

Potentiale der kombinierten H- und E-Feldmessung für die Bestimmung von Spannungs- und Stromverteilungen in Leiterbahnen

M.Sc. Anika Henke, Technische Universität Dortmund, Deutschland

M.Sc. Robert Jan Nowak, Technische Universität Dortmund, Deutschland

Prof. Dr.-Ing. Stephan Frei, Technische Universität Dortmund, Deutschland

1 Einleitung

Die Sicherstellung der elektromagnetischen Verträglichkeit gehört zu den Anforderungen an Elektronikkomponenten. Hierbei muss auch die feldgebundene Störaussendung von Platinen bestimmt werden. Stellt sich dabei heraus, dass ein nicht tolerierbares Maß an Störungen verursacht wird, so ist häufig die genaue Lokalisierung der Störquellen von Interesse. Hierzu sollten primär die Leiterbahnen als abstrahlende Strukturen untersucht werden. Auf Platinen ist die direkte Messung der Ströme und Spannungen aufgrund der schlechten Zugänglichkeit der Messpunkte und der Problematik der Rückwirkungsfreiheit kaum möglich. Nahfeldmessungen oberhalb einer Platine können helfen, die Ströme zu identifizieren. Mit den Messdaten kann die Stromverteilung auf den in ihrer Lage als bekannt angenommenen Leiterbahnen rekonstruiert werden. Für diese Rekonstruktion können verschiedene Feldmodelle verwendet werden. Ein möglicher Ansatz ist die Momentenmethode [1]. Dem gegenüber steht eine Feldmodellierung mit Hilfe von Hertzschen Dipolen [2], [3]. Bisher wurden hauptsächlich Magnetfelddaten für die Rekonstruktion verwendet.

In dem vorliegenden Beitrag werden neben den magnetischen Nahfelddaten auch elektrische Feldmessungen zur Rekonstruktion verwendet. Die Verwendung des elektrischen Feldes zur Rekonstruktion der Stromverteilung wurde auch in [4] und [5] untersucht. Dabei modelliert [4] das elektrische und magnetische Feld auf Basis von Dipolen. [5] untersucht lediglich das elektrische Feld und modelliert dieses anhand von Greenschen Funktionen. Der hier vorgestellte neue Ansatz unterscheidet sich in verschiedenen Punkten von [4] und [5]. Zunächst wird wie in [6] zusätzlich die Information über die Lage der Leiterbahnen verwendet und die Leitungstheorie als Randbedingung für die zu rekonstruierenden Stromverteilungen verwendet. Außerdem wird ein anderer Ansatz zur simultanen Betrachtung der elektrischen und magnetischen Felddaten als in [4] verwendet. Es werden einlagige Platinen mit durchgängigen Masseflächen betrachtet, auf denen sich mehrere Leiterbahnen befinden. Modelliert werden diese als Stromfäden über einer ideal leitfähigen und unendlich ausgedehnten Massefläche. Position und Ausbreitungseigenschaften der Leitungen werden als bekannt angenommen. Weitere Platinenkomponenten werden nicht berücksichtigt.

2 Das inverse Problem der Stromrekonstruktion basierend auf magnetischen Nahfelddaten

Wie in verschiedenen Veröffentlichungen gezeigt wird, eignen sich grundsätzlich Hertzsche Dipole zur Modellierung einer beliebigen magnetischen Nahfeldverteilung. In diesem Beitrag werden analog zu [2] und [3] Dipole an die Position der Leiter gesetzt. Anders als in [7] wird ein Zusammenhang zwischen dem Magnetfeld und der tatsächlichen Stromverteilung gebildet. Mathematisch folgt analog zu [2] ein Gleichungssystem zwischen den

zu bestimmenden Strömen I der Dipole und dem Vektor der bekannten magnetischen Nahfelddaten H :

$$H = \Psi_{HI,Dipol} I \quad (1)$$

Die Matrix $\Psi_{HI,Dipol}$ beinhaltet somit die Feldbeschreibung der Dipole, die von der Lage der Beobachtungspunkte, Dipole und Leiter abhängt. Auch die Frequenz und das Ausbreitungsmedium sind hier berücksichtigt.

