

Kombinierte analytisch-numerische Berechnung der Magnetgeräusche elektrischer Maschinen

Von der Fakultät für Elektrotechnik und Informatik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur
(abgekürzt: Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von
Dipl.-Ing.

Dirk Braunisch

geboren am 12. April 1980
in Bremen

2015

1. Referent Prof. Dr.-Ing. Bernd Ponick
2. Referent Prof. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. habil. Stefan Kulig

Tag der Promotion: 01.07.2015

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Antriebssysteme und Leistungselektronik (IAL) der Leibniz Universität Hannover.

Ich bedanke mich bei Prof. Dr.-Ing. Bernd Ponick für die Anregung dieser Arbeit und für die fachlichen Diskussionen und hilfreichen Hinweise. Mein Dank gilt ebenso Prof. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing Stefan Kulig für das Interesse an meiner Arbeit und für die Übernahme des Koreferats.

Außerdem möchte ich mich bei allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern am IAL für die gute Zusammenarbeit und die vielen Gespräche an der Kaffeemaschine, in der Bibliothek und im Labor bedanken. Ein ganz besonderer Dank gilt an dieser Stelle auch meinen Freunden und ehemaligen Bürokollegen Jakob Emmrich, Sebastian Tegeler und Dr.-Ing. Robert Meyer. Die fachlichen Diskussionen, bei denen wir häufig das Whiteboard bis auf die letzte Ecke ausgenutzt hatten, habe ich sehr geschätzt. Die nicht-fachlichen Gespräche habe ich ebenso sehr genossen.

Ich bedanke mich bei Dr.-Ing. Gerd Bramerdorfer vom Institut für elektrische Antriebe und Leistungselektronik der Johannes-Kepler-Universität Linz für die angenehme Zusammenarbeit und die Bereitstellung von Messergebnissen.

Des Weiteren gilt mein Dank Elisabeth Plenge, Oliver Othmer und ganz besonders meiner Frau, Annette Braunsch, für das Korrekturlesen meiner Entwürfe und der konstruktiven Kritik aus einem nicht-technischen Blickwinkel.

Bei meiner Familie und meinen Freunden bedanke ich mich dafür, dass sie mich an so manchem schönen Wochenende vom Schreibtisch geholt haben.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	XIV
Abstract	XV
1 Einleitung	1
2 Induktionswellen	7
2.1 Analytische Berechnung	8
2.1.1 Magnetische Leitwertwellen im Luftspalt	8
2.1.2 Strombelagswellen des Ständers	10
2.1.3 Felderregewellen des Ständers	10
2.1.4 Induktionswellen aufgrund des Ständerstroms	10
2.1.5 Rückwirkung des Läufers auf die Luftspaltinduktion	11
2.1.6 Stromverdrängung	12
2.2 Numerische Berechnung	12
2.2.1 Simulation	12
2.2.2 Besonderheiten bei der Vernetzung des Luftspaltbereichs	13
2.2.3 Berechnung der Induktionswellen aus den numerischen Simulations- daten	16
3 Kräfte im Magnetfeld	17
3.1 Die fiktive mechanische Spannung des Magnetfelds	18
3.2 Kraftdichte an Materialgrenzflächen	19
3.3 Radialkräfte in elektrischen Maschinen	21
3.4 Diskretisierte Radialkraft auf ein Zahnsegment	22
3.5 Tangentialkräfte in elektrischen Maschinen	23
3.6 Diskretisierte Tangentialkraft auf eine Zahnflanke	25
4 Mechanische Schwingungen	28
4.1 Einmassenschwinger	29
4.2 Mehrkörpersysteme	30
4.2.1 Freie, ungedämpfte Schwingungen	31
4.2.2 Freie, gedämpfte Schwingungen	32
4.3 Dämpfungsmodelle	32
4.3.1 Viskose Dämpfung	33
4.3.2 Strukturelle Dämpfung	33
4.3.3 Proportionale Dämpfung	33
4.4 Orthogonalitätsbeziehungen	34
4.5 Modale Entkopplung der Bewegungsgleichung	35
4.6 Erzwungene Schwingungen	36

5	Klassische analytische Geräuschberechnung	38
5.1	Statische Verformung	38
5.2	Dynamische Verformung	40
5.2.1	Eigenfrequenzen	41
5.2.2	Resonanzüberhöhung	41
5.3	Erweiterungen des Schwingungsmodells von Jordan	42
5.3.1	Schwingungsfähigkeit der Zusatzmassen	42
5.3.2	Gehäuse und Aufstellung	43
5.3.3	Einfluss der Nutung	43
5.4	Schalldruckpegel	44
5.5	Das analytische Geräuschberechnungsprogramm AGR	46
5.6	Grenzen der rein analytischen Schwingungsberechnung	47
6	Kombiniert analytisch-numerische Schwingungs- und Geräuschberechnung	49
6.1	Numerische Modalanalyse	50
6.1.1	FE-Modell	50
6.1.2	Eigenvektoren und Eigenfrequenzen	53
6.1.3	Die Eigenvektoren und -frequenzen der Versuchsmaschinen	54
6.1.4	Einfluss der Aufstellung	66
6.2	Analytische Schwingungsberechnung mit Hilfe der Modaltheorie	68
6.2.1	Identifikation relevanter Knoten	68
6.2.2	Reduzierung der Datenmengen	68
6.2.3	Modalmatrix für radiale Verschiebung	69
6.2.4	Kraftvektor	71
6.2.5	Vektor der dynamischen Verschiebung	71
6.2.6	Schwingungsauswertung	72
6.3	Validierung der Oberflächenschwingungen	77
6.4	Anpassung der analytischen Schalldruckberechnung	79
7	Einfluss tangentialer Kräfte	81
7.1	Radiale Jochschwingungen durch tangentielle Kräfte	81
7.2	Berechnung tangentialer Zugspannungen für die Versuchsmotoren	82
7.3	Erweiterung der Schwingungsberechnung	83
7.4	Validierung	84
8	Ergebnisse	87
8.1	Induktionswellen des Versuchsmotors IMKL01	87
8.2	Induktionswellen des Versuchsmotors SYMPM01	90
8.3	Zugspannungswellen des Versuchsmotors IMKL01	94
8.4	Zugspannungswellen des Versuchsmotors SYMPM01	98
8.5	Verschiebungswellen an der Motoroberfläche des IMKL01	101
8.6	Verschiebungswellen an der Motoroberfläche des SYMPM01	106
8.7	Vergleich der Verschiebungswellen mit der klassischen Berechnungsmethode	111
8.8	Schalldruckpegel des IMKL01	114
8.9	Schalldruckpegel des SYMPM01	116
8.10	Vergleich mit Messungen	119
8.10.1	Messaufbau	119
8.10.2	Aufbereitung von Messergebnissen	120

- 8.10.3 Messergebnisse für den Leerlauf 121
- 9 Zusammenfassung 124**
- A Fourieranalyse 127**

Formelzeichenverzeichnis

a, A	Reelle Größe, Momentanwerte
$\underline{a}, \underline{A}$	Komplexe Größe
\hat{a}, \hat{A}	Amplitude
\bar{a}	Zeitlicher Mittelwert
\vec{a}, \vec{A}	Vektorielle Größe
$A_{(i,ii)}$	Element in i -ter Spalte der ii -ten Zeile von \mathbf{A}
\mathbf{a}, \mathbf{A}	Matrix, Tensor
$a_{(i)}$	i -tes Element von \vec{a}
\hat{A}	Amplitude
$\text{ggT} \{a, b\}$	Größter gemeinsamer Teiler von a und b
$\text{Re} \{ \underline{A} \}$	Realteil einer komplexen Größe
$\text{Im} \{ \underline{A} \}$	Imaginärteil einer komplexen Größe
\vec{e}	Einheitsvektor
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
$\text{diag} [a_{(i)}]$	Diagonalmatrix mit den Werten $a_{(1)}, a_{(2)}$ usw.
$\det [\mathbf{A}]$	Determinante der Matrix \mathbf{A}
\mathbf{A}^T	Transponierte von Matrix \mathbf{A}
j	Imaginäre Einheit
e	Eulersche Zahl

Lateinische Buchstaben

a	Strombelag
A	Fläche
b	Magnetische Flussdichte bzw. Induktion
b_r	Radialanteil der magnetischen Flussdichte
b_z	Zahnkopfbreite

b_ϕ	Tangentialanteil der magnetischen Flussdichte
B	Magnetische Flussdichte bzw. Induktion
c_{Luft}	Schallgeschwindigkeit in Luft
d	Mechanische Dämpfung
d_k	Kritische Dämpfung
D	Lehrsches Dämpfungsmaß, Modale Dämpfung
H	Elektrische Feldstärke
E_{FE}	Elastizitätsmodul des Blechs
f	Frequenz
f_0	Eigenfrequenz
$f_{0,\phi}$	Eigenfrequenz für Tangentialschwingungen
$f_{0,r}$	Eigenfrequenz für Radialschwingungen
f_{max}	Höchste betrachtete Frequenz
f_{1N}	Bemessungsfrequenz
f_S	Frequenz der Verschiebungswelle
f_σ	Frequenz der Zugspannungswelle
F	Kraft
F_r	Radialanteil der Kraft
F_ϕ	Tangentialanteil der Kraft
g	Allgemeine Variable
h	Zählvariable für Zugspannungswellen
h_J	Ständerjochhöhe
h_{max}	Maximale Anzahl vorhandener Zugspannungswellen
H	Magnetische Feldstärke
H	Zählvariable für Verschiebungswellen
i	Zählvariable
ii	Zählvariable
J	Flächenträgheitsmoment
J	Stromdichte
k	Mechanische Steifigkeit
k	Zählvariable
l	Länge
l_{FE}	Blechpaketlänge
L_P	Schalldruckpegel
$L_{P,\text{total}}$	Gesamtschalldruckpegel
L_W	Schallleistungspegel
m	Masse

m	Zählvariable
m_{\max}	Maximale Knotenanzahl
M	Drehmoment
M	Elementanzahl z.B. eines Vektors oder einer Reihe
n	Anzahl Freiheitsgrade
n	Elementanzahl z.B. eines Vektors oder einer Reihe
n	Zählvariable
n_{AK}	Anzahl Außenknoten
n_{EV}	Anzahl Eigenvektoren
n_{IK}	Anzahl Innenknoten
n_{N}	Bemessungsdrehzahl
N	Elementanzahl z.B. eines Vektors oder einer Reihe
N_1	Ständernutzzahl
N_2	Läuferanzahl
N_{rel}	Relative Strahlungsleistung
p	Polpaarzahl
P_0	Bezugswert des Schalldrucks
P_{N}	Bemessungsleistung
r_{1a}	Ständeraußenradius
r_{1i}	Ständerinnenradius bzw. Bohrungsradius
r_{2a}	Läuferaußenradius
r_a	Außenradius
r_{J}	Ständerjochradius
r_{K}	Knotenradius
R	Radius
S	Verschiebung
S_{dyn}	Dynamische Verschiebung
S_{stat}	Statische Verschiebung
t	Zeit
t_{End}	Endzeitpunkt
T_g	Auswertungszeitraum
v	Magnetische Felderregung
V	Volumen
r	Koordinate in radiale Richtung
x	Diskreter Wert eines Signals
x	Koordinate in x -Richtung

X	Koeffizient der Fourierreihenentwicklung
y	Koordinate in y -Richtung
z	Koordinate in z -Richtung
z_N	Zählvariable für Nuten
z_Z	Zählvariable für Zähne
z_{ZS}	Zählvariable für Zahnsegmente
Z	Schallkennimpedanz

Griechische Buchstaben

α	Konstante
β	Konstante
γ_e	Elektrische Raumladungsdichte
γ_{FE}	Dichte von Eisen
γ_S	Stoffdichte
γ_{schr}	Schrägungswinkel
δ	Luftspaltlänge
Δ	Massenzuschlagsfaktor
ϵ	Permittivität
η	Modale Verschiebung
η	Resonanzüberhöhung
λ	Bezogener magnetischer Leitwert
λ_0	Eigenwert
Λ	Magnetischer Leitwert
μ	Permeabilität
μ_0	Permeabilität des Vakuums
μ_{FE}	Permeabilität des Eisens
ν	Räumliche Ordnungszahl von Wellen
ν_{max}	Höchste betrachtete räumliche Ordnungszahl

ν_S	Räumliche Ordnungszahl der Verschiebungswelle
ν_{schr}	Schrägungsordnungszahl
ν_σ	Räumliche Ordnungszahl der Zugspannungswelle
ξ	Verschiebung einer Masse oder eines Knotens
ρ	Räumliche Verschiebungsordnungszahl
τ_{N_1}	Ständernutteilung
ϕ	Koordinate in tangentialer Richtung
ϕ_0	Phasenwinkel einer Welle zum Koordinatenursprung
ϕ_K	Knotenkoordinate in tangentialer Richtung
$\phi_{\Delta K}$	Kraftwirksame Knotenwinkelbreite
ϕ_ψ	Winkel der Eigenformverschiebungsrichtung eines Knotens
Φ	Magnetischer Fluss
χ	Nutungsschub
σ	Flächenkraftdichte, mechanische Zugspannung
σ_r	Radiale Zugspannung
σ_{Ve}	Elektrische Volumenkraftdichte
σ_{Vm}	Magnetische Volumenkraftdichte
σ_ϕ	Tangentiale Zugspannung
$\vec{\psi}_0$	Eigenvektor
$\vec{\psi}_0$	Normierter Eigenvektor
Ψ'_0	Modalmatrix
ω	Winkelgeschwindigkeit
ω_0	Eigenwinkelgeschwindigkeit
ω_S	Winkelgeschwindigkeit der Oberflächenschwingung
ω_σ	Winkelgeschwindigkeit der Zugspannungswelle

Indizes

1	Ständer
1	Material 1
2	Läufer

2	Material 2
Ansys	Mit der Software ANSYS berechnete Größe
außen	Außenknoten
FE	Eisen
innen	Innenknoten
Lor	Lorentzanteil
max	maximal, größte
min	minimal, kleinste
n	Normalrichtung
r	Radialrichtung
Rel	Reluktanzanteil
x	x -Richtung
y	y -Richtung
z	z -Richtung
ZL	Linke Zahnecke
ZR	Rechte Zahnecke
ZS	Zahnsegment
ϕ	Tangentialrichtung

Kurzfassung

Zur Berechnung der elektromagnetisch angeregten Schwingungen und Geräusche elektrischer Maschinen existieren grundsätzlich zwei Möglichkeiten: Die Anwendung eines klassischen analytischen Verfahrens, wie z.B. nach Jordan [1], oder eines numerischen Verfahrens auf Basis der Finite-Elemente-Methode oder der Randelemente-Methode. Rein numerische Berechnungsverfahren weisen meist eine hohe Genauigkeit im Ergebnis auf. Im Gegenzug beanspruchen sie aber oft hohe Rechenzeiten. Rein analytische Verfahren führen die Berechnungen in sehr kurzer Zeit aus. Die Genauigkeit ihrer Ergebnisse reicht jedoch häufig nicht an die einer numerischen Rechnung heran, da analytische Modelle methodenbedingt notwendigen Vereinfachungen unterworfen sind. Die vorliegende Arbeit stellt ein Berechnungsverfahren vor, das aus der Kombination von numerischen und analytischen Methoden hervorgeht. Dadurch werden die Vorteile beider Verfahren – kurze Rechenzeiten und eine höhere Genauigkeit der Ergebnisse – vereint.

Der numerische Anteil des Verfahrens beschränkt sich im Wesentlichen auf die Modalanalyse des Maschinenaußenteils. Aus ihr werden die Eigenfrequenzen und -vektoren sowie die Knotenkoordinaten des Modells extrahiert. Analytisch werden die magnetischen Induktions- und Leitwertwellen im Luftspalt bestimmt und aus ihnen die mechanischen Zugspannungswellen berechnet. Aus diesen Daten werden die Kraftvektoren als Eingangsgrößen der modalen Übertragungsfunktionen ermittelt. Durch eine Fourieranalyse werden die Verschiebungswellen der Maschinenoberfläche bestimmt. Eine nachgeschaltete analytische Berechnung des abgestrahlten Schalldruckpegels rundet das Verfahren ab.

Anhand von zwei unterschiedlichen Versuchsmotoren, einem Induktionsmotor mit Käfigläufer und einem kleinen Synchronmotor mit Permanentmagnetläufer, wird das Berechnungsverfahren erläutert. Hierbei ist ein wichtiges Thema die Bildung stark nicht-sinusförmiger Eigenformen bei bestimmten Geometrien, bei deren Berücksichtigung das entwickelte Verfahren rein analytischen Methoden deutlich überlegen ist.

Es finden Vergleiche mit der klassischen, rein analytischen Schwingungsberechnung statt sowie Validierungen einzelner Teilergebnisse mit rein numerischen Simulationen und des Gesamtergebnisses mit Schwingungsmessungen.

Besondere Beachtung findet in dieser Arbeit außerdem der Einfluss tangentialer Kräfte auf das angeregte Geräusch. In diesem Zusammenhang werden für die beiden Versuchsmotoren Vergleiche zwischen Berechnungen mit und ohne Tangentialkräfteinfluss angestellt.

Schlagworte:

Magnetgeräusch, Schwingung, Verschiebung, Modalanalyse, Tangentialkraft

Abstract

There are basically two ways of calculating the electromagnetically excited vibration and noise of rotating electrical machines: A classical numerical procedure, e. g. Jordan's method [1], or a numerical procedure based on the finite element method or the boundary element method. Pure numerical calculation methods often show results with high accuracy. In return they require long calculation times depending on the model's level of detail. Pure analytical methods offer results in a very short time. However they often do not reach the accuracy of numerical calculations, as analytical models are necessarily subject to simplifications due to the applied method. This thesis presents a method for the calculation of vibrations and noise of rotating electrical machines, which results from the combination of analytical and numerical methods. Thus advantages of both methods are joined: short calculation times and results with higher accuracy.

The numerical part of the calculation method is basically limited to the modal analysis of the machine's outer part. From this analysis, eigenfrequencies and eigenvectors as well as the nodal coordinates are extracted. The spatial harmonics of the magnetic flux density and of the permeance in the air gap are determined analytically. From these, the spatial harmonics of the force density are calculated. From this data the force vectors are determined as input parameter for the modal transfer function. The spatial harmonics of the machine's surface displacement are calculated using a Fourier transformation. The method is completed by an in-line calculation of the radiated sound pressure level of all harmonics of the displacement.

The calculation method is illustrated on the basis of two different test motors, an induction motor with a squirrel cage rotor and a small synchronous motor with a permanent magnet rotor. Here, the formation of strongly non-sinusoidal eigenmodes on particular geometries is an important issue. For the consideration of these eigenmodes, the developed method is superior to pure analytical methods.

Comparisons with the classical, pure analytical vibration calculation and validations of several partial results with pure numerical simulations as well as comparisons of the full results with vibration measurements are included.

A special attention in this thesis is put to the influence of tangential forces on the electromagnetically excited noise. In this context comparisons between calculations with and without tangential forces are made for both test motors.

Key words:

magnetic noise, vibration, displacement, modal analysis, tangential force

1 Einleitung

Jede rotierende elektrische Maschine gibt im Betrieb Schallemissionen an ihre Umgebung ab, die vom menschlichen Gehör als Geräusche wahrgenommen werden. Neben Lagergeräuschen und Luft- bzw. Lüftergeräuschen existieren elektromagnetisch erregte Geräusche. Sie werden durch elektromagnetische Kräfte zwischen Ständer und Läufer erzeugt, die das Blechpaket des äußeren Maschinenteils, i. d. R. des Ständers, in Schwingungen versetzen und so zu einer Schallemission führen.

Abhängig von der Maschinengeometrie und der Zusammensetzung der magnetischen Kräfte können auf diese Weise hohe Schalldruckpegel entstehen. Besonders unangenehm werden dabei stark aus dem Spektrum hervortretende Einzeltöne empfunden. Diese treten beispielsweise auf, wenn einzelne anregende Kraftanteile amplitudenstark sind oder in der Nähe einer Eigenfrequenz der Maschine liegen.

Unsere Welt ist geprägt von elektrischen Antrieben aller Art, und es werden täglich mehr. Vor dem Hintergrund strenger gesetzlicher Auflagen für Schallemissionen sowie des Wunschs nach einer immer geräuschärmeren Technik werden hohe Anforderungen an die Hersteller gestellt. Zudem kann ein leiseres Produkt am Markt Wettbewerbsvorteile bringen. Ist eine Maschine erst einmal gefertigt, sind nachträgliche geräuschmindernde Maßnahmen, z.B. durch Schalldämmung oder Verstärken des Blechpakets, aufwändig und kostspielig. Die Vorausberechnung der elektromagnetisch erregten Geräusche ist daher ein wichtiger Bestandteil beim Entwurf elektrischer Maschinen.

In dieser Arbeit wird eine Berechnungsmethode für elektromagnetisch angeregte Schwingungen und Geräusche rotierender elektrischer Maschinen vorgestellt, die aus der Kombination numerischer und analytischer Verfahren hervorgeht und sowohl Radial- als auch Tangentialkräfte berücksichtigt. Sie verspricht bei vergleichsweise kurzen Rechenzeiten eine hohe Genauigkeit und ist in hohem Maße automatisierbar. Damit stellt sie ein nützliches Instrument für die akustische Optimierung elektrischer Maschinen dar.

Historie

Bereits in den 1950er Jahren entwickelte Heinz Jordan [1] ein zweidimensionales analytisches Modell zur Berechnung der Schwingungen des Blechpakets an der Maschinenoberfläche aus den Wellen der magnetischen Induktion im Luftspalt. Das Modell basierte auf starken Vereinfachungen in Bezug auf die Maschinengeometrie und Steifigkeitsverteilungen, bot aber dennoch aufgrund seiner vergleichsweise einfachen Handhabung eine gute Möglichkeit zur Schwingungsberechnung elektrischer Maschinen.

Von 1959 bis 1966 erschienen verschiedene Veröffentlichungen, die auf diesem Modell basieren, es verbesserten und es zusätzlich um ein analytisches Modell zur Berechnung des abgestrahlten Schalldrucks an der Maschinenoberfläche erweiterten ([2], [3], [4] und [5]). Damit war es nun möglich, mit Kenntnis der magnetischen Luftspaltinduktion und der Maschinengeometrie eine Aussage über das zu erwartende Betriebsgeräusch zu treffen.

Es folgten weitere Verbesserungen und Erweiterungen des analytischen Modells. So wurde mit [6] die Wirkung einer Nutschrägung, mit [7] und [8] der Einfluss der Zähne auf die Kraftübertragung in die Schwingungsberechnung integriert und mit [9] die Einspannung in ein Gehäuse für ausgesuchte Geometrien berücksichtigt.

In der Analytik wurden die Geräusche noch Jahrzehnte später auf diesen Grundlagen berechnet und werden es zum Teil heute noch, wie beispielsweise [10], [11] und [12] zeigen.

Neben der analytischen Berechnungsmethode bot sich aufgrund immer leistungsfähiger werdender Computer die numerische Berechnung auf Basis der Finite-Elemente-Methode (FEM) und der Randelemente-Methode (REM bzw. BEM) an. Mit dem heutigen Stand der Technik lassen sich hiermit sowohl zwei- als auch dreidimensionale, sehr detaillierte Modelle von elektrischen Maschinen aufbauen und multiphysikalische (elektromagnetische, schwingungsdynamische und schallakustische) Berechnungen durchführen (siehe z.B. [13] und [14]).

Beide Berechnungsmethoden, die analytische und die numerische, werden heute gleichermaßen eingesetzt. Beide besitzen ihre Vor- und Nachteile.

Analytische und numerische Berechnungsverfahren

Die Analytik muss auf bestimmte Vereinfachungen in den Berechnungsformeln für die Strukturmechanik zurückgreifen, um geschlossen lösbare Gleichungen zu schaffen. Aus diesem Grund können die Ergebnisse je nach realer Maschinengeometrie und Randbedingungen von den tatsächlichen Verhältnissen mehr oder weniger stark abweichen. Komplexere Geometrien, Gehäuse oder sonstige Anbauten lassen sich hier nicht beliebig berücksichtigen.

Der große Vorteil der analytischen Methode liegt jedoch in ihrer kurzen Berechnungszeit, die bei heutigen Computern im Millisekundenbereich liegt. Dadurch lassen sich auch größere Parameterstudien, bei denen z.B. die Geräusche für viele verschiedene Betriebspunkte oder Maschinengeometrien ermittelt werden, in kurzer Zeit errechnen. Hinzu kommt, dass sich bei sorgfältiger Programmierung die Bestandteile des errechneten Geräuschspektrums auf dafür verantwortliche Induktionswellen und damit letztendlich auf Entwurfparameter der Maschine zurückführen lassen.

Die Rechenzeit und der Zeitaufwand für die Modellerstellung sind die großen Nachteile der numerischen Methode. Bei einer vollständigen multiphysikalischen Berechnung mit detailreichen, dreidimensionalen Modellen liegen sie bei mehreren Stunden oder einigen Tagen (ohne Modellerstellung). Parameterstudien sind hier nur mit viel Zeitaufwand zu bewältigen, wie z.B. [15] zeigt.

Der Vorteil einer numerischen Berechnung liegt in der hohen Genauigkeit ihrer Ergebnisse, denn das Maschinenmodell kann beliebig genau modelliert werden. Es brauchen nur sehr wenige Vereinfachungen getroffen zu werden, und auch dreidimensionale Problemstellungen sind lösbar. Es lassen sich darüber hinaus komplexe Gehäuse, Anbauten oder eine Befestigung an ein Fundament berücksichtigen.

Durch geschickte Kombination beider Verfahren gelingt es, ihre Stärken zu verbinden und gleichzeitig ihre Schwächen zu minimieren.

Kombination numerischer und analytischer Verfahren

Auch wenn nur sehr wenige Veröffentlichungen existieren, bei denen gezielt numerische und analytische Verfahren zur Geräuschberechnung kombiniert werden, können hier im Wesentlichen die Arbeiten von Roivainen [14] und van der Giet [16] genannt werden. Van der Giet ermittelt Übertragungsfunktionen aus den numerischen Berechnungen und greift auf das Einheitswellen-Verfahren zurück, das bereits von Roivainen verwendet wird. Es basiert auf der numerischen Vorausberechnung der Systemantworten auf normierte Anregungen bis hin zum Geräusch, wobei das Gesamtergebnis aus Überlagerung und entsprechender Skalierung hervorgeht. In [16] wird für den akustischen Teil der Berechnung des Weiteren eine analytische Methode eingesetzt, um die Rechenzeit zu verkürzen.

