

Geometrische Unsicherheitsbetrachtung von rundkoaxialen TEM-Zellen

M. Sc. Hoang Duc Pham, Leibniz Universität Hannover, Deutschland
Prof. Dr.-Ing. Heyno Garbe, Leibniz Universität Hannover, Deutschland

1 Einleitung

Ein wesentliches Arbeitsgebiet in der EMV ist neben der Ermittlung der Störaussendung von elektrischen und elektronischen Geräten auch die Bestimmung der Störfestigkeit gegenüber elektromagnetischen Feldern. Um die Reproduzierbarkeit der EMV-Untersuchungen gewährleisten zu können, sollten die Felder in einem bestimmten Feldtyp vorliegen. Als Feldtyp wird dabei der transversal elektromagnetische Mode (TEM-Mode) gewählt. In der Vergangenheit bestand die Herausforderung darin, den TEM-Mode auf einem Freifeld zu erzeugen. Um Feldtests auch in einer Laborumgebung unter Fernfeldbedingungen gewährleisten zu können, wurde das Feld einer Zweileiteranordnung näher untersucht. In der Arbeit von Schelkunoff [5] wurde gezeigt, dass das Feld bei Leitungsanordnungen mit zweifach berandetem Querschnitt sich zunächst immer im TEM-Mode ausbreitet. Erst bei höheren Frequenzen treten Hohlleitermoden (TM- und TE-Mode) auf. TEM-Zellen haben sich seit Jahren als Mittel zur Darstellung von TEM-Feldern in der EMV-Messtechnik bewährt. Die TEM-Zelle bietet die Möglichkeit, in einer abgeschlossenen Messumgebung die Störfestigkeit oder Störaussendung von elektrischen und elektronischen Mess- oder Prüfkörpern unter Fernfeldbedingungen zu erfassen. Die Frage nach der Messunsicherheit von TEM-Wellenleitern stellt sich in der neueren Zeit wieder, seit mit der Erstellung der Norm zum Thema „Kalibration von Feldsensoren“ (IEC 61000-4-26 – Field Probe Calibration) begonnen wurde. Bei der Nutzung eines Kalibriernormals müssen gemäß GUM [1] auch die Unsicherheiten des Normals angegeben werden.

In diesem Beitrag wird der Unsicherheitsbeitrag der Geometrie des TEM-Wellenleiters untersucht. Als mathematischer Ansatz werden die verallgemeinerten Leitungsgleichungen (engl. generalized telegraphist equations, GTEs) verwendet [6]. Die GTEs eignen sich besonders gut für die Untersuchung an TEM-Wellenleitern, da nicht nur das gesamte Feld, sondern auch das Kopplungsverhalten des TEM-Mode zu den höheren Moden beschrieben wird. In vielen Anwendungen ist die tatsächliche Geometrie der Anordnung nicht ideal bzw. nicht genau bekannt. Daher soll die Randkontur des TEM-Wellenleiters gestört werden und der Einfluss auf die Feldverteilung bestimmt werden. Damit der TEM-Wellenleiter für die Kalibrierung von Feldsonden verwendet werden kann, muss zusätzlich das Resonanzverhalten untersucht werden. Die Anregung von höheren Hohlleitermoden führt zu Resonanzeffekten in der TEM-Zelle. An den Resonanzfrequenzen kommt es zu starken Feldstärkeüberhöhungen, welche die TEM-Zelle als Kalibriernormal unbrauchbar machen. Die erste Resonanzfrequenz grenzt somit den nutzbaren Frequenzbereich der TEM-Zelle ein.

In den Arbeiten von Shafii [8] und Koch [2] wurden bereits die GTEs für rundkoaxiale Wellenleiter und verschiedene TEM-Zellen hergeleitet. In der Arbeit von Koch beschränkte sich die Berechnung auf die Kopplung zum ersten höheren TM_{01} -Mode in der rundkoaxialen TEM-Zelle. Eine vollständige numerische Implementierung blieb allerdings aus.

