

Der elektro-optisch parametrische Oszillator als neuartige Quelle  
frequenzstabiler kohärenter Strahlung

Dem Fachbereich Physik der  
Universität Hannover

zur Erlangung des Grades

**Doktor der Naturwissenschaften**

**Dr. rer. nat.**

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Phys. Andreas Wolf  
geboren am 21.11.1971 in Unna/Westfalen

2001

Referent: Prof. Dr. E. Tiemann

Korreferent: Prof. Dr. M. Lewenstein

Tag der Promotion: 15.01.2001

## Kurzzusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde das neuartige Konzept der elektro-optisch parametrischen Oszillation im Hinblick auf die Anwendung der effizienten Stabilisierung der Frequenz der Emission von Diodenlasern vorgestellt und untersucht.

Es wurde ein analytisches Modell zur Beschreibung dieser Oszillatoren formuliert, in dem die Eigenschaften der erzeugten Strahlung bezüglich Amplitude und Frequenz und bezüglich der Fluktuationen dieser Größen hergeleitet wurden. Es wurde diskutiert, durch welche Effekte die Frequenzstabilität des mit EOPOs erzeugten Lichts limitiert wird, und es wurden neuartige Verfahren beschrieben, diese Limitierungen zu überwinden. Zur Überwindung des verbleibenden Übersprechens der Frequenzfluktuationen des Pumplichts wurde das Prinzip der selbstinduzierten Stabilität (SIS), das auf einer Regelung der Frequenz des Pumplichts mit dem vom EOPO erzeugten Licht als aktivem Referenzsignal beruht vorgeschlagen und realisiert. Zur Überwindung des Einflusses von Effekten, die zu einer Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife des EOPOs führen, wurde die Anwendung des Verfahrens der Amplitudenmodulations-Spektroskopie (AMS) vorgeschlagen und realisiert.

Das große Potential des EOPO-Konzepts zur Frequenzstabilisierung der Emission von Diodenlasern wurde in gezielten Experimenten demonstriert. So wurde ausgehend von der Emission freilaufender Diodenlaser ein Schwebungssignal zwischen zwei unabhängig voneinander oszillierenden EOPOs mit einer spektralen Breite von 1,2 kHz vorgeführt. Es wurde in einer Computersimulation berechnet, daß dieses Ergebnis unter den experimentellen Randbedingungen mit regelnden Verfahren der Frequenzstabilisierung prinzipiell nicht reproduzierbar ist. Ausgehend von der Emission optisch vorstabilisierter Laserdioden wurde mit zwei unabhängig voneinander oszillierenden SIS-EOPOs ein Schwebungssignal mit einer spektralen Breite von nur 0,7 Hz erreicht. Damit wurde erstmals die Stabilisierung der Emission von Diodenlasern bis in den sub-Hertzbereich vorgeführt, einer Größenordnung, die bisher nur ausgehend von der Emission von Gas-, Farbstoff- und Festkörperlasern erreichbar schien.

Schlagworte zum Inhalt: Frequenzstabilisierung, Elektro-optisch parametrischer Oszillator, Laser

## Abstract

In this work the novel concept of the electro-optical parametric oscillation as a frequency stabilisation scheme was presented.

An analytical model was given that describes amplitude and frequency of the generated radiation. It was discussed by which effects the frequency stability of the light generated by the EOPO is limited. Novel approaches were described to overcome this limitations. In order to overcome the residual influence of frequency of the pump light on the frequency of the generated light the scheme of the self induced stability (SIS) was proposed and demonstrated. It is based on a control loop that stabilises the frequency of the pump light by making use of the generated light as an active reference signal. To overcome the influence of effects that can be considered as fluctuations of the phase shift of the signal in the oscillation loop, application of the novel concept of amplitude modulation spectroscopy (AMS) was invented.

The high potential of the EOPO-concept for stabilising the frequency of the output of diode lasers was demonstrated in experiments and compared with numerical calculations. A beat signal between the output of two independent diode pumped SIS-EOPOs with a spectral width of only 0,7 Hz was achieved. Thus the stabilization of the emission of diode lasers in the sub-hertz regime has been demonstrated for the first time.

Keywords to the content: frequency stabilisation, electro-optical parametric oscillator, laser

# Inhaltsverzeichnis

A	Einleitung	12
B	Überblick über Verfahren der Frequenzstabilisierung der Emission von Diodenlasern	15
	B1 Optische Methoden der Frequenzstabilisierung	15
	B2 Frequenzstabilisierung mit Hilfe von elektronischen Regelverfahren	20
	B3 Frequenzstabilisierung durch optische Oszillation	22
C	Beschreibung des elektro-optisch parametrischen Oszillators (EOPO)	24
	C1 Die elektro-optische Suszeptibilität	24
	C2 Der elektro-optisch parametrische Verstärker	26
	C3 Realisierung des elektro-optisch parametrischen Oszillators (EOPO)	28
	C4 Die elektro-optisch parametrische Oszillation als Verfahren der Frequenzstabilisierung	44
	C5 Das Prinzip der selbstinduzierten Stabilität (SIS)	51
	C6 AM-Spektroskopie (AMS)	58
	C7 Wechselwirkung des EOPOs mit äußeren Lichtfeldern	67
D	Experimentelle Realisierung und Untersuchung von elektro-optisch parametrischen Oszillatoren (EOPOs)	73
	D1 Realisierung eines einfachen EOPOs	73
	D2 Erzeugung von kohärenter optischer Strahlung mit einem inkohärent gepumptem EOPO	79
	D3 Erzeugung sehr schmalbandigen Lichts mit SIS-EOPOs	85
	D4 Stabilisierung der Frequenz der EOPO-Emission mittels Heterodyn Amplitudenmodulations-Spektroskopie (HAMS)	88
	D5 Injektions-Synchronisation der Emission von EOPOs	94
	D6 Vierwellen-Mischung in EOPOs	100

E Zusammenfassung und Ausblick	105
F Literatur	107
Anhänge	114
A1 Beschreibung von optischen Signalen mit Phasen- und Frequenzfluktuationen	114
A2 Nichtlineare Eigenschaften von Phasenregelkreisen	119
A3 Diskussion der Näherung in C. 59	123
A4 Technische Details der experimentellen Aufbauten	125

# Liste der zur Bezeichnung physikalischer Größen verwendeten Symbole

<i>BW</i> :	Bandbreite
	$BW_{Kon}$ EOPO-Kontrollbandbreite
	$BW_{Sync}$ Synchronisationsbandbreite
<i>d</i> :	Dicke des Mediums/ des EOM
<i>D</i> :	Diskriminatorsteilheit
<i>E</i> :	elektrische Feldstärke
	$E_{ab}$ vom Resonanzgebilde des EOPOs abgestrahltes Feld
	$E_{ab0}$ Amplitude des vom Resonanzgebilde des EOPOs abgestrahlten Felds
	$E_{ab00}$ Amplitude des vom Resonanzgebilde des EOPOs abgestrahlten Felds in Abwesenheit von äußeren in den EOPO injizierten Feldern
	$E_{ab0,s}$ stationärer Wert der Amplitude des vom Resonanzgebilde des EOPOs abgestrahlten Felds
	$E_{aus}$ von einem Resonator abgestrahltes Feld
	$E_{ausg}$ aus einem el.-opt. param. Verstärker emittiertes Feld
	$E_{ausg0}$ Amplitude des aus einem el.-opt. param. Verstärker emittierten Felds
	$E_{ein}$ in einen Resonator eingestrahlttes Feld
	$E_{eing}$ in einen el.-opt. param. Verstärker eingestrahlttes Feld
	$E_{eing0}$ Amplitude des in einen el.-opt. param. Verstärker eingestrahltten Felds
	$E_{inj}, E_{inj,i}$ von außen in einen EOPO injizierte Lichtfelder
	$E_{inj0}, E_{inj,i0}$ Amplituden von von außen in einen EOPO injizierten Lichtfeldern
	$E_m$ moduliertes Pumpfeld
	$E_{m0}$ Amplitude des modulierten Pumpfelds
	$E_{M,auß}$ von außen am Ort des Mediums angelegtes Feld
	$E_{M,opt}$ optisches Feld am Ort des Mediums
	$E_{M,ges}$ Gesamtfeld am Ort des Mediums
	$E_{pd}$ Feld am Ort einer Photodiode
	$E_{pu}$ Pumpfeld
	$E_{pu0}$ Amplitude des Pumpfelds

- $E_{pu0,s}$  stationärer Wert der Amplitude des Pumpfelds  
 $E_{res}$  im Resonator gespeichertes Feld  
 $E_{res0}$  Amplitude des im Resonator gespeicherten Felds  
 $E_{SB}$  Feld des Seitenbands erster Ordnung  
 $E_{SB0}$  Amplitude des Felds des Seitenbands erster Ordnung  
 $E_{SB,i}$  Feld des Seitenbands i-ter Ordnung  
 $E_{SB,i0}$  Amplitude des Felds des Seitenbands i-ter Ordnung  
 $E_{schw}$  Schwell-Pumpfeldstärke eines EOPOs
- $f$ : Fourierfrequenz  
 $f_{mod}$  Modulationfrequenz  
 $f_{reg}$  Eckfrequenz eines Reglers  
 $f_{Stör}$  Modulationsfrequenz einer Störgröße
- $F$ : Transferfunktion  
 $F_{2S}$  Transferfunktion für die Phase des resonanzseitigen Seitenbands zweiter Ordnung  
 $F_{ampl}$  Transferfunktion für Fluktuationen der Feldamplitude  
 $F_{ES}$  Transferfunktion für die Phase des elektronische Signals  $\mathbf{j}_{ES}$   
 $F_{ges}$  Transferfunktion für die Phase des im Resonator gespeicherten Felds  $\mathbf{j}_{ges}$   
 $F_{ges,klein m}$  Transferfunktion für die Phase des im Resonator gespeicherten Felds  $\mathbf{j}_{ges}$  für  $m \ll 1$   
 $F_{ges, sis}$  Transferfunktion für die Phase des im Resonator gespeicherten Felds eines SIS-EOPOs  
 $F_{ges, sis, schleife}$  Transferfunktion für die Phase des im Resonator gespeicherten Felds eines SIS-EOPOs unter Ausnutzung des Signals in der Oszillationsschleife  
 $F_{pd}$  Transferfunktion für die Phase des Schwebungssignals im Photostrom  $\mathbf{j}_{pd}$   
 $F_{reg}$  Transferfunktion zur Beschreibung eines Reglers  
  
 $F_{res}$  Transferfunktion zur Beschreibung eines Resonators  
 $F_{SB}$  Transferfunktion für die Phase des resonanten Seitenbands  $\mathbf{j}_{SB}$   
 $F_{SB,klein m}$  Transferfunktion für die Phase des resonanten Seitenbands  $\mathbf{j}_{SB}$  für  $m \ll 1$   
 $F_{SB, sis}$  Transferfunktion für die Phase des resonanten Seitenbands eines SIS-EOPOs  
 $F_{SB, sis, schleife}$  Transferfunktion für die Phase des resonanten Seitenbands eines SIS-EOPOs unter Ausnutzung des Signals in der Oszillationsschleife



- $F_{Sync}$  Transferfunktion zur Beschreibung der Injektions-Synchronisation
- $F_{vor}$  Transferfunktion für die Phase des Pumplichts, dessen Phase mit SIS-Methoden vorstabilisiert wurde
- $F_{vor,schleife}$  Transferfunktion für die Phase des Pumplichts, dessen Phase mit SIS-Methoden unter Ausnutzung des Signals in der Oszillationsschleife vorstabilisiert wurde
- $F_t$  Transferfunktion zur Beschreibung der Schleifenumlaufzeit  $\tau$
- $h$ : Plancksches Wirkungsquantum
- $I$ : Strom
- $I_{pd}$  Photostrom
- $I_{pd0}$  Amplitude des Wechselstromanteils des Photostroms
- $L$ : Länge des Mediums/ des EOM
- $m$ : Amplitude der Lichtphasenmodulation (Modulationsindex)
- $m_s$  stationärer Wert des Modulationsindex
- $m_i$  Amplitude der Lichtphasenmodulationen durch von außen in den EOPO eingestrahlte Felder
- $M$ : Modulatoreigenschaft
- $n_0$ : Brechungsindex des Mediums in Abwesenheit äußerer Felder
- $P$ : Leistung
- $P_{ab}$  Ausgangsleistung eines EOPOs
- $P_{mas}$  Leistung des Masterfelds
- $P_{sla}$  Leistung der Emission eines Slave-EOPOs
- $P_M$ : Polarisation des Mediums
- $q$ : Konversionsfaktor einer Photodiode
- $S$ : spektrale Rauschdichte
- $S_{E,pu}$  Leistungsdichte des Pumplichts
- $S_j$  Phasenrauschdichte
- $S_{j,ges}$  Phasenrauschdichte des im Resonator gespeicherten Felds
- $S_{j,pu}$  Phasenrauschdichte des Pumplichts
- $S_n$  Frequenzrauschdichte
- $S_{n,ab}$  Frequenzrauschdichte des vom EOPOs abgestrahlten Felds
- $S_{n,QL}$  quantenlimitierte Frequenzrauschdichte
- $S_{n,pu}$  Frequenzrauschdichte des Pumplichts
- $S/N$ : Signal-zu-Rauschverhältnis

- $S/N_{HAMS}$  Signal-zu-Rauschverhältnis bei HAMS
- $t$ : Zeit
- $T$ : Leistungstransmission durch Resonatorspiegel
- $U$ : Spannung  
 $U_{pd}$ : Spannung, erzeugt durch einen Photostrom
- $V$ : Verstärkung
- $a$ : Amplitude einer relativen Amplitudenmodulation  
 $a_{RAM}$  relative residuale Amplitudenmodulation
- $b$ : Sättigungsparameter
- $c$ : Suszeptibilität  
 $c^1$  lineare Suszeptibilität  
 $c^2$  quadratische Suszeptibilität  
 $c^3_{eo}$  kubische elektro-optische Suszeptibilität
- $dE$ : Fluktuation einer elektrischen Feldstärke  
 $dE_{ab0}$  Fluktuation der Amplitude des abgestrahlten Felds  
 $dE_{pu0}$  Fluktuation der Amplitude des Pumpfelds
- $dm$ : Fluktuation des Modulationsindex
- $dV$ : Fluktuation der Verstärkung
- $dj$ : Fluktuation einer Signalphase  
 $dj_{ab}$  Fluktuation der Phase des vom EOPO erzeugten Lichts  
 $dj_{AMS}$  Amplitude der Phasenmodulation der Anregung der Resonanz bei AMS  
 $dj_{inj}$  Fluktuation der Phase des in den EOPO injizierten Lichts  
 $dj_{rel}$  Fluktuation der Phasendrehung des Signals während eines Umlaufs durch die Oszillationsschleife  
 $dj_{rel, t}$  Fluktuation der Phasendrehung durch Fluktuation der Schleifenumlaufzeit  
 $dj_{rel, trans}$  Fluktuation der Phasendrehung aufgrund transversaler Effekte  
 $dj_{rel, RAM}$  Fluktuation der Phasendrehung aufgrund von RAM  
 $dj_{RPM, RAM, rel}$  Amplitude der Phasenmodulation des resonanten Seitenbands durch RAM-bedingte RPM relativ zum Referenzfeld  
 $dj_{RPM, RAM, abs}$  absolute Amplitude der Phasenmodulation des resonanten Seitenbands durch RAM-bedingte RPM

- $dj_{RPM,t,rel}$**  Amplitude der Phasenmodulation des resonanten Seitenbands durch laufzeitbedingte RPM relativ zum Referenzfeld
- $dj_{RPM,t,abs}$**  absolute Amplitude der Phasenmodulation des resonanten Seitenbands durch laufzeitbedingte RPM
- $dn$** : Differenz zwischen Trägerfrequenzen; Frequenzfluktuation
- $dn_{ab}$**  Frequenzfluktuation des vom EOPO erzeugten Lichts
- $dn_{pu}$**  Differenz zwischen Trägerfrequenzen  $\nu_{pu}$  und  $\nu_{res}$
- $dn_{Pump}$**  EOPO-Pumpfrequenzdifferenz
- $dn_{res}$**  Differenz zwischen der Frequenz einer Resonanz und der Frequenz des anregenden Lichts
- $Dt$** : Zeitdauer eines einfachen Umlaufs des Lichts im Resonator
- $Dj$** : Lichtphasenverschiebung im EOM
- $Dn$** : spektrale Breite eines Signals oder einer Resonanz
- $Dn_{ab}$**  spektrale Breite der Emission eines EOPOs
- $Dn_{DL}$**  spektrale Breite der Emission eines Diodenlasers
- $Dn_{fil}$**  Resonanzbreite eines Filter-Resonators
- $Dn_{pu}$**  spektrale Breite des Pumplichts
- $Dn_{Res}$**  Resonanzbreite der Frequenzreferenz des EOPOs
- $dt$** : Fluktuation der Schleifenumlaufzeit
- $dt_{el}$** : Fluktuation der Signallaufzeit durch die elektronische Verstärkerkette
- $e_0$** : dielektrische Feldkonstante
- $y$** : Modulationsphase
- $y_{AMS}$**  Phasenlage des Phasenmodulation der Anregung einer Resonanz bei AMS
- $y_{aus}$**  Phasenlage der Trajektorie des im Resonator gespeicherten Felds bei AMS
- $y_{RPM,RAM}$**  Phasenlage der RAM-bedingten RPM relativ zur Modulation der elektronischen Verstärkung
- $y_{RPM,t}$**  Phasenlage der laufzeitbedingten RPM relativ zur Modulation der elektronischen Verstärkung
- $j$** : Signalphase
- $j_{2S}$**  Phase des resonanzseitigen Seitenbands zweiter Ordnung
- $j_{ab}$**  Phase des vom EOPO erzeugten Lichts
- $j_{aus}$**  Phase eines von einem Resonator abgestrahlten Felds

- $\mathbf{j}_{ausg}$  Phase des aus einem el.-opt. param. Verstärker emittierten Felds
- $\mathbf{j}_{ein}$  Phase eines in einen Resonator eingestrahlten Felds
- $\mathbf{j}_{ES}$  Phase des elektronische Signals  $\mathbf{j}_{ES}$  am Lichtphasenmodulator
- $\mathbf{j}_{ges}$  Phase des im Resonator gespeicherten Felds
- $\mathbf{j}_{inj}, \mathbf{j}_{inj i}$  Phasen von von außen in einen EOPO injizierten Lichtfeldern
- $\mathbf{j}_{k,...ki...}$  Phase unter der Mischprodukte auftreten
- $\mathbf{j}_m$  Phase des modulierten Pumplichts
- $\mathbf{j}_{pd}$  Phase des Schwebungssignals im Photostrom
- $\mathbf{j}_{pu}$  Phase des Pumplichts
- $\mathbf{j}_{rel}$  Phasendrehung des Signals während eines Umlaufs durch die Oszillationsschleife
- $\mathbf{j}_{res}$  Phase des im Resonator gespeicherten Felds
- $\mathbf{j}_{SB}$  Phase des resonanten Seitenbands
- $\mathbf{j}_{vor}$  Phase des Pumplichts, dessen Phase mit SIS-Methoden vorstabilisiert wurde
- $\mathbf{j}_{vor,schleife}$  Phase des Pumplichts, dessen Phase mit SIS-Methoden unter Ausnutzung des Signals in der Oszillationsschleife vorstabilisiert wurde
- $\mathbf{l}$ : Wellenlänge im Vakuum
- $\mathbf{n}, \mathbf{n}_0$ : Trägerfrequenz
- $\mathbf{n}_{ausg}$  Frequenz des aus einem el.-opt. param. Verstärker emittierten Felds
- $\mathbf{n}_{eing}$  Frequenz des in einen el.-opt. param. Verstärker eingestrahlten Felds
- $\mathbf{n}_i$  instantane Frequenz eines Signals
- $\mathbf{n}_{inj}, \mathbf{n}_{inj i}$  Frequenzen von von außen in einen EOPO injizierten Lichtfeldern
- $\mathbf{n}_{pu}$  Frequenz des Pumplichts
- $\mathbf{n}_{Pump}$  EOPO-Pumpfrequenz
- $\mathbf{n}_{res}$  Resonanzfrequenz eines Resonators
- $\mathbf{t}$ : Schleifenumlaufzeit
- $\mathbf{t}_{el}$ : Signallaufzeit durch die elektronische Verstärkerkette

## A Einleitung

Im optischen und infraroten Spektralbereich werden heute Lichtfelder mit extrem niedrigen Frequenzrauschen für viele wissenschaftliche und technische Anwendungen benötigt. Dies sei an wenigen Beispielen verdeutlicht:

- i) Der Nachweis von Gravitationswellen wird in Kürze durch die optische Abfrage des Weglängenunterschieds in den Armen großer ausgeklügelter Interferometer erwartet [ABR 92, DAN 94]. Dabei liegen die erwarteten Auslenkungen weit in sub-atomaren Größenordnungen. Der Einsatz von Lasersystemen, deren Emission außergewöhnlich niedriges Frequenzrauschen aufweist, ist dabei unerlässlich [BON 96].
- ii) Die genauesten optischen Frequenzstandards stehen an der Schwelle der relativen Unsicherheit von  $10^{-16}$  [OAT 00]. Zur Realisierung solch genauer Frequenzstandards ist die Benutzung von Abfrageoszillatoren erforderlich, deren Emission über Zeiträume von einigen Sekunden eine sehr hohe Frequenzstabilität aufweist.
- iii) In Laser-Gyroskopen wird der Sagnac-Effekt [POS 67], die Veränderung der Umlaufzeit des Lichts in einem Ringresonator durch Rotation ausgenutzt, der dazu führt, daß es zwischen zwei in gegensinnigen Richtungen umlaufenden Laserfeldern im Resonator zu einem Schwebungssignal mit einer von Null verschiedenen Frequenz kommt. Mit den empfindlichsten dieser Geräte ist man heute bereits in der Lage, die Schwankungen der Geschwindigkeit der Erddrehung zu beobachten und daraus zu einem vergleichsweise frühen Zeitpunkt Informationen über zu erwartende Erdbeben zu gewinnen [STE 95].
- iv) Die Übertragungsrate in der kohärenten optischen Datenkommunikation läßt sich umso mehr erhöhen, je rascher die einzelnen Bits, die beispielsweise als Phasensprünge des Lichts kodiert sind, dekodierbar aufeinanderfolgen dürfen. Um eine möglichst hohe Übertragungsrate zu erreichen, ist es notwendig, das Frequenzbeziehungsweise Phasenrauschen des verwendeten Lichts zu minimieren [KAZ 86].

Diese repräsentativen Beispiele mögen verdeutlichen, wie sehr die Verfügbarkeit von Strahlungsquellen mit frequenzstabiler Emission heute und mehr noch in der Zukunft auf vielen Gebieten eine Voraussetzung für weitere Entwicklung ist.

Es stehen heute mit Gas-, Farbstoff- und Festkörperlasern Lichtquellen zur Verfügung, deren Emission nach Eliminierung von technischem Rauschen eine Linienbreite aufweisen kann, die weit im sub-Hertz Bereich liegt. So gelang es 1988 Ch. Salomon et al ein Schwebungssignal zwischen zwei nicht synchronisierten He-Ne Lasern zu zeigen, dessen spektrale Breite nur 50 mHz betrug [SAL 88]. Uehara et al zeigten 1993 ein Schwebungssignal von 193 mHz Breite für stabilisierte diodenlasergepumpte Nd: YAG Ringlaser [UEH 93]. Die Frequenzstabilisierung der Emission zweier Farbstofflaser mit einem resultierenden Schwebungssignal von 0.6 Hz Linienbreite wurde 1999 von Young et al vorgeführt [YOU 99]. Diese Lichtquellen sind jedoch in aller Regel nur sehr eingeschränkt abstimbar und kommen deshalb für eine Reihe von Anwendungen nicht in Frage. Darüber hinaus ist der Betrieb solcher Laser in technischer und wirtschaftlicher Hinsicht in den meisten Fällen recht aufwendig.

Heute stehen Diodenlaser zur Verfügung, deren Emission den gesamten roten und nahinfraroten Spektralbereich fast lückenlos überspannt. Diodenlaser mit blauer Emission sind ebenfalls seit einiger Zeit kommerziell erhältlich. Die Frequenzrauschdichte der Emission von Diodenlasern ist jedoch aufgrund der bauartbedingt geringen Güte ihrer Resonatoren viel höher als die der Emission von Gas-, Farbstoff- und Festkörperlasern. Als weitere Folge erstreckt sich die hohe Frequenzrauschdichte über eine viel größere Bandbreite bis zu Fourierfrequenzen von einigen GHz. Die effiziente Frequenzstabilisierung der Emission von Diodenlasern ist darum ein ungleich schwierigeres Problem als die Stabilisierung der Emission von Lasern, die bereits von Resonatoren hoher Güte Gebrauch machen, so wie es für Gas-, Farbstoff- und Festkörperlaser der Fall ist. Ziel dieser Arbeit ist es, Beiträge auf dem Gebiet der Frequenzstabilisierung der Emission von Diodenlasern zu liefern.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut:

Im Teil B dieser Arbeit wird ein knapper Überblick über bereits bekannte Verfahren zur Reduktion des Frequenzrauschens der Emission von Diodenlasern gegeben. Das

Hauptaugenmerk liegt dabei auf den Mechanismen, die die Wirkung dieser Verfahren limitieren.

In Teil C wird das neuartige Konzept des elektro-optisch parametrischen Oszillators (EOPO) vorgestellt. Es wird ein analytisches Modell zur Beschreibung der Dynamik dieses Oszillators entwickelt. Dabei werden die Eigenschaften seiner Emission bezüglich Frequenz und Amplitude diskutiert. Die Zusammenhänge für die Fluktuationen dieser beiden Größen von den Fluktuationen des Pumplichts werden ebenfalls analytisch behandelt. Im Anschluß wird das EOPO-Konzept als Verfahren zur Frequenzstabilisierung von Licht diskutiert. Dabei wird besonders auf die limitierenden Effekte eingegangen. Zur Überwindung der gefundenen Limitierungen werden neuartige Methoden zur Erweiterung des EOPO-Konzepts vorgestellt und diskutiert. Sie beruhen auf dem Prinzip der selbstinduzierten Stabilität (SIS) einerseits und auf der Anwendung von Amplitudenmodulations-Spektroskopie (AMS) andererseits. Im letzten Kapitel dieses Theorieteils wird die Wechselwirkung von EOPOs mit äußeren Lichtfeldern behandelt.

Im Teil D werden Experimente mit EOPOs beschrieben. Anhand der Ergebnisse dieser Experimente werden die im Teil C hergeleiteten Erwartungen bezüglich der Eigenschaften der Emission der Oszillatoren überprüft und weitgehend verifiziert. Es wurden im Rahmen dieser Experimente Schwebungssignale zwischen den von unabhängigen EOPOs emittierten Feldern erzeugt. Die spektrale Breite dieser Schwebungssignale betrug 1,2 kHz bei EOPO-Betrieb ausgehend von der Emission freilaufender Diodenlaser und 0,7 Hz bei EOPO-Betrieb ausgehend von der Emission von Diodenlasern mit optischer Rückkopplung. In einem weiteren Experiment wurde inkohärent angeregter EOPO-Betrieb vorgeführt und untersucht.

Im Teil E werden die Inhalte dieser Arbeit zusammengefaßt, und es werden Möglichkeiten zur Anwendung elektro-optisch parametrischer Oszillatoren aufgezeigt.

Die analytischen Zusammenhänge zwischen Frequenz- und Phasenrauschen optischer Signale mit den zugehörigen optischen Spektren und mit Schwebungssignalen sind im Anhang 1 dieser Arbeit zusammengestellt.

## **B Überblick über Verfahren der Frequenzstabilisierung der Emission von Diodenlasern**

Die Emission freilaufender Laserdioden<sup>1</sup> weist Linienbreiten von typischerweise mehr als 1 MHz auf. Da für viele Anwendungen wesentlich schmalbandigeres Licht benötigt wird, wurden bereits in der Vergangenheit zahlreiche Konzepte zur Linienbreitenreduktion, das heißt zur Reduktion des Frequenzrauschens des von Diodenlasern emittierten Lichts, erprobt. In diesem Kapitel wird ein Überblick über solche Verfahren gegeben, deren Frequenzreferenz eine passive Resonanz ist, wie sie etwa durch atomare Ensembles oder durch optische Resonatoren gegeben ist. Es geht also um die *Erzeugung* von frequenzstabilen Signalen in Abgrenzung gegenüber solchen Verfahren, die bereits vorhandene optische Signale als Referenz zur Stabilisierung der Frequenz und Phase der Emission von Diodenlasern nutzen, die also die *Reproduktion* von frequenzstabilen Signalen bezwecken.

In diesem Teil der Arbeit werden einerseits rein optische Verfahren der Frequenzstabilisierung diskutiert. Sie beruhen auf der Reinjektion von Licht in den Diodenlaser. Andererseits werden Methoden, die auf elektronischer Regelung basieren, besprochen. Praktische und fundamentale Limitierungen der Reduktion des Frequenzrauschens mit Hilfe dieser Verfahren werden diskutiert. Sie werden zu einem späteren Zeitpunkt bei der Besprechung der neuartigen Ansätze dieser Arbeit aufgegriffen.

### **B1 Optische Methoden der Frequenzstabilisierung**

Wird Licht in einen eingeschwungenen Laserresonator injiziert und weicht seine Frequenz ausreichend wenig von der Frequenz der freilaufenden Oszillation ab, so kommt es zu einer vollständigen Synchronisation der Frequenz und der Phase des injizierten und des vom Laser

---

<sup>1</sup> Unter „freilaufenden“ Laserdioden werden hier und im folgenden Laserdioden ohne zusätzliche Maßnahmen zur Frequenzstabilisierung verstanden.



emittierten Felds. Dies ist nicht nur für Laser, sondern für Oszillatoren aller Art der Fall und wurde von R. Adler 1946 erstmals analysiert [ADL 46]. Für optische Oszillatoren wurde der Effekt der Injektions-Synchronisation 1966 erstmals für einen He-Ne Laser vorgeführt [STO 66]. Eine quantitative Darstellung der Injektions-Synchronisation von Diodenlasern, die die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Verstärkung im Halbleitermaterial [HEN 82] berücksichtigt, findet man in [MOR 85]. In praktischen Realisierungen der Injektions-Synchronisation von Diodenlasern mit von außen eingestrahlten Feldern lassen sich die Fluktuationen der instantanen Frequenz des emittierten Lichts relativ zur instantanen Frequenz der Injektion im Fourierfrequenzbereich unterhalb von einigen hundert MHz unterdrücken.

Soll die Frequenzstabilisierung nicht bezüglich eines zusätzlichen Signals, sondern bezüglich einer passiven Referenz erfolgen, so muß die Emission des Diodenlasers selbst reinjiziert werden. Zu diesem Zwecke gibt es verschiedene Ansätze.

Der konsequenteste Ansatz besteht darin, die Austrittsfläche des Diodenlasers zu entspiegeln und den Laserresonator mit einem externen Spiegel wieder zu schließen. Die Resonatorgüte, daß Verhältnis zwischen optischer Frequenz und Resonanzbreite, ist bei konstant gehaltenen Verlusten proportional zur Länge des Resonators. Um eine Oszillation ohne das Auftreten von chaotischen Phasenfluktuationen im erzeugten Licht zu gewährleisten, muß die Restreflektivität der Austrittsfläche außerordentlich gering sein, was in der Praxis nur schwer zu gewährleisten ist [GOL 82]. Mit diesem Verfahren wurden Linienbreiten in der Größenordnung von 10 kHz realisiert [MAT 85].

Wird die Austrittsfläche des Diodenlasers nicht hochgradig entspiegelt, darf nur ein kleiner Bruchteil des emittierten Lichts reinjiziert werden. Man bezeichnet solche Verfahren üblicherweise als optische Rückkopplung. Im einfachsten Fall wird hierzu das an einem Spiegel [GOL 82] oder an einem optischen Gitter [ITO 80] reflektierte Licht benutzt. So wurden Linienbreiten von unter 100 kHz erreicht. Wird in den Rückkoppelpfad ein optischer Resonator in Transmission eingebracht, resultiert eine spektrale Filterung des reinjizierten Lichts, was zu einer zusätzlichen Reduktion des Frequenzrauschens des emittierten Lichts führen kann [DAH 87]. Mit solchen Aufbauten wurde Licht mit Linienbreiten von unter 10 kHz erzeugt [Li 89, Li 90]. Neben interferometrischen Referenzen können auch

schmalbandige atomare Resonanzen zur spektralen Filterung des reinjizierten Lichts benutzt werden [CUN 94, SHE 98].

Allen optischen Verfahren der Frequenzstabilisierung gemeinsam ist die hohe Bandbreite der Rauschunterdrückung, die typischerweise mehrere hundert MHz beträgt und damit deutlich größer als die spektrale Breite der Emission freilaufender Laserdioden ist. Dies führt dazu, daß, wie in Anhang 1 diskutiert wird, nahezu die gesamte optische Leistung in einer schmalen spektralen Komponente konzentriert werden kann. Der Reduktion der Frequenzrauschdichte der Emission von Diodenlasern bei niedrigen Fourierfrequenzen um mehr als 4 Größenordnungen mit rein optischen Mitteln stehen jedoch technische Hindernisse entgegen. Aus diesem Grund werden zusätzlich zu optischen Verfahren der Frequenzstabilisierung oftmals elektronische Verfahren zur weiteren Frequenzstabilisierung angewendet.

## **B2 Frequenzstabilisierung mit Hilfe von elektronischen Regelverfahren**

Ebenso wie bei den rein optischen Methoden kann bei den elektronischen Methoden der Frequenzstabilisierung die passive Frequenzreferenz durch eine Resonanz eines atomares Ensembles oder eines optischen Resonators gegeben sein.

Zur Realisierung eines Regelverfahrens wird die Abweichung der Emissionsfrequenz von der Sollfrequenz auf ein Fehlersignal abgebildet. Die Verfahren zur Frequenzdiskriminierung lassen sich grob unterteilen:

- I) Eine Gruppe von Verfahren beruht auf der Abhängigkeit der Absorption beziehungsweise Transmission von der Frequenz des abfragenden Lichts (Flankendemodulation). Das Fehlersignal wird entweder durch Vergleich der Leistung der Abstrahlung der Resonanz mit der gesamten eingestrahnten Lichtleistung [BAR 73] oder mit der Leistung der Abstrahlung einer passend gewählten zusätzlich abgefragten Resonanz erzeugt (balancierte Flankendemodulation [TEL 89]).

- II) Ein anderer Angang besteht darin, dem abfragenden Licht eine Modulation aufzuprägen und aus der resultierenden Modulation der Anregung der Resonanz die Frequenz des abfragenden Lichts relativ zur Resonanzfrequenz zu ermitteln. Dies kann erfolgen, indem die Frequenz des abfragenden Lichts über die Linienmitte der Resonanz hinweg moduliert wird und die Leistung der Abstrahlung der Resonanz ausgewertet wird (Wellenlängenspektroskopie). Ein Fehlersignal mit der gewünschten ungeraden Symmetrie bezüglich der Resonanzfrequenz kann aus der Fundamentalen beziehungsweise der dritten Harmonischen der Leistung der Abstrahlung der Resonanz gewonnen werden [WAL 72]. Die umgekehrte Strategie, Modulation der Amplitude des abfragenden Lichts und Auswertung der resultierenden Frequenz- beziehungsweise Phasenmodulation der Anregung der Resonanz (Amplitudenmodulations-Spektroskopie, AMS), ist bislang nicht berücksichtigt worden. Sie wird im Kapitel C6 dieser Arbeit vorgestellt.
- III) Schließlich gibt es Verfahren, die ein Fehlersignal durch Messung der relativen Phase zwischen abfragendem Licht und der Anregung der Resonanz gewinnen. Im Fourierfrequenzbereich unterhalb der Bandbreite der Resonanz resultiert diese Phase aus den dispersiven Eigenschaften der Resonanz. Im Fourierfrequenzbereich oberhalb der Bandbreite der Resonanz gibt diese Phase unmittelbar die Fluktuation der Phase des abfragenden Lichts wieder, da die Abstrahlung der Resonanz über die entsprechend kurzen Zeiträume hinweg eine Frequenz- und Phasenreferenz darstellt. Die Abbildung der relativen Phase auf den Polarisationszustand von Licht wird im Hänsch-Couillaud-Verfahren [HÄN 80] realisiert, während die Abbildung der Phase auf die Amplitudenmodulation von Licht in der Frequenzmodulations- (FM-) Spektroskopie [BJO 80] realisiert wird. Für die Anwendung der FM-Spektroskopie auf optische Resonatoren [SCH 82] ist die Bezeichnung Pound-Drever-Hall-Verfahren [DRE 83] gebräuchlich.

Das erzeugte Fehlersignal wird schließlich an das System zurückgeführt, das heißt, die Regelschleife wird geschlossen, so daß es gemäß der Regelverstärkung zu einer Unterdrückung des Fehlersignals kommt<sup>1</sup>. Dies kann entweder dadurch geschehen, daß die Parameter des Diodenlaserbetriebs (Temperatur, Pumpstrom, Leistung und Frequenz von Pumplicht [BOD 00a]) manipuliert werden oder durch Gegenmodulation mit laserexternen Elementen [HAL 84, ZHU 93].

---

<sup>1</sup> Die Grundlagen und die Terminologie der Regelungstechnik sind zum Beispiel in [MAN 89] dargestellt.

## B2.1 Limitierungen dieser Verfahren

Die Limitierungen der elektronischen Regelverfahren zur Frequenzstabilisierung von Licht relativ zu einer passiven Referenz sind hinsichtlich von drei wesentlich verschiedenen Aspekten zu diskutieren:

Zuerst ist danach zu fragen, inwiefern aus auftretenden Frequenzfluktuationen des abfragenden Lichts ein Fehlersignal erzeugt werden kann. Für die in Absatz I und III im vorigen Abschnitt angesprochenen Verfahren ist dies im Prinzip breitbandig möglich. Im Fourierfrequenzbereich oberhalb der Resonanzbreite werden die Frequenzfluktuationen des abfragenden Lichts einfach integrierend (-20 dB/Dekade) für Heterodynverfahren und doppelt integrierend (-40 dB/Dekade) für Homodynverfahren auf das erzeugte Fehlersignal abgebildet. Ein sinnvolles Fehlersignales kann nur innerhalb des Fourierfrequenzbereichs erzeugt werden, in dem die Leistungsdichte des erzeugten Fehlersignal größer ist als die Leistungsdichte des dem Fehlersignal überlagerten Rauschens<sup>1</sup>. In Verfahren die auf Modulation des abfragenden Lichts beruhen (Absatz II), ist die Bandbreite der Erzeugbarkeit eines sinnvollen Fehlersignals prinzipiell durch die halbe Modulationsfrequenz limitiert (Abtast-Theorem). Wird die Modulationsfrequenz über die Resonanzbreite hinaus erhöht, so reduziert sich das erzeugte Fehlersignal im gesamten Fourierfrequenzbereich um -20dB/Dekade (bezüglich der Modulationsfrequenz) für Heterodynverfahren und um -40dB/Dekade für Homodynverfahren. Somit ist die Bandbreite, in der ein sinnvolles Fehlersignal erzeugt werden kann, wiederum durch das Signal-zu-Rauschverhältnis im Fehlersignal mitbestimmt.

Zweitens kann man danach fragen, wie gut sich das Fehlersignal ausregeln läßt, das heißt, wie groß die Regelverstärkung gewählt werden darf, ohne daß es zum Auftreten von Regelschwingungen kommt. Neben den Limitierungen der Bandbreite und der Verstellgeschwindigkeit der Stellelemente spielen Limitierungen durch die Laufzeit in der Regelschleife eine Rolle. Ein allgemeingültiges Kriterium zur Beurteilung der Stabilität von geregelten Systemen wird durch das Nyquistkriterium gegeben. Seine Aussage besteht vereinfacht ausgedrückt darin, daß ein Regler stabil arbeitet, wenn die Phasendrehung eines Signals in der Regelschleife bei der Fourierfrequenz, bei der die Regelverstärkung den Wert 1 hat, kleiner als  $180^\circ$  ist [MAN 89].

---

<sup>1</sup> Dieses „Rauschen“ soll in Abgrenzung zu den Anteilen des Fehlersignals verstanden werden, die die erwünschte Information des Fehlersignals enthalten.

Schließlich muß danach gefragt werden, inwiefern einer Unterdrückung des Fehlersignals in der Regelschleife tatsächlich eine Unterdrückung der Frequenzfluktuationen des zu stabilisierenden Lichts relativ zur Frequenzreferenz entspricht. Daß dies nur mit Einschränkungen der Fall ist, liegt daran, daß in der Praxis das Fehlersignal nicht ausschließlich aus den gemessenen Frequenzfluktuationen des zu stabilisierenden Lichts besteht, sondern in additiver und multiplikativer Weise modifiziert wird. Solche additiven Beiträge zum Fehlersignal gehen gemäß der Resonanzbreite und gemäß der Regelverstärkung in Frequenzfluktuationen des zu stabilisierenden Lichts über. Multiplikative Einwirkungen auf das Fehlersignals sind geeignet, über die Erzeugung von Mischprodukten ebenfalls Rauschen im zu stabilisierenden Licht zu generieren.

Bei allen im vorangehenden Abschnitt angesprochenen Verfahren zur Gewinnung eines Fehlersignals bestehen Quellen von additiven Beiträgen zum Fehlersignal in dem Rauschen der elektronischen Verstärker in der Regelschleife und in dem Schrotrauschen, das infolge der quantisierten Konversion von Licht in elektrischen Strom auf der Photodiode auftritt.

Eine Quelle additiver Beiträge zum Fehlersignal bei der Anwendung von FM-Spektroskopie ist durch die residuale Amplitudenmodulation (RAM) beziehungsweise durch Fluktuationen der Amplitude dieser Modulation gegeben [BJO 80].

Strahlrichtungsfluktuationen des abfragenden Lichts können additive Beiträge zum Fehlersignal erzeugen, wenn die Frequenzreferenz durch eine Resonanz eines optischen Resonators gegeben ist. Im Falle der unbalancierten Flankendemodulation erfolgt dies mittels Fluktuationen der in den Resonator eingekoppelten Leistung. Im Falle der Verfahren, die die Phasenverschiebung zwischen abfragendem Licht und Anregung der Resonanz zur Gewinnung des Fehlersignals nutzen, können Strahlrichtungsfluktuationen des abfragenden Lichts zu additiven Beiträgen im Fehlersignal führen, falls das abfragende Licht von einer reinen gaußschen Mode abweichende transversale Eigenschaften hat, wie es für die Emission von Diodenlasern in aller Regel der Fall ist [BEI 97]. Dieser Effekt soll zur sprachlichen Vereinfachung anhand eines einfachen Beispiels beschrieben werden.