Bei der vorliegenden Arbeit werden allein die Teile der Berechnung mit hohem Genauigkeitseinfluss numerisch durchgeführt. Das betrifft ausschließlich die Modalanalyse und, nur im Falle von Maschinen mit Permanentmagnetläufern, die elektromagnetische Berechnung. Bei allen anderen Maschinen werden zunächst die Luftspaltinduktionswellen sowie die magnetischen Leitwertwellen der Maschine analytisch berechnet und aus diesen die anregenden radialen und tangentialen mechanischen Zugspannungswellen ermittelt. Eine zweidimensionale FEM-basierte Modalanalyse des Maschinenaußenteils liefert die Eigenformen und Eigenfrequenzen. Aus ihnen werden analytisch mit Hilfe der Modaltheorie die Übertragungsfunktionen für die Motoroberfläche gebildet und so die Verschiebungswellen der Oberfläche aus den Anregungen berechnet und überlagert. Die analytisch gerechneten Teile verkürzen maßgeblich die Rechenzeit gegenüber rein numerischen Methoden. Die numerische Modalanalyse sorgt im Gegenzug für eine genauere Berücksichtigung realer mechanischer Verhältnisse. Darüber hinaus ist bei dieser kombinierten analytisch-numerischen Methode bei erneuter Berechnung von Schwingungen und Geräuschen (z.B. für einen anderen Betriebspunkt) keine wiederholte numerische Modalanalyse nötig, sofern die Geometrie des Maschinenaußenteils unverändert bleibt. Der abgestrahlte Schalldruckpegel wird im Anschluss durch eine analytische Methode bestimmt, bei der der Motor wie in [5] als zonaler Kugelstrahler behandelt wird.

Über den kompletten Berechnungsprozess hinweg werden die einzelnen Schritte detailliert beschrieben und mit Beispielen verdeutlicht. Dabei wird auch auf wichtige Details bei der Modellerstellung und der Auswertung eingegangen. Durch den hohen analytischen Anteil der gesamten Berechnung wird im Vergleich zu existierenden numerischen Methoden eine hohe Automatisierbarkeit erreicht. Die Bereitstellung der einzelnen Zwischenergebnisse der Geräuschberechnung erleichtert außerdem die gezielte Analyse einzelner Geräuschursachen. Das Verfahren wird mit dem Berechnungsmodell der klassischen analytischen Schwingungsberech-

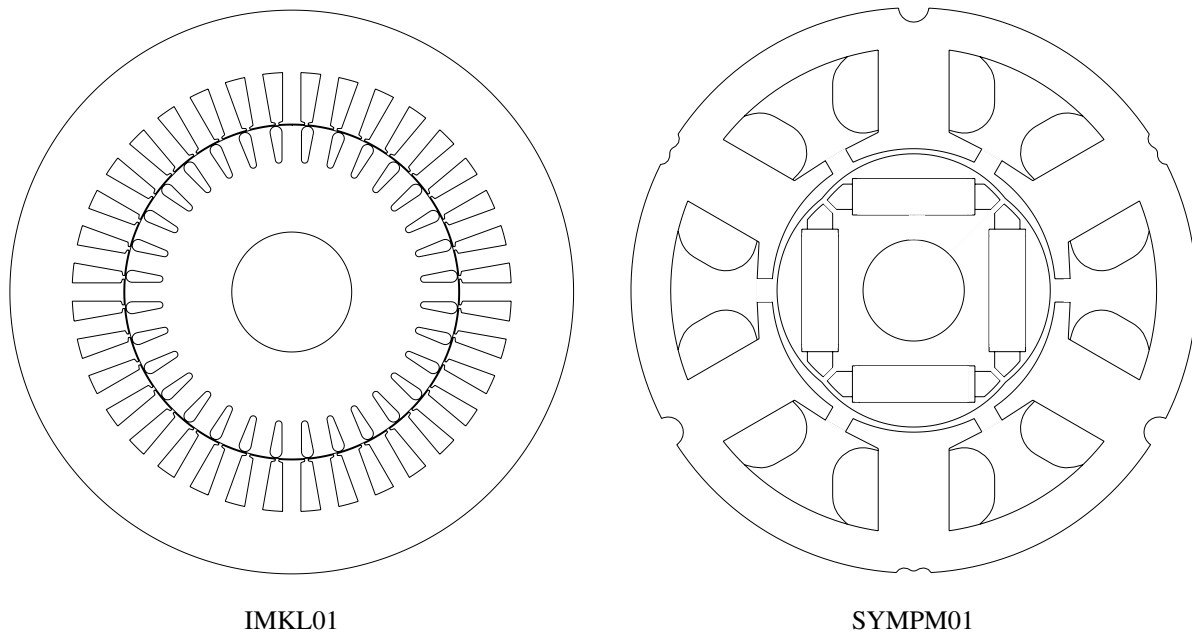


Bild 1.1: Schnittzeichnungen der Versuchsmotoren

nung verglichen, wobei auch auf das Phänomen von Verschiebungswellen mit Anteilen von stehenden Wellen eingegangen wird.

Diese Arbeit beschäftigt sich außerdem mit dem Einfluss tangentialer Kräfte an den Zähnen des Maschinenaußenteils. Dieser wird in der Literatur nur selten berücksichtigt, da oft angenommen wird, dass sein Einfluss zu gering ist. Es soll hier allerdings gezeigt werden, dass diese Annahme nicht für alle Maschinentypen gilt.

Versuchsmotoren

Anhand von zwei Versuchsmotoren wird die kombiniert analytisch-numerische Geräuschberechnung verdeutlicht. Dazu wurden sehr unterschiedliche Typen ausgewählt: ein vierpoliger 160 kW-Induktionsmotor mit Aluminium-Käfigläufer und ein vierpoliger 0,16 kW Synchronmotor mit Zahnspulenwicklung und Permanentmagnetläufer. Der Induktionsmotor wird mit IMKL01 bezeichnet und der Synchronmotor mit SYMPM01. Ihre Schnittzeichnungen sind in Abbildung 1.1 dargestellt. In Tabelle 1.1 finden sich einige wichtige Daten beider Motoren.

Der IMKL01 ist hinsichtlich seiner Nutzahl und Bauweise typisch für Standardmotoren dieser Leistungsklasse. Er besitzt eine verteilte, dreisträngige Ganzlochzweischichtwicklung. Seine Motorgeometrie ist hinsichtlich der Berechnung von Schwingungen und Geräuschen besonders gut geeignet für klassische, analytische Verfahren. Sie werden in Abschnitt 5 genauer beschrieben.

Die Untersuchungen an diesem Motor beziehen sich auf einen Betrieb an sinusförmiger Spannung ohne Frequenzumrichter. Der Einfluss eines Gehäuses wird vernachlässigt. Wegen der fehlenden Nutschrägung und der gewählten Nutzahlkombination ist mit vergleichsweise am-

		IMKL01	SYMPM01
Bemessungsleistung	P_N	160 kW	0,16 kW
Bemessungsdrehzahl	n_N	1485 min ⁻¹	4150 min ⁻¹
Bemessungsfrequenz	f_{1N}	50 Hz	138,33 Hz
Polpaarzahl	p	2	2
Ständernutzzahl	N_1	36	6
Läufernutzzahl	N_2	32	—

Tabelle 1.1: Daten der Versuchsmotoren

plitudenstarken Oberwellen in der Luftspaltinduktion im niedrigen Polpaarzahlbereich zu rechnen.

Die Bauweise des SYMPM01 entspricht der eines permanenterregten Synchronmotors mit ausgeprägten Polen und vergrabenen Magneten. Die dreisträngige Wicklung ist mit Zahnspulen ausgeführt und ist somit eine Bruchlochwicklung, im vorliegenden Fall konkret eine Halblockwicklung. Das führt dazu, dass die Ständerwicklung, anders als bei Ganzlochwicklungen, auch Feldwellen mit Polpaarzahlen erzeugt, die geradzahlige Vielfache der Grundpolpaarzahl sind. Das Feldspektrum ist also hinsichtlich der Polpaarzahlen dichter besetzt als beim IMKL01.

Tatsächlich ist der SYMPM01 ein bürstenloser Gleichstrommotor und wurde für drehzahlvariable, dynamische Anwendungen konstruiert. Je nach Elektronik kann er mit Sinus- oder Blockkommutierung angesteuert werden. Bei der Blockkommutierung entstehen Stromüberschwingungen, die zu zusätzlichen Luftspaltfeldwellen mit höheren Frequenzen führen. In dieser Arbeit wird ausschließlich die Sinuskommutierung betrachtet. Aus diesem Grund wird der SYMPM01 nachfolgend schlicht als permanenterregter Synchronmotor verstanden.

Die Läuferpole dieses Motors sind als teilkonzentrische Pole ausgeführt. Dadurch werden die Oberwellen des Luftspaltfelds, die vom Läufer erzeugt werden, im Vergleich zu einer Bauweise mit konstantem Luftspalt verringert.

Ein Stahlzylinder mit konstanter Wandstärke bildet das Gehäuse dieses Motors. Es ist in der Schnittzeichnung nicht dargestellt. Die Untersuchungen werden sowohl mit als auch ohne Gehäuse durchgeführt werden.

Aus schwingungs- und geräuschtechnischer Sicht bietet der SYMPM01 einige Besonderheiten im Vergleich zu Standardmotoren. Aufgrund von Bauweise und Fertigung füllen die Spulen den Nutraum nur zu einem vergleichsweise geringen Teil. Dadurch können sich die Zähne bei Schwingungen nicht gegenseitig über die Nutfüllung abstützen, wie es bei Motoren mit verteilter Wicklung oft der Fall ist. Das Joch ist außerdem deutlich dünner als die Zähne. Das führt dazu, dass das Joch im Bereich der Zähne sehr viel steifer gegenüber Biegebeanspruchungen ist als im Bereich der Nuten. In Kombination mit der geringen Zahnzahl kann das Auswirkungen auf die Schwingungseigenformen und die Antwort auf bestimmte Anregungen haben.

Nach der Beschreibung der physikalischen Grundlagen werden für beide Motoren – ausgehend von der Berechnung der magnetischen Induktionswellen über die mechanischen Zugspannungswellen – die Verschiebungswellen der Motorenoberflächen berechnet und aus den Verschiebungswellen im Anschluss die abgestrahlten Schalldruckpegel. Es finden dabei auch Vergleiche mit der klassischen analytischen Schwingungsberechnung statt. Für den Synchronmotor wird die kombiniert analytisch-numerische Methode zum Schluss mit Schwingungsmessungen verglichen.

2 Induktionswellen

Die magnetische Flussdichte (oder auch *Induktion*) vermittelt an den Grenzflächen von Läuferen zum Luftspalt und vom Luftspalt zum Ständeren magnetische Kräfte, die ein Drehmoment bewirken. Ein Großteil der magnetischen Kräfte trägt zwar nicht zum Nutzmoment bei, kann aber für Schwingungen und Geräusche verantwortlich sein. Aus diesem Grund ist die Kenntnis der Induktionsverteilung im Luftspalt für die Vorhersage der Schwingungen und Geräusche von elektrischen Maschinen eine Grundvoraussetzung.

Die Induktion B ist in elektrischen Maschinen nicht konstant. Sie ändert sich mit dem Ort und mit der Zeit. Zudem besitzt sie eine vektorielle Richtung, so dass sie sich beispielsweise in eine radiale, tangentielle und axiale Komponente aufteilen lässt. In rotierenden elektrischen Maschinen muss sie für stationäre Betriebszustände entlang des Umfangs und zeitlich periodisch verlaufen. Diese periodischen Verläufe lassen sich durch eine Summe von harmonischen (sinusförmigen) Funktionen darstellen. Man spricht dann von *Induktionswellen*.

Die mathematische Formulierung der Induktionswellen auf einem bestimmten Radius (z.B. dem Bohrungsradius) der Maschine kann durch eine Summe von Kosinustermen ausgedrückt werden:

$$b(\phi, z, t) = \sum_i \hat{b}_{(i)} \cos \left(\phi \nu_{(i)} - 2\pi f_{(i)} t - \nu_{\text{schr},(i)} \frac{\gamma_{\text{schr}}}{l} z + \phi_{0,(i)} \right). \quad (2.1)$$

Diese Funktion ist abhängig von der Tangentialkoordinate ϕ , der Axialkoordinate z und der Zeit t . Die Radialkoordinate ist hier konstant. Die Polpaarzahl ν bestimmt die Anzahl von räumlichen Perioden entlang des Umfangs, f die Induktionsfrequenz bezüglich ϕ . Der Winkel ϕ_0 stellt einen konstanten Offset-Winkel der jeweiligen Welle dar.

Eine axiale Abhängigkeit kommt zum Beispiel durch eine Schrägung von Läufer oder Ständer um den Winkel γ_{schr} zustande. Dadurch verlaufen die von dem geschrägten Maschinenteil ausgehenden Induktionswellen entlang der geschrägten Nut über die Maschinenlänge l zu einem betrachteten Zeitpunkt nicht mehr in rein axialer Richtung. Der Einfluss der Schrägung wird im Folgenden nicht weiter berücksichtigt, weil die betrachteten analytischen und numerischen Modelle zur Schwingungsberechnung zweidimensional sind und die untersuchten Maschinen nicht geschrägt sind ($\gamma_{\text{schr}} = 0$).

Für die Berechnung der Induktionswellen im Luftspalt der Maschine stehen zwei grundlegende Methoden zur Verfügung. Zum einen können sie rein analytisch berechnet werden, zum anderen bieten numerische Computerprogramme, die auf der Finite-Elemente-Methode (FEM) basieren, ein Werkzeug für speziellere Untersuchungen. Eine analytische Berechnung bietet sich an, wenn die magnetische Flussführung in der Maschine und die Stromverteilung

in den Leitern durch analytisch lösbare Modelle gut vorhersagbar sind. Für Induktionsmaschinen und elektrisch erregte Synchronmaschinen haben sich analytische Berechnungsmethoden bewährt, nicht zuletzt aufgrund der kurzen Rechenzeiten. Für permanentmagneterregte Synchronmaschinen stellen analytische Modelle meist eine zu starke Vereinfachung der tatsächlichen Flussverhältnisse im Bereich der Magnete dar und führen häufig zu ungenauen Ergebnissen. Besonders ungünstig sind in diesem Zusammenhang Läufer mit vergrabenen Magneten und Flussperren. Für permanentmagneterregte Maschinen empfiehlt sich daher trotz längerer Rechenzeit eine numerische Berechnungsmethode.

In dieser Arbeit werden zu Vergleichszwecken die beiden in Abschnitt 1 vorgestellten Versuchsmotoren herangezogen. Der IMKL01 kann bezüglich seiner Induktionswellen analytisch behandelt werden. Der SYMPM01 ist permanentmagneterregt. Daher werden für ihn die Induktionswellen numerisch mit einer FEM-Simulation gewonnen.

2.1 Analytische Berechnung

Die Luftspaltinduktionswellen können analytisch aus dem Produkt der magnetischen Leitwertwellen und der Felderregterwellen im Luftspalt berechnet werden. Dabei werden die Felderregterwellen durch Integration aus den Strombelagswellen gewonnen, was eine genaue Kenntnis der Ströme in den Wicklungen voraussetzt. Auf diese Weise wird auch in [17] vorgegangen.

Im Folgenden wird der analytische Berechnungsweg für Induktionsmaschinen mit Käfigläufer im Groben beschrieben. Dabei wird auf einzelne Formeln und Herleitungen nicht detailliert eingegangen. Genaue Herleitungen und Details zur analytischen Berechnung der Induktionswellen in elektrischen Maschinen finden sich z.B. in [17], [18] und [19].

In dieser Dissertation wurden die analytischen Berechnungen der Induktionswellen mit dem Computerprogramm ALFRED durchgeführt. Diese Software berechnet die Luftspaltinduktionswellen im Wesentlichen auf die nachfolgend erläuterte Weise und ist auf der Basis der Ausführungen in [17] entwickelt worden. Dazu gehört auch, dass alle Induktionswellen in einem ständerfesten Koordinatensystem und an der Ständerbohrung berechnet werden.

2.1.1 Magnetische Leitwertwellen im Luftspalt

Der magnetische Leitwert beschreibt das Verhältnis von magnetischem Fluss zur magnetischen Spannung in Analogie zum Ohmschen Gesetz. Bei gleicher Flussdurchtrittsfläche und -länge ist der Leitwert umso größer, je größer die Permeabilität μ des Stoffs ist. Aufgrund der hohen Permeabilität des Eisens μ_{FE} gegenüber Luft (μ_0) stellt der Luftspalt den Bereich mit dem größten magnetischen Widerstand und damit kleinsten Leitwert dar.

Bei ungenutetem Ständer und Läufer, exakter Läuferzentrierung und ohne magnetische Sätti-

ung ist der auf die Luftspaltfläche bezogene relative magnetische Leitwert

$$\lambda = \frac{\mu_0}{\delta} \quad (2.2)$$

mit der Luftspaltlänge δ .

Im Bereich der Nuten vergrößert sich der magnetisch wirksame Luftspalt und führt über jeder Nut zu einer Verkleinerung des Luftspaltleitwerts. Diese Verkleinerung ist nicht sprungartig, sondern beschreibt eine Kurvenform und ist periodisch mit der Nutzahl entlang des Maschinenumfangs. Für diesen Kurvenverlauf sind in [20] Ersatzfunktionen erarbeitet worden, die den Verlauf in Abhängigkeit von Geometrie Größen beschreiben. Sie werden auch in [17] eingesetzt.

Die Ersatzfunktionen gelten, wenn jeweils nur eines der beiden Maschinenteile genutet ist. Daher müssen die Leitwertfunktionen von Ständer und Läufer getrennt berechnet werden. Wegen des periodischen Verlaufs lässt sich der magnetische Leitwert aufgrund von Nutung als Summe von Kosinusfunktionen darstellen. Da sich der Läufer gegenüber dem Ständer bewegt und die Leitwertfunktionen sich am Luftspalt gegenüberstehen (Reihenschaltung), entsteht eine Modulation der ständer- und läuferfesten Leitwertwellen. Für die Berechnung der resultierenden Leitwertwellen für die beidseitig genutete Maschine ist die Verwendung einer zweidimensionalen Fouriertransformation (siehe Anhang A) vorteilhaft. Das Ergebnis kann mathematisch dargestellt werden als

$$\lambda(\phi, t) = \sum_i \hat{\lambda}_{(i)} \cos(\phi \nu_{(i)} - 2\pi f_{(i)} t + \phi_{0,(i)}) \quad (2.3)$$

und wird wegen der räumlichen und zeitlichen Abhängigkeit als (bezogene) *magnetische Leitwertfunktion* bezeichnet.

Eine Läuferexzentrizität stellt ebenfalls eine periodische Änderung des magnetischen Leitwerts im Luftspalt dar und kann leicht als eine vom Umfangswinkel ϕ abhängige Luftspaltlänge $\delta(\phi)$ in die Berechnung einfließen.

Auch die Eisensättigung hat Einfluss auf den Leitwert. Bereiche mit höherer Sättigung wirken wegen der verringerten Permeabilität wie eine vergrößerte Luftspaltlänge. Das Eisen wird hauptsächlich durch das Maschinenhauptfeld gesättigt. Bei seinen Maxima und Minima ist die magnetische Feldstärke am größten, was zu einer Verringerung des magnetischen Leitwerts mit der doppelten Polpaarzahl ($2p$) des Hauptfelds führt. Purkermani [21] bietet hierfür eine analytische Beschreibung der Leitwertwelle aufgrund von Sättigung an, welche auch in [17] Anwendung findet. Es wird dabei von reiner Zahnsättigung ausgegangen und die Jochsättigung vernachlässigt. Darüber hinaus zeigt Wiebicke [22] am Beispiel hoch ausgenutzter Induktionsmotoren, dass die Jochsättigung nicht immer vernachlässigt werden darf und auch die Sättigungsleitwertwelle der Polpaarzahl $4p$ zum resultierenden Luftspaltleitwert beiträgt.

2.1.2 Strombelagswellen des Ständers

Der *Strombelag* in elektrischen Maschinen ist eine hilfreiche, aber fiktive Größe, die eine Ersatzanordnung der Nutdurchflutung darstellt. Dabei wird eine unendlich dünne, leitende Schicht auf einem ungenutzten Maschinenteil an der Grenzfläche zum Luftspalt angenommen, deren axialer Strom auf dieselbe magnetische Spannung auf einem tangentialen Integrationsweg über der Nut führt, wie die reale Anordnung mit in Nuten verteilten Leitern. Es wird dabei die Vereinfachung getroffen, dass die Permeabilität des Eisens unendlich groß ist ($\mu_{\text{FE}} \rightarrow \infty$) und folglich kein magnetischer Spannungsfall im Eisen auftritt. Der Strombelag entspricht somit einer tangentialen Feldstärke an der Oberfläche des Maschinenteils. Er wird in der Literatur meist in drei verschiedenen stark vereinfachten Modellen beschrieben: über den gesamten Umfang fein verteilter Strombelag, in der Nutmitte konzentrierter Strombelag und ein über dem Nutschlitz (oder einer effektiven Nutschlitzbreite) konstanter Strombelag. Die letzte Variante ist in Hinsicht auf die Genauigkeit den anderen vorzuziehen.

Der Strombelag ist ebenfalls eine über den Umfang und die Zeit periodische Funktion (Welle) und kann daher wieder als Summe von Kosinus- bzw. Sinustermen geschrieben werden:

$$a_1(\phi, t) = \sum_i \hat{a}_{1,(i)} \sin(\phi \nu_{1,(i)} - 2\pi f_{1,(i)} t + \phi_{0,1,(i)}). \quad (2.4)$$

Der Index 1 steht für „Ständer“.

2.1.3 Felderregewellen des Ständers

Die sogenannte *Felderregung* ist die magnetische Spannung am Luftspalt berechnet aus dem Integral des Strombelags entlang eines tangentialen Integrationswegs an der Grenzfläche von Eisen und Luftspalt. Folglich ergibt sich auch hier eine Summe aus Kosinustermen:

$$v_1(\phi, t) = \int a_1(\phi, t) r_{1,(i)} d\phi = \sum_i \hat{v}_{1,(i)} \cos(\phi \nu_{1,(i)} - 2\pi f_{1,(i)} t + \phi_{0,1,(i)}). \quad (2.5)$$

2.1.4 Induktionswellen aufgrund des Ständerstroms

Der von der magnetischen Spannung bzw. Felderregung v_1 getriebene magnetische Fluss Φ lässt sich entweder aus dem Produkt aus magnetischer Spannung v_1 und magnetischem Leitwert Λ oder aus dem Integral der Flussdichte b_1 über die Durchtrittsfläche A berechnen:

$$\Phi(\phi, t) = v_1(\phi, t) \Lambda(\phi, t) = \iint b_1(\phi, t) dA. \quad (2.6)$$

Dabei ist

$$\Lambda(\phi, t) = \iint \lambda(\phi, t) dA. \quad (2.7)$$

Aus (2.6) und (2.7) ergibt sich der Ausdruck

$$b_1(\phi, t) = v_1(\phi, t)\lambda(\phi, t). \quad (2.8)$$

Auf diese Weise wird der radiale Anteil der Induktionswellen bestimmt. Gehen sie aus den Felderregewellen des Ständers hervor, werden sie als *primäre Induktionswellen* bezeichnet.

2.1.5 Rückwirkung des Läufers auf die Luftspaltinduktion

Bei Induktionsmaschinen mit Käfigläufern werden durch das von der Ständerwicklung erzeugte Magnetfeld in der Läuferwicklung Spannungen induziert. Diese treiben in den kurzgeschlossenen Läufermaschen mehrfrequente Ströme. Die Impedanzen der Läufermaschen können aus der Geometrie und den Materialparametern analytisch berechnet werden. Die Induktivitäten der Läufermaschen sind allerdings abhängig von der Läuferlage, da der magnetische Luftspaltleitwert entlang des Umfangs variiert. Weil dies analytisch schwer zu berücksichtigen ist, wird zunächst von konstanten Induktivitäten ausgegangen und im Anschluss die Rückwirkung des Läuferfelds in mehreren Berechnungsschritten angenähert. Dieses Prinzip wird im Folgenden kurz erläutert.

Die Frequenzen der Läuferströme sind von der Polpaarzahl der induzierenden Magnetfelder und von der Relativgeschwindigkeit zwischen Ständerdrehfeld und Läufer abhängig.

Die durch induzierende Felder erzeugten Läuferströme bewirken ihrerseits wiederum Induktionswellen, die sich mit den vorhandenen primären Luftspaltinduktionswellen überlagern. So werden einige Wellen dem Spektrum neu hinzugefügt und andere zu bereits vorhanden derselben Frequenz und Polpaarzahl winkelrichtig addiert. Sie werden zuvor in das ständerfeste Koordinatensystem überführt.

Alle durch die Läuferwicklung als Rückwirkung auf das Ständerfeld hervorgerufenen Induktionswellen werden auch *sekundäre Induktionswellen* genannt. Unter ihnen befinden sich aufgrund der Wirkung der ständerfesten Leitwertwellen wieder neue, nicht-läuferfrequente Anteile, für die in einem weiteren Schritt die Induktionswellen aus der Läuferückwirkung berechnet werden. Es folgen weitere Berechnungsschritte, wobei jedes Mal die Rückwirkung auf die zuvor berechneten sekundären Induktionswellen bestimmt werden, bis die Rückwirkung vernachlässigbar klein ist.

Die analytische Berechnung der sekundären Induktionswellen lässt sich in Analogie zu den primären Induktionswellen beschreiben. Es muss nur der Index 1 für „Ständer“ durch den Index 2 für „Läufer“ ausgetauscht werden. Aus den berechneten Läuferströmen werden zunächst die Läuferstrombelagswellen bestimmt und im Anschluss durch Integration (analog (2.5)) die Läuferfelderregewellen berechnet. Die Multiplikation mit den magnetischen Leitwertwellen (2.3) führt letztlich zu den sekundären Induktionswellen.

Die Ergebnisse aus der analytischen Berechnung der Luftspaltinduktionswellen mit dem Programm ALFRED sind im Kapitel 8 dargestellt.

2.1.6 Stromverdrängung

Aufgrund von Wechselströmen im Läufer muss der Effekt der *Stromverdrängung* berücksichtigt werden. Hier ist vor allem die einseitige Stromverdrängung aufgrund des Nutquerfelds, welche eine Konzentration der Stromdichte zur Nutöffnung hin bewirkt, von hoher Relevanz. Die Stromverdrängung kann großen Einfluss auf die Wicklungsimpedanz haben.

Ein mögliches analytisches Lösungsverfahren wird durch das *Teilleiterverfahren* (auch *Kettenteileitermodell*) geliefert [19], durch das rechnerisch die Läuferstäbe radial in eine Anzahl von parallelen Teilleitern zerlegt werden, für die jeweils eine gleichmäßige Stromdichteverteilung angenommen wird.

2.2 Numerische Berechnung

Für die numerische Feldberechnung wird im Rahmen dieser Arbeit das Computerprogramm FEMAG verwendet. FEMAG ist ein zweidimensionales, numerisches Simulations- und Berechnungsprogramm für elektromagnetische Problemstellungen, das auf der Methode der finiten Elemente (FEM) basiert. Es ist speziell für die Anwendung auf elektrische Maschinen entwickelt worden und enthält deshalb entsprechend konzipierte Berechnungsmodule. In diesem Abschnitt sollen die Vorgehensweise zur Berechnung der Induktionswellen im Luftspalt und die verwendeten Programmmodule am Beispiel des Versuchsmotors SYMPM01 erläutert werden.

2.2.1 Simulation

Das zweidimensionale Modell des Versuchsmotors SYMPM01 wird entsprechend der Geometrie- und Wicklungsdaten aufgebaut und die Parameter der verwendeten Materialien werden zugewiesen. Eine Darstellung des FEMAG-Modells zeigt Abbildung 2.1.