2 Verallgemeinerte Leitungsgleichungen

Für die Erzeugung und Darstellung von Kalibrierfeldern wird vorausgesetzt, dass alle wichtigen Größen des Systems kalibriert und damit rückgeführt sind. Die Felder sollen aus physikalischen Gesetzen abgeleitet werden – in diesem Fall den Maxwell-Gleichungen. Da es sich bei den Maxwell-Gleichungen um einen Satz von gekoppelten partiellen Differentialgleichungen handelt, können sie nur selten auf die Problemstellung direkt angewendet werden. Daher wird als mathematischer Lösungsansatz die GTEs verwendet. Dabei handelt es sich um eine modale Darstellung der transversalen Feldkomponenten des E- und H-Feldes [7]

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_\perp &= \sum_n^\infty V_n^{\text{TE}} \mathbf{e}_n^{\text{TE}} + V_n^{\text{TM}} \mathbf{e}_n^{\text{TM}} + V^{\text{TEM}} \mathbf{e}^{\text{TEM}} \\ \mathbf{H}_\perp &= \sum_n^\infty I_n^{\text{TE}} \mathbf{h}_n^{\text{TE}} + I_n^{\text{TM}} \mathbf{h}_n^{\text{TM}} + I^{\text{TEM}} \mathbf{h}^{\text{TEM}}.\end{aligned}\quad (1)$$

Die Vektorfelder mit dem Index TM und TE entsprechen den Eigenlösungen des TM- und TE-Mode, während das Vektorfeld mit dem Index TEM zu der Eigenlösung des TEM-Mode gehört. Die transversalen Eigenvektoren lassen sich aus den Wellenfunktionen Π^{TM} für den TM-Mode

$$\mathbf{e}_n^{\text{TM}} = -\nabla_\perp \Pi_n^{\text{TM}}, \quad \mathbf{h}_n^{\text{TM}} = -\mathbf{e}_z \times \nabla_\perp \Pi_n^{\text{TM}} \quad (2)$$

und Π^{TE} für den TE-Mode

$$\mathbf{e}_n^{\text{TE}} = \mathbf{e}_z \times \nabla_\perp \Pi_n^{\text{TE}}, \quad \mathbf{h}_n^{\text{TE}} = -\nabla_\perp \Pi_n^{\text{TE}} \quad (3)$$

bestimmen [9]. Die Wellenfunktionen erfüllen die folgenden Differentialgleichungen und Randbedingungen auf dem Rand $\partial\mathcal{S}(z)$

$$\begin{aligned}(\Delta_\perp + k_{\perp,\text{TM}}^2) \Pi^{\text{TM}} &= 0 \quad \text{mit} \quad \Pi^{\text{TM}}|_{\partial\mathcal{S}(z)} = 0 \\ (\Delta_\perp + k_{\perp,\text{TE}}^2) \Pi^{\text{TE}} &= 0 \quad \text{mit} \quad \frac{\partial \Pi^{\text{TE}}}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial\mathcal{S}(z)} = 0.\end{aligned}\quad (4)$$

Zur Bestimmung der GTEs wird die modale Darstellung der transversalen Felder (1) in die Maxwell-Gleichungen eingesetzt und für die Basiskoeffizienten ergibt sich ein Satz von Differentialgleichungen 1. Ordnung [4] vom Leitungstyp:

$$\begin{aligned}\frac{dV_n}{dz} &= -\gamma_n(z) Z_n(z) I_n + \sum_{m=1}^\infty C_{nm}(z) V_m(z) \\ \frac{dI_n}{dz} &= -\frac{\gamma_n(z)}{Z_n(z)} I_n - \sum_{m=1}^\infty C_{mn}(z) I_m(z)\end{aligned}\quad (5)$$

wobei für die Koppelkoeffizienten C_{nm} folgendes gilt:

$$C_{nm} = \int_S \mathbf{e}_n \frac{\partial \mathbf{e}_m}{\partial z} dS. \quad (6)$$

Diese allgemeine Darstellung der Kopplungskoeffizienten stellte Reiter vor [4].

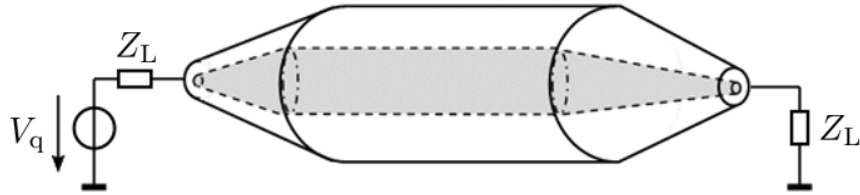


Bild 1: Leitungsmodell der rundkoaxialen TEM-Zelle.

