

Makromodellierung linearer, passiver, elektromagnetischer Systeme basierend auf modalen Netzwerken

M. Sc. Sebastian Südekum, Prof. Dr.-Ing. Marco Leone

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg - Lehrstuhl Theoretische Elektrotechnik

1 Einleitung

Während der EMV-konformen Entwicklung von elektrischen Systemen sind elektromagnetische Simulationen zu einem unverzichtbaren Werkzeug geworden. Die konventionelle messtechnische Untersuchung ist aufgrund der steigenden Komponentendichte und Systemkomplexität in vielen Fällen zu teuer und zeitaufwändig. Potentielle Störbeeinflussungen, wie z.B. Feldeinkopplung in Leitungen, Fehlanpassung einer Antenne oder die Abstrahlung einer Platine, können mit Hilfe von Simulationen identifiziert und minimiert werden. Für gewöhnlich müssen hierbei zu Beginn die Geometrie und die Portkonfiguration des Systems definiert werden. Auf Grundlage der anschließenden elektromagnetischen Simulation des Portverhaltens wird ein äquivalentes Makromodell aufgestellt (siehe Abb. 1). Die dem Entwickler zugänglichste Form eines Makromodells ist ein elektrisches Netzwerk, da dieses unter Anwendung eines beliebigen Schaltungssimulators, wie z.B. LTspice [1], weiterführende Frequenz- oder Zeitbereichsanalysen unter Einbeziehung der elektronischen Beschaltung direkt ermöglicht.

Im Allgemeinen muss für eine beliebige Anordnung das Problem durch eine numerische Feldberechnungsmethode behandelt werden. Neben zahlreichen Ansätzen hat sich aufgrund seiner allgemeinen Anwendbarkeit und Effizienz der Vector-Fitting-Algorithmus zur Makromodellierung etabliert [2]. Ausgehend von einem numerischen Modell und einer fixen Portkonfiguration werden die einzelnen Übertragungsfunktionen der Impedanz-, Admittanz- oder Streumatrix iterativ interpoliert, wobei die notwendige Lage und Anzahl der Stützstellen und Systempole unbekannt sind. Die resultierende Systemapproximation kann nach Erreichen eines Konvergenzkriteriums in ein geeignetes Ersatzschaltbild überführt werden. Aufgrund der vielen Freiheitsgrade innerhalb des Algorithmus (Lage und Anzahl von Stützstellen und Pole), sowie das Fehlen eines eindeutigen Fehlerkriteriums, ist der numerische Aufwand kaum abschätzbar. Ändert sich die Anzahl und/oder Lage der Ports, muss der gesamte Algorithmus wiederholt werden. Dabei steigt der numerische Aufwand signifikant mit der Anzahl der Ports.

In diesem Beitrag präsentieren wir einen neuartigen Ansatz zur Makromodellierung für lineare und passive elektromagnetische Systeme basierend auf modalen Netzwerken, dessen numerischer Aufwand unabhängig der Portanzahl ist. Ausgangspunkt ist zunächst wie bei der üblichen Anwendung des Vector-Fittings (VF) die durch eine numerische Methode (Finite-Differenzen oder Momentenmethode) resultierende diskrete elektromagnetische Darstellung des Systems. Mit Hilfe der Eigenvektoren des quasistatischen, verlustlosen Systems resultiert die exakte Lösung der Portadmittanz- bzw. -impedanzmatrix. Alle vorhergehenden modalen Ansätze, wie z.B. aus [3] und [4], beschränken sich auf einen bestimmten Problemtyp und weisen bei zunehmenden Verlusten (Abstrahlung, Dispersion, Dissipation) Abweichungen auf, sodass unser Ansatz als Verallgemeinerung verstanden werden kann. Das Verhalten jedes Modes kann als Ersatzschaltbild dargestellt und der Einfluss des Ports lediglich durch

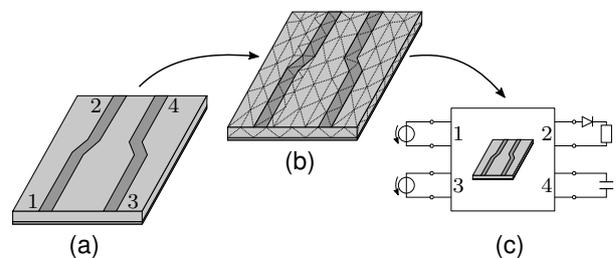


Abb. 1: Vorgehensweise bei Simulation: (a) Problemdefinition, (b) Diskretisierung und numerische Feldberechnung, (c) Einbettung von Makromodell in Schaltungsebene und Simulation

modale Koppelfaktoren, die als Transformatornetzwerk umsetzbar sind, berücksichtigt werden. Die Verluste im System verursachen eine Kopplung der Moden untereinander, was sich wiederum auch im Ersatzschaltbild widerspiegelt. Für die praktische Umsetzbarkeit genügt es, dass nur die modalen Netzwerke mit ihren Kopplungen vollständig modelliert werden müssen, dessen Resonanzfrequenzen sich innerhalb der betrachteten Frequenzbandbreite befinden. Alle subresonanten Moden können als Netzwerk gekoppelter Induktivitäten bzw. Kapazitäten zusammengefasst werden. Das vorgestellte Netzwerkmodell beinhaltet nur konzentrierte Elemente und kann in jede SPICE-basierende Simulationsumgebung mit beliebiger Beschaltung implementiert werden. Die Flexibilität und Genauigkeit des Modells wird anhand eines Beispiels im Zeitbereich demonstriert.

