

Projekt

Überprüfung einer einfachen Kopfrechenmethode zur Umrechnung der Fluggeschwindigkeit von CAS in TAS

Autor: Dennis Lucht

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Dieter Scholz, MSME

Abgegeben: 30.04.2019

*Fakultät Technik und Informatik
Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau*

DOI:

<https://doi.org/10.15488/9411>

URN:

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:gbv:18302-aero2019-04-30.018>

Associated URLs:

<https://nbn-resolving.org/html/urn:nbn:de:gbv:18302-aero2019-04-30.018>

© This work is protected by copyright

The work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License: CC BY-NC-SA

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0>



Any further request may be directed to:

Prof. Dr.-Ing. Dieter Scholz, MSME

E-Mail see: <http://www.ProfScholz.de>

This work is part of:

Digital Library - Projects & Theses - Prof. Dr. Scholz

<http://library.ProfScholz.de>

Published by

Aircraft Design and Systems Group (AERO)

Department of Automotive and Aeronautical Engineering

Hamburg University of Applied Science

This report is deposited and archived:

- Deutsche Nationalbibliothek (<https://www.dnb.de>)
- Repositorium der Leibniz Universität Hannover (<https://www.repo.uni-hannover.de>)
- Internet Archive (<https://archive.org>)
Item: <https://archive.org/details/TextLucht.pdf>

This report has associated published data in Harvard Dataverse:

<https://doi.org/10.7910/DVN/VU7TB8>

Kurzreferat

Zweck – Von Piloten werden u.a. die sogenannten "Manual Flying Skills" gefordert. Dabei muss der Pilot in der Lage sein (ohne Autopiloten) nach grundlegenden Instrumenten zu fliegen. Dafür sind neben Geschick auch Faustformeln erforderlich. Die Faustformeln müssen dafür verlässlich sein. Der Inhalt dieser Arbeit beschäftigt sich exemplarisch mit einer Faustformel zur Umrechnung der kalibrierten Fluggeschwindigkeit (Calibrated Airspeed, CAS) in die wahre Fluggeschwindigkeit (True Airspeed, TAS).

Methodik – In Excel und Matlab werden die Ergebnisse aus den Berechnungen der Faustformel mit dem Ergebnis einer exakten Berechnungsweise anhand flugmechanischer Formeln verglichen. Dabei wird die Flughöhe und Fluggeschwindigkeit variiert. Es werden die Abweichungen ermittelt und in Diagrammen zwei- und dreidimensional visualisiert.

Ergebnisse – Die zu prüfende Faustformel liefert in dem für Sie vorgesehenen Anwendungsbereich hinreichend genaue Ergebnisse mit Abweichungen unter 5 %. Dabei nehmen die Abweichung zu, umso weiter die Parameter (Höhe und Geschwindigkeit) von typischen Reiseflugbedingungen entfernt sind.

Bedeutung in der Praxis – Piloten können bedenkenlos auf die in dieser Arbeit geprüfte Faustformel zurückgreifen und kommen so mit überschaubarem Kopfrechenaufwand auf relativ genaue Ergebnisse.

Wert – Diese Arbeit zeigt, wie mit mäßigem Zeitaufwand in Excel eine Faustformel über einen gesamten Bereich geprüft werden kann. Das Vorgehen kann auf weitere Faustformeln übertragen werden, sodass sich ein Pilot sein "Kniebrett" mit verifizierten Faustformeln füllen kann.

Überprüfung einer einfachen Kopfrechenmethode zur Umrechnung der Fluggeschwindigkeit von CAS in TAS

Aufgabenstellung für ein Projekt

Hintergrund

Von Piloten werden u. a. die sogenannten "Manual Flying Skills" gefordert (https://www.skybrary.aero/index.php/Pilot_Handling_Skills). Dabei muss der Pilot in der Lage sein nach grundlegenden Instrumenten zu fliegen. Dafür sind neben Geschick auch Faustformeln erforderlich. Die Faustformeln müssen dafür verlässlich sein. In dieser Arbeit geht es exemplarisch darum, eine Faustformel zur Umrechnung der Kalibrierten Fluggeschwindigkeit (Calibrated Airspeed, CAS) in die Wahre Fluggeschwindigkeit (True Airspeed, TAS) zu überprüfen. Diese Faustformel wird von Piloten angewendet, die schnellere Flugzeuge fliegen und wird in der Vorlesung "Flugmechanik" an der HAW Hamburg erklärt (<http://www.fzt.haw-hamburg.de/pers/Scholz/materialFM1/1-19.JPG>). In einem Beispiel (<http://www.fzt.haw-hamburg.de/pers/Scholz/materialFM1/1-20.JPG>) wird gezeigt, dass die Berechnung (in diesem Beispiel) gut funktioniert.

Aufgabe

Die Aufgabe dieser Projektarbeit ist es, die Faustformel zur Umrechnung von CAS in TAS auf ihre Gültigkeit im gesamten Flugbereich zu überprüfen. Beginnen Sie bei den relevanten Gleichungen der Flugmechanik. Berechnen und visualisieren Sie den relativen Fehler abhängig von Flughöhe und Fluggeschwindigkeit.

Die Ergebnisse sollen in einem Bericht dokumentiert werden. Es sind die DIN-Normen zur Erstellung technisch-wissenschaftlicher Berichte zu beachten.

Inhalt

	Seite
Verzeichnis der Bilder.....	6
Verzeichnis der Tabellen.....	7
Liste der Symbole.....	8
Liste der Abkürzungen.....	9
Verzeichnis der Begriffe und Definitionen.....	10
1 Einleitung	12
1.1 Motivation	12
1.2 Begriffsdefinitionen	17
1.3 Ziel der Arbeit	18
1.4 Literaturübersicht	18
1.5 Aufbau der Arbeit	19
2 Internationale Standard Atmosphäre (ISA)	20
2.1 Erdatmosphäre	20
2.2 Allgemeine Zusammenhänge der Atmosphäre	21
2.3 Zusammenhänge für die Troposphäre.....	21
2.4 Zusammenhänge für die Stratosphäre.....	22
2.5 Konstanten in der Atmosphäre.....	23
3 Compressibility Correction Chart	25
3.1 Einführung in das Chart	25
3.2 Compressibility Correction Chart in Excel	26
3.3 Anwendungsbeispiele aus dem Chart	27
4 Herleitung des relativen Fehlers	31
5 Relativer Fehler in Excel	36
5.1 Integrieren der ISA-Tabellen in Excel	36
5.2 Ermittlung des relativen Fehlers in Prozent	39
5.3 Faustformel für geringe Geschwindigkeiten und Höhen	42
6 Matlab Live Skript	44
6.1 3D-Diagramm.....	44
6.2 Aufbau des Live Skripts.....	44
7 Auswertung der Ergebnisse	48
7.1 ISA-Tabellen	48
7.2 3D-Diagramm in Matlab	51
7.3 3D-Diagramm mit $\Delta T=0$	58

7.4	2D-Diagramm unter ISA-Bedingungen in Matlab.....	61
8	Zusammenfassung.....	64
9	Ausblick.....	65
	Literaturverzeichnis.....	66
Anhang	Aufbau der ergänzenden Exceldatei.....	68

Verzeichnis der Bilder

Bild 1.1	Tödliche Flugzeugunfälle mit mehr als 19 Todesopfern	13
Bild 1.2	Pitot-Static-System des CRJ 900 (Scheiderer 2008)	15
Bild 1.3	Aufbau eines Fahrtmesser (Sachs 2014)	15
Bild 1.4	Geschwindigkeitsabhängigkeiten (Scheiderer 2008)	17
Bild 2.1	Temperaturverlauf der Atmosphäre (Demtröder 1994)	20
Bild 3.1	Compressibility Correction Chart (Dole 2017).....	25
Bild 3.2	Compressibility Correction Chart, Beispiel 1	28
Bild 3.3	Compressibility Correction Chart, Beispiel 2	29
Bild 3.4	Compressibility Correction Chart, Beispiel 3	30
Bild 6.1	Definierte Konstanten im Matlab-Code.....	44
Bild 6.2	Start- und Endwerte sowie Intervalle als Dropdownmenü	45
Bild 6.3	Punktgrößen, Farben, Lösungsbereiche als Dropdownmenü	46
Bild 6.4	Auszug aus dem Matlab-Code	47
Bild 7.1	Abweichung der Faustformel aus Gl. (1.6), Perspektive 1	50
Bild 7.2	Abweichung der Faustformel aus Gl. (1.6), Perspektive 2	52
Bild 7.3	Abweichung der Faustformel aus Gl. (1.6), Perspektive 3	52
Bild 7.4	Abweichung der Faustformel aus Gl. (1.6), Perspektive 4	53
Bild 7.5	Abweichung der Faustformel aus Gl. (1.6), Perspektive 5	53
Bild 7.6	Dropdownmenü für Lösungsmengen und Farben.....	54
Bild 7.7	Abweichung kleiner 5 %, Perspektive 1	54
Bild 7.8	Abweichung kleiner 5 %, Perspektive 2	55
Bild 7.9	Abweichung kleiner 5 %, Perspektive 3	55
Bild 7.10	Abweichung kleiner 5 %, Perspektive 4	56
Bild 7.11	Abweichung kleiner 5 %, Perspektive 5	56
Bild 7.12	3D-Diagramm mit ΔT und Intervall von 0.....	58
Bild 7.13	3D-Diagramm mit ΔT und Intervall von 0, Seitenansicht	59
Bild 7.14	Vergleich ISA-Tabelle & Matlab-Diagramm	60
Bild 7.15	2D-Diagramm mit großen Abfrage-Intervallen.....	61
Bild 7.16	2D-Diagramm, Perspektive 1.....	62
Bild 7.17	2D-Diagramm, Perspektive 2.....	62
Bild 7.18	2D-Diagramm, Perspektive 3.....	63
Bild 7.19	2D-Diagramm, Draufsicht	63

Verzeichnis der Tabellen

Tabelle 1.1	Tödliche Flugzeugunfälle nach Jahrzehnten.....	13
Tabelle 2.1	Allgemeine Konstanten.....	23
Tabelle 2.2	Konstante Parameter der Troposphäre nach ISA.....	24
Tabelle 2.3	Konstante Parameter der Stratosphäre nach ISA.....	24
Tabelle 3.1	Auszug ISA-Tabelle, 40000 ft.....	28
Tabelle 3.2	Auszug ISA-Tabelle, 35000 ft.....	29
Tabelle 5.1	Auszug einer ISA-Tabelle (Scheiderer 2008).....	37
Tabelle 5.2	ISA-Tabelle in Excel generiert.....	38
Tabelle 5.3	Machzahlen in Abhängigkeit von H und CAS.....	39
Tabelle 5.4	TAT in Kelvin in Abhängigkeit von H und CAS.....	39
Tabelle 5.5	TAS in kt in Abhängigkeit von H und CAS.....	40
Tabelle 5.6	TAS _{ROT} in kt über Faustformel in Abhängigkeit von H und CAS.....	40
Tabelle 5.7	Relativer Fehler der Faustformel in Abhängigkeit von H und CAS.....	41
Tabelle 5.8	Gültigkeitsbereich der Faustformel (grün) aus Gl. (1.6).....	41
Tabelle 5.9	Relativer Fehler für Gl. (5.1) für geringe Höhen und Geschwindigkeiten..	43
Tabelle 7.1	Gültigkeitsbereich der Faustformel (grün).....	48
Tabelle 7.2	Reiseflugbedingungen (schwarz).....	49
Tabelle 7.3	Überlagerung „cruise speed“ und relativer Fehler.....	49
Tabelle 7.4	Anwendungsbereich der Faustformel aus Gl. (1.6).....	50
Tabelle 7.5	Anwendungsbereich der Faustformel aus Gl. (1.6) bei $\Delta T = -10\text{ °C}$	57
Tabelle 7.6	Anwendungsbereich der Faustformel aus Gl. (1.6) bei $\Delta T = 15\text{ °C}$	57

Liste der Symbole

ΔT	Differenz aus Referenztemperatur und tatsächlicher Temperatur auf Meereshöhe
a	Schallgeschwindigkeit
a_0	Schallgeschwindigkeit nach ISA auf Meereshöhe
F_L	Flugfläche
g	Erdbeschleunigung
h	Geometrische Höhe
H	Geopotenzielle Höhe
h_p	Druckhöhe
k_r	Recovery Factor
L	Temperaturgradient
M	Machzahl
p	Druck
p_0	Referenzdruck nach ISA auf Meereshöhe
p_s	Statischer Druck
q	Dynamischer Druck, inkompressibel
q_c	Dynamischer Druck, kompressibel
R	Gaskonstante
r_{earth}	Erdradius
R_L	Gaskonstante, Luft
T	Temperatur
T_0	Referenztemperatur nach ISA auf Meereshöhe
T_T	Total Air Temperature
v	True Airspeed (TAS)
v_a	Aerodynamische Geschwindigkeit (entspricht v)
v_C	Calibrated Airspeed (CAS)
v_E	Equivalent Airspeed (EAS)
v_I	Angezeigte Geschwindigkeit (IAS)
v_K	Bahngeschwindigkeit
v_w	Windgeschwindigkeit

Griechische Symbole

δ	Druckverhältnis
δ_T	Druckverhältnis, Tropopause
ε	Relativer Fehler
θ	Temperaturverhältnis
θ_T	Temperaturverhältnis, Tropopause
κ	Isentropenexponent
ρ	Dichte
ρ_0	Referenzdichte auf Meereshöhe (MSL)
ρ_T	Referenzdichte in Höhe der Tropopause
σ	Dichteverhältnis
σ_T	Dichteverhältnis, Tropopause
γ	Wärmekapazitätsverhältnis

Indizes

0	Normbedingungen
<i>ROT</i>	Rule of Thumb
<i>T</i>	Tropopause

Liste der Abkürzungen

CAS	Calibrated Airspeed
EAS	Equivalent Airspeed
FAA	Federal Aviation Administration
FL	Flight Level
GS	Ground Speed
IAS	Indicated Airspeed
IFALPA	International Federation of Air Line Pilots' Associations
IMC	Instrument Meteorological Conditions
ISA	International Standard Atmosphere
LOC-I	lost of control in flight
M	Machzahl
TAS	True Airspeed
TAT	Total Air Temperature

Verzeichnis der Begriffe und Definitionen

CAS

"Die CAS (kalibrierte Fluggeschwindigkeit) ist die Geschwindigkeit, die direkt durch das Pitot Static-System des Flugzeugs gemessen wird. Sie entspricht der IAS, korrigiert um den Statikdruckquellenfehler. (...) In modernen Flugzeugen werden die Fehler durch einen Air Data Computer kompensiert, so dass die dem Piloten angezeigte Geschwindigkeit (IAS) der CAS entspricht." (Scheiderer 2008)

Druckhöhe

"Engl.: Pressure Altitude. Gibt für einen gemessenen Luftdruck an, welcher Höhe er in der Standardatmosphäre entspricht. Die Druckhöhe ist also die Flughöhe, die ein barometrischer Höhenmesser bei QNE-Einstellung anzeigt." (Klußmann 2007)

EAS

"Abk. für Equivalent Air Speed. Im Deutschen auch als äquivalente (Flug-) Geschwindigkeit oder Äquivalenzgeschwindigkeit bezeichnet. Die EAS entspricht der am Fahrtmesser im Flugzeug angezeigten Geschwindigkeit (IAS), die um den Einfluss der Kompressibilität der Luft bereinigt wurde. Diese Korrektur ist ab Fluggeschwindigkeiten nahe Mach 1 relevant." (Klußmann 2007)

Flugfläche

"Auch Flight Level genannt und mit FL abgekürzt. Bezeichnung für Flächen konstanter Druckhöhe, die als Höhenbänder der vertikalen Regelung des Flugverkehrs dienen. Flugflächen sind stets Vielfache von 500 ft und werden als Druckhöhen in Vielfachen von 100 ft angegeben. Die Angabe FL 65 steht also für eine Druckhöhe von 6500 ft." (Klußmann 2007)

Geopotenzielle Höhe

"Die geopotentielle Höhe H ist eine Hilfsgröße, mit der die auf die Masse bezogene potenzielle Energie eines Fluidelements unter Berücksichtigung der Höhenveränderlichkeit der Erdschleunigung beschrieben werden kann (...) Benutzen wir also anstelle der tatsächlichen Höhenkoordinate z die geopotentielle Höhe H , so können wir mit konstanten Normerdbeschleunigung g_0 rechnen" (Kümmel 2007)

IAS

"Abk. für Indicated Air Speed. (...) Bezeichnet die Fluggeschwindigkeit, die von einem Fahrtmesser angezeigt wird. Die Fluggeschwindigkeit wird vom Fahrtmesser indirekt über die Messung des Staudrucks ermittelt. (...)" (Klußmann 2007)

ISA

"ISA bedeutet *International Standard Atmosphere* oder *ICAO Standard Atmosphere*. Eine Standard Atmosphäre ist eine hypothetische vertikale Verteilung der atmosphärischen Temperatur, des Luftdrucks und der Luftdichte entsprechend einer nationalen oder internationalen Vereinbarung. Dies soll es beispielsweise ermöglichen, Höhenmesser zu kalibrieren, Flugzeuge nach einheitlichen Kriterien zu konstruieren und Leistungskurven von Fluggerät zu entwickeln." (Schmidt 2000)

Machzahl

"Angabe der Fluggeschwindigkeit in Vielfachen der momentanen Schallgeschwindigkeit. Die momentane Schallgeschwindigkeit ändert sich dabei unter anderem in Abhängigkeit von der Dichte und der Temperatur der Luft. (...) Die Einheit der Machzahl ist das Mach." (Klußmann 2007)

„**Normatmosphäre** ist ein Begriff aus der Luftfahrt und bezeichnet idealisierte Eigenschaften der Erdatmosphäre. Die internationale Standardatmosphäre (engl. *International Standard Atmosphere*, ISA) ist von der International Civil Aviation Organisation (ICAO) definiert worden. Sie stellt eine Atmosphäre dar, bei der die Größen Luftdruck, Lufttemperatur, Luftfeuchtigkeit sowie Temperaturabnahme je 100 m Höhenstufe Werte haben, die ungefähr gleich den auf der Erde herrschenden Mittelwerten sind.“ (Nguewo 2018)

TAS

"Abk. für True Air Speed. Im Deutschen auch als wahre Eigengeschwindigkeit bezeichnet. (...) wirkliche Geschwindigkeit gegenüber der umgebenden Luft. (...) wobei zur Umrechnung die Luftdichte in Meereshöhe verwendet wird. (...) Darüber hinaus berücksichtigt die TAS auch Einfluss der Kompressibilität der Luft, die ab Fluggeschwindigkeiten nahe Mach 1 relevant ist." (Klußmann 2007)

TAT

"Die mittels Fluginstrument angezeigte Temperatur der umgebenden Luft, erhitzt durch die adiabatische Kompression (ram effect). $TAT = SAT (1,2 \cdot M^2)$ " (Scheiderer 2008)

1 Einleitung

1.1 Motivation

Heute wird ein Großteil der Strecken in der zivilen Luftfahrt mittels Autopiloten geflogen. Dennoch sind in einigen Situationen die sogenannten "manual pilot skills" von besonderer Bedeutung. Damit ist der Blindflug ohne Autopiloten gemeint, was sich aber nicht nur auf das Geschick des Piloten beschränkt, sondern auch beinhaltet, dass der Pilot mit Rohdaten (von grundlegenden Instrumenten) fliegen kann. Dafür sind nebst diversen Feinessen auch Faustformeln erforderlich. Hierbei ist es von entscheidender Bedeutung, dass der Pilot sich auf die Ergebnisse der verwendeten Faustformeln verlassen kann.

Ein Ergebnis der unzureichenden sogenannten "blind flying skills" bei Piloten ist die Anzahl der lost of control in flight (LOC-I) Unfälle. Fast alle dieser Geschehnisse ereigneten sich in der Nacht oder bei „Instrument Meteorological Conditions (IMC)“, wenn Piloten gezwungen waren, die Kontrolle zu übernehmen.

Von der FAA wird angenommen, dass der kontinuierliche Einsatz von Autoflight-Systemen in dem zunehmenden Unvermögen resultiert, das Flugzeug schnell aus einem unerwünschten Zustand heraus zu stabilisieren. Ergo sollten Piloten zusätzlich und regelmäßig entsprechende Kenntnisse aufarbeiten, um das Risiko zu minimieren. Hierbei ergibt sich ein Kosten-Nutzen-Problem, denn das statistische Risiko tödlicher Unfälle ist aufgrund des Erfolgs moderner Cockpit-Technologie sowie einer präzisen und zuverlässigen Flugdeckautomation gering, so dass Piloten kaum manuell mit dem Flugzeug umgehen müssen. Aber wenn sie die Kontrolle übernehmen müssen, zeigen Statistiken, dass nicht garantiert ist, dass Piloten gute Fertigkeiten im Hinblick auf die manuelle Flugsteuerung vorweisen können. Je weniger sie manuell fliegen, desto mehr scheinen sie kostspielige Zusatzschulungen zu benötigen, um verlorene Fähigkeiten aufzufrischen. Das Risiko solcher Ereignisse ist mit etwa einem tödlichen Unfall pro 2 Millionen Flügen sehr gering.

Eine Überlegung ist, Piloten die Möglichkeit zu geben, manuelle Flugpraxis ohne Kosten für die Fluggesellschaften zu erhalten, indem ihnen erlaubt wird, wie IFALPA empfiehlt, die Kontrolle während kommerziellen Flügen zu übernehmen. Europa lehnt dies ab, denn wenn Fluggesellschaften es zulassen, wissen sie aus der Überwachung der Betriebsflugdaten, dass es mehr energiereiche oder instabile und verpasste Anflüge gibt. Die USA hingegen befürworten manuelle Flugpraxis während kommerziellen Flügen, denn es ist sinnvoll, Piloten Praxis bei der manuellen Handhabung zu geben, wenn die Bedingungen sicher sind. Allerdings ist das Wetter in den USA hinsichtlich der Flugbedingungen in der Regel gutmütiger und weniger schwankend als in Europa, da ein großer Teil der USA in mediterranen Breitengraden liegt, während nur Südeuropa die meiste Zeit des Jahres gutes Wetter genießt. Dies

führt zu einem US-Flugverkehrsmanagementsystem, das eher bereit ist, Flüge nach Sichtflugregeln zuzulassen. Zudem hat der größte Teil des Luftraums der USA, mit Ausnahme einiger wichtiger Terminalbereiche, weniger intensiven Verkehr als im dicht besiedelten Europa.

