werden vorrangig in den Verteilungsnetzen eingesetzt. Neben der Anwendung als Motoren kommen sie dort auch zur Anbindung von Erzeugungsanlagen, wie Kleinwasserkraftwerken und Windenergieanlagen, zum Einsatz. Sie zeichnen sich durch einen relativ einfachen und robusten Aufbau aus und werden häufig in Verbindung mit Umrichtern (mit Vollumrichter oder als DFIG) eingesetzt.

### 5.2.1 Äußeres Gleichungssystem

Im Folgenden erfolgt die Beschreibung der Asynchronmaschinen auf Basis der in Abschnitt 4.4 eingeführten äußeren und inneren Gleichungssysteme des EKPV.

Die Läuferflussverkettungen der Asynchronmaschine sollen wie in [KUN 94, S. 284] in Park-Komponenten beschrieben werden. Die Näherungen der Asynchronmaschine werden im Folgenden ausgehend von den Gleichungen der Synchronmaschine abgeleitet. Das Gleichungssystem ist zunächst identisch. Änderungen im Gleichungssystem ergeben sich zunächst durch den Wegfall der Erregerwicklung, der Annahme symmetrischer Ständer- und Läuferwicklungen und die Einführung einer im stationären Betrieb schlupffrequenten Erregerspannung in den verbleibenden Läuferwicklungen. Diese Änderungen können wie folgt berücksichtigt werden.

Wegfall der Erregerwicklung:

$$k_F \Psi_F = 0 \quad u_F = 0 \quad R_F = 0 \quad L_{\sigma F} \rightarrow \infty \quad L_{\sigma L} = 0$$

Näherungen zur Schenkeligkeit:

$$L_h = L_{hq} = L_{hd} \quad L' = L''_q = L''_d \quad L_{\sigma LF} = L_{\sigma D} = L_{\sigma Q} \quad R_{LF} = R_Q = R_D$$

Einführen einer Läufer Spannung (DFIG), um die stationäre Blindleistungsabgabe einstellbar zu machen:

$$\mathbf{u}_{LF} = \begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \\ u_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -j & j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \begin{bmatrix} e^{j((\omega_0 - \omega_{LF}) \cdot t + \varphi_{LF,0})} \\ e^{-j((\omega_0 - \omega_{LF}) \cdot t + \varphi_{LF,0})} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Die Blindleistungsabgabe der Asynchronmaschinen im stationären Zustand wird durch das Einprägen der Läufer Spannung  $\mathbf{u}_{LF}$  realisiert. Diese wird in dieser Arbeit während des Ausgleichsvorgangs schlupffrequent fortgeführt, um ein langsames möglichst "natürliches" Verhalten der Maschinen zu realisieren.

Analog zur Synchronmaschine setzt sich das Gleichungssystem aus einer Bewegungsgleichung entsprechend Gleichung (5.7) (Index B) und einem modelabhängigen Gleichungssystem für die Läuferwicklungen (Index F) zusammen.

Die Asynchronmaschine wird als induktives Betriebsmittel im EKPV abgebildet und das Klemmenverhalten wie folgt beschrieben.

$$\underline{\mathbf{u}}_L = \mathbf{R}_L \underline{\mathbf{i}}_L + \underline{\mathbf{L}}_L \dot{\underline{\mathbf{i}}}_L + \underline{\mathbf{u}}_{qL} \quad (5.103)$$

$$\underline{\mathbf{i}}_L = \mathbf{K}_{z,ai} \underline{\mathbf{z}}_a \quad (5.104)$$

Da die Matrizen im äußeren Gleichungssystem ohne Schenkeligkeit die Abhängigkeit vom Läuferwinkel verlieren stellen sie sich als Diagonalmatrizen dar.

$$\mathbf{R}_L = \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}}^{-1}(\mathbf{R}^P + \boldsymbol{\Omega}^P \mathbf{L}_{\text{SS}}'' + \mathbf{L}_{\text{SS}}''(\boldsymbol{\Omega}^P)^T) \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_a & 0 \\ 0 & 0 & R_0 \end{bmatrix} \quad (5.105)$$

$$\mathbf{L}_L = (\omega_0 \mathbf{G}_L)^{-1} = \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}}^{-1} \mathbf{L}_{\text{SS}}'' \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} = \begin{bmatrix} L' & 0 & 0 \\ 0 & L' & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \quad (5.106)$$

Für die Formulierung des inneren Gleichungssystems werden in Übereinstimmung mit der klassischen Beschreibung der Asynchronmaschine eine Zeitkonstante  $T_{\text{LF}}$  und ein Koppelfaktor  $k_{\text{LF}}$  eingeführt.

$$T_{\text{LF}} = \frac{L_h + L_{\sigma\text{LF}}}{R_{\text{LF}}} \quad (5.107)$$

$$k_{\text{LF}} = \frac{L_h}{L_h + L_{\sigma\text{LF}}} \quad (5.108)$$

### 5.2.2 Modell mit transientser Spannung

Die Differentialgleichung der Läuferflussverkettungen wird bei der Asynchronmaschine wie bei der Synchronmaschine in Läuferkoordinaten angegeben. So bleiben diese als reelle Zustandsgrößen erhalten.

$$\begin{bmatrix} \dot{\Psi}_D \\ \dot{\Psi}_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{\text{LF}} R_{\text{LF}} & 0 \\ 0 & k_{\text{LF}} R_{\text{LF}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{\text{LF}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{\text{LF}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \quad (5.109)$$

Die Gleichung des Luftspaltmoments ändert sich durch die Symmetrie des Läufers (keine Schenkeligkeit). Hier werden die Ständerströme ebenfalls zunächst in die Park-Koordinaten umgewandelt.

$$m_e = \frac{3p}{2} (k_{\text{LF}} \Psi_D i_q - k_{\text{LF}} \Psi_Q i_d) \quad (5.110)$$

In der Formulierung der inneren Gleichungssysteme gilt:

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_{i,\text{F}} \\ \dot{\mathbf{z}}_{i,\text{B}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{\text{ai}} & \mathbf{A}'_{\text{ii}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\text{z,ai}} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} + \mathbf{B}'_{\text{ii}} \mathbf{x}_i \quad (5.111)$$

Für die Formulierung der inneren Gleichungssysteme werden wieder zwei Hilfsmatrizen eingeführt.

$$\boldsymbol{\Omega}^P = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\text{LF}} & 0 \\ \omega_{\text{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , \text{ die Kopplung der Gleichungen in Park-Komponenten}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , \text{ die Achsenzuordnung der Flussverkettungen (Index wäre LF,P)}$$

Die Kopplung mit dem elektrischen Netz erfolgt über die Ständerströme  $\underline{\mathbf{i}}_L$ . Externe Eingangsgrößen sind die eingepreßte Läufer Spannung  $\mathbf{u}_{\text{LF}}$  und das mechanische Moment an der Welle  $m_m$ .

$$\begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \begin{bmatrix} \underline{z}_{i,F} \\ \dot{\underline{z}}_{i,B} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{LF} \\ \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.112)$$

$$\underline{x}_i = \begin{bmatrix} \underline{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \end{bmatrix} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.113)$$

Die Matrizen des inneren Gleichungssystems enthalten Zustandsgrößen und sind somit arbeitspunktabhängig.

$$\underline{A}'_{ai} = \begin{bmatrix} k_{LF} R_{LF} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & & \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \quad (5.114)$$

$$\underline{A}'_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_{LF}} \mathbf{E} & & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{3p^2}{2J} \frac{k_{LF}}{\omega_{LF}} (\underline{T}_{RP} \underline{i}_L)^T \Omega_P \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.115)$$

$$\underline{B}'_{ii} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{p}{J} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.116)$$

$$\underline{v}'_{ii} = \begin{bmatrix} \checkmark & J \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Das Ergebnis für die Quellenspannung entspricht dem bekannten Gleichungssystem der Asynchronmaschine.

$$\begin{aligned} \underline{u}_{qL} &= \underline{T}_{RP}^{-1} \mathbf{K} (\mathbf{R}_{LL} \underline{T}_{RP} \underline{i}_L + \mathbf{K}_K \underline{u}_{LF}) + \underline{T}_{RP}^{-1} (\Omega^P \mathbf{K} - \mathbf{K} \mathbf{H}_{LL}) \mathbf{K}_K \underline{\Psi}_{LF} \\ &= \begin{bmatrix} k_{LF}^2 R_{LF} & 0 & 0 \\ 0 & k_{LF}^2 R_{LF} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{i}_L + \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 \\ 0 & e^{-j\vartheta_{LF}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{LF} u_d \\ k_{LF} u_q \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{LF}} - j\omega_{LF} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{LF}} + j\omega_{LF} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 \\ 0 & e^{-j\vartheta_{LF}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{LF} \Psi_D \\ k_{LF} \Psi_Q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.117)$$

In der Formulierung des algebraischen Teils des inneren Gleichungssystems entspricht die Quellenspannung  $\underline{u}_{qL}$  der Koppelgröße  $\underline{y}_i$  (siehe Gleichung (4.5)).

$$\underline{y}_i = \begin{bmatrix} \underline{C}_{ai} & \underline{C}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \begin{bmatrix} \underline{z}_{i,F} \\ \dot{\underline{z}}_{i,B} \end{bmatrix} \end{bmatrix} + \underline{D}_{ii} \begin{bmatrix} \underline{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.118)$$

Auch die Matrizen in diesem Teil des Gleichungssystems sind nichtlinear, da die Zustandsgrößen der Bewegungsgleichung enthalten sind.

$$\underline{\mathbf{C}}_{ai} = k_{LF}^2 R_{LF} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.119)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ii} = \begin{bmatrix} -\frac{k_{LF}}{T_{LF}} \begin{bmatrix} 1 - j\omega_{LF} T_{LF} & 0 & 0 \\ 0 & 1 + j\omega_{LF} T_{LF} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.120)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ii} = \begin{bmatrix} k_{LF} \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.121)$$

Das Modell mit quasistationären Strömen bildet sich analog zur Synchronmaschine durch das Substituieren der Ableitung des Stromes in der Spannungsgleichung.

$$\underline{\mathbf{u}}_L = \underline{\mathbf{Z}}'_L \cdot \underline{\mathbf{i}}_L + \underline{\mathbf{u}}_{qL} = \mathbf{R}_L \cdot \underline{\mathbf{i}}_L - \mathbf{L}_L \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} (\boldsymbol{\Omega}^P)^T \underline{\mathbf{T}}_{RP} \cdot \underline{\mathbf{i}}_L + \underline{\mathbf{u}}_{qL} \quad (5.122)$$

$$\underline{\mathbf{Z}}'_L = \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} (\mathbf{R}^P + \boldsymbol{\Omega}^P \mathbf{L}''_{SS}) \underline{\mathbf{T}}_{RP} = \begin{bmatrix} R_a + j\omega_{LF} L' & 0 & 0 \\ 0 & R_a - j\omega_{LF} L' & 0 \\ 0 & 0 & R_0 \end{bmatrix} \quad (5.123)$$

### 5.2.3 Modell mit konstanter transienter Spannung

Das vollständige Modell der Asynchronmaschine kann z. B. für die Berechnung von Kurzschlussströmen unter Annahme konstanter Flussverkettungen verwendet werden. Dabei wird das Modell zusätzlich derart vereinfacht, dass sowohl die Winkelgeschwindigkeit als auch die Läuferflussverkettungen als konstant angenommen werden, und die dominierende Wirkung von mit dem Läufer rotierenden Läuferflussverkettungen auf die Quellenspannung berücksichtigt wird.

$$\underline{\mathbf{Z}}'_L = \begin{bmatrix} R_a + j\omega_{LF,0} L' & 0 & 0 \\ 0 & R_a - j\omega_{LF,0} L' & 0 \\ 0 & 0 & R_0 \end{bmatrix} \quad (5.124)$$

$$\underline{\mathbf{u}}_{qL,0} \approx \begin{bmatrix} e^{j(\vartheta_{LF,0} + \omega_0(t-t_0))} & 0 \\ 0 & e^{-j(\vartheta_{LF,0} + \omega_0(t-t_0))} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \omega_{LF,0} k_{LF} \begin{bmatrix} j & -1 \\ -j & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{D,0} \\ \Psi_{Q,0} \end{bmatrix} \quad (5.125)$$

Dieses Modell ist nur in den ersten Millisekunden nach einem Störereignis anwendbar, da die Änderung des Läuferwinkels keine Rückwirkungen auf die Quellenspannung hat.

Der Gültigkeitsbereich dieses Modells kann deutlich verlängert werden, wenn der Winkel des Raumzeigers der Läuferflussverkettungen gegenüber dem Läufer  $\vartheta_s = \angle(\underline{\Psi}'_{LF}) - \vartheta_{LF} = \angle(\Psi_D + j\Psi_Q) - \vartheta_{LF}$  bei konstantem Betrag  $|\underline{\Psi}'_{LF}|$  als schlupffrequent angenommen wird. Das Modell entspricht dann qualitativ dem Synchronmaschinenmodell mit konstanter transienter Spannung. Dabei wird die Ordnung des Gleichungssystems wie gewohnt auf zwei Zustandsgrößen reduziert. Die Ableitung kann auf Basis der Ergebnisse von Gleichung (5.109) berechnet werden.

$$\dot{\vartheta}_s = \omega_0 - \omega_{LF,0} \quad (5.126)$$

$$\vartheta_s = (\omega_0 - \omega_{LF,0})t \quad (5.127)$$

Die Flussverkettungen in dq-Koordinaten bzw. Raumzeigern berechnen sich dann aus den Anfangswerten und den Winkeln  $\vartheta_s$  und  $\vartheta_{LF}$ .

$$\begin{bmatrix} \underline{\Psi}'_D \\ \underline{\Psi}'_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\underline{\Psi}'_{LF,0}| \cos(\angle(\underline{\Psi}'_{LF,0}) + \vartheta_{LF} + \vartheta_s) \\ |\underline{\Psi}'_{LF,0}| \sin(\angle(\underline{\Psi}'_{LF,0}) + \vartheta_{LF} + \vartheta_s) \end{bmatrix} \quad (5.128)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\Psi}'_{LF} \\ \underline{\Psi}'_{LF}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\underline{\Psi}'_{LF,0}| e^{j(\vartheta_{LF} + \vartheta_s)} \\ |\underline{\Psi}'_{LF,0}| e^{-j(\vartheta_{LF} + \vartheta_s)} \end{bmatrix} \quad (5.129)$$

Die Ermittlung der relevanten Matrizen erfolgt auf Basis der Matrizen des vollständigen Gleichungssystems aus Abschnitt 5.2. Die konstanten Beiträge der Läuferflussverkettungen werden in den Matrizen  $\mathbf{B}'_{ii}$  bzw.  $\mathbf{D}_{ii}$  integriert und diese in  $\mathbf{x}'_i$  aufgenommen.

$$\mathbf{z}'_i = \begin{bmatrix} \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}'_i = \begin{bmatrix} \underline{\Psi}'_{LF,0} \\ \underline{\Psi}'_{LF,0}^* \\ \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (5.130)$$

$$\mathbf{A}'_{ai} = [\mathbf{0}] \quad (5.131)$$

$$\mathbf{A}'_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.132)$$

$$\mathbf{B}'_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{3p^2 k_{LF}}{2J} \frac{k_{LF}}{\omega_{LF}} (\mathbf{T}_{RP} \mathbf{i}_L)^T \mathbf{\Omega}_P \mathbf{T}_{RP} & \begin{bmatrix} e^{j(\vartheta_{LF} + \vartheta_s)} & 0 \\ 0 & e^{-j(\vartheta_{LF} + \vartheta_s)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & p \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.133)$$

$$\mathbf{C}_{ai} = k_{LF}^2 R_{LF} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.134)$$

$$\mathbf{C}_{ii} = [\mathbf{0}] \quad (5.135)$$

$$\mathbf{D}_{ii} = \begin{bmatrix} -\frac{k_{LF}}{2T_{LF}} \begin{bmatrix} 1 - j\omega_{LF}T_{LF} & 1 - j\omega_{LF}T_{LF} \\ -j + \omega_{LF}T_{LF} & j - \omega_{LF}T_{LF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_s} & 0 \\ 0 & e^{-j\vartheta_s} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & k_{LF} \mathbf{T}_{RP}^{-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.136)$$

#### 5.2.4 Stationäres Modell

Die Näherungen eingeschwungener Läuferflussverkettungen stimmen nicht mit denen der Synchronmaschine überein, da bei einer konstanten Abweichung der Winkelgeschwindigkeit auch eine konstante schlupffrequente Flussverkettungsänderung auftritt. Werden die Läuferflussverkettungen als Raumzeiger in ruhenden Ständerkoordinaten  $\underline{\Psi}_{LF}$  dargestellt, berechnet sich die zeitliche Ableitung analog zu den quasistationären Raumzeigern des Netzgleichungssystems.

$$\underline{\Psi}_{LF} = \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_{LF} \\ \underline{\Psi}_{LF}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 \\ 0 & e^{-j\vartheta_{LF}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} \quad (5.137)$$

$$\begin{aligned}\underline{\dot{\Psi}}_{\text{LF}} &= \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_{\text{LF}} \\ \dot{\Psi}_{\text{LF}}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega_{\text{N}} & 0 \\ 0 & -j\omega_{\text{N}} \end{bmatrix} \underline{\Psi}_{\text{LF}} \\ &= \begin{bmatrix} j\omega_{\text{N}} & 0 \\ 0 & -j\omega_{\text{N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{\text{LF}}} & 0 \\ 0 & e^{-j\vartheta_{\text{LF}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{\text{D}} \\ \Psi_{\text{Q}} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (5.138)$$

Daraus lässt sich auf die stationäre Ableitung der Flussverkettungen in der d- und q-Achse schließen.

$$\begin{bmatrix} \dot{\Psi}_{\text{D}} \\ \dot{\Psi}_{\text{Q}} \end{bmatrix} = \omega_{\text{N}} \begin{bmatrix} 0 & -s \\ s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{\text{D}} \\ \Psi_{\text{Q}} \end{bmatrix}\quad (5.139)$$

Zur vereinfachten Darstellung werden der Schlupf  $s$  und der Kippschlupf  $s_{\text{K}}$  eingeführt.

$$s = \frac{\omega_0 - \omega_{\text{LF}}}{\omega_0}\quad (5.140)$$

$$s_{\text{K}} = \frac{1}{\omega_0 T_{\text{LF}}} = \frac{R_{\text{LF}}}{\omega_0 (L_{\text{h}} + L_{\sigma\text{LF}})}\quad (5.141)$$

Diese Gleichung wird mit der Differentialgleichung für die Änderung der Flussverkettungen (Gleichung (5.109)) gleichgesetzt und liefert dann die eingeschwungenen Werte.

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\text{D}} \\ \Psi_{\text{Q}} \end{bmatrix} = \frac{1}{s_{\text{K}}^2 + s^2} \begin{bmatrix} s_{\text{K}} & s \\ -s & s_{\text{K}} \end{bmatrix} \frac{k_{\text{LF}} R_{\text{LF}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{\text{RP}} \underline{\dot{i}}_{\text{L}} + \begin{bmatrix} u_{\text{D}} \\ u_{\text{Q}} \end{bmatrix}}{\omega_0}\quad (5.142)$$

Die eingeschwungenen Flussverkettungen können auch in die Gleichung des Luftspaltpmoments eingesetzt werden.

$$m_{\text{e}} = \frac{3p k_{\text{LF}}}{2} \frac{s}{\omega_0 s_{\text{K}}^2 + s^2} \left( k_{\text{LF}} R_{\text{LF}} (i_{\text{d}}^2 + i_{\text{q}}^2) + u_{\text{D}} i_{\text{d}} + u_{\text{Q}} i_{\text{q}} + \frac{s_{\text{K}}}{s} (u_{\text{D}} i_{\text{q}} - u_{\text{Q}} i_{\text{d}}) \right)\quad (5.143)$$

Für die Käfigläufermaschine wächst das Luftspaltpmoment, bei Vernachlässigung der Ständerwiderstände, linear mit dem Ersatzwiderstand (Gleichung (5.154)) und quadratisch mit dem Betrag des Ständerstromes  $|\underline{\dot{i}}_{\text{L}}|^2 = i_{\text{d}}^2 + i_{\text{q}}^2$ . Das Luftspaltpmoment steigt mit größerem Schlupf an. Dieser Effekt wird aber durch den Kippschlupf nach oben begrenzt.

$$m_{\text{e}} = \frac{3p}{2} \frac{s}{s_{\text{K}}^2 + s^2} \frac{k_{\text{LF}}^2 R_{\text{LF}}}{\omega_0} (i_{\text{d}}^2 + i_{\text{q}}^2) = \frac{3p R(s)}{2 \omega_0} (i_{\text{d}}^2 + i_{\text{q}}^2)\quad (5.144)$$

In der Formulierung der inneren Gleichungssysteme gilt:

$$\dot{\mathbf{z}}_{\text{i}} = \dot{\mathbf{z}}_{\text{i,B}} = [\underline{\mathbf{A}}'_{\text{ai}} \quad \underline{\mathbf{A}}'_{\text{ii}}] \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{\text{a}} \\ \mathbf{z}_{\text{i}} \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{B}}'_{\text{ii}} \mathbf{x}_{\text{i}}\quad (5.145)$$

Die inneren Zustandsgrößen sind auf die Bewegungsgleichung des Läufers reduziert.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_{\text{a}} \\ \mathbf{z}_{\text{i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\dot{i}}_{\text{L}} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{\text{i,F}} \\ \mathbf{z}_{\text{i,B}} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\dot{i}}_{\text{L}} \\ \begin{bmatrix} \omega_{\text{LF}} \\ \vartheta_{\text{LF}} \end{bmatrix} \end{bmatrix}\quad (5.146)$$

Die Matrizen der Differentialgleichung sind stark nichtlinear, da sie die Ständerströme und den Schlupf enthalten.



$$\underline{\mathbf{A}}'_{ai} = \begin{bmatrix} \frac{3p^2 k_{LF}^2 R_{LF}}{2J \omega_0} \frac{s}{s_K^2 + s^2} [i_d \quad i_q \quad 0] \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (5.147)$$

$$\underline{\mathbf{A}}'_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.148)$$

$$\underline{\mathbf{B}}'_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{3p^2 k_{LF}}{2J \omega_0} \frac{s}{s_K^2 + s^2} [i_d + \frac{s_K}{s} i_q \quad i_q - \frac{s_K}{s} i_d] \quad \frac{p}{J} \\ \mathbf{0} \quad 0 \end{bmatrix} \quad (5.149)$$

Eingesetzt in die Gleichung der inneren Spannungsquelle  $\underline{\mathbf{u}}_{qL}$  zeigt sich, dass die Abhängigkeit vom Ständerstrom durch eine schlupfabhängige Impedanz  $\underline{\mathbf{Z}}_L - \underline{\mathbf{Z}}'_L$  dargestellt werden kann.

$$\underline{\mathbf{u}}_{qL} = (\underline{\mathbf{Z}}_L - \underline{\mathbf{Z}}'_L) \underline{\mathbf{i}}_L + \underline{\mathbf{u}}_P \quad (5.150)$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{Z}}_L - \underline{\mathbf{Z}}'_L &= \begin{bmatrix} R(s) + jX(s) & 0 & 0 \\ 0 & R(s) - jX(s) & 0 \\ 0 & 0 & R_0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{k_{LF}^2 R_{LF}}{s_K^2 + s^2} \begin{bmatrix} s + js_K & 0 & 0 \\ 0 & s - js_K & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.151)$$

Die verbleibende Quellenspannung  $\underline{\mathbf{u}}_P$  ist eine Funktion der schlupffrequent eingprägten Läufer Spannung.

$$\underline{\mathbf{u}}_P = \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} s & -s_K \\ s_K & s \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{k_{LF}}{s_K^2 + s^2} \begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \end{bmatrix} \quad (5.152)$$

Die Maschine verringert sowohl im generatorischen als auch im motorischen Betrieb ihre wirksame Reaktanz.

$$X(s) = k_{LF}^2 R_{LF} \frac{s_K}{s_K^2 + s^2} \quad (5.153)$$

Der Widerstand bildet bei der Käfigläufermaschine die gesamte Wirkleistungsaufnahme ab und wird bei Wirkleistungsaufnahme positiv und bei Wirkleistungsabgabe negativ.

$$R(s) = k_{LF}^2 R_{LF} \frac{s}{s_K^2 + s^2} \quad (5.154)$$

Die Matrizen des Gleichungssystems können wie folgt aufgebaut werden.

$$\underline{\mathbf{C}}_{ai} = \frac{k_{LF}^2 R_{LF}}{s_K^2 + s^2} \begin{bmatrix} s + js_K & 0 & 0 \\ 0 & s - js_K & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.155)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ii} = \mathbf{0} \quad (5.156)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ii} = \left[ \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} s & -s_K \\ s_K & s \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{k_{LF}}{s_K^2 + s^2} \quad \mathbf{0} \right] \quad (5.157)$$

### 5.2.5 Initialisierung

Die Initialisierung der Asynchronmaschine erfolgt im Rahmen einer iterativen Leistungsflussberechnung. Dabei wird für die Maschine eine Kombination aus Wirk- und Blindleistungsaufnahme vorgegeben, woraus Werte für Klemmenstrom  $\underline{i}_L$  und –spannung  $\underline{u}_L$  resultieren.

Ist die Drehzahl nicht aufgrund von äußeren Randbedingungen vorgegeben (z. B. optimaler Arbeitspunkt einer Windenergieanlage) wird auf Basis des Gleichungssystems einer Käfigläufermaschine ein Startwert für den Schlupf bestimmt.

$$s = \frac{1}{2} \frac{k_{LF}^2 R_{LF}}{\Re\left\{\frac{\underline{u}_L}{\underline{i}_L}\right\} - R_a} - \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{k_{LF}^2 R_{LF}}{\Re\left\{\frac{\underline{u}_L}{\underline{i}_L}\right\} - R_a}\right)^2 - s_K^2} \quad (5.158)$$

Für die Käfigläufermaschine wird davon ausgehend die Leistungsaufnahme berechnet, welche in die Leistungsflussberechnung eingeht.

$$\underline{S} = P + jQ = \frac{3}{2} \frac{|\underline{u}_r|^2}{\underline{Z}'_L + R(s) - jX(s)} \quad (5.159)$$

Bei doppeltgespeisten Maschinen kann mit Hilfe der eingepprägten Luferspannung die Luferwinkelgeschwindigkeit und die Blindleistungsabgabe des Generators geregelt werden. Die Luferwinkelgeschwindigkeit wird bei der Initialisierung auf den gewünschten Wert gesetzt. Ist dieser nicht bekannt wird der Schlupf der Kafiglauffermaschine gewählt. Die eingepprägte Luferspannung ergibt sich aus dem Maschenumlauf.

$$\underline{u}_P = \underline{u}_L - (\underline{Z}'_L + R(s) + jX(s))\underline{i}_L \quad (5.160)$$

$$\underline{u}_{LF} = \begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{LF}} \begin{bmatrix} s & s_K \\ -s_K & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Re\{\underline{u}_P\} \\ \Im\{\underline{u}_P\} \end{bmatrix} \quad (5.161)$$

Die Initialisierung des Luferwinkels kann aufgrund der Symmetrie mit einem beliebigen Wert erfolgen. Für die Luferflussverkettungen gilt durch die Annahme eines stationären Arbeitspunktes die Berechnungsvorschrift des stationären Modells.

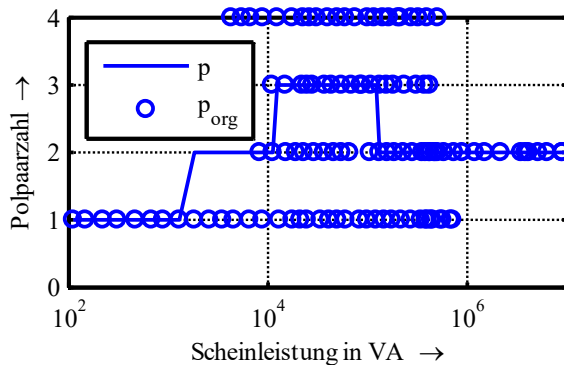
$$\begin{bmatrix} \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} = \frac{1}{s_K^2 + s^2} \begin{bmatrix} s_K & s \\ -s & s_K \end{bmatrix} \frac{k_{LF} R_{LF} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \underline{i}_L + \begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \end{bmatrix}}{\omega_0} \quad (5.162)$$

### 5.2.6 Betriebsmittelparameter

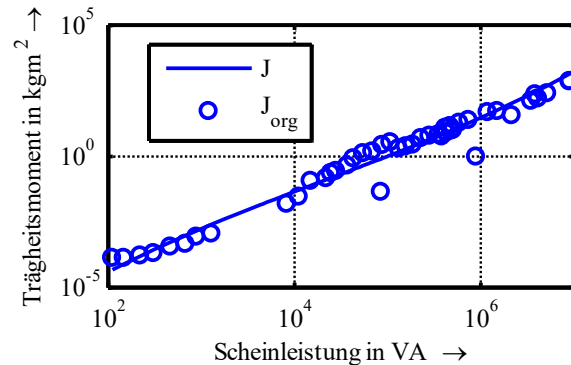
Die Parameter von Asynchronmaschinen können sich in Abhängigkeit vom Einsatzzweck und der Größe der Maschine stark unterscheiden. Um in Kapitel 7 realistische Parametrierungen der Beispielszenarien zu ermöglichen, wurden Literatur (siehe Abschnitt 4.3) und andere öffentlich zugängliche Quellen<sup>8</sup> herangezogen, auf deren Basis im Folgenden eine leistungsbezogene Parameterapproximation durchgeführt wird. Diese beruht auf einer Polynomapproximation der Maschinenparameter in Anhang III.II und wird hier für die daraus berechneten Parameter des Gleichungssystems dargestellt.

<sup>8</sup> [www.energie.ch](http://www.energie.ch); [www.vem-group.de](http://www.vem-group.de) (abgerufen am 08.02.2011)

Die Abhängigkeit des Massenträgheitsmomentes  $J$  von der Bemessungsscheinleistung  $S_r$  verhält sich nahezu identisch zu dem der Synchronmaschinen (vgl. Abbildung 38 und Abbildung 32). Die Polpaarzahl hängt sehr stark vom Anwendungsfall ab. Für große Leistung werden aber hauptsächlich zweipolige Maschinen eingesetzt (vgl. Abbildung 37).



**Abbildung 37:** Polpaarzahl in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)



**Abbildung 38:** Massenträgheitsmoment in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

Der Widerstand und die Induktivität werden dabei wieder mit dem Ständerwicklungswiderstand  $R_a = R_s$  und der Ständerwicklungsinduktivität  $L' = X'/\omega_0$  besetzt. Bei Berücksichtigung der Nullsystemparameter sind in Matrixschreibweise

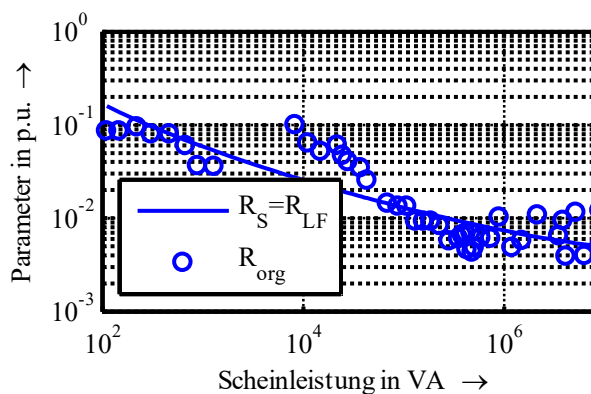
$$R^P = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_a & 0 \\ 0 & 0 & R_0 \end{bmatrix}$$

die Ständerwicklungswiderstände und

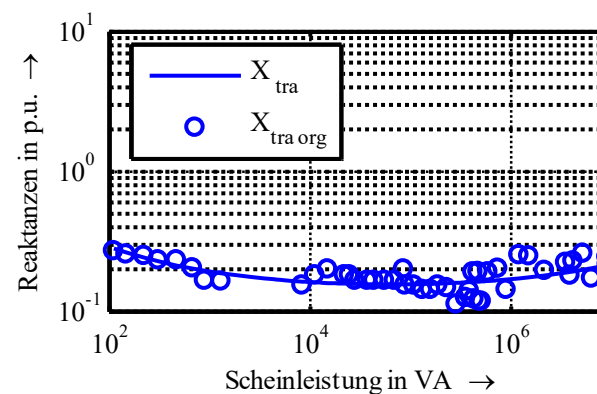
$$L''_{SS} = \begin{bmatrix} L' & 0 & 0 \\ 0 & L' & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix}$$

die Induktivitäten der Ständerwicklung.

Die Abhängigkeit der Klemmenparameter von der Bemessungsscheinleistung sind in Abbildung 39 und Abbildung 40 dargestellt. Darin wird, wie bei der Synchronmaschine, ein erheblicher Anstieg des Ständerwiderstands mit kleineren Bemessungsscheinleistungen deutlich.



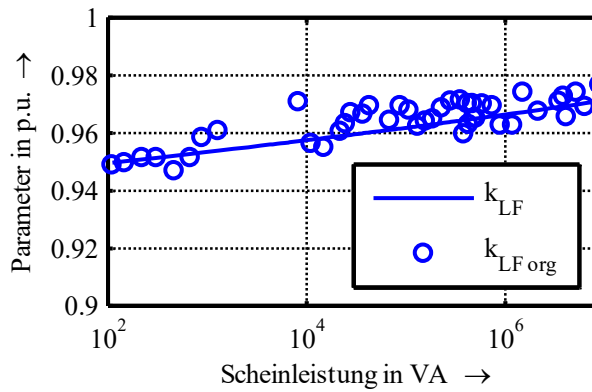
**Abbildung 39:** Ständerwiderstand in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)



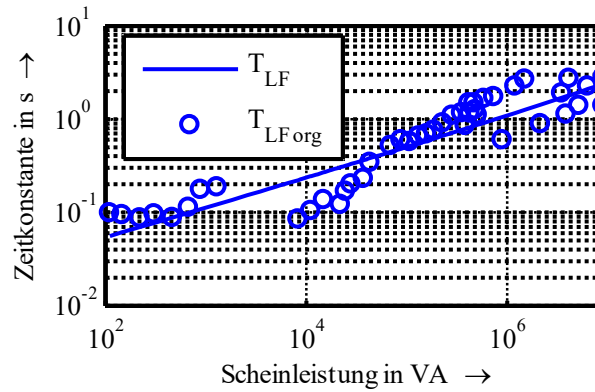
**Abbildung 40:** Transiente Reaktanz in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

Der Koppelfaktor  $k_{LF}$  weist nur eine geringfügige Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung auf (vgl. Abbildung 41). Die Zeitkonstante  $T_{LF}$  liegt bei gleicher Bemessungsscheinleistung konstruktionsbedingt über der Erregerwicklungszeitkonstante des

Synchrongenerators (Abbildung 42 und Abbildung 99 im Anhang) und ist damit in etwa um den Faktor zehn größer als die der Dämpferwicklungen<sup>9</sup>.



**Abbildung 41:** Koppelfaktor in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)



**Abbildung 42:** Läuferzeitkonstante in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

<sup>9</sup>Deshalb wird das vollständige Modell der Asynchronmaschine als transientes Modell bezeichnet und die Parameter des vollständigen Modells werden mit eingestrichelten Größen gekennzeichnet.

## 6 Analysemethoden auf Basis der entwickelten Systembeschreibungen

In diesem Kapitel werden auf Basis der beschriebenen Gleichungssysteme die Analysemethoden für die Untersuchung der transienten und der statischen Stabilität beschrieben. Dabei wird die Methode zur Analyse der statischen Stabilität auf Gleichungssysteme der Methode für die transiente Stabilität zurückgreifen. Für beide Verfahren werden darüber hinaus Methoden entwickelt, die eine klassische quasistationäre Betrachtung des Netzgleichungssystems ermöglichen.

### 6.1 Transiente Stabilität

#### 6.1.1 Analysemethodik für das vollständige Netzgleichungssystem

Die transiente Stabilität der Generatoren wird für konkrete Ereignisse, wie z. B. einen Kurzschluss, untersucht. In Folge dieses Ereignisses kommt es zu einem Ausgleichsvorgang, bei dem die Zustandsgrößen des Systems stark ausgelenkt werden können. Durch die signifikante Änderung der Zustandsgrößen ist eine einmalige Linearisierung des Systems nicht zulässig. Ausgehend von einem Startzustand, der durch die Zustandsgrößen  $\underline{z}_{a,0}$  und  $\underline{z}_{i,0}$ , sowie die externen Eingangsgrößen  $\underline{x}_i(t_0)$  charakterisiert ist, können aber die Zeitverläufe der Zustandsgrößen für diesen Ausgleichsvorgang simuliert werden.

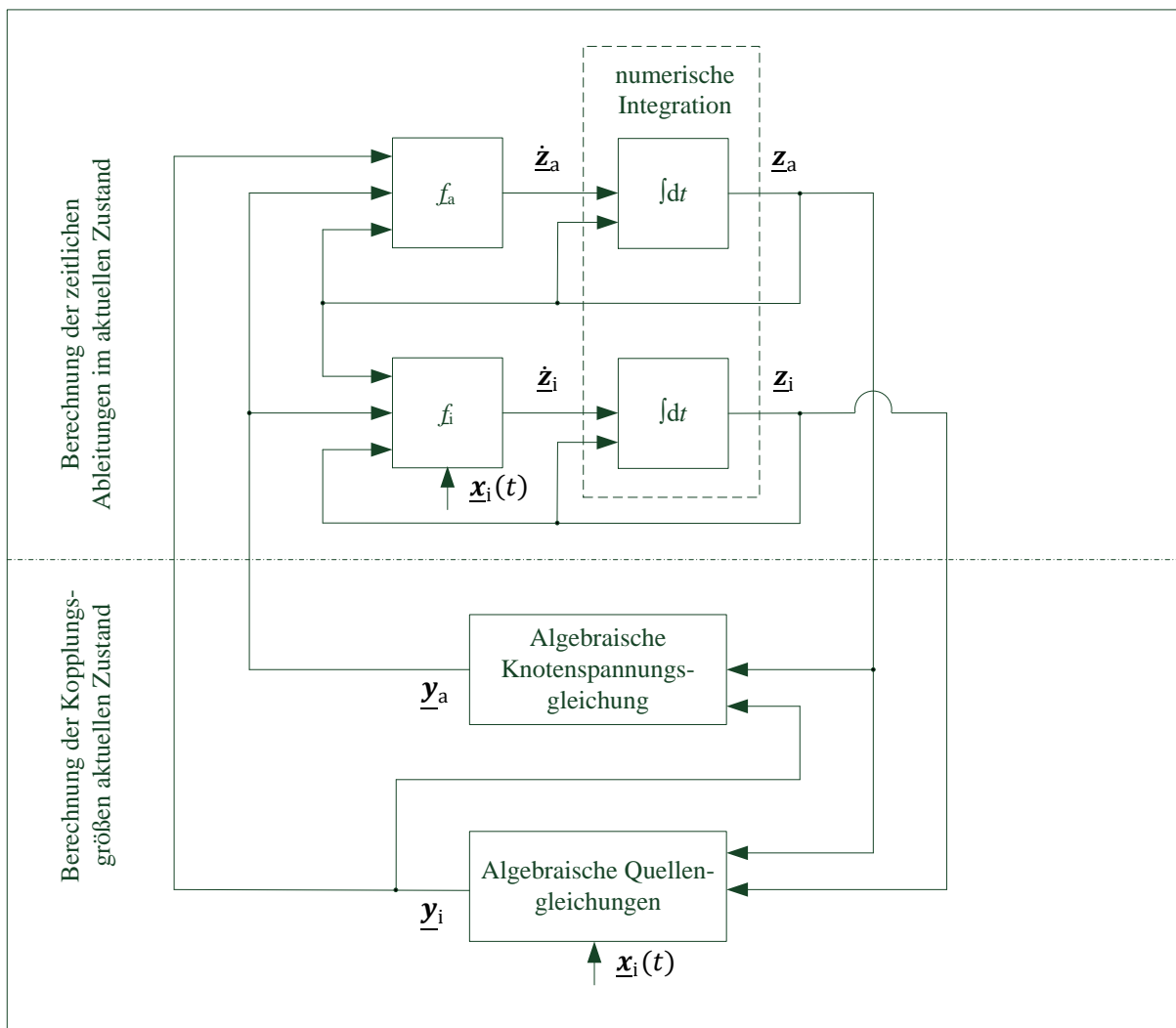


Abbildung 43: Ablauf der numerischen Integration

Die Simulation erfolgt auf Basis einer numerischen Integration des nichtlinearen Gleichungssystems (4.4). Abbildung 43 zeigt den prinzipiellen Aufbau des Gleichungssystems zur numerischen Integration. Die Integration des Ereignisses erfolgt dabei entweder durch eine zeitliche Abhängigkeit der externen Eingangsgrößen  $\underline{x}_i(t)$  oder, wie im Fall eines Kurzschlusses, durch die Änderung des Gleichungssystems. Für die Integration von Änderungen im Netzgleichungssystem ist das Fehlermatrizenverfahren geeignet [OSW 09].

### 6.1.2 Analysemethodik für das quasistationäres Netzgleichungssystem

Die Simulation der transienten Stabilität mit quasistationären Spannungen und Strömen im Netzgleichungssystem wird grundsätzlich analog zu Abbildung 43 umgesetzt. Der Unterschied besteht darin, dass die äußeren Zustandsgrößen  $\underline{z}_a$  nicht der numerischen Integration unterliegen, sondern auf Basis des in Abschnitt 4.6 hergeleiteten algebraischen Zusammenhangs in Abhängigkeit der inneren Zustandsgrößen berechnet werden.

## 6.2 Statische Stabilität

### 6.2.1 Analysemethodik für das vollständige Netzgleichungssystem

Die Analyse der statischen Stabilität in einem stationären Arbeitspunkt kann, analog zu der Vorgehensweise des Mehrmaschinenproblems in der Hochspannungsebene (Abschnitt 2.3.2), über eine Eigenwertberechnung erfolgen. Dafür reicht es aus, die vorhandene Darstellung des Systems im Zustandsraum ohne weitere Umformungen zu untersuchen [MON 14]. Voraussetzung ist die Linearisierung des Systems in einem stationären Arbeitspunkt (Index 0).

$$\underline{\dot{z}} = \underline{f}(\underline{z}_0 + \Delta\underline{z}, \underline{x}) = \underline{\dot{z}}_0 + \Delta\underline{\dot{z}} \approx \underline{f}(\underline{z}_0, \underline{x}) + \left. \frac{\partial \underline{f}(\underline{z}, \underline{x})}{\partial \underline{z}^T} \right|_{\underline{z}=\underline{z}_0} \cdot \Delta\underline{z} = \underline{\dot{z}}_0 + \underline{J} \Delta\underline{z} \quad (6.1)$$

Die Systemmatrix  $\underline{J}$  ist eine Jacobimatrix, welche den Gradienten der Ableitungen  $\underline{\dot{z}}$  über den Zustandsgrößen  $\underline{z}$  beschreibt. Sie kann manuell durch die Berechnung der Ableitungen in einer Epsilon-Umgebung um den Arbeitspunkt bestimmt werden. Mit  $\underline{\dot{z}} = \underline{f}(\underline{z}, \underline{x})$ ,  $\Delta\underline{\dot{z}} = \underline{\dot{z}} - \underline{\dot{z}}_0$  und  $\Delta\underline{z} = \underline{z} - \underline{z}_0$  gilt:

$$\underline{J} = \frac{\partial \underline{\dot{z}}}{\partial \underline{z}^T} \approx \frac{\Delta\underline{\dot{z}}}{\Delta\underline{z}^T} = \frac{\underline{f}(\underline{z} + \Delta\underline{z}, \underline{x}) - \underline{f}(\underline{z} - \Delta\underline{z}, \underline{x})}{2\Delta\underline{z}^T} \quad (6.2)$$

Diese Vorgehensweise ist jedoch sehr aufwendig, da für jede Zustandsgröße ein Kompromiss aus Größe der Abweichung  $\Delta\underline{z}$  und der Rechengenauigkeit gefunden werden muss. Bei Kenntnis des zugrundeliegenden Gleichungssystems (vgl. Kapitel 4 und 5) bietet sich als Alternative eine analytische Berechnung der Jacobimatrix an.

$$\begin{aligned} \underline{\dot{z}} &= \underline{A}' \underline{z} + \underline{B}' \underline{y} + \underline{B}'' \underline{x}_i \\ &= \begin{bmatrix} \underline{A}'_{aa} & \mathbf{0} \\ \underline{A}'_{ai} \underline{K}_{z,ai} & \underline{A}'_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}'_{aa} & \underline{B}'_{ia} \\ \underline{B}'_{ai} \underline{K}_{y,ai} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{y}_a \\ \underline{y}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \underline{B}'_{ii} \end{bmatrix} \underline{x}_i \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\underline{y} = \underline{C}' \underline{z} + \underline{D}' \underline{x}_i = \begin{bmatrix} \underline{C}'_{aa} + \underline{C}'_{ia} \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai} & \underline{C}'_{ia} \underline{C}_{ii} \\ \underline{C}_{ai} \underline{K}_{z,ai} & \underline{C}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C}'_{ia} \underline{D}_{ii} \\ \underline{D}_{ii} \end{bmatrix} \underline{x}_i \quad (6.4)$$

Ausgehend von dem vollständigen Gleichungssystem (Gleichung (6.3) und Gleichung (6.4)), dessen Matrizen Abhängigkeiten von den Zustandsgrößen aufweisen können, gilt der folgende Zusammenhang.

$$\underline{J} = \frac{\partial \underline{\dot{z}}}{\partial \underline{z}^T} \Big|_{\underline{z}=\underline{z}_0} = \frac{\partial (\underline{A}' + \underline{B}' \underline{C}') \underline{z}}{\partial \underline{z}^T} \Big|_{\underline{z}=\underline{z}_0} + \frac{\partial (\underline{B}' \underline{D}' + \underline{B}'') \underline{x}_i}{\partial \underline{z}^T} \Big|_{\underline{z}=\underline{z}_0} \quad (6.5)$$

Für eine allgemeine Matrix  $\underline{G}$  mit der Größe  $m \times n$ , einem allgemeinen Vektor  $\underline{g}$  der Größe  $n \times 1$  und einem Zustandsvektor mit  $k \times 1$  Elementen liefert die Ableitung nach dem Zustandsvektor eine (Jacobi-) Matrix der Größe  $m \times k$ .

$$\frac{\partial \underline{G} \underline{g}}{\partial \underline{z}^T} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial \underline{G}_{1,i} \underline{g}_i}{\partial \underline{z}_1} & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{\partial \underline{G}_{1,i} \underline{g}_i}{\partial \underline{z}_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \underline{G}_{m,i} \underline{g}_i}{\partial \underline{z}_1} & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{\partial \underline{G}_{m,i} \underline{g}_i}{\partial \underline{z}_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{G} \underline{g}}{\partial \underline{z}_1} & \dots & \frac{\partial \underline{G} \underline{g}}{\partial \underline{z}_k} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Die Ableitungen von Matrizen nach einem Skalar  $\underline{z}_i$  erfolgt elementarweise. Dabei kann die Produktregel Anwendung finden.

$$\frac{\partial \underline{G}}{\partial \underline{z}_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{G}_{1,1}}{\partial \underline{z}_i} & \dots & \frac{\partial \underline{G}_{1,n}}{\partial \underline{z}_i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \underline{G}_{m,1}}{\partial \underline{z}_i} & \dots & \frac{\partial \underline{G}_{m,n}}{\partial \underline{z}_i} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial \underline{G}_a \underline{G}_b}{\partial \underline{z}_i} = \frac{\partial \underline{G}_a}{\partial \underline{z}_i} \underline{G}_b + \underline{G}_a \frac{\partial \underline{G}_b}{\partial \underline{z}_i} \quad (6.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{G} \underline{g}}{\partial \underline{z}^T} &= \left[ \underline{G} \frac{\partial \underline{g}}{\partial \underline{z}_1} + \frac{\partial \underline{G}}{\partial \underline{z}_1} \underline{g} \quad \dots \quad \underline{G} \frac{\partial \underline{g}}{\partial \underline{z}_k} + \frac{\partial \underline{G}}{\partial \underline{z}_k} \underline{g} \right] \\ &= \underline{G} \frac{\partial \underline{g}}{\partial \underline{z}^T} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{G}}{\partial \underline{z}_1} \underline{g} & \dots & \frac{\partial \underline{G}}{\partial \underline{z}_k} \underline{g} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Die Fälle, in denen  $\underline{g}$  der Zustandsvektor  $\underline{z}$  ist oder der von  $\underline{z}$  unabhängige Eingangsvektor  $\underline{x}_i$  ist, sind Spezialfälle, in denen sich die Gleichungen weiter vereinfachen lassen.

$$\frac{\partial \underline{z}}{\partial \underline{z}^T} = \mathbf{E} \rightarrow \frac{\partial \underline{Gz}}{\partial \underline{z}^T} = \underline{G} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{G}}{\partial z_1} & \cdots & \frac{\partial \underline{G}}{\partial z_k} \end{bmatrix} \underline{z} \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial \underline{x}_i}{\partial \underline{z}^T} = \mathbf{0} \rightarrow \frac{\partial \underline{Gx}}{\partial \underline{z}^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{G}}{\partial z_1} & \cdots & \frac{\partial \underline{G}}{\partial z_k} \end{bmatrix} \underline{x}_i \quad (6.11)$$

In einem linearen System sind die Matrizen konstant und die Jacobimatrix reduziert sich auf  $\underline{J}_{\text{lin}} = \underline{A}' + \underline{B}'\underline{C}'$  (vgl. Abschnitt 4.1). Dieser Zusammenhang trifft für das elektrische Netz in guter Näherung zu [OSW 07, S. 254]. Für die aktiven Betriebsmittel gilt dies jedoch nicht.

Nach Auftrennung in das innere und äußere Gleichungssystem (siehe Gleichung (6.3) und Gleichung (6.4)) verbleiben zusätzlich jene Ableitungen, welche die Matrizen des inneren Gleichungssystems  $\underline{A}'_{\text{ai}}, \underline{A}'_{\text{ii}}, \underline{B}'_{\text{ai}}, \underline{B}'_{\text{ii}}, \underline{C}'_{\text{ai}}, \underline{C}'_{\text{ii}}$  und  $\underline{D}'_{\text{ii}}$  enthalten.

