Operationelle Modalanalyse thermischer Turbomaschinen

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieurin
Dr.-Ing.

genehmigte Dissertation

von
Mona Amer, M. Sc.

2023

Englischer Titel:
Operational modal analysis of thermal turbomachinery

Schlagwörter:
Operationelle Modalanalyse, Experimentelle Modalanalyse, Axialverdichter, rotierende Maschinen, Structural Health Monitoring, harmonische Erregereffekte, viskose & Reibdämpfung, Rotor-Gehäuse Kopplung

Keywords:
Operational modal analysis, experimental modal analysis, rotating machines, axial compressor, structural health monitoring, harmonic excitation, viscous & friction damping, rotor-casing coupling

Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. habil. Philipp Junker
1. Referent:	Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume
2. Referent:	Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Wallaschek
3. Referent:	Prof. Dr. Carlos E. Ventura
Tag der Promotion:	13.10.2023

Zusammenfassung

Die operationelle Modalanalyse ist im Bereich des Bauingenieurwesens und des Maschinenbaus eine etablierte Methode zur experimentellen Ermittlung der charakteristischen Struktureigenschaften für die Beschreibung des dynamischen Verhaltens unter realen Betriebs- und Umgebungsbedingungen. Ihr Vorteil liegt darin begründet, dass die Anregung für die modale Identifikation, im Gegensatz zu konventionellen Verfahren, unbekannt bleiben kann, was die Methodik gerade für Monitoringkonzepte qualifiziert. Im Maschinenbau ist jedoch bei der Anwendung an rotierenden Maschinen eine Grundannahme des Verfahrens bezogen auf die Anregung nicht erfüllt. Die Anregung aus der Umgebung wird ursprünglich durch weißes Gauss-verteiltes Rauschen angenähert, die bei Rotation durch eine harmonische, drehzahlsynchrone Anregung überlagert wird. Dadurch ist das Einsatzfeld der Methode an rotierenden Maschinen bisher begrenzt.

In der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren betrachtet, welches diesen drehzahlsynchronen Anteil der Anregung und Systemantwort unter Berücksichtigung der Drehzahlvariabilität aus den Daten vor einer weiteren Auswertung entfernt. Daneben wird ein Kriterium herangezogen, was es ermöglicht, andere Frequenzen, die keine Struktureigenfrequenzen repräsentieren, aus der Infrastruktur einer Anlage zu identifizieren. Die beschriebene Methodik wird bereits bewährten Techniken im Umgang mit der harmonischen Anregung gegenübergestellt und die Vorteile der verwendeten Verfahren werden herausgestellt. Dies ermöglicht eine modale Charakterisierung rotierender Maschinen im Betrieb. Der für die Anwendung dieser Verfahren betrachtete Versuchsträger ist ein schnelldrehender Axialverdichter-Prüfstand, an dem zahlreiche Messungen im Stillstand mit unterschiedlichen Anregungen und im Betrieb bei verschiedenen repräsentativen Drehzahlen durchgeführt wurden. Es werden fünf charakteristische Moden in einem um die erste Biegemode des Rotors befindlichen Frequenzbereich identifiziert.

Da der Versuchsträger über Fügestellen verfügt, wird auch der Einfluss der nichtlinearen Fügestellendämpfung auf die identifizierten modalen Parameter, Eigenfrequenz und speziell die modale Dämpfung, betrachtet. Die modale Dämpfung des Gesamtsystems nimmt im Betrieb konsistent durch eine erhöhte Anregung und daraus resultierende höhere Schwingungsamplituden des Systems ab. Für die Einordnung der Frequenzverschiebung von drei der charakteristischen Moden wird zusätzlich ein vereinfachtes mechanisches Ersatzsystem, welches den Einfluss der Kopplung des Gehäuses mit dem Rotor berücksichtigt, hinzugezogen. Die Arbeiten qualifizieren die operationelle Modalanalyse für die Anwendung an schnelldrehenden Maschinen und ebnen den Weg, dieses Verfahren, analog zum Bauingenieurwesen, auf das modellbasierte Monitoring von rotierenden Anlagen auszuweiten.

Abstract

Operational modal analysis is already an established method in civil and mechanical engineering for the experimental characterization of structural properties under real operating conditions. In contrast to conventional modal identification techniques, in operational modal analysis the excitation remains unknown, which represents an advantage and qualifies the method for monitoring applications. In mechanical engineering a basic assumption is not fulfilled applying it to rotating machines. The ambient excitation is originally assumed to be represented by white Gaussian noise, which in case of rotation is superposed with harmonic, rotor-synchronous excitation. For this reason, operational modal analysis still fails to gain widespread acceptance in rotating machine applications.

In the present work, a method is considered, which eliminates the rotor-synchronous part in the system response taking into account the speed variability before further evaluation of the data. In addition, a criterion is used, which makes it possible to remove other interfering frequencies from the infrastructure of a plant. The described methodology is compared to already proven techniques in dealing with harmonic excitation. The advantages of the proposed methods are highlighted. This allows modal characterization of rotating machinery in operation. The application considered for these methods is a high-speed axial compressor test rig. Numerous measurements were carried out at standstill with different excitation techniques and in operation at various representative rotor speeds. Five characteristic modes are identified in a frequency range around the first bending mode of the rotor.

The test rig consists of joints, where friction damping can occur. For this reason, the influence of the nonlinear friction damping on the identified modal parameters, eigenfrequency and modal damping in particular, is studied. The modal damping of the system decreases consistently during operation due to an increased excitation and higher vibration amplitudes of the system. For the classification of the frequency shift of three of the characteristic modes, a simplified mechanical system, which takes the influence of the coupling between casing and rotor into account, is considered. This work qualifies the operational modal analysis for the application to high-speed rotating machines. It lays the ground work to use this method analogous to civil engineering applications for the model-based monitoring of rotating machines.

Meinen Eltern, Nadia, Nati & Benedikt gewidmet

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik (TFD) an der Leibniz Universität Hannover (LUH). Ein ganz besonderer Dank gilt dem Institutsleiter, Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume, für die Betreuung dieser Arbeit. Sie haben mir viele spannende Themengebiete eröffnet und verschiedene Aufgaben am Institut anvertraut, die meinen Werdegang sehr geprägt haben. Darüber hinaus haben Sie mich für das Caroline Herschel Programm vorgeschlagen und es mir somit ermöglicht, mein eigenes Forschungsthema, welches sich deutlich von den Themen am TFD abgrenzt, zu bearbeiten. Über Ihre Bereitschaft, diese Arbeit an dem mir am Herzen liegenden Thema zu betreuen, bin ich Ihnen sehr dankbar. Dieser Dank gilt auch Herrn Prof. Dr-Ing. Jörg Wallaschek, dem Leiter des Institutes für Dynamik und Schwingungen (IDS), der ein zweites Gutachten für das Caroline Herschel Programm verfasst hat und von diesem Augenblick zum Co-Betreuer der Arbeit wurde. Sie haben fachlich sowie zu verschiedenen Zeitpunkten während des Promotionsvorhabens einen großen Beitrag zu meiner persönlichen Förderung geleistet, wofür ich Ihnen überaus dankbar bin. Dem Hochschulbüro für Chancenvielfalt der Leibniz Universität Hannover, welches die Bearbeitung dieses Themas durch die finanzielle Unterstützung ermöglicht hat, danke ich ebenfalls. Die beiden Professoren haben mir außerdem den Auslandsaufenthalt an der University of British Columbia ermöglicht, der mich persönlich und diese Arbeit fachlich sehr geprägt hat. In diesem Zuge möchte ich mich von Herzen bei meinem Gastprofessor und Drittgutachter Dr. Carlos Ventura bedanken. Zum einen danke ich Ihnen für Ihre freundliche und offene Art, die es mir ermöglicht hat, schnell im Ausland Fuß zu fassen. Zum anderen danke ich Ihnen für den stetigen fachlichen Austausch während des Auslandsaufenthaltes und auch über diese Zeit hinaus bis zur Fertigstellung der Thesis, der diese Arbeit maßgeblich geformt hat. Herrn Prof. Dr.-Ing. Philipp Junker danke ich herzlich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission und die angenehme Moderation am Tage der Prüfung.

Danken möchte ich weiterhin meinen Kolleg*innen, die den Institutsalltag sehr belebt haben und stets ein freundliches Arbeitsklima geschaffen haben. Besonderer Dank gilt Michael Henke für die Unterstützung im Versuchswesen sowie Lars Panning-von Scheidt und Martin Paehr vom IDS für den guten fachlichen Austausch über die gesamte Zeit. Weiterhin möchte ich mich beim Kollegium aus der Werkstatt bedanken, die die verschiedenen Messkampagnen tatkräftig unterstützt haben und ohne deren Hilfe ich diese Messdaten nicht hätte einfahren können – in besonderem Maße sei hier Igor Mamryuk genannt, der den Verdichter für die verschiedenen Tests unzählige Male montiert und demontiert hat und von dem ich viel am Prüfstand lernen konnte. Ebenfalls danke ich

meinen studentischen Hilfskräften und allen Studierenden, die mit ihren Abschlussarbeiten zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Für die Durchsicht meiner Arbeit bedanke ich mich bei Jan Gößling, Niklas Maroldt und Martin Paehr.

Ein besonderer Dank gilt weiterhin meiner Arbeitsgruppe Aeroakustik/Aeroelastik und Windenergie, in der wir über die Zeit einen hohen Zusammenhalt aufgebaut und viele gemeinsame Erinnerungen geschaffen haben. Aus einigen Kollegen sind im Laufe der Zeit treue Weggefährten und Freunde geworden. Bedanken möchte ich mich bei Sebastian Kurth, Lennart Stania, Michael Henke, Andreas van der Heiden, Jasson Printezis, Jan Gößling, Felix Fischer und Niklas Maroldt. Jasson, dir danke ich für deine immer herzliche und aufmerksame Art in sehr intensiven Zeiten. Micha, dir danke ich für die unvergessliche Zeit im Büro. Jan, du hast insbesondere durch deinen Einfallsreichtum und deinen Humor immer wieder zu meiner Aufmunterung und Motivation beigetragen. Dir Felix danke ich für unsere gemeinsamen Diss-Tage mit leckerem Kuchen am Wochenende, die mich stets motiviert und mich in den Schreibprozess versetzt haben. Mein größter Dank gilt natürlich mit Abstand dir Niklas. Für deine Geduld, deine aufbauenden Worte, deine stets lustige und aufmunternde Art und die unzähligen fachlichen Diskussionen, für die du auch mal bis spät abends mit mir am Institut geblieben bist, danke ich dir von Herzen. Ohne deine Unterstützung und deinen Rückhalt hätte ich diese Zeit vermutlich nicht ungeschadet durchgestanden.

Danken möchte ich außerdem einigen weiteren Personen aus meinem privaten Umfeld. Im Rahmen des Mentoring Programms für Doktorandinnen der LUH durfte ich zwei besondere Personen kennenlernen – zum einen meine Mentorin Anne, die mir über die Jahre auch sehr kurzfristig mit Rat und Tat zur Seite stand, sowie Katrin, die während dieser Zeit zu einer Begleiterin wurde und mir den Diss-Alltag mit ihren Ideen versüßt hat. Robin, dir danke ich für deine Loyalität über all die Jahre und deine emotionale Unterstützung bereits während des Studiums. Belinda, dir danke ich für deine unendliche Kreativität und unfassbar lustige Art, mich auf unterschiedlichste Art und Weise aufzubauen und mir ganz viel Motivation aus dem entfernten London zukommen zu lassen.

Abschließend möchte ich mich bei den Menschen bedanken, die mir am meisten Rückhalt in den verschiedensten Lebensphasen gegeben haben und denen ich diese Arbeit widmen möchte. Meinen Eltern, meiner Schwester Nadia, Nati, meiner Seelenverwandten, und meinem Partner Benedikt möchte ich von tiefstem Herzen danken. Ohne euren Zuspruch und eure Geduld hätte ich diese Aufgabe sicherlich nicht bewältigen können.

Hannover, im November 2023

Mona Amer

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis iv

Tabellenverzeichnis viii

Formelzeichen x

1 Einleitung 1
- 1.1 Motivation . . . 1
- 1.2 Forschungshypothese . . . 3
- 1.3 Gliederung der Arbeit . . . 4

2 Grundlagen 5
- 2.1 Dynamik von Mehrfreiheitsgradsystemen . . . 5
- 2.2 Dämpfung . . . 7
  - 2.2.1 Dämpfungsarten . . . 7
  - 2.2.2 Dämpfungsmodellierung . . . 8
- 2.3 Experimentelle Modalanalyse . . . 11
  - 2.3.1 Modale Identifikationsverfahren . . . 15
  - 2.3.2 Least Squares Complex Frequency Domain Verfahren . . . 18
  - 2.3.3 Modale Parameter und Indikatoren . . . 20
  - 2.3.4 Grenzen der EMA . . . 23
- 2.4 Operationelle Modalanalyse . . . 23
  - 2.4.1 Stochastic Subspace Identification . . . 26
  - 2.4.2 Anwendung der Bayesian Fast Fourier Transformation . . . 35
  - 2.4.3 HILBERT-HUANG-Transformation . . . 35
  - 2.4.4 Identifikation und Eliminierung von Harmonischen . . . 36
  - 2.4.5 Anwendung der OMA . . . 41
  - 2.4.6 Grenzen der OMA . . . 45
- 2.5 Rotor-Gehäuse Systeme . . . 47
  - 2.5.1 Rotoren . . . 47
  - 2.5.2 Gehäuse- und Fundamentdynamik . . . 49
  - 2.5.3 Hydrodynamische Gleitlager . . . 50

3 Bewertung des Standes der Technik und Zielsetzung 51
- 3.1 Bewertung des Standes der Technik . . . 51
- 3.2 Zielsetzung und Vorgehensweise . . . 54
  - 3.2.1 Zielsetzung . . . 54

3.2.2 Vorgehensweise 55

4 Versuchsaufbau **57**
4.1 Versuchsträger 57
4.2 Instrumentierung und Datenverarbeitung 58
4.2.1 Bewertung der Daten 60
4.2.2 Messunsicherheit 61
4.3 Sensorplatzierung 62

5 Methodik **65**
5.1 Identifikationsverfahren und Umgang mit Harmonischen 65
5.1.1 Identifikation von Harmonischen mit Hilfe des Energiespektrums . 65
5.1.2 Modifizierte Eliminierung von Harmonischen 67
5.2 Berücksichtigung der Fügestellendämpfung bei der modalen Parameteridentifikation im Betrieb 70
5.3 Gekoppelte Rotor-Gehäuse Betrachtung 73

6 Referenzergebnisse aus dem Stillstand **75**
6.1 Anregung bei den Stillstandsversuchen 75
6.2 Allgemeine Erkenntnisse über das Strukturverhalten im Stillstand 76
6.3 Anregung mit dem Modalhammer 77
6.4 Anregung mit dem Shaker 78

7 Anwendung der Methodik und Ergebnisse im Betrieb **84**
7.1 Datenqualität 84
7.2 Ergebnisse der modalen Identifikation im Betrieb 86
7.3 Untersuchung verschiedener Einflüsse auf die modale Identifikation 89
7.3.1 Einfluss verschiedener Betriebsparameter 90
7.3.2 Identifikationsverfahren 92
7.4 Identifikation und Eliminierung von Harmonischen 95
7.4.1 Energiespektrum 95
7.4.2 Eliminierung der Harmonischen 98
7.5 Vergleich zwischen Stillstand und Betrieb 100
7.6 Betriebspunktabhängiges Verhalten 102
7.6.1 Einfluss der Fügestellendämpfung 103
7.6.2 Einfluss der Rotordynamik 107
7.7 Untersuchung des transienten Betriebs 112
7.8 Diskussion der Ergebnisse 114

8 Schlussfolgerungen und Ausblick **117**
8.1 Schlussfolgerungen 117
8.2 Wichtige Erkenntnisse 120
8.2.1 Umgang mit harmonischen Erregerkräften 120
8.2.2 Ergebnisse der modalen Identifikation 120
8.3 Ausblick 121

Literaturverzeichnis **125**

A Weitere Ausführungen zu Grundlagen der OMA **140**
A.1 Ergänzende Berechnungsschritte zur SSI 140
A.2 Ergänzende Berechnungsschritte zur Bayesian FFT 143

B Strukturkopplung und ergänzende Informationen zur Rotordynamik **145**
B.1 Bewegungsgleichung des Laval Rotors 145
B.2 Strukturkopplung 146
B.3 Component Mode Synthesis 147
B.4 Lagerkoeffizienten des einstufigen Axialverdichters 148

C Verfahren zur Sensorplatzierung und verwendete Sensorpositionen **150**
C.1 Verfahren zur Sensorplatzierung 150
C.2 Sensorpositionen 152

D Ergänzungen zur Methodik **156**
D.1 Energiespektrum 156
D.2 Eliminierung von Harmonischen 157

E Ergänzende Auswertungen der experimentellen Modalanalyse **158**

F Ergänzende Auswertungen der operationellen Modalanalyse **161**
F.1 Vergleichsergebnisse aus ARTEMIS 161
F.2 Identifikation mit Bayesian FFT und HHT 162
F.3 Vergleich berechneter Unsicherheiten mit Bayesian FFT und SSI 163
F.4 Vergleich von SSI-cov und SSI-dat 163
F.5 Untersuchung des Einflusses der Modellordnung 164
F.6 Polauswahl mit dem Multistage Clustering 165
F.7 Eigenformen aus den Betriebsmessungen 166
F.8 Vergleich der Eigenformen zur Verifikation der Echtheit einer Mode . . . 168
F.9 Gegenüberstellung verschiedener Methoden im Umgang mit Harmonischen 169
F.9.1 Statistische Verfahren 169
F.9.2 Pre-Processing 171
F.9.3 Erweiterte Verfahren 173
F.9.4 Eingangsunabhängige Verfahren 173
F.10 Modellparameter des Reibdämpfer-Modells 176

G Vorgehensweise zur modalen Identifikation einer Turbomaschine **177**

Wissenschaftlicher Werdegang **180**

Abbildungsverzeichnis

1.1 Schematische Darstellung eines digitalen Zwillings des Axialverdichters nach GBtec (2023) 2

2.1 Arten der Dämpfung nach VDI-3830 (2019) 7
2.2 Mechanisches Ersatzelement für (a) linear viskose Dämpfung, (b) COULOMB Dämpfung und (c) JENKINS Element 8
2.3 (a) Hysterese im Spannungs-Dehnungs-Diagramm bei Strukturdämpfung nach Dinkler (2020) (b) Kraftverlauf bei Reibdämpfung 11
2.4 (a) Linearer Gleitsinus und (b) weißes Rauschen als gängige Anregungsformen eines Shakers 16
2.5 Exemplarische Auswertung für Mode 4 des Axialverdichter Gehäuses mit dem (a) Peak Picking und dem (b) Circlefit Verfahren 17
2.6 Reelle und komplexe Eigenvektoren nach Markert (2013) 20
2.7 Anregungsprinzip der OMA 24
2.8 VON HANN, HAMMING und Dreieck Fenster bei einer Sampleanzahl von 1000 27
2.9 Beispielhaftes Stabilitätsdiagramm anhand eines mit weißem Rauschen angeregten 3-DOF Systems 32
2.10 Ablauf der HILBERT-HUANG-Transformation 36
2.11 PDF einer physikalischen, mathematischen und harmonischen Mode . . . 38
2.12 Rotor-Fundament System nach Gasch et al. (2006) 48
2.13 CAMPBELL Diagramm eines exemplarischen LAVAL-Läufers 49

3.1 Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur Erreichung der Zielsetzung 56

4.1 Einstufige Rotorkonfiguration (links) aus Keller (2021) und geschlossener Prüfstand mit Gehäusekomponenten (rechts) 57
4.2 Schematische Darstellung des gesamten Prüfstands mit Getriebe, Motor und Fundament 58
4.3 Messkette für die Stillstands- und Betriebsversuche 59
4.4 Aufgezeichnete Zeitsignale – (a) Übertragene Kraft bei einem Sinus Sweep mit Shaker-Anregung, (b) Antwort eines exemplarischen Beschleunigungsaufnehmers auf die Gleitsinusanregung und (c) Antwort eines exemplarischen Beschleunigungsaufnehmers im Betrieb des Axialverdichters 60
4.5 Kohärenz infolge einer auf Erfahrungswerten basierenden Sensorverteilung sowie der Verteilung mittels $\boldsymbol{QR}$-Methode 62

4.6 Sensorverteilung (a) für Modalhammer-Messungen und (b) für Shaker-Versuche und Betriebsmessungen 64

5.1 Schematischer Ablauf des Verfahrens zur Eliminierung von Harmonischen 69
5.2 Zusammensetzen der Zeitreihen für die Beschreibung des harmonischen Signalanteils für (a) den ursprünglichen Ansatz und (b) den modifizierten Ansatz 70
5.3 Einfreiheitsgradsystem mit viskoser Dämpfung und Reibdämpfung nach Wang und Chen (1993) 70
5.4 Exemplarischer amplitudenabhängiger Verlauf der (a) Eigenfrequenz und (b) Dämpfung bei Einfluss von Reibdämpfung 72
5.5 2-DOF System bestehend aus Rotor und Gehäuse 73

6.1 Über alle Sensoren gemittelte FRF für den (a) Vergleich der FRF zwischen Gesamtprüfstand inklusive montiertem Rotor und Axialverdichter ohne Rotor; (b) Vergleich fünf verschiedener Anregungsniveaus 77
6.2 Darstellung der ermittelten Eigenformen 1 – 3 80
6.2 Darstellung der ermittelten Eigenformen 4 – 5 81
6.3 MAC zwischen den jeweils an den vier Anregungspositionen (Pos1-4) ermittelten Eigenvektoren zur Verifikation der Zugehörigkeit zu einer Mode für (a) Mode 1 und (b) Mode 4 82

7.1 Statistische Momente 1–4 für alle 49 Kanäle eines Datensatzes bei 3900 /min 85
7.2 Singulärwerte 1 – 10 der PSD Matrix nach dem Entfernen der Harmonischen für (a) 3900 /min und (b) 15390 /min 86
7.3 Ermittelte (a) Eigenfrequenzen und (b) Dämpfungswerte für die fünf charakteristischen Moden abhängig von der Drehzahl und unter Hinzunahme der Ergebnisse aus dem Stillstand bei Shaker-Anregung 89
7.4 Vergleich (a) der Eintrittstemperatur an den fünf untersuchten Messtagen und (b) des Massenstroms für die verschiedenen Drehzahlen exemplarisch für Mod 2 als Maß für die Anregung 91
7.5 Exemplarische Drehzahlschwankung während der Messung für (a) 3900 /min und (b) 15390 /min 92
7.6 Energiespektrum gemittelt aus neun charakteristischen Sensoren für (a) 3900 /min, (b) 12360 /min und (c) 15390 /min 97
7.7 Vergleich der gemittelten PSD (a) ohne Pre-Processing, (b) mit Pre-Processing anhand des ursprünglichen Ansatzes und (c) mit Pre-Processing anhand des modifizierten Verfahrens für einen exemplarischen Datensatz gemessen bei 3900 /min 98
7.8 Vergleich der PDF (a) vor und (b) nach dem Pre-Processing zur Eliminierung von Harmonischen für einen Datensatz bei 6600 /min 100
7.9 MACX zwischen den für verschiedene Drehzahlen ermittelten Eigenvektoren zur Verifikation der Zugehörigkeit zu einer Mode für (a) Mode 2 und (b) Mode 3 101

7.10 RMS Amplitude der gemessenen Beschleunigung während einer Abfahrt der Maschine für verschiedene Sensorkanäle (a) am Eintritt, (b) an der Loslagerstütze axial messend und (c) am Fundament 103
7.11 RMS Amplitude der gemessenen Schwingung während einer Abfahrt der Maschine am Eintritt des Gehäuses 104
7.12 Gegenüberstellung des an die experimentellen Ergebnisse gefitteten Reibdämpfer-Modells (schwarze durchgezogene Linie) mit den experimentellen Ergebnissen für Eigenfrequenz (links) und Dämpfung (rechts) von Mode 1 . . . 105
7.13 Gegenüberstellung des an die experimentellen Ergebnisse gefitteten Reibdämpfer-Modells (schwarze durchgezogene Linie) mit den experimentellen Ergebnissen für Eigenfrequenz (links) und Dämpfung (rechts) von Mode 2 . . . 106
7.14 Gegenüberstellung des an die experimentellen Ergebnisse gefitteten Reibdämpfer-Modells (schwarze durchgezogene Linie) mit den experimentellen Ergebnissen für Eigenfrequenz (links) und Dämpfung (rechts) von Mode 3 . . . 107
7.15 Rotormodell aus MADYN 108
7.16 Campbell Diagramm des einstufigen Axialverdichter Rotors simuliert mit MADYN 109
7.17 Rotormoden 1 (oben) und 2 (unten) aus MADYN für (a) 50 % Nenndrehzahl und (b) Nenndrehzahl 110
7.18 Kopplung zwischen Mode 2 des Rotors und Mode 1 des Gehäuses für den (a) betrachteten Frequenzbereich bis 150 Hz und als (b) vergrößerter Ausschnitt 110
7.19 Kopplung zwischen Mode 1 des Rotors und Mode 3 des Gehäuses für den (a) betrachteten Frequenzbereich bis 150 Hz und als (b) vergrößerter Ausschnitt 111
7.20 Kopplung zwischen Mode 1 des Rotors und Mode 5 des Gehäuses für den (a) betrachteten Frequenzbereich bis 150 Hz und als (b) vergrößerter Ausschnitt 111
7.21 Mode (a) 4 und (b) 5 des Gehäuses aus dem FE Modell (Paehr et al. 2022) 112

B.1 Ersatzmodell der Scheibe 145
B.2 Strukturkopplung mit mechanischen Ersatzelementen nach Markert und Siegl (2019) 146
B.3 Strukturkopplung mit freien und gefesselten Koppelstellen nach Gasch et al. (2012) 148

E.1 Vergleich der über alle Sensoren gemittelten FRF an den vier Shaker-Anregungspositionen 158
E.2 Gemittelte FRF gemessen (a) am Fundament ohne das Gehäuse und (b) am aufgehängten Gehäuse ohne das Fundament und die Lagerstützen . . 160

F.1 (a) Minimierung der NLLF im Rahmen der Bayesian FFT und (b) Ausführung der einzelnen Schritte der HHT für jeweils eine exemplarische Mode 162
F.2 Mode 1 166

F.3 Mode 2 167
F.4 Mode 3 167
F.5 Mode 4 167
F.6 Mode 5 167
F.7 Vergleich der Eigenform für Mode 3 bei (a) 6600 /min und (b) 14400 /min 168
F.8 Exzess über alle Sensoren gemittelt für eine Messung bei 3900 /min . . . 169
F.9 Gegenüberstellung von drei exemplarischen PDF aus einem Datensatz gemessen bei 3900 /min (a) für eine Harmonische (b) für eine mathematische Mode und (c) für eine Strukturmode 170
F.10 Gemittelte PSD über alle Sensoren nach Durchführung des Filter-Prozesses für eine Messung bei 3900 /min 171
F.11 Nach dem Cepstrum Editing Prozess generierte Stabilitätsdiagramme mit dem (a) Rechteck-Lifter und (b) Exponential-Lifter 172
F.12 Stabilitätsdiagramm nach Anwendung der SSI extended 173
F.13 Stabilitätsdiagramme für die TOMA anhand (a) einer inversen Deltafuntkion $\Delta \boldsymbol{T}^{-1}$ und (b) eines Elements aus der Pseudoinverse der Matrix $\boldsymbol{T}$ ermittelt durch Lastzustände von vier verschiedenen Drehzahlen 174
F.14 Stabilitätsdiagramm für die TOMA aus einer Abfahrt der Maschine erstellt aus der $\Delta \boldsymbol{T}^{-1}$ Funktion 175

G.1 Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur modalen Identifikation einer rotierenden Maschine 179

Tabellenverzeichnis

2.1 Dämpfungsmodelle nach Bandstra (1983) 9
2.2 Vergleich verschiedener EMA Auswerteverfahren 18

5.1 Verwendete Verfahren zur Identifikation der modalen Größen und der Identifikation oder Eliminierung von Harmonischen 66

6.1 Ermittelte Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte bei Modalhammer-Anregung und Sensorverteilung mit der ***QR***-Methode 78
6.2 Ermittelte Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte bei Shaker-Anregung . 79

7.1 Eigenfrequenz und Dämpfung des Axialverdichter-Systems bei verschiedenen Drehzahlen unter Angabe der kombinierten Mess- und Schätzunsicherheit sowie Standardabweichung resultierend aus fünf verschiedenen Messtagen 88
7.2 Vergleich der ermittelten Eigenfrequenzen und Dämpfungen anhand der drei implementierten Auswertemethoden 92
7.3 Vergleich der angewandten Verfahren zur Identifikation und Eliminierung von Harmonischen 96
7.4 Vergleich identifizierter modaler Parameter einer auf die Drehzahl bezogenen instationären Anregung mit SSI-cov und HHT 113

A.1 Gewichtungsmatrizen für das PC, UPC und CVA Verfahren aus Van Overschee und De Moor (1996) 141
A.2 Weiche Bewertungskriterien 142
A.3 Harte Bewertungskriterien 142

B.1 Lagersteifigkeiten und -dämpfungskoeffizienten für die Gleitlager in Zusammenhang mit dem in dieser Arbeit betrachteten einstufigen Rotor . . 148

C.1 Sensorpositionen für die Shaker- und Betriebsmessungen 152
C.2 Sensorpositionen ermittelt mit der ***QR***-Methode für die Modalhammer-Messung 154

E.1 Exemplarischer Vergleich der Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte ermittelt aus einer Modalhammer-Messung mit dem LSCF Verfahren in MATLAB und dem von m+p International implementierten LSCE Verfahren 159

F.1 Eigenfrequenzen des Axialverdichters bei verschiedenen Drehzahlen ermittelt mit der SSI-UPCX im kommerziellen Programm ARTEMIS unter Angabe der Schätzunsicherheit 161
F.2 Vergleich der Schätzunsicherheiten berechnet mit Bayesian FFT und SSI 163
F.3 Vergleich der identifizierten Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen zwischen der SSI-cov und SSI-dat 164
F.4 Vergleich der identifizierten Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen für drei unterschiedliche Modellordnungen 165
F.5 Vergleich der identifizierten Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen für das Clustering Verfahren MSC 166
F.6 Ermittelte Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte mit der TOMA 175
F.7 Modellparameter des 1-DOF Systems unter Berücksichtigung von Reibdämpfung mit einem JENKINS-Element für Mode 3 des Axialverdichters . 176

Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
a	–	Intervallgrenze	Gl. (2.49)
	–	Amplitude	Gl. (5.8)
a_n	–	modales a	Gl. (2.26)
$\mathfrak{a}$	–	FOURIER-Koeffizienten	Gl. (5.15)
A	–	Amplitude	Tab. 2.1
	–	Ereignis (Statistik)	Gl. (2.67)
$\boldsymbol{A}_1$,$\boldsymbol{A}_2$	–	Zustandsmatrix	Gl. (2.5)
$\boldsymbol{A}$	–	Systemmatrix	Gl. (2.2)
$\boldsymbol{\mathcal{A}}$	–	modale Systemmatrix	Gl. (2.21)
$\boldsymbol{A}_\mathrm{d}$	–	diskrete Systemmatrix	Gl. (2.10)
$\boldsymbol{\mathfrak{A}}$	–	Koeffizientenmatrix zur Berechnung der Geschwindigkeit & Verschiebung	Gl. (5.3)
b	–	Polynomkoeffizienten LSCF	Gl. (2.29)
$\mathfrak{b}$	–	FOURIER-Koeffizienten	Gl. (5.16)
B	m	Breite	Gl. (2.80)
	–	Ereignis (Statistik)	Gl. (2.67)
$\boldsymbol{B}$	–	Eingangsmatrix	Gl. (2.2)
$\boldsymbol{\mathcal{B}}$	-	modale Eingangsmatrix	Gl. (2.21)
$\boldsymbol{B}_\mathrm{d}$	–	diskrete Eingangsmatrix	Gl. (2.10)
$\boldsymbol{\mathfrak{B}}$	–	Koeffizientenmatrix zur Berechnung der Geschwindigkeit & Verschiebung	Gl. (5.3)
c_y	1/Hz	Cepstrum	Abschn. 2.4.4
$\mathcal{C}$	–	Anzahl Spalten in Matrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}$	Gl. (2.56)
$\mathfrak{C}$	–	Korrelationskoeffizient	Abschn. 2.4.1
$\boldsymbol{C}$	–	Ausgangsmatrix	Gl. (2.3)
d	Ns/m	Dämpfungskoeffizient	Tab. 2.1
$\mathfrak{d}$	–	Polynomkoeffizient LSCF	Gl. (2.29)

D	–	Dämpfungsgrad	Gl. (2.24)
$\boldsymbol{D}$	Ns/m	Dämpfungsmatrix	Gl. (2.1)
$\boldsymbol{D}_2$	–	Durchgangsmatrix	Gl. (2.3)
$\mathfrak{D}$	–	Hilfsmatrix NLLF	Gl. (A.15)
e	–	natürliche Exponentialfunktion	Gl. (2.10)
E	–	Erwartungswert	Gl. (2.44)
$\boldsymbol{E}_D$	–	Effective Independance Matrix	Abschn. C.1
E_I	J/kg	Eingangsenergie	Gl. (5.2)
$\mathcal{E}$	–	Hilfsvariable zur Berechnung des MPC	Gl. (2.43)
f	N	Kraftkomponente	Abschn. 2.2.2
	Hz	(Eigen)Frequenz	Gl. (2.24)
f_0	Hz	fundamentale Frequenz	Gl. (5.8)
F	N	Kraft	Gl. (5.13)
$\boldsymbol{f}$	N	Vektor der Amplituden der Anregungskraft	Gl. (2.1)
$\boldsymbol{F}$	N	Anregungskraft im Zeit- und Frequenzbereich	Gl. (2.1)
$\boldsymbol{G}$	$\mathrm{Ns^2/m}$	Gyroskopie Matrix	Gl. (2.74)
h	–	harmonischer Anteil der Schwingungsantwort	Gl. (5.7)
H	$\mathrm{m/s^2/N}$	Element der Frequenzgangmatrix	Gl. (2.19)
$\boldsymbol{H}$	$\mathrm{m/s^2/N}$	Frequenzgangmatrix	Gl. (2.11)
$\mathcal{H}$	–	Matrix der gemessenen Strukturantwort in Form einer HANKEL-Matrix	Gl. (2.56)
i	–	imaginäre Einheit	Abschn. 2.2.2
$\boldsymbol{I}$	–	Einheitsmatrix	Gl. (2.8)
$\boldsymbol{\mathcal{I}}$	–	Vektor der Einheitsverschiebungen	Gl. (2.36)
k	–	Laufvariable	Gl. (2.19)
	N/m	Steifigkeit	Tab. 2.1
k_d	N/m	Steifigkeit des JENKINS Elements	Abb. 2.2
K	–	Anzahl Messwerte	Abschn. 2.4.1
	–	Kurtosis	Gl. (2.47)
$\boldsymbol{K}$	m/s	Steifigkeitsmatrix	Gl. (2.1)
$\boldsymbol{\mathcal{K}}$	–	Kovarianzmatrix	Gl. (2.53)
$\mathfrak{K}$	–	Kohärenz	Gl. (4.1)
l	m	Abstand Scheibe zu Lager	Gl. (B.1)
L	–	Anzahl Harmonische	Gl. (5.8)
	–	Blocklänge	Abschn. 2.4

$\mathcal{L}$	–	Frequenzlinien	Gl. (A.10)
$\boldsymbol{L}$	–	Matrix aus CHOLESKY-Zerlegung	Abschn. C.1
m	kg	Masse	Tab. 2.1
$\tilde{m}$	kg	normierte modale Masse	Abschn. 2.3.3
$\boldsymbol{M}$	kg	Massenmatrix	Gl (2.1)
$\mathcal{M}$	–	Zählerpolynomgrad	Gl. (2.29)
n	–	Freiheitsgrad	Gl. (2.12)
N	–	Anzahl Freiheitsgrade	Gl. (2.1)
	N	Normalkraft	Tab. 2.1
N_2	–	Anzahl betrachteter Messaufnehmer	Gl. (2.9)
$\mathcal{N}$	–	Nennerpolynomordnung	Gl. (2.29)
	–	Anzahl Blockreihen	Gl. (2.57)
$\mathfrak{N}$	–	Anzahl IMF	Gl. (2.69)
$\boldsymbol{N}$	Ns/m	zirkulatorische Matrix	Gl. (2.74)
$\boldsymbol{\mathcal{O}}$	–	Beobachtbarkeitsmatrix	Gl. (2.60)
P	–	Wahrscheinlichkeit	Gl. (2.67)
	–	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion	Gl. (2.48)
$\boldsymbol{p}$	m	modale Koordinaten	Gl. (2.12)
$\boldsymbol{P}$	m	modale Koordinaten im Frequenzbereich	Gl. (2.25)
$\boldsymbol{\mathcal{P}}$	–	Projektion der Zukunfts- auf die Vergangenheitsmatrix	Gl. (2.62)
$\boldsymbol{q}$	m	verallgemeinerte Verschiebungskoordinaten	Gl. (2.1)
$\boldsymbol{Q}$	m	verallgemeinerte Koordinaten im Frequenzbereich	Gl. (2.26)
	–	orthogonale Matrix	Gl. (2.61)
$\boldsymbol{\mathcal{Q}}$	–	FISHER Informationsmatrix	Abschn. C.1
r	–	Freiheitsgrad	Gl. (2.19)
$\boldsymbol{r}$	N	Koppelkräfte	Gl. (B.2)
R	m	Lagerradius	Gl. (2.80)
	–	Residuum	Gl. (2.27)
$\boldsymbol{R}$	–	Residuenmatrix	Gl. (2.28)
	–	untere Dreiecksmatrix	Gl. (2.61)
$\mathcal{R}_{yy}$	–	Autokorrelationsfunktion	Gl. (2.50)
$\mathcal{R}_{yz}$	–	Kreuzkorrelationsfunktion	Gl. (2.51)
s	–	stochastischer Anteil der Schwingungsantwort	Gl. (5.7)
	–	Singulärwerte	Abschn. A

S	–	Schiefe	Gl. (2.46)
	–	Summe	Abschn. 2.4.1
$\boldsymbol{S}$	–	Singulärwertmatrix	Gl. (A.1)
S_{xx}	–	Hilfsgröße zur Berechnung des MCF	Gl. (2.41)
S_{xy}	–	Hilfsgröße zur Berechnung des MCF	Gl. (2.41)
S_{yy}	–	Hilfsgröße zur Berechnung des MCF	Gl. (2.41)
$\mathcal{S}_{yy}$	–	Autoleistungsdichte	Gl. (2.52)
$\mathcal{S}_{yz}$	–	Kreuzleistungsdichte	Abschn. 2.4
$\mathfrak{S}$	–	Sensitivitätsmatrix	Gl. (2.64)
t	s	Zeit	Gl. (2.10)
T	–	Transmissibility Funktion	Gl. (2.73)
$\boldsymbol{\mathcal{T}}$	–	Matrix aus Blöcken der Matrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}$	Abschn. 2.4.1
u	–	systematische Unsicherheit	Gl. (4.2)
U	–	Unsicherheit	Gl. (4.2)
$\boldsymbol{u}$	–	Eingangsvektor	Gl. (2.2)
$\boldsymbol{U}$	N	Eingangsvektor im Frequenzbereich	Gl. (2.25)
	–	quadratische unitäre Matrix	Gl. (A.1)
v	–	Messunsicherheit der Sensoren	Gl. (2.55)
V	–	Varianz	Gl. (2.45)
$\mathcal{V}$	–	Hilsvariable Bayesian FFT	Gl. (A.15)
$\boldsymbol{V}$	–	Adjungierte einer unitären Matrix	Gl. (A.1)
$\boldsymbol{\mathcal{V}}$	s	VANDERMONDE Matrix	Gl. (D.11)
w	–	Rauschen aus dem Betrieb	Gl. (2.54)
	–	Gewichtungsfaktor	Gl. (A.9)
$\boldsymbol{w}$	–	Diagonalmatrizen der harm. Funktionen	Gl. (D.10)
$\boldsymbol{W}$	–	Gewichtung	Tab. A.1
$\boldsymbol{\mathcal{W}}$	–	Hilfsmatrix für Eliminierung von Harmonischen	Gl. (D.9)
x	–	Komponenten des Zustandsvektors	Gl. (2.54)
$\boldsymbol{x}$	–	Zustandsvektor	Gl. (2.2)
$\boldsymbol{\mathcal{X}}$	–	KALMAN-Filter Zustände	Gl. (A.6)
y	$\mathrm{m/s^2}$	Systemantwort	Gl. (2.44)
$\boldsymbol{y}$	–	Antwortvektor	Gl. (2.3)
$\boldsymbol{Y}$	$\mathrm{m/s^2}$	Matrix der Beschleunigungen	Gl. (2.9)
$\boldsymbol{Y}_f$	$\mathrm{m/s^2}$	Zukunftsmatrix	Gl. (2.56)
$\boldsymbol{Y}_p$	$\mathrm{m/s^2}$	Vergangenheitsmatrix	Gl. (2.56)
z	–	Zufallsvariable	Gl. (2.51)

Z	–	Anzahl Blöcke bei FOURIER-Transformation	Abschn. 2.4
$\boldsymbol{Z}$	–	Hilfsmatrix für MPF im Kontext der OMA	Gl. (2.66)
	–	Real- und Imaginärteil der FOURIER Transformierten	Abschn. A.2
$\boldsymbol{\mathcal{Z}}$	–	Vektor der Koeffizienten für die Modellierung des harm. Signalanteils	Gl. (D.9)
$\mathfrak{Z}$	–	Zielfunktion	Gl. (5.21)

Griechische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
α	–	Skalierungsfaktor (proportionale Dämpfung, Koeffizient Modellierung Harmonische)	Tab. 2.1
β	–	Skalierungsfaktor (proportionale Dämpfung, Koeffizient Modellierung Harmonische)	Abschn. 2.2.2
γ	–	Exzess	Abschn. 2.4.4
γ	–	Modal Participation Factor	Gl. (2.36)
$\boldsymbol{\gamma}$	–	Modal Participation Factor (Vektor)	Gl. (2.65)
$\boldsymbol{\Gamma}$	–	Modal Participation Factor (Matrix)	Gl. (2.66)
δ	–	DIRAC-Funktion	Gl. (6.1)
Δ	–	Differenz	Gl. (2.10)
$\boldsymbol{\Delta}$	–	Steuerbarkeitsmatrix	Abschn. 2.4.1
ε	m	Massenexzentrizität	Abschn. 2.5.1
ϵ	–	Fehler	Gl. (2.30)
η	–	Frequenzverhältnis	Gl. (A.11)
Θ	kgm^2	Trägheitsmoment	Gl. (B.1)
	–	Hilfsvariable zur Berechnung des MPC	Gl. (2.43)
$\boldsymbol{\theta}$	–	modale Parameter	Gl. (2.68)
κ	–	Anzahl der Harmonischen in der Harmonischen Balance	Abschn. 5.2
λ	–	Eigenwert	Gl. (2.22)
$\boldsymbol{\Lambda}$	–	Matrix der Nennerfunktionen im LSCF Verfahren	Gl. (2.32)
$\boldsymbol{\Lambda}_F$	–	räumliche Zuordnung der Anregung	Gl. (2.3)
μ	–	Reibkoeffizient	Tab. 2.1

	–	Erwartungswert	Gl. (2.44)
ν	Ns/m^2	Ölzähigkeit	Gl. (2.80)
ξ	–	Lagerspiel	Gl. (2.80)
σ	–	Varianz	Gl. (2.45)
τ	s	Zeit im zeitkontinuierlichen System	Gl. (2.10)
φ	°	Kippfreiheitsgrade	Abschn. 2.5.1
	°	Phase	Gl. (2.72)
φ_0	°	Nullphasenwinkel	Gl. (2.72)
$\boldsymbol{\varphi}$	–	Eigenvektoren der Systemmatrix	Abschn. 2.4.1
$\boldsymbol{\phi}$	–	Eigenvektor (proportionale Dämpfung)	Gl. (2.12)
$\boldsymbol{\Phi}$	–	Eigenvektormatrix (proportionale Dämpfung)	Gl. (2.12)
$\boldsymbol{\psi}$	–	Eigenvektor (allgemein viskose Dämpfung)	Gl. (2.28)
$\boldsymbol{\Psi}$	–	Eigenvektormatrix (allgemein viskose Dämpfung)	Gl. (2.20)
ω	s^{-1}	Eigenkreisfrequenz	Tab. 2.1
ω_d	s^{-1}	gedämpfte Eigenkreisfrequenz	Gl. (2.22)
Ω	s^{-1}	Anregungskreisfrequenz	Tab. 2.1

Superscripte

Index	Bedeutung
*	konjugiert komplex, äquivalente lineare Größe

Tiefgestellte Indizes

Index	Bedeutung
a	äußere
$\boldsymbol{A}$	Zustandsraum
Cl	CHOLESKY
conf	Konfidenzintervall
cov	Kovarianz-getrieben
d	diskret, gedämpft
dat	Daten-getrieben
eff	effektiv (effektive Masse)
f	Zukunft

F	Fundament
FE	Finite Elemente
fh	Zukunftsmatrix der Harmonischen
high	höherer Frequenzbereich
i	innere
I	System 1
II	System 2
K	Koppelstellen
KE	Kinetic Energy
l	links
low	niedrigerer Frequenzbereich
meas	verschiedene Messungen
mess	gemessen
mod	Modell
MPF	Modal Participation Factor
nlin	nichtlinear
p	Vergangenheit
perturb	Perturbation
ph	Vergangenheitsmatrix der Harmonischen
r	rechts
R	Rotor
ref	Referenzkanäle
rel	relativ
S	Sampling Anzahl
scale	skalierter Eigenvektor
stat	statisch
sys	systematisch

Über- und Unterstreichungen

Symbol	Bedeutung
$(\underline{\square})$	enthält Phaseninformation
$(\hat{\square})$	komplexe Amplitude
$(\tilde{\square})$	normiert

Mathematische Zeichen

Symbol	Bedeutung
$\wedge$	logisches und

Operatoren

Operator	Bedeutung	
$\mathrm{diag}(\square)$	Diagonalmatrix	Gl. (2.14)
$\det(\square)$	Determinante	Gl. (A.12)
$\mathrm{d}\square$	Differenzial	Gl. (2.10)
$\mathcal{F}(\square)$	FOURIER-Transformation	Abschn. 2.4.4
$\mathfrak{H}(\square)$	HILBERT-Transformation	Gl. (2.70)
$\partial\square$	partielle Ableitung	Gl. (2.68)
$\exp\square$	natürliche Exponentialfunktion	Gl. (A.12)
$\ln\square$	natürlicher Logarithmus	Gl. (A.13)
$\max\square$	Maximierung	Tab. A.2
$\min\square$	Minimierung	Gl. (5.21)
$(\dot{\square})$	einfache zeitliche Ableitung	Gl. (2.1)
$(\ddot{\square})$	zweifache zeitliche Ableitung	Gl. (2.1)
$(\square)^{-1}$	Inverse einer Matrix	Gl. (2.6)
$(\square)^{\mathrm{T}}$	Transponierte	Gl. (2.13)
$(\square)^{\dagger}$	Pseudoinverse	Gl. (A.5)
$(\square)^{\uparrow}$	oberer Teil einer Matrix	Gl. (A.3)
$(\square)^{\downarrow}$	unterer Teil einer Matrix	Gl. (A.3)
$\sum\square$	Summe	Abschn. 2.2.2
$\prod\square$	Produkt	Gl. (A.12)
$\mathfrak{I}(\square)$	Imaginärteil	Abschn. 2.3.1
$\mathfrak{R}(\square)$	Realteil	Gl. (2.24)
$\mathrm{vec}(\square)$	Vektorisierung einer Matrix	Gl. (2.64)

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
Abb.	**Abb**ildung

Abschn.	**Abschn**itt
ABC	**A**rtificial **B**ee **C**olony
ARMAV	**A**uto**R**egressive-**M**oving-**A**verage **V**ector
Blisk	**Bl**ade **I**ntegrated Di**sk**
BW	**B**ack**w**ards Mode
CFDD	**C**urve Fitting **F**requency **D**omain **D**ecomposition
CMS	**C**omponent **M**ode **S**ynthesis
COMAC	**Co**ordinate **M**odal **A**ssurance **C**riterion
CVA	**C**anonical **V**ariate **A**nalysis
DGL	**D**ifferential**gl**eichung
DMS	**D**ehn**m**ess**s**treifen
DOF	**D**egree **o**f **F**reedom
DPR	**D**riving **P**oint **R**esidue
EFDD	**E**nhanced **F**requency **D**omain **D**ecomposition
EI	**E**ffective **I**ndependance
EMA	**E**xperimentelle **M**odal**a**nalyse
EMD	**E**mpirical **M**ode **D**ecomposition
EMV	**E**lektro**m**agnetische **V**erträglichkeit
EO	**E**rreger**o**rdnung
FCM	**F**uzzy-**C**-**M**eans Clustering
FDD	**F**requency **D**omain **D**ecomposition
FE	**F**inite-**E**lemente
FFT	**F**ast **F**OURIER **T**ransform
FIM	**F**ISHER **I**nformationsmatrix
FL	**F**est**l**ager bzw. **F**est**l**agerstütze
FRF	**F**requency **R**esponse **F**unction
FW	**F**or**w**ard Mode
GVT	**G**round **V**ibration **T**est
HHT	**H**ILBERT-**H**UANG **T**ransformation
HVC	**H**ard **V**alidation **C**riteria
IDS	**I**nstitut für **D**ynamik und **S**chwingungen
IEPE	**I**ntegrated **E**lectronics **P**iezo-**E**lectric
IFFT	inverse FFT
IGV	**I**nlet **G**uide **V**ane
ITD	**I**brahim **T**ime **D**omain
IMF	**I**ntrinsic **M**ode **F**unction
Kap.	**Kap**itel

KE	**K**inetic **E**nergy
LL	**L**os**l**ager bzw. **L**os**l**agerstütze
LSCE	**L**east **S**quares **C**omplex **E**xponential
LSCF	**L**east **S**quares **C**omplex **F**requency Domain
LTP	**L**inear **P**eriodically **T**ime Variant
MAC	**M**odal **A**ssurance **C**riterion
MACX	erweiterter MAC
MACXP	erweiterter und gewichteter MAC
MCF	**M**odal **C**omplexity **F**actor
MPC	**M**ode **P**hase **C**ollinearity
MPD	**M**ode **P**hase **D**eviation
MPF	**M**odal **P**articipation **F**actor
MSC	**M**ulti**s**tage **C**lustering
NExT	**N**atural **Ex**citation **T**echnique
NLLF	**N**egative **L**og-**L**ikelihood **F**unktion
NREL	**N**ational **R**enewable **E**nergy **L**aboratory
OMA	**O**perational **M**odal **A**nalysis
OMAX	**OMA** mit e**x**ogenen Kräften
PC	**P**rincipal **C**omponent
PDF	**P**robability **D**ensity **F**unction
PSD	**P**ower **S**pectral **D**ensity
RDT	**R**andom **D**ecrement **T**echnique
RMS	**R**oot **M**ean **S**quare
SNR	**S**ignal-to-**N**oise **R**atio
So	**So**MMERFELD-Zahl
SOM	**S**elf-**O**rganizing **M**ap
SSI	**S**tochastic **S**ubspace **I**dentification
SSI-cov	Kovarianz-getriebene SSI
SSI-dat	Daten-getriebene SSI
SVC	**S**oft **V**alidation **C**riteria
SW	**S**ingulär**w**ert
Tab.	**Tab**elle
TFD	Institut für **T**urbomaschinen und **F**luid-**D**ynamik
TOMA	**T**ransmissibility based **OMA**
UPC	**U**nweighted **P**rincipal **C**omponent
vgl.	**v**er**gl**eiche
WEA	**W**ind**e**nergie**a**nlage

1 Einleitung

Die operationelle Modalanalyse wird insbesondere im Bauingenieurwesen, aber auch im Maschinenbau bereits umfangreich u. a. für das Structural Health Monitoring oder das Model-Update von Finite-Elemente-Modellen verwendet. Die Anwendungsbereiche der Methodik haben sich im Bereich des Maschinenbaus in den vergangenen zwei Jahrzehnten vervielfältigt. Die Betriebs-Modalanalyse liefert somit wichtige Informationen über das strukturdynamische Verhalten von Maschinen im Betrieb, die mit der klassischen experimentellen Modalanalyse nicht erfasst werden können. Mit der Rotation verbundene Effekte in rotierenden Maschinen stellen allerdings eine Herausforderung für die Anwendung der Methode dar. Ohne die durch die Rotation bedingten drehzahlsynchronen Schwingungen zu eliminieren, um sie nicht fälschlicherweise als Strukturmoden zu behandeln bzw. nahe gelegene Strukturmoden identifizieren zu können, kann speziell für rotierende Maschinen keine großflächige Nutzung des Verfahrens ermöglicht werden. Diese Arbeit leistet demnach einen Beitrag zur Ausweitung des Anwendungsbereichs der operationellen Modalanalyse an rotierenden Maschinen.

1.1 Motivation

Digitale Zwillinge, welche die Realität ingenieurtechnischer Anwendungen durch den fortlaufenden Austausch von Daten in Echtzeit abbilden, werden in der Industrie immer mehr für verschiedene Bereiche wie das Monitoring, Designprozesse oder die Optimierung eingesetzt. Es ist zu erwarten, dass ihr Anwendungsbereich in den nächsten Jahrzehnten stark zunimmt (Singh et al. 2021). Motiviert aus der Luft- und Raumfahrtbranche sind sie auch in vielen anderen Bereichen angekommen und stellen eine gewinnbringende Technologie dar, um die Wettbewerbsfähigkeit, Effizienz und das Potenzial der Kosteneinsparung im produzierenden Gewerbe sowie bei Betreibern von Maschinenanlagen zu steigern (Singh et al. 2021). Durch die Verknüpfung von Daten-getriebenen Modellen und physikalischen Grundsätzen sind digitale Zwillinge, vgl. Schema in Abb. 1.1, in der Lage, Vorhersagen über das Maschinenverhalten zu tätigen, die durch das limitierte Wissen von Menschen über komplexe Systeme und multidisziplinäre Zusammenhänge schwierig zu erfassen sind (Liu et al. 2018).

Dies ist insbesondere für die Vorhersage des „Gesundheitszustands“ der Maschine relevant. Menschen können Veränderungen nicht annähernd so gut überwachen, wie sie ein modellgestützter Ansatz nachverfolgen kann. Dies ist allerdings essenziell, um mögliches Maschinenversagen oder wartungsintensive Schäden zu erkennen und nach Möglich-

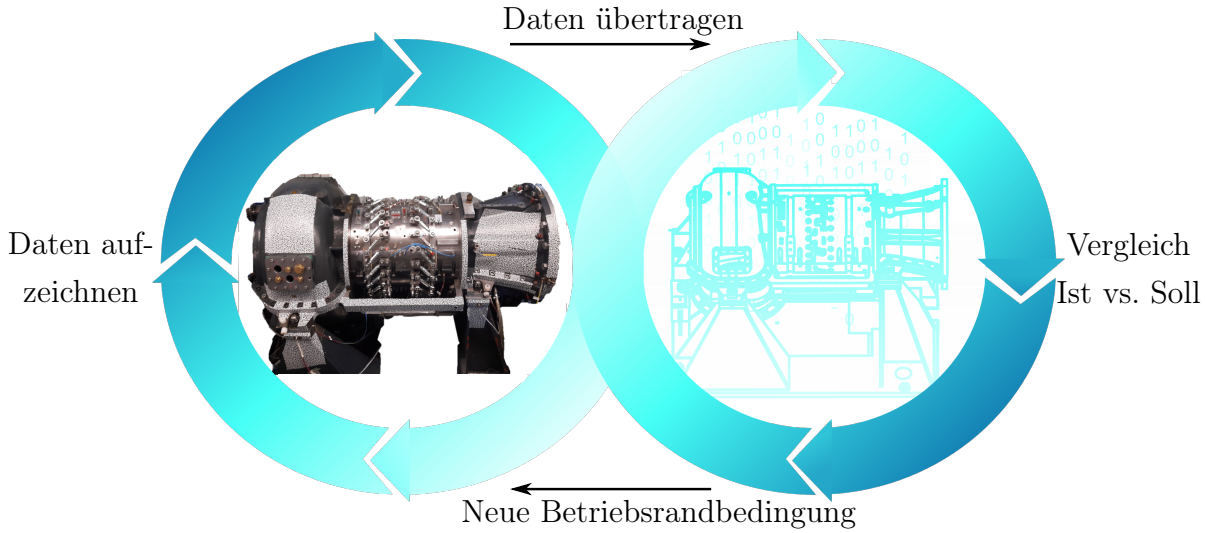


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung eines digitalen Zwillings des Axialverdichters nach GBtec (2023)

keit vorzubeugen. Dem modellbasierten Structural Health Monitoring kommt daher eine große Bedeutung zu, vor allem für Maschinen, die in einer schwer zugänglichen Umgebung betrieben werden, z. B. Gas- oder Wasserturbinen in entsprechenden Kraftwerken oder Offshore-Windenergieanlagen zur Bereitstellung elektrischer Energie. Die mit dem Zugang oder einer möglichen Maschinenabschaltung verbundenen Wartungskosten sind sehr hoch. Daher wird oftmals auf eine schwingungsbasierte Überwachung der Systeme zur Adressierung der geschilderten Problematik zurückgegriffen (Carden und Fanning 2004). Die charakteristischen modalen Parameter wie Eigenfrequenz, Dämpfung oder Eigenvektor können verwendet werden, um Veränderungen an der Struktur nachzuverfolgen (Zhang et al. 2019). Sie hängen vom Zustand der Maschine bzw. der Struktur ab, sodass eine Veränderung dieser Parameter auf Schäden hinweisen kann. Diese lassen sich beispielsweise über die lokale Reduzierung der Steifigkeit identifizieren (Brownjohn et al. 2011).

Eine zuverlässige und ressourcenschonende Ermittlung dieser Größen im Betrieb solcher Anlagen ist daher von großem Interesse für die betreibenden Unternehmen und das zuständige technische Personal im Bereich des Versuchs, der Wartung und der Simulation. Die operationelle Modalanalyse bietet für diesen Zweck eine geeignete Methodik. Zudem spielt die experimentelle Ermittlung der genannten modalen Größen beispielsweise für den Abgleich und die Weiterentwicklung von Finite-Elemente-Modellen eine wichtige Rolle. Für diese Betrachtungen bzw. als Validierungsgrundlage numerischer Modelle sind experimentelle Untersuchungen nach wie vor unabdingbar. Dies bezieht sich speziell auf die Dämpfung, die sich nicht hinreichend genau über Modellierungsansätze abbilden lässt. Ein großer Vorteil der operationellen Modalanalyse ist die Tatsache, dass die Anregung bei der Ermittlung der charakteristischen Schwingungsgrößen unbekannt bleiben darf, was sie gerade für Monitoringanwendungen attraktiv macht. Dies lässt sich mit der Tatsache begründen, dass eine gezielte Anregung, die für klassische Verfahren der

Modalanalyse Voraussetzung ist, über einen langen Zeitraum, wie er für die Maschinenüberwachung und Fehlerdiagnose benötigt wird, aus Kosten- und Aufwandsgründen in der Regel nicht realisierbar ist.

Die operationelle Modalanalyse basiert auf der Grundannahme, dass sich die modalen Größen allein aus der gemessenen Schwingungsantwort ermitteln lassen und die unbekannte Anregung durch die Umgebung breitbandig ist, wodurch sie als weißes Gauss-verteiltes Rauschen angenähert werden kann und somit einen großen Frequenzbereich anregt. Eine Herausforderung und daher Limitierung der Anwendung dieser Methodik im Maschinenbau, speziell bei rotierenden Maschinen, ist die zusätzliche drehzahlsynchrone, harmonische Anregung, welche die aus dem Betrieb erfolgende Anregung (z. B. durch die Luftströmung bei Turbomaschinen) überlagert. Diese drehzahlsynchronen Frequenzen verfälschen die gemessene Schwingungsantwort, weil sie von den Auswerteverfahren als strukturelle Moden identifiziert werden. Um die operationelle Modalanalyse für die Anwendung in Zusammenhang mit rotierenden Maschinen zu qualifizieren und ihre beschriebenen Vorzüge im Sinne der modellbasierten Wartung zu nutzen, bedarf es geeigneter Verfahren im Umgang mit den harmonischen Erregerkräften bzw. einer geeigneten Vorgehensweise zur Ermittlung der modalen Größen im Betrieb.

Es erschließt sich daraus, dass die Betrachtung des Gesamtsystems und somit die Instrumentierung des Gehäuses, welches deutlich leichter zugänglich als z. B. der Rotor oder die Schaufeln ist, kostengünstiger und zeiteffizienter ist. Die experimentell gewonnenen Daten und Ergebnisse können in einen digitalen Zwilling eingespeist werden, welcher Veränderungen im System überblickt und perspektivisch auch Informationen über den Zustand des betriebskritischen Rotors bereitstellen kann.

1.2 Forschungshypothese

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Anwendung der operationellen Modalanalyse auf eine industrienahe Versuchsanlage mit rotierender Komponente und den damit verbundenen Herausforderungen bzw. der Einordnung und Erklärung der betriebsbedingten Ergebnisse. Es ergeben sich folgende Arbeitshypothesen:

Die operationelle Modalanalyse kann unter Nutzung geeigneter Verfahren zur Separation der Effekte harmonischer Anregung für die modale Identifikation rotierender Maschinen im Betrieb angewandt werden. Die Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen einer rotierenden Maschine sind vom Betriebspunkt abhängig und müssen für eine korrekte Charakterisierung des Systems im Betrieb der Maschine ermittelt werden.

Dabei wird angenommen, dass der Einfluss der drehzahlsynchronen Schwingungen, der eine Herausforderung für die Identifikation der modalen Größen darstellt, mit entsprechenden Verfahren überwunden werden kann. Eine modale Identifikation des Systems ist dann anhand der gemessenen Schwingungsantwort im Betrieb als Eingangsgröße für gängige Auswerteverfahren möglich.

1.3 Gliederung der Arbeit

In Kap. 2 sind die notwendigen Grundlagen dargestellt. Dafür wird insbesondere auf die klassische experimentelle Modalanalyse und die operationelle Modalanalyse in zwei konsekutiven Abschnitten eingegangen. Im Rahmen der operationellen Modalanalyse werden speziell in der Literatur gängige Verfahren zum Umgang mit der drehzahlsynchronen Anregung und bisherige Arbeiten auf diesem Gebiet thematisiert.

In Kap. 3 wird anschließend der aktuelle Forschungsstand zur Anwendung der operationellen Modalanalyse an rotierenden Systemen zu verfügbaren Methoden im Umgang mit drehzahlsynchronen Schwingungen und zu nichtlinearen Modalanalyseverfahren in der Praxis bewertet. Nach der Einordnung der eigenen Forschungsarbeit in den Stand der Technik werden die zu beantwortenden Forschungsfragen formuliert und das Vorgehen erläutert.

Kapitel 4 beschreibt den verwendeten Versuchsträger und den Versuchsaufbau für die im Stillstand und Betrieb durchgeführten Experimente. Relevante Randbedingungen und Größen zur Bewertung der Daten werden diskutiert.

Die angewandte Methodik zur Auswertung der Daten aus dem Betrieb sowie die Modelle zur Einordnung der Ergebnisse werden in Kap. 5 beschrieben. Diese beziehen sich auf den Umgang mit den drehzahlsynchronen und deterministischen Schwingungsanteilen, die Betrachtung der Fügestellendämpfung und den Einfluss des Rotors auf die Eigenfrequenzen des Gesamtsystems.

Für die Validierung der im Betrieb ermittelten modalen Parameter werden in Kap. 6 die Ergebnisse aus der experimentellen Modalanalyse im Stillstand mittels Shaker- und Modalhammer-Anregung dargestellt. Schließlich folgen in Kap. 7 die Ergebnisse aus der operationellen Modalanalyse im Betrieb des betrachteten Axialverdichter-Prüfstands. Dabei wird auf die in Kap. 5 vorgestellte Methodik und deren Anwendung im Betrieb eingegangen.

Die Arbeit schließt in Kap. 8 mit der Überprüfung, inwieweit die Forschungsfragen beantwortet wurden. Die wichtigsten Erkenntnisse werden hervorgehoben und es wird untersucht, inwiefern sie sich für die Anwendung an anderen rotierenden Maschinen verallgemeinern lassen. Zuletzt werden Themen, die an diese Arbeiten anknüpfen und deren Betrachtung in der Zukunft sinnvoll erscheinen, ausgeführt.

2 Grundlagen

Im nachfolgenden Kapitel werden die für das Verständnis der Arbeit notwendigen Grundlagen erarbeitet und relevante Definitionen dargestellt. Im Fokus stehen die experimentelle und operationelle Modalanalyse mit den in dieser Arbeit verwendeten Implementierungen. Darüber hinaus werden relevante Anwendungen der operationellen Modalanalyse im Bereich rotierender Maschinen aufgezeigt, um den aktuellen Stand der Technik zu verdeutlichen.

2.1 Dynamik von Mehrfreiheitsgradsystemen

Die verallgemeinerten Koordinaten $\boldsymbol{q}(t)$ eines linearen, viskos gedämpften und zeitkontinuierlichen Mehrfreiheitsgradsystems mit N Freiheitsgraden können im Falle erzwungener Schwingungen allgemein durch die Differentialgleichung (DGL)

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}}(t) + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}}(t) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{F}(t) = \boldsymbol{\Lambda}_F \boldsymbol{f}(t) \quad \boldsymbol{M}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{K} \in \mathbb{R}^{N\times N},\ \boldsymbol{F} \in \mathbb{R}^{N\times 1} \tag{2.1}$$

ausgedrückt werden. $\boldsymbol{M}$ beschreibt hierbei die Massenmatrix, $\boldsymbol{D}$ die Dämpfungsmatrix, $\boldsymbol{K}$ die Steifigkeitsmatrix und $\boldsymbol{F}$ den Kraftvektor der Anregung, wobei $\boldsymbol{f}$ die Kraftamplituden und $\boldsymbol{\Lambda}_F$ die räumliche Zuordnung der Anregung enthält. Im weiteren Verlauf wird die Zeitabhängigkeit der Verschiebungs- und Anregungskoordinaten vorausgesetzt und nicht mehr explizit angegeben.

In der Regelungstechnik wie auch in der Strukturdynamik werden dynamische Systeme häufig mit dem Zustandsraummodell in seiner allgemeinen Form

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}, \tag{2.2}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}_2\boldsymbol{u} \tag{2.3}$$

beschrieben. Dabei ist $\boldsymbol{x}$ der Zustandsvektor, $\boldsymbol{A}$ die Systemmatrix, $\boldsymbol{B}$ die Eingangsmatrix, $\boldsymbol{u}$ der Eingangsvektor, $\boldsymbol{y}$ der Antwortvektor, $\boldsymbol{C}$ die Ausgangsmatrix und $\boldsymbol{D}_2$ die Durchgangsmatrix.

In der Strukturdynamik spielt Gl. (2.2) eine besondere Rolle, die sich aus Gl. (2.1) ableiten lässt und mit der eine Entkopplung der einzelnen Freiheitsgrade immer gelingt. Mit Hilfe der Identität

$$\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{q}} - \boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{q}} \equiv \boldsymbol{0} \tag{2.4}$$

lässt sich die DGL (2.1) zweiter Ordnung in den Zustandsraum anhand eines Gleichungssystems der Dimension $2N \times 2N$ der Form

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{D} & \boldsymbol{M} \\ \boldsymbol{M} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix}}_{\dot{\boldsymbol{x}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{K} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{M} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}_2} \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{f} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{u}} \tag{2.5}$$

überführen. Die Dimension $2N$ ergibt sich aus der Betrachtung des Zustandsvektors $\boldsymbol{x}$. In diesen gehen sowohl die Verschiebungen $\boldsymbol{q}$ als auch die Geschwindigkeiten $\dot{\boldsymbol{q}}$ jeweils mit einer Dimension von $N \times 1$ ein. Durch die Einführung des Zustandsvektors kann die DGL (2.1) zweiter Ordnung in eine DGL erster Ordnung überführt werden. Aus Gl. (2.5) ergibt sich das Differentialgleichungssystem

$$\boldsymbol{A}_1 \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{x} = \boldsymbol{u}. \tag{2.6}$$

Um auf die in Gl. (2.2) angegebene allgemeine Form zu kommen, wird Gl. (2.6) nach $\dot{\boldsymbol{x}}$ aufgelöst

$$\dot{\boldsymbol{x}} = -\boldsymbol{A}_1^{-1} \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{A}_1^{-1} \boldsymbol{u}. \tag{2.7}$$

Unter Einführung der Systemmatrix $\boldsymbol{A}$ und der Eingangsmatrix $\boldsymbol{B}$

$$\boldsymbol{A} = -\boldsymbol{A}_1^{-1} \boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K} & -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{D} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{M}^{-1} \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

ergibt sich schließlich das Zustandsraummodell in seiner allgemeinen Form. In der Praxis wird von den N Freiheitsgraden häufig nur eine Auswahl N_2 betrachtet. Es sei $\boldsymbol{Y} \in \mathbb{R}^{N_2 \times N}$ die Matrix der Ausgänge (hier Beschleunigungen). Damit ergibt sich für die Ausgangs- und Durchgangsmatrix (Peeters und De Roeck 1999)

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K} & -\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{D} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{D}_2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_F \end{bmatrix}. \tag{2.9}$$

Für die Anwendung auf reale Messdaten wird das zeitkontinuierliche System aus Gl. (2.2) und (2.3) in ein zeitdiskretes System überführt. Die Matrizen $\boldsymbol{C}$ und $\boldsymbol{D}_2$ unterscheiden sich dabei nicht von der zeitkontinuierlichen Formulierung. Für die System- und die Eingangsmatrix ergibt sich im zeitdiskreten System mit dem zeitlichen Abstand Δt, mit dem die Messwerte jeweils erfasst werden,

$$\boldsymbol{A}_\mathrm{d} = \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}\Delta t} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{B}_\mathrm{d} = \int_0^{\Delta t} \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}\tau} \boldsymbol{B} \mathrm{d}\tau. \tag{2.10}$$

Da es sich in der nachfolgenden Betrachtung um experimentelle Daten handelt, wird von nun an das zeitdiskrete Modell vorausgesetzt und es wird der Einfachheit halber auf die Darstellung des Index d (diskret) verzichtet.

2.2 Dämpfung

Dämpfung beschreibt gemäß VDI Richtlinie 3830 die *„irreversible Umwandlung von mechanischer Energie in andere Energieformen“* (VDI-3830 2019). Dämpfung wirkt in der Regel begrenzend auf die Schwingungsamplituden (Markert 2013). Zudem führt sie zu einer Phasenverschiebung zwischen Anregung und Antwort (VDI-3830 2019). Im Gegensatz zu Steifigkeiten und Massen können Dämpfungen für die Modellierung, beispielsweise mit Finite-Elemente-Methoden, nur im Experiment aussagekräftig bestimmt werden (Heinze et al. 2017). Der modalen Dämpfung, die im Experiment identifiziert wird, kommt eine besondere Rolle zu. Sie fasst in der Regel die verschiedenen Dämpfungskomponenten in einer Größe zusammen. Ihre Ermittlung ist mit einer hohen Unsicherheit behaftet, die auch mit den zugrundeliegenden Modellen zusammenhängen kann (Rainieri und Fabbrocino 2014). Die modale Dämpfung wird jeweils einer Mode zugeordnet. Modale Dämpfungswerte sind in der Regel klein; laut Rainieri und Fabbrocino (2014) sind Werte größer als 5 – 10 % im Betrieb unüblich. Für ein besseres Verständnis der verschiedenen Dämpfungstypen und deren Modellierung sind diese nachfolgend beschrieben.

2.2.1 Dämpfungsarten

Es kann im Allgemeinen, wie in Abb. 2.1 dargestellt, zwischen innerer und äußerer Dämpfung unterschieden werden. Die Differenzierung findet an dieser Stelle für Baugruppen statt.

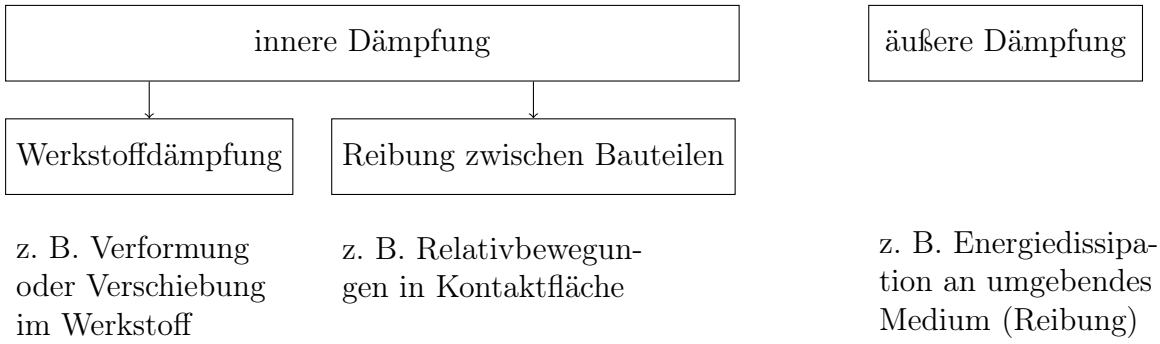


Abbildung 2.1: Arten der Dämpfung nach VDI-3830 (2019)

Innere Dämpfung

Innere Dämpfung bezeichnet z. B. *Werkstoffdämpfung* infolge nichtelastischen Werkstoffverhaltens. Ein anderes Beispiel ist die *Fügestellendämpfung*, welche durch Relativbewegungen in den Kontaktflächen von Baugruppen entsteht. In der Regel tritt zunächst Mikroschlupf auf, bei dem nur Teilbereiche der Struktur aufeinander gleiten

(Cigeroglu et al. 2007). Geht die gesamte Kontaktfläche in ein Gleiten über, so liegt Makroschlupf vor, dieses kann in erster Näherung mit dem COULOMB Modell bzw. in Erweiterung mit dem Modell nach JENKINS beschrieben werden. Die Fügestellendämpfung ist in der Regel lastabhängig (Dinkler 2020), nichtlinear und überwiegt gegenüber der Werkstoffdämpfung (VDI-3830 2019). Nach wie vor gibt es in der Forschung kein einheitliches Modell zur realitätsnahen Kontaktmodellierung von Reibflächen (Krack 2014).

Äußere Dämpfung

Der Begriff der äußeren Dämpfung umfasst z. B. Reibung mit dem umgebenden Medium oder Schallabstrahlung in die Luft. Aerodynamische Dämpfung spielt im Turbomaschinenbau (Meinzer 2020) aber z. B. auch bei hohen Gebäuden (Watanabe et al. 1997, Kareem und Gurley 1996) eine wichtige Rolle.

Einen weiteren wichtigen Anwendungsfall stellen Gleitlager dar. Die im Schmierfilm wirkenden Rückstellkräfte können anhand von Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten abgebildet werden. Dabei steigt die Dämpfung mit der Schwinggeschwindigkeit des Systems proportional an. Die Bewegungsgleichungen zur Beschreibung der Tragkraft, aus denen sich u. a. die Dämpfungsparameter ergeben, lassen sich für horizontale Läufer näherungsweise linearisieren (Gasch et al. 2006). Bei größeren Auslenkungen muss eine nichtlineare Betrachtung durchgeführt werden.

2.2.2 Dämpfungsmodellierung

Die gängigsten in der Praxis genutzten Ansätze zur Modellierung der Dämpfung werden nachfolgend dargestellt und sind in Tab. 2.1 zusammengefasst. Dafür ist ein Ein-Massenschwinger zugrunde gelegt, bei dem der vorherrschende Dämpfungsmechanismus durch eine lineare äquivalente viskose Dämpfung angenähert wird. Viele dieser Modellansätze weisen eine nichtlineare Charakteristik auf. Sind die resultierenden Dämpfungswerte kleiner als 10 %, kann gemäß Tab. 2.1 eine äquivalente lineare viskose Dämpfung verwendet werden (Lalanne 2014), um die Betrachtung zu vereinfachen. Gängige Ersatzelemente zur Modellierung der Dämpfung sind in Abb. 2.2 dargestellt. Eine Übersicht verschiede-

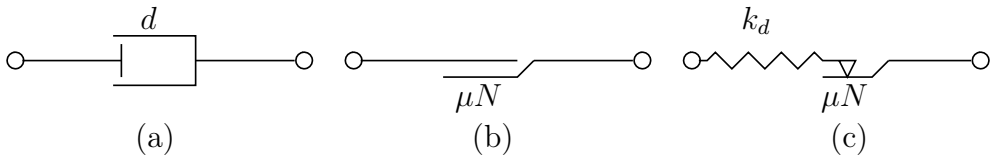
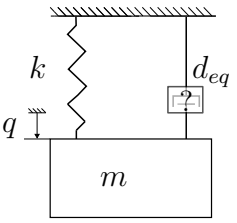


Abbildung 2.2: Mechanisches Ersatzelement für (a) linear viskose Dämpfung, (b) COULOMB Dämpfung und (c) JENKINS Element

ner Ansätze zur Modellierung der Dämpfung ist im Folgenden gegeben.

