

# Nutzen von Zusatzsensorik für die Unterscheidbarkeit von Modellen für elektrische Antriebsstränge bei der Struktur- und Parameteridentifikation

## Benefit of extra sensors for distinguishability of models of electric power trains in structure and parameter identification

M. Sc. Mathias Tantau; Dr.-Ing. Mark Wielitzka, Institut für Mechatronische Systeme, Leibniz Universität Hannover, Am der Universität 1, 30823 Garbsen, Deutschland, mathias.tantau@imes.uni-hannover.de

Dipl.-Ing. Lars Perner, Lenze SE, Am Alten Bahnhof 11, 38122 Braunschweig, Deutschland, lars.perner@lenze.com

### Kurzfassung

Für viele Fragestellungen aus Reglerauslegung, Vorsteuerung und Zustandsüberwachung werden Prozessmodelle mit korrekter und physikalisch interpretierbarer innerer Struktur benötigt (phenomenologische Modelle). Die modellbasierten Ansätze werden in der Industrie vielfach noch nicht angewandt, weil die Modellerstellung ein hohes Maß an Expertenwissen und die langwierige Programmierung von Experimenten erfordert. Eine automatische Struktur- und Parameteridentifikation ist dadurch beengt, dass anhand des Ein-/Ausgangsverhaltens häufig die Unterscheidbarkeit von Modellen nicht gegeben ist. In dieser Veröffentlichung liegt der Fokus auf industriellen Anlagen mit elektrischem Antriebsstrang und einfacher Kinematik wie Regalbediengeräten, Werkzeugmaschinen und Positionierantrieben. Diese Systeme haben häufig nur einen Positions- und einen Stromsensor. Es wird in Experimenten gezeigt, dass durch Hinzunahme von einfach zu installierenden Zusatzsensoren wie Beschleunigungssensoren oder Drehratensensoren in einigen Fällen eine eindeutige Strukturidentifikation ermöglicht wird, auch wenn nur wenig Vorwissen über den Sensorort vorliegt.

### Abstract

For many questions related to controller design, feed-forward and condition monitoring, process models with correct and physically meaningful internal structure are required (phenomenological models). But model-based approaches have not yet arrived ubiquitously in industry because the creation of models requires a high degree of expert knowledge and the lengthy programming of experiments. An automatic structure and parameter identification is limited by the fact that based on the input / output behavior, it is often not possible to distinguish between models. In this publication, the focus lies on industrial systems with electrical drive trains and simple kinematics such as storage and retrieval units, machine tools and positioning stages. Often, these systems have only one position and one current sensor. It is shown that by adding easily integrable, additional sensors, such as acceleration sensors or gyroscopes, a unique structure identification can be achieved in many cases, even if only little prior knowledge of the sensor location is available.

## 1 Einleitung

Für viele Problemstellungen aus den Bereichen Reglerauslegung, Vorsteuerung und Zustandsüberwachung werden Prozessmodelle mit bekannter innerer Struktur und physikalisch interpretierbaren Parametern benötigt (phenomenologische Modelle) [9, 17]. Modellbasierte Ansätze sind in der Industrie jedoch noch nicht sehr verbreitet, weil die Modellerstellung viel Expertenwissen und zumeist eine langwierige Entwicklung von Identifikationsexperimenten erfordert.

Vereinzelte Ansätze zur automatischen Modellerstellung durch Struktur- und Parameteridentifikation existieren [2, 8, 12], welche mehrere Modelle identifizieren und im Anschluss das Modell mit dem geringsten Residuum wählen, zzgl. eventuell weiterer Kriterien. Jedoch ist die Unterscheidbarkeit von Modellstrukturen anhand des Ein-/Ausgangsverhaltens häufig nicht gegeben, gerade bei elektrischen Antriebssträngen mit nur einem Positions- und einem Stromsensor, korrespondierend zum Dreh-

moment. Das Modell, das die beste Übereinstimmung zeigt, muss nicht physikalisch korrekt sein. Dadurch erzielt z.B. die flachheitsbasierte Vorsteuerung nicht die gewünschte Genauigkeitsverbesserung am Endeffektor oder der Zweimassenschwinger-Regler optimiert nicht das Einschwingverhalten des Endeffektors, sondern das einer unwichtigen Strukturstelle. Auch eine Lokalisation von Schwachstellen in der Struktur, die zu schlechtem regelungstechnischem Verhalten führen, ist nicht möglich. Ohne weitere Untersuchungen ist eine existierende Mehrdeutigkeit eventuell nicht einmal als solche bekannt.