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \underline{A}'_{\text{aa}} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial [\underline{A}'_{\text{ai}} \underline{K}_{z,\text{ai}} \quad \underline{A}'_{\text{ii}}] \underline{z}}{\partial \underline{z}^T} \end{bmatrix} + \frac{\partial \underline{B}'\underline{C}'\underline{z}}{\partial \underline{z}^T} + \frac{\partial \underline{B}'\underline{D}'\underline{x}_i}{\partial \underline{z}^T} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{\partial \underline{B}'_{\text{ii}}\underline{x}_i}{\partial \underline{z}^T} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Die Ableitungen des ersten und letzten Terms lassen sich mit Hilfe der Gleichungen (6.10) und (6.11) aufstellen.

$$\begin{aligned} \frac{\partial [\underline{A}'_{\text{ai}} \underline{K}_{z,\text{ai}} \quad \underline{A}'_{\text{ii}}] \underline{z}}{\partial \underline{z}^T} &= \begin{bmatrix} \underline{A}'_{\text{ai}} \underline{K}_{z,\text{ai}} & \underline{A}'_{\text{ii}} \end{bmatrix} \\ &+ \left[ \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{A}'_{\text{ai}}}{\partial z_1} \underline{K}_{z,\text{ai}} & \frac{\partial \underline{A}'_{\text{ii}}}{\partial z_1} \end{bmatrix} \underline{z} \quad \cdots \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{A}'_{\text{ai}}}{\partial z_k} \underline{K}_{z,\text{ai}} & \frac{\partial \underline{A}'_{\text{ii}}}{\partial z_k} \end{bmatrix} \underline{z} \right] \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$\frac{\partial \underline{B}'_{\text{ii}}\underline{x}}{\partial \underline{z}^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{B}'_{\text{ii}}}{\partial z_1} \underline{x}_i & \cdots & \frac{\partial \underline{B}'_{\text{ii}}}{\partial z_k} \underline{x}_i \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Beim zweiten Term wird die Produktregel (Gleichung (6.8)) für die Ableitung einer Matrixmultiplikation nach einem Skalar angewandt.

$$\frac{\partial \underline{B}'\underline{C}'\underline{z}}{\partial \underline{z}^T} = \underline{B}'\underline{C}' + \underline{B}' \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{C}'}{\partial z_1} \underline{z} & \cdots & \frac{\partial \underline{C}'}{\partial z_k} \underline{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{B}'}{\partial z_1} \underline{C}'\underline{z} & \cdots & \frac{\partial \underline{B}'}{\partial z_k} \underline{C}'\underline{z} \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

$$\frac{\partial \underline{B}'}{\partial z_j} \underline{C}'\underline{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \underline{B}'_{\text{ai}}}{\partial z_j} \underline{K}_{y,\text{ai}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{C}'\underline{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{\partial \underline{B}'_{\text{ai}}}{\partial z_j} [\underline{K}_{y,\text{ai}} \quad \mathbf{0}] \underline{C}'\underline{z} \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

$$\frac{\partial \underline{C}'}{\partial z_j} \underline{z} = \begin{bmatrix} \underline{C}'_{\text{ia}} \frac{\partial \underline{C}'_{\text{ai}}}{\partial z_j} \underline{K}_{z,\text{ai}} & \underline{C}'_{\text{ia}} \frac{\partial \underline{C}'_{\text{ii}}}{\partial z_j} \\ \frac{\partial \underline{C}'_{\text{ai}}}{\partial z_j} \underline{K}_{z,\text{ai}} & \frac{\partial \underline{C}'_{\text{ii}}}{\partial z_j} \end{bmatrix} \underline{z} = \begin{bmatrix} \underline{C}'_{\text{ia}} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{C}'_{\text{ai}}}{\partial z_j} \underline{K}_{z,\text{ai}} & \frac{\partial \underline{C}'_{\text{ii}}}{\partial z_j} \end{bmatrix} \underline{z} \quad (6.17)$$



Für Gleichung (6.15) bzw. den zweiten Term in Gleichung (6.8) kann also auch geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{\mathbf{B}}' \underline{\mathbf{C}}' \underline{\mathbf{z}}}{\partial \underline{\mathbf{z}}^T} &= \underline{\mathbf{B}}' \underline{\mathbf{C}}' + \underline{\mathbf{B}}' \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{C}}'_{ia} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ai}}{\partial z_1} K_{z,ai} & \frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ii}}{\partial z_1} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{z}} \quad \cdots \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ai}}{\partial z_k} K_{z,ai} & \frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ii}}{\partial z_k} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{z}} \right] \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{\partial \underline{\mathbf{B}}'_{ai}}{\partial z_1} [K_{y,ai} \quad \mathbf{0}] \underline{\mathbf{C}}' \underline{\mathbf{z}} \quad \cdots \quad \frac{\partial \underline{\mathbf{B}}'_{ai}}{\partial z_k} [K_{y,ai} \quad \mathbf{0}] \underline{\mathbf{C}}' \underline{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Die Berechnung des dritten Terms erfolgt analog. In beiden Fällen treten bei der Berechnung der Spalten Multiplikationen mit den Matrizen  $\underline{\mathbf{C}}'$  beziehungsweise  $\underline{\mathbf{D}}'$  auf.

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{B}}' \underline{\mathbf{D}}' \underline{\mathbf{x}}_i}{\partial \underline{\mathbf{z}}^T} = \underline{\mathbf{B}}' \left[ \frac{\partial \underline{\mathbf{D}}'}{\partial z_1} \underline{\mathbf{x}}_i \quad \cdots \quad \frac{\partial \underline{\mathbf{D}}'}{\partial z_k} \underline{\mathbf{x}}_i \right] + \left[ \frac{\partial \underline{\mathbf{B}}'}{\partial z_1} \underline{\mathbf{D}}' \underline{\mathbf{x}}_i \quad \cdots \quad \frac{\partial \underline{\mathbf{B}}'}{\partial z_k} \underline{\mathbf{D}}' \underline{\mathbf{x}}_i \right] \quad (6.19)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{B}}'}{\partial z_i} \underline{\mathbf{D}}' \underline{\mathbf{x}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \underline{\mathbf{B}}'_{ai}}{\partial z_i} K_{y,ai} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{D}}' \underline{\mathbf{x}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{\partial \underline{\mathbf{B}}'_{ai}}{\partial z_i} K_{y,ai} \underline{\mathbf{C}}'_{ia} \underline{\mathbf{D}}_{ii} \underline{\mathbf{x}}_i \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{D}}'}{\partial z_i} \underline{\mathbf{x}}_i = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{C}}'_{ia} \frac{\partial \underline{\mathbf{D}}_{ii}}{\partial z_i} \\ \frac{\partial \underline{\mathbf{D}}_{ii}}{\partial z_i} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_i = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{C}}'_{ia} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \frac{\partial \underline{\mathbf{D}}_{ii}}{\partial z_i} \underline{\mathbf{x}}_i \quad (6.21)$$

Die verbleibenden Ableitungen nach den Zustandsgrößen betreffen ausschließlich die Matrizen des inneren Gleichungssystems (inkl. der Bewegungsgleichung und ggf. einer Koordinatentransformation). Durch ihre blockdiagonale Form bzw. die bekannte Zuordnung zu den Klemmen- und eigenen Zustandsgrößen lassen sich diese leicht aufstellen. Die Ableitungen der Matrizen sind im Anhang V in Abhängigkeit vom Maschinentyp und den getroffenen Näherungen zusammengestellt. Zum Aufstellen der Matrizen mit partiellen Ableitungen müssen die Teilmatrizen der Matrizen  $\underline{\mathbf{C}}'$  und  $\underline{\mathbf{D}}'$  zu Verfügung stehen.

Diese beschriebene Vorgehensweise ist möglich, da bei der verwendeten Maschinenmodellierung (unabhängig von der Modellgenauigkeit) nur die relativ geringe subtransiente Schenklichkeit im äußeren Gleichungssystem berücksichtigt wird, deren Effekt auf die Änderung der zeitlichen Ableitungen hier vernachlässigt werden soll.

Im Folgenden wird beschrieben, wie die Jacobimatrix für eine quasistationäre Betrachtung der Netzzustandsgrößen angepasst werden kann (Reduktion um das äußere Gleichungssystem). Da nicht alle Zustandsgrößen so gewählt wurden, dass ihre stationäre Ableitung zu null wird und so eine direkte Eigenwertberechnung möglich ist, wird anschließend die Transformation der Zustandsgrößen zu polaren Komponenten (vgl. Abschnitt 3.2) auf die Jacobimatrix angewandt. Auf Basis der resultierenden reellen Systemmatrix  $\mathbf{J}_\varphi$  können dann die Systemeigenwerte und Eigenvektoren berechnet werden. Eine geeignete Berechnungsmethode dafür ist der QZ-Algorithmus [STE 01].

### 6.2.2 Analysemethodik für das quasistationäre Netzgleichungssystem

Unter der Annahme quasistationärer Netzzustandsgrößen (siehe Abschnitt 4.6) lassen sich die Zustandsgrößen des äußeren Gleichungssystems  $\underline{z}_a^q$  aus den inneren Zustandsgrößen  $\underline{z}_i$  und den externen Eingangsgrößen berechnen. Dafür wird auf Gleichung (4.79) zurückgegriffen.

$$\underline{z}_a^q = -\underline{A}_{aa}^{q-1} (\underline{A}_{ia}^q \underline{z}_i + \underline{B}_{ia}^q \underline{x}_i) \quad (6.22)$$

Diese Näherung kann auch zur Reduzierung der Jacobimatrix verwendet werden. Dafür muss diese zunächst in vier Teilmatrizen entsprechend den Zustandsgrößen aufgeteilt werden.

$$\Delta \underline{\dot{z}} = \underline{J} \Delta \underline{z} = \begin{bmatrix} \underline{J}_{aa} & \underline{J}_{ia} \\ \underline{J}_{ai} & \underline{J}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{z}_a \\ \Delta \underline{z}_i \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

Da nur kleine Auslenkungen um den Arbeitspunkt zulässig sind, kann auch Gleichung (6.22) im Arbeitspunkt linearisiert werden.

$$\Delta \underline{z}_a^q = \underline{M}^q \Delta \underline{z}_i \quad (6.24)$$

Wird dieser Zusammenhang in Gleichung (6.23) eingesetzt, ergibt sich eine Jacobimatrix  $\underline{J}^q$ , die bei quasistationären äußeren Zustandsgrößen nur noch zwischen inneren Zustandsgrößen vermittelt.

$$\Delta \underline{\dot{z}}_i = (\underline{J}_{ai} \underline{M}^q + \underline{J}_{ii}) \Delta \underline{z}_i = \underline{J}^q \Delta \underline{z}_i \quad (6.25)$$

Die linearisierte Abhängigkeit der Änderungen der quasistationären äußeren Zustandsgrößen  $\Delta \underline{z}_a^q$  von Änderungen der inneren Zustandsgrößen  $\Delta \underline{z}_i$  berechnet sich durch die Ableitung von Gleichung (6.22) nach den inneren Zustandsgrößen und wird mit  $\underline{M}^q$  bezeichnet. Bei der Ableitung wird auf die Gleichungen (6.10) und (6.11) zurückgegriffen.

$$\begin{aligned} \underline{M}^q &= \frac{\partial \underline{z}_a^q}{\partial \underline{z}_i^T} = - \frac{\partial \underline{A}_{aa}^{q-1} (\underline{A}_{ia}^q \underline{z}_i + \underline{B}_{ia}^q \underline{x}_i)}{\partial \underline{z}_i} \\ &= -\underline{A}_{aa}^{q-1} \left( \frac{\partial \underline{A}_{ia}^q \underline{z}_i}{\partial \underline{z}_i} + \frac{\partial \underline{B}_{ia}^q \underline{x}_i}{\partial \underline{z}_i} \right) \\ &\quad - \left[ \frac{\partial \underline{A}_{aa}^{q-1}}{\partial \underline{z}_1} (\underline{A}_{ia}^q \underline{z}_i + \underline{B}_{ia}^q \underline{x}_i) \quad \dots \quad \frac{\partial \underline{A}_{aa}^{q-1}}{\partial \underline{z}_l} (\underline{A}_{ia}^q \underline{z}_i + \underline{B}_{ia}^q \underline{x}_i) \right] \end{aligned} \quad (6.26)$$

Die Dimension des inneren Zustandsvektors  $\underline{z}_i$  ist  $l \times 1$ . Die Ableitung einer inversen Matrix nach einem Skalar kann durch den folgenden Ausdruck ersetzt werden.

$$\frac{\partial \underline{A}_{aa}^q^{-1}}{\partial z_i} = -\underline{A}_{aa}^q^{-1} \frac{\partial \underline{A}_{aa}^q}{\partial z_i} \underline{A}_{aa}^q^{-1} \quad (6.27)$$

$$\begin{aligned} & \underline{M}^q \\ &= -\underline{A}_{aa}^q^{-1} \left( \frac{\partial \underline{A}_{ia}^q z_i}{\partial z_i} + \frac{\partial \underline{B}_{ia}^q x_i}{\partial z_i} \right. \\ & \left. - \left[ \frac{\partial \underline{A}_{aa}^q}{\partial z_1} \underline{A}_{aa}^q^{-1} (\underline{A}_{ia}^q z_i + \underline{B}_{ia}^q x_i) \quad \dots \quad \frac{\partial \underline{A}_{aa}^q}{\partial z_l} \underline{A}_{aa}^q^{-1} (\underline{A}_{ia}^q z_i + \underline{B}_{ia}^q x_i) \right] \right) \end{aligned} \quad (6.28)$$

Die verbleibenden Ableitungen ergeben sich durch die Ableitung der Gleichungen (4.81), (4.60) und (4.63) nach den inneren Zustandsgrößen.

$$\frac{\partial \underline{A}_{aa}^q}{\partial z_i} = (\underline{B}'_{aa} \underline{C}'_{ia} + \underline{B}'_{ia}) \frac{\partial \underline{C}_{ai} K_{z,ai}}{\partial z_i} \quad (6.29)$$

$$\frac{\partial \underline{A}_{ia}^q z_i}{\partial z_i} = (\underline{B}'_{ia} + \underline{B}'_{aa} \underline{C}'_{ia}) \left( [0 \quad \underline{C}_{ii}] + \left[ \frac{\partial \underline{C}_{ii}}{\partial z_1} z_i \quad \dots \quad \frac{\partial \underline{C}_{ii}}{\partial z_l} z_i \right] \right) \quad (6.30)$$

$$\frac{\partial \underline{B}_{ia}^q x_i}{\partial z_i} = (\underline{B}'_{ia} + \underline{B}'_{aa} \underline{C}'_{ia}) \left[ \frac{\partial \underline{D}_{ii}}{\partial z_1} x_i \quad \dots \quad \frac{\partial \underline{D}_{ii}}{\partial z_l} x_i \right] \quad (6.31)$$

Eingesetzt in Gleichung (6.32) ergibt sich die Berechnungsvorschrift für die Matrix  $\underline{M}^q$ . Nach Gleichung (6.25) kann dann die Jacobimatrix bei quasistationären äußeren Zustandsgrößen  $\underline{J}^q$  berechnet werden.

$$\begin{aligned} & \underline{M}^q = -\underline{A}_{aa}^q^{-1} (\underline{B}'_{ia} + \underline{B}'_{aa} \underline{C}'_{ia}) \\ & \cdot \left( \underline{C}_{ii} + \left[ \frac{\partial \underline{C}_{ii}}{\partial z_1} z_i \quad \dots \quad \frac{\partial \underline{C}_{ii}}{\partial z_l} z_i \right] + \left[ \frac{\partial \underline{D}_{ii}}{\partial z_1} x_i \quad \dots \quad \frac{\partial \underline{D}_{ii}}{\partial z_l} x_i \right] \right. \\ & \left. - \left[ \frac{\partial \underline{C}_{ai}}{\partial z_1} K_{z,ai} \underline{A}_{aa}^q^{-1} (\underline{A}_{ia}^q z_i + \underline{B}_{ia}^q x_i) \quad \dots \quad \frac{\partial \underline{C}_{ai}}{\partial z_l} K_{z,ai} \underline{A}_{aa}^q^{-1} (\underline{A}_{ia}^q z_i + \underline{B}_{ia}^q x_i) \right] \right) \end{aligned} \quad (6.32)$$

$$\underline{J}^q = \underline{J}_{ai} \underline{M}^q + \underline{J}_{ii} \quad (6.33)$$

## 7 Stabilitätsanalysen

In diesem Abschnitt werden die in Kapitel 6 beschriebenen Analysemethoden für die statische und transiente Stabilität auf Testnetze in verschiedenen Spannungsebenen angewendet und die Simulationsergebnisse für die in den Kapiteln 4 und 5 beschriebenen Modellierungsgenauigkeiten der Betriebsmittel gegenübergestellt. In Abschnitt 7.1 werden zunächst die Basisnetze für die Analysen beschrieben und in Abschnitt 7.2 die Darstellung der Ergebnisse am Beispiel des Höchstspannungsnetzes erläutert.

In Abschnitt 7.3 werden schließlich die Näherungen für das Netzgleichungssystem gegenübergestellt und auf dieser Basis die Näherungen für die Maschinenmodelle verglichen.

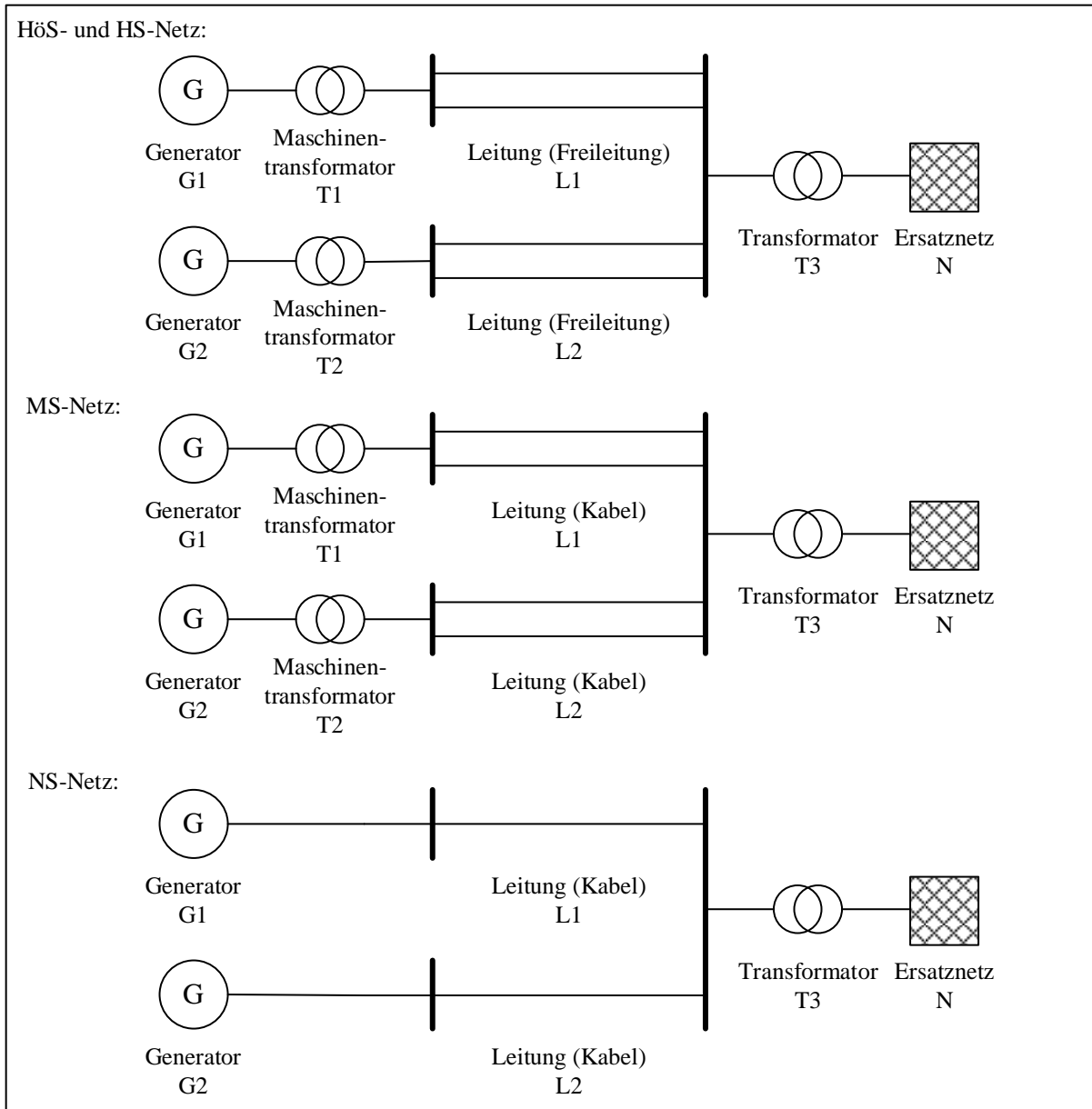
Ausgehend von diesen Basisnetzen werden in Abschnitt 7.4 weiterhin Szenariovariationen vorgenommen, um robuste Aussagen zur Eignung der Modelle und über die auftretenden Effekte abzuleiten.

### 7.1 Basisnetze für Stabilitätsuntersuchungen

Untersuchungen zur statischen und transienten Stabilität können häufig auf ein Einmaschinenproblem reduziert werden. Das ist dann der Fall, wenn das Netz als frequenzstarr angenommen werden kann und der zu untersuchende Generator eine relativ große elektrische Entfernung zu den nächsten Erzeugungsanlagen aufweist, so dass gegenseitige negative Beeinflussungen ausgeschlossen werden können. Das ist vor allem dann der Fall, wenn gegenseitige Polradpendelungen nicht Fokus der Betrachtung stehen und als ausreichend gedämpft angenommen werden können.

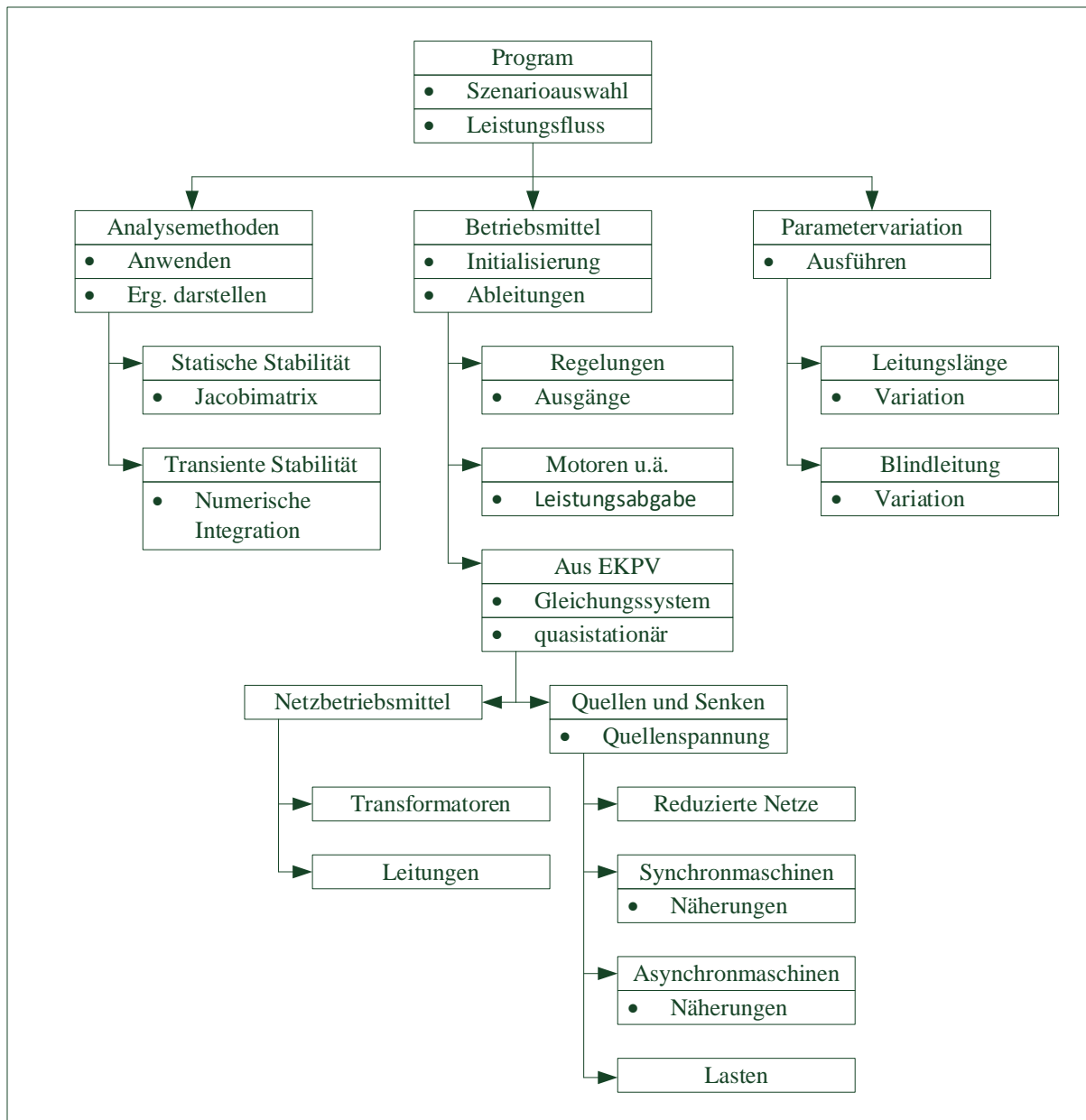
In Verteilungsnetzen ist die große elektrische Entfernung der Erzeugungsanlagen zueinander nicht immer gegeben. Dann ist die Aggregation der nichtbetrachteten Generatoren zu einem einzigen Ersatznetz nicht mehr möglich. Die Anordnung mit zwei Generatoren in Abbildung 44 soll an dieser Stelle als Beispiel zur Implementierung eines Elektroenergiesystems dienen. Die Maschinentransformatoren auf der Niederspannungsebene entfallen für gewöhnlich, da die Netzspannung bereits eine kosten- und volumeneffiziente Isolierung der Generatorwicklungen zulässt. Auf der Hoch- und Höchstspannungsebene werden die Netze (n-1)-sicher ausgeführt, was durch die Anbindung durch Doppelleitungen emuliert wird.

Die Untersuchungen finden für verschiedenen Spannungsebenen statt, um einen qualitativen Vergleich des Verhaltens und der zulässigen Näherungen zu ermöglichen. Die Parametrierung der Szenarien wird im folgenden Abschnitt beschrieben.



**Abbildung 44:** Beispielanordnungen zur Anbindung von zwei Erzeugungsanlagen an das Versorgungsnetz

Die Umsetzung der beschriebenen Systemmodellierungen und Untersuchungsmethoden erfolgt in MATLAB. Aufgrund der Fülle an unterschiedlichen Betriebsmittelmodellen und Untersuchungen wird dafür ein objektorientierter Aufbau des Programms gewählt. So werden allgemeine Betriebsmittelklassen definiert, denen zum einen einzelne Betriebsmittel zugeordnet sind, so dass es ausreicht, Funktionen der allgemeinen Betriebsmittelklasse aufzurufen, und zum anderen werden einzelne Funktionen bereits auf der übergeordneten Ebene definiert, so dass keine Redundanzen auftreten (vgl. Abbildung 45). Die Vererbung der Funktionen erfolgt in der Art, dass der Aufruf einer übergeordneten Klasse indirekt den Aufruf aller untergeordneter Klassen nach sich zieht und das zusammengeführte Ergebnis ausgegeben wird. So kann das Programm relativ einfach erweitert werden, da für neue Elemente ausschließlich die Einbindung in die übergeordnete Klasse erfolgen muss.



**Abbildung 45:** Prinzipielle Struktur des Simulationsprogramms mit der Vererbung von Funktionen

### 7.1.1 Parametrierung der Basisnetze

Es wird zwischen drei Szenarien unterschieden, welche jeweils eine anspruchsvolle aber realistische Situation für die Stabilitätsuntersuchung auf verschiedenen Spannungsebenen darstellen sollen. Die berücksichtigten Szenarien sind

- die Hochspannungsebene (HS) mit 110 kV,
- die Mittelspannungsebene (MS) mit 20 kV und
- die Niederspannungsebene (NS) mit 400 V.

Die freien Parameter des Beispielnetzes sind die Bemessungsleistungen und die Typen der Generatoren, welche auch die Dimensionierung der anderen Betriebsmittel bedingt. Dabei werden parallele Leitungssysteme so dimensioniert, dass beide die volle Erzeugungsleistung abführen können. Die Leitungslängen bestimmen neben den Transformatoren maßgeblich den Spannungsfall zwischen Generator und Netz und haben einen erheblichen Einfluss auf die Stabilität.

In Tabelle 5 finden sich die verwendeten Basisparameter für die Beispielszenarien. Auf deren Basis wurden die in Tabelle 6 und Tabelle 7 dargestellten Parameter ermittelt. Zusätzlich findet sich hier wird auch ein Höchstspannungsszenario, auf dessen Basis das grundsätzliche Vorgehen in Abschnitt 7.2 vorgestellt wird. Neben den Arbeitspunkten werden in späteren Sensitivitätsbetrachtungen die Generatortypen und die Leitungslängen variiert.

**Tabelle 5:** Kennwerte für die verwendeten Szenarien (SG=Synchrongenerator; DFIG=doppelt gespeister Asynchrongenerator, FL=Freileitung)

| Szenario | Nennspannung | Generatorbemessungsleistung | Generatortyp (default) | Leitungslängen | Anzahl paralleler Stromkreise |
|----------|--------------|-----------------------------|------------------------|----------------|-------------------------------|
|          | in kV        | in MVA                      |                        | in km          |                               |
| HöS      | 380          | 1000                        | SG                     | 5              | 2 (FL)                        |
| HS       | 110          | 200                         | SG                     | 2,5            | 2 (FL)                        |
| MS       | 20           | 2                           | DFIG                   | 1              | 2 (Kabel)                     |
| NS       | 0,4          | 0,1                         | DFIG                   | 0,2            | 1 (Kabel)                     |

**Tabelle 6:** Parameter zur Beschreibung der Generatoren in den Beispielszenarien

|                                | Parameter               | HöS                | HS                 | MS    | NS    |
|--------------------------------|-------------------------|--------------------|--------------------|-------|-------|
| Synchrongeneratoren G1 und G2  | $R_a$ in m $\Omega$     | 3,1                | 4,7                | 2,2   | 56,9  |
|                                | $L_d''$ in mH           | 0,578              | 0,684              | 0,667 | 0,529 |
|                                | $L_q''$ in mH           | 0,612              | 0,833              | 0,105 | 0,882 |
|                                | $R_F$ in m $\Omega$     | 0,607              | 1,1                | 0,54  | 20,6  |
|                                | $R_D$ in m $\Omega$     | 7,1                | 19,0               | 6,9   | 70,3  |
|                                | $R_Q$ in m $\Omega$     | 12,3               | 25,8               | 9,3   | 145,4 |
|                                | $L_{\sigma F}$ in mH    | 0,433              | 0,582              | 0,062 | 0,580 |
|                                | $L_{\sigma D}$ in mH    | 0,105              | 0,436              | 0,088 | 0,435 |
|                                | $L_{\sigma Q}$ in mH    | 0,135              | 0,496              | 0,136 | 1,3   |
|                                | $L_{hd}$ in mH          | 4,8                | 7,1                | 1,5   | 12,7  |
|                                | $L_{hq}$ in mH          | 4,3                | 6,0                | 0,91  | 6,5   |
| $p$                            |                         | 1                  | 1                  | 2     | 2     |
| Asynchrongeneratoren G1 und G2 | $J$ in kgm <sup>2</sup> | $52,94 \cdot 10^3$ | $13,18 \cdot 10^3$ | 45,55 | 0,95  |
|                                | $R_S$ in m $\Omega$     | -                  | 6,1                | 1,1   | 20,7  |
|                                | $X'$ in m $\Omega$      | -                  | 627,8              | 32,4  | 250,4 |
|                                | $k_{LF}$                | -                  | 0,979              | 0,968 | 0,962 |
|                                | $T_{LF}$ in s           | -                  | 7,763              | 1,396 | 0,504 |
|                                | $p$                     | -                  | 2                  | 2     | 3     |
|                                | $J$ in kgm <sup>2</sup> | -                  | $82,6 \cdot 10^3$  | 93,34 | 1,01  |

Auf Basis dieser Parameter können die elektrischen und magnetischen Parameter der einzelnen Betriebsmittel geschätzt werden. Dabei wird auf die in den Kapiteln 4 und 5 ermittelten Abhängigkeiten zurückgegriffen.

**Tabelle 7:** Parameter zur Beschreibung der Netzbetriebsmittel in den Beispielszenarien

|  | Parameter         | HöS    | HS      | MS     | NS     |
|--|-------------------|--------|---------|--------|--------|
| Transformatoren<br>T1 und T2               | $U_r$ in kV       | 400/27 | 110/15  | 20/0,6 | -      |
|  | $u_k$ in %        | 17,02  | 13,95   | 6,43   | -      |
|  | $P_k$ in kW       | 1713   | 609,4   | 17,01  | -      |
|  | $i_l$ in %        | 0,4    | 0,46    | 1,33   | -      |
|  | $P_l$ in kW       | 526,5  | 140,5   | 2,912  | -      |
| Leitungen<br>L1 und L2<br>(pro Stromkreis) | $R_L$ in $\Omega$ | 0,122  | 0,108   | 6,39   | 0,213  |
|  | $X_L$ in $\Omega$ | 0,516  | 0,281   | 2,68   | 0,020  |
|  | $C_L$ in nF       | 162,8  | 77,7    | 25,6   | 212,6  |
| Transformator T3                           | $U_r$ in kV       | -      | 400/110 | 110/20 | 20/0,4 |
|  | $u_k$ in %        | -      | 16,19   | 10,42  | 5,31   |
|  | $P_k$ in kW       | -      | 1295    | 156,6  | 6,576  |
|  | $i_l$ in %        | -      | 0,41    | 0,62   | 2,03   |
|  | $P_l$ in kW       | -      | 365,2   | 28,23  | 1,295  |
| Ersatznetz N                               | $U_r$ in kV       | 380    | 380     | 110    | 20     |
|  | $R_N$ in $\Omega$ | 0      | 0       | 0      | 0      |
|  | $X_N$ in $\Omega$ | 3,971  | 3,971   | 2,218  | 0,88   |

### 7.1.2 Netzgleichungssystem der Basisnetze

Das Aufstellen der Knoten-Klemmen-Matrix setzt eine Einteilung der Knoten in L-, R- und C-Knoten entsprechend der angeschlossenen Betriebsmitteltypen voraus (siehe Abschnitt 4.4). Im HöS-Beispiel ergeben sich drei kapazitive C-Knoten und drei induktiver L-Knoten (siehe Abbildung 46).

Die Betriebsmittel können im Gleichungssystem in einer beliebigen Reihenfolge zusammengeführt werden. Das wird im Folgenden am Beispiel des Stromvektors der induktiven Betriebsmittel  $\underline{i}_L$  (hier für zwei Generatoren G, drei Transformatoren T, zwei Leitungen L und ein Ersatznetz N) und Spannungen über den Leitungskapazitäten  $\underline{u}_{C,L}$  gezeigt.

$$\underline{i}_L = \begin{bmatrix} \underline{i}_{L,G} \\ \underline{i}_{L,T} \\ \underline{i}_{L,L} \\ \underline{i}_{L,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[ \underline{i}_{L,G1} \right]^T & \left[ \begin{matrix} \underline{i}_{L,T1} \\ \underline{i}_{L,T2} \\ \underline{i}_{L,T3} \end{matrix} \right]^T & \left[ \begin{matrix} \underline{i}_{L,L1} \\ \underline{i}_{L,L2} \end{matrix} \right]^T & \underline{i}_{L,N}^T \end{bmatrix}^T \quad (7.1)$$

$$\underline{u}_C = \underline{u}_{C,L} = \left[ \underline{u}_{C,L1}^T \quad \underline{u}_{C,L2}^T \right]^T \quad (7.2)$$





$$\begin{array}{cccc}
 & \text{[L1A]} & \text{L1B} & \text{L2A} & \text{L2B]} \\
 \mathbf{K}_{\text{CC}} = & \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \text{[C - Knoten 1]} \\ \text{[C - Knoten 2]} \\ \text{[C - Knoten 3]} \end{array} & (7.8)
 \end{array}$$

Die Knoten-Klemmen-Matrix setzt sich aus diesen Teilmatrizen zusammen.

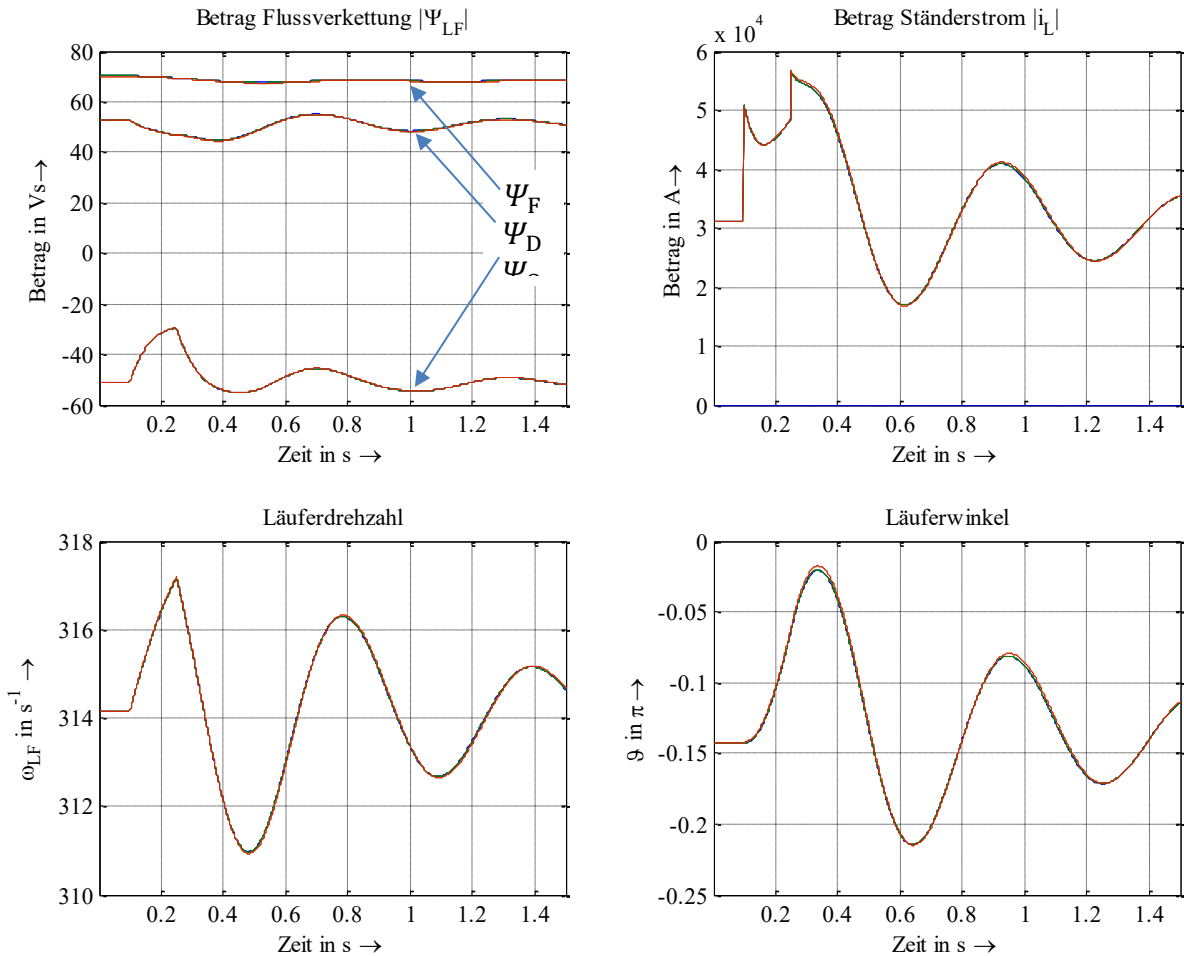
$$\mathbf{K}_{\text{KK}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\text{LL}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{\text{CL}} & \mathbf{K}_{\text{CL}} \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

## 7.2 Darstellung der Simulationsergebnisse

Bei der Darstellung und dem Vergleich der Simulationsergebnisse zahlt sich die einheitliche Modellierung aus, da alle Modelle gleiche Zustandsgrößen und mit den Quellgrößen  $\underline{y}_i = \underline{u}_{qL}$  auch identische Schnittstellen bieten, die mit denen der vollständigen Abbildung direkt verglichen werden können. Das ist möglich, da  $\underline{u}_{qL}$  nicht der Spannungsquelle des reduzierten Ersatzschaltbildes entspricht, sondern unverändert dem gleiche Ersatzschaltbild gegenüber dem Netz zugehörig ist (vgl. Abschnitt 5.1.5).

Zur Analyse der transienten Stabilität wird zunächst eine Großsignal-Anregung des Systems benötigt. Daher wird ein Kurzschluss im vorgelagerten Netz angenommen. Die Wahl des Fehlerorts lässt sich durch die Bedeutung eines Ausfalls auf das Gesamtsystem begründen. Führt ein Fehler im vorgelagerten Netz zum Ausfall einer großen Zahl von Erzeugungsanlagen in den unterlagerten Netzen, kann dies erhebliche Auswirkungen auf den Nachfehlerzustand haben und selbst als eine weitere Störungen auf das System wirken. Außerdem kann deren summarische Rückwirkung auf das vorgelagerte Netz die Störungsausweitung und die Stabilität der dort angeschlossenen Generatoren beeinflussen. Die simulierte Fehlerdauer beträgt einheitlich 150 ms, wobei die Netzspannung an Knoten 3 auf ca. 50 % zusammenbricht. Für individuelle Erzeugungsanlage sind auch Fehler am Netzanschlusspunkt und mit tieferen Spannungseinbrüchen relevant. Ein transient instabiler Generator in Fehlernähe wird durch Schutzeinrichtungen vom Netz ggf. getrennt. Der Verlust einer einzelner Erzeugungsanlagen im Verteilungsnetz ist für die Gesamtsystemstabilität aber unkritisch.

Am Beispiel von zwei Synchrongeneratoren am Höchstspannungsnetz sollen die im Folgenden verwendeten Formen der Ergebnisdarstellung erläutert werden. Exemplarisch dargestellt sind Ausgleichsvorgänge nach einem Kurzschluss (zwischen  $0,1 \text{ s} < t < 0,25 \text{ s}$ ) unter der Annahme quasistationärer Spannungen und Ströme und für verschiedene Modellierungen des Netzes (vgl. Abschnitt 7.3.1). In Abbildung 47 sind die inneren Zustandsgrößen der Synchrongeneratoren dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, wie die Flussverkettungen während des Kurzschlusses reagieren (oben links). Die Flussverkettungen sind - von oben nach unten - jene der Erregerwicklung und der d-Achse der Dämpferwicklung sowie, mit negativem Vorzeichen, jene der q-Achse der Dämpferwicklung. Der Betrag der Ständerströme steigt während des Fehlers und nach der Fehlerklärung betragsmäßig an (oben rechts) und die Winkelgeschwindigkeit nimmt während des Kurzschlusses zu (unten links). In Folge dessen wird der Rotorwinkel ausgelenkt und schwingt sich nach Fehlerklärung wieder ein, wobei er direkt nach Fehlerklärung noch so lange weiter zunimmt bis die Winkelgeschwindigkeit zum ersten Mal wieder den Vorfehlerwert erreicht hat (unten rechts).

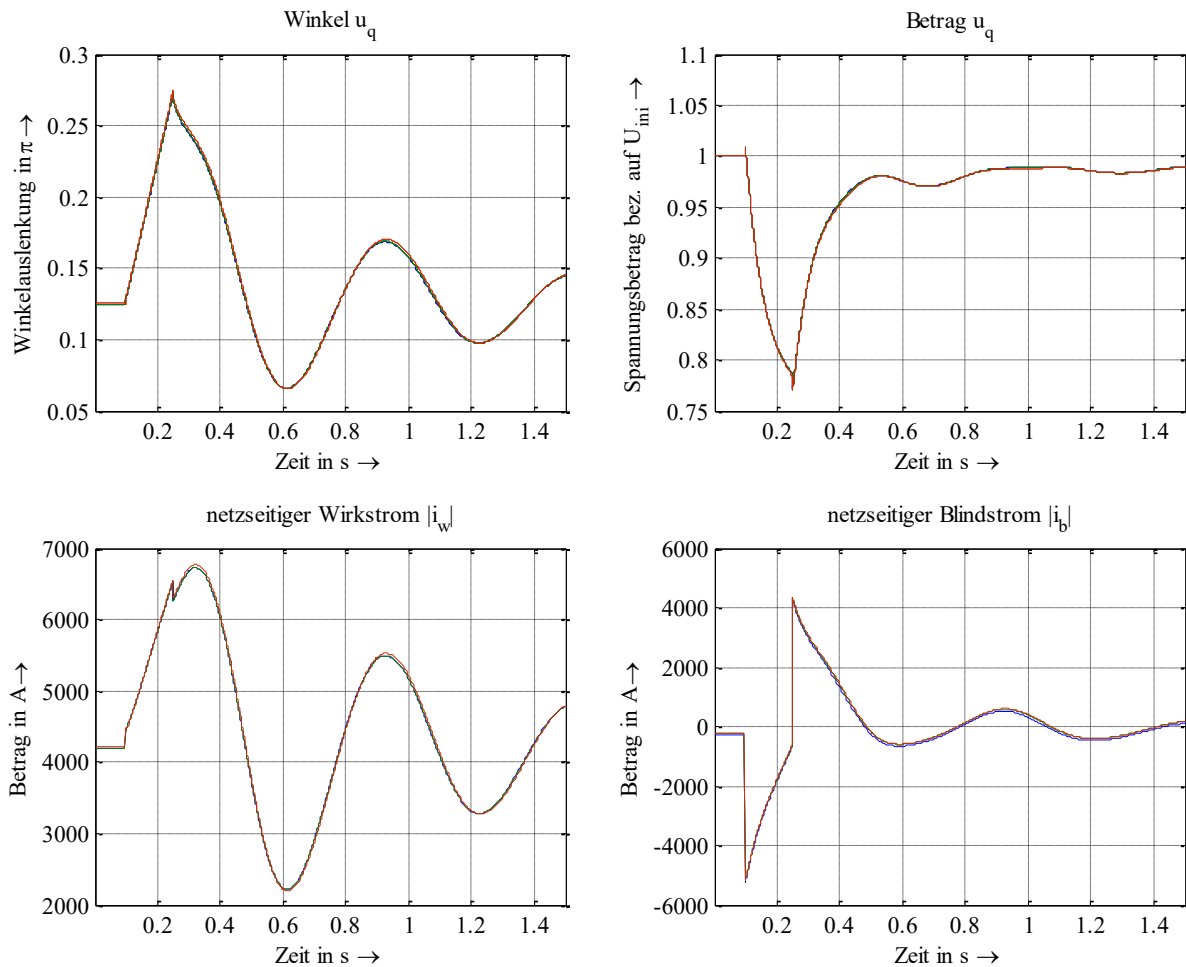


**Abbildung 47:** Zustandsgrößen der Synchrongeneratoren in Folge eines Kurzschlusses im Höchstspannungsnetz (HöS), bei unterschiedlichen Näherungen für die Netzmodellierung

In Abbildung 48 sind die relevanten Klemmengrößen der Synchrongeneratoren dargestellt. Der Spannungswinkel der Quellenspannung schlägt in der Amplitude ähnlich weit aus, wie der Rotorwinkel des Synchrongenerators, mit dem Unterschied, dass sich die Zustandswechsel im Netz weniger gedämpft auswirken (oben links), die Amplitude der Quellenspannung bricht analog zu den Flussverkettungen ein (oben rechts). Durch den eingespeisten Fehlerstrom und dem von ihm verursachten Spannungsfall bis zum Fehlerort bleibt die Spannung aber durchgehend auf einem höheren Niveau als am Fehlerort. Der Wirkstrom folgt qualitativ dem Rotorwinkel (unten links). Der Blindstrom zeigt die typische Stützung der Spannung während des Kurzschlusses und den spannungssenkenden Erholungseffekt nach der Fehlerklärung (unten rechts), die sich im Gegensatz zum Wirkstrom sprunghaft auf den neuen Netzzustand anpassen. Die netzseitigen Ströme stehen bei der Beurteilung der Ergebnisse im Vordergrund, da sie summarisch die Stabilitätseffekte in den vorgelagerten Spannungsebenen beeinflussen können. Das ist dadurch begründet, dass sie in großer Zahl dynamisch die Wirk- und Blindleistungsbilanz der betreffenden Netzregion beeinflussen und somit die Beschleunigung der dortigen Generatoren sowie die Ausdehnung von Spannungstrichtern beeinflussen.

Wie in Abschnitt 2.4 beschrieben, werden die Untersuchung der transienten Stabilität in der Höchstspannungsebene im Wesentlichen auf Synchrongeneratoren beschränkt. Es werden deren gegenseitige Läuferwinkel auf Kohärenz während des Ausgleichsvorgangs untersucht, um die transiente Stabilität aller Generatoren zu ermitteln. Sollen in größerem Umfang auch andere Maschinentypen berücksichtigt werden, muss eine andere Kenngröße generiert werden,

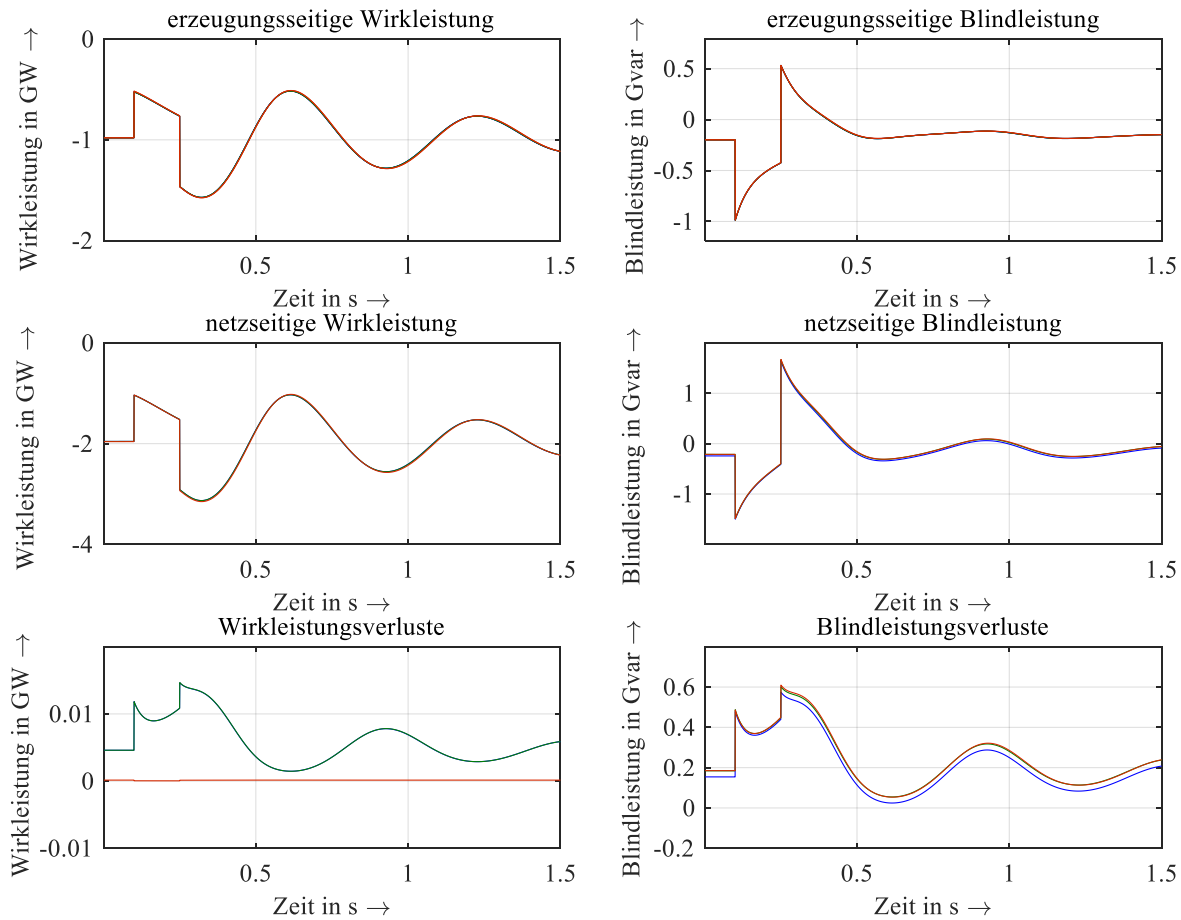
um ein Maß für die Kohärenz ableiten zu können. Dafür bietet sich der Phasenwinkel der inneren Quellenspannungen  $\underline{u}_{qL}$  im EKPV an (siehe Anhang IV). Dieser bietet einen allgemeinen Ansatz, da er ein ähnliches Verhalten wie der Läuferwinkel der Synchrongeneratoren aufweist und auch für andere Maschinentypen verwertbare Ergebnisse liefert. Als Maß für die Stärke unterschiedlicher dynamischer Ausgleichsvorgänge sollen die maximalen Auslenkungen der Phasenwinkel der Maschinen miteinander verglichen werden.



**Abbildung 48:** Ausgleichsvorgang im Höchstspannungsnetz (HöS), bei unterschiedlichen Näherungen für die Netzmodellierung

Abbildung 49 weist relevante Leistungen aus. Die Wirkleistungsabgabe der Synchrongeneratoren sinkt, trotz höherem Wirkstrom, während des Kurzschlusses ab. Dies führt zur oben identifizierten Beschleunigung des Rotors, weil das anstehende mechanische Moment als konstant angenommen wird. Nach der Fehlerklärung wird der Läufer durch eine zusätzliche Wirkleistungsabgabe wieder abgebremst (oben und Mitte links). Obwohl die Spannung am Fehlerort auf 50 % einbricht, ist trotzdem ein Leistungstransport möglich. Die Blindleistung kann deshalb während des Kurzschlusses sogar ansteigen (oben und Mitte rechts). Der gespeiste Kurzschlussstrom und die Ströme des Ausgleichsvorgangs nach Fehlerklärung führen zu einer vorübergehenden Veränderung der Wirk- und Blindstromverluste des Netzes. Diese werden hier aus der Differenz der Generatorleistungen und den aufgenommen Leistungen des Ersatznetzes ermittelt (unten). Die Wirk- und Blindleistungsverluste des Netzes sind die einzigen Größen, auf die sich die Modellierung des Netzes im HöS-Szenario in relevantem Maß auswirkt. Ohne ohmschen Anteil in der Netzimpedanz ergeben sich keine Wirkverluste (rote Kurve, unten links) und unter

Berücksichtigung der Leitungskapazitäten ergibt sich eine stationäre Reduktion des Blindleistungsbedarfs, da diese übernatürlich betrieben werden (blaue Kurve, unten rechts).