Für eine hinreichend große Anzahl an Nahfelddaten folgt ein überbestimmtes Gleichungssystem. Dieses wird typischerweise mit einem Least-Squares-Ansatz gelöst, um die Dipolströme zu bestimmen [3], [7]. Diese weisen jedoch, wie in [3] beschrieben, häufig einen nicht physikalischen Verlauf auf – entlang der Leitung wird eine unstetige Stromverteilung rekonstruiert. Um dies zu vermeiden kann die Leitungstheorie zur Beschreibung der Stromverteilung wie in [2] oder [6] verwendet werden:

$$I(z) = I_{hin} \exp(-\gamma z) - I_{rück} \exp(\gamma z). \quad (2)$$

Für alle Elemente lässt sich damit ein Matrix-Vektor-Zusammenhang aufstellen:

$$I = \Psi_{TL} I_{red}. \quad (3)$$

Der zu bestimmende Vektor I wird dabei über die Matrix Ψ_{TL} mit dem reduzierten Stromvektor I_{red} verknüpft. Während die Matrix Ψ_{TL} die Ausbreitungseigenschaften auf den Leitungen beinhaltet, sind in dem Vektor I_{red} lediglich die mit Hilfe der Leitungstheorie modellierten hin- und rücklaufenden Stromwellen notiert. Es folgt somit das inverse Problem

$$H = \Psi_{HI,Dipol} \Psi_{TL} I_{red}. \quad (4)$$

Durch diesen Ansatz wird also die Anzahl der Unbekannten deutlich reduziert: Anstelle der zuvor gesuchten Stromwerte für jeden einzelnen Dipol entlang der Leitung werden nun für jedes geradlinige Leiterstück nur noch eine hin- und eine rücklaufende Stromwelle gesucht.

Realistische Leiteranordnungen umfassen nicht nur gerade Leiterstücke, sondern auch abknickende Leiter. Als Nebenbedingung an solchen Knickstellen zwischen den Leiterstücken werden Stetigkeit des Stromes und der Spannung gefordert, was durch die Matrix A_{eq} ausgedrückt wird [6]. Es folgt damit der Ansatz zur Rekonstruktion mit

$$\min_{I_{red}} \left\| \Psi_{HI,Dipol} \Psi_{TL} I_{red} - H \right\|_2^2 \text{ mit } A_{eq} I_{red} = \mathbf{0}. \quad (5)$$

3 Formulierung des inversen Problems auf Basis elektrischer Nahfelddaten

Analog zu (1) wird wie beispielsweise auch in [5] eine Formulierung gesucht, durch welche die gesuchte Stromverteilung mit dem elektrischen Nahfeld verknüpft wird. Hierzu werden im Weiteren zwei Ansätze präsentiert.

3.1 Modellierung des elektrischen Feldes mit einem Potentialansatz

Zur Modellierung des elektrischen Feldes werden das elektrische Skalarpotential φ und das magnetische Vektorpotential A verwendet. Entsprechend wird dieser Ansatz im weiteren Verlauf als Potentialansatz bezeichnet. Das elektrische Feld wird unter der Annahme quasistationärer Verhältnisse und der Coulomb-Eichung gemäß

$$E = -\text{grad}(\varphi) - j\omega A \quad (6)$$

bestimmt [8]. Dabei werden die Leiter in fadenförmige Segmente diskretisiert, auf denen jeweils ein konstanter Strom angenommen wird. Diese Segmente bilden die Quelle für das elektrische Feld. Für ein solches Segment der Länge l , das in x -Richtung ausgerichtet und im Ursprung zentriert ist sowie den Strom I in Richtung der x -Achse führt, gilt für die Stromdichte

