

Experimentelle und modellbasierte Untersuchung des dynamischen Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte

Dissertation

von
Dipl.-Ing. Jonas Böttcher

2016

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jörg Wallaschek
2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Hans Jürgen Maier
3. Referent: Prof. Dr.-Ing. Roland Lachmayer

Tag der Promotion: 08. August 2016

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover. Die meisten der vorgestellten Ergebnisse entstammen meinem Beitrag zum Forschungsvorhaben „Kombination von Formgedächtnislegierungen und Piezoelementen zum Zwecke der Schwingungsdämpfung (NE 1813/1-1, WA 564/33-1)“, welches durch die deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert wurde.

Besonders bedanken möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Wallaschek für die Möglichkeit zur Promotion und die Wertschätzung meiner Tätigkeit am Institut. Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans Jürgen Maier danke ich für die Anfertigung des Koreferates und Prof. Dr.-Ing. Roland Lachmayer für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Außerdem möchte ich mich bei allen Kolleginnen und Kollegen des Instituts für Dynamik und Schwingungen für die gute Zusammenarbeit bedanken. Die vielen fachlichen Gespräche haben mir stets einen guten Einblick in andere Forschungsgebiete gegeben und mir bei meiner eigenen Forschungsarbeit geholfen. Insbesondere möchte ich mich bei Herrn Dr.-Ing. Marcus Neubauer bedanken, der als Leiter der Arbeitsgruppe *Adaptro-nische Systeme* meine Arbeit in den ersten Jahren am Institut begleitet hat. Für die vielen Fachgespräche und wichtigen Hinweise bei der Anfertigung meiner Dissertation möchte ich Herrn Dr.-Ing. Sebastian Tatzko danken, der mich als Leiter der Arbeitsgruppe *Nicht-lineare Struktur-dynamik* immer unterstützt hat. Bei Herrn M.Sc. Martin Jahn möchte ich mich für die gute Zusammenarbeit und die vielen unterhaltsamen Stunden im Labor bedanken. Herrn Dr.-Ing. Daniel Schurzig danke ich für die schöne gemeinsame Zeit im Büro mit durchweg positiver Stimmung.

Besonders bedanken möchte ich mich bei meinen Eltern Olaf und Brigitte, auf die ich mich immer verlassen kann und die mir mein Studium und damit die Anfertigung dieser Arbeit erst ermöglicht haben. Meinem Bruder Fabian möchte ich dafür danken, dass er immer für mich da ist, wenn ich seine Hilfe brauche. Meiner lieben Isa danke ich dafür, dass sie mir immer zur Seite steht und mich durch ihre positive Lebenseinstellung und ihre Zuneigung bei dieser Arbeit besonders unterstützt hat.

Jonas Böttcher

Hannover, im August 2016

Inhaltsverzeichnis

Formelverzeichnis	VIII
Kurzfassung	XI
Abstract	XII
1 Einleitung	1
2 Stand der Technik	3
2.1 Grundlagen pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen	3
2.1.1 Martensitische Phasenumwandlung	3
2.1.2 Formgedächtniseffekt	4
2.1.3 Pseudoelastizität	5
2.2 Eigenschaften pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen	6
2.2.1 Thermomechanik	7
2.2.2 Schwingungsfähige Systeme	14
2.2.3 Dämpfungsanteile	16
2.3 Modellierung von Formgedächtnislegierungen	16
2.3.1 Thermomechanisches Verhalten	17
2.3.2 Schwingungsverhalten	20
2.4 Einsatz pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsminderung	26
2.4.1 Schwingungsdämpfung	26
2.4.2 Schwingungsisolation	30
2.5 Grundlagen zur Beschreibung mechanischer Dämpfung	30
3 Gegenstand der Arbeit	34
3.1 Bewertung des Stands der Technik	34
3.2 Ziele der Arbeit	36
3.3 Vorgehen	36
4 Experimentelle Untersuchung des dynamischen Materialverhaltens	38
4.1 Versuchsstand und experimentelles Vorgehen	38
4.1.1 Anforderungen an den Versuchsstand	38
4.1.2 Aufbau des Versuchsstandes	39
4.1.3 Regelung der Weganregung	40

4.1.4	Regelung der Umgebungstemperatur	40
4.1.5	Messverfahren für thermische Größen	40
4.1.6	Messverfahren für mechanische Größen	42
4.1.7	Maximale Betriebsbereiche des Versuchstands	42
4.2	Materialauswahl	43
4.3	Auswahl geeigneter Parameter zur Beschreibung der experimentellen Ergebnisse	44
4.4	Messergebnisse	45
4.4.1	Variation der Dehnungsamplitude	46
4.4.2	Variation der statischen Dehnung	47
4.4.3	Variation der Erregungsfrequenz	47
4.4.4	Variation der Umgebungstemperatur	50
4.4.5	Variation der Zyklenzahl	52
5	Modellierung des dynamischen Materialverhaltens	53
5.1	Modellierungsansatz	53
5.2	Abhängigkeit des dynamischen Verhaltens von der Dehnungsamplitude .	53
5.2.1	Spannungs-Dehnungs-Verhalten	54
5.2.2	Rheologisches Modell	57
5.2.3	Näherung des Spannungsverhaltens für harmonische Dehnungen	58
5.2.4	Einfluss der Dehnungsamplitude auf die Dämpfungseigenschaften	61
5.3	Einfluss der statischen Dehnung auf das dynamische Verhalten	63
5.3.1	Spannungs-Dehnungs-Verhalten	64
5.3.2	Harmonische Näherung des Spannungsverhaltens	67
5.3.3	Einfluss der statischen Dehnung auf die Dämpfungseigenschaften	68
5.4	Abhängigkeit des dynamischen Verhaltens von der Erregungsfrequenz . . .	70
5.4.1	Näherung der Frequenzabhängigkeit	70
5.4.2	Einfluss der Erregungsfrequenz auf die Dämpfungseigenschaften	72
5.5	Einfluss der Umgebungstemperatur auf das dynamische Verhalten	75
5.5.1	Näherung des Materialverhaltens in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur	75
5.5.2	Einfluss der Umgebungstemperatur auf die Dämpfungseigenschaften	79
5.6	Materialdämpfung	80
5.7	Experimentelle Vorgehensweise zur Bestimmung der Modellparameter . . .	80
6	Modellierung fremderregter Einmassenschwinger	82
6.1	Krafterregung	85
6.1.1	Wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen	86

6.1.2	Frequenz- und wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen	89
6.1.3	Umgebungstemperatur- und wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen	91
6.2	Fußpunkterregung	92
6.2.1	Wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen	93
6.2.2	Frequenz- und wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen	95
6.2.3	Umgebungstemperatur- und wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen	96
7	Einsatz zur Schwingungsminderung am Fahrrad	97
7.1	Stand der Technik	97
7.1.1	Der Komfortbegriff	98
7.1.2	Sattelstützen zur Schwingungsminderung am Fahrrad	99
7.2	Anforderungs- und Zielgrößenanalyse	100
7.3	Auswahl und Modifikation einer geeigneten Sattelstütze	101
7.4	Messung der Schwingungsanregung an der Sattelstütze	102
7.4.1	Messmethodik	103
7.4.2	Fahrbahnanregung	104
7.4.3	Bordsteinfahrt	105
7.5	Modellierung	105
7.5.1	Kinematik der Parallelogramm-Sattelstütze	107
7.5.2	Vorspannung der Parallelogramm-Sattelstütze mit Formgedächtnisstruktur	108
7.5.3	Systemverhalten der Parallelogramm-Sattelstütze mit Formgedächtnisstruktur	110
7.5.4	Systemantwort bei Fahrbahnanregung	111
7.5.5	Schwingungsantwort nach einer Bordsteinfahrt	113
7.6	Experimentelle Untersuchung der modifizierten Sattelstütze	116
7.6.1	Auswahl geeigneter Systemparameter	116
7.6.2	Fahrbahnanregung	117
7.6.3	Bordsteinfahrt	118
8	Diskussion der erzielten Ergebnisse	120
9	Zusammenfassung und Ausblick	124
	Anhang	127
A	Materialeigenschaften der verwendeten pseudoelastischen NiTi-Legierung	127
B	Zahlenwerte verwendeter Näherungen	128
C	Kinematische Zusammenhänge der Parallelogramm-Sattelstütze	128

D Methode der langsam veränderlichen Amplitude	130
Literaturverzeichnis	132
Lebenslauf	144

Formelverzeichnis

Selten benutzte Formelzeichen und Begriffe werden ausschließlich im Text erläutert.

Lateinische Notation

a	Änderung der Parallelogrammbreite
a_0, a_1	FOURIER-Koeffizienten
A	Querschnittsfläche der Formgedächtnisstruktur
b_0	Parallelogrammseitenlänge
b_1	FOURIER-Koeffizient
c	Federsteifigkeit
d	Dämpferkonstante
D	Dämpfungsgrad
D_0	Dämpfungsgrad in Resonanz
e	EULER'sche Zahl
E^*	komplexer Elastizitätsmodul
E'	Speichermodul
E''	Verlustmodul
E_{AM}	Elastizitätsmodul im austenitischen und martensitischen Zustand
E_T	Elastizitätsmodul im Umwandlungsbereich
f	Frequenz
F	Kraft
F_0	Vorspannkraft
F_c	Federkraft
F_d	Dämpferkraft
h	Parallelogrammhöhe
h_0	Parallelogrammseitenlänge
i	Zählindex
j	imaginäre Einheit
k	Zählindex
ℓ	Länge der Formgedächtnisstruktur
ℓ_0	Ausgangslänge der Formgedächtnisstruktur
m	Masse
n	Zählindex
q	Polynomkoeffizient

S	Flächenschwerpunkt der Hysterese
t	Zeit
T	Periodendauer
u	Fußpunktauslenkung
w	Frequenzbewertungsfunktion nach VDI 2057
w_D	dissipierte Energiedichte
w_P	potentielle Energiedichte
w_Z	zugeführte Energiedichte
W_D	dissipierte Energie
W_P	potentielle Energie
W_Z	zugeführte Energie
x	Auslenkung
x_0	Anfangsauslenkung
x_R	Relativverschiebung
y	Näherungslösung
z	Drahtauslenkung

Griechische Notation

α	Temperaturkoeffizient für Spannungen
β	Temperaturkoeffizient für Elastizitätsmoduln
γ	Temperaturkoeffizient für Dehnungen
δ	Abweichung
ε	Dehnung
ε_0	statische Dehnung
ε_{M_f}	Dehnung bei abgeschlossener martensitischer Umwandlung
ϑ	Temperatur
ϑ_U	Umgebungstemperatur
κ	Anzahl der Formgedächtnisdrähte
λ	kinematische Zwangsbedingung
μ	Reibwert
ξ	Parallelogramminnenwinkel
ξ_0	Parallelogramminnenwinkel bei statischer Belastung
σ	Spannung
σ_0	Vorspannung
σ_A	Austenitspannung
σ_M	Martensitspannung
φ	Phasenverschiebung
ψ	Verlustfaktor
ω_0	Eigenkreisfrequenz
ω_d	gedämpfte Eigenkreisfrequenz
Ω	Erregerkreisfrequenz

Indizes

$()_A$	Amplitudennäherung
$()_{\text{eff}}$	Effektivwert
$()_{\text{ers}}$	Ersatzgröße, Näherung
$()_{\text{lin}}$	linear
$()_m$	Ersatzgröße der Materialdämpfung
$()_{\text{max}}$	maximaler Wert
$()_{\text{min}}$	minimaler Wert
$()_{\text{num}}$	Lösung durch Zeitschrittintegration
$()_{\text{off}}$	Abweichung, Offset
$()_{\text{opt}}$	optimaler Wert
$()_{\text{rh}}$	Ersatzgröße des rheologischen Modells
$()_w$	frequenzbewertete Größe nach VDI 2057

Vektoren und Matrizen

h	Vektor der Temperaturkoeffizienten
p	Vektor der Materialparameter

Weitere Formelzeichen

$\underline{()}$	komplexe Größe
$\hat{()}$	Amplitude
$\dot{()}, \ddot{()}$	erste und zweite Ableitung nach der Zeit
$\bar{()}$	Mittelwert
$\langle \rangle$	Koordinatensystem des vorgespannten Zustands
$\tilde{()}^*$	Koordinatensystem bei abweichender statischer Dehnung
$ \langle \rangle $	Betrag
$\langle \rangle^T$	transponierte Matrix
$\Delta(\)$	Änderung
$\Re \{ \}$	Realteil

Kurzfassung

Die pseudoelastischen Eigenschaften von Formgedächtnislegierungen sind durch eine spannungsinduzierte Phasenumwandlung bei einer Verformung des Materials begründet, welche durch eine Spannungs-Dehnungs-Hysterese gekennzeichnet ist. In diesem Zusammenhang wird ein Teil der zugeführten mechanischen Energie in Wärme umgewandelt und dabei dem System entzogen. Diese dissipativen Eigenschaften ermöglichen den Einsatz des Materials zur Minderung unerwünschter mechanischer Schwingungen. Für eine anwendungsorientierte Auslegung pseudoelastischer Formgedächtnisstrukturen zur Schwingungsminderung ist eine fundierte Modellierung des dynamischen Materialverhaltens notwendig. In diesem Zusammenhang ist die Wahl geeigneter Modellparameter, welche durch experimentelle Untersuchungen bestimmt werden können, von großer Bedeutung.

Gegenstand dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Modells für pseudoelastische Formgedächtnislegierungen unter zyklischen Lasten. Dieses ermöglicht die Beschreibung des Materialverhaltens in Abhängigkeit der mechanischen Erregung sowie der Umgebungstemperatur durch geeignete Ersatzgrößen. Für eine experimentelle Identifikation der Modellparameter erfolgt die Konzipierung und Inbetriebnahme eines Prüfstands zur Charakterisierung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen. Das Materialmodell wird zur Beschreibung fremderregter Systeme mit pseudoelastischen Formgedächtnisstrukturen genutzt und so der Einfluss von Erregung und Umgebungstemperatur untersucht. Eine anwendungsorientierte Auslegung eines Systems zur Schwingungsminderung am Fahrrad durch pseudoelastische Formgedächtnislegierungen schließt die Arbeit ab und gibt weiteren Aufschluss über das Potenzial des untersuchten Materials.

Schlagwörter: Pseudoelastische Formgedächtnislegierungen, Schwingungsminderung, Modellierung, dynamisches Materialverhalten

Abstract

Experimental and Model Based Investigation of the Dynamic Behavior of Pseudoelastic Shape Memory Alloys

The pseudoelastic behavior of shape memory alloys is based on a stress-induced phase transformation resulting in large strains during loading and unloading of the material. During this process mechanical energy is converted into heat due to a hysteretic stress-strain behavior of the material, which allows for the use of shape memory alloys in vibration reduction.

An application-oriented design of shape memory devices for vibration damping requires the modeling of the dynamic material behavior. In this regard it is of great importance to select model parameters, which can be reliably determined in experimental investigations.

Subject of this work is the development of a model for pseudoelastic shape memory alloys under cyclic loads. The model uses an equivalent linearization approach to describe the material behavior with respect to mechanical excitation and ambient temperature. For the identification of suitable parameters for the modeling approach a test rig for the characterization of pseudoelastic shape memory alloys is designed. The developed model is used to describe oscillators with pseudoelastic shape memory devices and analyze their dynamic behavior. Finally, a system with pseudoelastic shape memory alloys for the reduction of vibrations in bicycles is presented and gives further insight into the potential of the investigated material.

Keywords: Pseudoelastic shape memory alloys, vibration control, modeling, dynamic material behavior

1 Einleitung

Formgedächtnislegierungen besitzen in Abhängigkeit ihrer Materialzusammensetzung sowie der thermischen und mechanischen Randbedingungen zwei unterschiedliche Eigenschaften. Der Formgedächtniseffekt beschreibt die Fähigkeit des Materials nach einer plastischen Verformung durch Wärmezufuhr in seine ursprüngliche Form zurückzukehren. Die Pseudoelastizität beschreibt die Fähigkeit des Materials bei großen Dehnungen keine bleibenden plastischen Verformungen aufzuweisen ohne dass eine Wärmezufuhr notwendig ist. Die hiermit verbundene Phasentransformation geht mit einer Energiedissipation einher.

Diese einzigartigen thermomechanischen Eigenschaften basieren auf einer martensitischen Phasenumwandlung des Materials, welche in den 1890er Jahren erstmals von ADOLF MARTENS als irreversible Transformation in Stahl beobachtet wurde. Der Formgedächtniseffekt d.h. eine reversible martensitische Phasenumwandlung wurde nach OTSUKA & WAYMAN [86] erstmals im Jahr 1932 vom schwedischen Physiker ARNE ÖLANDER bei Untersuchungen von AuCd beobachtet. Intensivere Untersuchungen dieses Phänomens folgten erst im Jahr 1949 von KURDJUMOV & KHANDROS [57] in Experimenten mit CuZn und CuAl. Die Entdeckung der wohl bedeutendsten Formgedächtnislegierung, dem NiTi, geht auf BUEHLER ET AL. [19] im Jahr 1961 zurück. Diese entdeckten die besonderen Materialeigenschaften zufällig während der Entwicklung von Materialien für Hitzeschutzanwendungen und gaben ihm, zu Ehren seines Entdeckungsortes, dem Naval Ordnance Laboratory (NOL), den häufig verwendeten Namen NiTiNOL.

Aufgrund des hohen Potenzials von Formgedächtnislegierungen für industrielle Anwendungen sind diese Gegenstand intensiver Forschung. Bereits existierende Anwendungen, welche den Formgedächtniseffekt nutzen, finden sich im Bereich von Aktoren, Sensoren, Verbindungselementen und Ventilen. Die hohe Dehnbarkeit pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen wird insbesondere im Bereich der Medizintechnik genutzt. Hier existieren beispielsweise Orthodontische Bögen in Zahnspangen, Bohrer für Wurzelkanalbehandlungen oder Klammern zur Fixierung von Knochenbrüchen. Diese nutzen in der Regel NiTi, da diese Legierung eine sehr gute Biokompatibilität aufweist. Des Weiteren wird u. a. in Brillengestellen und Büstenhaltern die hohe Dehnbarkeit pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen ausgenutzt.

Die Energiedissipation bei einer mechanischen Belastung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen ermöglicht den Einsatz des Materials zur Reduktion unerwünschter

Schwingungen. Anwendungsbezogene Untersuchungen existieren insbesondere für den Einsatz in Bauwerken bei Erdbeben, Wind oder Seegang. Des Weiteren wurde ein entsprechender Einsatz in Turbinenschaufeln [8] oder militärischer Schutzausrüstung [87] untersucht. Nach VAN HUMBEECK [123, 124, 127] wurde zudem das Dämpfungspotenzial von Formgedächtnislegierungen in Tennisschlägern, Skiern, Golfschlägern und Sägeblättern untersucht.

Um pseudoelastische Formgedächtnislegierungen optimal an ein Schwingungsproblem anzupassen und ihr Potenzial für neue Anwendungen bewerten zu können ist eine Modellierung des dynamischen Materialverhaltens von besonderer Bedeutung. Auf diese Weise kann eine Formgedächtnisstruktur an eine Schwingungsanregung angepasst werden um deren Auswirkung zu reduzieren. In diesem Zusammenhang ist ein möglichst einfaches Modell sowie eine definierte Vorgehensweise zur Ermittlung benötigter Modellparameter aus experimentellen Untersuchungen von Interesse.

Gegenstand dieser Arbeit ist die Entwicklung eines entsprechenden Modells zur Beschreibung des dynamischen Materialverhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen, welches auf experimentell ermittelten Materialparametern basiert und alle wesentlichen Eigenschaften des Materials abbildet.

In Kapitel 2 wird zunächst der Stand der Technik bei pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen im Hinblick auf experimentelle Untersuchungen zum thermomechanischen Verhalten sowie existierenden Ansätzen zur Material- und Schwingungsmodellierung dargelegt. Außerdem werden Einsatzgebiete pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsminderung aufgezeigt und die Grundlagen zur Beschreibung mechanischer Dämpfung zusammengefasst. Eine Konkretisierung der Problemstellungen, welche aus den Defiziten des Stands der Technik resultieren sowie eine Definition der daraus resultierenden Aufgaben erfolgt in Kapitel 3. In Kapitel 4 werden der entwickelte Versuchsstand sowie die durchgeführten Messungen zum Materialverhalten in Abhängigkeit von der Erregung und der Umgebungstemperatur beschrieben. Die experimentell ermittelten Eigenschaften dienen als Grundlage des in Kapitel 5 beschriebenen Materialmodells, welches die Ersatzgrößen für die Schwingungsmodellierung in Kapitel 6 liefert. In Kapitel 7 wird das gewonnene Systemverständnis genutzt um pseudoelastische Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsminderung im Fahrrad einzusetzen. Anschließend erfolgt die Diskussion der erzielten Ergebnisse sowie eine kurze Zusammenfassung und ein Ausblick zu offenen Fragestellungen, die Basis weiterführender Forschungen seien könnten.

2 Stand der Technik

2.1 Grundlagen pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen

2.1.1 Martensitische Phasenumwandlung

Die Fähigkeit zur reversiblen Phasenumwandlung mit großen Dehnungen macht Formgedächtnislegierungen zu einem einzigartigen Material. Sie besitzen zwei stabile Phasen, welche unterschiedliche Kristallstrukturen und daher unterschiedliche Eigenschaften aufweisen.

Die als Austenit bezeichnete Hochtemperaturphase besitzt eine andere Kristallstruktur als die mit Martensit bezeichnete Niedertemperaturphase. Die Transformation zwischen diesen Phasen begründet sich auf einer durch Scherung bedingten Verzerrung des Kristallgitters. Sie wird als martensitische Transformation bezeichnet [33].

Im Verlauf dieser Transformation wird vor dem eigentlichen Martensit oft eine Zwischenphase erzeugt, welche als R-Phase bezeichnet wird und unter anderem von MIYAZAKI [75] untersucht wurde. Die bei der martensitischen Transformation entstehenden Kristalle können verschiedene Ausrichtungen haben und werden als Varianten bezeichnet. Entsprechend der Ausrichtung der Kristalle kann Martensit in zwei Formen vorliegen. Verzwillingter Martensit liegt vor, wenn verschiedene Varianten das Kristallgitter bilden. Im entzwilligten Martensit gibt es hingegen nur eine Variante. Es existieren vier charakteristische Temperaturen im Zusammenhang mit der martensitischen Phasenumwandlung. Die Umwandlung von Austenit zu Martensit beginnt bei der Martensitstarttemperatur¹ (M_s) und die Umwandlung ist vollständig abgeschlossen sobald die Martensitendtemperatur² (M_f) erreicht ist. In gleicher Weise beginnt die Umwandlung von Martensit zu Austenit bei Austenitstarttemperatur³ (A_s) und endet bei der Austenitendtemperatur⁴ (A_f). Der beschriebene Zusammenhang zwischen den Umwandlungstemperaturen ist in **Abbildung 2.1** dargestellt.

Die beschriebenen Transformationseigenschaften begründen das pseudoplastische und

¹engl.: martensite start temperature

²engl.: martensite finish temperature

³engl.: austenite start temperature

⁴engl.: austenite finish temperature

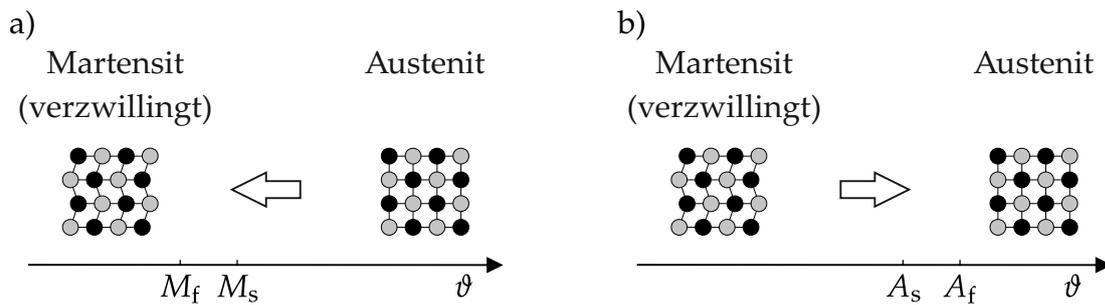


Abbildung 2.1: Temperaturinduzierte Phasenumwandlung zwischen Austenit und Martensit: a) Austenit zu Martensit; b) Martensit zu Austenit

pseudoelastische Verhalten von Formgedächtnislegierungen. Die Pseudoplastizität beschreibt die Fähigkeit der Legierung sich nach einer scheinbar plastischen Verformung durch Erwärmung an die ursprüngliche Form zu „erinnern“ und wird daher auch als Formgedächtniseffekt bezeichnet. Die Pseudoelastizität beschreibt eine durch mechanische Spannungen hervorgerufene Phasentransformation, welche in einer Hysterese im Spannungs-Dehnungs-Verhalten resultiert. Die charakteristischen Eigenschaften von Formgedächtnislegierungen werden im Folgenden genauer beschrieben.

2.1.2 Formgedächtniseffekt

Das pseudoplastische Verhalten (der Formgedächtniseffekt) ist in **Abbildung 2.2** in Abhängigkeit von Spannung, Dehnung und Temperatur dargestellt.

Wird eine unbelastete im austenitischen Zustand befindliche Formgedächtnislegierung (Punkt 1) unter die Temperatur M_f abgekühlt, so findet eine Phasentransformation zum verzwillingten Martensit statt (Punkt 2). Hierbei können nach LAGOUDAS [59] in NiTi-Legierungen bis zu 24 verschiedene Varianten vorliegen. Die Anordnung der Varianten ist hierbei derart, dass keine makroskopische Formänderung des Materials stattfindet. Die beschriebene Phase ist metastabil und duktil, d.h. das Material neigt in dieser Phase unter Last zu plastischer Verformung. Diese hat eine Verschiebung der hochbeweglichen Zwillingsgrenzen zur Folge und resultiert in entzwillingtem Martensit. Das Entzwillingen beginnt bei Spannungen von σ_s und ist bei Spannungen über σ_f vollständig abgeschlossen. Eine weitere Erhöhung der Spannung resultiert in einer elastischen Verformung (Punkt 3). Bei einem Wegfall der äußeren Last wird das Material elastisch entspannt (Punkt 4). Die durch das Verschieben der Zwillingsgrenzen erzeugte makroskopische Verformung bleibt jedoch erhalten. Eine Erwärmung des Materials über A_s (Punkt 5) bewirkt eine Phasentransformation zur ursprünglichen Kristallorientierung im austenitischen Zustand, welche beim Erreichen von A_f abgeschlossen ist (Punkt 1). Auf Grund der makroskopischen Ähnlichkeit zwischen verzwillingtem Martensit und Austenit wird so die ursprüngliche Form des Materials wiederhergestellt.

Die beschriebenen thermischen Vorgänge d.h. die Erwärmung (Punkt 4-1) und Abkühlung (Punkt 1-2), beziehen sich auf mechanisch lastfreie Zustände. Liegt während der

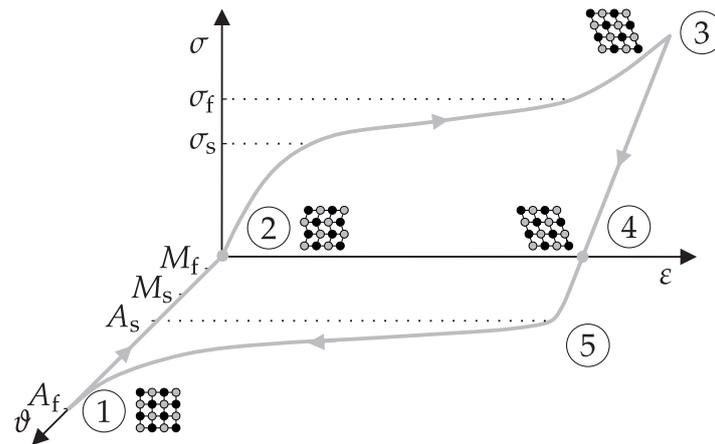


Abbildung 2.2: Pseudoplastisches Verformungsverhalten von Formgedächtnislegierungen in Abhängigkeit von Spannung, Dehnung und Temperatur

thermischen Phasenumwandlung eine Spannung im Material vor oder wird die Verformung verhindert, so hat dies maßgeblichen Einfluss auf das Materialverhalten. Wird beispielsweise die thermisch induzierte Rückverformung (Punkt 5-1) durch äußere Einflüsse behindert, so werden nach STÖCKEL & HORNBÖGEN [114] im Material sehr hohe Spannungen erzeugt und man spricht vom unterdrückten Formgedächtniseffekt. Da pseudoplastische Formgedächtnislegierungen im Ausgangszustand im martensitischen Zustand vorliegen, werden diese auch als martensitische Formgedächtnislegierungen bezeichnet.

2.1.3 Pseudoelastizität

Die in Abschnitt 2.1.1 eingeführten Umwandlungstemperaturen zwischen der austenitischen und der martensitischen Phase sind maßgeblich von der mechanischen Belastung des Materials abhängig. Bei zunehmender Spannung durch eine äußere Belastung können sich die Martensitumwandlungstemperaturen M_s und M_f so verschieben, dass sie die im Material vorherrschende Temperatur übersteigen, wodurch es zu einer spannungsinduzierten Martensitbildung kommt. Eine anschließende Reduktion der äußeren Belastung bewirkt, dass die Austenitumwandlungstemperaturen A_s und A_f wieder unter die Materialtemperatur sinken und erneut Austenit gebildet wird. Die zuvor durch die martensitische Transformation erzeugte Dehnung wird auf diese Weise vollständig zurückgenommen und das Material kehrt in seinen Ausgangszustand zurück. Das entsprechende Spannungs-Dehnungs-Verhalten, welches durch eine Hysterese charakterisiert ist zeigt **Abbildung 2.3a**. Ein weit verbreiteter Ansatz zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Hysteresen ist die Verwendung der Umwandlungsspannungen σ_{M_s} , σ_{M_f} , σ_{A_s} und σ_{A_f} , welche den Beginn und das Ende der martensitischen und der austenitischen Transformation beschreiben. Für eine vollständige Beschreibung des Materialverhaltens werden zudem der Elastizitätsmodul E_A im rein austenitischen

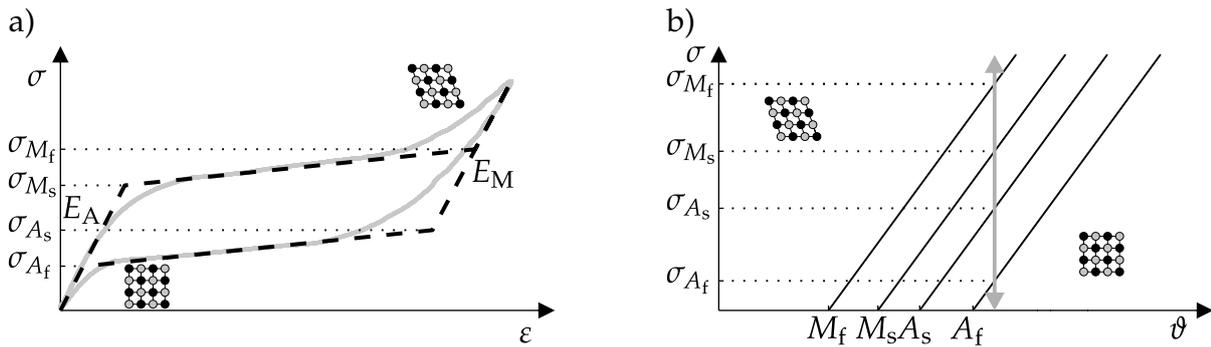


Abbildung 2.3: Pseudoelastische Formgedächtnislegierungen: a) Spannungs-Dehnungs-Diagramm; b) Spannungs-Temperatur-Phasendiagramm mit isothermem Lastpfad

Zustand und der Elastizitätsmodul E_M im rein martensitischen Zustand⁵ benötigt. Die Abhängigkeit der Umwandlungsspannungen von den Umwandlungstemperaturen kann wie in **Abbildung 2.3b** dargestellt, näherungsweise durch Geraden beschrieben werden. Der eingezeichnete Lastpfad beschreibt das Verhalten der in **Abbildung 2.3a** dargestellten Hysterese bei einer Umgebungstemperatur ϑ_U . Hierbei wird vorausgesetzt, dass das Material sehr langsam verformt wird und somit ein isothermer Zustand vorliegt. Material- und Umgebungstemperatur sind also stets identisch. Das beschriebene Verhalten wird als pseudoelastischer (auch superelastischer) Formgedächtniseffekt bezeichnet. Der Begriff der Pseudoelastizität wurde gewählt, da infolge der Hysterese im Spannungs-Dehnungs-Verhalten ein Teil der eingebrachten Energie dissipiert wird und daher im Gegensatz zu elastischen Materialien nicht komplett zurückgewonnen wird.

2.2 Eigenschaften pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen

Die thermomechanischen Eigenschaften von Formgedächtnislegierungen hängen wie zuvor beschrieben maßgeblich von der Phase ab, in welcher das Material vorliegt. In diesem Zusammenhang wird in Abhängigkeit der Umgebungs- und Umwandlungstemperaturen zwischen martensitischen bzw. pseudoplastischen ($M_f > \vartheta_U$) und pseudoelastischen ($A_f < \vartheta_U$) Formgedächtnislegierungen unterschieden.

Im Hinblick auf Dämpfungsanwendungen eignen sich grundsätzlich beide Arten von Formgedächtnislegierungen, da in beiden Fällen eine Hysterese im Spannungs-Dehnungs-Raum aufgespannt wird. Nach VAN HUMBEECK [125] beruhen die Dämpfungseigenschaften martensitischer Formgedächtnislegierungen auf der Bewegung der

⁵Der Elastizitätsmodul im martensitischen Zustand beschreibt neben der Bindungsfestigkeit auch den Einfluss von Phasengrenzbewegungen

Grenzflächen zwischen den Martensitvarianten während des Entzwillings (**Abbildung 2.2**). Nachteilig wirkt sich in diesem Zusammenhang jedoch die, unter Belastung hervorgerufene, pseudoplastische Verformung (**Abbildung 2.2** Punkt 4) aus, welche nur durch eine Belastung in entgegengesetzter Richtung oder eine Temperaturerhöhung wieder aufgehoben werden kann. Das Material kann also ohne äußere Einflüsse nicht in seine ursprüngliche Form zurückkehren. Aus diesem Grund sollten insbesondere martensitische Formgedächtnisdrähte nicht für Dämpfungsanwendungen eingesetzt werden, da dünne Drähte nur Zug- aber keine Druckkräfte aufnehmen können. Nachfolgend werden die Materialeigenschaften pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen beschrieben.

2.2.1 Thermomechanik

Das thermomechanische Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen wurde in verschiedenen Arbeiten experimentell untersucht. Insbesondere der Einfluss von Dehnungsamplitude, Erregungsfrequenz bzw. Dehnrage, Temperatur und Zyklenzahl auf das mechanische Materialverhalten wurden hierbei erforscht. In einer Vielzahl von Arbeiten liegt der Fokus zudem auf der Abhängigkeit der Dämpfungseigenschaften von den genannten Größen. Nachfolgend wird der Einfluss dieser und weiterer Parameter auf das thermomechanische Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen sowie die Charakterisierung ihrer Dämpfungseigenschaften beschrieben.

Dehnungsamplitude

Die Dehnungsamplitude, welche eine pseudoelastische Formgedächtnislegierung erfährt, bestimmt die Hystereseffläche im Spannungs-Dehnungs-Diagramm. Diese repräsentiert die pro Belastungszyklus dissipierte mechanische Energie und beeinflusst daher die Dämpfungswirkung des Materials.

Experimentelle Untersuchungen zum amplitudenabhängigen mechanischen Verhalten

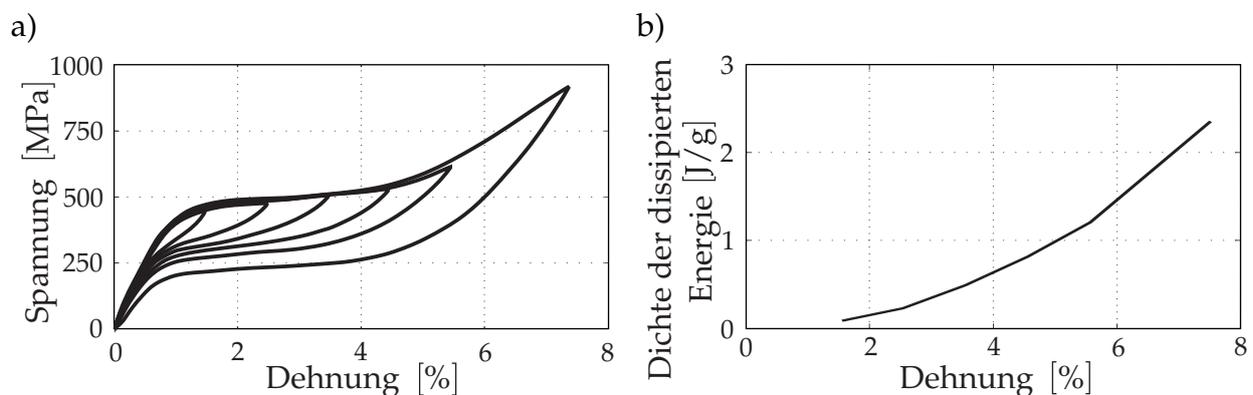


Abbildung 2.4: Verhalten eines NiTi-Drahtes in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude bei einer Dehnungsfrequenz von 0,01 Hz: a) Spannungs-Dehnungs-Verhalten; b) Dichte der dissipierten Energie (nach DOLCE & CARDONE [26])

finden sich beispielsweise in DOLCE & CARDONE [26] oder DESROCHES ET AL. [23]. Diese zeigen, dass zunehmende Dehnungsamplituden zu größeren Hysteresen führen (**Abbildung 2.4a**), wobei auch die durch die Hysterese fläche beschriebene dissipierte Energie pro Zyklus ansteigt (**Abbildung 2.4b**).

Statische Dehnung

Um das charakteristische Verhalten bei Zugbelastungen zu untersuchen, werden meist Formgedächtnisstrukturen in Drahtform eingesetzt.

Da diese keine Druckspannungen aufnehmen können, ist eine Vorspannung der Drähte notwendig. Der Einfluss der statischen Vorspannung auf das Schwingungsverhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen für harmonische Weganregungen wurde von WOLONS ET AL. [133] für Vorspannungen zwischen 1,9 % und 4,7 % an NiTi-Drähten untersucht. **Abbildung 2.5a** zeigt in diesem Zusammenhang die zur Hysterese fläche äquivalente dissipierte Energie in Abhängigkeit der aufgebrachten Vorspannung bei einer Frequenz von 0,2 Hz und einer Dehnungsamplitude von 1,14 %. Es wird deutlich, dass für geringe Vorspannungen die dissipierte Energie maximal wird und diese mit zunehmender Vorspannung abnimmt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Hysterese fläche mit zunehmender statischer Dehnung kleiner wird, da die rein martensitischen Materialzustände erreicht werden in denen sich das Material elastisch verhält.

Untersuchungen zur Frequenzabhängigkeit der optimalen Vorspannung wurden ebenfalls von WOLONS ET AL. [133] durchgeführt. **Abbildung 2.5b** zeigt die dissipierte Energie für Vorspannungen von 2,9 % und 3,9 % im Frequenzbereich zwischen 0,2 Hz und 6 Hz. Der Einfluss der Vorspannung auf die dissipierte Energie ist für geringe Frequenzen deutlich ausgeprägter und nimmt mit zunehmender Frequenz ab. Nach WOLONS ET AL. [133] zeigen die Ergebnisse, dass die Wahl der Vorspannung in Abhängigkeit der jeweiligen Anwendung erfolgen sollte. Mit zunehmender Frequenz verliert diese jedoch an Einfluss.

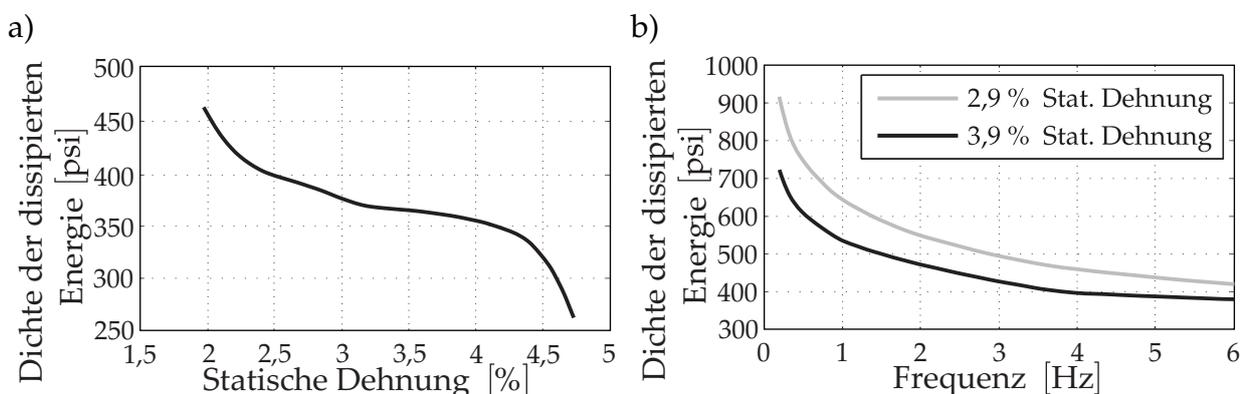


Abbildung 2.5: Dissipierte Energiedichte: a) In Abhängigkeit der statischen Dehnung bei einer Anregungsfrequenz von 0,2 Hz und einer Dehnungsamplitude von 1,14 %; b) In Abhängigkeit der Frequenz für verschiedene statische Dehnungen (nach WOLONS ET AL. [133])

Erregungsfrequenz

Neben der Dehnungsamplitude ist die Dehnrage mit welcher eine Probe aus pseudoelastischem Formgedächtnismaterial verformt wird eine wichtige Einflussgröße auf das thermomechanische Verhalten. Für harmonische Anregungen mit konstanter Dehnungsamplitude ist hierbei die Erregungsfrequenz maßgeblich. Bei nicht-schwingender Beanspruchung wird hingegen meist direkt die Dehnrage zur Charakterisierung der Anregung verwendet.

Der Einfluss von Dehnraten bis zu 6,7 %/s auf die Dämpfungswirkung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen wurde von VAN HUMBEECK & DELAY [126] durch Zugversuche an CuZnAl Proben untersucht. Die in **Abbildung 2.6** dargestellten Messungen der Proben temperatur während der Materialverformung für jeweils konstante Dehnraten zeigen, dass die Materialtemperatur während der Belastung und Entlastung der Probe stark von der Dehnrage abhängt. Dies kann durch den Austausch, der bei der martensitischen Phasentransformation erzeugten latenten Wärme mit der Umgebung begründet werden.

Die exotherme Phasentransformation bei der Belastung der Probe erzeugt Wärme, welche an die Umgebung abgeführt wird. Bei der endothermen Phasenumwandlung während der Entlastung der Probe nimmt diese Wärme von der Umgebung auf. Bei sehr niedrigen Dehnungsfrequenzen genügt die Zeit für einen vollständigen Wärmeaustausch und der Prozess ist annähernd isotherm. Es stellt sich ein Lastpfad entsprechend **Abbildung 2.3b** ein. Steigt die Frequenz, so ist erkennbar, dass die Proben temperatur bei der Hintransformation (Austenit zu Martensit) ansteigt und bei der Rücktransformation (Martensit zu Austenit) absinkt. Dies ist durch einen, für einen vollständigen Wärmeaustausch nicht ausreichenden, d. h. zu kleinen Wärmestrom, zwischen Probe und Umgebung zu begründen. Eine Hysterese im Phasendiagramm ist die Folge, da Hin- und Rücktransformation nicht auf dem selben Lastpfad stattfinden. Eine weitere Erhöhung der Frequenz führt dazu, dass die Temperatur bei der Hintransformation weiter ansteigt und ein Teil der erzeugten Wärme bis zur Rücktransformation in der

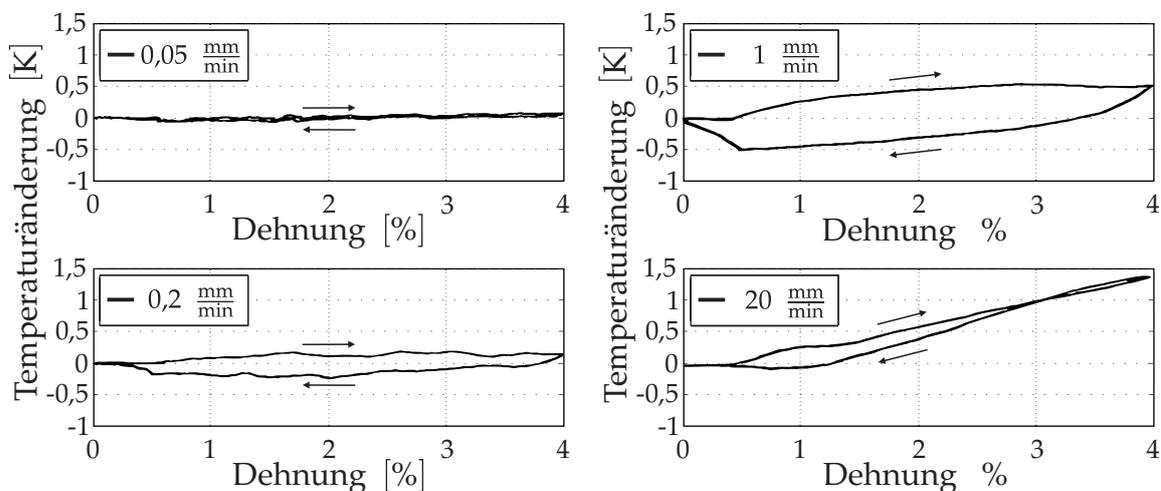


Abbildung 2.6: Temperaturänderung in Abhängigkeit der Dehnung für verschiedene Dehnraten (nach VAN HUMBEECK & DELAY [126])

Probe verbleibt und so eine vollständige Abkühlung verhindert wird.

Umfangreiche thermische Untersuchungen zum transienten Verhalten pseudoelastischer NiTi-Stäbe von YIN ET AL. [135] bestätigen die Ergebnisse von VAN HUMBEECK & DELAY [126]. Sie zeigen zudem, dass die mittleren Temperaturen sowie die Amplituden der thermischen Schwingung, die sich im stationären Zustand einstellt, mit der Erregungsfrequenz ansteigen. Die Amplitude strebt hierbei gegen einen Grenzwert, welcher durch das Verhältnis zwischen latenter Wärme und Wärmekapazität gegeben ist. Die frequenzabhängige Zunahme der mittleren Temperatur kann durch die pro Periode durch innere Reibung erzeugte Wärme, welche näherungsweise durch die Fläche der Hysterese beschrieben werden kann, begründet werden. Die auf diese Weise pro Zeit erzeugte Wärme steigt mit zunehmender Frequenz an. Da sie nicht schnell genug an die Umgebung abgeführt werden kann, steigt die Temperatur im Material.

Bei den grundlegenden Untersuchungen von VAN HUMBEECK & DELAY [126] wurden lediglich geringe Temperaturänderungen unterhalb von 2 K ermittelt, welche in der Praxis von geringer Relevanz sind. Die von YIN ET AL. [135] gemessenen Temperaturänderungen von über 40 K zeigen jedoch, dass in Abhängigkeit der Anregung und des Materials auch größere Temperaturänderungen auftreten können.

Die in WU ET AL. [134] beschriebenen Untersuchungen an NiTi-Drähten bei Dehnraten bis zu 1 %/s, sowie die Ergebnisse aus VITIELLO ET AL. [130] an NiTi-Drähten bei maximal 50 %/s bestätigen das beschriebene Temperaturverhalten. Auch bei Untersuchungen an NiTi-Blechen von TOBUSHI ET AL. [121] für Frequenzen bis zu 1 Hz konnte das beschriebene Verhalten beobachtet werden.

In der Arbeit von SHAW ET AL. [109] wurde neben der Dehnrate von maximal 4 %/s unter anderem der Einfluss eines flüssigen Umgebungsmediums untersucht. Da das flüssige Medium einen verbesserten konvektiven Wärmeaustausch zur Folge hat, konnte im genannten Frequenzbereich ein nahezu isothermes Verhalten des Formgedächtnismaterials festgestellt werden.

Weiterführende Untersuchungen von NiTi-Drähten bei harmonischer Anregung mit bis zu 10 Hz finden sich in PIEDBOEUF ET AL. [95]. Diese bestätigen ebenfalls die Erwärmung des Materials bei steigender Frequenz und zeigen zudem eine Verkleinerung der Hysteresefläche. Grund hierfür ist, dass die charakteristischen Geraden für die Umwandlungstemperaturen von Martensit und Austenit unterschiedliche Steigungen haben und sich daher die Umwandlungsspannung der austenitischen Phase an die der martensitischen Phase annähert. Eine Erhöhung der Frequenzen geht daher mit einer Verringerung der dissipierten Energie einher.

Umgebungstemperatur

Die Umwandlungsspannungen pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen werden, wie in **Abbildung 2.3b** illustriert, durch die Materialtemperatur bestimmt. Eine Änderung der Materialtemperatur hat daher ein verändertes Spannungs-Dehnungsverhalten zur Folge. In **Abbildung 2.7** sind Ergebnisse der Untersuchungen von PIECZYSKA ET AL. [94] dargestellt. Diese zeigen, dass eine Erhöhung der Umgebungstemperatur eine Verschiebung der Hysterese hin zu höheren Spannungen bewirkt. Eine

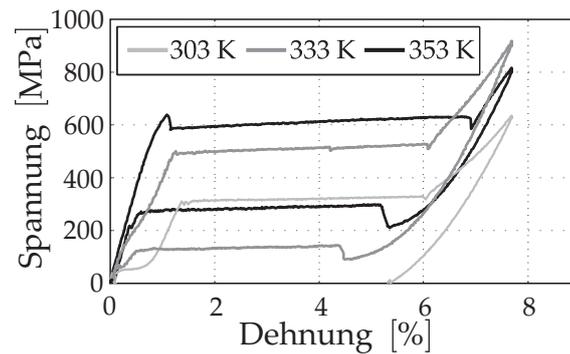


Abbildung 2.7: Spannungs-Dehnungs-Verhalten in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur bei einer Dehnungsrate von $0,0167 \text{ \%}/\text{s}$ (nach PIECZYSKA ET AL. [94])

Reduzierung der Temperatur resultiert in niedrigeren Umwandlungsspannungen und kann zu einem pseudoplastischen Materialverhalten führen, d.h. eine aufgebrauchte Verformung wird bei Entlastung nicht vollständig zurückgenommen. Die Ergebnisse aus DOLCE & CARDONE [26] für Umgebungstemperaturen zwischen $-10 \text{ }^\circ\text{C}$ und $40 \text{ }^\circ\text{C}$ zeigen zudem, dass die dissipierte Energie mit steigender Temperatur nahezu konstant bleibt.

Geometrie

Die Dämpfungswirkung wurde unter anderem von SOUL ET AL. [112] an NiTi-Drähten unterschiedlichen Durchmessers untersucht. Der in **Abbildung 2.8** dargestellte Verlauf der dissipierten Energie für einen Drahtdurchmesser von $2,46 \text{ mm}$ weist bei etwa $0,1 \text{ Hz}$ ein Maximum auf und fällt bei höheren Frequenzen unter den Anfangswert. Dies kann durch die, für einen vollständigen Wärmeaustausch notwendige, Periodendauer begründet werden, welche durch das bereits in **Abbildung 2.6** gezeigte Verhalten beschrieben wird. Für einen geringeren Durchmesser von $0,5 \text{ mm}$ verschiebt sich das Maximum hin zu höheren Frequenzen, da die im inneren des Drahtes gespeicherte Wärme durch Wärmeleitung schneller in die Randbereiche transportiert wird und so auch bei höheren Frequenzen ein vollständiger Wärmeaustausch stattfindet.

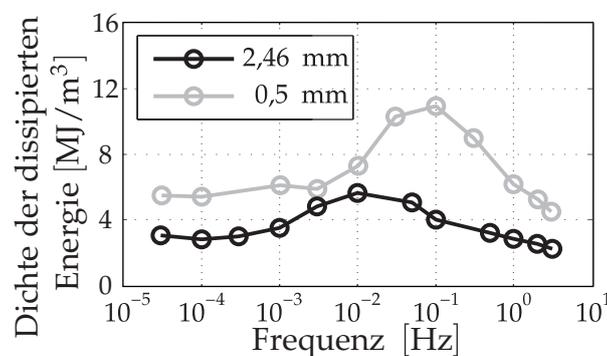


Abbildung 2.8: Frequenzabhängige dissipierte Energie für unterschiedliche Proben-durchmesser (nach SOUL ET AL. [112])

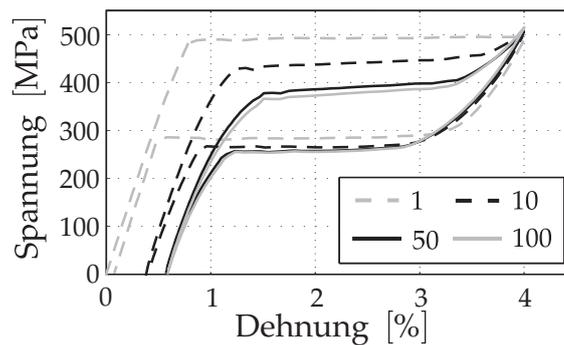


Abbildung 2.9: Spannungs-Dehnungs-Verhalten von NiTi in Abhängigkeit der Zyklenzahl (nach SCHMIDT [107])

Einlaufprozesse

Bei zyklischer Belastung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen wurde unter anderem in MIYAZAKI ET AL. [74] und SCHMIDT [107] ein von der Zyklenzahl abhängiges Verhalten festgestellt. Wie **Abbildung 2.9** zeigt, wird die Hystereseffläche mit zunehmender Zyklenzahl kleiner, da die Spannung des Plateaus der Hintransformation abnimmt. Die Spannungen bei der Rücktransformation bleiben jedoch nahezu unbeeinflusst. Es ist außerdem zu erkennen, dass sich die Änderung der Hysteresenform mit zunehmender Zyklenzahl verringert. Es kann daher näherungsweise davon ausgegangen werden, dass eine pseudoelastische Formgedächtnislegierung nach einer ausreichenden Zyklenzahl einen stabilisierten Zustand einnimmt, welcher für technische Anwendungen von großer Bedeutung ist.

Wärmeaustausch mit der Umgebung

In der Arbeit von HE ET AL. [40] wurde der Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit eines Kühlluftstroms auf die dissipierte Energie eines NiTi-Drahtes untersucht. Eine Verschiebung der maximalen dissipierten Energie hin zu höheren Frequenzen konnte auch hier festgestellt werden. Der Grund hierfür ist der, durch erzwungene Konvektion verbesserte, Wärmeaustausch mit der Umgebung. Der Maximalwert der dissipierten Energie wurde hierdurch nicht beeinflusst.

Temperaturverteilung

Untersuchungen zur Temperaturverteilung auf der Oberfläche von NiTi-Blechen bei Zugbelastung mit einer maximalen Frequenz von etwa 1 Hz wurden von ZHANG ET AL. [137] durchgeführt. Durch Thermografieuntersuchungen wurde hier die Ausbreitung der Martensitumwandlungsbereiche in Abhängigkeit der Dehnrates bestimmt. Zunehmende Dehnrates resultieren hierbei in der Bildung neuer Martensitdomänen. Dieser Zusammenhang wird durch die bei steigender Dehnrates lokal erzeugte Wärme, welche wiederum die Umwandlungsspannungen beeinflusst, begründet. In diesem Zusammenhang sind der Wärmeaustausch mit der Umgebung sowie die Wärmeleitung im Material ausschlaggebend. Die Untersuchungen von HE & SUN [42] beziehen sich auf die Arbeit von ZHANG ET AL. [137] und bestätigen das beschriebene Verhalten.

Belastungsform

Wie bereits in **Abbildung 2.3a** illustriert wurde, zeigen pseudoelastische Formgedächtnislegierungen bei Zugbelastungen eine Hysterese im Spannungs-Dehnungs-Raum. Ein ähnliches Verhalten kann bei Druckbelastungen beobachtet werden. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass bei einer vorgegebenen Belastung die Sicherheit gegen Knicken ausreichen muss. Ist diese erfüllt so werden sehr große Verformungskräfte benötigt um die für eine Hysterese nötigen, Dehnungen zu erreichen.

Die von ORGÉAS & FAVIER [83] gemessenen Spannungs-Dehnungs-Kurven (**Abbildung 2.10**) weisen unter Druckbelastung eine andere Hystereseform sowie abweichende Umwandlungsspannungen im Vergleich zur Zugbelastung auf. Die Martensitstartumwandlungsspannung σ_{M_s} weist beispielsweise einen um 150 MPa erhöhten Wert gegenüber der Zugbeanspruchung auf. Bei der Auslegung von Formgedächtniskomponenten für Druckbeanspruchungen sollte daher das asymmetrische Verhalten zwischen Zug- und Druckbelastung berücksichtigt werden. Ähnliche Ergebnisse hierzu finden sich in den Arbeiten von PATOOR ET AL. [91] und JACOBUS ET AL. [50].

Um den Einfluss weiterer Belastungsformen auf das Materialverhalten zu untersuchen, wurde neben den bisher beschriebenen Zug- und Druckversuchen auch das Verhalten bei Torsion und Scherung untersucht. In der Arbeit von DOLCE & CARDONE [25] wurden unter anderem Experimente zur Torsionsbelastung von pseudoelastischen NiTi Stangen für maximale Scherdehnungen zwischen 3 % und 11 % und Frequenzen zwischen 0,01 Hz und 1 Hz durchgeführt. Die erzielten Ergebnisse zur Amplitudenabhängigkeit der dissipierten Energie zeigen einen Anstieg mit zunehmender Amplitude und stimmen daher mit den bereits beschriebenen Ergebnissen bei Zug- und Druckbelastung überein. Die Dämpfung hingegen verhält sich gegensätzlich zu den Ergebnissen bei Zug- und Druckbelastung und fällt mit zunehmender Amplitude zunächst leicht ab und bleibt anschließend nahezu konstant. Da für die Torsionsbelastung jedoch nur Amplituden über 3 % untersucht werden, kann nicht der gesamte Amplitudenbereich verglichen werden. Ein Einfluss der Frequenz konnte im genannten Frequenzbereich nicht beobachtet werden. Zu berücksichtigen ist bei der genannten Arbeit, dass die Umgebungstemperatur während der Experimente unterhalb der Austenitendtemperatur A_f lag und somit keine vollständige pseudoelastische Rückverformung stattgefunden hat.

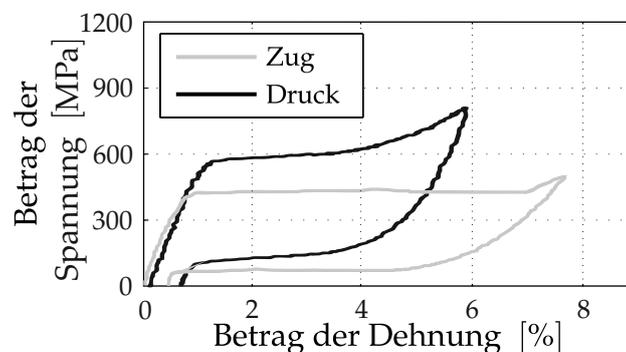


Abbildung 2.10: Zug- und Druckverhalten einer pseudoelastischen Formgedächtnislegierung (nach ORGÉAS & FAVIER [83])

MCNANEY ET AL. [71] haben das Materialverhalten dünnwandiger Rohre aus pseudoelastischem NiTi unter Zug- und Torsionsbelastungen untersucht. Hierbei wurden verschiedene Lastpfade durch Kombination aus Zugdehnungen von maximal 6 % und Scherdehnungen bis 2 % bei sehr geringen Dehnraten von maximal 0,04 %/s durchgeführt. Die erzielten Ergebnisse zeigen, dass die Umwandlungsspannungen abhängig von der Belastungsform und bei Torsionsbelastungen höher als bei Zugbelastungen sind. Ähnliche Untersuchungen wurden von WANG ET AL. [131] ebenfalls an dünnwandigen Rohrproben bei Zugdehnungen bis 6 % sowie durch Torsionswinkel von maximal 90° hervorgerufene Scherdehnungen von bis zu 3 % durchgeführt. Die Auswirkungen einer Kombination aus Torsions- und Zugbelastung wurde im Hinblick auf die Phasenverschiebung zwischen den angeregten Belastungsformen untersucht. Es konnte unter anderem ein Anstieg der maximalen Spannungen mit zunehmender Phasenverschiebung festgestellt werden.

Innere Hysteresen

Bei Belastungen von Formgedächtnislegierungen im vorgespannten Zustand mit geringen Dehnungsamplituden treten durch Materialdämpfung, welche auch in herkömmlichen Metallen auftritt, so genannte innere Hysteresen auf. Diese wurden beispielsweise von BÖTTCHER ET AL. [15] für Dehnungsamplituden von 0,05 % untersucht. Die ermittelten Steifigkeiten in diesem Amplitudenbereich nehmen dabei minimale Werte von 16 GPa an und sind damit geringer als die Steifigkeiten im rein austenitischen oder martensitischen Zustand.

2.2.2 Schwingungsfähige Systeme

Neben den in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen thermomechanischen Materialeigenschaften pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen, wurden die dynamischen und insbesondere die Dämpfungseigenschaften des Materials beim Einsatz in schwingungsfähigen Systemen untersucht.

In der Arbeit von FENG & LI [32] wurde ein, aus einer Masse und einem NiTi-Stab bestehendes, System durch einen elektromagnetischen Schwingungserreger fußpunkterregt. Das Verhältnis zwischen Durchmesser und Länge der verwendeten NiTi-Stäbe war hierbei ausreichend, um die auftretenden Druckkräfte ohne Ausknicken aufzunehmen. Die Anregung wurde in den durchgeführten Versuchen nicht geregelt, sondern nur durch die Vorgabe verschiedener Spannungsamplituden und Frequenzen der elektrischen Ansteuerung variiert. Bei diesem Vorgehen kann allerdings nicht von einer konstanten Wegerrregung durch den Shaker ausgegangen werden, da dessen Eigenschaften von der vorgegebenen Frequenz abhängen können. Die Experimente zeigen eine Verringerung der Vergrößerungsfunktion zwischen der mit Beschleunigungssensoren erfassten Eingangs- und Ausgangsbeschleunigung bei zunehmender Amplitude der elektrischen Eingangsspannung. Zudem konnte eine Verringerung der Resonanzfrequenz mit steigender elek-

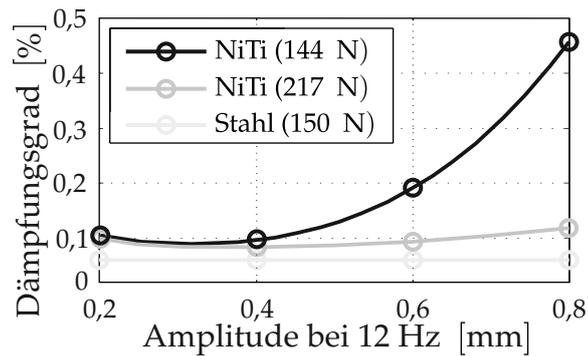


Abbildung 2.11: Dämpfungsgrad für verschiedene Anregungen
(nach LAMMERING & SCHMIDT [62])

trischer Anregungsspannung beobachtet werden.