**Abbildung 49:** Auswirkung der Vernachlässigung von Kapazitäten (blau) und Widerständen (rot) auf einen Ausgleichsvorgang im Höchstspannungsnetz (HöS)

Zur Analyse der statischen Stabilität werden die komplexen Eigenwerte der Gesamtanordnung, die daraus resultierenden Dämpfungsgrade, sowie Partizipations-Faktoren für den am schlechtesten gedämpften schwingungsfähigen Eigenwert dargestellt. Das Beispiel für das Höchstspannungs-Basisnetz in Abbildung 50 ist stabil. Die Eigenwerte, welche das Schwingungsverhalten der Eigenschwingungsmodi beschreiben, weisen negative Realteile für abklingende Schwingungen auf. Bei statischer Instabilität ist mindestens ein Realteil der Eigenwerte positiv. Sind zwei Eigenwerte konjugiert komplex zueinander handelt es sich um eine periodische Schwingung. Der Dämpfungsgrad  $\zeta$  beschreibt dann, wie schnell ein Schwingung abklingt und kann aus Realteil  $\delta$  und Imaginärteil  $\omega$  des Eigenwertes berechnet werden.

$$\zeta = \frac{-\delta}{\sqrt{\delta^2 + \omega^2}} \quad (7.10)$$

Die Partizipations-Faktoren nach [MON 14] zeigen im Betrag den Beitrag der einzelnen Zustandsgrößen zu den verschiedenen Eigenschwingungen auf. Im Beispiel sind Eigenwerte 5 bis 8 (Abbildung 50, oben rechts) fähig zu periodischen Schwingungen. An dem am schlechtesten gedämpften Eigenwert sind im Wesentlichen die Zustandsgrößen Rotorwinkel und Rotorwinkelgeschwindigkeit der Generatoren  $E_{G01}$  und  $E_{G02}$  beteiligt. Die Eigenfrequenz beträgt ca.  $\omega=11 \text{ s}^{-1}$  bzw.  $f=1,75 \text{ Hz}$  und weist eine Dämpfung von 10,7 % auf. Dies deckt sich mit der beobachteten abklingenden Schwingung in Abbildung 49, welche eine entsprechende

Periodendauer von ca. 0,6 s aufweist und deren Amplitude sich nach ca. einer Sekunde halbiert hat. Unter Vernachlässigung der ohmschen Widerstände ergibt sich eine leicht reduzierter Dämpfungsgrad dieser Eigenschwingung von 10,6 %.

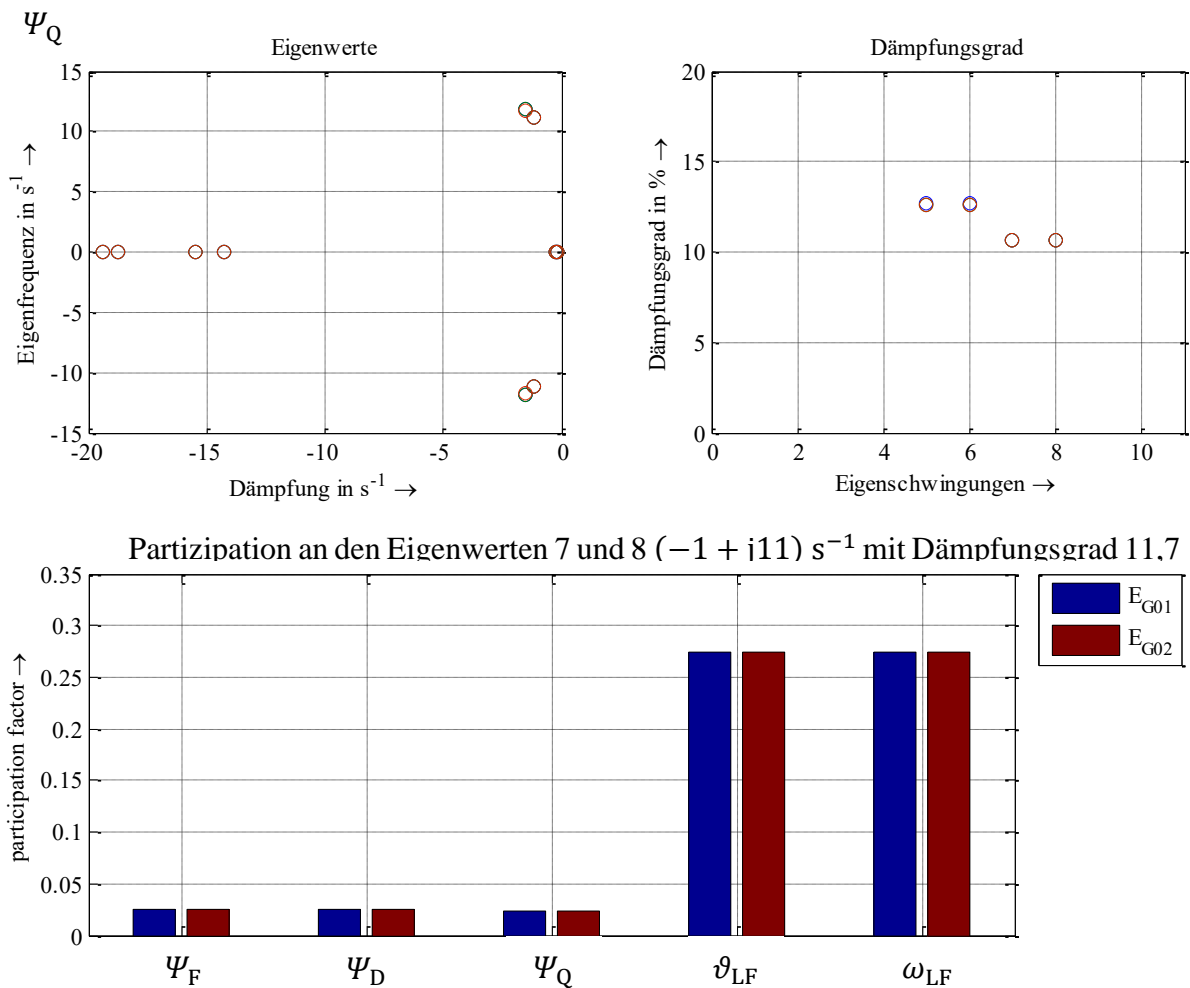


Abbildung 50: Eigenwerte des Basisnetzes mit Synchrongeneratoren im Höchstspannungsnetz (HöS)

### 7.3 Gegenüberstellung der Modellnäherungen

Auf Basis der in Kapitel 6 beschriebenen Analyseverfahren sollen die Näherungen für die Modellierung der Betriebsmittel hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit im Verteilungsnetz untersucht werden. Ein besonderer Schwerpunkt wird auf die Unterschiede zwischen den Spannungsebenen gelegt. Dabei wird auf geeignete Darstellungen entsprechend Abschnitt 7.2 zurückgegriffen. Die Stabilität der Maschinen kann aus den Verläufen der eingprägten Quellenspannung  $\underline{u}_q$  abgelesen werden. Die potentielle Stützung oder Störung der Ausgleichsvorgänge ergibt sich aus den Wirk- und Blindströmen am Netzanschlusspunkt im vorgelagerten Netz. Die Simulationen werden zunächst ohne Veränderungen an den in Abschnitt 7.1.1 für verschiedene Spannungsebenen beschriebenen Basisnetzen durchgeführt.

Die betrachteten Berechnungsfälle sind in Tabelle 8 gemeinsam mit den verwendeten Abkürzungen und den relevanten Abschnitten zusammengetragen. Die Kombinationen in den freien Feldern sind für das Ableiten von Ergebnissen nicht relevant und wurden entsprechend auch nicht untersucht. In Abschnitt 7.3.4 wird darauf eingegangen, warum die Untersuchung eines Großteils dieser Kombinationen keinen Sinn macht.

**Tabelle 8:** Übersicht der betrachteten Szenarien und Modellnäherungen (entsprechend Kapitel 5) mit den verwendeten Abkürzungen und Verweisen auf die relevanten Abschnitte

|   |  | Netzmodell             |       | RLC |       |                | RL           |                   |                | L   |       |                | RLq          |                       |                       |
|---|--|------------------------|-------|-----|-------|----------------|--------------|-------------------|----------------|-----|-------|----------------|--------------|-----------------------|-----------------------|
|   |  |                        |       | 4.2 |       |                | 4.5          |                   |                | 4.5 |       |                | 4.6          |                       |                       |
| Maschinenmodell                               |  | HS                     | MS    | NS  | HS    | MS             | NS           | HS                | MS             | NS  | HS    | MS             | NS           |                       |                       |
| Synchronmaschine                              | <b>sub</b> - subtransient                                  | 5.1.2                  | 7.3.1 |     |       | 7.3.1<br>7.3.2 | 7.3.2<br>7.4 | 7.3.2<br>0<br>7.4 | 7.3.1          |     |       | 7.3.1<br>7.3.2 | 7.3.2<br>7.4 | 7.3.2<br>7.4          |                       |
|   | <b>sub-konst</b> - subtransient, konst. Spannung           | 5.1.3                  |       |     |       | 7.3.2          | 7.3.2        | 7.3.2<br>0        |                |     |       | 7.3.2          | 7.3.2<br>7.4 | 7.3.2<br>7.4          |                       |
|   | <b>tra</b> – transient                                     | 5.1.4                  |       |     |       |                |              | 0                 |                |     |       | 7.3.2          | 7.3.2<br>7.4 | 7.3.2<br>7.4          |                       |
|   | <b>tra-konst</b> - transient, konst. Spannung              | 5.1.5                  |       |     |       |                |              | 0                 |                |     |       | 7.3.2          | 7.3.2<br>7.4 | 7.3.2<br>7.4          |                       |
|   | <b>tram</b> – modifiziert transient                        | 5.1.6                  |       |     |       |                |              | 0                 |                |     |       | 7.3.2          | 7.3.2<br>7.4 | 7.3.2<br>7.4          |                       |
|   | <b>tram-konst</b> – modifiziert transient, konst. Spannung | 5.1.7                  |       |     |       |                |              | 0                 |                |     |       | 7.3.2          | 7.3.2<br>7.4 | 7.3.2<br>7.4          |                       |
|   | <b>sta</b> - stationär                                     | 5.1.8                  |       |     |       |                |              |                   |                |     |       | 7.3.2          | 7.3.2        | 7.3.2                 |                       |
|   | <b>sta</b> - stationär, konst. Spannung                    | 5.1.9                  |       |     |       |                |              |                   |                |     |       | 7.3.2          | 7.3.2        | 7.3.2                 |                       |
|   | Asynchronmaschine  | <b>tra</b> - transient | 5.2.2 |     | 7.3.1 |                | 7.3.3        | 7.3.1<br>7.3.3    | 7.3.1<br>7.3.3 |     | 7.3.1 | 7.3.1          | 7.3.3        | 7.3.1<br>7.3.3<br>7.4 | 7.3.1<br>7.3.3<br>7.4 |
| <b>tra-konst</b> - transient, konst. Spannung |  | 5.2.3                  |       |     |       | 7.3.3          | 7.3.3        | 7.3.3             |                |     |       | 7.3.3          | 7.3.3        | 7.3.3                 |                       |
| <b>sta</b> - stationär                        |  | 5.2.4                  |       |     |       |                |              |                   |                |     |       | 7.3.3          | 7.3.3        | 7.3.3                 |                       |

### 7.3.1 Netzabbildung

Die Abbildung des elektrischen Netzes kann durch verschiedene Näherungen vereinfacht werden. Ausgehend von der Modellierung der Leitungen und Kabel als PI-Glied sollen im Rahmen dieser Arbeit die folgenden Möglichkeiten berücksichtigt werden:

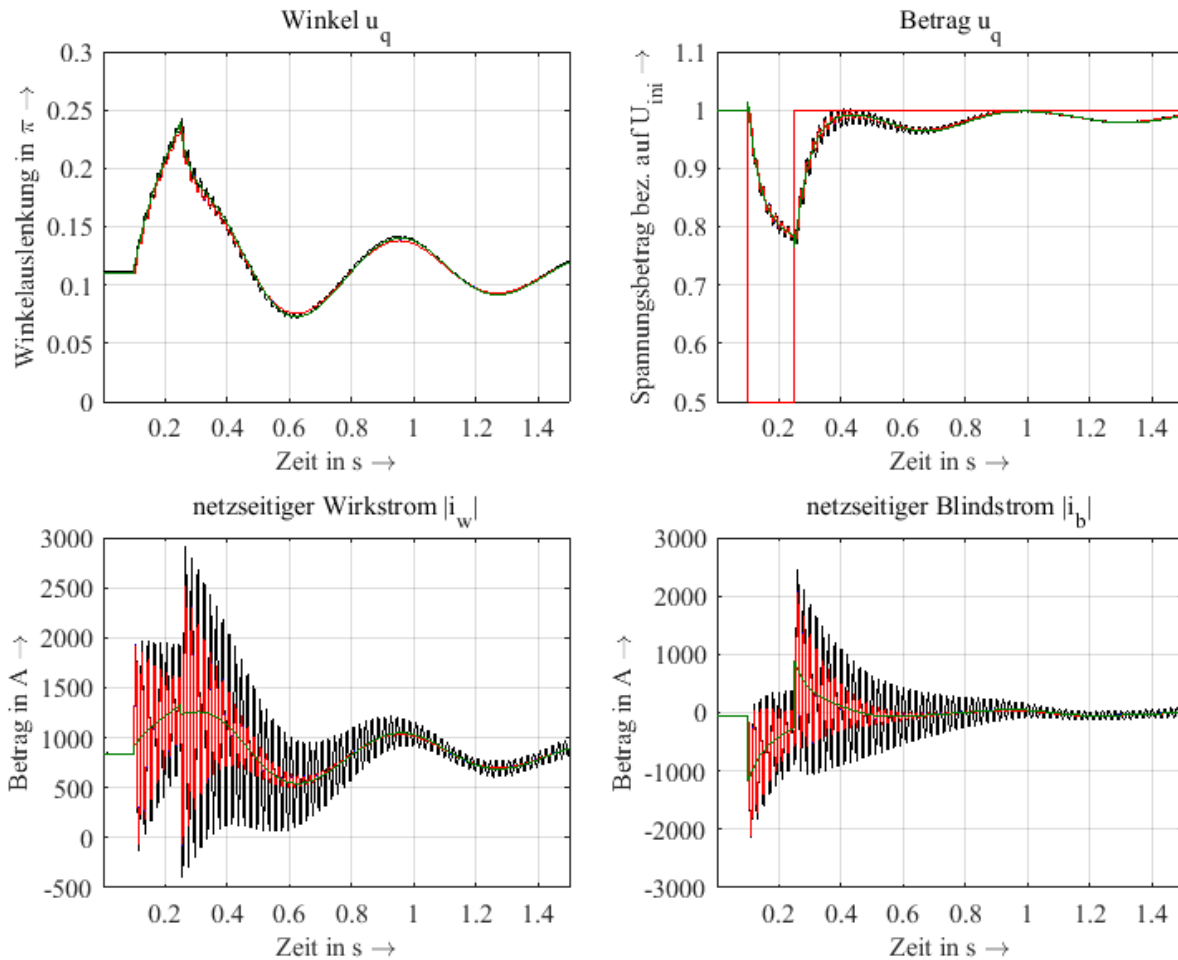
- **RLC** – vollständiges Netzmodell entsprechend EKPV
- **RL** – Vernachlässigung der Leitwerte und Kapazitäten ( $G + j\omega C = 0$ ),
- **L** – zusätzliche Vernachlässigung der ohmschen Widerstände ( $R = 0$ )
- **RLq** – **RL** mit quasistationärem Netzgleichungssystem

Die Näherung wird darüber hinaus auch auf alle anderen Betriebsmittel, wie Transformatoren und Generatoren, angewandt. Die Transfiguration des Netzes auf die Generatorknoten soll hier nicht als Näherung betrachtet werden. Es soll davon ausgegangen werden, dass die dabei durchgeführte Zusammenfassung elektromagnetischer Energiespeicher keinen Effekt auf die transiente Stabilität der Maschinen hat. Als Maschinenmodelle werden im Hochspannungsnetz zunächst Synchrongeneratoren sowie im Mittel- und Niederspannungsnetz Asynchrongeneratoren angenommen.

#### Hochspannungsnetz

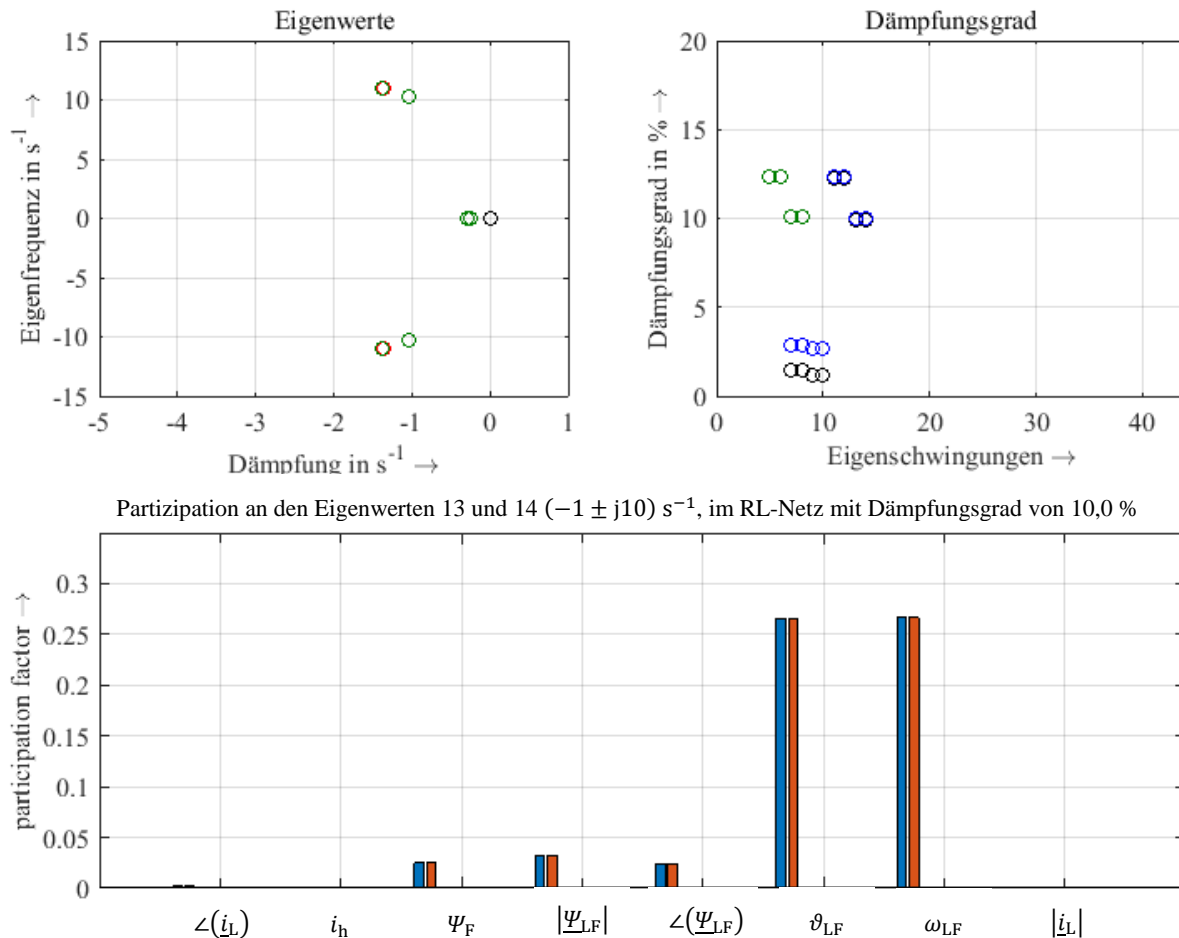
Zur Analyse der transienten Stabilität wird die in Abschnitt 7.2 eingeführte Störung in der vorgelagerten Netzebene beim Einsatz von Synchrongeneratoren simuliert. Im Vergleich der Zeitverläufe in Abbildung 51 wird deutlich, dass im Hochspannungsnetz nur kleine Unterschiede in den Simulationsergebnissen auftreten. Wie im Höchstspannungsnetz können nur vernachlässigbare Unterschiede in den Verläufen der Quellenspannung  $\underline{u}_q$  identifiziert werden. Die Ergebnisse für das RL- und RLC-Netz liegen so nah aufeinander, dass praktisch kein Unterschied zu erkennen ist. Im L-Netz ergeben sich leicht erhöhte Amplituden für die Ströme, die modellbedingt auf die reduzierte Impedanz gegenüber dem Fehlerort zurückzuführen sind. Die überlagerte 50-Hertz-Schwingung ergibt sich aus der Verlagerung der Fehlerströme und ist in der RMS-Darstellung (RLq) nicht sichtbar. Es ist aber deutlich zu erkennen, wie die Amplitude des Raumzeigers symmetrisch um den quasistationären Wert pendelt. Die These der klassischen Theorie, dass die Ströme nur in ihrem gleitenden Mittelwert, also quasistationär, auf die Bewegungsgleichung und die Flussverkettungen wirken, kann für die Hochspannung bestätigt werden.





**Abbildung 51:** Auswirkung der Netzmodellierung (schwarz=L, blau=RL, rot=RLC, grün=RLq) auf einen Ausgleichsvorgang im Hochspannungsnetz (HS)

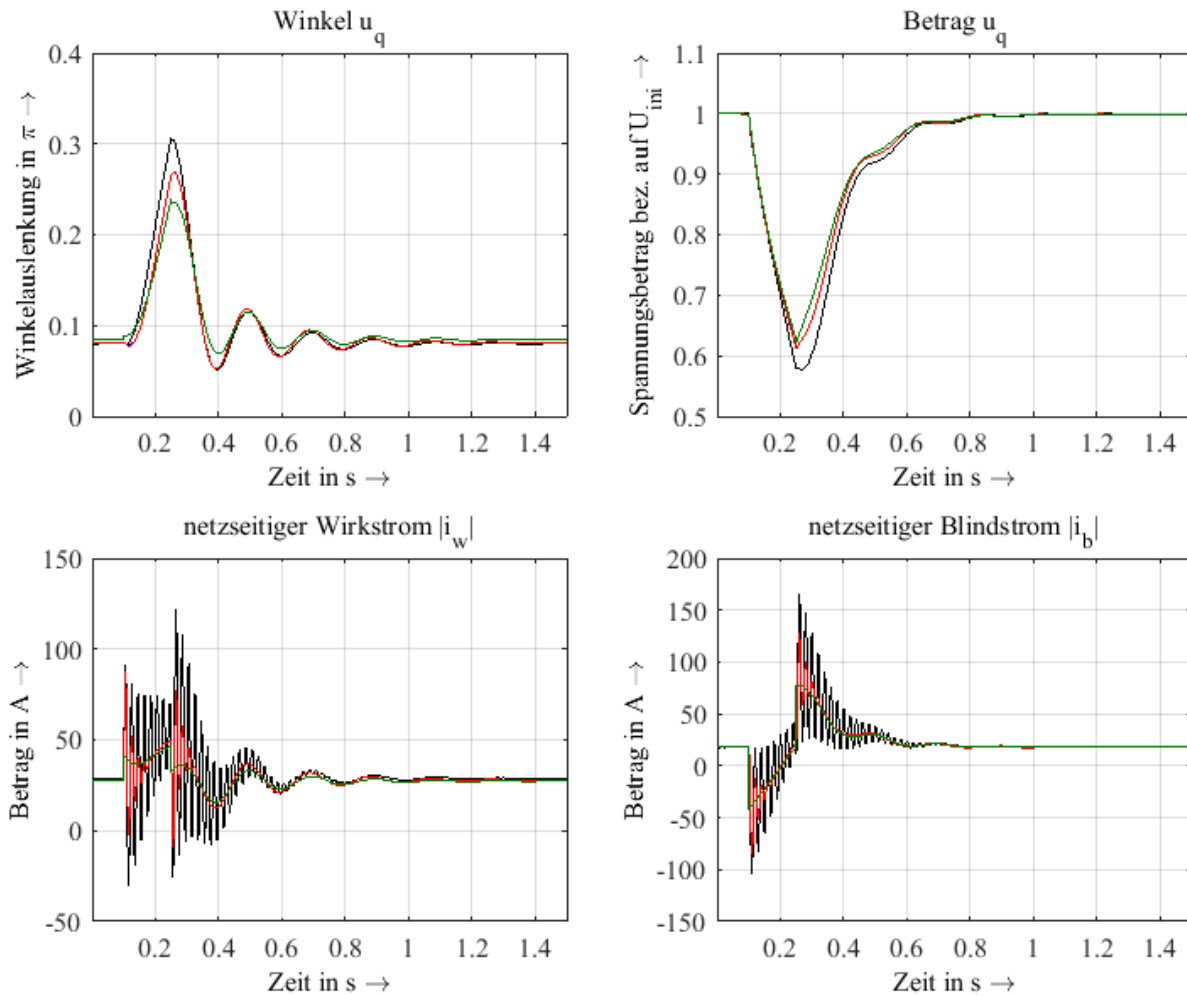
Die Analyse der statischen Stabilität erfolgt analytisch auf Basis des stationären Ausgangszustandes ohne Großsignalstörung. Auch die hier ermittelten schwingungsfähigen Eigenwerte unterscheiden sich im Hochspannungsnetz nur vernachlässigbar gering durch die Vernachlässigung von Kapazitäten und ohmschen Widerständen (Abbildung 52). Die Eigenfrequenz liegt bei ca. 1,6 Hz und die zugehörige Dämpfung bei 10 %. Einzig zwei asymptotisch gedämpfte Eigenwerte werden ohne ohmsche Widerstände schwächer gedämpft. Diese sind in der quasistationären Modellierung nicht abgebildet.



**Abbildung 52:** Auswirkung der Netzmodellierung (schwarz=L, blau=RL, rot=RLC, grün=RLq) auf Eigenwerte im Hochspannungsnetz (HS)

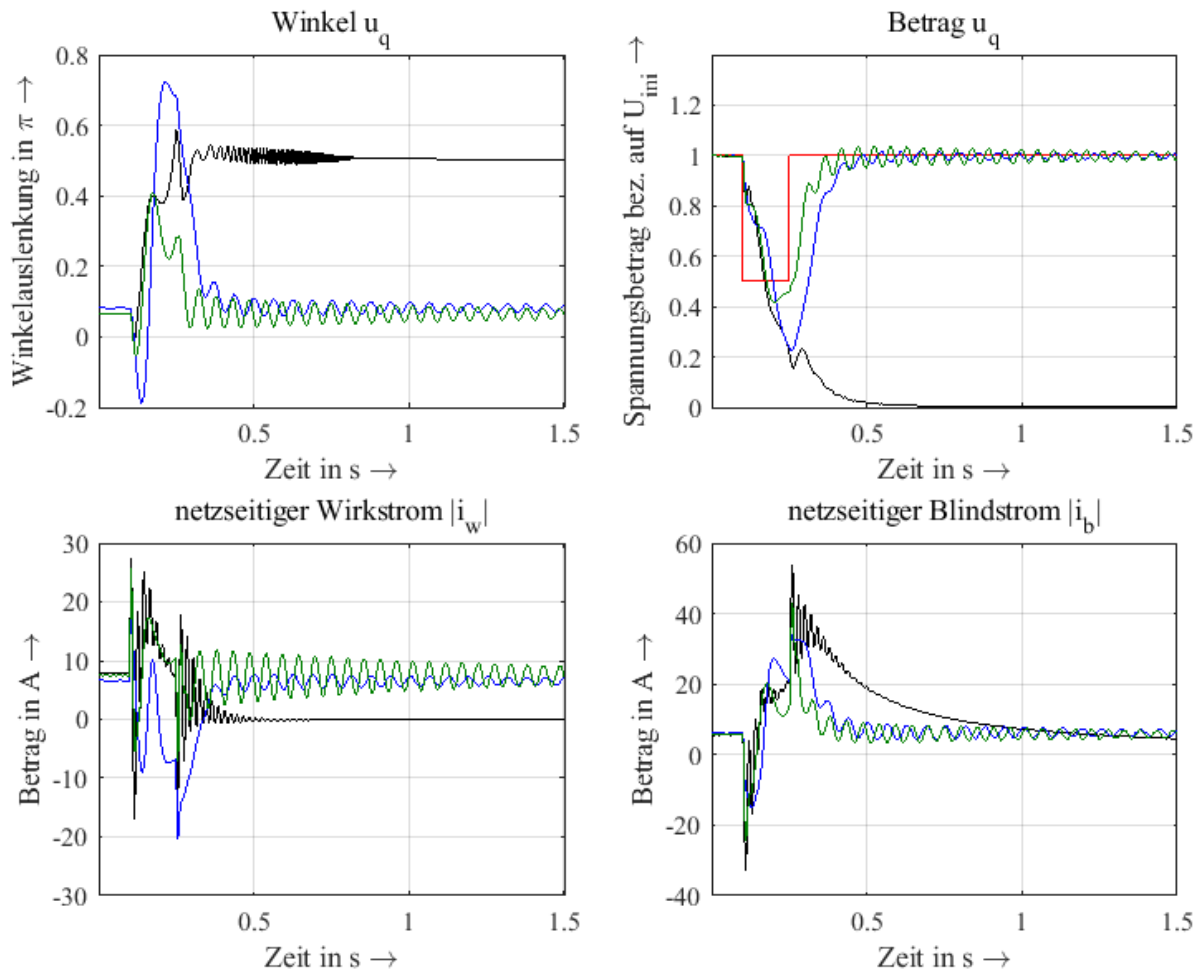
### Mittel- und Niederspannungsnetz

Bei den Simulationen des Verhaltens von Asynchronmaschinen im Mittel- und Niederspannungsnetz (Abbildung 53 und Abbildung 54) liegen die Verläufe mit und ohne Vernachlässigung der Leitungskapazitäten ebenfalls sehr nah beieinander. Die Vernachlässigung der ohmschen Widerstände hat auf Grund des höheren R/X-Verhältnisses im Gegensatz zu den vorhergehenden Berechnungen einen erheblichen Einfluss auf die Zeitverläufe. Ursache ist der quadratisch mit dem Strom steigende Wirkleistungsbedarf der Leitungswiderstände bei der Führung von Fehlerströmen. Dieser kann zu einem erheblichen back-swing-Effekt oder zumindest zu einer deutlichen Dämpfung des Schwingungsvorgangs führen. Von dieser Dämpfung profitiert die Stabilität der Generatoren und der Winkel der Quellenspannung schlägt deutlich weniger aus. Im Niederspannungsszenario führt die Vernachlässigung der ohmschen Widerstände sogar zur Instabilität. Die Rückwirkung auf die relative Änderung der Spannungsamplitude und auf den Blindleistungsaustausch sind im Gegensatz dazu relativ gering. Die quasistationäre Netzmodellierung unterschätzt die Wirkung des Fehlers auf die Spannungsamplitude und den Spannungswinkel. Dieser Effekt ist besonders im Niederspannungsszenario ausgeprägt. Hier führen die vereinfachten Modelle vor allem zu einer höheren Wirkstromspeisung, welche im detaillierten Modell (RL) sogar deutlich in den Bereich des Leistungsbezugs verlagert ist (back-swing-Effekt).

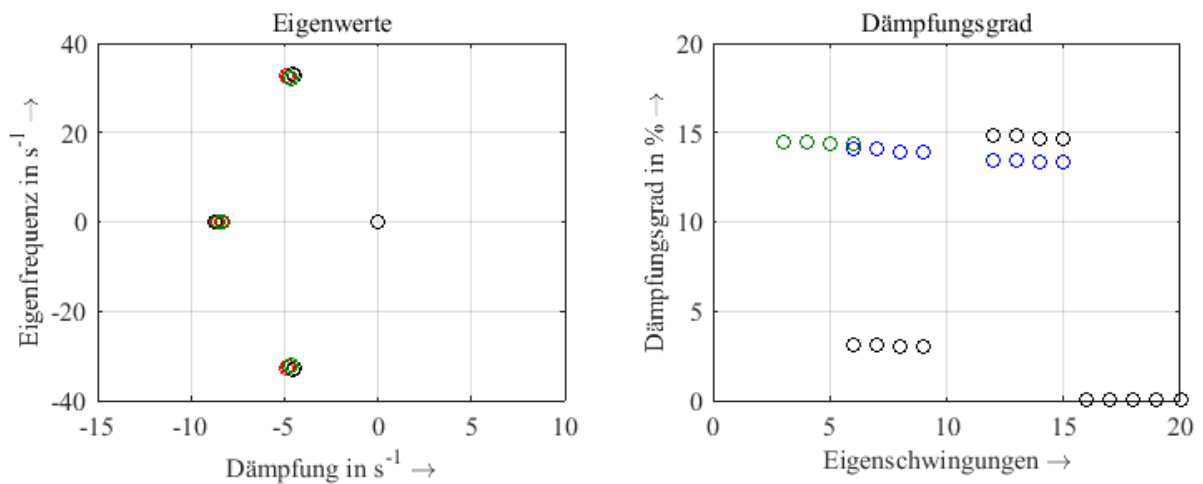


**Abbildung 53:** Auswirkung der Netzmodellierung (schwarz=L, blau=RL, rot=RLC, grün=RLq) auf einen Ausgleichsvorgang im Mittelspannungsnetz (MS)

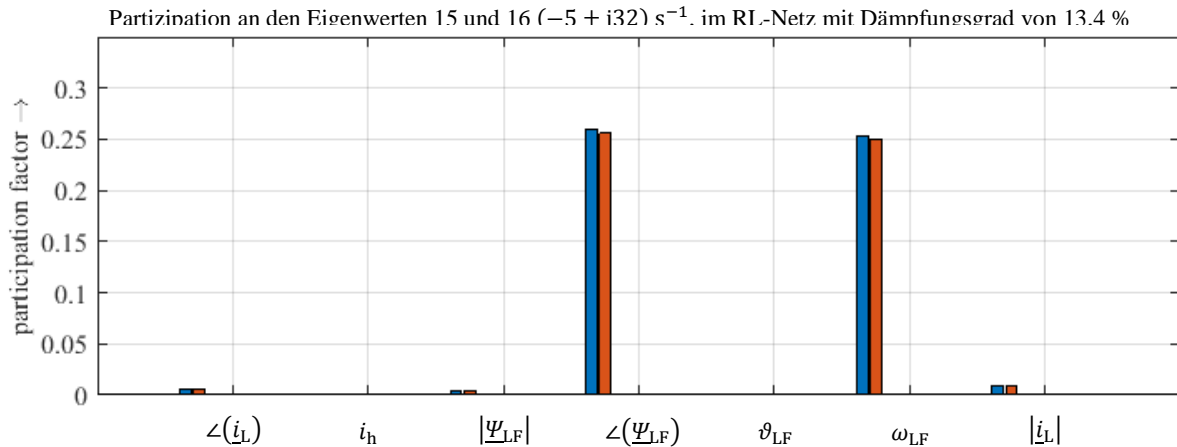
Die Untersuchungen der statischen Stabilität im Mittelspannungsnetz decken sich mit jenen zur Synchronmaschine im Hochspannungsnetz. Zwar werden die schwingungsfähigen Eigenwerte (Abbildung 55) durch die Vernachlässigung der Widerstände zu kleineren Dämpfungen hin verschoben. Der Effekt ist jedoch relativ klein und durch die gleichzeitige Änderung der Eigenfrequenz bleibt der Dämpfungsgrad relativ konstant. Abbildung 56 zeigt, dass sich im Gegensatz zur Synchronmaschine der kritische schwingungsfähige Eigenwert signifikant aus einem Beitrag der Läuferflussverkettung speist. Die Orientierung in der q-Achse ergibt sich aus dem initialisierten Arbeitspunkt der Maschine bei  $\vartheta_{LF} = 0$ .



**Abbildung 54:** Auswirkung der Netzmodellierung (schwarz=L, blau=RL, grün=RLq) auf einen Ausgleichvorgang im Niederspannungsnetz (NS)

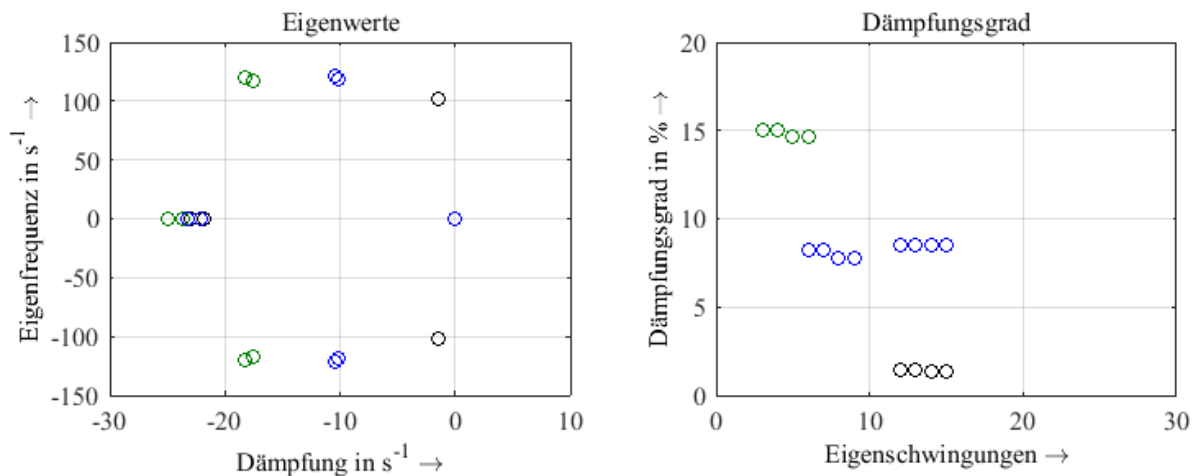


**Abbildung 55:** Auswirkung der Netzmodellierung (schwarz=L, blau=RL, rot=RLC, grün=RLq) auf Eigenwerte im Mittelspannungsnetz (MS)



**Abbildung 56:** Partizipationsfaktoren in der Beispielanordnung mit Asynchronmaschinen für das Mittelspannungsnetz (MS)

Im Niederspannungsnetz, tritt im Gegensatz zu den anderen Spannungsebene, durch die Vernachlässigung der Widerstände eine deutliche Verschiebung der ermittelten Eigenwerte auf (Abbildung 57). Hier sinkt mit der Dämpfung auch der berechnete Dämpfungsgrad deutlich ab. Die statische Stabilität der Anordnung wird dadurch unterschätzt. Die quasistationäre Netzmodellierung führt dagegen zu einer deutlichen Überschätzung der Dämpfung.



**Abbildung 57:** Auswirkung der Netzmodellierung (schwarz=L, blau=RL, grün=RLq) auf Eigenwerte im Niederspannungsnetz (NS)

Abbildung 58 zeigt, dass im Niederspannungsnetz auch die Ständer- und Leitungsströme, im Gegensatz zu den anderen Szenarien, einen relevanten Beitrag am schlechtesten gedämpften schwingungsfähigen Eigenwert haben (Darstellung getrennt nach Phasenlage  $\text{ang}(i_L)$  und Amplitude  $|i_L|$  des Raumzeigers).

Im Mittel- und Niederspannungsnetz nehmen die Eigenfrequenzen, mit ca. 5 Hz (MS) bzw. 18 Hz (NS) gegenüber den Beispielnetzen im Hoch- und Höchstspannungsnetz deutlich höhere Werte an. Dies bestätigt sich auch in den Ausgleichsvorgängen in Folge der Kurzschlussimulationen. Die Läuferwinkel tragen zu keinem Eigenwert bei. Die Dämpfung liegt in beiden Szenarien bei ca. 10 % (im RL- bzw. RLC-Netz).

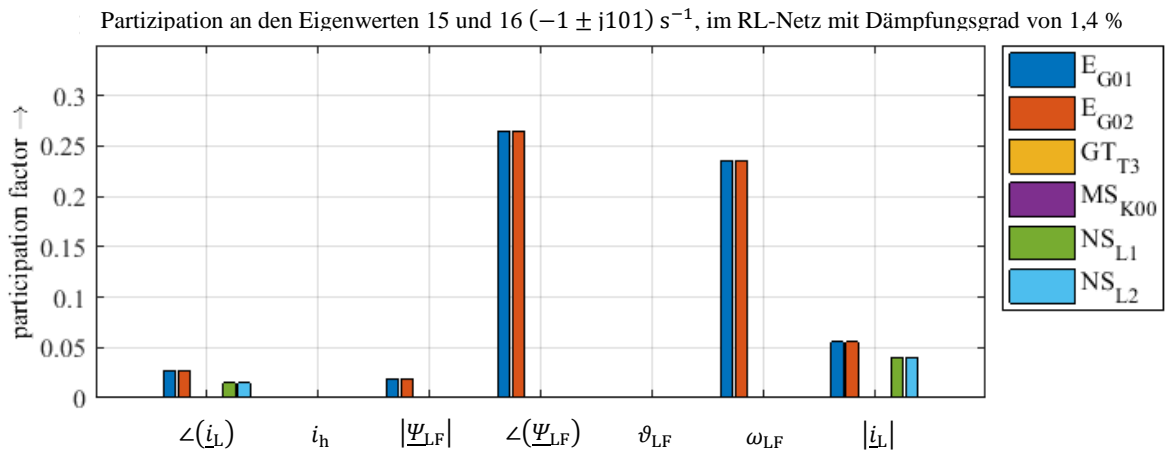


Abbildung 58: Partizipationsfaktoren in der Beispielanordnung mit Asynchronmaschinen für das Niederspannungsnetz (MS)

### Kurzzusammenfassung

Die Beispielszenarien wurden für vier verschiedene Ansätze zur Netzmodellierung verglichen. Dabei haben sich deutliche Unterschiede zwischen den Spannungsebenen gezeigt. Während die Wahl des Modells auf der Hochspannungseben praktisch irrelevant ist und somit die effizienteste Modellierung angesetzt werden kann, kann im Niederspannungsnetz nur eine sehr detaillierte Netzabbildung die beobachtete Interaktion mit dem Netz abbilden.

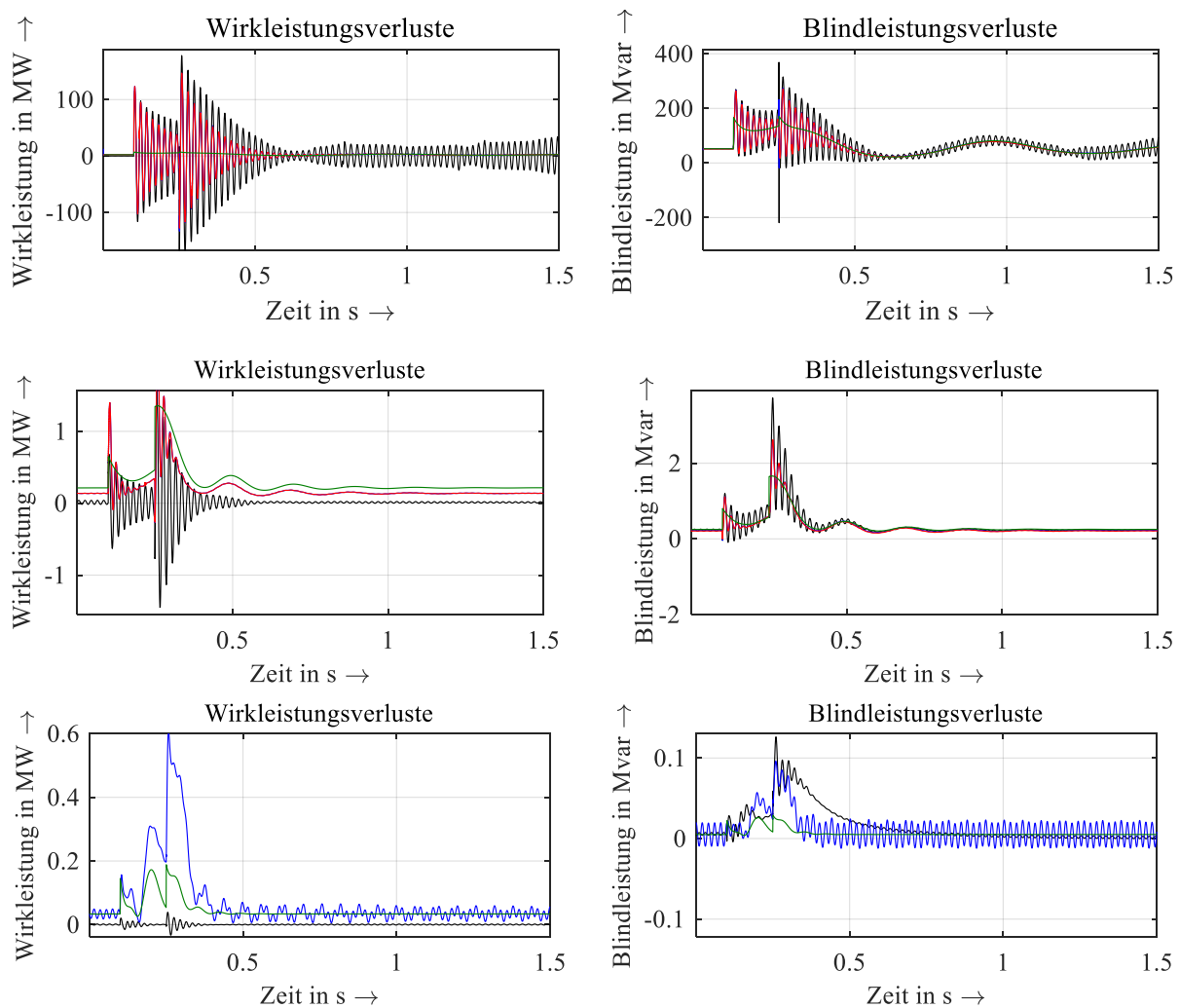


Abbildung 59: Verluste im HS-Netz (oben), MS-Netz (Mitte) und NS-Netz (unten) bei verschiedenen Netzmodellierungen (schwarz=L, blau=RL, rot=RLC, grün=RLq)

Die Vernachlässigung der Kapazitäten hat in keinem der Beispielszenarien Auswirkungen auf die Eigenwerte und die Stabilität des Gesamtsystems, da sich diese nur an elektromagnetischen Ausgleichsvorgängen beteiligen. Die Relevanz der ohmschen Widerstände nimmt dagegen mit geringerer Spannungsebene deutlich zu. Der zu beobachtende Effekt wirkt dämpfend auf die Ausgleichsvorgänge, da die temporären Wirkleistungsverluste des Netzes bei hohen Strömen (Kurzschlussstrom) in Relation zu den Generatorleistungen steigen ( $S_{r,HS}=200$  MVA,  $S_{r,MS}=2$  MVA bzw.  $S_{r,NS}=0,1$  MVA; vgl. Abbildung 59) und die Generatoren dadurch weniger beschleunigt werden.

Die Annahme quasistationärer Netzzustandsgrößen hat in Bezug auf die realistische Abbildung des Wirkstroms vergleichbare Auswirkung, wie das Vernachlässigen der Wirkwiderstände, da mit kleinerer Spannungsebene die Bedeutung der Gleichanteile im Kurzschlussstrom an Bedeutung gewinnt. Dabei wird die Stabilität der Maschinen überschätzt. Die qualitativen Ergebnisse sind in Tabelle 9 und Tabelle 10 für die transiente Stabilität und für die statische Stabilität zusammengetragen.

**Tabelle 9:** Qualitative Bewertung der Netzabbildung für die transiente Stabilität

| Maschinenmodell |     | Netzabbildung |    |    |    |    |    |    |    |    |     |    |    |
|-----------------|-----|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|
|                 |     | RLC           |    |    | RL |    |    | L  |    |    | RLq |    |    |
|                 |     | HS            | MS | NS | HS | MS | NS | HS | MS | NS | HS  | MS | NS |
| SM              | sub | ++            |    |    | ++ |    |    | ++ |    |    | ++  |    |    |
| ASM             | tra |               | ++ |    |    | ++ | ++ |    | +  | -- |     | +  | 0  |

**Tabelle 10:** Qualitative Bewertung der Netzabbildung für die statische Stabilität

| Maschinenmodell |     | Netzabbildung |    |    |    |    |    |    |    |    |     |    |    |
|-----------------|-----|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|
|                 |     | RLC           |    |    | RL |    |    | L  |    |    | RLq |    |    |
|                 |     | HS            | MS | NS | HS | MS | NS | HS | MS | NS | HS  | MS | NS |
| SM              | sub | ++            |    |    | ++ |    |    | ++ |    |    | ++  |    |    |
| ASM             | tra |               | ++ |    |    | ++ | ++ |    | +  | -  |     | ++ | 0  |

Auf Basis dieser Ergebnisse wird im Folgenden die Netzabbildung ohne Kapazitäten (RL-Netz) als Referenz verwendet, da diese bei hoher Modellgenauigkeit die Anzahl der Zustandsgrößen und somit auch der Rechenzeit erheblich reduziert.

### 7.3.2 Synchronmaschine

Bei der Modellierung von Synchronmaschinen soll zum einen zwischen den Ordnungen der Maschinenmodelle (Anzahl der Zustandsgrößen) und zum anderen den daraus abgeleiteten Ersatzschaltungen mit konstanter innerer Spannungsquelle unterschieden werden (vgl. Abschnitt 5.1).

- **sub-RL** – Modell mit subtransienter Spannung (Referenz)
- **sub-RLq** – Modell mit subtransienter Spannung und quasistationärem Netz
- **tra-RLq** – Modell mit transienter Spannung und quasistationärem Netz
- **tram-RLq** – Modell mit modifizierter transienter Spannung und quasistationärem Netz
- **sta-RLq** – stationäres Modell mit Polradspannung und quasistationärem Netz

Die Annahme einer konstanten inneren Spannungsquelle, wird für alle fünf Modelle zusätzlich betrachtet und bewertet.

Als Ergebnis der Simulationen werden erneut die Zeitverläufe der inneren Quellenspannung  $\underline{u}_q$  und die Wirkung auf das vorgelagerte Netz in Form von Wirk- und Blindströmen ( $i_w$  und  $i_b$ ) dargestellt. In einem typischen Kurzschluss bricht die Wirkleistungsabgabe ein, was zu einer Beschleunigung des Läufers führt. Außerdem werden die magnetischen Flussverkettungen der Dämpferwicklungen abgebaut. Dadurch sinkt der Betrag der Quellenspannung und mit ihr der Kurzschlussstrom. Nach der Fehlerklärung tritt zunächst der entgegengesetzte Effekt ein – der Rotor wird gebremst und die Flussverkettungen wieder aufgebaut - was sich ebenfalls in Form von erhöhten Strömen ausprägt.