2.1 Rundkoaxiale TEM-Zelle

Zur Berechnung der Kopplungskoeffizienten (6) muss die Geometrie der rundkoaxialen TEM-Zelle parametrisiert werden. Die Innen- und Außenleiter werden durch folgende Ortsvektoren beschrieben:

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} r_i(\zeta(z, \eta)) \cos(\phi) \\ r_i(\zeta(z, \eta)) \sin(\phi) \\ z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_a = \begin{bmatrix} r_a(\zeta(z, \eta)) \cos(\phi) \\ r_a(\zeta(z, \eta)) \sin(\phi) \\ z \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} 0 < \phi \leq 2\pi \\ 0 \leq z \leq L_{\text{TEM}} \end{matrix} \quad (7)$$

Für ein konstantes z entspricht dies der Parameterdarstellung der Randkurven ∂S_i und ∂S_a . Der Radius r ist eine Funktion von z und einem Parameter η

$$r_{i,a}(\zeta(z, \eta)) = R_{i,a} \cdot (1 + \zeta(z, \eta)), \quad (8)$$

dabei beschreibt $R_{i,a}$ den idealen Radius der TEM-Zelle und die Funktion ζ die irreguläre Störung. Die nach außen weisenden Normalenvektoren auf der Leiterberandung ∂S ergeben sich zu

$$\mathbf{n}_i = \frac{-1}{\sqrt{1 + \frac{\partial r_i}{\partial z}}} \begin{bmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \\ -\frac{\partial r_i}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{n}_a = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\partial r_a}{\partial z}}} \begin{bmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \\ -\frac{\partial r_a}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Der lokale Steigungswinkel für den Innen- und Außenleiter wird wie folgt ausgedrückt

$$\tan(\psi_i) = \frac{dr_i}{dz}, \quad \tan(\psi_a) = \frac{dr_a}{dz}. \quad (10)$$

Weiterhin wird angenommen, dass die Störungen der Randkontur beliebig sind, jedoch der Leitungswellenwiderstand der TEM-Zelle weiterhin konstant bleibt. Somit tritt keine Reflexion des TEM-Mode auf und es lassen sich für alle Kopplungen vereinfachte Beziehungen finden. Für eine ausführliche Behandlung der Kopplungsintegrale wird auf [2] verwiesen. Somit lautet das zu lösende Gleichungssystem wie folgt

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{C}} & j\underline{\mathbf{Z}} \\ j\underline{\mathbf{A}} & -\underline{\mathbf{C}}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Die Vektoren \mathbf{V} und \mathbf{I} sowie die Matrizen $\underline{\mathbf{C}}$, $\underline{\mathbf{Z}}$ und $\underline{\mathbf{A}}$ sind im Anhang B dargestellt.

3 Simulation und Diskussion der Ergebnisse

Variable	Wert	Variable	Wert
$R_{i,1}$	0,020 m	f	1 GHz
$R_{a,1}$	0,045 m	V_q	1 V
$R_{i,2}$	0,045 m	Z_L	50 Ω
$R_{a,2}$	0,115 m	N	80
L_c	0,08 m	ϵ_{rel}	10^{-3}
L_t	0,19 m	ϵ_{abs}	10^{-3}
L_m	0,14 m	δ	10^{-2}
L_{TEM}	0,68 m		

Tabelle 1: Geometrische Abmessungen der TEM-Zelle und Simulationsparameter.

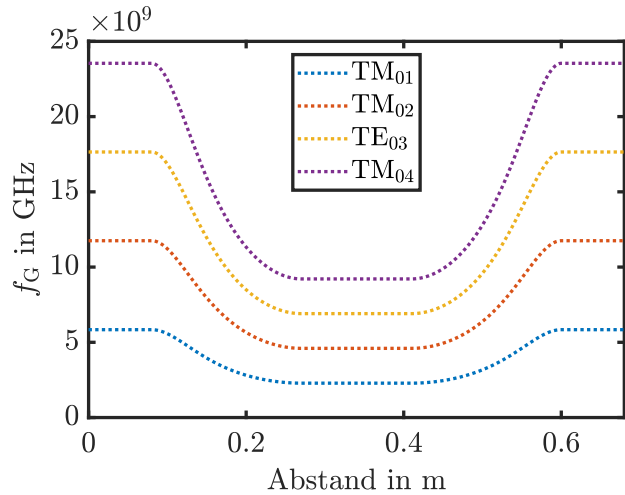


Bild 2: Grenzfrequenzen f_G der ersten vier TM_{0n} -Moden entlang der TEM-Zelle.

