

Effiziente Berechnung der Einkopplung durch elektrisch große Aperturen in elektrisch lange Leiter im Inneren von Hohlraumresonatoren

Dipl.-Phys. Jörg Petzold, Prof. Dr.-Ing. Ralf Vick,
Otto-von-Guericke-Universität, Institut für Medizintechnik
Lehrstuhl für EMV, Magdeburg, Deutschland, joerg.petzold@ovgu.de

1 Einleitung

Die ungewollte Einkopplung elektromagnetischer Felder durch Aperturen in Gehäuse und anschließend in innere Strukturen wird aufgrund steigender Taktraten zukünftig immer häufiger auftreten. Es ist daher unerlässlich, effiziente Berechnungsverfahren zu entwickeln, da übliche numerische Verfahren eine hohe Anzahl von Unbekannten benötigen. Vorteilhaft sind hier analytische Verfahren, die allerdings häufig auf die Behandlung elektrisch kleiner Aperturen und Leiter beschränkt sind [1, 2]. In dieser Arbeit wird dieser analytische Ansatz für einfache elektrisch große Aperturen und erstmalig unter der Berücksichtigung elektrisch großer Beladungen der Hohlraumresonators verallgemeinert. Da im Inneren des Resonators eine starke Rückwirkung des abgestrahlten Feldes auf die erzeugenden Quellen vorliegt muss dabei auch die Rückwirkung der gestrahlten Felder auf die Quellen berücksichtigt werden [3, 4]. Dazu wird das Problem mit Hilfe eines Regularisierungsansatzes in eine Nah- und eine Fernwechselwirkung zerlegt. Die Wirkung der Apertur wird durch einen äquivalenten magnetischen Strom modelliert und so auf das Problem vieler gekoppelter, elektrisch kleiner Aperturen zurückgeführt [5]. Das Ergebnis ist eine Koppel-Matrix aller elektrisch kleinen Elemente, deren Einträge analytisch, und damit sehr effizient, bestimmt werden können. Das Verfahren, im Folgenden Method of Small Scatterer (MSS) genannt, wird am Beispiel einer spezifischen Geometrie (siehe Abb. 2c) erläutert und durch einen Vergleich mit numerischen Ergebnissen verifiziert. Es folgt eine Übersicht der Bedeutung der verwendeten Indizes.

w: Leiter	s: Schlitz	f: Freiraum	c: Resonator
h: Halbraum	i: einfallend	e: elektrisch	m: magnetisch
\Im : Imaginärteil	\Re_r : regularisierter Realteil	\Re_s : irregulärer Realteil	

2 Leiter im Freiraum

Ausgangspunkt ist die Integro-Differentialgleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) \int_0^{L_w} G_f^{A_e}(z, z') J_{e,z}(z') dz' = -j\omega\epsilon E_z^i(z) \quad (1)$$

für einen elektrisch langen geraden Leiter im Freiraum. Dabei ist k die Wellenzahl, L_w die Länge des Leiters, $G_f^{A_e}$ die Greensche Funktion für das Vektorpotential einer elektrischen Quelle A_e im Freiraum, $J_{e,z}$ die unbekannte elektrische Stromdichte und E_z^i das bekannte, anregende zum Leiter tangential elektrische Feld. Die MSS löst (1), indem sie die

Greensche Funktion im Rahmen der Dünndraht-Näherung [6, S. 127]

$$G_f^{\mathbf{A}_e} = \frac{e^{-jk\sqrt{(z-z')^2+a^2}}}{4\pi\sqrt{(z-z')^2+a^2}}. \quad (2)$$

in drei Terme

$$G_f^{\mathbf{A}} = \underbrace{\frac{1}{4\pi R}}_{G_{f,\mathfrak{R}_s}^{\mathbf{A}}} + \underbrace{\frac{\cos(-kR) - 1}{4\pi R}}_{G_{f,\mathfrak{R}_r}^{\mathbf{A}}} + j \underbrace{\frac{\sin(-kR)}{4\pi R}}_{G_{f,\mathfrak{S}}^{\mathbf{A}}}. \quad (3)$$