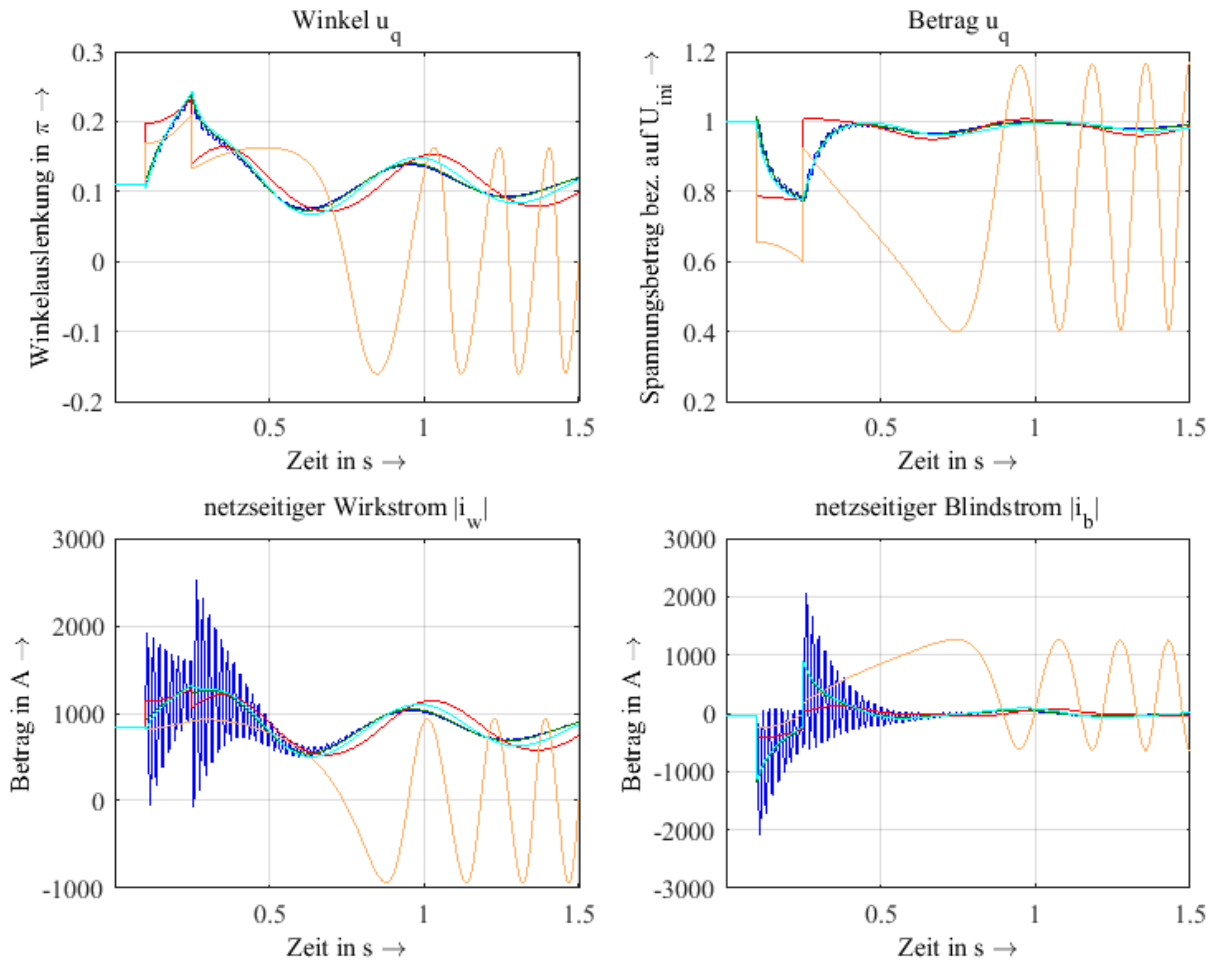
#### Hochspannungsnetz

Im Hochspannungsnetz (Abbildung 60) wird, wie auch im Höchstspannungsszenario, während des Kurzschlusses und auch unmittelbar nach der Fehlerklärung ein erhöhter Wirkstrom in das Netz gespeist. Der Blindstrom wirkt während des Kurzschlusses spannungshhebend und damit systemstützend. Nach der Fehlerklärung stellt sich jedoch ein spannungssenkender Blindstrom ein, welcher der Spannungserholung entgegenwirkt.

Unter Berücksichtigung der Ströme als Zustandsgrößen (sub-RL), werden die Verlagerungseffekte sichtbar. Dabei ist deutlich sichtbar, dass der höherfrequente Anteil um den quasistationären Wert der Ströme (sub-RLq) pendelt.

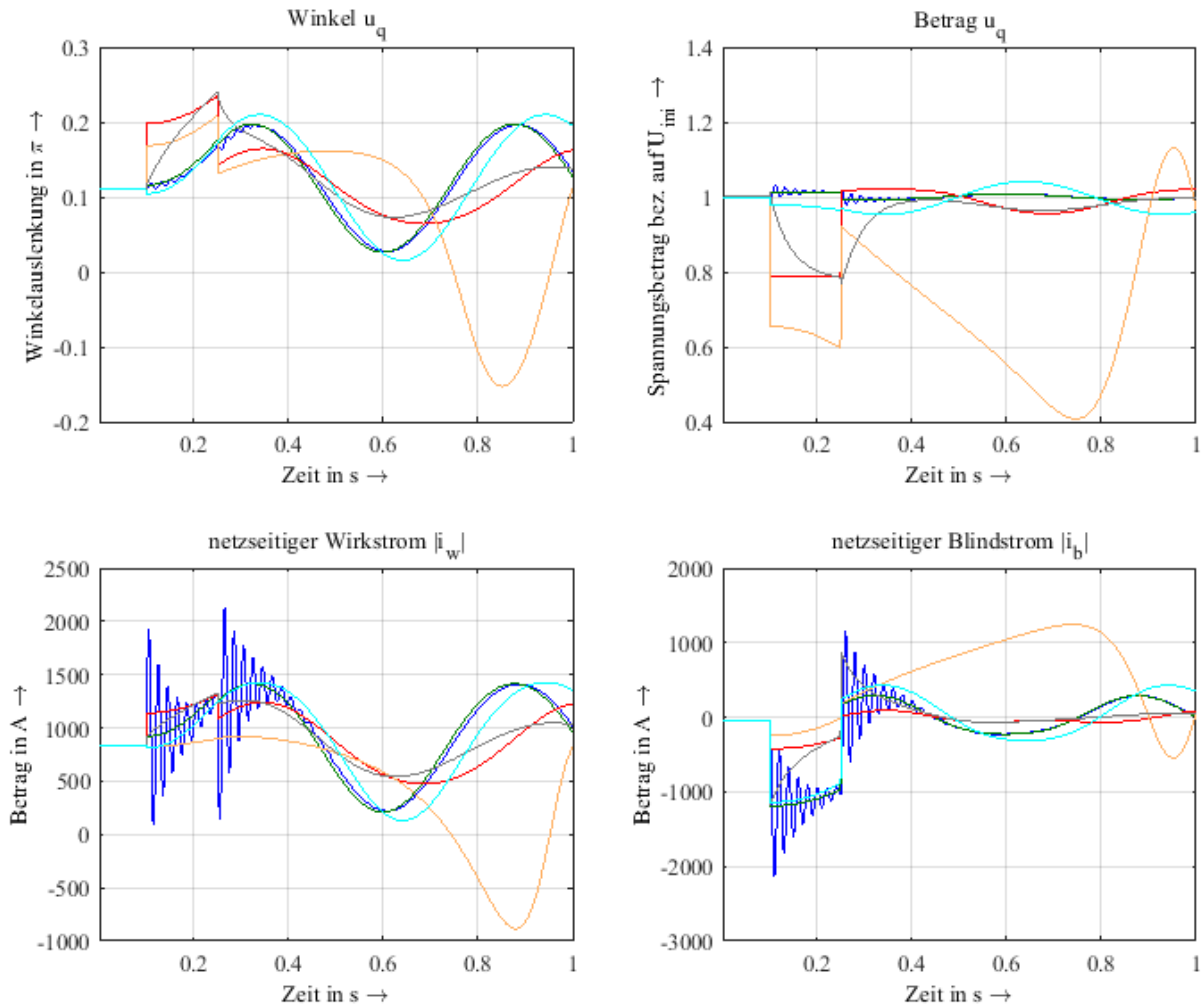
Es zeigt sich, dass alle bis auf das stationäre Modell die für die transiente Stabilität maßgeblichen Effekte qualitativ gut abbilden. Mit Ausnahme des modifizierten Modells mit transienter Spannung sind die Verläufe nahezu identisch. In Letzterem verliert die Quellenspannung ihre Trägheit, die aus dem Zeitverhalten der Dämpferwicklung der q-Achse resultiert. In der Folge reagieren die Wirk- und Blindströme gegenüber dem vorgelagerten Netz nach einem Wechsel des Systemzustands (Fehlereintritt und Fehlerklärung) weniger stark.





**Abbildung 60:** Auswirkung der Maschinenmodelle (blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq und orange=sta-RLq) auf einen Ausgleichvorgang im Hochspannungsnetz (HS)

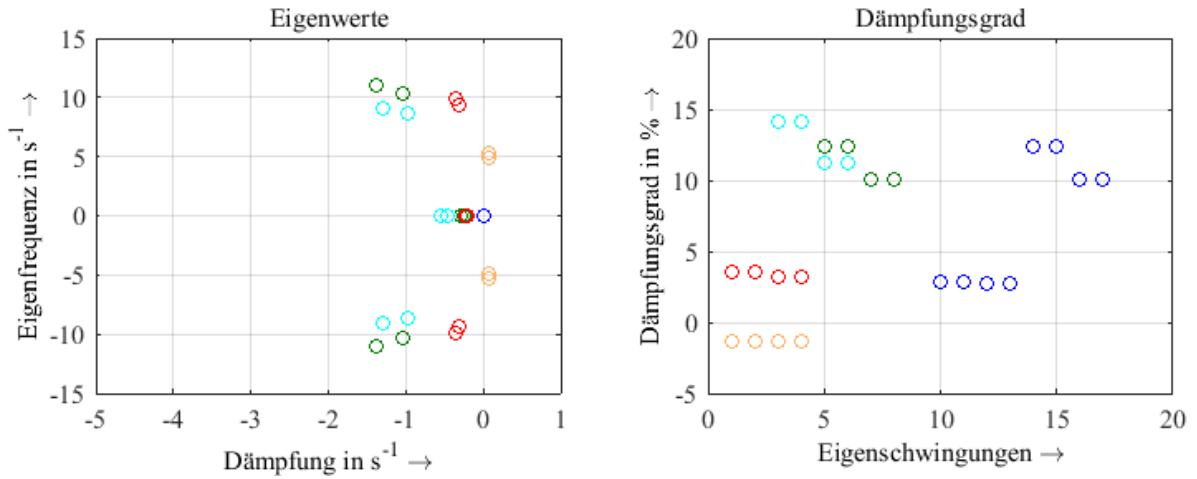
Bei Modellen mit konstanter Spannung (Abbildung 61) wird der Nachteil des modifizierten Modells mit transientser Spannung zum Vorteil. Während die anderen Modelle ein sehr träges Verhalten der Quellenspannung abbilden und somit zu einer unrealistisch starken Kopplung der Maschinen an das Netz führen, bildet dieses die Anpassung der Quellenspannung gut ab. In der Folge ähneln die Strombeiträge denen des detaillierten Modells (grau hinterlegt) am besten. Das widerspricht der klassischen Theorie für das Höchstspannungsnetz, in der das transiente Modell mit konstanter Spannung Anwendung findet. Der Unterschied ergibt sich daraus, dass die Quellenspannung im Höchstspannungsmodell bereits innerhalb von 150 ms ihren quasistationären Endwert erreicht, während dieser im Höchstspannungsnetz erst deutlich später erreicht werden würde (vgl. Abbildung 48).



**Abbildung 61:** Auswirkung der Maschinenmodelle mit konstanter Spannung (blau=sub-konst-RL, grün=sub-konst-RLq, türkis=tra-konst-RLq, rot=tram-konst-RLq und orange=sta-konst-RLq) auf einen Ausgleichvorgang im Hochspannungsnetz (HS)

Synchronmaschinen bilden mit dem Netz neben reellen Eigenwerten der Läuferflussverkettungen schwingungsfähige komplexe Eigenwerte aus, welche direkt durch die Läuferbewegungen bestimmt werden. Schon auf der Hochspannungsebene leiten sich aus der Maschinenmodellierung sehr unterschiedliche Eigenwerte für die Synchrongeneratoren ab (siehe Abbildung 62). Ursache ist die indirekte Kopplung der Bewegungsgleichungen der Generatorläufer über die Flussverkettungen mit dem Netz. Das Modell mit quasistationären Ständerströmen ist wie in der Höchstspannung deckungsgleich mit dem detaillierten Modell (sub-RL). Bei der Modellierung mit transientser Spannung werden die Eigenwerte ebenfalls relativ gut bestimmt, wobei die Dämpfung leicht überschätzt wird. Die Eigenschwingungen der sonstigen vereinfachten Modelle zeigen eine kleinere Eigenfrequenz und eine kleinere Dämpfung als das vollständige Maschinenmodell.

Die Modelle mit konstanter Spannungsquelle weisen ein ähnliches Verhalten auf wie die Basismodelle, wobei die Dämpfung der Eigenschwingungen nicht bestimmt werden kann (siehe Abbildung 63). Hintergrund ist, dass die Flussverkettungen nicht als Zustandsgrößen berücksichtigt werden und somit ihre dämpfende Wirkung auf die Eigenwert nicht modelliert ist (vergleiche Abbildung 64 mit Abbildung 62).



Partizipation an den Eigenwerten 16 und 17  $(-1 \pm j10) s^{-1}$ , für sub-RL mit Dämpfungsgrad von 10,0 %

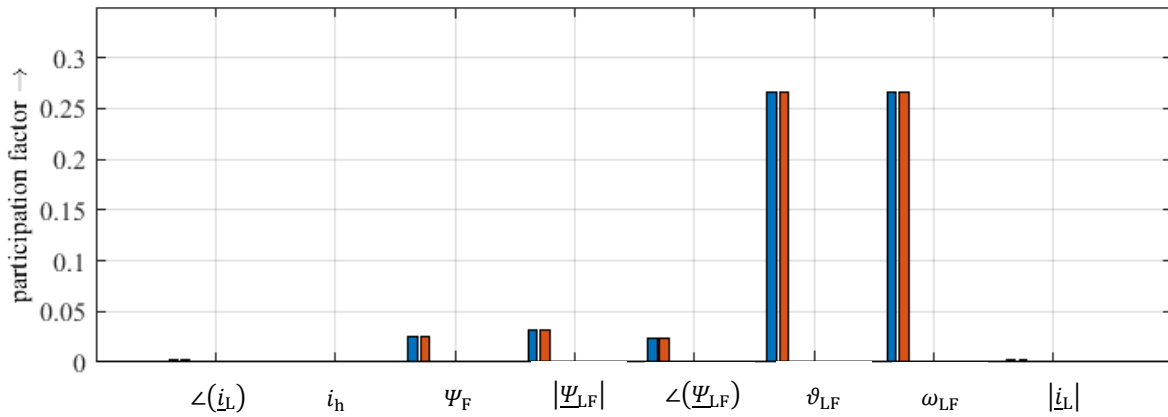


Abbildung 62: Auswirkung der Modellordnung (blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq und orange=sta-RLq) auf die Eigenwerte im Höchstspannungsnetz (HS)

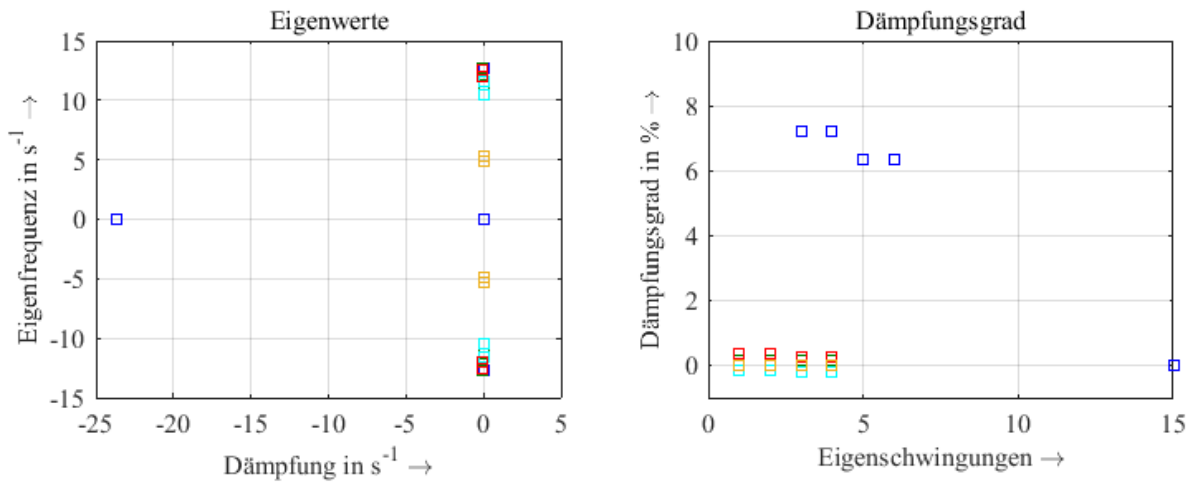
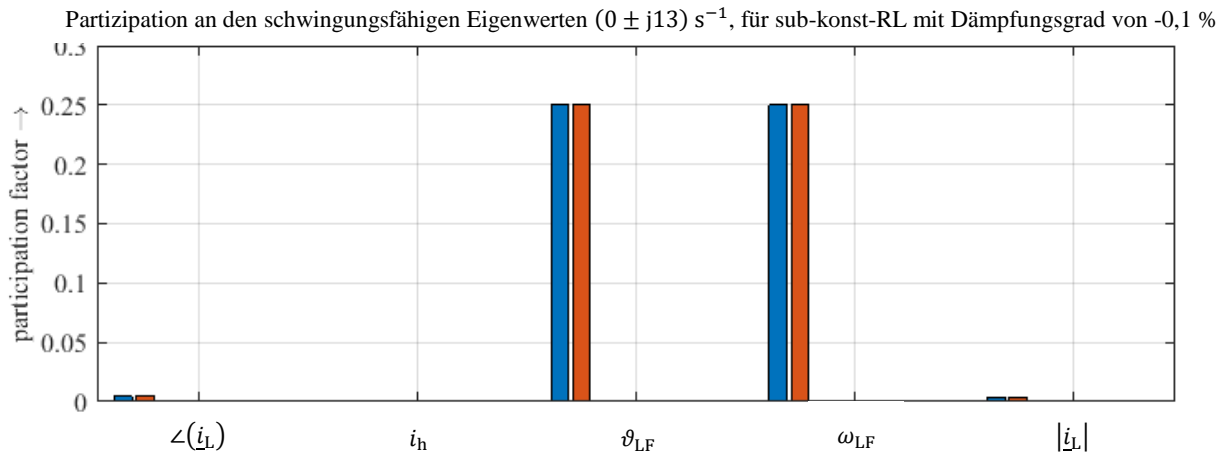


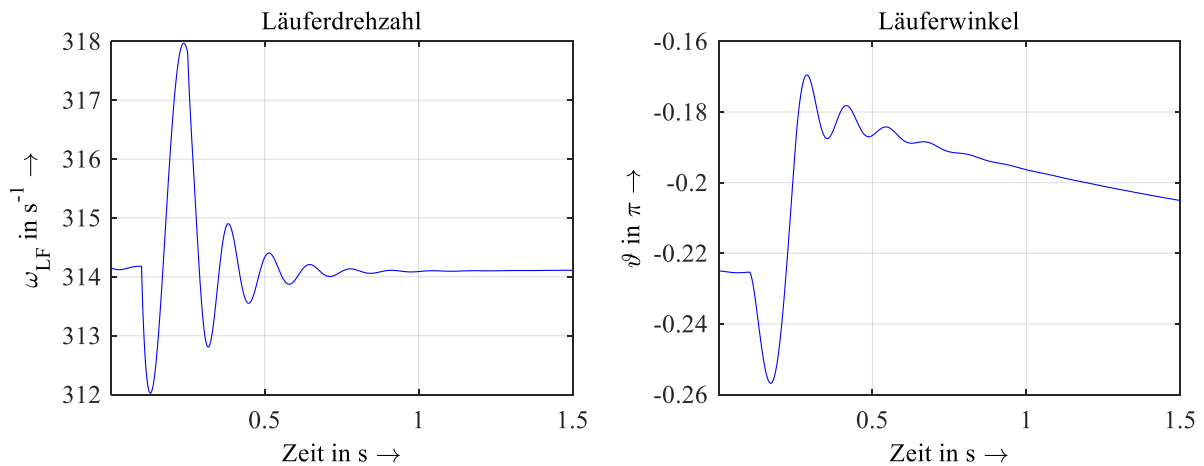
Abbildung 63: Auswirkung der Modellordnung (blau=sub-konst-RL, grün=sub-konst-RLq, türkis=tra-konst-RLq, rot=tram-konst-RLq und orange=sta-konst-RLq) auf die Eigenwerte im Höchstspannungsnetz (HS) bei der Annahme von konstanten Quellenspannungen



**Abbildung 64:** Partizipationsfaktoren in der Beispielanordnung mit Synchronmaschinen für das Hochspannungsnetz (HS) für sub-konst-RL

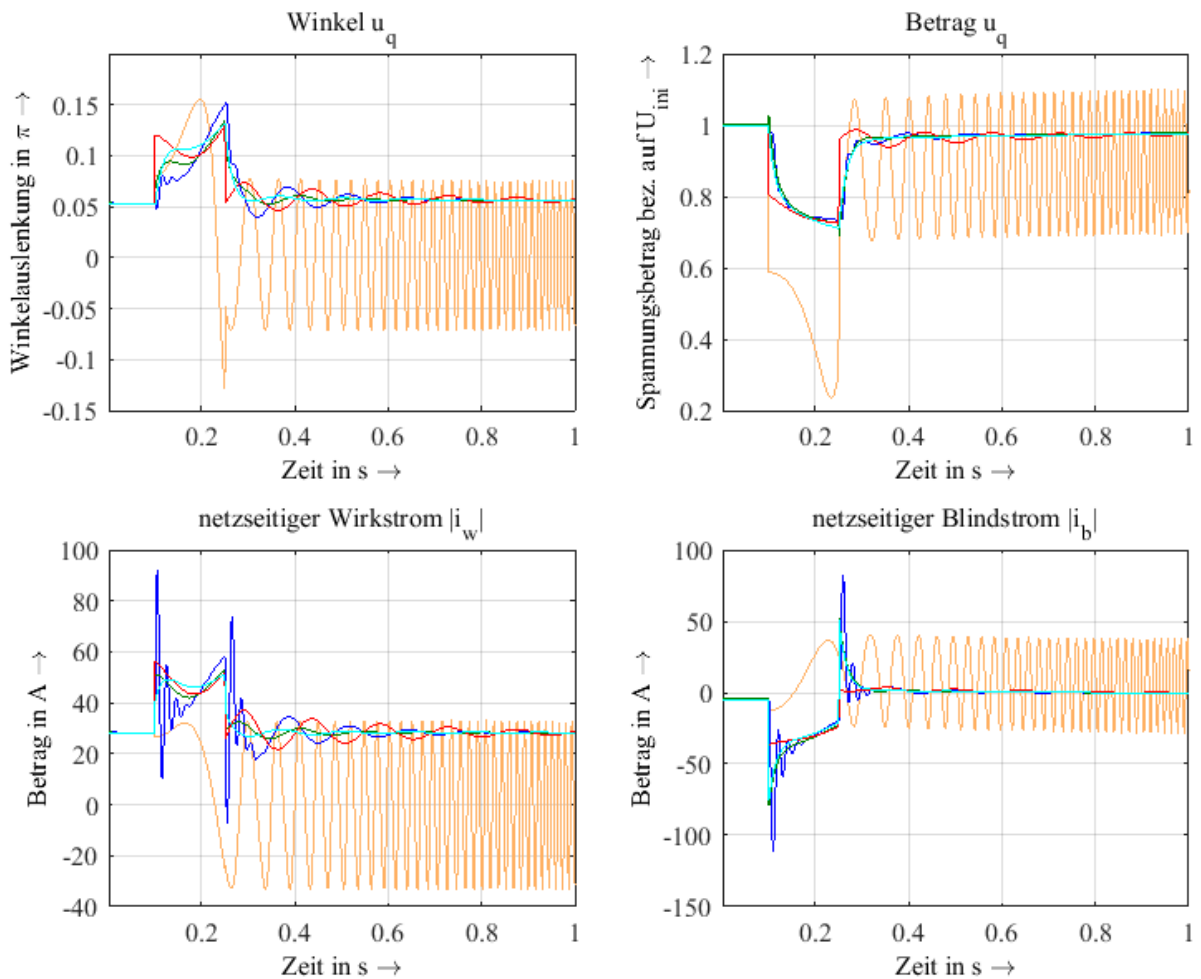
### Mittelspannungsnetz

Im Mittelspannungsnetz ist ein deutlicher Back-Swing-Effekt der Winkelgeschwindigkeit zu beobachten (siehe Abbildung 65). Dabei reduziert sich die Winkelgeschwindigkeit aufgrund einer kurzzeitig höheren Wirkleistungsabgabe zunächst. Dieser Effekt kann auf den Wirkleistungsbedarf (ohmsche Verluste) der Leitungen beim Führen des Kurzschlussstroms zurückgeführt werden.



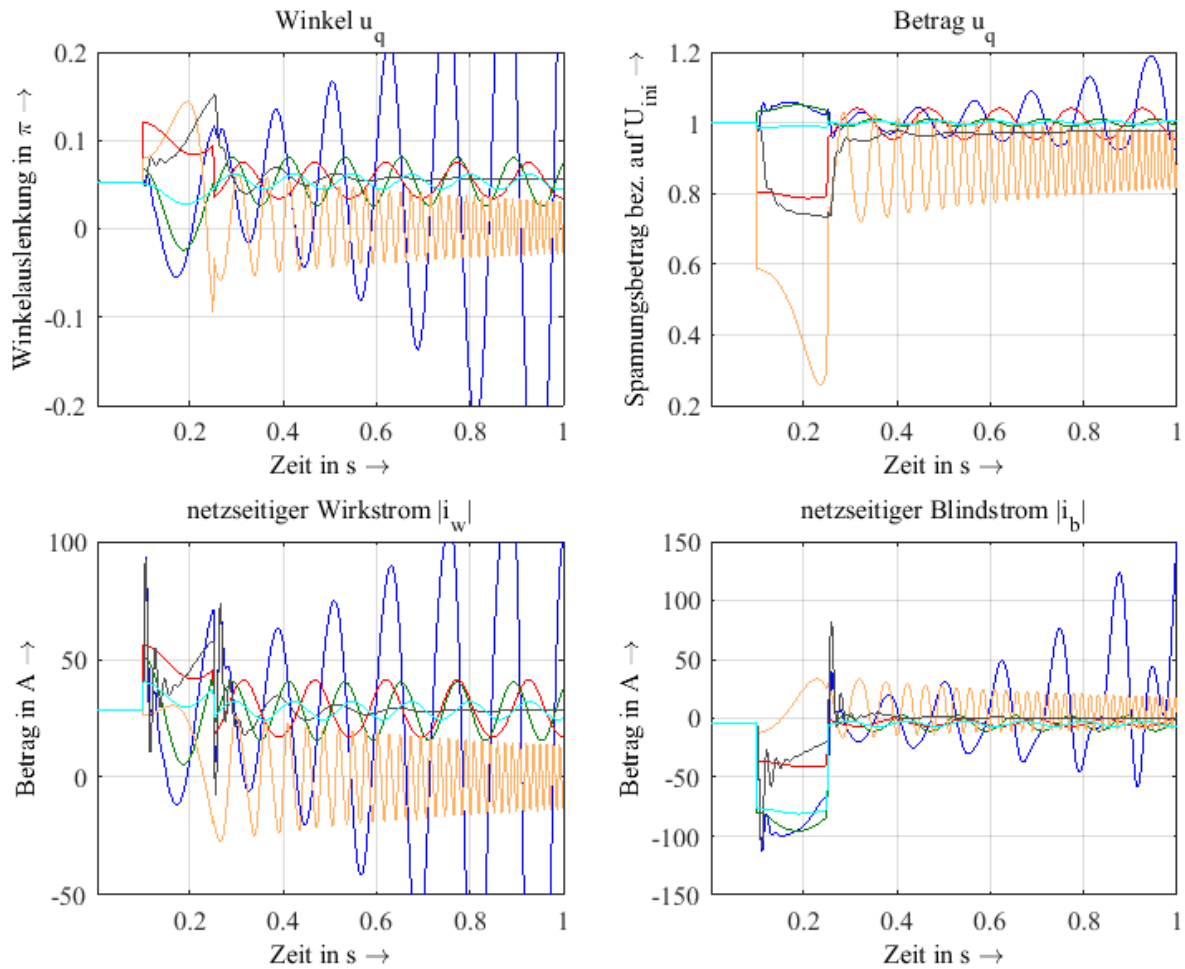
**Abbildung 65:** Back-Swing-Effekt im Mittelspannungsnetz (MS) für den Referenzfall (sub-RL)

Der korrespondierende Anstieg des Wirkstroms wird durch das vollständige Modell und das Modell mit eingeschungenen Flussverkettungen der Dämpferwicklungen gut abgebildet (Abbildung 66). Mit zunehmendem Grad der Modellgenauigkeit erfolgt dies genauer und das Modell verhält sich in Folge dessen stabiler.



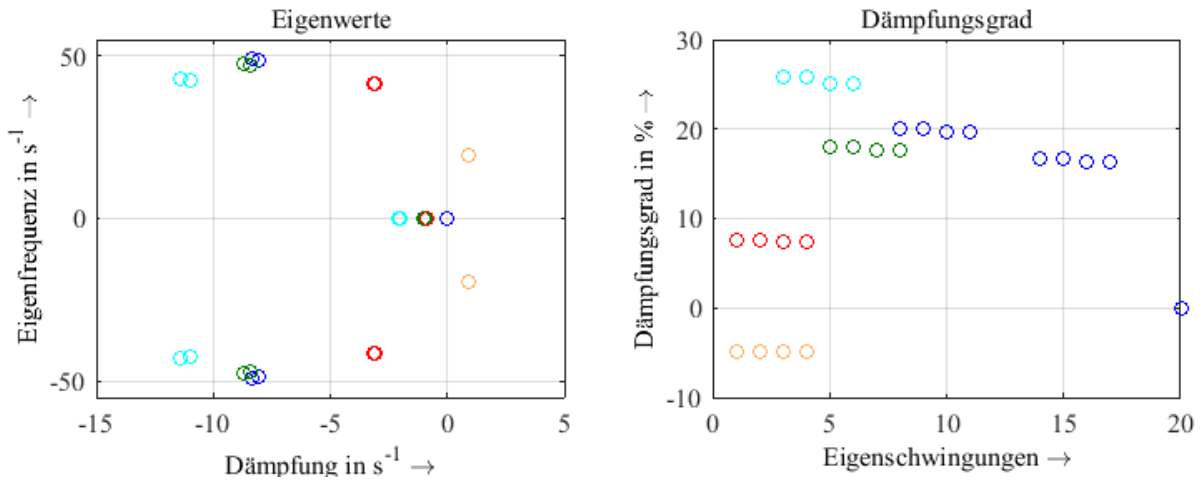
**Abbildung 66:** Auswirkung der Maschinenmodelle (blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq und orange=sta-RLq) auf einen Ausgleichsvorgang im Mittelspannungsnetz (MS)

Das qualitative Verhalten der Modelle mit konstanter innerer Spannungsquelle gegenüber dem Netz wird entgegen den Modellen im Hochspannungsnetz nur vom modifizierten Modell mit transienter Spannung näherungsweise abgebildet (Abbildung 67). Das Modell höherer Ordnung mit konstanter Spannungsquelle (sub-RL) ist wie im HS-Szenario nur zur Bestimmung des Anfangskurzschlusswechselstroms geeignet. In diesem Fall stellt sich ohne die dämpfende Wirkung der Flussverkettungen sogar eine Instabilität ein. Im Fall des quasistationären Netzmodells (sub-RLq), ergibt sich der tatsächliche Wert des Anfangskurzschlusswechselstroms auch hier aus dem doppelten simulierten Wert.

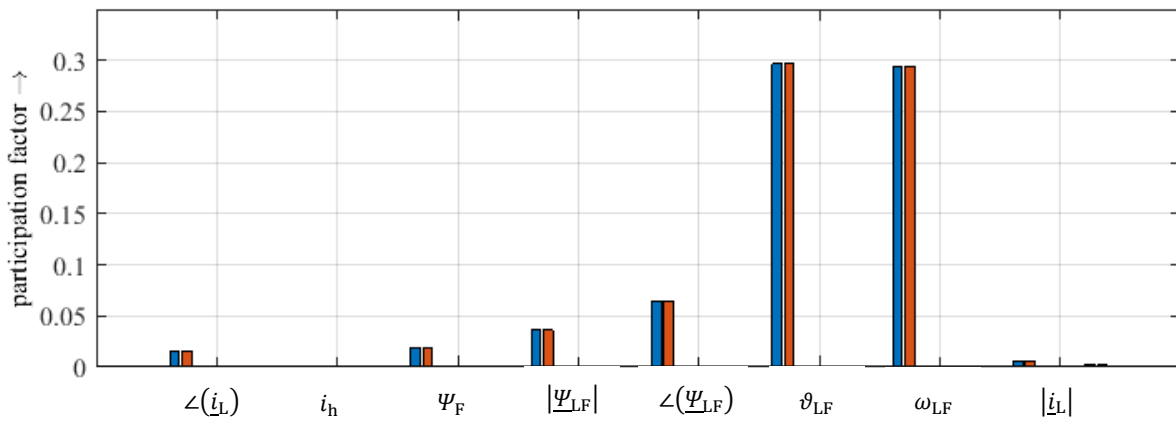


**Abbildung 67:** Auswirkung der Maschinenmodelle mit konstanter innerer Spannungsquelle (blau=sub-konst-RL, grün=sub-konst-RLq, türkis=tra-konst-RLq, rot=tram-konst-RLq und orange=sta-konst-RLq) auf einen Ausgleichsvorgang im Mittelspannungsnetz (MS)

Die für die statische Stabilität berechneten Eigenwerte in Abbildung 68 decken sich mit den bei der transienten Stabilität simulierten Zeitverläufen. Qualitativ sind identische Zusammenhänge wie auf der Hochspannungsebene zu identifizieren, mit dem Unterschied, dass die ermittelte Dämpfung auch beim vollständigen Modell mit quasistationären Netzzustandsgrößen einen Fehler aufweist. In diesem Fall wird die Dämpfung leicht unterschätzt.

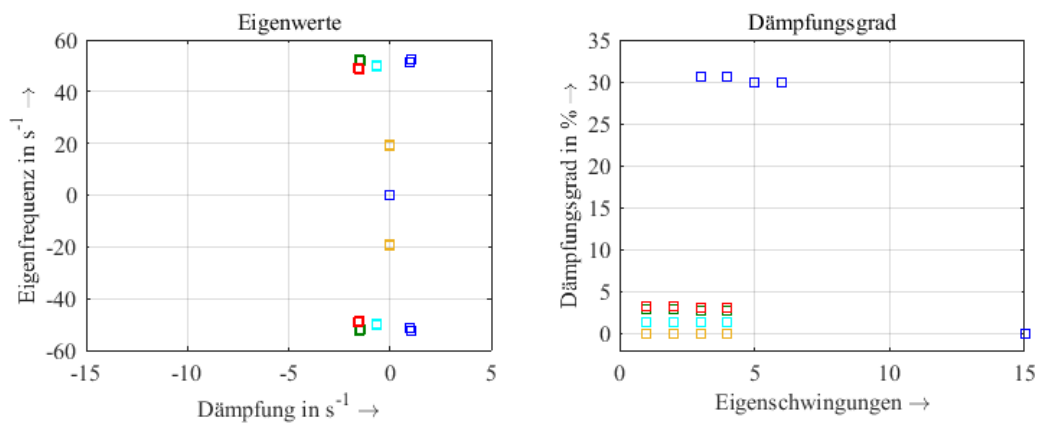


Partizipation an den Eigenwerten 16 und 17 ( $-8 \pm j49$ )  $s^{-1}$ , für sub-RL mit Dämpfungsgrad von 16,3 %



**Abbildung 68:** Auswirkung der Modellordnung (blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq und orange=sta-RLq) auf die Eigenwerte im Mittelspannungsnetz (MS)

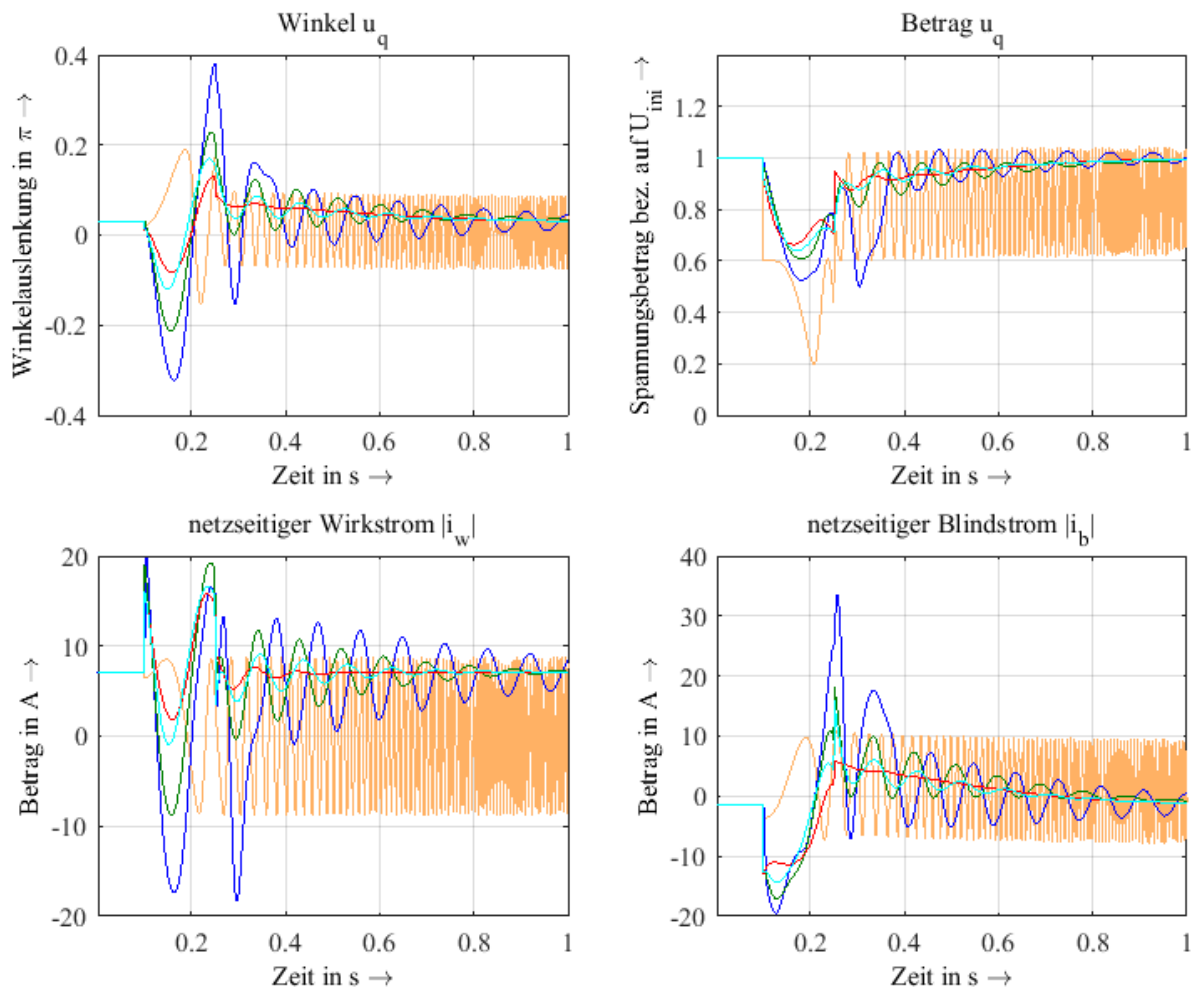
Durch die stärkere Beteiligung der Netzströme am Eigenwert, bilden auch die Modelle mit konstanten Spannungen nun Dämpfungswert ab (Abbildung 69). Diese enthalten aber nicht die Wirkung der Dämpferwicklungen und sind somit nicht aussagekräftig.



**Abbildung 69:** Auswirkung der Modellordnung (blau=sub-konst-RL, grün=sub-konst-RLq, türkis=tra-konst-RLq, rot=tram-konst-RLq und orange=sta-konst-RLq) auf die Eigenwerte im Höchstspannungsnetz (MS) bei der Annahme von konstanten Quellenspannungen

## Niederspannungsnetz

Im Niederspannungsnetz zeigt sich eine deutlich stärkere Ausprägung des Back-Swing-Effektes während des Netzfehlers. Das damit eingehende Zurückfallen des Winkels der Quellenspannung, wird in diesem Szenario auch bis zum Fehlerende nicht ausgeglichen (Abbildung 70). Die klassische Beschuldigung des Rotors während der Fehlerdauer tritt in diesem Fall nicht auf. Dieser Effekt wird durch die vereinfachten Modelle nur unzureichend abgebildet. Das Blindstromverhalten und die Wirkung auf die Spannung wird dagegen durch alle Modelle, bis auf das stationäre Modell, gut abgebildet.



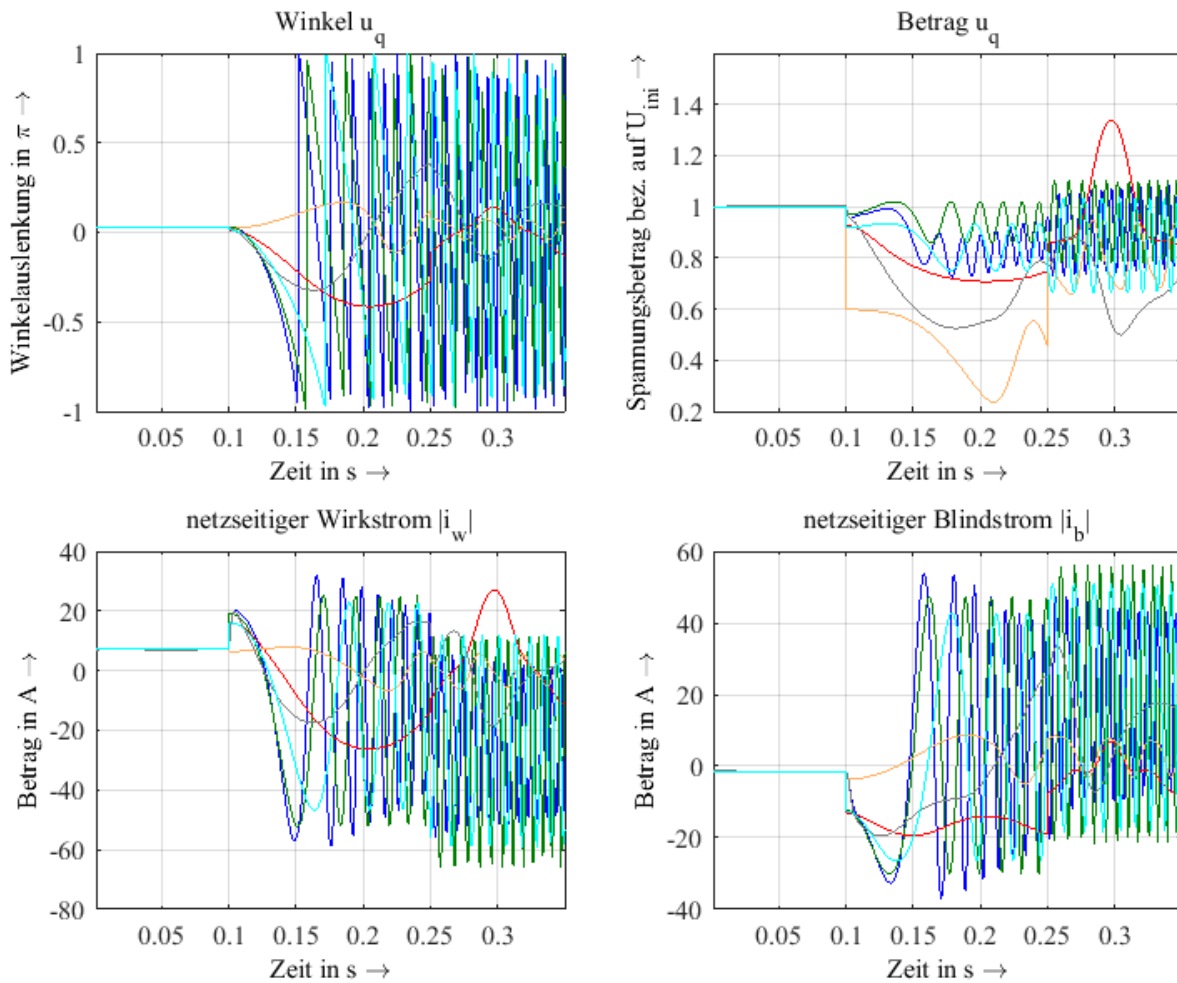
**Abbildung 70:** Auswirkung der Maschinenmodelle (blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq und orange=sta-RLq) auf einen Ausgleichsvorgang im Niederspannungsnetz (NS)

Die Modelle mit konstanten inneren Spannungsquellen können das Verhalten während des Kurzschlusses entsprechend Abbildung 71 auch qualitativ nicht mehr korrekt abbilden. Das modifizierte transiente Modell zeichnet sich nur dadurch aus, dass es nicht zu einer simulierten Instabilität führt und während dem Kurzschluss qualitativ in die korrekte Richtung wirksam wird.

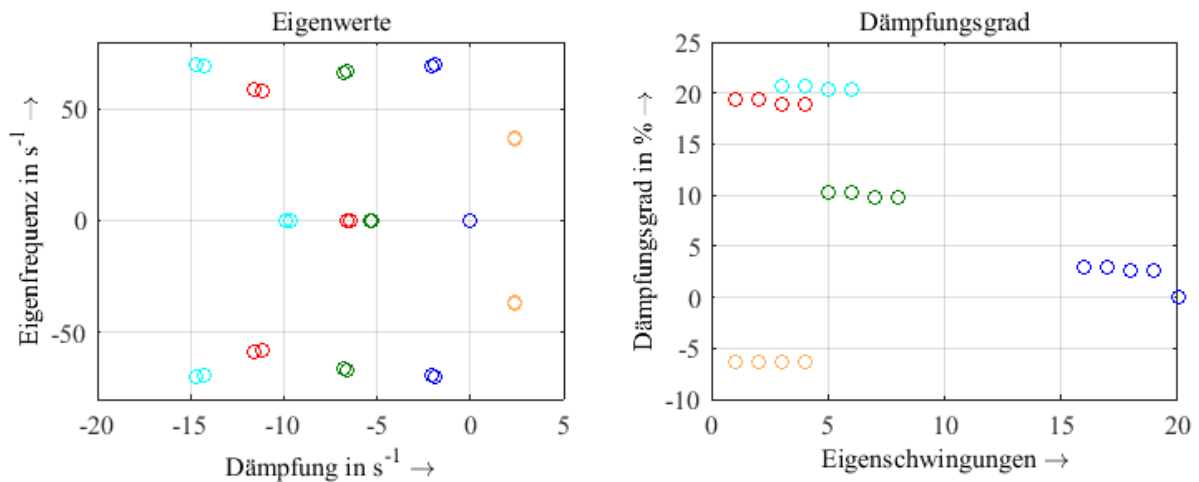
Die bereits beobachtete Differenz der Dämpfung der Eigenwerte wird im Niederspannungsnetz deutlich größer (vgl. Abbildung 72). Außerdem sinkt die ermittelte Dämpfung der Eigenschwingungen mit höherer Modellgenauigkeit erheblich. Im Gegensatz zum Mittelspannungsnetz wird die Dämpfung durch die reduzierten Modelle also deutlich überschätzt. Dies ist auf eine Überschätzung der Realteile der Eigenwerte bei den vereinfachten Modellen zurückzuführen. Der Dämpfungsgrad des vollständigen Modells für Maschine und Netz liegt dabei im betrachteten Szenario unter der Grenze von 5 %. Diese zu starke Dämpfung



zeigt sich auch in den Modellen mit konstanter Spannung. Daraus lässt sich ableiten, dass die vereinfachten Modelle die zu hohe Dämpfung auf Basis einer falsch modellierten Interaktion mit dem Netz generieren.