Das abfragende Licht habe eine transversale Feldverteilung gemäß einer  $TEM_{01}$  Mode, daß heißt, sie besteht aus zwei gegenphasig schwingenden Bäuchen (Bauch 1, Bauch 2), die durch eine Knotenlinie voneinander getrennt sind, an der die Feldamplitude verschwindet und sich

die optische Phase um  $\pi$  ändert. Die Frequenz des abfragenden Lichts koinzidiere mit der Resonanzfrequenz der transversalen Grundmode des optischen Resonators. Lichtstrahl und Resonator seien so justiert, daß die Anregung der Resonanz gemäß der Phasenlage von Bauch 1 des abfragenden Lichts erfolgt. Die räumliche Propagation des am Resonator reflektierten Referenzfelds und der reflexionsseitigen Abstrahlung des Resonators erfolge zunächst so, daß es an dem Ort, an dem der Phasenvergleich zwischen diesen beiden Feldern stattfindet (Polarisationsdetektor beziehungsweise Photodiode), zur Überlagerung von Bauch 1 des reflektierten Lichts mit dem vom Resonator abgestrahlten Licht kommt. Es komme im folgenden zu einer Fluktuation der Strahlrichtung des abfragenden Lichts, die zur Folge hat, daß die transversalen Eigenschaften bei der Anregung der Resonanz unverändert bleiben, es bei dem Phasenvergleich aber zur Überlagerung der Abstrahlung des Resonators mit Bauch 2 des Referenzfelds kommt. In der ermittelten relativen Phase wird dies als Sprung um  $\pi$ , entsprechend einer vermeintlichen Verstimmung zwischen Resonanzfrequenz und Frequenz des anregenden Lichts um einen halben freien Spektralbereich des Resonators interpretiert. Eine Verallgemeinerung des in diesem Beispiel beschriebenen Phasensprungs in der Regelschleife durch Strahlrichtungsfluktuationen zu kontinuierlichen Phasenverschiebungen in der Regelschleife erfolgt durch Berücksichtigung transversaler Moden mit radialen Symmetrieeigenschaften.

Zur multiplikativen Modulation des Fehlersignals kommt es bei allen angesprochenen Verfahren zur Gewinnung eines Fehlersignals durch Schwankungen der Amplitude des abfragenden Lichts beziehungsweise durch Schwankungen der Amplitude der Anregung der Resonanz. Letztere kann beim Versuch der Stabilisierung der breitbandigen Emission von Diodenlasern auf eine schmalbandige Resonanz mit unzureichender Kontrollbandbreite recht groß sein.

Die additiven und multiplikativen Beiträge zum Fehlersignal sind als Ursache dafür anzusehen, daß eine Stabilisierung der Emission von Diodenlasern mit elektronischen regelnden Verfahren mit resultierenden Linienbreiten von weniger als 44 Hz [SHE 98] bislang nicht vorgeführt wurden<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Nach allem Gesagten ist klar, daß allein eine Untersuchung des Restfehlersignals der geschlossenen Regelschleife keine Aussagen über die spektralen Eigenschaften des stabilisierten Lichts ermöglicht, was jedoch in der Vergangenheit vielfach suggeriert wurde (vergleiche zum Beispiel [SHI 90]).

Um dennoch Licht mit sehr großer Frequenzstabilität zu generieren, bietet es sich einerseits an, mehrstufige Konzepte zu verwenden: Das Problem des breitbandigen Frequenzrauschens kann durch die Filterwirkung eines optischen Resonators angegangen werden, und die dadurch erzeugte Amplitudenmodulation kann ausgeregelt werden, bevor die nächste frequenzstabilisierende Reglerstufe wirksam wird. Derart aufwendige Verfahren zur Stabilisierung der Frequenz der Emission von Diodenlasern sind bislang noch nicht publiziert worden. Im Rahmen dieser Arbeit wird hingegen die Idee verfolgt, die Wirkungsweise solcher mehrstufiger Konzepte der regelnden elektronischen Frequenzstabilisierung durch einen optischen Oszillator zu realisieren.

### **B3 Frequenzstabilisierung durch optische Oszillation**

Als ein außerordentlich geeignetes Verfahren zur Abfrage der Frequenz passiver Resonanzen kann die optische Oszillation aufgefaßt werden, die auf dem Wechselspiel von spektraler Filterung, Amplitudenstabilisierung, Verstärkung und Sättigung beruht. Die beiden bekanntesten Typen optischer Oszillatoren sollen kurz aus diesem Blickwinkel heraus betrachtet werden:

I) *Laser*: Das in seiner Frequenz zu stabilisierende Licht ist gegeben durch die breitbandige Emission durch spontane Übergänge zwischen zwei Niveaus eines atomaren Ensembles. Dieses atomare Ensemble befindet sich in einem thermischen Ungleichgewicht, so daß die Zustandsbesetzung in dem energetisch höherliegenden Niveau größer ist als in dem energetisch niedriger liegenden Niveau (Inversion). Die spontane Emission koppelt in die longitudinalen und transversalen Moden eines optischen Resonators ein und erfährt so eine räumliche und spektrale Filterung. Jedesmal wenn der Lichtweg das atomare Ensemble passiert, kommt es zu stimulierter Emission, also zu phasenrichtiger Verstärkung des umlaufenden Felds. Infolge der Entdämpfung der Resonanzen steigt ihre Güte, und die spektrale Breite der gespeicherten Feldkomponenten sinkt. Im stationären Laserbetrieb ist die Leistung des umlaufenden Felds so groß, daß es die Inversion genauso schnell abbaut wie es der invertierende Prozeß (Pumpe) kompensieren kann. Diese Sättigung hat stets auch homogene Anteile, das heißt, Inversion, die durch Licht einer bestimmten Frequenz abgebaut worden ist, steht auch zur Verstärkung von

andereren spektralen Komponenten des Lichts nicht mehr zur Verfügung. Hierdurch kommt es zur räumlich-spektralen Kondensation des Felds im Resonator in der Mode, in der das Feld maximale Verstärkung erfährt.

- II) *Optisch parametrischer Oszillator (OPO)*: Ähnlich wie ein Laser arbeitet ein OPO: Ein Medium wird von Pumplicht durchstrahlt. Aufgrund der nichtlinearen Abhängigkeit der elektronischen Polarisation in dem Medium von der lokalen Feldstärke kommt es zur breitbandigen Emission und zur Verstärkung der parametrischen Fluoreszenz. Die räumliche und die spektrale Filterung der erzeugten Strahlung wird wiederum durch einen optischen Resonator realisiert. Der Abbau des Pumplichts stellt den homogenen Sättigungsmechanismus eines OPOs dar, durch den es ebenso wie beim Laser zur spektralen Kondensation der Emission in einer entdämpften Resonatormode kommt.

Die Frequenz der Emission von Lasern und einfach-resonanten OPOs weist eine Stabilität relativ zur Eigenfrequenz ihres Resonators auf, die außerordentlich hoch sein kann und die in vielen Fällen durch das Quantenlimit gemäß der Formel von Schawlow und Townes [SCH 58] gegeben ist.

Ein oszillatorisches Konzept zur Frequenzstabilisierung, das auf der Emission von Diodenlasern basiert, ist mit dem elektro-optisch parametrischen Oszillator (EOPO) gegeben [TEL 97]. Sein Funktionsprinzip hat Analogien zur auf Vier-Photonen-Wechselwirkung basierenden optisch parametrischen Oszillation (VOPO) [FRA 73]. Eine im Vergleich zu dieser weitaus größere Anwendbarkeit resultiert jedoch daraus, daß die relevante Suszeptibilität nicht durch eine Materialeigenschaft gegeben ist, sondern unter Benutzung elektronischer Komponenten passend gewählt werden kann. Die Beschreibung und Vorführung des EOPOs als eine neuartige Quelle frequenzstabiler kohärenter Strahlung stellt den Schwerpunkt der anschließenden theoretischen und experimentellen Untersuchungen der vorliegenden Arbeit dar.



## **C Beschreibung des elektro-optisch parametrischen Oszillators (EOPO)**

In diesem Teil der Arbeit wird das neuartige Konzept des EOPOs vorgestellt und untersucht. In Analogie zur Beschreibung rein optischer Systeme werden zunächst die Mechanismen der elektro-optischen Suszeptibilität und der elektro-optisch parametrischen Verstärkung eingeführt. Der auf diesen Mechanismen basierende Oszillator, der EOPO, wird anschließend beschrieben.

Es werden die Bewegungsgleichungen der elektro-optisch parametrischen Oszillation angegeben und daraus die Eigenschaften des erzeugten Lichts bezüglich Frequenz und Amplitude hergeleitet. Es wird diskutiert, durch welche Effekte die Frequenzstabilität des erzeugten Lichts limitiert wird, und es werden Strategien zur Überwindung dieser Limitierungen beschrieben. Die bei der Wechselwirkung von EOPOs mit äußeren Feldern zu erwartenden Effekte, Injektions-Synchronisation und Vierwellen-Mischung, werden im letzten Kapitel dieses Teils der Arbeit beschrieben.

### **C1 Die elektro-optische Suszeptibilität**

Ein Schema zur Erzeugung von Polarisation in einem Medium mit elektro-optischen Methoden ist in Abbildung 1 dargestellt. Auf eine Photodiode fällt Pumplicht der Feldstärke  $E_{pd}$  und erzeugt den Photostrom

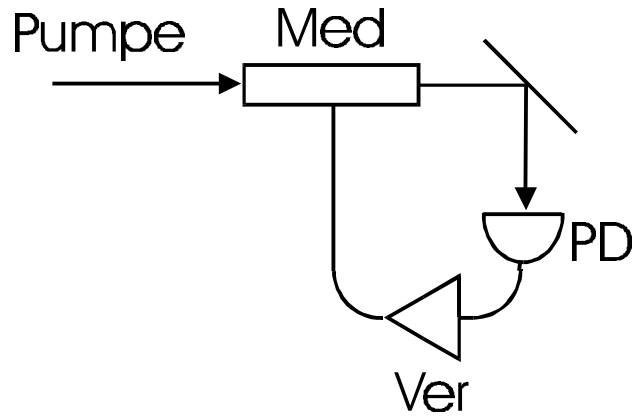
$$I_{pd} = q |E_{pd}|^2. \quad ^1 \tag{C.1}$$

Der Faktor  $q$  gibt die Konversionseffizienz des Betragsquadrats des Felds in Strom an. Der Photostrom wird durch einen Verstärker (Verstärkung  $V$ ) in die Spannung  $U_{pd}$  konvertiert:

$$U_{pd} = V I_{pd}. \tag{C.2}$$

---

<sup>1</sup> In dieser Arbeit werden optische Felder im allgemeinen als ebene Wellen und im Rahmen linearer Transformationen als komplexe Größen beschrieben.



**Abb 1: Aufbau zur Realisierung elektro-optischer Suszeptibilität, Med: Medium. PD: Photodiode, Ver: elektronischer Verstärker**

Diese Spannung wird an ein Medium der Dicke  $d$  angelegt, das von dem Pumplicht durchstrahlt wird. Im Medium kommt es also zur Überlagerung des Lichtfelds  $E_{M,opt}$  mit dem von außen angelegten Feld

$$E_{M,au\beta} = U_{pd}/d. \quad (C.3)$$

Das Gesamtfeld im Medium ist also gegeben durch

$$E_{M,ges} = E_{M,opt} + E_{M,au\beta}. \quad (C.4)$$

Die lokale Abhängigkeit der Polarisation von der elektrischen Feldstärke in einem Medium ist im allgemeinen nicht linear. Zur Beschreibung der hier interessierenden Effekte berücksichtigen wir den linearen und den quadratischen Term der Potenzreihendarstellung der Polarisation:

$$P_M = \epsilon_0 (\mathbf{c}^1 + \mathbf{c}^2 E_{M,ges}) E_{M,ges}. \quad (C.5)$$

Die komplexen Größen  $\mathbf{c}^1$  und  $\mathbf{c}^2$  stellen die lineare beziehungsweise quadratische Suszeptibilität des Mediums dar. Die Polarisation im Medium, ausgedrückt in den optischen Feldern auf der Photodiode und im Medium, erhält somit die Form

$$P_M = \epsilon_0 \left( \mathbf{c}^1 E_{M,opt} + (\mathbf{c}^2 Vq/d) E_{M,opt} |E_{pd}|^2 + \dots \right). \quad (C.6)$$

Neben dem linearen Term, der die Polarisation des Mediums durch das es durchstrahlende Licht beschreibt, tritt ein weiterer Term auf, der einen Beitrag zur Polarisation beschreibt, der in dritter Potenz von der Feldstärke des Lichts abhängt. Zwar kommt es zur Verknüpfung von Feldern, die an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten auftreten, formal läßt sich der Proportionalitätsfaktor dieses Beitrags jedoch als kubische elektro-optische Suszeptibilität  $\mathbf{c}^3_{eo}$  auffassen, gemäß

$$\mathbf{c}^3_{eo} = \mathbf{c}^2 Vq/d. \quad (C.7)$$

Die elektro-optische Suszeptibilität  $\chi_{eo}^3$  ist im Experiment anders als gewöhnliche Suszeptibilitäten keine reine Materialeigenschaft, sondern kann durch Wahl der elektronischen Verstärkung  $V$  beziehungsweise der Modulatordicke  $d$  angepaßt werden.

## C2 Der elektro-optisch parametrische Verstärker

Es wird nun die Realisierung eines die elektro-optische Suszeptibilität ausnutzenden parametrischen Verstärkers beschrieben. Der in der Abbildung 2 schematisch dargestellte Aufbau kann als solch ein Verstärker aufgefaßt werden.

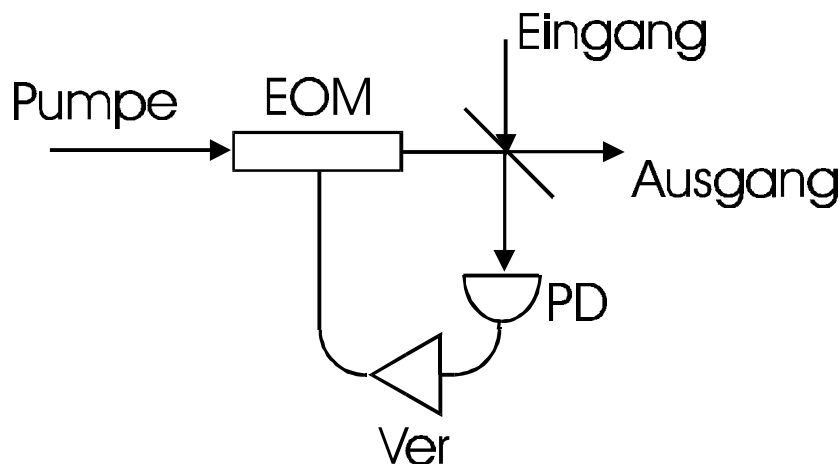


Abb 2: Aufbau zur Realisierung eines elektro-optisch parametrischen Verstärkers , EOM: elektro-optischer Modulator, PD: Photodiode, Ver: elektronischer Verstärker, Ein-/ Ausgang: Eingangs-/ Ausgangssignal

Das Pumpfeld sei gegeben durch

$$E_{pu} = E_{pu0} e^{i2\mathbf{p}n_{pu}t} . \quad (C.8)$$

Es wird ein schwaches optisches Eingangssignal  $E_{eing}$  in den Verstärker injiziert, das gegeben ist durch

$$E_{eing} = E_{eing0} e^{i2\mathbf{p}n_{eing}t} . \quad (C.9)$$

Der resultierende Wechselstromanteil im Photostrom hat die Amplitude

$$I_{pd0} = q E_{pu0} E_{eing0} , , \quad (C.10)$$

und die Frequenz  $|\mathbf{n}_{eing} - \mathbf{n}_{pu}|$ .

Das im vorigen Abschnitt beschriebene Medium mit quadratischer Suszeptibilität wird im folgenden als elektro-optischer Lichtphasenmodulator (EOM) interpretiert. Der Quotient aus der Lichtphasenverschiebung  $\Delta j$ , die Licht der Wellenlänge  $\lambda$  erfährt, das den Modulator der Länge  $L$  durchläuft und der von außen am Medium angelegten Feldstärke  $E_{M, \text{au\ss}}$  ist proportional zur quadratischen Suszeptibilität des Mediums:

$$\frac{\Delta j}{E_{M, \text{au\ss}}} = \frac{2pL}{\mathbf{1} \mathbf{e}_0 n_0} \mathbf{c}^2. \quad (\text{C.11})$$

$n_0$  gibt dabei den Brechungsindex des Mediums in Abwesenheit äußerer Felder an.

Die mit der Modulationsfrequenz  $|\mathbf{n}_{\text{eing}} - \mathbf{n}_{\text{pu}}|$  auftretende Lichtphasenmodulation hat also eine Amplitude  $m$ , die durch

$$m = \frac{2pLqVc^2}{\mathbf{1} \mathbf{e}_0 n_0 d} E_{\text{pu}0} E_{\text{eing}0} \quad (\text{C.12})$$

gegeben ist und als Modulationsindex bezeichnet wird.

Eine periodische Phasenmodulation von Licht läßt sich gemäß

$$e^{i(2p\mathbf{n}t + m \cos(2pft))} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) e^{i(2p(\mathbf{n} + k\mathbf{f})t + k\mathbf{p} / 2)} \quad (\text{C.13})$$

als Erzeugung von Seitenbändern im optischen Spektrum im Frequenzabstand der Modulationsfrequenz und ihrer Vielfachen ausdrücken. Die relative Amplitude dieser Seitenbänder wird durch die Besselfunktionen  $J_k(m)$  als Funktion des Modulationsindex  $m$  angegeben. Die Seitenbänder erster Ordnung haben daher die Amplitude

$$E_{\text{SB}0} = E_{\text{pu}0} J_1(m). \quad (\text{C.14})$$

Gilt für den Modulationsindex  $m \ll 1$  ( $J_1(m) \approx m/2$ ), so ist die Amplitude der Seitenbänder erster Ordnung des modulierten Pumplichts gegeben durch

$$E_{\text{SB}0} \approx E_{\text{eing}0} \left( E_{\text{pu}0}^2 \frac{pLqVc^2}{\mathbf{1} \mathbf{e}_0 n_0 d} \right). \quad (\text{C.15})$$

Die Frequenz eines der beiden Seitenbänder erster Ordnung beträgt  $2\mathbf{n}_{\text{pu}} - \mathbf{n}_{\text{eing}}$ . Die Frequenz des anderen Seitenbands erster Ordnung hingegen koinzidiert mit der Frequenz des injizierten Lichts  $\nu_{\text{eing}}$ . Dieses Seitenband kann daher als Ausgangssignal

$$E_{\text{ausg}} = E_{\text{ausg}0} e^{i2p\mathbf{n}_{\text{ausg}}t + j_{\text{ausg}}} \quad (\text{C.16})$$

des elektro-optisch parametrischen Verstärkers aufgefaßt werden.

Der Betrag der Kleinsignalverstärkung des Verstärkers ist gegeben durch

$$\frac{E_{ausg0}}{E_{eing0}} = E_{pu0}^2 \frac{pLqVc^2}{Ie_0n_0d} . \quad (C.17)$$

Ein elektro-optisch parametrischer Verstärker ist in [KOU 99] realisiert, dort allerdings nicht in diesem Sinne interpretiert worden.

### C3 Realisierung des elektro-optisch parametrischen Oszillators (EOPO)

In Analogie zum rein optischen parametrischen Verstärker ist der elektro-optisch parametrische Verstärker in der Lage, einfallendes Licht unter Erhaltung der Frequenz und mit einer definierten relativen Phasenlage zu reproduzieren. Ebenso wie der Schritt vom optisch parametrischen Verstärker zum optisch parametrischen Oszillator durch Speicherung und Rückkopplung des erzeugten Lichts erfolgt, lässt sich basierend auf dem elektro-optisch parametrischen Verstärker ein elektro-optisch parametrischer Oszillator, der EOPO, realisieren. Ein Schema dazu ist in Abbildung 3 dargestellt<sup>1</sup>.

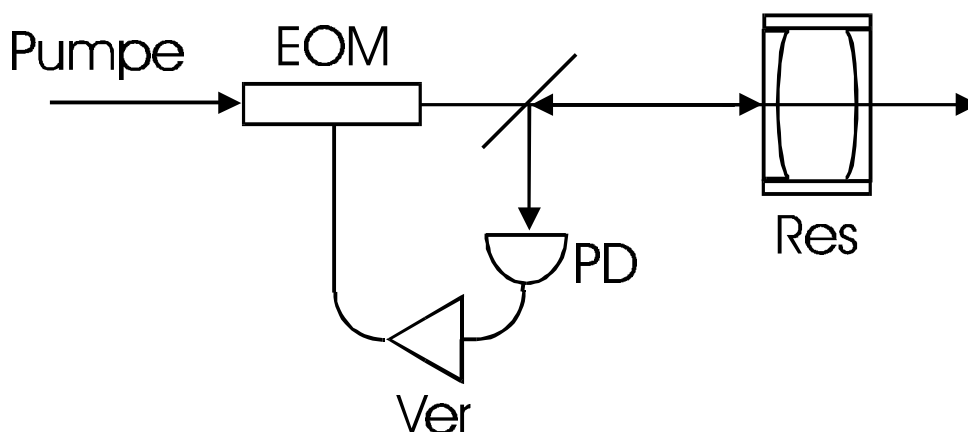
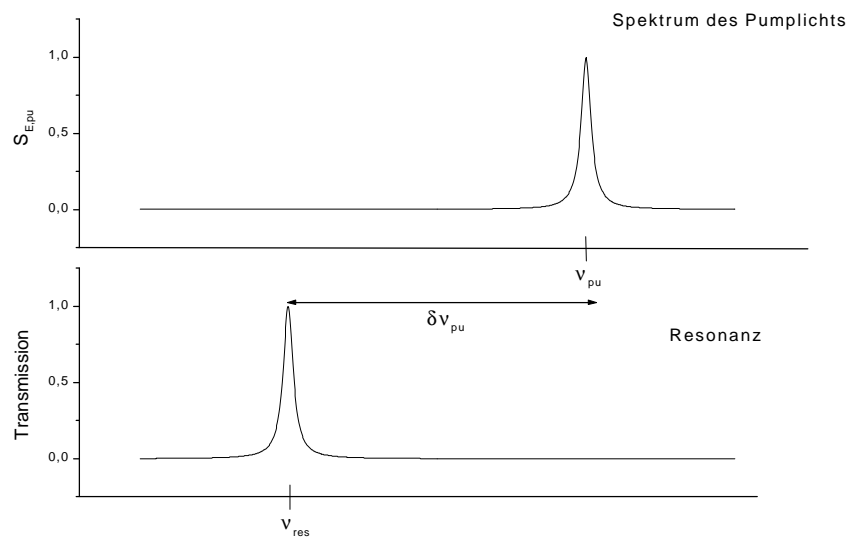


Abb 3: Realisierung eines EOPOs mit optischem Resonator (Res) als Referenz, EOM: elektro-optischer Modulator, PD: Photodiode, Ver: elektronischer Verstärker

<sup>1</sup> Das EOPO-Konzept ist sowohl unter der Benutzung von interferometrischen als auch von atomaren Frequenzreferenzen realisierbar. Zur sprachlichen Vereinfachung wird im folgenden die Frequenzreferenz als Resonanz eines optischen Resonators beschrieben.

Eine Resonanz des Resonators habe zu Beginn unserer Betrachtung eine gewisse Anregung (zum Beispiel Rauschen). Entsprechend dieser Anregung resultiert eine Abstrahlung des Resonators auf die Photodiode. Die Frequenz des Pumplichts habe einen Abstand  $\delta\nu_{pu}$  zu der Resonanzfrequenz des Resonators, der viel größer als alle auftretenden Linienbreiten ist, siehe Abbildung 4. Folglich regt das Pumplicht die Resonanz des Resonators nicht weiter an, sondern wird reflektiert und gelangt ebenso wie das reflexionsseitig vom Resonator abgestrahlte Feld auf die Photodiode. Das reflexionsseitig vom Resonator abgestrahlte Feld erfährt nun, wie im vorangehenden Kapitel erläutert, einen elektro-optisch parametrischen Verstärkungsprozeß. Ausreichende Verstärkung und richtige Phasenlage des verstärkten Felds vorausgesetzt, wächst die Anregung der Resonanz an. Das Anwachsen dieser Anregung wird durch Sättigungsmechanismen begrenzt. Vorausgesetzt, daß keine der elektronischen Komponenten (Photodiode und Verstärker) Sättigungsverhalten aufweist, kommt Sättigungsverhalten durch Abnahme der Effizienz der Seitenbänderzeugung bei Phasenmodulation mit wachsendem Modulationsindex zustande. Eine quantitative Beschreibung der EOPO-Dynamik, die die vollständigen Bewegungsgleichungen des Systems beinhaltet, erfolgt im anschließenden Abschnitt dieses Kapitels.



**Abb 4: Lage der Frequenzen des Pumplichts und der Resonanz des Resonators**

### C3.1 Die EOPO-Bewegungsgleichungen

In diesem Abschnitt werden die Bewegungsgleichungen des EOPOs im Zeitbild angegeben. Dabei wird ein Bezugssystem für die optischen Felder gewählt, das mit der Resonanzfrequenz der Referenz  $\mathbf{n}_{res}$  rotiert.

Das Pumpfeld sei in diesem Bezugssystem gegeben durch

$$E_{pu}(t) = E_{pu0}(t) e^{ij_{pu}(t)}. \quad (C.18)$$

Das modulierte Pumpfeld sei beschrieben durch

$$E_m(t) = E_{m0}(t) e^{ij_m(t)}. \quad (C.19)$$

Es ist dabei

$$E_{pu0}(t) = E_{m0}(t), \quad (C.20)$$

$$\mathbf{j}_m(t) = \mathbf{j}_{pu}(t) + \Delta\mathbf{j}(t). \quad (C.21)$$

Es handelt sich also um reine Phasenmodulation des Pumplichts um die optische Phase  $\Delta\mathbf{j}(t)$ .

Der optische Resonator wird als Fabry-Perrot-Resonator mit zwei verlustfreien Spiegeln gleicher Leistungstransmission  $T$  beschrieben, wobei  $T \ll 1$  sei.

Die Bewegungsgleichung des im Resonator gespeicherten Felds

$$E_{res}(t) = E_{res0}(t) e^{ij_{res}(t)} \quad (C.22)$$

lautet:

$$\dot{E}_{res}(t) = \left( -T E_{res}(t) + \sqrt{T} E_m(t) \right) / \Delta t. \quad (C.23)$$

$\Delta t$  gibt dabei die Zeitdauer eines einfachen Umlaufs des Lichts im Resonator an<sup>1</sup>.

Auf die Photodiode gelangt das Feld

$$E_{pd}(t) = -E_m(t) + \sqrt{T} E_{res}(t). \quad (C.24)$$

Zur Beschreibung der vollständigen EOPO-Dynamik muß der gesamte erzeugte Photostrom berücksichtigt werden<sup>2</sup>:

$$I_{pd}(t) = q \left| E_{pd}^2(t) \right|. \quad (C.25)$$

<sup>1</sup> Die Einführung der Resonatorumlaufzeit  $\Delta t$  dient hier lediglich der Normierung der Leistungstransmission  $T$  auf einen Resonatorumlauf.

<sup>2</sup> Im Gegensatz zur Betrachtung nur einer Wechselstromkomponente, wie in Kapitel C2.

Die resultierende Phasenmodulation  $\Delta\mathbf{j}(t)$  ist gegeben durch

$$\Delta\mathbf{j}(t) = \pm M V I_{pd}(t - \mathbf{t}), \quad (\text{C.26})$$

wobei in  $M$  die Modulatoreigenschaften zusammengefaßt sind.

$$M = \frac{2pLc^2}{I\mathbf{e}_0 n_0 d} \quad (\text{C.27})$$

Die endliche Dauer eines Signalumlaufs in der Oszillationsschleife<sup>1</sup> wird durch die Schleifenumlaufzeit  $\mathbf{t}$  beschrieben. Das Vorzeichen der Phasenmodulation ist durch das EOPO-Konzept noch nicht festgelegt, es ließe sich zum Beispiel durch Umpolen des Modulators wechseln.

Die Gleichungen C.20, C.21 und C.23 bis C.26 geben die volle EOPO-Dynamik in einem reinen Zeitbild wieder und sind Ausgangspunkt der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten numerischen Simulationen. Die Analyse vieler Eigenschaften von EOPOs ist jedoch im Frequenzbild wesentlich übersichtlicher. In den folgenden Abschnitten dieses Kapitels wird untersucht, welche Eigenschaften das vom EOPO erzeugte Licht hat, wenn die Amplitude und die Frequenz des Pumplichts konstant sind beziehungsweise kleinen Fluktuationen unterliegen.

## **C3.2 Die Modenstruktur der elektro-optisch parametrischen Oszillation**

Die elektro-optisch parametrische Oszillation beruht darauf, Licht durch Anregung einer Resonanz zu speichern, einen Teil des gespeicherten Felds auszukoppeln, parametrisch zu verstärken und wiederum zur Anregung der Resonanz zu verwenden. Inwiefern das verstärkte Licht konstruktiv oder destruktiv mit dem bereits im Resonator gespeicherten Licht interferiert, hängt von der relativen Phasenlage zwischen gespeichertem und verstärktem Licht ab. Es wird nun gezeigt, wie diese Phasendrehung des Signals bei einem Umlauf durch die Oszillationsschleife von der Schleifenumlaufzeit  $\mathbf{t}$  und der Differenz zwischen der Frequenz des Pumpfelds und der Resonanzfrequenz abhängt. Wir betrachten dazu ein

---

<sup>1</sup> Die Oszillationsschleife setzt sich zusammen aus dem Lichtweg vom Modulator zum Resonatorendspiegel und von dort zur Photodiode und dem elektronischen Zweig von der Photodiode zurück zum Modulator.



Pumpfeld, das frei von Amplituden- und Frequenzfluktuationen sei und (wieder in einem Bezugssystem, das mit der Resonanzfrequenz  $\mathbf{n}_{res}$  rotiert) die Frequenz  $\mathbf{dn}_{pu}$  habe:

$$E_{pu}(t) = E_{pu0} e^{2\pi i \mathbf{dn}_{pu} t}. \quad (\text{C.28})$$

Der Resonator sei mit der Resonanzfrequenz angeregt, das gespeicherte Feld hat also in diesem Bezugssystem eine konstante Phase die wir mit 0 wählen:

$$E_{res}(t) = E_{res0}. \quad (\text{C.29})$$

Die anderen Bezeichnungen seien wie oben gewählt.

Die Phasenmodulation, die das Pumplicht im elektro-optischen Modulator erfährt, ist nach C.24 bis C.26 gegeben durch

$$\Delta \mathbf{j}(t) = \pm MVq \sqrt{T} E_{res0} E_{pu0} \cos(2\mathbf{p} \mathbf{dn}_{pu} t) \quad (\text{C.30})$$

Das resonante Seitenband des modulierten Pumplichts ist gegeben durch

$$E_{SB} = E_{pu} J_1(MVq \sqrt{T} E_{res0} E_{pu0}) e^{2\pi i \mathbf{dn}_{pu} t \pm \mathbf{p} / 2}, \quad (\text{C.31})$$

so daß die Phasenlage des einzukoppelnden Felds relativ zur gespeicherten Anregung

$$\mathbf{j}_{rel} = 2\mathbf{p} \mathbf{dn}_{pu} t \pm \mathbf{p} / 2 \quad (\text{C.32})$$

beträgt. Zur konstruktiven Interferenz des verstärkten mit dem gespeicherten Feld kommt es, wenn die relative Phasenlage ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  beträgt, also bei

$$\mathbf{dn}_{pu} = \mathbf{dn}_{pump,p} \equiv \mathbf{p} / t, \quad (\text{C.33})$$

wobei je nach Vorzeichen der Phasenmodulation  $\mathbf{p} = \dots -7/4, -3/4, 1/4, 5/4 \dots$  beziehungsweise  $\mathbf{p} = \dots -5/4, -1/4, 3/4, 7/4 \dots$  ist.

In dieser spektralen Periodizität kommt eine zusätzliche Modenstruktur der elektro-optischen parametrischen Oszillation zum Ausdruck, deren Ursache darin liegt, daß die elektro-optische parametrische Suszeptibilität  $\mathbf{c}^3_{eo}$  auf der Wechselwirkung von Feldern an verschiedenen Orten beruht. Die Frequenzen  $\mathbf{dn}_{pump}$  werden im folgenden als „EOPO-Pumpfrequenzdifferenzen“ und die die Frequenzen

$$\mathbf{n}_{pump} = \mathbf{n}_{res} + \mathbf{dn}_{pump} \quad (\text{C.34})$$

als „EOPO-Pumpfrequenzen“ bezeichnet.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Werden die Lichtfelder in Bezugssystemen betrachtet, die mit der Resonanzfrequenz rotieren, so sind die EOPO-Pumpfrequenzdifferenzen ihrem Wert nach mit den EOPO-Pumpfrequenzen identisch.

### C3.3 Die Amplitude der Emission von EOPOs: Stationäre Lösung

In diesem und im folgenden Abschnitt fragen wir danach, wie die Amplitude des durch elektro-optisch parametrische Oszillation erzeugten Lichts von der Amplitude des Pumplichts abhängt und wie sie auf Fluktuationen dieser reagiert.

Es sei zunächst der Fall betrachtet, daß der EOPO mit Licht ohne Fluktuationen der Amplitude und der Frequenz gepumpt wird. Die Frequenz des Pumplichts koinzidiere mit der einer EOPO-Pumpfrequenz  $\omega_{pump}$ . Der Index der Phasenmodulation betrage  $m$ , so daß die erzeugten Seitenbänder der Ordnung  $i$  die Amplitude

$$E_{SB,i0} = J_i(m) E_{pu0} \quad (C.35)$$

haben. Das resonante Seitenband koppelt nun phasenrichtig in den Resonator ein, so daß die Bewegungsgleichung der Anregung des Resonators  $E_{res}$  gegeben ist durch

$$\dot{E}_{res}(t) = (-T E_{res}(t) + \sqrt{T} J_1(m) E_{pu0}) / \Delta t. \quad (C.36)$$

Die Abstrahlung des Resonators sowohl in transmittiver als auch in reflektiver Richtung wird beschrieben durch

$$E_{ab}(t) = \sqrt{T} E_{res}(t). \quad (C.37)$$

Die Bewegungsgleichung des abgestrahlten Felds ist also gegeben durch

$$\dot{E}_{ab}(t) = T / \Delta t (-E_{ab}(t) + J_1(m) E_{pu0}). \quad (C.38)$$

Mit der Forderung nach einer zeitlich konstanten Amplitude der Abstrahlung des Resonators  $E_{ab0,s}$  und einem zeitlich konstanten Modulationsindex  $m_s$  erhält man für C.38 die stationäre Lösung<sup>1</sup>

$$E_{ab0,s} = J_1(m_s) E_{pu0}. \quad (C.39)$$

Durch die Superposition des reflektierten Anteils des modulierten Pumplichts mit der reflexionsseitigen Abstrahlung des Resonators auf der Photodiode wird die Photostromkomponente  $I_{pd}$  erzeugt, die mit der EOPO-Pumpfrequenzdifferenz  $\omega_{pump}$  schwingt und die Amplitude

---

<sup>1</sup> Stationäre Größen werden in dieser Arbeit mit „s“ indiziert; die Zeitabhängigkeit der anderen Größen wird im folgenden zur besseren Lesbarkeit an vielen Stellen nicht ausgeschrieben.

$$I_{pd0} = qE_{pu0}^2 J_1(m_s)(J_0(m_s) + J_2(m_s)) \quad (C.40)$$

hat. Die Schwebungssignale der Abstrahlung des Resonators mit dem Träger und mit dem resonanzseitigen zweiten Seitenband des modulierten Pumplichts überlagern sich dabei im Photostrom  $I_{pd}$  konstruktiv.

Für den stationären EOPO-Betrieb ist zu fordern, daß sich der Modulationsindex  $m_s$  nach einem Umlauf des Signals durch die Oszillationsschleife reproduziert, also

$$m_s = MVq I_{pd0}. \quad (C.41)$$

Einsetzen von C.40 führt auf den Zusammenhang

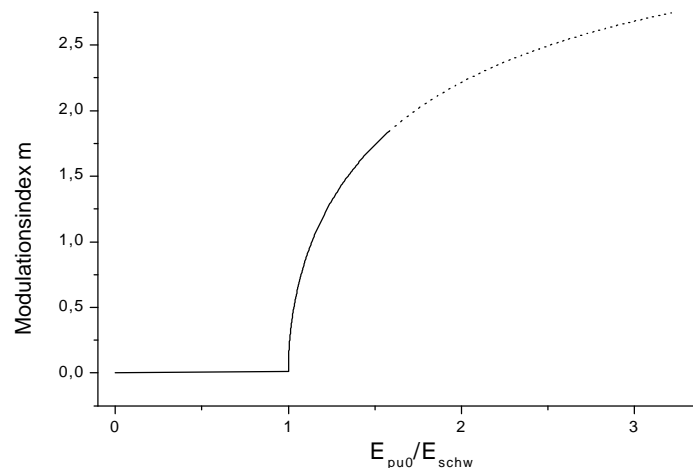
$$m_s = MVq E_{pu0}^2 J_1(m_s)(J_0(m_s) + J_2(m_s)). \quad (C.42)$$

Für  $0 \leq E_{pu0} \leq (MVq)^{-1/2}$  ergibt sich als einzige Lösung von C.42:  $m_s=0$ . Es findet also für zu kleine Pumpfeldstärke keine stationäre Oszillation statt. Die Schwell-Pumpfeldstärke  $E_{schw}$  ist gegeben durch:

$$E_{schw} = (MVq)^{-1/2} \quad (C.43)$$

Die Schwell-Pumpfeldstärke  $E_{schw}$  ist umso niedriger, je höher die elektronische Verstärkung  $V$  gewählt ist.

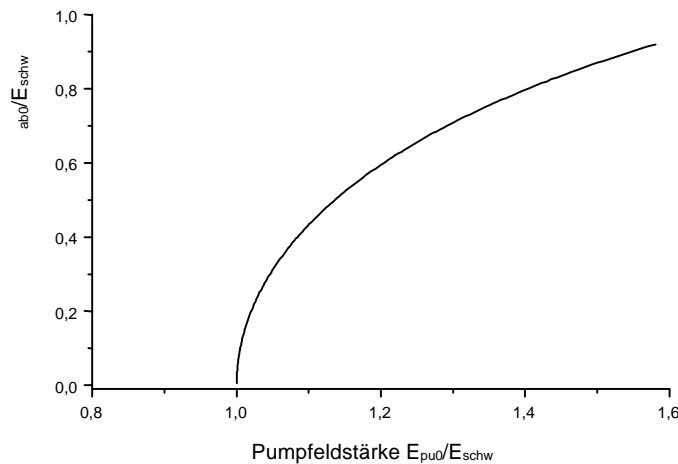
Für  $E_{schw} < E_{pu0} < 1.58 E_{schw}$  gibt es eine eindeutige nichtverschwindende Lösung für den Modulationsindex  $m_s$  als Funktion der Pumpfeldstärke  $E_{pu0}$  im Bereich von  $0 < m_s < 1.85$ . Diese Lösungen sind in Abbildung 5 durch die durchgezogene Linie dargestellt.



**Abb 5: Modulationsindex als Funktion der Pumpfeldstärke**

Für Pumpfeldstärken, die größer als  $1,58 E_{schw}$  sind, läßt sich zwar die Bedingung C.42 mit Modulationsindizes  $m_s > 1,85$  formal erfüllen (gepunktete Linie in Abbildung 5), jedoch handelt es sich hierbei nicht um zur Beschreibung der EOPO-Dynamik physikalisch sinnvolle Lösungen<sup>1</sup>.

Die Amplitude des vom Resonator abgestrahlten Felds  $E_{ab0}$  als Funktion der Amplitude des Pumpfelds  $E_{pu0}$  ist in Abbildung 6 dargestellt. Die maximale Konversionseffizienz von Pumplicht in Ausgangslicht tritt am Rande des Parameterbereichs der stabilen Oszillation bei einem Modulationsindex von  $m=1.85$  auf. Es ist dann  $E_{ab0}/E_{pu0} = J_1(1.85) = 0.58$  und die Amplitude des vom Resonator abgestrahlten Felds  $E_{ab0}$  ist ungefähr so groß wie die Schwellpumpfeldstärke



**Abb 6: Feldstärke des erzeugten Lichtes als Funktion der Pumpfeldstärke;  $E_{schw}$ : Schwell-Pumpfeldstärke**

<sup>1</sup> Läßt man in C.42 Fluktuationen von  $m_s$  zu, erhält man den Zusammenhang

$$m_s(t) = MVq E_{pu0}^2 J_1(m_s(t))(J_0(m_s(t-t)) + J_2(m_s(t-t))).$$

Eine Stabilitätsanalyse zeigt, daß kleine Fluktuationen des Modulationsindex um die stationären Lösungen  $m_s > 1.85$  für wachsendes  $t$  nicht abklingen, sondern weiter anwachsen. In der numerischen Lösung der EOPO-Bewegungsgleichungen (C.20, C.21; C.23- C.26) lassen sich für die zugehörigen hohen Pumpfeldstärken Schwingungen des Modulationsindex mit der Frequenz der inversen Schleifenumlaufzeit und deren höheren Harmonischen beobachten. Für die Experimente dieser Arbeit wurde lediglich EOPO-Betrieb mit  $E_{pu0} < 1.58 E_{schw}$  realisiert. In einem gewissen Vorgriff auf Ergebnisse späterer Abschnitte sei hier bereits vermerkt, daß für  $E_{pu0} > 1.58 E_{schw}$  sinnvoller EOPO-Betrieb, im Sinne einer Frequenzstabilisierung nicht möglich ist.

### C3.4 Die Amplitude der Emission von EOPOs: Kleine Fluktuationen

Im Anschluß an die Behandlung des stationären EOPO-Betriebs im letzten Kapitel werden nun die Auswirkungen kleiner Fluktuationen der Amplitude des Pumplichts auf die Amplitude des erzeugten Lichts untersucht. Dazu wird das Standardverfahren der linearen Störungsrechnung benutzt. Wir betrachten weiterhin Pumpfelder ohne Frequenzfluktuationen, deren Frequenz mit einer EOPO-Pumpfrequenz  $n_{pump}$  koinzidiert. Es sei  $E_{pu0} < 1.58 E_{schw}$ , das heißt, es sollen eindeutige stabile Lösungen für den stationären Modulationsindex existieren.

Die Resonanz soll im folgenden durch ihre Resonanzbreite  $\Delta n_{Res}$  (HWHM) charakterisiert werden. Für einen symmetrischen Fabry-Perrot-Resonator ist

$$\Delta n_{Res} = \frac{T}{2p \Delta t}. \quad (C.44)$$

Es soll angenommen werden, daß die Schleifenumlaufzeit  $t$  viel kleiner sei als die Zeitkonstante des Resonators  $1/\Delta n_{Res}$ .