zerlegt. In der Abb. 1 sind die Verläufe der einzelnen Summanden in Abhängigkeit des Abstands $z - z'$ dargestellt. In [7, 5] wird, unter Ausnutzung dieser unterschiedlichen Verläufe und der Diskretisierung des Leiters in elektrisch kleine Elemente, (1) in eine Matrixgleichung

$$[[g]^{-1} + [G_{f,\mathfrak{S}}^{\mathbf{E}_e}] + [G_{f,\mathfrak{R}_r}^{\mathbf{E}_e}]]\bar{p} = \bar{E}^i \quad (4)$$

überführt, deren Herleitung hier nicht weiter erläutert wird. Die Lösung von (4) liefert ein Ensemble elektrischer Dipolmomente \bar{p} , das die Streuung elektromagnetischer Felder an dem Leiter repräsentiert. Neben der Tatsache, dass alle Matrixelemente analytisch und damit sehr schnell bestimmt werden, erlaubt die MSS auch eine physikalische Interpretation der einzelnen Summanden von (4). So repräsentiert $[g]^{-1}$ die quasi-statische Wechselwirkung der einzelnen Dipolelemente. Dabei werden alle Feldeffekte vernachlässigt. Der Einfluss der Abstrahlung auf die Quellen wird erst durch $[G_{f,\mathfrak{S}}^{\mathbf{E}_e}]$ abgebildet, während $[G_{f,\mathfrak{R}_r}^{\mathbf{E}_e}]$ Nahfeldeffekte berücksichtigt. Dieser Zerlegungsansatz erlaubt außerdem eine einfache Übertragung auf vom Freiraum abweichende Umgebungen.

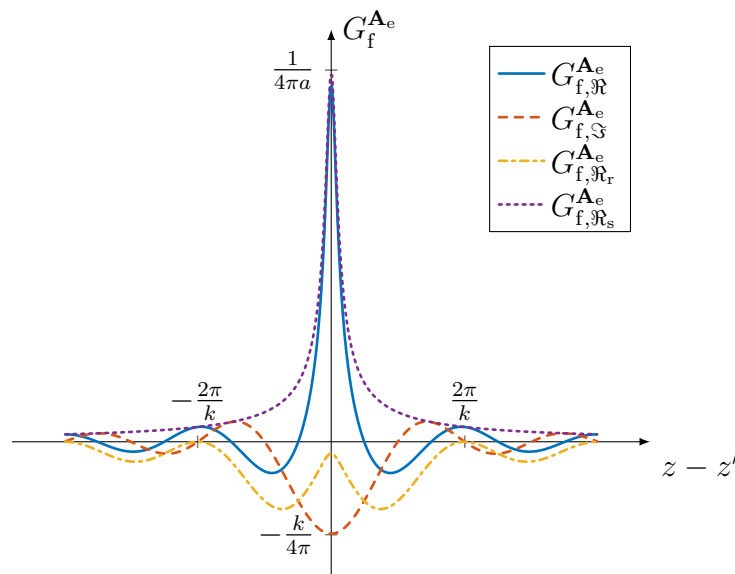


Abbildung 1: Verschiedene Anteile der Greenschen Funktion für das Vektorpotential eines langen, dünnen Drahtes und die Approximation durch deren 1. Taylor-Glied \mathfrak{R}_s , sowie der regularisierte Anteil \mathfrak{R}_r .