**Abbildung 71:** Auswirkung der Maschinenmodelle mit konstanter innerer Spannungsquelle (blau=sub-konst-RL, grün=sub-konst-RLq, türkis=tra-konst-RLq, rot=tram-konst-RLq und orange=sta-konst-RLq) auf einen Ausgleichvorgang im Niederspannungsnetz (NS)



**Abbildung 72:** Auswirkung der Modellordnung (blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq und orange=sta-RLq) auf die Eigenwerte im Niederspannungsnetz (NS)

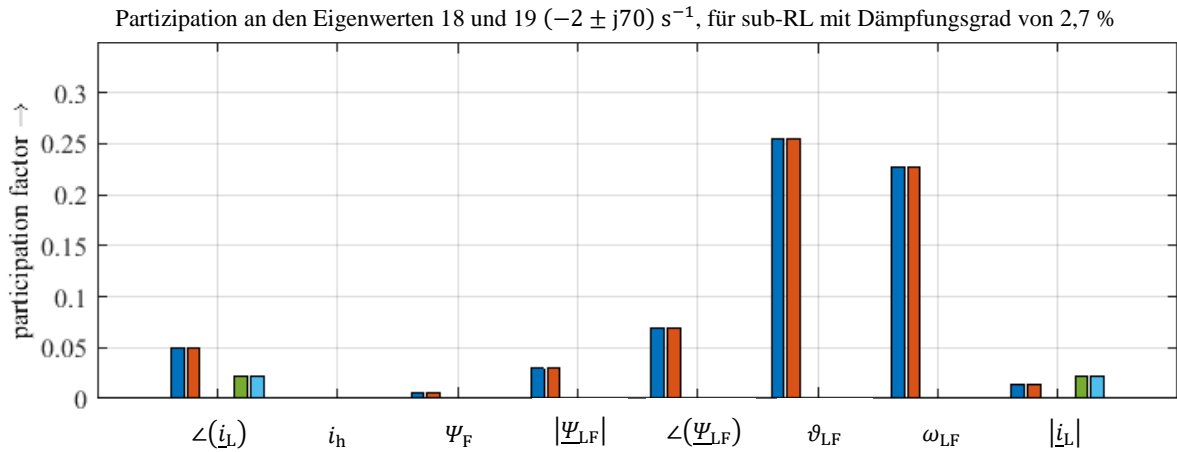
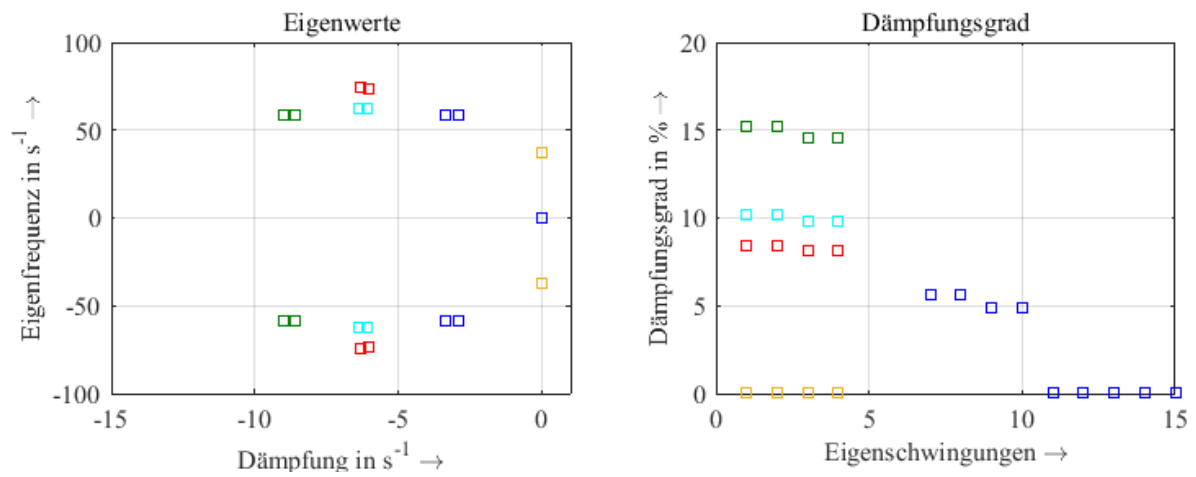


Abbildung 73: Partizipationsfaktoren in der Beispielanordnung mit Synchronmaschinen für das Niederspannungsnetz (NS)



Partizipation an den Eigenwerten 9 und 10 ( $-3 \pm j59$ )  $s^{-1}$ , für sub-konst-RL mit Dämpfungsgrad von 4,9 %

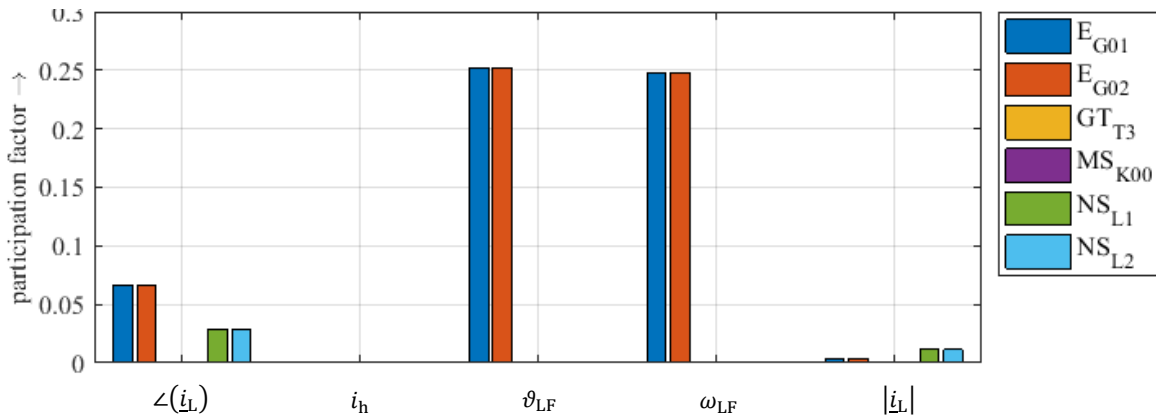
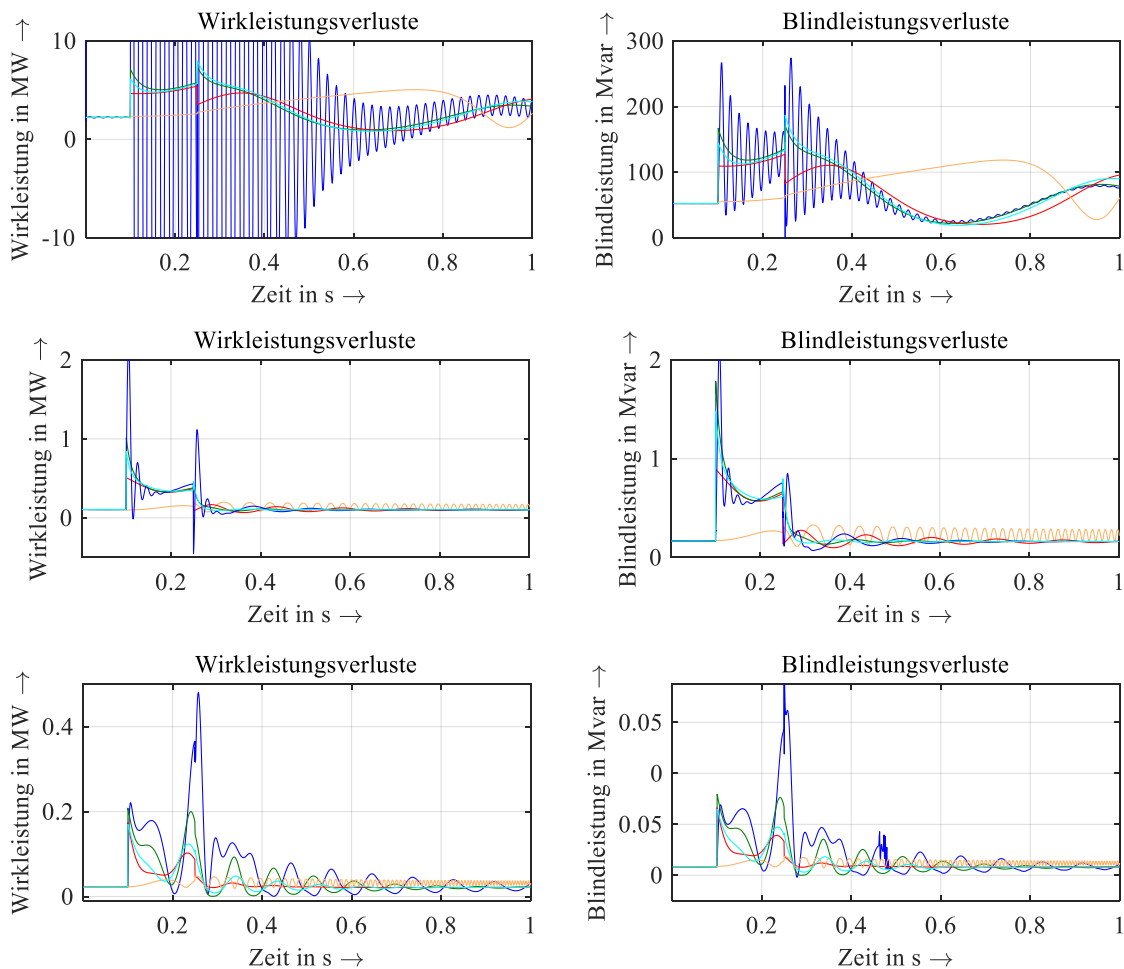


Abbildung 74: Auswirkung der Modellordnung (blau=sub-konst-RL, grün=sub-konst-RLq, türkis=tra-konst-RLq, rot=tram-konst-RLq und orange=sta-konst-RLq) auf die Eigenwerte im Höchstspannungsnetz (NS) bei der Annahme von konstanten Quellenspannungen

### Kurzzusammenfassung

Die Wahl der Modellordnung für die Abbildung der Synchrongeneratoren muss mit sinkender Spannungsebene zugunsten einer höheren Ordnung ausfallen, um das Wirkleistungsverhalten und die Schwingungsanfälligkeit der Generatoren korrekt abzubilden. Im Niederspannungsnetz ergeben allein durch Annahmen quasistationärer Netzströme relevante aber ggf. vertretbare Unterschiede im Klemmenverhalten. Die Analyse der transienten Stabilität, im Sinne einer first-swing-analysis<sup>10</sup>, auf Basis von Ersatzschaltungen mit konstanter Spannungsquelle ist für die Modelle mit transientser Spannung in grober Näherung auch für das Verteilungsnetz zulässig. Während die Einspeisung von Blindströmen relativ gut abgebildet wird, gibt es deutliche modellabhängige Unterschiede beim Wirkstromverhalten. Hier ist vor allem die Abbildung des back-swing-Effektes kritisch. Dieser wird mit höherer Modellierung stärker abgebildet und kann im Niederspannungsnetz dazu führen, dass die Maschinen effektiv sogar abgebremst werden. Zurückzuführen ist dies auf den Wirkleistungsbedarf der Leitungen beim Führen des Kurzschlussstroms (vgl. Abbildung 75), welche zumindest in Teilen aus den Schwungmassen der Generatoren gedeckt werden.



**Abbildung 75:** Geringere Übertragungsverluste für reduzierte Modellordnungen der Synchrongeneratoren (blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq und orange=sta-RLq) im HS-Netz (oben), MS-Netz (Mitte) und NS-Netz (unten)

Die besten Ergebnisse bei konstanter Spannung liefert im Gegensatz zum Höchstspannungsnetz das modifizierte transiente Modell, welches zusätzlich eine eingeschwingene Flussverkettung

<sup>10</sup>Eine first-swing-analysis bewertet ausschließlich die transiente Stabilität während des Kurzschlusses und unmittelbar nach der Fehlerklärung.

in der q-Achse annimmt. Das ist auf die veränderte Maschinencharakteristik der kleineren Maschinen zurückzuführen.

Für die Betrachtung der statischen Stabilität ist stärker zwischen den Spannungsebenen zu unterscheiden. Schon auf der Hochspannungsebene kann das transiente Modell noch vertretbare Ergebnisse liefern. Im Mittelspannungsnetz muss das subtransiente Modell herangezogen werden und in der Niederspannung liefert auch dieses nur in Kombination mit einem transienten Netzmodell (RL) belastbare Ergebnisse, welche die beobachtete geringe Dämpfung tatsächlich abbilden. Die Annahme konstanter Spannungsquellen führt dazu, dass die dämpfende Wirkung der Dämpferwicklungen nicht abgebildet wird und ist daher nicht geeignet relevante Aussagen zu generieren. Grundsätzlich wäre es aber möglich, die Modelle um einen Dämpfungsterm zu ergänzen, der auf Basis der detaillierten Modellierung gewonnen wird. Die Grenze eines solchen Vorgehens ist aber spätestens im Niederspannungsnetz erreicht, weil hier die Dämpfung bereits durch die Annahme quasistationärer Netzströme deutlich überschätzt wird. Die Modelle mit konstanter innerer Spannungsquelle werden deshalb hinsichtlich der statischen Stabilität im Folgenden nicht weiter betrachtet.

Die qualitativen Ergebnisse sind in Tabelle 11 und Tabelle 12 für die transiente Stabilität und für die statische Stabilität zusammengetragen. Die Näherungen verlieren mit geringerer Spannungsebene zunehmend die Fähigkeit, die beobachteten Effekten abzubilden. Die nicht betrachteten Modellkombinationen werden in Abschnitt 7.3.4 behandelt.

**Tabelle 11:** Qualitative Bewertung der Synchronmaschinenmodelle für die transiente Stabilität

| Maschinenmodell  | Netzmodell |    |    |                      |    |    |
|--|------------|----|----|----------------------|----|----|
|  | RL         |    |    | RLq - quasistationär |    |    |
|  | HS         | MS | NS | HS                   | MS | NS |
| <b>sub</b> - subtransient                              | ++         | ++ | ++ | ++                   | +  | +  |
| <b>sub-konst</b> -<br>subtransient,<br>konst. Spannung | 0          | -- | -- | 0                    | -  | -- |
| <b>tra</b> – transient                                 |            |    |    | ++                   | +  | 0  |
| <b>tra-konst</b> -<br>transient,<br>konst. Spannung    |            |    |    | 0                    | 0  | -- |
| <b>tram</b> – transient                                |            |    |    | +                    | +  | 0  |
| <b>tram-konst</b> -<br>transient,<br>konst. Spannung   |            |    |    | +                    | +  | 0  |
| <b>sta</b> - stationär                                 |            |    |    | --                   | -- | -- |
| <b>sta-konst</b> -<br>stationär,<br>konst. Spannung    |            |    |    | --                   | -- | -- |

**Tabelle 12:** Qualitative Bewertung der Synchronmaschinenmodelle für die statische Stabilität

| Maschinenmodell  | Netzmodell |    |    |                      |    |    |
|--|------------|----|----|----------------------|----|----|
|  | RL         |    |    | RLq - quasistationär |    |    |
|  | HS         | MS | NS | HS                   | MS | NS |
| <b>sub</b> - subtransient                              | ++         | ++ | ++ | ++                   | ++ | 0  |
| <b>sub-konst</b> -<br>subtransient,<br>konst. Spannung | -          | -  | -  | -                    | -  | -  |
| <b>tra</b> – transient                                 |            |    |    | +                    | 0  | -  |
| <b>tra-konst</b> -<br>transient,<br>konst. Spannung    |            |    |    | -                    | -  | -  |
| <b>tram</b> – transient                                |            |    |    | 0                    | 0  | -  |
| <b>tram-konst</b> -<br>transient,<br>konst. Spannung   |            |    |    | -                    | -  | -  |
| <b>sta</b> - stationär                                 |            |    |    | --                   | -- | -- |
| <b>sta-konst</b> -<br>stationär,<br>konst. Spannung    |            |    |    | --                   | -- | -- |

### 7.3.3 Asynchronmaschine

Analog zur Synchronmaschine können auch bei der Asynchronmaschine Modelle verschiedener Ordnung unterschieden werden (vgl. Abschnitt 5.2). Die Modelle bilden folgende Zustandsgrößen ab:

- **tra-RL** – Modell mit transienter Spannung (Referenz)
- **tra-RLq** – Modell mit transienter Spannung und quasistationärem Netz
- **sta-RLq** – Modell mit eingeschwungenen Läuferflussverkettungen und quasistationärem Netz

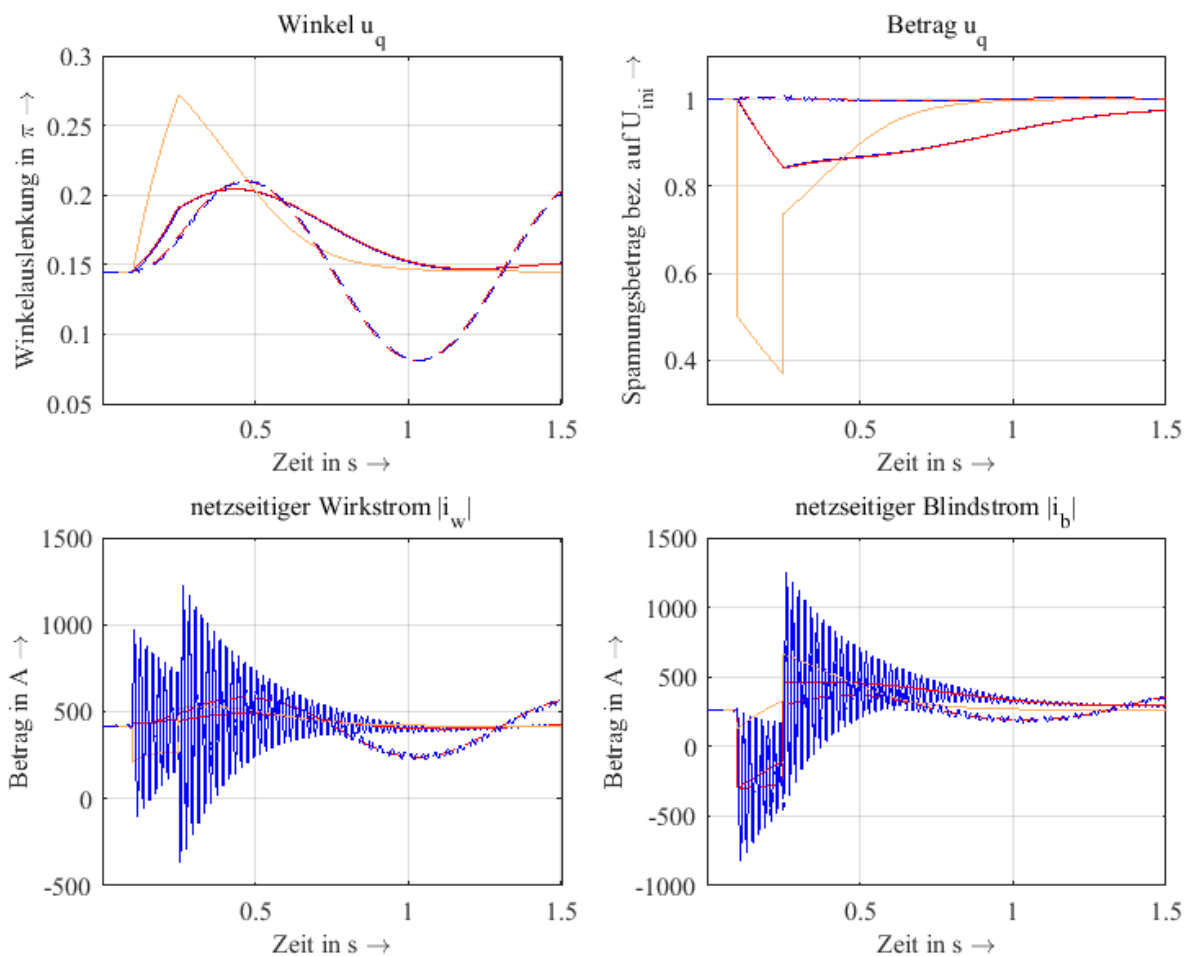
Zusätzlich wird die Annahme einer konstanten inneren Spannungsquelle für das transiente Modell (tra-konst-RLq) betrachtet und bewertet.

Analog zum Vergleich Synchrongeneratormodelle, werden die Verläufe der Quellenspannungen und der Ströme gegenüber dem vorgelagerten Netz dargestellt. Auch hier bricht in einem typischen Kurzschluss die Wirkleistungsabgabe ein, was zu einer Beschleunigung des Läufers führt. Außerdem werden die magnetischen Flussverkettungen abgebaut, und der Betrag der Quellenspannung und mit ihr der Kurzschlussstrom sinken. Unmittelbar nach der Fehlerklärung tritt der entgegengesetzte Effekt ein.

## Hochspannungsnetz

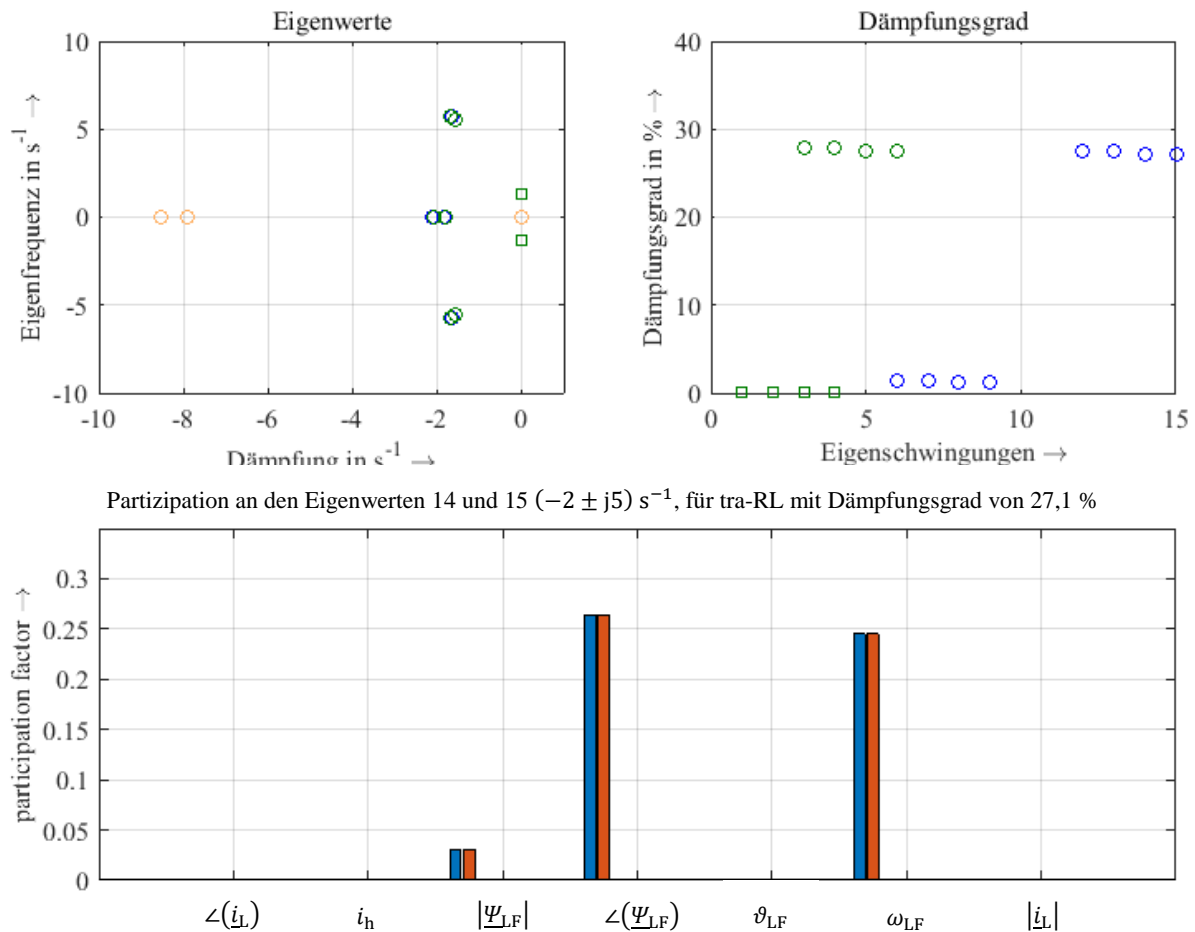
Die Parameteridentifikation entsprechend Abschnitt 5.2.6 für das Hochspannungsszenario ist auf den zugrundeliegenden Daten nicht zuverlässig möglich. Das resultierende Modell ist in der gewählten Konfiguration nur mit halber Bemessungsleistung stabil. Für einen qualitativen Vergleich sollen die Modelle in diesem Arbeitspunkt gegenübergestellt werden. In Abbildung 76 wird deutlich, dass das Modell mit quasistationären Strömen das Verhalten der Maschine trotz der Glättung der Ströme perfekt abbildet. Wie auch bei der Synchronmaschine tritt kein relevanter Back-Swing-Effekt auf.

Das transiente Modell mit konstanter Spannung liefert gute Ergebnisse, die in ihrer Qualität mit dem der Synchronmaschine vergleichbar sind. Das stationäre Modell ist auch hier ungeeignet, um das Schwingungsverhalten nach der Fehlerklärung korrekt zu beschreiben, liefert im Gegensatz zur Synchronmaschine aber stabile Ergebnisse.



**Abbildung 76:** Auswirkung der Maschinenmodelle (blau=tra-RL, rot=tra-RLq, orange=sta-RLq, gestrichelt=tra-konst-RLq) auf einen Ausgleichsvorgang im Hochspannungsnetz (HS)

Die Eigenwerte und deren Dämpfung können im Hochspannungsnetz durch die Annahme quasistationärer Ströme und Spannungen ebenfalls sehr gut abgebildet werden (vgl. Abbildung 79). Das Modell mit konstanter transienter Spannung unterschätzt neben der Dämpfung zusätzlich die Eigenfrequenz deutlich. Das stationäre Modell ist nicht geeignet um das Schwingungsverhalten abzubilden.

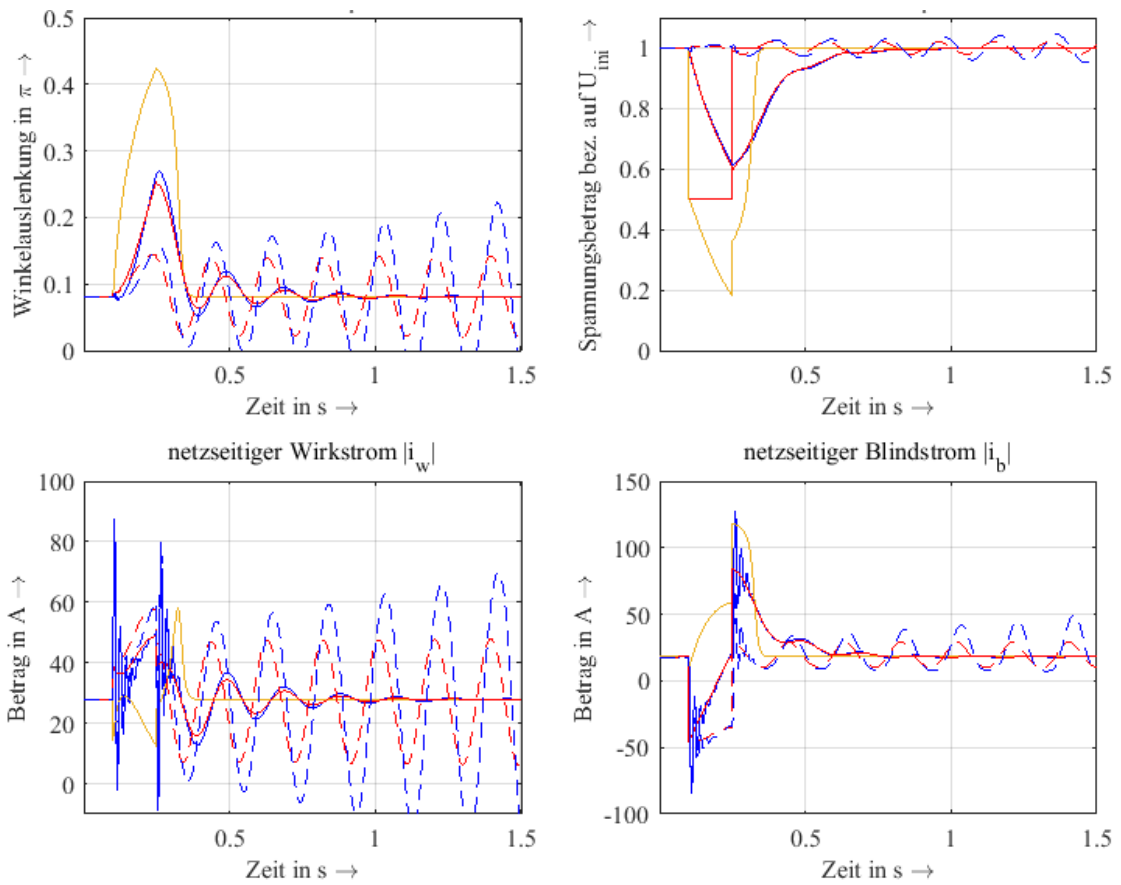


**Abbildung 77:** Auswirkung der Modellordnung (blau=tra-RL, grün=tra-RLq, orange=sta-RLq, Quadrate=tra-konst-RLq) auf die Eigenwerte im Hochspannungsnetz (HS)

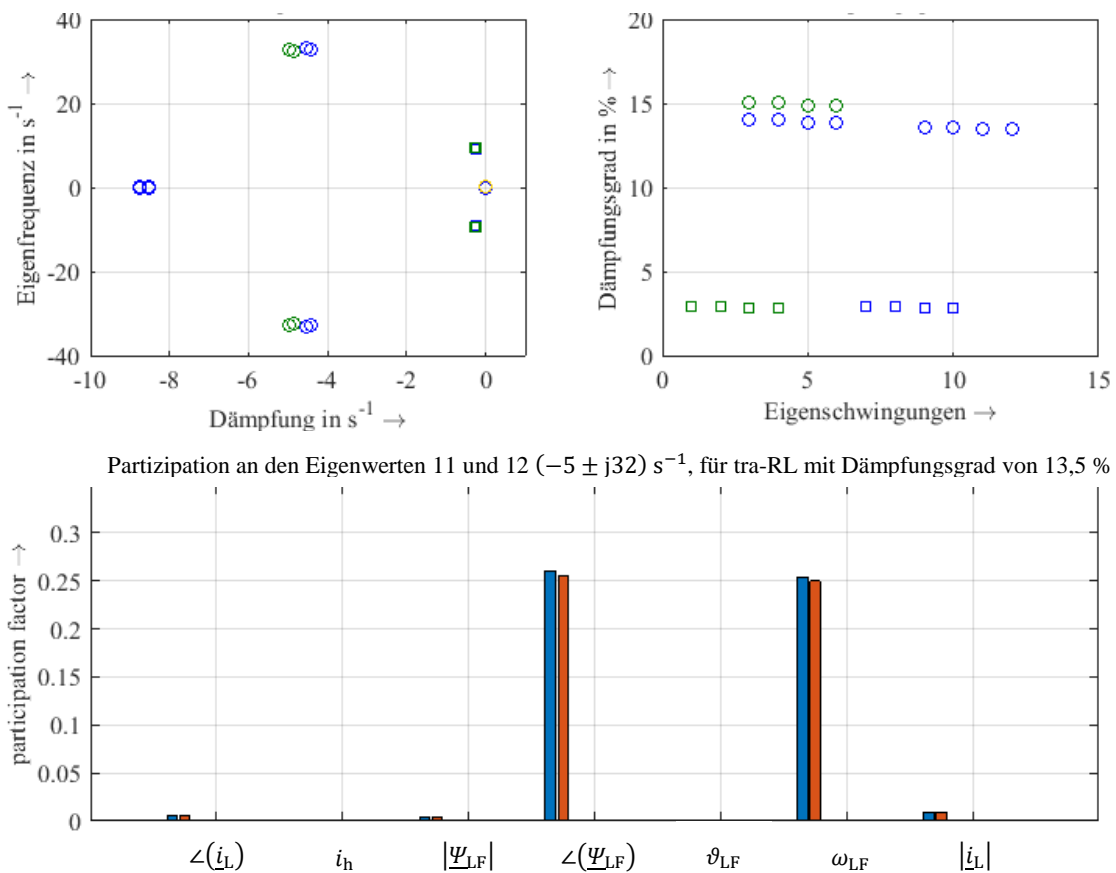
### Mittelspannungsnetz

In Abbildung 78 wird deutlich, dass auch bei der Asynchronmaschine ein Back-Swing-Effekt auftreten kann. Dieser wird durch das Modell mit quasistationären Strömen zwar nicht abgebildet, die Näherung ist aber trotzdem ausreichend gut. Das Modell mit konstanter transienter Spannung liefert nur noch Ergebnisse, die grob das qualitative Verhalten während des Fehlers abbilden.

Bei der Analyse der statischen Stabilität führt die Berücksichtigung der Ströme als Zustandsgrößen im vollständigen Modell zu einer geringeren Dämpfung der schwingungsfähigen Eigenwerte (Abbildung 79). Diese Eigenfrequenzen konnten auch in den Simulationen zur transienten Stabilität beobachtet werden.



**Abbildung 78:** Auswirkung der Maschinenmodelle (blau=tra-RL, rot=tra-RLq, orange=sta-RLq, gestrichelt=konst) auf einen Ausgleichsvorgang im Mittelspannungsnetz (MS)

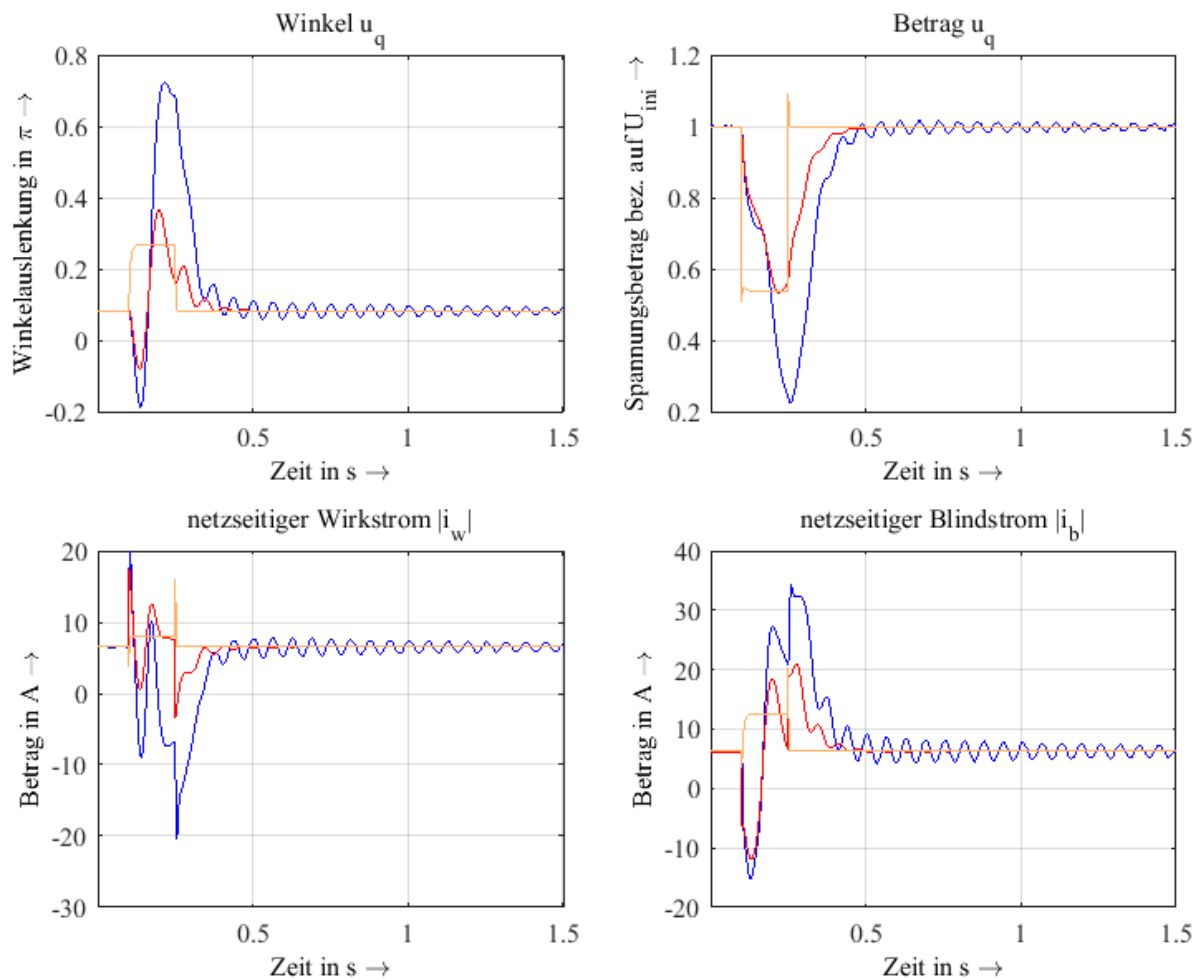


**Abbildung 79:** Auswirkung der Modellordnung (blau=tra-RL, grün=tra-RLq und orange=sta-RLq) auf die Eigenwerte im Mittelspannungsnetz (MS)



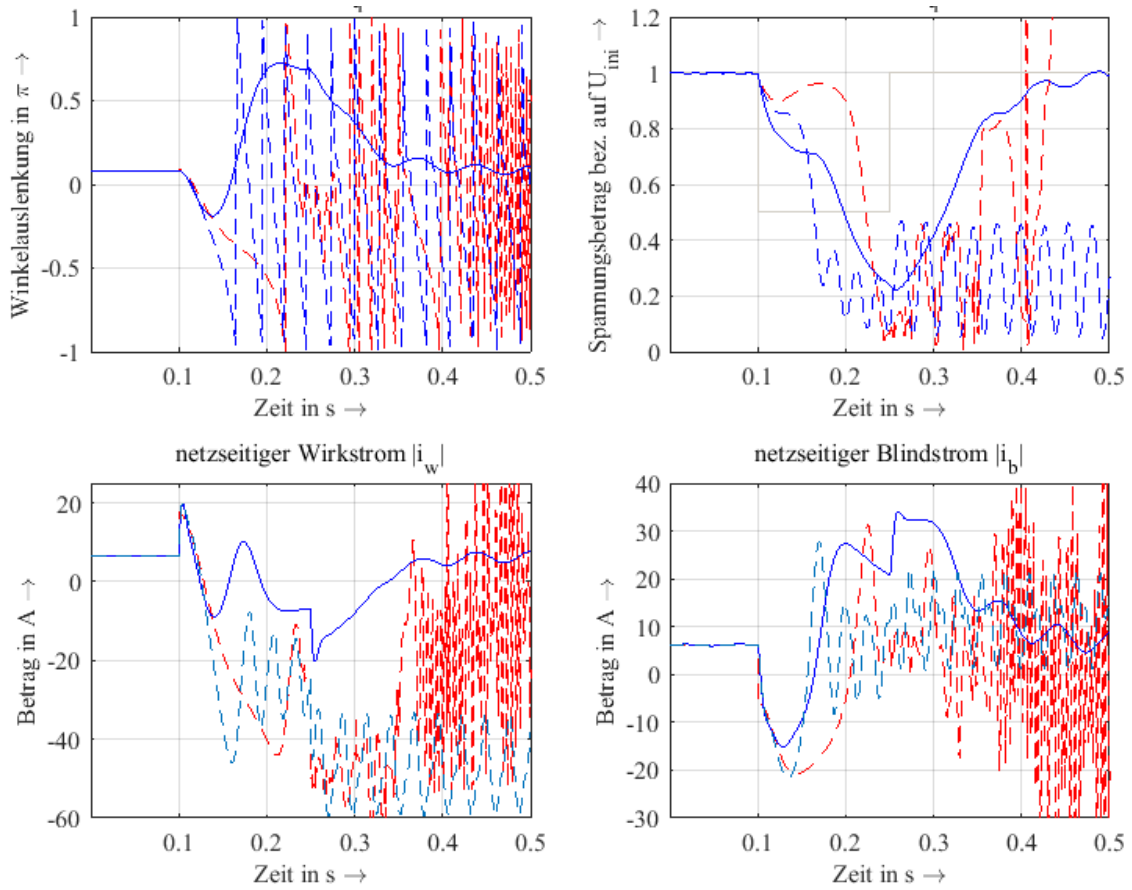
## Niederspannungsnetz

Die auffällig schwache Dämpfung des Schwingungsvorgangs im Niederspannungsszenario (Abbildung 80) wird nur durch das vollständige Modell mit Zustandsgrößen im äußeren Gleichungssystem abgebildet und muss folglich auf die Wirkung der Ständerwicklungen als elektromagnetischer Speicher zurückzuführen sein. Für das Modell mit quasistationären Netzzustandsgrößen resultieren relativ große Abweichungen im Wirkstromaustausch mit dem vorgelagerten Netz und auch im Blindstromaustausch nach der Fehlerklärung. In der detaillierten Modellierung bricht die innere Spannung sehr tief ein und der Winkel wird sehr stark ausgelenkt. Das führt über einen relativ großen Zeitraum zum motorischen Verhalten der Maschine (negativer Wirkstrom) und deutlich erhöhtem Blindstrombezug nach der Fehlerklärung. Das Modell mit konstanter transientser Spannung kann das Verhalten der Maschine nicht korrekt abbilden (Abbildung 81).

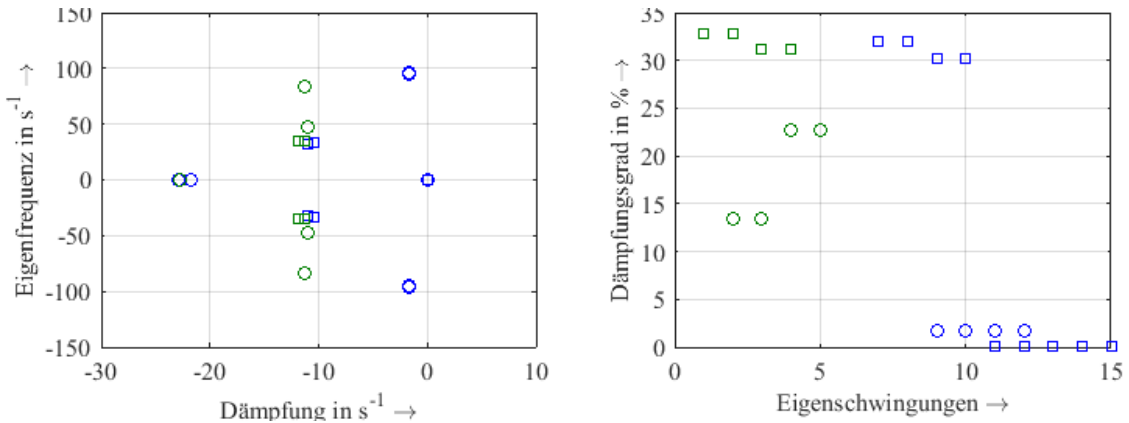


**Abbildung 80:** Auswirkung der Maschinenmodelle (blau=tra-RL, grün=tra-RLq und orange=sta-RLq) auf einen Ausgleichsvorgang im Niederspannungsnetz (NS)

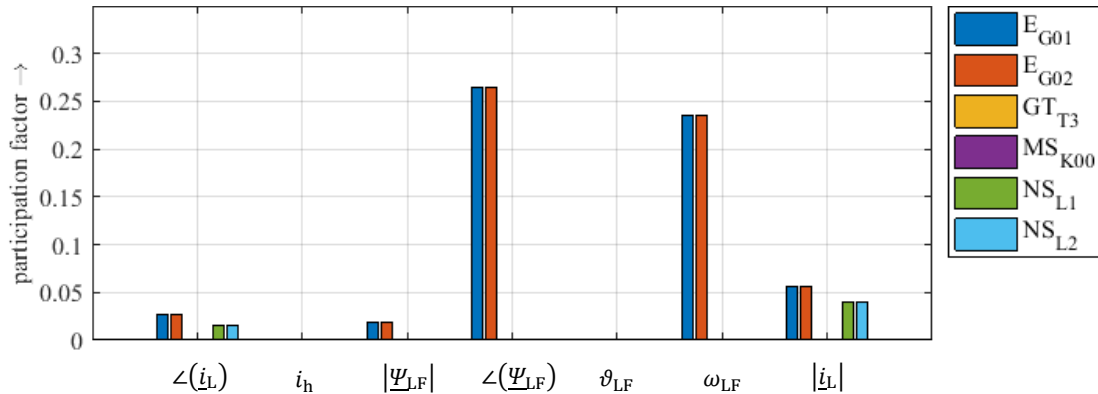
Die in Abbildung 80 beobachtete schlecht gedämpfte Schwingung wird durch die geringere Dämpfung der schwingungsfähigen Eigenwerte in Abbildung 82 bestätigt. Der Effekt ist im Niederspannungsszenario stark ausgeprägt. Der Dämpfungsgrad sinkt hier auf einen kritischen Wert von 1,7 %. Dieser Effekt wird ausschließlich durch das Modell mit transienten Netzzustandsgrößen (tra-RL) abgebildet, während alle anderen Modelle eine deutliche Dämpfung von größer 10 % ermitteln.



**Abbildung 81:** Auswirkung der Maschinenmodelle (blau=tra-RL, rot=tra-RLq, gestrichelt=konst) auf einen Ausgleichvorgang im Niederspannungsnetz (NS)



1) Partizipation an den Eigenwerten 11 und 12  $(-2 \pm j95) s^{-1}$ , für tra-RL mit Dämpfungsgrad von 1,7 %



**Abbildung 82:** Auswirkung der Modellordnung (blau=tra-RL, grün=tra-RLq und orange=sta-RLq) auf die Eigenwerte im Niederspannungsnetz (NS)

### Kurzzusammenfassung

Während das transiente Modell das Verhalten der Asynchronmaschine am Hoch- und Mittelspannungsnetz gut abbilden kann, ist dies im Niederspannungsszenario nicht mehr der Fall. Hinsichtlich der transienten Stabilität wird der grenzstabile Betrieb hier nur unter Berücksichtigung der verlagerten Kurzschlussströme abgebildet (tra-RL). Diese führen zu einem aufgeprägten Back-Swing-Effekts. Auch die grenzstabile Dämpfung der Eigenwerte wird nur unter Berücksichtigung der Ströme als Zustandsgrößen identifiziert.

Die Näherungen für die Maschinenmodelle verlieren im Niederspannungsszenario die Fähigkeit, die beobachteten Effekten quantitativ abzubilden, dabei wird die Stabilität überschätzt. Die qualitativen Ergebnisse sind in Tabelle 13 und Tabelle 14 für die transiente Stabilität und für die statische Stabilität zusammengetragen.

**Tabelle 13:** Qualitative Bewertung der Asynchronmaschinenmodelle für die transiente Stabilität

| Maschinenmodell                                 | Netzmodell |    |    |                      |    |    |
|---|------------|----|----|----------------------|----|----|
|   | RL         |    |    | RLq - quasistationär |    |    |
|   | HS         | MS | NS | HS                   | MS | NS |
| tra - transient                                 | ++         | ++ | ++ | ++                   | ++ | 0  |
| tra-konst<br>-<br>transient, konst.<br>Spannung |            |    |    | 0                    | 0  | -- |
| sta - stationär                                 |            |    |    | -                    | -- | -- |

**Tabelle 14:** Qualitative Bewertung der Asynchronmaschinenmodelle für die statische Stabilität

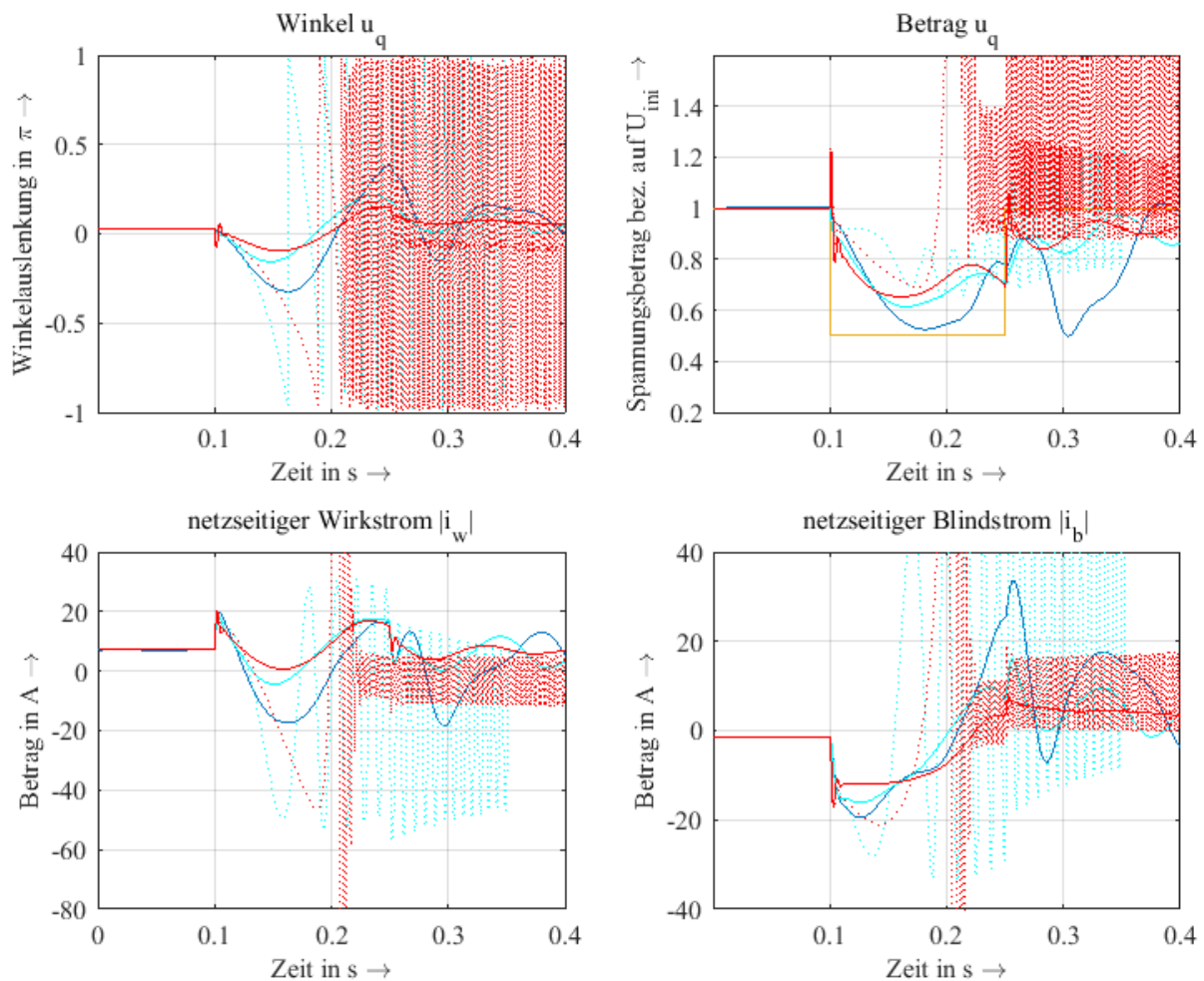
| Maschinenmodell                                 | Netzmodell |    |    |                      |    |    |
|---|------------|----|----|----------------------|----|----|
|   | RL         |    |    | RLq - quasistationär |    |    |
|   | HS         | MS | NS | HS                   | MS | NS |
| tra - transient                                 | ++         | ++ | ++ | ++                   | ++ | 0  |
| tra-konst<br>-<br>transient, konst.<br>Spannung |            |    |    | --                   | -- | -- |
| sta - stationär                                 |            |    |    | --                   | -- | -- |

### 7.3.4 Maschinenmodelle bei elektromagnetischer Netzmodellierung

Grundsätzlich bieten die entwickelten Modelle die Möglichkeit, die reduzierten Maschinenmodelle in Kombination mit einer elektromagnetischen Netzmodellierung (Ströme und Spannungen als Zustandsgrößen) zu simulieren. Die quasistationär erhöhte Induktivität der Maschine  $L' = L'' + \Delta L$  wirkt bewirken dann einen drehzahlabhängigen Spannungsfall in der folgenden Form (vgl. Gleichung (4.7)).

$$\dot{\underline{i}}_L = -\omega_0 \underline{G}_L \left( (\underline{R}_L + \omega_{LF} \mathbf{J} \Delta L) \underline{i}_L + \underline{u}'_{qL} - \underline{u}_L \right) \quad (7.11)$$

Dieser Ansatz nimmt an, dass die eingeschwungene Wirkung einer vergleichsweise langsamen Zustandsgröße (der Läuferflussverkettungen) als proportionaler Faktor zur Wirkung einer schnell veränderlichen Größe (den Ständerströmen) verwendet wird. Es ist zu erwarten, dass dadurch relevante Interaktionen zwischen Maschine und Netz nicht abgebildet werden. Am Beispiel der Synchronmaschine im Niederspannungsnetz bestätigt sich diese Einschätzung (Abbildung 83 im Vergleich zu Abbildung 70). Die Modelle mit konstanter Spannungsquelle bilden ein instabiles Verhalten ab und die Modelle mit variabler Spannung liefern keine genaueren Ergebnisse als in Kombination mit einer quasistationären Netzmodellierung. In der Folge sollte zunächst eine quasistationäre Netzmodellierung erfolgen, bevor vereinfachte Maschinenmodelle zur Anwendung kommen.



**Abbildung 83:** Auswirkung der Maschinenmodelle mit transienter Spannungsquelle (blau=sub-RL, türkis=tra-RL bzw. tra-konst-RL, rot=tram-konst-RL bzw. tram-RL) auf einen Ausgleichvorgang im Niederspannungsnetz (NS)

## 7.4 Sensitivitätsanalyse

In diesem Abschnitt sollen die Modelle anhand von Variationen der Testnetze verglichen werden. Ziel ist es dabei, in den vorherigen Abschnitten als geeignet identifizierte Modellierungen auf ihre Robustheit zu prüfen. Dafür wird zum einen die Impedanz des Netzes variiert und zum anderen der Arbeitspunkt der Erzeugungsanlage. Die stationären Maschinenmodelle werden nicht weiter betrachtet, da sie sich für die Untersuchung der transienten Stabilität bereits als ungeeignet erwiesen haben. Für die statische Stabilität werden die Modelle mit konstanter Spannung, aufgrund der fehlenden Abbildung der Dämpfung, nicht weiter betrachtet. Außerdem werden die Untersuchungen im Folgenden auf das Mittel- und Niederspannungsszenario fokussiert. Als grundsätzlich geeignet werden die folgenden Modelle betrachtet.

Synchronmaschinenmodelle:

- **sub-RL** – Modell mit subtransienter Spannung (blau, Referenz)
- **sub-RLq** – Modell mit subtransienter Spannung und quasistationärem Netz (grün)
- **tra-RLq** - Modell mit transienter Spannung und quasistationärem Netz (türkis)
- **tra-konst-RLq** - Modell mit transienter Spannung und quasistationärem Netz (türkis-gestrichelt)
- **tram-RLq** – Modifiziertes Modell mit transienter Spannung und quasistationärem Netz (rot)
  - **tram-konst-RLq** – Modifiziertes Modell mit transienter Spannung und quasistationärem Netz (rot-gestrichelt)

Asynchronmaschinenmodelle:

- **tra-RL** – vollständiges Asynchronmaschinenmodell (blau, Referenz)
- **tra-RLq** - Asynchronmaschinenmodell und quasistationärem Netz (grün)

Zur Bewertung der transienten Stabilität werden die Ergebnisse in zusammenfassenden Grafiken dargestellt. Für ein quantitatives Maß der Maschinenstabilität werden die maximal erreichten Schwingungsamplituden der Winkel der Quellenspannungen über dem betrachteten Parameter abgebildet. Diese beschreiben qualitativ die Auslenkung des Polradwinkels der Synchronmaschinen ab (vgl. Abschnitt 7.2) und liefern vergleichbare Informationen für die Asynchronmaschinenmodelle.

Zur Bewertung der statischen Stabilität werden die minimalen Dämpfungsgrade der schwingungsfähigen Eigenwerte als Indikator verwendet. Abweichungen vom vollständigen Modell (subtransient) geben Aufschluss über die Anwendbarkeit der Modelle bei abweichenden Rahmenbedingungen.