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \delta(y)\delta(z)\text{rect}\left(\frac{x}{l}\right) I \cdot \mathbf{e}_x, \quad (7)$$

wobei die Rechteckfunktion durch

$$\text{rect}(x') = \begin{cases} 1 & , |x'| \leq 0,5 \\ 0 & , |x'| > 0,5 \end{cases} \quad (8)$$

definiert wird und $\mathbf{r} = (x \ y \ z)^T$ der Ortsvektor ist. Mit $\delta(\cdot)$ wird die Deltadistribution bezeichnet. Die zugehörige Ladungsdichte wird über die Kontinuitätsgleichung berechnet [8]:

$$\rho = -\frac{1}{j\omega} \text{div}(\mathbf{J}). \quad (9)$$

Aufgrund der Identität

$$\text{div}(\mathbf{J}) = \frac{d}{dx} \mathbf{J} \cdot \mathbf{e}_x + \frac{d}{dy} \mathbf{J} \cdot \mathbf{e}_y + \frac{d}{dz} \mathbf{J} \cdot \mathbf{e}_z \quad (10)$$

muss zur Bestimmung der Volumenladungsdichte ρ Gleichung (7) lediglich nach x abgeleitet werden. Die Rechteckfunktion ist aufgrund ihrer Unstetigkeit formal nicht differenzierbar. Mit Hilfe von Deltadistributionen kann dennoch ein Ausdruck für die Ableitung gefunden werden. Für die Volumenladungsdichte ergibt sich die Ladungsdichte zweier Punktquellen:

$$\rho(\mathbf{r}) = -\frac{I}{j\omega} \delta(y)\delta(z) \left(\delta\left(x + \frac{l}{2}\right) - \delta\left(x - \frac{l}{2}\right) \right). \quad (11)$$

Mit der Stromverteilung aus Gleichung (7) und der Ladungsdichte aus Gleichung (11) werden nun die Potentiale mit

$$(a) \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V_q} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}_q)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|} dV_q \quad (b) \quad \varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{V_q} \frac{\rho(\mathbf{r}_q)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|} dV_q \quad (12)$$

bestimmt. Es ergeben sich die folgenden Zusammenhänge:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{I\mu}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\mathbf{e}_x}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|} dx_q = -\mathbf{e}_x \frac{I\mu}{4\pi} \left[\text{arsinh}\left(\frac{\left(x - \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right) - \text{arsinh}\left(\frac{\left(x + \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right) \right], \quad (13)$$

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{-I \left[\frac{1}{r^+} - \frac{1}{r^-} \right]}{4\pi\epsilon j\omega} \quad \text{mit } r^+ = \sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}, r^- = \sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}. \quad (14)$$

Gemäß Gleichung (6) ergibt sich das elektrische Feld unter Verwendung des Gradienten

$$-\text{grad}(\varphi) = \frac{I}{4\pi\epsilon j\omega} \left[\frac{-1}{(r^+)^3} \begin{pmatrix} \left(x + \frac{l}{2}\right) \\ y \\ z \end{pmatrix} + \frac{1}{(r^-)^3} \begin{pmatrix} \left(x - \frac{l}{2}\right) \\ y \\ z \end{pmatrix} \right] \quad (15)$$

zusammen mit Gleichung (13). Insgesamt kann nun das elektrische Feld für ein Leitersegment, welches in x -Richtung ausgerichtet ist und um den Ursprung zentriert liegt, bestimmt werden.

Um beliebige Ausrichtungen und Positionen von Segmenten abbilden zu können, werden Koordinatentransformationen verwendet. In Bild 1 werden die benötigten Koordinatensysteme vereinfacht für den zweidimensionalen Fall skizziert. Das betrachtete Segment wird in grau dargestellt. Am Beobachtungspunkt P soll das elektrische Feld E , das von diesem Segment verursacht wird, bestimmt werden. Das globale Koordinatensystem ist in schwarz gekennzeichnet.