Die FAA-Statistiken zeigen, dass in der allgemeinen Luftfahrt, dem Umfeld, in dem alle zivilen Flieger, einschließlich der Piloten von Fluggesellschaften, ihr berufliches Lernen beginnen, für den Kontrollverlust, in der Regel ein Strömungsabriss als die häufigste Ursache für tödliche Unfälle ausgemacht werden kann.

Die Besatzungen müssen darauf vorbereitet sein, wenn die Bedingungen im Cockpit deutlich von den gewohnten Bedingungen abweichen. Da die im Anfangsstadium der Pilotenkarriere gewonnenen Erkenntnisse eher langfristig erhalten bleiben, als jedes andere erlernte Wissen, ist es wichtig, dass Piloten nicht nur Tests bestehen, sondern auch vollständig verstehen, was sie lernen, damit Ihnen Fehleinschätzungen sich nicht durch eine gesamte Karriere folgen. (Learmount 2017)

Wenngleich die absolute Anzahl der fatalen Flugzeugunglücke zwar im Verlauf der letzten Jahrzehnte abgenommen hat (Bild 1.1), so ist prozentual häufig ein Pilotenfehler ausschlaggebend (Tabelle 1.1).

Tabelle 1.1 Tödliche Flugzeugunfälle nach Jahrzehnten – nach **Kebabjian 2019**

Decade	1950s	1960s	1970s	1980s	1990s	2000s	2010s	All
Pilot Error	50%	53%	49%	42%	49%	50%	57%	49%
Mechanical	26%	27%	19%	22%	22%	23%	21%	23%
Weather	15%	7%	10%	14%	7%	8%	10%	10%
Sabotage	4%	4%	9%	12%	8%	9%	8%	8%
Other	5%	9%	13%	10%	14%	10%	4%	10%

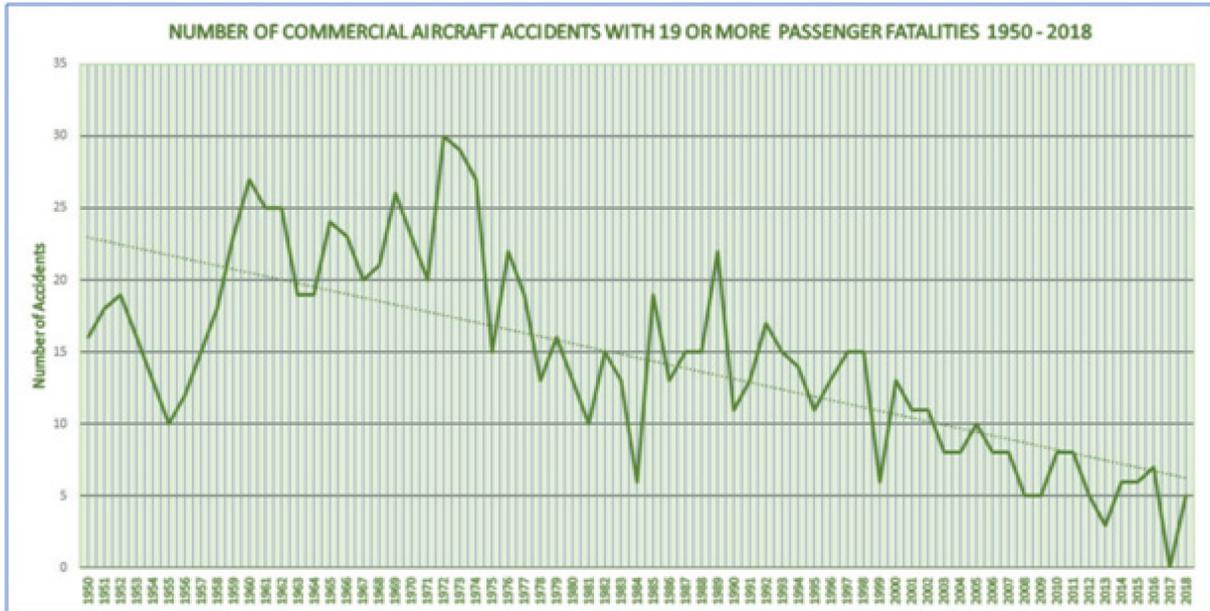


Bild 1.1 Tödliche Flugzeugunfälle mit mehr als 19 Todesopfern (**Kebabjian 2019**)

Im Flugzeug werden die Geschwindigkeiten über den mit sogenannten Pitot-Static-Systemen gemessenen statischen sowie totalen Druck ermittelt (**Bild 1.1**). Die Differenz zwischen dem statischen Druck und absoluten Gesamtdruck entspricht dem dynamischen Druck. Die folgenden Zusammenhänge gelten für Unterschallgeschwindigkeiten bei $M < 0,4$ nach **Scheiderer 2008**.

$$p = p_s + q \quad (1.1)$$

$$q = \frac{\rho}{2} v^2 \quad (1.2)$$

$$p = p_s + \frac{\rho}{2} v^2 \quad (1.3)$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p - p_s)} \quad (1.4)$$

p	Gesamtdruck
p_s	statischer Druck
q	dynamischer Druck, inkompressibel
ρ	Dichte
v	Geschwindigkeit

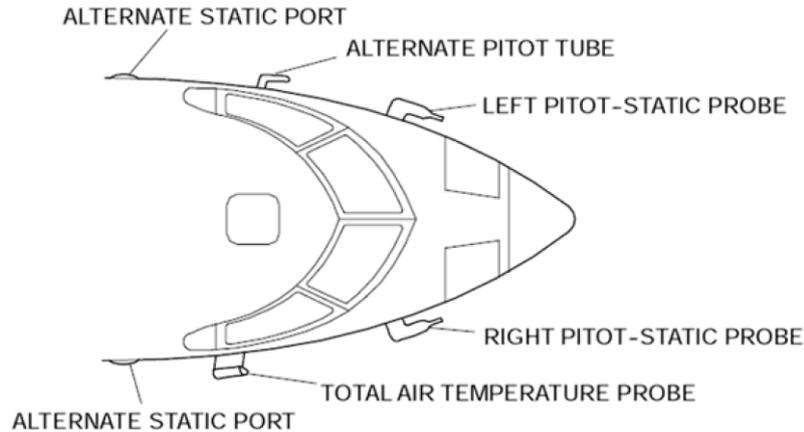


Bild 1.2 Pitot-Static-System des CRJ 900 (Scheiderer 2008)

Aus dem dynamischen Druck ergibt sich die angezeigte Geschwindigkeit (IAS), also die Geschwindigkeit, die dem Piloten auf dem Fahrmesser angezeigt wird (**Bild 1.2**). Die angezeigte Geschwindigkeit ist jedoch aufgrund von Statikdruckquellenfehlern, Ausrichtungsfehlern, Dichteänderungen mit der Höhe und Energieunterschieden am Flugzeugrumpf wegen Strömungsvorgängen fehlerbehaftet (**Bild 1.3**). Daher wird der tatsächliche Druck nicht exakt erfasst. Werden die Positionierungsfehler berücksichtigt, so erhält man die kalibrierte Geschwindigkeit (CAS).

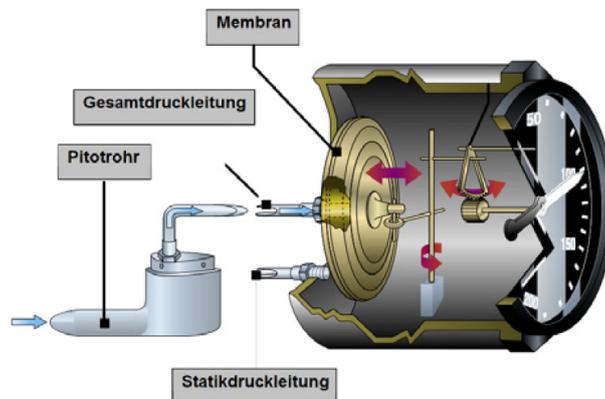


Bild 1.3 Aufbau eines Fahrtmessers (Sachs 2014)

Werden zudem Kompressibilitätseffekte berücksichtigt, dann resultiert die äquivalente Geschwindigkeit (EAS).

Wenn darüber hinaus die sinkende Dichte mit steigender Höhe Beachtung findet, so erhält man die Wahre Fluggeschwindigkeit (TAS).

Neben den genannten Geschwindigkeiten, ist oft auch die Machzahl (bei hohen Geschwindigkeiten) entscheidend. Welche Fluggeschwindigkeit für den Piloten gerade relevant ist, hängt von dem jeweiligen Flugabschnitt, der Situation und der Fragestellung ab, beispielsweise ob bei einem Steigflug der Abschnitt mit konstanter angezeigter Geschwindigkeit oder mit kon-

stanter Machzahl geflogen wird. Im Flughandbuch sind zudem i.d.R. die Grenzwerte für die Geschwindigkeit in IAS angegeben, weshalb grundsätzlich mit IAS geflogen wird, da die Grenzwerte dann unabhängig von der Höhe gelten, sofern man sich an der angezeigten Geschwindigkeit orientiert.

Für die Reichweite oder Flugzeit ist wiederum die kinematische, bzw. die Bahngeschwindigkeit (\vec{v}_k) entscheidend, welche aus aerodynamischer Geschwindigkeit (\vec{v}_a) und der Windgeschwindigkeit (\vec{v}_w) resultiert. Nach **Nguewo 2018**:

$$\vec{v}_k = \vec{v}_w + \vec{v}_a \quad (1.5)$$

\vec{v}_a	aerodynamische Geschwindigkeit, entspricht TAS
\vec{v}_k	kinematische Geschwindigkeit, (Bahngeschwindigkeit)
\vec{v}_w	Windgeschwindigkeit

Eine mögliche Faustformel, um die kalibrierte Geschwindigkeit in die wahre Geschwindigkeit umzurechnen, ergibt sich indem die Flugfläche durch 10 dividiert und das Resultat mit 6 multipliziert wird. Anschließend werden der CAS-Wert sowie der TAT-Wert hinzuaddiert.

Hierzu ein Beispiel:

FL: 350

CAS: 280 kt

TAT: -15 °C

$$v_{ROT} = \left(\frac{350}{10} \cdot 6 + 280 - 15 \right) \text{ kt} = 475 \text{ kt}$$

CAS	kalibrierte Geschwindigkeit (Calibrated Airspeed)
FL	Flugfläche (Flight Level)
TAT	absolute Temperatur (Total Airtemperature)
v_{ROT}	wahre Geschwindigkeit aus Faustformel (True Airspeed)

Die Faustformel entstammt dem Skript von Prof. Dr. Scholz (**Scholz 2019**), dass an der HAW Hamburg ergänzend zur Vorlesung Flugmechanik bereitgestellt wird.

Somit kann die Faustformel wie in Gl. (1.6) dargestellt werden. Die Faustformel aus Gl. (1.6) gilt es im weiteren Verlauf zu überprüfen:

$$v_{ROT} = \frac{6 \cdot F_L}{10} + v_c + T_T \text{ in kt} \quad (1.6)$$

v_c	Kalibrierte Fluggeschwindigkeit (Calibrated Air Speed, CAS) in kt
F_L	Flugfläche (Flight Level)
T_T	absolute Temperatur (Total Air Temperature) in °C
v_{ROT}	Wahre Fluggeschwindigkeit (True Air Speed, TAS) in kt berechnet aus der Rule of Thumb (ROT)

Der Index *ROT* (rule of thumb) wird für alle Ergebnisse aus der Faustformel verwendet.

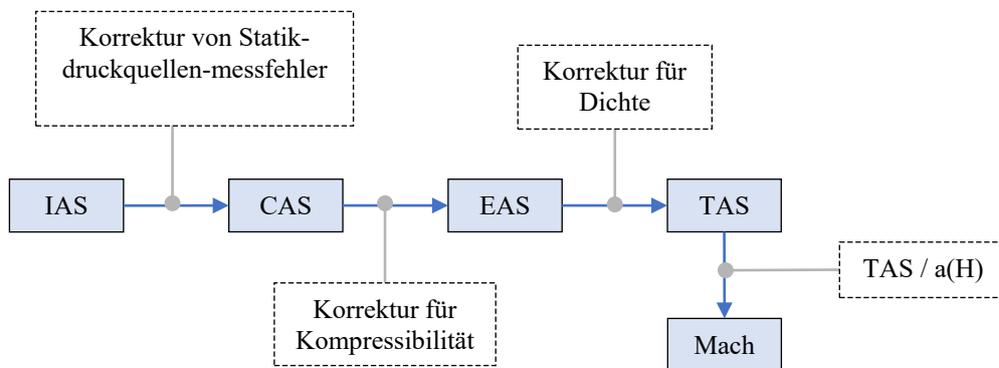


Bild 1.4 Geschwindigkeitsabhängigkeiten (nach **Scheiderer 2008**)

1.2 Begriffsdefinitionen

Eine **Faustformel** ist „die grobe einfache Formel, mit der man eine überschlägige Berechnung durchführen kann.“ (**Scholze-Stubenrecht 2015**)

Als synonymer Begriff für Faustformel kann aus dem englischen abgeleitet Daumenregel (rule of thumbs) verwendet werden.

Piloten benötigen oft keine exakten Angaben, sondern vielmehr Richtwerte mit gewisser Toleranz, die sich auf die abgelesenen Werte beziehen. Dazu werden dann oft entsprechende Faustformeln verwendet, die ausreichend genaue Ergebnisse liefern und dabei vor allem den Vorteil ergeben schnell eine Lösung anzubieten und gleichzeitig einen überschaubaren Kopfrechenaufwand fordern.

Faustformeln gibt es in der Luftfahrt für eine Vielzahl von Parametern, so z.B. um u.a. verschiedene Höhen, Einheiten oder Geschwindigkeiten umzurechnen.

Die **Flugmechanik** befasst sich mit der Anwendung der Gesetze der Mechanik und Dynamik auf Flugzeuge. Aufgabe der Flugmechanik ist es, die am Flugzeug wirkenden Kräfte und Momente zu bestimmen, und daraus den Flugzustand mit seinen Zustandsgrößen und die Stabilität des Flugzeugs zu berechnen. (**Klußmann 2007**)

1.3 Ziel der Arbeit

Ziel dieser Projektarbeit ist es, die Kopfrechenmethode zur Umrechnung von CAS in TAS aus Gl. (1.6) auf ihre Gültigkeit zu prüfen, respektive einen Gültigkeitsbereich zu definieren.

$$v_{ROT} = \frac{6 \cdot F_L}{10} + v_c + T_T \quad (1.6)$$

Hierzu ist es notwendig eine hinreichend hohe Anzahl an TAS-Werten über die Faustformel aus den zu prüfenden kalibrierten Geschwindigkeiten und Höhen zu ermitteln und mit den bereits bewährten Gleichungen der Flugmechanik mittels Zusammenhangs zwischen Temperatur, Höhe, CAS, TAT, Machzahl und TAS bestenfalls zu verifizieren oder ggfs. zu widerlegen.

1.4 Literaturübersicht

Die Definitionen beziehen sich zumeist auf das „*Lexikon der Luftfahrt*“ von **Klußmann 2007**. Dort stehen die meisten für diese Studienarbeit relevanten Fachtermini der Luftfahrt.

Die wichtigste und die an der häufigsten genutzten Quelle, insbesondere in Bezug auf die verwendeten Gleichungen, ist das Manuskript „*Flight Mechanics Lecture notes*“ von **Young 2001**. Das Skript wird begleitend für die Vorlesung „Flugmechanik 1“ an der HAW von Prof. Scholz genutzt und bietet einen sehr guten Überblick über die wichtigsten flugmechanischen Zusammenhänge und Gleichungen.

Ergänzend zum Manuskript „*Flight Mechanics Lecture notes*“ von **Young 2001** werden „*Angewandte Flugleistungen*“ von **Scheiderer 2008**, „*Handbuch der Luftfahrzeugtechnik*“ von **Sachs 2014** sowie das Vorlesungsskript „*Vorlesung Flugmechanik 1*“ von **Nguewo 2018** verwendet. Weitere Quellen finden teils nur einmalig Verwendung und werden an dieser Stelle nicht weiter aufgeführt, finden sich jedoch im Literaturverzeichnis.

1.5 Aufbau der Arbeit

Um diese Projektarbeit in vollem Umfang nachvollziehen zu können, ist es hilfreich, wenn- gleich nicht zwingend erforderlich, die interaktiven Diagramme und Tabellen, sowie das Live-Skript aus Matlab zu nutzen. Hierbei werden Vorkenntnisse der Programme jeweils vorausgesetzt.

Im Hauptteil der Projektarbeit steht die Verifizierung der Faustformel aus Gl. (1.6) im Fokus.

- Abschnitt 2** beschreibt die grundsätzlichen aus flugmechanischem Aspekt relevanten Zusammenhänge und Parameter der Erdatmosphäre und die daraus resultierenden Gleichungen.
- Abschnitt 3** erklärt den Aufbau des „Compressibility Correction Chart“ und es werden an Anwendungsbeispielen exemplarisch einige CAS-Werte in TAS-Werte überführt.
- Abschnitt 4** stellt die zu Grunde liegenden Gleichungen und die Beziehungen zu den generierten Diagrammen in Excel dar. Es wird ein Zusammenhang zwischen den bewährten Gleichungen der Flugmechanik und der Faustformel aus Gl (1.6) sowie dem daraus ermittelten relativen Fehler der Faustformel in Prozent hergeleitet.
- Abschnitt 5** zeigt die Zusammenhänge der nachgebildeten ISA-Tabellen und den Tabellen für den relativen Fehler der Faustformel in Abhängigkeit von Höhe und Geschwindigkeit.
- Abschnitt 6** befasst sich mit der Programmierung eines Live-Skripts in Matlab zur Visualisierung von zwei -und dreidimensionalen Diagrammen in Abhängigkeit von den Parametern CAS, H und ΔT um die relativen Abweichungen der Faustformel darstellen zu können.
- Abschnitt 7** präsentiert die Ergebnisse aus den Tabellen, der Diagramme und aus dem Matlab-Skript.

2 Internationale Standard Atmosphäre (ISA)

2.1 Erdatmosphäre

Das Leistungsvermögen eines Flugzeuges ist im hohen Maß abhängig von den vorherrschenden atmosphärischen Bedingungen. Die Atmosphäre wird durch Sonneneinstrahlung erhitzt. Die Temperatur der bodennahen Luftschichten erhöht sich dadurch. Die erwärmte Luft steigt auf und kühlt sich dabei ab. Ist keine weitere Abkühlung mehr möglich, so erreicht man die Tropopause. Die Erdatmosphäre lässt sich über den Temperaturverlauf in vier Schichten aufteilen (**Bild 2.1**). Die unterste Schicht der Erdatmosphäre bezeichnet die Troposphäre. Darüber liegt die Stratosphäre, wobei die Tropopause die Grenzschicht zwischen der Troposphäre und der Stratosphäre bildet. In der Stratosphäre ist die Temperatur weitestgehend konstant. Die Tropopausenhöhe variiert in den unterschiedlichen Breiten und ist aufgrund ihrer Grenzschichtfunktion für die Flugplanung und Flugdurchführung von besonderer Bedeutung. Die reale Atmosphäre unterliegt ständigen Änderungen. Wechselnde Jahreszeiten, tatsächlich vorherrschende Winde und Luftmassenbewegungen haben großen Einfluss auf die Temperatur, den Luftdruck und die Dichte. (**Scheiderer 2008**)

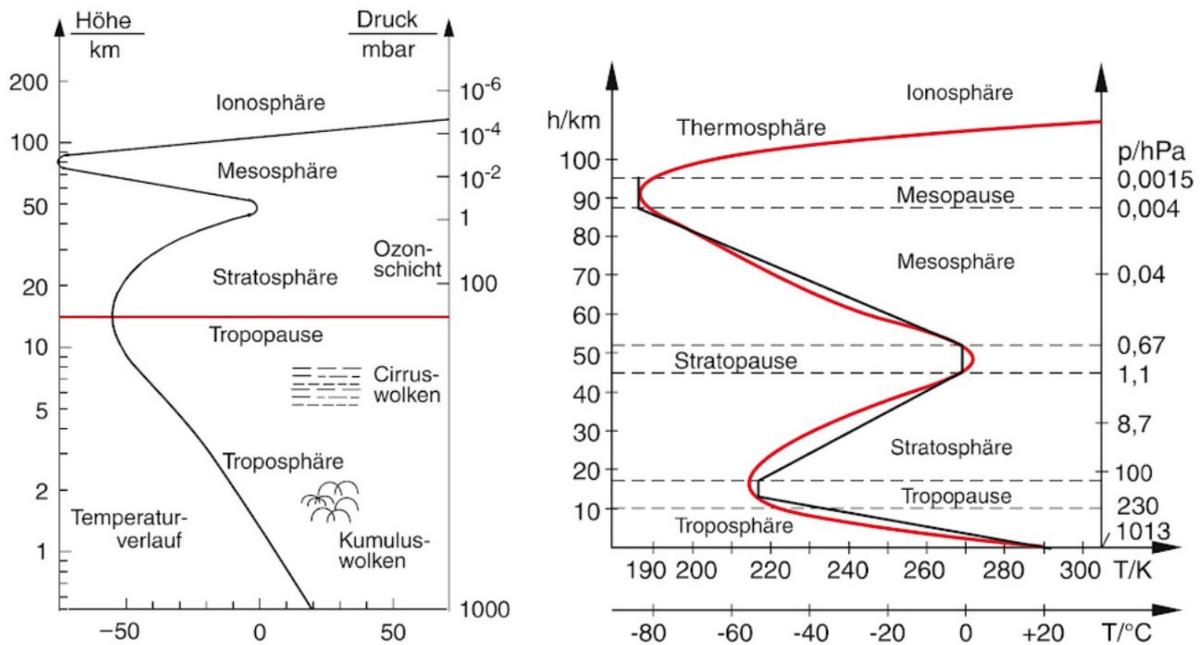


Bild 2.1 Temperaturverlauf der Atmosphäre (**Demtröder 1994**, S. 207)

Zwecks Vergleichbarkeit der Flugleistungs- und Triebwerksparameter ist eine einheitliche Basis notwendig. Zudem erfordert die (Höhen-) Staffelnung der Flugzeuge durch die Flugverkehrskontrolle einheitliche Referenzwerte bzgl. Druck, Dichte und Temperatur, damit diese die gleichen Werte angezeigt bekommen. Die Internationale Standard Atmosphäre (ISA) der ICAO bietet eine solche Referenz.

