

Einfluss der Ladungsträgerdynamik auf die Spinrelaxation in GaAs

Von der Fakultät für Mathematik und Physik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften
Dr. rer. nat.

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Phys. Jan Gerrit Lonnemann

geboren am 08.05.1987 in Vechta

2017

Referent: Prof. Dr. Michael Oestreich

Koreferent: Prof. Dr. Rolf J. Haug

Tag der Promotion: 25.10.2017

Für meine Familie.

Kurzzusammenfassung

In dieser Arbeit werden optische Präzisionsmessungen zur Spinrelaxationszeit von Elektronen bei tiefen Temperaturen vorgestellt. Die Dotierungen der untersuchten hochqualitativen n -dotierten GaAs Proben erstrecken sich über zwei Größenordnungen in der Umgebung des Metall-zu-Isolator-Übergangs. Gemeinsam mit den Ergebnissen der optischen Messungen werden umfassende Magnetotransportmessungen betrachtet, um ein Modell für die komplexe Spindynamik in diesem Bereich zu entwickeln. Die Transportmessungen erlauben die direkte Beobachtung der Elektronendynamik sowie die Bestimmung der zugehörigen Korrelationszeiten. Unterhalb des Metall-zu-Isolator-Übergangs sind die Elektronen an den Donatoren lokalisiert. Die Diffusion zwischen Donatoren geschieht in diesem Regime durch Tunnelprozesse, die sich durch das Modell des „variable range hopping“ beschreiben lassen. Die Spindynamik wird in diesem Bereich durch zwei Prozesse dominiert: Erstens durch die Hyperfein-Wechselwirkung zwischen zwei Tunnelereignissen und zweitens durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung während des Tunnelprozesses. Mit steigender Dotierung wird dabei effizienter über verschiedene Kernspinkonfigurationen gemittelt und die Spinrelaxation durch die Hyperfein-Wechselwirkung nimmt ab. Die Spin-Bahn-induzierte Spinrelaxation zeigt hingegen ein entgegengesetztes Verhalten, begründet durch die mit der Dotierung zunehmende Anzahl an Tunnelprozessen. Aufgrund dieser gegensätzlichen Abhängigkeiten wird unterhalb des Metall-zu-Isolator-Übergangs ein Maximum der Spinrelaxationszeit von über 800 ns beobachtet. Mit dem Phasenübergang vom Isolator zum Metall ändert sich die Situation sowohl für die Transporteigenschaften als auch für die Spindynamik grundlegend. Oberhalb dieses kritischen Übergangs sind die Wellenfunktionen der Elektronen auf makroskopische Größenordnungen ausgedehnt. Die Fermienergie und damit die Ladungsträger sind jedoch nicht Teil des Leitungs- sondern eines metallischen Störstellenbandes. Als direkte Konsequenz dominiert in diesem Bereich die Impulsstreuung an den Grenzen des durch die Donatoren gegebenen Perkolationspfades über die Streuung an ionisierten Störstellen. Letztere ist hingegen für Leitungsbandelektronen bei tiefen Temperaturen zu erwarten. Dieser Einfluss des Perkolationspfades ist

dabei nicht nur in den Transportmessungen, sondern auch in den Messungen der Spinrelaxationszeit deutlich sichtbar. Für alle Proben oberhalb des Metall-zu-Isolator-Übergangs ist die Spinrelaxation durch den Dyakonov-Perel Mechanismus gegeben, welcher maßgeblich von der Korrelationszeit abhängt. Letztere wiederum ist direkt mit der Impulsrelaxationszeit verknüpft. Der genaue Zusammenhang dieser zwei Zeiten ist dabei durch die Winkelabhängigkeit des Streuprozesses gegeben. Mit steigender Dotierung ändert sich diese von winkelunabhängiger Streuung im Perkulationspfad hin zu kleinwinkliger Rutherford-artiger Streuung im Leitungsband. Die genaue Kenntnis aller genannten Prozesse erlaubt in dieser Arbeit erstmals eine vollständige Beschreibung der Spinrelaxation im gesamten Bereich von lokalisierten bis hin zu vollständig delokalisierten Elektronen. Dabei wird eine hervorragende quantitative Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Spinrelaxationszeiten erreicht.

Spinrelaxation, Transportmechanismen, Galliumarsenid

Abstract

In this work high precision optical measurements of the low temperature spin relaxation of electrons in n -doped GaAs are presented. The doping concentrations of the analyzed high quality samples cover two orders of magnitude in the vicinity of the metal to insulator transition (MIT). In order to unravel the intriguing but complex processes involved in the spin dynamics in this regime the results are jointly analyzed together with extensive magnetotransport measurements. The latter yields direct access to the correlation times as well as the processes involved in the spatial dynamics. Below the MIT, the carriers are localized on individual donors. The diffusion of electrons in this regime takes place by variable range hopping. Spin relaxation of these partly localized electrons originates from the joint effect of hyperfine interaction and spin orbit coupling. With increasing doping concentration the hyperfine interaction gets suppressed by efficient averaging over different nuclear spin configurations. The dependence of spin relaxation induced by spin orbit coupling is opposite, since the increasing number of hopping events strongly enhances this effect. At the phase transition from insulator to metal the transport as well as the spin dynamics changes drastically, as a direct consequence of the macroscopic delocalization of electrons. As a result of these contrary changes the longest spin relaxation times, exceeding 800 ns, are observed slightly below the MIT. Above the MIT but below a second critical transition the Fermi energy is located in the impurity rather than the conduction band. In the intermediate regime the momentum scattering observed in transport measurements is not governed by ionized impurities as expected for conduction band electrons, but rather by scattering on the boundaries of the percolation path created by the impurities. The influence of this percolation path scattering is observed in transport as well as in spin relaxation measurements. For all metallic samples the spin dynamics is governed by the Dyakonov-Perel mechanism. This mechanism depends on the correlation time which in turn is proportional to the momentum relaxation time. The exact relation between the two depends on the angular distribution of the scattering process. For the impurity band momentum relaxation is given by isotropic random walk scattering. For the conduction band

small angle Rutherford type scattering is observed. As a result the proportionality factor between the momentum relaxation and correlation time changes drastically with doping concentration. Through the exact knowledge of all given processes the spin relaxation can be modeled in the whole regime from localized up to fully delocalized carriers. This modeling is in excellent quantitative agreement with the experimentally measured spin relaxation times.

spin relaxation, transport properties, gallium arsenide

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	19
2	Transporteigenschaften von Elektronen	23
2.1	Dotierter Halbleiter	24
2.1.1	Ladungsträger	24
2.1.2	Hall-Effekt	29
2.1.3	Leitfähigkeit durch lokalisierte Störstellen . . .	34
2.2	Metall-zu-Isolator-Übergang	42
2.2.1	Mott-Kriterium	43
2.2.2	Anderson-Modell	45
2.2.3	Perkolationstheorie	48
2.2.4	Leitung im Störstellenband	51
2.3	Streumechanismen	57
2.3.1	Streuwinkel	59
2.3.2	Streuung an Störstellen	60
2.3.3	Streuung an Phononen	64
2.3.4	Experimentelle Leitfähigkeit in GaAs	71
2.3.5	Elektron-Elektron-Wechselwirkung	73
3	Optische Untersuchung von GaAs	79
3.1	Absorption und Emission von Photonen	80
3.1.1	Abkühlen von Ladungsträgern	81
3.1.2	Rekombination von Ladungsträgern	85
3.1.3	Akzeptor dominierte Photolumineszenz	89
3.1.4	Donator dominierte Photolumineszenz	95

3.2	Hanle-Depolarisation von PL	98
3.2.1	Hanle-Effekt	99
3.2.2	Experimenteller Aufbau	102
3.2.3	Intensitätsabhängigkeit	104
3.3	Spinrauschspektroskopie	107
4	Spindynamik der Elektronen	113
4.1	Spinrelaxation	114
4.1.1	Bloch-Gleichungen	114
4.1.2	Korrelationszeit	116
4.1.3	Experimentell bestimmte Korrelationszeiten . .	119
4.2	Hyperfein-Wechselwirkung	122
4.2.1	Makroskopischer Kernspinpolarisationen	122
4.2.2	Spinrelaxation im Kernfeld	124
4.3	Spin-Bahn-Wechselwirkung	127
4.3.1	Spinrelaxation im entarteten Leitungsband . .	129
4.3.2	Spinrelaxation beim VRH	131
4.3.3	Spinrelaxation im Störstellenband	133
4.3.4	Temperaturabhängigkeit der Spinrelaxation . .	135
4.4	Vollständige Dotierabhängigkeit der Spinrelaxation . .	137
4.4.1	Vergleich mit Literaturwerten	138
5	Zusammenfassung und Ausblick	143
A	Proben und Prozessierung	147
A.1	Proben	147
A.1.1	MBE Proben	147
A.1.2	Industrielle Probe	150
A.2	Prozessierung für elektrische Messungen	150
A.2.1	Strukturierung in Hall-Bar-Geometrie	150
A.2.2	Van-der-Pauw-Geometrie	153
A.3	Elektrische Messungen	154
A.3.1	Messungen in Hall-Bar-Geometrie	154
A.3.2	Messungen in van-der-Pauw-Geometrie	156

B Herleitungen und Rechnungen	159
B.1 Impulsrelaxationszeiten	159
B.1.1 Streuquerschnitt	159
B.1.2 Streuung an ionisierten Störstellen	159
B.1.3 Streuung an Phononen	161
B.2 Anregung von Ladungsträgern	161
B.2.1 Reflexion an der Probenoberfläche	161
B.2.2 Absorptionstiefe	162
C Elektron- und Spindynamik in YAG:Ce	163
C.1 Photolumineszenz an YAG:Ce	163
C.2 Spindynamik in YAG:Ce	164
D Simulationen zur ultraschnellen SNS	167
D.1 Prinzip der ultraschnellen Spinrauschspektroskopie . .	167
D.2 Simulationen zur USNS	169
Literaturverzeichnis	171
Wissenschaftliche Beiträge	205
Veröffentlichungen in Fachzeitschriften	205
Konferenzbeiträge	206
Akademischer Werdegang	209
Danksagungen	211

Symbol und Abkürzungsverzeichnis

Naturkonstanten

Diese Werte entstammen der Datenbank des National Institute of Standards and Technology (NIST):

a_{Bohr}	Bohrradius des Wasserstoffatoms ($a_{\text{Bohr}} = 0,52917721067(12) \cdot 10^{-10} \text{ m}$)
e_0	Elementarladung ($e_0 = 1,6021766208(98) \cdot 10^{-19} \text{ C}$)
E_{Ryd}	Rydbergenergie ($E_{\text{Ryd}} = 13,605693009(84) \text{ eV}$)
ϵ_0	Permittivität des Vakuums ($\epsilon_0 = 8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$)
h, \hbar	Planck-Konstante ($h = 4,135667662(25) \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$), bzw. Reduzierte Planck-Konstante ($\hbar = 6,582119514(40) \cdot 10^{-16} \text{ eVs}$)
k_{B}	Boltzmann-Konstante ($k_{\text{B}} = 8,6173303(50) \cdot 10^{-5} \text{ eVK}^{-1}$)
m_0	Masse des Elektrons ($m_0 = 9,10938356(11) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)
μ_{B}	Bohrsches Magneton ($\mu_{\text{B}} = 5,7883818012(26) \cdot 10^{-5} \text{ eVT}^{-1}$)

Abkürzungen

a	engl. acceptor
ac	engl. acoustic phonon
BH	Brooks-Herring
C	Kohlenstoff
cb	engl. conduction band
CW	Conwell-Weiskopf
d	engl. donor
di	engl. donor impurities
DH	Debye-Hückel
DP	Dyakonov-Perel
e	Elektron
e-e	Elektron-Elektron
ex	engl. excitation
EY	Elliott-Yafet
ii	ionized-impurity
FWHM	engl. Full Width at Half Maximum
GaAs	Galliumarsenid
H	Hall
h	engl. hole
LO	Longitudinal Optisches Phonon
MBE	engl. Molecular Beam Epitaxy
MIT	engl. Metal to Insulator Transition
NNH	engl. Nearest Neighbour Hopping
ni	engl. neutral impurity
op	engl. optical phonon
pe	engl. piezo electric potential
PL	Photolumineszenz
r	engl. recombination
Si	Silizium
SNS	engl. SpinNoiseSpectroscopy
TB	engl. Tight Binding
TF	Thomas-Fermi
vb	engl. valence band
VRH	engl. variable range hopping
WW	Wechselwirkung

Symbole

Soweit notwendig sind die hier angegebenen Symbole zur genaueren Bezeichnung in der Arbeit ergänzt durch die zuvor genannten Abkürzungen. Nur einmalig verwendete Symbole werden an der jeweiligen Stelle eingeführt und hier nicht aufgelistet. Die bei Konstanten genannten Werte beziehen sich grundsätzlich auf die verwendeten Werte für GaAs.

a_d	Bohrsche Radius Donators ($a_d = a_{\text{Bohr}} E_{\text{Ryd}}/(\epsilon_r E_d)$).
A	Proportionalitätsfaktor (Gleichung 2.32 und 3.17).
α	Verhältnis von μ_{cb} und μ_{di} (Gleichung 2.10).
B	Magnetische Flussdichte des externen Feldes.
B_{FWHM}	FWHM der Hanle-Depolarisationskurve (Gleichung 3.30).
B_n	Magnetische Flussdichte des Kernfeldes (Gleichung 4.8).
C_r	Strahlender Rekombinationsparameter (Gleichung 3.10).
d	Dicke der Probenschicht.
D_{VRH}	Diffusionskonstante für das VRH (Gleichung 2.14).
E_a	Bindungsenergie der Akzeptoren (Abschnitt 2.1.1).
E_{a-d}	Energie des a-d-Übergangs (Gleichung 3.16).
E_{ex}	Überschussenergie des Photons vor (Gleichung 3.3) bzw. selbige nach der Phononenkaskade (δE_{ex}).
E_d	Bindungsenergie der Donatoren $E_d = 5,8 \text{ meV}$ [Almasy et al., 1981].
E_F	Fermienergie.
E_g	Bandlücke ($E_g = 1,5194 \text{ eV}$ bei $T = 0 \text{ K}$ [Weisbuch und Benisty, 2005]).
$E_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$	Gesamtenergie von Elektron (\mathbf{k}) und/oder Phonon (\mathbf{q}).
E_{ph}	Photonenenergie des Anregungslasers ($E_{\text{ph}} = 1,5814 \text{ eV}$).
e_{pe}	pe-Konstante ($e_{\text{pe}} = 4,810^4 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$ [Ulbrich, 1973]).
ϵ	Permittivität ($\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$).
ϵ_r	Relative Permittivität ($\epsilon_r = 12,35(7)$ [Strzalkowski et al., 1976]).
ϵ_∞	Hochfrequenz Permittivität ($\epsilon_\infty = 12,56$ [Ulbrich, 1973]).
$\varepsilon_1, \varepsilon_3, \varepsilon_{ij}$	Aktivierungsenergie ins Leitungsband (1) beim NNH (3) bzw. beim Tunneln von Störstelle i zu Störstelle j .
\mathcal{F}	Fermiverteilung (Gleichung 3.20).
G	Rate der optischen Erzeugung von Ladungsträgern.
g_e^*	effektiver Elektron-Landé-Faktor (Gleichung 3.23).
γ_3	Proportionalitätsfaktor zwischen τ_p und τ_c (Gleichung 4.7).

γ_D	Dresselhauskonstante (Gleichung 4.13).
γ_{Fr}	Fröhlich-Kopplungsstärke (Gleichung 2.48).
H_1	Hamiltonoperator der Störung des Kristallgitters (Abschnitt 2.3).
H_M	Hamiltonoperator der Spin-Magnetfeld-WW (Gleichung 3.21).
I_{ex}	Anregungsintensität des Lasers.
\mathbf{k}	Wellenvektor der Elektronen.
K	Kompensation in der Probe.
λ	Wellenlänge.
m_e^*, m_{hh}^*	Effektive Masse für Elektronen ($m_e^* = 0,067 m_0$ [Ulbrich, 1973]) bzw. schwere Löcher ($m_{hh}^* = 0,5 m_0$ [Shah, 1978]).
μ	Beweglichkeit der Ladungsträger.
$N_{cb,eff}$	Effektive Zustandsdichte im Leitungsband (Gleichung 2.3).
N_{EF}	Zustandsdichte an der Fermienergie beim VRH.
\hat{n}	Brechungsindex.
n	Gesamtladungsträgerkonzentration (siehe Gleichung 2.5).
n_{cb}	Ladungsträgerkonzentration im Leitungsband.
n_{di}	Ladungsträgerkonzentration im Störstellenband bzw. metallischer Anteil von selbigem ($n_{di,m}$).
n_H	Ladungsträgerkonzentration bestimmt aus dem Hallwiderstand.
n_a	Konzentration an Akzeptoren bzw. ionisierte Akzeptoren (n_a^-).
n_d	Konzentration an Donatoren (besetzte (n_d^0) und ionisiert (n_d^+)).
n_{c1}	Ladungsträgerdichte n am MIT (Abschnitt 2.2).
n_{c2}	n am zweiten kritischen Übergang (Abschnitt 2.2.4).
n_{ex}	n durch optische Anregung (Gleichungen 3.11 und 3.13).
n_{ni}	Konzentration an neutralen Störstellen.
n_{ii}	Konzentration an ionisierten Störstellen.
n_q, n_P	Besetzung von Phononenzuständen bzw. Plasmonen; beides beschrieben durch die Bose-Einstein-Statistik (Gleichung 2.38).
$n_{Streuer}$	Konzentration an Streuzentren.
ν_P	Phononenfrequenz ($\nu_P = 8.8$ THz [Patel et al., 1984]).
p_b, p_s	Wahrscheinlichkeit für „bond“ bzw. „site“ in der Perkolationstheorie.
$P(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$	Übergangsrate vom Zustand \mathbf{k} zum Zustand \mathbf{k}' (Gleichung 2.23).
P, P_0	Polarisation der PL und der entsprechende Maximalwert.
$\delta\phi, \Phi$	Winkeländerung der Spinpolarisationsrichtung.
\mathbf{q}	Wellenvektor der Phononen/Plasmonen.
r	Abstand, im speziellen zwischen benachbarten Störstellen (r_d), zwischen Störstellen i und j (r_{ij}), der optimale Abstand beim

	VRH (r_{opt}), sowie der Abschirmradius (r_s) und der Strahlradius des Lasers in der Probe (r_0).
R_H	Hallwiderstand (Gleichung 2.8).
ρ	Massendichte ($\rho = 5,36 \text{ gcm}^{-3}$ [Ulbrich, 1973]).
ρ_{ex}	Energiedichte der optischen Anregung (Gleichung 3.1).
σ	Elektrische Leitfähigkeit insgesamt bzw. im speziellen durch Störstellen (σ_{di}), durch das Leitungsband (σ_{cb}), durch VRH (σ_{VRH}), durch NNH (σ_{NNH}) und metallische Leitung bei tiefen Temperaturen (σ_{m}).
σ_0	Vorfaktor beim VRH und NNH (Gleichung 2.15 und 2.12).
$\hat{\sigma}$	Pauli-Spin-Operator.
T, T_L, T_e	Temperatur bzw. speziell die des Gitters (L) und der Elektronen (e).
T_0	Exponentieller Faktor des VRH (Gleichung 2.15).
T_1, T_2, T_2^*	Spin-Gitter-Relaxationszeit (1), Spin-Spin-Relaxationszeit (2) und inhomogene Spindephasierungszeit.
T_s	Elektronenspinlebenszeit (Gleichung 3.29).
τ_c, τ_p	Korrelationszeit, bzw. Impulsrelaxationszeit
$\tau_r^{(e)}, \tau_r^{(h)}$	Rekombinationszeit der Elektronen, bzw. Löcher.
τ_s	Spinrelaxationszeit.
θ	Streuwinkel.
U_H	Hallspannung.
V_{ac}	Deformationspotenzial ($V_{\text{ac}} = -7,3\text{eV}$ [Van de Walle und Martin, 1989]).
V_{ii}	Coulomb-Potenzial.
V_{Kristall}	Kristallvolumen.
\mathbf{v}	Geschwindigkeit der Elektronen.
v_s	Schallgeschwindigkeit im Kristall.
W	Tunnelrate beim „hopping“ .
W_{ex}	effektiver Energieeintrag ins Elektronensystem.
w_{FWHM}	FWHM des Spektrums der SNS.
Ω	Spinpräzessionsvektor beim DP Mechanismus.
ω	Kreisfrequenz allgemein, bzw. die der Larmorpräzession (ω_L) und der LO-Phononen/Phononen/Plasmonen ($\omega_{\text{LO/q/P}}$).
$\delta\omega$	Präzession der Spinpolarisationsrichtung bei der Spinrelaxation.
z_0	Eindringtiefe.
ζ, ζ_d	Streuquerschnitt, bzw. differentieller Streuquerschnitt.

Kapitel 1

Einleitung

Mit dem Beginn des Computerzeitalters wurden der technische und wissenschaftliche Fortschritt rasant beschleunigt. Möglichkeiten in Forschung und Entwicklung die vor hundert Jahren unmöglich erschienen sind längst in der wissenschaftlichen Realität angekommen. Die sich zügig entwickelnde Mikroelektronik ist dabei eine treibende Kraft. Doch ebenso wie ihre Vorzüge sind Wissenschaftlern schon längst auch die Limitierungen der modernen Computertechnik bekannt. Die zunehmende Verkleinerung erreicht mittlerweile den Bereich weniger Nanometer. Hier sind die quantenmechanischen Eigenschaften der Elektronen nicht länger vernachlässigbar, mit dramatischen Folgen für die Zuverlässigkeit der Grundbausteine der Mikroelektronik, der Transistoren [Waldrop, 2016]. Die Entwicklung immer kleinerer und leistungsstärkerer klassischer Computer wird durch dieses Quantenlimit zwangsläufig zum Erliegen kommen. Gleichzeitig ergibt sich ein potenzieller Nachfolger der klassischen Elektronik direkt aus dem quantenmechanischen Spin der Elektronen [Wolf et al., 2001].

In einer solchen “Spintronik” übernimmt der Spin mit seinen Zuständen Spin-up und Spin-down die Aufgabe des Informationsspeichers. In der klassischen Elektronik konnten nur die Zustände 0 und 1 repräsentiert werden. Der Spin kann, aufgrund seiner quantenmechanischen Natur, auch jede Superposition seiner beiden Zustände

einnehmen (QuBits). Diese Eigenschaft eröffnet den Weg zu Quantencomputern mit völlig neuen Möglichkeiten. In seiner Arbeit erläutert DiVincenzo [1997] die Rahmenbedingungen für die Realisierung solcher Systeme und gibt fünf notwendige Kriterien:

1. Das System muss skalierbar sein und wohldefinierte QuBits besitzen.
2. Der Zustand des QuBits muss initialisiert werden können (Spin-Injektion).
3. Der Zustand muss ausreichend lange Zeit erhalten bleiben (Relaxationszeit).
4. Rechenoperationen müssen am QuBit durchgeführt werden können (Quantengatter).
5. Der Zustand des QuBits muss ausgelesen werden können.

Die Suche nach einem potenziellen Kandidaten für die Realisierung eines Quantencomputers muss daher mit dem Verständnis der zugrundeliegenden Wechselwirkungsprozesse des QuBits und der quasideimensionalen Zuleitungen beginnen. In dieser Arbeit sollen insbesondere die Prozesse, die zu einer Relaxation des Spins in dreidimensionalen Strukturen führen, betrachtet werden.

Galliumarsenid (GaAs) eignet sich besonders zur Untersuchung dieser grundlegenden Wechselwirkungsprozesse, da dieser Halbleiter im allgemeinen als gut verstanden gilt. So sind die Ursachen für die Spinrelaxation sowohl in sehr niedrig dotiertem als auch in sehr hoch dotiertem GaAs ausreichend erklärt. Im ersten Fall liegen stark lokalisierte Ladungsträger vor. Hier dominiert die Hyperfein-Wechselwirkung mit den umliegenden Kernen die Spinrelaxation [Žutić et al., 2004; Berski et al., 2015]. Dieser Mechanismus verliert mit zunehmender Dotierung und damit einhergehender Delokalisation der Ladungsträger an Bedeutung [Kavokin, 2001]. Im zweiten Fall liegen vor allem delokalisierte Elektronen im Leitungsband vor. Für diese wird die Spinrelaxation von der Spin-Bahn-Kopplung dominiert [Kikkawa und Awschalom, 1998]. Die Besetzung höherenergetischer Zustände mit

steigender Dotierung verstärkt diesen Prozess [Dyakonov und Perel, 1972]. Wenig überraschend ist daher, dass im Bereich zwischen diesen beiden Extremen experimentell die längsten Spinrelaxationszeiten beobachtet werden [Römer et al., 2010]. Das Maximum ist dabei jedoch keine simple Extrapolation der beiden Mechanismen. Ursächlich hierfür ist die Komplexität des Übergangs zwischen lokalisierten und delokalisierten Elektronen. Eine Vielzahl von theoretischen Arbeiten widmen sich diesem kritischen Übergangsbereich (z.B. [Wellens und Jalabert, 2016; Intronati et al., 2012; Kavokin, 2008]). Die Annahmen über die zugrundeliegende Dynamik der Elektronen unterscheiden sich dabei teilweise deutlich. Zu diesen Unsicherheiten in den theoretischen Annahmen kommt eine starke Streuung der experimentell gemessenen Spinrelaxationszeiten hinzu (z.B. [Belykh et al., 2016; Colton et al., 2007; Dzhioev et al., 2002a]). Eine abschließende Bestimmung der tatsächlich wirkenden Relaxationsmechanismen in diesem kritischen Bereich ist in der Folge bisher unmöglich.

Ziel dieser Arbeit ist, dieses Defizit zu beseitigen. Hierzu muss das Problem von zweierlei Blickwinkeln betrachtet werden. Zum einen muss die Abhängigkeit von theoretischen Annahmen zur Elektronendynamik reduziert werden. Nur so kann die theoretische Beschreibung der Spinrelaxation auf eine solide Basis gestellt werden. Um dieses Ziel zu erreichen, wurden Magnetotransportmessungen durchgeführt, die eine direkte Beobachtung der Diffusionsprozesse der Elektronen ermöglichen. Durch die Temperaturabhängigkeit dieser Prozesse ist ein eindeutiger Rückschluss auf die Art der Transportmechanismen möglich (Kapitel 2). In einem zweiten Schritt müssen die Spinrelaxationsraten präzise bestimmt werden. Hierzu muss eine Beeinflussung der Messung durch den Messprozess ausgeschlossen werden. Bei der verwendeten Hanle-Depolarisation von Photolumineszenz sind hier besonders die Erzeugung zusätzlicher Ladungsträger sowie das Aufheizen des Elektronensystems zu beachten (Kapitel 3). Zehn hochqualitative Proben wurden auf diese Weise sowohl optisch als auch elektrisch untersucht. Die Dotierungen sind dabei so gewählt, dass der gesamte Bereich von schwacher zu hoher Dotierung abgedeckt wird. Durch die gemeinsame Betrachtung der Ergebnisse beider Experimente gelingt

schlussendlich eine Bestimmung der wirkenden Spinrelaxationsmechanismen (Kapitel 4). Dieses Vorgehen ermöglicht im Rahmen dieser Arbeit die vollständige quantitative Beschreibung der Spinrelaxation im kritischen Bereich mit herausragender Präzision.

Kapitel 2

Transporteigenschaften von Elektronen

Die Spinrelaxation von Elektronen ist maßgeblich dominiert von ihren Diffusionsprozessen. Magnetotransportmessungen eignen sich hervorragend, um diese zu untersuchen. Mit zunehmender Dotierung wird hierbei der komplexe Übergang von lokalisierten zu delokalisierten Elektronen beobachtet. Von entscheidender Bedeutung für das Verständnis dieses Übergangs ist hierbei der Abstand zwischen den Donatoren. Ist dieser groß, so ist das Elektron bei tiefen Temperaturen am Donator lokalisiert. Seine einzigen Möglichkeiten diesen zu verlassen sind die thermische Aktivierung ins Leitungsband (siehe 2.1.1) oder das Phononen-assistierte Tunneln zu einem benachbarten Donator, sogenanntes „hopping“ (siehe 2.1.3). Wird der Abstand zwischen zwei Donatoren mit steigender Dotierkonzentration n_d kleiner als der doppelte Donatorradius ist das Elektron nicht länger nur auf einem der Donatoren lokalisiert. Geschieht dies auf makroskopischen Größenordnungen führt dies zum Metall-zu-Isolator-Übergang (MIT von engl. „**m**etal to **i**nsulator **t**ransition“) (siehe 2.2). Direkt oberhalb des MIT ($n_d > n_{c1}$) überlagern sich die Wellenfunktionen der einzelnen Donatorelektronen und ermöglichen somit elektrische Leitung in einem metallischen Störstellenband. Die räumliche Beschränktheit

der Donatorwellenfunktionen führt dabei nahe dem MIT zu zusätzlichen Streueignissen und einer damit verbundenen Impulsrelaxation. Durch ein kürzlich entwickeltes Modell kann diese experimentelle Beobachtung im Rahmen der Quantenperkolationstheorie verstanden werden (siehe 2.2.4). Solche Prozesse spielen keine Rolle mehr, sobald bei noch höheren Dotierungen ($n_d > n_{c2}$) die Fermienergie im Leitungsband liegt. Stattdessen überwiegen hier Streuprozesse durch ionisierte Störstellen und Phononen (siehe 2.3).

2.1 Dotierter Halbleiter

Die hier vorgenommenen Messungen finden alle an n -dotiertem Galliumarsenid (GaAs) statt. Wie viele III-V Halbleiter kristallisiert auch GaAs in einer Zinkblende-Struktur. Leitungs- und Valenzband sind durch die Bandlücke E_g getrennt. Aus diesem Grund ist undotiertes GaAs ein Isolator. Selbst bei Raumtemperatur ist die thermische Aktivierung von Ladungsträgern über die Bandlücke E_g vernachlässigbar klein ($E_g \ll k_B T$). Durch Dotierung kann die Leitfähigkeit drastisch erhöht werden. Donatoren erzeugen Zustände in der Nähe des Leitungsbandes, die leicht thermisch aktiviert werden können. Im Folgenden wird auf diese Aktivierung von Elektronen in n -dotierten Halbleitern eingegangen. Die Prozesse von Löchern in p -GaAs verhalten sich entsprechend.

2.1.1 Ladungsträger

Die Donatoren in n -dotierten Halbleitern besitzen jeweils ein nicht durch die Kristallbindungen gebundenes Elektron¹. Durch die zusätzliche positive Ladung des Donator-Atomkerns liegt dennoch eine schwache Bindung vor. Diese lässt sich analog zum Wasserstoffatom beschreiben. Der zusätzliche Zustand wird daher über seinen Bohrradius a_d ² mit einer Bindungsenergie E_d ³ charakterisiert. Die Ak-

¹In dieser Arbeit sind Donatoren mit mehr als einem zusätzlichen Elektron nicht von Interesse.

² $a_d = a_{\text{Bohr}} E_{\text{Ryd}} / (\epsilon_r E_d)$.

³Für Si-Donatoren in GaAs gilt $E_d = 5,8 \text{ meV}$ [Almasy et al., 1981].

tivierung dieser Elektronen ins Leitungsband ist sehr viel einfacher als über die Bandlücke hinweg. Eine erste Abschätzung dieses Effekts lässt sich geben durch:

$$n_{\text{cb}} = n_{\text{d}} e^{-\frac{\varepsilon_1}{k_{\text{B}}T}}. \quad (2.1)$$

Hier ist n_{cb} die Ladungsträgerkonzentration im Leitungsband, n_{d} die Donatordichte und ε_1 die Aktivierungsenergie ins Leitungsband, welche für geringe Dotierungen und niedrige Temperaturen E_{d} entspricht. Diese Näherung vernachlässigt die Zustandsdichten von Leitungs- und Störstellenband. Außerdem wird die Fermi- durch die Boltzmannverteilung genähert. Dennoch zeigt sich die Näherung bei der Modellierung von Leitfähigkeiten als vollkommen ausreichend (siehe 2.3).

Nicht berücksichtigt wurde bislang die Konzentration von Akzeptoren. Analog zu den Zuständen in der Nähe des Leitungsbandes durch die Donatoren erzeugen Akzeptoren Zustände in der Nähe des Valenzbandes⁴. Diese Zustände liegen folglich energetisch deutlich tiefer als die der Donatoren. Im n -dotierten Halbleiter werden sie daher durch Donatorelektronen aufgefüllt. Der Grad dieser Kompensation ist gegeben durch das Verhältnis der Konzentrationen $K = n_{\text{a}}/n_{\text{d}}$. Die besetzten Akzeptorzustände sind energetisch weit vom Leitungsband entfernt. Ihre Aktivierung ins Leitungsband spielt daher bei den in dieser Arbeit betrachteten Temperaturen ($T \leq 300 \text{ K}$) keine nennenswerte Rolle. Durch die Kompensation bleiben jedoch ionisierte Donatoren zurück, die einen ganz wesentlichen Einfluss auf die Transporteigenschaften haben. Erstens tragen diese ionisierten Donatoren zur Streuung von delokalisierten Ladungsträgern bei (siehe 2.3.2). Zweitens erhöhen sie die Zahl freier Zustände im Störstellenband, was die Leitfähigkeit in diesem direkt verändert (siehe 2.1.3). Drittens hat die reduzierte Zahl an Elektronen im Störstellenband Einfluss auf ihre Aktivierung ins Leitungsband.

⁴Die Bindungsenergien E_{a} von Si-Akzeptoren in GaAs liegen bei 34,5 meV und für C-Akzeptoren bei 26,0 meV [Ashen et al., 1975].

Aktivierung ins Leitungsband

Eine genaue Beschreibung der Aktivierung von Elektronen ins Leitungsband (cb von engl. conduction band) muss den Einfluss von Akzeptoren berücksichtigen. Dafür müssen die Zustandsdichten und Besetzungswahrscheinlichkeiten näher betrachtet werden [Ibach und Lüth, 2009, Kapitel 12]:

$$n_{\text{cb}}(E_{\text{F}}, T) = \int_{E_{\text{L}}}^{\infty} dE N_{\text{cb}}(E) \mathcal{F}(E, E_{\text{F}}, T). \quad (2.2)$$

Hierbei ist N_{cb} die Zustandsdichte im Leitungsband⁵, E_{L} die Energie am Leitungsbandminimum, E_{F} die Fermienergie und \mathcal{F} die Fermiverteilung⁶. Unter der Annahme, dass $k_{\text{B}}T \ll E - E_{\text{F}}$, lässt sich Gleichung 2.2 mit der Boltzmannverteilung vereinfacht schreiben als [Blakemore, 1987, Kapitel 3]:

$$n_{\text{cb}}(E_{\text{F}}, T) = N_{\text{cb,eff}} e^{-\frac{E_{\text{L}} - E_{\text{F}}}{k_{\text{B}}T}}, \quad (2.3)$$

wobei $N_{\text{cb,eff}}$ die effektive Zustandsdichte des Leitungsbandes ist⁷. Des Weiteren wird angenommen, dass die energetische Verbreiterung des Donatorniveaus vernachlässigbar gegenüber der Bindungsenergie E_{d} ist. Damit ergibt sich die Besetzung der Donatorniveaus zu:

$$n_{\text{d}}^0(E_{\text{d}}, E_{\text{F}}, T) = n_{\text{d}} \mathcal{F}(E_{\text{d}}, E_{\text{F}}, T). \quad (2.4)$$

Makroskopisch muss im Halbleiter Ladungsneutralität herrschen. Effektiv bedeutet das, dass Donatoren nur durch Abgabe von Ladungsträgern an das Leitungsband oder an Akzeptoren ionisiert werden können ($n_{\text{d}}^+ = n_{\text{a}} + n_{\text{cb}}$). Die Gesamtkonzentration an Ladungsträgern n in Leitungsband und Donatoren muss in dem hier betrachteten Temperaturbereich folglich erhalten bleiben:

$$n = n_{\text{d}} - n_{\text{a}} = n_{\text{d}}^0(E_{\text{d}}, E_{\text{F}}, T) + n_{\text{cb}}(E_{\text{F}}, T). \quad (2.5)$$

⁵ $N_{\text{cb}}(E) = \sqrt{2} (m_{\text{e}}^*)^{3/2} \sqrt{E - E_{\text{L}}} \pi^{-2} \hbar^{-3}$

⁶ $\mathcal{F}(E, E_{\text{F}}, T) = \left(e^{(E - E_{\text{F}})/(k_{\text{B}}T)} + 1 \right)^{-1}$

⁷ $N_{\text{cb,eff}} = 2 \left(m_{\text{e}}^* k_{\text{B}}T (2\pi\hbar^2)^{-1} \right)^{3/2}$ [Blakemore, 1987]

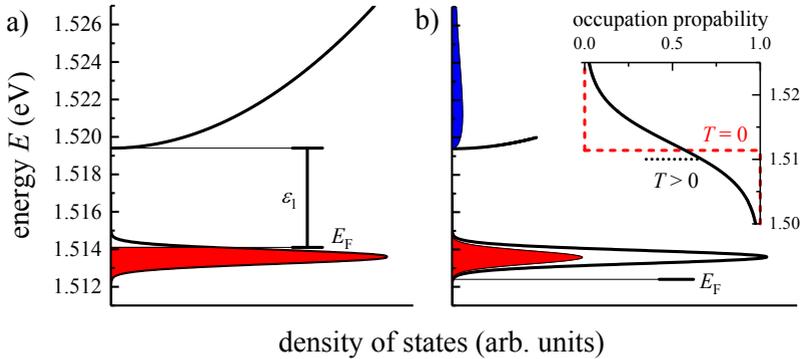


Abbildung 2.1: Modell der thermischen Aktivierung von Donatorelektronen ins Leitungsband: a) Bei tiefen Temperaturen sind alle Elektronen an ihren Störstellen lokalisiert. b) Bei höheren Temperaturen weicht die Fermi-Kante auf (Inset) und Ladungsträger werden ins Leitungsband aktiviert. Da die Ladungsneutralität im Halbleiter gewahrt bleiben muss, verschiebt sich die Fermienergie zu niedrigeren Energien.

Nicht gültig ist diese Annahme, sobald die thermische Anregung über die Bandlücke einen signifikanten Beitrag zur Aktivierung von Ladungsträgern ins Leitungsband leistet. Dies ist gerade dann der Fall wenn die Annahme, dass $E_g \ll k_B T$, nicht länger gilt. Durch Einsetzen der Gleichungen 2.3 und 2.4 in 2.5 ergibt sich ein Ausdruck für die Ladungsträgerkonzentration im Leitungsband [Blakemore, 1987, Kapitel 3]:

$$n_{cb} = \frac{2(n_d - n_a)}{\left(1 + \frac{n_a e^{\frac{E_d}{k_B T}}}{N_{cb,eff}}\right) + \sqrt{\left(1 + \frac{n_a e^{\frac{E_d}{k_B T}}}{N_{cb,eff}}\right)^2 + \left(\frac{4(n_d - n_a) e^{\frac{E_d}{k_B T}}}{N_{cb,eff}}\right)}}. \quad (2.6)$$

Aus dieser Formel ist direkt ersichtlich, dass die Anwesenheit von Akzeptoren die thermische Aktivierung von Elektronen ins Leitungsband erschwert (siehe Abbildung 2.2a)). Dies ist eine direkte Folge aus der gestiegenen Anzahl freier Zustände im Störstellenband im Verhältnis zur Anzahl der verfügbaren Ladungsträger. Mit steigender Temperatur wird eine Verschiebung der Fermienergie hin zur Mitte der Band-

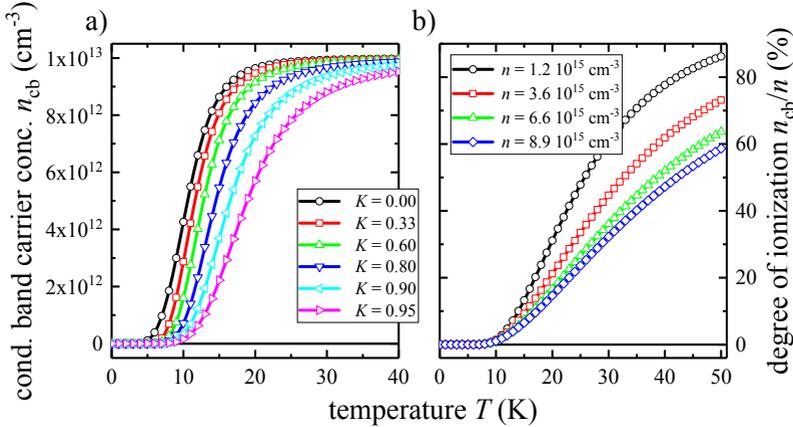


Abbildung 2.2: Thermisch aktivierte Ladungsträgerkonzentration im Leitungsband: a) Absolute Ladungsträgerkonzentration bei unterschiedlich starker Kompensation aber identischer Gesamtladungsträgerkonzentration $n = 1 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. Mit zunehmender Kompensation verschiebt sich die Aktivierung von Elektronen ins Leitungsband zu höheren Temperaturen. b) Anteil der thermisch aktivierten Ladungsträger an der Gesamtanzahl an Ladungsträgern (Ionisationsgrad). Mit steigender Donatorkonzentrationen verschiebt sich die quasi vollständige Ionisation zu höheren Temperaturen. Die für die Berechnungen verwendeten Donatorkonzentrationen entsprechen denen der in dieser Arbeit verwendeten Proben S1-S4 (siehe Abschnitt 2.1.2). Die Akzeptorkonzentration wurde mit $n_a = 2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ angenommen und hat somit keinen nennenswerten Einfluss.

lücke beobachtet, damit die Ladungsneutralität im Halbleiter gewahrt bleibt (siehe Abbildung 2.1). Im Allgemeinen hat eine höhere Gesamtkonzentration an Ladungsträgern n auch eine höhere Anzahl an Leitungsbandelektronen zur Folge. Allerdings ist dieses Verhalten sublinear, da sich mit steigender Dotierung das Verhältnis der Donatorzustandsdichte zur effektiven Zustandsdichte am Leitungsbandminimum zugunsten der Donatoren verändert. Bei konstanter Temperatur ist folglich der Ionisationsgrad bei höheren Dotierungen geringer (siehe Abbildung 2.2b)). Mit zunehmender Dotierung verschiebt sich somit die Temperatur, bei der quasi vollständige Ionisation der Donatoren erreicht wird, zu höheren Werten.

2.1.2 Hall-Effekt

Die eben theoretisch beschriebene Ladungsträgerkonzentration lässt sich experimentell bestimmen. Grundlage hierfür stellt der Hall-Effekt dar. Bei diesem wird die Spannung senkrecht zur Stromflussrichtung in einem transversalen Magnetfeld gemessen. Auf bewegte Ladungsträger wirkt die Lorentzkraft

$$\mathbf{F}_{\text{Lor}} = e_0 \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (2.7)$$

die die Ladungsträger senkrecht zu Bewegungsrichtung (\mathbf{v}) und Magnetfeld (\mathbf{B}) ablenkt. Die Richtung der Ablenkung hängt dabei von der Ladung des Teilchens ab und ist an dieser Stelle für Elektronen gegeben. Aufgrund der Ablenkung sammeln sich positiv geladene Teilchen an der einen Seite der Probe. Eine solche Ansammlung von Ladungsträgern erzeugt durch die Coulomb-Abstoßung ein elektrisches Feld entgegen der Lorentzkraft. Im Gleichgewichtsfall ($\mathbf{F}_{\text{Lor}} = \mathbf{F}_{\text{Col}}$) ist die Spannung U_{H} , die senkrecht zu Magnetfeld und Bewegungsrichtung über die Probe abfällt, proportional zur Anzahl der Ladungsträger im Halbleiter:

$$n_{\text{H}}(T) = \frac{I B}{e_0 d U_{\text{H}}(T)} = \frac{1}{e_0 R_{\text{H}}(T)}, \quad (2.8)$$

wobei I der Strom durch die Probe, d die Dicke der Probenschicht und R_{H} der entsprechende Hallwiderstand ist. Unter der Annahme, dass die Ladungsträger bei Raumtemperatur vollständig ionisiert sind, wird häufig die Gesamtkonzentration der Ladungsträger n gleichgesetzt mit der über den Hall-Effekt bestimmten Ladungsträgerkonzentration bei Raumtemperatur $n_{\text{H}}(300\text{ K})$ (z.B. [Anderson et al., 1985; Sze und Irvin, 1968]). Dies stellt aber gleich aus mehreren Gründen eine sehr unzureichende Näherung dar. Wie Gleichung 2.6 zu entnehmen ist, muss die Aktivierung insbesondere bei höher dotierten Proben bei Raumtemperatur nicht vollständig sein, weshalb diese berücksichtigt werden muss. Zum Zweiten sind die tatsächliche Ladungsträgerkonzentration und die Hall-Ladungsträgerkonzentration nicht identisch, sondern über einen Faktor r_{H} verbunden, der in der Regel als 1 angenommen wird [Leitch, 1989; Sze und Irvin, 1968]. Diese Näherung

gilt jedoch nur, wenn alle Ladungsträger die gleiche Beweglichkeit aufweisen. Dieses Kriterium ist für ein entartetes System erfüllt. In der Folge bestimmen Gelmont und Shur [1995] für Streuung an ionisierten Störstellen einen Wert von $r_H = 1.04$ bei tiefen Temperaturen, der im Weiteren für diesen Fall verwendet wird. Das Kriterium ist auch erfüllt, wenn der dominante Streumechanismus der Ladungsträger unabhängig von ihrer Energie ist. Näherungsweise gilt dies für die Streuung an akustischen Phononen (siehe Abschnitt 2.3.3). Ähnliches ergibt sich auch für die Streuung an optischen Phononen, wo ebenfalls bei Raumtemperatur ein Wert nahe 1 beobachtet wird [Stillman et al., 1970]. Im Bereich der Streuung von nicht entarteten Elektronen an ionisierten Störstellen gilt diese Näherung jedoch nicht. Hier sind in der Theorie Werte von bis zu $r_H = 1,92$ möglich [Gelmont und Shur, 1995].

Zweikanal-Hall-Effekt

Ladungsträger mit unterschiedlicher Beweglichkeit liegen in der Regel vor, wenn zwei Transportkanäle zur Verfügung stehen, zum Beispiel Elektronen und Löcher [Kasap et al., 2007] oder an Oberflächen und im Volumenmaterial [Look et al., 2005]. In diesem Fall übertrifft der gemessene Wert des Hallwiderstandes den, der aufgrund der Ladungsträgerkonzentration zu erwarten wäre [Sites und Nedoluha, 1981].

Für eine genauere Beschreibung dieses Effekts müssen die Eigenschaften der in dieser Arbeit verwendeten Proben zunächst kurz betrachtet werden. Die Proben wurden mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE von engl. **M**olecular **B**eam **E**pitaxy) hergestellt. Die Dotierung erfolgte mit Silizium (Si). Als Element der 4. Hauptgruppe kann Silizium grundsätzlich als Donator (ersetzen eines Ga Gitterplatzes) und als Akzeptor (ersetzen eines As Gitterplatzes) in den Kristall eingebunden werden. In der Regel wird dabei der Donator bevorzugt. Bei sehr hohen Dotierungen wird jedoch zunehmend Selbstkompensation beobachtet, wodurch die relative Konzentration an Akzeptoren dramatisch ansteigt [Ballingall et al., 1986]. Die in dieser Arbeit verwendeten Proben sind alle *n*-dotiert. Von Probe S1 bis Probe S10

steigt die Donatorkonzentration n_d , wobei S5 und S6 nominell gleich dotiert sind. Des Weiteren wurden hoch dotierte Schichten oberhalb und unterhalb des zu untersuchenden Bereichs gewachsen. Dies dient einer drastischen Reduktion der Bandverbiegungen [Chandra et al., 1979]. Im Anhang befindet sich die genaue Struktur der Proben sowie die Wachstumsparameter (siehe A.1.1).

Aufgrund der n -Dotierung ist der Transport durch Löcher vernachlässigbar. Allerdings trägt neben dem Leitungsband auch der direkte Transport zwischen Donatoren einen wesentlichen Beitrag zur Leitfähigkeit bei niedrigen Temperaturen bei (siehe Abschnitt 2.1.3). Die Leitfähigkeit σ setzt sich somit aus einem Beitrag σ_{di} , durch den direkten Transport zwischen Donatoren (di von engl. **d**onor **i**m-purity) und einem Beitrag σ_{cb} , durch die ins Leitungsband aktivierten Ladungsträger, zusammen:

$$\sigma = \sigma_{di} + \sigma_{cb}. \quad (2.9)$$

In einem solchen Zweikanalsystem ist der Hallwiderstand R_H gegeben durch [Basinski und Olivier, 1967]:

$$R_H(T) = \frac{1}{e_0} \frac{(n_{di}(T) + n_{cb}(T)\alpha^2(T))}{(n_{di}(T) + n_{cb}(T)\alpha(T))^2}. \quad (2.10)$$

Hierbei beschreibt $\alpha(T) = \mu_{cb}/\mu_{di}$ das Verhältnis der Beweglichkeiten der beiden Kanäle. Die Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentrationen n_{di} und n_{cb} ist deutlich stärker als die von $\alpha(T)$. Letzteres wird daher als konstant angenommen [Walsh et al., 1982]. Der Hallwiderstand wird üblicherweise mittels seines Kehrwertes in Einheiten der Ladungsträgerkonzentration dargestellt (Gleichung 2.8). Einsetzen von Gleichung 2.6 in Gleichung 2.10 ermöglicht die Beschreibung des Einflusses der Aktivierung von Donatorelektronen n_{di} zum Leitungsband n_{cb} auf den Hallwiderstand. Die gemessene Ladungsträgerkonzentration n_H ist entsprechend bei sehr hohen Temperaturen durch die Donatorkonzentration n_d gegeben, da fast alle Elektronen ins Leitungsband aktiviert wurden. Mit sinkender Temperatur nimmt die gemessene Ladungsträgerkonzentration n_H zunächst ab, da Ladungsträger vom Leitungsband ins Störstellenband

Tabelle 2.1: Aus den Hall-Widerständen bei hohen Temperaturen experimentell bestimmte Donatorkonzentration der in dieser Arbeit verwendeten Proben.

Probe Nr.	S1	S2	S3	S4	S5
$n_d [10^{16} \text{cm}^{-3}]$	0,120 (3)	0,36 (2)	0,658 (9)	0,895 (6)	1,732 (7)
Probe Nr.	S6	S7	S8	S9	S10
$n_d [10^{16} \text{cm}^{-3}]$	1,65 (6)	4,02 (9)	6,02 (8)	8,20 (5)	10,31 (5)

wandern. Bei tiefen Temperaturen ist die Leitung im Störstellenband dominant und die Hallmessung gibt $n_H = n_{di}$. In kompensationsfreien Proben und unter Vernachlässigung von Lokalisierung gilt hier $n_{di} = n_d$. Der Übergang zwischen den Bereichen wird dabei durch Gleichung 2.10 beschrieben. Hierbei wird ein Minimum der gemessenen Ladungsträgerkonzentration n_H beobachtet. Dieses wird gerade dann erreicht wenn $\alpha = n_{di}/n_{cb}$ [Walsh et al., 1982]. Der Umkehrpunkt in der gemessenen Ladungsträgerkonzentration n_H liegt folglich gerade an dem Punkt, an dem die Leitfähigkeiten beider Kanäle identisch sind. Aus dieser Überlegung folgt auch, dass das Minimum umso deutlicher ausgeprägt sein muss, je größer der Unterschied zwischen der Beweglichkeit im Leitungs- und Störstellenband ist. Außerdem muss sich das Minimum der gemessenen Ladungsträgerkonzentration in diesem Fall zunehmend zu tieferen Temperaturen verschieben. In Abbildung 2.3 ist dieses Verhalten auch experimentell zu beobachten. Hierbei wird Gleichung 2.10 unter Berücksichtigung von Gleichung 2.6 an den Hochtemperaturbereich der Messdaten angepasst. Daraus ergibt sich die Donatorkonzentration n_d der verwendeten Proben (siehe Tabelle 2.1). Hierbei wurde angenommen, dass die Konzentration an Akzeptoren vernachlässigt werden kann. Bei sehr hoch dotierten Proben ($n_d > n_{c2}$) liegt die Fermienergie bei tiefen Temperaturen im Leitungsband. Für diese lässt sich auf die beschriebene Weise der gesamte Temperaturbereich problemlos anpassen (Probe S9 in Abbildung 2.3). Der Übergang findet in diesem Fall jedoch zwischen den entarteten Ladungsträgern bei tiefen Temperaturen und Ladungsträgern höherer Mobilität bei höheren Energien statt [Germanova et al.,

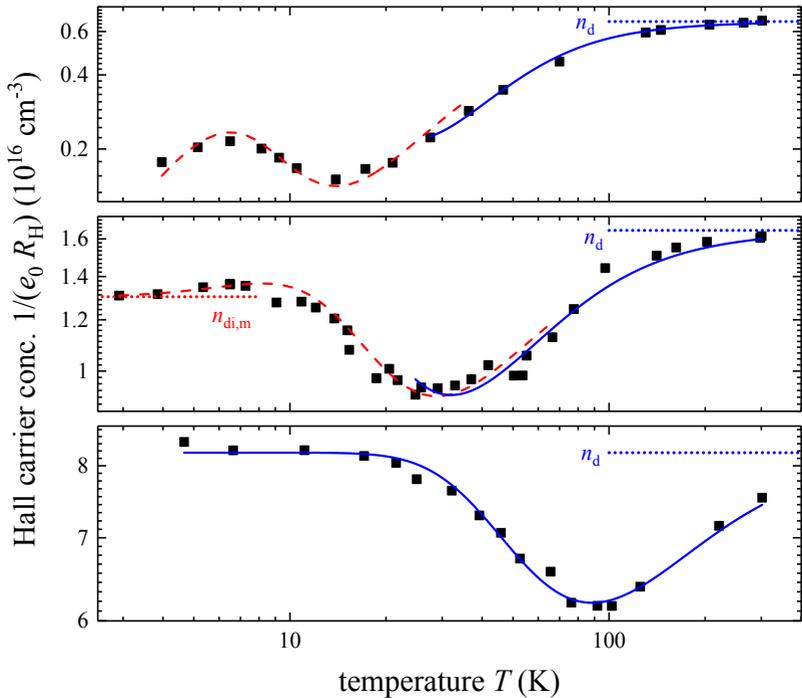


Abbildung 2.3: Inverser Hallwiderstand exemplarisch gezeigt an Proben S3, S6 und S9 (von oben nach unten): Deutlich zu erkennen ist der durch Gleichung 2.10 beschriebene Effekt des Übergangs zwischen zwei Transportmechanismen. Die am geringsten dotierte Probe (S3) zeigt hierbei eine deutliche Lokalisierung bei tiefen Temperaturen. Bei höheren Dotierungen wird stattdessen eine konstante Ladungsträgerkonzentration aufgrund der metallischen Leitung im Störstellen- bzw. Leitungsband beobachtet. Probe S6, mit einer Dotierung genau am MIT, zeigt hierbei eine Mischung aus Lokalisierung und konstanter metallischer Ladungsträgerkonzentration $n_{\text{di,m}}$. Bei Raumtemperatur nähern sich alle Kurven der Donorkonzentration n_{d} an.

1990]. Der qualitativ zu erwartende Verlauf bleibt dennoch der gleiche. Bei niedriger dotierten Proben findet bei tiefen Temperaturen eine Lokalisierung an isolierten Donatoren statt. Dadurch ist die gemessene Ladungsträgerkonzentration bei tiefen Temperaturen niedriger als bei hohen. Dennoch zeigen alle Proben mit einer Dotierung oberhalb des MIT ($n_d > n_{c1}$) wie Probe S9 bei tiefen Temperaturen eine konstante Ladungsträgerkonzentration. Ursächlich dafür ist die metallische Natur des Störstellenbandes oberhalb des MIT (siehe Abschnitt 2.2). Dies ist bei Proben unterhalb des MIT nicht der Fall. Die Ladungsträgerkonzentration ist bei sehr tiefen Temperaturen nicht nur niedriger als bei Raumtemperatur sondern geht kontinuierlich gegen Null (Probe S3 in Abbildung 2.3). Der Grund dafür liegt im Ursprung der Leitfähigkeit unterhalb des MIT. Diese kommt durch Phononen-assistierte Tunnelprozesse zustande. Solche Tunnelprozesse tragen ebenfalls zum Halleffekt bei [Friedman und Pollak, 1978]. Allerdings sind lediglich Elektronen in der direkten Umgebung der Fermienergie an diesen Prozessen beteiligt, da nur diese freie Zustände innerhalb des thermisch zugänglichen Bereichs finden (siehe Abschnitt 2.1.3). Folglich tragen auch nur diese beweglichen Ladungsträger zum Hall-Effekt bei. deren Anzahl nimmt aber mit kleiner werdender thermischer Energie ab und damit auch die gemessene Ladungsträgerkonzentration [Avdonin et al., 2016]. In Proben genau am MIT (S5 und S6) lassen sich beide Effekte beobachten, da hier sowohl metallische Leitung als auch Phononen-assistierte Tunnelprozesse einen signifikanten Beitrag leisten.