Tabelle 2.1: Dämpfungsmodelle nach Bandstra (1983)
(Skalierungsfaktor α, Anregungsfrequenz Ω, stationäre Schwingungsamplitude A, Reibkoeffizient μ, Normalkraft N)



Typ	Berücksichtigung in Bewegungsdifferentialgleichung	äquivalent viskoser Dämpfungskoeffizient d_{eq}
viskose Dämpfung	$d\dot{q}$	d
COULOMB Dämpfung	$\mathrm{sgn}(\dot{q})\mu N$	$\frac{4\mu N}{\pi\Omega A}$
Strukturdämpfung	$\alpha\mathrm{sgn}(\dot{q})\lvert q\rvert$	$\frac{2\alpha}{\pi\Omega}$
Luftdämpfung	$\alpha\mathrm{sgn}(\dot{q})\dot{q}^2$	$\frac{8}{3}\frac{\alpha\Omega A}{\pi}$

Linear viskose Dämpfung

Das einfachste Modell berücksichtigt inelastisches Werkstoffverhalten mit linearen viskosen Dämpfungsmodellen bzw. -koeffizienten, welche geschwindigkeitsproportional in die Bewegungsdifferentialgleichungen des Systems eingehen. Entsprechend weist dieses Modell den Vorteil auf, dass die zu lösenden Differentialgleichungen linear bleiben. Linear viskose Dämpfung ist im Allgemeinen temperatur- und frequenzabhängig (VDI-3830 2019). Das Dämpfungsmaß kann über das gedämpfte Eigenwertproblem durch Betrachtung des Realteils der Eigenwerte bestimmt werden. Ein Sonderfall ist die proportionale, die sogenannte RAYLEIGH Dämpfung (Rayleigh 1896) bei schwach gedämpften Systemen ($0.5\ \% < D < 2\ \%$). Dabei gilt $d = \alpha m + \beta k$ mit den Skalierungsfaktoren α und β. Es resultieren reellwertige Eigenvektoren. Es kann daher das ungedämpfte Eigenwertproblem für diesen Fall gelöst werden. Die Dämpfung wird über die Beziehung $D = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{\omega} + \beta\omega\right)$ mit der Eigenkreisfrequenz ω berechnet. Eine Modellerweiterung findet durch Caughey und O'Kelly (1965) statt, nach der sich die Dämpfung anhand von $d = m\sum_{i=0}^{n-1}\alpha_i(m^{-1}k)^i$ mit der Anzahl an Dämpfungsparametern n ergibt. Diese Annahmen sind in der Praxis oft nicht zulässig, da die Dämpfung in der Realität nicht ausschließlich proportional der Massen- und Steifigkeitsmatrix ist und komplexe Eigenvektoren auftreten, die mit proportionaler Dämpfung nicht beschrieben werden können.

Strukturdämpfung

Experimentelle Untersuchungen legen nahe, dass die Dämpfung bei konstanter Schwingungsamplitude nicht mit der Anregungsfrequenz variiert (Ewins 2009). Beispiele dafür sind die Flatteranalyse oder die Untersuchung von Wellensträngen (VDI-3830 2019). Daher wird für diesen Fall die sogenannte Strukturdämpfung definiert, die unabhängig

von der Anregungsfrequenz ist. Anschaulich kann bei diesem Dämpfungsmechanismus Kriechen im Material bzw. bei Reduzierung der Belastung eine Relaxation festgestellt werden, die auf eine Hysterese im Spannungs-Dehnungs-Diagramm führt, vgl. Abb. 2.3a (Dinkler 2020). Die Dämpfungsmatrix wird proportional zur Steifigkeitsmatrix angenommen und führt somit bei harmonisch erzwungenen Schwingungen unter Einsetzen des komplexen modalen Ansatzes auf die Bewegungsgleichung $(-\Omega^2 m + (1 + \mathrm{i}\alpha)k)\hat{q} = \hat{f}$. In diesem Fall wird das Eigenwertproblem des ungedämpften Systems gelöst. Der Ansatz für Strukturdämpfung ist nur für harmonische Anregung im Frequenzbereich gültig und für freie Schwingungen ungeeignet (Dinkler 2020).

Coulomb Dämpfung

Reibdämpfung oder Coulomb Dämpfung (Coulomb 1785) wird häufig verwendet, um die bei Gleitreibung dissipierte Energie z. B. in Fügestellen abzubilden (Bandstra 1983). Befinden sich zwei Festkörper ohne Schmierfilm im Kontakt, so wird von trockener Reibung gesprochen. Es wird angenommen, dass die wirkende Tangentialkraft proportional zur Normalkraft, welche auf die Reibfläche wirkt, ist (Bandstra 1983). Der Proportionalitätsfaktor kann durch den Reibkoeffizienten μ angegeben werden. (Persson et al. 2003) argumentieren hingegen, dass die Proportionalität von Reibkraft und Normalkraft dadurch zustande kommt, dass die realen Kontaktflächen proportional zur wirkenden Belastung sind. Die Rückstellkraft ist nach dem Modell von Coulomb nur vom Vorzeichen der Relativgeschwindigkeit abhängig, aber nicht von der Geschwindigkeit selbst. Der Reibvorgang lässt sich in eine Phase des Haftens und des Gleitens untergliedern. Die Struktur haftet, bis eine kritische Reibkraft erreicht ist. Dann geht das System vom Haften in das Gleiten über und es resultiert eine konstante Reibkraft. Der Haftreibkoeffizient ist dabei häufig größer als der Gleitreibkoeffizient (Persson et al. 2003). Der dabei resultierende Kraftverlauf der Reibkraft für einen Übergang vom Haften zum Gleiten ist in Abb. 2.3b exemplarisch dargestellt. Haft- und Gleitreibkoeffizient können aber auch als vereinfachende Annahme gleich groß sein, sodass es nicht zu der Kraftüberhöhung kommt, bevor sich eine konstante Kraft einstellt (Persson et al. 2003).

Verschiedene Arbeiten zeigen jedoch, dass der Reibkoeffizient in der Regel von der Geschwindigkeit abhängig sein kann. Jedoch sind diese Betrachtungen zwischen Metall Interaktionen vernachlässigbar (Martins et al. 1990). Darüber hinaus haben Experimente bei unterschiedlicher Metallpaarung gezeigt, dass die Reibkraft in Bezug auf die Belastung nicht konstant ist. Bei gleichen Metallpaarungen sind diese Fluktuationen irregulär (Martins et al. 1990), sodass im weiteren Verlauf von dem vereinfachten Modell mit konstanter Reibkraft ausgegangen wird. Die beschriebenen Vorgänge beziehen sich auf die makroskopische Ebene. Auf mikroskopischer Ebene finden auch in der Phase des Gleitens abwechselnde Haft-Gleit-Phänomene statt.

Durch den Vorzeichenwechsel bei Richtungswechsel der Geschwindigkeit und dem Übergang von Haften zu Gleiten weist diese Form der Dämpfung eine nichtlineare Charakteristik auf. Im Allgemeinen nimmt die Dämpfung mit steigender Schwingungsamplitude

ab, wie dem antiproportionalen Verhältnis in Tab. 2.1 zu entnehmen ist.

Eine Erweiterung des Modells ist das sogenannte JENKINS Element, bei dem eine Feder mit einem COULOMB Element in Reihe geschaltet ist, siehe Abb. 2.2c. Dies stellt eine realitätsnähere Betrachtung der Reibfläche als das reine COULOMB Element dar, da die Kontaktflächen in der Regel elastisch und nicht starr sind. Abbildung 2.3b beschreibt die resultierende Kraft abhängig von der Relativverschiebung in der Füge- oder Reibstelle. Die umschlossene Fläche der Hysterese Kurve entspricht dabei der pro Zyklus dissipierten Energie (Bograd et al. 2011). Diese Modelle stellen nach wie vor einen vereinfachten Fall

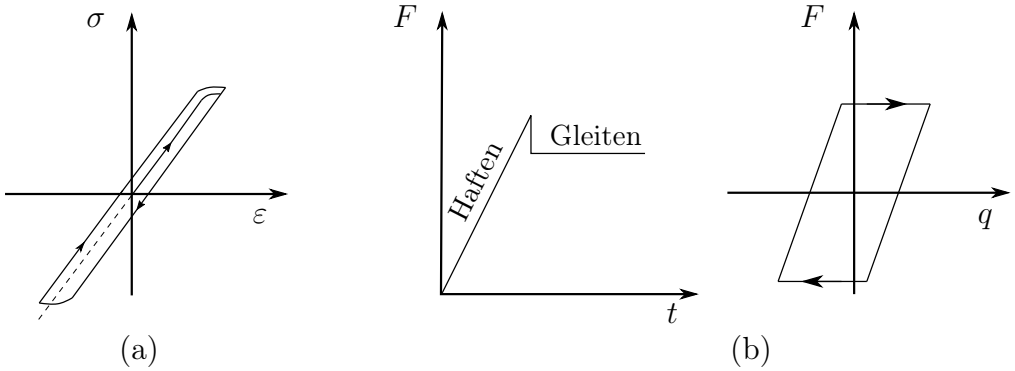


Abbildung 2.3: (a) Hysterese im Spannungs-Dehnungs-Diagramm bei Strukturdämpfung nach Dinkler (2020) (b) Kraftverlauf bei Reibdämpfung
links: zeitlicher Übergang von Haften zu Gleiten nach Persson et al. (2003); rechts: Kraftverlauf bei zyklischer Relativverschiebung eines JENKINS Elements nach Wang und Chen (1993)

zur Beschreibung des Reibungseinflusses dar.

Luftdämpfung

Luftdämpfung bezeichnet den aus der Wechselwirkung der Strukturschwingung mit dem umgebenden Medium Luft resultierenden Dämpfungseffekt. Mit wachsender Amplitude hat Luftdämpfung eine nichtlineare Charakteristik, die, wie in Tab. 2.1 angegeben, beschrieben werden kann.

2.3 Experimentelle Modalanalyse

Um modale Parameter wie Eigenfrequenz, Dämpfung und Eigenvektoren experimentell zu bestimmen, wird die *experimentelle Modalanalyse* (EMA) verwendet. Zunächst wird auf die Theorie dieser Methode eingegangen, bevor die wichtigsten im Experiment zu beachtenden Randbedingungen beschrieben werden.

Zugrundeliegende Theorie der experimentellen Modalanalyse

Essenziell für die Durchführung der EMA ist die Übertragungsfunktion (Englisch: *Frequency Response Function*, FRF). Diese ergibt sich aus der Betrachtung der Bewegungsgleichung (2.1) unter der Annahme von harmonischer Kraftanregung und Durchführung einer komplexen Ergänzung (Markert 2013)

$$\underline{\hat{\boldsymbol{q}}} = \left[-\Omega^2 \boldsymbol{M} + \mathrm{i}\Omega \boldsymbol{D} + \boldsymbol{K}\right]^{-1} \underline{\hat{\boldsymbol{f}}} = \boldsymbol{H}(\Omega)\underline{\hat{\boldsymbol{f}}}. \tag{2.11}$$

Die Frequenzgangmatrix $\boldsymbol{H}$ ist dabei eine quadratische, symmetrische Matrix, deren Elemente als FRF bezeichnet werden und die von der Kreisfrequenz Ω abhängt. Sie sind komplexwertig. Demnach lassen sich Amplitude und Phase der einzelnen Übertragungsfunktionen extrahieren. Anhand von Gl. (2.11) lässt sich erkennen, dass die Übertragungsfunktion die Strukturinformationen $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{D}$ und $\boldsymbol{K}$ enthält.

Da die Bewegungen von Mehrfreiheitsgradsystemen in der Regel gekoppelt sind, sodass sich die Bewegung eines einzelnen Freiheitsgrades nicht isoliert betrachten lässt, wird im nächsten Schritt eine Entkopplung mit Hilfe des Modalansatzes durchgeführt. Liegen die Moden des Systems entkoppelt vor, kann jeder Eigenschwingung eine modale Dämpfung zugewiesen werden. Unter Verwendung der Modalmatrix $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\phi}_1, ..., \boldsymbol{\phi}_N]$, die die Eigenvektoren des ungedämpften Systems beinhaltet, erfolgt die Entkopplung. Der Modalansatz ist anhand von

$$\boldsymbol{q} = \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{\phi}_n p_n = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{p} \tag{2.12}$$

mit den modalen Koordinaten p_n definiert. Die Schwingungsantwort $\boldsymbol{q}$ kann als gewichtete Überlagerung der N Eigenvektoren beschrieben werden. Dies wird als modale Superposition bezeichnet. Durch Einsetzen des Modalansatzes in die Bewegungsgleichung (2.1) und Multiplizieren mit der Transponierten der Modalmatrix $\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}$ ergibt sich

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Phi}\ddot{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Phi}\dot{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}. \tag{2.13}$$

Die sich aus Gl. (2.13) ergebenden Matrizen weisen eine Diagonalstruktur auf. Es gelten die nachfolgenden Orthogonalitätsbeziehungen

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Phi} = \mathrm{diag}(m_n), \tag{2.14}$$

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Phi} = \mathrm{diag}(d_n) \text{ und} \tag{2.15}$$

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Phi} = \mathrm{diag}(k_n). \tag{2.16}$$

Dabei sind m_n die modalen Massen, d_n die modalen Dämpfungsbeiwerte und k_n die modalen Steifigkeiten. Für das Ermitteln der Struktureigenschaften werden zwei verschiedene Fälle betrachtet, je nachdem welche Form von Dämpfung vorliegt – proportionale oder allgemein viskose Dämpfung.

Systeme mit proportionaler Dämpfung

Unter der Annahme, dass proportionale oder sogenannte RAYLEIGH Dämpfung $\boldsymbol{D} = \alpha\boldsymbol{M} + \beta\boldsymbol{K}$ mit den Konstanten α und β vorliegt und die Forderung $\boldsymbol{K}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K}$ erfüllt ist (VDI-3830 2019), ergeben sich nach der Entkopplung mit Hilfe des Modalansatzes aus Gl. (2.12) die Bewegungsgleichungen der einzelnen Freiheitsgrade in der Form

$$m_n\ddot{p}_n + d_n\dot{p}_n + k_n p_n = \phi_n^{\mathrm{T}} f_n, \tag{2.17}$$

bzw.

$$\ddot{p}_n + 2D_n\omega_n\dot{p}_n + \omega_n^2 p_n = \frac{1}{m_n}\phi_n^{\mathrm{T}} f_n. \tag{2.18}$$

Es gelten die Beziehungen $\omega_n = \sqrt{\frac{k_n}{m_n}}$ für die Eigenkreisfrequenz und $D_n = \frac{d_n}{2m_n\omega_n}$ für den Dämpfungsgrad des Systems. Die Eigenvektoren sind in diesem Fall rein reellwertig. Die Bewegung der einzelnen Freiheitsgrade ist phasengleich (gleich- oder gegenphasig) und mögliche Schwingungsknoten sind ortsfest.

Für ein Element der Frequenzgangmatrix des Freiheitsgrades n, wenn das System am Freiheitsgrad r angeregt wird, folgt

$$H_{nr}(\Omega) = \sum_{k=1}^{N} \frac{\phi_{k,n}\phi_{k,r}}{m_n(\omega_n^2 - \Omega^2 + 2\mathrm{i}D_n\omega_n\Omega)}. \tag{2.19}$$

Daraus ergibt sich, dass die Frequenzgangmatrix die gesuchten modalen Größen enthält.

Systeme mit allgemein viskoser Dämpfung

Für allgemein viskose Dämpfung führt die Orthogonalitätsbeziehung aus Gl. (2.15) nicht zu einer Diagonalform der Dämpfungsmatrix, sondern diese ist stattdessen voll besetzt. Es ist dann für eine Entkopplung der Freiheitsgrade auf das Zustandsraummodell zurückzugreifen (Ewins 2009). Dafür wird der modale Ansatz im Zustandsraum formuliert

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{p}, \tag{2.20}$$

wobei der Zustandsvektor gemäß der Definition des Zustandsraummodells $2N$ Zustände enthält. Dies führt zu einer verdoppelten Anzahl der modalen Koordinaten im Vektor $\boldsymbol{p}$ sowie der erweiterten Modalmatrix $\boldsymbol{\Psi}$, die bei nicht-proportionaler Dämpfung analog zur vorher eingeführten Modalmatrix $\boldsymbol{\Phi}$ genutzt wird. Aus den ersten N Einträgen ergeben sich die auf die Verschiebungen bezogenen Eigenvektoren des Systems. Die Werte der unteren N Zustände von $\boldsymbol{\psi}_n$ beziehen sich auf die Geschwindigkeiten. Einsetzen dieses Modalansatzes aus Gl. (2.20) in Gl. (2.6) und Multiplizieren mit der Transponierten der Modalmatrix $\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}$ ergibt

$$\underbrace{\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{\Psi}}_{\boldsymbol{\mathcal{A}}}\dot{\boldsymbol{p}} + \underbrace{\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{\Psi}}_{\boldsymbol{\mathcal{B}}}\boldsymbol{p} = \boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}. \tag{2.21}$$

Unter erneuter Ausnutzung der Orthogonalitätsbeziehungen ergeben sich die modalen Systemmatrizen $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ und $\boldsymbol{\mathcal{B}}$ mit den Elementen a_n und b_n. Die Elemente der modalen Systemmatrix $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ werden auch als modales a_n bezeichnet, welches stellvertretend zur Normierung der Eigenvektoren verwendet wird, allerdings nicht mit der modalen Masse verwechselt werden darf, da es eine unterschiedliche Einheit aufweist. Mit Hilfe dieser Systemmatrizen liegen die Zustandsgleichungen entkoppelt vor.

Das Lösen des Eigenwertproblems bei Vorliegen von freien Schwingungen führt im Falle von unterkritisch gedämpften Systemen zu $2N$ Eigenwerten λ_n. Diese liegen in konjugiert komplexen Paaren

$$\lambda_n = -D_n\omega_n + \mathrm{i}\omega_n\sqrt{1-D_n^2} = -D_n\omega_n + \mathrm{i}\omega_{d,n}, \tag{2.22}$$

$$\lambda_n^* = -D_n\omega_n - \mathrm{i}\omega_n\sqrt{1-D_n^2} = -D_n\omega_n - \mathrm{i}\omega_{d,n}, \tag{2.23}$$

vor, wobei $\omega_{d,n}$ die gedämpfte Quasi-Eigenkreisfrequenz darstellt. Die Eigenvektorpaare ergeben sich durch Einsetzen der Eigenwerte λ_n und λ_n^* in das Eigenwertproblem. Jedes Eigenwertpaar λ_n, λ_n^* samt Eigenvektorpaar $\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\psi}_n^*$ repräsentiert eine Eigenmode. Mit den Zusammenhängen

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{\left|\lambda_n\right|}{2\pi},\ D_n = -\frac{\Re(\lambda_n)}{\left|\lambda_n\right|} \tag{2.24}$$

lassen sich aus den Eigenwerten λ_n die Eigenfrequenzen f_n und Dämpfungsmaße D_n berechnen. Die Eigenvektoren sind in der Regel komplex (Sestieri und Ibrahm 1994). Die einzelnen Freiheitsgrade können phasenverschoben zueinander schwingen. Die Freiheitsgrade komplexer Eigenvektoren erreichen somit ihre Schwingungsmaxima und -minima zu unterschiedlichen Zeitpunkten.

Im Falle erzwungener Schwingungen, hier der Sonderfall harmonischer Anregung, wie er bei der Systemidentifikation eine besondere Rolle spielt, folgt aus Gl. (2.21) im Frequenzbereich

$$\left[\mathrm{i}\Omega\boldsymbol{\mathcal{A}} + \boldsymbol{\mathcal{B}}\right]\boldsymbol{P}(\Omega) = \boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}(\Omega). \tag{2.25}$$

Unter Ausnutzung der Beziehung in Gl. (2.20), dem Ausdruck $\lambda_n = -\frac{b_n}{a_n}$ und Verwendung der oberen N Gleichungen ergibt sich

$$\boldsymbol{Q}(\Omega) = \sum_{n=1}^{N} \frac{\boldsymbol{\psi}_n\boldsymbol{\psi}_n^{\mathrm{T}}}{a_n(\mathrm{i}\Omega - \lambda_n)}\boldsymbol{F}(\Omega). \tag{2.26}$$

Der lineare Zusammenhang zwischen der Systemantwort $\boldsymbol{Q}$ und der Erregung $\boldsymbol{F}$ im Frequenzbereich ist, wie weiter oben in Gl. (2.11) beschrieben, über die Übertragungsfunktion $\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{\psi}_n\boldsymbol{\psi}_n^{\mathrm{T}}}{a_n(\mathrm{i}\Omega-\lambda_n)}$ gegeben.

In der Praxis wird oft eine allgemeinere Darstellung der FRFs verwendet. Dazu wird Gl. (2.26) mittels Partialbruchzerlegung zu

$$\boldsymbol{H}(\Omega) = \sum_{n=1}^{N} \frac{R_n}{\mathrm{i}\Omega - \lambda_n} + \frac{R_n^*}{\mathrm{i}\Omega - \lambda_n^*} \tag{2.27}$$

umgeformt, worin das Residuum $\boldsymbol{R}_n$ durch

$$\boldsymbol{R}_n = \frac{\boldsymbol{\psi}_n \boldsymbol{\psi}_n^{\mathrm{T}}}{a_n} \tag{2.28}$$

gegeben ist. Dies ist essenziell für Verfahren der experimentellen Modalanalyse von Mehrfreiheitsgradsystemen. Über die Residuen wird beispielsweise der Einfluss benachbarter Moden beim Fit für die Identifikation einer Mode berücksichtigt und somit die Genauigkeit der Ergebnisse erhöht. Im Rahmen der Identifikation wird der Frequenzbereich in drei Bereiche unterteilt, wobei sich im mittleren Bereich die gesuchte Mode befindet. Der obere und untere Bereich kann Einfluss auf die gesuchte Mode üben und wird jeweils über ein Residuum berücksichtigt. Das System wird demnach nicht mehr vereinfacht als Einfreiheitsgradsystem approximiert. Das Residuum verringert darüber hinaus die Anzahl unbekannter Parameter im Identifikationsprozess. Die Residuen werden im Identifikationsverfahren über einen Curve-Fit ermittelt. Somit kann die Lösung der gesuchten modalen Parameter erfolgen.

Praktische Umsetzung der experimentellen Modalanalyse

Für die Umsetzung der experimentellen Modalanalyse wird eine bekannte und kontrollierbare Anregung des betrachteten Systems vorausgesetzt. Bei kleineren Systemen kann die Anregung in der Regel mit einem Modalhammer erfolgen, mit dem eine Impulsanregung der Struktur durchgeführt wird. Diese führt zu einer simultanen Anregung eines breiten Frequenzbandes. Bei größeren Strukturen werden üblicherweise elektrodynamische Schwingungserreger, auch Shaker genannt, verwendet. Um ein breites Frequenzspektrum abzudecken, wird z. B. ein Gleitsinus oder auch Sinus Sweep genannt, zur Anregung des relevanten Frequenzintervalls genutzt. Die Frequenz wird dabei stetig in einem definierten Intervall z. B. linear oder logarithmisch erhöht oder verringert. Auch weißes oder farbiges Rauschen kann auf das System übertragen werden. Exemplarische Signale der beiden letztgenannten Anregungsformen sind in Abb. 2.4 dargestellt. Neben der Anregungskraft werden auch die Schwingungsantworten in der Regel mit Beschleunigungsaufnehmern oder Laservibrometern an einer definierten Anzahl von Stützstellen erfasst. Aus der gemessenen Anregung und Systemantwort wird im nächsten Schritt der Auswertung die Übertragungsfunktion gebildet. Mithilfe der beschriebenen Modellgleichungen können anschließend die gesuchten modalen Parameter ermittelt werden. Einige gängige Auswerteverfahren werden im Folgenden vorgestellt.

2.3.1 Modale Identifikationsverfahren

Einfache Verfahren zur Identifikation der modalen Parameter bilden das System in einem bestimmten Frequenzbereich mit einem einzelnen Freiheitsgrad ab. Zu diesen Verfahren zählt z. B. das *Peak-Picking* (Peeters und Ventura 2003) oder der *Circle-Fit* (Brown et al. 1979, Brandon und Cowley 1983), die exemplarisch in Abb. 2.5 dargestellt sind.

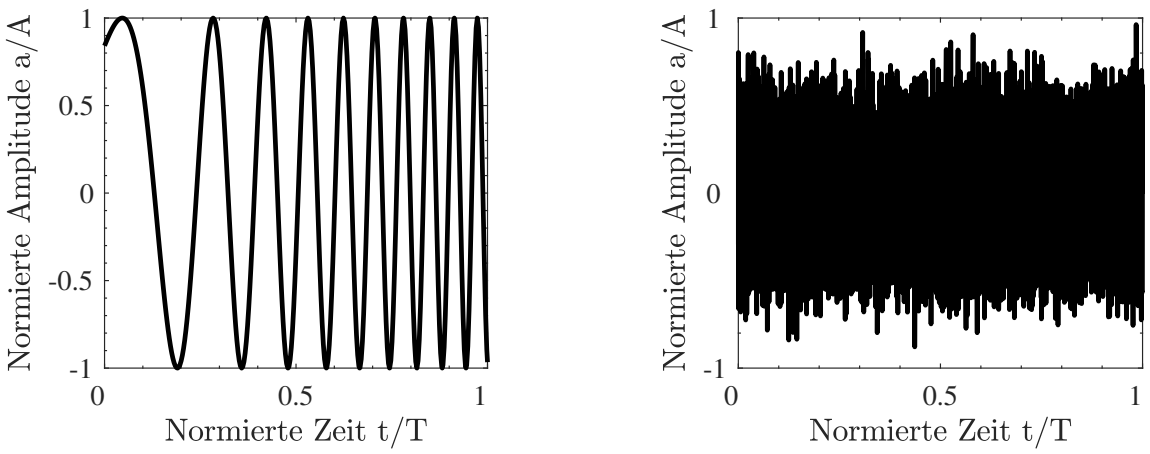


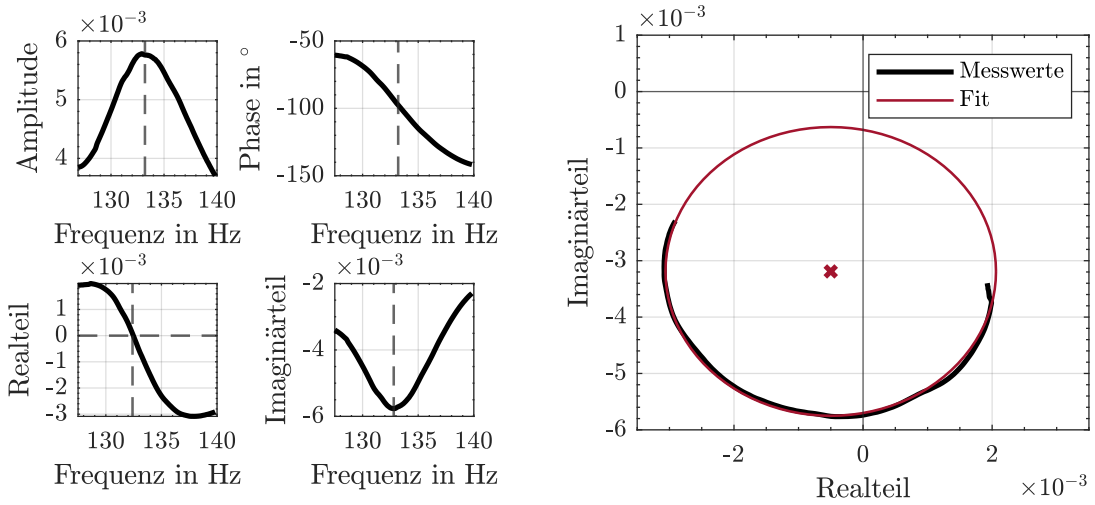
Abbildung 2.4: (a) Linearer Gleitsinus und (b) weißes Rauschen als gängige Anregungsformen eines Shakers

Im Peak-Picking Verfahren wird das Vorliegen einer Resonanzstelle, welche als lokales Maximum der FRFs identifiziert wird, anhand verschiedener Kriterien geprüft. Dafür können der

- Amplitudengang → lokales Maximum,
- Phasengang → Phasensprung inklusive Wendepunkt,
- Realteil der Amplitude → Nulldurchgang oder
- Imaginärteil der Amplitude → lokaler Extremwert

herangezogen werden. Sind diese Kriterien für eine Frequenz erfüllt, kann ein Ein-Massenschwinger mit der ermittelten Eigenfrequenz angenommen werden. Die Dämpfung ergibt sich z. B. anhand der Halbwertsmethode. Im Falle proportionaler Dämpfung und bei Annahme eines Einfreiheitsgradsystems ergibt sich aus Gl. (2.19) für das Imaginärteil-Kriterium $\Im\{H_{nr}\} = -\frac{R_n}{2D}$. Damit lassen sich unter Kenntnis der Dämpfung die Konstanten R_n für die einzelnen Übertragungsfunktionen ermitteln und damit wiederum die Elemente des Eigenvektors, vgl. Gl. (2.28).

Im Circle-Fit Verfahren wird der Imaginärteil des Frequenzgangs über dessen Realteil im Frequenzbereich einer Resonanz aufgetragen. Das Betrachten der Ortskurve liefert bei Vorliegen einer Resonanz annähernd einen Kreis. In der Praxis wird häufig das Imaginärteil-Kriterium zur Ermittlung der modalen Größen in Verbindung mit dem Circle-Fit Verfahren verwendet. Es wird von einem maximalen Imaginäranteil bei Vorherrschen einer Eigenfrequenz ausgegangen. Der Kreismittelpunkt liegt dann auf einer parallel zur Imaginärachse verlaufenden Gerade, die den Kreis an dem maximalen Imaginärwert schneidet. Für dieses Verfahren werden eine geringe Dämpfung sowie klar separierte Moden vorausgesetzt. Für weitere Details und das Extrahieren der modalen



(a) Peak Picking (b) Circlefit

Abbildung 2.5: Exemplarische Auswertung für Mode 4 des Axialverdichter Gehäuses mit dem (a) Peak Picking und dem (b) Circlefit Verfahren;
Alle Ordinaten, die keine Einheit aufweisen, sind in $\mathrm{mm/s^2/N}$ angegeben.

Parameter aus der ermittelten Ortskurve wird auf Brown et al. (1979) verwiesen.

Darüber hinaus gibt es Verfahren, die berücksichtigen, dass es sich bei den realen Strukturen um Mehrfreiheitsgradsysteme handelt. Sie beziehen das Residuum der anderen Moden bei der Auswertung der betrachteten Mode ein. Dazu gehören das *Ibrahim Time Domain* (ITD) Verfahren, welches die freie Schwingungsantwort z. B. als Reaktion auf eine Impulsanregung nutzt (Ibrahim und Pappa 1982) oder das *Least Squares Complex Exponential* Verfahren (LSCE), welches, wie zuvor das ITD Verfahren, im Zeitbereich operiert. Die ITD Methode nutzt die freien Schwingungsantworten, um eine Systemmatrix $\boldsymbol{A}$ zu identifizieren. Das LSCE Verfahren nutzt für die Auswertung ebenfalls Impulsantwortfunktionen, die aus den FRF durch inverse Fourier-Transformationen berechnet werden (Boeswald et al. 2006). Die Eigenwerte werden durch die Nullstellenidentifikation eines Polynoms ermittelt, während die Eigenvektoren und das modale a anschließend über einen Curve-Fit an die Impulsantwortfunktion berechnet werden. Das *Least Squares Complex Frequency Domain* (LSCF) Verfahren ist eine Alternative im Frequenzbereich und wird im Rahmen dieser Arbeit für die Auswertung der durchgeführten EMA im Stillstand genutzt. Es wird im Folgenden näher erläutert. Den Verfahren ist gemeinsam, dass sie versuchen, eine möglichst genaue analytische Darstellung für die gemessene FRF zu identifizieren, aus der die modalen Größen extrahiert werden können.

Ein Vergleich der in diesem Abschnitt aufgezählten Identifikationsverfahren findet sich in Tab. 2.2. Dabei sei erwähnt, dass sich aus den ermittelten modalen Größen umgekehrt eine synthetische FRF berechnen lässt, die zur Einordnung der Schätzungsgüte mit der gemessenen FRF verglichen werden kann. Die synthetische FRF ist insbesondere zur Bewertung der Dämpfungsschätzung aussagekräftig (Boeswald et al. 2006). Im Fokus

Tabelle 2.2: Vergleich verschiedener EMA Auswerteverfahren

Verfahren	Grundlage	Vorteile	Nachteile
Peak Picking	Peak in FRF	geeignet für erste Überprüfung	schwierig bei nicht klar separierten Moden
Circle Fit	Ortskuve der FRF	geeignet für erste Überprüfung	mangelhafte Schätzung der modalen Größen
IDT	Impulsantwort-funktionen aus FRF	gute Schätzung der Eigenvektoren	unübersichtliches Stabilitätsdiagramm (mehr math. Pole)
LSCE	Impulsantwort-funktionen aus FRF	gute Dämpfungsschätzung bei Rauschen (Boeswald et al. 2006)	unübersichtliches Stabilitätsdiagramm (mehr math. Pole)
LSCF	Darstellung der FRF als gebro-chenrationale Funktion	klar zu interpretierendes Stabilitätsdiagramm, bester Fit zwischen synthetischer und gemessener FRF	reagiert sensitiv auf Rauschen (Boeswald et al. 2006)

steht insbesondere die Ermittlung der Dämpfung und Eigenfrequenz. Hier schneidet die LSCF Methode am besten ab.

2.3.2 Least Squares Complex Frequency Domain Verfahren

Das LSCF Verfahren zählt zu den Polynomverfahren und entspricht dem derzeitigen Stand der Technik zur Schätzung der modalen Parameter anhand von Daten einer experimentellen Modalanalyse. Nachfolgend wird das Verfahren für allgemein viskos gedämpfte Systeme vorgestellt. Für die Nutzung des Verfahrens werden die gemessenen FRFs durch gebrochenrationale Funktionen approximiert

$$H_{nr}(\mathrm{i}\Omega) = \frac{b_{nr,0} + b_{nr,1}\mathrm{i}\Omega + b_{nr,2}(\mathrm{i}\Omega)^2 + \cdots + b_{nr,\mathcal{M}}(\mathrm{i}\Omega)^{\mathcal{M}}}{\mathfrak{d}_0 + \mathfrak{d}_1\mathrm{i}\Omega + \mathfrak{d}_2(\mathrm{i}\Omega)^2 + \cdots + \mathfrak{d}_{\mathcal{N}}(\mathrm{i}\Omega)^{\mathcal{N}}} = \frac{\sum_{k=0}^{\mathcal{M}} b_{nr,k}(\mathrm{i}\Omega)^k}{\sum_{k=0}^{\mathcal{N}} \mathfrak{d}_k(\mathrm{i}\Omega)^k}. \tag{2.29}$$

Die Nennerpolynomordnung $\mathcal{N}$ ist die Modellordnung, die vom Benutzenden vorher festgelegt wird und davon abhängt, wie viele Resonanzstellen im betrachteten Frequenzbereich vorliegen. In der Regel wird ein Vielfaches der tatsächlich relevanten Resonanzstellen genutzt (Erfahrungswerte z. B. Faktor 2 – 3). Das Verfahren basiert darauf, die Nullstellen des Nennerpolynoms zu identifizieren. Dafür müssen zunächst die Polynom-

koeffizienten $b_{nr,k}$ und $\mathfrak{d}_k$ ermittelt werden (Boeswald 2016). Um die geschätzten Polynomkoeffizienten zu berechnen, ergibt sich ein nichtlineares Least Squares Problem, bei dem der Fehler ϵ zwischen der geschätzten und der gemessenen FRF wie folgt definiert ist

$$\epsilon_{nr,\mathrm{nlin}}(\mathrm{i}\Omega) = H_{nr}(\mathrm{i}\Omega) - \bar{H}_{nr,\mathrm{mess}}(\mathrm{i}\Omega). \tag{2.30}$$

Nach Aufstellen einer Kostenfunktion, die von den Modellparametern $b_{nr,k}$ und $\mathfrak{d}_k$ abhängt, wird die Fehlerquadratsumme minimiert und eine Lösung für die gesuchten Koeffizienten gefunden. Für weitere Details wird an dieser Stelle auf Guillaume et al. (2003) und Boeswald et al. (2006) verwiesen.

Die Nullstellen des Nennerpolynoms stellen die Eigenwerte des Systems dar. Die Eigenvektoren und modalen Massen des Zustandsraums werden letztlich durch einen Curve-Fit an die FRF ermittelt. Dafür wird die Formulierung anhand der Residuen angelehnt an Gl. (2.27) genutzt

$$H_{nr}(\mathrm{i}\Omega_q) = \frac{R_{nr,\mathrm{low}}}{\Omega_q^2} + \frac{\sum_{k=1}^{2\mathcal{N}} R_{k,nr}}{\mathrm{i}\Omega_k - \lambda_k} + R_{nr,\mathrm{high}}. \tag{2.31}$$

Die Terme $\frac{R_{nr,\mathrm{low}}}{\Omega_q^2}$ und $R_{nr,\mathrm{high}}$ berücksichtigen dabei den Einfluss der Residuen aus dem unteren und oberen Frequenzbereich außerhalb des für die Auswertung gewählten Frequenzbereichs. Wird Gl. (2.31) an verschiedenen Frequenzpunkten definiert, ergibt sich das Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} H_{nr}(\mathrm{i}\Omega_1) \\ \vdots \\ H_{nr}(\mathrm{i}\Omega_q) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{H}_{nr}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{\Omega_1^2} & \frac{1}{\mathrm{i}\Omega_1-\lambda_1} & \cdots & \frac{1}{\mathrm{i}\Omega_1-\lambda_{2\mathcal{N}}} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\Omega_q^2} & \frac{1}{\mathrm{i}\Omega_q-\lambda_1} & \cdots & \frac{1}{\mathrm{i}\Omega_q-\lambda_{2\mathcal{N}}} & 1 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\Lambda}} \underbrace{\begin{bmatrix} R_{nr,\mathrm{low}} \\ R_{nr,1} \\ \vdots \\ R_{nr,2\mathcal{N}} \\ R_{nr,\mathrm{high}} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{R}_{nr}}.$$

Die Residuen $\boldsymbol{R}_{nr}$ können über Anwendung der Pseudoinversen gefunden werden

$$\boldsymbol{R}_{nr} = (\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda})^{-1}\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{nr} = \boldsymbol{\Lambda}^{\dagger}\boldsymbol{H}_{nr}, \tag{2.32}$$

was den Curve-Fit an die gemessenen FRFs beschreibt. Aus dem Zusammenhang

$$R_{nr} = \frac{\psi_{k,n}\psi_{k,r}}{a_n}, \tag{2.33}$$

ergeben sich die gesuchten Parameter. Dabei gilt die Annahme, dass der Eintrag des Eigenvektors am Erregerort $\psi_{k,r} = 1$ gesetzt wird.

Boeswald et al. (2006) stellen unter anderem das LSCE und das LSCF Verfahren gegenüber und vergleichen diese anhand eines 5-Massenschwinger Systems sowie Daten eines Ground Vibration Tests (GVT) eines Flugzeugs des Typs Airbus A380. Beide Verfahren können die modalen Größen identifizieren. Der Vorteil des LSCF Verfahrens liegt allerdings in einem gegenüber anderen Verfahren bereinigten Stabilitätsdiagramm, vgl. Tab. 2.2.

2.3.3 Modale Parameter und Indikatoren

Neben den häufig verwendeten Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungsmaßen resultieren weitere Größen aus der Modalanalyse, die Aufschluss über das System geben. Die wichtigsten Größen sollen nachfolgend beschrieben werden. Daneben gibt es einige Qualitätskriterien, die die Güte der identifizierten modalen Parameter bewerten, von denen ebenfalls die wichtigsten in diesem Abschnitt eingeführt werden.

Eigenvektoren

Der Unterschied zwischen reellen und komplexen Eigenvektoren ist exemplarisch in Abb. 2.6 dargestellt. Es kommt bei komplexen Eigenvektoren zu wandernden Wellen im Gegensatz zu stehenden Wellen bei rein reellwertigen Eigenvektoren. Grundsätzlich sind

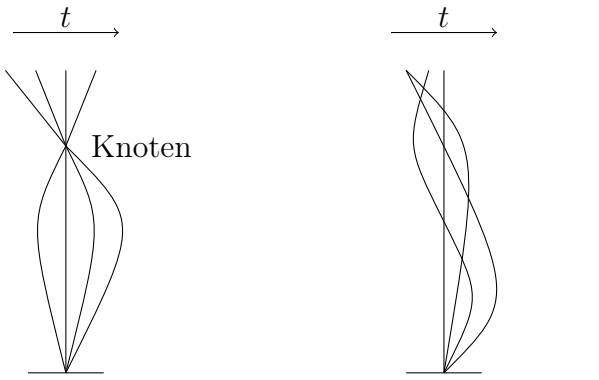


Abbildung 2.6: Reelle und komplexe Eigenvektoren nach Markert (2013)

jedoch alle Eigenvektoren mit Hilfe der EMA bis auf einen Skalierungsfaktor α_n eindeutig bestimmt. Es kann beispielsweise eine Skalierung mit dem Betrag des größten Elements gewählt werden, welcher zu 1 gesetzt wird.

Modale Masse und modaler Partizipationsfaktor

Die nachfolgenden Definitionen gelten für ungedämpfte und proportional gedämpfte Systeme. Die modale Masse ist nach Gl. (2.14) definiert und wird häufig für die Normierung der Eigenvektoren verwendet, sodass die modale Masse $\tilde{m} = 1$ kg beträgt. Sie gilt als die am unzuverlässigsten zu identifizierende Größe in den modalen Identifikationsverfahren, da sie sehr sensitiv bezüglich der gemessenen Strukturantwort ist (Živanović et al. 2006, Aenlle et al. 2020). Für die skalierten Eigenvektoren ergibt sich der Zusammenhang

$$\boldsymbol{\phi}_{n,\mathrm{scale}} = \frac{1}{\sqrt{m_n}} \boldsymbol{\phi_n}. \tag{2.34}$$

Für einen einzelnen Freiheitsgrad bzw. ein Element eines Eigenvektors k einer Mode lässt sich die effektive Masse

$$m_{k,n} = \frac{1}{\phi_{k,n}^2} \tag{2.35}$$

formulieren.

Daraus geht der *Modal Participation Factor* (MPF)

$$\gamma_n = \frac{\boldsymbol{\phi}_n^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M} \boldsymbol{\mathcal{I}}}{m_n} \tag{2.36}$$

hervor. Darin ist $\boldsymbol{\mathcal{I}}$ der Einheitsvektor, der die Einheitsverschiebungen der einzelnen Freiheitsgrade enthält. Diese Definition stammt aus dem Erdbebeningenieurwesen, genauer aus der dynamischen Analyse von Systemen, die durch die Bodenbewegung angeregt werden (Aenlle et al. 2020). Der MPF besagt, welche Systemmasse anteilig an der Mode n in Bezug auf die anderen Moden partizipiert. In der Praxis wird häufig die effektive modale Masse herangezogen, welche mit

$$m_{n,\mathrm{eff}} = \frac{\gamma_n^2}{m_n} \tag{2.37}$$

definiert ist. Als bezogene Größe trifft sie eine Aussage darüber, wie stark eine Mode an der Gesamtschwingungsantwort des Systems beteiligt ist (Aenlle et al. 2020).

Für nicht-proportional gedämpfte Systeme kann für die Definition der eingeführten Größen äquivalent ein modales a_n aus dem Zustandsraummodell verwendet werden. Damit kann die Partizipation der Moden beschrieben oder Eigenvektoren skaliert werden. Die Variable m_n wird dann in den Definitionen durch a_n ersetzt.

Modale Indikatoren

Das *Modal Assurance Criterion* (MAC) wurde erstmals von Allemang (1980) zur Beurteilung der linearen Unabhängigkeit experimentell identifizierter Eigenvektoren eingeführt. Das Kriterium für den Vergleich zweier Eigenvektoren $\boldsymbol{\psi}_n$ und $\boldsymbol{\psi}_r$ ist als

$$\mathrm{MAC} = \frac{|\boldsymbol{\psi}_n^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_r^*|^2}{\boldsymbol{\psi}_n^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_n^* \boldsymbol{\psi}_r^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_r^*} \tag{2.38}$$

definiert, wobei $\boldsymbol{\psi}^*$ der konjugiert komplexe Vektor von $\boldsymbol{\psi}$ ist. Das MAC kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen. In der Praxis gelten zwei Moden bei einem Wert MAC > 0.9[1] als korreliert und bei einem Wert MAC < 0.6 als unkorreliert (Vacher et al. 2010). Dieses Kriterium wird häufig herangezogen, um zu prüfen, ob zwei identifizierte Eigenvektoren unterschiedliche Eigenformen darstellen. Daneben kann es für den Vergleich identifizierter Eigenformen aus unterschiedlichen Messungen oder aber auch zwischen Moden aus

[1] In der vorliegenden Arbeit wird der Punkt anstatt eines Kommas als Dezimaltrennzeichen verwendet.

einer Messung und aus einem Simulationsmodell genutzt werden. Schwierigkeiten bei der Anwendung des Kriteriums können erfolgen, wenn nur wenig räumliche Informationen über die Eigenform vorhanden sind und/oder sehr große Elemente im Eigenvektor enthalten sind (Vacher et al. 2010). Vacher et al. (2010) führten daher eine Erweiterung des MAC ein, welche insbesondere für komplexe Eigenvektoren, wie sie zumeist für reale Strukturen vorliegen, gedacht ist. Das weit verbreitete MAC kann bei komplexen Eigenvektoren zu einer fehlerhaften Einschätzung der Korrelation führen. Das sogenannte MACX ist speziell für diesen Fall als

$$\mathrm{MACX} = \frac{\left(|\boldsymbol{\psi}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_r^*| + |\boldsymbol{\psi}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_r^*|\right)^2}{\left(\boldsymbol{\psi}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_n^* + |\boldsymbol{\psi}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_n^*|\right)\left(\boldsymbol{\psi}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_r^* + |\boldsymbol{\psi}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_r^*|\right)} \tag{2.39}$$

definiert. Dieses Kriterium kann durch das Berücksichtigen und Gewichten der Eigenwerte erweitert werden (MACXP), um somit bei Messungen mit geringer räumlicher Auflösung genauere Ergebnisse zu erzielen (Vacher et al. 2010). Um zu beurteilen, welche Freiheitsgrade zu einem geringen MAC-Wert führen, wurde das *Coordinate Modal Assurance Criterion* (COMAC) eingeführt (Allemang 2003). Der COMAC bezogen auf einen Freiheitsgrad r ist definiert als

$$\mathrm{COMAC} = \frac{\sum_{n=1}^{N} |\psi_{nr,1}\psi_{nr,2}|^2}{\sum_{n=1}^{N} \psi_{nr,1}\psi_{nr,1}^* \sum_{n=1}^{N} \psi_{nr,1}\psi_{nr,1}^*}. \tag{2.40}$$

Die Indizes 1 und 2 beziehen sich dabei auf zwei unterschiedliche Sätze an Moden.

Ein Maß für die Komplexität einer Eigenmode kann mit dem *Modal Complexity Factor* (MCF)

$$\mathrm{MCF} = 1 - \frac{(S_{xx} - S_{yy})^2 + 4S_{xy}^2}{(S_{xx} + S_{yy})^2} \tag{2.41}$$

mit $S_{xx} = \Re\{\boldsymbol{\psi}_n\}^{\mathrm{T}}\Re\{\boldsymbol{\psi}_n\}$, $S_{yy} = \Im\{\boldsymbol{\psi}_n\}^{\mathrm{T}}\Im\{\boldsymbol{\psi}_n\}$ und $S_{xy} = \Re\{\boldsymbol{\psi}_n\}^{\mathrm{T}}\Im\{\boldsymbol{\psi}_n\}$ angegeben werden. Dieser Indikator nimmt Werte zwischen 0 und 1 an. Eine rein reelle Mode weist dabei einen Wert von 0 auf, während ein Wert von 1 eine rein komplexe Mode beschreibt. In der Praxis treten sehr geringe Werte oft für stark gedämpfte Moden auf, während ein Wert von 1 in der Realität nicht erreicht wird, da ausschließlich komplexe Moden nicht vorkommen. Vergleichsweise hohe MCF-Werte können dennoch mit nicht-proportionaler Dämpfung und damit dem Vorliegen einer wandernden Welle zusammenhängen (Brandt 2011). Daneben kann dies aber auch auf schlechte Messungen oder zeitvariante Systeme hindeuten (ARTEMIS 2021). Ein schlechter Curve-Fit z. B. aufgrund schlechter Datenqualität führt zu den vergleichsweise hohen MCF-Werten. Der Phasenverlauf einer FRF um eine Resonanz herum hat eine starke Steigung, sodass eine kleine Abweichung in der Eigenfrequenzermittlung zu einer großen Abweichung in der Phase führen kann, die wiederum die Eigenschaft einer wandernden Welle und somit die hohe Komplexität bedingt. Dieser Fall kann auch bei sehr nah aneinander liegenden Moden auftreten (Brandt 2011).

Eine andere Größe, die Komplexität einer Mode zu quantifizieren, welche häufig in der Literatur verwendet wird (Govers 2012), ist die *Modal Phase Collinearity* (MPC)

$$\mathrm{MPC} = \frac{S_{xx} + \frac{1}{\mathcal{E}} S_{xy} \left(2\left(\mathcal{E}^2 + 1\right)\sin\left(\Theta\right)^2 - 1\right)}{S_{xx} + S_{yy}} \tag{2.42}$$

$$\text{mit} \quad \Theta = \arctan\left(|\mathcal{E}| + \mathrm{sgn}\left(\mathcal{E}\right)\sqrt{1 + \mathcal{E}^2}\right) \quad \text{und} \quad \mathcal{E} = \frac{S_{yy} - S_{xx}}{2S_{xy}} \tag{2.43}$$

nach Juang und Pappa (1985). Ist der MPC 1, so kann von einer physikalischen Mode ausgegangen werden. Das bedeutet, dass es sich in diesem Fall um eine reale Strukturmode des Systems handelt. Bei einem Wert nahe 0 kann eine Störmode, die z. B. durch Rauschen oder lokale Effekte hervorgerufen wird, vorliegen. Störmoden werden von den Identifikationsverfahren als Moden des Systems mit jeweils ihnen zugeordneten modalen Größen identifiziert, sind aber nicht als physikalische Moden zu verstehen. Sie können sich durch Artefakte in den Messungen oder durch die Berechnung bei hohen Modellordnungen ergeben. Daneben kann es sich bei geringen MPC-Werten um eine stark komplexe Mode handeln.

2.3.4 Grenzen der EMA

Die klassische EMA hat eine Vielzahl an Vorteilen, die teilweise im vorangegangenen Text beschrieben wurden. Allerdings ergeben sich bei der Anwendung und Beschreibung des realen Systemverhaltens einige Limitierungen. Ein Nachteil der EMA kann der hohe Aufwand bei der kontrollierten Anregung des Systems sein. Das Anbringen eines Shakers kann aus Gründen der Zugänglichkeit unmöglich sein oder die Größe der Struktur limitiert die Anwendung von herkömmlichen Shakern und Modalhammern. Die aufgeführten Betrachtungen sind rein linear und berücksichtigen etwaige Nichtlinearitäten der Systeme nicht, die z. B. durch Reibung oder nichtlineare Rückstellkräfte entstehen. Verfahren der nichtlinearen Modalanalyse, wie sie in Karaağaçlı und Özgüven (2021), Peeters et al. (2011) oder Scheel et al. (2018) zu finden sind, sind Gegenstand aktueller Forschung, allerdings derzeit meist auf einfache Laboraufbauten und wenige zu identifizierende Moden beschränkt. Weiterhin ist die Systemcharakterisierung auf Untersuchungen der Struktur im Stillstand und auf idealisierte Laborbedingungen begrenzt. Der Einfluss des Betriebs, der sich teilweise erheblich auf die modalen Parameter auswirken kann, wird mit dieser Methodik vollkommen außer Acht gelassen. Einige dieser Nachteile können durch die im Folgenden dargestellte operationelle Modalanalyse adressiert werden.

2.4 Operationelle Modalanalyse

Die *operationelle Modalanalyse* (Englisch: Operational Modal Analysis, OMA) oder Betriebs-Modalanalyse ist eine Output-Only Methode, was bedeutet, dass für die Identifikation der modalen Größen lediglich die Schwingungsantworten verwendet werden,

ohne dabei die Anregung zu messen. Sie ist aus Anwendungen im Bauingenieurwesen motiviert, wo sich eine gezielte Anregung von großen Strukturen, wie Brücken, Staudämmen oder Ähnlichem, die für eine EMA notwendig wäre, schwierig umsetzen lässt.

Im Maschinenbau lassen sich erste Anwendungen der OMA unter dem Namen der *NExT* (Natural Excitation Technique) Methode auffinden, die James III et al. (1993) auf vertikale Windenergieanlagen angewendet hat. Es wird dabei angenommen, dass die Anregung der betrachteten Struktur näherungsweise als weißes, Gauss-verteiltes Rauschen beschrieben werden kann. Wichtig ist hierbei, dass die Energie der Anregung breitbandig ist und damit alle Frequenzen im relevanten Frequenzbereich angeregt werden (Brincker und Ventura 2015). Weißes Gauss-verteiltes Rauschen weist ein konstantes Leistungsdichtespektrum auf und die Energie der Anregung ist somit gleichmäßig über alle Frequenzen verteilt. Häufig ist allerdings das weiße Rauschen mit einer weiteren Last, z. B. periodischen Signalen, superponiert (Brincker und Ventura 2015). Dies ist in Abb. 2.7 dargestellt. Es ist entscheidend, dass alle Moden angeregt werden, auch wenn

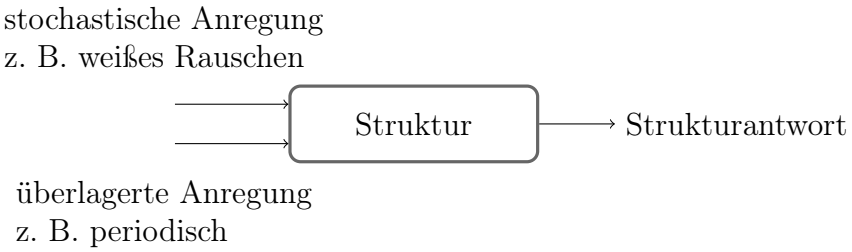


Abbildung 2.7: Anregungsprinzip der OMA

die Anregung von der idealisierten Vorstellung abweicht. Eine Herausforderung stellt laut Brincker und Ventura (2015) die Tatsache dar, dass in der Regel zu viele Moden, die nicht immer die erwarteten physikalischen Moden repräsentieren, ermittelt werden. Bei diesen kann es sich teilweise um echte Moden des Systems handeln, wie sie auch bei alleiniger Anregung durch Rauschen identifiziert würden. Es kann sich aber auch um Artefakte handeln, die auf die überlagerte periodische Anregung zurückzuführen ist.

Wie auch zuvor im Rahmen der EMA wird in der Regel lineares Strukturverhalten für die Auswertung und Anwendung der Verfahren vorausgesetzt. Es wird zwischen Verfahren im Frequenzbereich und im Zeitbereich unterschieden. Ein bekanntes Frequenzbereichsverfahren ist die *Frequency Domain Decomposition* (FDD), bei der die Eigenfrequenzen durch Peak Picking anhand der Singulärwertzerlegung des Leistungsdichtespektrums ermittelt werden. Zwei Erweiterungen der FDD sind die sogenannte *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD), bei der ein Ein-Massen-Schwinger an den Frequenzbereich um das ausgewählte Maximum gefittet wird, wodurch auch die Dämpfung ermittelt werden kann und die *Curvefitting Frequency Domain Decomposition* (CFDD), bei der unerwünschte harmonische Effekte reduziert werden und das Curvefitting unter Zuhilfenahme der Hilbert-Transformation stattfindet. Aufgrund einer im Vergleich zu anderen Methoden schlechten Dämpfungsschätzung (Bajrić et al. 2018) und des Einflusses periodischer Anregung, der die modalen Größen von Strukturmoden in

diesen Verfahren verzerren kann (Jacobsen et al. 2006), werden diese Methoden nicht auf die Axialverdichter-Daten angewendet. Für diese Verfahren sei auf die Literaturstellen Brincker et al. (2001), Hasan et al. (2018) und Jacobsen et al. (2006) verwiesen.

Es werden nachfolgend drei verschiedene Ansätze, die im Rahmen dieser Arbeit für die Auswertung herangezogen werden, näher präsentiert. Diese sind das etablierte Zeitbereichsverfahren *Stochastic Subspace Identification* (SSI), die BAYES*ian Fast* FOURIER *Transformation* (Bayesian FFT), welche die zu identifizierenden modalen Parameter als statistisch verteilte Größen betrachtet, und zuletzt die HILBERT-HUANG *Transformation* (HHT), welche auf der *Empirical Mode Decomposition* basiert. Da es sich bei dem angenommenen GAUSS-verteilten Rauschen um eine stochastische Anregung handelt, sollen einige wichtige Größen, die für das weitere Vorgehen von Bedeutung sind, zunächst vorgestellt werden.

Stochastische Größen

Um zu prüfen, ob die Anregung näherungsweise eine Normalverteilung aufweist, können die ersten vier statistischen Momente des gemessenen Schwingungssignals y herangezogen werden. Diese sind namentlich der Erwartungswert μ, die Varianz σ^2, die Schiefe S (Englisch: skewness) und die Wölbung K, auch Kurtosis genannt,

$$\mu = E(y) = \sum_{k=1}^{\infty} y_k P(y = y_k), \tag{2.44}$$

$$\sigma^2 = V(y) = \mu[(y-\mu)^2], \tag{2.45}$$

$$S(y) = \frac{\mu[(y-\mu)^3]}{\sigma^3} \quad \text{und} \tag{2.46}$$

$$K(y) = \frac{\mu[(y-\mu)^4]}{\sigma^4}. \tag{2.47}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (Englisch: probability density function, PDF) von y wird mit $P(y)$ beschrieben. Die PDF eines GAUSS-verteilten Signals lautet

$$P(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}\mathrm{e}^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}}}. \tag{2.48}$$

Anhand der Form der PDF lassen sich z. B. auch drehzahlharmonische Schwingungsanteile identifizieren. Die PDF einer harmonischen Funktion ist mit

$$P(y) = \frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - y^2}}, \quad y \in [-a, a] \tag{2.49}$$

definiert. Nimmt die Zufallsvaribale y den Wert an den Intervallgrenzen $[-a, a]$ an, so geht die PDF gegen Unendlich $\lim_{y\to|a|} P(y) = \infty$. Demnach zeichnet sich die PDF einer harmonischen Funktion durch zwei signifikante Spitzen an den Definitionsgrenzen aus

und unterscheidet sich von der Form der Normalverteilung. Eine weitere Größe zur Identifikation harmonischer Schwingungsanteile ist der Exzess γ, der sich über $\gamma = K(y) - 3$ berechnen lässt. Nimmt diese Größe im Frequenzbereich einen Wert von -1.5 an, liegt eine durch die periodische Anregung verursachte Strukturantwort vor.

Zwei weitere stochastische Funktionen sind laut Ewins (2009) in der Betrachtung von weißem Rauschen als Anregungssignal essenziell. Dabei wird Stationarität und Ergodizität vorausgesetzt. Diese sind die *Korrelationsfunktion* und die *spektrale Leistungsdichte*. Es wird zwischen der Autokorrelationsfunktion

$$\mathcal{R}_{yy}(\tau) = E[y(t)y(t+\tau)] \tag{2.50}$$

und der Kreuzkorrelationsfunktion

$$\mathcal{R}_{yz}(\tau) = E[y(t)z(t+\tau)] \tag{2.51}$$

unterschieden, wobei τ einen zeitlichen Abstand, y und z zwei unterschiedliche Signale und E den zeitgemittelten Erwartungswert definiert. Daraus lässt sich die im Rahmen der OMA vielfach betrachtete spektrale Leistungsdichte (Englisch: power spectral density, PSD), auch Autoleistungsspektrum genannt, im Frequenzbereich ableiten

$$\mathcal{S}_{yy}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{R}_{yy}(\tau) \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Omega\tau} \mathrm{d}\tau. \tag{2.52}$$

Gleichung (2.52) bezeichnet die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion und ist ein Maß für die Leistung des Originalsignals im Zeitbereich bezogen auf die einzelnen Frequenzen (Ewins 2009). Analog dazu lässt sich das Kreuzleistungsspektrum $\mathcal{S}_{yz}$ auf Basis von Gl. (2.51) definieren.

Zur Abschätzung der PSD wird häufig die Methode nach Welch verwendet (Welch 1967). Dabei wird das Signal y in Z Blöcke mit der Blocklänge L unterteilt und blockweise Fourier-transformiert. Bei der Verarbeitung der Signale in Blöcken tritt der sogenannte Leakage-Effekt auf, wenn die Blocklänge nicht ein Vielfaches der Periodendauer der enthaltenen Schwingungsanteile ist. Der Leakage-Effekt führt dazu, dass Maxima im Frequenzspektrum in die Breite gezogen werden und somit die Auswertung verfälschen. Um den Leakage-Effekt zu verringern, werden die einzelnen Blöcke üblicherweise vor der Fourier-Transformation mit einer Fensterfunktion multipliziert. Typische Fensterfunktionen sind beispielsweise das Von Hann Fenster, das Hamming Fenster oder ein Dreieck Fenster, welche exemplarisch in Abb. 2.8 dargestellt sind. Eine Überlappung der Fenster von 50 % oder 66 % der Fenstergesamtlänge wird häufig verwendet und bietet einen guten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand (Brincker und Ventura 2015, Brandt 2011). Die Betriebs-Modalanalyse nutzt im Folgenden die spektrale Leistungsdichte zur Darstellung der Messsignale im Frequenzbereich.

2.4.1 Stochastic Subspace Identification

Die Stochastic Subspace Identification, kurz SSI, ist ein Zeitbereichsverfahren der OMA. Seit der Einführung von Subspace Methoden für die Systemidentifikation linearer Syste-

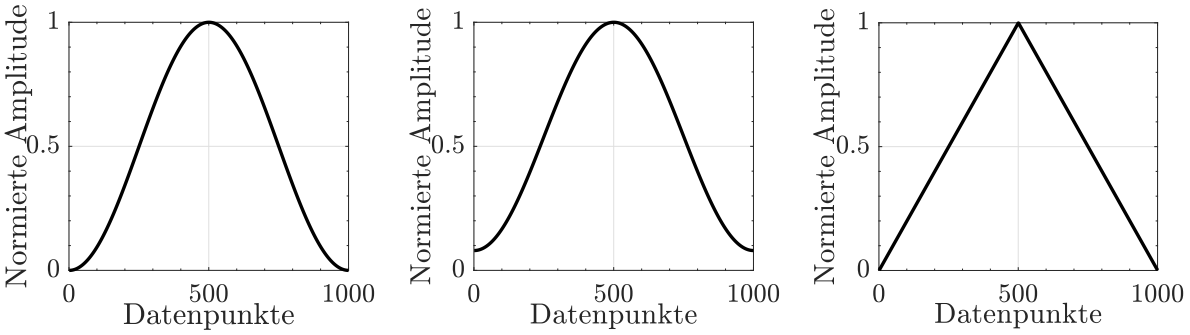


Abbildung 2.8: Von Hann, Hamming und Dreieck Fenster bei einer Sampleanzahl von 1000

me von Van Overschee und De Moor (1996) erfährt das Verfahren eine große Beliebtheit. Es zeichnet sich durch seine numerische Robustheit, beispielsweise bei Vorliegen stark verrauschter Messdaten, aus und benötigt gleichzeitig wenig Aufwand in der Anwendung.

Die Subspace-Verfahren basieren auf einem transformierten ARMAV-Modell, Autoregressive-Moving-Average-Vector, (Peeters und De Roeck 1999). Für eine detaillierte Beschreibung der ARMAV Modelle sei auf George et al. (1970) verwiesen. Im Rahmen der SSI wird im Gegensatz zu den ARMAV Modellen lineares Verhalten des betrachteten Systems angenommen. Die Berechnungen können durch diese Annahme beschleunigt werden (Peeters und De Roeck 1999). Grundlage der Verfahren bildet die Tatsache, dass sich die Kovarianzmatrix

$$\boldsymbol{\mathcal{K}} = E[(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}}] \tag{2.53}$$

als Summe von Ausschwingkurven darstellen lässt und dieses Verhalten für die Modalanalyse genutzt werden kann. Die Antwort eines linearen modalen Modells wird an diese Ausschwingkurven gefittet (Friis et al. 2021). Das Verfahren beruht auf dem Zustandsraummodell aus Gl. (2.2) und (2.3) unter Verwendung der diskretisierten Systemmatrix $\boldsymbol{A}$. Dadurch, dass die Anregung unbekannt bleibt, vereinfacht sich das Gleichungssystem zu

$$x_{k+1} = \boldsymbol{A}x_k + w_k, \tag{2.54}$$

$$y_k = \boldsymbol{C}x_k + v_k, \tag{2.55}$$

wobei w_k das Rauschen aus dem Betrieb und v_k die Messunsicherheit der Sensoren abbildet (Peeters und De Roeck 1999). Diese Größen sind nicht messbar und werden als normalverteilt angenommen (Peeters und De Roeck 1999). Die Werte y_k gehören in diesem Fall zu dem gemessenen Ausgangsvektor, der insgesamt K Messwerte enthält (Peeters und De Roeck 2000). Die Matrix $\boldsymbol{C}$ beschreibt dabei, wie die Zustände des Systems x_k durch die Messwerte y_k an den Beobachter oder die Beobachterin übertragen werden (Van Overschee und De Moor 1996). Es wird in der Ausführung des Algorithmus zwischen der Kovarianz-getriebenen (SSI-cov) und der Daten-getriebenen (SSI-dat) Variante unterschieden, die im Folgenden erläutert werden.

Den Verfahren gemeinsam ist der Aufbau einer Matrix

$$\boldsymbol{\mathcal{H}} = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{C}}} \left(\begin{array}{ccccc} y_1 & y_2 & y_3 & \cdots & y_{\mathcal{C}} \\ y_2 & y_3 & \iddots & \iddots & y_{\mathcal{C}+1} \\ y_3 & \iddots & \iddots & \iddots & y_{\mathcal{C}+2} \\ \vdots & \iddots & \iddots & \iddots & \vdots \\ y_{\mathcal{N}} & y_{\mathcal{N}+1} & y_{\mathcal{N}+2} & \cdots & y_{\mathcal{N}+\mathcal{C}-1} \\ \hline y_{\mathcal{N}} & y_{\mathcal{N}+1} & y_{\mathcal{N}+2} & \cdots & y_{\mathcal{N}+\mathcal{C}-1} \\ y_{\mathcal{N}+1} & y_{\mathcal{N}+2} & \iddots & \iddots & y_{\mathcal{N}+\mathcal{C}} \\ y_{\mathcal{N}+2} & \iddots & \iddots & \iddots & y_{\mathcal{N}+\mathcal{C}+1} \\ \vdots & \iddots & \iddots & \iddots & \vdots \\ y_{2\mathcal{N}} & y_{2\mathcal{N}+1} & y_{2\mathcal{N}+2} & \cdots & y_{2\mathcal{N}+\mathcal{C}-1} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \boldsymbol{Y}_p \\ \hline \boldsymbol{Y}_f \end{array} \right), \tag{2.56}$$

die aus den Messwerten y_k gebildet wird und eine HANKEL-Matrix ist. Die Matrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}$ besitzt die Anzahl an Spalten $\mathcal{C}$ und die Anzahl an Blockreihen $\mathcal{N}$, die sich wiederum in die obere Vergangenheitsmatrix $\boldsymbol{Y}_p$ und die untere Zukunftsmatrix $\boldsymbol{Y}_f$ gleicher Dimension für die zu erfolgende Projektion unterteilt. Die Struktur einer HANKEL-Matrix ergibt sich aus der Tatsache, dass eine Schätzung der Korrelationsfunktion mit

$$\mathcal{R}_{yy} = \frac{1}{\mathcal{N}-\mathcal{C}} \boldsymbol{Y}_{[1:\mathcal{N}-\mathcal{C}]} \boldsymbol{Y}_{[\mathcal{C}:\mathcal{N}]}^{\mathrm{T}} \tag{2.57}$$

gegeben ist. Dabei ist die gemessene Antwortmatrix $\boldsymbol{Y}$ um jeweils $\mathcal{C}$ Zeilen nach oben oder unten verschoben (Brincker und Andersen 2006). Die Matrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}$ ist Ausgangslage weiterer Transformationsschritte, aus denen sich die Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\mathcal{O}}$, welche die Strukturmatrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{C}$ enthält, ergibt.

Kovarianz-getriebene SSI

Im Falle der Kovarianz-getriebenen SSI (SSI-cov) wird eine Matrix anhand der Kovarianzen gebildet

$$\boldsymbol{\mathcal{H}}_{\mathrm{cov}} = \begin{pmatrix} \mathcal{K}_1 & \mathcal{K}_2 & \mathcal{K}_3 & \cdots & \mathcal{K}_{\mathcal{N}} \\ \mathcal{K}_2 & \mathcal{K}_3 & \iddots & \iddots & \mathcal{K}_{\mathcal{N}+1} \\ \mathcal{K}_3 & \iddots & \iddots & \iddots & \mathcal{K}_{\mathcal{N}+2} \\ \vdots & \iddots & \iddots & \iddots & \vdots \\ \mathcal{K}_{\mathcal{N}+1} & \mathcal{K}_{\mathcal{N}+2} & \mathcal{K}_{\mathcal{N}+3} & \cdots & \mathcal{K}_{2\mathcal{N}} \end{pmatrix}. \tag{2.58}$$

Unter Ausnutzung der Vergangenheits- und Zukunftsmatrix ist dies äquivalent mit dem Ausdruck

$$\boldsymbol{\mathcal{H}}_{\mathrm{cov}} = \boldsymbol{Y}_f \boldsymbol{Y}_p^{\mathrm{T}} = \frac{1}{\mathcal{C}} \sum_{k=1}^{\mathcal{C}} y_{k+1} y_k^{\mathrm{T}}. \tag{2.59}$$

Die Matrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}_{\mathrm{cov}}$ lässt sich in die Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\mathcal{O}}$ und die Steuerbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\Delta}$ faktorisieren $\boldsymbol{\mathcal{H}}_{\mathrm{cov}} = \boldsymbol{\mathcal{O}}\boldsymbol{\Delta}$. Diese beiden Matrizen resultieren aus der Tatsache, dass

das System über das KALMAN-Filter beobachtbar und steuerbar ist (Ho und Kálmán 1966). Im nächsten Schritt wird die Matrix

$$\boldsymbol{\mathcal{O}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{CA} \\ \boldsymbol{CA^2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{CA}^{\mathcal{N}} \end{pmatrix}, \tag{2.60}$$

welche die gesuchten Strukturinformationen in Form der Matrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{C}$ enthält, berechnet. Die weiteren Berechnungsschritte, um auf die Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\mathcal{O}}$ zu kommen und die gesuchten Strukturmatrizen zu erhalten, sind in Anhang A.1 dargestellt. Aus der Lösung des Eigenwertproblems $\det(\boldsymbol{A} - \lambda_n \boldsymbol{I})\boldsymbol{\varphi_n} = 0$, wobei $\boldsymbol{\varphi}_n$ die Rechtseigenvektoren der Systemmatrix $\boldsymbol{A}$ darstellen, ergeben sich die Eigenwerte λ_n, aus denen sich wiederum nach Gl. (2.24) die Eigenfrequenzen und Dämpfungen ermitteln lassen. Die Matrix $\boldsymbol{C}$ wird aus dem ersten Block der Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\mathcal{O}}$ gewonnen. Mit $\boldsymbol{\psi}_n = \boldsymbol{C}\boldsymbol{\varphi}_n$ lassen sich die Eigenvektoren der Struktur berechnen.

Daten-getriebene SSI

Die Daten-getriebene Formulierung der SSI (SSI-dat) wird häufig als robuster im Vergleich zur SSI-cov beschrieben (Zhang und Brincker 2005). Entscheidend in der Implementierung der SSI-dat ist der Schritt der $\boldsymbol{QR}$-Zerlegung (Peeters und De Roeck 2000)

$$\boldsymbol{\mathcal{H}}_{\text{dat}} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{Q}^{\text{T}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{R}_{11} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{R}_{21} & \boldsymbol{R}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_1^{\text{T}} \\ \boldsymbol{Q}_2^{\text{T}} \end{pmatrix} \tag{2.61}$$

mit der orthogonalen Matrix $\boldsymbol{Q}$ und der unteren Dreiecksmatrix $\boldsymbol{R}$. Die $\boldsymbol{QR}$-Zerlegung kann genutzt werden, um die Projektion der Zukunftsmatrix $\boldsymbol{Y}_f$ auf die Vergangenheitsmatrix $\boldsymbol{Y}_p$ darzustellen

$$\boldsymbol{\mathcal{P}} = \boldsymbol{Y}_f / \boldsymbol{Y}_p = \boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{Q}_1^{\text{T}}. \tag{2.62}$$

Die Berechnung der Projektion wird somit um ein Vielfaches beschleunigt. Details zur Projektion im Rahmen der SSI-dat sind in Anhang A.1 zu finden. Auf den Ausdruck aus Gl. (2.62) werden nun die Rechenoperationen aus Gl. (A.1)-(A.4) angewendet, um die gesuchte Systemmatrix zu erhalten. Zur Beschleunigung der Berechnung kann weiterhin die CHOLESKY-Zerlegung eingesetzt werden, die das Berechnen der Matrix $\boldsymbol{Q}$ umgeht. Ein kurzer Exkurs zu diesem Rechenschritt wird in Anhang A.1 gezeigt.

Auf einige Besonderheiten sei an dieser Stelle hingewiesen. Peeters und De Roeck (2000) beschreiben aus ihrer Praxiserfahrung, dass die SSI-dat bei von weißem Rauschen abweichender Anregung erfolgreich angewendet werden kann. Dieser Sachverhalt wird von Zhang und Brincker (2005) als Vorteil der SSI-dat herausgestellt. Benveniste und Fuchs (1985) zeigen in ihrer Arbeit die Gültigkeit der SSI-cov bei zeitvarianter Anregung, wie

sie z. B. bei einer kontinuierlichen Drehzahlveränderung vorliegt. Benveniste und Mevel (2007) zeigen schließlich allgemeingültig die Konsistenz von Subspace Methoden bei Vorliegen instationärer Anregung.

Gewichtung

Für die SSI-dat werden drei Gewichtungen unterschieden, namentlich die *Principal Component* (PC), die *Unweighted Principal Component* (UPC) und die *Canonical Variate Analysis* (CVA). Sie weisen bestimmte Vor- bzw. Nachteile auf, die nachfolgend näher aufgegriffen werden. Die Gewichtungsmatrizen sind mit der Projektion aus Gl. (2.62) zu multiplizieren, siehe Anhang A.1. Für eine genauere mathematische Beschreibung der drei Gewichtungsverfahren wird auf Van Overschee und De Moor (1996) verwiesen.

Die CVA weist eine minimale Varianz für die Systemmatrizen auf (Reynders 2021). In einer numerischen Studie stellen Shokravi et al. (2020) die drei Gewichtungsmethoden gegenüber. Da die UPC Methode nur Einheitsmatrizen zur Gewichtung nutzt, ist diese gegenüber den anderen beiden am zeiteffizientesten. Was die Robustheit gegenüber einem geringen Signal-Rausch-Verhältnis (Englisch: Signal-to-Noise Ratio, SNR) anbelangt, schneidet die PC-Variante am besten und die CVA-Methode am schwächsten ab. Daher nutzten die Autoren für die Untersuchung der experimentellen Daten einer Brücke die PC-Gewichtung. Die UPC stellt im Allgemeinen einen Kompromiss zwischen den anderen beiden Varianten dar und weist gleichzeitig eine hohe Schätzgenauigkeit auf (Shokravi et al. 2020). Daher wird sie häufig als Standard-Variante verwendet. Zusätzlich ist anzumerken, dass die SSI-dat durch geeignete Gewichtung in die SSI-cov überführt werden kann (Van Overschee und De Moor 1996, Peeters und De Roeck 1999).

Referenzbasierte SSI

Sowohl für die SSI-cov als auch die SSI-dat kann die referenzbasierte SSI verwendet werden, bei der Referenzkanäle, sogenannte *Projection Channels*, ausgewählt werden, um die Vergangenheitsmatrix zu bilden. In den ausgewählten Projektionskanälen sollten Beiträge aller Moden enthalten sein. Demnach sollte darauf geachtet werden, Messpunkte zu wählen, die nicht in einem Schwingungsknoten einer Eigenform sitzen. Die Nutzung von Referenzkanälen hat den Vorteil, dass die Matrixdimension der zu berechnenden Matrizen reduziert wird und somit die Rechendauer der SSI verringert werden kann. Da für die Auswertung in der Regel die Kanäle mit der besten Qualität ausgewählt werden, kann dies dazu führen, dass die Genauigkeit der Auswertung verbessert wird (Peeters und De Roeck 1999). Die Reduktion ist auf die Vergangenheitsmatrix beschränkt, sodass die Eigenform nach wie vor an allen Sensorpositionen berechnet werden kann (Peeters und De Roeck 1999).