Im folgenden Abschnitt werden die GTEs (5) für die rundkoaxiale TEM-Zelle numerisch gelöst. Dazu wird der in MatLab integrierte *bvp5c* Solver verwendet [3]. Die für die Simulation verwendeten geometrische Abmessungen der TEM-Zelle sind der linken und die Parameter für den *bvp5c* Solver sind der rechten Spalte der Tabelle 1 zu entnehmen (N : Mesh, ϵ_{rel} : relative Fehlertoleranz, ϵ_{abs} : absolute Fehlertoleranz). Bei der Bestimmung der Kopplungsintegrale (6) zeigt sich, dass nur die TM_{0n} -Moden direkt mit dem TEM-Mode verknüpft sind [2]. Daher wird sich bei der Berechnung der GTEs (5) auf die ersten vier TM_{0n} -Moden beschränkt. In Abbildung 2 sind die Grenzfrequenzen f_G der höheren Feldmoden entlang der idealen TEM-Zelle dargestellt. Bei einer Frequenz f von 1 GHz sind alle angeregten TM_{0n} -Moden unterhalb der Grenzfrequenz f_G und daher nicht ausbreitungsfähig.

Da es sich um ein Anfangsrandwertproblem handelt, werden zusätzlich Randbedingungen benötigt, um das Gleichungssystem zu lösen. Für den TEM-Mode ergeben sich folgende Randbedingungen (siehe Abbildung 1)

$$V^{\text{TEM}}(0) = V_q - I^{\text{TEM}}(0) Z_L, \quad V^{\text{TEM}}(L_{\text{TEM}}) = I^{\text{TEM}}(L_{\text{TEM}}) Z_L. \quad (12)$$

Die Basiskoeffizienten (V, I) der Hohlleitermoden sind über den Feldwellenwiderstand miteinander verknüpft [2]. Da bei der Berechnung des Gleichungssystem nur die ersten vier TM_{0n} -Moden berücksichtigt werden, müssen nur 16 Koppelkoeffizienten und 4 Reflexionskoeffizienten berechnet werden (siehe B). Da trotz der irregulären Störung ein konstanter Leitungswellenwiderstand angenommen wird, gibt es keine Reflexionen des TEM-Modes und daher ist der Reflexionskoeffizient des TEM-Modes null. Für die irreguläre Störung der Randkontur wurde eine Gleichverteilung angenommen mit einer maximalen Amplitude δ (siehe Tabelle 1).

In der Abbildung 3 und 4 sind die Koppelkoeffizienten $C^{\text{T},M_{0n}}$ für die ideale und nicht ideale TEM-Zelle gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass der TEM-Mode stärker mit TM_{0n} -Moden koppelt, welche einen ungeraden Index n aufweisen. Weiterhin wird deutlich, dass der Einfluss des Taperings die Kopplung stärker beeinflusst als die Störung der Randkontur.

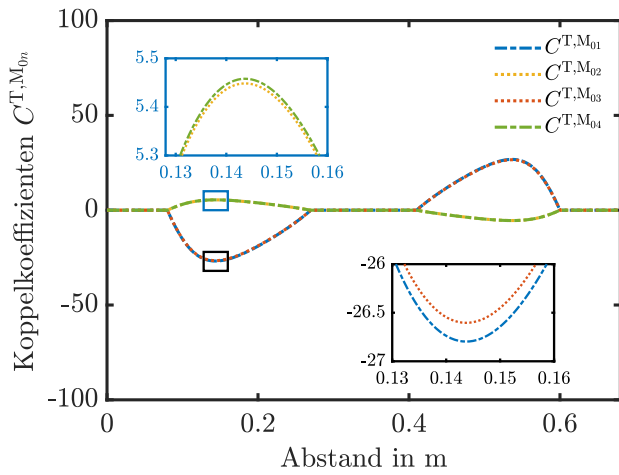


Bild 3: Koppelkoeffizient $C^{T,M_{0n}}$ entlang der idealen TEM-Zelle.

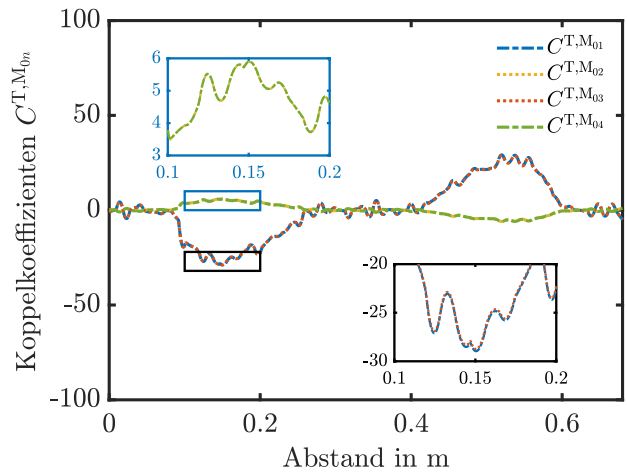


Bild 4: Koppelkoeffizient $C^{T,M_{0n}}$ entlang der nicht idealen TEM-Zelle.