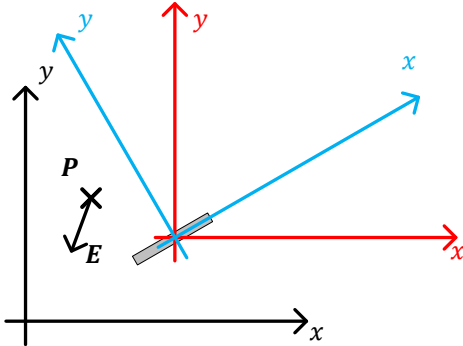


Bild 1: Skizze der verschiedenen Koordinatensysteme für die verallgemeinerte Betrachtung.

Die Translation nicht durchzuführen. Damit ist also das von einem Segment beliebiger Lage und Ausrichtung an einem beliebigen Beobachtungspunkt verursachte Feld bestimmbar. Die Bestimmung der Felder, die aus mehreren Segmenten resultieren, erfolgt durch die Überlagerung der einzelnen Felder. Daraus ergibt sich insgesamt ein Matrix-Vektor-Zusammenhang der Form

$$\mathbf{E} = \Psi_{\text{EI,Potential}} \mathbf{I}. \quad (16)$$

Für die Berechnung werden zunächst die globalen Koordinaten des Beobachtungspunktes mittels einer Translation in das rot dargestellte Koordinatensystem überführt. Durch eine Drehung (im dreidimensionalen Fall zwei Drehungen) werden die Koordinaten des Beobachtungspunktes im blau dargestellten Koordinatensystem angegeben. In diesem Koordinatensystem liegt das Segment ausgerichtet in x -Richtung und zentriert im Ursprung vor. Hier erfolgt nun die Berechnung entsprechend Gleichung (6). Das Ergebnis E wird danach aus den blauen wieder in die roten Koordinaten zurückgedreht. Da der Beobachtungspunkt P bereits bekannt ist, ist die Translation

3.2 Modellierung des elektrischen Feldes mit Hertzschen Dipolen

Grundsätzlich kann ein ähnlicher Zusammenhang auch über die Verwendung des bereits für die Modellierung des magnetischen Feldes genutzten Dipolmodells bestimmt werden. Dazu wird das in [9] beschriebene Verfahren genutzt: Unter der Annahme, dass am Beobachtungspunkt kein leitfähiges Medium vorhanden ist, gilt der Zusammenhang

$$\mathbf{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \text{rot}(\mathbf{H}) \quad (17)$$

zwischen dem elektrischen und dem magnetischen Feld. Damit wird aus Gleichung (1) die entsprechende Formulierung für das elektrische Feld berechnet:

$$\mathbf{E} = \Psi_{\text{EI,Dipol}} \mathbf{I}. \quad (18)$$

4 Simultane Berücksichtigung des E- und H-Feldes im inversen Problem

Elektrische und magnetische Felddaten können jetzt auch simultan zur Rekonstruktion genutzt werden. Dazu werden beide Formulierungen gemeinsam in einem Gleichungssystem betrachtet, hier exemplarisch für die Modellierung aus Abschnitt 3.1 dargestellt:

$$\begin{pmatrix} \alpha_H \mathbf{H} \\ \alpha_E \mathbf{E} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_H \Psi_{\text{HI,Dipol}} \\ \alpha_E \Psi_{\text{EI,Potential}} \end{pmatrix} \Psi_{\text{TL}} \mathbf{I}_{\text{red}}. \quad (19)$$

Grundsätzlich sind die Einheiten und auch die Größenordnungen der Felddaten des elektrischen und magnetischen Feldes unterschiedlich. Beide Datenquellen sollen jedoch

mit dem gleichen Gewicht in der Lösung des inversen Problems berücksichtigt werden. Deshalb werden über die Vorfaktoren

$$(a) \quad \alpha_H = \frac{1}{\|\mathbf{H}_{\text{mess}}\|_2}, \quad (b) \quad \alpha_E = \frac{1}{\|\mathbf{E}_{\text{mess}}\|_2} \quad (20)$$

Einheiten und Größenordnungen aneinander angepasst, sodass eine ähnliche Gewichtung beider Felder in der Rekonstruktion erreicht wird.