Die Matrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}_{\text{ref}}$ setzt sich in diesem Fall wie folgt zusammen

$$\boldsymbol{\mathcal{H}}_{\text{ref}} = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{C}}} \left(\begin{array}{ccccc} y_{1,\text{ref}} & y_{2,\text{ref}} & y_{3,\text{ref}} & \cdots & y_{\mathcal{C},\text{ref}} \\ y_{2,\text{ref}} & y_{3,\text{ref}} & \iddots & \iddots & y_{\mathcal{C}+1,\text{ref}} \\ y_{3,\text{ref}} & \iddots & \iddots & \iddots & y_{\mathcal{C}+2,\text{ref}} \\ \vdots & \iddots & \iddots & \iddots & \vdots \\ y_{\mathcal{N},\text{ref}} & y_{\mathcal{N}+1,\text{ref}} & y_{\mathcal{N}+2,\text{ref}} & \cdots & y_{\mathcal{N}+\mathcal{C}-1,\text{ref}} \\ \hline y_{\mathcal{N}} & y_{\mathcal{N}+1} & y_{\mathcal{N}+2} & \cdots & y_{\mathcal{N}+\mathcal{C}-1} \\ y_{\mathcal{N}+1} & y_{\mathcal{N}+2} & \iddots & \iddots & y_{\mathcal{N}+\mathcal{C}} \\ y_{\mathcal{N}+2} & \iddots & \iddots & \iddots & y_{\mathcal{N}+\mathcal{C}+} \\ \vdots & \iddots & \iddots & \iddots & \vdots \\ y_{2\mathcal{N}} & y_{2\mathcal{N}+1} & y_{2\mathcal{N}+2} & \cdots & y_{2\mathcal{N}+\mathcal{C}-1} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \boldsymbol{Y}_{p,\text{ref}} \\ \hline \boldsymbol{Y}_f \end{array} \right), \tag{2.63}$$

wobei die gewählten Referenzkanäle der Vergangenheitsmatrix den Index ref enthalten. Es gibt verschiedene Verfahren, wie diese Referenzkanäle ermittelt werden können. Dies kann manuell erfolgen, indem Kanäle ausgewählt werden, die beispielsweise die Gesamtstruktur geometrisch gut repräsentieren. Darüber hinaus wird oft der Korrelationskoeffizient $\mathfrak{C}$ für die Auswahl der Referenzkanäle hinzugezogen (Andersen et al. 2007). Dieser gilt als ein Maß für die lineare Abhängigkeit der Freiheitsgrade.

Jacobsen und Andersen (2008) beschreiben ein Verfahren, wie sich die ideale Anzahl an Projektionskanälen mit Hilfe von $\mathfrak{C}$ zwischen zwei Kanälen n und r ermitteln lässt. Dabei wird wie folgt vorgegangen:

1. Berechne $\mathfrak{C}_{nr} = \frac{\sum_{k=1}^{K}(y_{n,k}-\mu_n)(y_{r,k}-\mu_r)}{\sigma_n \sigma_r}$.
2. Bilde die Summe $S_r = \sum_{n=1}^{N} |\mathfrak{C}_{nr}| \quad n \neq r \ \wedge r = 1, \ldots, N$.
3. Wähle den Kanal mit einem maximalen Wert S_r aus, da er den größten Informationsgehalt aufweist.
4. Wähle den Kanal, der am geringsten korreliert, da er neue Information beinhaltet.
5. Wiederhole Schritt 3 und 4 bis die gewünschte Anzahl an Referenzkanälen gefunden wurde.

Jacobsen und Andersen (2008) schlagen weiterhin vor, die Singulärwerte der PSD als Funktion der Frequenz aufzutragen. Dabei wird konsekutiv ein weiterer Singulärwert im Diagramm dargestellt. Sobald die Darstellung eines weiteren Singulärwerts in einer nahezu horizontalen Linie im Diagramm resultiert, liefert dieser keine neuen Informationen und ein Optimum für die Anzahl an Referenzkanälen wurde identifiziert.

Stabilitätsdiagramm und Polauswahl

In einem Stabilitätsdiagramm werden die mit den Modalanalyseverfahren identifizierten Polstellen in steigender Modellordnung (hier Ordnung des Zustandsraummodells) über

der Frequenz aufgetragen. Dabei werden Stabilitätskriterien auf die Eigenwerte angewendet. Gemäß einer benutzerdefinierten Vorgabe wird überprüft, ob sich die Eigenfrequenz und Dämpfung bei einer Modellordnung in Bezug auf die darunter liegende Modellordnung innerhalb der definierten Grenzen befindet. Sind diese Grenzen eingehalten, wird ein Pol als stabil gekennzeichnet. Diese Darstellung soll in der Anwendung dabei helfen, sinnvoll die Eigenwerte des Systems aus der Vielzahl an berechneten Polstellen zu ermitteln.

Es ist anzunehmen, dass sich die Strukturmoden mit zunehmender Modellordnung stabilisieren (Döhler und Mevel 2013, Devriendt et al. 2014). Das bedeutet, dass in einer Reihe aufeinander folgender Modellordnungen die Pole für eine Frequenz als stabil gekennzeichnet werden. Auch schwach angeregte Moden sind bei hohen Modellordnungen identifizierbar. Die Modellordnung wird häufig mehrfach überbestimmt, gemessen an den sichtbaren Resonanzstellen, gewählt.

Ein exemplarisches Stabilitätsdiagramm ist für ein mit weißem Rauschen angeregtes 3-DOF (Degree of Freedom) System in Abb. 2.9 gezeigt. Neben den Eigenwerten sind

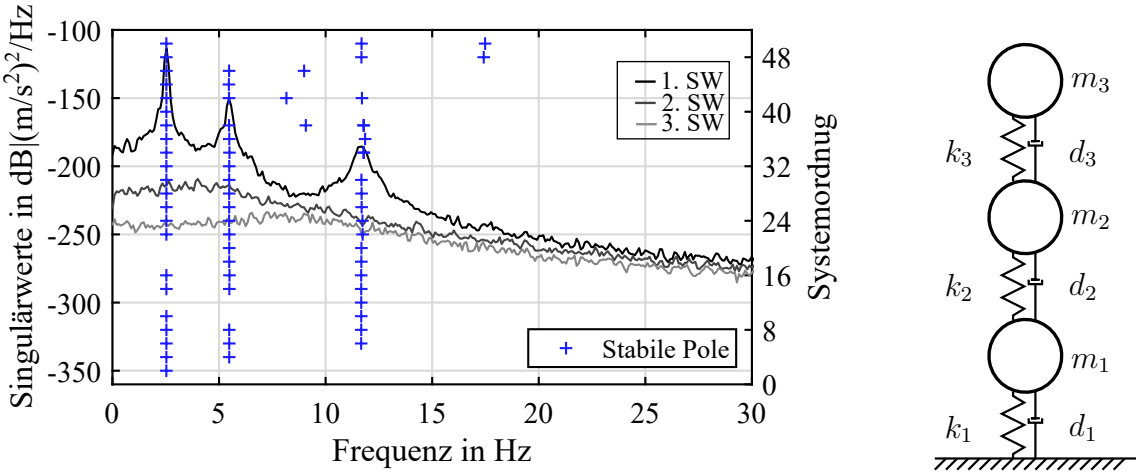


Abbildung 2.9: Beispielhaftes Stabilitätsdiagramm anhand eines mit weißem Rauschen angeregten 3-DOF Systems
Alle Massen wurden jeweils mit einem weißen Rauschen mit 1 dBW angeregt.

die ersten drei Singulärwerte (SW) der spektralen Leistungsdichte dargestellt. Anhand der Maxima des 1. SWs sind auch die drei Eigenfrequenzen des Systems ersichtlich. Es werden häufig die ersten drei SW dargestellt, da erwartet wird, dass sie die wichtigsten Struktureigenschaften wiedergeben. Im Falle des 3-DOF Systems ist die Strukturinformation bereits anhand des 1. SWs und seinen Maxima erkenntlich. Bei realen Systemen kann es vorkommen, dass der 2. SW und 3. SW zusätzliche Höchstwerte aufweisen, die als Strukturmoden zu werten sind. Die errechneten Pole bilden für die Eigenfrequenzen des Systems eine stabile Frequenzlinie über der Modellordnung. Abseits dieser Linien sind bei hohen Modellordnungen einige einzelne Pole zu erkennen, die keine physikalische

Bedeutung haben, sondern rein mathematische Pole sind. Für einige Modellordnungen sind keine stabilen Pole dargestellt, da diese nicht die vorgegebenen Kriterien erfüllen. Sie sind in diesem Fall auf 1 % Frequenzabweichung und 30 % Dämpfungsabweichung zwischen zwei übereinander liegenden Modellordnungen eingestellt.

Aus dieser Betrachtung wird ersichtlich, dass die optimale Auswahl der berechneten Eigenwerte bei realen Systemen großer Expertise bedarf. Wenn keine anderen Kriterien vorhanden sind, wird oft die höchste berechnete Modellordnung einer stabilen Frequenzlinie ausgewählt. Dabei gibt es in der Regel eine optimale Modellordnung, bei der der Einfluss von unphysikalischen Störmoden minimal wird (Brincker und Ventura 2015) und sich eine zuverlässige Lösung identifizieren lässt. Um die optimale Modellordnung zu finden, gab es Bemühungen, automatisierte Verfahren für diesen Vorgang zu implementieren. Einige sollen nachgehend kurz aufgeführt werden.

Erste Arbeiten zur Erweiterung der Standardkriterien für die Erstellung eines Stabilitätsdiagramms wurden von Peeters und De Roeck (2001) durchgeführt. Zusätzlich zum Frequenz- und Dämpfungskriterium wird festgelegt, wie oft ein Pol in sukzessiven Modellordnungen als stabil klassifiziert sein muss. Es wird der Pol ausgewählt, der den geringsten Abstand vom Durchschnitt für Eigenfrequenz und Dämpfung der stabilen Frequenzlinie aufweist.

Aufwändigere Verfahren führen beispielsweise Reynders et al. (2012) ein, die ein *Multistage Clustering* (MSC) für die Polauswahl vorschlagen. Anhand weicher und harter Kriterien (soft & hard validation criteria, siehe Anhang A.1) werden die identifizierten Pole zunächst mit dem k-Means-Clustering (Lloyd 1982) in mögliche physikalische und definitiv unphysikalische Moden unterteilt. Nach dem ersten Säuberungsschritt werden ähnliche Moden mit dem hierarchischen Clustering (Ester und Sander 2013) in sogenannte *Mode-Sets* unterteilt. Nach erneuter Anwendung des k-Means-Clustering zur Identifikation der definitiv physikalischen Mode-Sets wird aus jedem dieser Mode-Sets eine Mode ausgewählt. Auch Magalhães et al. (2009) nutzten hierarchisches Clustering geknüpft an ein von Frequenz und MAC-Wert abhängiges Ähnlichkeitsmaß beim Monitoring einer Brücke. Rainieri und Fabbrocino (2014) beschreiben später, dass es sinnvoll ist, die Kriterien zur Unterteilung in physikalische und mathematische Pole erst nach dem ersten Clustering anzuwenden, da sonst physikalische Pole, die einer Streuung unterliegen, in verschiedenen Clustern auftauchen.

Daneben schlagen Scionti und Lanslots (2005) die Nutzung eines Fuzzy-C-Means Clusterings (FCM) vor, welches die Ergebnisse in sich überschneidende Cluster unterteilt und den Grad der Zugehörigkeit einzelner Pole bewertet. Soal et al. (2019) vergleichen die gemessene spektrale Leistungsdichte mit der synthetisch erzeugten Kurve, die sich bei Auswahl einer bestimmten Kombination aus Polen ergibt. Mit Hilfe eines genetischen Algorithmus identifizierten sie die optimale Kombination an Polen, die den kleinsten Fehler zwischen gemessener und synthetischer Kurve hervorruft. Weitere Verfahren werden beispielsweise in Rainieri und Fabbrocino (2010) beschrieben. Probleme der automatisierten Verfahren können insbesondere bei schwach angeregten Moden auftreten, die von

den Algorithmen nicht erkannt werden (Rainieri und Fabbrocino 2010). Die Thematik ist Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten und es sind insbesondere angesichts der Entwicklungen im Bereich der künstlichen Intelligenz weitere Verfahren für die optimale Modenauswahl zu erwarten, siehe z. B. Volkmar et al. (2019) oder Liu et al. (2021).

Unsicherheiten

Neben Unsicherheiten aus Messungenauigkeiten können Unsicherheiten, die sich aus dem Identifikationsprozess ergeben, angegeben werden. Dafür bieten Döhler und Mevel (2013) eine Vorgehensweise an, die kurz erläutert wird. Das Verfahren basiert auf der Berechnung von Kovarianzen der Eingangsmatrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}$. Diese Kovarianzen können anschließend schrittweise von der Beobachtbarkeitsmatrix, auf die Systemmatrix, die Eigenwerte und schließlich auf die modalen Größen Eigenfrequenz und Dämpfung erweitert werden. Dafür werden Sensitivitätsmatrizen berechnet, die allgemein als

$$\boldsymbol{\mathfrak{S}} = \frac{\partial f(\boldsymbol{\mathcal{H}})}{\partial \mathrm{vec}(\boldsymbol{\mathcal{H}})} \tag{2.64}$$

definiert werden, wobei $f(\boldsymbol{\mathcal{H}})$ beliebige Funktionswerte darstellen, die aus $\boldsymbol{\mathcal{H}}$ resultieren und der Operator vec die Vektorisierung einer Matrix bedeutet. Für die Berechnung der Sensitivitätsmatrizen werden kleine Störungen angenommen, die sich, wie oben beschrieben, über die jeweiligen Matrizen bis hin zu den modalen Parametern fortpflanzen.

Das Verfahren berechnet demnach die Varianz der modalen Parameter in einem 95 % Konfidenzintervall. Die Unsicherheiten können als weiteres Stabilitätskriterium für die Erstellung des Stabilitätsdiagramms genutzt werden. Je größer die berechneten Unsicherheiten sind, desto ungenauer ist die Schätzung des tatsächlichen modalen Parameters.

Döhler und Mevel (2013) nutzen die Symmetrieeigenschaften der Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\mathcal{K}} = \boldsymbol{\mathcal{T}}\boldsymbol{\mathcal{T}}^{\mathrm{T}}$ aus, wobei $\boldsymbol{\mathcal{T}}$ aus den Blöcken der Matrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}$ gebildet werden kann, und umgehen damit die rechenintensive Berechnung der Kovarianzmatrix für jede Modellordnung. Das Verfahren wird als SSI-UPCX bezeichnet. Für weitere Details zur Implementierung sei auf Döhler und Mevel (2013) verwiesen.

Modale Parameter und Indikatoren

Im Kontext der OMA lässt sich auch ohne modale Masse, die aufgrund der unbekannten Anregung nicht ermittelt werden kann, ein Modal Participation Factor berechnen. Mit diesem Parameter lässt sich eine Aussage treffen, wie stark eine Mode an der Gesamtschwingungsantwort beteiligt ist. Der MPF lässt sich mit

$$\gamma_{\mathrm{MPF},n} = \sqrt{\boldsymbol{\gamma}_n^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\gamma}_n} \tag{2.65}$$

angeben (Brincker und Ventura 2015). Die Vektoren $\boldsymbol{\gamma}_n$ ergeben sich aus der Matrix $\boldsymbol{\Gamma}$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \frac{1}{2\pi} \boldsymbol{\mathcal{H}} \boldsymbol{Z}^{\dagger} \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{Z} = \left[\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}, \mathrm{diag}(\lambda_n)\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}, \mathrm{diag}(\lambda_n)^2\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}, \ldots, \mathrm{diag}(\lambda_n)^{2N}\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}} \right]. \tag{2.66}$$

Daraus lässt sich der anschaulichere relative MPF $\gamma_{\mathrm{rel},n} = \frac{\gamma^2_{\mathrm{MPF},n}}{\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{MPF}}\boldsymbol{\gamma}_{\mathrm{MPF}}}$ berechnen.

2.4.2 Anwendung der Bayesian Fast Fourier Transformation

Die OMA unter Verwendung der Bayesian FFT ist ein Identifikationsverfahren, welches im Frequenzbereich operiert. Der wesentliche Unterschied im Vergleich zu anderen Verfahren ist die Tatsache, dass die modalen Parameter als Zufallsgrößen betrachtet werden. Es wird demnach die Wahrscheinlichkeitsverteilung der modalen Größen ermittelt. Der Betrachtung liegt die lineare Bewegungsdifferentialgleichung mit proportionaler Dämpfung zugrunde. Ausgangslage für diesen Ansatz ist der Satz von Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}. \tag{2.67}$$

$P(A|B)$ beschreibt dabei die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis A eintritt unter der Bedingung, dass das Ereignis B eingetreten ist. Entsprechend ist $P(B|A)$ umgekehrt definiert. Im Falle von gemessenen Schwingungsdaten $\boldsymbol{y}$ und dem modalen Parametersatz $\boldsymbol{\theta}$ ergibt sich nach Au et al. (2013)

$$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{y}) = \frac{P(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{\theta}) \cdot P(\boldsymbol{\theta})}{P(\boldsymbol{y})}, \tag{2.68}$$

wobei $P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{y})$ entsprechend die Wahrscheinlichkeitsverteilung der modalen Größen beschreibt, die in diesem Prozess gesucht wird. $P(\boldsymbol{\theta})$ und $P(\boldsymbol{y})$ können im Identifikationsprozess vernachlässigt werden, wodurch sich die vereinfachte proportionale Beziehung $P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{y}) \propto P(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{\theta})$ ergibt. Aus der Berechnung der Fourier-Transformierten der gemessenen Strukturantwort und der Kovarianzmatrix im Frequenzbereich wird die *negative log-likelihood* Funktion (NLLF) gebildet, die proportional zu $P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{y})$ im Frequenzbereich ist. Die Minimierung der NLLF führt auf die gesuchten modalen Parameter. Die einzelnen Berechnungs- und Vereinfachungsschritte sind in Anhang A.2 zu finden.

2.4.3 Hilbert-Huang-Transformation

Die Hilbert-Huang-Transformation ist ein Zeitbereichsverfahren, welches Daten nichtlinearer Systeme und instationärer Messungen analysieren kann. Die wichtigsten Schritte der Methode sind in Abb. 2.10 zusammengefasst. Sie wurde von Huang et al. (1998) entwickelt und basiert auf der *Empirical Mode Decomposition* (EMD). Diese teilt das Zeitsignal $y(t)$ in eine finite Anzahl $\mathfrak{N}$ von *Intrinsic Mode Functions* (IMF) und ein Residuum R

$$y(t) = \sum_{i}^{\mathfrak{N}} \mathrm{IMF}_i(t) + R_{\mathfrak{N}}(t) \tag{2.69}$$

auf. Im Nachgang wird mit Hilfe der *Random Decrement Technique* (RDT) eine freie Schwingungsantwort aus der IMF extrahiert (Cole Jr 1973). Es wird zugrunde gelegt,

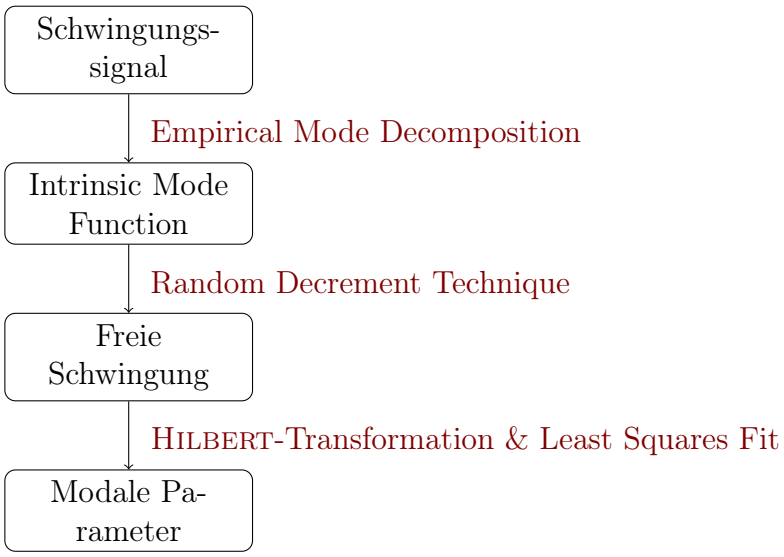


Abbildung 2.10: Ablauf der HILBERT-HUANG-Transformation

dass das gemessene Signal aus einem deterministischen Part (Schwingungsantwort des Systems) und einem stochastischen Teil (Rauschen) zusammengesetzt ist. Weiterhin wird angenommen, dass das Rauschen eliminiert werden kann, wenn das Zeitsignal ausreichend gemittelt wird. Die Schwingungsantwort wird anschließend in den HILBERT-Raum transformiert (Feldman 2011)

$$\mathfrak{H}[y(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(\tau)}{t-\tau} \mathrm{d}\tau. \tag{2.70}$$

Zur Identifikation von Eigenfrequenz und Dämpfung wird ein Least Squares Fit angewendet. Für den Fit wird in diesem Fall die Schwingungsantwort eines 1-DOF Systems angenommen. Über einen Vergleich von Amplitude und Phase kann auf die gesuchten Größen geschlossen werden

$$\hat{y}(t) = \psi \mathrm{e}^{-D\omega t} \tag{2.71}$$

$$\varphi(t) = \omega_d t + \varphi_0. \tag{2.72}$$

Das angenommene Modell lässt sich um weitere Freiheitsgrade oder Nichtlinearitäten erweitern.

2.4.4 Identifikation und Eliminierung von Harmonischen

Dem Einfluss periodischer Anregung (meist verursacht durch drehzahlsynchrone Schwingungen), der sich auf die gemessenen Ausgänge bei der Durchführung einer OMA auswirkt, kommt insbesondere bei der Untersuchung rotierender Maschinen eine bedeutende Rolle zu. Drehzahlsynchrone Schwingungen werden durch Unwuchten, welche bei realen Rotoren auftreten, angeregt. Diese drehzahlsynchrone Anregung überlagert das angenommene weiße Rauschen und verletzt somit eine Grundannahme der OMA, weshalb die

Frequenzen harmonischer Signale fälschlicherweise als Strukturfrequenzen identifiziert werden. Drehzahlsynchrone Effekte oder die Frequenzen harmonischer Signale werden im weiteren Verlauf als *Harmonische* bezeichnet. Dies schließt sowohl die erste Erregerordnung der Rotordrehzahl als auch Höherharmonische als Vielfache der Rotordrehzahl und Erregerordnungen kleiner als die erste Drehzahlharmonische ein. Desweiteren fallen darunter auch andere harmonische Effekte wie sie beispielsweise aus der Netzfrequenz resultieren.

Harmonische Frequenzanteile erschweren die Identifikation der Strukturmoden, insbesondere wenn sie nah beieinander liegen. Es kann sogar vorkommen, dass zu den fälschlicherweise ermittelten harmonischen Moden ein Eigenvektor berechnet wird, der die Eigenform einer benachbarten Strukturmode annimmt und daher weniger deutlich von den Struktureigenschaften zu unterscheiden ist (Jacobsen et al. 2007).

In der Literatur werden verschiedene Verfahren beschrieben, um trotz periodischer Anregung eine korrekte Systemidentifikation zu ermöglichen bzw. harmonische Effekte von den Struktureigenschaften zu trennen. Einfache Methoden umfassen das Filtern bekannter harmonischer Frequenzanteile aus der gemessenen Antwort oder eine Identifikation über ihre geringe Dämpfung, da Harmonische als Nicht-Strukturmoden in der Theorie keine Dämpfung aufweisen. Sie lassen sich weiterhin in den Singulärwerten der PSD als spitze Maximalwerte erkennen und treten oftmals auch bei Vielfachen dieser Frequenz auf (Höherharmonische). Zudem sind diese Maxima in mehreren Singulärwerten (d. h. nicht nur dem ersten) wiederzufinden. Weiterführende Verfahren im Umgang mit Harmonischen werden von Motte et al. (2015) in

1. statistische Verfahren (Typ I),
2. Verfahren aus der Signalverarbeitung (Pre-Processing, Typ II),
3. Modifikation bestehender Identifikationsmethoden (Typ III) und
4. Methoden unabhängig vom Eingangsspektrum (Typ IV)

unterteilt.

Statistische Verfahren

Zur Ausnutzung statistischer Eigenschaften der Harmonischen kann z. B. die PDF oder der Exzess herangezogen werden. Aus ersterem lassen sich zusätzlich mathematische Moden identifizieren. Die PDF gleicht bei strukturellen Moden einer Gauss-Verteilung, während sie bei Vorliegen einer Harmonischen zwei scharfe Maxima an den Rändern des Definitionsbereichs aufweist, die aus der Formulierung der PDF einer harmonischen Funktion, vgl. Gl. (2.49), herrühren. In Abb. 2.11 sind die drei PDFs für eine physikalische Mode, einen mathematischen Pol und eine Harmonische im Vergleich dargestellt. Die Unterscheidung mit Hilfe der PDF ist allerdings bei Drehzahlschwankungen sowie

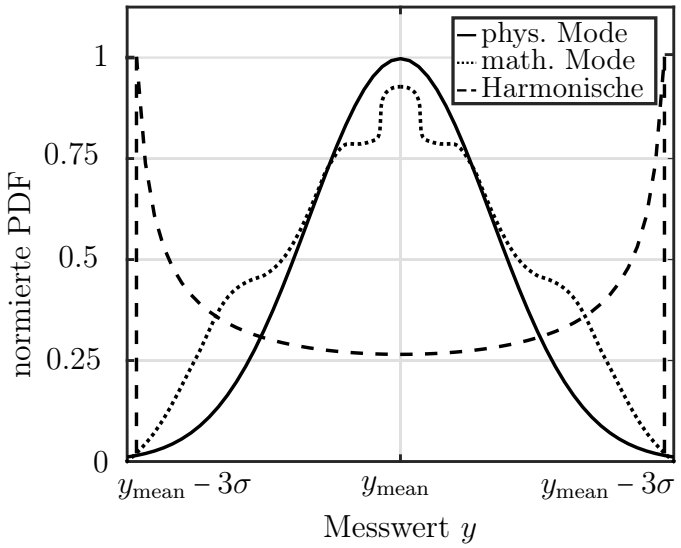


Abbildung 2.11: PDF einer physikalischen, mathematischen und harmonischen Mode

eng beieinander liegenden Strukturfrequenzen und Harmonischen schwierig und u. U. nicht eindeutig.

Der Exzess γ nimmt bei Strukturmoden einen Wert nahe Null an, dagegen bei Harmonischen einen Wert von $\gamma = -1.5$. Ist γ nahe -1.5 sind also harmonische Anteile vorhanden. Zur erfolgreichen Anwendung der statistischen Kriterien müssen die Harmonischen schwach gedämpft sein (Motte et al. 2015).

Signalverarbeitung

Typ II schließt unter anderem Filter ein, die allerdings auch Einfluss auf den verbleibenden Frequenzbereich haben. Filter können dazu führen, dass Eigenfrequenzen der Struktur, die nahe an der gefilterten Frequenz liegen, nicht mehr vom Identifikationsprozess detektiert werden. Dies gilt insbesondere, wenn sich die Harmonischen in der Nähe von Eigenfrequenzen befinden (Mohanty und Rixen 2004).

Ein weiteres Verfahren, was zu den Pre-Processing Techniken der Signalverarbeitung zählt, ist der *Cepstrum Editing Process*. Die Harmonischen werden vor der Durchführung der OMA aus den Zeitdaten eliminiert. Das Cepstrum wird verwendet, um Periodizitäten im Spektrum eines Signals sichtbar zu machen und wurde von Bogert (1963) zur Identifikation von Echos in seismischen Signalen geprägt.

Das Signal wird erst FOURIER-transformiert und anschließend über eine inverse FOURIER-Transformation in den Zeitbereich überführt. Verschiedene Definitionen des Cepstrums lassen sich in der Literatur finden, so zum Beispiel als inverse FOURIER-Transformation (IFFT) des Logarithmus der spektralen Leistungsdichte $c_y = \mathcal{F}^{-1}[\log(\mathcal{S}_{yz})]$ (*power cepstrum*) oder als IFFT des Logarithmus des Frequenzspektrums $c_y = \mathcal{F}^{-1}[\log(\mathcal{F}(y))]$

(*complex cepstrum*). Beim complex cepstrum werden Phase und Amplitude des Signals aufrecht erhalten. Der Begriff Cepstrum wurde demnach aus dem englischen Wort Spectrum abgeleitet, um zu verdeutlichen, dass es sich um das Spektrum eines Spektrums handelt. Entsprechend werden die Begriffe Rahmonic, Quefrency und Liftering aus den englischen Begriffen Harmonic, Frequency und Filtering für dieses Verfahren abgeleitet. Die Rahmonics sind als spitze, dünne Maxima eindeutig im Cepstrum erkennbar und wiederholen sich bei Vielfachen.

Der Einfluss der Harmonischen kann eliminiert werden, indem die Amplituden der Rahmonics zu Null gesetzt werden oder ein Liftering durchgeführt wird. Dieses Verfahren ist gut geeignet, wenn Stör- und Eigenfrequenz nah beieinander liegen, da sich diese im Cepstrum nicht in der Nähe voneinander befinden (Motte et al. 2015). Insbesondere Harmonische, die mit schwach gedämpften Moden verwechselt werden, können mit diesem Verfahren entfernt werden (Randall et al. 2012). Randall et al. (2012) weisen allerdings darauf hin, dass mit den Cepstrum-basierten Verfahren nicht alle Harmonischen im Falle eines untersuchten Helikopters zuverlässig entfernt werden konnten.

Pintelon et al. (2008) beschreiben die Möglichkeit, die Harmonischen als Summe von Sinuswellen mit einer zeitveränderlichen Phase zu modellieren und dieses vom gemessenen Signal abzuziehen. Der stochastische Teil der Systemantwort wird als zeitkontinuierlich, bandbegrenztes weißes Rauschen betrachtet. Die Modellparameter für den harmonischen Anteil werden über einen nicht-parametrischen Ansatz identifiziert. Eine Abschätzung der Frequenz der Harmonischen ist allerdings notwendig. Dafür wird der größte Peak im Frequenzbereich, welcher mit der Drehzahl übereinstimmt, ausgewählt und über eine IFFT in den Zeitbereich transformiert. Das Signal wird demoduliert und stellt die Phase der Harmonischen dar. Über einen Least Squares Ansatz wird ein Ausdruck für die Harmonische konstruiert und vom Messsignal abgezogen. Der große Vorteil gegenüber einfachen Kriterien zur Identifikation von Harmonischen oder Verfahren, die eine konstante Frequenz der Harmonischen annehmen, ist, dass die Summe aus harmonischen Funktionen kleine Drehzahlschwankungen abbildet. Das Verfahren wurde an Helikopterdaten im Flug validiert. Allerdings ist das beschriebene Vorgehen aufwendig gegenüber einfachen Filterverfahren und in den durchgeführten Betrachtungen auch auf einen einzelnen Ausgang begrenzt.

Erweiterte Identifikationsverfahren

Zu Typ III gehören Erweiterungen der bekannten Identifikationsverfahren, die die Harmonischen in der Berechnung mit berücksichtigen. Die Harmonischen werden als solche neben den Eigenwerten der Struktur identifiziert und entsprechend in der Lösung klassifiziert. So haben Dong et al. (2014) die SSI angepasst, damit Harmonische von Strukturmoden unter der Annahme, dass die Harmonischen eine Dämpfung von Null aufweisen, separiert werden. Der Algorithmus wurde auf Daten einer Windenergieanlage (WEA) im Betrieb angewandt. Während die konventionelle SSI die Strukturmode bei eng beieinander liegenden Frequenzen des Systems und der Harmonischen nicht identifizieren

kann, ist das modifizierte Verfahren erfolgreich. Es wird weiterhin angenommen, dass die Frequenzen der Harmonischen bekannt und konstant sind. Für das Verfahren wird eine Zukunfts- $\boldsymbol{Y}_{fh}$ und Vergangenheitsmatrix $\boldsymbol{Y}_{ph}$ für die Harmonischen aufgestellt. Es ergibt sich für die Auswertung eine erweiterte Eingangs-Matrix für die SSI

$$\boldsymbol{\mathcal{H}} = \left(\begin{array}{c} \boldsymbol{Y}_{ph} \\ \boldsymbol{Y}_{p} \\ \hline \boldsymbol{Y}_{fh} \\ \boldsymbol{Y}_{f} \end{array}\right).$$

Ein Beispiel für die Erweiterung eines LSCE Verfahrens geben Mohanty und Rixen (2004).

Diese Verfahren reagieren sensibel auf einen hohen Rauschanteil (Dong et al. 2014). Bei einem geringen SNR, was bedeutet, dass das Rauschsignal stärker als das Nutzsignal ist, nehmen die Abweichungen zwischen einer realen Eigenfrequenz und einer mit dem Verfahren, bei Vorliegen von Harmonischen, geschätzten Eigenfrequenz zu. Außerdem nimmt dieser Fehler mit einer zunehmenden Anzahl von Harmonischen sowie dem Energiegehalt der Harmonischen im Messsignal zu.

Eingangsunabhängige Verfahren

Die *Transmissibility Based OMA* nutzt Übertragungsfunktionen zwischen verschiedenen Ausgängen bei unterschiedlicher Anregung und ist daher unabhängig vom Eingang. Somit kann nicht-ideal weißes Rauschen als Anregung vorliegen und eine Auswertung ohne Hindernisse erfolgen. Die Transmissibility Funktionen unterscheiden sich von den klassischen Übertragungsfunktionen, die im Bereich der EMA verwendet werden, indem sie zwischen gleichen Variablen definiert werden (z. B. zwei Beschleunigungskanäle). Eine Transmissibility Funktion T ist daher als Verhältnis zwischen zwei Ausgängen

$$T_{nr} = \frac{y_n}{y_r} \tag{2.73}$$

definiert. Devriendt et al. (2009) zeigten, dass sich aus einer Transmissibility Funktion ebenfalls die modalen Eigenschaften beispielsweise mit Hilfe eines Frequenzbereichsschätzers identifizieren lassen. Es muss lediglich sichergestellt werden, dass unterschiedliche Belastungszustände durch die Anregung vorliegen, dies kann z. B. mit unterschiedlichen Anregungsamplituden oder durch eine unterschiedliche Ausbreitung der Anregung im System realisiert werden. Zur Ermittlung der Eigenwerte werden die Polstellen der inversen Deltafunktion

$$\Delta^{-1} T_{nr}^{kl} = \frac{1}{T_{nr}^{k} - T_{nr}^{l}}$$

berechnet, wobei k und l die verschiedenen Lastzustände bezeichnen (Devriendt et al. 2009). Erste gute Ergebnisse wurden mit der TOMA anhand einer Balkenstruktur unter Laborbedingungen und Shaker-Anregung erzielt, die allerdings weiterer Forschung

bedürfen, da es noch keine Erfahrungswerte mit realen Anwendungen gibt (Devriendt et al. 2009, Weijtjens et al. 2014a,b).

Weitere Verfahren

Abschließend lässt sich erwähnen, dass es viele weitere Ansätze zum Umgang mit Harmonischen gibt, die in der Literatur betrachtet werden, wie z. B. von Agneni et al. (2012), die den statistischen Entropieindex nutzten und eine Auswertung mit der HHT vorgenommen haben, oder Peeters et al. (2007), die eine zeitsynchrone Mittelwertbildung mit gleitenden Fenstern (time synchronous averaging) zur Trennung von deterministischen und stochastischen Signalanteilen durchführten. Peeters et al. (2007) wandten dies auf Daten eines Helikopters und eines Dieselmotors an und nutzten die Drehzahlsignale als Eingang. Greś et al. (2021) nutzten ein instationäres KALMAN Filter zur Identifikation der harmonischen Anteile und eliminieren diese über eine orthogonale Projektion. Die *Harmonic OMA* im Zeitbereich (H-OMA-TD) moduliert die Schwingungsantwort anhand der Grundfrequenz der Rotation und nutzt anschließend das entstandene Signal als Eingang für ein Zeitbereichsverfahren wie z. B. die SSI. Sie zeichnet sich dadurch aus, dass sie auch für die Untersuchung von anisotropen Rotoren geeignet ist (Tcherniak et al. 2014, Tcherniak und Allen 2016). Bienert et al. (2015) nutzten ein GAUSS-NEWTON-Verfahren. Dabei wird die Harmonische über trigonometrische Funktionen abgebildet, deren Amplituden und die Erregerkreisfrequenz mit Hilfe des GAUSS-NEWTON-Verfahrens an die vorliegenden Harmonischen in den Messdaten angepasst werden. Weitere Arbeiten in diesem Themenfeld sind beispielsweise in Brandt (2019), Chen et al. (2021) oder Daems et al. (2022) beschrieben.

2.4.5 Anwendung der OMA

Durch den Vorteil, dass für die Anwendung der OMA keine Anregung bekannt sein muss, hat sie sich bereits in vielen Bereichen zur modalen Identifikation etabliert. Im Nachgang sollen die wichtigsten Bereiche, insbesondere im Maschinenbau, aufgezeigt und relevante Arbeiten und deren Erkenntnisse auf diesem Gebiet beschrieben werden.

Bauingenieurwesen

Die Methodik stammt ursprünglich aus dem Bauingenieurwesen und ist in diesem Bereich bei vielen Anwendungen etabliert. Dies hängt insbesondere damit zusammen, dass dort die Grundannahmen des Verfahrens in der Regel erfüllt sind. Beispiele sind insbesondere im Bereich von Hochhäusern und Brücken zu finden. So untersuchten Zhang et al. (2019) ein 250 m hohes Gebäude mit einer minimalen Anzahl an Sensoren und einem Bayesian FFT Ansatz. Döhler et al. (2014) haben die modalen Parameter einer Brücke, die sukzessiv beschädigt wurde, ermittelt und ihre Änderung mit verfolgt, um

verbesserte Subspace Methoden zu testen und zu validieren. Weitere Beispiele im Bereich des Bauingenieurwesens sind in Magalhães et al. (2008), Cabboi et al. (2014) oder Lam et al. (2017) beschrieben.

OMA an rotierenden Systemen

Bei der Untersuchung von rotierenden Maschinen werden zwei zentrale Annahmen der OMA verletzt, nämlich 1.) dass die Anregung rein als weißes Rauschen approximiert werden kann und 2.) dass das System zeitinvariantes Strukturverhalten aufweist. Modale Eigenschaften einer Struktur mit rotierenden Komponenten verändern sich drehzahlabhängig (Tcherniak et al. 2012), vgl. Gl. (2.74). Die Zeitvarianz der Struktureigenschaften bezieht sich dabei auf unterschiedliche Zeitskalen. Zum einen ändern sich die Eigenschaften im laufenden Betrieb durch den Einfluss der Drehzahl. Zum anderen ist häufig eine Verschiebung der modalen Parameter über die Gesamtlebensdauer der Struktur durch Verschleiß und Umwelteinflüsse zu beobachten. Wenn die Drehzahl näherungsweise als konstant angenommen werden kann, liegt linear zeitperiodisches (LTP, Englisch: linear periodically time-variant) Verhalten vor. Das Verhalten von LTP Systemen kann über die Theorie nach Floquet (Floquet 1883) beschrieben werden. Da es darauf aufbauend keine einheitliche Theorie für die modale Identifikation zeitvarianter Systeme gibt, wird oft Fall für Fall betrachtet (Jhinaoui et al. 2014). LTP Systeme, wie Helikopter oder WEAn, können über eine Transformation (Bir 2008) oder Modulation der Schwingungsantwort (Tcherniak et al. 2014) in ein zeitinvariantes System überführt werden, um mit etablierten OMA Verfahren analysiert zu werden (Cadoret et al. 2022). Die modale Identifikation im Betrieb wird durch die genannten Herausforderungen erschwert, ist aber dennoch unter Berücksichtigung einiger Aspekte möglich. Das zeitvariante Verhalten führt jedenfalls dazu, dass die experimentelle Charakterisierung von rotierenden Systemen in erster Näherung betriebspunktabhängig erfolgen sollte.

Windenergie

Ein Großteil der Entwicklungen in Zusammenhang mit der Anwendung der OMA an Strukturen mit rotierenden Komponenten erfolgte im Bereich der Windenergie (Tcherniak et al. 2011). Dort wird sie insbesondere zur Überwachung genutzt. Gerade der Offshore Sektor ist von erheblichem Interesse, da die Zugänglichkeit für Wartungsarbeiten mit einem großen Aufwand verbunden ist, der sich auch finanziell niederschlägt. Für die Verifizierung von Structural Health Monitoring (SHM) Ansätzen mit Hilfe von OMA untersuchten Di Lorenzo et al. (2016) zunächst ein isoliertes Rotorblatt unter Laborbedingungen.

Erste Betrachtungen einer gesamten WEA nutzten numerische Studien an einer 5 MW NREL-Anlage (National Renewable Energy Laboratory), an der für die Auswertung eine Multi-Blade Koordinatentransformation durchgeführt wurde, siehe Di Lorenzo et al. (2014). Devriendt et al. (2014) betrachteten in Erweiterung eine reale Anlage über einen

längeren Zeitraum für Monitoring Zwecke. Dabei verwenden sie für die modale Identifikation und das Tracken der modalen Größen automatisierte OMA Algorithmen, die hierarchisches und fuzzy Clustering für die Auswahl der Pole anwenden. Die WEA befand sich allerdings in geparkter Stellung oder im Leerlauf, sodass sie sich nicht in Rotation befand und diese keinen Einfluss auf die modalen Größe ausübt.

Im Betrieb führten schließlich Tcherniak et al. (2012) Untersuchungen bei unterschiedlichen Drehzahlen durch. Sie verwendeten drei Verfahren – hierarchisches Clustering, Singulärwertzerlegung einer Auto MAC-Matrix und neuronale Netze (genauer: selbstorganisierende Karten, SOM), um ein eindeutiges Campbell-Diagramm ohne Störmoden zu erstellen. Zusätzlich zu der Rotation kommen aeroelastische Effekte hinzu, die den Identifikationsprozess erschweren. Aufgrund der betriebspunktabhängigen Frequenzen und Dämpfungen werden Eigenformen zur Gruppierung der Moden genutzt.

Ein großer Aufwand wird außerdem im Rahmen der Dämpfungsermittlung im Experiment betrieben. So untersuchten Bajrić et al. (2018) die Turmdämpfung anhand simulierter und gemessener Daten einer geparkten Anlage, wobei die SSI-cov die besten Ergebnisse unter den verwendeten Methoden erzielte. Die primäre Herausforderung stellen hier die eng beieinander liegenden Eigenfrequenzen dar, die sich erschwerend auf die Dämpfungsermittlung ausgewirkt haben. Die Autoren betonen die Relevanz von Experimenten, da die identifizierten Dämpfungen teilweise deutlich geringer als jene aus den Simulationsergebnissen ausfallen. Weitere Arbeiten in Zusammenhang mit WEAn führten beispielsweise Ozbek et al. (2013) oder Carne und James III (2010) durch.

Allgemeiner Maschinenbau

Im allgemeinen Maschinenbau lassen sich einige Anwendungen der OMA finden, wie z. B. Zaghbani und Songmene (2009), die eine Werkzeugmaschine untersuchten, Schedlinski und Lüscher (2002), die eine Laserschneidemaschine betrachteten oder Nguyen und Melkote (2020), die eine Industrieroboteranwendung in den Fokus rückten. Es handelt sich bei diesen Beispielen nicht um rotierende Maschinen im klassischen Sinne, allerdings hat die Drehzahl des Antriebs oder der Spindel dennoch einen Einfluss auf die Systemeigenschaften. Schedlinski und Lüscher (2002) identifizierten beispielsweise durch die OMA eine zusätzliche Frequenz, die über den Antrieb in das System eingebracht wurde, der wiederum Fertigungsungenauigkeiten verursacht hat. Zaghbani und Songmene (2009) zeigten die Drehzahlabhängigkeit der modalen Parameter und verdeutlichen daher den Nutzen von OMA bei diesen Maschinentypen. Nguyen und Melkote (2020) nutzten für die OMA Vibrationen der Werkzeugspitze und erstellten mit Hilfe der gemessenen Spindelkräfte FRFs. Sie betonen, dass sich die Drehzahlharmonischen der Spindel weit entfernt von den Eigenfrequenzen der betrachteten Maschine befinden. Dies ist ein großer Unterschied zu Anwendungen aus dem Turbomaschinenbereich, wo die Eigenfrequenzen des Rotors auch im Bereich der Frequenzen der Gesamtanlage liegen.

Luftfahrt

In der Luftfahrt werden an Flugzeugen klassischerweise Ground Vibration Tests durchgeführt, wie z. B. von Boeswald et al. (2006), bei denen die Drehzahl der Triebwerke keinen Einfluss hat, da sie in der Regel still stehen. Boeswald et al. (2008) schlagen einen sogenannten Taxi Vibration Test während der Fahrt des Flugzeugs über die Rollbahn vor. Ergebnisse an einem Flugzeug des Typs A320 werden im Vergleich zu den konventionellen GVTs in Boeswald und Govers (2010) diskutiert und sollen die OMA im Bereich der Luftfahrt als Alternative zu den klassischen Methoden qualifizieren. Für das Überwachen von Flattern der Tragflügel werden Flight Vibration Tests herangezogen. Jelicic et al. (2017) führten dafür Versuche an einem Forschungsflugzeug durch. Allgemein sind die Einflüsse der Triebwerke gering und die Frequenzen der Harmonischen liegen weit außerhalb des Bereiches der Eigenfrequenzen der betrachteten Gesamtstruktur, sodass eine geringere Anregung durch die Harmonischen als beispielsweise bei stationären Gasturbinen oder industriellen Kompressoren zu erwarten ist.

Rotordynamik Prüfstände

Zur Untersuchung der meist betriebskritischen Rotordynamik werden in der Literatur oft vereinfachte Rotordynamikprüfstände verwendet, die primär aus den Lagern und dem Rotor bestehen. Demnach lassen sich auch in diesem Bereich Anwendungen der OMA auf rotordynamische Prüfstände unter Laborbedingungen finden. Dreher et al. (2023) wandten OMA mit einer auf Rotoren angepassten Automatisierung an, um die Rotormoden sowohl für einen gleitgelagerten als auch einen wälzgelagerten Prüfstand zu ermitteln. An dem gleichen Prüfstand führten Saint Martin et al. (2021) Arbeiten durch, um das Verhalten der Fundamentstruktur im Betrieb zu untersuchen. Dafür nutzten sie die Rotorhochläufe als Anregung und verglichen die Ergebnisse mit EMA Auswertungen. Santos und Svendsen (2017) untersuchten die Qualität der OMA zur Identifikation der Rotormoden an einem System bestehend aus einem starren Rotor und einem aktiven Gleitlager, welches gezielt Fluidkräfte in das System einbringen kann. Uhl et al. (2005) nutzten eine OMAX Methode (OMA with eXogenous inputs) für das SHM von Schaufeln an einem Modellprüfstand.

Thermische Turbomaschinen

Arbeiten im Turbomaschinenbereich konzentrieren sich bisher auf die Anwendung der OMA auf die Schaufeln oder den Rotor. Sabbatini et al. (2012) nutzten Tip Timing Daten von Turbinenschaufeln für eine OMA. Die erste Studie zur Anwendung der operationellen Modalanalyse an realen Rotoren im thermischen Turbomaschinenbereich führten Carden und Lindblad (2014) durch. Sie untersuchten die Torsionsmoden an drei realen Anwendungsfällen – einem Kolbenverdichter, einer Löschwasser-Zentrifugalpumpe und einem marinen Antriebssystem. Für die Auswertung wurden Dehnungsmessstreifen (DMS) auf dem jeweiligen Rotor verwendet. Es stellte sich heraus, dass sich die

modalen Parameter im Betrieb und auch gegenüber einer numerischen Schätzung unterscheiden können. Im Fall der Zentrifugalpumpe nimmt die Dämpfung der untersuchten Torsionsmode um 3 % im Vergleich zum Stillstand ab. Die Autoren weisen erneut auf die Relevanz der Systembetrachtung im Betrieb hin und machen deutlich, dass es in diesem Bereich wenig Erfahrungswerte gibt. Auch Guglielmo et al. (2015) und Wilkes et al. (2018) untersuchten einen Zentrifugalkompressor anhand von Abstandssensoren (bzw. Orbitsensoren). Die erstgenannten Autoren verglichen die Ergebnisse mit einer gezielten magnetischen Anregung des Rotors und erhielten eine gute Übereinstimmung zwischen den OMA Ergebnissen und der Untersuchung mit konventionellen Verfahren. Wilkes et al. (2018) wiesen auf den niedrigen SNR im Betrieb realer Maschinen hin, der dennoch die modale Identifikation zulässt. Für die Betrachtung des Gesamtsystems inklusive Gehäuse und Fundament einer realen Anwendung im Betrieb wurde in Amer et al. (2022c) eine erste Machbarkeitsstudie gezeigt.

2.4.6 Grenzen der OMA

Da die OMA aufgrund der unbekannten Anregung nicht unmittelbar in der Lage ist, eine modale Masse m bzw. das Äquivalent dazu eine modale Masse des Zustandsraums a zu berechnen, können die Eigenvektoren nicht auf eine modale Masse von $\tilde{m} = 1$ kg skaliert werden, wodurch das modale Modell nicht vollständig definiert ist. Dies kann für ein Monitoring des Systems hinderlich sein (Parloo et al. 2005). Dem kann beispielsweise durch ein von Parloo et al. (2005) vorgestelltes Vorgehen entgegengewirkt werden. Dieser Ansatz nutzt Zusatzmassen, die gezielt an festgelegten Positionen bzw. den im Experiment definierten Freiheitsgraden nach einer Referenzmessung ohne jene Zusatzmassen platziert werden. Über die Eigenfrequenzverschiebung und den Massenunterschied wird mit Hilfe einer sensitivitätsbasierten Formulierung der Skalierungsfaktor für die Mode berechnet. Dies bedarf allerdings eines ergänzenden Aufwands, welcher mit dem Anbringen der Massen verbunden ist, sowie mit im Nachgang erfolgenden zusätzlichen Messungen. Dennoch kann ein Model Updating oder die Lokalisierung von Schäden auch ohne Kenntnis der modalen Masse anhand anderer modaler Größen wie den Eigenvektoren, Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen erfolgen (Magalhães et al. 2012, Standoli et al. 2021).

Weiterhin trifft die Annahme von breitbandigem weißen Rauschen als Anregung in der Realität häufig nicht zu. Neben den beschriebenen Problemen, die mit Harmonischen zusammenhängen, kann es vorkommen, dass eine von der Theorie abweichende Anregung dazu führt, dass nicht alle Moden angeregt werden. Dies ist in der Praxis der Regelfall und führt dazu, dass diese Moden anschließend nicht identifiziert werden, wie es beispielsweise Obando und Avitabile (2014) beschreiben. Reynders und De Roeck (2010) weisen auf eine Erweiterung der OMA hin, die OMAX, in der eine gezielte Anregung zusätzlich zu der Umgebungsanregung berücksichtigt wird. Dies schränkt allerdings den Vorteil der OMA, ohne künstliche Anregung auszukommen, ein.

Nichtlineare Verfahren

Nichtlinearitäten können sich auf vielfältige Weise äußern. Insbesondere nichtlineare Dämpfung, die oftmals über äquivalente lineare Modelle beschrieben werden kann, spielt in der Realität eine große Rolle (Elliott et al. 2015). Für Fügestellen-behaftete Strukturen ist die daraus resultierende Reibdämpfung hervorzuheben. Diese übt einen Einfluss auf die modalen Eigenschaften, speziell die modale Dämpfung, aus. Gerade die Kenntnis der modalen Dämpfung ist für die Bestimmung der Lebensdauer einer realen Struktur von großer Bedeutung (James III et al. 1993), weshalb diesen Phänomenen in der Forschung mehr Beachtung gewidmet wird.

Beispiele für nichtlineare operationelle Modalanalysen geben Chiplunkar und Morlier (2017), die vorschlagen *Gaussian Mixture Models* für die Schätzung der PSD zu nutzen. Die OMA wird nicht mehr mit einem zugrunde liegenden Zustandsraummodell sondern über ein Curvefitting durchgeführt, welches versucht über eine Beschreibung der gemessenen PSD, die modalen Parameter zu ermitteln. Das Verfahren ist allerdings bisher auf die Identifikation von Eigenfrequenzen beschränkt und wird lediglich an einem 3-DOF System mit nah beieinander liegenden Moden validiert. Scussel und Da Silva (2016) wandten Volterra *Serien*, die gezielt nichtlineares Verhalten modellieren, an Schwingungsantworten eines 2-DOF Systems mit einen Duffing Schwinger und experimentellen Daten eines knickenden Balkens zur Identifikation eines nichtlinearen Modells, welches das dynamische Verhalten beschreibt, an. Carpine et al. (2022) untersuchten eine schwach nichtlineare Struktur anhand von *Wavelet Transformationen* und ermittelten die augenblickliche Frequenz, welche proportional zur gedämpften Eigenfrequenz ist.

Liu et al. (2021) schlagen einen Machine-Learning Algorithmus für die OMA vor, der an Daten einer Brücke erprobt wird und vergleichbare Resultate wie konventionelle Verfahren liefert. Der Algorithmus hat den Vorteil, dass er nicht auf einem linearen System basieren muss. Allerdings müssen geringe Dämpfungswerte < 3 % sowie isolierte Moden vorliegen. Auch von weißem Rauschen abweichende Anregung kann sich bei diesem Verfahren erschwerend auf die modale Identifikation auswirken.

Bajrić und Høgsberg (2018) wandten eine angepasste SSI-cov an, um ein System mit hysteretischer Dämpfung nach dem Bouc-Wen Modell zu identifizieren. Das äquivalente lineare Dämpfungsmodell wird hierfür in der Zustandsraumdarstellung berücksichtigt und das Verfahren an synthetischen Daten eines 1-DOF Schwingers validiert. Die vorgestellten Verfahren sind bisher auf einfache Systeme unter Laborbedingungen und eine begrenzte Anzahl nichtlinearer Phänomene, die sich anhand von Modellen beschreiben lassen, beschränkt.

Dahingegen argumentieren Friis et al. (2021), dass die nichtlineare Systemantwort über lineare Ausschwingkurven approximiert werden kann und somit auch mit einem linearen Verfahren das nichtlineare Strukturverhalten geschätzt werden kann. Sie untersuchten die beste lineare Abschätzung einer nichtlinearen Schwingungsantwort. Dabei nehmen sie an, dass es sich bei der Anregung um reines weißes Rauschen handelt. Sie bewiesen,

dass mit Korrelations-basierten OMA-Algorithmen eine beste lineare Schätzung bei Vorliegen von nichtlinearen Schwingungsantworten erfolgen kann. Ihr Vorgehen bestätigten die Autoren unter anderem an einem 1-DOF System mit unterschiedlichen Nichtlinearitäten.

2.5 Rotor-Gehäuse Systeme

Im nachfolgenden Abschnitt werden die wichtigsten Grundlagen der Dynamik des betrachteten gekoppelten Systems im Betrieb bestehend aus Rotor und Gehäuse bzw. Fundament vermittelt.

2.5.1 Rotoren

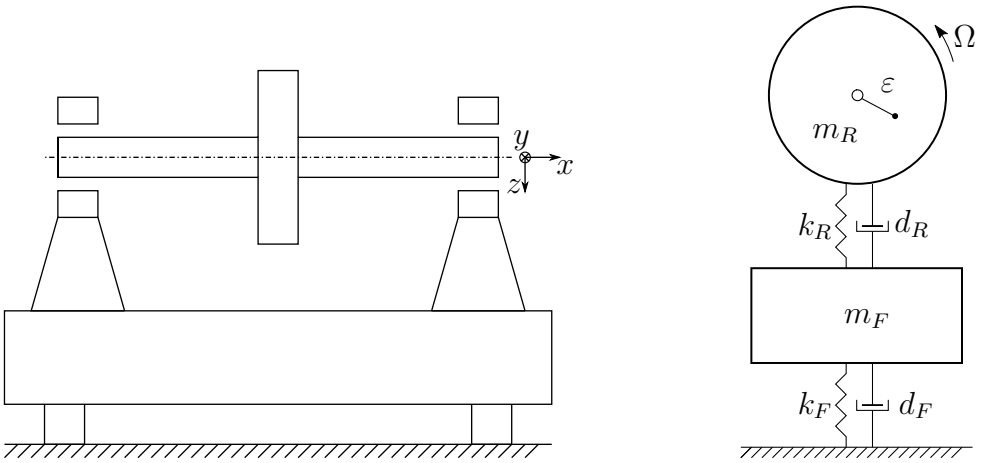
In den Bewegungsgleichungen von Rotoren treten gyroskopische und zirkulatorische Effekte auf, sodass sich Gl. (2.1) zu

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{D} + \boldsymbol{G}(\Omega))\dot{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{K} + \boldsymbol{N}(\Omega))\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f} \tag{2.74}$$

mit den beiden drehzahlabhängigen und schiefsymmetrischen Matrizen $\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}} = -\boldsymbol{G}$ und $\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} = -\boldsymbol{N}$ für die gyroskopischen und zirkulatorischen Kräfte erweitert. Gyroskopische Kräfte gehen auf Kreiseleffekte zurück. Sie leisten keine Arbeit und sollten daher nicht mit der Dämpfung im System verwechselt werden (Gasch et al. 2012, Markert 2013). Zirkulatorische Kräfte sind nicht konservativ und können dazu führen, dass die Gleichgewichtslösung $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{0}$ instabil wird (Markert 2013).

Weiterhin gliedert sich die Dämpfungsmatrix in einen Teil der inneren und äußeren Dämpfung $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}_i + \boldsymbol{D}_a$. Die Koeffizienten für die äußere Dämpfung resultieren aus der Lagerung. Für die innere Dämpfung ergeben sich die Koeffizienten aus der Materialdämpfung.

Im Folgenden wird ein an zwei Positionen gelagerter Laval-Rotor mit einer Scheibe und einer masselosen Welle, wie in Abb. 2.12a dargestellt, angenommen. Es werden die zwei Freiheitsgrade in y- und z-Richtung samt den dazugehörigen Kippfreiheitsgraden φ_y und φ_z der Scheibe im raumfesten Bezugssystem betrachtet. Abbildung 2.12a kann zu dem Ersatzsystem in Abb. 2.12b vereinfacht werden. Die Wellensteifigkeit und Rotordämpfung sowie die Federung und die Dämpfung durch die Lager sind in der Ersatzsteifigkeit k_R und der Ersatzdämpfung d_R berücksichtigt. Die Federung und Dämpfung des Fundaments wird über die Koeffizienten k_F und d_F repräsentiert. Die Massen des Rotors und des Fundaments sind schließlich mit m_R und m_F angegeben. Die Variable ε bezieht sich auf die Massenexzentriztät, die für die unwuchterzwungenen Schwingungen im Betrieb des Rotors verantwortlich ist. Es handelt sich bei dem Ersatzsystem um ein Zweifreiheitsgrad-System. Die Freiheitsgrade der Systeme Rotor und Fundament werden jeweils zu einem Freiheitsgrad zusammengefasst.



(a) Rotor-Fundament Verbund (b) Ersatzsystem

Abbildung 2.12: Rotor-Fundament System nach Gasch et al. (2006)

Um den Einfluss gyroskopischer und zirkulatorischer Kräfte in rotierenden Systemen zu verdeutlichen, wird die Bewegungsgleichung exemplarisch für das System in Abb. 2.12a, für den Fall, dass die Scheibe mittig auf dem Rotor platziert ist, aufgestellt. Diese ist in Anhang B.1 dargestellt.

Zur Betrachtung der Eigenwerte und Eigenvektoren des Rotors kann Gl. (2.74) in ein Zustandsraummodell mit einer auf rotierende Systeme angepassten Systemmatrix $\boldsymbol{A}$ verwendet werden

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{K} + \boldsymbol{N}(\Omega)) & -\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{D} + \boldsymbol{G}(\Omega)) \end{bmatrix}. \tag{2.75}$$

In diesem Fall gilt $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \neq \boldsymbol{A}$. Daher kann eine Entkopplung nur unter Einführung der Linkseigenvektoren $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{l}}$ und den bereits verwendeten Rechtseigenvektoren, hier der Deutlichkeit halber mit $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}$ bezeichnet, erfolgen. Dafür werden die beiden Eigenwertprobleme

$$(\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I})\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{0}, \tag{2.76}$$

$$(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} - \lambda \boldsymbol{I})\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{l}} = \boldsymbol{0} \tag{2.77}$$

formuliert, aus denen identische Eigenwerte hervorgehen. Es gelten die Orthogonalitätsbeziehungen

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{l}_r}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}_n} = \begin{cases} 0 & \text{für } n \neq r \\ 1 & \text{für } n = r \end{cases} \quad \text{und} \tag{2.78}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{l_r}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}_n} = \begin{cases} 0 & \text{für } n \neq r \\ \lambda_n & \text{für } n = r \end{cases}, \tag{2.79}$$

mit denen sich die Bewegungsgleichungen für dieses System entkoppeln lassen. Das Vorgehen wird als bimodale Zerlegung bezeichnet (Gasch et al. 2012).

Ein wichtiges Werkzeug im Umgang mit Rotoren ist das CAMPBELL-Diagramm, bei dem die drehzahlabhängigen Eigenfrequenzen des Rotors über der Drehzahl aufgetragen werden. Durch Kenntlichmachen der ersten Drehzahlharmonischen sowie ggf. höheren Erregerordnungen (EO, Vielfache der Rotordrehzahl) im Diagramm können kritische Drehzahlen als Schnittpunkte der Erregerfrequenz mit den Eigenfrequenzen identifiziert werden. Ein exemplarisches CAMPBELL-Diagramm für einen LAVAL-Läufer ist in Abb. 2.13 gezeigt. Für die vier genannten Freiheitsgrade ergeben sich vier Moden, wobei sich

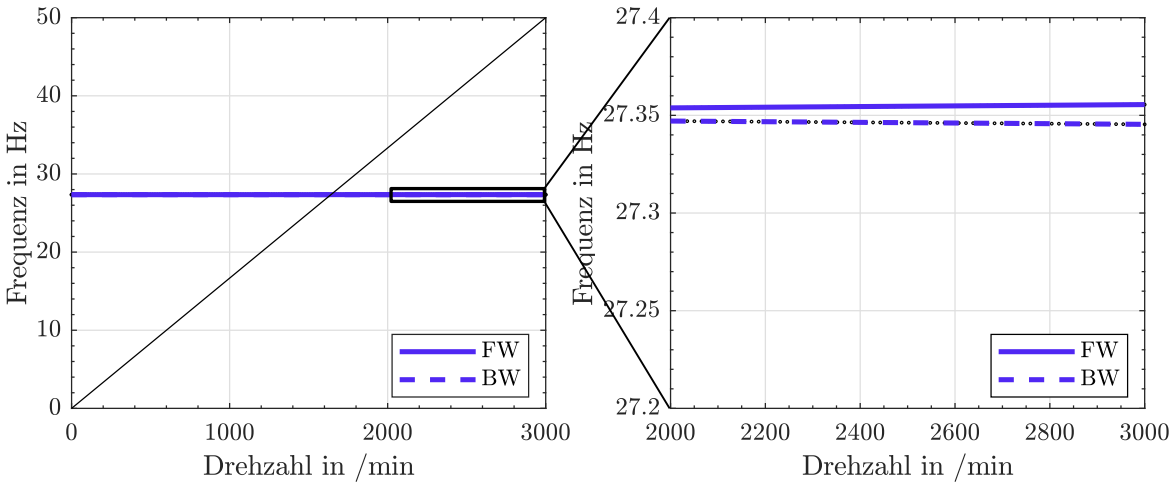


Abbildung 2.13: CAMPBELL Diagramm eines exemplarischen LAVAL-Läufers

in der Darstellung auf den Frequenzbereich der ersten beiden Moden konzentriert wird. Die beiden Moden *FW* (forward) und *BW* (backward) beschreiben grundsätzlich die gleiche Bewegungsform des Rotors und unterscheiden sich in der sogenannten *Whirl* Richtung. Die Whirl Richtung bezieht sich auf die Rotationsrichtung der Wellenachse. Das bedeutet, im Falle der BW Mode rotiert die Eigenform entgegengesetzt zur Rotationsrichtung und im Falle der FW Mode mit der Rotation der Welle (Knowles 2017). Im betrachteten Fall in Abb. 2.13 üben die gyroskopischen Kräfte einen geringen Einfluss auf die Rotormoden aus, da sich die Eigenfrequenzen der BW und FW Mode drehzahlabhängig kaum ändern. Zur weiteren Beschreibung des Strukturverhaltens von Rotoren sei an dieser Stelle auf Gasch et al. (2006) oder Gasch et al. (2012) verwiesen.

2.5.2 Gehäuse- und Fundamentdynamik

Maschinen werden in der Regel auf einem Fundament platziert, welches teilweise um elastische Füße erweitert sein kann, wie in Abb. 2.12a schematisch abgebildet. Das Gehäuse bzw. Fundament ist in der Regel nicht als starr anzunehmen. Je nachdem ob das Fundament auf Gummifüßen steht oder direkt auf dem Boden, kann die Abstützung des Fundaments über Federn und Dämpfer oder einen elastischen Halbraum modelliert werden. Durch die elastische Abstützung des Rotors sinken die Rotoreigenfrequenzen

in der Regel ab (Gasch et al. 2006). Die Abstützung ist weiterhin oftmals massebehaftet, sodass es sinnvoll ist, diese als Feder-Masse-System zu modellieren, wie es in dem Ersatzmodell in Abb. 2.12b dargestellt ist.

Für $m_F \gg m_R$ sind die Frequenzen des gekoppelten Systems nahezu den Eigenfrequenzen der einzelnen Strukturen gleichzusetzen. Entsprechend ist die Berücksichtigung des Fundaments bei großen Maschinen von größerer Relevanz, da die Massen von Rotor und Fundament und somit deren Eigenfrequenzen näher beieinander liegen (Kramer 1993). Fundamente können darüber hinaus bei geeigneter Abstimmung der Eigenfrequenzen von Fundament ω_F und Rotor ω_R, sodass $\omega_F \approx \omega_R$ gilt, dämpfend auf die Rotorschwingungen wirken. Die maximalen Amplituden bei Resonanz fallen im gekoppelten System in der Regel geringer aus (Kramer 1993). Die Dämpfungswirkung eines auf dem Boden ruhenden Fundaments ist in der Regel größer, da die aufgenommene Energie weitergeleitet wird und es keine Reflexionen gibt (Gasch et al. 2006). Die Dämpfungs- und Steifigkeitseigenschaften des elastischen Halbraumes sind dabei frequenzabhängig.

Diese Betrachtungen begründen die Sinnhaftigkeit der Berücksichtigung von Fundamenten und Gehäusen in der Rotordynamik. Mit Hilfe von gemessenen absoluten Gehäuseschwingungen lassen sich außerdem beispielsweise anhand der DIN-ISO 10816 Aussagen über den Zustand des Rotors treffen bzw. eine Unterteilung in Zonen finden, die angeben, ob der Rotor ohne Bedenken betrieben werden kann.

2.5.3 Hydrodynamische Gleitlager

Gleitlager werden mit einem Schmierfilm betrieben und verfügen über einige Vorteile beispielsweise gegenüber Wälzlagern. Sie verringern die Reibverluste und können bei sehr hohen Drehzahlen betrieben werden, bei denen sie nahezu zentrisch laufen. Desweiteren zeichnen sie sich durch eine hohe Lebensdauer aus. Ein im Zusammenhang mit Gleitlagern formulierter Ähnlichkeitsparameter ist die Sommerfeld-Zahl (So)

$$\mathrm{So} = \frac{F_{\mathrm{stat}} \xi^2}{2RB\nu\Omega} \tag{2.80}$$

mit der statischen Lagerlast F_{stat}, dem Lagerspiel ξ, dem Lagerradius R, der Lagerbreite B und der Ölzähigkeit ν. Geometrisch ähnliche Gleitlager mit der gleichen So-Zahl weisen auch ein ähnliches dynamisches Verhalten auf. Gleitlager weisen Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften auf, die für einen Betriebspunkt bei kleinen Bewegungen linearisiert werden können. Daraus ergeben sich drehzahlabhängige Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten. Eine hohe Anisotropie im Falle der Steifigkeit kann zur Instabilität führen, vgl. Gasch et al. (2006). Für die detaillierte Betrachtung des Schwingungsverhaltens von Rotoren in Gleitlagern sei auf Gasch et al. (2006) verwiesen.

3 Bewertung des Standes der Technik und Zielsetzung

Das nachfolgende Kapitel ordnet die vorliegende Arbeit in den aktuellen Stand der Technik ein und zeigt die Forschungslücke gezielt auf. Die OMA weist den klaren Vorteil gegenüber der EMA auf, dass keine gemessene Anregung für die Ermittlung der modalen Parameter benötigt wird. Sie ist demnach für eine Ermittlung der modalen Parameter im Betrieb und unter realen Lastbedingungen geeignet.

Aufgrund dieser Vorzüge und der Robustheit von bereits etablierten Methoden wird sie für die modale Identifikation und das Monitoring von Maschinen eingesetzt. Der Anwendungsbereich weist allerdings noch einige Grenzen auf. Da es sich im Maschinenbau, insbesondere im Turbomaschinenbau, hauptsächlich um rotierende Maschinen handelt, ergeben sich neue Herausforderungen. Grundannahmen des Verfahrens werden verletzt und Anpassungen bzw. Erweiterungen der Verfahren sind dadurch notwendig, aus denen sich die Kernfragen dieser Arbeit ableiten.

3.1 Bewertung des Standes der Technik

Drei zentrale Aspekte sollen in dieser Arbeit betrachtet werden, zu denen nachfolgend der aktuelle Stand der Technik eingeordnet wird, um die Forschungslücke gezielt aufzuzeigen.

OMA im Bereich der Turbomaschinen

In Abschn. 2.4.5 wurden zum einen die Vorzüge der OMA durch die Vielzahl an Anwendungen deutlich. Diese umfassen neben dem Bauingenieurwesen, bei dem die zentralen Annahmen dieser Methodik erfüllt sind, auch viele interdisziplinäre Bereiche wie die Windenergie oder spezifische Anwendungsgebiete im Maschinenbau wie die Luftfahrt. Zum anderen wurde aber auch herausgearbeitet, dass es insbesondere im thermischen Turbomaschinenbau bisher keine Anwendungen gibt, die das Gesamtsystem bestehend aus Rotor, Gehäuse und Fundament in den Fokus rücken. Es gibt zwar bereits Arbeiten, die sich auf die Identifikation des Rotors in Turbomaschinen fokussieren, allerdings keine, die den gesamten Aufbau betrachten. Das Verständnis über das dynamische Verhalten des Gesamtaufbaus bestehend aus Rotor und Gehäuse ist insbesondere für Monitoring

Ansätze interessant. Die Anwendung der operationellen Modalanalyse ist für diese Aufgabe sinnvoll, da sie die modalen Parameter betriebspunktabhängig ermitteln und nach der erfolgten Qualifizierung für die Maschinenüberwachung genutzt werden kann. Es bedarf aber Anpassungen und Erweiterungen der bestehenden Verfahren, da nicht alle Annahmen der zugrundeliegenden Theorie bei rotierenden Systemen erfüllt werden.

Umgang mit Harmonischen

Eine notwendige Erweiterung der operationellen Modalanalyse, die über den klassischen Ansatz hinausgeht, bezieht sich auf die Existenz von Harmonischen in der gemessenen Strukturantwort im Betrieb rotierender Maschinen. Die Harmonischen superponieren das als Anregung angenommene weiße Rauschen und stellen somit eine Herausforderung und Limitierung für die Ausweitung des Anwendungsbereichs der OMA an rotierenden Systemen dar. Abschnitt 2.4.4 hat gezeigt, dass zahlreiche Verfahren existieren, um die Harmonischen zu identifizieren oder aus dem Ermittlungsprozess der modalen Parameter zu eliminieren. Diese verfügen allerdings nach wie vor über einige Schwachstellen in Bezug auf die Anwendung an realen Maschinen. So muss je nach Verfahren z. B. ein hohes SNR vorliegen, die Frequenz der Harmonischen konstant und bekannt sein oder es kann vorkommen, dass z. B. Seitenbänder nicht gut eliminiert werden (Peeters et al. 2007). Die verfügbaren Erkenntnisse und Ergebnisse aus der Literatur verdeutlichen, dass es kein einheitliches Bild darüber gibt, welches Verfahren für den Umgang mit Harmonischen in realen Anwendungen am besten geeignet ist. Insbesondere bei Turbomaschinenanwendungen sind höhere Fluktuationen in der Drehzahl üblich, sodass es dafür angepasster Verfahren bedarf. Neben der Drehzahlvariabilität kommt ein niedriges SNR im Betrieb von Turbomaschinen erschwerend hinzu. Es wird erwartet, dass die drehzahlsynchronen Schwingungen einer Turbomaschine in einer hohen Signalenergie resultieren, insbesondere im Vergleich zu Strukturen, in denen sich der Antrieb weniger auf die Messstellen auswirkt, vgl. Jacobsen und Andersen (2008). Zudem wird erwartet, dass neben den drehzahlsynchronen Schwingungen auch harmonische Effekte aus anderen Quellen, wie z. B. mit rotierenden Komponenten ausgestattete Zusatzaggregate, in Turbomaschinen eine Rolle spielen. Dies begründet den Forschungsbedarf an erweiterten oder angepassten Verfahren, die ein robustes Verhalten im Umgang mit den genannten fallspezifischen Herausforderungen aufweisen.

Nichtlineare modale Identifikation

Neben den bereits genannten Problemstellungen in Verbindung mit der modalen Identifikation rotierender Systeme im Betrieb kommt nichtlineares Verhalten hinzu, welches insbesondere unter realen Lastbedingungen zum Tragen kommt. Pintelon et al. (2008) und Parloo et al. (2005) beschreiben, dass alle realen Strukturen zu einem gewissen Grad nichtlineares Verhalten aufweisen und es daher sinnvoll ist, das linearisierte modale Modell im Betrieb mit den realen, vorherrschenden Belastungsverhältnissen zu identifizieren. Diese Ergebnisse sind deutlich aussagekräftiger als die Resultate im Stillstand.

Eine Möglichkeit, die nichtlinearen Effekte in modalen Größen abzubilden, bieten erweiterte bzw. neuartige Identifikationsverfahren, welche die nichtlinearen Einflüsse konkret berücksichtigen. Nichtlineare Identifikationsmethoden sind zum Entstehungszeitpunkt dieser Arbeit Gegenstand intensiver Forschung. Diese sind allerdings bisher auf einfache Strukturen unter Laborbedingungen beschränkt, wie die Ausführungen in Abschn. 2.4.6 gezeigt haben. Friis et al. (2021) argumentieren daher, dass mit linearen Verfahren dennoch eine beste Schätzung des nichtlinearen Verhaltens erfolgen kann und die linearen Verfahren ohnehin große Vorteile hinsichtlich ihrer Handhabbarkeit und Zeiteffizienz aufweisen. Die Arbeit von Friis et al. (2021) legitimiert somit die Nutzung linearer Verfahren auch bei Vorliegen von geringen nichtlinearen Struktureinflüssen. Die Ausführungen zeigen gleichzeitig, dass die betriebspunktabhängige Betrachtung diese Einflüsse stellenweise abbilden kann.

Fazit

Die vielzähligen Forschungsarbeiten zeigen, dass eine Anwendung der OMA trotz der Verletzung einiger Grundannahmen im Rahmen rotierender Maschinen möglich ist. Aus der Einordnung des Standes der Technik geht hervor, dass für eine Turbomaschinenanwendung eine betriebspunktabhängige Betrachtung sinnhaft ist. Weiterhin geht hervor, dass es bisher keine vergleichbare Anwendung der OMA im Betrieb einer Turbomaschine gibt, in der das Gesamtsystem bestehend aus Rotor und Gehäuse betrachtet wird, was eine Forschungslücke repräsentiert.

Daher liegen noch keine Erfahrungen vor, welchen Einfluss die Harmonischen auf die Identifikation im Betrieb ausüben. Es ist zu erwarten, dass die Harmonischen eine signifikante Rolle spielen, da diese im Bereich der Eigenfrequenzen des Gesamtsystems liegen und einen hohen Energiegehalt in das gemessene Signal einbringen. Eine Untersuchung und Bewertung verschiedener Verfahren zum Umgang mit Harmonischen an einer realen Anwendung ist notwendig. Weiterhin werden Verfahren benötigt, die gezielt auf den Anwendungsfall einer thermischen Turbomaschine und die damit verbundenen Herausforderungen angepasst sind. Eine Gegenüberstellung verschiedener Verfahren und die auf den Anwendungsfall bezogene Weiterentwicklung von Methoden ist daher eine weitere Forschungslücke.

Daraus geht hervor, dass es über die modalen Parameter eines rotierenden Gesamtsystems ebenfalls keine Vorkenntnisse gibt. Dies bezieht sich speziell auf das Verhalten der modalen Dämpfung im Betrieb und den Einfluss der im System vorhandenen Fügestellendämpfung. Dies stellt einen weiteren offenen Punkt dar, da die experimentell bestimmte Dämpfung für die Modellbildung relevant ist.