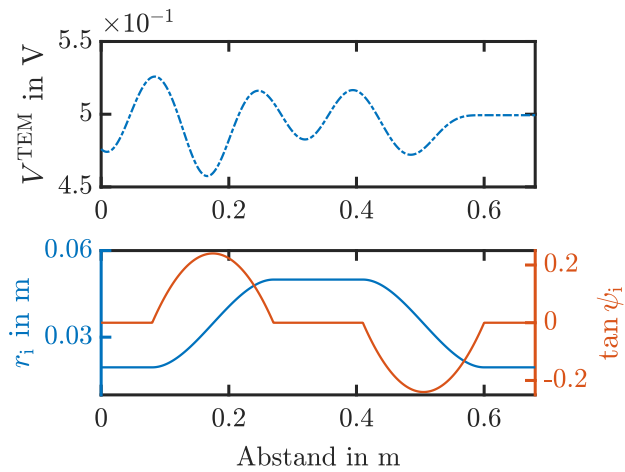


Bild 5: Basiskoeffizient V^{TEM} des TEM-Modes und der Radius r_i sowie Steigungswinkel $\tan(\psi_i)$ entlang der idealen TEM-Zelle.

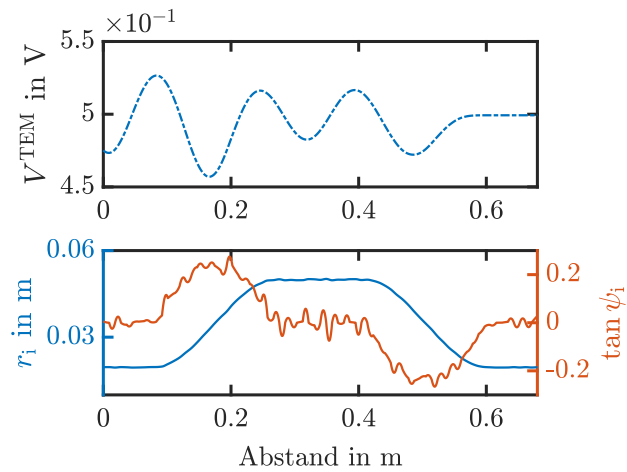


Bild 6: Basiskoeffizient V^{TEM} des TEM-Modes und der Radius r_i sowie Steigungswinkel $\tan(\psi_i)$ entlang der nicht idealen TEM-Zelle

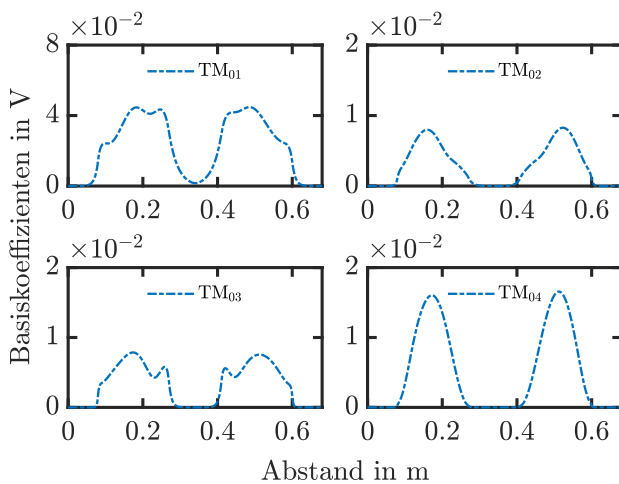


Bild 7: Basiskoeffizient $V^{TM_{0n}}$ der TM_{0n} -Moden entlang der idealen TEM-Zelle.