### 7.4.1 Übertragungssystem - Länge der Anschlussleitung

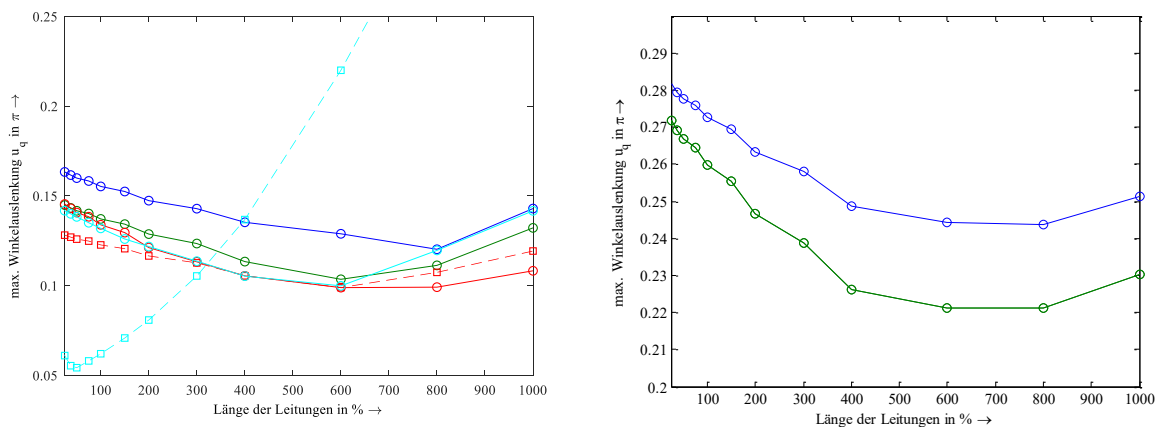
Die Impedanzen im Netz haben einen erheblichen Einfluss auf die Ausgleichsvorgänge. Große Impedanzen können bei hohen Leitungslängen und in wenig vermaschten Netzen, also vor allem in ländlichen Netzen, auftreten. Durch die reduzierte elektrische Kopplung sollten sich Störungen im vorgelagerten weniger auf die Maschinen auswirken. Auf der anderen Seite sinkt mit der Leitungslänge auch die Kurzschlussleistung am Netzanschlusspunkt, wodurch auch die synchronisierende Leistung kleiner ausfällt.

#### Mittelspannungsnetz

Im Mittelspannungsnetz verbessert sich die transiente Stabilität bei steigenden Impedanzen zwischen Generator und Netzanschluss zunächst. Dabei sinken die maximalen Spannungswinkel während der Ausgleichsvorgänge ab. Das widerspricht dem klassischen

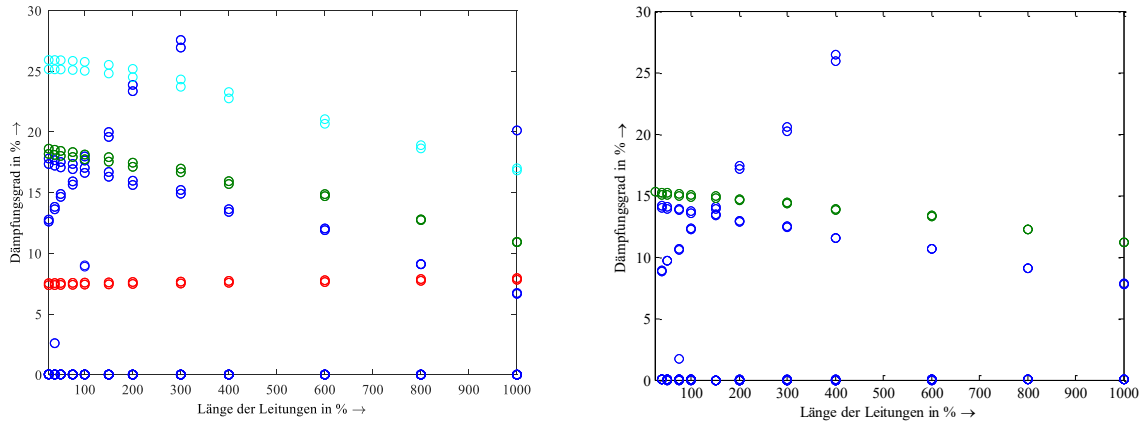
Einmaschinenproblem (vgl. Abschnitt 2.4.1), wo aber ein klemmennaher Kurzschluss angesetzt wird. Der Unterschied ist durch eine größere elektrische Entfernung der Generatoren vom Fehlerort begründet. Durch die größere ohmsch-induktive Impedanz bricht die Klemmenspannung weniger stark ein und der Generator kann auch während des Kurzschlusses Wirkleistung abgeben. Für größere Leitungslängen nimmt die Stabilität wieder ab. Dies ist durch das verringerte synchronisierende Moment zu begründen. In Abbildung 84 wird die oben beschriebene Abhängigkeit der transienten Stabilität für das MS-Szenario mit Synchrongeneratoren und mit Asynchrongeneratoren darstellt. In beiden Fällen ist der beschriebene Effekt zu beobachten.

Die Abweichungen der Ergebnisse in Abhängigkeit von der Generatormodellierung sind nicht allzu groß. Ausnahme stellt das transiente Synchronmaschinenmodell mit konstanter Spannung dar (tra-RLq, gestrichelt). Die reduzierte Modelle können in diesem Fall aber nicht als worst-case-Abschätzung dienen, weil die ermittelten Auslenkungen der Winkel durchgehend zu gering berechnet werden.



**Abbildung 84:** Abhängigkeit des maximalen Spannungswinkels von der Leitungslänge bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq) und bei Asynchrongeneratoren (rechts: blau=tra.RL, grün=tra-RLq) im Mittelspannungsnetz (MS)

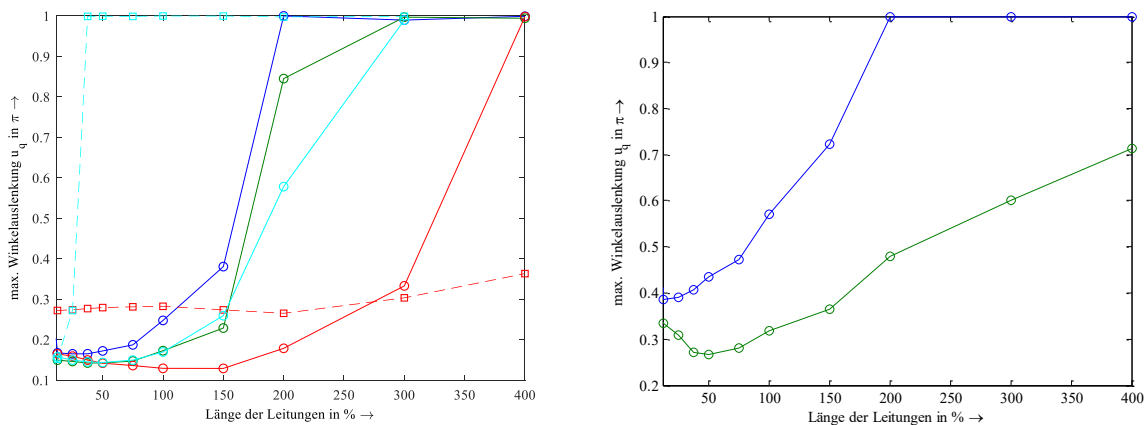
Die Impedanz am Anschlussknoten und damit auch die Kurzschlussleistung haben einen großen Effekt auf die statische Stabilität von Maschinen. Die Abhängigkeit von der Leitungslänge wird bei der Annahme quasistationärer Netzströme gut abgebildet (Abbildung 85). Der Fehler bezüglich des ermittelten Dämpfungsgrades steigt aber mit zunehmender Leitungslänge. Dabei liefert das quasistationäre Modell höhere Dämpfungswerte, so dass es nicht als worst-case-Abschätzung verwendet werden kann. Die transienten Modelle der Synchronmaschine können die Veränderung der Dämpfungsgrade nicht vollständig abbilden. Während das klassische Modell eine zu hohe Dämpfung modelliert, ist diese beim modifizierten Modell durchgehend zu niedrig und bildet die Abhängigkeit von der Leitungslänge nicht ab.



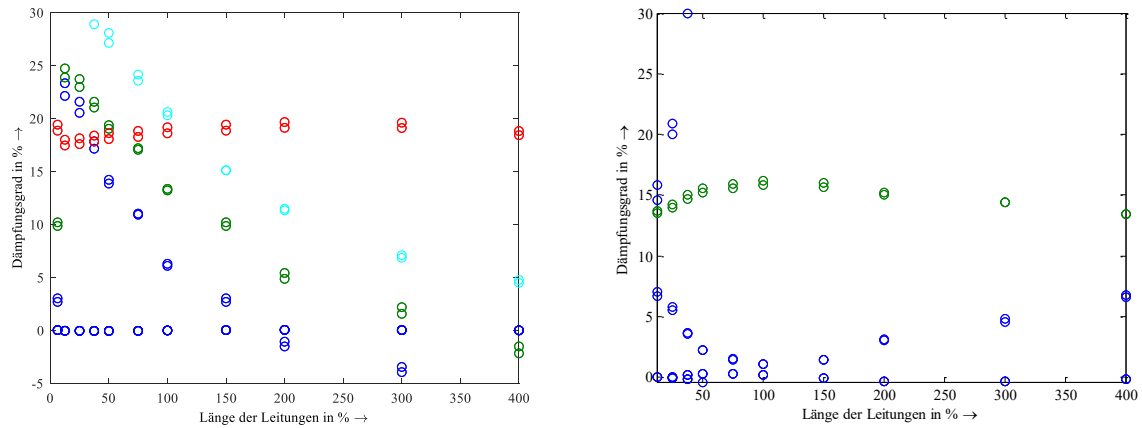
**Abbildung 85:** Abhängigkeit des Dämpfungsgrades von der Leitungslänge bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, rot=tra-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra.RL, grün=tra-RLq) im Mittelspannungsnetz (MS)

### Niederspannungsnetz

Die im Mittelspannungsnetz für den Synchrongenerator getroffenen Aussagen gelten im Wesentlichen auch für das Niederspannungsnetz. Abweichend lässt sich feststellen, dass nun auch bezüglich der transienten Stabilität kein Modell mit konstanter Quellenspannung die relevanten Abhängigkeiten mehr abbilden kann (vgl. Abbildung 86). Das transiente Modell bildet die schnelle Verschlechterung der transienten Stabilität bei zunehmender Leitungslänge relativ gut ab. Die Stabilität der Asynchronmaschine im Niederspannungsnetz wird durch die Annahme quasistationärer Ströme und Spannungen erheblich unterschätzt, so dass dieses bezüglich der transienten Stabilität nur für sehr kurze Leitungslängen bzw. ein relativ großes Verhältnis von Kurzschlussleistung zur Maschinenleistung verwendet werden kann. Für die statische Stabilität können hier auch aus dem Modell mit quasistationären Netzzustandsgrößen keine qualitativen Aussagen mehr abgeleitet werden (Abbildung 87).



**Abbildung 86:** Abhängigkeit des maximalen Spannungswinkels von der Leitungslänge bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, Rot= tram-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra.RL, grün=tra-RLq) im Niederspannungsnetz (NS)



**Abbildung 87:** Abhängigkeit des Dämpfungsgrades von der Leitungslänge bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra-RL, grün=tra-RLq) im Niederspannungsnetz (NS)

### Kurzzusammenfassung

Sowohl im Mittel- als auch im Niederspannungsszenario sinkt die transiente und die statische Stabilität mit steigenden Leitungslängen. Im Niederspannungsszenario werden die Effekte nur noch durch die vollständigen Modelle der Asynchronmaschine korrekt abgebildet. Das transiente Modell der Synchronmaschine, welches zumindest die transiente Stabilität im Mittelspannungsnetz noch qualitativ korrekt abgebildet hat, erscheint ebenfalls nicht mehr anwendbar. Eine qualitative Bewertung der Modell findet sich in Tabelle 15. Im Vergleich zu Abschnitt 7.3 werden die quasistationären Modelle der Maschinen etwas besser bewertet, da sie die qualitativen Abhängigkeit korrekt abbilden können.

**Tabelle 15:** Qualitative Eignung der Näherungen für die Maschinenmodelle zur Abbildung der beobachteten Effekte bei unterschiedlichen Leitungslängen

| Modellordnung     |                | MS-Netz               |                      | NS-Netz               |                      |
|-------------------|----------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
|                   |                | transiente Stabilität | statische Stabilität | transiente Stabilität | statische Stabilität |
| Synchronmaschine  | tra-konst-RLq  | -                     |                      | --                    |                      |
|                   | tra-RLq        | +                     | 0                    | +                     | +                    |
|                   | tram-konst-RLq | +                     |                      | --                    |                      |
|                   | tram-RLq       | +                     | 0                    | 0                     | --                   |
|                   | sub-RLq        | +                     | +                    | +                     | +                    |
|                   | sub-RL         | ++                    | ++                   | ++                    | ++                   |
| Asynchronmaschine | tra-RLq        | +                     | +                    | 0                     | -                    |
|                   | tra-RL         | ++                    | ++                   | ++                    | ++                   |

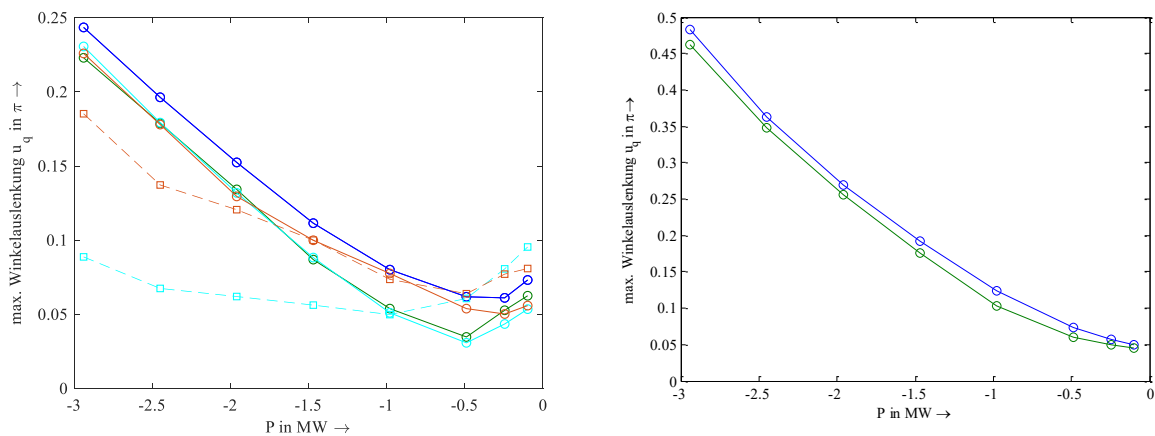


### 7.4.2 Erzeugungsanlagen - Wirkleistungsarbeitspunkt

Der Wirkleistungsarbeitspunkt der Erzeugungsanlagen hat wesentliche Auswirkungen auf deren transiente Stabilität. Durch eine geringere Einspeisung wird das Netz entlastet, dabei sinken der stationäre Polradwinkel gegenüber dem vorgelagerten Netz sowie die Wirk- und Blindleistungsverluste.

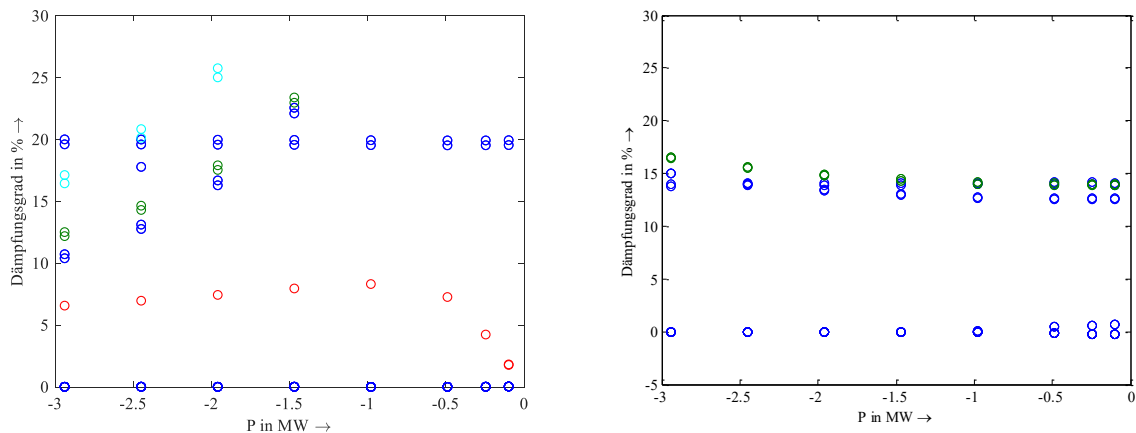
#### Mittelspannungsnetz

Im Mittelspannungsszenario ist ersichtlich, dass die maximalen Ausschläge der Spannungswinkel mit steigender Einspeisung ansteigen (Abbildung 88), was eine Reduktion der Stabilitätsreserve bedeutet. Dies ist wie im Höchstspannungsnetz auf die stärkere Beschleunigung des Rotors während des Kurzschlusses zurückzuführen. Dieser Effekt wird durch alle Näherungen, bis auf transiente Synchronmaschinenmodell mit konstanter Spannung, gut abgebildet.



**Abbildung 88:** Abhängigkeit des maximalen Spannungswinkels von der Wirkleistungseinspeisung bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra-RL, grün=tra-RLq) im Mittelspannungsnetz (MS)

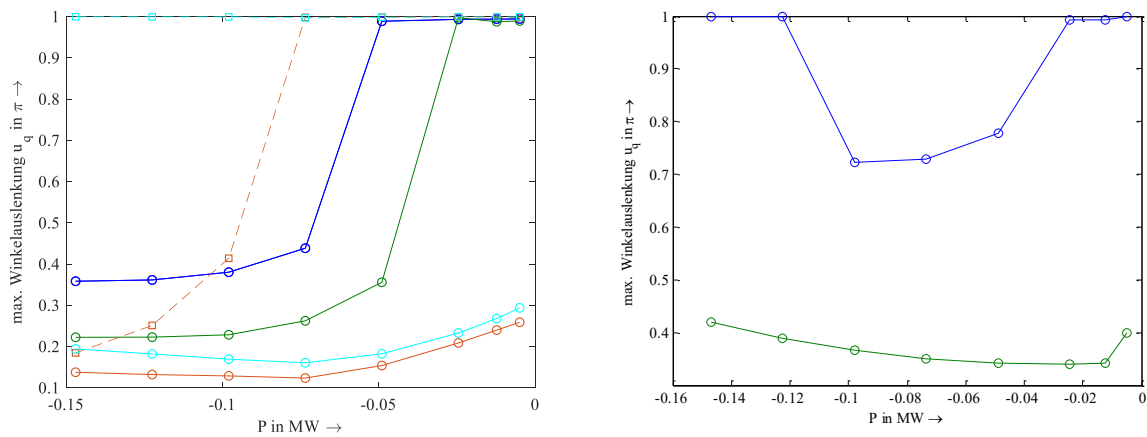
Eine hohe Auslastung des Generators hat vor allem bei der Synchronmaschine einen wesentlichen Einfluss auf die Dämpfung. Dieser Effekt wird nur durch das modifizierte transiente Modell mit konstanter Spannung nicht korrekt nachgebildet (Abbildung 89).



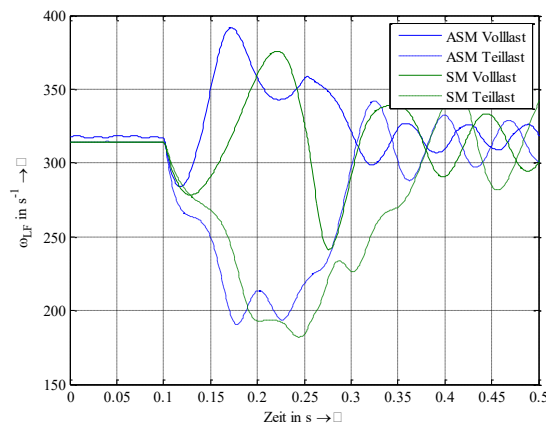
**Abbildung 89:** Abhängigkeit des Dämpfungsgrades von der Wirkleistungsbereitstellung bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra-RL, grün=tra-RLq) im Mittelspannungsnetz (MS)

## Niederspannungsnetz

Im Niederspannungsszenario wird ein anderer Effekt sichtbar, der zur transienten Instabilität bei geringer Wirkleistungseinspeisung führt (Abbildung 90). Hintergrund ist ein sehr stark ausgeprägter Back-Swing-Effekt, der aufgrund fehlender Wirkleistungseinspeisung nicht kompensiert werden kann und deshalb zum Durchschlüpfen der Maschinen führt (Abbildung 91). Aufgrund des anspruchsvollen Szenarios (relative geringe Kurzschlussleistung) ergibt sich für die Asynchronmaschine dadurch nur ein schmaler zulässiger Arbeitsbereich, weil die Maschine auch über ihrer Bemessungsleistung von 100 kW nach einem Kurzschluss instabil wird. Mit Ausnahme des Synchronmaschinenmodells mit quasistationären Netzströmen (sub-RLq), können die Näherungen diese Problematik nicht abbilden.

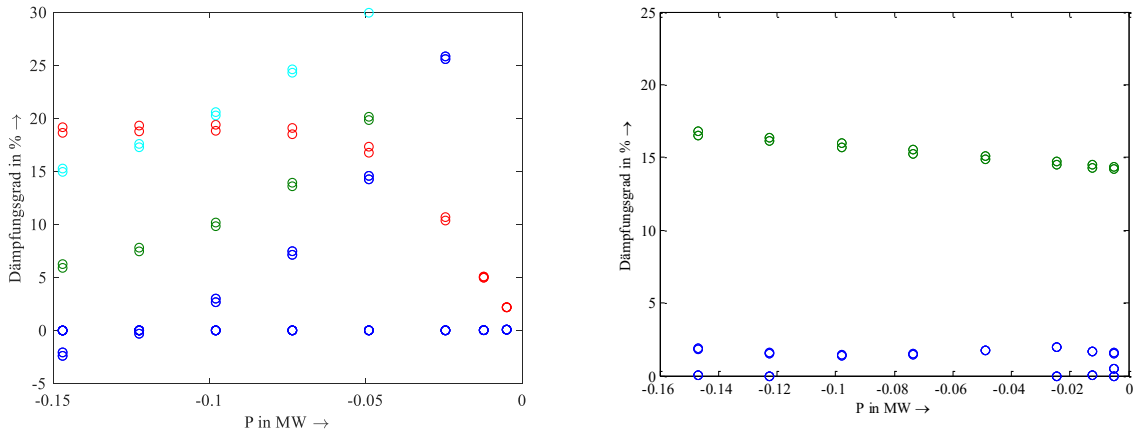


**Abbildung 90:** Abhängigkeit des maximalen Spannungswinkels von der Wirkleistungseinspeisung bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra-RL, grün=tra-RLq) im Niederspannungsnetz (NS)



**Abbildung 91:** Back-Swing-Effekt im Niederspannungsnetz für Volllast und Teillast-Betrieb (ASM -Asynchronmaschine; SM- Synchronmaschine)

Die Dämpfungsgerade verhalten sich qualitativ wie jene im Mittelspannungsnetz (Abbildung 97), mit dem bereits bekannten Unterschied, dass das schlecht gedämpfte Verhalten der Asynchronmaschine nur durch das vollständige Modell abgebildet wird.



**Abbildung 92:** Abhängigkeit des Dämpfungsgrades von der Wirkleistungsbereitstellung bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra-RL, grün=tra-RLq) im Niederspannungsnetz (NS)

**Kurzzusammenfassung**

Die transiente Stabilität im Mittelspannungsszenario wird durch alle Modelle, bis auf das klassische transiente Synchronmaschinenmodell mit konstanter Spannung, gut abgebildet. Einschränkungen bestehen hinsichtlich der ermittelten Dämpfungswerte. Im Niederspannungsszenario wird die transiente Stabilität durch reduzierte Modelle der Asynchronmaschine und der Synchronmaschinen vor allem im Teillastbereich stark überschätzt. Ausnahme bildet das modifizierte transiente Modell mit konstanter Spannung, das die Instabilität aber überschätzt. Praktisch bedeutet das, dass die relevanten Effekte nur mit dem vollständigen Modellen ohne quasistationäre Netzströme korrekt abgebildet werden können.

**Tabelle 16:** Qualitative Eignung der Näherungen für die Maschinenmodelle zur Abbildung der beobachteten Effekte bei unterschiedlichen Wirkleistungsarbeitspunkten

| Modellordnung     |                | MS-Netz               |                      | NS-Netz               |                      |
|-------------------|----------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
|                   |                | transiente Stabilität | statische Stabilität | transiente Stabilität | statische Stabilität |
| Synchronmaschine  | tram-konst-RLq | +                     |                      | +                     |                      |
|                   | tram-RLq       | +                     | --                   | -                     | --                   |
|                   | tra-konst-RLq  | 0                     |                      | -                     |                      |
|                   | tra-RLq        | +                     | +                    | -                     | 0                    |
|                   | sub-RLq        | +                     | ++                   | +                     | 0                    |
|                   | sub-RL         | ++                    | ++                   | ++                    | ++                   |
| Asynchronmaschine | tra-RLq        | ++                    | ++                   | -                     | -                    |
|                   | tra-RL         | ++                    | ++                   | ++                    | ++                   |

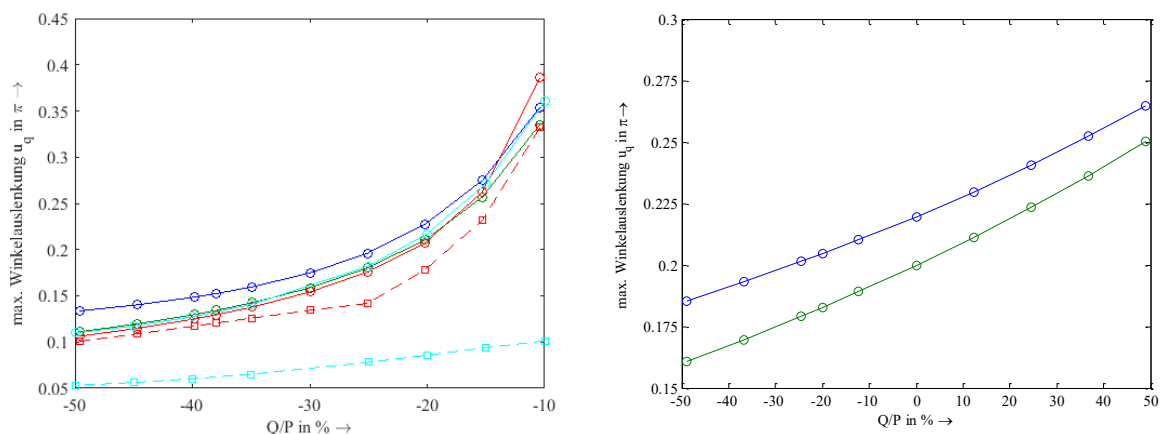
### 7.4.3 Erzeugungsanlagen - Blindleistungsarbeitspunkt

Es wurde bereits gezeigt, dass die Wirkleistungsabgabe der Generatoren eine erhebliche Auswirkung auf deren Stabilität hat. Ähnliches gilt für die Abgabe von Blindleistung. Bei dem Synchrongenerator ist durch die Anhebung der Erregerspannung und eine höhere synchronisierende Leistung und dadurch eine größere Stabilitätsreserve zu erwarten (vgl. Abschnitt 2.3). In den Simulationen ist auch die indirekte Beeinflussung der Stabilität durch die Spannungsanhebung bzw. -senkung an den Generatorklemmen berücksichtigt. Für die Asynchronmaschinen wird die Blindleistungsabgabe im Lastfluss durch die Umsetzung als doppeltgespeiste Asynchronmaschine (DFIG) und dem Einprägen einer Läuferspannung realisiert. Diese wird während des Ausgleichsvorgangs schlupffrequent fortgeführt, um ein langsames möglichst "natürliches" Verhalten der Maschinen zu realisieren.

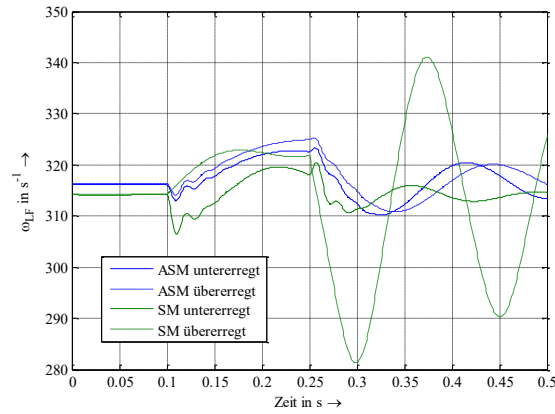
Die abgegebene Blindleistung wird in Bezug auf die abgegebene Wirkleistung angegeben. Diese entspricht in dieser Sensitivität wieder der Bemessungsleistung der Maschinen. Ein negatives Vorzeichen entspricht einem übererregten Betrieb.

#### Mittelspannungsnetz

In Abbildung 93 wird der positive Effekt der steigenden synchronisierenden Leistung deutlich. Die Abgabe von Blindleistung reduziert die Amplituden der Winkelauslenkung bei den Ausgleichsvorgängen. Aus Gründen der Spannungshaltung kann diese Betriebsart in den Mittel- und Niederspannungsnetzen jedoch nur selten zum Einsatz kommen. Zur Spannungssenkung werden die Anlagen meist induktiv bzw. untererregt betrieben. Auch hier ist des Verhalten auf einen verstärkten Back-Swing-Effekt, ausgehend von untererregten Arbeitspunkten, zurückzuführen (vgl. Abbildung 94). Alle Modelle bis auf das klassische transiente Modell können diesen Effekt gut abbilden.

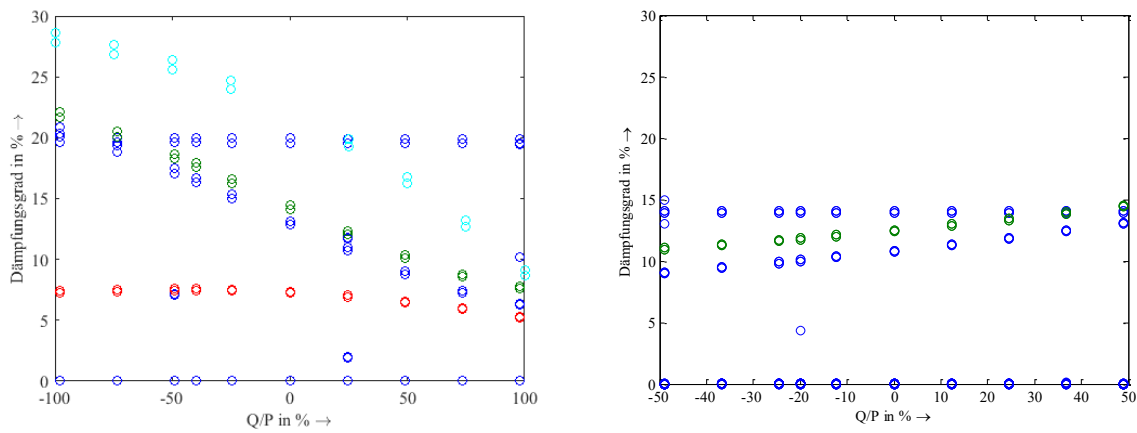


**Abbildung 93:** Abhängigkeit des maximalen Spannungswinkels von der Blindleistungseinspeisung bei Synchronmaschinen (links) und Asynchronmaschinen (rechts) (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra.RL, grün=tra-RLq) im Mittelspannungsnetz (MS)



**Abbildung 94:** Back-Swing-Effekt im Mittelspannungsnetz für max. untererregten und max. übererregten Betrieb

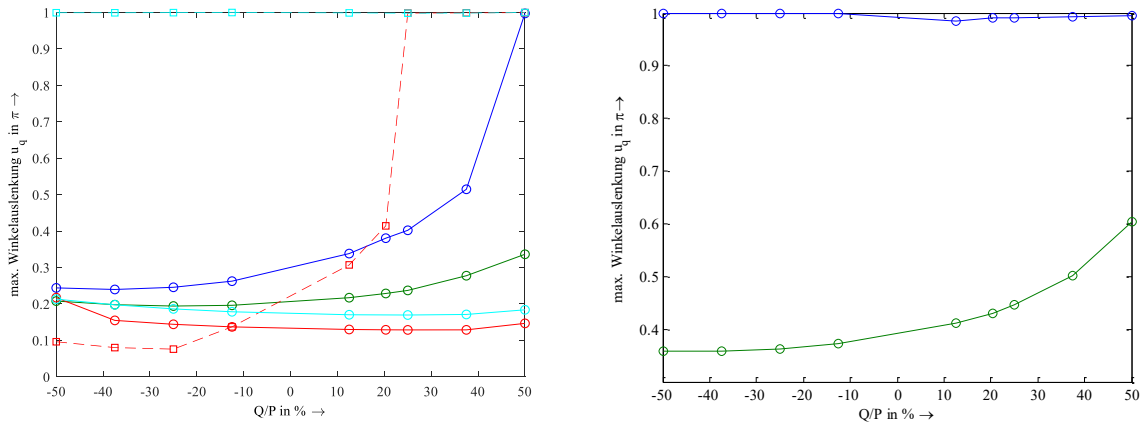
Im übererregten Bereich treten bei Synchronmaschinen die höchsten Dämpfungsgrade auf (Abbildung 95). Für Asynchronmaschinen ist dieser Effekt genau gegenläufig. Der zu beobachtende Effekt kann aber wahrscheinlich auf die Veränderung der Klemmenspannung im Lastfluss zurückgeführt werden. Die Modelle mit quasistationären Netzströmen bilden die Dämpfung sehr gut ab. Die reduzierten Maschinenmodelle liefern zumindest im untererregten Betrieb relativ gute Ergebnisse.



**Abbildung 95:** Abhängigkeit des Dämpfungsgrades von der Blindleistungsbereitstellung bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra.RL, grün=tra-RLq) im Mittelspannungsnetz (MS)

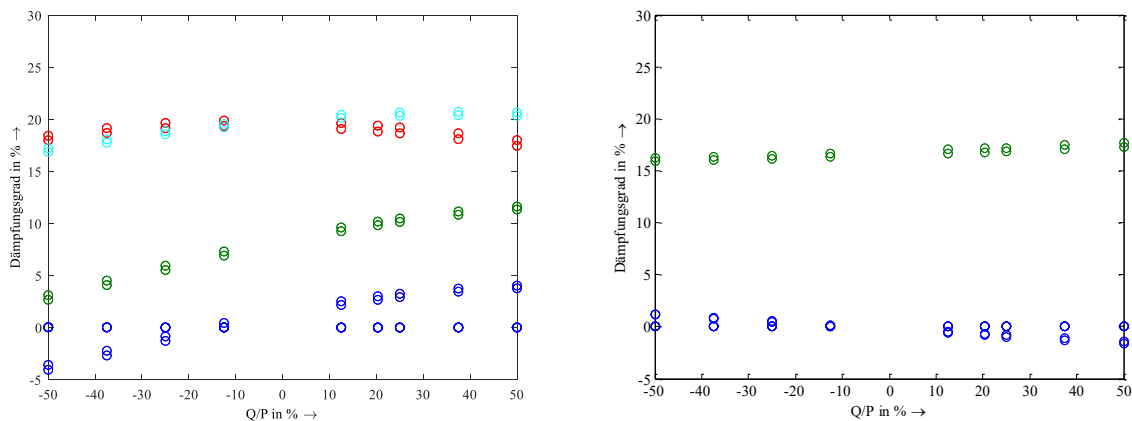
## Niederspannungsnetz

Das vollständige Modell der doppeltgespeisten Asynchronmaschine im Niederspannungsnetz (Abbildung 96) konvergiert im gewählten Szenario nur für stark untererregten Betrieb ( $Q > 70\% P$ ). Dieser Effekt wird durch das quasistationäre Modell nicht abgebildet. Hier bleibt das Modell über den gesamten Einstellbereich stabil. Auch für die Synchronmaschinen wird die Stabilität mit reduzierter Modellordnung überschätzt. Ausnahme ist das modifizierte transiente Modell mit konstanter Spannung, welches die Stabilität im übererregten Bereich überschätzt, aber im untererregten Bereich unterschätzt.



**Abbildung 96:** Abhängigkeit des maximalen Spannungswinkels von der Blindleistungseinspeisung bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra.RL, grün=tra-RLq) im Niederspannungsnetz (NS)

Die Dämpfungsgrade der Eigenschwingungen im Niederspannungsnetz sind ebenfalls vom Blindleistungsarbeitspunkt abhängig (Abbildung 97). Auch hier erfolgt mit reduzierter Modellordnung eine erhebliche Überschätzung der vorliegenden Dämpfung. Im Fall der Asynchronmaschine wird durch die Näherung auch die qualitative Veränderung falsch eingeschätzt (steigende statt sinkender Dämpfung im untererregten Betrieb).



**Abbildung 97:** Abhängigkeit des Dämpfungsgrades von der Blindleistungsbereitstellung bei Synchronmaschinen (links: blau=sub-RL, grün=sub-RLq, türkis=tra-RLq, rot=tram-RLq) und bei Asynchronmaschinen (rechts: blau=tra.RL, grün=tra-RLq) im Niederspannungsnetz (NS)

### Kurzzusammenfassung

Im Mittelspannungsnetz sind alle betrachteten Modelle, bis auf das klassische transiente Synchronmaschinenmodell mit konstanter Spannung, geeignet die relevanten Effekte abzubilden. Im Niederspannungsszenario wird die Stabilität durch alle reduzierten Modelle stark überschätzt, so dass praktisch nur die vollständigen Maschinenmodelle bei transienten (nicht quasistationären) Netzgrößen die Abhängigkeit vom Blindleistungsarbeitspunkt abbilden können. Die Ergebnisse sind qualitativ in Tabelle 17 zusammengetragen.

**Tabelle 17:** Qualitative Eignung der Näherungen für die Maschinenmodelle zur Abbildung der beobachteten Effekte bei unterschiedlichen Blindleistungsarbeitspunkten

| Modellordnung          |                | MS-Netz               |                      | NS-Netz               |                      |
|------------------------|----------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
|                        |                | transiente Stabilität | statische Stabilität | transiente Stabilität | statische Stabilität |
| Synchron-<br>maschine  | tram-konst-RLq | ++                    | --                   | 0                     | --                   |
|                        | tram-RLq       | ++                    | +                    | +                     | --                   |
|                        | tra-konst-RLq  | -                     | --                   | 0                     | --                   |
|                        | tra-RLq        | ++                    | +                    | --                    | --                   |
|                        | sub-RLq        | ++                    | ++                   | 0                     | 0                    |
|                        | sub-RL         | ++                    | ++                   | ++                    | ++                   |
| Asynchron-<br>maschine | tra-RLq        | ++                    | ++                   | --                    | --                   |
|                        | tra-RL         | ++                    | ++                   | ++                    | ++                   |

## 8 Zusammenfassung

Aufgrund der zunehmenden Einspeisung aus dezentraler Erzeugung erfolgen eine Verdrängung großer thermischer Kraftwerke aus dem Markt und ein zunehmend großräumiger Transport elektrischer Leistung. Dadurch steigt die Bedeutung der dezentralen Erzeugung für die statische und transiente Stabilität der resultierenden Generatorgruppen des Elektroenergiesystems (EES). Ziel dieser Arbeit war es, relevante Stabilitätseffekte im Verteilungsnetz in Reaktion auf Groß- und Kleinsignalstörungen im vorgelagerten Netz zu identifizieren und Empfehlungen für notwendige Randbedingungen bei deren Modellierung abzuleiten.

Auf Basis des Erweiterten Knotenpunktverfahrens (EKPV) wird eine Beschreibung für EES erstellt, die für die Untersuchung der statischen und transienten Stabilität im Verteilungsnetz geeignet ist. In diesem Rahmen wird eine quasistationäre Näherung für die Netzzustandsgrößen direkt im EKPV implementiert und eine Koordinatentransformation in polare Raumzeigerkoordinaten entwickelt, welche die Transformation in ein ruhendes Koordinatensystem ersetzt. Die Parametrierung der Modelle erfolgt auf Basis von Schätzwerten. Diese sind zwar nicht repräsentativ, da die Streuung der Parameter bei konkreten Maschinen relativ groß sein kann, sie sind aber in sich konsistent und bilden in ihrer Größenordnung das Verhalten der Maschinen und Netzbetriebsmittel auf den verschiedenen Spannungsebenen ab. In den Modellen können darüber hinaus verschiedene Näherungen für die Betriebsmittel gewählt werden. Dafür wird in dieser Arbeit über die klassischen vereinfachten Modelle hinaus ein modifiziertes transientes Modell für Synchronmaschinen und ein Modell mit konstanter transienter Spannung für Asynchronmaschinen bzw. doppeltgespeiste Asynchronmaschine (DFIG) entwickelt. Zur Bewertung der Näherungen in den Modellen für das Verteilungsnetz wird der Fokus auf die Rückwirkungen gegenüber den vorgelagerten Netzen in Form von Wirk- und Blindströmen gelegt. Die Stabilität der Erzeugungsanlagen wird an Hand der treibenden Quellenspannung an einer einheitlichen Schnittstelle zwischen Netz- und Maschinengleichungssystemen bewertet. Im Ergebnis lassen sich aus diesen Betrachtungen vier wesentliche Aussagen in Bezug auf das Verteilungsnetz ableiten.

- Die Genauigkeit der Maschinenmodelle muss mit sinkender Spannungsebene steigen.
- Die Modellierung der ohmschen Widerstände beeinflusst die Ergebnisse im Mittelspannungsnetz und ist im Niederspannungsnetz ausschlaggebend.
- Von den Modellen mit konstanter Spannung kann nur das modifizierte transiente Modell gute Ergebnisse liefern, die auch in Sensitivitätsanalysen das Verhalten korrekt abbilden.
- Die Annahme quasistationärer Ständer- und Netzströme kann im Niederspannungsnetz zu einer deutlichen Überschätzung der Dämpfung und der transienten Stabilität führen.

Das Ergebnis lässt sich als Erweiterung der Tabelle 3 aus Abschnitt 1.2 um die entsprechenden Spannungsebenen in Tabelle 18 qualitativ darstellen.

Im Detail ist zunächst festzustellen, dass die notwendige Modellgenauigkeit mit niedrigeren Spannungsebenen im Allgemeinen steigt. Dies ist auf verschiedene Effekte zurückzuführen. Als wichtigster ist das steigende Verhältnis aus ohmschen ( $R$ ) zu induktivem ( $L$ ) Anteil der Längsimpedanz (auch  $R/X$ -Verhältnis) der Betriebsmittel anzuführen<sup>11</sup>. Durch dieses wird das Wirkleistungsverhalten des Netzes in Reaktion auf die auftretenden Ströme bei Ausgleichsvorgängen im Vergleich zum Übertragungsnetz signifikant verändert. Änderungen in den Strömen haben hier Auswirkungen auf die Wirkleistungsbilanz gegenüber dem

---

<sup>11</sup>Der Anstieg des Verhältnisses zwischen Höchst- und Niederspannung ist von der Art der Betriebsmittel abhängig. Bei Freileitungen liegt der Faktor bei ca. 20, bei Asynchronmaschinen dagegen bei ca. 200.



vorgelagerten Netz und auf die Spannungsabfälle. Diese wirkt sich, über die sich einstellenden Spannungswinkel, auch auf das Luftspaltmoment der Maschinen aus. Die elektrischen Maschinen werden dadurch bei Ausgleichsvorgängen stärkeren Wirkleistungsänderungen unterworfen, was die Notwendigkeit einer genaueren Modellierung nach sich zieht. Die einzige Ausnahme beim Anstieg der Modellgenauigkeit ist die Berücksichtigung der Leitungskapazitäten. Während diese im Hochspannungsnetz (HS) und Höchstspannungsnetz (HöS) für die Bestimmung des Blindleistungsarbeitspunktes von Bedeutung sein können, sind sie in der Niederspannung (NS) aufgrund der geringen Ladeleistungen vernachlässigbar. Es ist bekannt, dass Mittelspannungsnetzen (MS) mit hohem Kabelanteil den Blindleistungsaustausch mit dem vorgelagerten Netz stark beeinflussen, doch eine direkte Wirkung auf die Stabilität konnte wie im Hoch- und Höchstspannungsnetz nicht beobachtet werden. Ein zweiter Effekt ist die Verschiebung der sich gegenüber dem Netz ausbildenden Eigenwerte der Maschinen. Diese verschieben sich bei Maschinen kleinerer Leistung hin zu größeren Eigenfrequenzen. Dieser Anstieg liegt zwischen Höchst- und Niederspannung etwa bei einem Faktor von 10.

**Tabelle 18:** Empfehlung zur Modellierung der Betriebsmittel bei Untersuchung der Rotorwinkelstabilität ergänzend zu [IEE 95]

| Betriebsmittel                | Spannungsebene | Statische Stabilität                                 | Transiente Stabilität                                    |
|-------------------------------|----------------|--|--|
| Synchronmaschine              | HöS            | Transientes Modell                                   | Modell mit konstanter transienter Spannung               |
|                               | HS             | Transientes Modell                                   | Modell mit modifizierter konstanter transienter Spannung |
|                               | MS             | Subtransientes Modell                                | Modell mit modifizierter konstanter transienter Spannung |
|                               | NS             | Subtransientes Modell mit transienten Ständerströmen | Subtransientes Modell                                    |
| Asynchronmaschine (bzw. DFIG) | HöS            | -  | -  |
|                               | HS             | Transientes Modell                                   | Transientes Modell                                       |
|                               | MS             | Transientes Modell                                   | Transientes Modell                                       |
|                               | NS             | Transientes Modell mit transienten Ständerströmen    | Transientes Modell mit transienten Ständerströmen        |
| Leitung                       | HöS            | quasistationäre $\pi$ -Ersatzschaltung*              | quasistationäre $\pi$ -Ersatzschaltung*                  |
|                               | HS             | quasistationäre L-Ersatzschaltung*                   | quasistationäre L-Ersatzschaltung*                       |
|                               | MS             | quasistationäre RL-Ersatzschaltung                   | quasistationäre RL-Ersatzschaltung                       |
|                               | NS             | transiente RL-Ersatzschaltung                        | transiente RL-Ersatzschaltung                            |

\*Vernachlässigung der ohmschen Betriebsmittelwiderstände zulässig

Bei der transienten Stabilität wirken sich die beschriebenen Effekte in der Art aus, dass mit sinkender Spannungsebene eine deutliche Verstärkung des Back-Swing-Effektes auftritt. Dies ist auf das relativ hohe R/X-Verhältnis der Netzbetriebsmittel und dem daraus resultierenden hohen Wirkleistungsbedarf des Stromes während des Ausgleichsvorgangs zurückzuführen. Während eines Kurzschlusses im vorgelagerten Netz kann dies dazu führen, dass die Läuferwinkelgeschwindigkeit zunächst signifikant reduziert wird, statt wie im Höchstspannungsnetz praktisch sofort zu beschleunigen. Die Vernachlässigung der Widerstände kann in diesen Fällen nicht als „worst-case“ betrachtet werden, da zahlreiche Fälle identifiziert wurden, in denen dieses Verhalten einen positiven Effekt auf die transiente Stabilität hat. Auch die verschiedenen Optionen zur vereinfachten Maschinenmodellierung bilden diesen Effekt nur reduziert ab und bewerten die Stabilität dadurch meist zu positiv. Interaktionen zwischen den Maschinen in den Modellnetzen konnten nicht identifiziert werden. Im Niederspannungsnetz haben sich außerdem Arbeitspunkte im Teillastbetrieb (kleiner als ca. 50 %) als negativ für die transiente Stabilität erwiesen. In diesen Fällen wirkt sich der Back-Swing-Effekt so stark aus, dass die Maschinen aufgrund der geringen Winkelgeschwindigkeit schlüpfen können. Dieser Effekt tritt sowohl bei Synchron- als auch bei Asynchronmaschinen auf.

Die Modellierung der Netzbetriebsmittel hat vor allem im Niederspannungsnetz Einfluss auf die Ergebnisse bezüglich der statischen Stabilität. Die resultierenden Ergebnisse bei vereinfachter Modellierung können aber nicht immer als "worst-case"-Betrachtung dienen. Vor allem im Niederspannungsnetz liegen die modellierten Eigenwerte bei Berücksichtigung der Netzzustandsgrößen (nicht quasistationärer) sehr nah an der Stabilitätsgrenze, was durch die reduzierten Modelle nicht abgebildet wird. Im Niederspannungsnetz konnte außerdem eine schwache Dämpfung der Eigenschwingungen von Asynchronmaschinen beobachtet werden, welche sich nur durch eine Pendelung im Austausch mit den Induktivitäten des elektrischen Netzes und der Ständerwicklungen erklären lässt. Diese Beobachtung konnte bei der Untersuchung der transienten Stabilität bestätigt werden. Auch bei den Synchronmaschinen treten bei genauerer Modellierung im Verteilungsnetz kleinere Dämpfungsgrade auf. Die tatsächliche Dämpfung wird durch die Näherungen also überschätzt.

Eine besondere Gefährdung der statischen und transienten Stabilität tritt bei Netzen mit geringer Kurzschlussleistung und bei untererregter Betriebsweise der Maschinen auf. Dies deckt sich mit den Erfahrungen im Übertragungsnetz. Beides kann in ländlichen Netzen auf allen Spannungsebenen in Kombination auftreten, da dort ein untererregter Betrieb dem Wirkleistungstransport spannungssenkend entgegenwirken muss und relativ große geografische Entfernungen zwischen den Kundenanlagen zu überbrücken sind. Zur Verbesserung der Stabilität bieten sich unter diesem Gesichtspunkt die folgenden Gegenmaßnahmen an:

- Unterscheidung von direkt und über Umrichtern angeschlossenen Erzeugungsanlagen in der Art, dass direkt angeschlossene Anlagen möglichst nicht untererregt betrieben werden
- Möglichst großflächige Ausschöpfung der oberen Spannungsgrenzen vor allem an Knoten mit geringer Kurzschlussleistung
- Erhöhung der Transformatorleistung oder der Einsatz von Transformatoren mit geringer Kurzschlussleistung zur Anhebung der Kurzschlussleistung

Eine Verringerung der Impedanz zwischen dezentralen Erzeugungsanlagen und der vorgelagerten Netzebene kann aus systemischer Sicht aber auch Nachteile haben. Das ist dann der Fall, wenn Fehler im vorgelagerten Netz aufgrund der geringeren elektrischen Entfernung zwischen Fehlerort und Erzeugungsanlage die Stabilität der Anlagen beeinträchtigen.

## 9 Ausblick

Aufbauend auf die in dieser Arbeit generierten Ergebnisse bietet es sich an, die systemische Rückwirkung der identifizierten Modellierung der Verteilungsnetze auf Störungen im Verbundnetz zu untersuchen. Dafür sollte ein geeignetes Modell des Übertragungsnetzes um eine entsprechend aggregierte Modellierung des Verteilungsnetzes ergänzt werden. Darüber hinaus sind Erzeugungsanlagen mit Umrichtern abzubilden, deren netzstützende Wirkung, z. B. in Form einer dynamischen Blindstromstützung, sich dem Verhalten der rotierenden Maschinen überlagert. Die Blindstromkomponente führt dabei zu einer Begrenzung der auftretenden horizontalen (im Übertragungsnetz) und vertikalen (im Verteilungsnetz) Spannungstrichter. Die Wirkstromkomponente geht in Kombination mit der Übertragungsnetzspannung in die Wirkleistungsbilanz der Netzgruppen ein, die sich im Zuge von Ausgleichsvorgängen ausbilden. Sie kann innerhalb des Verteilungsnetzes aber auch zu unvorhergesehen Spannungsverläufen führen, die z. B. vor dem Hintergrund der Robustheit gegenüber temporären Überspannungen (HVRT-Fähigkeit) von dezentralen Erzeugungsanlagen relevant werden könnten.

Die Ergebnisse dieser Arbeit können außerdem als Grundlage für die Untersuchung der Frequenz- und Spannungsstabilität bei hoher dezentraler Erzeugung dienen. Dabei kann zwischen der realisierbaren Stützung des EES und den Rückwirkungen von Regelungskonzepten auf die Stabilität der einzelnen dezentralen Erzeugungsanlage unterschieden werden. Für eine solche Untersuchung müssen auch Modelle von Reglern für Wirk- und Blindleistung in das Gleichungssystem integriert werden. Das bedeutet, dass die in dieser Arbeit fest vorgegebenen Eingangsvektoren der Erzeugungsanlagen (u. a. Erregerspannung und mechanisches Moment) eine Funktion der Klemmengrößen werden.