Für die Validierung des Modells und zur Berechnung der Induktionswellen wird das FEMAG-Modul „PM-Reluctance Simulation“ verwendet. Dieses Modul berechnet mit Kenntnis des Lastwinkels und der Ständerströme unter Vorgabe einer beliebigen Form der Bestromung (hier z.B. sinusförmig) der dreiphasigen Wicklung für eine wählbare Anzahl von Zeitaugenblicken, bei denen die Maschinenteile gegeneinander verdreht werden, eine große Zahl von Simulationsdaten. Unter anderem werden die in den Ständersträngen induzierten Spannungen berechnet, die Induktivitäten in der Läuferquer- und -längsachse, das Drehmoment und die Luftspaltinduktion. Durch die Berechnung über viele Zeitaugenblicke (Läuferlagewinkel) ergeben sich zeitliche Verläufe der simulierten Daten. Jede Läuferposition, d. h. jeder Simulationsschritt, wird stationär mit den entsprechenden Zeitaugenblickswerten als magnetostatisches Feldproblem behandelt. Transiente Vorgänge werden nicht simuliert.

Die Simulationsdaten eignen sich zunächst zur Validierung des Motormodells. So wird das

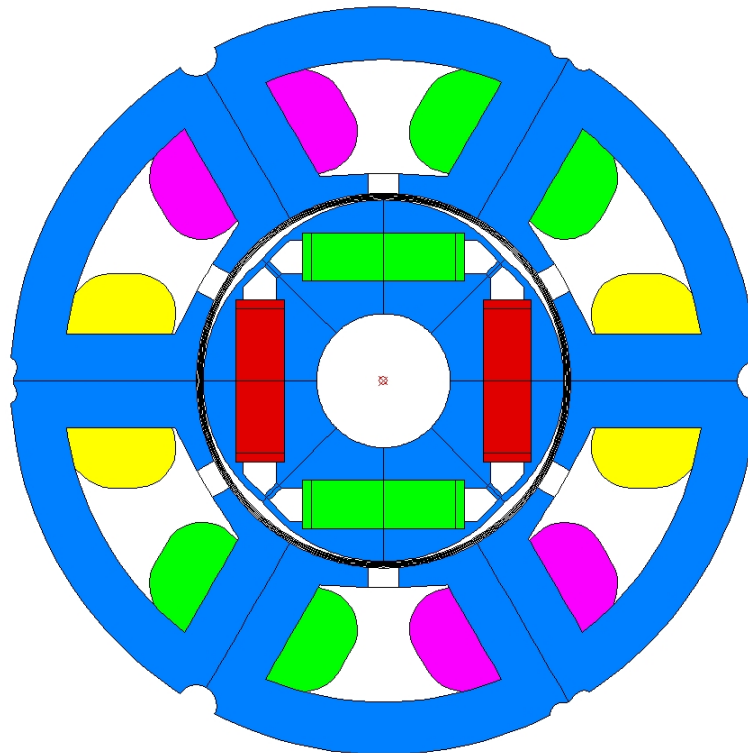


Bild 2.1: FEMAG-Modell des Versuchsmotors SYMPM01

mittlere Drehmoment im Bemessungspunkt und die im Leerlauf induzierten Strangspannungen mit den Angaben des Herstellers verglichen.

2.2.2 Besonderheiten bei der Vernetzung des Luftspaltbereichs

Schon bei der Erstellung des FE-Modells müssen Gedanken zum Berechnungszweck in den Modellaufbau einfließen. So muss die Anzahl der Elemente auf einem Auswerteradius im Luftspalt über den Umfang ausreichend groß sein, um Induktionswellen mit hohen Polpaarzahlen noch auflösen zu können. Für hohe Frequenzen gilt dasselbe, denn hierfür ist der kleinste sinnvolle Schritt für die Läuferdrehung die Winkelbreite eines Elements.

Üblicherweise sind in einem FE-Maschinenmodell über die Luftspaltlänge drei Elementlagen notwendig, und so wird auch das Gitternetz generiert, wenn die automatische Netzgenerierung des Programms verwendet wird. Die Notwendigkeit dieser drei Elementlagen hat den Hintergrund, dass üblicherweise ein Radius in der Luftspaltmitte ausgewählt wird, auf dem über den gesamten Umfang verschiedene Größen (z.B. Kräfte, Feldstärken, Flussdichten und das Gesamtdrehmoment) ausgewertet werden. Dabei sollten die Elemente auf diesem Auswerteradius bestimmte Eigenschaften haben, um den Fehler der Feldberechnung möglichst zu minimieren und damit genaue Ergebnisse zu erhalten.

In Abbildung 2.2 ist ein Ausschnitt aus dem FE-Netz im Luftspalt dargestellt, der ebendiese drei Elementlagen zeigt, wenn die programmeigene Netzgenerierung angewendet wird. Dabei fällt auf, dass aufgrund der Knotenkonstellation nur die mittlere Lage rechteckige Elemente

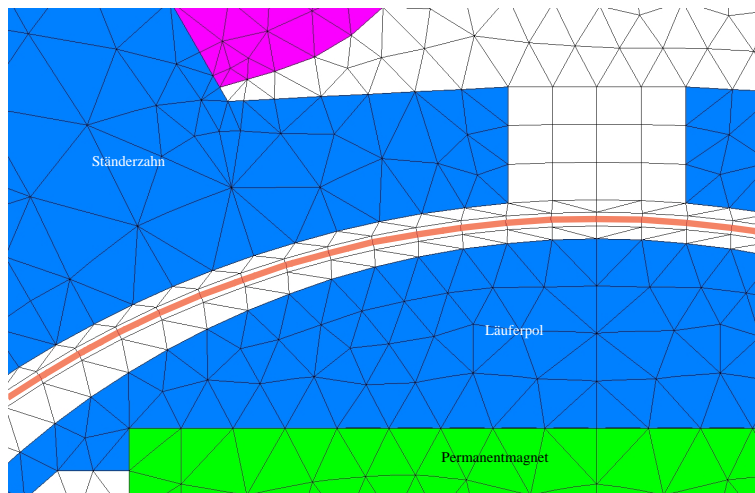


Bild 2.2: Modellausschnitt mit Standard-Gitternetz im Luftspalt bei automatisierter Netzgenerierung

ausbildet, die anderen beiden hingegen dreieckige. Für die rechteckigen Elemente stehen also vier statt drei Knotenpunkte zur Verfügung, über die die zu berechnende Feldgröße im Schwerpunkt des Elements per Interpolation ermittelt wird. Bei den dreieckigen Elementen besteht außerdem eine hohe Wahrscheinlichkeit einer Winkelabweichung zwischen Elementschwerpunkt und Simulationsschrittwinkeln. Dadurch kommt es zu Berechnungsfehlern, speziell für höherpolige Felder. Für die korrekte Auswertung muss also eine Elementlage mit rechteckigen Elementen entlang des Luftspalts gewählt werden.

Bei einer Simulation werden die Elemente entlang des gewählten Auswertekreises (rote Linie in Abbildung 2.2) aufgetrennt, der Läufer gegen den Ständer um die vorgegebene Schrittweite verdreht und die Elementlage wieder verknüpft. Sollen bei jedem Schritt rechteckige Elemente in dieser Lage erhalten bleiben, muss eine Schrittweite entsprechend der tangentialen Elementlänge oder Vielfache davon gewählt werden. Für alle in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen gilt daher die Bedingung:

$$\text{Anzahl der Simulationsschritte} = \text{Anzahl der Luftspaltelemente entlang des Umfangs.}$$

Aus den numerisch berechneten Induktionswellen sollen später die auf den Ständer wirkenden Kräfte ermittelt werden. Diese Kräfte wirken an der Grenzfläche zwischen Luftspalt und Ständereisen (siehe Kapitel 3). Aus diesem Grund müssen auch die Induktionswellen an dieser Grenzfläche berechnet werden. Da das aufgrund der dreieckig vernetzten Elementlage im Luftspalt an der Ständerseite nicht möglich ist, muss diese Lage so dünn wie möglich gewählt und in der daran anschließenden rechteckig vernetzten Lage ausgewertet werden (siehe rote Linie in Abbildung 2.3). Diese muss ebenfalls dünn sein, weil im verwendeten Berechnungsmodul der Wert für den Schwerpunkt der Elemente verwendet wird, unabhängig davon, wo der Auswertekreis das Element schneidet.

Dieser Aufwand ist notwendig, denn eine Auswertung der Induktion in der Luftspaltmitte führt selbst bei kleinen Luftspaltlängen (hier $\delta = 0,75 \text{ mm}$) zu Fehlern. Taegen und Weiß haben in [23] bereits nachgewiesen, dass sich die Amplituden der Induktionswellen über die Luftspaltlänge ändern. Das gilt im besonderen Maße, je höher die Polpaarzahl einer Welle ist, denn hö-

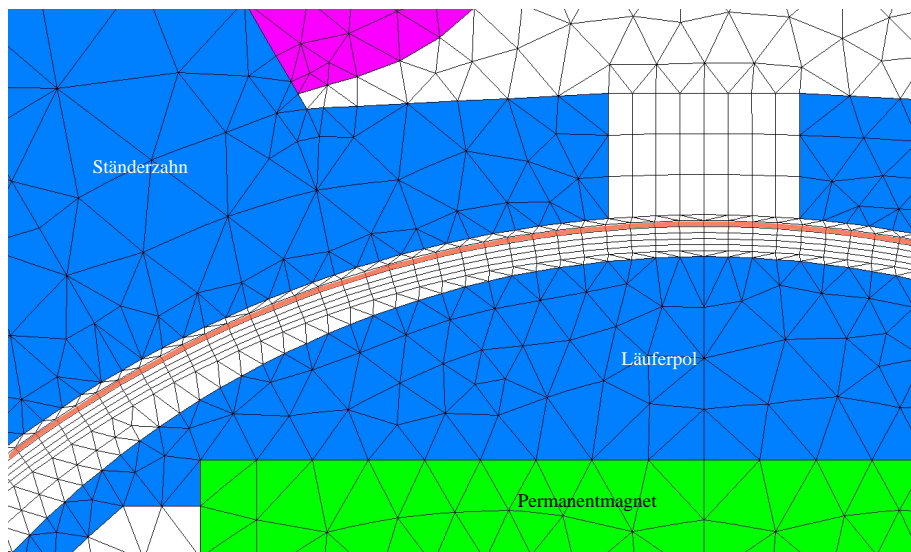


Bild 2.3: Modellausschnitt mit speziellem Gitternetz im Luftspalt für genauere Auswertung

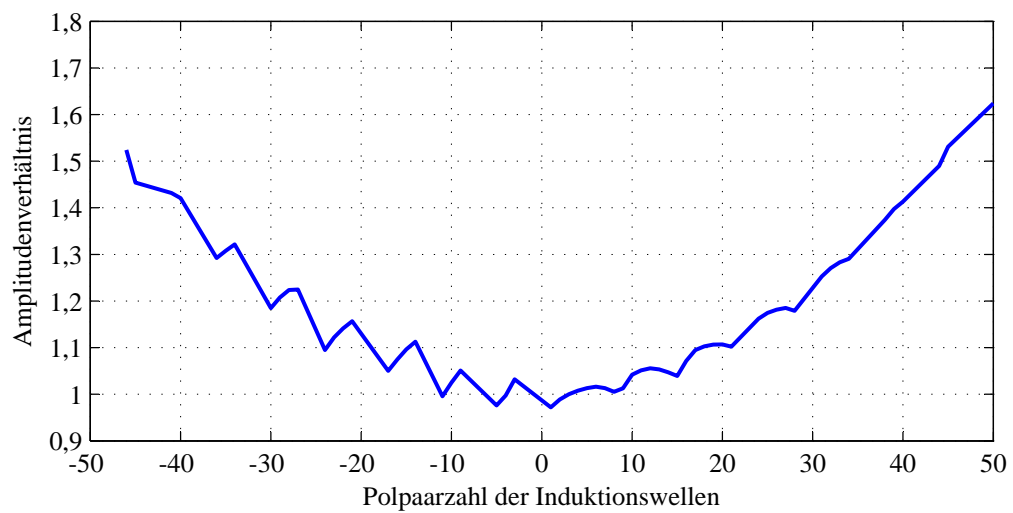


Bild 2.4: Amplitudenverhältnis $\hat{b}_{r_{1i}}/\hat{b}_\delta$ aller grundfrequenten Induktionswellen

herpolige Felder schließen sich zu einem größeren Anteil nicht im Luftspalt radial verlaufend über den Läufer, sondern tangential im Luftspalt und treten in dasselbe Maschinenteil wieder ein. In Abbildung 2.3 ist ein Modellausschnitt vom Luftspalt dargestellt, der fünf dünne, rechteckig vernetzte Elementebenen aufweist. Für eine Simulation im Bemessungsbetrieb wurden die Induktionswellen in der Luftspaltmitte (b_δ) und in der Nähe der Ständerbohrung ($b_{r_{1i}}$) ausgewertet und das Amplitudenverhältnis (Ständerbohrung zu Luftspaltmitte) aller grundfrequenten Induktionswellen über der Feldpolpaarzahl aufgetragen (Abbildung 2.4). Es ist deutlich zu erkennen, dass schon bei Polpaarzahlen von $\nu = 50$ der Faktor $\hat{b}_{r_{1i}}/\hat{b}_\delta = 1,6$ beträgt. Da die Induktionsamplituden quadratisch in die Kraftberechnung eingehen, ist eine Auswertung also möglichst nah an der Ständerbohrung notwendig.

2.2.3 Berechnung der Induktionswellen aus den numerischen Simulationsdaten

Für die simulierten Betriebspunkte „Leerlauf“ und „Bemessungsbetrieb“ werden jeweils die radialen und die tangentialen Induktionswerte für jedes ausgewertete Luftspaltelement auf dem Auswerteradius und für jeden simulierten Zeitpunkt (Läuferwinkel) als Funktionswerte in eine Datei geschrieben. Diese Werte werden anschließend mit Hilfe des Computerprogramms MATLAB in einer Matrix für die Funktionswerte und je einen Vektor für die Umfangskoordinate des Elements und den Zeitpunkt des Simulationsschritts zusammengestellt. Eine zweidimensionale Fouriertransformation nach Anhang A liefert aus diesen Daten die gewünschten radialen und tangentialen Induktionswellen $b_r(\phi, t)$ und $b_\phi(\phi, t)$ in der bekannten Form als Summen von Kosinustermen.

Unter Berücksichtigung des *Nyquist-Shannon-Abtasttheorems* lassen sich die für das verwendete Modell höchste Frequenz und größte Polpaarzahl der Induktionswellen angeben, die aus den berechneten Funktionswerten ermittelt werden können. Das FEMAG-Modell des Motors SYMPM01 besitzt 296 Elemente entlang des vollen Umfangs auf dem Auswerteradius. Die Werte für die Induktion werden für jedes dieser Elemente jeweils für jeden Zeitschritt der Simulation abgespeichert. Damit beträgt die größte erkennbare Polpaarzahl $|\nu_{\max} = 148|$. Bei einer Drehzahl von 4150 min^{-1} ergibt sich eine Simulationsschrittweite von $4,8844 \cdot 10^{-5} \text{ s}$. Frequenzen oberhalb von $f_{\max} = 10236,6 \text{ Hz}$ können also nicht mehr ausgewertet werden.

Um nicht zu große Amplitudenfehler zu erzeugen, wird nicht bis an diese Grenzwerte heran ausgewertet. Für dieses Modell werden Polpaarzahlen bis $|\nu_{\max} = 80|$ und Frequenzen bis $f_{\max} = 5000 \text{ Hz}$ untersucht. Bei hochpoligen Maschinen und/oder kleinen Drehzahlen muss ein Modell mit einer höheren Anzahl an Elementen entlang des Luftspalts erstellt werden.

Die numerischen Ergebnisse für die Induktionswellen des Versuchsmotors SYMPM01 sind im Kapitel 8 aufgeführt.

3 Kräfte im Magnetfeld

Kraftwirkungen im elektromagnetischen Feld lassen sich auf verschiedene Ursachen und Mechanismen zurückführen. Voraussetzung für eine Kraftwirkung ist immer das Vorhandensein einer elektrischen Feldstärke \vec{E} oder einer magnetischen Feldstärke \vec{H} . In [24] werden die vollständigen Ausdrücke für die elektrische und magnetische Volumenkraftdichte (σ_{Ve} und σ_{Vm}), die aus dem *Maxwellschen Spannungstensor* gewonnen werden können, angegeben:

$$\vec{\sigma}_{Ve} = \gamma_e \vec{E} - \frac{1}{2} \vec{E}^2 \text{grad} \epsilon + \frac{1}{2} \text{grad} \left(\vec{E}^2 \rho_S \frac{\partial \epsilon}{\partial \gamma_S} \right) \quad (3.1)$$

$$\vec{\sigma}_{Vm} = \vec{J} \times \vec{B} - \frac{1}{2} \vec{H}^2 \text{grad} \mu + \frac{1}{2} \text{grad} \left(\vec{H}^2 \rho_S \frac{\partial \mu}{\partial \gamma_S} \right) . \quad (3.2)$$

Diese beiden Gleichungen bestehen jeweils aus drei Summanden. In (3.1) stellt der erste Summand mit der elektrischen Raumladungsdichte γ_e die *Coulomb-Kraftdichte* dar. Der zweite ist vorhanden, wenn die Permittivität ϵ ortsabhängig ist. Der dritte beschreibt die *Elektrostriktionskraftdichte*, die von $\vec{0}$ verschieden ist, wenn die Permittivität von der Stoffdichte ρ_S abhängt. Analog können die Summanden in (3.2) beschrieben werden. Dort stellt der erste mit dem Vektor der Stromdichte \vec{J} die *Lorentzkraftdichte* dar. Der zweite Summand bestimmt die Kraftdichte durch eine ortsabhängige Permeabilität μ . Er wird z.B. verwendet, um Reluktanzkräfte zu berechnen. Der letzte Term bezeichnet die *Magnetostruktionskraftdichte*, die auftritt, wenn die Permeabilität eine Funktion der Stoffdichte ist.

Die auf einen im Volumen V eingeschlossenen Körper wirkende Kraft \vec{F} lässt sich aus (3.1) und (3.2) wie folgt berechnen:

$$\vec{F} = \int_V (\vec{\sigma}_{Ve} + \vec{\sigma}_{Vm}) dV . \quad (3.3)$$

Nach [25] kann die elektrische Volumenkraftdichte (3.1) für elektrische Maschinen im Allgemeinen vernachlässigt werden, weil die Wellenlänge der elektrischen Feldstärke groß gegenüber den Abmessungen des betrachteten Systems ist und sich außer Isolierstoffen im Nutbereich keine weiteren Dielektrika im Feldraum befinden. Die Magnetostruktion hat für rotierende elektrische Maschinen ebenfalls keine Bedeutung, da davon auszugehen ist, dass die Dichte der Fluss führenden, ferromagnetischen Stoffe nicht variiert.

Die ersten beiden Terme von (3.2) werden in [26] und [27] verwendet, um das Drehmoment einer Maschine zu bestimmen. Dabei wird für den Lorentzkraftanteil die reale Stromdichte üblicherweise durch den Strombelag (siehe Abschnitt 2.1.2) ersetzt. Aus dem zweiten Term

wird der Drehmomentanteil bestimmt, der aus einer Schwankung der Permeabilität resultiert. Diese Schwankung ist aufgrund von Nutung, Pollücken und Sättigung vorhanden und führt zum sogenannten *Reluktanzmoment* oder zu Schwingungsanregungen der Zähne.

Das Drehmoment einer Maschine wird allein durch tangentiale Kräfte erzeugt. Die radial gerichteten Kräfte sind in der Regel deutlich größer, wenngleich sie keinen direkten Nutzen haben. Sie führen allerdings zu zeitlich harmonischen Verformungen des Ständerblechpakets und sind daher unmittelbar ursächlich für elektromagnetisch angeregte Geräusche. Nachfolgend sollen die Kräfte aus der fiktiven mechanischen Spannung des Magnetfelds erläutert und ihre Anwendung auf die elektrische Maschine hinsichtlich radialer und tangentialer Kräfte aufgezeigt werden.

3.1 Die fiktive mechanische Spannung des Magnetfelds

Dem magnetischen Feld kann nach [24] und [28] eine fiktive mechanische Feldspannung zugeordnet werden. Dies gilt ebenso für das elektrische Feld, welches aber aus den oben genannten Gründen nicht berücksichtigt wird, so dass im Folgenden kein Index zur Unterscheidung von elektrischen oder magnetischen Feldspannungen (e oder m) mehr notwendig ist.

Im dreidimensionalen Raum, der von einem magnetischen Feld mit der Feldstärke $\vec{H} = H_x\vec{e}_x + H_y\vec{e}_y + H_z\vec{e}_z$ durchsetzt ist und in dem eine Permeabilität μ existiert, kann damit eine Kraft \vec{F} auf einen beliebigen in einem Bilanzvolumen V eingeschlossenen Körper aus dem *Maxwell'schen Spannungstensor* σ berechnet werden:

$$\vec{F} = \int_V \text{div}(\sigma) dV. \quad (3.4)$$

Dieselbe Kraft ergibt sich, wenn das Ringintegral des Spannungstensors über die Oberfläche A einer Bilanzhülle, die den Körper einschließt, berechnet wird:

$$\vec{F} = \oint_A \sigma d\vec{A}. \quad (3.5)$$

Dabei muss das magnetische Feld auf der betrachteten Oberfläche bekannt sein. Der Spannungstensor beschreibt die fiktiven mechanischen Feldspannungen für alle Raumrichtungen und lautet nach [24] und [27]:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \mu H_x^2 - \frac{\mu H^2}{2} & \mu H_y H_x & \mu H_z H_x \\ \mu H_x H_y & \mu H_y^2 - \frac{\mu H^2}{2} & \mu H_z H_y \\ \mu H_x H_z & \mu H_y H_z & \mu H_z^2 - \frac{\mu H^2}{2} \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Auf der Hauptdiagonalen befinden sich die Normalspannungen, die übrigen Elemente beschreiben Schubspannungen. Aus dem Spannungstensor geht auch die oben aufgezeigte Gleichung (3.2) unter Verwendung von $\text{div}\vec{B} = 0$ und $\text{rot}\vec{H} = J$ hervor. Mit Hilfe des Span-

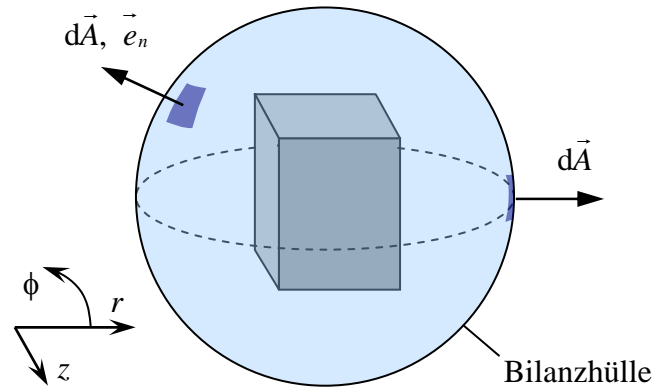


Bild 3.1: Anordnung zur Berechnung der fiktiven mechanischen Spannungen des Magnetfelds, die auf die Flächenelemente einer Hüllfläche um einen beliebigen Körper wirken

nungstensors lässt sich nun die mechanische Spannung $\vec{\sigma}$ auf ein Flächenelement $d\vec{A} = dA\vec{e}_n$ einer Bilanzhülle, die keine Materialgrenzflächen schneidet (siehe Abbildung 3.1), mit dem Normaleneinheitsvektor \vec{e}_n für eine magnetische Flussdichte $B_n = \vec{B}\vec{e}_n$ berechnen:

$$\vec{\sigma} = \sigma\vec{e}_n = B_n\vec{H} - \frac{BH}{2}\vec{e}_n. \quad (3.7)$$

In einem Zylinderkoordinatensystem (r, ϕ, z) , bei dem die Normalkomponente in Richtung der r -Achse zeigt ($\vec{e}_n = \vec{e}_r$), ergibt sich daraus ausgeschrieben:

$$\vec{\sigma} = \frac{1}{2\mu} (B_r^2 - B_\phi^2 - B_z^2) \vec{e}_r + B_r H_y \vec{e}_\phi + B_r H_z \vec{e}_z. \quad (3.8)$$

Mit der Annahme einer zum Flächenelement rein normal gerichteten Feldstärke $\vec{H} = H_r\vec{e}_r$ steht der Vektor der Kraftdichte senkrecht auf dem Flächenelement:

$$\vec{\sigma} (H_\phi = H_z = 0) = \frac{B^2}{2\mu} \vec{e}_r. \quad (3.9)$$

3.2 Kraftdichte an Materialgrenzflächen

Werden Kräfte an der Grenzfläche zweier unterschiedlicher, nicht stromführender Materialien betrachtet, dann wird die Bilanzhülle so gewählt, dass die Grenzfläche auf ihrer Oberfläche liegt. In diesem Fall muss eine Bilanzrechnung an der Grenzfläche durchgeführt werden. Die Abbildung 3.2 zeigt einen Bilanzquader, der einen Teil einer Materialgrenzfläche umschließt und dessen Flächennormalen der beiden großen Seitenflächen jeweils von der Grenzfläche weg zeigen. Die Ausdehnung des Quaders in r -Richtung kann beliebig dünn sein, weswegen die Flächenanteile des Quaders, deren Normalenvektoren in der Ebene der Grenzfläche liegen, für die Auswertung der Kraftdichte unberücksichtigt bleiben.