Der Struktur- und Parameteridentifikation sollte daher eine Untersuchung der strukturellen Unterscheidbarkeit auf Basis der symbolischen Definition des Systemverhaltens vorangehen. Dabei bedeutet die Aussage, dass Modelle  $M(\cdot)$  und  $\hat{M}(\cdot)$  mit den Parametervektoren  $\mathbf{p}_0 \in \Omega$  und  $\hat{\mathbf{p}}_0 \in \Omega$  strukturell unterscheidbar sind folgendes: Für fast keine Parametrierung  $\mathbf{p}_0$  existiert eine Parametrierung  $\hat{\mathbf{p}}_0$ , sodass beide Modelle das gleiche Ausgangsverhalten zeigen und umgekehrt [13]. Nur für eine begrenzte Menge

von Parametrierungen  $\mathbf{p}_0$ , die keinen Raum im Parameterraum einnimmt, darf es Ausnahmen geben, z.B. Symmetrien und Pol-/Nullstellenkompensation. Im Folgenden wird der Begriff *strukturell ununterscheidbar* als Gegenteil verwendet, obwohl differenziertere Definitionen existieren [1, 3, 10, 13, 15].

Methoden zur Untersuchung der Unterscheidbarkeit benötigen eine symbolische Beschreibung beider dynamischer Systeme, genannt Strukturinvariantenvektor [13] oder *exhaustive summary* [15], welche dann mithilfe von verschiedenen Kriterien auf Unterscheidbarkeit untersucht werden [4–6, 19]. Daneben gibt es den Ansatz über die Ähnlichkeitstransformation von linearen Modellen [1], doch dieser wird hier wegen des hohen Rechenaufwandes nicht weiter verfolgt.

Bisherige Arbeiten beschränken sich hauptsächlich auf biomedizinische Modelle, die den Übergang von Stoffen zwischen verschiedenen Kompartimenten beschreiben [3, 5, 7, 16, 18, 19]. Der Beitrag dieser Veröffentlichung ist eine Untersuchung zum Nutzen von Zusatzsensoren (Beschleunigungs- oder Drehratensensoren) in Bezug auf die strukturelle Unterscheidbarkeit von Mehrmassenschwingermodellen, wie sie zur Darstellung von elektrischen Antriebssträngen in Frage kommen. Die Zusatzsensoren können mit geringem Aufwand an unterschiedlichen Stellen der Struktur temporär für die Modellbildung und Inbetriebnahme montiert werden. Die Besonderheit ist, dass vor der Analyse noch nicht die genaue Zuordnung von konzentrierten Massen des Modells zu physikalischen Bauteilen des Aufbaus bekannt ist und so auch nur wenig Vorwissen über die Positionen der Zusatzsensoren in Bezug auf die Modelle vorausgesetzt werden kann.

## 2 Unterscheidbarkeit mit Zusatzsensoren

In diesem Abschnitt wird die Methodik zur Untersuchung der strukturellen Unterscheidbarkeit vorgestellt und auf die Einbeziehung der Zusatzsensoren eingegangen. Dazu sind kombinatorische Überlegungen zu Mehrmassenschwingermodellen erforderlich, wie sie für die Modellierung der Antriebsstränge mit angekoppelter Mechanik verwendet werden.

### 2.1 Strukturinvarianten

Der Strukturinvarianten-Vektor  $\Phi$  zur Definition des dynamischen Systemverhaltens kann ohne Berücksichtigung der Anfangsgrößen über die Übertragungsfunktionsmatrix  $\mathbf{G}$  des MIMO-Systems definiert werden. Der Eintrag  $g_{jl}$  hat die allgemeine Form:

$$G_{jl}(s) = \frac{b_0 + b_1 s^1 + \dots + b_{n-1} s^{n-1}}{a_0 + a_1 s^1 + \dots + a_{m-1} s^{m-1} + s^m}. \quad (1)$$

Die Koeffizienten sind analytische Funktionen der Modellparameter  $\mathbf{p}$ . Sie definieren die Menge der Strukturinvarianten, wenn einer der Koeffizienten fest ist, beispielsweise der letzte Nennerkoeffizient.

Bei MIMO Übertragungsfunktionen, die aus der linearen

Zustandsraumdarstellung berechnet wurden, ist bekannt, dass der Nenner für alle Ein-/Ausgabepaare gleich ist. Folglich müssen die Nennerkoeffizienten nicht mehrmals ausgewertet werden, sodass die Anzahl der Strukturinvarianten unterproportional mit der Anzahl der Übertragungsfunktionselemente zunimmt [4].

Zusätzlich können die Markov-Parameter eines dynamischen Systems als Strukturinvarianten verwendet werden. Davon wird hier jedoch abgesehen, weil der Rechenaufwand hoch ist und nur in wenigen Fällen ein Zusatznutzen entsteht [12].

### 2.2 Unterscheidbarkeitskriterien

Die folgenden notwendigen und hinreichenden Kriterien für Ununterscheidbarkeit basierend auf den Koeffizienten als Strukturinvarianten helfen zu bestimmen, ob eine Lösung existiert, ohne direkt nach Unbekannten aufzulösen. Dies würde einen noch höheren Rechenaufwand bedeuten und häufig nicht zu einer expliziten Lösung führen. Bei Verwendung der Markov-Parameter wären teilweise leichte Abwandlungen erforderlich.