Im Hinblick auf die verstärkte Substitution von thermischen Kraftwerken im Höchstspannungsnetz sollte außerdem die Frage beantwortet werden, in welchem Maß die verschiedenen Formen der Stabilität durch dezentrale Erzeugungsanlagen sichergestellt werden können. Wenn ein signifikanter und gesicherter Beitrag möglich ist, können die notwendigen Mindestleistungen für den Kraftwerkseinsatz in den Regelzonen reduziert werden. Dies betrifft vor allem die folgenden Aufgaben:

- Stationäre und dynamische Spannungshaltung
- Bereitstellung von Schwungmasse
- Bereitstellung von Kurzschlussleistung

Unabhängig davon wächst in Netzen mit geringer Kurzschlussleistung die Bedeutung von gegenseitigen Regler-Beeinflussungen und der nichtlinearen Interaktion von Umrichter-Reglern mit Netzresonanzen. Auch solche Effekte können in Kombination mit einer detaillierteren Netzabbildung auf Basis der beschriebenen Gleichungssysteme untersucht werden.

Auch wenn Umrichter nicht im Fokus der vorliegenden Analysen standen, lassen sich aus den vorliegenden Ergebnissen Aussagen zur deren Modellierung ableiten. In dem hier betrachteten Frequenzbereich arbeiten Umrichter ausschließlich geregelt. Ihr Verhalten ist also, unter Berücksichtigung der Trägheit der Energieumwandlung (z. B. Mechanik der Windenergieanlage), frei wählbar. Es ist nur durch ggf. notwendige Messverzögerungen in ihrer Reaktionsgeschwindigkeit begrenzt. Bezüglich der transienten Stabilität waren die besonderen Effekte im Verteilungsnetz im Wesentlichen auf den stark ausgeprägten Back-Swing-Effekt der Maschinen zurückzuführen. Dieser tritt aber nur auf, wenn auch hohe und um Gleichanteile verlagerte Ströme fließen. Allerdings ist dies bei den heute verwendeten Umrichtertechnologien nur sehr eingeschränkt der Fall. Daraus lässt sich schließen, dass eine Abbildung mit quasistationären Netzzustandsgrößen für die Bewertung der Rückwirkungen auf die

Rotorwinkelstabilität in vorgelagerten Netzen ausreichen sollte. Trotzdem ist die Abbildung des R/X-Verhältnisses im Verteilungsnetz erforderlich, da dieses Verhältnis eine Kopplung der Wirk- und Blindleistungsflüsse verursacht. Analog zu rotierenden Maschinen können Umrichter auf großräumige Effekte wirken [DIE 15]. Auch hier ergibt sich diese Wirkung durch die summarische Beeinflussung die Wirk- und Blindleistungsbilanz von Netzgruppen. Darüber hinaus erscheint es für innovative Umrichterregelungen, die das Verhalten von Maschinen emulieren, nicht sinnvoll das Verhalten der physikalischen Generatoren der jeweiligen Spannungsebene abzubilden. Ziel sollte es sein, einen stabilen Betrieb bei Teillast und eine deutlich geringe Schwingungsanfälligkeit der (dann virtuellen) Maschinenläufer sicherzustellen.

## 10 Literaturverzeichnis

- [BET 17] Mischinger, S.; Ritzau, M.; *et al.*: „Höhere Auslastung des Stromnetzes“, Deutsche Energie-Agentur GmbH, Berlin, 2017.
- [BDE 08] BDEW: „Technische Richtlinie Erzeugungsanlagen am Mittelspannungsnetz“, Bundesverband der Energie- und Wasserwirtschaft e. V., 2008.
- [BDE 14] BDEW: „Neue Zahlen zum deutschen Stromnetz“, Bundesverband der Energie- und Wasserwirtschaft e. V., August 2014.[BMU 12] Böhme, D.; *et al.*: „Erneuerbare Energien in Zahlen“, „Nationale und internationale Entwicklung“, Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit (BMU), 2012.
- [BNA 20] BNetzA: „Genehmigung des Szenariorahmens 2021-2035“, Bundesnetzagentur für Elektrizität, Gas, Telekommunikation, Post und Eisenbahnen, 2020.
- [CAL 15] Calabria, M.: „Modeling and distributed control of decentralized energy generation: a MIMO approach“, Dissertation, Braunschweig, 2015.
- [CHE 14] Chechushkov, D.: „System transient stability with distributed generation“, Trans Tech Publications Ltd, Switzerland, 2014.
- [CIG 90] Erche, M.; *et al.*: „Guidelines for representation of network elements when calculating transients“, CIGRE Technical Brochure 39, 1990.
- [CRA 00] Crastan, Valentin: „Elektrische Energieversorgung 1“, Springer Verlag, 2000.
- [CRA 09] Crastan, Valentin: „Elektrische Energieversorgung 2“, 2. bearbeitete Auflage, Springer Verlag, 2009.
- [CRA 12] Crastan, Valentin; Westermann, D.: „Elektrische Energieversorgung 3“, 3. bearbeitete Auflage, Springer Verlag, 2012.
- [DCC 16] Verordnung (EU) 2016/1388 der Kommission zur Festlegung eines Netzkodex für den Lastanschluss, 17. August 2016.
- [DEN 14] Deutsche Energie-Agentur GmbH: „dena-Studie Systemdienstleistungen 2030“, Berlin, 11.02.2014.
- [DEN 14] Deutsche Energie-Agentur GmbH: „dena-Studie Systemdienstleistungen 2030“, Berlin, 11.02.2014.
- [DEN 17] Deutsche Energie-Agentur GmbH, BET Büro für Energiewirtschaft und technische Planung GmbH: „Höhere Auslastung des Stromnetzes“, Ergebnispapier des dena-Stakeholder-Prozesses, Berlin, 2017.
- [DEN 20] Brunken, E.; Wagner, C.; *et al.*: „dena-Studie Systemsicherheit 2050“, Deutsche Energie-Agentur GmbH, Berlin, 2020.
- [DIE 15] Dierkes, S: „Bewertung der Spannungsstabilität im deutschen Elektrizitätsversorgungssystem“, ABEV Aachener Beiträge zur Energieversorgung, 15.01.2015.
- [DON 98] Donnelly, M. K.; *et al.*: „Impacts of the Distributed Utility on Transmission System Stability“, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 2, 1996.
- [ECE 14] European Commissioner for Energy: „Power market challenges and the European Energy Security Strategy“, London, 03.06.2014.

- [ECO 11] Ecofys, IFK: „Auswirkungen eines hohen Anteils dezentraler Erzeugungsanlagen auf die Netzstabilität bei Überfrequenz & Entwicklung von Lösungsvorschlägen zu deren Überwindung“, Berlin, September 2011.
- [FNN 11/1] FNN: „Technische Mindestanforderungen für Anschluss und Parallelbetrieb von Erzeugungsanlagen am Niederspannungsnetz“, VDE Anwendungsregel, 2011.
- [FNN 11/2] FNN: „Rahmenbedingungen für eine Übergangsregelung zur frequenzabhängigen Wirkleistungssteuerung von PV-Anlagen am NS-Netz“, Forum Netztechnik/Netzbetrieb im VDE, 2011.
- [FOR 13] Fortmann, J.: „Modeling of Wind Turbines with Doubly Fed Generator System“, Dissertation, Universität Duisburg-Essen, 2013.
- [GEB 17] Europäische Kommission: „establishing a guideline on electricity balancing“, Commission Regulation (EU) 2017/2195, November 2017.
- [GOL 11] Golshani, A.: „Modeling of Inverter for stability analysis“, Masterarbeit, Leibniz Universität Hannover, Fachgebiet Elektrische Energieversorgung, 2011.
- [GUR 11] Guruprasada, R.: „Power System Dynamics“, New Academic Science Limited, Tunbridge Wells, 2011.
- [GUT 02] Guttromson, R. T.: „Modeling Distributed Energy Resource Dynamics on the Transmission System“, IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, VOL. 17, NO. 4, 2002.
- [HEU 85] Heumann, K.: „Grundlagen der Leistungselektronik“, Teubner Verlag, Stuttgart, 1985.
- [HID 11] Hidayatullah, N. A.; *et al.*: „Impact of Distributed Generation on Smart Grid Transient Stability“, Smart Grid and Renewable Energy, 2011.
- [HOF 03] Hofmann, Lutz: „Effiziente Berechnung von Ausgleichsvorgängen in ausgedehnten Elektroenergiesystemen“, Habilitationsschrift, Shaker Verlag, 2003.
- [HOL 03] Holdsworth, L.: „Direct solution method for induction wind turbines in models“, IEE Proceedings: Generation, Transmission and Distribution, Vol. 150, N° 3, pp. 334-342, May 2003.
- [HUA 06] Huang, B.: „Stability of Distribution Systems with a Large Penetration of Distributed Generation“, Dissertation, Dortmund, 2006.
- [JUR 04] Jurado, F.: „Enhancing the distribution networks stability using distributed generation“, Emerald Research Register, 2004.
- [KOK 80] Kokotovic, P.; *et al.*: „Singular Perturbation and Iterative Separation of Time Scales“, Automatica, Vol. 16, pp. 23-33, 1980.
- [KRA 18] Krahmer, S.; von Haken, A.; Weidner, J.; Schegner, P.: „Anwendung von Methoden der dynamischen Netzreduktion - Abbildung von 110-kV-Netzen für die Untersuchung der transienten Stabilität im Übertragungsnetz“, 15. Symposium Energieinnovation, 2018.
- [GRE 11] Grebe, E.; Weber H.: „Systemstudien zum Anschluss der Türkei an das europäische Verbundsystem“, Proceedings der 10. ETG/GMA-Fachtagung "Netzregelung und Systemführung", 2011.
- [GWE 16] Global Wind Energy Council: „Global Wind Energy Outlook 2016“, November 2016.

- [GWE 17] Global Wind Energy Council: „Global Wind Statistics 2017“, 17.02.2018.
- [IEE 95] Iravani, M. R.; *et al.*: „Modelling and analysis guidelines for slow transients“, part I, IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 10, No. 4, 1995.
- [IEE 96/1] Imece, A. F.; *et al.*: „Modelling guidelines for fast front transients“, IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 11, No. 1, 1996.
- [IEE 96/2] Povh, D.; *et al.*: „Modelling and analysis guidelines for very fast transients“, IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 11, No. 4, 1996.
- [JEN 95] Jenni, F.; Wüest D.: „Steuerverfahren für selbstgeführte Stromrichter“, Hochschulverlag ETH/Zürich/Teubner, Stuttgart, 1995.
- [KAT 07] Katiraei, F.; *et al.*: „Small-signal dynamic model of a micro-grid including conventional and electronically interfaced distributed resources“, IET Gener. Transm. Distrib., Vol. 1, No. 3, May 2007
- [KUN 07] Kundur, Prabha: „Power System Stability and Control“, TATA McGRW HILL, New Delhi, 2007.
- [LIN 81] Lindsey, W. C.: „A survey of digital phase-locked loops“, Proceedings of the IEEE, vol. 69, issue 4, p. 410-431, April 1981.
- [LIN 95] Linnert, U.: „Berechnung von Ausgleichsvorgängen in Elektroenergiesystemen unter Verwendung größtmöglicher Schrittweiten“, Dissertation, 1995.
- [MAC 97] Machowski, J.; *et al.*: „Power System Dynamics and Stability“, John Wiley & Sons, Chichester, 1997.
- [MAN 00] Mania, P.; *et al.*: „Transient Stability of Power Systems“, Kluwer Academic Publisher, Boston, 2000.
- [MIL 05] Milosevic, M.; Andersson, G.: „Generation Control in Small Isolated Power Systems“, NAPS, USA, 2005.
- [MIR 00] Mrir, A.: „Ausgleichsvorgänge in Elektroenergiesystemen“, Springer Verlag, Berlin, 2000.
- [MOH 19] Morshed, M. J.; *et al.*: „A Coordinated Controller Design for DFIG-Based Multi-Machine Power Systems“, IEEE systems journal, VOL. 13, NO. 3, 2019.
- [MON 14] Mondal, D.; *et al.*: „Power System Small Signal Stability Analysis and Control“, Elsevier Inc., London, 2014.
- [NAB 12] NABEG: "Netzausbaubeschleunigungsgesetz Übertragungsnetz vom 28. Juli 2011 (BGBl. I S. 1690), das durch Artikel 4 des Gesetzes vom 20. Dezember 2012 (BGBl. I S. 2730) geändert worden ist", 28.07.2011.
- [NEL 09] Nelles, D.: „Netzdynamik“, „Elektromechanische Ausgleichsvorgänge in elektrischen Energieversorgungsnetzen“, VDE Verlag GmbH, Berlin, 2009.
- [NEP 12] 50Hertz Transmission GmbH; Amprion GmbH; TenneT TSO GmbH; TransnetBW GmbH: „Netzentwicklungsplan 2012“, 2. Entwurf, 2012.
- [NGU 15] Nguyen, V. B.: „Control of synchronized doubly-fed induction generators under grid conditions“, Dissertation, Dresden, 2015.
- [NIU 14] Niu, Y.; *et al.*: „Decentralized coordinated neural control of doubly fed induction generator based wind farm for power system stability support“, Journal of renewable and sustainable energy, No. 6, 2014.

- [OED 11] Öding, Dietrich; Oswald, Bernd: „Elektrische Kraftwerke und Netze“, 7. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2011.
- [OSW 91] Oswald, Bernd; Siegmund, D.: „Berechnung von Ausgleichsvorgängen in Elektroenergiesystemen“, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1991.
- [OSW 92] Oswald, Bernd: „Netzberechnung“, „Berechnung stationärer und quasistationärer Betriebszustände in Elektroenergieversorgungsnetzen“, VDE-Verlag GmbH, Berlin, Offenbach, 1992.
- [OSW 96] Oswald, Bernd: „Netzberechnung 2“, VDE-Verlag GmbH, Berlin, Offenbach, 1996.
- [OSW 05] Oswald, Bernd: „Skript Stabilität“, Vorlesung Elektrische Energieversorgung II, korrigierte Ausgabe, Universität Hannover, 2005.
- [OSW 09] Oswald, Bernd: „Berechnung von Drehstromnetzen“, Vieweg+Teubner | GWV Fachverlag GmbH, Wiesbaden, 2009.
- [PAN 10] Panosyan, Ara: „Modeling of Advanced Power Transmission System Controllers“, Dissertation, Verlag Dr. Hut, München, 2010.
- [PAE 94] Paetzold, Jens: „Modelle zur Berechnung elektrischer Ausgleichsvorgänge in Elektroenergiesystemen“, Dissertation, Dresden, 1994.
- [PEA 08] Peralta, Jaime A.: „Unbalanced Multiphase Load-Flow using a Positive-Sequence Load-Flow Program“, IEEE Transaction on power systems, vol. 3, no. 2, Mai 2008.
- [PEE 00] Pereira, J.L.R.: „Three-Phase Power Flow Calculations using the Current Induction Method“, IEEE Transaction on Power Systems, vol. 15, no. 2, Mai 2000.
- [PLE 05] Professur Leistungselektronik: „Leistungselektronik“, „Skript – Teil 3, Selbstgeführte leistungselektronische Schaltungen“, Technische Universität Dresden, Elektrotechnisches Institut, Dresden, 2005.
- [ROD 03] Rodriguez, P.; Candela, J.; Pindado, R.: “State-Space Average Model of Three-Phase Four-Wire Shunt Active Power Filter based on Current-Controlled VSI”, International conference on renewable energy and power quality, ICREPQ’03’, p. 1-3, 2003.
- [RUN 08] Runge, J.: “Modellierung von Windenergieanlagen für die Netzberechnung”, Dissertation, Shaker Verlag, Aachen, 2008.
- [SAL 03] Salman, K., Teo, A. J.: „Windmill Modeling Consideration and Factors Influencing the Stability of a Grid-Connected Wind Power-Based Embedded Generator”, IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, VOL. 18, NO. 2, MAY 2003.
- [SDL 09] SDLWindV: „Verordnung zu Systemdienstleistungen durch Windenergieanlagen (Systemdienstleistungsverordnung - SDLWindV)“, Juli 2009.
- [SET 10] La Seta, P.: „Regelungstechnische Konzepte zur Integration alternativer Erzeugungsanlagen in lokale Energieversorgungsnetze unter besonderer Berücksichtigung der Systemstabilität“, Dissertation, Dresden, 2010.
- [SIR 14] Sirandan, S.; *et al.*: „Transient Stability Analysis of Distributed Generation”, International Journal of Research in Engineering and Technology, 2014.
- [STE 01] Stewart, G. W.: „Matrix Algorithms“, “Volume II: Eigensystems”, Society for Applied Mathematics, 2001.
- [STM 20] Steinmetz, C. P.: „Power Control and Stability of Electrical Generating Stations“, AIEE Trans., Vol. XXXIX, Part II, pp. 1215, 1920.



- [SUN 19] Sun, X.: „Analysis on Sensitivity of Power System Stability to Generator Parameters“, Journal of Power and Energy Engineering, 2019.
- [TMC 07] Berndt, H.; *et al.*: „TransmissionCode“, „Netz- und Systemregeln der deutschen Übertragungsnetzbetreiber“, VDN, Berlin, 2007.
- [TWI 00] Twining, E.; Holmes, D.: „Modeling Grid-Connected Voltage Source Inverter Operation“, IEEE power electronic specialist conference, vol. 2, pp. 1018-1022, 2000.
- [TSO 12] FGH; IAEW; Consentec: „Studie zur Ermittlung der technischen Mindestleistung des konventionellen Kraftwerksparks zur Gewährleistung der Systemstabilität in den deutschen Übertragungsnetzen bei hoher Einspeisung aus erneuerbaren Energien“, Abschlussbericht, 20. Januar 2012.
- [TYN 10] ENTSO-E: „TEN-YEAR NETWORK DEVELOPMENT PLAN 2010-2020“, 28.06.2010.
- [VDE 11] VDE (FNN): „VDE-AR-N 4105:2011-08“, „Erzeugungsanlagen am Niederspannungsnetz Technische Mindestanforderungen für Anschluss und Parallelbetrieb von Erzeugungsanlagen am Niederspannungsnetz“, Berlin, August 2011.
- [VDE 18/1] VDE (FNN): „VDE-AR-N 4130“, „Technische Regeln für den Anschluss von Kundenanlagen an das Höchstspannungsnetz und deren Betrieb (TAR Höchstspannung“, Berlin, November 2018.
- [VDE 18/2] VDE (FNN): „VDE-AR-N 4120“, „Technische Regeln für den Anschluss von Kundenanlagen an das Hochspannungsnetz und deren Betrieb (TAR Hochspannung“, Berlin, November 2018.
- [VDE 18/3] VDE (FNN): „VDE-AR-N 4110“, „Technische Regeln für den Anschluss von Kundenanlagen an das Mittelspannungsnetz und deren Betrieb (TAR Mittelspannung“, Berlin, November 2018.
- [VDE 18/4] VDE (FNN): „VDE-AR-N 4105“, „Erzeugungsanlagen am Niederspannungsnetz - Technische Mindestanforderungen für Anschluss und Parallelbetrieb von Erzeugungsanlagen am Niederspannungsnetz“, Berlin, November 2018.[VDN 04]  
VDN: „EEG-Erzeugungsanlagen am Hoch- und Höchstspannungsnetz“, Verband der Netzbetreiber - VDN – e.V. beim VDEW, Berlin, August 2014.
- [VOE 09] Völker, Thorsten: „Regelung unsymmetrisch belasteter Inselnetze durch unabhängige Wechselrichter im Parallelbetrieb“, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2009.
- [WAN 08] Wang, X.; *et al.*: „Modern Power Systems Analysis“, Springer Verlag, 2008.
- [WEB 91] Weber, H.: „Stabilitätsuntersuchungen in ausgedehnten elektrischen Energieversorgungsnetzen mit Modalanalyse – Anwendung neuer Methoden und Verfahren“, Elektrizitätswirtschaft, Zeitschrift der Vereinigung Dutscher Elektrizitätswerke – VDEW, Jg. 90, Heft 21/22, S. 1185-1193, 1991.
- [WEI 11] Weidner, J.: „Statische und transiente Stabilität in Arealnetzen“, Dresdner Kreis 2011, Duisburg, März 2011.
- [WEI 12] Weidner, J.; Hofmann, L.: „Polar Coordinates for Space Phasors in Power System Transient and Small-Signal Stability Analysis“, NDES 2012, Wolfenbüttel, 2012.
- [WIW 18] Hennig, T.; Weidner, J.; *et al.*: „Systemic Issues of Converter-based Generation and Transmission Equipment in Power Systems“, Wind Integration Workshop 2018, Stockholm, 2018.

- [WEN 99] Weindl, C.: „Beschreibung und Berechnung von Drehstromsystemen mit leistungselektronischen Anlagen im Zustandsraum“, Dissertation, Erlangen, 1999.
- [YAN 03] Ye, Y.; Kazernani, M.; Quintana, V.: “Modeling, Control and Implementation of Three-Phase PWM Converters”, IEEE transactions on power electronics, vol. 18, no. 3, 2003.
- [YOU 98] Youyi, W.; *et al.*: “Robust Decentralized Control for Multimachine Power Systems”, IEEE Transactions on circuits and systems, fundamental theory and applications, VOL. 45, NO. 3, 1998.

## 11 Anhang

### Inhaltsverzeichnis

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| I      | Transformation der zeitlichen Ableitung in Polarkoordinaten..... | 171 |
| I.I    | Raumzeigerkomponeten zu Polarkoordinaten.....                    | 171 |
| I.II   | Park-Komponeten zu Polarkoordinaten.....                         | 171 |
| II     | Alternative Formulierung des Gleichungssystems.....              | 172 |
| III    | Betriebsmittelparameter .....                                    | 172 |
| III.I  | Synchronmaschine .....   | 172 |
| III.II | Asynchronmaschine.....   | 176 |
| IV     | Gegenüberstellung der Kenngrößen zur transienten Stabilität..... | 179 |
| V      | Aufstellen der Jacobimatrix .....                                | 182 |
| V.I    | Synchronmaschine.....  | 182 |
| V.II   | Asynchronmaschine.....   | 191 |

## I Transformation der zeitlichen Ableitung in Polarkoordinaten

### I.I Raumzeigerkomponenten zu Polarkoordinaten

Die zeitliche Ableitung eines Raumzeigers in Raumzeigerkomponenten  $\underline{g}$  zu Polarkoordinaten  $a$  und  $\varphi$  lässt sich wie folgt herleiten.

$$\underline{g} = a \cdot e^{j\varphi} \quad (11.1)$$

Entsprechend der Produktregel gelten für die zeitlichen Ableitung von  $\underline{g}$  und  $\underline{g}^*$  die folgenden Zusammenhänge.

$$\underline{\dot{g}} = \dot{a} \cdot e^{j\varphi} + j\dot{\varphi} \cdot a \cdot e^{j\varphi} \quad (11.2)$$

$$\underline{\dot{g}}^* = \dot{a} \cdot e^{-j\varphi} - j\dot{\varphi} \cdot a \cdot e^{-j\varphi} \quad (11.3)$$

Durch Umstellen der Gleichungen auf  $\dot{\varphi}$  und anschließendes Gleichsetzen ergibt sich ein Zusammenhang zwischen  $\dot{a}$  und den Raumzeigerkomponenten.

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{j} \left( \frac{\underline{\dot{g}}}{a \cdot e^{j\varphi}} - \frac{\dot{a}}{a} \right) = \frac{1}{-j} \left( \frac{\underline{\dot{g}}^*}{a \cdot e^{-j\varphi}} - \frac{\dot{a}}{a} \right) \quad (11.4)$$

$$\dot{a} = \frac{a}{2} \left( \frac{\underline{\dot{g}}}{\underline{g}} + \frac{\underline{\dot{g}}^*}{\underline{g}^*} \right) = a \cdot \Re \left( \frac{\underline{\dot{g}}}{\underline{g}} \right) \quad (11.5)$$

Dieser Zusammenhang lässt sich wiederum in (11.4) einsetzen und so eine Transformationsvorschrift für  $\dot{\varphi}$  bestimmen.

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{j} \left( \frac{\underline{\dot{g}}}{\underline{g}} - \frac{1}{2} \left( \frac{\underline{\dot{g}}}{\underline{g}} + \frac{\underline{\dot{g}}^*}{\underline{g}^*} \right) \right) = \frac{1}{2j} \left( \frac{\underline{\dot{g}}}{\underline{g}} - \frac{\underline{\dot{g}}^*}{\underline{g}^*} \right) = \Im \left( \frac{\underline{\dot{g}}}{\underline{g}} \right) \quad (11.6)$$

### I.II Park-Komponenten zu Polarkoordinaten

Da sich Park-Komponenten in der Form  $g_d + jg_q$  auch als Raumzeiger darstellen lassen, kann für die Umrechnung der zeitlichen Ableitungen in Polarkoordinaten auf die Gleichungen (11.5) und (11.6) aufgesetzt werden. Für die zeitliche Ableitung der Amplitude  $\dot{a}$  gilt dann:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{a}{2} \left( \frac{\dot{g}_d + j\dot{g}_q}{g_d + jg_q} + \frac{\dot{g}_d - j\dot{g}_q}{g_d - jg_q} \right) \\ &= \frac{1}{2a} \left( (\dot{g}_d + j\dot{g}_q)(g_d - jg_q) + (\dot{g}_d - j\dot{g}_q)(g_d + jg_q) \right) \end{aligned} \quad (11.7)$$

$$\dot{a} = \frac{1}{a} (g_d \dot{g}_d + g_q \dot{g}_q) \quad (11.8)$$

Analog kann für die zeitliche Ableitung des Winkels  $\dot{\varphi}$  verfahren werden:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi} &= \frac{1}{2j} \left( \frac{\dot{g}_d + j\dot{g}_q}{g_d + jg_q} - \frac{\dot{g}_d - j\dot{g}_q}{g_d - jg_q} \right) \\ &= \frac{1}{2ja^2} \left( (\dot{g}_d + j\dot{g}_q)(g_d - jg_q) - (\dot{g}_d - j\dot{g}_q)(g_d + jg_q) \right)\end{aligned}\quad (11.9)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{a^2} (g_d \dot{g}_q - g_q \dot{g}_d) \quad (11.10)$$

## II Alternative Formulierung des Gleichungssystems

Das vollständige Algebro-Differentialgleichungssystem der Gleichungen (4.4) bis (4.6) kann auch in allgemeinen Form entsprechen der Gleichungen (4.1) und (4.2) formuliert werden.

$$\begin{bmatrix} \underline{\dot{z}}_a \\ \underline{\dot{z}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{aa} & \underline{A}_{ia} \\ \underline{A}_{ai} \mathbf{K}_{z,ai} & \underline{A}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}_{aa} & \underline{B}_{ia} \\ \underline{B}_{ai} & \underline{B}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_a \\ \underline{x}_i \end{bmatrix} \quad (11.11)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{y}_a \\ \underline{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_{aa} & \underline{C}_{ia} \\ \underline{C}_{ai} \mathbf{K}_{z,ai} & \underline{C}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{D}_{aa} & \underline{D}_{ia} \\ \underline{D}_{ai} & \underline{D}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_a \\ \underline{x}_i \end{bmatrix} \quad (11.12)$$

Die Teilmatrizen lassen sich direkt aus den in dieser Arbeit verwendeten gestrichenen Matrizen berechnen.

$$\begin{bmatrix} \underline{A}_{aa} & \underline{A}_{ia} \\ \underline{A}_{ai} \mathbf{K}_{z,ai} & \underline{A}_{ii} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}'_{aa} & \mathbf{0} \\ \underline{A}'_{ai} \mathbf{K}_{z,ai} & \underline{A}_{ii} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}'_{aa} & \underline{B}'_{ia} \\ \underline{B}'_{ai} \mathbf{K}_{y,ai} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{C}'_{aa} & \mathbf{0} \\ \underline{C}'_{ai} \mathbf{K}_{z,ai} & \underline{C}_{ii} \end{bmatrix} \quad (11.13)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{B}_{aa} & \underline{B}_{ia} \\ \underline{B}_{ai} & \underline{B}_{ii} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & (\underline{B}'_{ia} + \underline{C}'_{ia}) \underline{D}_{ii} \\ \mathbf{0} & \underline{B}_{ii} \end{bmatrix} \quad (11.14)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{C}_{aa} & \underline{C}_{ia} \\ \underline{C}_{ai} \mathbf{K}_{z,ai} & \underline{C}_{ii} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}'_{aa} + \underline{C}'_{ia} \mathbf{C}_{ai} \mathbf{K}_{z,ai} & \underline{C}'_{ia} \underline{C}_{ii} \\ \underline{C}_{ai} \mathbf{K}_{z,ai} & \underline{C}_{ii} \end{bmatrix} \quad (11.15)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{D}_{aa} & \underline{D}_{ia} \\ \underline{D}_{ai} & \underline{D}_{ii} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \underline{C}'_{ia} \underline{D}_{ii} \\ \mathbf{0} & \underline{D}_{ii} \end{bmatrix} \quad (11.16)$$

## III Betriebsmittelparameter

Die in den Gleichungssystemen verwendeten Maschinenparameter können zumeist nicht direkt gemessen werden und sind daher zunächst auf Basis von Datenblattparameter zu bestimmen.

### III.I Synchronmaschine

Im Folgenden werden typische Maschinenparameter von Synchronmaschinen  $x_d$ ,  $x'_d$ ,  $x''_d$ ,  $x_q$ ,  $x''_q$ ,  $x_\sigma$ ,  $x_{\sigma L}$ ,  $x_0$ ,  $T_d$ ,  $T'_d$ ,  $T''_d$ ,  $T_q''$  und  $T_g$  in Abhängigkeit von der Maschinenbemessungsscheinleistung dargestellt. Die Umrechnung zu den Modellparameter erfolgt nach [OSW 09] über die Zwischengrößen  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $a$  und  $b$ :

$$r_a = \frac{x''_d}{\omega_0 T_g} \quad (11.17)$$

$$x_{hd} = x_d - x_\sigma; \quad x_{hq} = x_q - x_\sigma \quad (11.18)$$

$$x_1 = x_{hd} + x_{\sigma L} \quad (11.19)$$

$$x_2 = x_1 - \frac{x_{\text{hd}}^2}{x_{\text{d}}} \quad (11.20)$$

$$x_3 = \frac{x_2 - x_1 \frac{x_{\text{d}}''}{x_{\text{d}}}}{1 - \frac{x_{\text{d}}''}{x_{\text{d}}}} \quad (11.21)$$

$$T_1 = \frac{x_{\text{d}}}{x_{\text{d}}'} T_{\text{d}}' + \left(1 - \frac{x_{\text{d}}}{x_{\text{d}}'} + \frac{x_{\text{d}}}{x_{\text{d}}''}\right) T_{\text{d}}'' \quad (11.22)$$

$$T_2 = T_{\text{d}}' + T_{\text{d}}'' \quad (11.23)$$

$$a = \frac{x_2 T_1 - x_1 T_2}{x_1 - x_2} \quad (11.24)$$

$$b = \frac{x_3}{x_3 - x_2} T_{\text{d}}' T_{\text{d}}'' \quad (11.25)$$

$$T_{\sigma\text{f}} = -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - b} \quad (11.26)$$

$$T_{\sigma\text{D}} = -\frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} - b} \quad (11.27)$$

$$x_{\sigma\text{f}} = \frac{T_{\sigma\text{f}} - T_{\sigma\text{D}}}{\frac{T_1 - T_2}{x_1 - x_2} + \frac{T_{\sigma\text{D}}}{x_3}} \quad (11.28)$$

$$x_{\sigma\text{D}} = \frac{T_{\sigma\text{D}} - T_{\sigma\text{f}}}{\frac{T_1 - T_2}{x_1 - x_2} + \frac{T_{\sigma\text{f}}}{x_3}} \quad (11.29)$$

$$x_{\sigma\text{Q}} = x_{\text{hq}} \frac{x_{\text{q}}'' - x_{\sigma}}{x_{\text{q}} - x_{\text{q}}''} \quad (11.30)$$

$$r_{\text{f}} = \frac{x_{\sigma\text{f}}}{\omega_0 T_{\sigma\text{f}}} \quad (11.31)$$

$$r_{\text{D}} = \frac{x_{\sigma\text{D}}}{\omega_0 T_{\sigma\text{D}}} \quad (11.32)$$

$$r_{\text{Q}} = \frac{x_{\text{q}}'' x_{\sigma\text{Q}}}{x_{\text{q}} \omega_0 T_{\text{q}}''} \quad (11.33)$$

$$k_{\text{f}} = \frac{x_{\text{hd}} x_{\sigma\text{D}}}{(x_{\text{hd}} + x_{\sigma\text{L}})(x_{\sigma\text{D}} + x_{\sigma\text{f}}) + x_{\sigma\text{D}} x_{\sigma\text{f}}} \quad (11.34)$$

$$k_{\text{D}} = \frac{x_{\text{hd}} x_{\sigma\text{f}}}{(x_{\text{hd}} + x_{\sigma\text{L}})(x_{\sigma\text{D}} + x_{\sigma\text{f}}) + x_{\sigma\text{D}} x_{\sigma\text{f}}} \quad (11.35)$$

$$k_{\text{Q}} = \frac{x_{\text{hq}}}{x_{\text{hq}} + x_{\sigma\text{Q}}} \quad (11.36)$$

$$\frac{1}{T_{DD}} = \frac{x_f k_f}{x_{hd} T_{\sigma D}} \quad (11.37)$$

$$\frac{1}{T_{Df}} = \frac{x_{hd} + x_{\sigma L}}{x_{hd}} \frac{k_f}{T_{\sigma D}} \quad (11.38)$$

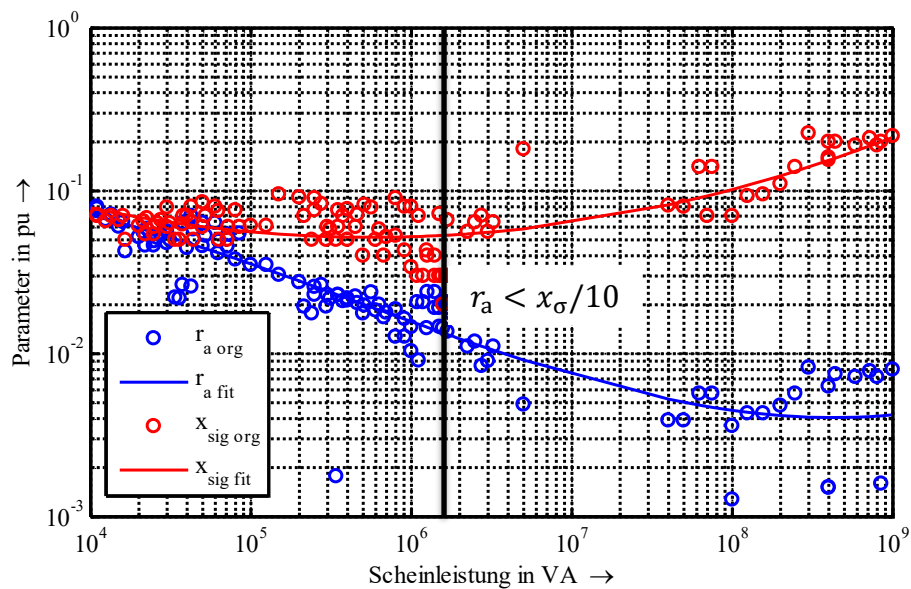
$$\frac{1}{T_{ff}} = \frac{x_D k_D}{x_{hd} T_{\sigma f}} \quad (11.39)$$

$$\frac{1}{T_{fD}} = \frac{x_{hd} + x_{\sigma L}}{x_{hd}} \frac{k_D}{T_{\sigma f}} \quad (11.40)$$

$$\frac{1}{T_Q} = \frac{x_q''}{x_q} \frac{1}{T_q''} \quad (11.41)$$

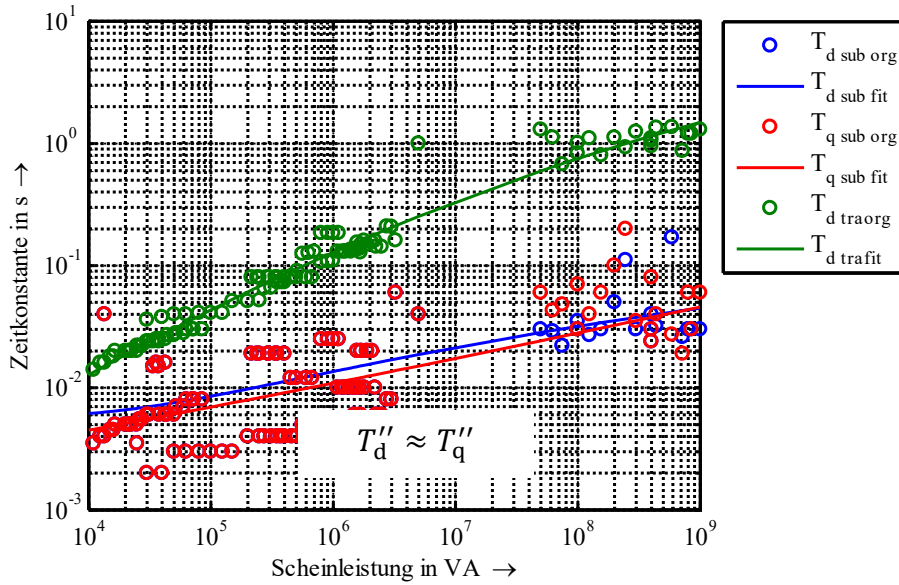
### Parametermatrizen der Referenzdaten

Der Ständerwiderstand und die Streureaktanz in Abbildung 98 bestimmen das Kurzzeitverhalten der Synchronmaschine. Die übliche Vernachlässigung des Ständerwiderstandes ist nur bei großen Bemessungsscheinleistungen zulässig.



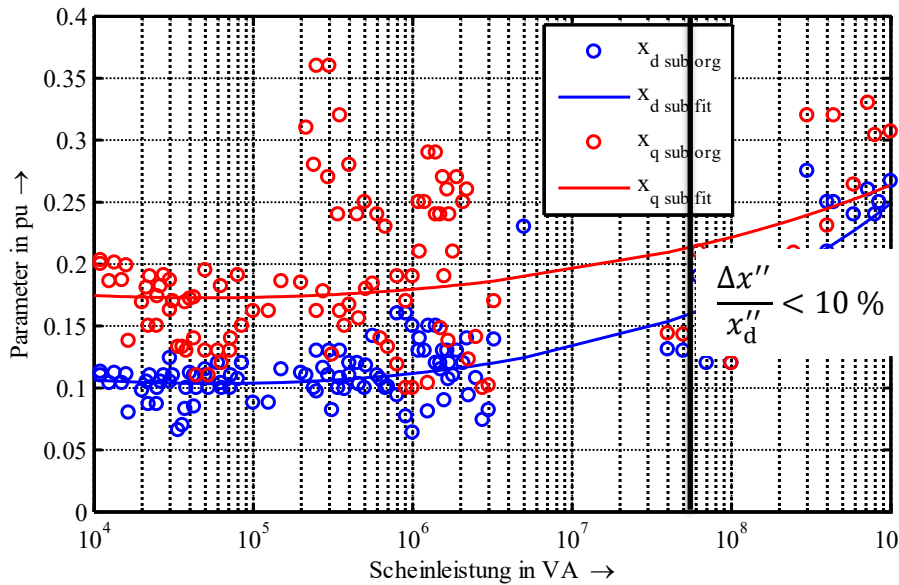
**Abbildung 98:** Ständerwiderstand und –streureaktanz in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

Die Zeitkonstanten in Abbildung 99 lassen sich durch Messungen gewinnen und beschreiben das Einschwingverhalten der Maschine nach schnellen Anregungen. Auffällig ist, dass sich die transiente Zeitkonstante bei kleinen Bemessungsscheinleistungen den subtransienten annähert.



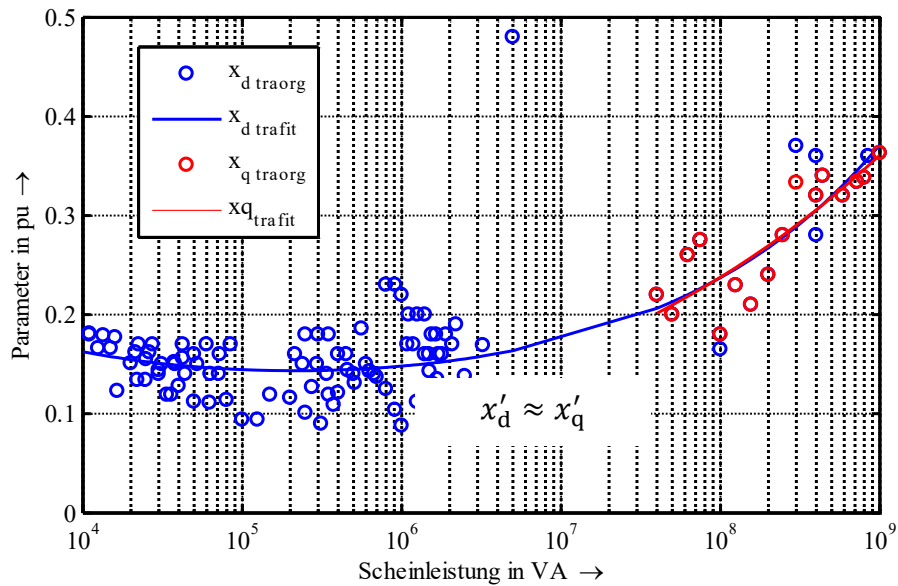
**Abbildung 99:** Subtransiente und transiente Zeitkonstanten der d- und q-Achse in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

Abbildung 100 zeigt, dass die Vernachlässigung der subtransienten Schenkeligkeit nur bei sehr großen Bemessungsscheinleistungen korrekt ist.



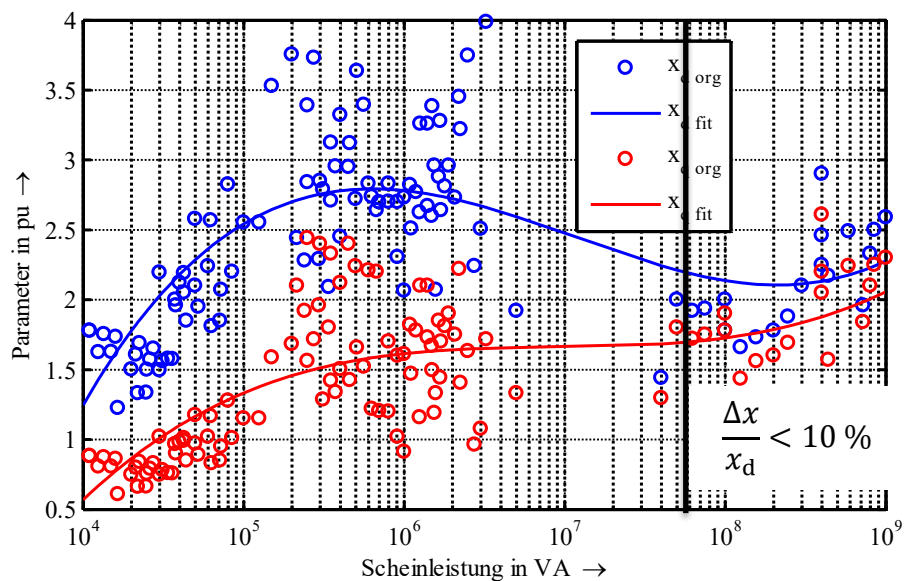
**Abbildung 100:** Subtransiente Reaktanzen der d- und q-Achse in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

Die transienten Reaktanzen in d- und q-Achse liegen bei großen Bemessungsscheinleistungen sehr nahe beieinander. Zur Bestimmung der Gleichungssystemparameter wird nur die transiente Reaktanz der d-Achse herangezogen.



**Abbildung 101:** Transiente Reaktanzen der d- und q-Achse in Abhängigkeit von der Bemessungscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

Ähnlich wie bei der subtransienten Schenkeligkeit sind die Unterschiede zwischen d- und q-Achse auch bei den stationären Reaktanzen nur für sehr große Bemessungscheinleistungen zulässig (vgl. Abbildung 102). Im unteren Leistungsbereich kann die Reaktanz in der d-Achse den doppelten Wert der q-Achse annehmen.



**Abbildung 102:** Stationäre Reaktanzen der d- und q-Achse in Abhängigkeit von der Bemessungscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

### III.II Asynchronmaschine

Im Folgenden werden typische Maschinenparameter von Asynchronmaschinen  $s_n$ ,  $s_k$ ,  $M_n$ ,  $M_{kr}$ ,  $i_A$  und  $\cos(\varphi_r)$  in Abhängigkeit von der Bemessungscheinleistung dargestellt. Sind nicht alle Modellparameter bekannt können diese nach [OSW 09] näherungsweise aus dem Anlaufstrom  $i_A$ , dem Kippeschlupf  $s_k$ , der Bemessungsdrehzahl  $n_r$  und  $\cos(\varphi_r)$  bestimmt werden:



$$X'_S = \frac{U_r}{\sqrt{3}I_r} \frac{1}{i_A} \quad (11.42)$$

$$X'_L = X'_S \quad (11.43)$$

$$X_{\sigma S} = X_{\sigma L} \approx \frac{1}{2} X'_S \quad (11.44)$$

$$R_L = s_k X'_S \quad (11.45)$$

$$R_S = R_L \quad (11.46)$$

$$\tan(\varphi_r) = \frac{\frac{X'_S}{X'_S} (s_r^2 + s_k^2) + k_S^2 s_r^2}{k_S^2 s_r s_k} \quad (11.47)$$

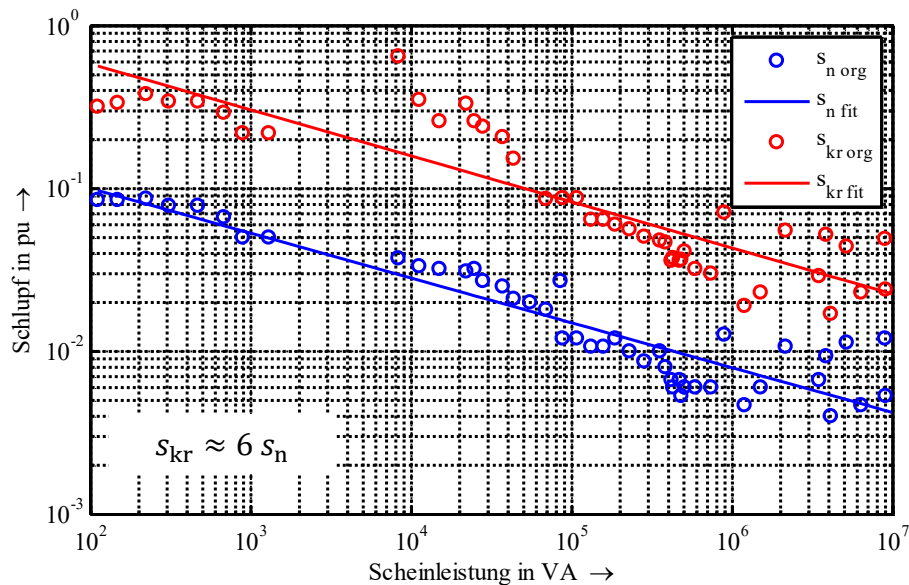
$$X_h = X'_L \frac{\frac{s_r}{s_k} + \frac{s_k}{s_r}}{\tan(\varphi_r) - \frac{s_r}{s_k}} + X'_S - X_{\sigma S} \quad (11.48)$$

$$k_S = \frac{X_h}{X_{\sigma S} + X_h} \quad (11.49)$$

$$s_r = \frac{n_0 - n_r}{n_0} \quad (11.50)$$

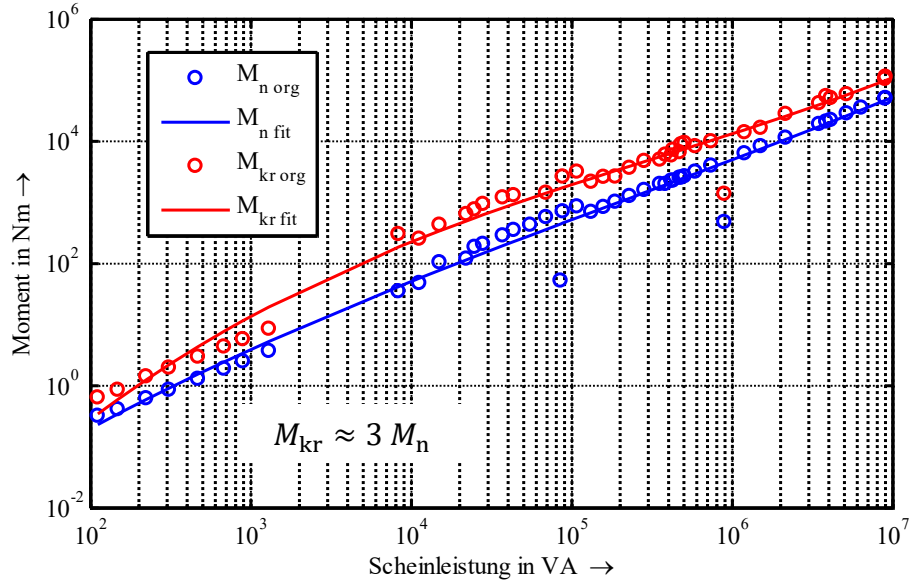
### Parametermatrizen der Referenzdaten

Abbildung 103 zeigt, dass der Schlupf von Asynchronmaschinen mit größeren Bemessungsscheinleistungen abnimmt. Das Verhältnis zwischen Kippschlupf und Bemessungsschlupf bleibt dabei in etwa konstant (Faktor 5 bis 6).



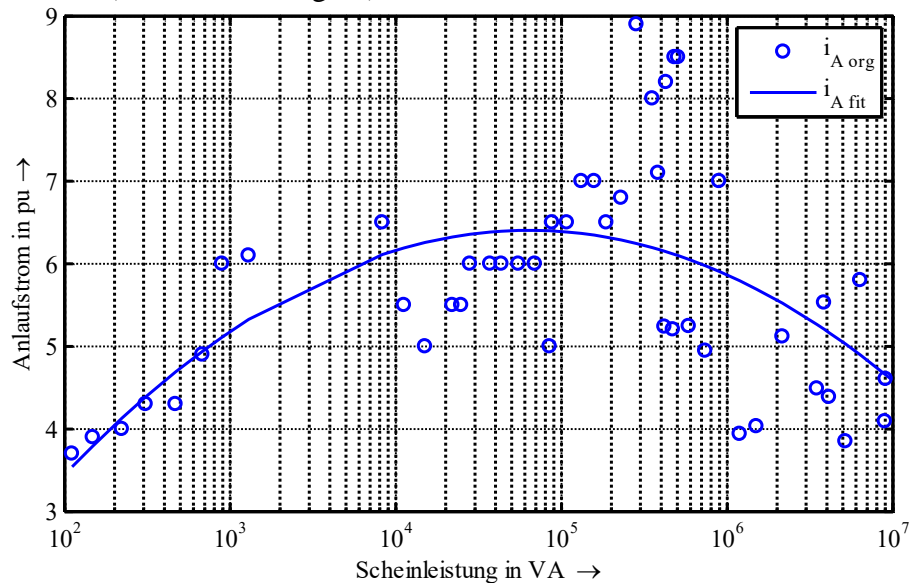
**Abbildung 103:** Nenn- und Kippschlupf in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

Das Bemessungsmoment steigt definitionsgemäß proportional mit der Bemessungsscheinleistung (vgl. Abbildung 104). Das Bemessungskippmoment verhält sich in etwa proportional.



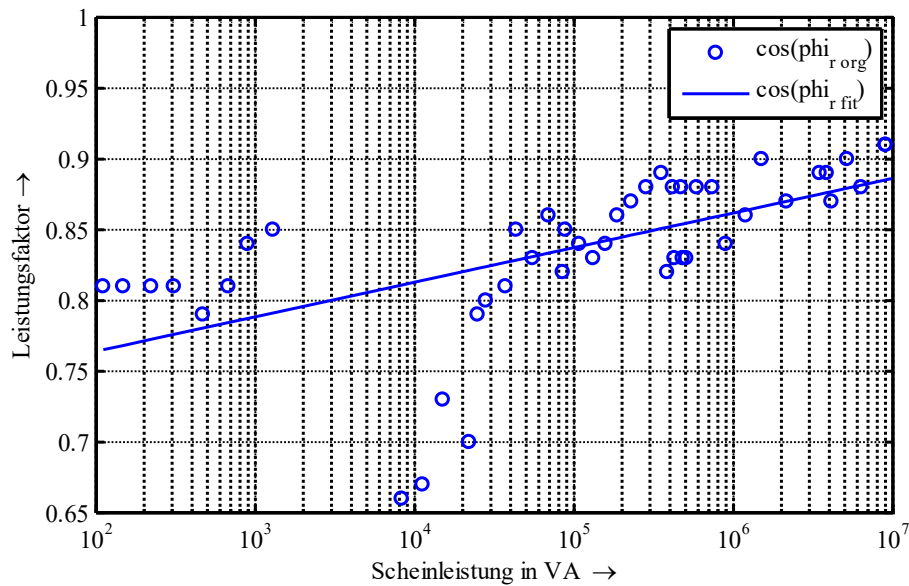
**Abbildung 104:** Nenn- und Bemessungskippmoment in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

Die Berücksichtigten Werte des Anlaufstroms streuen in linearer Darstellung stark (vgl. Abbildung 105). Dieser Effekt ist nach der Berechnung der transienten Reaktanz aber nicht mehr sichtbar (siehe Abbildung 40).