2.1.3 Leitfähigkeit durch lokalisierte Störstellen

Bei niedrigen Dotierungen tragen die Störstellen durch Phononen-assistierte Tunnelprozesse zur Leitfähigkeit bei. Die Tunnelwahrscheinlichkeit von einer Störstelle i in einen freien Zustand an Störstelle j ist dabei bestimmt durch die Überlappung der jeweiligen Wellenfunktionen. Letztere hängt maßgeblich vom Abstand r_{ij} ab, welcher mit steigender Dotierung kleiner wird. Entsprechend führt ein Anstieg der Dotierung zu einer Zunahme von Tunnelprozessen und somit der Leit-

fähigkeit. Des Weiteren muss die Energiedifferenz zwischen Ausgangs- und Endzustand ε_{ij} überwunden werden. Mit steigender Temperatur erhöht sich die Wahrscheinlichkeit, dass ein Phonon für diesen Prozess zur Verfügung steht. Grundsätzlich ist somit zu erwarten, dass die Leitfähigkeit mit der Temperatur zunimmt. Die Tunnelraten von Störstelle i zu j lässt sich beschreiben durch [Shklovskii und Efros, 1984, Kapitel 4]:

$$W_{ij} = \nu_p \begin{cases} e^{-2\frac{r_{ij}}{a_d} - \frac{\varepsilon_{ij}}{k_B T}} & \text{falls } \varepsilon_{ij} > 0 \\ e^{-2\frac{r_{ij}}{a_d}} & \text{falls } \varepsilon_{ij} \leq 0 \end{cases}, \quad (2.11)$$

wobei ν_p die Häufigkeit angibt, mit der ein Tunnelprozess „versucht“ wird⁸. Der exponentielle Term beschreibt jeweils die Wahrscheinlichkeit für einen erfolgreichen Tunnelprozess. Für das Tunneln sind freie Zustände erforderlich. Eine Beschreibung der Besetzungswahrscheinlichkeit der Zustände i und j ist daher notwendig, um aus Gleichung 2.11 die Leitfähigkeit zu bestimmen. Diese ist bei konstanter Donatorkonzentration deutlich von der Kompensation der Probe abhängig [Davis und Compton, 1965]. Bei geringer Kompensation sind nur wenige Zustände unbesetzt und die Leitfähigkeit ist klein. Steigt die Kompensation an, so steigt auch die Leitfähigkeit. Im Bereich sehr hoher Kompensationen fällt sie wieder ab, da die Anzahl an Ladungsträgern deutlich reduziert wird (Abbildung 2.4).

Miller-Abrahams-Netzwerk

Die erste sinnvolle quantitative Lösung des durch Gleichung 2.11 beschriebenen Prozesses stammt von Miller und Abrahams [1960]. Die statistische Verteilung der Abstände r_{ij} ergibt sich in diesem Ansatz direkt aus der Zufälligkeit der Positionen der Donatoren. Dabei müssen nur Verbindungen zwischen naheliegenden Störstellen betrachtet werden, da die Wahrscheinlichkeit für weit entfernte Tunnelprozesse vernachlässigbar klein ist. Das Resultat dieser Überlegung ist ein

⁸Diese entspricht der Frequenz der optischen Phononen [Mott und Davis, 1968], die in GaAs gegeben ist durch $\nu_p = 8.8$ THz [Patel et al., 1984].

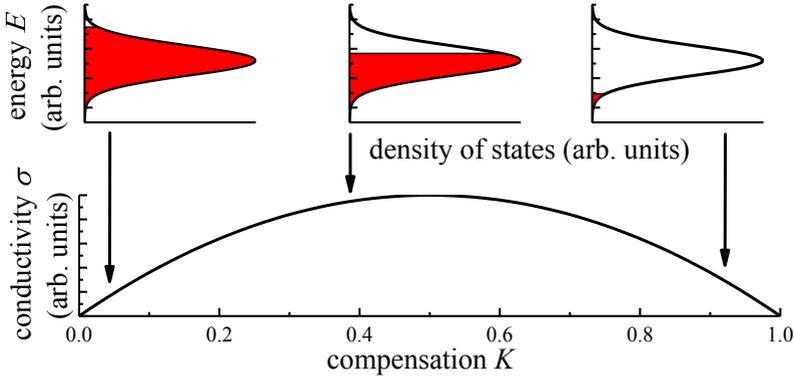


Abbildung 2.4: Vereinfachte Darstellung des Einflusses der Kompensation auf die Leitfähigkeit: Mit zunehmender Kompensation nimmt zunächst die effektive Zustandsdichte an der Fermienergie zu, da nicht länger alle Störstellen besetzt sind. Dies hat eine Zunahme der Leitfähigkeit zur Folge. Wird die Kompensation weiter erhöht, nimmt die effektive Zustandsdichte wieder ab und die Leitfähigkeit sinkt wieder.

Netzwerk aus Störstellen mit wenigen relevanten Nachbarn. Die Leitfähigkeit dieser Verbindungen ergibt sich dabei aus der statistischen Verteilung von r_{ij} . Jede Verbindung kann als ein Widerstand in einer Kette interpretiert werden. Daher wird diese Betrachtung auch als „Random Resistor Network“ bezeichnet (siehe Abbildung 2.5). Sucht man nun den Pfad des niedrigsten Widerstandes, so lässt sich ein Maß für die makroskopische Leitfähigkeit σ_{NNH} finden [Davis und Compton, 1965]:

$$\sigma_{\text{NNH}} = \sigma_0^{(\text{NNH})} e^{\frac{\epsilon_3}{k_{\text{B}}T}}. \quad (2.12)$$

Bei dieser Herleitung wurde eine grundlegende Vereinfachung gemacht. Für die Energiedifferenz ϵ_{ij} zwischen den Störstellen wurde angenommen, dass diese keinen wesentlichen Einfluss auf die Einzelwiderstände hat. Diese Näherung gilt jedoch nur, falls der Abstand zwischen nächsten Nachbarn groß und die Energiedifferenz klein ist. Diese Eigenschaften sind nur im Bereich sehr niedriger Dotierungen erfüllt [Kahler et al., 1976]. In diesem Fall finden die Tunnelprozesse vorwiegend zwischen nächsten Nachbarn statt. Der durch Gleichung 2.12 gegebene Prozess wird daher oft als „Nearest Neighbour Hopping“ (NNH)

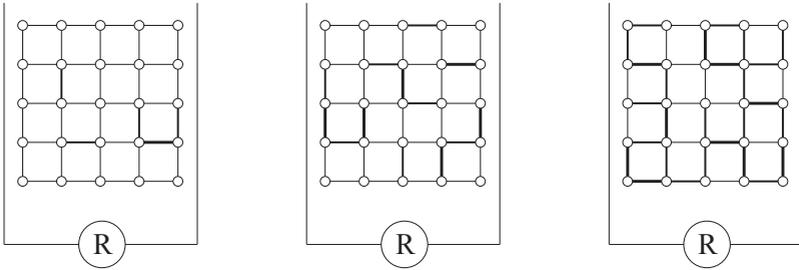


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung eines “Random Resistor Networks”: Dicke Linien repräsentieren hohe Übergangswahrscheinlichkeiten. Von links nach rechts nimmt die mittlere Übergangswahrscheinlichkeit zu. Dadurch wird das System zunehmend leitfähiger und der Widerstand nimmt ab.

bezeichnet.

Variable Range Hopping

Wie zuvor erwähnt sind die Abstände zwischen Donatoren statistisch verteilt. Bei höheren Dotierungen wird der mittlere Abstand zwischen benachbarten Donatoren zunehmend kleiner. In der Folge nehmen Wechselwirkungen zwischen ihnen zu, sodass diese nicht länger als voneinander vollständig unabhängig betrachtet werden können. Diese Wechselwirkung führt dazu, dass die Zustandsdichte gaußförmig und zunehmend breiter wird [Morgan et al., 1965]. Die Annahme, dass ε_{ij} klein und somit vernachlässigbar ist, kann daher nicht mehr gerechtfertigt werden.

Eine Anpassung der Beschreibung des Tunnelprozesses ist notwendig. Während die Überlappung der Wellenfunktionen mit größerem Abstand abnimmt, erhöht sich die Wahrscheinlichkeit einen Zustand mit einer erreichbaren Energiedifferenz ($\varepsilon_{ij} < k_B T$) zu finden. Um eine sinnvolle Beschreibung dieses Systems zu ermöglichen, muss nicht wie zuvor der nächste räumliche Nachbar gefunden werden, sondern der nächste Nachbar in 4 Dimensionen: 3 Raumdimensionen und die Energie. Im Gegensatz zu NNH stellt der räumlich nächstgelegene Nachbar nicht notwendigerweise das wahrscheinlichste Tunnelziel dar. Dieses komplexe Problem wurde erstmals von Mott [1969] beschrieben. Legt

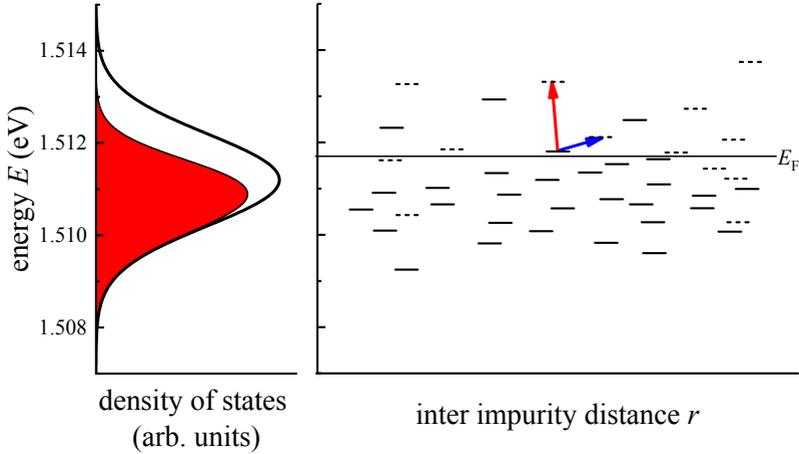


Abbildung 2.6: Modell zum NNH und VRH: Beim „Hopping“ tunnelt ein Elektron von einem besetzten (durchgezogene Linien) in einen nahegelegenen freien Zustand (gestrichelte Linien). Aus diesem Grund ist für diesen Prozess vor allem die Zustandsdichte rund um die Fermienergie von Bedeutung. Tiefergelegene Zustände haben in der Nähe keine freien Zustände und können somit nicht nennenswert am Tunnelprozess teilhaben. Beim NNH (roter Pfeil) ist vor allem der räumliche Abstand R zwischen dem freien und dem besetzten Zustand von Interesse. Insbesondere bei tiefen Temperaturen ist auch der energetische Abstand ϵ von Bedeutung. Dadurch können räumlich weiter entfernte Zustände effektiv günstiger sein (blauer Pfeil).

man die statistische Verteilung von Donatoren zu Grunde und nimmt an, dass die Zustandsdichte um die Fermienergie N_{E_F} konstant ist, so lässt sich für das Problem eine optimale (wahrscheinlichste) Tunnelndistanz r_{opt} finden [Nandi et al., 2015]:

$$r_{\text{opt}} = \left(\frac{9}{8\pi} \right)^{1/4} \left(\frac{a_d}{N_{E_F} k_B T} \right)^{1/4}. \quad (2.13)$$

Die optimale Tunnelndistanz nimmt mit sinkender Temperatur zu, da sich der energetisch erlaubte Bereich ($\epsilon_{ij} < k_B T$) verkleinert. Man spricht daher auch von „Variable Range Hopping“ (VRH). Mithilfe der wahrscheinlichsten Tunnelndistanz (Gleichung 2.13) und den entsprechenden Tunnelraten (Gleichung 2.11) lässt sich die Diffusions-

konstante für diesen Prozess berechnen [Nandi et al., 2015]:

$$D_{\text{VRH}} = W R_{\text{opt}}^2 / 6. \quad (2.14)$$

Damit ergibt sich die entsprechende Leitfähigkeit zu [Nandi et al., 2015]:

$$\sigma_{\text{VRH}}(T) = \frac{\sigma_0(N_{\text{EF}})}{T^{1/2}} e^{-\left(\frac{\tau_0(N_{\text{EF}})}{T}\right)^{\frac{1}{4}}}. \quad (2.15)$$

In dieser Gleichungen ist der einzige freie Parameter die Zustandsdichte an der Fermienergie N_{EF} . In der Literatur wird diese bevorzugt indirekt durch T_0 ⁹ und σ_0 ¹⁰ gegeben.

Limitierungen des VRH

Viele theoretische Arbeiten beschäftigen sich mit dem Modell des VRH (z.B. [Shegelski und Zimmerman, 1989; Efros und Shklovskii, 1975; Ambegaokar et al., 1971]). Die meisten kommen dabei zu ähnlichen Ergebnissen. Am häufigsten kritisiert wird die von Mott [1969] gemachte Annahme einer konstanten Zustandsdichte an der Fermienergie. Efros und Shklovskii [1975] formulierten daher eine Alternative, bei der sie annehmen, dass die Zustandsdichte an der Fermienergie verschwindet. Dies erscheint gerechtfertigt, da in der Regel die Existenz einer Coulomb-Lücke angenommen wird (siehe 2.2). Die Änderung der Grundannahme resultiert in einer gravierenden Änderung der Potenz im Exponenten von Gleichung 2.15 von 1/4 zu 1/2. Bei experimentellen Messungen an n -dotiertem GaAs [Benzaquen et al., 1987; Benzaquen und Walsh, 1984; Emel'yanenko et al., 1973] wird in der Regel eine Potenz von 1/4 beobachtet. Als Konsequenz sind zweierlei Schlussfolgerungen möglich. Entweder existiert keine Coulomb-Lücke von relevanter Größe oder die Fermienergie liegt nicht in der Coulomb-Lücke. Auch bei moderat hohen Temperaturen wird experimentell noch die Potenz von 1/4 beobachtet (z.B. $T \leq 11$ K in [Benzaquen et al., 1987]). Bei so hohen Temperaturen scheint die Annahme

⁹ $T_0 = 512 / (9\pi) (a_0^3 k_B N_{\text{EF}})^{-1}$ [Nandi et al., 2015]
¹⁰ $\sigma_0 T^{-1/2} = e^2 R_{\text{opt}}^2 \nu_D N_{\text{EF}} / 6$ [Nandi et al., 2015]

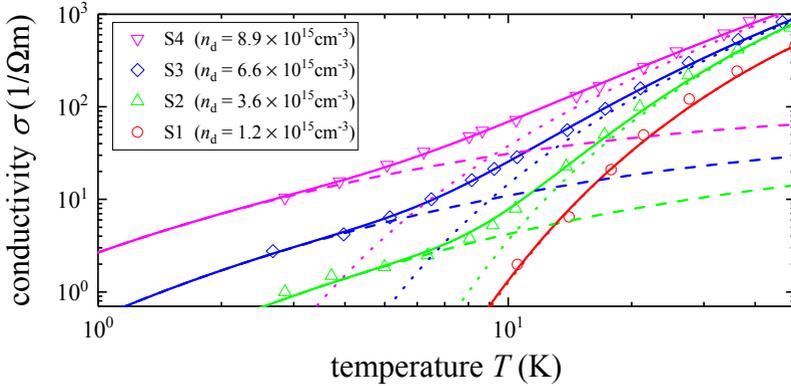


Abbildung 2.7: Experimentell bestimmte Leitfähigkeit im Bereich des VRH: Gestrichelte Linien sind die Beiträge durch VRH, gepunktete die Beiträge des Leitungsbandes. Die durchgezogene Linie enthält beide Beiträge. Deutlich ist zu erkennen, wie bei höheren Temperaturen die ins Leitungsband aktivierten Ladungsträger die Dominanz über den Ladungstransport übernehmen.

einer konstanten Dichte aufgrund der großen thermischen Energie zumindest fragwürdig. Theoretische Arbeiten zu diesem Problem kommen zu dem Schluss, dass auch eine exponentielle Zustandsdichte die selbe Abhängigkeit gemäß Gleichung 2.15 haben muss, allerdings mit einer leicht erhöhten effektiven Zustandsdichte N_{E_F} [Shegelski und Zimmerman, 1989; Mott und Davies, 1980]. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass das VRH für sehr niedrige Dotierungen in NNH übergeht. Zu höheren Dotierungen hingegen begrenzt der MIT das VRH, denn die vollständige Delokalisierung der Ladungsträger macht Phononen-assistierte Prozesse in diesem Bereich überflüssig. Bei hohen Temperaturen wird das VRH limitiert durch die Aktivierung von Ladungsträgern in das Leitungsband.

VRH in Proben S1-S4

Das gerade beschriebene Verhalten deckt sich mit den im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Werten (siehe Abbildung 2.7). Deutlich zu erkennen sind zwei grundsätzlich verschiedene Verläufe der Leitfähigkeit. Der erste Teil zeigt den charakteristischen gestreckte expo-

Tabelle 2.2: VRH Parameter der Proben S1-S4. Die Werte von S1 stammen aus der Extrapolation von N_{EF} aus den Proben S2-S4.

Probe Nr.	S1	S2	S3	S4
T_0 [$10^2 K$]	826	143 (5)	84 (2)	46 (1)
σ_0 [$1/\Omega\text{cm}$]	2,4	5,8 (1)	7,52 (6)	10,1 (2)

nentiellen Verlauf des VRH nach Gleichung 2.15. Oberhalb von etwa $T = 10\text{K}$ ist eine deutliche Änderung zu erkennen. Diese geht darauf zurück, dass die Leitfähigkeit der ins Leitungsband aktivierten Ladungsträger (siehe Abschnitt 2.1.1) hier dominiert [Benzaquen und Walsh, 1984]. Der Beitrag des Leitungsbandes wurde gemäß Gleichung 2.22 (siehe Abschnitt 2.3) berücksichtigt. Dies ist essentiell um verlässliche Werte für das VRH zu bestimmen [Rubinger et al., 2006]. Der Anpassungsparameter für das VRH, die Zustandsdichte an der Fermienergie N_{EF} , wird zur besseren Vergleichbarkeit mit der Literatur in Tabelle 2.2 durch σ_0 und T_0 dargestellt. Die Werte stimmen mit vergleichbaren Proben gut überein [Benzaquen et al., 1987; Emel'yanenko et al., 1973]. An der Probe S1 konnte die entsprechende Leitfähigkeit nicht bestimmt werden, da der Widerstand der Probe bei tiefen Temperaturen zu groß wurde, um verlässliche Messwerte zu erhalten. Die Werte für N_{EF} wurden deshalb aus denen der anderen drei Proben (S2-4) extrapoliert. Hierzu wurde angenommen, dass die Zustandsdichte für verschwindende Konzentration der Donatoren Null werden muss. Die Zustandsdichte zeigt eine leicht super-lineare Abhängigkeit¹¹ von der Dotierung. Dieses Verhalten ist zu erwarten, da mit zunehmender Dotierung die Überlagerung von unterem und oberem Hubbard-Band an Bedeutung gewinnt und zu einer zusätzlichen Erhöhung der Zustandsdichte führt.

¹¹Funktion: $N_{\text{EF}}(n_d) = 1348 n_d^{1,41}$

2.2 Metall-zu-Isolator-Übergang

Wird der Abstand zwischen Donatoren durch stärkere Dotierung oder ausüben von Druck klein, formen sie gemeinsame Potenzialtöpfe [Rosenbaum et al., 1983]. Da die Donatoren nicht länger durch Potenzialbarrieren getrennt sind, ist das Elektron nicht nur auf einem Donator lokalisiert, sondern über mehrere Donatoren ausgedehnt. Ist diese Ausdehnung auf makroskopischen Größenordnungen vorhanden, so ist das Elektron delokalisiert und die Leitfähigkeit bekommt einen metallischen Charakter, der Metall-zu-Isolator-Übergang (MIT). Dieser Effekt ist ebenso wie die zuvor genannten Tunnelprozesse (siehe Abschnitt 2.1.3) stark von der räumlichen und energetischen Verteilung der Donatoren abhängig. Die statistische Verteilung kann als Unordnung aufgefasst werden und ist der Grund dafür, dass die genaue Beschreibung des MIT auch nach über 50 Jahren noch eine Herausforderung darstellt. Die Pionierarbeit in diesem Forschungsgebiet geht dabei vor allem auf Philip Warren Anderson und Sir Nevill Francis Mott zurück, wofür sie 1977 gemeinsam mit John Hasbrouck van Vleck mit dem Nobelpreis für Physik geehrt wurden. Mott und Anderson formulierten dabei jeweils einen ganz eigenen Ansatz für die Beschreibung des MIT. Motts Ansatz basiert auf der Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern als treibende Kraft für den Übergang [Mott, 1949, 1956]. Bei Anderson hingegen wird Lokalisierung als eine Folge von Unordnung betrachtet [Anderson, 1958]. Sir Nevill Francis Mott fasste in einer Reihe von Aufsätzen [Mott, 1968; Mott und Davis, 1968; Mott, 1969, 1970; Davis und Mott, 1970; Mott, 1971a,b,c, 1972] die Grundlagen dieses Forschungsgebiets zusammen. Die allgemeingültige Definition des MIT sieht vor, dass dieser die kritische Dotierung $n_d = n_{c1}$ beschreibt, bei der eine elektrische Leitfähigkeit bei $T = 0\text{K}$ vorhanden ist. Der MIT ist also die Dotierung, ab der Ladungsträger ohne thermische Aktivierung delokalisiert sind. Experimentell wurde dies in einer Vielzahl von Halbleitern untersucht. Als Ergebnis wurde dabei als universeller Zusammenhang festgestellt, dass $n_{c1} \cdot a_d = 0,26(5)$ gilt [Edwards und Sienko, 1978]. Für GaAs entspricht das einem Wert von $n_{c1} = 1,7(4) \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Explizit für

GaAs wird $n_{c1} = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ angegeben [Liu et al., 1993; Romero et al., 1990; Benzaquen et al., 1987].

2.2.1 Mott-Kriterium

In Halbleitern ist das Mott-Kriterium der wichtigste Ansatz, um diese kritische Dotierung theoretisch zu beschreiben. Nach dem Pauli-Prinzip kann jeder Donator doppelt besetzt werden (Spin-up und Spin-down). Allerdings stoßen sich diese zwei Elektronen aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung ab. Folglich existiert an jedem Donator der niederenergetische einfach-geladene und der höherenergetische zweifach-geladene Zustand. Eine quantitative Rechnung für dotierte Halbleiter ist mit dem von Hubbard [1963] aufgestellten Hamiltonoperator möglich. Diese Beschreibung ist daher auch als Mott-Hubbard-Modell bekannt. Das niederenergetische Band wird als unteres Hubbard-Band und das höherenergetische als oberes Hubbard-Band bezeichnet. Die energetische Differenz U zwischen diesen Bändern ergibt sich analog zum Wasserstoffatom, wie zuvor beim einfach geladenen Donator. Für die Bindungsenergie des doppelt geladenen Donators gilt $E_{d-} \approx 0,05 E_d$ [Norton, 1976]. Für höhere Dotierungen kommen sich die Donatoren näher und die Wellenfunktionen überlappen. Als Folge tritt eine Verbreiterung der beiden Bänder auf [Morgan et al., 1965]. Aufgrund dieser Verbreiterung kann in Volumen-GaAs in der Regel E_{d-} nicht direkt experimentell bestimmt werden, da dieser Zustand bereits bei sehr geringen Dotierungen mit dem Leitungsband überlappt. Eine Extrapolation aus den in GaAs-Quantenfilmen beobachteten Werten ergibt für Volumen-GaAs einen Wert von 0,3 meV unterhalb der Leitungsbandkante [Pang und Louie, 1990], welcher sehr gut mit der obigen Abschätzung übereinstimmt. Die Verbreiterung der Donatorzustände lässt sich im Modell stark-gebundener Ladungsträger (TB von engl. tight binding) beschreiben. Hierbei wird ein primitives Gitter mit sechs nächsten Nachbarn angenommen. Die Breite des entstehenden Bandes ist in diesem Modell gegeben durch [Mott

und Davies, 1980]:

$$\Delta E_{\text{TB}} = \frac{6e_0^2}{\epsilon a_d} \left(1 + \frac{r_d}{a_d} \right) e^{-\frac{r_d}{a_d}}, \quad (2.16)$$

wobei r_d der Abstand zwischen den Donatoren ist. Streng genommen gilt Gleichung 2.16 nur für das untere Hubbard-Band. Im Folgenden wird angenommen, dass unteres und oberes Band eine identische Breite besitzen. Diese Annahme scheint zunächst fragwürdig, da die Bindungsenergie im oberen Band viel kleiner ist. Für dieses sind Donatorradien in der Größenordnung von $4a_d$ zu erwarten [Mott, 1980]. Folglich sollte das obere Band auch entsprechend breiter sein. Diese Schlussfolgerung scheint im Rahmen des TB Modells sinnvoll, gilt aber für das obere Band aufgrund der kleinen Bindungsenergie nur sehr eingeschränkt. Genauere Beschreibungen wie die Wigner-Seitz-Methode kommen hierbei zu dem Schluss, dass das obere Band zwar für große Abstände r_d deutlich breiter ist als das untere, sich aber für kleinere Abstände der Unterschied wieder relativiert [Mott, 1980]. Die zunehmende Verbreiterung führt unabhängig vom Modell letztlich zur Verschmelzung der beiden Bänder. Als direkte Folge ist das Störstellenband nicht mehr voll besetzt und metallische Leitung setzt ein. Näherungen mit ausgereifteren Modellen für das obere Hubbard-Band kommen zu dem Schluss, dass dies etwa bei einer Verbreiterung des unteren Bandes um die halbe Bindungsenergie E_d der Fall ist [Mott, 1980]. Dies zeigt, dass die eingangs gemachte Annahme gleich breiter Bänder zu sinnvollen Ergebnissen führt. In Abbildung 2.8 ist die Breite der Hubbard-Bänder graphisch dargestellt. Die Auswertung ergibt, dass sich die Bänder bei einem Abstand von etwa $5a_d$ vereinen. Dieser Abstand lässt sich wiederum in eine Konzentration umrechnen, $n_{c1} = 1,6 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$. Der daraus folgende kritische Punkt $n_{c1} \cdot a_d = 0,25$ stimmt sehr gut mit den experimentellen Werten überein. Vernachlässigt wurde an diesem Punkt auch die durch Abschirmung des Donators verursachte Verschiebung des oberen Energieniveaus hin zum Leitungsband. Berechnungen, die dies einschließen, zeigen aber, dass dieser Effekt das Minimum des oberen Hubbard-Bandes nicht nennenswert beeinflusst und daher die Ergebnisse annähernd gleich bleiben [Monecke et al., 1993]. Ein weiterer wichtiger

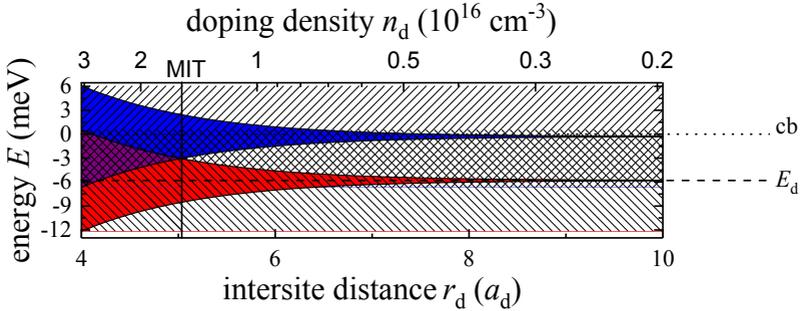


Abbildung 2.8: Grenzen des unteren (rot) und oberen (blau) Hubbard-Bands: Darstellung als Funktion des Interdonatorabstandes für ein kubisches Gitter. Der Mott-MIT findet statt sobald beide Bänder sich überlagern. Deutlich zu erkennen ist auch, dass die Hybridisierung des oberen Hubbard-Bandes mit dem Leitungsband bereits deutlich unterhalb des MIT stattfindet.

Punkt ist, dass das obere Hubbard-Band in GaAs deutlich unterhalb des MIT mit dem Leitungsband verschmilzt. Dies wird bereits im einfachen Modell deutlich und ist in Abbildung 2.8 gut zu erkennen. Aufgrund dieser Hybridisierung und der ohnehin sehr kleinen Energiedifferenz zum Leitungsband lässt sich in moderat dotiertem GaAs die Aktivierung ins obere Hubbard-Band nicht von der Aktivierung ins Leitungsband unterscheiden. Sehr wohl beobachtet werden kann dies jedoch für Störstellen mit größerer Bindungsenergie (z.B. GaAs-Quantenfilme [Pang und Louie, 1990; Agrinskaya et al., 2010], Donatoren in Si [Norton, 1976; Mott und Kaveh, 1983] und Donatoren in Ge [Narita und Kobayashi, 1980]).

2.2.2 Anderson-Modell

Insbesondere im Fall starker Kompensation kann das Modell von Mott den MIT nur unzureichend erklären. Das Modell ist nicht in der Lage zu erklären, warum eine unkompenzierte Probe metallisch sein kann, während eine stark kompenzierte Probe mit gleicher Konzentration an Donatoren isolierend ist. Mott [1976] selbst argumentierte, dass in diesem Fall das von Anderson formulierte Modell des MIT an Be-

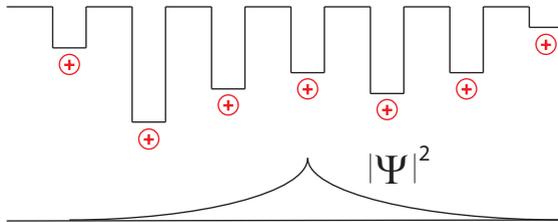


Abbildung 2.9: Lokalisierung nach Anderson: Zwischen den benachbarten Donatoren liegt eine energetische Unordnung vor. Um zu Donatoren deren Energie größer ist zu gelangen ist eine thermische Anregung notwendig. Bei kleinen thermischen Energien ist das Elektron lokalisiert. Die Wellenfunktion ist zwar über mehrere Donatoren ausgedehnt fällt aber dennoch exponentiell ab.

deutung gewinnt. Das Anderson-Modell basiert im Gegensatz zum Mott-Hubbard-Modell auf Unordnung. Anderson [1958] zeigt dabei, dass selbst wenn ein Band nur zur Hälfte besetzt ist, nicht zwangsläufig metallische Leitung vorliegen muss. Diese Eigenschaft erscheint widersprüchlich und lässt sich im Rahmen des Bändermodells nicht verstehen. Tatsächlich gab Anderson später zu, dass er die Ergebnisse seiner Theorie anfangs selbst nicht verstanden hatte [Anderson, 1978]. Im Anderson-Modell wird das lokale Umfeld einer Störstelle betrachtet. Wie bereits erwähnt, ist das Störstellenband verbreitert. In der Folge können Störstellen in der lokalen Umgebung vorhanden sein, die aber energetisch vom Ausgangszustand abweichen. Diese Betrachtung ist nah verwandt mit den Überlegungen zum VRH. Findet sich kein energetisch passender Partner, so ist das Elektron lokalisiert. Allerdings muss die Lokalisierung hierbei nicht auf einen Donator beschränkt sein. Ein Elektron kann durchaus mehrere Nachbarn gleicher Energie besitzen. Lässt sich eine solche „Insel“ aber nicht auf makroskopischen Skalen fortsetzen, bleibt das Elektron auf diese beschränkt. Anschaulich muss das Elektron, welches keinen energetisch passenden Nachbarn findet, umkehren, falls keine thermische Energie zum Überwinden der Energiedifferenz zur Verfügung steht. Quantenmechanisch ist an einer solchen Barriere kohärente Rückstreuung möglich. Die Wellenfunktion nimmt dann aufgrund der resultierenden Interferenzeffekte exponentiell ab und die Aufenthaltswahrscheinlich-

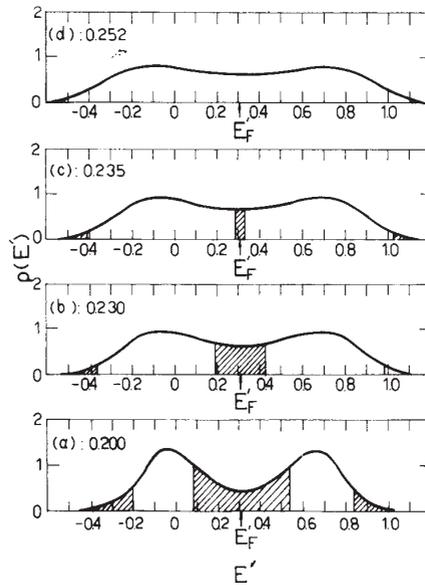


Abbildung 2.10: Mott-Anderson-Modell: Am Punkt des Mott-MIT überlagern oberes und unteres Hubbard-Band. Dennoch resultiert dies nicht in metallischer Leitung, da die Ladungsträger lokalisiert sind im Sinne von Anderson (schraffierte Fläche). Eine metallische Leitung setzt erst bei deutlich höheren Dotierungen ein, wenn die Zustandsdichte an der Fermienergie ausreichend groß ist. Graph übernommen aus [Economou und Fertis, 1985]

keit wird reduziert (siehe Abbildung 2.9). Die Konsequenz: Je mehr Unordnung das Band aufweist (je breiter), desto größer ist der Grad an Lokalisierung. Durch solche statistischen Fluktuationen hervorgerufene Lokalisierung nimmt mit zunehmender Dotierung (und damit zunehmender Zustandsdichte) ab. In der Folge wird ein MIT beobachtet. Zustände am Rand von Bändern sind aus diesem Grund immer schwach lokalisiert [Economou und Fertis, 1985]. Die kritische Dotierung, die sich aus diesem Modell ergibt, ist in der Regel deutlich höher als die in GaAs experimentell beobachtete ($n_{c1} \cdot a_d = 0,4$ [Mott, 1976]). Ein reiner Anderson-Übergang kann daher ausgeschlossen werden. Das Anderson-Modell ist generell dann von Bedeutung, wenn ein

nicht voll besetztes Band vorliegt, also oberhalb des Mott-Übergangs. Diese gemeinsame Betrachtung wird auch als Mott-Anderson-Modell bezeichnet. Direkt beim Mott-MIT ist die Zustandsdichte an der Fermienergie zu gering, um metallische Leitung zu unterstützen. Dies resultiert dann in Lokalisierung im Sinne von Anderson. Folglich ist davon auszugehen, dass im Halbleiter der MIT knapp oberhalb des Mott-Kriteriums eintritt [Mott und Davies, 1980]. Hiermit lässt sich auch erklären, warum bei starker Kompensation kein MIT erreicht wird, obwohl oberes und unteres Hubbard-Band nach Mott bereits überlagern (Abbildung 2.10).

2.2.3 Perkolationstheorie

Die Modelle von Anderson und Mott bedienen sich beide eines regelmäßigen Gitters in ihrer Beschreibung. In der Realität ist die räumliche Verteilung jedoch zufällig. Aus einer einfachen TB-Betrachtung ist dadurch eine Verbreiterung des Störstellenbandes zu erwarten. Dies würde den Mott-MIT zu tieferen Dotierungen verschieben, während der Übergang nach Anderson zu höheren verschoben wäre. Den Einfluss einer solchen zufälligen Anordnung zu untersuchen ist eine der Hauptaufgaben der Perkolationstheorie. Hier wird der Einfluss der räumlichen Unordnung auf den MIT untersucht. Der Ansatz der Perkolationstheorie gleicht hierbei wieder dem „Random Resistor Network“ von Miller und Abrahams [1960] aus Abschnitt 2.1.3. Geht im „Random Resistor Netzwerk“ die thermische Energie des Systems gegen Null, so bleiben nur die Verbindungen übrig, die keine thermische Aktivierung erfordern. Im Folgenden lässt sich nun prüfen, ob eine leitende Verbindung zwischen zwei Enden eines dotierten Halbleiters hergestellt werden kann. Hierbei ist zwischen „bond“- und „site“-Perkolation zu unterscheiden. Welcher dieser Ansätze sinnvoller ist, muss im Einzelfall entschieden werden. Bei der „bond“-Perkolation wird geprüft, ob eine Verbindung zu einem nächsten Nachbarn hergestellt wird oder nicht. Die Wahrscheinlichkeit mit der dies gelingt, ist durch p_b gegeben. Anschließend wird überprüft, ob eine Verbindung über solche „bonds“ von einem zum gegenüberliegenden Ende

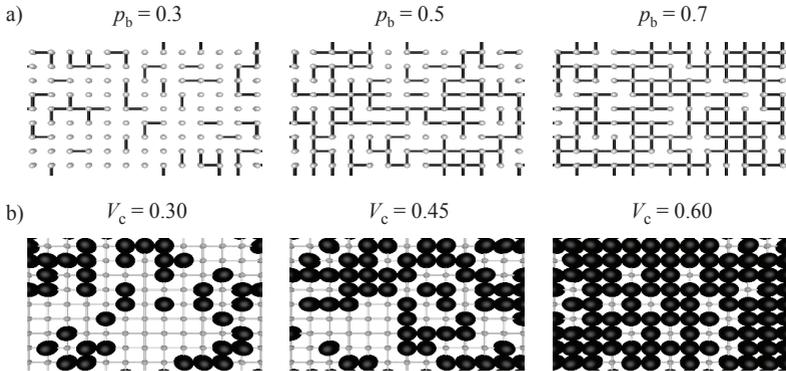


Abbildung 2.11: Perkolationspfade bei „bond“- (a) und „site“-Perkolations (b): Mit höherer Besetzungswahrscheinlichkeit wird die Wahrscheinlichkeit höher, dass ein Perkolationspfad von einer Seite der Probe zur anderen existiert.

existiert. Bei der „site“-Perkolations wird angenommen, dass sich Elektronen nur auf bestimmten Plätzen („sites“) aufhalten dürfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gitterplatz von einer „site“ besetzt ist, wird durch p_s gegeben. Anschließend wird geprüft, ob durch eine Kette von nächsten Nachbarn aus solchen „sites“ eine Verbindung zwischen gegenüberliegenden Enden herstellen kann.

In der Regel werden Arbeiten zur Perkolationsstheorie in $n = 3$ Dimensionen für ein einfach kubisches Gitter durchgeführt und in $n = 2$ für ein quadratisches Gitter (siehe Abbildung 2.11). Selbstverständlich lässt sich diese Untersuchung aber auch in anderen Arten von Gittern durchführen (Beispiele siehe Tabelle 2.3). Dabei ergibt sich, dass im „bond“-Modell immer dann ein Perkolationspfad existiert, wenn die mittlere Anzahl an Verbindungen zu Nachbarn $N_c = n/(n - 1)$ beträgt [Kirkpatrick, 1973]. Die kritische Anzahl an Verbindungen ist also unabhängig von der Anzahl der nächsten Nachbarn (Anzahl an möglichen Verbindungen), solange diese größer ist als die mittlere Zahl an verbundenen Nachbarn. Im Fall des „site“-Modells ergibt sich ähnlich, dass das von den „sites“ eingenommene Volumen gerade $V_c = 0,15$ für $n = 3$ betragen muss (für $n = 2$ beträgt $V_c = 0,45$) [Kirkpatrick, 1973]. Dies ist wiederum unabhängig von der Zahl der nächsten Nach-

Tabelle 2.3: Kritische „bond“- oder „site“-Wahrscheinlichkeiten für die Existenz eines Perkolationspfades in klassischer Betrachtung bei verschiedenen Gittern [Stauffer, 2009] und bei der quantenmechanischen Betrachtung [Soukoulis et al., 1992].

Gitter	SC	FCC	BCC	SC-QM
„bond“-Wahrscheinlichkeit p_b	0,249	0,120	0,180	0,32
„site“-Wahrscheinlichkeit p_s	0,312	0,199	0,246	0,44

barn und gilt sogar im Extremfall einer kontinuierlichen Verteilung der Störstellen [Skal et al., 1973]. Beide Ansätze der Perkolations-theorie sind unabhängig von der Struktur des Gitters und kommen grundsätzlich auf ähnliche Ergebnisse [Schmidtke et al., 2014]. Diese Tatsache lässt sich dadurch begründen, dass beide derselben Universalitätsklasse angehören [Stauffer, 2009].

Die Rechnungen zur Perkolations-theorie erfolgen vor allem durch Simulation endlicher Systeme unterschiedlicher Größe. Deren Eigenschaften werden dann zu unendlichen Größen extrapoliert. Die meisten Arbeiten widmen sich dabei der Feststellung der gerade beschriebenen kritischen Dotierung (z.B. [Soukoulis et al., 1992; Berkovits und Avishai, 1996; Lorenz und Ziff, 1998; Kaneko und Ohtsuki, 1999]). Einige wenige beschäftigen sich aber auch mit den Transporteigenschaften eines solchen Systems (z.B. [Likal'ter, 1995; Schmidtke et al., 2014]). In beiden Fällen müssen aber insbesondere auch quantenmechanische Effekte berücksichtigt werden. Existiert beispielsweise ein Teil eines Perkolationspfades, der in einer Sackgasse endet, so hat dies klassisch keinen Einfluss auf die Perkolations. Quantenmechanisch führt jedoch kohärente Rückstreuung zu Lokalisierung durch Interferenzeffekte (Anderson-Lokalisierung) [Schubert et al., 2005]. Die meisten quantenmechanischen Perkolations-Modelle vernachlässigen die Elektron-Elektron-Wechselwirkung und kommen folglich, analog zum Anderson-Modell, auf zu hohe kritische Dotierungen für den MIT.

Tabelle 2.4: VRH Parameter der Proben S5 und S6, sowie die metallischen Leitfähigkeiten der Proben S5-S10 und die damit verbundenen Impulsrelaxationszeiten.

Probe Nr.	S5	S6	S7	S8	S9	S10
σ_m [1/ Ωcm]	1,47 (4)	1,29 (3)	10,0 (1)	19,5 (2)	42,8 (7)	44,0 (2)
$1/\tau_p^{6,5\text{K}}$ [$10^{12}/\text{s}$]	36 (2)	40 (2)	14,0 (1)	11,27 (8)	8,30 (8)	9,89 (3)
T_0 [10^2 K]	23,7 (8)	23,3 (6)	—	—	—	—
σ_0 [1/ Ωcm]	14,1 (3)	14,2 (2)	—	—	—	—

2.2.4 Leitung im Störstellenband

Obwohl die Elektron-Elektron-Wechselwirkung in der Regel vernachlässigt wird, eignet sich die Perkolations-theorie dennoch sehr gut, um die grundlegenden Transporteigenschaften im Störstellenband zu beschreiben. So lässt sich, aufgrund der Nähe des Ansatzes zum bereits beschriebenen “Random Resistor Netzwerk” (siehe 2.1.3) aus der Perkolations-theorie auch die theoretische Abhängigkeit des VRH verifizieren. Damit ergibt sich hier der Zusammenhang [Sen, 2009]:

$$\sigma(T) = \sigma_0 \left(\frac{T_0}{T} \right)^s e^{-\left(\frac{T_0}{T}\right)^\gamma}, \quad (2.17)$$

wobei s und γ dimensionsabhängige Werte sind, für die in drei Dimensionen gilt $s = 1/2$ und $\gamma = 1/4$. Dieses Verhalten ist vor allem unterhalb des MIT von Bedeutung, solange die Ladungsträger noch lokalisiert sind. Oberhalb des MIT wird in der experimentell bestimmten Leitfähigkeit, analog zu den Beobachtungen aus den Hallmessungen (siehe Abschnitt 2.1.2), ein metallischer Charakter deutlich. Dieser offenbart sich in einer konstanten Leitfähigkeit σ_m . Direkt am MIT (Proben S5 und S6) setzt sich die Leitfähigkeit aus VRH gemäß Gleichung 2.15 und der metallischen Leitfähigkeit zusammen. Dies stimmt mit den Beobachtungen aus den Hall-Messungen überein (Abschnitt 2.1.2). Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 2.4 aufgelistet.

Zweiter kritischer Übergang

Experimentell zeigt sich sowohl im Hall-Effekt als auch in der Leitfähigkeit der metallische Charakter für alle Proben oberhalb des MIT ($n_d > n_{c1}$). Dies erscheint zunächst widersprüchlich, denn experimentell wurde bestätigt, dass die Fermienergie sich erst bei Dotierungen größer als $n_{c2} = 8 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ [Liu et al., 1993, 1992; Romero et al., 1990] im Leitungsband befindet. Eine Beobachtung, die bereits zuvor durch die Theorie vorhergesagt wurde [Berggren, 1973]. Deutlich oberhalb dieser Dotierung bilden die Zustände der Donatoren lediglich eine Erweiterung des Leitungsbandes innerhalb der Bandlücke [Phillips, 1991; Serre und Ghazali, 1983; Sritrakool et al., 1982]. Eine solche Zerteilung des MIT in zwei kritische Werte (n_{c1} , n_{c2}) wurde auch in anderen Halbleitern beobachtet, beispielsweise in Si:P [Gaymann et al., 1995, 1993] oder n -dotiertem InSb [Choi et al., 1991]. Die direkte Konsequenz dieser Beobachtung ist, dass der metallische Charakter der Leitfähigkeit von der Leitung im Störstellenband stammen muss. Auch wenn diese Tatsache aus den experimentellen Ergebnissen zwangsläufig hervorgeht, argumentieren auch heute noch einige theoretische Physiker, dass ein Störstellenband keine metallische Leitung unterstützen kann [Wellens und Jalabert, 2016; Intronati et al., 2012; Pushpam und Navaneethakrishnan, 2007]. In ihrer Argumentation vernachlässigen sie jedoch die Elektron-Elektron-Wechselwirkung, welche den MIT erst möglich macht (siehe Abschnitt 2.2.1).

Streng genommen ist sogar noch ein weiterer kritischer Übergang unterhalb des MIT zu beobachten [Phillips, 1998]. Dieser kommt dadurch zustande, dass die Elektronen nicht mehr notwendigerweise auf einzelnen Donatoren lokalisiert sind, sondern sich einige von ihnen zu kleinen „Inseln“ vereinen. Durch diese lokale Delokalisierung wird bereits unterhalb des MIT ein Anstieg der spezifischen Wärme gemessen [Kobayashi et al., 1977], obwohl noch keine metallische Leitfähigkeit vorliegt. Von größerem Interesse für diese Arbeit ist der Übergang der Fermienergie vom metallischen Störstellenband ins Leitungsband bei $n_d \geq n_{c2}$.

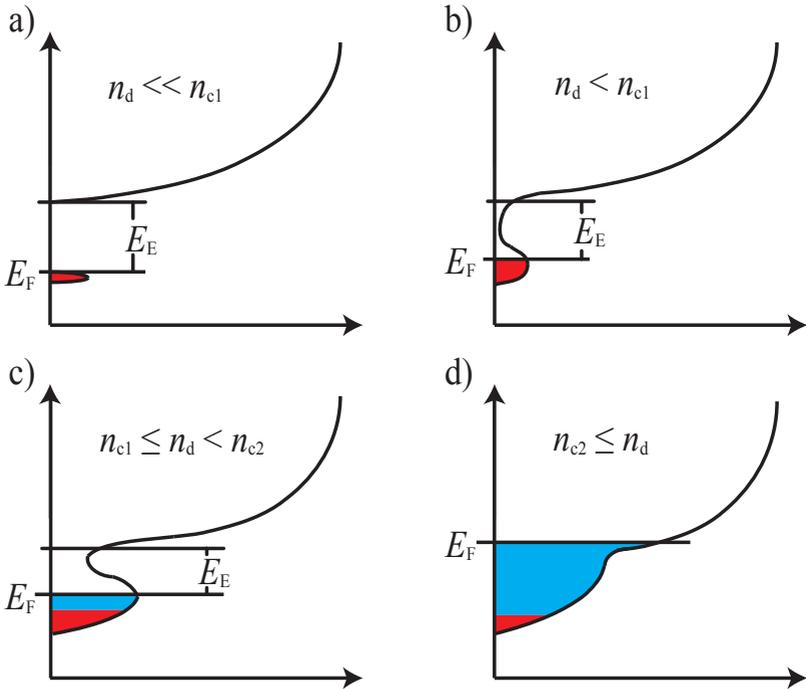


Abbildung 2.12: Modell der Zustandsdichte für verschiedene Dotierbereiche: a) Bei sehr niedrigen Dotierungen sind die Störstellen isoliert und in der Folge finden kaum Wechselwirkungen statt. Die Aktivierungsenergie von Elektronen zum Leitungsband entspricht der Donatorbindungsenergie. b) Bei Dotierungen knapp unterhalb des MIT treten bereits deutliche Wechselwirkungseffekte auf. Die Aktivierungsenergie ist kleiner als die Bindungsenergie des isolierten Donators und die Zustandsdichte der Störstellen ist merklich verbreitert. Das mit dem Leitungsband verschmolzene obere Hubbard-Band wird ebenfalls zunehmend breiter. c) Oberhalb des MIT ist die Überlagerung der Donatoren so ausgeprägt, dass sich ein Band mit metallischen Eigenschaften bildet. Das Leitungsband ist von diesem allerdings noch durch eine Pseudobandlücke getrennt. d) Bei noch höheren Dotierungen gelangt die Fermienergie ins Leitungsband und die Aktivierungsenergie verschwindet vollständig.

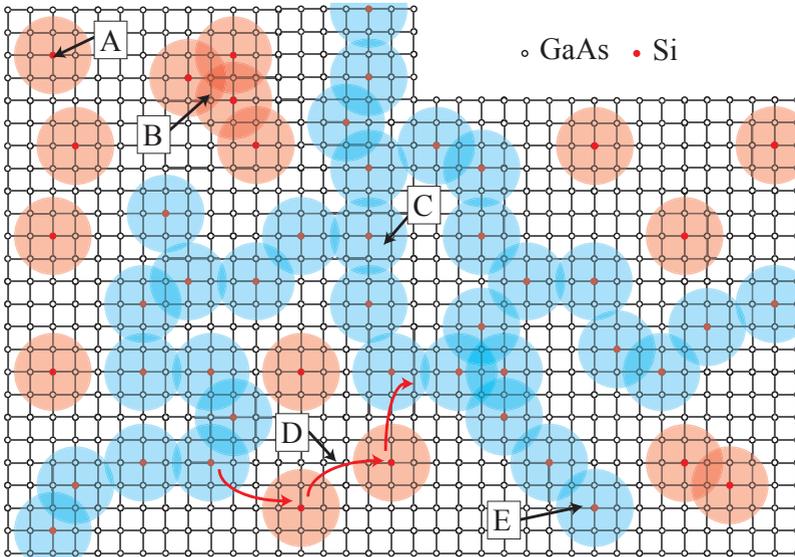


Abbildung 2.13: Vereinfachte Darstellung der mikroskopischen Transportprozesse: Abhängig von der Dotierung sind Elektronen an einzelnen Donatoren gebunden (A) oder über mehrere naheliegende Donatoren ausgedehnt (B). Oberhalb des MIT bilden einige dieser überlagernden Donatoren makroskopische Pfade durch die eine metallische Leitung erfolgen kann (C). Direkt am MIT liegen alle diese möglichen Zustände vor. Elektrische Leitung kann also einerseits durch thermisch aktivierte Tunnelprozesse (D) oder entlang der metallischen Perkolationspfade (C) erfolgen. Neben dem klassischen Widerstand solcher Pfade spielen in diesen auch quantenmechanische Effekte wie die kohärente Rückstreuung an Grenzen (E) eine entscheidende Rolle.

Metallische Leitung im Störstellenband

Im Rahmen der Perkolationsstheorie ist eine metallische Leitung im Störstellenband möglich. Oberhalb des MIT verliert die Elektron-Elektron-Wechselwirkung durch die zunehmende Abschirmung an Bedeutung. Daher eignet sich die quantenmechanische Perkolationsstheorie in diesem Bereich sehr gut für eine Beschreibung der Transporteigenschaften. Elektronen sind dabei auf den Perkolationspfad limitiert und somit deutlich in ihrer Bewegungsfreiheit eingeschränkt (siehe Abbildung 2.13). Im Extremfall, also direkt am MIT, ähnelt die Be-

wegung des Elektrons entlang des Pfades daher eher einer zufälligen Brownschen Molekularbewegung, wobei die mittlere freie Weglänge gegeben ist durch den mittleren Abstand zwischen zwei Donatoren. Dies steht im Kontrast zu der bei tiefen Temperaturen in der Regel erwarteten Rutherford-artigen Streuung aufgrund von ionisierten Störstellen (siehe Abschnitt 2.3.2). Anschaulich lässt sich die Streuung im Perkolationspfad als direkte Konsequenz aus der geringen Anzahl an überlappenden Donatoren verstehen. Der nächste Donator im Perkolationspfad ist räumlich in einer zufälligen Richtung ausgerichtet. Entsprechend ergibt sich bei jedem neuen Donator eine Isotropisierung des Elektronenimpulses. Diese Vorstellung entspricht einem „Random Walk“. Eine vollständige Beschreibung mittels Quantenperkolationstheorie für den Bereich oberhalb des MIT wurde von Schmidtke et al. [2014] durchgeführt. Sie bedient sich dabei einem „bond“-Perkolationsmodell. Äquivalente Ergebnisse sind aber auch für die „site“-Perkolation zu erwarten. Als Grundlage dient auch hier wieder das TB-Modell. Schmidtke et al. [2014] zeigen in ihrer Veröffentlichung, dass sich die quantenmechanische Lösung analog zum Drude-Modell beschreiben lässt. Dabei ist die mittlere freie Weglänge gegeben durch [Schmidtke et al., 2014]:

$$\lambda_{\text{ib}}(p_{\text{b}}) = \frac{p_{\text{b}}^2}{1 - p_{\text{b}}}. \quad (2.18)$$

Hier ist p_{b} die Wahrscheinlichkeit für eine Verbindung zu einem nächsten Nachbarn im „bond“-Perkolationsmodell. Des Weiteren zeigen Schmidtke et al. [2014], dass im quantenmechanischen Modell $v_{\text{e}}^2 \propto p_{\text{b}}$ gilt. Folglich lässt sich über die Impulsrelaxationszeit im Perkolationspfad aussagen:

$$\frac{1}{\tau_{\text{p}}^{(\text{ib})}} = \frac{v_{\text{e}}}{\lambda_{\text{ib}}} \propto \frac{1 - p_{\text{b}}}{p_{\text{b}}^{3/2}}. \quad (2.19)$$

Diese semiklassische Beschreibung gilt dabei für den gesamten Bereich oberhalb des kritischen Phasenübergangs. Wird p_{b} sehr groß, so bewegt sich das Elektron ungehindert über große Distanzen, da der Perkolationspfad große Teile der Probe abdeckt. In diesem Fall ist die Streuung am Pfad nicht länger limitierend, sondern die Streuung

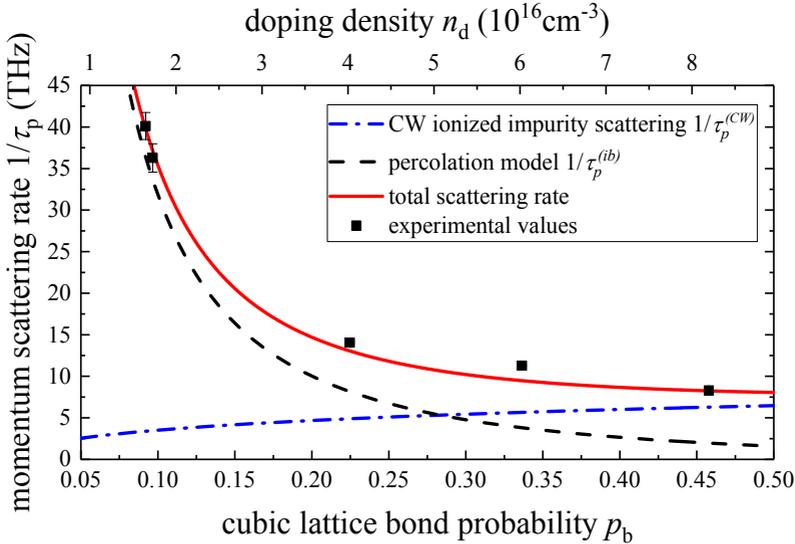


Abbildung 2.14: Streuung von Elektronen im Störstellenband: Während bei hohen Dotierungen die Streuung an ionisierten Störstellen dominiert (siehe Abschnitt 2.3), dominieren bei niedrigen Dotierungen die Streuprozesse an den Rändern des Perkolationspfades. Die schwarze Linie ist gegeben durch Gleichung 2.19, die blaue durch Gleichung 2.30 und die rote Linie zeigt die Summe beider Streuraten.

an ionisierten Störstellen gewinnt an Bedeutung. Aus den Messungen der Leitfähigkeit und des Hall-Effekts lassen sich die Impulsrelaxationszeiten der Proben bestimmen. Bei den Proben S5 und S6 wurde dabei nur der metallische Teil der Leitfähigkeit und des Hall-Effekts berücksichtigt. Diese Messwerte werden dann mit dem Perkolationsmodell verglichen. Für diese theoretische Beschreibung muss zunächst die mittlere Anzahl an verbundenen Nachbarn bestimmt werden. Dazu wird die Annahme gemacht, dass Störstellen dann verbunden sind, wenn sich ihre Bohrradien überschneiden. Damit ergibt sich die mittlere Anzahl an verbundenen Nachbarn direkt aus der Donatorkonzentration:

$$N_b = \left(\frac{4}{3\pi} (2a_d)^3 \right) n_d. \quad (2.20)$$

Die Wahrscheinlichkeit p_b ergibt sich dann durch aufteilen auf die nächsten Nachbarn im kubischen Gitter des Perkolationsmodells:

$$p_b = \frac{1}{6} N_b. \quad (2.21)$$

In Abbildung 2.14 sind die experimentellen Impulsrelaxationszeiten und die theoretischen Kurven aufgetragen. Hierbei wurden neben dem Störstellenband die Streuung an ionisierten Störstellen berücksichtigt. Der einzige freie Parameter bei der Bestimmung der theoretischen Kurven ist der Proportionalitätsfaktor vor Gleichung 2.19. Die sehr gute Übereinstimmung zeigt deutlich die Dominanz der Streuung an den Grenzen des Perkolationspfades in der unmittelbaren Nähe des MIT.