In der abgebildeten Anordnung liegt die Grenzfläche in der ϕ - z -Ebene, womit für die Normaleneinheitsvektoren der Quaderflächen $\vec{e}_{A1} = -\vec{e}_r$ und $\vec{e}_{A2} = \vec{e}_r$ gilt. Die magnetische Feldstärke und die Flussdichte auf beiden Seiten der Grenzfläche lassen sich als Komponenten

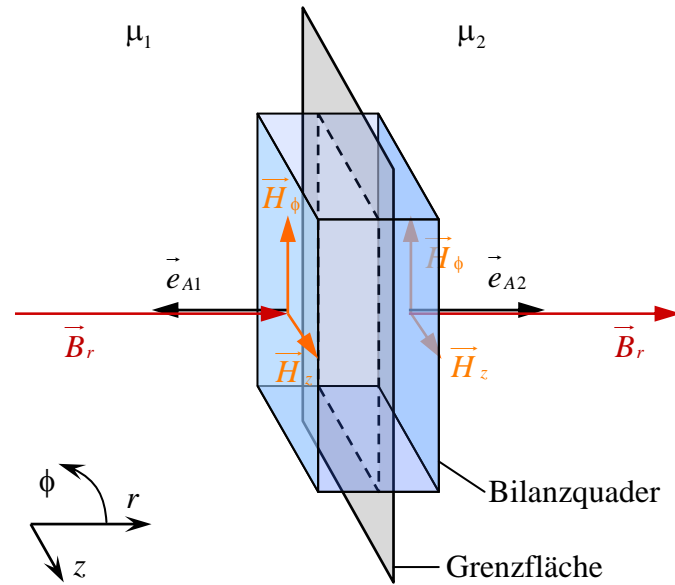


Bild 3.2: Anordnung zur Berechnung der Kraftdichte an der Grenzfläche zweier stromloser Materialien mit Hilfe eines Bilanzquaders

aller drei Raumrichtungen beschreiben:

$$\begin{aligned}\vec{H}_{1,2} &= \vec{H}_{r1,2} + \vec{H}_{\phi1,2} + \vec{H}_{z1,2} = H_{r1,2}\vec{e}_r + H_{\phi1,2}\vec{e}_\phi + H_{z1,2}\vec{e}_z \\ \vec{B}_{1,2} &= \vec{B}_{r1,2} + \vec{B}_{\phi1,2} + \vec{B}_{z1,2} = B_{r1,2}\vec{e}_r + B_{\phi1,2}\vec{e}_\phi + B_{z1,2}\vec{e}_z ,\end{aligned}\quad (3.10)$$

wobei der Index 1 bzw. 2 für das jeweilige Material 1 bzw. 2 steht. Für den Verlauf der zur Grenzfläche normalen Komponente der magnetischen Feldstärke stellt der Übergang zwischen den Materialien eine Unstetigkeitsstelle dar. Dasselbe gilt für die Tangentialkomponente der Flussdichte. Hingegen ist die Tangentialkomponente der Feldstärke und die Normalkomponente der Flussdichte an der Grenzfläche stetig. Diese Stetigkeitsbedingungen werden bezogen auf das in der Abbildung 3.2 definierte Koordinatensystem beschrieben durch

$$\begin{aligned}\vec{B}_{r1} &= \vec{B}_{r2} = \vec{B}_r \\ \vec{H}_{\phi1} &= \vec{H}_{\phi2} = \vec{H}_\phi \\ \vec{H}_{z1} &= \vec{H}_{z2} = \vec{H}_z .\end{aligned}\quad (3.11)$$

Es wird mit den Beziehungen $B_{A1} = \vec{B}_{r1}\vec{e}_{A1} = -B_r$ und $B_{A2} = \vec{B}_{r2}\vec{e}_{A2} = B_r$ außerdem der Anteil der Flussdichte definiert, der normal auf den Quaderflächen steht und jeweils von der Grenzfläche weg zeigt. Für die Berechnung der magnetischen Flächenkraftdichte $\vec{\sigma}$ auf dem betrachteten Teil der Grenzfläche wird anschließend die folgende Bilanzrechnung aus den Flächenkraftdichten $\vec{\sigma}_1$ und $\vec{\sigma}_2$ der beiden relevanten Quaderflächen zu beiden Seiten der Grenzfläche mit Hilfe von (3.7) formuliert:

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2 = B_{A1}\vec{H}_1 - \frac{B_1 H_1}{2}\vec{e}_{A1} + B_{A2}\vec{H}_2 - \frac{B_2 H_2}{2}\vec{e}_{A1} .\quad (3.12)$$

Mit den bereits genannten Stetigkeiten und Beziehungen sowie

$$H_{r1,2} = \frac{B_{r1,2}}{\mu_{1,2}} \quad (3.13)$$

und

$$\frac{B_{1,2}H_{1,2}}{2} = \frac{H_{1,2}^2\mu_{1,2}}{2} = \left(\frac{B_{r1,2}^2}{\mu_{1,2}^2} + H_{\phi 1,2}^2 + H_{z1,2}^2 \right) \frac{\mu_{1,2}}{2} \quad (3.14)$$

ergibt sich für die Bilanz

$$\vec{\sigma} = \left(\frac{B_r^2}{2} \left(\frac{1}{\mu_2} - \frac{1}{\mu_1} \right) + \frac{H_\phi^2 + H_z^2}{2} (\mu_1 - \mu_2) \right) \vec{e}_r. \quad (3.15)$$

Die Tangentialkomponenten des Felds ergeben sich bei der Addition zu Null; übrig bleibt nur die Normalkomponente, die hier durch den Einheitsvektor \vec{e}_r erkennbar ist. Die Gleichung zeigt außerdem, dass wegen der Stetigkeitsbedingungen (3.11) nur die Komponenten des Magnetfelds auf einer Seite der Grenzfläche bekannt sein müssen.

Liegt eine Grenzfläche zwischen Luft und hochpermeablem Eisen vor, wie es beispielsweise bei elektrischen Maschinen zwischen Luftspalt und Läufer- bzw. Ständerblech der Fall ist, lässt sich Gleichung (3.15) noch weiter vereinfachen. Wird für Material 1 Eisen und für Material 2 Luft gewählt, dann ist $\mu_1 = \mu_0$ und $\mu_2 = \mu_{\text{FE}}$ mit $\mu_{\text{FE}} \gg \mu_0$. Weiter kann angenommen werden, dass die Magnetfeldlinien nahezu senkrecht in das Eisen eintreten und somit die Tangentialkomponente der Feldstärke an der Grenzfläche vernachlässigt werden kann ($H_\phi = H_z = 0$). Das führt auf den aus der Literatur bekannten Ausdruck

$$\vec{\sigma} = \frac{B_r^2}{2\mu_0} (-\vec{e}_r). \quad (3.16)$$

Die Kraftdichte ist in Richtung der geringeren Permeabilität gerichtet, hier Luft, und lässt sich daher als eine mechanische Zugspannung auf das Eisen verstehen.

3.3 Radialkräfte in elektrischen Maschinen

Da bei der Berechnung der mechanischen Spannung Induktionswellen multipliziert werden und diese nach Gleichung (2.1) als Summe von Kosinustermen dargestellt werden können, lassen sich auch die mechanischen Spannungen in gleicher Weise schreiben:

$$\sigma(\phi, t) = \sum_h \sigma_{(h)}(\phi, t) = \sum_h \hat{\sigma}_{(h)} \cos(\nu_{\sigma, (h)}\phi - 2\pi f_{\sigma, (h)}t + \phi_{0, \sigma, (h)}). \quad (3.17)$$

Sollen Radialkräfte zwischen Ständer und Läufer berechnet werden, bietet es sich an, eine zylinderförmige Hüllfläche um den Läufer zu legen, deren Mantel sich im Luftspalt befindet, und über ihre Oberfläche zu integrieren. Integriert wird dabei die Flächenkraftdichte aus den fiktiven mechanischen Feldspannungen nach (3.15) über die Mantelfläche des Hüllzylinders

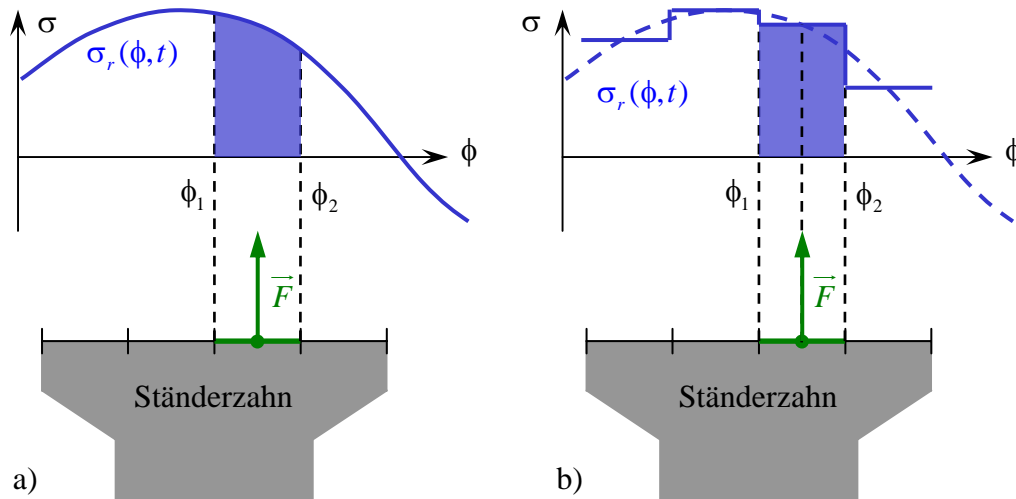


Bild 3.3: Zur Berechnung der Kraft auf den Mittelpunkt eines Ständerzahnsegments aus einer Zugspannungswelle

- a) Integration des Zugspannungsverlaufs über die Grenzen ϕ_1 bis ϕ_2
 b) Abschnittweise Diskretisierung der Zugspannung

mit der Annahme rein radialer Feldanteile auf der Oberfläche. Die Zylinderdeckelflächen gehen nicht in das Integral ein, da davon ausgegangen wird, dass sie feldfrei sind. Die radiale magnetische Kraft zwischen Läufer und Ständer in Richtung des Winkels ϕ_F lautet dann

$$F_r(\phi_F, t) = \oint_A \sigma_r(\phi, t) \cos(\phi + \phi_F) dA = - \int_0^{2\pi} \frac{\left(\sum_i b_{r,(i)}(\phi, t) \right)^2}{2\mu_0} \cos(\phi + \phi_F) lR d\phi. \quad (3.18)$$

Für den Zylinderradius R muss für diese Anwendung $r_{2a} < R < r_{1i}$ gelten. Er muss sich also zwischen dem Läuferaußenradius r_{2a} und dem Bohrungsradius r_{1i} befinden. In der Literatur wird üblicherweise der Bohrungsradius $R = r_{1i}$ gewählt. Dieser liegt auf der Grenzfläche zwischen Luftspalt und Ständerzähnen, so dass streng genommen eine Bilanzrechnung nach Abschnitt 3.2 durchgeführt werden müsste. Mit der Annahme rein radialer (normaler) Feldanteile an der Grenzfläche ergibt sich aber dieselbe Gleichung, die (3.16) zeigt.

Durch die Integration über den Umfangswinkel geht die Information über die räumliche Verteilung verloren. Bei einer abschnittweisen Integration über kleinere Teilwinkel des Umfangs lässt sich dieser Informationsverlust jedoch stark reduzieren. Dies wird im folgenden Abschnitt zur Anwendung gebracht.

3.4 Diskretisierte Radialkraft auf ein Zahnsegment

Bei der Geräuschberechnung interessiert weniger die Summe der radialen Kräfte am Umfang, sondern vielmehr ihre Verteilung, denn diese bestimmt, auf welche Weise sich das Ständerblechpaket verformt. Wird die Grenzfläche zwischen einem Ständerzahn und dem Luftspalt tangential in Segmente eingeteilt (Abbildung 3.3), lässt sich die Kraft auf einen dieser Flächen-

$\frac{\nu_\sigma}{\text{Stützstellenanzahl}}$	$\frac{F_{r,ZS,diskret}}{F_{r,ZS}}$
5/100	1,004
10/100	1,017
15/100	1,038
20/100	1,069
25/100	1,111
30/100	1,165
35/100	1,234

Tabelle 3.1: Abweichung bei Kraftberechnung durch Diskretisierung der Zugspannung in Abhängigkeit des Ordnungszahl-Stützstellen-Verhältnisses

abschnitte mit dem Angriffspunkt in der Mitte des Segments aus einer Zugspannungswelle wie folgt berechnen:

$$F_{r,ZS,(z_{ZS})} \left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}, t \right) = Rl \int_{\phi_1}^{\phi_2} \sigma_r(\phi, t) d\phi. \quad (3.19)$$

Darin ist z_{ZS} der Index für das betrachtete Zahnsegment. Der richtungsbezogene Faktor $\cos(\phi + \phi_F)$ aus (3.18) entfällt hier als Vereinfachung, da die betrachteten Winkelabschnitte sehr klein sind. Es ergibt sich für eine beliebige (hier die h -te) Zugspannungswelle $\sigma_{r,(h)}(\phi, t)$ die Kraft

$$F_{r,ZS,(z_{ZS},h)} \left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}, t \right) = \frac{Rl}{\nu_{\sigma(h)}} \left(\sigma_{r,(h)} \left(\phi_2 + \frac{\pi}{2}, t \right) - \sigma_{r,(h)} \left(\phi_1 + \frac{\pi}{2}, t \right) \right) \quad (3.20)$$

auf das Segment. Wenn die Anzahl der (ähnlich langen) Abschnitte, für die eine Kraft berechnet wird, über den Umfang groß gegenüber der Ordnungszahl der Zugspannungswelle ist, kann weiter vereinfacht werden, indem der Zugspannungsverlauf über dem Segment als konstant angenommen und mit der wirksamen Fläche des Segments multipliziert wird:

$$F_{r,ZS,diskret,(z_{ZS},h)} \left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}, t \right) = Rl \cdot (\phi_2 - \phi_1) \cdot \sigma_{r,(h)} \left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}, t \right). \quad (3.21)$$

Die Größe des Fehlers, der durch diese Diskretisierung entsteht, soll in Tabelle 3.1 verdeutlicht werden, wenn angenommen wird, dass die Stützstellen auf der Grenzfläche zwischen Luftspalt und Ständerblech gleichmäßig verteilt sind. Eine Berechnung der Radialkraft auf einen Zahnabschnitt nach Gleichung (3.21) kann Rechenzeit gegenüber (3.20) sparen.

3.5 Tangentialkräfte in elektrischen Maschinen

Der Nutbereich, in dem sich die Strom durchflossenen Leiter befinden, ist bei elektrischen Maschinen nahezu feldfrei. Eine tangentiale Kraft wird also physikalisch nicht durch die Lorentzkraft hervorgerufen, sondern es wirken auch hier die Kräfte an den Materialgrenzflächen

zwischen Ständer- bzw. Läuferisen und Luft. Weil diese Kräfte nach (3.15) immer normal auf der Grenzfläche stehen, kommen nur die Zahnflanken bzw. die Flanken des Zahnkopfs an der Nutöffnung als Grenzflächen für die Tangentialkräfte in Frage. Ein ungenutztes Maschinenteil, bei dem sich nicht wenigstens durch Sättigung in bestimmten Bereichen des Eisens, also durch Verringerung der Permeabilität aufgrund hoher Feldstärken, Schubkräfte ausbilden können, erfährt keine tangentialen Kräfte aus dem magnetischen Feld.

Nun könnte man die Tangentialkräfte berechnen, indem man das magnetische Feld an den Zahnflanken bzw. tangentialen Grenzflächen in der Nutöffnung auswertet und daraus für jede Flanke die mechanische Spannung in Analogie zu (3.16) entsprechend mit der normal auf der Grenzfläche stehenden magnetischen Flussdichte bestimmt. Dieser Weg gestaltet sich allerdings wenig praxistauglich, da die Berechnung bzw. Auswertung der Flussdichte an diesen Grenzflächen und vor allem die Automatisierbarkeit für verschiedene Geometrien mit einem vergleichsweise großen Aufwand verbunden ist.

Aus (3.8) geht hervor, dass bei der Wahl einer Integrationshüllfläche, die keine Grenzflächen enthält, das Produkt aus Radial- und Tangentialanteil der Feldstärke einen Schubanteil der Kraftdichte in tangentialer Richtung erzeugt. Mit der Wellendarstellung des Felds ergibt sich der Ausdruck

$$F_{\phi, \text{Lor}}(t) = \oint_A \sigma_{\phi, \text{Lor}}(\phi, t) dA = - \oint_0^{2\pi} \frac{\left(\sum_i b_{r(i)}(\phi, t) \sum_{ii} b_{\phi(ii)}(\phi, t) \right)}{\mu_0} l R d\phi \quad (3.22)$$

für die tangentialen Kraftwellen auf dem Radius R . Wird nun der in Abschnitt 2.1.2 eingeführte Strombelag hier eingesetzt mit

$$a(\phi, t) = h_{\phi}(\phi, t) = \frac{b_{\phi}(\phi, t)}{\mu_0}, \quad (3.23)$$

ergibt sich der Ausdruck

$$F_{\phi, \text{Lor}}(t) = \oint_A \sigma_{\phi, \text{Lor}}(\phi, t) dA = \oint_0^{2\pi} \left(\sum_i b_{r(i)}(\phi, t) \sum_{ii} a_{(ii)}(\phi, t) \right) l R d\phi. \quad (3.24)$$

Mit dem Bohrungsradius multipliziert, wird mit diesem Lorentzkraftanteil in der Literatur üblicherweise das Drehmoment von elektrischen Maschinen bestimmt. Diese Gleichung berücksichtigt allerdings keine aus Schwankungen des magnetischen Leitwerts (z.B. aufgrund von Nutung) hervorgehenden Kraftanteile. Dieser Reluktanzkraftanteil wird in [26] aus dem zweiten Summanden von (3.2) hergeleitet und führt auf

$$F_{\phi, \text{Rel}}(t) = \oint_A \sigma_{\phi, \text{Rel}}(\phi, t) dA = - \frac{1}{2} \oint_0^{2\pi} \left(\left(\sum_i b_{r(i)}(\phi, t) \right)^2 \sum_{ii} \chi_{(ii)}(\phi, t) \right) l d\phi \quad (3.25)$$

mit dem sogenannten *Nutungsschub*

$$\chi(\phi, t) = \frac{1}{(\lambda(\phi, t))^2} \frac{d\lambda(\phi, t)}{d\phi}. \quad (3.26)$$

Die gesamte Tangentialkraft ergibt sich aus der Summe

$$F_\phi(t) = F_{\phi, \text{Lor}}(t) + F_{\phi, \text{Rel}}(t). \quad (3.27)$$

Bei bekannter Tangentialkraft lässt sich das Drehmoment der Maschine ermitteln, wie es beispielsweise in [25] und [27] hergeleitet wird:

$$M(t) = \sum_i \hat{M}_{(i)} \cos(2\pi f_{(i)}t + \phi_{0, M, (i)}) = R \cdot F_\phi(t). \quad (3.28)$$

Durch die Integration über den gesamten Umfangswinkel ϕ von 0 bis 2π geht für die Kraft die Information über die räumliche Verteilung, die im Ausdruck der Zugspannung noch enthalten ist, verloren. Sie bleibt hingegen in diskretisierter Form erhalten, wenn abschnittsweise, z.B. für jede Zahnflanke, integriert wird. Dies soll im folgenden Abschnitt erläutert werden.

3.6 Diskretisierte Tangentialkraft auf eine Zahnflanke

Sollen Tangentialkräfte auf einzelne Zähne berechnet werden, sind magnetische Feldanteile von Interesse, die tangential in den Zahn eintreten bzw. einen tangentialen Anteil besitzen. Abbildung 3.4 zeigt den Ausschnitt um eine Nut des Versuchsmotors SYMPM01 und die mit der Software FEMAG berechneten Feldlinien der magnetischen Feldstärke im Bemessungsbetrieb. Daraus wird zum einen ersichtlich, dass sich die relevanten magnetischen Feldlinien (Momentaufnahme) in drei Kategorien einteilen lassen: Nutstreufelder, Nutschlitzstreufelder und Luftspaltfelder. Zum anderen ist die Verteilung der Feldliniendichte entlang der Zahnflanken deutlich inhomogen. Während sie zum Luftspalt hin hoch ist, sind im Nutbereich kaum Feldlinien vorhanden.

Die Verteilung der tangential in den Zahn eintretenden Feldlinien ist im Wesentlichen abhängig von der Nutgeometrie, der Zahnsättigung, der Luftspaltlänge und dem Betriebspunkt. Der Versuch einer Berechnungsautomatisierung der aus diesen Magnetfeldern resultierenden Tangentialkräften und deren Verteilung auf den Zahnflanken für beliebige Maschinen ist daher aufwändig und folglich nicht sinnvoll. Aufgrund der Verteilung der Feldliniendichte lässt sich mit dem Ziel die tangentialen Kräfte auf die Zähne automatisiert zu bestimmen, eine Vereinfachung treffen. Das gesamte tangential in den Zahn eintretende Feld wird dafür konzentriert an den luftspaltseitigen Ecken des Zahnkopfs angenommen und die Nut- und Nutschlitzstreufelder vernachlässigt. Diese Ecken sind in jeder Maschine mit einer Ständernutschlitzbreite größer Null vorhanden, und das Luftspaltfeld kann dort automatisiert ausgewertet werden.

Bei der Betrachtung von Tangentialkräften auf einen bestimmten Zahn muss die Integration in (3.27), anders als mit der Absicht, das Drehmoment zu berechnen, nicht über den gesamten Umfang, sondern nur über den Winkelabschnitt durchgeführt werden, über den die Zug-

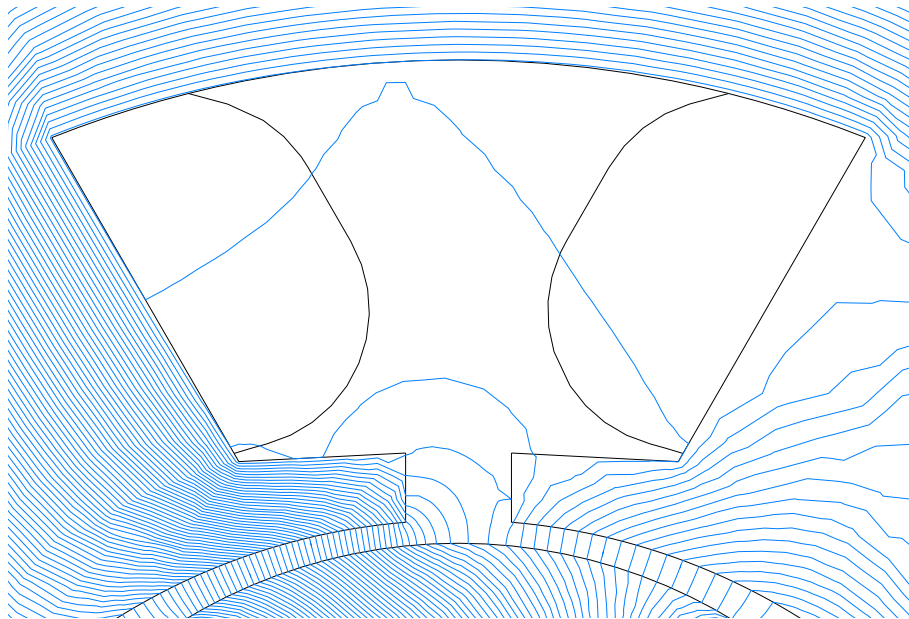


Bild 3.4: Magnetfeldlinien im Nutbereich des Versuchsmotors SYMPM01 im Bemessungsbetrieb

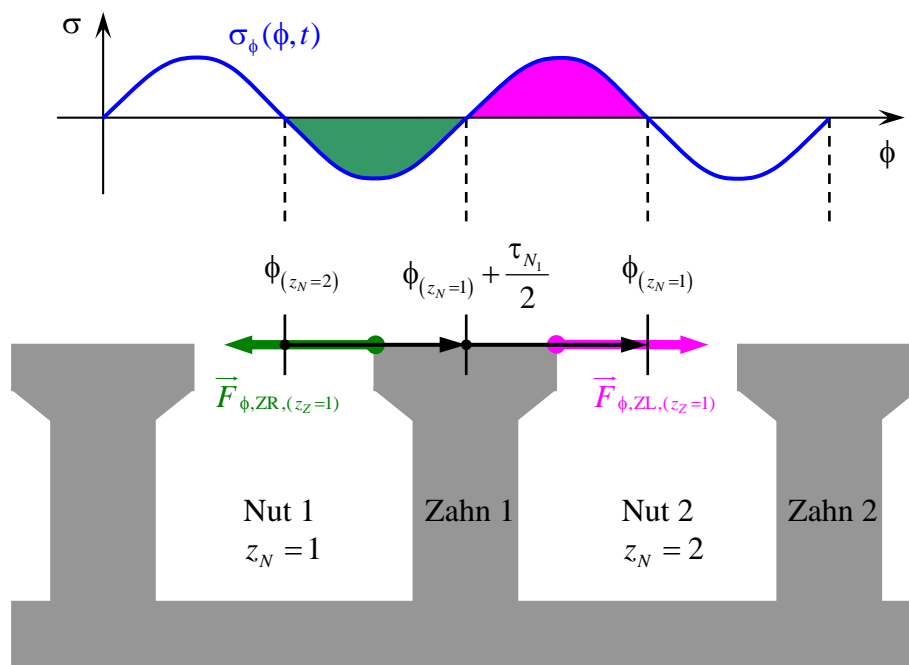


Bild 3.5: Zur Berechnung der Tangentialkraft auf die Ständerzahnnecken aus einer Zugspannungswelle

spannungen auf eine ausgewählte Zahnflanke wirken. Integriert wird daher von Nutmitte bis Zahnmitte für die rechte Zahnecke und von Zahnmitte bis Nutmitte für die linke Zahnecke. Die Bezeichnungen für die Zahnecken sind so zu verstehen, dass die *linke* Ecke einen größeren Wert ϕ besitzt, als die *rechte* Ecke. In Gleichungen werden sie mit den Indizes ZL und ZR gekennzeichnet. Abbildung 3.5 verdeutlicht Integrationswege und Kraftangriffspunkte für einen Zahn. Die dort eingezeichneten Tangentialkräfte für die Zahnecken berechnen sich für einen beliebigen Zahn (Index z_Z) und eine beliebige tangentielle Zugspannungswelle (Index h) nach folgenden Gleichungen:

$$F_{\phi,ZR,(z_Z,h)}(t) = r_{1i} \cdot l \int_{\phi^{(z_N)}}^{\phi^{(z_N)} + \frac{\tau_{N1}}{2}} \sigma_{\phi,(h)}(\phi, t) d\phi \quad (3.29)$$

$$F_{\phi,ZL,(z_Z,h)}(t) = r_{1i} \cdot l \int_{\phi^{(z_N)} + \frac{\tau_{N1}}{2}}^{\phi^{(z_N+1)}} \sigma_{\phi,(h)}(\phi, t) d\phi. \quad (3.30)$$

Die hierin eingesetzte tangentielle Zugspannungswelle $\sigma_{\phi,(h)}(\phi, t)$ wird nach (3.27) berechnet mit $R = r_{1i}$, dem Bohrungsradius. Mit Hilfe der Nutteilung τ_{N1} lassen sich bei Kenntnis eines Nutwinkels alle anderen Nut- und Zahnwinkel bestimmen.

4 Mechanische Schwingungen

Wird ein mechanisches System durch eine äußere Krafteinwirkung aus seiner Gleichgewichtslage ausgelenkt, wirken elastische Kräfte, die danach streben, die Gleichgewichtslage wieder herzustellen. Diese Kräfte sind abhängig von der Größe der Auslenkung und werden durch die Steifigkeit beschrieben. Wird nicht von einem stationären Gleichgewichtszustand zwischen äußerer Kraftwirkung und Rückstellkraft ausgegangen, sondern bewirkt die Kraft eine zur Zeit proportionale Änderung der Auslenkung, tritt in realen Systemen zusätzlich eine Dämpfungskraft auf, welche der Richtung der Geschwindigkeit der Auslenkung entgegen wirkt. Es existieren verschiedene Dämpfungsmodelle, auf die in Abschnitt 4.3 genauer eingegangen wird. Die Dämpfung wird durch einen geschwindigkeitsproportionalen Faktor beschrieben. Ist die Krafteinwirkung auf das System so beschaffen, dass die Auslenkung sich nicht proportional mit der Zeit ändert, sondern eine Beschleunigung der Masse zur Folge hat, wirkt dieser beschleunigenden Auslenkung außerdem eine Trägheitskraft entgegen, die durch die Masse bestimmt wird.