Die Amplituden von Pumpfeld und abgestrahltem Feld sowie der Index der Phasenmodulation werden als Summe der stationären Lösungen und kleiner Fluktuationen ausgedrückt:

$$\begin{aligned} E_{pu0} &= E_{pu0,s} + dE_{pu0}, \\ E_{ab0} &= E_{ab0,s} + dE_{ab0}, \\ m &= m_s + dm \end{aligned} \quad (C.45-47)$$

Nach Einsetzen von C.45- C.47 in die Bewegungsgleichungen für die Abstrahlung C.36 und die Bedingung für den Modulationsindex C.42 werden alle Terme vernachlässigt, in denen die Fluktuationen in höherer als erster Potenz eingehen. Hierin besteht die lineare Natur der durchgeführten Störungsrechnung. Die so gewonnenen Zusammenhänge lauten:

$$dm = \frac{\mathbf{x}}{E_{pu0,s} J_1'(m_s)} (dE_{ab0} + dE_{pu0}) \quad (C.48)$$

$$d\dot{E}_{ab0} = 2p\Delta n_{Res} (-a dE_{ab0} + b dE_{pu0}), \quad (C.49)$$

wobei  $a$ ,  $b$  und  $\mathbf{x}$  Funktionen des stationären Modulationsindex  $m_s$  sind:

$$a = 1 - \mathbf{x}, \quad (\text{C.50})$$

$$b = J_1(m_s)(1 + \mathbf{x}) \quad (\text{C.51})$$

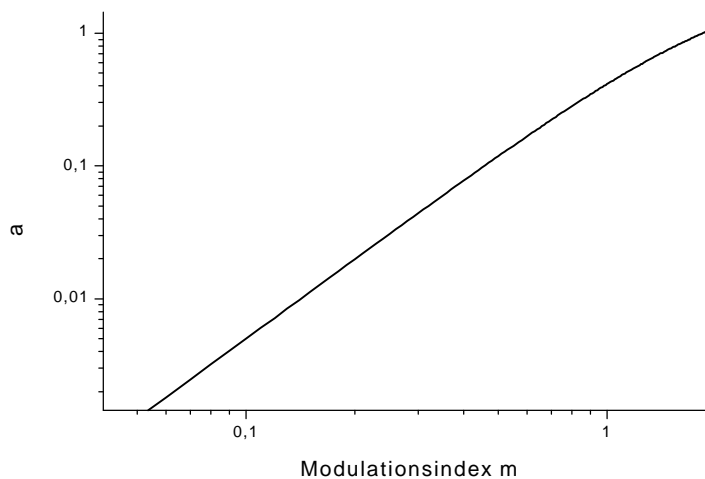
$$\mathbf{x} = \frac{2m_s \frac{J_1'(m_s)}{J_1(m_s)}}{1 - 2m_s \frac{J_0'(m_s) + J_2'(m_s)}{J_0(m_s) + J_2(m_s)}} \quad (\text{C.52})$$

$J_i'$  bezeichnet die Ableitung der  $i$ -ten Besselfunktion nach ihrem Argument.

Der Zusammenhang (C.49) lässt sich nach Fouriertransformation in eine Transferfunktion umschreiben, die das Verhältnis der Fluktuationen von abgestrahltem Feld und Pumpfeld angibt:

$$F_{\text{ampl}}(f) \equiv \frac{dE_{\text{ab0}}(f)}{dE_{\text{pu0}}(f)} = \frac{b}{a} \frac{1}{1 + i \frac{f}{a \Delta n_{\text{Res}}}}. \quad (\text{C.53})$$

Die Transferfunktion  $F_{\text{ampl}}(f)$  beschreibt das Verhalten eines Tiefpasses. Der Koeffizient  $a$  beschreibt die zugehörige Eckfrequenz der Amplitudenmodulierbarkeit des abgestrahlten Feldes in Einheiten der Resonanzbreite der Referenz  $\Delta n_{\text{Res}}$ .  $a$  als Funktion des stationären Modulationsindex  $m_s$  ist in Abbildung 7 zu sehen.



**Abb 7: Bandbreite der Amplitudenmodulierbarkeit des EOPO-Ausgangssignal in Einheiten der Resonanzbreite der Referenz**

Man sieht, daß die Eckfrequenz der Amplitudenmodulierbarkeit des EOPO-Ausgangssignals um so niedriger ist, je kleiner der stationäre Modulationsindex  $m_s$  ist, das heißt, je niedriger der EOPO über der Schwelle betrieben wird.

Das Verhältnis  $\frac{b}{a}$  gibt das Verhältnis der Fluktuationen von abgestrahltem Feld zum Pumpfeld im quasistatischen Fall an. Es entspricht der Ableitung von  $E_{ab0}$  nach  $E_{pu0}$ , die in Abbildung 7 abgelesen werden kann.

### **C3.5 Frequenz und Phase der Emission von EOPOs: Kleine Fluktuationen**

In den vorangegangenen Abschnitten wurde betrachtet, wie groß die Amplitude des vom EOPO erzeugten Lichts in Abhängigkeit von der Amplitude des Pumplichts ist und wie aus Fluktuationen der Amplitude des Pumplichts Fluktuationen der Amplitude des erzeugten Lichts resultieren.

In diesem Abschnitt wird untersucht, inwiefern aus Phasen- und Frequenzfluktuationen<sup>1</sup> des Pumplichts solche des erzeugten Lichts resultieren, was im Sinne eines Verfahrens zur Frequenzstabilisierung von Licht in möglichst geringem Maß der Fall sein sollte. Es werden Transferfunktionen hergeleitet, die Eigenschaften der linearisierten EOPO-Dynamik beschreiben.

Wir betrachten Pumpfelder, deren Amplitude zu einer stabilen Oszillation über der Schwelle führt und keine Fluktuationen aufweist. Alle optischen Felder und elektronischen Signale sollen in Bezugssystemen betrachtet werden, die mit der Winkelgeschwindigkeit der jeweiligen Größen des stationären EOPO-Betriebs, der ohne Fluktuationen der Pumpphase erfolgt, rotieren. Die Bezugssysteme sind überdies so gewählt, daß die Phasenwinkel der jeweiligen Größen des stationären Betriebs in ihnen mit Null identisch sind. In diesen

---

<sup>1</sup> Da sich (stetige) Frequenz- und Phasenfluktuationen ineinander umschreiben lassen, ist im folgenden nur noch von Phasenfluktuationen die Rede. Die mit diesen Größen verbundenen Transferfunktionen sind überdies identisch. Siehe auch Anhang 1.

Bezugssystemen sind also alle Phasenwinkel und Frequenzen ihrem Wert nach identisch mit ihren Fluktuationen, das heißt mit den Abweichungen von den Werten bei ungestörter Oszillation.

Die Phase des Pumplichts sei durch  $\mathbf{j}_{pu}(f)$  in ihrer Fourierdarstellung gegeben. Die im folgenden betrachteten Transferfunktionen  $F_x(f)$  für die Phasen anderer Felder und Signale sind, wenn nicht anders definiert, zu verstehen gemäß

$$F_x(f) \equiv \frac{\mathbf{j}_x(f)}{\mathbf{j}_{pu}(f)}. \quad (\text{C.54})$$

Die Phase des elektronische Signals  $\mathbf{j}_{ES}$ , das als Spannung am Lichtphasenmodulator anliegt, wird durch die Transferfunktion  $F_{ES}$  beschrieben. Die Phase des resonanten in den Resonator einzukoppelnden Seitenbands  $\mathbf{j}_{SB}$  ist gegeben durch die Differenz der Phasen von Pumplicht und elektronischem Signal. Für die zugehörige Transferfunktion  $F_{SB}$  gilt daher:

$$F_{SB} = 1 - F_{ES}. \quad (\text{C.55})$$

Die Transferfunktion für die Phase des resonanzseitigen Seitenbands zweiter Ordnung  $\mathbf{j}_{2S}$  läßt sich ausdrücken durch

$$F_{2S} = 1 - 2F_{ES}. \quad (\text{C.56})$$

Die Phase des im Resonator gespeicherten Felds beziehungsweise der Abstrahlung des Resonators  $\mathbf{j}_{ges}$  ergibt sich durch die Phase des resonanten Seitenbands nach Berücksichtigung der Speicherung des Felds im Resonator,

$$F_{ges} = F_{res} F_{SB}. \quad (\text{C.57})$$

$F_{res}$ , das Verhältnis der Phasenfluktuationen eines resonant in einen Resonator eingestrahlt Felds  $\mathbf{j}_{ein}$  und der Phasenfluktuationen des gespeicherten Feldes  $\mathbf{j}_{aus}$ , wird dabei beschrieben durch die Transferfunktion eines Tiefpasses erster Ordnung:

$$F_{res} \equiv \frac{\mathbf{j}_{aus}}{\mathbf{j}_{ein}} = \frac{1}{1 - if / \Delta \mathbf{n}_{Res}}. \quad (\text{C.58})$$

Auf der Photodiode kommt es zur Überlagerung der reflektionsseitigen Abstrahlung des Resonators sowohl mit dem Träger als auch mit dem resonanzseitigen Seitenband zweiter



Ordnung des reflektierten modulierten Pumplichts. Die Phasen der beiden resultierenden Schwebungssignale sind hier anders als im Fall von Pumplicht ohne Phasenfluktuationen nicht notwendigerweise identisch. Die Phase  $\mathbf{j}_{pd}$  des aus beiden Schwebungssignalen resultierenden Gesamtphotostroms hängt im Sinne der Addition komplexer Größen in nichtlinearer Art und Weise von den Phasen der beiden Schwebungssignale ab. Eine Linearisierung dieses Zusammenhangs führt auf die Transferfunktion

$$F_{pd} = (1 - F_{ges}) \mathbf{g}(m) + (-F_{2s} - F_{ges})(1 - \mathbf{g}(m)) \quad (\text{C.59})$$

wobei der Faktor  $\mathbf{g}(m)$  die relative Größe der auftretenden Schwebungssignale in Abhängigkeit vom Modulationsindex  $m$  charakterisiert

$$\mathbf{g}(m) \equiv \frac{J_0(m)}{J_0(m) + J_2(m)}. \quad (\text{C.60})$$

Die durch die Linearisierung in C.59 gemachte Näherung gibt sowohl im Grenzfall kleiner Phasenfluktuationen des Pumplichts, als auch im Grenzfall kleinen Modulationsindex  $m$  den exakten Sachverhalt wieder. Im Anhang 3 wird die gemachte Näherung ausführlicher diskutiert.

Aus der Phase des Photostroms ergibt sich die Phase des elektronischen Signals nach Berücksichtigung der Schleifenumlaufzeit  $t^1$ .

$$F_{ES} = F_t F_{pd}, \quad (\text{C.61})$$

Zeitverzögerungen um die Zeit  $t$  werden durch ein um  $2\pi f t$  phasenverschobenes Auftreten der Fluktuationen beschrieben,

$$F_t = e^{2\pi i f t}. \quad (\text{C.62})$$

Einsetzen von C.55-57 und C.59 in C.61 liefert notwendige Bedingungen für die Transferfunktion des resonanten Seitenbands  $F_{SB}$  und des gespeicherten Felds  $F_{ges}$ :

$$F_{SB} \equiv \frac{\mathbf{j}_{SB}}{\mathbf{j}_{pu}} = \frac{1 - F_t}{1 - F_t (2 + 2\mathbf{g}(F_{res} - 1) - F_{res})}, \quad (\text{C.63})$$

---

<sup>1</sup> Da die Transferfunktionen außer bei der Modulation ausschließlich *multiplikative* Größen darstellen, ist es ausreichend die an verschiedenen Stellen in der Schleife auftretenden Laufzeiten einmal summarisch an beliebiger Stelle in der Schleife zu berücksichtigen.

$$F_{ges} \equiv \frac{j_{ges}}{j_{pu}} = \frac{F_{res} - F_{res} F_t}{1 - F_t (2 + 2g(F_{res} - 1) - F_{res})}. \quad (C.64)$$

Für kleine Modulationsindizes ( $m \ll 1$ , entsprechend  $\gamma \approx 1$ ) vereinfachen sich diese Transferfunktionen zu

$$F_{SB, klein m} = \frac{1 - F_t}{1 - F_t F_{res}} \quad (C.65)$$

für das erzeugte resonante Seitenband und

$$F_{ges, klein m} = \frac{F_{res} - F_{res} F_t}{1 - F_{res} F_t} \quad (C.66)$$

für das im Resonator gespeicherte Feld.

$|F_{SB, klein m}|^2$  ist in Abbildung 8 mit Wahl typischer Parameter ( $\Delta n_{Res} \ll 1/t$ ) dargestellt. Für Fourierfrequenzen zwischen der EOPO-Kontrollbandbreite

$$BW_{Kon} = \frac{1}{2pt} \quad (C.67)$$

und der Linienbreite der Resonanz  $\Delta n_{Res}$  zeigt das System integrierendes Verhalten, das heißt,  $|F_{SB, klein m}|^2$  hat hier eine Steigung von 20 dB/Dekade. Im Fourierfrequenzbereich unterhalb der Linienbreite der Resonanz ist die Unterdrückung der Phasenfluktuationen konstant und gegeben durch

$$|F_{SB, klein m}(f < \Delta n_{Res})|^2 = \left( \frac{\Delta n_{Res}}{\Delta n_{Res} + BW_{Kon}} \right)^2. \quad (C.68)$$

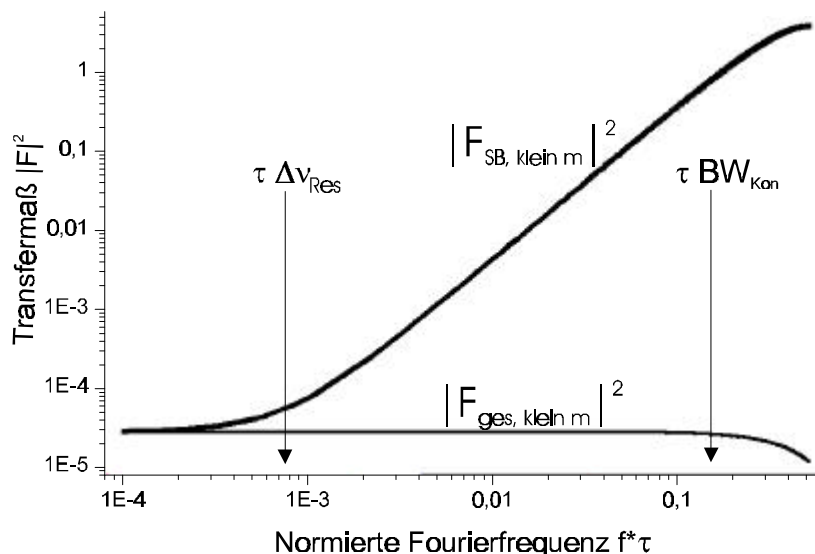


Abb 8: Transfermaße  $|F_{SB, klein m}|^2$ , und  $|F_{ges, klein m}|^2$  als Funktion der Fourierfrequenz bei kleinem Modulationsindex

Das Betragsquadrat der Transferfunktion zur Beschreibung der Phase des im Resonator gespeicherten beziehungsweise des abgestrahlten Felds  $F_{ges}$  ist ebenfalls in Abbildung 8 dargestellt.  $|F_{ges, klein\ m}|^2$  ergibt sich aus  $|F_{SB, klein\ m}|^2$  unter Berücksichtigung der Speicherwirkung des Resonators also (näherungsweise) abzüglich von 20 dB/Dekade oberhalb der Linienbreite der Resonanz.

Gemäß dieser Analyse ist die Phasenrauschdichte des im Resonator gespeicherten beziehungsweise abgestrahlten Felds bei EOPO-Betrieb mit kleinem Modulationsindex  $m$  im gesamten Fourierfrequenzbereich unterhalb der EOPO-Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  um den

Faktor  $\left(\frac{\Delta n_{Res}}{\Delta n_{Res} + BW_{Kon}}\right)^2$  kleiner als die Phasenrauschdichte des Pumplichts.

Das Betragsquadrat der Transferfunktionen  $F_{SB}$ , die die Dynamik des EOPO bei nicht kleinem Modulationsindex  $m$  gemäß repräsentiert, ist in Abbildung 9 dargestellt. Man erkennt, daß mit abnehmendem  $g$  (entsprechend zunehmendem Modulationsindex  $m$  und zunehmender Ausgangsleistung des EOPOs) die Rauschunterdrückung sinkt. Für Fourierfrequenzen unterhalb der Resonanzbandbreite kommt es dann nur noch zu einer Unterdrückung der Phasenfluktuationen gemäß

$$|F_{SB}(f < \Delta n_{Res})|^2 = \left(\frac{\Delta n_{Res}}{\Delta n_{Res} + (2g - 1)BW_{Kon}}\right)^2. \quad (C.69)$$

Für  $\gamma=0.5$  (entsprechend einem Modulationsindex von  $m=1.85$ ) ergibt sich gemäß dieser Analyse eine identische Abbildung der Phase des Pumplichts auf die Phase des resonanten Seitenbands. Für noch größeren Modulationshub findet man keine physikalisch sinnvollen Lösungen mehr.

Eine perspektivische Darstellung der Rauschunterdrückung als Funktion der Fourierfrequenz und von dem Seitenbandverhältnis  $\gamma$  unter der Annahme der typischen Parameter wie in Abbildung 9 kann in Abbildung 10 betrachtet werden.

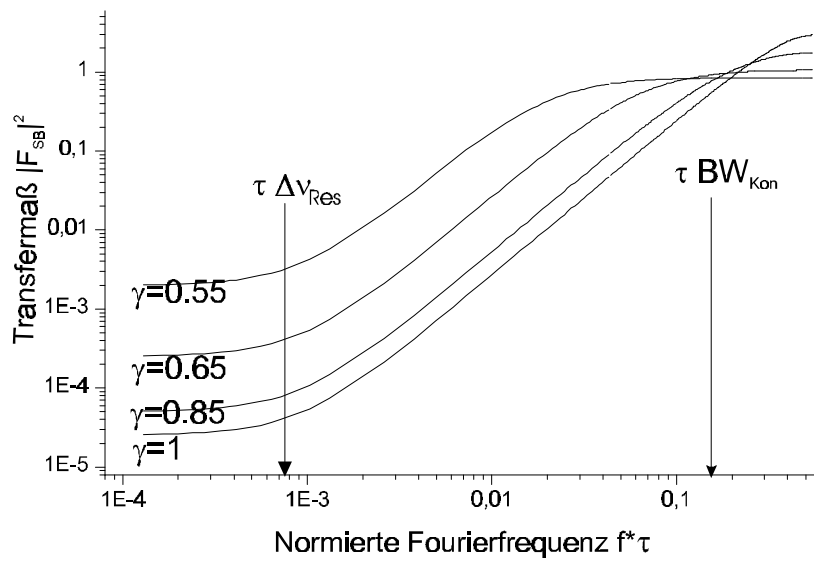


Abb 9:  $|F_{SB}|^2$  bei verschiedenen  $\gamma$ , entsprechend nicht kleinem Modulationsindex ( $\gamma=1 \Leftrightarrow m=0$ ;  $\gamma=0.85 \Leftrightarrow m=1.07$ ;  $\gamma=0.65 \Leftrightarrow m=1.58$ ;  $\gamma=0.55 \Leftrightarrow m=1.76$ )

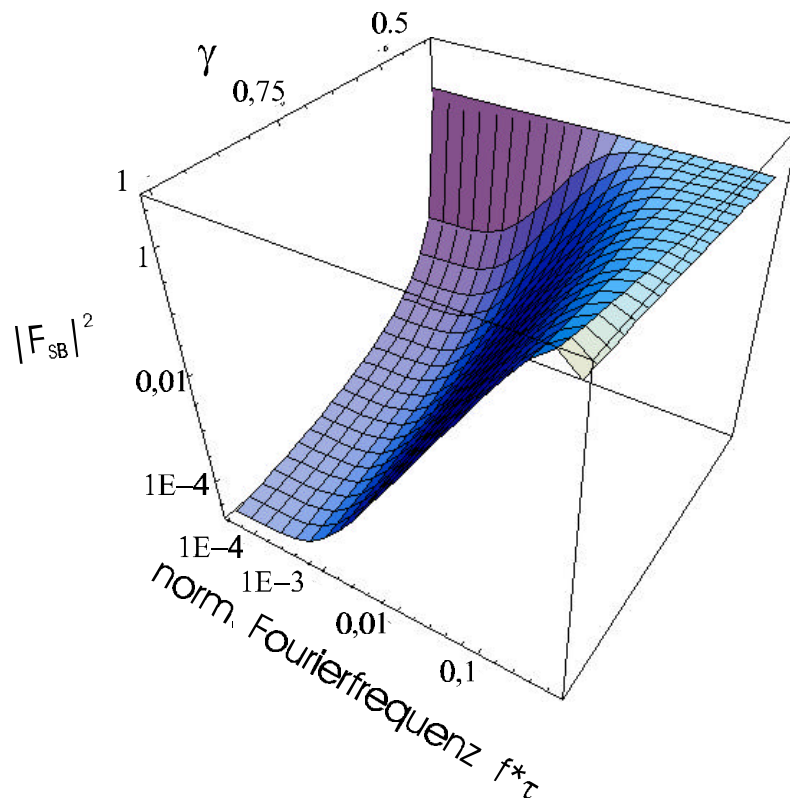


Abb 10: Perspektivische Darstellung von  $|F_{SB}|^2$  als Funktion von  $\gamma$  und von der Fourierfrequenz

## **C4 Die elektro-optisch parametrische Oszillation als Verfahren der Frequenzstabilisierung**

Im vorangegangenen Kapitel wurde untersucht, inwiefern Phasen- und Frequenzfluktuationen des Pumplichts zu Phasen- und Frequenzfluktuationen des vom EOPO erzeugten Lichts führen. In diesem Kapitel wird die elektro-optisch parametrische Oszillation als Verfahren zur Frequenzstabilisierung des Pumplichts relativ zu der passiven Referenz diskutiert.

Neben den im Vergleich zu konventionellen Methoden vorteilhaften Eigenschaften werden die technischen und fundamentalen Limitierungen des EOPOs in seiner frequenzstabilisierenden Wirkung besprochen. Es werden sodann zwei neuartige Strategien zur Eliminierung der voraussichtlich dominanten Quellen der Frequenzfluktuationen des erzeugten Licht vorgestellt, und es wird gezeigt, wie sie sich in das EOPO-Konzept integrieren lassen. Diese Strategien beruhen auf dem Prinzip der selbstinduzierten Stabilität (SIS) und auf der Amplitudenmodulations-Spektroskopie (AMS). Der genauen Beschreibung und Analyse dieser Methoden sind eigene anschließende Kapitel gewidmet.

Ein in praktischer Hinsicht vorteilhafter Gesichtspunkt der Frequenzstabilisierung durch elektro-optisch parametrische Oszillation im Vergleich zu konventionellen Regelverfahren ist darin zu sehen, daß der elektronische Teil der Oszillationsschleife ausschließlich von Signalen im Radio-/Mikrowellenfrequenzbereich und an keiner Stelle von Signalen im Basisband durchlaufen wird. Der praktische Vorteil resultiert daraus, daß die Rauschdichten vieler mechanischer, elektronischer und optischer Störgrößen zu niedrigen Fourierfrequenzen hin zunehmen und Signale im Basisband von diesen Störungen entsprechend stärker überlagert werden.

Ein weiterer Vorteil des Verfahrens beruht auf seiner Eigenschaft, Fluktuationen der Amplitude und der Phase des zu stabilisierenden Lichts in der Oszillationsschleife nicht zu mischen. So hat eine Amplitudenfluktuation des zu stabilisierenden Lichts oder der Anregung der Referenz zwar die Auswirkung, daß die Amplitude des resonanten Seitenbands fluktuiert, seine Phase wird davon jedoch nicht beeinflusst<sup>1,2</sup>.

---

<sup>1</sup> Zum Vergleich vergegenwärtige man sich noch einmal (siehe auch B2.1) die Auswirkung solcher Amplitudenfluktuationen in auf Regelung basierenden Verfahren: Die Mischung von Amplituden- und

Die wichtigsten technischen Ursachen des Frequenzrauschens des vom EOPO generierten Lichts sind das Frequenzrauschen des Pumplichts, Fluktuationen der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife und das Rauschen der elektronischen Komponenten. Die Wechselwirkung des EOPOs mit äußeren Lichtfeldern ist ebenfalls geeignet, Frequenzfluktuationen im erzeugten Licht zu verursachen. Aus der Wechselwirkung mit dem Vakuumfeld resultiert das Quantenlimit der Frequenzstabilisierbarkeit durch die elektro-optisch parametrische Oszillation. Die angesprochenen Aspekte werden im folgenden ausführlicher diskutiert.

***Frequenzrauschen des Pumplichtes:***

Das Verhältnis der Phasenrauschdichte des Pumplichts  $S_{j,pu}$  und der Dichte des hierdurch im stabilisierten Licht verursachten Phasenrauschens  $S_{j,ges}$ , das sich durch elektro-optisch parametrische Oszillation im Fourierfrequenzbereich unterhalb der EOPO-Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  erreichen läßt ist, ist im vorangehenden Kapitel mit

$$\frac{S_{j,ges}}{S_{j,pu}} = \left( \frac{\Delta n_{Res}}{\Delta n_{Res} + BW_{Kon}} \right)^2 \quad (C.70)$$

angegeben worden. Es ist technisch erreichbar, daß sich die EOPO-Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  und die Linienbreite der Resonanz  $\Delta\nu_{Res}$  um drei bis vier Größenordnungen unterscheiden, so daß eine Unterdrückung der Rauschdichte um doppelt so viele Größenordnungen möglich wird. Die sich daraus ergebenden Beiträge zum Frequenzrauschen des stabilisierten Lichts sind für typische freilaufende Diodenlaser beziehungsweise für Diodenlaser mit optischer Rückkopplung [KOC 94] als Pumpquellen in der Abbildung 11 auf Seite 49 dargestellt. Ebenso wie das Frequenzrauschen der Emission der Pumpquellen zeigen diese Beiträge zum Frequenzrauschen des erzeugten Lichts für Fourierfrequenzen unterhalb von etwa 100 kHz einen Anstieg der Rauschdichte zu niedrigen Fourierfrequenzen hin.

---

Frequenzeigenschaften findet hier bei der Erzeugung des Fehlersignals statt, da dessen Größe nicht nur von aufgetretenen Frequenzfluktuationen, sondern, in multiplikativer Weise, auch von der Amplitude der beteiligten Lichtfelder abhängt. Dieses Fehlersignal wird zur Ansteuerung der Frequenz des zu stabilisierenden Lichts verwendet. Durch die parametrische Wechselwirkung mit anderen spektralen Anteilen des Fehlersignals erscheinen rein amplitudenartige Fluktuation als Frequenzfluktuation mit anderen Fourierfrequenzen im zu stabilisierenden Licht.

<sup>2</sup> Die Eigenschaft des EOPOs, Amplituden- und Frequenzfluktuationen des Pumplichts nicht zu vermischen, äußert sich in seiner für Oszillatoren typischen Fähigkeit, aus vollständig inkohärentem Rauschen kohärentes schmalbandiges Licht zu generieren. Details eines Experiments, in dem dies untersucht wird, werden in Kapitel D2 dieser Arbeit und in [WOL 98] dargestellt.

### ***Fluktuationen der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife***

Im Abschnitt C3.2 wurde in einem einfachen Modell diskutiert, daß die Phasendrehung in der Oszillationsschleife  $\mathbf{j}_{rel}$  durch ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  gegeben ist, wenn die Frequenz des Pumplichts mit einer EOPO-Pumpfrequenz  $\mathbf{n}_{pump}$  koinzidiert. Das vom Resonator abgestrahlte Feld regt in diesem Fall nach der elektro-optisch parametrischen Verstärkung die Resonanz phasenrichtig an, und die Oszillationsfrequenz  $\mathbf{n}_{ab}$  ist mit der Resonanzfrequenz  $\mathbf{n}_{res}$  identisch.

In einem realistischeren EOPO-Modell muß einerseits berücksichtigt werden, daß die Schleifenumlaufzeit  $\mathbf{t}$  zeitlich fluktuiert. Andererseits müssen Effekte berücksichtigt werden, die zu zusätzlichen Phasendrehungen in der Oszillationsschleife führen und ebenfalls fluktuieren können. Die beiden wichtigsten dieser Effekte beruhen auf den transversalen Eigenschaften der Lichtstrahlen und auf der residualen Amplitudenmodulation des Pumplichts (RAM). Einer kleinen quasistatischen<sup>1</sup> Fluktuation der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife um  $\mathbf{dj}_{rel}$  entspricht einer Fluktuation der Frequenz des vom EOPO erzeugten Lichts um  $\mathbf{dn}_{ab}$ :

$$\mathbf{dn}_{ab} = \mathbf{Dn}_{Res} \mathbf{dj}_{rel}. \quad (\text{C.71})$$

### ***Fluktuationen der Schleifenumlaufzeit***

Fluktuiert die Schleifenumlaufzeit  $\mathbf{t}$  um  $\mathbf{dt}$ , so ändert sich die Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife entsprechend C.32 um

$$\mathbf{dj}_{rel,t} = 2\mathbf{p} \mathbf{dn}_{pump} \mathbf{dt}. \quad (\text{C.72})$$

Laufzeitfluktuationen in elektronischen Komponenten treten insbesondere dann auf, wenn Verstärker in der Nähe ihrer Sättigung betrieben werden. Die relativen Fluktuationen der Signallaufzeit  $\mathbf{dt}/\mathbf{t}$  in handelsüblichen Verstärkern, die nicht in Sättigung betrieben werden, in Koaxialkabeln sowie in rein optischen Übertragungsstrecken sind erfahrungsgemäß kleiner als  $10^{-5}$  während einiger Minuten. Der in Abbildung 11 eingetragene Beitrag zur Frequenzrauschdichte des erzeugten Lichts basiert auf diesem Wert und einer zum Quadrat der Fourierfrequenz inversen Proportionalität, die der Beschreibung Randomwalk-artiger Prozesse entspricht.

---

<sup>1</sup> „Quasistatisch“ meint hier langsam im Vergleich zu den Zeitkonstanten des Resonators und der Oszillationsschleife.

### ***Fluktuation transversaler Strahleigenschaften und Strahlrichtungsrauschen***

In Kapitel B2.1 wurde anhand eines einfachen Beispiels erläutert, wie bei bestimmten Diskriminationsverfahren additive Beiträge aus transversalen Strahleigenschaften resultieren können. Durch den gleichen Mechanismus kann es beim EOPO zu Phasendrehungen des Signals in der Oszillationsschleife kommen. Dies sei anhand der Wiederholung der Argumentation aus Kapitel B2.1, angewandt auf den EOPO erläutert: Es soll berücksichtigt werden, daß das Pumplicht und das im Resonator gespeicherte Feld unterschiedliche transversale Eigenschaften und insbesondere keine völlig koplanaren Phasenfronten haben. Zur Beschreibung der Interferenzeffekte, die zur Einkopplung von Licht in den Resonator und zur Erzeugung des Schwebungssignals auf der Photodiode führen, sind nun die Überlappintegrale zwischen dem im Resonator gespeicherten Feld und dem einlaufenden Pumpfeld am Einkoppelspiegel beziehungsweise dem aus dem Resonator ausgekoppelten Feld und dem am Resonator reflektierten Pumpfeld auf der Photodiode relevant. Zwischen dem auf dem Einkoppelspiegel des Resonators gebildeten Überlappintegral und dem Integral des Feldüberlapps über die Oberfläche der Photodiode tritt über den reinen Laufzeiteffekt hinaus eine gewisse zusätzliche Phasendrehung  $dj_{rel, trans}$  auf. Treten nun Fluktuationen der Ausbreitungsrichtung des Pumplichts relativ zum Resonator auf oder kommt es zu Fluktuationen der transversalen Strahleigenschaften des Pumplichts, so fluktuiert auch  $dj_{rel, trans}$  und damit die Gesamtphasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife.

Dem in der Abbildung 11 eingetragenen Beitrag zur Rauschdichte des stabilisierten Lichts wurde als Schätzung eine Größe der Fluktuation der Phasendrehung in der Oszillationsschleife von 1/1000 rad in 10 Sekunden sowie eine zum Quadrat der Fourierfrequenz inverse Proportionalität zugrunde gelegt.

### ***Fluktuationen der residualen Amplitudenmodulation (RAM) des Pumplichts***

Unter Umständen wird dem Pumplicht im elektro-optischen Modulator außer einer Phasenmodulation auch eine residualen Amplitudenmodulation (RAM) aufgeprägt. Die Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife ändert sich dadurch um den Phasenwinkel, unter dem das resonante Seitenband, das durch die kombinierte Phasen- und Amplitudenmodulation entstanden ist, gegenüber einem durch reine Phasenmodulation



entstandenem Seitenband entsteht. Wird der EOPO mit einem Index der Phasenmodulation  $m$  betrieben und beträgt die relative Modulation der Feldamplitude  $\mathbf{a}_{RAM}$ , so ist diese Phasendrehung gegeben durch

$$d\mathbf{j}_{rel, RAM} = \arctan \frac{\mathbf{a}_{RAM}}{2J_1(m)}. \quad (C.73)$$

Fluktuationen der residualen Amplitudenmodulation erzeugen so Fluktuationen der Frequenz des erzeugten Lichts. Eine aktive Stabilisierung der residualen Amplitudenmodulation  $\mathbf{a}_{RAM}$  in elektro-optischen Modulatoren zum Zwecke der Erhöhung des Auflösungsvermögens in der FM-Spektroskopie ist in [WAN 85] vorgestellt worden. Bei sorgfältiger Justierung der Polarisationsrichtung des Pumplichts ist eine Reduktion der residualen Amplitudenmodulation  $\mathbf{a}_{RAM}$  bis auf Werte in der Größenordnung von  $10^{-5}$  und Schwankungen um diesen Betrag in Zeiträumen von einigen Minuten realistisch [SAL 88]. Der aus der Annahme dieses Werts resultierende Beitrag zum Frequenzrauschen des mit dem EOPO erzeugten Lichts ist von der selben Größenordnung wie der Beitrag, der für Fluktuationen der Schleifenumlaufzeit abgeschätzt wurde.

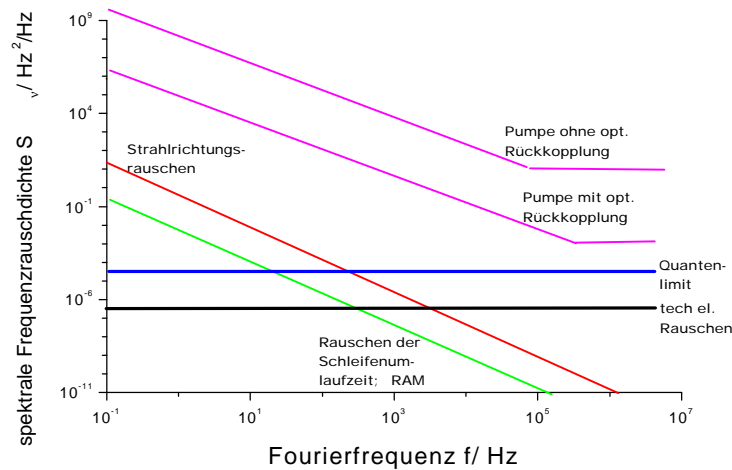
### ***Rauschen der elektronischen Komponenten***

Als dominanter technischer Rauschbeitrag zum stabilisierten Licht durch die elektronischen Komponenten in der Oszillationsschleife ist das thermische Rauschen des ersten Verstärkers hinter der Photodiode zu erwarten. Das Rauschen am Ausgang von Transimpedanzverstärkern für Photodioden mit kleiner Kapazität ist durch ein Eingangsstrom-Rauschäquivalent in der Größenordnung von  $10^{-24} \text{ A}^2 / \text{Hz}$  charakterisiert. Dieser Wert bei einer Leistung des Pumplichts von 0.5 mW und einer Leistung des vom Resonator abgestrahlten Lichts von 1  $\mu\text{W}$  wurde der in Abbildung 11 eingezeichneten Kurve zugrunde gelegt.

### ***Wechselwirkung mit äußeren Lichtfeldern***

Zusätzliche äußere Anregungen der verwendeten Resonanz durch Licht sowie Interferenzeffekte zwischen den EOPO-Feldern und zusätzlichen Feldern sind geeignet, die EOPO-Dynamik nachhaltig zu modifizieren oder gar zu kontrollieren. Auf die Wechselwirkung des EOPOs mit äußeren Feldern, die sich von Vakuumfeldern unterscheiden, wird im Kapitel C7 im Hinblick auf die Effekte der Injektions-Synchronisation und der Vierwellen-Mischung eingegangen.

Die Interferenz der auf die Photodiode einfallenden Felder mit dem Vakuumfeld äußert sich als Schrotrauschen im elektronischen Signal. Das aus diesem Schrotrauschen verursachte Frequenzrauschen des erzeugten Lichts stellt das Quantenlimit der Frequenzstabilisierbarkeit von Licht mit Hilfe eines EOPOs dar. In der Abbildung 11 wurde dieses Quantenlimit unter Annahme der im vorigen Absatz genannten Parameter eingetragen.



**Abb 11: Zu erwartende Größenordnung der Beiträge zum Frequenzrauschen des erzeugten Lichts (resonantes Seitenband); angenommen wurden typische EOPO-Parameter ( $BW_{Kon}=4$  MHz,  $Dn_{Res}=15$  kHz)**

Wie groß die einzelnen Beiträge zum Frequenzrauschen des durch EOPOs erzeugten Lichts wirklich sind, hängt natürlich in hohem Maße von der Wahl der Komponenten und den Umständen der konkreten Realisierung ab. Die in der Abbildung 11 eingetragenen spektralen Rauschdichten sind daher nur als Anhaltspunkt für die ungefähre Größenordnung dieser Beiträge in den verschiedenen Fourierfrequenzbereichen aufzufassen und dienen lediglich der Motivation der nächsten Schritte zur Komplettierung des Konzepts zur effizienten Frequenzstabilisierung.

Man erkennt aus der Abbildung 11, daß sowohl bei der Verwendung freilaufender Diodenlaser als auch bei der Verwendung von Diodenlasern mit optischer Rückkopplung als Pumplichtquellen der mit Abstand größte Beitrag zum Rauschen des erzeugten Lichts durch das Frequenzrauschen des Pumplichts verursacht wird. Die nächstgrößten Rauschbeiträge im Fourierfrequenzbereich unterhalb einiger kHz resultieren aus den Fluktuationen der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife aufgrund von Strahlrichtungsfluktuationen, von Fluktuationen der Schleifenumlaufzeit  $t$  und aufgrund der

residualen Amplitudenmodulation. Der Beitrag des elektronischen Rauschens ist unter den gemachten Annahmen kleiner als der des Schrotrauschens.

Aus den Abschätzungen geht hervor, daß sich der Weg zur effizienten oszillatorischen Frequenzstabilisierung der Emission von Diodenlasern vorrangig aus zwei Teilschritten zusammensetzt:

- I) Reduktion des Frequenzrauschens des Pumplichts
- II) Reduktion beziehungsweise Kompensation der Fluktuationen der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife

zu I) Zur Vorstabilisierung des Pumplichts relativ zu der benutzten Frequenzreferenz stehen im Prinzip sowohl alle konventionellen als auch die hier beschriebene oszillatorische Methode zur Frequenzstabilisierung zur Verfügung. Letztere könnte beispielsweise angewendet werden, indem ein zweiter EOPO mit dem vom ersten EOPO erzeugten Licht gepumpt wird. Entscheidend für die Frequenzstabilität des vom zweiten EOPO erzeugten Lichts ist dabei nicht, daß er physikalisch mit dem vom ersten EOPO erzeugten Licht gepumpt wird; es ist ausreichend, die Frequenzstabilität mit irgendeiner Methode auf das Pumplicht des zweiten EOPOs zu übertragen.

Es ist die Grundidee des Prinzips der selbstinduzierten Stabilität (SIS) [WOL 00], die Frequenzstabilität des mit dem ersten EOPO erzeugten Lichts nicht auf das Pumplicht eines zweiten EOPOs zu übertragen, sondern auf sein eigenes Pumplicht. Das Prinzip der selbstinduzierten Stabilität wird im folgenden Kapitel ausführlicher behandelt.

zu ii) Ist eine effiziente Vorstabilisierung der Frequenz des Pumplichts bewerkstelligt, so stellen die Fluktuationen der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife die Ursache für den dominanten Beitrag zum Frequenzrauschen des vom EOPO erzeugten Lichts bei Fourierfrequenzen unterhalb von etwa einem kHz dar.

Gesucht ist daher ein vom EOPO unabhängiges Verfahren, das eine Information über die Lage der Frequenz des erzeugten Lichts relativ zur Resonanzfrequenz liefert. Diese Information soll so rauschfrei sein, daß sich durch eine auf ihr basierende Regelung

das Frequenzrauschen des erzeugten Lichts reduzieren läßt. Eine die Resonanzbreite übersteigende Bandbreite der Rauschunterdrückung wird aufgrund der Tatsache, daß in erster Linie niederfrequentes Rauschen eliminiert werden soll, nicht benötigt.

Zu diesem Zweck kommen Verfahren in Frage, die auf einer Modulation des die Resonanz abfragenden Lichts beruhen (siehe auch B2.1; II in dieser Arbeit). Die konventionelle Möglichkeit, Modulation der Frequenz des abfragenden Lichts (Wellenlängenspektroskopie), läßt sich nicht ohne Komplikationen in das EOPO-Konzept integrieren. Darüber hinaus hat sie den Nachteil, daß dem vom EOPO erzeugten Licht eine Frequenzmodulation aufgeprägt wird<sup>1</sup>. Aus diesen Gründen wird in dieser Arbeit das neuartige Verfahren der Amplitudenmodulations-Spektroskopie angewendet. Eine ausführliche Darstellung des Verfahrens und seines Zusammenwirkens mit der elektro-optisch parametrischen Oszillation wird im übernächsten Kapitel gegeben.

## **C5 Das Prinzip der selbstinduzierten Stabilität (SIS)**

Wie im vorangehenden Kapitel abgeschätzt wurde, ist zu erwarten, daß der mit Abstand größte Beitrag zum Frequenzrauschen der Emission eines mit der Emission eines Diodenlasers gepumpten EOPOs durch das Frequenzrauschen des verursacht wird. Um die Frequenzstabilität der Emission des EOPOs zu erhöhen, ist es daher sinnvoll, das Frequenzrauschen des Pumplichts vor der eigentlichen elektro-optisch parametrischen Oszillation zu reduzieren.

Als aktives Referenzsignal für eine solche Vorstabilisierung der Frequenz des Pumplichts kann das vom EOPO selbsterzeugte Licht verwendet werden. Die resultierende Reduktion des Frequenzrauschens des Pumplichts bewirkt dann eine zusätzliche Reduktion des Frequenzrauschens des erzeugten Lichts. In einem solchen Schema läßt sich zwischen unstabilisiertem Pumplicht und erzeugtem Licht im Bereich niedriger Fourierfrequenzen eine große Reduktion der Frequenzrauschdichte erreichen, selbst wenn sie für den zugrundeliegenden einfachen EOPO nur klein ist.

---

<sup>1</sup> Eine Möglichkeit zur Kompensation dieser Frequenzmodulation wird in [TAU 00] vorgeführt.

In den folgenden Abschnitten werden zunächst konkrete praktikable Realisierungen des SIS-EOPO-Schemas vorgeschlagen. Anschließend wird die Dynamik von SIS-EOPOs genauer untersucht.