Weitere experimentelle Untersuchungen an Einmassenschwingern mit Federfußpunkterregung wurden von MAYES ET AL. [70] und LAGOUDAS ET AL. [61] durchgeführt. Neben der Erregeramplitude wurde in diesen Arbeiten auch der Einfluss der schwingenden Masse und die Vorspannung der Formgedächtniselemente untersucht. Für eine Erhöhung der Erregeramplitude konnte, wie auch von FENG & LI [32] beobachtet, eine Reduktion von Resonanzfrequenz und Resonanzamplitude gemessen werden. Eine Erhöhung der schwingenden Masse führt, wie auch bei einem linearen Schwinger, zu einer Reduktion der Resonanzfrequenz. Im Gegensatz hierzu geht eine vergrößerte Vorspannung der Formgedächtniselemente mit einer erhöhten Steifigkeit und somit einem Anstieg der Resonanzfrequenz einher. Untersuchungen des Schwingungsverhaltens von Saiten aus NiTi mit einer Zusatzmasse in der Saitenmitte wurden von LAMMERING & SCHMIDT [62] durchgeführt und mit dem Verhalten von Saiten aus Stahl verglichen. Die Vorspannung der Niti-Saite wurde hierbei so gewählt, dass sich das Material ohne äußere Anregung entweder im Bereich der Umwandlung von Austenit zu Martensit (144 N) oder im rein martensitischen Zustand (217 N) befand.

Als Ausgangsgröße dient die Beschleunigung in der Saitenmitte, welche auf die Beschleunigung bei einer Frequenz von 12 Hz, d. h. weit unterhalb der Eigenfrequenz normiert wurde. **Abbildung 2.11** zeigt einen Anstieg des Dämpfungsgrads für eine Vorspannkraft von 144 N mit zunehmender Erregeramplitude. Für eine Vorspannkraft von 217 N, d. h. im rein martensitischen Zustand, konnte hingegen nur ein sehr geringer Anstieg der Dämpfungswirkung für große Anregungen beobachtet werden. Im Vergleich zu Stahl weisen die NiTi-Saiten für beide Vorspannungen eine erhöhte Dämpfungswirkung auf. Außerdem wurde ein Feder-Masse-System mit Spiralfedern aus NiTi-Rohren untersucht und mit Spiralfedern aus Stahl verglichen. Die auf diese Weise erzielten Ergebnisse beschreiben die gleichen Phänomene, wie die Untersuchung der Saitenschwingungen.

Torsionsschwingungen eines schwingungsfähigen Systems mit NiTi-Drähten wurden in der Arbeit von DOARÉ ET AL. [24] untersucht. Messungen für geringe Torsionswinkel zeigen, wie auch die Untersuchungen von LAMMERING & SCHMIDT [62] und FENG & LI [32], ein Absinken der Resonanzfrequenzen mit zunehmender Erregerampli-

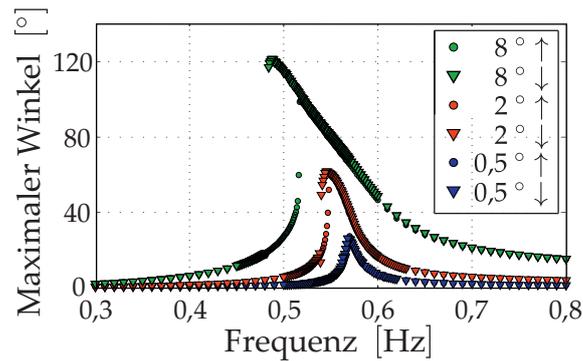


Abbildung 2.12: Frequenzgänge der Antwortamplitude für verschiedene Anregungen (nach DOARE ET AL. [24])

tude. Dieser Amplitudenbereich wird hier allerdings im Gegensatz zu den genannten Arbeiten als linearer Bereich bezeichnet. Für größere Erregeramplituden weisen die Frequenzgänge eine nach links überhängende Charakteristik mit Sprungphänomenen auf (**Abbildung 2.12**). Um einen möglichst großen Teil der stabilen Bereiche im Frequenzgang darstellen zu können, wurden diese sowohl mit zunehmenden als auch mit abnehmenden Erregungsfrequenzen durchlaufen.

2.2.3 Dämpfungsanteile

Die zuvor beschriebene Dämpfungswirkung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen setzt sich aus unterschiedlichen Anteilen zusammen. Die Gesamtheit dieser Dämpfung wird nach VAN HUMBEECK ET AL. [128, 124] durch einen Verlustfaktor ψ_{ges} beschrieben, welcher sich aus drei Anteilen zusammensetzt.

$$\psi_{\text{ges}} = \psi_{\text{tr}} + \psi_{\text{pt}} + \psi_{\text{int}} \quad (2.1)$$

Der transiente Anteil ψ_{tr} existiert hierbei nur, wenn vom Material unter Last Wärme aufgenommen bzw. abgegeben wird. Die Temperaturänderung hängt, wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, von Frequenz und Amplitude der wirkenden Belastung ab. Der Anteil ψ_{pt} wird durch die Phasentransformation hervorgerufen und ist unabhängig von der Transformationsgeschwindigkeit und somit auch unabhängig von der Temperaturänderung. Der Anteil der aus der Phasentransformation resultierenden Dämpfung ist klein gegenüber ψ_{tr} . Die Dämpfungswirkung der inneren Reibung von martensitischer und austenitischer Phase wird in ψ_{int} zusammengefasst.

2.3 Modellierung von Formgedächtnislegierungen

Seit der Entdeckung von Formgedächtnislegierungen gibt es Bestrebungen ihr besonderes Verhalten durch Modelle zu beschreiben. Eine Auswahl von Forschungsarbeiten

zur Beschreibung des thermomechanischen Materialverhaltens von Formgedächtnislegierungen durch verschiedene Modellierungsansätze wird im nachfolgenden Abschnitt aufgezeigt. Einige dieser Modellierungsansätze bilden die Grundlage zur Beschreibung des Verhaltens von Formgedächtnislegierungen bei dynamischer Belastung. Eine Auswahl entsprechender Veröffentlichungen wird in Abschnitt 2.3.2 dargelegt.

2.3.1 Thermomechanisches Verhalten

Statistische Mechanik

Die statistische Mechanik wird zur Beschreibung der fundamentalen Eigenschaften von Systemen vieler Teilchen genutzt. Sie dient unter anderem als Grundlage für die Beschreibung verschiedener Materialzustände in MÜLLER [79], welche durch Weg und Geschwindigkeit sowie Temperatur und Energie der Elementarzellen definiert sind. Eine Elementarzelle beschreibt hierbei die kleinste Einheit, welche durch Reproduktion in alle drei Raumrichtungen ein Kristallgitter beschreibt. In der Arbeit von ACHENBACH ET AL. [4] wurden Gitterelemente als Basiselemente für die Materialbeschreibung definiert, welche als Austenit oder in Form einer Martensitzwillingsvariante vorliegen können. Auf diese Weise kann das Deformationsverhalten für gegebene Lasten und Temperaturen bestimmt werden. Durch die von ACHENBACH & MÜLLER [3] beschriebene Erweiterung können zudem das pseudoelastische und pseudoplastische Verhalten unter dynamischen und thermischen Lasten beschrieben werden. Die in diesem Zusammenhang auftretende Hysteresebreite für den pseudoelastischen Fall wurde durch MÜLLER [80] aufgezeigt und von HUO & MÜLLER [47] durch verschiedene Annahmen zur Beschreibung quasistatischer Lasten vereinfacht. Durch MÜLLER & SEELECKE [81] wurde das Modell erweitert, um neben der Verformung auch die Phasenanteile sowie die Isothermen im Kraft-Weg-Verlauf beschreiben zu können.

Mit Ausnahme der Arbeit von HUO & MÜLLER [47] werden für alle genannten Modelle Parameter zur Beschreibung von Elementarzellen benötigt, welche nur schwer ermittelt werden können und deren genaue Werte von den Autoren meist nicht angegeben werden.

Mikromechanische Modelle

Modellierungsansätze auf der Mikroebene basieren auf den physikalischen und geometrischen Eigenschaften der Elementarzellen des zu beschreibenden Materials. Die Veröffentlichungen von SUN & HWANG [115] sowie SHAW [108] berücksichtigen in diesem Zusammenhang das durch spannungsinduzierte Transformation erzeugte instabile mechanische Verhalten auf der Mikroskala, welches makroskopisch mit Ausbreitung der Umwandlungsgebiete beschrieben werden kann. In diesem Zusammenhang wurde auch von FECHTE-HEINEN [31] eine energetische Modellierung vorgeschlagen. Das von PATOOR ET AL. [90] entwickelte mikromechanische Modell basiert auf einer kinematischen Beschreibung des Dehnungsverhaltens von Elementarzellen. Ein ähnlicher Ansatz, bei dem das Verhalten einzelner Kristallkörner in den Modellierungsansatz einfließt,

findet sich in SIREDEY ET AL. [110]. BROCCA ET AL. [18] und KADKHODAEI ET AL. [51] nutzen Mikroebenen zur Materialbeschreibung. Das Verhalten auf den jeweiligen Mikroebenen wird hierbei durch den von BRINSON [17] entwickelten Ansatz modelliert.

Die benötigten Parameter der mikromechanisch begründeten Modelle können nicht direkt ermittelt werden. In den Arbeiten von BROCCA ET AL. [18] und KADKHODAEI ET AL. [51] werden diese daher aus messbaren Parametern wie Umwandlungstemperaturen und Spannungs-Temperatur-Koeffizienten bestimmt. Die Modelle von PATOOR ET AL. [90] und SIREDEY ET AL. [110] erfordern kristallographische Untersuchungen zur Parameterbestimmung. Auch in der Arbeit von SHAW [108] wird eine Vielzahl experimentell zu ermittelnder Parameter benötigt. SUN & HWANG [115] beschreiben lediglich das generelle Verhalten des Materials und machen keine Angaben zur Ermittlung der Modellparameter.

Phänomenologische Plastizitätstheorie

Die Plastizitätstheorie beschreibt das Verformungs- und Fließverhalten von Materialien unter Berücksichtigung des Spannungs- und Verzerrungszustands. Sie wurde von BERTRAM [13] um zwei temperaturabhängige Fließgrenzen erweitert, um die Hin- und Rücktransformation von Formgedächtnislegierungen zu beschreiben. Ein ähnlicher, auf einem modifizierten Plastizitätsmodell basierender Ansatz, welcher unter anderem die kinematische Verfestigung des Materials sowie den metastabilen Zustand des Materials während der Transformation berücksichtigt, wurde von GRAESSER & COZZARELLI [36, 37] vorgestellt. Das von BOYD & LAGOUDAS [16] entwickelte Modell nutzt den Martensitanteil als innere Variable zur Beschreibung der Phasenumwandlung und basiert auf der Gibbs-Energie, welche auch als freie Enthalpie bezeichnet wird. Diese ist ein Maß für die Triebkraft eines Prozesses und beschreibt ob dieser freiwillig (exergonisch) oder unfreiwillig (endergonisch) abläuft. Der Martensitanteil bildet ebenfalls die Grundlage der Arbeit von AURICCHIO & SACCO [7] wobei nur das pseudoelastische Verhalten beschrieben wurde. Jedoch wurden hier unterschiedliche Eigenschaften der martensitischen und austenitischen Phase berücksichtigt. Von AURICCHIO ET AL. [6] wurde zudem das ungleiche Verhalten bei Zug- und Druckbelastungen berücksichtigt. Von HELM [44] und HELM & HAUPT [45] wurde ein Modell entwickelt, welches auf der Helmholtz-Energie basiert und die Transformationsdehnung, den Martensitanteil sowie die innere Spannung zur Zustandsbeschreibung nutzt. Die Helmholtz-Energie beschreibt die benötigte Energie um ein System zu generieren, welches im thermischen Gleichgewicht mit seiner Umgebung steht. Ein ähnlicher Ansatz wurde von REESE & CHRIST [98] in ein Finite-Elemente-Modell implementiert. Das von POPOV & LAGOUDAS [96] entwickelte dreidimensionale Modell nutzt den Dehnungsausgleich der Martensitvarianten bei der Zwillingsbildung im martensitischen Zustand zur Materialbeschreibung. Der Martensitanteil sowie die Ausrichtung der Martensitvarianten wird im Modell von ZAKI & MOUMNI [136] genutzt. Innere Hysteresen im Spannungs-Dehnungs-Verhalten können basierend auf dem von SAVI ET AL. [106] entwickelten Modell durch die in PAIVA ET AL. [88] und SAVI & PAIVA [104] aufgezeigten Erweiterungen beschrieben werden, welche drei Martensitvarianten und Austenit als ma-

kroskopische Phasen berücksichtigen. Außerdem wird zusätzlich die Abhängigkeit des Materialverhaltens von der Lastrichtung, d. h. Zug- oder Druckbelastung, berücksichtigt. In den Arbeiten von GRAESSER & COZZARELLI [36, 37], AURICCHIO & SACCO [7] und AURICCHIO ET AL. [6] werden Umwandlungsspannungen, Umwandlungsdehnungen und Elastizitätsmoduln bei einer definierten Temperatur zur Modellierung verwendet. Die anderen vorgestellten Modelle beschreiben diese Parameter in Abhängigkeit der vorliegenden Materialtemperatur. Der Wärmeaustausch mit der Umgebung wird in keiner der genannten Arbeiten berücksichtigt.

Allgemeine Darstellung von Phasenumwandlungen

Zur allgemeinen Darstellung von Phasenumwandlungen von Formgedächtnislegierungen wurde erstmals von TANAKA & NAGAKI [119] der Martensitgehalt des Materials als innere Variable definiert und von TANAKA [118] weiterentwickelt. Die mit der Transformationskinematik verbundene Phasentransformation wurde hierbei durch eine Exponentialfunktion beschrieben und ist abhängig vom vorliegenden Spannungszustand und der Materialtemperatur. In der Arbeit von LIANG & ROGERS [65] wurde ein entsprechendes Modell mit einer Kosinusfunktion umgesetzt. Um auch im spannungsfreien Zustand das temperaturabhängige Verhalten von Formgedächtnislegierungen beschreiben zu können, wurde von BRINSON [17] auf Basis der zuvor genannten Arbeiten ein weiteres Modell entwickelt, in welchem zwischen temperatur- und spannungsinduziertem Martensit unterschieden wird. Basierend auf den genannten Modellen mit einer inneren Zustandsvariablen, wurde in IVSHIN & PENCE [49] ein Modell entwickelt, welches unter anderem auf die Beschreibung von inneren und äußeren Hysteresen sowie den Einfluss thermischer Parameter abzielt. Ein Ansatz auf Basis der freien Energie des Systems sowie der so genannten Dissipationsfunktionen, welcher ebenfalls den Martensitgehalt als Variable beinhaltet, wurde von BERNARDINI & PENCE [9] entwickelt.

Die beiden letztgenannten Ansätze ermöglichen eine Beschreibung des Wärmeaustausches durch Konvektion bei einer dynamischen Belastung des Materials. Alle genannten Modelle nutzen materialspezifische Parameter wie Umwandlungstemperaturen, Elastizitätsmoduln und Koeffizienten zur Beschreibung der Umwandlungsspannungen in Abhängigkeit der Materialtemperatur.

Landau-Theorie

In der Landau-Theorie werden Phasenübergänge durch eine polynomielle Entwicklung der freien Energie beschrieben. In der Arbeit von FALK [29] wird in diesem Zusammenhang die freie Helmholtz-Energie in Abhängigkeit der Scherspannung genutzt um martensitische Phasenübergänge erster Ordnung darzustellen. Eine Erweiterung des Modells auf drei Dimensionen wurde von FALK & KONOPKA [30] beschrieben, wobei die freie Energie als Funktion der Temperatur und des vollen Spannungstensors angegeben wird. Die Arbeit von MÜLLER & XU [82] nutzt einen ähnlichen Ansatz und beschäftigt sich unter anderem mit der Abhängigkeit der Hysteresebreite von der Temperatur sowie inneren Hysteresen, welche durch so genannte Phasengleichgewichtslinien beschrieben werden. Die physikalischen Bedeutungen der Parameter zur Beschreibung des Materialverhaltens

sind in der Regel nicht ersichtlich und werden in der Arbeit von FALK [29] nur durch die Anpassung des Modells an experimentelle Untersuchungen bestimmt.

Preisach-Modelle

Das Preisach Modell wurde ursprünglich zur Beschreibung des Hystereseverhaltens ferromagnetischer Materialien entwickelt und basiert auf dem Zusammenschluss mehrerer Hystereseoperatoren. Dieser Ansatz wurde unter anderem von HUO [46] für die Beschreibung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen adaptiert. Die thermodynamischen Eigenschaften werden hierbei durch eine analytische Beschreibung der Phasenübergänge modelliert. Dabei wird lediglich das charakteristische Verhalten von Formgedächtnislegierungen abgebildet, ohne reale Materialparameter zu nutzen. Das von ORTÍN [84] beschriebene Preisach-Modell wurde zur spezifischen Beschreibung des pseudoelastischen Verhaltens von CuZnAl Einkristallen entwickelt und berücksichtigt insbesondere die Abhängigkeit zwischen äußeren und inneren Hysteresen. Eine Weiterentwicklung dieses Modells wurde von ORTÍN & DEKAEY [85] beschrieben. Die Parameter zur Modellbeschreibung wurden aus Zugversuchen bei unterschiedlichen Dehnraten ermittelt.

Komplexer Elastizitätsmodul

Ein Modell zur Beschreibung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen durch einen komplexen Elastizitätsmodul wurde von GANDHI & WOLONS [35] vorgeschlagen. Die Ersatzgrößen werden hier direkt aus experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs-Verläufen in Abhängigkeit von Dehnungsamplitude, Erregungsfrequenz, statischer Dehnung und Umgebungstemperatur bestimmt. Eine detaillierte Beschreibung des komplexen Elastizitätsmoduls folgt in Abschnitt 2.5.

Rheologische Modelle

Ein Ansatz zur phänomenologischen Beschreibung durch rheologische Modelle wurde von MALOVRH & GANDHI [68] beschrieben, wobei linear-elastische Federn, viskoelastische Dämpfer und Coulombsche Reibelemente für die Modellierung des Systems verwendet wurden. Die benötigten Ersatzparameter wurden aus Zugversuchen mit geringer Frequenz und bei konstanten Umgebungsbedingungen ermittelt. Ein ähnlicher Ansatz wurde von SCHMIDT [107] aufgezeigt, indem das Prandtl-Modell um zwei mechanische Anschläge und unterschiedliche Reibkoeffizienten für die Hin- und Rücktransformation erweitert wurde. Auch hier bilden quasistatische Zugversuche die Grundlage der Parameteridentifikation.

2.3.2 Schwingungsverhalten

Der Fokus der nachfolgenden Auswahl von Forschungsarbeiten liegt auf der Modellierung des mechanisch induzierten Schwingungsverhaltens von Formgedächtnislegierungen. In diesem Zusammenhang kann zwischen reinen Materialbeschreibungen bei al-

ternierender äußerer Belastung und Beschreibungen von schwingungsfähigen Systemen mit Formgedächtnislegierungen unterschieden werden. Arbeiten zur Modellierung von Schwingungen, welche durch thermische Einflüsse hervorgerufen werden und auf dem Formgedächtniseffekt basieren, wie beispielsweise im Bereich der Formgedächtnisaktorik, werden nicht beschrieben.

Die Modellierung eines fußpunkterregten Einmassenschwingers sowie dessen experimentelle Untersuchung wurde von FENG & LI [32] durchgeführt. Das Formgedächtniselement kann im genannten System sowohl Zug- als auch Druckkräften ausgesetzt werden, wobei im Modell für beide Bereiche identische Spannungs-Dehnungs-Verläufe angenommen wurden. Das zugrundeliegende Materialverhalten wurde mit dem von GRAESSER & COZZARELLI [36, 37] entwickelten, auf der Plastizitätstheorie basierenden, Modell beschrieben. Für das beschriebene System ergeben sich bei geringen Anregungsamplituden Frequenzgänge mit bis zu drei Lösungen, wobei zwei stabile Grenzyklen im Phasenraum existieren und dementsprechend auch instabile Lösungen existieren. Im genannten Frequenzbereich wurden auch Systemantworten mit der dreifachen Periode der Anregung beobachtet. Für größere Anregungsamplituden verschwinden die instabilen Bereiche durch die zunehmende Energiedissipation des Formgedächtniselements bei großen Dehnungen und ein weniger komplexes Systemverhalten liegt vor. Weiterhin wurde der Einfluss der schwingenden Masse untersucht, welche den lastfreien Zustand der Formgedächtnisstruktur bestimmt und daher das Verhalten im Spannungs-Dehnungs-Raum beeinflusst. Die erzielten Ergebnisse weisen Frequenzbereiche mit Bifurkationen und chaotischem Systemverhalten auf, welches erneut mit zunehmender Anregung verschwindet. Die thermischen Einflüsse auf das Materialverhalten wurden in der beschriebenen Publikation nicht berücksichtigt.

Um den Einsatz pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsisolation zu untersuchen, wurde in der Arbeit von KHAN ET AL. [52] ebenfalls ein fußpunkterregter Einmassenschwinger mit Federn aus einer pseudoelastischen Formgedächtnislegierung mit Modellen beschrieben. Diese nutzen das Preisach-Modell (siehe auch KHAN ET AL. [53]) sowie eine Beschreibung über stückweise lineare Zusammenhänge des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens (siehe auch LAGOUDAS ET AL. [60]). Auf Basis des letztgenannten Modells wurde von LAGOUDAS ET AL. [61] das Schwingungsverhalten eines Systems für verschiedene Erregeramplituden untersucht. Die ermittelten Frequenzgänge weisen einen Sprung in der Nähe der Resonanzfrequenz auf, welcher durch einen Steifigkeitsanstieg mit zunehmender Materialdehnung begründet wird. Außerdem konnte beobachtet werden, dass die Eigenfrequenz des Systems mit zunehmender Erregeramplitude sinkt.

Eine weitere, rein mechanische, Modellierung von MASUDA & NOORI [69] wurde unter anderem für einen krafterregten Einmassenschwinger mit Formgedächtnislegierung durchgeführt. Die zugrunde liegende Materialbeschreibung ist hierbei durch den von MÜLLER & XU [82] vorgeschlagenen Ansatz auf Basis der Landau-Theorie realisiert worden. Dieser ermöglicht eine Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Hysterese in Ab-

hängigkeit der Dehnungsamplitude, welche mit Hilfe des *Equivalent Linearization Approach* angenähert wurde. Dieser, der *Methode der Harmonischen Balance* ähnliche, Ansatz liefert die Ersatzparameter für Steifigkeit und Dämpfungskonstante des Formgedächtniselementes in Abhängigkeit der vorliegenden Dehnung. Auf Basis dieser Ersatzgrößen werden Aussagen über eine optimale Parameterwahl zur Maximierung der Dämpfung getroffen. Diese soll durch Maximierung der Dämpfungskonstanten erreicht werden, indem die Hysterese komplett durchlaufen, jedoch nicht überschritten wird. Der Einfluss der Materialsteifigkeit sowie der schwingenden Masse wird hierbei nicht berücksichtigt. Des Weiteren werden mit Hilfe der Ersatzparameter Frequenzgänge für die Schwingungsamplitude angegeben. Diese zeigen mit zunehmender Anregungsamplitude zunächst ein Aufweichen des Systems (**Abbildung 2.13a**) sobald die Anregung ausreicht, um den Umwandlungsbereich der Formgedächtnislegierung zu erreichen. Wird durch höhere Anregungsamplituden mehr Energie in das System eingebracht, so wird der Umwandlungsbereich überschritten und eine erneute Versteifung des Systems kann beobachtet werden. Hierdurch resultiert wiederum ein unendlich großer Anstieg der Antwortamplitude (**Abbildung 2.13b**).

Wie die zuvor beschriebene Arbeit beschränken sich auch die Untersuchungen von PICCIRILLO ET AL. [92, 93] auf rein mechanische Phänomene. Es wird jedoch zwischen martensitischen und pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen unterschieden. Für martensitische Formgedächtnislegierungen existieren drei Gleichgewichtslagen, für pseudoelastische Formgedächtnislegierungen lediglich eine. Unter Verwendung des Ansatzes von FALK [29] ergeben sich für pseudoelastische Formgedächtnislegierungen, im Gegensatz zu den in **Abbildung 2.13** gezeigten Ergebnissen, große Abweichungen im Frequenzgang der Antwortamplitude. Hier tritt kein Aufweichen des Systems, sondern eine direkte Versteifung bei zunehmenden Erregeramplituden auf.

In der Arbeit von AURICCHIO ET AL. [5] wird ein rein mechanisches viskoses Materialmodell mit einem thermomechanischen Materialmodell verglichen. Beide Modelle berück-

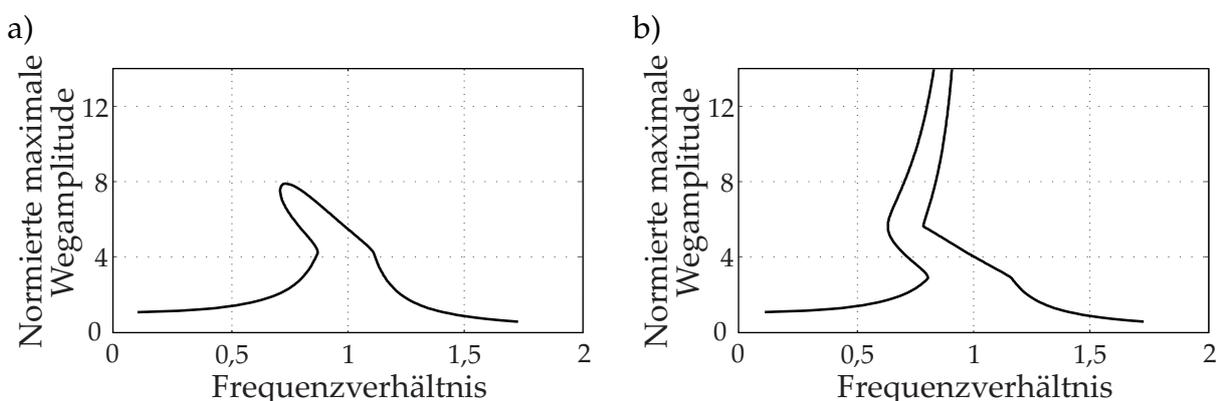


Abbildung 2.13: Frequenzgänge der normierten maximalen Wegamplitude eines Einmassenschwinger mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen: a) Nur aufweichendes Verhalten; b) Aufweichendes und versteifendes Verhalten (nach MASUDA & NOORI [69])

sichtigen den Einfluss der Dehnrates auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten und liefern akzeptable Ergebnisse für nahezu statische Belastungen. Bereits für geringe Frequenzen weisen beide Modelle, stark von den durchgeführten experimentellen Untersuchungen, abweichende Ergebnisse auf. Eine Aussage darüber, welches der Modelle besser geeignet ist, wird nicht gemacht.

Die Abbildung der Abhängigkeit des Materialverhaltens von der Dehnrates wurde auch von TOBUSHI ET AL. [121], unter Verwendung des Modellierungsansatzes von TANAKA & NAGAKI [119, 118], untersucht. Hierbei wurde wie in der Arbeit von AURICCHIO ET AL. [5] zunächst ein Ansatz mit rein mechanischer Modellierung gewählt, welcher ebenfalls schon für geringe Dehnrates keine gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen liefert. Eine Erweiterung des Ansatzes um temperaturabhängige Umwandlungsspannungen und eine von der Dehnrates abhängige Änderung der Materialtemperatur liefert gute Übereinstimmungen mit experimentellen Ergebnissen. Die untersuchten Dehnrates sind hierbei jedoch gering und betragen maximal 1,67 %/s.

Ein weiteres Modell, welches zur Modellierung ähnlich geringer Dehnrates von maximal 1 %/s eingesetzt wurde, beschreiben VISHNEVSKY ET AL. [129]. Auf Basis des Materialmodells von HELM [45] wird auch hier die charakteristische Neigung der Plateaus im Spannungs-Dehnungs-Verlauf deutlich, allerdings wird dies nicht mit experimentellen Ergebnissen verglichen.

Eine weitere Arbeit, welche die Materialbeschreibung von TANAKA & NAGAKI [119, 118] nutzt und ebenfalls die thermomechanische Kopplung des Systems berücksichtigt, wurde von VITIELLO ET AL. [130] veröffentlicht. Die beschriebenen Modellierungsergebnisse weisen auch bei höheren Dehnrates bis zu 50 %/s eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen auf.

In der Arbeit von MIRZAEIFAR ET AL. [72] wurde mit dem Materialgesetz von BOYD & LAGOUDAS [16] der Einfluss der Querschnittgröße bei Normalbelastungen von Stäben aus Formgedächtnislegierungen untersucht. Dieser hat einen nicht vernachlässigbaren Einfluss auf das Schwingungsverhalten, da bei größeren Querschnitten der Austausch der, durch die Phasentransformation erzeugten, Wärme mit der Umgebung mehr Zeit benötigt. In Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit des umgebenden Mediums wird der Temperaturverlauf über dem Querschnitt ausgewertet. Durch den erhöhten Wärmeaustausch bei erzwungener Konvektion sinkt mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit die mittlere Materialtemperatur. Gleichzeitig nimmt die Temperaturdifferenz zwischen Probenmitte und Probenrand zu.

Der Wärmeaustausch einer Formgedächtnisstruktur mit der Umgebung über freie Konvektion wurde auch im Modell eines kräfteerregten Einmassenschwingers von BERNARDINI & VESTRONI [12] berücksichtigt, welches auf der Materialbeschreibung von IVSHIN & PENCE [49] basiert. Zur Näherung des Schwingungsverhaltens des Systems wurde hier die *Methode der Harmonischen Balance* unter Berücksichtigung subharmonischer Anteile verwendet. In Abhängigkeit der Erregerkraft wird zwischen verschiedenen Zuständen des Formgedächtniselementes unterschieden. Hierbei wurden auch Zustände

gefunden, in denen durch die subharmonischen Anteile der auftretenden Schwingungen Dehnungen erzeugt werden, welche zu einer Phasentransformation führen. Im Frequenzgang von Weg und Temperatur sind entsprechende Einflüsse auf das Systemverhalten erkennbar, welche sich jedoch auf geringe Frequenzen beschränken. Die Frequenzgänge sind in **Abbildung 2.14** dargestellt und zeigen erneut die aufweichende und versteifende Charakteristik eines Einmassenschwingers mit Formgedächtnislegierung.

Ähnliche Ergebnisse finden sich auch in der Arbeit von MOUSSA ET AL. [78], wobei hier eine iterative Lösung der Differentialgleichungen nur eine Beschreibung der stabilen Zustände des Systems ermöglichte.

Auf Basis der Veröffentlichung von BERNARDINI & VESTRONI [12] wurde von LACARBONARA ET AL. [58] eine numerische Berechnung des nichtlinearen Systemverhaltens mit einer Pfadverfolgung durchgeführt und so ähnliche Frequenzverläufe wie in **Abbildung 2.14** mit stabilen und instabilen Bereichen erzeugt. Zusätzlich wurde das Systemverhalten unter Berücksichtigung der Wärmeentwicklung des Materials mit einem rein mechanischen und damit isothermen Materialverhalten verglichen. Hierbei wurde erneut aufgezeigt, dass mit zunehmender Frequenz eine Berücksichtigung der thermischen Einflüsse notwendig ist.

Modelle fremderregter Systeme mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen können in Abhängigkeit der Anfangsbedingungen und Systemparameter ein chaotisches Verhalten aufweisen, d. h. das Schwingungsverhalten weist keine Regelmäßigkeit auf und wiederholt sich daher nicht. Damit ein solches Systemverhalten abgebildet werden kann, müssen entsprechende nichtlineare Eigenschaften des Systems berücksichtigt werden und eine Linearisierung ist nicht zulässig. Die Identifikation von Systemparametern und Anfangsbedingungen, welche in chaotischem Systemverhalten resultieren sowie die Beschreibung des entsprechenden Schwingungsverhaltens, wurden unter anderem von BERNARDINI & REGA [10] und BERNARDINI ET AL. [11] durchgeführt. Modellierungen

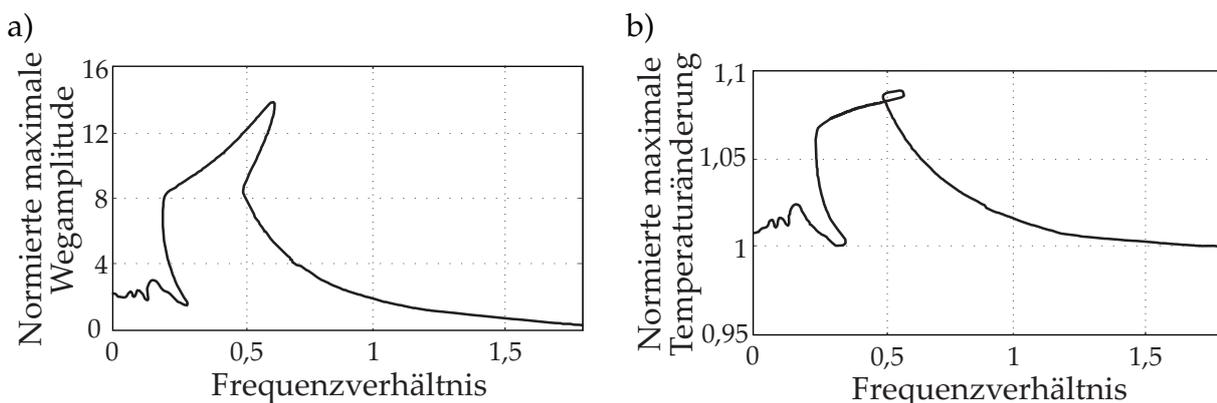


Abbildung 2.14: Frequenzgänge für Schwingungen mit subharmonischen Anteilen eines Einmassenschwingers mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung: a) Normierte maximale Wegamplitude; b) Normierte maximale Temperaturänderung (nach BERNARDINI & VESTRONI [12])

des chaotischen Verhaltens von komplexeren Systemen mit zwei Freiheitsgraden finden sich in den Arbeiten von SAVI & PACHECO [103] und MACHADO ET AL. [66].

Ein speziell für die Implementierung in Finite-Elemente-Modelle konzipiertes Materialmodell für dynamisch belastete Formgedächtnislegierungen wurde unter anderem von MCNANEY ET AL. [71] vorgeschlagen. Dies basiert auf dem Ansatz von SIREDEY ET AL. [110] und kann neben Belastungen in Normalrichtung auch Torsionsbelastungen abbilden.

Auch das Modell von MORIN ET AL. [76] wurde für Finite-Elemente-Modelle entwickelt. Es basiert auf dem Ansatz von ZAKI & MOUMNI [136], welcher im Hinblick auf die thermomechanische Kopplung verbessert wurde und so den Einfluss des umgebenden Mediums beschreiben kann.

Dynamische Materialmodelle, welche insbesondere das thermische Verhalten sowie die mit einer Temperaturänderung einhergehenden Verschiebungen der Umwandlungsspannungen berücksichtigen wurden von HE & SUN [41] mit stückweise definierten Gleichungen für den Wärmeaustausch entwickelt. Die so erzielten Ergebnisse ermöglichen eine Beschreibung aller Punkte der Hysterese über der Zyklenzahl, welche jedoch mit zunehmender Erregungsfrequenz unter Berücksichtigung mehrerer Zyklen nicht mehr plausibel sind.

Aus diesem Grund wird in der Arbeit von HE & SUN [43] nur der erste Schwingungszyklus betrachtet und mit den so gewonnenen Ergebnissen die optimale dissipierte Energie einer Formgedächtnisstruktur bestimmt.

PIEDBOEUF ET AL. [95] beschreiben das thermische und mechanische Verhalten getrennt. Im thermischen Modell wird die Transformationsenthalpie als dehnungsabhängige Eingangsgröße genutzt um so den Temperaturverlauf in Abhängigkeit der Dehnung zu beschreiben. Die Transformationsenthalpie beschreibt hierbei die für die Phasenumwandlung benötigte Energie. Die mechanische Modellierung basiert auf gemessenen Spannungsverläufen über der Zeit, welche mit Hilfe von Fourierreihen zur Näherung des Systemverhaltens genutzt werden.

Der Einfluss der Lastrichtung (Zug oder Druck) auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen wurde von SAVI ET AL. [105] durch eine Erweiterung des Modells von SAVI & PAIVA [104] realisiert. Das durch asymmetrische Spannungs-Dehnungs-Verläufe bestimmte Schwingungsverhalten ähnelt prinzipiell den Untersuchungen von FENG & LI [32] für eine zusätzliche Masse, welche ebenfalls einen Verlust des symmetrischen Materialverhaltens zur Folge hat.

In den Arbeiten von THOMSON ET AL. [120] und GANDHI & CHAPUIS [34] wurden Kragträger mit einer Endmasse, welche an ihrem freien Ende mit vorgespannten pseudoelastischen Formgedächtnisdrähten verbunden wurden, untersucht und eine Reduktion auftretender Schwingungen festgestellt.

Neben den genannten Arbeiten existieren Untersuchungen von schwingungsfähigen Systemen, welche neben den materialbedingten Nichtlinearitäten der Formgedächt-

nislegierungen eine zusätzliche Nichtlinearität aufweisen. So wurde beispielsweise in DOS SANTOS & SAVI [28] ein entsprechendes System mit einem Anschlag aus Formgedächtnislegierung oder in SAVI & NOGUEIRA [102] ein Zwei-Balken-Fachwerk aus Formgedächtnislegierungen untersucht.

2.4 Einsatz pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsminderung

Aufgrund der beschriebenen Eigenschaften pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen eignen sich diese besonders zur Reduzierung unerwünschter mechanischer Schwingungen. Die erforschten Einsatzgebiete beschränken sich momentan, bis auf wenige Ausnahmen, auf den Einsatz zur Schwingungsminderung in Bauwerken bei Anregung durch Erdbeben, Wind oder Seegang. Die in Bauwerken auftretenden Schwingungen weisen meist relativ hohe Amplituden und geringe Frequenzen auf. Entsprechend ihrer Eigenschaften erscheinen pseudoelastische Formgedächtnislegierungen daher optimal zur Minderung dieser Schwingungen. Des Weiteren begünstigen laut KRUMME [55] u. a. Eigenschaften, wie eine sehr gute Dauerfestigkeit, eine hohe volumetrische Dichte der dissipierten Energie sowie eine sehr gute Korrosionsbeständigkeit den Einsatz in Bauwerken. Umfassende Zusammenfassungen zur passiven, semi-aktiven und aktiven Schwingungsminderung durch Formgedächtnislegierungen an Bauwerken finden sich in den Arbeiten von SONG ET AL. [111] und SAADAT ET AL. [101].

Außerhalb des Bauwesens wurden Untersuchungen zur Schwingungsminderung an Turbinenschaufelblättern [8] sowie militärischer Schutzausrüstung [87] durchgeführt. Des Weiteren wurde nach VAN HUMBEECK [123, 124, 127] das Dämpfungspotenzial von Formgedächtnislegierungen in Tennisschlägern, Ski, Golfschlägern und Sägeblättern erforscht, jedoch ohne kommerziellen Erfolg.

Nachfolgend soll eine Auswahl anwendungsorientierter Forschungsarbeiten zur Schwingungsminderung durch pseudoelastische Formgedächtnislegierungen dargelegt werden, wobei zwischen Anwendungen zur Schwingungsdämpfung und Schwingungsisolation unterschieden wird. Unter Schwingungsdämpfung versteht man die Verminderung auftretender Schwingungen durch Reduktion der, im System befindlichen, Schwingungsenergie mit Hilfe dissipativer Komponenten. Eine Schwingungsisolation wird durch Einbringung elastischer Verbindungselemente in schwingende Strukturen realisiert, um so eine schwingungsanfällige Substruktur von der Schwingungsquelle zu entkoppeln.

2.4.1 Schwingungsdämpfung

Für die passive Schwingungsdämpfung von Bauwerken durch Formgedächtnislegierungen wird, bis auf sehr wenige Ausnahmen, die Pseudoelastizität des Materials genutzt. Martensitische Formgedächtnislegierungen wurden aufgrund ihrer, in Abschnitt 2.2 be-



Abbildung 2.15: Dämpfungselemente zur Schwingungsminderung in Bauwerken:

a) nach CLARK ET AL. [20], b) nach KRUMME ET AL. [55], c) nach SPEICHER ET AL. [113]

schriebenen, Eigenschaften, wie z. B. die pseudoplastische Verformung, nur in wenigen Forschungsarbeiten untersucht.

Die Einsatzgebiete pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsdämpfung in Bauwerken können nach SONG ET AL. [111] in Stützelemente in Fachwerken, Brücken, Verbindungselemente sowie die Nachrüstung historischer Gebäude unterteilt werden. Außerdem existieren entsprechende Dämpfungselemente, welche keiner konkreten Einbausituation zugeordnet, aber dennoch an die Anforderungen einer Schwingungsminderung in Bauwerken angepasst sind.

Universell einsetzbare Dämpfer für Gebäude

Dämpfungselemente, die im Hinblick auf die Schwingungsminderung in Bauwerken ausgelegt wurden, jedoch für keine spezifische Einbausituation vorgesehen sind, wurden von CLARK ET AL. [20] vorgestellt. Der zugrunde liegende Aufbau, welcher lediglich die Aufnahme von Zugkräften ermöglicht, besteht wie in **Abbildung 2.15a** dargestellt aus Wicklungen pseudoelastischer Formgedächtnisdrähte. Hingegen ermöglicht der von KRUMME ET AL. [55] konzipierte Aufbau (**Abbildung 2.15b**) aus Linearführungen und Drahtschlaufen aus pseudoelastischem NiTi neben der Aufnahme von Zugkräften auch eine Aufnahme von Druckkräften. Auf ähnlichen Prinzipien basieren die von DOLCE ET AL. [27] und PARULEKAR & REDDY [89] für die Schwingungsminderung in Rahmenkonstruktionen entwickelten Dämpfungselemente, welche z. B. in Stützpfeiler oder Streben implementiert werden können. Für das gleiche Anwendungsgebiet wurde das in **Abbildung 2.15c** dargestellte Dämpfungselement von SPEICHER ET AL. [113] entwickelt. Die Konstruktion mit einer Gesamtlänge von 50 cm wurde sowohl mit Schraubenfedern aus pseudoelastischem NiTi also auch mit Tellerfedern des gleichen Materials unter Belastung getestet. Die Ergebnisse der dynamischen Untersuchungen mit Hüben von bis zu 5 cm legen nahe, dass Schraubenfedern für die vorgesehene Anwendung besser geeignet sind. Eine weitere Umsetzung eines Dämpfungselementes, welches neben pseudoelastischen Formgedächtnisdrähten auch Festkörperreibung zur Schwingungsdämpfung nutzt, wurde von ZHANG & ZHU [138] vorgestellt.

Fachwerke

Untersuchungen zum Schwingungsverhalten von Fachwerken mit entsprechenden Dämpfungselementen wurden ebenfalls durchgeführt. In der Forschungsarbeit von

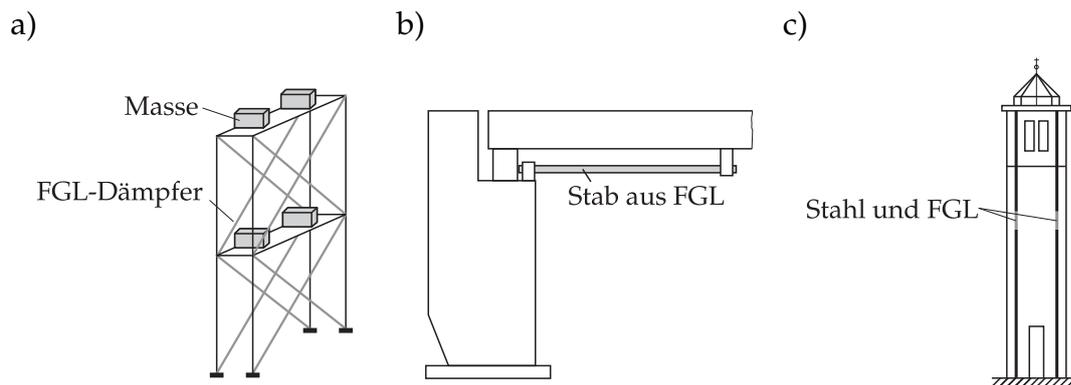


Abbildung 2.16: Anwendungen in Bauwerken: a) Fachwerke (nach HAN ET AL. [39]), b) Brückenlagerungen (nach DESROCHES & DELEMONT [22]), c) Wände (nach INDIRLI ET AL. [48])

HAN ET AL. [39] wurde durch Finite-Elemente-Berechnungen das Schwingungsverhalten das in **Abbildung 2.16a** dargestellte Fachwerk mit Streben aus Formgedächtnisdrähten bei Anregung durch den Untergrund durchgeführt und eine erhebliche Reduktion der Schwingungsamplituden im Vergleich zum ungedämpften System festgestellt. MOTAHARI ET AL. [77] haben ebenfalls das Schwingungsverhalten eines Fachwerks mit Streben aus Formgedächtnislegierung modelliert. Berücksichtigt wurden hierbei die von DOLCE ET AL. [27] beschriebene Kombination einer dämpfenden und eine zentrierenden Baugruppe aus Formgedächtnislegierungen.

Basierend auf dem Materialmodell von MÜLLER & XU [82] beschreiben SAADAT ET AL. [100] eine ähnliche Struktur mit Formgedächtnislegierungen um die Schwingungsanregung von Bauwerken durch Stürme nachzubilden. Im Gegensatz zu den vorangegangenen Arbeiten wird hierzu eine Weganregung am oberen Teil des Fachwerks angenommen. Eine deutliche Reduzierung der Schwingungen konnte ebenfalls festgestellt werden.

Brücken

Brücken sind ebenfalls schwingungsanfällige Bauwerke, die nicht nur durch Naturgewalten sondern u. a. auch durch Autos oder Schienenfahrzeuge zu Schwingungen angeregt werden können. Im Hinblick auf eine Erweiterung möglicher Dämpfungskonzepte im Bereich der Brückenlagerungen wurden von DESROCHES & DELEMONT [22] experimentelle und modellbasierte Untersuchungen von biegebeanspruchten pseudoelastischen Formgedächtnisstäben durchgeführt (**Abbildung 2.16b**). Eine rein modellbasierte Beschreibung von Schrägseilbrücken mit entsprechenden Dämpfungselementen durch eine modale Reduktion des Systems auf die zu dämpfende Schwingungsform wurde von LI ET AL. [64] verfasst.

Verbindungselemente

Nach TAMAI & KITAGAWA [116] sind Verbindungselemente in Fachwerkkonstruktionen in besonderem Maße für Erdbebenschäden anfällig. Der Einsatz pseudoelastischer

Formgedächtnislegierungen in diesen Bauteilen ermöglicht neben einer Schwingungsminderung durch die dämpfenden Eigenschaften auch die Aufnahme sehr großer Verformungen und verhindert so eine dauerhafte plastische Verformung der Struktur. In der genannten Arbeit wurde in diesem Zusammenhang ein Stützfuß mit Verankerungen aus NiTi konzipiert. Der Aufbau sowie die Erprobung der Konstruktion wird in TAMAI ET AL. [117] beschrieben. Die erzielten Ergebnisse zeigen, dass im Lastfall neben einer nahezu konstanten Rückstellkraft auch eine rein pseudoelastische Verformung der Verbindungselemente vorliegt. Auch LEON ET AL. [63] untersuchten das Schwingungsverhalten eines realen Fachwerks mit Verbindungen aus Formgedächtnislegierung, allerdings wurde in dieser Arbeit NiTi im martensitischen Zustand verwendet.

Nachrüstung bestehender Bauwerke

Um die Erdbebensicherheit existierender Bauwerke zu erhöhen, können Formgedächtnislegierungen in bestehenden Bauwerken verbaut werden. So wurden laut INDIRLI ET AL. [48] beispielsweise die Wände des Glockenturms der S. Giorgio Kirche in Italien, welcher durch ein Erdbeben beschädigt wurde, wie in in **Abbildung 2.16c** gezeigt durch Strukturen aus Stahl und pseudoelastischem NiTi verstärkt. Ein nach dem Einbau der Komponenten aufgetretenes Erdbeben mit ähnlicher Stärke, wie das vorherige, hinterließ keine Beschädigung am sanierten Bauwerk. Auf diese Weise konnten die schwingungsmindernden Eigenschaften pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen in Bauwerken in einer praktischen Umsetzung aufgezeigt werden.

Verbundwerkstoffe

Um unerwünschte Schwingungen in Turbinenschaufeln aus Verbundwerkstoffen zu reduzieren, wurden von BACHMANN ET AL. [8] pseudoelastische und martensitische Formgedächtnislegierungen in Drahtform eingesetzt. Um neben den materialabhängigen Eigenschaften den Einfluss des Einbauortes zu identifizieren, wurden Probenkörper aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff mit integrierten sowie aufgeklebten Formgedächtnisdrähten untersucht. Die hiermit erzielten Ergebnisse zeigen verbesserte Dämpfungseigenschaften gegenüber einer Referenzprobe. Des Weiteren konnte mit zunehmender Anzahl von Drähten eine Steigerung der Dämpfung beobachtet werden. Eine weitere Arbeit, in der jedoch nur martensitische Formgedächtnisdrähte in einen kohlenstofffaserverstärkten Kunststoff eingebracht wurden, findet sich in BOCCIOLONE ET AL. [14]. Als möglicher Einsatzort werden hier die Stromabnehmer von Hochgeschwindigkeitszügen genannt. Um den Einsatz pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen in beschusshemmenden Materialien zu untersuchen, wurden von PAINE & ROGERS [87] Graphit/Bismaleimide und Glas/Epoxidharz Verbundwerkstoffe mit laminierten Schichten aus NiTi/Epoxidharz verstärkt. Ein Vergleich mit entsprechenden Schichten aus Kevlar/Epoxidharz und Aluminium/Epoxidharz in verschiedenen Aufprallversuchen zeigte u. a. eine Erhöhung der nötigen Energie um eine Perforation des Materials hervorzurufen sowie eine vollständige Rückverformung der NiTi-verstärkten Schicht, so lange die maximale pseudoelastische Dehnung nicht überschritten wurde.

2.4.2 Schwingungsisololation

Im Bereich der Schwingungsisololation mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen beschränken sich alle bisherigen Forschungsvorhaben auf den Einsatz in Bauwerken. Im Hinblick auf Gebäude mit meist mehreren Stockwerken, zielt die Schwingungsisololation auf eine Entkopplung des Gebäudes vom Fundament ab. So soll bei einem Erdbeben die schwingungsanfällige Gebäudestruktur von der Erregerquelle entkoppelt werden um Schäden zu vermeiden.

Ein solches System zur Schwingungsisololation wurde von DOLCE ET AL. [26] untersucht, indem das von DOLCE ET AL. [27] entwickelte System genutzt wurde. Die guten Isolationseigenschaften des Systems beruhen auf der veränderlichen Steifigkeit pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen in Abhängigkeit ihrer Verformung. So befindet sich das Material für kleine Auslenkungen im austenitischen Zustand und ist damit sehr steif wodurch eine gute Kopplung zwischen Gebäude und Fundament gewährleistet ist. Schwingt der Untergrund mit größerer Amplitude, wie beispielsweise bei einem Erdbeben, so wird die äquivalente Steifigkeit des Systems durch die Phasenumwandlung der Formgedächtnislegierungen reduziert und somit auch die Schwingungsanregung des Gebäudes reduziert. Die guten Isolationseigenschaften der Vorrichtung konnten bei einer Schwingungsuntersuchung eines realen Gebäudes, welches durch spezielle Vorrichtungen um 140 mm angehoben und anschließend losgelassen wurde, bestätigt werden. Die erzielten Ergebnisse zeigen zudem, dass es möglich ist ein Dämpfungselement mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen auch zur Isolation einzusetzen.

Ein ähnliches Isolationssystem für mehrstöckige Gebäude wurde von CORBI [21] mit einem Mehrfreiheitsgradmodell simuliert. Die Formgedächtnislegierungen wurden hier in Form von Streben in das unterste Stockwerk eingebracht, um den oberen Teil des Gebäudes vor Schwingungen zu schützen.

Einen anderen Anwendungsfall haben WILDE ET AL. [132] untersucht, indem sie die isolierende Wirkung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen in Straßenbrücken herausgestellt haben. Die modellbasierten Ergebnisse zeigen, wie auch im Fall von Gebäuden, eine feste Verbindung bei geringen Erregeramplituden und eine Entkopplung im Bereich der martensitischen Transformation.

2.5 Grundlagen zur Beschreibung mechanischer Dämpfung

In diesem Abschnitt werden verschiedene Ansätze zur Beschreibung mechanischer Dämpfung vorgestellt. Diese dienen im weiteren Verlauf der Arbeit als Grundlage zur Beschreibung der Dämpfungsphänomene pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen. Außerdem werden die, für die mechanische Dämpfung maßgeblichen, Energien beschrieben.

Harmonische Näherung

Zur experimentellen Charakterisierung dynamischer Materialeigenschaften wird oft eine harmonische Dehnung

$$\varepsilon(t) = \Re \left\{ \hat{\underline{\varepsilon}} e^{j\Omega t} \right\} \quad (2.2)$$

mit der Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ vorgegeben. Diese erzeugt im Material eine periodische Spannung

$$\sigma(t) = \sigma(t + T) = f(\varepsilon(t)), \quad (2.3)$$

welche nur bei viskoelastischem Materialverhalten harmonisch ist. Im Fall periodischer Spannungen kann diese durch eine Fourierreihe der Form

$$\sigma(t) = \Re \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \hat{\underline{\sigma}}_k e^{jk\Omega t} \right\} \quad (2.4)$$

beschrieben werden.

Als Näherung des Spannungsverhaltens wird meist nur der grundharmonische Anteil von Gl. (2.4) zur Beschreibung der resultierenden Spannung verwendet. Dieser ergibt sich zu

$$\sigma(t) \approx \Re \left\{ \hat{\underline{\sigma}} e^{j\Omega t} \right\}, \quad (2.5)$$

wobei die komplexe Amplitude $\hat{\underline{\sigma}}$ die Amplitude und Phase des Signals enthält.

Komplexer Elastizitätsmodul

Zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen einer harmonisch angenäherten Spannung nach Gl. (2.5) und einer harmonischen Dehnung entsprechend Gl. (2.2) wird der komplexe Elastizitätsmodul E^* verwendet. Die resultierende Spannung kann dann durch

$$\sigma(t) = E^* \varepsilon(t) \quad (2.6)$$

beschrieben werden. Mit den Gln. (2.2) und (2.5) ergibt sich so der komplexe Elastizitätsmodul als Quotient der komplexen Amplituden von Spannung und Dehnung

$$E^* = \frac{\hat{\underline{\sigma}}}{\hat{\underline{\varepsilon}}} = E' + jE'' \quad (2.7)$$

Der Realteil von E^* wird als *Speichermodul* E' bezeichnet und beschreibt die Steifigkeit des Materials. Der Imaginärteil E'' wird als *Verlustmodul* bezeichnet und beschreibt die dissipativen Eigenschaften des Materials.

Der komplexe Elastizitätsmodul wird insbesondere zur Beschreibung von Elastomeren verwendet, da diese auf Grund ihrer besonderen Materialeigenschaften Energie dissipieren. Wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, wurde in GANDHI & WOLONS [35] eine Beschreibung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen mit diesem Ansatz durchgeführt.

Verlustfaktor

Zur Beschreibung von Dämpfungseigenschaften in Abhängigkeit des komplexen Elastizitätsmoduls eignet sich insbesondere der Verlustfaktor. Diese dimensionslose Größe

kann durch das Verhältnis zwischen Speicher- und Verlustmodul beschrieben werden.

$$\psi = \frac{E''}{E'}. \quad (2.8)$$

Verlustwinkel

Ein ebenfalls gebräuchliche Größe zur Beschreibung von Materialdämpfung ist der Verlustwinkel, welcher den Phasenversatz zwischen Erregung und Antwort, z. B. zwischen Kraft und Weg bzw. Spannung und Dehnung beschreibt. Dieser kann aus dem Verlustfaktor berechnet werden

$$\varphi = \arctan(\psi). \quad (2.9)$$

Dämpfungsgrad

Das Dämpfungsverhalten linearer schwingungsfähiger Systeme wird meist durch den Dämpfungsgrad beschrieben. Dieser ist dimensionslos und ergibt sich für ein System bestehend aus einer Masse m , einer Feder mit der Steifigkeit c und einem Dämpfer mit der Dämpfungskonstanten d zu

$$D = \frac{d}{2\sqrt{cm}} = \frac{\psi}{2} \cdot \frac{\omega_0}{\Omega}. \quad (2.10)$$

Der ebenfalls angegebene Zusammenhang mit dem Verlustfaktor ψ enthält das Verhältnis zwischen Erregungsfrequenz Ω und der Eigenfrequenz ω_0 . Für Schwingungen in der Nähe der Resonanz, kann Gl. (2.10) vereinfacht werden und es gilt näherungsweise

$$D \approx \frac{\psi}{2}. \quad (2.11)$$

Dissipierte Energie

Die im Kraft-Weg-Diagramm eines fremderregten schwingungsfähigen Systems eingeschlossene Hysterese fläche ist ein Maß für die pro Periode dissipierte Energie W_D und kann durch

$$W_D = \oint F dx \quad (2.12)$$

beschrieben werden. Unter der Annahme, dass die Energie durch einen linearen viskosen Dämpfer mit der Dämpfungskonstante d dissipiert wird und eine harmonische Schwingung vorliegt, ergibt sich die dissipierte Energie nach MAGNUS ET AL. [67] zu

$$W_D = \pi d \hat{x}^2 \Omega. \quad (2.13)$$

Für Betrachtungen im Spannungs-Dehnungs-Raum gilt entsprechend

$$w_D = \oint \sigma d\varepsilon. \quad (2.14)$$

Hierbei ist w_D jedoch die volumetrische Energiedichte der Dissipation, welche die dissipierte Energie pro Volumen des verformten Materials angibt. Wird eine harmonische Dehnung vorausgesetzt, so kann analog zu Gl. (2.13) der Ausdruck

$$w_D = \pi E'' \hat{\varepsilon}^2 \quad (2.15)$$

gefunden werden. Dabei wird deutlich, dass die dissipierte volumetrische Energiedichte nicht von der Erregungsfrequenz Ω abhängig ist.

Der mit der Dissipation einhergehende in der Regel irreversible Energieverlust des Systems führt bei freien Schwingungen zu einer Reduktion der Schwingungsamplitude. Für fremderregte Schwingungen, ist daher ein kontinuierlicher Energieeintrag W_Z in das System notwendig, um die Schwingungsamplitude zu erhalten.

Zugeführte Energie

Bei fremderregten schwingungsfähigen Systemen mit einer äußeren Kraft $F(t)$ wird innerhalb einer Schwingungsperiode die Energie

$$W_Z = \int_0^T F \dot{x} dt \quad (2.16)$$

in das System eingebracht. Hierbei entspricht $F \dot{x}$ der zugeführten Leistung. Wird eine harmonische Schwingung und eine harmonische Kraft vorausgesetzt, so kann die innerhalb einer Periode zugeführte Energie nach MAGNUS ET AL. [67] durch

$$W_Z = \pi \hat{F} \hat{x} \sin(\varphi) \quad (2.17)$$

beschrieben werden. Der gefundene Ausdruck hängt maßgeblich von der Phase φ zwischen Erregerkraft und Schwingungsantwort ab.

Auf gleiche Weise kann im Spannungs-Dehnungs-Raum die volumetrische Dichte der zugeführten Energie bestimmt werden. Aus dem Zusammenhang

$$w_Z = \int_0^T \sigma \dot{\epsilon} dt \quad (2.18)$$

folgt hier für harmonische Spannungen und Dehnungen

$$w_Z = \pi \hat{\sigma} \hat{\epsilon} \sin(\varphi). \quad (2.19)$$

3 Gegenstand der Arbeit

3.1 Bewertung des Stands der Technik

Thermomechanische Eigenschaften

Es wird deutlich, dass die Schwingungs- und Dämpfungseigenschaften pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen unmittelbar von der externen Erregung sowie dem umgebenden Medium abhängen. Für eine optimale Nutzung der Dämpfungseigenschaften müssen daher die geometrischen Größen sowie die thermomechanischen Eigenschaften eines Formgedächtniselementes an die vorliegenden Randbedingungen angepasst werden. Im Bezug auf die Erregung setzen sich diese aus der Dehnungsamplitude sowie dem statischen Anteil der Dehnung, der Erregungsfrequenz und der Belastungsform zusammen. Das umgebende Medium wird durch dessen Temperatur und Strömungsgeschwindigkeit charakterisiert. Die Einflüsse dieser Parameter wurden in einer Vielzahl von Arbeiten experimentell untersucht und so ein grundlegendes Verständnis des thermomechanischen Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen gewonnen. Die untersuchten Wertebereiche der Parameter, die verwendeten Formgedächtnismaterialien sowie die Wahl der weiteren Randbedingungen weichen jedoch stark voneinander ab. Ein Zusammenführen ermittelter Materialeigenschaften aus unterschiedlichen Experimenten, um zu einer umfassenden Charakterisierung einer Formgedächtnislegierung zu gelangen, ist daher nicht möglich.

Angaben von Herstellern von Formgedächtnislegierungen beschränken sich in der Regel auf große Wertebereiche für Umwandlungsspannungen, Umwandlungstemperaturen und Elastizitätsmoduln und sind für schwingungstechnische Auslegungen unzureichend. Beim Einsatz pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsminderung obliegt es daher in der Regel dem Anwender, die notwendigen Materialeigenschaften experimentell zu ermitteln. Um den hiermit verbundenen Aufwand zu minimieren ist eine optimale Wahl der zu ermittelnden Materialparameter sowie der Menge erforderlicher Messdaten erstrebenswert.

Modellierung des Schwingungs- und Dämpfungsverhaltens

Für die Modellierung des thermomechanischen Verhaltens von Formgedächtnislegierungen existieren diverse Modelle. Diese unterscheiden sich durch den gewählten Modellierungsansatz und in diesem Zusammenhang in Komplexität, Detaillierungsgrad sowie Anzahl und Art benötigter Materialparameter. Die Minimierung der Komplexität

des Modells sowie eine minimale Anzahl Materialparameter stehen hierbei im Konflikt mit einem hohen Detaillierungsgrad. Für eine schwingungstechnische Auslegung eines Systems mit pseudoelastischen Formgedächtnisstrukturen sollte ein Modell die makroskopischen Eigenschaften von Formgedächtnislegierungen wie das mechanische Verhalten unter dynamischen Lasten bestmöglich abbilden können. Andere Eigenschaften wie mikromechanische Vorgänge, exakte Temperaturverteilungen oder der Martensitgehalt müssen hierfür nicht berücksichtigt werden.

Im Hinblick auf die zur Materialbeschreibung notwendigen Größen basieren die in Abschnitt 2.3 beschriebenen Modelle auf unterschiedlichen Grundlagen.

- Kristallographische Eigenschaften (Statistische Mechanik, Mikromechanische Modelle)
- Modellparameter aus experimentellen Ergebnissen (Landau-Theorie)
- Materialspezifische Kennwerte (Phänomenologische Plastizitätstheorie, Allgemeine Darstellung von Phasenumwandlungen)
- Messungen des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens in Abhängigkeit der Erregung und der Umgebungsbedingungen (Preisach-Modelle, Komplexer Elastizitätsmodul, Rheologische Modelle)

Mikromechanische Modelle und auf statistischer Mechanik basierende Modelle eignen sich nur bedingt für die Beschreibung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen im Hinblick auf eine Schwingungsminderung. Grund hierfür sind die schwierig zu ermittelnden Parameter. Auch die Landau-Theorie ist hierfür nur bedingt geeignet, da die Modellparameter nur indirekt physikalische Eigenschaften des Materials wiedergeben. Materialspezifische Kennwerte sowie mechanische Eigenschaften können hingegen mit geringerem Aufwand in Abhängigkeit definierter Einflussgrößen ermittelt werden und eignen sich als Basis für eine schwingungstechnische Auslegung.

Den Einfluss der Dehnung und der Umgebungstemperatur bilden Modelle mit materialspezifischen Kennwerten über die Umwandlungstemperaturen des Materials ab. Diese können durch thermische Analysen bestimmt werden. Der in Abschnitt 2.2.1 beschriebene Einfluss der Erregungsfrequenz kann ebenfalls von einigen dieser Modelle abgebildet werden. Da hierfür der Wärmeaustausch mit der Umgebung maßgeblich ist, ist neben der Modellierung der mechanischen Eigenschaften jedoch auch eine Modellierung des thermischen Energieaustausches zwischen Formgedächtniselement und Umgebung notwendig. Hierfür wird u. a. der Wärmeübergangskoeffizient benötigt, welcher stark von den Umgebungsbedingungen abhängt und nur schwer zu bestimmen ist. Experimentelle Validierungen derartiger Modelle liegen nur in wenigen Arbeiten vor und berücksichtigen den Einfluss der Erregung sowie der Umgebung nur eingeschränkt.