2.3 Streumechanismen

Neben der Streuung im Perkolationspfad sind eine Reihe weiterer Streumechanismen von Interesse. Diese wurden teilweise schon erwähnt aber noch nicht formell eingeführt. Insbesondere für Dotierungen oberhalb von n_{c2} , sowie in allen Proben bei erhöhten Temperaturen, dominieren diese Prozesse die Leitfähigkeit. Die beiden wichtigsten sind hierbei die Streuung an ionisierten Störstellen (siehe 2.3.2) und die Streuung an optischen Phononen (siehe 2.3.3). In GaAs lässt sich die Leitfähigkeit von Leitungsband-Elektronen gut beschreiben durch:

$$\sigma_{cb}(T) = \frac{e_0}{\mu_{ii}^{-1}(T) + \mu_{op}^{-1}(T)} n_d e^{-\frac{E_1}{k_B T}}, \quad (2.22)$$

wobei $\mu_{ii}(T)$ die Beweglichkeit aufgrund der Streuung an ionisierten Störstellen (siehe Gleichung 2.32) ist und $\mu_{op}(T)$ die für Streuung an polar-optischen Phononen (siehe Gleichung 2.49). Der letzte Teil der Gleichung berücksichtigt die Aktivierung von Ladungsträgern ins Leitungsband gemäß Gleichung 2.1. Die Temperaturabhängigkeiten dieser unterschiedlichen Streumechanismen führen dazu, dass die Leitfähigkeit in GaAs, wie in den meisten Halbleitern, einen sehr charakteristischen Verlauf nimmt (siehe Abbildung 2.15). Zunächst nimmt

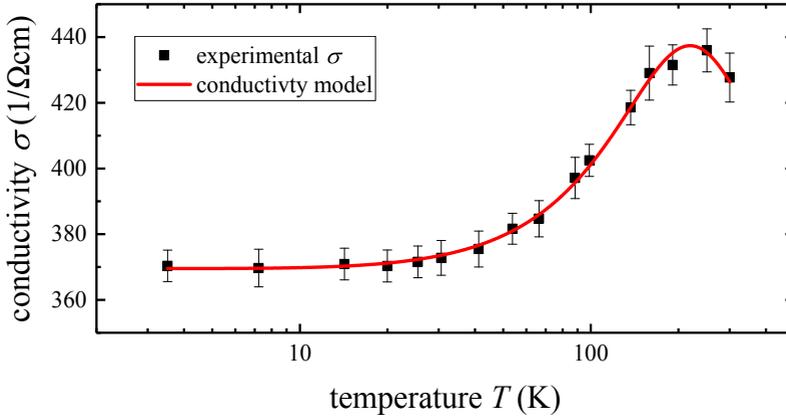


Abbildung 2.15: Leitfähigkeit in hoch dotiertem GaAs ($n_d = 8 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$): Deutlich zu sehen ist die konstante metallische Leitfähigkeit des entarteten Elektronensystems bei tiefen Temperaturen. Im nicht entarteten System bei höheren Temperaturen werden zwei Hauptbeiträge beobachtet. Zum einen die geringer werdende Streuung an ionisierten Störstellen (siehe Abschnitt 2.3.2), die die Leitfähigkeit zunächst ansteigen lässt. Zum anderen die zunehmende Streuung an Phononen (siehe Abschnitt 2.3.3), die die Leitfähigkeit nahe Raumtemperatur wieder abnehmen lässt.

die Leitfähigkeit mit steigender Temperatur zu. Dies geschieht vor allem durch die reduzierte Streuung an ionisierten Störstellen aufgrund der höheren Geschwindigkeit der Elektronen [Wolfe et al., 1970]. Bei niedrig dotierten Proben kommt zusätzlich noch die Aktivierung von lokalisierten Ladungsträgern als wesentlicher Faktor hinzu. Knapp unterhalb der Raumtemperatur nimmt die Leitfähigkeit wieder ab, da durch thermische Aktivierung mehr Phononen als Streuzentren zur Verfügung stehen und diese nun die Leitfähigkeit limitieren.

Grundlage von Streuung ist immer eine Abweichung von der regelmäßigen Periodizität des Gitters. In der quantenmechanischen Betrachtung wird zunächst das ideale Kristallgitter angenommen und gelöst. Anschließend wird dieses System durch das Einbringen einer kleinen Abweichung gestört, beschrieben durch den Hamiltonoperator H_1 . Durch diese Störung wird ein Übergang von einem Zustand mit Impuls \mathbf{k} zu einem Zustand mit Impuls \mathbf{k}' ermöglicht. Die Übergangs-

rate ist dabei gegeben durch [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \mathbf{k}', \mathbf{q}' | H_1 | \mathbf{k}, \mathbf{q} \rangle|^2 \delta(E_{\mathbf{k}', \mathbf{q}'} - E_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}), \quad (2.23)$$

wobei das δ am Ende die Energieerhaltung beschreibt. Im Falle von Streuung ohne Phononenbeteiligung können deren Zustände \mathbf{q} und \mathbf{q}' vernachlässigt werden. Bei der folgenden genaueren Betrachtung ist die Nutzung von sphärischen Koordinaten (k, ζ, θ) sinnvoll. Hierbei wird die Orientierung so festgelegt, dass θ den Winkel zwischen \mathbf{k} und \mathbf{k}' darstellt. Die Relaxationszeit des Impulses τ_p ergibt sich dann aus dem Integral über alle möglichen Streuprozesse [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{V_{\text{Kristall}}}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k}' P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') (1 - \cos(\theta)). \quad (2.24)$$

Hier ist V_{Kristall} das Kristallvolumen. An dieser Stelle wird absichtlich der Begriff der Streuzeit vermieden, da er impliziert, dass dies die Zeit zwischen zwei Streuereignissen ist. In vielen Fällen ist dies jedoch nicht richtig, denn abhängig vom Streuprozess kann durchaus mehr als ein Streuereignis notwendig sein, um den Impuls zu relaxieren.

2.3.1 Streuwinkel

Entscheidend dafür wie stark ein Streuereignis zur Impulsrelaxation beiträgt ist der Streuwinkel θ . Aus diesem Grund wird Gleichung 2.24 häufig nicht als Funktion von \mathbf{k} und \mathbf{k}' , sondern als Funktion des Streuwinkels θ angegeben [Erginsoy, 1950]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_p} &= n_{\text{Streuer}} v_e \zeta \\ &= 2\pi n_{\text{Streuer}} v_e \int_0^\pi d\theta \zeta_d(\theta) \sin(\theta) (1 - \cos(\theta)). \end{aligned} \quad (2.25)$$

Hierbei ist n_{Streuer} die Dichte an Streuzentren, v_e die Geschwindigkeit der Ladungsträger und ζ der Streuquerschnitt des Streuprozesses¹².

¹²Hier wird ζ statt wie zumeist in der Literatur σ verwendet, um eine Verwechslung mit der Leitfähigkeit auszuschließen.

Durch Betrachtung des Systems in Kugelkoordinaten kann ζ durch das Integral des differentiellen Streuquerschnitts ζ_d ¹³ über die möglichen Streuwinkel ausgedrückt werden. Aus Gleichung 2.25 ist direkt abzulesen, dass die Impulsrelaxationszeit keinesfalls die absolute Rate der Streueignisse angibt. Stattdessen tragen kleinwinklige Streuungen deutlich weniger zur Impulsrelaxationsrate bei als großwinklige, da kleine Streuwinkel lediglich in einer kleinen Änderung des Gesamtimpulses resultieren. Für die Beweglichkeit ist nur die Relaxationsrate des Gesamtimpulses wichtig, nicht die Anzahl der Streueignisse die dazu notwendig sind. Bei vielen anderen physikalischen Phänomenen ist die Korrelationszeit τ_c zwischen zwei Impulsänderungen jedoch von großer Bedeutung. So wird beispielsweise durch viele kleine Streueignisse effektiver über den Impulsraum gemittelt als durch wenige großwinklige. Dies hat eine deutliche Beeinflussung der Spinrelaxation zur Folge (siehe Abschnitt 4.1.2).

2.3.2 Streuung an Störstellen

Die Störung des Kristallgitters H_1 kann beispielsweise durch Störstellen erzeugt werden. Hierbei ist insbesondere die elektrische Ladung der Störstelle von entscheidender Bedeutung [Mattis und Sinha, 1970].

Streuung an neutralen Störstellen

Bei tiefen Temperaturen sind in gering dotierten Proben die meisten Störstellen ungeladen, da die zugehörigen Elektronen an den Störstellen lokalisiert sind (siehe Abschnitt 2.1.1). Die Behandlung dieses Problems erfolgt analog zur Streuung von Elektronen am neutralen Wasserstoffatom [Massey und Moiseiwitsch, 1950]. Dadurch lässt sich zeigen, dass der differentielle Streuquerschnitt für langsame Elektronen ($ka_d < 0.5$) gegeben ist durch [Erginsoy, 1950]:

$$\zeta_d(\theta) = \frac{5a_d}{\pi k}. \quad (2.26)$$

¹³Die Gleichung zur Bestimmung von ζ_d aus $P(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ findet sich in Gleichung B.1 im Anhang.

Die Streuung ist also winkelunabhängig. Durch Einsetzen von Gleichung 2.26 in Gleichung 2.25 ergibt sich dann die Relaxationszeit des Impulses zu:

$$\frac{1}{\tau_{\text{p}}^{(\text{ni})}} = \frac{20n_{\text{ni}}\hbar a_{\text{d}}}{m}, \quad (2.27)$$

wobei n_{ni} die Dichte der neutralen Störstellen ist (ni von engl. **n**eutral **i**mpurity). Die Ergebnisse dieser semiklassischen Betrachtung sind weitestgehend identisch mit der quantenmechanischen Lösung des Problems [Alkan, 1996]. Hauptkritikpunkt an der ursprünglichen Formulierung von Erginsoy [1950] ist, dass nur s-Orbitale berücksichtigt werden. Einige Erweiterungen zur Streuung an neutralen Störstellen korrigieren dies (z.B. [Sclar, 1956; Malik, 1959; Mattis und Sinha, 1970; McGill und Baron, 1975]). All diese Erweiterungen haben gemein, dass sie die Unabhängigkeit von Gleichung 2.27 von der Energie aufheben. Insbesondere bei sehr kleinen Energien resultiert daraus eine Reduktion der Streurrate.

Streuung an ionisierten Störstellen

Allgemein von größerem Interesse ist die Streuung an geladenen Störstellen (ii von engl. **i**onized **i**mpurity), da die Wechselwirkung mit diesen um ein Wesentliches stärker ist als bei ungeladenen Störstellen. Nähert sich ein Ladungsträger einem geladenen Streuzentrum, so erfährt er durch das Coulomb-Potenzial,

$$V_{ii}(r) = \frac{Ze_0^2}{4\pi\epsilon r}, \quad (2.28)$$

eine anziehende oder abstoßende Kraft, abhängig von seiner Ladung. Die Zahl Z beschreibt dabei die effektive Ladung des Streuzentrums. In dieser Arbeit gilt allgemein $Z = 1$. Die Stärke der Wechselwirkung und damit die Stärke der Ablenkung hängt gemäß Gleichung 2.28 vom Abstand zwischen Streuzentrum und Ladungsträger ab. Aus diesem Potenzial lässt sich mit Hilfe der Born-Näherung [Born, 1926] die Übergangsrate aus Gleichung 2.23 bestimmen [Chattopadhyay und Queisser, 1981]:

$$P_{ii}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{n_{ii}Z^2e_0^4}{V_{\text{Kristall}}} \frac{1}{\epsilon^2 Q^4} \delta(E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{k}}), \quad (2.29)$$

wobei $\mathbf{Q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$ und n_{ii} die Dichte der ionisierten Störstellen ist. Die Born-Näherung ist allgemein nur dann gültig, wenn das Potenzial zu großen Distanzen hin stark abfällt. Dies ist beispielsweise dann gegeben, wenn das Coulomb-Potenzial abgeschirmt ist. Der erste Ansatz dieses Problem zu lösen stammte von Conwell und Weisskopf [1950]. In einem Halbleiter liegt in der Regel mehr als nur ein Streuzentrum vor. Bei großen Abständen vom Kern heben sich die Auswirkungen weit entfernter Kerne im Mittel gegenseitig auf [Ridley, 1977]. Dies wird dann als statistische Abschirmung bezeichnet und beschränkt das Problem auf $r < r_m$ wobei $r_m = n_{ii}^{-1/3}/2$. Als direkte Konsequenz wird das Problem auf die Streuung an einem Kern reduziert. Nun lässt sich aus Gleichung 2.24 und 2.29 die Impulsrelaxationszeit berechnen, wobei sich die untere Grenze für den Streuwinkel θ_m direkt aus dem maximalen betrachteten Abstand r_m ergibt¹⁴. Die resultierende Lösung wird als Conwell-Weisskopf-Formel (CW) bezeichnet [Chattopadhyay und Queisser, 1981]:

$$\frac{1}{\tau_p^{(CW)}} = \frac{n_{ii} Z^2 e_0^4}{16\sqrt{2}\pi\epsilon^2 (m_e^*)^{1/2}} E^{-3/2} \ln \left(1 + \frac{16\pi^2 \epsilon^2 E^2}{Z^2 e_0^4 n_{ii}^{2/3}} \right). \quad (2.30)$$

Diese Formel wurde zuvor benutzt, um die Eigenschaften der Streuung an ionisierten Störstellen im entarteten System zu berücksichtigen (siehe Abschnitt 2.2.4). Im nicht entarteten Halbleiter sind die Energien der Ladungsträger gemäß der Fermistatistik verteilt. Daraus ergibt sich die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit der Ladungsträger als [Chattopadhyay und Queisser, 1981]:

$$\mu_{ii}^{(CW)} = \frac{128\sqrt{2}\pi\epsilon^2 (k_B T)^{3/2}}{(m_e^*)^{1/2} n_{ii} Z^2 e_0^3} \left[\ln \left(1 + \frac{144\pi^2 \epsilon^2 k_B^2 T^2}{Z^2 e_0^4 n_{ii}^{2/3}} \right) \right]. \quad (2.31)$$

Hierbei ist die Änderung der Beweglichkeit mit der Temperatur deutlich durch den Vorfaktor dominiert, da die Änderung des Logarithmus langsam ist. Entsprechend ergibt sich das Temperaturverhalten vereinfacht als

$$\mu_{ii} = \frac{A_{ii}}{n_{ii}} (T/300\text{K})^{3/2}. \quad (2.32)$$

¹⁴ $\tan(\theta_m/2) = \frac{Z e_0^2}{8\pi\epsilon E r_m}$ [Chattopadhyay und Queisser, 1981].

Diese reduzierte Form wird in der Auswertung der Messdaten mit Gleichung 2.22 verwendet. Dabei ist A_{ii} ein freier Parameter. Des Weiteren wurde $n_{ii} = n_d$ gesetzt. Diese Annahme ist dadurch gerechtfertigt, dass in dem Bereich, in dem Gleichung 2.32 von Bedeutung ist, der überwiegende Teil der Donatoren ionisiert ist. Außerdem wurde die Gleichung, wie in der Literatur üblich, auf 300 K normiert.

Die bis hierher verwendete statistische Abschirmung beschreibt den experimentell beobachteten Temperaturverlauf sehr erfolgreich. Dennoch wird sie häufig kritisiert, da sie als willkürlich betrachtet wird [Chattopadhyay und Queisser, 1981]. Insbesondere bei stark delokalisierten Proben (hohe Temperaturen und/oder hohe Dotierungen) wird die direkte Abschirmung der Störstellen durch das Elektronengas deutlich effektiver sein als die statistische Abschirmung. In der Betrachtung der Streuung an ionisierten Störstellen von Brooks [1951] wird diese Abschirmung durch eine Änderung des zu Grunde liegenden Potentials berücksichtigt:

$$V_{ii}^{(\text{BH})}(r) = \frac{Ze_0^2}{4\pi\epsilon r} e^{-\frac{r}{r_s}}. \quad (2.33)$$

Hier ist r_s der Abschirmradius. Aufgrund der Abschirmung muss immer nur der nächste Nachbar berücksichtigt werden. Daher kann wieder die Born-Näherung verwendet werden und für die Relaxationszeit ergibt sich die Brooks-Herring-Formel (BH) [Chattopadhyay und Queisser, 1981]:

$$\frac{1}{\tau_p^{(\text{BH})}} = \frac{n_{ii}Z^2e_0^4}{16\sqrt{2}\pi\epsilon^2(m_e^*)^{1/2}} E^{-3/2} \left(\ln(1+b) - \frac{b}{1+b} \right), \quad (2.34)$$

mit $b = 8m_e^*Er_s^2/(\hbar^2)$. Der Abschirmradius r_s wird in der Regel durch die Debye-Hückel-Abschirmung gegeben [Chattopadhyay und Queisser, 1981]:

$$r_s^{(\text{DH})} = \left(\frac{\epsilon k_B T}{n_{ii}e_0^2} \right)^{1/2}. \quad (2.35)$$

Die Beweglichkeit für das nicht entartete System ergibt sich dann als [Chattopadhyay und Queisser, 1981]:

$$\mu_{BH} = \frac{128\sqrt{2}\pi\epsilon^2(k_B T)^{3/2}}{(m_e^*)^{1/2}n_{ii}Z^2e_0^3} \left[\ln \left(\frac{24m_e^*\epsilon k_B^2 T^2}{e_0^2 n_{ii} \hbar^2} \right) \right]^{-1}. \quad (2.36)$$

Diese Form zeigt effektiv den selben Temperaturverlauf wie nach Gleichung 2.31, wodurch sie sich wiederum reduzieren lässt auf die Form von Gleichung 2.32 [Poklonski et al., 2003].

Bei tiefen Temperaturen ist die Debye-Hückel-Abschirmung unwirksam. Aus diesem Grund bricht die BH-Formel zusammen, da die Born-Näherung ihre Gültigkeit verliert [Moore, 1967]. In solchen Systemen ist also das Ergebnis von CW in der Regel erheblich sinnvoller. Ridley [1977] unternahm später einen Versuch die beiden Ansätze zu verknüpfen, um insbesondere den Übergangsbereich darstellen zu können. Eine alternative Methode für entartete Systeme ist die Anpassung der Abschirmung im BH-Modell durch Einführung der Thomas-Fermi-Abschirmung [Ibach und Lüth, 2009, Kapitel 6]:

$$r_s^{(\text{TF})} = \left(\frac{\pi}{3n_{\text{ii}}} \right)^{1/6} \frac{\sqrt{a_d}}{2}. \quad (2.37)$$

Dies ist nur dann sinnvoll, wenn der Abschirmradius kleiner ist als der Wert aus der Überlegung von CW. Ansonsten liegt dieselbe Problematik vor wie zuvor für die Debye-Hückel-Abschirmung beschrieben. Die beiden vorgestellten Lösungen (CW und BH) liefern im allgemeinen gute Übereinstimmungen mit experimentellen Ergebnissen für die Streuung an ionisierten Störstellen. Insbesondere für das bei hohen Temperaturen sinnvolle BH-Modell wurden dennoch eine Reihe von Verbesserungen und Spezialfällen betrachtet. Diese zielen zumeist darauf ab, den guten qualitativen Verlauf dahingehend zu verbessern, dass auch quantitativ eine gute Übereinstimmung ohne freie Parameter erreicht wird (siehe [Chattopadhyay und Queisser, 1981] für einen Überblick). Neben solchen Anpassungen finden sich in der Literatur aber auch gänzlich andere Ansätze für die Betrachtung der Streuung an ionisierten Störstellen (siehe [Poklonski et al., 2003, 2007] für einen Überblick).

2.3.3 Streuung an Phononen

Bei hohen Temperaturen nimmt die Bedeutung der Streuung an ionisierten Störstellen zunehmend ab. Gleichzeitig nimmt die Streuung

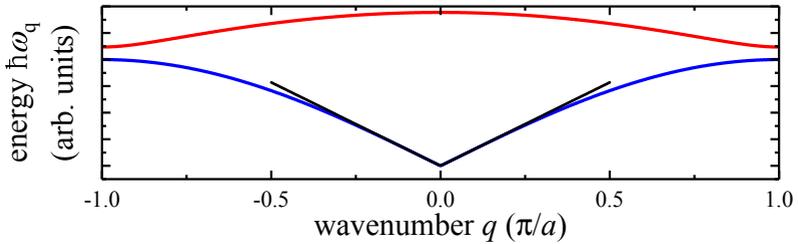


Abbildung 2.16: Phononendispersion: Die Dispersion von akustischen Phononen (blau) lässt sich im Bereich kleiner Wellenvektoren \mathbf{q} gut linear nähern durch $\omega_{ac} = v_s |\mathbf{q}|$ (schwarz). Die Energie der optischen Phononen (rot) ist deutlich größer aber nur sehr gering von \mathbf{q} abhängig.

unter Beteiligung von Phononen zu, da deren Besetzungswahrscheinlichkeit $n_{\mathbf{q}}$ zunimmt. Die Besetzung von Phononen einer Mode mit Wellenvektor \mathbf{q} und der Energie $\hbar\omega_{\mathbf{q}}$ ist dabei gegeben durch die Bose-Einstein-Statistik [Ibach und Lüth, 2009, Kapitel 5]:

$$n_{\mathbf{q}} = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega_{\mathbf{q}}}{k_{\text{B}}T_{\text{L}}}} - 1}, \quad (2.38)$$

wobei T_{L} die Temperatur des Kristallgitters ist. Die Wechselwirkung zwischen Elektronen und Phononen findet dabei grundsätzlich durch die Erzeugung oder Vernichtung eines Phonons statt ($\pm\hbar\omega_{\mathbf{q}}$). Während die bisher betrachtete Streuung an ionisierten Störstellen in der Regel elastisch ist, so gilt dies nicht zwangsläufig auch für die Phononenstreuung. Ob die Prozesse noch als elastisch angenommen werden können hängt dabei maßgeblich von der Energie der betrachteten Phononen ab (siehe Abbildung 2.16). Die Energie eines akustischen Phonons lässt sich im Festkörper durch die Schallgeschwindigkeit v_s nähern¹⁵. Grundsätzlich müssen auch bei der Streuung mit Phononen Energie- und Impulserhaltung gelten. Trivialerweise ist beides erfüllt für $q_{\text{min}} = 0$. Aus den Erhaltungssätzen ergibt sich aber auch direkt die maximale Phononenenergie $q_{\text{max}} = 2k - (2mv_s/\hbar)$. Hieraus lässt sich abschätzen, dass die abgegebene Energie bei Streuprozessen mit akustischen Phononen klein und die resultierende Streuung quasi-

¹⁵ $E_{\mathbf{q}}^{(\text{ac})} = \hbar v_s q$.

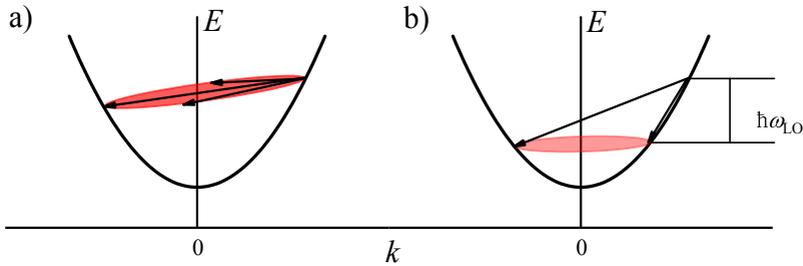


Abbildung 2.17: Streuung an Phononen: Bei der Streuung an Phononen müssen sowohl Energie als auch Impuls erhalten bleiben. Aus dieser Einschränkung ergeben sich begrenzte Möglichkeiten an Elektronenwellenvektoren nach dem Streuprozess. Gezeigt ist diese Einschränkung für die Emission von Phononen (rote Kreise). Für die Absorption gilt sie analog, verschoben zu höheren statt niedrigeren Energien. Bei der Streuung an akustischen Phononen (a) ist der Energieübertrag sehr gering, wohingegen er bei optischen Phononen (b) nicht vernachlässigt werden kann. (Bild nach [Yu und Cardona, 1996])

elastisch ist (siehe Abbildung 2.17). Anders sieht das jedoch bei der Streuung mit optischen Phononen aus. Die Energie dieser Phononen ist deutlich größer¹⁶ und daher ist eine elastische Näherung nur bei sehr hohen Temperaturen ($\gg 300\text{ K}$) sinnvoll. Aufgrund dieser inelastischen Natur ist diese Form der Streuung von besonderer Bedeutung bei der Energierelaxation von heißen Ladungsträgern (siehe Abschnitt 3.1.1).

Elektron-Phonon-Wechselwirkung

Wichtig für die Beschreibung der Streuprozesse ist die Art der Wechselwirkung. Hierbei sind für GaAs drei wichtige Prozesse zu nennen, durch welche die Gitterschwingungen mit dem Elektron wechselwirken:

- **Deformationspotenzial:** Störung des periodischen Potenzials durch Verschiebung der Potenzialtöpfe des Gitters.
- **Piezoelektrischer Mechanismus:** Erzeugung eines elektrischen

¹⁶In GaAs $\hbar\omega_{LO} = 36\text{ meV}$ [Patel et al., 1984].

Feldes durch Verformung des Kristallgitters.

- **Fröhlich-Mechanismus:** Erzeugung eines elektrischen Feldes durch gegenläufige Schwingungen unterschiedlich geladener Gitterebenen.

Während die ersten beiden für akustische Phononen von Bedeutung sind, ist die dritte vor allem für optische Phononen relevant. Diese wird daher auch oft als Streuung an polar-optischen Phononen bezeichnet.

Streuung am Deformationspotenzial der akustischen Phononen

Die durch Phononen verursachten Verformungen sind eine direkte Störung des Kristallgitters. Sie lassen sich beschreiben durch [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$H_1^{(\text{ac})} = V_{\text{ac}} \operatorname{div} \mathbf{u}, \quad (2.39)$$

wobei V_{ac} das Deformationspotenzial darstellt und \mathbf{u} die durch das Phonon verursachte Verschiebung des Kristallgitters¹⁷. Für die Transporteigenschaften sind Phononenprozesse vor allem bei hohen Temperaturen von Interesse. Da für die akustischen Phononen in diesem Fall $\hbar\omega_{\mathbf{q}} \ll k_{\text{B}}T_{\text{L}}$ gilt, kann die Besetzung der Phononenzustände genähert werden durch [Vaughan, 2012]:

$$n_{\mathbf{q}} + 1 \approx n_{\mathbf{q}} \approx \frac{k_{\text{B}}T_{\text{L}}}{\hbar\omega_{\mathbf{q}}}. \quad (2.40)$$

Aus den Gleichungen 2.23, 2.39 und 2.40 ergeben sich nun die durch die Wechselwirkung mit dem Deformationspotenzial verursachten Übergangswahrscheinlichkeiten [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{V_{\text{ac}}^2 k_{\text{B}}T}{2V_{\text{Kristall}}\rho v_s^2} \delta(E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{k}} \mp \hbar\omega_{\mathbf{q}}) \quad (2.41)$$

¹⁷Die Verschiebung durch ein akustisches Phonon ist gegeben durch [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]: $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{q}} \mathbf{e}_{\mathbf{q}} \sqrt{\frac{\hbar}{2V_{\text{Kristall}}\rho\omega_{\mathbf{q}}}} (a_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} + a_{\mathbf{q}}^{\dagger} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}})$, wobei $a_{\mathbf{q}}^{\dagger}$ und $a_{\mathbf{q}}$ die Erzeuger- bzw. Vernichtoperatoren der Phononen sind.

wobei ρ die Massendichte beschreibt. Hieraus folgt durch Einsetzen in Gleichung 2.24 die Streurrate für die Streuung am Deformationspotenzial der akustischen Phononen [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$\frac{1}{\tau_p^{(\text{ac})}} = \frac{(2m_e^*)^{3/2} V_{\text{ac}}^2 k_B T}{2\pi \hbar^4 \rho v_s^2} E^{1/2}. \quad (2.42)$$

Für das nicht entartete Elektronengas ergibt sich folglich die Temperaturabhängigkeit der Streuung zu [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$\mu_{\text{ac}} = \frac{2^{3/2} \pi^{1/2} e_0 \hbar^4 \rho v_s^2}{3 (m_e^*)^{5/2} V_{\text{ac}}^2} (k_B T)^{-3/2}. \quad (2.43)$$

Die Beweglichkeit nimmt durch ansteigende Temperatur mit einer Potenz von $-3/2$ ab. Ein analoger Prozess kann auch für optischen Phononen betrachtet werden, allerdings spielt dieser in GaAs nur eine sehr untergeordnete Rolle. Im Gegensatz zu den beiden folgenden ist der gerade vorgestellte Mechanismus in allen kristallinen Festkörpern wirksam [Pelant und Valenta, 2012], insbesondere auch in elementaren Halbleitern wie Si und Ge.

Streuung durch Piezoelektrische Wechselwirkung mit akustischen Phononen

Viele III-V Halbleiter, wie auch GaAs, kristallisieren in der Zinkblende-Struktur. Diese gehört zu den nicht-zentrosymmetrischen Strukturen. Im Speziellen liegt hier eine Volumen-Inversions-Asymmetrie vor. Die Beobachtung eines piezoelektrischen Effekts ist eine direkte Konsequenz aus diesem Symmetriebruch. Von den Phononen verursachte Schwingungen führen in einem solchen Kristall zur Ausbildung von elektrischen Feldern. Die durch diese Felder erzeugte Wechselwirkung zwischen Phononen und Elektronen wird beschrieben durch [Yu und Cardona, 1996, Kapitel 3]:

$$H_1^{(\text{pe})} = \frac{e_0 e_{\text{pe}}}{\epsilon} u, \quad (2.44)$$

wobei e_{pe} die entsprechende piezoelektrische Konstante ist. Durch Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten ergibt sich analog zum

Deformationspotenzial:

$$P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{e_0^2 e_{\text{pe}}^2 k_{\text{B}} T}{\epsilon^2 2V_{\text{Kristall}} \rho v_{\text{s}}^2 q^2} \delta(E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{k}} \mp \hbar \omega_q), \quad (2.45)$$

wobei e_{pe} eine vom Kristall abhängige Richtungsabhängigkeit von \mathbf{q} besitzt. In dieser Formel lässt sich bereits deutlich erkennen, dass die Streuung durch die Wechselwirkung mit dem piezoelektrischen Potenzial vor allem bei kleinen Werten von q von großer Bedeutung ist. Die über den piezoelektrischen Effekt übertragene Elektron-Phonon-Wechselwirkung ist daher vor allem bei tiefen Temperaturen relevant, da sie hier in der Regel stärker ist als die durch die Deformation der Potenzialtöpfe [Pelant und Valenta, 2012]. Wird, wie zuvor beim Deformationspotenzial, ausgenutzt, dass die Streuprozesse quasi-elastisch sind, ergibt sich die Impulsrelaxationszeit zu [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$\frac{1}{\tau_{\text{p}}^{(\text{pe})}} = \frac{e_0^2 \sqrt{m_{\text{e}}^*} k_{\text{B}} T}{2\sqrt{2}\pi \hbar^2} \left\langle \frac{e_{\text{pe}}^2}{\rho v_{\text{s}}^2 \epsilon^2} \right\rangle E^{-1/2}. \quad (2.46)$$

Der über die Raumrichtungen gemittelte Term $\langle \dots \rangle$ wird dabei häufig als elektromechanischer Kopplungskoeffizient bezeichnet. Die Betrachtung für ein nicht entartetes Elektronengas ergibt dann für die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit:

$$\mu_{\text{pe}} = \frac{16\sqrt{2}\pi \hbar^2}{3(m_{\text{e}}^*)^{3/2} e_0 \left\langle \frac{e_{\text{pe}}^2}{\rho v_{\text{s}}^2 \epsilon^2} \right\rangle} (k_{\text{B}} T)^{-1/2}. \quad (2.47)$$

Die Temperaturabhängigkeit dieses Prozesses ist folglich schwächer als die der Streuung am Deformationspotenzial. Dadurch ist zu erwarten, dass dieser Prozess mit steigender Temperatur an Bedeutung verliert [Wolfe et al., 1970].

Streuung an polar-optischen Phononen

Ein Kristall mit unterschiedlich geladenen Atomen wird als polarer Kristall bezeichnet. Schwingen nun Ebenen gleicher Ladung antisymmetrisch gegen Ebenen mit entgegengesetzter Ladung so wirkt dies

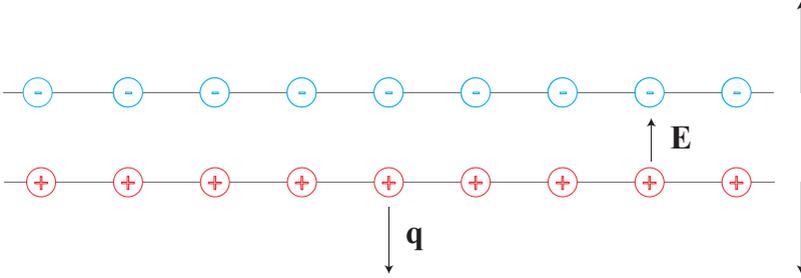


Abbildung 2.18: Elektrisches Feld induziert durch longitudinal optische Phononen: Longitudinal optische Phononen \mathbf{q} lassen unterschiedlich geladene Gitterebenen gegensätzlich zueinander schwingen. Der aus den beiden Ebenen bestehende Kondensator verändert seinen Abstand, wodurch sich das elektrische Feld \mathbf{E} verändert. Diese Veränderung wirkt dann wiederum auf die Elektronen und vermittelt die Wechselwirkung.

wie ein oszillierender Kondensator (Abbildung 2.18). Als Folge daraus entsteht ein elektrisches Feld, welches mit den Elektronen wechselwirkt. Diese Art der Wechselwirkung ist auf sehr hohe Temperaturen beschränkt, dort aber in der Regel dominant. Der zugrunde liegende Mechanismus, auch als Fröhlich-Mechanismus bezeichnet, wird definiert durch die Fröhlich-Kopplungsstärke [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$\gamma_{\text{Fr}} = \left[\epsilon_0 \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_r} \right) \omega_{\text{LO}}^2 \right]^{-1}, \quad (2.48)$$

wobei $\hbar\omega_{\text{LO}}$ die Energie der longitudinal optischen Phononen ist. Die Übergangswahrscheinlichkeit für diese Prozesse ist dann gegeben durch [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{\pi e_0^2}{\epsilon^2 V_{\text{Kristall}} \gamma_{\text{Fr}} \omega_{\text{LO}}} \frac{1}{q^2} \left(n_{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \right) \delta(E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{k}} \mp \hbar\omega_{\mathbf{q}}). \quad (2.49)$$

Da die Energie optischer Phononen im Verhältnis zur Raumtemperatur groß ist, hat die bei akustischen Phononen gemachte Annahme kleiner Energien keine Gültigkeit mehr. Folglich können die Prozesse auch nicht länger als quasi-elastisch angesehen werden. Dies macht eine Beschreibung des Wechselwirkungsprozesses wesentlich komplizier-

ter. So ist die Streuung vor allem durch die Bose-Einstein-Verteilung der Besetzung von Phononenzuständen dominiert (Gleichung 2.38). Dies resultiert in einer sehr starken Temperaturabhängigkeit deren Potenz mit steigender Temperatur zunehmend schwächer wird [Wolfe et al., 1970]. In der Nähe der Raumtemperatur kann die Potenz genähert werden durch [Blakemore, 1982]:

$$\mu_{\text{op}}(T) = \mu_{\text{op}}^{(300\text{ K})} (T/300\text{ K})^{-2.3}, \quad (2.50)$$

wobei $\mu_{\text{op}}^{(300\text{ K})}$ die auf die Raumtemperatur normierte Beweglichkeit ist. Die Komplexität dieser Wechselwirkung ist der Grund, dass die Streuung an optischen Phononen auch heute noch ein Gebiet aktiver Forschung darstellt (z.B. [Giustino, 2017; Liu et al., 2017; Zhou und Bernardi, 2016]).

2.3.4 Experimentelle Leitfähigkeit in GaAs

Insgesamt ist die Leitfähigkeit gegeben durch die Summe aus der Leitung durch Störstellen und dem Transport im Leitungsband (siehe Gleichung 2.9). Die Beweglichkeit von Leitungsbandelektronen wird maßgeblich von den vorgestellten Streumechanismen vorgegeben. Bei niedrigen Temperaturen dominiert dabei in moderat dotiertem GaAs die Streuung an ionisierten Störstellen. Abschätzungen nach Gleichungen 2.43 und 2.47 ergeben, dass die Impulsrelaxation unter Beteiligung von akustischen Phononen bei den verwendeten Proben vernachlässigt werden kann. Die Streuung an ionisierten Störstellen wird mit zunehmender Temperatur schwächer (Gleichung 2.32). Bei Raumtemperatur dominiert dann die Streuung an optischen Phononen. Aufgrund der kleiner werdenden Beweglichkeit fällt die Leitfähigkeit wieder (Gleichung 2.50). Der resultierende nicht monotone Verlauf der Leitfähigkeit im Leitungsband (Gleichung 2.22) wird sowohl in der Literatur (z.B. [Wolfe et al., 1970]) als auch in dieser Arbeit beobachtet (Abbildung 2.19). Die Leitung durch Störstellen ist nur bei tiefen Temperaturen von Bedeutung und ergibt sich durch VRH (Gleichung 2.15) und/oder einem metallischen Beitrag σ_m (siehe Abschnitt 2.2.4). Zusammen wird eine sehr gute Übereinstimmung zwischen dem Mo-

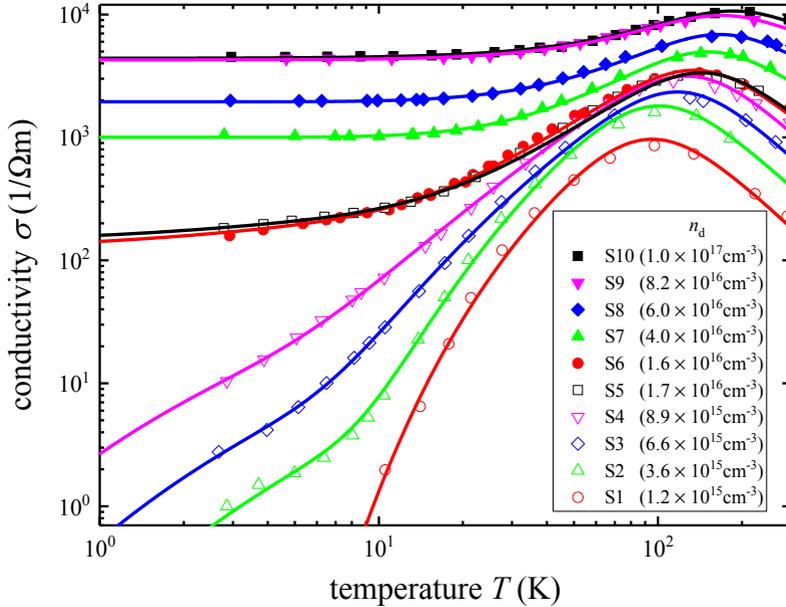


Abbildung 2.19: Leitfähigkeit der Proben S1-S10: Niedrig dotierte Proben zeigen bei tiefen Temperaturen das charakteristische VRH (S1-S4) während hoch dotierte eine konstante metallische Leitfähigkeit offenbaren (S7-S10). Bei Proben direkt am MIT sind beide Prozesse zu beobachten (S5 und S6). Alle Proben zeigen bei erhöhten Temperaturen die Dominanz des Transports im Leitungsband. Dieser wird vor allem durch die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit dominiert.

dell und den experimentellen Messwerten erreicht (siehe Anpassungen in Abbildung 2.19). Zu den bereits diskutierten freien Parametern (σ_m, N_{E_F}) kommen in der vollständigen Beschreibung noch die Aktivierungsenergie ins Leitungsband ε_1 und die Vorfaktoren der beiden Streumechanismen μ_{op}^0 und A_{ii} hinzu (Tabelle 2.5). Hierbei zeigt die Aktivierungsenergie ε_1 das erwartete Verhalten. Während sie bei niedrigen Dotierungen noch deutlich vorhanden ist und den Transport maßgeblich beeinflusst, verschwindet sie für hohe Dotierungen. Ursächlich dafür ist, dass Störstellen- und Leitungsband oberhalb von n_{c2} verschmelzen. Ebenso ist zu beobachten, dass A_{ii} eine von der Dotierung unabhängige Konstante ist. Der Parameter für die Streu-

Tabelle 2.5: Anpassungsparameter zur Beschreibung der Beweglichkeit im Leitungsband sowie zur Aktivierungsenergie.

Probe Nr.	S1	S2	S3	S4	S5
n_d [10^{16}cm^{-3}]	0,120 (3)	0,36 (2)	0,658 (9)	0,895 (6)	1,732 (7)
A_{ii} [$10^{23}/\text{Vms}$]	1,1 (1)	1,6 (2)	1,27 (6)	1,33 (6)	1,08 (8)
μ_{op}^0 [m^2/Vs]	1,1 (1)	0,75 (7)	0,68 (2)	0,77 (3)	0,52 (2)
ε_1 [meV]	3,8 (2)	3,3 (2)	1,84 (8)	1,06 (9)	1,1 (5)
Probe Nr.	S6	S7	S8	S9	S10
n_d [10^{16}cm^{-3}]	1,65 (6)	4,02 (9)	6,02 (8)	8,20 (5)	10,31 (5)
A_{ii} [$10^{23}/\text{Vms}$]	1,26 (3)	1,32 (6)	1,37 (7)	1,43 (9)	1,33 (2)
μ_{op}^0 [m^2/Vs]	0,505 (7)	0,33 (2)	0,34 (2)	0,29 (2)	0,32 (2)
ε_1 [meV]	1,0 (2)	1,3 (2)	1,1 (3)	0,6 (6)	0,0 (1)

ung an optischen Phononen μ_{op}^0 zeigt hingegen eine leichte Abhängigkeit von der Dotierung. Dies ist eigentlich nicht zu erwarten, lässt sich aber über die komplexe Temperaturabhängigkeit dieser Streuung erklären. In den niedriger dotierten Proben ist die Streuung an ionisierten Störstellen schwächer. In der Folge dominiert die Streuung an Phononen bereits deutlich unterhalb der Raumtemperaturen. Die verwendete Näherung für die Streuung mit optischen Phononen ist gültig für Raumtemperatur (Gleichung 2.50). Zu niedrigen Temperaturen hin wird diese die Beweglichkeit leicht unterschätzen. Um diese Unterschätzung auszugleichen und eine möglichst gute Übereinstimmung zu erreichen, überschätzt die Anpassung den Wert des Parameters μ_{op}^0 . Für eine genauere Untersuchung dieses Bereichs müsste die Temperaturabhängigkeit des Exponenten für die Streuung an optischen Phononen mit berücksichtigt werden.

2.3.5 Elektron-Elektron-Wechselwirkung

Für die Relaxation des Gesamtimpulses sind in der Regel Streuprozesse zwischen Elektronen nicht von Bedeutung, da diese aufgrund der Impulserhaltung den Gesamtimpuls des Elektronensystems un-

verändert lassen. Diese Prozesse führen aber durchaus zu einer Isotropisierung des Impulses eines bestimmten Elektrons und damit verbunden zu einem Energieaustausch unter den Elektronen. Dies kann die Beweglichkeit im nicht entarteten Fall beeinflussen, da die Verteilung besetzter Zustände im Leitungsband verändert wird [Chattopadhyay, 1982]. Aufgrund der Fähigkeit Energie zwischen Elektronen auszutauschen, ist diese Streuung auch bei der Betrachtung der Energielaxation eines angeregten Systems von Bedeutung (Abschnitt 3.1.1). Des Weiteren kann die Korrelationszeit τ_c durch die Streuung zwischen Elektronen deutlich gegenüber der Impulsrelaxationszeit τ_p verkürzt werden (Abschnitt 4.1.2). Um die Streuzeiten zu bestimmen muss grundlegend zwischen zwei Fällen unterschieden werden. Bei Abständen kleiner dem Abschirmradius ($q > r_s^{-1}$) kann die Elektron-Elektron-Wechselwirkung (e-e) als direkter Streuprozess zwischen zwei Elektronen aufgefasst werden. Bei großen Distanzen hingegen ist die Streuung als Wechselwirkung des Elektrons mit den Dichteschwankungen des Fermielektronengases, den Plasmonen, zu betrachten. Bei tiefen Temperaturen sollte hierbei die Thomas-Fermi-Abschirmung für r_s^{-1} verwendet werden (Gleichung 2.37).

Elektron-Plasmon-Streuung

Analog zur Beschreibung von Gitterschwingungen durch Phononen, lassen sich auch Schwankungen im Fermielektronengas als Quasiteilchen beschreiben. Die Energie dieser Quasiteilchen ist dabei gegeben durch:

$$\hbar\omega_P = \hbar\sqrt{\frac{n e^2}{\epsilon_\infty \epsilon_0 m_e^*}}. \quad (2.51)$$

Die Streuung an solchen Plasmonen geschieht analog zu den Phononen durch Erzeugung oder Vernichtung einer solchen Schwingung [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{\pi e_0^2 \omega_P \left(n_P + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}\right)}{\epsilon_\infty V_{\text{Kristall}} q_P^2} \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k} \pm q_P) \delta(E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{k}} \mp \hbar\omega_P), \quad (2.52)$$

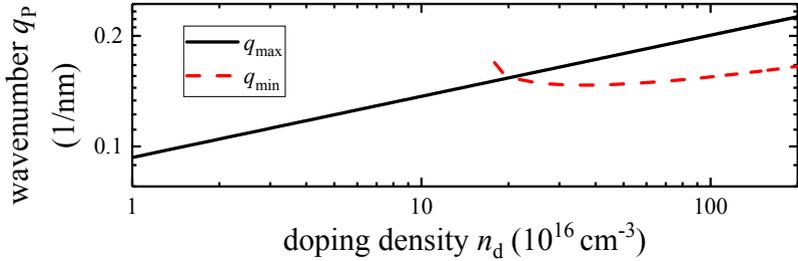


Abbildung 2.20: Grenzen der Elektron-Plasmon-Streuung: Unterhalb von $n_d = 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ kann die Energie- und Impulserhaltung nur noch für sehr große Werte von q erfüllt werden. Die Betrachtung der e-e-Wechselwirkung kann für solch große Werte aber nicht länger als Streuung an Plasmonen aufgefasst werden. In diesem Fall ist eine Beschreibung als direkter Streuprozess zwischen zwei Elektronen zu verwenden.

wobei n_P die Besetzung der Plasmonenzustände beschreibt, die wie bei den Phononen durch die Bose-Einstein-Verteilung gegeben ist. Der maximale Wert q_{\max} für q_P (minimale Abstand) wurde über die Überlegungen der Abgrenzung zum Zweiteilchenprozess bereits festgelegt. Aus Energie und Impulserhaltung lässt sich nun noch eine untere Integrationsgrenze q_{\min} für den Streuprozess bestimmen [Hamaguchi, 2010, Kapitel 6]:

$$q_{\min} = k \left| 1 - \sqrt{1 \pm \hbar\omega_P/E} \right|. \quad (2.53)$$

Gemeinsam definieren die beiden Grenzen den erlaubten Bereich möglicher Streuprozesse (Abbildung 2.20). Dieser wird dabei zu niedrigen Elektronenkonzentrationen kleiner, bis er bei ungefähr $n_d = 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ vollständig verschwindet. Unterhalb dieser Dotierkonzentration ist nicht mehr ausreichend Energie im Elektronensystem für die Erzeugung von Plasmonen vorhanden. Plasmonen könnten zwar noch absorbiert werden, diese müssten aber von außen angeregt werden. Im thermischen Gleichgewicht ist die Streuung an Plasmonen in dem in dieser Arbeit betrachteten Dotierbereich ($n_d \leq 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) folglich zu vernachlässigen.

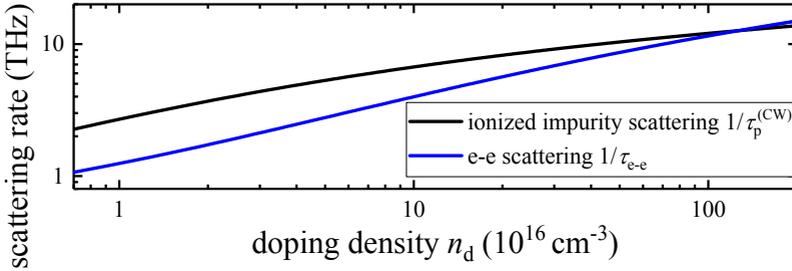


Abbildung 2.21: Berechnete e-e-Streuung: Die berechnete Streuraten der e-e-Streuung im Vergleich mit der Streuung an ionisierten Störstellen für den Fall von unkompenziertem GaAs. Deutlich zu erkennen ist, dass die Streuung mit zunehmender Dotierung an Bedeutung gewinnt. Allerdings sollte berücksichtigt werden, dass die berechnete e-e-Streuung um etwa einen Faktor 4 größer ist als realistisch zu erwarten.

Elektron-Elektron-Streuung

Die Betrachtung der Streuung von Elektronen untereinander als Zweiteilchenprozess kann analog zur Streuung am ionisierten Donator betrachtet werden (siehe Abschnitt 2.3.2). Wiederum ist hier die Wechselwirkung durch das abgeschirmte Coloumbpotenzial gegeben (Gleichung 2.33). Hierbei muss berücksichtigt werden, dass die Streupartner nun eine identische Masse und gleiche Ladung haben. Dies führt zu [Ridley, 2013, Kapitel 4]:

$$\frac{1}{\tau_{e-e}} = \frac{ne^4}{\sqrt{8}\pi\epsilon^2 (m_e^*)^{1/2} E^{3/2}} \cdot \left[\ln(1+x) + \frac{x}{1+x} - \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{4x^{-1} + 4x^{-2}}{1 + 4x^{-1} + 4x^{-2}} \right) \right] \quad (2.54)$$

mit $x = 8m_e^* E r_s^2 / (\hbar^2)$. Liegt keine zusätzliche Injektion von Ladungsträgern vor, kann die Ladungsträgerkonzentration maximal so groß sein wie die Anzahl an Donatoren. Dieses Limit ($n = n_d$) wird im Folgenden verwendet, um eine obere Abschätzung für die e-e-Streuung zu bekommen. Außerdem wird angenommen, dass die Energie durch die Fermienergie im entarteten Elektronengas gegeben ist. Die Ergebnisse dieser Überlegung (Abbildung 2.21) führen zu dem Schluss, dass die

e-e-Streuung erst für sehr hohe Dotierungen ($n_d \geq 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) gleichwertig mit der Streuung an ionisierten Störstellen wird. Des Weiteren bewertet Gleichung 2.54 die Streurrate um etwa einen Faktor 4 über, da die verwendete Born-Näherung in diesem Fall nur sehr eingeschränkt gültig ist [Ridley, 2013]. Dies deckt sich mit in der Literatur aus umfangreicheren Berechnungen bestimmten Streuzeiten von 10 ps ($n_d = 1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) und 1 ps ($n_d = 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) [Esipov und Levinson, 1987]. Folglich lässt sich für die Korrelationszeit in den hier verwendeten Proben die e-e-Streuung gegenüber der Streuung an ionisierten Störstellen vernachlässigen. Für die Einstellung eines thermischen Gleichgewichts in der Probe ist die e-e-Streuung allerdings von großer Bedeutung (siehe 3.1.1).

Kapitel 3

Optische Untersuchung von GaAs

Die gerade vorgestellten elektrischen Transportmessungen dienen dazu, die räumliche Dynamik der Elektronen zu bestimmen. Im folgenden sollen optische Methoden verwendet werden, um die Spindynamik zu untersuchen. Viele solche Verfahren erzeugen dabei spinpolarisierte Elektronen im Leitungsband durch die Absorption von zirkular polarisiertem Licht. Die Energie des anregenden Photons ist dabei größer als die Bandlücke. Durch e-e-Streuung verteilt sich die Überschussenergie im Elektronensystem. Von dort wird sie durch Streuung mit Phononen an das Kristallgitter abgegeben (Abschnitt 3.1.1). Diese zusätzliche thermische Energie der Elektronen kann jedoch zu einer Verfälschung der Messergebnisse bei optischen Untersuchungen führen. Anhand von spektral aufgelösten Messungen lässt sich dabei feststellen, ob eine solche Beeinflussung vorliegt (Abschnitt 3.1.2). Ist ein Aufheizen des Elektronensystems ausgeschlossen, lässt sich die Spinrelaxation des Systems durch den Hanle-Effekt untersuchen (Abschnitt 3.2). Hierbei muss insbesondere sichergestellt werden, dass der Einfluss der zusätzlich induzierten spinpolarisierten Ladungsträger auf das Ergebnis berücksichtigt wird (Abschnitt 3.2.3). Als Alternative zu diesem Verfahren bietet sich die Methode der Spinrauschspektroskopie an. Bei

dieser Methode wird schon durch das Messprinzip die Beeinflussung des Systems drastisch reduziert (Abschnitt 3.3).

3.1 Absorption und Emission von Photonen

Bei einer Vielzahl optischer Untersuchungsmethoden von Halbleitern wird die Absorption von Photonen genutzt, um eine Anregung vorzunehmen. Anschließend wird die Relaxation ins Gleichgewicht beobachtet, um Informationen über das System zu erhalten. In den hier vorgestellten Messungen erfolgt die Anregung (ex von engl. excitation) durch einen Diodenlaser im Dauerstrichbetrieb. Eine wichtige Kenngröße ist die Energiedichte der optischen Anregung:

$$\rho_{\text{ex}} = \frac{P_{\text{ex}}}{\pi r_0^2 z_0}, \quad (3.1)$$

mit dem Radius r_0 und der Eindringtiefe z_0 des Laserstrahls¹. Die Diffusion von Ladungsträgern verteilt die Elektronen und Löcher in der Tiefe auf die vollen $2\mu\text{m}$ der MBE Schicht. Die Laserleistung in der Probe P_{ex} ist um etwa 30% kleiner als vor der Probe, aufgrund der Reflexion an der Probenoberfläche (siehe Anhang B.2.1). In der Literatur (zum Beispiel [Nádvořník et al., 2015; Colton et al., 2007; Dzhioev et al., 2002b]) wird häufig lediglich die Intensität des Lasers I_{ex} angegeben ohne die Eindringtiefe zu berücksichtigen². Grundsätzlich ergibt sich die Anzahl der angeregten Elektronen direkt aus der Anzahl der absorbierten Photonen. Wichtiger als diese absolute Anzahl ist aber die Dichte n_{ex} der erzeugten Ladungsträger. Die Rate der Erzeugung solcher Ladungsträger G ist dabei gegeben durch:

$$G = \left(\frac{dn_{\text{ex}}}{dt} \right)_G = \frac{\rho_{\text{ex}}}{E_{\text{ph}}}, \quad (3.2)$$

wobei E_{ph} die Energie eines einzelnen anregenden Photons ist³. Diese ist größer als die Energie der Bandlücke ($E_{\text{ph}} > E_{\text{g}}$), um eine effiziente

¹ $z_0 \approx 1\mu\text{m}$ (siehe Anhang B.2.2).

² Typische Werte im Rahmen dieser Arbeit liegen bei $I_{\text{ex}} = 0,1 \text{ Wcm}^{-2}$.

³ Aus $\lambda = 784 \text{ nm}$ folgt: $E_{\text{ph}} = 1,5814 \text{ eV}$.

Anregung von Elektronen vom Valenz- ins Leitungsband zu ermöglichen. Bei der Absorption eines Photons bleibt im Valenzband ein Loch zurück. Die überschüssige Energie des Photons ($E_{\text{ph}} - E_g$) verteilt sich auf Elektron und Loch. Aufgrund seiner geringeren effektiven Masse geht der Großteil der Überschussenergie dabei auf das Elektron über. Die Energie dieses Elektrons direkt nach der optischen Anregung ist dann gegeben durch [Shah, 1978]:

$$E_{\text{ex}} = (E_{\text{ph}} - E_g) \left(1 + \frac{m_e^*}{m_{\text{hh}}^*} \right)^{-1}. \quad (3.3)$$

3.1.1 Abkühlen von Ladungsträgern

Eine kontinuierliche Anregung von Elektronen hat einen Zuwachs der Energie im Elektronensystem zur Folge. Um den Einfluss dieses Aufheizens auf Messungen zu bewerten, muss zunächst die Abgabe dieser zusätzlichen Energie behandelt werden. Die zusätzliche Energie verteilt sich dabei unter allen Elektronen im System auf der Zeitskala der e-e-Streuung. Für geringe Anregungsdichten lässt sich die Annahme rechtfertigen, dass die gesamte Elektronenkonzentration $n = n_d + n_{\text{ex}}$ unabhängig von der Anregung ist (siehe Abschnitt 3.1.2). In diesem Fall hängt die Effizienz der Energieumverteilung also vor allem von der Dotierung ab.