2 Modales Systemverhalten

Ein elektromagnetisches System kann durch Anwendung einer numerischen Methode, wie z.B. der Finite-Differenzen-Methode (FDM) oder Momentenmethode (MoM), für die Bandbreite f_{\max} (Frequenz f) und einer entsprechenden Diskretisierung stets durch die Matrixgleichung

$$[\mathbf{Y}(\omega)](\mathbf{U}) = (\mathbf{I}_0) \quad \text{oder} \quad [\mathbf{Z}(\omega)](\mathbf{I}) = (\mathbf{U}_0) \quad (1)$$

beschrieben werden, die auf der Spannungs- (\mathbf{U}) bzw. Strombeziehung (\mathbf{I}) bei einer Anregung (\mathbf{I}_0) oder (\mathbf{U}_0) beruht. Die im Allgemeinen komplexe, frequenzabhängige $N \times N$ Admittanz- $[\mathbf{Y}(\omega)]$ bzw. Impedanzmatrix $[\mathbf{Z}(\omega)]$ charakterisiert das resistive und reaktive Systemverhalten vollständig im Rahmen der numerischen Methode. Die Dimension N korrespondiert mit der Vernetzungseinheit. Je nach Anwendung und Genauigkeitsanforderung kann die Systemgleichung (1) ein ein-, zwei- oder dreidimensionales Feldproblem repräsentieren. Bei der üblichen Vorgehensweise, um mittels Vector-Fitting (VF) ein Makromodell des Systems zu erhalten, muss Gl. (1) für jede Frequenzstützstelle über Inversion gelöst werden. Dies muss für alle P Ports, also $P \times P$ mal, durchgeführt werden. Durch Kenntnis des modalen Systemverhalten kann dieser teils sehr große rechnerische Aufwand aber umgangen werden. Im Folgenden wird ohne Einschränkung der Allgemeinheit nur die Admittanzform aus (1) betrachtet, wobei die Ergebnisse für die Impedanzform stets über das Dualitätsprinzip abgeleitet werden können.

2.1 Formulierung des Eigenwertproblems

Die vollständige Systembeschreibung aus (1) kann stets in den statischen kapazitiven, induktiven und verbleibenden frequenzabhängigen Anteil zerlegt werden:

$$[\mathbf{Y}(\omega)] = j\omega[\mathbf{C}] + \frac{1}{j\omega}[\mathbf{S}_L] + [\mathbf{Y}_R(\omega)]. \quad (2)$$

$[\mathbf{C}]$ und $[\mathbf{S}_L]$ sind dabei die frequenzunabhängige Kapazitätsmatrix und die Matrix der reziproken Induktivitäten des quasistatischen, verlustlosen Systems. Sämtliche Verluste, wie Abstrahlung, Dispersion oder Dissipation, werden durch die frequenzabhängige Residualmatrix $[\mathbf{Y}_R(\omega)]$ berücksichtigt. Vernachlässigt man zunächst diese Verluste ($[\mathbf{Y}_R(\omega)] = [\mathbf{0}]$) und setzt den anregenden Term (\mathbf{I}_0) zu null, erhalten wir das Eigenwertproblem

$$[\mathbf{S}_L](\mathbf{u}_n) = \omega_n^2[\mathbf{C}](\mathbf{u}_n) \quad (3)$$

mit den reellen Eigenwerten ω_n^2 und den reellen und frequenzunabhängigen Eigenvektoren (\mathbf{u}_n). Physikalisch kann man (\mathbf{u}_n) auch als modale Spannungsverteilung des quasistatischen

und verlustlosen Systems, die die Resonanzfrequenzen ω_n besitzen, auffassen. Unter Annahme symmetrischer Matrizen $[\mathbf{C}]$ und $[\mathbf{S}_L]$, erfüllen die Eigenvektoren die Orthogonalitätsrelation

$$(\mathbf{u}_m)^T [\mathbf{C}] (\mathbf{u}_n) = C_n \delta_{nm} \quad (4)$$

mit dem Kronecker-Delta δ_{nm} [5]. Die Eigenvektoren (\mathbf{u}_n) sind dimensionslos, sodass der Faktor C_n die Einheit einer Kapazität besitzt. Zur Lösung des Eigenwertproblems (3) können die Algorithmen gängiger Programme, wie z.B. Matlab [6], verwendet werden.