Modellierungsansätze, welche direkt auf experimentell ermittelten mechanischen Größen bei definierten Randbedingungen basieren, bieten eine zuverlässigere Möglichkeit der Schwingungsbeschreibung. Alle mechanischen Materialparameter zur Beschreibung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens können hierbei direkt ermittelt werden. Derartige

Ansätze, welche große Parameterbereiche von Dehnungsamplitude, statischer Dehnung, Erregungsfrequenz und Umgebungstemperatur abbilden können existieren bisher nicht.

Einsatz zur Schwingungsminderung

Die Erforschung des Potenzials pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsminderung bei anwendungsbezogenen Problemstellungen beschränkt sich bis auf wenige Ausnahmen auf Untersuchungen zu Bauwerken. Die hiermit verbundenen Anregungen durch Erdbeben, Wind oder Seegang weisen hohe Wegamplituden bei niedriger Frequenz auf. Bei der Auslegung dieser Strukturen wird daher in der Regel das Verhalten im quasistatischen Zustand zugrunde gelegt und die Frequenzabhängigkeit des Materialverhaltens vernachlässigt. Der Einsatz entsprechender Systeme bei Anregungen mit höheren Frequenzen, für deren Auslegung eine Berücksichtigung der beschriebenen Einflüsse erforderlich wäre, ist nicht bekannt.

3.2 Ziele der Arbeit

Aus den Defiziten des aktuellen Forschungsstands ergeben sich die Ziele der vorliegenden Arbeit:

1. Entwicklung eines Modells zur Beschreibung des Schwingungs- und Dämpfungsverhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen basierend auf experimentell ermittelten Materialparametern im Hinblick auf eine Minimierung der notwendigen experimentellen Untersuchungen
2. Aufbau eines Prüfstandes für die experimentelle Untersuchung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Ermittlung ausgewählter Materialparameter in Abhängigkeit der wichtigsten Einflussgrößen (Dehnungsamplitude, statische Dehnung, Erregungsfrequenz, Umgebungstemperatur und Zyklenzahl)
3. Modellierung fremderregter schwingungsfähiger Systeme mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen
4. Konzipierung und Aufbau eines Systems zur Schwingungsminderung bei Anregungen in einem großen Frequenz- und Amplitudenbereich

3.3 Vorgehen

Um die Ziele dieser Arbeit zu erreichen wurde die in **Abbildung 3.1** illustrierte Vorgehensweise umgesetzt. Zunächst wurde ein Versuchsstand entwickelt und aufgebaut, mit welchem das Verhalten geeigneter Materialproben bei zyklischen Lasten in Abhängigkeit der Erregung und Umgebungsbedingungen bestimmt wurde. Auf Basis der gewonnenen Ergebnisse wurde ein Materialmodell entwickelt, welches Ersatzgrößen zur Beschrei-

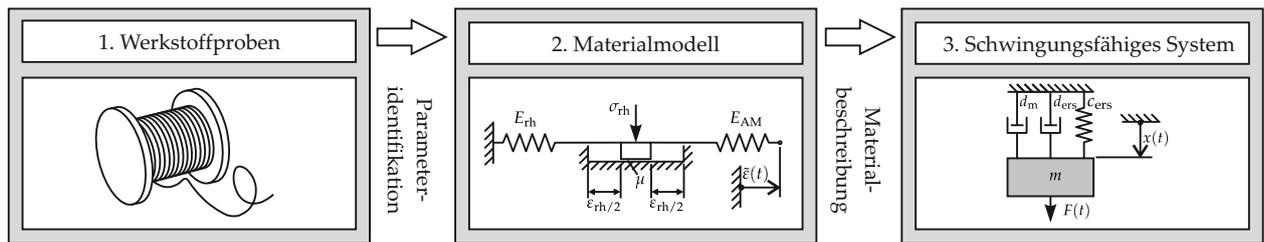


Abbildung 3.1: Modellierungs- und Identifikationsschritte

Die Untersuchung des dynamischen Verhaltens liefert die Grundlage für die Modellierung schwingungsfähiger Systeme bei Fremderregung. Diese wurden in Abhängigkeit der Erregung und der Umgebungsbedingungen untersucht und bilden die Grundlage für die Modellierung schwingungsfähiger Systeme bei Fremderregung. Im letzten Abschnitt wurden die gewonnenen Erkenntnisse genutzt um ein anwendungsbezogenes System zur Schwingungsminderung mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen zu realisieren.

Die Aufgaben zur Erreichung der Ziele können wie folgt zusammengefasst werden:

1. Experimentelle Untersuchungen
 - Definition geeigneter Materialparameter und Einflussgrößen
 - Aufbau eines Versuchstands für Zugversuche
 - Auswahl geeigneter Materialproben
 - Experimentelle Bestimmung der Materialparameter in Abhängigkeit der Einflussgrößen
2. Modellentwicklung
 - Entwicklung eines Materialmodells zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens in Abhängigkeit der gewählten Materialparameter
 - Definition und Bestimmung geeigneter Ersatzgrößen zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens in Abhängigkeit der Materialparameter
 - Beschreibung der Ersatzgrößen in Abhängigkeit der Einflussgrößen
 - Zusammenführen der Modellierungsergebnisse in ein Gesamtmodell
3. Schwingungsmodellierung
 - Beschreibung eines schwingungsfähigen Systems basierend auf den ermittelten Ersatzgrößen
 - Untersuchung des schwingungsfähigen Systems bei Fremderregung in Abhängigkeit der Erregungs- und Systemgrößen
4. Anwendung
 - Auswahl einer geeigneten Anwendung zur Schwingungsminderung
 - Messung der vorliegenden Erregeramplituden und -frequenzen
 - Auslegung, Aufbau und experimentelle Validierung eines anwendungsbezogenen Systems zur Schwingungsminderung

4 Experimentelle Untersuchung des dynamischen Materialverhaltens

Zur experimentellen Untersuchung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Versuchsstand entwickelt, welcher eine Charakterisierung des mechanischen und thermischen Verhaltens von Drahtproben bei harmonischer Dehnungsanregung ermöglicht. In diesem Zusammenhang wurde der Einfluss der Zyklenzahl, der Erregeramplitude, der Erregungsfrequenz sowie der Umgebungstemperatur auf das Materialverhalten untersucht. Vor der Beschreibung der Messungen werden zunächst die Anforderungen an den Prüfstand sowie der verwendete Aufbau beschrieben. Außerdem wird die Auswahl eines Formgedächtnismaterials dargelegt, welches sich im Hinblick auf die Wiederholbarkeit zur Validierung des in Kapitel 5 beschriebenen Modells eignet.

4.1 Versuchsstand und experimentelles Vorgehen

4.1.1 Anforderungen an den Versuchsstand

Um das Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnisdrähte bei Belastungen in Längsrichtung zu untersuchen, soll das grundlegende Prinzip des Versuchsstandes dem einer dynamischen Zugprüfmaschine entsprechen. Die Mehrzahl der in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Versuchsstände basieren auf einer linearen Dehnungsvorgabe, d. h. einer konstanten Dehnrates. Für die angestrebte Modellierung des Materialverhaltens sowie die schwingungstechnischen Untersuchungen in dieser Arbeit wird hingegen ein harmonischer Dehnungsverlauf vorausgesetzt. Bei den experimentellen Untersuchungen wird daher ein Anregungsmechanismus benötigt, welcher eine harmonische Dehnung der Form

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \hat{\varepsilon} \cos(\Omega t) \quad \text{mit} \quad f = \frac{\Omega}{2\pi} \quad (4.1)$$

ermöglicht. Die Erregeramplitude $\hat{\varepsilon}$ sowie der Mittelwert der Dehnung ε_0 sollen hierbei für Dehnungen bis maximal 6 % einstellbar sein. Ausgehend von einer maximalen Probenlänge von 50 mm wird hierzu ein Aktorhub von mindestens 3 mm benötigt. Die hierzu notwendigen Aktorkräfte liegen für Drahtproben mit einem Durchmesser von 0,2 mm und maximal auftretenden Spannungen von 800 MPa bei etwa 25 N. Um sowohl quasi-statische als auch dynamische Messungen zu ermöglichen soll die Anregungsfrequenz

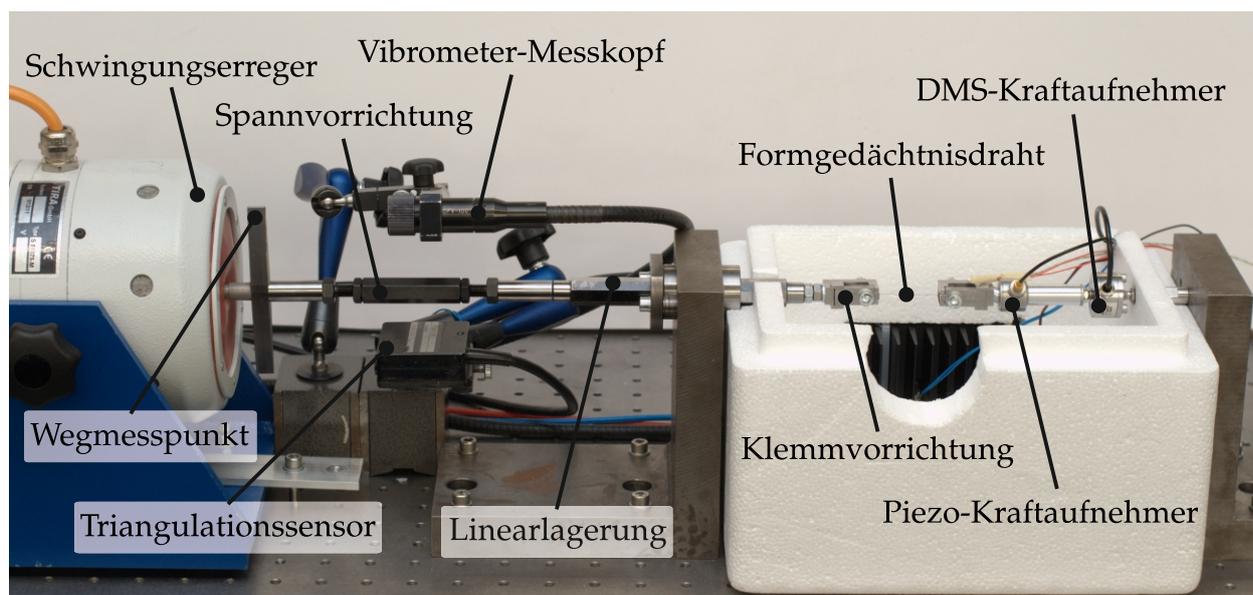


Abbildung 4.1: Aufbau des Zugversuchprüfstandes zur Untersuchung pseudoelastischer Formgedächtnisdrähte

zwischen 0,01 Hz und 10 Hz variiert werden können. Zur Quantifizierung der Einflüsse der genannten Parameter auf das nichtlineare Materialverhalten müssen die vorliegenden Dehnungen sowie die hierdurch im Material erzeugten Normalspannungen mit entsprechenden Sensoren gemessen werden.

Da eine mechanische Belastung der Drahtproben mit einer Änderung der Proben temperatur einhergeht soll neben den mechanischen Größen auch das thermische Verhalten untersucht werden. Um hierbei das Materialverhalten nicht zu beeinflussen soll eine berührungslose Messung der Drahttemperatur erfolgen.

Des Weiteren soll eine Einstellung der Umgebungstemperatur im Bereich zwischen 10 °C und 50 °C ermöglicht werden um den Einfluss der Umgebungstemperatur auf das mechanische Verhalten zu charakterisieren.

4.1.2 Aufbau des Versuchsstandes

Der für die experimentellen Untersuchungen verwendete Prüfstand ist in **Abbildung 4.1** dargestellt. Eine zu untersuchende Probe wird durch zwei Klemmen gehalten. Die rechte der beiden Klemmen ist mit einem piezoelektrischen Kraftaufnehmer und einem Kraftaufnehmer auf Basis von Dehnungsmessstreifen (DMS-Kraftaufnehmer) mechanisch in Reihe geschaltet. Der DMS-Kraftaufnehmer ist wiederum an einem Stahlwinkel befestigt. Die linke Klemme ist an einem Stab fixiert, welcher in einer Linearlagerung geführt wird und über eine Spannvorrichtung mit einem elektromagnetischen Schwingungserreger verbunden ist, der eine dynamische Nennkraft bis zu 75 N aufbringt. Die Spannvorrichtung wird verwendet um den Draht gegen die Steifigkeit des Schwingungserregers vorzuspannen, so dass die Dehnung im Draht möglichst genau dem statischen Anteil der

vorgegebenen Dehnung entspricht. Auf diese Weise wird der vom Schwingungserreger zu stellende konstante Weganteil gering gehalten. Die Bewegung des Schwingungserregers und somit auch der Drahtprobe wird durch einen Triangulationssensor sowie durch ein Laservibrometer gemessen, welche eine am Schwingungserreger befestigte Balkenstruktur als Messobjekt nutzen. Die Balkenstruktur kann für den zu untersuchenden Frequenzbereich als biegestarr angenommen werden.

4.1.3 Regelung der Weganregung

Um die in Gl. (4.1) geforderte Drahtdehnung vorgeben zu können, muss der Weg des elektromagnetischen Schwingungserregers innerhalb seines maximalen Stellwegs von ± 5 mm geregelt werden. Zur Reduktion des Regelfehlers zwischen geforderter und tatsächlicher Auslenkung wurde ein entsprechender Regler realisiert. Die tatsächliche Auslenkung des Schwingungserregers wird hierbei durch das in Abschnitt 4.1.6 beschriebene Messverfahren ermittelt. Da die vom Formgedächtnisdraht erzeugte Kraft von der Regelung nicht berücksichtigt wird, führt diese zu einer Störgröße im Bewegungsverhalten des Systems. Bis zu einer Frequenz von etwa 10 Hz ist die Regelung jedoch schnell genug, um diesen Fehler auszugleichen.

4.1.4 Regelung der Umgebungstemperatur

Um den Einfluss der Umgebungstemperatur auf das mechanische Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zu charakterisieren, wurde die in **Abbildung 4.2a** gezeigte Temperaturkammer aufgebaut. Diese umschließt, wie in **Abbildung 4.1** zu sehen ist, die Kraftsensoren, die Klemmvorrichtung und den Formgedächtnisdraht. Eine Temperaturänderung in der Kammer wurde durch vier Peltierelemente realisiert. Diese wurden paarweise in einer Seitenwand und im Deckel eingelassen. Um den Wärmeaustausch der jeweils kalten bzw. warmen Seite der Peltierelemente mit dem inneren der Kammer und der Umgebung zu verbessern, wurden Kühlkörper auf beiden Seiten der Peltierelemente angebracht. Die Temperatur innerhalb der Kammer wurde mit Temperatursensoren gemessen und als Regelgröße eines Temperaturregelkreises verwendet, der durch Änderungen des elektrischen Stroms der Peltierelemente die Temperatur im inneren der Kammer auf einen geforderten Wert regelt.

4.1.5 Messverfahren für thermische Größen

Um neben den mechanischen Größen auch das thermische Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen beschreiben zu können wurde die Intensität der Wärmestrahlung des Drahtes während der mechanischen Belastungen mit Hilfe einer Thermografiekamera gemessen. **Abbildung 4.2a** zeigt die verwendete Thermografiekamera, wel-

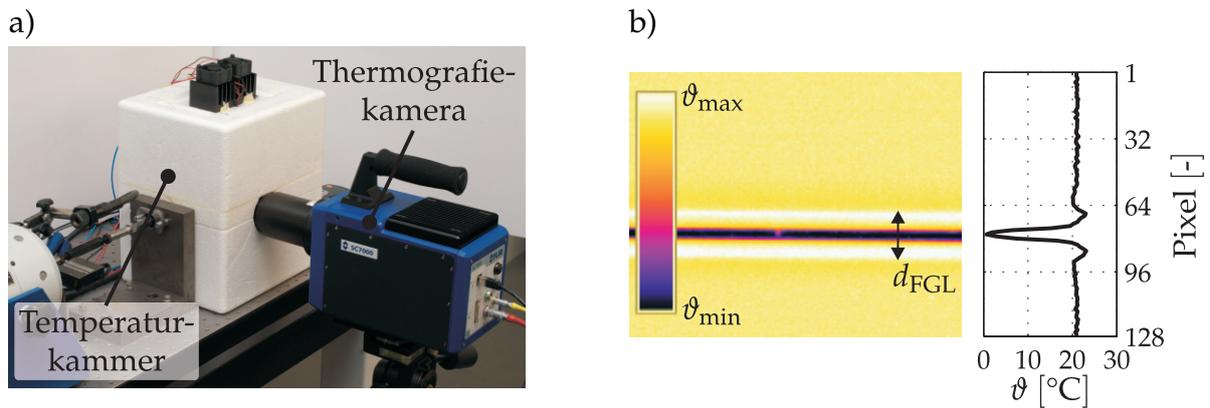


Abbildung 4.2: Untersuchung des thermischen Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnisdrähte: a) Zugversuchsprüfstand mit Temperaturkammer und Thermografiekamera; b) Temperaturverlauf bei maximaler Dehnung über einer Spalte eines Thermografiebildes

che durch eine Öffnung in der Temperaturkammer auf den Draht gerichtet ist. Um aus den gemessenen Wärmestrahlungsverteilungen die Drahttemperatur bestimmen zu können, wird der Emissionsgrad der Drahtoberfläche benötigt. Dieser wurde durch einen Vergleich der Wärmestahlung des Drahtes mit der eines Referenzobjektes mit bekanntem Emissionsgrad experimentell zu $\epsilon_{FGL} = 0,839$ bestimmt.

Abbildung 4.2b zeigt ein Einzelbild der Temperaturverteilung des Drahtes bei maximaler Dehnung. Hierbei ist zu erkennen, dass auf der Drahtoberfläche im Bereich der Drahtmitte deutlich geringere Temperaturen als im Randbereich des Drahtes gemessen wurden. Grund hierfür ist die reflektierende Oberfläche des Drahtes, welche in der Drahtmitte parallel zur Detektoroberfläche der Thermografiekamera verläuft. Die Wärmestahlung des Detektors wird daher vom Draht reflektiert und von der Kamera selbst detektiert. Da der Detektor der Kamera eine andere Temperatur als der Draht aufweist, führt die Reflektion der Wärmestahlung aus der Kamera zu einer abweichenden gemessenen Temperatur im Bereich der Drahtmitte. Im rechten Teil von **Abbildung 4.2b** ist der gemessene Temperaturverlauf über dem Drahtdurchmesser dargestellt. Zur Bestimmung der tatsächlichen Oberflächentemperatur des Drahtes aus den gemessenen Temperaturbildern werden daher nur die Bildinformationen am oberen bzw. unteren Rand des Drahtes verwendet. Um die Position der entsprechenden Pixel zu bestimmen, wird zunächst für jede Spalte eines Einzelbildes der kälteste Drahtpunkt detektiert. Da die Anzahl der Pixel, welche den Drahtdurchmesser bzw.-radius beschreiben, konstant ist, kann dieser zur Bestimmung des äußersten Drahtpunktes jeder Pixelspalte eingesetzt werden. Die so ermittelten Temperaturen über der Drahtlänge werden schließlich gemittelt um einen Wert für die Drahttemperatur eines Einzelbildes zu erhalten. Der zeitabhängige Verlauf der Drahttemperatur ergibt sich aus den Temperaturwerten der Einzelbilder.

Bei dem beschriebenen Vorgehen muss berücksichtigt werden, dass auch die am Randbereich des Drahtes detektierte Strahlung Reflektionen aus der Umgebung enthalten kann. Die ermittelten Temperaturverläufe können daher Ungenauigkeiten aufweisen und sollen lediglich das grundsätzliche thermische Verhalten verdeutlichen.

4.1.6 Messverfahren für mechanische Größen

Die Erfassung von Verschiebung und Kraft erfolgt redundant, d. h. es werden jeweils unterschiedliche Sensortypen eingesetzt um die Genauigkeit der gemessenen Größen im untersuchten Frequenzbereich zu erhöhen. Der DMS-Kraftaufnehmer sowie der Triangulationssensor liefern in Verbindung mit den jeweiligen Messverstärkern Absolutwerte, welche für geringe Erregungsfrequenzen sehr genau sind, aber mit steigender Erregungsfrequenz Abweichungen aufweisen. Aufgrund der wegen Messrauschen erforderlichen Tiefpassfilterung der Signale des DMS-Kraftaufnehmers und des Triangulationssensors weisen die gefilterten Signale bei höheren Frequenzen zudem eine Phasenabweichung auf.

Um auch für höhere Frequenzen ein jeweils wenig verrauschtes Weg- und Kraftsignal mit korrekter Phasenlage zu erhalten werden ein Laservibrometer sowie ein Piezokraftaufnehmer eingesetzt. Die von diesen Sensoren erfassten mittelwertfreien Signale eignen sich jedoch nicht für quasistatische bzw. niederfrequente Messungen und stellen daher eine Ergänzung des Messsystems aus DMS-Kraftaufnehmer und Triangulationssensor dar. Die Messdaten für Verschiebung und Kraft werden mit einem echtzeitfähigen Signalerfassungs- und Signalausgabesystem, einem Messrechner sowie der entsprechenden Software (ControlDesk und MATLAB/Simulink) aufgenommen und zusammengeführt. Bei der Zusammenführung der Messdaten werden die mittelwertfreien Signale (Laservibrometer und Piezokraftaufnehmer) durch Addition der Mittelwerte der zuvor tiefpassgefilterten absoluten Messsignale (Triangulationssensor und DMS-Kraftaufnehmer) ergänzt. Eine zusätzliche Hochpassfilterung der mittelwertfreien Signale, mit zum jeweiligen Tiefpass identischer Eckfrequenz, sorgt zudem dafür, dass für das Übertragungsverhalten beider Messsysteme ein kontinuierlicher Übergang ohne Phasenverschiebung zwischen niedrigen und hohen Frequenzen vorliegt. Eine detaillierte Beschreibung der verwendeten Messtechnik kann JAHN [140] entnommen werden.

4.1.7 Maximale Betriebsbereiche des Versuchstands

Die maximalen Betriebsbereiche bezüglich der mechanischen und thermischen Einflussgrößen des entwickelten Prüfstand können wie folgt zusammengefasst werden:

- Wegamplitude: ± 5 mm
- statische Auslenkung: ± 5 mm
- Erregungsfrequenz: 0,001 Hz bis 10 Hz
- Temperaturänderung gegenüber Raumtemperatur: -15 °C bis $+65$ °C

4.2 Materialauswahl

Um eine Validierung des im nachfolgenden Kapitel beschriebenen Modells zu ermöglichen wird für die angestrebten experimentellen Untersuchungen ein pseudoelastisches Formgedächtnismaterial in Drahtform benötigt, welches über seine Länge homogene Materialeigenschaften aufweist. Dies ist notwendig um eine Vergleichbarkeit zwischen einzelnen Probenstücken, welche aus dem ursprünglichen Draht heraus getrennt werden, zu gewährleisten. Eine inhomogene Materialzusammensetzung hätte zur Folge, dass in Abhängigkeit des betrachteten Drahtabschnittes die Materialeigenschaften abweichen, was eine Validierung des Modells erschweren würde. Außerdem sollte das Material im angestrebten Dehnungsbereich deutliche rein austenitische und martensitische Bereiche sowie markante Umwandlungsbereiche aufweisen.

Drahtproben von drei verschiedenen Herstellern wurden im Hinblick auf Wiederholbarkeit sowie das charakteristische mechanische Verhalten verschiedener Drahtabschnitte untersucht. Pro Hersteller wurden fünf Drahtproben mit einem Durchmesser von 0,2 mm bei maximalen Dehnungen von etwa 6 % untersucht.

Wie **Abbildung 4.3b** zeigt, weist eine der untersuchten Proben der Firma EUROFLEX eine starke Verschiebung der mechanischen Hysterese auf. Das Material der Firma MEMRY (**Abbildung 4.3a**) weist ebenfalls Abweichungen auf, diese fallen jedoch geringer als bei den Proben der Firma EUROFLEX aus. Die charakteristischen Hystereseformen beider zu-

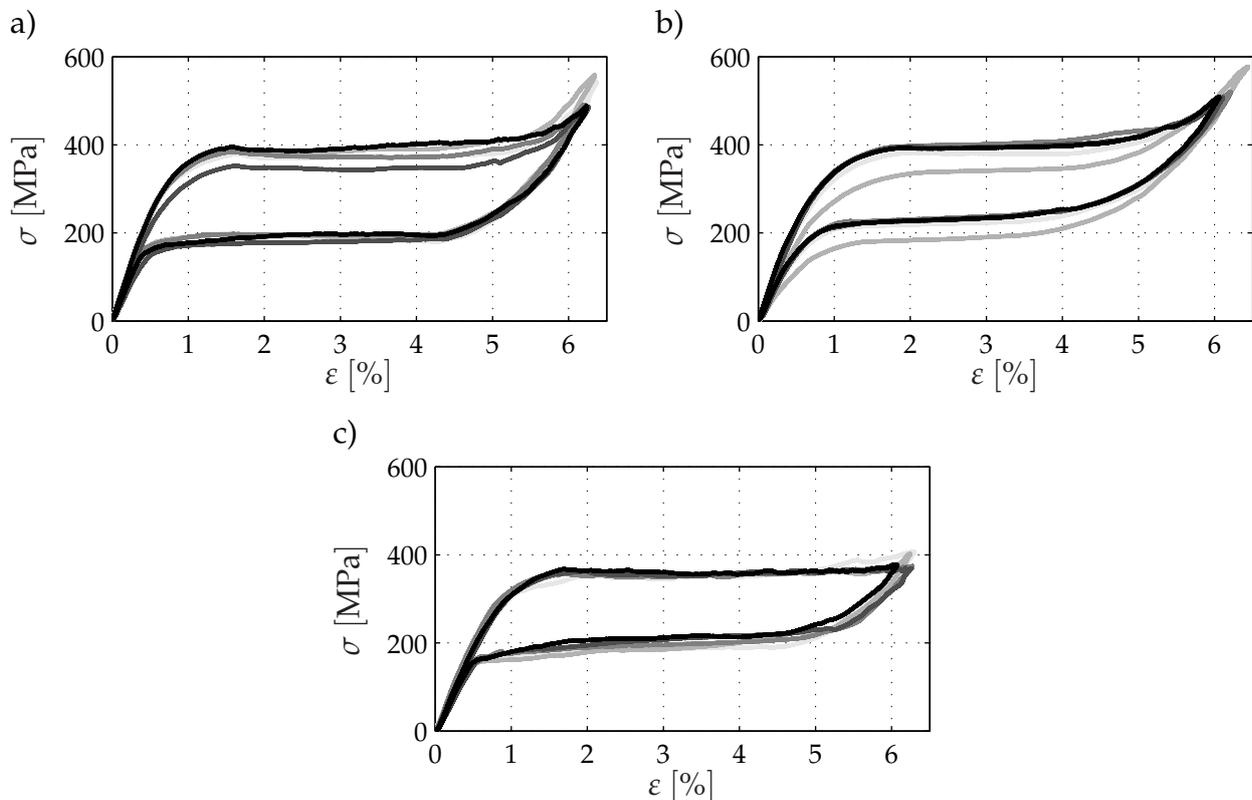


Abbildung 4.3: Spannungs-Dehnungs-Verhaltens von jeweils fünf Proben unterschiedlicher Hersteller: a) MEMRY, b) EUROFLEX, c) JOHNSON MATTHEY

vor beschriebenen Materialien weisen, wie gefordert, deutliche Umwandlungsbereiche sowie elastische Bereiche auf. Diese Forderung wird, wie **Abbildung 4.3c** zeigt, vom Material der Firma JOHNSON MATTHEY nicht erfüllt, da hier der rein martensitische elastische Bereich im angestrebten Dehnungsbereich nicht erkennbar ist.

Da die Materialproben der Firma MEMRY neben den deutlich erkennbaren Materialzuständen auch eine geringe Abweichung zwischen den Proben aufweisen, wird dieses Material für alle nachfolgenden Untersuchungen verwendet. Eine Auflistung aller vom Hersteller angegebenen Materialeigenschaften kann Anhang A entnommen werden.

4.3 Auswahl geeigneter Parameter zur Beschreibung der experimentellen Ergebnisse

Um das mechanische Verhalten pseudoleastischer Formgedächtnislegierungen beschreiben zu können wird zunächst eine Näherung der aufgenommenen Spannungs-Dehnungs-Hysteresen durch geeignete Parameter benötigt. Hierbei sollten die maßgeblichen Materialeigenschaften ausreichend genau abgebildet werden, wobei eine minimale Anzahl von Materialparametern anzustreben ist.

Der in dieser Arbeit verwendete Modellierungsansatz zur Beschreibung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens ist in **Abbildung 4.4** dargestellt. Die Spannungs-Dehnungs-Hysteresen werden als punktsymmetrisch zu ihrem Flächenschwerpunkt S angenommen. Wie im nachfolgenden Kapitel deutlich wird, bietet diese Annahme Vorteile im Hinblick auf die Modellierung der Hysterese. So kann u. a. durch ein Koordinatensystem im Schwerpunkt S die Symmetrie des Systems ausgenutzt werden. Erfüllt ist diese Bedingung in der Regel für Dehnungen mit einem statischen Anteil ε_0 von etwa 3 %. Die scheinbaren Elastizitätsmoduln im rein austenitischen und rein martensitischen Bereich weichen nur geringfügig voneinander ab und werden daher als näherungsweise identisch angenommen und mit E_{AM} bezeichnet. Diese Näherung gilt auch für die Elastizitätsmoduln im Bereich der Hin- und Rücktransformation, welche mit E_T bezeichnet werden wobei es sich nur formal um ein Elastizitätsmodul handelt, da der Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung durch die Materialumwandlung begründet ist. Zur

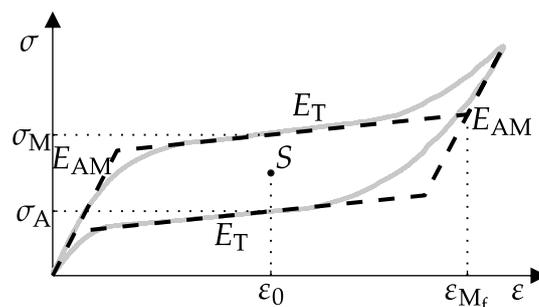


Abbildung 4.4: Näherung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen

Beschreibung der Position der Spannungsplateaus werden die Spannungswerte verwendet, die bei einer Dehnung bis zum Hystereseschwerpunkt S auftreten. Die Spannung bei dieser Dehnung für die Hintransformation von Austenit zu Martensit wird als σ_M bezeichnet. Analog beschreibt σ_A die entsprechende Spannung bei der Rücktransformation von Martensit zu Austenit. Im Gegensatz zum weit verbreiteten Beschreibungsansatz mit vier Umwandlungsspannungen (**Abbildung 2.3a**), welcher Beginn und Ende der jeweiligen Transformation beschreibt, beschränkt sich das hier verwendete Modell auf zwei Umwandlungsspannungen. Diese entsprechen den Spannungen im Bereich der Umwandlung bei der statischen Dehnung ε_0 . Die Definition eines Spannungswertes für den Beginn bzw. das Ende einer Umwandlung, wie ihn beispielsweise LAGOUDAS ET AL. [59] nutzt, ist deutlich schwieriger, da die Umwandlung nicht bei einem exakten Dehnungswert beginnt bzw. abgeschlossen ist. Grund hierfür ist, dass die zur Umwandlung notwendige Energie nicht für alle Materialbereiche gleich ist und stattdessen ein Dehnungsbereich existiert, welcher den Beginn bzw. das Ende der Umwandlung charakterisiert. Zur vollständigen Beschreibung wird zusätzlich die Dehnung bei abgeschlossener Hintransformation ε_{M_f} verwendet.

Zur Vereinfachung nachfolgender Beschreibungen werden die gewählten Materialparameter in einem Vektor zusammengefasst

$$\mathbf{p} = \left[\sigma_M \quad \sigma_A \quad E_{AM} \quad E_T \quad \varepsilon_{M_f} \right]^T. \quad (4.2)$$

Dieser wird in den nachfolgenden experimentellen Untersuchungen genutzt um das Materialverhalten im Hinblick auf die Anregungs- und Umgebungsparameter zu beschreiben.

4.4 Messergebnisse

In den nachfolgenden Abschnitten werden die Messungen mit dem zuvor beschriebenen Versuchsstand beschrieben. Die erste Versuchsreihe zeigt, welche Spannungen aus einer Variation der Dehnungsamplitude resultieren und welche charakteristischen Eigenschaften der mechanischen Hysterese sich hieraus ergeben. Um neben der Amplitude auch den Einfluss der statischen Dehnung, d. h. der Position des Hysteresemittelpunktes, beschreiben zu können, wurde diese ebenfalls experimentell untersucht. In der dritten Versuchsreihe wurde die Frequenz der vorgegebenen Dehnung variiert, wobei Dehnungsamplitude und Vorspannung konstant gehalten wurden. Neben den mechanischen Größen wurde in dieser Versuchsreihe auch die Drahttemperatur gemessen, um Aussagen über die thermomechanische Kopplung des Materials treffen zu können. Des Weiteren wurde untersucht, wie die Umgebungstemperatur das Materialverhalten beeinflusst, wobei zusätzlich die Erregungsfrequenz variiert wurde.

Bei den durchgeführten Untersuchungen konnte davon ausgegangen werden, dass die Veränderungen im Verformungsverhalten des Materials, welche innerhalb der ersten Belastungszyklen beobachtet werden können, abgeschlossen sind. In diesem Zusammen-

hang spricht man auch von *stabilisierten* Materialeigenschaften. Des Weiteren konnte durch ausreichende Zyklenzahlen von einem stationären Zustand im Hinblick auf thermische und mechanische Einschwingvorgänge ausgegangen werden. Um genauere Aussagen über die benötigten Schwingungszyklen zum Erreichen eines stabilisierten und stationären Zustands treffen zu können, wurden weitere Untersuchungen durchgeführt.

4.4.1 Variation der Dehnungsamplitude

Da sich das mechanische Verhalten eines pseudoelastischen Formgedächtnisdrahtes mit der Amplitude der aufgetragenen Dehnung ändert wurden Spannung und Dehnung für unterschiedliche Dehnungsamplituden aufgezeichnet. Der zeitliche Verlauf der harmonischen Dehnung wird durch Gl. (4.1) auf Seite 38 beschrieben. Der konstante Dehnungsanteil ε_0 wurde auf 3 % eingestellt, so dass eine Hysterese durchlaufen wird, welche näherungsweise punktsymmetrisch zu ihrem Flächenschwerpunkt ist. Die Frequenz der Anregung wurde mit 0,01 Hz so niedrig gewählt, dass von einer quasistatischen Belastung ausgegangen werden kann. Die Umgebungstemperatur wurde bei $\vartheta_U = 20\text{ °C}$ gehalten. Die erzielten Ergebnisse in **Abbildung 4.5a** zeigen, dass die Hysterese fläche bis zu einer Dehnungsamplitude von etwa 2 % breiter wird, wobei die Höhe konstant bleibt. Die Hysterese wächst also in Dehnungsrichtung an, während die Position der Spannungsplateaus nahezu konstant bleibt. Für Dehnungsamplituden über 2,5 % werden auch Spannungen erreicht, die von der Plateauspannung abweichen, da keine weitere Umwandlung des Materials stattfindet. Die Fläche der Hysterese im Spannungs-Dehnungs-Raum, welche die dissipierte volumetrische Energiedichte beschreibt, steigt also mit zunehmender Dehnungsamplitude an.

In **Abbildung 4.5b** ist das Spannungs-Dehnungs-Verhalten der mit $\hat{\varepsilon} = 0,1\text{ %}$ kleinsten untersuchten Dehnungsamplitude dargestellt. Hier verschwinden die Spannungsplateaus

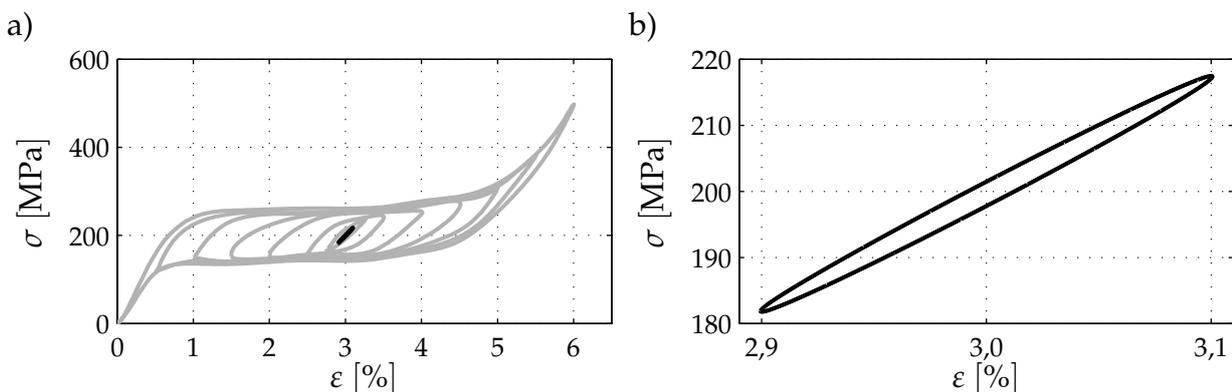


Abbildung 4.5: Spannungs-Dehnungs-Verhalten in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude $\hat{\varepsilon}$ bei einer statischen Dehnung von $\varepsilon_0 = 3\text{ %}$, einer Anregungsfrequenz von $f = 0,01\text{ Hz}$ und einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 20\text{ °C}$: a) Variation der Dehnungsamplitude $\hat{\varepsilon}$; b) Minimale Dehnungsamplitude $\hat{\varepsilon} = 0,1\text{ %}$

aus vollständig. Die eingeschlossene Fläche dieser Spannungs-Dehnungs-Hysterese wird im weiteren Verlauf der Arbeit als Materialdämpfung interpretiert.

4.4.2 Variation der statischen Dehnung

Neben der Dehnungsamplitude ist auch die statische Dehnung von großer Bedeutung für das Spannungs-Dehnungs-Verhalten. Diese bestimmt die Position der Hysterese in Dehnungsrichtung und kann so auch die im Material auftretenden Spannungen beeinflussen. Eine Auswahl aussagekräftiger Kombinationen aus statischer Dehnung und Dehnungsamplitude soll dieses Phänomen nachfolgend verdeutlichen.

Abbildung 4.6a zeigt, dass sich für geringe Dehnungsamplituden eine Änderung der statischen Dehnung nur bedingt auf die resultierenden Spannungen und die Form der Hysterese auswirkt. Werden jedoch für größere Dehnungsamplituden auch elastische Bereiche erreicht, so wird der entsprechende Teil der vollen Hysterese durchlaufen wie **Abbildung 4.6b** verdeutlicht.

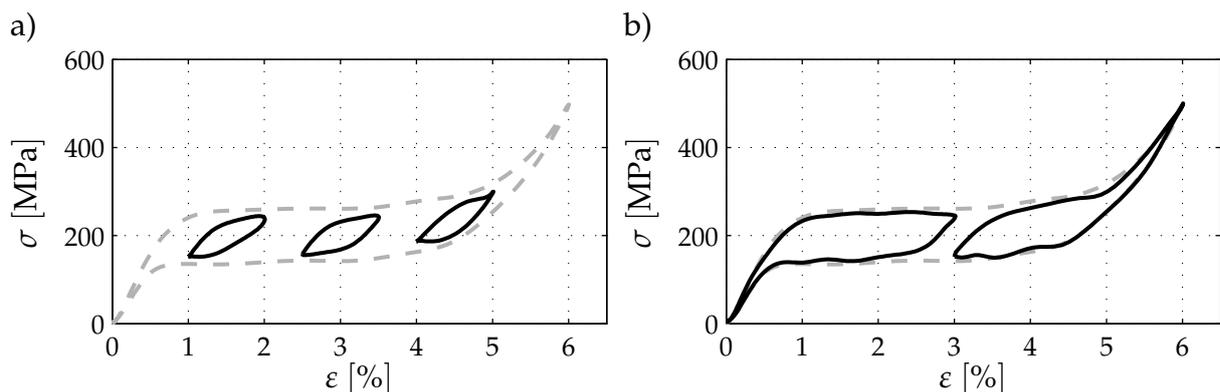


Abbildung 4.6: Spannungs-Dehnungs-Verhalten für verschiedene statische Dehnungen $\varepsilon_0 = 1,5\%$; 3% ; $4,5\%$ bei konstanter Dehnungsamplitude, einer Anregungsfrequenz von $f = 0,01$ Hz und einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 20$ °C: a) $\hat{\varepsilon} = 0,5\%$; b) $\hat{\varepsilon} = 1,5\%$

4.4.3 Variation der Erregungsfrequenz

Um den Einfluss der Erregungsfrequenz auf das Materialverhalten zu untersuchen wurde diese zwischen $0,01$ Hz und 10 Hz variiert. Um verschiedene Größenordnungen der Erregungsfrequenz zu charakterisieren wurden folgende Frequenzen untersucht:

$$f = [0,01 \text{ Hz}; 0,02 \text{ Hz}; 0,05 \text{ Hz}; 0,1 \text{ Hz}; \dots; 0,2 \text{ Hz}; 0,5 \text{ Hz}; 1 \text{ Hz}; 2 \text{ Hz}; 5 \text{ Hz}; 10 \text{ Hz}]. \quad (4.3)$$

Abbildung 4.7a zeigt das Spannungs-Dehnungs-Verhalten einer pseudoelastischen Formgedächtnislegierung in Abhängigkeit der Erregungsfrequenz. Es ist erkennbar, dass

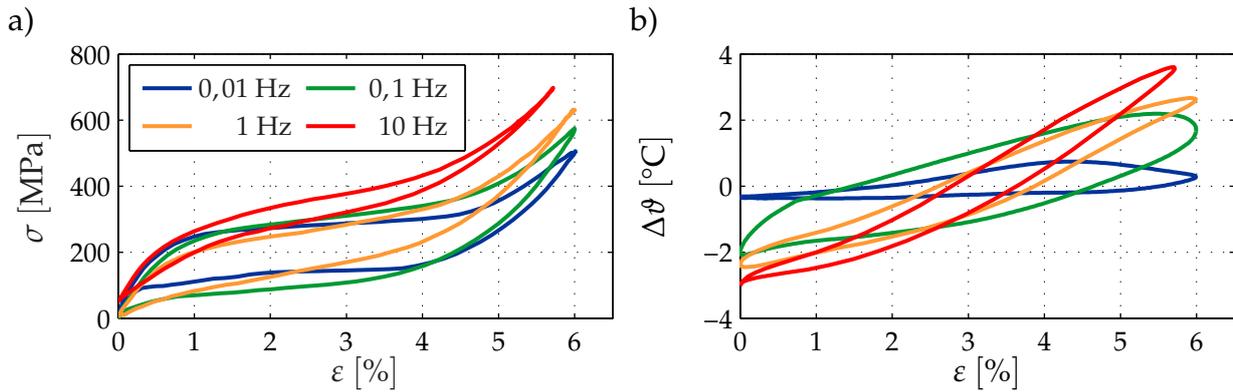


Abbildung 4.7: Materialverhalten in Abhängigkeit der Erregungsfrequenz f für $\varepsilon_0 = 3\%$, $\hat{\varepsilon} = 3\%$ und $\vartheta_U = 20\text{ °C}$: a) Spannung-Dehnung; b) Temperatur-Dehnung

mit zunehmender Frequenz die Steigung der Spannungsplateaus zunimmt wie auch der Verlauf des Elastizitätsmodul E_T in **Abbildung 4.9a** zeigt. Dies kann, wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, durch die notwendige Zeit für den Austausch der Phasenumwandlungsenergie mit der Umgebung begründet werden. Anhand der Temperatur-Dehnungs-Verläufe in **Abbildung 4.7b** sowie den entstehenden Temperaturdifferenzen in **Abbildung 4.8** kann dieses Verhalten erläutert werden.

Bei der exothermen Phasenumwandlung von Austenit zu Martensit, d. h. beim Anstieg der Dehnung, kann die latente Wärme nicht ausreichend schnell durch Konvektion an die Umgebung abgegeben werden. Hierdurch steigt die Probentemperatur schon während der Umwandlung deutlich an, wobei die Umwandlungsspannung mit der Temperatur zunimmt.

Entsprechendes gilt für die endotherme Rücktransformation, bei welcher die notwendige latente Wärmeenergie nicht ausreichend schnell durch Konvektion von der Probe aufgenommen werden kann. So kommt es auch hier bei höheren Frequenzen zu einer Temperaturdifferenz zwischen Beginn und Ende der Umwandlung und einer entsprechenden Verschiebung des Spannungsplateaus der Rücktransformation.

Die Frequenzabhängigkeit der Steigung E_{AM} , welche eine Mittlung der elastischen Ma-

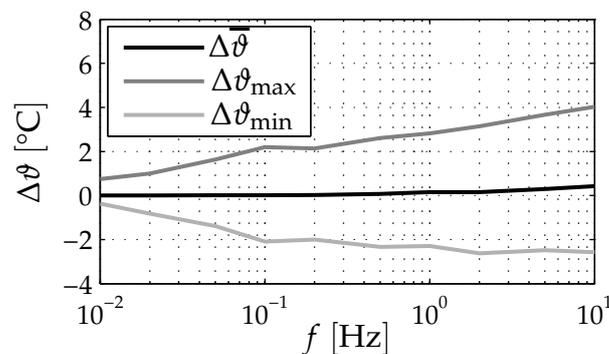


Abbildung 4.8: Mittlere, maximale und minimale Probentemperatur in Abhängigkeit der Erregungsfrequenz für $\vartheta_U = 20\text{ °C}$

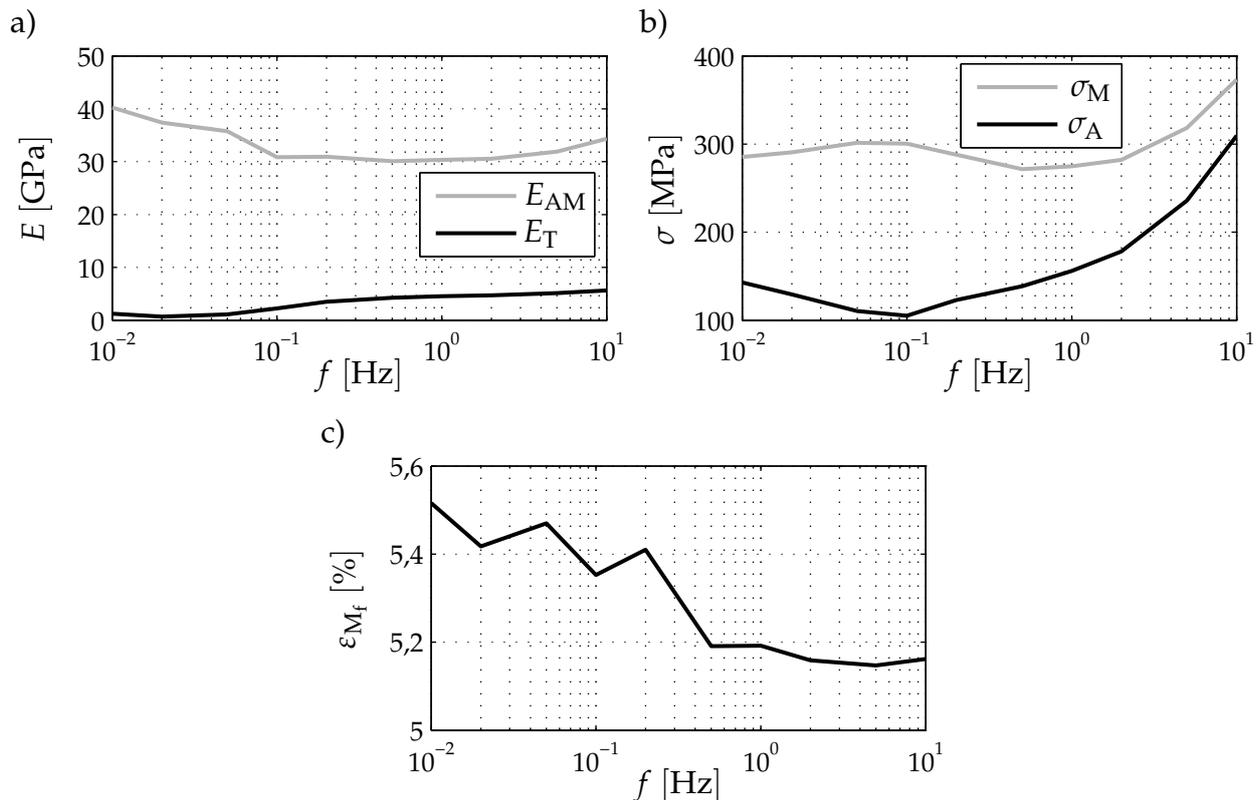


Abbildung 4.9: Materialparameter in Abhängigkeit der Erregungsfrequenz für $\vartheta_U = 20\text{ °C}$: a) Elastizitätsmodul im Bereich der Transformation und im austenitischen bzw. martensitischen Zustand; b) Plateauspannungen der Transformation zu Austenit und Martensit; c) Dehnung bei abgeschlossener martensitischer Phasentransformation

terialbereiche beschreibt, ist in **Abbildung 4.9a** dargestellt und weist nur geringe relative Abweichungen auf.

Die Frequenzabhängigkeit der Plateauspannung bei einer Transformation zu Austenit bzw. Martensit ist in **Abbildung 4.9b** dargestellt. Im Fall der Anregung mit 0,01 Hz liegt, wie bereits beschrieben, ein nahezu isothermer Prozess vor, bei dem die Drahttemperatur näherungsweise der Raumtemperatur entspricht. Hin- und Rücktransformation finden daher entsprechend des Zusammenhangs in **Abbildung 2.3b** bei der selben Temperatur, jedoch bei unterschiedlichen Spannungen statt.

Wird die Erregungsfrequenz erhöht, so steigt der Abstand zwischen oberem und unterem Spannungsplateau und erreicht bei 0,1 Hz ein Maximum. Grund hierfür ist, dass die Zeit nach abgeschlossener Hin- bzw. Rücktransformation, d. h. die Verweildauer in den elastischen Bereichen, ausreicht um bereits einen Großteil der Temperaturdifferenz zwischen Draht und Umgebung auszugleichen. Dies wird in **Abbildung 4.7b** dadurch deutlich, dass bei maximaler bzw. minimaler Dehnung die Temperatur bereits vom jeweiligen Extremwert abweicht und bis zum Beginn der anschließenden Transformation (etwa 1 % bzw. 5 %) stark gegen $\Delta\vartheta = 0\text{ °C}$ strebt. Bei der nachfolgenden Transformation stellt sich daher eine große Temperaturdifferenz gegenüber der Umgebung ein was zu

einer Verschiebung der Spannungsplateaus und somit zu einer vergrößerten Hysterese-fläche führt.

Eine weitere Frequenzerhöhung auf über 1 Hz führt dazu, dass die latente Wärmemenge der Hintransformation nicht mehr vollständig mit der Umgebung ausgetauscht werden kann und bis zur Rücktransformation in der Probe verbleibt. Das untere Spannungsplateau wird hierdurch nach oben verschoben woraus eine schmalere Hysterese resultiert. Des Weiteren kann beobachtet werden, dass die gesamte Hysterese zu höheren Spannungen verschoben wird. Grund hierfür ist, dass durch die hohe Erregungsfrequenz eine größere latente Wärmemenge pro Zeit erzeugt wird und sich das Gleichgewicht der dynamischen Wärmeströme zwischen Probe und Umgebung bei einer höheren Proben-temperatur einstellt.

Die Dehnung bei abgeschlossener Umwandlung ε_{M_f} zeigt **Abbildung 4.9c**. Erkennbar ist hier, dass nur sehr geringe Schwankungen des Parameters vorliegen und dieser so nur einen geringen Einfluss auf das frequenzabhängige Materialverhalten hat.

4.4.4 Variation der Umgebungstemperatur

Um den Einfluss der Temperatur des umgebenden Mediums auf das thermomechanische Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zu untersuchen, wurden die im vorherigen Abschnitt beschriebenen Messungen bei Umgebungstemperaturen von 10 °C, 20 °C, 30 °C, 40 °C und 50 °C wiederholt. Das Spannungs-Dehnungsverhalten für drei der vorgegebenen Umgebungstemperaturen bei einer quasistatischen Anregung von 0,01 Hz ist in **Abbildung 4.10** dargestellt. Deutlich erkennbar ist, dass eine Temperaturerhöhung eine Verschiebung der Hysterese zu höheren Spannungen zur Folge hat. Dies wird auch durch die temperaturabhängige Darstellung der Parameter für das obere bzw. untere Spannungsplateau in **Abbildung 4.11a** und **4.11b** verdeutlicht. Neben der Temperaturabhängigkeit ist hier auch das Verhalten in Abhängigkeit der Erregungsfrequenz dargestellt, wobei deutlich wird, dass die Umgebungstemperatur hier vernachlässigbaren Einfluss auf das frequenzabhängige Verhalten hat.

Die Steigung der Hysterese im Bereich der Umwandlung und in den elastischen Be-

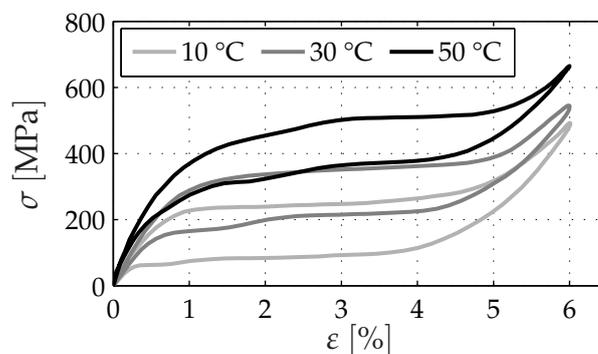


Abbildung 4.10: Spannungs-Dehnungs-Verhalten in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur ϑ_U für $\varepsilon_0 = 3,5 \%$, $\hat{\varepsilon} = 3,5 \%$ und $f = 0,01$ Hz

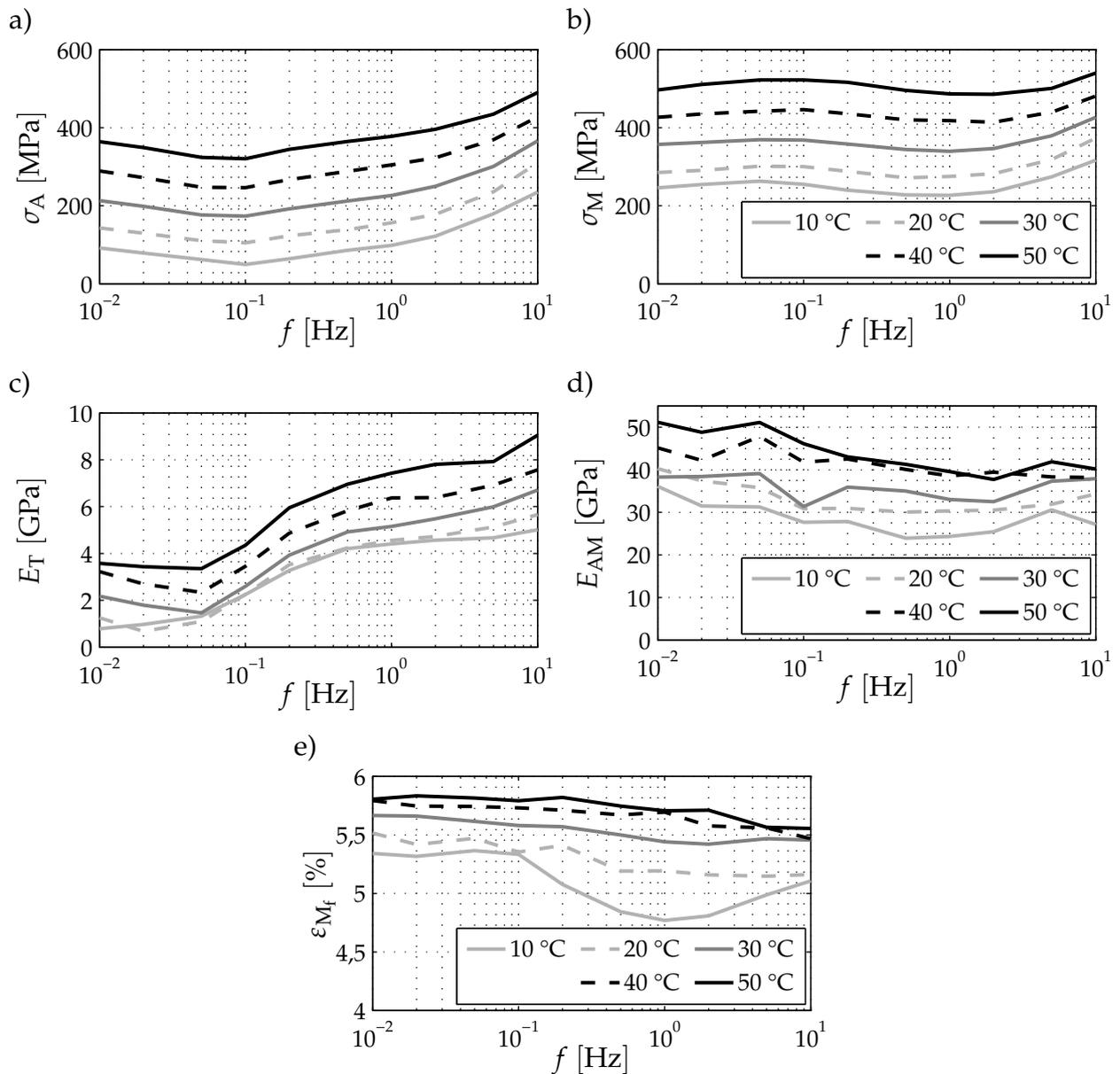


Abbildung 4.11: Materialparameter in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur ϑ_U und der Erregungsfrequenz: a) Plateauspannung der Transformation zu Austenit; b) Plateauspannung der Transformation zu Martensit; c) Elastizitätsmodul im Bereich der Transformation; d) Elastizitätsmodul im austenitischen und martensitischen Zustand e) Dehnung bei abgeschlossener martensitischer Phasentransformation

reichen für unterschiedliche Erregungsfrequenzen und Umgebungstemperaturen zeigen **Abbildung 4.11c** und **4.11d**. Auch hier kann näherungsweise von einer reinen Verschiebung der frequenzabhängigen Kurven bei einer Temperaturänderung ausgegangen werden. Die Schwankungen der frequenzabhängigen Messkurven von E_{AM} könnten daraus resultieren, dass der Parameter den Mittelwert aus rein martensitischen und rein austenitischen Elastizitätsmodul beschreibt und diese gegebenenfalls unterschiedliche Temperaturabhängigkeiten aufweisen.

Mit Ausnahme der Messwerte für 10 °C kann auch für ε_{M_f} in **Abbildung 4.11e** von einer reinen Verschiebung der frequenzabhängigen Eigenschaften durch eine Temperaturänderung ausgegangen werden.

4.4.5 Variation der Zyklenzahl

Alle zuvor beschriebenen Messreihen beziehen sich auf einen stabilisierten und stationären Zustand der mechanischen Schwingung, d.h. die Veränderungen im Verformungsverhalten des Materials, die bei der ersten Belastung einer Formgedächtnislegierung auftreten sowie die thermischen und mechanischen Einschwingvorgänge sind abgeschlossen. Innerhalb einer Periode der vorgegebenen Dehnung wird daher immer ein identisches Spannungs-Dehnungs-Verhalten gemessen. Um diesen Zustand zu erreichen, muss eine Drahtprobe eine gewisse Zyklenzahl durchlaufen. Der Einfluss von Zyklenzahl und Erregungsfrequenz wurde in diesem Zusammenhang durch die in **Abbildung 4.12** dargestellten Messungen untersucht. Es wird deutlich, dass die notwendige Zyklenzahl unabhängig von der Erregungsfrequenz ist und etwa 50 Zyklen notwendig sind um einen stabilisierten und stationären Zustand zu erreichen.

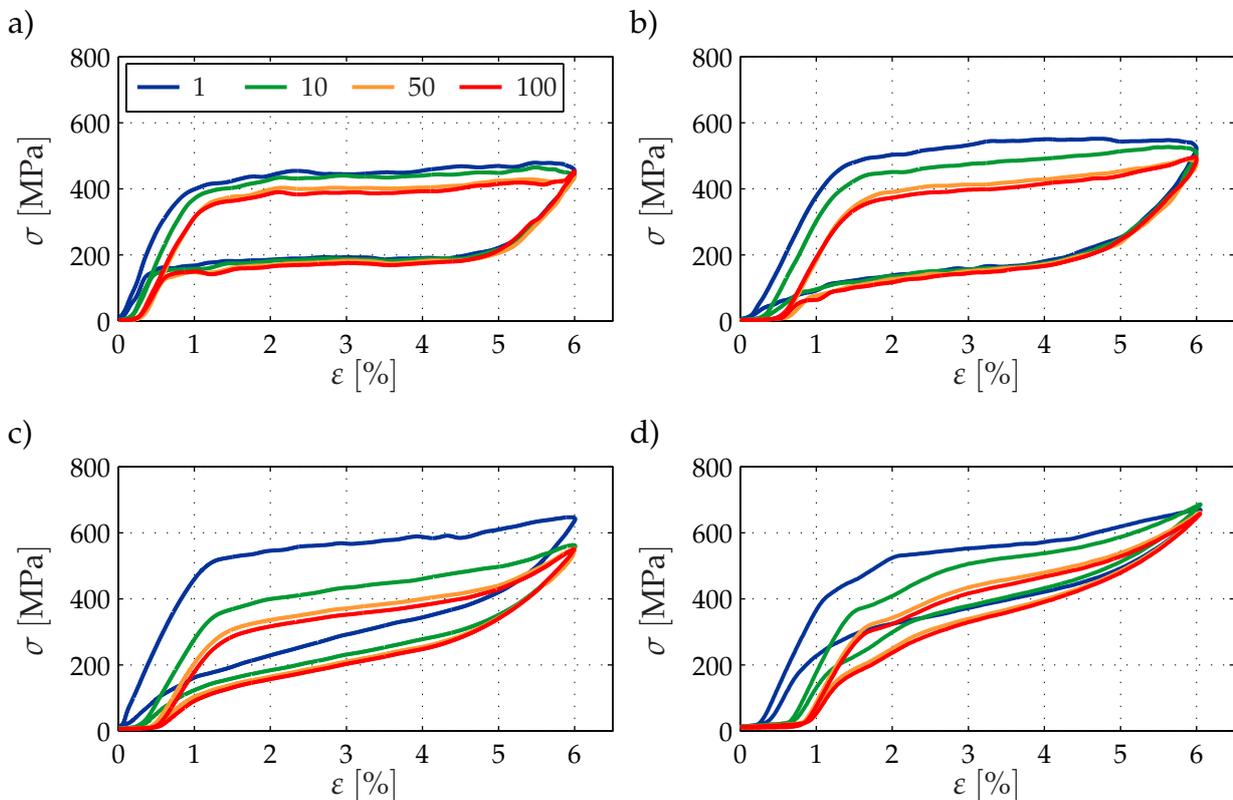


Abbildung 4.12: Spannungs-Dehnungs-Verhalten in Abhängigkeit der Zyklenzahl für $\vartheta_U = 20 \text{ °C}$: a) $f = 0,01 \text{ Hz}$; b) $f = 0,1 \text{ Hz}$; c) $f = 1 \text{ Hz}$; d) $f = 10 \text{ Hz}$

5 Modellierung des dynamischen Materialverhaltens

5.1 Modellierungsansatz

Basierend auf den zuvor beschriebenen experimentellen Ergebnissen zur Dehnungs-, Frequenz- und Umgebungstemperaturabhängigkeit des Materialverhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen soll nachfolgend ein Modell zur Beschreibung der ermittelten Phänomene dargelegt werden.