## C5.1 Realisierungen des SIS-EOPO Schemas

### 1. *Optische Injektion des erzeugten Lichts*

Eine Möglichkeit zur Realisierung eines SIS-EOPO besteht darin, das vom Resonator abgestrahlte Licht in seiner Frequenz um die EOPO-Pumpfrequenzdifferenz  $\delta\nu_{\text{Pump}}$  zu verschieben und in den Diodenlaser zu injizieren. Kommt es zur Injektions-Synchronisation zwischen dem eingekoppelten Feld und der Emission des Diodenlasers, so koinzidiert die Frequenz des Pumplichts weitgehend mit der EOPO-Pumpfrequenz  $\nu_{\text{Pump}}$ . Das Schema des auf optischer Injektion beruhenden SIS-EOPO ist in der Abbildung 12 dargestellt. Durch optische Injektion kann eine Unterdrückung des Rauschens der Frequenz des Pumplichts in einer Bandbreite von einigen hundert MHz erreicht werden, ausreichend nahezu die gesamte Leistung der Emission einer freilaufenden Laserdiode in einer schmalen spektralen Linie zu konzentrieren.

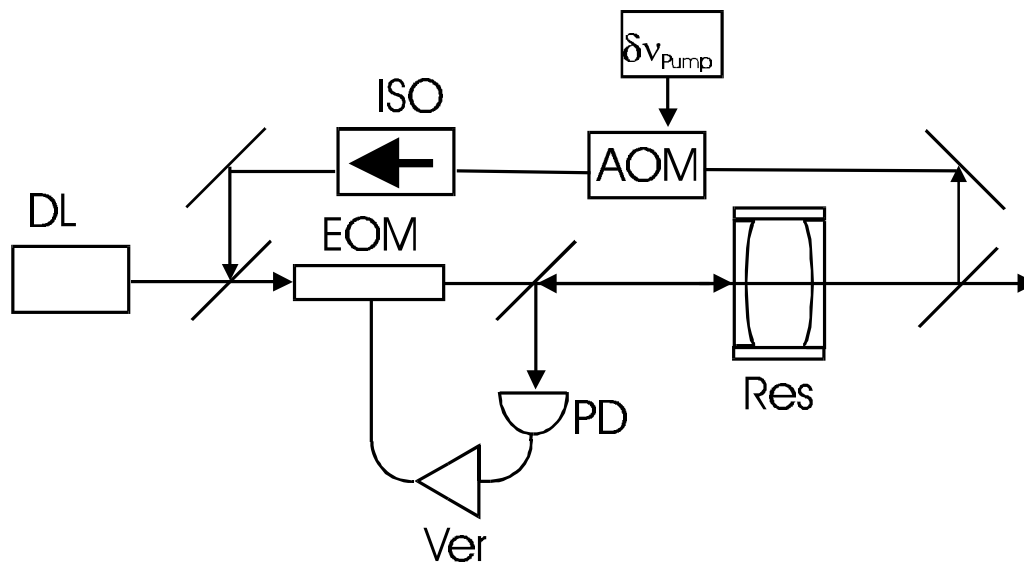
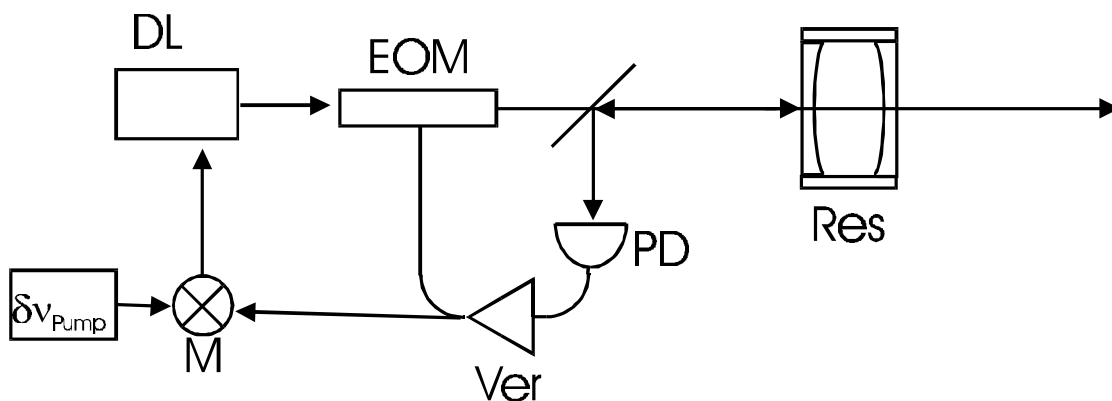


Abb 12: Realisierung eines SIS-EOPOs mit optischer Injektion; AOM: akusto-optischer Modulator zur Frequenzverschiebung, DL: Diodenlaser, ISO: optischer Isolator

## 2. Elektronische Regelung der Frequenz des Pumplichts

Eine andere Möglichkeit, die Frequenzstabilität der Anregung der Referenz auf das Pumplicht zu übertragen, besteht darin, einen elektronischen Regelkreis für die Frequenz des Pumplichts zu benutzen, dem wiederum die Abstrahlung des Resonators und ein Zwischenfrequenzsignal mit der EOPO-Pumpfrequenzdifferenz  $\delta\nu_{\text{pump}}$  als Referenz dienen. Vorteilhaft zur Reduktion der Frequenzrauschdichte des Pumplichts bei niedrigen Fourierfrequenzen ist es in vielen Situationen, den Frequenzregelkreis als Phasenregelkreis auszulegen. Additive Beiträge zum Fehlersignal erzeugen dann lediglich zu ihnen proportionale Phasenexkursionen, nicht aber zu ihnen proportionale Frequenzexkursionen des stabilisierten<sup>1</sup> Pumplichts.

Abbildung 13 zeigt eine Realisierung eines SIS-EOPOs mit einem solchen Regelkreis, in dem die Information über die relative Phase zwischen Pump- und Referenzfeld vom elektronischen Signal in der EOPO-Schleife abgeleitet wird<sup>2</sup>.



**Abb 13: Realisierung eines SIS-EOPOs durch elektronischen Phasenregelkreis; M: Mischer; Die Frequenz der Emission des Diodenlasers kann zum Beispiel durch Ansteuern des Injektionsstroms gestellt werden.**

Mit elektronischen Phasenregelkreisen lassen sich nur mit Mühe Kontrollbandbreiten realisieren, die größer als einige MHz sind. Ihre Anwendung im Rahmen der SIS-Methoden liegt daher darin, die spektralen Eigenschaften der Emission von Diodenlasern, die bereits von optischer Rückkopplung Gebrauch machen, weiter zu verbessern.

<sup>1</sup> Gemeint ist hier und im folgenden eine Stabilisierung der Frequenz beziehungsweise der Phase des Lichts relativ zum Referenzsignal.

<sup>2</sup> Eine andere Möglichkeit besteht darin, das unmodulierte Pumplicht mit der transmissionsseitigen Abstrahlung der Resonanz auf einer separaten Photodiode zur Überlagerung zu bringen. Vorteil: Es kommt nicht zusätzlich zur Überlagerung der Abstrahlung des Resonators mit dem resonanzseitigen Seitenband zweiter Ordnung. Nachteil: In das Schwebungssignal gehen nunmehr Weglängenfluktuationen auf der optischen Wellenlängenskala und nicht mehr nur auf der Wellenlängenskala, die der EOPO-Pumpfrequenzdifferenz entspricht, ein (ählich wie in Abbildung 12).

## C5.2 Frequenz und Phase der Emission von SIS- EOPOs: Kleine Fluktuationen

In diesem Abschnitt wird untersucht, wie Phasenfluktuationen des Pumplichts in einem SIS-EOPO unterdrückt werden und wie groß die Fluktuationen des erzeugten Lichts sind. Dazu werden die Methoden und Bezeichnungen aus Abschnitt C3.5 aufgegriffen.

Es muß zwischen dem Spektrum der Phase des unstabilisierten Pumplichts  $\mathbf{j}_{pu}$  und dem des vorstabilisierten Pumplichts  $\mathbf{j}_{vor}$  unterschieden werden. Die Transferfunktion für das vorstabilisierte Pumplicht ist gegeben durch

$$F_{vor} \equiv \frac{\mathbf{j}_{vor}}{\mathbf{j}_{pu}}. \quad (C.74)$$

Im Fall der elektronischen Phasenregelung des Pumplichts basierend auf dem Schwebungssignal aus der Oszillationsschleife, wie in Abbildung 13, ist sie gegeben durch

$$F_{vor,schleife} \equiv \frac{\mathbf{j}_{vor,schleife}}{\mathbf{j}_{pu}}. \quad (C.75)$$

Die Transferfunktionen für die vom SIS-EOPO erzeugten Lichtfelder sind durch die Produkte der Transferfunktionen des einfachen EOPOs mit  $F_{vor}$  beziehungsweise  $F_{vor,schleife}$  gegeben. Für das resonante Seitenband:

$$F_{SB,sis} = F_{SB} F_{vor}, \quad F_{SB,sis,schleife} = F_{SB} F_{vor,schleife}. \quad (C.76, 77)$$

Für das gespeicherte beziehungsweise abgestrahlte Feld:

$$F_{ges,sis} = F_{ges} F_{vor}, \quad F_{ges,sis,schleife} = F_{ges} F_{vor,schleife}. \quad (C.78, 79)$$

Der unmittelbare Regel- beziehungsweise Injektionsvorgang<sup>1</sup> ohne Berücksichtigung von Rückwirkungen durch die EOPO-Dynamik soll durch die Transferfunktion  $F_{reg}$  beschrieben werden.  $F_{reg}$  gibt an, welcher Anteil der Phasenfluktuationen des Referenzsignals in das stabilisierte Licht übertragen wird. Der Anteil der Phasenfluktuationen, der aus dem unstabilisierten Licht in das stabilisierte Licht übertritt, ist durch  $1-F_{reg}$  gegeben.

---

<sup>1</sup> Der Effekt der Injektions-Synchronisation wird hier als Phasenregelung interpretiert.

Die Forderung, daß alle Phasenrauschspektren nach einem Schleifenumlauf reproduziert werden, führt auf die Bedingungen für  $F_{vor}$  und  $F_{vor,schleife}$ :

$$F_{vor} = F_{reg} F_{ges} F_{vor} + (1 - F_{reg}), \quad (C.80)$$

$$F_{vor,schleife} = F_{reg} (F_{ges} - (1 - g)F_{2S}) F_{vor,schleife} + (1 - F_{reg}). \quad (C.81)$$

Zur Gewinnung von C.81 wurde ähnlich wie für C.59 die Beziehung für die resultierende Gesamtphase bei der vektoriellen Addition der beiden Schwebungssignale linearisiert (siehe auch Anhang 3).

Aus C.80,81 folgt direkt:

$$F_{vor} = \frac{1 - F_{reg}}{1 - F_{reg} F_{ges}} \quad (C.82)$$

und

$$F_{vor,schleife} = \frac{1 - F_{reg}}{1 - F_{reg} (F_{ges} - (1 - g)F_{2S})}. \quad (C.83)$$

Die Transferfunktion des Frequenzreglers  $F_{reg}$  soll in den folgenden Beispielen eine Tiefpaßcharakteristik mit der Eckfrequenz  $f_{reg}$  wiedergeben:

$$F_{reg} = \frac{1}{1 - i \frac{f}{f_{reg}}}. \quad (C.84)$$

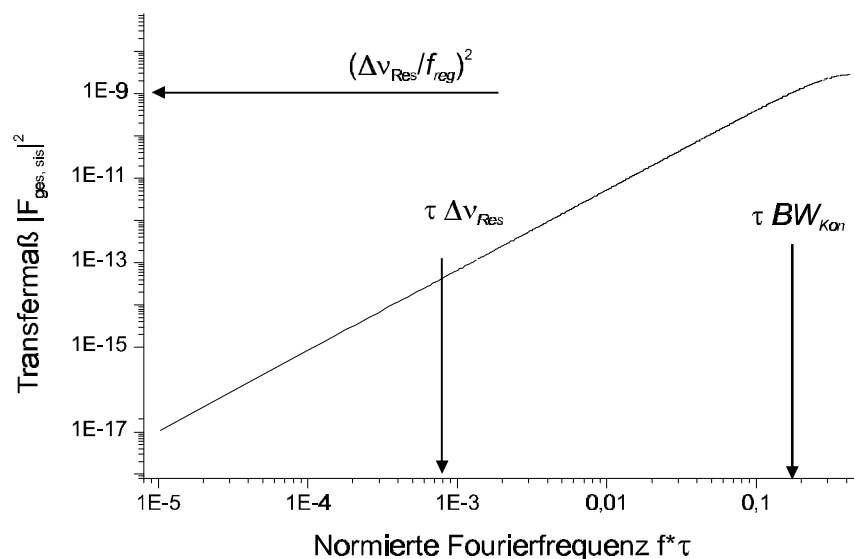


Abb14: Transfermaß  $|F_{ges, sis}|^2$  für einen SIS-EOPO mit optischer Injektion als Funktion der Fourierfrequenz ;  $f_{reg}=130 BW_{Kon}$



Abbildung 14 zeigt  $|F_{ges, sis}|^2$  für Frequenzkonstanten, die für einen SIS-EOPO realisiert durch optische Injektion typisch sind ( $f_{reg} \gg BW_{Kon} \gg \mathbf{Dn}_{Res}$ ). Man erkennt einfach integrierendes Verhalten im gesamten Fourierfrequenzbereich unterhalb der effektiven Kontrollbandbreite des EOPOs  $BW_{Kon}$ . Die Rauschdichteunterdrückung bei der Fourierfrequenz  $f=BW_{Kon}$  ist durch

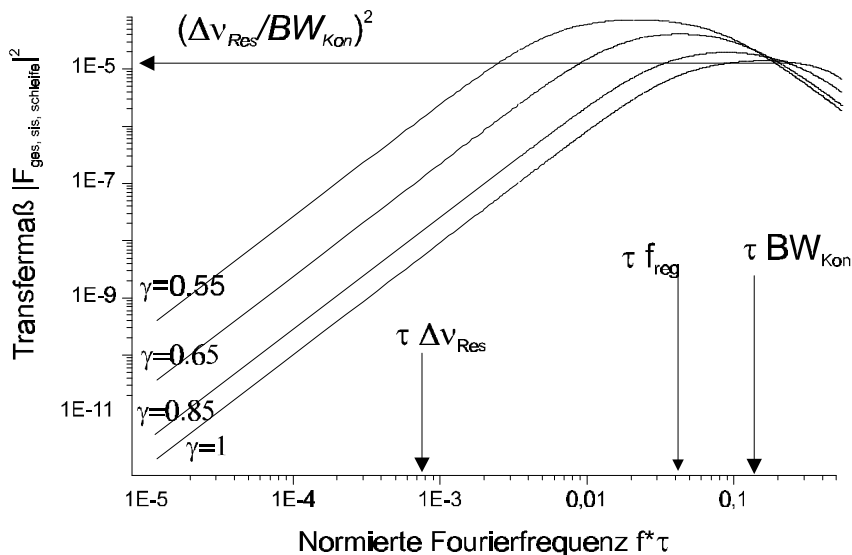
$$|F_{ges, sis}(BW_{Kon})|^2 \approx (\mathbf{Dn}_{Res}/f_{reg})^2 \quad (C.85)$$

gegeben.

Abbildung 15 zeigt  $|F_{ges, sis, schleife}|^2$  für unterschiedliche Werte des Parameters  $\gamma$  und für Frequenzkonstanten, die für einen SIS-EOPO, realisiert durch einen elektronischen Phasenregelkreis, typisch sind ( $BW_{Kon} > f_{reg} \gg \mathbf{Dn}_{Res}$ ). Für  $\gamma \approx 1$  (kleiner Modulationsindex  $m$ ) erkennt man integrierendes Verhalten für Fourierfrequenzen unterhalb der Eckfrequenz des Phasenregelkreises  $f_{reg}$ . Die Rauschdichteunterdrückung für höhere Fourierfrequenzen ist im wesentlichen konstant und durch

$$|F_{ges, sis, schleife}(f > f_{reg})|^2 \approx (\mathbf{Dn}_{Res}/BW_{Kon})^2 \quad (C.86)$$

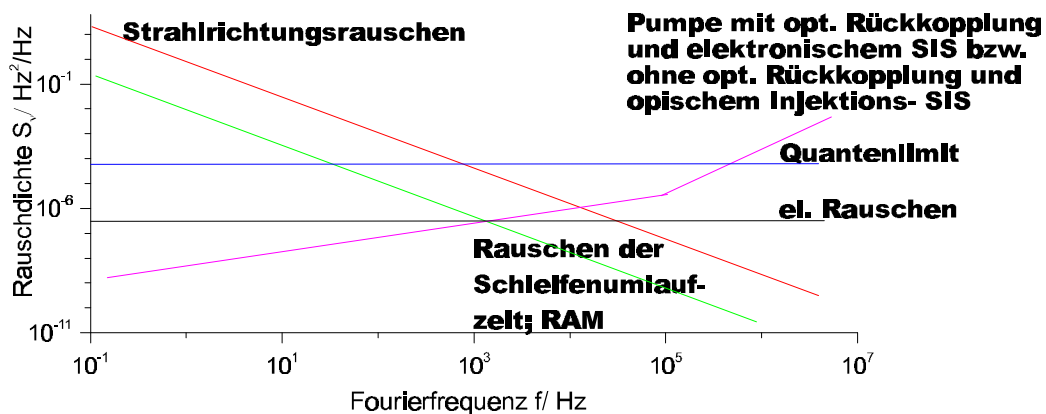
gegeben. Für höhere Indizes der Modulation ( $0.5 < \gamma < 1$ ) reduziert sich die Rauschunterdrückung bei niedrigen Fourierfrequenzen etwa in dem selben Maß wie sie sich beim EOPO ohne SIS reduziert.



**Abb 15: Transfermaß  $|F_{ges, sis, schleife}|^2$  für einen SIS-EOPO mit elektronischer Phasenregelung unter Benutzung des Signals aus der Oszillationsschleife;  $f_{reg}=0.25 BW_{Kon}$ . ( $\gamma=1 \Leftrightarrow m=0$ ;  $\gamma=0.85 \Leftrightarrow m=1.07$ ;  $\gamma=0.65 \Leftrightarrow m=1.58$ ;  $\gamma=0.55 \Leftrightarrow m=1.76$ )**

Zusammenfassend lässt sich sagen, daß durch SIS der Beitrag des Frequenzrauschens im erzeugten Licht, der durch Frequenzfluktuationen des Pumplichts verursacht wird, reduziert werden kann. Die Reduktion ist durch die Eigenschaften des Frequenzreglers gegeben und beträgt in den Beispielen 20 dB pro Dekade für Fourierfrequenzen unterhalb der Bandbreite der Frequenzregelung  $f_{reg}$ .

In der Abbildung 16 sind die Beiträge zum Frequenzrauschen des mit SIS-EOPOs erzeugten Lichts eingezeichnet. Die Angaben sind wiederum nur als ungefähre Anhaltspunkte aufzufassen. Man sieht, daß zu erwarten ist, daß das Frequenzrauschen des Pumplichts eines SIS-EOPOs im Fourierfrequenzbereich unterhalb von etwa 300 kHz nicht den dominanten Beitrag zum Frequenzrauschen des erzeugten Lichts darstellt.



**Abb 16:** Zu erwartende Beiträge zum Frequenzrauschen des mit einem SIS-EOPO ( $BW_{Kon}=4$  MHz,  $Dn_{Res}=15$  kHz) erzeugten Lichts (resonantes Seitenband)

Die Analyse dieses Abschnitts behandelte die Beiträge zum Frequenzrauschen des erzeugten Lichts, die aus der linearisierten Dynamik des SIS-EOPO-Systems resultieren. Eine Aussage, inwiefern durch die volle Dynamik des Systems darüber hinaus durch Frequenzrauschen des Pumplichts solches im erzeugten Licht entsteht, ist damit nicht gemacht.

Wird jedoch die SIS-Frequenzregelung wie in den Beispielen durch einen elektronischen oder optischen Phasenregelkreis realisiert, gilt folgendes: Wenn es auch zu durch die linearisierte Beschreibung nicht erfaßten Fluktuationen von Frequenz und Phase des Pumplichts kommt, so lassen sich doch Bedingungen angeben, unter denen davon ausgegangen werden kann, daß über lange Zeiträume mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit eine exakt richtige Anzahl optischer Zyklen übertragen wird. Es läßt sich dann eine obere Abschätzung für die Dichte des

Frequenzrauschens des stabilisierten Pumplichts angeben. Die Bedingungen, unter denen keine Zyklussprünge auftreten und die dann möglichen Abschätzungen, werden im Anhang 2 an diese Arbeit genauer untersucht.

## **C6 AM-Spektroskopie (AMS)**

Es ist zu erwarten, daß durch die Fluktuationen der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife der dominante Beitrag zum Frequenzrauschen des von einem SIS-EOPO erzeugten Lichts im Fourierfrequenzbereich unterhalb von etwa 1 kHz verursacht wird. Eine geeignete Methode, diese Fluktuationen zu detektieren, stellt das neuartige Verfahren der Amplitudenmodulations-Spektroskopie (AMS) dar, das in diesem Kapitel besprochen wird. Es wird zunächst abgeleitet, wie groß die Phasenmodulation der Anregung einer Resonanz ist, die von amplitudenmoduliertem Licht angeregt wird. Anschließend wird eine Heterodyntechnik zur Messung dieser Phasenmodulation beschrieben. Die Limitierungen der Heterodyn-AM-Spektroskopie (HAMS) werden diskutiert. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wird erläutert, wie sich HAMS zur Kompensation von Fluktuationen der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife eines EOPOs einsetzen läßt und inwiefern sich damit das Frequenzrauschen des von SIS-EOPOs erzeugten Lichts reduzieren läßt.

### **C6.1 Prinzip der AM-Spektroskopie**

Wird eine atomare oder optische Resonanz angeregt, so ist die Phasenlage und die Amplitude der Anregung der Resonanz von der Amplitude und der Frequenz des anregenden Lichts abhängig. Modulation der Frequenz oder der Amplitude des anregenden Lichts erzeugt eine Modulation der Anregung der Resonanz, die in beiden Fällen im allgemeinen sowohl amplitudenartig als auch phasen-/ frequenzartig ist. Die Phase und der Betrag der übertragenen Modulation ermöglichen es, auf die Differenz der Resonanzfrequenz von der Frequenz des anregenden Lichts zu schließen.

Während bei der Wellenlängenspektroskopie dem anregenden Licht eine Frequenzmodulation aufgeprägt und aus der resultierenden Amplitudenmodulation der Anregung der Resonanz auf die relative Frequenz des anregenden Lichts geschlossen wird, ist der Ausgangspunkt der AM-Spektroskopie eine Modulation der Amplitude des anregenden Lichts.

Im mitrotierenden Bezugssystem sei das anregende Feld dargestellt durch

$$E_{ein} = 1 + \mathbf{a} \sin(2\mathbf{p}f_{mod}t), \quad (\text{C.87})$$

wobei die Frequenz der Amplitudenmodulation durch  $f_{mod}$  und ihr relativer Hub durch  $\mathbf{a}$  gegeben ist.

Die Bewegungsgleichung der Abstrahlung des Resonanzgebildes lautet in diesem Bezugssystem:

$$\dot{E}_{aus} = 2\mathbf{p}(-\Delta\mathbf{n}_{Res} + i\mathbf{d}\mathbf{n}_{res})E_{aus} + 2\mathbf{p}\Delta\mathbf{n}_{Res}E_{ein}, \quad (\text{C.88})$$

wobei durch  $\mathbf{d}\mathbf{n}_{res}$  die Differenz zwischen der Resonanzfrequenz und der Frequenz des anregendem Lichts angegeben ist.

Die Integration der Bewegungsgleichung C.88 liefert als nicht transiente Lösung die Trajektorie von  $E_{aus}$  in der komplexen Feldebene:

$$E_{aus} = c + e(\cos(2\mathbf{p}f_{mod}t + \mathbf{y}_{aus}) + i\mathbf{r} \sin(2\mathbf{p}f_{mod}t + \mathbf{y}_{aus})). \quad (\text{C.89})$$

Sie beschreibt eine Ellipse um den Mittelpunkt  $c$  mit der Halbachse  $e$ , deren Elliptizität  $r$  beträgt und die mit der Phase  $\mathbf{y}_{aus}$  durchlaufen wird.

Es ist:

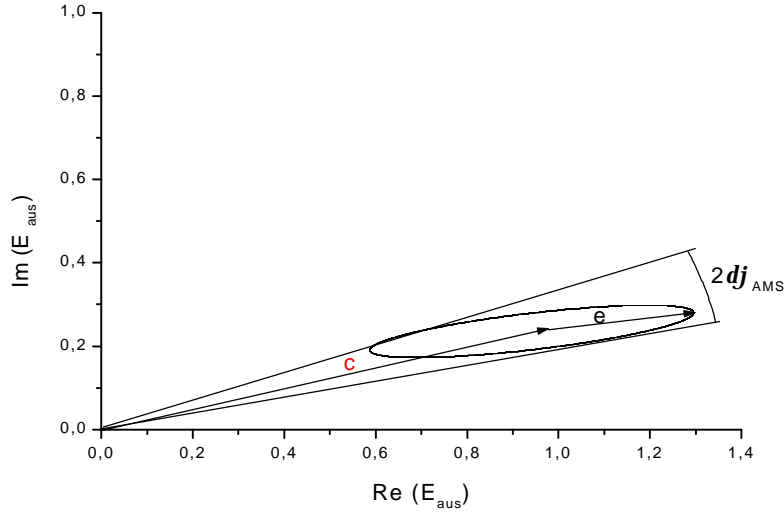
$$c = \frac{\Delta\mathbf{n}_{Res}}{\Delta\mathbf{n}_{Res} - i\mathbf{d}\mathbf{n}_{res}}, \quad (\text{C.90})$$

$$r = \frac{f_{mod}^2 + \mathbf{d}\mathbf{n}_{res}^2 + \Delta\mathbf{n}_{Res}^2 - \sqrt{(f_{mod}^2 + \mathbf{d}\mathbf{n}_{res}^2 + \Delta\mathbf{n}_{Res}^2)^2 - (2f_{mod}\mathbf{d}\mathbf{n}_{res})^2}}{2f_{mod}\mathbf{d}\mathbf{n}_{res}} \quad (\text{C.91})$$

$$\tan\mathbf{y}_{aus} = \frac{\Delta\mathbf{n}_{Res}}{f_{mod} - \frac{\mathbf{d}\mathbf{n}_{res}}{r}} \quad (\text{C.92})$$

$$e = -\frac{\mathbf{a}\Delta\mathbf{n}_{Res}}{f_{mod}(\cos\mathbf{y}_{aus} + i\mathbf{r}\sin\mathbf{y}_{aus}) + (-\Delta\mathbf{n}_{Res} + i\mathbf{d}\mathbf{n}_{res})(-\sin\mathbf{y}_{aus} + i\mathbf{r}\cos\mathbf{y}_{aus})} \quad (\text{C.93})$$

Ein Beispiel einer solchen Trajektorie ist in Abbildung 17 veranschaulicht.



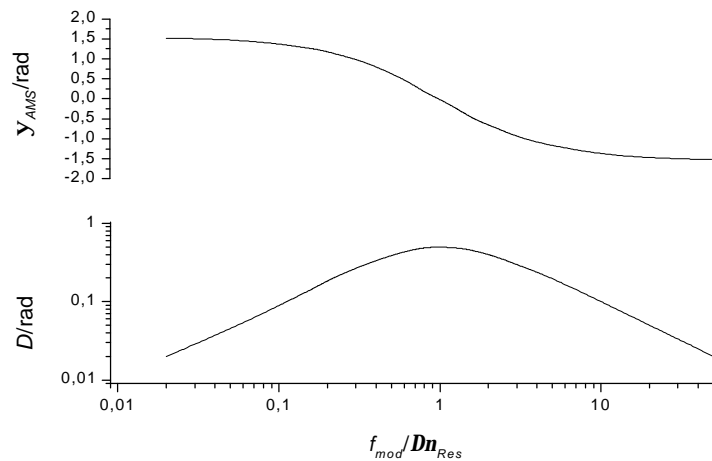
**Abb 17:** Trajektorie des im Resonator gespeicherten Felds bei Amplitudenmodulation des anregenden Lichts;  
**Parameter:**  $a=0.5$ ,  $dn_{res}=0.25 Dn_{Res}$ ,  $f_{mod}=Dn_{Res}$

Für  $dn_{res} \ll Dn_{Res}$ , das heißt im Arbeitspunkt eines auf der AMS basierenden Frequenzreglers, kommt der Ellipsenmittelpunkt  $c$  bei  $E_{aus}=1$  und die Halbachse  $e$  parallel zur reellen Achse zu liegen. Die Amplitude der optischen Phasenmodulation der Anregung der Resonanz ist durch  $dj_{AMS}$  gegeben.

Die Diskriminatorsteilheit  $D$  der AMS, das heißt die Amplitude  $dj_{AMS}$  der Modulation der Phase der Resonanzanregung pro normierter Verstimmung des anregenden Lichts von der Resonanzfrequenz  $dn_{res}/Dn_{Res}$  und pro relativer Amplitudenmodulation  $a$  des anregenden Lichts im Arbeitspunkt, ist gegeben durch

$$D \equiv \frac{\Delta n_{Res}}{a} \frac{dj_{AMS}}{dn_{res}} \Big|_{dn_{res}=0} \quad (C.94)$$

Die Diskriminatorsteilheit  $D$  sowie die Phasenlage  $y_{AMS}$ , mit der die Modulation der Phase der Anregung der Resonanz relativ zu der Modulation der Amplitude des anregenden Lichts erfolgt, wurden numerisch ermittelt und sind für den Grenzfall  $a \ll 1$ ,  $dn_{res} \ll Dn_{Res}$  in der Abbildung 18 dargestellt.



**Abb 18: Diskriminatorsteilheit  $D$  und Phasenlage  $y_{AMS}$  der Phasenmodulation der Anregung der Resonanz als Funktion der Modulationsfrequenz  $f_{mod}$**

Man erkennt eine bandpaßartige Charakteristik. Die Diskriminatorsteilheit  $D$  nimmt sowohl zu kleinen als auch zu großen Modulationsfrequenzen hin um den Faktor 10 pro Dekade ab. Das Maximum der Diskriminatorsteilheit wird erreicht, wenn die Frequenz der Amplitudenmodulation  $f_{mod}$  mit der Resonanzbreite  $\Delta n_{Res}$  identisch ist. Die Diskriminatorsteilheit  $D$  beträgt dann

$$D(\Delta n_{Res}) = 0,5 \text{ rad} . \quad (\text{C.95})$$

Entsprechend dieser Bandpaßcharakteristik verhält sich der beobachtete Phasengang  $y_{AMS}$  der Phasenmodulation der Anregung der Resonanz. Für langsamste Modulation eilt die Phasenmodulation der Anregung der Resonanz der Amplitudenmodulation des anregenden Lichts um  $\pi/2$  voraus, für schnellste Modulation ist es umgekehrt. Nimmt die Modulationsfrequenz  $f_{mod}$  den Wert der Resonanzbreite  $\Delta n_{Res}$  an, so gilt

$$y_{AMS}(\Delta n_{Res}) = 0 \quad (\text{C.96})$$

Zur konzeptionellen Komplettierung der AM-Spektroskopie bedarf es einer Methode, die Amplitude der periodischen Phasenmodulation der Resonanzanregung in ein elektronisches Fehlersignal zu konvertieren. Einerseits ist hierzu die Abfrage einer weiteren *passiven* Referenz möglich. Alternativ bietet sich die Möglichkeit eines Vergleichs der Phase der Anregung der Resonanz mit der Phase eines Referenzfelds an. Die periodische Modulation der Phase der Abstrahlung der Resonanz wird hierbei auf ein Heterodynsignal übertragen. Dieses läßt sich mit elektronischen Komponenten (f-U Wandlung, Phasenregelkreise)

auswerten. Vorteilhafte Eigenschaften und limitierende Effekte der Heterodyn-AM-Spektroskopie (HAMS) werden im folgenden Abschnitt dieses Kapitels diskutiert.

## **C6.2 Diskussion der Heterodyn-AM-Spektroskopie (HAMS)**

Wie bei allen Verfahren, die auf der Abfrage der Modulierbarkeit der Anregung einer Resonanz beruhen, ist die Bandbreite, in der durch HAMS ein Fehlersignal mit maximalem Signal-zu-Rauschverhältnis zur Frequenzregelung erzeugt werden kann, durch die halbe Linienbreite der verwendeten Resonanz begrenzt<sup>1</sup>.

Ein großer Vorteil solcher Verfahren besteht darin, daß Fluktuationen der Strahlrichtung und der transversalen Eigenschaften des anregenden Felds (und des Überlagerungsfelds) nur dann in das erzeugte Fehlersignal übersprechen, wenn sie mit Fourierfrequenzen in der Nähe der Modulationsfrequenz auftreten. Die Amplitude solcher Fluktuationen ist aber in aller Regel viel kleiner als die Amplitude solcher Fluktuationen der Strahlrichtung, die über lange Zeiträume auftreten<sup>2</sup>.

Die wichtigste technische Quelle additiver Beiträge zu einem mit HAMS erzeugten Fehlersignal ist in der residualen Phasenmodulation (RPM) des anregenden Lichts mit der Frequenz der Amplitudenmodulation zu sehen. Unabhängig von der Verstimmung des anregenden Lichts von der Resonanzfrequenz kommt es durch RPM zu einer Modulation der Phase der Anregung der Resonanz. Steht die Phase dieser Modulation nicht in Quadratur zu der Phase der Phasenmodulation, die das Signal der AMS darstellt, so erzeugt die RPM unvermeidlich einen additiven Beitrag zum erzeugten Fehlersignal. Der Aspekt der RPM wird bei der Anwendung von HAMS auf den EOPO im folgenden Abschnitt aufgegriffen.

---

<sup>1</sup> Siehe Argumentation in Teil B dieser Arbeit: Es kann schneller moduliert und auch demoduliert werden als es der Resonanzbandbreite entspricht. Hierbei verschlechtert sich jedoch das Signal-zu-Rauschverhältnis. Ein Fehlersignal kann in der Bandbreite der halben Modulationsfrequenz erzeugt werden.

<sup>2</sup> Es sei daran erinnert, daß für Verfahren, die auf einem Phasenvergleich der Abstrahlung der Resonanz mit einem Referenzfeld beruhen (einschließlich des EOPOs), auch Fluktuationen der Strahlrichtung bei niedrigsten Fourierfrequenzen additive Beiträge zum Fehlersignal liefern (siehe Teil B dieser Arbeit).

Als das Quantenlimit der Frequenzstabilisierbarkeit mittels HAMS soll die Frequenzrauschdichte  $S_{n,QL}$  aufgefaßt werden, die bei geschlossener Regelschleife aufgrund des Schrotrauschens des erzeugten Photostrom in das zu stabilisierende Licht eingefügt wird.

Ist die Modulationsfrequenz gemäß C.95 optimal gewählt und die Leistung des verwendeten Überlagerungsfelds viel größer als die Leistung der Abstrahlung der Resonanz  $P_{aus}$ , so beträgt das Signal-zu-Rauschverhältnis im erzeugten Photostrom:

$$\frac{S}{N_{HAMS}} = \frac{a^2 \Delta n_{res}^2}{4 \Delta n_{Res}^2} \frac{P_{aus}}{h n_{Res}}. \quad (C.97)$$

Das Quantenlimit eines auf HAMS basierenden Regelverfahrens ist demnach gegeben durch

$$S_{n,QL} = \frac{\Delta n_{Res}^2}{4 a^2} \frac{h n_{res}}{P_{aus}}. \quad (C.98)$$

### **C6.3 HAMS zur Kompensation von Fluktuationen der Phasendrehung in der EOPO-Schleife**

In Kapitel C.4 wurde beschrieben, wie Fluktuationen der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife des EOPOs zu Fluktuationen der Frequenz des erzeugten Lichts führen. Es wird nun beschrieben, wie diese Fluktuationen des erzeugten Lichts mittels HAMS detektiert und dann ausgeregelt werden können.

Eine Realisierung eines auf HAMS basierenden Verfahrens zur Frequenzstabilisierung von Licht läßt sich elegant in das EOPO- Konzept integrieren. Das Schema dazu ist in Abbildung 19 zu sehen. Die Amplitudenmodulation des hier interessierenden resonanten Seitenbands wird erzeugt, indem an den Steuereingang eines Verstärkers mit elektronisch stellbarem Verstärkungsfaktor eine Wechselspannung der Frequenz  $f_{mod}$  angelegt wird. Als Referenzfeld dient das Pumplicht des EOPOs, so daß das Heterodynsignal durch das elektronische Signal in der EOPO-Schleife gegeben ist. Die Phasenmodulation des Hetrodynsignals wird mit einem f/U Wandler ausgewertet und phasensynchron demoduliert. Als Stellelement dient ein elektronisch ansteuerbarer Phasenschieber in der EOPO-Schleife.



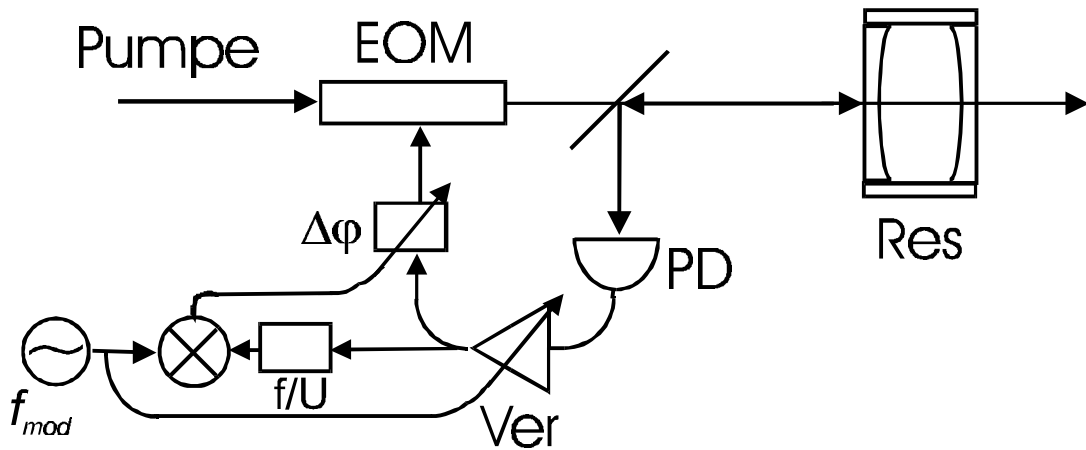


Abb 19: Realisierung eines HAMS-EOPOs; f/U: Frequenz-Spannungs-Wandler;  $\Delta\varphi$ : elektronisch ansteuerbarer Phasenschieber;  $f_{mod}$ : Signalgenerator

Der auf HAMS basierende Regelkreis regelt Rauschen der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife des EOPOs aus. Andererseits wird aber durch diesen Regelkreis auch Rauschen in das erzeugte Licht eingefügt. Die wichtigste Quelle solchen Rauschens stellt die residuale Phasenmodulation (RPM) dar. Sie setzt sich in dem vorgestellten Schema aus zwei verschiedenen Beiträgen zusammen:

Ein Beitrag resultiert aus der Abhängigkeit der Signallaufzeit  $t_{el}$  des steuerbaren Verstärkers von seiner Verstärkung beziehungsweise von seinem Eingangspegel. Beträgt die Amplitude der Modulation der Laufzeit  $dt_{el}$  bei der Verstärkungsmodulation, so kommt es zu einer Phasenmodulation des resonanten Seitenbands relativ zur Phase der Anregung der Resonanz mit der Amplitude  $dj_{RPM,t,rel}$ , die in Analogie zu C. 72 gegeben ist durch

$$dj_{RPM,t,rel} = 2pdn_{Pump} dt_{el} \quad (C.99)$$

Die Amplitude der absoluten Phasenmodulation des resonanten Seitenbands  $dj_{RPM,t,abs}$  ergibt sich unter Berücksichtigung der Rückwirkung der Resonanz zu

$$dj_{RPM,t,abs} = dj_{RPM,t,rel} \left| 1 + i \frac{\Delta n_{Res}}{f_{mod}} \right| \quad (C.100)$$

Die Phasenlage der RPM relativ zur Verstärkungsmodulation des resonanten Seitenbands ist gegeben durch

$$y_{RPM,t}(f_{mod}) = \arctan\left(\frac{\Delta n_{Res}}{f_{mod}}\right) \quad (C.101)$$

Ein zweiter Beitrag zur RPM resultiert, wenn es im EOM des EOPOs nicht zu reiner Phasenmodulation kommt, sondern eine residuale Amplitudenmodulation (RAM) auftritt. In dieser Situation kommt es zu einer Abhängigkeit der Phasenlage des erzeugten resonanten Seitenbands relativ zur Summe der Phasenlagen von Pumplicht und am Modulator anliegendem elektronischen Signal von dem Modulationsindex  $m$ .

Wird die Amplitude der relativen im EOM auftretenden RAM mit  $\mathbf{a}_{RAM}$  angegeben und nimmt man an, daß ihr Wert ebenso wie der Modulationsindex  $m$  proportional zur am Modulator angelegten Feldstärke ist, so erhält man für die Amplitude der Modulation der Phase des resonanten Seitenbands relativ zur Anregung der Resonanz den Ausdruck

$$\mathbf{d}j_{RPM, RAM, rel} = \frac{\mathbf{d}m}{m} \frac{\mathbf{a}_{RAM}}{2J_1(m)} \left( 1 - \frac{mJ_1'(m)}{J_1(m)} \right). \quad (\text{C.102})$$

wobei  $\mathbf{d}m$  die Amplitude der Modulation des Modulationsindex  $m$  und  $J_1'$  die Ableitung der ersten Besselfunktion nach ihrem Argument angibt.

Die Amplitude der absoluten Modulation der Phase des resonanten Seitenbands durch diesen Effekt ergibt sich zu

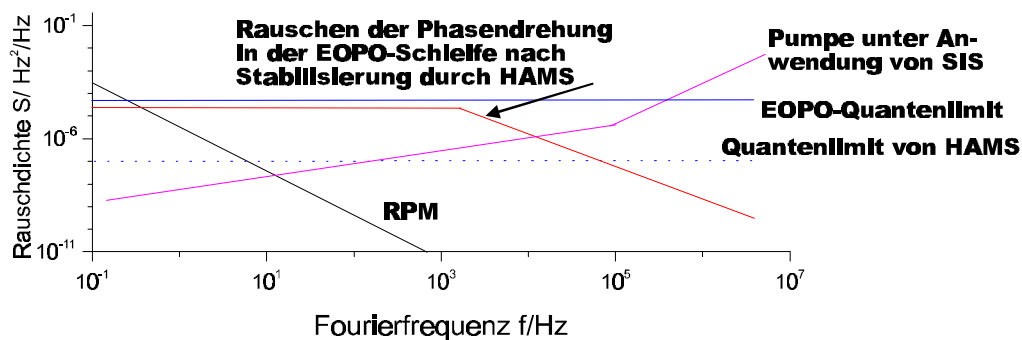
$$\mathbf{d}j_{RPM, RAM, abs} = \mathbf{d}j_{RPM, RAM, rel} \left| 1 + i \frac{\Delta n_{Res}}{f_{mod}} \right|. \quad (\text{C.103})$$

Die Phasenlage  $\mathbf{y}_{RPM, RAM}(f_{mod})$  dieses Beitrags zur RPM relativ zur Verstärkungsmodulation des resonanten Seitenbands ist entsprechend C.101 gegeben.