Ein solches System ist schwingungsfähig. Wird es ausgelenkt und anschließend sich selbst überlassen, führt es Schwingungen in ganz bestimmten Formen und Frequenzen aus. Dies sind die *Eigenformen* bzw. *Moden* und die zu jeder Mode gehörenden *Eigenfrequenzen*. Durch eine periodische Anregung einer Mode in direkter Nähe der Eigenfrequenz können sehr große Schwingungsamplituden entstehen. Dabei kann die anregende Kraftamplitude auch vergleichsweise gering sein. In der Geräuschbekämpfung ist man also stets bemüht, eine Resonanzwirkung zu vermeiden.

Wie bei jeder analytischen Betrachtung realer Verhältnisse müssen auch hier bestimmte Vereinfachungen getroffen und Bedingungen an das System gestellt werden. In der Realität sind Steifigkeit und Dämpfung meist nicht-lineare Größen. Diese hängen nicht selten auch von der Temperatur ab. In dieser Arbeit werden allerdings nur lineare Schwingungen mit zeitlich konstanten Materialparametern betrachtet. Außerdem wird vorausgesetzt, dass nur elastische Verformungen auftreten und das System abgeschlossen ist, also mit keinem weiteren verbunden ist. Als Folge der *Linearität* greift außerdem das *Superpositionsprinzip*. So lässt sich z.B. jede beliebige zeitliche Funktion einer Kraftanregung als Summe vieler harmonischer Anregungen auffassen, deren einzelne Systemantworten durch lineare Addition wieder die Gesamtantwort auf die Gesamtanregung bilden. Ein lineares System setzt weiter voraus, dass sich die Schwingungsamplitude bei Änderung der Kraftamplitude um denselben Faktor ändert. Diese Eigenschaft heißt *Additivität*. Es können außerdem Ursache und Wirkung gegeneinander vertauscht werden, ohne dass sich das Verhalten ändert (*Reziprozität*). Das System soll weiter *kausal* sein, d. h. eine Antwort ohne eine Anregung ist nicht möglich. Abschließend wird es als *stabil* definiert.

Im Folgenden werden am Beispiel des linearen Einmassenschwingers dessen Eigenwerte be-

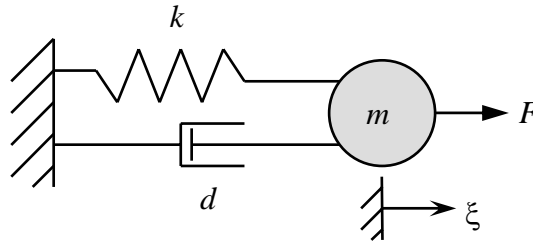


Bild 4.1: Einmassenschwinger

stimmt und die relevanten Parameter aufgezeigt. Am Beispiel eines Mehrkörpersystems wird im Anschluss die Modaltransformation durchgeführt, die die Bewegungsgleichungen entkoppelt und eine Übertragungsfunktion hergeleitet.

4.1 Einmassenschwinger

Der klassische Einmassenschwinger besteht aus einer Masse, die durch eine mechanische Feder und einen Dämpfer an die starre Umgebung angebunden ist (siehe Abbildung 4.1). Er lässt sich durch die folgende Bewegungsdifferentialgleichung beschreiben:

$$m \frac{d^2 \xi(t)}{dt^2} + d \frac{d\xi(t)}{dt} + k\xi(t) = F(t) . \quad (4.1)$$

Dabei ist m die Masse, d die Dämpfung, k die Steifigkeit und F die auf die Masse von außen wirkende Kraft. ξ entspricht der Auslenkung der Masse, also der Systemantwort. Bewegungen können nur in eine Richtung stattfinden. Wird das System nach einer Anregung sich selbst überlassen, schwingt es mit seiner Eigenfrequenz. Die Eigenfrequenz des Einmassenschwingers berechnet sich mit dem Ansatz einer harmonischen Schwingung

$$\xi(t) = \psi_0 \cdot e^{\lambda_0 t} \quad (4.2)$$

mit den Eigenwerten λ_0 und $F(t) = 0$. In die Bewegungsgleichung (4.1) eingesetzt, ergibt sich das Eigenwertproblem

$$\lambda_0^2 + \lambda_0 \frac{d}{m} + \frac{k}{m} = 0. \quad (4.3)$$

Die Lösung dieser Gleichung zeigt: Es existiert ein zueinander konjugiert komplexes Eigenwertepaar.

$$\lambda_0 = -\frac{d}{2m} \pm j \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{d^2}{4m^2}} \quad (4.4)$$

Der negative Realteil $-\text{Re}\{\lambda_0\}$ bezeichnet die *modale Dämpfung*, der Imaginärteil $\text{Im}\{\lambda_0\}$ die *Modalfrequenz* bzw. *Eigenfrequenz*. Für $d = 0$ lässt sich somit die Eigenfrequenz ω_0 des

ungedämpften Systems aus den Eigenwerten ablesen:

$$\lambda_0 = \pm j \sqrt{\frac{k}{m}} = \pm j \omega_0 . \quad (4.5)$$

Allgemein kann damit der Eigenwert für beliebige Dämpfungen d wie folgt in die modale Dämpfung δ und die Eigenfrequenz ω_d zerlegt werden:

$$\lambda_0 = -\delta \pm j \omega_d = -\delta \pm j \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} . \quad (4.6)$$

Beträgt die Dämpfung

$$d = d_k = \sqrt{4km} , \quad (4.7)$$

liegt der *aperiodische Grenzfall* vor. Das heißt, das System ist gerade so stark gedämpft, dass beim Abklingen der Schwingung kein Überschwingen über die Gleichgewichtslage hinweg stattfindet. Man spricht auch von *kritischer Dämpfung*. Der Eigenwert ist in dem Fall reell. Hier wird auch deutlich, dass das System nur für kleinere Dämpfungen als die kritische schwingungsfähig ist, weil nur dann der Wurzelterm in (4.4) größer als Null ist und der Eigenwert einen Imaginäranteil besitzt.

Die Dämpfung lässt sich auch mit Hilfe des *Lehrschen Dämpfungsmaßes* D ausdrücken, wie es z.B. in [29] und [30] beschrieben wird. Es ist definiert als Quotient aus tatsächlicher Dämpfung und der kritischen Dämpfung:

$$D = \frac{d}{d_k} = \frac{d}{\sqrt{4km}} . \quad (4.8)$$

Unter Verwendung von (4.5) und (4.8) lässt sich die Bewegungsgleichung (4.1) darstellen als

$$\frac{d^2 \xi(t)}{dt^2} + 2D\omega_0 \frac{d\xi(t)}{dt} + \omega_0^2 \xi(t) = \frac{1}{m} F(t) , \quad (4.9)$$

wie sie auch häufig in der Literatur angegeben wird.

4.2 Mehrkörpersysteme

Lässt sich ein System mit verschiedenen Massepunkten beschreiben, die untereinander über ein Feder-Dämpfer-Prinzip gekoppelt sind, spricht man von einem schwingungsfähigen *Mehrkörpersystem*. In diesem Fall bietet sich die Matrizenschreibweise der Bewegungsgleichung in folgender Form an:

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \vec{\xi}(t)}{dt^2} + \mathbf{D} \frac{d\vec{\xi}(t)}{dt} + \mathbf{K} \vec{\xi}(t) = \vec{F}(t) . \quad (4.10)$$

Die Anzahl der Freiheitsgrade und damit die Anzahl der Elemente der Vektoren entspricht der Anzahl von beweglichen Massepunkten n , durch die das System beschrieben wird. Gyrosko-

pische Kräfte werden nicht betrachtet. Für die Massenmatrix und die Steifigkeitsmatrix gilt $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T$, $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T$. Beide Matrizen sind symmetrisch und außerdem positiv definit.

Die Körper sind untereinander über die Systemmatrizen gekoppelt, so dass die Bewegungsgleichung bei einer großen Anzahl von Freiheitsgraden analytisch nicht mehr gelöst werden kann. Die Modaltransformation, wie sie im Abschnitt 4.5 beschrieben wird, bietet hier allerdings die Möglichkeit, das Gleichungssystem zu entkoppeln und führt so auf eine vergleichsweise einfache analytische Lösung.

In den folgenden Abschnitten wird, wenn nicht anders angegeben, von einem Mehrkörpersystem ausgegangen.

4.2.1 Freie, ungedämpfte Schwingungen

Wird angenommen, dass das mechanische System ungedämpft ist ($\mathbf{D} = \mathbf{0}$) und außerdem durch keine äußere Kraft angeregt wird ($\vec{F} = \vec{0}$), so können sich nur Eigenschwingungen des Systems ausbilden. Diese werden durch zeitlich harmonische Bewegungen beschrieben:

$$\vec{\xi}(t) = \vec{\psi}_0 e^{j\omega_0 t} . \quad (4.11)$$

Bei Anwendung auf die Bewegungsgleichung (4.10) ergibt sich das Eigenwertproblem

$$(-\omega_0^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \vec{\psi}_0 = \vec{0} \quad (4.12)$$

mit den Eigenwerten $\lambda_0 = \omega_0^2$ und den Eigenvektoren $\vec{\psi}_0$. Wie in [31] gezeigt, sind beim Mehrkörpersystem mit dem gewählten Lösungsansatz die Eigenwerte reell und größer oder gleich Null. Des Weiteren existiert zu jedem Eigenwert $\lambda_{0,(i)}$ ein Eigenvektor $\vec{\psi}_{0,(i)} \neq \vec{0}$ mit $i = (1, 2, \dots, n)$.

Die triviale Lösung $\vec{\psi}_0 = \vec{0}$ führt auf die Gleichgewichtslage des Systems und ist somit immer vorhanden, führt aber nicht auf eine Berechnung der Eigenwerte. Diese lassen sich vielmehr aus den nicht-trivialen Lösungen

$$\det [-\omega_0^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}] = 0 \quad (4.13)$$

berechnen. Dabei lassen sich die Eigenfrequenzen ω_0 des ungedämpften Systems ablesen. Durch Einsetzen der Eigenwerte in (4.12) ergeben sich die Eigenvektoren. Unter der Voraussetzung reell-symmetrischer Systemmatrizen können die Eigenvektoren des ungedämpften Systems nach [32] ebenfalls reell gewählt werden. Hintereinandergeschrieben bilden sie die Matrix der Eigenvektoren des ungedämpften Systems

$$\Psi_0 = [\vec{\psi}_{0,(1)}, \vec{\psi}_{0,(2)}, \dots, \vec{\psi}_{0,(n)}] . \quad (4.14)$$

Weil nun jeder zu einem Eigenvektor linear abhängige Vektor auch eine Lösung der Gleichung (4.12) ist, lassen sich die Eigenvektoren beliebig normieren.

Es wird hier die Normierung durch die Massenmatrix in folgender Form vorgenommen:

$$\vec{\psi}_{0,(i)}'^T \mathbf{M} \vec{\psi}_{0,(i)}' = 1. \quad (4.15)$$

Die so normierten Eigenvektoren werden hintereinander geschrieben und bilden die *Modalmatrix* Ψ'_0 des ungedämpften Systems:

$$\Psi'_0 = \left[\vec{\psi}'_{0,(1)}, \vec{\psi}'_{0,(2)} \cdots \vec{\psi}'_{0,(n)} \right]. \quad (4.16)$$

4.2.2 Freie, gedämpfte Schwingungen

Unter der Annahme einer allgemeinen, dämpfungsbehafteten Schwingung des Mehrkörpersystems nach Gleichung (4.10) bietet sich der Lösungsansatz

$$\vec{\xi}(t) = \vec{\psi}_0 e^{\lambda_0 t} \quad (4.17)$$

an, mit dem sich die charakteristische Gleichung des Eigenwertproblems ergibt:

$$(\lambda_0^2 \mathbf{M} + \lambda_0 \mathbf{D} + \mathbf{K}) \vec{\psi}_0 = \vec{0}. \quad (4.18)$$

Bei schwach gedämpften Systemen liegen die Eigenwerte λ paarweise konjugiert komplex vor, bei starker Dämpfung werden sie reell. Bei elektrischen Maschinen kann vom ersten Fall ausgegangen werden. Die Eigenwerte lauten in Analogie zum Einmassenschwinger

$$\lambda_{0,(i)} = -\delta_{(i)} \pm j\omega_{d,(i)}. \quad (4.19)$$

Die komplexen Eigenwerte führen bei der gedämpften Schwingung auch auf komplexe Eigenvektoren. Sollen reellwertige Eigenvektoren erzeugt werden und wird angestrebt, das Differentialgleichungssystem (4.10) zu entkoppeln, muss die *proportionale Dämpfung* angenommen werden, die im Abschnitt 4.3.3 beschrieben wird.

4.3 Dämpfungsmodelle

Ein elastischer Schwingvorgang läuft in der Realität nie verlustfrei ab. Ein Teil der im schwingenden System gespeicherten mechanischen Energie wird in Wärme umgewandelt. Wird von außen keine Energie zugeführt, müssen die Schwingungen dadurch unweigerlich abklingen.

Die Berechnung der tatsächlichen Dämpfung ist bei realen Strukturen nahezu unmöglich, da sich nicht nur die Dämpfungseigenschaften der einzelnen Materialien und Bauteile wegen Nichtlinearitäten schwer vorher berechnen lassen, sondern auch das Zusammenspiel der Bauteile untereinander und mit anderen, angrenzenden Systemen eine Rolle spielt. In [33] wird beispielsweise gezeigt, dass sogar in der Vergangenheit liegende elastische Verformungen, also die Vorgeschichte einer Struktur, Einfluss auf neue Verformungen und auf die Dämpfung

haben. Ist eine möglichst genaue Kenntnis der Dämpfung wichtig, wird sie in der Praxis experimentell ermittelt.

Um die Dämpfung dennoch in analytischen Berechnungen zu beschreiben, existieren in der Literatur verschiedene lineare Dämpfungsmodelle, von denen die wichtigsten hier vorgestellt werden.

4.3.1 Viskose Dämpfung

Bei der viskosen Dämpfung sind Feder- und Dämpferelement klar voneinander getrennt. Die Dämpfung wird als geschwindigkeitsproportionale Konstante beschrieben, wie sie auch in (4.1) verwendet wird. Es handelt sich um das Standardmodell der linearen Dämpfung und wird hauptsächlich bei Systemen mit einem oder einzelnen wenigen Freiheitsgraden angewendet. Es führt, wie in Abschnitt 4.1 gezeigt, nach Lösung der Differentialgleichung auf die *modale Dämpfung*, die einer bestimmten Mode zugeordnet ist.

4.3.2 Strukturelle Dämpfung

In der Realität sind die dämpfenden Eigenschaften eines Systems kaum von den elastischen zu trennen. Das heißt, Dämpfung und Steifigkeit teilen sich nicht, wie in Abbildung 4.1 schematisch und vereinfacht dargestellt, in zwei getrennte Elemente auf, sondern sind in ein und demselben Element vereint [32]. Des Weiteren tritt ein Großteil der Verlustenergie durch Dämpfung nicht in den Materialien selbst auf, sondern an Verbindungs- und Fügestellen der mechanischen Struktur. Für Mehrkörpersysteme beschreibt [34] diese Strukturdämpfung durch die Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \vec{\xi}(t)}{dt^2} + \frac{\text{Im}\{\mathbf{K}\}}{\omega} \frac{d \vec{\xi}(t)}{dt} + \text{Re}\{\mathbf{K}\} \vec{\xi}(t) = \vec{F}(t) . \quad (4.20)$$

Die Steifigkeitsmatrix ist hierbei komplex und bildet mit ihrem imaginären Anteil eine Dämpfung, die auch von der Steifigkeit der Struktur abhängt.

4.3.3 Proportionale Dämpfung

Eine Strukturdämpfung, wie oben gezeigt, oder auch eine beliebige Dämpfungsmatrix ließe sich mit Hilfe der in Abschnitt 4.4 durchgeführten Modaltransformation nicht in eine Diagonalmatrix transformieren, da es sich in der Regel um keine symmetrische Dämpfungsmatrix handelt. Sie verhindert dadurch eine Entkopplung des Gleichungssystems. Aus diesem Grund und wenn die Dämpfung unbekannt ist, wird bei Mehrkörpersystemen fast immer von *proportionaler Dämpfung* ausgegangen:

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} . \quad (4.21)$$

Dabei sind α und β die Proportionalitätsfaktoren zur Massen- und Steifigkeitsmatrix. Da diese beiden Matrizen durch Voraussetzung symmetrisch sind und sich mit Hilfe der Modalmatrix diagonalisieren lassen, gelten diese Eigenschaften folglich auch für die Dämpfungsmatrix. Eine solche Proportionalität der Dämpfung muss als fiktive Größe betrachtet werden, die keiner physikalischen Grundlage entspringt. Sie hat vor allem mathematische Gründe. Die Verwendung der proportionalen Dämpfung und damit die Annahme einer symmetrischen Dämpfungsmatrix wird auch als *Bequemlichkeitshypothese* bezeichnet. In [32] wird gezeigt, dass bei der Wahl einer Dämpfungsmatrix nach Gleichung (4.21) die Eigenvektoren des proportional gedämpften Systems mit denen des ungedämpften Systems aus Gleichung (4.14) identisch sind. Für die Entkopplung der Bewegungsgleichungen kann somit die Modalmatrix des ungedämpften Systems verwendet werden.

4.4 Orthogonalitätsbeziehungen

Wird die Modalmatrix des ungedämpften Systems, wie in 4.2.1 gezeigt, durch die Normierung mit der Massenmatrix gewonnen, führt die folgende Matrizenmultiplikation auf die Einheitsmatrix:

$$\Psi_0'^T \mathbf{M} \Psi_0' = \mathbf{I} = \text{diag} [1] . \quad (4.22)$$

Bei Anwenden der Orthogonalitätsoperation auf die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} ist das Ergebnis eine Diagonalmatrix der Eigenwerte:

$$\Psi_0'^T \mathbf{K} \Psi_0' = \mathbf{\Lambda}_0 = \text{diag} [\omega_{0,(i)}^2] \quad \text{mit } i = (1, 2, \dots, n) . \quad (4.23)$$

Um für die Orthogonalitätsbeziehung der Dämpfung ebenfalls eine Diagonalmatrix zu erhalten, muss die proportionale Dämpfung aus Abschnitt 4.3.3 angenommen werden:

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} . \quad (4.24)$$

Die Orthonormierung dieser Dämpfungsmatrix führt auf

$$\Psi_0'^T \mathbf{D} \Psi_0' = \Psi_0'^T (\alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}) \Psi_0' = \alpha \mathbf{I} + \beta \mathbf{\Lambda}_0 = \text{diag} [\alpha + \beta \omega_{0,(i)}^2] . \quad (4.25)$$

In Analogie zum Einmassenschwinger lässt sich dieser Ausdruck durch das in Abschnitt 4.1 eingeführte *Lehrsche Dämpfungsmaß* beschreiben, wie es auch in [30] und [35] gehandhabt wird. Dabei werden die Konstanten α und β so definiert, dass für das Dämpfungsmaß

$$D_{(i)} = \frac{\alpha}{2\omega_{0,(i)}} + \frac{\beta\omega_{0,(i)}}{2} \quad (4.26)$$

gilt. Damit wird aus (4.25)

$$\Psi_0'^T \mathbf{D} \Psi_0' = \text{diag} [\alpha + \beta\omega_{0,(i)}^2] = \text{diag} [2D_{(i)}\omega_{0,(i)}] . \quad (4.27)$$

Durch diese Darstellung bezeichnet $D_{(i)}$ das *modale Dämpfungsmaß* der i -ten Eigenschwingung.

4.5 Modale Entkopplung der Bewegungsgleichung

Mit Hilfe der Modalmatrix lässt sich eine *Kongruenztransformation* definieren:

$$\vec{\xi} = \Psi'_0 \vec{\eta}. \quad (4.28)$$

Mit ihr wird die Bewegungsgleichung (4.10) in die modalen Koordinaten $\vec{\eta}$ transformiert:

$$\mathbf{M}\Psi'_0 \frac{d^2 \vec{\eta}(t)}{dt^2} + \mathbf{D}\Psi'_0 \frac{d \vec{\eta}(t)}{dt} + \mathbf{K}\Psi'_0 \vec{\eta}(t) = \vec{F}(t). \quad (4.29)$$

Wird zusätzlich noch von links mit der transponierten Modalmatrix $\Psi_0'^T$ multipliziert, ergibt sich

$$\Psi_0'^T \mathbf{M}\Psi'_0 \frac{d^2 \vec{\eta}(t)}{dt^2} + \Psi_0'^T \mathbf{D}\Psi'_0 \frac{d \vec{\eta}(t)}{dt} + \Psi_0'^T \mathbf{K}\Psi'_0 \vec{\eta}(t) = \Psi_0'^T \vec{F}(t). \quad (4.30)$$

Bei näherer Betrachtung dieser Gleichung fällt auf, dass sie die in 4.4 beschriebenen Orthogonalisierungen der Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix enthält. Werden die Orthogonalitätsbeziehungen (4.22), (4.23) und (4.27) hier ausgenutzt, führt das auf ein entkoppeltes Gleichungssystem, bei dem sich eine analytische Lösung für jeden modalen Freiheitsgrad bzw. jede Mode $i = (1, 2, \dots, n)$ separat berechnen lässt:

$$\text{diag}[1] \frac{d^2 \vec{\eta}(t)}{dt^2} + \text{diag}[2D_i \omega_{0,(i)}] \frac{d \vec{\eta}(t)}{dt} + \text{diag}[\omega_{0,(i)}^2] \vec{\eta}(t) = \Psi'^T \vec{F}(t). \quad (4.31)$$

Mathematisch ist die Zahl der existierenden Moden gleich der Anzahl der Freiheitsgrade n des Systems. Ist das Mehrkörpersystem ein Abbild eines strukturmechanischen Finite-Elemente-Modells, bei dem jeder Knotenpunkt einen beweglichen Massepunkt und damit einen Freiheitsgrad darstellt, kämen auf diese Weise schon bei zweidimensionalen Modellen schnell mehrere zehntausend Eigenvektoren zusammen. Die meisten dieser Eigenvektoren spielen allerdings für das akustische Verhalten keine Rolle. Das betrifft z.B. solche, die an der Maschinenoberfläche keine Verformungen in radialer Richtung zulassen. Dieser Fall lässt sich bei Torsionseigenformen beobachten. Außerdem betrifft es Eigenvektoren, deren radiale Verschiebungsordnungszahlen relativ groß sind. Jordan behandelt in [1] Verschiebungsordnungen bis maximal $\rho_{\max} = 12$. Das am Institut für Antriebssysteme und Leistungselektronik der Leibniz Universität Hannover entwickelte Geräuschberechnungsprogramm AGR, das maßgeblich auf diesen Berechnungsvorschriften basiert, berechnet noch eine maximale Verschiebungsordnung von $\rho_{\max} = 20$. Welche Ordnungen noch von Relevanz für die Geräuschberechnung sind, hängt im Wesentlichen von der Maschinengröße ab. Für große Maschinen ist ρ_{\max} größer zu wählen, als für kleine. Erfahrungsgemäß genügt für kleine und mittelgroße Maschinen der Wert $\rho_{\max} = 12$. Auf diese Weise ist die Anzahl der für eine Berechnung verwendeten Eigenvektoren klein im Verhältnis zur Anzahl der Freiheitsgrade. Für (4.31) gilt damit in der Praxis $i = (1, 2, \dots, i_{\max})$ mit $i_{\max} < n$.

Die Entkopplung der Bewegungsgleichung durch die Modaltransformation hat zur Folge, dass das System nun als Summe von n Systemen mit jeweils einem Freiheitsgrad aufgefasst werden kann, die unabhängig voneinander schwingen. Den Systemen ist jeweils eine modale Masse, eine modale Dämpfung und eine modale Steifigkeit zugeordnet (Abbildung 4.2).

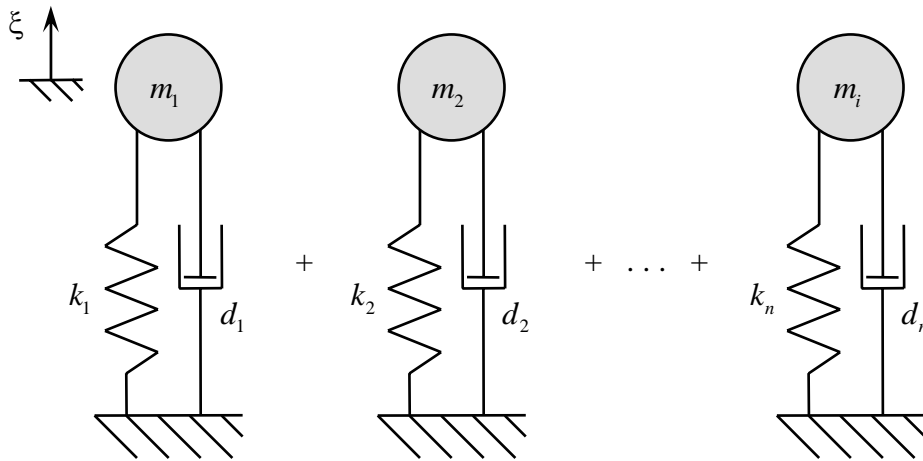


Bild 4.2: Modal entkoppeltes System als Summe von Einmassenschwingern

4.6 Erzwungene Schwingungen

Jede periodische Anregung lässt sich als Summe von harmonischen Anregungen darstellen. Da das Superpositionsprinzip hier gilt, ist es zulässig, die Antwort des Systems für jede einzelne dieser harmonischen Anregungen zu berechnen und sie im Anschluss zu einer Gesamtantwort zu addieren. Es ist daher zweckmäßig, eine Übertragungsfunktion zu bilden, die für eine beliebige harmonische Anregung Gültigkeit hat.

Die gesuchte Übertragungsfunktion bildet sich aus dem Verhältnis der Systemantwort zum Eingangssignal. Das Eingangssignal ist in diesem Fall die Kraftanregung \vec{f} , die Antwort die modale Auslenkung $\vec{\eta}$. Wird eine zeitlich harmonische Anregung mit der Kreisfrequenz ω betrachtet, so muss sich die Antwort aufgrund der Linearität ebenfalls zeitlich harmonisch mit derselben Frequenz ausbilden. Ist die Anregung außerdem nicht nur oszillierend, sondern eine Kraftdrehwelle, muss ein komplexer Amplitudenzeiger \vec{F} für die Kraft angenommen werden. Für die Antwort gilt dies analog mit $\vec{\eta}$. Die Kraftanregung

$$\vec{F} = \vec{F} e^{j\omega t} \quad (4.32)$$

führt also zu einer Systemantwort

$$\vec{\eta} = \vec{\eta} e^{j\omega t}. \quad (4.33)$$

Der komplexe Amplitudenzeiger ermöglicht eine vom betrachteten Zeitpunkt und der Phasenlage unabhängige Berechnung der Antwortamplitude, sofern es sich um reine Verschiebungsdrehwellen handelt.