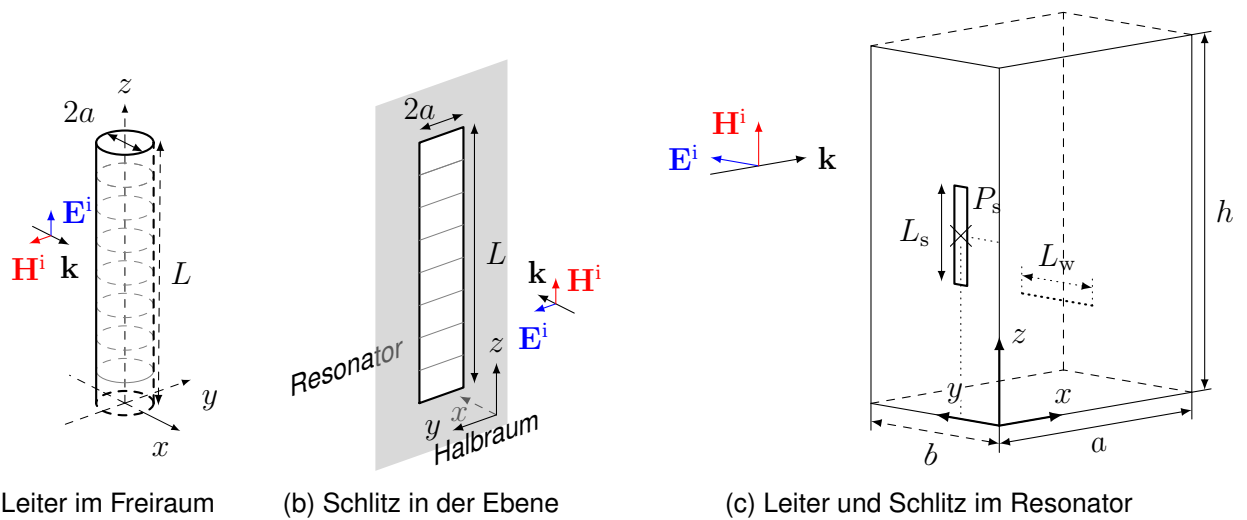


Abbildung 2: Geometrie der untersuchten Konfiguration

3 Leiter im Resonator

In [7] wird für eine Geometrie, wie sie in Abb. 2c dargestellt ist, die Integro-Differentialgleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right) \int_0^{L_w} (G_{c,w}^{A_e})_{yy}(y, y') J_{e,y}(y') dy' = -j\omega\varepsilon E_y^i(y) \quad (5)$$

für einen geraden, dünnen Leiter in einem Resonator aufgestellt. Dabei ist $(G_c^{A_e})_{yy}$ die yy -Komponente der dyadischen Greenschen Funktion des Resonators. Nach mehreren Zwischenschritten, die [7] und [5] zu entnehmen sind, kann (5) analog zu den Ausführungen in Abschnitt 2 in eine Matrixgleichung

$$[[g]^{-1} + [G_{c,r}^{E_e}] + [G_{c,\mathfrak{R}_r}^{E_e}]] \bar{p} = \bar{E}^i, \quad (6)$$

überführt werden, deren Einträge analytisch bestimmt werden können. Dabei ist festzuhalten, dass (6) und (4) den selben Nahwechselwirkungsterm, nämlich $[g]^{-1}$ enthalten und sich lediglich die Feldwechselwirkungsterme unterscheiden.

4 Schlitz im Resonator

Auch für einen Schlitz in einer leitenden Ebene lässt sich eine Integro-Differentialgleichung aufstellen. Ausgangspunkt ist auch hier die Randbedingung der Felder. Für eine Geometrie, wie in Abb. 2c, lauten diese

$$H_z^0 + H_z^h = H_z^c \quad (7)$$

und die zugehörigen Integralgleichungen

$$\begin{aligned}
2j\omega\mu H_z^i + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \int_0^{L_s} G_h^{\mathbf{A}_m}(z, z') J_z^m(z') dz' \\
= - \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \int_0^{L_s} (G_c^{\mathbf{A}_m})_{zz}(z, z') J_z^m(z') dz'.
\end{aligned} \tag{8}$$