#### Notwendige Bedingungen:

- Bed. 1: Die gleiche Anzahl von Momentinvarianten  $N_{MI}$  existiert.
- Bed. 2: In Anzahl der Zähler- und Nennerkoeffizienten stimmt überein.
- Bed. 3: Beide Sätze von Strukturinvarianten haben dieselbe symbolische Form. Die symbolische Form ist eine Repräsentation mit Nullen für konstante Elemente und Einsen für nicht-konstante (abhängig von  $\mathbf{p}$  bzw.  $\hat{\mathbf{p}}$ ) Elementen [14].
- Bed. 4: Der Rang  $N_R$  der Jacobi-Matrix  $\mathbf{J} = \partial\Phi/\partial\mathbf{p}$  ist gleich [19].
- Bed. 5: Es existieren die gleichen linearen Abhängigkeiten zwischen Strukturinvarianten [19]. Diese werden bestimmt, indem alle möglichen Kombinationen von  $N_R$  Zeilen von  $\mathbf{J}$  erstellt werden. Die Kombinationen von Zeilen, die in symbolischer Form zum vollen Zeilenrang führen, werden notiert und müssen für die verglichenen Systeme identisch sein [4].

Die Bedingungen sollten in der angegebenen Reihenfolge ausgewertet werden, da sie nach zunehmender Rechenkomplexität sortiert sind und Abhängigkeiten existieren.

#### Hinreichende Bedingungen:

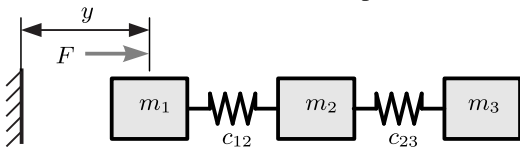
- Bed. 6: Die Übertragungsfunktionen sind nach Umbenennung und Permutation der Variablen in symbolischer Form identisch. Dies kann dann hilfreich sein, wenn Systeme spiegelsymmetrisch sind o.Ä.
- Bed. 7: In beiden Modellen entspricht die Anzahl der bestimmbarer Parameter  $N_R$  gerade der Anzahl nicht-konstanter Strukturinvarianten und die konstanten Strukturinvarianten stimmen überein [14].

Genau genommen berücksichtigen diese hinreichenden Bedingungen nicht den genauen Bereich der Parameter. Es kann vorkommen, dass zwei Modelle gleichwertig sind, die entsprechenden Lösungen für die Parameter jedoch unzulässig, z.B. negativ sind.

### 2.3 Kombinatorik der Mehrmassenschwingermodelle

Bei den Unterscheidbarkeitsuntersuchungen liegt der Fokus in dieser Arbeit auf linearen Mehrmassenschwingermodellen, die die strukturelastischen Eigenschaften des elektrischen Antriebsstrangs repräsentieren sollen. Bei gegebener Massenzahl existieren mehrere mögliche Ausprägungen des Mehrmassenschwingers, je nach genauer Anordnung der Elastizitäten, des Aktors und Sensors. Die Wahl des richtigen Modells entspricht der Frage, an welchen Stellen des Systems Elastizitäten und Massen berücksichtigt werden müssen, bzw. vernachlässigt werden können. Die kombinatorischen Überlegungen beschränken sich zunächst auf den Fall, dass es genau einen Aktor und einen Sensor gibt, weil dies den industriell häufigsten Fall darstellt. Danach werden weitere Sensoren hinzugenommen, sodass der Nutzen der zusätzlichen Sensoren untersucht werden kann.

In **Abb. 1** ist ein translatorisches Beispiel für eine Dreimassenschwinger (DMS)-Kette gegeben; für rein rotatorische Systeme gelten die gleichen kombinatorischen Überlegungen. Vor der linken Masse fehlt das Feder-/Dämpferelement, was gleichsam die Führung, also den Freiheitsgrad des Systems darstellt. Dieser muss bei Antriebssträngen immer vorhanden sein, seine Position kann aber variieren. Aktor und Sensor überspannen diese Lücke.



**Abbildung 1** DMS Modell DMS\_A1

In [11] werden die resultierenden Kombinatoren für den Fall linearer Ketten ohne Schleifen oder Verzweigungen allgemein hergeleitet. Hier werden nur die drei translatorischen Zweimassenschwinger (ZMS)-Modelle mit einem Sensor gezeigt (**Tabelle 1**). Bei einer Masse gibt es nur eine Ausprägung und beim Dreimassenschwinger ergeben sich elf Modelle.