5 Validierung der Modellierungsansätze und Rekonstruktionsergebnisse

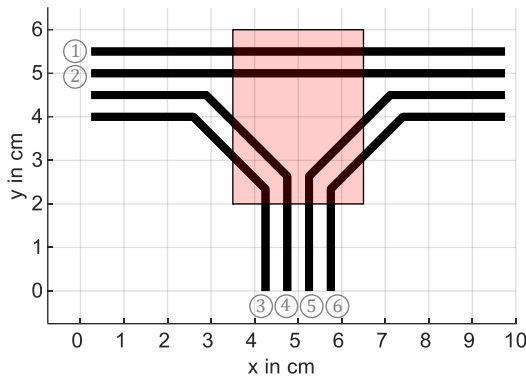


Bild 2: Skizze der untersuchten Leiteranordnung. Rot markiert ist der Bereich, in dem die Felddaten aufgenommen werden.

diesem Beitrag werden anders als in [6] nur 63 gleichmäßig über die rot dargestellte Fläche verteilte Abtastpunkte verwendet, die sich 7 mm über der Massefläche befinden. Beispielhaft werden die Rekonstruktionsergebnisse für Leiter 3 bei einer Frequenz von 500 MHz betrachtet.

Die oben beschriebenen Vorgehensweisen zur Rekonstruktion werden anhand von Simulationen validiert. Die in Bild 2 skizzierte Leiteranordnung aus sechs Leitern wird untersucht, die jeweils einen Radius von 0,1 mm haben und sich in einer Höhe von 1,5 mm über der Massefläche befinden. Diese Konfiguration wurde auch bereits für die in [6] gezeigten Untersuchungen verwendet. Die Leiter werden über Thévenin-Quellen jeweils am nummerierten Ende angeregt und am anderen Ende über einen Widerstand zur Masse hin abgeschlossen.

Außerdem werden sie in Segmente mit einer maximalen Länge von 2,1 mm diskretisiert. In

Zur Validierung der Rekonstruktionsergebnisse und als Quelle für die Felddaten wird das numerische Feldsimulationsprogramm CONCEPT-II [10] genutzt. Die Stromverteilungen lassen sich direkt vergleichen. Aus den rekonstruierten hin- und rücklaufenden Wellen werden unter Verwendung des Leitungswellenwiderstandes Z_0 die Spannungsverläufe analytisch bestimmt:

$$U(z) = I_{\text{hin}} Z_0 \exp(-\gamma z) + I_{\text{rück}} Z_0 \exp(\gamma z). \quad (21)$$

Ein Vergleich dieser Spannungen ist zunächst jedoch nicht möglich, da von CONCEPT-II keine Spannungen entlang von Leitungen berechnet werden. Es liegen jedoch die Ladungsdichteverteilungen ρ vor. Deshalb werden die rekonstruierten Spannungsverläufe U mit Hilfe der Kapazitätsbeläge C' der Leitungen und des Zusammenhanges

$$\rho = C' \cdot U \quad (22)$$

in Ladungsdichten umgerechnet. Diese können im weiteren Verlauf mit den aus CONCEPT-II extrahierten Ergebnissen verglichen werden.

Reale Messdaten sind immer rauschbehaftet. Deshalb werden aus den direkt aus CONCEPT-II gewonnenen idealen Felddaten $\mathbf{K} = \{\mathbf{H}, \mathbf{E}\}$ nun verrauschte Messwerte generiert. Dazu wird ein Rauschmodell der Form

$$K_{\text{verrauscht},i} = K_i \cdot n_{p,i} + n_{HG,i} \quad (23)$$

für die einzelnen Datenpunkte des verrauschten, gemessenen Feldvektors $\mathbf{K}_{\text{verrauscht}}$ angenommen. Hierbei werden also ein Hintergrundrauschen (Index HG) sowie ein Pegelrauschen (Index P) modelliert. Es werden standardnormalverteilte Zufallsvektoren $\tilde{\mathbf{n}}_k$ mit der Größe des Feldvektors generiert. Ausgehend davon werden das Pegelrauschen $\mathbf{n}_{\text{P, in dB}}$ und Hintergrundrauschen \mathbf{n}_{HG} wie folgt realisiert:

$$\mathbf{n}_{\text{P, in dB}} = 10^{\sqrt{\hat{n}_{\text{P}}} \cdot \tilde{\mathbf{n}}_1 / 20} \text{ mit } \hat{n}_{\text{P}} = 2 \text{ dB}, \quad (24)$$

$$\mathbf{n}_{\text{HG}} = \hat{n}_{\text{HG}} \cdot \frac{(\tilde{\mathbf{n}}_2 + j \cdot \tilde{\mathbf{n}}_3)}{\sqrt{2}} \text{ mit } \hat{n}_{\text{HG}} = 10^{-40 \text{ dB}_{\text{Am}^{-1}/20}} \text{ bzw. } \hat{n}_{\text{HG}} = 10^{10 \text{ dB}_{\text{Vm}^{-1}/20}}. \quad (25)$$

Grundsätzlich sind aufgrund der pseudozufälligen Anteile im Rauschen die speziellen Feldmesswerte ohne Kenntnis der Startwerte des Pseudozufallsgenerators nicht reproduzierbar. Damit sind auch alle erhaltenen Resultate genau wie in realen Messungen einmalig. Deshalb lassen sich keine Aussagen über einzelne Rekonstruktionen aus den verrauschten Simulationswerten verallgemeinern. Vielmehr müssen viele, mit unterschiedlichem Rauschen aufgenommene Ergebnisse verglichen werden, um so eine Aussage über das generelle Verhalten unter Rauscheinfluss treffen zu können.

In Bild 3 werden jeweils die aus 100 Rauschfällen rekonstruierten Verläufe gemeinsam transparent in grau dargestellt. Hellere Bereiche bedeuten also, dass dieses Rekonstruktionsergebnis nur vereinzelt auftritt, dunklere Bereiche deuten ein häufigeres Auftreten an. Werden nur die magnetischen Nahfelddaten für die Rekonstruktion verwendet und wird zur Modellierung das Dipolmodell genutzt, so zeigt sich unter Rauscheinfluss in vielen Fällen noch eine akzeptable Stromrekonstruktion. Die rekonstruierte Ladungsdichte hingegen weicht vielfach deutlich von den aus CONCEPT-II extrahierten Werten ab.

Werden lediglich die elektrischen Felddaten, modelliert über den Potentialansatz, für die Rekonstruktion herangezogen, so ergibt sich eine wesentlich bessere Übereinstimmung der Ladungsdichten. Diese Verbesserung wird jedoch auf Kosten der Güte der Stromrekonstruktion erreicht, welche ungenauer ist als zuvor. Ein ähnliches Ergebnis liefert auch die Verwendung der elektrischen Felddaten mit der Modellierung über das Dipolmodell, wobei hierbei die Stromrekonstruktion noch schlechtere Ergebnisse liefert als bei Verwendung des Potentialansatzes. Insofern ist für den betrachteten Anwendungsfall der Potentialansatz geeigneter.

Die gemeinsame Rekonstruktion aus elektrischen und magnetischen Felddaten mit der oben vorgestellten Gewichtung ergibt eine etwas bessere Stromrekonstruktion als nur bei Nutzung der Magnetfelddaten, wobei die Ladungsdichten für einige Fälle ebenfalls besser übereinstimmen als bei Nutzung nur der magnetischen Felddaten. Dabei spielt an dieser Stelle die Wahl des Modells für das elektrische Feld eine untergeordnete Rolle: Unterschiede in der Rekonstruktionsgüte sind nur zu erahnen und auf die verschiedenen Rauschfälle zurückzuführen. Es handelt sich hier also nicht um einen systematischen Effekt. Insgesamt gelingt die Rekonstruktion am besten, wenn die magnetischen Felddaten gemeinsam mit den elektrischen Felddaten genutzt werden.