2.2 Allgemeine Zusammenhänge der Atmosphäre

Zustandsgleichung:

$$\frac{p}{\rho} = R_L \cdot T \quad (2.1)$$

$$\rho_0 = \frac{p_0}{R_L \cdot T_0} \quad (2.2)$$

Hydrostatische Gleichung:

$$\frac{dp}{dh} = -\rho \cdot g \quad (2.3)$$

Aus Gl. (2.1) und Gl. (2.3) ergibt sich

$$\int_{p_0}^p \frac{1}{p} dp = - \int_{H_0}^H \frac{g}{R_L \cdot T} dH \quad (2.4)$$

g	Erdbeschleunigung
H	Geopotenzielle Höhe
p_0	Referenzdruck auf Meereshöhe
R_L	Gaskonstante, Luft
T	Temperatur
T_0	Referenztemperatur auf Meereshöhe

Während in der Troposphäre ein konstanter Temperaturfall von 6,5 °C pro km bei steigender Höhe vorausgesetzt wird, besteht in der Stratosphäre annähernd Isothermie bis zu einer Höhe von 20 km. Daher muss die Integration von Gl. (2.4) jeweils für beide Schichten der Atmosphäre getrennt ausgeführt werden.

2.3 Zusammenhänge für die Troposphäre

Die Integration von Gl. (2.4) ergibt bei konstantem Temperaturgradienten L :

$$\delta = \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - L \cdot H}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \cdot L}} \quad (2.5)$$

Unter Beachtung der tatsächlichen vorherrschenden Temperaturverhältnisse ergibt sich eine Differenz zu der Referenztemperatur, die durch ΔT ausgedrückt werden kann, woraus Gl. (2.6) resultiert:

$$\delta = \frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{L \cdot H}{T_0 + \Delta T}\right)^{\frac{g}{R \cdot L}} \quad (2.6)$$

Außerdem gilt:

$$\sigma = \frac{\delta}{\Theta} \quad (2.7)$$

δ	Druckverhältnis
θ	Temperaturverhältnis
σ	Dichteverhältnis
ΔT	Differenz aus Referenztemperatur und tatsächlicher Temperatur auf Meereshöhe

2.4 Zusammenhänge für die Stratosphäre

Die Integration von Gl. (2.4) ergibt bei konstanter Temperatur T :

$$\frac{p}{p_T} = e^{-\frac{g}{R \cdot T} (H - H_T)} \quad (2.8)$$

H_T	Höhe der Tropopause
p_T	Referenzdruck in Höhe der Tropopause
T_T	Referenztemperatur in Höhe der Tropopause

Für die Tropopause gelten zudem folgend aufgeführte Verhältnisse:

$$\Theta_T = \frac{T_T}{T_0} = 0,75187 \quad (2.9)$$

$$\delta_T = \frac{p_T}{p_0} = 0,22336 \quad (2.10)$$

$$\sigma_T = \frac{\rho_T}{\rho_0} = 0,29708 \quad (2.11)$$

Außerdem gilt:

$$\sigma_T = \frac{\delta_T}{\theta_T} \quad (2.12)$$

δ_T	Druckverhältnis, Tropopause
θ_T	Temperaturverhältnis, Tropopause
σ_T	Dichteverhältnis, Tropopause
ρ_T	Referenzdichte in Höhe der Tropopause
ρ_0	Referenzdichte auf Meereshöhe (MSL)

Anmerkung: Die angegebenen Werte aus Gl. (2.9) bis Gl. (2.11) gelten nur für den Fall, dass ideale ISA-Bedingungen vorliegen, folglich $\Delta T=0$ ist. Für abweichende Temperaturverhältnisse werden auch in der Stratosphäre im weiteren Verlauf die Grenzwerte entsprechend angepasst.

$$T_T = -56,5 + \Delta T \quad (2.13)$$

2.5 Konstanten in der Atmosphäre

Die im Konstanten müssen zunächst in Non-SI Einheiten umgerechnet werden. Längenangaben erfolgen hierbei in ft, Geschwindigkeitsangaben in kt.

$$1 \text{ m} = 3,280839895 \text{ ft} \quad (2.14)$$

$$1 \text{ m s}^{-1} = 1,94384494 \text{ kt} \quad (2.15)$$

$$1 \text{ m s}^{-2} = 3,280839895 \text{ ft s}^{-2} \quad (2.16)$$

Tabelle 2.1 Allgemeine Konstanten

Bezeichnung d. physikalischen Größe	Symbol	Wert	SI-Einheit	Wert	Non-SI Einheit
Isentropenexponent (Luft)	κ	1,4		1,4	
Spez. Gaskonstante (Luft)	R_L	287,053	$\text{K}^{-1} \text{m}^2 \text{s}^{-2}$	3089,813	$\text{K}^{-1} \text{ft}^2 \text{s}^{-2}$
Gravitationskonstante	g_0	9,80665	m s^{-2}	32,174	ft s^{-2}
Erdradius	r_{earth}	$6371 \cdot 10^3$	m	$20,9 \cdot 10^6$	ft

Tabelle 2.2 Konstante Parameter der Troposphäre nach ISA

Bezeichnung d. physikalischen Größe	Symbol	Wert	SI- Einheit	Wert	Non-SI Einheit
(Referenz-) Temperatur (MSL)	T_0	288,15	K	–	
(Referenz-) Temperatur (MSL)	T_0	15	C°	–	
Temperaturgradient	L	$6,5 \cdot 10^{-3}$	K m ⁻¹	$1,9812 \cdot 10^{-3}$	K ft ⁻¹
Schallgeschwindigkeit (MSL)	a_0	340,294	m s ⁻¹	661,48	kt

Tabelle 2.3 Konstante Parameter der Stratosphäre nach ISA

Bezeichnung d. physikalischen Größe	Symbol	Wert	SI- Einheit	Wert	Non-SI Einheit
(Referenz-) Temperatur (Tropopause)	T_s	216,65	K	–	
(Referenz-) Temperatur (Tropopause)	T_s	-56,5	C°	–	
Temperaturgradient (bis ca. 20 km)	L_s	0	K m ⁻¹	0	K ft ⁻¹
Tropopausenhöhe	H_T	11000	m	36089,24	ft

3 Compressibility Correction Chart

3.1 Einführung in das Chart

Ziel dieser Arbeit ist es, die Faustformel zur Umrechnung von CAS in TAS zu verifizieren, bzw. einen Gültigkeitsbereich zu definieren. Hierzu muss jedoch zunächst eine Methode gewählt werden, um die zu prüfenden Werte der Faustformel zu bestätigen, respektive um die Abweichung quantitativ zu benennen. Eine solche Vergleichsmöglichkeit bietet das „compressibility correction chart“ aus **Bild 3.1**. Bei Geschwindigkeiten ab ca. Mach 0,3 darf die Luft nichtmehr wie für Gl. (3.2) als inkompressibel angenommen werden. Für inkompressible Fluide ist stattdessen Gl. (3.3) für den dynamische Druck zu verwenden. Im Chart wird für einen CAS-Wert die Differenz zu dem jeweiligen EAS-Wert in Abhängigkeit von der Höhe als ΔV in kt abgelesen. Bei den Höhenkurven handelt es sich um die Druckhöhe h_p , wobei unter ISA-Bedingung nach Gl. (3.1) für $\Delta T = 0$ gilt, dass $h_p = H$.

$$\frac{h_p}{H} = \frac{T_0}{T_0 + \Delta T} \quad (3.1)$$

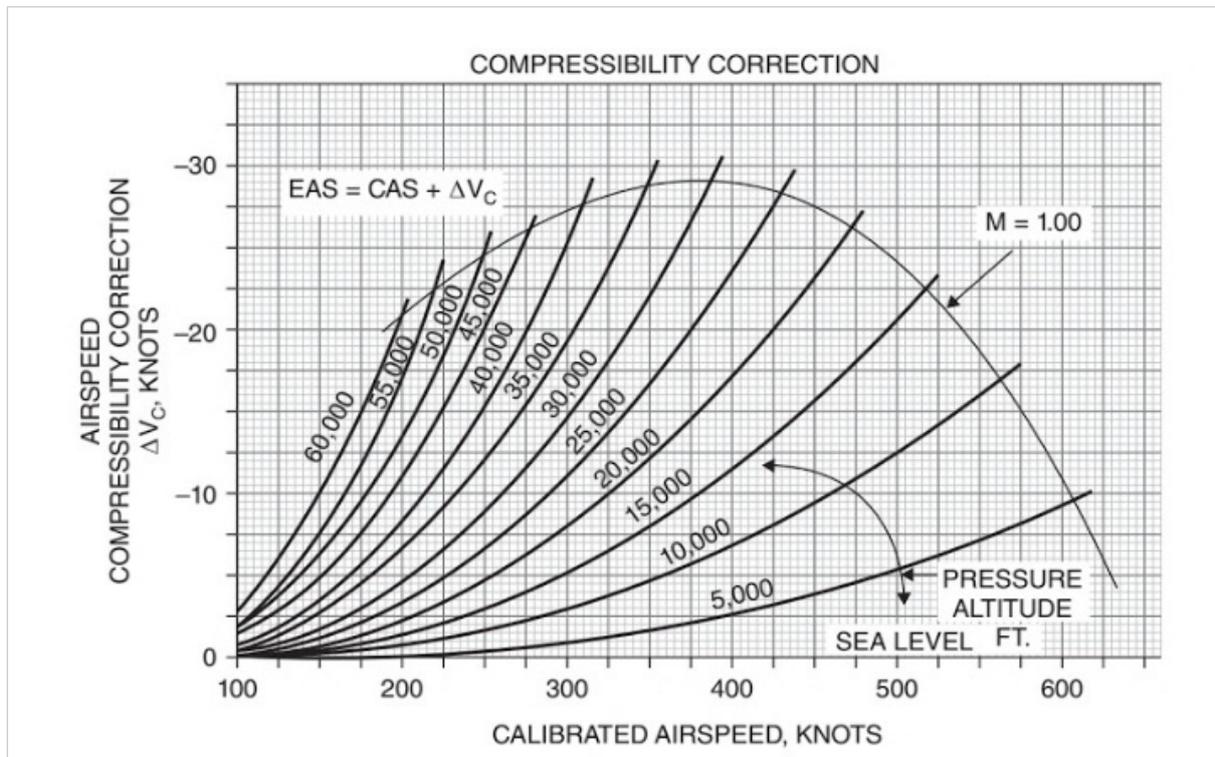


Bild 3.1 Compressibility Correction Chart (Dole 2017)

3.2 Compressibility Correction Chart in Excel

Um exemplarisch einige Beispiele zu visualisieren wird zunächst das Diagramm in Excel übertragen. Hierzu werden die Zusammenhänge aus Gl. (3.2) bis Gl. (3.9) genutzt, um die Höhenkurven mit einem Intervall von 5000 ft zwischen 5000 ft und 65000 ft und Machzahlkurven im Intervall von 0,1 Mach im Bereich 0,4 Mach bis 1 Mach darzustellen. Das Chart ist interaktiv und zeigt inkl. Hilfslinien über den gewählten CAS-Wert sowie der gewählten Höhe den gesuchten ΔV -Wert an. Das Originalchart stellt negative ΔV -Werte in Abhängigkeit von CAS dar. In dem interaktiven Chart in Excel hingegen werden zwecks einfacherer Handhabung die Werte positiv abgelesen, wodurch sich dadurch Gl. (3.8) ergibt. Würde hingegen mit dem Originalchart aus **Bild 3.1** gearbeitet, so würde der abgelesene ΔV -Wert addiert, statt subtrahiert.

$$q = \frac{\rho}{2} \cdot TAS^2 \quad (3.2)$$

$$q_c = p \cdot \left(\left(\frac{(\kappa - 1)}{2 \cdot \kappa} \cdot \frac{\rho(H)}{p(H)} \cdot TAS^2 + 1 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} - 1 \right) \quad (3.3)$$

$$TAS = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{p(H)}{\rho(H)} \cdot \left(\left(\frac{q_c}{p(H)} + 1 \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right)} \quad (3.4)$$

$$\Delta V = |EAS - CAS| \quad (3.5)$$

$$\Delta V = |M \cdot a \cdot \sqrt{\sigma} - CAS| \quad (3.6)$$

$$M = \sqrt{5 \left\{ \left[\frac{1}{\delta} \left\{ \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{v_c}{\alpha_0} \right)^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right\} + 1 \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right\}} \quad (3.7)$$

$$EAS = CAS - \Delta V \quad (3.8)$$

$$TAS = \frac{EAS}{\sqrt{\sigma}} \quad (3.9)$$

3.3 Anwendungsbeispiele aus dem Chart

Es werden folgend exemplarisch 3 Beispiele unter Anwendung des ‘‘Compressibility Correction Chart‘‘ aufgezeigt. Als Input Parameter dienen der CAS-Wert sowie die Druckhöhe, die unter der Annahme, dass ISA-Bedingungen herrschen der geopotenziellen Höhe entspricht. Eine kurze Beschreibung zum Aufbau des Charts befindet sich im Anhang auf die bei Nutzung der Originaldatei zurückgegriffen werden kann. Zu sehen sind in Blau die Höhenkurven und in Rot die Machzahlkurven. Auf der vertikalen Achse können jeweils die ΔV -Werte abgelesen werden.

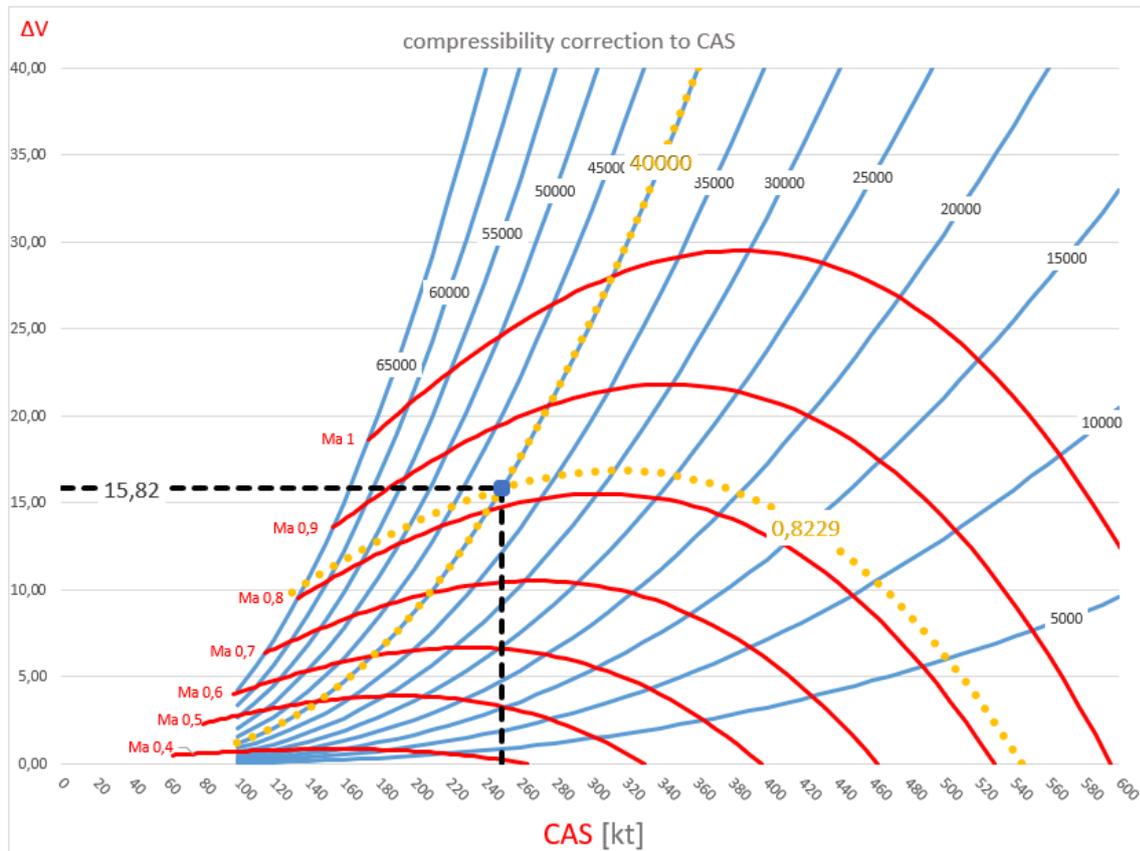


Bild 3.2 Compressibility Correction Chart, Beispiel 1

Es wird mit einem CAS-Wert von 280 kt und einer Höhe von 40000 ft aus **Bild 3.2** ein ΔV -Wert von 15,82 angezeigt. Dieser wird auf 16 gerundet. Zunächst wird mittels Gl. (3.8) EAS berechnet. Darauf folgend wird der entsprechende σ -Wert aus der ISA-Tabelle für 40000 ft mit 0,24617 abgelesen (**Tabelle 3.1**) und schlussendlich aus Gl. (3.9) der TAS-Wert ermittelt. Bei den Beispielen 2 und 3 aus **Bild 3.3** sowie **Bild 3.4** wird analog verfahren.

Tabelle 3.1 Auszug ISA-Tabelle, 40000 ft

Höhe		FL	p	ρ	T	a	δ	σ	θ
[ft]	[km]	[ft/100]	[hPa]	[kg/m ³]	[°C]	[K]	[kt]		
40.000	12,19	400,00	187,539	0,3016	-56,5	216,6	573,57	0,18509	0,24617
									0,75187

Beispiel 1:

$$CAS = 250 \text{ kt}$$

$$H = 40000 \text{ ft}$$

$$\sigma_{40000} = 0,24617 \text{ (Tabelle 3.1)}$$

$$\Delta V \approx 16 \text{ kt}$$

$$EAS = (250 - 16) \text{ kt} = 234 \text{ kt}$$

$$TAS = \frac{234}{\sqrt{0,24617}} \text{ kt} \approx 472 \text{ kt}$$

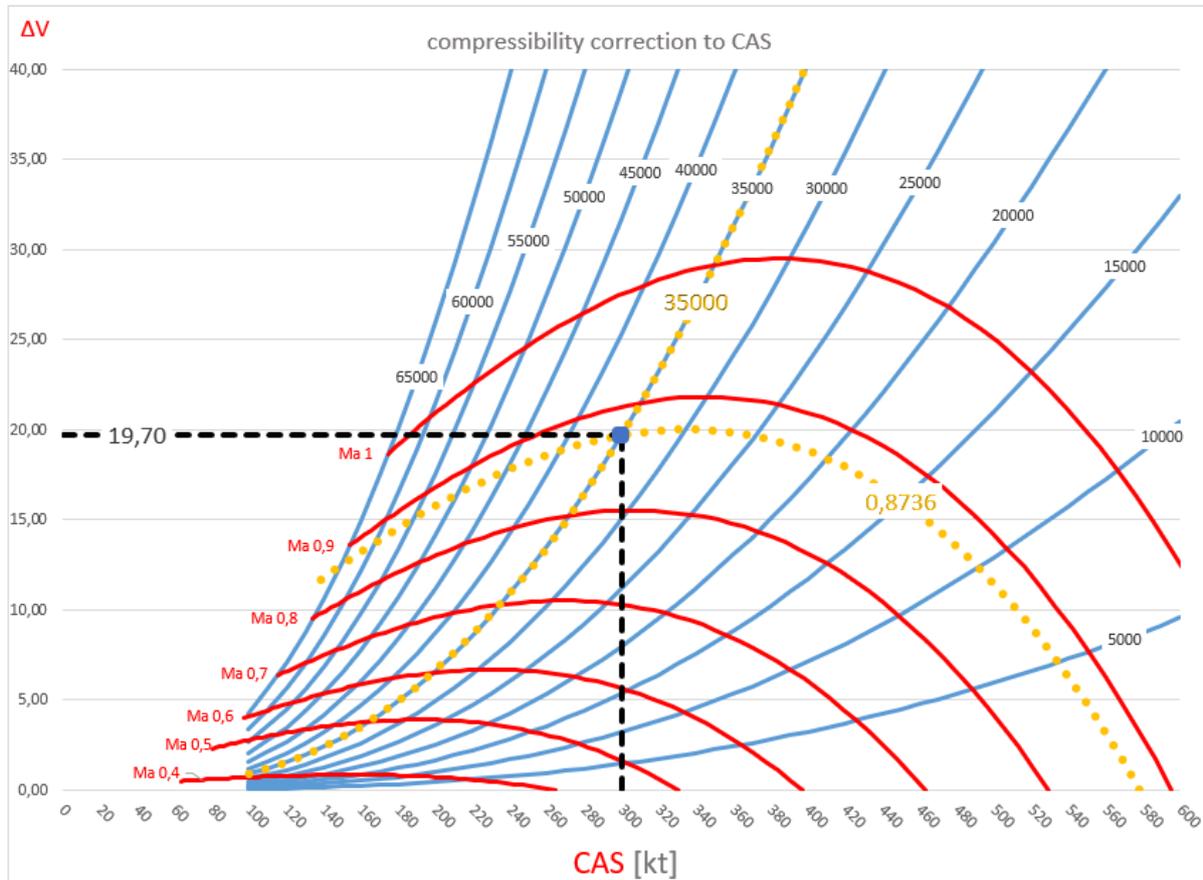


Bild 3.3 Compressibility Correction Chart, Beispiel 2

Tabelle 3.2 Auszug ISA-Tabelle, 35000 ft

Höhe		FL	p	ρ	T		a	δ	σ	θ
[ft]	[km]	[ft/100]	[hPa]	[kg/m ³]	[°C]	[K]	[kt]			
35.000	10,67	350,00	238,42	0,3796	-54,3	218,8	576,42	0,23531	0,30988	0,75935