Hierbei wird zunächst der grundlegende Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung durch eine stückweise lineare Näherung der untersuchten Hysteresen aus Abschnitt 4.4.1 angegeben und durch ein rheologisches Ersatzmodell veranschaulicht. Anschließend wird die Abhängigkeit des Materialverhaltens von der Dehnungsamplitude bei Vorgabe eines harmonischen Anregungssignals mit dem Ansatz des komplexen Elastizitätsmoduls Gl. (2.7) beschrieben. Der Einfluss einer veränderten statischen Dehnung wird in diesem Zusammenhang ebenfalls untersucht. Um die in Abschnitt 4.4.3 beschriebene Frequenzabhängigkeit des Materialverhaltens zu berücksichtigen, werden die zuvor ausgewählten Spannungs- und Dehnungsparameter in Abhängigkeit der Erregungsfrequenz angegeben und durch geeignete Funktionen angenähert. Die Abhängigkeit der Parameter von der Umgebungstemperatur wird ebenfalls durch Näherung der gewählten Materialparameter realisiert und basiert auf den in Abschnitt 4.4.4 beschriebenen Ergebnissen bei verschiedenen Umgebungstemperaturen.

5.2 Abhängigkeit des dynamischen Verhaltens von der Dehnungsamplitude

In Abschnitt 4.4.1 wurde das Spannungs-Dehnungs-Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnisdrähte in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude bei einer Erregungsfrequenz von 0,01 Hz untersucht, wodurch von einer quasistatischen Belastung ausgegangen werden kann. Die Messergebnisse dienen als Grundlage für die qualitative Beschreibung der Hystereseform für unterschiedliche Dehnungsamplituden sowie zur quantitativen Bestimmung der Ersatzparameter zur Dämpfungsbeschreibung. Zur Illustration der notwendigen Materialparameter für die Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Hysteresen werden die Messergebnisse bei einer Anregung von 0,1 Hz verwendet, da

diese im Gegensatz zur Anregung mit 0,01 Hz eine Hystereseform mit einer ausgeprägteren Steigung E_T im Umwandlungsbereich aufweisen. Der in Abschnitt 4.3 vorgeschlagenen und aus fünf Parametern bestehende Parametersatz \mathbf{p} dient zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Hysterese. Da für die amplitudenabhängige Beschreibung von einer konstanten Frequenz sowie einer unveränderten Umgebungstemperatur ausgegangen wird, gilt hier

$$\mathbf{p} = \left[\sigma_M \quad \sigma_A \quad E_{AM} \quad E_T \quad \varepsilon_{M_f} \right]^T = \text{konst.} \quad (5.1)$$

5.2.1 Spannungs-Dehnungs-Verhalten

Wie in Abschnitt 4.1.1 beschrieben, wurde bei den experimentellen Untersuchungen der Formgedächtnisdrähte eine harmonische Dehnungsanregung $\varepsilon(t)$ mit einem statischen Dehnungsanteil ε_0 entsprechend Gl. (4.1) vorgegeben. Der statische Dehnungsanteil wurde dabei so gewählt, dass er der Dehnung im Schwerpunkt S der Hystereseffläche entspricht. Da zur Modellierung eine identische Dehnungsanregung angenommen wird, ist es für die nachfolgenden Berechnungen sinnvoll das Koordinatensystem aus **Abbildung 4.4** in den Mittelpunkt der Hystereseffläche mit den Koordinaten ε_0 und σ_0 zu verschieben. Die entsprechenden Zusammenhänge zeigt **Abbildung 5.1**. Die Größen im transformierten Koordinatensystem werden im Folgenden durch $\tilde{\varepsilon}$ und $\tilde{\sigma}$ beschrieben. Für die harmonische Dehnungsanregung sowie die resultierende Spannung ergibt sich hierdurch

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_0 = \hat{\varepsilon} \cos(\Omega t) \quad \text{mit} \quad f = \frac{\Omega}{2\pi}, \quad (5.2)$$

$$\tilde{\sigma}(t) = \sigma(t) - \sigma_0. \quad (5.3)$$

Die statische Dehnung sowie die zugehörige Vorspannung ergeben sich hierbei aus den gegebenen Parametern zu

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_A - \varepsilon_{M_f}(E_T - E_{AM})}{2E_{AM} - E_T}, \quad (5.4)$$

$$\sigma_0 = \sigma_A + \frac{\sigma_M - \sigma_A}{2}. \quad (5.5)$$

Die Elastizitätsmoduln im austenitischen bzw. martensitischen Zustand E_{AM} sowie im Bereich der Phasentransformation E_T bleiben bei der Koordinatenverschiebung erhalten. Die Parameter zur Beschreibung der Spannungsplateaupositionen werden im verschobenen Koordinatensystem mit $\tilde{\sigma}_{AM}$ bzw. $-\tilde{\sigma}_{AM}$ bezeichnet. Da im neuen Koordinatensystem die Dehnung bei abgeschlossener martensitischer Phasenumwandlung mit dem Betrag der Dehnung bei abgeschlossener austenitischer Phasenumwandlung übereinstimmt, werden diese mit $\tilde{\varepsilon}_f$ bzw. $-\tilde{\varepsilon}_f$ bezeichnet. Zusätzlich wird ein entsprechender Parameter für die Dehnungen bei beginnender Phasentransformation $\tilde{\varepsilon}_s$ eingeführt um die nachfolgenden Berechnungen zu vereinfachen (**Abbildung 5.1**).

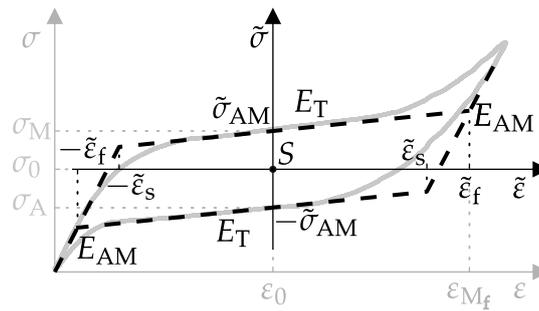


Abbildung 5.1: Koordinatenverschiebung zur Beschreibung vorgespannter Formgedächtnisdrähte

Die Parameter im $\tilde{\sigma}, \tilde{\epsilon}$ -Koordinatensystem ergeben sich zu

$$\tilde{\sigma}_{AM} = \frac{\sigma_M - \sigma_A}{2}, \quad (5.6)$$

$$\tilde{\epsilon}_f = \frac{\epsilon_{M_f} E_{AM} - \sigma_A}{2E_{AM} - E_T}, \quad (5.7)$$

$$\tilde{\epsilon}_s = \frac{\sigma_A - \sigma_M}{E_{AM} - E_T} + \tilde{\epsilon}_f. \quad (5.8)$$

Die in Gl. (5.6) gegebenen Spannungen werden nicht zwingend für die Beschreibung des vorgespannten Systems und somit für die Parameter in den Gln. (5.7) und (5.8) benötigt. Sie vereinfachen die nachfolgenden Beschreibungen jedoch erheblich.

Basierend auf den in Abschnitt 4.4.1 beschriebenen Messungen des Materialverhaltens in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude, kann das nichtlineare Spannungsverhalten in Abhängigkeit der Dehnung in die drei in **Abbildung 5.2** dargestellten Amplitudenbereiche unterteilt werden. Für Dehnungsamplituden unter $\tilde{\epsilon}_1$ (**Abbildung 5.2a**) wird das Materialverhalten als näherungsweise linear mit der Steigung E_{AM} angenommen. Dies wird durch die in Abschnitt 4.4.1 gezeigten Messergebnisse begründet, welche für den genannten Dehnungsamplitudenbereich im Vergleich zum Verhalten bei Dehnungsamplituden über $\tilde{\epsilon}_1$ nur sehr kleine Hysteresen aufweisen. Dehnungsamplituden über $\tilde{\epsilon}_1$ führen durch die Phasentransformation zwischen Martensit und Austenit zur Ausbildung einer Hysterese, welche mit zunehmender Dehnungsamplitude wächst (**Abbildung 5.2b**). Wird eine Dehnungsamplitude von $\tilde{\epsilon}_2$ überschritten, so findet keine weitere Vergrößerung der Hysterese fläche statt, da das Material hier im rein martensitischen ($\tilde{\epsilon} > \tilde{\epsilon}_2$) bzw. im rein austenitischen Zustand ($\tilde{\epsilon} < -\tilde{\epsilon}_2$) vorliegt. Die Grenze $\tilde{\epsilon}_{max}$ beschreibt die maximal möglichen Dehnungen, bei denen keine plastische Verformung des Materials auftritt. Die Dehnungsgrenzen $\tilde{\epsilon}_1$ und $\tilde{\epsilon}_2$ können durch

$$\tilde{\epsilon}_1 = \frac{\tilde{\epsilon}_f - \tilde{\epsilon}_s}{2}, \quad (5.9)$$

$$\tilde{\epsilon}_2 = \tilde{\epsilon}_f \quad (5.10)$$

beschrieben werden. Zur Beschreibung des zweiten Dehnungsbereichs ($\tilde{\epsilon}_1 < \tilde{\epsilon} \leq \tilde{\epsilon}_2$) wird zur vereinfachten mathematischen Darstellung der Parameter $\tilde{\epsilon}_b$ eingeführt, welcher den Schnittpunkt der Hysterese mit der ϵ -Achse bezeichnet. Dieser hängt von der auftreten-

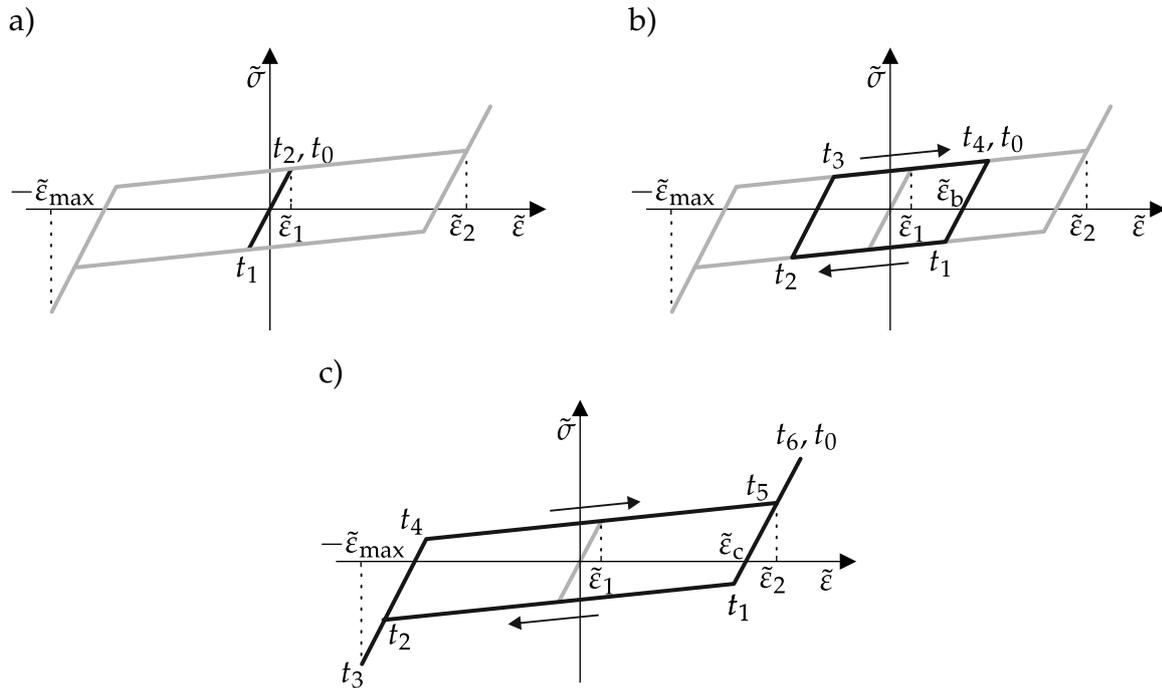


Abbildung 5.2: Spannungs-Dehnungs-Verhalten in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude: a) $0 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_1$; b) $\tilde{\varepsilon}_1 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_2$; c) $\tilde{\varepsilon}_2 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_{\max}$

den Dehnungsamplitude $\hat{\varepsilon}$ ab und wird durch

$$\varepsilon_b = \hat{\varepsilon} - \frac{\tilde{\sigma}_{AM} + \hat{\varepsilon}E_T}{E_{AM}} \quad (5.11)$$

beschrieben. Für den dritten Dehnungsbereich ($\tilde{\varepsilon}_2 < \hat{\varepsilon} < \tilde{\varepsilon}_{\max}$) wird ebenfalls der Schnittpunkt der Hysterese mit der ε -Achse definiert. Dieser hat einen konstanten Wert von

$$\varepsilon_c = \tilde{\varepsilon}_f - \frac{\tilde{\sigma}_{AM} + \tilde{\varepsilon}_f E_T}{E_{AM}}. \quad (5.12)$$

Die im Material auftretenden Spannungen können nun für die in **Abbildung 5.2** gezeigten Amplitudenbereiche definiert werden. Hierzu werden die jeweiligen Spannungs-Dehnungs-Verläufe in lineare Abschnitte unterteilt. Die entsprechenden zeitlichen Anfangs- und Endpunkte werden mit t_i bezeichnet. Für die unterschiedlichen Bereiche ergeben sich die nachfolgenden Gleichungssysteme zur Beschreibung der mechanischen Spannung.

$$\tilde{\sigma}(0 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_1) = \begin{cases} E_{AM}\tilde{\varepsilon}(t) & t \in [t_0, t_1) \\ E_{AM}\tilde{\varepsilon}(t) & t \in [t_1, t_2] \end{cases} \quad (5.13)$$

$$\tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}_1 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_2) = \begin{cases} E_{AM}(\tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{\varepsilon}_b) & t \in [t_0, t_1) \\ E_T\tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{\sigma}_{AM} & t \in [t_1, t_2) \\ E_{AM}(\tilde{\varepsilon}(t) + \tilde{\varepsilon}_b) & t \in [t_2, t_3) \\ E_T\tilde{\varepsilon}(t) + \tilde{\sigma}_{AM} & t \in [t_3, t_4] \end{cases} \quad (5.14)$$

$$\tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}_2 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_{\max}) = \begin{cases} E_{AM}(\tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{\varepsilon}_c) & t \in [t_0, t_1) \\ E_T\tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{\sigma}_{AM} & t \in [t_1, t_2) \\ E_{AM}(\tilde{\varepsilon}(t) + \tilde{\varepsilon}_c) & t \in [t_2, t_3) \\ E_{AM}(\tilde{\varepsilon}(t) + \tilde{\varepsilon}_c) & t \in [t_3, t_4) \\ E_T\tilde{\varepsilon}(t) + \tilde{\sigma}_{AM} & t \in [t_4, t_5) \\ E_{AM}(\tilde{\varepsilon}(t) - \tilde{\varepsilon}_c) & t \in [t_5, t_6] \end{cases} \quad (5.15)$$

Die angegebenen Gleichungssysteme werden in Abschnitt 5.2.3 als Grundlage zur Berechnung einer harmonischen Näherung des Spannungsverhaltens verwendet.

5.2.2 Rheologisches Modell

Das im vorherigen Abschnitt beschriebene Spannungs-Dehnungs-Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen kann durch das rheologische Modell in **Abbildung 5.3a** veranschaulicht werden. Um eine Spannungs-Dehnungs-Hysterese zu beschreiben, besteht das System aus einem masselosen Reibelement, dessen translatorische Bewegung durch zwei Anschläge auf ε_{rh} begrenzt ist. Die im Reibkontakt wirkende Spannung wird durch eine Normalspannung σ_{rh} im Zusammenhang mit dem Reibkoeffizienten μ erzeugt. Die Steigung im Bereich der Materialumwandlung wird durch zwei mit dem Reibelement in Reihe geschaltete Federn erzeugt. Hierbei ist die Feder mit dem Elastizitätsmodul E_{rh} zusätzlich mit der Umgebung gekoppelt und wird daher nur im Bereich ε_{rh} verformt. Die zweite Feder mit dem Elastizitätsmodul E_{AM} koppelt das Reibelement mit der äußeren Dehnung $\tilde{\varepsilon}(t)$ der in Gl. (5.2) beschriebenen Form und wird auch nach dem Erreichen der Anschläge verformt. Auf diese Weise wird die rein elastische Verformung des Materials beschrieben. Ähnliche Ansätze wurden wie in Abschnitt 2.3.1 erwähnt auch von MALOVRH & GANDHI [68] und SCHMIDT [107] vorgeschlagen.

Die Funktionsweise des rheologischen Modells wird durch das Spannungs-Dehnungs-Verhalten in **Abbildung 5.2** beschrieben. Für kleine Dehnungen mit $0 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_1$ stellt sich das in **Abbildung 5.2a** gezeigte Verhalten ein, da die Reibspannung des Reibelementes nicht überwunden wird und lediglich die Feder mit dem Elastizitätsmodul E_{AM} verformt wird. Liegt eine Dehnung im Bereich $\tilde{\varepsilon}_1 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_2$ vor, so wird die Reibspannung überwunden und eine Spannungs-Dehnungs-Hysterese wird aufgespannt, wie **Abbil-**

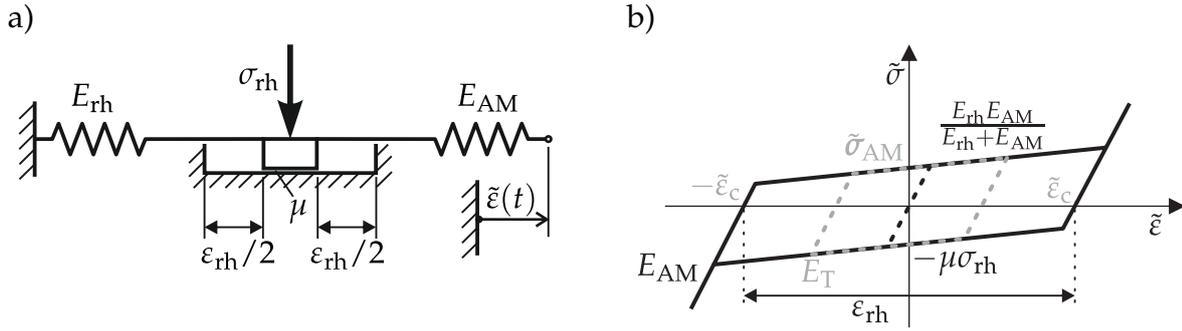


Abbildung 5.3: a) Rheologisches Gesamtmodell zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens vorgespannter pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen; b) Spannungs-Dehnungs-Verhalten mit Parametern des rheologischen Gesamtmodells und den zuvor verwendeten Materialparametern (grau)

Abbildung 5.2b verdeutlicht. Die Anschläge werden jedoch nicht erreicht bis eine Dehnung im Bereich $\tilde{\varepsilon}_2 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_{\max}$ vorliegt. Werden diese erreicht, so wird wie **Abbildung 5.2c** zeigt, ein zweiter rein elastischer Zustand des Systems erreicht. Dieser Zustand wird ebenfalls von **Abbildung 5.3b** beschrieben, wobei die die Beziehungen des rheologischen Modells zum Spannungs-Dehnungs-Verhalten verdeutlicht werden. Die verwendeten Parameter können aus den zuvor verwendeten Materialparametern bestimmt werden.

$$E_{rh} = \frac{E_T E_{AM}}{E_{AM} - E_T} \quad (5.16)$$

$$\varepsilon_{rh} = 2\tilde{\varepsilon}_c = \frac{(2E_{AM}\varepsilon_{Mf} - 2\sigma_A)(E_{AM} - E_T)}{(2E_{AM} - E_T)E_{AM}} + \frac{\sigma_A - \sigma_M}{E_{AM}} \quad (5.17)$$

$$\mu\sigma_{rh} = \tilde{\sigma}_{AM} \quad (5.18)$$

5.2.3 Näherung des Spannungsverhaltens für harmonische Dehnungen

Das durch die Gln. (5.13), (5.14) und (5.15) beschriebene Spannungsverhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude kann mit Hilfe des komplexen Elastizitätsmodul beschrieben werden. Dieser wird wie in Gl. (2.7) als

$$E^* = E' + jE'' \quad (5.19)$$

definiert. Für die Dehnungsanregung einer vorgespannten pseudoelastischen Formgedächtnislegierung wird ein harmonischer Verlauf wie in Gl. (5.2) angenommen. Eine komplexe Erweiterung dieses Ausdrucks führt auf

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \hat{\varepsilon}e^{j\Omega t} \quad \text{mit} \quad \tilde{\varepsilon}(t) = \Re \left\{ \hat{\varepsilon}e^{j\Omega t} \right\}. \quad (5.20)$$

Die erzeugte mechanische Spannung wird durch einen harmonischen Verlauf der Form

$$\underline{\tilde{\sigma}}(t) = \hat{\sigma} e^{j(\Omega t + \varphi)} \quad \text{mit} \quad \tilde{\sigma}(t) = \Re \left\{ \hat{\sigma} e^{j(\Omega t + \varphi)} \right\} \quad (5.21)$$

angenähert. Hierbei ist φ die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Dehnung und Ω entspricht der Kreisfrequenz der Dehnung. Die harmonische Spannung und somit der Speicher- und Verlustmodul kann nun für die drei Dehnungsbereiche aus **Abbildung 5.2** angenähert werden. Wobei die Periodendauer der genäherten Spannungen durch $T = 2\pi/\Omega$ beschrieben wird. Für die Näherung des Spannungsverlaufs über der Zeit wird eine Fourierreihenentwicklung der Form

$$\tilde{\sigma}(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \cos(k\Omega t) + b_k \sin(k\Omega t) \quad (5.22)$$

angewandt, wobei dieser Ausdruck für $n \rightarrow \infty$ der exakten Lösung $\tilde{\sigma}(t)$ entspricht. Die enthaltenen Fourierkoeffizienten ergeben sich aus

$$a_0 = \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^T \tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}) dt, \quad (5.23)$$

$$a_k = \frac{\Omega}{\pi} \int_0^T \tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}) \cos(k\Omega t) dt, \quad (5.24)$$

$$b_k = \frac{\Omega}{\pi} \int_0^T \tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}) \sin(k\Omega t) dt. \quad (5.25)$$

Höherharmonische Anteile werden im Folgenden vernachlässigt ($n = 1$). Zudem gilt für den Fourierkoeffizient der statischen Verschiebung $a_0 = 0$, da die Transformation in das $\tilde{\varepsilon}, \tilde{\sigma}$ -Koordinatensystem in symmetrisch zur Zeitachse verlaufenden Spannungen resultiert. Weicht der statische Dehnungsanteil jedoch von der Dehnung im Hystereseschwerpunkt S ab, so ist diese Annahme nicht mehr gültig. Jedoch hat a_0 auch für abweichende statische Dehnungen keinen Einfluss auf den komplexen Elastizitätsmodul. Eine detaillierte Beschreibung des Einflusses der statischen Dehnung folgt in Abschnitt 5.3.

Mit Hilfe der Eulerschen Formel kann nun ein komplexer Ausdruck als Näherung der Spannung angegeben werden

$$\underline{\tilde{\sigma}}_{\text{ers}}(t) = (a_1 - j b_1) e^{j\Omega t}. \quad (5.26)$$

Nach Einsetzen von Gl. (5.20) beschreibt der Realteil des Ausdrucks die erregungsamplitudenabhängige Spannung

$$\tilde{\sigma}_{\text{ers}} = \Re \left\{ \left(\underbrace{\frac{a_1}{\hat{\varepsilon}}}_{E'} - j \underbrace{\frac{b_1}{\hat{\varepsilon}}}_{-E''} \right) \tilde{\varepsilon}(t) \right\}. \quad (5.27)$$

Diese enthält entsprechend Gl. (2.7) die Ausdrücke für Speicher- und Verlustmodul einer pseudoelastischen Formgedächtnislegierung. Mit den Fourierkoeffizienten aus

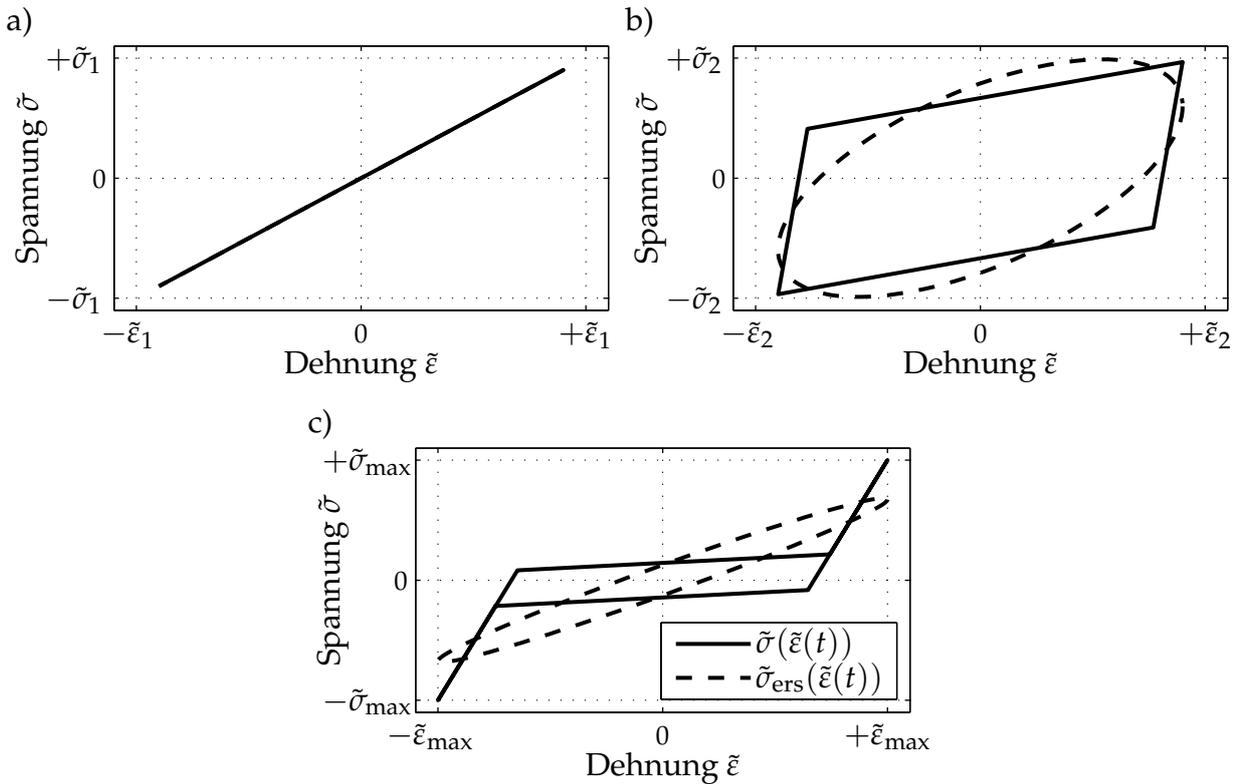


Abbildung 5.4: Spannungs-Dehnungs-Verhalten des nichtlinearen und des linearisierten Systems: a) $0 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_1$; b) $\tilde{\varepsilon}_1 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_2$; c) $\tilde{\varepsilon}_2 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_{\max}$

Gln. (5.24) und (5.25) ergibt sich so

$$E' = \frac{a_1}{\hat{\varepsilon}} = \frac{\Omega}{\hat{\varepsilon}\pi} \int_0^T \tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}) \cos(\Omega t) dt, \quad (5.28)$$

$$E'' = \frac{-b_1}{\hat{\varepsilon}} = \frac{-\Omega}{\hat{\varepsilon}\pi} \int_0^T \tilde{\sigma}(\tilde{\varepsilon}) \sin(\Omega t) dt. \quad (5.29)$$

Die beschriebenen Ausdrücke sind von der Amplitude der aufgebrauchten Dehnung abhängig und werden daher mit Hilfe der Ausdrücke für die dehnungsabhängigen Spannungen aus den Gln. (5.13), (5.14) und Gln. (5.15) für die drei unterschiedenen Amplitudenbereiche angegeben und stückweise integriert. Die hierzu benötigten Umschaltzeitpunkte t_0 bis t_6 werden durch Gleichsetzen der Spannungsausdrücke benachbarter Bereiche bestimmt. Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten der Näherungen kann durch den komplexen Elastizitätsmodul entsprechend Gl. (5.27) bestimmt werden. **Abbildung 5.4** zeigt die genäherten sowie die stückweise linearen Hysteresen für die unterschiedlichen Bereiche der Dehnungsamplitude. Für $0 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_1$ (**Abbildung 5.4a**) wird keine Hysteresis im Spannungs-Dehnungs-Raum aufgespannt, so dass keine Näherung erforderlich ist. Die Näherung für $\tilde{\varepsilon}_1 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_2$ (**Abbildung 5.4b**) weist eine elliptische Form auf, welche mit zunehmender Dehnungsamplitude, entsprechend der nichtlinearen Hysteresis, eine größere Fläche einschließt. Die mittlere Steifigkeit und damit die Neigung der Ellipse nimmt in diesem Zusammenhang mit steigender Dehnungsamplitude ab. Da für $\hat{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_2$ die maximale Hysteresefläche erreicht ist, nimmt die Fläche der Ellipse für $\tilde{\varepsilon}_2 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_{\max}$

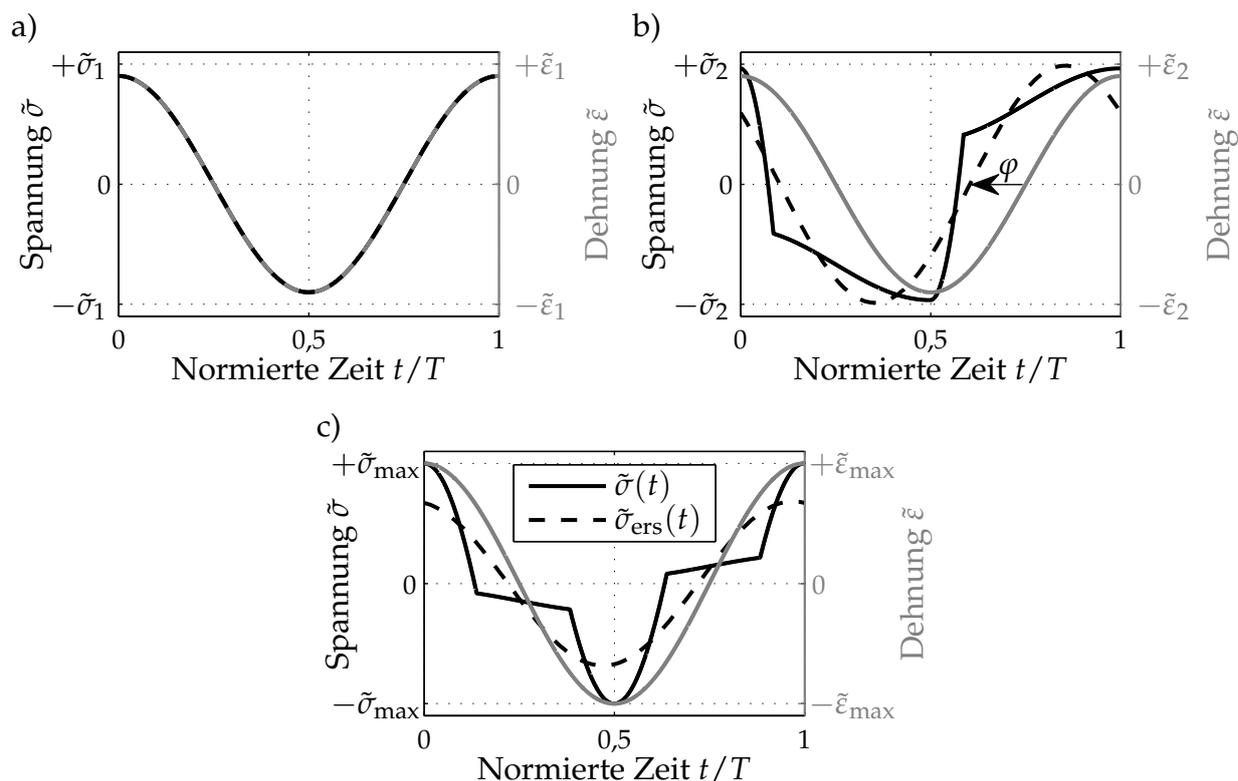


Abbildung 5.5: Zeitverläufe der nichtlinearen Spannungen, der linearisierten Spannungen und der Dehnungsanregung: a) $0 < \hat{\epsilon} \leq \tilde{\epsilon}_1$; b) $\tilde{\epsilon}_1 < \hat{\epsilon} \leq \tilde{\epsilon}_2$; c) $\tilde{\epsilon}_2 < \hat{\epsilon} \leq \tilde{\epsilon}_{\max}$

nicht weiter zu und die genäherte Hysterese wird mit zunehmender Dehnungsamplitude schmaler. Außerdem steigt die mittlere Steifigkeit, da die steiferen rein austenitischen und martensitischen Bereiche größer werden und so an Einfluss gewinnen. Die entsprechenden Zeitverläufe der genäherten Spannung aus Gl. (5.27), die nichtlinearen Spannungsverläufe aus Gln. (5.13), (5.14) und (5.15) sowie die Dehnungsanregung sind in **Abbildung 5.5** für die unterschiedlichen Dehnungsbereiche dargestellt. Für geringe Dehnungsamplituden (**Abbildung 5.5a**) sind Spannung und Dehnung in Phase. Steigt die Dehnungsamplitude über $\tilde{\epsilon}_1$ so stellt sich durch die dämpfende Wirkung der Formgedächtnislegierung der Verlustwinkel φ zwischen der linearisierten Spannung und der Dehnung ein wie **Abbildung 5.5b** zeigt. Für Dehnungen über $\tilde{\epsilon}_2$ wird dieser wieder geringer, was in **Abbildung 5.5c** zu erkennen ist.

5.2.4 Einfluss der Dehnungsamplitude auf die Dämpfungseigenschaften

Zur Charakterisierung der Dämpfungseigenschaften wird nun der, im vorherigen Abschnitt beschriebene, komplexe Elastizitätsmodul in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude untersucht. Außerdem werden mit Hilfe der Grundlagen zur Beschreibung mechanischer Dämpfung der Verlustfaktor und die Dichte der dissipierten Energie berechnet

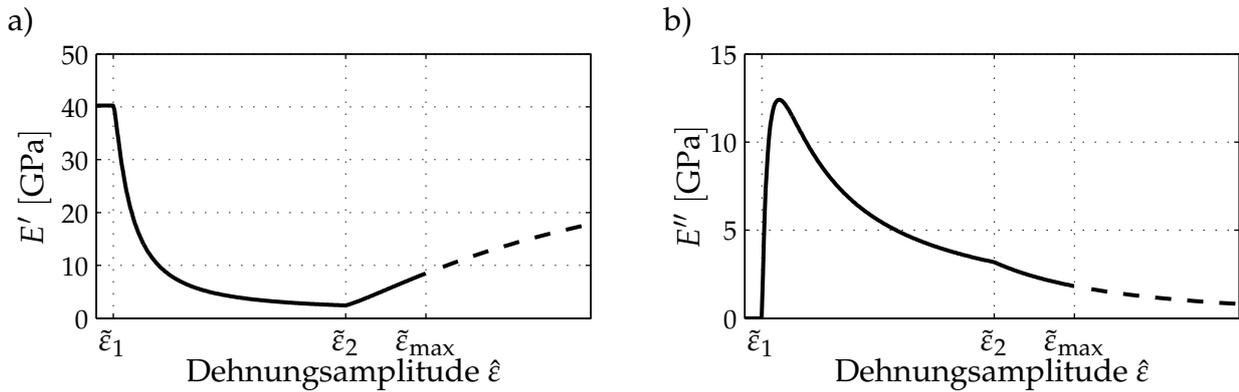


Abbildung 5.6: Komplexer Elastizitätsmodul in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude bei einer Erregungsfrequenz von 0,01 Hz: a) Normierter Speichermodul; b) Normierter Verlustmodul

und ebenfalls im Hinblick auf ihre Abhängigkeit von der Dehnungsamplitude untersucht. Die nachfolgend verwendeten Materialparameter beziehen sich auf die experimentell ermittelten Werte bei einer Erregungsfrequenz von 0,01 Hz.

Abbildung 5.6 zeigt den normierten Verlauf von Speicher- und Verlustmodul als Funktion der Dehnungsamplitude $\hat{\epsilon}$. Der Speichermodul (**Abbildung 5.6a**) wird für Dehnungsamplituden kleiner $\tilde{\epsilon}_1$ durch den Elastizitätsmodul E_{AM} beschrieben, da hier das in **Abbildung 5.2a** gezeigte rein elastische Materialverhalten vorliegt. Für Dehnungsamplituden größer $\tilde{\epsilon}_1$ kann eine Reduktion des Speichermoduls beobachtet werden, da hier im Spannungs-Dehnungsraum eine Hysterese aufgespannt wird, woraus eine geringere Steifigkeit resultiert (**Abbildung 5.2b**). Der Minimalwert tritt für $\tilde{\epsilon}_2$ auf, da sich die Hysterese fläche bei einer weiteren Erhöhung der Dehnungsamplitude nicht weiter vergrößert, sondern die rein austenitischen bzw. martensitischen Zustände erreicht werden. In diesem Zusammenhang steigt die Steifigkeit an und der Speichermodul strebt gegen E_{AM} . Dieser Wert kann in der Praxis jedoch nie erreicht werden, da bei einem Überschreiten der Grenzamplitude $\tilde{\epsilon}_{\max}$ mit einem Versagen des Materials gerechnet werden muss. Der praktisch nicht erreichbare Bereich ist durch eine gestrichelte Darstellung gekennzeichnet.

Der Verlustmodul E'' ist für Dehnungsamplituden unter $\tilde{\epsilon}_1$ gleich Null, da sich eine pseudoelastische Formgedächtnislegierung hier rein elastisch verhält und somit keine Dämpfung vorliegt. Wird $\tilde{\epsilon}_1$ überschritten, so wächst der Flächeninhalt der Hysterese bzw. die Dichte der dissipierten Energie (**Abbildung 5.7a**) und in diesem Zusammenhang auch der Verlustmodul. Das Maximum des Verlustmoduls, der mit Gl. (2.15) auch durch

$$E'' = \frac{w_D}{\pi \hat{\epsilon}^2} \quad (5.30)$$

beschrieben werden kann, wird für eine Dehnungsamplitude zwischen $\tilde{\epsilon}_1$ und $\tilde{\epsilon}_2$ erreicht, da hier der Quotient aus linear ansteigender dissipierter Energiedichte w_D und dem Quadrat der Dehnungsamplitude $\hat{\epsilon}$ maximal wird. Dieser Maximalwert sowie die zugehörige

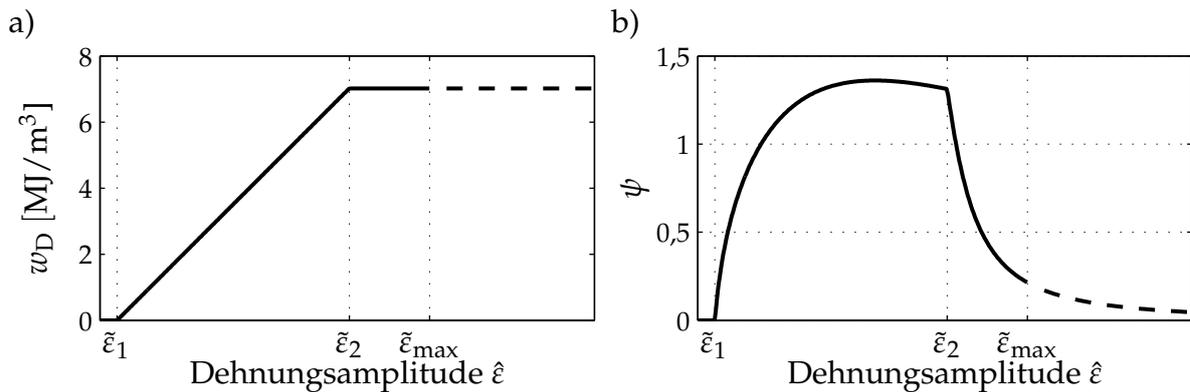


Abbildung 5.7: Dämpfungskennwerte in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude bei einer Erregungsfrequenz von 0,01 Hz: a) Dichte der dissipierten Energie; b) Verlustfaktor

Dehnungsamplitude können durch

$$E''_{\max} = \frac{E_{AM} - E_T}{\pi}, \quad (5.31)$$

$$\hat{\epsilon}(E''_{\max}) = \frac{2\tilde{\sigma}_{AM}}{E_{AM} - E_T} \quad (5.32)$$

beschrieben werden. Eine weitere Erhöhung der Dehnungsamplitude resultiert in einer entsprechenden Verringerung des Speichermoduls, wobei der Abfall ab $\tilde{\epsilon}_2$ durch die konstante dissipierte Energiedichte in diesem Bereich stärker wird. Der Verlustfaktor, welcher die Dämpfungswirkung des Materials beschreibt, kann mit Gl. (2.8) aus dem komplexen Elastizitätsmodul bestimmt werden und ist in **Abbildung 5.7b** dargestellt. Dieser wird analog zur Dichte der dissipierten Energie für Dehnungsamplituden zwischen $\tilde{\epsilon}_1$ und $\tilde{\epsilon}_2$ maximal.

5.3 Einfluss der statischen Dehnung auf das dynamische Verhalten

In Abschnitt 5.2 wurde das Spannungs-Dehnungs-Verhalten eines pseudoelastischen Formgedächtnisdrahtes bei konstanter statischer Vordehnung beschrieben. Diese wurde hierbei so gewählt, dass für alle Dehnungsamplituden im Bereich $0 < \hat{\epsilon} \leq \tilde{\epsilon}_{\max}$ eine Hysterese aufgespannt wird, welche punktsymmetrisch zu ihrem Flächenschwerpunkt ist. Dieser wurde im ϵ, σ -Koordinatensystem durch die statische Dehnung ϵ_0 und die zugehörige Vorspannung σ_0 beschrieben. Eine von dieser nominellen Auslegung abweichende statische Dehnung bzw. Vorspannung kann durch äußere Einflüsse im Betrieb sowie durch eine falsche oder ungenaue Wahl der genannten Parameter hervorgerufen werden. Der Einfluss einer solchen Abweichung soll nachfolgend untersucht werden. Umgebungstemperatur und Erregungsfrequenz werden weiterhin als konstant angenommen. Analog zu Abschnitt 5.2 bilden auch hier die Messergebnisse für eine Erregungsfrequenz

von 0,01 Hz die Grundlage zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens während zur Definition der Materialparameter die Spannungs-Dehnungs-Hysteresen für 0,1 Hz genutzt werden.

5.3.1 Spannungs-Dehnungs-Verhalten

Eine Abweichung zwischen der optimalen statischen Dehnung ε_0 und dem tatsächlich vorliegenden Dehnungszustand wird im Koordinatensystem für den vorgespannten Zustand mit $\tilde{\varepsilon}_{\text{off}}$ bezeichnet. Die Gesamtdehnung in einen Formgedächtnisdraht wird dann durch

$$\tilde{\varepsilon}^*(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_{0,\text{off}} \quad (5.33)$$

beschrieben. Für den statischen Anteil gilt in diesem Zusammenhang

$$\varepsilon_{0,\text{off}} = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}_{\text{off}}. \quad (5.34)$$

Für die entsprechende Spannung wird angenommen, dass diese ein Gleichgewicht zwischen oberem und unterem Spannungsplateau anstrebt und somit den selben Abstand zu beiden Plateaus aufweist, so dass sich

$$\sigma_{0,\text{off}} = \sigma_0 + \tilde{\varepsilon}_{\text{off}} E_T \quad (5.35)$$

ergibt. Um das Verhalten einer pseudoelastischen Formgedächtnislegierung bei einer Änderung der statischen Dehnung zu beschreiben, wird das in **Abbildung 5.8** dargestellte Koordinatensystem eingeführt. Der Ursprung des neuen Koordinatensystems wird durch die neue Gleichgewichtslage der Vorspannung beschrieben. Eine Verschiebung liegt daher sowohl in Dehnungs- als auch in Spannungsrichtung vor wobei die in **Abbildung 5.8** dargestellte Änderung der Spannung sehr gering ist. Die Spannungen und Dehnungen werden im genannten System mit $\tilde{\sigma}^*$ und $\tilde{\varepsilon}^*$ beschrieben.

Die nachfolgenden Beschreibungen sowie Gl. (5.34) und Gl. (5.35) gelten nur für positive statische Dehnungen innerhalb der Hysterese mit $0 < \tilde{\varepsilon}_{\text{off}} < \tilde{\varepsilon}_2$. Für negative statische Dehnungen liefern diese aufgrund der punktsymmetrischen Form der Hysterese die selben Ersatzgrößen.

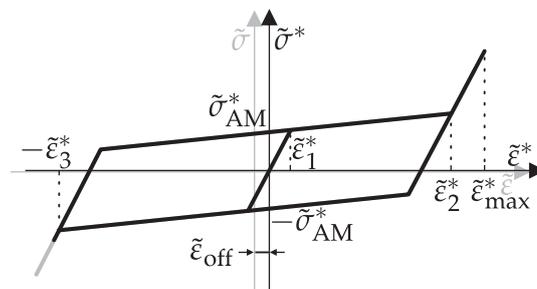


Abbildung 5.8: Koordinatenverschiebung zur Beschreibung von Formgedächtnisdrähten bei einer Änderung der statischen Dehnung

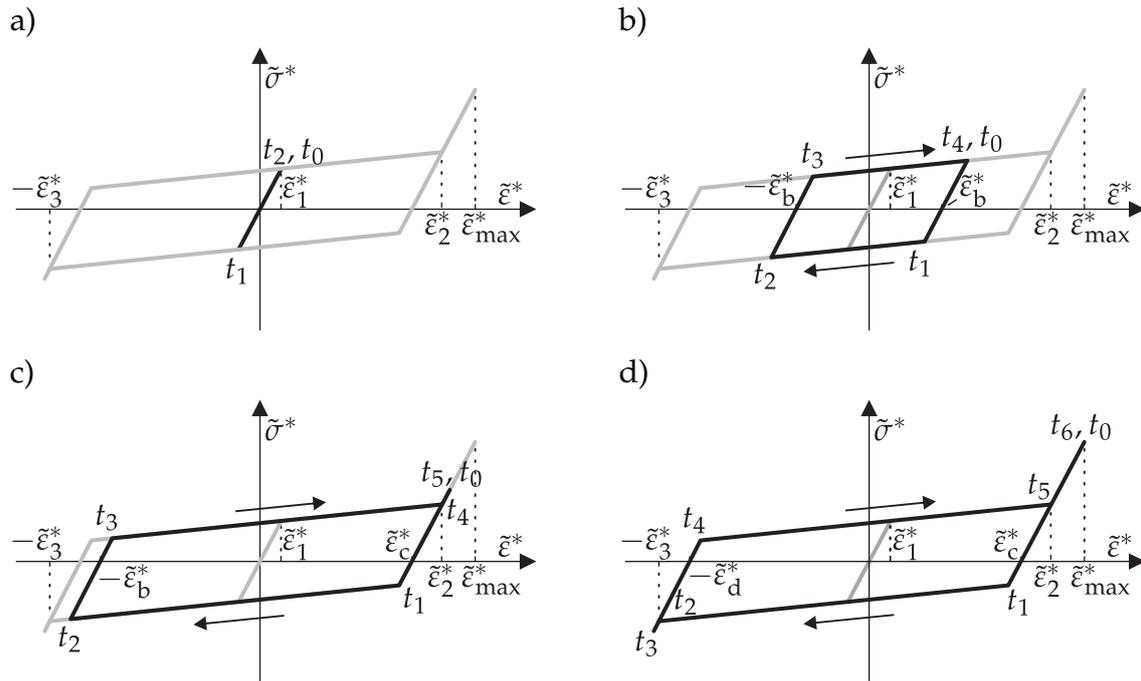


Abbildung 5.9: Spannungs-Dehnungs-Verhalten bei veränderter statischer Dehnung in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude: a) $0 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_1^*$; b) $\tilde{\varepsilon}_1^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_2^*$; c) $\tilde{\varepsilon}_2^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_3^*$; d) $\tilde{\varepsilon}_3^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_{\max}^*$

Statische Dehnungen, für die ein rein austenitischer oder martensitischer Zustand vorliegen würde, werden nicht berücksichtigt.

Die charakteristischen Dehnungen zur Beschreibung der Amplitudengrenzen ergeben sich dann aus den Parametern des $\tilde{\sigma}$, $\tilde{\varepsilon}$ -Koordinatensystems zu

$$\tilde{\varepsilon}_1^* = \tilde{\varepsilon}_1, \quad (5.36)$$

$$\tilde{\varepsilon}_2^* = \tilde{\varepsilon}_2 - \tilde{\varepsilon}_{\text{off}}, \quad (5.37)$$

$$\tilde{\varepsilon}_3^* = \tilde{\varepsilon}_2 + \tilde{\varepsilon}_{\text{off}}, \quad (5.38)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{\max}^* = \tilde{\varepsilon}_{\max} - \tilde{\varepsilon}_{\text{off}}. \quad (5.39)$$

Hierbei wird deutlich, dass die maximal erreichbaren Dehnungsamplituden $\tilde{\varepsilon}_{\max}^*$ mit zunehmender Abweichung $\tilde{\varepsilon}_{\text{off}}$ geringer werden und der Dehnungsamplitudenbereich somit eingeschränkt wird.

Der Abstand der Spannungsplateaus zum Ursprung des verschobenen Koordinatensystems ändert sich durch eine abweichende Vorspannung nicht, so dass

$$\tilde{\sigma}_{\text{AM}}^* = \tilde{\sigma}_{\text{AM}} \quad (5.40)$$

gilt.

Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten für den beschriebenen Zustand kann analog zum Fall einer optimalen statischen Dehnung (Abschnitt 5.2) durch stückweise lineare Spannungs-Dehnungs-Abschnitte beschrieben werden. Hierzu ist erneut eine Unterteilung in verschiedene Dehnungsamplitudenbereiche notwendig, welche in **Abbildung 5.9**

dargestellt sind. Für Dehnungsamplituden kleiner $\tilde{\varepsilon}_2^*$ entspricht das Verhalten dem einer ideal vorgespannten Formgedächtnislegierung wie in Abschnitt 5.2. Wird die Dehnungsamplitude jedoch weiter erhöht, so wird zunächst nur auf einer Seite der Hysteresese ein rein elastischer Zustand erreicht (**Abbildung 5.9c**). Der elastische Bereich auf der gegenüberliegenden Hystereseseite wird für Dehnungen über $\tilde{\varepsilon}_3^*$ erreicht, wobei dieser entsprechend der Abweichung von der idealen statischen Dehnung für punktsymmetrische Hysteresen schmaler ist (**Abbildung 5.9d**). Für eine vereinfachte Darstellung der Zusammenhänge werden zusätzlich zu den in den Gln. (5.36) bis (5.39) definierten Dehnungspunkten, die Schnittpunkte der Hysteresese mit der Dehnungsachse als Parameter definiert:

$$\tilde{\varepsilon}_b^* = \hat{\varepsilon} - \frac{\tilde{\sigma}_{AM}^* + \hat{\varepsilon}E_T}{E_{AM}}, \quad (5.41)$$

$$\tilde{\varepsilon}_c^* = \tilde{\varepsilon}_2^* - \frac{\tilde{\sigma}_{AM}^* + \tilde{\varepsilon}_2^*E_T}{E_{AM}}, \quad (5.42)$$

$$\tilde{\varepsilon}_d^* = \tilde{\varepsilon}_3^* - \frac{\tilde{\sigma}_{AM}^* + \tilde{\varepsilon}_3^*E_T}{E_{AM}}. \quad (5.43)$$

Für das Spannungs-Dehnungs-Verhalten in Abhängigkeit der Zeit ergeben sich nun die nachfolgenden Gleichungssysteme.

$$\tilde{\sigma}^*(0 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_1^*) = \begin{cases} E_{AM}\tilde{\varepsilon}^*(t) & t \in [t_0, t_1) \\ E_{AM}\tilde{\varepsilon}^*(t) & t \in [t_1, t_2] \end{cases} \quad (5.44)$$

$$\tilde{\sigma}^*(\tilde{\varepsilon}_1^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_2^*) = \begin{cases} E_{AM}(\tilde{\varepsilon}^*(t) - \tilde{\varepsilon}_b^*) & t \in [t_0, t_1) \\ E_T\tilde{\varepsilon}^*(t) - \tilde{\sigma}_{AM}^* & t \in [t_1, t_2) \\ E_{AM}(\tilde{\varepsilon}^*(t) + \tilde{\varepsilon}_b^*) & t \in [t_2, t_3) \\ E_T\tilde{\varepsilon}^*(t) + \tilde{\sigma}_{AM}^* & t \in [t_3, t_4] \end{cases} \quad (5.45)$$

$$\tilde{\sigma}^*(\tilde{\varepsilon}_2^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_3^*) = \begin{cases} E_{AM}(\tilde{\varepsilon}^*(t) - \tilde{\varepsilon}_c^*) & t \in [t_0, t_1) \\ E_T\tilde{\varepsilon}^*(t) - \tilde{\sigma}_{AM}^* & t \in [t_1, t_2) \\ E_{AM}(\tilde{\varepsilon}^*(t) + \tilde{\varepsilon}_b^*) & t \in [t_2, t_3) \\ E_T\tilde{\varepsilon}^*(t) + \tilde{\sigma}_{AM}^* & t \in [t_3, t_4) \\ E_{AM}(\tilde{\varepsilon}^*(t) - \tilde{\varepsilon}_c^*) & t \in [t_4, t_5] \end{cases} \quad (5.46)$$

$$\tilde{\sigma}^*(\tilde{\varepsilon}_3^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_{\max}^*) = \begin{cases} E_{AM}(\tilde{\varepsilon}^*(t) - \tilde{\varepsilon}_c^*) & t \in [t_0, t_1) \\ E_T\tilde{\varepsilon}^*(t) - \tilde{\sigma}_{AM}^* & t \in [t_1, t_2) \\ E_{AM}(\tilde{\varepsilon}^*(t) + \tilde{\varepsilon}_d^*) & t \in [t_2, t_3) \\ E_{AM}(\tilde{\varepsilon}^*(t) + \tilde{\varepsilon}_d^*) & t \in [t_3, t_4) \\ E_T\tilde{\varepsilon}^*(t) + \tilde{\sigma}_{AM}^* & t \in [t_4, t_5) \\ E_{AM}(\tilde{\varepsilon}^*(t) - \tilde{\varepsilon}_c^*) & t \in [t_5, t_6] \end{cases} \quad (5.47)$$

5.3.2 Harmonische Näherung des Spannungsverhaltens

Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten bei einer Abweichung der statischen Dehnung kann analog zu dem in Abschnitt 5.2.3 bereits für eine ideale statischen Dehnung beschriebenen Vorgehen, durch den Ansatz des komplexen Elastizitätsmoduls angenähert werden. Grundlage hierfür ist das in den Gln. (5.44) bis (5.47) beschriebene zeitabhängige Spannungs-Dehnungs-Verhalten. Des Weiteren wird eine harmonische Dehnungsanregung um die in Gl. (5.34) beschriebene Dehnung für den vorgespannten Zustand vorausgesetzt:

$$\tilde{\varepsilon}^*(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_0 - \tilde{\varepsilon}_{\text{off}} = \hat{\varepsilon} \cos(\Omega t) \quad \text{mit} \quad f = \frac{\Omega}{2\pi}. \quad (5.48)$$

Die Näherungen für die mechanischen Spannungen $\tilde{\sigma}_{\text{ers}}^*$ in Abhängigkeit der Dehnung bzw. der Zeit entsprechen für die ersten beiden Dehnungsamplitudenbereiche d. h. $0 < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_1^*$ und $\tilde{\varepsilon}_1^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_2^*$ den Verläufen für den ideal vorgespannten Zustand in den **Abbildungen 5.4a, 5.4b, 5.5a und 5.5b**. Durch die verschobene Spannungs-Dehnungs-Hysterese gilt im dritten und vierten Bereich, d. h. für Dehnungsamplituden $\tilde{\varepsilon}_2^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_{\text{max}}^*$ für die statische Verschiebung $a_0 \neq 0$. Dieser Anteil hat jedoch keinen Einfluss auf den komplexen Elastizitätsmodul und wird bei der Berechnung von $\tilde{\sigma}_{\text{ers}}^*$ vernachlässigt. Charakteristisch ist im Bereich $\tilde{\varepsilon}_2^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_3^*$, dass lediglich für positive Dehnungen die Hysterese verlassen wird und rein elastische Zustände erreicht werden. Den zugehörigen Zeitverlauf zeigt **Abbildung 5.11a**. Die genäherte Spannung für Dehnungsamplituden $\tilde{\varepsilon}_3^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_{\text{max}}^*$ ist in **Abbildung 5.10b** über der Dehnung und in **Abbildung 5.11b** über der Zeit dargestellt und wird durch unterschiedliche maximale Spannungen für positive bzw. negative Dehnungen charakterisiert.

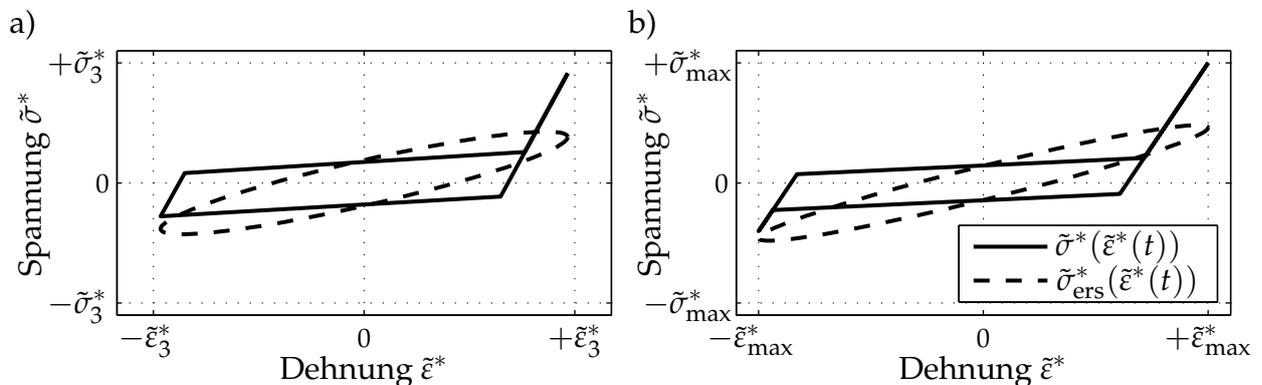


Abbildung 5.10: Spannungs-Dehnungs-Verhalten des nichtlinearen und linearisierten Systems bei einer Änderung der statischen Dehnung:

a) $\tilde{\varepsilon}_2^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_3^*$; b) $\tilde{\varepsilon}_3^* < \hat{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_{\text{max}}^*$

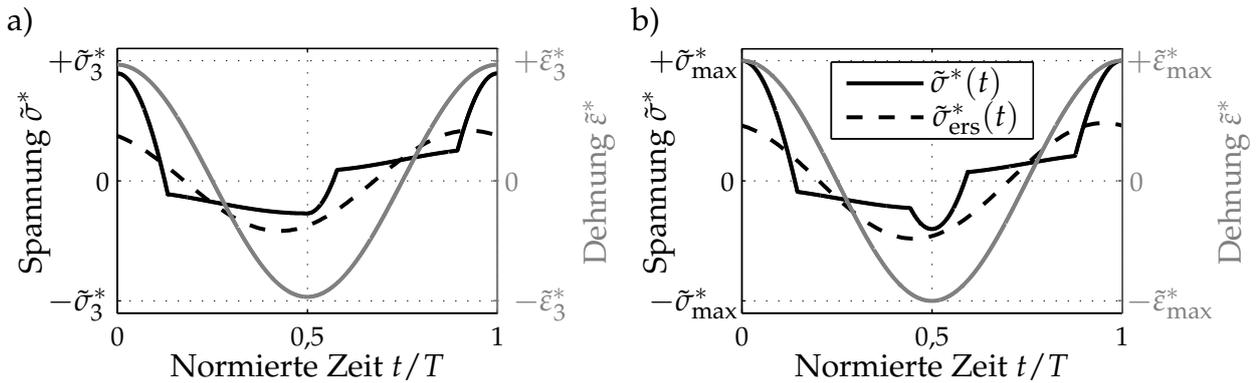


Abbildung 5.11: Zeitverläufe der nichtlinearen Spannungen, der linearisierten Spannungen und der Dehnungsanregung bei einer Änderung der statischen Dehnung: a) $\tilde{\epsilon}_2^* < \hat{\epsilon} \leq \tilde{\epsilon}_3^*$; b) $\tilde{\epsilon}_3^* < \hat{\epsilon} \leq \tilde{\epsilon}_{\max}^*$

5.3.3 Einfluss der statischen Dehnung auf die Dämpfungseigenschaften

Durch die in den Gln. (5.28) und (5.29) gegebenen Zusammenhänge können nun für abweichende statische Dehnungen die Ersatzgrößen des komplexen Elastizitätsmoduls aus dem zeitabhängigen Spannungs-Dehnungs-Verhalten bestimmt werden. Diese sowie der entsprechende Verlustfaktor und die Dichte der dissipierten Energie, sind in **Abbildungen 5.12** für unterschiedliche Abweichungen der statischen Dehnung $\tilde{\epsilon}_{\text{off}}$ dargestellt. Normiert wurde die Abweichung der statischen Dehnung auf die maximal erreichbare Dehnungsamplitude im optimalen Zustand $\tilde{\epsilon}_{\max}$. Die dargestellten Zustände variieren daher zwischen dem optimal vorgespannten Zustand ($\tilde{\epsilon}_{\text{off}}/\tilde{\epsilon}_{\max} = 0$) und dem Zustand mit maximaler Abweichung ($\tilde{\epsilon}_{\text{off}}/\tilde{\epsilon}_{\max} = 1$). Die Betrachtungen beziehen sich nachfolgend auf positive Abweichungen der statischen Dehnung. Die gewonnenen Erkenntnisse gelten jedoch auch für die entsprechenden negativen Abweichungen. Die Dehnungsamplitude wurde auf $\tilde{\epsilon}_2$ normiert und bezieht sich daher ebenfalls auf den Zustand ohne eine Änderung der statischen Dehnung gegenüber dem symmetrischen Fall. Die grauen Bereiche der Graphen beschreiben Zustände, welche nur durch ein Überschreiten der maximal zulässigen Dehnungsamplitude $\tilde{\epsilon}_{\max}^*$ erreicht werden können und somit für technische Anwendungen nicht relevant sind.