2.2 Allgemeine Modale Lösung

Neben der physikalischen Anschauung bilden die Eigenvektoren (\mathbf{u}_n) , mathematisch betrachtet, einen N -dimensionalen Vektorraum [5]. Somit kann zur Lösung der Matrixgleichung (1) die gesuchte Spannungsverteilung ausgedrückt werden durch

$$(\mathbf{U}) = \sum_{n=1}^N A_n (\mathbf{u}_n) \quad (5)$$

mit den unbekanntenen Amplituden A_n . Setzt man die Entwicklung (5) in Gl. (1) mit der Zerlegung (2) ein und wendet das Eigenwertproblem (3) an, erhält man

$$\sum_{n=1}^N A_n ((\omega_n^2 - \omega^2) [\mathbf{C}] + j\omega [\mathbf{Y}_R(\omega)]) (\mathbf{u}_n) = j\omega (\mathbf{I}_0). \quad (6)$$

Multipliziert man den Eigenvektor $(\mathbf{u}_m)^T$ mit Gl. (6) von links, resultiert mit (4) der Ausdruck

$$A_m (\omega_m^2 - \omega^2) C_m + j\omega \sum_{n=1}^N A_n \underbrace{(\mathbf{u}_m)^T [\mathbf{Y}_R(\omega)] (\mathbf{u}_n)}_{Y_{R,mn}(\omega)} = j\omega \underbrace{(\mathbf{u}_m)^T (\mathbf{I}_0)}_{I_{um}}. \quad (7)$$

Aufgrund der Residualmatrix $[\mathbf{Y}_R(\omega)]$ sind, nicht wie in [4], die Entwicklungskoeffizienten A_n nicht hieraus berechenbar. Stattdessen können sie basierend auf Gl. (7) indirekt durch das folgende lineare Gleichungssystem bestimmt werden:

$$([\mathbf{Y}_M(\omega)] + [\mathbf{Y}_C(\omega)]) (\mathbf{A}) = (\mathbf{I}_u) \quad (8)$$

$$[\mathbf{Y}_M(\omega)] = \begin{cases} \frac{C_n(\omega_n^2 - \omega^2) + j\omega Y_{R,mn}(\omega)}{j\omega} & , m = n \\ 0 & , m \neq n \end{cases}_{(1,1)}^{(N,N)} \quad [\mathbf{Y}_C(\omega)] = \begin{cases} 0 & , m = n \\ Y_{R,mn}(\omega) & , m \neq n \end{cases}_{(1,1)}^{(N,N)} \quad (9)$$

Die Vektoren (\mathbf{A}) und (\mathbf{I}_u) bestehen aus den gesuchten Koeffizienten A_n bzw. I_{um} . Ohne Einschränkung der Allgemeinheit wird angenommen, dass die Spannung an Port i sich direkt aus der Superposition aller Eigenvektoren ergibt, welche wiederum mit der Lösung des Gleichungssystems (8) und den Rechenregeln von Matrizen [7] wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$\begin{aligned} U_i &= \sum_{n=1}^N A_n u_{n,i} = (\mathbf{A})^T (\mathbf{u}^i) \\ &= (\mathbf{I}_u)^T ([\mathbf{Y}_M(\omega)] + [\mathbf{Y}_C(\omega)])^{-1} (\mathbf{u}^i) \quad , \text{ mit } (\mathbf{u}^i) = (u_{1,i}, \dots, u_{N,i}) \end{aligned} \quad (10)$$

Wird Port j mit dem Strom I_0 angeregt, erhält man mit der Definition des Vektors (\mathbf{I}_u) die Lösung der Portimpedanz, ausgedrückt durch die Eigenvektoren des quasistatischen, verlustlosen Systems

$$Z_{ij} = \frac{U_i}{I_0} = (\mathbf{u}^j)^T ([\mathbf{Y}_M(\omega)] + [\mathbf{Y}_C(\omega)])^{-1} (\mathbf{u}^i). \quad (11)$$

Für insgesamt P Ports ergibt sich die allgemeine Portimpedanzmatrix

$$[\mathbf{Z}_P] = [\mathbf{u}_P]^T [\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}(\omega)] [\mathbf{u}_P] \quad (12)$$

$$[\mathbf{u}_P] = [(\mathbf{u}^1), (\mathbf{u}^2), \dots, (\mathbf{u}^P)] \quad \text{und} \quad [\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}(\omega)] = ([\mathbf{Y}_M(\omega)] + [\mathbf{Y}_C(\omega)])^{-1}. \quad (13)$$

Der Einfluss der Ports wird hierbei nur durch die reellwertige, frequenzunabhängige Matrix $[\mathbf{u}_P]$ berücksichtigt. Das dynamische Verhalten des Systems spiegelt sich in der frequenzabhängigen Dynamikmatrix $[\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}(\omega)]$ aus (13) wider. Hierbei wird anschaulich das Verhalten der Eigenvektoren (Moden) durch die Matrizen $[\mathbf{Y}_M]$ und $[\mathbf{Y}_C]$ aus (9) charakterisiert. Während die Diagonalmatrix $[\mathbf{Y}_M]$ das Eigenverhalten (Eigenadmittanz) jedes Modes repräsentiert, berücksichtigt die Matrix $[\mathbf{Y}_C]$ die gegenseitige Beeinflussung (Koppeladmittanz) der Moden untereinander. Wie in (9) zu sehen ist, verschwindet diese Matrix bei Abwesenheit von Verlusten.