### 2.4 Berücksichtigung von Zusatzsensorik

Für die Zusatzsensoren wird angenommen, dass diese stets die absolute Geschwindigkeit oder Beschleunigung einer Masse messen und keine Differenzen, denn dies entspricht der Verwendung von einfach erhältlichen MEMS Sensoren. Durch die zusätzliche Sensorik vervielfachen sich die kombinatorischen Möglichkeiten und das Problem der Strukturidentifikation wird eher schwieriger als einfacher. Daher muss Vorwissen mit berücksichtigt werden. Andererseits kann nicht davon ausgegangen werden, dass die Zuordnung von Strukturelementen zu Massen des Modells a priori bekannt ist. Untersucht werden sollen daher wenn

**Tabelle 1** Kompletter Satz von zu berücksichtigenden ZMS-Modellen. Kollokierte Systeme sind mit einem Sternchen \* gekennzeichnet.

Name	Skizze
ZMS_A1*	
ZMS_A2	
ZMS_B1*	

möglich die drei folgenden Fragestellungen, die ein gewisses, aber realistisches Maß an Vorwissen voraussetzen:

- I Können Ununterscheidbarkeitsprobleme durch zusätzliche Sensoren am linken und / oder rechten Kraftangriffspunkt behoben werden? Es sollte möglich sein, den Ort auszumachen, wo der Aktor angreift. Dazu muss das Mehrmassenschwingerverhalten des Systems noch nicht vollständig verstanden sein.
- II Können Ununterscheidbarkeitsprobleme durch einen zusätzlichen Sensor an einem komplett unbekanntem Ort auf einer der Massen behoben werden? Hierbei wird wenig Vorwissen vorausgesetzt, jedoch muss gewährleistet sein, dass der Sensor wirklich auf einer Masse des Modells sitzt und nicht beispielsweise auf einer Feder zwischen zwei Massen.
- III Kann mit einem bekannten Modell die Masse bestimmt werden, auf der sich ein zusätzlicher Sensor befindet? Nun geht es also darum, die Zuordnung zwischen einem Bauteil und der zugehörigen Masse des Mehrmassenschwingers herzustellen.

Bei der Durchführung der Strukturidentifikation mit mehreren Sensoren mit verschiedenen physikalischen Eigenschaften bietet es sich an, zunächst ausschließlich den Positionssensor im Motor zur Identifikation der Parameter zu berücksichtigen und anschließend bei Mehrdeutigkeiten das Modell mit der besten Übereinstimmung zu den Beschleunigungssensor-Signale zu bestimmen. Alternativ kann von vornherein das Residuum über alle Sensorsignale minimiert werden. Um dabei den Vergleich von unterschiedlichen physikalischen Einheiten zu vermeiden, werden Phase und logarithmische Amplitude separat berechnet:

$$J = \left\| \mathbf{A}_{A/P} \begin{bmatrix} \log_{10} \{ |\mathbf{G}(\mathbf{p})| \} - \log_{10} \{ |\mathbf{G}_M| \} \\ \angle \{ \mathbf{G}(\mathbf{p}) \} - \angle \{ \mathbf{G}_M \} \end{bmatrix} \right\|_2^2. \quad (2)$$

Unterschiede in der Größenordnung von Beschleunigung und Position spielen so eine geringere Rolle.

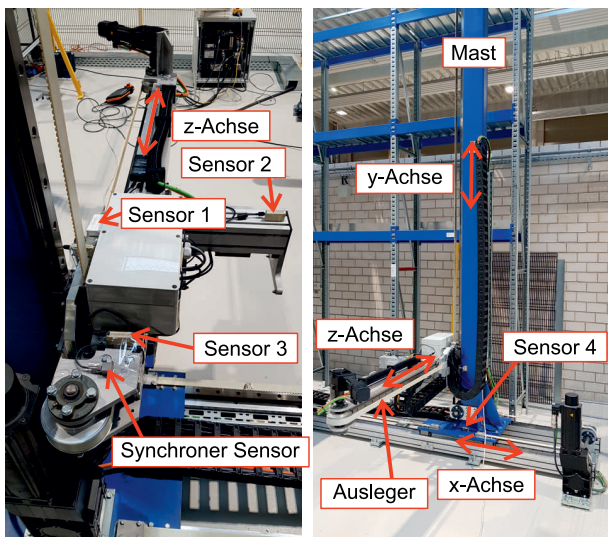
Vor der Durchführung der Optimierungen sollte in jedem

Fall mithilfe der Unterscheidbarkeitskriterien geprüft werden, ob eine eindeutige Lösung gegeben ist.

### 3 Versuchsdurchführung

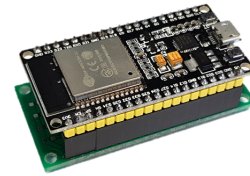
Im Folgenden soll der Nutzen der Strukturidentifikation und insb. der Zusatzsensorik an einem Prüfstand untersucht werden.