3.2 Zielsetzung und Vorgehensweise

Aus den vorherigen Betrachtungen wird ersichtlich, dass eine betriebspunktabhängige Untersuchung des Strukturverhaltens rotierender Maschinen notwendig ist, um die realen Lastbedingungen sowie die Nichtlinearitäten abzubilden. Die vorliegende Arbeit wird demnach gezielt den Einfluss nichtlinearer Fügestellendämpfung an einer realen Maschine auf die identifizierten modalen Größen untersuchen. Daneben ist auch eine auf den Anwendungsfall bezogene Weiterentwicklung der Methoden zum Umgang mit Harmonischen und ein Vergleich verschiedener bestehender Verfahren Zielsetzung dieser Arbeit.

3.2.1 Zielsetzung

Das übergeordnete Ziel dieser Arbeit ist es, den Anwendungsbereich der OMA als Identifikationsverfahren für das Strukturverhalten rotierender Maschinen über Weiterentwicklung und Kombination von Methoden auszuweiten. Dies bezieht sich speziell auf den Turbomaschinenbereich.

Forschungsfragen

Um diese Zielsetzung zu erreichen, ergeben sich folgende Forschungsfragen für den gegebenen Anwendungsfall einer thermischen Turbomaschine:

1. Kann die operationelle Modalanalyse zur modalen Identifikation einer realen Turbomaschine im Betrieb erfolgreich angewendet werden und welche Herausforderungen ergeben sich?
2. Welche Unterschiede bestehen zwischen der OMA und einer Messung im Stillstand (Durchführung einer EMA) und sind die gewonnenen Erkenntnisse aus dem Betrieb für ein korrektes Systemverständnis notwendig?
3. Wie können die drehzahlsynchronen Schwingungsanteile in den gemessenen Antwortsignalen sowie weitere Störeinflüsse effektiv und korrekt identifiziert bzw. eliminiert werden?
4. Welchen Einfluss übt die im System vorhandene Fügestellendämpfung auf die identifizierten Ergebnisse aus?

Forschungshypothese

Die Forschungshypothesen, welche aus den Kernfragen dieser Arbeit resultieren, lauten demnach:

Die operationelle Modalanalyse kann unter Nutzung geeigneter Verfahren zur Separation der Effekte harmonischer Anregung für die modale Identifikation rotierender Maschinen im Betrieb angewandt werden. Die Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen einer rotierenden Maschine sind vom Betriebspunkt abhängig und müssen für eine korrekte Charakterisierung des Systems im Betrieb der Maschine ermittelt werden.

Im weiteren Verlauf der Arbeit gilt es, diese Hypothesen anhand der vorgestellten Ergebnisse an einem Axialverdichter, der als Beispiel für eine thermische Turbomaschine fungiert, zu bestätigen.

3.2.2 Vorgehensweise

Um die Zielsetzung zu erfüllen und die formulierten Forschungsfragen zu beantworten, werden experimentelle und numerische Studien an einem Axialverdichter durchgeführt. An diesem Prüfstand werden zunächst Experimente im Stillstand, d. h. eine experimentelle Modalanalyse unter Nutzung eines Shakers und eines Modalhammers für die kontrollierte Anregung der Struktur umgesetzt. Diese Ergebnisse dienen als Referenz für die operationelle Modalanalyse im Betrieb. Für die Auswertung der gemessenen Schwingungsantwort im Betrieb werden modifizierte Verfahren auf die Daten angewandt, um die harmonischen Effekte zu unterdrücken bzw. zu identifizieren. Die modale Identifikation kann anschließend mit einem der etablierten Verfahren durchgeführt werden. Unterschiede in den Ergebnissen aus dem Betrieb im Vergleich zu den Resultaten aus dem Stillstand werden anhand des Einflusses der Fügestellendämpfung und des Rotors untersucht und plausibilisiert. Die Vorgehensweise ist schematisch in Abb. 3.1 anhand der acht Schritte dargestellt. Die Zielsetzung ist erreicht, wenn die modalen Größen des betrachteten Gesamtsystems im Betrieb an unterschiedlichen Drehzahlen ermittelt wurden und sich den im Stillstand identifizierten Moden zuordnen lassen.

Umfang der Arbeit

Der Fokus der Untersuchungen liegt auf dem charakteristischen Frequenzbereich bis 150 Hz, in dem sich auch die erste Biegemode des Rotors befindet. In diesem Bereich wird auf die charakteristischen Eigenformen des Gesamtsystems eingegangen. Lokale Moden z. B. von Rotor oder nur dem Fundament/Untergrund sind nicht Bestandteil der Untersuchungen. Da nichtlineare Verfahren noch nicht den notwendigen technologischen Reifegrad für die Anwendung an realen Maschinen erreicht haben, beschränkt sich das folgende Vorgehen auf die bereits bewährten linearen Identifikationstechniken. Beobachtete Phänomene in den Ergebnissen der Modalanalyse werden über vereinfachte analytische Modelle näher untersucht, um die wirkenden physikalischen Mechanismen zu plausibilisieren. Diese Modelle haben nicht den Anspruch, alle auftretenden Effekte vollumfänglich abzubilden.

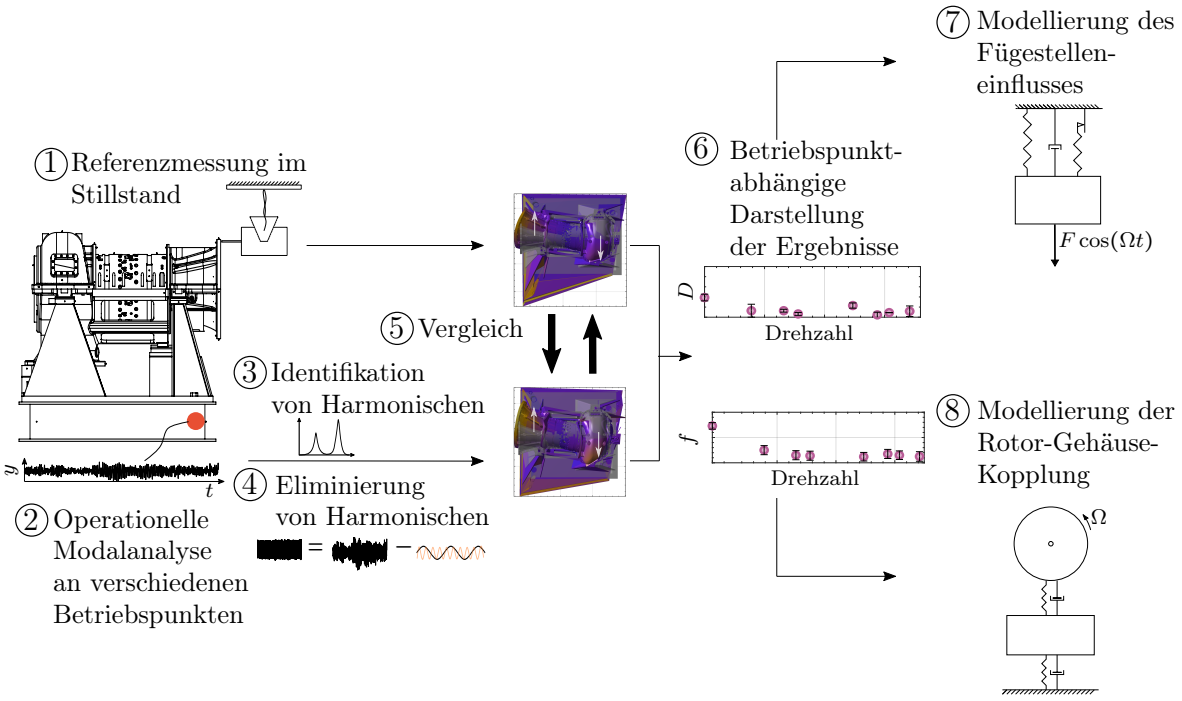


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur Erreichung der Zielsetzung

4 Versuchsaufbau

Im nachfolgenden Kapitel wird der im Rahmen dieser Arbeit betrachtete Versuchsträger vorgestellt. Darüber hinaus wird die für die Durchführung der Experimente im Stillstand und im Betrieb notwendige Messtechnik und der Messaufbau dargestellt.

4.1 Versuchsträger

Für die Untersuchungen zur Qualifizierung der OMA an einer schnelldrehenden Anwendung wird der Axialverdichter-Prüfstand des Instituts für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik (TFD) genutzt. In diesem Fall wird die einstufige Rotorkonfiguration verwendet. Diese ist neben dem geschlossenen Prüfstand in Abb. 4.1 dargestellt. Die Strömungs-

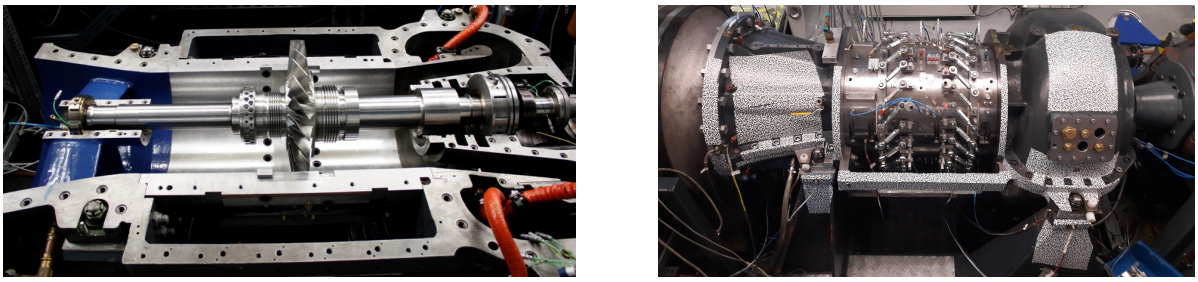


Abbildung 4.1: Einstufige Rotorkonfiguration (links) aus Keller (2021) und geschlossener Prüfstand mit Gehäusekomponenten (rechts)

richtung ist in Abb. 4.1 von links nach rechts. Der Rotor ist als Blisk-Bauweise (Blade integrated Disk) aus einer Titanlegierung (Ti-6Al-4V) ausgeführt und über eine HIRTH-Verzahnung mit der Welle aus Edelstahl (17-4 PH H900) verbunden. Die Welle ist in einem Radiallager (Loslager) und einem Radial- und Axiallager (Festlager) gleitgelagert. Dabei wird Öl des Typs ISO VG 68 verwendet. Bei den betrachteten Lagern handelt es sich um vorgespannte Gleitlager mit fixierten Auflageflächen. Die Lagerkoeffizienten sind in Anhang B.4 angegeben. Zusätzlich zur Rotorbeschaufelung liegen ein verstellbares IGV (inlet guide vane) stromauf und ein ebenfalls verstellbarer Stator stromab des Rotors vor. Die Nenndrehzahl der betrachteten Rotorkonfiguration ist 17100 /min (bzw. 285 Hz). Der Rotor weist eine Gesamtlänge von 1061.5 mm und ein Gewicht von 47.2 kg auf. Im Gegensatz dazu wiegen die äußeren Gehäusekomponeten (Eintritts-, Austrittsgehäuse und Leitschaufelträger, vgl. Abb. 4.3) in etwa 800 kg. Im Leitschaufel-

träger sind die IGV- und Stator-Schaufeln montiert. Mehr Informationen zur einstufigen Verdichterkonfiguration und ihrer Auslegung lassen sich in Keller (2021) finden.

Das für die Messungen instrumentierte Außengehäuse besteht primär aus sechs Bauteilen, die über eine Teilungsfuge halbiert sind. Darüber hinaus ist das Gehäuse auf den Lagerstützen (Fest- und Loslagerstütze, nachfolgend als FL und LL abgekürzt) montiert. Diese Lagerstützen stehen auf einem Fundament. Beide sind ebenfalls in den durchgeführten Versuchen mit Beschleunigungsaufnehmern ausgestattet. Das Fundament ist weiterhin auf einem großen Podest montiert, auf dem auch das Planetengetriebe, mit einem Übersetzungsverhältnis von 1:13, und der Gleichstrommotor mit einer Maximaldrehzahl von 1500 /min (950 kW Leistung) stehen, siehe Abb. 4.2. Dieses Podest ist

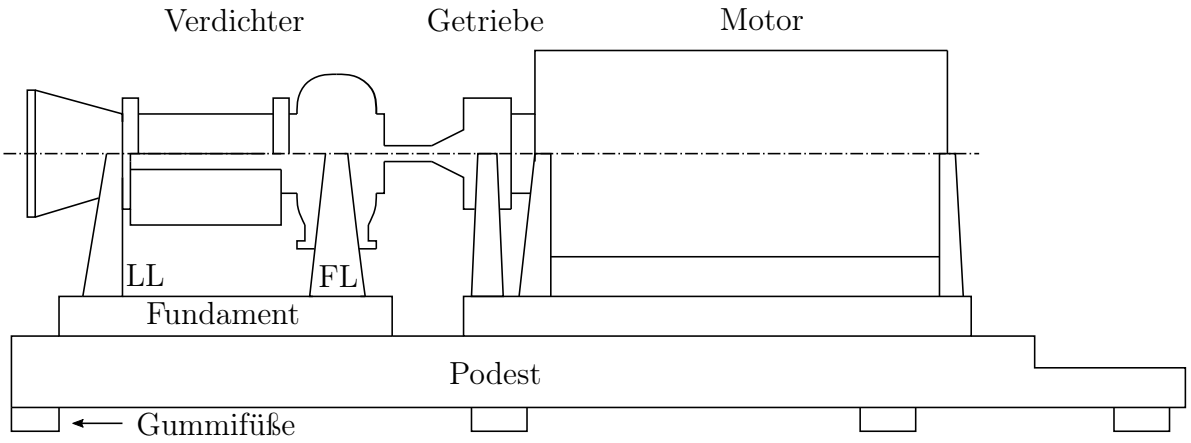


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des gesamten Prüfstands mit Getriebe, Motor und Fundament

wiederum auf Gummifüßen abgestützt, siehe Abb. 4.2. Darunter befindet sich der Hallenboden, der allerdings nicht unmittelbar mit dem Erdreich verbunden ist. Stattdessen befindet sich darunter der Maschinenkeller, in dem sich beispielsweise die Umformer für den elektrischen Strom befinden. In den oben genannten Gehäusekomponenten sind der Festlagerträger und der Nabenkörper montiert, die die Welle umschließen.

Die Luft für den Betrieb des Prüfstands wird aus der Umgebung angesaugt. Die Verbindung mit dem Prüfstand erfolgt über einen Luftfilter am Gebäudeeintritt und einer Ansaugrohrleitung. Diese ist mit einer Gummimanschette an den Prüfstand angebunden. Die Luft strömt über ein 90° gekrümmtes Rohr aus dem Prüfstand.

4.2 Instrumentierung und Datenverarbeitung

Die Schwingungen des Systems werden mit Beschleunigungsaufnehmern, elektro-mechanischen Wandlern, die auf einem piezo-elektrischen Messprinzip basieren, gemessen. Die verwendeten IEPE (integrated electronics piezo-electric) Sensoren sind heutzutage

Standard für die Beschleunigungs- und Kraftmessung im Rahmen der experimentellen Modalanalyse. Die erfassten Spannungssignale werden über ein Datenerfassungssystem aufgezeichnet und in Beschleunigungen umgerechnet, wie es anhand der in Abb. 4.3 dargestellten Messkette zu entnehmen ist. Die Spannungsversorgung für die IEPE

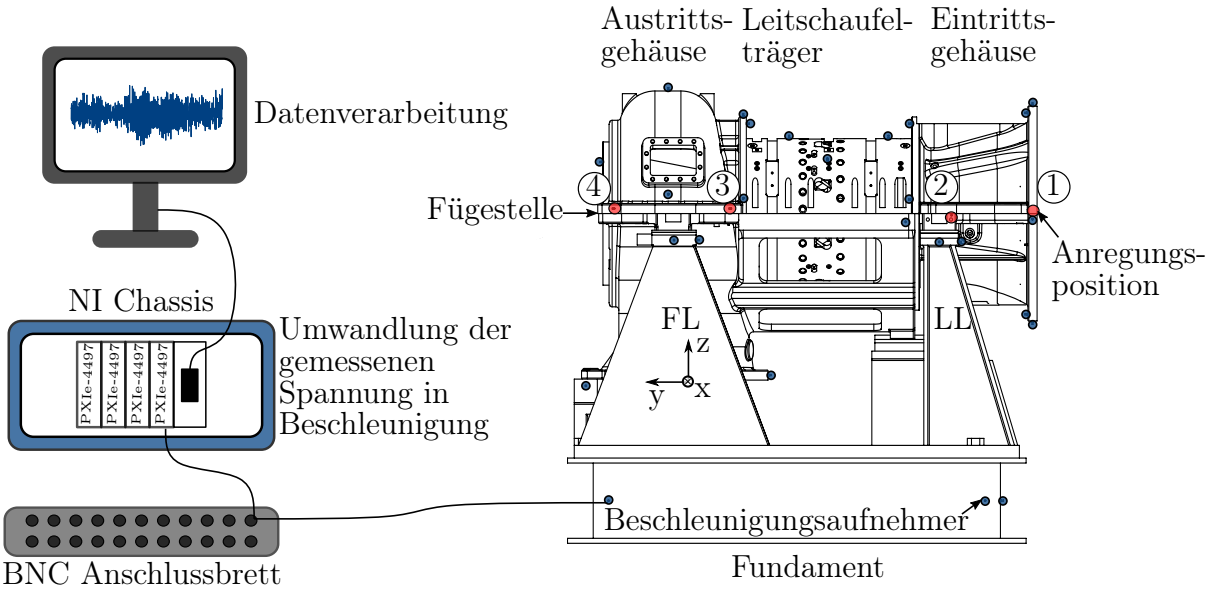


Abbildung 4.3: Messkette für die Stillstands- und Betriebsversuche

Sensoren wird über die PXIe-4497 Messkarten des Herstellers National Instrument bereitgestellt, welche ebenfalls in Abb. 4.3 skizzenhaft abgebildet sind. Das gemessene Spannungssignal ist proportional zur Beschleunigung an der Messstelle. Der Proportionalitätsfaktor, der der Sensitivität gleichzusetzen ist, beträgt 100 mV/g. Es werden uniaxial messende Sensoren der Firma Dytran als Leihgabe des Instituts für Dynamik und Schwingungen (IDS) verwendet. Bei den genutzten Sensitivitäten bzw. dem Sensortyp ist der messbare Frequenzbereich der Antwort laut Datenblatt des Herstellers zwischen 0.5 Hz und 10 kHz (mit genügend Abstand zur Eigenfrequenz des Sensors bei > 45 kHz). Die Anzahl der Messstellen und der dazugehörigen Messrichtung kann gleich der Anzahl an Freiheitsgraden im linearen Ersatzmodell sein. Diese ist in den Shaker- und Betriebsversuchen 49 und in den Modalhammer-Messungen 31. Für eine bessere Wiederholgenauigkeit ist es von Vorteil, die Position der Sensoren nicht zu verändern. Die Aufnehmer werden mit Sekundenkleber an die Struktur geklebt. Um EMV-Probleme (elektromagnetische Verträglichkeit) zu vermeiden, wird ein Isoliertape zwischen Sensor und Gehäuseoberfläche platziert. Ein *Mass Loading* Effekt durch die Sensoren kann ausgeschlossen werden, da das Gesamtgewicht der Sensoren ca. 0.15 ‰ des Gehäuse-Gewichts beträgt. Die zu vernachlässigende Masse der Sensoren ermöglicht die Annahme, dass sich die modalen Eigenschaften der Struktur durch den Messaufbau nicht ändern.

Die Messdaten werden im Stillstand mit einer Abtastfrequenz von 4 kHz aufgezeichnet. Im Betrieb wird eine Sampling-Frequenz von 25.6 kHz genutzt, da für die korrekte Pha-

seninformation des Rotors eine hohe Abtastfrequenz notwendig ist. Da einfaches Downsamplen um einen bestimmten Faktor zu Aliasing führt, ist es notwendig, die Messdaten mit Hilfe eines Anti-Aliasing Filters zu verarbeiten (Brincker und Ventura 2015). Entsprechend wird für das Downsampling der Daten die Funktion `resample` in MATLAB genutzt, welche ein entsprechendes Filter berücksichtigt.

Zur besseren Einordnung und dem Verständnis der Messungen sind in Abb. 4.4 exemplarisch der Verlauf einer Shaker-Anregung sowie die Antwort eines Beschleunigungssensors auf diese Anregung und zuletzt eine gemessene Strukturantwort aus dem Betrieb über die Zeit dargestellt.

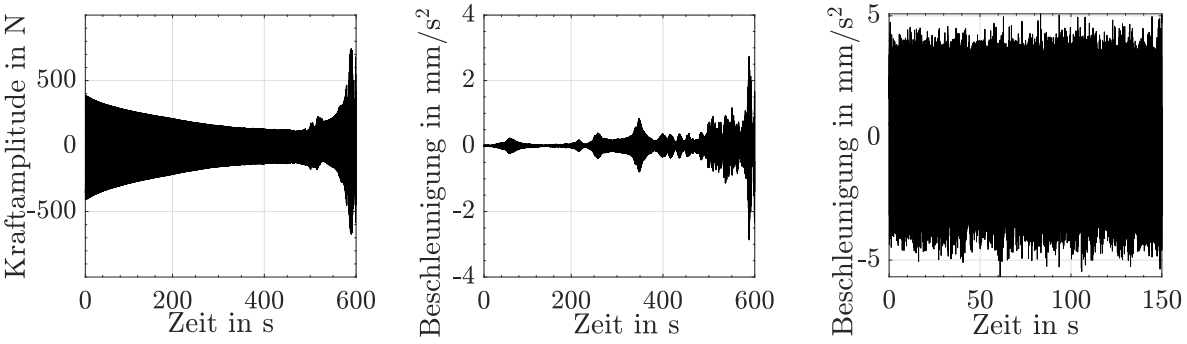


Abbildung 4.4: Aufgezeichnete Zeitsignale – (a) Übertragene Kraft bei einem Sinus Sweep mit Shaker-Anregung, (b) Antwort eines exemplarischen Beschleunigungsaufnehmers auf die Gleitsinusanregung und (c) Antwort eines exemplarischen Beschleunigungsaufnehmers im Betrieb des Axialverdichters

4.2.1 Bewertung der Daten

Die Kohärenz ist ein Maß dafür, wie die beiden Signale $y(t)$ und $z(t)$ linear voneinander abhängen. Diese Größe wird im Rahmen der experimentellen Modalanalyse häufig genutzt, um somit einen Zusammenhang zwischen Anregung und Antwort herzustellen. Sie ist damit ein Qualitätsmaß für die Messungen. Sie ist definiert als

$$\mathfrak{K}^2_{yz}(\Omega) = \frac{\mathcal{S}^*_{yz}(\Omega)\mathcal{S}_{yz}(\Omega)}{\mathcal{S}_{yy}(\Omega)\mathcal{S}_{zz}(\Omega)} = \frac{|\mathcal{S}_{yz}(\Omega)|^2}{\mathcal{S}_{yy}(\Omega)\mathcal{S}_{zz}(\Omega)}. \tag{4.1}$$

Der Wert der Kohärenz liegt zwischen $0 \leq \mathfrak{K}^2_{yz} \leq 1$ und nimmt den Wert Null ein, wenn die beiden Signale statistisch unabhängig voneinander sind. Die Kohärenz kann außerdem zur Quantifizierung des SNR in Form von $\frac{1-\mathfrak{K}^2}{\mathfrak{K}^2}$ verwendet werden.

Trotz größerer Bemühungen, das System elektrisch abzuschirmen, können die Netzfrequenz von 50 Hz und ihre Vielfachen Störsignale in den gemessenen Zeitreihen generieren. Daher ist auf diese Frequenzen bei der Auswertung besonders zu achten.

Zur Beurteilung der Plausibilität der Messsignale ist es sinnhaft, vor der Auswertung die über die Zeit aufgetragenen Rohsignale der Beschleunigungsaufnehmer zu betrachten. Sind Unstimmigkeiten zu erkennen, wie beispielsweise einzelne Spitzen oder ein deutlich geringeres oder erhöhtes Schwingungsniveau im Vergleich zu den verbleibenden Sensoren, ist es ratsam, diese Aufnehmer aus der Auswertung auszuschließen, um die Analyse nicht zu verfälschen. Bei den Messungen im Betrieb kann es darüber hinaus sinnvoll sein, die spektrale Leistungsdichte der einzelnen Sensoren zu betrachten.

4.2.2 Messunsicherheit

Gemäß dem *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (GUM) setzt sich die Gesamtmessunsicherheit einer Messgröße y aus einer systematischen Unsicherheit und einer stochastischen Abweichung zusammen (BIPM et al. 2008). Diese lässt sich nach

$$U_y = \alpha_{\text{conf}} \sqrt{u_{\text{sys}}^2 + \left(\frac{\sigma}{\sqrt{N_S}}\right)^2} \tag{4.2}$$

abschätzen, wobei u_{sys} die systematische Unsicherheit der Messinstrumente bezeichnet, σ die Standardabweichung der Messgröße und N_S die Anzahl an Samples, aus denen die Standardabweichung ermittelt wird. Der Faktor α_{conf} ergibt sich aus der STUDENT'schen Verteilung entsprechend des gewählten Vertrauensintervalls. Im Folgenden wird ein Konfidenzintervall von 95 % betrachtet, somit ergibt sich ein Wert von $\alpha_{\text{conf}} = 1.96$. Die systematische Messunsicherheit der eingesetzten Messinstrumente ergibt sich analog nach GAUSS'scher Fehlerfortpflanzung. Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen ergibt sich aus den Datenblättern, dass die Beschleunigungsaufnehmer sowie der Kraftsensor einen Linearitätsfehler von 1 % aufweisen. Die Messkarten verfügen über einen Verstärkungsfehler von 1.158 %. Die Standardabweichung der Messgrößen wird aus einer Messung ermittelt, bei der ein konstanter Sinus als Kraftanregung vorgegeben wurde.

Um nachher die Unsicherheit bezüglich der ermittelten Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte zu erhalten, wird über das *Latin Hypercube Sampling* (McKay et al. 1979) eine Störung im Rahmen der ermittelten systematischen Messunsicherheit auf die Eingangsgröße der Modalanalyseverfahren gegeben[2]. Die Ermittlung der modalen Parameter wird wiederholt durchgeführt, um die Abweichung durch die vorgegebene Störung auf diese Größen zu ermitteln. Es wird anschließend die sich aus diesen Durchgängen ergebende Standardabweichung für Eigenfrequenz und Dämpfung σ_{perturb} berechnet. Es sei erwähnt, dass diese Unsicherheit gegenüber den anderen Unsicherheiten vernachlässigbar ist. Da sowohl im Falle der EMA sowie der OMA mehrere Datensätze zur Verfügung stehen, wird zusätzlich die Standardabweichung für die Ergebnisse (Eigenfrequenz und Dämpfung) aus den verschiedenen Messungen σ_{meas} ermittelt. Im Falle der ermittelten Eigenfrequenzen geht darüber hinaus der Fehler durch die Frequenzauflösung ein. Die

[2] auf die Beschleunigung im Falle der OMA und auf die Beschleunigung und Kraft im Falle der EMA

genannten Unsicherheiten werden durch Multiplikation mit dem Konfidenzfaktor α_{conf} in das gewünschte Konfidenzintervall überführt. Für die SSI kommt weiterhin die berechnete Schätzunsicherheit des Verfahrens, vgl. Abschn. 2.4.1, die sich bereits in einem 95 % Konfidenzintervall befindet, hinzu. Die verschiedenen Unsicherheiten werden über Gauss'sche Fehlerfortpflanzung zu einer Gesamtunsicherheit zusammengesetzt. Diese Unsicherheiten werden in den Ergebniskapiteln neben den gemittelten modalen Größen angegeben.

4.3 Sensorplatzierung

Mit einer geeigneten Verteilung der Sensoren auf der zu untersuchenden Struktur können der Informationsgewinn erhöht und die modale Parameteridentifikation verbessert werden. Dieser positive Einfluss kann beispielsweise in der Kohärenz der Messungen beobachtet werden. Zu diesem Zweck wurden von Amer et al. (2023) verschiedene Verfahren zur optimalen Sensorverteilung zunächst auf der oberen, isoliert betrachteten Leitschaufelträger-Hälfte der Axialverdichter-Konfiguration erprobt. Als Basis für die Durchführung der Positionierung dienten FEM-Ergebnisse aus dem Projekt *IGF 20849 N* (Paehr et al. 2022). Die im Rahmen dieser Studie untersuchten Verfahren sind in Anhang C.1 zusammengefasst. Die *Effective Independence* Methode auf Basis der $\boldsymbol{QR}$-Zerlegung hat die besten Resultate erzielt und wurde daher für die Messungen mit dem Modalhammer auf die gesamte Axialverdichter Struktur angewendet. Die Vorteile beziehen sich auf die Zeiteffizienz bei gleichzeitig hoher Kohärenz. Ein Vergleich der resultierenden Kohärenz bei einer Messung mit der optimierten Sensorverteilung und einer gleichmäßigen, auf Erfahrungswerten basierenden Verteilung ist in Abb. 4.5 erkenntlich. Insbesondere

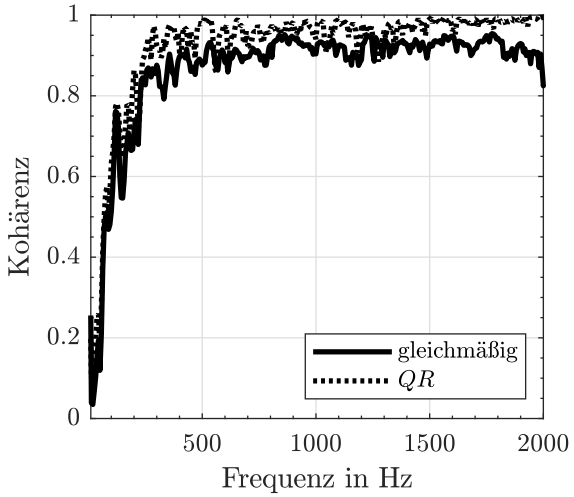
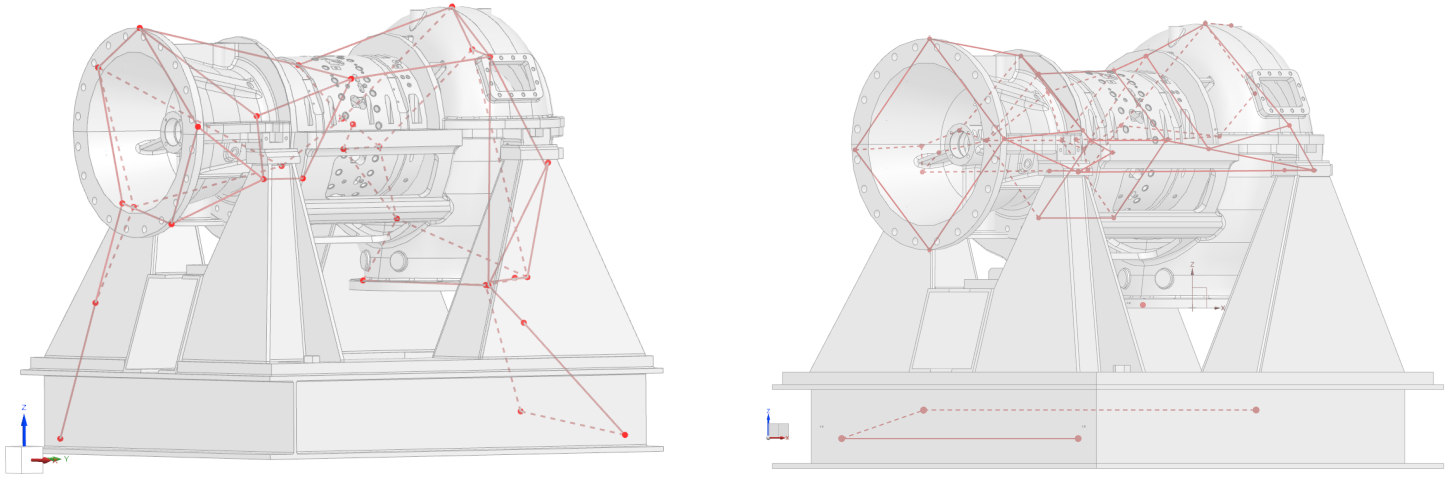


Abbildung 4.5: Kohärenz infolge einer auf Erfahrungswerten basierenden Sensorverteilung sowie der Verteilung mittels $\boldsymbol{QR}$-Methode für eine Modalhammer-Messung bei Anregung am Austrittsgehäuse in axialer Richtung

im unteren Frequenzbereich ist eine geringe Kohärenz zu beobachten, die sich bei allen Modalhammer-Messungen des Gesamtsystems nicht erhöhen ließ. Daher ist zum Vergleich ein größerer Frequenzbereich als für die Untersuchungen notwendig abgebildet. Über den gesamten Verlauf ist eine Verbesserung der Kohärenz um max. 15 % erkennbar. Das Verhältnis der Kohärenzen zwischen der ursprünglichen Sensorverteilung und der optimierten Verteilung kann bei Betrachtung anderer Anregungsorte variieren.

Da die Erkenntnisse dieser Studie erst zu einem späteren Zeitpunkt im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen gewonnen wurden, wurden die Shaker-Messungen sowie die Messungen im Betrieb mit einer auf Erfahrungswerten basierenden Sensorpositionierung durchgeführt. Die Sensoren sind dabei gleichmäßig auf den in Abb. 4.3 dargestellten Komponenten verteilt. Sie werden darüber hinaus an vier axialen Ebenen auf vier Umfangspositionen verteilt (0°, 90°, 180° und 270°), um etwaige Ovalisierungseffekte der Struktur zu erfassen. 14 der insgesamt 49 Sensoren messen dabei in axiale bzw. in Strömungsrichtung, während die verbleibenden Sensoren in radialer Richtung messen.

Die verwendeten Sensorpositionen für die Shaker- und Betriebsmessungen sowie die auf der $\boldsymbol{QR}$-Zerlegung basierende optimierte Verteilung, welche für Modalhammer-Messungen genutzt wurde, sind in Abb. 4.6 dargestellt. Die roten Punkte geben dabei die Positionen der Sensoren an, die über Gitterlinien miteinander verbunden sind. Sie messen die Bewegung außerhalb der Ebene. Die Positionen sind in kartesischen Koordinaten in Anhang C.1 und C.2 festgehalten.



(a) ***QR***-Methode

(b) gleichmäßige Verteilung

Abbildung 4.6: Sensorverteilung (a) für Modalhammer-Messungen und (b) für Shaker-Versuche und Betriebsmessungen; rote Punkte stellen Sensorpositionen dar; Für (b) sind am Eintrittsflansch und am Flansch des Austrittsgehäuses jeweils ein Sensor in axiale und ein Sensor in radiale Richtung zusammengefasst.

5 Methodik

Für die Lösung der Forschungsfragen werden nachfolgend die verwendeten Verfahren und Modelle sowie deren Weiterentwicklung beschrieben.

5.1 Identifikationsverfahren und Umgang mit Harmonischen

Im Rahmen dieser Arbeit werden unterschiedliche Verfahren aus der Literatur für den Umgang mit Harmonischen sowie für die modale Identifikation implementiert und anhand der Prüfstands-Messdaten getestet. Die verwendeten Ansätze sind in Tab. 5.1 aufgelistet und im Falle des Umgangs mit Harmonischen gemäß Motte et al. (2015) unterteilt. Die Methoden werden für den betrachteten Anwendungsfall miteinander verglichen, um eine geeignete Vorgehensweise zur modalen Identifikation festzustellen.

Darüber hinaus werden in diesem Abschnitt zwei neue Methoden vorgeschlagen, wie effizient mit den Harmonischen in den Messdaten umgegangen werden kann. Bei dem ersten Verfahren handelt es sich um eine Modifikation einer in der Literatur beschriebenen Herangehensweise. Bei der zweiten Methode wird ein Kriterium aufgezeigt, mit dem Harmonische, insbesondere jene, die aus anderen Quellen neben der Rotation des Verdichterrotors resultieren, identifiziert werden können.

5.1.1 Identifikation von Harmonischen mit Hilfe des Energiespektrums

Das *Energiespektrum*[3], welches eine auf die Masse bezogene Größe ist, kann herangezogen werden, um das Vorhandensein von Harmonischen in den Messdaten festzustellen. Der Energiegehalt von Harmonischen (Signalenergie) ist in der Regel deutlich höher als der von Strukturmoden, sodass sie im Frequenzbereich der berechneten *Eingangsenergie* sichtbar werden. Die Eingangsenergie ist als Größe aus dem Erdbebeningenieurwesen definiert, um die Energie, die in eine Struktur durch die Bewegung des Bodens eingeleitet wird, zu quantifizieren. Diese Energie muss von dem System z. B. über Dämpfung und/oder hysteretisches Verhalten dissipiert werden und kann daher Aufschluss über

[3]Hinweis von Dr. C.E. Ventura

Tabelle 5.1: Verwendete Verfahren zur Identifikation der modalen Größen und der Identifikation oder Eliminierung von Harmonischen

Identifikationsverfahren der modalen Parameter			
	SSI	**Bayesian FFT**	**HHT**
Annahme	Zustandsraum-modell	Lokale Approximation der SWs der PSD durch ein 1-DOF System mit proportionaler Dämpfung	Approximation der freien Schwingungsform ermittelt mit der RDT durch ein 1-DOF System
Anwendungs-parameter	Modellordnung, Stabilitätskriterien für Stabilitäts-diagramm	Wahl des Frequenzbereichs, in dem eine Mode dominiert	Wahl eines Sensorkanals, Anzahl Zeitabschnitte für Mittelung im Rahmen der RDT, Filterbereich für Bandpassfilter

Verfahren zur Identifikation oder Eliminierung von Harmonischen			
Statistik	**Pre-Processing**	**Verfahrenserweiterung**	**Eingangsunabhängig**
Exzess	Filter	SSI extended	Transmissibility based OMA
PDF	Cepstrum-Editing-Process		

mögliche Schäden in der Struktur geben (Ordaz et al. 2003). Unter der Voraussetzung, dass die Struktur mit einem 1-DOF System approximiert wird, ergibt sich die Bewegungsdifferentialgleichung

$$\ddot{q} + 2D\omega\dot{q} + \omega^2 q = -\ddot{y}(t), \tag{5.1}$$

wobei sich die generalisierten Koordinaten q und die gemessene Beschleunigung $\ddot{y}$[4] auf die Struktur mit der Masse m beziehen. Der Dämpfungsgrad des Systems ist mit D bezeichnet. Die Beschleunigung $\ddot{y}$ ist die Strukturantwort aufgrund der Anregung durch die Bodenfläche. Es ergibt sich für die Eingangsenergie

$$E_I = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{y}(t)\mathrm{d}q = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{y}(t)\dot{q}\mathrm{d}t. \tag{5.2}$$

Diese ist bereits auf die Masse des Systems bezogen. In Gl. (5.2) geht die Geschwindigkeit des Systems ein, welche im Folgenden nach dem Ansatz von Nigam und Jennings (1969) numerisch berechnet wird. Als Systembeschleunigungen $\ddot{y}$ werden die gemessenen

[4] Um deutlich zu machen, dass es sich um die gemessene Beschleunigung handelt, wird $\ddot{y}$ mit der zweifachen zeitlichen Ableitung gekennzeichnet.

Beschleunigungen der betrachteten Struktur verwendet. In einem zeitdiskreten System lassen sich mit einer Startbedingung im Stillstand die Geschwindigkeit und die Verschiebung nach Nigam und Jennings (1969) mit

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \mathfrak{A}\boldsymbol{x}_k + \mathfrak{B}\boldsymbol{u}_k \tag{5.3}$$

berechnen. Dabei sind

$$\mathfrak{A}(D, \Delta t, \Omega) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathfrak{B}(D, \Delta t, \Omega) = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}, \tag{5.4}$$

$$\boldsymbol{x}_k = \begin{pmatrix} q_k \\ \dot{q}_k \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{u}_k = \begin{pmatrix} \ddot{y}_k \\ \ddot{y}_{k+1} \end{pmatrix}. \tag{5.5}$$

Die einzelnen Elemente der Matrix $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ sind in Anhang D.1 dargestellt. Diese Koeffizienten hängen von einer gewählten Dämpfung D, dem Zeitschritt Δt und einer Kreisfrequenz Ω ab. Die Eingangsenergie für konsekutive Zeitschritte kann letztlich über

$$E_{I,k+1} = \ddot{y}_{k+1}\dot{q}_{k+1} + E_{I,k} \tag{5.6}$$

berechnet werden. Die Berechnung wird für einen ausgewählten Frequenzbereich durchgeführt, d. h. Ω wird entsprechend variiert, sodass die Eingangsenergie in Abhängigkeit von der Frequenz angegeben werden kann. Demnach wird diese Größe im Nachgang als Energiespektrum bezeichnet. Um die Harmonischen im Signal kenntlich zu machen, wird für die Berechnung des Energiespektrums eine geringe Dämpfung von 1 % gewählt. Damit dominieren die harmonischen Anteile im Energiespektrum und es kann als Kriterium für die Identifikation von Harmonischen genutzt werden.

5.1.2 Modifizierte Eliminierung von Harmonischen

Zivanovic et al. (2022) beschreiben ein Verfahren zur Modellierung des harmonischen Signals im Zeitbereich und erproben es an einer WEA. Es besteht aus folgenden Schritten:

1. Modellierung des gemessenen Ausgangssignals als Summe aus einem harmonischen und einem stochastischen Signalanteil.
2. Ermitteln der Koeffizienten zur Beschreibung des harmonischen Anteils mit einem Least Squares Ansatz.
3. Subtraktion des harmonischen Anteils vom gemessenen Signal.
4. Verwendung des neu generierten Signals als Eingang für ein beliebiges OMA Verfahren.

Die Schritte sind schematisch in Abb. 5.1 dargestellt. Auf diese Schritte wird im Folgenden näher eingegangen. Das gemessene Signal y wird in einen harmonischen Anteil h und ein stochastisches Signal s unterteilt

$$y(t_k) = h(t_k) + s(t_k), \tag{5.7}$$

wobei t_k die diskreten Zeitpunkte bezeichnen, zu denen Messwerte vorliegen. Das harmonische Signal kann weiterhin als Summe von L harmonischen Funktionen mit der fundamentalen Frequenz f_0 und der instantanen Phase φ_{inst}, die Abweichungen gegenüber der geschätzten fundamentalen Frequenz enthalten kann (Zivanovic et al. 2022), modelliert werden. Zivanovic et al. (2022) schlagen dazu folgende Schreibweise

$$h(t_k) = \sum_{l=1}^{L} \hat{a}_l(t_k) \cos\left(2\pi l f_0 t_k + \varphi_{\text{inst},l}(t_k)\right) \tag{5.8}$$

vor. Die Amplitude $\hat{a}$ bezieht sich auf die instantane Amplitude der harmonischen Funktion. Sie ist wie auch die instantane Phase zu Beginn der Modellierung unbekannt. Die fundamentale Frequenz ist dabei ein Mittelwert der untersuchten Drehzahl, die in der Regel z. B. über einen Drehzahlgeber bekannt ist. Gleichung (5.8) wird im nächsten Schritt mit $\hat{a} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ und $\varphi_{\text{inst}} = -\arctan\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)$ zu

$$h(t_k) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(t_k) \sin\left(2\pi l f_0 t_k\right) + \beta_l(t_k) \cos\left(2\pi l f_0 t_k\right) \tag{5.9}$$

vereinfacht, wobei $\alpha_l(t_k) = -\hat{a}(t_k) \sin\left(\varphi_{\text{inst}}(t_k)\right)$ und $\beta(t_k)_l = \hat{a}(t_k) \cos\left(\varphi_{\text{inst}}(t_k)\right)$ gilt. Statt einer gemittelten fundamentalen Frequenz erscheint es sinnvoll, die Phaseninformation φ_{mess}, die in der Regel bei rotierenden Maschinen ohnehin aufgezeichnet wird, für eine genauere Angabe des harmonischen Einflusses zu nutzen. Diese Größe φ_{mess} leitet sich aus dem Triggersignal für die Messung der Drehzahl ab (1 pro Umdrehung) und enthält neben der relativen Phasenlage des Rotors in Bezug auf einen Referenzpunkt auch die Information über die zeitlich veränderliche Rotationsfrequenz (instantane Kreisfrequenz $\omega(t) = \dot{\varphi}_{\text{mess}}(t)$). Durch diesen modifizierten Ansatz vereinfacht sich Gl. (5.9) zu

$$h(t_k) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(t_k) \sin\left(l\varphi_{\text{mess}}(t_k)\right) + \beta_l(t_k) \cos\left(l\varphi_{\text{mess}}(t_k)\right). \tag{5.10}$$

Der Rest des Verfahrens bleibt von hier an analog zu Zivanovic et al. (2022) erhalten. Die Koeffizienten α und β werden als Polynome mit einer niedrigen Ordnung N approximiert

$$\alpha_l(t_k) \approx \sum_{n=0}^{N} \alpha_n t^n, \tag{5.11}$$

$$\beta_l(t_k) \approx \sum_{n=0}^{N} \beta_n t^n. \tag{5.12}$$

Die Polynomkoeffizienten α_n und β_n werden über einen Least Squares Ansatz identifiziert. Das Vorgehen ist in Anhang D.2 beschrieben.

Zivanovic et al. (2022) schlagen vor, eine lange gemessene Zeitreihe in kurze Sequenzen zu unterteilen und diese mit Hilfe überlappender Fenster nach dem Eliminieren des harmonischen Anteils wieder zusammenzusetzen. Das Berechnen von h erfolgt dann entsprechend für die einzelnen Segmente. Die Nutzung von Fenstern hat den Nachteil, dass

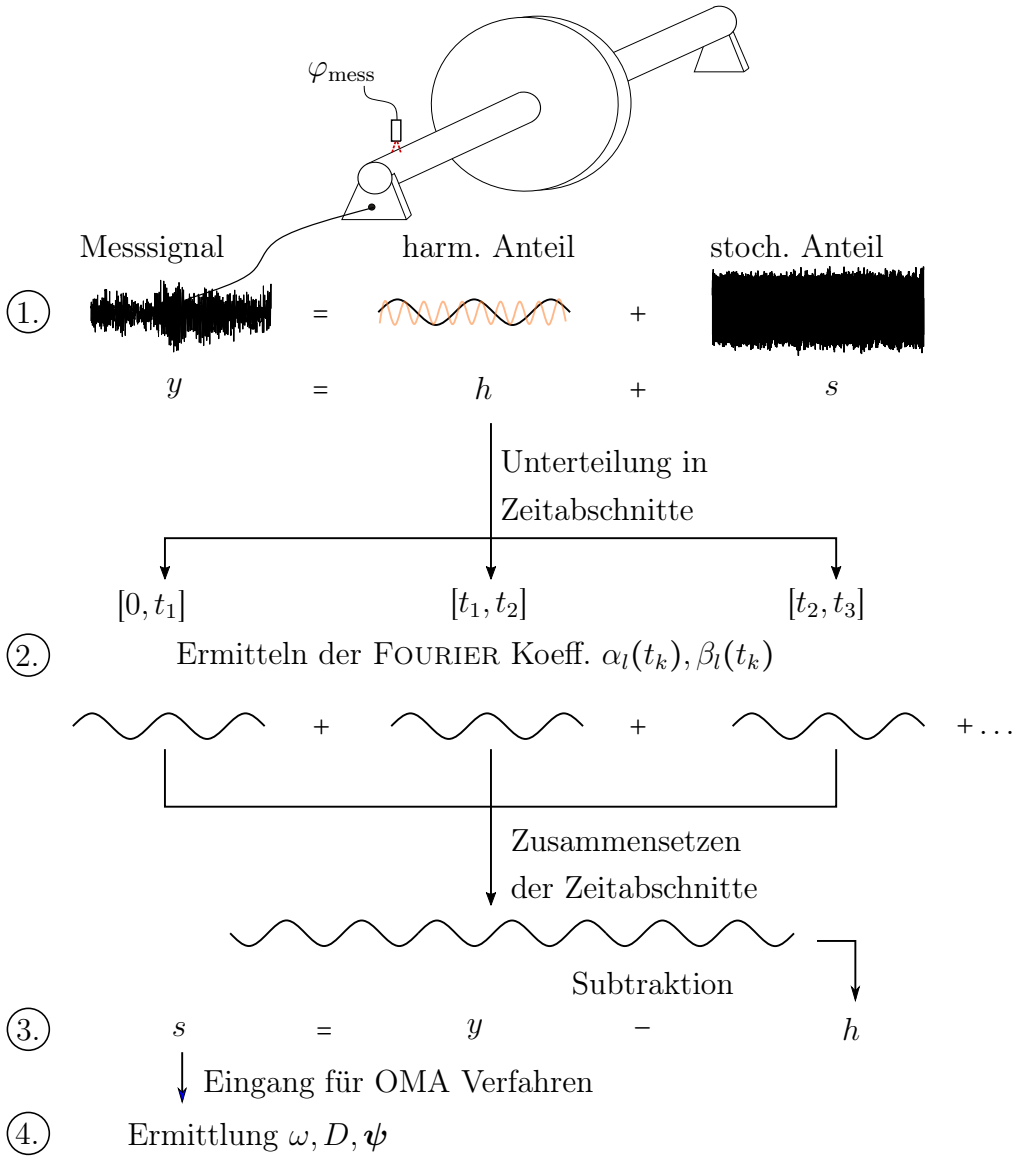


Abbildung 5.1: Schematischer Ablauf des Verfahrens zur Eliminierung von Harmonischen

das Verfahren ähnlich wie ein Filter wirkt und somit Einfluss auf den benachbarten Frequenzbereich ausübt, sodass nahe gelegene Strukturfrequenzen nicht mehr identifiziert werden können. Durch die Nutzung der Phase wird dagegen ein kontinuierliches Signal an den Sequenzgrenzen erzeugt und es kann auf die Nutzung von Fensterfunktionen für das Zusammensetzen verzichtet werden. Dadurch können mit der vorgeschlagenen Modifikation Schwachstellen des originalen Ansatzes verbessert werden. Die beiden Vorgehensweisen zur Erstellung der harmonischen Zeitreihe sind in Abb. 5.2 vergleichsweise veranschaulicht.

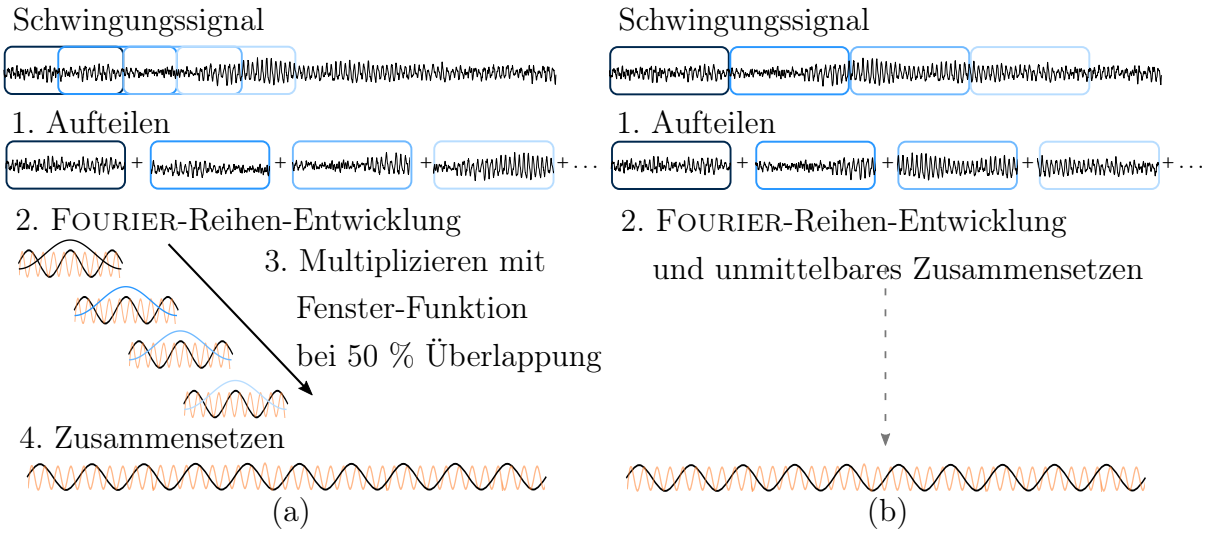


Abbildung 5.2: Zusammensetzen der Zeitreihen für die Beschreibung des harmonischen Signalanteils für (a) den ursprünglichen Ansatz und (b) den modifizierten Ansatz

5.2 Berücksichtigung der Fügestellendämpfung bei der modalen Parameteridentifikation im Betrieb

Die Vermutung liegt nahe, dass die Fügestellen im Prüfstand einen Einfluss auf die Gesamtdynamik haben. Zur Beschreibung dieses Einflusses wird nachfolgend ein 1-DOF System mit einem JENKINS-Element betrachtet, ähnlich wie es Wang und Chen (1993) zur Beschreibung von Reibdämpfern in Turbomaschinenschaufeln genutzt haben. Das

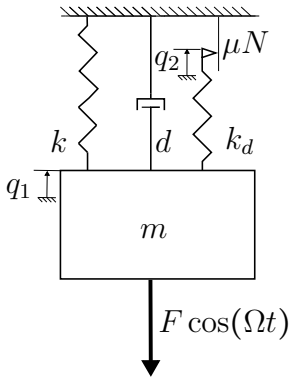


Abbildung 5.3: Einfreiheitsgradsystem mit viskoser Dämpfung und Reibdämpfung nach Wang und Chen (1993)

Ersatzsystem ist in Abb. 5.3 dargestellt. Die dazugehörige Bewegungsgleichung lautet

$$m\ddot{q}_1 + d\dot{q}_1 + kq_1 = F\cos(\Omega t) - F_{\text{nlin}} \tag{5.13}$$

mit

$$F_{\text{nlin}} = \begin{cases} k_d(q_1 - q_2) & \text{für} \quad k_d|q_1 - q_2| \leq \mu N \\ \mu N \text{sgn}(\dot{q_2}) & \text{für} \quad k_d|q_1 - q_2| \geq \mu N \end{cases}. \tag{5.14}$$

Eine lineare Ersatzdämpfung und -steifigkeit lässt sich mit Hilfe der *harmonischen Balance* ermitteln. Dabei wird ein harmonischer Ansatz $q_1 = A\cos(\Omega t)$ in den nichtlinearen Anteil der Bewegungsgleichung f_{nlin} eingesetzt. Es werden anschließend die FOURIER-Koeffizienten $\mathfrak{a} = \frac{2}{T}\int_0^{\text{T}} F_{\text{nlin}} \cos(\kappa\Omega t)\text{d}t$ und $\mathfrak{b} = \frac{2}{T}\int_0^{\text{T}} F_{\text{nlin}} \sin(\kappa\Omega t)\text{d}t$ der nichtlinearen Kraft entwickelt, wobei κ die Ordnung der Harmonischen bestimmt. Viele Anwendungen setzen $\kappa = 1$, siehe Wang und Chen (1993) oder Menq und Griffin (1985), so auch nachfolgend für das System in Abb. 5.3. Für detaillierte Informationen zu der Methode der harmonischen Balance sei an dieser Stelle z. B. auf Krack und Gross (2019) verwiesen.

Die resultierende lineare Ersatzsteifigkeit k^* und Ersatzdämpfung d^* für $\kappa = 1$ ergibt sich jeweils mit

$$k^* = \frac{\mathfrak{a}}{A}, \tag{5.15}$$

$$d^* = -\frac{\mathfrak{b}}{A\Omega}. \tag{5.16}$$

Explizit lauten diese

$$k^* = \frac{k_d}{\pi}\left(2\left(\frac{2}{A^*} - 1\right)\sqrt{\frac{1}{A^*} - \frac{1}{A^{*2}}} + \arccos\left(1 - \frac{2}{A^*}\right)\right), \tag{5.17}$$

$$d^* = \frac{4k_d}{\pi\Omega}\left(\frac{1}{A^*} - \frac{1}{A^{*2}}\right), \tag{5.18}$$

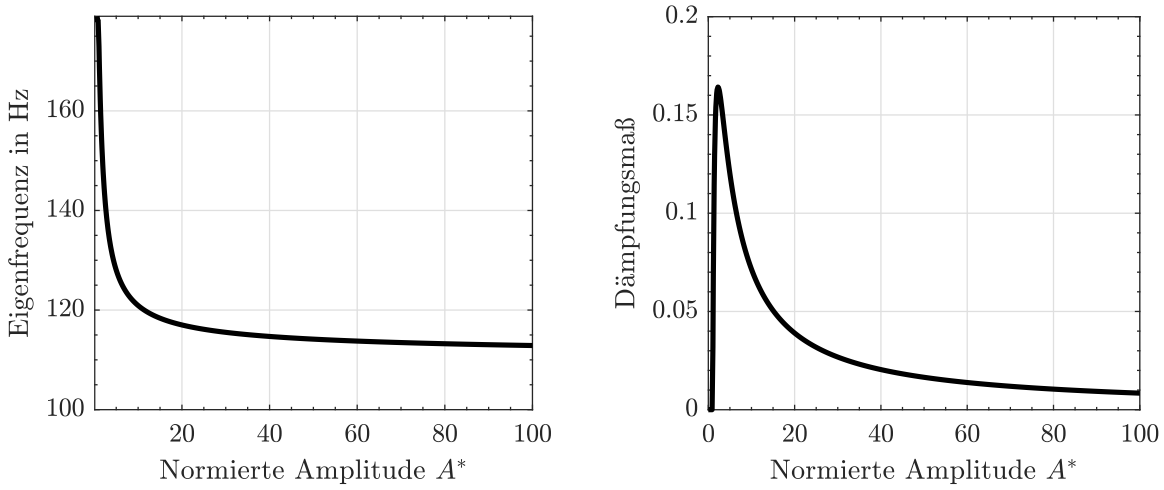
wobei $A^* = \frac{k_d A}{\mu N}$ ist. Im Bereich des Gleitens ist die Differenz zwischen q_1 und q_2 konstant, vgl. horizontale Linie in Abb. 2.3. Diese Konstante ist mit const. $= \frac{\mu N}{k_d}$ definiert und wird für die Normierung der Amplitude A verwendet. Mit Hilfe dieser Ersatzgrößen lassen sich dann die amplitudenabhängige Eigenfrequenz und Dämpfung berechnen

$$\omega = \sqrt{\frac{k + k^*}{m}}, \tag{5.19}$$

$$D = \frac{d + d^*}{2\sqrt{m(k + k^*)}}. \tag{5.20}$$

Ein exemplarischer Verlauf der Eigenfrequenz und Dämpfung abhängig von der Amplitude ist in Abb. 5.4 dargestellt.

Um festzustellen, ob dieses Modell die ermittelten modalen Größen einer Mode des Axialverdichter-Systems, insbesondere die Dämpfung, wiedergeben kann, werden die Modellparameter aus Abb. 5.3 über einen Optimierungsalgorithmus an die experimentellen Daten gefittet. Dieser nutzt einen nichtlinearen Least Squares Ansatz, wobei die Fehlerquadratsumme zwischen den experimentellen Werten und den Werten, die aus den



(a) Frequenz (b) Dämpfung

Abbildung 5.4: Exemplarischer amplitudenabhängiger Verlauf der (a) Eigenfrequenz und (b) Dämpfung bei Einfluss von Reibdämpfung

Modellgleichungen entspringen, minimiert wird. Dazu wird in MATLAB die Funktion `lsqnonlin` verwendet, welche für die Optimierung auf ein *Trust-Region*-Verfahren zugreift (Byrd et al. 1988, Yuan 2000). Im vorliegenden Fall wird jeweils eine Zielfunktion $\mathfrak{Z}$ für die Dämpfung und die Eigenfrequenz betrachtet, für die ein gemeinsames Optimum gesucht wird. Die Zielfunktionen sind mit

$$\mathfrak{Z}_1\left(k, d, k_d, \mu N, m\right) = \min \sum_{j=1}^{J} \left(\omega_j - \sqrt{\frac{k + k^*(A_j)}{m}} \right)^2 \text{ und} \tag{5.21}$$

$$\mathfrak{Z}_2\left(k, d, k_d, \mu N, m\right) = \min \sum_{j=1}^{J} \left(D_j - \frac{d + d^*(A_j)}{2\sqrt{(k + k^*(A_j))m}} \right)^2 \tag{5.22}$$

gegeben, wobei ω_j und D_j die aus dem Experiment ermittelten Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte darstellen. Die Quadratsumme wird über die Anzahl J gebildet, die sich auf die unterschiedlichen Antwortamplituden A_j bezieht, zu denen jeweils ein Satz an modalen Parametern einer Mode vorliegt. Diese drei Größen werden dem Algorithmus als Eingang übergeben. Die Betrachtung wird für jede der im Nachgang identifizierten Moden einzeln durchgeführt. Aus den Modellparametern lässt sich vergleichbar zu Abb. 5.4 eine amplitudenabhängige Kurve für Eigenfrequenz und Dämpfung berechnen. Ein Vergleich mit den Resultaten aus dem Experiment kann somit eine Aussage über den Einfluss der Fügestellendämpfung im System ermöglichen.

5.3 Gekoppelte Rotor-Gehäuse Betrachtung

Um in erster Näherung zu untersuchen, inwiefern sich einzelne Rotormoden auf die Eigenfrequenzen des Gehäuses auswirken, wird vereinfachend ein 2-DOF Ersatzsystem aus Rotor und Gehäuse, vgl. Abb. 5.5, herangezogen. Rotor und Gehäuse werden für die Be-

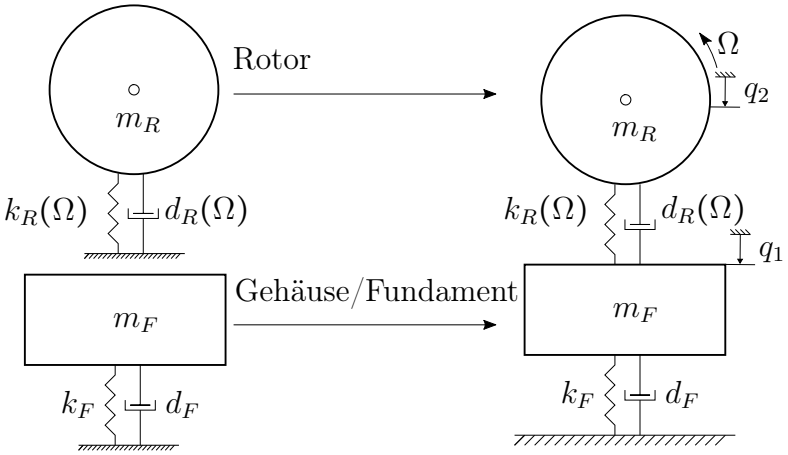


Abbildung 5.5: 2-DOF System bestehend aus Rotor und Gehäuse

schreibung der Dynamik der einzelnen Systeme als separate Massen m_R und m_F bzw. Freiheitsgrade dargestellt. Das bedeutet, jeweils eine Gehäusemode und eine Rotormode werden über ein separates 1-DOF System mit den Parametern m_F, k_F und d_F für das Gehäuse respektive m_R, k_R und d_R für den Rotor approximiert. Gekoppelt sind die beiden Systeme über die Steifigkeit und die Dämpfung der Rotormode. Die modalen Parameter des Rotors $k_R(\Omega)$ und $d_R(\Omega)$ werden drehzahlabhängig aus den numerisch berechneten Eigenfrequenzen und Dämpfungsgraden eines Rotordynamik Modells in MADYN ermittelt. Diese ergeben sich aus den Beziehungen $\omega_R(\Omega) = \sqrt{\frac{k_R(\Omega)}{m_R}}$ und $D_R(\Omega) = \frac{d_R(\Omega)}{2\sqrt{k_R(\Omega) m_R}}$. Zur Berechnung der Koeffizienten fehlt die modale Masse des Rotors m_R, die anschließend über einen Optimierungsalgorithmus ermittelt wird. Um die Moden des entkoppelten Gehäuses zu repräsentieren, werden die Ergebnisse aus den Stillstandsmessungen ohne Rotor (Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte) verwendet. Aus diesen lassen sich äquivalent zu dem Rotor die Koeffizienten k_F und d_F, in diesem Fall drehzahlkonstant, ermitteln. Die modale Masse m_F wird ebenfalls durch die Optimierung identifiziert.

Für die Ermittlung der gesuchten modalen Massen werden die im Betrieb ermittelten drehzahlabhängigen Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte des Gesamtsystems bestehend aus Rotor und Gehäuse als Eingangsparameter in den Algorithmus vorgegeben. Als Modellgleichung für die Eigenwerte des gekoppelten Systems λ_{mod} dient das sich

ergebende Eigenwertproblem des beschriebenen 2-DOF Systems. Dieses ist mit

$$\begin{aligned}\lambda_{\mathrm{mod}}^4 - \left(\frac{d_F + d_R}{m_F} + \frac{d_R}{m_R}\right)\mathrm{i}\lambda_{\mathrm{mod}}^3 - \left(\frac{k_R + k_F}{m_F} + \frac{d_R}{m_R}\frac{d_F + d_R}{m_F} + \frac{k_R}{m_R} - \frac{d_R}{m_R}\frac{d_R}{m_F}\right)\lambda_{\mathrm{mod}}^2 \\ + \left(\frac{d_R}{m_R}\frac{k_R + k_F}{m_F} + \frac{k_R}{m_R}\frac{d_F + d_R}{m_F} - \frac{d_R}{m_R}\frac{k_R}{m_F} - \frac{k_R}{m_R}\frac{d_R}{m_F}\right)\mathrm{i}\lambda_{\mathrm{mod}} \\ + \frac{k_R}{m_R}\frac{k_R + k_F}{m_F} - \frac{k_R}{m_R}\frac{k_R}{m_F} = 0\end{aligned} \tag{5.23}$$

gegeben. Dabei treten zwei Paare konjugiert komplexer Eigenwerte auf, wobei ein Paar die Rotor-dominierte Mode und das andere Paar die Gehäuse-dominierte Mode repräsentiert. Durch die Minimierung der Fehlerquadratsumme zwischen den im Experiment ermittelten Eigenwerten und den Eigenwerten aus der Modellgleichung werden die gesuchten modalen Massen identifiziert

$$\mathfrak{Z}_3\left(m_F, m_R\right) = \min \sum_{j=1}^{J} \left(\left(\omega_j\sqrt{1 - D_j^2} + \mathrm{i}D_j\omega_j\right) - \lambda_{\mathrm{mod},j}\left(m_F, m_R\right)\right)^2, \tag{5.24}$$

wobei λ_{mod} von m_F und m_R abhängt. In diesem Fall wird ein Nelder-Mead Simplex-Algorithmus (Lagarias et al. 1998), der in Matlab über die Funktion `fminsearch` abrufbar ist, verwendet. Werden anschließend mit Hilfe der ermittelten Parameter die Eigenwerte aus der Modellgleichung (5.23) berechnet, können die Gehäuse- und Rotoreigenfrequenzen über der Drehzahl abgebildet werden und mögliche Kopplungseffekte untersucht werden.

Darüber hinaus kann in diesem Modell auch die Reibdämpfung im Gehäuse berücksichtigt werden, indem alle Dämpfungs- und Steifigkeitskoeffizienten des Gehäuses d_F und k_F um die lineare Ersatzsteifigkeit und -dämpfung erweitert werden, sodass $d_F = d_{F,\mathrm{lin}} + d^*$ und $k_F = k_{F,\mathrm{lin}} + k^*$ gilt. Die mit * gekennzeichneten Koeffizienten beschreiben, wie zuvor in Abschn. 5.2, die äquivalente lineare Ersatzdämpfung und -steifigkeit. Die Koeffizienten mit dem Index lin bezeichnen den bereits verwendeten linearen geschwindigkeits- und verschiebungsproportionalen Faktor.

6 Referenzergebnisse aus dem Stillstand

Für den Vergleich mit den Ergebnissen aus dem Betrieb wird eine experimentelle Modalanalyse des Prüfstands im Stillstand mit Shaker- und Modalhammer-Anregung durchgeführt. Dafür wird zunächst beschrieben, wie die Anregung im Stillstand umgesetzt ist, bevor die Erkenntnisse aus den Messungen wiedergegeben werden.

6.1 Anregung bei den Stillstandsversuchen

Im Stillstand werden zwei unterschiedliche Anregungsmechanismen umgesetzt. Zum einen werden Messungen mit einem Modalhammer zur Anregung der Struktur durchgeführt, zum anderen wird ein Shaker für die gezielte Anregung der Struktur verwendet.

Die Impulserregung mit dem Messhammer kann mit der DIRAC-Funktion beschrieben werden, welche der Notation

$$\delta(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f(t) \mathrm{d}t = f(0) \tag{6.1}$$

folgt. Diese Schreibweise ist symbolisch zu verstehen, da sich die DIRAC-Funktion nicht durch eine lokal integrierbare Funktion darstellen lässt (Balakrishnan 2003). Über einen Shaker können harmonische Anregungsfunktionen auf die Struktur übertragen werden. Eine typische Anwendung im Experiment mit Shaker-Anregung ist der Sinus Sweep, der eine konstante Amplitude aufweist und dessen Frequenz logarithmisch bzw. hier linear zeitabhängig mit der Frequenzänderungsrate α und dem Nullphasenwinkel φ_0 zunimmt

$$f(t) = \hat{f} \sin\left(\frac{\alpha}{2} t^2 + \Omega_0 t + \varphi_0\right). \tag{6.2}$$

Der Sinus Sweep bietet einige Vorteile gegenüber der Impulsanregung unter anderem seine hohe Reproduzierbarkeit und eine schnelle Versuchsdurchführung bei einem hohen SNR. Durch Vorgabe von Anfangs- und Endfrequenz kann die Energie zudem auf ein bestimmtes Frequenzband konzentriert werden. Dieses wurde im Falle der durchgeführten Versuche auf 10 – 1000 Hz festgelegt. Ein Impuls bringt trotz der hohen erzeugten Kraft nur wenig Energie in das System ein. Es resultieren damit geringe Antwortamplituden, die zu einem niedrigen SNR führen können. Für die Anregung mit dem Shaker werden

insgesamt vier Anregungspositionen auf der Struktur ausgewählt. Diese vier Positionen sind in Abbildung 4.3 gekennzeichnet.[5]

Der Shaker ist über einen Stinger, ein dünner Stab mit einem kreisförmigen Querschnitt, mit der Struktur verbunden. Der Stinger ist gehäuseseitig über den zwischengeschalteten Kraftsensor an das Gehäuse montiert. Der Kraftsensor ist wiederum über einen Adapter, welcher über ein Gewinde in das Gehäuse geschraubt ist, an die Struktur gekoppelt und besitzt eine Sensitivität von 11.2 mV/N. Der verwendete Shaker des Herstellers TIRA kann eine maximale Kraft von 350 N bei harmonischen Schwingungen und 200 N bei Rauschen übertragen. Der Shaker hängt während der Messungen in einem Kran. Er wird im Spannungsmodus betrieben. Seine Eigenfrequenz liegt laut Herstellerangaben bei über 4 kHz und somit mit genügend Abstand zu dem untersuchten Frequenzbereich. Im Falle der Modalhammer-Messungen wird ein Modell der Firma PCB verwendet, welches bis zu 2200 N bei einer kalibrierten Sensitivität von 2.055 mV/N in die Struktur einleiten kann. Die Modalhammer-Messungen werden mit einem Messsystem der Firma m+p International durchgeführt. Die Messungen werden über fünf Impulsanregungen arithmetisch gemittelt und mit einer Sampling-Frequenz von 6400 Hz aufgezeichnet. Die Daten können neben den Auswertungen in MATLAB auch direkt in dem m+p International System verarbeitet werden.

Da für das betrachtete System das dynamische Verhalten, welches durch die umgebende Struktur, genauer das Fundament, bedingt wird, interessiert, wird der gesamte Prüfstand, angebunden an seine Infrastruktur, untersucht. Die Betrachtung des isolierten Gehäuses, was freihängend erprobt wird, ist zweitrangig, da es primär um die Erstellung einer Datengrundlage für den Vergleich mit dem Betrieb des Prüfstands geht. Das Fundament nimmt beispielsweise Einfluss auf die Dämpfung und Steifigkeit des Gesamtsystems. Die eingebrachte Energie bleibt nicht alleinig im Verdichter, sondern verteilt sich auf angrenzende Komponenten, wo die Energie dissipiert wird. Die Ermittlung des Gehäuse-Strukturverhaltens wird dadurch erschwert.

6.2 Allgemeine Erkenntnisse über das Strukturverhalten im Stillstand

Da der Rotor im Stillstand eine undefinierte Position im Axialverdichter-Prüfstand einnimmt, wird er für die Referenzmessungen mit der EMA aus der Maschine entfernt. Im Stillstand, ohne Betrieb der Gleitlager, baut sich kein Schmierfilm auf, sodass der Rotor auf der Lagerinnenfläche aufliegt und während der gezielten Anregung z. B. Klappern auftreten kann, was die Messung womöglich verfälscht. Ein Vergleich einer Messung im Stillstand mit Rotor und ohne Rotor in Abb. 6.1a zeigt, dass der Rotoreinfluss im relevanten Frequenzbereich aufgrund des hohen Massenverhältnisses von 1:17 zwischen

[5] Bei Anregungsposition 1 ist zu beachten, dass sich diese auf der anderen Seite des Gehäuses (im Gegensatz zu den verbleibenden drei Positionen) befindet.

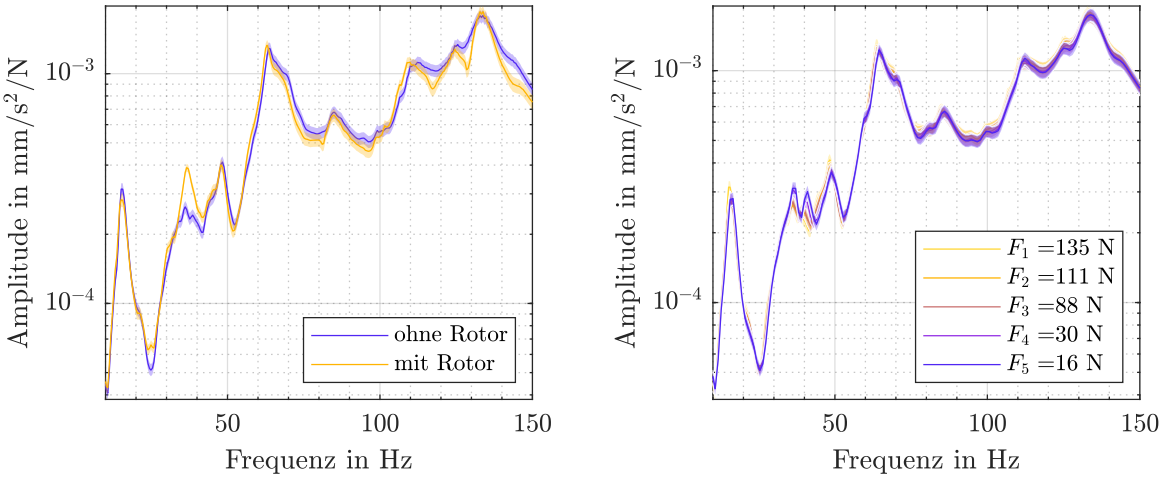


Abbildung 6.1: Über alle Sensoren gemittelte FRF für den (a) Vergleich der FRF zwischen Gesamtprüfstand inklusive montiertem Rotor und Axialverdichter ohne Rotor; (b) Vergleich fünf verschiedener Anregungsniveaus; transparent hinterlegte Fläche kennzeichnet die Messunsicherheit in einem Konfidenzintervall von 95 %

Rotor und Gehäuse zu vernachlässigen ist.

Um den Einfluss nichtlinearer Effekte zu untersuchen, werden weiterhin Untersuchungen mit unterschiedlichen Anregungsniveaus durchgeführt. Die daraus resultierenden Übertragungsfunktionen sind in Abb. 6.1b für fünf Kraftniveaus dargestellt. Aus diesem Vergleich geht zunächst ein rein lineares Strukturverhalten hervor[6], was allerdings auch aus den verhältnismäßig geringen Anregungskräften im Stillstand resultiert.

Dominante Frequenzmaxima bei ca. 15 und 36 Hz in Abb. 6.1 lassen sich auf lokale Einflüsse aus dem Fundament/Podest und dem Untergrund zurückführen und beziehen sich nicht auf Eigenmoden des Axialverdichter-Prüfstands. Nach diesen allgemeinen Betrachtungen wird nun auf die Ergebnisse aus den Modalhammer- sowie aus den Shaker-Messungen eingegangen.