Phononenkaskade

Bevor die e-e-Streuung die Energie im System verteilen kann, setzt bereits die Kühlung der heißen Elektronen durch die Phononenkaskade ein. Diese ist relevant, wenn die Überschussenergie des Elektrons E_{ex} größer ist als die Energie eines optischen Phonons. In diesem Fall gibt das Elektron seine Energie schnell durch die Erzeugung eines oder mehrerer optischer Phononen an das Kristallgitter ab (Abbildung 3.1):

$$\delta E_{\text{ex}} = E_{\text{ex}} - m \hbar \omega_{\text{LO}}, \quad (3.4)$$

wobei m ein ganzzahliger Wert ist, sodass $0 \leq \delta E_{\text{ex}} < \hbar \omega_{\text{LO}}$. Aufgrund der e-e-Streuung verteilt sich die Überschussenergie effizient

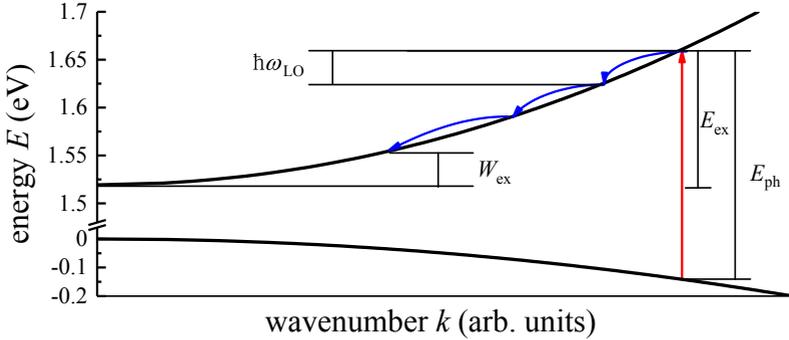


Abbildung 3.1: Abgabe von Energie durch Phononenkaskade: Direkt nach Anregung durch ein Photon mit Energie E_{ph} setzt die Phononenkaskade ein. Bei dieser werden ein oder mehrere optische Phononen erzeugt und so Energie an das Kristallgitter abgegeben. Der Prozess stoppt, sobald die Energie der Elektronen unterhalb der Energie eines optischen Phonons liegt.

zwischen den Elektronen. In der Folge wird die Zeit, in der ein Elektron ausreichend Energie für die Erzeugung eines optischen Phonons besitzt mit zunehmender Dotierung kleiner. Demnach steigt mit zunehmender Dotierung der effektive Energieübertrag in das im Gleichgewicht befindliche Elektronensystem. Die Energie, die pro Zeit und Photon in das Gleichgewichtssystem eingebracht wird, ist dann gegeben durch [Shah, 1978]:

$$W_{\text{ex}} = \frac{n}{n + n_{\text{cascade}}} E_{\text{ex}} + \delta E_{\text{ex}}. \quad (3.5)$$

Die kritische Ladungsträgerkonzentration $n_{\text{cascade}} = 6 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ wird dabei bestimmt durch die Rate der e-e-Streuung und die Zeitkonstante der Phononenkaskade.

Energietransfer ins Gitter

Die in das Elektronensystem eingebrachte Energie W_{ex} führt zu einer Erhöhung der Elektronentemperatur T_e im Verhältnis zu der des Kristallgitters T_L . Bei der in Abschnitt 2.3.3 behandelten Streuung an Phononen wurde angenommen, dass $T_e = T_L$. In diesem Fall sind Generation und Absorption von Phononen durch Elektronen im Gleich-

gewicht. Durch die Erhöhung der thermischen Energie der Elektronen werden Streuprozesse unter Erzeugung von Phononen wahrscheinlicher. Die Streuung unter Absorption von Phononen nimmt hingegen nicht zu. Folglich ergibt sich ein Energietransfer vom Elektronensystem in das Kristallgitter. Wie in Abschnitt 2.3.3 sind hier vor allem die Streuung an akustischen Phononen durch das Deformationspotenzial (ac) und durch den piezoelektrischen Mechanismus (pe), sowie die Streuung an polar-optischen Phononen (op) von Interesse. Ulbrich [1973] gibt die daraus resultierenden Energietransferraten für die verschiedenen Streumechanismen explizit an:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{ac}} = - \left(\frac{8 V_{\text{ac}}^2 \sqrt{2} (m_e^*)^5 (k_B T_e)^3}{(\sqrt{\pi})^3 \hbar^4 \rho} \right) \left(\frac{T_e - T_L}{T_e} \right), \quad (3.6)$$

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{pe}} = - \left(\frac{64 e_0^2 e_{\text{pe}}^2 0,4 \sqrt{\pi} (m_e^*)^3 k_B T_e}{\sqrt{2} \hbar^2 \epsilon_r^2 \rho} \right) \left(\frac{T_e - T_L}{T_e} \right), \quad (3.7)$$

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{op}} = - \sqrt{2m_e^* (\hbar\omega_{\text{LO}})^3} \left(\frac{e_0}{\hbar}\right)^2 (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_r^{-1}) \left(e^{-\frac{\hbar\omega_{\text{LO}}}{k_B T_e}} - e^{-\frac{\hbar\omega_{\text{LO}}}{k_B T_L}} \right). \quad (3.8)$$

Die Prozesse für optische Phononen spielen aufgrund der großen Phononenenergien vor allem bei hohen Elektronentemperaturen eine Rolle (siehe Abschnitt 2.3.3). Bei tiefen Temperaturen dominiert hingegen die Streuung am piezoelektrischen Potenzial den Energietransfer (Abbildung 3.2).

Elektronentemperatur unter experimentellen Bedingungen

Um eine Abschätzung der Temperatur des Elektronensystems unter kontinuierlicher Anregung zu erhalten, muss der Gleichgewichtspunkt zwischen dem Energieeintrag ins System $G \cdot W_{\text{ex}}$ (Gleichungen 3.2 und 3.5) und der Rate des Energietransfers ins Kristallgitter (Gleichungen 3.6, 3.7 und 3.8) gefunden werden:

$$G \cdot W_{\text{ex}} = n \left[\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{ac}} + \left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{pe}} + \left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{op}} \right]. \quad (3.9)$$

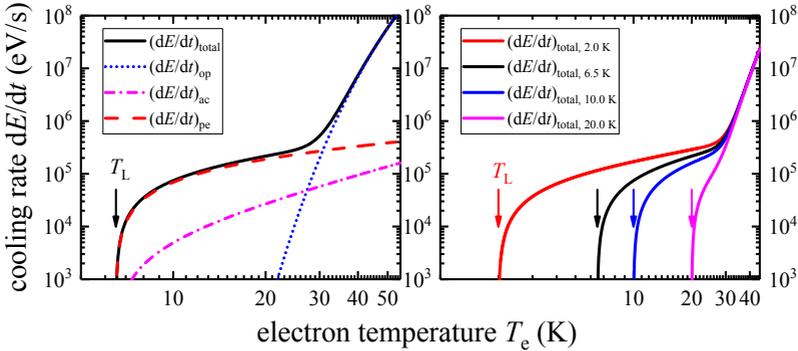


Abbildung 3.2: Energietransferrate vom heißen Elektronengas zum Gitter: a) Gezeigt ist die Gesamtrate (Schwarz) sowie die Einzelbeiträge durch Streuung an optischen Phononen (Blau), durch die piezoelektrische Streuung an akustischen Phononen (Rot) und durch Streuung am Deformationspotenzial der akustischen Phononen (Magenta). Die berechneten Kurven ergeben sich aus Gleichungen 3.6, 3.7 und 3.8 für eine Gittertemperatur von $T_L = 6.5$ K. b) Gesamtraten bei unterschiedlichen Gittertemperaturen T_L .

Für die Lösung dieser Gleichung wird angenommen, dass die Kühlung des Kristallgitters ausreichend gut ist, um eine Erwärmung desselben auszuschließen ($dT_L = 0$). Die Ergebnisse gelten daher ausschließlich für geringe Anregungsdichten. Dies deckt sich mit der Annahme, dass die Zahl induzierter Ladungsträger n_{ex} klein ist gegenüber der Donatorkonzentration n_d . Aus Gleichung 3.9 ergibt sich dann, abhängig von der Anregungsdichte, die Temperatur der Elektronen als einziger freier Parameter.

Im Allgemeinen werden bei Messungen mit optischer Anregung die extrahierten Parameter zu vernachlässigbaren Anregungen extrapoliert. Eine solche Extrapolation lässt sich aber nur rechtfertigen, wenn die Störung innerhalb des Messbereichs vernachlässigbar klein wird. Letzteres ist hier eindeutig der Fall (Abbildung 3.3). In der Literatur finden sich jedoch häufig Messungen der Spinrelaxation mit deutlich höheren Anregungsintensitäten (zum Beispiel [Dzhioev et al., 2002a]). In diesen Fällen ist zumindest im Bereich niedriger Dotierungen fragwürdig, ob tatsächlich die intrinsische Spinrelaxation bestimmt wer-

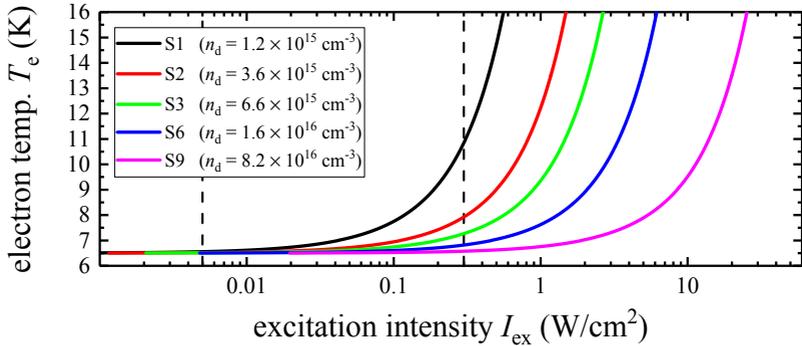


Abbildung 3.3: Elektronentemperatur unter optischer Anregung: Im Bereich der für die Bestimmung der Spinrelaxation verwendeten Intensitäten (vertikale Linien) ist das Aufheizen von Ladungsträgern gering. Die einzigen beiden Ausnahmen bilden die Proben mit den niedrigsten Dotierungen bei maximaler Intensität (S1 und S2 bei 0.3 W/cm^2). Aber auch bei diesen fällt das Aufheizen innerhalb des Messbereichs auf vernachlässigbare Werte. Berechnung durchgeführt gemäß Gleichung 3.9 für $T_L = 6.5 \text{ K}$.

den kann.

3.1.2 Rekombination von Ladungsträgern

Bis hierhin wurde angenommen, dass die zusätzlich erzeugte Population an Ladungsträgern n_{ex} klein ist gegen die Donatorkonzentration n_d . Bei welcher Anregungsdichte dies noch erfüllt ist, hängt dabei von der Rekombinationsrate von Elektron und Loch ab. In direkten Halbleitern wie GaAs ist hier vor allem die Rate der strahlenden Rekombination von Interesse:

$$\left(\frac{dn_{ex}}{dt} \right)_r = C_r (np - n_i^2), \quad (3.10)$$

wobei n und p für die Dichten an Elektronen, respektive Löcher stehen, C_r ein materialabhängiger Rekombinationsparameter⁴ und n_i die intrinsische Ladungsträgerkonzentration des Halbleiters⁵ ist. Für letz-

⁴ $C_r = 1,8 * 10^{-8} \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ [Varshni, 1967a,b]

⁵ $n_i = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_p^*)^{3/4} e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$ [Ibach und Lüth, 2009]

tere gilt im n -dotierten Halbleiter $n_i \ll n_d$. Nichtstrahlende Prozesse spielen in den verwendeten qualitativ sehr hochwertigen Proben bei niedrigen Temperaturen nur eine sehr untergeordnete Rolle. Die Dichte der Elektronen und Löcher ergibt sich für den n -dotierten Halbleiter aus $n = n_d + n_{\text{ex}}$ und $p = n_{\text{ex}}$. Für den Gleichgewichtsfall folgt damit aus Gleichungen 3.2 und 3.10 für hohe Anregungsdichten ($n_{\text{ex}} \gg n_d$):

$$n_{\text{ex}} = \sqrt{\frac{G}{C_r}}. \quad (3.11)$$

In diesem Fall rekombinieren sowohl Elektronen als auch Löcher mit der selben strahlenden Rekombinationszeit:

$$\tau_r^{(\text{h})} = \frac{n_{\text{ex}}}{G}. \quad (3.12)$$

Anders sieht das im Falle niedriger Anregungsdichten ($n_{\text{ex}} \ll n_d$) aus:

$$n_{\text{ex}} = \frac{G}{C_r}. \quad (3.13)$$

Die Löcher rekombinieren weiterhin mit der Zeit $\tau_r^{(\text{h})}$ (Gleichung 3.12). Dabei ist n_{ex} nun aber gegeben durch Gleichung 3.13. Die kombinierte Betrachtung beider Gleichungen zeigt, dass die strahlende Lebenszeit $\tau_r^{(\text{h})} = 2,8 \text{ ns}$ in diesem Fall eine Konstante ist. Experimentelle Messungen kommen dabei zu ähnlichen Ergebnissen [t Hooft et al., 1987; Finkman et al., 1986]. Aufgrund der deutlich größeren Konzentration an Elektronen im Verhältnis zu Löchern ($n_{\text{ex}} \ll n_d$) rekombinieren die Elektronen im Mittel deutlich langsamer:

$$\tau_r^{(\text{e})} = \frac{n_d}{G} \gg \tau_r^{(\text{h})}. \quad (3.14)$$

Für die in dieser Arbeit verwendeten sehr niedrigen Anregungsdichten ergeben sich Zeiten von $\tau_r^{(\text{e})} > 1 \mu\text{s}$.

Einfang von Ladungsträgern an Störstellen

Experimentell lässt sich die strahlende Rekombination direkt beobachten. Tritt sie nach einer optischen Anregung auf wird sie als Photolumineszenz (PL) bezeichnet. Zu ihrer genauen Beschreibung ist

vor allem von Interesse in welchem Zustand sich Elektron und Loch befinden bevor sie rekombinieren. Optisch induzierte Ladungsträger werden in dotierten Proben schnell von den Störstellen eingefangen. Die genaue Rate hängt hierbei maßgeblich von drei Faktoren ab:

1. Einfangquerschnitt des ionisierten Donators (Akzeptors) ζ_{cap} ⁶
2. Mittlere Geschwindigkeit der Elektronen v_T ⁷
3. Zahl an ionisierten Donatoren (Akzeptoren) n_d^+ (n_a^-)

Letztere hängt vor allem von der Kompensation der Probe und der Temperatur ab (siehe Abschnitt 2.1.1). Im Bereich tiefer Temperaturen kann die thermische Ionisation von Störstellen jedoch vernachlässigt werden. Bei geringen Anregungsdichten ist die so erzeugte Ionisierung ebenfalls vernachlässigbar. Folglich ist die Anzahl der ionisierten Donatoren gleichzusetzen mit der Anzahl der Akzeptoren von ungefähr $n_a = 2 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-3}$. Damit ergibt sich die mittlere Einfangzeit der ins Leitungsband angeregten Elektronen zu:

$$\tau_{\text{cap}} = \frac{1}{n_a \zeta_{\text{cap}} v_T} \approx 750 \text{ ps.} \quad (3.15)$$

Diese Abschätzung ist dabei als eine obere Grenze zu verstehen. Die thermische und optische Aktivierung ins Leitungsband erhöht die Anzahl der ionisierten Störstellen und senkt in der Folge die Einfangzeit. Diese ist viel kürzer als die Rekombinationszeit der Elektronen (vergleiche Gleichung 3.14). Die meisten Elektronen werden daher eingefangen bevor sie rekombinieren. Als direkte Konsequenz ist die strahlende Rekombination vom Donator um ein vielfaches wahrscheinlicher als die Rekombination vom Leitungsband. Diese Aussage gilt ausdrücklich nur für die Elektronen. Die Rekombinationszeit von Löchern ist sehr viel kürzer und liegt in der selben Größenordnung wie die des Einfangprozesses der Akzeptoren. Daher ist für Löcher sowohl der direkte Übergang vom Valenzband als auch von den Akzeptoren zu erwarten.

⁶Für Donatoren in GaAs: $\zeta_{\text{cap}} = 1 \cdot 10^{12} \text{cm}^2$ [Akimov und Shofman, 1992].

⁷Diese kann beschrieben werden durch $v_T = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e^*}}$ [Bimberg et al., 1985].

Sehr hohe Anregungsdichten bilden eine Ausnahme zu den gerade gemachten Aussagen. Die Anzahl der zusätzlich induzierten Ladungsträger n_{ex} ist in diesem Fall größer als die Anzahl der Störstellen (n_{d} , beziehungsweise n_{a}). In der Folge fängt jede Störstelle direkt nach der strahlenden Rekombination einen neuen Ladungsträger ein. Die Einfangzeit ist demnach begrenzt durch die Rekombinationszeit des strahlenden Übergangs. Da die Ladungsträger nicht mehr schnell eingefangen werden, erhöht sich ihre Verweilzeit im Leitungsband. Dies erhöht unweigerlich ihre Wahrscheinlichkeit von dort zu rekombinieren. Eine Erhöhung der Anregung hätte in diesem Fall eine Verstärkung der Band zu Band Rekombination zu Folge, die PL Intensität an den Störstellenübergängen wäre hingegen gesättigt und würde daher nicht weiter ansteigen.

Rekombination an Störstellen

Die Si-Donatoren sind in den hier verwendeten Proben die am zahlreichsten vorhandenen Störstellen (Besetzung eines Ga-Gitterplatz). Da Silizium in GaAs auch einen As-Gitterplatz besetzen kann, sind auch Si-Akzeptoren zu erwarten. Aufgrund der Häufigkeit von Kohlenstoff in der Umwelt ist zudem das Auftreten von Kohlenstoff (C)-Akzeptoren in GaAs-Proben zu beobachten. Aus diesen drei Störstellen ergeben sich eine Reihe von möglichen optischen Übergängen (Abbildung 3.4). In n -dotiertem GaAs sind diese in zwei Hauptgruppen der Lumineszenz aufgeteilt: Die Rekombination von Löchern im Valenzband mit Donatorelektronen (vb-d-Übergang) sowie die von an Akzeptoren gebundenen Löchern mit Donatorelektronen (a-d-Übergang). Die große Bindungsenergie der Akzeptoren trennt diese beiden Gruppen spektral deutlich. Keine Erwähnung gefunden haben bis zu diesem Punkt die Exzitonen. Diese Elektron-Loch-Paare können auch an Störstellen gebunden vorliegen. In niedrig dotierten Proben zeigt sich dies durch charakteristische PL-Strukturen, die energetisch direkt unterhalb der eigentlichen Übergänge liegen. In den moderat hoch dotierten Proben um den MIT sind solche Details jedoch nicht zu erwarten, da die Donatorniveaus stark verbreitert sind [Bogardus und Bebb, 1968].

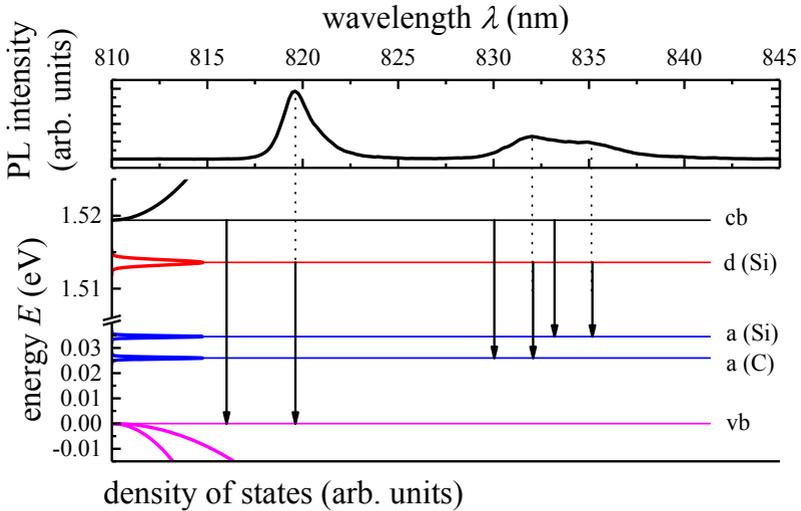


Abbildung 3.4: Optische Rekombination der Ladungsträger: Rekombination vom Leitungsband aus ist möglich, aber unwahrscheinlich, solange die Anzahl der angeregten Ladungsträger klein gegen die Anzahl an Donatoren ist. Folglich dominieren die Übergänge vom Donator (d) zum Valenzband (vb) bei ≈ 820 nm und vom Donator (d) zu den Akzeptoren (a(Si) und a(C)) bei ≈ 832 nm und ≈ 835 nm. Die Unterschiede zwischen den beiden Akzeptoren (Si und C) geht dabei auf ihre unterschiedlichen Bindungsenergien zurück.

Dies ist eine direkte Folge aus der Ausbildung des Störstellenbandes (siehe Abschnitt 2.2).

3.1.3 Akzeptor dominierte Photolumineszenz

Die Rekombination von Akzeptoren mit Elektronen im Leitungsband besitzt ebenfalls eine hohe Übergangswahrscheinlichkeit (a-cb-Übergang). Durch das schnellere Einfangen von Elektronen durch Donatoren wird dies jedoch nicht beobachtet. Diese Argumentation führt direkt zu der in Abbildung 3.4 gemachten Zuweisung der optischen Übergänge. Die energetische Nähe des beobachteten Akzeptor-Donator-Übergangs zum Akzeptor-Band-Übergang macht dennoch eine detailliertere Betrachtung notwendig. So wäre in Abbildung 3.4 auch die

Zuweisung des niederenergetischen Anteils der Akzeptor dominierten PL als a-d-Übergang und des höherenergetischen als a-cb-Übergang denkbar [Rossi et al., 1970]. Für eine genauere Bestimmung wurden daher weitere Untersuchungen der PL mit einem hochauflösendem Doppelspektrometer durchgeführt⁸.

Der Akzeptor-Band-Übergang hängt im Wesentlichen von der Wahrscheinlichkeit ab ein Elektron im Leitungsband vorzufinden. Diese Wahrscheinlichkeit steigt mit der Temperatur durch thermische Aktivierung von Donatoren an. Der a-cb-Übergang sollte folglich mit der Temperatur an Intensität zunehmen, und bei sehr niedrigen Temperaturen vollständig verschwinden. Die thermische Aktivierung von Donatoren reduziert gleichzeitig die Anzahl an nicht ionisierten Donatoren. In der Folge ist mit einer Abnahme des Akzeptor-Donator-Übergangs zu rechnen. Die experimentelle Messung der Temperaturabhängigkeit zeigt eine deutliche Abnahme der PL an beiden Übergängen (Abbildung 3.5). Beide zeigen somit das für einen a-d-Übergang zu erwartende Verhalten. Deutlich ist allerdings eine Verschiebung des Kohlenstoffmaximums zu höheren Energien im Vergleich zu den eingezeichneten Literaturwerten [Rossi et al., 1970] zu beobachten. Die Werte streuen jedoch in der Literatur deutlich mehr als die hier beobachtete Abweichung (Siehe Übersicht in [Kamiya und Wagner, 1976]).

Diese beim a-d-Übergang beobachtete starke Streuung der Literaturwerte ist eine direkte Folge aus der starken Konzentrations- und Intensitätsabhängigkeit des Übergangsmaximums $E_{a-d}^{(\text{center})}$. Die untere Grenze für die Übergangsenergie des a-d-Übergangs ist gegeben durch $E_{a-d}^{(\text{min})} = E_g - E_d - E_a$. Wenn ein Akzeptor und ein Donator rekombinieren, lassen sie ein Paar aus zwei geladenen Störstellen zurück und die tatsächliche Energie des Übergangs erhöht sich um die Coulomb-Energie [Yu, 1977]:

$$E_{a-d} = E_{a-d}^{(\text{min})} + \frac{e_0^2}{\epsilon r_{a-d}}, \quad (3.16)$$

wobei r_{a-d} der Abstand zwischen Akzeptor und Donator ist. Dieser

⁸Für alle folgenden PL-Messungen wurde die Energieachse mit einer NeGasentladungslampe kalibriert.

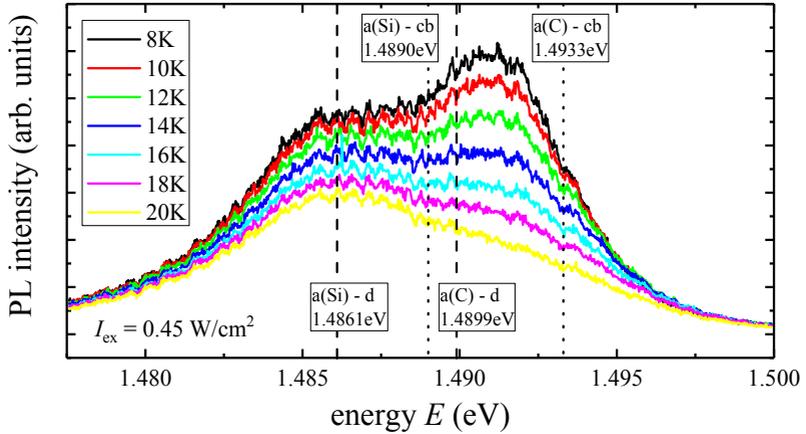


Abbildung 3.5: Temperaturabhängigkeit der a-d-Übergänge: Sowohl der Silizium-, als auch der Kohlenstoff-Übergang werden mit der Temperatur schwächer. Die Hauptursache ist die Ionisation von Donatoren, durch die die Übergangswahrscheinlichkeiten aufgrund der geringeren Zahl an Rekombinationszentren sinken. Insbesondere die Signatur des C-Akzeptors ist relativ zum Literaturwert verschoben (siehe Text). Die eingezeichneten Literaturwerte des a-d- und a-cb-Übergangs stammen von Rossi et al. [1970]. Die Messungen wurden durchgeführt an Probe S6.

nimmt mit steigender Dichte von Störstellen ab, was zu einer Verschiebung des Maximums zu höheren Energien führt. Aus Gleichung 3.16 lässt sich auch die Intensitätsabhängigkeit herleiten. Liegen Akzeptor und Donator nahe beieinander, haben sie eine deutlich höhere Übergangswahrscheinlichkeit, da der Überlapp der Wellenfunktionen größer ist. Bei höheren Anregungsdichten sind mehr Störstellen geladen. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Abstand zwischen Akzeptor und Donator klein ist, nimmt folglich zu. Als direkte Konsequenz wird eine Verschiebung des PL Maximums zu höheren Energien beobachtet. Intensitätsabhängige Messungen stellen demnach eine weitere Möglichkeit dar, die Zuweisung der Übergänge zu verifizieren (Abbildung 3.6). Eine genaue Analyse der intensitätsabhängigen Besetzungen von Zuständen gibt für schwach kompensierten Halbleiter den Zusammen-

hang [Yu, 1977]:

$$I_{\text{ex}} = A_{\text{a-d}} \frac{\left(E_{\text{a-d}}^{(\text{center})} - E_{\text{a-d}}^{(\text{min})}\right)^3}{e^2 / (\epsilon a_d) - 2E_{\text{a-d}}^{(\text{center})}} e^{-\frac{2(\epsilon^2 / (\epsilon a_d) - 2E_{\text{a-d}}^{(\text{min})})}{E_{\text{a-d}}^{(\text{center})} - E_{\text{a-d}}^{(\text{min})}}}, \quad (3.17)$$

wobei $A_{\text{a-d}}$ eine Proportionalitätskonstante darstellt. Die energetische Verteilung der Akzeptoren kann aufgrund ihrer geringen Dichte als konstant angenommen werden. Dies gilt nicht für die Energie der Donatoren, deren Zustandsdichte sich durch eine Normalverteilung beschreiben lässt [Altermatt et al., 2006]. Aus diesem Grund wird die Spektrale Verteilung auf der niederenergetischen Flanke des a-d-Übergangs $E_{\text{a-d}}^{(\text{center})}$ durch eine Normalverteilung gegeben sein. Auf der hochenergetischen Flanke kann der Einfluss der Besetzungswahrscheinlichkeit nicht ignoriert werden. In der Folge ist eine leichte Asymmetrie des Übergangs zu erwarten, die auch experimentell beobachtet wird (Abbildung 3.6). Die Besetzungswahrscheinlichkeit bei einer Anpassung an die Messwerte genau zu berücksichtigen ist schwierig. Eine Anpassung an die Messwerte erfolgt daher mit einer Bi-Gaußfunktion⁹. Diese Näherung ist dadurch gerechtfertigt, dass der Einfluss der Besetzung klein ist gegenüber der Verbreiterung durch die Donatoren. Tatsächlich ist der Unterschied in der Breite zwischen nieder- und hochenergetischer Flanke nur 6%. Des Weiteren zeigen die Breiten keine Abhängigkeit von der Anregungsintensität und werden daher als gemeinsamer Parameter für alle Intensitäten verwendet. Da die energetische Verteilung der Donatoren (Störstellenband) die Breite der Übergänge dominiert, wird für beide Übergänge eine identische spektrale Verteilung beobachtet (Abbildung 3.6). Der sich aus der Anpassung ergebende Zusammenhang zwischen Anregungsintensität und Position der Maxima lässt sich durch Gleichung 3.17 anpassen (siehe auch Abbildung 3.7b). Die Bindungsenergie des jeweiligen Akzeptors ist dabei ein freier Parameter. Diese ($E_{\text{a}}^{(\text{Si})} = 33,49(3)$ meV und $E_{\text{a}}^{(\text{C})} = 25,26(6)$ meV) stimmen dabei sehr gut mit den Literaturwerten überein (zum Beispiel [Ashen et al., 1975; Kamiya und Wagner,

⁹Bei einer Bi-Gaußfunktion wird oberhalb und unterhalb des Maximums der Normalverteilung eine unterschiedliche Breite angenommen.

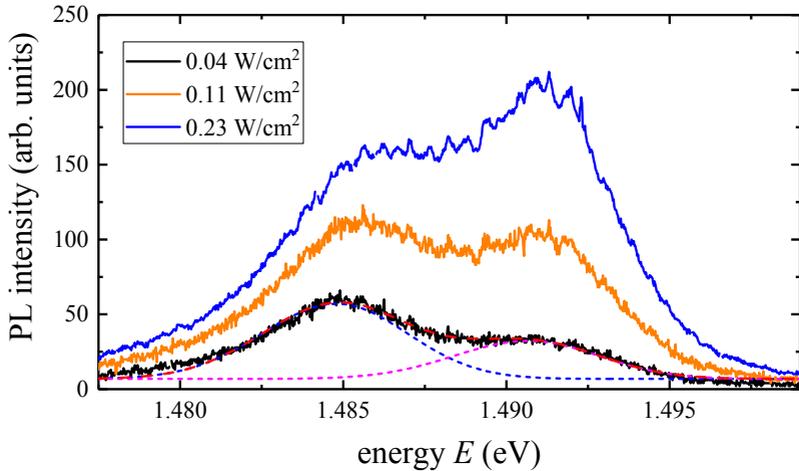


Abbildung 3.6: Intensitätsabhängigkeit des a-d-Übergangs für Si und C: Der linke Teil gehört zur Rekombination von Donatoren mit Si-Akzeptoren, der rechte zur Rekombination mit C-Akzeptoren. Beide Prozesse werden mit erhöhter Anregungsdichte wahrscheinlicher. Deutlich sichtbar ist das stärkere Wachstum des höherenergetischen Übergangs gegenüber dem niederenergetischen im betrachteten Bereich. Dies ist durch ein Sättigungsverhalten des niederenergetischen Übergangs zu erklären. Um die Flächen der Graphen zu bestimmen wurden zwei Bi-Gaußkurven mit identischen Breiten verwendet. Messung wurden durchgeführt an Probe S6.

1976; Bimberg et al., 1985]). Trotz dieser sehr guten Übereinstimmung lassen dotierungsabhängige Messungen vermuten, dass der tatsächliche Wert minimal höher liegt, da der Einfluss der Dotierung nicht berücksichtigt wurde [Bois und Beaudet, 1975]. Mit höheren Dotierungen sinkt der mittlere Abstand zwischen Akzeptor und Donator. In der Folge ist gemäß Gleichung 3.16 eine Verschiebung des Übergangs hin zu höheren Energien zu erwarten. Allerdings ist dieser Effekt bei der hier betrachteten Dotierung kleiner 0,1 meV [Bogardus und Bebb, 1968].

Abschließend lässt sich nun noch die Gesamtintensität (Fläche) der beiden Übergänge betrachten (Abbildung 3.7a)). Die Abhängigkeit von der Anregungsdichte zeigt beim C-Akzeptor keine deutliche Sättigung. Beim Si-Akzeptor ist diese bereits voll ausgeprägt.

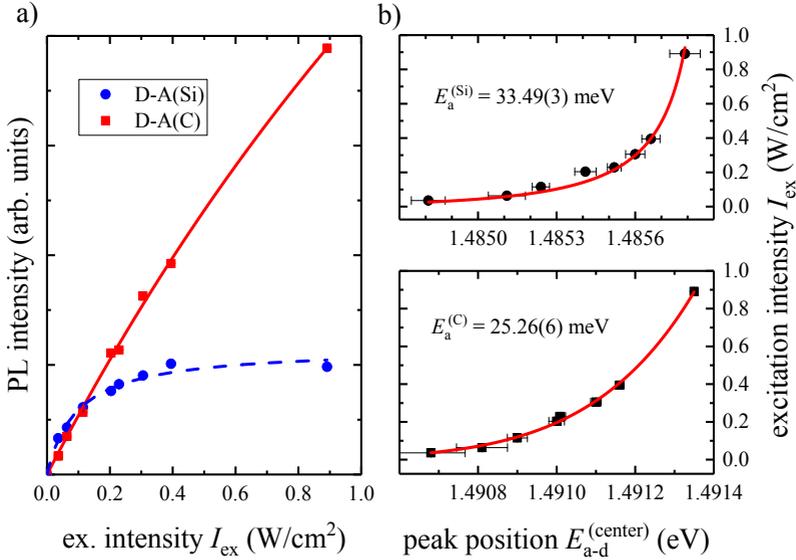


Abbildung 3.7: Intensitätsabhängigkeit der beiden Donator-Akzeptor-Übergänge: a) Der Silizium-Übergang sättigt bereits im Messbereich deutlich ab. Dies ist begründet durch die geringere Konzentration von Si-Akzeptoren. b) Aus den Positionen der Maxima beiden Übergänge lässt sich gemäß Gleichung 3.17 die Bindungsenergie der Akzeptoren experimentell bestimmen.

Dies zeigt, dass die verwendeten niedrigen Anregungsdichten bereits deutlich größer sind als die Dichte an Si-Akzeptoren. Die deutlich ausgeprägte Sättigung des Si-Übergangs erklärt auch den geringen Einfluss der Temperatur im Verhältnis zum C-Übergang (siehe Abbildung 3.5). Dennoch zeigt die PL des Si-Übergangs bei niedrigen Leistungsdichten ein stärkeres Ansteigen. Dies lässt sich durch die höhere Effizienz des Einfangprozesses an Si-Akzeptoren im Vergleich zum Kohlenstoff erklären [Pavesi und Guzzi, 1994]. Der Unterschied ist eine direkte Konsequenz aus der höheren Bindungsenergie von Si-Akzeptoren und deckt sich mit Messungen an noch stärker bindenden Zinn-Akzeptoren [Bimberg et al., 1985].

Der Einfangquerschnitt des Akzeptors ist etwa eine Größenordnung kleiner als der des Donators [Bimberg et al., 1985]. Außerdem ist

die effektive Masse größer. Die Einfangzeit der Akzeptoren (≈ 10 ns) ist daher deutlich größer als bei den Donatoren (Abschnitt 3.1.2). Die strahlende Rekombination am a-d-Übergang wird also in der Folge durch den Einfangprozess der Löcher verlangsamt. Als direkte Konsequenz wird für den Fall des ungesättigten Übergangs das Verhältnis von Donatorintensität zu den beiden Akzeptoren etwa 4:1:1 betragen. Gemessen an der Tatsache, dass die individuellen Unterschiede in den Einfangzeiten von Si und C nicht berücksichtigt wurden, ist diese Näherung durchaus zutreffend. Neben dieser Verteilung zwischen den Übergängen wird hier die optisch induzierte Ladungsträgerdichte berücksichtigt (Abschnitt 3.2.3). Damit ergibt sich aus dem Sättigungsverhalten in Abbildung 3.7a die Si-Akzeptorkonzentration zu $n_a^{(\text{Si})} = 4,0(8) \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$. Die Konzentration von C-Akzeptoren lässt sich abschätzen auf $n_a^{(\text{C})} = 1,3(4) \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. Die Ungenauigkeit bei letzterem ist eine direkte Folge des nur schwach ausgeprägten Sättigungsverhaltens. Dieser Wert deckt sich jedoch gut mit der bis hierhin gemachten Annahme von $n_a = 2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. Größere Werte würden die Transportmessungen sichtbar beeinflussen. Diese Beeinflussung wäre sowohl in der Aktivierung vom Störstellen- ins Leitungsband, als auch in der Streuung an ionisierten Störstellen deutlich. Kleinere Werte würden hingegen in den gerade vorgestellten optischen Messungen durch ein deutlich früheres Sättigen des Übergangs auffallen.

3.1.4 Donator dominierte Photolumineszenz

Neben dem a-d-Übergang kann die Rekombination von Elektron und Loch auch zwischen den Donatoren und den Löchern im Valenzband stattfinden. Die Lumineszenz ist dabei stark asymmetrisch. Diese Asymmetrie setzt sich zusammen aus der Zustandsdichte gefaltet mit der Besetzungswahrscheinlichkeit der Löcher [Pelant und Valenta, 2012]:

$$S_{\text{vb-d}}(E) = (E - (E_g - E_d))^{1/2} e^{\frac{E - (E_g - E_d)}{k_B T}}. \quad (3.18)$$

Aus Gleichung 3.18 könnte folglich die Temperatur der Löcher direkt bestimmt werden. Im n -dotierten Halbleiter gestaltet sich dies jedoch schwierig, da Gleichung 3.18 die energetische Verbreiterung des Stör-

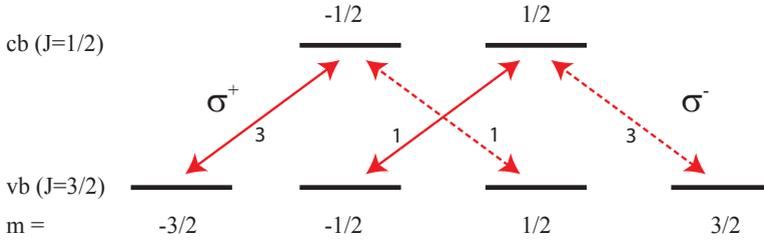


Abbildung 3.8: Optische Auswahlregeln: Bei Anregung mit zirkular polarisiertem Licht können Übergänge aus dem Schwerlochband ($m = \pm 3/2$) oder dem Leichtlochband ($m = \pm 1/2$) entsprechend $\Delta m = \pm 1$ angeregt werden. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist für die schweren Löcher 3 mal höher als für die leichten. Daraus ergibt sich eine Spinpolarisation der Leitungsbandzustände von 50%.

stellenbandes vernachlässigt. Diese dominiert aber in der Nähe des MIT den niederenergetischen Teil der PL und beeinflusst den höherenergetischen wesentlich [Lucovsky, 1965]. Gleichung 3.18 ist also nur im Bereich niedriger Dotierkonzentrationen verlässlich anwendbar. Der a-cb-Übergang kann ebenfalls durch Gleichung 3.18 beschrieben werden. Naheliegend wäre demnach die Bestimmung der Elektronentemperatur aus dessen Hochenergieflanke wie in der Literatur häufig durchgeführt [Henn et al., 2014; Quast et al., 2013; Ulbrich, 1973]. Die beobachtete PL am Akzeptor stammt aber vollständig vom a-d-Übergang (Abschnitt 3.1.3). Folglich muss eine andere Methode gefunden werden, um die Elektronentemperatur experimentell zu bestimmen.

Optische Auswahlregeln

Findet die Anregung der Photolumineszenz mit links oder rechts zirkular polarisiertem Licht statt, so resultiert daraus gemäß den Auswahlregeln eine Spinpolarisation der ins Leitungsband angeregten Elektronen (Abbildung 3.8). Diese Auswahlregeln sind durch die Drehimpulserhaltung eine direkte Konsequenz aus der s-artigen Natur des Leitungsbandes und der p-artigen Natur des Valenzbandes. Die Übergangswahrscheinlichkeiten ergeben sich aus den Klebsch-Gordon-

Koeffizienten. Das durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung abgespaltene Band kann dabei vernachlässigt werden, da dieses energetisch stark verschoben ist ($\Delta_{\text{SO}} = 0,349 \text{ eV}$ [Yu et al., 2005]). Bei deutlich höheren Photonenenergien als in dieser Arbeit verwendet gilt diese Näherung nicht (falls $E_{\text{ph}} \geq E_{\text{g}} + \Delta_{\text{SO}}$). Aus den Übergangswahrscheinlichkeiten ergibt sich, dass die optisch erzeugte Polarisation in GaAs maximal 50% betragen kann. Rekombiniert das Elektron nun mit dem Loch, so gelten weiterhin obige Auswahlregeln. Als Folge ist die beobachtete PL noch immer zu $P_0 = 25\%$ polarisiert [Dzhioev et al., 2001]. Aufgrund der Spinrelaxation des Elektrons während der Rekombinationszeit $\tau_{\text{r}}^{(e)}$ ist dieser Wert unter experimentellen Bedingungen deutlich kleiner. Folglich ist die Polarisation der PL gegeben durch [Fox, 2010]:

$$P = \frac{P_0}{1 + \tau_{\text{r}}^{(e)}/\tau_{\text{s}}}, \quad (3.19)$$

wobei τ_{s} die Spinrelaxationszeit angibt. Die Spinpolarisation der Löcher kann hier vernachlässigt werden, da ihre Spinrelaxation sehr schnell ist [Dzhioev et al., 2002a]. Nach der Anregung relaxieren die Elektronen ins Störstellenband zurück. Hier stellt sich ein thermisches Gleichgewicht ein (siehe Abschnitt 3.1.1), wobei die Besetzung der Zustände im Störstellenband durch die Fermiverteilung

$$\mathcal{F}(E, E_{\text{F}}, T) = \frac{1}{e^{(E-E_{\text{F}})/(k_{\text{B}}T)} + 1} \quad (3.20)$$

beschrieben wird. Die Zustände tief im Störstellenband sind nach dem Pauliprinzip voll besetzt und somit nicht spinpolarisiert. Daher geht von diesen niederenergetischen Zuständen keine polarisierte PL aus. Nur Zustände in der Nähe der Fermienergie sind einfach besetzt. Die Fermiverteilung wird entsprechend direkt auf die spektrale Verteilung der Polarisation projiziert. Aus dieser lässt sich dann die Temperatur der Elektronen bestimmen (Abbildung 3.9). In Übereinstimmung mit den Berechnungen (Abschnitt 3.1.1) wird hier deutlich, dass das Aufheizen der Ladungsträger bei den verwendeten sehr niedrigen Anregungsdichten keine Rolle spielt. Des Weiteren lässt sich in Abbildung 3.9 deutlich erkennen, dass die Rekombination von Ladungsträgern mit Energien oberhalb der Bandlücke ($E_{\text{g}} = 1,5194 \text{ eV}$ [Weisbuch

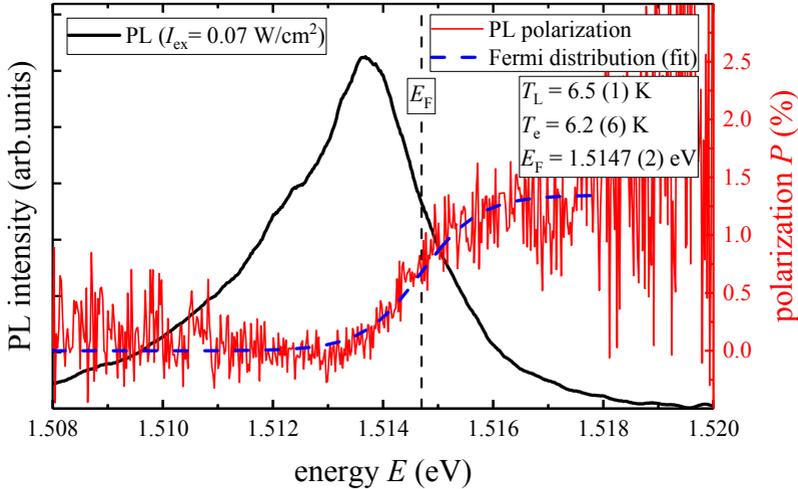


Abbildung 3.9: Polarisationsaufgelöste Photolumineszenz des vb-d-Übergangs: In der Nähe der Fermienergie können die Spins der Elektronen polarisiert werden. Bei der Rekombination wird entsprechend polarisierte PL beobachtet. Deutlich unterhalb der Fermienergie sind alle Zustände im Störstellenband doppelt besetzt. Aufgrund des Pauliprinzips ist hier keine Spinpolarisation möglich. Als direkte Konsequenz wird die Fermi-Verteilung (Gleichung 3.20) auf die Polarisation der PL projiziert. Dies erlaubt die Bestimmung der Temperatur der Elektronen T_e .

und Benisty, 2005; Oelgart et al., 1993]) vernachlässigbar klein ist. Die beobachtete Rekombination findet also ausschließlich mit Elektronen aus dem Störstellenband statt.

3.2 Hanle-Depolarisation von PL

Die Spinrelaxationszeit τ_s ist nach Gleichung 3.19 direkt proportional zur Polarisation der PL. Allerdings lässt sie sich nicht direkt aus dieser bestimmen, da die Rekombinationszeit der Elektronen $\tau_r^{(e)}$ zumeist unbekannt ist. Häufig verwendete Methoden, um τ_s dennoch zu bestimmen, sind die zeit- und polarisationsaufgelöste PL Spektroskopie und die Hanle-Depolarisation. Letztere wurde bereits vor beinahe 100 Jahren durch ihren Namensgeber Wilhelm Hanle [1924] beschrieben und bedient sich der Depolarisation in einem externen transversalen

Magnetfeld.

3.2.1 Hanle-Effekt

Wirkt ein transversales Magnetfeld B_z auf ein Elektron, so wechselwirkt das magnetische Moment des Spins mit dem Magnetfeld. Die Wechselwirkung wird beschrieben durch den Hamiltonoperator [Dubbers und Stöckmann, 2013],

$$H_M = -\frac{g_e^* \mu_B}{2} \hat{\sigma} \cdot \mathbf{B}, \quad (3.21)$$

wobei μ_B das Bohrsche Magneton, $\hat{\sigma}$ der Pauli-Spin-Operator und g_e^* der effektive Landé-Faktor des Elektrons ist.

Elektron-Landé-Faktor

Für freie Elektronen ergibt sich der Landé-Faktor direkt aus der Landé-Formel [Fox, 2010]:

$$g_e = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}, \quad (3.22)$$

wobei $J = L + S$ der quantenmechanische Gesamtdrehimpuls, S der Spin und L der Bahndrehimpuls sind. Für das freie Elektron ($J = S$) ergibt sich daraus $g_e = 2$. Bei Berücksichtigung von quantenelektrodynamischen Effekten wird dieser Wert leicht korrigiert auf $g_e = 2,0023$ [Odom et al., 2006]. Für Elektronen in einem Festkörper ist diese Rechnung wesentlich komplizierter, da die Wechselwirkungen zwischen unterschiedlichen Bändern nicht vernachlässigt werden können. Experimentelle Messungen in Kombination mit 5-Band- $\mathbf{k}\mathbf{-p}$ -Theorie geben hier für GaAs den Zusammenhang [Hübner et al., 2009],

$$g_e^* = -0.484(3) + 6.3 \text{ eV}^{-1} E_k. \quad (3.23)$$

Der effektive Elektron-Landé-Faktor nähert sich also mit zunehmender kinetischer Energie E_k dem Wert des freien Elektrons an.

Larmorpräzession

Löst man für Gleichung 3.21 die stationäre Schrödingergleichung, so ergibt sich eine Aufspaltung von Energieeigenzuständen für die beiden unterschiedlichen Spins [Dubbers und Stöckmann, 2013]:

$$\Delta E_{\pm} = 2g_e^* \mu_B B_z \left(\mp \frac{1}{2} \right). \quad (3.24)$$

Die Zeitentwicklung des Systems mit diesen Eigenzuständen ist gegeben durch:

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-iH_M t/\hbar} |\Psi(0)\rangle. \quad (3.25)$$

Für einen Spin in der Ausgangsposition $|\Psi(0)\rangle = a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle$ ¹⁰ ergibt sich aus Gleichung 3.25:

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{2} \frac{g_e^* \mu_B}{\hbar} B_z t} a |\uparrow\rangle + e^{\frac{i}{2} \frac{g_e^* \mu_B}{\hbar} B_z t} b |\downarrow\rangle. \quad (3.26)$$

Die Zeitentwicklung der Wechselwirkung führt zu einer kontinuierlichen Verschiebung der Phasen beider Zustände. Anschaulich stellt dies eine Oszillation zwischen den Zuständen $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ dar. Die Periode ist dabei gegeben durch die Larmorfrequenz:

$$\omega_L = \frac{g_e^* \mu_B B_z}{\hbar}. \quad (3.27)$$

Spinpolarisation unter kontinuierlicher Anregung

Durch optische Anregung mit zirkular polarisiertem Licht werden bevorzugt Elektronen im Zustand $|\uparrow\rangle$ (oder $|\downarrow\rangle$) erzeugt. Bei kontinuierlicher Anregung ist die Spinpolarisation des Gesamtsystems durch das Integral über die Zeitentwicklungen der einzelnen Elektronenspins gegeben:

$$P(B_z) = \int_0^{\infty} dt P_0 \cos(\omega_L t) e^{-\frac{t}{\tau_s}} \frac{1}{\tau_r^{(e)}} e^{-\frac{t}{\tau_r^{(e)}}}. \quad (3.28)$$

Hierbei wurde berücksichtigt, dass die Spinpolarisation nach der Anregung exponentiell mit der Zeit τ_s abnimmt. Des Weiteren wurde die

¹⁰Dabei gilt $|a|^2 + |b|^2 = 1$.

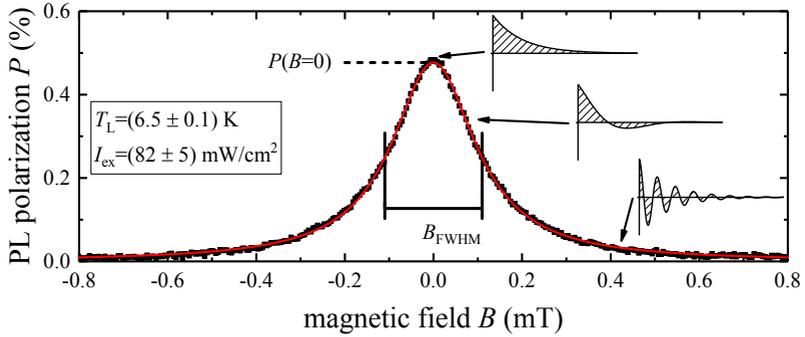


Abbildung 3.10: Experimentell gemessene Hanle-Depolarisation: Die PL depolarisiert mit zunehmendem Magnetfeld und lässt sich sehr gut durch eine Lorentzkurve beschreiben. Aus der FWHM der Kurve lässt sich direkt die Elektronenspinlebenszeit T_s bestimmen. Gezeigte Werte wurden an Probe S6 gemessen. Die Insets zeigen die Zeitentwicklungen eines polarisierten Spins bei verschiedenen Magnetfeldern.

Wahrscheinlichkeitsdichte der Rekombination ($e^{-t/\tau_r^{(e)}}/\tau_r^{(e)}$) zu jedem Zeitpunkt t berücksichtigt. Mit zunehmendem Magnetfeld nimmt der Erwartungswert der Zeitentwicklung und damit die gemessene Spinpolarisation ab. Die explizite Lösung des Integrals ist eine Lorentzkurve:

$$P(B_z) = \frac{P(0)}{1 + (T_s \omega_L)^2}, \quad (3.29)$$

wobei $P(0)$ bereits aus Gleichung 3.19 bekannt ist. Die Halbwertsbreite dieser Kurve B_{FWHM} (von engl. **F**ull **W**idth **H**alf **M**aximum) wird durch die Elektronenspinlebenszeit $T_s = \left(1/\tau_r^{(e)} + 1/\tau_s\right)^{-1}$ bestimmt [Parsons, 1969]:

$$B_{\text{FWHM}} = \frac{2\hbar}{g_e^* \mu_B T_s}. \quad (3.30)$$

Die Elektronenrekombinationszeit $\tau_r^{(e)}$ ist dabei die mittlere Zeit der Rekombination, nicht die absolute. Der Rekombinationszeitpunkt ist de facto zufällig. Bei großen Magnetfeldern präzidiert der Spin der Ladungsträger bereits vor der Rekombination im Mittel um mehrere

vollen Umdrehungen. Daher geht die gemessene mittlere Polarisati-
on mit steigendem Magnetfeld gegen null (Abbildung 3.10). Unter
Anwendung von Gleichungen 3.19 und 3.30 lassen sich die Rekombi-
nationsrate $1/\tau_r^{(e)}$ und die Spinrelaxationsrate $1/\tau_s$ als Funktion der
experimentell messbaren Halbwertsbreite B_{FWHM} angeben:

$$\frac{1}{\tau_s} = \frac{g_e^* \mu_B B_{\text{FWHM}}}{2\hbar} \left(1 - \frac{P(0)}{P_0} \right), \quad (3.31)$$

$$\frac{1}{\tau_r^{(e)}} = \frac{g_e^* \mu_B B_{\text{FWHM}}}{2\hbar} \left(\frac{P(0)}{P_0} \right). \quad (3.32)$$

3.2.2 Experimenteller Aufbau

Die beobachteten Spinrelaxationszeiten liegen in der Nähe des MIT
($n_d \approx n_{c1}$) bei mehr als 300 ns. Als Konsequenz daraus ergeben sich
gemäß Gleichung 3.30 Werte von B_{FWHM} kleiner als 100 μT . Hier
ist allerdings das transversale Erdmagnetfeld ($\approx 45 \mu\text{T}$) bereits aus-
reichend, um eine deutliche Depolarisation zu bewirken. Um dies zu
kompensieren, muss der experimentelle Aufbau mit Spulen in beiden
transversalen Raumrichtungen versehen werden. Durch die Wahl der
Orientierung ist die zum experimentellen Aufbau longitudinale Kom-
petente des Erdmagnetfeldes vernachlässigbar klein. Dies wurde durch
Messungen mit einer dritten Spule experimentell bestätigt. Die Ka-
librierung der Spulen erfolgt mit einer Hall-Sonde. Der gesamte ex-
perimentelle Aufbau ist in Abbildung 3.11 gezeigt. Für die Anregung
der Elektronen wird eine Laserdiode mit einer Wellenlänge von 784 nm
verwendet. Zunächst wird dabei die lineare Polarisation sichergestellt.
Mit einem um 45° gedrehten variablen Verzögerer wird dann entwe-
der links- oder rechts-zirkular polarisiertes Licht erzeugt. Als Verzö-
gerer wird hier ein Piezo-Elektrischer-Modulator (PEM) verwendet.
Für Messungen in Abhängigkeit von der Modulationsfrequenz (Ab-
schnitt 4.2.1) wird an dieser Stelle ein Elektro-Optischer-Modulator
(EOM) verwendet. Beide modulieren die Verzögerung kontinuierlich
zwischen $-\lambda/4$ und $\lambda/4$. Ein Mikrokryostat dient zum Einstellen der
Probentemperatur. Die durch die Anregung erzeugte PL wird mit einer
Linse kollimiert und anschließend auf einen Photodetektor fokus-

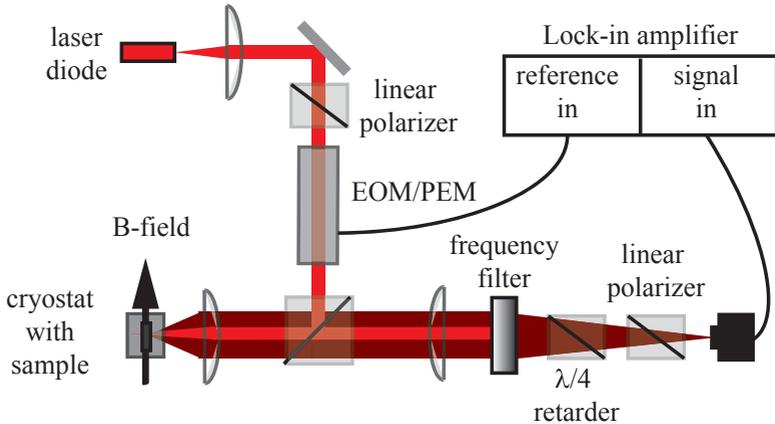


Abbildung 3.11: Experimenteller Aufbau zur Detektion der Hanle-Depolarisation: Die Modulation durch die abwechselnde Anregung mit links- oder recht-zirkular polarisiertem Licht wird in der Detektion durch einem Lock-In-Verstärker gemessen. Die Stärke der Polarisation ist dabei direkt proportional zur Differenz zwischen links- oder recht-zirkular polarisierter PL.

siert. Zur Detektion wird eine Kombination aus $\lambda/4$ -Verzögerer und Linearpolarisator verwendet. Durch diesen Analysator-Aufbau kann eine Modulation der PL-Polarisation ($I_+ - I_-$) als Spannungsmodulation mit einem Lock-In detektiert werden. In einem zweiten Schritt wird durch Einbau eines Analysators in den Anregungsarm der Laser zwischen voller und null Leistung moduliert (statt links- und rechts-zirkular). Aus der zweiten Messung ergibt sich dann die Gesamtintensität der PL ($I_+ + I_-$). Der Polarisationsgrad ist damit gegeben durch:

$$P = \frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-}. \quad (3.33)$$

Um die Anregungsdichte im Experiment niedrig zu halten und den Einfluss externer Störungen zu minimieren, wird der Anregungslaser defokussiert. Dadurch liegt der Fokuspunkt des Lasers deutlich hinter der Probenoberfläche, obwohl sich die Probe im Fokus der Linse befindet. Der Messbereich ist folglich deutlich kleiner als der Anregungsbereich. Die Breite des Anregungssports wird mittels eines Knife-Edge-

Tests experimentell bestimmt. Dazu muss die Probe entfernt und ein variabler Spalt genau an deren Stelle gestellt werden. Hierbei entsteht ein systematischer Fehler für die Fläche der Anregung von etwa 5% bis 10%. Gemäß Fehlerfortpflanzung überträgt sich dieser auch auf die aus der Fläche bestimmte Anregungsintensität und Anregungsrate G . Die Abweichung in der Anregungsfläche ist für alle Messungen an einer Probe identisch, da der Aufbau zwischen den Messungen nicht verändert wurde.