3 Modale Netzwerksynthese

Die exakte modale Lösung der Portimpedanz aus Gl. (12) zeigt, dass die Kopplung der Moden für ein beliebiges lineares, passives elektromagnetisches System auch durch ein entsprechendes Netzwerkmodell abgebildet werden muss. Die reelle Matrix $[\mathbf{u}_P]$, die den Porteinfluss berücksichtigt, kann als Matrix modaler Gewichtungsfaktoren aufgefasst werden. Diese sind schaltungstechnisch als Transformatornetzwerk umsetzbar (siehe Abb. 2). Der eigentliche Modellierungsaufwand beschränkt sich schließlich auf die Netzwerksynthese der modalen Dynamikmatrix $[\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}(\omega)]$, die als Übertragungsfunktion mit N Ports interpretiert werden kann. Diese Impedanzmatrix lässt sich allgemein durch das Ersatzschaltbild aus Abb. 2 darstellen.

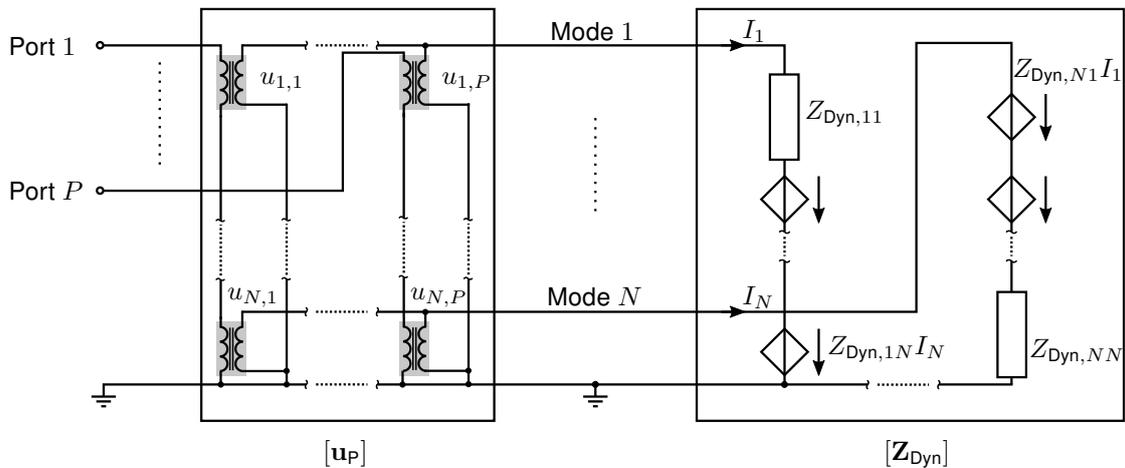


Abb. 2: Allgemeines modales Ersatzschaltbild eines linearen, passiven elektromagnetischen Systems unter Berücksichtigung der Modenkopplung

3.1 Partialbruchdarstellung der Dynamikmatrix

Aufgrund des frequenzabhängigen Terms $Y_{R,mn}(\omega)$ in (9) ist es für ein allgemeines System nicht möglich eine exakte Netzwerkdarstellung für die Eigen- und die Koppeladmittanz eines Modes abzuleiten. Aus diesem Grund nutzen wir den VF-Algorithmus [2], um näherungsweise eine geeignete Partialbruchdarstellung eines Matrixelements $Z_{\text{Dyn},mn}$ der Dynamikmatrix $[\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]$ zu erhalten:

$$Z_{\text{Dyn},mn}(s) \approx d_{mn} + sh_{mn} + \sum_{p=1}^{P_{mn}} \frac{r_{mn,p}}{s - s_p} \quad , \text{ mit } s = \sigma + j\omega. \quad (14)$$

Formal wird hierfür die Laplace-Variable s eingeführt. Mit Hilfe des VF-Algorithmus werden unter Vorgabe einer Polordnung P_{mn} und Systempole s_p das Residuum $r_{mn,p}$, der konstante und proportionale Term d_{mn} bzw. h_{mn} für eine Approximation der Übertragungsfunktion $Z_{\text{Dyn},mn}(s)$ bestimmt. Im Gegensatz zur üblichen iterativen Anwendung vom VF auf ein „Blackbox-System“ kann der physikalische Einblick, der durch die Kenntnis des quasistatischen, verlustlosen Systemverhaltens aus dem Eigenwertproblem (3) gewonnen wird, ausgenutzt werden. Es kann davon ausgegangen werden, dass im Bereich der Resonanzfrequenz ω_n des quasistatischen und verlustlosen Systems das Verhalten durch den Mode n dominiert wird und $Y_{R,nn}(\omega) \approx Y_{R,nn}(\omega_n)$ gilt. Somit kann aus der Eigenadmittanz $Y_{M,nn}$ des Modes n aus (9) das n . komplexe Polpaar der Dynamikmatrix $[Z_{\text{Dyn}}(\omega)]$ bestimmt werden (Nullstelle von $Y_{M,nn}$):

$$s_{n,1/2} = -\frac{Y_{R,nn}(\omega_n)}{2C_n} \pm j \sqrt{\omega_n^2 - \frac{Y_{R,nn}(\omega_n)^2}{4C_n^2}}. \quad (15)$$