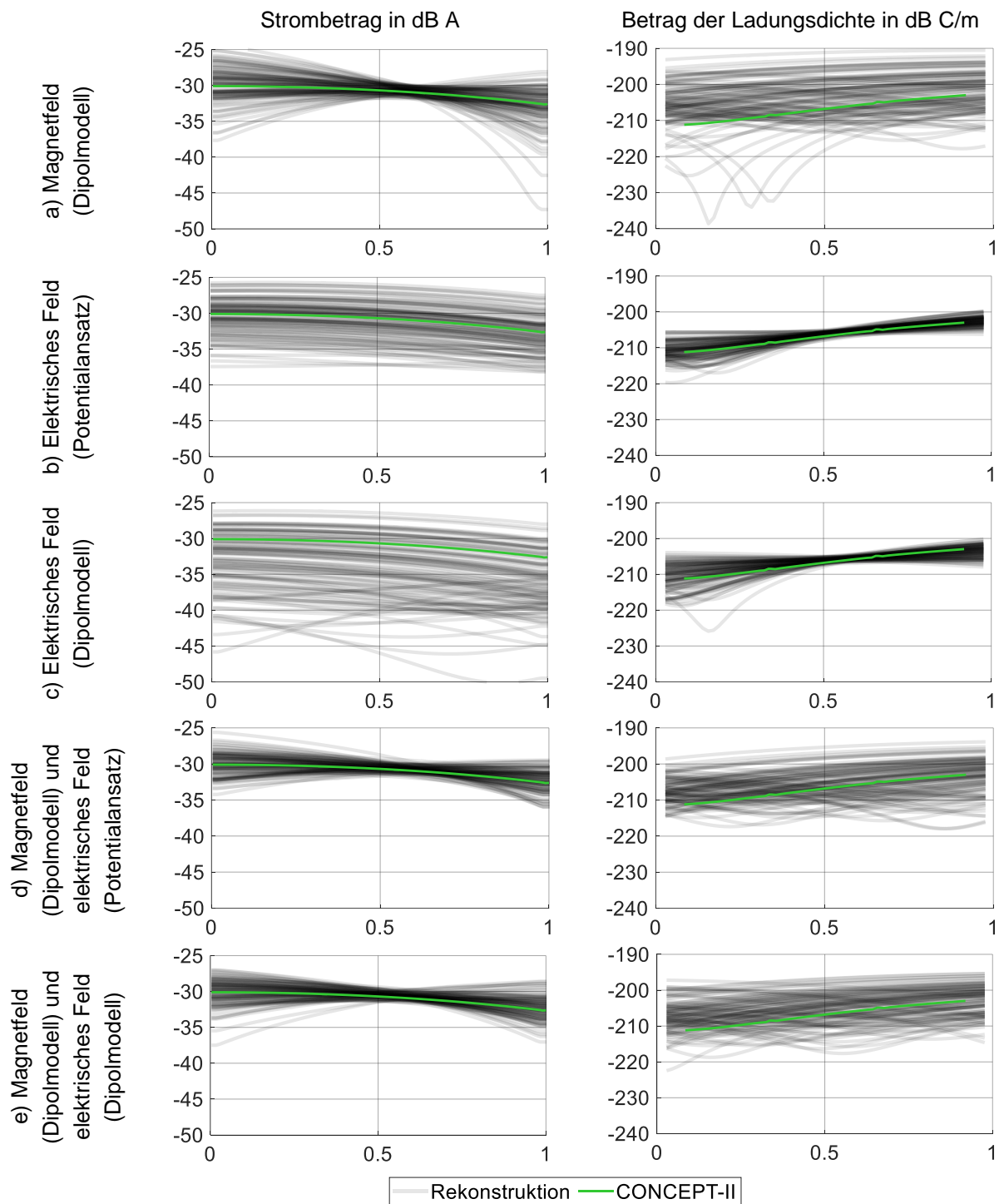


Bild 3: Rekonstruktionsergebnisse für 100 verschiedene Rauschfälle für Leitung 3 der oben dargestellten Anordnung. Dargestellt werden die Verläufe jeweils entlang der normierten Länge der Leitung 3.