Elektronenrekombinationszeit

Eine weitere Methode die Anregungsrate G zu bestimmen ergibt sich direkt aus der experimentell nach Gleichung 3.32 bestimmten Elektronenrekombinationszeit. Im Bereich geringer Anregungsdichten hängt diese neben der aus den Transportmessungen bekannten Donatorkonzentration nur von der Anregungsrate ab (Gleichung 3.14). Generell von größerem Interesse als die Anregungsrate ist die zu ihr proportionale Dichte zusätzlich induzierter Ladungsträger n_{ex} (Gleichung 3.13). Diese Dichte wird sowohl aus den experimentellen Parametern als auch aus den experimentellen Elektronenrekombinationszeiten bestimmt. Der Vergleich zeigt eine sehr gute Übereinstimmung (Abbildung 3.12). Des Weiteren ist die Anzahl der optisch angeregten Ladungsträger bei den gezeigten Anregungsdichten klein im Vergleich zur Donatorkonzentration ($n_{\text{d}} = 1,6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$). Bei genauerer Betrachtung fällt die systematische Überschätzung der theoretischen Anregung gegenüber der experimentell gemessenen von etwa 10% auf, dies schließt Reflexionsverluste am Fenster des Mikrokryostaten mit ein. Die Fenster sind antireflexbeschichtet, reflektieren aber dennoch zwischen 0.5% und 1%.

3.2.3 Intensitätsabhängigkeit

Die systematischen Fehler in der Anregungsdichte können bei der Bestimmung der Spinrelaxationzeit τ_{s} vollständig umgangen werden. Aus Gleichung 3.19 ist zu entnehmen, dass der Polarisationsgrad vom Verhältnis $\tau_{\text{r}}^{(\text{e})}/\tau_{\text{s}}$ abhängt. Für verschwindende Anregung wird die

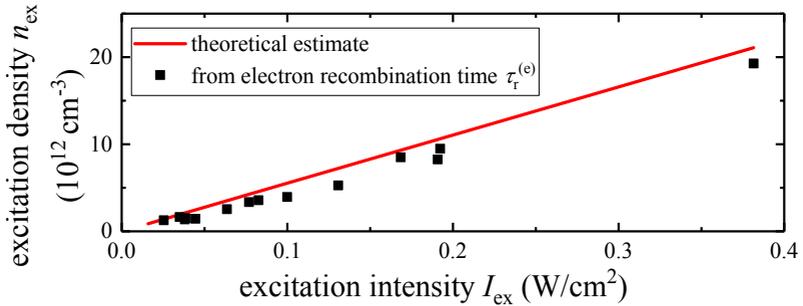


Abbildung 3.12: Dichte der zusätzlich induzierten Ladungsträger: Die Übereinstimmung zwischen der aus den Messparametern theoretisch bestimmten und der experimentell aus der Elektronenrekombinationszeit bestimmten Ladungsträgerdichte ist grundsätzlich sehr gut. Bei genauer Betrachtung fällt jedoch auf, dass die theoretische Kurve die Ladungsträgerdichte konsequent um etwa 10% überschätzt. Gezeigte Messung wurde durchgeführt an Probe S6.

Elektronenrekombinationsrate $1/\tau_r^{(e)}$ gegen Null gehen, nicht aber die Spinrelaxationsrate $1/\tau_s$. Damit ergibt sich:

$$\lim_{I_{\text{ex}} \rightarrow 0} \frac{1}{T_s} = \frac{1}{\tau_s}. \quad (3.34)$$

Die oben beschriebene systematische Abweichung fällt hier komplett heraus, da sie die zu null Anregung extrapolierten Werte nicht beeinflusst. Aus der Intensitätsabhängigkeit der FWHM der Lorentzkurve B_{FWHM} lässt sich somit direkt die Spinrelaxationszeit aus dem Ordinatenabschnitt bestimmen (Abbildung 3.13). Die Verbreiterung mit zunehmender Intensität hat dabei zwei Ursachen. Zum Einen die Verkürzung der Elektronenrekombinationszeit durch die zusätzlich angeregten Elektronen und zum Anderen eine Beschleunigung der Spinrelaxation [Krauß et al., 2010].

Bir-Aronov-Pikus

Einen wesentlichen Einfluss auf die Spinrelaxation bei optischer Anregung stellt der Bir-Aronov-Pikus (BAP) Mechanismus dar [Bir et al., 1975]. Bei diesem findet ein Austausch des Elektronenspins mit dem

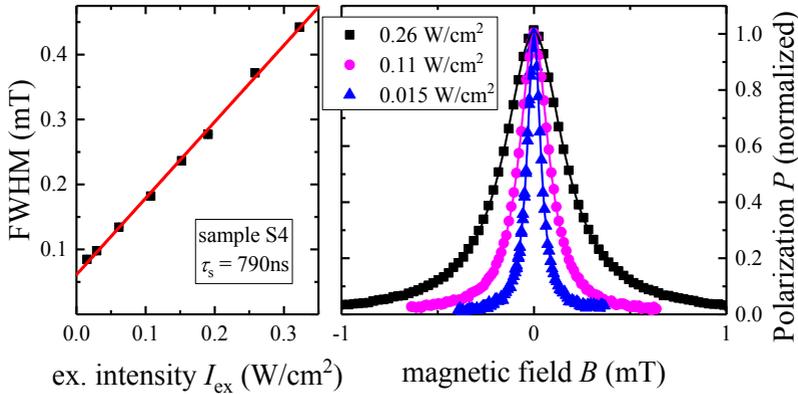


Abbildung 3.13: Intensitätsabhängigkeit der FWHM: Mit abnehmender Anregungsdichte nimmt die Breite der Hanle-Depolarisationskurve ab. Aus dem Schnittpunkt mit der y-Achse lässt sich dann die intrinsische Spinrelaxationszeit der Elektronen τ_s bestimmen.

Spin eines unpolarisierten Lochs statt. Die in n -dotiertem GaAs optisch erzeugten Löcher können hierbei grundsätzlich als unpolarisiert angenommen werden, da ihre Spinrelaxationszeit sehr kurz ist [Dzhioev et al., 2002a]. Maßgeblich für die Stärke des BAP Mechanismus ist folglich die Anzahl optisch induzierter Löcher und der damit verbundene Anstieg des Überlapps der Wellenfunktionen von Elektronen und Löchern. Die Anzahl der Löcher steigt im Bereich niedriger Anregungsdichten linear mit der Anregungsdichte. Als Folge wird ein linearer Verlauf der BAP-Spinrelaxation erwartet [Jiang und Wu, 2009]. In sehr hoch dotierten Proben verliert dieser Mechanismus bei dem in dieser Arbeit durchgeführten Experiment an Bedeutung, da eine deutlich höhere Anregung notwendig ist, um eine relevante Anzahl an Löchern zu erzeugen.

Diffusion von Ladungsträgern

Werden zusätzliche Ladungsträger in einem Halbleiter optisch punktuell erzeugt, führt dies zwangsläufig zu einer Diffusion. Der Bereich, in den spinpolarisierte Elektronen diffundieren können, ist dabei häu-

fig erheblich größer als der Bereich in den Löcher diffundieren ($\tau_r^{(e)} \gg \tau_r^{(h)}$). Elektronen, die aus dem Bereich der Löcher heraus diffundieren, können nicht länger rekombinieren. Der detektierte Polarisationsgrad sinkt. Wird nun ein Magnetfeld angelegt, werden Spins depolarisiert und der Radius, in den spinpolarisierte Elektronen diffundieren wird effektiv kleiner. Als direkte Folge nähert sich die Kurve wieder der Hanle-Depolarisationskurve nach Gleichung 3.29 an. Dieses Problem kann vermieden werden indem der Anregungsbereich deutlich größer gewählt wird als der Diffusionsbereich [Furis et al., 2007]. Dies ist durch den in dieser Arbeit verwendeten defokussierten Anregungslaser eindeutig der Fall.

Sehr starke punktuelle Anregung führt zu einer Ansammlung von spinpolarisierten Elektronen außerhalb des Rekombinationsbereichs. Als Folge der Besetzung von Zuständen wird dann die Diffusion der Elektronen spinabhängig [Dyakonov und Perel, 1984]. Wird nun ein Magnetfeld angelegt, werden die Spins depolarisiert und die Spinabhängigkeit der Diffusion wird aufgelöst. Dies resultiert in einem sehr starken Abfall der Polarisation bei kleinen Magnetfeldern. Dieser Effekt wird durch die Defokussierung der Anregung ebenfalls unterdrückt.

Bei beiden Mechanismen ist die limitierende Größe gegeben durch die Spindephasierungslänge. Für Fokusgrößen größer 200 μm sind Diffusionseffekte in GaAs vernachlässigbar [Furis et al., 2007].

3.3 Spinrauschspektroskopie

Eine weitere Methode die Spindynamik zu untersuchen ist die Spinrauschspektroskopie (SNS von engl. **S**pin **N**oise **S**pectroscopy). Das Problem induzierter Ladungsträger und induzierter Spinpolarisation wird hier bereits intrinsisch reduziert. Im Folgenden soll kurz das Messprinzip wiedergegeben werden. Umfassendere Beschreibungen finden sich in der Literatur (zum Beispiel [Hübner et al., 2014; Zapasskii, 2013; Müller et al., 2010]). Grundsätzlich zeigt auch die SNS bei vergleichbarer Absorption eine ähnliche Beeinflussung der Spinrelaxation wie Messungen mittels Hanle-Depolarisation [Crooker et al., 2009]. Bei

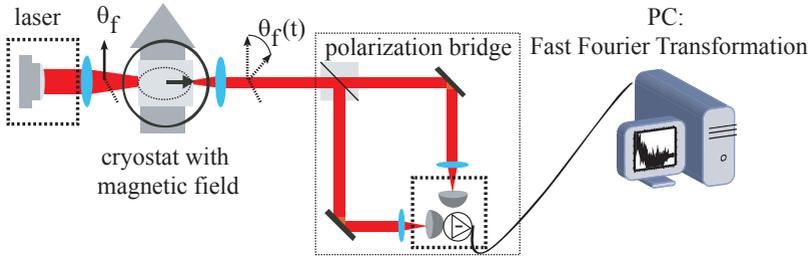


Abbildung 3.14: Experimenteller Aufbau der Spinrauschspektroskopie: Die Fluktuation der Spins wird auf die Polarisationsachse des Laserlichts projiziert und dann an einer Polarisationsbrücke detektiert. Die detektierten Fluktuationen werden danach spektral analysiert.

ersterer wird die Emission des Lasers jedoch auf die niederenergetische Flanke des optischen Übergangs verstimmt. Die Absorption fällt in diesem Bereich quadratisch mit dem inversen energetischen Abstand ab. Damit verbunden ist auch eine drastische Reduktion der induzierten Ladungsträger. Der Brechungsindex nimmt lediglich linear mit dem inversen energetischen Abstand ab. Daher kann bei vernachlässigbarer Absorption eine messbare Brechung beobachtet werden. Die bereits für die Absorption betrachteten optischen Auswahlregeln gelten dabei auch für den Brechungsindex. Im Speziellen bedeutet dies, dass eine im Halbleiter vorhandene Spinpolarisation dazu führt, dass sich der Brechungsindex \hat{n} für links- und rechts-zirkular polarisiertes Licht unterscheidet [Oestreich et al., 2005]:

$$\Delta\hat{n} = \hat{n}_+ - \hat{n}_-. \quad (3.35)$$

Bei der SNS wird ein linear polarisierter Laserstrahl durch die Probe transmittiert. Der Brechungsindexunterschied führt dann zu einer Faradayrotation der Polarisationsrichtung um den Winkel θ_F [Müller et al., 2010]

$$\theta_F = \frac{\pi l \Delta\hat{n}}{\lambda}. \quad (3.36)$$

Die Polarisation der Spins wird also auf die Polarisationsachse des Lasers projiziert. Die Gesamrotation skaliert mit der Länge der Pro-

be l . Bei der SNS wird jedoch keine Spinpolarisation aktiv erzeugt, sondern das stochastische Rauschen der Spinpolarisation wird vermessen. In diesem stochastischen Rauschen ist nach dem Fluktuations-Dissipations-Theorem die gesamte Information über die zugrundeliegende Spindynamik enthalten [Sinitsyn und Pershin, 2016]. Um diese Informationen zu extrahieren, werden die auf die Laserpolarisation projizierten Fluktuationen mittels einer Polarisationsbrücke detektiert. Anschließend wird das Signal am Computer mittels Fouriertransformation spektral analysiert (siehe Abbildung 3.14).

Spinrauschspektrum

Die Autokorrelationsfunktion der Spinrelaxation ergibt sich analog zu der bereits betrachteten Zeitentwicklung bei der Hanle-Depolarisation. Die Fouriertransformierte ergibt dann eine Lorentzkurve [Müller et al., 2010]:

$$S_{\text{SNS}}(\omega) = \frac{2P_{\text{SNS}}}{\pi} \frac{w_{\text{FWHM}}}{4(\omega/(2\pi) - \omega_{\text{L}}/(2\pi))^2 + w_{\text{FWHM}}^2}. \quad (3.37)$$

An dieser Stelle wurde die Modulation des Signals mit der Larmorfrequenz ω_{L} bereits berücksichtigt. Aus der Lorentzkurve lassen sich somit die Informationen sowohl über den Betrag des Elektron-Landé-Faktors (g_{e}^*) als auch über die Spinrelaxationsrate $\tau_{\text{s}}^{-1} = \pi w_{\text{FWHM}}$ gewinnen. Die Amplitude der Lorentzkurve ist gegeben durch [Müller et al., 2010]:

$$P_{\text{SNS}} = \text{Var}(\theta_{\text{F}}) = \frac{\pi(\Delta\hat{n})^2 l}{4\lambda^2 n_{\text{d}} r_0^2}. \quad (3.38)$$

Die Fläche des Lasers (πr_0^2) reduziert das Signal, weil über unterschiedliche Spinpolarisationen gemittelt und damit das Signal verringert wird. Die Länge der Probe wirkt sich hingegen positiv aus, da hierdurch die Varianz des Signals vergrößert wird. Bei der experimentellen Umsetzung werden in der Regel zwei Spektren bei unterschiedlichen Magnetfeldern aufgenommen. Durch Subtraktion dieser Spektren können die in beiden vorhandenen Beiträge, das elektrische Detektorrauschen und das optische Schrotrauschen, herausgezogen werden. Übrig bleiben dann lediglich die Beiträge des Spinrauschens, da

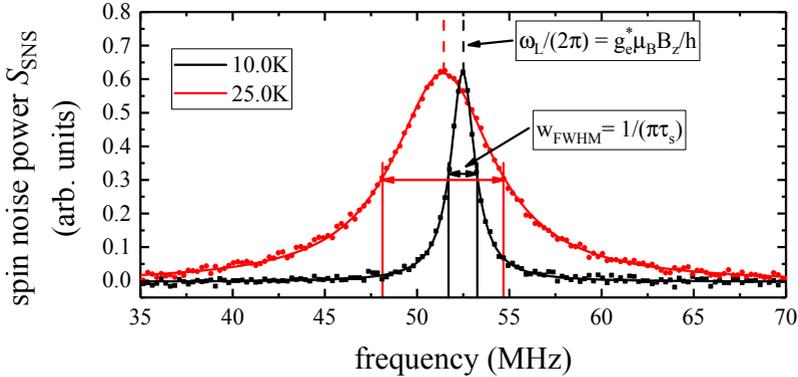


Abbildung 3.15: Spektren der Spinrauschspektroskopie: Aus dem fouriertransformierten Rauschen lassen sich sowohl die Spinrelaxationsrate τ_s^{-1} als auch der g_e^* -Faktor experimentell bestimmen. Das bei höheren Temperaturen aufgenommene Spektrum weist eine deutlich höhere Spinrelaxationsrate auf (breiteres Spektrum). Das Spektrum ist außerdem zu niedrigeren Frequenzen verschoben. Dies ist eine direkte Folge aus der Energieabhängigkeit des g_e^* -Faktors (Gleichung 3.23), denn bei höheren Temperaturen werden höherenergetische Zustände innerhalb des Leitungsbandes besetzt.

nur diese vom Magnetfeld abhängen. Eine Alternative ist die Bestimmung eines spinrauschfreien Referenzspektrums. Hierfür ist der Einbau eines Flüssigkristallverzögerers oder eines EOM in der Detektion notwendig. Mit diesem kann dann das Spinrauschsignal „abgeschaltet“ werden (für Details siehe [Berski et al., 2013]).

Vergleich der Messmethoden

Durch die inverse Abhängigkeit von der Fokusfläche ist die Spinrauschspektroskopie intrinsisch besonders für die Untersuchung von sehr kleinen räumlich begrenzten Strukturen geeignet [Crooker et al., 2009]. Beispiele für solche wären die Untersuchung von einzelnen Donatoren oder einzelnen Quantenpunkten [Dahbashi et al., 2014]. Da das Signal bei der Spinrauschspektroskopie stark mit der Dicke der Probe skaliert, ist sie des Weiteren besonders für Volumenproben mit konstanter Donatorkonzentration n_d geeignet. Methoden, die optische Anregung

verwenden, beschränken ihre Messung im Gegensatz dazu auf den Absorptionsbereich des Anregungslasers. Für übliche Photonenenergien liegt der Absorptionsbereich in GaAs in der Größenordnung von $1\ \mu\text{m}$. Dieser Nachteil der anregungsbasierten Messmethoden wird dadurch verschärft, dass bei unzureichender Berücksichtigung der Bandverbiegung die Verarmungszone am Rand der Probe einen deutlichen Einfluss auf die Messergebnisse haben kann. Dies wurde bei den in dieser Arbeit verwendeten MBE gewachsenen Proben sehr gewissenhaft berücksichtigt (Anhang A.1.1). Die geringe Dicke der Probenschicht von nur $2\ \mu\text{m}$ macht eine Messung an diesen Proben mittels Spinrauschspektroskopie schwierig. Daher wurden Messungen mittels SNS nur an einer kommerziellen Referenzprobe mit deutlich höherer Dicke ($370\ \mu\text{m}$) durchgeführt, sowie bei den im Anhang vorgestellten Messungen mittels ultraschneller SNS (Kapitel D) und an YAG:Ce (Abschnitt C.2).

Kapitel 4

Spindynamik der Elektronen

Zur Spindynamik in Halbleitern tragen verschiedene Mechanismen bei. Welche Wechselwirkungen dabei die Spinrelaxation dominieren, hängt wesentlich von den jeweiligen Korrelationszeiten ab (Abschnitt 4.1.2). Diese gehen dabei direkt aus den experimentell bestimmten Transporteigenschaften (Kapitel 2) hervor. Für lokalisierte Elektronen dominiert die Hyperfein-Wechselwirkung mit dem Kernspin (Abschnitt 4.2), für Leitungsbandelektronen hingegen der Dyakonov-Perel (DP) Mechanismus (Abschnitt 4.3.1 und 4.3.4). Entgegen Annahmen in früheren theoretischen Modellen [Wellens und Jalabert, 2016; Intronati et al., 2012; Tamborenea et al., 2007] wird in dieser Arbeit gezeigt, dass dieser Mechanismus auch für die Spinrelaxation im Störstellenband verantwortlich ist (Abschnitt 4.3.3). Ursache für den DP Mechanismus ist die Dresselhaus Spin-Bahn-Wechselwirkung. Letztere zeigt auch unterhalb des MIT noch einen deutlichen Einfluss auf die Spindynamik und führt zu einer Spinrelaxation während des VRH (Abschnitt 4.3.2). In der Summe beschreiben diese Wechselwirkungen die Spindynamik sehr gut. Damit gelingt in dieser Arbeit eine vollständige quantitative Beschreibung der Spinrelaxation in schwach bis hoch dotierten Proben (Abschnitt 4.4).

4.1 Spinrelaxation

Bislang wurde zur Beschreibung der Spindynamik nur der allgemeine Begriff der Spinrelaxationszeit τ_s verwendet. Um die verschiedenen Mechanismen der Spinrelaxation zu verstehen, muss hier jedoch genauer differenziert werden.

4.1.1 Bloch-Gleichungen

Das magnetische Moment eines Elektronenspins wechselwirkt mit dem externen Magnetfeld (Gleichung 3.21). Die Richtung dieses Magnetfeldes sei auf die z-Richtung festgelegt. Bei der folgenden Betrachtung wird die Richtung der Spins jedoch nicht eingeschränkt. Die Bewegungsgleichungen der Magnetisierung \mathbf{M} eines Spin-Ensembles unter diesen Bedingungen wurden erstmals von F. Bloch [1946] aufgestellt:

$$\frac{dM_x}{dt} = \frac{g_e^* \mu_B}{\hbar} (B_z M_y) - \frac{M_x}{T_2}, \quad (4.1)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \frac{g_e^* \mu_B}{\hbar} (B_z M_x) - \frac{M_y}{T_2}, \quad (4.2)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{M_z - M_{z,0}}{T_1}. \quad (4.3)$$

Gleichungen 4.1, 4.2 und 4.3 werden daher auch als Bloch-Gleichungen bezeichnet. Diese berücksichtigen die durch das Anlegen eines Magnetfeldes erzeugte Gleichgewichtsmagnetisierung in longitudinaler Richtung $M_{z,0}$. Bei einer Spinpolarisationskomponente in der x - y -Ebene ergibt sich die Larmorpräzession.

Longitudinale und transversale Spinrelaxation

Im Gegensatz zu den Ausführungen in Abschnitt 3.2 wird die Spinrelaxationszeit hier durch zwei verschiedene Terme repräsentiert. Zum einen die transversale oder auch Spin-Spin-Relaxationszeit T_2 und zum anderen die longitudinale oder auch Spin-Gitter-Relaxationszeit

T_1 . Die Ursache für diese von F. Bloch [1946] gemachte Unterscheidung liegt in der Energieerhaltung. Für einen Verlust der Spinpolarisation in den transversalen Komponenten reicht ein Verlust der Phaseninformation aus. Ein Energieübertrag ist dabei nicht notwendig. Anders sieht dies in longitudinaler Magnetfeldrichtung aus. Aufgrund der Magnetisierung ist ein Verlust der Spinpolarisation in dieser Raumrichtung zwangsläufig mit einem Energieverlust verbunden. Prozesse, die einen Energieübertrag erfordern sind in aller Regel unwahrscheinlicher. Daher gilt im Allgemeinen $T_2 \leq 2T_1$ [Žutić et al., 2004]. Trivialerweise muss für $B = 0$ gelten, dass $T_2 = T_1$ [Belykh et al., 2016]. Für vernachlässigbar kleine Magnetfelder ist die von Bloch gemachte Unterscheidung somit nicht notwendig (Abschnitt 4.1.2). In allen anderen Fällen folgt aus Gleichungen 4.1, 4.2 und 4.3, dass sowohl mit der SNS im transversalen Magnetfeld (Abschnitt 3.3) als auch der Hanle-Depolarisation (Abschnitt 3.2) die transversale Spinrelaxationszeit T_2 gemessen wird [Heisterkamp et al., 2015].

Inhomogene Spindephasierung

Innerhalb eines Spin-Ensembles können Inhomogenitäten vorliegen, die zu unterschiedlichen g-Faktoren führen. Aufgrund solcher Inhomogenitäten koppeln unterschiedliche Spins unterschiedlich stark an ein externes Magnetfeld. Die Folge ist eine Dephasierung der Spinpolarisation des Ensembles. Die Zeit mit der dies geschieht wird als inhomogene Spindephasierungszeit T_2^* bezeichnet. Hierbei handelt es sich lediglich um ein Auseinanderlaufen der Phasen der einzelnen Ensemblespins, nicht um einen tatsächlichen Informationsverlust. Daher lässt sich diese Dephasierung durch ein Spinechoexperiment wieder rückgängig machen [Hahn, 1950]. Von großer Relevanz ist dieser Effekt vor allem in selbstorganisiert gewachsenen Quantenpunktensembles [Belykh et al., 2015; Greilich et al., 2006]. Aber auch in deutlich homogeneren Strukturen wie Donatoren in Volumen-GaAs lassen sich Inhomogenitäten des Elektron-Landé-Faktors (g_e^*) beobachten. Diese sind dabei eine direkte Konsequenz aus der Energieabhängigkeit des g_e^* -Faktors (Gleichung 3.23) in Kombination mit der energetischen

Verteilung besetzter Zustände in der Nähe der Fermienergie. Beobachtet werden solche Inhomogenitäten bei niedrigen Dotierkonzentrationen [Cronenberger und Scalbert, 2016], in der Nähe des MIT [Kikkawa und Awschalom, 1998] und bei hohen Dotierungen [Berski et al., 2013]. Im letzten Fall sind jedoch die statistischen Fluktuationen der Donorkonzentration für die Verteilung der Energien verantwortlich. In allen diesen Fällen ist die Inhomogenität kleiner als 1% des g_e^* -Faktors. Aus diesem Grund kann dieser Effekt für die hier verwendeten kleinen Magnetfelder ($B < 20$ mT) vernachlässigt werden.

4.1.2 Korrelationszeit

Bei der Spinrelaxation wirkt während des Korrelationszeitraums eine Wechselwirkung $\delta\omega$ auf den Spin. Die hier relevante Korrelationszeit τ_c ist dabei vor allem von der Art der Wechselwirkung abhängig. So ist für Prozesse die in einem kleinen, räumlich beschränkten Bereich wirken die Korrelationszeit gegeben durch die Verweilzeit des Elektrons in diesem Bereich. Durch die Wechselwirkung $\delta\omega$ wird während der Korrelationszeit τ_c eine Phasenverschiebung der Polarisierung des Spins um den Winkel $\delta\phi = \delta\omega\tau_c$ verursacht. Im Mittel tritt nach der Zeit τ_c eine Richtungsänderung der Wechselwirkung $\delta\omega$ ein. Die Ursache und Art der Änderung hängt dabei wiederum von der Art der Wechselwirkung ab. Die Spinrelaxation kann somit als eine zufällige Aneinanderreihung von solchen Dephasierungen betrachtet werden. Die Spinrelaxationszeit T_2 gibt dann die Zeit an, in der die Information über den Ausgangszustand verloren geht. Hieraus ergibt sich eine offensichtliche Unterteilung der Prozesse in solche mit kurzer und solche mit langer Korrelationszeit.

Lange Korrelationszeiten

Sind die Korrelationszeiten lang ($\delta\omega\tau_c \gg 1$), so verschiebt sich die Phase kontinuierlich. Im Mittel wird die an die Korrelationszeit gekoppelte Richtungsänderung der Wechselwirkung erst nach weit mehr als einer vollen Präzession des Elektronenspins geschehen. In diesem Fall ist die Spinrelaxationsrate gegeben durch [Pines und Slichter,

1955]:

$$\frac{1}{T_2} = \delta\omega. \quad (4.4)$$

Prozesse mit langen Korrelationszeiten treten vor allem in sehr reinen Proben auf.

Kurze Korrelationszeiten

Im Falle kurzer Korrelationszeiten ($\delta\omega\tau_c \ll 1$) ist die Änderung des Spins innerhalb dieser klein. Da nach der Korrelationszeit eine Änderung der Richtung vorliegt, wird effektiv über verschiedene Raumrichtungen gemittelt (Abbildung 4.1a). Dies hat zur Folge, dass die mittlere Änderung der Spinpolarisation deutlich verlangsamt wird. Das Mitteln geschieht dabei beispielsweise durch Bewegung zwischen Regionen mit unterschiedlicher Wechselwirkung. Daher spricht man bei diesem Effekt auch von der Bewegungsverschmälerung (engl. motional narrowing). Die Spinrelaxation in diesem Bereich ist eng mit der Korrelationszeit verknüpft [Pines und Slichter, 1955]:

$$\frac{1}{T_2} = (\delta\omega)^2 \tau_c. \quad (4.5)$$

Im Bereich kurzer Korrelationszeiten lassen sich die in Abschnitt 4.1.1 gemachten Überlegungen zu den Bloch-Gleichungen präzisieren. Ist die Korrelationszeit im Vergleich zur Larmorperiode kurz, spielt das Magnetfeld effektiv keine Rolle für die Spinrelaxation. Damit gilt $T_1 = T_2$ [Lü et al., 2007; Pines und Slichter, 1955]. Dies lässt sich mathematisch durch die Transformation in ein rotierendes Koordinatensystem direkt zeigen [Wangsness und Bloch, 1953]. Die in dieser Arbeit verwendeten Magnetfelder sind sehr klein ($B < 20$ mT). In der Folge ist die Larmorperiode stets größer als 70 ns. Im Gegensatz dazu gilt für die Korrelationszeiten in allen verwendeten Proben, dass sie deutlich kleiner sind als 1 ns (Abschnitt 4.1.3). Somit gilt für alle vorgestellten Messungen $T_1 = T_2$.

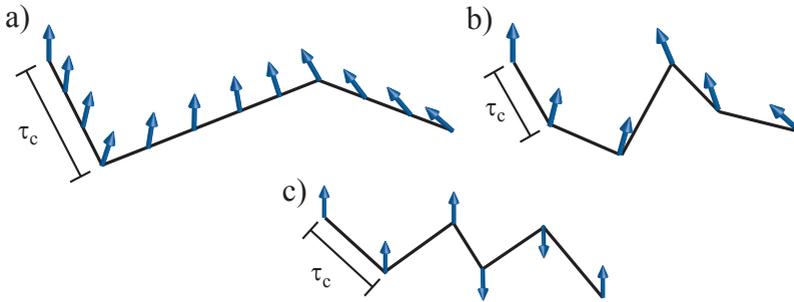


Abbildung 4.1: Spinrelaxationsprozesse: a) Innerhalb der Korrelationszeit (hier zwischen Streuereignissen) präzidiert der Spin durch die Wechselwirkung. Nach der Korrelationszeit ändert sich die Richtung dieser Wechselwirkung und damit die der Präzession. b) Die Polarisationsrichtung wird nach der Korrelationszeit um einen kleinen Winkel gedreht (zum Beispiel beim Tunneln zwischen Störstellen). c) Die Polarisierung wird nach der Korrelationszeit mit einer endlichen Wahrscheinlichkeit umgeklappt. Letzterer Prozess kommt durch eine Mischung von Spin-up und Spin-down Zuständen zustande (zum Beispiel Elliott-Yafet-Spinrelaxation).

Spinrelaxation zwischen Korrelationszeiträumen

Zwischen zwei Korrelationszeiträumen ändert sich der Zustand des Elektrons, zum Beispiel durch eine Änderung des Impulses. Die bisherige Beschreibung von Spinrelaxation setzte voraus, dass die Dephasierung während des Korrelationszeitraums stattfindet. Dies ist möglich aber nicht notwendig, denn auch durch die Zustandsänderung kann es zu Spinrelaxation kommen. Die Spinpolarisation wird wiederum um den Winkel $\delta\phi$ gedreht (Abbildung 4.1b). Ursächlich ist aber in diesem Fall die Wechselwirkung während der Zustandsänderung. Die Zeit zwischen zwei solchen Drehungen ist folglich gegeben durch die Korrelationszeit. Kurze Korrelationszeiten beschleunigen daher die Spinrelaxation (keine Bewegungsverschmälerung) [Kavokin, 2001]:

$$\frac{1}{T_2} = \frac{2}{3} (\delta\phi)^2 \frac{1}{\tau_c}. \quad (4.6)$$

Die zuvor genutzte Argumentation von Wangsness und Bloch [1953] basierte lediglich auf dem ausreichend schnellen Mitteln über verschiedene Orientierungen. Für kurze Korrelationszeiten gilt daher weiter-

Tabelle 4.1: Korrelationszeiten lokalisierter Elektronen in den Proben S1-S6. Die Werte von S1 stammen aus der Extrapolation von N_{E_F} aus den Proben S2-S4.

Probe Nr.	S1	S2	S3
n_d [10^{16}cm^{-3}]	0,120 (3)	0,36 (2)	0,658 (9)
$1/\tau_c^{6,5\text{K}}$ [$10^{11}/\text{s}$]	0,18	0,34 (2)	1,44 (5)
Probe Nr.	S4	S5	S6
n_d [10^{16}cm^{-3}]	0,895 (6)	1,732 (7)	1,65 (6)
$1/\tau_c^{6,5\text{K}}$ [$10^{11}/\text{s}$]	3,3 (2)	93 (9)	96 (7)

hin $T_1 = T_2$.

4.1.3 Experimentell bestimmte Korrelationszeiten

In moderat dotierten Proben sind die relevanten Korrelationszeiten in der Regel kurz. Im Folgenden sind für diese Arbeit vor allem zwei Korrelationszeiten von Interesse: Zum einen die Verweilzeit lokalisierter Elektronen an einem Donator; zum anderen die Zeit zwischen zwei Änderungen des Wellenvektors \mathbf{k} eines delokalisierten Elektrons.

Korrelationszeit für lokalisierte Elektronen

Die Verweilzeit eines lokalisierten Elektrons an einem Donator ist gegeben durch die Wahrscheinlichkeit, diesen über einen Tunnelprozess zu verlassen, $W = 1/\tau_c$. Aus den Transportmessungen ist die Diffusionskonstante im Bereich des VRH bekannt. Außerdem sind durch die Anpassungen des VRH die mittleren Abstände r_{opt} bestimmt (Gleichung 2.13)¹. Die Rate $1/\tau_c$ für Tunnelprozesse ergibt sich dann direkt aus Gleichung 2.14². Dabei zeigt die Wahrscheinlichkeit für Tunnelprozesse die erwartete Abnahme hin zu niedrigeren Dotierungen (siehe Tabelle 4.1). Bei den Proben S5 und S6 musste hierbei unterschieden werden zwischen dem Anteil an Diffusion auf-

¹ $r_{\text{opt}} = (9/(8\pi))^{1/4} (a_d / (N_{\text{E}_F} k_B T))^{1/4}$.

² $D_{\text{VRH}} = r_{\text{opt}}^2 / (6\tau_c)$.

grund von VRH und dem Anteil aufgrund von metallischem Transport (Abschnitt 2.2.4). Grundsätzlich sind die hier bestimmten Tunnelraten größer als sie in einigen theoretischen Arbeiten abgeschätzt werden [Kavokin, 2008]. Grund für diese Diskrepanz ist, dass bei der theoretischen Beschreibung die Tunnelraten aller Elektronen im Störstellenband gemittelt werden. Die Tunnelwahrscheinlichkeit hängt jedoch stark von der energetischen Nähe freier Zustände und damit von der Nähe zur Fermienergie ab (Abschnitt 2.1.3). Elektronen in der Nähe der Fermienergie haben somit viel höhere Tunnelraten als niederenergetischere Elektronen tief im Störstellenband. In der Nähe des MIT sind die spinpolarisierten Elektronen gerade diejenigen in der Nähe des Fermienergielevels (Abschnitt 3.1.4).

Neben dem Tunneln von einem besetzten in einen freien Zustand soll an dieser Stelle auch die anisotrope Austauschwechselwirkung erwähnt werden. Bei diesem Prozess tauschen Elektronen in zwei besetzten Zuständen den Platz. Aufgrund der Unterschätzung des VRH kommen Abschätzungen in der Literatur häufig zu dem Schluss, dass die anisotrope Austauschwechselwirkung in der Nähe des MIT über das VRH dominiert [Kavokin, 2008; Dzhioev et al., 2002a]. Ein Abgleich mit den experimentellen Werten zum VRH zeigt aber, dass eine Dominanz der anisotropen Austauschwechselwirkung nur bei sehr viel tieferen Temperaturen zu erwarten ist.

Korrelationszeit für delokalisierte Elektronen

In erster Näherung ist die Korrelationszeit für delokalisierte Elektronen durch ihre Impulsrelaxationszeit gegeben. Im Falle von winkelunabhängiger Streuung (siehe Abschnitt 2.3) ist dies richtig, da jedes Streuereignis zu einer Relaxation des Impulses führt. Bei Kleinwinkelstreuung, zum Beispiel bei der Streuung an ionisierten Störstellen, resultiert jedoch nicht jede Impulsstreuung in einer Impulsrelaxation. Auch wenn kleinwinklige Streuereignisse weniger effizient darin sind, den Impuls zu relaxieren, tragen sie doch wesentlich zum effektiven Mitteln über den Impulsraum nach Gleichung 4.5 bei. In der Folge ist die Korrelationszeit hier wesentlich kürzer als die Impulsrelaxations-

Tabelle 4.2: Impulsrelaxationszeiten und die sich daraus ergebenden Korrelationszeiten für $\gamma_3 = 6$.

Sample No.	S5	S6	S7
$n_d^{\text{exp}} [10^{16} \text{cm}^{-3}]$	1,732 (7)	1,65 (6)	4,02 (9)
$1/\tau_p^{6,5\text{K}} [10^{12}/\text{s}]$	36 (2)	40 (2)	14,0 (1)
$1/\tau_c^{6,5\text{K}} [10^{12}/\text{s}]$	6,0 (3)	6,7 (3)	2,33 (2)
Sample No.	S8	S9	S10
$n_d^{\text{exp}} [10^{16} \text{cm}^{-3}]$	6,02 (8)	8,20 (5)	10,31 (5)
$1/\tau_p^{6,5\text{K}} [10^{12}/\text{s}]$	11,27 (8)	8,30 (8)	9,89 (3)
$1/\tau_c^{6,5\text{K}} [10^{12}/\text{s}]$	1,88 (1)	1,38 (1)	1,648 (5)

zeit. Allgemein lässt sich schreiben:

$$\tau_c = \frac{\tau_p}{\gamma_3}, \quad (4.7)$$

wobei der Faktor γ_3 abhängig vom Streumechanismus ist. Eine genaue Berechnung ist durch eine Integration über die Streuwinkel möglich. Bei dieser muss in Gleichung 2.25 das erste Legendre-Polynom durch das dritte Legendre-Polynom ersetzt werden, um die Korrelationszeit der Impulsrelaxationszeit zu bestimmen [Dyakonov und Perel, 1972]. Aus den Transportmessungen ist bereits bekannt, dass die Streuung an ionisierten Störstellen im Bereich oberhalb des zweiten kritischen Übergangs ($n_d \geq n_{c2}$) dominiert. Für diesen Bereich ergibt sich dann $\gamma_3 = 6$ [Dyakonov und Perel, 1972].

Im Bereich des metallischen Störstellenbandes ($n_{c1} \leq n_d < n_{c2}$) wurden in den Transportmessungen deutliche Beiträge der Impulsstreuung an den Grenzen des Perkolationspfades sichtbar. Wie bereits in Abschnitt 2.2.4 betrachtet, ist diese Streuung in der Nähe des MIT als isotrop anzunehmen. In der Folge ergibt sich hier $\gamma_3 = 1$ und damit $\tau_p = \tau_c$.

In Abschnitt 2.3.5 wurde bereits angesprochen, dass auch die e-e-Streuung einen Beitrag zur Korrelationszeit leistet, wobei diese aber im Bereich der hier verwendeten Dotierungen schwächer ist als die

Streuung an ionisierten Störstellen. Daher kann sie für die hier vorgestellten Messungen vernachlässigt werden. Nicht zu vernachlässigen ist sie jedoch bei höher dotierten Proben [Kuhn et al., 2017], unter starker optischer Anregung [Marchetti et al., 2014] oder in Quantenfilmen [Glazov und Ivchenko, 2004, 2002].

4.2 Hyperfein-Wechselwirkung

Neben den Elektronenspins sind weitere magnetische Momente im Halbleiter durch die Spins der Atomkerne gegeben. In GaAs haben alle Kerne einen von null verschiedenen Kernspin. Aus der Wechselwirkung der magnetischen Momente von Kernen und Elektronen resultiert ein wesentlicher Einfluss auf die Spindynamik (zum Beispiel [Linpeng et al., 2016; Harmon et al., 2015; Hackmann et al., 2015]).

4.2.1 Makroskopischer Kernspinpolarisationen

Die Annahme von $1/\tau_s = 1/T_1 = 1/T_2$ ist bei kleinen Magnetfeldern gerechtfertigt (Abschnitt 4.1). Vernachlässigt wurde aber in den bisherigen Überlegungen, dass das extern angelegte Magnetfeld nicht die einzige Quelle eines makroskopischen Magnetfeldes darstellt. Sind alle Kernspins in die gleiche Richtung polarisiert, so hat das resultierende Magnetfeld $B_{n,\max}$ eine Stärke von 5,3 T [Seck et al., 1997]. Im thermischen Gleichgewicht sind die Kernspins im Mittel nicht polarisiert. Die durch optische Anregung erzeugte Spinpolarisation der Elektronen kann sich jedoch durch die Hyperfein-Wechselwirkung auf die Kerne übertragen [Paget et al., 1977]. Bei Anregung mit zirkular polarisiertem Licht ausschließlich einer Orientierung stellt sich in der Folge eine makroskopische Kernspinpolarisation ein [Lampel, 1968]. Dieses Kernmagnetfeld \mathbf{B}_n zeigt dabei in Anregungsrichtung. Untersuchen lässt sich dieses makroskopische Feld durch eine Abwandlung des zuvor vorgestellten Hanle-Experiments. Bei dieser werden Anregung und Detektion um einen kleinen Winkel zueinander verkippt (ungefähr 10°). Durch diesen Winkel ist nun ein kleiner Teil des Magnetfeldes

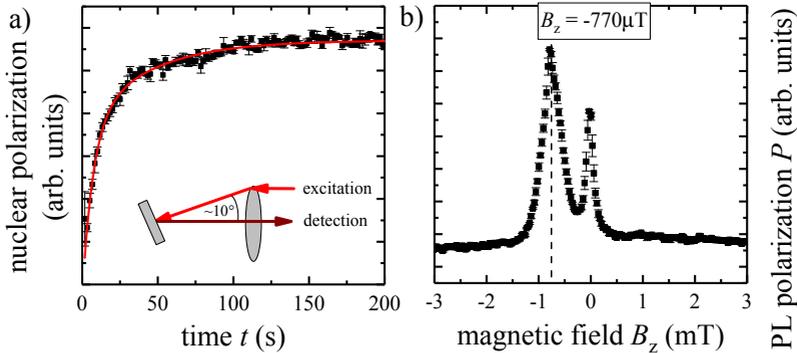


Abbildung 4.2: Polarisation der Kerne bei zirkularer Anregung: a) Durch die Anregung mit zirkular polarisiertem Licht findet eine Polarisation der Kerne statt. Dieser Prozess ist allerdings langsam und läuft auf einer Zeitskala von mehreren Sekunden ab. b) Durch einen kleinen Winkel zwischen Anregung und Detektion wird ein Teil des Kernmagnetfelds durch die Verschiebung der Hanle-Depolarisationskurve sichtbar.

$B_{n,z}$ senkrecht zur detektierten Spinpolarisation. Dieses senkrechte Magnetfeld wirkt wie ein externes transversales Magnetfeld. In der Folge wird die bei einer Hanle-Messung detektierte Depolarisationskurve nicht länger um null externes Magnetfeld detektiert, sondern bei einem effektiven Magnetfeld $B_z = -B_{n,z}$. An diesem Punkt heben sich Kernfeld und externes Feld auf. Durch das damit verbundene Fehlen eines Hanle-Effekts wird die gemessene Polarisation maximal (Abbildung 4.2). Die Größe des optisch induzierten Kernmagnetfelds lässt sich über den Detektionswinkel auf etwa 4,4 mT abschätzen. Dies entspricht einem Polarisationsgrad der Kerne von unter 0,1%. In Abbildung 4.2 wird neben der verschobenen Hanle-Depolarisationskurve ein weiteres Maximum bei $B = 0$ beobachtet. Bisher wurde vernachlässigt, dass die Erzeugung einer Kernspinpolarisation auch vom externen Magnetfeld abhängig ist. In der Folge wird bei sehr kleinem externen Feld auch das Kernfeld klein [Dyakonov und Perel, 1984]. Durch die damit fehlende Hanle-Depolarisation ergibt sich ein sehr scharfes Maximum bei verschwindendem externen Magnetfeld.

Der Einfluss des Kernfeldes auf die Hanle-Messungen kann auch

ausgenutzt werden, um die Spinrelaxationszeiten der Kerne zu bestimmen [Kotur et al., 2016, 2014]. Die sich mit der Dotierung ändernde Wechselwirkung mit den Donatorelektronen stellt dabei den Hauptbeitrag dieser Spinrelaxation [Vladimirova et al., 2017]. Diese Tatsache gilt in der Theorie schon lange als erwiesen [Gan und Lee, 1986; Korrington, 1950]. Neuere experimentelle Ergebnisse stellen jedoch die Vollständigkeit dieser Modelle infrage [Giri et al., 2013; Kölbl et al., 2012].

Beim klassischen Hanle-Experiment (Anregung und Detektion in gleicher Raumrichtung) ist generell keine Verschiebung der Hanle-Depolarisationskurve zu beobachten. Dennoch hat das durch Kernspinpolarisation verursachte longitudinale Magnetfeld Einfluss auf die Elektronenspinrelaxation, wobei ein longitudinales Magnetfeld die Spinrelaxation unterdrücken kann [Marushchak et al., 1983].

Aufgrund der verhältnismäßig schwachen Kopplung, ist der Polarisationsprozess der Kerne sehr langsam. Daher kann dieser durch eine schnelle Modulation zwischen links- und rechts-zirkular polarisiertem Anregungslicht unterdrückt werden. Ist die Modulation der Anregung deutlich schneller als der Polarisationsprozess der Kerne, so wird keine makroskopische Kernspinpolarisation beobachtet. Um dies zu untersuchen wird die Breite der Hanle-Depolarisationskurve in Abhängigkeit von der Modulationsfrequenz gemessen. Dabei wird eine deutliche Änderung der FWHM unterhalb von 2 kHz beobachtet (Abbildung 4.3). Dies lässt sich über die Unterdrückung der Elektronenspinrelaxation im longitudinalen Kernfeld erklären. Oberhalb von 2 kHz wird keine Änderung beobachtet. Daraus lässt sich schließen, dass die in den übrigen Messungen verwendete Modulation von 50 kHz ausreicht, um die Polarisation der Kernspins zu unterdrücken.

4.2.2 Spinrelaxation im Kernfeld

Innerhalb des Bohrradius' eines an einen Donator gebundenen Elektrons befinden sich etwa $N_n = 2 \cdot 10^5$ Atomkerne. Im makroskopisch unpolarisierten Fall ist das von den Kernspins auf das Elektron wirkende Magnetfeld im Mittel null. Aufgrund der statistischen Verteilung

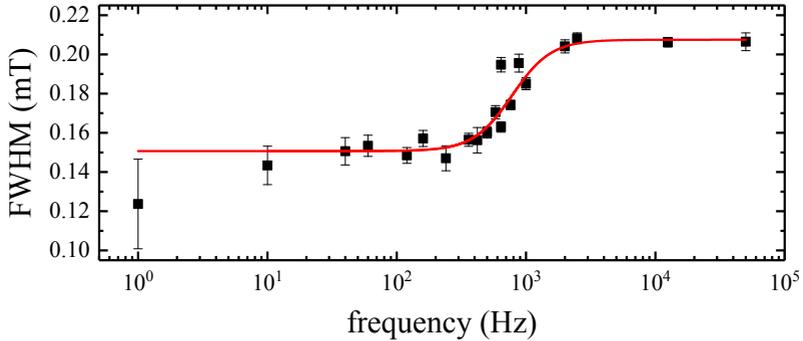


Abbildung 4.3: Modulationsabhängigkeit der FWHM der Hanle-Depolarisation: Zu niedrigeren Modulationsfrequenzen nimmt die FWHM ab. Messungen oberhalb von 2 kHz sind nicht mehr von diesem Effekt betroffen. Die eingezeichnete Hilfslinie (rot) dient dazu diesen Verlauf zu verdeutlichen. Alle Messungen wurden an Probe S6 bei $T = 6,5$ K und $I_{\text{ex}} = 82(5)$ mW/cm² durchgeführt.

ist zu einem bestimmten Zeitpunkt an einem bestimmten Elektron das Feld jedoch größer null [Merkulov et al., 2002]. Das Kernfeldes zeigt dabei in eine zufällig Richtung. Die Stärke des Kernmagnetfeldes ergibt sich aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Kernspins und lässt sich durch eine Normalverteilung beschreiben. Aus deren Standardabweichung ergibt sich dann ein effektives mittleres Kernmagnetfeld [Kavokin, 2008]:

$$\langle B_{\text{n,eff}}^2 \rangle^{1/2} = \frac{B_{\text{n,max}}}{\sqrt{N_{\text{n}}}}. \quad (4.8)$$

Für GaAs ergibt sich $\langle B_{\text{n,eff}}^2 \rangle^{1/2} = 5,4$ mT [Dzhioev et al., 2002a]. Die durch dieses Hyperfeinfeld verursachte Spinrelaxation kann als Präzession in diesen lokalen Magnetfeldern aufgefasst werden (Abbildung 4.4). Die Wechselwirkung ist dann gegeben durch [Kavokin, 2008]:

$$\delta\omega = \sqrt{\left(\frac{\mu_{\text{B}}g^*}{\hbar}\right)^2 \langle B_{\text{n,eff}}^2 \rangle}. \quad (4.9)$$

Für den Fall langer Korrelationszeiten ergibt sich aus Gleichungen 4.9 und 4.4 eine von τ_{c} unabhängige, konstante Spinrelaxationszeit von

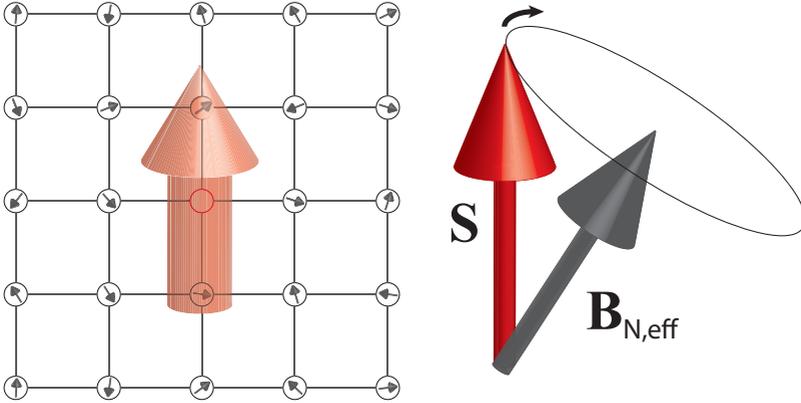


Abbildung 4.4: Modell der Spinrelaxation durch Hyperfein-Wechselwirkung: Innerhalb des Bohrradiuses liegen eine Vielzahl von Kernen. Deren stochastisch verteilte Kernspins wirken auf das Elektron als effektives Magnetfeld $B_{n,\text{eff}}$. Das Elektron präzidiert für die Korrelationszeit τ_c in diesem Feld.

4,4 ns. Der in dieser Arbeit wichtigere Fall kurzer Korrelationszeiten ergibt gemäß Gleichung 4.9 und 4.5 eine Spinrelaxationsrate aufgrund der Hyperfein-Wechselwirkung von:

$$\frac{1}{\tau_s^{(\text{HF})}} = \left(\frac{\mu_B g^*}{\hbar} \right)^2 \langle B_{n,\text{eff}}^2 \rangle \tau_c. \quad (4.10)$$

Experimentelle und theoretische Spinrelaxationszeit

Die Wechselwirkung mit dem Kernfeld ist für die Elektronenspinrelaxation ausschließlich für lokalisierte Elektronen von Interesse. Daher wird sie nur unterhalb des MIT in Betracht gezogen. Mit den in Abschnitt 4.1.3 aus dem VRH bestimmten Korrelationszeiten τ_c ergibt sich dann gemäß Gleichung 4.10 die Spinrelaxationsrate. Wie in Abbildung 4.5 zu erkennen ist, stimmt diese im Bereich niedriger Dotierungen sehr gut mit den experimentell bestimmten Werten überein. Mit zunehmender Delokalisierung in der Nähe des MIT ist eine Unterschätzung der Spinrelaxationsrate zu beobachten. Auch kann der experimentell bestimmte, nicht monotone Verlauf der Spinrelaxation nicht erklärt werden. Dieser Wendepunkt liegt in den durchgeführten

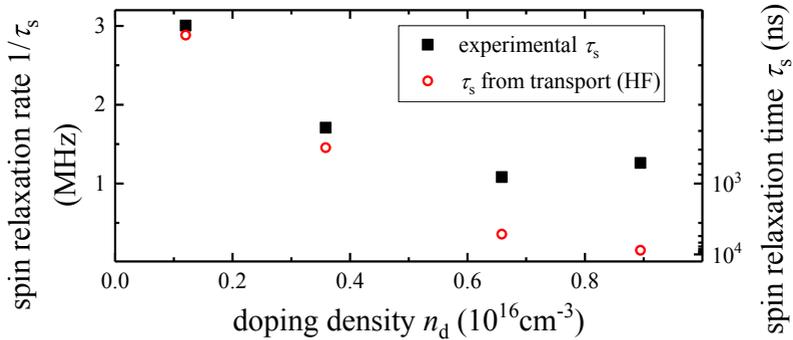


Abbildung 4.5: Spinrelaxationsrate durch Hyperfein-Wechselwirkung: Für Proben mit Dotierungen deutlich unterhalb des MIT wird die Spinrelaxation gut beschrieben durch die Hyperfein-Wechselwirkung. Oberhalb von $n_d \approx 6 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ist dies jedoch nicht mehr der Fall. Hier werden die experimentell bestimmten Spinrelaxationsraten wieder größer, im Gegensatz zu dem was sich aus Gleichung 4.10 für die Hyperfein-Wechselwirkung ergibt. Alle Messungen wurden bei $T = 6,5 \text{ K}$ durchgeführt.

Messungen bei $n_d \approx 6 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ für $T = 6,5 \text{ K}$ und somit deutlich unterhalb des MIT.

Grundsätzlich ist auch eine Wechselwirkung zwischen Kernspins und vollständig delokalisierten Elektronen denkbar, die zu einer Relaxation des Elektronenspins führt [Pershin und Privman, 2003]. Allerdings ist dieser Effekt in n -GaAs im Gegensatz zu den im Folgenden vorgestellten Spinrelaxationsmechanismen verschwindend klein und kann daher vernachlässigt werden.

4.3 Spin-Bahn-Wechselwirkung

Die Spinpolarisation von bewegten Ladungsträgern kann durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung relaxiert werden. Besonders effizient ist dieser Prozess in Halbleitern, die eine Inversions-Asymmetrie aufweisen. Die beiden wichtigsten Formen sind die strukturelle Inversions-Asymmetrie (SIA) und die Volumen-Inversions-Asymmetrie (BIA von engl. Bulk Inversion Asymetry). Erstere tritt vor allem an den Über-

gängen von Halbleiterheterostrukturen auf und spielt daher hauptsächlich in niederdimensionalen Systemen eine wichtige Rolle. Die Volumen-Inversions-Asymmetrie hingegen ist eine direkte Folge der Zinkblende-Struktur. Die resultierende Wechselwirkung wird beschrieben durch den Hamiltonoperator [Kainz et al., 2004]

$$H_D = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma} \mathbf{\Omega}(\mathbf{k}), \quad (4.11)$$

wobei $\hat{\sigma}$ der Pauli-Spin-Operator ist. Der Spinpräzessionsvektor $\mathbf{\Omega}$ beschreibt die Stärke der Spin-Bahn-Wechselwirkung [Kainz et al., 2004]:

$$\mathbf{\Omega}(\mathbf{k}) = \frac{2\gamma_D}{\hbar} \begin{pmatrix} k_x & (k_y^2 - k_z^2) \\ k_y & (k_z^2 - k_x^2) \\ k_z & (k_x^2 - k_y^2) \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

Aus dieser Abhängigkeit von $\mathbf{\Omega}$ ergibt sich eine \mathbf{k}^3 -abhängige Aufspaltung der Spinzustände [Kainz et al., 2004]:

$$\Delta E_D = \hbar \mathbf{\Omega}(\mathbf{k}) = 2\gamma_D k^3. \quad (4.13)$$

Erstmals beschrieben wurde diese Aufspaltung von G. Dresselhaus [1955]. Sie wird daher auch als Dresselhausaufspaltung bezeichnet. In der Literatur finden sich teilweise andere Formulierungen der Gleichungen 4.11, 4.12 und 4.13, die sich um einen Faktor zwei zu den obigen unterscheiden (zum Beispiel [Kainz et al., 2003]). Auch wenn beide Versionen in sich konsistent sind, muss sehr darauf geachtet werden, dass sie nicht vermischt werden.

Die materialabhängige Konstante γ_D ist die Dresselhauskonstante. Experimentell bestimmten Literaturwerte von γ_D in GaAs schwanken stark. Dies ist allerdings in den meisten Fällen keine Konsequenz aus den beschriebenen unterschiedlichen Formulierungen. Die besonders großen Werte stammen dabei aus der indirekten Bestimmung durch Magnetotransportmessungen ($\gamma_D = 31(3) \text{ eV}\text{\AA}^3$ und $\gamma_D = 28(4) \text{ eV}\text{\AA}^3$ [Miller et al., 2003], $\gamma_D = 26,1(9) \text{ eV}\text{\AA}^3$ [Dresselhaus et al., 1992])³. Die

³Für eine detaillierte Diskussion der Abweichungen siehe [Krich und Halperin, 2007].

niedrigsten gemessenen Werte für die Dresselhauskonstante in GaAs stammen aus Messungen an Quantenfilmen ($\gamma_D = 11 \text{ eV\AA}^3$ [English et al., 2013], $\gamma_D = 11(2) \text{ eV\AA}^3$ [Walser et al., 2012]) oder Quantenpunkten ($\gamma_D = 9 \text{ eV\AA}^3$ [Krich und Halperin, 2007]). Hierbei muss berücksichtigt werden, dass die räumliche Einschränkung die Dresselhaus Spin-Bahn-Wechselwirkung deutlich reduziert. Somit wird in diesen Messungen wahrscheinlich nicht die Dresselhauskonstante für Volumen-GaAs bestimmt [Krich und Halperin, 2007]. Aus experimentellen Messungen der Spinrelaxation in *p*-GaAs bestimmen Aronov et al. [1983] $\gamma_D = 17(5) \text{ eV\AA}^3$.