Abbildung 5.12a zeigt, dass durch die Abweichung der statischen Dehnung zwei Knicke im Verlauf des Speichermoduls ausgehend von $\hat{\epsilon}/\tilde{\epsilon}_2 = 1$ auftreten. Grund hierfür ist, dass die beiden elastischen Bereiche der Hysterese für unterschiedliche Dehnungsamplituden erreicht werden. Fällt die statische Dehnung bei sehr großen Abweichungen in den elastischen Bereich der Hysterese, so entfällt die charakteristische Dehnung $\tilde{\epsilon}_1^*$, so dass der Verlauf erneut nur einen Knick aufweist und der rein elastische Amplitudenbereich größer wird. Zudem kann beobachtet werden, dass der Speichermodul mit zunehmender statischer Dehnung ansteigt, da die elastischen Bereiche der Hysterese an Einfluss gewinnen

Der Verlustmodul in **Abbildung 5.12b** weist grundsätzlich die selben charakteristischen

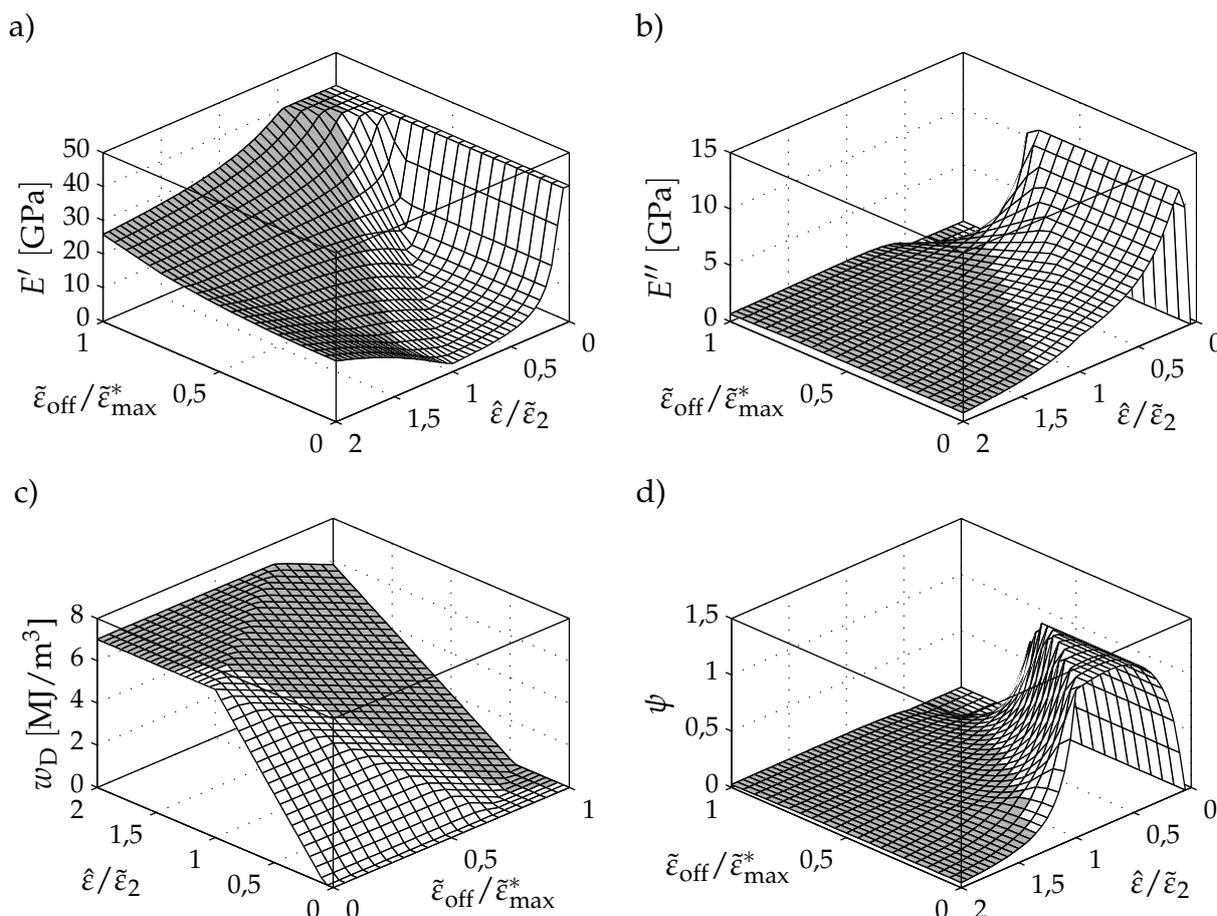


Abbildung 5.12: Ersatzgrößen und Dämpfungskennwerte in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude und Abweichung der statischen Dehnung bei einer Erregungsfrequenz von 0,01 Hz: a) Speichermodul; b) Verlustmodul; c) dissipierte Energiedichte (Achsen getauscht); d) Verlustfaktor

Verschiebungen der Dehnungsamplitudengrenzen auf. Das Maximum des Verlustmoduls bleibt konstant, so lange $\tilde{\epsilon}_2^*$ nicht unter die Dehnung des maximalen Verlustmoduls (Gl. (5.32)) sinkt. Wird diese unterschritten, so kann ein starker Abfall des Verlustmoduls beobachtet werden und das neue Maximum wird bei $\tilde{\epsilon}_2^*$ erreicht. Liegt eine statische Dehnung im elastischen Bereich außerhalb der Hysterese vor, so bleibt der Verlustmodul Null bis der Grenzwert $\tilde{\epsilon}_2^*$ erreicht wird und sich eine Hysterese ausbildet.

Der in **Abbildung 5.12d** dargestellte Verlustfaktor erreicht bei einer geringen Abweichungen der statischen Dehnung weiterhin den gleichen Maximalwert wie bei optimaler statischer Dehnung. Für größere Abweichungen kann eine Verringerung beobachtet werden. Die Dichte der dissipierten Energie ist in **Abbildung 5.12c** dargestellt. Charakteristisch ist hier, dass die maximale Energiedichte nur bei geringen Abweichung der statischen Dehnung erreicht wird, da für größere Abweichungen die notwendigen Dehnungsamplituden die maximal zulässigen Dehnungen übersteigen.

Durch die beschriebene Modellierung konnte gezeigt werden, dass eine Abweichung der statischen Dehnung zu einer Verschlechterung der Dämpfungseigenschaften führt. Des Weiteren wird deutlich, dass die Steifigkeit mit zunehmender Abweichung ansteigt.

5.4 Abhängigkeit des dynamischen Verhaltens von der Erregungsfrequenz

Die in Abschnitt 4.4.3 beschriebenen Messungen für unterschiedliche Anregungsfrequenzen zeigen, dass die Anregungsfrequenz einen erheblichen Einfluss auf das thermo-mechanische Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen hat. Aus diesem Grund wird das in den vorherigen Abschnitten beschriebene Modell um eine Frequenzabhängigkeit erweitert, während die Umgebungstemperatur weiterhin als konstant angenommen wird. Für die Materialparameter gilt nun

$$\mathbf{p}(f) = \left[\sigma_M(f) \quad \sigma_A(f) \quad E_{AM}(f) \quad E_T(f) \quad \varepsilon_{M_f}(f) \right]^T. \quad (5.49)$$

5.4.1 Näherung der Frequenzabhängigkeit

Da die Frequenzabhängigkeit des Materialverhaltens durch die Kopplung zwischen mechanischen und thermischen Eigenschaften begründet ist, basieren viele der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Modelle auf Ansätzen, welche eine vollständige thermische und mechanische Materialbeschreibung nutzen. Für die thermische Modellierung wird jedoch eine Vielzahl von thermischen Materialparametern benötigt. Insbesondere die Bestimmung der Parameter für den Wärmeübergang durch Konvektion zwischen Draht und umgebendem Medium ist aufwendig und resultiert meist nur in ungenauen Näherungen.

Aus diesem Grund basiert der Ansatz zur Modellierung der Frequenzabhängigkeit in dieser Arbeit ausschließlich auf experimentell ermittelten Kennwerten. Die in Abschnitt 4.4.3 beschriebenen Messungen der fünf Parameter zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Hysterese für Erregungsfrequenzen zwischen 0,01 Hz und 10 Hz dienen als Grundlage für die Beschreibung der Frequenzabhängigkeit.

Es muss jedoch berücksichtigt werden, dass die resultierenden Parameter nur für die Randbedingungen der experimentellen Untersuchungen gültig sind. Die wichtigste Randbedingung ist hierbei der Drahtdurchmesser, welcher die Wärmeleitung vom Inneren des Drahtes an dessen Oberfläche beeinflusst und somit die notwendige Zeit für den Wärmeaustausch mit der Umgebung bestimmt. In diesem Zusammenhang hat auch die Art der Konvektion zwischen Draht und Umgebung eine große Bedeutung. Dies wurde u. a. von HE ET AL. [40] (Abschnitt 2.2.1) durch Vergleichsmessungen bei freier Konvektion und Mischkonvektion bestätigt. Da die verwendete Temperatorkammer eine gute Abschirmung gegen Luftströmungen darstellt, kann davon ausgegangen werden, dass bei den experimentellen Untersuchungen lediglich freie Konvektion vorlag. Die experimentell ermittelten Parameter aus Abschnitt 4.4.3 werden durch Polynomfunktionen nach der Methode der kleinsten Quadrate angenähert. Die Anregungsfrequenzen wurden nicht in festen Abständen, sondern gemäß einer logarithmischen Skalierung gewählt. Zur Dar-

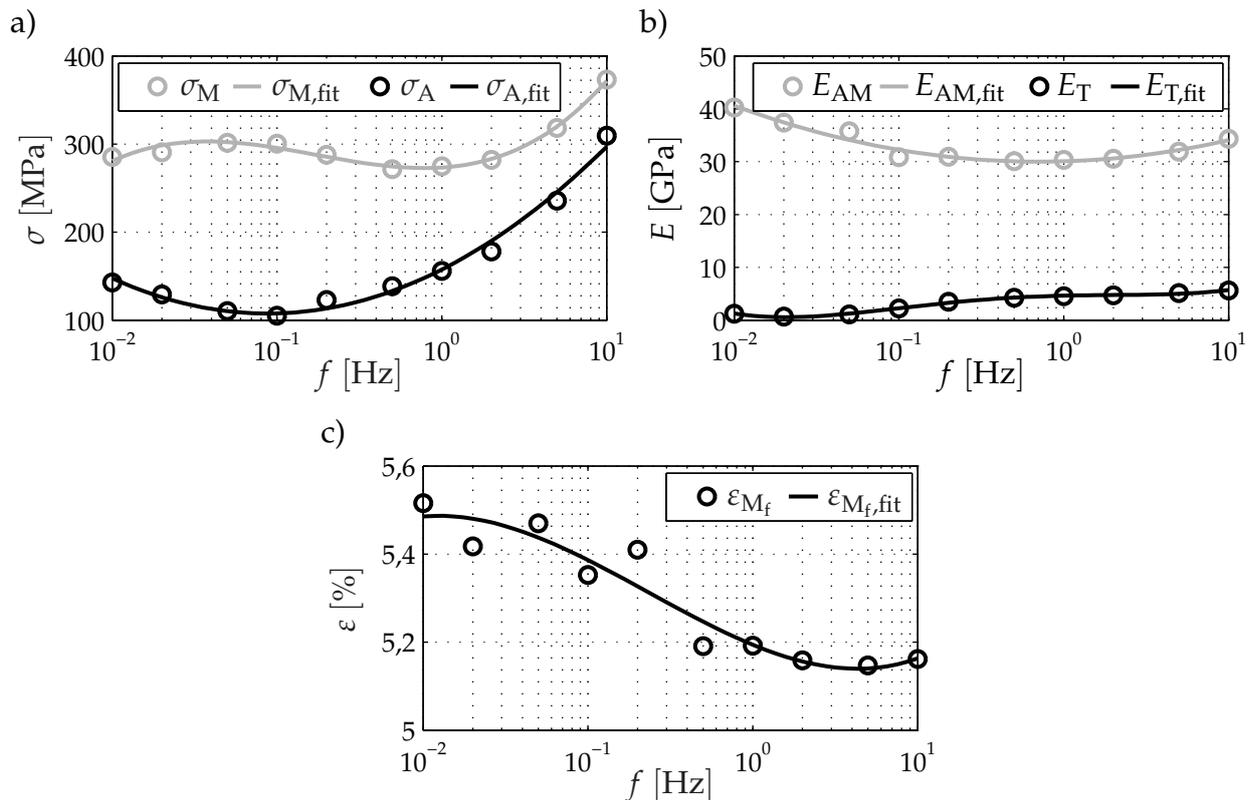


Abbildung 5.13: Näherungen der Frequenzabhängigkeit der Materialparameter durch Polynomfunktionen: a) Plateauspannungen der Transformationen zu Austenit und Martensit (σ_M : $n = 3$, σ_A : $n = 2$); b) Elastizitätsmodul im Bereich der Transformation und im elastischen Bereich (E_{AM} : $n = 2$, E_T : $n = 4$); c) Dehnung bei abgeschlossener martensitischer Phasentransformation (ε_{M_f} : $n = 3$)

stellung der Frequenzabhängigkeit der Parameter wurde daher ein Ansatz der Form

$$y(f) = q_n \log(f)^n + q_{n-1} \log(f)^{n-1} + \dots + q_1 \log(f) + q_0 \quad (5.50)$$

gewählt. Die Anzahl der Koeffizienten n wurde so gewählt, dass eine ausreichend gute Übereinstimmung der Näherungsfunktionen mit den experimentell ermittelten Werten vorliegt. **Abbildung 5.13** zeigt die Messwerte sowie die Näherungen der Materialparameter. Eine Auflistung der berechneten Koeffizienten zur Beschreibung der Materialparameter findet sich in Anhang B.

Mit Hilfe der frequenzabhängigen Näherung der Materialparameter ist es nun möglich für beliebige Frequenzen im untersuchten Frequenzbereich das Spannungs-Dehnungsverhalten anzugeben. **Abbildung 5.14a** zeigt die Ergebnisse der genäherten Spannungs-Dehnungs-Hysteresen für die in **Abbildung 4.7a** dargestellten experimentell ermittelten Hysteresen. Die notwendigen Vorspannungen und statischen Dehnungen, um zum jeweiligen Flächenschwerpunkt punktsymmetrische Hysteresen zu erhalten sind in **Abbildung 5.14b** dargestellt. **Abbildung 5.15** zeigt die Spannungs-Dehnungs-Hysteresen mit der jeweils optimalen Vorspannung sowie die entsprechenden Messungen. Die dar-

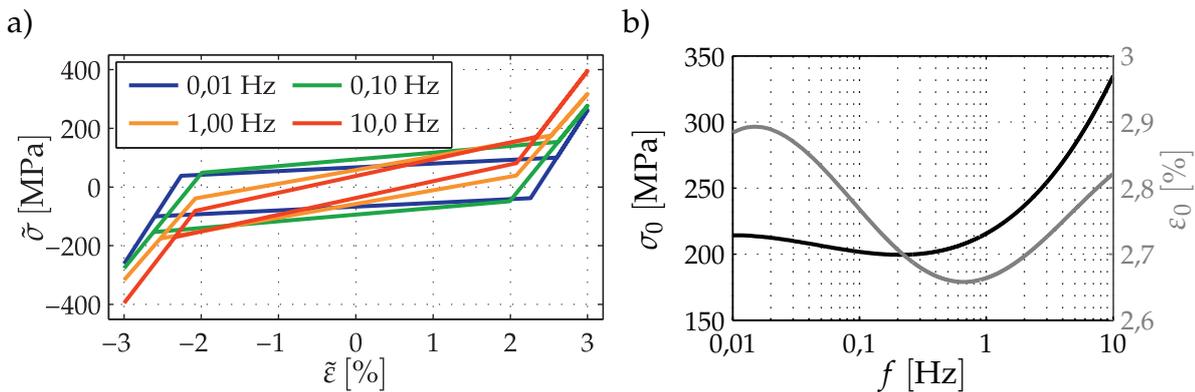


Abbildung 5.14: Näherung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen für unterschiedliche Anregungsfrequenzen f bei einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 20$ °C: a) Spannungs-Dehnungs-Verhalten; b) Optimale Vorspannungen und optimale statische Dehnung

gestellten Ergebnisse verdeutlichen, dass das Materialverhalten mit der Näherung gut abgebildet werden kann.

Wird die Vorspannung bzw. statische Dehnung nicht an die Erregungsfrequenz angepasst, so kommt es entsprechend der Beschreibungen in Abschnitt 5.3 zu einer nicht symmetrisch durchlaufenen Hysterese mit daraus resultierenden schlechteren Dämpfungseigenschaften. Die in **Abbildung 5.14a** dargestellte Näherung beschreibt das mechanische Verhalten bei einer statischer Dehnung für eine optimale Dämpfungswirkung. Die nachfolgenden Beschreibungen zur Frequenzabhängigkeit des Materialverhaltens beziehen sich ebenfalls auf diesen Systemzustand.

5.4.2 Einfluss der Erregungsfrequenz auf die Dämpfungseigenschaften

Unter Verwendung der zuvor beschriebenen Materialparameter zur Näherung des frequenzabhängigen Verhaltens werden nachfolgend die amplitudenabhängigen Ersatzgrößen zur Beschreibung des Schwingungs- und Dämpfungsverhaltens aus Abschnitt 5.2.4 um die Frequenzabhängigkeit erweitert. Die Bestimmung der Kenngrößen erfolgt analog zu Abschnitt 5.2, wobei die Materialparameter aus Abschnitt 5.4.1 nun von der Erregungsfrequenz abhängen und die berechneten Ersatzgrößen somit ebenfalls Funktionen der Erregungsfrequenz sind. Die nachfolgenden Modellierungsergebnisse beziehen sich auf punktsymmetrisch zum Ursprung des Koordinatensystems für den vorgespannten Zustand verlaufende Spannungs-Dehnungs-Hysteresen, d. h. auf einen Zustand mit optimaler statischer Dehnung. Alle Normierungen beziehen sich auf den Zustand bei einer quasistatischen Erregungsfrequenz von 0,01 Hz. Die entsprechenden Parameter und Ersatzgrößen bei dieser Anregung werden nachfolgend mit # gekennzeichnet.

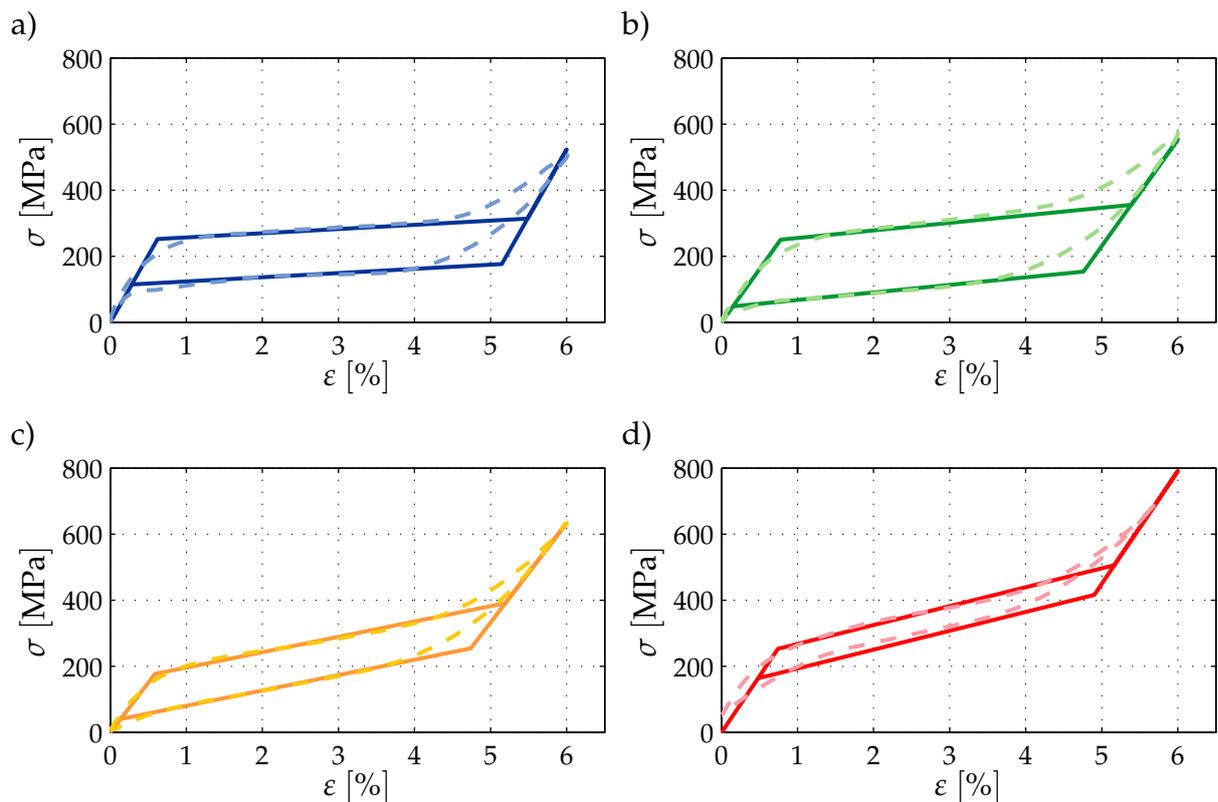


Abbildung 5.15: Näherung und experimentelle Ergebnisse des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen für unterschiedliche Anregungsfrequenzen bei einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 20\text{ °C}$: a) $f = 0,01\text{ Hz}$; b) $f = 0,1\text{ Hz}$; c) $f = 1\text{ Hz}$; d) $f = 10\text{ Hz}$

Die Kenngrößen zur Beschreibung des Schwingungs- und Dämpfungsverhaltens sind in **Abbildung 5.16** in Abhängigkeit der Erregungsfrequenz sowie der Dehnungsamplitude dargestellt. Die dehnungsamplitudenabhängigen Verläufe für eine Erregungsfrequenz von $0,01\text{ Hz}$ entsprechen hierbei den quasistatischen Untersuchungen der vorangegangenen Abschnitte und stimmen daher mit den Verläufen der Kenngrößen in Abschnitt 5.2.4 überein.

Wie **Abbildung 5.16a** zeigt, weist der Speichermodul nur eine sehr geringe Abhängigkeit von der Erregungsfrequenz auf. Lediglich in der Mitte des untersuchten Frequenzbereiches kann eine leichte Verringerung beobachtet werden.

Der Verlustmodul ist in **Abbildung 5.16b** dargestellt und weist ebenfalls nur geringe Änderungen in Abhängigkeit der Erregungsfrequenz auf. Es werden ebenfalls nur für mittlere Frequenzen des untersuchten Bereiches Abweichungen deutlich. Für geringe Dehnungsamplituden tritt hier ein leichter Abfall und für große Dehnungsamplituden ein leichter Anstieg mit zunehmender Frequenz auf.

Der in **Abbildung 5.16d** gezeigte Verlustfaktor weist eine ausgeprägte Frequenzabhängigkeit für Dehnungsamplituden $\tilde{\epsilon}_1 < \hat{\epsilon} < \tilde{\epsilon}_2$ auf. Die Maximalwerte in Abhängigkeit der Erregungsfrequenz liegen alle im genannten Dehnungsbereich wobei der größte Verlustfaktor bei einer Frequenz von $f_{\text{opt}} \approx 0,02\text{ Hz}$ erreicht wird.

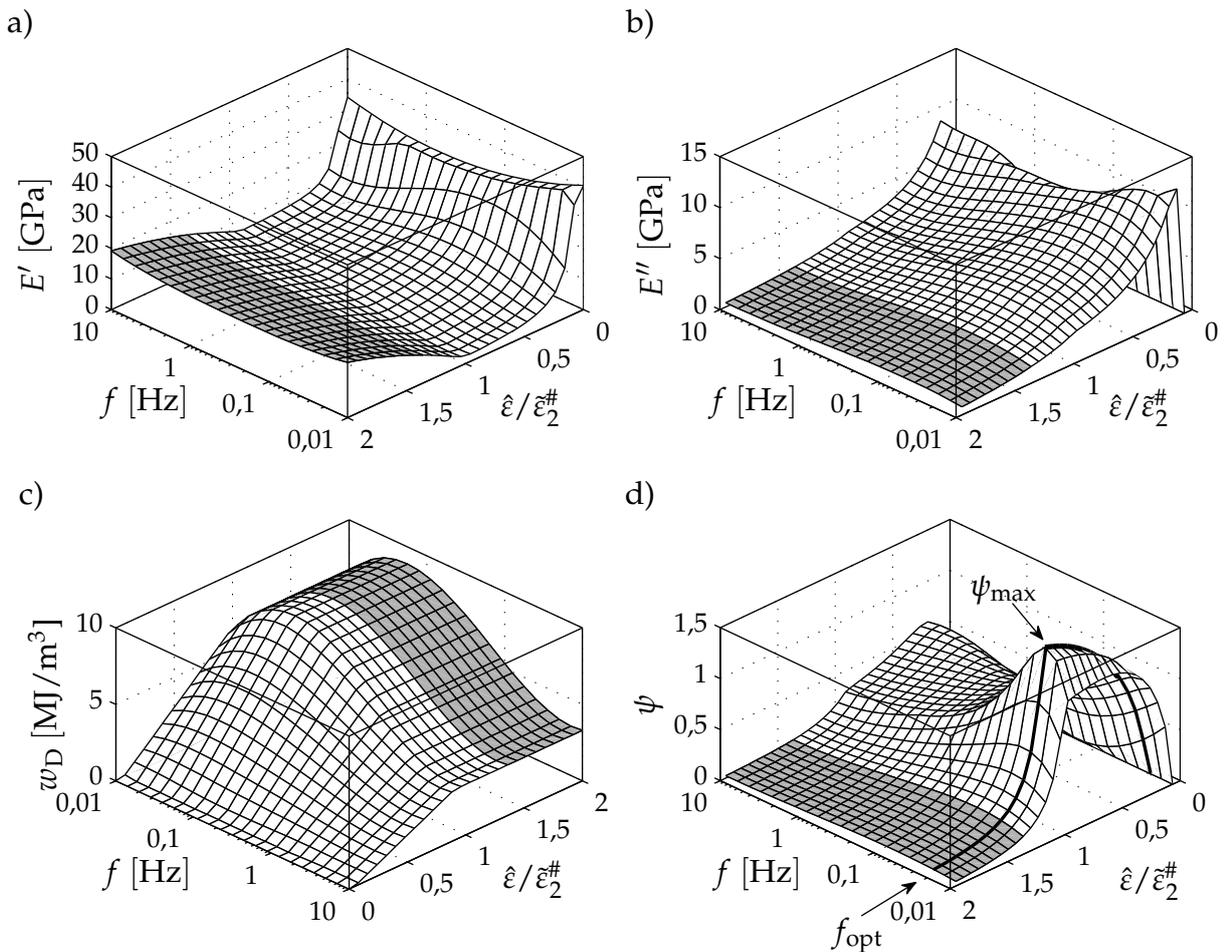


Abbildung 5.16: Ersatzgrößen und Dämpfungskennwerte in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude und Erregungsfrequenz: a) Speichermodul; b) Verlustmodul; c) dissipierte Energiedichte (Achsen getauscht); d) Verlustfaktor

In **Abbildung 5.16c** ist die Dichte der dissipierten Energie dargestellt. Diese steigt mit zunehmender Frequenz an, erreicht bei etwa 0,06 Hz ihr globales Maximum und wird für höhere Erregungsfrequenzen geringer.

5.5 Einfluss der Umgebungstemperatur auf das dynamische Verhalten

Die experimentellen Ergebnisse in Abschnitt 4.4.4 haben verdeutlicht, dass die Umgebungstemperatur einen starken Einfluss auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen hat. Daher werden in diesem Abschnitt die Materialparameter zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Hysteresen so erweitert, dass der Einfluss der Umgebungstemperatur berücksichtigt werden kann. Für die Materialparameter gilt dann

$$\mathbf{p}(f, \Delta\vartheta) = \left[\sigma_M(f, \Delta\vartheta) \quad \sigma_A(f, \Delta\vartheta) \quad E_{AM}(f, \Delta\vartheta) \quad E_T(f, \Delta\vartheta) \quad \varepsilon_{M_f}(f, \Delta\vartheta) \right]^T. \quad (5.51)$$

5.5.1 Näherung des Materialverhaltens in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur

Um die Änderung der Materialparameter bei einer Variation der Umgebungstemperatur beschreiben zu können, wird eine Näherung der temperaturabhängigen Parameterverläufe gesucht. **Abbildung 5.17** zeigt die Messwerte sowie die durch die Methode der kleinsten Quadrate bestimmten linearen Näherungslösungen der Form

$$y(\vartheta) = q_1\vartheta + q_0. \quad (5.52)$$

Diese zeigen die temperaturabhängigen Parametervariationen sowie die Näherung bei einer Erregungsfrequenz von 0,01 Hz. Auf gleiche Weise wird für alle untersuchten Frequenzen zwischen 0,01 Hz und 10 Hz eine Näherung bestimmt.

Da bei der Betrachtung des Temperatureinflusses Bezug auf einen Referenzzustand genommen wird, für den die Parameter bekannt sind, ist lediglich die Steigung q_1 in Gl. (5.52) von Bedeutung. Da alle vorherigen Modellierungsschritte auf den experimentellen Ergebnissen bei einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 20^\circ\text{C}$ basieren, dient diese Umgebungstemperatur als Referenz für die nachfolgende Näherungsbestimmung.

Analog zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit in LAGOUDAS [59] (**Abbildung 2.3b**) wird für jeden Materialparameter nur ein Parameter zur Beschreibung des Verhaltens bei einer Änderung der Temperatur bestimmt. Die Temperaturkoeffizienten der Spannungsparameter werden mit α , die der Elastizitätsmoduln mit β und die des Dehnungsparameters mit γ bezeichnet. Diese werden für jede der untersuchten Erregungsfrequenzen in Gl. (4.3) bestimmt, wobei die Mittelwerte der Parameter als Näherung dienen sollen. Es wird also angenommen, dass diese konstant sind und nicht von der Erregungsfrequenz abhängen. Der Vektor der Temperaturkoeffizienten ist dann

$$\mathbf{h} = \left[\alpha_{\sigma_M} \quad \alpha_{\sigma_A} \quad \beta_{E_{AM}} \quad \beta_{E_T} \quad \gamma_{\varepsilon_{M_f}} \right]^T. \quad (5.53)$$

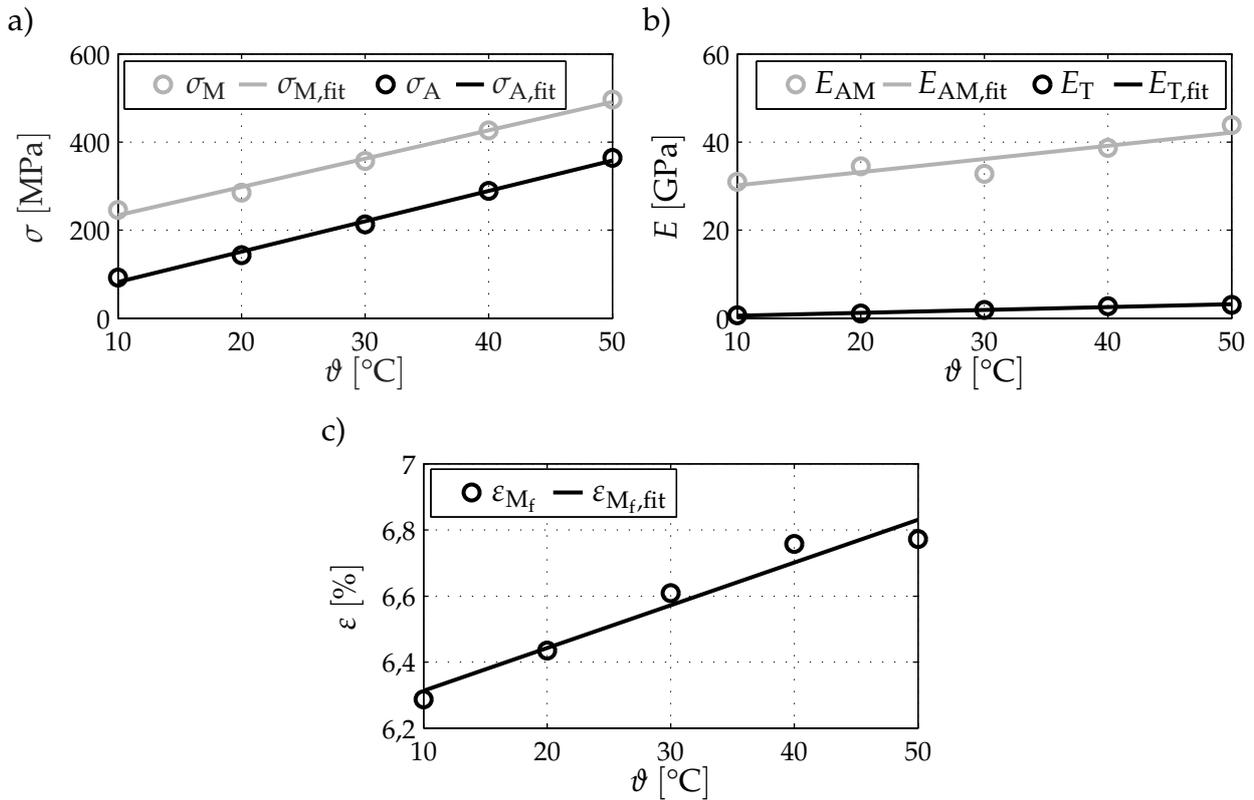


Abbildung 5.17: Näherungen der Umgebungstemperaturabhängigkeit der Materialparameter durch lineare Funktionen bei einer Erregungsfrequenz von 0,01 Hz: a) Plateauspannungen der Transformationen zu Austenit und Martensit; b) Elastizitätsmodul im Bereich der Transformation und im elastischen Bereich; c) Dehnung bei abgeschlossener martensitischer Phasentransformation

Die Einträge des Vektors entsprechen jeweils dem Parameter q_1 in Gl. (5.52). Die Werte der Temperaturkoeffizienten ergeben sich zu

$$\alpha_{\sigma_M} = 6,45 \text{ MPa/K}, \quad \alpha_{\sigma_A} = 6,81 \text{ MPa/K} \quad (5.54)$$

$$\beta_{E_{AM}} = 0,34 \text{ GPa/K}, \quad \beta_{E_T} = 0,06 \text{ GPa/K} \quad (5.55)$$

$$\gamma_{\varepsilon_{M_f}} = 0,02 \text{ \%/K}. \quad (5.56)$$

Die Materialparameter können bei einer Änderung der Temperatur somit durch

$$p(f, \Delta\vartheta) = p(f) + h\Delta\vartheta \quad (5.57)$$

bestimmt werden.

Um die Gültigkeit der getroffenen Annahmen zu überprüfen werden für alle experimentell untersuchten Temperaturänderungen die Materialparameter sowohl mit Hilfe des Mittelwertes als auch mit den frequenzabhängigen Temperaturkoeffizienten berechnet. Die Differenzen zwischen den jeweiligen Werten werden dann auf die Werte mit frequenzabhängigen Temperaturkoeffizienten bezogen. Berücksichtigt werden alle untersuchten Erregungsfrequenzen, so dass für die mittlere Abweichung bei einer Tempera-

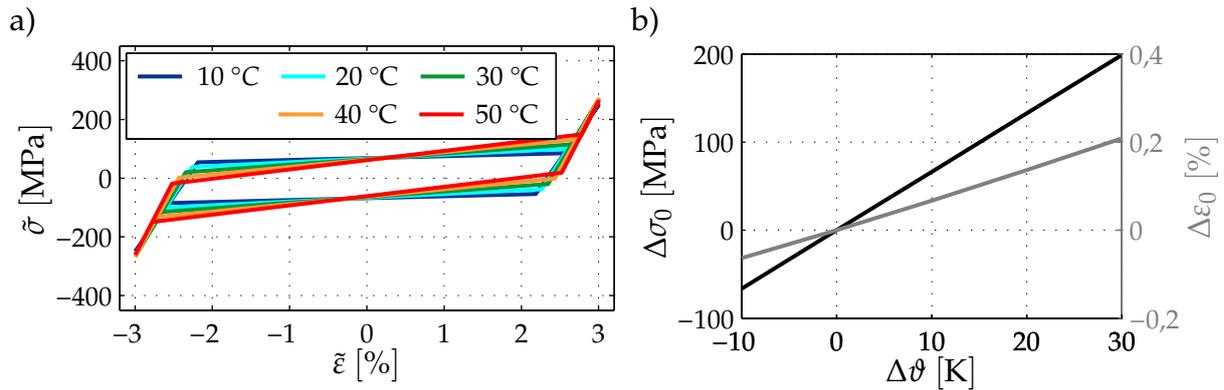


Abbildung 5.18: Näherung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen für unterschiedliche Umgebungstemperaturen ϑ_U bei einer Erregungsfrequenz von $f = 0,01$ Hz:

a) Spannungs-Dehnungs-Verhalten im $\tilde{\sigma}$, $\tilde{\epsilon}$ -Koordinatensystem;

b) Änderung der optimalen Vorspannung und der optimalen statischen Dehnung

turänderung der Mittelwert über den Abweichungen bei allen Erregungsfrequenzen gebildet wird. Für die prozentuale Abweichung der Materialparameter durch die Näherung in Abhängigkeit der Temperaturänderung gilt also

$$\delta_{p_k}(\Delta\vartheta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{|h_k - h_k(f_i)| \Delta\vartheta}{p_k(f_i) + h_k(f_i) \Delta\vartheta} \right). \quad (5.58)$$

Mit f_i werden die experimentell untersuchten Frequenzen zwischen 0,01 Hz und 10 Hz bezeichnet. Die Anzahl der untersuchten Frequenzen wird durch n beschrieben. Die Einträge des Materialparametervektors \mathbf{p} werden mit p_k bezeichnet.

Die maximalen prozentualen Abweichungen $\delta_{p_k}^{\max}$ durch die angestrebte Näherung ergeben sich im Bezug auf die experimentell ermittelten Größen zu

$$\delta_{\sigma_M}^{\max} = 2,14 \%, \delta_{\sigma_A}^{\max} = 2,54 \%, \delta_{E_{AM}}^{\max} = 3,93 \%, \delta_{E_T}^{\max} = 6,51 \%, \delta_{\epsilon_{M_f}}^{\max} = 2,67 \%. \quad (5.59)$$

Da die Steigung der Hysterese im Umwandlungsbereich für niedrige Erregungsfrequenzen nahezu Null ist kann der Elastizitätsmodul im Bereich der Materialumwandlung E_T durch Ungenauigkeiten der Näherung auch negative Werte annehmen. Da diese Werte nicht plausibel sind, die Hysterese im Umwandlungsbereich bei niedriger Erregungsfrequenz aber annähernd horizontal verläuft, können die nicht plausiblen Werte von E_T durch Nullen ersetzt werden.

Die angestrebte Näherungslösung durch einen frequenzunabhängigen Temperaturkoeffizienten pro Materialparameter liefert basierend auf den vorangegangenen Überprüfungen ausreichend genaue Ergebnisse und wird daher zur Beschreibung der Parametervariation bei einer Änderung der Umgebungstemperatur verwendet.

Abbildung 5.18a zeigt die mit Hilfe der zuvor ermittelten Temperaturkoeffizienten berechneten Spannungs-Dehnungs-Verläufe vorgespannter Formgedächtnisdrähte bei unterschiedlichen Umgebungstemperaturen ϑ_U und konstanter Erregungsfrequenz. Unter

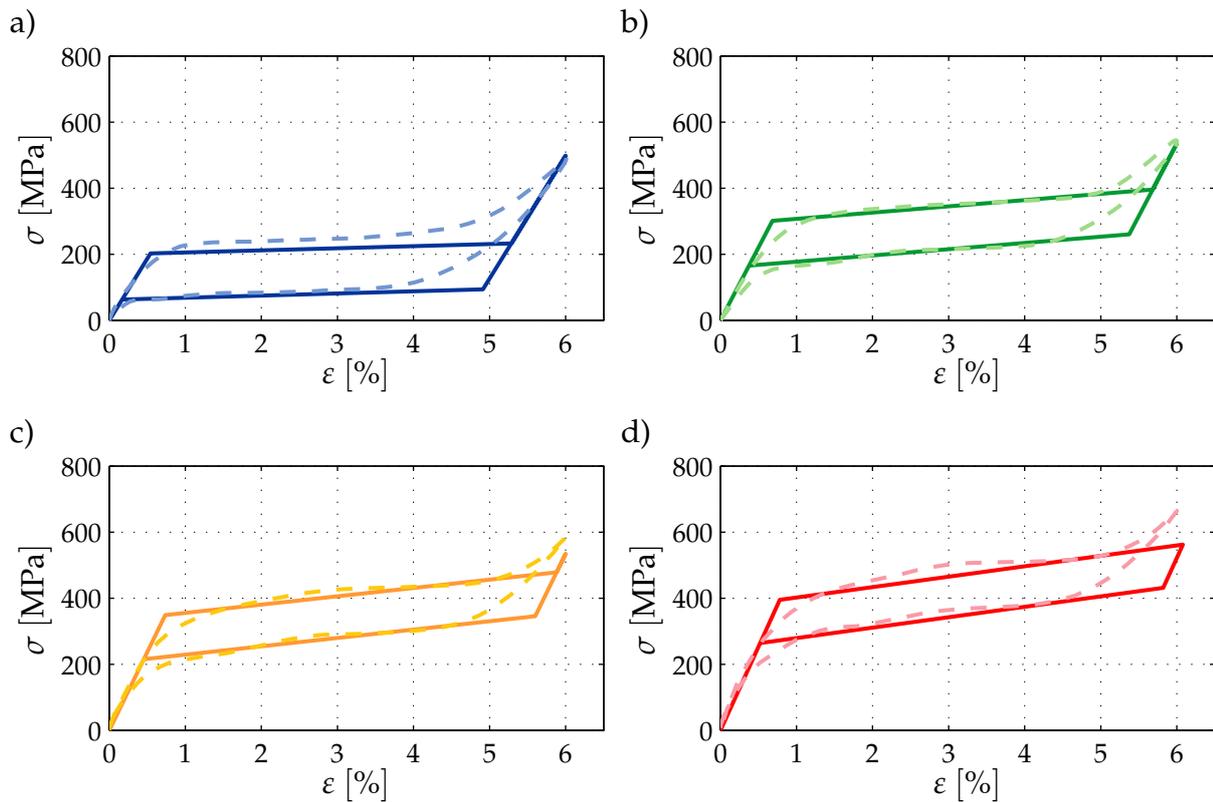


Abbildung 5.19: Näherung und experimentelle Ergebnisse des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen für unterschiedliche Umgebungstemperaturen bei einer Erregungsfrequenz von $f = 0,01$ Hz: a) $\vartheta_U = 10$ °C; b) $\vartheta_U = 30$ °C; c) $\vartheta_U = 40$ °C; d) $\vartheta_U = 50$ °C

Berücksichtigung der notwendigen Vorspannungen und statischen Dehnungen ergeben sich die Verläufe in **Abbildung 5.19**. Diese sind im σ, ε -Koordinatensystem dargestellt und können mit den ebenfalls dargestellten Messungen aus Abschnitt 4.4.4 verglichen werden. Die Näherungen weisen hierbei gute Übereinstimmungen mit den experimentell ermittelten Werten auf. Lediglich für $\vartheta_U = 10$ °C ist eine leichte Abweichung des oberen Spannungsplateaus erkennbar. Die notwendige Vorspannung bzw. statische Dehnung, um die gezeigten optimalen Spannungs-Dehnungs-Zustände bei der jeweiligen Temperatur zu erreichen, sind ebenfalls temperaturabhängig und in **Abbildung 5.18b** dargestellt. Begründet ist dies insbesondere durch die vertikale Verschiebung der Spannungs-Dehnungs-Hysteresen in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur, wie die Messergebnisse in **Abbildung 4.10** verdeutlichen. Wird die Vorspannung nicht an den vorliegenden Temperaturzustand angepasst, wie es auch für die vorliegende Erregungsfrequenz notwendig ist (Abschnitt 5.4.1), so kommt es wie in Abschnitt 5.3 beschrieben zu einer Änderung der durchlaufenen Hysterese und somit zu schlechteren Dämpfungseigenschaften.

5.5.2 Einfluss der Umgebungstemperatur auf die Dämpfungseigenschaften

Um den Einfluss einer Änderung der Umgebungstemperatur auf die Dämpfungseigenschaften pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zu beschreiben ist der komplexe Elastizitätsmodul in **Abbildung 5.20** für Umgebungstemperaturen zwischen 10 °C und 50 °C dargestellt. Die mit # gekennzeichneten Dehnungsgrenzen beziehen sich auf die Referenzmessung bei $\vartheta_U = 20$ °C und $f = 0,01$ Hz und damit auf die bereits in **Abbildung 5.6** gezeigten Verläufe. Da die Änderungen der Materialparameter linear von der Änderung der Umgebungstemperatur abhängen und der Temperatureinfluss von der Erregungsfrequenz unabhängig ist, stellen sich für alle anderen Erregungsfrequenzen im Verhältnis zum jeweiligen Referenzzustand die selben qualitativen Änderungen der nachfolgend beschriebenen Parameter ein.

Für den Speichermodul E' in **Abbildung 5.20a** wird deutlich, dass dieser bei einer Erhöhung der Umgebungstemperatur im Dehnungsamplitudenbereich bis $\tilde{\varepsilon}_2$, d. h. bis zum Verlassen der Hysterese, größere Werte annimmt. Die Dehnungsamplitude $\tilde{\varepsilon}_2$ steigt hierbei mit zunehmender Umgebungstemperatur an, so dass der erneute Anstieg von E' erst bei einer höheren Dehnungsamplitude eintritt.

Der in **Abbildung 5.20b** dargestellte Verlustmodul E'' wird mit zunehmender Umgebungstemperatur in einen höheren Wertebereich verschoben. Davon ausgenommen ist der Dehnungsamplitudenbereich $\hat{\varepsilon} < \tilde{\varepsilon}_1$, in dem der Verlustmodul E'' auch bei einer Temperaturerhöhung Null ist, da keine Hystereseefläche eingeschlossen wird.

Der Maximalwert der Dichte der dissipierten Energie w_D in **Abbildung 5.21a** steigt mit zunehmender Umgebungstemperatur an, da entsprechend **Abbildung 5.18a** eine breitere Hysterese durchlaufen wird.

Die Verläufe des Verlustfaktors ψ in **Abbildung 5.21b** zeigen, dass dieser mit zunehmender Umgebungstemperatur abnimmt. Lediglich für sehr geringe Dehnungsamplituden kurz nach Erreichen von $\tilde{\varepsilon}_1$ und für Dehnungen in der Nähe von $\tilde{\varepsilon}_{\max}$ führt eine Erhöhung der Umgebungstemperatur zu einem höheren Verlustfaktor.

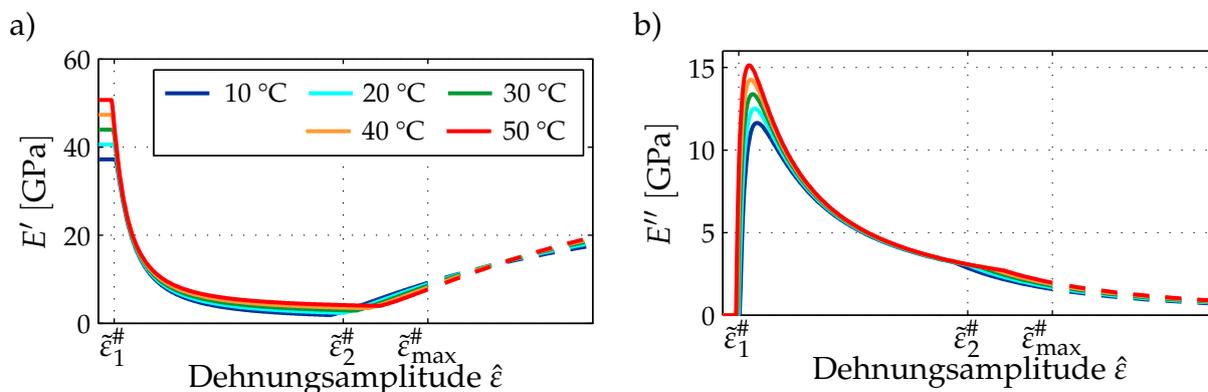


Abbildung 5.20: Ersatzgrößen des komplexen Elastizitätsmoduls in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude für unterschiedliche Umgebungstemperaturen ϑ_U : a) Normierter Speichermodul; b) Normierter Verlustmodul

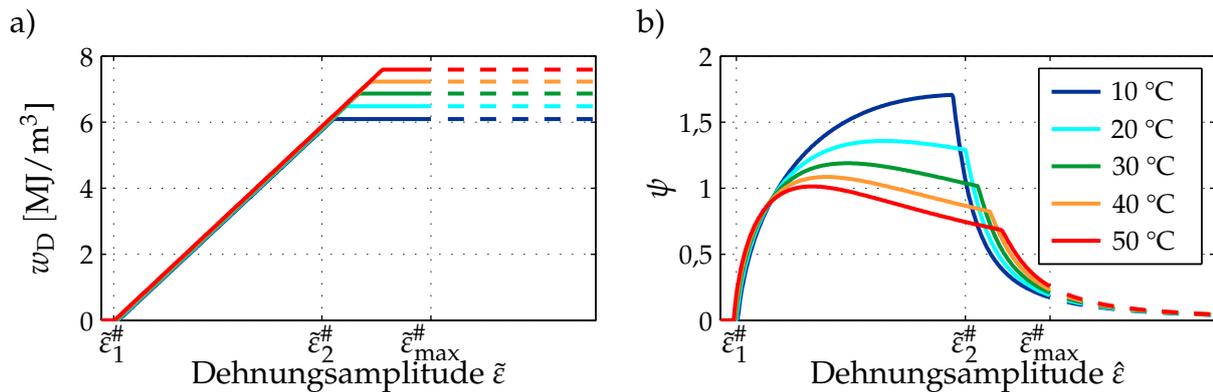


Abbildung 5.21: Dämpfungskennwerte in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude für unterschiedliche Umgebungstemperaturen ϑ_U : a) Dichte der dissipierten Energie; b) Verlustfaktor

Welchen Einfluss die beschriebenen Ersatzgrößen auf die Dämpfungswirkung pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen in dynamischen Systemen haben, wird in Kapitel 6 näher erläutert.

5.6 Materialdämpfung

Bei der Modellierung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen wurde ein vollständig elastisches Materialverhalten für kleine Dehnungen (**Abbildung 5.2a**) sowie im Dehnungsbereich außerhalb der Hysterese in **Abbildung 5.2c** angenommen. Wie die experimentellen Untersuchungen in Abschnitt 4.4.1 gezeigt haben, wird für geringe Dehnungen auch eine Fläche im Spannungs-Dehnungs-Verlauf eingeschlossen und somit Energie dissipiert. Diese Materialdämpfung wird z. B. durch reversibles Ausbauchen von Versetzungen hervorgerufen und kann auch bei herkömmlichen Metallen beobachtet werden. Die Dämpfungswirkung kann, wie in **Abbildung 5.5b** gezeigt, durch die Phasenverschiebung zwischen den Zeitverläufen von Spannung und Dehnung charakterisiert werden. Der zugehörige Verlustfaktor der Materialdämpfung konnte mit Gl. (2.8) zu

$$\psi_m \approx 0,1 \quad (5.60)$$

bestimmt werden und wird nachfolgend für alle Erregungen als konstant angenommen.

5.7 Optimale experimentelle Vorgehensweise zur Bestimmung der Modellparameter

Die experimentellen Untersuchungen aus Kapitel 4 wurden in den vorherigen Abschnitten zur Bestimmung der Materialparameter $p(f, \Delta\vartheta)$ aus Gl. (5.51) verwendet. Um den

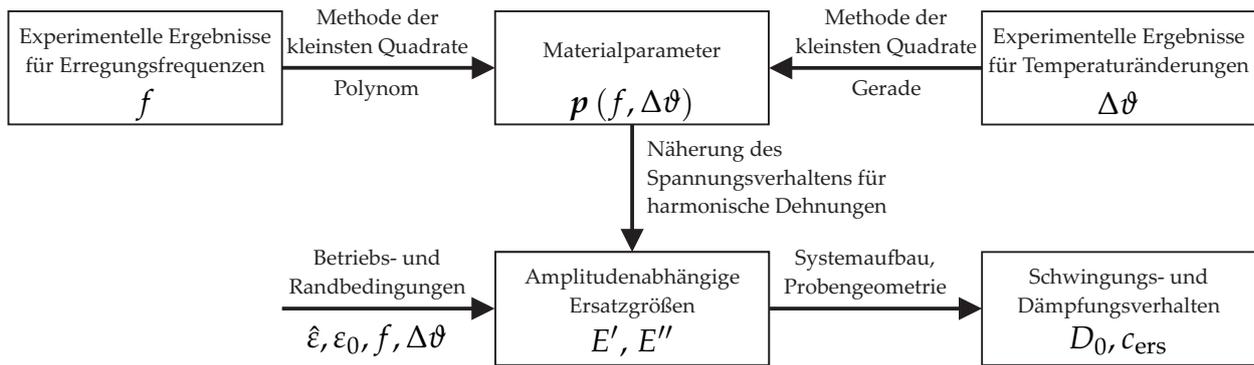


Abbildung 5.22: Vorgehensweise zur Bestimmung der Ersatz- und Dämpfungsgrößen

Aufwand durch experimentelle Untersuchungen gering zu halten ist eine optimale Auswahl durchzuführender Messungen für eine ausreichend genaue Bestimmung der Materialparameter von Interesse.

Die Frequenzabhängigkeit der Materialparameter sollte durch eine Auswahl näherungsweise logarithmisch verteilter Frequenzstützstellen im relevanten Frequenzbereich bestimmt werden. Die Umgebungstemperatur muss hierbei konstant gehalten werden. Der Einfluss der Umgebungstemperatur kann, wie in Abschnitt 5.5.1 gezeigt wurde, als linear und frequenzunabhängig angenommen werden. Aus diesem Grund wird lediglich eine Messung bei abweichender Umgebungstemperatur mit einer der zuvor untersuchten Frequenzen benötigt. Um die Genauigkeit zu erhöhen, sollte eine maximale Temperaturdifferenz zur ersten Messreihe angestrebt werden. Die statische Dehnung und die Dehnungsamplitude sollten bei allen Messungen identisch sein und so gewählt werden, dass sich zum Flächenschwerpunkt näherungsweise punktsymmetrische Spannungs-Dehnungs-Hysteresen ergeben. Die entsprechenden Werte für die statische Dehnung und die Dehnungsamplitude wurden für das in dieser Arbeit verwendete Material zu 3 % bestimmt. Die Vorgehensweise zur Bestimmung des komplexen Elastizitätsmodul sowie des Schwingungs- und Dämpfungsverhaltens ist in **Abbildung 5.22** dargestellt. Für die in dieser Arbeit untersuchten Frequenzen und Umgebungstemperaturen ergeben sich so die notwendigen Messungen zu:

$$f(20\text{ °C}) = [0,01\text{ Hz}; 0,02\text{ Hz}; 0,05\text{ Hz}; 0,1\text{ Hz}; \dots \\ 0,2\text{ Hz}; 0,5\text{ Hz}; 1\text{ Hz}; 2\text{ Hz}; 5\text{ Hz}; 10\text{ Hz}], \quad (5.61)$$

$$f(50\text{ °C}) = 0,01\text{ Hz}. \quad (5.62)$$

6 Modellierung fremderregter Einmassenschwinger

Das in Kapitel 5 entwickelte Materialmodell wird im nachfolgenden Abschnitt zur Beschreibung fremderregter schwingungsfähiger Systeme mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen verwendet. Um zu einer linearen Rückföhrfunktion

$$\underline{F}_{\text{ers}}(x(t), \dot{x}(t)) = c_{\text{ers}}x + d_{\text{ers}}\dot{x} \quad (6.1)$$

$$= (c_{\text{ers}} + j\Omega d_{\text{ers}}) \hat{x}e^{j\Omega t} \quad (6.2)$$

zu gelangen werden die Ersatzsteifigkeit sowie die Ersatzdämpferkonstante benötigt. Die gesuchten Ersatzgrößen sollen nun aus dem komplexen Elastizitätsmodul E^* sowie der Länge ℓ und der Querschnittsfläche A der Struktur bestimmt werden. Hierfür wird zunächst der in Gl. (5.26) beschriebene Ausdruck für das genäherte Zeitsignal der Spannung

$$\tilde{\sigma}_{\text{ers}}(t) = (E' + jE'') \hat{\epsilon}e^{j\Omega t} \quad (6.3)$$

genutzt. Wird zudem ein einachsiger Spannungszustand angenommen, d. h. die Spannung ist gleichmäßig über den Querschnitt A und die Dehnung gleichmäßig über die Länge ℓ verteilt, dann gilt

$$\underline{F}_{\text{ers}} = \tilde{\sigma}_{\text{ers}}A \quad \text{und} \quad \hat{x} = \hat{\epsilon}\ell, \quad (6.4)$$

womit sich die Rückföhrfunktion der Kraft zu

$$\underline{F}_{\text{ers}}(t) = \left(E' \frac{A}{\ell} + jE'' \frac{A}{\ell} \right) \hat{x}e^{j\Omega t} \quad (6.5)$$

ergibt. Ein Vergleich der Koeffizienten von Gl. (6.2) und Gl. (6.5) liefert schließlich die Ersatzgrößen der in Normalenrichtung beanspruchten Formgedächtnisstruktur zu

$$c_{\text{ers}}(\hat{x}, f, \Delta\vartheta) = E'(\hat{\epsilon}, f, \Delta\vartheta) \frac{A}{\ell}, \quad (6.6)$$

$$d_{\text{ers}}(\hat{x}, f, \Delta\vartheta) = E''(\hat{\epsilon}, f, \Delta\vartheta) \frac{A}{\ell\Omega}. \quad (6.7)$$

Der Speichermodul E' sowie der Verlustmodul E'' hängen wie in Abschnitt 5.2 beschrieben von der Dehnungsamplitude ab. Sie können zusätzlich wie in den Abschnitten 5.4 und 5.5 beschrieben auch eine Frequenz- bzw. Temperaturabhängigkeit berücksichtigen. Die absolute Verformung einer Formgedächtnisstruktur kann nach Gl. (6.4) durch ihre Länge ℓ und die Dehnung ϵ beschrieben werden. Die Amplitudengrenzen der absoluten Verformung können so aus den erstmals in Abschnitt 5.2.1 definierten Grenzen für die Dehnungsamplituden berechnet werden.

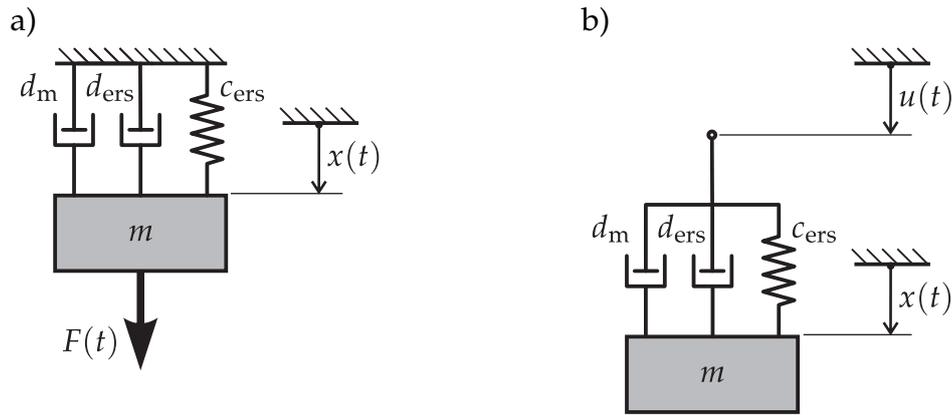


Abbildung 6.1: Fremderregte Einmassenschwinger mit Ersatzsteifigkeit und Ersatzdämpferkonstante einer pseudoelastischen Formgedächtnisstruktur: a) Kräfteerregung; b) Fußpunkterregung

Die beschriebenen Größen werden für die nachfolgenden Beschreibungen eines kräfteerregten (**Abbildung 6.1a**) und eines wegerregten Einmassenschwingers (**Abbildung 6.1b**) genutzt. Diese bestehen neben einer Masse m und der Formgedächtnisstruktur, welche durch c_{ers} und d_{ers} beschrieben wird, aus einem Dämpfer mit der Dämpferkonstante d_m . Das zusätzliche Dämpfungselement soll die in Abschnitt 5.6 bestimmte Materialdämpfung der Formgedächtnislegierung berücksichtigen.

Um durch das zusätzliche Dämpfungselement den von der Amplitude der Verformung unabhängigen Verlustfaktor ψ_m aus Gl. (5.60) in das System einzubringen, kann die Dämpferkonstante d_m analog zu Gl. (6.7) durch

$$d_m = \frac{E_m'' A}{\ell \Omega} \quad (6.8)$$

beschrieben werden. Der Verlustmodul kann entsprechend Gl. (2.8) aus Verlustfaktor und Speichermodul zu

$$E_m'' = \psi_m E' \quad (6.9)$$

bestimmt werden. Mit Gl. (6.6) ergibt sich der gesuchte Ausdruck zu

$$d_m = \frac{c_{ers} \psi_m}{\Omega}. \quad (6.10)$$

Um das Verhalten der nachfolgend untersuchten fremderregten Schwingungssysteme zu beschreiben, werden unter anderem die Ersatzsteifigkeit c_{ers} nach Gl. (6.6) sowie der Dämpfungsgrad in Resonanznähe D_0 verwendet. Dieser kann nach Gl. (2.11) direkt aus dem Verlustfaktor bestimmt werden und berücksichtigt durch

$$D_0 = D + D_m = \frac{\psi + \psi_m}{2} \quad (6.11)$$

sowohl die Hysteresedämpfung ψ als auch die Materialdämpfung ψ_m . Die Eigenkreisfrequenz ω_0 wird durch den Zusammenhang

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{ers}}{m}} \quad (6.12)$$

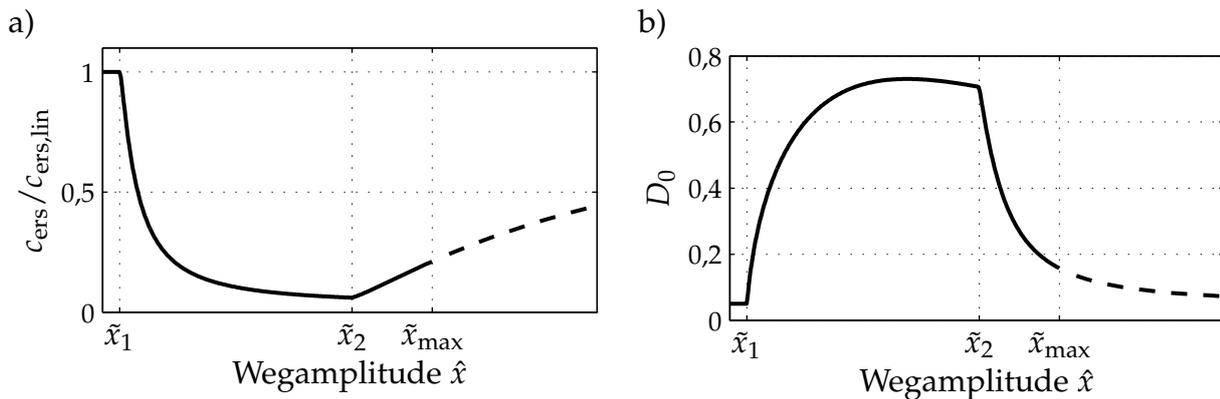


Abbildung 6.2: Frequenzunabhängige Ersatzgrößen in Abhängigkeit der Wegamplitude: a) Normierte Ersatzsteifigkeit; b) Dämpfungsgrad in Resonanz

beschrieben und ist daher neben der Steifigkeit auch von der Masse m abhängig. Wird lediglich die Abhängigkeit des Materialverhaltens von der Verformung berücksichtigt, so ergeben sich die in **Abbildung 6.2** gezeigte Ersatzsteifigkeit sowie der Dämpfungsgrad in Resonanz in Abhängigkeit der Wegamplitude \hat{x} . Der charakteristische Verlauf von c_{ers} entspricht dem Verlauf des Speichermoduls E' in **Abbildung 5.6a**. Der Dämpfungsgrad D_0 in Resonanz zeigt einen zum Verlustfaktor ψ in **Abbildung 5.7b** nahezu proportionalen Verlauf. Durch den konstanten Dämpfungsanteil D_m kann lediglich eine Verschiebung der Kurve zu höheren Werten beobachtet werden, wodurch auch im Amplitudenbereich $0 < \hat{x} \leq \hat{x}_1$ Dämpfung vorliegt. Wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, liegen hier die Materialkennwerte für eine Erregungsfrequenz von 0,01 Hz zugrunde.