Das Hauptdiagonalelement $Z_{\text{Dyn},nn}$, also das Eigenverhalten von Mode n , kann sehr gut durch das eine Polpaar $s_{n,1/2}$ aus (15) charakterisiert werden. Für das Nebendiagonalelement, also die Kopplung zwischen Mode n und m , können die Polpaare $s_{n,1/2}$ und $s_{m,1/2}$ für die Approximation genutzt werden. Somit ist die Polordnung für das VF bereits im Vorfeld festgelegt:

$$P_{nn} = 2 \quad (\text{Hauptdiagonale}) \quad \text{und} \quad P_{mn} = 4 \quad (\text{Nebendiagonale}). \quad (16)$$

Mit diesen physikalisch motivierten Startwerten für $s_{n,1/2}$ aus (15) und P_{mn} aus (16) resultieren die unbekannt Residuen $r_{mn,p}$ und Koeffizienten h_{mn} und d_{mn} . Als Stützstellen können die Elemente der Dynamikmatrix $[Z_{\text{Dyn}}(\omega_n)]$ an den Resonanzfrequenzen ω_n genutzt werden, die ohnehin für die Polbestimmung in (15) benötigt werden. Somit liefert VF innerhalb einer einzigen Iteration ein genaues und robustes Ergebnis. Des Weiteren sichert der VF-Algorithmus die Passivität des Modells [2]. Mit der Approximation (14) für die Dynamikmatrix $[Z_{\text{Dyn}}]$ kann unter Berücksichtigung der Polordnung P_{mn} aus (16) jedes Matrixelement $Z_{\text{Dyn},mn}(s)$, wie in Abb. 3 dargestellt ist, als Ersatzschaltbild modelliert werden [8]. Trennt man das Residuum $r_p = r_{p,r} + j r_{p,i}$ und den Pol $s_p = \alpha_p + j \beta_p$ in Real- und Imaginärteil auf und vernachlässigt den Index p , ergeben sich aus [8] die Netzwerkparameter

$$\begin{aligned} R_0 &= d & G &= \frac{-\alpha r_r + \beta r_i}{2r_r^2} \\ C &= \frac{1}{2r_r} & R &= \left(\frac{-(\alpha^2 + \beta^2)}{2(\alpha r_r + \beta r_i)} - G \right)^{-1} \\ L_\infty &= h & L &= -\frac{r_r}{\alpha r_r + \beta r_i} R \end{aligned} \quad (17)$$

Im Gegensatz zur direkten Umsetzung des Ersatzschaltbildes 3(a) für die Hauptdiagonalelemente kann die modale Kopplung im Gesamtmodell (Abb. 2) mit gesteuerten Quellen umgesetzt werden. Je nach Netzwerksimulator muss möglicherweise das Netzwerk 3(b) als Hilfsnetzwerk implementiert werden.

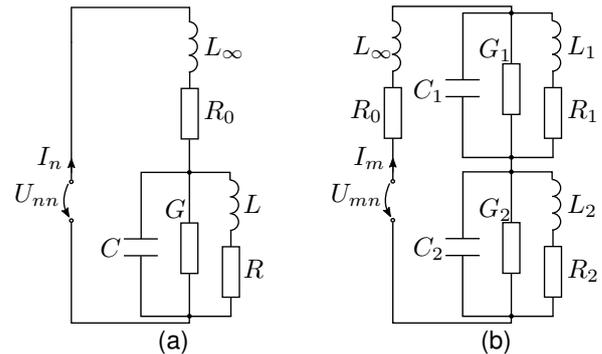


Abb. 3: Ersatzschaltbild des (a) Hauptdiagonalelementes ($P_{nn} = 2$) und (b) Nebendiagonalelementes ($P_{mn} = 4$) der Dynamikmatrix $[Z_{\text{Dyn}}]$ für das Gesamtmodell aus Abb. 2

3.2 Modellreduktion durch Näherung der subresonanten Moden

Die Gesamtanzahl der Moden N , die aus dem Eigenwertproblem (3) resultiert, entspricht der Anzahl der Unbekannten des Ausgangsproblems (1) und skaliert mit der Diskretisierungsfein-

heit für die untersuchte Geometrie. Typischerweise wird diese basierend auf der Maximalfrequenz ω_{\max} so gewählt, dass die Spannungs- bzw. Stromverteilung ausreichend gut aufgelöst wird. Deshalb sind die meisten für die Lösung (12) notwendigen N Moden innerhalb der Bandbreite nicht resonant, d.h. $\omega_{n>N_0} \gg \omega_{\max}$. N_0 bezeichnet dabei die innerhalb der Bandbreite ω_{\max} resonanten Moden. Diese Unterteilung in innerhalb der Bandbreite resonanten Moden mit $\omega_n \leq \omega_{\max}$ (Index B) und subresonanten Moden mit $\omega_n > \omega_{\max}$ (Index S) erlaubt die Umformulierung der exakten modalen Lösung (12) in

$$[\mathbf{Z}_P] = \begin{bmatrix} [\mathbf{u}_P]_B \\ [\mathbf{u}_P]_S \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} [\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]_{B,B} & [\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]_{B,S} \\ [\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]_{S,B} & [\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]_{S,S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\mathbf{u}_P]_B \\ [\mathbf{u}_P]_S \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\text{, mit } (\mathbf{u}^i)_B^T = (u_1^i \cdots u_{N_0}^i) \quad \text{und} \quad (\mathbf{u}^i)_S^T = (u_{N_0+1}^i \cdots u_N^i) . \quad (19)$$