Eine ähnlich große Streuung der Dresselhauskonstante kann auch in theoretischen Literaturwerten beobachtet werden. Die größten Werte stammen hierbei aus Methoden der **k-p**-Theorie ($\gamma_D = 27,57 \text{ eV\AA}^3$ [Malcher et al., 1986], $\gamma_D = 30 \text{ eV\AA}^3$ [Rössler, 1984]). Aus diesem Ansatz bestimmte Werte werden jedoch kleiner durch die zunehmende Berücksichtigung von Termen höherer Ordnung ($\gamma_D = 19,55 \text{ eV\AA}^3$ [Winkler, 2003], $\gamma_D = 19,8 \text{ eV\AA}^3$ [Mayer und Rössler, 1993, 1991]). Chantis et al. [2006] kritisieren den Ansatz, γ_D aus der **k-p**-Theorie zu bestimmen, da die resultierenden Werte sehr empfindlich von den Eingabeparametern abhängen und diese nicht alle experimentell ausreichend gut bestimmt sind. Der aus ihrem selbstkonsistenten Ansatz resultierende Wert $\gamma_D = 8,5 \text{ eV\AA}^3$ ist aber sowohl im Vergleich zu anderen Theorien als auch Experimenten sehr niedrig. Weitere theoretische Berechnungen bedienen sich des TB-Ansatzes und kommen mit zunehmender Komplexität den Werten der **k-p**-Theorie höherer Ordnung sehr nahe ($\gamma_D = 10 \text{ eV\AA}^3$ [Knap et al., 1996], $\gamma_D = 17,0 \text{ eV\AA}^3$ und $\gamma_D = 23,9 \text{ eV\AA}^3$ [Fu et al., 2008]).

4.3.1 Spinrelaxation im entarteten Leitungsband

Aufgrund der großen Streuung der theoretischen und experimentellen Literaturwerte muss zunächst ein verlässlicher Wert für die Dresselhauskonstante gefunden werden. Die Dresselhausaufspaltung (Gleichung 4.13) führt zu einer Präzession des Elektronenspins abhängig von **k** und damit gemäß Gleichung 4.5 zu einer Spinrelaxation. Diese

wurde erstmals von Dyakonov und Perel [1972] beschrieben. Daher wird sie auch als Dyakonov-Perel (DP) Mechanismus bezeichnet. Für ein entartetes Elektronengas ergibt sich die Spinrelaxationsrate zu [Dyakonov und Perel, 1972]:

$$\frac{1}{\tau_s^{(\text{DP})}} = \frac{2}{3} \left(\overline{\Omega^2} \tau_c \right)_{E=E_F} = \frac{96}{35} \gamma_D^2 \frac{\pi^4 n_d^2 \tau_c}{\hbar^2}. \quad (4.14)$$

Hierbei wurde die Energieabhängigkeit von \mathbf{k} für ein parabolisches Leitungsband genutzt. Des Weiteren wurde die Energie für ein ideales, entartetes Fermigas mit n_d Ladungsträgern genähert⁴.

Die Korrelationszeit zwischen Änderungen des Impulses \mathbf{k} wurde bereits diskutiert. Für große Dotierungen ($n_d \geq n_{c2}$) ist sie gegeben durch $\tau_c = \tau_p/6$ (siehe Abschnitt 4.1.3). Damit ergibt sich die Korrelationszeit direkt aus den Transportmessungen. Der theoretische Wert der Spinrelaxation nach Gleichung 4.14 lässt sich an die experimentell gemessenen Spinrelaxationszeiten für die Proben S9 und S10 anpassen. Einziger freie Parameter ist dabei die Dresselhauskonstante, die zu $\gamma_D = 19,0(5) \text{ eV \AA}^3$ bestimmt wird. Dieser Wert liegt deutlich innerhalb der experimentellen und theoretischen Literaturwerte und wird im Weiteren für alle theoretischen Berechnungen verwendet.

Die Spin-Bahn-Wechselwirkung beeinflusst die Spinrelaxation auch durch den Elliott-Yafet (EY) Mechanismus. Seine Beschreibung geht auf Arbeiten von Elliott [1954] und Yafet [1963] zurück. Durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung ergibt sich eine Mischung der Spin-up und Spin-down Zustände. Bei Streueignissen kann dies zu einem Umlappen des Spins führen. Für diesen Mechanismus ist keine Asymmetrie notwendig. Daher ist er vor allem in Halbleitern wie Silizium wichtig, die keine BIA aufweisen [Cheng et al., 2010]. Aber auch in III-V-Halbleitern mit schmaler Bandlücke wird sein Einfluss beobachtet [Fabian und Sarma, 1999]. In GaAs ist der EY Mechanismus viel schwächer als der DP Mechanismus und kann daher vernachlässigt werden [Song und Kim, 2002; Wu und Ning, 2000; Clark et al., 1976]. Abweichungen hiervon sind im Fall starker optischer Anregung

⁴ $E_F = (3\pi^2 n_d)^{2/3} \hbar^2 / (2m_e^*)$.

zu erwarten. Die durch die optisch induzierten Ladungsträger erhöhte e-e-Streuung wird in diesem Fall den EY Mechanismus deutlich verstärken [Tamborenea et al., 2003].

4.3.2 Spinrelaxation beim VRH

Streng genommen wirkt die Spin-Bahn-Wechselwirkung nicht auf lokalisierte Elektronen, da für diese $\mathbf{k} = 0$ gilt. Durch Tunnelprozesse zwischen Störstellen existiert jedoch eine reale Diffusion durch den Kristall. In der Folge verursacht die Spin-Bahn-Wechselwirkung auch hier eine Spinrelaxation [Lyubinskiy et al., 2007; Shklovskii, 2006]. Diese entsteht durch kleine Rotationen Φ des Spins bei jedem Tunnelprozess, verursacht durch die Dresselhaus Spin-Bahn-Kopplung. Die kleinen Rotationen summieren sich auf und der Spin relaxiert. Die Spinrelaxation ist folglich nicht durch die Bewegungsverschmälerung limitiert, sondern ergibt sich gemäß Gleichung 4.6 zu [Kavokin, 2001]:

$$\frac{1}{\tau_s^{(\text{VRH})}} = \frac{2}{3} \frac{\langle \Phi^2 \rangle}{\tau_c}. \quad (4.15)$$

Der genaue Wert von $\langle \Phi^2 \rangle$ hängt dabei von der Tunneldistanz ab. Die ursprüngliche Formulierung wurde von Kavokin [2001] hergeleitet und von Dzhioev et al. [2002a] explizit angegeben durch:

$$\langle \Phi^2 \rangle_{\text{Kavokin}}^{1/2} \cong \frac{2\gamma_D}{E_d a_d^3} \left(0,323 + 0,436 \frac{r_{\text{opt}}}{a_d} + 0,014 \left(\frac{r_{\text{opt}}}{a_d} \right)^2 \right). \quad (4.16)$$

Mit Gleichung 4.16 und der Annahme, dass die anisotrope Austauschwechselwirkung die Korrelationszeit dominiert, erreichen Dzhioev et al. [2002a] eine gute Übereinstimmung zwischen experimenteller und theoretischer Spinrelaxation. In einer späteren Arbeit korrigieren Gor'kov und Krotkov [2003] jedoch den Wert für den Winkel Φ deutlich:

$$\langle \Phi^2 \rangle_{\text{Gorkov}}^{1/2} = \sqrt{\frac{8}{35}} \frac{\gamma_D \sqrt{m_e^* E_d} r_{\text{opt}}}{\hbar^3 a_d}. \quad (4.17)$$

Die von Dzhioev et al. [2002a] erreichte gute Übereinstimmung der mittels anisotroper Austauschwechselwirkung errechneten und der experimentellen Spinrelaxationszeiten lässt sich mit Gleichung 4.17 nicht

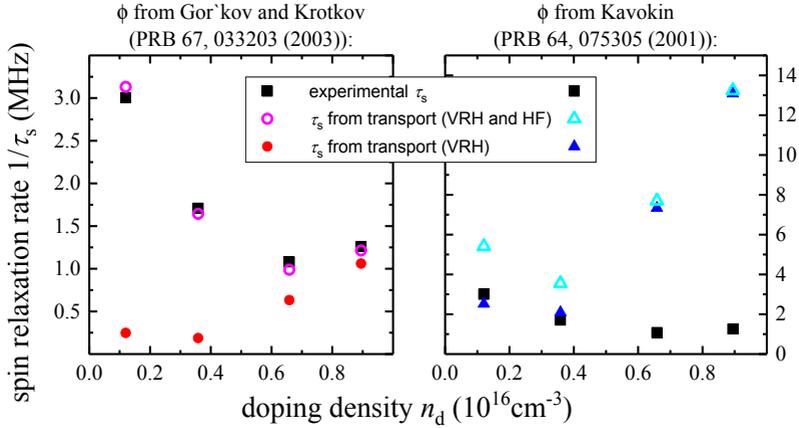


Abbildung 4.6: Spinrelaxation durch VRH: Direkt unterhalb des MIT dominiert die Spin-Bahn-Wechselwirkung während des VRH die Spinrelaxation. Gemeinsam mit dem Beitrag der Hyperfein-Wechselwirkung lässt sich die Spinrelaxation unterhalb des MIT vollständig ohne freie Parameter beschreiben. Dies gilt nur, wenn für den Dephasierungswinkel beim VRH der von Gor'kov und Krotkov [2003] korrigierte Wert (links) statt dem Wert von Kavokin [2001] (rechts) verwendet wird.

länger reproduzieren. Dies lässt zweierlei Schlüsse zu. Entweder die Korrekturen von Gor'kov und Krotkov [2003] sind nicht richtig oder die anisotrope Austauschwechselwirkung ist nicht der Korrelationszeit beschränkende Prozess.

Aus den in dieser Arbeit experimentell bestimmten Korrelationszeiten (Abschnitt 4.1.3) und den Tunneldistanzen r_{opt} (Gleichung 2.13) wird die Spinrelaxation berechnet. Dabei wird in Gleichung 4.15 sowohl der Winkel nach Gleichung 4.16 als auch nach Gleichung 4.17 verwendet, um die Ergebnisse zu vergleichen. Des Weiteren wird die Spinrelaxation durch die Wechselwirkung mit den Kernspins berücksichtigt. Ausschließlich unter Verwendung von Gleichung 4.17 kann eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Spinrelaxationszeiten erzielt werden (Abbildung 4.6). Dies zeigt, dass die von Gor'kov und Krotkov [2003] gemachten Korrekturen notwendig sind, insbesondere in der Nähe des MIT. Der gesamte Bereich unterhalb des MIT wird hervorragend beschrieben. Dabei sind keine freien Parameter verwen-

det worden. Die Spinrelaxation unterhalb des MIT ist folglich durch den Übergang zwischen Hyperfein dominierter und Spin-Bahn dominierter Spinrelaxation gegeben. Dies resultiert in einem Minimum der Spinrelaxationsrate leicht unterhalb des MIT.

4.3.3 Spinrelaxation im Störstellenband

Auch für die Proben S5 und S6 ist ein Teil der Spinrelaxation durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung während des VRH zu erklären. Dieser Beitrag wird in allen folgenden Betrachtungen berücksichtigt. Allerdings muss analog zur Leitfähigkeit ebenso der Beitrag des metallischen Störstellenbandes betrachtet werden. Intronati et al. [2012] argumentieren, dass in diesem die Spinrelaxation auf temperaturunabhängiges Tunneln zwischen Störstellen zurückzuführen ist. Während dieser Tunnelprozesse relaxiert der Spin analog zu Abschnitt 4.3.2 aufgrund der Dresselhaus Spin-Bahn-Wechselwirkung. Für ein solches Verhalten geben Intronati et al. [2012] eine explizite Lösung an:

$$\frac{1}{\tau_s} = 0,48 \frac{\gamma_D^2}{2E_d a_d^6 \hbar} \sqrt{n_d a_d^3}. \quad (4.18)$$

Neben diesem Mechanismus zieht eine andere theoretische Arbeit einen EY-artigen Mechanismus der Spinrelaxation während des temperaturunabhängigen Tunnelns in Erwägung [Tamborenea et al., 2007]. Dieser Mechanismus ist in GaAs jedoch deutlich schwächer als der Mechanismus durch die Dresselhaus Spin-Bahn-Wechselwirkung, im gleichen Verhältnis wie DP zu EY Mechanismus. Die Verwendung von temperaturunabhängigen Tunnelprozessen wird in beiden Arbeiten mit der Annahme gerechtfertigt, dass ein Störstellenband keine metallische Leitfähigkeit unterstützen kann. Diese nicht ganz unumstrittene Ansicht wurde bereits in Abschnitt 2.2.4 diskutiert. Experimentell lässt sich Gleichung 4.18 für keinen Wert der Dresselhauskonstante γ_D an den gesamten Bereich des Störstellenbandes ($n_{c1} \leq n_d < n_{c2}$) anpassen ($\gamma_D = 19 \text{ eV\AA}^3$ gezeigt in Abbildung 4.7a, blaue Linie). Das temperaturunabhängige Tunneln kann folglich die Spinrelaxation nicht erklären.

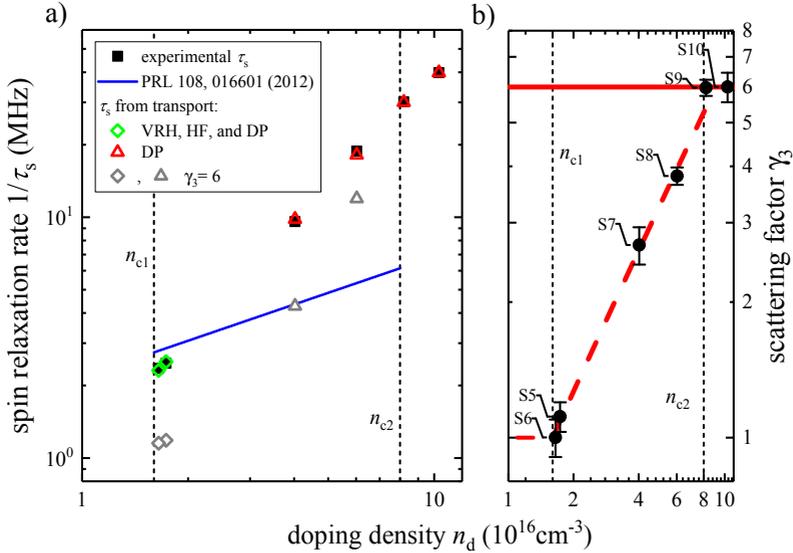


Abbildung 4.7: Spinrelaxation im Störstellenband: a) Im metallischen Störstellenband dominiert der DP Mechanismus die Spinrelaxation. Lediglich bei der Probe direkt am MIT (S5 und S6) muss auch das VRH berücksichtigt werden. b) Im metallischen Teil des Störstellenbandes dominiert die Streuung am Perkolationpfad. Direkt am MIT ist damit $\gamma_3 = 1$. Mit zunehmender Dotierung wird die Streuung durch ionisierte Störstellen dominant und der Vorfaktor γ_3 ändert sich von eins zu sechs.

Die Transportmessungen unterstützen hingegen eine metallische Leitung im Störstellenband (Abschnitt 2.2.4). In einem solchen ist die Spinrelaxation nach dem DP Mechanismus (Gleichung 4.14) zu erwarten. Da γ_D bereits bestimmt wurde und die Impulsrelaxationszeiten aus den Transportmessungen bekannt sind, bleibt nur der Faktor γ_3 als Unbekannte. In der Literatur wird auch direkt oberhalb des MIT häufig die Streuung an ionisierten Störstellen und damit $\gamma_3 = 6$ angenommen [Dzhioev et al., 2002a]. Dies führt jedoch bei Annäherung an den MIT zu einer systematisch größer werdenden Abweichung zur experimentell bestimmten Spinrelaxationsrate (Abbildung 4.7a). Daher wird die Spinrelaxation mit dem Faktor γ_3 als freiem Parameter angepasst. In der Folge zeigt sich ein linearer Übergang zwischen $\gamma_3 = 6$

bei n_{c2} und $\gamma_3 = 1$ bei n_{c1} (Abbildung 4.7b). Für die Streuung im Perkolationspfad ist direkt am MIT ($n_d = n_{c1}$) $\gamma_3 = 1$ zu erwarten (Abschnitt 4.1.3). In der Folge ergibt sich, dass die Streuung im Bereich des Störstellenbandes von Streuung entlang des Perkolationspfades in ionisierte Störstellenstreuung übergeht. Dies stimmt überein mit den Erkenntnissen aus den Transportmessungen (Abschnitt 2.2.4). Der bestimmte lineare Zusammenhang $\gamma_3 = (6,67 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^3 (n_d - n_{c1}) + 1)$ wird daher für alle Anpassungen der Tieftemperatur-Spinrelaxation im metallischen Störstellenband verwendet (Abbildung 4.7a).

4.3.4 Temperaturabhängigkeit der Spinrelaxation

Für rein metallische Proben ist die Leitfähigkeit im Fall tiefer Temperaturen konstant. Dies deckt sich mit den Erwartungen für ein entartetes Elektronensystem. Die Spinrelaxation sollte entsprechend im entarteten Fall ebenfalls temperaturunabhängig sein, was auch experimentell beobachtet wird (Probe S10 in Abbildung 4.8).

Spinrelaxation im nicht entarteten Elektronensystem

Mit steigender Temperatur wird jedoch die Entartung aufgehoben. Die Streuung im Störstellenband oder das VRH spielen in diesem Bereich keine Rolle mehr, da die thermische Energie die Ladungsträger ins Leitungsband aktiviert. Bei ausreichend hohen Temperaturen ist das System nicht entartet und die Spinrelaxation in allen Proben wird durch den DP Mechanismus beschreiben mit [Dyakonov und Perel, 1972]:

$$\frac{1}{\tau_s} = \frac{2}{3} \langle \Omega^2 \tau_c \rangle = \frac{768}{35} \gamma_D^2 \frac{(m_e^*)^3 (k_B T)^3 \tau_c}{\hbar^8}. \quad (4.19)$$

Dieses Hochtemperaturverhalten ist deutlich in Abbildung 4.8 zu erkennen sowohl für Probe S10 als auch für Probe S6 und die industrielle Referenzprobe I2 ($n_d = 1,8 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$). Berechnungen nach Gleichung 4.19 zeigen wie sich die Spinrelaxation mit steigender Temperatur diesem nicht entarteten System annähert (Abbildung 4.8). Für γ_3 wurde dabei der Wert für die Streuung an ionisierten Störstellen angenommen [Dyakonov und Perel, 1972]. Für noch höhere

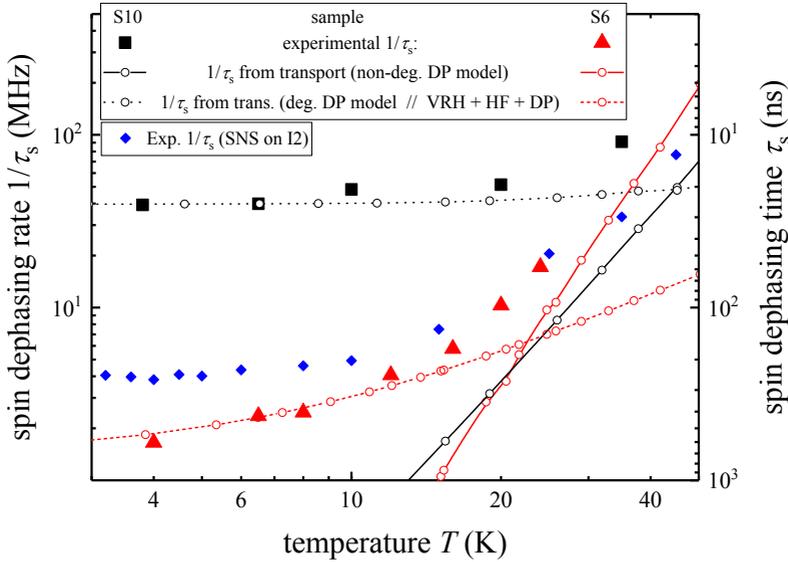


Abbildung 4.8: Temperaturabhängigkeit der Spinrelaxation: Bei niedrigen Temperaturen zeigen rein metallische Proben keine wesentliche Temperaturabhängigkeit (Probe S10). Anders ist dies bei Probe S6 mit einer Dotierung direkt am MIT. In diesem Bereich kommen Beiträge aus dem VRH hinzu, die eine ausgeprägte Temperaturabhängigkeit besitzen. Bei hohen Temperaturen wird in allen Proben die vom DP Mechanismus dominierte Spinrelaxation für ein nicht entartetes Elektronensystem beobachtet.

Temperaturen sind Abweichungen von diesem Verhalten zu erwarten, da die Streuung hier in den von Phononen dominierten Teil übergeht (Abschnitt 2.3). Für diese Streuung ist $\gamma_3 = 1$ zu erwarten [Dyakonov und Perel, 1972]. Eine genaue Beschreibung der Spinrelaxation bei solchen sehr hohen Temperaturen ($T > 100$ K) findet sich in der Literatur [Kang, 2016, 2014].

Temperaturabhängigkeit der Spinrelaxation in Probe S6

In Abbildung 4.8 ist deutlich zu erkennen, dass sich der Übergang zwischen dem entarteten und dem nicht entarteten Bereich mit zunehmender Dotierung zu höheren Temperaturen verschiebt. Dies ist

eine direkte Folge aus der in höher dotierten Proben größeren Fermienergie des entarteten Elektronensystems. Im Gegensatz zu Probe S10 zeigt Probe S6 eine leichte Temperaturabhängigkeit der Spinrelaxation im Bereich tiefer Temperaturen, da in Probe S6 bereits Ansätze des temperaturabhängigen VRH beobachtet werden. Die Spinrelaxationsraten der einzelnen Mechanismen lassen sich aus den Transportmessungen wie bereits beschrieben rekonstruieren. Der jeweilige Anteil an der Spinrelaxation ergibt sich aus dem durch die Hall-Messungen bestimmten Anteil an der Ladungsträgerkonzentration (Abschnitt 2.1.2). Die sich ergebende Spinrelaxationsrate beschreibt die experimentell gemessenen Werte mit herausragender Präzision.

In Probe I2 ist hingegen die Temperaturabhängigkeit bei tiefen Temperaturen deutlich weniger ausgeprägt. Der Grund ist wahrscheinlich die leicht größere Dotierung. Dies legt den Schluss nahe, dass VRH nur direkt am MIT und darunter eine entscheidende Rolle spielt. In der Tat deckt sich diese Beobachtung mit der theoretischen Vorhersage von Shklovskii [2006]. In dieser wurde der relevante Bereich für die Spin-Bahn induzierte Spinrelaxation aufgrund des VRH abgeschätzt als $n_{c1}/2 < n_d \ll 2n_{c1}$. Eine weitere Beobachtung aus dem Vergleich von Probe I2 und Probe S6 ist, dass sich die Absolutwerte der Spinrelaxationsrate bei tiefen Temperaturen deutlicher unterscheiden als bei hohen. Die Unterschiede zwischen den Proben haben folglich kaum Einfluss auf die Spinrelaxation im Bereich des nicht entarteten Leitungsbandes. Aufgrund der leicht höheren Dotierung wird der Impuls in Probe I2 im Bereich des Perkolationspfades deutlich weniger streuen, da die Dotierabhängigkeit in diesem Bereich sehr stark ist (Abschnitt 2.2.4). Dies erklärt den deutlichen Unterschied der Spinrelaxationsraten in diesem Bereich.

4.4 Vollständige Dotierabhängigkeit der Spinrelaxation

Bei sehr niedrigen Dotierungen sind die Ladungsträger weitestgehend lokalisiert. Die Spinrelaxation wird in diesem Fall durch die Wech-

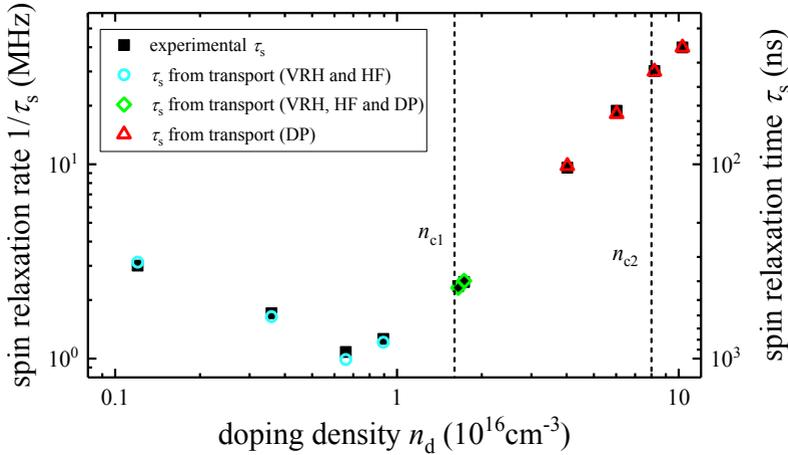


Abbildung 4.9: Dotierabhängigkeit der Spinrelaxationsraten: Die experimentell bestimmte Spinrelaxation (schwarze Quadrate) zeigt einen deutlich nicht monotonen Verlauf. Das Minimum der Spinrelaxationsrate liegt dabei unterhalb des MIT. Die Übereinstimmung zwischen den aus den Transportmessungen bestimmten und den experimentell gemessenen Werten ist sehr gut.

selwirkung mit dem lokalen Kernfeld dominiert (Abschnitt 4.2). Bei leicht höheren Dotierungen wird die Spinrelaxation während des Tunnelprozesses zwischen Störstellen zunehmend wichtiger. Im Übergangsbereich ist ein Maximum der Spinrelaxationszeit von fast $1 \mu\text{s}$ bei $T = 6,5 \text{ K}$ zu beobachten. Oberhalb des MIT dominiert der DP Mechanismus die Spinrelaxation. Dabei ist die Korrelationszeit nahe dem MIT durch die Streuung im Störstellenband gegeben, im Bereich hoher Dotierungen durch die Streuung am ionisierten Donator. Dieses Modell deckt sich mit den Beobachtungen aus den Transportmessungen. Aus diesen lassen sich die Spinrelaxationsraten direkt rekonstruieren. Die Übereinstimmung mit der experimentell bestimmten Spinrelaxationsrate ist dabei außerordentlich gut (Abbildung 4.9).

4.4.1 Vergleich mit Literaturwerten

Bislang nicht näher betrachtet wurde die große Streuung der experimentellen Spinrelaxationsraten in der Literatur. Eine große Auswahl

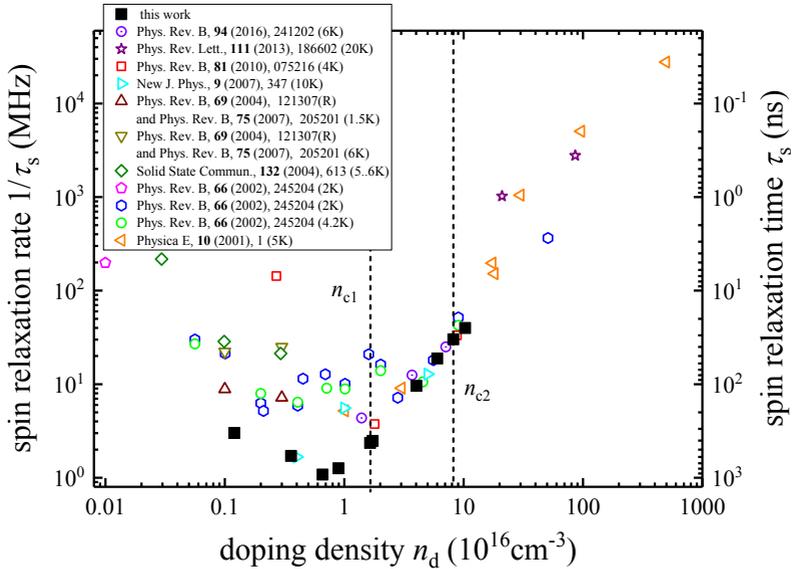


Abbildung 4.10: Literaturvergleich der Spinrelaxationszeiten: Die in dieser Arbeit experimentell bestimmten Spinrelaxationsraten (schwarze Quadrate) werden hier direkt mit Werten aus der Literatur verglichen. Hierbei wird deutlich, dass die Streuung der Messwerte insbesondere unterhalb des MIT sehr ausgeprägt ist.

an solchen Literaturwerten [Belykh et al., 2016; Berski et al., 2013; Römer et al., 2010; Furis et al., 2007; Colton et al., 2007, 2004a,b; Dzhioev et al., 2002a; Colton et al., 2002; Awschalom, 2001] ist zusammen mit den hier vorgestellten Messwerten in Abbildung 4.10 gezeigt. Zunächst fallen dabei zwei Punkte sehr deutlich auf. Erstens ist die Streuung der Literaturwerte unterhalb des MIT deutlich größer als oberhalb. Zweitens scheinen die im Rahmen dieser Arbeit bestimmten Werte die untere Grenze der Spinrelaxationsrate darzustellen. An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass die Temperaturen nicht in allen Literaturmessungen identisch sind. Die experimentell beobachteten Temperaturabhängigkeiten in diesem Bereich sind allerdings nicht ausreichend groß, um die Streuung der Messwerte erklären zu können (zum Beispiel [Römer et al., 2010; Colton et al., 2004b; Dzhioev et al., 2002a]). Wie zuvor gesehen, beschreiben die

aus den Transportmessungen berechneten Spinrelaxationszeiten die Messwerte sehr gut. Dieser Beschreibung lässt sich problemlos auf unterschiedliche Temperaturen erweitern. Die beobachtete Streuung der Spinrelaxationsraten lässt sich aber auch durch diese Beschreibung nicht erklären. Insbesondere in der Nähe des MIT sollte durch kleiner werdende Temperaturen und der damit verbundenen Unterdrückung der durch Spin-Bahn-Kopplung verursachten Spinrelaxation, die Spinrelaxationszeit zunächst länger und nicht kürzer werden (vergleiche Temperaturabhängigkeit von Probe S6 in Abbildung 4.7). Die kleinen Temperaturunterschiede sind folglich nicht geeignet, um die starke Streuung der Messwerte zu erklären. Diese muss demnach entweder experimentelle Ursachen haben oder durch intrinsische Unterschiede zwischen den Proben bedingt sein.

Experimentelle Ursachen

Zu den experimentellen Ursachen für die starke Streuung der Literaturwerte können fast alle vorangegangenen Abhängigkeiten angeführt werden (Kapitel 3). Besonders wichtig ist hier die durch Anregung induzierte Erwärmung der Ladungsträger. Diese ist in vielen der Messungen, selbst bei niedrigen Anregungsdichten, nicht vernachlässigbar. Häufig wird für niedrige Anregungsdichten das Kriterium $n_{\text{ex}} \ll n_{\text{d}}$ verwendet. Diese Einschränkung ist im Bereich niedriger Dotierungen jedoch nicht ausreichend, um eine thermische Anregung auszuschließen (Abschnitt 3.1.1). Ein weiteres Problem ist die im Bereich niedriger Dotierungen nicht vernachlässigbare Verarmungszone am Rand der Probe. Die Folge ist eine massive Beeinflussung der Spinrelaxation [Colton et al., 2004a]. Im Bereich sehr hoher Dotierungen ($n_{\text{d}} \geq n_{\text{c}2}$) ist die Übereinstimmung deutlich besser. Aufgrund der größeren Zahl an Ladungsträgern nimmt das Problem des Aufheizens bei optischer Anregung hier wesentlich ab. Zusätzlich ist die Fermienergie ausreichend groß, sodass die Verarmungszone am Rand der Probe klein ist, unabhängig von der genauen Probenstruktur.

Intrinsische Ursachen

Neben diesen experimentellen Gründen für die beobachtete Streuung der Literaturwerte sind auch intrinsische Ursachen anzuführen. Diese hängen vor allem von der Qualität und Kompensation der Proben ab. Insbesondere in qualitativ weniger hochwertigen Proben sind zusätzliche Defekte sowie stärkere Kompensation zu erwarten. Die somit erhöhte Anzahl an ionisierten Störstellen verstärkt die Streuung in metallischen Proben. Aufgrund der hohen Ladungsträgerdichten wird dieser Einfluss allerdings durch Abschirmung deutlich reduziert. Daher ist keine große Streuung der Messwerte im Bereich hoher Dotierungen zu erwarten. Erst direkt am MIT ändert sich diese Situation. Hier gewinnen Tunnelprozesse zwischen Störstellen zunehmend an Bedeutung. Wie in Abschnitt 2.1.3 gesehen, sind die Tunnelwahrscheinlichkeiten maßgeblich durch die Anzahl an freien Zuständen dominiert. Bereits eine Änderung der Kompensation von $K = 0,01$ (Probe S6) zu $K = 0,1$ würde die Anzahl freier Zustände verzehnfachen. Dies ändert in der Folge auch die Tunnelraten deutlich. Als direkte Konsequenz daraus, nimmt auch die durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung hervorgerufene Spinrelaxation während des Tunnelprozesses zu. Dies erklärt auch die scheinbar abrupte Reduktion der Spinrelaxationszeit am MIT, die von Dzhioev et al. [2002a] beobachtet wurde. Des Weiteren würde diese erhöhte Tunnelrate das Maximum der Spinrelaxationszeit zu niedrigeren Dotierungen verschieben. Dzhioev et al. [2002a] beobachten dieses Maximum der Spinrelaxationszeit bei $n_d = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ im Gegensatz zu $n_d = 6 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ in dieser Arbeit.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden hochpräzise Messungen der Spinrelaxationsraten an n -dotiertem Volumen-GaAs vorgestellt. Diese wurden bei sehr niedrigen optischen Anregungsdichten mittels Hanle-Depolarisation von Photolumineszenz durchgeführt. Weiter wurden detaillierte temperaturabhängige Magnetotransportmessungen in Hall-Bar-Geometrie eingesetzt, um aus den Transporteigenschaften sowohl die Konzentration an Donatoren als auch die Korrelationszeiten zu bestimmen. Die so gewonnenen Daten reduzieren die freien Parameter und Annahmen der theoretischen Beschreibung der Spinrelaxation drastisch. Somit wird eine Beschreibung der Spinrelaxation möglich, die mit einem Minimum an freien Parametern auskommt. Die quantitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist dabei hervorragend. Grundsätzlich ergibt sich eine Unterteilung der Spinrelaxation bei tiefen Temperaturen in drei Bereiche:

a) Bei sehr hohen Dotierungen ($n_d \geq n_{c2}$) liegt die Fermienergie im Leitungsband. In diesem Bereich kann die Spinrelaxation durch den Dyakonov-Perel Mechanismus beschrieben werden, welcher aus der Dresselhaus Spin-Bahn-Kopplung resultiert. Die Stärke dieser Wechselwirkung wird durch die Dresselhauskonstante γ_D beschrieben, wo-

bei sowohl die experimentell ermittelten als auch die theoretischen Werte für γ_D in der Literatur sehr stark streuen. In dieser Arbeit wird die Dresselhauskonstante komplett aus den Messungen an den hoch dotierten Proben bestimmt. Der resultierende Wert von $\gamma_D = 19,0(5) \text{ eV}\text{\AA}^3$ stimmt dabei sehr gut mit Berechnungen der **k-p**-Theorie überein, falls Terme höherer Ordnung berücksichtigt werden. In allen folgenden Dotierbereichen wurde dieser experimentell bestimmte Wert von γ_D als fester Parameter verwendet.

Für den Bereich des metallischen Störstellenbandes ($n_{c1} \leq n_d < n_{c2}$) wurde erstmals in GaAs die Bedeutung der Impulsstreuung an den Grenzen des Perkulationspfades demonstriert. Das theoretische Modell ergibt sich dabei direkt aus der Quantenperkulationstheorie und beschreibt sehr passend den Einfluss auf die Impulsrelaxationszeiten. Die Streuung im Perkulationspfad wird dabei auch in der Beschreibung der Spinrelaxation deutlich. Diese wird, wie auch im Leitungsband, durch den Dyakonov-Perel Mechanismus dominiert. Im Leitungsband wird die Impulsrelaxation durch Rutherford-artige, kleinwinklige Streuereignisse beschrieben. Am Metall-zu-Isolator-Übergang (MIT) ist die Streuung im Perkulationspfad hingegen winkelunabhängig. Die direkte Folge ist eine wesentliche Änderung des Streuvorfaktors γ_3 , der das Verhältnis zwischen Korrelationszeit und Impulsrelaxationszeit beschreibt. Am MIT gilt daher $\gamma_3 = 1$, während am zweiten kritischen Übergang $\gamma_3 = 6$ gilt. Durch die Kenntnis aller anderen Parameter konnte aus der Kombination von Transport- und Spinrelaxationsmessungen direkt eine lineare Abhängigkeit für γ_3 zwischen diesen beiden Punkten gezeigt werden.

Im Bereich niedriger Dotierungen unterhalb des MIT wurde gezeigt, dass sich die Spinrelaxation aus zwei Teilen zusammensetzt: Zum einen durch die Dresselhaus Spin-Bahn-Kopplung während des „variable range hopping“ (VRH) und zum anderen durch die Hyperfein-Wechselwirkung mit den Kernspins. Während häufige Tunnelprozesse die Spinrelaxation durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung beschleunigen, verlangsamt das häufige Tunneln die Spinrelaxation durch die Hyperfein-Wechselwirkung. Letzteres ist ein direktes Resultat aus dem Mittelungsprozess über verschiedene Konfigurationen von Kernfeldern.

Beide Mechanismen haben folglich eine zueinander inverse Abhängigkeit von der Dotierung. Eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie, vollkommen ohne freie Parameter, wurde in diesem Bereich demonstriert. Dies bestätigt erneut die Genauigkeit der bei hohen Dotierungen bestimmten Stärke der Dresselhaus Spin-Bahn-Kopplung γ_D , die in diesem Bereich als Konstante einfließt.

Das hier demonstrierte sehr gute Verständnis der zu Grunde liegenden Prozesse erlaubt die Vorhersage der Spinrelaxation und das Design von Strukturen mit ganz spezifischen Eigenschaften. Die theoretische Beschreibung sagt einen nicht monotonen Verlauf der Temperaturabhängigkeit der Spinrelaxation knapp unterhalb des MIT voraus. Das in dieser Arbeit bereits deutlich gefestigte theoretische Modell ließe sich hier noch einmal überprüfen. Eine weitere lohnenswerte Fortführung der Untersuchungen ist der Wechsel zu stark kompensierten Proben. Im Bereich oberhalb des zweiten kritischen Übergangs ist hier mit einer Erhöhung der Streurrate durch die zusätzlich eingebrachten ionisierten Streuzentren zu rechnen. Die damit verbundene Reduktion der Korrelationszeit sollte zwangsläufig zu einer Verlängerung der Spinrelaxationszeit führen.

Alle Messungen wurden an GaAs durchgeführt. Allerdings wurde auch in vielen anderen Halbleitersystemen ein Maximum der Spinrelaxation in der Nähe des MIT beobachtet (z.B. GaN [Buß et al., 2011; Beschoten et al., 2001], CdTe [Sprinzl et al., 2010], GaAs/AlGaAs-Quantenfilme [Sandhu et al., 2001]). Die hier vorgestellten Konzepte lassen sich mit leichten Anpassungen auf andere Materialsysteme übertragen. Beispielsweise ist das VRH in organischen Spinsystemen häufig dominant [Yu, 2011], wobei sich auch in diesen Systemen der komplementäre Einfluss zwischen Spin-Bahn- und Hyperfein-Wechselwirkung in der Spindynamik zeigt [Mkhitarian und Dobrovitski, 2017; Harmon und Flatté, 2013]. In amorphen anorganischen Halbleitern sind solche Prozesse ebenfalls zu erwarten [Harmon und Flatté, 2014]. Auch in moderat dotiertem kristallinen Silizium sind Tunnelprozesse für die Beschreibung der Spinrelaxation zu berücksichtigen. Die Hyperfein-Wechselwirkung ist hier deutlich weniger stark ausgeprägt als in GaAs [Pines et al., 1957]. In der Folge ist die Spin-

Bahn-Wechselwirkung trotz einer fehlenden Volumen-Inversions-Asymmetrie in diesem Bereich von Interesse.

Wesentlich interessanter ist der Bereich der Streuung am Perkolationspfad. Der resultierende Einfluss auf die Korrelationszeit wirkt sich entsprechend auf die Spinrelaxation aus. In Silizium ist die Spinrelaxation aus Symmetriegründen nicht durch den Dyakonov-Perel Mechanismus gegeben, sondern durch den Elliot-Yafet Mechanismus dominiert [Cheng et al., 2010]. Allerdings basiert auch dieser Mechanismus auf Streuung und wird demnach durch die Änderung der Korrelationszeit beeinflusst. Grundsätzlich sind Perkolationsseffekte immer dann zu erwarten, wenn ein zweigeteilter MIT ($n_{c1} < n_{c2}$) vorliegt. Ein solcher wurde bereits in einer ganzen Reihe von Halbleitern beobachtet (z.B. Si [Song und Dery, 2012; Phillips, 1998], CuInSe₂ [Rincon et al., 1995], InSb [Choi et al., 1991]).

Die im Rahmen dieser Arbeit gewonnen Erkenntnisse lassen sich folglich auf eine ganze Reihe von Systemen übertragen. Sie stellen damit einen deutlichen Fortschritt zum Verständnis der grundlegenden Wechselwirkungsprozesse der Spindynamik in Halbleitern dar, weit über die erfolgreiche abschließende Klärung der Spinrelaxation in GaAs hinaus.

Anhang A

Proben und Prozessierung

Im Folgenden soll kurz auf die Struktur und Herstellung sowie die Prozessierung der Proben eingegangen werden. Des Weiteren sollen die experimentelle Durchführung der Transportmessungen kurz erläutert werden.

A.1 Proben

Bei der Untersuchung von Proben muss die genaue Struktur der Proben berücksichtigt werden. Alle im Hauptteil dieser Arbeit verwendeten Proben sind n -dotiert.

A.1.1 MBE Proben

Proben S1-S10 wurden eigens für diese Untersuchung mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE von engl. molecular beam epitaxy) gewachsen. Im Folgenden sollen kurz die von Eddy Patrick Rugeramigabo hergestellten Proben vorgestellt werden. Die Struktur ist dabei so gewählt, dass die Effekte von Bandverbiegungen drastisch reduziert werden.

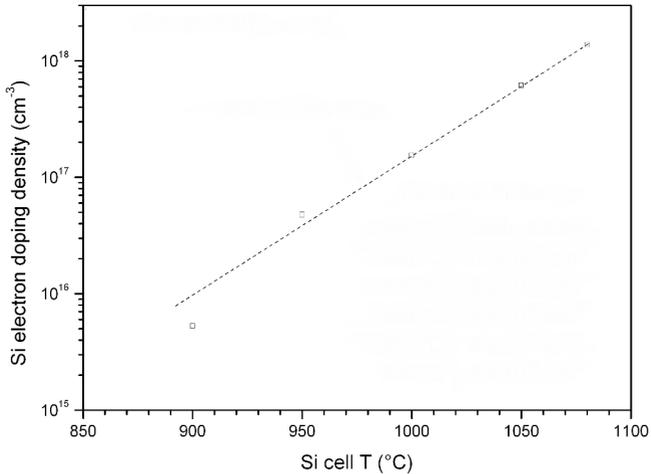


Abbildung A.1: Kalibrierung der Si-Zelle der MBE. Bereitgestellt von Eddy Patrick Rugeramigabo.

Dies wurde durch die Lösung der eindimensionalen Poisson-Gleichung bestätigt.

MBE Kalibrierung

Die MBE wurde vor der Herstellung vom Verantwortlichen kalibriert und die entsprechenden Daten befindet sich in Abbildung A.1. Für das Wachstum der Proben wurden Temperaturen entsprechend der eingezeichneten Funktion verwendet.

Probe S1-S5

Die Proben wurden auf ein undotiertes Substrat gewachsen. Das Probenesigen in den Proben S1 bis S5 ist gegeben durch:

10 nm GaAlAs	$n_d = 4 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$	Capping layer
500 nm $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$	$n_d = 1 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$	Capping layer
2 μm GaAs	$n_d = X \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$	Channel
10 nm GaAs	$n_d = 5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$	Layer
3 nm GaAs// 7 nm $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$	$\times 100$	Superlattice
500 nm GaAs		Buffer layer
GaAs (100)		Substrate

wobei $X = 2, 5, 8, 10, 20$ die nominelle Dotierkonzentration der Probenschicht ist. Die $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Schicht spielt aufgrund der größeren Bandlücke im Verhältnis zu GaAs in den optischen Messungen keine Rolle. Bei den Transportmessungen hingegen muss beim einlegen der Kontakte sichergestellt werden, dass diese den Transportkanal erreichen.

Probe S6-S10

Die Probenstruktur der Proben S6 bis S10 verzichtet auf die Schicht aus $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$. Dies ist aufgrund der größeren Fermienergie in diesen höher dotierten Proben möglich. Das Probendesign in den Proben S1 bis S5 ist entsprechend gegeben durch:

10 nm GaAlAs	$n_d = 4 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$	Capping layer
2 μm GaAs	$n_d = X \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$	Channel
10 nm GaAs	$n_d = 5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$	Layer
3 nm GaAs// 7 nm $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$	$\times 100$	Superlattice
500 nm GaAs		Buffer layer
GaAs (100)		Substrate

wobei hier $X = 2, 4, 6, 8, 10$ ist.

A.1.2 Industrielle Probe

Bei der Spinrauschspektroskopie wurde eine industriell hergestellte Probe (I2) verwendet. Diese hat eine deutlich höhere Schichtdicke von $l = 370 \mu\text{m}$. Des Weiteren besitzt sie eine Antireflexionsbeschichtung. Diese beiden Eigenschaften machen sie besonders geeignet für Messungen in Transmissionsgeometrie. Nach Angabe des Herstellers beträgt die Ladungsträgerkonzentration dieser Probe $n = 1,8 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$. Über die Kompensation ist nichts bekannt. Dennoch kann davon ausgegangen werden, dass sie deutlich höher ist als in den MBE gewachsenen Proben. In den Transportmessungen finden sich des Weiteren Messungen an einer sehr hoch dotierten ($n_d = 8 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$) industriellen Probe (I1) die für Herrn Kuhn vermessen wurde [Kuhn et al., 2017].

A.2 Prozessierung für elektrische Messungen

Für elektrische Transportmessungen müssen die Proben zunächst strukturiert und kontaktiert werden. Dieser Prozess unterscheidet sich dabei je nach Probe. Liegt eine Probe von endlicher Schichtdicke vor, die auf ein nicht leitendes Substrat gewachsen wurde, können Messungen in Hall-Bar-Geometrie durchgeführt werden. Dies ist für die Proben S1-S10 der Fall. Aufgrund seiner größeren Genauigkeit ist diesen Verfahren einer Messung durch die van-der-Pauw-Methode vorzuziehen. Letztere stellt aber in industriell gefertigten Volumenproben häufig die einzig zugängliche Methode dar. Sie wurde für unterstützende Transportmessungen an einer sehr hoch n -dotierten GaAs-Probe verwendet (siehe [Kuhn et al., 2017]).

A.2.1 Strukturierung in Hall-Bar-Geometrie

Die Strukturierung läuft in drei grundlegenden Schritten ab. Zunächst muss die Struktur auf die Probe übertragen werden. Dann werden Kontakte in die Probe eingebracht und abschließend kontaktiert.

Probenstrukturierung mittels optischer Lithographie

1. Zunächst muss die Probe mit Aceton, dann mit Isopropanol gereinigt werden. Anschließend zügig mit gasförmigem Stickstoff trocknen!
2. Im nächsten Schritt muss der Photolack (S1805) auf die notwendigen Stellen der Probe aufgetragen werden:
 - (a) Dies geschieht im Spincoater mit Programm 17
 - (b) Anschließend 90s bei 100°C ausbacken
 - (c) Richtige Maske auswählen (Hall-Bar-Geometrie) und 5s belichten
 - (d) 30s mit MF319 entwickeln und dann 60s in Wasser abspülen (kein Lösungsmittel).
3. Nun sollte die Struktur der Hall-Bar-Geometrie deutlich auf der Probe zu erkennen sein. Entsprechend kann der umliegende Bereich wegätzt werden. Vorher sollten die Ätzraten der $H_2O : H_2O_2 : H_3PO_4$ -Lösung im Chemielabor nachgeschlagen werden. Ist die letzte Ätzung längere Zeit her, sollte zunächst eine Testätzung vorgenommen werden, um die Ätzrate zu bestimmen. Die Ätzzeit muss so gewählt werden, dass der leitfähige Kanal an den unbelackten Stellen vollständig wegätzt wird. Anschließend die Probe ins Wasser geben, um den Ätzprozess zu stoppen.
4. Probe reinigen (siehe 1.)
5. Ergebnis überprüfen

Kontakte auf die Probe aufdampfen

1. Zunächst die Probe mit Aceton, dann mit Isopropanol reinigen. Anschließend zügig mit gasförmigem Stickstoff trocknen!
2. Schutzlack für den Bedampfungsprozess auftragen:

- (a) Lack (AZ5214E) mit Spincoater (Programm 17) auf die Probe aufbringen
 - (b) Anschließend 60s bei 100°C ausbacken
 - (c) Richtige Maske auswählen (Kontakte) und 1,1s belichten
 - (d) 50s, diesmal bei 140°C ausbacken
 - (e) Gesamte Probe 25s belichten
 - (f) 25s mit AZ726 entwickeln und dann 60s in Wasser abspülen (kein Lösungsmittel).
3. Der Schutzlack sollte sich nun auf der gesamten Probe außer den Kontaktflächen befinden. Vor dem Einbau in die Aufdampfanlage die Probe kurz in HCl halten, um die Kontaktflächen von Oxid zu befreien. Anschließend 60s im Wasser abspülen.
 4. Nun ohne Umwege direkt in die Aufdampfanlage bringen und Vakuum erzeugen (Über Nacht)
 5. Kontakte aufdampfen:
 - Ni 7 nm mit 0,5Å/s
 - Ge 167 nm mit 1,0Å/s
 - Au 334 nm mit 1,0Å/s
 - Ni 20 nm mit 0,5Å/s
 - Au 100 nm mit 1,0Å/s
- Die Dicke der inneren Ge und Au Schichten muss dabei umso dicker sein, je tiefer der zu erreichende Transportkanal liegt. Für eine detaillierte Beschreibung der Abhängigkeit siehe [Bayer, 2014].
6. Die Probe nach dem Abkühlen aus der Anlage holen und Schutzlack mit Aceton entfernen. Nur an den Kontakten sollte Gold zurückbleiben.
 7. Probe reinigen und trocknen (siehe 1.)

8. Kontakte einlegieren:

120 °C für 60 s Modus T3

505 °C für 30 s Modus T3

505 °C für 120 s Modus T3

60 °C für 60 s Modus T3

Probe kontaktieren

Im letzten Schritt muss die Probe auf einen Chipcarrier geklebt und die Kontakte verbunden werden. Für das Kleben wird PMMA verwendet. Die Kontakte werden mit kleinen Golddrähten verbunden (Bonded). Anschließend wird der Kontaktwiderstand der Probe gemessen, um die Qualität der Verbindungen zu überprüfen.

A.2.2 Van-der-Pauw-Geometrie

Die Probe muss bei diesem Verfahren nicht strukturiert werden. Stattdessen werden Kontakte in den Ecken eines möglichst quadratischen Probenstücks aufgebracht. Die Kontaktfläche muss dabei möglichst weit in der Ecke und möglichst klein im Verhältnis zur Kantenlänge des Quadrats sein. Um dies zu erreichen, werden kleine Indium-Kügelchen geformt und dann in den Ecken platziert. Anschließend muss das Indium an den Kontaktstellen in die Probe einlegiert werden:

45 °C für 30 s Modus T4

120 °C für 30 s Modus T4

200 °C für 120 s Modus T4

350 °C für 30 s Modus T4

350 °C für 600 s Modus T1

45 °C für 30 s Modus T4

Insgesamt muss bei den Indium-Kügelchen (maximal einen halben Millimeter Durchmesser, besser kleiner) sehr vorsichtig vorgegangen werden. Insbesondere bei der kritischen Temperatur des Phasenübergangs ($T = 156,6\text{ °C}$ [Habashi, 2013]) können die Kügelchen sonst leicht von der Probe abfallen.

Bei der anschließenden Kontaktierung der Probe muss deutlich behutsamer vorgegangen werden als zuvor bei den Goldkontakten. Mechanische Krafteinwirkung lässt die Indium-Kügelchen leicht von der Probe abbrechen. Außerdem ist Indium zu weich, um direkt gebondet zu werden. Der Golddraht muss daher zunächst am Chipcarrier befestigt werden. Anschließend wird eine Seite des Golddrahts vom Chipcarrier gelöst und mit Silberleitlack an das Indium-Kügelchen geklebt.

A.3 Elektrische Messungen

Das Vorgehen bei Messungen in Hall-Bar- und van-der-Pauw-Geometrie unterscheidet sich wesentlich.

A.3.1 Messungen in Hall-Bar-Geometrie

Die elektrische Dynamik der Elektronen in Probe S1-S10 wurde mit Messungen in Hall-Bar-Geometrie untersucht, da diese die gleichzeitige Bestimmung der Ladungsträgerkonzentration sowie der Leitfähigkeit ermöglicht. Hierbei wird ein AC-Strom ($I = 500\text{ nA}$, $f = 13\text{ Hz}$) an den Hall-Bar angelegt und dann die longitudinale Spannung U_L und transversale Spannung U_H gemessen (Abbildung A.2). Diese sehr kleinen Ströme sind notwendig, da andernfalls eine Beeinflussung der Transportparameter durch das anliegende elektrische Feld nicht ausgeschlossen werden kann. Wichtig ist dies insbesondere für den Bereich des VRH [Apsley und Hughes, 1975, 1974; Crandall, 1970]. Die sehr niedrigen Frequenzen sind notwendig um beim VRH eine Beeinflussung der Messung durch das vor- und zurückspringen zwischen naheliegenden Donatoren auszuschließen [Brom und Michels, 2001]. Um Rückschlüsse auf die Transportmechanismen zu gewinnen, wurden

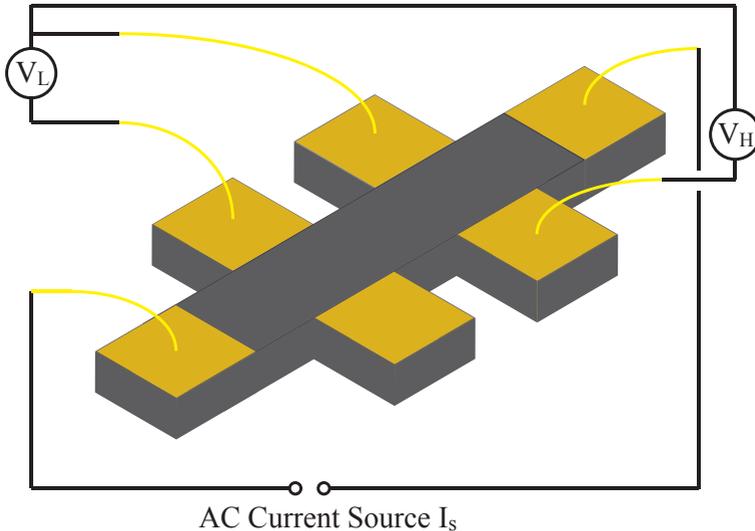


Abbildung A.2: Messung in Hall-Bar-Geometrie. Parallel zum Stromfluss wird die longitudinale Spannung U_L gemessen. Senkrecht zum Stromfluss fällt die Hallspannung U_H ab.

Messungen bei unterschiedlichen Temperaturen ($3\text{ K} \leq T \leq 300\text{ K}$) durchgeführt. Das Magnetfeld in der Probe wird bei jeder Temperatur durchgeföhren ($-0,5\text{ T} \leq B \leq 0,5\text{ T}$). Die Leitfähigkeit ergibt sich dann unter Kenntnis der Abstände und der Dicke der Probe direkt aus der gemessenen longitudinalen Spannung bei $B = 0$:

$$\sigma = \frac{I}{U_L} \frac{wd}{l} \quad (\text{A.1})$$

wobei d die Dicke der Proben ist, in diesem Fall die $2\text{ }\mu\text{m}$ des Transportkanals. Die Breite und Länge des vermessenen Bereichs sind gegeben durch w und l und ergeben sich aus der Lithographie. Für die Bestimmung des Hallwiderstands aus der Hallspannung ist hingegen nur die Dicke der Probe relevant, nicht die Abmessungen der Hall-Bar-Geometrie (Gleichung 2.8).

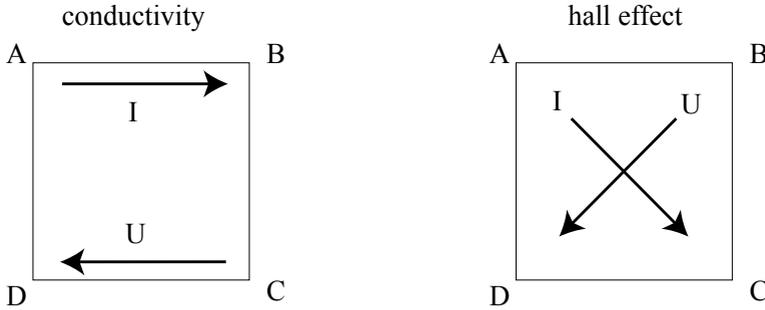


Abbildung A.3: Bei Messungen in van-der-Pauw-Geometrie wird die longitudinale Spannung bestimmt während an der gegenüberliegenden Seite die Quellspannung anliegt. Für die Hall-Messung wird die Quellspannung diagonal an der Probe angelegt und die Spannung senkrecht dazu gemessen.