Nach Einsetzen der Gleichungen (4.32) und (4.33) in die entkoppelten Bewegungsgleichungen (4.31) ergibt sich

$$(-\omega^2 \text{diag}[1] + j\omega \text{diag}[2D_{(i)}\omega_{0,(i)}] + \text{diag}[\omega_{0,(i)}^2]) \vec{\eta} = \Psi_0'^T \vec{F}. \quad (4.34)$$

Diese Gleichung lässt sich auch so schreiben, dass ein Ausdruck für jede einzelne modal entkoppelte Gleichung mit dem Index i entsteht:

$$(-\omega^2 + j\omega 2D_{(i)}\omega_{0,(i)} + \omega_{0,(i)}^2) \hat{\underline{\eta}}_{(i)} = \vec{\psi}'_{0,(i)\text{T}} \vec{\underline{F}}. \quad (4.35)$$

Nach einer weiteren Umformung ergibt sich die modale Übertragungsfunktion jeder Mode:

$$\hat{\underline{\eta}}_{(i)} = \frac{\vec{\psi}'_{0,(i)\text{T}} \vec{\underline{F}}}{\omega_{0,(i)}^2} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{0,(i)}}\right)^2 + j2D_{(i)} \frac{\omega}{\omega_{0,(i)}}}. \quad (4.36)$$

Hier zeigt sich sehr deutlich, dass aus einer Anregung durch einen Kraftvektor $\vec{\underline{F}}$ mit der Frequenz ω ein skalarer Wert $\hat{\underline{\eta}}_{(i)}$ für eine Mode mit dem Index i als modale Antwort folgt. Dieser Wert gibt den Faktor an, mit dem der normierte Eigenvektor $\vec{\psi}'_{0,(i)}$ bei der Rücktransformation durch Gleichung (4.28) auf die physikalische Systemantwort $\vec{\underline{\xi}}$ multipliziert wird. Er zeigt damit an, wie stark die Mode angeregt wird.

5 Klassische analytische Geräuschberechnung

Dieses Kapitel beschreibt die klassische analytische Berechnung der Oberflächenschwingung von rotierenden elektrischen Maschinen auf der Basis des von Jordan [1] entwickelten Verfahrens und verschiedener Erweiterungen und Verbesserungen desselben. Es zeigt dabei auch dessen Grenzen aufgrund notwendiger Vereinfachungen. Zusätzlich wird eine analytische Methode zur Berechnung des Schalldruckpegels einer elektrischen Maschine vorgestellt, die auf Üner [4] sowie Hoffman, Jordan und Weiß [5] zurückgeht und oft im Zusammenhang mit der klassischen Geräuschberechnung verwendet wird.

Das analytische Geräuschberechnungsprogramm AGR, das genau auf dieser klassischen Berechnungsmethode basiert, wird in dieser Dissertation für Vergleiche zwischen rein analytischen und kombiniert analytisch-numerischen Schwingungsberechnungen verwendet (siehe Kapitel 8).

5.1 Statische Verformung

In [1] werden nur die radial gerichteten Zugspannungen, die an den Ständerzähnen angreifen, als akustisch relevant eingestuft. Tangentialkräfte werden für die Schwingungsbetrachtung in Näherung vernachlässigt. Zunächst wird die statische Verformung des Ständerjochs bestimmt, wobei zwischen drei Fällen unterschieden wird: Verformungen mit der Ordnung $\rho = 0$, solche mit $\rho = 1$ und zuletzt Verformungsordnungen mit $\rho \geq 2$. Diese Unterscheidungen lassen sich durch den jeweiligen mechanischen Mechanismus erklären. Die Verformung mit $\rho = 0$ entspricht keiner Biegung des Jochs, sondern einem Stauchen bzw. Strecken des Materials. Man spricht auch von der *Nullverformung* oder einem „Atmen“ des Blechpakets. Die Verformungsordnung $\rho = 1$ stellt für den Ständer eine radiale Hin- und Herbewegung dar, was wegen der in der Regel festen Aufstellung zu Lagerkräften und einer Biegeverformung des Läufers führt. Erst alle Verformungsordnungen mit $\rho \geq 2$ resultieren aus tatsächlichen Biegeverformungen des Jochs. In Abbildung 5.1 sind die Verformungen für $\rho = 0$ bis $\rho = 3$ schematisch für das Ständerjoch dargestellt. Zusätzlich sind jeweils die zugehörigen Radialverschiebungen als Graph entlang des Umfangs aufgetragen.

An dieser Stelle soll kurz auf die Begriffe *Verformung* und *Verschiebung* eingegangen werden. Von einer Verformung wird in dieser Arbeit gesprochen, wenn die Veränderung der Form eines Körpers (z.B. des Jochrings) aufgrund von Kräfteinwirkungen gemeint ist. Wird die Veränderung einer Linie auf oder in dem verformten Körper im Vergleich zu derselben Linie im

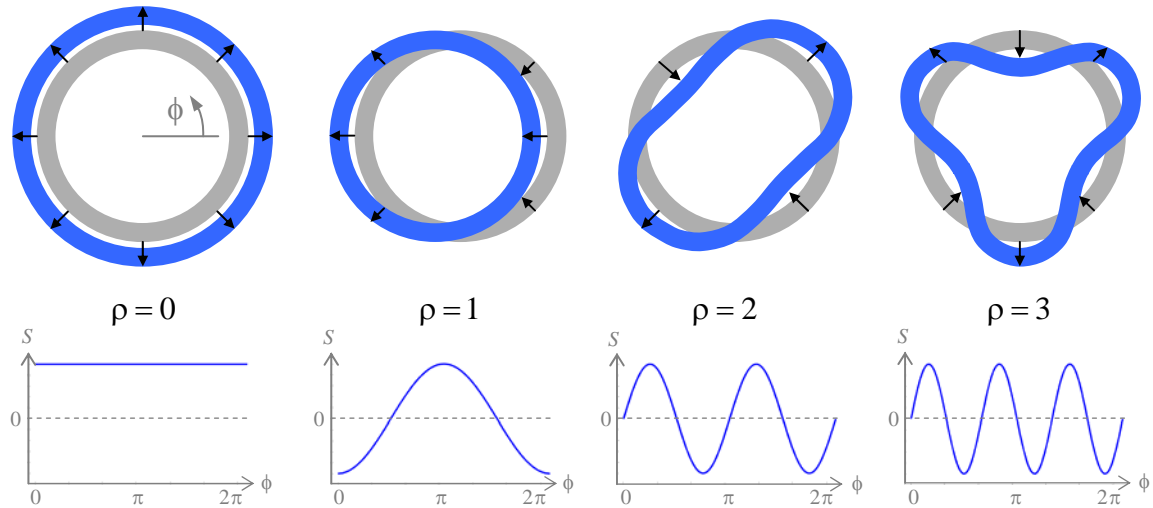


Bild 5.1: Verschiebungsordnungen $\rho = 0$ bis $\rho = 3$ des Ständerjochs; es ist jeweils die Radialkomponente der Verschiebung über dem Umfang aufgetragen

Ausgangszustand bzw. in der Ruhelage des Körpers betrachtet, dann wird der Begriff Verschiebung gewählt. Dasselbe gilt für die Beschreibung von Bewegungen aus der Ruhelage von auf dem verformten Körper liegenden Punkten.

Eine Variation der Jochsteifigkeit entlang des Umfangs in den Zahnbereichen bleibt in Jordans Modell unberücksichtigt, weswegen von den ideal sinusförmigen Eigenvektoren eines frei schwingenden Kreisrings ausgegangen wird. Daher wird hier auch angenommen, dass die Verschiebung des Jochs ausschließlich dieselbe räumliche Ordnungszahl aufweist, wie die der anregenden Zugspannungswelle.

Die statische, radiale Nullverschiebung wird mit

$$\hat{S}_{\text{stat},(\rho=0)} = \frac{r_{1i}r_J}{E_{\text{FE}}h_J} \hat{\sigma}_{(\nu_\sigma=0)} \quad (5.1)$$

angegeben. Darin sind r_{1i} der Bohrungsradius, r_J der mittlere Jochradius und h_J die Jochhöhe, wie der Abbildung 5.2 zu entnehmen ist. Der Elastizitätsmodul der Bleche beträgt $E_{\text{FE}} = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$. In dieser Gleichung wirkt die Zugspannung entlang der Ständerbohrung. Ist die Zugspannung auf einem anderen Radius bekannt, muss statt r_{1i} dieser Radius eingesetzt werden.

Für den Fall $\rho = 1$ gibt Jordan [1] die Biegeverformung des Läufers an und beschreibt ihre genaue Bestimmung aufgrund verschiedener Einflüsse, wie der Versteifung durch das Läuferblechpaket, als schwierig. Da keine Bewegung des Ständers angegeben wird, soll hier auf die Betrachtung von Verschiebungen mit $\rho = 1$ verzichtet werden.

Für $\rho \geq 2$ wird die radiale Verschiebung durch

$$\hat{S}_{\text{stat},(\rho \geq 2)} = \frac{r_{1i}r_J^3}{E_{\text{FE}}h_J^3} \left(\frac{2\sqrt{3}}{\nu_\sigma^2 - 1} \right)^2 \hat{\sigma}_{(\nu_\sigma \geq 2)} \quad (5.2)$$

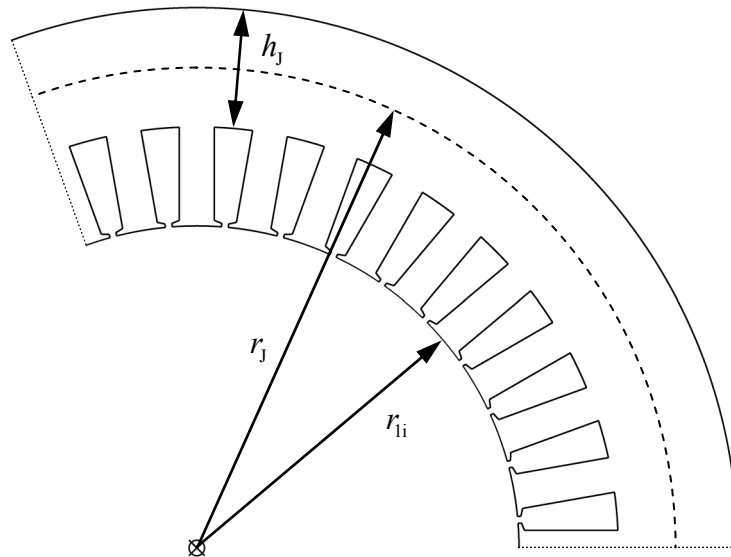


Bild 5.2: Ausschnitt aus dem Ständerblechpaket der Induktionsmaschine IMKL01 mit eingezeichneten geometrischen Größen

beschrieben. Dieses stark vereinfachte analytische Modell lässt sofort zwei grundsätzliche Feststellungen zu. Bei gleicher Zugspannungsamplitude fällt die Verschiebung nach (5.2) umso geringer aus, je höher die Ordnungszahl der Zugspannung ν_σ ist. Bei einer Nullverschiebung nach (5.1) lässt sich diese außerdem durch die Jochhöhe in viel geringerem Maße beeinflussen als bei Verschiebungen mit $\rho \geq 2$, bei denen die Jochhöhe mit der dritten Potenz in den Nenner eingeht. Dort lässt sich beispielweise die Verschiebung \hat{S}_{stat} schon halbieren, wenn die Jochhöhe h_J um den Faktor 1,26 erhöht wird.

Aus diesen Überlegungen lässt sich allgemein ableiten, dass Zugspannungswellen mit niedrigen Ordnungszahlen ν_σ und geringe Jochhöhen die Geräuschentwicklung einer Maschine begünstigen.

5.2 Dynamische Verformung

Die statischen Verschiebungen werden nach [1] mit der sogenannten *Resonanzüberhöhung* multipliziert. Sie stellt eine Funktion der anregenden Frequenz, der räumlichen Ordnung der Zugspannungswelle und der Eigenfrequenz dar. Die Berechnung einer dynamischen Verschiebung setzt also die Kenntnis der Eigenfrequenzen des Systems voraus.

5.2.1 Eigenfrequenzen

Die Eigenfrequenz für die Nullschwingung des einfachen Kreisrings wird in [1] mit

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E_{FE}}{\gamma_{FE} \cdot \Delta \cdot r_J^2}} \quad (5.3)$$

angegeben. Dabei ist $\gamma_{FE} = 7750 \text{ kg/m}^3$ die spezifische Dichte von Dynamoblech. Der Faktor Δ beschreibt eine Erhöhung der Jochmasse um die Zahnmasse. Neben der Zahnmasse können hierin weitere Zusatzmassen berücksichtigt werden. So wird in [2] und auch in [3] die Masse der Zähne und der Wicklung als Zusatzmasse definiert. Der Faktor Δ wird allgemein beschrieben durch

$$\Delta = 1 + \frac{\text{Zusatzmassen}}{\text{Jochmasse}}. \quad (5.4)$$

Für die Eigenfrequenz für Verschiebungsordnungen $\rho \geq 2$ werden zwei Eigenfrequenzgleichungen als Näherung angegeben:

$$f_{0,\phi,\rho} = f_0 \sqrt{\rho^2 + 1} \quad (5.5)$$

für Tangentialschwingungen des Jochs und

$$f_{0,r,\rho} = f_0 \frac{\rho(\rho^2 - 1)}{\sqrt{\rho^2 + 1}} \sqrt{\frac{J}{lh_J r_J^2}} \quad (5.6)$$

für Radialschwingungen. l ist darin die Blechpaketlänge und bildet als Produkt mit der Jochhöhe die Querschnittsfläche des Jochs. J ist das Flächenträgheitsmoment des Jochs und ist bestimmt durch

$$J = \frac{lh_J}{12}. \quad (5.7)$$

Für das Ständerblechpaket der Induktionsmaschine IMKL01 werden beispielhaft die ersten vier radialen Eigenfrequenzen mit den hier gezeigten analytischen Gleichungen berechnet und in der Tabelle 5.1 aufgelistet. Dabei wird unterschieden zwischen den Eigenfrequenzen des reinen Jochrings, denen des Jochrings inklusive der Zähne und denen des Jochrings inklusive Zähnen und Wicklung. Es vergrößert sich entsprechend der Faktor Δ für den Massenzuschlag nach (5.4). Die Tabelle zeigt, wie stark die Eigenfrequenzen schon bei dieser Näherungsrechnung mit einer statischen Vergrößerung der tatsächlich mitschwingenden Masse variieren.

5.2.2 Resonanzüberhöhung

Die *Resonanzüberhöhung* wird, wie in [1] hergeleitet, aus der Bewegungsgleichung des Ständerjochs gewonnen. Sie gibt das Übertragungsverhalten des Jochs wieder und ist damit abhängig von seinen Eigenfrequenzen. Auch hier wird wieder wegen der unterschiedlichen Wirk-

	Nur Joch $\Delta = 1$	Joch mit Zähnen $\Delta = 1,354$	Joch mit Zähnen und Wicklung $\Delta = 1,899$
$f_{0,\rho=0}$	3963 Hz	3405,8 Hz	2913,7 Hz
$f_{0,r,\rho=2}$	762,1 Hz	655 Hz	560,3 Hz
$f_{0,r,\rho=3}$	2155,6 Hz	1852,5 Hz	1584,8 Hz
$f_{0,r,\rho=4}$	4133,1 Hz	3552 Hz	3038,8 Hz

Tabelle 5.1: Eigenfrequenzen der Radialschwingungen für Maschine IMKL01 für verschiedene Zusatzmassen

prinzipien zwischen $\rho = 0$ und $\rho \geq 2$ unterschieden. Für die Nullschwingung wird die Resonanzüberhöhung mit

$$\eta(\rho = 0) = \frac{1}{1 - \left(\frac{f_\sigma}{f_0}\right)^2} \quad (5.8)$$

angegeben. Dabei ist f_σ die Frequenz der anregenden Zugspannungswelle. Für $\rho \geq 2$ gilt die Näherung

$$\eta(\rho) = \frac{\rho^2 - \left(\frac{f_\sigma}{f_0}\right)^2}{\left(\left(\frac{f_\sigma}{f_0}\right)^2 - \left(\frac{f_{0,r,\rho}}{f_0}\right)^2\right) \left(\left(\frac{f_\sigma}{f_0}\right)^2 - \left(\frac{f_{0,\phi,\rho}}{f_0}\right)^2\right)}. \quad (5.9)$$

Die Resonanzüberhöhung wird mit der statischen Verschiebung multipliziert und bildet dadurch die dynamische Verschiebung:

$$\hat{S}_{\text{dyn},\rho} = \hat{S}_{\text{stat},\rho} \cdot \eta(\rho). \quad (5.10)$$

5.3 Erweiterungen des Schwingungsmodells von Jordan

5.3.1 Schwingungsfähigkeit der Zusatzmassen

Alle anderen Maschinenteile neben dem Joch werden in der klassischen Schwingungsberechnung als Zusatzmassen bezeichnet. Das sind die Zähne, die Wicklung und auch ein Gehäuse, sofern vorhanden. Diese Zusatzmassen lediglich als Vergrößerung der Gesamtmasse zu berücksichtigen, stellt eine sehr grobe Näherung dar.

Tatsächlich ist es so, dass nicht alle Zusatzmassen, insbesondere die Wicklung, starr mit dem Ständerjoch gekoppelt sind, und dass die Zusatzmassen selbst auch wieder schwingungsfähig sind und dadurch die Eigenfrequenzen des Gesamtsystems weiter beeinflussen [2]. Dabei können die Zusatzmassen in Abhängigkeit von ihrer Eigenfrequenz die während eines Schwingvorgangs tatsächlich auf den Jochring wirkende Masse vergrößern und in manchen Fällen sogar

verringern. H. Frohne [2] führt zu diesem Zweck für die Zähne sogenannte *Resonanzfaktoren* ein, die in Abhängigkeit von den Zahneigenfrequenzen berechnet werden und als Faktoren in den Massenzuschlag Δ eingehen. Die Eigenfrequenzen der Zähne werden anhand vereinfachter Zahngeometrien berechnet. Die daraus resultierenden, recht umfangreichen Gleichungen sollen hier nicht im Einzelnen aufgelistet werden.

5.3.2 Gehäuse und Aufstellung

Zusatzmassen, speziell Gehäuse, haben außerdem einen weiteren Einfluss auf die Dynamik des Systems. C. Frohne [9] hat am Beispiel von steifen und weichen Maschinenaufstellungen sowie Gehäusen mit Einspannung über Stege bei Großmaschinen und aufgeschrumpften Gehäusen bei Normmotoren gezeigt, dass das Modell des frei schwingenden Rings hier an seine Grenzen stößt. Ein Gehäuse kann dabei, je nach Bauart, zu einer nicht vernachlässigbaren Änderung der Steifigkeitsverhältnisse führen. Die Annahme rein sinusförmiger Eigenformen und einer über den gesamten Umfang gleichmäßig verteilten Steifigkeit hat in vielen Fällen keine Gültigkeit. So ist es möglich, dass eine Anregung mit einer bestimmten räumlichen Ordnung auch Schwingungen anderer Ordnungen hervorrufen kann. Außerdem kann eine reine Drehkraftwelle zu Verformungen mit Anteilen stehender Wellen führen. C. Frohne gibt für bestimmte Gehäuseeinspannungen analytische Berechnungsvorschriften für Eigenformen und -frequenzen an. Diese können allerdings nicht in allgemeingültige Gleichungen für beliebige Gehäuse umgesetzt werden.

5.3.3 Einfluss der Nutung

Die Kraftwellen an der Ständerbohrung werden über die Zähne auf das Joch übertragen. Im Bereich der Nutöffnung ist kein Eisen vorhanden, wodurch Bereiche entlang der Ständerbohrung existieren, an denen keine Kraftübertragung stattfindet. Des Weiteren können der Zahnkopf an der Bohrung und der Zahn am Joch unterschiedliche Breiten aufweisen. Die mechanischen Spannungswellen stellen allerdings über den Umfang kontinuierliche Funktionen dar. Es kommt also bei der Übertragung der Zugspannungswellen auf das Joch zu einer Modulation durch die Ständernutung, welche sich auf die räumlichen Ordnungszahlen und die Amplituden auswirkt. Dieser Effekt wird schon früh von H. Weh beschrieben [7] und daher häufig als *Weh-Effekt* bezeichnet. Auch Wachta [8] beschäftigt sich mit diesem Effekt und beschreibt ihn in ähnlicher Weise.

Die Modulation über die Zähne bewirkt, dass eine radiale Zugspannungswelle

$$\sigma_r(\phi, t) = \hat{\sigma}_r \cos(\nu_\sigma \phi - \omega_\sigma t + \phi_{\sigma,0}) \quad (5.11)$$

mit der räumlichen Ordnung ν_σ , die an der Ständerbohrung angreift, am Joch auf die Wellen

$$\sum \sigma_{r,J}(\phi, t) = \sum_{\nu_{\sigma,J}} \eta(\nu_{\sigma,J}) \hat{\sigma}_r \cos(\nu_{\sigma,J} \phi - \omega_\sigma t + \phi_{\sigma,0}) \quad (5.12)$$

mit den neuen räumlichen Ordnungszahlen

$$\nu_{\sigma,J} = \nu_{\sigma} \pm gN_1, \quad \text{mit } g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5.13)$$

führt. Die Kreisschwingfrequenz ω_{σ} der Anregung verändert sich nicht. Der Modulationsfaktor $\eta(\nu_{\sigma,J})$ rechnet die ursprüngliche Amplitude in Abhängigkeit von den neuen räumlichen Ordnungszahlen um. Er lässt sich auf die Fourierkoeffizienten zurückführen, die aus dem neuen Verlauf der radialen Zugspannung am Joch über den Umfang hervorgehen. Ihre Berechnung hängt von der Annahme ab, wie sich die Kraftverteilung am Zahngrund nach der Übertragung darstellt. Wachta [8] geht dabei von einer linearen Verteilung über die Zahnbreite am Joch aus. Damit soll berücksichtigt werden, dass die Belastung über die Zahnbreite unterschiedlich stark sein kann und diese an das Joch weitergegeben wird. Weh [7] hingegen rechnet hier mit einer diskreten Kraftverteilung je Zahngrund, dessen diskreter Wert je Zahn sich aus dem Integral des Verlaufs am jeweiligen Zahnkopf ergibt. Er berücksichtigt eine ungleichmäßige Zahnbelastung allerdings durch die zusätzliche Berechnung eines in das Joch am Zahn eingeleiteten Drehmoments, welches wiederum in eine Tangentialkraft umgerechnet werden kann, die am Zahnkopf angreift.

Unabhängig von der Berechnungsweise zeigt der Weh-Effekt, dass neben den als allgemein geräuschkritisch eingestuften radialen Zugspannungswellen mit niedrigen räumlichen Ordnungen auch solche betrachtet werden müssen, deren Ordnungszahlen in der Nähe der Ständernutzahl oder ihrer Vielfachen liegen. Ist beispielsweise die räumliche Ordnung einer an der Bohrung angreifenden Welle identisch mit der Nutzahl, führt die Zahnmodulation auch auf eine Nullschwingungsanregung, die auch bei vergleichsweise niedriger Zugspannungsamplitude in Resonanznähe zu hohen Schwingungsamplituden führen kann.

5.4 Schalldruckpegel

Aus der Oberflächenschwingung einer elektrischen Maschine kann auf analytischem Weg der abgestrahlte Schalldruckpegel (Luftschall) bestimmt werden. Wird der Maschine ein Durchmesser-Längen-Verhältnis nahe 1 unterstellt, lässt sie sich näherungsweise als zonaler Kugelstrahler auffassen. Auf diese Weise wird in [3] und in [4] der Schalldruckpegel im akustischen Fernfeld der Maschine berechnet. Dabei wird zunächst die relative Strahlungsleistung N_{rel} ermittelt, die das Verhältnis der spezifischen Strahlungsleistung einer Kugeloberfläche zu der einer mit gleicher Geschwindigkeit schwingenden, unendlich ausgedehnten Ebene darstellt:

$$N_{\text{rel}} = \text{Re} \left\{ \frac{j \frac{r_a \omega}{c_{\text{Luft}}} \sum_{u=0}^{\rho} \frac{(\rho+u)!}{(\rho-u)!} \frac{\rho!}{u!} (j 2 \frac{r_a \omega}{c_{\text{Luft}}})^{(\rho-u)}}{\sum_{u=0}^{\rho} \frac{(\rho+u)!}{(\rho-u)!} \frac{\rho!}{u!} (j 2 \frac{r_a \omega}{c_{\text{Luft}}})^{(\rho-u)} (1 + u + j \frac{r_a \omega}{c_{\text{Luft}}})} \right\}. \quad (5.14)$$

Die Schallgeschwindigkeit in Luft c_{Luft} beträgt 343 m/s. Es ist ersichtlich, dass die relative Strahlungsleistung nur vom Außenradius r_a des Kugelstrahlers, der hier mit dem Ständeraußenradius r_{1a} gleichgesetzt werden kann, und der Kreisfrequenz ω_S der Oberflächenschwingung, die der Kreisfrequenz ω_{σ} der anregenden Kraftwelle entspricht, abhängt.

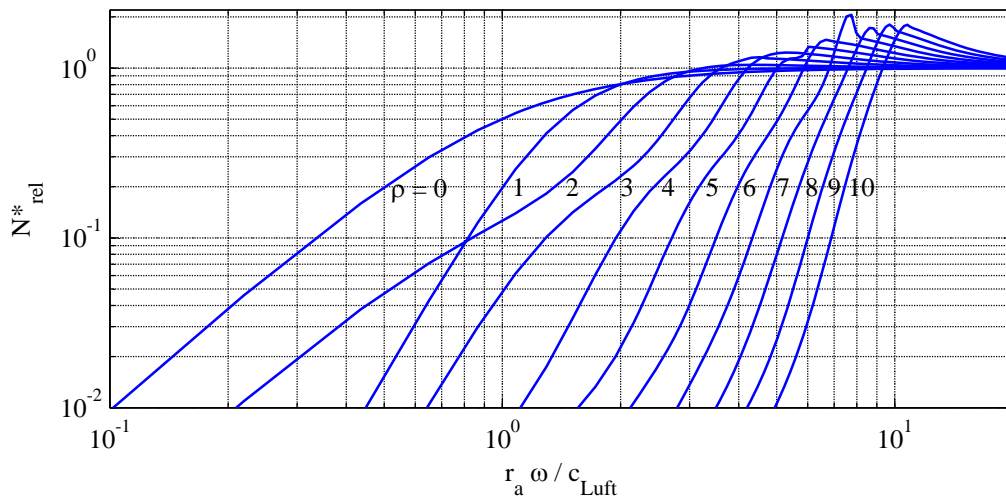


Bild 5.3: Zusammengesetzte relative Strahlungsleistung N_{rel}^*

In [5] wird eine Verbesserung dieser Formel vorgestellt. Sie berücksichtigt, dass die Maschinenoberfläche in der Realität sinusförmig schwingt und nicht in Form von Kugelfunktionen. Die sinusförmigen Verformungen werden darin durch Kugelfunktionen verschiedener Ordnungen zusammengesetzt. Die neue zusammengesetzte relative Strahlungsleistung N_{rel}^* entsteht aus der Summe verschieden gewichteter relativer Strahlungsleistungen N_{rel} je nach betrachteter Verschiebungsordnung. Die Abbildung 5.3 zeigt die Graphen von N_{rel}^* für $\rho = 0 \dots 10$, wie sie in der Geräuschberechnungssoftware AGR verwendet werden. Die Abweichungen zu [5] sind darin begründet, dass die Funktionsgraphen für N_{rel}^* in AGR durch verschiedene Logarithmus- und Exponentialfunktionen mit hinterlegten Wertematrizen abschnittsweise zusammengesetzt werden.