Dabei ist $H_z^0 = H_z^i + H_z^r = 2H_z^i$ das magnetische Feld, das im Halbraum ohne Schlitz existieren würde, J_z^m die magnetische Stromdichte im Schlitz und $(G_c^{\mathbf{A}_m})_{zz}$ die zz -Komponente der dyadischen Greenschen Funktion des Vektorpotentials magnetischer Quellen im Resonator. In [5] wird (8) mit Hilfe der MSS gelöst und ähnlich zu den Ausführungen im Abschnitt 2 in eine Matrixgleichung

$$\bar{m} = \left[[G_h^{\mathbf{H}_m}] + [G_c^{\mathbf{H}_m}] \right]^{-1} 2\bar{H}^i \tag{9}$$

mit

$$\frac{1}{2} [G_h^{\mathbf{H}_m}] = [g]^{-1} + [G_{f,\mathfrak{S}}^{\mathbf{H}_m}] + [G_{f,\mathfrak{R}_r}^{\mathbf{H}_m}] \tag{10}$$

für die Wechselwirkung mit dem Halbraum und den zusätzlichen Termen

$$[G_c^{\mathbf{H}_m}] = [g]^{-1} + [G_{c,r}^{\mathbf{H}_m}] + [G_{c,\mathfrak{R}_r}^{\mathbf{H}_m}], \tag{11}$$

für die Wechselwirkung im Resonator der den Schlitz repräsentierenden, magnetischen Dipolmomente \bar{m} überführt.

5 Kopplung von Schlitz und Leiter

In den vorhergehenden Abschnitten wurde die MSS sowohl für die Bestimmung der Streuung am Schlitz als auch am Leiter im Resonator angewandt. Die Validierung der Ergebnisse ist in [5] und [7] zu finden. Für die in Abb. 2c dargestellte Geometrie muss auch die Kopplung beider Geometrien und die jeweilige Wechselwirkung auf die äquivalenten elektrischen und magnetischen Dipolmomente berücksichtigt werden. Dazu dienen erneut die Randbedingungen an den Strukturen als Ausgangspunkt. Diese sind hier

$$\text{am Schlitz} \quad H_z^0 + H_z^{h,s} = H_z^{c,s} + H_z^{c,w} \tag{12a}$$

$$\text{und am Leiter} \quad E_y = 0 = E_y^{c,s} + E_y^{c,w}, \tag{12b}$$

wobei $H_z^{c,w}$ das magnetische Feld, das durch den Leiter erzeugt wird, am Ort des Schlitzes und $E_y^{c,s}$ das elektrische Feld, das durch den Schlitz erzeugt wird, am Ort des Leiters sind. Diese sind bestimmt durch

$$H_z^{c,w}(z) = \int_0^{L_w} (G_c^{\mathbf{H}_e})_{zy} J_{e,y}(y') dy', \tag{13a}$$

$$E_y^{c,s}(y) = \int_0^{L_s} (G_c^{\mathbf{E}_m})_{yz} J_{m,z}(z') dz'. \tag{13b}$$

Dabei sind $(G_c^{\mathbf{H}_e})_{zy}$ die zy -Komponente der Greenschen Funktion für das magnetische Feld einer elektrischen Quelle und $(G_c^{\mathbf{E}_m})_{yz}$ die yz -Komponente der Greenschen Funktion des elektrischen Feldes einer magnetischen Quelle im Resonator. Ausgehend von (12) lässt sich ein System gekoppelter Integro-Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} 2j\omega\mu H_z^i(z) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) \int_0^{L_s} \left(\overline{\overline{G}}_h^{\mathbf{A}_m}\right)_{zz}(z, z') J_z^m(z') dz' \\ = - \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) \int_0^{L_s} \left(\overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{A}_m}\right)_{zz}(z, z') J_z^m(z') dz' + j\omega\mu H_z^{c,w}(z) \end{aligned} \quad (14a)$$

und

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2\right) \int_0^{L_w} \left(\overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{A}_e}\right)_{yy}(y, y') J_{e,y}(y') dy' = -j\omega\varepsilon E_y^{c,s}(y) \quad (14b)$$