Wird die Frequenzabhängigkeit der Ersatzgrößen berücksichtigt, so werden die Ersatzsteifigkeit und der Dämpfungsgrad in Resonanz durch die Verläufe in **Abbildung 6.3** beschrieben. Hier liegen die materialspezifischen Ersatzgrößen aus **Abbildung 5.16a** und **Abbildung 5.16d** sowie der Verlustfaktor der Materialdämpfung ψ_m zugrunde. Die Ersatzsteifigkeit wurde auf die lineare Steifigkeit für frequenzunabhängige Ersatzgrößen

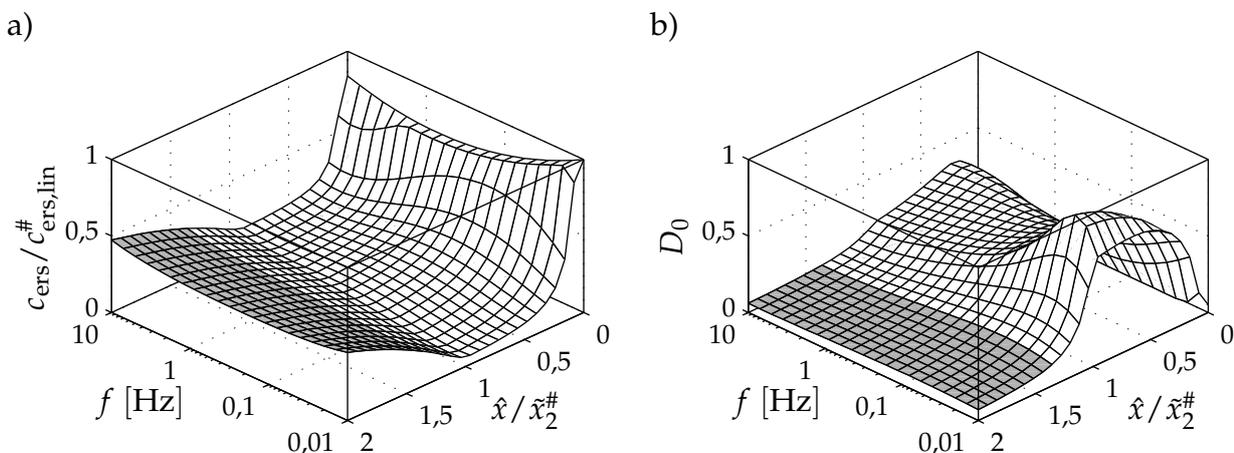


Abbildung 6.3: Frequenzabhängige Ersatzgrößen in Abhängigkeit der Wegamplitude und der Erregungsfrequenz: a) Normierte Ersatzsteifigkeit; b) Dämpfungsgrad in Resonanz bei jeweiliger Frequenz

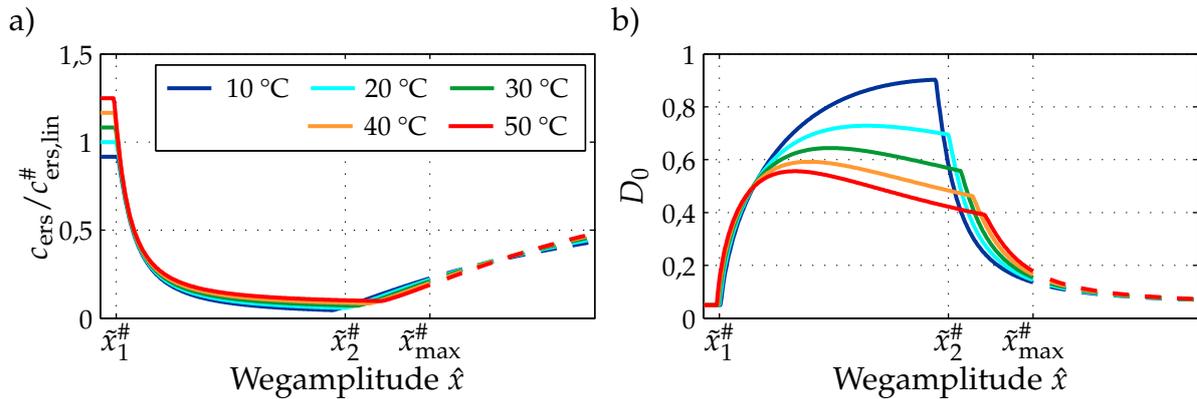


Abbildung 6.4: Ersatzgrößen für eine feste Frequenz in Abhängigkeit der Wegamplitude und der Umgebungstemperatur ϑ_U im Bezug auf die Messung bei $\vartheta_U = 20$ °C: a) Normierte Ersatzsteifigkeit; b) Dämpfungsgrad in Resonanz

ßen normiert. Der Einfluss der Umgebungstemperatur auf die Ersatzsteifigkeit und den Dämpfungsgrad in Resonanz wird durch **Abbildung 6.4** verdeutlicht. Hier bilden die in **Abbildung 5.20a** und **Abbildung 5.21b** dargestellten Verläufe sowie ψ_m die Grundlage zur Bestimmung der Ersatzgrößen.

Die beschriebenen Verläufe der Ersatzsteifigkeit und des Dämpfungsgrades in Resonanz in Abhängigkeit der Verformungsamplitude, Erregungsfrequenz und Umgebungstemperatur bilden die Grundlage für die nachfolgenden Beschreibungen fremderregter schwingungsfähiger Systeme.

6.1 Kraftherregung

Das kraftherregte Einfreiheitsgradsystem mit pseudoelastischer Formgedächtnisstruktur ist in **Abbildung 6.1a** dargestellt. Die Erregerkraft wird als harmonisch angenommen und wird durch

$$F(t) = \Re \left\{ \hat{F} e^{j\Omega t} \right\} \quad (6.13)$$

beschrieben. Mit der Bewegungsgleichung des kraftherregten Einmassenschwingers

$$m\ddot{x} + (d_{ers} + d_m)\dot{x} + c_{ers}x = F \quad (6.14)$$

kann nun unter der Annahme harmonischer Schwingungen mit

$$x(t) = \Re \left\{ \hat{x} e^{j(\Omega t - \varphi)} \right\}, \quad \dot{x}(t) = \Re \left\{ j\Omega \hat{x} e^{j(\Omega t - \varphi)} \right\}, \quad \ddot{x}(t) = \Re \left\{ -\Omega^2 \hat{x} e^{j(\Omega t - \varphi)} \right\} \quad (6.15)$$

die Schwingungsamplitude des Systems angegeben werden

$$\hat{x} = \frac{\hat{F}}{\sqrt{(-\Omega^2 m + c_{ers})^2 + (\Omega(d_{ers} + d_m))^2}}. \quad (6.16)$$

Die enthaltenen Ersatzgrößen ergeben sich aus den in den Gln. (6.6), (6.7) und (6.10) beschriebenen Zusammenhängen.

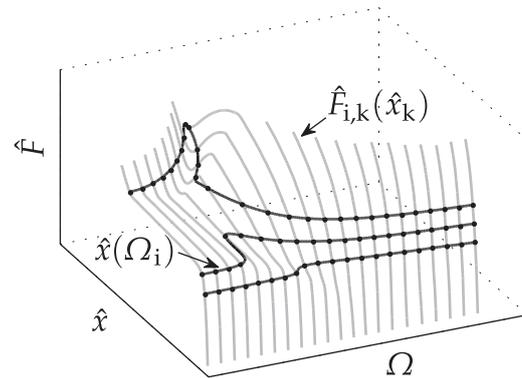


Abbildung 6.5: Vorgehensweise zur Bestimmung der Systemantworten \hat{x} in Abhängigkeit der Erregerkreisfrequenz Ω für vorgegebene \hat{F}_n

Da die rechte Seite von Gl. (6.16) neben der Kraftamplitude \hat{F} auch von den Ersatzgrößen und somit der gesuchten Größe \hat{x} abhängt, kann diese nicht direkt bestimmt werden. Eine mögliche Vorgehensweise zur Bestimmung der Systemantwort für unterschiedliche Anregungen wird nachfolgend am Beispiel des krafterregten Systems mit wegamplitudenabhängigen Ersatzgrößen vorgestellt.

Der Frequenzgang für eine definierte Anregung \hat{F}_n kann bestimmt werden, indem für definierte Kreisfrequenzen Ω_i konkrete Systemantworten \hat{x}_k vorgegeben werden und die zugehörige Systemanregung $\hat{F}_{i,k}$ durch den Zusammenhang

$$\hat{F}_{i,k} = \sqrt{(-\Omega_i^2 m + c_{\text{ers}}(\hat{x}_k))^2 + (\Omega_i(d_{\text{ers}}(\hat{x}_k) + d_m(\hat{x}_k)))^2} \hat{x}_k \quad (6.17)$$

berechnet wird. Im Anschluss kann für jede Kreisfrequenz Ω_i der Wert $\hat{F}_{i,k}$ mit der kleinsten Abweichung zur gesuchten Anregung \hat{F}_n bestimmt werden. Die zugehörigen Werte von \hat{x} über alle Kreisfrequenzen beschreiben dann den Frequenzgang der Systemantwort für die vorgegebene Anregung \hat{F}_n . Die prinzipielle Vorgehensweise zur Bestimmung der Systemantworten ist in **Abbildung 6.5** dargestellt.

6.1.1 Wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen

Werden die Ersatzgrößen c_{ers} und d_{ers} als frequenzunabhängig angenommen, d. h. es liegt lediglich eine Abhängigkeit von der Schwingungsamplitude vor, so stellen sich die in **Abbildung 6.6** gezeigten Frequenzgänge ein. Die Schwingungsamplitude ist hierbei auf die Erregerkraftamplitude normiert und beschreibt somit das betragsmäßige Übertragungsverhalten des Systems. Die Erregerkraftamplitude \hat{F} wird variiert und auf die Erregerkraftamplitude \hat{F}_{opt} normiert. Diese beschreibt die Erregerkraftamplitude, für welche die maximale Schwingungsantwort über der Erregungsfrequenz minimal wird. Die Erregerkreisfrequenz Ω ist auf die Eigenkreisfrequenz des für kleine Schwingungen um die Gleichgewichtslage linearisierten Systems normiert. Diese wird durch

$$\omega_{0,\text{lin}} = \omega_0(0 < \hat{x} \leq \tilde{x}_1) = \sqrt{\frac{c_{\text{ers}}(0 < \hat{x} \leq \tilde{x}_1)}{m}}. \quad (6.18)$$

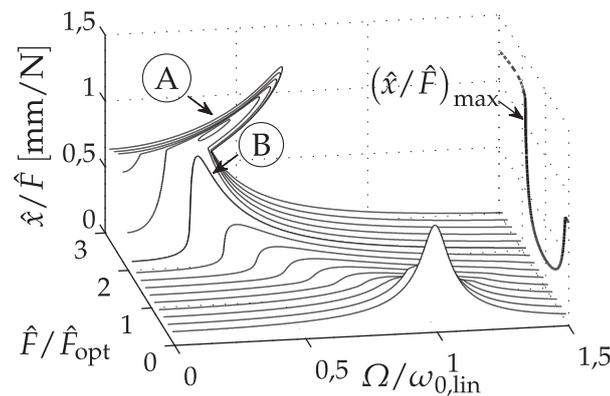


Abbildung 6.6: Übertragungsverhalten des krafterregten Einmassenschwingers mit frequenzunabhängigen Ersatzgrößen in Abhängigkeit der normierten Erregerkraftamplitude und dem Frequenzverhältnis bei einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 20\text{ °C}$

beschrieben, wobei c_{ers} für $0 < \hat{x} \leq \tilde{x}_1$ entsprechend **Abbildung 6.2a** konstant ist.

Die Frequenzgänge zeigen, dass die Schwingungsamplituden die Grenze des linearen Systemverhaltens \tilde{x}_1 für geringe Erregerkraftamplituden nicht überschreiten, wodurch sich der charakteristische Frequenzgang eines linearen Systems einstellt. Eine Erhöhung der Erregerkraftamplitude führt dazu, dass in Resonanznähe Schwingungsamplituden mit $\tilde{x}_1 < \hat{x} \leq \tilde{x}_2$ erreicht werden und daher eine Hysterese im Kraft-Weg-Verhalten der pseudoelastischen Formgedächtnisstruktur aufgespannt wird. Der Dämpfungsgrad steigt in diesem Zusammenhang entsprechend **Abbildung 6.2b** an während die auf die Anregungsamplituden bezogenen Schwingungsamplituden geringer werden. Des Weiteren ist zu beobachten, dass die Eigenfrequenz ω_0 mit zunehmender Erregerkraftamplitude abnimmt. Dies ist, wie **Abbildung 6.2a** verdeutlicht, durch die Verringerung der Steifigkeit c_{ers} für Amplituden $\tilde{x}_1 < \hat{x} \leq \tilde{x}_2$ begründet.

Für die Erregerkraftamplitude \hat{F}_{opt} wird der Quotient aus Schwingungsamplitude und Erregerkraftamplitude minimal. Für Erregerkraftamplituden über \hat{F}_{opt} steigt die normierte maximale Schwingungsamplitude wieder an, bis die Erregerkraftamplitude ausreicht, um Schwingungen mit Amplituden $\tilde{x}_2 < \hat{x}$ anzuregen. Hierbei wird der zweite elastische Bereich außerhalb der Kraft-Weg-Hysterese erreicht. Entsprechend **Abbildung 6.2a** wird das System für diese Schwingungsamplituden wieder steifer und das Übertragungsverhalten ist durch überhängende Frequenzgänge gekennzeichnet. Für Erregungsfrequenzen, bei denen überhängende Bereiche existieren, kann das System drei unterschiedliche stationäre Zustände einnehmen.

Um dieses Phänomen näher zu erläutern zeigt **Abbildung 6.7a** eine detaillierte Ansicht des in **Abbildung 6.6** mit A markierten Frequenzganges. Die mit 1, 2 und 3 markierten stationären Lösungen bei dem durch C markierten Frequenzverhältnis beschreiben unterschiedliche eingeschwungene Zustände des Systems. Um diese auf ihre Stabilität zu untersuchen können die Änderungen der pro Periode vom System dissipierten Energie W_D und der dem System zugeführten Energie W_Z bei einer Störung betrachtet werden. Diese können durch die Gln. (2.13) und (2.17) beschrieben werden. **Abbildung 6.7b**

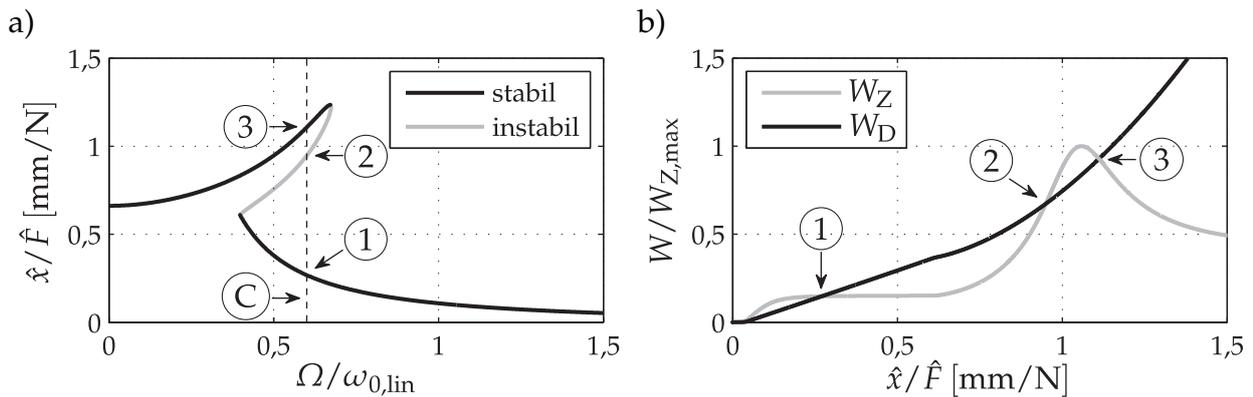


Abbildung 6.7: Frequenzgang und Energiebilanz mit den normierten Schwingungsantworten 1, 2 und 3 bei dem mit C markierten Frequenzverhältnis: a) Frequenzgang A aus **Abbildung 6.6**; b) Zugeführte Energie W_Z und dissipierte Energie W_D für das Frequenzverhältnis C

zeigt die entsprechenden Verläufe der Energien über der normierten Schwingungsantwort. Sind diese identisch, so liegt ein stationärer Zustand vor. Ein stabiler stationärer Zustand ist dadurch gekennzeichnet, dass die durch eine leichte Änderung der Schwingungsamplitude hervorgerufene Energiedifferenz dazu führt, dass das System in den Gleichgewichtszustand zurückkehrt. Bei einer Amplitudenvergrößerung muss also die dissipierte Energie W_D überwiegen, um die Amplitude wieder zu verringern. Bei einer Amplitudenverringern muss hingegen die zugeführte Energie W_Z überwiegen, um die Amplitude wieder zu erhöhen. Dies ist für die Zustände 1 und 3 gegeben. Liegt ein instabiler Zustand wie bei Zustand 2 vor, so führt eine Amplitudenerhöhung dazu, dass diese durch eine steigende Energie W_Z weiter ansteigt. Ein Amplitudenabfall resultiert hingegen in einer zunehmenden Energiedissipation und somit einer weiteren Amplitudenverringern. Die Stabilität der stationären Zustände ist für alle Erregungsfrequenzen und Erregerkraftamplituden mit überhängender Charakteristik identisch. Liegt bei einer Erregungsfrequenz nur eine Lösung vor, so ist diese stets stabil.

Der in **Abbildung 6.6** mit B bezeichnete Frequenzgang ist in **Abbildung 6.8** vergrößert dargestellt und verdeutlicht, dass für einige Erregerkraftamplituden isolierte Bereiche entstehen können, welche keine Verbindung zum unteren Ast des Frequenzgangs auf-

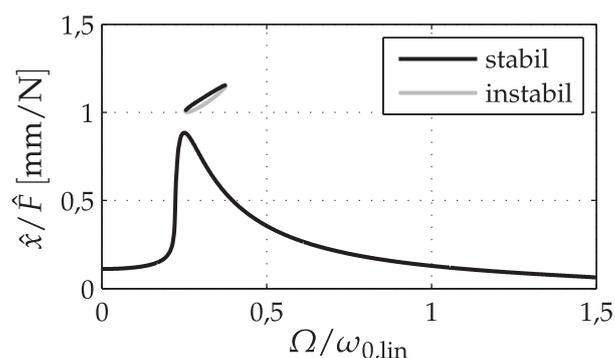


Abbildung 6.8: Frequenzgang B aus **Abbildung 6.6** mit isoliertem Bereich

weisen. Die Stabilität verhält sich identisch zu den zuvor beschriebenen überhängenden Bereichen.

Der Verlauf der maximal erreichten normierten Schwingungsamplituden in Abhängigkeit der Erregerkraftamplitude wird durch die mit $(\hat{x}/\hat{F})_{\max}$ gekennzeichnete Projektion der Maximalwerte verdeutlicht.

6.1.2 Frequenz- und wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen

Nachfolgend wird das Schwingungsverhalten des krafterregten Systems bei einer Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit der Ersatzparameter c_{ers} und d_{ers} beschrieben. Als Grundlage hierfür dienen die in **Abbildung 6.3** dargestellten frequenzabhängigen Verläufe der Ersatzsteifigkeit sowie des Dämpfungsgrades in Resonanz. Bei frequenzabhängigen Ersatzparametern hat die Eigenfrequenz einen maßgeblichen Einfluss auf das Systemverhalten. Um diesen zu untersuchen wird die Eigenfrequenz

$$f_{0,\text{lin}} = \frac{\omega_{0,\text{lin}}}{2\pi} \quad (6.19)$$

für kleine Schwingungsamplituden durch Anpassung der schwingenden Masse m entsprechend des Zusammenhangs in Gl. (6.18) so eingestellt, dass sich Eigenfrequenzen zwischen $f_0 = 0,1$ Hz und $f_0 = 5$ Hz ergeben. Diese liegen innerhalb des experimentell untersuchten Frequenzbereiches von 0,01 Hz bis 10 Hz und ermöglichen Betrachtungen unterhalb und oberhalb der Eigenfrequenzen. Die Erregungsfrequenz wird in diesem Zusammenhang zwischen 0,01 Hz und $\frac{3}{2}f_{0,\text{lin}}$ variiert, so dass die in Abschnitt 5.4.1 ermittelten Näherungen für die Materialparameter für alle untersuchten Erregungsfrequenzen gültig sind.

Da die frequenzabhängigen Ersatzgrößen c_{ers} und d_{ers} vom Absolutwert der Erregungsfrequenz f abhängen, wird diese in **Abbildung 6.9** anstelle des Frequenzverhältnisses

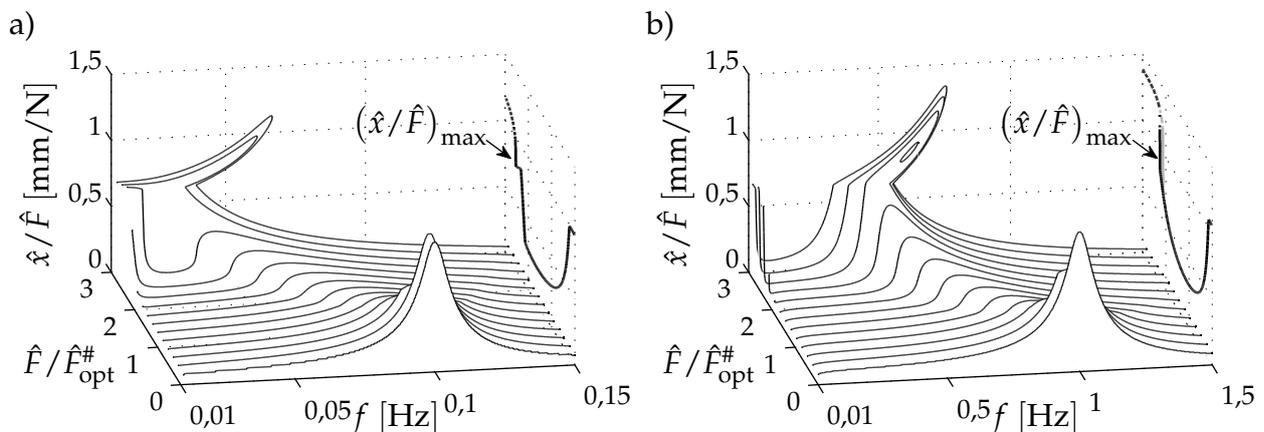


Abbildung 6.9: Übertragungsverhalten des krafterregten Einmassenschwingers bei einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 20$ °C in Abhängigkeit der normierten Erregerkraftamplitude und der Erregungsfrequenz: a) Eigenfrequenz $f_{0,\text{lin}} = 0,1$ Hz; b) Eigenfrequenz $f_{0,\text{lin}} = 1$ Hz

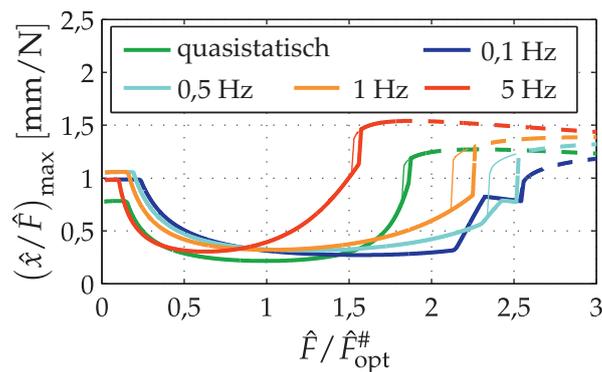


Abbildung 6.10: Maximale normierte Schwingungsantwort für Systeme mit unterschiedlichen Eigenfrequenzen $f_{0,\text{lin}}$ über der normierten Erregerkraftamplitude

aufgetragen. Die Erregerkraftamplituden werden auf die optimale Erregerkraftamplitude $\hat{F}_{\text{opt}}^{\#}$ bei frequenzunabhängigen Ersatzparametern normiert.

Das Übertragungsverhalten bei frequenzabhängigen Ersatzgrößen und unterschiedlichen Eigenfrequenzen ist in **Abbildung 6.9** dargestellt. Die gewählten Eigenfrequenzen beschreiben den grundsätzlichen Einfluss der Eigenfrequenz auf das Systemverhalten.

Beim Vergleich des Übertragungsverhaltens mit frequenzunabhängigen (**Abbildung 6.6**) und frequenzabhängigen Ersatzgrößen (**Abbildung 6.9**) wird deutlich, dass sich die charakteristische Form der Frequenzgänge nur für niedrige Erregungsfrequenzen im Bereich hoher Erregerkraftamplituden unterscheidet. Hier kann für das System mit $f_{0,\text{lin}} = 1$ Hz (**Abbildung 6.9b**) für sehr große Werte von \hat{F} mit steigender Erregungsfrequenz zunächst eine Erhöhung der Ersatzsteifigkeit c_{ers} und somit ein Abfall der normierten Schwingungsamplitude beobachtet werden, bevor diese erneut ansteigt. Grund hierfür ist die geringe Steigung der Hysterese bei niedrigen Erregungsfrequenzen wie u. a. **Abbildung 5.14a** zeigt. So resultieren die Erregerkraftamplituden bei geringer Erregungsfrequenz in großen Wegamplituden und der lineare Bereich außerhalb der Hysterese wird erreicht. Wird die Erregungsfrequenz erhöht, so nimmt die Steigung der Hysterese zu, die resultierenden Schwingungsamplituden werden geringer und der lineare Bereich außerhalb der Hysterese kann nicht mehr erreicht werden.

Im anschließenden Frequenzbereich überwiegt der Einfluss der Resonanzüberhöhung und der zweite lineare Bereich wird wieder durchlaufen. Ein ähnliches Verhalten kann für $f_{0,\text{lin}} = 0,1$ Hz (**Abbildung 6.9a**) lediglich für einige Erregerkraftamplituden vor den Frequenzgängen mit überhängender Charakteristik beobachtet werden.

Die Maximalwerte der normierten Schwingungsantwort ausgewählter Systeme mit unterschiedlichen Eigenfrequenzen $f_{0,\text{lin}}$ sowie der Verlauf bei frequenzunabhängigen Parametern sind in **Abbildung 6.10** dargestellt. Die Verläufe mit geringer Linienstärke berücksichtigen die isolierten Lösungen. Die Abbildung verdeutlicht, dass mit zunehmender Eigenfrequenz größere maximale Systemantworten erreicht werden. Die Charakteristik der Verläufe für $f_{0,\text{lin}} = 1$ Hz und $f_{0,\text{lin}} = 5$ Hz entspricht der des Systems mit frequenzunabhängigen Ersatzparametern. Im Gegensatz dazu kann für das System mit $f_{0,\text{lin}} = 0,1$ Hz und $f_{0,\text{lin}} = 0,5$ Hz ein leichtes Absinken der normierten Systemantwort nach dem ersten

Anstieg beobachtet werden. Die Erregerkraftamplitude \hat{F}_{opt} , für die der Betrag des Übertragungsverhaltens der Systeme minimal wird, fällt mit zunehmender Eigenfrequenz ab.

6.1.3 Umgebungstemperatur- und wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen

Abschließend soll das Verhalten des krafterregten Einmassenschwingers unter Berücksichtigung des Einflusses der Umgebungstemperatur beschrieben werden. Die Frequenzabhängigkeit der Ersatzgrößen wird hierbei nicht berücksichtigt, da der Einfluss der Umgebungstemperatur, entsprechend der Zusammenhänge in Abschnitt 5.5.1, als frequenzunabhängig angenommen werden kann.

Die Ersatzgrößen hängen nachfolgend also von der Schwingungsamplitude und der Änderung der Umgebungstemperatur ab. Die Vorspannung wird entsprechend **Abbildung 5.18b** so gewählt, dass eine zum Flächenschwerpunkt punktsymmetrische Kraft-Weg-Hysterese aufgespannt wird. Für eine Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 50\text{ °C}$, d. h. einer Erhöhung der Umgebungstemperatur um 30 K gegenüber dem Referenzzustand ($\vartheta_U = 20\text{ °C}$) stellt sich das Übertragungsverhalten in **Abbildung 6.11** ein.

Den Einfluss der Umgebungstemperatur auf die maximal erreichten normierten Systemantworten zeigt **Abbildung 6.12b**. Da die resultierenden Verläufe bei einer Berücksichtigung der isolierten Bereiche nahezu identisch sind, werden diese aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt. Es wird deutlich, dass eine Erhöhung der Umgebungstemperatur eine Verringerung der normierten Schwingungsamplituden zur Folge hat. Im Hinblick auf den temperaturabhängigen Dämpfungsgrad in **Abbildung 6.4b** ist dieses Verhalten zunächst nicht direkt nachvollziehbar. Dieser ist bei niedrigen Temperaturen über einen weiten Wegamplitudenbereich größer als für hohe Temperaturen. Eine genauere Betrachtung der Schwingungsantworten gibt jedoch Aufschluss über das beschriebene Verhalten.

Bei einer Anregung mit der amplitudenabhängigen Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{\text{ers}}(\hat{x})}{m}}$

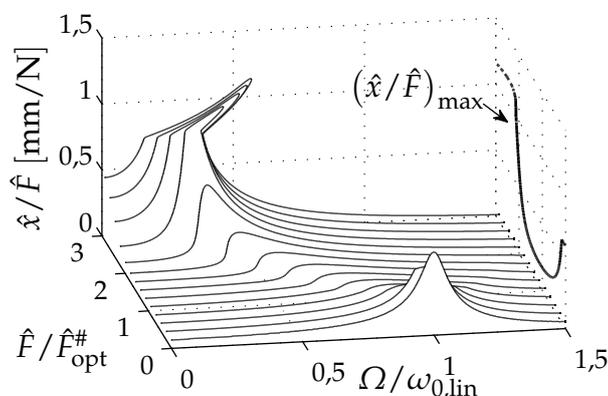


Abbildung 6.11: Übertragungsverhalten des krafterregten Einmassenschwingers in Abhängigkeit der Erregerkraftamplitude und dem Frequenzverhältnis bei einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 50\text{ °C}$

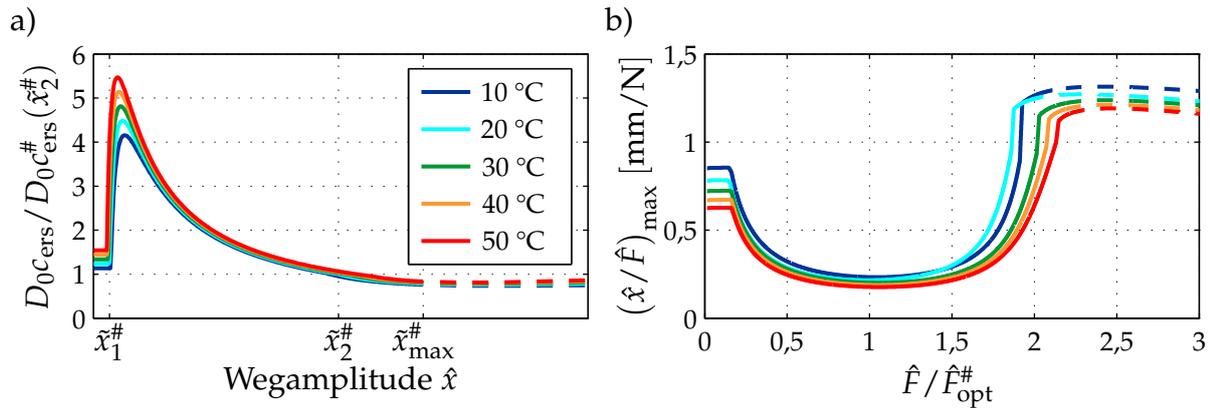


Abbildung 6.12: a) Normiertes Produkt aus Ersatzsteifigkeit und Dämpfungsgrad in Resonanz in Abhängigkeit der Wegamplitude und der Umgebungstemperatur ϑ_U ; b) Maximale normierte Schwingungsamplitude in Abhängigkeit der normierten Erregerkraftamplitude und der Umgebungstemperatur ϑ_U

werden die Schwingungsantworten maximal, so dass Gl. (6.16) zu

$$\hat{x}_{\text{max}} = \frac{\hat{F}}{\sqrt{\frac{c_{\text{ers}}}{m} (d_{\text{ers}} + d_m)}} \quad (6.20)$$

vereinfacht werden kann. Mit Gl. (6.11) und Gl. (2.10) kann nun die maximale Schwingungsamplitude in Abhängigkeit von D_0 und c_{ers} angegeben werden

$$\hat{x}_{\text{max}} = \frac{\hat{F}}{2D_0 c_{\text{ers}}} \cdot \quad (6.21)$$

Der gefundene Ausdruck verdeutlicht, dass die maximale Schwingungsantwort vom Produkt aus Steifigkeit und Dämpfungsgrad abhängt. In **Abbildung 6.12a** ist dieser Zusammenhang für die untersuchten Umgebungstemperaturen dargestellt. Es wird deutlich, dass $D_0 c_{\text{ers}}$ für alle Werte von \hat{x} mit der Umgebungstemperatur ansteigt.

6.2 Fußpunkterregung

Der in **Abbildung 6.1b** dargestellte fußpunkterregte Einmassenschwinger soll nachfolgend analog zum krafteerregten Einmassenschwinger in Abschnitt 6.1 untersucht werden. Auch hier gelten die zuvor durch Gln. (6.6) bis (6.11) beschriebenen Zusammenhänge sowie die Ersatzgrößen in den **Abbildungen 6.2 bis 6.4**. Die Fußpunkterregung wird als harmonisch angenommen und hat die Form

$$u(t) = \Re \left\{ \hat{u} e^{j\Omega t} \right\} \cdot \quad (6.22)$$

Die Bewegungsgleichung des fußpunkterregten Systems ist durch

$$m\ddot{x} + (d_{\text{ers}} + d_m)\dot{x} + c_{\text{ers}}x = (d_{\text{ers}} + d_m)\dot{u} + c_{\text{ers}}u \quad (6.23)$$

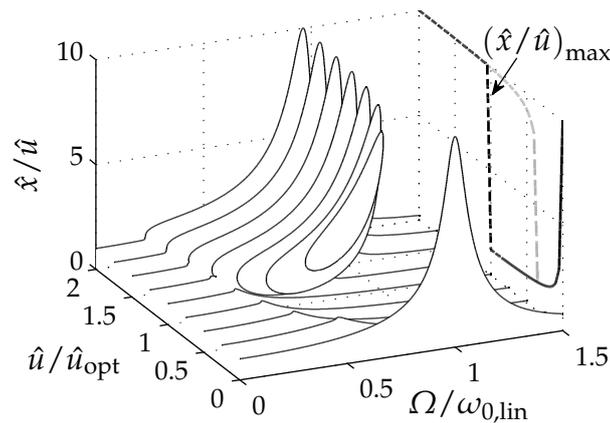


Abbildung 6.13: Übertragungsverhalten eines fußpunkterregten Einmassenschwingers in Abhängigkeit der normierten Erregeramplitude und dem Frequenzverhältnis für frequenzunabhängige Parameter

gegeben. Es werden erneut harmonische Schwingungen der in Gl. (6.15) beschriebenen Form angenommen. Für die Schwingungsamplitude \hat{x} ergibt sich so

$$\hat{x} = \frac{\sqrt{c_{\text{ers}}^2 + (\Omega(d_{\text{ers}} + d_{\text{m}}))^2} \hat{u}}{\sqrt{(-\Omega^2 m + c_{\text{ers}})^2 + (\Omega(d_{\text{ers}} + d_{\text{m}}))^2}}. \quad (6.24)$$

Da die Ersatzgrößen c_{ers} und d_{ers} jedoch nicht nur von $x(t)$, sondern von der Verformung der pseudoelastischen Formgedächtnisstruktur abhängen d. h. von der Differenz zwischen der Auslenkung $x(t)$ der Masse m und der Fußpunkterregung $u(t)$, wird zusätzlich die Relativkoordinate

$$x_{\text{R}}(t) = x(t) - u(t) \quad (6.25)$$

eingeführt. Durch Einsetzen der Relativkoordinate in Gl. (6.23) ergibt sich die Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x}_{\text{R}} + (d_{\text{ers}} + d_{\text{m}})\dot{x}_{\text{R}} + c_{\text{ers}}x_{\text{R}} = -m\ddot{u} \quad (6.26)$$

und somit die Amplitude der Relativbewegung

$$\hat{x}_{\text{R}} = \frac{\Omega^2 m \hat{u}}{\sqrt{(-\Omega^2 m + c_{\text{ers}})^2 + (\Omega(d_{\text{ers}} + d_{\text{m}}))^2}}. \quad (6.27)$$

Diese gibt an, welche Verformung die pseudoelastische Formgedächtnisstruktur in Abhängigkeit der Erregung $u(t)$ erfährt und kann somit genutzt werden, um mit Gln. (6.6) und (6.7) die amplitudenabhängigen Ersatzgrößen c_{ers} und d_{ers} zu bestimmen. Analog zu Abschnitt 6.1 wird hierbei zwischen rein amplitudenabhängigen Ersatzgrößen sowie frequenz- oder temperaturabhängigen Ersatzgrößen unterschieden.

6.2.1 Wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen

Wird lediglich die Amplitudenabhängigkeit der Ersatzgrößen berücksichtigt, so stellen sich die in **Abbildung 6.13** dargestellten Frequenzgänge für unterschiedliche Erregeram-

plituden ein. Für sehr geringe Erregungsfrequenzen treten nahezu keine Relativverschiebung zwischen $u(t)$ und $x(t)$ auf, d. h. Anregung und Antwort sind identisch und die Formgedächtnisstruktur erfährt keine Verformung. Für geringe Erregeramplituden \hat{u} sind die Verformungen der Formgedächtnisstruktur bei allen betrachteten Erregungsfrequenzen so gering, dass $0 < \hat{x}_R \leq \tilde{x}_{R,1}$ gilt und neben der Strukturdämpfung ein rein elastisches Verhalten des Materials vorliegt. Der charakteristische Verlauf entspricht daher dem eines linearen fußpunkterregten Systems. Eine Erhöhung der Erregeramplitude führt dazu, dass in Resonanznähe Verformungen mit $\tilde{x}_{R,1} < \hat{x}_R \leq \tilde{x}_{R,2}$ auftreten, wodurch die pseudoelastische Formgedächtnisstruktur Kraft-Weg-Hysteresen durchläuft und somit entsprechend **Abbildung 6.2b** die Dämpfung ansteigt. Außerdem wird die Eigenfrequenz des Systems geringer, da die Ersatzsteifigkeit für $\tilde{x}_{R,1} < \hat{x}_R \leq \tilde{x}_{R,2}$ entsprechend **Abbildung 6.2a** abnimmt. Wird die Erregeramplitude weiter erhöht, so bleibt das Verhältnis aus Schwingungsanregung und Schwingungsantwort nahezu identisch, während das System jedoch weicher wird und die Eigenfrequenz weiter sinkt. Außerdem kommt es nun zur Ausbildung isolierter Lösungen, für welche $\tilde{x}_{R,2} < \hat{x}_R$ gilt. Diese verbinden sich bei einer weiteren Erhöhung der Erregeramplitude mit dem unteren Ast des Frequenzganges, so dass überhängende Bereiche entstehen.

Die Projektion der maximalen Verhältnisse aus Schwingungsanregung und Schwingungsantwort zeigt einen starken Abfall bei Erreichen des Bereiches mit $\tilde{x}_{R,1} < \hat{x}_R \leq \tilde{x}_{R,2}$. Werden die isolierten Antwortbereiche vernachlässigt, so bleibt das Verhältnis nachfolgend nahezu konstant, bis die Erregeramplituden ausreichend groß werden um Schwingungsantworten mit $\tilde{x}_{R,2} < \hat{x}_R$ zu erreichen. Dabei bilden sich Frequenzgänge mit überhängenden Bereichen aus und die maximale normierte Schwingungsantwort steigt an und bleibt anschließend konstant. Eine Vernachlässigung der isolierten Bereiche kann damit begründet werden, dass die gestrichelt dargestellten Bereiche auf Grund der maximal zulässigen Dehnung zu einer plastischen Verformung der Formgedächtnisstruktur führen würden. Werden die isolierten Bereiche bei der Bestimmung des Maximalwertes dennoch berücksichtigt, so steigt die normierte Schwingungsantwort, wie der graue Verlauf zeigt, bereits früher an und erreicht im Anschluss den selben Maximalwert.

6.2.2 Frequenz- und wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen

Um das Verhalten bei einer Frequenzabhängigkeit der Ersatzgrößen zu untersuchen, werden wie im vorherigen Abschnitt die frequenzabhängige Ersatzsteifigkeit und der frequenzabhängige Dämpfungsgrad aus **Abbildung 6.2** zugrunde gelegt. Die Eigenfrequenzen $f_{0,\text{lin}}$ werden erneut durch eine Änderung der schwingenden Masse m variiert. Die Erregungsamplitude \hat{u} ist auf die optimale Erregeramplitude $\hat{u}_{\text{opt}}^{\#}$ bei frequenzunabhängigen Ersatzgrößen (**Abbildung 6.13**) normiert.

In **Abbildung 6.14b** sind die maximal erreichten normierten Schwingungsantworten für unterschiedliche Eigenfrequenzen $f_{0,\text{lin}}$ sowie für den Fall frequenzunabhängiger Ersatzparameter aufgetragen. Die Verläufe mit geringer Linienstärke beschreiben das Verhalten bei einer Berücksichtigung der isolierten Bereiche. Die Systemantworten, bei denen die maximal zulässige Verformung des Materials überschritten wird, sind gestrichelt dargestellt.

Die durch eine Änderung der Eigenfrequenz maximal und minimal erreichten Werte der auf die Erregung bezogenen Systemantwort weichen nur geringfügig voneinander ab. Die zum Verlassen des Bereiches mit minimaler Systemantwort erforderliche Erregeramplitude sinkt mit zunehmender Eigenfrequenz sowohl bei einer Berücksichtigung als auch bei einer Vernachlässigung der isolierten Bereiche. Die Frequenzgänge für $f_{0,\text{lin}} = 1$ Hz sind in **Abbildung 6.14a** dargestellt und zeigen, dass die charakteristische Form der Frequenzgänge nahezu identisch zum System mit frequenzunabhängigen Parametern in **Abbildung 6.13** ist. Die Verläufe bei anderen Eigenfrequenzen $f_{0,\text{lin}}$ weisen eine identische Charakteristik auf und sind daher nicht dargestellt.

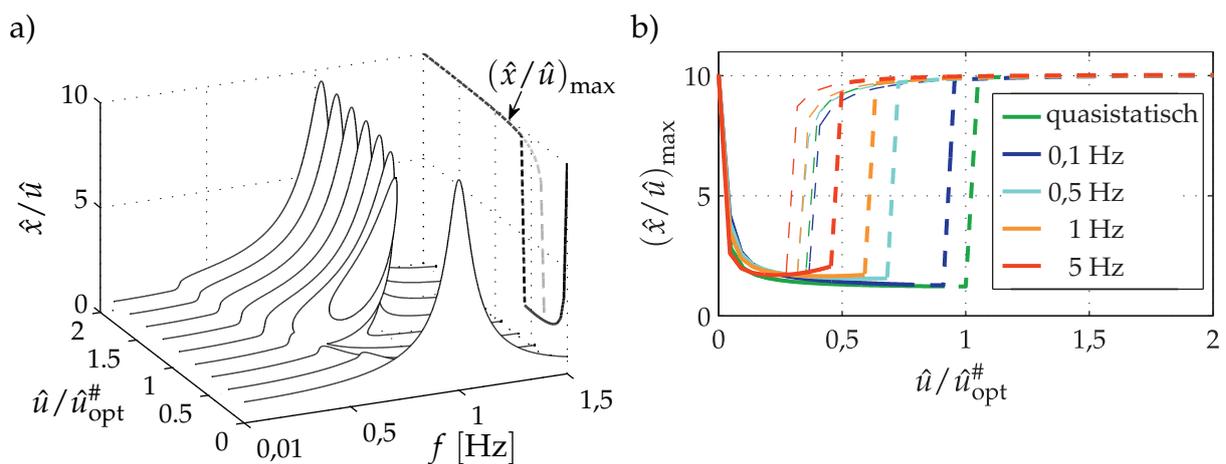


Abbildung 6.14: a) Übertragungsverhalten des fußpunkterregten Einmassenschwingers mit einer Eigenfrequenz von $f_{0,\text{lin}} = 1$ Hz in Abhängigkeit der normierten Erregeramplitude und der Erregungsfrequenz; b) Maximale normierte Schwingungsamplitude in Abhängigkeit der normierten Erregeramplitude für unterschiedliche Eigenfrequenzen $f_{0,\text{lin}}$

6.2.3 Umgebungstemperatur- und wegamplitudenabhängige Ersatzgrößen

Die maximale Übertragung des fußpunkterregten Systems bei unterschiedlichen Umgebungstemperaturen, jedoch ohne Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit, ist in **Abbildung 6.15b** dargestellt. Analog zur Untersuchung bei frequenzabhängigen Ersatzgrößen sind die maximal und minimal erreichten Verstärkungen unabhängig vom variierten Parameter. Lediglich die für eine minimale Systemantwort notwendige Erregeramplitude fällt mit zunehmender Umgebungstemperatur leicht ab, wenn die isolierten Bereiche vernachlässigt werden. Werden diese berücksichtigt, so sind die Verläufe von der Umgebungstemperatur unabhängig. Die charakteristische Form der Frequenzgänge ist unabhängig von der Umgebungstemperatur. **Abbildung 6.15a** mit $\vartheta_U = 50^\circ\text{C}$ zeigt diese stellvertretend für alle untersuchten Umgebungstemperaturen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die Umgebungstemperatur keinen dominanten Einfluss auf das Schwingungsverhalten eines fußpunkterregten Systems hat.

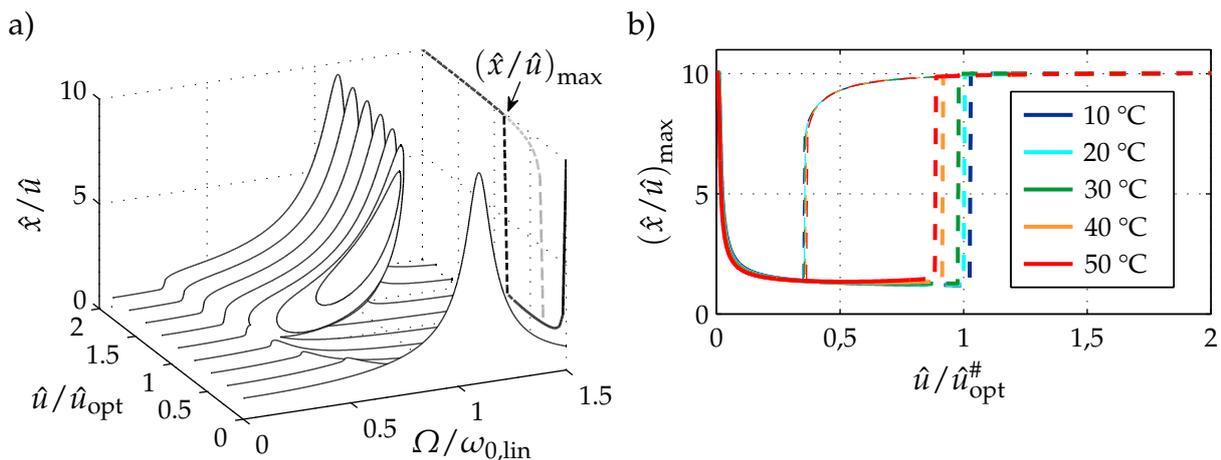


Abbildung 6.15: a) Übertragungsverhalten des wegerregten Einmassenschwingers in Abhängigkeit der Erregeramplitude und dem Frequenzverhältnis bei einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 50^\circ\text{C}$; b) Maximale normierte Schwingungsamplitude in Abhängigkeit der normierten Erregeramplitude für unterschiedliche Umgebungstemperaturen ϑ_U

7 Einsatz zur Schwingungsminderung am Fahrrad

Im letzten Kapitel dieser Arbeit soll anhand einer ausgewählten Anwendung der Einsatz pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsminderung untersucht werden. Mögliche Anwendungsgebiete, welche sich für einen solchen Einsatz eignen, sind u. a. handgeführte Werkzeugmaschinen, Motorlager oder Fahrzeuge. Im zuletzt genannten Anwendungsgebiet ist die Verringerung unerwünschter Schwingungen zur Steigerung des Komforts für den Fahrer seit langer Zeit Gegenstand intensiver Forschung. Angeregt werden die Schwingungen hier vor allem durch Fahrbahnunebenheiten sowie durch Einzelhindernisse.

Um grundlegende Erkenntnisse über die Möglichkeit einer Komfortsteigerung in Fahrzeugen durch den Einsatz pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zu gewinnen, wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Fahrradsattelstütze mit pseudoelastischen Formgedächtnisdrähten realisiert. Da sich die Sattelstütze im Kraftfluss zwischen der Anregung durch den Untergrund und dem Fahrer befindet, hat diese einen direkten Einfluss auf den Komfort und eignet sich im besonderen Maße für die angestrebte Untersuchung.

Um die notwendigen Grundlagen im Bezug auf den Fahrkomfort sowie bisherige Ausführungen von Sattelstützen zur Schwingungsminderung zu schaffen, werden diese zunächst kurz dargelegt. Nach einer Definition der Anforderungen für eine Schwingungsminderung wird die Realisierung einer geeigneten Sattelstütze für das Vorhaben beschrieben. Messungen der Schwingungen an einer herkömmlichen Sattelstütze bei einer Fahrbahnanregung sowie bei der Fahrt über ein Einzelhindernis dienen als Eingangsgröße für die Modellierung der modifizierten Sattelstütze. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels erfolgt eine experimentelle Validierung der realisierten Sattelstütze sowie ein Vergleich mit einer kommerziellen Sattelstütze zur Schwingungsminderung.

7.1 Stand der Technik

Im vorliegenden Abschnitt werden die Grundlagen zur Komfortbeschreibung in Fahrzeugen sowie der Stand der Technik bestehender Sattelstützen zur Schwingungsminderung am Fahrrad dargelegt.

7.1.1 Der Komfortbegriff

Der Fahrkomfort wird durch die subjektive Wahrnehmung akustischer und mechanischer Schwingungen durch den Menschen bestimmt und kann daher nicht direkt durch mathematische Zusammenhänge beschrieben werden. Nach POPP & SCHIEHLEN [97] haben experimentelle arbeitsmedizinische Untersuchungen jedoch ergeben, dass die Beschleunigung einer Schwingung für die Wahrnehmung maßgeblich ist. Außerdem ist die Position des Menschen (stehend, sitzend, liegend) sowie die Frequenz der Schwingung von Bedeutung. Die genauen Einflüsse der beschriebenen Parameter auf die Wahrnehmung durch den Menschen wurden in verschiedenen Untersuchungen ermittelt und sind in der VDI-RICHTLINE 2057 [2] sowie der ISO-RICHTLINE 2631 [1] zusammengetragen. Unter Verwendung der genannten Normen kann für deterministische harmonische Schwingungen mit Beschleunigungsanteilen der Form

$$\ddot{x}(t) = \hat{x} \cos(\Omega t) \quad \text{mit} \quad \Omega = 2\pi f \quad (7.1)$$

eine Frequenzbewertung durchgeführt werden. Entsprechende Wichtungsfunktionen werden in [2] und [1] für unterschiedliche Anregungsrichtungen und Randbedingungen angegeben. Im Hinblick auf die angestrebte Anwendung zur Schwingungsminderung ist die Anregung im Sitzen bei vertikaler Anregung von Bedeutung. Diese dimensionslose Wichtungsfunktion kann in Anlehnung an POPP & SCHIEHLEN [97] in Frequenzbereiche unterteilt werden und in Abhängigkeit der Erregungsfrequenz über

$$w(f) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f}{1 \text{ Hz}}} \quad f \in [1 \text{ Hz}, 4 \text{ Hz}), \quad (7.2)$$

$$w(f) = 1 \quad f \in [4 \text{ Hz}, 8 \text{ Hz}), \quad (7.3)$$

$$w(f) = \frac{8}{f} \text{ Hz} \quad f \in [8 \text{ Hz}, 80 \text{ Hz}] \quad (7.4)$$

angenähert werden. Für eine harmonische Schwingung mit n Beschleunigungsanteilen kann für jede Beschleunigungsamplitude \hat{x}_k die Wichtung w_k bestimmt werden. Für die bewerteten Beschleunigungsamplituden gilt dann

$$\hat{x}_{k,w} = \hat{x}_k w_k \quad \text{mit} \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (7.5)$$

Der Effektivwert des bewerteten Beschleunigungsamplitudenspektrums kann aus dem Zusammenhang

$$\hat{x}_{w,\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n w_k^2 \hat{x}_k^2} \quad (7.6)$$

bestimmt werden. Diese Kenngröße ermöglicht die Komfortbeurteilung eines Schwingungsproblems durch einen einzelnen Wert und ist daher besonders geeignet um Konzepte zur Komfortverbesserung miteinander zu vergleichen.

Die beschriebene Methode wird in der Regel zur Beurteilung des Komforts beim Führen von Kraftfahrzeugen, wie Automobilen oder Motorrädern, eingesetzt. Da bei der Fahrt mit einem Fahrrad die Anregung durch den Untergrund identisch ist und eine ähnliche

Kraftübertragung auf den Menschen über Füße und Gesäß vorliegt, wird die beschriebene Komfortbeurteilung nachfolgend auf das Fahrradfahren angewendet.

7.1.2 Sattelstützen zur Schwingungsminderung am Fahrrad

Um den Komfort bei der Nutzung eines Fahrrads zu steigern existieren diverse Systeme zur Minderung unerwünschter Schwingungen. Integriert werden diese Systeme u. a. im Rahmen, der Gabel und der Sattelstütze. Im Hinblick auf die Zielsetzung dieses Kapitels werden nachfolgend die existierenden Umsetzungen von Sattelstützen zur Schwingungsminderung näher betrachtet. Diese werden im allgemeinen Sprachgebrauch als „gefederte Sattelstützen“ bezeichnet. Diese Bezeichnung berücksichtigt jedoch lediglich die federnden, nicht aber die dämpfenden Eigenschaften einer solchen Sattelstütze, und kann daher aus Sicht des Autors leicht missverstanden werden.

Im Hinblick auf die Bauart von Sattelstützen zur Schwingungsminderung werden drei Ausführungen unterschieden: Teleskop-Sattelstützen, Parallelogramm-Sattelstützen und Blattfeder-Sattelstützen. Die Konstruktionen der unterschiedlichen Bauarten sind in **Abbildung 7.1** illustriert und werden nachfolgend beschrieben.

Teleskop-Sattelstützen

Teleskop-Sattelstützen bestehen aus einem Tauchrohr, welches axial in einem Standrohr geführt wird und zusätzlich über eine Feder mit diesem verbunden ist. Eine Anregung des Systems führt zu einer relativen Verschiebung der Rohre und somit zu einer Verformung der Feder. Durch diese Anordnung kann es bei einigen Sattelstützen durch Verschleiß zu einem Verkanten der Bauteile und somit einem schlechteren Ansprechverhalten kommen. Durch Verschleiß kann außerdem ein zusätzlicher Rotationsfreiheitsgrad um die Längsachse entstehen, welcher eigentlich durch die konstruktive Umsetzung der Sattelstütze gesperrt ist.

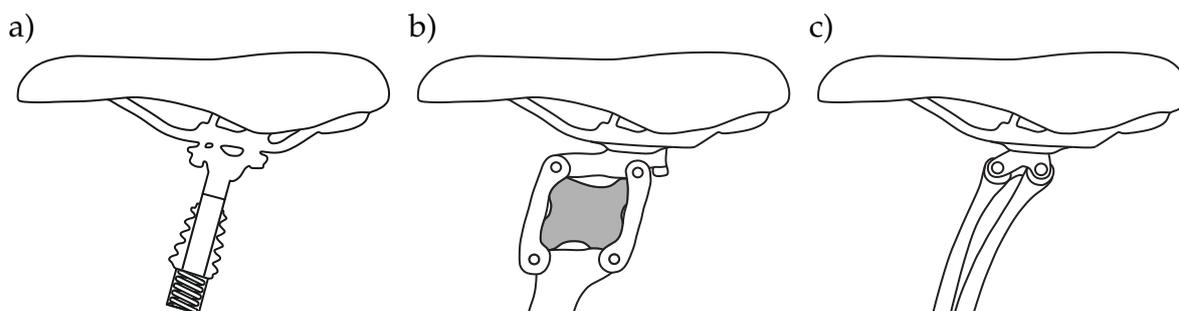


Abbildung 7.1: Bauarten von Sattelstützen zur Schwingungsminderung: a) Teleskop-Sattelstütze; b) Parallelogramm-Sattelstütze; c) Blattfeder-Sattelstütze

Parallelogramm-Sattelstützen

Die Kinematik von Parallelogramm-Sattelstützen ist durch eine Parallelführung gekennzeichnet, wodurch sich der Sattel bei Belastung auf einer Bahnkurve bewegt. Die damit einhergehende Relativbewegung zwischen den gegenüberliegenden Seiten des Parallelogramms wird genutzt um Feder- oder Elastomerstrukturen zu verformen. So kann eine Rückstellkraft mit dämpfender Charakteristik gegen die Relativbewegung von Sattel und Rahmen aufgebracht werden. Außerdem bietet die beschriebene Bauweise keine Möglichkeit für Rotationen um die Längsachse der Sattelstütze.

Blattfeder-Sattelstützen

Blattfeder-Sattelstützen nutzen keine gesonderten Federelemente, sondern die Materialeigenschaften der Blattfeder, welche beispielsweise aus Kohlefaser gefertigt wird. Bei einer Belastung erfolgt auch bei dieser Umsetzung eine Bewegung mit horizontalen und vertikalen Anteilen.

7.2 Anforderungs- und Zielgrößenanalyse

Bei der Auslegung einer Sattelstütze zur Schwingungsminderung zwecks Komfortsteigerung müssen zwei grundlegende Anregungsformen unterschieden werden. Diese sind die Anregung durch Unebenheiten des Untergrundes sowie die stoßartige Anregung bei der Überfahrt von Einzelhindernissen.

Zur Beschreibung des Komforts bei einer Anregung durch die Rauheit des Untergrundes eignet sich der Effektivwert des bewerteten Beschleunigungsspektrums. Dieser ermöglicht eine Quantifizierung vom Menschen subjektiv wahrgenommener Schwingungen und kann mit den in Abschnitt 7.1.1 vorgestellten Richtlinien [2] und [1] bestimmt werden.

Für die Bewertung des Komforts bei der Überfahrt eines Einzelhindernisses existieren nach MITSCHKE & WALLENTOWITZ [73] keine Berechnungsmethoden. Ein möglicher Grund hierfür ist, dass nach KUDRITZKI [56] über den Zusammenhang zwischen der subjektiven Wahrnehmung stoßhaltiger Schwingungen und objektiven Messergebnissen nur unzureichende Informationen vorliegen. In der ISO-RICHTLINE 2631 [1] wird jedoch darauf hingewiesen, dass die maximal auftretende Beschleunigung bei einer stoßartigen Anregung als Maß für den Komfort herangezogen werden kann. KNAUER [54] schlägt zudem die Ausschwingzeit zur Bewertung vor. Wird diese minimiert, so ist der Mensch für einen kürzeren Zeitraum der Schwingung ausgesetzt und die ursprüngliche vertikale Ruhelage des Fahrers wird schneller wieder erreicht.

Um die Komfortsteigerung durch die modifizierte Sattelstütze unter Berücksichtigung der genannten Anforderungen bewerten zu können werden folgende Zielgrößen festgelegt:

- Minimaler Effektivwert des nach VDI-RICHTLINE 2057 [2]/ISO-RICHTLINE 2631 [1] bewerteten Spektrums der auf den Fahrer wirkenden Beschleunigungen bei einer kontinuierlichen Anregung durch den Untergrund
- Minimaler Extremwert der auf den Fahrer wirkenden Beschleunigung bei der Überfahrt eines Einzelhindernisses
- Minimale Abklingzeit der auf den Fahrer wirkenden Schwingungen nach der Überfahrt eines Einzelhindernisses

Zur Realisierung einer Sattelstütze zur Schwingungsminderung mit pseudoelastischen Formgedächtnisstrukturen müssen die nachfolgenden Anforderungen erfüllt sein:

- Freiheitsgrad für eine vertikale Relativverschiebung zwischen dem oberen und unteren Teil der Sattelstütze
- Integrationsmöglichkeit pseudoelastischer Formgedächtnisdrähte, so dass diese bei einer Relativverschiebung zwischen dem oberen und unteren Ende der Sattelstütze eine Verformung erfahren
- Vorspannbarkeit der pseudoelastischen Formgedächtnisdrähte um einen möglichst optimalen Betriebspunkt zu gewährleisten
- Vorrichtung zur Vermeidung großer Dehnungen, welche zu einem Bruch der pseudoelastischen Formgedächtnisdrähte führen können

7.3 Auswahl und Modifikation einer geeigneten Sattelstütze

Um pseudoelastische Formgedächtnisdrähte in eine Sattelstütze zu integrieren, müssen die in Abschnitt 7.2 beschriebenen Anforderungen erfüllt werden.

Erfüllt werden diese Anforderungen z. B. durch die in **Abbildung 7.2a** dargestellte Parallelogramm-Sattelstütze der Firma CANE CREEK. Im Inneren des Parallelogramms befindet sich eine Elastomerstruktur, die in drei Varianten mit jeweils unterschiedlicher Steifigkeit verfügbar ist. So ist eine Anpassung der Steifigkeit an das Gewicht des Fahrers möglich. Die Stellung des Parallelogramms im unbelasteten Zustand ist durch die Form der Elastomerstruktur vorgegeben und kann nicht eingestellt werden.

Wird die Elastomerstruktur entfernt, so bietet die Sattelstütze gute Voraussetzungen für die Integration von Formgedächtnisdrähten. Die Anschlussstelle an der Oberseite zur Befestigung des Sattels kann relativ zur Unterseite des Parallelogramms und somit zum Fahrradrahmen bewegt werden. Werden die Formgedächtnisdrähte, wie in **Abbil-**

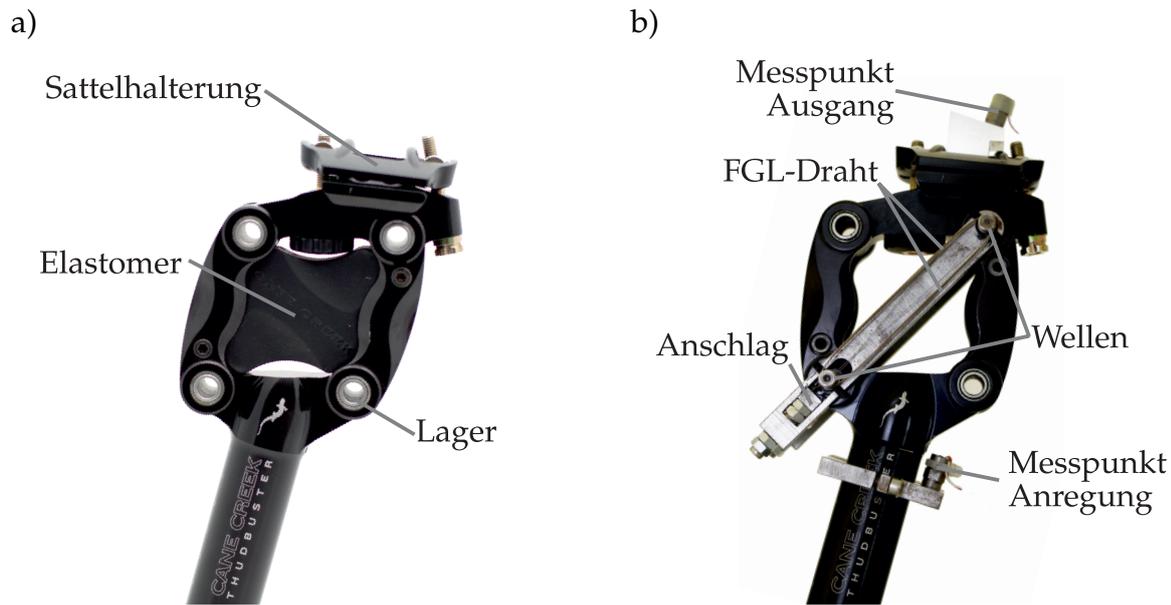


Abbildung 7.2: a) Parallelogramm-Sattelstütze *Thudbuster ST* mit Elastomer, Hersteller: CANE CREEK b) Parallelogramm-Sattelstütze mit pseudoelastischen Formgedächtnisdrähten

Abbildung 7.2b und **Abbildung 7.3b** zeigt, zwischen dem rechten oberen und dem linken unteren Lager befestigt, so kommt es bei einer Abstandsverringerng zwischen Ober- und Unterseite des Parallelogramms zu einer Zugbelastung der Drähte. Durch das Eigengewicht des Fahrers kann auf diese Weise die geforderte Vorspannung aufgebracht werden, so dass bei einer Fahrbahnanregung Schwingungen um einen optimalen Betriebspunkt mit maximaler Dämpfung ausgeführt werden. Zudem besitzt die modifizierte Sattelstütze Anschläge um einen Bruch der Formgedächtnisdrähte zu verhindern.