6.3 Anregung mit dem Modalhammer

In Tab. 6.1 sind die Ergebnisse der Modalhammer-Messung mit der optimierten Sensorverteilung anhand der ***QR***-Methode dargestellt. Dafür wurde der arithmetische Mittelwert aus den Ergebnissen von Messungen an vier verschiedenen Anregungspositionen[7]

[6] d. h. bspw. keine Verschiebung der Frequenzmaxima
[7] Austritt radial, Eintritt axial, Eintritt radial und Lagerstütze axial

gebildet. Die Standardabweichung resultierend aus diesen vier Messungen ist in Tab. 6.1 berücksichtigt. Der Einfluss verschiedener metallischer Hammeraufsätze wurde untersucht, welcher keinen nennenswerten Unterschied hervorgerufen hat.[8]

Tabelle 6.1: Ermittelte Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte bei Modalhammer-Anregung und Sensorverteilung mit der ***QR***-Methode;
gemittelt über vier Anregungspositionen unter angegebener Messunsicherheit in einem Konfidenzintervall von 95 %

Mode	Eigenfrequenz in Hz	Dämpfung in %
1	64.7 ± 3.4	5.21 ± 0.41
2	110.3 ± 1.9	4.03 ± 0.45
3	122.8 ± 2.2	3.04 ± 0.63
4	132.8 ± 1.5	3.48 ± 1.04
5	143.9 ± 4.1	3.68 ± 0.72

Neben den Messungen des Gesamtsystems wurden Messungen des aufgehängten Gehäuses ohne Fundament sowie vom Fundament ohne Gehäuse durchgeführt. Eine dominante Eigenfrequenz des Fundaments liegt bei ca. 90 Hz. Diese wurde teilweise auch bei der Auswertung der Messungen des Gesamtsystems gefunden, wies allerdings eine komplexe Eigenform mit phasenungleichen Bewegungen auf. Mit dem Ergebnis aus den reinen Fundamentmessungen konnte diese identifizierte Eigenfrequenz einer lokalen Mode des Fundaments zugeordnet werden. Ein weiterer Indikator, dass es sich hierbei um eine lokale Mode handelt, ist der hohe MCF-Wert von ca. 90 %, welcher im Vergleich zu den anderen MCF Werten deutlich höher ist. Zudem weist diese Mode einen relativen MPF von $< 1\%$ auf, der verdeutlicht, welch geringe Rolle sie an der Gesamtantwort einnimmt. Die Eigenfrequenzen des Gehäuses ohne Fundament sind größer als 200 Hz. Da die identifizierten Eigenfrequenzen des Gesamtsystems deutlich unterhalb von 200 Hz liegen, ist ein großer Einfluss des Fundaments auf die Gesamtdynamik des Systems erkennbar. Die gemittelten FRFs für diese beiden untersuchten Fälle sind in Anhang E.2 dargestellt.

6.4 Anregung mit dem Shaker

Die identifizierten Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte, welche aus Messungen mit einem logarithmischen Sinus-Sweep von 10 – 1000 Hz resultieren, sind in Tab. 6.2 dargestellt. Dabei werden die Ergebnisse der Identifikation, d. h. Dämpfung und Eigenfrequenz, als arithmetischer Mittelwert aus den Daten der vier Anregungspositionen bei gleichbleibendem Anregungsniveau dargestellt. Um ein besseres Curve-Fit mit der LSCF

[8] Ein Vergleich zwischen den mit der LSCF identifizierten modalen Parametern mit der im kommerziellen Programm von m+p International implementierten Auswertung anhand des LSCE Verfahrens ist in Anhang E.1 festgehalten und legitimiert die eigenen Auswerteverfahren.

Tabelle 6.2: Ermittelte Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte bei Shaker-Anregung; gemittelt über vier Anregungspositionen unter angegebener Messunsicherheit in einem Konfidenzintervall von 95 %

Mode	Eigenfrequenz in Hz	Dämpfung in %
1	64.9 ± 1.2	4.72 ± 0.46
2	111.3 ± 3.1	3.79 ± 0.56
3	124.6 ± 1.3	1.94 ± 0.33
4	132.5 ± 2.1	3.86 ± 0.35
5	143.2 ± 1.8	3.13 ± 0.51

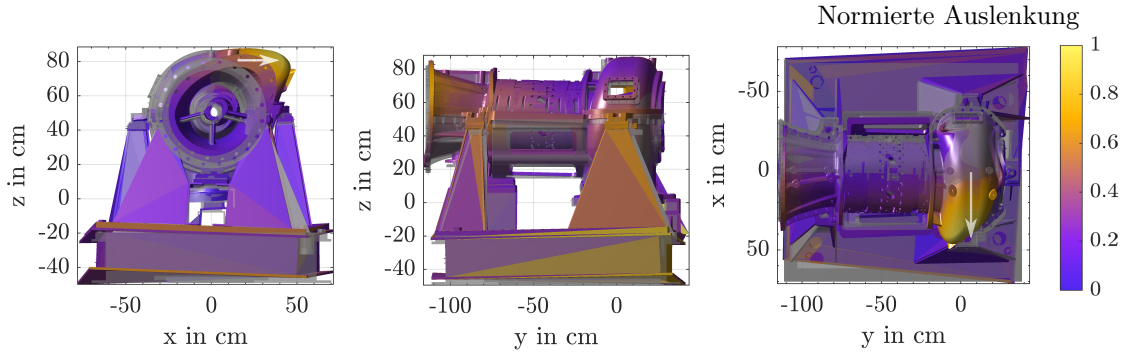
für den relevanten Frequenzbereich zu erzielen, wird dieser auf 10 – 250 Hz beschränkt.

Es werden fünf dominante und mit hoher Zuverlässigkeit über die verschiedenen Messungen identifizierte Eigenfrequenzen ermittelt. Die dazugehörigen Dämpfungswerte sind im Vergleich zu Strukturen ohne Fügestellen hoch, liegen aber im Rahmen von Erfahrungswerten. Bei einem Vergleich mit den Ergebnissen aus Tab. 6.1 fällt auf, dass in fast allen Fällen die Dämpfung aus den Modalhammer-Messungen höher als aus den Shaker-Messungen ist. Die Auswertung für Mode 3 ist gegenüber den anderen vier Moden als weniger zuverlässig einzustufen, da es sich bei dieser Mode um eine Eigenform mit starkem Vertikalanteil handelt und in diese Raumrichtung keine gezielte Anregung durch den Shaker erfolgte. Es ist festzuhalten, dass die Modalhammer-Messungen im Vergleich zum Shaker geringere Schwingungsamplituden der Struktur bewirken.

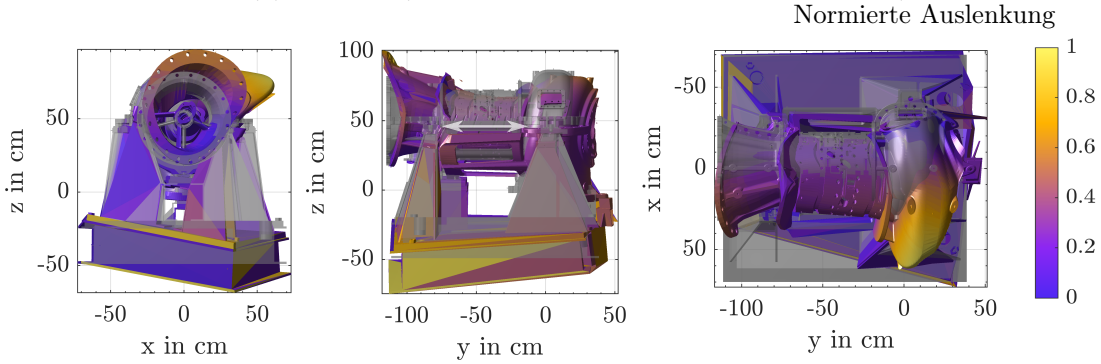
Die Eigenformen sind in Abb. 6.2 dargestellt. Für die Darstellung der Eigenformen wurde eine dreidimensionale Interpolation anhand der ermittelten Eigenvektoren aus der EMA durchgeführt. Die Eigenvektoreinträge werden gemäß der Sensororientierung des entsprechenden Freiheitsgrades berücksichtigt. Es findet anschließend eine Interpolation separat für alle drei Richtungen eines kartesischen Koordinatensystems statt. Es wird schließlich die zusammengesetzte Bewegung aus den drei Raumrichtungen dargestellt. Die Moden sind wie folgt charakterisiert:

- **Mode 1**: Die Gehäusekomponenten bewegen sich alle phasengleich in der horizontalen Ebene. Die horizontale Ebene bezieht sich auf die Teilungsebene der Gehäusekomponenten. Die Eigenform wird insbesondere anhand der Momentaufnahme in der Frontansicht und der Draufsicht aus Abb. 6.2a deutlich, wenn die Eigenform für den Augenblick der maximalen Auslenkung eingefroren wird. Alle Komponenten verschieben sich in Bezug auf die unausgelenkte Struktur von links nach rechts und wieder in die entgegengesetzte Richtung. Dies lässt sich in der frontalen Ansicht erkennen. Das Fundament folgt dieser Bewegung.

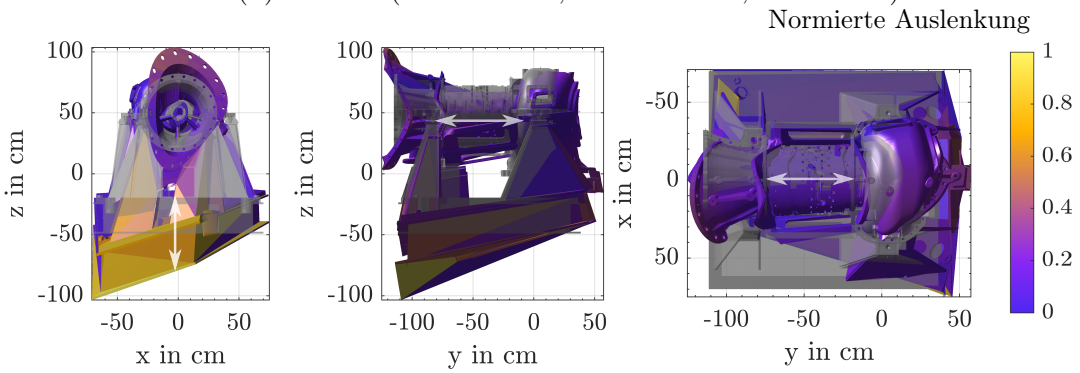
- **Mode 2**: Diese Mode ist eine Axialmode. Alle Gehäusekomponenten bewegen sich in bzw. entgegen der Strömungsrichtung und sind dabei in Phase. In der Seitenansicht von Abb. 6.2b lässt sich erkennen, dass sich die Struktur in Bezug auf



(a) Mode 1 (Frontansicht; Seitenansicht; Draufsicht)



(b) Mode 2 (Frontansicht; Seitenansicht; Draufsicht)

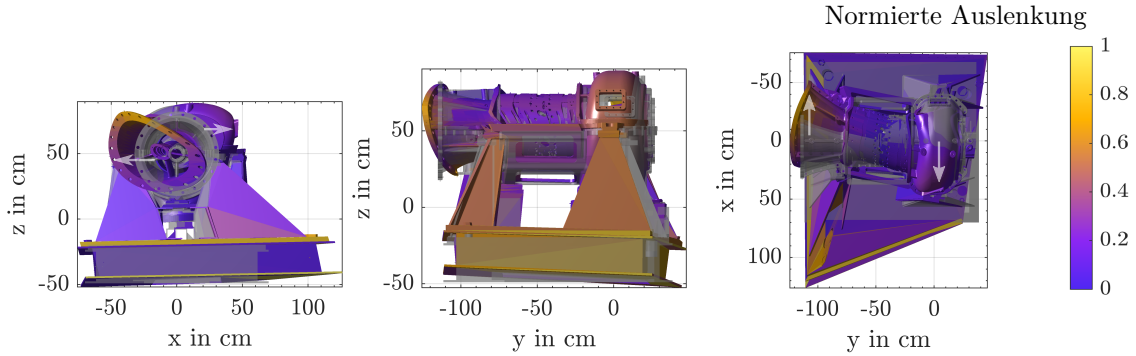


(c) Mode 3 (Frontansicht; Seitenansicht; Draufsicht)

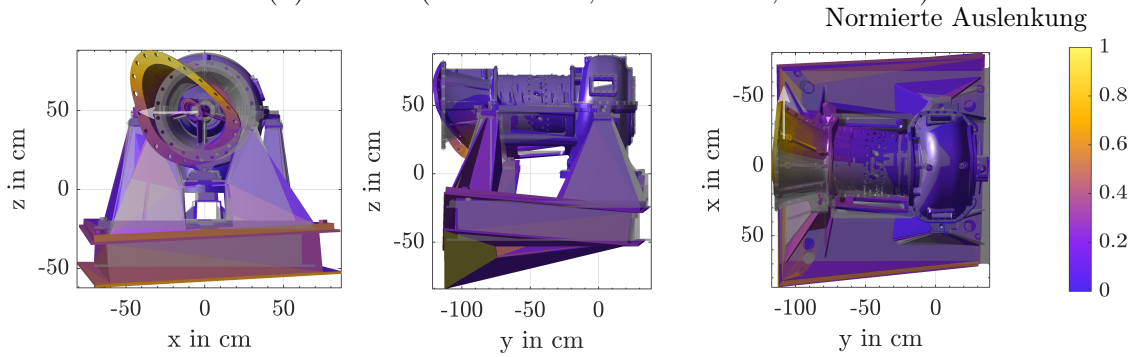
Abbildung 6.2: Darstellung der ermittelten Eigenformen;
grau transparente Oberfläche repräsentiert unausgelenkte Struktur; weiße transparente Pfeile verdeutlichen die Bewegungsrichtung

die unausgelenkte Oberfläche in Strömungsrichtung, also von vorne nach hinten, verschiebt.

- **Mode 3**: Es liegt eine überlagerte Vertikal- und Axialbewegung aller Gehäusekomponenten vor. Aus der Frontansicht und der Seitenansicht in Abb. 6.2c geht hervor, dass sich das Fundament stark in vertikaler Richtung auslenkt. Die vertikale Richtung bezieht sich auf die Achse, die senkrecht zu der Teilungsebene der Gehäusekomponenten steht. Mit dem Fundament bewegen sich alle weiteren



(d) Mode 4 (Frontansicht; Seitenansicht; Draufsicht)



(e) Mode 5 (Frontansicht; Seitenansicht; Draufsicht)

Abbildung 6.2: Darstellung der ermittelten Eigenformen;
grau transparente Oberfläche repräsentiert unausgelenkte Struktur; weiße transparente Pfeile verdeutlichen die Bewegungsrichtung

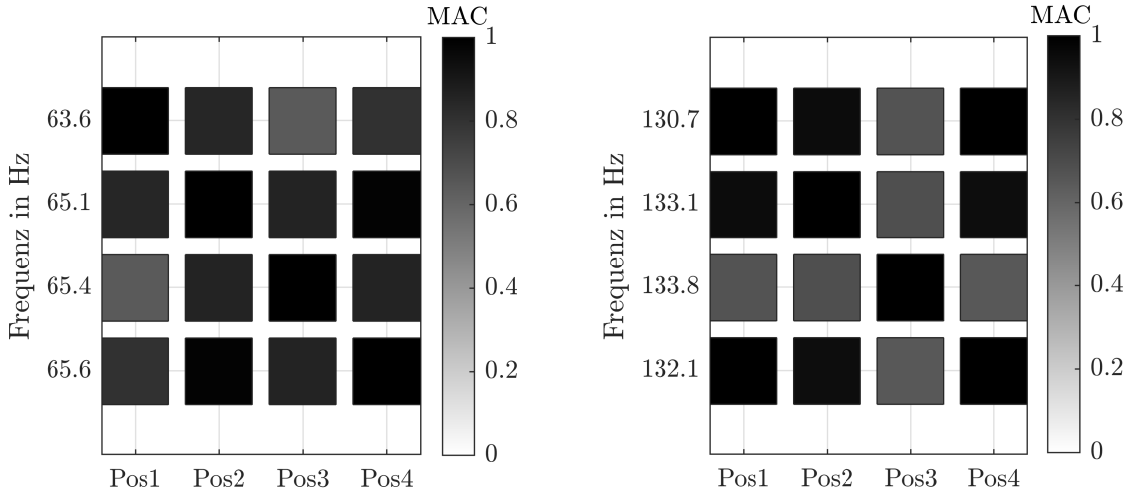
Komponenten. In der Draufsicht ist erkennbar, dass sich die Struktur axial gegenüber der unausgelenkten Oberfläche bewegt. Durch die Überlagerung der beiden Bewegungskomponenten wirkt die Mode wie ein „Aufblasen“ der Struktur.

- **Mode 4**: Aus der Draufsicht in Abb. 6.2d geht hervor, dass sich Austritt und Eintritt gegenphasig zueinander bewegen und ein Schwingungsknoten im Leitschaufelträger liegt. Die Auslenkungen finden in der Teilungsebene der Gehäusekomponenten statt.

- **Mode 5**: Bei dieser Mode bleibt der Austritt überwiegend unausgelenkt, während der Eintritt die höchsten Auslenkungen erfährt. Die Eigenform kann näherungsweise mit der ersten Eigenform eines einseitig eingespannten Biegebalkens verglichen werden. Dabei ist die Struktur Festlager-seitig eingespannt und die Loslager-Seite lenkt entlang der Rotorachse maximal aus. Die Auslenkung ist in der horizontalen Ebene beobachtbar, siehe Draufsicht in Abb. 6.2e.

Um zu legitimieren, dass die an den vier Anregungspositionen identifizierten Eigenfrequenzen zu einer Mode gehören und die Eigenvektoren eine hohe Ähnlichkeit aufweisen, wird der MAC-Wert herangezogen. Dazu ist in Abb. 6.3 exemplarisch ein Vergleich der

MAC-Werte zwischen den ermittelten Eigenvektoren aus den vier Messungen einmal für Mode 1 und einmal für Mode 4 dargestellt. Die MAC-Werte sind alle höher als 0.65 und



(a) Mode 1 (b) Mode 4

Abbildung 6.3: MAC zwischen den jeweils an den vier Anregungspositionen (Pos1-4) ermittelten Eigenvektoren zur Verifikation der Zugehörigkeit zu einer Mode für (a) Mode 1 und (b) Mode 4;
horizontale Achse verdeutlicht Anregungsposition und vertikale Achse gibt dazugehörige ermittelte Eigenfrequenz an

weisen einen Mittelwert von 0.82 (ausgeschlossen der Elemente auf der Hauptdiagonalen) auf. Die Eigenvektoren weisen somit eine hohe Übereinstimmung auf und die ermittelten Eigenfrequenzen aus unterschiedlichen Messungen, welche frequenzmäßig nah beieinander liegen, lassen sich eindeutig einer Mode zuweisen. Werte geringer als 80 %, die auf eine nicht vollständige Korrelation hinweisen können, sind auf die geringe räumliche Auflösung zurückzuführen, die die eindeutige Bewertung der MAC-Werte erschwert. Aus diesem Grund wird für eine finale Verifikation der Moden auf die Visualisierung der Eigenform anhand der Struktur zurückgegriffen.

Die MCF-Werte belaufen sich teilweise auf bis zu 0.4, was in diesen Einzelfällen als hohe Komplexität zu verstehen ist. Hohe Komplexitätswerte sind für Systeme mit nichtproportionaler Dämpfung möglich. Auch bei Staudämmen werden im Übrigen hohe MCF-Werte beobachtet, da keine reellen Moden vorliegen[9].

Die Moden 3 und 4 haben mit 30 % und 40 % relativem MPF-Wert den größten Anteil an der Gesamtschwingungsantwort des Systems. Dies geht auch aus dem hohen Amplitudenniveau in den FRFs hervor. Die MPF-Werte unterscheiden sich abhängig von der Anregungsposition. Die angegebenen Werte sind daher als Mittelwert zu verstehen. Die in das System eingebrachte Energie verteilt sich je nach Anregungsposition unterschiedlich in der Struktur, vgl. Ewins (2009). Dies führt wiederum zu unterschiedlichen

[9]Gespräch mit Dr. C. E.Ventura

Anteilen der Moden an der Gesamtantwort des Systems, siehe Anhang E.1, in der die resultierenden FRFs abhängig von den vier Anregungspositionen miteinander verglichen werden. Dieser Sachverhalt lässt sich an einem einfachen 3-DOF System nachvollziehen, an dem eine Studie anhand eines Modells in MATLAB durchgeführt wurde. Die Position der Anregung wurde in den aufgestellten Bewegungsgleichungen variiert. Abhängig von der Position der anregenden Kraft kann der resultierende MPF-Wert für die einzelnen Moden um 20 % variieren.

Die Anregung des Shakers mit weißem Rauschen liefert ähnliche Ergebnisse, weshalb auf diese nicht näher eingegangen wird. Neben den dargestellten Messungen wurde die Sensitivität der modalen Parameter auf verschiedene äußere Einflüsse untersucht. Dabei hat der Einfluss der Montage der einzelnen Gehäusekomponenten eine maximale Abweichung von 3 % bei den ermittelten Eigenfrequenzen ergeben. Ein Entfernen von ca. der Hälfte der zur Montage benötigten Schrauben führt zu einer maximalen Abweichung von 2 %. Diese Erkenntnisse weisen auf eine hohe Wiederholgenauigkeit der durchgeführten Messungen hin und sind in detaillierterer Form in Amer et al. (2022a) zu finden.

7 Anwendung der Methodik und Ergebnisse im Betrieb

In diesem Kapitel sind die Ergebnisse der operationellen Modalanalyse, welche am Axialverdichter-Prüfstand durchgeführt wurde, dargestellt. Die in Kap. 5 vorgestellte Methodik wird im Zuge dieser Ausführungen angewandt, um die Daten aufzubereiten bzw. die beobachteten Phänomene zu erklären und einzuordnen. Der Umgang mit den Harmonischen im gemessenen Signal wird thematisiert und ein Vergleich mit den Referenzergebnissen aus dem Stillstand gezogen. Die betriebspunktabhängigen Ergebnisse werden näher untersucht und die wichtigsten Erkenntnisse aus diesem Kapitel diskutiert.

7.1 Datenqualität

Zunächst wird auf die Datenqualität der Messungen im Betrieb eingegangen, die bei der OMA eine große Bedeutung einnimmt, da durch die Umgebungseinflüsse ein geringes SNR vorliegen kann (Jacobsen und Andersen 2008). Eine auf Erfahrungswerten der Firma Brüel und Kjær basierende Richtlinie besagt, dass die in der gemessenen Zeitreihe enthaltenen Datenpunkte K multipliziert mit der geringsten gesuchten Eigenfrequenz $f_{\min}$ größer als 500 sein sollten

$$500 \leq n_{\text{Data}} = K f_{\min}, \tag{7.1}$$

um nach Möglichkeit alle Moden innerhalb der Messung anzuregen. Eine lange Messdauer ist insbesondere bei Existenz von Harmonischen relevant (Jacobsen und Andersen 2008). Bei einer Messdauer von etwa drei Minuten und der nach dem Downsampling erhaltenen Abtastfrequenz von 640 Hz sowie der aus dem Stillstand bekannten minimalen Zielfrequenz von ca. 65 Hz ergibt sich $n_{\text{Data}} \approx 7.5 \times 10^6$, was für die Untersuchungen ausreichend ist.

Daneben geben die ersten vier statistischen Momente eine Einsicht, ob die Daten für die Auswertung geeignet sind bzw. die Anregung trotz der enthaltenen Harmonischen mit einer Normalverteilung angenähert werden kann. Diese werden für konsekutive Zeitabschnitte berechnet. Die vier statistischen Momente sind daher exemplarisch für eine Messung bei der geringsten Drehzahl von 3900 /min in Abb. 7.1 dargestellt. Die Kriterien $\mu \approx 0$, $\sigma^2 \approx \text{const.}$, $S \approx 0$ und $K \approx 3$, die näherungsweise die Charakteristik einer Normalverteilung beschreiben, werden von der Schwingungsantwort erfüllt, was die Messdaten

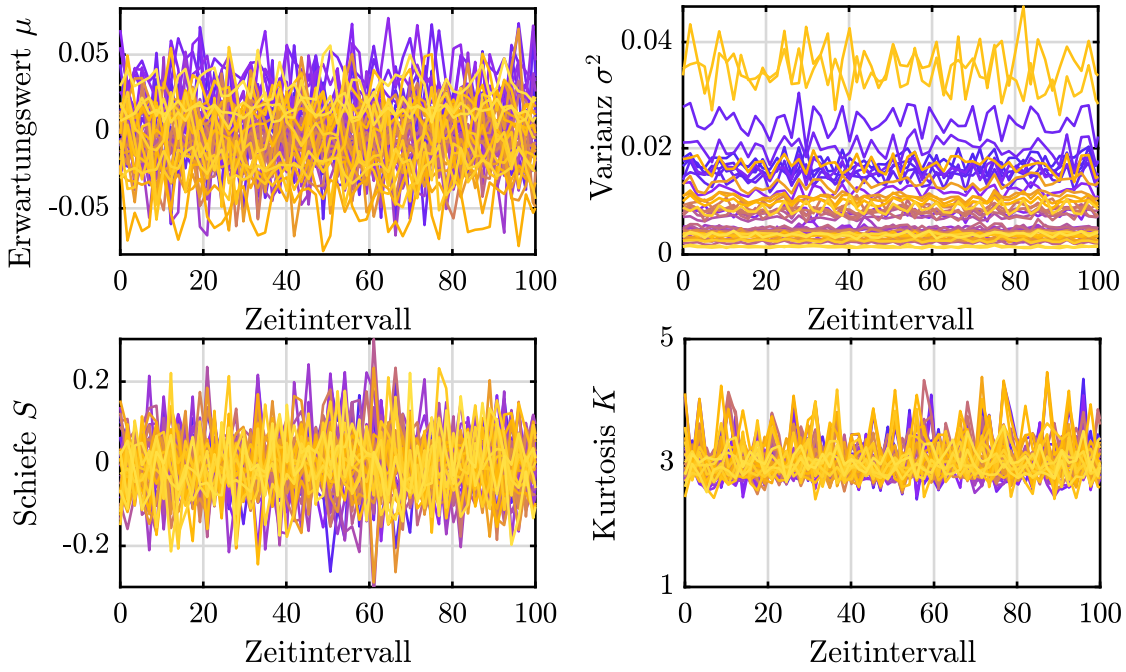
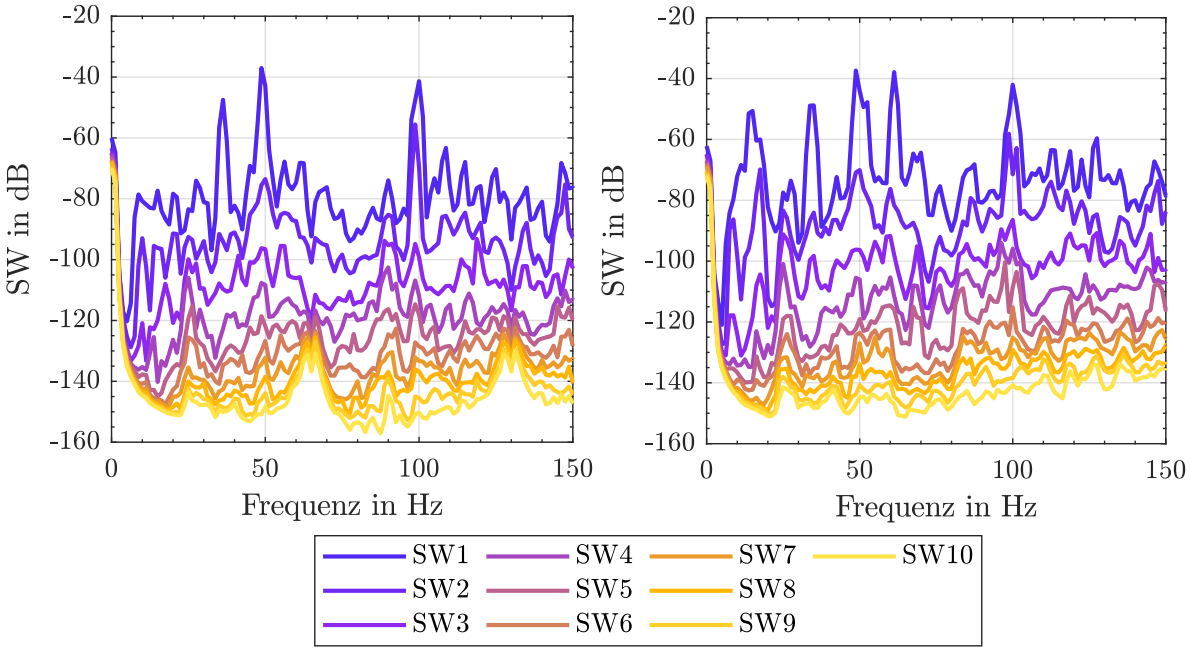


Abbildung 7.1: Statistische Momente 1 – 4 für alle 49 Kanäle eines Datensatzes bei 3900 /min;
Jede Farbe im Diagramm stellt einen Messkanal dar.

für die Analyse mit OMA Verfahren qualifiziert. Abweichungen von den Zielwerten liegen im Bereich von maximal 0.05 für den Erwartungswert und die Varianz, von 0.02 für die Schiefe und von maximal 2 für die Kurtosis. Es handelt sich dabei um Ausreißer, die für eine reale Anwendung erwartbar sind. Die beschriebenen Eigenschaften gelten auch für alle anderen untersuchten Drehzahlen.

Zuletzt wird das SNR der Messdaten näher betrachtet. Brincker und Ventura (2015) beschreiben, dass für die Ermittlung des SNR experimenteller Daten die Singulärwerte der PSD Matrix betrachtet werden können. Dafür werden die Singulärwerte nacheinander über der Frequenz aufgetragen, bis sich das minimale Niveau mit zusätzlich hinzukommenden Singulärwerten nicht mehr signifikant verändert. Das Minimum stellt dabei das Rauschniveau dar. Es wird die Differenz zwischen dem Rauschniveau und den Maxima der strukturellen Moden für die Angabe des SNR herangezogen. Für eine ausreichend hohe Datenqualität sollte das SNR $> 30 - 40$ dB betragen. Für diese Betrachtung sind in Abb. 7.2 die ersten zehn Singulärwerte zweier untersuchter Drehzahlen exemplarisch abgebildet. Für die drei Singulärwerte SW8 – 10 ist nur noch ein geringer Unterschied in der resultierenden Amplitude zu erkennen, sodass keine weiteren Singulärwerte hinzugezogen werden. Im untersuchten Frequenzbereich bis 150 Hz beträgt das Rauschniveau demnach etwa −140 dB. Strukturelle Moden nehmen einen Wert von etwa −70 dB für den ersten Singulärwert an. Die Differenz zwischen Rauschen und der Signalstärke ist etwa 70 dB, was auf ein ausreichend hohes SNR für die Auswertung der Daten schließen lässt. Es ist anzumerken, dass die Betrachtung nach Entfernung der Drehzahlharmo-



(a) 3900 /min (b) 15390 /min

Abbildung 7.2: Singulärwerte 1 – 10 der PSD Matrix nach dem Entfernen der Harmonischen für (a) 3900 /min und (b) 15390 /min

nischen durchgeführt wird. Die resultierenden Spitzen aus den Drehzahlharmonischen weisen ein deutlich höheres Amplitudenniveau auf. Vergleichbar zu den Drehzahlharmonischen wirken sich im betrachteten Frequenzbereich die Frequenzen bei ca. 50 Hz und 100 Hz, die aus der Netzfrequenz resultieren, aus

Allgemein lässt sich feststellen, dass die Strukturmoden im Vergleich zur EMA bei der OMA keine klar identifizierbaren Maxima im Frequenzspektrum hervorrufen, die deutlich über dem Niveau der Störmoden liegen. Somit hat das Rauschen einen hohen Einfluss auf die Daten, was die Auswertung erschwert. Dies kann sich auf die modale Identifikation auswirken. Insbesondere im Rahmen der Ermittlung modaler Dämpfungen führt dies auf eine höhere Streuung, vgl. Bajrić et al. (2018).

7.2 Ergebnisse der modalen Identifikation im Betrieb

Im Folgenden sollen die Ergebnisse der Betriebs-Modalanalyse für verschiedene Drehzahlen angegeben und die dazugehörigen modalen Indikatoren betrachtet werden. Es wird folgende Vorgehensweise bei der Auswertung der einzelnen Datensätze durchgeführt:

1. Identifikation von Harmonischen durch Heranziehen des Energiespektrums und Pre-Processing mit dem Verfahren zur Eliminierung der Harmonischen anhand

der gemessenen Phaseninformation,

2. Überprüfung der Zeitrohdaten und ggf. Entfernen von Kanälen, die Artefakte enthalten,
3. Überprüfung der PSD und ggf. Entfernen von Kanälen, die Artefakte enthalten,
4. Auswertung mit einem der drei implementierten Verfahren,
   a) Stochastic Subspace Identification (SSI-cov und SSI-dat)
   b) Bayesian FFT
   c) Hilbert-Huang-Transformation
5. Vergleich modaler Indikatoren zur Verifikation der Echtheit der Moden,
6. Visualisierung der Eigenformen.

Als Referenz sind in Tab. 7.1 die Ergebnisse für die untersuchten Drehzahlen mit der Referenz-basierten SSI-cov dargestellt. In Tab. 7.1 werden die Ergebnisse für Moden angegeben, die in mehreren Datensätzen identifiziert werden konnten. Felder, die mit einem Strich gekennzeichnet sind, geben an, dass die jeweilige Mode für die betrachtete Drehzahl nicht zuverlässig identifiziert werden konnte. Für eine bessere Veranschaulichung der Ergebnisse sind die ermittelten Moden abhängig von der Drehzahl in Abb. 7.3 unter Hinzunahme der Ergebnisse im Stillstand bei Shaker-Anregung grafisch dargestellt. Insgesamt liegen Datensätze von fünf Messtagen vor, über die ein arithmetischer Mittelwert der Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen in Tab. 7.1 angegeben wird. Ausnahme bilden die für 15390 /min blau gekennzeichneten Werte, die nur in einem Datensatz ermittelt wurden, allerdings mit den Ergebnissen der anderen Drehzahlen übereinstimmen. Die angegebenen Unsicherheiten setzen sich aus den Unsicherheiten des Schätzverfahrens nach Döhler und Mevel (2013) sowie der systematischen Messunsicherheit resultierend aus der Messkette und der Standardabweichung zwischen den verschiedenen Messtagen zusammen. Die geringen ermittelten Frequenzabweichungen deuten auf ein zufriedenstellendes Ergebnis und eine zuverlässige und reproduzierbare Vorgehensweise beim Durchführen der Experimente hin.

In Datensätzen, bei denen die erste Mode identifiziert wurde, hat diese mit einem MPF von etwa 70 % den höchsten Anteil an der Gesamtantwort des Systems. Dies stimmt mit Erfahrungswerten überein, da in der Praxis oft beobachtet wird, dass in einem Satz bestehend aus mehreren Moden die erste identifizierte Mode den größten Anteil an der Schwingungsantwort einnimmt. Mode 5 nimmt gemittelt einen Anteil von 5 % an der Schwingungsantwort ein. Die anderen drei Moden 2-4 sind etwa gleich stark in der Schwingungsantwort vertreten, wobei Mode 3 einen um etwa zwei Prozentpunkte höheren MPF aufweist. Die Plausibilität der Moden und die Zugehörigkeit der ermittelten Eigenfrequenzen zur selben Mode wurden über das Berechnen eines MAC-Wertes sowie die Animation der Eigenform verifiziert. Der MCF-Wert variiert für die Moden je nach Drehzahl, beträgt allerdings gemittelt 30 % für Mode 1, 20 % für Mode 2, 50 % für Mode 3, 40 % für Mode 4 und 30 % für Mode 5. Die MCF-Werte liegen für die

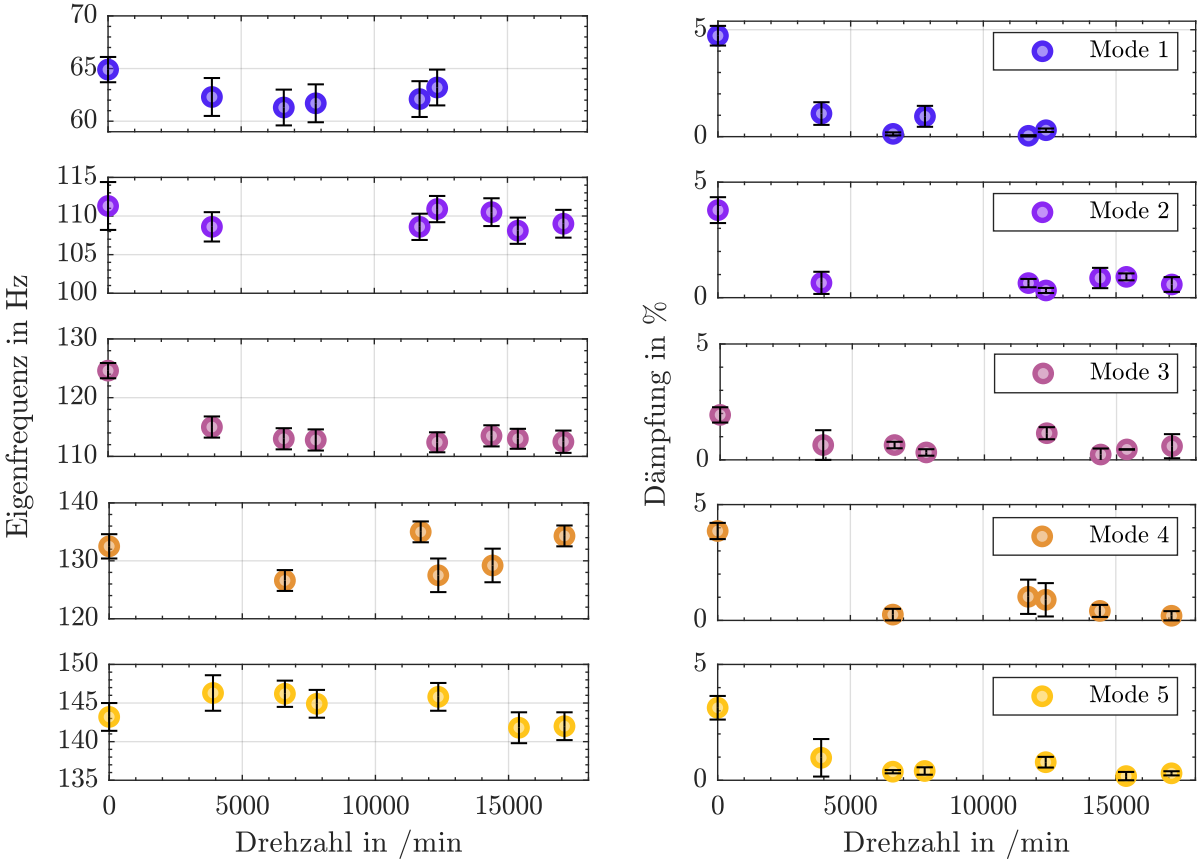
Tabelle 7.1: Eigenfrequenz und Dämpfung des Axialverdichter-Systems bei verschiedenen Drehzahlen unter Angabe der kombinierten Mess- und Schätzunsicherheit sowie Standardabweichung resultierend aus fünf verschiedenen Messtagen;
Messunsicherheit weist ein Konfidenzintervall von 95 % auf; blau gekennzeichnete Werte wurden nur in einem einzelnen Datensatz ermittelt

Mode	**Drehzahl in /min**	**3900**	**6600**	**7800**	**11700**
1	Frequenz in Hz	62.3 ± 1.8	61.3 ± 1.7	61.7 ± 1.8	62.1 ± 1.7
2		108.6 ± 1.9	–	–	108.6 ± 1.7
3		115.0 ± 1.8	113.0 ± 1.8	112.8 ± 1.8	–
4		–	126.6 ± 1.8	–	135.0 ± 1.8
5		146.3 ± 2.3	146.2 ± 1.7	144.9 ± 1.8	–
1	Dämpfung in %	1.08 ± 0.53	0.13 ± 0.07	0.95± 0.49	0.04 ± 0.03
2		0.64 ± 0.48	–	–	0.63 ± 0.18
3		0.64 ± 0.64	0.64 ± 0.14	0.32 ± 0.14	–
4		–	0.25 ± 0.25	–	1.02 ± 0.74
5		0.97 ± 0.81	0.37 ± 0.07	0.40 ± 0.16	–

Mode	**Drehzahl in /min**	**12360**	**14400**	**15390**	**17100**
1	Frequenz in Hz	63.2 ± 1.7	–	–	–
2		110.9 ± 1.7	110.5 ± 1.8	108.1 ± 1.7	109.0 ± 1.8
3		112.4 ± 1.7	113.5 ± 1.8	113.0 ± 1.7	112.5 ± 1.9
4		127.5 ± 2.9	129.2 ± 2.9	–	134.3 ± 1.8
5		145.8 ± 1.8	–	141.8 ± 2.0	142.0 ± 1.8
1	Dämpfung in %	0.30 ± 0.08	–	–	–
2		0.31 ± 0.11	0.85 ± 0.44	0.90 ± 0.15	0.57 ± 0.32
3		1.15 ± 0.26	0.23 ± 0.26	0.45 ± 0.01	0.59 ± 0.52
4		0.89 ± 0.72	0.41 ± 0.26	–	0.20 ± 0.20
5		0.78 ± 0.23	–	0.18 ± 0.18	0.30 ± 0.09

einzelnen Moden eng beieinander und stimmen mit den Erkenntnissen aus dem Stillstand überein. Der Einfluss der lokalen Mode des Fundaments bei 90 Hz ist auch in den Betriebsmessungen zu beobachten. Die Eigenschaft, dass es sich um eine lokale Mode des Fundaments handelt, ließ sich dadurch bestätigen, dass diese nur identifiziert wurde, wenn die Sensorkanäle am Fundament im Datensatz enthalten waren. Demnach wird sie nicht in Tab. 7.1 als Eigenfrequenz des Gesamtsystems geführt.

Zur Verifikation der verwendeten Vorgehensweise und der implementierten Algorithmen ist in Anhang F.1 ein Vergleich der Ergebnisse mit dem kommerziellen Auswertepro-



(a) Eigenfrequenz (b) Dämpfung

Abbildung 7.3: Ermittelte (a) Eigenfrequenzen und (b) Dämpfungswerte für die fünf charakteristischen Moden abhängig von der Drehzahl und unter Hinzunahme der Ergebnisse aus dem Stillstand bei Shaker-Anregung; Messunsicherheit weist ein Konfidenzintervall von 95 % auf

gramm ARTEMIS zu finden, auf das über die *Earthquake Engineering Research Facility* der *University of British Columbia* Zugriff gewährt wurde.

7.3 Untersuchung verschiedener Einflüsse auf die modale Identifikation

Nachfolgend werden der Einfluss von Betriebsparametern und die Wahl des Auswerteverfahrens auf die im Betrieb identifizierten modalen Größen diskutiert.

7.3.1 Einfluss verschiedener Betriebsparameter

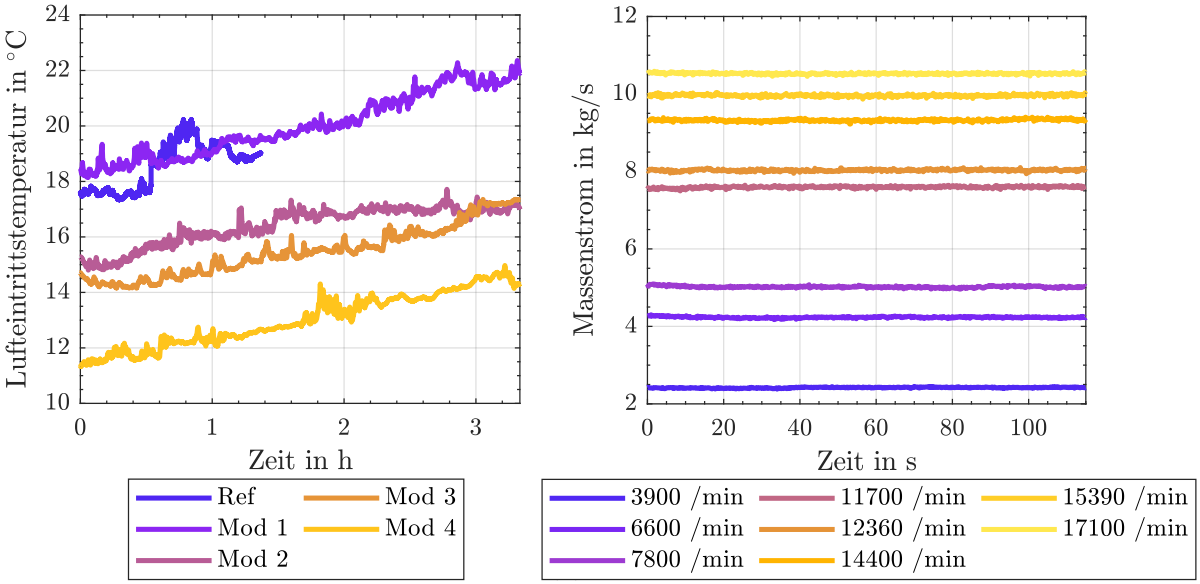
In diesem Abschnitt wird der Einfluss verschiedener Betriebsparameter auf die identifizierten modalen Parameter betrachtet. Da die identifizierte Dämpfung im Allgemeinen stark streut (Devriendt et al. 2014), liegt der Fokus bei dieser Analyse auf den Eigenfrequenzen.

Für die Untersuchungen liegen Daten von fünf verschiedenen Messtagen vor, welche sich wie folgt zusammensetzen:

1. Referenz Messung (Ref)
2. Messung nach Demontage und Montage aller Prüfstandskomponenten (Mod 1)
3. Messung nach wiederholter zweiter Demontage und Montage aller Prüfstandskomponenten (Mod 2)
4. Setzen einer Unwucht in Ebene 1 des Rotors (Festlager-seitig, Mod 3)
5. Setzen einer Unwucht in Ebene 2 des Rotors (Loslager-seitig, Mod 4)

Für Mod 3 und Mod 4 wurden, wie für Mod 1 und 2, alle Prüfstandskomponenten demontiert und der Rotor entnommen, um die Unwucht gezielt zu setzen. Es wird erwartet und auch beobachtet, dass die Unwucht keinen Einfluss auf die identifizierten Eigenfrequenzen des Gesamtsystems hat. Diese fünf verfügbaren Messtage bieten eine Datenbasis, um die Forschungshypothese sowie den Einfluss von Montage und tagesabhängigen Randbedingungen zu untersuchen. Die wiederholten Montage- und Demontageschritte der einzelnen Gehäusekomponenten führen zu einer maximalen Abweichung von 0.8 % der ermittelten Eigenfrequenzen, was kleiner als die berechnete Messunsicherheit ist.

Um zu zeigen, dass neben dem Montage- und Unwuchteinfluss auch andere Umwelteinflüsse vernachlässigt werden können, werden die Eintrittstemperaturen der angesaugten Luft aus der Umgebung betrachtet. Diese sind neben den Massenströmen für die unterschiedlichen untersuchten Drehzahlen in Abb. 7.4 dargestellt. Die Lufttemperaturen nehmen vom ersten bzw. zweiten Messtag bis zum letzten Messtag stetig ab, was darauf zurückzuführen ist, dass die Messungen an unterschiedlichen Tagen in einem Zeitraum von Juli bis Oktober 2021 durchgeführt wurden. Da die Luft für den Verdichterbetrieb aus der Umgebung angesaugt wird, ergeben sich die beobachteten Unterschiede in der Temperatur. Wie bereits erwähnt, ist die Abweichung zwischen den ermittelten Eigenfrequenzen für die verschiedenen Messtage minimal, sodass auf eine Unabhängigkeit der modalen Größen von der Lufttemperatur im betrachteten Anwendungsfall geschlossen werden kann. Daneben ist der absolute Massenstrom für alle untersuchten Drehzahlen in Abb. 7.4b dargestellt. Da der Massenstrom bei gleicher Drosselstellung, wie zu erwarten, mit der Drehzahl ansteigt, ist analog von einer mit der Drehzahl ansteigenden Anregung aus dem Luftstrom in der Maschine auszugehen. Neben der Strömung, von der eine breitbandige Anregung ausgeht, trägt auch die resultierende Unwuchtkraft zu einer Anregung der Maschine bei. Diese Anregungsform erfolgt bei der Frequenz der Drehzahl sowie ihren Vielfachen. Die unwuchterzwungenen Schwingungen breiten sich



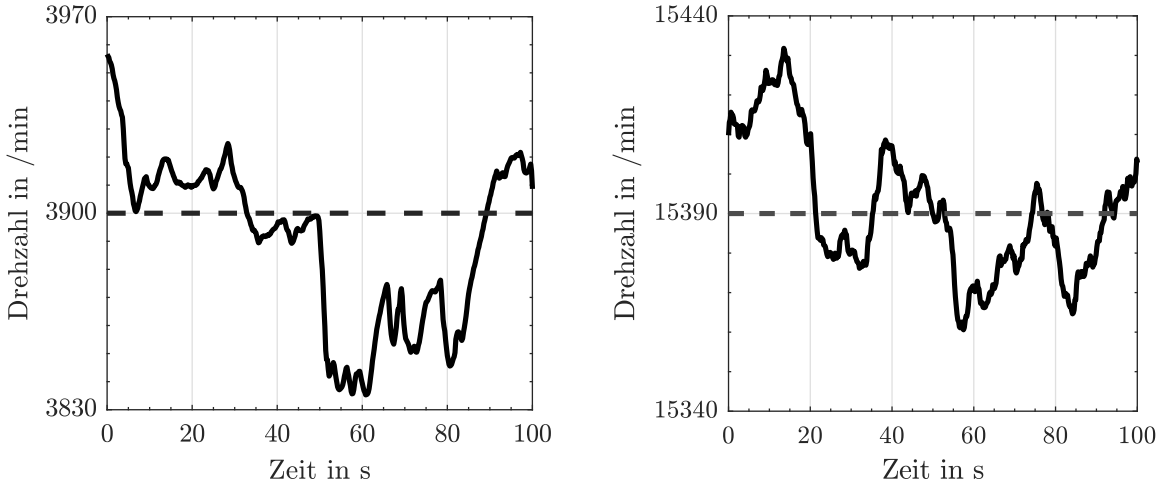
(a) Lufteintrittstemperatur (b) Massenstrom

Abbildung 7.4: Vergleich (a) der Eintrittstemperatur an den fünf untersuchten Messtagen und (b) des Massenstroms für die verschiedenen Drehzahlen exemplarisch für Mod 2 als Maß für die Anregung

allerdings in der umgebenden Infrastruktur, wie dem gesamten Fundament, Zusatzaggregaten und dem Hallenboden, aus. Von den Schwingungen der angrenzenden Struktur geht z. B. durch Reflexionen an den Rändern und gegenseitigem Energieaustausch eine Schwingungsanregung aus, die sich auf mehr als eine einzelne Anregungsfrequenz beziehen kann. Die in Mod 4 eingebrachte Unwucht führt beispielsweise bei der Maximaldrehzahl von 17100 /min zu Kräften von über 700 N, was um einen Faktor von größer als fünf höher ist als die maximale Shaker-Anregung.

Wie aus Tab. 7.1 hervorgeht, variieren einige Eigenfrequenzen kaum mit der Drehzahl bzw. weisen keinen klaren drehzahlabhängigen Trend auf (vgl. Mode 2 und 4). Unterschiede, die sich für die erste, dritte oder fünfte Eigenfrequenz ergeben, beziehen sich daher nicht auf die Betriebsparameter, die sehr wohl von der Drehzahl abhängen. Drehzahlabhängige Unterschiede in den ermittelten modalen Größen hängen demnach mit der Strukturdynamik des Gesamtsystems zusammen und nicht mit aerothermodynamischen Betriebsparametern.

Abbildung 7.5 stellt exemplarisch die Drehzahlschwankung um die Soll-Drehzahl für zwei verschiedene Drehzahlen der Maschine während der Schwingungsmessung dar. Die Drehzahlschwankungen betragen max. 2 % bezogen auf die Soll-Drehzahl. Absolut gesehen sind dies bei hohen Drehzahlen der Maschine bis zu 300 /min oder 5 Hz, was im Gegensatz zu anderen Anwendungen gleichbedeutend mit einem hohen Schwankungswert ist. Diese Abweichungen führen dazu, dass der Peak der Harmonischen in der PSD breiter wird und einfache Kriterien zur Eliminierung der Harmonischen nicht mehr ausreichen.



(a) 3900 /min (b) 15390 /min

Abbildung 7.5: Exemplarische Drehzahlschwankung während der Messung für (a) 3900 /min und (b) 15390 /min;
gestrichelte Linie veranschaulicht Soll-Drehzahl

Dies verdeutlicht die Notwendigkeit für ein geeignetes Verfahren im Umgang mit den Harmonischen. Ein Verfahren, welches die Drehzahlschwankungen während der Messungen berücksichtigen kann, ist aufgrund der vorliegenden Gegebenheiten notwendig.

7.3.2 Identifikationsverfahren

Anhand dreier exemplarischer Drehzahlen sind die Ergebnisse mit den drei Identifikationsverfahren SSI, Bayesian FFT und HHT in Tab. 7.2 dargestellt. Dafür werden exemplarisch Datensätze von Mod 4 analysiert.

Tabelle 7.2: Vergleich der ermittelten Eigenfrequenzen und Dämpfungen anhand der drei implementierten Auswertemethoden;
Messunsicherheit weist ein Konfidenzintervall von 95 % auf (Für SSI und Bayesian FFT ist zusätzlich die Schätzunsicherheit nach Gauss'scher Fehlerfortpflanzung inkludiert.)

Drehzahl	Mode	**SSI**	**Bayesian FFT**	**HHT**
3900 /min		Frequenz in Hz		
	1	62.3 ± 1.8	61.5 ± 1.8	61.7 ± 1.7
	2	108.8 ± 1.9	108.3 ± 1.8	108.0 ± 1.8
	3	114.9 ± 1.8	114.7 ± 1.8	114.8 ± 1.7
	5	146.7 ± 2.3	146.8 ± 3.2	146.8 ± 1.9

3900 /min		Dämpfung in %		
	1	0.64 ± 0.53	$1.08^{+1.38}_{-1.08}$	0.60 ± 0.21
	2	0.73 ± 0.48	$0.75^{+1.76}_{-0.75}$	0.50 ± 0.18
	3	0.31 ± 0.31	$0.21^{+1.84}_{-0.21}$	0.99 ± 0.23
	5	0.68 ± 0.68	$0.37^{+3.23}_{-0.37}$	0.63 ± 0.63
7800 /min		Frequenz in Hz		
	1	61.7 ± 1.8	60.9 ± 1.8	61.6 ± 1.8
	3	112.7 ± 1.8	112.7 ± 1.8	113.0 ± 1.7
	5	145.1 ± 1.8	145.4 ± 1.8	145.4 ± 1.8
		Dämpfung in %		
	1	0.92 ± 0.49	1.30 ±1.16	1.02 ± 0.35
	3	0.27 ± 0.14	$0.56^{+1.50}_{-0.56}$	0.42 ± 0.41
	5	0.38 ± 0.16	$0.49^{+1.48}_{-0.49}$	0.94 ± 0.52
12360 /min		Frequenz in Hz		
	1	63.2 ± 1.7	63.3 ± 1.8	63.2 ± 1.8
	2	110.9 ± 1.7	110.9 ± 1.8	110.1 ± 1.7
	3	112.4 ± 1.7	–	–
	4	127.0 ± 2.9	127.1 ± 1.8	126.8 ± 1.8
	5	145.8 ± 1.8	145.5 ± 1.8	145.9 ± 3.3
		Dämpfung in %		
	1	0.28 ± 0.08	$0.23^{+1.61}_{-0.23}$	0.38 ± 0.34
	2	0.31 ± 0.11	$0.52^{+1.68}_{-0.52}$	1.25 ± 0.19
	3	1.15 ± 0.26	–	–
	4	0.83 ± 0.72	$0.95^{+1.04}_{-0.95}$	0.71 ± 0.36
	5	0.69 ± 0.23	$0.67^{+1.19}_{-0.67}$	1.04 ± 0.81

Die Auswertung mit der HHT erfolgt pro Sensor, daher sind die in Tab. 7.2 dargestellten Ergebnisse über fünf Sensoren an unterschiedlichen Positionen arithmetisch gemittelt. Eine Veranschaulichung der Identifikation mit der Bayesian FFT und der HHT ist in Anhang F.2 zu finden.

Die Abweichungen für die ermittelten Eigenfrequenzen mit den unterschiedlichen Verfahren betragen weniger als 1 %. Für die Dämpfungswerte sind höhere Abweichungen zu beobachten, wobei alle ermittelten Dämpfungswerte bei 1 % und kleiner liegen. Teilweise signifikante Unterschiede in der Dämpfung, insbesondere erhöhte Werte im Rahmen der HHT, können damit zusammenhängen, dass das System vereinfachend mit einem Freiheitsgrad approximiert wird und die Ergebnisse resultierend aus einzelnen Sensorkanälen gemittelt werden, statt alle verfügbaren Sensoren bei der Identifikation einzubeziehen. Aufgrund der vereinfachenden Annahme für die Bayesian FFT und die HHT, nämlich dass sie für die einzelnen Moden ein 1-DOF System annehmen und die modalen Parameter über einen Fit an dieses System ermitteln, ist die SSI für die Identifikation des Systems vorzuziehen. Hinzu kommt, dass die Bayesian FFT von proportionaler Dämpfung im System ausgeht, was in der Regel nicht mit der Realität übereinstimmt.

Die HHT und Bayesian FFT sind lediglich unter vorheriger Kenntnis der gesuchten Eigenfrequenzen anwendbar. Da sie beide auf einem 1-DOF Modell basieren, muss der Frequenzbereich derart eingeschränkt werden, dass nur eine Mode dominant ist, was bei überlagerten Moden nicht immer möglich ist. Im Falle der Bayesian FFT geschieht dies manuell über die Auswahl des Frequenzbereichs für die über der Frequenz aufgetragenen Singulärwerte der PSD. Für die HHT ist die vorherige Anwendung eines Bandpassfilters notwendig. Wird das Frequenzband zu breit gewählt, ist der Einfluss von benachbarten Frequenzen zu groß. Im Falle der HHT ist dies z. B. über die für das gewählte Frequenzband berechnete FFT erkennbar, die mehr als ein Maximum aufweist. Die beschriebenen Einschränkungen führen auch dazu, dass Mode 3 für die Drehzahl 12360 /min nicht identifiziert wird, da sie im Frequenzspektrum eng an Mode 2 liegt. Für eine zeiteffiziente Überprüfung, insbesondere der Eigenfrequenzen, können sowohl die Bayesian FFT als auch die HHT dennoch hilfreich sein. Dies gilt allerdings nur für Moden, die isoliert vorliegen.

Ein Vorteil, den die Bayesian FFT mit sich bringt, ist die Tatsache, dass Standardabweichungen für die Eigenfrequenz und die Dämpfung berechnet werden, da die modalen Größen als Zufallsvariablen im Identifikationsverfahren behandelt werden. Die berechneten Unsicherheiten mit der Bayesian FFT und dem SSI-UPCX Verfahren sind in Anhang F.3 gegenübergestellt. Darüber hinaus ist ein ausführlicher Vergleich der Identifikationsverfahren in Amer et al. (2022b) zu finden.

Die SSI-Ergebnisse in Tab. 7.2 sind auf Basis der Kovarianz-basierten Implementierung angegeben. Ein Vergleich zwischen der SSI-cov und SSI-dat ist in Anhang F.4 umgesetzt. Es lässt sich kein signifikanter Unterschied zwischen den beiden Verfahren feststellen, sodass in Bezug auf die Rechenzeit die ressourcenschonendere SSI-cov verwendet wird. Die SSI wurde für eine Modellordnung von 100 durchgeführt. Es lässt sich festhalten, dass sich die Ergebnisse mit steigender Modellordnung verbessern, dies aber auch den Nachteil hat, dass zusätzliche mathematische Pole in den Identifikationsprozess eingebracht werden (Rainieri et al. 2010). Die Wahl der Gesamtmodellordnung hat außerdem Einfluss auf die identifizierten modalen Parameter, insbesondere die Dämpfung nimmt mit steigender Modellordnung ab. Die gewählte Modellordnung stellt daher einen Kompro-

miss zwischen Berechnungszeit und der Identifikation aller zuverlässig angeregten Moden sowie der Übersichtlichkeit des Stabilitätsdiagramms bzw. einem Minimum an unphysikalisch mathematischen Polen dar. Ein Vergleich für verschiedene Modellordnungen wird in Anhang F.5 durchgeführt. Für eine automatisierte Auswahl der Pole aus dem Stabilitätsdiagramm wurde darüber hinaus in Anhang F.6 das MSC angewandt. Die Clustering Methoden sind für den Anwendungsfall einer realen rotierenden Maschine noch nicht geeignet und müssen um Kriterien, die die Besonderheiten derartiger Strukturen berücksichtigen, erweitert werden.

7.4 Identifikation und Eliminierung von Harmonischen

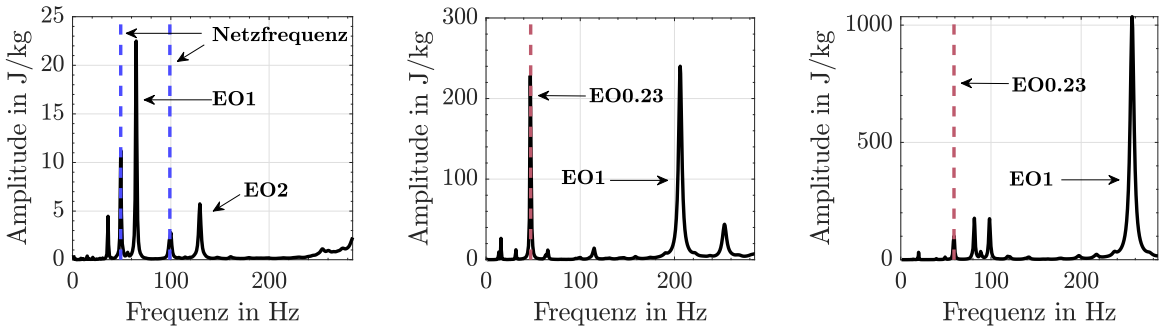
Der Einfluss von Harmonischen kann dazu führen, dass nur eine begrenzte Anzahl an Eigenfrequenzen für eine Drehzahl mit einer hohen Zuverlässigkeit ermittelt werden kann (Tcherniak et al. 2011). Daher ist es wichtig, z. B. Verfahren zur Eliminierung von Harmonischen vor der modalen Identifikation anzuwenden. Verschiedene Verfahren werden für diesen Zweck auf die gemessenen Schwingungsantworten des Axialverdichters angewandt. Die wichtigsten Erkenntnisse, die sich aus der Anwendung der verschiedenen Verfahren ergeben, sind in Tab. 7.3 festgehalten. Zusammenfassend schneiden die statistischen Verfahren am besten ab, da sie sich ohne Einschränkungen auf die Daten anwenden lassen. Die Überprüfung des Exzess-Wertes stellt demnach ein zeiteffizientes und automatisierbares Kriterium dar. Auch die PDF lässt sich gut auf die Daten anwenden. Die Interpretation ist allerdings im Vergleich zum Exzess-Wert zeitaufwändiger. Die anderen Verfahren weisen in Bezug auf die Verdichterdaten teilweise erhebliche Defizite auf, sodass diese in der betrachteten Form nicht angewandt werden können. Eine ausführliche Darstellung der getesteten Verfahren und der daraus hervorgehenden Resultate findet sich in Anhang F.9.

7.4.1 Energiespektrum

Zur Identifikation von Harmonischen wurde das Energiespektrum vorgeschlagen, welches analog zu den statistischen Kriterien (z. B. der Exzess-Wert) angewendet werden kann. Exemplarische Ergebnisse für das berechnete Energiespektrum von drei Drehzahlen sind in Abb. 7.6 dargestellt. Das System antwortet je nach Drehzahl unterschiedlich, daher sind auch die Skalen der Ordinaten in Abb. 7.6 voneinander abweichend. Beim Vergleich des Energiespektrums für die untersuchten Drehzahlen ist weiterhin festzustellen, dass sich der Einfluss verschiedener Harmonischer unterschiedlich im Energiespektrum widerspiegelt. So hat der Einfluss der Netzspannung, der sich bei Frequenzen von 50 Hz und 100 Hz zeigt, bei den Drehzahlen unterhalb von 10000 /min einen stärkeren Einfluss, vgl. blaue gestrichelte Linien in Abb. 7.6a. Dass die Frequenzen nicht exakt bei 50 Hz und 100 Hz liegen, ist mit der Tatsache verknüpft, dass die Getriebeölpumpe mit 48 Hz

Tabelle 7.3: Vergleich der angewandten Verfahren zur Identifikation und Eliminierung von Harmonischen

Verfahren	Vorteile	Nachteile	Bewertung
Exzess (Identifikation von Harmonischen)	• automatisierbar • erkennt auch Harmonische unabhängig von der Rotordrehzahl	Harmonische können vom idealen Kriterium abweichen	geeignet
PDF (Identifikation von Harmonischen)	erkennt auch mathematische Pole	• schwierig zu automatisieren • Erfahrung von benutzender Person vorausgesetzt	geeignet, aber aufwändig
Filter (Eliminierung von Harmonischen)	leichte Handhabbarkeit	• Einfluss auf den benachbarten Frequenzbereich um Harmonische • Anregungsfrequenz der Harmonischen muss bekannt sein	ungeeignet
Cepstrum (Eliminierung von Harmonischen)	• kann eine Vielzahl von Seitenbändern eliminieren • geringerer Eingriff in Daten als Filter	• keine geeignete Umsetzung für Verdichterdaten gefunden • reagiert sensitiv auf niedriges SNR	ungeeignet
SSI extended (Identifikation von Harmonischen)	keine weiteren Verfahren für die Auswertung von Datensätzen, die Harmonische beinhalten, notwendig	• nicht robust gegenüber Drehzahlschwankungen, niedrigem SNR und hohem Energiegehalt der Harmonischen • Anregungsfrequenz der Harmonischen muss bekannt sein	für den Anwendungsfall nicht geeignet
TOMA (eingangsunabhängiges Identifikationsverfahren)	• gute Handhabbarkeit • Auswertung mit bewährten Schätzverfahren	• schwierig zu interpretierendes Stabilitätsdiagramm • nicht robust gegenüber Nichtlinearität und starkem Rauschen	Methode bedarf weiterer Entwicklung für die Anwendung an rotierenden Maschinen



(a) 3900 /min (b) 12360 /min (c) 15390 /min

Abbildung 7.6: Energiespektrum gemittelt aus neun charakteristischen Sensoren für (a) 3900 /min, (b) 12360 /min und (c) 15390 /min;
blaue gestrichelte Linien weisen auf Netzfrequenz und ihre zweite Harmonische hin; rote gestrichelte Linien weisen auf EO0.23 hin

rotiert (zweite Harmonische bei 96 Hz) und das System zusätzlich stört bzw. sich diese Frequenzen gegenseitig überlagern, sodass sie nicht klar separiert werden können. Der Einfluss dieser Pumpe ist sehr stark und lässt sich auch in der Betriebsüberwachung des Systems beobachten. Dagegen wird für die Drehzahlen oberhalb von 10000 /min ein anderer Effekt beobachtet. Dort wird bei einem Bruchteil der ersten Erregerordnung der Rotordrehzahl ein deutliches Maximum im Energiespektrum identifiziert. Dieses ist in Abb. 7.6b und 7.6c mit einer roten gestrichelten Linie gekennzeichnet. Das Maximum wird von der Erregerordnung 0.23 (EO0.23) verursacht. Diese Erregerordnung führte bereits in vorbereitenden Arbeiten von Christian Keller zur Untersuchung der Blisk-Schaufelschwingungen derselben Axialverdichter-Konfiguration (Keller 2021) zu erhöhten Schwingungen. Da diese erhöhten Schaufelschwingungen drehzahlunabhängig und reproduzierbar auftraten, konnte schließlich geschlussfolgert werden, dass die EO0.23 über die Getriebeübersetzung von 1:13 ursprünglich zur EO3 des Motors (aufgrund der drei Planetenräder) gehört und das System anregt. Die dazugehörigen Frequenzen wurden zuvor im Stabilitätsdiagramm der SSI als stabile Eigenfrequenzen identifiziert und lieferten keine Übereinstimmung mit anderen Frequenzen einer Mode, sodass sie mit Hilfe dieses Kriteriums klassifiziert werden konnten. Dies verdeutlicht auch, wieso Mode 1 insbesondere bei 15390 /min und 17100 /min nicht identifiziert wird. Für die beiden Drehzahlen sind die Frequenzen der EO0.23 58 Hz bzw. 65 Hz und liegen daher im unmittelbaren Einflussbereich der ersten Gehäusemode. Durch den starken Einfluss der Harmonischen ist die SSI nicht mehr in der Lage, die nahegelegenen Eigenfrequenzen zu identifizieren. Daher ist die Berücksichtigung mehrerer Drehzahlen, wie es in dieser Untersuchung durchgeführt wurde, sinnhaft.

Nach diesen Betrachtungen kann kein allgemeingültiger Schwellenwert für das Energiespektrum angegeben werden, ab dem eine Frequenz als Harmonische gilt. Vielmehr ist darauf zu achten, welche lokalen Maxima im betrachteten Frequenzbereich hervorstechen. Es ist festzuhalten, dass das aus der ersten Drehzahlharmonischen resultierende

lokale Maximum auch das globale Maximum im berechneten Energiespektrum abbildet. Neben den Drehzahlharmonischen und den in diesem Abschnitt klassifizierten Harmonischen können im Energiespektrum weitere energiereiche Frequenzen auftreten, die z. B. aus lokalen Störmoden mit hohem Energiegehalt (z. B. bei 36 Hz) und anderen nicht eindeutig zuzuordnenden harmonischen Effekten (z. B. Höherharmonische der Rotordrehzahl) resultieren können. Diese sollten ebenfalls von der Identifikation ausgeschlossen werden.

7.4.2 Eliminierung der Harmonischen

Aus der Gegenüberstellung verschiedener Verfahren zum Umgang mit Harmonischen geht hervor, dass es für den betrachteten Anwendungsfall an geeigneten Methoden mangelt. Daher soll im Folgenden das modifizierte Pre-Processing-Verfahren zur Eliminierung der Drehzahlharmonischen auf Basis des gemessenen Phasenwinkels auf die Axialverdichter-Daten angewandt und seine Güte diskutiert werden.

Abbildung 7.7 zeigt einen Vergleich der gemittelten PSD vor und nach dem Pre-Processing mit Hilfe der fundamentalen gemittelten Frequenz sowie dem modifizierten Verfahren zur Eliminierung von Harmonischen anhand der Rotorphase. Es wird ein Datensatz bei 3900 /min betrachtet, für den bei den ersten beiden Harmonischen, bei 65 Hz und 130 Hz, ein Einfluss der Drehzahl erwartet wird. Vor Durchführung des Pre-Processings

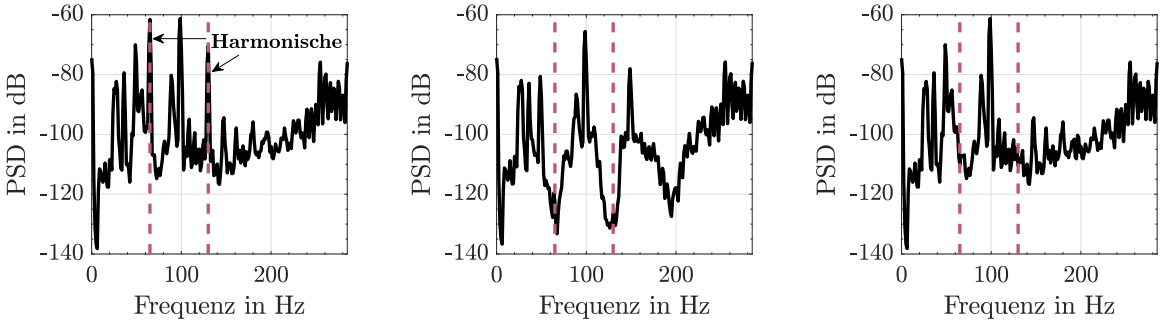


Abbildung 7.7: Vergleich der gemittelten PSD (a) ohne Pre-Processing, (b) mit Pre-Processing anhand des ursprünglichen Ansatzes zur Eliminierung der Harmonischen unter Verwendung der gemittelten Frequenz und (c) mit Pre-Processing anhand des modifizierten Verfahrens unter Verwendung der Phase zur Eliminierung von Harmonischen für einen exemplarischen Datensatz gemessen bei 3900 /min;
erste und zweite Drehzahlharmonische sind mit einer roten gestrichelten Linie gekennzeichnet

ist der Einfluss der Drehzahlharmonischen dominant, wie es aus Abb. 7.7a und den mit den gestrichelten Linien markierten Maxima hervorgeht. Unter Verwendung des original

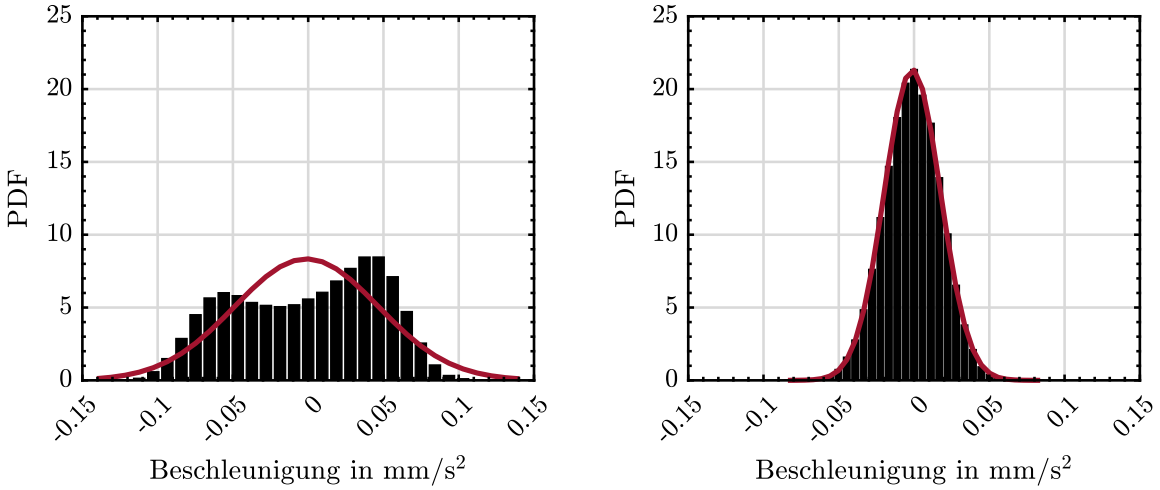
formulierten Ansatzes mit einer gemittelten fundamentalen Frequenz und dem Zusammensetzen mehrerer Segmente anhand von Fensterfunktionen ergibt sich die in Abb. 7.7b dargestellte PSD, die als Basis für die modale Identifikation durch die OMA Verfahren genutzt wird. Die Eliminierung von Harmonischen wirkt in diesem Fall, wie bereits beschrieben, wie ein Filter und beeinflusst auch die benachbarten Frequenzbereiche. Hier wurde eine Fensterlänge von 1024 Samples gewählt. Die beschriebene Filterwirkung wird für größere Fensterlängen geringer, verschwindet allerdings nicht vollständig. Wird die Segmentlänge der Fenster zu groß gewählt z. B. analog zum modifizierten Verfahren, ist die Methodik nicht mehr in der Lage, die Harmonischen zu eliminieren und sie bleiben in den Daten enthalten. Dies kann z. B. an den in Abb. 7.5 gezeigten Drehzahlschwankungen liegen, die bei Wahl eines größeren Datensegmentes dominant werden, sodass sie nicht mehr mit einer einzelnen fundamentalen Frequenz abgebildet werden können.

Demgegenüber bietet das angepasste Verfahren unter Zuhilfenahme der gemessenen Phaseninformation des Rotors den Vorteil, dass der Drehzahleinfluss in der PSD eliminiert wird, siehe Abb. 7.7c, ohne dabei einen Einfluss auf den umliegenden Frequenzbereich auszuüben. Die Methode ist daher für den Anwendungsfall geeignet.

Das Verfahren wurde mit bis zu drei Harmonischen $L = 3$, je nach Drehzahl, angewandt. Es wurde zudem ein Polynomgrad von $N = 1$ gewählt, da damit bereits ein zufriedenstellendes Ergebnis erzielt werden konnte und ein höherer Polynomgrad die Genauigkeit des Verfahrens nicht verbessert hat. Bei der Wahl eines Polynomgrades von $N = 0$ wird die zweite Drehzahlharmonische nicht entfernt, was beispielsweise für die Datensätze bei 3900 /min problematisch ist, da die zweite Erregerordnung (EO) einen hohen Einfluss ausübt. Zur Auswertung wurde eine Segmentlänge von einer Sekunde Messzeit gewählt, d. h. insgesamt 25600 Datenpunkte. Im Falle des Axialverdichters führt das angepasste Verfahren z. B. dazu, dass für die Messung bei 3900 /min Mode 1 gefunden wird, welche ohne Anwendung dieses Ansatzes oder auch bei Anwendung des ursprünglichen Ansatzes aufgrund der Nähe zur drehzahlsynchronen Frequenz von 65 Hz nicht im Stabilitätsdiagramm identifiziert wird. Diese Beobachtung gilt im Übrigen auch für andere Frequenzen bei anderen Drehzahlen, allerdings wird hier nicht im Detail auf alle Fälle eingegangen.

Um die Wirkweise des Verfahrens zu veranschaulichen, ist in Abb. 7.8 die PDF der Schwingungsantwort vor und nach Anwendung des Ansatzes zur Eliminierung der Drehfrequenz und der zweiten Harmonischen exemplarisch für einen Datensatz gemessen bei 6600 /min dargestellt. Während die PDF für diesen Datensatz vor Applikation des Pre-Processings dem Verlauf der PDF einer harmonischen Funktion ähnelt, siehe Abb. 7.8a, und somit den starken Einfluss der drehzahlsynchronen Anregung verdeutlicht, ist dieser Effekt nach Anwendung des Verfahrens aus den Daten eliminiert. Die PDF gleicht nun einer Gauss-Verteilung, vgl. Abb. 7.8b. Diese Darstellung veranschaulicht neben der Dominanz der drehzahlsynchronen Anregung im System den Nutzen dieses Verfahrens bzw. die Notwendigkeit für den Umgang mit den drehzahlsynchronen Schwingungsantworten.