aufstellen. Die MSS lässt sich analog zu den Ausführungen in den Abschnitten 3 und 4 auf (14) anwenden, wobei durch (13) die zusätzliche Kopplung der Elemente des Schlitzes und des Leiters berücksichtigt wird. Das Ergebnis ist das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} -\bar{H}_z^i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [G_s] & [G_{s,w}] \\ [G_{w,s}] & [G_w] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{m}_z \\ \bar{p}_y \end{bmatrix}, \quad (15)$$

wobei $[G_s]$ und $[G_w]$ Untermatrizen sind, die die Wechselwirkung des Schlitzes und Leiters mit sich selbst abbilden und den Gesamtmatrizen in (9) und (6) entsprechen, während die antidiagonalen Untermatrizen die Kopplungen der beider Strukturen beschreiben.

6 Ergebnisse

Um die MSS für die hier betrachtete Geometrie zu validieren, wurde ein Szenario mit den in Tab. 1 aufgelisteten Parametern sowohl mit der MSS als auch mit einer kommerziellen Implementierung [8] der Momentenmethode [9] berechnet. Als Anregung diente eine senkrecht zur geschlitzten Resonatorfront einfallende ebene Welle, deren magnetisches Feld parallel zum Schlitz verlief und eine Amplitude von $\eta^{-1} \frac{V}{m}$ aufwies. Für die untersuchten Frequenzbereiche waren im Rahmen der MSS lediglich 20 unbekannte Dipolmomente nötig. In der Abb. 3 sind die Ergebnisse für den erzeugten Strom in der Mitte des Leiters dargestellt und mit der Referenz verglichen. Dazu wurden die Dipolmomente \bar{p} mit

$$j\omega\varepsilon\bar{p} = \bar{J}\Delta l \quad (16)$$

als elementweise konstante Ströme \bar{J} repräsentiert. Dabei ist Δl die Länge eines Leitersegments. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung zu erkennen. Sind die äquivalenten Dipole des Schlitzes und des Leiters bekannt, können mit Hilfe der Gleichungen

$$\mathbf{H} = j\overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{H}_m} \omega\mu\mathbf{m} \quad (17a)$$

$$\mathbf{E} = j\overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{E}_m} \omega\mu\mathbf{m} \quad (17b)$$

$$\text{mit } \overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{H}_m} = \frac{1}{j\omega\mu} \nabla\nabla \cdot \overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{A}_m} - j\omega\varepsilon\overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{A}_m} \quad (17c)$$

$$\text{und } \overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{E}_m} = -\nabla \times \overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{A}_m}. \quad (17d)$$