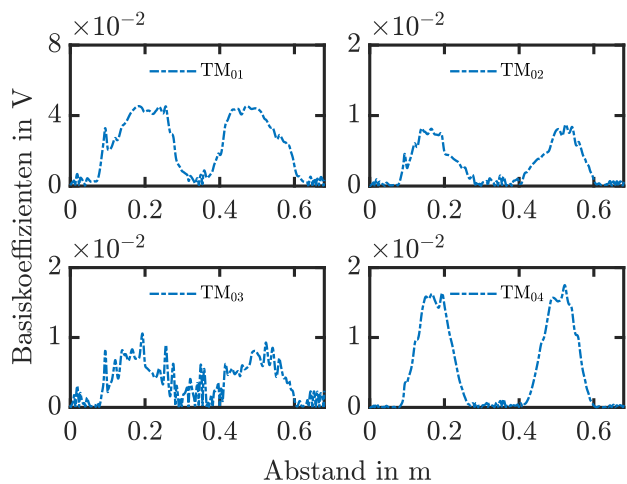


Bild 8: Basiskoeffizient $V^{TM_{0n}}$ der TM_{0n} -Moden entlang der nicht idealen TEM-Zelle.

Korrelationskoeffizienten

$K_{\text{TM}_{01}}$	0.9937
$K_{\text{TM}_{02}}$	0.9894
$K_{\text{TM}_{03}}$	0.8886
$K_{\text{TM}_{04}}$	0.9969
K_{2,\mathbf{E}_\perp}	0.9992

Tabelle 2: Korrelationskoeffizienten K der Basiskoeffizienten V^{TM} sowie der 2-dimensionale Korrelationsfaktor K_2 des Feldes \mathbf{E}_\perp in der Zellenmitte.

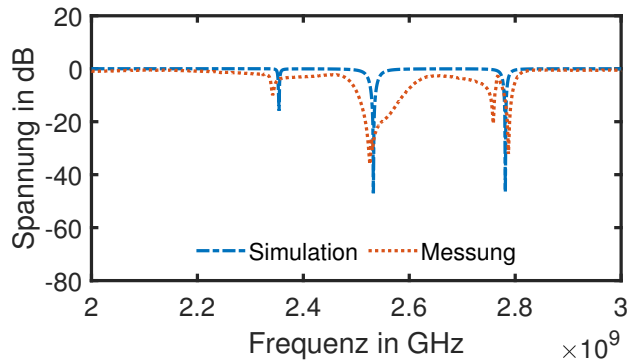


Bild 9: Verlauf der Ausgangsspannung der TEM-Zelle unter Berücksichtigung des ersten TM-Modus sowie eine Vergleichsmessung der S_{21} -Parameter (Agilent N5222A PNA).

In den Abbildungen 5 bis 8 sind die Lösungen des Gleichungssystem (5) für die ideale und nicht ideale TEM-Zelle gegenübergestellt. Für eine übersichtliche und kompakte Darstellung werden nur die Spannungskoeffizienten V abgebildet. Da keine Reflexionen des TEM-Modus auftreten, hat die Störung der Randkontur auf den Basiskoeffizienten V^{TEM} keinen Einfluss. Der Verlauf des Spannungskoeffizienten V^{TEM} ist bei beiden Simulationen gleich. Die Basiskoeffizienten der TM_{0n} -Moden laufen in den coaxialen Zuleitungen der TEM-Zelle schnell gegen null, da die Feldmoden bei einer Frequenz von $f = 1 \text{ GHz}$ nicht ausbreitungsfähig sind (siehe Abbildung 2). Allerdings wirken sich die geometrischen Störungen auf die Basiskoeffizienten $V^{\text{TM}_{0n}}$ aus (siehe Abbildung 7 und 8). Besonders starken Einfluss hat die Störung der Randkontur auf den Basiskoeffizienten des TM_{03} -Mode. Mithilfe der Wellenfunktionen und den Basiskoeffizienten lassen sich die Felder in den einzelnen Querschnitten berechnen. Anhand des Verlaufs der Basiskoeffizienten wird deutlich, dass keine nennenswerten Spannungsamplituden der höheren TM_{0n} -Moden in der Zellenmitte auftreten. Dies wird auch an den Korrelationskoeffizienten deutlich (siehe Tabelle 2). Der Verlauf der Ausgangsspannung am zweiten Port der TEM-Zelle ist in der Abbildung 9 dargestellt. Die TEM-Zelle wurde mit einer Spannung $V_q = 1 \text{ V}$ gespeist. Neben den Simulationsergebnissen der GTEs wurden ebenfalls die S_{21} -Parameter der TEM-Zelle gemessen. In der Messung sind neben den berechneten Resonanzen der TM_{0n} -Moden noch weitere Resonanzen anderer Moden zu erkennen, welche bei der Berechnung in (5) und (15) nicht berücksichtigt wurden.