Der verwendete Prüfstand ist das Regalbediengerät aus **Abb. 2**. Es verfügt über drei orthogonale Achsen, die jeweils mit einem Getriebemotor der Firma Lenze mit Riemenantrieb verfahren werden. Der Mast hat eine Höhe von 5,6 m, korrespondierend zur  $y$ -Achse und die  $x$ -Achse entlang dem Regal ist 5 m lang. Die  $z$ -Achse fährt das Lastaufnahmemittel (LAM) in das Regal hinein. In dieser Veröffentlichung sollen die  $x$ - und die  $z$ -Achse untersucht werden. Die Antriebssysteme sind mit Resolver und Stromsensor ausgestattet, sodass die ungefähre Übertragungsfunktion von Antriebsmoment zu Motorposition mit Seriensensorik bestimmt werden kann.



**Abbildung 2** Prüfstand: Regalbediengerät

Zusätzlich sind batteriebetriebene, funkbasierte Beschleunigungs- und Drehratensensoren an unterschiedlichen Stellen montiert, siehe auch **Abb. 3**. Diese basieren auf dem Arduino Board ESP32 NodeMCU, sowie dem MEMS-Sensor LSM6DS3 von STMicroelectronics. Die Daten werden asynchron per WLAN an ein Empfangsmodul übertragen. Die FreeRTOS Implementierung erlaubt das gleichzeitige Messen von etwa sechs Beschleunigungssignalen mit 1 kHz Abtastrate in drei Raumrichtungen. Zur Synchronisation der Signale der MEMS-Sensoren mit den Motorsignalen dient der synchron abgetastete Beschleunigungssensor, dessen Daten über AD-Wandler zusammen mit den Motorsignalen aufgezeichnet werden. Die zeitliche Synchronisation erfolgt durch Maximierung der Kreuzkorrelation mit Sensor 3. Trotzdem wird die Phaseninformation der Beschleunigungs- und Drehratensensoren nicht verwendet, nur die Amplitude.

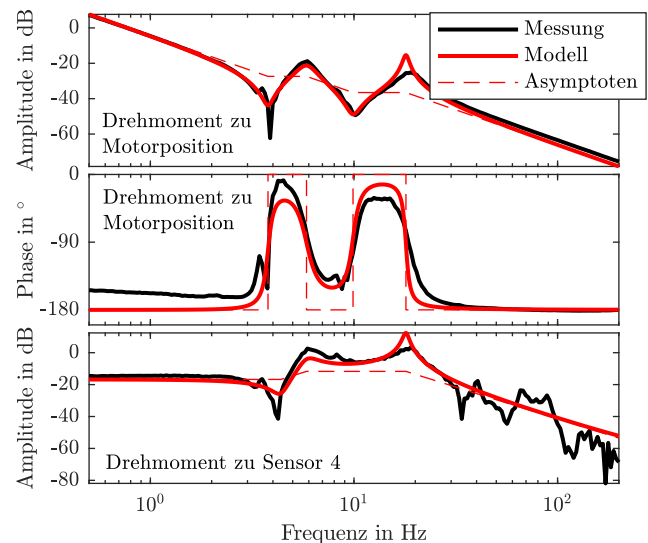


**Abbildung 3** Mobiler Zusatzsensor auf Basis des Arduino Boards ESP32 NodeMCU

### 4 Versuchsergebnisse

In diesem Abschnitt sollen die genauen zu untersuchenden Fragestellungen erläutert und die Ergebnisse gezeigt werden. Dabei ist vor jedem Identifikationsschritt zu testen ob die Unterscheidbarkeit der Modelle theoretisch gegeben ist. Die drei Fragestellungen aus Abschnitt 2.4 dienen als Anhaltspunkt, wenn die Unterscheidbarkeit ohne Zusatzsensorik nicht gegeben ist. Es sind jedoch Anpassungen erforderlich, weil der Aufbau des Prüfstands nicht genau den translatorischen Grundmodellen, siehe **Abb. 1** und **Tabelle 1** entspricht.