Beispiel 2:

$$CAS = 300 \text{ kt}$$

$$H = 35000 \text{ ft}$$

$$\sigma_{35000} = 0,30988 \text{ (Tabelle 3.2)}$$

$$\Delta V \approx 20 \text{ kt}$$

$$EAS = (300 - 20) \text{ kt} = 280 \text{ kt}$$

$$TAS = \frac{280}{\sqrt{0,30988}} \text{ kt} \approx 503 \text{ kt}$$

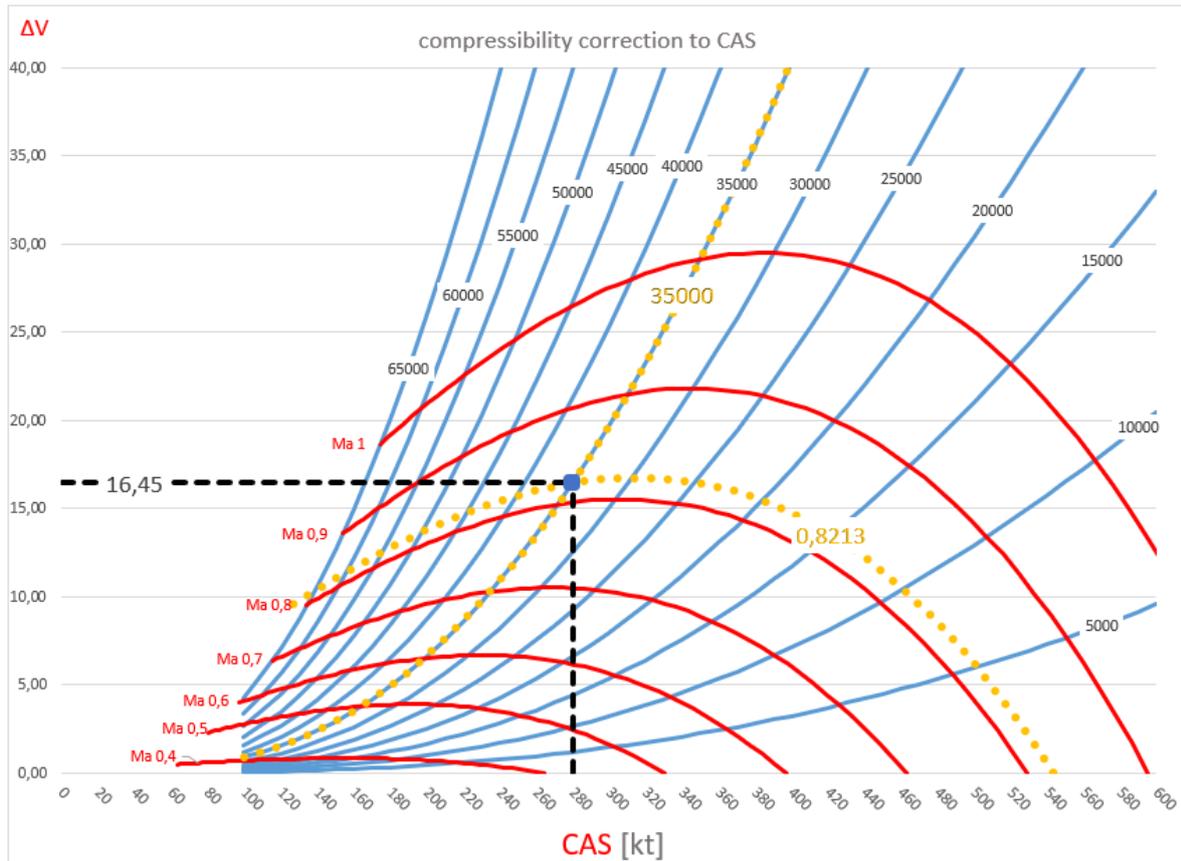


Bild 3.4 Compressibility Correction Chart, Beispiel 3

Beispiel 3:

$$CAS = 280 \text{ kt}$$

$$H = 35000 \text{ ft}$$

$$\sigma_{35000} = 0,30988 \text{ (Tabelle 3.2)}$$

$$\Delta V \approx 16,5 \text{ kt}$$

$$EAS = (280 - 16,5) \text{ kt} = 263,5 \text{ kt}$$

$$TAS = \frac{263,5}{\sqrt{0,30988}} \text{ kt} \approx 473 \text{ kt}$$

Um die Faustformel mithilfe des Charts zu verifizieren, müssten jeweils eine Vielzahl an Werten nach vorangegangenem Schema mittels Charts mit den Ergebnissen aus der Faustformel abgeglichen werden. Um einen gesamten Gültigkeitsbereich zu definieren und die Ergebnisse später besser visualisieren zu können, wird in den folgenden Kapiteln eine weitere Herangehensweise erarbeitet.

4 Herleitung des relativen Fehlers

Zunächst wird ein direkter mathematischer Zusammenhang zwischen der Faustformel und den bewährten Gleichungen der Flugmechanik hergestellt. Hierbei ist es notwendig, die Faustformel und die flugmechanisch relevanten Gleichungen in Abhängigkeit derselben variablen Parameter auszudrücken.

Es wird davon ausgegangen, dass die Geschwindigkeit in Form der kalibrierten Geschwindigkeit bereits bekannt ist. Nachfolgend aufgeführte Gleichungen, sofern nicht explizit anderweitig genannt, entstammen **Young 2001**.

Die Machzahl berechnet sich wie in Gl. (3.7) angegeben:

$$M = \sqrt{5 \left\{ \left[\frac{1}{\delta} \left\{ \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \left(\frac{v_c}{\alpha_0} \right)^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right\} + 1 \right]^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right\}} \quad (3.7)$$

a_0	Schallgeschwindigkeit auf Meereshöhe
M	Machzahl
v_c	kalibrierte Geschwindigkeit (calibrated airspeed, CAS)
γ	Wärme kapazitätsverhältnis

Das Druckverhältnis lässt sich in Abhängigkeit der Temperatur folgend darstellen:

$$\delta = \left(1 - \frac{L \cdot H}{T_0 + \Delta T} \right)^{(g/(R \cdot L))} \quad (4.1)$$

Anmerkung: Es wird im weiteren Verlauf ausschließlich mit der geopotenziellen Höhe H gerechnet. Diese hat den Vorteil, dass g als konstant angenommen werden darf. Der Zusammenhang der geometrischen Höhe h und der geopotenziellen Höhe H wird in Gl (4.2) aufgeführt:

$$h = \frac{r_{earth} \cdot H}{r_{earth} - H} \quad (4.2)$$

r_{earth}	Erdradius
h	Geometrische Höhe

Die wahre Geschwindigkeit ergibt sich aus der Machzahl und der Schallgeschwindigkeit:

$$v = a \cdot M \quad (4.3)$$

v wahre Geschwindigkeit (true airspeed, TAS)

a Schallgeschwindigkeit

Sowohl die Schallgeschwindigkeit als auch die Machzahl sind Funktionen in Abhängigkeit von der Höhe, respektive von der Temperatur und des Drucks in der jeweiligen (Flug-) Höhe.

Allgemein gilt für die Schallgeschwindigkeit:

$$a(H) = \sqrt{T(H) \cdot R_L \cdot \gamma} \quad (4.4)$$

$T(H)$ Temperatur in Höhe H

$a(H)$ Schallgeschwindigkeit in Höhe H

Stellt man das Verhältnis zu der Schallgeschwindigkeit auf Meereshöhe dar, so ergibt sich:

$$\frac{a(H)}{a_0} = \frac{\sqrt{T(H) \cdot R_L \cdot \gamma}}{\sqrt{T_0 \cdot R_L \cdot \gamma}} \quad (4.5)$$

a_0 Schallgeschwindigkeit auf Meereshöhe

Daraus folgt durch Kürzen:

$$a(H) = a_0 \sqrt{\left(\frac{T(H)}{T_0}\right)} \quad (4.6)$$

Die Temperatur ergibt sich aus:

$$T(H) = T_0 + \Delta T - L \cdot H \quad (4.7)$$

Werden Gl. (4.6) und Gl. (4.7) zusammengefasst, so resultiert:

$$a(H) = a_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta T - L \cdot H}{T_0}\right)} \quad (4.8)$$

Werden nunmehr Gl. (3.7) und Gl. (4.8) in Gl. (4.3) überführt, so erhält man die gesuchte wahre Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Höhe H , der Temperaturdifferenz ΔT und der kalibrierten Geschwindigkeit v_c :

$$v = a_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta T - L \cdot H}{T_0}\right)} \cdot \sqrt{5 \left\{ \left[\frac{1}{\delta} \left(\left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \left(\frac{v_c}{\alpha_0}\right)^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right) + 1 \right]^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right\}} \quad (4.9)$$

Das Druckverhältnis δ berechnet sich nach Gl. (4.1).

Nun gilt es die Faustformel über die gleichen variablen Parameter darzustellen.

$$v = F_L \cdot \frac{6}{10} + v_c + T_T \quad (1.6)$$

Damit die Ergebnisse später direkt in den Tabellen und Diagrammen vergleichbar werden und entsprechend über die gleichen Parameter, bzw. (Diagramm-) Achsen dargestellt werden können, müssen die Flugfläche und die wahre Temperatur ebenfalls über die Höhe H , der Temperaturdifferenz und der kalibrierten Geschwindigkeit ausgedrückt werden.

Die Flugfläche ergibt sich abgeleitet aus Gl. (3.1) und Gl. (4.11) wie folgt:

$$FL = \frac{h_p}{100} \quad (4.10)$$

$$FL = \frac{H \cdot T_0}{100 (T_0 + \Delta T)} \quad (4.11)$$

Die absolute Temperatur berechnet sich aus:

$$TAT = (T_0 - L \cdot H + \Delta T) \left(1 + k_r \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \quad (4.12)$$

k_r Recovery Faktor

Werden Gl. (1.6), Gl. (4.11) und Gl. (4.12) zu einer Gleichung zusammengefasst, so resultiert die gesuchte Gleichung Gl. (4.13) in Abhängigkeit der variablen Parameter H , ΔT und v_c .

$$TAS_{ROT} = \frac{H \cdot T_0}{100 \cdot (T_0 + \Delta T)} \cdot \frac{6}{10} + v_c + (T_0 - L \cdot H + \Delta T) \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot 5 \left\{ \left[\frac{1}{\delta} \left(\left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \left(\frac{v_c}{a_0} \right)^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right) \right] + 1 \right\}^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right) \right) \quad (4.13)$$

Das Druckverhältnis δ berechnet sich nach Gl. (4.1). Es wird für Gl. (4.12) vorausgesetzt, dass $k_r = 1$.

Verwendete Konstanten für Luft in der Troposphäre:

$$\gamma = 1,4$$

$$g_0 = 9,80665 \text{ m s}^{-2}$$

$$L = 6,5 \text{ K/km} = 0,0019812 \text{ K/ft}$$

$$T_0 = 288,15 \text{ K}$$

$$R_L = 287,053 \text{ J/(kg K)}$$

$$a_0 = 661,48 \text{ kt}$$

Des Weiteren können einige Terme zusammengefasst werden:

$$\frac{\gamma - 1}{2} = 0,2 \quad (4.14)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} = 3,5 \quad (4.15)$$

$$\frac{\gamma - 1}{2} \cdot 5 = 1 \quad (4.16)$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{1}{3,5} \quad (4.17)$$

$$\frac{g}{(R_L \cdot L)} = 5,25588 \quad (4.18)$$

Werden Gl. (4.9) sowie Gl. (4.13) nun unter Beachtung der Konstanten Werte und Gl. (4.14) bis Gl. (4.18) dargestellt, so resultieren daraus

$$v = 661,48 \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta T - 0,0019812 H}{288,15} \right)} \cdot \sqrt{5 \left\{ \left[\frac{1}{\delta} \left\{ \left[1 + 0,2 \left(\frac{v_c}{661,48} \right)^2 \right]^{3,5} - 1 \right\} + 1 \right]^{\frac{1}{3,5}} - 1 \right\}} \quad (4.19)$$

und

$$v_{ROT} = \frac{288,15 H}{100 (288,15 + \Delta T)} \cdot \frac{6}{10} + v_c + (288,15 - 1,9812 \cdot 10^{-3} H + \Delta T) \cdot \left(1 + \left\{ \left[\frac{1}{\delta} \left\{ \left[1 + 0,2 \left(\frac{v_c}{661,48} \right)^2 \right]^{3,5} - 1 \right\} + 1 \right]^{\frac{1}{3,5}} - 1 \right\} \right) \quad (4.19)$$

mit jeweils dem Druckverhältnis aus Gl. (4.1)

$$\delta = \left(1 - \frac{0,0019812 H}{288,15 + \Delta T} \right)^{5,2558} \quad (4.20)$$

Nun stehen durch Gl. (4.19) und Gl. (4.20) zwei Gleichungen in Abhängigkeit derselben Parameter zur Verfügung. Diese ermöglichen es über die Werte der ermittelten wahren Geschwindigkeit aus der Faustformel und den errechneten wahren Geschwindigkeiten aus den Gleichungen der Flugmechanik einen relativen Fehler in Prozent zu bestimmen.

$$\epsilon = \left| \frac{v - TAS_{ROT}}{v} \right| \cdot 100 \quad (4.21)$$

ϵ relativer Fehler in [%]

Zu beachten ist sowohl bei der Zusammenfassung der Konstanten als auch beim Verwenden der daraus resultierenden Gleichungen, dass nicht durchgängig SI-Einheiten verwendet werden und alle Werte einheitenkonform einzusetzen sind. Entfernungen, bzw. Höhen erfolgen in ft, Geschwindigkeitsangaben in kt und Temperaturen werden in Kelvin (K) angegeben.

5 Relativer Fehler in Excel

5.1 Integrieren der ISA-Tabellen in Excel

Wenngleich es fertige Auszüge mit den für diese Projektarbeit relevanten Parameter der ISA-Tabellen gibt, wie z.B. in **Tabelle 5.1** exemplarisch dargestellt, so wäre es äußerst mühsam, diese manuell zu übertragen. Über die vorangegangenen Gleichungen und definierten Konstanten aus Kapitel 2 bis 4 kann durch Übertragen der Gleichungen unter Beachtung der definierten Konstanten auch ein Auszug in Excel generiert werden, der alle für die weiteren Berechnung relevanten Parameter der ISA-Tabelle enthält. Das Ergebnis wird in **Tabelle 5.2** gezeigt.

Tabelle 5.1 Auszug einer ISA-Tabelle (Scheiderer 2008, S. 101)

Höhe (h)		Temperatur (T)					Druck (p)			Dichte (ρ)	
ft	m	K	°F	°C	θ	$\theta^{3,5}$	in Hg	hPa	δ	kg/m ³	σ
0	0	288,16	59,0	15,0	1,0000	1,0000	29,921	1013,25	1,0000	1,2250	1,0000
1.000	305	286,18	55,4	13,0	0,9931	0,9966	28,855	977,17	0,9644	1,1896	0,9711
2.000	610	284,20	51,9	11,0	0,9862	0,9931	27,821	942,13	0,9298	1,1549	0,9428
3.000	914	282,22	48,3	9,1	0,9794	0,9896	26,816	908,12	0,8962	1,1210	0,9151
4.000	1.219	280,24	44,7	7,1	0,9725	0,9862	25,842	875,11	0,8637	1,0879	0,8881
5.000	1.524	278,25	41,2	5,1	0,9656	0,9827	24,896	843,07	0,8320	1,0555	0,8617
6.000	1.829	276,27	37,6	3,1	0,9587	0,9792	23,978	812,00	0,8014	1,0239	0,8359
7.000	2.134	274,29	34,0	1,1	0,9519	0,9756	23,088	781,85	0,7716	0,9930	0,8106
8.000	2.438	272,31	30,5	-0,8	0,9450	0,9721	22,225	752,62	0,7428	0,9629	0,7860
9.000	2.743	270,33	26,9	-2,8	0,9381	0,9686	21,388	724,28	0,7148	0,9334	0,7620
10.000	3.048	268,35	23,3	-4,8	0,9312	0,9650	20,577	696,82	0,6877	0,9046	0,7385
11.000	3.353	266,37	19,8	-6,8	0,9244	0,9614	19,791	670,20	0,6614	0,8766	0,7156
12.000	3.657	264,39	16,2	-8,8	0,9175	0,9579	19,029	644,41	0,6360	0,8491	0,6932
13.000	3.962	262,40	12,6	-10,8	0,9106	0,9543	18,292	619,43	0,6113	0,8224	0,6713
14.000	4.267	260,42	9,1	-12,7	0,9037	0,9507	17,577	595,24	0,5875	0,7963	0,6500
15.000	4.572	258,44	5,5	-14,7	0,8969	0,9470	16,886	571,82	0,5643	0,7708	0,6292
16.000	4.877	256,46	1,9	-16,7	0,8900	0,9434	16,216	549,15	0,5420	0,7460	0,6090
17.000	5.181	254,48	-1,6	-18,7	0,8831	0,9397	15,569	527,22	0,5203	0,7218	0,5892
18.000	5.486	252,50	-5,2	-20,7	0,8762	0,9361	14,942	506,00	0,4994	0,6981	0,5699
19.000	5.791	250,52	-8,8	-22,6	0,8694	0,9324	14,336	485,48	0,4791	0,6751	0,5511
20.000	6.096	248,54	-12,3	-24,6	0,8625	0,9287	13,750	465,63	0,4595	0,6527	0,5328
21.000	6.401	246,55	-15,9	-26,6	0,8556	0,9250	13,184	446,45	0,4406	0,6308	0,5150
22.000	6.705	244,57	-19,5	-28,6	0,8487	0,9213	12,636	427,91	0,4223	0,6095	0,4976
23.000	7.010	242,59	-23,0	-30,6	0,8419	0,9175	12,107	410,01	0,4046	0,5888	0,4807
24.000	7.315	240,61	-26,6	-32,5	0,8350	0,9138	11,597	392,71	0,3876	0,5686	0,4642
25.000	7.620	238,63	-30,2	-34,5	0,8281	0,9100	11,103	376,01	0,3711	0,5489	0,4481
26.000	7.925	236,65	-33,7	-36,5	0,8212	0,9062	10,627	359,89	0,3552	0,5298	0,4325
27.000	8.229	234,67	-37,3	-38,5	0,8144	0,9024	10,168	344,33	0,3398	0,5112	0,4173
28.000	8.534	232,69	-40,9	-40,5	0,8075	0,8986	9,725	329,32	0,3250	0,4931	0,4025
29.000	8.839	230,71	-44,4	-42,5	0,8006	0,8948	9,297	314,85	0,3107	0,4754	0,3881
30.000	9.144	228,72	-48,0	-44,4	0,7937	0,8909	8,885	300,90	0,2970	0,4583	0,3741
31.000	9.448	226,74	-51,6	-46,4	0,7869	0,8870	8,488	287,45	0,2837	0,4417	0,3605
32.000	9.753	224,76	-55,1	-48,4	0,7800	0,8832	8,106	274,49	0,2709	0,4255	0,3473
33.000	10.058	222,78	-58,7	-50,4	0,7731	0,8793	7,737	262,01	0,2586	0,4097	0,3345
34.000	10.363	220,80	-62,2	-52,4	0,7662	0,8753	7,382	249,99	0,2467	0,3944	0,3220
35.000	10.668	218,82	-65,8	-54,3	0,7594	0,8714	7,041	238,42	0,2353	0,3796	0,3099
36.000	10.972	216,84	-69,4	-56,3	0,7525	0,8675	6,712	227,29	0,2243	0,3652	0,2981
36.089	11.000	216,66	-69,7	-56,5	0,7519	0,8671	6,683	226,32	0,2234	0,3639	0,2971