A.3.2 Messungen in van-der-Pauw-Geometrie

Bei den Messungen in van-der-Pauw-Geometrie müssen die unweigerlich vorhandenen Asymmetrien der Probe berücksichtigt werden. Dies wird erreicht indem in allen möglichen Richtungskombinationen gemessen und anschließend die Ergebnisse gemittelt werden. Bei sorgfältig hergestellten Proben sollten sich die Werte der einzelnen Raumrichtungen nur minimal unterscheiden. Wiederum wird ein AC-Strom angelegt. Zunächst wird dabei der horizontale und vertikale Widerstand bestimmt (vergleiche Abbildung A.3):

$$R_h = \frac{1}{2} \left(\frac{U_{A-B}}{I_{C-D}} + \frac{U_{C-D}}{I_{A-B}} \right), \quad (\text{A.2})$$

$$R_v = \frac{1}{2} \left(\frac{U_{B-C}}{I_{D-A}} + \frac{U_{D-A}}{I_{B-C}} \right). \quad (\text{A.3})$$

Aus den Unterschieden dieser beiden Werte lässt sich dann ein Maß für die in dieser Probe zu berücksichtigenden Asymmetrien bestimmen [van der Pauw, 1958]:

$$f \approx 1 - \left(\frac{R_h - R_v}{R_h + R_v} \right)^2 \frac{\ln(2)}{2} - \left(\frac{R_h - R_v}{R_h + R_v} \right)^4 \left(\frac{(\ln(2))^2}{4} - \frac{(\ln(2))^3}{12} \right). \quad (\text{A.4})$$

Dieser Korrekturfaktor ist in den durchgeführten Messungen nahezu 1, dennoch wird er weiter berücksichtigt. Die Leitfähigkeit ergibt sich dann als [van der Pauw, 1958]:

$$\sigma = \frac{\ln(2)}{f\pi d} \frac{2}{R_h + R_v}. \quad (\text{A.5})$$

Für die Bestimmung des Hallwiderstands wird nun noch die Spannung senkrecht zum Stromfluss gemessen [van der Pauw, 1958]:

$$R_H = \frac{1}{2} \left(\frac{U_{A-C} d}{I_{B-D} B} + \frac{U_{B-D} d}{I_{A-C} B} \right). \quad (\text{A.6})$$

Zwischen der vertikalen und der horizontalen Komponente sollten auch hier keine nennenswerten Unterschiede auftreten.

Anhang B

Herleitungen und Rechnungen

Im folgenden Kapitel des Anhangs finden sich die Rechnungen und Herleitungen zu den in der Arbeit verwendeten Formeln sowie die im Haupttext übersprungenen detaillierten Zwischenschritte.

B.1 Impulsrelaxationszeiten

B.1.1 Streuquerschnitt

In der Arbeit wurde der Streuquerschnitt ζ eingeführt aber sein Verhältnis zu den Übergangswahrscheinlichkeiten $P(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ nicht genauer betrachtet. Sind letztere bekannt lässt sich der differentielle Streuquerschnitt ζ_d aus dem Vergleich von Gleichung 2.25 und Gleichung 2.24 bestimmen als:

$$\zeta_d(\theta) = \frac{V_{Kristall}}{(2\pi)^3 n_{Streuer} v_e} \int dk' P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') k'^2. \quad (\text{B.1})$$

B.1.2 Streuung an ionisierten Störstellen

Des Weiteren wurden bei der Herleitung der Streuung an ionisierten Störstellen der Übersichtlichkeit halber einige Zwischenschritte über-

sprungen.

Herleitung der Übergangswahrscheinlichkeiten

Zunächst wird an dieser Stelle die Fouriertransformation für das abgeschirmte Coulombpotential (siehe Gleichung 2.33) bestimmt:

$$\begin{aligned}
 \int d^3r \frac{e^{\frac{r}{r_s}}}{r} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} &= \int_0^\infty dr \int_{-1}^1 d\cos(\theta) 2\pi r^2 \frac{e^{\frac{r}{r_s}}}{r} e^{-iqr\cos(\theta)} \\
 &= 2\pi \int_0^\infty dr \int_{-1}^1 du r e^{(-r(r_s^{-1}+iqu))} \\
 &= \frac{2\pi i}{q} \left(\frac{1}{r_s^{-1} + iq} - \frac{1}{r_s^{-1} - iq} \right) \\
 &= \frac{4\pi}{r_s^{-2} + q^2}.
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

Um die Lösung für den nicht abgeschirmten Fall zu bekommen muss nun lediglich der $\lim_{r_s^{-1} \rightarrow 0}$ bestimmt werden.

Herleitung des Streuquerschnitts

Aus Gleichung 2.29 ergibt sich der Streuquerschnitt gemäß Gleichung B.1 als:

$$\begin{aligned}
 \zeta_{d,CW}(\theta) &= \frac{c_e^4}{(2\pi)^2 \epsilon^2 v_e \hbar} \int dk' \frac{k'^2}{(2k\sin(\theta/2))^4} \delta \left[\frac{\hbar^2 \mathbf{k}'^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m^*} \right] \\
 &= \frac{c_e^4}{(2\pi)^2 \epsilon^2 v_e \hbar} \int dk' \frac{m^* k'^2}{16\hbar^2 |\mathbf{k}'| k^4 \sin^2(\theta/2)} \delta[|\mathbf{k}'| - |\mathbf{k}|] \\
 &= \frac{1}{4} \frac{c_e^4}{(4\pi)^2 \epsilon^2 v_e^4 m^{*2}} \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}.
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Hierbei wurde berücksichtigt, dass $|\mathbf{k}' - \mathbf{k}| = 2k\sin(\theta/2)$ ist. Der letzte Teil der Gleichung ist der Streuquerschnitt, wie er auch von Rutherford [1911] bekannt ist.

B.1.3 Streuung an Phononen

Der Vollständigkeit halber wird hier noch die Abschätzung zum Maximalimpuls bei der Streuung an akustischen Phononen nachgereicht. Aus Energie- und Impulserhaltung ergibt sich:

$$E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'} = E_{\mathbf{q}}^{(\text{ac})}$$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} - \frac{\hbar^2 |\mathbf{k} - \mathbf{q}|^2}{2m_e^*} = \hbar v_s q. \quad (\text{B.4})$$

Für $k > mv_s/\hbar$ lässt sich damit bestimmen, dass q maximal wird, wenn \mathbf{k} und \mathbf{k}' um 180° verschoben sind [Yu und Cardona, 1996].

B.2 Anregung von Ladungsträgern

Die Absorption und Brechung hängen vor allem vom komplexen Brechungsindex $\hat{\mathbf{n}} = \hat{n} + i\kappa$ ab. Dieser ist Wellenlängenabhängig. Der Realteil ist hierbei durch den Brechungsindex, der Imaginärteil durch den Absorptionsindex gegeben. Für GaAs bei 31 K sind die Werte in Abbildung B.1 gegeben.

B.2.1 Reflexion an der Probenoberfläche

In GaAs wird, wenn keine Antireflexionsschicht auf der Oberfläche aufgetragen wurde, etwa ein Drittel der Leistung eines einstrahlenden Lasers reflektiert. Eine Abschätzung dieser Reflexion lässt sich direkt über den komplexen Brechungsindex von GaAs $\hat{\mathbf{n}}_{\text{GaAs}}$ durchführen [Fox, 2010]:

$$R = \left| \frac{\hat{\mathbf{n}}_{\text{GaAs}} - 1}{\hat{\mathbf{n}}_{\text{GaAs}} + 1} \right|^2 = \frac{(\hat{n} - 1)^2 + \kappa^2}{(\hat{n} + 1)^2 + \kappa^2}, \quad (\text{B.5})$$

wobei dies nur für den Übergang zum Vakuum mit $\hat{\mathbf{n}}_{\text{Vakuum}} = 1$ gilt. Der verwendete Anregungslaser hat in dieser Arbeit eine Wellenlänge von $\lambda = 784$ nm. Dies entspricht $E_{\text{ph}} = 1,5814$ eV. Damit ergeben sich $\hat{n} = 3,75$ und $\kappa = 0,15$. Daraus folgt eine Reflexivität von $R = 0,34$

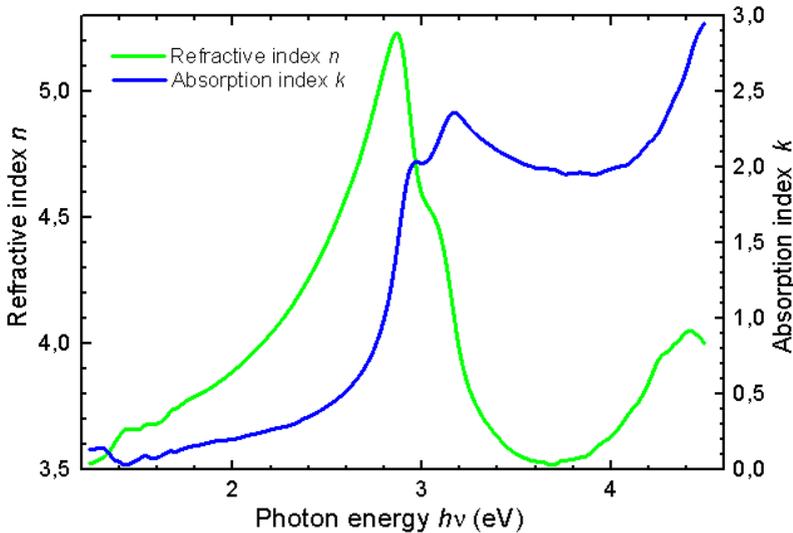


Abbildung B.1: Die Komponenten des komplexen Brechungsindex von GaAs bei $T = 31$ K. Grafik übernommen von [Ioffe, 2017].

B.2.2 Absorptionstiefe

In der einfachsten Abschätzung lässt sich die von der ursprünglichen Laserintensität I_0 verbleibende Intensität in einer Eindringtiefe z durch das Lambert-Beersche Gesetz beschreiben [Fox, 2010]:

$$I(z) = I_0 e^{-\alpha_{\text{ab}} z}, \quad (\text{B.6})$$

wobei der Absorptionskoeffizient α_{ab} von der Wellenlänge und der Temperatur abhängig ist. Er kann durch den Imaginärteil des komplexen Brechungsindex dargestellt werden [Fox, 2010]:

$$\alpha_{\text{ab}} = \frac{4 \pi \kappa}{\lambda}. \quad (\text{B.7})$$

Hieraus ergibt sich für die Absorption $\alpha_{\text{ab}} = 24000 \text{ cm}^{-1}$. Unter der Annahme, dass die Absorption komplett innerhalb des $1/e^2$ Bereichs stattfindet, ergibt sich eine Eindringtiefe von $z_0 = 830 \text{ nm}$.

Anhang C

Elektron- und Spindynamik in YAG:Ce

Im Rahmen der Arbeit wurden auch Messungen an YAG:Ce durchgeführt. Diese sollen hier nur kurz zusammengefasst werden. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in der Bachelorarbeit von K. Hühn [2016].

C.1 Photolumineszenz an YAG:Ce

Die Photolumineszenz von YAG:Ce zeichnet sich durch eine extrem hohe Quanteneffizienz nahe eins aus [Kolesov et al., 2013]. Die strahlende Lebenszeit (≈ 60 ns) bleibt dabei bis zu Raumtemperaturen konstant [Weber, 1973]. Absorption und Rekombination sind dabei energetisch aufgrund der indirekten Bandstruktur zueinander verschoben. In der Folge sind fast alle Übergänge Phononen-assistiert. Für die optische Untersuchung von besonderem Interesse ist die Null-Phononen-Linie (ZPL von engl. **Z**ero-**P**honon-**L**ine). Diese stellt den Phononen-freien Übergang dar, welcher nur bei tiefen Temperaturen beobachtet wird. Die PL-Spektren der Untersuchten YAG:Ce Probe zeigen deutlich ausgeprägt sowohl die ZPL als auch die Phononenrepliken (Abbildung C.1). Phononenrepliken entstehen durch die Phononen-

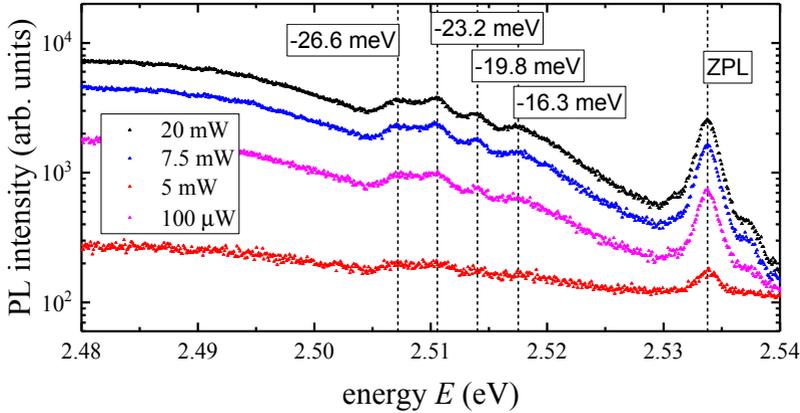


Abbildung C.1: PL-Spektrum von YAG:Ce: Deutlich zu sehen die ZPL sowie die Phononenrepliken erste Ordnung.

assistierte Rekombination und sind daher immer um genau die Energie eines oder mehrerer Phononen verschoben zur ZPL. Höhere Ordnungen als die erste lassen sich hier nicht einzeln auflösen, da diese sich aus den Linearkombinationen aller Übergänge der 1. Ordnung ergeben. Aufgrund der Komplexität des Kristallgitters von YAG:Ce (160 Atome in der Einheitszelle [Kostic et al., 2015]) können eine Vielzahl unterschiedlicher Gitterschwingungen angeregt werden [Hurrell et al., 1968]. Aus dieser Vielzahl ergibt sich eine entsprechend große Anzahl unterschiedlicher Phononen-assistierter Übergänge. So sind auch in der ersten Ordnung noch weitere schwächere Maxima zu erwarten, die von den sichtbaren überlagert werden. Das gezeigte Spektrum stimmt mit an ähnlich dotierten Proben beobachteten Messungen überein (zum Beispiel [Robbins, 1979]).

C.2 Spindynamik in YAG:Ce

Grundsätzlich zeichnen sich die Übergänge von YAG:Ce durch ausgeprägte paramagnetische Eigenschaften aus. Dies führt unter anderem zu einem sehr starken Faraday-Effekt [Kučera, 1991], welcher allerdings stark temperaturabhängig ist. Daher ist er bei tiefen Tempe-

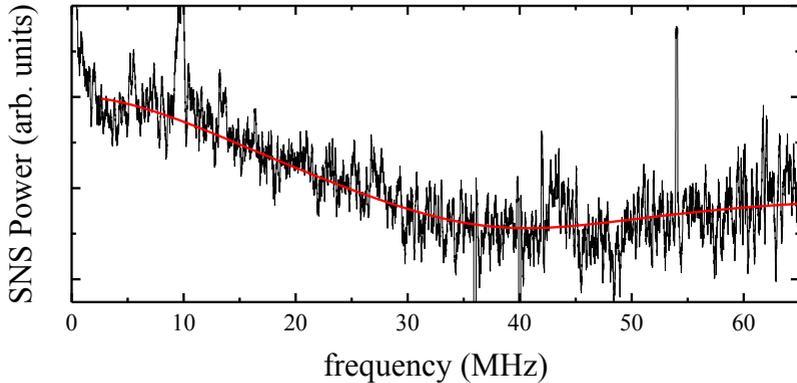


Abbildung C.2: SNS-Spektrum von YAG:Ce: Die Anpassungsfunktion ist eine doppelte Lorentzkurve. Für das Spektrum wurde das Signal bei 0 mT von dem Signal bei 1,6917 mT abgezogen. Des Weiteren wurde das Erdmagnetfeld berücksichtigt.

raturen deutlich ausgeprägter als bei Raumtemperatur [Kucera und Hakenová, 1992]. Des Weiteren besitzt der optische Übergang vom 4f zum 5d Zustand optische Auswahlregeln, die eine nahezu 100%-ige Polarisation erlauben [Kolesov et al., 2013]. In der Folge sind auch optische Untersuchungen der Spindynamik mittels SNS möglich.

Die Spindynamik in YAG:Ce ist dabei allerdings ähnlich komplex wie die PL. Ce-Atome nehmen bei der Dotierung die Plätze von Y-Atomen ein. Für solche Gitterplätze gibt es jedoch 6 verschiedene Möglichkeiten, die sich in der Geometrie der umliegenden Atome unterscheiden. In der Folge ist eine starke Anisotropie sowie eine Inhomogenität des g^* -Faktors in YAG:Ce zu beobachten [Asatryan et al., 2014; Lewis, 1966]. Diese ist aufgrund der stärkeren Spin-Bahn-Wechselwirkung deutlich ausgeprägter für den 4f-Grundzustand als für die angeregten 5d-Elektronen [Liang et al., 2017].

Die SNS wurde an der niederenergetischen Flanke der ZPL durchgeführt, um die Anregung des Systems auf ein Minimum zu reduzieren. Die Untersuchungen zeigen dabei eine sehr kurze transversale Spinrelaxationszeit von etwa 10 ns (Abbildung C.2). Grundsätzlich muss in YAG:Ce sehr klar zwischen der Spinrelaxationszeit des hier beob-

achteten 4f-Grundzustandes und des angeregten 5d-Zustandes unterschieden werden. Insbesondere bei höheren Temperaturen sind für den 5d-Zustand viel längere Zeiten zu erwarten als für den 4f Zustand. Ursächlich hierfür ist die viel schwächeren Orbach-Spinrelaxation dieser Zustände [Kolesov, 2007]. Bei tiefen Temperaturen ist die Situation anders. In der Literatur werden in Proben mit sehr viel geringerer Ce-Konzentration (im Vergleich zur hier verwendeten Probe) auch an den 4f-Elektronen Spinrelaxationszeiten im Bereich mehrerer Millisekunden beobachtet [Siyushev et al., 2014]. Die deutlich kürzeren Zeiten, die hier gemessen wurden, müssen folglich eine Konsequenz der Wechselwirkungen zwischen Ce-Gitterplätzen sein. Eine genauere Analyse ist aufgrund der schlechten Signalqualität und der damit verbundenen sehr langen Integrationszeiten nicht zweckdienlich. Im Allgemeinen gestaltet sich die Untersuchung mittels Spinrauschspektroskopie an der ZPL schwierig. Dies hat neben den kurzen Lebenszeiten den Grund, dass die Absorption und entsprechend auch die Brechung um mehr als eine Größenordnung schwächer sind als an den Phononenrepliken. Daher ist zu erwarten, dass Verfahren die an diesem Phononen-assistierten Übergängen messen hier eine deutlich bessere Signalqualität liefern. Gleichzeitig muss aber berücksichtigt werden, dass solche Verfahren 5d-Elektronen erzeugen, die eine deutlich andere Spindynamik aufweisen.

Anhang D

Simulationen zur ultraschnellen SNS

Bereits in der Diplomarbeit [Lonnemann, 2011] wurden Messungen mittels ultraschneller Spinrauschspektroskopie (USNS) durchgeführt. Im Folgenden sollen die während der Doktorarbeit durchgeführten Simulationen kurz vorgestellt werden. Diese dienen dazu, die Stärken und Limitierungen der USNS aufzuzeigen.

D.1 Prinzip der ultraschnellen Spinrauschspektroskopie

Zunächst müssen die wichtigsten Änderungen im Vergleich zur bereits vorgestellten SNS (Abschnitt 3.3) erklärt werden. Ausführlichere Erklärungen zur USNS finden sich in der Literatur [Hübner et al., 2013]. Bei der USNS wird der Dauerstrichlaser durch zwei gepulste Laser mit Pulswiederholrate f_r ersetzt. Die Pulswiederholraten der beiden Laser werden dann um die Frequenz Δf gegeneinander verstimmt. Der zeitliche Nullpunkt ist so gelegt, dass an diesem beide Laserpulse gleichzeitig in der Probe sind. Beim nächsten Pulspaar ergibt sich ein kleiner zeitlicher Unterschied zwischen der Ankunft der Pulse, abhän-

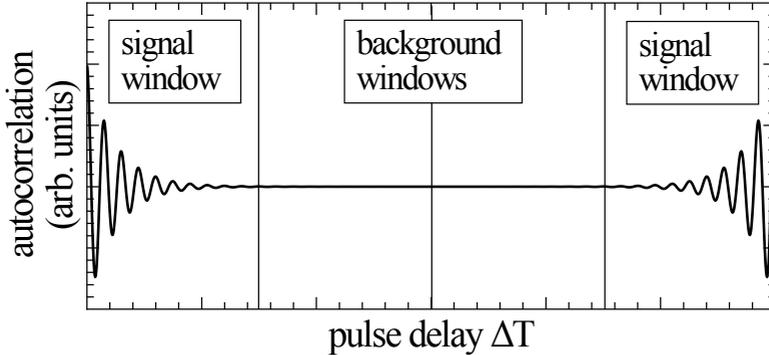


Abbildung D.1: Aufteilung in Signal- und Hintergrundfenster: Bei kurzen Pulsabständen ist die Korrelation groß. Bei größeren wird sie kleiner bis sich der N -te und der $N + 1$ -te Puls wieder ausreichend angenähert haben. Dann nimmt die Korrelation wieder zu.

gig vom Frequenzunterschied:

$$\Delta t = \frac{\Delta f}{(f_r + \Delta f) f_r} \quad (\text{D.1})$$

Der resultierende Gesamtabstand nimmt folglich mit jedem Umlauf zu. Nach m Umläufen ist dieser dann gegeben durch:

$$\Delta T = m\Delta t. \quad (\text{D.2})$$

Bei der Transmission durch die Probe erfahren beide Laserpulse eine Rotation ihrer Polarisationsrichtung. Diese werden hinter der Probe detektiert. Die Zeitauflösung der Detektion ist dabei nicht ausreichend, um beide Pulse getrennt aufzulösen. In der Folge wird die Summe aus beiden Pulsen gemessen. Sind die Signale beider Pulse korreliert, ist auch in der Summe noch die gesamten Informationen über die Korrelation enthalten [Starosielec und Hägele, 2008]. Die Korrelation der Pulse ergibt sich dabei aus der Korrelation des Spinsystems zum Zeitpunkt T mit dem zum Zeitpunkt $T + \Delta T$. Mit zunehmendem Pulsabstand nimmt das Signal folglich ab. Dies ist solange der Fall bis der Abstand $\Delta T = 1/(2f_r)$ beträgt. Entfernen sich die Pulse zeitlich noch weiter voneinander, nähert sich der N -te Puls des einen Lasers

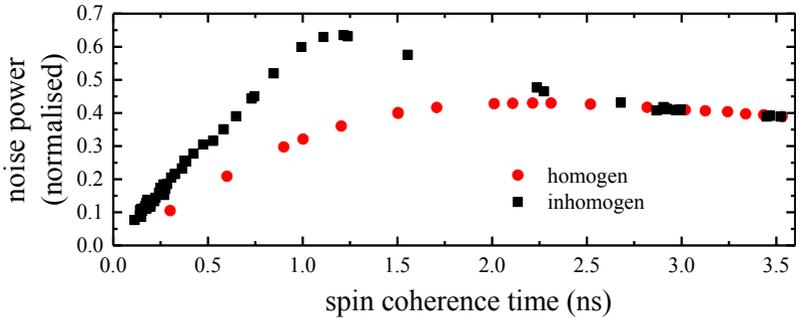


Abbildung D.2: Ergebnis der Simulation zur USNS: Die Spinrauschleistung unterscheidet sich deutlich, abhängig davon ob eine homogene oder eine inhomogen Spindephasierung vorliegt.

dem $N + 1$ -ten Puls des zweiten Lasers. Daher wird die detektierte Korrelation wieder größer (Abbildung D.1). Im Experiment wird nun der gesamte Bereich in vier Fenster aufgeteilt und die äußeren beiden als Signal verwendet. Die inneren Fenster mit wenig Signal werden als Hintergrundspektren verwendet.

D.2 Simulationen zur USNS

Im Falle sehr kurzer Spinrelaxationszeiten ist die Korrelation im Hintergrundfenster vernachlässigbar und das vorgestellte Verfahren funktioniert. Bei längeren Spinrelaxationszeiten wird das Signal im Hintergrundspektrum jedoch nicht länger vollständig verschwunden sein. Effektiv wird in diesem Fall ein kleines Signal vom eigentlichen Messsignal abgezogen. Für eine exponentiell abfallende Autokorrelationsfunktion lässt sich leicht zeigen, dass eine Verkürzung der Spinrelaxationszeit zunächst zu einem leichten Anstieg der Signalstärke führt. Im Bereich sehr kurzer Lebenszeiten folgt dann ein deutlicher Abfall des Messsignals (rote Punkte in Abbildung D.2). Dieser ist darauf zurückzuführen, dass die Korrelation schon im ersten Fenster deutlich abgefallen ist und sich in der Folge die Gesamtsignalstärke reduziert.

In den experimentellen Messungen wurde die Spinrelaxation zu ho-

hen Magnetfeldern durch eine inhomogene Dephasierung in der Probe beschleunigt. Die dadurch zu erwartende Reduktion der Signalstärke wurde ebenfalls beobachtet. Allerdings war diese deutlich größer als durch die Simulation mit einer Exponentialfunktion erklärbar ist. Ursächlich dafür ist der nicht exponentielle zeitliche Verlauf bei einer inhomogenen Dephasierung. Die Simulation wurde in der Folge dahingehend erweitert, eine inhomogene Verteilung von Elektron-Landé-Faktoren (g_e^*) mit zu berücksichtigen. Dabei wurde festgestellt, dass aufgrund ihres unterschiedlichen zeitlichen Verlaufs homogene und inhomogene Spindephasierung die Signalstärke deutlich unterschiedlich beeinflussen (schwarze Punkte in Abbildung D.2). So ist insbesondere im Bereich kleiner Spinrelaxationszeiten der Einfluss auf die Spinrauschleistung im Fall einer exponentiellen Autokorrelation kleiner. Hierdurch kann die deutliche Abnahme der Rauschleistung in den experimentellen Messungen zufriedenstellend erklärt werden [Hübner et al., 2013].

Literaturverzeichnis

- [Agrinskaya et al. 2010] AGRINSKAYA, N.V. ; KOZUB, V.I. ; POLOSKIN, D.S. *Mixed conduction in doped semiconductor structures related to quasi-metallic conduction in the impurity band: Semiconductors* **44** , 4, 472-477 (2010). – DOI 10.1134/S1063782610040111. – ISSN 1090–6479
- [Akimov und Shofman 1992] AKIMOV, A.V. ; SHOFMAN, V.G. *Exciton and free carrier dynamics under conditions of impurity photoionization in epitaxial GaAs: J. Lumi.* **53** , 1, 335-338 (1992). – DOI 10.1016/0022–2313(92)90167–8. – ISSN 0022–2313
- [Alkan 1996] ALKAN, B. *Neutral impurity scattering in semiconductors: Il Nuov. Cime. D* **18** , 7, 885-888 (1996). – DOI 10.1007/BF02457321. – ISSN 1826–9893
- [Almassy et al. 1981] ALMASSY, R.J. ; REYNOLDS, D.C. ; LITTON, C.W. ; BAJAJ, K.K. ; MCCOY, G.L. *Observation of shallow residual donors in high purity epitaxial GaAs by means of photoluminescence spectroscopy: Sol. Stat. Comm.* **38** , 11, 1053-1056 (1981). – DOI 10.1016/0038–1098(81)90016–8
- [Altermatt et al. 2006] ALTERMATT, P.P. ; SCHENK, A. ; HEISER, G. *A simulation model for the density of states and for incomplete ionization in crystalline silicon. I. Establishing the model in Si:P: Journal of Applied Physics* **100** , 11, 113714 (2006). – DOI 10.1063/1.2386934

- [Ambegaokar et al. 1971] AMBEGAOKAR, V. ; HALPERIN, B.I. ; LANGER, J.S. *Hopping Conductivity in Disordered Systems*: Phys. Rev. B **4** , 2612-2620 (1971). – DOI 10.1103/PhysRevB.4.2612
- [Anderson et al. 1985] ANDERSON, D.A. ; APSLEY, N. ; DAVIES, P. ; GILES, P.L. *Compensation in heavily doped n-type InP and GaAs*: J. Appl. Phys. **58** , 8, 3059-3067 (1985). – DOI 10.1063/1.335831
- [Anderson 1958] ANDERSON, P.W. *Absence of Diffusion in Certain Random Lattices*: Phys. Rev. **109** , 1492-1505 (1958). – DOI 10.1103/PhysRev.109.1492
- [Anderson 1978] ANDERSON, P.W. *Local moments and localized states*: Rev. Mod. Phys. **50** , 191-201 (1978). – DOI 10.1103/RevModPhys.50.191
- [Apsley und Hughes 1974] APSLEY, N. ; HUGHES, H.P. *Temperature- and field-dependence of hopping conduction in disordered systems*: Phil. Mag. **30** , 5, 963-972 (1974). – DOI 10.1080/14786437408207250
- [Apsley und Hughes 1975] APSLEY, N. ; HUGHES, H.P. *Temperature- and field-dependence of hopping conduction in disordered systems, II*: Phil. Mag. **31** , 6, 1327-1339 (1975). – DOI 10.1080/00318087508228686
- [Aronov et al. 1983] ARONOV, A.G. ; PIKUS, G.E.A. ; TITKOV, A.N. *Spin relaxation of conduction electrons in p-type III-V compounds*: JETP **57** (1983)
- [Asatryan et al. 2014] ASATRYAN, G.R. ; KRAMUSHCHENKO, D.D. ; USPENSKAYA, Yu.A. ; BARANOV, P.G. ; PETROSYAN, A.G. *Family of paramagnetic centers of Ce³⁺ ions in yttrium aluminum garnet*: Phys. Sol. Stat. **56** , 6, 1150-1156 (2014). – DOI 10.1134/S1063783414060031. – ISSN 1090–6460
- [Ashen et al. 1975] ASHEN, D.J. ; DEAN, P.J. ; HURLE, D.T.J. ; MULLEN, J.B. ; WHITE, A.M. ; GREENE, P.D. *The incorporation and characterisation of acceptors in epitaxial GaAs*: J. Phys. Chem.

- Sol. **36** , 10, 1041-1053 (1975). – DOI 10.1016/0022-3697(75)90043-8. – ISSN 0022-3697
- [Avdonin et al. 2016] AVDONIN, A. ; SKUPINSKI, P. ; GRASZA, K. *Hall effect in hopping regime: Physica B* **483** , 13-18 (2016). – DOI 10.1016/j.physb.2015.12.024. – ISSN 0921-4526
- [Awschalom 2001] AWSCHALOM, D.D. *Manipulating and storing spin coherence in semiconductors: Physica E* **10** , 1, 1-6 (2001). – DOI 10.1016/S1386-9477(01)00042-X. – ISSN 1386-9477
- [Ballingall et al. 1986] BALLINGALL, J.M. ; MORRIS, B.J. ; LEOPOLD, D.J. ; RODE, D.L. *Silicon autocompensation in GaAs grown by molecular-beam epitaxy: J. Appl. Phys.* **59** , 10, 3571-3573 (1986). – DOI 10.1063/1.336780
- [Basinski und Olivier 1967] BASINSKI, J. ; OLIVIER, R. *Ionization energy and impurity band conduction of shallow donors in n-Gallium Arsenide: Can. J. Phys.* **45** , 1, 119-126 (1967). – DOI 10.1139/p67-013
- [Bayer 2014] BAYER, J.: Herstellung und Charakterisierung von Mehrfachquantenpunkten, Leibniz Universität Hannover, Diplomarbeit, 2014
- [Belykh et al. 2016] BELYKH, V.V. ; EVERS, E. ; YAKOVLEV, D.R. ; FOBBE, F. ; GREILICH, A. ; BAYER, M. *Extended pump-probe Faraday rotation spectroscopy of the submicrosecond electron spin dynamics in n-type GaAs: Phys. Rev. B* **94** , 241202 (2016). – DOI 10.1103/PhysRevB.94.241202
- [Belykh et al. 2015] BELYKH, V.V. ; GREILICH, A. ; YAKOVLEV, D.R. ; YACOB, M. ; REITHMAIER, J.P. ; BENYOUCEF, M. ; BAYER, M. *Electron and hole g factors in InAs/InAlGaAs self-assembled quantum dots emitting at telecom wavelengths: Phys. Rev. B* **92** , 165307 (2015). – DOI 10.1103/PhysRevB.92.165307

- [Benzaquen und Walsh 1984] BENZAQUEN, M. ; WALSH, D. *Variable-range-hopping conductivity in compensated n-type GaAs*: Phys. Rev. B **30** , 7287-7289 (1984). – DOI 10.1103/PhysRevB.30.7287
- [Benzaquen et al. 1987] BENZAQUEN, M. ; WALSH, D. ; MAZURUK, K. *Conductivity of n-type GaAs near the Mott transition*: Phys. Rev. B **36** , 4748-4753 (1987). – DOI 10.1103/PhysRevB.36.4748
- [Berggren 1973] BERGGREN, K.F. *Metal-to-non-metal transitions in doped germanium and silicon*: Phil. Mag. **27** , 5, 1027-1040 (1973). – DOI 10.1080/14786437308225815
- [Berkovits und Avishai 1996] BERKOVITS, R. ; AVISHAI, Y. *Spectral statistics near the quantum percolation threshold*: Phys. Rev. B **53** , R16125-R16128 (1996). – DOI 10.1103/PhysRevB.53.R16125
- [Berski et al. 2015] BERSKI, F. ; HÜBNER, J. ; OESTREICH, M. ; LUDWIG, A. ; WIECK, A.D. ; GLAZOV, M. *Interplay of Electron and Nuclear Spin Noise in n-Type GaAs*: Phys. Rev. Lett. **115** , 176601 (2015). – DOI 10.1103/PhysRevLett.115.176601
- [Berski et al. 2013] BERSKI, F. ; KUHN, H. ; LONNEMANN, J.G. ; HÜBNER, J. ; OESTREICH, M. *Ultrahigh Bandwidth Spin Noise Spectroscopy: Detection of Large g-Factor Fluctuations in Highly-n-Doped GaAs*: Phys. Rev. Lett. **111** , 186602 (2013). – DOI 10.1103/PhysRevLett.111.186602
- [Beschoten et al. 2001] BESCHOTEN, B. ; JOHNSTON-HALPERIN, E. ; YOUNG, D.K. ; POGGIO, M. ; GRIMALDI, J.E. ; KELLER, S. ; DENBAARS, S.P. ; MISHRA, U.K. ; HU, E.L. ; AWSCHALOM, D.D. *Spin coherence and dephasing in GaN*: Phys. Rev. B **63** , 121202 (2001). – DOI 10.1103/PhysRevB.63.121202
- [Bimberg et al. 1985] BIMBERG, D. ; MÜNZEL, H. ; STECKENBORN, A. ; CHRISTEN, J. *Kinetics of relaxation and recombination of nonequilibrium carriers in GaAs: Carrier capture by impurities*: Phys. Rev. B **31** , 7788-7799 (1985). – DOI 10.1103/PhysRevB.31.7788

- [Bir et al. 1975] BIR, G.L. ; ARONOV, A.G. ; PIKUS, G.E. *Spin relaxation of electrons due to scattering by holes*: JETP **42** , 4, 705-712 (1975)
- [Blakemore 1982] BLAKEMORE, J.S. *Semiconducting and other major properties of gallium arsenide*: J. Appl. Phys. **53** , 10, R123-R181 (1982). – DOI 10.1063/1.331665
- [Blakemore 1987] BLAKEMORE, J.S.: *Semiconductor Statistics*. Dover, 1987. – ISBN 9780486653624
- [Bloch 1946] BLOCH, F. *Nuclear Induction*: Phys. Rev. **70** , 460-474 (1946). – DOI 10.1103/PhysRev.70.460
- [Bogardus und Bebb 1968] BOGARDUS, E.H. ; BEBB, H.B. *Bound-Exciton, Free-Exciton, Band-Acceptor, Donor-Acceptor, and Auger Recombination in GaAs*: Phys. Rev. **176** , 993-1002 (1968). – DOI 10.1103/PhysRev.176.993
- [Bois und Beaudet 1975] BOIS, D. ; BEAUDET, D. *Photoluminescence study of the shallow acceptor states in n-type GaAs*: J. Appl. Phys. **46** , 9, 3882-3884 (1975). – DOI 10.1063/1.322132
- [Born 1926] BORN, M. *Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge*: Zeit. Phys. **37** , 12, 863-867 (1926). – DOI 10.1007/BF01397477
- [Brom und Michels 2001] BROM, H.B. ; MICHELS, M.A.J. *Percolation and high-frequency hopping in cluster compounds and polymers*: Phil. Mag. B **81** , 9, 941-954 (2001). – DOI 10.1080/13642810108205782
- [Brooks 1951] BROOKS, H. *Scattering by Ionized Impurities in Semiconductors*: Phys. Rev. **83** , 868-882 (1951). – DOI 10.1103/PhysRev.83.868
- [Buß et al. 2011] BUSS, J.H. ; RUDOLPH, J. ; STAROSIELEC, S. ; SCHAEFER, A. ; SEMOND, F. ; CORDIER, Y. ; WIECK, A.D. ; HÄGELE, D. *Dyakonov-Perel electron spin relaxation in a wurtzite semiconductor: From the nondegenerate to the highly degenerate regime*: Phys. Rev. B **84** , 153202 (2011). – DOI 10.1103/PhysRevB.84.153202

- [Chandra et al. 1979] CHANDRA, A. ; WOOD, C.E.C. ; WOODARD, D.W. ; EASTMAN, L.F. *Surface and interface depletion corrections to free carrier-density determinations by hall measurements:* Sol. Stat. Elec. **22** , 7, 645-650 (1979). – DOI 10.1016/0038-1101(79)90138-2. – ISSN 0038-1101
- [Chantis et al. 2006] CHANTIS, A.N. ; SCHILFGAARDE, M. van ; KOTANI, T. *Ab Initio Prediction of Conduction Band Spin Splitting in Zinc Blende Semiconductors:* Phys. Rev. Lett. **96** , 086405 (2006). – DOI 10.1103/PhysRevLett.96.086405
- [Chattopadhyay 1982] CHATTOPADHYAY, D. *Effect of electron-electron scattering on mobility in GaAs:* J. Appl. Phys. **53** , 4, 3330-3332 (1982). – DOI 10.1063/1.330995
- [Chattopadhyay und Queisser 1981] CHATTOPADHYAY, D. ; QUEISSER, H.J. *Electron scattering by ionized impurities in semiconductors:* Rev. Mod. Phys. **53** , 745-768 (1981). – DOI 10.1103/RevModPhys.53.745
- [Cheng et al. 2010] CHENG, J.L. ; WU, M.W. ; FABIAN, J. *Theory of the Spin Relaxation of Conduction Electrons in Silicon:* Phys. Rev. Lett. **104** , 016601 (2010). – DOI 10.1103/PhysRevLett.104.016601
- [Choi et al. 1991] CHOI, J.B. ; LIU, S. ; DREW, H.D. *Metallic impurity band in the narrow-band-gap semiconductor n-type InSb:* Phys. Rev. B **43** , 4046-4050 (1991). – DOI 10.1103/PhysRevB.43.4046
- [Clark et al. 1976] CLARK, A.H. ; BURNHAM, R.D. ; CHADI, D.J. ; WHITE, R.M. *Spin relaxation of conduction electrons in GaAs:* Sol. Stat. Comm. **20** , 4, 385-387 (1976). – DOI 10.1016/0038-1098(76)90531-7. – ISSN 0038-1098
- [Colton et al. 2007] COLTON, J.S. ; HEEB, M.E. ; SCHROEDER, P. ; STOKES, A. ; WIENKES, L.R. ; BRACKER, A.S. *Anomalous magnetic field dependence of the T_1 spin lifetime in a lightly doped GaAs sample:* Phys. Rev. B **75** , 205201 (2007). – DOI 10.1103/PhysRevB.75.205201

- [Colton et al. 2002] COLTON, J.S. ; KENNEDY, T.A. ; BRACKER, A.S. ; GAMMON, D. *Spin Lifetime Measurements in MBE-Grown GaAs Epilayers:* phys. stat. sol. b **233** , 3, 445-452 (2002). – DOI 10.1002/1521-3951(200210)233:3<445::AID-PSSB445>3.0.CO;2-J. – ISSN 1521-3951
- [Colton et al. 2004a] COLTON, J.S. ; KENNEDY, T.A. ; BRACKER, A.S. ; GAMMON, D. *Microsecond spin-flip times in n – GaAs measured by time-resolved polarization of photoluminescence:* Phys. Rev. B **69** , 121307 (2004). – DOI 10.1103/PhysRevB.69.121307
- [Colton et al. 2004b] COLTON, J.S. ; KENNEDY, T.A. ; BRACKER, A.S. ; MILLER, J.B. ; GAMMON, D. *Dependence of optically oriented and detected electron spin resonance on donor concentration in n-GaAs:* Sol. Stat. Comm. **132** , 9, 613-616 (2004). – DOI 10.1016/j.ssc.2004.08.039. – ISSN 0038-1098
- [Conwell und Weisskopf 1950] CONWELL, E. ; WEISSKOPF, V.F. *Theory of Impurity Scattering in Semiconductors:* Phys. Rev. **77** , 388-390 (1950). – DOI 10.1103/PhysRev.77.388
- [Crandall 1970] CRANDALL, R.S. *Low-Temperature Non-Ohmic Electron Transport in GaAs:* Phys. Rev. B **1** , 730-738 (1970). – DOI 10.1103/PhysRevB.1.730
- [Cronenberger und Scalbert 2016] CRONENBERGER, S. ; SCALBERT, D. *Quantum limited heterodyne detection of spin noise:* Rev. Sci. Inst. **87** , 9, 093111 (2016). – DOI 10.1063/1.4962863
- [Crooker et al. 2009] CROOKER, S.A. ; CHENG, L. ; SMITH, D.L. *Spin noise of conduction electrons in n-type bulk GaAs:* Phys. Rev. B **79** , 035208 (2009). – DOI 10.1103/PhysRevB.79.035208
- [Dahbashi et al. 2014] DAHBASHI, R. ; HÜBNER, J. ; BERSKI, F. ; PIERZ, K. ; OESTREICH, M. *Optical Spin Noise of a Single Hole Spin Localized in an (InGa)As Quantum Dot:* Phys. Rev. Lett. **112** , 156601 (2014). – DOI 10.1103/PhysRevLett.112.156601

- [Davis und Compton 1965] DAVIS, E.A. ; COMPTON, W.D. *Compensation Dependence of Impurity Conduction in Antimony-Doped Germanium:* Phys. Rev. **140** , A2183-A2194 (1965). – DOI 10.1103/PhysRev.140.A2183
- [Davis und Mott 1970] DAVIS, E.A. ; MOTT, N.F. *Conduction in non-crystalline systems V. Conductivity, optical absorption and photo-conductivity in amorphous semiconductors:* Phil. Mag. **22** , 179, 0903-0922 (1970). – DOI 10.1080/14786437008221061
- [DiVincenzo 1997] DiVINCENZO, D.P. *Topics in Quantum Computers:* . In: SOHN, L.L. (Hrsg.) ; KOUWENHOVEN, L.P. (Hrsg.) ; SCHÖN, G. (Hrsg.): *Mesoscopic Electron Transport*. Dordrecht : Springer Netherlands, 1997. – DOI 10.1007/978-94-015-8839-3_18. – ISBN 978-94-015-8839-3, 657-677
- [Dresselhaus 1955] DRESSELHAUS, G. *Spin-Orbit Coupling Effects in Zinc Blende Structures:* Phys. Rev. **100** , 580-586 (1955). – DOI 10.1103/PhysRev.100.580
- [Dresselhaus et al. 1992] DRESSELHAUS, P.D. ; PAPAVALASSIOU, C.M.A. ; WHEELER, R.G. ; SACKS, R.N. *Observation of spin precession in GaAs inversion layers using antilocalization:* Phys. Rev. Lett. **68** , 106-109 (1992). – DOI 10.1103/PhysRevLett.68.106
- [Dubbers und Stöckmann 2013] DUBBERS, D. ; STÖCKMANN, H.J.: *Quantum Physics: The Bottom-Up Approach: From the Simple Two-Level System to Irreducible Representations*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2013 DOI 10.1007/978-3-642-31060-7. – ISBN 978-3-642-31060-7
- [Dyakonov und Perel 1972] DYAKONOV, M.I. ; PEREL, V.I. *Spin relaxation of conduction electrons in noncentrosymmetric semiconductors:* Sov. Phys. - Sol. Stat. **13** (1972)
- [Dyakonov und Perel 1984] DYAKONOV, M.I. ; PEREL, V.I. *Theory of optical orientation of electrons and nuclei:* . In: MEIER, F. (Hrsg.) ; ZAKHARCHENYA, B.P. (Hrsg.): *Optical orientation*. Amsterdam : North-Holland, 1984. – ISBN 9780444867414, S. 11-72

- [Dzhioev et al. 2002a] DZHIOEV, R.I. ; KAVOKIN, K.V. ; KORENEV, V.L. ; LAZAREV, M.V. ; MELTSEY, B.Y. ; STEPANOVA, M.N. ; ZAKHARCHENYA, B.P. ; GAMMON, D. ; KATZER, D.S. *Low-temperature spin relaxation in n-type GaAs*: Phys. Rev. B **66** , 245204 (2002). – DOI 10.1103/PhysRevB.66.245204
- [Dzhioev et al. 2002b] DZHIOEV, R.I. ; KORENEV, V.L. ; MERKULOV, I.A. ; ZAKHARCHENYA, B.P. ; GAMMON, D. ; EFROS, A.L. ; KATZER, D.S. *Manipulation of the Spin Memory of Electrons in n-GaAs*: Phys. Rev. Lett. **88** , 256801 (2002). – DOI 10.1103/PhysRevLett.88.256801
- [Dzhioev et al. 2001] DZHIOEV, R.I. ; ZAKHARCHENYA, B.P. ; KORENEV, V.L. ; GAMMON, D. ; KATZER, D.S. *Long Electron Spin Memory Times in Gallium Arsenide*: JETP Lett. **74** , 182-185 (2001). – DOI 10.1134/1.1410226
- [Economou und Fertis 1985] ECONOMOU, E.N. ; FERTIS, A.C. *Metal-Insulator Transition in Doped Semiconductors*: . In: FRITZSCHE, H. (Hrsg.) ; ADLER, D. (Hrsg.): *Localization and Metal-Insulator Transitions*. Boston, MA : Springer US, 1985. – DOI 10.1007/978-1-4613-2517-8_21. – ISBN 978-1-4613-2517-8, 269-280
- [Edwards und Sienko 1978] EDWARDS, P.P. ; SIENKO, M.J. *Universality aspects of the metal-nonmetal transition in condensed media*: Phys. Rev. B **17** , 2575-2581 (1978). – DOI 10.1103/PhysRevB.17.2575
- [Efros und Shklovskii 1975] EFROS, A.L. ; SHKLOVSKII, B.I. *Coulomb gap and low temperature conductivity of disordered systems*: J. Phys. C **8** , 4, L49 (1975)
- [Elliott 1954] ELLIOTT, R.J. *Theory of the Effect of Spin-Orbit Coupling on Magnetic Resonance in Some Semiconductors*: Phys. Rev. **96** , 266-279 (1954). – DOI 10.1103/PhysRev.96.266
- [Emel'yanenko et al. 1973] EMEL'YANENKO, O.V. ; NASLEDOV, D.N. ; NIKULIN, E.I. ; TIMCHENKO, I.N. *Impurity Conduction in n-type*

- GaAs at very low temperatures:* Sov. Phys. Semicond. **6** , 12, S. 1926 (1973)
- [English et al. 2013] ENGLISH, D.J. ; HÜBNER, J. ; ELDRIDGE, P.S. ; TAYLOR, D. ; HENINI, M. ; HARLEY, R.T. ; OESTREICH, M. *Effect of symmetry reduction on the spin dynamics of (001)-oriented GaAs quantum wells:* Phys. Rev. B **87** , 075304 (2013). – DOI 10.1103/PhysRevB.87.075304
- [Erginsoy 1950] ERGINSOY, C. *Neutral Impurity Scattering in Semiconductors:* Phys. Rev. **79** , 1013-1014 (1950). – DOI 10.1103/PhysRev.79.1013
- [Esipov und Levinson 1987] ESIPOV, S.E. ; LEVINSON, Y.B. *The temperature and energy distribution of photoexcited hot electrons:* Adv. Phys. **36** , 3, 331-383 (1987). – DOI 10.1080/00018738700101022
- [Fabian und Sarma 1999] FABIAN, J. ; SARMA, S. D. *Spin relaxation of conduction electrons:* J. Vac. Sci. Tech. B **17** , 4, 1708-1715 (1999). – DOI 10.1116/1.590813
- [Finkman et al. 1986] FINKMAN, E. ; STURGE, M.D. ; BHAT, R. *Oscillator strength, lifetime and degeneracy of resonantly excited bound excitons in GaAs:* J. Lumi. **35** , 4, 235-238 (1986). – DOI 10.1016/0022-2313(86)90015-3. – ISSN 0022-2313
- [Fox 2010] FOX, M.: *Optical Properties of Solids.* Oxford University Press, 2010. – ISBN 978-0-19-957337-0
- [Friedman und Pollak 1978] FRIEDMAN, L. ; POLLAK, M. *Hall mobility due to hopping-type conduction in disordered systems:* Phil. Mag. B **38** , 2, 173-189 (1978). – DOI 10.1080/13642817808245674
- [Fu et al. 2008] FU, J.Y. ; WENG, M.Q. ; WU, M.W. *Spin-orbit coupling in bulk GaAs:* Physica E **40** , 9, 2890-2893 (2008). – DOI 10.1016/j.physe.2008.02.006
- [Furis et al. 2007] FURIS, M. ; SMITH, D.L. ; KOS, S. ; GARLID, E.S. ; REDDY, K.S.M. ; PALMSTRØM, C.J. ; CROWELL, P.A. ; CROOKER,

- S.A. *Local Hanle-effect studies of spin drift and diffusion in n:GaAs epilayers and spin-transport devices:* N. J. Phys. **9** , 9, 347 (2007)
- [Gan und Lee 1986] GAN, Z.Z. ; LEE, P.A. *Nuclear-spin relaxation near the metal-insulator transition:* Phys. Rev. B **33** , 3595-3598 (1986). – DOI 10.1103/PhysRevB.33.3595
- [Gaymann et al. 1993] GAYMANN, A. ; GESERICH, H.P. ; LÖHNEYSEN, H.v. *Far-infrared reflectance spectra of Si:P near the metal-insulator transition:* Phys. Rev. Lett. **71** , 3681-3684 (1993). – DOI 10.1103/PhysRevLett.71.3681
- [Gaymann et al. 1995] GAYMANN, A. ; GESERICH, H.P. ; LÖHNEYSEN, H.v. *Temperature dependence of the far-infrared reflectance spectra of Si:P near the metal-insulator transition:* Phys. Rev. B **52** , 16486-16493 (1995). – DOI 10.1103/PhysRevB.52.16486
- [Gelmont und Shur 1995] GELMONT, B. ; SHUR, M.S. *Hall factor for ionized impurity scattering:* J. Appl. Phys. **78** , 4, 2846-2847 (1995). – DOI 10.1063/1.360085
- [Germanova et al. 1990] GERMANOVA, K. ; DONCHEV, V. ; VALCHEV, V. ; HARDALOV, C. ; YANCHEV, I. *On the maximum in hall coefficient temperature dependence in medium-doped n-GaAs:* Appl. Phys. A **50** , 4, 369-372 (1990). – DOI 10.1007/BF00323593. – ISSN 1432-0630
- [Giri et al. 2013] GIRI, R. ; CRONENBERGER, S. ; GLAZOV, M.M. ; KAVOKIN, K.V. ; LEMAÎTRE, A. ; BLOCH, J. ; VLADIMIROVA, M. ; SCALBERT, D. *Nondestructive Measurement of Nuclear Magnetization by Off-Resonant Faraday Rotation:* Phys. Rev. Lett. **111** , 087603 (2013). – DOI 10.1103/PhysRevLett.111.087603
- [Giustino 2017] GIUSTINO, F. *Electron-phonon interactions from first principles:* Rev. Mod. Phys. **89** , 015003 (2017). – DOI 10.1103/RevModPhys.89.015003

- [Glazov und Ivchenko 2002] GLAZOV, M.M. ; IVCHENKO, E.L. *Precession spin relaxation mechanism caused by frequent electron-electron collisions:* JETP Lett. **75** , 8, 403-405 (2002). – DOI 10.1134/1.1490009. – ISSN 1090-6487
- [Glazov und Ivchenko 2004] GLAZOV, M.M. ; IVCHENKO, E.L. *Effect of electron-electron interaction on spin relaxation of charge carriers in semiconductors:* JETP **99** , 6, 1279-1290 (2004). – DOI 10.1134/1.1854815. – ISSN 1090-6509
- [Gor'kov und Krotkov 2003] GOR'KOV, L.P. ; KROTKOV, P.L. *Spin relaxation and antisymmetric exchange in n-doped III-V semiconductors:* Phys. Rev. B **67** , 033203 (2003). – DOI 10.1103/PhysRevB.67.033203
- [Greilich et al. 2006] GREILICH, A. ; YAKOVLEV, D.R. ; SHABAEV, A. ; EFROS, A.L. ; YUGOVA, I.A. ; OULTON, R. ; STAVARACHE, V. ; REUTER, D. ; WIECK, A. ; BAYER, M. *Mode Locking of Electron Spin Coherences in Singly Charged Quantum Dots:* Science **313** , 5785, 341-345 (2006). – DOI 10.1126/science.1128215. – ISSN 0036-8075
- [Habashi 2013] HABASHI, F. *Indium, Physical and Chemical Properties:* . In: KRETSINGER, R.H. (Hrsg.) ; UVERSKY, V.N. (Hrsg.) ; PERMYAKOV, E.A. (Hrsg.): Encyclopedia of Metalloproteins. New York, NY : Springer New York, 2013. – DOI 10.1007/978-1-4614-1533-6_416. – ISBN 978-1-4614-1533-6, 981-982
- [Hackmann et al. 2015] HACKMANN, J. ; GLASENAPP, P. ; GREILICH, A. ; BAYER, M. ; ANDERS, F.B. *Influence of the Nuclear Electric Quadrupolar Interaction on the Coherence Time of Hole and Electron Spins Confined in Semiconductor Quantum Dots:* Phys. Rev. Lett. **115** , 207401 (2015). – DOI 10.1103/PhysRevLett.115.207401
- [Hahn 1950] HAHN, E.L. *Spin Echoes:* Phys. Rev. **80** , 580-594 (1950). – DOI 10.1103/PhysRev.80.580

- [Hamaguchi 2010] HAMAGUCHI, C.: Basic Semiconductor Physics. Second Edition. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2010 DOI 10.1007/978-3-642-03303-2. – ISBN 978-3-642-03302-5
- [Hanle 1924] HANLE, W. *Über magnetische Beeinflussung der Polarisation der Resonanzfluoreszenz:* Zeit. Phys. **30** , 1, S. 93–105 (1924). – DOI 10.1007/BF01331827. – ISSN 1434-6001
- [Harmon und Flatté 2013] HARMON, N.J. ; FLATTÉ, M.E. *Distinguishing Spin Relaxation Mechanisms in Organic Semiconductors:* Phys. Rev. Lett. **110** , 176602 (2013). – DOI 10.1103/PhysRevLett.110.176602
- [Harmon und Flatté 2014] HARMON, N.J. ; FLATTÉ, M.E. *Spin relaxation in materials lacking coherent charge transport:* Phys. Rev. B **90** , 115203 (2014). – DOI 10.1103/PhysRevB.90.115203
- [Harmon et al. 2015] HARMON, N.J. ; PETERSON, T.A. ; GEPPERT, C.C. ; PATEL, S.J. ; PALMSTRØM, C.J. ; CROWELL, P.A. ; FLATTÉ, M.E. *Anisotropic spin relaxation in n-GaAs from strong inhomogeneous hyperfine fields produced by the dynamical polarization of nuclei:* Phys. Rev. B **92** , 140201 (2015). – DOI 10.1103/PhysRevB.92.140201
- [Hübner et al. 2014] HÜBNER, J. ; BERSKI, F. ; DAHBASHI, R. ; OESTREICH, M. *The rise of spin noise spectroscopy in semiconductors: From acoustic to GHz frequencies:* phys. stat. sol. b **251** , 9, 1824–1838 (2014). – DOI 10.1002/pssb.201350291. – ISSN 1521-3951
- [Heisterkamp et al. 2015] HEISTERKAMP, F. ; ZHUKOV, E.A. ; GREILICH, A. ; YAKOVLEV, D.R. ; KORENEV, V.L. ; PAWLIS, A. ; BAYER, M. *Longitudinal and transverse spin dynamics of donor-bound electrons in fluorine-doped ZnSe: Spin inertia versus Hanle effect:* Phys. Rev. B **91** , 235432 (2015). – DOI 10.1103/PhysRevB.91.235432
- [Henn et al. 2014] HENN, T. ; QUAST, J.H. ; BECK, M. ; KIESSLING, T. ; OSSAU, W. ; MOLENKAMP, L.W. *Hot electron spin diffusion*