Die Teilmatrizen $[\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]_{B/S,B/S}$ ergeben sich direkt aus dieser Unterteilung. So wie es zum einen durch die resonanten Netzwerke aus Abb. 3 und zum anderen durch das physikalische Verhalten veranschaulicht wird, kann für das gesamte Systemverhalten die Beeinflussung zweier Moden, dessen Resonanzfrequenzen ω_n und ω_m stark verschieden sind, vernachlässigt werden. Weiterhin ist auch in erster Näherung innerhalb der Bandbreite ω_{\max} neben dem vollständigen dynamischen Verhalten aller resonanten Moden lediglich das quasistatische Eigenverhalten der subresonanten Moden relevant. Somit ergibt sich die Näherung

$$[\mathbf{Z}_P] \approx \begin{bmatrix} [\mathbf{u}_P]_B \\ [\mathbf{u}_P]_S \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} [\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]_{B,B} & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]_{S,S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\mathbf{u}_P]_B \\ [\mathbf{u}_P]_S \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\text{, mit } [\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]_{S,S} \approx \text{diag} \left\{ j\omega \frac{1}{C_n \omega_n^2} + \frac{1}{Y_{R,nn}(0)} \right\}_{n=N_0+1}^N = j\omega [\mathbf{L}_S] + [\mathbf{R}_S] . \quad (21)$$

Schließlich erhält man mit der Induktivitäts- und Widerstandsmatrix der subresonanten Moden $[\mathbf{L}_S]$ bzw. $[\mathbf{R}_S]$ den Ausdruck für die Portimpedanz

$$[\mathbf{Z}_P] \approx j\omega \underbrace{[\mathbf{u}_P]_S^T [\mathbf{L}_S] [\mathbf{u}_P]_S}_{[\mathbf{L}_P]} + \underbrace{[\mathbf{u}_P]_S^T [\mathbf{R}_S] [\mathbf{u}_P]_S}_{[\mathbf{R}_P]} + [\mathbf{u}_P]_B^T [\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]_{B,B} [\mathbf{u}_P]_B , \quad (22)$$

wobei die $P \times P$ Matrizen $[\mathbf{L}_P]$ und $[\mathbf{R}_P]$ die Beiträge aller subresonanten Moden zur Portinduktivitäts- bzw. Portwiderstandsmatrix zusammenfassen, welche sich für eine gegebene Geometrie einmalig durch das Lösen des Eigenwertproblems (3) ergeben. Somit ist die Netzwerksynthese nur noch für die reduzierte $N_0 \times N_0$ Dynamikmatrix $[\mathbf{Z}_{\text{Dyn}}]_{B,B}$ durchzuführen. Die benötigte Anzahl der Moden N_0 bezieht sich auf die Bandbreite ω_{\max} und kann bereits im Vorfeld nach Lösen des Eigenwertproblems (3) bestimmt werden. Der Term $j\omega [\mathbf{L}_P] + [\mathbf{R}_P]$ kann auch als

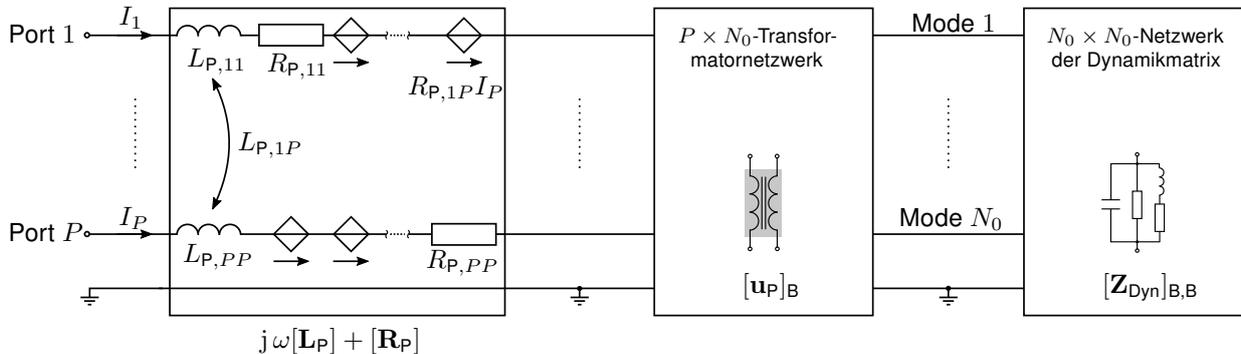


Abb. 4: Reduziertes modales Ersatzschaltbild eines linearen, passiven elektromagnetischen Systems unter Berücksichtigung der innerhalb der Bandbreite resonanten Moden mit den Teilnetzwerken aus Abb. 2 und 3

Netzwerk dargestellt werden, sodass das allgemeine Modell aus Abb. 2 modifiziert werden muss. Durch das resultierende Netzwerk aus Abb. 4 wird die Komplexität des Makromodells für das untersuchte System auf ein Minimum reduziert.