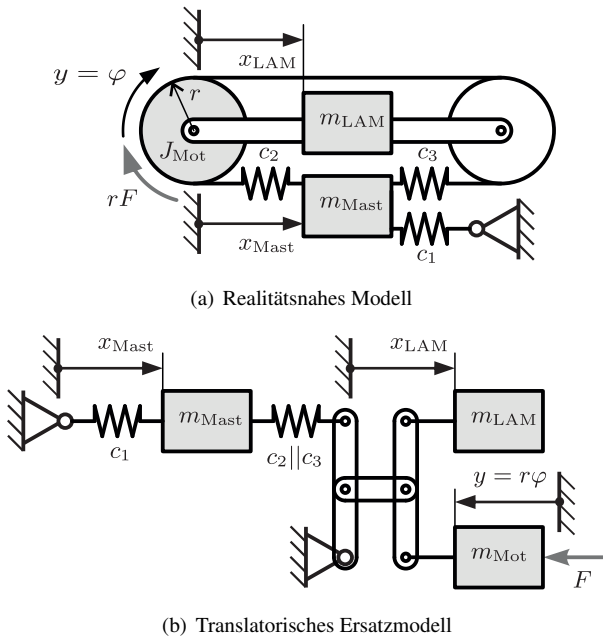
Beginnend soll für die  $x$ -Achse das korrekte Modell bestimmt werden. Diese Achse ist durch einen rotatorischen Aktor mit umlaufendem Riemen angetrieben. Die Festlegung der Modellordnung (ZMS oder DMS) ist nicht der Schwerpunkt dieser Veröffentlichung, aber es ist anhand der Messung in **Abb. 4** zu erkennen, dass ein DMS angemessen ist.



**Abbildung 4**  $x$ -Achse: gemessene Frequenzgänge, inklusive Zusatzsensor vs. resultierendes Modell DMS\_A1

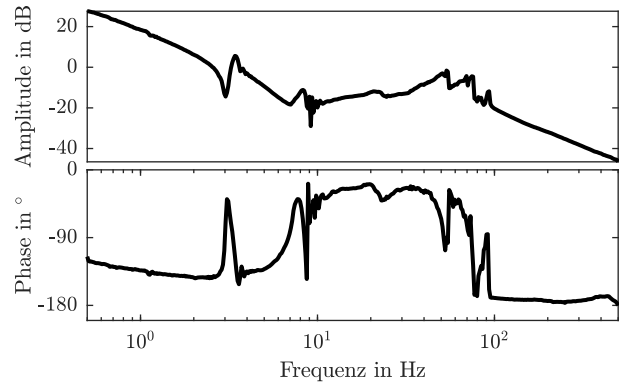
Wird nun die Strukturidentifikation ohne Zusatzsensorik durchgeführt, ergibt sich Modell DMS\_A1 als Lösung, siehe **Abb. 1**, aber vier weitere kollokierte Modelle kommen ebenso infrage, weil sie nicht unterscheidbar sind, abgesehen von teilweise leichten Unterschieden bei Berücksichtigung von Dämpfern parallel zu den Federn. Doch der Unterschied durch Dämpfung ist klein und die Verlässlichkeit der Strukturidentifikation somit begrenzt. Um diese Mehrdeutigkeit aufzulösen, werden die obigen Fragen untersucht. Frage I ist nicht direkt anwendbar, denn an dem bewegten Teil des Aktors (Rotor des Motors) wäre die Anbringung eines Beschleunigungssensors nicht sinnvoll

und ein Drehratensensor ist aufgrund des Bauraums auch ausgeschlossen. Frage II kann jedoch umgesetzt werden. Sensor 4 am Mastfuß wird zusätzlich bei der Parameteridentifikation der Modelle verwendet. Es ergibt sich wieder Modell DMS\_A1 und nur ein zweites ununterscheidbares Modell für den Fall ohne Dämpfung (nicht dargestellt). Unter Berücksichtigung von Dämpfung kommt nur noch DMS\_A1 in Frage. Der Modell-Frequenzgang inklusive Sensors 4 ist ebenfalls in Abb. 4 zu sehen (rot). Für das nächstbeste Modell ergäbe sich ein etwas höheres Residuum (321 vs. 272). Der Sensor hat also einen Nutzen erbracht und die Auswahl weiter eingeschränkt. Wird Modell DMS\_A1 als korrektes Modell vorausgesetzt, ergibt sich zusätzlich gemäß Frage 3 eindeutig, dass sich Sensor 4 auf der zweiten Masse befindet. Dies zeigt, dass Riemen und Mastschwingung beide zusammen den DMS definieren. Als nächstes werden die Sensoren auf dem Ausleger und weitere Sensoren am Mast ausgewertet, um die bestmögliche Zuordnung zu Masse 3 zu bestimmen. Jedoch ist dieses Mal auch die Position mit dem kleinsten Residuum nicht in guter Übereinstimmung mit dem berechneten Frequenzgang. Die Zuordnung der drei Massen zu Bauteilen war also aufgrund der Komplexität des Systems nur für die erste Masse (Rotor des Motors) und die zweite Masse (Mastfuß), jedoch nicht für die dritte Masse möglich. Als nächstes wird die  $z$ -Achse untersucht, deren erwartetes Modell in Abb. 5, a) gezeigt ist. Es handelt sich um einen umlaufenden Riemen mit mitfahrendem Motor. Federsteifigkeit  $c_1$  repräsentiert den Mast, die anderen Federsteifigkeiten den Riemen. Der Frequenzgang ist in Abb. 6 gezeigt. Aufgrund des rotatorischen Aktors und der hohen Modellkomplexität kann die beschriebene Methodik nicht direkt angewandt werden. Auch das translatorische Ersatzmodell, siehe Abb. 5, b) ist zu komplex.