- in n-type GaAs*: Eur. Phys. J. Plus **129** , 6, 118 (2014). – DOI 10.1140/epjp/i2014-14118-y. – ISSN 2190-5444
- [’t Hooft et al. 1987] HOOFT, G.W. ’t ; POEL, W.A.J.A. van d. ; MOLENKAMP, L.W. ; FOXON, C.T. *Giant oscillator strength of free excitons in GaAs*: Phys. Rev. B **35** , 8281-8284 (1987). – DOI 10.1103/PhysRevB.35.8281
- [Hubbard 1963] HUBBARD, J. *Electron Correlations in Narrow Energy Bands*: Proc. Roy. Soc. Lon. A **276** , 1365, 238-257 (1963). – DOI 10.1098/rspa.1963.0204. – ISSN 0080-4630
- [Hübner et al. 2009] HÜBNER, J. ; DÖHRMANN, S. ; HÄGELE, D. ; OESTREICH, M. *Temperature-dependent electron Landé g factor and the interband matrix element of GaAs*: Phys. Rev. B **79** , 193307 (2009). – DOI 10.1103/PhysRevB.79.193307
- [Hübner et al. 2013] HÜBNER, J. ; LONNEMANN, J.G. ; ZELL, P. ; KUHN, H. ; BERSKI, F. ; OESTREICH, M. *Rapid scanning of spin noise with two free running ultrafast oscillators*: Opt. Exp. **21** , 5, 5872-5878 (2013). – DOI 10.1364/OE.21.005872
- [Hühn 2016] HÜHN, K.J.: *Optische Untersuchung von YAG:Ce³⁺*, Leibniz Universität Hannover, Bachelorarbeit, 2016
- [Hurrell et al. 1968] HURRELL, J.P. ; PORTO, S.P.S. ; CHANG, I.F. ; MITRA, S.S. ; BAUMAN, R.P. *Optical Phonons of Yttrium Aluminum Garnet*: Phys. Rev. **173** , 851-856 (1968). – DOI 10.1103/PhysRev.173.851
- [Ibach und Lüth 2009] IBACH, H. ; LÜTH, H.: *Festkörperphysik*. Springer-Verlag Berlin, 2009 (Springer Lehrbuch). DOI 10.1007/978-3-540-85795-2. – ISBN 978-3-540-85794-5
- [Intronati et al. 2012] INTRONATI, G.A. ; TAMBORENEA, P.I. ; WEINMANN, D. ; JALABERT, R.A. *Spin Relaxation near the Metal-Insulator Transition: Dominance of the Dresselhaus Spin-Orbit Coupling*: Phys. Rev. Lett. **108** , 016601 (2012). – DOI 10.1103/PhysRevLett.108.016601

- [Ioffe 2017] IOFFE PHYSICO-TECHNICAL INSTITUTE *n, k database on New Semiconductor Materials*: . Version:2017. <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/nk/index.html>. – Forschungsbericht
- [Jiang und Wu 2009] JIANG, J.H. ; WU, M.W. *Electron-spin relaxation in bulk III-V semiconductors from a fully microscopic kinetic spin Bloch equation approach*: Phys. Rev. B **79** , 125206 (2009). – DOI 10.1103/PhysRevB.79.125206
- [Kahlert et al. 1976] KAHLERT, H. ; LANDWEHR, G. ; SCHLACHETZKI, A. ; SALOW, H. *Impurity conduction and magnetoresistance in lightly dopedn-type GaAs*: Zeit. Phys. B **24** , 4, 361-365 (1976). – DOI 10.1007/BF01351525. – ISSN 1431-584X
- [Kainz et al. 2003] KAINZ, J. ; RÖSSLER, U. ; WINKLER, R. *Anisotropic spin-splitting and spin-relaxation in asymmetric zinc blende semiconductor quantum structures*: Phys. Rev. B **68** , 075322 (2003). – DOI 10.1103/PhysRevB.68.075322
- [Kainz et al. 2004] KAINZ, J. ; RÖSSLER, U. ; WINKLER, R. *Temperature dependence of Dyakonov-Perel spin relaxation in zinc-blende semiconductor quantum structures*: Phys. Rev. B **70** , 195322 (2004). – DOI 10.1103/PhysRevB.70.195322
- [Kamiya und Wagner 1976] KAMIYA, T. ; WAGNER, E. *Shallow acceptor binding energy and lifetime of donor-acceptor pairs in gallium arsenide*: J. Appl. Phys. **47** , 7, 3219-3223 (1976). – DOI 10.1063/1.323118
- [Kaneko und Ohtsuki 1999] KANEKO, A. ; OHTSUKI, T. *Three-Dimensional Quantum Percolation Studied by Level Statistics*: J. Phys. Soc. Jap. **68** , 5, 1488-1491 (1999). – DOI 10.1143/JPSJ.68.1488
- [Kang 2014] KANG, N.L. *Electron spin relaxation times by piezoelectric and polar optical phonon scattering in GaAs*: Eur. Phys. J. B **87** , 5, 104 (2014). – DOI 10.1140/epjb/e2014-50135-0

- [Kang 2016] KANG, N.L. *Density Dependence of Electron Spin Relaxation Time in GaAs*: Op. J. Appl. Sci. **6** , 6, S. 365–371 (2016). – DOI 10.4236/ojapps.2016.66037
- [Kasap et al. 2007] KASAP, S. ; KOUGHIA, C. ; RUDA, H. ; JOHANSON, R. *Electrical Conduction in Metals and Semiconductors*: . In: KASAP, S. (Hrsg.) ; CAPPER, P. (Hrsg.): Springer Handbook of Electronic and Photonic Materials. Boston, MA : Springer US, 2007. – DOI 10.1007/978-0-387-29185-7_2. – ISBN 978-0-387-29185-7, 19-45
- [Kavokin 2001] KAVOKIN, K.V. *Anisotropic exchange interaction of localized conduction-band electrons in semiconductors*: Phys. Rev. B **64** , 075305 (2001). – DOI 10.1103/PhysRevB.64.075305
- [Kavokin 2008] KAVOKIN, K.V. *Spin relaxation of localised electrons in n-type semiconductors*: Semicond. Sci. Technol. **23** , 114009 (2008). – DOI 10.1088/0268-1242/23/11/114009
- [Kikkawa und Awschalom 1998] KIKKAWA, J.M. ; AWSCHALOM, D.D. *Resonant Spin Amplification in n-Type GaAs*: Phys. Rev. Lett. **80** , 4313–4316 (1998). – DOI 10.1103/PhysRevLett.80.4313
- [Kirkpatrick 1973] KIRKPATRICK, S. *Percolation and Conduction*: Rev. Mod. Phys. **45** , 574-588 (1973). – DOI 10.1103/RevModPhys.45.574
- [Knap et al. 1996] KNAP, W. ; SKIERBISZEWSKI, C. ; ZDUNIAK, A. ; LITWIN-STASZEWSKA, E. ; BERTHO, D. ; KOBBI, F. ; ROBERT, J.L. ; PIKUS, G.E. ; PIKUS, F.G. ; IORDANSKII, S.V. ; MOSSER, V. ; ZEKENTES, K. ; LYANDA-GELLER, Y.B. *Weak antilocalization and spin precession in quantum wells*: Phys. Rev. B **53** , 3912-3924 (1996). – DOI 10.1103/PhysRevB.53.3912
- [Kobayashi et al. 1977] KOBAYASHI, N. ; IKEHATA, S. ; KOBAYASHI, S. ; SASAKI, W. *Specific heat study of heavily P doped Si*: Sol. Stat. Comm. **24** , 1, 67-70 (1977). – DOI 10.1016/0038-1098(77)90567-1. – ISSN 0038-1098

- [Kölbl et al. 2012] KÖLBL, D. ; ZUMBÜHL, D.M. ; FUHRER, A. ; SALIS, G. ; ALVARADO, S.F. *Breakdown of the Korringa Law of Nuclear Spin Relaxation in Metallic GaAs*: Phys. Rev. Lett. **109** , 086601 (2012). – DOI 10.1103/PhysRevLett.109.086601
- [Kolesov 2007] KOLESOV, R. *Dynamics of laser-induced magnetization in Ce-doped yttrium aluminum garnet*: Phys. Rev. A **76** , 043831 (2007). – DOI 10.1103/PhysRevA.76.043831
- [Kolesov et al. 2013] KOLESOV, R. ; XIA, K. ; REUTER, R. ; JAMALI, M. ; STÖHR, R. ; INAL, T. ; SIYUSHEV, P. ; WRACHTRUP, J. *Mapping Spin Coherence of a Single Rare-Earth Ion in a Crystal onto a Single Photon Polarization State*: Phys. Rev. Lett. **111** , 120502 (2013). – DOI 10.1103/PhysRevLett.111.120502
- [Korringa 1950] KORRINGA, J. *Nuclear magnetic relaxation and resonance line shift in metals*: Physica **16** , 7, 601-610 (1950). – DOI 10.1016/0031-8914(50)90105-4. – ISSN 0031-8914
- [Kostic et al. 2015] KOSTIC, S. ; LAZAREVIC, Z.Z. ; RADOJEVIC, V. ; MILUTINOVIC, A. ; ROMCEVIC, M. ; ROMCEVIC, N.Z. ; VALCIC, A. *Study of structural and optical properties of YAG and Nd:YAG single crystals*: Mat. Res. Bull. **63** , 80-87 (2015). – DOI 10.1016/j.materresbull.2014.11.033. – ISSN 0025-5408
- [Kotur et al. 2014] KOTUR, M. ; DZHIOEV, R.I. ; KAVOKIN, K.V. ; KORENEV, V.L. ; NAMOZOV, B.R. ; PAK, P.E. ; KUSRAYEV, Y.G. *Nuclear Spin relaxation mediated by Fermi-edge electrons in n-type GaAs*: JETP Lett. **99** , 1, 37-41 (2014). – DOI 10.1134/S0021364014010068. – ISSN 1090-6487
- [Kotur et al. 2016] KOTUR, M. ; DZHIOEV, R.I. ; VLADIMIROVA, M. ; JOUAULT, B. ; KORENEV, V.L. ; KAVOKIN, K.V. *Nuclear spin warm up in bulk n-GaAs*: Phys. Rev. B **94** , 081201 (2016). – DOI 10.1103/PhysRevB.94.081201
- [Krauß et al. 2010] KRAUSS, M. ; SCHNEIDER, H.C. ; BRATSCHITSCH, R. ; CHEN, Z. ; CUNDIFF, S.T. *Ultrafast spin dynamics in optically*

- excited bulk GaAs at low temperatures:* Phys. Rev. B **81** , 035213 (2010). – DOI 10.1103/PhysRevB.81.035213
- [Krich und Halperin 2007] KRICH, J.J. ; HALPERIN, B.I. *Cubic Dresselhaus Spin-Orbit Coupling in 2D Electron Quantum Dots:* Phys. Rev. Lett. **98** , 226802 (2007). – DOI 10.1103/PhysRevLett.98.226802
- [Kučera 1991] KUČERA, M. *Paramagnetic faraday effect in Ce3+:YAG:* Cze. J. Phys. **41** , 1, 102-104 (1991). – DOI 10.1007/BF01606404. – ISSN 1572–9486
- [Kucera und Hakenová 1992] KUCERA, M. ; HAKENOVÁ, J. *Strong Faraday effect in Ce3+: YAG:* J. Mag. Mag. Mat. **104** , 439-440 (1992). – DOI 10.1016/0304–8853(92)90869–P. – ISSN 0304–8853
- [Kuhn et al. 2017] KUHN, Hendrik ; LONNEMANN, Jan G. ; BERSKI, Fabian ; HÜBNER, Jens ; OESTREICH, Michael *Electron g-factor fluctuations in highly n-doped GaAs at high temperatures detected by ultrafast spin noise spectroscopy:* phys. stat. sol. b **254** , 5, 1600574–n/a (2017). – DOI 10.1002/pssb.201600574. – ISSN 1521–3951
- [Lampel 1968] LAMPEL, G. *Nuclear Dynamic Polarization by Optical Electronic Saturation and Optical Pumping in Semiconductors:* Phys. Rev. Lett. **20** , 491-493 (1968). – DOI 10.1103/PhysRevLett.20.491
- [Leitch 1989] LEITCH, A.W.R. *Assessment of n-type GaAs by the Hall effect:* J. Appl. Phys. **65** , 6, 2357-2360 (1989). – DOI 10.1063/1.342825
- [Lewis 1966] LEWIS, H.R. *Paramagnetic Resonance of Ce3+ in Yttrium Aluminum Garnet:* J. Appl. Phys. **37** , 2, 739-741 (1966). – DOI 10.1063/1.1708247
- [Liang et al. 2017] LIANG, P. ; HU, R.R. ; CHEN, C. ; BELYKH, V.V. ; JIA, T.Q. ; SUN, Z.R. ; FENG, D.H. ; YAKOVLEV, D.R. ; BAYER, M. *Room-temperature electron spin dynamics of Ce3+ ions in a*

- YAG crystal*: Appl. Phys. Lett. **110** , 22, 222405 (2017). – DOI 10.1063/1.4984232
- [Likal'ter 1995] LIKAL'TER, A.A. *Impurity conduction near the metal-insulator transition point*: JETP **80** , 1105-1110 (1995)
- [Linpeng et al. 2016] LINPENG, X. ; KARIN, T. ; DURNEV, M.V. ; BARBOUR, R. ; GLAZOV, M.M. ; SHERMAN, E.Y. ; WATKINS, S.P. ; SETO, S. ; FU, K.M.C. *Longitudinal spin relaxation of donor-bound electrons in direct band-gap semiconductors*: Phys. Rev. B **94** , 125401 (2016). – DOI 10.1103/PhysRevB.94.125401
- [Liu et al. 1992] LIU, S. ; DREW, H. D. ; ILLIADES, A. ; HADJIPANTELI, S. *Shubnikov-de Haas effect in a metallic impurity band*: Phys. Rev. B **45** , 1155-1158 (1992). – DOI 10.1103/PhysRevB.45.1155
- [Liu et al. 1993] LIU, S. ; KARRAI, K. ; DUNMORE, F. ; DREW, H.D. ; WILSON, R. ; THOMAS, G.A. *Thermal activation of carriers from a metallic impurity band*: Phys. Rev. B **48** , 11394-11397 (1993). – DOI 10.1103/PhysRevB.48.11394
- [Liu et al. 2017] LIU, T.H. ; ZHOU, J. ; LIAO, B. ; SINGH, D.J. ; CHEN, G. *First-principles mode-by-mode analysis for electron-phonon scattering channels and mean free path spectra in GaAs*: Phys. Rev. B **95** , 075206 (2017). – DOI 10.1103/PhysRevB.95.075206
- [Lonnemann 2011] LONNEMANN, J.G.: *Ultraschnelle Spin-Rausch-Spektroskopie*, Leibniz Universität Hannover, Diplomarbeit, 2011
- [Look et al. 2005] LOOK, D.C. ; MOSBACKER, H.L. ; STRZHEMECHNY, Y.M. ; BRILLSON, L.J. *Effects of surface conduction on Hall-effect measurements in ZnO*: Superl. Microstr. **38** , 4, 406 - 412 (2005). – DOI 10.1016/j.spmi.2005.08.013. – ISSN 0749-6036
- [Lorenz und Ziff 1998] LORENZ, C.D. ; ZIFF, R.M. *Precise determination of the bond percolation thresholds and finite-size scaling corrections for the sc, fcc, and bcc lattices*: Phys. Rev. E **57** , 230-236 (1998). – DOI 10.1103/PhysRevE.57.230

- [Lü et al. 2007] LÜ, C. ; CHENG, J.L. ; WU, M.W. ; CUNHA LIMA, I.C. da *Spin relaxation time, spin dephasing time and ensemble spin dephasing time in n-type GaAs quantum wells*: Phys. Lett. A **365** , 501-504 (2007). – DOI 10.1016/j.physleta.2007.02.030. – ISSN 0375–9601
- [Lucovsky 1965] LUCOVSKY, G. *Gaussian impurity bands in GaAs*: Sol. Stat. Comm. **3** , 5, 105-108 (1965). – DOI 10.1016/0038–1098(65)90233–4. – ISSN 0038–1098
- [Lyubinskiy et al. 2007] LYUBINSKIY, I.S. ; DMITRIEV, A.P. ; KACHOROVSKII, V.Y. *Spin dynamics in the Regime of hopping conductivity*: JEPT Lett. **85** , 55-58 (2007). – DOI 10.1134/S002136400701011
- [Malcher et al. 1986] MALCHER, F. ; LOMMER, G. ; RÖSSLER, U. *Electron states in GaAs/GaAlAs heterostructures: Nonparabolicity and spin-splitting*: Superlat. Microstr. **2** , 3, 267-272 (1986). – DOI 10.1016/0749–6036(86)90030–3. – ISSN 0749–6036
- [Malik 1959] MALIK, F.B. *Zur elastischen Streuung langsamer Elektronen im Feld eines Atoms angewandt auf die p-Streuung eines Elektrons im Feld des atomaren Wasserstoffs*: Zeit. Naturfor. A **14** , 172-193 (1959). – DOI 10.1515/zna-1959-0211
- [Marchetti et al. 2014] MARCHETTI, G. ; HODGSON, M. ; MCHUGH, J. ; CHANTRELL, R. ; AMICO, I. *Spin Relaxation in GaAs: Importance of Electron-Electron Interactions*: Materials **7** , 4, 2795-2814 (2014). – DOI 10.3390/ma7042795. – ISSN 1996–1944
- [Marushchak et al. 1983] MARUSHCHAK, V.A. ; STEPANOVA, M.N. ; TITKOV, A.N. *Suppression by a longitudinal magnetic field of spin relaxation of conduction electrons in semiconductor crystals lacking an inversion center*: JETP Lett. **37** , 7, 400-403 (1983)
- [Massey und Moiseiwitsch 1950] MASSEY, H.S.W. ; MOISEWITSCH, B.L. *The Scattering of Electrons by Hydrogen Atoms*: Phys. Rev. **78** , 180-181 (1950). – DOI 10.1103/PhysRev.78.180

- [Mattis und Sinha 1970] MATTIS, D. ; SINHA, O. *Impurity scattering in semiconductors*: Ann. Phys. **61** , 1, 214-241 (1970). – DOI 10.1016/0003-4916(70)90382-9. – ISSN 0003-4916
- [Mayer und Rössler 1991] MAYER, H. ; RÖSSLER, U. *Spin splitting and anisotropy of cyclotron resonance in the conduction band of GaAs*: Phys. Rev. B **44** , 9048-9051 (1991). – DOI 10.1103/PhysRevB.44.9048
- [Mayer und Rössler 1993] MAYER, H. ; RÖSSLER, U. *Nonparabolicity in the conduction band of II-VI semiconductors*: Sol. Stat. Comm. **87** , 2, 81-84 (1993). – DOI 10.1016/0038-1098(93)90329-L
- [McGill und Baron 1975] MCGILL, T.C. ; BARON, R. *Neutral impurity scattering in semiconductors*: Phys. Rev. B **11** , 5208-5210 (1975). – DOI 10.1103/PhysRevB.11.5208
- [Merkulov et al. 2002] MERKULOV, I.A. ; EFROS, A.L. ; ROSEN, M. *Electron spin relaxation by nuclei in semiconductor quantum dots*: Phys. Rev. B **65** , 20, 205309 (2002). – ISSN 1098-0121
- [Miller und Abrahams 1960] MILLER, A. ; ABRAHAMS, E. *Impurity Conduction at Low Concentrations*: Phys. Rev. **120** , 745-755 (1960). – DOI 10.1103/PhysRev.120.745
- [Miller et al. 2003] MILLER, J.B. ; ZUMBÜHL, D.M. ; MARCUS, C.M. ; LYANDA-GELLER, Y.B. ; GOLDHABER-GORDON, D. ; CAMPMAN, K. ; GOSSARD, A.C. *Gate-Controlled Spin-Orbit Quantum Interference Effects in Lateral Transport*: Phys. Rev. Lett. **90** , 076807 (2003). – DOI 10.1103/PhysRevLett.90.076807
- [Mkhitarian und Dobrovitski 2017] MKHITARYAN, V.V. ; DOBROVITSKI, V.V. *Quantum dynamics of nuclear spins and spin relaxation in organic semiconductors*: Phys. Rev. B **95** , 214204 (2017). – DOI 10.1103/PhysRevB.95.214204
- [Monecke et al. 1993] MONECKE, J. ; KORTUS, J. ; CORDTS, W. *Formation of impurity bands in doped semiconductors*: Phys. Rev. B **47** , 9377-9384 (1993). – DOI 10.1103/PhysRevB.47.9377

- [Moore 1967] MOORE, E.J. *Quantum-Transport Theories and Multiple Scattering in Doped Semiconductors. II. Mobility of n-type Gallium Arsenide*: Phys. Rev. **160** , 618-626 (1967). – DOI 10.1103/PhysRev.160.618
- [Morgan et al. 1965] MORGAN, T.N. ; PILKUHN, M. ; RUPPRECHT, H. *Effect of Deep Levels on the Optical and Electrical Properties of Copper-Doped GaAs p – n Junctions*: Phys. Rev. **138** , A1551-A1561 (1965). – DOI 10.1103/PhysRev.138.A1551
- [Mott 1949] MOTT, N.F. *The Basis of the Electron Theory of Metals, with Special Reference to the Transition Metals*: Proc. Phys. Soc. Sec. A **62** , 7, 416 (1949)
- [Mott 1956] MOTT, N.F. *On the transition to metallic conduction in semiconductors*: Can. J. Phys. **34** , 12A, 1356-1368 (1956). – DOI 10.1139/p56-151
- [Mott 1968] MOTT, N.F. *Conduction in non-crystalline systems I*: Phil. Mag. **17** , 150, 1259-1268 (1968). – DOI 10.1080/14786436808223200
- [Mott 1969] MOTT, N.F. *Conduction in non-crystalline materials*: Phil. Mag. **19** , 160, 835-852 (1969). – DOI 10.1080/14786436908216338
- [Mott 1970] MOTT, N.F. *Conduction in non-Crystalline systems IV*: Phil. Mag. **22** , 175, 7-29 (1970). – DOI 10.1080/14786437008228147
- [Mott 1971a] MOTT, N.F. *Conduction in non-crystalline systems VI*: Phil. Mag. **24** , 187, 1-18 (1971). – DOI 10.1080/14786437108216420
- [Mott 1971b] MOTT, N.F. *Conduction in non-crystalline systems VII*: Phil. Mag. **24** , 190, 911-934 (1971). – DOI 10.1080/14786437108217058
- [Mott 1971c] MOTT, N.F. *Conduction in non-crystalline systems VIII*: Phil. Mag. **24** , 190, 935-958 (1971). – DOI 10.1080/14786437108217059

- [Mott 1972] MOTT, N.F. *Conduction in non-crystalline systems IX. the minimum metallic conductivity*: Phil. Mag. **26** , 4, 1015-1026 (1972). – DOI 10.1080/14786437208226973
- [Mott 1976] MOTT, N.F. *Impurity band conduction. experiment and theory - the metal-insulator transition in an impurity band*: J. Phys. Coll. **37** , C4, C4-301-C4-306 (1976). – DOI 10.1051/jphys-col:1976453
- [Mott 1980] MOTT, N.F. *Metal-insulator transitions in metal-ammonia solutions*: J. Phys. Chem. **84** , 10, 1199-1203 (1980). – DOI 10.1021/j100447a028
- [Mott und Davies 1980] MOTT, N.F. ; DAVIES, J.H. *Metal-insulator transition in doped semiconductors*: Phil. Mag. B **42** , 6, 845-858 (1980). – DOI 10.1080/01418638008222332
- [Mott und Davis 1968] MOTT, N.F. ; DAVIS, E.A. *Conduction in non-crystalline systems II*: Phil. Mag. **17** , 150, 1269-1284 (1968). – DOI 10.1080/14786436808223201
- [Mott und Kaveh 1983] MOTT, N.F. ; KAVEH, M. *Metal-insulator transition in doped silicon*: Phil. Mag. B **47** , 6, 577-603 (1983). – DOI 10.1080/01418638308228265
- [Müller et al. 2010] MÜLLER, G.M. ; OESTREICH, M. ; RÖMER, M. ; HÜBNER, J. *Semiconductor spin noise spectroscopy: Fundamentals, accomplishments, and challenges*: Physica E **43** , 2, 569-587 (2010). – DOI 10.1016/j.physe.2010.08.010. – ISBN 1386-9477
- [Nádvořník et al. 2015] NÁDVORNÍK, L. ; HAIGH, J.A. ; OLEJNÍK, K. ; IRVINE, A.C. ; NOVÁK, V. ; JUNGWIRTH, T. ; WUNDERLICH, J. *Efficient conversion of light to charge and spin in Hall-bar micro-devices*: Phys. Rev. B **91** , 125205 (2015). – DOI 10.1103/PhysRevB.91.125205
- [Nandi et al. 2015] NANDI, Upendranath ; JANA, Debnarayan ; TALUKDAR, Deep *Scaling description of non-ohmic direct current con-*

- duction in disordered systems: Prog. Mat. Sci.* **71** , 1-92 (2015). – DOI 10.1016/j.pmatsci.2014.12.001. – ISSN 0079–6425
- [Narita und Kobayashi 1980] NARITA, S. ; KOBAYASHI, M. *Far-infrared investigations of impurity bands in semiconductors: Phil. Mag. B* **42** , 6, 895-911 (1980). – DOI 10.1080/01418638008222335
- [Norton 1976] NORTON, P. *Formation of the Upper Hubbard Band from Negative-Donor-Ion States in Silicon: Phys. Rev. Lett.* **37** , 164-168 (1976). – DOI 10.1103/PhysRevLett.37.164
- [Odom et al. 2006] ODOM, B. ; HANNEKE, D. ; D'URSO, B. ; GABRIELSE, G. *New Measurement of the Electron Magnetic Moment Using a One-Electron Quantum Cyclotron: Phys. Rev. Lett.* **97** , 030801 (2006). – DOI 10.1103/PhysRevLett.97.030801
- [Oelgart et al. 1993] OELGART, G. ; ORSCHEL, B. ; PROCTOR, M. ; MARTIN, D. ; MORIER-GENOUD, F. ; REINHART, F.K. *Temperature dependence of the Γ_{8v} - Γ_{6c} gap of GaAs: J. Appl. Phys.* **74** , 4, 2742-2747 (1993). – DOI 10.1063/1.354674
- [Oestreich et al. 2005] OESTREICH, M. ; RÖMER, M. ; HAUG, R.J. ; HÄGELE, D. *Spin Noise Spectroscopy in GaAs: Phys. Rev. Lett.* **95** , 216603 (2005). – DOI 10.1103/PhysRevLett.95.216603
- [Paget et al. 1977] PAGET, D. ; LAMPEL, G. ; SAPOVAL, B. ; SAFAROV, V.I. *Low field electron-nuclear spin coupling in gallium arsenide under optical pumping conditions: Phys. Rev. B* **15** , 5780-5796 (1977). – DOI 10.1103/PhysRevB.15.5780
- [Pang und Louie 1990] PANG, T. ; LOUIE, S.G. *Negative-donor centers in semiconductors and quantum wells: Phys. Rev. Lett.* **65** , 1635-1638 (1990). – DOI 10.1103/PhysRevLett.65.1635
- [Parsons 1969] PARSONS, R.R. *Band-To-Band Optical Pumping in Solids and Polarized Photoluminescence: Phys. Rev. Lett.* **23** , 1152-1154 (1969). – DOI 10.1103/PhysRevLett.23.1152

- [Patel et al. 1984] PATEL, C. ; PARKER, T.J. ; JAMSHIDI, H. ; SHERMAN, W.F. *Phonon Frequencies in GaAs*: phys. stat. sol. b **122** , 2, 461–467 (1984). – DOI 10.1002/pssb.2221220210. – ISSN 1521–3951
- [van der Pauw 1958] PAUW, L.J. van d. *A method of measuring resistivity and hall effekt of discs of arbitrary shape*: Phil. Res. Rep. **13** , S. 1–9 (1958)
- [Pavesi und Guzzi 1994] PAVESI, L. ; GUZZI, M. *Photoluminescence of AlGaAs alloys*: J. Appl. Phys. **75** , 10, 4779–4842 (1994). – DOI 10.1063/1.355769
- [Pelant und Valenta 2012] PELANT, I. ; VALENTA, J.: *Luminescence Spectroscopy*. Oxford University Press, 2012. – ISBN 978–0–19–958833–6
- [Pershin und Privman 2003] PERSHIN, Y.V. ; PRIVMAN, V. *Spin Relaxation of Conduction Electrons in Semiconductors Due to Interaction with Nuclear Spins*: Nano Lett. **3** , 6, 695–700 (2003). – DOI 10.1021/nl034009l
- [Phillips 1991] PHILLIPS, J.C. *Temperature Dependence of Conductivity of Si:P near the Metal-Insulator Transition*: EPL **14** , 4, 367 (1991)
- [Phillips 1998] PHILLIPS, J.C. *Broken symmetry and strangeness of the semiconductor impurity band metal-insulator transition*: Proc. Nat. Aca. Sci. USA **95** , 13, S. 7264–7269 (1998). – DOI 10.1073/pnas.95.13.7264
- [Pines et al. 1957] PINES, D. ; BARDEEN, J. ; SLICHTER, C.P. *Nuclear Polarization and Impurity-State Spin Relaxation Processes in Silicon*: Phys. Rev. **106** , 489–498 (1957). – DOI 10.1103/PhysRev.106.489
- [Pines und Slichter 1955] PINES, D. ; SLICHTER, C.P. *Relaxation Times in Magnetic Resonance*: Phys. Rev. **100** , 1014–1020 (1955). – DOI 10.1103/PhysRev.100.1014

- [Poklonski et al. 2007] POKLONSKI, N.A. ; KOCHERZHENKO, A.A. ; VYRKO, S.A. ; VLASSOV, A.T. *A comparison of two-particle models for conduction electron scattering on hydrogen-like impurity ions in non-degenerate semiconductors:* phys. stat. sol. b **244** , 10, 3703-3710 (2007). – DOI 10.1002/pssb.200642528. – ISSN 1521-3951
- [Poklonski et al. 2003] POKLONSKI, N.A. ; VYRKO, S.A. ; YATSKEVICH, V.I. ; KOCHERZHENKO, A.A. *A semiclassical approach to Coulomb scattering of conduction electrons on ionized impurities in nondegenerate semiconductors:* J. Appl. Phys. **93** , 12, 9749-9752 (2003). – DOI 10.1063/1.1573735
- [Pushpam und Navaneethakrishnan 2007] PUSHPAM, A. T. ; NAVANEETHAKRISHNAN, K. *Metal-Insulator Transition and superconductivity in doped semiconductors:* Sol. Stat. Comm. **144** , 3, 153-157 (2007). – DOI 10.1016/j.ssc.2007.07.036. – ISSN 0038-1098
- [Quast et al. 2013] QUAST, J.H. ; HENN, T. ; KIESSLING, T. ; OSSAU, W. ; MOLENKAMP, L.W. ; REUTER, D. ; WIECK, A.D. *Hot carrier effects on lateral electron spin diffusion in n-type GaAs:* Phys. Rev. B **87** , 205203 (2013). – DOI 10.1103/PhysRevB.87.205203
- [Ridley 1977] RIDLEY, B.K. *Reconciliation of the Conwell-Weisskopf and Brooks-Herring formulae for charged-impurity scattering in semiconductors: Third-body interference:* J. Phys. C: Sol. Stat. Phys. **10** , 10, 1589 (1977)
- [Ridley 2013] RIDLEY, B.K.: Quantum Processes in Semiconductors. Oxford University Press, 2013. – ISBN 978-0-19-967722-1
- [Rincon et al. 1995] RINCON, C. ; WASIM, S.M. ; OCHOA, J.L. *Shallow donors, metallic conductivity, and metal-insulator transition in n-type CuInSe₂:* phys. stat. sol. a **148** , 1, 251-258 (1995). – DOI 10.1002/pssa.2211480121. – ISSN 1521-396X
- [Robbins 1979] ROBBINS, D.J. *The Effects of Crystal Field and Temperature on the Photoluminescence Excitation Efficiency of Ce³⁺ in YAG:* J. Elec. Soc. **126** , 9, S. 1550-1555 (1979). – DOI 10.1149/1.2129328

- [Römer et al. 2010] RÖMER, M. ; BERNIEN, H. ; MÜLLER, G. ; SCHUH, D. ; HÜBNER, J. ; OESTREICH, M. *Electron-spin relaxation in bulk GaAs for doping densities close to the metal-to-insulator transition*: Phys. Rev. B **81** , 075216 (2010). – DOI 10.1103/PhysRevB.81.075216
- [Romero et al. 1990] ROMERO, D. ; LIU, S. ; DREW, H.D. ; PLOOG, K. *Observation of a metallic impurity band in n-type GaAs*: Phys. Rev. B **42** , 3179-3182 (1990). – DOI 10.1103/PhysRevB.42.3179
- [Rosenbaum et al. 1983] ROSENBAUM, T.F. ; MILLIGAN, R.F. ; PAALANEN, M.A. ; THOMAS, G.A. ; BHATT, R.N. ; LIN, W. *Metal-insulator transition in a doped semiconductor*: Phys. Rev. B **27** , 7509-7523 (1983). – DOI 10.1103/PhysRevB.27.7509
- [Rossi et al. 1970] ROSSI, J.A. ; WOLFE, C.M. ; DIMMOCK, J.O. *Acceptor Luminescence in High-Purity n-Type GaAs*: Phys. Rev. Lett. **25** , 1614-1617 (1970). – DOI 10.1103/PhysRevLett.25.1614
- [Rössler 1984] RÖSSLER, U. *Nonparabolicity and warping in the conduction band of GaAs*: Sol. Stat. Comm. **49** , 10, 943-947 (1984). – DOI 10.1016/0038-1098(84)90299-0. – ISSN 0038-1098
- [Rubinger et al. 2006] RUBINGER, R.M. ; RIBEIRO, G.M. ; OLIVEIRA, A.G. de ; ALBUQUERQUE, H.A. ; SILVA, R.L. da ; RUBINGER, C.P.L. ; RODRIGUES, W.N. ; MOREIRA, M.V.B. *Temperature-dependent activation energy and variable range hopping in semi-insulating GaAs*: Semi. Sci. Tech. **21** , 12, 1681 (2006)
- [Rutherford 1911] RUTHERFORD, E. *The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom*: Phil. Mag. **21** , 125, 669-688 (1911). – DOI 10.1080/14786440508637080
- [Sandhu et al. 2001] SANDHU, J.S. ; HEBERLE, A.P. ; BAUMBERG, J.J. ; CLEAVER, J.R.A. *Gateable Suppression of Spin Relaxation in Semiconductors*: Phys. Rev. Lett. **86** , 2150-2153 (2001). – DOI 10.1103/PhysRevLett.86.2150

- [Schmidtke et al. 2014] SCHMIDTKE, D. ; KHODJA, A. ; GEMMER, J. *Transport in tight-binding bond percolation models:* Phys. Rev. E **90** , 032127 (2014). – DOI 10.1103/PhysRevE.90.032127
- [Schubert et al. 2005] SCHUBERT, G. ; WEISSE, A. ; FEHSKE, H. *Localization effects in quantum percolation:* Phys. Rev. B **71** , 045126 (2005). – DOI 10.1103/PhysRevB.71.045126
- [Sclar 1956] SCLAR, N. *Neutral Impurity Scattering in Semiconductors:* Phys. Rev. **104** , 1559-1561 (1956). – DOI 10.1103/PhysRev.104.1559
- [Seck et al. 1997] SECK, M. ; POTEMSKI, M. ; WYDER, P. *High-field spin resonance of weakly bound electrons in GaAs:* Phys. Rev. B **56** , 7422-7427 (1997). – DOI 10.1103/PhysRevB.56.7422
- [Sen 2009] SEN, A.K. *Non-linear Response, Semi-Classical Percolation and Breakdown in the RRTN Model:* . In: CHAKRABARTI, B.K. (Hrsg.) ; BARDHAN, K.K. (Hrsg.) ; SEN, A.K. (Hrsg.): Quantum and Semi-classical Percolation and Breakdown in Disordered Solids. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2009. – DOI 10.1007/978-3-540-85428-9_2. – ISBN 978-3-540-85428-9, 1-62
- [Serre und Ghazali 1983] SERRE, J. ; GHAZALI, A. *From band tailing to impurity-band formation and discussion of localization in doped semiconductors: A multiple-scattering approach:* Phys. Rev. B **28** , 4704-4715 (1983). – DOI 10.1103/PhysRevB.28.4704
- [Shah 1978] SHAH, J. *Hot electrons and phonons under high intensity photoexcitation of semiconductors:* Sol. Stat. Elec. **21** , 1, 43-50 (1978). – DOI 10.1016/0038-1101(78)90113-2. – ISSN 0038-1101
- [Shegelski und Zimmerman 1989] SHEGELSKI, M.R.A. ; ZIMMERMAN, D.S. *Numerical simulations of hopping conductivity using nonflat densities of states:* Phys. Rev. B **39** , 13411-13419 (1989). – DOI 10.1103/PhysRevB.39.13411

- [Shklovskii 2006] SHKLOVSKII, B.I. *Dyakonov-Perel spin relaxation near the metal-insulator transition and in hopping transport:* Phys. Rev. B **73** , 193201 (2006). – DOI 10.1103/PhysRevB.73.193201
- [Shklovskii und Efros 1984] SHKLOVSKII, Boris I. ; EFROS, Alex L.: *Electronic Properties of Doped Semiconductors.* Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1984 DOI 10.1007/978-3-662-02403-4_2
- [Sinitsyn und Pershin 2016] SINITSYN, N.A. ; PERSHIN, Y.V. *The theory of spin noise spectroscopy: a review:* Rep. Prog. Phys. **79** , 10, 106501 (2016)
- [Sites und Nedoluha 1981] SITES, J.R. ; NEDOLUHA, A.K. *GaAs impurity band transport in large magnetic fields:* Phys. Rev. B **24** , 4309-4316 (1981). – DOI 10.1103/PhysRevB.24.4309
- [Siyushev et al. 2014] SIYUSHEV, P. ; XIA, K. ; REUTER, R. ; JAMALI, M. ; ZHAO, N. ; YANG, N. ; DUAN, C. ; KUKHARCHYK, N. ; WIECK, A.D. ; KOLESOV, R. ; WRACHTRUP, J. *Coherent properties of single rare-earth spin qubits:* Nat. Comm. **5** , S. 3895 (2014). – DOI 10.1038/ncomms4895
- [Skal et al. 1973] SKAL, A.S. ; SHKLOVSKII, B.I. ; EFROS, A.L. *Percolation level in a three-dimensional random potential:* JEPT Lett. **19** , S. 377 (1973)
- [Song und Kim 2002] SONG, P.H. ; KIM, K.W. *Spin relaxation of conduction electrons in bulk III-V semiconductors:* Phys. Rev. B **66** , 035207 (2002). – DOI 10.1103/PhysRevB.66.035207
- [Song und Dery 2012] SONG, Y. ; DERY, H. *Analysis of phonon-induced spin relaxation processes in silicon:* Phys. Rev. B **86** , 085201 (2012). – DOI 10.1103/PhysRevB.86.085201
- [Soukoulis et al. 1992] SOUKOULIS, C.M. ; LI, Q. ; GREST, G.S. *Quantum percolation in three-dimensional systems:* Phys. Rev. B **45** , 7724-7729 (1992). – DOI 10.1103/PhysRevB.45.7724

- [Sprinzl et al. 2010] SPRINZL, D. ; HORODYSKÁ, P. ; TESAŘOVÁ, N. ; ROZKOTOVÁ, E. ; BELAS, E. ; GRILL, R. ; MALÝ, P. ; NĚMEC, P. *Influence of n-type doping on electron spin dephasing in CdTe*: Phys. Rev. B **82** , 153201 (2010). – DOI 10.1103/PhysRevB.82.153201
- [Sritrakool et al. 1982] SRITRAKOOL, W. ; GLYDE, H.R. ; SAYAKANIT, V. *The Fermi energy and screening length in n-type GaAs*: Can. J. Phys. **60** , 3, 373-378 (1982). – DOI 10.1139/p82-052
- [Starosielec und Hägele 2008] STAROSIELEC, S. ; HÄGELE, D. *Ultrafast spin noise spectroscopy*: Appl. Phys. Lett. **93** , 5, 051116 (2008). – DOI 10.1063/1.2969041
- [Stauffer 2009] STAUFFER, D. *Classical Percolation*: . In: CHAKRABARTI, B.K. (Hrsg.) ; BARDHAN, K.K. (Hrsg.) ; SEN, A.K. (Hrsg.): Quantum and Semi-classical Percolation and Breakdown in Disordered Solids. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2009. – DOI 10.1007/978-3-540-85428-9_1. – ISBN 978-3-540-85428-9, 1-19
- [Stillman et al. 1970] STILLMAN, G.E. ; WOLFE, C.M. ; DIMMOCK, J.O. *Hall coefficient factor for polar mode scattering in n-type GaAs*: J. Phys. Chem. Sol. **31** , 6, 1199-1204 (1970). – DOI 10.1016/0022-3697(70)90122-8. – ISSN 0022-3697
- [Strzalkowski et al. 1976] STRZALKOWSKI, I. ; JOSHI, S. ; CROWELL, C.R. *Dielectric constant and its temperature dependence for GaAs, CdTe, and ZnSe*: Appl. Phys. Lett. **28** , 6, 350-352 (1976). – DOI 10.1063/1.88755
- [Sze und Irvin 1968] SZE, S.M. ; IRVIN, J.C. *Resistivity, mobility and impurity levels in GaAs, Ge, and Si at 300°K*: Sol. Stat. Elec. **11** , 6, 599-602 (1968). – DOI 10.1016/0038-1101(68)90012-9. – ISSN 0038-1101
- [Tamborenea et al. 2003] TAMBORENEA, P.I. ; KURODA, M.A. ; BOTTESI, F.L. *Spin relaxation in n-doped GaAs due to impurity and*

- electron-electron Elliot-Yafet scattering*: Phys. Rev. B **68** , 245205 (2003). – DOI 10.1103/PhysRevB.68.245205
- [Tamborenea et al. 2007] TAMBORENEA, P.I. ; WEINMANN, D. ; JALABERT, R.A. *Relaxation mechanism for electron spin in the impurity band of n-doped semiconductors*: Phys. Rev. B **76** , 085209 (2007). – DOI 10.1103/PhysRevB.76.085209
- [Ulbrich 1973] ULBRICH, R. *Energy relaxation of photoexcited hot electrons in GaAs*: Phys. Rev. B **8** , 12, 2315-2318 (1973)
- [Varshni 1967a] VARSHNI, Y.P. *Band-to-Band Radiative Recombination in Groups IV, VI, and III-V Semiconductors (I)*: phys. stat. sol. b **19** , 2, 459–514 (1967). – DOI 10.1002/pssb.19670190202. – ISSN 1521–3951
- [Varshni 1967b] VARSHNI, Y.P. *Band-to-Band Radiative Recombination in Groups IV, VI, and III-V Semiconductors (II)*: phys. stat. sol. b **20** , 1, 9–36 (1967). – DOI 10.1002/pssb.19670200102. – ISSN 1521–3951
- [Vaughan 2012] VAUGHAN, M.P. *Hot Electron Transport*: . In: BALKAN, N. (Hrsg.) ; XAVIER, M. (Hrsg.): *Semiconductor Modeling Techniques*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2012. – DOI 10.1007/978-3-642-27512-8_4. – ISBN 978-3-642-27512-8, 71-113
- [Vladimirova et al. 2017] VLADIMIROVA, M. ; CRONENBERGER, S. ; SCALBERT, D. ; KOTUR, M. ; DZHIOEV, R.I. ; RYZHOV, I.I. ; KOZLOV, G.G. ; ZAPASSKII, V.S. ; LEMAÎTRE, A. ; KAVOKIN, K.V. *Nuclear spin relaxation in n-GaAs: From insulating to metallic regime*: Phys. Rev. B **95** , 125312 (2017). – DOI 10.1103/PhysRevB.95.125312
- [Žutić et al. 2004] ŽUTIĆ, I. ; FABIAN, J. ; DAS SARMA, S. *Spintronics: Fundamentals and applications*: Rev. Mod. Phys. **76** , 323-410 (2004). – DOI 10.1103/RevModPhys.76.323

- [Waldrop 2016] WALDROP, M.M. *The chips are down for Moore's law:* Nature **530** , 144-147 (2016). – DOI 10.1038/530144a
- [Van de Walle und Martin 1989] WALLE, C.G. Van d. ; MARTIN, R.M. *“Absolute” deformation potentials: Formulation and ab initio calculations for semiconductors:* Phys. Rev. Lett. **62** , 2028-2031 (1989). – DOI 10.1103/PhysRevLett.62.2028
- [Walser et al. 2012] WALSER, M.P. ; SIEGENTHALER, U. ; LECHNER, V. ; SCHUH, D. ; GANICHEV, S.D. ; WEGSCHEIDER, W. ; SALIS, G. *Dependence of the Dresselhaus spin-orbit interaction on the quantum well width:* Phys. Rev. B **86** , 195309 (2012). – DOI 10.1103/PhysRevB.86.195309
- [Walsh et al. 1982] WALSH, D. ; POIRIER, A. ; CHRISTOFOROU, N. ; AUCLAIR, J. *Metallic impurity donor band in compensated n-type GaAs:* J. Phys. C: Sol. Stat. Phys. **15** , 34, 7043 (1982). – DOI 10.1088/0022-3719/15/34/016
- [Wangsness und Bloch 1953] WANGSNESS, R.K. ; BLOCH, F. *The Dynamical Theory of Nuclear Induction:* Phys. Rev. **89** , 728-739 (1953). – DOI 10.1103/PhysRev.89.728
- [Weber 1973] WEBER, M.J. *Nonradiative decay from 5d states of rare earths in crystals:* Sol. Stat. Comm. **12** , 7, 741-744 (1973). – DOI 10.1016/0038-1098(73)90326-8. – ISSN 0038-1098
- [Weisbuch und Benisty 2005] WEISBUCH, C. ; BENISTY, H. *Microcavities in Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Ecole Polytechnique (France) and elsewhere: past, present and future:* phys. stat. sol. b **242** , 11, 2345-2356 (2005). – DOI 10.1002/pssb.200560972. – ISSN 1521-3951
- [Wellens und Jalabert 2016] WELLENS, T. ; JALABERT, R.A. *Charge and spin diffusion on the metallic side of the metal-insulator transition: A self-consistent approach:* Phys. Rev. B **94** , 144209 (2016). – DOI 10.1103/PhysRevB.94.144209

- [Winkler 2003] WINKLER, R. *Inversion-Asymmetry-Induced Spin Splitting*. In: Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2003. – DOI 10.1007/978-3-540-36616-4_6. – ISBN 978-3-540-36616-4, 69-130
- [Wolf et al. 2001] WOLF, S.A. ; AWSCHALOM, D.D. ; BUHRMAN, R.A. ; DAUGHTON, J.M. ; MOLNÁR, S. von ; ROUKES, M.L. ; CHTCHELKANNOVA, A.Y. ; TREGER, D.M. *Spintronics: A Spin-Based Electronics Vision for the Future*: Science **294** , 5546, S. 1488–1495 (2001). – DOI 10.1126/science.1065389. – ISSN 0036-8075
- [Wolfe et al. 1970] WOLFE, C.M. ; STILLMAN, G.E. ; LINDLEY, W.T. *Electron Mobility in High-Purity GaAs*: J. Appl. Phys. **41** , 7, 3088-3091 (1970). – DOI 10.1063/1.1659368
- [Wu und Ning 2000] WU, M.W. ; NING, C.Z. *Dyakonov-Perel Effect on Spin Dephasing in n-Type GaAs*: phys. stat. sol. b **222** , 2, 523-534 (2000). – DOI 10.1002/1521-3951(200011)222:2<523::AID-PSSB523>3.0.CO;2-0. – ISSN 1521-3951
- [Yafet 1963] YAFET, Y. *g Factors and Spin-Lattice Relaxation of Conduction Electrons*: Sol. Stat. Phys. **14** , 1 - 98 (1963). – DOI 10.1016/S0081-1947(08)60259-3. – ISSN 0081-1947
- [Yu 1977] YU, P.W. *Excitation-dependent emission in Mg-, Be-, Cd-, and Zn-implanted GaAs*: J. Appl. Phys. **48** , 12, 5043-5051 (1977). – DOI 10.1063/1.323631
- [Yu und Cardona 1996] YU, P.Y. ; CARDONA, M.: Fundamentals of semiconductors. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1996. – ISBN 3-540-58307-6
- [Yu 2011] YU, Z.G. *Spin-Orbit Coupling, Spin Relaxation, and Spin Diffusion in Organic Solids*: Phys. Rev. Lett. **106** , 106602 (2011). – DOI 10.1103/PhysRevLett.106.106602

- [Yu et al. 2005] YU, Z.G. ; KRISHNAMURTHY, S. ; SCHILFGAARDE, M. van ; NEWMAN, N. *Spin relaxation of electrons and holes in zinc-blende semiconductors:* Phys. Rev. B **71** , 245312 (2005). – DOI 10.1103/PhysRevB.71.245312
- [Zapasskii 2013] ZAPASSKII, V.S. *Spin-noise spectroscopy: from proof of principle to applications:* Adv. Opt. Photon. **5** , 2, 131-168 (2013). – DOI 10.1364/AOP.5.000131
- [Zhou und Bernardi 2016] ZHOU, J.J. ; BERNARDI, M. *Ab initio electron mobility and polar phonon scattering in GaAs:* Phys. Rev. B **94** , 201201 (2016). – DOI 10.1103/PhysRevB.94.201201

Wissenschaftliche Beiträge

Veröffentlichungen in Fachzeitschriften

- **J.G. Lonnemann**, E.P. Rugeramigabo, M. Oestreich und J. Hübner, „*Closing the gap between spatial and spin dynamics of electrons at the metal-to-insulator transition*“, Phys. Rev. B **96**, 045201 (2017). Editors' Suggestion.
- H. Kuhn, **J.G. Lonnemann**, F. Berski, J. Hübner und M. Oestreich, „*Intrinsic g-Factor Fluctuations in Highly n-Doped GaAs at High Temperatures Detected by Ultrafast Spin Noise Spectroscopy*“, phys. stat. sol. (b) **254**, 5, 1600574 (2017).
- J. Hübner, R. Dahbashi, F. Berski, J. Wiegand, H. Kuhn, **J.G. Lonnemann** und M. Oestreich, „*Spin noise spectroscopy in semiconductors: from a billion down to single spins*“, Proc. SPIE, Spintronics VII 9167, 91672R (2014).
- F. Berski, H. Kuhn, **J.G. Lonnemann**, M. Oestreich und J. Hübner, „*Ultrahigh Bandwidth Spin Noise Spectroscopy: Detection of Large g-Factor Fluctuations in Highly-n-Doped GaAs*“, Phys. Rev. Lett. **111**, 186602 (2013).
- J. Hübner, **J.G. Lonnemann**, P. Zell, H. Kuhn, F. Berski und M. Oestreich, „*Rapid scanning of spin noise with two free running ultrafast oscillators*“, Optics Express **21**, 5872 (2013).

Konferenzbeiträge

- **J.G. Lonnemann**, E.P. Rugeramigabo, J. Hübner und M. Oestreich, „*Unifying the intrinsic electron dynamics and spin decoherence in GaAs*“, Poster auf dem NanoDay des LNQE (2016)
- **J.G. Lonnemann**, E.P. Rugeramigabo, J. Hübner und M. Oestreich, „*Impurity dominated spin dynamics in GaAs in the vicinity of the metal-to-insulator transition*“, Vortrag auf der DPG-Frühjahrstagung (2016)
- **J.G. Lonnemann**, E.P. Rugeramigabo, J. Hübner und M. Oestreich, „*Impurity band spin dynamics in GaAs directly above the metal-to-insulator transition*“, Vortrag auf der DPG-Frühjahrstagung (2015)
- **J.G. Lonnemann**, K. Niewerth, E.P. Rugeramigabo, J. Hübner und M. Oestreich, „*Spin dynamics on the metallic side of the metal to insulator transition in GaAs*“, Vortrag auf der DPG-Frühjahrstagung (2014)
- **J.G. Lonnemann**, A. Balocchi, X. Marie, A. Bakin, A. Waag, K. Niewerth, R. Dahbashi, J. Wiegand, H.W. Schumacher, K. Pierz, C. Mayer, D. Schaadt, A. Varkentin, H. Kuhn, D. English, T. Langer, A. Hangleiter, J. Hübner und M. Oestreich, „*Spin and charge dynamics traced by optical probe techniques*“, Poster auf dem Workshop der NTH school for contacts in nanosystems (2013)
- **J.G. Lonnemann**, H. Kuhn, F. Berski, P. Zell, G. Müller, J. Hübner und M. Oestreich, „*Spin noise spectroscopy at ultra low temperatures*“, Poster auf der DPG-Frühjahrstagung (2013)
- **J.G. Lonnemann**, H. Kuhn, F. Berski, P. Zell, G. Müller, J. Hübner und M. Oestreich, „*Rapid Scanning of spin noise utilizing two ultrafast oscillators*“, Poster auf dem Minisymposium Quantum Coherence in Nanostructures (2012)

- **J.G. Lonnemann**, H. Kuhn, F. Berski, P. Zell, G. Müller, J. Hübner und M. Oestreich, „*Rapid Scanning of spin noise utilizing two ultrafast oscillators*“, Poster auf dem NanoDay des LNQE (2012)
- **J.G. Lonnemann**, H. Kuhn, F. Berski, R. Dahbashi, A. Grieger, H. Horn, D. English, J. Hübner und M. Oestreich, „*Spinrauschspektroskopie*“, Vortrag auf der Summerschool der NTH school for contacts in nanosystems (2012)
- **J.G. Lonnemann**, H. Kuhn, F. Berski, P. Zell, G. Müller, J. Hübner und M. Oestreich, „*Detection of high frequency spin dynamics via ultrafast spin noise spectroscopy*“, Poster auf der DPG-Frühjahrstagung (2012)

Akademischer Werdegang

- 12/2011 - 10/2017** Leibniz Universität Hannover
(Hannover, Deutschland)
Promotionsstudium in der Physik
Fachbereich: Institut für Festkörperphysik -
Abteilung Nanostrukturen
Angestrebter Abschluss: Dr. rer. nat.
- 10/2005 - 11/2011** Leibniz Universität Hannover
(Hannover, Deutschland)
Abschluss: Diplom-Physik
Note: sehr gut
Thema der Diplomarbeit:
Ultraschnelle Spin-Rausch-Spektroskopie
Vertiefungsfach: Festkörperphysik
Wahlfach: Didaktik der Physik
- 07/2003 - 12/2004** Birkenhead College
(Auckland, Neuseeland)
Abschluss: NCEA Level 3 und University Ent-
rance Certificate
Auszeichnungen: Certificate of Excellence for
Achievement in Physics und Certificate of Ex-
cellence for Achievement in Maths with Cal-
culus
- 08/1997 - 07/2003** Kolleg St. Thomas der Dominikaner
(Vechta, Deutschland)
Abschluss: Erweiterter Realschulabschluss

Danksagungen

Gerne Danke ich an dieser Stelle allen, die mich während der letzten Jahre unterstützt haben.

Danken möchte ich Prof. Dr. Michael Oestreich, dass er mir die Möglichkeit gegeben hat, in seiner Arbeitsgruppe zu forschen. Für die Betreuung während dieser Zeit, die zahlreichen Ratschläge und Denkanstöße bin ich sehr dankbar. Danken möchte ich auch für das Aufzeigen neuer Perspektiven und Blickwinkel, die einen anhalten, seine Eigenen zu hinterfragen und zu prüfen.

Bei Prof. Dr. Rolf J. Haug möchte ich mich für die Übernahme des Koreferats bedanken und bei Prof. Dr. Holger Frahm für die Übernahme des Promotionsvorsitzes.

Ein großer Dank geht an PD Dr. Jens Hübner für seine Begeisterung, seine fachlichen Ratschläge und seine Diskussionsbereitschaft. Insbesondere danke ich ihm aber für seine technische Unterstützung im Labor, durch die sich so manches Problem in Luft aufgelöst hat.

Eddy Patrick Rugeramigabo möchte ich ganz herzlich danken für die hervorragenden Proben, für die Einführung in die technische Umsetzung von Magnetotransportmessungen und für seine immerwährende Bereitschaft, die Ergebnisse zu diskutieren.

Johannes Bayer danke ich für die guten Ratschläge bei der Kontaktierung und Prozessierung von Proben.

Ich danke Hendrik Kuhn und Fabian Berski für die erfolgreiche Zusammenarbeit bei der ultraschnellen Spinrauschspektroskopie.

Ronny Hüther danke ich dafür, dass er bei technischen Problemen immer ein offenes Ohr und einen guten Rat zur Hand hat.

Danken möchte ich auch Jens, Magnus, Julia, Pavel, Michi, Inken und Anna für das Korrekturlesen der Arbeit.

Monika Kotzian danke ich für die schöne gemeinsame Zeit in unserem kleinen Büro und auch allen anderen aktuellen und ehemaligen Mitgliedern der Femtos und der Nanos danke ich für ihren Unterstützung im Labor und die gute Atmosphäre auch abseits davon.

Zu guter Letzt möchte ich meiner Familie danken. Insbesondere meinen Eltern Beate und Karl-Heinz auf deren Unterstützung man

sich immer verlassen kann, meinen Kindern, die einem jeden Tag helfen, ohne dass sie wissen, dass sie dies tun und meiner geliebten Ehefrau Anna, deren Unterstützung und bedingungsloser Beistand insbesondere in schwierigen Phasen gar nicht hoch genug eingeschätzt werden kann.

Vielen Dank!