Tabelle 5.2 ISA-Tabelle in Excel generiert

H		FL	p	ρ	T		a	δ	σ	θ
ft	km	ft/100	hPa	kg/m ³	°C	K	kt	-	-	-
0	0	0	1013,25	1,2250	15,0	288,15	661,47874	1,0000	1,0000	1,0000
1.000	0,30	10,00	977,17	1,1896	13,0	286,2	659,20	0,9644	0,9711	0,9931
2.000	0,61	20,00	942,13	1,1549	11,0	284,2	656,91	0,9298	0,9428	0,9862
3.000	0,91	30,00	908,12	1,1210	9,1	282,2	654,62	0,8962	0,9151	0,9794
4.000	1,22	40,00	875,11	1,0879	7,1	280,2	652,32	0,8637	0,8881	0,9725
5.000	1,52	50,00	843,07	1,0555	5,1	278,2	650,01	0,8320	0,8617	0,9656
6.000	1,83	60,00	812,00	1,0239	3,1	276,3	647,69	0,8014	0,8359	0,9587
7.000	2,13	70,00	781,85	0,9930	1,1	274,3	645,36	0,7716	0,8106	0,9519
8.000	2,44	80,00	752,62	0,9629	-0,8	272,3	643,03	0,7428	0,7860	0,9450
9.000	2,74	90,00	724,26	0,9334	-2,8	270,3	640,69	0,7148	0,7620	0,9381
10.000	3,05	100,00	696,82	0,9046	-4,8	268,3	638,33	0,6877	0,7385	0,9312
11.000	3,35	110,00	670,20	0,8766	-6,8	266,4	635,97	0,6614	0,7156	0,9244
12.000	3,66	120,00	644,41	0,8491	-8,8	264,4	633,60	0,6360	0,6932	0,9175
13.000	3,96	130,00	619,43	0,8224	-10,8	262,4	631,22	0,6113	0,6713	0,9106
14.000	4,27	140,00	595,24	0,7963	-12,7	260,4	628,84	0,5875	0,6500	0,9037
15.000	4,57	150,00	571,82	0,7708	-14,7	258,4	626,44	0,5643	0,6292	0,8969
16.000	4,88	160,00	549,15	0,7460	-16,7	256,5	624,03	0,5420	0,6090	0,8900
17.000	5,18	170,00	527,22	0,7218	-18,7	254,5	621,62	0,5203	0,5892	0,8831
18.000	5,49	180,00	506,00	0,6981	-20,7	252,5	619,19	0,4994	0,5699	0,8762
19.000	5,79	190,00	485,48	0,6751	-22,6	250,5	616,76	0,4791	0,5511	0,8694
20.000	6,10	200,00	465,63	0,6527	-24,6	248,5	614,32	0,4595	0,5328	0,8625
21.000	6,40	210,00	446,45	0,6308	-26,6	246,5	611,86	0,4406	0,5150	0,8556
22.000	6,71	220,00	427,91	0,6095	-28,6	244,6	609,40	0,4223	0,4976	0,8487
23.000	7,01	230,00	410,01	0,5888	-30,6	242,6	606,93	0,4046	0,4807	0,8419
24.000	7,32	240,00	392,71	0,5686	-32,5	240,6	604,44	0,3876	0,4642	0,8350
25.000	7,62	250,00	376,01	0,5489	-34,5	238,6	601,95	0,3711	0,4481	0,8281
26.000	7,92	260,00	359,89	0,5298	-36,5	236,6	599,45	0,3552	0,4325	0,8212
27.000	8,23	270,00	344,33	0,5112	-38,5	234,7	596,93	0,3398	0,4173	0,8144
28.000	8,53	280,00	329,32	0,4931	-40,5	232,7	594,41	0,3250	0,4025	0,8075
29.000	8,84	290,00	314,85	0,4754	-42,5	230,7	591,87	0,3107	0,3881	0,8006
30.000	9,14	300,00	300,90	0,4583	-44,4	228,7	589,32	0,2970	0,3741	0,7937
31.000	9,45	310,00	287,45	0,4417	-46,4	226,7	586,76	0,2837	0,3605	0,7869
32.000	9,75	320,00	274,49	0,4255	-48,4	224,8	584,20	0,2709	0,3473	0,7800
33.000	10,06	330,00	262,01	0,4097	-50,4	222,8	581,61	0,2586	0,3345	0,7731
34.000	10,36	340,00	249,99	0,3944	-52,4	220,8	579,02	0,2467	0,3220	0,7662
35.000	10,67	350,00	238,42	0,3796	-54,3	218,8	576,42	0,2353	0,3099	0,7594
36.000	10,97	360,00	227,29	0,3652	-56,3	216,8	573,80	0,2243	0,2981	0,7525
36089	11	361	226,32	0,3639	-56,5	216,65	573,57	0,2234	0,2971	0,75187
37.000	11,28	370,00	216,627	0,3483	-56,5	216,6	573,57	0,2138	0,2844	0,7519
38.000	11,58	380,00	206,462	0,3320	-56,5	216,6	573,57	0,2038	0,2710	0,7519
39.000	11,89	390,00	196,773	0,3164	-56,5	216,6	573,57	0,1942	0,2583	0,7519
40.000	12,19	400,00	187,539	0,3016	-56,5	216,6	573,57	0,1851	0,2462	0,7519
41.000	12,50	410,00	178,739	0,2874	-56,5	216,6	573,57	0,1764	0,2346	0,7519
42.000	12,80	420,00	170,351	0,2739	-56,5	216,6	573,57	0,1681	0,2236	0,7519
43.000	13,11	430,00	162,357	0,2611	-56,5	216,6	573,57	0,1602	0,2131	0,7519
44.000	13,41	440,00	154,738	0,2488	-56,5	216,6	573,57	0,1527	0,2031	0,7519
45.000	13,72	450,00	147,477	0,2371	-56,5	216,6	573,57	0,1455	0,1936	0,7519
46.000	14,02	460,00	140,556	0,2260	-56,5	216,6	573,57	0,1387	0,1845	0,7519
47.000	14,33	470,00	133,960	0,2154	-56,5	216,6	573,57	0,1322	0,1758	0,7519
48.000	14,63	480,00	127,674	0,2053	-56,5	216,6	573,57	0,1260	0,1676	0,7519
49.000	14,94	490,00	121,683	0,1957	-56,5	216,6	573,57	0,1201	0,1597	0,7519
50.000	15,24	500,00	115,973	0,1865	-56,5	216,6	573,57	0,1145	0,1522	0,7519
51.000	15,54	510,00	110,530	0,1777	-56,5	216,65	573,57	0,1091	0,1451	0,75187
52.000	15,85	520,00	105,344	0,1694	-56,5	216,6	573,57	0,1040	0,1383	0,7519
53.000	16,15	530,00	100,400	0,1614	-56,5	216,6	573,57	0,0991	0,1318	0,7519
54.000	16,46	540,00	95,689	0,1539	-56,5	216,6	573,57	0,0944	0,1256	0,7519
55.000	16,76	550,00	91,198	0,1466	-56,5	216,6	573,57	0,0900	0,1197	0,7519
56.000	17,07	560,00	86,919	0,1398	-56,5	216,6	573,57	0,0858	0,1141	0,7519
57.000	17,37	570,00	82,840	0,1332	-56,5	216,6	573,57	0,0818	0,1087	0,7519
58.000	17,68	580,00	78,952	0,1270	-56,5	216,6	573,57	0,0779	0,1036	0,7519
59.000	17,98	590,00	75,247	0,1210	-56,5	216,6	573,57	0,0743	0,0988	0,7519
60.000	18,29	600,00	71,716	0,1153	-56,5	216,6	573,57	0,0708	0,0941	0,7519
61.000	18,59	610,00	68,351	0,1099	-56,5	216,6	573,57	0,0675	0,0897	0,7519
62.000	18,90	620,00	65,143	0,1047	-56,5	216,6	573,57	0,0643	0,0855	0,7519
63.000	19,20	630,00	62,087	0,0998	-56,5	216,6	573,57	0,0613	0,0815	0,7519
64.000	19,51	640,00	59,173	0,0951	-56,5	216,6	573,57	0,0584	0,0777	0,7519
65.000	19,81	650,00	56,396	0,0907	-56,5	216,6	573,57	0,0557	0,0740	0,7519

Abgeleitet aus der Tabelle 5.4 und Gl. (4.19) können die gesuchten TAS-Werte berechnet werden (Tabelle 5.5).

Tabelle 5.5 TAS in kt in Abhängigkeit von H und CAS

Table with columns for H (ft), CAS (kt), and TAS (kt) for various altitudes and speeds. The table is organized into sections for different TAS values (100, 200, 300, 400) and includes sub-sections for specific TAS values (e.g., 116.22, 136.54, 162.41, 187.55, 217.57, 250.98, 287.38, 318.86, 351.79, 385.58, 426.38, 469.44, 515.68, 561.79, 607.84, 653.84, 700.79, 748.64, 797.37, 846.94, 897.34, 948.59, 1000.69).

Folgend wird mit Tabelle 5.6 die über die pruned Geschwindigkeit erneut über die zu pruned Faustformel aus Gl. (4.20) berechnet, wobei die Ergebnisse der Faustformel den Index ROT tragen:

Tabelle 5.6 TASROT in kt über Faustformel in Abhängigkeit von H und CAS

Table with columns for H (ft), FL (ft/100), CAS (kt), and TASROT (kt) for various altitudes and speeds. The table is organized into sections for different TASROT values (116.32, 136.54, 162.41, 187.55, 217.57, 250.98, 287.38, 318.86, 351.79, 385.58, 426.38, 469.44, 515.68, 561.79, 607.84, 653.84, 700.79, 748.64, 797.37, 846.94, 897.34, 948.59, 1000.69).

Werden die Abweichungen der Ergebnisse aus **Tabelle 5.5** und **Tabelle 5.6** in einer weiteren Tabelle über Gl. (4.22) in Prozent dargestellt, so ergibt sich der relative Fehler in Abhängigkeit von Höhe und kalibrierter Geschwindigkeit in Prozent (**Tabelle 5.7**).

Tabelle 5.7 Relativer Fehler der Faustformel in Abhängigkeit von H und CAS

Table with columns for H [ft], CAS [kt], and relative error percentages for various H and CAS values. The table is organized into sections for H values from 0 to 65,000 ft, with corresponding CAS values and error percentages.

Um die Ergebnisse aus **Tabelle 5.7** besser auswerten zu können, wird die gesamte Tabelle mit einer bedingten Formatierung versehen, wodurch die Abweichungen farblich akzentuiert werden. Hierbei werden Abweichungen, die kleiner als 5 % sind in Grün dargestellt. Größere Abweichungen nehmen von Gelb zu Rot zu (**Tabelle 5.8**).

Tabelle 5.8 Fehlerbereich der Faustformel (grün) aus Gl. (1.6)

Table with columns for H [ft], CAS [kt], and error percentages for various H and CAS values. This table is a color-coded version of the data presented in Table 5.7.

5.3 Faustformel für geringe Geschwindigkeiten und Höhen

Die Faustformel aus Gl. (1.6) darf bei hohen Geschwindigkeiten und Höhen unter Reiseflugbedingungen angewendet werden. Der Vollständigkeit halber wird an dieser Stelle eine weitere Faustformel mit Gl. (5.1) vorgestellt, die für niedrige Geschwindigkeiten und Höhen verwendet werden kann und somit für kleinstmögliche Luftfahrzeuge angedacht ist (z.B. Cessna, Piper).

Der Fahrtmesser berücksichtigt Dichte- bzw. Temperaturänderungen mit steigender Höhe nicht. Daher gilt bei steigender Höhe über Meereshöhe, dass IAS kleiner als TAS wird (siehe Kapitel 2). Ferner gilt im Hochgeschwindigkeitsbereich (Reiseflug, Klappen eingefahren), dass IAS ungefähr CAS entspricht. Der Fahrtmesser zeigt pro 1000 ft ca. 2 % zu wenig an. (**Kühr 1987**)

Beispiel nach **Kühr 1987**:

IAS: 100 kt
 Flughöhe: 5000 ft
 TAS: ?

Lösung:

$2\% \cdot 5 = 10\% (0,1)$
 $100 \cdot 0,1 = 10$
 $100 + 10 = 110$
 $\rightarrow \text{TAS} = 110 \text{ kt}$

Die Faustformel nach **Kühr 1987** lässt sich somit wie in Gl. (5.1) darstellen.

$$v_{\text{ROTII}} = v_c + 2\% \cdot v_c \cdot \frac{H}{1000ft} \quad (5.1)$$

v_{ROTII} TAS aus Faustformel für geringe Geschwindigkeiten und Höhen

Nun wird in Excel der relative Fehler der Faustformel in Prozent aus Gl. (5.1) nach gleichem Schema wie bereits bei der vorangegangenen Faustformel aus Gl. (1.6) ermittelt und anschließend wieder mittels bedingter Formatierung farblich der Gültigkeitsbereich hervorgehoben, wobei Abweichungen kleiner gleich 5 % Grün dargestellt werden und die Abweichungen von Grün über Gelb nach Rot kontinuierlich zunehmen (**Tabelle 5.9**).

6 Matlab Live Skript

6.1 3D-Diagramm

Bislang wurde davon ausgegangen, dass $\Delta T=0$, also folglich ISA-Bedingungen vorzufinden sind. Nun soll darüber hinaus geprüft werden, ob die Faustformel auch gültig bleibt, wenn die Referenztemperatur von den ISA-Bedingungen abweicht. Dies führt dazu, dass der relative Fehler von den 3 Parametern CAS , H und ΔT abhängig wird. Somit können die Ergebnisse nicht mehr 2-dimensional dargestellt werden. Daher wird über die vorangegangenen Gleichungen ein Matlab-Live-Skript geschrieben, um die Abweichungen nun als relativen Fehler in Prozent mit vorgegebenen Anfangs- und Endwerten in festgelegten Intervallen zu errechnen.

6.2 Aufbau des Live Skripts

Zuerst werden relevante Konstanten definiert (**Bild 6.1**).

```

Constants:

g          = 32.17404856;          % [ft / s^2]
T0         = 288.15;              % [K]
H_tropopause = 36089.23885;      % [ft]
K_A        = 5.25587743244413;
gamma      = 1.4;
R_SI       = 287.053;             % [(m^2 / s^2) / K]
R          = 3089.81277682306;   % [(ft^2 / s^2) / K]
L          = 0.0019812;          % [K / ft]
m_s_kt     = 1.9438444941;      % factor to convert [m/s] -> [kt]

```

Bild 6.1 Definierte Konstanten im Matlab-Code

Um bei den Anfangs- und Endwerten sowie Intervallen flexibel zu bleiben, werden diese als Dropdown Menüs integriert (**Bild 6.2**).

range for variables

dT_Start = ; dT_End = ;
H_Start = ; H_End = ;
CAS_Start = ; CAS_End = ;

Interval ΔT , H, CAS

interval_dT= ;
interval_H= ;
interval_CAS= ;

Bild 6.2 Start- und Endwerte sowie Intervalle als Dropdownmenü

Da zunächst noch nicht klar ist, wie die Ergebnisse graphisch aussehen werden, werden die Bezugswerte für die Farben und Punktgrößen auch via Dropdownmenüs eingepflegt, um diese gegebenenfalls anpassen zu können. Zudem werden Lösungsmengen definiert, auf die im späteren Code verwiesen wird, um im Diagramm später selektieren zu können, welcher Teil der Lösungsmenge angezeigt werden, respektive ausgeblendet soll und um die einzelnen Bereiche dann zur visuellen Unterscheidung die Farben zuzuweisen. Die finalen Lösungsmengen wurden mit den berechneten TAS-Werten aus der Faustformel in Abhängigkeit der Parameter CAS, H und ΔT bezüglich der Abweichungen wie folgt definiert (**Bild 6.3**):

Abweichungen

bis 2 %	-	Dunkelgrün
2 % ... 5 %	-	Grün
5 % ... 10 %	-	Gelb
10 % ... 15 %	-	Orange
>15 %	-	Rot.

graphic dotsizes

```

dotsize0=0.1;
dotsize1= 0.5 ;
dotsize2= 0.5 ;
dotsize3= 0.2 ;
dotsize4= 0.5 ;
dotsize5= 0.2 ;

```

dot colors and linked conditions

c1=	dark green	;	I1=	2	;	solution_set1=	y	;	% >= ε
c2=	green	;	I2=	5	;	solution_set2=	y	;	% >= ε > I1
c3=	yellow	;	I3=	10	;	solution_set3=	y	;	% >= ε > I2
c4=	orange	;	I4=	15	;	solution_set4=	y	;	% >= ε > I3
c5=	dark red	;	I5=	I4	;	solution_set5=	y	;	% < ε

Bild 6.3 Punktgrößen, Farben, Lösungsbereiche als Dropdownmenü

Über den Matlab-Code (grauer Hintergrund) werden die verwendeten Formeln jeweils via Formeleditor dargestellt (weißer Hintergrund), um entsprechende Rechenschritte besser und schneller nachvollziehen zu können. Zudem werden rechts jeweils in entsprechender Zeile kurze Erklärungen (grüner Text) zu dem Abschnitt angegeben (**Bild 6.4**).

Da es üblich ist den Code selbst und Definitionen in englischer Sprache zu formulieren, wird dies für das gesamte Matlab-Skript jeweils konsequent beibehalten, obgleich diese Projektarbeit selbst in deutscher Sprache verfasst wurde.

Somit kann der Code bei Interesse/Bedarf im originalen Matlab-File leicht nachvollzogen werden und es werden im Rahmen dieser schriftlichen Ausarbeitung nur die entsprechenden Ergebnisse verarbeitet, ohne im Detail auf den Code einzugehen.

Es werden insgesamt 2 Matlab-Files geschrieben. Im ersten File werden die Lösungsmengen rein farblich wie zuvor beschrieben unterschieden. Das Ergebnis ist somit ein dreidimensionales Diagramm in Abhängigkeit von den 3 Parametern CAS, H und ΔT . Im zweiten File werden die Abweichungen über die 3. Achse als relativer Fehler auch als Zahlenwert in Prozent entsprechend angezeigt. Die Lösungsmenge(n) ist daher eine Fläche in Abhängigkeit von den 2 Parametern CAS und H . Die farblichen Akzente bleiben identisch.

Calculation of the relative error ε for each possible combination of dT , CAS, H within the chosen range

```
for k=dT_Start:interval_dT:dT_End %range for dT and start of loop 1
dT=k; %define dT for next loop 3 (inner loop to create the tab)

    for m=H_Start:interval_H:H_End %range for H and start of loop 2
    H=m; %define H for loop 3

        for n=CAS_Start:interval_CAS:CAS_End %range for CAS and start of loop 3
        CAS =n; %define CAS for each loop 3 (n/10 times per loop 1)
```

Troposphäre:

$$a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T} = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot (T_0 + \Delta T - L \cdot H)}$$

```
if H<= H_tropopause; a = sqrt( gamma * R_SI * ( T0 + dT - L * H ) ) * m_s_kt ; % result troposphere [kt]
```

Stratosphäre:

$$a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_T} = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot (T_0 + \Delta T - L \cdot H_T)}$$

```
elseif H > H_tropopause
    a = sqrt( gamma * R_SI * ( T0 + dT - L * H_tropopause ) ) * m_s_kt ; % result [kt] stratosphere
end
```

Troposphäre:

$$K_A = \frac{g}{R \cdot L}$$

$$\delta = \left(1 - \frac{L \cdot H}{T_0 + \Delta T} \right)^{K_A}$$

```
if H<= H_tropopause; DELTA = (1 - ((L * H) / (T0 + dT))) ^ K_A;
```

Stratosphäre:

$$T_T = T_0 + \Delta T - L \cdot H_T$$

$$K_B = \frac{g}{R \cdot T_T}$$

$$\delta = \delta_T \cdot e^{-K_B \cdot (H - H_T)}$$

$$\delta_T = \left(1 - \frac{L \cdot H_T}{T_0 + \Delta T} \right)^{K_A}$$

```
elseif H > H_tropopause
    DELTA_tropopause = (1 - (L * H_tropopause) / (T0 + dT)) ^ (K_A) ;
    T_tropopause = T0 + dT - L * H_tropopause;
    K_B = g / (T_tropopause * R); % g / (R * TT) -> [1/ft]
    DELTA = DELTA_tropopause * exp((-K_B) * (H - H_tropopause));
end
```

Bild 6.4 Auszug aus dem Matlab-Code

7 Auswertung der Ergebnisse

7.1 ISA-Tabellen

Zunächst wird die Ergebnisstabelle (**Tabelle 7.1**) weiterverarbeitet. Von links nach rechts mit steigenden CAS-Werten und von oben nach unten mit steigender Höhe H wird jeweils die relative Abweichung in Prozent angegeben, die sich aus der Faustformel zu den Ergebnissen aus der Berechnung mit den Gleichungen aus der genutzten Literatur aus Kapitel 2 bis 4 ergeben. Abweichungen bis 5% sind in Grün zu sehen, während größere Abweichungen von Gelb zu Rot kontinuierlich zunehmen.

Tabelle 7.1 Gültigkeitsbereich der Faustformel (grün)

H	CAS [kt]										100										200										300										400																
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360	370	380	390	400																	
0	60,0	70,0	80,0	90,0	100,0	110,0	120,0	130,0	140,0	150,0	160,0	170,0	180,0	190,0	200,0	210,0	220,0	230,0	240,0	250,0	260,0	270,0	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0																						
1000	100,0	110,0	120,0	130,0	140,0	150,0	160,0	170,0	180,0	190,0	200,0	210,0	220,0	230,0	240,0	250,0	260,0	270,0	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0																
2000	120,0	130,0	140,0	150,0	160,0	170,0	180,0	190,0	200,0	210,0	220,0	230,0	240,0	250,0	260,0	270,0	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0								
3000	140,0	150,0	160,0	170,0	180,0	190,0	200,0	210,0	220,0	230,0	240,0	250,0	260,0	270,0	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0
4000	160,0	170,0	180,0	190,0	200,0	210,0	220,0	230,0	240,0	250,0	260,0	270,0	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0		
5000	180,0	190,0	200,0	210,0	220,0	230,0	240,0	250,0	260,0	270,0	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0				
6000	200,0	210,0	220,0	230,0	240,0	250,0	260,0	270,0	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0						
7000	220,0	230,0	240,0	250,0	260,0	270,0	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0								
8000	240,0	250,0	260,0	270,0	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0										
9000	260,0	270,0	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0												
10000	280,0	290,0	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0														
11000	300,0	310,0	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																
12000	320,0	330,0	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																		
13000	340,0	350,0	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																				
14000	360,0	370,0	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																						
15000	380,0	390,0	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																								
16000	400,0	410,0	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																										
17000	420,0	430,0	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																												
18000	440,0	450,0	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																														
19000	460,0	470,0	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																
20000	480,0	490,0	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																		
21000	500,0	510,0	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																				
22000	520,0	530,0	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																						
23000	540,0	550,0	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																								
24000	560,0	570,0	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																										
25000	580,0	590,0	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																												
26000	600,0	610,0	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																														
27000	620,0	630,0	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																																
28000	640,0	650,0	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																																		
29000	660,0	670,0	680,0	690,0	700,0																																																				
30000	680,0	690,0	700,0																																																						
31000	700,0																																																								
32000	720,0																																																								
33000	740,0																																																								
34000	760,0																																																								
35000	780,0																																																								
36000	800,0																																																								
37000	820,0																																																								
38000	840,0																																																								
39000	860,0																																																								
40000	880,0																																																								
41000	900,0																																																								
42000	920,0																																																								
43000	940,0																																																								
44000	960,0																																																								
45000	980,0																																																								
46000	1000,0																																																								
47000	1020,0																																																								
48000	1040,0																																																								
49000	1060,0																																																								
50000	1080,0																																																								
51000	1100,0																																																								
52000	1120,0																																																								
53000	1140,0																																																								
54000	1160,0																																																								
55000	1180,0																																																								
56000	1200,0																																																								
57000	1220,0																																																								
58000	1240,0																																																								
59000	1260,0																																																								
60000	1280,0																																																								
61000	1300,0																																																								
62000	1320,0																																																								
63000	1340,0																																																								
64000	1360,0																																																								
65000	1380,0																																																								
66000	1400,0																																																								
67000	1420,0																																																								
68000	1440,0																																																								
69000	1460,0																																																								
70000	1480,0																																																								

Da die zu prüfende Faustformel aus Gl. (1.6) für Luftfahrzeuge unter Reisebedingungen mit hohen Geschwindigkeiten und Höhen angedacht ist, wird in einer weiteren Tabelle der Reisebereich in Abhängigkeit von der Machzahl dargestellt (**Tabelle 7.2**). Hierbei wird davon ausgegangen, dass je nach Antriebsleistung und Variante (Propeller, Jet, Turbofan, Turbofan, etc.) die Reisefluggeschwindigkeit zwischen 0,70 Mach und 0,85 Mach liegt. Der entsprechende Bereich ist Schwarz hinterlegt. Größere Machzahlen als 0,85 Mach sind mit rotem Hintergrund und kleinere Machzahlen als

Tabelle 7.2 Reiseflugbedingungen (schwarz)

Table with columns for H ft, CAS [kt], and a grid of values for altitudes from 0 to 60,000 ft and CAS speeds from 30 to 400 kt.

Legt man nun beide vorangegangenen Tabellen übereinander (Tabelle 7.3), so ist deutlich zu sehen, dass der Machzahlenbereich unter Reiseflugbedingungen (schwarz-transparent) genau in den Bereich fällt, bei dem die Abweichungen der Faustformel unter 5 % liegen (Grün).

Tabelle 7.3 Überlagerung „cruise speed“ und relativer Fehler

Table with columns for H ft, CAS kt, and a grid of values for altitudes from 0 to 60,000 ft and CAS speeds from 30 to 400 kt, showing cruise speed and relative error.