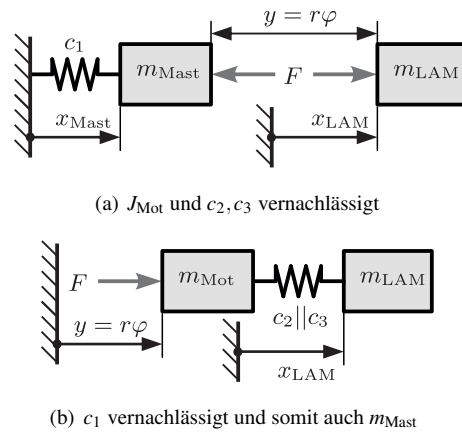
**Abbildung 5** Modell der  $z$ -Achse.  $c_2||c_3$  steht für die Parallelschaltung der Federn.

Zur weiteren Analyse wird das translatorische DMS-Modell daher auf verschiedene Weise auf ZMS-Modelle



**Abbildung 6**  $z$ -Achse: gemessener Frequenzgang von Drehmoment zu Motorposition

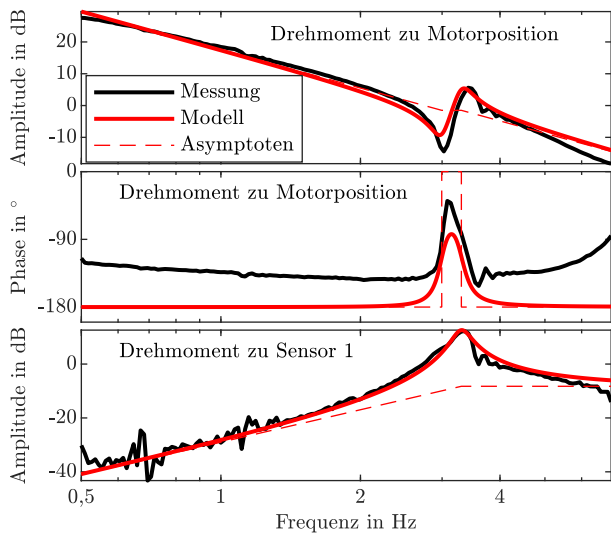
reduziert, siehe Abb. 7. Im ersten Fall werden  $J_{Mot}$  und  $c_2, c_3$  vernachlässigt, im zweiten Fall  $c_1$  und somit auch  $m_{Mast}$ . Es entstehen zwei mögliche ZMS-Modelle, die in Tabelle 1 als ZMS\_A1, ZMS\_B1 wiederzufinden sind. Mit Seriensenorik sind diese nicht unterscheidbar. Doch mit Zusatzsensorik kann im Sinne von Frage II eine Strukturidentifikation für die drei ZMS Modelle aus Tabelle 1 durchgeführt werden.



**Abbildung 7** Zwei mögliche Modellvereinfachungen

Dabei kommt Sensor 1 zum Einsatz, dessen Befestigungsort den Fußpunkt der  $z$ -Achse darstellt, siehe Messung in Abb. 8. Der gemessene Frequenzgang wird im Sinne der Modellvereinfachung auf ZMS nur bis 7 Hz ausgewertet. Jenseits von 7 Hz würden sich Dynamiken höherer Ordnung bemerkbar machen, insb. die Riemen-schwingung und die Lose im Antrieb. Das Residuum wird gemäß (2) über beide Sensoren minimiert.

Die resultierenden Residuen der drei Modelle und der zwei verschiedenen angenommenen Positionen von Sensor 1 sind in Tabelle 2 angegeben. Erwartungsgemäß ergibt sich das höchste Residuum bei dem nichtkollokierten Modell ZMS\_A2. Interessant ist, dass Modell ZMS\_B1 bei weitem die beste Übereinstimmung zeigt. Es hat sich somit als Ergebnis der Untersuchung ergeben, dass es sich bei der  $z$ -Achse in der ZMS Näherung um eine elastische Basis handelt und der Riemen sich erst bei höheren Frequenzen bemerkbar macht. Der Frequenzgang von Modell ZMS\_B1 ist ebenfalls in Abb. 8 zu sehen.



**Abbildung 8** z-Achse: gemessene Frequenzgänge vs. resultierendes Modell ZMS\_B1

**Tabelle 2** Residuen der drei ZMS-Modelle in Abhängigkeit der Sensorposition

Masse	ZMS_A1	ZMS_A2	ZMS_B1
1	1528	4756	145
2	1563	12342	1456

## 5 Schlussfolgerung

Um den Nutzen von Zusatzsensorik für die eindeutige Struktur- und Parameteridentifikation zu zeigen, wurden Versuche mit mehreren funkbasierten Sensoren an zwei Achsen eines Regalbediengerätes mit industrieller Hardware durchgeführt. Die Notwendigkeit und Sinnhaftigkeit der einzelnen Teilexperimente wurde mithilfe von symbolischen Untersuchungen zur Unterscheidbarkeit von Strukturen sichergestellt, wobei aufgrund der speziellen Systemstruktur leichte Abweichungen vom Standardschema erforderlich waren.