Unterscheidet sich die Phasenlage der Phasenmodulation der Anregung der Resonanz aufgrund der RPM von der Phasenlage  $\mathbf{y}_{AMS}$ , so sind diese beiden Phasenmodulationen der Anregung der Resonanz im Prinzip voneinander unterscheidbar. Da diese Unterscheidung in der Praxis jedoch nur problematisch zu realisieren ist, werden im folgenden die Auswirkungen der RPM unter der ungünstigsten Annahme abgeschätzt, die RPM erzeuge eine Modulation der Phase der Anregung der Resonanz, die mit der Modulation, die die Information der AMS repräsentiert, in Phase steht.

In der Abbildung 20 ist die Größenordnung der Beiträge zum Frequenzrauschen von Licht dargestellt, das von einem EOPO erzeugt wird, der von SIS und HAMS Gebrauch macht. Dabei wurden Parameter angenommen, die im Rahmen der experimentellen Untersuchungen

zu dieser Arbeit typischerweise beobachtet wurden: Eine Modulation der Signallaufzeit mit einer Amplitude von 2 ps bei einer Modulation der elektronischen Verstärkung mit einer Amplitude von 1 dB und eine relative Fluktuation der Amplitude der Modulation der Signallaufzeit von 0,1% in 10 Sekunden. Eine RAM im EOM mit einer relativen Amplitude von  $a_{RAM}=10^{-4}$ , relative Fluktuationen der RAM um 10% in 10s und ein Modulationsindex  $m$  von 0,4 rad. Modulation mit der der Resonanzbreite entsprechenden Frequenz  $f_{\text{mod}} = \Delta n_{\text{Re},s}$ . Die Regelbandbreite der auf HAMS basierenden Regelung wurde mit 2 kHz angenommen.



**Abb 20: Zu erwartende Beiträge zum Frequenzrauschen des von einem SIS und HAMS nutzenden EOPO erzeugten Lichts (resonantes Seitenband)**

Als Ergebnis der Abschätzungen ist es zu erwarten, daß die Auswirkungen der Fluktuationen der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife bei aktiver SIS-Regelung kleiner als das EOPO-Quantenlimit sind. Darüber hinaus kann erwartet werden, daß die Fluktuationen der RPM die Ursache des dominanten Beitrags zum Frequenzrauschen der Emission eines HAMS/ SIS-EOPOs im Fourierfrequenzbereich unterhalb von etwa 0,1 Hz sind.

## C7 Wechselwirkung von EOPOs mit äußeren Lichtfeldern

Im vorangehenden wurde die elektro-optisch parametrische Oszillation in Abwesenheit äußerer Lichtfelder beschrieben, allenfalls die Wechselwirkung mit dem Vakuumfeld wurde berücksichtigt. In vielen Anwendungen sind jedoch die Eigenschaften der Wechselwirkung von EOPOs mit äußeren Feldern von Interesse, etwa um zu wissen, wie gut ein EOPO von der Umwelt isoliert werden muß, um weitgehend ungestört oszillieren zu können<sup>1</sup>. Es sind auch Situationen denkbar, in denen man gezielt durch Einstrahlung äußerer Felder die Eigenschaften des vom EOPO emittierten Lichts modifizieren möchte. So kann ein EOPO als Mischelement für injiziertes Licht und als rauscharmer Verstärker betrieben werden.

In den beiden folgenden Abschnitten werden die Wechselwirkungen von EOPOs mit äußeren Feldern beschrieben. Dabei wird gezeigt, wie es bei diesen optischen Oszillatoren zu den von anderen Oszillatoren bekannten Phänomenen der Injektions-Synchronisation und der Vierwellen-Mischung kommt. Die Ausführungen dieses Kapitels beziehen sich auf EOPOs ohne SIS und ohne AMS die mit Licht gepumpt werden, dessen Frequenz mit einer EOPO-Pumpfrequenz  $\mathbf{n}_{Pump}$  übereinstimmt. Die Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  der betrachteten EOPOs soll viel größer sein als die Resonanzbreite  $\Delta\mathbf{n}_{Res}$ .

### C7.1 Synchronisation der Emission eines EOPOs mit einem äußeren injizierten Feld

In Abbildung 21 ist ein Aufbau schematisch dargestellt, in dem ein äußeres Lichtfeld in einen EOPO eingestrahlt wird. Das injizierte Lichtfeld soll beschrieben werden durch

$$E_{inj} = E_{inj0} e^{i(2\mathbf{p}\mathbf{n}_{inj}t + \mathbf{j}_{inj})}, \quad (\text{C.104})$$

die Abstrahlung der Resonanz durch

$$E_{ab} = E_{ab0} e^{i(2\mathbf{p}\mathbf{n}_{inj}t + \mathbf{j}_{ab})} \quad (\text{C.105})$$

---

<sup>1</sup> So stellt sich beispielsweise bei der Realisierbarkeit eines auf EOPOs basierenden Gyroskops die Frage, ob eine Resonanz eines Ringresonators mit EOPOs unabhängig in beiden Umlaufrichtungen abgefragt werden kann, wengleich es eine unvermeidliche Kopplung zwischen den gegensinnig umlaufenden Feldern gibt.

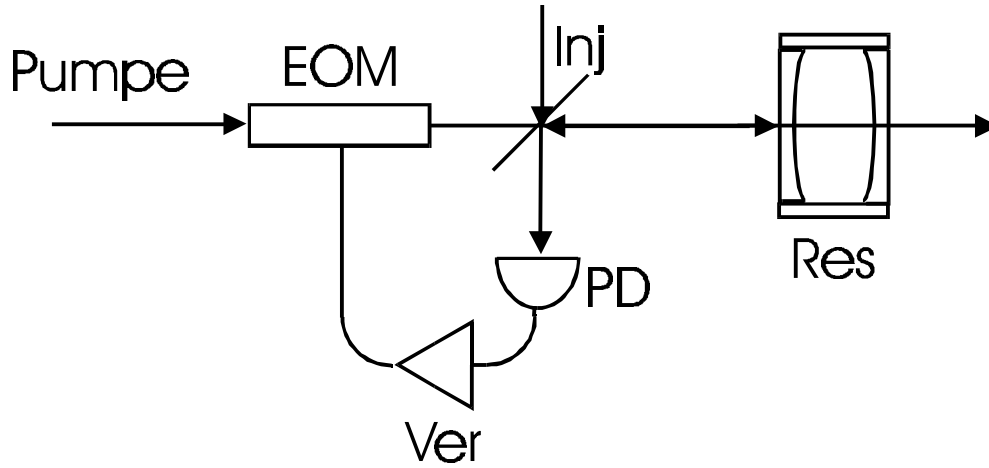


Abb 21: Schema zur Injektion eines äußeren Lichtfeldes in einen EOPO; Inj: injiziertes Feld

und das resonante Seitenband des Pumplichts durch

$$E_{SB} = E_{SB0} e^{i(2pn_{inj}t + j_{SB})}. \quad (C.106)$$

Die Bewegungsgleichung des aus dem Resonator abgestrahlten Felds  $E_{ab}$  lautet:

$$\dot{E}_{ab} = 2p \left( in_{res} E_{ab} + \Delta n_{Res} (-E_{ab} + E_{SB} + E_{inj}) \right), \quad (C.107)$$

wobei  $n_{res}$  die Resonanzfrequenz angibt.

Es soll zunächst ein vereinfachter Ausdruck für den Zusammenhang zwischen dem resonanten Seitenband  $E_{SB}$  und der Abstrahlung des Resonators  $E_{ab}$  angegeben werden, der zum einen die phasenrichtige elektro-optisch parametrische Verstärkung und andererseits das Sättigungsverhalten bei der Seitenbänderzeugung beschreibt. Die Endlichkeit der EOPO-Kontrollbandbreite hingegen soll darin vernachlässigt werden.

Solch ein Ausdruck ist gegeben durch

$$E_{SB} = \left[ 1 - \mathbf{b}(m) \frac{E_{ab0} - E_{ab00}}{E_{ab0}} \right] E_{ab}. \quad (C.108)$$

Der reelle positive Sättigungsparameter  $\mathbf{b}(m)$  dient dabei der linearisierten Beschreibung der Antwort auf eine Abweichung der Amplitude der Abstrahlung der Resonanz  $E_{ab0}$  von dem Wert  $E_{ab00}$ , der die Amplitude der Abstrahlung der Resonanz in Abwesenheit von äußeren in den EOPO injizierten Feldern beschreibt.

Es resultieren die Bewegungsgleichungen für die Abstrahlung des Resonators  $E_{ab}$  in der Phasen-Amplituden Schreibweise:

$$\dot{E}_{ab0} = 2\mathbf{p}\Delta\mathbf{n}_{Res} \left( \cos(\mathbf{j}_{ab} - \mathbf{j}_{inj}) E_{inj0} - \mathbf{b}(m)(E_{ab0} - E_{ab00}) \right), \quad (\text{C.109})$$

$$\mathbf{j}_{ab} = 2\mathbf{p} \left( -\Delta\mathbf{n}_{Res} \frac{E_{inj0}}{E_{ab0}} \sin(\mathbf{j}_{ab} - \mathbf{j}_{inj}) + \mathbf{n}_{res} - \mathbf{n}_{inj} \right). \quad (\text{C.110})$$

Die Gleichungen C.109 und C.110 stellen die Basis zur Beschreibung der Injektions-Synchronisation von EOPOs dar. Sie entsprechen den Gleichungen zur Beschreibung der Injektions-Synchronisation anderer optischer Oszillatoren bezüglich ihrer Form und Herleitung [SIG 83].

Eine stationäre Lösung dieser Bewegungsgleichungen existiert, falls die Frequenz des injizierten Lichts die Bedingung

$$|\mathbf{n}_{res} - \mathbf{n}_{inj}| < \frac{E_{inj0}}{E_{ab0}} \Delta\mathbf{n}_{Res} \quad (\text{C.111})$$

erfüllt, das heißt, falls der Betrag der Differenz zwischen der Frequenz des injizierten Felds und der Resonanzfrequenz kleiner ist als die sogenannte Synchronisations-Bandbreite  $BW_{Sync}$ , die definiert ist gemäß

$$BW_{Sync} = \Delta\mathbf{n}_{Res} \frac{E_{inj0}}{E_{ab0}}. \quad (\text{C.112})$$

Die stationäre Lösung beschreibt die Synchronisation der Phase des vom Resonator abgestrahlten Lichts mit der Phase des injizierten Lichts gemäß

$$\mathbf{j}_{ab} - \mathbf{j}_{inj} = \arcsin \left( \frac{\mathbf{n}_{res} - \mathbf{n}_{inj}}{BW_{Sync}} \right). \quad (\text{C.113})$$

Die Amplituden-Bewegungsgleichung C.109 hat die stationäre Lösung

$$E_{ab0} = E_{ab00} + \frac{\cos(\mathbf{j}_{ab} - \mathbf{j}_{inj})}{\mathbf{b}(m)} E_{inj0} \quad (\text{C.114})$$

Der Transfer von Fluktuationen der Phase des injizierten Lichts  $d\mathbf{j}_{inj}$  in Fluktuationen der Phase des abgestrahlten Lichts  $d\mathbf{j}_{ab}$  im Fall  $|\mathbf{n}_{res} - \mathbf{n}_{inj}| \ll BW_{Sync}$  ergibt sich durch Fouriertransformation der Phasen-Bewegungsgleichung C110 zu:

$$F_{Sync}(f) \equiv \frac{dj_{ab}}{dj_{inj}} = \frac{1}{1 + i \frac{f}{BW_{Sync}}}. \quad (C.115)$$

Ist die Bedingung C.111 nicht erfüllt, das heißt unterscheiden sich die Frequenz des injizierten Lichts  $n_{inj}$  und die Resonanzfrequenz  $Dn_{Res}$  um mehr als die Synchronisations-Bandbreite  $BW_{Sync}$ , so gibt es keine stationäre Lösung der Bewegungsgleichungen C.109, C.110, und es kommt nicht zur Phasensynchronisation zwischen injiziertem und emittiertem Licht.

Im Prinzip können die Gleichungen C.109 und C.110 auch in diesem Fall als Ausgangspunkt der Untersuchungen dienen. Sie erscheinen jedoch hierzu recht unhandlich. Im folgenden Abschnitt wird ein anderes Vorgehen skizziert: Es wird der EOPO als Mischelement beschrieben und die Verknüpfung zwischen den Komponenten des optischen Spektrums in diesem Mischelement betrachtet. Zunächst wird die Erzeugung von Vielwellen-Mischprodukten in EOPOs in allgemeiner Weise beschrieben. Daran schließen sich speziellere Betrachtungen für den Fall der Vierwellen-Mischung an.

## C7.2 Vielwellen-Mischen in EOPOs

Zur Erzeugung von Mischprodukten zwischen Lichtfeldern in passiven Medien [ARM 62, MAK 65] und in optischen Oszillatoren [NAK 86, KOC 94] sind in den letzten Jahrzehnten zahlreiche Beiträge geliefert worden.

Zur Beschreibung solcher Effekte in EOPOs betrachten wir die Injektion eines oder mehrerer äußerer Felder

$$E_{inj,i} = E_{inj,i0} e^{i(2pn_{inj,i}t + J_{inj,i})} \quad (C.116)$$

in den EOPO, wie in Abbildung 21 dargestellt. Es soll dabei nicht zum Effekt der Injektions-Synchronisation kommen. Das Band der elektronischen Verstärkung in der Oszillationsschleife des EOPOs sei so beschaffen, daß zwar die Schwebungssignale zwischen der Abstrahlung des Resonators  $E_{ab}$  mit dem Pumpfeld  $E_{pu}$  und mit den injizierten Feldern  $E_{inj,i}$  verstärkt werden, nicht aber die Schwebungssignale zwischen den injizierten Feldern  $E_{inj,i}$  untereinander und die Schwebungssignale zwischen den injizierten Feldern  $E_{inj,i}$  und der

Abstrahlung der Resonanz  $E_{ab}$ . Am elektro-optischen Modulator kommt es zur Phasenmodulation des Pumplichts gemäß der linearen Überlagerung aller elektronisch verstärkten Schwebungssignale. Das modulierte Pumplicht  $E_m$  läßt sich dann darstellen als:

$$E_m = E_{pu0} e^{2\pi i \left( \mathbf{n}_{pu} t + m \cos(2\pi (\mathbf{n}_{ab} - \mathbf{n}_{pu}) t + j_{ab}) + \sum_i m_i \cos(2\pi (\mathbf{n}_{inj,i} - \mathbf{n}_{pu}) t + j_{inj,i}) \right)} \quad (C.117)$$

Die Fourier-transformierte Darstellung des modulierten Pumplichts lautet

$$E_m = E_{pu0} \sum_{k, k_1, k_2, \dots, k_i, \dots} j_{k, k_1, k_2, \dots, k_i, \dots}(m, m_1, m_2, \dots, m_i, \dots) e^{2\pi i \left( \mathbf{n}_{pu} + k(\mathbf{n}_{ab} - \mathbf{n}_{pu}) + \sum_i k_i (\mathbf{n}_{inj,i} - \mathbf{n}_{pu}) \right) t + i j_{k, k_1, k_2, \dots, k_i, \dots}} \quad (C.118)$$

Die Indizes der Modulation  $m$  und  $m_i$  sind analog zu C.12 gegeben durch

$$m_i = \frac{\mathbf{p}LqVc^2}{\mathbf{l}e_0 n_0 d} E_{pu0} E_{inj,i0}, \quad m = \frac{\mathbf{p}LqVc^2}{\mathbf{l}e_0 n_0 d} E_{pu0} E_{ab0} \quad (C.119, 120)$$

Die in C.118 auftretenden Fourierkoeffizienten  $j_{k, k_1, k_2, \dots, k_i, \dots}(m, m_1, m_2, \dots, m_i, \dots)$  sind definiert gemäß

$$j_{k, k_1, k_2, \dots, k_i, \dots}(m, m_1, m_2, \dots, m_i, \dots) = \frac{1}{E_{pu0}} \left| \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt E_m e^{-2\pi i \left( \mathbf{n}_{pu} + k(\mathbf{n}_{ab} - \mathbf{n}_{pu}) + \sum_i k_i (\mathbf{n}_{inj,i} - \mathbf{n}_{pu}) \right) t} \right|. \quad (C.121)$$

Für  $m_i=0$  für alle  $i$  sind die  $j_{k, 0, 0, \dots, 0, \dots}(m, m_1, m_2, \dots, m_i, \dots)$  mit den bekannten Besselfunktionen  $J_k(m)$  identisch.

Die spektralen Komponenten des modulierten Pumplichts regen nun die Resonanz des Resonators an, dessen Abstrahlung wiederum mit dem Pumplicht auf der Photodiode zur Schwebung kommt und gemäß der EOPO-Eigenschaften eine Phasenmodulation des Pumplichts erzeugt. Stationäre Lösungen für die Amplituden und Phasen aller Mischprodukte lassen sich mit der Forderung nach Reproduktion der Phasenmodulation im EOM nach einem Schleifenumlauf finden.

Statt diese Prozedur durchzuführen, wenden wir uns nun der Anwendung der Vierwellen-Mischung zur spontanen Frequenz-Intervallhalbierung zu.



### C7.3 Spontane Frequenz-Intervallhalbierung mittels Injektions-Synchronisation der EOPO Emission mit einem Vierwellen-Mischprodukt

Es soll nun das Auftreten der Vierwellen-Mischung in EOPOs betrachtet werden, wenn zwei äußere Felder  $E_{inj,1}$ ,  $E_{inj,2}$  gemäß Abbildung 21 in den EOPO injiziert werden. Die Vierwellen-Mischprodukte werden durch die Terme in C.118 dargestellt, für die

$$|k| + |k_1| + |k_2| = 3 \quad (C.122)$$

gilt.

Eine interessante Anwendung der Vierwellen-Mischung in EOPOs besteht in der spontanen Frequenz-Intervallhalbierung. Dieser Effekt beruht auf der Injektions-Synchronisation der Emission des EOPOs mit einem im EOPO erzeugten Mischprodukt.

Die Phase der Abstrahlung des Resonators  $E_{ab}$  sei mit der Phase des  $-v_{ab}+v_{inj,1}+v_{inj,2}$ -artigen Mischprodukts exakt synchronisiert. Es resultiert die Bedingung:

$$4pn_{ab}t + 2j_{ab} \stackrel{\text{mod } 2p}{=} 2p(n_{inj,1} + n_{inj,2})t + j_{inj,1} + j_{inj,2} \quad (C.123)$$

mit den Lösungen

$$n_{ab} = \frac{(n_{inj,1} + n_{inj,2})}{2} \quad (C.124)$$

und

$$j_{ab} = \frac{(j_{inj,1} + j_{inj,2})}{2} + np \quad n \in Z. \quad (C.125)$$

Die Frequenz des vom EOPO emittierten Felds entspricht also exakt dem arithmetischen Mittel der Frequenzen der eingestrahlten Felder. Für vorgegebene Phasenlagen der äußeren Felder können zwei physikalisch unterscheidbare Phasenlagen des vom EOPO emittierten Felds auftreten, die sich um  $\pi$  unterscheiden.

## **D Experimentelle Realisierung und Untersuchung von elektro-optisch parametrischen Oszillatoren (EOPOs)**

Nach der Beschreibung der Grundlagen des EOPO-Konzepts im vorangehenden, soll in diesem Teil der Arbeit die Beschreibung und Interpretation von Experimenten zur elektro-optisch parametrischen Oszillation im Vordergrund stehen. Zunächst wird das grundlegende Konzept anhand einer technisch einfachen Realisierung eines EOPOs demonstriert. Es wird gezeigt, daß bereits mit solch einem Aufbau eine Stabilität der Frequenz des erzeugten Lichts erzielt werden kann, die mit konventionellen auf Regelung basierenden Techniken der Frequenzstabilisierung für die gegebenen Randbedingungen unerreichbar ist. In einem weiteren Experiment wird die oszillatorische Fähigkeit des EOPOs, inkohärentes Pumplicht in kohärentes Licht zu konvertieren, vorgeführt. Die anschließenden Kapitel beschreiben die experimentellen Arbeiten zur Verbesserung der frequenzstabilisierenden Wirkung von EOPOs mittels der Konzepte der selbstinduzierten Stabilität (SIS) und der Amplitudenmodulations-Spektroskopie (AMS). Es kann ein Schwebungssignal zwischen den Emissionen von zwei unabhängig voneinander oszillierenden EOPOs vorgeführt werden, dessen spektrale Breite weniger als 1 Hz beträgt. Der Beschreibung von Experimenten zur Injektions-Synchronisation und zur Vierwellen-Mischung in EOPOs sind die beiden diesen Teil der Arbeit abschließenden Kapitel gewidmet.

Solche Details der experimentellen Aufbauten, die eher in technischer als in physikalischer Hinsicht von Interesse sind, sind im Anhang 4 der Arbeit zusammengestellt.

## D1 Realisierung eines einfachen EOPOs

In diesem Kapitel wird ein Experiment beschrieben, das dazu dient, das grundlegende EOPO-Konzept zur Frequenzstabilisierung von Licht anhand einer anspruchsvollen Aufgabenstellung vorzuführen [BOD 00b]. Die Emission einer freilaufenden Laserdiode soll mit rein elektronischen Mitteln relativ zu einer Resonanz stabilisiert werden, wobei die spektrale Breite der Emission der freilaufenden Laserdiode  $\Delta n_{pu}$  die Linienbreite der Resonanz  $\Delta n_{Res}$  um mehr als zwei Größenordnungen übertrifft und vergleichbar mit der realisierbaren Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  ist. Daß es sich hierbei um eine Aufgabe handelt, die unter Einsatz konventioneller Regelungstechnik aufgrund nichtlinearer Effekte prinzipiell nur eingeschränkt bewältigt werden kann, wird im Anschluß an die Beschreibung des Experiments gezeigt.

Abbildung 22 zeigt schematisch den Aufbau dieses Experiments. Es wurden zwei EOPOs aufgebaut, denen als Frequenzreferenzen benachbarte Transversalmoden des selben Resonators hoher Güte dienten ( $\Delta n_{Res}=15$  kHz (HWHM)). Als Pumpquellen dienten freilaufende Laserdioden, deren Emission eine spektrale Breite von je  $\Delta n_{pu}=15$  MHz (FWHM) hatte. Die Phasenmodulation des Pumplichts wurde durch Modulation der in die Laserdioden injizierten Ströme realisiert. Für die Schleifenumlaufzeit  $t$  wurde aus dem Abstand aufeinanderfolgender EOPO-Pumpfrequenzen  $n_{Pump}$  in Übereinstimmung mit Laufzeitmessungen ein Wert von 25 ns, entsprechend einer Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  von 6,3 MHz ermittelt. Die relativ zu den Resonanzfrequenzen gemessenen EOPO-Pumpfrequenzdifferenzen  $\Delta n_{Pump}$  betragen im Experiment 50 MHz und 70 MHz .

Um das optische Übersprechen der Signale zwischen den beiden EOPOs gering zu halten, wurden die Polarisationsrichtungen des Lichts in den Oszillationsschleifen der EOPOs orthogonal zueinander gewählt. Das elektronische Übersprechen wurde durch Reduktion der Bandbreiten der elektronische Verstärkung in den Oszillationsschleifen unterdrückt (Details in Anhang 4).

Bei einem Index der Phasenmodulationen des Pumplichts von  $m=1,4$  rad betrug die Leistung der beiden vom Resonator in transmittiver Richtung abgestrahlten Felder jeweils etwa 7  $\mu$ W. Diese Felder wurden auf einer Photodiode (PD<sub>aus</sub>) zur Überlagerung gebracht. Um ein Schwebungssignal im Photostrom zu erzeugen, wurden die Lichtfelder mit einem Polarisator

bezüglich ihrer Polarisationszustände und mit einer Blende bezüglich ihrer transversalen Moden gemischt und damit ihre Interferenz erzwungen.

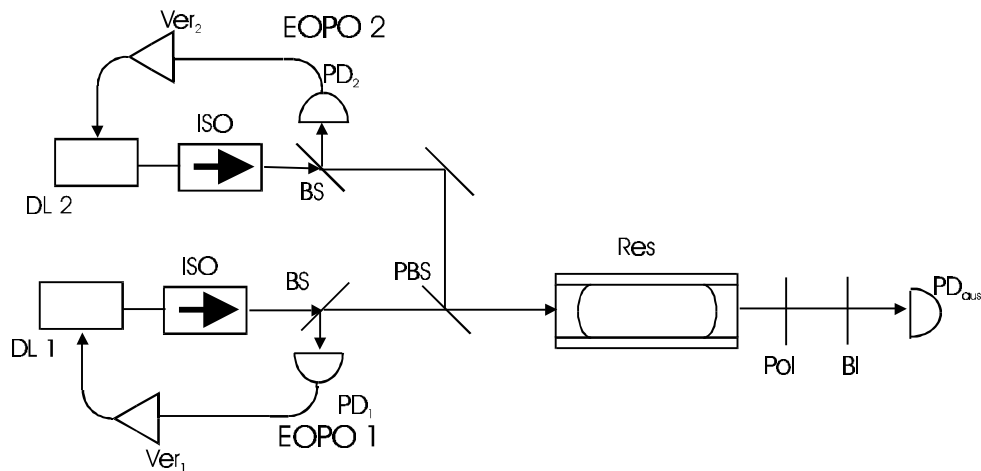


Abb 22: Versuchsaufbau; ISO: optischer Isolator, Pol: Polarisator, Bl: Blende, PBS: polarisierender Strahlteiler, DL: Diodenlaser

Das Spektrum des erzeugten Schwebungssignals, das bei der Frequenz des transversalen Modenabstands des Resonators erscheint, ist in Abbildung 23 zu sehen. Ebenfalls in Abbildung 23 eingezeichnet ist ein lorentzförmiges Profil mit einer spektralen Breite von 1,2 kHz (FWHM). Der zentrale Teil des gemessenen Spektrums wird gut durch das Lorentzprofil beschrieben. Da zwei weitgehend gleichartige Oszillatoren betrieben wurden, kann die Linienbreite der Emission beider Oszillatoren mit je  $\Delta\nu_{ab}=0,6$  kHz und die erfolgte Unterdrückung von Frequenzrauschen, also das Verhältnis der Rauschdichten von Pumplicht und dem von den EOPOs erzeugten Licht  $S_{n,pu} / S_{n,ab}$ , mit 44 dB angegeben werden<sup>1,2</sup>.

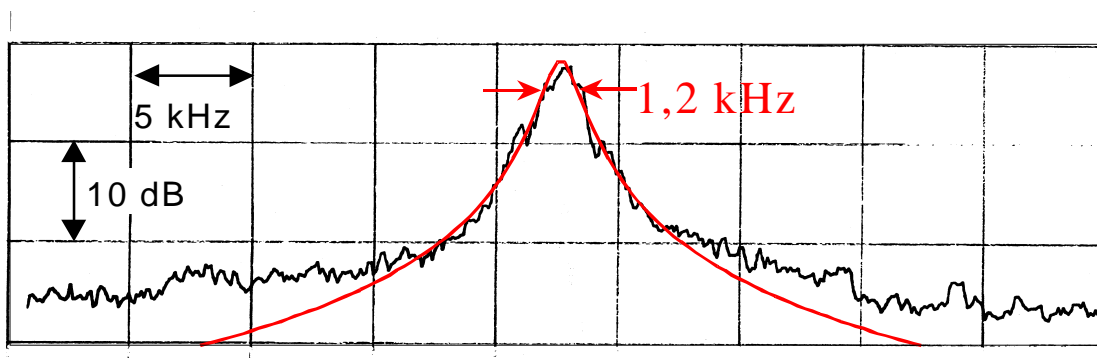


Abb 23: Spektrum des Schwebungssignals zwischen den von den beiden EOPOs emittierten Feldern und angepaßtes Lorentzprofil; RBW: 1 kHz

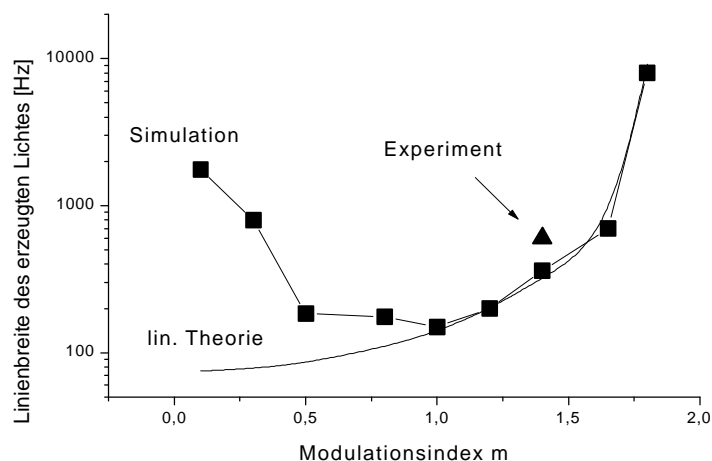
<sup>1</sup> Alle Angaben beziehen sich auf Messungen relativ zu den benutzten passiven Frequenzreferenzen. Darauf, daß deren Resonanzfrequenzen zeitlichen Fluktuationen unterworfen sind, wird hier nicht weiter eingegangen.

<sup>2</sup> Den Aussagen über die Verhältnisse von Rauschdichten liegt die Annahme weißen Frequenzrauschens zugrunde, die hier in guter Näherung gerechtfertigt ist (siehe auch Anhang 1).

Die Rauschunterdrückung, die sich aus der linearisierten Behandlung der EOPO-Dynamik gemäß den Eigenschaften der Transferfunktion  $F_{ges}$  (C.64) ergibt, beträgt 46 dB, also 2 dB mehr als im Experiment. Um die Frage zu beantworten, ob die aufgetretene Diskrepanz auf unvermeidliche Nichtlinearitäten der EOPO-Dynamik oder auf technische Rauschbeiträge in der konkreten Realisierung der EOPOs in diesem Experiment zurückzuführen ist, wurde eine Computersimulation des EOPO-Betriebs durchgeführt.

Die EOPO-Bewegungsgleichungen (C.20, C.21 und C.23 bis C.26) wurden dazu in Zeitschritten von 250 ps diskretisiert und über eine Zeitdauer von 25 ms für die im Experiment aufgetretenen Parameter (Resonanzbreite  $\mathbf{Dn}_{Res}$ , Schleifenumlaufzeit  $\mathbf{t}$ , Linienbreite des Pumplichts  $\mathbf{Dn}_{pu}$ , EOPO-Pumpfrequenzdifferenz  $\mathbf{dn}_{Pump}$ ) numerisch gelöst. Die Linienbreiten des bei verschiedenen Indizes  $m$  der Phasenmodulation des Pumplichts simulatorisch erzeugten Lichts sind in Abbildung 24 dem experimentellen Ergebnis und den Ergebnissen der linearisierten Behandlung der EOPO-Dynamik gemäß C.64 gegenübergestellt.

Für die experimentelle Situation, in der der Index der Phasenmodulation  $m=1,4$  rad betrug, wird das Ergebnis der linearisierten Behandlung der EOPO-Dynamik durch das Ergebnis der numerischen Rechnung reproduziert. Es ist also anzunehmen, daß das im Experiment beobachtete zusätzliche Frequenzrauschen des erzeugten Lichts eine technische Ursache hat.



**Abb 24: Linienbreiten von mit EOPOs erzeugtem Licht**

Ein weiteres Ergebnis der Simulation ist es, daß für kleine Modulationsindizes  $m$  ein Beitrag zum Frequenzrauschen des erzeugten Lichts auftritt, der in der linearisierten Behandlung der

EOPD-Dynamik unberücksichtigt bleibt. Die Ursache dieses Beitrags ist in der Anregung der Resonanz unmittelbar durch die spektrale Ausstrahlung des breitbandigen Pumplichts zu sehen, die relativ zur Anregung der Resonanz durch das resonante Seitenband umso größer ist, je kleiner der Index der Modulation der Phase des Pumplichts  $m$  ist. Die schmalbandigste in der Simulation beobachtete Anregung der Resonanz hat eine spektrale Breite von 150 Hz bei einem Modulationsindex  $m$  von 1 rad. Die in den Resonator eingekoppelte Leistung beträgt dabei etwa 10% der insgesamt im Seitenband enthaltenen Leistung und etwa 1% der Leistung des gesamten Pumplichts.

Die Bedeutung der experimentellen und simulatorischen Ergebnisse soll nun durch Vergleich mit dem Potential konventioneller Regelungstechnik zur Frequenzstabilisierung herausgestellt werden. Zu diesem Zweck wurde ein optimaler Regler in einer Simulationsrechnung untersucht<sup>1</sup>. Ausgegangen wurde dabei von den im unserem Experiment gegebenen Parametern (Resonanzbreite  $Dn_{Res}$ , spektrale Breite des Pumplichts  $Dn_{pu}$  und Schleifenumlaufzeit  $t$ ). Abbildung 25 zeigt die spektrale Breite der mit diesem optimalen Regler erzeugten Anregung der Resonanz in Abhängigkeit von der effektiven Regelbandbreite<sup>2</sup>. Ebenfalls eingezeichnet ist das Ergebnis der linearisierten Behandlung der Regeldynamik<sup>3</sup>.

Für geringe effektive Regelbandbreite ist die erreichbare Rauschunterdrückung naturgemäß gering, was sowohl im Ergebnis der linearen Regelungstheorie als auch in dem der Simulation zum Ausdruck kommt. Mit steigender Regelbandbreite reduziert sich die mit linearen Mechanismen aus dem Pumplicht in das stabilisierte Licht übertragene Rauschdichte um 20 dB pro Dekade. Daß das simulatorisch stabilisierte Licht eine deutlich höhere Rauschdichte<sup>4</sup> aufweist, ist auf durch nichtlineare Effekte der Regeldynamik erzeugtes Rauschen zurückzuführen. Zudem kommt es für effektive Regelbandbreiten, die nicht deutlich kleiner sind als die inverse Signalumlaufzeit in der Regelschleife  $t$  zur Erzeugung zusätzlichen Rauschens

---

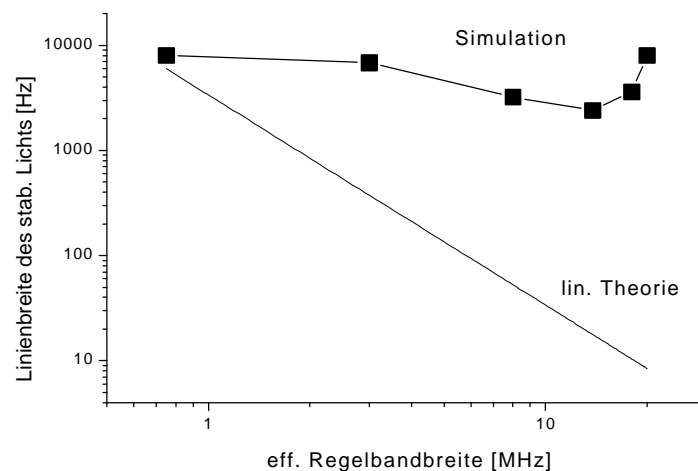
<sup>1</sup> „Optimal“ im folgenden Sinne: Das Fehlersignal wurde proportional zu  $E_{ab0} E_{pu0} \sin(\mathbf{j}_{ab} - \mathbf{j}_{pu})$  gebildet, es handelt sich also um die Idealisierung eines Fehlersignals, daß auf einem Phasenvergleich des anregenden Lichts mit der Abstrahlung der Resonanz beruht, wie es zum Beispiel in der FM-Spektroskopie gewonnen wird. Die Regelverstärkung wurde unterhalb der Linienbreite der Referenz integrierend gewählt. Der Betrag der Verstärkung wurde als Parameter der Simulation optimiert, siehe Text. Mit dem erzeugten Fehlersignal wurde die Frequenz des Pumplichts numerisch angesteuert.

<sup>2</sup> Die effektive Regelbandbreite ergibt sich unter Berücksichtigung der tatsächlichen Amplitude der Resonanzanregung.

<sup>3</sup> Für proportionale Regelverstärkung; mit unendlichem Integrator ergibt sich aus der linearen Theorie ein deltaförmiges Spektrum.

<sup>4</sup> siehe Fußnote 2 auf Seite 75

aufgrund der Mitkopplung hochfrequenter Rauschkomponenten. Es ist somit klar, daß die Regelung auch für sehr große effektive Regelbandbreiten ineffektiv wird. Die schmalste durch Regelung simulierte Anregung der Resonanz wurde bei einer effektiven Regelbandbreite von 13,8 MHz gefunden und hat eine spektrale Breite von 2,4 kHz (FWHM) wobei 0,7% der optischen Leistung des Lichts in der Resonator eingekoppelt wurden. Es wurde simulatorisch ausgeschlossen, daß sich unter Verwendung von Resonanzen höherer Linienbreiten als der verwendeten eine größere Rauschunterdrückung als die gefundene realisieren läßt.



**Abb 25: Linienbreiten von Licht, stabilisiert mit Hilfe eines optimalen Regelverfahrens**

Es ist das Ergebnis der Simulationsrechnung, daß die größte mit konventioneller Regelungstechnik realisierbare Rauschunterdrückung bei den gegebenen Randbedingungen um über eine Größenordnung kleiner als die mit EOPOs mögliche und um über eine halbe Größenordnung kleiner als die mit EOPOs im Experiment vorgeführte ist.

In diesem Kapitel wurde die Frequenzstabilisierung von Licht untersucht, dessen spektrale Breite etwa 500 mal größer war als die der benutzten Referenz. Die durch die elektronischen Komponenten gegebene Zeitkonstante war dabei in der gleichen Größenordnung wie die Zeitkonstante der Phasendiffusionszeit des zu stabilisierenden Lichts. Es wurde somit eine Aufgabe gestellt, von der gezeigt wurde, daß ihre Bewältigung unter Anwendung konventioneller Regeltechnik durch das Auftreten nichtlinearer Effekte limitiert ist. Gleichzeitig wurde die Überlegenheit des EOPO-Konzepts zur Bewältigung dieser Aufgabe in Experiment und Simulation gezeigt.

Alle Diodenlaser, insbesondere solche ohne optische Rückkopplung, emittieren Licht, dessen Frequenzrauschdichte auch noch in einem Fourierfrequenzbereich hoch ist, der sich weit über die Bandbreite erstreckt, die mit elektronischen Methoden kontrolliert werden kann. Das Ergebnis dieses Kapitels, die experimentelle Demonstration der Überlegenheit des EOPO-Konzepts im Vergleich zu konventionellen regelnden Verfahren, läßt sich darum auf die Frequenzstabilisierung von Diodenlasern im allgemeinen übertragen. Auf den Fall der Stabilisierung von Licht, das im wesentlichen lediglich niederfrequentes Frequenzrauschen geringer Dichte aufweist, wie es üblicherweise für die Emission von Gas-, Farbstoff- und Festkörperlaser der Fall ist, kann dieses Fazit so nicht verallgemeinert werden. In dem Maß, in dem der Regelvorgang immer besser durch seine linearisierte Dynamik erfaßt wird, erscheint es möglich, daß sich mit regelnden Verfahren ähnliche Ergebnisse wie mit der elektro-optisch parametrischen Oszillation erzielen lassen.

Statt dies an dieser Stelle zu vertiefen, wenden wir uns im folgenden Kapitel einer anderen interessanten Fragestellung zu: Es ist eine fundamentale Eigenschaft von Oszillatoren, die Fähigkeit zu besitzen, kohärente Signale aus inkohärenter Anregung zu generieren; inwiefern besitzt sie auch der EOPO ?

## **D2 Erzeugung von kohärenter optischer Strahlung mit einem inkohärent gepumptem EOPO**

Im vorigen Kapitel wurde gezeigt, daß der EOPO in der Lage ist, eine Resonanz schmalbandig anzuregen, selbst wenn die realisierte Kontrollbandbreite in der gleichen Größenordnung oder sogar eher kleiner ist als die Linienbreite des Pumplichts. Dies ist auf die Unabhängigkeit der Mechanismen zur Frequenz- und Amplitudenstabilisierung des EOPOs zurückzuführen. Es ist bekannt, daß die Unabhängigkeit dieser Mechanismen konventionellen optischen Oszillatoren wie Lasern oder einfach resonanten OPOs sogar ermöglicht, mit inkohärentem Pumplicht kohärentes schmalbandiges Licht zu erzeugen [PIS 97, PIS 99]. In diesem Kapitel wird gezeigt, daß dies auch EOPOs möglich ist, und es wird untersucht, wodurch die Fähigkeit, kohärentes Licht bei inkohärenter Anregung zu erzeugen, limitiert wird.



Der Begriff der Kohärenz von Licht wird im Rahmen dieser Arbeit im Sinne der folgenden klassischen Interpretation benutzt:

„Kohärentes Licht zeichnet sich dadurch aus, daß seine Phase zu jedem Zeitpunkt zweifelsfrei angegeben werden kann.“

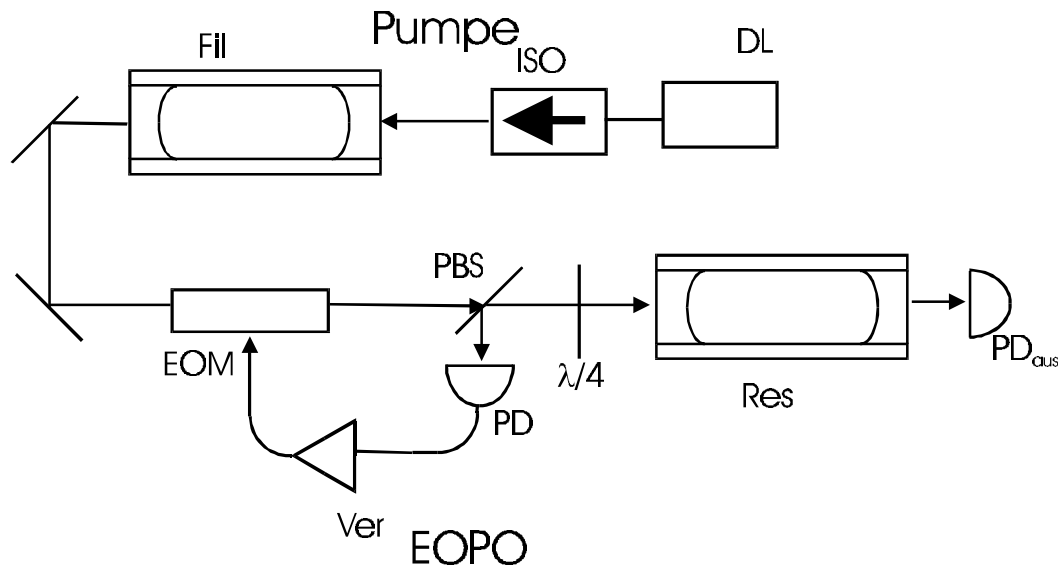
Damit dies möglich ist, ist es hinreichend, daß die Feldamplitude zu jedem Zeitpunkt deutlich von Null verschieden ist, wobei die förderlichste lineare Filterung des Felds bereits berücksichtigt sei. Der Begriff der Kohärenz wird in dieser Arbeit also insbesondere nicht als Synonym zum Begriff der Schmalbandigkeit aufgefaßt. Ein einfaches Beispiel für inkohärentes Licht ist die von einer Zufallskraft getriebene Bewegung in der komplexen Feldebene.