Wird nun der Reiseflugbereich eines zivilen Flugzeugs weiter eingegrenzt und in Bezug auf die Abweichungen der Faustformel im gesamten Bereich unter Reiseflugbedingungen bedenkenlos angewendet, ohne dass Abweichungen größer als 5 % resultieren.

7.2 3D-Diagramm in Matlab

Das Matlab-Skript ergibt in Abhängigkeit der Parameters ΔT , CAS und H nun ein dreidimensionales Diagramm, das wie in **Kapitel 6.2** beschrieben aufgebaut ist. Wenngleich das Resultat annähernd einem Volumen gleicht, so werden eine Vielzahl einzelner Ergebnis-Punkte dargestellt, bei denen die Intervalle und Anfangs- und Endwerte so lange angepasst wurden, bis sich die visuell ansprechendsten Ergebnisse ergaben.

Die Abgrenzungen, die auch in der Legende jeweils angegeben werden, sind an dieser Stelle noch einmal aufgeführt:

Abweichungen:

bis 2 %	-	Dunkelgrün
2 % ... 5 %	-	Grün
5 % ... 10 %	-	Gelb
10 % ... 15 %	-	Orange
>15 %	-	Rot.

Nachfolgend werden mit **Bild 7.1** bis **Bild 7.5** das Ergebnis aus verschiedenen Perspektiven dargestellt.

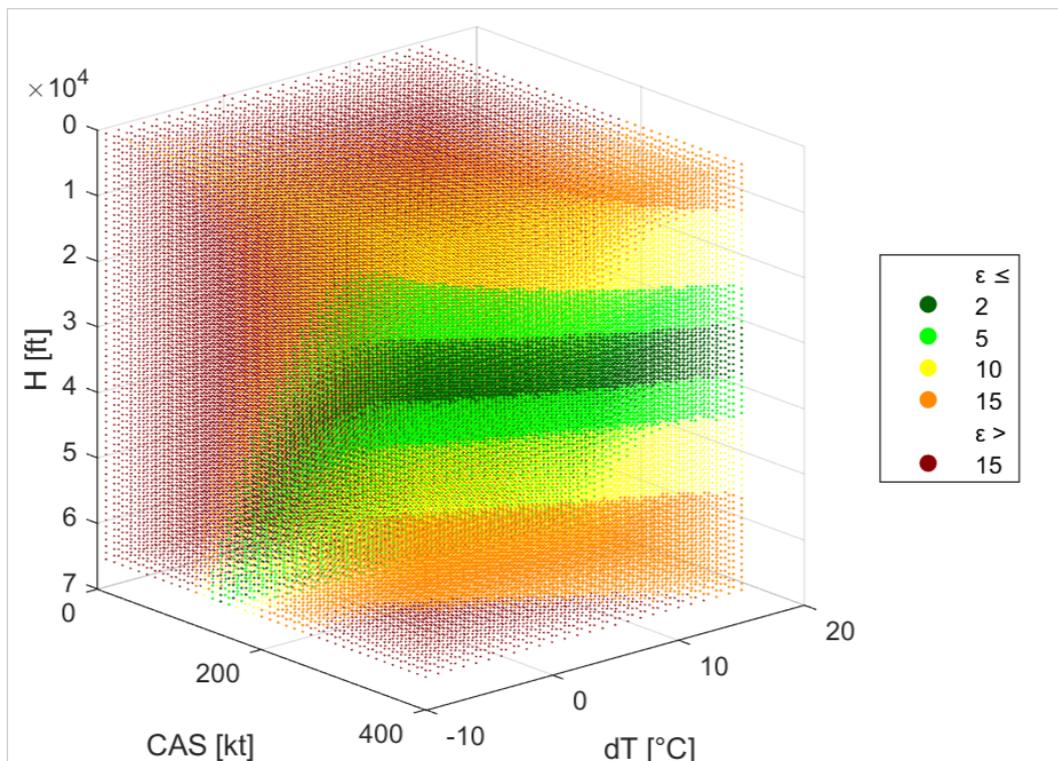


Bild 7.1 Abweichung der Faustformel aus Gl. (1.6), Perspektive 1

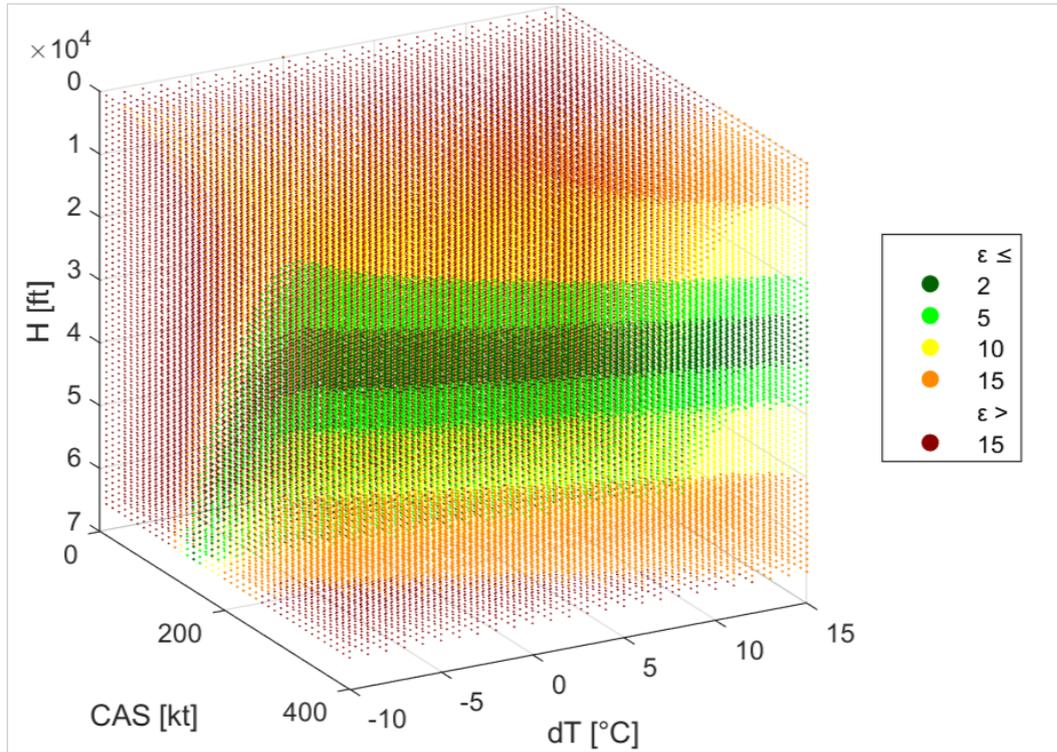


Bild 7.2 Abweichung der Faustformel aus Gl. (1.6), Perspektive 2

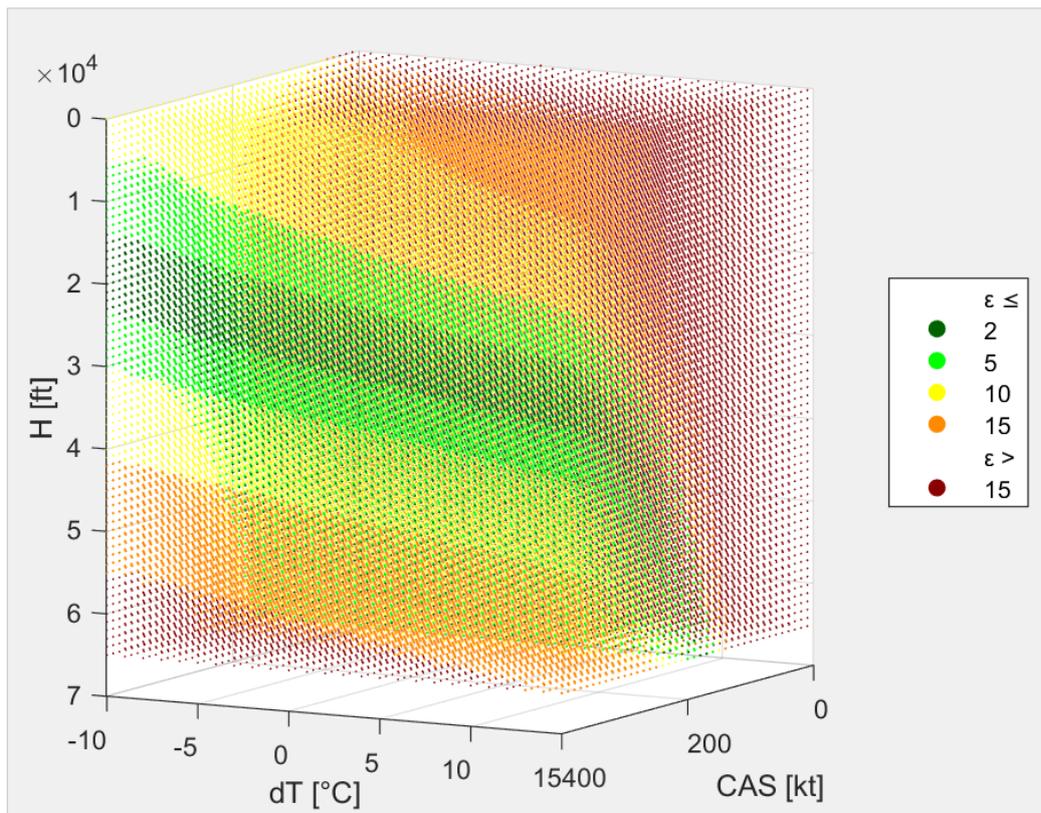


Bild 7.3 Abweichung der Faustformel aus Gl. (1.6), Perspektive 3

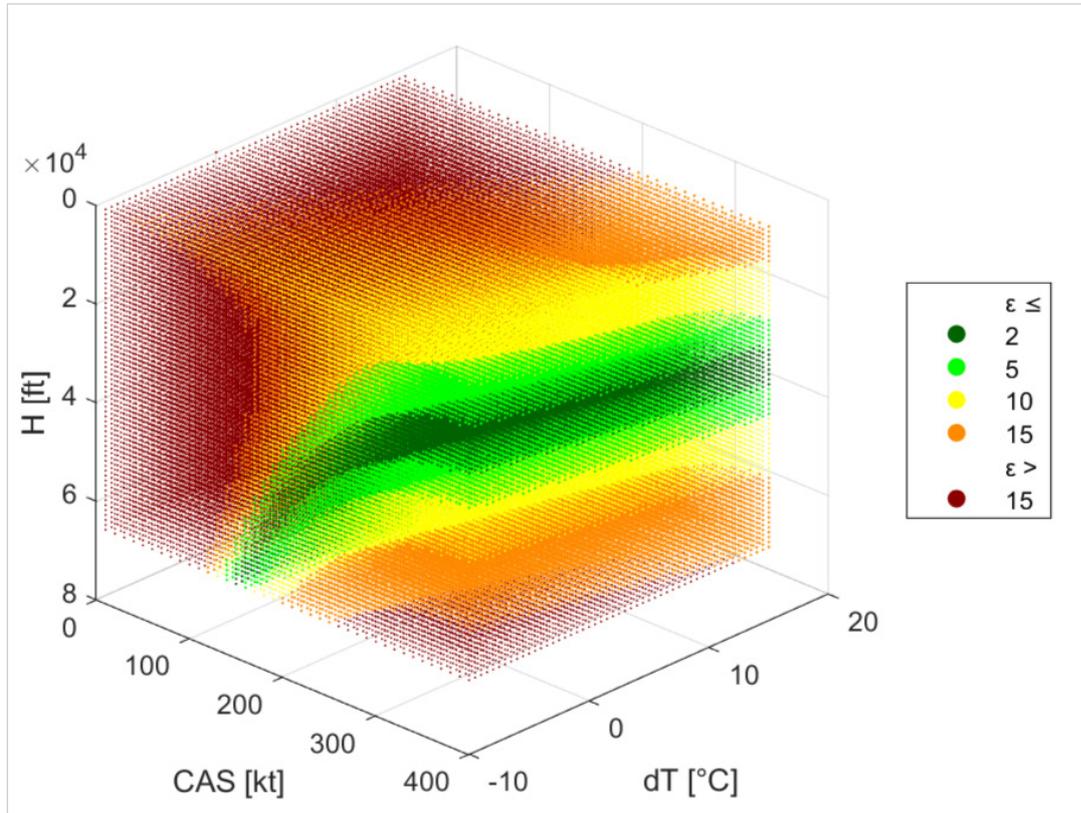


Bild 7.4 Abweichung der Faustformel aus Gl. (1.6), Perspektive 4

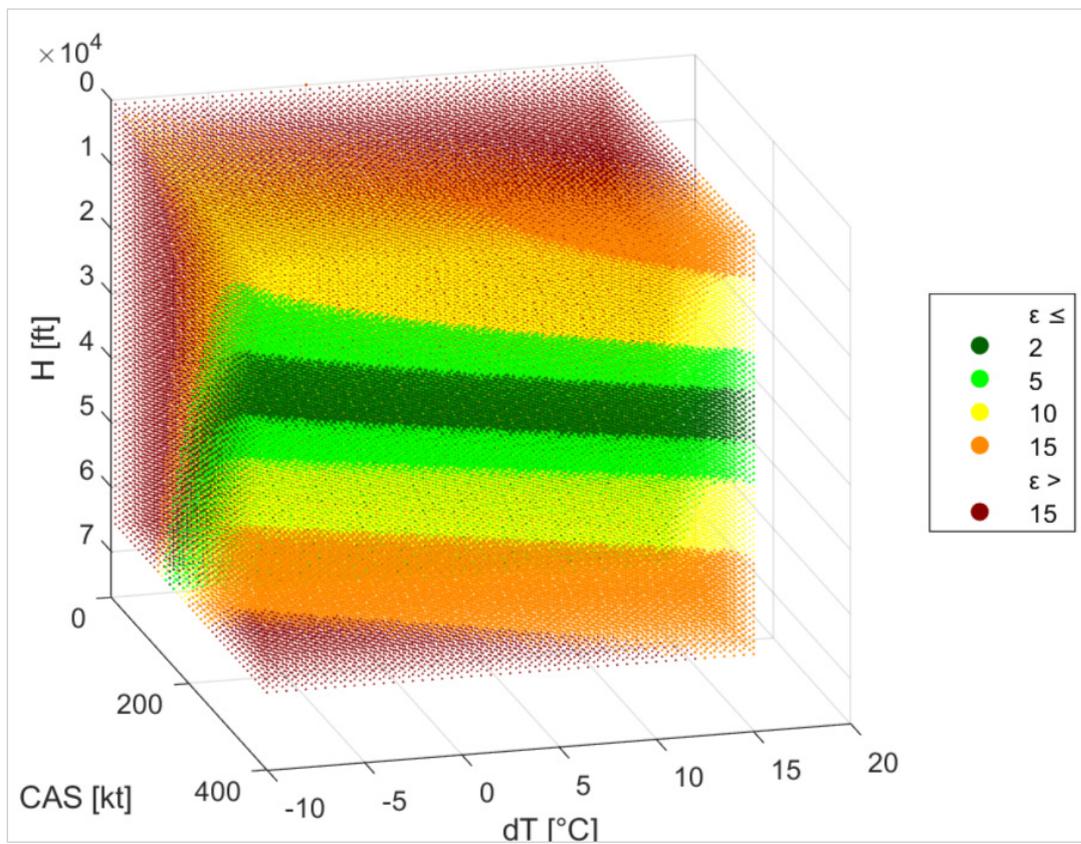


Bild 7.5 Abweichung der Faustformel aus Gl. (1.6), Perspektive 5

Da schlussendlich die Lösungsmenge, bei der die Abweichungen kleiner als 5 %, bzw. kleiner 2 % von besonderem Interesse sind, werden in den folgenden Darstellungen von **Bild 7.7** bis **Bild 7.11** alle Werte mit Abweichungen größer als 5 % über das eingangs angelegte Dropdownmenü (**Bild 7.6**) ausgeblendet.

dot colors and linked conditions

c1=	dark green	I1=	2	solution_set1=	y	% >= ε
c2=	green	I2=	5	solution_set2=	y	% >= ε > I1
c3=	yellow	I3=	10	solution_set3=	n	% >= ε > I2
c4=	orange	I4=	15	solution_set4=	n	% >= ε > I3
c5=	dark red	I5=	I4	solution_set5=	n	% < ε