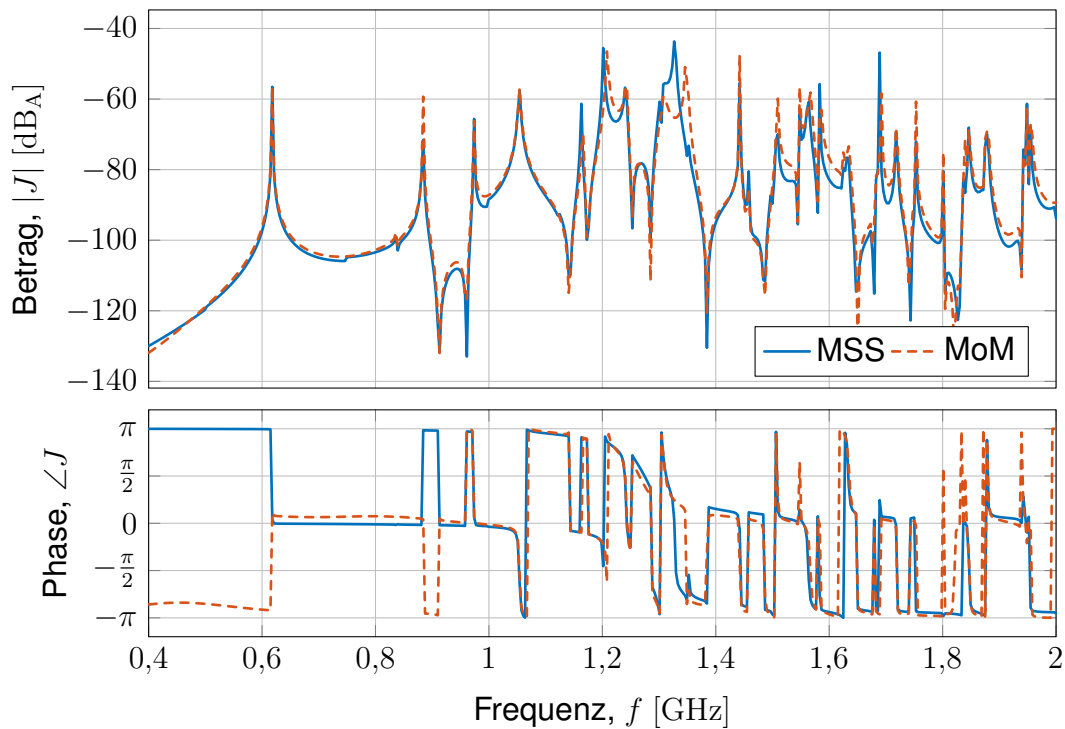
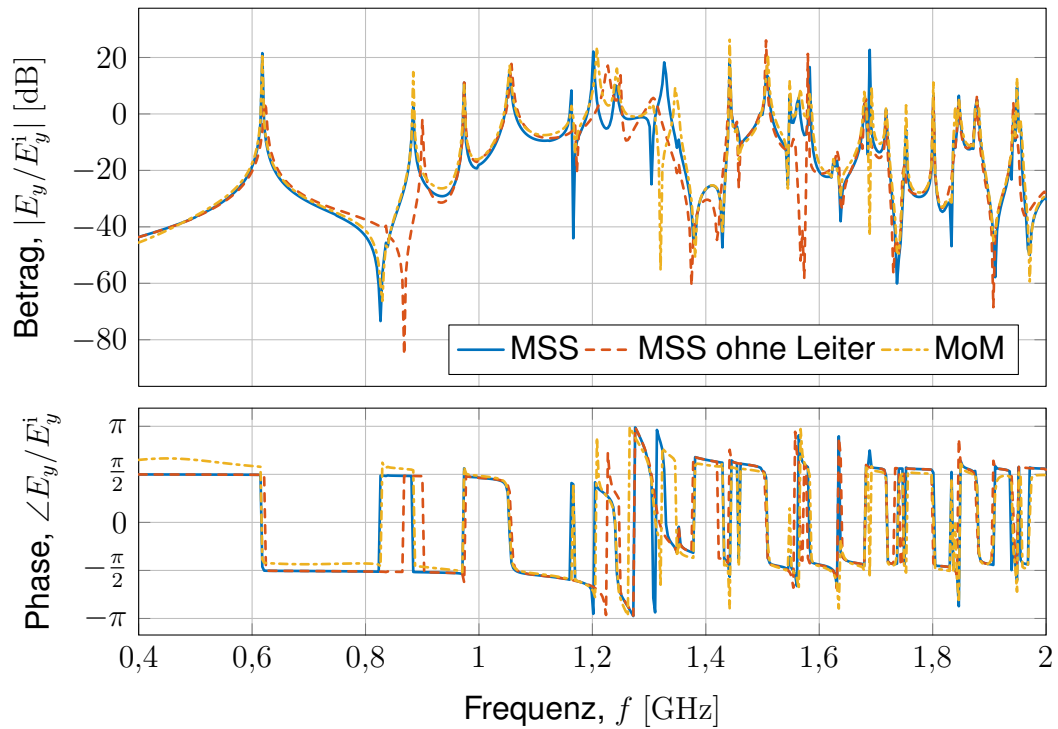


Abbildung 3: Eingekoppelter Strom in der Mitte eines elektrisch langen Leiters im Inneren eines Resonators bei einer Anregung mittels eines elektrisch langen Schlitzes in der Resonatorwand (vgl. Abb. 2c und Tab. 1) [10].