Abschließend lässt sich feststellen, dass allein mit einer einzelnen Methodik nicht zuver-



(a) Vor Eliminierung der Harmonischen (b) Nach Eliminierung der Harmonischen

Abbildung 7.8: Vergleich der PDF (a) vor und (b) nach dem Pre-Processing zur Eliminierung von Harmonischen für einen Datensatz bei 6600 /min

lässig alle Störeffekte eliminiert werden. Daher ist eine Kombination aus der Eliminierung der Rotorharmonischen aus den Schwingungsdaten vor der modalen Identifikation und ein Kriterium, um darüber hinausgehende deterministische Effekte zu erkennen, für einen erfolgreichen Umgang mit den Harmonischen sinnhaft.

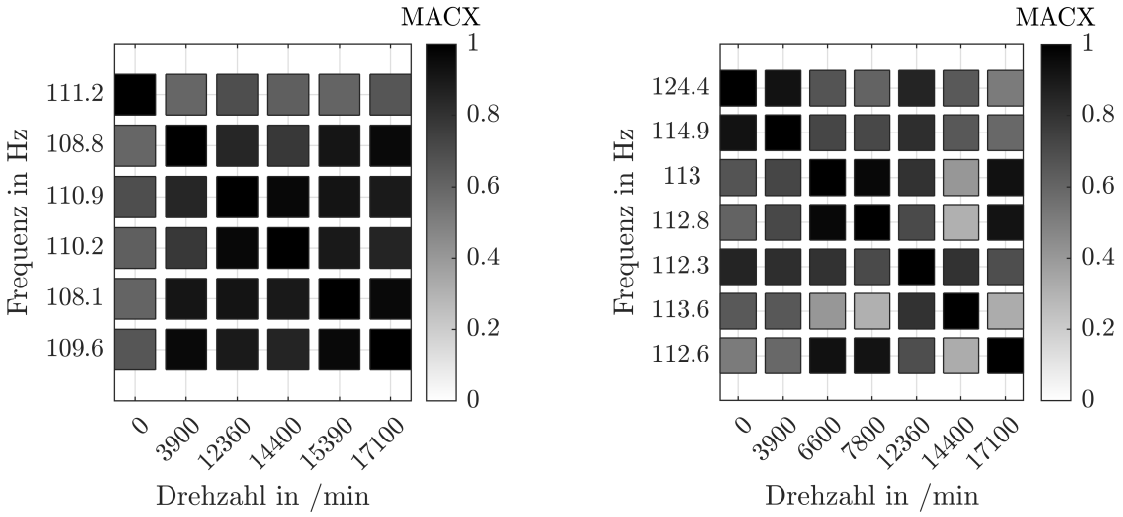
7.5 Vergleich zwischen Stillstand und Betrieb

Beim Vergleich der Ergebnisse aus Stillstand und Betrieb fällt auf, dass sich die Eigenfrequenzen drehzahlabhängig verschieben und insbesondere die Dämpfung im Betrieb in allen Fällen deutlich absinkt. Während im Fall von Mode 1 und Mode 3 die Eigenfrequenzen im Betrieb absinken, findet für Mode 5 zunächst eine Erhöhung der Eigenfrequenz und anschließend eine mit der ansteigenden Drehzahl verbundene Abnahme des Wertes statt. Mode 2 und 4 fluktuieren um den im Stillstand ermittelten Wert.

Ein Vergleich des MPFs zwischen Stillstand und Betrieb ist nicht sinnhaft, da der Anteil der Moden in der Gesamtantwort auch immer vom Anregungsort und davon, wie sich die Anregungsenergie im System verteilt, abhängt. Für die Shaker-Anregung konnte bereits beobachtet werden, dass sich die MPF-Werte abhängig von der Anregungsposition verändern. Die im Stillstand angegebenen Werte sind daher lediglich als Mittelwert der verschiedenen Anregungsszenarien zu verstehen. Im Betrieb ist unabhängig vom Betriebspunkt von einer ähnlichen Anregungsform auszugehen. Das Anregungsniveau wird sich primär durch die vom Rotor in das System eingebrachte Energie unterscheiden. Ein Vergleich der MPF-Werte zwischen den unterschiedlichen Betriebspunkten kann somit durchgeführt werden. Im Gegensatz zum Stillstand ist die Anregung im Betrieb aller-

dings unbekannt, weshalb unterschiedliche Berechnungsvorschriften für Stillstand und Betrieb verwendet werden. Folglich sind die Ergebnisse für Stillstand und Betrieb in Bezug auf den MPF separat zu betrachten.

Die Zugehörigkeit der ermittelten modalen Größen zu einer Mode wurde, wie bereits beschrieben, über die Betrachtung des MAC-Wertes und die Visualisierung der Eigenformen umgesetzt. Dafür ist in Abb. 7.9 der MACX-Wert zwischen der im Stillstand ermittelten Mode und den im Betrieb identifizierten Eigenvektoren anhand von zwei Moden illustriert. Für die Auswertung kommt der MACX zum Einsatz, da er ein bes-



(a) Mode 2 (b) Mode 3

Abbildung 7.9: MACX zwischen den für verschiedene Drehzahlen ermittelten Eigenvektoren zur Verifikation der Zugehörigkeit zu einer Mode für (a) Mode 2 und (b) Mode 3

seres Resultat bei komplexen Moden erzielt. Die Werte auf der Nebendiagonalen von Abb. 7.9b liegen in der Regel über 65 %.[10] MACX-Werte geringer als 80 % sind auf die geringe Anzahl der gemessenen Freiheitsgrade bezogen auf eine reale Struktur bestehend aus vielen Komponenten zurückzuführen. Diese Tatsache kann zu einer Verfälschung der berechneten Korrelation führen. Die alleinige Betrachtung eines simplen Kriteriums wie dem MACX-Wert ist in diesem Fall nicht ausreichend. Daher wird zusätzlich die Visualisierung der Eigenformen hinzugezogen. Ein exemplarischer Fall, bei dem die Korrelation gering ausfällt, wird für Mode 3 bei 14400 /min beobachtet. Die Korrelation mit den Eigenvektoren anderer Drehzahlen (z. B. 6600 /min, 7800 /min und 17100 /min) ist im Bereich 30 – 40 %. Daher wird ein Vergleich der Eigenformen von Mode 3 für 6600 /min und 14400 /min durchgeführt. Dieser ergibt, dass die Eigenvektoren die gleiche Eigenbewegung darstellen und somit zu einer Mode gehören, siehe Anhang F.8. Die aus den Betriebsmessungen ermittelten Eigenformen sind exemplarisch in Anhang F.7 gezeigt.

[10] Für Abb. 7.9a sind die MACX-Werte höher und liegen in den meisten Fällen bei ca. 90 %.

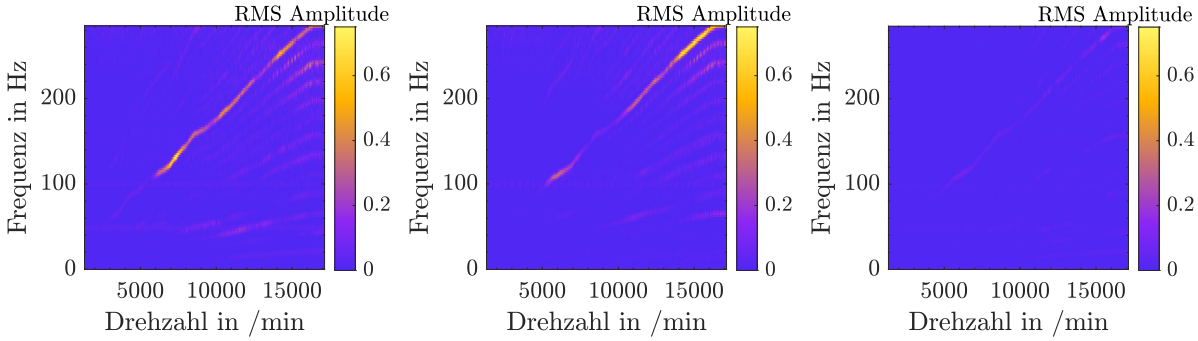
Die geringeren Dämpfungswerte im Betrieb gegenüber dem Stillstand legen nahe, dass eine betriebspunktabhängige Betrachtung notwendig ist und eine Untersuchung im Stillstand zwar erste Hinweise über das Strukturverhalten liefert, allerdings nicht als repräsentativ für den Betrieb einer rotierenden Maschine mit Fügestellen angesehen werden kann. Auf diese Eigenschaften wird nachfolgend im Detail eingegangen.

7.6 Betriebspunktabhängiges Verhalten

Die Erkenntnisse aus den vorangehenden Abschnitten sollen nachfolgend im Detail anhand vereinfachter Modelle untersucht werden, um den Unterschied zwischen den im Betrieb identifizierten modalen Größen (Eigenfrequenz und Dämpfung) und den Ergebnissen im Stillstand einzuordnen. Der Fokus liegt auf der modalen Dämpfung sowie den Eigenfrequenzen von Mode 1, 3 und 5. Aufgrund der im Prüfstand verfügbaren Fügestellen liegt die Vermutung nahe, dass sich die amplitudenabhängige Fügestellendämpfung, die mit dem Betriebspunkt variiert, auf die modalen Parameter auswirkt. Zudem lässt sich durch eine Kopplung von Rotor und Gehäuse über die Lagerstellen ein Einfluss des Rotors in dieser Betrachtung erwarten.

Zunächst wird kurz darauf eingegangen, dass nicht alle Eigenfrequenzen des Systems zuverlässig für alle untersuchten Drehzahlen identifiziert werden konnten, was z. B. laut Obando und Avitabile (2014) für die Anwendung der OMA üblich ist. Abbildung 7.10[11] zeigt für drei Sensoren an unterschiedlichen Gehäusekomponenten die Antwort des Systems für den auf der Ordinate aufgetragenen Frequenzbereich während der Abfahrt des einstufigen Axialverdichters. Die Farbskala gibt den Effektivwert (Englisch: root mean square, RMS) der gemessenen Beschleunigung wieder. Der RMS-Wert einer Messgröße y_{RMS} lässt sich über $y_{\mathrm{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}|y_n|^2}$ mit der Anzahl an Messwerten N berechnen. Es ist zu erkennen, dass nicht alle Frequenzen, die von der ersten EO des Rotors angeregt werden, gleichermaßen antworten. Abbildung 7.10a zeigt, dass das System im untersuchten Frequenzbereich mit den Frequenzen zwischen 130 und 150 Hz am stärksten antwortet. Für die axial messenden Sensoren, wobei diese ca. ein Drittel der insgesamt angebrachten Sensoren ausmachen, antworten die Frequenzen um 110 Hz am stärksten. Dies erscheint plausibel, da sich in diesem Frequenzbereich die Axialmode des Systems befindet. So ist ersichtlich, dass beispielsweise Mode 1 (ca. 62 Hz) nicht in allen Datensätzen, d. h. insbesondere für höhere Drehzahlen, zuverlässig identifiziert werden kann. Die unwuchtbedingte Anregung des Rotors, die zwar in der Identifikation unerwünscht ist, aber dennoch den stärksten Anteil an der Anregung einnimmt, wird bei höheren Drehzahlen entsprechend höhere Frequenzen anregen. Die Anregungsfrequenz hängt mit der untersuchten Drehzahl zusammen und führt dazu, dass z. B. auch die Anregung durch die umgebende Infrastruktur in ihrer Frequenz um die Drehzahl lokalisiert ist. Da

[11] Diese Darstellung wurde mit der Funktion `rpmfreqmap` in MATLAB generiert, wobei eine FFT durchgeführt wird, um die spektrale Information der Eingangsgröße, in diesem Fall die gemessene Beschleunigung, zu untersuchen.



(a) Eintritt (b) Lagerstütze (c) Fundament

Abbildung 7.10: RMS Amplitude der gemessenen Beschleunigung während einer Abfahrt der Maschine für verschiedene Sensorkanäle (a) am Eintritt, (b) an der Loslagerstütze axial messend und (c) am Fundament

Mode 1 ohnehin mit geringerer Amplitude, vgl. Abb. 7.10, antwortet, erschließt sich, dass sie in den höheren Drehzahlen nicht identifiziert wird. Dies hängt auch mit dem in Abschn. 7.4.1 diskutierten Einfluss der EO0.23 zusammen. Darüber hinaus werden für einige Drehzahlen z. B. Mode 2 bei 6600 /min oder Mode 4 bei 7800 /min und 3900 /min nicht identifiziert. Dies hängt damit zusammen, dass die Eigenfrequenzen dieser Moden (ca. 110 Hz und 130 Hz) mit der ersten oder zweiten EO dieser Drehzahlen zusammenfallen. Das bedeutet, die Signalenergie dieser Drehzahl ist dominant gegenüber möglichen Schwingungsantworten des Gesamtsystems, sodass die Eigenfrequenzen nicht detektierbar sind. Abschließend ist festzustellen, dass die Amplituden am Fundament, wie Abb. 7.10c zeigt, deutlich geringer sind als an Sensoren, die an den Gehäusekomponenten angebracht sind. Dennoch lässt sich auch hier erkennen, dass die Frequenzen im Bereich von 130 bis 150 Hz am stärksten antworten.

Aus einem vergrößerten Ausschnitt der RMS-Amplitude lässt sich in Abb. 7.11 schließen, dass die Frequenzen um 50 Hz und 100 Hz, welche anhand der gestrichelten schwarzen Linien markiert sind, drehzahlunabhängig sowie mit einem konstanten Schwingungsniveau von ca. 0.05 der RMS-Amplitude in allen Messungen auftreten. Daher repräsentieren sie keine Struktureigenfrequenzen.

7.6.1 Einfluss der Fügestellendämpfung

Wie bereits erwähnt, sind die niedrigen Dämpfunsgwerte im Betrieb im Vergleich zum Stillstand auffällig. Aus dem Bauingenieurwesen ist bekannt, dass Lager oder andere Verbindungen (Fügestellen) zwischen zwei Komponenten dazu führen können, dass eine Struktur bei geringer Anregung durch die Umgebung ein anderes dynamisches Verhalten aufweist als bei hohen resultierenden Schwingungsamplituden (Buckland 1990). Grund dafür sind nichtlineare Reibeffekte in den Fügestellen, die Steifigkeit und Dämpfung amplitudenabhängig beeinflussen. Diese Amplitudenabhängigkeit der Strukturcharakte-

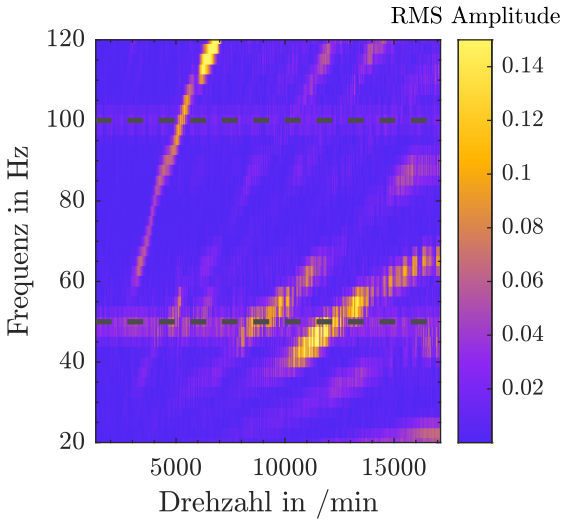


Abbildung 7.11: RMS Amplitude der gemessenen Schwingung während einer Abfahrt der Maschine am Eintritt des Gehäuses;
schwarz gestrichelte Linien stellen drehzahlunabhängige Antwort des Systems bei 50 Hz (Netzfrequenz) und 100 Hz (zweite Harmonische der Netzfrequenz) dar

ristika lässt sich auch bei dem betrachteten Axialverdichter beobachten und soll anhand des Reibdämpfer-Modells nachgewiesen werden. Mit Hilfe des Optimierungsalgorithmus werden die Modellparameter ermittelt, die die experimentellen Daten am besten wiedergeben. Dafür stehen die jeweils ermittelten Eigenfrequenzen und Dämpfungen der untersuchten Drehzahlen für die fünf verschiedenen Messtage zur Verfügung. Die Ergebnisse sind exemplarisch für die ersten drei Moden dargestellt.

Abbildung 7.12 zeigt, dass die Ergebnisse für die ermittelten Eigenfrequenzen von Mode 1 durch das Modell im Rahmen der Messunsicherheit mit Ausnahme der ermittelten Werte aus den Shaker-Messungen im Stillstand wiedergegeben werden. In den Fehlerbalken sind die Messunsicherheit, die Standardabweichung resultierend aus den fünf Versuchstagen sowie die Unsicherheit aus dem Schätzverfahren berücksichtigt. Für die Dämpfungswerte sind die Abweichungen zwischen Modell und Experiment größer. Dies erscheint allerdings aufgrund der ohnehin hohen Unsicherheiten beim Berechnen der Dämpfung und der hohen Streuungen (z. B. aufgrund eines hohen Rauscheinflusses) plausibel. Hohe Streuungen von bis zu 50 % bei der Ermittlung der Dämpfung von realen Strukturen wurden u. a. auch von Magalhães et al. (2010) beobachtet, die verschiedene Anwendungen im Bauingenieurwesen untersuchten. Diese Erfahrungswerte aus der Literatur bestätigen die getroffene Aussage. Trotz der bekannten Ungenauigkeiten in der Ermittlung der Dämpfung und ihrem Streuungsverhalten bei verschiedenen Datensätzen ist ein klarer Trend bzw. eine Abhängigkeit der modalen Größen von der Schwingungsamplitude erkennbar, die sich (vermutlich neben anderen Einflüssen) mit dem Einfluss der Fügestellendämpfung im System begründen lassen.

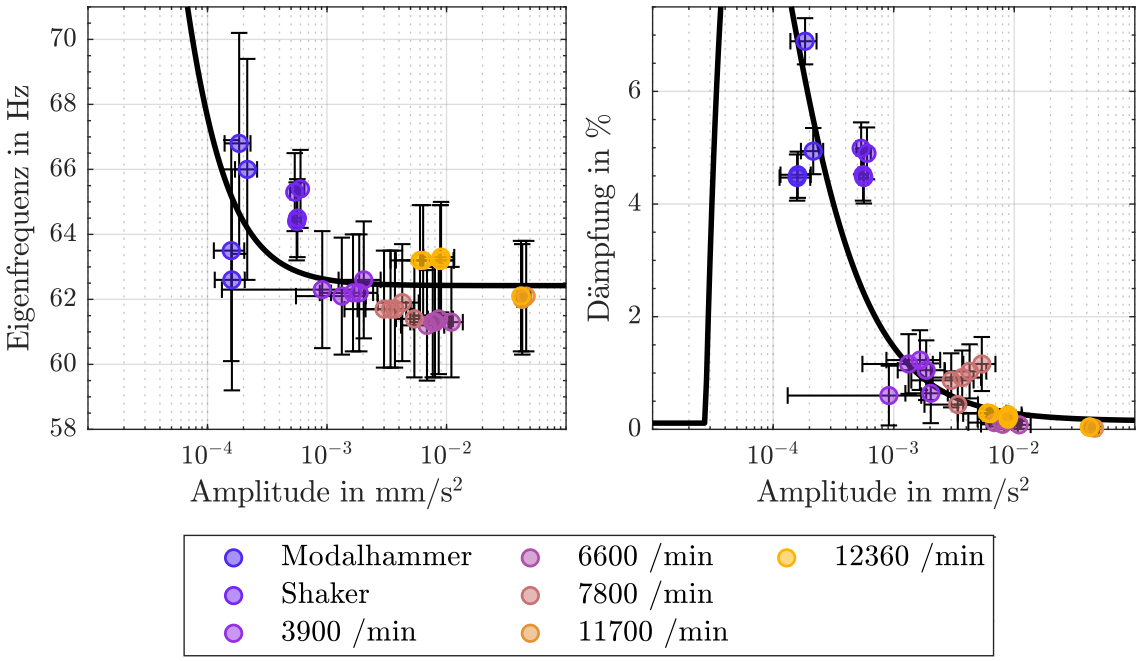


Abbildung 7.12: Gegenüberstellung des an die experimentellen Ergebnisse gefitteten Reibdämpfer-Modells (schwarze durchgezogene Linie) mit den experimentellen Ergebnissen für Eigenfrequenz (links) und Dämpfung (rechts) von Mode 1;
Fehlerbalken beinhalten die Messunsicherheit mit einem Konfidenzintervall von 95 %, die Standardabweichung resultierend aus den fünf Messtagen und den Schätzfehler der SSI gemäß Tab. 7.1

Diese Ergebnisse erklären im Übrigen auch die für die Modalhammer-Tests erhöhten Dämpfungen gegenüber den Shaker-Messungen, da die Antwortamplitude des Systems für die Modalhammer-Messungen geringer ausfällt als bei der Shaker-Anregung. Es ist zu erwarten, dass weitere nichtlineare Effekte im Betrieb einen Einfluss auf die modalen Parameter ausüben, die ggf. mit einem aufwendigeren Modell erfasst werden können. Da es in dieser Arbeit um die dominanten mechanischen Effekte zum Verständnis der Ergebnisse geht, werden weiterführende Modelle zur Beschreibung der Dämpfung nicht untersucht. Es ist weiterhin zu beobachten, dass sich für die Schwingungsamplituden des Systems pro Betriebspunkt ein Cluster für die ermittelten modalen Größen ergibt und damit eine Betriebspunktabhängigkeit der Ergebnisse vorliegt.

Abbildung 7.13 stellt das generierte Modell für den Reibdämpfer mit den Ergebnissen von Mode 2 gegenüber.[12] Auch hier treffen die zuvor für Mode 1 beschriebenen Aussagen zu und die experimentellen Ergebnisse können vom Modell im Rahmen der Messunsicherheit wiedergegeben werden. Der Einfluss der Amplitude auf den Wert der Dämpfung

[12] Die Achsenskalierung unterscheidet sich bewusst von Abb. 7.12, um die Ergebnisse besser kenntlich zu machen.

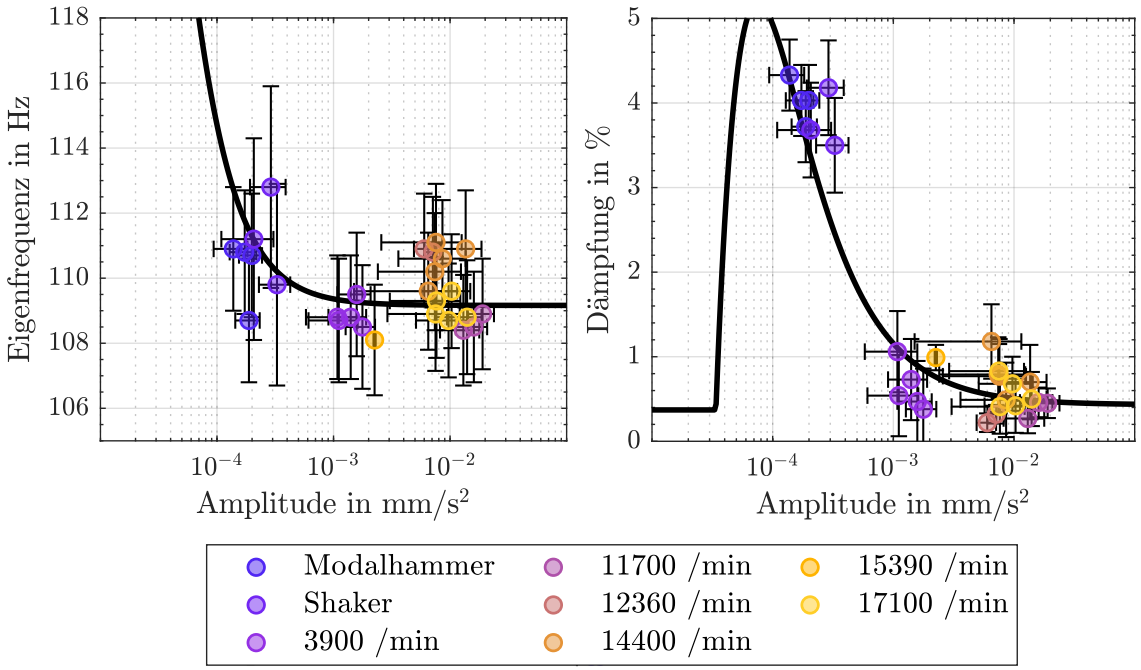


Abbildung 7.13: Gegenüberstellung des an die experimentellen Ergebnisse gefitteten Reibdämpfer-Modells (schwarze durchgezogene Linie) mit den experimentellen Ergebnissen für Eigenfrequenz (links) und Dämpfung (rechts) von Mode 2;
Fehlerbalken beinhalten die Messunsicherheit mit einem Konfidenzintervall von 95 %, die Standardabweichung resultierend aus den fünf Messtagen und den Schätzfehler der SSI gemäß Tab. 7.1

lässt sich aus der Darstellung in Abb. 7.13 (rechts) entnehmen. Es fällt auf, dass die Frequenz nahezu konstant bleibt und entgegen Mode 1 kein signifikantes Absinken zwischen Stillstand und Betrieb aufweist.

Zuletzt sind in Abb. 7.14 die Ergebnisse von Mode 3 für den Vergleich zwischen Experiment und Modell dargestellt. Das Modell kann die experimentellen Ergebnisse für die Eigenfrequenz im Rahmen der Messunsicherheit wiedergeben. Die Modellparameter für die Darstellung von Mode 3 sind exemplarisch in Anhang F.10 angegeben. Die Parameter der anderen Modelle bewegen sich in ähnlichen Größenordnungen. Ähnlich zu Mode 1 ist eine Abhängigkeit der Eigenfrequenz von der Amplitude bzw. ein signifikanter Unterschied zwischen Stillstand und Betrieb zu erkennen. Für die Dämpfung lässt sich wie zuvor bei Mode 1 und 2 eine Streuung der Werte um die Kurve aus dem Modell beobachten.

Die Auswertung zeigt, dass sich modale Größen im Betrieb abhängig vom Anregungsniveau des jeweiligen Betriebspunkts und den resultierenden steigenden Schwingungsamplituden verändern und ein nichtlinearer Einfluss detektierbar ist. Die in diesem Unterkapitel dargestellten Ergebnisse werfen allerdings die Frage auf, weshalb die Eigen-

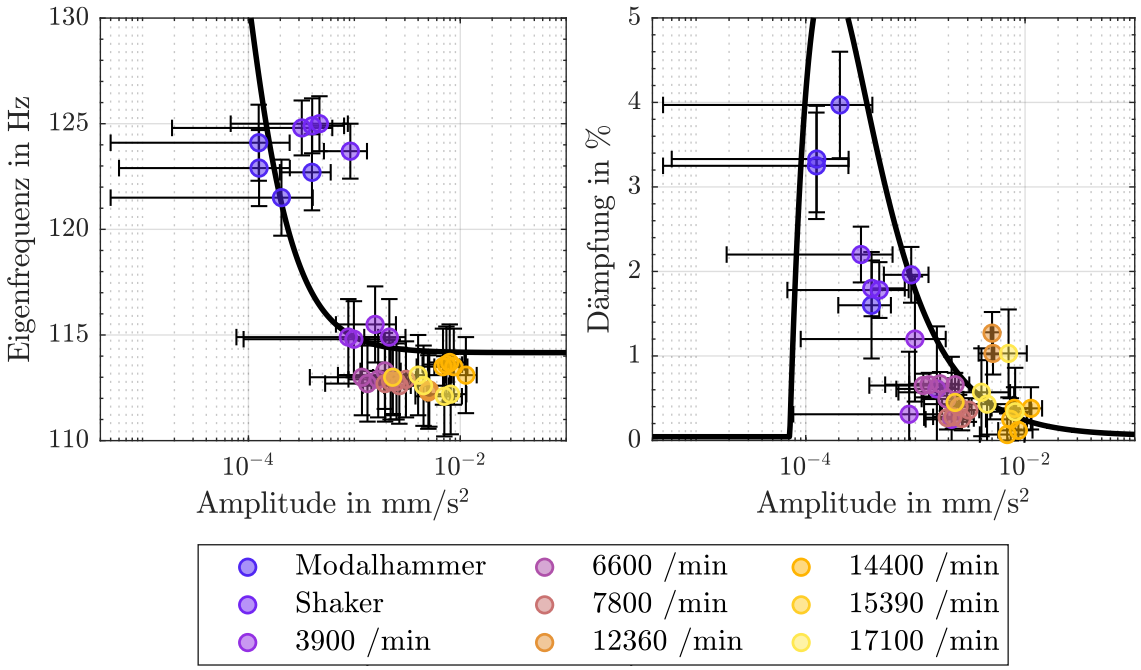


Abbildung 7.14: Gegenüberstellung des an die experimentellen Ergebnisse gefitteten Reibdämpfer-Modells (schwarze durchgezogene Linie) mit den experimentellen Ergebnissen für Eigenfrequenz (links) und Dämpfung (rechts) von Mode 3;
Fehlerbalken beinhalten die Messunsicherheit mit einem Konfidenzintervall von 95 %, die Standardabweichung resultierend aus den fünf Messtagen und den Schätzfehler der SSI gemäß Tab. 7.1

frequenzen von Mode 2 und 4 zwischen Stillstand und Betrieb konstant bleiben und lediglich ein Schwanken im Bereich der Mess- und Identifikationsunsicherheit aufweisen, während die Eigenfrequenzen der verbleibenden Moden eine Abhängigkeit vom Betrieb aufweisen. Dafür soll nachfolgend der Einfluss des Rotors einbezogen werden.

7.6.2 Einfluss der Rotordynamik

Um eine zusätzliche Erklärung für die drehzahlabhängige Änderung der Eigenfrequenzen von Mode 1, Mode 3 und Mode 5 zu erhalten, wird der Einfluss einer Kopplung zwischen Rotor- und Gehäusemode anhand des 2-DOF Systems, welches diese beiden Systeme vereinfacht abbildet, betrachtet. Zur Identifikation der Modellierungsparameter des gekoppelten Systems werden dem Optimierungsalgorithmus die Ergebnisse aus dem Experiment im Stillstand und dem Rotordynamik-Modell vorgegeben. Durch einen Fit an die aus dem Betrieb ermittelten modalen Größen des gekoppelten Systems werden die gesuchten modalen Massen des Ersatzsystems berechnet. Eine Darstellung der Rotor-dominierten sowie Gehäuse-dominierten Mode kann anhand der ermittelten Opti-

mierungsparameter erfolgen.

Über die hier durchgeführten Untersuchungen hinaus wurde zur Darstellung des realen Systems ein gekoppeltes System bestehend aus Rotor und Gehäuse in MADYN modelliert. Das Gehäuse wurde dabei über eine Zustandsraumdarstellung eines FE-Modells in ANSYS an den Lagerstellen des Rotormodells berücksichtigt, vgl. Paehr et al. (2022). Für die Kopplung im vereinfachten 2-DOF System sollen nachfolgend das Rotormodell ohne Gehäuseeinfluss aus MADYN sowie die experimentell ermittelten Gehäusemoden betrachtet werden, da es in der Modellierung der Gehäusestruktur noch Abweichungen in der Eigenfrequenzlage in Bezug auf das Experiment gab.

Das Rotormodell ist in Abb. 7.15 dargestellt. Dieses besteht aus dem Rotor und der

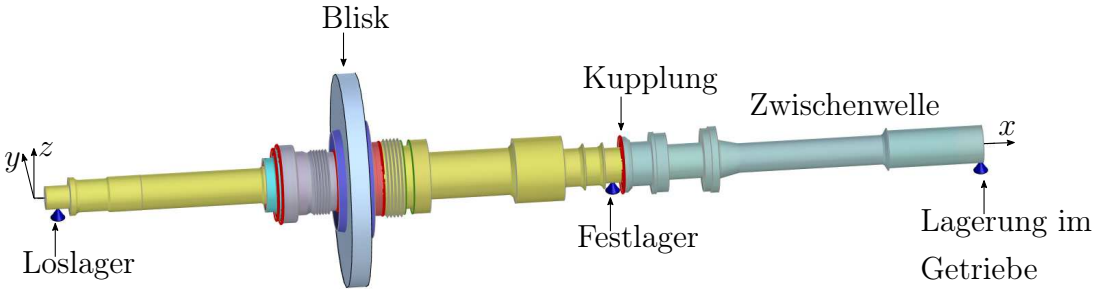


Abbildung 7.15: Rotormodell aus MADYN

Zwischenwelle, die über die Kupplung mit dem Rotor verbunden ist. Die Zwischenwelle führt in das Getriebe. Die Kupplung wurde über ein Feder-Element mit unendlich hohen Steifigkeiten in beiden radialen Richtungen simuliert (y- und z-Richtung), sodass dies eine starre Anbindung abbildet. Die Zwischenwelle wird getriebeseitig mit einer radialen Feder, die eine Steifigkeit von 1×10^{10} N/m aufweist, abgestützt.

Das sich für den in Abb. 7.15 dargestellten Rotor ergebende Campbell-Diagramm ist für dessen Betriebsbereich in Abb. 7.16 dargestellt. Die im Experiment ermittelten Gehäusemoden weisen mit den Rotormoden 1 und 2 jeweils einen Schnittpunkt auf, wodurch es ggf. zu einer Kopplung der beiden Systeme kommen kann. Die Rotormoden 1 und 2 werden im Betrieb nicht angeregt, da sie keinen Schnittpunkt mit der ersten Erregerordnung sowie eine hohe Dämpfung aufweisen. Daher spielen sie für den Betrieb des Rotors eine untergeordnete Rolle. Diese Moden wurden unabhängig voneinander in zwei kommerziellen Programmen zur Untersuchung der Rotordynamik, namentlich MADYN und ANSYS, berechnet, sodass sie für die Kopplung berücksichtigt werden. Die beiden Rotormoden sind in Abb. 7.17 anhand der farbig gekennzeichneten verformten Rotorachsen dargestellt. Die Rotormoden 1 und 2 stellen eine Art Biegung (mit einseitiger Einspannung) dar, die mit steigender Drehzahl eine zunehmende Verformung erfahren. Der Knick in den Eigenformen in Abb. 7.17 ist auf die Kupplung zwischen Rotor und Zwischenwelle zurückzuführen.

Zunächst sei der Einfluss des Rotors anhand des vereinfachten Modells auf die erste Gehäusemode betrachtet. Abbildung 7.18 zeigt die Kopplung der ersten Gehäusemode

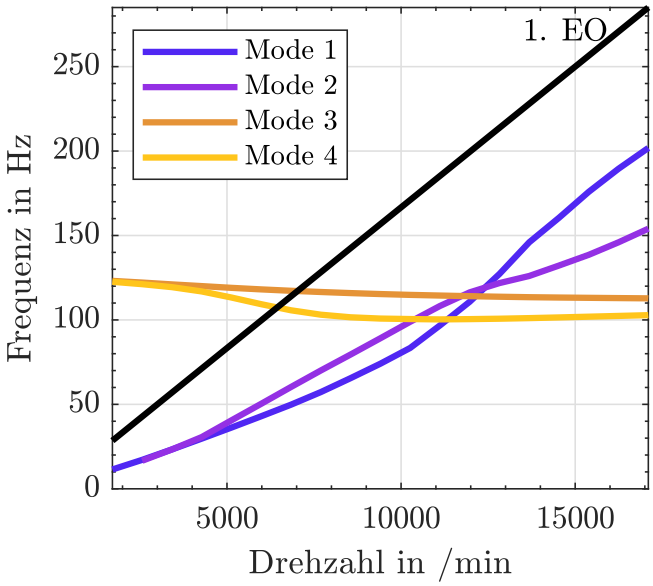
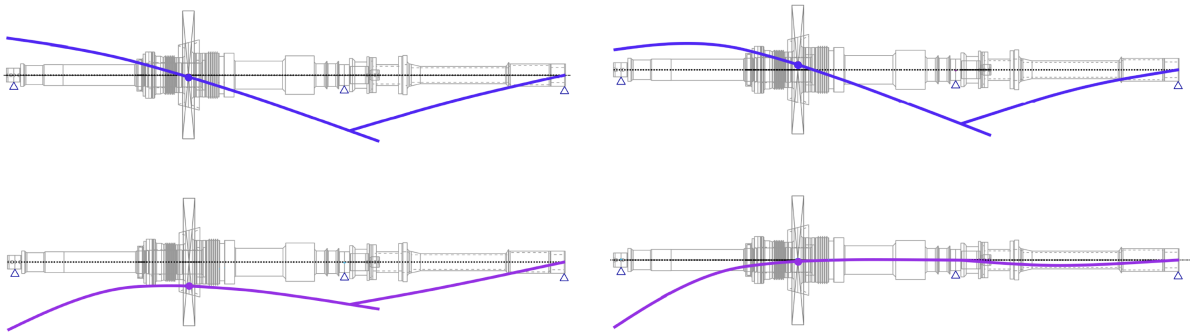


Abbildung 7.16: Campbell Diagramm des einstufigen Axialverdichter Rotors simuliert mit MADYN

mit Mode 2 des Rotors. Diese beiden Moden ergeben sich aus der Lösung der Modellgleichung (5.23) nach Berechnung der Modellparameter für das 2-DOF System. Die Gehäuse-dominierte Mode ist diejenige, die im Betrieb aus den gemessenen Schwingungsantworten des Systems ermittelt wird. Das aus der Optimierung resultierende Massenverhältnis der modalen Massen zwischen Gehäuse und Rotor beträgt etwa zwölf. Eine Kopplung mit Mode 1 des Rotors führt auch zu ähnlichen Ergebnissen, wobei die Abweichungen im Falle einer Kopplung mit Rotormode 2 geringer sind, weshalb dieses Ergebnis in Abb. 7.18 dargestellt ist. Die aus dem Experiment ermittelten Eigenfrequenzen stimmen im Rahmen der Messunsicherheit mit den Ergebnissen des Modells überein. Dieses Modell kann im Falle von Mode 1 daher dazu genutzt werden, die Eigenfrequenzen mit einer Abweichung von etwa 2 % für unterschiedliche Drehzahlen abzuschätzen. So kann dieses Modell für Drehzahlen verwendet werden, bei denen die Mode nicht ausreichend angeregt wurde bzw. nicht zuverlässig bestimmt werden konnte, da sie z. B. nur in einem einzelnen Datensatz enthalten war.

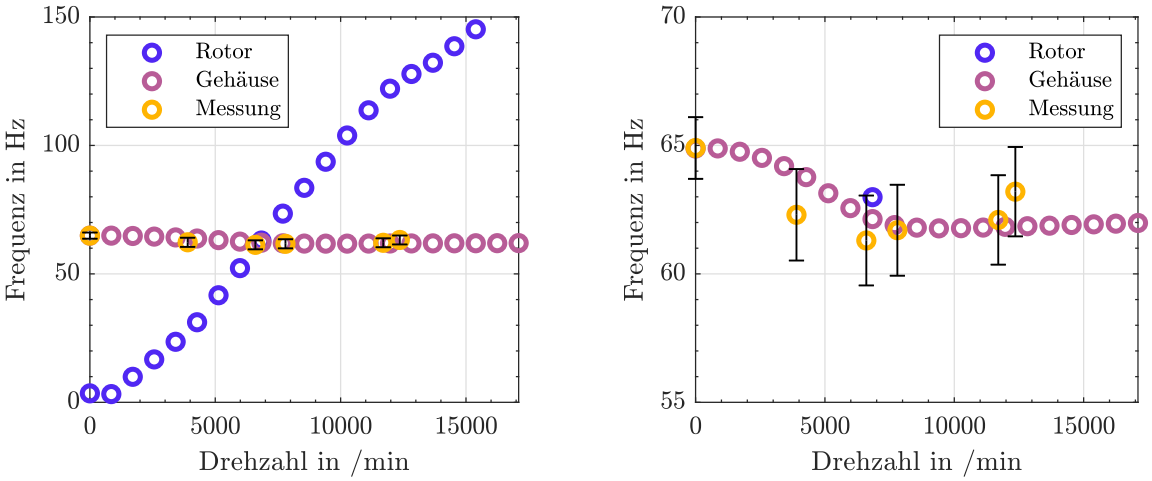
Abbildung 7.19 zeigt die Kopplung von Gehäusemode 3 mit der Rotormode 1. Das Massenverhältnis der modalen Massen zwischen Gehäuse und Rotor beträgt fünf. Im Falle von Mode 3 des Gehäuses treten stärkere Abweichungen zwischen dem resultierenden gekoppelten Modell und der Realität auf. Dies kann damit zusammenhängen, dass stärkere nichtlineare Effekte eine Rolle spielen, die im Modell nicht berücksichtigt werden.

Abschließend ist in Abb. 7.20 die Kopplung zwischen Gehäusemode 5 und Rotormode 1 dargestellt. Für Mode 5 verbessert die im Modell berücksichtigte Nichtlinearität der Fügestellendämpfung im Gehäuse das Ergebnis der Kopplung gegenüber einer Betrachtung



(a) 50 % Nenndrehzahl (b) Nenndrehzahl

Abbildung 7.17: Rotormoden 1 (oben) und 2 (unten) aus MADYN für (a) 50 % Nenndrehzahl und (b) Nenndrehzahl

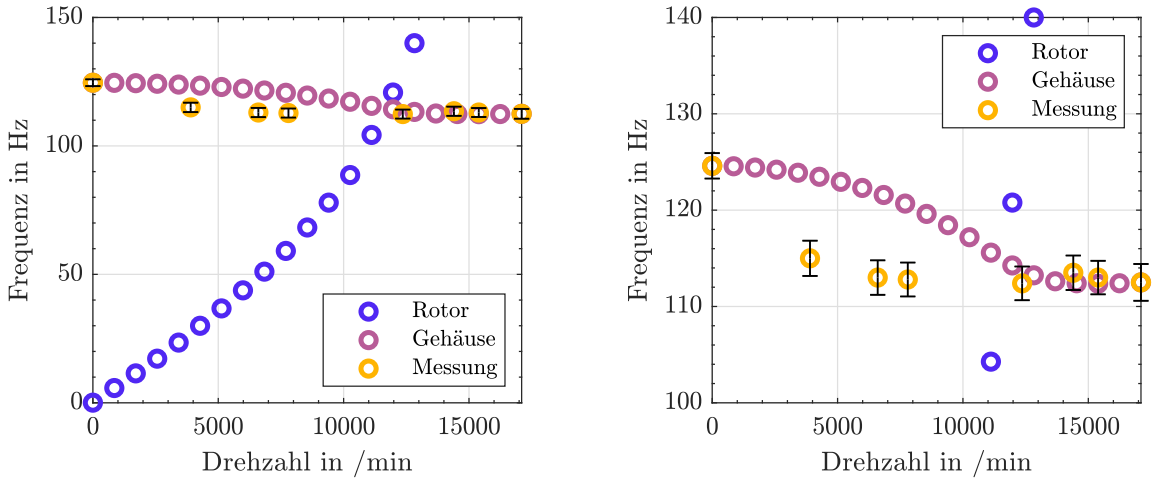


(a) Kopplung Mode 1 Gehäuse (b) vergrößerter Ausschnitt

Abbildung 7.18: Kopplung zwischen Mode 2 des Rotors und Mode 1 des Gehäuses für den (a) betrachteten Frequenzbereich bis 150 Hz und als (b) vergrößerter Ausschnitt;
Messunsicherheit ist in einem Konfidenzintervall von 95 % angegeben

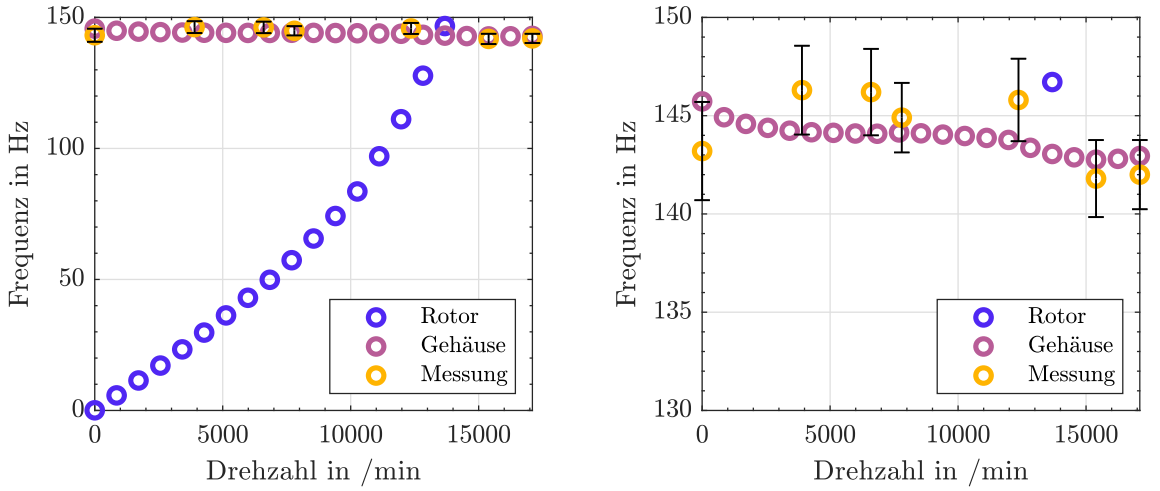
ohne die Amplitudenabhängigkeit. Demnach sind die nichtlinearen Effekte in Abb. 7.20 berücksichtigt. Das Modell kann die Ergebnisse aus dem Experiment im Rahmen der Messunsicherheit wiedergeben. Das zwischen Gehäuse und Rotor ermittelte Massenverhältnis beträgt 107. Die geringe modale Masse des Rotors ergibt sich aus der Tatsache, dass die Kopplung des Gehäuses mit dem Rotor gegenüber Mode 1 und 3 geringer ausfällt und hier die nichtlinearen Effekte einen dominanteren Einfluss auf die Ergebnisse haben.

Es stellt sich schließlich die Frage, wieso die Variabilität der Eigenfrequenz nur für Mode 1, 3 und 5 auftritt. Im Falle von Mode 2 handelt es sich um die Axialmode des



(a) Kopplung Mode 3 Gehäuse (b) Vergrößerter Ausschnitt

Abbildung 7.19: Kopplung zwischen Mode 1 des Rotors und Mode 3 des Gehäuses für den (a) betrachteten Frequenzbereich bis 150 Hz und als (b) vergrößerter Ausschnitt;
Messunsicherheit ist in einem Konfidenzintervall von 95 % angegeben

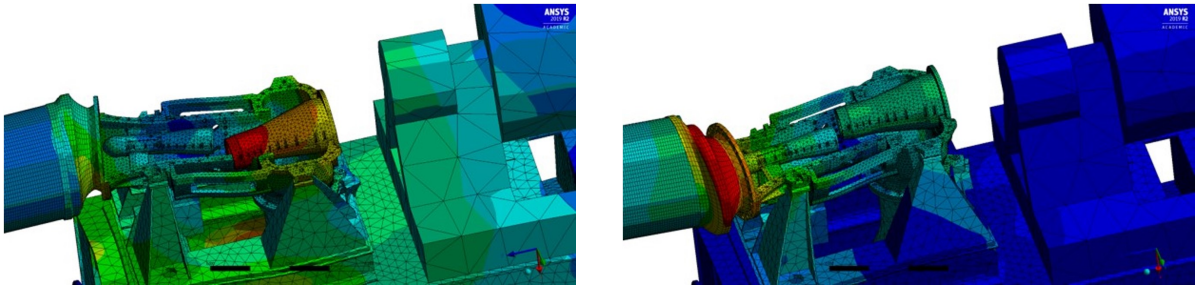


(a) Kopplung Mode 5 Gehäuse (b) Vergrößerter Ausschnitt

Abbildung 7.20: Kopplung zwischen Mode 1 des Rotors und Mode 5 des Gehäuses für den (a) betrachteten Frequenzbereich bis 150 Hz und als (b) vergrößerter Ausschnitt;
Messunsicherheit ist in einem Konfidenzintervall von 95 % angegeben

Gehäuses, die aufgrund ihrer Bewegungsform kaum mit dem Rotor koppelt, sodass der Einfluss des Rotors vernachlässigbar ist. Bei Mode 4 handelt es sich wie auch bei Mode 5 um eine Biegemode des Gehäuses. Anhand der Darstellung der Gehäusemoden 4 und

5 mit dem FE-Modell in Abb. 7.21, welches im Rahmen des AiF Forschungsvorhabens *IGF 20849 N* am IDS erstellt wurde (Paehr et al. 2022), lässt sich ein Unterschied dieser beiden Eigenformen innerhalb des Gehäuses feststellen. Um zu gewährleisten, dass



(a) Mode 4 (b) Mode 5

Abbildung 7.21: Mode (a) 4 und (b) 5 des Gehäuses aus dem FE Modell (Paehr et al. 2022)

das Modell die korrekten Deformationen innerhalb des Gehäuses wiedergibt, wurden die mit dem Modell berechneten Eigenformen mit den im Stillstand ermittelten Eigenbewegungen des Gehäuses im Rahmen des Projektes verglichen. Dieser Vergleich führte zu einer Übereinstimmung der jeweiligen Eigenformen unter Berücksichtigung der bereits angesprochenen Schwierigkeiten bei der Darstellung der experimentell ermittelten Eigenvektoren. Abbildung 7.21b zeigt, dass sich die Lagerträger entgegengesetzt bewegen und somit auch die Lagerstellen des Rotors in entgegengesetzte Richtung verschoben werden. Dies kann auch die Steifigkeitszunahme bzw. die damit verbundene Erhöhung der Gehäuseeigenfrequenz vom Stillstand auf die erste untersuchte Drehzahl bewirken. Für Mode 4 ist dies anhand von Abb. 7.21a nicht zutreffend. Der Lagerträger des Festlagers weist Verformungen auf, während das Loslager nahezu unverformt bleibt. Eine starke Kopplung der Lagerstellen des Rotors mit dem Gehäuse ist daher nicht zu erwarten. Abschließend ist festzuhalten, dass das angewandte 2-DOF Modell eine starke Vereinfachung der Realität darstellt und daher nur als erster Erklärungsansatz für die beobachteten Ergebnisse interpretiert werden darf.

7.7 Untersuchung des transienten Betriebs

Abschließend kann die Nutzung von Daten aus dem transienten Betrieb von realen Maschinen einen interessanten Anwendungsfall darstellen, um die modalen Größen zu ermitteln. Benveniste und Fuchs (1985) belegten bereits, dass die SSI auch robust für die Analyse bei instationärer Anregung ist. Daneben ist auch die HHT für die Auswertung zeitvarianter Anregung geeignet, sodass diese beiden Verfahren nachfolgend auf Daten einer Hochfahrt der Maschine sowie zwei Abschaltungen mit sukzessiver Drehzahlreduzierung angewandt werden. Die resultierenden modalen Eigenschaften (Eigenfrequenz und Dämpfung) sind als arithmetischer Mittelwert aus den drei verfügbaren

Tabelle 7.4: Vergleich identifizierter modaler Parameter einer auf die Drehzahl bezogenen instationären Anregung mit SSI-cov und HHT;
Messunsicherheit ist in einem Konfidenzintervall von 95 % angegeben

	SSI		**HHT**	
Mode	Frequenz	Dämpfung	Frequenz	Dämpfung
1	61.3 ± 1.8 Hz	2.45 ± 0.56 %	61.4 ± 1.8 Hz	1.87 ± 0.35 %
2	110.4 ± 1.8 Hz	3.91 ± 0.43 %	109.5 ± 1.8 Hz	1.39 ± 0.35 %
3	113.0 ± 1.8 Hz	3.58 ± 0.63 %	112.7 ± 1.7 Hz	1.16 ± 0.52 %
4	130.9 ± 2.4 Hz	1.69 ± 0.74 %	130.4 ± 1.8 Hz	0.75 ± 0.36 %

Messungen in Tab. 7.4 dargestellt. Die sich für eine transiente Durchfahrt ergebenden modalen Parameter können für den entsprechend betrachteten Betriebszyklus als Mittelwert aufgefasst werden (Tcherniak et al. 2011). Es fällt auf, dass die Dämpfungen gegenüber den stationären Messungen erhöht sind. Ein Grund für die hohe Dämpfungsschätzung bzw. geringere Amplituden im Vergleich zu den stationären Messungen an einem Betriebspunkt ist das Vorliegen von transienten Bedingungen, vgl. Hackenberg und Hartung (2016). Ist der Wert für das Verhältnis aus der Frequenzänderungsrate und dem Quadrat der Zieleigenfrequenz und Dämpfung $\frac{\Delta f}{(f_n D_n)^2} \geq 1$, liegen transiente Bedingungen vor. Die Änderung der Drehzahl wird manuell durchgeführt, sodass sich keine konstante Frequenzänderungsrate einstellt. Die Beschleunigung während der transienten Messungen ist daher zeitveränderlich und hängt von der Person ab, die die Maschine bedient. Dies führt dazu, dass bei der Resonanzdurchfahrt der einzelnen Eigenfrequenzen keine konstante Drehzahländerung vorliegt. Diese nimmt zeitweise Werte ein, die das beschriebene Verhältnis größer als eins werden lassen, wodurch transientes Verhalten vorliegt.

Die im Rahmen der HHT ermittelten Dämpfungswerte sind gegenüber den mit der SSI berechneten Größen geringer und erscheinen plausibler, da die Antwortamplitude des Systems während des transienten Betriebs um eine Größenordnung größer als die Antwortamplitude bei Anregung im Stillstand ist. Diese Methode erhält daher bei der Auswertung von Daten aus dem transienten Betrieb Vorzug gegenüber der SSI. Es ist dennoch festzuhalten, dass die Robustheit der Methoden bei transientem Betrieb weiter überprüft werden sollte. Die Auswertung führt im Rahmen der SSI auf mehr Maxima in den Singulärwerten der PSD-Matrix, sodass das Stabilitätsdiagramm schwieriger zu interpretieren ist. Eine erste Abschätzung der gesuchten Eigenfrequenzen beispielsweise aus einer Messung im Stillstand ist daher bei der Auswertung hilfreich. Mode 5 kann nicht zuverlässig identifiziert werden, was mit dem geringen MPF-Wert zusammenhängen kann, da die Mode demnach in der Gesamtschwingungsantwort unterrepräsentiert ist. Diese Ergebnisse können nützlich sein, da transienter Betrieb mindestens beim An- und Abschalten der Maschine und Betriebspunktwechseln üblich ist und sich mit diesen Ergebnissen beispielsweise ein Modell, welches die Dynamik des Gesamtsystems abbil-

det, erstellen lässt.

7.8 Diskussion der Ergebnisse

Die modalen Eigenschaften des gesamten Axialverdichter-Prüfstands konnten erfolgreich im Betrieb ermittelt werden. Dabei wurden die im Stillstand identifizierten Moden reproduziert. Es wurde beobachtet, dass nicht alle Moden gleichermaßen bei verschiedenen Drehzahlen angeregt und somit nicht in allen herangezogenen Datensätzen zuverlässig identifiziert wurden. Daher erscheint eine Berücksichtigung mehrerer Drehzahlen sinnvoll, um alle Moden zu identifizieren. Zudem ist eine einmalige Bestimmung der Eigenfrequenzen im Stillstand sinnhaft, um einen Referenzdatensatz zu schaffen. Die EMA ist gegenüber der OMA als zuverlässiger und robuster zu bewerten, da sie auf weniger Annahmen beruht. Daher ist ein im Stillstand ermittelter Satz an Moden eine gute Referenz für die Untersuchungen im Betrieb. Dabei reicht beispielsweise eine Anregung mit einem Modalhammer unter optimierter Sensorverteilung aus, um die Eigenfrequenzen zuverlässig zu ermitteln. Die EMA im Stillstand ist aber, wie sich anhand der betriebspunktabhängigen Analyse gezeigt hat, keineswegs ausreichend zur Erfassung der charakteristischen Strukturparameter im Betrieb. Insbesondere die Dämpfung ändert sich infolge der Fügestellendämpfung.

Umgebungseinflüsse

Umgebungseinflüsse wie die Temperatur der Luft, des Öls oder des Materials haben nachgewiesen keinen Einfluss auf die ermittelten modalen Größen. Sie befinden sich ohnehin in einem Bereich, in dem z. B. kein nennenswerter Unterschied im Elastizitätsmodul festzustellen ist. Eine Berücksichtigung des Temperatureinflusses sollte allerdings für andere Anwendungen z. B. im Hochtemperaturbereich erfolgen. Auch die unterschiedlichen Betriebstage und -zeitpunkte haben keine signifikante Auswirkung auf die ermittelten Eigenfrequenzen im Vergleich zur für die verwendete Messkette berechnete Messunsicherheit, sodass die Analyse über einen langen Betriebszeitraum reproduzierbar ist.

Vorgehensweise

Die postulierte Vorgehensweise zur Identifikation der Moden im Betrieb erscheint sinnvoll, siehe für eine Übersicht Anhang G. Dabei haben sich drei elementare Punkte im Gegensatz zur konventionellen Vorgehensweise herausgestellt:

1. Identifikation und Eliminierung der Harmonischen anhand der vorgeschlagenen Verfahren, um physikalische Moden von Störmoden zu separieren.

2. Vergleich der Ergebnisse mit einem Referenzdatensatz aus dem Stillstand oder Berücksichtigung von Ergebnissen aus dem Betrieb bei mehreren Drehzahlen, um den gesamten Satz an Moden zu erfassen.
3. Betrachtung der betriebspunktabhängigen Änderung der modalen Größen.

Umgang mit Harmonischen

Durch die Eliminierung von Harmonischen können auch Moden, die sich nahe der untersuchten Drehzahl befinden, zuverlässig identifiziert werden. Dies gilt allerdings nicht für Moden, die mit der Drehzahl zusammenfallen. Dafür sind andere Verfahren heranzuziehen wie z. B. um Harmonische erweiterte SSI-Verfahren, die allerdings in diesem Fall aufgrund der hohen Signalenergie der Harmonischen und veränderlicher Drehzahl nicht erfolgreich angewendet werden konnten. Das hohe Rauschniveau bei rotierenden Maschinen kommt erschwerend hinzu. Da die untersuchte Maschine für die Identifikation bei mehreren Drehzahlen unkritisch betrieben werden kann und die Strukturmoden in ihrer Frequenzlage nicht nah aneinander liegen, stellt die Überlagerung von Drehzahl und struktureller Mode keine Problematik für diesen Anwendungsfall dar. Die Nutzung der gemessenen Phaseninformation kann auf sämtliche rotierende Maschinen im realen Betrieb ausgeweitet werden, da diese in der Regel mit einem Phasengeber ausgestattet sind und diese Information ohnehin vorliegt.

Das Kriterium des Energiespektrums hat es ermöglicht, weitere das System beeinflussende deterministische Anregungen auszumachen und bei der Identifikation von Strukturmoden zu separieren. Die zum Umgang mit den Harmonischen vorgeschlagenen Verfahren sind unabdingbar, da sich Harmonische als ihre benachbarten Strukturmoden, speziell bei Betrachtung der Eigenform, maskieren können, sodass sie von diesen kaum zu unterscheiden sind. Ein Großteil der im Spektrum sichtbaren Spitzen ist auf harmonische Effekte zurückzuführen, sodass ohne die Verfahren eine Klassifizierung nicht möglich ist. In der Realität weisen Harmonische eine von der Theorie abweichende Dämpfung auf, die größer als null ist. Einfache Kriterien für deren Identifikation greifen daher nicht mehr. Die drehzahlharmonischen Maxima fächern im Frequenzspektrum auf und sind somit schwierig von den Strukturmoden im Betrieb zu unterscheiden.

Auswerteverfahren

Die SSI hat sich als bewährte Identifikationsmethode herausgestellt und ist für die Anwendung an realen Maschinen empfohlen. Dennoch können die beiden weiteren angewandten Verfahren Bayesian FFT und HHT für eine schnelle Überprüfung der Ergebnisse herangezogen werden. Insbesondere die Bayesian FFT bietet den Vorteil, dass die Unsicherheiten von Eigenfrequenz und Dämpfung unmittelbar und ohne großen Aufwand berechnet werden. Eine vorherige Kenntnis der gesuchten Eigenfrequenzen ist allerdings für die beiden letztgenannten Verfahren notwendig.

Betriebspunktabhängiges Verhalten

Die dargestellten Ergebnisse zeigen zum einen, dass eine Systemidentifikation im Betrieb sinnvoll und zeitsparend im Vergleich zu einer experimentellen Modalanalyse im Stillstand sein kann. Durch die künstliche und gezielte Anregung bei der EMA erfordert diese mehr Vorbereitungsaufwand bei oftmals kurzen Zeitfenstern für die Durchführung der Messung. Zum anderen wird klar, dass für eine den realen Bedingungen entsprechende modale Identifikation diese im Betrieb durchzuführen ist, da sich die modalen Größen betriebspunktabhängig ändern können. Unter alleiniger Betrachtung der Stillstandsergebnisse würden höhere Dämpfungswerte angenommen werden. Bei der Berücksichtigung des Gehäuses in Rotordynamik-Modellen würde die dämpfende Wirkung daher überschätzt werden. Abschnitt 7.6.1 macht deutlich, dass sich die Fügestellendämpfung in einer Amplitudenabhängigkeit der modalen Parameter äußert.

Rotoreinfluss

Neben den nichtlinearen Effekten hat auch der Rotor einen Einfluss auf die Ergebnisse im Betrieb. Bei dem Modell zur Berücksichtigung des Rotoreinflusses gilt es zu beachten, dass es sich um eine starke Vereinfachung der Realität handelt. Demnach konnte in Abb. 7.19 das Verhalten von Mode 3 nicht ausreichend wiedergegeben werden, sodass der Einfluss weiterer nichtlinearer Effekte bzw. die Berücksichtigung der einzelnen Strukturen als Mehrfreiheitsgradsysteme notwendig ist. Dennoch kann festgehalten werden, dass das Modell sinnvoll ist, wenn eine ungefähre Abschätzung der Eigenfrequenzen der beiden Systeme erfolgen soll und für den Anwendungsfall ausreichend ist. Trends bzw. Veränderungen im System können anhand dieses Modells identifiziert werden, wobei die Eigenfrequenz nicht sehr sensitiv auf Schäden reagiert und andere modale Größen z. B. die Eigenvektoren oder der MPF für diesen Anwendungsfall gezielt untersucht werden müssen. Der Tatsache, dass nicht bei allen Drehzahlen alle relevanten Moden zuverlässig identifiziert werden können, kann mit dem einfachen 2-DOF Modell aus Rotor und Gehäuse in Teilen Rechnung getragen werden.

Eine detaillierte Betrachtung der Gehäuse-Rotor-Kopplung z. B. mit einem gesamten FE-Modell ist für ein abschließendes Verständnis der Interaktion beider Systeme sinnvoll. Dies ist allerdings nicht Gegenstand dieser Arbeit. Bei einer gesamten Betrachtung des Systems anhand eines FE-Modells ist anzumerken, dass die Darstellung der Realität für den betrachteten Fall eine große Herausforderung darstellt. Im bereits erwähnten Forschungsprojekt *IGF 20849 N* (Paehr et al. 2022) wurde festgestellt, dass die Systemgrenzen sehr weit gezogen werden müssen, um das Verhalten des Systems annähernd abzubilden. Unsicherheiten durch die Lagerung des Fundaments bzw. nicht klar abgegrenzte Systemgrenzen zwischen Maschine, Fundament und Hallenboden erhöhen mögliche Abweichungen zwischen Realität und numerischem Modell.

8 Schlussfolgerungen und Ausblick

Ziel dieser Arbeit ist es, den Anwendungsbereich der operationellen Modalanalyse durch die Weiterentwicklung und Kombination von Methoden für rotierende Maschinen auszuweiten. Durch die Vorstellung modifizierter Verfahren und einer geeigneten Vorgehensweise zum Umgang mit Harmonischen sowie der Durchführung einer modalen Identifikation und Plausibilisierung der ermittelten modalen Größen wird dieses Ziel erfüllt. Es wird ein Beitrag für die Ausweitung des Anwendungsbereichs geleistet. Die Arbeit zeigt, dass eine betriebspunktabhängige Strukturcharakterisierung für die Abbildung der realen Gegebenheiten notwendig ist. Damit wird die aufgestellte Forschungshypothese bestätigt.

Es wird nachgehend betrachtet, inwiefern die formulierten Forschungsfragen beantwortet wurden. Die wichtigsten Erkenntnisse dieser Arbeit werden hervorgehoben und wo möglich, wird eine Aussage über deren Verallgemeinerung auf andere Anlagen getroffen. Abschließend werden denkbare anknüpfende Arbeiten und Vorschläge für zukünftige Forschung in Zusammenhang mit diesem Thema gegeben.

8.1 Schlussfolgerungen

Eine operationelle Modalanalyse des betrachteten schnelldrehenden Axialverdichters konnte anhand der beschriebenen Vorgehensweise durchgeführt werden. Um explizit die aufgestellten Forschungsfragen zu adressieren, sei zu jeder dieser Fragen nachfolgend eine Antwort gegeben:

1. *Kann die operationelle Modalanalyse zur modalen Identifikation einer realen Turbomaschine im Betrieb erfolgreich angewendet werden und welche Herausforderungen ergeben sich?*

   Die operationelle Modalanalyse kann für den betrachteten Anwendungsfall erfolgreich zur Identifikation der modalen Größen einer rotierenden Maschine im Betrieb angewendet werden. Wie erwartet, stellt die drehzahlsynchrone Anregung durch den Rotor die größte Herausforderung dar. Deshalb werden einige Eigenfrequenzen nicht identifiziert, insbesondere wenn diese mit der Drehzahl zusammenfallen oder sich nahe der Rotationsfrequenz bzw. einem Vielfachen davon befinden.

   Neben der beschriebenen Herausforderung wurden anhand des berechneten Energiespektrums der Schwingungsantwort weitere Frequenzen, die keine Strukturei-

genfrequenzen darstellen, identifiziert, explizit die Netzfrequenz und ihr erstes Vielfaches sowie die dritte Erregerordnung des Antriebsmotors. Es ist anzumerken, dass die Harmonischen im stationären Turbomaschinenbereich gegenüber anderen Anwendungen ein hohes Energieniveau aufweisen. Der Einfluss der Harmonischen ist dadurch erheblich größer im Unterschied zu Anwendungen im allgemeinen Maschinenbau oder auch bei der Untersuchung eines Flugzeugs im Betrieb. Auch ein hohes Rauschniveau verkompliziert die Analyse der Daten.

Zudem kann die Anregung selbst nach Entfernung dieses harmonischen Einflusses nicht vollständig als weißes Rauschen modelliert werden, da einige Moden in mehreren untersuchten Drehzahlen nicht ausreichend für eine zuverlässige Identifikation angeregt werden. Eine Berücksichtigung verschiedener Drehzahlpunkte ist an dieser Stelle empfohlen, die für den betrachteten Anwendungsfall unproblematisch ist und den vollständigen Satz an Moden reproduzieren kann.

Die reale Struktur bestehend aus mehreren Komponenten mit unterschiedlicher Geometrie, die mit der begrenzten Anzahl an Sensoren nicht optimal erfasst werden können, erschwert die Anwendung einfacher Kriterien wie des Modal Assurance Criterions. Bei einer geringen räumlichen Auflösung der Struktur reduziert sich seine Aussagekraft. Daher muss ein größerer Aufwand betrieben werden, um die ermittelten Moden zu plausibilisieren, siehe Abschn. 6.4. Eine Visualisierung der Eigenformen ist notwendig, um zum einen auszuschließen, dass es sich um eine Störmode oder eine lokale Mode handelt. Zum anderen können die ermittelten modalen Parameter über die Eigenform eindeutig einer Mode zugeordnet werden. Dies ist insbesondere notwendig, da sich die Eigenfrequenzen drehzahlabhängig verschieben können.

2. *Welche Unterschiede bestehen zwischen der OMA und einer Messung im Stillstand (Durchführung einer EMA) und sind die gewonnenen Erkenntnisse aus dem Betrieb für ein korrektes Systemverständnis notwendig?*

   Es ergeben sich zwischen den Referenzergebnissen im Stillstand und denen aus dem Betrieb einige Unterschiede. Diese hängen insbesondere mit der höheren Anregung bzw. den höheren Schwingungsamplituden des Systems zusammen, die in diesem Versuch um etwa eine Größenordnung zunehmen.

   Die Eigenformen bleiben grundsätzlich erhalten, während sich eine Reduzierung der modalen Dämpfung und teilweise auch der Eigenfrequenzen ergibt (siehe Punkt 4.). Im Stillstand ist außerdem der Rotor außer Acht gelassen, dessen Dynamik im Betrieb ebenfalls einen Einfluss auf das untersuchte Gesamtsystem haben kann. Durch die unterschiedliche Anregung im Stillstand und Betrieb können weitere Parameter wie z. B. der Modal Participation Factor nicht miteinander verglichen werden.

   Aus diesen Punkten ergibt sich, dass eine Untersuchung des Systems im Betrieb erforderlich ist. Die Anregung aus dem Betrieb bzw. das Niveau dieser Anregung

lässt sich im Stillstand nur schwierig bzw. wenn überhaupt nur mit einem hohen Aufwand nachstellen und der Einfluss des Rotors wird im Stillstand nicht abgebildet.

3. *Wie können die drehzahlsynchronen Schwingungsanteile in den gemessenen Antwortsignalen sowie weitere Störeinflüsse effektiv und korrekt identifiziert bzw. eliminiert werden?*

   Für die drehzahlsynchronen Schwingungsanteile sowie weitere Frequenzen, die keine Struktureigenfrequenzen darstellen, wurden zwei Methoden vorgestellt und auf die Daten angewandt, die sich als Kombination bei der Auswertung der Daten bewährt haben und daher für den weiteren Gebrauch empfohlen werden. Diese Verfahren sind das Energiespektrum als Kriterium zur Identifikation von Harmonischen und die Eliminierung der Harmonischen anhand der gemessenen Phaseninformation. Eine Gegenüberstellung und Bewertung anderer Verfahren aus der Literatur hat gezeigt, dass diese Methoden Nachteile in Bezug auf den betrachteten Anwendungsfall mit sich bringen oder sogar nicht anwendbar sind.

4. *Welchen Einfluss übt die im System vorhandene Fügestellendämpfung auf die identifizierten Ergebnisse aus?*

   Die Fügestellendämpfung hat einen Einfluss auf die modalen Parameter Eigenfrequenz und Dämpfung. Insbesondere die modale Dämpfung nimmt konsistent im Betrieb der Maschine verglichen mit dem Stillstand ab, was mit den höheren Schwingungsamplituden des Systems im Betrieb zusammenhängt. Dies konnte anhand eines vereinfachten Einfreiheitsgradsystems unter Berücksichtigung der Reibdämpfung mit einem Jenkins-Element nachgewiesen werden.

Trotz nichtlinearer Einflüsse im Betrieb der Maschine kann eine erste Abschätzung der modalen Größen mit linearen Identifikationsverfahren erfolgen. Es sei darauf hingewiesen, dass sich die modalen Größen betriebspunktabhängig verändern und daher eine Betrachtung bei Drehzahlen, die von Interesse sind, erfolgen sollte. Die Ergebnisse können als beste lineare Schätzung des zugrundeliegenden nichtlinearen Strukturverhaltens interpretiert werden, vgl. Friis et al. (2021). Für eine erste Abschätzung der Eigenfrequenz bei nicht vermessenen Drehzahlen kann vereinfachend mit dem Zweifreiheitsgradsystem zur Beschreibung der Kopplung von Rotor und Gehäuse eine Interpolation über diese Drehzahlen erfolgen.

Zusammenfassend wurden die im Rahmen dieser Arbeit formulierten Fragen in Gänze beantwortet. Die Forschungshypothese, dass die modalen Parameter einer rotierenden Maschine im Betrieb mit der operationellen Modalanalyse unter Verwendung geeigneter Methoden zur Überwindung der harmonischen Anregung identifiziert werden können, wurde bestätigt. Somit wurde die operationelle Modalanalyse für die Untersuchung rotierender Maschinen qualifiziert und ihr Anwendungsbereich ausgeweitet. Genauso konnte die Betriebspunktabhängigkeit der modalen Größen, insbesondere der modalen Dämpfung, die sich signifikant von den Ergebnissen im Stillstand unterscheidet, anhand der

dargestellten Ergebnisse bestätigt werden. Somit ist auch der zweite Teil der Forschungshypothese bestätigt.

8.2 Wichtige Erkenntnisse

Nachgehend soll aufgezeigt werden, welche wichtigen Erkenntnisse aus dieser Arbeit folgen. Dabei wird unterschieden, welche Erkenntnisse für die betrachtete Anwendung gelten und was davon allgemein für Systeme mit rotierenden Komponenten gilt.

8.2.1 Umgang mit harmonischen Erregerkräften

Die Haupterkenntnis dieser Arbeit in Bezug auf den Umgang mit Harmonischen im Betrieb einer rotierenden Maschine ist, dass die vorgeschlagenen Verfahren zur Identifikation anhand des Energiespektrums und zur Eliminierung von Harmonischen mit Hilfe der Rotorphase erfolgreich angewendet werden können. Dabei ist eine kombinierte Anwendung dieser beiden Verfahren zweckhaft. Diese Erkenntnisse und Methoden können daher auf weitere rotierende Maschinen ausgeweitet werden.

Die Bereinigung um die drehzahlsynchronen Schwingungsanteile anhand der gemessenen Rotorphase eliminiert den stärksten Einfluss harmonischer Erregerkräfte auf die Messdaten, ohne dabei den benachbarten Frequenzbereich durch eine Filterwirkung zu beeinflussen. Darüber hinaus lassen sich anhand des Energiespektrums neben den drehzahlharmonischen Einflüssen des Rotors andere im System enthaltene deterministische Anregungen als solche klassifizieren. Diese können bei größeren Anlagen z. B. durch Zusatzaggregate wie Schmierölpumpen oder den Antrieb verursacht werden. Diese beiden vorgestellten Verfahren gehen über den aktuellen Stand der Technik hinaus und haben sich bei der modalen Identifikation der betrachteten Maschine bewährt. Die kombinierte Verwendung von zwei Verfahren erscheint zwar zeitaufwendig, doch stellt die simultane Nutzung beider Ansätze sicher, dass letztlich die tatsächlich physikalischen Moden identifiziert werden.

Die Methodik ist keineswegs auf die betrachtete Anlage begrenzt und kann auf alle weiteren rotierenden Maschinenanwendungen ausgeweitet werden, die mit einem Phasengeber ausgestattet sind, was in der Regel der Fall ist. Insbesondere wenn es sich um große Anlagen mit zahlreichen Zusatzaggregaten handelt, deren genaue Drehzahl unbekannt ist und das betrachtete System während des Betriebs eine Drehzahlvariabilität aufweist, ist die beschriebene Vorgehensweise wertvoll.

8.2.2 Ergebnisse der modalen Identifikation

Die Haupterkenntnis in Bezug auf die identifizierten modalen Parameter des Gesamtsys-

tems ist deren Betriebspunktabhängigkeit. Im Speziellen betrifft dies die gegenüber den Messungen im Stillstand deutlich reduzierten Dämpfungswerte aus dem Betrieb, welche mit der amplitudenabhängigen Fügestellendämpfung zusammenhängen. Darüber hinaus ergibt sich durch den Einfluss des Rotors im Betrieb auch eine Auswirkung auf die Eigenfrequenzen des Gesamtsystems.

Ein vergleichbarer Einfluss der Fügestellendämpfung, speziell die im Betrieb beobachtete reduzierte modale Dämpfung, wird ebenfalls für andere Strukturen, die über Fügestellen verfügen, erwartet. Die beschriebenen Beobachtungen sind somit auf andere Turbomaschinen übertragbar. Die Ergebnisse zeigen somit die Notwendigkeit der Untersuchung derartiger Systeme im Betrieb, um das Systemverhalten angemessen zu erfassen.

Die in dieser Arbeit identifizierten modalen Parameter des Gesamtsystems, d. h. neben den Dämpfungswerten und den Eigenfrequenzen auch die Eigenformen und eine mögliche Kopplung mit dem Rotor sind für diesen Prüfstand und seine Struktur spezifisch. Es ist zu erwarten, dass die Eigenfrequenzen für vergleichbare Anwendungen in einem ähnlichen Bereich liegen.

Es ist abschließend hervorzuheben, dass eine derartige Berücksichtigung des Fügestelleneinflusses im Rahmen der operationellen Modalanalyse rotierender Maschinen bisher nicht bekannt ist und helfen kann, die Ergebnisse vergleichbarer Anwendungen korrekt einzuordnen. Das Einbeziehen von Modellen für die Beschreibung der Reibdämpfung und der Kopplung zwischen Gehäuse und Rotor zum Verständnis der im Betrieb ermittelten modalen Parameter geht über den aktuellen Stand der Technik hinaus. Auch die Betrachtung der Betriebspunktabhängigkeit der Strukturdynamik für verschiedene Drehzahlen und das Herausstellen der Unterschiede zum Stillstand wurden in dieser Form bisher nicht durchgeführt.