4 Zusammenfassung

Im diesem Beitrag wurden die GTEs verwendet, um das Kopplungsverhalten des TEM-Modus zu höheren Hohlleitermoden zu untersuchen. Dabei wurde speziell die Auswirkung von irregulären Störungen der Randkontur des TEM-Wellenleiters auf die Kopplung des TEM-Modus zu höheren Moden betrachtet. Die GTEs wurden numerisch gelöst und erste Simulationsergebnisse vorgestellt. Bei der irregulären Störung handelt es sich um eine Gleichverteilung. Das Verhältnis der Randkonturen der TEM-Zelle wurde modelliert, sodass der Leitungswellenwiderstand weiterhin konstant bleibt. Daraus ergibt sich, dass der TEM-Mode weiterhin nur direkt mit den TM_{0n} -Moden koppelt. Die Anregung zu höheren Moden (TM_{mn} und TE_{mn} , $m, n \in \mathbb{N}$) erfolgt nur durch die Kopplung der angeregten TM_{0n} -Moden. In welchem Maß die Störungen die Feldverteilungen und die Resonanzfrequenzen der TEM-Zelle beeinflussen, wurde in diesem Beitrag nicht näher untersucht.

A Normierung der Eigenvektoren

Die Spannungs- und Stromkoeffizienten der höheren Hohlleitermoden entsprechen keinen realen Spannungen und Ströme, da die Wellenfunktionen Π Helmholtz-Gleichungen und nicht Laplace-Gleichungen erfüllen. Der Spannungsbegriff kann an dieser Stelle nicht verwendet werden. Einen Sonderfall bildet der TEM-Mode, bei dem weiterhin ein Potential existiert. Da es nicht möglich ist, sich auf messbare Spannungen und Ströme zur Festlegung der Koeffizienten zu stützen, wird eine andere physikalische Größe verwendet, die transportierte Leistung eines Modes. Die transportierte Leistung einer Leitung lässt sich mit

$$P = \frac{1}{2} V \cdot I^* \quad (13)$$

berechnen. Um für die Spannungs- und Stromkoeffizienten auf einen äquivalenten Ausdruck zu kommen, wird die Leistungsdichte eines Modes über den Querschnitt S des Wellenleiters integriert. Somit ergibt sich

$$S_z = \frac{1}{2} V \cdot I^* \underbrace{\int_S \mathbf{e} \times \mathbf{h}^* dS}_1. \quad (14)$$

B Gleichungssystem der verallgemeinerten Leitungsgleichungen

Das vollständige Gleichungssystem der GTEs für die ersten vier TM_{0n} -Moden für die rundkoaxiale TEM-Zelle

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{C}} & j\underline{\mathbf{Z}} \\ j\underline{\mathbf{A}} & -\underline{\mathbf{C}}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

mit

$$\underline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} R^{\text{TEM}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C^{\text{TM}_{01}, \text{TEM}} & R^{\text{TM}_{01}} & C^{\text{TM}_{01}, \text{TM}_{02}} & C^{\text{TM}_{01}, \text{TM}_{03}} & C^{\text{TM}_{01}, \text{TM}_{04}} \\ C^{\text{TM}_{02}, \text{TEM}} & C^{\text{TM}_{02}, \text{TM}_{01}} & R^{\text{TM}_{02}} & C^{\text{TM}_{02}, \text{TM}_{03}} & C^{\text{TM}_{02}, \text{TM}_{04}} \\ C^{\text{TM}_{03}, \text{TEM}} & C^{\text{TM}_{03}, \text{TM}_{01}} & C^{\text{TM}_{03}, \text{TM}_{02}} & R^{\text{TM}_{03}} & C^{\text{TM}_{03}, \text{TM}_{04}} \\ C^{\text{TM}_{04}, \text{TEM}} & C^{\text{TM}_{04}, \text{TM}_{01}} & C^{\text{TM}_{04}, \text{TM}_{02}} & C^{\text{TM}_{04}, \text{TM}_{03}} & R^{\text{TM}_{04}} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V^{\text{TEM}} \\ V^{\text{TM}_{01}} \\ V^{\text{TM}_{02}} \\ V^{\text{TM}_{03}} \\ V^{\text{TM}_{04}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I^{\text{TEM}} \\ I^{\text{TM}_{01}} \\ I^{\text{TM}_{02}} \\ I^{\text{TM}_{03}} \\ I^{\text{TM}_{04}} \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \gamma^{\text{TEM}} Z^{\text{TEM}} \\ \gamma^{\text{TM}_{01}} Z^{\text{TM}_{01}} \\ \gamma^{\text{TM}_{02}} Z^{\text{TM}_{02}} \\ \gamma^{\text{TM}_{03}} Z^{\text{TM}_{03}} \\ \gamma^{\text{TM}_{04}} Z^{\text{TM}_{04}} \end{bmatrix} \circ \underline{\mathbf{I}}_5, \quad \underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \frac{\gamma^{\text{TEM}}}{Z^{\text{TEM}}} \\ \frac{\gamma^{\text{TM}_{01}}}{Z^{\text{TM}_{01}}} \\ \frac{\gamma^{\text{TM}_{02}}}{Z^{\text{TM}_{02}}} \\ \frac{\gamma^{\text{TM}_{03}}}{Z^{\text{TM}_{03}}} \\ \frac{\gamma^{\text{TM}_{04}}}{Z^{\text{TM}_{04}}} \end{bmatrix} \circ \underline{\mathbf{I}}_5.$$