7.4 Messung der Schwingungsanregung an der Sattelstütze

Für die im nachfolgenden Kapitel beschriebene Modellierung und Auslegung der modifizierten Sattelstütze muss die Weganregung am unteren Teil der Sattelstütze bekannt sein, da diese die Eingangsgröße des Ersatzsystems aus Sattelstütze und Fahrer beschreibt.

Um diese im Hinblick auf den Komfort bei Anregung durch die Fahrbahn zu ermitteln, wurde eine herkömmliche Sattelstütze aus einer Aluminiumlegierung verwendet und mit einem Beschleunigungsaufnehmer versehen. Die bei Testfahrten gemessenen Beschleunigungsdaten auf unterschiedlichen Untergründen wurden zur Bestimmung der Frequenzspektren der Weganregung verwendet und beschreiben die Eingangsgröße bei einer Anregung durch die Fahrbahn.

Zur Untersuchung des Systemverhaltens bei der Fahrt über ein Einzelhindernis wurde die Beschleunigung am unteren Ende der Sattelstütze bei der Fahrt über einen Bord-

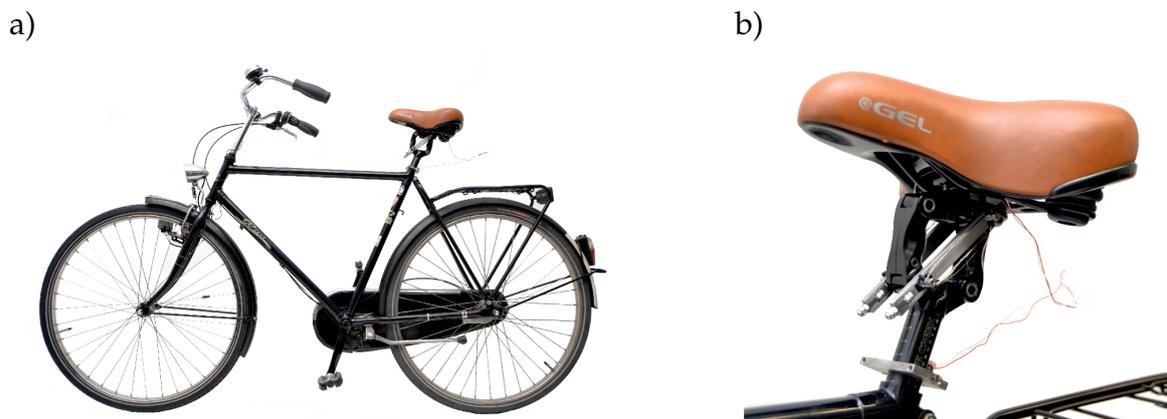


Abbildung 7.3: a) Versuchsfahrrad mit modifizierter Sattelstütze b) Parallelogramm-Sattelstütze mit pseudoelastischen Formgedächtnisdrähten im eingebauten Zustand

stein gemessen. Um die ermittelten Messwerte als Eingangsgröße bei der Modellierung der modifizierten Sattelstütze nutzen zu können, wird davon ausgegangen, dass die Eingangsbeschleunigung unabhängig von der verwendeten Sattelstütze ist.

7.4.1 Messmethodik

Als Versuchsfahrrad wurde das in **Abbildung 7.3a** mit modifizierter Sattelstütze dargestellte Herrenfahrrad mit solidem Stahlrahmen verwendet.

Um die durch die Fahrbahn in die Sattelstütze eingebrachten Schwingungen zu erfassen, wurde, wie in **Abbildung 7.2b** für die modifizierte Sattelstütze dargestellt, zur Messung der Anregung ein Beschleunigungsaufnehmer am unteren Ende der herkömmlichen Sattelstütze befestigt. Der Frequenzbereich des ausgewählten piezoelektrischen Sensors liegt bei 1 Hz – 10000 Hz und deckt damit den für die Komfortbetrachtung relevanten Bereich von 1 Hz – 80 Hz ab. Die Abtastfrequenz bei allen Beschleunigungsmessungen betrug 10000 Hz. Die Koordinate in Längsrichtung des Sattelstützenrohres wird nachfolgend mit u bezeichnet.

Um den Einfluss unterschiedlicher Fahrbahnen auf die gemessenen Beschleunigungen zu berücksichtigen wurden die Messungen auf unterschiedlichen Untergründen durchgeführt. Untersucht wurden hierbei Asphalt, Schotter und Kopfsteinpflaster. Die Versuchsfahrten wurden auf öffentlichen Streckenabschnitten ohne Steigungen und Kurven durchgeführt. Die Beschleunigungssignale wurden über mehrere Minuten aufgezeichnet und in Abschnitte von jeweils 20 s unterteilt. Die Fahrgeschwindigkeit wurde vom Fahrer mit Hilfe eines Tachometers konstant gehalten, da diese ebenfalls einen Einfluss auf das gemessene Beschleunigungsspektrum hat. Der Einfluss der Fahrgeschwindigkeit sowie der Einfluss des Reifendrucks werden in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht näher betrachtet. Entsprechende Messergebnisse sowie detaillierte Angaben zur verwendeten Messtechnik finden sich in der Arbeit von STASCH [141].

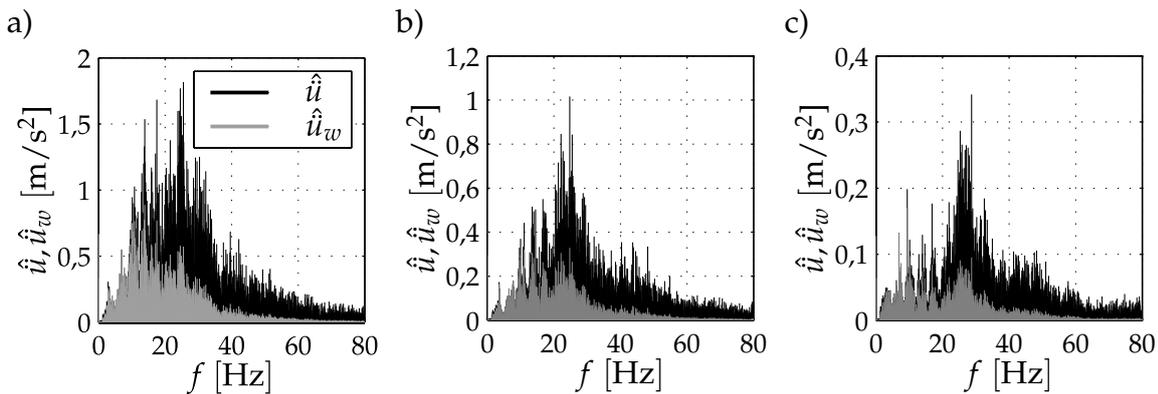


Abbildung 7.4: Beschleunigungsamplitudenspektren und Wahrnehmungsstärke bei unterschiedlichen Untergründen und einer Fahrgeschwindigkeit von 15 km/h: a) Kopfsteinpflaster; b) Schotter; c) Asphalt

7.4.2 Fahrbahnanregung

Die gemessenen Beschleunigungen in Abhängigkeit des Fahrbahnuntergrundes weisen ein stochastisches Verhalten auf und werden nach einer Filterung störender, hochfrequenter Schwingungsanteile als ergodisch (und damit auch als stationär) angenommen. Die zeitlichen Verläufe beschreiben somit unabhängig vom betrachteten Zeitbereich die statistischen Eigenschaften der durch die Untergründe hervorgerufenen Beschleunigung und können zur weiteren Analyse des Systemverhaltens verwendet werden.

Um die Beschleunigungsamplituden der im Zeitsignal enthaltenen Frequenzanteile zu ermitteln wurde eine diskrete Fouriertransformation durchgeführt. Die Beschleunigungsamplituden werden hierbei durch den Betrag der komplexen Fourierkoeffizienten beschrieben. **Abbildung 7.4** zeigt die Spektren der gemessenen sowie der nach Gl. (7.5) bewerteten Beschleunigungsamplituden für Fahrbahnanregungen durch Kopfsteinpflaster, Schotter und Asphalt, bei einer Fahrgeschwindigkeit von 15 km/h. Zur besseren Illustration der Ergebnisse wurden die Hochachsen entsprechend der jeweils auftretenden Beschleunigungsamplituden skaliert. Es wird deutlich, dass mit zunehmender Unebenheit

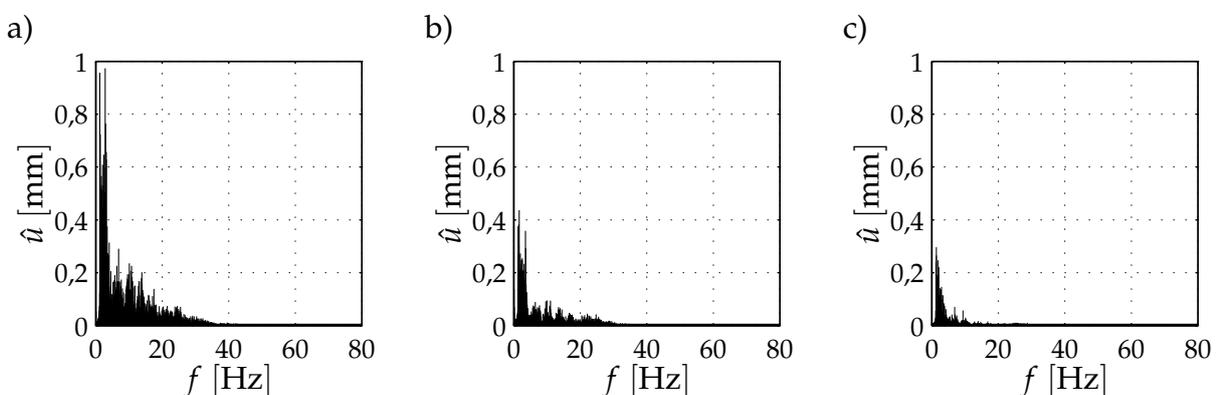


Abbildung 7.5: Wegamplitudenspektren bei einer Fahrgeschwindigkeit von 15 km/h: a) Kopfsteinpflaster; b) Schotter; c) Asphalt

des Untergrundes höhere Beschleunigungsamplituden auftreten. Durch zweifache Integration der Beschleunigungsspektren erhält man die Wegspektren für die unterschiedlichen Untergründe. Diese sind in **Abbildung 7.5** dargestellt und bilden die Eingangssignale für die nachfolgenden Modellierungen.

7.4.3 Bordsteinfahrt

Die Beschleunigung am unteren Ende der Sattelstütze bei einer Bordsteinfahrt mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h ist in **Abbildung 7.6** dargestellt. Der Bordstein wurde von der höheren in Richtung der niedrigeren Seite überfahren. Die erste sprunghafte Änderung der Beschleunigung resultiert aus dem Aufsetzen des Vorderrades. Die so hervorgerufene Schwingung klingt bis zur zweiten sprunghaften Beschleunigungsänderung durch das Aufsetzen des Hinterrades fast vollständig ab. Die maximale Beschleunigung an der Sattelstütze beim Aufsetzen des Hinterrads ist etwa doppelt so groß, wie die beim Aufsetzen des Vorderrades und wird daher vom Fahrer als deutlich unangenehmer wahrgenommen. Aus diesem Grund beschränkt sich die Modellierung des Ausschwingverhaltens in Abschnitt 7.5.5 sowie die experimentellen Untersuchungen der modifizierten Sattelstütze auf den in **Abbildung 7.6** schwarz gekennzeichneten Bereich.

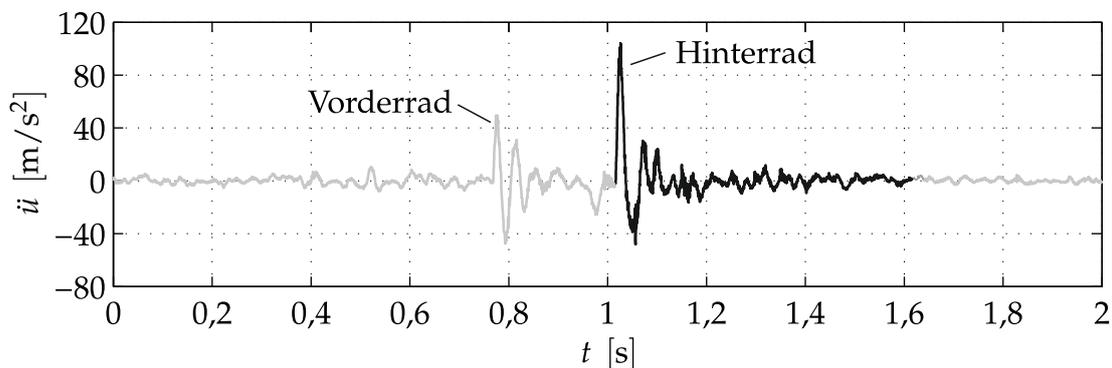


Abbildung 7.6: Zeitsignal der Beschleunigung am unteren Ende der herkömmlichen Sattelstütze bei einer Bordsteinfahrt mit 5 km/h

7.5 Modellierung

Im vorliegenden Abschnitt wird die Modellierung der modifizierten Parallelogramm-Sattelstütze mit Formgedächtnisstruktur im Hinblick auf eine optimale Auslegung der Systemparameter beschrieben. Hierzu wird zunächst die Kinematik der Parallelogramm-Sattelstütze untersucht um eine grundsätzliche Beziehung zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen sowie der Verformung der Formgedächtnisdrähte herzustellen. Die gewonnenen Ergebnisse werden im Anschluss genutzt um das Systemverhalten unter Berücksichtigung des mechanischen Verhaltens der Formgedächtnislegierung in Ab-

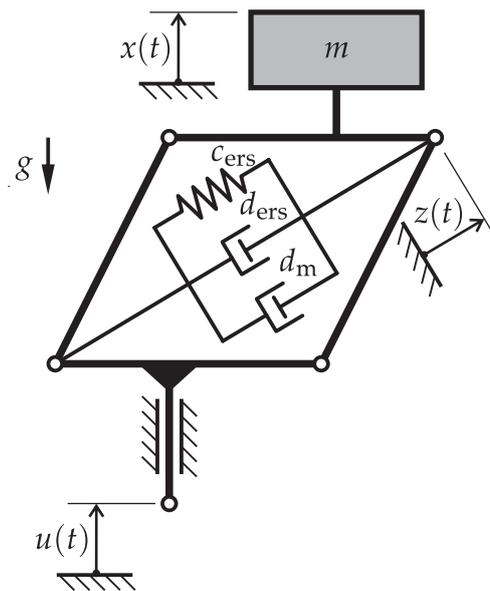


Abbildung 7.7: Ersatzmodell der Parallelogramm-Sattelstütze mit Formgedächtnisstruktur und der Fahrer Masse

hängigkeit definierter Erregeramplituden und Erregungsfrequenzen zu beschreiben. Im Hinblick auf die Komfortbeschreibung durch den Effektivwert des bewerteten Beschleunigungsspektrums wird das Frequenzspektrum der Wegamplituden bei einer Fahrbahnanregung als Eingangsgröße eingesetzt. Für jeden Anteil des Anregungsspektrums kann so die stationäre Lösung der Systemantwort bestimmt werden. Auf diese Weise kann der bewertete Effektivwert des gesamten Spektrums bestimmt und der Komfort bewertet werden.

Im Anschluss wird die Systemantwort bei der Fahrt über ein Einzelhindernis bestimmt um so die Zielgrößen eines minimalen Beschleunigungsmaximums und einer minimalen Abklingzeit zu untersuchen.

Als Grundlage für die nachfolgenden Beschreibungen dient das in **Abbildung 7.7** gezeigte schwingungsfähige Ersatzmodell. Dieses besteht aus der Parallelogramm-Sattelstütze mit der Ersatzsteifigkeit und der Ersatzdämpferkonstante der Formgedächtnisstruktur, welche durch die Gewichtskraft des Fahrers vorgespannt ist. Des Weiteren besteht das System aus der Masse des Fahrers. Da die auf den Sattel wirkende Kraft beim Fahrradfahren neben dem Gewicht des Fahrers laut RODANO ET AL. [99] auch von der Körperhaltung und laut TOFAUTE [122] auch von der Leistungsintensität abhängt, kann die auf den Sattel wirkende Kraft während der Fahrt stark variieren. Um eine Überlastung der auszulegenden Sattelstütze zu vermeiden wird daher vom ungünstigsten Fall ausgegangen und nachfolgend die gesamte Fahrer Masse von $m = 85$ kg als schwingende Masse angenommen. Der Systemeingang wird mit $u(t)$ bezeichnet und beschreibt die Auslenkung am unteren Ende der Sattelstütze. Der Systemausgang $x(t)$ beschreibt die Auslenkung des Sattels bzw. des Fahrers. Die Verformung der Formgedächtnisstruktur wird durch die Koordinate $z(t)$ beschrieben. Das System ist in seiner Ruhelage mit $x = 0$, $u = 0$ und $z = 0$ dargestellt.

Bei den Modellierungen in diesem Abschnitt werden folgende Annahmen getroffen:

- Die FGL-Drähte beeinflussen sich nicht gegenseitig durch Wärmefluss oder Reibung
- Die Reibung in den Gelenken der Parallelogramm-Sattelstütze kann vernachlässigt werden

7.5.1 Kinematik der Parallelogramm-Sattelstütze

Um die Verformung der Formgedächtnisstruktur in Abhängigkeit der Koordinaten $x(t)$ und $u(t)$ ausdrücken zu können wird die in **Abbildung 7.7** dargestellte Koordinate $z(t)$ eingeführt. Unter Berücksichtigung der gegebenen geometrischen Abmessungen aus **Abbildung 7.8** des Parallelogramms kann diese neue Koordinate sowie ihre zeitliche Ableitung $\dot{z}(t)$, welche ebenfalls für die Schwingungsmodellierung benötigt wird, beschrieben werden.

Unter Verwendung der Relativkoordinate zur Beschreibung der Bewegung zwischen der Ober- und Unterseite des Parallelogramms mit

$$x_R = x - u \quad (7.7)$$

können unter Berücksichtigung der kinematischen Zusammenhänge sowie Näherungen durch Taylorreihen um einen Betriebspunkt $x_{R,0}$ beschrieben werden. Diese sind für Relativverschiebungen x_R gültig, für welche der in **Abbildung 7.8** beschriebene Innenwinkel ξ des Parallelogramms im Wertebereich $0^\circ < \xi < 90^\circ$ liegt. Eine Herleitung der Ausdrücke für $z(x_R)$ und $\dot{z}(\dot{x}_R)$ kann Anhang C entnommen werden und liefert

$$z(x_R) = z_0 + \underbrace{\frac{b_0(h_0 - x_{R,0})}{\sqrt{b_0^2 + 2b_0\sqrt{2x_{R,0}h_0 - x_{R,0}^2} + h_0^2} \sqrt{2x_{R,0}h_0 - x_{R,0}^2}}_{\lambda} (x_R - x_{R,0}), \quad (7.8)$$

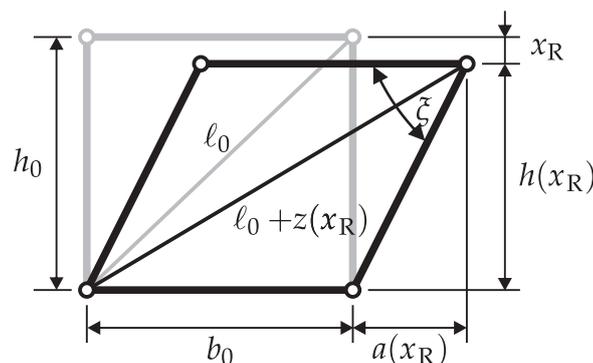


Abbildung 7.8: Kinematische Zusammenhänge der Parallelogramm-Sattelstütze

$$\dot{z}(\dot{x}_R) = \frac{b_0(h_0 - x_{R,0})}{\underbrace{\sqrt{b_0^2 + 2b_0\sqrt{2x_{R,0}h_0 - x_{R,0}^2} + h_0^2}}_{\lambda} \sqrt{2x_{R,0}h_0 - x_{R,0}^2}} \dot{x}_R. \quad (7.9)$$

Die statische Verschiebung z_0 ergibt sich in diesem Zusammenhang zu

$$z_0 = z(x_{R,0}) = \sqrt{b_0^2 + 2b_0\sqrt{2x_{R,0}h_0 - x_{R,0}^2} + h_0^2} - \sqrt{b_0^2 + h_0^2}. \quad (7.10)$$

Der Vorfaktor in den Gleichungen für das Weg- und Geschwindigkeitsverhalten ist identisch und wird durch die Konstante λ beschrieben, welche von den geometrischen Abmessungen und der Anfangsauslenkung $x_{R,0}$ abhängt. Die gefundenen Gleichungen bilden die Grundlage für die nachfolgende Beschreibung des Schwingungsverhaltens der Parallelogramm-Sattelstütze mit Formgedächtnisstruktur.

7.5.2 Vorspannung der Parallelogramm-Sattelstütze mit Formgedächtnisstruktur

Um den im vorherigen Abschnitt beschriebenen Betriebspunkt der Formgedächtnisstruktur zu erreichen, muss diese vorgespannt werden. Der optimale Betriebspunkt hängt wie bereits in **Abbildung 5.14b** und **5.18b** illustriert von den erwarteten Erregungsfrequenzen sowie der Umgebungstemperatur ab und wird durch eine Vorspannung σ_0 sowie einen zugehörigen statischen Dehnungsanteil ε_0 beschrieben. Nachfolgend werden Vorspannung und statische Dehnung für einen Betriebspunkt bei einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 20 \text{ °C}$ und einer Erregungsfrequenz von 0,01 Hz ausgewählt. Die Wahl der niedrigsten untersuchten Erregungsfrequenz ist dadurch begründet, dass diese der quasistatischen Belastung durch den Fahrer ohne Anregung durch den Untergrund am nächsten kommt. Die Vorspannung σ_0 nimmt hier den niedrigsten Wert an, so dass bei höheren Erregungsfrequenzen, bedingt durch die Verschiebung der Hysterese zu höheren Spannungen, lediglich Zustände mit geringerer Dehnung als im quasistatischen Zustand auftreten. Auf diese Weise wird die Formgedächtnisstruktur bei höheren Frequenzen zwar nicht im optimalen Bereich betrieben, jedoch wird so ein Bruch des Materials verhindert.

Um eine geforderte statische Vorspannung σ_0 zu realisieren, muss die Querschnittsfläche A des Drahtes an die wirkende Vorspannkraft F_0 entsprechend dem Zusammenhang

$$A(x_{R,0}) = \frac{F_0(x_{R,0})}{\sigma_0} \quad (7.11)$$

angepasst werden. Die Vorspannkraft ist wiederum von der Gewichtskraft F_g des Fahrers und der statischen Relativverschiebung $x_{R,0}$ abhängig und kann mit Hilfe der kinematischen Zwangsbedingung λ aus Gl. (7.8) durch

$$F_0(x_{R,0}) = \frac{F_g}{\lambda(x_{R,0})} \quad (7.12)$$

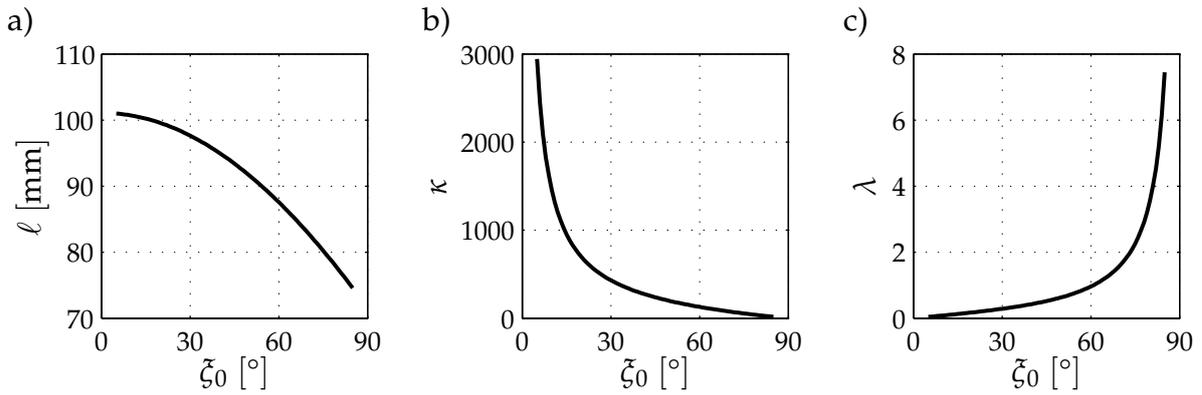


Abbildung 7.9: Geometrische Größen der Formgedächtnisstruktur in Abhängigkeit des Winkels ζ_0 : a) Länge; b) Anzahl Drähte; c) kinematischen Zwangsbedingung

beschrieben werden. Für die geforderte Querschnittsfläche des Drahtes ergibt sich abschließend der Zusammenhang

$$A(x_{R,0}) = \frac{F_g}{\sigma_0 \lambda(x_{R,0})}. \quad (7.13)$$

Da die im Rahmen dieser Arbeit experimentell untersuchten Formgedächtnisdrähte mit einem Durchmesser von 0,2 mm und der zugehörigen Querschnittsfläche A_D eingesetzt werden sollen, wird die Querschnittsfläche A über die Anzahl der Drähte variiert. Diese ergibt sich zu

$$\kappa = \frac{A}{A_D}. \quad (7.14)$$

Die Länge ℓ des mit der Gewichtskraft des Fahrers vorgespannten Drahtes kann mit Gl. (C.4) ebenfalls in Abhängigkeit der statische Relativverschiebung $x_{R,0}$ angegeben werden. Für eine geforderte statische Dehnung kann so die Ausgangslänge des Drahtes zu

$$\ell(x_{R,0}) = \frac{\ell(x_{R,0})}{\varepsilon_0 + 1} = \frac{\sqrt{b_0^2 + h_0^2 + 2b_0 \sqrt{2x_{R,0}h_0 - x_{R,0}^2}}}{\varepsilon_0 + 1} \quad (7.15)$$

bestimmt werden.

Um das Systemverhalten besser veranschaulichen zu können soll nachfolgend der Winkel ζ_0 anstelle der statischen Relativverschiebung $x_{R,0}$ zur Beschreibung der Ausgangsstellung des Parallelogramms genutzt werden. Dieser ist in **Abbildung 7.8** dargestellt und liefert mit

$$h_0 \sin \zeta_0 = h(x_{R,0}) \quad \text{und} \quad h(x_{R,0}) = h_0 - x_R \quad (7.16)$$

direkt die statische Relativverschiebung

$$x_{R,0} = h_0(1 - \sin \zeta_0). \quad (7.17)$$

Die beschriebenen Abhängigkeiten der Ausgangslänge, der Drahtanzahl und der Übersetzung vom Winkel ζ_0 sind in **Abbildung 7.9** dargestellt. Es wird deutlich, dass die An-

zahl der benötigten Formgedächtnisdrähte κ direkt von λ und somit von der Ausgangsstellung des Parallelogramms abhängt. Für Winkel unter $\zeta_0 = 60^\circ$ sind bereits mehr als 100 Drähte erforderlich. Die Ausgangslänge ℓ variiert um etwa 30 mm in Abhängigkeit des Winkels für den statischen Zustand.

7.5.3 Systemverhalten der Parallelogramm-Sattelstütze mit Formgedächtnisstruktur

Das Schwingungsverhalten des in **Abbildung 7.7** dargestellten Ersatzmodells der Sattelstütze mit pseudoelastischer Formgedächtnisstruktur kann analog zu den in Abschnitt 6.2 beschriebenen Modellierungen eines fußpunkterregten Systems durchgeführt werden. Hinzu kommt jedoch die in Abschnitt 7.5.1 beschriebene Kinematik der Parallelogramm-Sattelstütze. Der Einfluss der Amplitude der Relativbewegung sowie der Anregungsfrequenz auf die Materialparameter wird durch den komplexen Elastizitätsmodul aus Abschnitt 5.4 berücksichtigt. Die in Kapitel 4 beschriebenen experimentellen Untersuchungen decken lediglich einen Frequenzbereich bis 10 Hz ab. Da entsprechend **Abbildung 7.4** jedoch auch höhere Erregungsfrequenzen bei der Anregung durch die Fahrbahn auftreten, werden für Frequenzen oberhalb des definierten Bereichs die Ersatzgrößen für eine Erregung von 10 Hz angenommen. Die Vorspannung wird, wie in Abschnitt 7.5.2 beschrieben, für eine Erregungsfrequenz von 0,01 Hz ausgelegt. Die Umgebungstemperatur wird mit $\vartheta_U = 20^\circ\text{C}$ als konstant angenommen.

Die Federkraft sowie die Dämpferkräfte der Formgedächtnisstruktur können mit den Gln. (7.8) und (7.9) zu

$$F_c = c_{\text{ers}}(\hat{z}, f)\lambda x_R, \quad (7.18)$$

$$F_d = (d_{\text{ers}}(\hat{z}, f) + d_m)\lambda \dot{x}_R \quad (7.19)$$

bestimmt werden. Da Schwingungen um die Gleichgewichtslage des vorgespannten Zustandes ausgeführt werden, wird die statische Verschiebung z_0 bei der Kraftberechnung nicht berücksichtigt. Mit Gl. (6.24) kann so die Schwingungsamplitude in Abhängigkeit von \hat{u} und λ angegeben werden

$$\hat{x} = \frac{\sqrt{c_{\text{ers}}^2 + (\Omega(d_{\text{ers}} + d_m))^2} \lambda^2 \hat{u}}{\sqrt{(-\Omega^2 m + \lambda^2 c_{\text{ers}})^2 + (\Omega \lambda^2 (d_{\text{ers}} + d_m))^2}}. \quad (7.20)$$

Die Amplitude der Relativverschiebung zwischen x und u , d.h. die Verformung der Formgedächtnisstruktur kann mit

$$\hat{x}_R = \frac{\Omega^2 m \hat{u}}{\sqrt{(-\Omega^2 m + \lambda^2 c_{\text{ers}})^2 + (\Omega \lambda^2 (d_{\text{ers}} + d_m))^2}} \quad (7.21)$$

beschrieben werden und wird wie in Abschnitt 6.2 zur Bestimmung der Ersatzgrößen c_{ers} und d_{ers} in Abhängigkeit der vorliegenden Verformung verwendet. Zu berücksichtigen ist bei den dargelegten Gleichungen, dass die kinematische Zwangsbedingung λ quadratisch eingeht. Dies ist dadurch begründet, dass nach der Transformation der Auslenkung

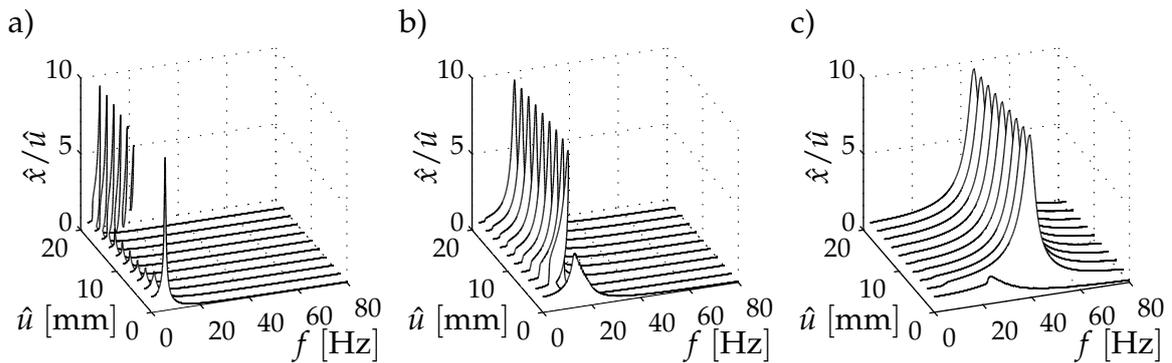


Abbildung 7.10: Übertragungsverhalten der Parallelogramm-Sattelstütze mit Formgedächtnisstruktur in Abhängigkeit der Erregeramplitude für unterschiedliche Winkel ζ_0 : a) 10° b) 45° ; c) 80°

bzw. Geschwindigkeit, wie in den Gln. (7.18) und (7.19) beschrieben, eine Rücktransformation der Kräfte in Längsrichtung der Formgedächtnisdrähte in das vertikale Koordinatensystem erfolgen muss. In **Abbildung 7.10** ist das Übertragungsverhalten des vorgestellten Systems bei einer Fußpunkterregung für unterschiedliche Winkel ζ_0 dargestellt. Deutlich zu erkennen ist, dass eine Verringerung von ζ_0 eine Verringerung der Eigenfrequenz zur Folge hat. Dies ist durch den direkten Zusammenhang zwischen der Steifigkeit und der Transformationskonstante λ begründet, so dass die Eigenkreisfrequenz durch

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{\text{ers}}\lambda^2}{m}} \quad (7.22)$$

beschrieben werden kann. Für kleine Winkel ζ_0 werden daher bereits bei geringeren Frequenzen die durch eine Schwingungsisolierung gekennzeichneten überkritischen Zustände erreicht. Außerdem steigt für kleine Winkel ζ_0 der Einfluss der Pseudoelastizität und die bereits in Abschnitt 6.2 beschriebenen isolierten Lösungen können auftreten. Für große Winkel ζ_0 ist hingegen nur für kleine Anregungsamplituden ein nichtlineares Verhalten erkennbar.

7.5.4 Systemantwort bei Fahrbahnanregung

Mit dem zuvor beschriebenen Modell der Parallelogramm-Sattelstütze mit Formgedächtnisstruktur können die auf den Fahrer wirkenden Schwingungen in x -Richtung in Abhängigkeit der in Abschnitt 7.4.2 experimentell ermittelten Wegamplitudenspektren bestimmt werden. Hierbei soll nachfolgend die Anregung bei einer Fahrt über Kopfsteinpflaster entsprechend **Abbildung 7.5a** maßgeblich sein, da dies den kritischsten Erregungsfall darstellt.

Wie in Abschnitt 7.5.3 beschrieben wurde, kann das Systemverhalten durch Variation des Winkels ζ_0 beeinflusst werden. Wird entsprechend Abschnitt 7.1.1 der Effektivwert des bewerteten Beschleunigungsspektrums als Bewertungskriterium gewählt, so hängt dieser wie in **Abbildung 7.11** gezeigt von ζ_0 ab. Diese ist durch einen nahezu konstanten

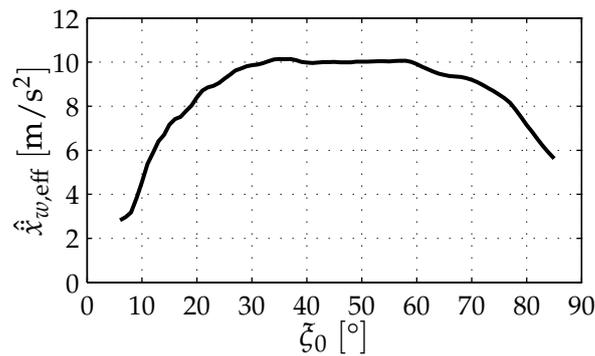


Abbildung 7.11: Effektivwerte des bewerteten Beschleunigungsamplitudenspektrums in Abhängigkeit des Winkels ζ

Bereich zwischen 30° und 60° sowie eine zu großen und kleinen Winkeln hin abfallende Charakteristik gekennzeichnet. Optimale Systemeigenschaften im Hinblick auf den Fahrkomfort werden daher für sehr große oder sehr kleine Werte von ζ_0 erreicht.

Eine Auswahl der zugrunde liegenden bewerteten Beschleunigungsamplitudenspektren zeigt **Abbildung 7.12**. Deutlich erkennbar ist hier der zunehmende Einfluss der isolierenden Eigenschaften des Systems für sinkende Winkel ζ_0 . So ist das Frequenzspektrum der Systemantwort bei $\zeta_0 = 10^\circ$ bereits auf einen Frequenzbereich bis etwa 20 Hz begrenzt, während bei $\zeta_0 = 80^\circ$ Frequenzen bis etwa 60 Hz am Systemausgang vorliegen. Wie unter anderem von MAGNUS ET AL. [67] beschrieben wird, geht eine steigende Isolationswirkung mit einer Verringerung der Dämpfung im unterkritischen Bereich einher. Dieser Zusammenhang kann auch beim vorliegenden System beobachtet werden. So ist für $\zeta_0 = 10^\circ$ die maximal auftretende Beschleunigungsamplitude etwa doppelt so groß wie für $\zeta_0 = 80^\circ$.

Zusammenfassend gilt also, dass mit sinkendem Winkel ζ_0 das übertragene Spektrum durch eine stärkere Isolationswirkung schmaler ist, die maximalen Beschleunigungsamplituden jedoch aufgrund der geringeren Dämpfung größer sind. Für steigende Winkel ζ_0 liegt ein gegensätzliches Verhalten vor, d. h. die Isolationswirkung nimmt ab,

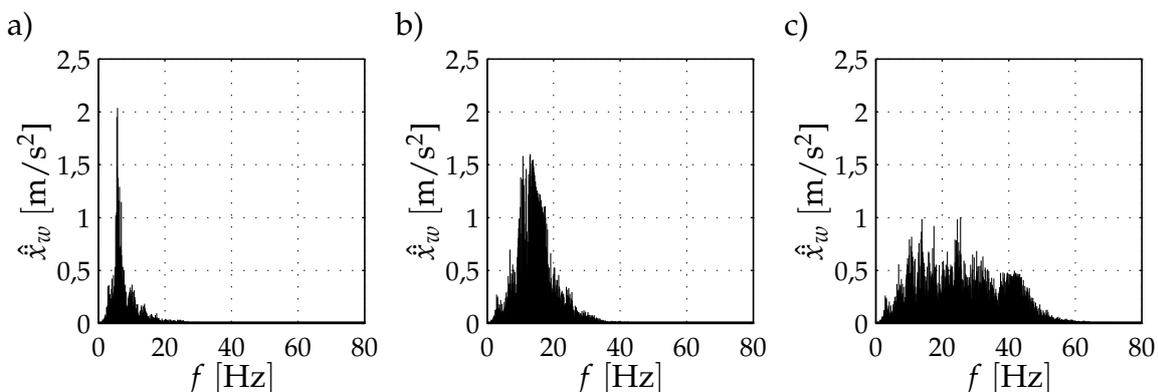


Abbildung 7.12: Bewertete Beschleunigungsamplitudenspektren der Schwingungsantwort für unterschiedliche Winkel ζ_0 bei einer Fahrgeschwindigkeit von 15 km/h auf Kopfsteinpflaster: a) 10° ; b) 45° ; c) 80°

während die Dämpfung zunimmt und somit die maximalen Beschleunigungsamplituden sinken. Das Ergebnis der durchgeführten Komfortberechnung ist daher, dass sowohl durch große als auch durch kleine Werte von ζ_0 eine Optimierung des Komforts erfolgen kann. Dadurch wird deutlich, dass die durchgeführte Bewertung nach VDI-RICHTLINE 2057 [2]/ISO-RICHTLINE 2631 [1] nicht zu einer eindeutigen Lösung bei der Auslegung der untersuchten Sattelstütze führt.

7.5.5 Schwingungsantwort nach einer Bordsteinfahrt

Im vorliegenden Abschnitt wird das Verhalten des schwingungsfähigen Systems aus modifizierter Sattelstütze und Fahrer Masse bei einer Fahrt über ein Einzelhindernis untersucht um die in Abschnitt 7.2 formulierten Forderungen nach einer minimalen Abklingzeit und einem minimalen Extremwert der wirkenden Beschleunigung zu erfüllen. Der daraus entstehende Zielkonflikt wird sowohl durch theoretische als auch durch experimentelle Untersuchungen bei einer Bordsteinfahrt mit der modifizierten Sattelstütze beschrieben.

Abklingzeit

Um das Ausschwingverhalten und insbesondere die Abklingzeit des in **Abbildung 7.7** dargestellten Systems bei einer Sprunganregung zu untersuchen wird der Fußpunkt der Eingangsgröße u durch eine feste Einspannung ersetzt, so dass die zuvor verwendeten Koordinaten x und x_R identisch sind. Die Differentialgleichung des Systems wird jetzt durch

$$\ddot{x} + f_r(x, \dot{x}) = 0 \quad (7.23)$$

$$f_r(x, \dot{x}) = (d_{\text{ers}}(\hat{z}, f) + d_m) \frac{\lambda^2}{m} \dot{x} + c_{\text{ers}}(\hat{z}, f) \frac{\lambda^2}{m} x \quad (7.24)$$

beschrieben. Die Sprunganregung des Systems durch die Bordsteinfahrt wird durch die Vorgabe einer Anfangsauslenkung x_0 realisiert.

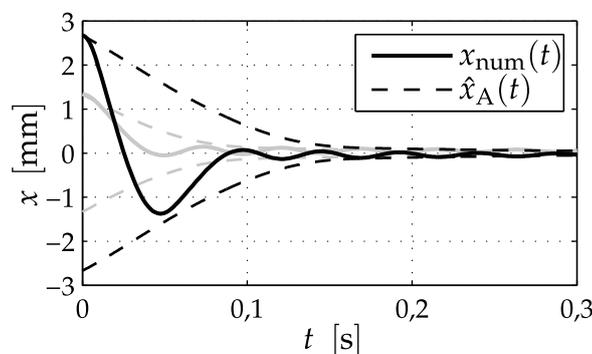


Abbildung 7.13: Näherung und exakte Lösung des Abklingverhaltens der modifizierten Sattelstütze bei unterschiedlichen Anfangsauslenkungen x_0 für $\lambda = 1$ bzw. $\zeta_0 = 61^\circ$

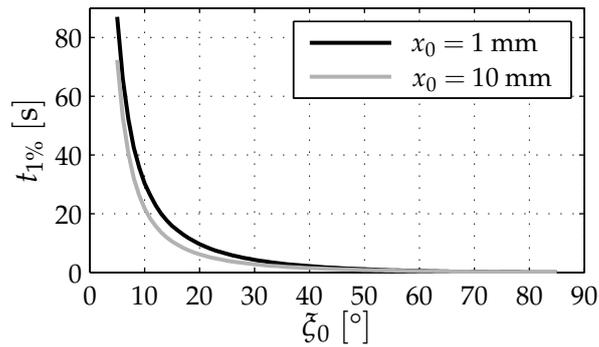


Abbildung 7.14: Abklingzeit bis die Schwingungsamplitude 1 % ihres Anfangswertes erreicht hat in Abhängigkeit des Winkels ζ_0

Einen Ansatz zur Lösung des vorgestellten Anfangswertproblems bietet die *Methode der langsam veränderlichen Amplitude und Phase*, welche u. a. in HAGEDORN [38] beschrieben wird. Hierbei wird angenommen, dass sich die Schwingungsamplitude und die Phase über einer Periode nur geringfügig ändern. Auf diese Weise gelangt man zu Ausdrücken zur Beschreibung der Schwingungsamplitude und Phase in Abhängigkeit der Zeit. Da für das vorliegende Problem lediglich die Schwingungsamplitude von Bedeutung ist, wird die Phase nachfolgend nicht berücksichtigt. Eine Herleitung des gesuchten Ausdrucks für die Schwingungsamplitude kann Anhang D entnommen werden. Diese führt auf

$$\hat{x}_A = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_0}} \sin(\omega_0 t) f_r(\hat{x}_A \cos(\omega_0 t), -\omega_0 \hat{x}_A \sin(\omega_0 t)) dt \quad (7.25)$$

und führt mit der Rückföhrfunktion der modifizierten Sattelstütze aus Gl. (7.24) auf

$$\hat{x}_A = -\frac{\lambda^2 \hat{x}_A (d_{\text{ers}} + d_{\text{m}})}{2m}. \quad (7.26)$$

Wird diese Differentialgleichung für definierte Anfangsauslenkungen x_0 gelöst, ergibt sich die mit der Zeit veränderliche Amplitude \hat{x}_A , die auch als langsam veränderliche Amplitude bezeichnet wird. **Abbildung 7.13** zeigt entsprechende Zeitverläufe für unterschiedliche Anfangsauslenkungen x_0 für eine Transformationskonstante von $\lambda = 1$. Eine Zeitschrittintegration des schwingungsfähigen Systems mit einer Rückföhrfunktion beschrieben durch das Verhalten in den Gln. (5.13) bis (5.15) liefert die mit $x_{\text{num}}(t)$ bezeichneten Zeitverläufe. Diese bestätigt, dass die gewählte Methode eine gute Näherung des Ausschlagverhaltens ermöglicht.

Den Einfluss der durch ζ_0 beschriebenen Ausgangsstellung des Parallelogramms auf das Abklingverhalten ist in **Abbildung 7.14** illustriert. Dargestellt ist hier die benötigte Abklingzeit bis die Schwingung auf 1 % der Anfangsauslenkung x_0 abgeklungen ist. Deutlich wird hier, dass wie bereits in Abschnitt 7.5.4 vermutet, die Dämpfung des Systems für kleine Winkel ζ_0 stark abnimmt, da die dargestellte Abklingzeit entsprechend zunimmt. Um eine minimale Abklingzeit bei der Fahrt über ein Einzelhindernis zu realisieren, sollte ζ_0 daher möglichst groß gewählt werden.

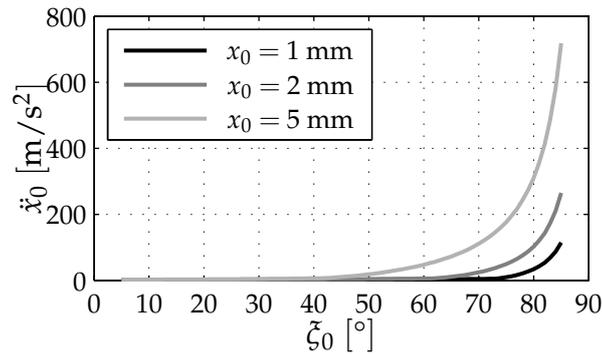


Abbildung 7.15: Anfangsbeschleunigung bei einer Sprunganregung in Abhängigkeit des Winkels ζ_0 für verschiedene Anfangsauslenkungen

Maximale Beschleunigung

Um die maximale Beschleunigung bei einer Bordsteinfahrt abzuschätzen, kann die Anfangsbeschleunigung bei einer Sprunganregung des Systems herangezogen werden. Diese entspricht der Anfangsbeschleunigung bei der Vorgabe einer Anfangsauslenkung x_0 , welche zur freien harmonischen Schwingungen der Form

$$x(t) = x_0 e^{-D_0 \omega_0 t} \cos(\omega_d t) \quad \text{mit} \quad \omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D_0^2} \quad (7.27)$$

führt. Der Dämpfungsgrad in Resonanz und die Eigenkreisfrequenz sind abhängig von der kinematischen Zwangsbedingung λ . Sie werden durch

$$D_0 = \frac{d_{\text{ers}}(x_0) + d_m(x_0)}{2\sqrt{c_{\text{ers}}(x_0)m}} \lambda \quad \text{und} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c_{\text{ers}}(x_0)}{m}} \lambda \quad (7.28)$$

beschrieben und hängen über die Ersatzgrößen direkt von der vorgegebenen Anfangsauslenkung ab. Zweifaches Ableiten von Gl. (7.27) liefert den Ausdruck für die Beschleunigung

$$\ddot{x}(t) = \hat{x} e^{-D_0 \omega_0 t} \left[\left(D_0^2 \omega_0^2 - \omega_d^2 \right) \cos(\omega_d t) + 2D_0 \omega_0 \omega_d \sin(\omega_d t) \right]. \quad (7.29)$$

Für den Zeitpunkt $t = 0$ kann schließlich die gesuchte Beschleunigung in Abhängigkeit der Anfangsauslenkung zu

$$\ddot{x}_0 = \ddot{x}(0) = \left| x_0 \left(D_0^2 \omega_0^2 - \omega_d^2 \right) \right| = \left| x_0 \omega_0^2 \left(2D_0^2 - 1 \right) \right| \quad (7.30)$$

angegeben werden. Diese hängt durch die Zusammenhänge in Gl. (7.28) maßgeblich von λ ab. **Abbildung 7.15** zeigt die auftretenden Anfangsbeschleunigungen für unterschiedliche Anfangsauslenkungen x_0 in Abhängigkeit des Winkels ζ_0 . Es ist deutlich erkennbar, dass kleine Werte von ζ_0 zu einer Verringerung der auftretenden Anfangsbeschleunigung führen. Bei den gezeigten Ergebnissen ist zu berücksichtigen, dass auch Anfangsauslenkungen vorgegeben wurden, welche zu einem Bruch des Drahtes führen könnten. Die qualitative Aussage von **Abbildung 7.15** bleibt dennoch bestehen.

Zusammenfassend gilt, dass für eine Minimierung der Abklingzeit große Winkel ζ_0 erforderlich sind. Eine Minimierung der maximalen Beschleunigung wird hingegen für kleine Winkel ζ_0 erreicht.

7.6 Experimentelle Untersuchung der modifizierten Sattelstütze

Im letzten Abschnitt dieses Kapitels werden die experimentellen Ergebnisse der Untersuchungen der Komforteigenschaften der modifizierten Sattelstütze vorgestellt. Hierbei werden zunächst die gewählten Systemparameter für die durchgeführten Messungen beschrieben. Anschließend werden die ermittelten Messergebnisse bei Anregung durch den Untergrund sowie bei der Fahrt über ein Einzelhindernis dargestellt. In diesem Zusammenhang erfolgt auch ein Vergleich der modifizierten Sattelstütze mit einer herkömmlichen Sattelstütze sowie einer Parallelogramm-Sattelstütze mit Elastomer.

7.6.1 Auswahl geeigneter Systemparameter

Die modellbasierten Systemuntersuchungen in Abschnitt 7.5 haben gezeigt, dass das Übertragungsverhalten der modifizierten Sattelstütze maßgeblich von der Ausgangsstellung des Parallelogramms abhängt. Dabei wurde deutlich, dass kein Wert für ζ_0 existiert für den alle Zielgrößen ihr Optimum erreichen. Für kleine Werte von ζ_0 kann das Beschleunigungsmaximum bei Einzelhindernissen sowie der Effektivwert des bewerteten Beschleunigungsspektrums minimiert werden. Wird ζ_0 groß gewählt, so kann der Effektivwert des bewerteten Beschleunigungsspektrums minimiert werden und die Abklingzeit bei Einzelhindernissen wird minimal.

Die Abhängigkeiten der Zielgrößen vom Winkel ζ_0 können wie folgt zusammengefasst werden:

- Minimaler Effektivwert des bewerteten Beschleunigungsspektrums: $\zeta_0 \downarrow \uparrow$
- Minimales Beschleunigungsmaximum bei Fahrt über ein Einzelhindernis: $\zeta_0 \downarrow$
- Minimale Abklingzeit bei der Fahrt über ein Einzelhindernis: $\zeta_0 \uparrow$

Da kein globales Optimum für die Ausgangsstellung des Parallelogramms existiert, wurde für die experimentellen Untersuchungen ein Winkel von $\zeta_0 = 80^\circ$ gewählt, um den grundsätzlichen Einfluss der Pseudoelastizität auf den Fahrkomfort zu untersuchen. Berücksichtigt wurde hierbei insbesondere die benötigte Anzahl der Drähte κ , welche die Querschnittsfläche A des Drahtpaketes bestimmt. Für kleine Winkel steigt die Drahtanzahl stark an und resultiert somit in hohen Materialkosten. Des Weiteren ist die Umwicklung der in **Abbildung 7.2b** gezeigten Stäbe bei einer hohen Drahtanzahl schwer zu realisieren und die Reibung zwischen den Formgedächtnisdrähten erschwert den Vorspannprozess bei der ersten Belastung durch das Gewicht des Fahrers. Eine detaillierte Beschreibung der Montage der modifizierten Sattelstütze kann GÜLDNER [139] entnommen werden.

Die Länge des Formgedächtnisdrahtes und die Drahtanzahl für den gewählten Winkel von $\zeta_0 = 80^\circ$ wurden zu $\ell = 77,48$ mm und $\kappa = 36$ bestimmt. Die Anzahl der verwen-

deten Drähte wurde jedoch in den durchgeführten Messungen auf $\kappa = 52$ und $\kappa = 44$ erhöht. Die Anpassung der verwendeten Drähte war notwendig, da nach einer Belastung durch die Gewichtskraft des Fahrers die geforderte Dehnung ε_0 überschritten wurde und somit die Gesamtsteifigkeit der Drähte zu gering war. Mögliche Gründe hierfür sind Abweichungen der Fahrer Masse sowie eine leichte Abweichung des Winkels ζ_0 , welche entsprechend **Abbildung 7.9b** bereits für kleine Winkeländerungen einen starken Einfluss auf die Drahtanzahl hat. So wird beispielsweise für einen Winkel von $\zeta_0 = 78^\circ$ bereits die in Messung 2 verwendete Anzahl von 44 Drähten erreicht. In diesem Zusammenhang konnte beobachtet werden, dass sich die Gleichgewichtslage nach einer längeren Anregung durch den Untergrund, um wenige Grad verändern kann. Um den Einfluss der Drahtanzahl näher zu betrachten wurden daher Messungen für unterschiedliche Werte von κ durchgeführt.

7.6.2 Fahrbahnanregung

Zur Untersuchung der Komforteigenschaften bei einer Anregung durch den Untergrund wurden die Randbedingungen analog zu den in Abschnitt 7.4.2 beschriebenen Messungen mit der herkömmlichen Sattelstütze gewählt. Es wurden die selben Streckenabschnitte aus Asphalt, Schotter und Kopfsteinpflaster mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h befahren.

In **Abbildung 7.16** sind die bewerteten Beschleunigungsspektren der untersuchten Sat-

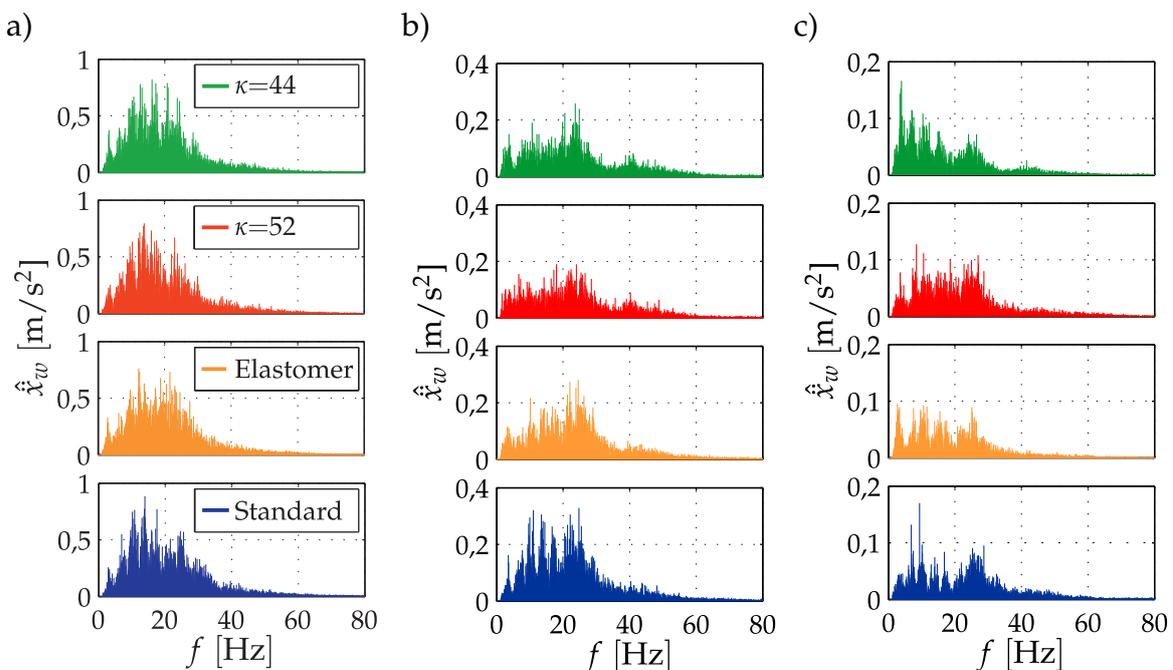


Abbildung 7.16: Beschleunigungsamplitudenspektren unterschiedlicher Sattelstützen bei unterschiedlichen Untergründen und einer Fahrgeschwindigkeit von 15 km/h: a) Kopfsteinpflaster; b) Schotter; c) Asphalt

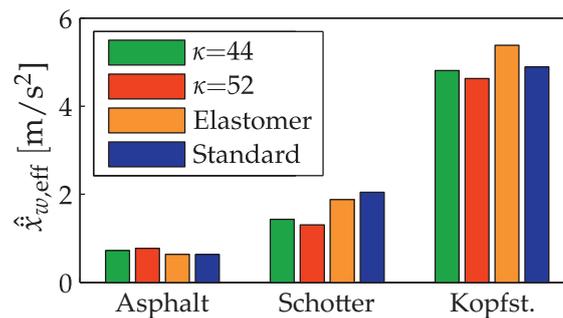


Abbildung 7.17: Effektivwerte der bewerteten Beschleunigungsspektren der untersuchten Sattelstützen für unterschiedliche Untergründe

telstützen mit Formgedächtnisdrähten, der herkömmlichen Sattelstütze, welche mit *Standard* bezeichnet wird sowie der Sattelstütze mit Elastomer dargestellt. Um einen direkten Vergleich des Fahrkomforts für die unterschiedlichen Sattelstützen zu ermöglichen, wurden entsprechend Gl. (7.6) die Effektivwerte der Beschleunigungsspektren ermittelt und in **Abbildung 7.17** zusammengetragen.

Bei der Fahrt über Asphalt treten nur sehr geringe Unterschiede zwischen den untersuchten Sattelstützen auf. Grund hierfür ist die geringe Rauheit des Untergrundes und die daraus resultierenden kleinen Anregungsamplituden. Die Effektivwerte der bewerteten Beschleunigungsspektren auf Schotter weisen etwas größere Abweichungen auf und sind für die Sattelstützen mit Formgedächtnisdrähten minimal. Dies gilt auch für die Fahrt über Kopfsteinpflaster. Hier kann zudem beobachtet werden, dass die Sattelstütze mit Elastomer den größten bewerteten Effektivwert aufweist. Die ermittelten Effektivwerte der bewerteten Beschleunigungsspektren weisen unter den gegebenen Randbedingungen jedoch für alle untersuchten Untergründe nur sehr geringe Unterschiede auf.

7.6.3 Bordsteinfahrt

Im vorliegenden Abschnitt werden die experimentellen Untersuchungen der Komforteigenschaften bei der Fahrt über ein Einzelhindernis beschrieben. Diese Untersuchungen wurden ebenfalls analog zu den Untersuchungen an der herkömmlichen Sattelstütze durchgeführt, welche in Abschnitt 7.4.3 beschrieben wurden. Der Bordstein wurde mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h von der höheren zur niedrigeren Seite überfahren.

Die Maximalwerte der Beschleunigungen bei den durchgeführten Messungen weisen bei mehrfacher Durchführung der Bordsteinfahrt mit der gleichen Sattelstütze Abweichungen auf. Das Abklingverhalten konnte hingegen gut reproduziert werden.

Mögliche Gründe für die Messungenauigkeiten sind die Geschwindigkeit bei der Fahrt über den Bordstein, unterschiedliche Bordsteinhöhen durch eine abweichende Position bei der Überfahrt sowie die Wirkungsrichtung der Gewichtskraft durch die Sitzposition und die Haltung des Oberkörpers. Die in **Abbildung 7.18** dargestellten Beschleunigungssignale ausgewählter Bordsteinfahrten mit den untersuchten Sattelstützen ermöglichen auf Grund der beschriebenen Messungenauigkeiten nur eine qualitative Interpretation

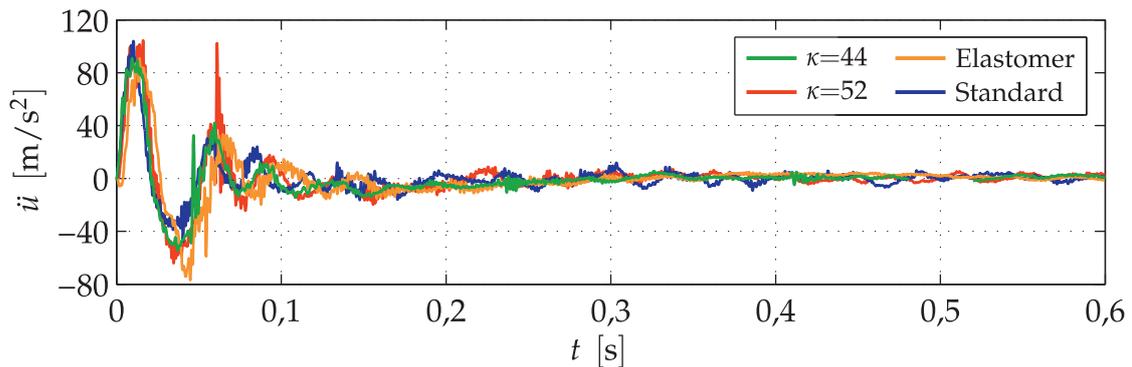


Abbildung 7.18: Zeitsignal der Beschleunigung am oberen Ende der untersuchten Sattelstützen bei einer Bordsteinfahrt mit 5 km/h

des Abklingverhaltens durch einen Vergleich aufeinander folgender Amplituden.

Ein Vergleich der ersten beiden Extremwerte des gemessenen Signals mit der herkömmlichen Sattelstütze zeigt, dass die Beschleunigungsamplitude zunächst um mehr als die Hälfte abfällt. Nachfolgend klingt die Schwingung jedoch langsamer ab und weist am Ende des betrachteten Bereiches im Vergleich zu den anderen Systemen die größte Amplitude auf.

Direkt nach der Schwingungsanregung weist die Sattelstütze mit Elastomer den geringsten Amplitudenabfall auf. Im weiteren Verlauf nimmt dieser jedoch deutlich zu und die Schwingung klingt schnell ab. Hierbei ist auch die Amplitude am Ende des betrachteten Bereiches im Vergleich zu den anderen Systemen am geringsten.

Der Beschleunigungsverlauf der steiferen Sattelstütze mit 52 Formgedächtnisdrähten enthält bei etwa 0,06 s im Gegensatz zu den anderen Verläufen eine Beschleunigungsspitze, die nicht dem typischen Abklingverhalten entspricht. Im weiteren Verlauf weist die Schwingung einen ähnlichen Verlauf wie für die herkömmliche Sattelstütze auf.

Die weichere Sattelstütze mit 44 Formgedächtnisdrähten klingt in der ersten Hälfte des betrachteten Bereiches am schnellsten ab. Im Gegensatz zur Sattelstütze mit Elastomer bleibt jedoch eine sehr kleine Schwingung am Ende des Zeitbereiches erhalten.

Für die weichere Sattelstütze mit Formgedächtnisdrähten ($\kappa = 44$) und die Sattelstütze mit Elastomer konnte also ein etwas schnelleres Abklingen als bei der herkömmlichen Sattelstütze und der steiferen Sattelstütze mit Formgedächtnisdrähten ($\kappa = 52$) festgestellt werden. Bei der Untersuchung des Abklingverhaltens wird deutlich, dass wie im vorherigen Abschnitt nur sehr geringe Unterschiede zwischen den untersuchten Sattelstützen vorliegen und daher auch hier keine deutliche Komfortsteigerung erkennbar ist.