8.3 Ausblick

Die vorliegende Arbeit hat durch Methodenentwicklungen und der Beschreibung einer geeigneten Vorgehensweise einen Beitrag zur Qualifizierung der operationellen Modalanalyse im Kontext rotierender Maschinen geleistet. Die Ergebnisse werfen gleichzeitig Fragen auf, die Raum für anknüpfende Forschungsarbeiten bieten. In Zukunft zu untersuchende Themen – nachfolgend in drei Subkategorien eingeteilt – sind:

Experimentelle Untersuchungen

1. Genaue Charakterisierung der Eigenformen durch eine Untersuchung mit erhöhter räumlicher Auflösung, was gleichbedeutend mit einer Erhöhung der gemessenen Freiheitsgrade ist,

2. Nutzung hybrider Verfahren, die zusätzlich zur Umgebungsanregung z. B. eine monoharmonische Anregung eines Shakers in der Auswertung berücksichtigen (z. B. nach Brandt et al. (2019) oder Reynders et al. (2010) mit der OMAX Methode) ergäben eine zusätzliche Überprüfung der Ergebnisse und gezielte Anregung von Moden, die durch den Betrieb schlecht angeregt werden,

3. Umsetzung von Verfahren, die im Rahmen der operationellen Modalanalyse die Ermittlung der modalen Masse und damit eine eindeutige Skalierung der Eigenvektoren ermöglichen (z. B. OMAX oder Vorgehen nach Parloo et al. (2005), die Tests mit zusätzlichen Massen auf der Struktur durchführen),

4. Betrachtung anderer Turbomaschinenanwendungen z. B. mit einem höheren Temperaturbereich im Betrieb zur Ausweitung der beschriebenen Methodik,

Methodenentwicklung

5. Automatisierung der Identifikation von Harmonischen durch das Energiespektrum in Auswerteverfahren der operationellen Modalanalyse,

6. Nutzung von nichtlinearen Identifikationsverfahren z. B. Erweiterung der Gaussian Mixture Models, Wavelet Transformation oder VOLTERRA Serien auf reale Strukturen,

7. Anpassung von Clustering Verfahren an Gegebenheiten rotierender Maschinen zur automatisierten Polauswahl aus dem Stabilitätsdiagramm,

Realitätsnähere Modelle

8. Heranziehen weiterer nichtlinearer Modelle für die Beschreibung der beobachteten Phänomene, z. B. hysteretische Dämpfung, nichtlineare Rückstellkräfte oder an die Ergebnisse angepasste Modelle,

9. Untersuchung geeigneter Monitoring Parameter z. B. im modalen Raum, die Aufschluss über den Rotor bzw. den Gesamtzustand geben und

10. Erstellung eines gekoppelten Modells von Rotor und Gehäuse, welches mit den modalen Informationen aus der operationellen Modalanalyse des Gesamtsystems gespeist wird und Aussagen über den Zustand der Maschine als Teil eines digitalen Zwillings ableiten kann.

Einige essenzielle Aspekte sollen nachgehend noch einmal detailliert aufgegriffen werden:

Sensorplatzierung

Die Erkenntnisse aus den Verfahren zur Sensorplatzierung sollten in Zukunft bei der Untersuchung von realen Maschinen zu Beginn der Testplanung hinzugezogen werden. Wie bereits erwähnt, würde eine höhere räumliche Auflösung der Struktur im Versuch dabei helfen, mehr Aufschluss über einige Größen, speziell eine genauere Darstellung und Differenzierung der Eigenformen, zu erhalten. Dies kann beispielsweise durch die Nutzung von Laser-Interferometer-Messtechnik oder die Anwendung von *Video Motion Amplification* erreicht werden.

Nichtlineare Identifikationsverfahren

Eine weitere zu Beginn formulierte Einschränkung bezieht sich auf die ausschließliche Nutzung von linearen Verfahren in der Auswertung. Ansätze zur nichtlinearen Systemidentifikation können z. B. anhand von Gaussian Mixture Models oder Wavelet Transformationen umgesetzt werden. Diese haben bisher nicht die notwendige Technologiereife erreicht, um an realen Anwendungen appliziert zu werden. Allerdings sind in Zukunft weitere Entwicklungen zu erwarten, die diesen Schritt ermöglichen sollen. Speziell die Ermittlung der modalen Parameter im Betrieb anhand von trainierten neuronalen Netzen stellt eine vielversprechende Alternative zu bisherigen Verfahren dar. Neuronale Netze können dann beispielsweise verwendet werden, um anhand der Singulärwerte der spektralen Leistungsdichte die modalen Parameter zu ermitteln, siehe z. B. Qin et al. (2022). Allerdings ist dafür ein grundlegendes Systemverständnis, welches in dieser Arbeit erarbeitet wurde, notwendig. Ein Vergleich der dargestellten Ergebnisse mit Verfahren, die das zugrundeliegende nichtlineare Verhalten korrekt abbilden, erscheint daher interessant. Eine derartige Gegenüberstellung kann einordnen, ob der Zusatzaufwand mit nichtlinearen Methoden gerechtfertigt ist oder die lineare Schätzung für die meisten Anwendungsfälle ausreichend bleibt.

Structural Health Monitoring

In dieser Arbeit wurden die Grundlagen geschaffen, um die operationelle Modalanalyse für die modale Identifikation von Turbomaschinen als Gesamtsystem zu nutzen. Dies stellt einen ersten Schritt für die Ausweitung der Methodik im thermischen Turbomaschinenbereich dar. Künftig sollte die operationelle Modalanalyse für Structural Health Monitoring Ansätze verwendet werden, um vom vermessenen Gesamtsystem auf den Rotor zu schließen und Rotorschäden frühzeitig zu erkennen. Dafür muss zunächst untersucht werden, wie sich die Schäden in den modalen Parametern manifestieren. Für die Untersuchung kann ein gekoppeltes Modell bestehend aus Gehäuse und Rotor dienen. Der Rotor kann dafür z. B. in einem Rotordynamik-Programm modelliert werden und mit dem experimentell charakterisierten Gehäuse über Ansätze der Strukturkopplung (siehe Anhang B.2) oder der modalen Synthese (siehe Anhang B.3) zu einem Gesamtsystem aus

beiden Strukturen zusammengesetzt werden. Dies wurde in einer ersten Machbarkeitsstudie untersucht, indem ein Rotormodell in ANSYS mit Hilfe der Strukturkopplung an das im Rahmen der experimentellen Modalanalyse charakterisierte Gehäuse zu einem Gesamtsystem verbunden wurde. Es ist anzumerken, dass für eine solche Betrachtung das Modell die reale Struktur bestmöglich abbilden sollte. Für eine Verifizierung des Ansatzes ist eine Sensitivitätsstudie im Betrieb unabdingbar. Ein für die Realität repräsentatives Modell kann dann Teil eines digitalen Zwillings werden, der perspektivisch den Zustand der Maschine in Echtzeit bewertet und frühzeitige Handlungsempfehlungen geben kann.

Literaturverzeichnis

Aenlle, M.; Juul, M. und Brincker, R. (2020): Modal mass and length of mode shapes in structural dynamics. In: Shock and Vibration, Band 2020.

Agneni, A.; Coppotelli, G. und Grappasonni, C. (2012): A method for the harmonic removal in operational modal analysis of rotating blades. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 27:S. 604–618.

Allemang, R. J. (1980): Investigation of some multiple input/output frequency response function experimental modal analysis techniques. University of Cincinnati.

Allemang, R. J. (2003): The modal assurance criterion–twenty years of use and abuse. In: Sound and vibration, Band 37(8):S. 14–23.

Amer, M.; Paehr, M.; Panning-von Scheidt, L.; Seume, J. R. und Schmied, J. (2022a): Determining the Influence of Casing Vibrational Behavior on Rotordynamics. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Band 144(5):S. 051012.

Amer, M.; Schmid, S.; Paehr, M.; Panning-von Scheidt, L. und Seume, J. R. (2023): Optimal Sensor Placement and Model Updating of Axial Compressor Casing Components. In: Topics in Modal Analysis & Parameter Identification, Volume 8, Springer, S. 1–10.

Amer, M.; Wallaschek, J.; Seume, J. und Ventura, C. (2022b): Comparison of different OMA techniques and their application to an axial compressor test rig. In: Proceedings of the International Operational Modal Analysis Conference.

Amer, M.; Wallaschek, J. und Seume, J. R. (2022c): Operational Modal Analysis of an Axial Compressor Rotor and Casing System for the Online Identification of a Digital Twin. In: Applied Mechanics, Band 3(1):S. 244–258.

Andersen, P.; Brincker, R.; Goursat, M. und Mevel, L. (2007): Automated modal parameter estimation for operational modal analysis of large systems. In: Proceedings of the 2nd International Operational Modal Analysis Conference. S. 299–308.

ARTEMIS (2021): Modal Compelxity Factor. `http://www.svibs.com/resources/ARTeMIS_Modal_Help/Generic_Complexity_Plot.html`. Eingesehen am 06.03.2021.

Au, S.-K. (2011): Fast Bayesian FFT method for ambient modal identification with separated modes. In: Journal of Engineering Mechanics, Band 137(3):S. 214–226.

Au, S.-K.; Zhang, F.-L. und Ni, Y.-C. (2013): Bayesian operational modal analysis: theory, computation, practice. In: Computers & Structures, Band 126:S. 3–14.

Bajrić, A. und Høgsberg, J. (2018): Estimation of hysteretic damping of structures by stochastic subspace identification. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 105:S. 36–50.

Bajrić, A.; Høgsberg, J. und Rüdinger, F. (2018): Evaluation of damping estimates by automated operational modal analysis for offshore wind turbine tower vibrations. In: Renewable Energy, Band 116:S. 153–163.

Balakrishnan, V. (2003): All about the Dirac delta function (?). In: Resonance, Band 8(8):S. 48–58.

Bandstra, J. (1983): Comparison of equivalent viscous damping and nonlinear damping in discrete and continuous vibrating systems. In: Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design.

Benveniste, A. und Fuchs, J.-J. (1985): Single sample modal identification of a nonstationary stochastic process. In: IEEE Transactions on Automatic Control, Band 30(1):S. 66–74.

Benveniste, A. und Mevel, L. (2007): Nonstationary consistency of subspace methods. In: IEEE Transactions on Automatic Control, Band 52(6):S. 974–984.

Bienert, J.; Andersen, P. und Aguirre, R. (2015): A harmonic peak reduction technique for operational modal analysis of rotating machinery. In: 6th International Operational Modal Analysis Conference. S. 34–43.

BIPM; IEC; IFCC; ILAC; ISO; IUPAC; IUPAP und OIML (2008): Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. JCGM.

Bir, G. (2008): Multi-blade coordinate transformation and its application to wind turbine analysis. In: 46th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit. S. 1300.

Boeswald, M. (2016): Analysis of the bias in modal parameters obtained with frequency-domain rational fraction polynomial estimators. In: Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering ISMA2016, Leuven, Belgium.

Boeswald, M.; Goege, D.; Fuellekrug, U. und Govers, Y. (2006): A review of experimental modal analysis methods with respect to their applicability to test data of large aircraft structures. In: Proc. of the International Conference on Noise and Vibration Engineering ISMA. S. 2461–2482.

Boeswald, M. und Govers, Y. (2010): Taxi vibration test: Die Anwendung Von Output-Only Modalanalyse für Standschwingungsversuche großer Flugzeuge. In: VDI-Fachtagung Schwingungsanalyse & Identifikation, S. 339–353.

Boeswald, M.; Govers, Y.; Goege, D. und Zhang, L. (2008): Identification of modal

parameters of aircraft during taxi. In: Proceedings of the International Modal Analysis Conference. The Printing House, Inc., Orlando.

Bogert, B. P. (1963): The quefrency alanysis of time series for echoes: Cepstrum, pseudo-autocovariance, cross-cepstrum and saphe cracking. In: Proc. Symposium Time Series Analysis, 1963. S. 209–243.

Bograd, S.; Reuss, P.; Schmidt, A.; Gaul, L. und Mayer, M. (2011): Modeling the dynamics of mechanical joints. In: Mechanical systems and signal processing, Band 25(8):S. 2801–2826.

Brandon, J. und Cowley, A. (1983): A weighted least squares method for circle fitting to frequency response data. In: Journal of Sound and Vibration, Band 89(3):S. 419–424.

Brandt, A. (2011): Noise and vibration analysis: signal analysis and experimental procedures. John Wiley & Sons.

Brandt, A. (2019): A signal processing framework for operational modal analysis in time and frequency domain. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 115:S. 380–393.

Brandt, A.; Berardengo, M.; Manzoni, S.; Vanali, M. und Cigada, A. (2019): Global scaling of operational modal analysis modes with the OMAH method. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 117:S. 52–64.

Brincker, R. und Andersen, P. (2006): Understanding stochastic subspace identification. In: Conference Proceedings: IMAC-XXIV: A Conference & Exposition on Structural Dynamics. Society for Experimental Mechanics.

Brincker, R. und Ventura, C. (2015): Introduction to operational modal analysis. John Wiley & Sons.

Brincker, R.; Zhang, L. und Andersen, P. (2001): Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. In: Smart materials and structures, Band 10(3):S. 441.

Brown, D. L.; Allemang, R. J.; Zimmerman, R. und Mergeay, M. (1979): Parameter estimation techniques for modal analysis. In: SAE transactions, S. 828–846.

Brownjohn, J. M.; De Stefano, A.; Xu, Y.-L.; Wenzel, H. und Aktan, A. E. (2011): Vibration-based monitoring of civil infrastructure: challenges and successes. In: Journal of Civil Structural Health Monitoring, Band 1:S. 79–95.

Buckland, P. G. (1990): Canada's advanced national standard on bridge evaluation. In: Bridge Management, Springer, S. 575–584.

Byrd, R. H.; Schnabel, R. B. und Shultz, G. A. (1988): Approximate solution of the trust region problem by minimization over two-dimensional subspaces. In: Mathematical programming, Band 40(1-3):S. 247–263.

Cabboi, A.; Gentile, C. und Saisi, A. (2014): Vibration-based SHM of a centenary bridge: a comparative study between two different automated OMA techniques. In: Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics (Eurodyn 2014). Porto. S. 1461–1468.

Cadoret, A.; Denimal, E.; Leroy, J.-M.; Pfister, J.-L. und Mevel, L. (2022): Periodic system approximation for operational modal analysis of operating wind turbine. In: European Workshop on Structural Health Monitoring. Springer, S. 156–165.

Carden, E. P. und Fanning, P. (2004): Vibration Based Condition Monitoring: A Review. In: Structural Health Monitoring, Band 3(4):S. 355–377.

Carden, E. P. und Lindblad, M. (2014): Operational modal analysis of torsional modes in rotating machinery. In: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. American Society of Mechanical Engineers, Band 45769, S. V07AT31A023.

Carne, T. G. und James III, G. H. (2010): The inception of OMA in the development of modal testing technology for wind turbines. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 24(5):S. 1213–1226.

Carpine, R.; Argoul, P. und Rospars, C. (2022): Characterization of nonlinear, nonstationary systems in operational modal analysis using wavelet transform. In: ISMA-USD Noise and Vibration Engineering Conference 2022.

Caughey, T. und O'Kelly, M. E. (1965): Classical normal modes in damped linear dynamic systems. In: Journal of Applied Mechanics, Band 32(3):S. 583–588.

Chen, W.; Jin, M.; Huang, J.; Chen, Y. und Song, H. (2021): A method to distinguish harmonic frequencies and remove the harmonic effect in operational modal analysis of rotating structures. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 161:S. 107928.

Chiplunkar, A. und Morlier, J. (2017): Operational Modal Analysis in Frequency Domain using Gaussian Mixture Models. In: Topics in Modal Analysis & Testing, Volume 10, Springer, S. 47–53.

Cigeroglu, E.; An, N. und Menq, C.-H. (2007): A microslip friction model with normal load variation induced by normal motion. In: Nonlinear Dynamics, Band 50:S. 609–626.

Cole Jr, H. A. (1973): On-line failure detection and damping measurement of aerospace structures by random decrement signatures. Technischer Bericht, NASA.

Coulomb, C. A. (1785): Théorie des machines simples: en ayant égard au frottement de leurs parties, et à la roideur de cordages. Bachelier.

Craig Jr., R. R. und Chang, C.-J. (1976): Free-interface methods of substructure coupling for dynamic analysis. In: AIAA Journal, Band 14(11):S. 1633–1635.

Daems, P.-J.; Peeters, C.; Guillaume, P. und Helsen, J. (2022): Removal of non-stationary

harmonics for operational modal analysis in time and frequency domain. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 165:S. 108329.

Devriendt, C.; De Sitter, G.; Vanlanduit, S. und Guillaume, P. (2009): Operational modal analysis in the presence of harmonic excitations by the use of transmissibility measurements. In: Mechanical systems and signal processing, Band 23(3):S. 621–635.

Devriendt, C.; Magalhães, F.; Weijtjens, W.; De Sitter, G.; Cunha, Á. und Guillaume, P. (2014): Structural health monitoring of offshore wind turbines using automated operational modal analysis. In: Structural Health Monitoring, Band 13(6):S. 644–659.

Devriendt, C.; Weijtjens, W.; De Sitter, G. und Guillaume, P. (2013): Combining multiple single-reference transmissibility functions in a unique matrix formulation for operational modal analysis. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 40(1):S. 278–287.

Di Lorenzo, E.; Manzato, S.; Peeters, B. und Marulo, F. (2014): Modal parameter estimation for operational wind turbines. In: EWSHM-7th European Workshop on Structural Health Monitoring.

Di Lorenzo, E.; Petrone, G.; Manzato, S.; Peeters, B.; Desmet, W. und Marulo, F. (2016): Damage detection in wind turbine blades by using operational modal analysis. In: Structural Health Monitoring, Band 15(3):S. 289–301.

Dinkler, D. (2020): Modellierung kontinuierlicher Dämpfer. In: Einführung in die Strukturdynamik: Modelle und Anwendungen, S. 156–164.

Döhler, M.; Hille, F.; Mevel, L. und Rücker, W. (2014): Structural health monitoring with statistical methods during progressive damage test of S101 Bridge. In: Engineering Structures, Band 69:S. 183–193.

Döhler, M. und Mevel, L. (2012): Fast multi-order computation of system matrices in subspace-based system identification. In: Control Engineering Practice, Band 20(9):S. 882–894.

Döhler, M. und Mevel, L. (2013): Efficient multi-order uncertainty computation for stochastic subspace identification. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 38(2):S. 346–366.

Dong, X.; Lian, J.; Yang, M. und Wang, H. (2014): Operational modal identification of offshore wind turbine structure based on modified stochastic subspace identification method considering harmonic interference. In: Journal of Renewable and Sustainable Energy, Band 6(3):S. 033128.

Dreher, N. R.; Storti, G. C. und Machado, T. H. (2023): Automated Operational Modal Analysis for Rotating Machinery Based on Clustering Techniques. In: Sensors, Band 23(3):S. 1665.

Elliott, S.; Tehrani, M. G. und Langley, R. (2015): Nonlinear damping and quasi-linear

modelling. In: Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, Band 373(2051):S. 20140402.

Ester, M. und Sander, J. (2013): Knowledge discovery in databases: Techniken und Anwendungen. Springer-Verlag.

Ewins, D. J. (2009): Modal testing: theory, practice and application. John Wiley & Sons.

Feldman, M. (2011): Hilbert transform in vibration analysis. In: Mechanical systems and signal processing, Band 25(3):S. 735–802.

Floquet, G. (1883): Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques. In: Annales scientifiques de l'École normale supérieure. Band 12, S. 47–88.

Friis, T.; Tarpø, M.; Katsanos, E. I. und Brincker, R. (2021): Best linear approximation of nonlinear and nonstationary systems using Operational Modal Analysis. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 152:S. 107395.

Gasch, R.; Knothe, K. und Liebich, R. (2012): Strukturdynamik: Diskrete Systeme und Kontinua. Springer-Verlag.

Gasch, R.; Nordmann, R. und Pfützner, H. (2006): Rotordynamik. Springer-Verlag.

GBtec (2023): Digitale Zwillinge – Erfolgsgarant für eine smarte Prozessoptimierung. `https://www.gbtec.com/de/ressourcen/digitaler-zwilling/`. Eingesehen am 23.09.2023.

George, E.; Jenkins, G. M. und Reinsel, G. C. (1970): Time series analysis: forecasting and control. Wiley.

Govers, Y. (2012): Parameter identification of structural dynamic models by inverse statistical analysis. Dissertation.

Greś, S.; Döhler, M.; Andersen, P. und Mevel, L. (2021): Kalman filter-based subspace identification for operational modal analysis under unmeasured periodic excitation. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 146:S. 106996.

Guglielmo, A.; Baldassarre, L.; Catanzaro, M.; de Oliveira Zague, L.; Ishimoto, L.; Miranda, M. A. und Silva, R. T. (2015): Operational modal analysis application for the measure of logarithm decrement in centrifugal compressor. In: Proceedings of the 44th Turbomachinery Symposium. Turbomachinery Laboratories, Texas A&M Engineering Experiment Station.

Guillaume, P.; Verboven, P.; Vanlanduit, S.; Van Der Auweraer, H. und Peeters, B. (2003): A poly-reference implementation of the least-squares complex frequency-domain estimator. In: Proceedings of IMAC. A Conference & Exposition on Structural Dynamics, Society for Experimental Mechanics, Band 21, S. 183–192.

Hackenberg, H.-P. und Hartung, A. (2016): An approach for estimating the effect of transient sweep through a resonance. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Band 138(8).

Hasan, M. D. A.; Ahmad, Z.; Salman Leong, M. und Hee, L. (2018): Enhanced frequency domain decomposition algorithm: a review of a recent development for unbiased damping ratio estimates. In: Journal of Vibroengineering, Band 20(5):S. 1919–1936.

Heinze, T.; Panning-von Scheidt, L.; Wallaschek, J. und Hartung, A. (2017): Nodal diameter-dependent modal damping method for nonlinear blade dynamics prediction considering variable rotational speed. In: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air. American Society of Mechanical Engineers, Band 50930, S. V07BT35A018.

Ho, B. und Kálmán, R. E. (1966): Effective construction of linear state-variable models from input/output functions: Die Konstruktion von linearen Modellen in der Darstellung durch Zustandsvariable aus den Beziehungen für Ein- und Ausgangsgrößen. In: Regelungstechnik, Band 14(1-12):S. 545–548.

Holland, J. H. (1975): Adaptation in natural and artificial systems. In: Ann Arbor: University of Michigan Press.

Huang, N. E.; Shen, Z.; Long, S. R.; Wu, M. C.; Shih, H. H.; Zheng, Q.; Yen, N.-C.; Tung, C. C. und Liu, H. H. (1998): The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. In: Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences, Band 454(1971):S. 903–995.

Hurty, W. C. (1960): Vibrations of structural systems by component mode synthesis. In: Journal of the Engineering Mechanics Division, Band 86(4):S. 51–69.

Ibrahim, S. R. und Pappa, R. S. (1982): Large modal survey testing using the Ibrahim time domain identification technique. In: Journal of Spacecraft and Rockets, Band 19(5):S. 459–465.

Jacobsen, N. und Andersen, P. (2008): Operational modal analysis on structures with rotating parts. In: International Conference on Noise and Vibration Engineering ISMA.

Jacobsen, N.-J.; Andersen, P. und Brincker, R. (2006): Using enhanced frequency domain decomposition as a robust technique to harmonic excitation in operational modal analysis. In: Proceedings of ISMA2006: International Conference on Noise & Vibration Engineering. Katholieke Universiteit.

Jacobsen, N.-J.; Andersen, P. und Brincker, R. (2007): Eliminating the influence of harmonic components in operational modal analysis. In: Conference Proceedings: IMAC-XXIV: A Conference & Exposition on Structural Dynamics. Society for Experimental Mechanics.

James III, G. H.; Carne, T. G. und Lauffer, J. P. (1993): The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating wind turbines. Technischer Bericht, Sandia National Labs., Albuquerque, NM (United States).

Jelicic, G.; Schwochow, J.; Govers, Y.; Sinske, J.; Buchbach, R. und Springer, J. (2017):

Online monitoring of aircraft modal parameters during flight test based on permanent output-only modal analysis. In: 58th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. S. 1825.

Jhinaoui, A.; Mevel, L. und Morlier, J. (2014): A new SSI algorithm for LPTV systems: application to a hinged-bladed helicopter. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 42(1-2):S. 152–166.

Jiang, T.; Yuan, H.; Jia, H.; Zhou, N. und Li, F. (2015): Stochastic subspace identification-based approach for tracking inter-area oscillatory modes in bulk power system utilising synchrophasor measurements. In: IET Generation, Transmission & Distribution, Band 9(15):S. 2409–2418.

Juang, J.-N. (1994): Applied system identification. Prentice-Hall, Inc.

Juang, J.-N. und Pappa, R. S. (1985): An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction. In: Journal of guidance, control, and dynamics, Band 8(5):S. 620–627.

Kalman, R. E. (1960): A new approach to linear filtering and prediction problems. In: Journal of Basic Engineering, Band 82(1):S. 35–45.

Kammer, D. C. (1991): Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures. In: Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Band 14(2):S. 251–259.

Karaağaçlı, T. und Özgüven, H. N. (2021): Experimental modal analysis of nonlinear systems by using response-controlled stepped-sine testing. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 146:S. 107023.

Karaboga, D. und Basturk, B. (2007): A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm. In: Journal of Global Optimization, Band 39:S. 459–471.

Kareem, A. und Gurley, K. (1996): Damping in structures: its evaluation and treatment of uncertainty. In: Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Band 59(2-3):S. 131–157.

Keller, C. (2021): Einfluss regenerationsbedingter Varianzen auf die Aeroelastik von Verdichterblisks. Hannover: Berichte aus dem Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik; 27/2021.

Knowles, J. G. (2017): Investigation into balancing of high-speed flexible shafts by compensating balancing sleeves. Dissertation, University of Lincoln.

Krack, M. (2014): The concept of nonlinear modes applied to friction-damped systems. Hannover: Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.

Krack, M. und Gross, J. (2019): Harmonic balance for nonlinear vibration problems, Band 1. Springer.

Kramer, K. (1993): Dynamics of Rotors and Foundation, 211-231.

Lagarias, J. C.; Reeds, J. A.; Wright, M. H. und Wright, P. E. (1998): Convergence properties of the Nelder–Mead simplex method in low dimensions. In: SIAM Journal on optimization, Band 9(1):S. 112–147.

Lalanne, C. (2014): Sinusoidal Vibration: Mechanical Vibration and Shock Analysis, Volume 1. John Wiley & Sons.

Lam, H.-F.; Zhang, F.-L.; Ni, Y.-C. und Hu, J. (2017): Operational modal identification of a boat-shaped building by a Bayesian approach. In: Engineering Structures, Band 138:S. 381–393.

Li, D.-S.; Li, H.-N. und Fritzen, C.-P. (2009): A note on fast computation of effective independence through QR downdating for sensor placement. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 23(4):S. 1160–1168.

Li, L. und Stühler, W. (1988): Strukturmodifikation mit dem Modal-Korrektur-Verfahren für das System mit nicht proportionaler Dämpfung. In: Ingenieur-Archiv, Band 58(6):S. 466–473.

Liu, D.; Tang, Z.; Bao, Y. und Li, H. (2021): Machine-learning-based methods for output-only structural modal identification. In: Structural Control and Health Monitoring, Band 28(12):S. e2843.

Liu, Z.; Meyendorf, N. und Mrad, N. (2018): The role of data fusion in predictive maintenance using digital twin. In: AIP conference proceedings. AIP Publishing, Band 1949.

Lloyd, S. (1982): Least squares quantization in PCM. In: IEEE transactions on information theory, Band 28(2):S. 129–137.

MacNeal, R. H. (1971): A hybrid method of component mode synthesis. In: Computers & Structures, Band 1(4):S. 581–601.

Magalhães, F.; Cunha, A. und Caetano, E. (2008): Permanent monitoring of Infante D. Henrique bridge based on FDD and SSI-COV methods. In: Proceedings OF ISMA 2008: International Conference on Noise and Vibration Engineering, Vols. 1-8.

Magalhães, F.; Cunha, A. und Caetano, E. (2009): Online automatic identification of the modal parameters of a long span arch bridge. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 23(2):S. 316–329.

Magalhães, F.; Cunha, Á. und Caetano, E. (2012): Vibration based structural health monitoring of an arch bridge: From automated OMA to damage detection. In: Mechanical Systems and signal processing, Band 28:S. 212–228.

Magalhães, F.; Cunha, Á.; Caetano, E. und Brincker, R. (2010): Damping estimation using free decays and ambient vibration tests. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 24(5):S. 1274–1290.

Markert, R. (2013): Strukturdynamik. Shaker.

Markert, R. und Siegl, S. (2019): Methoden der analytischen und experimentellen Strukturdynamik.

Martins, J.; Oden, J. und Simoes, F. (1990): A study of static and kinetic friction. In: International Journal of Engineering Science, Band 28(1):S. 29–92.

Schedlinski, C. und Lüscher, M. (2002): Application of classical and output-only modal analysis to a laser cutting machine. In: Proceedings of ISMA. Leuven, Belgium.

McKay, M. D.; Beckman, R. J. und Conover, W. J. (1979): A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. In: Technometrics, Band 42(1):S. 55–61.

Meinzer, C. E. (2020): Quantifizierung der aerodynamischen Dämpfung. Hannover: Berichte aus dem Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik.

Menq, C.-H. und Griffin, J. (1985): A comparison of transient and steady state finite element analyses of the forced response of a frictionally damped beam. In: Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design.

Meo, M. und Zumpano, G. (2005): On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure. In: Engineering structures, Band 27(10):S. 1488–1497.

Mohanty, P. und Rixen, D. J. (2004): Operational modal analysis in the presence of harmonic excitation. In: Journal of Sound and Vibration, Band 270(1-2):S. 93–109.

Motte, K.; Weijtjens, W.; Devriendt, C. und Guillaume, P. (2015): Operational modal analysis in the presence of harmonic excitations: a review. In: Dynamics of Civil Structures, Volume 2, S. 379–395.

Nguyen, V. und Melkote, S. N. (2020): Identification of industrial robot frequency response function for robotic milling using operational modal analysis. In: Procedia Manufacturing, Band 48:S. 154–158.

Nigam, N. C. und Jennings, P. C. (1969): Calculation of response spectra from strong-motion earthquake records. In: Bulletin of the Seismological Society of America, Band 59(2):S. 909–922.

Obando, S. E. und Avitabile, P. (2014): Hybrid EMA/OMA Data Collection/Reduction for Improved Modal Characterization. In: Topics in Modal Analysis I, Volume 7, Springer, S. 231–238.

Ordaz, M.; Huerta, B. und Reinoso, E. (2003): Exact computation of input-energy spectra from Fourier amplitude spectra. In: Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Band 32(4):S. 597–605.

Ozbek, M.; Meng, F. und Rixen, D. J. (2013): Challenges in testing and monitoring the in-operation vibration characteristics of wind turbines. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 41(1-2):S. 649–666.

Paehr, M.; Amer, M.; Wallaschek, J.; Seume, J. und Schmied, J. (2022): Rotordynamik-Gehäusemodelle und Model-Update. In: FVV Herbsttagung Würzburg. Band FVV Heft 603.

Parloo, E.; Cauberghe, B.; Benedettini, F.; Alaggio, R. und Guillaume, P. (2005): Sensitivity-based operational mode shape normalisation: application to a bridge. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 19(1):S. 43–55.

Peeters, B.; Cornelis, B.; Janssens, K. und Van der Auweraer, H. (2007): Removing disturbing harmonics in operational modal analysis. In: Proceedings of International Operational Modal Analysis Conference, Copenhagen, Denmark.

Peeters, B. und De Roeck, G. (1999): Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 13(6):S. 855–878.

Peeters, B. und De Roeck, G. (2000): Reference based stochastic subspace identification in civil engineering. In: Inverse Problems in Engineering, Band 8(1):S. 47–74.

Peeters, B. und De Roeck, G. (2001): One-year monitoring of the Z24-Bridge: environmental effects versus damage events. In: Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Band 30(2):S. 149–171.

Peeters, B. und Ventura, C. (2003): Comparative study of modal analysis techniques for bridge dynamic characteristics. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 17(5):S. 965–988.

Peeters, M.; Kerschen, G. und Golinval, J.-C. (2011): Modal testing of nonlinear vibrating structures based on nonlinear normal modes: Experimental demonstration. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 25(4):S. 1227–1247.

Persson, B. N.; Albohr, O.; Mancosu, F.; Peveri, V.; Samoilov, V. und Sivebæk, I. M. (2003): On the nature of the static friction, kinetic friction and creep. In: Wear, Band 254(9):S. 835–851.

Pintelon, R.; Peeters, B. und Guillaume, P. (2008): Continuous-time operational modal analysis in the presence of harmonic disturbances. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 22(5):S. 1017–1035.

Qin, M.; Chen, H.; Zheng, R.; He, X. und Ren, S. (2022): An Adaptive Operational Modal Analysis under Non-White Noise Excitation Using Hybrid Neural Networks. In: Applied Sciences, Band 12(5):S. 2471.

Rainieri, C. und Fabbrocino, G. (2010): Automated output-only dynamic identification of civil engineering structures. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 24(3):S. 678–695.

Rainieri, C. und Fabbrocino, G. (2014): Operational modal analysis of civil engineering structures. In: Springer, New York, Band 142:S. 143.

Rainieri, C.; Fabbrocino, G. und Cosenza, E. (2010): Some remarks on experimental estimation of damping for seismic design of civil constructions. In: Shock and Vibration, Band 17(4-5):S. 383–395.

Randall, R.; Peeters, B.; Antoni, J. und Manzato, S. (2012): New cepstral methods of signal pre-processing for operational modal analysis. In: Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA2012)/International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics (USD2012). Katholieke Univ Leuven, Dept Wertkuigkunde, Band 1, S. 755–764.

Rayleigh, J. W. S. B. (1896): The theory of sound, Band 2. Macmillan.

Reynders, E. und De Roeck, G. (2010): Subspace identification for operational modal analysis. In: New Trends in Vibration Based Structural Health Monitoring, Springer, S. 55–106.

Reynders, E.; Houbrechts, J. und De Roeck, G. (2012): Fully automated (operational) modal analysis. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 29:S. 228–250.

Reynders, E.; Teughels, A. und De Roeck, G. (2010): Finite element model updating and structural damage identification using OMAX data. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 24(5):S. 1306–1323.

Reynders, E. P. (2021): Uncertainty quantification in data-driven stochastic subspace identification. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 151:S. 107338.

Sabbatini, D.; Peeters, B.; Martens, T. und Janssens, K. (2012): Data acquisition and processing for tip timing and operational modal analysis of turbomachinery blades. In: AIP Conference Proceedings. American Institute of Physics, Band 1457, S. 52–60.

Saint Martin, L. B.; Gusmão, L. L.; Machado, T. H.; Okabe, E. P. und Cavalca, K. L. (2021): Operational modal analysis application to support structure identification under rotating machinery unbalance. In: Engineering Structures, Band 249:S. 113344.

Santos, I. F. und Svendsen, P. K. (2017): Noninvasive parameter identification in rotordynamics via fluid film bearings—linking active lubrication and operational modal analysis. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Band 139(6).

Scheel, M.; Peter, S.; Leine, R. I. und Krack, M. (2018): A phase resonance approach for modal testing of structures with nonlinear dissipation. In: Journal of Sound and Vibration, Band 435:S. 56–73.

Scionti, M. und Lanslots, J. (2005): Stabilisation diagrams: Pole identification using fuzzy clustering techniques. In: Advances in Engineering Software, Band 36(11-12):S. 768–779.

Scussel, O. und Da Silva, S. (2016): Output-Only Identification of Nonlinear Systems Via Volterra Series. In: Journal of Vibration and Acoustics, Band 138(4).

Sestieri, A. und Ibrahm, S. (1994): Analysis of errors and approximations in the use of modal co-ordinates. In: Journal of Sound and Vibration, Band 177(2):S. 145–157.

Shokravi, H.; Shokravi, H.; Bakhary, N.; Rahimian Koloor, S. S. und Petru, M. (2020): A comparative study of the data-driven stochastic subspace methods for health monitoring of structures: A bridge case study. In: Applied Sciences, Band 10(9):S. 3132.

Singh, M.; Fuenmayor, E.; Hinchy, E. P.; Qiao, Y.; Murray, N. und Devine, D. (2021): Digital twin: Origin to future. In: Applied System Innovation, Band 4(2):S. 36.

Soal, K. I.; Volkmar, R.; Hughes, L.; Govers, Y. und Böswald, M. (2019): Evolutionary based approach to modal parameter identification. In: 8th International Operational Modal Analysis Conference.

Standoli, G.; Giordano, E.; Milani, G. und Clementi, F. (2021): Model updating of historical belfries based on oma identification techniques. In: International Journal of Architectural Heritage, Band 15(1):S. 132–156.

Sun, H. und Büyüköztürk, O. (2015): Optimal sensor placement in structural health monitoring using discrete optimization. In: Smart Materials and Structures, Band 24(12):S. 125034.

Tcherniak, D. und Allen, M. S. (2016): Experimental dynamic characterization of operating wind turbines with anisotropic rotor. In: Dynamics of Civil Structures, Volume 2: Proceedings of the 34th IMAC, A Conference and Exposition on Structural Dynamics 2016. Springer, S. 131–143.

Tcherniak, D.; Carcangiu, C. und Rossetti, M. (2012): Application of OMA to operational wind turbine: Methods for cleaning up the Campbell diagram. In: Proc. Int. Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA).

Tcherniak, D.; Chauhan, S. und Hansen, M. H. (2011): Applicability limits of operational modal analysis to operational wind turbines. In: Structural Dynamics and Renewable Energy, Volume 1: Proceedings of the 28th IMAC, A Conference on Structural Dynamics, 2010. Springer, S. 317–327.

Tcherniak, D.; Yang, S. und Allen, M. (2014): Experimental characterization of operating bladed rotor using harmonic power spectra and stochastic subspace identification. In: Proc. International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA).

Uhl, T.; Barszcz, T. und Bednarz, J. (2005): Model Based SHM-Rotating Machinery Application. In: Key Engineering Materials. Trans Tech Publ, Band 293, S. 459–466.

Vacher, P.; Jacquier, B. und Bucharles, A. (2010): Extensions of the MAC criterion to complex modes. In: Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering. ISMA Leuven, Belgium, S. 2713–2726.

Van Overschee, P. und De Moor, B. (1996): Subspace identification for linear systems: Theory—Implementation—Applications. Springer Science & Business Media.

VDI-3830 (2019): VDI Richtlinie 3830: Werkstoff-und Bauteildämpfung. In: VDI-Handbuch Schwingungstechnik.

Volkmar, R.; Soal, K. I.; Hughes, L. H.; Govers, Y. und Böswald, M. (2019): Automated optimization of output only modal parameter identification. In: 8th International Operational Modal Analysis Conference, IOMAC 2019.

Wang, J.-H. und Chen, W. (1993): Investigation of the vibration of a blade with friction damper by HBM. In: J. Eng. Gas Turbines Power.

Watanabe, Y.; Isyumov, N. und Davenport, A. (1997): Empirical aerodynamic damping function for tall buildings. In: Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Band 72:S. 313–321.

Weijtjens, W.; De Sitter, G.; Devriendt, C. und Guillaume, P. (2014a): Automated transmissibility based operational modal analysis for continuous monitoring in the presence of harmonics. In: Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics (EURODYN), Porto, Portugal. S. 2231–2238.

Weijtjens, W.; Lataire, J.; Devriendt, C. und Guillaume, P. (2014b): Dealing with periodical loads and harmonics in operational modal analysis using time-varying transmissibility functions. In: Mechanical Systems and Signal Processing, Band 49(1-2):S. 154–164.

Welch, P. (1967): The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms. In: IEEE Transactions on audio and electroacoustics, Band 15(2):S. 70–73.

Wilkes, J. C.; Smith, N. R.; Allison, T. C.; Kulhanek, C. D. und Moore, J. J. (2018): The Development and Application of an Operational Modal Analysis Method for Centrifugal Compressors. In: Proceedings of Montreal 2018 Global Power and Propulsion Forum.

Yi, T.-H.; Li, H.-N. und Gu, M. (2011): Optimal sensor placement for structural health monitoring based on multiple optimization strategies. In: The Structural Design of Tall and Special Buildings, Band 20(7):S. 881–900.

Yuan, Y.-X. (2000): A review of trust region algorithms for optimization. In: International Council for Industrial and Applied Mathematics ICIAM. Band 99, S. 271–282.

Yuen, K.-V. und Katafygiotis, L. S. (2003): Bayesian fast Fourier transform approach for modal updating using ambient data. In: Advances in Structural Engineering, Band 6(2):S. 81–95.

Zaghbani, I. und Songmene, V. (2009): Estimation of machine-tool dynamic parameters during machining operation through operational modal analysis. In: International Journal of Machine Tools and Manufacture, Band 49(12-13):S. 947–957.

Zhang, F.-L.; Yang, Y.-P.; Xiong, H.-B.; Yang, J.-H. und Yu, Z. (2019): Structural health monitoring of a 250-m super-tall building and operational modal analysis using the fast

Bayesian FFT method. In: Structural Control and Health Monitoring, Band 26(8):S. e2383.

Zhang, L. und Brincker, R. (2005): An overview of operational modal analysis: major development and issues. In: Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference, April 26-27, 2005, Copenhagen, Denmark. Aalborg Universitet, S. 179–190.

Zivanovic, M.; Plaza, A.; Iriarte, X. und Carlosena, A. (2022): Harmonic removal for wind turbines. In: Proceedings of the 9th International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC).

Živanović, S.; Pavic, A. und Reynolds, P. (2006): Modal testing and FE model tuning of a lively footbridge structure. In: Engineering Structures, Band 28(6):S. 857–868.

A Weitere Ausführungen zu Grundlagen der OMA

Nachfolgend sind Ergänzungen zu den in Abschn. 2.4 erfolgten Ausführungen der operationellen Modalanalyse zu finden.

A.1 Ergänzende Berechnungsschritte zur SSI

Für die Ermittlung der Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\mathcal{O}}$ wird eine Singulärwertzerlegung der Matrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}$ im Falle der SSI-cov oder der Projektion $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ im Falle der SSI-dat

$$\boldsymbol{\mathcal{H}} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{S}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{U}_1 & \boldsymbol{U}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{S}_1 & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{V}_1^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{V}_2^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} \tag{A.1}$$

mit der quadratischen unitären Matrix $\boldsymbol{U}$, der Diagonalmatrix $\boldsymbol{S}$, welche die Singulärwerte s_n ($s_n \neq 0$) enthält und der Adjungierten einer unitären Matrix $\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$ durchgeführt. Die Beobachtbarkeitsmatrix wird im nächsten Schritt mit

$$\boldsymbol{\mathcal{O}} = \boldsymbol{U}_1 \boldsymbol{S}_1^{1/2} \tag{A.2}$$

berechnet, wobei $\boldsymbol{\mathcal{O}}$ vollen Rang hat (Döhler und Mevel 2012). Mit der nun bekannten Beobachtbarkeitsmatrix kann im nächsten Schritt die gesuchte Matrix $\boldsymbol{A}$ durch Anwendung eines Least Squares Ansatzes auf die verschobenen Beobachtbarkeitsmatrizen $\boldsymbol{\mathcal{O}}^{\uparrow}$ und $\boldsymbol{\mathcal{O}}^{\downarrow}$

$$\boldsymbol{\mathcal{O}}^{\uparrow} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A} \\ \vdots \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^{\mathcal{N}-1} \end{pmatrix}, \boldsymbol{\mathcal{O}}^{\downarrow} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{C}\boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^{2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^{\mathcal{N}} \end{pmatrix} \tag{A.3}$$

berechnet werden (Döhler und Mevel 2013)

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{\mathcal{O}}^{\uparrow\dagger} \boldsymbol{\mathcal{O}}^{\downarrow}, \tag{A.4}$$

wobei der Operator $(\square)^{\dagger}$ die Pseudoinverse darstellt.

Projektion im Rahmen der SSI-dat

Die durchzuführende Projektion $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ der Zukunftsmatrix $\boldsymbol{Y}_f$ auf die Vergangenheitsmatrix $\boldsymbol{Y}_p$

$$\boldsymbol{\mathcal{P}} = \boldsymbol{Y}_f/\boldsymbol{Y}_p = \boldsymbol{Y}_f\boldsymbol{Y}_p^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Y}_p\boldsymbol{Y}_p^{\mathrm{T}})^{\dagger}\boldsymbol{Y}_p \tag{A.5}$$

lässt sich mit Hilfe der $\boldsymbol{QR}$-Zerlegung durch die Beziehungen $\boldsymbol{Y}_f = \begin{pmatrix}\boldsymbol{R}_{21} & \boldsymbol{R}_{22}\end{pmatrix}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}$ und $\boldsymbol{Y}_p = \begin{pmatrix}\boldsymbol{R}_{11} & \boldsymbol{0}\end{pmatrix}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}$ berechnen. Die Projektion bewahrt alle Informationen der Vergangenheitsmatrix, die notwendig sind, um die Zukunft vorherzusagen (Peeters und De Roeck 2000). Dem Verfahren liegt zu Grunde, dass die Projektion sich in die Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\mathcal{O}}$ und in die Kalman-Filter-Zustände $\boldsymbol{\mathcal{X}}$ faktorisieren lässt

$$\boldsymbol{\mathcal{P}} = \boldsymbol{\mathcal{O}}\boldsymbol{\mathcal{X}}. \tag{A.6}$$

Dass sich die Projektion nach Gl. (A.6) faktorisieren lässt, wird in Van Overschee und De Moor (1996) gezeigt. Das Kalman-Filter liegt diesem Verfahren zugrunde, für weitere Informationen sei auf Kalman (1960) und Juang (1994) verwiesen.

Cholesky-Zerlegung

Die Cholesky-Zerlegung unterteilt eine Matrix in eine obere Dreiecksmatrix und ihre Transponierte. Voraussetzung ist eine positiv definite Matrix. Es ergibt sich damit, dass die untere Dreiecksmatrix $\boldsymbol{R}$ als Produkt der Projektion $\boldsymbol{\mathcal{P}}\boldsymbol{\mathcal{P}}^{\mathrm{T}}$ dargestellt werden kann. Damit ergibt sich mit Hilfe von $\boldsymbol{R}_{21}$ die zu zerlegende Matrix $\boldsymbol{P}_{Cl} = \boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{R}_{21}^{\mathrm{T}}$. Die Matrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}$, für die anschließend die Singulärwertzerlegung durchgeführt wird, ergibt sich letztlich aus der Cholesky-Zerlegung von $\boldsymbol{P}_{Cl} = \boldsymbol{\mathcal{H}}\boldsymbol{\mathcal{H}}^{\mathrm{T}}$, vergleiche z. B. Jiang et al. (2015).

Gewichtung

Die Gewichtungsmatrizen für die in Abschn. 2.4.1 eingeführten Methoden sind in Tab. A.1

Tabelle A.1: Gewichtungsmatrizen für das PC, UPC und CVA Verfahren aus Van Overschee und De Moor (1996)

	$\boldsymbol{W}_1$	$\boldsymbol{W}_2$
PC	$\boldsymbol{I}_{n\mathcal{N}}$	$\boldsymbol{Y}_p^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mathcal{K}}_{[\boldsymbol{Y}_p,\boldsymbol{Y}_p]}^{-1/2}\boldsymbol{Y}_p$
UPC	$\boldsymbol{I}_{n\mathcal{N}}$	$\boldsymbol{I}_{\mathcal{C}}$
CVA	$\boldsymbol{\mathcal{K}}_{[\boldsymbol{Y}_f,\boldsymbol{Y}_f]}^{-1/2}$	$\boldsymbol{I}_{\mathcal{C}}$

zusammengefasst. Für das PC Verfahren ergibt sich somit die Gewichtung

$$\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{\mathcal{H}}\boldsymbol{W}_2 = \boldsymbol{\mathcal{K}}_{[\boldsymbol{Y}_f,\boldsymbol{Y}_p]}\boldsymbol{\mathcal{K}}_{[\boldsymbol{Y}_p,\boldsymbol{Y}_p]}^{-1/2}\boldsymbol{Y}_p. \tag{A.7}$$

Im Rahmen des CVA Verfahrens werden die Winkel und Richtungen zwischen dem Zeilenraum der Vergangenheitsmatrix und der Zukunftsmatrix berechnet. Auf das UPC Verfahren wird nicht weiter eingegangen, da es sich bei diesem um die ungewichtete Variante handelt und somit die Projektion mit Einheitsmatrizen multipliziert wird.

Kriterien im mehrstufigen Clustering

Wie in Abschn. 2.4.1 beschrieben, wendet das MSC Verfahren sogenannte soft (SVC) und hard validation criteria (HVC) im ersten Schritt an. Die HVC können nur den Wert 0 oder 1 annehmen, während die SVC zwischen 0 und 1 liegen. Diese sind in Tab. A.2 und A.3 zusammengefasst. Das Kriterium MPD bezeichnet die Mean Phase Deviation

Tabelle A.2: Weiche Bewertungskriterien

Kriterium	Formel	Wert physikalisch	Wert unphysikalisch
Eigenwertabweichung	$\frac{\lvert\lambda_n-\lambda_m\rvert}{\max\lvert\lambda_n\rvert,\lvert\lambda_m\rvert}$	0	1
Frequenzabweichung	$\frac{\lvert f_n-f_m\rvert}{\max\lvert f_n\rvert,\lvert f_m\rvert}$	0	1
Dämpfungsabweichung	$\frac{\lvert D_n-f_m\rvert}{\max\lvert D_n\rvert,\lvert D_m\rvert}$	0	1
MAC	$\frac{\lvert\Phi_n^{\mathrm{T}}\Phi_m\rvert^2}{(\Phi_n^{\mathrm{T}}\Phi_n)(\Phi_m^{\mathrm{T}}\Phi_m)}$	1	0
MPC	siehe Gl. (2.42)	1	0
MPD	siehe Gl. (A.9)	0	1

und wird von Reynders et al. (2012) mit

$$\mathrm{MP} = \arctan\left(-\frac{V_{12}}{V_{22}}\right) \quad \text{mit} \quad [\Re(\Phi_n)\Im(\Phi_n)] = \boldsymbol{U}\boldsymbol{S}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \tag{A.8}$$

$$\mathrm{MPD} = \frac{\sum_{k=1} w_k \arccos\left\lvert\frac{\Re(\Phi_{nk})V_{22}-\Im(\Phi_{nk})V_{12}}{\sqrt{V_{12}^2+V_{22}^2\lvert\Phi_{nk}\rvert}}\right\rvert}{\sum_{k=1} w_k} \quad \text{mit} \quad \sum_{k=1} w_k \neq 0 \tag{A.9}$$

definiert, wobei w_k Gewichtungsfaktoren sind.

Tabelle A.3: Harte Bewertungskriterien

Kriterium	Überprüfung	Wert physikalisch	Wert unphysikalisch
Dämpfung	$D > 0$ %	1	0
Dämpfung	$D < 20$ %	1	0
Eigenwert	Vorhandensein komplex konjugiertes Paar	1	0

A.2 Ergänzende Berechnungsschritte zur Bayesian FFT

In Abschn. 2.4.2 wurde beschrieben, dass zunächst die FOURIER-Transformierte von $\boldsymbol{y}$ gebildet und das einseitige Spektrum herangezogen wird. Die Messwerte $\boldsymbol{y}$ werden als normalverteilte Zufallsgrößen aufgefasst. Yuen und Katafygiotis (2003) zeigen, dass diese Annahme für $K \to \infty$ (Anzahl der Datenpunkte) auch im Frequenzbereich gilt. Die FOURIER-Transformierte $\mathcal{F}_y(\Omega)$ der Messdaten lässt sich im Vektor $\boldsymbol{Z}_\mathcal{L} = \begin{pmatrix} \Re(\mathcal{F}_y(\Omega)) \\ \Im(\mathcal{F}_y(\Omega)) \end{pmatrix}$, mit der Anzahl an Frequenzlinien $\mathcal{L}$, zusammenfassen. Die dazugehörige Kovarianzmatrix lässt sich mit

$$\boldsymbol{\mathcal{K}}_\mathcal{L} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \boldsymbol{\Phi}\Re(\boldsymbol{\mathcal{S}}_\mathcal{L})\boldsymbol{\Phi}^\mathrm{T} & -\boldsymbol{\Phi}\Im(\boldsymbol{\mathcal{S}}_\mathcal{L})\boldsymbol{\Phi}^\mathrm{T} \\ \boldsymbol{\Phi}\Im(\boldsymbol{\mathcal{S}}_\mathcal{L})\boldsymbol{\Phi}^\mathrm{T} & \boldsymbol{\Phi}\Im(\boldsymbol{\mathcal{S}}_\mathcal{L})\boldsymbol{\Phi}^\mathrm{T} \end{pmatrix} + \frac{\mathcal{S}_e}{2}\boldsymbol{I}, \tag{A.10}$$

wobei

$$\boldsymbol{\mathcal{S}}_\mathcal{L} = \frac{\mathcal{S}_q}{[(\eta_{n\mathcal{L}}^2 - 1)| + \mathrm{i}(2D_n\eta_{n\mathcal{L}})][(\eta_{n\mathcal{L}}^2 - 1) - \mathrm{i}(2D_n\eta_{n\mathcal{L}})]} \qquad \text{mit} \quad \eta_{n\mathcal{L}} = \frac{f_n}{f_\mathcal{L}} \tag{A.11}$$

ist, berechnen. $\boldsymbol{\mathcal{S}}_\mathcal{L}$ ist die spektrale Leistungsdichte der Schwingungsdaten in modalen Koordinaten und beinhaltet die gesuchten Eigenfrequenzen f_n und Dämpfungsmaße D_n sowie die Modalmatrix $\boldsymbol{\Phi}$. $\mathcal{S}_q$ bezeichnet die spektrale Leistungsdichte der Erregerkraft und $\mathcal{S}_e$ die spektrale Leistungsdichte des Schätzfehlers. Die Definition in Gl. (A.11) bezieht sich auf Beschleunigungsdaten, kann aber für Verschiebungs- und Geschwindigkeitsdaten angepasst werden. Die Likelihood-Funktion von $P(\boldsymbol{Z}_\mathcal{L}|\boldsymbol{\theta})$ kann mit Hilfe von Gl. (A.10) mit

$$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{Z}_\mathcal{L}) \propto P(\boldsymbol{Z}_\mathcal{L}|\boldsymbol{\theta}) = (2\pi)^{-\mathcal{L}/2}\left(\prod_\mathcal{L} \det \boldsymbol{\mathcal{K}}_\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_\mathcal{L} \boldsymbol{Z}_\mathcal{L}^\mathrm{T}\boldsymbol{\mathcal{K}}_\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})^{-1}\boldsymbol{Z}_\mathcal{L}\right) \tag{A.12}$$

beschrieben werden. Vereinfachend dargestellt wird das proportionale Verhältnis aus Gl. (A.12) mit der NLLF

$$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{Z}_\mathcal{L}) \propto \mathrm{NLLF} = \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_\mathcal{L} \ln(\det(\boldsymbol{\mathcal{K}}_\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})) + \boldsymbol{Z}_\mathcal{L}^\mathrm{T}\boldsymbol{\mathcal{K}}_\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})^{-1}\boldsymbol{Z}_\mathcal{L}\right), \tag{A.13}$$

deren Minimierung auf das gesuchte Ergebnis führt. Um die Rechenleistung zu verringern, wird angenommen, dass in einem ausgewählten Frequenzbereich lediglich eine Mode dominiert und die Systemordnung $\mathcal{N} = 1$ zu setzen ist. Entsprechend lässt sich das Verfahren nur auf klar separierte Moden anwenden. Die Terme vereinfachen sich zudem für ein hohes Signal-Rausch-Verhältnis, sodass die NLLF nur noch von Dämpfung und Frequenz abhängt

$$NLLF \propto \sum_\mathcal{L} \ln\left(\mathcal{V}_\mathcal{L}(f, D)\right) + N_\mathcal{L} \ln\left(N_\mathcal{L}^{-1}\sum_\mathcal{L} \mathcal{V}_\mathcal{L}(f, D)^{-1}\boldsymbol{\Phi}^\mathrm{T}\boldsymbol{\mathfrak{D}}\boldsymbol{\Phi}\right) + \mathrm{const.} \tag{A.14}$$

$$\text{mit} \quad \mathfrak{D} = \sum_{\mathcal{L}} (1 + \frac{\mathcal{S}_e}{SD_{\mathcal{L}}})^{-1} \boldsymbol{Z}_{\mathcal{L}} \boldsymbol{Z}_{\mathcal{L}}^{\mathrm{T}} \quad \text{und} \quad \mathcal{V}_{\mathcal{L}} = \frac{1}{(\eta_{\mathcal{L}}^2 - 1)^2 + (2D\eta_{\mathcal{L}})^2}. \tag{A.15}$$

Die gesuchte Lösung ist demnach durch Minimierung der NLLF in Gl. (A.14) zu finden. Die noch fehlende Kovarianzmatrix der modalen Parameter zur Angabe ihrer Streuung wird mit Hilfe der Hesse-Matrix der NLLF approximiert. Weitere Ausführungen zu den einzelnen Vereinfachungsschritten lassen sich in Au (2011) finden.

B Strukturkopplung und ergänzende Informationen zur Rotordynamik

Nachgehend ist exemplarisch die Bewegungsgleichung für einen LAVAL-Läufer dargestellt sowie eine kurze Zusammenfassung für die Kopplung von Substrukturen gegeben. Darüber hinaus sind die Lagerkoeffizienten der im Versuch verwendeten Gleitlager festgehalten.

B.1 Bewegungsgleichung des Laval Rotors

Ergänzend zu Abschn. 2.5.1 ist die Bewegungsgleichung des in Abb. 2.12a dargestellten Systems nachfolgend gegeben. Dafür sind die Freiheitsgrade des Ersatzsystems in Abb. B.1 dargestellt. Die Bewegungsgleichung für dieses rotierende Ersatzsystem im raumfes-

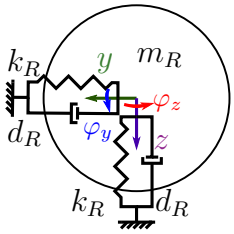


Abbildung B.1: Ersatzmodell der Scheibe

ten Bezugssystem ergibt sich schließlich mit

$$\underbrace{\begin{pmatrix} m_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_z \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{M}} \underbrace{\begin{pmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\varphi}_y \\ \ddot{\varphi}_z \end{pmatrix}}_{\ddot{\boldsymbol{q}}} + \left[\underbrace{\begin{pmatrix} d_R + d_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_R + d_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l^2(d_R + d_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l^2(d_R + d_i) \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{D}} \right. \tag{B.1}$$

$$+\Omega \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_x \\ 0 & 0 & -\Theta_x & 0 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{G}} \Bigg] \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\varphi}_y \\ \dot{\varphi}_z \end{pmatrix}}_{\dot{\boldsymbol{q}}} + \Bigg[\underbrace{\begin{pmatrix} k_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l^2 k_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l^2 k_R \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{K}} + \Omega \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & d_i & 0 & 0 \\ -d_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_i \\ 0 & 0 & -d_i & 0 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{N}} \Bigg] \underbrace{\begin{pmatrix} y \\ z \\ \varphi_y \\ \varphi_z \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{q}}$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} f_y \\ f_z \\ f_{\varphi_y} \\ f_{\varphi_z} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{f}}.$$

Dabei stellen Θ_x, Θ_y und Θ_z die Massenträgheitsmomente um die x-, y- und z-Achse dar. Der Koeffizient d_i bezieht sich auf die innere Dämpfung des Systems und l auf den Abstand der Scheibe zum Lager.

B.2 Strukturkopplung

Um unterschiedliche Strukturen miteinander zu koppeln, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Eine davon ist die *Strukturkopplung*, bei der Substrukturen anhand einfacher mechanischer Ersatzelemente wie Federn, Dämpfungselementen und starren Verbindungen gekoppelt werden. Dies ist schematisch in Abb. B.2 abgebildet. Die Strukturkopp-

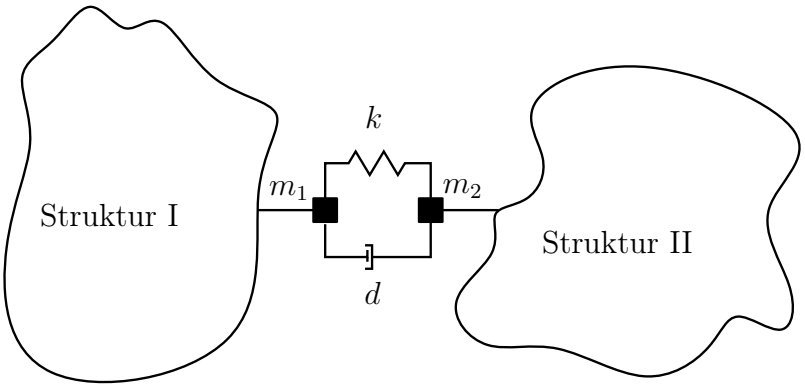


Abbildung B.2: Strukturkopplung mit mechanischen Ersatzelementen nach Markert und Siegl (2019)

lung kann analog zur Strukturmodifikation (Li und Stühler 1988) verwendet werden, um Aussagen über mögliche Systemveränderungen zu treffen. Verbindungselemente können dabei

- ideal starr,

- linear viskos,
- linear elastisch oder
- massebehaftet

sein. Die Differentialgleichung des gekoppelten Systems aus den beiden Substrukturen I und II lautet

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \boldsymbol{M}_I & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{M}_{II} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}}_I \\ \ddot{\boldsymbol{q}}_{II} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{D}_I & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{II} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_I \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{II} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{K}_I & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{II} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{q}_I \\ \boldsymbol{q}_{II} \end{pmatrix} \\ = - \begin{pmatrix} \boldsymbol{r}_I \\ \boldsymbol{r}_{II} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{f}_I \\ \boldsymbol{f}_{II} \end{pmatrix}\end{aligned} \tag{B.2}$$

mit den Koppelkräften $\boldsymbol{r}$. Im Zustandsraum ergibt sich

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_{1,I} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{1,II} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}_I \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{II} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_{2,I} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{2,II} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_I \\ \boldsymbol{x}_{II} \end{pmatrix} \\ = - \begin{pmatrix} \boldsymbol{r}_{A,I} \\ \boldsymbol{r}_{A,II} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}_I \\ \boldsymbol{u}_{II} \end{pmatrix}\end{aligned} \tag{B.3}$$

mit den Reaktionskräften im Zustandsraum $\boldsymbol{r}_A$. Gleichung (B.3) kann mit der Modaltransformation in den modalen Raum überführt werden. Die Reaktionskräfte im physikalischen Raum sind definiert mit

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \boldsymbol{r}_I \\ \boldsymbol{r}_{II} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta\boldsymbol{M}_I & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \Delta\boldsymbol{M}_{II} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}}_I \\ \ddot{\boldsymbol{q}}_{II} \end{pmatrix} + \\ \begin{pmatrix} \Delta\boldsymbol{D}_I & \Delta\boldsymbol{D}_{I,II} \\ \Delta\boldsymbol{D}_{II,I} & \Delta\boldsymbol{D}_{II} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_I \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{II} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta\boldsymbol{K}_I & \Delta\boldsymbol{K}_{I,II} \\ \Delta\boldsymbol{K}_{II,I} & \Delta\boldsymbol{K}_{II} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{q}_I \\ \boldsymbol{q}_{II} \end{pmatrix},\end{aligned} \tag{B.4}$$

wobei das Δ kennzeichnet, dass nur die Freiheitsgrade an den Koppelstellen der beiden Subsysteme berücksichtigt werden. Die Formulierung in Gl. (B.4) kann ebenfalls in den Zustandsraum überführt und mit dem Modalansatz in den modalen Raum transformiert werden. Der daraus entstehende Ausdruck für die Reaktionskräfte kann in die Beschreibung des gekoppelten Systems im Modalraum eingesetzt werden. Daraus können die modalen Parameter des gekoppelten Systems berechnet werden.

B.3 Component Mode Synthesis

Zur Reduzierung des Berechnungsaufwands von komplexen Systemen wurde die *modale Synthese* (Englisch: *Component Mode Synthesis*, CMS) eingeführt, die eine Anzahl charakteristischer Eigenvektoren der beiden Subsysteme für die Kopplung verwendet. Dafür werden modal kondensierte Strukturmatrizen der Subsysteme herangezogen

(Gasch et al. 2012). Es wird zwischen einer Kopplung mit freien und gefesselten Koordinaten sowie hybriden Verfahren unterschieden. Die ersten beiden Varianten sind in Abb. B.3 schematisch dargestellt. Die wichtigsten Arbeiten im Bereich der modalen Synthese

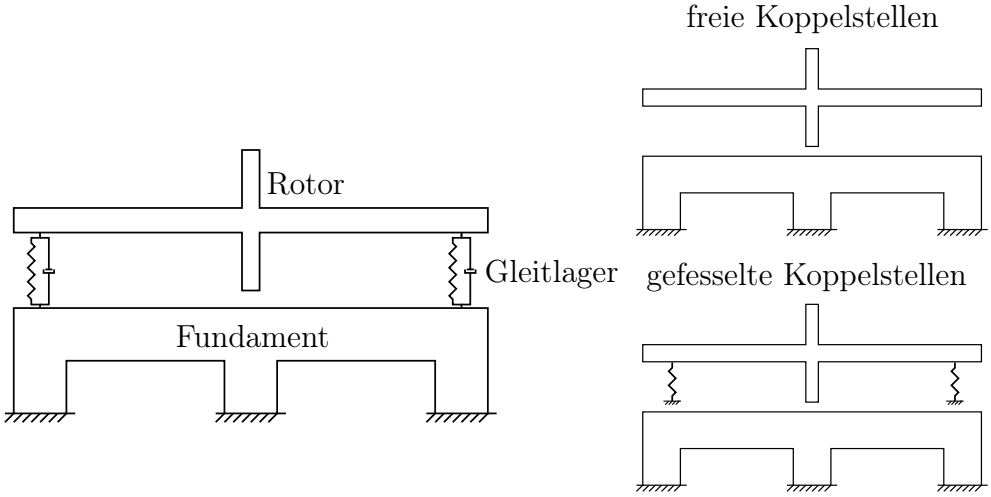


Abbildung B.3: Strukturkopplung mit freien und gefesselten Koppelstellen nach Gasch et al. (2012)

mit gefesselten Koordinaten gehen auf Hurty (1960) zurück. Werden freie Koppelstellen angenommen, erhöht sich der Berechnungsaufwand. Dies ist jedoch für Daten aus dem Experiment besser geeignet. Die wichtigsten Entwicklungen in diesem Bereich gehen auf MacNeal (1971) und Craig Jr. und Chang (1976) zurück.

B.4 Lagerkoeffizienten des einstufigen Axialverdichters

Die Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten zu den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Gleitlagern sind in Tab. B.1 angegeben. Es werden hier aus Gründen der Übersicht-

Tabelle B.1: Lagersteifigkeiten und -dämpfungskoeffizienten für die Gleitlager in Zusammenhang mit dem in dieser Arbeit betrachteten einstufigen Rotor; Festlager ist mit FL und Loslager mit LL abgekürzt

Drehzahl	4500 /min		9000 /min		13500 /min		18000 /min	
	FL	LL	FL	LL	FL	LL	FL	LL
k_y in N/μm	32	48	45	66	53	77	69	85
k_z in N/μm	31	47	44	65	52	75	66	84
d_y in Ns/mm	63	92	50	69	46	57	45	50
d_z in Ns/mm	62	91	51	69	45	57	43	50

lichkeit nur die Koeffizienten in Hauptachsenrichtung angegeben und nicht die Diagonalelemente. Die Diagonalelemente in Bezug auf die Dämpfungskoeffizienten sind nahe Null. Im Falle der Steifigkeitskoeffizienten sind diese etwas weniger als halb so groß wie die Hauptdiagonalelemente. Die dargestellten Werte weisen eine leichte Anisotropie auf.

C Verfahren zur Sensorplatzierung und verwendete Sensorpositionen

Nachgehend sind die untersuchten Verfahren für eine optimierte Sensorverteilung und einen damit zusammenhängenden maximalen Informationsgewinn bei den Messungen sowie die für die experimentellen Untersuchungen genutzten Sensorverteilungen beschrieben.

C.1 Verfahren zur Sensorplatzierung

Insgesamt wurden sechs Methoden für eine optimierte Sensorverteilung erprobt, zu denen die *Effective Independance*-Methode (EI) und deren Erweiterungen die *Effective Independance Driving Point Residue* (EI-DPR) und die *Kinetic Energy* (KE) Methode gehören sowie ein Verfahren, welches die bereits eingeführte $\boldsymbol{QR}$-Zerlegung zur Beschleunigung und Vereinfachung nutzt. Die EI-Methode wurde von Kammer (1991) eingeführt und zählt zu den ersten Ansätzen, eine optimierte Verteilung von Sensoren zu ermitteln. Eine optimale Schätzung der modalen Parameter erfolgt, wenn die Kovarianzen der Schätzfehler minimal werden. Dafür maximiert Kammer (1991) die Determinante der FISHER-Informationsmatrix (FIM) $\boldsymbol{\mathcal{Q}} = \frac{1}{\sigma^2}\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}$, wobei $\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}$ die Zielmoden aus der Finite-Elemente (FE) Simulation enthält und σ^2 die Varianz von stationärem GAUSS'schem weißen Rauschen aus der Messung bezeichnet. Die Methode basiert auf Eigenvektoren, die aus einem FE-Modell ermittelt werden. Das Verfahren identifiziert die Freiheitsgrade aus dem verfügbaren Netz des Modells, die am meisten zur linearen Unabhängigkeit der Eigenvektoren beitragen und schlägt diese gemäß der verfügbaren Anzahl an Sensoren als Freiheitsgrade im Versuch vor. Freiheitsgrade, die nicht zur linearen Unabhängigkeit der gesuchten Eigenmoden beitragen, werden sukzessive eliminiert, bis die gewünschte Anzahl an Freiheitsgraden im Versuch erreicht ist. Die Effective Independance Matrix lässt sich mit $\boldsymbol{E}_D = \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}\left[\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}\right]^{-1}\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}^{\mathrm{T}}$ beschreiben. Die Werte auf der Diagonalen dieser Matrix repräsentieren die Beteiligung der Freiheitsgrade zur linearen Unabhängigkeit der Eigenvektoren. Betragen die Werte 1, sind sie essenziell für die lineare Unabhängigkeit der Moden. Betragen sie den Wert 0, können die Moden an dieser Sensorposition nicht beobachtet werden.

Darauf aufbauend schlagen Meo und Zumpano (2005) vor, die EI-Methode derart zu erweitern, dass auch der Energiegehalt der Freiheitsgrade in die Evaluation mit eingeht. Dafür werden die Werte des EI-Vektors bzw. der Diagonalen der Matrix $\boldsymbol{E}_D$ mit $\mathrm{DPR}_m =$

$\sum_{n=1}^{N} \frac{\Psi_{\mathrm{FE}_{nm}}^2}{\omega_n}$ multipliziert bzw. damit gewichtet, wobei ω die Eigenfrequenz der Zielmode definiert.

Eine weitere erprobte Methode ist die KE-Methode, welche sich von der EI-Methode dahingehend unterscheidet, dass sie versucht, den minimalen Sensorsatz zu finden, der zu einer maximalen kinetischen Energie beiträgt. Dafür wird die Massenmatrix aus dem FE-Modell herangezogen und es ergibt sich KE = $\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M} \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}$. Dieser Ausdruck kann über eine CHOLESKY-Zerlegung der Massenmatrix mit $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{L}_{\mathrm{KE}} \boldsymbol{L}_{\mathrm{KE}}^{\mathrm{T}}$ und $\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{KE}} = \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}$ in eine ähnliche Form der FIM gebracht werden KE = ${\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{KE}}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{KE}}$, worauf hin die Schritte analog zur EI-Methode durchgeführt werden.

Zur Simplifizierung der genannten Algorithmen zeigen Li et al. (2009), dass die Matrix $\boldsymbol{E}_D$ mit Hilfe der $\boldsymbol{QR}$-Zerlegung als $\boldsymbol{E}_D = \boldsymbol{QR}\left[\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{QR}\right]^{-1} \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}$ geschrieben werden kann. Mit den Eigenschaften der $\boldsymbol{Q}$-Matrix ergibt sich, dass anstatt der Betrachtung der Diagonalen der $\boldsymbol{E}_D$ Matrix auch die Normen der Vektoren aus $\boldsymbol{Q}$ als Abschätzung herangezogen werden können. Von hier an gleicht das Verfahren dem EI-Verfahren, bis die Anzahl gewünschter Sensorpositionen ermittelt wurde. Diese Methodik kann auch analog für die Identifikation von Anregungspositionen erweitert werden, indem die $\boldsymbol{QR}$-Zerlegung auf die Transponierte der Anregungskraftmatrix $\boldsymbol{F}_{\mathrm{FE}} = \boldsymbol{M} \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{FE}}$ angewendet wird.

Neben diesen vier Verfahren wird ein genetischer Algorithmus sowie ein *Artificial Bee Colony* (ABC) Algorithmus, wie beispielsweise von Sun und Büyüköztürk (2015) verwendet, getestet. Der genetische Algorithmus orientiert sich am natürlichen Selektionsprozess. Die Werte der zufällig gewählten Anfangspopulation, welche eine Kombination der verfügbaren Freiheitsgrade darstellt, wird evaluiert. Über die Selektion der bestehenden Kombination, anschließender Rekombination und Mutation ergibt sich eine neue Kombination. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis eines der Abbruchkriterien erreicht ist, siehe Holland (1975) und Yi et al. (2011).

Der ABC Algorithmus basiert auf dem Verhalten von Bienenstämmen bei der Futtersuche. Dazu werden drei Gruppierungen betrachtet: die beaufsichtigenden, die auskundschaftenden und die angestellten Bienen. Es wird ein diskretes Optimierungsproblem gelöst, wofür drei Schritte erfolgen. Die Anzahl angestellter Bienen entspricht der Anzahl verfügbarer Sensoren, die es zu platzieren gilt. Nach einer Initialisierung, bei der die angestellten Bienen auf mögliche Positionen gesetzt werden, geben diese den Wert des Optimierungsparameters an die beaufsichtigenden Bienen weiter und gehen an die alte Position zurück. Von dort aus gehen sie auf eine mögliche Position mit einem höheren Wert des Optimierungsparameters, welche sich in der Nähe befindet. Die auskundschaftenden Bienen suchen neue mögliche Positionen, wenn ein Freiheitsgrad „verlassen“ wurde. Die beaufsichtigenden Bienen wählen letztlich die Positionen aus, die ihnen von den angestellten Bienen gemäß ihrem hohen Informationsgehalt übergeben wurden. Weitere Informationen zum Konzept des ABC Algorithmus sind in Karaboga und Basturk (2007) dargestellt. Zur Bewertung der verfügbaren Freiheitsgrade können verschiedene Optimierungsparameter wie der MAC-Wert bzw. die Minimierung des größten

Nebendiagonalelements der MAC-Matrix oder die Maximierung der Determinante der FIM herangezogen werden.

Da die im Bereich des EI-Verfahrens liegenden Algorithmen Sensoren oft sehr nah beieinander platzieren und dies gerade bei der Visualisierung der experimentellen Eigenformen hinderlich sein kann, wurde ein zusätzliches Kriterium eingeführt, das einen minimalen Abstand zwischen Sensoren bei der Auswahl der Freiheitsgrade berücksichtigt. Daneben kann ein Kriterium eingeführt werden, welches Freiheitsgrade auf Redundanz prüft. Eine Studie mit den präsentierten Verfahren zur Sensorverteilung ist in Amer et al. (2023) zu finden.

C.2 Sensorpositionen

Die Namen der Sensorpositionen für die im Versuch verwendete Sensorverteilung sind folgendermaßen vergeben

$$\underbrace{ii}_{\text{Komponente}} \quad \underbrace{kk}_{\text{axiale Position}} \quad \underbrace{ll}_{\text{Umfangsposition}} \quad .$$

Dabei entsprechen die ersten zwei Ziffern den Komponenten

- 02 Eintrittsgehäuse,
- 03 Loslagerstütze,
- 04 Leitschaufelträger,
- 05 Festlagerstütze,
- 06 Austrittsgehäuse und
- 07 Fundament.

Die Nummer 01 und 08 wurden in einer Vorerprobung für das Ansaugrohr und das Austrittsrohr vergeben. Da Versuche gezeigt haben, dass die gemessenen Schwingungsantworten auf diesen Komponenten im Rauschen untergehen, wurden sie in der weiteren Betrachtung nicht mehr verwendet. Die axiale Position wird pro Komponente in Strömungsrichtung hochgezählt. Die Umfangsposition wird äquivalent zum Ziffernblatt einer Uhr angegeben.