Der Term γ ist die Ausbreitungskonstante und Z der Feldwellenwiderstand des jeweiligen

Modes und lässt sich wie folgt bestimmen

$$\gamma = \begin{cases} \gamma = -\omega^2 \varepsilon \mu \\ \sqrt{k_{\perp, \text{TM}}^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \\ \sqrt{k_{\perp, \text{TE}}^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \end{cases}, \quad Z = \begin{cases} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} & \text{für TEM-Mode} \\ \frac{\gamma_{\text{TM}}}{j\omega\varepsilon} & \text{für TM-Mode} \\ \frac{j\omega\mu}{\gamma_{\text{TE}}} & \text{für TE-Mode} \end{cases} \quad (16)$$

Literatur

- [1] *Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement.* : *Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement*, 1995. (ISO/IEC Guide 98-3:2008) . <https://www.iso.org/standard/50461.html>
- [2] KOCH, M.: *Analytische Feldberechnung in TEM-Zellen*, Diss., 1999
- [3] THE MATHWORKS INC. (Hrsg.): *MATLAB version 9.7.0.1190202 (R2019b)*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2019
- [4] REITER, G.: Generalized telegraphist's equation for waveguides of varying cross-section. In: *Proceedings of the IEE - Part B: Electronic and Communication Engineering* 106 (1959), 1, Nr. 13S, S. 54–61. <http://dx.doi.org/10.1049/pi-b-2.1959.0008>. – DOI 10.1049/pi-b-2.1959.0008
- [5] SCHELKUNOFF, S. A.: The Electromagnetic Theory of Coaxial Transmission Lines and Cylindrical Shields. In: *Bell System Technical Journal* 13 (1934), 10, Nr. 4, S. 532–579. <http://dx.doi.org/10.1002/j.1538-7305.1934.tb00679.x>. – DOI 10.1002/j.1538-7305.1934.tb00679.x
- [6] SCHELKUNOFF, S. A.: Generalized Telegraphist's Equations for Waveguides. In: *Bell System Technical Journal* 31 (1952), 7, Nr. 4, S. 784–801. <http://dx.doi.org/10.1002/j.1538-7305.1952.tb01406.x>. – DOI 10.1002/j.1538-7305.1952.tb01406.x
- [7] SCHELKUNOFF, S. A.: Conversion of Maxwell's Equations into Generalized Telegraphist's Equations. In: *Bell System Technical Journal* 34 (1955), 9, Nr. 5, S. 995–1043. <http://dx.doi.org/10.1002/j.1538-7305.1955.tb03787.x>. – DOI 10.1002/j.1538-7305.1955.tb03787.x
- [8] SHAFII, J. ; VERNON, R. J.: Mode coupling in coaxial waveguides with varying-radius center and outer conductors. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 43 (1995), 3, Nr. 3, S. 582–591. <http://dx.doi.org/10.1109/22.372104>. – DOI 10.1109/22.372104
- [9] SOLYMAR, L.: Spurious Mode Generation in Nonuniform Waveguide. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 7 (1959), 7, Nr. 3, S. 379–383. <http://dx.doi.org/10.1109/tmtt.1959.1124595>. – DOI 10.1109/tmtt.1959.1124595
- [10] UNGER, H.-G.: Helix Waveguide Theory and Application. In: *Bell System Technical Journal* 37 (1958), 11, Nr. 6, S. 1599–1647. <http://dx.doi.org/10.1002/j.1538-7305.1958.tb01562.x>. – DOI 10.1002/j.1538-7305.1958.tb01562.x