6 Zusammenfassung

Im Gegensatz zu bereits in früheren Arbeiten wie [2] oder [6] untersuchten Rekonstruktionsmethoden, die auf der Verwendung von magnetischen Nahfelddaten basieren, wird hier eine Vorgehensweise zur Berücksichtigung elektrischer Nahfelddaten präsentiert. Die entwickelten Methoden werden anhand von Simulationen analysiert. Es zeigt sich, dass durch die Hinzunahme der elektrischen Felddaten als Grundlage für die Rekonstruktion

bei mindestens gleichbleibender Genauigkeit der Stromrekonstruktion die Ladungsverteilung für viele Fälle besser bestimmt werden kann.

In diesem Beitrag wird die präsentierte Methode nur anhand von künstlich erzeugten Daten evaluiert. In fortführenden Arbeiten sollte die Methode anhand von gemessenen Felddaten validiert werden.

Literatur

- [1] H. Rezaei, J. Meiguni, M. Soerensen, J. Fan und D. Pommerenke: Source Reconstruction in Near Field Scanning using Inverse MoM for RFI Application. In *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Signal & Power Integrity (EMC+SIPI), New Orleans (2019)*, S. 584 – 589, doi: 10.1109/ISEMC.2019.8825241
- [2] R. J. Nowak und S. Frei: Reconstruction of current distribution and terminations of a wire system by magnetic near-field data and transmission-line theory. In *International Symposium on Electromagnetic Compatibility EMC EUROPE, Amsterdam (2018)*, S. 579 – 584, doi: 10.1109/EMCEurope.2018.8485103
- [3] D. Rinas, P. Ahl and S. Frei: PCB current identification based on nearfield measurements using preconditioning and regularization. In *Adv. Radio Sci.*, Jg. 14 (2016), S. 121 – 127, doi: 10.5194/ars-14-121-2016
- [4] Z. Yu, J. A. Mix, S. Sajuyigbe, K. P. Slattery, J. Fan: An Improved Dipole-Moment Model Based on Near-Field Scanning for Characterizing Near-Field Coupling and Far-Field Radiation From an IC. In *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Jg. 55 (2013), S. 97 – 108, doi: 10.1109/TEMC.2012.2207726
- [5] H. Zhao, S. Tao, Z. Chen, J. Hu: Sparse Source Model for Prediction of Radiations by Transmission Lines on a Ground Plane Using a Small Number of Near-Field Samples. In *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, Jg. 18 (2019), S. 103 – 107, doi: 10.1109/LAWP.2018.2882132
- [6] R. Nowak und S. Frei: Reconstruction of Current Distribution on a Given Conductor Structure Using Frequency Domain Near-Field Data without Phase Information. In *International Symposium on Electromagnetic Compatibility EMC EUROPE, Barcelona (2019)*, S. 668 – 673, doi: 10.1109/EMCEurope.2019.8872074
- [7] Y. Vives-Gilabert, C. Arcambal, A. Louis, F.d. Daran, P. Eudeline, B. Mazari: Modeling Magnetic Radiations of Electronic Circuits Using Near-Field Scanning Method. In *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Jg. 49 (2007), S. 391 – 40, doi: 10.1109/TEMC.2006.890168
- [8] A. J. Schwab: *Begriffswelt der Feldtheorie*, 7 bearb. und erg. Aufl., Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag (2013), doi: 10.1007/978-3-642-34566-1
- [9] D. Rinas: *Erstellung von Leiterplatten-Abstrahlmodellen unter Beachtung der dominanten Strompfade*. Dissertation, Dortmund (2018), doi: 10.17877/DE290R-19073
- [10] Institut für Theoretische Elektrotechnik, Technische Universität Hamburg-Harburg: CONCEPT-II. Verfügbar unter <http://www.tet.tuhh.de/concept/> (Zugriff am 29.07.2019)