Der von der Maschine abgestrahlte Schalldruckpegel an ihrer Oberfläche lässt sich mit der Gleichung

$$L_{P,(h)} = 20 \log_{10} \left(\frac{Z \cdot 2\pi f_{(h)} \cdot \hat{S}_{(h)} / \sqrt{2}}{P_0} \sqrt{N_{\text{rel},(h)}^*} \right) \quad (5.15)$$

für eine einzelne Jochschwingung errechnen. Für den Bezugswert des Schalldrucks wird $P_0 = 2 \cdot 10^5$ Pa gewählt und für die Schallkennimpedanz $Z = 407,4$ kg/m²s. Der Gesamtschalldruckpegel aller Schwingungen wird beschrieben durch

$$L_{P,\text{total}} = 10 \log_{10} \left(\sum_h 10^{\frac{L_{P,(h)}}{10}} \right). \quad (5.16)$$

Ob das hieraus ermittelte Geräusch der untersuchten Maschine als laut oder störend empfunden wird, hängt nicht nur vom Schalldruckpegel allein ab, sondern auch von der Verteilung und Höhe der Einzelpegel. Geräusche mit stark hervorstechenden Einzelpegeln im Kilohertzbereich werden beispielsweise als sehr viel unangenehmer wahrgenommen als ein gleichmäßiges Gemisch von Einzelpegeln mit insgesamt demselben Gesamtschalldruckpegel. Hinzu kommt, dass das menschliche Gehör Einzeltöne mit gleichen Schalldruckpegeln bei verschiedenen Frequenzen als unterschiedlich laut empfindet. Um dies zu berücksichtigen wurden ver-

schiedene *Bewertungsfilter* für die physikalischen Schallpegel ermittelt. Üblicherweise wird die *A-Bewertung* verwendet (siehe DIN EN 61672-1). Der in dieser Arbeit verwendete Schalldruckpegel versteht sich ohne Bewertungen.

In bestimmten Fällen kann es sinnvoll sein, statt des Schalldruckpegels den Schalleistungspegel für eine Beschreibung des abgestrahlten Schalls heranzuziehen. Er ist von der Größe der Schall abstrahlenden Fläche A abhängig und kann nach [33] aus dem Schalldruckpegel bestimmt werden:

$$L_{W,(h)} = L_{P,(h)} + 10 \log_{10} \left(\frac{A}{\text{m}^2} \right). \quad (5.17)$$

Der Gesamtschalleistungspegel der Maschine ergibt sich hieraus analog zu (5.16).

5.5 Das analytische Geräuschberechnungsprogramm AGR

Für diese Arbeit wird für Vergleiche mit der klassischen, analytischen Schwingungs- und Geräuschberechnung das Computerprogramm AGR verwendet. Es wurde am Institut für Antriebssysteme und Leistungselektronik der Leibniz Universität Hannover speziell für die Berechnung von Schwingungen und Geräuschen rotierender elektrischer Maschinen erstellt. Die in den vorhergehenden Abschnitten gezeigten Berechnungsgrundlagen mit den entsprechenden Erweiterungen sind die Basis des Programms.

Ergänzend zur Berücksichtigung von Zusatzmassen (z.B. der Wicklung), wie in Abschnitt 5.2.1 beschrieben, kann im Programm ein *Massenankopplungsfaktor* vorgegeben werden, der zwischen 0 und 1 liegt und einbezieht, dass nicht die gesamte Zusatzmasse starr mit dem Joch mitschwingt. Üblicherweise wird hier für Träufelwicklungen ein Ankopplungsfaktor von 0,8 gewählt.

Aufgrund der integrierten Berechnung der Zahnschwingungen können in AGR nur trapezförmige Nutgeometrien ohne Rundungen berücksichtigt werden. Davon abweichende Nutformen müssen entsprechend durch den Benutzer als Trapezform angenähert werden.

Um eine gegenseitige Abstützung der Zähne über die Nutfüllung und damit eine Versteifung des Ständers gegen Biegeverformungen zu berücksichtigen, ist das Programm so erweitert, dass in der Nut zwei Federelemente berechnet werden können, eines in der Nutmitte, das sich auf den Wicklungsbereich bezieht, und eines im Nutschlitz, das einen Nutenverschlusskeil berücksichtigt.

Ein Gehäuse, die Aufstellung der Maschine oder nicht-runde Außenkonturen können vom Programm nicht berücksichtigt werden. Sofern das Gehäuse ebenfalls rund ist und aufgeschrumpft wird, wird hier näherungsweise mit einer um die Gehäusedicke vergrößerten Jochhöhe gearbeitet.

5.6 Grenzen der rein analytischen Schwingungsberechnung

Die Berechnungsgrundlage wird durch ein analytisches Modell des oft sehr komplexen, realen Systems geschaffen. Es wird an dieser Stelle vorausgesetzt, dass eine genaue Kenntnis der Materialdaten und der realen Geometrie besteht. Sollen die Gleichungen, die das Modell beschreiben, analytisch lösbar sein, müssen verschiedene Vereinfachungen getroffen werden. Je stärker das reale System vom vereinfachten Modell abweicht, desto größer ist auch die Abweichung der Rechenergebnisse von der Realität zu erwarten.

Entscheidend für eine möglichst genaue Vorhersage der Schwingungen ist die korrekte Beschreibung der Eigenformen und -frequenzen. In diesem Zuge stellt die Einführung von schwingungsfähigen Zusatzmassen sicherlich eine Verbesserung der Genauigkeit dar, jedoch werden dabei im Allgemeinen nur die Zähne berücksichtigt. Die hierfür benötigten Zahneigenfrequenzen können außerdem nicht für beliebige Zahnformen berechnet werden. Auch hier wird das analytische Modell des Zahns an die tatsächliche Zahnform angenähert. Das Gehäuse als schwingungsfähige Zusatzmasse zu berücksichtigen hat sich in der klassischen analytischen Schwingungsberechnung von elektrischen Maschinen nicht etabliert, denn ein allgemeines Näherungsmodell für ein beliebiges Gehäuse zu finden, ist unrealistisch und daher in der Literatur auch nur exemplarisch für ganz bestimmte Gehäusegeometrien untersucht worden ([3], [9]).

Die Aufteilung des Modells in Joch und Zusatzmassen ist an sich schon eine vereinfachte Modellvorstellung. Hierbei wird nämlich stets unterstellt, dass die Steifigkeit allein durch das Joch bestimmt wird und über den Umfang homogen verteilt ist. Tatsächlich ist das Joch aber im Bereich der Zähne steifer gegen Biegeverformungen als im Bereich der Nuten. Das macht sich besonders bei Maschinen mit wenigen Zähnen und niedriger Jochhöhe, wie es sich häufig bei elektronisch kommutierten Kleinmotoren mit Zahnspulenwicklungen darstellt, bemerkbar. Die Eigenformen besitzen dann bereits bei niedrigen räumlichen Ordnungszahlen, selbst in Näherung, keinen sinusförmigen Verlauf entlang des Umfangs mehr, wie in [36] gezeigt wird.

Weitere Einflüsse auf die Steifigkeit, deren korrekte Berücksichtigung sich im klassischen Modell als problematisch darstellt, werden durch ein Gehäuse und durch die Aufstellung der Maschine auf einem Fundament hervorgerufen. Für bestimmte Gehäuseeinspannungen hat C. Frohne [9] zwar analytische Berechnungsvorschriften angegeben, diese können aber nicht allgemeingültig auf verschiedenste Gehäusebauarten übertragen werden. Bei einer Aufstellung der Maschine wird der Ständer an den Befestigungsstellen in seiner freien Bewegung gehindert. Es entstehen Auflagerkräfte zur Umgebung. Je nach Aufstellungsart darf der Ständer nicht mehr als frei im Raum schwingend unterstellt werden. In [11] wird anhand einer starren Aufstellung einer Maschine an zwei Punkten mit Hilfe einer 2D-FEM-Simulation gezeigt, dass die Eigenformen und -frequenzen stark gegenüber dem Fall des als frei schwebend angenommenen Ständers variieren.

Durch die Annahme von rein sinusförmigen Eigenvektoren, die nur durch Zugspannungswellen derselben räumlichen Ordnungszahl angeregt werden können, werden in der klassischen Schwingungsberechnung stets Verschiebungsdrehwellen aus den entsprechenden Kraftdrehwellen ermittelt. Während diese Annahmen Näherungen für bestimmte Maschinenausführungen darstellen, kommt es in der Realität aber auch zu Anteilen stehender Verschiebungswellen und zusätzlich zu Mischanregungen von Eigenvektoren. Diese Phänomene dürfen für bestimm-

te Maschinentypen nicht vernachlässigt werden, wie in Abschnitt 6.1.2 gezeigt wird.

Zum Schluss muss erwähnt werden, dass ein zweidimensionales Modell bereits eine Vereinfachung bedeutet. Dadurch können beispielsweise weder axiale Eigenschwingungen noch der Einfluss der Lagerschilde auf die Steifigkeiten berücksichtigt werden. Dieser Einschränkung ist allerdings auch die später behandelte numerische Berechnung unterworfen, da das ihr zugrunde liegende Modell ebenfalls zweidimensional ist. In diesem Zusammenhang zeigt [37], dass insbesondere bei stirnseitig angeflanschten Motoren einige Eigenvektoren über die axiale Länge stark in ihrer Form variieren können.

Für Maschinen, deren Geometrien der des vereinfachten analytischen Modells sehr nahe kommen und bei denen keine stark inhomogenen Steifigkeitsverhältnisse vorliegen, kann die herkömmliche Schwingungsberechnung aber durchaus gute Ergebnisse liefern, und das vor allem in sehr kurzer Zeit.

6 Kombiniert analytisch-numerische Schwingungs- und Geräuschberechnung

In Abschnitt 5.6 wurde erläutert, welche Grenzen der rein analytischen Schwingungsberechnung durch vereinfachte Modelle gesetzt sind. Numerische Verfahren nach der Finite-Elemente-Methode (FEM) lassen hier sehr viel komplexere Modellierungen eines Objekts zu. Vereinfachungen der Geometrie sind nur in begrenztem Umfang notwendig. So kann der Blechschnitt einer Maschine exakt nachgebildet werden. Ebenso kann ein Gehäuse, die Wicklung und die Aufspannung der Maschine einbezogen werden. Sofern die geometrischen Verhältnisse exakt nachgebildet werden, hängt die Genauigkeit eines solchen dreidimensionalen FE-Modells dann vor allem von der genauen Kenntnis der Kontaktbedingungen zwischen den Materialien und den Materialdaten selbst ab. Da in den meisten Fällen ohnehin CAD-Zeichnungen angefertigt werden, lassen sich Geometriedaten leicht in ein FEM-Programm importieren.

Analytische Methoden haben gegenüber numerischen den großen Vorteil, dass ihre Rechenzeiten sehr klein sind. So lässt sich in kürzester Zeit durch Änderung eines Eingabewerts ein neues Ergebnis berechnen, was besonders attraktiv für Parameterstudien ist. Eine komplette dreidimensionale multiphysikalische FEM-Berechnung verspricht zwar in der Regel genauere Ergebnisse, benötigt aber sehr viel mehr Rechenzeit und leistungsfähige Computer.

In den folgenden Abschnitten werden die Vorteile beider Verfahren, analytische und numerische, kombiniert. Dies wird erreicht, indem die Modalanalyse, die in der Analytik speziell bei komplexer Geometrie eine geringere Genauigkeit besitzt, numerisch durchgeführt wird. Die Modaltheorie bietet, wie in Abschnitt 4.5 gezeigt, die Möglichkeit, die dynamische Verschiebung, bei Kenntnis der Modalmatrix und der Eigenfrequenzen, als Systemantwort auf einen Kraftvektor analytisch zu errechnen. Auf diese Weise lässt sich ein Großteil der Schwingungsberechnung analytisch durchführen und der Vorteil der kurzen Rechenzeiten nutzen.

Dieses Kapitel betrachtet, wie in der klassischen Berechnung auch, zunächst nur radiale Zugspannungswellen. Der Einfluss tangentialer Zugspannungen wird separat im Kapitel 7 behandelt.

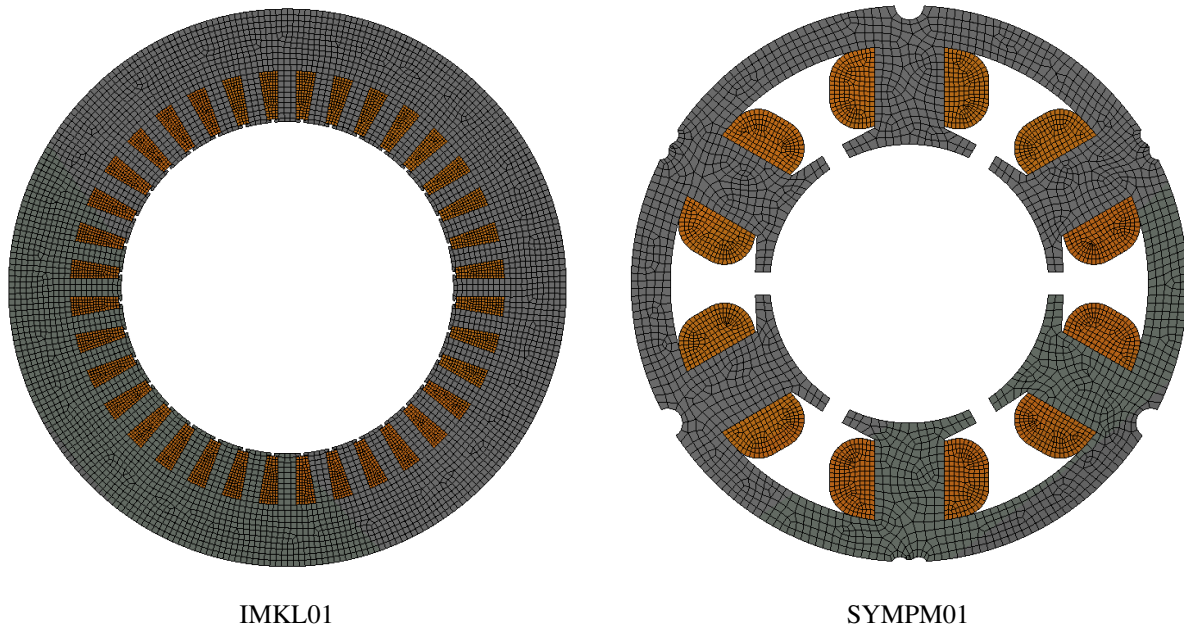


Bild 6.1: ANSYS-Modelle mit Netzstruktur für die Ständer der Versuchsmotoren

6.1 Numerische Modalanalyse

Die numerische Modalanalyse wird mit dem FEM-Programm ANSYS durchgeführt. Es wird in dieser Arbeit ausschließlich für die Lösung von zweidimensionalen, strukturmechanischen Problemen verwendet. Nachfolgend wird beschrieben, wie die Modelle der Versuchsmaschinen in ANSYS aufgebaut und konfiguriert sind, und es werden die Lösungen der numerischen Modalanalysen dargestellt. Dabei wird auch auf die Problematiken von nicht-sinusförmigen Eigenvektoren und den Einfluss einer festen Aufstellung eingegangen.

6.1.1 FE-Modell

Die für die numerische Modalanalyse erstellten zweidimensionalen ANSYS-Modelle der Versuchsmotoren werden als Schnitt durch die axiale Maschinenmitte umgesetzt. Die Abbildung 6.1 zeigt die Netzstruktur zu den beiden Maschinenmodellen ohne ein Gehäuse. Das Netz bildet Knoten an Stellen, an denen sich Netzlinien treffen. Die finiten Elemente werden durch die Umrandung der einzelnen Netzlinien gebildet. Bei der Modalanalyse werden die Verschiebungen der Netzknoten für die einzelnen Eigenformen bestimmt. Das Netz ist jeweils so fein gewählt, dass eine weitere Verkleinerung der Elemente und damit eine Vergrößerung der Elementenzahl zu keiner nennenswerten Änderung in den Ergebnissen der Modalanalyse mehr führt. Für das Modell des IMKL01 ergeben sich 25800 Knotenpunkte und 7594 Elemente, für den SYMPM01 13099 Knotenpunkte und 3949 Elemente. Je größer die Knotenzahl ausfällt, desto größer sind entsprechend die mit diesem Modell berechneten Modalmatrizen und damit die für nachfolgende Berechnungen zu erwartenden Rechenzeiten.

Die zugewiesenen Materialdaten können in Tabelle 6.1 eingesehen werden. Während dem

Ständereisen ohne Weiteres die Materialeigenschaften des jeweiligen Dynamoblechs zugewiesen werden können, müssen für die Wicklung Eigenschaften eines Materialgemischs angenommen werden. Im Fall des IMKL01 füllt die Wicklung den Nutraum vollständig aus. Es handelt sich hier um eine Träufelwicklung, die aus einzelnen Runddrähten besteht. Der Kupferfüllfaktor beträgt 45,6 %. Der übrige Bereich der Nut ist mit Isolation und Harz ausgefüllt. Es wird angenommen, dass sich eine solche Nutfüllung in ihrer Steifigkeit ähnlich einem Kunststoff mit einem E-Modul von $1,1 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ verhält. Die Dichte für die Nutfüllung wird aus dem Produkt der Dichte von Kupfer und dem Füllfaktor bestimmt. Das Gewicht der Isolation und des Harzes wird damit vernachlässigt, wie es auch in der klassischen analytischen Schwingungsberechnung geschieht. Die Wickelköpfe werden in einer entsprechend vergrößerten axialen Länge berücksichtigt, die der Wicklung in den Nuten zugewiesen wird.

	IMKL01	SYMPM01
Ständereisen		
Dichte	7750 kg/m ³	7850 kg/m ³
E-Modul	$2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$	$2,0 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
Länge	0,4 m	0,04 m
Wicklungsbereich		
Dichte	4058 kg/m ³	4900 kg/m ³
E-Modul	$1,1 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$	$1,2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
Länge	0,75 m	0,066018 m
Gehäuse		
Dichte	–	7850 kg/m ³
E-Modul	–	$2,0 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
Länge	–	0,0915 m

Tabelle 6.1: Materialparameter für die ANSYS-Modelle der Versuchsmaschinen

Der Motor SYMPM01 ist mit einer Zahnspulenwicklung ausgeführt. Aus Fertigungsgründen sind die Nuten nicht vollständig gefüllt. Es besteht daher kein Grund zu der Annahme, dass der für die Wicklung gewählte E-Modul sich auf die Steifigkeit des Jochs merklich auswirkt, da die Zähne sich nicht gegeneinander über die Nutfüllung abstützen können, wie es beim IMKL01 der Fall ist. Es wird auch hier für die Wicklung im Modell eine um den Füllfaktor reduzierte Dichte von Kupfer gewählt und die Wickelköpfe in der zugewiesenen Länge berücksichtigt. Die Längenunterschiede der Materialien sind in Abbildung 6.2 erkennbar, die eine dreidimensionale Ansicht der zweidimensionalen Netzstruktur zeigt.

Der Motor SYMPM01 besitzt ein zylinderförmiges Stahlgehäuse, das durch Presssitz mit dem Ständerblechpaket verbunden ist. Da an diesem Motor Vergleichsmessungen der Oberflächenschwingungen durchgeführt werden (siehe Abschnitt 8.10) und diese mit Gehäuse stattfinden, soll auch ein ANSYS-Modell dieses Motors inklusive Gehäuse bereitgestellt werden. Die Stirnseiten des Gehäuses, die auch die Lagerschilde bilden, werden im Modell durch die größere Länge berücksichtigt, die sich aus der Kenntnis des Gehäusegesamtvolumens ergibt. Dieses erweiterte ANSYS-Modell zeigt Abbildung 6.3.

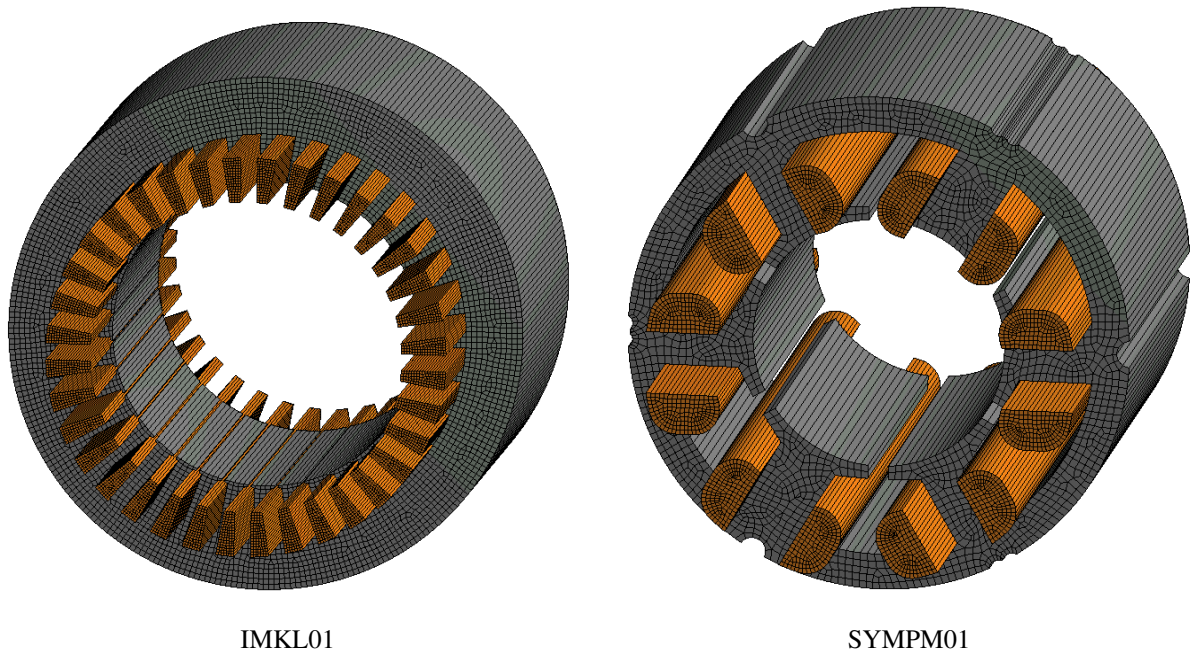


Bild 6.2: ANSYS-Modelle mit Netzstruktur in dreidimensionaler Darstellung für die Ständer der Versuchsmotoren

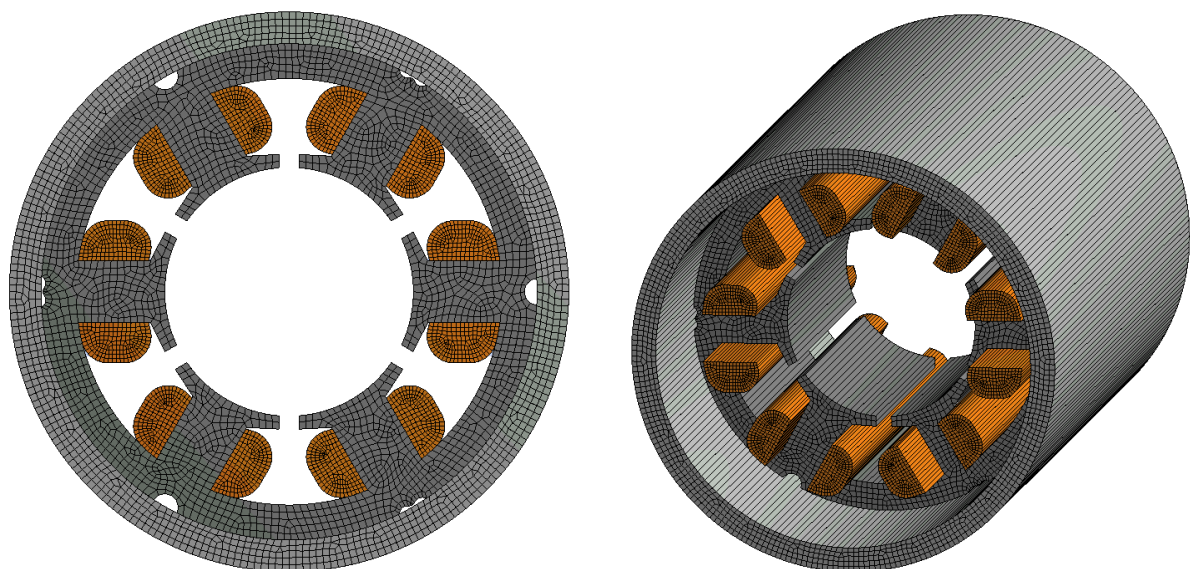


Bild 6.3: Um ein Gehäuse erweitertes ANSYS-Modell des Versuchsmotors SYMPM01

Für alle Kontaktflächen zwischen Wicklung und Blechpaket sowie zwischen Blechpaket und Gehäuse werden bei allen Modellen die Standardkontaktbedingungen gewählt. Damit werden keine Relativbewegungen oder Dämpfungen in Form von Reibungsverlusten an den Kontaktflächen zugelassen. Die Modellbestandteile sind fest miteinander verbunden.

Die Modelle werden zunächst als frei im Raum schwebend angenommen. Es existieren somit keine Auflager- oder Federkräfte zu einer Bezugsumgebung. Für die Modalanalyse gelten die Bedingungen der freien, ungedämpften Schwingungen.

6.1.2 Eigenvektoren und Eigenfrequenzen

Die numerische Modalanalyse liefert die Eigenvektoren und die Eigenfrequenzen der einzelnen Eigenformen. Bei einem reinen Kreisring bilden sich alle Eigenvektoren, mit Ausnahme der Nullschwingung ($\rho = 0$), als Paare aus, die zueinander um den Winkel $\pi/2\rho$ am Umfang versetzt sind. Auf diese Weise können sich Drehverformungen ausbilden. Die Eigenvektoren der Ständer der Versuchsmotoren zeigen ebenfalls diese Ausprägung. Da die Ähnlichkeit mit dem Kreisring aber nur bedingt gegeben ist, treten einige Verformungsordnungen auch mehrfach auf, und die Ausprägungen der zusammengehörenden Paare können unterschiedlich ausfallen, wodurch eine klare Zuordnung zum Teil schwerer fällt.