Die Erzeugung inkohärenten Lichts definierter Mittenfrequenz und spektraler Breite und einer zum Pumpen eines EOPOs im Prinzip ausreichenden räumlich-spektralen Leistungsdichte ist, wie sich abschätzen läßt [WOL 98], durch Filterung der Emission einer thermischen Strahlungsquelle möglich. Um den technischen Aufwand gering zu halten, wurde in diesem Demonstrationsxperiment inkohärentes Licht durch Filterung von kohärentem Licht, dessen spektrale Breite ein Vielfaches der Filterbandbreite betrug, erzeugt.

Der Aufbau des durchgeführten Experiments ist in Abbildung 26 schematisch dargestellt. In eine Laserdiode wurde ein Strom injiziert, der im Frequenzbereich unterhalb von etwa 50 MHz großes Rauschen aufwies. Die spektrale Linienbreite des emittierten Lichts betrug somit  $\Delta\nu_{DL} = 25$  MHz (FWHM). Die Emissionsfrequenz der Laserdiode und die Resonanzfrequenz des der Filterung dienenden optischen Resonators (Fil, Linienbreite  $\Delta\nu_{Fil} = 1$  MHz (HWHM)) wurden mit Hilfe eines sehr langsamen Regelkreises (Regelbandbreite  $< 10$  Hz) im zeitlichen Mittel aufeinander stabilisiert.

Mit der durch den Filter-Resonator transmittierten Strahlung wurde ein EOPO gepumpt. Als Frequenzreferenz wurde eine Resonanz eines Resonators hoher Güte (Res, Linienbreite  $\Delta\nu_{Res} = 15$  kHz (HWHM)) gewählt. Die Phasenmodulation des Pumplichts erfolgte diesmal in einem elektro-optischen Modulator. Das am Einkoppelspiegel des Referenzresonators reflektierte Pumplicht sowie die reflektionsseitige Abstrahlung des Referenzresonators wurde mit Hilfe eines optischen Zirkulators räumlich vom einlaufenden Licht getrennt und auf die Photodiode in der Oszillationsschleife abgebildet. Die Schleifenumlaufzeit  $t$  betrug 40 ns, so

daß die effektive Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  durch 4 MHz, also dem Vierfachen der Linienbreite des Pumplichts gegeben war.



**Abb 26: Schema des experimentellen Aufbaus; Fil: Filter-Resonator, EOM: elektro-optischer Modulator, ISO: optischer Isolator, PBS: polarisierender Strahlteiler, DL: Diodenlaser**

Bei einer mittleren Pumpleistung von  $80 \mu\text{W}$  wurde das Einsetzen der parametrischen Oszillation im transversalen Grundmode des Referenzresonators beobachtet. Bei einer mittleren Pumpleistung von  $100 \mu\text{W}$  betrug die mittlere Leistung des erzeugten Lichts  $0,5 \mu\text{W}$ . Der mittlere Modulationsindex  $m$  betrug dabei etwa  $0,15 \text{ rad}$ .

Die spektrale Dichte des relativen Intensitätsrauschens des Pumplichts und des vom EOPO erzeugten Lichts ist in Abbildung 27 dargestellt. Die spektrale Dichte des relativen Intensitätsrauschens des Pumplichts (Kurve a) für Fourierfrequenzen, die kleiner als die Filterbandbreite  $Dn_{Fil}$  sind, ist im wesentlichen durch  $1/(2Dn_{Fil})$  gegeben. Für größere Fourierfrequenzen sinkt die spektrale Dichte des relativen Intensitätsrauschens mit  $20 \text{ dB/Dekade}$  ab. Der Effektivwert der Intensitätsfluktuationen ist also gleich der mittleren Intensität, entsprechend dem Verhalten gefilterten weißen Rauschens [CON 87]. Das vom EOPO erzeugte Licht (Kurve b) weist für Fourierfrequenzen, die kleiner sind als  $Dn_{Res}$ , ein relatives Intensitätsrauschen auf, das das des Pumplichts um  $12 \text{ dB}$  übertrifft. Den Effektivwert der relativen Intensitätsfluktuationen des erzeugten Lichts kann man aus Abbildung 27 zu etwa  $0,2$  abschätzen. Dies weist darauf hin, daß die Feldamplitude des erzeugten Lichts im wesentlichen von Null verschieden ist, also darauf, daß das erzeugte Licht kohärente Eigenschaften besitzt.

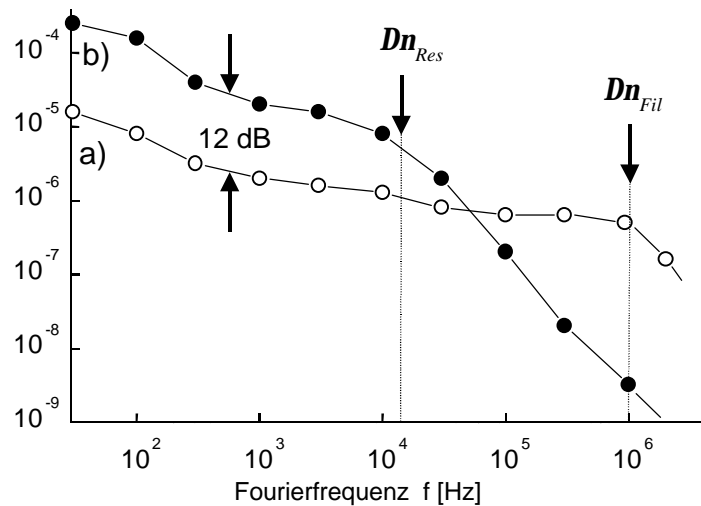


Abb 27: Intensitätsrauschen des Pumplichts (a) und des vom EOPO erzeugten Lichts (b)

Um die statistischen Eigenschaften des Pumplichts und des erzeugten Lichts genauer zu untersuchen, wurden die Häufigkeitsverteilungen ihrer Intensitäten gemessen. Die Ergebnisse dieser Messungen sind in Abbildung 28 dargestellt. Kurve a) zeigt die Häufigkeitsverteilung der Intensität des Pumplichts. Sie ist maximal für kleinste Intensitäten und fällt zu größeren Intensitäten exponentiell ab, so wie es dem Verhalten gefilterten weißen Rauschens entspricht. Kurve b) zeigt die Häufigkeitsverteilung der Intensität des vom EOPO erzeugten Lichts. Man sieht, daß diese Intensität zu keinem Zeitpunkt des Meßintervalls kleiner als ihr halber Mittelwert war. Die mittlere relative Abweichung von der mittleren Intensität beträgt etwa 10 %. Kurve c) gibt die Streuung der Meßwerte aufgrund elektronischen Rauschens an.

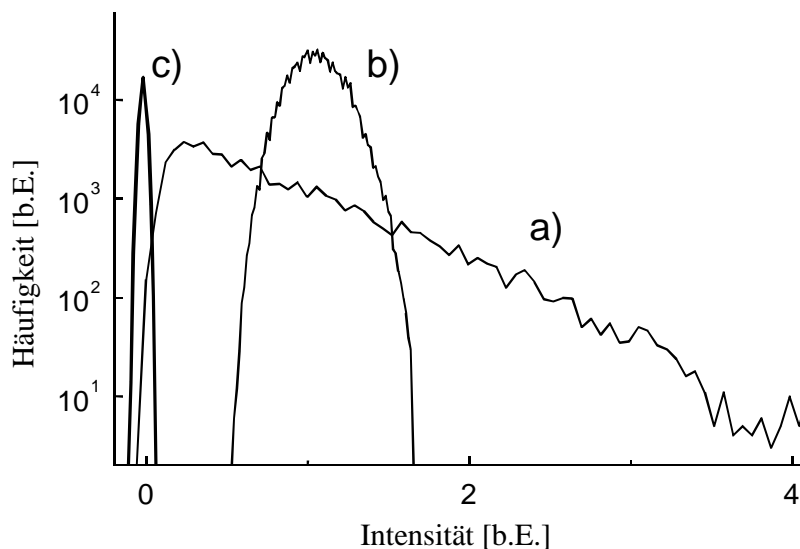


Abb 28: Häufigkeitsverteilung der Intensität des Pumplichts (a), des vom EOPO erzeugten Lichts (b); Streuung der Meßwerte durch elektronisches Rauschen (c)

Um die Ergebnisse dieser Messungen zu ergänzen und zu bestätigen, wurde eine Zweiphasen-Heterodynmessung des Pumplichts und des vom EOPO erzeugten Lichts durchgeführt. Als Überlagerungsfeld zur Messung des vom EOPO erzeugten Lichts wurde die Emission einer zusätzlichen Laserdiode mit optischer Rückkopplung verwendet. Die Häufigkeitsverteilung des rekonstruierten komplexen Felds ist im Teil b) der Abbildung 29 zu sehen. Sie zeigt die für kohärentes Licht charakteristische Ringwallform [SIG 83]. Für die Heterodynmessung des Pumplichts konnte das vom EOPO erzeugte Licht als Überlagerungsfeld benutzt werden, da dessen kohärente Eigenschaften bereits gezeigt sind. Das Heterodynsignal war durch das elektronische Signal in der Oszillationsschleife des EOPOs gegeben. Die ermittelte Häufigkeitsverteilung ist im Teil a) in der Abbildung 29 zu sehen. Sie entspricht der für gefiltertes weißes Rauschen charakteristischen Gaußverteilung um den komplexen Nullpunkt.

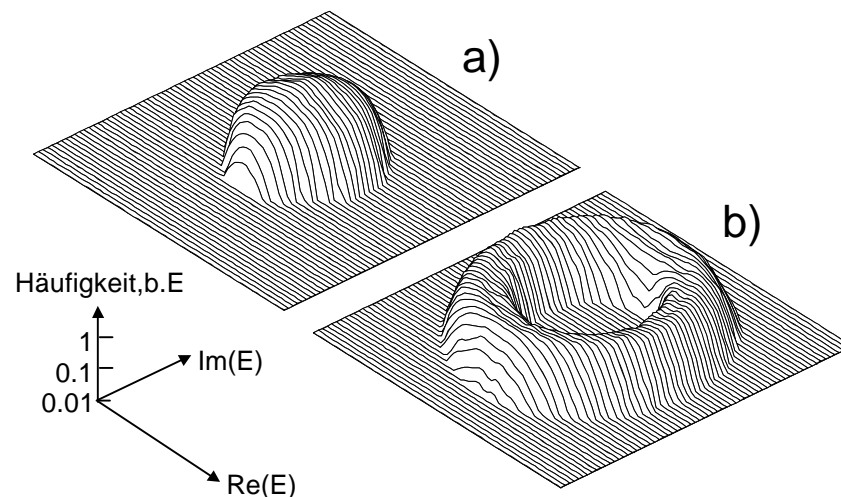
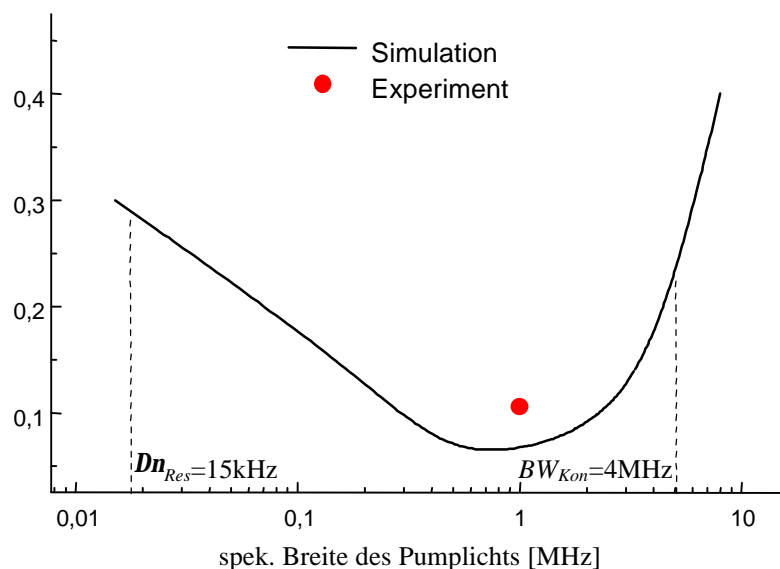


Abb 29: Häufigkeitsverteilung des Pumplichts (a), und des erzeugten Lichts

In dem in diesem Kapitel beschriebenen Experiment wurde gezeigt, daß der EOPO in der Lage ist, Licht, das die statistischen Eigenschaften von gefiltertem weißem Rauschen hat, in kohärentes Licht zu konvertieren. Die spektrale Breite des Pumplichts entsprach einem Viertel der Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  des EOPOs. Um die Frage in größer Allgemeinheit zu beantworten, in welchem Parameterbereich die spektrale Breite der inkohärenten Anregung gewählt werden muß, wenn kohärentes Licht erzeugt werden soll, wurden die EOPO-Bewegungsgleichungen (C.20, C.21 und C.23 bis C.26) für verschiedene spektrale Breiten des Pumplichts (gegeben durch  $Dn_{Fil}$ ) mit den im Experiment auftretenden Parametern (Resonanzbreite  $Dn_{Res}$  und Schleifenumlaufzeit  $t$ ) numerisch gelöst. Die elektronische

Verstärkung in der Oszillationsschleife des EOPOs wurde im Sinne einer Minimierung der relativen Intensitätsfluktuationen angepaßt. Der so minimierte Effektivwert der relativen Intensitätsfluktuationen des simulatorisch erzeugten Lichts als Funktion der spektralen Breite des Pumplichts ist in der Abbildung 30 dargestellt.

Man erkennt, daß der Effektivwert der Intensitätsfluktuationen groß ist, wenn die spektrale Breite des inkohärenten Pumplichts nicht größer als die Linienbreite der Resonanz des Referenzresonators  $Dn_{Res}$  ist. Dies kann so verstanden werden, daß in dieser Situation die Dauer typischer Intensitätsfluktuationen des Pumplichts, insbesondere der Nulldurchgänge, nicht deutlich kürzer als die Zeitkonstante ist, die den Zerfall der Anregung der Resonanz beschreibt.



**Abb 30: Intensitätsfluktuationen des erzeugten Lichts als Funktion der Bandbreite des inkohärenten Pumplichts**

Für spektrale Breiten des Pumplichts in der Größenordnung der effektiven Kontrollbandbreite des EOPOs  $BW_{Kon}$  ist der Effektivwert der Intensitätsfluktuationen des erzeugten Lichts ebenfalls groß. Dies kann so interpretiert werden, daß es in dieser Situation zur Konversion von nicht kontrolliertem Frequenzrauschen des Pumplichts in Intensitätsrauschen des erzeugten Lichts kommt. Ein Minimum des Effektivwerts der relativen Intensitätsfluktuationen des erzeugten Lichts wurde in der Simulation für eine spektrale Breite des Pumplichts von etwa 1 MHz (HWHM) gefunden. Der hierfür ermittelte Effektivwert beträgt 6% und ist damit etwas kleiner als der bei gleicher spektraler Breite des Pumplichts im Experiment gemessene Wert, der ebenfalls in der Abbildung 30 eingetragen ist.

In diesem Kapitel wurde die oszillatorische Fähigkeit des EOPOs untersucht, inkohärentes Licht in kohärentes Licht zu konvertieren. Im nächsten Kapitel wird das Konzept des EOPO als Instrument zur Frequenzstabilisierung von Licht weiterverfolgt.

### D3 Erzeugung sehr schmalbandigen Lichts mit SIS-EOPOs

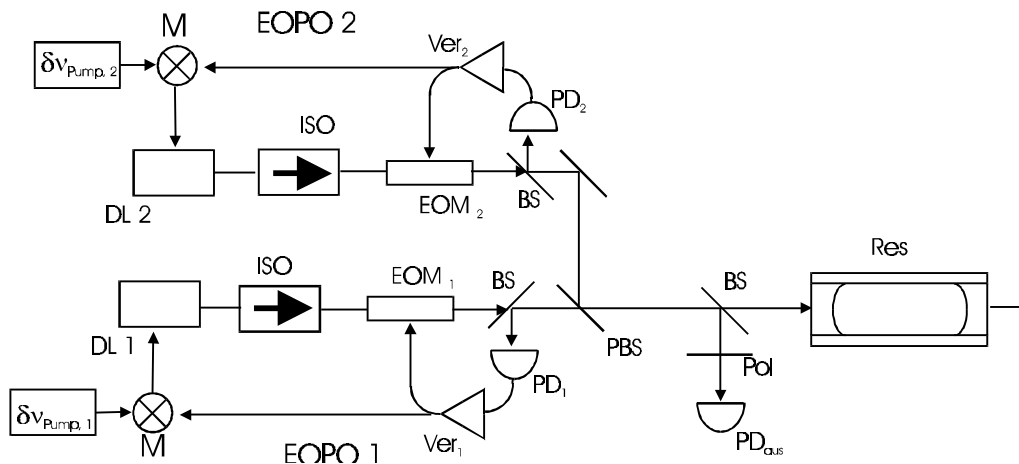
In dem ersten beschriebenen Experiment zur Erzeugung schmalbandigen Lichts mit Hilfe von EOPOs (Kapitel D1) wurde die Leistungsfähigkeit des grundlegenden EOPO-Konzepts ohne die Mechanismen der selbstinduzierten Stabilität (SIS) und der Amplitudenmodulations-Spektroskopie (AMS) zur Frequenzstabilisierung von Licht demonstriert. Dabei wurde eine Reduktion des Frequenzrauschens des erzeugten Lichts im Vergleich zum Pumplicht um 44 dB erreicht, so daß das erzeugte Licht eine spektrale Breite von weniger als 1 kHz aufwies.

Es soll nun experimentell untersucht werden, wie groß das Frequenzrauschen des mit EOPOs erzeugten Lichts ist, wenn die Frequenzfluktuationen des Pumplichts mehr und mehr unterdrückt werden und welches die Ursache der dann verbleibenden Frequenzfluktuationen des erzeugten Lichts ist.

Abbildung 31 zeigt das Schema des hierzu verwendeten Aufbaus: Es wurden zwei EOPOs (EOPO1, EOPO2) betrieben, denen benachbarte longitudinale Moden des selben Resonators (Resonanzbreiten  $\Delta n_{Res}=15$  kHz (HWHM)) als Frequenzreferenzen dienten. Als Pumpquellen der beiden EOPOs dienten Diodenlaser. Durch optische Rückkopplung des an einem Gitter gebeugten Lichts wurde die spektrale Breite ihrer Emission auf jeweils etwa  $\Delta n_{pu}=100$  kHz reduziert. Zur Vermeidung des Übersprechens zwischen den beiden EOPOs wurden die Pumpfelder orthogonal zueinander polarisiert. Ferner wurden zu diesem Zweck die Bandbreiten der elektronischen Verstärker sowie die EOPO-Pumpfrequenzdifferenzen  $\Delta n_{pump}$  deutlich kleiner als der longitudinale Modenabstand des Resonators gewählt. Die erreichten Kontrollbandbreiten  $BW_{Kon}$  betragen 3,2 MHz beziehungsweise 5,5 MHz. Technische Details der Realisierung der EOPOs werden im Anhang 4 angegeben.

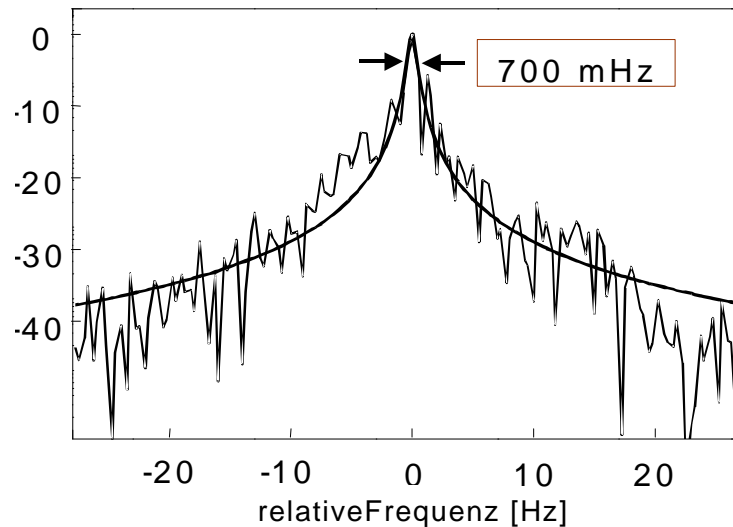
Zur Realisierung von SIS wurde die Technik der Heterodyn-Phasenkopplung [TEL 90] des Pumplichts mit dem vom EOPO erzeugten Licht eingesetzt. Als Heterodynsignale wurden die

elektronischen Signale in den Oszillationsschleifen der EOPOs verwendet. Sie wurden in das Basisband versetzt und den Pumpströmen der Laserdioden aufgeprägt. Die Kontrollbandbreite dieser optischen Phasenregelkreise betrug etwa 1 MHz. Das Signal-zu-Rauschverhältnis in der Regelbandbreite betrug 32,5 dB beziehungsweise 57,5 dB, genug um das Auftreten von Zyklussprüngen und den damit verbundenen Nichtlinearitäten in der Regeldynamik ausschließen zu können (siehe auch Anhang 2).



**Abbildung 31: Experimenteller Aufbau zur Erzeugung sehr schmalbandigen Lichts; ISO: optischer Isolator, Pol: Polarisator, PBS: polarisierender Strahlteiler; M: Mischer; DL: Diodenlaser**

Die von den PumpLasern emittierten mittels SIS bezüglich Frequenz und Phase stabilisierten Felder wurden auf einer schnellen Photodiode ( $PD_{aus}$ ) zur Überlagerung gebracht. Das im Photostrom erzeugte Schwebungssignal wurde periodisch abgetastet und digital Fouriertransformiert. Abbildung 32 zeigt ein so gemessenes Spektrum des Schwebungssignals zwischen den Pumpfeldern der beiden EOPOs. Ebenfalls in Abbildung 32 eingezeichnet ist ein Lorentzprofil mit einer vollen Halbwertsbreite von 700 mHz, das gut geeignet ist, das gemessene Spektrum wiederzugeben. Es kann also davon ausgegangen werden, daß die spektrale Linienbreite der Emission von keinem der beiden EOPOs mehr als 700 mHz betrug und daß die spektrale Linienbreite der Emission mindestens einer der beiden EOPOs nicht mehr als 350 mHz betrug. Es ergibt sich damit für beide SIS-EOPOs eine erzielte Rauschunterdrückung von mehr als 5 Größenordnungen. In diesem Experiment wurde erstmalig die Stabilisierung der Emission einer Laserdiode auf eine passive Resonanz mit einer relativen Stabilität im sub-Hertz-Bereich vorgeführt.



**Abb 32: Spektrum des Schwebungssignals zwischen den durch die beiden SIS-EPOs stabilisierten Pumpfelder**

Das verbliebene Frequenzrauschen des erzeugten Lichts kann auf das Rauschen des Signals im elektronischen Teil der Oszillationsschleifen zurückgeführt werden: Wird die Hälfte der spektralen Leistung im Rauschseitenband des in den Resonator einzukoppelnden Lichts als durch Phasenrauschen entstanden aufgefaßt, so entspricht das Signal-zu-Rauschverhältnis des Signals in der Oszillationsschleife (92.5 dB in 1 Hz Filterbandbreite) einer Phasenrauschdichte  $S_j$  des einzukoppelnden Lichts (einseitiges Spektrum) von  $S_j = 5.6 \cdot 10^{-10} \text{ rad}^2/\text{Hz}$ . Der Oszillator wirkt als Phasen-/Frequenzkonverter mit der Phasensteilheit der Resonanz (vergleiche C.71). Im erzeugten Licht tritt daher im Fourierfrequenzbereich innerhalb der EOPO-Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  weißes Frequenzrauschen der Dichte  $S_n = S_j \mathbf{Dn}_{Res}^2 = 0.13 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$  auf, entsprechend einer Linienbreite von  $\mathbf{Dn}_{ab} = 400 \text{ mHz}$ , was gut mit der spektralen Breite des beobachteten Schwebungssignals übereinstimmt. Das Ergebnis dieses Experiments ist also als durch elektronische Rauschbeiträge limitiert anzusehen.

Betrieht man die beiden SIS-EOPOs über längere Zeiträume, so lassen sich Driften der Frequenz des Schwebungssignals zwischen den beiden Pumpfeldern mit einer Geschwindigkeit von typischerweise 30 Hz / min beobachten. Als Ursache dieser Driften sind, wie in Kap C.4 beschrieben, Driften der Größe phasendrehender Effekte in der Oszillationsschleife (Strahlrichtung, Schleifenumlaufzeit und residuale



Amplitudenmodulation) anzusehen. Im nächsten Kapitel wird die Anwendung des in Kapitel C.6 vorgeschlagenen Ansatzes zur Beseitigung solcher Driften beschrieben: Das neuartige Verfahren der Heterodyn Amplitudenmodulations-Spektroskopie (HAMS).

## **D4 Stabilisierung der Frequenz der EOPO-Emission mittels Heterodyn Amplitudenmodulations-Spektroskopie (HAMS)**

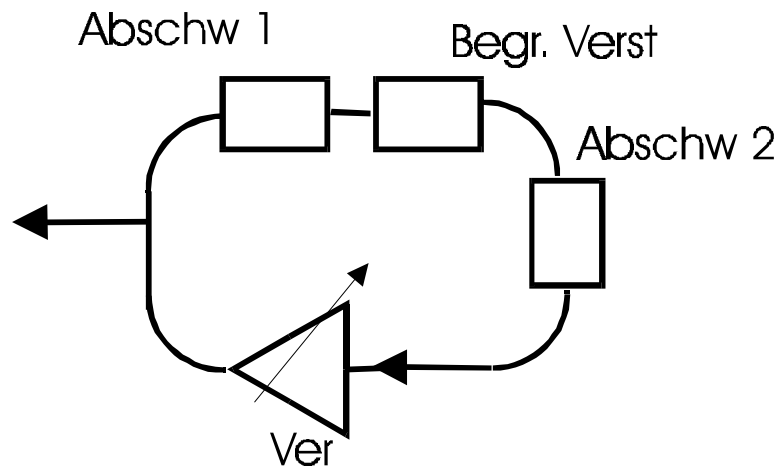
Im Kapitel C4 wurde beschrieben, daß es ebenso wie für viele Verfahren der regelnden Frequenzstabilisierung (siehe Kap B2) auch im Falle der Frequenzstabilisierung durch EOPOs Effekte gibt, die Phasendrehungen des Signals in der Regel- beziehungsweise Oszillations- schleife bewirken und die zu einer Abweichung der Frequenz der Anregung der Resonanz von der Resonanzfrequenz führen. Fluktuationen in diesen Effekten erzeugen überdies Fluktuationen der Frequenz der Anregung der Resonanz. In dem ersten Abschnitt dieses Kapitels wird experimentell untersucht, in welchem Maße solche Effekte für Verfahren, die auf AMS basieren und in das EOPO-Konzept integriert sind, zu erwarten sind. Im zweiten Abschnitt dieses Kapitels wird ein Experiment beschrieben, in dem ein HAMS-EOPOs betrieben wird.

### **D4.1 Residuale Phasenmodulation bei der Amplitudenmodulation des resonanten Seitenbands eines EOPOs**

Um ein auf AMS basierendes Regelverfahren in das EOPO-Konzept zu integrieren, muß eine periodische Modulation der Amplitude des resonanten Seitenbands, das der Anregung der Resonanz dient, realisiert werden. Da das Fehlersignal auf der Auswertung der Phasenmodulation der Abstrahlung der Resonanz basiert, ist, wie in Kapitel C6 ausgeführt wurde, die Ursache für den dominanten additiven Beitrag zum Fehlersignal in der residualen Phasenmodulation (RPM) des resonanten Seitenbands zu sehen.

Für die in Abschnitt C6.3 vorgeschlagene Erzeugung der Amplitudenmodulation des resonanten Seitenbands durch Modulation der elektronischen Verstärkung  $V$  in der

Oszillationsschleife des EOPOs ist die Ursache des größten zu erwartenden Beitrags zur RPM die Modulation der Laufzeit  $t_{el}$  des Signals durch die elektronische Verstärkerkette in der Oszillationsschleife.



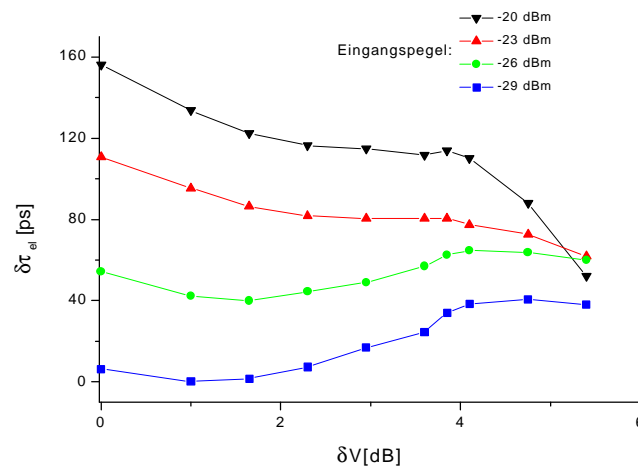
**Abb 33: Schleifen-Oszillator für Laufzeitmessungen; Begr. Verst: Begrenzerverstärker, Abschw: Abschwächer, Ver: zu untersuchende Verstärkerkette**

Um zu messen, wie die Laufzeit  $t_{el}$  durch die elektronische Verstärkerkette von der Verstärkung  $V$  und dem Pegel am Eingang der Verstärkerkette abhängt, wurde ein elektronischer Schleifen-Oszillator, bestehend aus der zu untersuchenden Verstärkerkette, Leistungsabschwächern und einem Begrenzerverstärker<sup>1</sup> aufgebaut (siehe Abbildung 33). Es wurde darauf geachtet, daß bei der Oszillation außer dem Begrenzerverstärker kein Verstärker der Kette im Bereich seiner Sättigung arbeitete. Durch Austausch der abschwächenden Komponenten zwischen Abschwächer 1 und Abschwächer 2 wurden unterschiedliche Pegel am Eingang der Verstärkerkette realisiert. Die Frequenz des Signals in der Oszillationsschleife wurde in Abhängigkeit von der eingestellten Verstärkung  $V$  der Verstärkerkette für unterschiedliche Eingangspiegel gemessen. Die Änderungen der Oszillationsfrequenz wurden als Änderungen  $dt_{el}$  der Laufzeit durch die Verstärkerkette interpretiert. Die Ergebnisse dieser Messungen sind in Abbildung 34 zusammengefaßt.

Es ist zu erkennen, daß die Laufzeit durch die Verstärkerkette  $t_{el}$  bei allen Eingangspiegeln eine Abhängigkeit von der Verstärkung  $V$  der Verstärkerkette hat. Für alle betrachteten

<sup>1</sup> Begrenzerverstärker zeichnen sich dadurch aus, Sättigungsverhalten zu zeigen, bei dem nahezu keine Drehung der Signalphase auftritt.

Eingangspiegel ist es möglich, einen Arbeitspunkt so zu wählen, daß die Amplitude der Modulation der Laufzeit durch die Verstärkerkette bei einer als typisch anzusehenden Amplitude der Modulation der elektronischen Verstärkung von 1 dB kleiner als 5 ps, also etwa 1/8000 der typischen Zeitdauer  $t$  eines Umlaufs in einer EOPO-Oszillationsschleife ist. Reproduktion der Meßergebnisse zeigt, daß die Schwankung von  $t_{el}$  über Zeiträume von einer Minute kleiner als 0,5 ps ist.



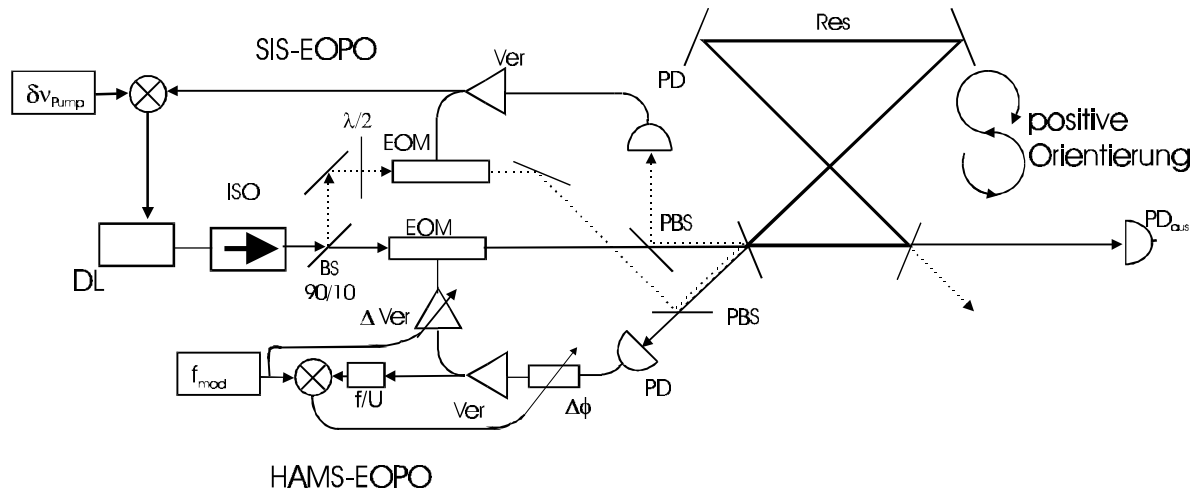
**Abb 34:** Variation  $dt_{el}$  der Laufzeit der Signale durch die Verstärkerkette als Funktion der Variation  $dV$  der Verstärkung für verschiedene Eingangspegel

Damit läßt sich abschätzen, daß die durch laufzeitbedingte RPM erzeugten Fluktuationen der Frequenz der Emission eines HAMS-EOPOs in einer Minute kleiner sein können als  $2 \cdot 10^{-4} Dn_{Res}$ , also um eine Größenordnungen kleiner als die Frequenzfluktuation, die als typische experimentelle Werte für die Emission von SIS-EOPOs im vorangehenden Kapitel angegeben wurden. HAMS erscheint somit als geeignetes Verfahren zur Langzeitstabilisierung der Frequenz der Emission von SIS-EOPOs relativ zu einer passiven Frequenzreferenz.

## D4.2 EOPO mit HAMS-Frequenzregelung (HAMS-EOPO)

Nachdem die mit elektronischen Standardkomponenten erreichbare Langzeitstabilität von HAMS-EOPOs im vorangehenden Abschnitt untersucht wurde, soll nun ein Experiment beschrieben werden, in dem mittels HAMS eine einem EOPO aufgeprägte Störung

ausgeregelt wird. Das Schema des experimentellen Aufbaus, an dem dieses Experiment durchgeführt wurde, ist in Abbildung 35 dargestellt.



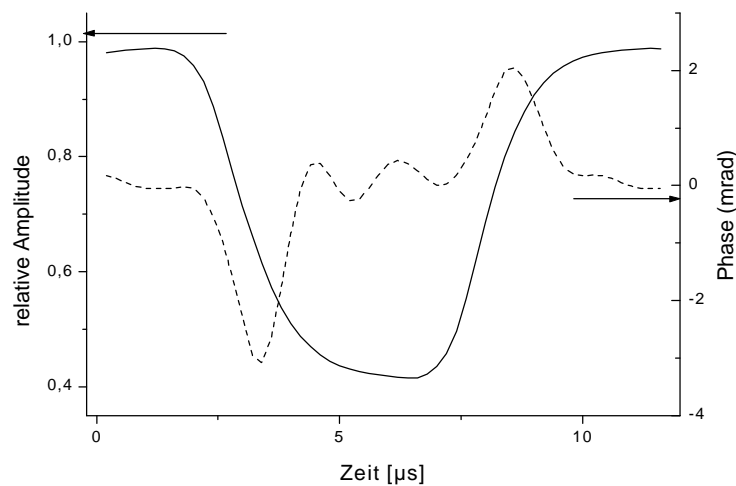
**Abb 35: Experimenteller Aufbau zur Demonstration des HAMS-EOPOs; ISO: optischer Isolator, PBS: polarisierender Strahlteiler;  $\Delta\phi$ : Phasenschieber, f/U: Frequenz-Spannungswandler, DL: Diodenlaser**

Der HAMS-EOPO wurde durch die Emission eines Diodenlasers mit optischer Rückkopplung gepumpt. Als Frequenzreferenz für den HAMS-EOPO diente eine Resonanz eines Ringresonators (Linienbreite der Resonanzen  $\mathbf{Dn}_{Res}=300$  kHz (HWHM)). Die Orientierung, in der der HAMS-EOPO Resonanzen des Ringresonators abfragte, soll als „positiv“ bezeichnet werden. Eine elektronische Vorstabilisierung der Frequenz des Pumplichts wurde realisiert, indem mit einem kleinen abgeteilten Teil (BS 90/10) des Pumplichts ein unabhängiger SIS-EOPO betrieben wurde, der eine Resonanz des Ringresonators in negativer Orientierung abfragte. (Der Lichtweg für den SIS-EOPO ist in Abbildung 35 gepunktet eingezeichnet.) Zur Vermeidung optischen Übersprechens zwischen dem SIS-EOPO und dem HAMS-EOPO wurde die Orientierung der Polarisation der beiden EOPOs orthogonal zueinander gewählt.

Die HAMS-Regelschleife wurde zunächst noch nicht geschlossen. Die Phasendrehung in der Oszillationsschleife des HAMS-EOPOs wurde so eingestellt, daß sich die Frequenz des erzeugten Lichts  $\mathbf{n}_{ab}$  um 100 kHz, also einem Drittel der Resonanzbreite  $\mathbf{Dn}_{Res}$  von der Resonanzfrequenz  $\mathbf{n}_{res}$  unterschied. Anschließend wurde die elektronische Verstärkung des HAMS-EOPOs mit einer relativen Amplitude von 10 % (0,5 dB) und mit einer Frequenz von  $f_{mod}=100$  kHz rechteckförmig moduliert.

Die Amplitude der Anregung der Resonanz wurde anhand der Leistung des auf die Photodiode  $\mathbf{PD}_{aus}$  abgestrahlten Lichts beobachtet und ist in Abbildung 36 dargestellt.

Ebenfalls in Abbildung 36 eingetragen ist die Phasenexkursion der Anregung der Resonanz während dieser Modulationsperiode. Sie wurde durch f/U-Wandlung des Heterodynsignals aus dem Pumplicht und der Abstrahlung der Resonanz erzeugt. In Übereinstimmung mit der Theorie (Kapitel C6) erkennt man, daß die Phasenmodulation des gespeicherten Felds gegenüber der Amplitudenmodulation des gespeicherten Felds um nahezu  $\pi/2$  phasenverschoben ist. Die Amplitude der Phasenmodulation ist ebenfalls in sinnvoller Übereinstimmung mit den errechneten Werten.

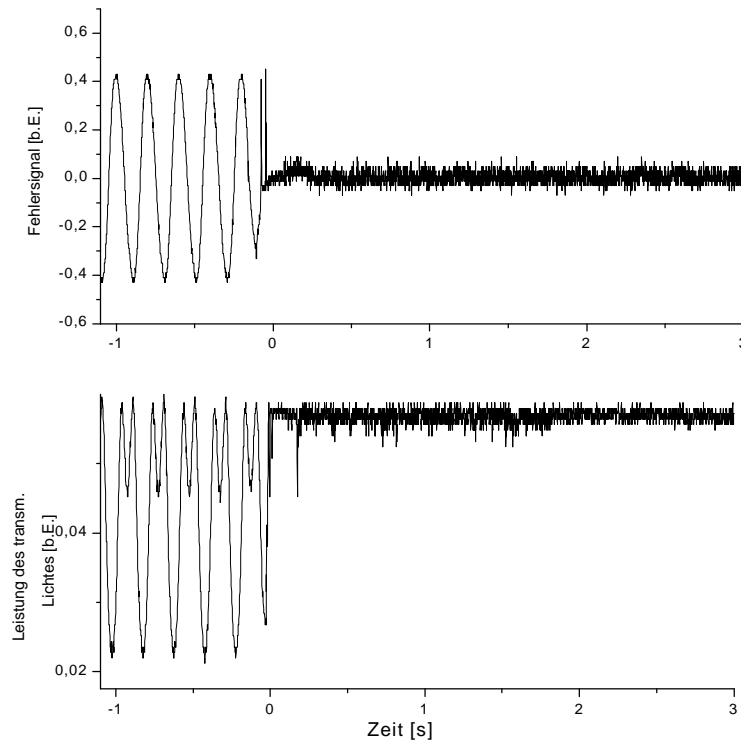


**Abb 36: Amplitude und Phase der Anregung der Resonanz während einer Modulationsperiode**

Das Fehlersignal des Regelverfahrens wurde gewonnen, indem das Signal am Ausgang des f/U-Wandlers mit Hilfe eines Lock-in Verstärkers phasensynchron demoduliert wurde. Um die Wirkung der Regelung vorzuführen, wurde über den Phasenschieber in der Oszillationsschleife des EOPOs eine Frequenzmodulation der Anregung der Resonanz mit der Amplitude von etwa einer Linienbreite  $\Delta n_{Res}$  der Resonanz und einer Modulationsfrequenz  $f_{Stör}$  von 5 Hz erzeugt.

Die HAMS-Regelschleife wurde zum Zeitpunkt  $t=0$  geschlossen. Als Stellelement diente ein weiterer elektronischen Phasenschiebers in der Oszillationsschleife. In der Abbildung 37 erkennt man das Schließen der Regelschleife im oberen Teil an der Unterdrückung des Fehlersignals. Der Erfolg der Regelung kommt im im unteren Teil der Abbildung 37 zum Ausdruck, in dem die Leistung der Abstrahlung der Resonanz dargestellt ist: Nach Schließen der Regelschleife ist die abgestrahlte Leistung nicht mehr durch die aufgeprägte Störgröße moduliert, sondern nimmt ihren Maximalwert an. Es wurde also gezeigt, daß die Frequenz der

Abstrahlung auf die Resonanzfrequenz stabilisiert werden kann, auch wenn es zu Effekten kommt, die zu einer Fluktuation der Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife führen.