Bild 7.6 Dropdownmenü für Lösungsmengen und Farben

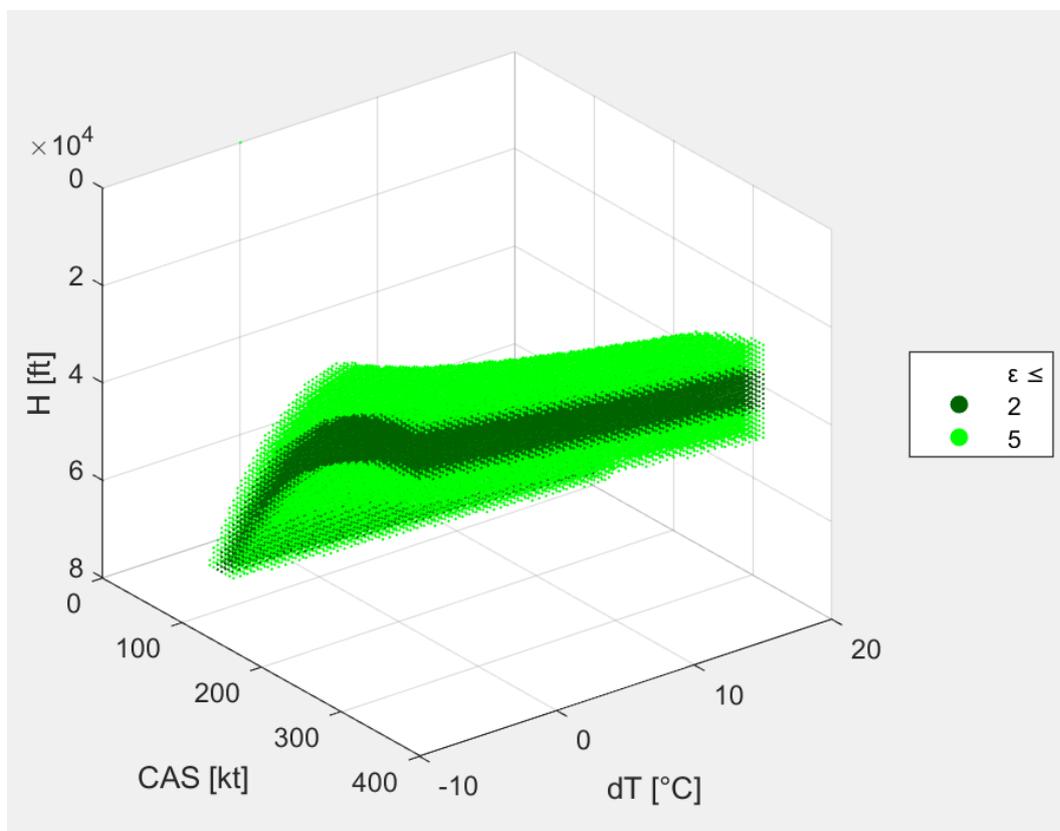


Bild 7.7 Abweichung kleiner 5 %, Perspektive 1

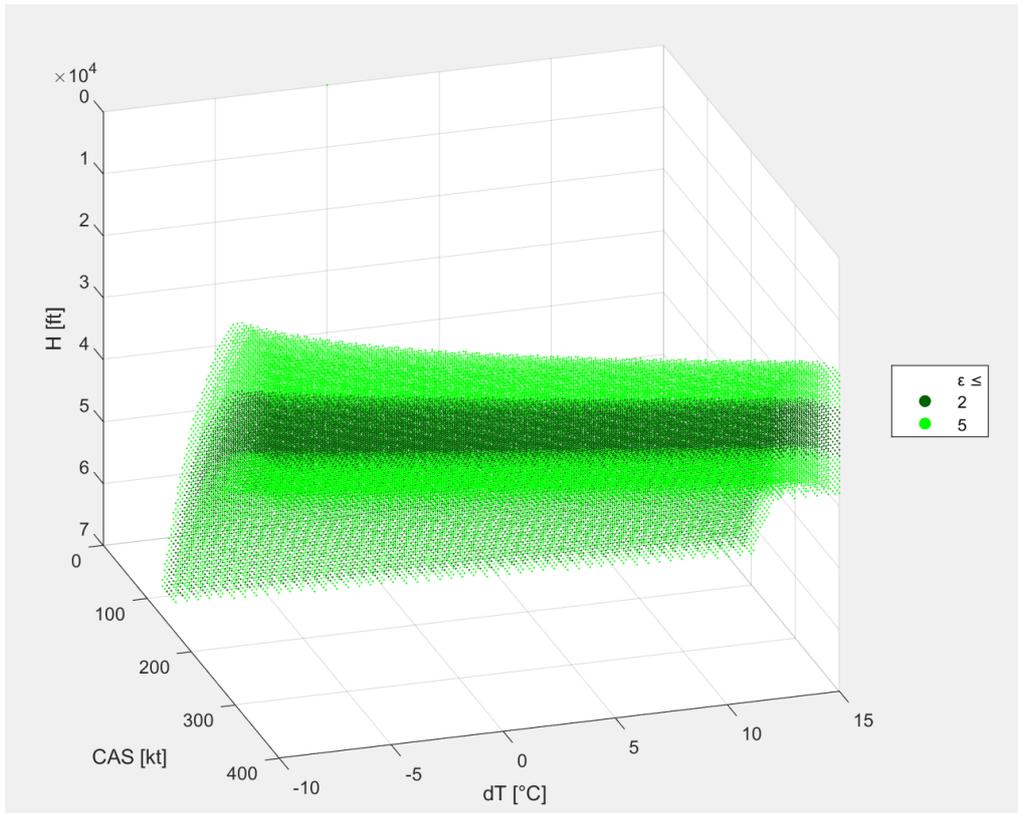


Bild 7.8 Abweichung kleiner 5 %, Perspektive 2

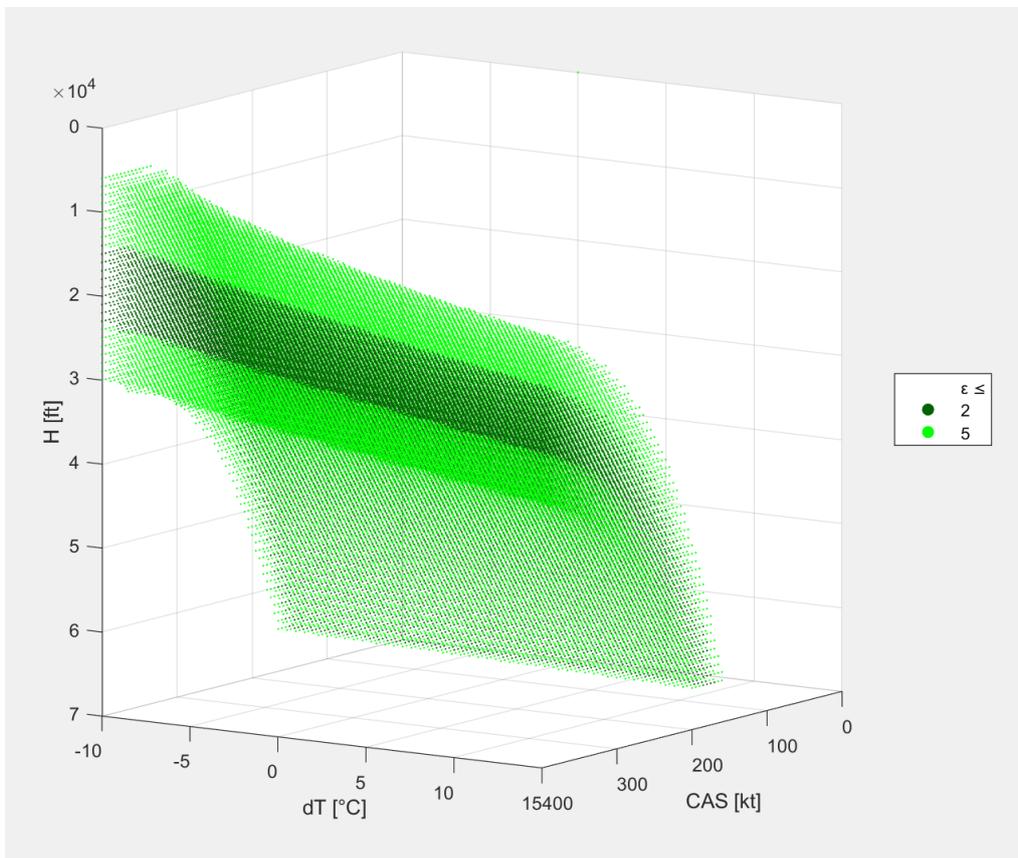


Bild 7.9 Abweichung kleiner 5 %, Perspektive 3

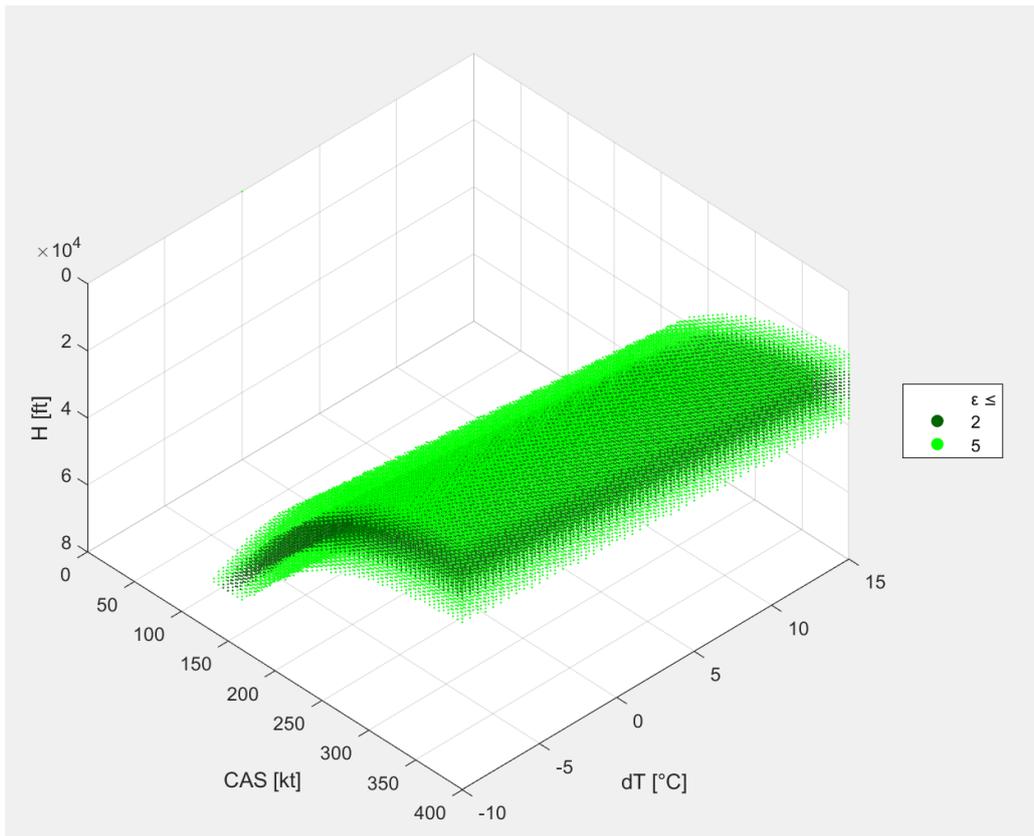


Bild 7.10 Abweichung kleiner 5 %, Perspektive 4

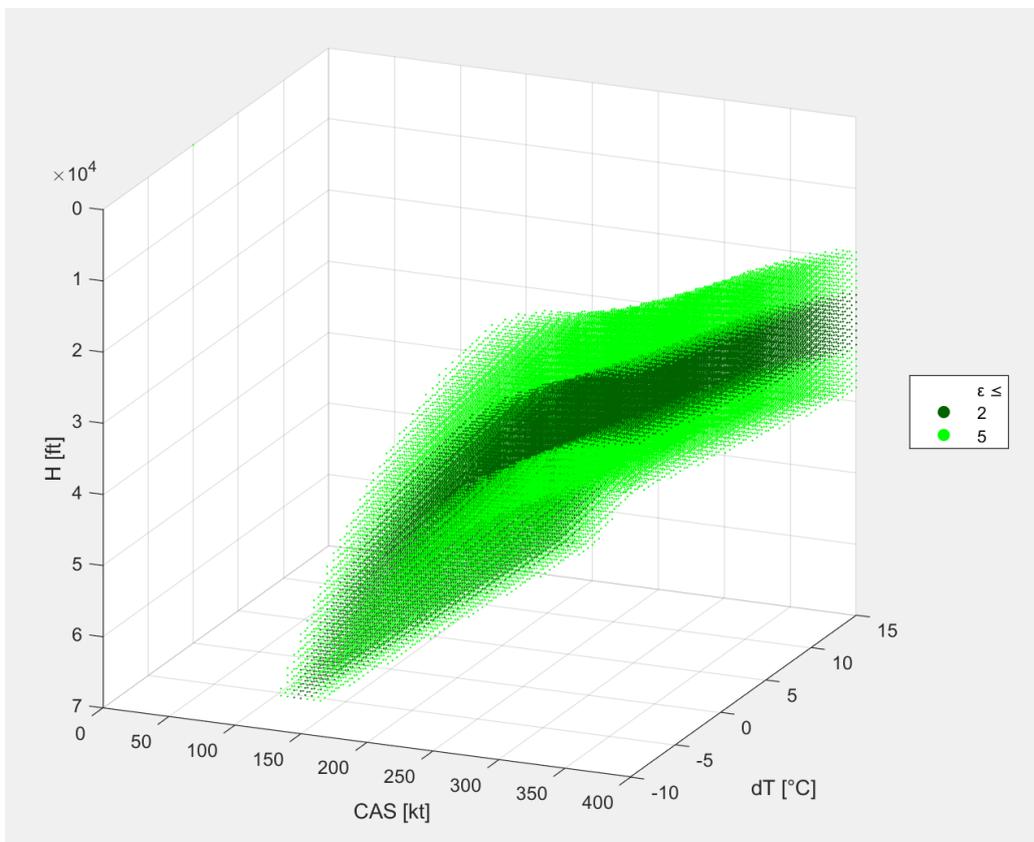


Bild 7.11 Abweichung kleiner 5 %, Perspektive 5

Mit Blick auf die **Tabelle 7.2** und den Abgleich mit den Ergebnissen aus Matlab, ist zu erkennen, dass ΔT zwar bei negativen ΔT -Werten den Gültigkeitsbereich in niedrigere Höhen, sowie bei positiven ΔT -Werten in höhere Höhen verschiebt, im geprüften Bereich zwischen $-10\text{ }^\circ\text{C}$ und $+15\text{ }^\circ\text{C}$ liegen die sich ergebenden TAS-Werte der Faustformel allerdings unter Reisebedingungen noch bei Abweichungen unter 5 %. Dies ist exemplarisch für die ΔT -Werte bei $-10\text{ }^\circ\text{C}$ und $+15\text{ }^\circ\text{C}$ nach gleichem Schema wie in **Tabelle 7.3** jeweils in **Tabelle 7.5** und **Tabelle 7.6** aus Excel aufgezeigt. Zu sehen sind in Schwarz-transparent der Reiseflugbereich und in Grün Abweichungen der Faustformel unter 5 %.

Tabelle 7.5 Anwendungsbereich der Faustformel aus Gl. (1.6) bei $\Delta T = -10\text{ }^\circ\text{C}$

H	CAS [kt]																																						
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
0	Relevanter Bereich (Reiseflughöhe)																																						
1000	H = 30000 - 45000 ft																																						
2000	CAS = 200 - 320 kt																																						
3000	M = 0,7 - 0,85																																						
4000																																							
5000																																							
6000																																							
7000																																							
8000																																							
9000																																							
10000																																							
11000																																							
12000																																							
13000																																							
14000																																							
15000																																							
16000																																							
17000																																							
18000																																							
19000																																							
20000																																							
21000																																							
22000																																							
23000																																							
24000																																							
25000																																							
26000																																							
27000																																							
28000																																							
29000																																							
30000																																							
31000																																							
32000																																							
33000																																							
34000																																							
35000																																							
36000																																							
37000																																							
38000																																							
39000																																							
40000																																							
41000																																							
42000																																							
43000																																							
44000																																							
45000																																							
46000																																							
47000																																							
48000																																							
49000																																							
50000																																							
51000																																							
52000																																							
53000																																							
54000																																							
55000																																							
56000																																							
57000																																							
58000																																							
59000																																							
60000																																							
61000																																							
62000																																							
63000																																							
64000																																							
65000																																							
66000																																							
67000																																							
68000																																							
69000																																							
70000																																							

Tabelle 7.6 Anwendungsbereich der Faustformel aus Gl. (1.6) bei $\Delta T = +15\text{ }^\circ\text{C}$

H	CAS [kt]																																						
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
0	Relevanter Bereich (Reiseflughöhe)																																						
1000	H = 30000 - 45000 ft																																						
2000	CAS = 200 - 320 kt																																						
3000	M = 0,7 - 0,85																																						
4000																																							
5000																																							
6000																																							
7000																																							
8000																																							
9000																																							
10000																																							
11000																																							
12000																																							
13000																																							
14000																																							
15000																																							
16000																																							
17000																																							
18000																																							
19000																																							
20000																																							
21000																																							
22000																																							
23000																																							
24000																																							
25000																																							
26000																																							
27000																																							
28000																																							
29000																																							
30000																																							
31000																																							
32000																																							
33000																																							
34000																																							
35000																																							
36000																																							
37000																																							
38000																																							
39000																																							
40000																																							
41000																																							
42000																																							
43000																																							
44000																																							
45000																																							
46000																																							
47000																																							
48000																																							
49000																																							
50000																																							
51000																																							
52000																																							
53000																																							
54000																																							
55000																																							
56000																																							
57000																																							
58000																																							
59000																																							
60000																																							
61000																																							
62000																																							
63000																																							
64000																																							
65000																																							
66000																																							
67000																																							
68000																																							
69000																																							
70000																																							

Bei Temperaturabweichung, die noch weiter von den Standardbedingungen nach ISA abweicht, verschiebt sich der Bereich entsprechend weiter nach unten bei ΔT -Werten größer als

15 °C, respektive nach oben bei ΔT -Werten kleiner als -10 °C. Dabei ergeben sich rechnerisch dann Abweichungen zwischen 5 % und 10 %, was aber immer noch eine recht gute Annäherung darstellt, zumal die Faustformel sehr schnell und ohne großen Aufwand entsprechende Ergebnisse liefert.

7.3 3D-Diagramm mit $\Delta T=0$

Wird nun über das 3D-Diagramm aus Matlab der ΔT -Wert und das Intervall auf null gesetzt, ergibt sich wieder ein zweidimensionales Diagramm in Abhängigkeit der 2 Parameter CAS und H unter ISA-Bedingungen (**Bild 7.12**) und kann somit direkt mit der **Tabelle 7.1** aus Excel verglichen werden.

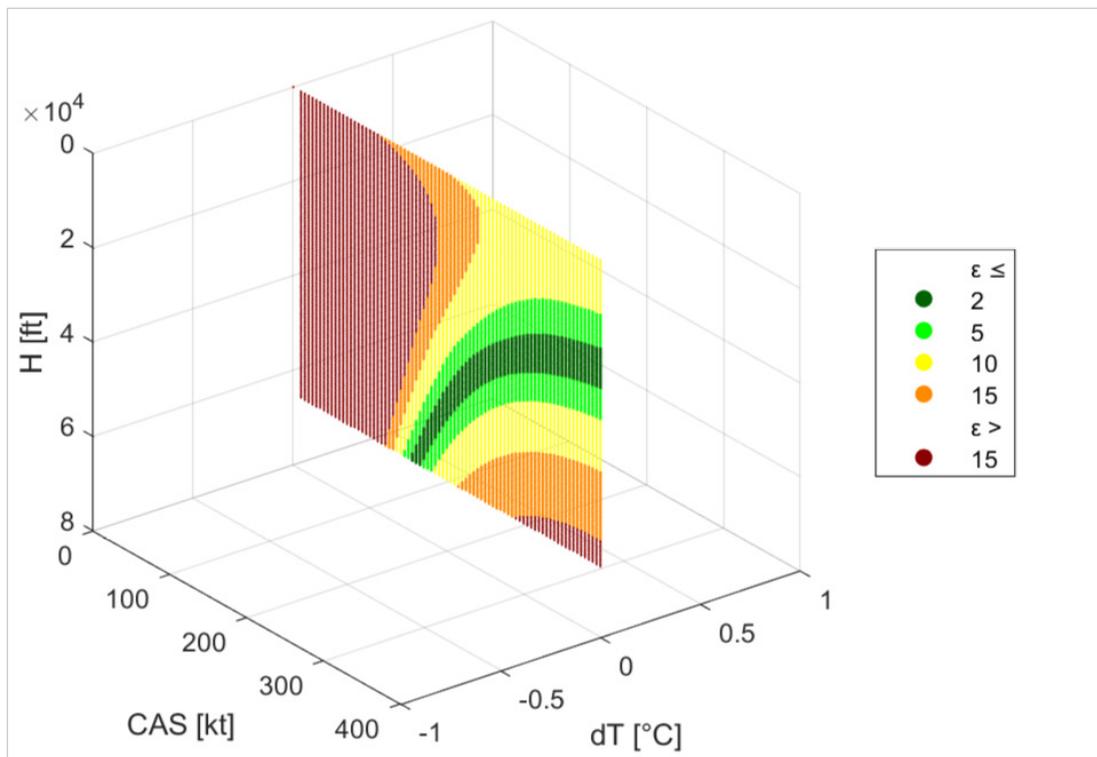


Bild 7.12 3D-Diagramm mit ΔT und Intervall von 0

Zum Abgleich wird das Ergebnis aus **Bild 7.12** in der Seitenansicht dargestellt (**Bild 7.13**). Werden nun beide Ergebnisse unmittelbar übereinander dargestellt (**Bild 7.14**), so sieht man wie zu erwarten, dass die Ergebnisse in Matlab die gleichen Resultate liefert, wie zuvor bereits die Tabellen aus Excel über bedingte Formatierungen.

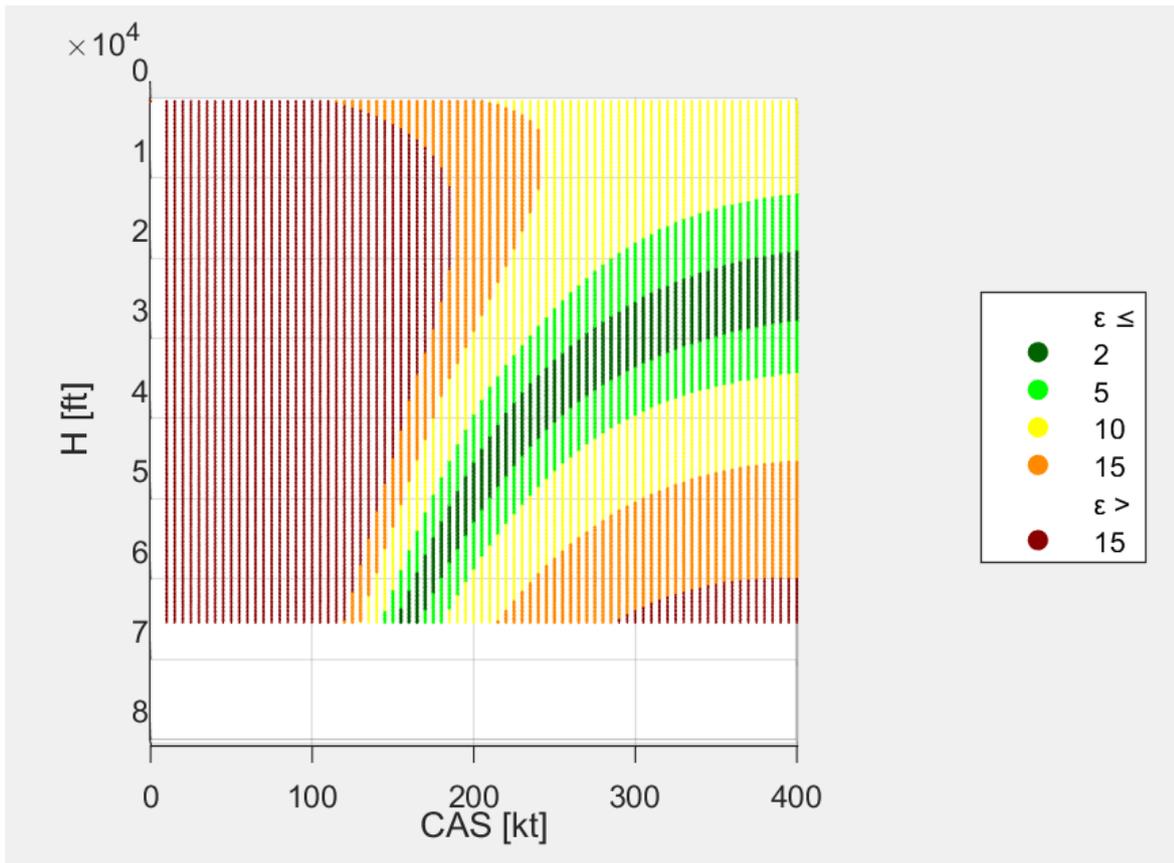


Bild 7.13 3D-Diagramm mit ΔT und Intervall von 0, Seitenansicht

7.4 2D-Diagramm unter ISA-Bedingungen in Matlab

Eine weitere Möglichkeit die Ergebnisse in Matlab unter ISA-Bedingungen, d.h. mit einem ΔT von null darzustellen, bietet eine Darstellung über die beiden variablen Parameter CAS und H auf jeweils einer Achse und dem Ergebnis als relativer Fehler in Prozent auf der dritten Achse. Bei kleineren Abfrageintervallen sind noch einzelne Ergebnispunkte zu erkennen (**Bild 7.15**) Das Ergebnis liefert annähernd eine Fläche, sofern die Intervalle eng genug ange-setzt werden. Zu bedenken ist, dass sehr große Matrizen verarbeitet werden, die entsprechenden Rechenaufwand fordern und nur unter Rechnern mit hohem Leistungsvermögen in annehmbarer Zeit Ergebnisse ausgegeben werden.

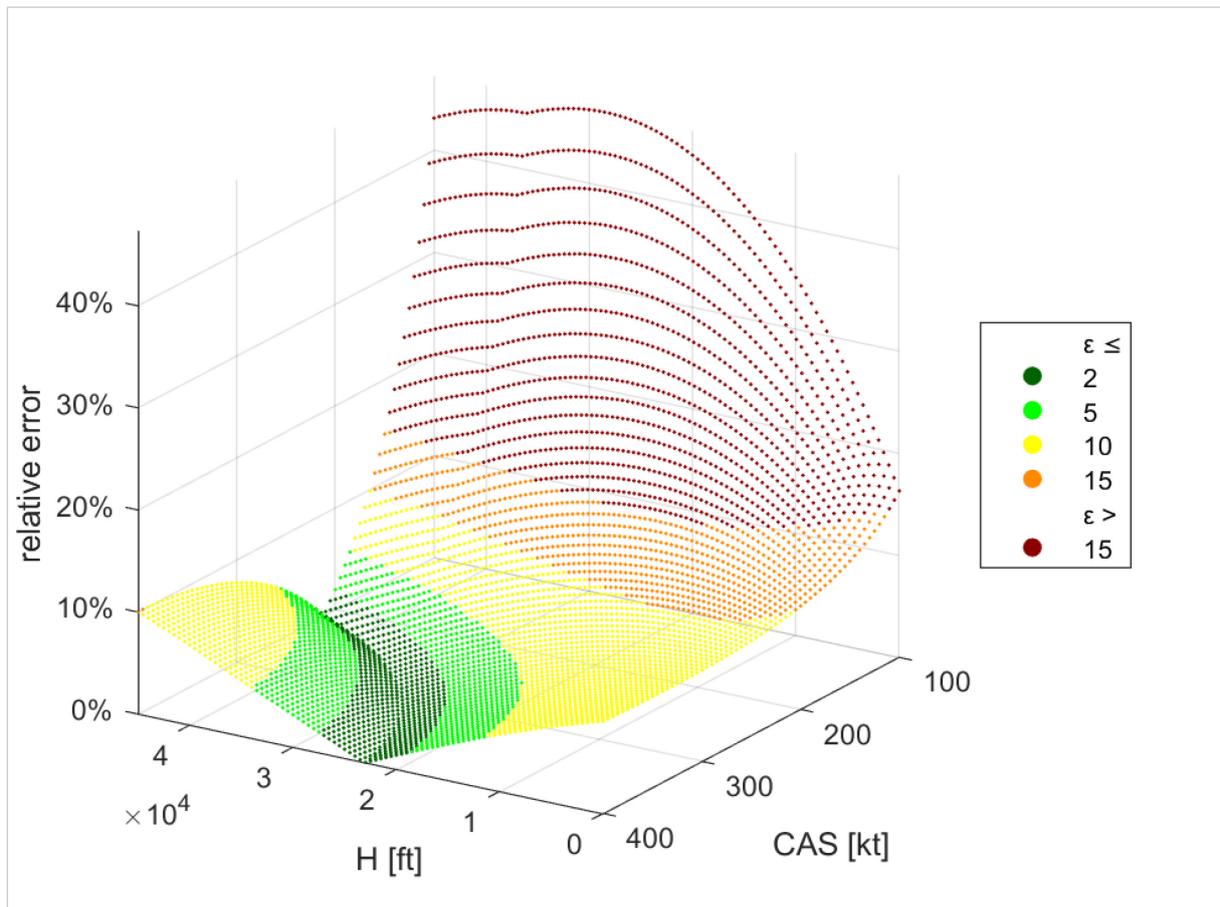


Bild 7.15 2D-Diagramm mit großen Abfrage-Intervallen

In **Bild 7.16** bis **Bild 7.18** wird das Ergebnis aus dem Matlab-Skript jeweils in verschiedenen Perspektiven mit kleineren Intervallen dargestellt.