**Abbildung 105:** Bezogener Anlaufstrom in Abhängigkeit von der Bemessungsscheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierte Annahme)

In Abbildung 106 wird das angenommene Verhalten des Leistungsfaktors dargestellt. Es zu erkennen, dass auch Auslegungen der Maschinen mit deutliche geringeren Werten möglich sind.



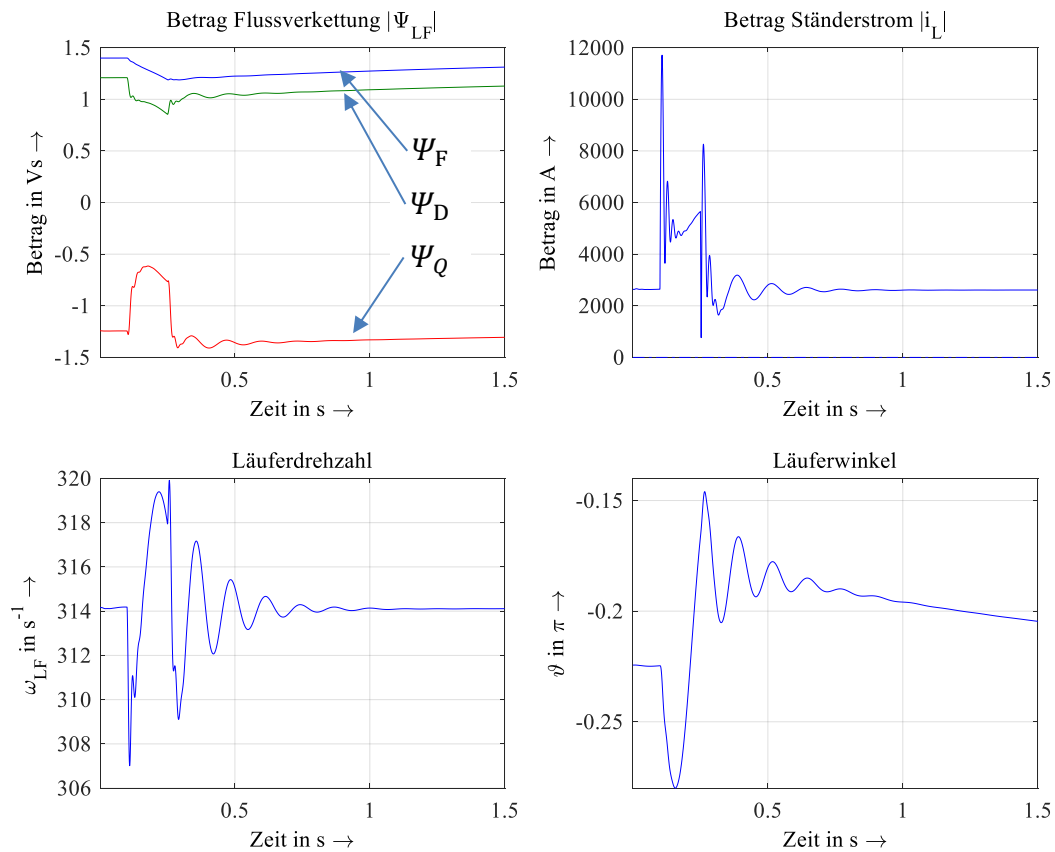
**Abbildung 106:** Leistungs-factor in Abhängigkeit von der Bemessungs-scheinleistung (Punkte: originale Beispieldaten; Linie: approximierende Annahme)

#### IV Gegenüberstellung der Kenngrößen zur transienten Stabilität

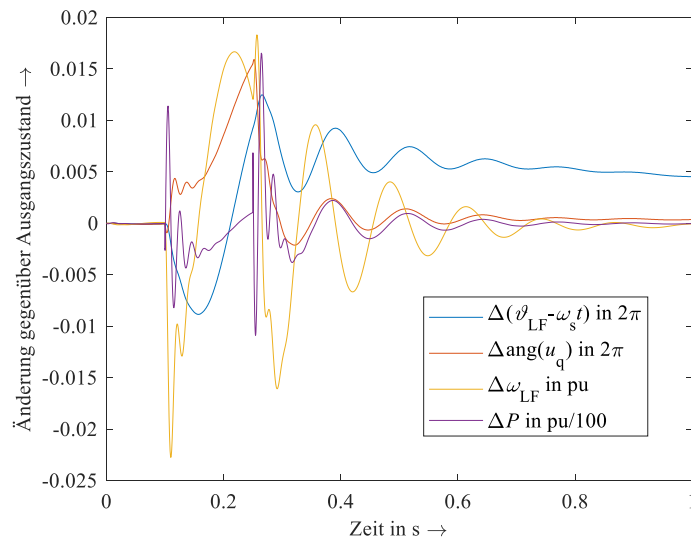
Für Synchronmaschinen wird klassisch der Verlauf der Läuferwinkel für die Bewertung der transienten Stabilität herangezogen (siehe Abschnitt 2.4). Am Beispiel des Mittelspannungsszenarios mit dem Parallelbetrieb ein Synchron- und einer Asynchronmaschine soll gezeigt werden, dass diese Kenngröße für Asynchronmaschinen ungeeignet ist, sich aber der Winkel der Quellenspannung als Alternative anbietet.

Im Vergleich der Zustandsgrößen in Abbildung 107 und Abbildung 109 wird deutlich, dass sich die Verläufe der Zustandsgrößen qualitativ wenig unterscheiden. Der wesentliche Unterschied, ist der kontinuierliche Anstieg des Läuferwinkels in Bezug auf den Winkel des Referenzknotens. Dies ist auf den Schlupf der Maschine zurückzuführen, der sich im Zuge des Ausgleichsvorganges verändern kann.

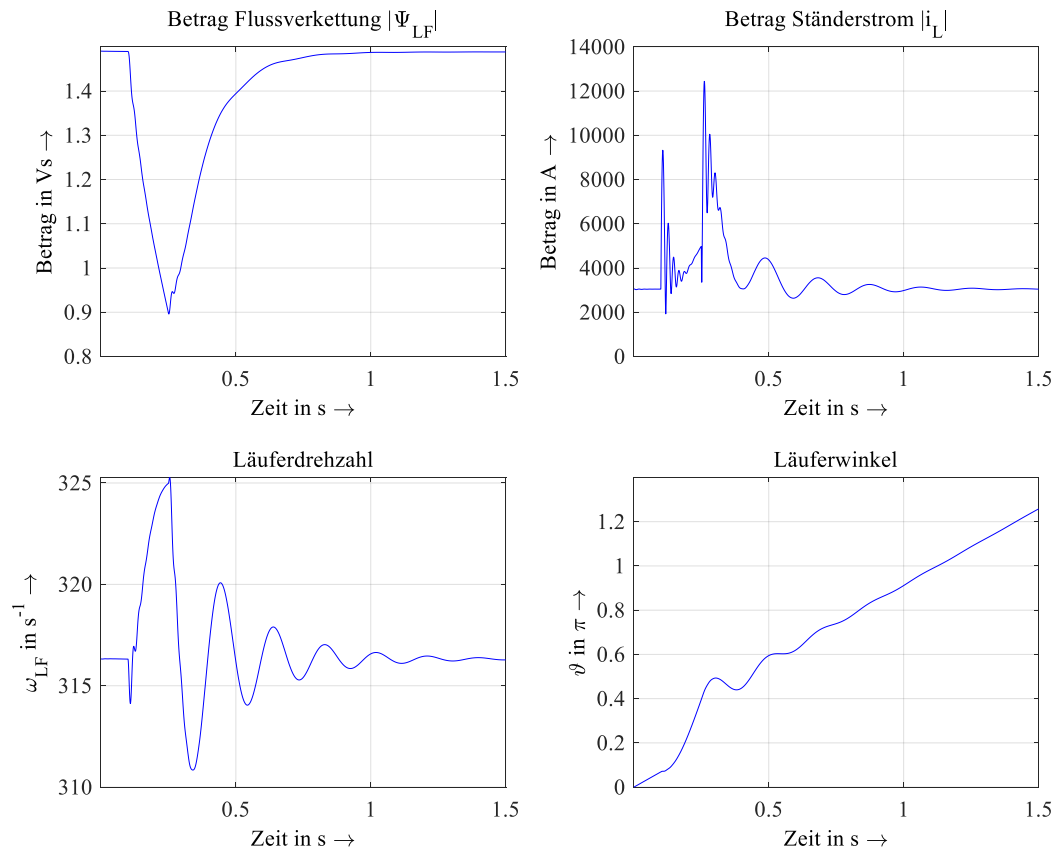
In Abbildung 108 sind die Verläufe von normierten Kenngrößen gegenübergestellt, die für das Einschwingverhalten der Synchronmaschine ausschlaggebend sind. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die abgegebene Wirkleistung, der Läuferwinkel und der Winkel der Quellenspannung in Phase zueinander bewegen, wobei vergleichbar hohe Maximalwerte der Abweichungen vom Ausgangswert auftreten. Da die Einheiten nicht übereinstimmen, ist der Zusammenhang für die Wirkleistung aber stark von der gewählten Normierung abhängig ist hier ggf. nicht auf Arbeitspunkte nahe der Stabilitätsgrenze übertragbar. Der Winkel der Quellenspannung macht dagegen der back-swing-Effekt nach Fehlereintritt und das langsame Zurückführen des Läuferwinkels nach der Fehlerklärung nicht direkt sichtbar.



**Abbildung 107:** Zustandsgrößen der Synchrongeneratoren in Folge eines Kurzschlusses im Mittelspannungsnetz (MS)

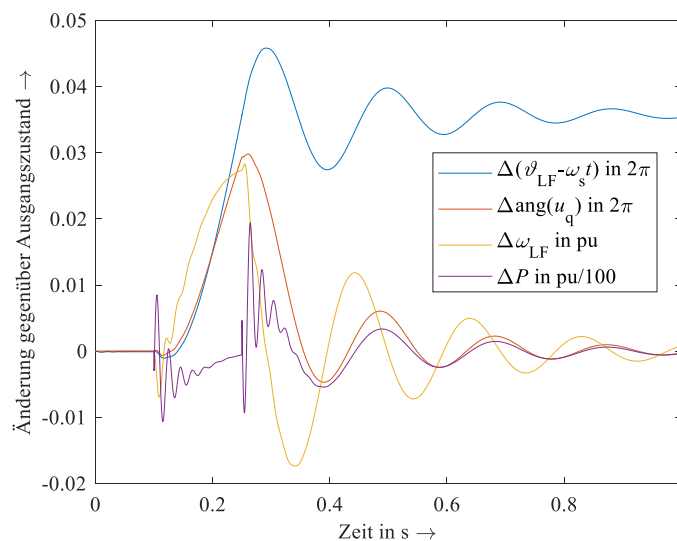


**Abbildung 108:** Vergleich der normierten Änderungen relevanter Kenngrößen für die Synchronmaschine im Mittelspannungsnetz (MS)



**Abbildung 109:** Zustandsgrößen der Asynchrongeneratoren in Folge eines Kurzschlusses im Mittelspannungsnetz (MS)

Die gleichen Kenngrößen werden in Abbildung 110 auch für die Asynchronmaschine dargestellt, wobei die Darstellung des Läuferwinkels nachträglich um den Schlupf vor Fehlereintritt reduziert wurde. Auch diese Darstellung des Läuferwinkels ist nicht äquivalent zu dem der Synchronmaschine, die deren Parallelverschiebung keinen Indikator für die transiente Stabilität abbildet, sondern nur eine temporäre Abweichung der Winkelgeschwindigkeit, welche bei der Asynchronmaschine für eine veränderte Wirkleistungsabgabe erforderlich ist. Der Winkel der Quellenspannung weist dieses Artefakt nicht auf und liefert in Bezug auf die resultierende Wirkleistungsabgabe vergleichbare Ergebnisse wie für die Synchronmaschine.



**Abbildung 110:** Vergleich der normierten Änderungen relevanter Kenngrößen für die Asynchronmaschine im Mittelspannungsnetz (MS)

## V Aufstellen der Jacobimatrix

In diesem Abschnitt sollen die Berechnungsschritte für das Aufstellen der Jacobimatrix dokumentiert werden. Diese stellt für alle Zustandsgrößen die Abhängigkeit der Ableitungen von kleinen Änderungen der Zustandsgrößen dar. Das Aufstellen der Matrizen erfolgt für die Betriebsmitteltypen getrennt. Die gesamte Matrix ergibt sich der beschriebenen Zusammenführung der einzelnen Matrizen.

Die Ableitung der Transformationsmatrix  $\underline{T}_{RP}$  wird den Berechnungen vorausgestellt, da sie an verschiedenen Stellen Anwendung finden wird.

$$\frac{\partial \underline{T}_{RP}}{\partial \vartheta_{LF}} = -\underline{T}_{RP} \mathbf{J} \quad (11.51)$$

$$\frac{\partial \underline{T}_{RP}^{-1}}{\partial \vartheta_{LF}} = \mathbf{J} \underline{T}_{RP}^{-1} \quad (11.52)$$

Darin ist  $\mathbf{J}$  die imaginäre Einheitsmatrix .

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} j & & \\ & -j & \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad (11.53)$$

### V.I Synchronmaschine

#### Modell mit subtransienter Spannung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{z,ai} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \mathbf{z}_{i,F} \\ \dot{\mathbf{z}}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \underline{\psi}_{LF} \\ \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix} \quad (11.54)$$

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_F \\ 0 \\ 0 \\ m_m \end{bmatrix} \quad (11.55)$$

$$\underline{\mathbf{A}}'_{ai} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{R}_{LL} \underline{T}_{RP} \\ \frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} (\underline{T}_{RP} \underline{i}_L)^T (\underline{\Omega}_P \mathbf{L}''_{SS})^T \underline{T}_{RP} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11.56)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{ai}}{\partial i_r} = \frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \left( \underline{T}_{RP} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T (\underline{\Omega}_P \mathbf{L}''_{SS})^T \underline{T}_{RP} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11.57)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{ai}}{\partial i_r^*} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} \left( \underline{T}_{RP} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T (\underline{\Omega}_P \mathbf{L}''_{SS})^T \underline{T}_{RP} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11.58)$$

$$\frac{\partial \underline{A}'_{ai}}{\partial \vartheta_{LF}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{R}_{LL} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \mathbf{J} \\ -\frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} \left( (\underline{\mathbf{T}}_{RP} \mathbf{J} \underline{\mathbf{i}}_L)^T (\underline{\boldsymbol{\Omega}}_P \mathbf{L}''_{SS})^T \underline{\mathbf{T}}_{RP} + (\underline{\mathbf{T}}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L)^T (\underline{\boldsymbol{\Omega}}_P \mathbf{L}''_{SS})^T \underline{\mathbf{T}}_{RP} \mathbf{J} \right) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11.59)$$

$$\underline{A}'_{ii} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{H}_{LL} \mathbf{K}_K & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} (\underline{\mathbf{T}}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L)^T \underline{\boldsymbol{\Omega}}_P \mathbf{K} \mathbf{K}_K & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.60)$$

$$\frac{\partial \underline{A}'_{ii}}{\partial \underline{i}_r} = \frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \left( \underline{\mathbf{T}}_{RP} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T \underline{\boldsymbol{\Omega}}_P \mathbf{K} \mathbf{K}_K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.61)$$

$$\frac{\partial \underline{A}'_{ii}}{\partial \underline{i}_r^*} = \frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \left( \underline{\mathbf{T}}_{RP} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T \underline{\boldsymbol{\Omega}}_P \mathbf{K} \mathbf{K}_K & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.62)$$

$$\frac{\partial \underline{A}'_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = -\frac{3p^2}{2J\omega_{LF}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ (\underline{\mathbf{T}}_{RP} \mathbf{J} \underline{\mathbf{i}}_L)^T \underline{\boldsymbol{\Omega}}_P \mathbf{K} \mathbf{K}_K & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.63)$$

$$\underline{\mathbf{y}}_i = [\underline{\mathbf{C}}_{ai} \quad \underline{\mathbf{C}}_{ii}] \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \underline{\mathbf{z}}_{i,F} \\ \underline{\mathbf{z}}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{D}}_{ii} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_{LF} \\ \underline{\mathbf{m}}_m \end{bmatrix} \quad (11.64)$$

Auch die Matrizen in diesem Teil des Gleichungssystems sind nicht linear, da die Zustandsgrößen der Bewegungsgleichung enthalten sind.

$$\underline{\mathbf{C}}_{ai} = \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{R}_{LL} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (11.65)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ai}}{\partial \vartheta_{LF}} = \mathbf{J} \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{R}_{LL} \underline{\mathbf{T}}_{RP} - \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{R}_{LL} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \mathbf{J} \quad (11.66)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ii} = [\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{K}_K \quad \mathbf{0}] \quad (11.67)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{D}}_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = [\mathbf{J} \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{K}_K \quad \mathbf{0}] \quad (11.68)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ii} = [\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} (\underline{\boldsymbol{\Omega}}_P \mathbf{K} - \mathbf{K} \mathbf{H}_{LL}) \mathbf{K}_K \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \quad (11.69)$$

$$\frac{\partial \underline{C}_{ii}}{\partial \omega_{LF}} = \frac{1}{\omega_{LF}} \left[ \underline{T}_{RP}^{-1} \underline{\Omega}^P \underline{K} \underline{K}_K \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \right] \quad (11.70)$$

$$\frac{\partial \underline{C}_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \left[ \underline{J} \underline{T}_{RP}^{-1} (\underline{\Omega}^P \underline{K} - \underline{K} \underline{H}_{LL}) \underline{K}_K \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \right] \quad (11.71)$$

### Modell mit transienter Spannung

$$\dot{\underline{z}}_i = \begin{bmatrix} \dot{\underline{z}}_{i,F} \\ \dot{\underline{z}}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}'_{ai} & \underline{A}'_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} + \underline{B}'_{ii} \begin{bmatrix} \underline{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (11.72)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \begin{bmatrix} \underline{z}_{i,F} \\ \underline{z}_{i,B} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \underline{\Psi}_F \\ \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix} \quad (11.73)$$

$$\begin{aligned} \underline{A}'_{ai} &= \begin{bmatrix} \frac{R_F L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ 0 & k_Q R_Q & 0 \\ \frac{3p^2}{2J} (L'_d - L''_q) i_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{R_F L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ 0 & k_Q R_Q & 0 \\ \frac{3p^2}{2J} (L'_d - L''_q) [0 \quad 1 \quad 0] \underline{T}_{RP} \underline{i}_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \end{aligned} \quad (11.74)$$

$$\frac{\partial \underline{A}'_{ai}}{\partial L_r} = \frac{3p^2}{2J} (L'_d - L''_q) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ [0 \quad 1 \quad 0] \underline{T}_{RP} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \quad (11.75)$$

$$\frac{\partial \underline{A}'_{ai}}{\partial L_r^*} = \frac{3p^2}{2J} (L'_d - L''_q) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ [0 \quad 1 \quad 0] \underline{T}_{RP} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \quad (11.76)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{A}'_{ai}}{\partial \vartheta_{LF}} &= -\frac{3p^2}{2J} (L'_d - L''_q) [0 \quad 1 \quad 0] \underline{T}_{RP} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \underline{J} \underline{i}_L \underline{T}_{RP} + \underline{i}_L \underline{T}_{RP} \underline{J} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \frac{R_F L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ 0 & k_Q R_Q & 0 \\ \mathbf{0} & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \underline{J} \end{aligned} \quad (11.77)$$



$$\mathbf{A}'_{ii} = \begin{bmatrix} -\frac{R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_Q}{L_{hq} + L_{\sigma Q}} & 0 & 0 \\ \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} [0 \ 1 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L & -\frac{3p^2}{2J} k_Q [1 \ 0 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.78)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}'_{ii}}{\partial \underline{\mathbf{i}}_r} = \frac{3p^2}{2J} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \\ \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} [0 \ 1 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & -k_Q [1 \ 0 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.79)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}'_{ii}}{\partial \underline{\mathbf{i}}_r^*} = \frac{3p^2}{2J} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} [0 \ 1 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & -k_Q [1 \ 0 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.80)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}'_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \frac{3p^2}{2J} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} [0 \ 1 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \mathbf{J} \underline{\mathbf{i}}_L & k_Q [1 \ 0 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \mathbf{J} \underline{\mathbf{i}}_L & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.81)$$

$$\underline{\mathbf{y}}_i = [\underline{\mathbf{C}}_{ai} \ \underline{\mathbf{C}}_{ii}] \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \mathbf{z}_{i,F} \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{D}}_{ii} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (11.82)$$

$$\underline{\mathbf{z}}'_L - \underline{\mathbf{z}}''_L = \omega_{LF} \mathbf{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -(L'_q - L''_q) & 0 \\ L'_d - L''_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{RP} \quad (11.83)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ai} = \underline{\mathbf{z}}'_L - \underline{\mathbf{z}}''_L + \mathbf{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{L_{hd} k_F R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ 0 & k_Q^2 R_Q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{RP} \quad (11.84)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ai}}{\partial \omega_{LF}} = \frac{1}{\omega_{LF}} (\underline{\mathbf{z}}'_L - \underline{\mathbf{z}}''_L) = \mathbf{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ L'_d - L''_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{RP} \quad (11.85)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ai}}{\partial \vartheta_{LF}} = \mathbf{J}_{\underline{\mathbf{T}}_{RP}}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{L_{hd} k_F R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ \omega_{LF} (L'_d - L''_d) & k_Q^2 R_Q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} - \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{L_{hd} k_F R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 & 0 \\ \omega_{LF} (L'_d - L''_d) & k_Q^2 R_Q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \mathbf{J} \quad (11.86)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ii} = \left[ -\underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{k_F R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & k_Q \omega_{LF} \\ -\omega_{LF} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & \frac{k_Q R_Q}{L_{hq} + L_{\sigma Q}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \right] \quad (11.87)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ii}}{\partial \omega_{LF}} = \left[ \underline{\mathbf{T}}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -k_Q \\ \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \right] \quad (11.88)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \left[ -\mathbf{J}_{\underline{\mathbf{T}}_{RP}}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{k_F R_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & k_Q \omega_{LF} \\ -\omega_{LF} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & \frac{k_Q R_Q}{L_{hq} + L_{\sigma Q}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \right] = \underline{\mathbf{J}}_{\underline{\mathbf{C}}_{ii}} \quad (11.89)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ii} = \left[ k_F \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \right] \quad (11.90)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{D}}_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \left[ k_F \begin{bmatrix} j e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ -j e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \right] = \underline{\mathbf{J}}_{\underline{\mathbf{D}}_{ii}} \quad (11.91)$$

### Modifiziertes Modell mit transientser Spannung

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_{i,F} \\ \dot{\mathbf{z}}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{A}}'_{ai} & \underline{\mathbf{A}}'_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{K}}_{z,ai} \underline{\mathbf{z}}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{B}}'_{ii} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (11.92)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{K}}_{z,ai} \underline{\mathbf{z}}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i,F} \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \begin{bmatrix} \Psi_F \\ \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (11.93)$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{A}}'_{\text{ai}} &= \begin{bmatrix} \left[ \begin{array}{ccc} \frac{L_{\text{hd}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} R_{\text{F}} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{ccc} \frac{3p^2}{2J} (L'_{\text{d}} - L'_{\text{q}}) i_{\text{q}} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \\ &= \begin{bmatrix} \left[ \begin{array}{ccc} \frac{L_{\text{hd}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} R_{\text{F}} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{ccc} \frac{3p^2}{2J} (L'_{\text{d}} - L'_{\text{q}}) [0 & 1 & 0] \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \underline{\mathbf{i}}_{\text{L}} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \end{aligned} \quad (11.94)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{\text{ai}}}{\partial i_{\text{r}}} = \frac{3p^2}{2J} (L'_{\text{d}} - L'_{\text{q}}) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \left[ \begin{array}{ccc} [0 & 1 & 0] \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \quad (11.95)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{\text{ai}}}{\partial i_{\text{r}}} = \frac{3p^2}{2J} (L'_{\text{d}} - L'_{\text{q}}) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \left[ \begin{array}{ccc} [0 & 1 & 0] \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \quad (11.96)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{\text{ai}}}{\partial \vartheta_{\text{LF}}} &= -\frac{3p^2}{2J} (L'_{\text{d}} - L'_{\text{q}}) [0 \quad 1 \quad 0] \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \underline{\mathbf{i}}_{\text{L}} \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} + \underline{\mathbf{i}}_{\text{L}} \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \mathbf{J} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \left[ \begin{array}{ccc} \frac{L_{\text{hd}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} R_{\text{F}} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \mathbf{J} \end{aligned} \quad (11.97)$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{A}}'_{\text{ii}} &= \begin{bmatrix} \left[ \begin{array}{ccc} -\frac{R_{\text{F}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{ccc} \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{\text{hd}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} i_{\text{q}} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \\ R_{\text{F}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \left[ \begin{array}{ccc} -\frac{R_{\text{F}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{ccc} \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{\text{hd}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} [0 & 1 & 0] \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \underline{\mathbf{i}}_{\text{L}} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \\ 1 \quad 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11.98)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{\text{ii}}}{\partial i_{\text{r}}} = \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{\text{hd}}}{L_{\text{hd}} + L_{\sigma\text{L}} + L_{\sigma\text{F}}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \left[ \begin{array}{ccc} [0 & 1 & 0] \underline{\mathbf{T}}_{\text{RP}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \mathbf{0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.99)$$

$$\frac{\partial \underline{A}'_{ii}}{\partial \underline{i}_r} = \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \underline{T}_{RP} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.100)$$

$$\frac{\partial \underline{A}'_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -[0 & 1 & 0] \underline{T}_{RP} \underline{J} \underline{i}_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.101)$$

$$\underline{y}_i = [\underline{C}_{ai} \quad \underline{C}_{ii}] \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ [\underline{z}_{i,F}] \\ [\underline{z}_{i,B}] \end{bmatrix} + \underline{D}_{ii} [\underline{u}_{LF}] \quad (11.102)$$

$$\underline{z}'_L - \underline{z}''_L = \omega_{LF} \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -(L'_q - L''_q) & 0 \\ L'_d - L''_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \quad (11.103)$$

$$\underline{C}_{ai} = \underline{z}'_L - \underline{z}''_L + \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{L_{hd}^2 L_{\sigma D}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \cdot \frac{R_F}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \quad (11.104)$$

$$\frac{\partial \underline{C}_{ai}}{\partial \omega_{LF}} = \frac{1}{\omega_{LF}} (\underline{z}'_L - \underline{z}''_L) \quad (11.105)$$

$$\frac{\partial \underline{C}_{ai}}{\partial \vartheta_{LF}} = \underline{J} \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{L_{hd}^2 L_{\sigma D}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \cdot \frac{R_F}{L^2} & -\omega_{LF} (L'_q - L''_q) & 0 \\ \omega_{LF} (L'_d - L''_d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \quad (11.106)$$

$$- \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{L_{hd}^2 L_{\sigma D}}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \cdot \frac{R_F}{L^2} & -\omega_{LF} (L'_q - L''_q) & 0 \\ \omega_{LF} (L'_d - L''_d) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP} \underline{J}$$

$$\frac{\partial \underline{C}_{ai}}{\partial \vartheta_{LF}} = \left( j\omega_{LF} (L'_d - L''_d - L'_q + L''_q) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{L_{hd} R_F k_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} -je^{-2j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & je^{2j\vartheta_{LF}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.107)$$

$$\underline{C}_{ii} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -R_F + j\omega_{LF} \frac{L^2}{L_{\sigma D}} \\ -R_F - j\omega_{LF} \frac{L^2}{L_{\sigma D}} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{k_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11.108)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ii}}{\partial \omega_{LF}} = \left[ \begin{array}{c} e^{j\vartheta_{LF}} \\ -e^{-j\vartheta_{LF}} \\ 0 \end{array} \right] \frac{jL^2 k_F}{L_{\sigma D}(L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F})} \mathbf{0} \mathbf{0} \quad (11.109)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \left[ \begin{array}{ccc} je^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & -je^{-j\vartheta_{LF}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} -R_F + j\omega_{LF} \frac{L^2}{L_{\sigma D}} \\ -R_F - j\omega_{LF} \frac{L^2}{L_{\sigma D}} \\ 0 \end{array} \right] \frac{k_F}{L_{hd} + L_{\sigma L} + L_{\sigma F}} \mathbf{0} \mathbf{0} \quad (11.110)$$

$$= \underline{\mathbf{J}}_{ii}$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ii} = \left[ k_F \begin{array}{ccc} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \mathbf{0} \quad (11.111)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{D}}_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \left[ k_F \begin{array}{ccc} je^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ -je^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \mathbf{0} = \underline{\mathbf{J}}_{ii} \quad (11.112)$$

### Stationäres Modell mit Polradspannung

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \dot{\mathbf{z}}_{i,B} = \left[ \underline{\mathbf{A}}'_{ai} \quad \mathbf{A}'_{ii} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{z,ai} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} + \mathbf{B}'_{ii} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (11.113)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{z,ai} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{i}}_L \\ [\omega_{LF}] \\ [\vartheta_{LF}] \end{bmatrix} \quad (11.114)$$

$$\underline{\mathbf{A}}'_{ai} = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{3p^2}{2J} (L_d - L_q) [i_q \quad 0 \quad 0] \\ \mathbf{0} \end{array} \right] \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (11.115)$$

$$= \left[ \begin{array}{ccc} \frac{3p^2}{2J} (L_d - L_q) [[0 \quad 1 \quad 0] \underline{\mathbf{T}}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L \quad 0 \quad 0] \\ \mathbf{0} \end{array} \right] \underline{\mathbf{T}}_{RP}$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{ai}}{\partial \underline{\mathbf{i}}_L} = \frac{3p^2}{2J} (L_d - L_q) \left[ \begin{array}{ccc} [0 \quad 1 \quad 0] \underline{\mathbf{T}}_{RP} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} \end{array} \right] \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (11.116)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{ai}}{\partial \underline{\mathbf{i}}_L^*} = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{3p^2}{2J} (L_d - L_q) [0 \quad 1 \quad 0] \underline{\mathbf{T}}_{RP} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} \end{array} \right] \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (11.117)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{ai}}{\partial \vartheta_{LF}} = -\frac{3p^2}{2J} (L_d - L_q) \left( \begin{bmatrix} [i_q \quad 0 \quad 0] \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \mathbf{J} \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} [0 \quad 1 \quad 0] \underline{\mathbf{T}}_{RP} \underline{\mathbf{i}}_L \quad 0 \quad 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \right) \quad (11.118)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}'_{ii} &= \begin{bmatrix} \frac{3p^2}{2J} \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \frac{L_{hd}}{R_F} i_q & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) & \frac{p}{J} \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd}}{R_F} \text{diag}([0 \ 1 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \mathbf{i}_L \ 0 \ 0) & \frac{p}{J} \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11.119)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}'_{ii}}{\partial i_r} = \begin{bmatrix} \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd}}{R_F} \text{diag} \left( \begin{bmatrix} [0 \ 1 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) & 0 \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \quad (11.120)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}'_{ii}}{\partial i_r^*} = \begin{bmatrix} \frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd}}{R_F} \text{diag} \left( \begin{bmatrix} [0 \ 1 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) & 0 \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \quad (11.121)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}'_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \begin{bmatrix} -\frac{3p^2}{2J} \frac{L_{hd}}{R_F} \text{diag}([0 \ 1 \ 0] \mathbf{T}_{RP} \mathbf{J} \mathbf{i}_L \ 0 \ 0) & 0 \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \quad (11.122)$$

$$\mathbf{u}_{qL} = (\mathbf{Z}_L - \mathbf{Z}'_L) \mathbf{i}_L + \mathbf{u}_p \quad (11.123)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_L - \mathbf{Z}'_L &= \frac{j\omega_{LF}}{2} \begin{bmatrix} L_d - L''_d + L_q - L''_q & (L_d - L''_d - L_q + L''_q) e^{2j\vartheta_{LF}} & 0 \\ -(L_d - L''_d - L_q + L''_q) e^{-2j\vartheta_{LF}} & -(L_d - L''_d + L_q - L''_q) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11.124)$$

$$\mathbf{y}_i = [\mathbf{C}_{ai} \ \mathbf{C}_{ii}] \begin{bmatrix} \mathbf{i}_L \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \mathbf{D}_{ii} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (11.125)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_i &= [\mathbf{C}_{ai} \ \mathbf{C}_{ii}] \begin{bmatrix} \mathbf{i}_L \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} + \mathbf{D}_{ii} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \\ \frac{\partial \mathbf{C}_{ai}}{\partial \omega_{LF}} &= \mathbf{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} L_d - L''_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{RP} = \frac{1}{\omega_{LF}} \mathbf{C}_{ai} \end{aligned} \quad (11.127)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{C}_{ai}}{\partial \vartheta_{LF}} &= \omega_{LF} \mathbf{J} \mathbf{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -(L_q - L''_q) & 0 \\ L_d - L''_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{RP} \\ &\quad - \omega_{LF} \mathbf{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -(L_q - L''_q) & 0 \\ L_d - L''_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{RP} \mathbf{J} \end{aligned} \quad (11.128)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ii} = \left[ \frac{j\omega_{LF} L_{hd}}{R_F} \begin{bmatrix} e^{j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ -e^{-j\vartheta_{LF}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{0} \right] \quad (11.129)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{D}}_{ii}}{\partial \omega_{LF}} = \frac{1}{\omega_{LF}} \underline{\mathbf{D}}_{ii} \quad (11.130)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{D}}_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \mathbf{J} \underline{\mathbf{D}}_{ii} \quad (11.131)$$

## V.II Asynchronmaschine

### Modell mit transienter Spannung

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_{i,F} \\ \dot{\mathbf{z}}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{A}}'_{ai} & \mathbf{A}'_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{z,ai} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} + \mathbf{B}'_{ii} \mathbf{x}_i \quad (11.132)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{z,ai} \mathbf{z}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_L \\ \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i,F} \\ \mathbf{z}_{i,B} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_L \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{LF} \\ \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (11.133)$$

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \\ m_m \end{bmatrix} \quad (11.134)$$

$$\mathbf{A}'_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_{LF}} \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{3p^2 k_{LF}}{2J \omega_{LF}} (\underline{\mathbf{T}}_{RP} \dot{\mathbf{i}}_L)^T \boldsymbol{\Omega}_P \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.137)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}'_{ii}}{\partial i_r} = \frac{3p^2 k_{LF}}{2J \omega_{LF}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \left( \underline{\mathbf{T}}_{RP} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T \boldsymbol{\Omega}_P \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.138)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}'_{ii}}{\partial i_r^*} = \frac{3p^2 k_{LF}}{2J \omega_{LF}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \left( \underline{\mathbf{T}}_{RP} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T \boldsymbol{\Omega}_P \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.139)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}'_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \frac{3p^2 k_{LF}}{2J \omega_{LF}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ (-\underline{\mathbf{T}}_{RP} \mathbf{J} \dot{\mathbf{i}}_L)^T \boldsymbol{\Omega}_P \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.140)$$

$$\underline{y}_i = [\underline{C}_{ai} \quad \underline{C}_{ii}] \begin{bmatrix} \underline{i}_L \\ \underline{z}_{i,F} \\ \underline{\dot{z}}_{i,B} \end{bmatrix} + \underline{D}_{ii} \begin{bmatrix} \underline{u}_{LF} \\ m_m \end{bmatrix} \quad (11.141)$$

$$\underline{C}_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{LF}} - j\omega_{LF} & 0 & 0 \\ -k_{LF} & \frac{1}{T_{LF}} + j\omega_{LF} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \mathbf{0} \quad (11.142)$$

$$\frac{\partial \underline{C}_{ii}}{\partial \omega_{LF}} = \begin{bmatrix} k_{LF} \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11.143)$$

$$\frac{\partial \underline{C}_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{LF}} - j\omega_{LF} & 0 & 0 \\ -k_{LF} & \frac{1}{T_{LF}} + j\omega_{LF} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{J} \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \mathbf{0} \quad (11.144)$$

$$\underline{D}_{ii} = \begin{bmatrix} k_{LF} \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11.145)$$

$$\frac{\partial \underline{D}_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \begin{bmatrix} k_{LF} \underline{J} \underline{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11.146)$$

### Modell mit konstanter transienter Spannung

Die Matrizen des Modells 3. Ordnung lassen sich wie die Ableitungen aus den Matrizen des Modells 4. Ordnung (im Index durch eine 4 kenntlich gemacht) ableiten.

$$\dot{\vartheta}_\Psi = \frac{\dot{\Psi}_Q}{|\underline{\Psi}_{LF}^L|} \cos(\vartheta_\Psi) - \frac{\dot{\Psi}_D}{|\underline{\Psi}_{LF}^L|} \sin(\vartheta_\Psi) \quad (11.147)$$

Dafür werden zwei Transformationsmatrizen aufgestellt und deren Ableitungen gebildet.

$$\begin{bmatrix} \Psi_D \\ \Psi_Q \\ \underline{z}_{i,B} \end{bmatrix} = T_\vartheta \begin{bmatrix} \vartheta_\Psi \\ \underline{z}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[ \begin{array}{c} \frac{|\underline{\Psi}_{LF}^L|}{\vartheta_\Psi} \cos(\vartheta_\Psi) \\ \frac{|\underline{\Psi}_{LF}^L|}{\vartheta_\Psi} \sin(\vartheta_\Psi) \end{array} \right] \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \quad \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_\Psi \\ \underline{z}_{i,B} \end{bmatrix} \quad (11.148)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\vartheta}_\Psi \\ \dot{\underline{z}}_{i,B} \end{bmatrix} = T_{\dot{\vartheta}} \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_D \\ \dot{\Psi}_Q \\ \dot{\underline{z}}_{i,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\sin(\vartheta_\Psi)}{|\underline{\Psi}_{LF}^L|} & \frac{\cos(\vartheta_\Psi)}{|\underline{\Psi}_{LF}^L|} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_D \\ \dot{\Psi}_Q \\ \dot{\underline{z}}_{i,B} \end{bmatrix} \quad (11.149)$$



$$\frac{\partial T_{\vartheta}}{\partial \vartheta_{\Psi}} = \begin{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\cos(\vartheta_{\Psi})}{\vartheta_{\Psi}^2} + \frac{\sin(\vartheta_{\Psi})}{\vartheta_{\Psi}} \\ \frac{\sin(\vartheta_{\Psi})}{\vartheta_{\Psi}^2} - \frac{\cos(\vartheta_{\Psi})}{\vartheta_{\Psi}} \end{bmatrix} |\underline{\Psi}_{LF}^L| & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11.150)$$

$$\frac{\partial T_{\dot{\vartheta}}}{\partial \vartheta_{\Psi}} = \begin{bmatrix} - \frac{1}{|\underline{\Psi}_{LF}^L|} [\cos(\vartheta_{\Psi}) & \sin(\vartheta_{\Psi})] & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11.151)$$

Die Matrizen enthalten die Flussverkettungen zunächst nicht als Zustandsgrößen, so können die betroffenen Matrizen einfach transformiert werden. Durch die nichtlineare Transformation kommt die neue Zustandsgröße  $\vartheta_{\Psi}$  in die Matrizen und muss in der Jacobimatrix berücksichtigt werden.

$$\frac{\partial \underline{A}'_{ii}}{\partial \underline{z}_{i,4}} = T_{\dot{\vartheta}} \frac{\partial \underline{A}'_{ii,4}}{\partial \underline{z}_{i,4}} T_{\vartheta} \quad (11.152)$$

$$\frac{\partial \underline{A}'_{ai}}{\partial \vartheta_{\Psi}} = \frac{\partial T_{\dot{\vartheta}}}{\partial \vartheta_{\Psi}} \underline{A}'_{ai,4} T_{\vartheta} + T_{\dot{\vartheta}} \underline{A}'_{ai,4} \frac{\partial T_{\vartheta}}{\partial \vartheta_{\Psi}} \quad (11.153)$$

Für die Matrizen  $\underline{G}_i \in \{\underline{A}'_{ai} \quad \underline{B}'_{ii} \quad \underline{B}'_{ai}\}$  verändert sich die Anzahl der Spalten.

$$\frac{\partial \underline{G}_i}{\partial \underline{z}_{i,4}} = T_{\dot{\vartheta}} \frac{\partial \underline{G}_{i,4}}{\partial \underline{z}_{i,4}} \quad (11.154)$$

$$\frac{\partial \underline{G}_i}{\partial \vartheta_{\Psi}} = \frac{\partial T_{\dot{\vartheta}}}{\partial \vartheta_{\Psi}} \underline{G}_{i,4} \quad (11.155)$$

$$\frac{\partial \underline{C}_{ii}}{\partial \underline{z}_{i,4}} = \frac{\partial \underline{C}_{i,4}}{\partial \underline{z}_{i,4}} T_{\vartheta} \quad (11.156)$$

$$\frac{\partial \underline{C}_{ii}}{\partial \vartheta_{\Psi}} = \underline{C}_{i,4} \frac{\partial T_{\vartheta}}{\partial \vartheta_{\Psi}} \quad (11.157)$$

**stationäres Modell**

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \dot{\mathbf{z}}_{i,B} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{A}}'_{ai} & \mathbf{A}'_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{z,ai} \underline{\mathbf{z}}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} + \mathbf{B}'_{ii} \mathbf{x}_i \quad (11.158)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{z,ai} \underline{\mathbf{z}}_a \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_L \\ \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i,F} \\ \dot{\mathbf{z}}_{i,B} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_L \\ \begin{bmatrix} \omega_{LF} \\ \vartheta_{LF} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (11.159)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{LF}} \frac{s}{s_H^2 + s^2} = \frac{1}{\omega_0} \left( \frac{2s^2}{(s_H^2 + s^2)^2} - \frac{1}{s_H^2 + s^2} \right) \quad (11.160)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{LF}} \frac{1}{s_H^2 + s^2} = \frac{2s}{\omega_0 (s_H^2 + s^2)^2} \quad (11.161)$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{A}}'_{ai} &= \frac{3p^2 k_{LF}^2 R_{LF}}{2J} \frac{s}{\omega_0} \frac{1}{s_H^2 + s^2} \begin{bmatrix} i_d & i_q & 0 \\ \mathbf{0} & & \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \\ &= \frac{3p^2 k_{LF}^2 R_{LF}}{2J} \frac{s}{\omega_0} \frac{1}{s_H^2 + s^2} \left[ \left( \underline{\mathbf{T}}_{RP} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_L \right)^T \right] \underline{\mathbf{T}}_{RP} \end{aligned} \quad (11.162)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{ai}}{\partial i_r} = \frac{3p^2 k_{LF}^2 R_{LF}}{2J} \frac{s}{\omega_0} \frac{1}{s_H^2 + s^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & & \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP}^T \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (11.163)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{ai}}{\partial i_r} = \frac{3p^2 k_{LF}^2 R_{LF}}{2J} \frac{s}{\omega_0} \frac{1}{s_H^2 + s^2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & & \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP}^T \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (11.164)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{ai}}{\partial \omega_{LF}} = \frac{3p^2 k_{LF}^2 R_{LF}}{2J} \frac{1}{\omega_0^2} \left( \frac{2s^2}{(s_H^2 + s^2)^2} - \frac{1}{s_H^2 + s^2} \right) \begin{bmatrix} i_d & i_q & 0 \\ \mathbf{0} & & \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (11.165)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{A}}'_{ai}}{\partial \vartheta_{LF}} = -\frac{3p^2 k_{LF}^2 R_{LF}}{2J} \frac{s}{\omega_0} \frac{1}{s_H^2 + s^2} \begin{bmatrix} i_d & i_q & 0 \\ \mathbf{0} & & \end{bmatrix} \underline{\mathbf{T}}_{RP} \mathbf{J} + \left( \underline{\mathbf{T}}_{RP} \mathbf{J} \dot{\mathbf{i}}_L \right)^T \underline{\mathbf{T}}_{RP} \quad (11.166)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}'_{ii} &= \begin{bmatrix} \frac{3p^2 k_{LF}}{2J} \frac{s}{\omega_0} \frac{1}{s_H^2 + s^2} \begin{bmatrix} i_d + \frac{s_H}{s} i_q & i_q - \frac{s_H}{s} i_d \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix} & \frac{p}{J} \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{3p^2 k_{LF}}{2J} \frac{1}{\omega_0} \frac{1}{s_H^2 + s^2} \left( \underline{\mathbf{T}}_{RP} \dot{\mathbf{i}}_L \right)^T \begin{bmatrix} s & -s_H \\ s_H & s \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \frac{p}{J} \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11.167)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}'_{ii}}{\partial i_r} = \frac{3p^2 k_{LF}}{2J} \frac{1}{\omega_0} \frac{1}{s_H^2 + s^2} \left[ \left( \underline{\mathbf{T}}_{RP} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} s & -s_H \\ s_H & s \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11.168)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}'_{ii}}{\partial \mathbf{i}_r^*} = \frac{3p^2 k_{LF}}{2J} \frac{1}{\omega_0 s_H^2 + s^2} \left[ \left( \mathbf{T}_{RP} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} s & -s_H \\ s_H & s \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad (11.169)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}'_{ii}}{\partial \omega_{LF}} &= \frac{3p^2 k_{LF}}{2J} \frac{1}{\omega_0^2 s_H^2 + s^2} \left( \left( \frac{2s^2}{s_H^2 + s^2} - 1 \right) \begin{bmatrix} i_d + \frac{s_H}{s} i_q & i_q - \frac{s_H}{s} i_d \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \begin{bmatrix} \frac{s_H}{s} i_q & -\frac{s_H}{s} i_d \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \frac{3p^2 k_{LF}}{2J} \frac{s^2 - s_H^2}{\omega_0^2 (s_H^2 + s^2)^2} \begin{bmatrix} [i_d & i_q] & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}'_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = -\frac{3p^2 k_{LF}}{2J} \frac{1}{\omega_0 s_H^2 + s^2} \left[ \left( \mathbf{T}_{RP} \mathbf{J} \mathbf{i}_L \right)^T \begin{bmatrix} s & -s_H \\ s_H & s \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad (11.170)$$

$$\underline{\mathbf{C}}_{ai} = \frac{k_{LF}^2 R_{LF}}{s_H^2 + s^2} \begin{bmatrix} s + js_H & 0 & 0 \\ 0 & s - js_H & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.171)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ai}}{\partial \omega_{LF}} = \frac{k_{LF}^2 R_{LF}}{\omega_0} \frac{1}{(s_H^2 + s^2)^2} \begin{bmatrix} [s^2 + 2js_H s - s_H^2 & 0 & 0] \\ 0 & s^2 - 2js_H s - s_H^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.172)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{C}}_{ai}}{\partial \omega_{LF}} = \frac{k_{LF}^2 R_{LF}}{\omega_0} \frac{1}{(s_H^2 + s^2)^2} \begin{bmatrix} [(s + js_H)^2 & 0 & 0] \\ 0 & (s - js_H)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.173)$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ii} = \left[ \mathbf{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} s & -s_H \\ s_H & s \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{k_{LF}}{s_H^2 + s^2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad (11.174)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{D}}_{ii}}{\partial \omega_{LF}} = \mathbf{T}_{RP}^{-1} \left[ \begin{bmatrix} s^2 - s_H^2 & 2s_H s \\ -2s_H s & s^2 - s_H^2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{k_{LF}}{\omega_0} \frac{1}{(s_H^2 + s^2)^2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad (11.175)$$

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{D}}_{ii}}{\partial \vartheta_{LF}} = \left[ \mathbf{J} \mathbf{T}_{RP}^{-1} \begin{bmatrix} s & -s_H \\ s_H & s \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{k_{LF}}{s_H^2 + s^2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad (11.176)$$

---

## Lebenslauf

|                       |  |
|-----------------------|--|
| Name:                 | Johannes Weidner   |
| Geburtstag und –ort:  | 16.04.1984 in Berlin   |
| Staatsbürgerschaft:   | Deutsch  |
| <br>                  |  |
| derzeitige Tätigkeit  |  |
| seit Jan. 2014        | Senior Ingenieur Netzanschlussregeln und Netzdynamik bei 50Hertz Transmission GmbH |
| <br>                  |  |
| weitere Tätigkeiten   |  |
| Dez. 2012 – Dez. 2013 | Senior Consultant bei DNV KEMA Energy & Sustainability                             |
| Dez. 2008 – Sep. 2012 | Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Leibniz Universität Hannover                 |
| Sep. 2007 – Jan. 2008 | Berufspraktikum bei Energinet.dk   |
| Aug. 2003 + Aug. 2005 | Praktikum bei EAB Neugersdorf GmbH (in Summe 6 Wochen)                             |
| <br>                  |  |
| Ausbildung            |  |
| Okt. 2003 – Okt. 2008 | Studium der Elektrotechnik an der TU Dresden                                       |
| Sep. 1995 – Juli 2003 | Abitur am Maria-Sibylla Merian Gymnasium Herrnhut                                  |

## Wissenschaftlicher Werdegang

Weidner J.; Lehner J.; Mittelstaedt M.; Schmidt J.: *Herausforderungen bei Höherauslastung des Übertragungsnetzes*, 13. ETG/GMA-Fachtagung Netzregelung und Systemführung, September 2019.

Lehner J.; Weidner J.; Hennig T.; Deiml G.: *Herangehensweise bei Auslegung und Prüfung des Systemschutzplans für Überfrequenz*, 13. ETG/GMA-Fachtagung Netzregelung und Systemführung, September 2019.

Lehner, J.; Weidner, J.; Hennig, T.; Deiml, G.: *Approach to design and review the system defence plan for over-frequency*, 17<sup>th</sup> Wind Integration Workshop, Stockholm, Schweden, 17.-19. Oktober 2018.

Vennemann, K.; Winter W.; Lehner, J.; Weidner J.; Hennig, T.; Deiml G.; Abele, H.; Stornowski S.; Grebe E.: *Systemic issues of converter-based generation and transmission equipment in power systems*, 17<sup>th</sup> Wind Integration Workshop, Stockholm, Schweden, 17.-19. Oktober 2018.

Abele H.; Hankel L.; Jahn, J.; Pfeiffer, R.; Weidner, J.: *Umsetzung des Connection Codes Requirements for Generators in nationalen Anwendungen des VDE*, 12. ETG/GMA-Fachtagung Netzregelung und Systemführung, 26.-27. September 2017.

Lilje, P.; Pöller, M.; Lümmer, J.; Weidner, J.: *Overvoltages in Transmission System following Integration of Offshore Wind Farms*, Wind Integration Workshop, Brüssel, Belgien, Oktober 2015.

Bauer, R.; Weidner, J.; Salehi, S.: *Control strategies of phase-shifting transformers in long-term network development*, ETG-Kongress, Bonn, 17.-18. November 2015.

Weidner, J.; Hofmann L. (2012): *Machine Modelling for Transient Stability Analysis in Distribution Grids*, 2nd International Conference on Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications (SIMULTECH 2012), Rom, Italien, 28.-30. Juli 2012.

Weidner, J.; Hofmann L. (2012): *Polar Coordinates for Space Phasors in Power System Transient and Small-Signal Stability Analysis*, Nonlinear Dynamics of Electronic Systems 2012 (NDES 2012), Wolfenbüttel, 11.-13. Juli 2012.

Weidner J., Hofmann L.: *Statische und transiente Stabilität von Erzeugungsanlagen in Verteilnetzen*, VDE ETG Kongress 2011, Würzburg, 08.11.-09.11.2011.

Weidner J.: *Statische und Transiente Stabilität in Arealnetzen*, 12. Dresdener Kreis 2011, Fachtagung der TU-Dresden, der Universität Hannover, der Universität Magdeburg und der Gesamthochschule Duisburg: Elektroenergieversorgung, Hannover, 28.03.2011.

Weidner J., Hofmann L.: *Statische Stabilität des Einmaschinenproblems*, Tagungsband zum 3. Symposium des FEN, Braunschweig, 2009.