4 Validierungsbeispiel im Zeitbereich

Es wird ein inhomogenes Streifenleitungspaar aus Kupfer ($\kappa = 5,7 \cdot 10^7 \text{ S/m}$), welches im Dielektrikum FR-4 eingebettet ist, betrachtet (Abb. 5). Das Übertragungsverhalten dieser Verbindungsstruktur kann in sehr guter Näherung durch die Leitungstheorie mit

$$\begin{aligned} \frac{d(\mathbf{U}(x))}{dx} &= -([\mathbf{R}'(x, \omega)] + j\omega[\mathbf{L}'(x, \omega)])(\mathbf{I}(x)) \\ \frac{d(\mathbf{I}(x))}{dx} &= -([\mathbf{G}'(x, \omega)] + j\omega[\mathbf{C}'(x, \omega)])(\mathbf{U}(x)) + (\mathbf{I}_0(x)) \end{aligned} \quad (23)$$

beschrieben werden, wobei $(\mathbf{U}(x))$ und $(\mathbf{I}(x))$ die analytischen Spannungs- und Stromverteilungen sind [9]. $[\mathbf{L}'(x, \omega)]$ und $[\mathbf{C}'(x, \omega)]$ sind dabei die orts- und frequenzabhängige längenbezogene Induktivitäts- und Kapazitätsmatrix der Streifenleitung. Die Verluste aufgrund des starken Skin-Effekts und des dispersiven Dielektrikums (siehe Abb. 5) werden durch die ebenfalls orts- und frequenzabhängige Widerstands- und Leitwertmatrix $[\mathbf{R}'(x, \omega)]$ und $[\mathbf{G}'(x, \omega)]$ berücksichtigt [9]. Mittels der Finite-Differenzen-Methode kann die diskrete Admittanzdarstellung (1) des kontinuierlichen Systems (23) aufgestellt werden [10], um schließlich das modale Netzwerkmodell aus Abb. 4 zu erhalten. Für eine festgelegte Bandbreite von $f_{\max} = 2 \text{ GHz}$ resultiert eine notwendige Modenzahl von $N_0 = 14$. Um schließlich das Netzwerkmodell zu validieren, soll das Übersprechen zwischen den beiden Leitungen im Zeitbereich simuliert werden. Eine Nadelpulssequenz $u_1(t)$ (Anstieg-/Fallzeit 1 ns, Periodendauer 25 ns) ist das Störsignal, während die andere Leitung, die nichtlinear an Port 3 abgeschlossen ist, durch ein Taktsignal $u_4(t)$ (Anstieg-/Fallzeit 1 ns, Haltezeit 5 ns, Periodendauer 20 ns) angeregt wird (Abb. 6(a)). Als Referenz dient eine kommerzielle Vollwellensimulation, die eine 3D-Simulation mit anschließender Makromodellierung über das Vector-Fitting und eine Modellordnungsreduktion beinhaltet [11]. Wie Abb. 6(b) zeigt, liefern die SPICE-Simulation mit unserem Netzwerkmodell und die Referenzsimulation nahezu identische Ergebnisse. In dem transienten Verlauf $u_3(t)$ ist sowohl das Übersprechen der Nadelpulssequenz als auch der Einfluss der Zener-Diode zu erkennen.

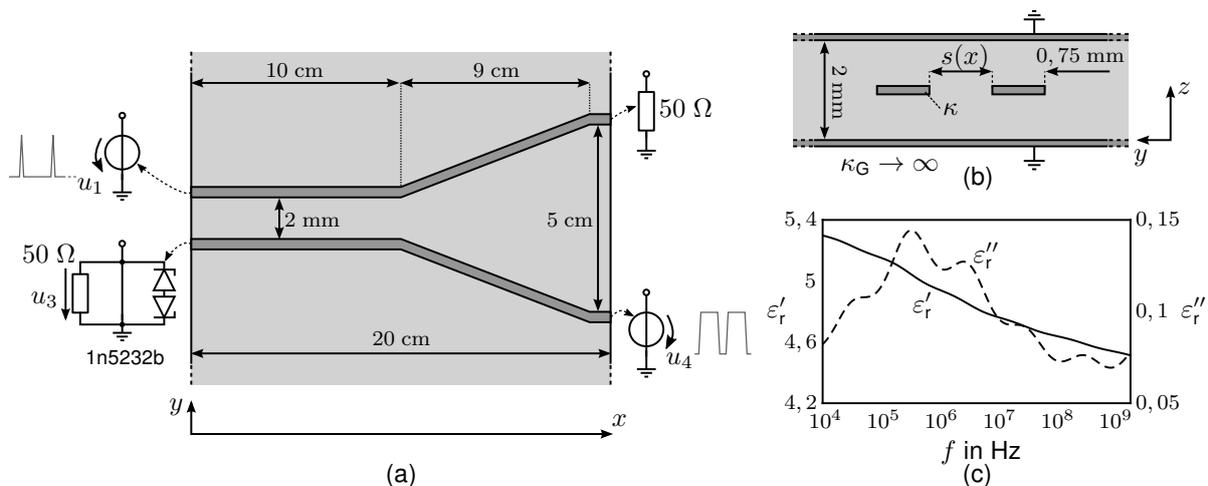


Abb. 5: Ungleichförmiges Streifenleitungspaar: (a) Draufsicht, (b) Querschnittsansicht, (c) Frequenzcharakteristik der komplexen rel. Permittivität von FR-4 [12]