In der Draufsicht (**Bild 7.19**) ergibt das Diagramm das bekannte Ergebnis aus **Bild 7.14**.

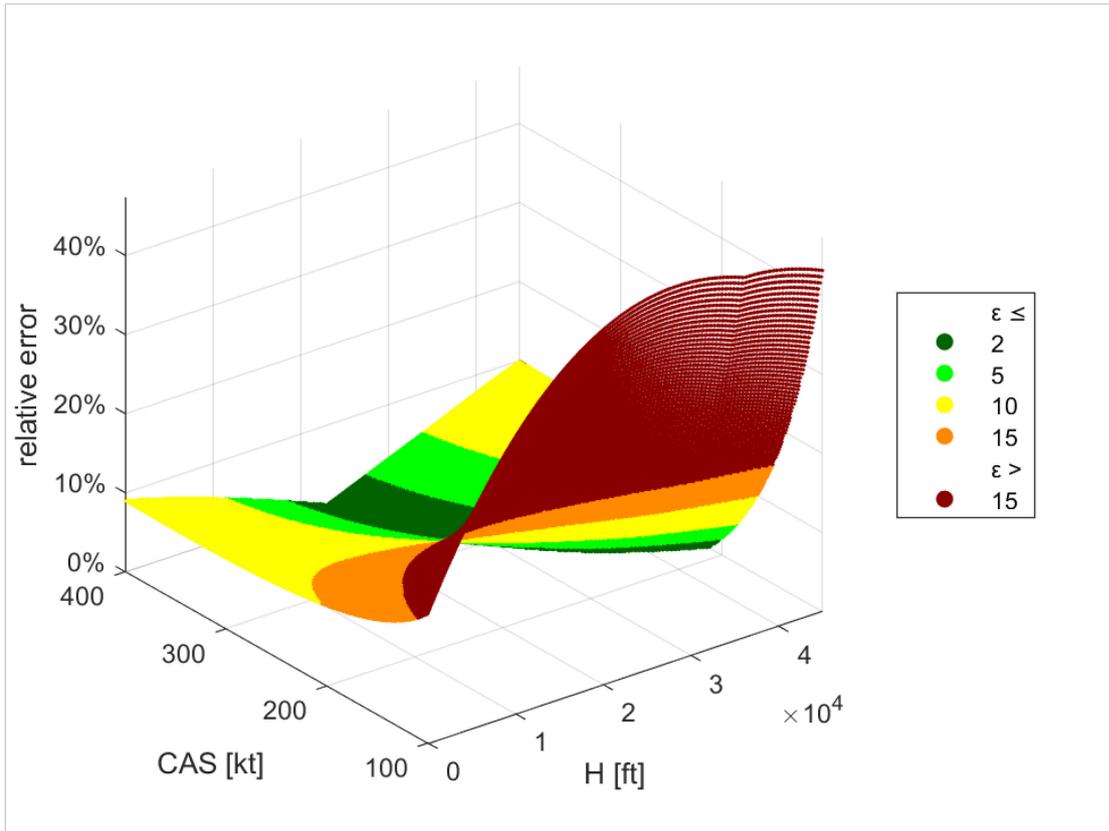


Bild 7.16 2D-Diagramm, Perspektive 1

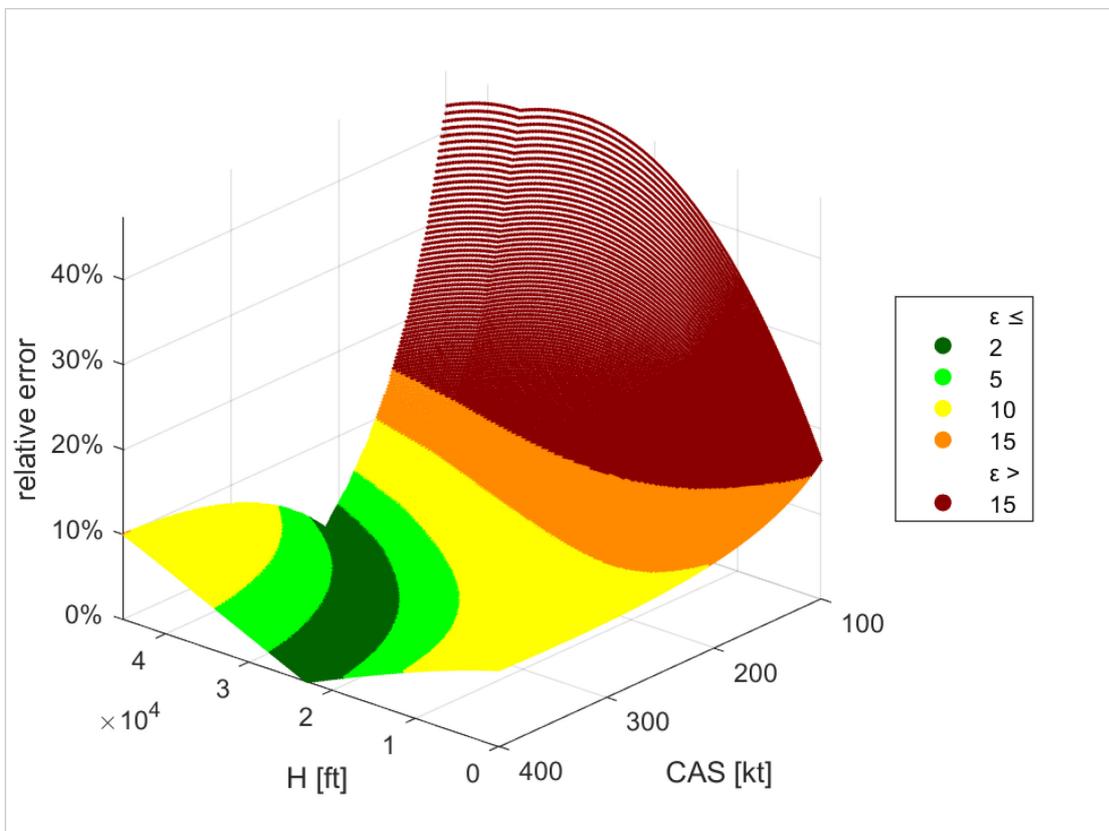


Bild 7.17 2D-Diagramm, Perspektive 2

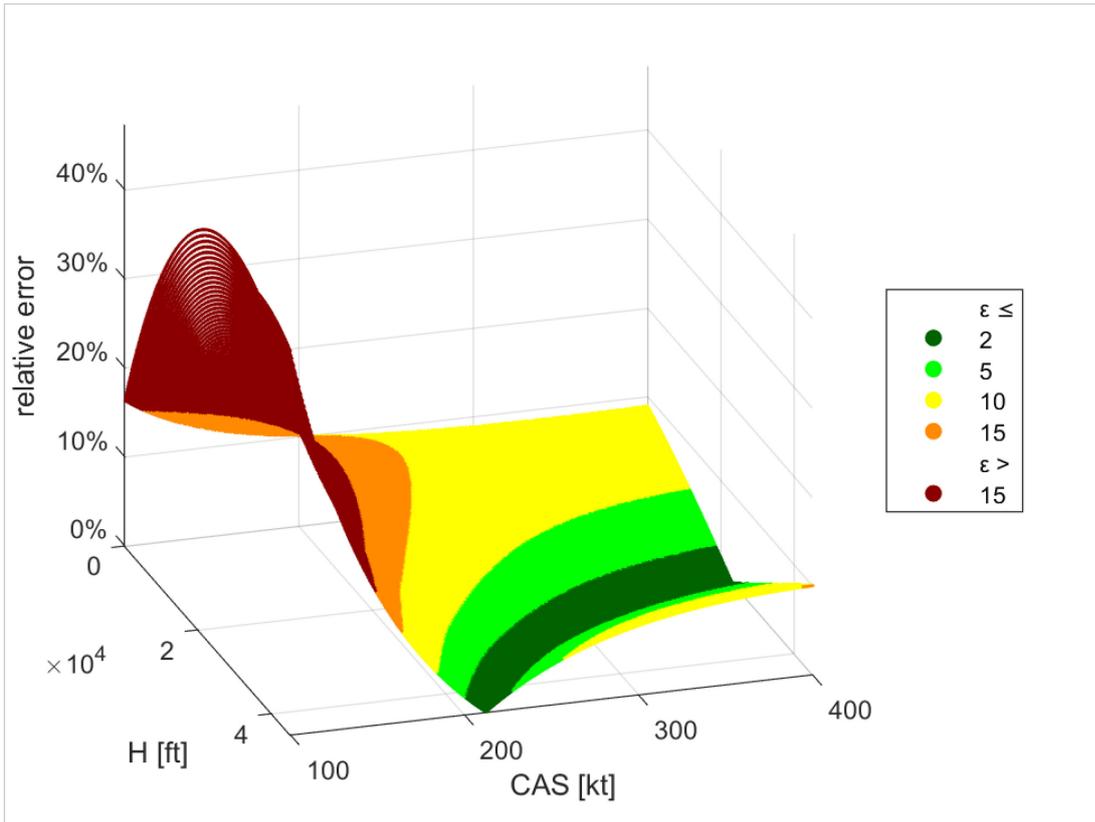


Bild 7.18 2D-Diagramm, Perspektive 3

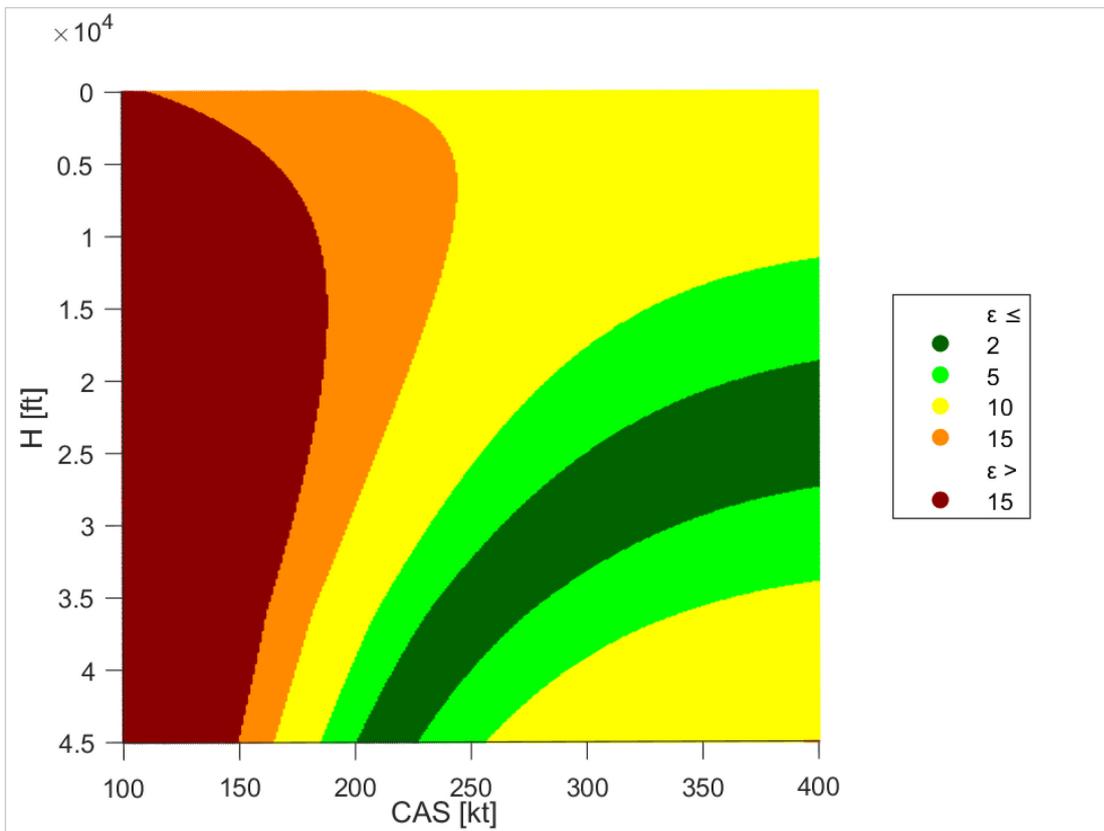


Bild 7.19 2D-Diagramm, Draufsicht

8 Zusammenfassung

Es wurden in dieser Projektarbeit neben allgemeinen Zusammenhängen aus dem Fachgebiet der Flugmechanik das „Compressibility Correction Chart,“ diverse Gleichungen aus verschiedenen Literaturquellen sowie eine, bzw. zwei Faustformel vorgestellt. Dabei können die vorgestellten Methoden allesamt zur Umrechnung von CAS in TAS genutzt werden, wobei die Faustformel mittels Excel und Matlab geprüft wurde. Es ist im Rahmen der Projektarbeit gelungen einen mathematischen Zusammenhang zwischen der zu prüfenden Faustformel aus Gl. (1.6) und den bekannten Gleichungen der Flugmechanik herzustellen, so dass daraus eine relative Abweichung in Prozent über definierte Geschwindigkeits- und Höhenbereiche ermittelt werden konnte. Die relativen Fehler wurden in Exceltabellen in festgelegten Intervallen errechnet und anschließend über bedingte Formatierungen farblich fließend von Grün nach Rot der Abweichung entsprechend visualisiert. Dabei zeigt sich deutlich, dass die besagte Faustformel hinreichend genaue Ergebnisse mit Abweichung unter 5 % liefert und somit ohne Bedenken, z.B. im Blindflug unter Reiseflugbedingungen genutzt werden kann. Zudem wurde in Matlab mit der Temperatur ein weiterer Parameter eingeführt und es hat sich gezeigt, dass die Faustformel auch bei Abweichungen von $\pm 15^\circ$ unter Reiseflugbedingungen hinreichend genaue Ergebnisse erbringt.

9 Ausblick

Wenngleich im Rahmen dieser Projektarbeit lediglich eine, respektive zwei Faustformeln geprüft wurden, so zeigen die Ergebnisse, welche gute Annäherung eine Faustformel auf die exakten Ergebnisse liefern kann. Zudem werden Mittel und Wege übermittelt, wie Faustformeln mit einfachen Werkzeugen, wie Excel mit relativ bescheidenem Aufwand über größere Bereiche geprüft werden können. Daher ist diese Projektarbeit nicht ausschließlich als Verifikation einer einzelnen Faustformel zu verstehen, sondern vielmehr als exemplarischer Nachweis dafür, dass aus einer Faustformel recht genaue Ergebnisse resultieren können, ohne dafür technische Hilfsmittel nutzen zu müssen. Darüber hinaus kann das angewandte Schema auf weitere Faustformeln übertragen werden, wodurch „neue“ Faustformeln leicht geprüft werden können, bevor man sie auf das eigene „Kniebrett“ überträgt.

Literaturverzeichnis

- Demtröder 1994** DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik* Kaiserslautern : Springer Spektrum, 1994. – URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-54847-9>
- Dole 2017** DOLE, Charles E. , et al.: *Flight Theory and Aerodynamics: A Practical Guide for Operational Safety*. New Jersey : Wiley, 2017
- Kebabjian 2019** KEBABJIAN, Richard: *Causes of Fatal Accidents by Decade*, 2019. – URL: <http://www.planecrashinfo.com/cause.htm>, archiviert als: <https://perma.cc/GJ94-558K>
- Klußmann 2007** KLUBMANN, Niels; MALIK, Arnim: *Lexikon der Luftfahrt*. Düsseldorf : Springer, 2007. – URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-22500-0>
- Kühr 1987** KÜHR, Wolfgang: *Der Privatflugzeugführer*, Band 3 Technik II. Gladbach : Schiffman, 1987
- Kümmel 2007** KÜMMEL, Wolfgang: *Technische Strömungsmechanik*. Wiesbaden : Teubner, 2007
- Learmount 2017** LEARMOUNT, David: Analysis: Airlines Urged to Restore 'Blind Flying' Skills. In: *Flight-Global*, 23 March 2017. – URL: <https://www.flightglobal.com/news/articles/analysis-airlines-urged-to-restoreblind-flying-s-435094>, archiviert als: <https://perma.cc/9252-TPZZ>
- Nguewo 2018** NGUEWO, Danyck: *Vorlesungsskript Flugmechanik 1*. Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau, HAW Hamburg, 2018
- Sachs 2014** SACHS, Gottfried: Flugmechanik. In: ROSSOW, Cord-Christian; WOLF, Klaus; HORST, Peter: *Handbuch der Luftfahrzeugtechnik*. München : Carl Hanser, 2014. – URL: <https://doi.org/10.3139/9783446436046.003>
- Scheiderer 2008** SCHEIDERER, Joachim: *Angewandte Flugleistungen*. Berlin Heidelberg : Springer, 2008
- Schmidt 2000** SCHMIDT, G. H. Eberhard: *Handbuch Airlinemanagement*. Oldenburg : R.Oldenburg, 2000
- Scholz 2019** SCHOLZ, Dieter: *Tafelbilder zur Vorlesung Flugmechanik*. Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau, HAW Hamburg, 2019. – URL: <http://bit.ly/2VniBu6>

Scholze 2015

SCHOLZE-STUBENRECHT, Werner (Bearb.); PESCHEK, Ilka (Bearb.): *Duden*. Berlin : Bibliographisches Institut, 2015

Young 2001

YOUNG, Trevor: *Flight Mechanics Lecture Notes*. Department of Mechanical and Aeronautical Engineering, University of Limerick, 2001

Anhang Aufbau der ergänzenden Exceldatei

Allgemeiner Aufbau:

Die Excel-Datei besteht insgesamt aus 11 einzelnen Untertabellen, die folgend von links nach rechts dem Inhalt entsprechend kurz beschrieben werden:

- **„Konstanten“**
In der Tabelle „Konstanten“ sind häufig genutzte Konstanten und Faktoren zum Konvertieren von Einheiten enthalten.
- **„ISA TAB blank“**
In der Tabelle „ISA TAB blank“ wird zunächst eine ISA-Tabelle über die zuvor beschriebenen Gleichungen aus Kapitel 2 bis Kapitel 4 bis zu einer Höhe von 65000 ft generiert und daraus abgeleitet die Machzahlen, TAT- und TAS-Werte bis zu Geschwindigkeiten von 400 kt errechnet (aus CAS).
- **„cruise speed Delta_T = -10 °C“**
Gleiches Prozedere wie Tabelle „relative error colored“ mit einem ΔT -Wert von -10°C .
- **„cruise speed Delta_T = +15 °C“**
Gleiches Prozedere wie Tabelle „relative error colored“ mit einem ΔT -Wert von $+15^\circ\text{C}$.
- **„cruise speed Delta_T = +30 °C“**
Gleiches Prozedere wie Tabelle „relative error colored“ mit einem ΔT -Wert von $+30^\circ\text{C}$.
- **“compressibility correction”**
Es wird ein CAS-Wert und eine Höhe H gewählt (Input, Grau hinterlegt), wodurch in dem enthaltenen Chart u.a. der ΔV -Wert angezeigt wird. Weiter rechts vom Chart sind die zu Grunde liegenden Tabellen, auf die im interaktiven Chart verwiesen wird zu finden. Über den Tabellen sind die verwendeten Gleichungen abgebildet, auf denen die Tabellen basieren.

- **“relative error”**

Neben den Tabellen aus „ISA TAB blank“, die übertragen wurden, werden die TAS-Werte erneut über die zu prüfende Faustformel berechnet und über die Abweichungen des relativen Fehlers in Prozent angegeben.

- **„relative error colored“**

Die Tabelle „relativer error colored“ ist identisch mit der Tabelle „relative error.“ Es wurden zusätzlich die prozentualen Abweichungen der Faustformel über eine bedingte Formatierung farblich akzentuiert. Von Grün (kleiner 5 % Abweichungen) nehmen die Abweichungen über Gelb zu Rot kontinuierlich zu.

- **„Faustformel_2 (nach Kühr)“**

„Faustformel_2 (nach Kühr)“ ist nach dem gleichen Schema wie „relative error colored“ aufgebaut. Es wurde hierbei die Faustformel für niedrige Geschwindigkeiten und Höhen nach (**Kühr 1987**) geprüft und die Abweichungen entsprechend farblich visualisiert.

- **„cruise speed“**

„cruise speed“ ist ein Duplikat von „ISA TAB blank“ in der die Tabelle mit den enthaltenen Machzahlen in Abhängigkeit von Höhe und CAS-Werten farblich überarbeitet wurden, um den Bereich abzugrenzen, in dem Reisflugbedingungen vorherreschen.

- **„Überlagerung cruise speed“**

In „Überlagerung cruise speed“ werden die beiden farblich überarbeiteten Ergebnis-Tabellen „cruise speed“ und „relative error colored“ mittels Transparenzeffekts übereinandergelegt, um zu demonstrieren, dass die Ergebnisse der Faustformel im vorgesehen Bereich (Reisflug) die genauesten Ergebnisse liefern.