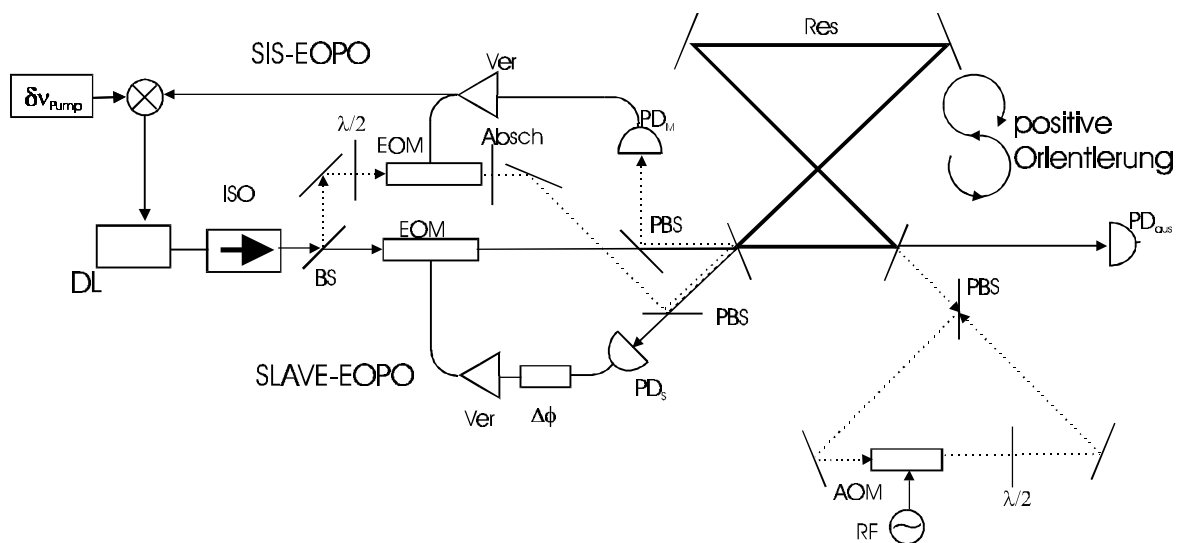


**Abb 37: Ausregelung einer Störung durch den HAMS-Regelkreis; oberer Teil: Fehlersignal, unterer Teil Leistung des transmittierten Lichtes; die Regelschleife wurde bei  $t=0$  geschlossen**

An dieser Stelle kommt die Beschreibung von Experimenten zur Stabilisierung der Frequenz der Emission von Diodenlasern auf Resonanzfrequenzen durch elektro-optisch parametrische Oszillation mit den Konzepten von SIS und AMS zu einem Abschluß. Es wurde gezeigt, daß die elektro-optisch parametrischen Oszillation geeignet ist, Frequenzfluktuationen bis zu Fourierfrequenzen von einigen MHz zu kontrollieren, wobei die Erzeugung neuer Frequenzfluktuationen im zu stabilisierenden Licht durch nichtlineare Dynamik nur in sehr geringem Maße auftritt. Ein Regelkreis, der zu einer weitgehenden Unterdrückung der Frequenzfluktuationen des Pumplichts eingesetzt werden kann (SIS), wurde vorgeführt. Es wurde abgeschätzt, daß sich die durch den EOPO und durch SIS in das zu stabilisierende Licht eingefügten Frequenzfluktuationen mit einem auf AMS basierenden Regelkreis in hohem Maß beseitigen lassen. Abschließend wurde der Betrieb eines solchen Regelkreises vorgeführt.

## D5 Injektions-Synchronisation der Emission von EOPOs

Die Frage nach dem Verhalten von EOPOs, in die äußere Felder eingestrahlt werden, wurde in Kapitel C7 theoretisch behandelt. In diesem und im nächsten Kapitel werden entsprechende Experimente beschrieben und deren Ergebnisse mit den Ergebnissen der Rechnungen verglichen. Zunächst wird die Situation behandelt, in der ein äußeres Lichtfeld in einen EOPO eingestrahlt wird, dessen Frequenz  $\nu_{inj}$  sich nur wenig von der Resonanzfrequenz  $\nu_{res}$  unterscheidet und in der das Auftreten des Effekts der Injektions-Synchronisation erwartet wird. Das Schema des experimentellen Aufbaus ist in der Abbildung 38 dargestellt.



**Abb 38: Experimenteller Aufbau zur Untersuchung der Injektions-Synchronisation; ISO: optischer Isolator, PBS: polarisierender Strahlteiler;  $\Delta\phi$ : Phasenschieber, AOM: akusto-optischer Modulator, Absch: variabler Abschwächer, DL: Diodenlaser**

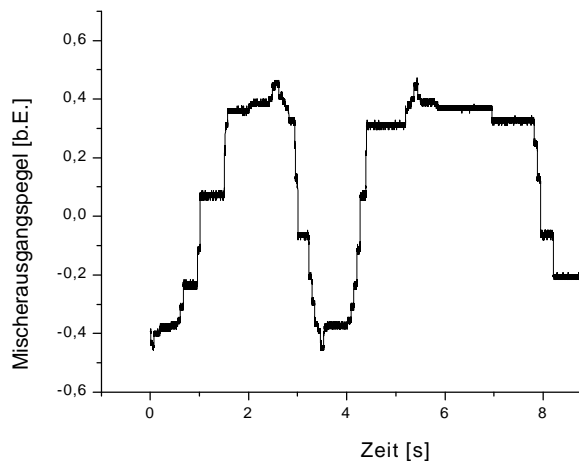
Als Pumplicht für den EOPO, in den optische Strahlung injiziert werden sollte (im folgenden: „Slave-EOPO“), diente ein Teil der Emission einer Laserdiode mit optischer Rückkopplung. Als Frequenzreferenz diente eine Resonanz eines Ringresonators (Linienbreite  $\Delta\nu_{Res}=300$  kHz (HWHM)), der von dem Slave-EOPO in positiver Orientierung abgefragt wurde. Die Frequenz des Pumplichts wurde durch Betreiben eines SIS-EOPOs mit einem zum Pumplicht des Slave-EOPOs orthogonal polarisierten Teil der Emission der Laserdiode auf eine EOPO-Pumpfrequenz  $\nu_{pump}$  stabilisiert. Durch passende Wahl der Phasendrehung in der Oszillationsschleife des Slave-EOPOs wurde eine EOPO-Pumpfrequenz des Slave-EOPOs auf  $\nu_{pump}$  abgebildet.

Die Frequenz des in den Slave-EOPO zu injizierenden Lichts  $\omega_{inj}$  sollte gegenüber der instantanen Frequenz der Emission des freilaufenden Slave-EOPOs möglichst stabil sein und sich einstellbar von dieser Frequenz unterscheiden. Solches Licht konnte von dem mit dem SIS-EOPO erzeugten und am Auskoppelspiegel des Ringresonators in negativer Orientierung abgestrahlten Licht abgeleitet werden. Die Anpassung der Frequenz und der Leistung des Lichts erfolgte mit Hilfe eines von einem stabilen RF-Signal getriebenen akusto-optischen Modulators. Das präparierte Licht wurde in positiver Orientierung in den Ringresonator eingekoppelt. Das eingekoppelte Feld soll im folgenden als „Masterfeld“ bezeichnet werden.

Vor den quantitativen Untersuchungen zur Injektions-Synchronisation von EOPOs sollen zunächst auftretende Phänomene beschrieben werden. Die Frequenz des Masterfelds wurde relativ zur Frequenz der Emission der Slave-EOPOs so gewählt, daß Effekte der Phasensynchronisation gemäß Gleichung C.112 gerade zu erwarten waren. Eine grobe Information darüber, ob das vom Slave-EOPO erzeugte Licht dauerhaft mit dem Masterfeld bezüglich seiner Phase synchronisiert war, ließ sich dem Schwebungssignal im Photostrom der Photodiode  $PD_{aus}$  entnehmen. Phasensprünge der optischen Felder um  $2\pi$  relativ zueinander, die ein interessantes Phänomen bei der Phasensynchronisation darstellen, erscheinen in diesem Schwebungssignal jedoch nur als schnelle transiente Ereignisse und sind daher schwer zu erkennen. Im Experiment wurden deswegen die interessierenden optischen Felder mit dem Pumpfeld der EOPOs und dem Treibersignal des AOMs auf RF-Signale abgebildet, bezüglich ihrer Frequenz um den Faktor 32 geteilt und anschließend mit Hilfe eines Mischers verglichen.

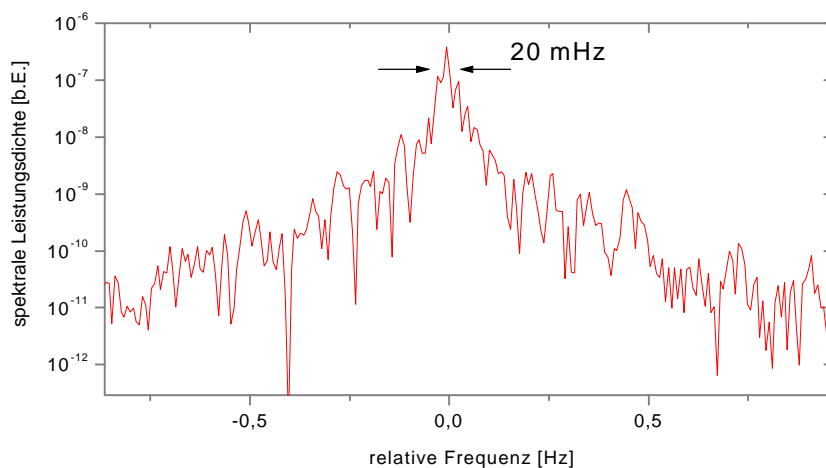
Das Ausgangssignal dieses Mischers als Funktion der Zeit ist in Abbildung 39 zu sehen. In unregelmäßigen Zeitabständen kommt es zu einem Sprung in diesem Signal, entsprechend einem relativen Phasensprung der Mischereingänge um  $2\pi/32$ . Dies entspricht einem Phasensprung zwischen dem Masterfeld und der Emission des Slave-EOPOs um  $2\pi$ , also um einen optischen Zyklus. Zwischen den Zyklussprüngen lassen sich Intervalle unterschiedlicher Länge erkennen, in denen die Phasen der optischen Felder zueinander synchronisiert sind. Die Beobachtungen können so interpretiert werden, daß die Frequenz des Masterfelds im zeitlichen Mittel am Rande des Synchronisations-Bereichs steht und aufgrund der auftretenden Frequenzfluktuationen in gewissen Zeiten innerhalb und zu gewissen Zeiten außerhalb des Synchronisations-Bereichs steht.





**Abb 39: Zyklussprünge bei der Injektions-Synchronisation**

Die Frequenz des Masterfelds wurde anschließend etwa gleich der Frequenz der Linienmitte der vom Slave-EOPO abgefragten Resonanz des Ringresonators gewählt. Der Ausgang des Mixers zur Detektion von Zyklussprüngen zeigte nun einen konstanten Pegel, daß heißt, die optischen Felder waren bezüglich ihrer Phase dauerhaft miteinander synchronisiert. Um die Synchronisation der Frequenzen der optischen Felder in einer unabhängigen Messung zu veranschaulichen, wurde das Differenzfrequenzsignal zwischen dem vom Slave-EOPO und dem SIS-EOPO erzeugten Licht über 50 s abgetastet und Fourier-transformiert. Das errechnete Spektrum ist in Abbildung 40 dargestellt. Es hat eine spektrale Breite, die mit dem durch die Meßdauer limitierten Auflösungsvermögen von 20 mHz identisch ist. Dies bedeutet,



**Abb 40: Spektrum des Schwebungssignal zwischen den synchronisierten Feldern**

daß in dieser Messung keine Frequenzschwankungen zwischen den synchronisierten Feldern beobachtet wurden.

Die Frequenz des Masterfelds wurde nun mehrmals nacheinander innerhalb einiger Millisekunden so verfahren, daß das gesamte Frequenzintervall, in dem es zur Synchronisation des Slavefelds kommt, überstrichen wurde. Das Schwebungssignal zwischen Masterfeld und der Emission des Slave-EOPOs im Photostrom der Photodiode  $PD_{aus}$  wurde während des Abfahrens dieser Frequenzrampen aufgenommen. In den Teilen a) bis c) der Abbildung 41 sind drei nacheinander aufgenommene Schwebungssignale dargestellt. Man erkennt das Auftreten einer Asymmetrie zwischen dem Verhalten der relativen Phase zu Beginn und zum Ende der Zeit- beziehungsweise Frequenzintervalle, in denen es zur Injektions-Synchronisation kommt: Zu Beginn dieser Intervalle, beim Einrasten, kommt es zu einem raschen Sprung der Phase des vom Slave-EOPO emittierten Felds aus seiner zufälligen Phase in die Quadraturphase bezüglich des Masterfelds. Am Ende des Synchronisations-Intervalls hingegen, kurz vor dem Ausrasten, haben die beiden Lichtfelder relativ zueinander eine definierte Phasen- und Frequenzbeziehung ( $\pi/2$ ,  $BW_{Sync}$ ), so daß es zu einem stets gleichen Zeit/Phasen-Muster beim Ausrasten kommt.

Es soll nunmehr untersucht werden, wie die Synchronisations-Bandbreite  $BW_{Sync}$  von dem Verhältnis der Leistungen des Masterfelds  $P_{mas}$  und der Leistung der Emission des Slave-EOPOs  $P_{sla}$  abhängt. Die Synchronisations-Bandbreite  $BW_{Sync}$  wurde ermittelt, indem die Frequenz des Masterfelds moduliert und die Differenz der Frequenzen des Masterfelds beim Einrasten und beim Ausrastens ermittelt wurde. Das Ein- und Ausrasten wurde anhand der Phasenlage des Schwebungssignales ähnlich wie in Abbildung 41 bewertet. Die Leistungen des Masterfelds  $P_{mas}$  und der Emission des Slave-EOPOs  $P_{sla}$  wurden aus den Amplituden der AC- und der DC-artigen Komponenten des Photostroms der Photodiode  $PD_{aus}$  bei unsynchronisierten Feldern bestimmt.

Die gemessenen Synchronisationsbandbreiten  $BW_{Sync}$  sind in der Abbildung 42 dargestellt. Aufgetragen ist das Quadrat des Quotienten aus der Resonanzbreite  $Dn_{Res}$  und der Synchronisationsbandbreite  $BW_{Sync}$  als Funktion des Quotienten der Leistungen der Emission des freilaufenden Slave-EOPOs  $P_{sla}$  und des Masterfelds  $P_{mas}$ . Ebenfalls in Abbildung 42 dargestellt ist der errechnete Zusammenhang gemäß C.112. Die gemessenen

Synchronisations-Bandbreiten  $BW_{Sync}$  zeigen gute Übereinstimmung mit den gemäß C.112 errechneten Bandbreiten.

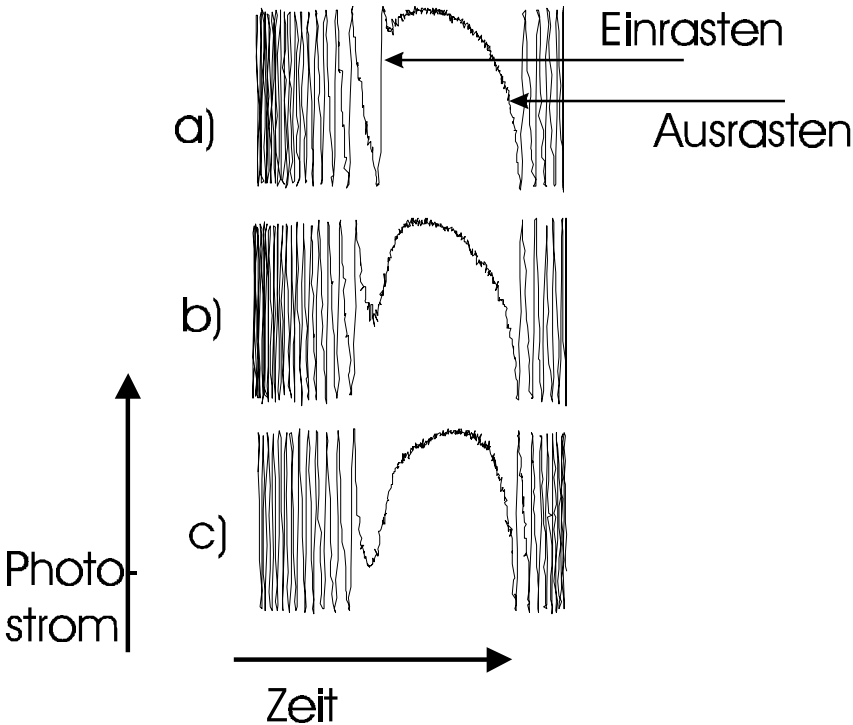


Abb 41: Schwebungssignal bei Einrasten und Ausrasten

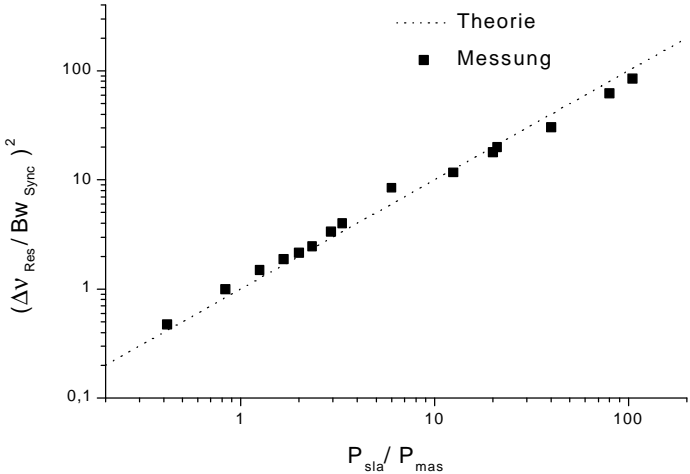
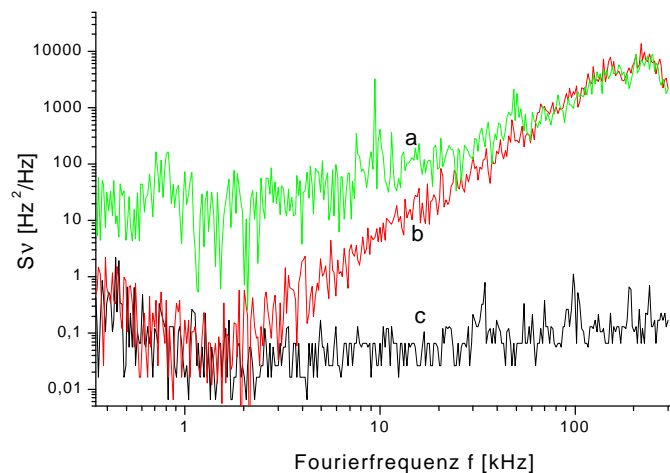


Abb 42: Bandbreiten der Synchronisation

Abschließend wurde eine Messung durchgeführt, die der Charakterisierung der Unterdrückung von Fluktuationen der Relativfrequenz zwischen Masterfeld und der Emission des Slave-EOPOs dient. Dazu wurde die instantane Frequenz des Schwebungssignals zwischen der Emission des Slave-EOPOs und dem an das Masterfeld phasenstarr gekoppelten Pumplichts in einen elektronischen Pegel gewandelt und Fourier-transformiert. Die so ermittelten Frequenzrauschspektren sind in der Abbildung 43 dargestellt. Das Schwebungssignal bei freilaufendem Slave-EOPO zeigt im Fourierfrequenzbereich unterhalb von 10 kHz weißes Frequenzrauschen einer spektralen Dichte von etwa  $30 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$  (Kurve a). Es ist zu erkennen, daß im Fall der Injektions-Synchronisation der Emission des Slave-EOPOs (Kurve b) die Frequenzfluktuationen des Schwebungssignals im Fourierfrequenzbereich unterhalb der Synchronisations-Bandbreite  $BW_{\text{Sync}}$  von hier 45 kHz um 20 dB/Dek unterdrückt werden, entsprechend dem Ausdruck C.115. Die hier gezeigte Messung ist unterhalb von 2 kHz durch elektronisches Rauschen (Kurve c) limitiert.



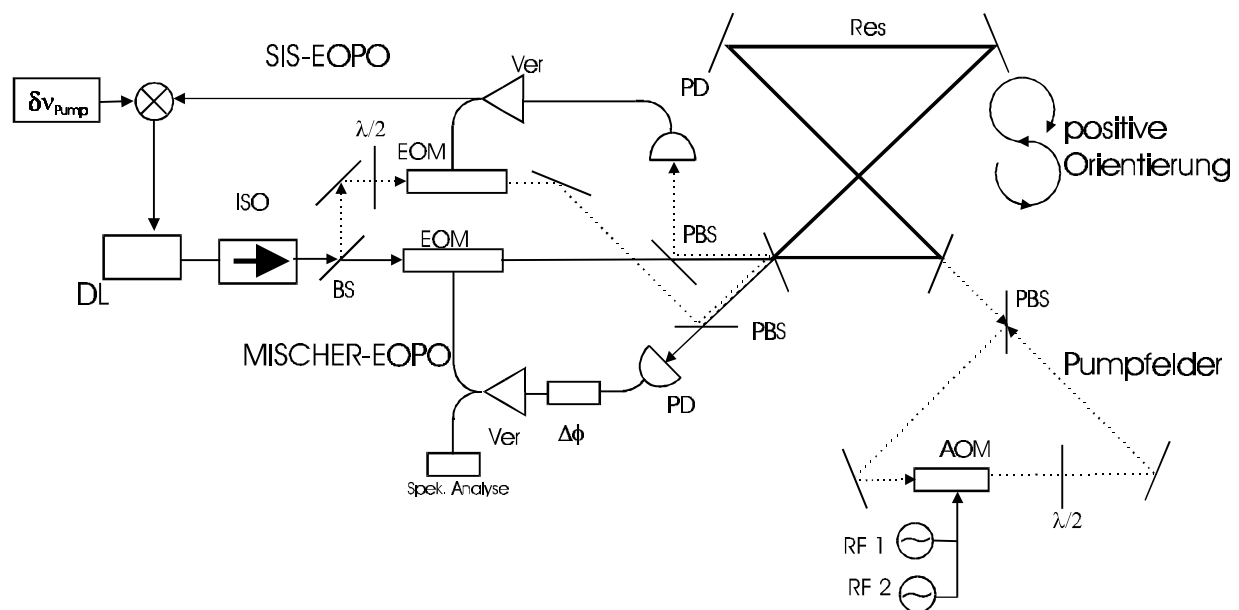
**Abb 43: Frequenzrauschdichte  $S_v(f)$  des Schwebungssignals zwischen der Emission des SlaveEOPOs und dem mit dem Masterfeld phasenstarr gekoppelten Pumplichts; a: freilaufend, b:synchronisiert, c: Detektionsgrenze**

In diesem Kapitel wurden Experimente beschrieben, in denen der Effekt der Injektions-Synchronisation von EOPOs erstmals experimentell vorgeführt und untersucht wurde. Im folgenden Kapitel werden Experimente beschrieben, in denen das Auftreten von Mischprodukten durch nichtlineare EOPO-Dynamik im Mittelpunkt steht.

## D6 Vierwellen-Mischung in EOPOs

Aufgrund der nichtlinearen Anteile ihrer Dynamik sind optische Oszillatoren geeignet, Mischprodukte eingestrahler beziehungsweise selbsterzeugter optischer Felder zu generieren, und sie sind in der Lage, diese zu verstärken. Für den EOPO wurde dies im Abschnitt C7.2 theoretisch beschrieben. In dem vorliegenden Kapitel wird die Entstehung solcher Mischprodukte experimentell im Hinblick auf die interessante Anwendung der spontanen Frequenz-Intervallhalbierung vorgeführt.

Der experimentelle Aufbau, an dem die Experimente zur Vierwellen-Mischung durchgeführt wurden, ist im wesentlichen identisch mit dem Aufbau für die Experimente zur Injektions-Synchronisation, die im vorangehenden Kapitel beschrieben wurden. Der Aufbau ist in Abbildung 44 schematisch dargestellt.



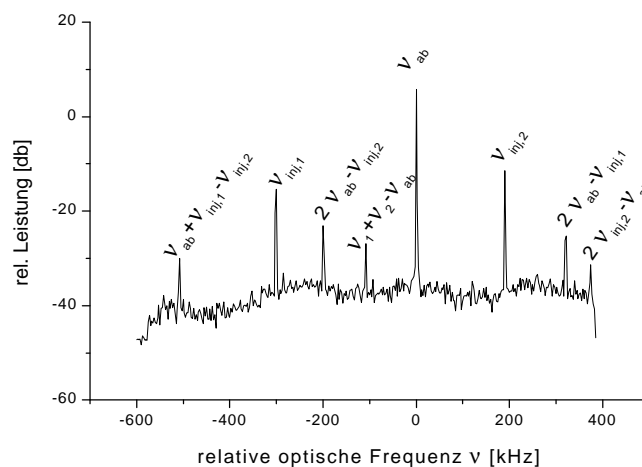
**Abb 44: Experimenteller Aufbau zur Untersuchung der Vierwellen-Mischung in EOPOs; ISO: optischer Isolator, PBS: polarisierender Strahlteiler;  $\Delta\phi$ : Phasenschieber, AOM: akusto-optischer Modulator, Spek. Analyse: spektrale Analyse, DL: Diodenlaser**

Die in den Mischer-EOPO zu injizierenden äußeren Felder (im folgenden „Pumpfelder“<sup>1</sup>) wurden wiederum aus dem von einem zusätzlich zum Mischer-EOPO betriebenen SIS-EOPO erzeugten Licht abgeleitet. Durch den SIS-Regelkreis wurde wiederum gleichzeitig die Frequenz des EOPO-Pumplichts stabilisiert. Die Injektion der Pumpfelder für die Vierwellen-

<sup>1</sup> Diese Pumpfelder sind nicht zu verwechseln mit dem Pumpfeld, das als Ausgangspunkt der Vierwellen-Mischung zu sehen sind, die Basis der elektro-optisch parametrischen Oszillation ist.

Mischung erfolgte durch Anregung der Resonanz, wengleich auch die Injektion in die Oszillationsschleife möglich gewesen wäre<sup>1</sup>.

Der Mischer-EOPO wurde bei einer Ausgangsleistung von 50  $\mu$ W so betrieben, daß die Frequenz seiner Emission  $\mathbf{n}_{ab}$  etwa mit der Eigenfrequenz einer Resonanz des Ringresonators  $\mathbf{n}_{res}$  koinzidierte. Das in den Mischer-EOPO injizierte Licht wurde so präpariert, daß es sich aus zwei spektralen Komponenten bei den optischen Frequenzen  $\mathbf{n}_{inj,1}$  und  $\mathbf{n}_{inj,2}$  zusammensetzte, deren optische Leistung jeweils etwa 1  $\mu$ W betrug. Das Spektrum des vom Mischer-EOPO erzeugten Lichts wurde in einer Heterodynmessung gewonnen. Das Heterodynsignal wurde dem elektronischen Signal in der Oszillationsschleife des Mischer-EOPOs entnommen. Es ist in der Abbildung 45 dargestellt.



**Abb 45: Optisches Spektrum der Emission des Mischer-EOPOs bei Injektion von zwei äußeren Feldern**

Neben der spektralen Komponente bei der Frequenz  $\mathbf{n}_{ab}$  und den beiden spektralen Komponenten, die den Pumpfeldern entsprechen  $\mathbf{n}_{inj,1}$  und  $\mathbf{n}_{inj,2}$ , erkennt man im Spektrum der Emission des Mischer-EOPOs fünf weitere Komponenten, die als Vierwellen-Mischprodukte aufzufassen sind. Die Leistungen der erzeugten Mischprodukten stimmen größenordnungsmäßig mit den Leistungen überein, die sich aus C.121 unter Berücksichtigung der Filterwirkung des Resonators abschätzen lassen.

<sup>1</sup> Die Injektion in die Oszillationsschleife hat den Vorteil, daß die spektrale Filterung der Pumpfelder durch den Resonator zunächst vermieden wird.

Die Frequenz  $n_{inj,1}$  wurde anschließend erhöht. Als Konsequenz vergrößerte sich ebenfalls die Frequenz des Mischprodukts, dessen Frequenz durch  $n_{inj,1} + n_{inj,2} - n_{ab}$  gegeben ist. Während  $n_{inj,1}$  das Frequenzintervall  $[n_{res} - n_{inj,2} - 3kHz, n_{res} - n_{inj,2} + 3kHz]$  überstrich, war zu beobachten, daß die Trägerfrequenz der Emission des Mischer-EOPOs  $n_{ab}$  den Wert  $\frac{n_{inj,1} + n_{inj,2}}{2}$  annahm, das heißt mit dem der Frequenz des Mischprodukts  $n_{inj,1} + n_{inj,2} - n_{ab}$  koinzidierte. Es wurde also die Halbierung eines, durch von außen injiziertes Licht definierten Frequenzintervalls durch den EOPO beobachtet. Aus der Interpretation des Effekts als Injektions-Synchronisation der Emission des Mischer-EOPOs mit dem erzeugten Mischprodukt läßt sich das Verhältnis der Leistungen dieser beiden Felder mit 40 dB abschätzen, was mit dem in Abbildung 45 abzulesenden Wert von 35 dB größenordnungsmäßig übereinstimmt.

Die Phaseneigenschaften der an der Frequenzintervall-Halbierung beteiligten Felder sollen nun genauer untersucht werden. Dazu wurde im zeitlichen Mittel  $n_{inj,1} + n_{inj,2} = 2n_{res}$  gewählt und eines der Pumpfelder mit einer Amplitude von 2,4 rad phasenmoduliert. Das optische Spektrum dieses Pumpfelds ist im oberen Teil der Abbildung 46 zu sehen und zeigt die für diesen Modulationsindex charakteristische Eigenschaft der Trägerunterdrückung ( $J_0(2.4) \approx 0$ ). Das optische Spektrum der das Frequenzintervall halbierenden Komponente der Emission des Mischer-EOPOs ist im unteren Teil der Abbildung 46 zu sehen. Aus den Verhältnissen der Leistungen im Träger und in den Seitenbändern läßt sich der Index der Phasenmodulation

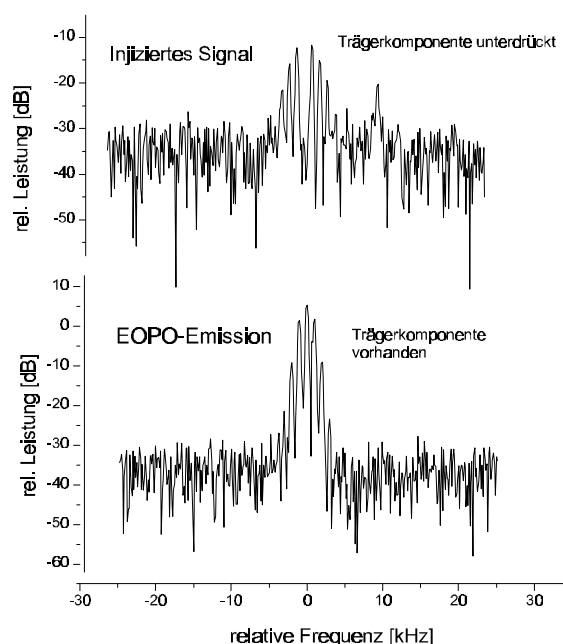
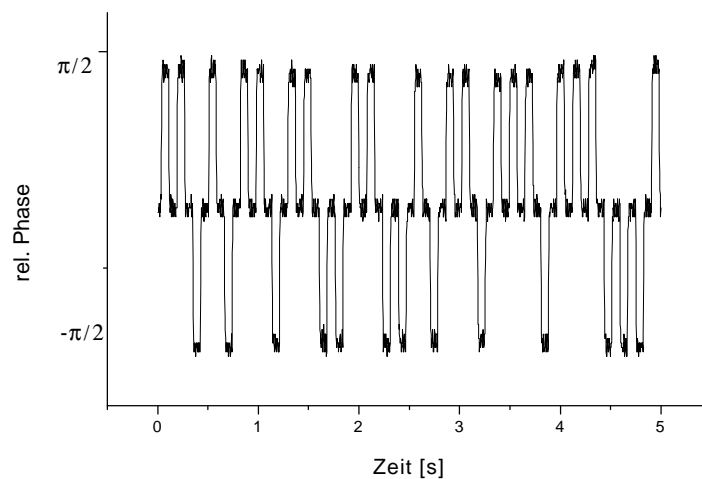


Abb 46: Spektren des injizierten Signals und der Emission des EOPOs bei Phasenmodulation

dieser Komponente zu 1,2 rad bestimmen. Die Phase des das Frequenzintervall halbierenden Lichts ist also halb so stark moduliert wie die Phase des Pumpfelds. Dieser Effekt wurde früher bereits bei der spontanen Frequenzintervall-Halbierung durch Vierwellen-Mischen in Laserdioden beobachtet [TEL 92].

Weiterhin soll experimentell gezeigt werden, daß es zwei physikalisch unterscheidbare Phasenlagen des das Frequenzintervall halbierenden Signals durch Vierwellen-Mischung in EOPOs gibt, so wie es in Abschnitt C7.3 vorausgesagt wurde. Dazu wurde die Injektion der Pumpfelder in den Mischer-EOPO durch einen mechanischen Lichtzerhacker periodisch mit einer Frequenz von etwa 6 Hz unterbrochen. Das Schwebungssignal des das Frequenzintervall halbierenden Lichts mit den Pumpfeldern und das Schwebungssignal des elektronisch in seiner Frequenz halbierten Differenzfrequenzsignal der beiden injizierten Felder wurden mit Hilfe eines Mixers verglichen. In Abbildung 47 ist ein typischer Zeitschrieb des Mischerausgangs zu sehen.



**Abb 47: Relative Phasenlage des das Frequenzintervall halbierenden Signals**

In den Zeitintervallen, in denen die Injektion der Pumpfelder in den Mischer-EOPO unterbrochen wird, läßt sich das Signal am Mischerausgang nicht als relative Phasenlage der Eingangssignale interpretieren. Sobald aber die Pumpfelder in den Mischer-EOPO injiziert werden, nimmt der Mischerausgang einen der beiden Pegel an, die als relative Phasenlagen der Mischereingänge von  $-\pi/2$  beziehungsweise  $+\pi/2$  zu interpretieren sind und in zufälliger Reihenfolge angenommen werden. Da das rein elektronisch erzeugte das Frequenzintervall halbierende Signal ununterbrochen in kohärenter Art und Weise erzeugt wurde, kann



geschlossen werden, daß das elektro-optisch erzeugte das Frequenzintervall halbierende Signal bei unterbrochener Injektion Sprünge um eine ungerade Anzahl halber optischer Zyklen erlitten hat. Es wurde also experimentell gezeigt, daß das Frequenzintervall zwischen zwei in einen EOPO eingestrahnten Feldern durch zwei physikalisch unterscheidbare optische Signale spontan halbiert werden kann.

Der experimentelle Aufbau stellt ein Modellsystem zur Untersuchung des Auftretens von halbzahligen Zyklussprüngen bei der regenerativen Frequenz- und der Frequenzintervallhalbierung dar. Solche regenerativen Teilerstufen erlangen in letzter Zeit zunehmende Bedeutung, insbesondere in der Frequenzsynthese[FER 99].

## **E Zusammenfassung und Ausblick**

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde das neuartige Konzept der elektro-optisch parametrischen Oszillation im Hinblick auf die Anwendung der effizienten Stabilisierung der Frequenz der Emission von Diodenlasern vorgestellt und untersucht.

Es wurde ein analytisches Modell zur Beschreibung dieser Oszillatoren formuliert, in dem die Eigenschaften der erzeugten Strahlung bezüglich Amplitude und Frequenz und bezüglich der Fluktuationen dieser Größen hergeleitet wurden. Es wurde diskutiert, durch welche Effekte die Frequenzstabilität des mit EOPOs erzeugten Lichts limitiert wird, und es wurden neuartige Verfahren beschrieben, diese Limitierungen zu überwinden. Zur Überwindung des verbleibenden Übersprechens der Frequenzfluktuationen des Pumplichts wurde das Prinzip der selbstinduzierten Stabilität (SIS), das auf einer Regelung der Frequenz des Pumplichts mit dem vom EOPO erzeugten Licht als aktivem Referenzsignal beruht vorgeschlagen und realisiert. Zur Überwindung des Einflusses von Effekten, die zu einer Phasendrehung des Signals in der Oszillationsschleife des EOPOs führen, wurde die Anwendung des Verfahrens der Amplitudenmodulations-Spektroskopie (AMS) vorgeschlagen und realisiert.

Das große Potential des EOPO-Konzepts zur Frequenzstabilisierung der Emission von Diodenlasern wurde in gezielten Experimenten demonstriert. So wurde ausgehend von der Emission freilaufender Diodenlaser ein Schwebungssignal zwischen zwei unabhängig voneinander oszillierenden EOPOs mit einer spektralen Breite von 1,2 kHz vorgeführt. Es wurde in einer Computersimulation berechnet, daß dieses Ergebnis unter den experimentellen Randbedingungen mit regelnden Verfahren der Frequenzstabilisierung prinzipiell nicht reproduzierbar ist. Ausgehend von der Emission optisch vorstabilisierter Laserdioden wurde mit zwei unabhängig voneinander oszillierenden SIS-EOPOs ein Schwebungssignal mit einer spektralen Breite von nur 0,7 Hz erreicht. Damit wurde erstmals die Stabilisierung der Emission von Diodenlasern bis in den sub-Hertzbereich vorgeführt, einer Größenordnung, die bisher nur ausgehend von der Emission von Gas-, Farbstoff- und Festkörperlasern erreichbar schien. Da die EOPOs, die in diesen Experimenten zum Einsatz kamen, aus elektronischen und optischen Standardkomponenten aufgebaut waren, erscheint es möglich, die Ergebnisse durch Optimierung der Komponenten noch zu verbessern.

Der EOPO steht nunmehr als gut verstandenes und experimentell demonstriertes Werkzeug zur sehr präzisen Abfrage von Resonanzen zur Verfügung. Die experimentellen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit beschränken sich auf die Abfrage der Resonanzen optischer Resonatoren. Das EOPO-Konzept ist jedoch ohne weiteres auf die Abfrage atomarer Resonanzen übertragbar. In [SFB 00] wurden konkrete Vorschläge zum Aufbau eines EOPOs, dem die gesättigte Absorption eines atomaren Ensembles als Frequenzreferenz dient, gemacht. Der Hauptvorteil im Vergleich zu Oszillatoren, deren Frequenzreferenzen durch Vielfache der inversen Umlaufzeit von Licht in optischen Resonatoren gegeben sind, ist in der viel größeren mechanischen Unempfindlichkeit zu sehen, die das Erreichen einer hohen *absoluten* Stabilität des erzeugten Lichts, die für viele Anwendungen die relevante Größe ist, wesentlich erleichtert.

Eine weitere naheliegende und vielversprechende Anwendung des EOPO-Konzepts, die von der Fähigkeit des EOPOs zur präzisen Abfrage von Resonanzen eines Resonators profitiert, stellt das EOPO-Gyroskop dar. Indem eine Resonanz eines Ringresonators in beiden Orientierungen unabhängig voneinander durch EOPOs abgefragt wird, kann eine Information über die Rotationsgeschwindigkeit des Resonators relativ zum Inertialsystem gewonnen werden. Ein wichtiges Kriterium zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit von Gyroskopen ist die Frage, in welchem Maß es durch optisches Übersprechen zwischen den beiden Umlaufrichtungen zu systematischen Fehlern kommt. Bei oszillatorischen Systemen äußern sich solche systematischen Fehler in der Synchronisation der beiden erzeugten Felder („Lock-in“) und in dem Entstehen von Mischprodukten. Diese Effekte bei der Wechselwirkung von EOPOs mit äußeren Feldern wurden im Rahmen dieser Arbeit theoretisch und experimentell untersucht und können nun als verstanden angesehen werden. Abschätzungen zeigen, daß die Leistungsfähigkeit von EOPO-Gyroskopen die Leistungsfähigkeit solcher Systeme, die mit vergleichbarem Aufwand realisierbar sind, deutlich übertrifft und mit der Leistungsfähigkeit von wesentlich aufwendigeren Systemen vergleichbar ist.