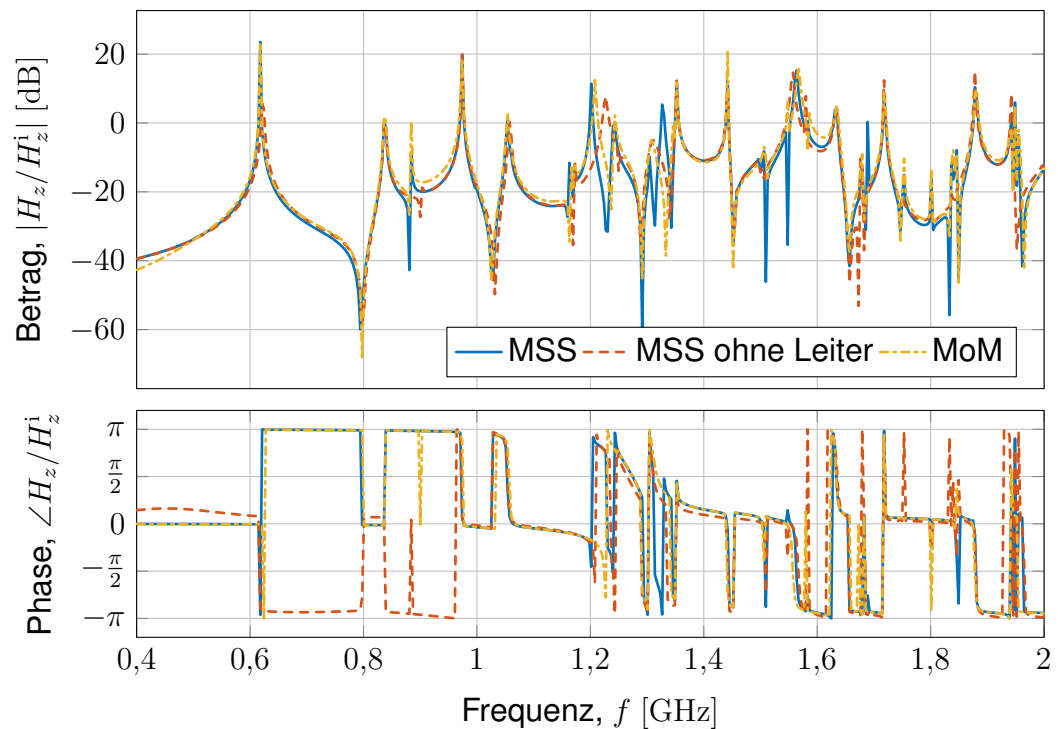
Tabelle 1: Geometrische Parameter des geschlitzten Resonators mit Beladung (vgl. Abb. 2c).

Parameter Werte in cm		Parameter Werte in cm	
(a, b, h)	(30, 20, 40)	$L_s; a_s$	11; 0,05
$P_{i,1}$	(9, 14, 32)	$P_{w,1}$	(17 2,5 11)
$P_{i,2}$	(23, 14, 22)	$P_{w,2}$	(17 13,5 11)
P_s	(0, 8, 20.5)	$L_w; a_w$	11, 0,01

schnell und einfach die Felder als Summe der Felder der einzelnen Dipole an jedem Ort im Resonator bestimmt werden. In den Abb. 4 sind die Ergebnisse der MSS für zwei willkürliche Orte der Referenz gegenüber gestellt. Insgesamt ergibt sich eine gute Übereinstimmung. Lediglich nahe der Resonanzfrequenz des Leiters kommt es zu Phasenunterschieden der beiden Verfahren, die zu einer Verschiebung der Resonanzfrequenz führen. Die Ursache ist Gegenstand aktueller Forschungsbemühungen. Zusätzlich sind die Felder dargestellt, die sich ohne einen Leiter im Inneren des Resonators ergeben, um den Einfluss des Selben auf die Feldverteilung im Inneren herauszustellen.