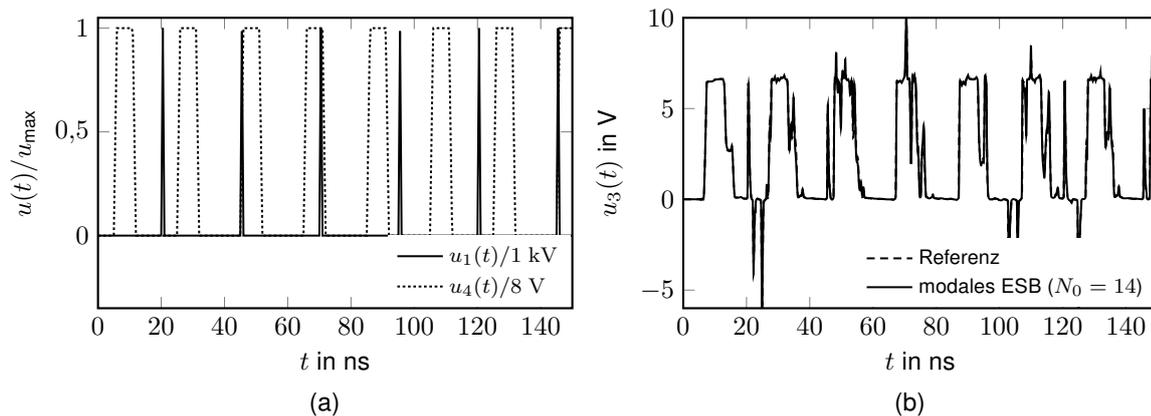


Abb. 6: (a) Stör- und Taktsignal $u_1(t)$ bzw. $u_4(t)$ und (b) Resultierende Spannung $u_3(t)$ an dem nichtlinear abgeschlossenen Port 3

5 Abschluss

In diesem Beitrag wird eine neuartige, allgemeine modale Netzwerkmodellierung linearer, passiver, elektromagnetischer Systeme vorgestellt. Der Aufwand ist, anders als bei bisherigen gängigen Methoden, weitestgehend unabhängig von der Anzahl und Positionen der Ports, was gerade vorteilhaft für eine EMV-Analyse ist. Hierbei wird erstmalig unter Nutzung der Eigenvektoren (Moden) des quasistatischen, verlustlosen Systems die exakte modale Lösung der Portimpedanz- bzw. Portadmittanzmatrix des allgemeinen verlustbehafteten Systems entwickelt. Diese Lösung zeigt, dass aufgrund der Verluste im System (Strahlung, Dispersion, Dissipation) die Moden gekoppelt sind. Somit stellt unsere Methode eine Verallgemeinerung der bisherigen modalen Netzwerksynthese dar, die auf Systeme mit geringen Verlusten beschränkt war. Aufgrund der SPICE-Kompatibilität ermöglicht dieses Netzwerkmodell eine effiziente Simulation bei beliebiger Beschaltung (aktiv/passiv, linear/nichtlinear) im Zeit- und Frequenzbereich.

Literatur

- [1] Linear Technology: *LTspice IV*. Online, 2019. – www.linear.com
- [2] Grivet-Talocia, S. ; Gustavsen, B. ; Chang, Kai (Hrsg.): *Passive Macromodeling - Theory and Applications*. Wiley Series in Microwave and Optical Engineering, 2016
- [3] Südekum, S. ; Mantzke, A. ; Leone, M.: Efficient Modal Network Model for Nonuniform Transmission Lines Including Field Coupling. In: *IEEE TEMC* (2016)
- [4] Bednarz, C. ; Lange, C. ; Südekum, S. ; Leone, M.: Broadband Circuit Model for Wire-Interconnection Structures Based on a MoM-Eigenvalue Approach. In: *IEEE TEMC* (2017)
- [5] Kato, T.: *Perturbation Theory for Linear Operators*. Springer, 1995
- [6] MathWorks: *MATLAB*. Online, 2019. – www.mathworks.com
- [7] Gantmacher, F.R.: *The Theory of Matrices*. Chelsea Publishing Company New York, N.Y., 1959
- [8] Antonini, G.: SPICE Equivalent Circuits of Frequency-Domain Responses. In: *IEEE TEMC* (2003)
- [9] Hoffmann, R.K.: *Handbook of Microwave Integrated Circuits*. Artech House, Inc., 1987
- [10] Südekum, S. ; Leone, M.: Improved Per-Unit-Length Parameter Definition for Non-Uniform and Lossy Multiconductor Transmission Lines. In: *International Symposium on EMC*, 2018
- [11] Computer Simulation Technology (CST): *CST Microwave Studio*. Online, 2019. – www.cst.com
- [12] Djordjevic, A.R. ; Biljic, R.M. ; Likar-Smiljanic, V.D. ; Sarkar, T.K.: Wideband Frequency-Domain Characterization of FR-4 and Time Domain Causality. In: *IEEE TEMC* (2001)