## F Literatur

- [ABR 92] A. Abramovici, W. E. Althouse, R. W. P. Drever, Y. Gürsel, S. Kawamura, F.J. Raab, D. Shoemaker, L. Sievers, R. E. Spero, K. S Thorne, R. E. Vogt, R. Weiss, S. E. Whitcomb, M. E. Zucker, „LIGO: The laser interferometer gravitational-wave observatory“, *Science* **256**, 325 (1992)
- [ADL 46] R. Adler, „A Study of Locking Phenomena in Oscillators“, *Proceedings of the I. R. E. and Waves and Electrones* **34**, 351 (1946)
- [ARM 62] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, P. S. Pershan, „Interactions between light waves in a nonlinear dielectric“, *Phys Rev.* **137**, 1918 (1962)
- [ASC 82] G. Ascheid, H. Meyr, „Cycle Slip in Phase-Locked Loops: A Tutorial Survey“, *IEEE Trans. on Com. Tech.* **COM 30**, 2228 (1982)
- [BAR 73] R. L. Barger, M. S. Sorem, J. L. Hall, „Frequency stabilization of a cw dye laser“, *Appl. Phys. Lett* **22**, 573 (1973)
- [BEI 97] B.Beier, D. Woll, M. Scheidt, K. J. Boller, R.Wallenstein, „Second harmonic generation of the output of an AlGaAs diode oscillator amplifier system in critically phase matched  $\text{LiB}_3\text{O}_5$  and  $\beta\text{-Ba}_2\text{O}_4$ “, *Appl. Phys. Lett* **71**, 315 (1997)
- [BJO 80] G. C. Bjorklund, „Frequency-modulation spectroscopy: a new method for measuring weak absorptions and dispersions“, *Opt. Lett.* **5**, 15 (1980)
- [BOD 00a] B. Bodermann, H.R. Telle, R. P. Kovacich, „Amplitude-modulation-free optoelectronic frequency control of laser diodes“, *Opt. Lett.* **25**, 899 (2000)

- [BOD 00b] B. Bodermann, A. Wolf, H.R. Telle „Narrow-band electro-optical parametric oscillation using injection current modulation of laser diodes“ wird eingereicht bei Opt. Ex.
- [CHA 66] F. J. Charles, W. C. Lindsey, „Some Analytical and Experimental Phase-Locked Loop Results for Low Signal-to-Noise Ratios“, Proc. of the IEEE **54**, 1152 (1966)
- [CON 87] F. R. Connor, „Rauschen“, Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig/ Wiesbaden (1987)
- [CUN 94] C. J. Cuneo, J. J. Maki, D. H. McIntyre, „Optically stabilized diode laser using high contrast saturated absorption“, Appl. Phys. Lett **64**, 2625 (1994)
- [BON 96] F. Bondu, P. Fritschel, C. N. Man, A. Brillet, „Ultrahigh- spectral-purity laser for the VIRGO experiment“, Opt. Lett **21**, 582 (1996)
- [DAH 87] B. Dahmani, L. Hollberg, R. Drullinger, „Frequency stabilization of semiconductor lasers by resonant optical feedback“, Opt. Lett. **12**, 876 (1987)
- [DAN 94] K. Danzmann, H. Lück, A. Rüdiger, R. Schilling, M. Schrepel, W. Winkler, J. Hough, G. P. Newton, N. A. Robertson, H. Ward, A. M. Compbell, J. E. Logan, D. I. Robertson, K. A. Strain, J. R. J. Bennett, V. Kose, M. Kühne, B. F. Schutz, D. Nicholson, J. Shuttleworth, H. Welling, P. Aufmuth, R. Rinkleff, A. Tünnermann, B. Willke, „GEO 600-Proposal for a 600m laser interferometric gravitational wave antenna“, Volume 190 of MPQ. MPQ Garching (1994)
- [DRE 83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, H. Ward, „Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator“, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983)
- [GOL 82] L. Goldberg, H. F. Taylor, A. Dandridge, J. F. Weller, R. O. Miles, „Spectral characteristics of semiconductor lasers with optical feedback“, IEEE J. Quant. El. **QE-18**, 555 (1982)

- [FER 99] E. S. Ferre-Pikal, F. L. Walls, „Microwave Regenerative Dividers with Low Phase Noise“, IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics, & Freq. Cont. **46**, 216 (1999)
- [FRA 73] J. Frahm, „Der optische parametrische Oszillator mit resonanter Pumpwelle“, Annalen der Physik **7**, 173 (1973)
- [HAL 84] J. L. Hall, T. W. Hänsch, „External dye-laser frequency stabilizer“, Opt. Lett. **9**, 502 (1984)
- [HÄN 80] T. W. Hänsch, B. Couillaud, „Laser frequency stabilization by polarisation spectroscopy of a reflecting reference cavity“, Opt. Comm. **35**, 441 (1980)
- [HEN 82] C. H. Henry, „Theory of the Linewidth of Semiconductor Lasers“, IEEE J. Quant. El. **18**, 259 (1982)
- [KOU 99] M. Kouroggi, B. Widiyatmoko, K. Imai, T. Shimizu, M. Ohtsu, „Accurate relative frequency cancellation between two independent lasers“, Opt. Lett. **24**, 16 (1999)
- [ITO 80] M. Ito, T. Kimura, „Oscillation properties of AlGaAs DH lasers with external grating“, IEEE J. Quant. El. **QE-16**, 69 (1980)
- [KAZ 86] L. G. Kazovsky, „Impact of laser phase noise on optical heterodyne communication systems“, J. Opt. Commun. **7**, 66 (1986)
- [KOC 94] C. Koch, „Vierwellen-Mischung in Laserdioden“, PTB-Opt 43 (1994)
- [Li 89] H. Li, H. R. Telle, „Efficient Frequency Noise Reduction of GaAlAs Semiconductor Lasers by Optical Feedback from an External High-Finesse Resonator“, IEEE J. Quant. El. **QE-25**, 257 (1989)

- [Li 90] H. Li, „Verbesserung der Kohärenzeigenschaften der Emission von Halbleiterlasern durch Rückkopplung von einem Resonator hoher Finesse“, PTB-Opt 33 (1990)
- [MAK 65] P. D. Maker, R. W. Terhune, „Study of optical effects due to an induced polarisation third order in the electric field strength“, Phys. Rev **137**, A801 (1965)
- [MAN 89] Mann, Schiffgen, „Einführung in die Regelungstechnik“, 6. Auflage, Carl Hanser Verlag München, Wien (1989)
- [MAT 85] M. R. Matthews, K. H. Cameron, R. Wyatt, W. J. Devlin, „Packaged frequency-stable tunable 20 kHz linewidth 1.5  $\mu\text{m}$  In-Ga-AsP external cavity laser“, Electron. Lett. **21**, 113 (1985)
- [MOR 85] F. Morgensen, H. Olesen, G. Jacobsen, „Locking Conditions and Stability Properties for a semiconductor Laser with External Light Injection“, IEEE J. Quant. El. **QE-21**, 784 (1985)
- [NAK 86] H. Nakajima, R. Frey, „Intracavity nearly degenerate four-wave mixing in a (GaAl)As semiconductor laser“. Appl. Phys. Lett. 47, 769 (1985)
- [OAT 00] C. W. Oates, E. A. Curtis, L. W. Hollberg, „Improved short- term stability of optical frequency standards: approaching 1 Hz in 1 s with the Ca Standard at 657nm“, Opt. Lett **25**, 1603 (2000)
- [OHT 88] M. Ohtsu, N. Tubuchi, „Realization of Ultrahigh Coherence in Semiconductor Lasers by Negative Electrical Feedback“, J. of Lightwave Techn. **LT-6**, 357 (1988)
- [OKE 88] A. O’Keefe, D. A. G. Deacon, „Cavity ring-down spectrometer for absorption measurements using pulsed laser sources“, Rev. Sci. Instrum. **59**, 2544 (1988)

- [PIS 97] A. Piskarskas, V. Smigevicius, A. Stabinis, V. Vaicaitis, „Optical parametric oscillation excited by an incoherent conical beam“, *Opt. Commun.* **143**, 72 (1997)
- [PIS 99] A. Piskarskas, V. Smigevicius, A. Stabinis, V. Vaicaitis, „Spatially cumulative phenomena and output patterns in optical parametric oscillators and generators pumped by conical beams“, *J. Opt. Soc. Am. B* **16**, 1566 (1999)
- [POS 67] E. J. Post, „Sagnac Effect“, *Rev. of Mod. Phys.* **39**, 475 (1967)
- [RUT 78] J. Rutman, „Characterization of Phase und Frequency Instabilities in Precision Frequency Sources: Fifteen Years of Progress“, *Proc. of the IEEE* **66**, 1048 (1978)
- [SAL 88] C. Salomon, D. Hills, J. L. Hall, „Laser stabilization at the millihertz level“, *J. Opt. Soc. Am. B/ Vol 5*, **8**, 1576 (1988)
- [SCH 58] A. L. Schawlow, C. H. Townes, „Infrared and optical masers“, *Phys. Rev.* **112**, 1940 (1958)
- [SCH 82] A. Schenzle, G. De Voe, R. G. Brewer. „Phase-modulation laser spectroscopy“, *Phys. Rev A* **25**, 2606 (1982)
- [SFB 00] Beschreibung des Teilprojekts B2 im Antrag des SFB 407 für den Zeitraum 2000-2003
- [SHE 98] Y. Shevy, H. Deng, „Frequency stable and ultranarrow-linewidth semiconductor laser locked directly to an atomic-cesium transition“, *Opt. Lett.* **23**, 472 (1998)
- [SHI 90] C. Shin, M. Ohtsu, „Stable semiconductor laser with a 7-Hz linewidth by an optical-electrical double feedback technique“, *Opt. Lett.* **24**, 1455 (1990)
- [SIG 83] A. E. Sigman, „Lasers“, University Science, Mill Valley, California (1983)



- [STE 95] G. E. Stedman, Z. Li, H. R. Bilger, „Sideband analysis and seismic detection in a large ring laser“, *Appl. Opt.* **34**, 5375 (1995)
- [STO 66] H. L. Stover, W. H. Steier, „Locking of Laser Oscillators by Light Injection“, *Appl. Phys. Lett.* **8**, 91 (1966)
- [TAU 67] R. Tausworthe, „Cycle Slipping in Phase-Locked Loops“, *IEEE Trans. on Com. Tech.* **COM 15**, 417 (1967)
- [TAU 00] M. S. Taubmann, J. L. Hall, „Cancellation of laser dither modulation from optical frequency standards“, *Opt. Lett.* **25**, 311 (2000)
- [TEL 89] H. R. Telle, „Narrow Linewidth Laser Diodes with Broad Continuous Tuning Range“, *Appl. Phys. B* **49**, 217 (1989)
- [TEL 90] H. R. Telle, H. Li, „Phase locking of laser diodes“, *Elect. Lett* **26**, 858 (1990)
- [TEL 92] H. R. Telle, C. Koch, „Coherent four-wave mixing in laser diodes“, *SPIE Vol 1837*, 426 (1992)
- [TEL 97] H. R. Telle, „A fast external frequency stabilizer“, *Proceedings of the 11<sup>th</sup> European Frequency and Time Forum*, 109 (1997)
- [UEH 93] N. Uehara, K. Ueda, „193-mHz beat linewidth of frequency-stabilized laser-diode-pumped Nd-YAG ring lasers“, *Opt. Lett.* **18**, 505 (1993)
- [VIT 63] A. Viterbi, „Phase-Locked Loop Dynamics in the Presence of Noise by Fokker-Planck Techniques“, *Proc. of the IEEE* **51**, 1737 (1963)
- [WAL 72] A. J. Wallard, „Frequency stabilization of the helium-neon laser by saturated absorption in iodine vapor“, *J. Phys. E* **5**, 926 (1972)

- [WAN 85] N. C. Wong, J. L. Hall, „Servo control of amplitude modulation in frequency-modulation spectroscopy: demonstration of shot-noise-limited detection“, J. Opt. Soc. Am. B **2**, 1527 (1985)
- [WOL 98] A. Wolf, H. R. Telle, „Generation of coherent optical radiation by electronic means: the electro-optical parametric oscillator“, Opt. Lett. **23**, 1775 (1998)
- [WOL 00] A. Wolf, B. Bodermann, H. R. Telle, „Diode laser frequency-noise suppression by >50 dB by use of electro-optic parametric master oscillators“, Opt. Lett. **25**, 1098 (2000)
- [YOU 99] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, J. C. Bergquist, „Visible Lasers with Subhertz Linewidths“, Phys. Rev. Lett. **82**, 3799 (1999)
- [ZHU 93] M. Zhu, J. L. Hall, „Stabilization of optical phase/frequency of a laser system: application to a commercial dye laser with an external stabilizer“, J. Opt. Soc. Am. B/ **Vol 5**, 802 (1993)

# Anhänge

## Anhang 1 Beschreibung von optischen Signalen mit Phasen- und Frequenzfluktuationen

In diesem Anhang werden die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Größen dargestellt, sofern sie im Rahmen dieser Arbeit von Bedeutung sind. Ausführlichere Darstellungen findet man außer in Lehrbüchern der Statistik zum Beispiel in dem Übersichtsartikel [RUT 78].

### Vorbemerkungen:

1) Wie im gesamten Text dieser Arbeit wird zwischen optischen Trägerfrequenzen, dargestellt durch das Symbol „ $\mathbf{n}$ “ und Fourierfrequenzen, dargestellt durch das Symbol „ $f$ “ unterschieden.

2) Der Grenzübergang unendlicher Zeitmittlung wird in diesem Anhang gemäß

$$\langle b(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt b(t) \text{ notiert.}$$

3) Das optische Feld wird gemäß

$$E(t) = e^{i(2\mathbf{p}\mathbf{n}_0 t + \mathbf{j}(t))} \quad (\text{A1.1})$$

angesetzt. Die Amplitude des Feldes wird gleich 1 angenommen, Fluktuationen der Amplitude werden nicht betrachtet. Die Phase des optischen Feldes wird durch die Trägerfrequenz  $\mathbf{n}_0$  und die zeitlich fluktuierende Größe  $\mathbf{j}(t)$  ausgedrückt.

4) Die instantane Frequenz  $\mathbf{n}_i$  ist gemäß

$$\mathbf{n}_i(t) = \frac{d}{dt} \left( \mathbf{n}_0 t + \frac{1}{2\mathbf{p}} \mathbf{j}(t) \right) \quad (\text{A1.2})$$

definiert.

- 5) Es wird angenommen, daß die Trägerfrequenz  $\nu$  in A1.1 so gewählt sei, daß sie mit dem zeitlichen Mittel der instantanen Frequenz  $\langle \nu_i \rangle$  koinzidiert:

$$\langle \mathbf{n}_i(t) \rangle = \mathbf{n}_0 + \frac{1}{2p} \left\langle \frac{d}{dt} \mathbf{j}(t) \right\rangle = \mathbf{n}_0. \quad (\text{A1.3})$$

Dies ist unter den Bedingungen

$$\lim_{T \rightarrow \pm\infty} \frac{\mathbf{j}(T)}{T} = 0 \quad (\text{A1.4})$$

erfüllbar, das heißt falls  $\mathbf{j}(t)$  für lange Zeiten langsamer wächst als jede bezüglich der Zeit lineare Funktion, so wie es zum Beispiel für Größen mit definiertem Mittelwert aber auch für Randomwalk-Prozesse der Fall ist.

Da in der Praxis die tatsächliche Meßzeit im mathematischen Sinne beschränkt ist, trifft dies auch für  $\mathbf{j}(t)$  zu. Unter unendlicher periodischer Fortsetzung von  $\mathbf{j}(t)$  sind die Bedingungen A1.4 dann immer erfüllt.

- 6) Die spektrale Rauschleistungsdichte der Größe  $b(t)$  wird, wie allgemein üblich, als die Fouriertransformierte seiner Autokorrelationsfunktion  $R_b(\mathbf{t})$  definiert:

$$S_b(f') = C \int_{-\infty}^{+\infty} dt R_b(\mathbf{t}) e^{2\pi i \mathbf{t} f'}, \quad (\text{A1.5})$$

wobei  $f'$  als eine Trägerfrequenz  $\mathbf{n}$  oder eine Fourierfrequenz  $f$  interpretiert werden kann.

- 7) Die Autokorrelationsfunktion  $R_b(\mathbf{t})$  ist definiert gemäß:

$$R_b(\mathbf{t}) = \left\langle b\left(t + \frac{\mathbf{t}}{2}\right) b^*\left(t - \frac{\mathbf{t}}{2}\right) \right\rangle. \quad (\text{A1.6})$$

- 8) Es können einseitige und doppelseitige Spektren definiert werden. In einseitigen Spektren stellt die Frequenz eine positiv semidefinite Größe dar, in doppelseitigen Spektren sind auch negative Werte der Frequenz zugelassen.

- 9) In der Definition der spektralen Rauschleistungsdichte soll die Konstante  $C$  den Wert 1 annehmen, falls ein doppelseitiges Spektrum definiert wird und den Wert 2 annehmen, falls ein einseitiges Spektrum definiert wird. In dieser Arbeit werden

trägerfrequente Spektren als doppelseitig und fourierfrequente Spektren als einseitig betrachtet.

### Spektrale Dichten im Fourierfrequenzbereich

Mit A1.5 und A1.6 erhält man für das einseitige Spektrum von  $\mathbf{j}$ :

$$S_j(f) = 4 \int_0^{\infty} dt R_j(t) \cos(2\pi ft), \quad (\text{A1.7})$$

wobei ausgenutzt wurde, daß  $\mathbf{j}$  eine reelle Größe darstellt.

Für das einseitige Rauschspektrum der instantanen Frequenz  $\nu_i$  erhält man den Zusammenhang

$$S_{n_i}(f) = S_j(f) f^2. \quad (\text{A1.8})$$

### Spektrale Dichten im Trägerfrequenzbereich

Um einen Ausdruck für das Spektrum des optischen Felds zu erhalten, setzt man A1.6 in A1.5 ein und erhält den allgemeinen Ausdruck:

$$S_E(\mathbf{n}) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle E(t + \frac{t}{2}) E^*(t - \frac{t}{2}) \rangle e^{i2\pi n t}. \quad (\text{A1.9})$$

Mit dem Ansatz A1.1 und den Abkürzungen  $d\mathbf{n} = \mathbf{n} + \mathbf{n}_0$  und  $\Phi(t) = \mathbf{j}(t + \frac{t}{2}) - \mathbf{j}(t - \frac{t}{2})$

erhält A1.9 die Form

$$S_E(\mathbf{n}) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle e^{i\Phi(t,t)} \rangle e^{i2\pi n t}. \quad (\text{A1.10})$$

Um den Ausdruck A1.10 weiter zu interpretieren, wird zum einen die Ergodizität von vorausgesetzt, das heißt die Gleichsetzung des Zeitmittels mit einem Scharmittel der Form

$$\langle e^{i\Phi(t,t)} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\Phi p(\Phi) e^{i\Phi}, \quad (\text{A1.11})$$

wobei  $p(\Phi)$  die die Wahrscheinlichkeitsdichte eines bestimmten Werts von  $\Phi$  beschreibt. Wird nun weiterhin vorausgesetzt, daß sich die Änderungen des Wert von  $\Phi$  in guter Näherung aus unendlich vielen infinitesimal kleinen voneinander unabhängigen Ereignissen resultiert, so ergibt sich  $p(\Phi)$  gemäß dem zentralen Grenzwertsatz als gaußverteilte Größe der Form

$$p(\Phi) = \frac{1}{\mathbf{s}\sqrt{2\mathbf{p}}} e^{-\frac{\Phi^2}{2\mathbf{s}^2}}, \quad (\text{A1.12})$$

wobei die Varianz dieser Verteilung durch  $\mathbf{s}^2$  gegeben ist.

Nach Umschreiben dieser Varianz als Ausdruck der Phasenrauschdichte

$$\mathbf{s}^2 = 2 \int_0^{\infty} df S_j(f) (1 - \cos(2\mathbf{p}ft)) \quad (\text{A1.13})$$

erhält man einen Ausdruck für das optische Spektrum in Abhängigkeit von dem Phasenrauschspektrum:

$$S_E(\mathbf{n}) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i2\mathbf{p}nt} \left[ \int_0^{\infty} df S_j(f) (1 - \cos(2\mathbf{p}ft)) \right] e^{i2\mathbf{p}nt} . \quad (\text{A1.14})$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird auf zwei Spezialfälle Bezug genommen, für die sich A1.14 weiter vereinfachen läßt: optische Signale mit weißem Frequenzrauschen und optische Signale mit kleinem Phasenrauschen.

Für Signale mit weißem Frequenzrauschen, beschrieben durch  $S_j(f) = S_{n0}/f^2$

erhält man ein lorentzisches Linienprofil der Breite  $\mathbf{p}S_{n0}$  (FWHM):

$$S_E(\mathbf{n}) \propto \frac{1}{1 + \frac{\mathbf{n}^2}{(\mathbf{p} S_{n0} / 2)^2}} . \quad (\text{A1.15})$$

Signale mit kleinem Phasenrauschen erfüllen

$$\int_0^{\infty} df S_j(f) \ll 1 . \quad (\text{A1.16})$$

Unter dieser Voraussetzung kann A1.14 entwickelt werden und man erhält

$$S_E(\mathbf{n}) \propto \mathbf{d}(\mathbf{n}_0) + \frac{1}{2} S_j(f = \mathbf{d}\mathbf{n}) \quad (\text{A1.17})$$

Die optische Leistung ist in einer zentralen Linie bei der Trägerfrequenz  $\mathbf{n}_0$  konzentriert, während das Phasenrauschen symmetrische Seitenbänder erzeugt.

### Schwebungssignale

Die hochauflösende Analyse optischer Spektren läßt sich im Radiofrequenzbereich durchführen, wenn ein Überlagerungsfeld

$$E'(t) = e^{i(2p n_0' t + j'(t))} \quad (\text{A1.18})$$

und eine Photodiode ausreichender Bandbreite zur Verfügung steht.

Das zu untersuchende Feld  $E(t)$  wird mit dem Überlagerungsfeld  $E'(t)$  auf der Photodiode zur Superposition gebracht. Der erzeugte Photostrom stellt das Betragsquadrat der Summe der beiden Felder dar und enthält eine Schwebungskomponente der Form

$$i_{Schw}(t) \propto e^{i2p(n_0 - n_0') t + j(t) - j'(t)}. \quad (\text{A1.19})$$

Die Phase dieser Schwebungskomponente ergibt sich als Phasendifferenz des zu untersuchenden Felds und des Überlagerungsfelds.

Anwenden der Beziehungen A1.5 und A1.14 auf  $i_{Schw}(t)$  zeigt, daß sich Phasen und Frequenzrauschspektren als Summen der Spektren der optischen Felder ergeben. Das Leistungsspektrum des Schwebungssignales ergibt sich durch Faltung der optischen Spektren von zu untersuchendem Feld und Überlagerungsfeld.

## Anhang 2 Nichtlineare Eigenschaften von Phasenregelkreisen

Das Prinzip der selbstinduzierten Stabilität (SIS) kann durch die elektronische Regelung der Phase des Pumplichts relativ zur Phase des erzeugten Lichts realisiert werden. Im Kapitel C5 dieser Arbeit wurde die linearisierte Dynamik von Phasenregelkreisen und SIS-EOPs beschrieben, während nichtlineare Eigenschaften zunächst weitgehend außer acht gelassen wurden.

Das in den Anwendungen in dieser Arbeit zur Phasenregelung erzeugte Fehlersignal ist proportional zum Sinus der Differenz der Phasen des Referenzfelds und des zu stabilisierenden Felds. Der Gültigkeitsbereich der linearisierten Beschreibung solcher Systeme ist somit auf Situationen beschränkt, in denen es nur zu sehr kleinen Auslenkungen (z. B.  $<0,1$  Radian) der relativen Phase kommt.

Solche Auslenkungen können zwei verschiedenen Ursachen haben:

-Zum einen führt die beschränkte Regelbandbreite dazu, daß die Phase des zu regelnden Felds der stochastischen Modulation der Phase des Referenzlichts nicht instantan folgt. Die so auftretende Auslenkung ist im linearen Bild transienter Natur und umso kleiner, je größer die Regelbandbreite ist.

-Zum anderen ist zu berücksichtigen, daß das Fehlersignal der offenen Regelschleife auch Anteile enthält, die sich nicht als tatsächlich aufgetretene Phasendifferenz interpretieren lassen. Ihre Ursachen sind zum Beispiel das Schrotrauschen des erzeugten Photostroms, Rauschen elektronischer Komponenten und durch nichtlineare Prozesse erzeugte Rauschmischprodukte. Diese Anteile führen bei geschlossener Regelschleife zu einer tatsächlichen Auslenkung der Phase des zu regelnden Felds relativ zur Phase des Referenzfelds, die umso größer ist, je größer die Regelbandbreite ist.

An dieser Stelle wird bereits deutlich, daß es weder für sehr große noch für sehr kleine Regelbandbreiten zu einer Minimierung des Effektivwerts der Abweichung der Phase des zu stabilisierenden Felds von der Referenzphase kommt.

Kommt es während der Phasenregelung maximal zu relativen Auslenkungen, die zwar nicht sehr klein im Sinne der Linearisierung der Sinusfunktion, aber immer noch kleiner als 1 rad sind, so mag es zwar Rauschbeiträge durch nichtlineare Effekte geben, die Information über



die Anzahl der im Referenzfeld aufgetretenen optischen Zyklen wird aber über lange Zeiten fehlerfrei übertragen, was einer effizienten Rauschunterdrückung im Bereich niedrigster Fourierfrequenzen entspricht.

Für das asymptotische Verhalten der Dichte des relativen Phasenrauschens läßt sich dann eine obere Abschätzung geben:

$$S_{f,rel}(f) \leq 1/f. \quad (\text{A2.1})$$

Für noch größere Auslenkungen kommt es im Verlauf der Phasenregelung zum Verlust der exakten Übertragung der Anzahl der optischen Zyklen, also zum Auftreten von Zyklussprüngen. Diese sind in zweifacher Hinsicht von besonderer Bedeutung.

-Zum einen kommt in dem Auftreten von Zyklussprüngen die Tatsache zum Ausdruck, daß die relative Phase zwischen Referenzfeld und zu stabilisierendem Feld den Bereich, in dem die Regeldynamik sinnvoll linearisiert beschrieben werden kann, deutlich überschreitet. Zyklussprünge sind somit *Indikatoren für nichtlineare Prozesse* in einem Phasenregelkreis.

-Andererseits manifestieren sich in Zyklussprüngen die nichtlinearen Eigenschaften einer Phasenregelung in nichttransienter Art und Weise. Im Unterschied zum Regelbetrieb ohne das Auftreten von Zyklussprüngen kommt es somit nachhaltig zur Erzeugung von Frequenzrauschen im zu stabilisierenden Licht bei niedrigsten Fourierfrequenzen. Zur Erzeugung schmalbandiger optischer Signale sind aber gerade solche niederfrequenten Rauschkomponenten besonders schädlich. Zyklussprünge stellen also *selbst hochgradig nichtlineare Ereignisse* dar.

Das Auftreten von Zyklussprüngen bei der Benutzung von Referenzfeldern, deren Frequenz- und Phasenfluktuationen vernachlässigbar klein sind, wurde in der Literatur in vielen Beiträgen diskutiert. Die statistische Häufigkeit des Auftretens von Zyklussprüngen in einem Phasenregelkreis erster Ordnung für ein einfrequentes Referenzfeld und additives weißes Rauschen ist durch analytische Rechnung angegeben worden [VIT 63], während für Phasenregelkreise höherer Ordnung Resultate durch Näherungstechniken, numerische Rechnungen und Experimente erzielt wurden [CHA 66, TAU 67, ASC 82].

Die Situation, in der das Referenzfeld selbst eine nicht vernachlässigbare stochastische Frequenz- und Phasenmodulation enthält, die auf ein anderes Feld in Anwesenheit von

additivem Rauschen übertragen werden soll, wurde bislang kaum behandelt. Genau diese Situation muß allerdings spätestens dann betrachtet werden, wenn SIS-EOPOs untersucht werden bei denen die Resonanzbreite  $\mathbf{Dn}_{Res}$  in der gleichen Größenordnung liegt wie die EOPO-Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$ , so wie es zum Beispiel bei der Abfrage gesättigter atomarer Übergangslinien zu erwarten ist. Um Anhaltspunkte über das Verhalten von Phasenregelkreisen in solchen Situationen zu erlangen, wurden numerische Rechnungen durchgeführt, deren Ergebnisse im folgenden zusammengestellt sind.

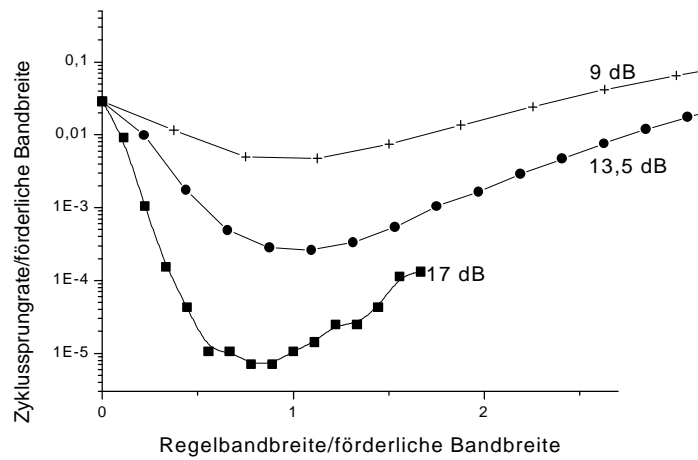
Die stochastische Modulation des Referenzlichtes habe eine konstante Frequenzrauschdichte  $S_{n, ref}(f) = S_{n0}$ , entsprechend einem Phasenrauschen der Form  $S_{j, ref}(f) = S_{n0} / f^2$ . Das additive Rauschen im Regelkreis habe eine konstante spektrale Dichte. Selbst wenn es nicht der physikalische Ursache dieser Rauschbeiträge entspricht, kann dieses Rauschen als Phasen- und Intensitätsrauschen des Referenzlichts interpretiert werden. Während die intensitätsartigen Anteile für unsere Betrachtungen keine Rolle spielen, sollen die phasenartigen Anteile des additiven Rauschens durch die konstante spektrale Phasenrauschdichte  $S_{j, aR}(f) = S_{aR0}$  beschrieben werden.

Die Regelaufgabe besteht darin, die stochastische Modulation des Referenzfelds auf das Pumplicht zu übertragen, nicht aber das als Rauschen des Referenzfelds interpretierte additive Rauschen. Es ist das Ergebnis einer Linearisierung der Dynamik des Systems, daß dies optimal möglich ist, wenn die Regelung mit der sogenannten förderlichen Regelbandbreite  $BW_{förd}$  erfolgt, die durch

$$BW_{förd} = \sqrt{\frac{S_{n0}}{S_{aR0}}} \quad (\text{A2.2})$$

gegeben ist. Es ist zunächst unklar, ob sich dieses Ergebnis auch auf die Situation übertragen läßt, in der die nichtlinearen Anteile der Regeldynamik relevant werden und in denen es zum Auftreten von Zyklussprüngen kommt. Um diese Frage zu beantworten wurde für unterschiedliche Signal-zu-Rauschverhältnisse die numerische Integration der Dynamik eines Phasenregelkreises erster Ordnung durchgeführt und die Rate des Auftretens von Zyklussprüngen in Abhängigkeit von der Regelbandbreite ausgewertet, siehe Abbildung A1. Man beobachtet in der Simulation ein Minimum der Zyklussprungrate bei der förderlichen Regelbandbreite. Das Minimum dieser Rate beträgt bei einem Signal-zu-Rauschverhältnis von 17 dB in der förderlichen Regelbandbreite einen Zyklussprung in  $10^5$  förderlichen Regelzeitkonstanten, also typischerweise in einer zehntel Sekunde. Man erkennt überdies, daß

der Wert des Minimums pro dB des Signal-zu-Rauschverhältnis in der förderlichen Regelbandbreite um etwa eine halbe Größenordnung abnimmt.



**Abb A1) Zyklusprungrate als Funktion der Regelbandbreite für verschiedene Signal- zu Rauschverhältnisse**

Extrapolation der Meßwerte läßt den Schluß zu, daß es in den Experimenten dieser Arbeit mit SIS-EOPOs ( $S/N \gg 25$  dB in der Regelbandbreite) mit sehr großer Wahrscheinlichkeit nicht zu Zyklusprüngen gekommen ist.

### Anhang 3 Diskussion der Näherung in C. 59

Die hier gemachte Näherung lautet voll ausgeschrieben:

$$\arctan \frac{\mathbf{g} \sin(\mathbf{j}_{pu}(t) - \mathbf{j}_{ges}(t)) + (1 - \mathbf{g}) \sin(-\mathbf{j}_{2s}(t) - \mathbf{j}_{ges}(t))}{\mathbf{g} \cos(\mathbf{j}_{pu}(t) - \mathbf{j}_{ges}(t)) + (1 - \mathbf{g}) \cos(-\mathbf{j}_{2s}(t) - \mathbf{j}_{ges}(t))} \approx \frac{\mathbf{g}(\mathbf{j}_{pu}(t) - \mathbf{j}_{ges}(t)) + (1 - \mathbf{g})(-\mathbf{j}_{2s}(t) - \mathbf{j}_{ges}(t))}{\mathbf{g}(\mathbf{j}_{pu}(t) - \mathbf{j}_{ges}(t)) + (1 - \mathbf{g})(-\mathbf{j}_{2s}(t) - \mathbf{j}_{ges}(t))} \quad (\text{A3.1})$$

wobei  $\mathbf{j}_x(t)$  die Fluktuation der Phasen der betreffenden Größe angibt.

Geometrisch ausgedrückt wird in dieser Näherung die Phase eines Summenvektors durch das mit ihren Längen gewichtete Mittel der Phasen der summierten Vektoren angenähert. Es gibt verschiedene Fälle, in denen dies zu nur kleinen Fehlern führt:

- i) *Die Länge eines der beiden Summanden ist viel kleiner als die des anderen*  
Dies beschreibt die Situation, daß  $1 - \gamma < \gamma$  ist, daß also mit kleinem Index  $m$  moduliert wird.
- ii) *Die Länge der beiden Summanden ist annähernd gleich groß und die Vektoren stehen nicht antiparallel*  
Dies beschreibt die Situation, in der  $\gamma \approx 0.5$  ist.
- iii) *Die relative Phase zwischen den beiden Summanden ist klein*  
Dazu eine Abschätzung: Für Fourierfrequenzen unterhalb der EOPO-Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  ist  $\mathbf{j}_{2s}$  in guter Näherung durch  $-\mathbf{j}_{pu}$  gegeben: Die Phasenfluktuation des resonatorseitigen zweiten Seitenbandes erscheint als die gegensinnige Fluktuation des Pumplichts und die beiden Schwebungssignale mit dem stabilisierten gespeicherten Feld sind somit in Phase. Die Phasenfluktuationen des Pumplichtes bei Fourierfrequenzen, die größer als die EOPO-Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  sind tragen zu dem relativen Phasenwinkel zwischen den beiden Schwebungssignalen bei. Für den Effektivwert  $\mathbf{j}_{eff}$  dieser Beiträge gilt die Abschätzung

$$\mathbf{j}_{eff}^2 < 2 \int_{BW_{Kon}}^{\infty} df S_{j_{pu}}(f) \quad (\text{A3.2})$$

wobei durch  $S_{pu}(f)$  das Phasenrauschspektrum des Pumplichtes angegeben ist. Ist die spektrale Dichte des Phasenrauschens des Pumplichts durch  $S_j(f) = S_{n0}/f^2$  gegeben, so erhält man die Abschätzung

$$\mathbf{j}_{eff}^2 < 2S_{n0}/BW_{Kon}, \quad (\text{A3.2})$$

Ist die EOPO-Kontrollbandbreite  $BW_{Kon}$  viel größer als die Dichte des weißen Frequenzrauschens des Pumplichts  $S_{n0}$ , ist der Effektivwert der Phase zwischen den beiden Schebungssignalen  $\mathbf{j}_{eff}$  klein gegen 1 rad, und die Näherung A3.1 führt zu nur geringen Fehlern.

In den Experimenten dieser Arbeit wurden mit einer Ausnahme nur EOPOs betrieben für die die Relation  $BW_{Kon} \gg 2 S_{n0}$  erfüllt war. Diese Ausnahme stellt der EOPO-Betrieb mit freilaufenden Laserdioden in dem in Kapitel D1 beschriebenen Experiment dar, in dem die Größen  $BW_{Kon}$  und  $2 S_{n0}$  etwa von der gleichen Größenordnung waren.

## Anhang 4 Technische Details der experimentellen Aufbauten

In diesem Anhang sind nach Kapiteln geordnet tabellarisch technische Details zu den realisierten EOPOs und zu den durchgeführten Messungen zusammengestellt.

### Zu D1

Referenzresonator	:	longitudinaler Modenabstand: 2 GHz transversaler Modenabstand: 248 MHz Pumpquellen: freilaufende Multiple-Quantum-Well Diodenlaser STC LT 50-A
Pumplicht:		Wellenlänge $\lambda=850$ nm Leistung $P_{pu}=15$ mW optische Isolation der Diodenlaser: Faraday Isolatoren; 60 dB Abschwächung in Rückrichtung
Oszillationsschleife:		P-I-N Photodioden, Querschnittsfläche $1\text{mm}^2$ elektronische Verstärkung $V=22$ MV/A maximale Ausgangsleistung des letzten Verstärkers in $50\ \Omega$ : 14 dBm

### Zu D2

Diodenlaser:		freilaufende Multiple-Quantum-Well Diodenlaser STC LT 50-A
Diodenlaseremission:		Wellenlänge $\lambda=850$ nm Leistung $P_{pu}=20$ mW optische Isolation des Diodenlasers: Faraday Isolatoren; insgesamt 120 dB Abschwächung in Rückrichtung
Filter-Resonator:		longitudinaler Modenabstand: 250 MHz
Referenzresonator	:	longitudinaler Modenabstand: 2 GHz

Oszillationsschleife:	P-I-N Photodioden, Querschnittsfläche $1\text{mm}^2$ elektronische Verstärkung $V= 22\text{ MV}$ zwischen 130 MHz und 180 MHz maximale Ausgangsleistung des letzten Verstärkers in $50\ \Omega$ : 41 dBm Modulator: $\text{LiNbO}_3$ Kristall der Dimension $25*1*1\ \text{mm}^3$
Intensitätsverteilungen:	Detektionsbandbreite: 3 MHz Meßdauer: $400\ \mu\text{s}$ Abtastrate: 125 MS/s
Feldmessung des erzeugten Lichts:	Zwischenfrequenz etwa 40 MHz Filterbandbreite: 3 MHz Meßdauer: $400\ \mu\text{s}$
Feldmessung des Pumplichts:	Filterbandbreite: 3 MHz Meßdauer: $400\ \mu\text{s}$ Abtastrate: 125 MS/s

### Zu D3

Referenzresonator: :	longitudinaler Modenabstand: 2 GHz Pumpquellen: Multiple-Quantum-Well Diodenlaser STC LT 50-A mit optischer Rückkopplung von einem Gitter
Pumplicht:	Wellenlänge $\lambda=850\ \text{nm}$ Leistung $P_{pu}=10\ \text{mW}$ optische Isolation der Diodenlaser: Faraday Isolatoren; 60 dB Abschwächung in Rückrichtung
Oszillationsschleife 1:	P-I-N Photodiode, Querschnittsfläche $1\text{mm}^2$ elektronische Verstärkung $V= 800\ \text{kV/A}$ zwischen 20 MHz und 200 MHz maximale Ausgangsleistung des letzten Verstärkers in $50\ \Omega$ : 14 dBm. Modulator: $\text{LiNbO}_3$ Kristall mit optischer Wellenleiterstruktur

	Schleifenumlaufzeit $t=29$ ns
	Modulationsindex $m=0.7$ rad
EOP01:	Ausgangsleistung $P_{ab}=5$ $\mu$ W
	EOP0-Pumpfrequenzdifferenz $\Delta n_{Pump}=60$ MHz
Oszillationsschleife 2:	P-I-N Photodiode, Querschnittsfläche $1\text{mm}^2$
	elektronische Verstärkung $V=140$ MV/A zwischen 130 MHz und 180 MHz
	maximale Ausgangsleistung des letzten Verstärkers in $50\ \Omega$ : 41 dBm.
	Modulator: LiNbO <sub>3</sub> Kristall der Dimension $25*1*1\text{ mm}^3$ .
	Schleifenumlaufzeit $t=50$ ns
	EOP0-Pumpfrequenzdifferenz $\Delta n_{Pump}=172$ MHz
	Modulationsindex $m=0.15$ rad
EOP02:	Ausgangsleistung $P_{ab}=5$ $\mu$ W
	EOP0-Pumpfrequenzdifferenz $\Delta n_{Pump}=172$ MHz
Schwebungsmessung:	Zwischenfrequenzen: 1,89 GHz und 6 kHz
	Signalfilterung: Bandpaß, 1 kHz – 8 kHz
	Meßdauer: 2s
	Abtastrate: 25 kS/s

## Zu D4

Referenzresonator: :	longitudinaler Modenabstand: 85 MHz
	Pumpquelle: Multiple-Quantum-Well Diodenlaser STC LT 50-A mit optischer Rückkopplung von einem Gitter
Pumplicht:	Wellenlänge $\lambda=850$ nm
	Leistung insgesamt: $P_{pu}=15$ mW
	Linienbreite ohne elektronische Stabilisierung: etwa 100 kHz
	optische Isolation des Diodenlasers: Faraday Isolatoren; 60 dB Abschwächung in Rückrichtung
HAMS-EOP0-Oszillationsschleife:	P-I-N Photodiode, Querschnittsfläche $1\text{mm}^2$



	elektronische Verstärkung $V=16$ M zwischen 20 MHz und 200 MHz maximale Ausgangsleistung des letzten Verstärkers in 50 $\Omega$ : 47 dBm. Modulator: LiNbO <sub>3</sub> Kristall der Dimension 25*1*1 mm <sup>3</sup> Schleifenumlaufzeit $t=35$ ns Modulationsindex $m=0.3$ rad Ausgangsleistung $P_{ab}=100$ $\mu$ W EOPO-Pumpfrequenzdifferenz $\Delta n_{Pump}=64$ MHz
HAMS-EOPO:	
SIS-Oszillationsschleife:	P-I-N Photodiode, Querschnittsfläche 1mm <sup>2</sup> elektronische Verstärkung $V=500$ M zwischen 130 MHz und 180 MHz maximale Ausgangsleistung des letzten Verstärkers in 50 $\Omega$ : 41 dBm. Modulator: LiNbO <sub>3</sub> Kristall der Dimension 25*1*1 mm <sup>3</sup> Schleifenumlaufzeit $t=45$ ns Modulationsindex $m=0.15$ rad Ausgangsleistung $P_{ab}=2$ $\mu$ W EOPO-Pumpfrequenzdifferenz $\Delta n_{Pump}=149$ MHz Regelbandbreite der Phasenregelung: 1 MHz
SIS-EOPO:	

## Zu D5/ D6

Referenzresonator:	:	longitudinaler Modenabstand: 85 MHz Pumpquelle: Multiple-Quantum-Well Diodenlaser STC LT 50-A mit optischer Rückkopplung von einem Gitter
Pumplicht:		Wellenlänge $\lambda=850$ nm Leistung insgesamt: $P_{pu}=15$ mW Linienbreite ohne elektronische Stabilisierung: etwa 100 kHz optische Isolation des Diodenlasers: Faraday Isolatoren; 60 dB Abschwächung in Rückrichtung

Slave/ bzw-Mischer-EOPO-

Oszillationsschleife:

P-I-N Photodiode, Querschnittsfläche  $1\text{mm}^2$   
elektronische Verstärkung  $V= 32\text{ MV/A}$  zwischen  
20 MHz und 200 MHz

maximale Ausgangsleistung des letzten Verstärkers in  
 $50\ \Omega$ : 47 dBm.

Modulator:  $\text{LiNbO}_3$  Kristall der Dimension  $25*1*1\text{ mm}^3$

Schleifenumlaufzeit  $t=35\text{ ns}$

Modulationsindex  $m=0.3\text{ rad}$

HAMS-EOPO:

Ausgangsleistung  $P_{ab}= 50\ \mu\text{W}$

EOPO-Pumpfrequenzdifferenz  $\Delta n_{pump}=64\text{ MHz}$

SIS-Oszillationsschleife:

P-I-N Photodiode, Querschnittsfläche  $1\text{mm}^2$   
elektronische Verstärkung  $V= 110\text{ MV/A}$  zwischen  
130 MHz und 180 MHz

maximale Ausgangsleistung des letzten Verstärkers in  
 $50\ \Omega$ : 41 dBm.

Modulator:  $\text{LiNbO}_3$  Kristall der Dimension  $25*1*1\text{ mm}^3$

Schleifenumlaufzeit  $t=45\text{ ns}$

Modulationsindex  $m=0.15\text{ rad}$

SIS-EOPO:

Ausgangsleistung  $P_{ab}= 10\ \mu\text{W}$

EOPO-Pumpfrequenzdifferenz  $\Delta n_{pump}=149\text{ MHz}$

Regelbandbreite der Phasenregelung: 1 MHz

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand in der Abteilung Optik der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig im Rahmen eines Projekts im Sonderforschungsbereich 407 „Quantenlimitierte Meßprzesse mit Atomen, Molekülen und Photonen“ der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen herzlich bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit in vielfältiger Weise beigetragen haben.

Herrn Prof. Dr. E. Tiemann danke ich für die Betreuung dieser Arbeit, für sein stetiges Interesse am Fortgang der Arbeit und für die vielen hilfreichen Hinweise.

Herrn Dr. H. R. Telle danke ich für seine zahlreichen Anregungen, für seine ständige Diskussionsbeitschaft und für die kritische Durchsicht des Manuskripts.

Herrn B. Lipphardt danke ich für die große Unterstützung bei der Bewältigung von Fragestellungen im Bereich der Elektronik, die entscheidend zum Gelingen der Experimente dieser Arbeit beigetragen hat.

Herrn Dr. B. Bodermann danke ich dafür, daß er mir bei der Realisierung der Experimente mit Rat und Tat zur Seite stand.

Der Arbeitsgruppe Tiemann danke ich für die Leihgabe eines elektro-optischen Modulators, der bei der Erzeugung sehr schmalbandigen Lichts zum Einsatz kam.

Meiner lieben Familie danke ich für die Geduld und Aufmunterung.

## Lebenslauf

Name: Andreas Wolf

geboren am: 21.11.71 in Unna/Westfalen

Familienstand: verheiratet, ein Kind

Schulausbildung: 1991 Abitur in Mannheim  
Leistungskurse: Mathematik und Physik

Wehrdienst: 1992 beim Fernmeldebataillon 970 in Mannheim

Studium: Universität Kaiserslautern  
1994 Vordiplom in Physik  
1997 Diplom in Physik

Diplomarbeit: „Untersuchung von Injection-Locking zur rauschlosen Verstärkung von nichtklassischem Licht“,  
am Zentrum für Lasermeßtechnik und Diagnostik in Kaiserslautern  
Nebenfach: Informatik

seit 1997: Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Sonderforschungsbereich  
407 der DFG an der Physikalisch Technischen Bundesanstalt in  
Braunschweig