(a) Normalisiertes elektrisches Feld bei $P_{i,1}$



(b) Normalisiertes magnetisches Feld bei $P_{i,2}$

Abbildung 4: Normalisierte Felder im Inneren eines mit einem elektrisch langen Draht beladenen Resonators, erzeugt durch eine auf einen elektrisch langen Schlitz einfallende ebene Welle. (a) y -Komponente des elektrischen Feldes bei $P_{i,1}$ und (b) z -Komponente des magnetischen Feldes bei $P_{i,2}$ [10].

7 Zusammenfassung

Mit der MSS wurde ein neuartiges effizientes Verfahren zur Beschreibung der Streuung elektromagnetischer Wellen an einfachen, elektrisch großen Leiter- und Aperturgeometrien genutzt, um effizient die erzeugten gekoppelten Streuquellen und Streufelder mehrere Strukturen im Inneren von quaderförmigen Hohlraumresonatoren zu berechnen. Der Ansatz der Zerlegung der Greenschen Funktion in Fern- und Nahwirkungsanteile erlaubte eine vergleichsweise einfache Anwendung der MSS für unterschiedliche Regionen der Feldausbreitung. Dabei erfolgte die Bestimmung aller Matrixeinträge analytisch und damit sehr schnell. Ein Vergleich mit der Momentenmethode erlaubte die Validierung der MSS. Die nahe der Leiter- und Schlitzresonanz auftretenden Abweichungen sind Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten.

Literatur

- [1] SOLIN, John R.: Formula for the Field Excited in a Rectangular Cavity With a Small Aperture. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 53 (2011), Nr. 1, S. 82–90. <http://dx.doi.org/10.1109/TEMC.2010.2053711>. – DOI 10.1109/TEMC.2010.2053711. – ISSN 0018–9375
- [2] COLLIN, R. E.: Small aperture coupling between dissimilar regions. In: *Electromagnetics* 2 (1982), Nr. 1, S. 1–24
- [3] TKACHENKO, Sergey ; NITSCH, Jürgen ; AL-HAMID, Moawia: High-Frequency Electromagnetic Field Coupling to Small Antennae in a Rectangular Resonator. In: *International Journal of Antennas and Propagation* 2012 (2012), S. 1–6. <http://dx.doi.org/10.1155/2012/897074>. – DOI 10.1155/2012/897074. – ISSN 1687–5869
- [4] PETZOLD, Jörg ; PANNICKE, Enrico ; TKACHENKO, Sergey ; VICK, Ralf: External scattering by rectangular cavities with small apertures. In: *2015 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC 2015*, 2015, S. 68–73
- [5] PETZOLD, Jorg ; TKACHENKO, Sergey ; VICK, Ralf: Scattering by an Electrically Large Slot in a Rectangular Cavity. In: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* (2019), S. 1. <http://dx.doi.org/10.1109/TAP.2019.2894258>. – DOI 10.1109/TAP.2019.2894258. – ISSN 0018–926X
- [6] TESCHE, Frederick M. ; IANOZ, M. ; KARLSSON, Torbjörn: *EMC analysis methods and computational models*. New York : John Wiley & Sons, 1997. – ISBN 0–471–15573–X
- [7] PETZOLD, Jörg ; VICK, Ralf: Effiziente Berechnung der Streuung an elektrisch großen Leitern im Freiraum und Resonator. In: GARBE, Heyno (Hrsg.): *emv – Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*. Düsseldorf : VDE-Verlag, 2018
- [8] HYPERWORKS: *FEKO*. <https://altairhyperworks.com/product/FEKO>. Version: 2017
- [9] HARRINGTON, Roger F.: *Field computation by moment methods*. Piscataway and NJ : IEEE Press, 1993 (IEEE Press series on electromagnetic waves). – ISBN 9780470544631
- [10] PETZOLD, Jörg: *Analytische Beschreibung der Kopplung elektromagnetischer Felder durch Aperturen in Resonatoren*, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, eingereichte Dissertation, 2019