Tabelle C.1: Sensorpositionen für die Shaker- und Betriebsmessungen;
Or kürzt Orientierung ab; Koordinaten Ursprung ist in Abb. 4.3 gekennzeichnet und bezieht sich auf den Mittelpunkt des Strömungsquerschnitts am Austritt

Nummer	Name	x in mm	y in mm	z in mm	Or x	Or y	Or z
1	020103	322.1	-1135	516.9	-1	0	0

2	020106	0	-1135	177.5	0	-1	0
3	020109	-322.1	-1135	483.1	1	0	0
4	020112	0	-1135	822.5	0	-1	0
5	020203	287.7	-1120	593.5	0	-1	0
6	020206	0	-1120	197.5	0	0	1
7	020209	-287.7	-1120	406.5	0	-1	0
8	020212	0	-1120	802.5	0	0	-1
9	020309	-300	-870	495	1	0	0
10	020409	-266.7	-740	542.2	0	-1	0
11	020412	0	-740	770	0	-1	0
12	030103	273	-892.5	415	-1	0	0
13	030109	-273	-892.5	415	1	0	0
14	030203	336.5	-830	415	0	1	0
15	030209	-336.5	-830	415	0	1	0
16	040103	224.7	-664	511.8	-1	0	0
17	040106	0	-664	275	0	0	1
18	040109	-224.7	-664	488.2	1	0	0
19	040112	0	-664	725	0	0	-1
20	040210	-159.1	-464	659.1	0.77	0	-0.77
22	040303	224.7	-339	511.8	-1	0	0
22	040306	0	-339	275	0	0	1
23	040309	-224.7	-339	488.2	1	0	0
24	040312	0	-339	725	0	0	-1
25	050103	437.1	-35	420.5	-1	0	0
26	050109	-437.1	-35	420.5	1	0	0
27	050203	489.1	37.5	420.5	0	1	0
28	050209	-489.1	37.5	420.5	0	1	0
29	060103	375	-720	475	-1	0	0
30	060109	-375	-720	475	1	0	0
31	060203	269.6	-199	485.9	-1	0	0
32	060209	-269.6	-199	485.9	0	1	0
33	060212	0	-199	770	0	1	0
34	060303	286.4	-189	545.4	-1	0	0
35	060309	-286.4	-189	545.4	0.99	0	-0.16
36	060312	0	-189	790	0	0	-1

37	060409	-365	-143	515	0.77	0.77	0
38	060509	-363.5	56	557.6	1	0	-0.15
39	060512	0	56	868	0	0	-1
40	060609	-336.5	232.1	515	0.70	-0.72	0
41	060709	-153.1	270	524.3	0	-1	0
42	060712	0	270	655	0	-1	0
43	060806	0	-270	15	0	1	0
44	060809	-270	0	15	1	0	0
45	070109	-616	-980.1	-362	1	0	0
46	070209	-616	251.9	-362	1	0	0
47	070303	566	-103	-362	0	1	0
48	070309	-566	-103	-362	0	1	0
49	070409	-61.5	362.1	-17	1	0	0

Da für die Sensorverteilung mit Hilfe der ***QR***-Methode die Sensoren nicht mehr auf einfach beschreibaren Positionen liegen, wird auf die Namensgebung analog zu der Sensorverteilung aus den Shaker- und Betriebsmessungen verzichtet und lediglich die Sensoren aufsteigend durchnummeriert. Die Positionierung auf der jeweiligen Komponente gemäß der weiter oben beschriebenen Nummerierung wird in der zweiten Spalte von Tab. C.2 angegeben.

Tabelle C.2: Sensorpositionen ermittelt mit der ***QR***-Methode für die Modalhammer-Messung;
Or kürzt Orientierung ab; Koordinaten Ursprung ist in Abb. 4.3 gekennzeichnet und bezieht sich auf den Mittelpunkt des Strömungsquerschnitts am Austritt

Nummer	Komponente	x in mm	y in mm	z in mm	Or x	Or y	Or z
1	02	321.6	-1145	524.1	0.99	0	-0.08
2	02	-238.1	-1115	696.6	0	1	0
3	02	-144.9	-1092.8	279.5	-0.55	0	0.84
4	02	0	-1130	822.5	0	0	-1
5	02	185.8	-821.3	548.9	0.97	0	-0.25
6	02	161.3	-1130	220.7	0.50	0	0.87
7	03	-398.5	-1012.3	-31.6	0	1	0
8	03	-332.4	-919.9	262.5	0	1	0
9	03	314.5	-890	357.6	0	1	0
10	04	-192.4	-449.5	383.3	-0.86	0	0.52

11	04	-113.2	-443	694.5	-0.50	0	-0.86
12	04	161.1	-442.2	657	0.72	0	-0.70
13	05	-434.6	100	430	0	1	0
14	05	-450	11	500	-1	0	0
15	05	-485	0	422.5	-0.99	0	0.16
16	05	-567.5	27.4	10.7	-0.76	0	0.65
17	05	346.6	76.7	-99.8	0.50	0	0.87
18	05	387.9	132.3	208	0.80	0	0.60
19	06	321.5	-744.7	357.5	0.91	0	0.41
20	06	-24.7	-263.9	30	0	1	0
21	06	-223.8	-194.5	523.5	-0.99	0	-0.10
22	06	257	238.2	388.8	0.92	0	0.40
23	06	269.9	-1.4	15	0.49	0	0.87
24	06	-158.7	255	730.7	0	1	0
25	06	0.3	62.5	868	0	0	-1
26	06	293.2	-7.8	719.5	0.80	0	-0.60
27	06	19	282.6	30	0.04	0	0.99
28	06	0	345	30	0	1	0
29	07	-580.7	-1015	-453.1	0	1	0
30	07	560	276.2	-381.5	0.54	0	0.84
31	07	-560	304.6	-445.7	-0.51	0	0.86

D Ergänzungen zur Methodik

Ergänzende mathematische Formulierungen für die beiden in Abschn. 5.1 vorgestellten Verfahren zum Umgang mit Harmonischen sind nachgehend angegeben.

D.1 Energiespektrum

Für die Berechnung der Verschiebung und der Geschwindigkeit, aus der wiederum das massebezogene Energiespektrum berechnet werden kann, sind nachfolgend die Koeffizienten aus den Matrizen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ in Gl. (5.4) angegeben:

$$a_{11} = \mathrm{e}^{-D\Omega\Delta t}\left(\frac{D}{\sqrt{1-D^2}}\sin\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)+\cos\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)\right) \tag{D.1}$$

$$a_{12} = \frac{\mathrm{e}^{-D\Omega\Delta t}}{\Omega\sqrt{1-D^2}}\sin\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right) \tag{D.2}$$

$$a_{21} = -\frac{\Omega\mathrm{e}^{-D\Omega\Delta t}}{\sqrt{1-D^2}}\sin\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right) \tag{D.3}$$

$$a_{22} = \mathrm{e}^{-D\Omega\Delta t}\left(\cos\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)-\frac{D}{\sqrt{1-D^2}}\sin\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)\right) \tag{D.4}$$

$$\begin{aligned} b_{11} = \mathrm{e}^{-D\Omega\Delta t}\Bigg(&\left(\frac{2D^2-1}{\Omega^2\Delta t}+\frac{D}{\Omega}\right)\frac{\sin\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)}{\Omega\sqrt{1-D^2}} \\ &+\left(\frac{2D}{\Omega^3\Delta t}+\frac{1}{\Omega^2}\right)\cos\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)\Bigg)-\frac{2D}{\Omega^3\Delta t} \end{aligned} \tag{D.5}$$

$$\begin{aligned} b_{12} = -\mathrm{e}^{-D\Omega\Delta t}\Bigg(&\left(\frac{2D^2-1}{\Omega^2\Delta t}\right)\frac{\sin\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)}{\Omega\sqrt{1-D^2}} \\ &+\frac{2D}{\Omega^3\Delta t}\cos\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)\Bigg)-\frac{1}{\Omega^2}+\frac{2D}{\Omega^3\Delta t} \end{aligned} \tag{D.6}$$

$$
\begin{aligned}
b_{21} = \mathrm{e}^{-D\Omega\Delta t}\Bigg(&\left(\frac{2D^2-1}{\Omega^2\Delta t}+\frac{D}{\Omega}\right)\left(\cos\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)\right.\\
&\left.-\frac{D}{\sqrt{1-D^2}}\sin\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)\right)-\left(\frac{2D}{\Omega^3\Delta t}+\frac{1}{\Omega^2}\right)\\
&\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\sin\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)+D\Omega\cos\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)\right)\Bigg)+\frac{1}{\Omega^2\Delta t}
\end{aligned}
\tag{D.7}
$$

$$
\begin{aligned}
b_{22} = -\mathrm{e}^{-D\Omega\Delta t}\Bigg(&\frac{2D^2-1}{\Omega^2\Delta t}\left(\cos\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)\right.\\
&\left.-\frac{D}{\sqrt{1-D^2}}\sin\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)\right)-\frac{2D}{\Omega^3\Delta t}\\
&\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\sin\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)+D\Omega\cos\left(\Omega\sqrt{1-D^2}\Delta t\right)\right)\Bigg)-\frac{1}{\Omega^2\Delta t}
\end{aligned}
\tag{D.8}
$$

Die Koeffizienten enthalten die für den betrachteten Bereich zu variierende Frequenz Ω, den Dämpfungsgrad D und den diskreten Zeitschritt Δt. Der Dämpfungsgrad wird für das Sichtbarmachen der Harmonischen mit 1 % gewählt.

D.2 Eliminierung von Harmonischen

Für den Least Squares Ansatz lässt sich der harmonische Signalteil über folgenden Ausdruck

$$h(t_k) = \boldsymbol{\mathcal{W}}\boldsymbol{\mathcal{Z}} \tag{D.9}$$

$$\text{mit} \quad \boldsymbol{\mathcal{W}} = (\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \ldots, \boldsymbol{w}_L)\,, \tag{D.10}$$

$$\text{wobei} \quad \boldsymbol{w} = \left[\mathrm{diag}(\sin(l\varphi_{\mathrm{mess}}(t_k))), \mathrm{diag}(\cos(l\varphi_{\mathrm{mess}}(t_k)))\right]\begin{pmatrix}\boldsymbol{\mathcal{V}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\mathcal{V}}\end{pmatrix} \tag{D.11}$$

$$\text{und} \quad \boldsymbol{\mathcal{Z}} = (\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_N, \beta_0, \beta_1 \ldots, \beta_N)^{\mathrm{T}} \tag{D.12}$$

beschreiben, wobei $\boldsymbol{\mathcal{V}}$ eine Vandermonde Matrix der Form

$$\boldsymbol{\mathcal{V}} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & \cdots & t_1^N \\ 1 & t_2 & \ldots & t_2^N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & t_K & \ldots & t_K^N \end{pmatrix} \tag{D.13}$$

bezeichnet. Eine Lösung der Polynomkoeffizientenmatrix in $\boldsymbol{\mathcal{Z}}$ wird letztlich über

$$\boldsymbol{\mathcal{Z}} = \boldsymbol{\mathcal{W}}^{\dagger}\boldsymbol{y} \tag{D.14}$$

gefunden.

E Ergänzende Auswertungen der experimentellen Modalanalyse

Nachgehend sind ergänzende Auswertungen zur EMA des Axialverdichters zu finden.

Vergleich der verschiedenen Shaker-Anregungspositionen

In Abb. E.1 sind die gemittelten FRFs an den vier Shaker-Anregungspositionen dargestellt. Drei dominante Maxima, die auch als Eigenfrequenzen des Systems identifiziert werden, sind mit gestrichelten Linien gekennzeichnet. Es ist erkenntlich, dass die einzelnen Maxima für die verschiedenen Anregungspositionen übereinander liegen. Die FRFs

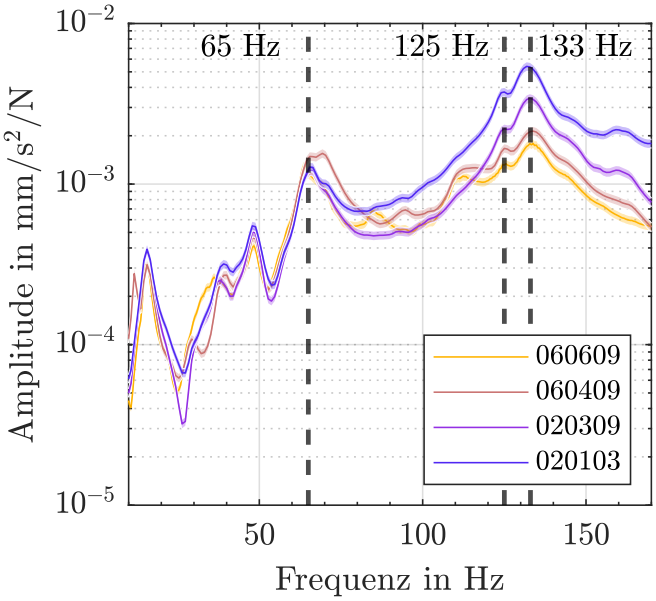


Abbildung E.1: Vergleich der über alle Sensoren gemittelten FRF an den vier Shaker-Anregungspositionen;
transparente Fläche kennzeichnet Messunsicherheit mit einem Konfidenzintervall von 95 %

resultieren in unterschiedlichen Anregungsniveaus. Dies ist allerdings zu erwarten, da sich die in das System eingebrachte Energie je nach Anregungsposition unterschiedlich in der Struktur verteilt, vgl. hierzu Ewins (2009).

Vergleich der Auswertung einer Modalhammer-Messung mit m+p International und Matlab

Tabelle E.1 vergleicht die Ergebnisse einer Modalhammer-Messung, die einerseits mit dem von m+p International implementierten LSCE Verfahren und andererseits mit dem in MATLAB selbst implementierten LSCF Verfahren ausgewertet wurden. Dafür wurde eine Messung verwendet, bei der eine gleichmäßige Sensorverteilung gemäß den Shaker-Messungen vorliegt. Die maximale Abweichung im Falle der Eigenfrequenz

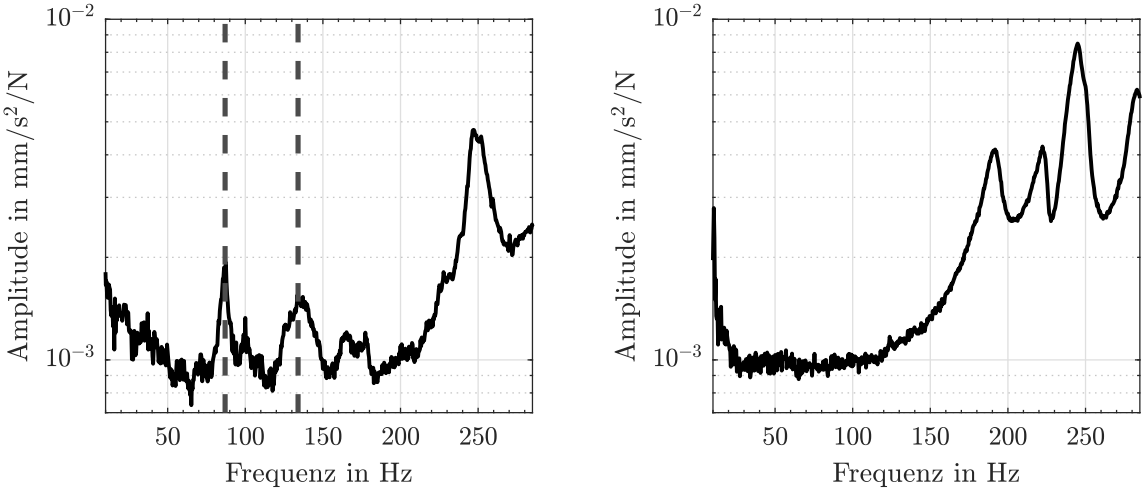
Tabelle E.1: Exemplarischer Vergleich der Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte ermittelt aus einer Modalhammer-Messung mit dem LSCF Verfahren in MATLAB und dem von m+p International implementierten LSCE Verfahren; Messunsicherheiten sind in einem Konfidenzintervall von 95 % angegeben

Mode	MATLAB		m+p International	
	Frequenz	Dämpfung	Frequenz	Dämpfung
1	67 ± 3.4 Hz	6.1 ± 0.41 %	68 ± 4.0 Hz	4.1 ± 0.42 %
2	110 ± 1.9 Hz	3.9 ± 0.43 %	114 ± 1.8 Hz	5.6 ± 0.43 %
4	135 ± 1.5 Hz	3.9 ± 1.04 %	135 ± 1.8 Hz	3.5 ± 0.74 %

liegt bei < 4 % und bewegt sich damit im Rahmen der aus der Wahl der Verfahren resultierenden Ungenauigkeit. Die Abweichung im Falle der Dämpfung ist relativ gesehen höher. Wie bereits in Kap. 6 und 7 diskutiert, ist die Dämpfungsermittlung allgemein gesehen mit einer höheren Unsicherheit behaftet. Die Ergebnisse mit der kommerziellen Software legitimieren das Vorgehen mit dem LSCF Verfahren in MATLAB.

Vermessung von Gehäuse und Fundament separat voneinander

Im Rahmen der Modalhammer-Messungen wurde auch das Fundament alleine ohne die Gehäusekomponenten sowie das Gehäuse aufgehängt ohne das Fundament betrachtet. Die über die Sensoren gemittelten FRF aus diesen beiden Messungen sind in Abb. E.2 dargestellt. Aus der Übertragungsfunktion gemessen am Fundament wird zum einen die lokale Fundamentmode bei ca. 90 Hz ersichtlich sowie eine zweite dominante Eigenfrequenz bei ca. 134 Hz; beide sind gestrichelt gekennzeichnet. Die zweite dominante Frequenz wird zusätzlich als Eigenfrequenz des Gesamtsystems ermittelt. In der Tat bestätigt eine Darstellung der Eigenformen mit Hilfe des Finite-Elemente Modells (siehe IGF Projekt *20849 N*), dass die Bewegung des Gehäuses bei dieser Eigenfrequenz stark vom Fundament dominiert wird. Außerdem wird aus der am aufgehängten Gehäuse gemessenen FRF klar, dass die reinen Gehäusemoden ohne das Fundament deutlich höher liegen. Die erste Eigenfrequenz wird hier bei ca. 200 Hz gefunden. Das bedeutet, dass die Dynamik des Gesamtsystems stark durch die Fundamentkonstruktion beeinflusst wird und diese bei der Charakterisierung des Strukturverhaltens eine erhebliche Rolle spielt.



(a) Fundament (b) Gehäuse

Abbildung E.2: Gemittelte FRF gemessen (a) am Fundament ohne das Gehäuse und (b) am aufgehängten Gehäuse ohne das Fundament und die Lagerstützen

F Ergänzende Auswertungen der operationellen Modalanalyse

In diesem Kapitel sind zusätzliche Auswertungen von Daten aus dem Betrieb des Axialverdichters mit OMA Verfahren sowie die Ergebnisse mit verschiedenen Verfahren zum Umgang mit Harmonischen dargestellt.

F.1 Vergleichsergebnisse aus Artemis

In Tab. F.1 sind die mit dem kommerziellen Programm ARTEMIS ermittelten Eigenfrequenzen für die untersuchten Drehzahlen des Prüfstands dargestellt. Tabelle F.1 beinhaltet bewusst keine Angabe der Messunsicherheit, um die mit dem Verfahren berechneten Schätzunsicherheiten mit Tab. F.2 vergleichen zu können. Die Unsicherheiten werden

Tabelle F.1: Eigenfrequenzen des Axialverdichters bei verschiedenen Drehzahlen ermittelt mit der SSI-UPCX im kommerziellen Programm ARTEMIS unter Angabe der Schätzunsicherheit

Drehzahl in /min		**3900**	**6600**	**7800**	**11700**
Frequenz in Hz	Mode				
	1	62.3 ± 0.34	61.4 ± 0.61	60.9 ± 0.14	–
	2	108.6 ± 0.19	–	–	108.2 ± 0.02
	3	–	–	–	–
	4	–	129.2 ± 0.91	–	–
	5	146.1 ± 0.25	146.3 ± 1.03	143.7 ± 0.30	–
Drehzahl in /min		**12360**	**14400**	**15390**	**17100**
Frequenz in Hz	1	63.0 ± 0.08	–	–	–
	2	–	111.8 ± 0.06	–	109.4 ± 0.08
	3	–	113.1 ± 0.07	–	–
	4	130.6 ± 0.80	129.7 ± 0.06	–	134.1 ± 0.16
	5	144.6 ± 0.48	–	142.0 ± 0.04	–

gemäß Döhler und Mevel (2013) berechnet.

Es ist erkenntlich, dass im Gegensatz zu Tab. 7.1 nicht alle Eigenfrequenzen ermittelt werden, die mit der eigenen Implementierung der SSI in Kombination mit der Elimination von Harmonischen gefunden werden. Der Ausschluss von Harmonischen bei der modalen Identifikation im kommerziellen Programm basiert auf der Kurtosis. Die in dieser Arbeit vorgeschlagene Vorgehensweise, um den Einfluss der Harmonischen zu überwinden, erscheint daher gegenüber den Ergebnissen aus ARTEMIS geeigneter. Die mit ARTEMIS ermittelten Frequenzen stimmen mit den in Tab. 7.1 angegebenen Eigenfrequenzen überein und weisen in einem Fall eine maximale Abweichung von 2.4 % auf. Dies kann als Plausibilisierung der in Tab. 7.1 dargestellten Ergebnisse gedeutet werden.

F.2 Identifikation mit Bayesian FFT und HHT

Um die Identifikation mit der Bayesian FFT und der HHT zu veranschaulichen, sind in Abb. F.1 die Minimierung der NLLF, die auf die identifizierten modalen Parameter führt, sowie die Ergebnisse der einzelnen Berechnungsschritte der HHT exemplarisch

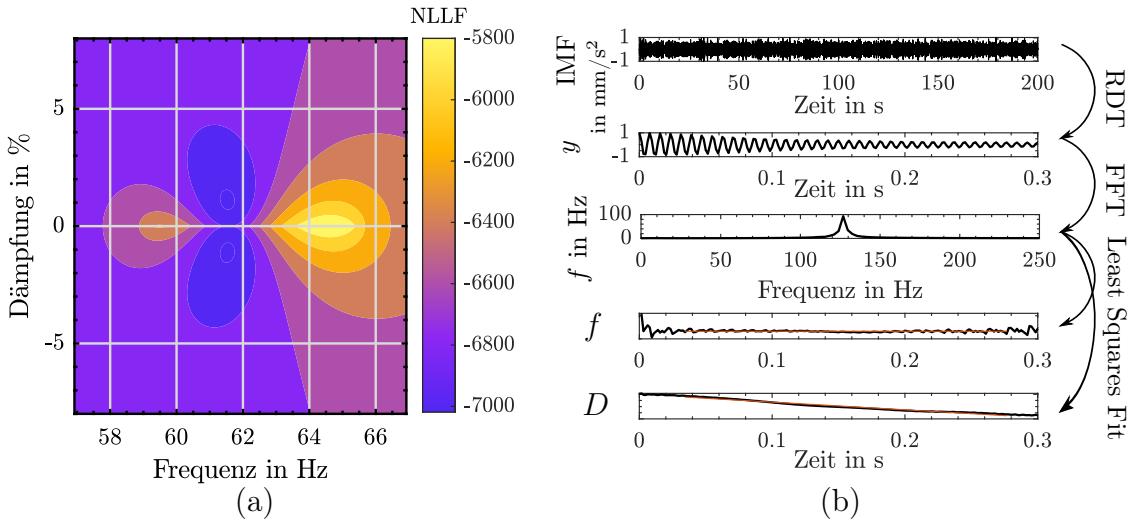


Abbildung F.1: (a) Minimierung der NLLF im Rahmen der Bayesian FFT und (b) Ausführung der einzelnen Schritte der HHT für jeweils eine exemplarische Mode

für zwei ermittelte Eigenfrequenzen dargestellt.

F.3 Vergleich berechneter Unsicherheiten mit Bayesian FFT und SSI

Mit zwei der getesteten Verfahren, namentlich Bayesian FFT und SSI-UPCX, ist es möglich, die Unsicherheiten für die modalen Parameter anzugeben. Die Unsicherheiten bzw. die berechneten Standardabweichungen von Eigenfrequenz und Dämpfung[13] sind in Tab. F.2 für zwei Drehzahlen festgehalten. Für die Auswertung wurde jeweils ein repräsentativer Datensatz verwendet. Es lässt sich feststellen, dass die Bayesian FFT im

Tabelle F.2: Vergleich der Schätzunsicherheiten berechnet mit Bayesian FFT und SSI

Drehzahl		Bayesian FFT		SSI	
	Mode	σ_f in Hz	σ_D in %	σ_f in Hz	σ_D in %
3900 /min	1	0.01	1.38	0.11	0.45
	2	0.02	1.76	0.07	0.08
	3	0.02	1.84	0.10	0.12
	5	0.03	3.23	0.06	0.05
12360 /min	1	0.02	1.61	0.02	0.04
	2	0.01	1.68	0.03	0.05
	3	–	–	0.11	0.10
	4	0.01	1.04	0.07	0.04
	5	0.01	1.19	0.08	0.05

Gegensatz zu der SSI und dem Verfahren nach Döhler und Mevel (2013) eine kleinere Abweichung für die Frequenz berechnet, während die Abweichungen für die Dämpfungen mit der Bayesian FFT deutlich höher sind. Da die Dämpfungsermittlung allgemein mit einer hohen Unsicherheit behaftet ist, ist es sinnvoll, die Werte aus der Bayesian FFT bei Inkonsistenz zusätzlich heranzuziehen, um einen Überblick über die mögliche Streuung der Dämpfung zu erhalten.

F.4 Vergleich von SSI-cov und SSI-dat

Tabelle F.3 stellt die Ergebnisse mit den beiden SSI Ansätzen SSI-cov und SSI-dat für zwei repräsentative Drehzahlen gegenüber. Für den Vergleich wurden keine Projektionskanäle verwendet. Es lässt sich kein eindeutiger Unterschied zwischen den beiden Methoden feststellen, die Ergebnisse liegen sehr nah beieinander mit einer maximalen Abweichung von < 1 % für die Frequenzen. Die Abweichungen für die ermittelten Dämpfungswerte sind erwartungsgemäß höher, liegen aber in den meisten Fällen im Bereich

[13] Die Angabe der Standardabweichung für die Dämpfung ist in Prozentpunkten zu verstehen und nicht als relative Abweichung.

Tabelle F.3: Vergleich der identifizierten Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen zwischen der SSI-cov und SSI-dat;
Messunsicherheit ist in einem Konfidenzintervall von 95 % angegeben

Drehzahl		SSI-cov		SSI-data	
	Mode	Frequenz	Dämpfung	Frequenz	Dämpfung
3900 /min	1	62.1 ± 1.8 Hz	0.78 ± 0.53 %	61.7 ± 1.8 Hz	1.74 ± 0.53 %
	2	108.6 ± 1.9 Hz	0.66 ± 0.49 %	108.0 ± 1.9 Hz	0.77 ± 0.49 %
	3	114.9 ± 1.8 Hz	0.13 ± 0.13 %	115.0 ± 1.8 Hz	0.29 ± 0.13 %
	5	146.6 ± 2.3 Hz	0.38 ± 0.38 %	146.9 ± 2.3 Hz	0.21 ± 0.21 %
12360 /min	1	63.3 ± 1.7 Hz	0.26 ± 0.08 %	63.2 ± 1.7 Hz	0.21 ± 0.08 %
	2	111.0 ± 1.7 Hz	0.43 ± 0.11 %	111.0 ± 1.7 Hz	0.62 ± 0.11 %
	3	112.9 ± 1.7 Hz	0.69 ± 0.25 %	112.8 ± 1.7 Hz	1.08 ± 0.25 %
	4	126.6 ± 2.9 Hz	0.50 ± 0.50 %	127.2 ± 2.9 Hz	0.56 ± 0.50 %
	5	145.6 ± 1.8 Hz	0.92 ± 0.23 %	145.2 ± 1.8 Hz	0.51 ± 0.23 %

der berechneten Unsicherheiten. Dieser Vergleich legitimiert die Nutzung der SSI-cov für die Auswertung der Datensätze.

F.5 Untersuchung des Einflusses der Modellordnung

Es wird der Einfluss der gewählten maximalen Modellordnung bei der Berechnung der modalen Größen mit der SSI untersucht. Dazu werden drei verschiedene Modellordnungen, die in Tab. F.4 dargestellt sind, betrachtet. Grundsätzlich lässt sich festhalten, dass mit zunehmender Modellordnung mehr Moden gefunden werden, vgl. Ergebnisse für max. Modellordnung 80, bei der nicht alle Moden gefunden werden, mit höheren max. Modellordnungen. Dies führt allerdings auch zu zusätzlichen mathematischen Polen, sodass ein zusätzlicher Aufwand betrieben werden muss, um die ausgewählten Moden als physikalisch korrekt zu verifizieren. Weiterhin fällt auf, dass die Dämpfung mit zunehmender Modellordnung in fast allen Fällen abnimmt. Bei einer realen Struktur (Beispiel: Brücke mit langer Spannweite) empfehlen Brincker und Ventura (2015) eine Modellordnung von 60 – 100. Da erst bei einer Modellordnung von 100 alle relevanten Moden aus den Referenzergebnissen im Stillstand ermittelt werden, wird diese Modellordnung für die Identifikation genutzt. Diese Sensitivitätsstudie verdeutlicht, dass die Identifikation der Dämpfungen unsicherheitsbehaftet ist und von vielen Einflussfaktoren abhängt.

Tabelle F.4: Vergleich der identifizierten Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen für drei unterschiedliche Modellordnungen;
Messunsicherheit ist in einem Konfidenzintervall von 95 % angegeben

Drehzahl	Mode	Modellordnung		
		80	100	120
3900 /min		Frequenz		
	1	61.7 ± 1.8 Hz	62.6 ± 1.8 Hz	62.5 ± 1.8 Hz
	2	110.4 ± 1.9 Hz	109.5 ± 1.9 Hz	109.1 ± 1.9 Hz
	3	115.1 ± 1.8 Hz	115.5 ± 1.8 Hz	115.5 ± 1.8 Hz
	5	–	146.9 ± 2.3 Hz	146.8 ± 2.3 Hz
		Dämpfung		
	1	1.80 ± 0.74 %	1.06 ± 0.53 %	0.70 ± 0.53 %
	2	1.17 ± 0.48 %	1.06 ± 0.48 %	0.58 ± 0.48 %
	3	1.74 ± 0.74 %	0.83 ± 0.74 %	0.10 ± 0.10 %
	5	–	0.29 ± 0.29 %	0.15 ± 0.15 %
12360 /min		Frequenz		
	1	63.2 ± 1.7 Hz	63.3 ± 1.7 Hz	63.3 ± 1.7 Hz
	2	–	110.7 ± 1.7 Hz	110.8 ± 1.7 Hz
	4	–	126.6 ± 2.9 Hz	126.6 ± 2.9 Hz
	5	145.7 ± 1.8 Hz	145.0 ± 1.8 Hz	145.7 ± 1.8 Hz
		Dämpfung		
	1	0.17 ± 0.09 %	0.29 ± 0.08 %	0.27 ± 0.08 %
	2	–	0.38 ± 0.11 %	0.24 ± 0.11 %
	3	–	0.83 ± 0.72 %	0.61 ± 0.61 %
	5	0.94 ± 0.27 %	0.86 ± 0.23 %	0.86 ± 0.23 %

F.6 Polauswahl mit dem Multistage Clustering

In Tab. F.5 sind exemplarisch die identifizierten Eigenfrequenzen und Dämpfungen mit dem Multistage Clustering zur automatisierten Polauswahl für zwei Drehzahlen dargestellt. Anhand der Ergebnisse in Tab. F.5 ist zu erkennen, dass nur ein Teil der real vorliegenden Moden mit dem etablierten Clustering Verfahren identifiziert wird. Im Vergleich zum MSC identifiziert das FCM Clustering die modalen Größen für die Axialverdichterdaten noch unzuverlässiger. Eine ausführliche Darstellung beider Verfahren findet sich in Amer et al. (2022b). Harmonische, die nicht aus der Rotation des Rotors resultieren, üben einen starken Einfluss auf die Daten aus, sodass sie bei den Clustering Verfahren als physikalische Moden erkannt werden. Dies ist insbesondere darauf zurückzuführen, dass Harmonische die Eigenform von benachbarten Struktureigenfrequenzen annehmen und

Tabelle F.5: Vergleich der identifizierten Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen für das Clustering Verfahren MSC;
Messunsicherheit ist in einem Konfidenzintervall von 95 % angegeben

Drehzahl	Mode	Frequenz	Dämpfung
7800 /min	1	61.3 ± 1.8 Hz	1.15 ± 0.49 %
	3	112.9 ± 1.8 Hz	0.38 ± 0.14 %
12360 /min	1	63.3 ± 1.7 Hz	0.36 ± 0.08 %

somit schwieriger als unphysikalische Moden detektiert werden können. Für eine Anwendung dieser Verfahren im Zuge von rotierenden Maschinen sind daher die Kriterien auf geeignete Weise anzupassen. Eine Möglichkeit ist die Formulierung eines Kriteriums zum Vergleich der Eigenformen mit den Referenzergebnissen aus dem Stillstand im Rahmen des Clusterings. Ebenfalls sinnvoll erscheint das Training eines neuronalen Netzes mit als physikalisch deklarierten Moden im Betrieb; so können beispielsweise neue Kriterien identifiziert werden, die für die optimale Polauswahl geeignet sind. Auf eine Anpassung der Verfahren wird im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen. Die durchgeführten Arbeiten sollen aufzeigen, dass eine Anpassung der automatisierten Polauswahl für reale rotierende Maschinen notwendig ist.

F.7 Eigenformen aus den Betriebsmessungen

In diesem Abschnitt sind die mit Hilfe der OMA aus den Betriebsmessungen ermittelten Eigenformen abgebildet. Diese unterscheiden sich nicht grundlegend von den im Stillstand ermittelten Moden. Sie sind daher vielmehr der Vollständigkeit halber in Abb. F.2-F.6 dargestellt.

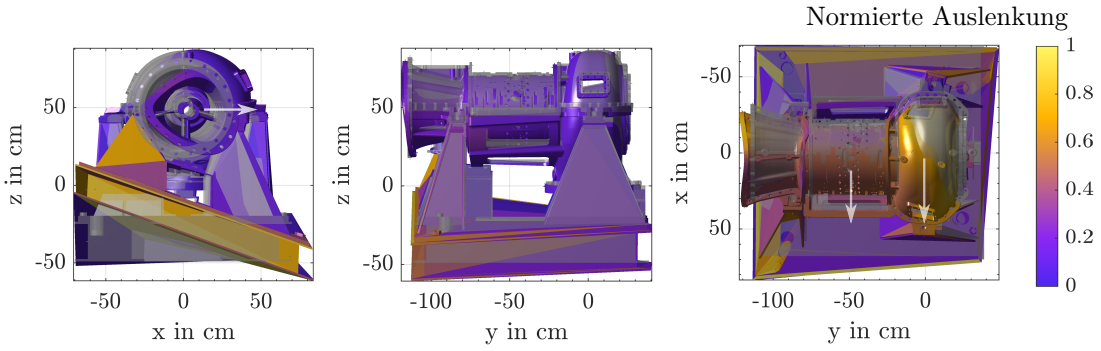


Abbildung F.2: Mode 1

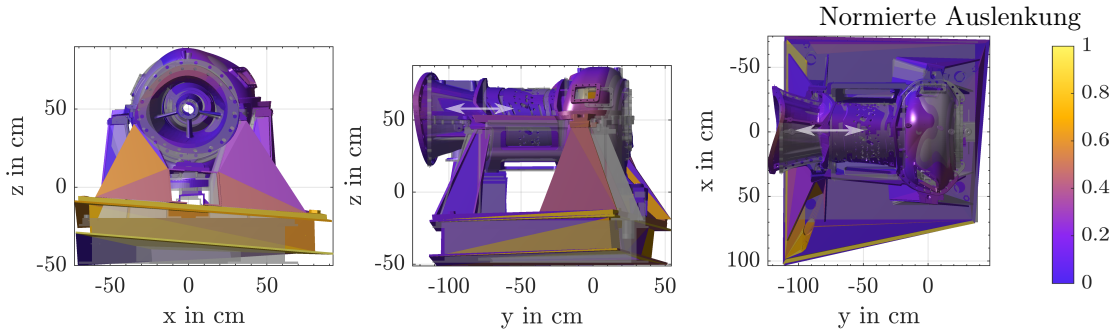


Abbildung F.3: Mode 2

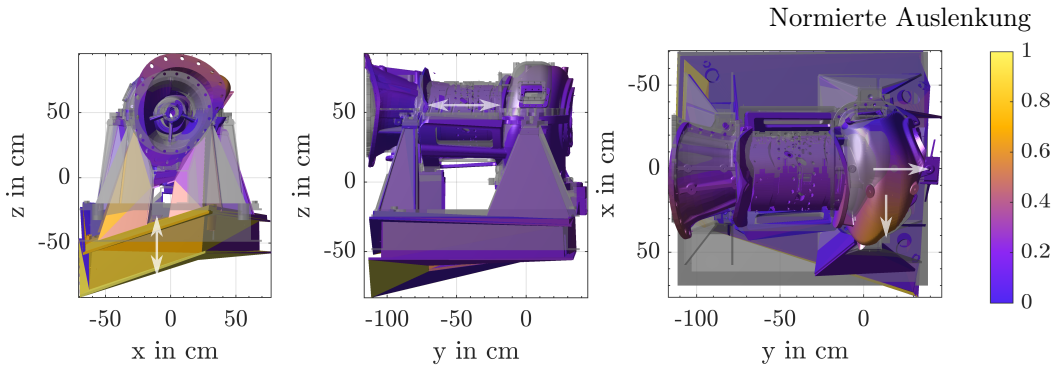


Abbildung F.4: Mode 3

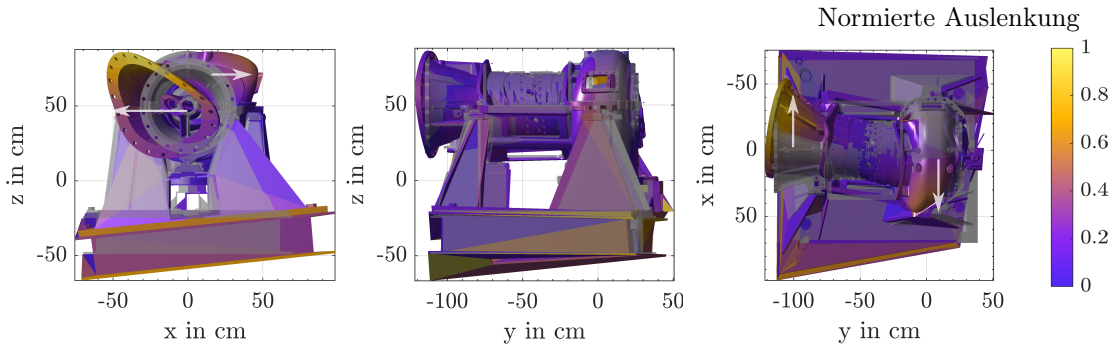


Abbildung F.5: Mode 4

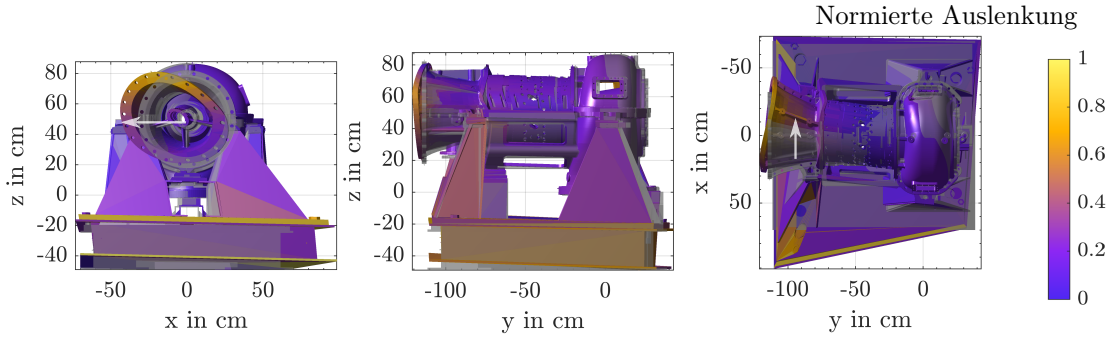
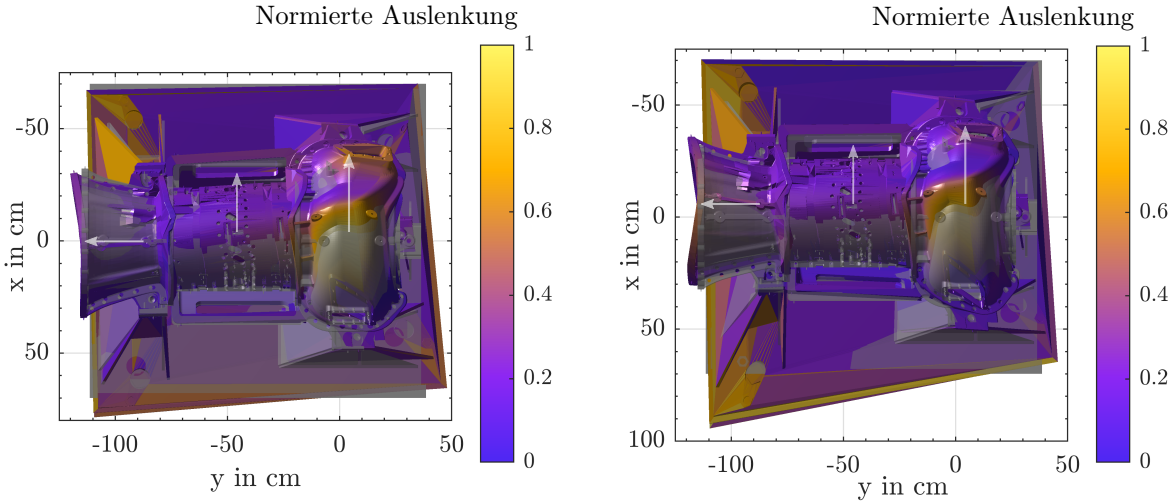


Abbildung F.6: Mode 5

F.8 Vergleich der Eigenformen zur Verifikation der Echtheit einer Mode

Für die untersuchte Drehzahl 14400 /min wird ein Satz modaler Parameter ermittelt, der frequenzmäßig zu Mode 3 passt. Da der dazugehörige Eigenvektor allerdings laut dem berechneten MAC-Wert eine geringe Korrelation mit den Eigenvektoren von Mode 3 für andere Drehzahlen aufweist, ist ein weiterer Vergleich für die Verifikation der Echtheit dieser modalen Parameter notwendig. Dafür ist nachfolgend ein Vergleich der beiden Eigenformen von Mode 3 ermittelt für 6600 /min, die eine hohe Korrelation mit den verbleibenden untersuchten Drehzahlen aufweist und für 14400 /min dargestellt. Es



(a) 6600 /min (b) 14400 /min

Abbildung F.7: Vergleich der Eigenform für Mode 3 bei (a) 6600 /min und (b) 14400 /min;
weiße, transparente Pfeile markieren die Bewegungsrichtung; graue, transparente Oberfläche kennzeichnet unausgelenkte Struktur

lässt sich erkennen, dass die Eigenbewegungen für beide Drehzahlen übereinstimmen. Somit ist das Kriterium zur Untersuchung der Korrelation verschiedener Eigenvektoren aufgrund der geringen räumlichen Auflösung im Experiment nicht hinreichend für die Verifikation und Klassifizierung ermittelter Moden. Die Visualisierung der Eigenformen kann als letzter Schritt in der Auswertung dafür genutzt werden, die Echtheit der Moden sowie die Zugehörigkeit eines ermittelten Parametersatzes zu einer Mode zu überprüfen. Da ein eindeutiger Skalierungsfaktor bei der Identifikation der modalen Parameter im Betrieb nicht ermittelt werden kann, ist die unterschiedliche Skalierung der Auslenkung zu vernachlässigen.

F.9 Gegenüberstellung verschiedener Methoden im Umgang mit Harmonischen

Die Ergebnisse bei Anwendung der in Tab. 5.1 aufgeführten Verfahren auf die Schwingungsdaten des Axialverdichters im Betrieb werden im Folgenden detailliert vorgestellt und diskutiert.

F.9.1 Statistische Verfahren

In diesem Abschnitt finden sich die Erkenntnisse zur Anwendung des Exzess-Kriteriums und der PDF für die Identifikation von Harmonischen.

Exzess

Der Exzess wird als Kriterium verwendet, um zu entscheiden, ob eine untersuchte Frequenz eine Harmonische repräsentiert. Es ist nicht auf drehzahlsynchrone Signale beschränkt und kann auch andere harmonische, deterministische Anregungen identifizieren. Dies ist anhand von Abb. F.8, die den gemittelten Exzess für eine Messung bei 3900 /min zeigt, verdeutlicht. Neben den drehzahlsynchronen Frequenzen bei 65 Hz und

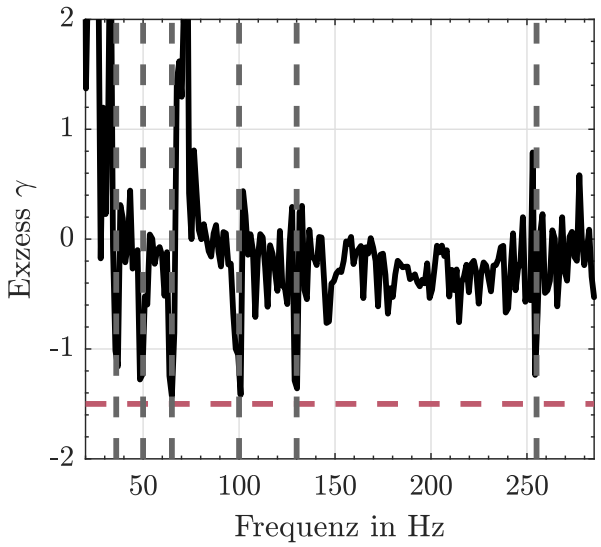


Abbildung F.8: Exzess über alle Sensoren gemittelt für eine Messung bei 3900 /min; rot gestrichelte Linie weist auf Exzess-Wert $\gamma = -1.5$ hin; graue gestrichelte Linien markieren Frequenzen mit $\gamma \approx -1.5$

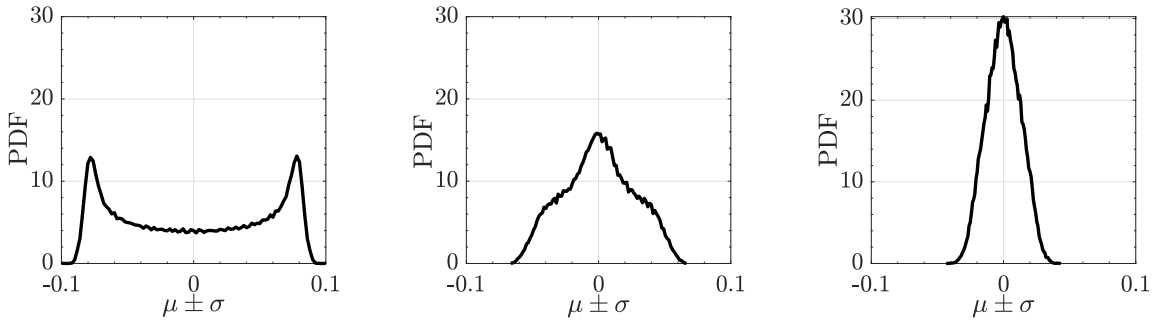
130 Hz werden zwei weitere Frequenzen bei 50 Hz und 100 Hz identifiziert. Diese gehen auf die Netzfrequenz zurück. Daneben ist noch ein Minimum bei 255 Hz zu sehen, das bei

einem Exzess-Wert von -1.24 liegt. Diese Frequenz ist die vierte Drehzahlharmonische. Auch bei 36 Hz wird ein Wert von -1.16 identifiziert, der gegenüber dem benachbarten Frequenzbereich hervorsticht.

Das Kriterium ist einfach auf die Daten anzuwenden und benötigt kein aufwändiges Pre-Processing. Problematisch ist die Tatsache, dass die Harmonischen in der Realität nicht immer die idealen mathematischen Bedingungen erfüllen. Daher ist die Klassifizierung von Frequenzen mit einem Exzess-Wert nahe -1.5, wie bspw. bei 36 Hz und 255 Hz, als Harmonische mit Interpretationsschwierigkeiten verbunden. Ein vergleichbares Verhalten ist auch für alle anderen untersuchten Drehzahlen zu beobachten. Zudem bleiben die Frequenzen der Harmonischen im Datensatz erhalten und können lediglich anhand der Kenntnis des Exzess-Wertes als Harmonische gekennzeichnet werden.

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Die PDF ist ein guter Indikator zur Unterscheidung von Strukturmoden und Harmonischen und bietet den Vorteil, dass sie zudem auch mathematische Pole im Stabilitätsdiagramm identifizieren kann. Exemplarisch sind für einen Datensatz gemessen bei 3900 /min in Abb. F.9 jeweils ein Beispiel für eine Harmonische, eine mathematische Mode und eine Strukturmode dargestellt. Es ist festzuhalten, dass dieses Kriterium bei



(a) 65 Hz (b) 100 Hz (c) 147 Hz

Abbildung F.9: Gegenüberstellung von drei exemplarischen PDF aus einem Datensatz gemessen bei 3900 /min (a) für eine Harmonische (b) für eine mathematische Mode und (c) für eine Strukturmode

den Verdichterdaten erfolgreich angewendet werden kann. Der Nachteil ist allerdings, dass die Abbildungen einzeln analysiert werden müssen und es auch Fälle geben kann, in denen die Zuordnung des Modentyps nicht eindeutig ist. Die Zuordnung bedarf einem hohen Aufwand und viel Erfahrung. Es mangelt bei diesem Verfahren daher an Möglichkeiten, dieses für die Identifikation von Harmonischen zu automatisieren, weshalb andere Verfahren vorzuziehen sind. Neue Entwicklungen aus dem Bereich der künstlichen Intelligenz könnten allerdings Ansätze liefern, um über Bilderkennungsalgorithmen ein neuronales Netz zu trainieren, welches die PDFs eindeutig zuordnet.

F.9.2 Pre-Processing

Im Nachgang werden die Ergebnisse mit den beiden Pre-Processing Methoden Filter und Cepstrum Editing Process vorgestellt.

Filter

Das Filtern der drehzahlsynchronen Frequenzen ist eine bekannte Methode, die auch in anderen Bereichen vielfach verwendet wird, z. B. um Frequenzen auszuschließen oder sich auf einen bestimmten Frequenzbereich zu fokussieren. Für das Filtern drehzahlsynchroner Antworten wird die gemittelte Drehzahl verwendet und neben der ersten Harmonischen auch Vielfache aus dem Signal gefiltert. Ein beispielhaftes Ergebnis für einen Datensatz gemessen bei 3900 /min ist in Abb. F.10 dargestellt. Das Filtern ist, wie sich

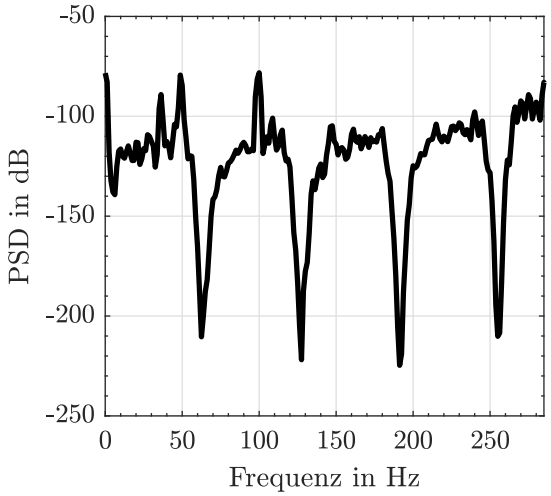
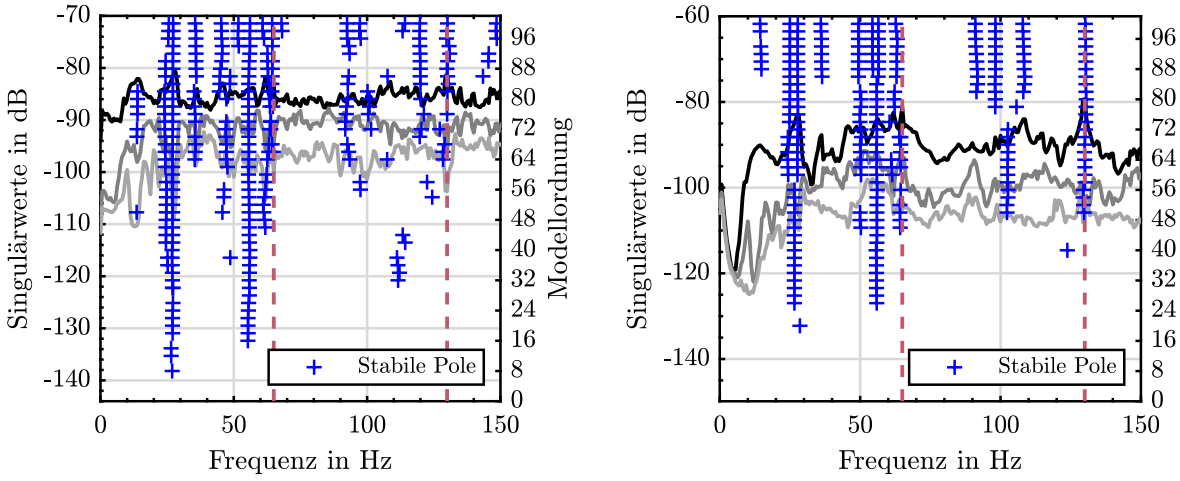


Abbildung F.10: Gemittelte PSD über alle Sensoren nach Durchführung des Filter-Prozesses für eine Messung bei 3900 /min

anhand der Abb. F.10 erkennen lässt, nicht für die anschließende Auswertung mit Hilfe eines OMA Verfahrens geeignet. Die resultierende PSD weist nach dem Filtern starke Einbrüche auf, die sich auch im benachbarten Frequenzbereich widerspiegeln und dazu führen, dass einerseits Eigenfrequenzen der Struktur, welche nah an den Harmonischen sind, nicht gefunden werden und andererseits zusätzliche mathematische Pole berechnet werden. Auf das Filtern wird nicht weiter eingegangen, da es für den Anwendungsfall ungeeignet ist.

Cepstrum

Nach Randall et al. (2012) beschränken sich Strukturfrequenzen oftmals auf einen Bereich geringer Quefrencies, sodass ein Filtern aller Quefrencies ab einem bestimmten Cut-off Wert zur Eliminierung der harmonischen Effekte führt. Das im Rahmen der Anwendung des Cepstrums definierte *Liftering* wird mit einem Exponential- und Rechteckfenster erprobt. Die sich daraus ergebenden Zeitsignale werden mit der SSI-cov ausgewertet und die entstehenden Stabilitätsdiagramme in Abb. F.11 dargestellt. Das Exponential-



(a) Rechteck-Lifter (b) Exponential-Lifter

Abbildung F.11: Nach dem Cepstrum Editing Prozess generierte Stabilitätsdiagramme mit dem (a) Rechteck-Lifter und (b) Exponential-Lifter bei einer Cut-Quefrency von 0.01 s;
rot gestrichelte Linien markieren Drehzahlharmonische bei 65 Hz und 130 Hz

fenster ist hier besser geeignet. Während die Rotorharmonische bei 65 Hz nicht mehr als stabil klassifiziert wird, sondern die für andere Drehzahlen identifizierte Eigenfrequenz bei 62 Hz als stabile Mode erkannt wird, bleibt der Einfluss der zweiten Erregerordnung bei 130 Hz nach wie vor bestehen. Dies gilt auch für das Rechteckfenster, wobei sich hier die Frequenz von Mode 1 bei einem Wert von 63 Hz stabilisiert. Es wurden verschiedene Cut-Quefrencies in einem Bereich von 0.001 s bis 1 s erprobt. Untersuchungen mit einem Kerbenlifter, der die Amplitude für ausgewählte Quefrencies, für die eine Harmonische erwartet wird und deren Vielfache zu Null setzt, ergeben keine besseren Resultate. Auf die Darstellung wird hier verzichtet. Herausfordernd für die Umsetzung mit dem Cepstrum können Drehzahlschwankungen und das hohe Niveau des Rauschens sein. Es lässt sich somit festhalten, dass das gewünschte Ziel mit den auf dem Cepstrum basierenden umgesetzten Verfahren nicht erreicht werden kann. Weitere Untersuchungen beispielsweise mit Hilfe einer Kombination von Kerbenlifter und einem der beiden dargestellten Fenster sind denkbar.

F.9.3 Erweiterte Verfahren

Als erweitertes Verfahren wird an dieser Stelle eine um den Einfluss Harmonischer ergänzte SSI nach Dong et al. (2014) betrachtet. Dafür wird die Frequenz der Rotation für das Verfahren vorgegeben. Diese wird allerdings nicht erfolgreich aus dem Stabilitätsdiagramm entfernt bzw. detektiert, wie sich anhand von Abb. F.12 erkennen lässt. Dort

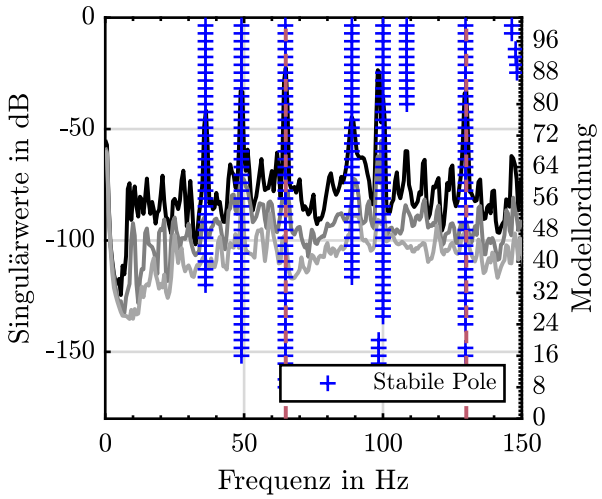
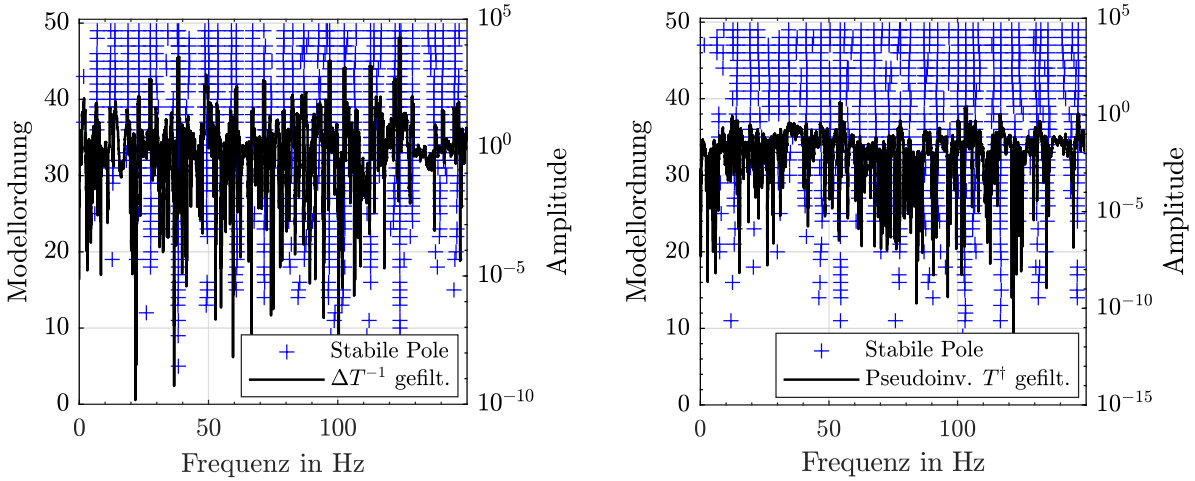


Abbildung F.12: Stabilitätsdiagramm nach Anwendung der SSI extended;
rot gestrichelte Linien markieren erste und zweite Drehzahlharmonische

sind für die beiden ersten Drehzahlharmonischen nach wie vor stabile Pole zu finden. Ein geringes SNR erschwert die Anwendung des Verfahrens. Hinzu kommen die Drehzahlschwankungen sowie der hohe Energiegehalt der Harmonischen, die die Identifikation dieser womöglich verhindern. Für den betrachteten Anwendungsfall ist das Verfahren in dieser Form daher ungeeignet.

F.9.4 Eingangsunabhängige Verfahren

Die TOMA wird als eingangsunabhängiges Verfahren erprobt. Devriendt et al. (2013) führen aus, dass analog zur inversen Deltafunktion der Transmissibility Funktionen auch ein Element der Pseudoinversen der Matrix $\boldsymbol{T}$, die die verschiedenen Transmissibility Funktionen enthält, für die Ermittlung der modalen Größen verwendet werden kann. Daher sind in Abb. F.13 zum einen das Stabilitätsdiagramm anhand einer inversen Deltafunktion $\Delta\boldsymbol{T}^{-1}$ (F.13a) und anhand eines exemplarischen Elements aus der Pseudoinversen von $\boldsymbol{T}$ (F.13b) dargestellt. Für die Berechnung der Transmissibility Funktionen wurden Datensätze von insgesamt vier Drehzahlen (3900, 6600, 7800 und 15390 /min) genutzt, die insgesamt vier verschiedene Lastzustände repräsentieren. Als Schätzverfahren für die Polstellen wurde ein in MATLAB implementiertes LSCE Verfahren verwendet. Da



(a) $\Delta \boldsymbol{T}^{-1}$ (b) $\boldsymbol{T}^{\dagger}$

Abbildung F.13: Stabilitätsdiagramme für die TOMA anhand (a) einer inversen Deltafuntkion $\Delta \boldsymbol{T}^{-1}$ und (b) eines Elements aus der Pseudoinverse der Matrix $\boldsymbol{T}$ ermittelt durch Lastzustände von vier verschiedenen Drehzahlen

die Trasmissibility Funktionen und damit auch die resultierenden inversen Deltafunktionen ein starkes Rauschverhalten aufweisen, wurde für die Darstellung im Stabilitätsdiagramm ein gleitendes Mittelwert Filter auf die jeweils betrachtete Funktion angewandt. Allgemein ist festzustellen, dass das starke Rauschen die Auswertung mit der TOMA erschwert. So sind in den Abb. F.13a und F.13b zahlreiche Polstellen zu finden, die sich anhand der Erfahrungswerte aus dem Stillstand und den Ergebnissen mit Hilfe anderer Auswerteverfahren im Rahmen der OMA nicht als Strukturmoden charakterisieren lassen. Diese scheinen daher mathematische Moden zu repräsentieren. Erschwerend kommt in der Auswertung hinzu, dass einige Eigenfrequenzen ein von der Anregung abhängiges Verhalten zeigen und die Annahme von linearem Verhalten nicht mehr zutrifft. Für die Auswertung mit den vier verschiedenen Drehzahldatensätzen wurden außerdem verschiedene Sensorpaarungen für die Erstellung der Transmissibility Funktionen betrachtet. Eine Nutzung von Sensoren am Eintritt erzielt dabei das beste Ergebnis. Dort sind auch die Auslenkungen in mehreren Strukturmoden am größten. Es wurden insgesamt fünf Sensoren für die Erstellung der Transmissibility Funktionen herangezogen. Eine Ausweitung auf weitere Sensoren ist denkbar, allerdings nicht Bestandteil dieser Arbeit, da es um eine erste Machbarkeitsstudie geht.

Die Ergebnisse sind in Tab. F.6 festgehalten. Die Auswertung wurde mit Hilfe der inversen Deltafunktion durchgeführt, da mit dieser Funktion mehr stabile Frequenzlinien gefunden werden, die nahe an den zuvor mit anderen Verfahren identifizierten Ergebnissen liegen. Eine Berechnung der Eigenvektoren ist mit diesem Verfahren ebenfalls möglich (Devriendt et al. 2013), darauf wird hier allerdings nicht weiter eingegangen.

Tabelle F.6: Ermittelte Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte mit der TOMA; Messunsicherheit in einem Konfidenzintervall von 95 % angegeben

Mehrere Drehzahlen		Abfahrt	
Frequenz	Dämpfung	Frequenz	Dämpfung
61.0 ± 1.7 Hz	0.74 ± 0.53 %	61.3 ± 1.7 Hz	1.85 ± 0.49 %
–	–	109.2 ± 1.8 Hz	2.32 ± 0.33 %
112.6 ± 1.8 Hz	0.22 ± 0.14 %	–	–
128.4 ± 2.8 Hz	0.82 ± 0.26 %	129.6 ± 2.8 Hz	1.80 ± 0.33 %

Eine weitere Auswertemöglichkeit mit Hilfe der TOMA beschreiben Weijtjens et al. (2014a), welche einen einzelnen Datensatz in verschiedene Segmente unterteilen, die bereits unterschiedliche Lastzustände repräsentieren. Diese sind z. B. bei einer Brücke aufgrund von sich ändernden Windverhältnissen ohnehin in einem Datensatz enthalten. In diesem Fall wird angenommen, dass die Drehzahlschwankung zu unterschiedlichen Lastzuständen führt. Mit diesem Ansatz werden Tests für Datensätze mit den beiden Drehzahlen 3900 /min und 15390 /min durchgeführt. Die Untersuchungen führen allerdings zu keiner Verbesserung der Ergebnisse, im Gegenteil werden einige Eigenfrequenzen, die mit dem Gesamtdatensatz bestehend aus verschiedenen Messdrehzahlen identifiziert werden, bei diesem Ansatz nicht gefunden. Schließlich wird ein Datensatz von einer Abfahrt der Maschine verwendet, der ebenfalls in unterschiedliche Segmente unterteilt wird. Die Ergebnisse sind in Tab. F.6 dargestellt. Diese stimmen auch mit den in Abschn. 7.7 gezeigten Ergebnissen überein. Darüber hinaus ist zum Vergleich das Stabilitätsdiagramm aus dem Datensatz der Maschinenabfahrt in Abb. F.14 gezeigt. Für

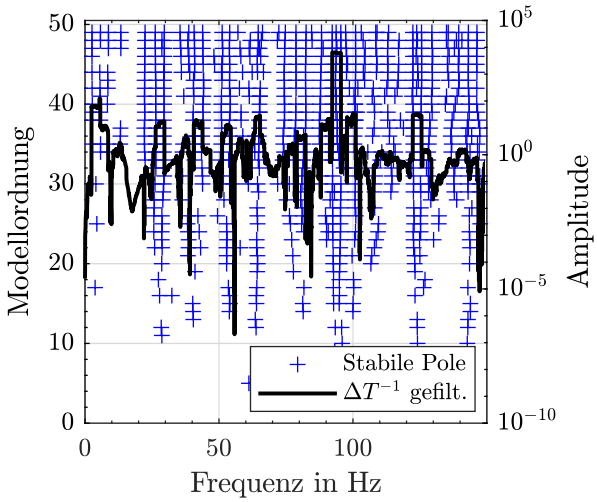


Abbildung F.14: Stabilitätsdiagramm für die TOMA aus einer Abfahrt der Maschine erstellt aus der $\Delta \boldsymbol{T}^{-1}$ Funktion

diesen Datensatz konnte keine gezielte Abhängigkeit von den verschiedenen Sensorpaa-

rungen auf die Güte der Ergebnisse festgestellt werden. Aus Konsistenzgründen wurden wie zuvor die ersten fünf Sensoren auf dem Eintritt herangezogen.

Abschließend ist festzuhalten, dass die Handhabbarkeit des Verfahrens sehr gut ist und beim Schätzen der modalen Parameter auf bewährte Verfahren zurückgegriffen werden kann. Dennoch ist eine vorherige Kenntnis der Zielgrößen notwendig, um eine sinnvolle Auswahl der stabilen Pole vorzunehmen. Es ist weiterhin anzumerken, dass es in der Literatur keine Anwendungen an realen Maschinen gibt, sodass dieses Verfahren noch weiteren Entwicklungsbedarf erfordert. Die generelle Funktionsfähigkeit des Verfahrens konnte allerdings bereits an einem synthetischen 3-DOF System, ähnlich wie in der Literatur anhand synthetischer Beispiele oder einfachen Versuchen unter Laborbedingungen, bestätigt werden. Das Verfahren scheint, nach den in dieser Arbeit gewonnen Erkenntnissen, in der Realität sensitiv auf ein geringes SNR zu reagieren. Diese Ergebnisse sind somit als erste Studie der TOMA an einer realen rotierenden Maschine zu werten und verdeutlichen gleichzeitig, dass für eine Anwendung an realen Strukturen noch Entwicklungsbedarf besteht.

F.10 Modellparameter des Reibdämpfer-Modells

In Tab. F.7 sind exemplarisch die mit dem Optimierungsalgorithmus identifizierten Modellparameter für die Darstellung des betriebspunktabhängigen Verhaltens von Mode 3 des Axialverdichters anhand eines Reibdämpfer-Modells mit einem JENKINS-Element dargestellt.

Tabelle F.7: Modellparameter des 1-DOF Systems unter Berücksichtigung von Reibdämpfung mit einem JENKINS-Element für Mode 3 des Axialverdichters

Parameter	Wert
k_d	1.4×10^7 N/mm
μN	1000 N
m	66 kg
k	3.4×10^7 N/mm
d	50 Ns/mm

G Vorgehensweise zur modalen Identifikation einer Turbomaschine

Nachfolgend soll eine praktische Anleitung gegeben werden, wie bei der modalen Identifikation von Turbomaschinen effizient vorgegangen werden kann. Das Vorgehen ist darüber hinaus schematisch in Abb. G.1 dargestellt.

1. Untersuchung der gesamten Struktur im Stillstand, um einen Referenzdatensatz zu erhalten. Nach Möglichkeit sollte der Rotor aus dem Gehäuse entfernt werden, damit er durch die undefinierte Position in den Lagern während der Stillstandsversuche keine Artefakte in den Übertragungsfunktionen verursacht. Die Anregung kann sowohl mit dem Modalhammer als auch mit einem Shaker erfolgen. Einige Hinweise sind wie folgt zu beachten:

   - Für die Verteilung der Beschleunigungssensoren und Anregungspositionen kann die Effective Independance Methode unter Ausnutzung der $\boldsymbol{QR}$ Zerlegung verwendet werden (Li et al. 2009).
   - Für die Untersuchung nichtlinearen dynamischen Verhaltens sollten je nach Größe der Struktur > 500 N Kraftanregung verwendet werden.
   - Eine Nutzung des LSCF Verfahrens zur Auswertung ist empfohlen.
   - Eine Plausibilisierung der Messung anhand der Kohärenz, der Zeitreihen von gemessener Eingangskraft und Beschleunigungen der Struktur ist durchzuführen. Die Übertragungsfunktion sollte weiterhin auf Artefakte oder starkes Rauschen untersucht werden.

2. Untersuchung der Struktur im Betrieb an unterschiedlichen charakteristischen Betriebspunkten.

3. Identifikation von Harmonischen anhand des Energiespektrums und Entfernung der drehzahlsynchronen Schwingungen anhand der Modellierung des harmonischen Signalanteils unter Verwendung der gemessenen Phaseninformation des Rotors.

4. Plausibilisierung der Daten – dieser Schritt sollte unbedingt erfolgen, bevor eine modale Identifikation durchgeführt wird, da fehlerhaft gemessene Kanäle zu einer Abweichung der real vorherrschenden dynamischen Bedingungen führen können.

Für die Plausibilisierung sollten die Zeitreihen der gemessenen Beschleunigung betrachtet werden sowie die spektrale Leistungsdichte der einzelnen Kanäle. Sind für einzelne Kanäle Artefakte, unterschiedliche Schwingungsniveaus oder ein anderes Verhalten im Vergleich zu den restlichen Sensoren ersichtlich, sollten die entsprechenden Sensoren von der Identifikation ausgeschlossen werden.

5. Nutzung der Stochastic Subspace Identification zur Identifikation der modalen Parameter. Über das Energiespektrum identifizierte zusätzliche Harmonische sollten nicht als Strukturmoden ausgewählt werden und bei der Auswahl aus dem Stabilitätsdiagramm ignoriert werden.
6. Vergleich der Eigenformen im Stillstand und Betrieb zur eindeutigen Zuordnung der ermittelten Ergebnisse zu einer Mode.
7. Nutzung modaler Indikatoren, um die Echtheit der Moden zu identifizieren bzw. zu validieren.
8. Nachverfolgen der Moden über einen längeren Zeitraum im Betrieb. Daraus ergibt sich eine Sensitivität der einzelnen modalen Größen und es kann daraus geschlossen werden, welche Größe für ein Monitoring des Systems geeignet ist.

Hinweise

- Sind die Eigenformen der Struktur noch unbekannt, lohnt es sich, einen Aufwand mit einer hohen räumlichen Auflösung anhand einer hohen Anzahl von Beschleunigungsaufnehmern zu betreiben (in Zukunft auch Laservibrometer oder Hochgeschwindigkeitskameras denkbar).
- Bei Strukturen vergleichbarer Größe ist primär der Frequenzbereich < 1000 Hz interessant. Je nach Lage der Biegeeigenfrequenz des Rotors sollte ein Frequenzbereich um diesen Wert für die Auswertung genutzt werden.
- Sollte Shaker Anregung für die Experimente im Stillstand gewählt werden, so sollten auch Stinger mit einem größeren Durchmesser als bei kleineren Strukturen üblich gewählt werden. Dies ist bei großen und schweren Strukturen, wie es z. B. stationäre Turbomaschinen darstellen, notwendig. Dies vermeidet unerwünschte Interaktionen zwischen Stinger und Struktur, die zu Artefakten in der Kraftübertragung führen können. Ein Durchmesser von 10 mm hat sich in den Versuchen am Axialverdichter bewährt.
- Eine Anregung in Fundamentnähe, z. B. an den Lagerstützen, hat sich bewährt. Von einer Anregung an Komponenten, die viele kleine Einzelteile aufweisen, wie z. B. der Leitschaufelträger in dem betrachteten Anwendungsfall, sollte vermieden werden.

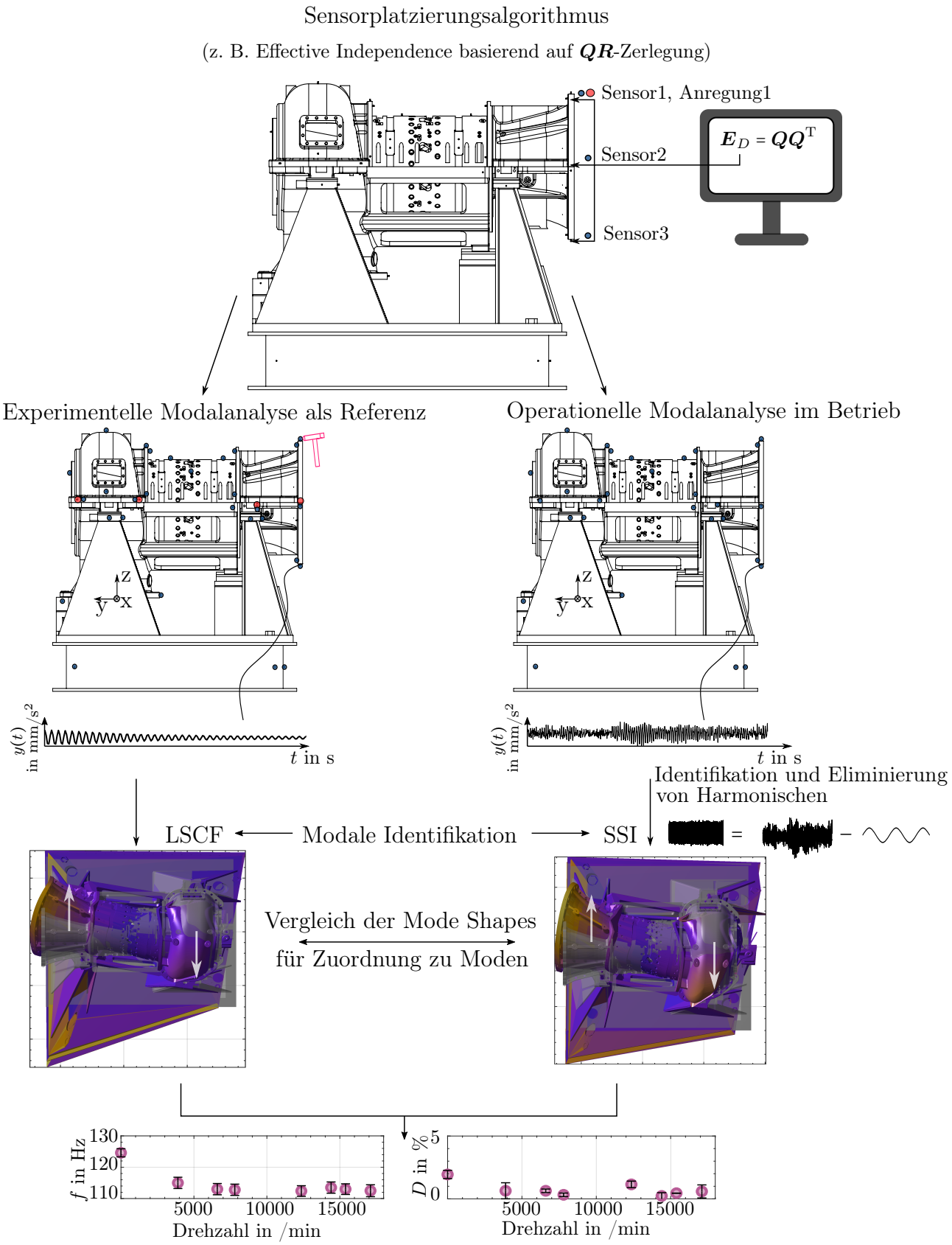


Abbildung G.1: Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur modalen Identifikation einer rotierenden Maschine

Wissenschaftlicher Werdegang

Persönliche Daten

Name	Mona Noura Amer
Geburtsdatum	1. September 1992
Geburtsort	Offenbach am Main

Berufstätigkeit

seit 2018	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik der Leibniz Universität Hannover

Ausbildung

seit 2018	Leibniz Universität Hannover Promotionsstudium Maschinenbau
2022	University of British Columbia Visiting Research Student
2015 - 2017	Technische Universität Darmstadt Abschluss: Master of Science Mechanik
2014 - 2015	Ecole Centrale de Lyon, Frankreich Auslandssemester
2011 - 2014	Technische Universität Darmstadt Abschluss: Bachelor of Science Maschinenbau
2002 - 2011	Adolf-Reichwein-Gymnasium Heusenstamm Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Hannover, im November 2023