8 Diskussion der erzielten Ergebnisse

Experimentelle Untersuchungen des dynamischen Materialverhaltens

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Prüfstand für die Bestimmung der charakteristischen Materialeigenschaften pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen in Abhängigkeit der mechanischen Erregung sowie der Umgebungstemperatur entwickelt und aufgebaut. Dieser ermöglicht die Untersuchung des thermomechanischen Verhaltens pseudoelastischer Formgedächtnisdrähte durch Variation der wichtigsten Einflussgrößen (Dehnungsamplitude, statische Dehnung, Erregungsfrequenz, Umgebungstemperatur). Thermische Einflüsse aus der Umgebung werden durch eine Temperatorkammer abgeschirmt.

Zur Charakterisierung des mechanischen Verhaltens wurden fünf Materialparameter identifiziert (zwei Spannungen, zwei Elastizitätsmoduln, eine Dehnung), welche in direkter Beziehung zur mechanischen Hysterese stehen. Die Messtechnik für die Erfassung von Kräften und Verschiebungen wurde so ausgelegt, dass das mechanische Verhalten in Abhängigkeit der Einflussgrößen in einem maximalen Frequenzbereich optimal ermittelt werden kann. Die mechanischen Einflussgrößen können über eine geregelte Wegvorgabe des Schwingungserregers auf die Materialproben übertragen und separat variiert werden. Die Umgebungstemperatur als thermische Einflussgröße kann im Inneren der verwendeten Temperatorkammer variiert werden. Peltierelemente ermöglichen im Verbund mit einer entwickelten Regelung eine schnelle und exakte Temperaturvorgabe. Bei der Auswahl geeigneter Materialproben wurde eine möglichst gute Reproduzierbarkeit der Spannungs-Dehnungs-Hysteresen und damit der Materialparameter über mehrere Zyklen zugrunde gelegt. Die in verschiedenen Messreihen experimentell ermittelte Abhängigkeit des mechanischen Verhaltens von den genannten Einflussgrößen bildet das charakteristische Materialverhalten hinreichend genau ab und bietet so eine optimale Grundlage für die Modellierung des Materialverhaltens mit geeigneten Materialparametern.

Modellierung des dynamischen Materialverhaltens

Die in dieser Arbeit beschriebenen Modellierungen bilden das dynamische Materialverhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierung in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude, Erregungsfrequenz und Umgebungstemperatur ab. Ein rheologisches Ersatzmodell fasst die ermittelten Abhängigkeiten der Materialparameter und damit der mechanischen Hysterese von den Betriebs- und Randbedingungen zusammen und

ermöglicht eine anschauliche Interpretation des Materialverhaltens.

Die mechanische Hysterese wird im entwickelten Modell durch Geraden angenähert, um eine einfache Modellbeschreibung zu ermöglichen, während das grundlegende Materialverhalten erhalten bleibt.

Die Frequenzabhängigkeit der Materialparameter wurde durch Polynome angenähert und stimmt sehr gut mit den experimentellen Ergebnissen überein. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Frequenzabhängigkeit der Materialparameter nur im untersuchten Frequenzbereich abgebildet werden kann.

Die Abhängigkeit der Materialparameter von der Umgebungstemperatur wurde jeweils durch einen linearen Zusammenhang beschrieben und kann näherungsweise als frequenzunabhängig betrachtet werden. So existiert für jeden der fünf Materialparameter ein Temperaturkoeffizient, welcher den Parameterwert in Abhängigkeit einer Änderung der Umgebungstemperatur anpasst.

Da für dynamische Betrachtungen insbesondere das Verhalten bei harmonischer Anregung von Bedeutung ist, wurde der Ansatz des komplexen Elastizitätsmoduls verwendet, um die Schwingungs- und Dämpfungseigenschaften des Materials in Abhängigkeit der auftretenden Dehnungen zu beschreiben. Diese Art der Linearisierung ermöglicht eine Näherung durch dynamische Ersatzgrößen, wobei die maßgebliche Abhängigkeit von der Dehnungsamplitude erhalten bleibt.

Eine Änderung der Erregungsfrequenz oder der Umgebungstemperatur hat direkten Einfluss auf die benötigte Vorspannung, bzw. die zugehörige statische Dehnung, mit der die schwingungsmindernden Eigenschaften des Materials optimal ausgenutzt werden können. Aus diesem Grund wurde der Einfluss einer nicht idealen Vorspannung auf die Ersatzgrößen untersucht und eine nicht vernachlässigbare Sensitivität festgestellt. Die Wahl der Vorspannung ist daher für eine optimale Ausnutzung des Dämpfungspotentials pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen von großer Bedeutung.

Die Materialdämpfung, welche zusätzlich zur Dämpfung durch die pseudoelastische Hysterese vorliegt, wurde aus Experimenten bei sehr geringen Dehnungsamplituden bestimmt, da auch hier eine minimale Hysterese im Spannungs-Dehnungs-Diagramm erkennbar ist. Dieses Verhalten liegt auch bei herkömmlichen Metallen vor und wird durch einen materialdämpfungsbedingten Verlustfaktor angenähert, welcher über den gesamten Bereich der Einflussgrößen als konstant angenommen wird.

Die ermittelten Ersatzgrößen in Abhängigkeit der oben beschriebenen Einflussgrößen ermöglichen eine anschauliche Interpretation des Materialverhaltens und bilden eine optimale Grundlage für die Beschreibung schwingungsfähiger Systeme mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen.

Modellierung schwingungsfähiger Systeme

Die Modellierung fremderregter schwingungsfähiger Systeme mit pseudoelastischen Formgedächtnisstrukturen basiert auf dem komplexen Elastizitätsmodul, welcher mit Hilfe des Materialmodells ermittelt wurde. Der darin enthaltene Speichermodul sowie der Verlustmodul sind materialspezifisch und wurden unter Berücksichtigung der geo-

metrischen Abmessungen verwendet, um die Ersatzfedersteifigkeit und die Ersatzdämpferkonstante einer Formgedächtnisstruktur zu ermitteln. Die Materialdämpfung wurde durch eine weitere Ersatzdämpferkonstante beschrieben. Untersucht wurden kraft- und fußpunkterregte Einmassenschwinger im Hinblick auf die Systemantwort für unterschiedliche Erregeramplituden, Erregungsfrequenzen und Umgebungstemperaturen. Hierbei konnte für beide Anregungsmechanismen eine starke Abhängigkeit der Schwingungsantwort und der Eigenfrequenz von der Erregeramplitude beobachtet werden. In den ermittelten Frequenzgängen können beim Erreichen der Übergänge zwischen dem linearen Bereich für kleine Dehnungsamplituden, dem Bereich der Hysterese sowie dem linearen Bereich außerhalb der Hysterese starke Änderungen des Übertragungsverhaltens beobachtet werden. Hierbei kommt es insbesondere zu überhängenden Frequenzgängen mit mehreren stabilen Lösungen bei gleicher Erregungsfrequenz. Ein weiteres Phänomen, welches durch das nichtlineare Materialverhalten hervorgerufen wird, sind isolierte Bereiche in den Frequenzgängen. Diese können nur für bestimmte Anfangsbedingungen oder durch Störungen erreicht werden. Grundsätzlich sollten Betriebspunkte mit mehreren stabilen Lösungen vermieden werden, da hier keine eindeutige Vorhersage des Systemverhaltens erfolgen kann.

Die Umgebungstemperatur und die Erregungsfrequenz beeinflussen die Ersatzgrößen und somit das dynamische Verhalten eines schwingungsfähigen Systems mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen. Die charakteristische Form der Frequenzgänge ist jedoch bis auf wenige Ausnahmen unabhängig von diesen Einflüssen. Die beschriebenen Schwingungsanalysen bieten ein grundlegendes Verständnis fremderregter schwingungsfähiger Systeme mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen und ermöglichen die Beschreibung und Auslegung anwendungsbezogener Systeme.

Schwingungsminderung am Fahrrad

Um das Potenzial pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsminderung für eine reale Anwendung zu untersuchen, wurden Formgedächtnisdrähte zur Komfortverbesserung in eine Fahrradsattelstütze integriert. Als Zielgrößen wurde der Effektivwert der nach [2] und [1] bewerteten Beschleunigungsspektren bei einer Anregung durch den Untergrund sowie die maximale Beschleunigung und die Abklingzeit bei einer Fahrt über ein Einzelhindernis gewählt.

Um ein besseres Verständnis des Systemverhaltens im Hinblick auf definierte Zielgrößen zu erlangen, wurde die modifizierte Sattelstütze zunächst bei den beschriebenen Anregungen theoretisch untersucht. Hierbei konnte die Möglichkeit einer Komfortsteigerung durch pseudoelastische Formgedächtnislegierungen bestätigt werden. Die Auslegung konnte jedoch nicht für alle definierten Zielgrößen gleichzeitig optimiert werden. So kann eine Minimierung der Effektivwerte der bewerteten Beschleunigungsspektren bei gleichmäßiger Fahrt nur gleichzeitig mit einer minimalen Abklingzeit oder einer minimalen Beschleunigung bei der Fahrt über ein Einzelhindernis realisiert werden. Die Sattelstütze muss demnach entsprechend der Vorlieben des Fahrers und des Einsatzgebietes angepasst werden.

Für die experimentellen Untersuchungen wurde daher eine Konfiguration gewählt, wel-

che den grundsätzlichen Einfluss des Formgedächtnismaterials auf das Systemverhalten zeigt. Im Hinblick auf die benötigten Drahtwicklungen wurden zudem die Umsetzbarkeit bei der Montage und die Materialkosten berücksichtigt.

Die Untersuchungen auf Schotter und Kopfsteinpflaster haben etwas geringere Effektivwerte der bewerteten Beschleunigungsspektren für die modifizierte Sattelstütze gegenüber einer herkömmlichen und einer Sattelstütze mit Elastomer ergeben. Die durchgeführten Experimente bei einer Fahrt über ein Einzelhindernis haben gezeigt, dass die Sattelstütze mit Elastomer und eine weiche Sattelstütze mit Formgedächtnisdrähten im Vergleich zu einer herkömmlichen und einer steiferen Sattelstütze mit Formgedächtnisdrähten ein geringfügig verbessertes Ausschwingverhalten aufweisen.

Die experimentellen Ergebnisse bei einer Anregung durch den Untergrund sowie durch ein Einzelhindernis weisen unter den gegebenen Randbedingungen für die untersuchten Sattelstützen nur sehr geringe Unterschiede auf. Insbesondere unter Berücksichtigung möglicher Messungenauigkeiten konnte daher keine deutliche Komfortsteigerung durch die Sattelstütze mit pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen festgestellt werden. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass sich die ermittelten Ergebnisse auf die Umsetzung mit einer Parallelogrammkinematik beschränken und andere Umsetzungen möglicherweise ein verbessertes Verhalten aufweisen.

Die Parallelogramm-Sattelstütze mit Elastomer weist jedoch ebenfalls keine deutliche Komfortsteigerung gegenüber einer herkömmlichen Sattelstütze auf, sodass beide Sattelstützen den Fahrkomfort bei einer Bewertung durch die gewählten Kriterien nur geringfügig steigern.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Pseudoelastische Formgedächtnislegierungen besitzen auf Grund ihrer besonderen thermomechanischen Eigenschaften ein großes Potenzial für die Minderung unerwünschter Schwingungen, wobei insbesondere die dissipativen Eigenschaften des Materials maßgeblich sind. Begründet sind diese durch eine Hysterese im Spannungs-Dehnungsverlauf, welche durch eine spannungsinduzierte Phasentransformation bei äußerer Belastung erzeugt wird.

Das dynamische Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen wird durch die Amplitude, den statischen Anteil sowie die Frequenz einer äußeren Last beeinflusst. Zudem haben die Umgebungsbedingungen einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss.

Um pseudoelastische Formgedächtnislegierungen optimal an ein Schwingungsproblem anzupassen, sollte das Materialverhalten unter Berücksichtigung der genannten Einflüsse modelliert werden. In diesem Zusammenhang ist eine experimentelle Untersuchung des Materialverhaltens in Abhängigkeit der Anregungen sowie der Umgebungsbedingungen notwendig.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Methodik zur Charakterisierung der dynamischen Materialeigenschaften pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen entwickelt. Diese bildet die Grundlage für die Modellierung schwingungsfähiger Systeme mit Strukturen aus pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen.

Die durchgeführten experimentellen Untersuchungen werden im ersten Abschnitt dieser Arbeit beschrieben. Hierzu wurden fünf Materialparameter ausgewählt, mit denen die mechanische Hysterese des Materials optimal abgebildet werden kann. Diese Materialparameter wurden mit einem, im Rahmen dieser Arbeit entwickelten, Prüfstand für Drahtproben in Abhängigkeit der mechanischen Erregungen (Dehnungsamplitude, statische Dehnung, Erregungsfrequenz, Zyklenzahl) sowie der Umgebungstemperatur untersucht. Für die Untersuchungen wurde ein Material ausgewählt, bei welchem die Streuung des mechanischen Verhaltens unterschiedlicher Proben minimal war.

Die durchgeführten Messungen bilden die Grundlage für die in Kapitel 5 beschriebene Modellierung des Materialverhaltens. Um das Materialverhalten in Abhängigkeit der Dehnung zur veranschaulichen, wurde ein rheologisches Ersatzmodell vorgestellt, welches alle charakteristischen Eigenschaften des Spannungs-Dehnungsverhaltens bei quasistatischer Anregung abbildet. Um dieses Verhalten durch amplitudenabhängige Ersatz-

größen abzubilden, wurde der komplexe Elastizitätsmodul gewählt. Dieser ermöglicht die Beschreibung der Materialsteifigkeit sowie der dissipativen Materialeigenschaften in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude. Die Frequenzabhängigkeit der hierbei zugrunde liegenden Materialparameter wurde durch Polynome angenähert und die Beschreibung der Ersatzgrößen entsprechend erweitert. Der Einfluss der Umgebungstemperatur wurde ebenfalls mit Hilfe der experimentellen Untersuchungen bestimmt und konnte durch eine lineare Abhängigkeit von der Umgebungstemperatur abgebildet werden. Der Einfluss einer nicht idealen Vorspannung auf den komplexen Elastizitätsmodul sowie die Dämpfungswirkung wurde ebenfalls untersucht. Des Weiteren wurde aus experimentellen Untersuchungen bei sehr kleinen Dehnungsamplituden ein Wert für die Materialdämpfung, wie sie auch bei herkömmlichen Metallen vorliegt, ermittelt. Diese liefert in Kombination mit der Hysteresedämpfung die Gesamtdämpfung des Materials.

In Kapitel 6 wurde das Verhalten fremderregter schwingungsfähiger Systeme mit pseudoelastischen Formgedächtnisstrukturen untersucht. Hierbei wurden zunächst Ersatzfedersteifigkeiten und Ersatzdämpferkonstanten aus dem materialspezifischen komplexen Elastizitätsmodul und den geometrischen Abmessungen der Formgedächtnisstruktur ermittelt. Diese bilden die Basis für die Beschreibung kraft- und fußpunkterregter Systeme und wurden im Hinblick auf die Abhängigkeit ihres Übertragungsverhaltens von der Anregungsamplitude, der Anregungsfrequenz und der Umgebungstemperatur untersucht.

Im letzten Kapitel dieser Arbeit wurde das Potenzial pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsminderung am Fahrrad untersucht, wobei als Einbauort die Sattelstütze gewählt wurde. Nach einer Definition des Komfortbegriffes wurden existierende Ausführungen von Sattelstützen zur Schwingungsminderung vorgestellt. Anschließend wurden die Anforderungen und Zielgrößen an das System definiert und die Umsetzung einer modifizierten Sattelstütze mit Formgedächtnisdrähten beschrieben. Um die Eingangsgrößen für die Systembetrachtung zu ermitteln, wurde das Beschleunigungssignal am unteren Ende der Sattelstütze bei Anregungen durch den Untergrund und der Fahrt über ein Einzelhindernis gemessen. Nach einer Beschreibung der Kinematik der Sattelstütze wurde diese zur Beschreibung der Vorspannung der pseudoelastischen Formgedächtnisstruktur durch die Gewichtskraft des Fahrers genutzt. Auf eine Modellierung des grundsätzlichen Verhaltens des Systems bei definierten Eingangsgrößen folgte eine Bestimmung der Systemantwort bei einer Anregung mit den an der herkömmlichen Sattelstütze experimentell ermittelten Amplitudenspektren. Das Ausschwingverhalten des Systems bei einer Fahrt über ein Einzelhindernis wurde mit Hilfe der Methode der langsam veränderlichen Amplitude abgeschätzt. Die erwarteten maximalen Beschleunigungen wurden ebenfalls bestimmt. Im letzten Abschnitt wurden experimentelle Untersuchungen an der modifizierten Sattelstütze mit Formgedächtnisdrähten, einer Sattelstütze mit Elastomer sowie einer herkömmlichen Sattelstütze durchgeführt. Berücksichtigt wurden auch hier Anregungen durch den Untergrund sowie durch die Fahrt über ein Einzelhindernis.

In weiterführenden experimentellen Untersuchungen könnte der Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit des umgebenden Mediums auf das thermomechanische Verhalten pseudoelastischer Formgedächtnislegierungen untersucht werden. Auf diese Weise könnte eine noch umfassendere modellbasierte Abschätzung des dynamischen Verhaltens von Formgedächtnisstrukturen erfolgen. Im Bezug auf die untersuchte Sattelstütze mit Formgedächtnislegierungen wäre in diesem Zusammenhang der Einfluss des Fahrtwindes auf das Systemverhalten von Interesse, da dieser den Wärmeaustausch zwischen Formgedächtnisstruktur und Umgebung zur Folge hat und somit die Frequenzabhängigkeit des Materialverhaltens beeinflusst.

Des Weiteren könnten Belastungsformen komplexer Bauteile aus pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen mit der in dieser Arbeit beschriebenen experimentellen Methodik charakterisiert werden. Einzelne Schwingungsformen dieser Bauteile könnten nachfolgend mit den dargelegten Modellen beschrieben werden, um so ein grundlegendes Verständnis des Schwingungsverhaltens kontinuierlicher Systeme aus pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen zu erlangen.

Im Hinblick auf eine Optimierung der vorgestellten Sattelstütze mit Formgedächtnisdrähten wären weitere Umsetzungen der kinematischen Übersetzung denkbar. Im Hinblick auf ein robusteres Verhalten des Systems gegenüber Schwankungen der äußeren Last wäre der Einsatz von Balkenstrukturen aus Formgedächtnismaterial denkbar. Zudem wäre auch ein Einsatz von pseudoelastischen Formgedächtnislegierungen an anderen Einbauorten zur Schwingungsminderung am Fahrrad möglich.

Anhang

A Materialeigenschaften der verwendeten pseudoelastischen NiTi-Legierung

Tabelle A.1: Thermomechanische Materialeigenschaften nach Herstellerangabe

Eigenschaft	Wert	Einheit
Austenitstarttemperatur	-10 ± 1	°C
Zugfestigkeit	1,28	GPa
Gleichmaßdehnung	18,2	%

Tabelle A.2: Chemische Zusammensetzung nach Herstellerangabe

Element	Wert	Einheit
Ni	55,74	Ma%
Ti	43,91	Ma%
O	0,0381	Ma%
N+O	0,0384	Ma%
C	0,0249	Ma%
Fe	0,0098	Ma%
Co	0,0013	Ma%
Cu	0,0006	Ma%
H	0,0003	Ma%
N	0,0003	Ma%
Cr	0,0001	Ma%
Nb	0,0001	Ma%

B Zahlenwerte verwendeter Näherungen

Tabelle B.1: Koeffizienten der Polynomfunktionen zur Näherung der Frequenzabhängigkeit der Materialparameter

Parameter	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
σ_M	$2,7338 \cdot 10^8$	$5,1255 \cdot 10^6$	$1,1370 \cdot 10^7$	$2,1511 \cdot 10^6$	–
σ_A	$1,5763 \cdot 10^8$	$4,1095 \cdot 10^7$	$8,4507 \cdot 10^6$	–	–
E_{AM}	$3,0067 \cdot 10^{10}$	$4,0058 \cdot 10^8$	$5,8329 \cdot 10^8$	–	–
E_T	$4,6480 \cdot 10^9$	$3,2015 \cdot 10^8$	$-2,5764 \cdot 10^8$	$8,0425 \cdot 10^7$	$2,5391 \cdot 10^7$
ε_{M_f}	5,1942	-0,0669	0,0152	0,0035	–

C Kinematische Zusammenhänge der Parallelogramm-Sattelstütze

Um die relative Bewegung zwischen der Ober- und Unterseite des Parallelogramms zu beschreiben wird eine Relativkoordinate mit

$$x_R = x - u \quad (\text{C.1})$$

eingeführt. Die Höhe des Parallelogramms in Abhängigkeit dieser Relativverschiebung ergibt sich zu

$$h(x_R) = h_0 - x_R. \quad (\text{C.2})$$

In diesem Zusammenhang ergibt sich die horizontale Verschiebung zwischen Ober- und Unterseite des Parallelogramms mit dem Satz des Pythagoras zu

$$a(x_R) = \sqrt{h_0^2 - (h_0 - x_R)^2} = \sqrt{2x_R h_0 - x_R^2}. \quad (\text{C.3})$$

Hieraus ergibt sich ebenfalls unter Verwendung des Satz des Pythagoras und Gl. (C.1) die Drahtlänge zu

$$\ell(x_R) = \sqrt{b_0^2 + 2b_0 \sqrt{2x_R h_0 - x_R^2} + h_0^2}. \quad (\text{C.4})$$

Mit der Länge ℓ_0 im unbelasteten Zustand kann nun die Koordinate z in Abhängigkeit der Relativverschiebung x_R beschrieben werden

$$z(x_R) = \ell(x_R) - \ell_0 = \sqrt{b_0^2 + 2b_0\sqrt{2x_R h_0 - x_R^2} + h_0^2} - \sqrt{b_0^2 + h_0^2}. \quad (\text{C.5})$$

Ableiten nach der Zeit liefert die zugehörige Geschwindigkeit

$$\dot{z}(x_R) = \frac{b_0(h_0 - x_R)}{\sqrt{b_0^2 + 2b_0\sqrt{2x_R h_0 - x_R^2} + h_0^2} \sqrt{2x_R h_0 - x_R^2}} \dot{x}_R. \quad (\text{C.6})$$

Die Gleichungen für den Weg und die Geschwindigkeit sind nichtlinear von der Koordinate x_R abhängig und können daher in der vorliegenden Form nur bedingt für eine Beschreibung des Gesamtsystems verwendet werden. Aus diesem Grund werden Gl. (C.5) und (C.6) durch Taylorreihen mit zwei bzw. drei Termen angenähert. Entwickelt werden diese um einen Betriebspunkt $x_{R,0}$, welcher sich durch die statische Verschiebung infolge der Gewichtskraft einer Masse m einstellt. Es ergeben sich die Näherungen

$$z(x_R) = z(x_{R,0}) + \left. \frac{\partial z}{\partial x_R} \right|_{x_R=x_{R,0}} (x_R - x_{R,0}), \quad (\text{C.7})$$

$$\dot{z}(x_R, \dot{x}_R) = \dot{z}(x_{R,0}, \dot{x}_{R,0}) + \left. \frac{\partial \dot{z}}{\partial x_R} \right|_{\substack{x_R=x_{R,0} \\ \dot{x}_R=\dot{x}_{R,0}=0}} (x_R - x_{R,0}) + \left. \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{x}_R} \right|_{\substack{x_R=x_{R,0} \\ \dot{x}_R=\dot{x}_{R,0}=0}} (\dot{x}_R - \dot{x}_{R,0}). \quad (\text{C.8})$$

Da das System im Arbeitspunkt eine statische Ruhelage einnimmt kann Gl. (C.8) zu

$$\dot{z}(x_R, \dot{x}_R) = \left. \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{x}_R} \right|_{\substack{x_R=x_{R,0} \\ \dot{x}_R=\dot{x}_{R,0}=0}} \dot{x}_R \quad (\text{C.9})$$

vereinfacht werden. Die linearisierten Gleichungen für den Weg und die Geschwindigkeit ergeben sich mit der statischen Verschiebung in z -Richtung

$$z_0 = z(x_{R,0}) = \sqrt{b_0^2 + 2b_0\sqrt{2x_{R,0} h_0 - x_{R,0}^2} + h_0^2} - \sqrt{b_0^2 + h_0^2} \quad (\text{C.10})$$

und den partiellen Ableitungen zu

$$z(x_R) = z_0 + \underbrace{\frac{b_0(h_0 - x_{R,0})}{\sqrt{b_0^2 + 2b_0\sqrt{2x_{R,0} h_0 - x_{R,0}^2} + h_0^2} \sqrt{2x_{R,0} h_0 - x_{R,0}^2}}_{\lambda} (x_R - x_{R,0}), \quad (\text{C.11})$$

$$\dot{z}(\dot{x}_R) = \underbrace{\frac{b_0(h_0 - x_{R,0})}{\sqrt{b_0^2 + 2b_0\sqrt{2x_{R,0} h_0 - x_{R,0}^2} + h_0^2} \sqrt{2x_{R,0} h_0 - x_{R,0}^2}}_{\lambda} \dot{x}_R. \quad (\text{C.12})$$

D Methode der langsam veränderlichen Amplitude

Bei der nachfolgenden Methode, welche u. a. von HAGEDORN [38] beschrieben wurde, wird angenommen, dass sich die Schwingungsamplitude über einer Periode nur geringfügig ändert, um so zu einem Ausdruck zur Beschreibung der Schwingungsamplitude in Abhängigkeit der Zeit zu gelangen.

Die Differentialgleichung zur Beschreibung des schwingungsfähigen Systems hat die Form

$$\ddot{x} + f_r(x, \dot{x}) = 0, \quad (\text{D.1})$$

wobei f_r die Rückföhrfunktion beschreibt. Des Weiteren wird angenommen, dass die Schwingungsamplitude \hat{x}_A selbst eine Funktion der Zeit ist, so dass die Schwingung durch

$$x(t) = \hat{x}_A(t) \cos(\omega_0 t) \quad (\text{D.2})$$

beschrieben werden kann. Durch die zwei Gln. (D.1) und (D.2) werden mit x , \hat{x}_A und ω_0 drei Variablen beschrieben, so dass eine weitere Zwangsbedingung benötigt wird. Diese wird so gewählt, dass die Geschwindigkeit $\dot{x}(t)$, welche eigentlich durch

$$\dot{x}(t) = \dot{\hat{x}}_A(t) \cos(\omega_0 t) - \omega_0 \hat{x}_A(t) \sin(\omega_0 t) \quad (\text{D.3})$$

beschrieben wird, lediglich von der Amplitude $\hat{x}_A(t)$, nicht aber von ihrer zeitlichen Ableitung abhängt. Es soll also

$$\dot{x}(t) = -\omega_0 \hat{x}_A(t) \sin(\omega_0 t) \quad \text{und} \quad \ddot{x}(t) = -\omega_0 \dot{\hat{x}}_A(t) \sin(\omega_0 t) - \omega_0^2 \hat{x}_A(t) \cos(\omega_0 t) \quad (\text{D.4})$$

gelten. Woraus sich die Forderung

$$\dot{\hat{x}}_A(t) \cos(\omega_0 t) = 0 \quad (\text{D.5})$$

ergibt. Um zu einer zweiten Gleichung zu gelangen werden (D.2) und (D.4) in die Ausgangsgleichung (D.1) eingesetzt. Teilt man diesen Ausdruck durch ω_0 so erhält man

$$\dot{\hat{x}}_A(t) \sin(\omega_0 t) - \frac{1}{\omega_0} f_r(\underbrace{\hat{x}_A(t) \cos(\omega_0 t)}_{x(t)}, \underbrace{-\omega_0 \hat{x}_A(t) \sin(\omega_0 t)}_{\dot{x}(t)}) = 0. \quad (\text{D.6})$$

Mit den Gleichungen Gln. (D.5) und (D.6) existieren jetzt zwei Gleichungen zur Beschreibung von zwei Variablen. Multipliziert man nun Gl. (D.5) mit $\cos(\omega_0 t)$ und Gl. (D.6) mit $\sin(\omega_0 t)$ und addiert die Gleichungen, so gelangt man unter Berücksichtigung von

$\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t) = 1$ zu

$$\hat{x}_A(t) = \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} f_r(\hat{x}_A(t) \cos(\omega_0 t), -\omega_0 \hat{x}_A(t) \sin(\omega_0 t)). \quad (\text{D.7})$$

Für einen beliebigen Zeitpunkt t^* kann der Mittelwert der Amplitudenänderung über einer Periode $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ gebildet werden, so dass sich

$$\frac{1}{T} \int_{t^*}^{t^*+T} \hat{x}_A(t) dt = \frac{1}{\omega_0 T} \int_{t^*}^{t^*+T} \sin(\omega_0 t) f_r(\hat{x}_A(t) \cos(\omega_0 t), -\omega_0 \hat{x}_A(t) \sin(\omega_0 t)) dt \quad (\text{D.8})$$

ergibt. Geht man nun davon aus, dass $\hat{x}_A(t)$ und $\hat{\dot{x}}_A(t)$ über einer Schwingungsperiode näherungsweise konstant bleiben, so ergibt sich der gesuchte Ausdruck zur Beschreibung der Schwingungsamplitude zu

$$\hat{x}_A(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_0}} \sin(\omega_0 t) f_r(\hat{x}_A \cos(\omega_0 t), -\omega_0 \hat{x}_A \sin(\omega_0 t)) dt. \quad (\text{D.9})$$

Literaturverzeichnis

- [1] ISO-Richtlinie 2631-1: *Mechanical Vibration and Shock: Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration*, 1997
- [2] VDI-Richtlinie 2057-1: *Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen*, 2002
- [3] ACHENBACH, M.: A model for an alloy with shape memory. In: *International Journal of Plasticity* 5 (1989), Nr. 4, S. 371–395
- [4] ACHENBACH, M. ; ATANACKOVIC, T. ; MÜLLER, I.: A model for memory alloys in plane strain. In: *International Journal of Solids and Structures* 22 (1986), Nr. 2, S. 171–193
- [5] AURICCHIO, F. ; FUGAZZA, D. ; DESROCHES, R.: Numerical and Experimental Evaluation of the Damping Properties of Shape-Memory Alloys. In: *Journal of Engineering Materials and Technology* 128 (2006), S. 313
- [6] AURICCHIO, F. ; REALI, A. ; STEFANELLI, U.: A macroscopic 1D model for shape memory alloys including asymmetric behaviors and transformation-dependent elastic properties. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 198 (2009), Nr. 17–20, S. 1631–1637
- [7] AURICCHIO, F. ; SACCO, E.: A one-dimensional model for superelastic shape-memory alloys with different elastic properties between austenite and martensite. In: *International Journal of Non-Linear Mechanics* 32 (1997), Nr. 6, S. 1101–1114
- [8] BACHMANN, F. ; OLIVEIRA, R. d. ; SIGG, A. ; SCHNYDER, V. ; DELPERO, T. ; JAEHNE, R. ; BERGAMINI, A. ; MICHAUD, V. ; ERMANNI, P.: Passive damping of composite blades using embedded piezoelectric modules or shape memory alloy wires: a comparative study. In: *Smart Materials and Structures* 21 (2012), Nr. 7, S. 075027
- [9] BERNARDINI, D. ; PENCE, T. J.: Models for one-variant shape memory materials based on dissipation functions. In: *International Journal of Non-Linear Mechanics* 37 (2002), Nr. 8, S. 1299–1317
- [10] BERNARDINI, D. ; REGA, G.: Thermomechanical modelling, nonlinear dynamics and chaos in shape memory oscillators. In: *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems* 11 (2005), Nr. 3, S. 291–314
- [11] BERNARDINI, D. ; REGA, G. ; LITAK, G. ; SYTA, A.: Identification of regular and chaotic isothermal trajectories of a shape memory oscillator using the 0-1 test. In:

- Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics* 227 (2013), Nr. 1, S. 17–22
- [12] BERNARDINI, D. ; VESTRONI, F.: Non-isothermal oscillations of pseudoelastic devices. In: *International Journal of Non-Linear Mechanics* 38 (2003), Nr. 9, S. 1297–1313
- [13] BERTRAM, A.: Thermo-mechanical constitutive equations for the description of shape memory effects in alloys. In: *Nuclear Engineering and Design* 74 (1982), Nr. 2, S. 173–182
- [14] BOCCIOLONE, M. ; CARNEVALE, M. ; COLLINA, A. ; LECIS, N. ; LO CONTE, A. ; PREVITALI, B. ; BIFFI, C. A. ; BASSANI, P. ; TUISSI, A.: Application of martensitic SMA alloys as passive dampers of GFRP laminated composites. In: *Fracture and Structural Integrity* (2012), Nr. 23, S. Pages 34–46
- [15] BÖTTCHER, J. ; SCHIEDECK, F. ; MOJRZISCH S. ; TWIEFEL, J. ; WALLASCHEK, J.: Pre-Stressing of Piezoelectric Multilayer Ceramics with Superelastic Shape Memory Alloys. In: *Proceedings of the ASME 2011 International Mechanical Engineering & Congress Exposition, IMECE11*. Denver, USA, November 11-17 2011
- [16] BOYD, J.G. ; LAGOUDAS, D.C.: A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy. In: *International Journal of Plasticity* 12 (1996), Nr. 6, S. 805–842
- [17] BRINSON, L.C: One-Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 4 (1993), Nr. 2, S. 229–242
- [18] BROCCA, M. ; BRINSON, L. C. ; BAŽANT, Z. P.: Three-dimensional constitutive model for shape memory alloys based on microplane model. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 50 (2002), Nr. 5, S. 1051–1077
- [19] BUEHLER, W. J. ; GILFRICH, J. V. ; WILEY, R. C.: Effect of Low-Temperature Phase Changes on the Mechanical Properties of Alloys near Composition TiNi. In: *Journal of Applied Physics* 34 (1963), Nr. 5, S. 1475
- [20] CLARK, P. W. ; AIKEN, I. D. ; KELLY, J. M. ; HIGASHINO, M. ; KRUMME, R. ; JOHNSON, C. D.: San Diego, CA : SPIE, Sunday 26 February 1995 1995 (SPIE Proceedings), S. 241–251
- [21] CORBI, Ottavia: Shape memory alloys and their application in structural oscillations attenuation. In: *Simulation Modelling Practice and Theory* 11 (2003), Nr. 5, S. 387–402
- [22] DESROCHES, R. ; DELEMONT, M.: Seismic retrofit of simply supported bridges using shape memory alloys. In: *Engineering Structures* 24 (2002), Nr. 3, S. 325–332

- [23] DESROCHES, R. ; MCCORMICK, J. ; DELEMONT, M.: Cyclic properties of superelastic shape memory alloy wires and bars. In: *Journal of Structural Engineering* 130 (2003), Nr. 1, S. 38–46
- [24] DOARÉ, O. ; SBARRA, A. ; TOUZÉ, C. ; MOUSSA, M. O. ; MOUMNI, Z.: Experimental analysis of the quasi-static and dynamic torsional behaviour of shape memory alloys. In: *International Journal of Solids and Structures* 49 (2012), Nr. 1, S. 32–42
- [25] DOLCE, M. ; CARDONE, D.: Mechanical behaviour of shape memory alloys for seismic applications 1. Martensite and austenite NiTi bars subjected to torsion. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 43 (2001), Nr. 11, S. 2631–2656
- [26] DOLCE, M. ; CARDONE, D.: Mechanical behaviour of shape memory alloys for seismic applications 2. Austenite NiTi wires subjected to tension. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 43 (2001), Nr. 11, S. 2657–2677
- [27] DOLCE, M. ; CARDONE, D. ; MARNETTO, R.: Implementation and testing of passive control devices based on shape memory alloys. In: *Earthquake engineering & structural dynamics* 29 (2000), Nr. 7, S. 945–968
- [28] DOS SANTOS, B. C. ; SAVI, M. A.: Nonlinear dynamics of a nonsmooth shape memory alloy oscillator. In: *Chaos, Solitons & Fractals* 40 (2009), Nr. 1, S. 197–209
- [29] FALK, F.: Model Free Energy, Mechanics, and Thermodynamics of Shape Memory Alloys. In: *Acta Metallurgica* (1980), Nr. 28, S. 1773–1780
- [30] FALK, F. ; KONOPKA, P.: Three-dimensional Landau theory describing the martensitic phase transformation of shape-memory alloys. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 2 (1990), Nr. 1, S. 61–77
- [31] FECHTE-HEINEN, R.: *Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik*. Bd. Nr. 141: *Mikromechanische Modellierung von Formgedächtnismaterialien*. Bochum : Inst. für Mechanik, 2007
- [32] FENG, Z. C. ; LI, D. Z.: Dynamics of a Mechanical System with a Shape Memory Alloy Bar. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 7 (1996), Nr. 4, S. 399–410
- [33] FUNAKUBO, H. ; KENNEDY, J. B.: *Shape Memory Alloys*. New York : Gordon and Breach Science Publishers, 1984
- [34] GANDHI, F. ; CHAPUIS, G.: Passive Damping Augmentation of a Vibrating Beam Using Pseudoelastic Shape Memory Alloy Wires. In: *Journal of Sound and Vibration* 250 (2002), Nr. 3, S. 519–539
- [35] GANDHI, F. ; WOLONS, D.: Characterization of the pseudoelastic damping behavior of shape memory alloy wires using complex modulus. In: *Smart Materials and Structures* 8 (1999), Nr. 1, S. 49–56

- [36] GRAESSER, E. J. ; COZZARELLI, F. A.: Shape–Memory Alloys as New Materials for Aseismic Isolation. In: *Journal of Engineering Mechanics* 117 (1991), Nr. 11, S. 2590–2608
- [37] GRAESSER, E. J. ; COZZARELLI, F. A.: A Proposed Three-Dimensional Constitutive Model for Shape Memory Alloys. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 5 (1994), Nr. 1, S. 78–89
- [38] HAGEDORN, Peter: *Nichtlineare Schwingungen*. Akad. Verlag Ges, 1978
- [39] HAN, Yu-Lin ; LI, Q. S. ; LI, Ai-Qun ; LEUNG, A. Y. ; LIN, Ping-Hua: Structural vibration control by shape memory alloy damper. In: *Earthquake engineering & structural dynamics* 32 (2003), Nr. 3, S. 483–494
- [40] HE, Y. ; YIN, H. ; ZHOU, R. ; SUN, Q.: Ambient effect on damping peak of NiTi shape memory alloy. In: *Materials Letters* 64 (2010), Nr. 13, S. 1483–1486
- [41] HE, Y. J. ; SUN, Q. P.: Frequency-dependent temperature evolution in NiTi shape memory alloy under cyclic loading. In: *Smart Materials and Structures* 19 (2010), Nr. 11, S. 115014
- [42] HE, Y. J. ; SUN, Q. P.: Rate-dependent domain spacing in a stretched NiTi strip. In: *International Journal of Solids and Structures* 47 (2010), Nr. 20, S. 2775–2783
- [43] HE, Y. .. ; SUN, Q. P.: On non-monotonic rate dependence of stress hysteresis of superelastic shape memory alloy bars. In: *International Journal of Solids and Structures* 48 (2011), Nr. 11–12, S. 1688–1695
- [44] HELM, D.: *Formgedächtnislegierungen: Experimentelle Untersuchung, phänomenologische Modellierung und numerische Simulation der thermomechanischen Materialeigenschaften*. Kassel, Universität Kassel, Diss., 2001
- [45] HELM, D. ; HAUPT, P.: Shape memory behaviour: modelling within continuum thermomechanics. In: *International Journal of Solids and Structures* 40 (2003), Nr. 4, S. 827–849
- [46] HUO, Y.: A mathematical model for the hysteresis in shape memory alloys. In: *Continuum Mechanics and Thermodynamics* 1 (1989), Nr. 4, S. 283–303
- [47] HUO, Y. ; MÜLLER, I.: Nonequilibrium thermodynamics of pseudoelasticity. In: *Continuum Mechanics and Thermodynamics* 5 (1993), Nr. 3, S. 163–204
- [48] INDIRLI, Maurizio ; CASTELLANO, Maria G. ; CLEMENTE, Paolo ; MARTELLI, Alessandro ; LIU, S.-C.: Newport Beach, CA : SPIE, Sunday 4 March 2001 2001 (SPIE Proceedings), S. 262–272
- [49] IVSHIN, Y. ; PENCE, T. J.: A Thermomechanical Model for a One Variant Shape Memory Material. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 5 (1994), Nr. 4, S. 455–473

- [50] JACOBUS, K. ; SEHITOGLU, H. ; BALZER, M.: Effect of stress state on the stress-induced martensitic transformation in polycrystalline Ni-Ti alloy. In: *Metallurgical and Materials Transactions A* 27 (1996), Nr. 10, S. 3066–3073
- [51] KADKHODAEI, M. ; SALIMI, M. ; RAJAPAKSE, R.K.N.D. ; MAHZOON, M.: Modeling of Shape Memory Alloys Based on Microplane Theory. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 19 (2007), Nr. 5, S. 541–550
- [52] KHAN, Mughees M. ; LAGOUDAS, Dimitris C. ; MAYES, John J. ; HENDERSON, Benjamin K.: Pseudoelastic SMA Spring Elements for Passive Vibration Isolation: Part I – Modeling. In: *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures* 15 (2004), Nr. 6, S. 415–441
- [53] KHAN, Mughees M. ; LAGOUDAS, Dimitris C. ; RAO, Vittal S.: San Diego, CA : SPIE, Sunday 17 March 2002 2002 (SPIE Proceedings), S. 336–347
- [54] KNAUER, P.: *Objektivierung des Schwingungskomforts bei instationärer Fahrbahnanregung*. München, Technische Universität München, Diss., 2010
- [55] KRUMME, R. ; HAYES, J. ; SWEENEY, S. ; J., Conor D.: Structural damping with shape-memory alloys: one class of devices. In: *Smart Structures & Materials 1995*, S. 225–240
- [56] KUDRITZKI, D.: Integrierte Analyse des Fahrkomforts durch Betrachtung des Systems Fahrwerk in Versuch und Simulation. In: *VDI-Berichte* (1997), Nr. 1335
- [57] KURDJUMOV, G. V. ; KHANDROS, L. G.: First reports of the thermoelastic behaviour of the martensitic phase of Au-Cd alloys. In: *Doklady Akademii Nauk SSSR* 66 (1949), S. 211–213
- [58] LACARBONARA, W. ; BERNARDINI, D. ; VESTRONI, F.: Nonlinear thermomechanical oscillations of shape-memory devices. In: *International Journal of Solids and Structures* 41 (2004), Nr. 5, S. 1209–1234
- [59] LAGOUDAS, D. C.: *Shape memory alloys: Modeling and engineering applications*. New York and London : Springer, 2008
- [60] LAGOUDAS, D. C. ; MAYES, J. J. ; KHAN, M. M. ; RAO, V. S.: Newport Beach, CA : SPIE, Sunday 4 March 2001 2001 (SPIE Proceedings), S. 452–461
- [61] LAGOUDAS, Dimitris C. ; KHAN, Mughees M. ; MAYES, John J. ; HENDERSON, Benjamin K.: Pseudoelastic SMA Spring Elements for Passive Vibration Isolation: Part II – Simulations and Experimental Correlations. In: *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures* 15 (2004), Nr. 6, S. 443–470
- [62] LAMMERING, R. ; SCHMIDT, I.: Experimental investigations on the damping capacity of NiTi components. In: *Smart Materials and Structures* 10 (2001), Nr. 5, S. 853
- [63] LEON, Roberto T. ; DESROCHES, Reginald ; OCEL, Justin ; HESS, Greg ; LIU, S.-C.: Newport Beach, CA : SPIE, Sunday 4 March 2001 2001 (SPIE Proceedings), S. 227–237

- [64] LI, H. ; LIU, M. ; OU, J.: Vibration mitigation of a stay cable with one shape memory alloy damper. In: *Structural Control and Health Monitoring* 11 (2004), Nr. 1, S. 21–36
- [65] LIANG, C. ; ROGERS, C.A: One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 1 (1990), Nr. 2, S. 207–234
- [66] MACHADO, L.G. ; SAVI, M.A. ; PACHECO, P.M.C.L.: Nonlinear dynamics and chaos in coupled shape memory oscillators: PACAM VII Special issue. In: *International Journal of Solids and Structures* 40 (2003), Nr. 19, S. 5139–5156
- [67] MAGNUS, K. ; POPP, K. ; SEXTRO, W.: *Schwingungen: Eine Einführung in die physikalischen Grundlagen und die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen*. 8., überarbeitete Aufl. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage, Wiesbaden, 2008 (Vieweg Studium)
- [68] MALOVRH, B. ; GANDHI, F.: Mechanism-Based Phenomenological Models for the Pseudoelastic Hysteresis Behavior of Shape Memory Alloys. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 12 (2001), Nr. 1, S. 21–30
- [69] MASUDA, A. ; NOORI, M.: Optimization of hysteretic characteristics of damping devices based on pseudoelastic shape memory alloys. In: *International Journal of Non-Linear Mechanics* 37 (2002), Nr. 8, S. 1375–1386
- [70] MAYES, John J. (Hrsg.) ; LAGOUDAS, Dimitris C. (Hrsg.) ; HENDERSON, B. K. (Hrsg.): *An experimental investigation of shape memory alloy springs for passive vibration isolation*. 2001
- [71] MCNANEY, J. M. ; IMBENI, V. ; JUNG, Y. ; PAPADOPOULOS, P. ; RITCHIE, R. O.: An experimental study of the superelastic effect in a shape-memory Nitinol alloy under biaxial loading. In: *Mechanics of Materials* 35 (2003), Nr. 10, S. 969–986
- [72] MIRZAEIFAR, R. ; DESROCHES, R. ; YAVARI, A.: Analysis of the rate-dependent coupled thermo-mechanical response of shape memory alloy bars and wires in tension. In: *Continuum Mechanics and Thermodynamics* 23 (2011), Nr. 4, S. 363–385
- [73] MITSCHKE, M. ; WALLENTOWITZ, H.: *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Vierte, neubearbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2004 (VDI-Buch)
- [74] MIYAZAKI, S. ; IMAI, T. ; IGO, Y. ; OTSUKA, K.: Effect of cyclic deformation on the pseudoelasticity characteristics of Ti-Ni alloys. In: *Metallurgical transactions A* 17 (1986), Nr. 1, S. 115–120
- [75] MIYAZAKI, S. ; WAYMAN, C. M.: The R-phase transition and associated shape memory mechanism in Ti-Ni single crystals. In: *Acta Metallurgica* 36 (1988), Nr. 1, S. 181–192
- [76] MORIN, C. ; MOUMNI, Z. ; ZAKI, W.: A constitutive model for shape memory alloys accounting for thermomechanical coupling. In: *International Journal of Plasticity* 27 (2011), Nr. 5, S. 748–767

- [77] MOTAHARI, S. A. ; GHASSEMIEH, M. ; ABOLMAALI, S. A.: Implementation of shape memory alloy dampers for passive control of structures subjected to seismic excitations. In: *Journal of Constructional Steel Research* 63 (2007), Nr. 12, S. 1570–1579
- [78] MOUSSA, M.O. ; MOUMNI, Z. ; DOARE, O. ; TOUZE, C. ; ZAKI, W.: Non-linear dynamic thermomechanical behaviour of shape memory alloys. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 23 (2012), Nr. 14, S. 1593–1611
- [79] MÜLLER, I.: A model for a body with shape-memory. In: *Archive for Rational Mechanics and Analysis* 70 (1979), Nr. 1
- [80] MÜLLER, I.: On the size of the hysteresis in pseudoelasticity. In: *Continuum Mechanics and Thermodynamics* 1 (1989), Nr. 2, S. 125–142
- [81] MÜLLER, I. ; SEELECKE, S.: Thermodynamic aspects of shape memory alloys. In: *Mathematical and Computer Modelling* 34 (2001), Nr. 12-13, S. 1307–1355
- [82] MÜLLER, I. ; XU, H.: On the pseudo-elastic hysteresis. In: *Acta Metallurgica et Materialia* 39 (1991), Nr. 3, S. 263–271
- [83] ORGÉAS, L. ; FAVIER, D.: Stress-induced martensitic transformation of a NiTi alloy in isothermal shear, tension and compression. In: *Acta Materialia* 46 (1998), Nr. 15, S. 5579–5591
- [84] ORTÍN, J.: Preisach modeling of hysteresis for a pseudoelastic Cu-Zn-Al single crystal. In: *Journal of Applied Physics* 71 (1992), Nr. 3, S. 1454
- [85] ORTÍN, J. ; DELAEY, L.: Hysteresis in shape-memory alloys. In: *International Journal of Non-Linear Mechanics* 37 (2002), Nr. 8, S. 1275–1281
- [86] OTSUKA, K. ; WAYMAN, C. M.: *Shape memory materials*. Cambridge university press, 1999
- [87] PAINE, Jeffrey S. ; ROGERS, Craig A. ; ANDERSON, Gary L. ; LAGOUDAS, Dimitris C.: College Station, TX : SPIE, Monday 10 October 1994 1995 (SPIE Proceedings), S. 358–371
- [88] PAIVA, A. ; SAVI, M. A. ; BRAGA, A. M. ; PACHECO, P. M.: A constitutive model for shape memory alloys considering tensile–compressive asymmetry and plasticity. In: *International Journal of Solids and Structures* 42 (2005), Nr. 11–12, S. 3439–3457
- [89] PARULEKAR, Y. M. ; REDDY, G. R.: Nonlinear Model of Pseudoelastic Shape Memory Alloy Damper Considering Residual Martensite Strain Effect. In: *Advances in Acoustics and Vibration* 2012 (2012), Nr. 11, S. 1–11
- [90] PATOOR, E. ; EBERHARDT, A. ; BERVEILLER, M.: Micromechanical Modelling of Superelasticity in Shape Memory Alloys. In: *Le Journal de Physique IV* 06 (1996), Nr. C1, S. C1–277–C1–292

- [91] PATOOR, E. ; EL AMRANI, M. ; EBERHARDT, A. ; BERVEILLER, M.: Determination of the origin for the dissymmetry observed between tensile and compression tests on shape memory alloys. In: *Le Journal de Physique IV* 5 (1995), Nr. C2, S. C2–495
- [92] PICCIRILLO, V. ; BALTHAZAR, J. M. ; PONTES, B. R.: Analytical study of the non-linear behavior of a shape memory oscillator: Part I—primary resonance and free response at low temperatures. In: *Nonlinear Dynamics* 59 (2010), Nr. 4, S. 733–746
- [93] PICCIRILLO, V. ; BALTHAZAR, J. M. ; PONTES, B. R.: Analytical study of the non-linear behavior of a shape memory oscillator: Part II—resonance secondary. In: *Nonlinear Dynamics* 60 (2010), Nr. 4, S. 513–524
- [94] PIECZYSKA, E. ; GADAJ, S. ; NOWACKI, W. K. ; HOSHIO, K. ; MAKINO, Y. ; TOBUSHI, H.: Characteristics of energy storage and dissipation in TiNi shape memory alloy. In: *The 3rd NIMS International Conference, "Materials for Human Safety" Harmonization of Materials with Humans The 3rd NIMS International Conference, "Materials for Human Safety - Harmonization of Materials with Humans"* 6 (2005), Nr. 8, S. 889–894
- [95] PIEDBOEUF, M. C. ; GAUVIN, R. ; THOMAS, M.: Damping behaviour of shape memory alloys_strain amplitude, frequency and temperature effects. In: *Journal of Sound and Vibration* 214 (1998), Nr. 5, S. 885–901
- [96] POPOV, P. ; LAGOUDAS, D. C.: A 3-D constitutive model for shape memory alloys incorporating pseudoelasticity and detwinning of self-accommodated martensite: In honor of Professor Dusan Krajcinovic. In: *International Journal of Plasticity* 23 (2007), Nr. 10–11, S. 1679–1720
- [97] POPP, K. ; SCHIEHLEN, W.: Fahrzeugdynamik. In: *Teubner, Stuttgart* (1993)
- [98] REESE, S. ; CHRIST, D.: Finite deformation pseudo-elasticity of shape memory alloys – Constitutive modelling and finite element implementation. In: *International Journal of Plasticity* 24 (2008), Nr. 3, S. 455–482
- [99] RODANO, R. ; SQUADRONE, R. ; SACCHI, M.: Saddle pressure distribution in cycling: comparison among saddles of different design and materials. In: *Proceedings of ISBS-Conference* (2002), S. 606–609
- [100] SAADAT, S. ; NOORI, M. ; DAVOODI, H. ; HOU, Z. ; SUZUKI, Y. ; MASUDA, A.: Using NiTi SMA tendons for vibration control of coastal structures. In: *Smart Materials and Structures* 10 (2001), Nr. 4, S. 695–704
- [101] SAADAT, S. ; SALICHS, J. ; NOORI, M. ; HOU, Z. ; DAVOODI, H. ; BAR-ON, I. ; SUZUKI, Y. ; MASUDA, A.: An overview of vibration and seismic applications of NiTi shape memory alloy. In: *Smart Materials and Structures* 11 (2002), Nr. 2, S. 218–229
- [102] SAVI, M. A. ; NOGUEIRA, J. B.: Nonlinear dynamics and chaos in a pseudoelastic two-bar truss. In: *Smart Materials and Structures* 19 (2010), Nr. 11, S. 115022

- [103] SAVI, M. A. ; PACHECO, Pedro M. C. L.: Chaos and Hyperchaos in Shape Memory Systems. In: *International Journal of Bifurcation and Chaos [in Applied Sciences and Engineering]* 12 (2002), Nr. 3, S. 645
- [104] SAVI, M. A. ; PAIVA, A.: Describing internal subloops due to incomplete phase transformations in shape memory alloys. In: *Archive of Applied Mechanics* 74 (2005), Nr. 9, S. 637–647
- [105] SAVI, M. A. ; SÁ, M. A. ; PAIVA, A. ; PACHECO, P. M.: Tensile-compressive asymmetry influence on shape memory alloy system dynamics. In: *Chaos, Solitons & Fractals* 36 (2008), Nr. 4, S. 828–842
- [106] SAVI, M.A. ; PAIVA, A. ; BAETA-NEVES, A.P. ; PACHECO, P.M.C.L.: Phenomenological Modeling and Numerical Simulation of Shape Memory Alloys: A Thermo-plastic-phase Transformation Coupled Model. In: *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures* 13 (2002), Nr. 5, S. 261–273
- [107] SCHMIDT, I.: *Untersuchungen zur Dämpfungskapazität superelastischer Nickel-Titan-Formgedächtnislegierungen (Investigations on the Damping Capacity of Superelastic Nickel-Titanium Shape Memory Alloys)*. Hamburg, Helmut-Schmidt-Universität, Universität der Bundeswehr Hamburg, Diss., 2004
- [108] SHAW, J.: A thermomechanical model for a 1-D shape memory alloy wire with propagating instabilities. In: *International Journal of Solids and Structures* 39 (2002), Nr. 5, S. 1275–1305
- [109] SHAW, J. A. ; KYRIAKIDES, S.: Thermomechanical aspects of NiTi. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 43 (1995), Nr. 8, S. 1243–1281
- [110] SIREDEY, N. ; PATOOR, E. ; BERVEILLER, M. ; EBERHARDT, A.: Constitutive equations for polycrystalline thermoelastic shape memory alloys.: Part I. Intragranular interactions and behavior of the grain. In: *International Journal of Solids and Structures* 36 (1999), Nr. 28, S. 4289–4315
- [111] SONG, G. ; MA, N. ; LI, H.-N.: Applications of shape memory alloys in civil structures. In: *Engineering Structures* 28 (2006), Nr. 9, S. 1266–1274
- [112] SOUL, H. ; ISALGUE, A. ; YAWNY, A. ; TORRA, V. ; LOVEY, F. C.: Pseudoelastic fatigue of NiTi wires: frequency and size effects on damping capacity. In: *Smart Materials and Structures* 19 (2010), Nr. 8, S. 085006
- [113] SPEICHER, Matthew ; HODGSON, Darel E. ; DESROCHES, Reginald ; LEON, Roberto T.: Shape memory alloy tension/compression device for seismic retrofit of buildings. In: *Journal of materials engineering and performance* 18 (2009), Nr. 5-6, S. 746–753
- [114] STÖCKEL, Dieter (Hrsg.) ; HORNBÖGEN, Erhard (Hrsg.): *Kontakt & Studium*. Bd. Bd. 259: *Legierungen mit Formgedächtnis: Industrielle Nutzung des Shape-Memory-Effektes*. Ehningen bei Böblingen : Expert-Verlag, 1988

- [115] SUN, Q. P. ; HWANG, K. C.: Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys—I. Derivation of general relations. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 41 (1993), Nr. 1, S. 1–17
- [116] TAMAI, Hiroyuki ; KITAGAWA, Yoshikazu: Pseudoelastic behavior of shape memory alloy wire and its application to seismic resistance member for building. In: *Computational materials science* 25 (2002), Nr. 1, S. 218–227
- [117] TAMAI, Hiroyuki ; MIURA, Kenji ; KITAGAWA, Yoshikazu ; FUKUTA, Toshibumi ; LIU, Shih-Chi: San Diego, CA : SPIE, Sunday 2 March 2003 2003 (SPIE Proceedings), S. 169–177
- [118] TANAKA, K.: A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior. In: *Res Mechanica* (1986), S. 251–263
- [119] TANAKA, K. ; NAGAKI, S.: A thermomechanical description of materials with internal variables in the process of phase transitions. In: *Ingenieur-Archiv* 51 (1982), Nr. 5, S. 287–299
- [120] THOMSON, P. ; BALAS, G.J. ; LEO, P.H.: The use of shape memory alloys for passive structural damping. In: *Smart Materials and Structures* 4 (1995), Nr. 1, S. 36–41
- [121] TOBUSHI, H. ; TAKATA, K. ; SHIMENO, Y. ; NOWACKI, W. K. ; GADAJ, S. P.: Influence of strain rate on superelastic behaviour of TiNi shape memory alloy. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials Design and Applications* 213 (1999), Nr. 2, S. 93–102
- [122] TOFAUTE, K. A.: *Ergonomie in der Sportwissenschaft: Entwicklung eines Konzepts der Sportergonomie am Beispiel des Radfahrens unter besonderer Berücksichtigung von Gesundheit, Wohlbefinden und Komfort*. Köln, Deutsche Sporthochschule, Diss., 2009
- [123] VAN HUMBEECK, J.: Non-medical applications of shape memory alloys. In: *Materials Science and Engineering: A* 273 (1999), S. 134–148
- [124] VAN HUMBEECK, J.: Shape memory alloys: a material and a technology. In: *Advanced Engineering Materials* 3 (2001), Nr. 11, S. 837–850
- [125] VAN HUMBEECK, J.: Damping capacity of thermoelastic martensite in shape memory alloys. In: *Journal of Alloys and Compounds* 355 (2003), Nr. 1-2, S. 58–64
- [126] VAN HUMBEECK, J. ; DELAEY, L.: The Influence of Strain-Rate, Amplitude and Temperature on the Hysteresis of a Pseudoelastic Cu-Zn-Al Single Crystal. In: *Le Journal de Physique Colloques* 42 (1981), Nr. C5, S. C5–1007–C5–1011
- [127] VAN HUMBEECK, J. ; KUSTOV, S.: Active and passive damping of noise and vibrations through shape memory alloys: applications and mechanisms. In: *Smart Materials and Structures* 14 (2005), Nr. 5, S. 171–S185
- [128] VAN HUMBEECK, J. (Hrsg.) ; LIU, Y. (Hrsg.): *Shape memory alloys as damping materials*. Bd. 327. Trans Tech Publ, 2000

- [129] VISHNEVSKY, A. ; LAMMERING, R. ; SCHMIDT, I.: Zur Modellierung des geschwindigkeitsabhängigen Verhaltens von superelastischen Formgedächtnislegierungen. In: *Technische Mechanik* 24 (2004), Nr. 2, S. 125–136
- [130] VITIELLO, Antonio ; GIORLEO, Giuseppe ; MORACE, Renata E.: Analysis of thermomechanical behaviour of Nitinol wires with high strain rates. In: *Smart Materials and Structures* 14 (2005), Nr. 1, S. 215–221
- [131] WANG, X. M. ; WANG, Y. F. ; LU, Z. Z. ; DENG, C. H. ; YUE, Z. F.: An experimental study of the superelastic behavior in NiTi shape memory alloys under biaxial proportional and non-proportional cyclic loadings. In: *Mechanics of Materials* 42 (2010), Nr. 3, S. 365–373
- [132] WILDE, K. ; GARDONI, P. ; FUJINO, Y.: Base isolation system with shape memory alloy device for elevated highway bridges. In: *Engineering Structures* 22 (2000), Nr. 3, S. 222–229
- [133] WOLONS, D. ; GANDHI, F. ; MALOVRH, B.: Experimental Investigation of the Pseudoelastic Hysteresis Damping Characteristics of Shape Memory Alloy Wires. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 9 (1998), Nr. 2, S. 116–126
- [134] WU, K. ; YANG, F. ; PU, Z. ; SHI, J.: The Effect of Strain Rate on Detwinning and Superelastic Behavior of Ni Ti Shape Memory Alloys. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 7 (1996), Nr. 2, S. 138–144
- [135] YIN, Hao ; HE, Yongjun ; SUN, Qingping: Effect of deformation frequency on temperature and stress oscillations in cyclic phase transition of NiTi shape memory alloy. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 67 (2014), S. 100–128
- [136] ZAKI, W. ; MOUMNI, Z.: A three-dimensional model of the thermomechanical behavior of shape memory alloys. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 55 (2007), Nr. 11, S. 2455–2490
- [137] ZHANG, X. ; FENG, P. ; HE, Y. ; YU, T. ; SUN, Q.: Experimental study on rate dependence of macroscopic domain and stress hysteresis in NiTi shape memory alloy strips. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 52 (2010), Nr. 12, S. 1660–1670
- [138] ZHANG, Y. ; ZHU, S.: A shape memory alloy-based reusable hysteretic damper for seismic hazard mitigation. In: *Smart Materials and Structures* 16 (2007), Nr. 5, S. 1603–1613

Unveröffentlichte studentische Arbeiten

- [139] GÜLDNER, F.: *Auslegung und experimentelle Untersuchung einer Fahrradsattelstütze mit pseudoelastischen Formgedächtnisdrähten zur Komfortsteigerung*. Leibniz Universität Hannover, Institut für Dynamik und Schwingungen, Studienarbeit, 2015
- [140] JAHN, M.: *Aufbau und Programmierung eines Prüfstandes für dynamische Zugversuche an pseudoelastischen Formgedächtnisdrähten*. Leibniz Universität Hannover, Institut für Dynamik und Schwingungen, Studienarbeit, 2014
- [141] STASCH, J.: *Einsatz von Formgedächtnislegierungen zur Schwingungsminderung am Fahrrad*. Leibniz Universität Hannover, Institut für Dynamik und Schwingungen, Diplomarbeit, 2014

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Jonas Böttcher
Geburtsdatum	26.02.1985
Geburtsort	Hannover
Staatsangehörigkeit	deutsch

Schulbildung

1991 - 1995	Grundschule Wettbergen, Hannover
1995 - 1997	Orientierungsstufe Martensplatz, Hannover
1997 - 2004	Gymnasium Humboldtschule, Hannover
2004	Abitur

Studium

2004 - 2010	Studium des Maschinenbaus an der Leibniz Universität Hannover, Studienrichtung Mechatronik
2006	Vordiplom
2007 - 2008	Auslandsstudium an der Louisiana State University, USA
2010	Diplom

Praktika

2005	CDP Bharat Forge, Ennepetal
2007	Bharat Forge Ltd., Pune, Indien
2009	IBK Hannover GmbH

Berufliche Tätigkeit

2010 -2016	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Dynamik und Schwingungen, Leibniz Universität Hannover
seit 2016	Mitarbeiter bei der WABCO GmbH, Hannover