Es hat sich gezeigt, dass die häufigen Mehrdeutigkeitsprobleme durch die Zusatzsensorik theoretisch eingedämmt werden können und dass auch in den konkret untersuchten Fallstudien ein besseres Systemverständnis für dominierende, niederfrequente Elastizitäten generiert wird. Für die Identifikation von komplexeren Modellen sind allerdings noch Anpassungen der hier verwendeten generischen Menge an Modellkandidaten nötig.

## 6 Literatur

- [1] TV Avdeenko und SA Kargin: *A computer algebra method for testing structural distinguishability of state space models*. In: *5th Korea-Russia International Symposium on Science and Technology (KORUS)*, Band 1, Seiten 77–80. IEEE, 2001.
- [2] K. P. Burnham und D. R. Anderson: *Model selection and inference - a practical use of the information-theoretic approach*. Springer, New York, 1998.
- [3] M. J. Chapman und K. R. Godfrey: *A methodology for compartmental model indistinguishability*. *Mathematical biosciences*, 96(2):141–164, 1989.
- [4] N. R. Davidson, K. R. Godfrey, F. Alquaddoomi, D. Nola und J. J. DiStefano III: *DISTING: A web application for fast algorithmic computation of alternative indistinguishable linear compartmental models*. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 143:129–135, 2017.
- [5] N. D. Evans, M. J. Chappell, M. J. Chapman und K. R. Godfrey: *Structural indistinguishability between uncontrolled (autonomous) nonlinear analytic systems*. *Automatica*, 40(11):1947–1953, 2004.
- [6] K. R. Godfrey und M. J. Chapman: *Identifiability and indistinguishability of linear compartmental models*. *Mathematics and Computers in Simulation*, 32(3):273–295, 1990.
- [7] K. R. Godfrey, M. J. Chapman und S. Vajda: *Identifiability and indistinguishability of nonlinear pharmacokinetic models*. *Journal of pharmacokinetics and biopharmaceutics*, 22(3):229–251, 1994.
- [8] G. J. Gray, Y. Li, D. J. Murray-Smith und K. C. Sharman: *Structural system identification using genetic programming and a block diagram oriented simulation tool*. *Electronics Letters*, 32(15):1422–1424, 1996.
- [9] G. Massonis, J. R. Banga und A. F. Villaverde: *Repairing dynamic models: a method to obtain identifiable and observable reparameterizations with mechanistic insights*. arXiv preprint arXiv:2012.09826, 2020.
- [10] K. M. D. Motchon, K. M. Pekpe, J. P. Cassar und S. De Bièvre: *On the input-output distinguishability of single output continuous linear time-invariant systems*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 61(7):1906–1911, 2015.
- [11] M. Tantau, C. Helmke, L. Perner und M. Wielitzka: *Distinguishability study of 3-Mass Models for Electromechanical Motion Systems*. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2020. Im Druck.
- [12] M. Tantau, L. Perner und M. Wielitzka: *Model Selection for Servo Control Systems*. *International Journal of Mechatronics and Automation*, 2020. Im Druck.
- [13] S. Vajda: *Structural equivalence of linear systems and compartmental models*. *Mathematical Biosciences*, 55(1-2):39–64, 1981.
- [14] S. Vajda: *Structural equivalence and exhaustive compartmental modeling*. *Mathematical biosciences*, 69(1):57–75, 1984.
- [15] E. Walter, Y. Lecourtier und J. Happel: *On the structural output distinguishability of parametric models, and its relations with structural identifiability*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29(1):56–57, 1984.
- [16] E. Walter und L. Pronzato: *On the identifiability and distinguishability of nonlinear parametric models*. *Mathematics and computers in simulation*, 42(2-3):125–134, 1996.
- [17] M. Witczak, A. Obuchowicz und J. Korbicz: *Genetic programming based approaches to identification and fault diagnosis of non-linear dynamic systems*. *International Journal of Control*, 75(13):1012–1031, 2002.
- [18] J. W. T. Yates, R. D. O. Jones, M. Walker und S. Y. A. Cheung: *Structural identifiability and indistinguishability of compartmental models*. *Expert opinion on drug metabolism & toxicology*, 5(3):295–302, 2009.
- [19] L. Q. Zhang, J. C. Collins und P. H. King: *Indistinguishability and identifiability analysis of linear compartmental models*. *Mathematical biosciences*, 103(1):77–95, 1991.