Die Eigenvektoren besitzen jeweils so viele Elemente, wie Knoten im Modell existieren. Jeder Eintrag bedeutet die Verschiebung des entsprechenden Knotenpunkts für die jeweilige Eigenform. Alle Eigenvektoren werden vom Programm bereits nach (4.15) auf die Massenmatrix des Systems normiert und werden außerdem für die Raumrichtungen x und y getrennt ausgegeben. Neben den Eigenvektoren und den Eigenfrequenzen werden auch die Ruhekoordinaten jedes Knotenpunkts exportiert. Die Daten werden mit Hilfe des Computerprogramms MATLAB eingelesen und für die weitere analytische Berechnung aufbereitet. Die folgenden Gleichungen zeigen, in welcher Form die Daten der numerischen Modalanalyse nach diesem Schritt vorliegen:

die Vektoren der Ruhekoordinaten für die beiden Raumrichtungen Radius und Winkel der n Knotenpunkte in einem Zylinderkoordinatensystem als

$$\vec{r}_K = \begin{bmatrix} r_{K,(1)} \\ r_{K,(2)} \\ \vdots \\ r_{K,(n)} \end{bmatrix} \quad \vec{\phi}_K = \begin{bmatrix} \phi_{K,(1)} \\ \phi_{K,(2)} \\ \vdots \\ \phi_{K,(n)} \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

die Modalmatrizen in x - und y -Richtung als

$$\Psi'_{0,x} = \begin{bmatrix} \psi'_{0,x,(1,1)} & \psi'_{0,x,(1,2)} & \cdots & \psi'_{0,x,(1,n_{EV})} \\ \psi'_{0,x,(2,1)} & \psi'_{0,x,(2,2)} & \cdots & \psi'_{0,x,(2,n_{EV})} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi'_{0,x,(n,1)} & \psi'_{0,x,(n,2)} & \cdots & \psi'_{0,x,(n,n_{EV})} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$\Psi'_{0,y} = \begin{bmatrix} \psi'_{0,y,(1,1)} & \psi'_{0,y,(1,2)} & \cdots & \psi'_{0,y,(1,n_{EV})} \\ \psi'_{0,y,(2,1)} & \psi'_{0,y,(2,2)} & \cdots & \psi'_{0,y,(2,n_{EV})} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi'_{0,y,(n,1)} & \psi'_{0,y,(n,2)} & \cdots & \psi'_{0,y,(n,n_{EV})} \end{bmatrix},$$

die Eigenfrequenzen der insgesamt n_{EV} Eigenvektoren als

$$\vec{f}_0 = \begin{bmatrix} f_{0,(1)} & f_{0,(2)} & \cdots & f_{0,(n_{EV})} \end{bmatrix}. \quad (6.3)$$

6.1.3 Die Eigenvektoren und -frequenzen der Versuchsmaschinen

Die Eigenvektoren beschreiben, auf welche Weise sich die Geometrien der Versuchsmaschinen bei einer Anregung verformen. Da die beiden Maschinen in ihrer Bauart sehr verschieden sind, soll gezeigt werden, inwieweit sich diese Unterschiede auf die Eigenvektoren auswirken. Die Anzahl der berechneten Eigenvektoren wurde für die beiden Versuchsmotoren im Hinblick auf die Rechenzeit optimiert. Versuche haben gezeigt, dass die Berechnung weiterer Eigenvektoren hier keine signifikante Änderung im Ergebnis der Schwingungs- und Geräuschberechnung mehr ergibt.

Eine anschauliche grafische Darstellung bietet ein Auftragen der Vektoreinträge von Außenknoten aus den Eigenvektoren der Radialverschiebung über den Raumwinkel dieser Knoten. Zu diesem Zweck wird im Vorfeld durch eine Koordinatentransformation, wie sie im Abschnitt 6.2.3 beschrieben wird, die radiale Modalmatrix $\Psi'_{0,r}$ aus den kartesischen Modalmatrizen $\Psi'_{0,x}$, $\Psi'_{0,y}$ und den Knotenruhekoordinaten \vec{r}_K , $\vec{\phi}_K$ gebildet. Sie enthält ausschließlich den radialen Verschiebungsanteil der Knoten. Die Eigenvektoren liegen darin wie gewohnt spaltenweise vor.

Versuchsmotor IMKL01

Die Eigenvektorpaare des Versuchsmotors IMKL01 sind in den Abbildungen 6.4 bis 6.17 paarweise grafisch zusammengestellt. Die Tabelle 6.2 listet alle berechneten Eigenvektoren mit ihren Frequenzen auf und gibt die zugehörige Verschiebungsordnung ρ anhand der Außenknotenverschiebung an. Die Nummerierung der Eigenvektoren erfolgt aufsteigend nach ihren Eigenfrequenzen sortiert. Bildet ein Eigenvektor ein Gemisch verschiedener Verschiebungs-

ordnungen, so wird zuerst die Ordnung mit der höchsten Amplitude angegeben und nachfolgend, durch Semikolon getrennt, weitere Ordnungen absteigend nach ihrer Amplitude sortiert. Eine Prozentangabe gibt das Amplitudenverhältnis zur erstgenannten Verschiebungsordnung an.

Leichte Abweichungen in den Frequenzen und Amplituden unter den Eigenvektorkpaaren lassen sich dadurch erklären, dass es sich bei der Geometrie nicht um einen reinen Zylinder handelt, sondern dass die Zähne und die Nutfüllung zu einer leicht inhomogenen Steifigkeitsverteilung am Umfang führen. Auch treten Paare mit derselben Verschiebungsordnung im Gegensatz zum reinen Zylinder mehrfach auf (vgl. z.B. Eigenvektoren 5, 6 und 23, 24). Die Anteile weiterer Verschiebungsordnungen sind bei den Eigenvektoren 16, 17 und 18 besonders hoch, weil die Amplitude der Hauptordnungen ($\rho = 2$ bzw. $\rho = 1$) im Vergleich zu den anderen Eigenvektoren um etwa den Faktor 50 kleiner sind.

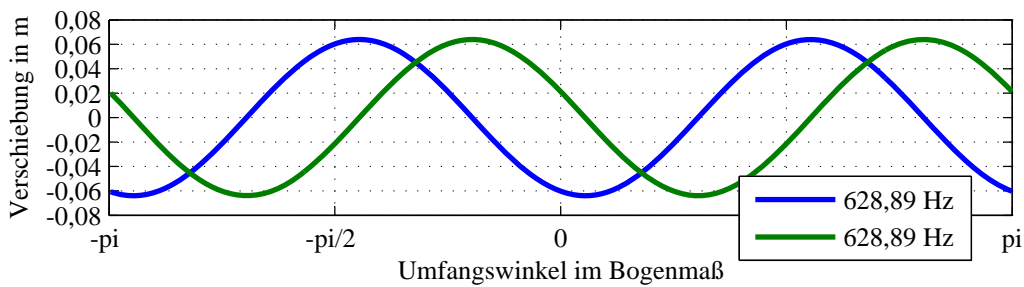


Bild 6.4: Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 1 und 2

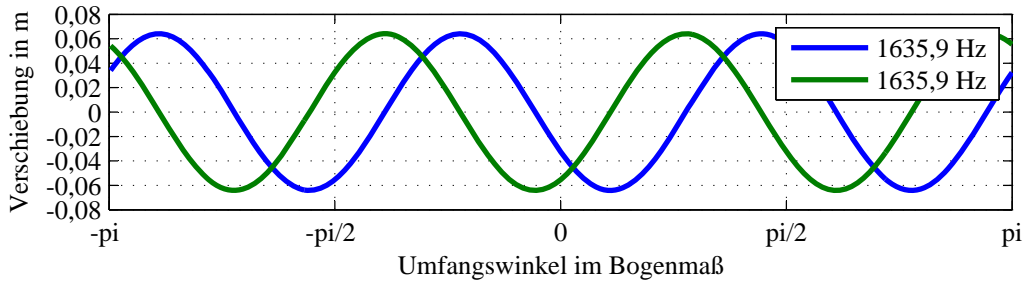


Bild 6.5: Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 3 und 4

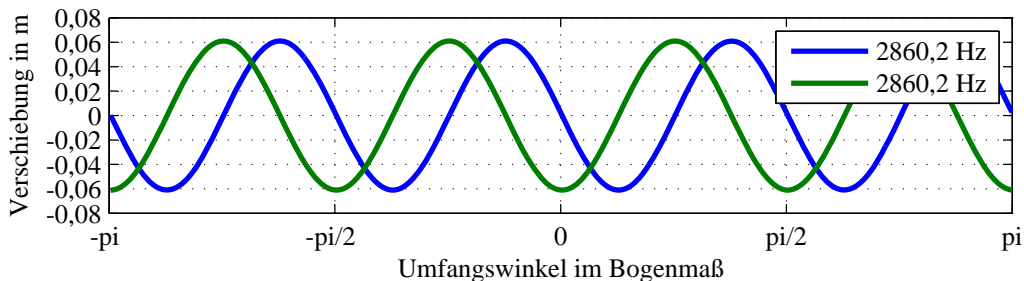


Bild 6.6: Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 5 und 6

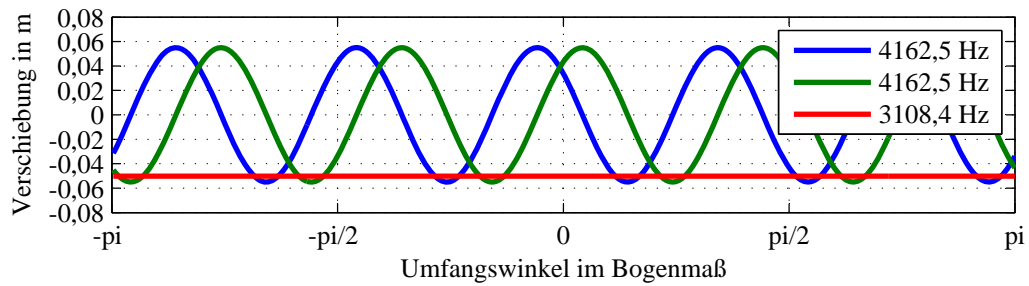


Bild 6.7: Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 7, 8 und 9

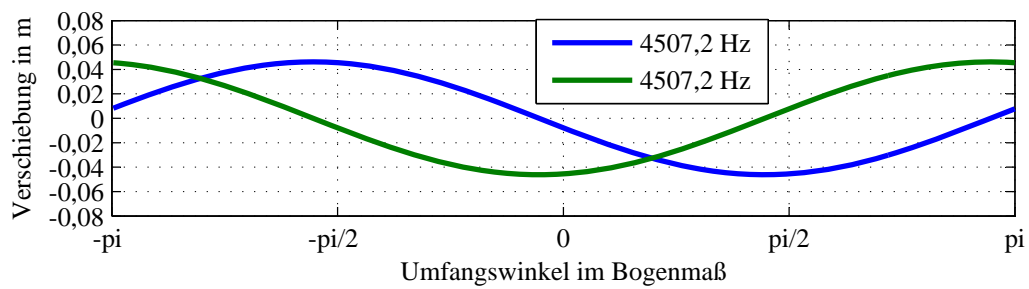


Bild 6.8: Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 10 und 11

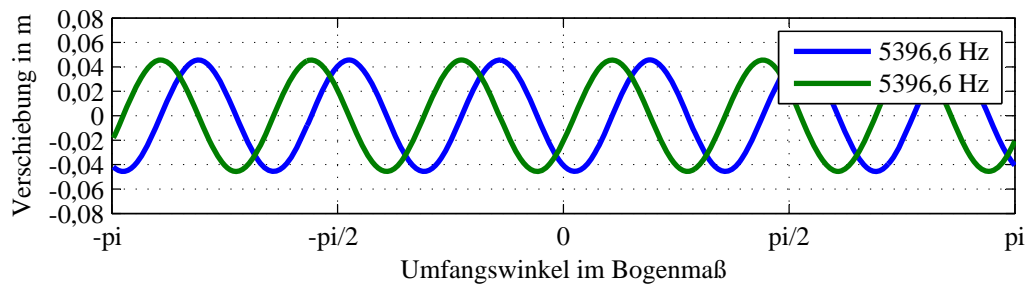


Bild 6.9: Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 12 und 13

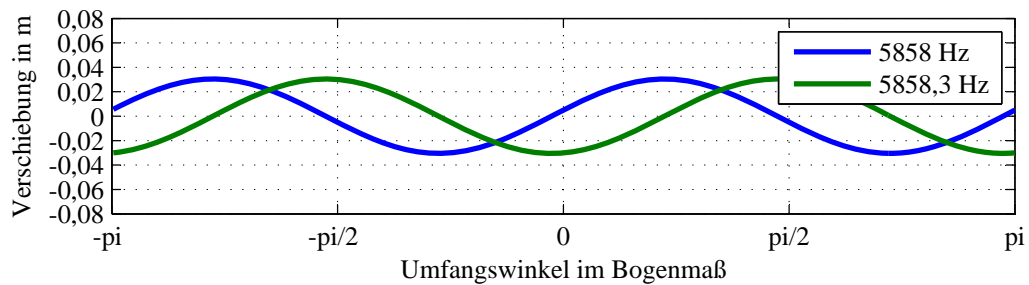
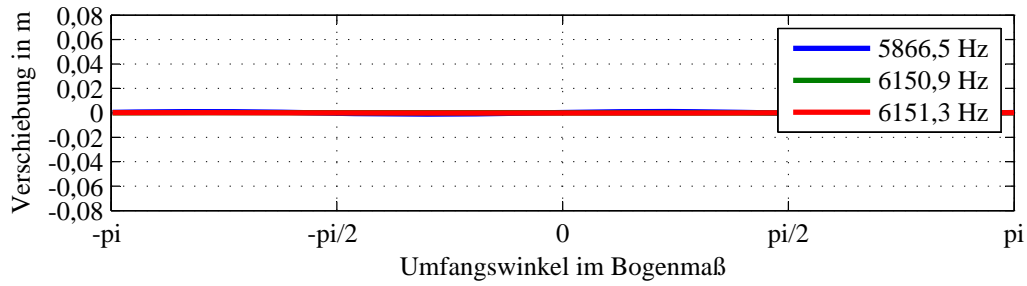
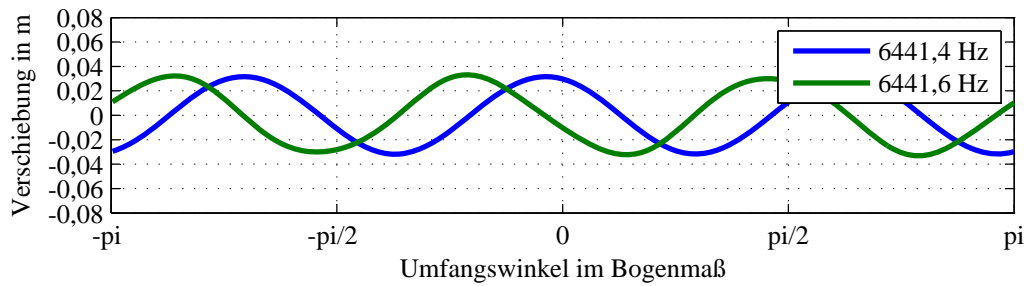
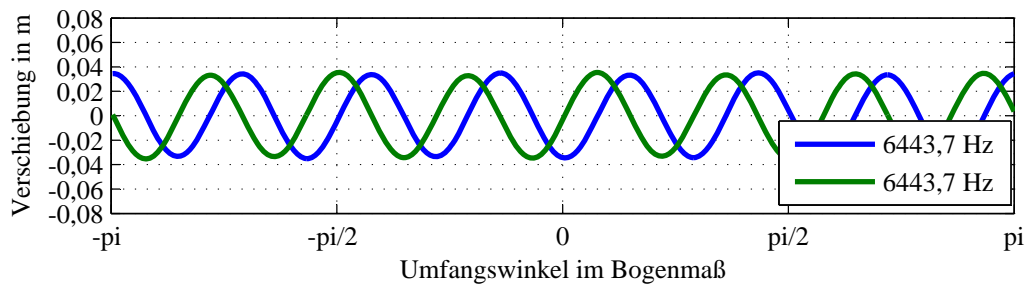
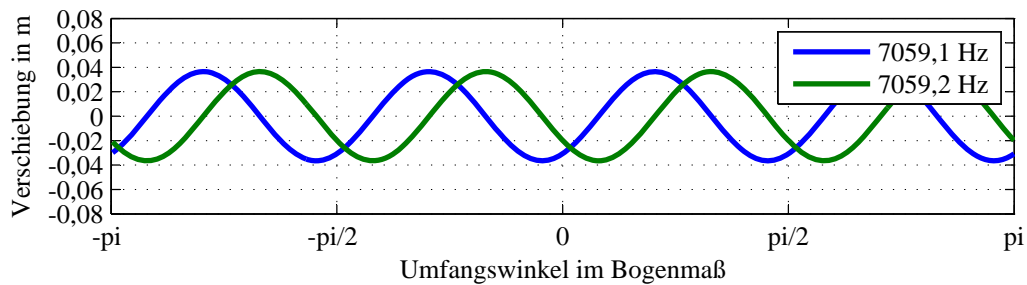


Bild 6.10: Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 14 und 15

**Bild 6.11:** Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 16, 17 und 18**Bild 6.12:** Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 19 und 20**Bild 6.13:** Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 21 und 22**Bild 6.14:** Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 23 und 24

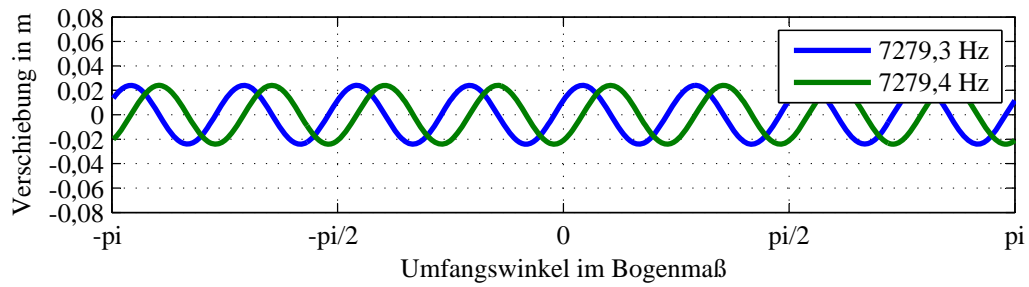


Bild 6.15: Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 25 und 26

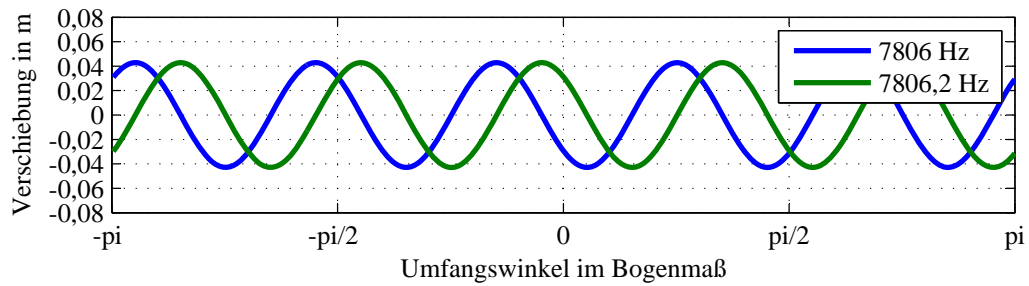


Bild 6.16: Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 27 und 28

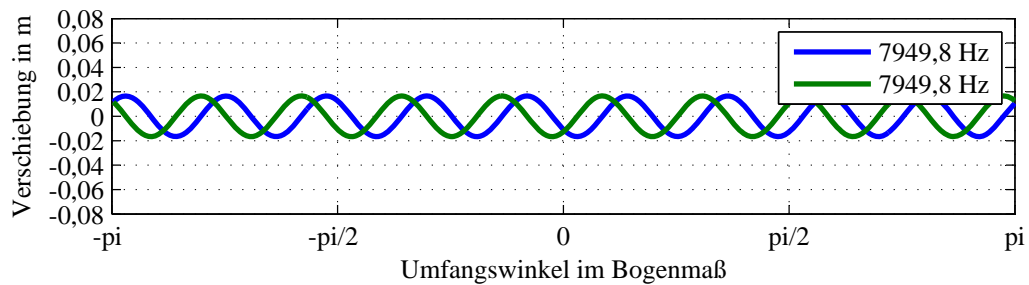


Bild 6.17: Versuchsmotor IMKL01, Eigenvektoren 29 und 30

Eigenvektor	Eigenfrequenz f_0 in Hz	Verschiebungsordnungen ρ
1	628,89	2
2	628,89	2
3	1635,9	3
4	1635,9	3
5	2860,2	4
6	2860,2	4
7	3108,4	0
8	4162,5	5
9	4162,5	5
10	4507,2	1
11	4507,2	1
12	5396,6	6
13	5396,6	6
14	5858,0	2
15	5858,3	2
16	5866,5	2; 36 (2 %); 3 (1 %)
17	6150,9	1; 3 (28 %); 2 (18 %); 35 (9 %); 37 (6 %)
18	6151,3	1; 35 (9 %); 37 (6 %); 2 (5 %); 5 (5 %)
19	6441,4	3; 7 (1 %)
20	6441,6	3; 7 (6 %)
21	6443,7	7; 3 (3 %)
22	6443,7	7; 3 (4 %)
23	7059,1	4
24	7059,2	4
25	7279,3	8
26	7279,4	8
27	7806,0	5
28	7806,2	5
29	7949,8	9
30	7949,8	9

Tabelle 6.2: Eigenvektoren des Versuchsmotors IMKL01

Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse

Analog werden auch beim Versuchsmotor SYMPM01 die Eigenvektoren grafisch zusammengestellt und als Darstellung der Verschiebung der Außenknoten gewählt (Abbildungen 6.18 bis 6.29).

Im Gegensatz zum IMKL01 sind beim SYMPM01 deutliche Abweichungen in Amplitude und Frequenz der Eigenvektorpaare zu erkennen. Besonders stark ausgeprägt sind diese Abweichungen bei Verschiebungsordnungen, deren Anzahl an Verschiebungsextrema einem Vielfachen der Zahnzahl entspricht (vgl. z.B. Eigenvektoren 3 und 4). Da die Zahnzahl sehr niedrig ist und die Zähne folglich vergleichsweise breit sind, unterscheidet sich die Steifigkeit des Jochs im Zahnbereich und im Nutbereich sehr stark. Liegen die Verschiebungsextrema (d.h. die Stellen mit engsten Biegeradien) des einen Eigenvektors eines Paares im Bereich der Zähne und die des anderen im Bereich der Nuten, ergibt sich für den ersten eine höhere Steifigkeit und eine höhere Frequenz.

Stark unterschiedliche Eigenfrequenzen innerhalb eines Eigenvektorpaares führen zu unterschiedlich starken Anregungen der beiden Eigenvektoren durch dieselbe Zugspannungswelle. Dadurch kann es auch bei reinen Kraftdrehwellen zu Anteilen stehender Wellen in den Jochschwingungen kommen.

Es lässt sich außerdem bei allen Eigenvektoren beobachten, dass sie sich aus stehenden Wellen mit mehr als einer Verschiebungsordnungszahl zusammensetzen. Eine Fourieranalyse über die Außenknotenverschiebung der Eigenvektoren zeigt deren Anteile, die in Tabelle 6.3 zusätzlich aufgelistet sind. Es ist also bei diesem Versuchsmotor nicht mehr so, wie es die klassische analytische Berechnungsmethode (Abschnitt 5) annimmt, dass ein Eigenvektor nur eine Verschiebungsordnung besitzt und nur durch die gleiche räumliche Ordnung einer Zugspannungswelle angeregt werden kann.

Versuchsmotor SYMPM01 mit Gehäuse

Für den späteren Vergleich mit Messungen wird der SYMPM01 auch mit seinem Gehäuse (siehe Abbildung 6.3) simuliert. Dieses wirkt dabei deutlich versteifend, wie die Tabelle der Eigenvektoren 6.4 anhand höherer Frequenzen und geringerer zusätzlicher Verschiebungsordnungen je Eigenform zeigen. Die Frequenzabweichungen der Eigenvektorpaare sind nach wie vor deutlich ausgeprägt, wenn sie auch prozentual geringer ausfallen als ohne Gehäuse. Auf eine grafische Darstellung der einzelnen Vektoren wird hier verzichtet.

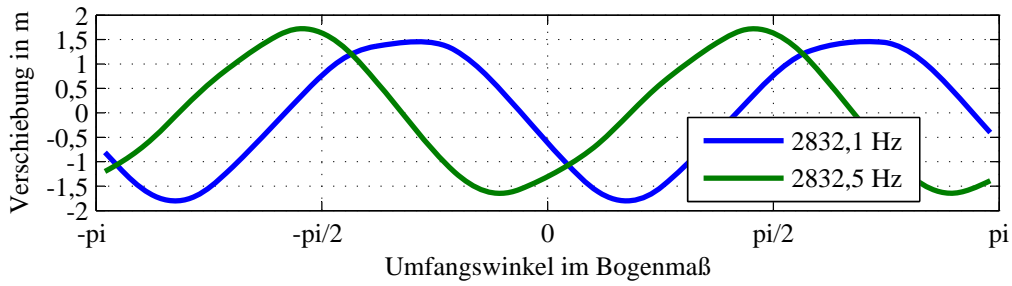


Bild 6.18: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 1 und 2

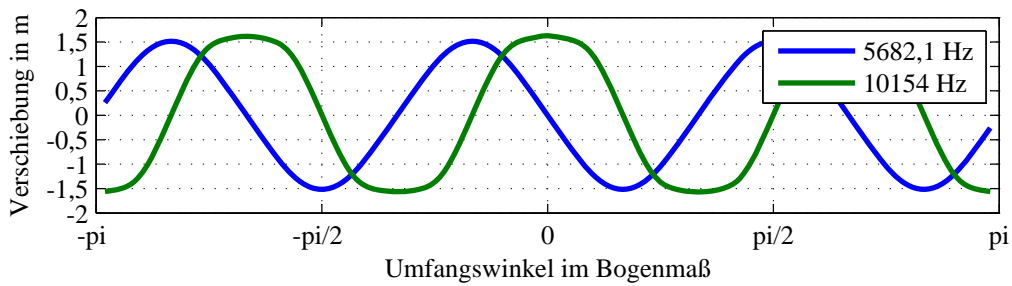


Bild 6.19: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 3 und 4

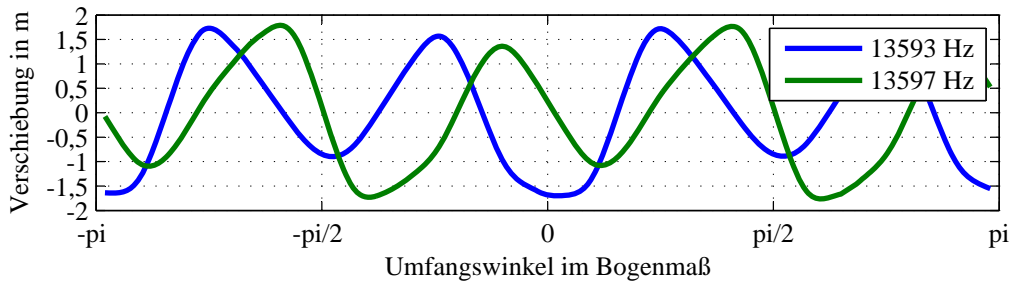


Bild 6.20: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 5 und 6

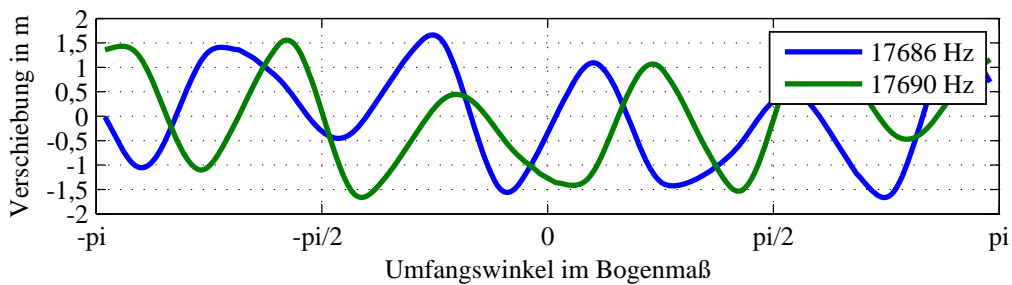


Bild 6.21: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 7 und 8

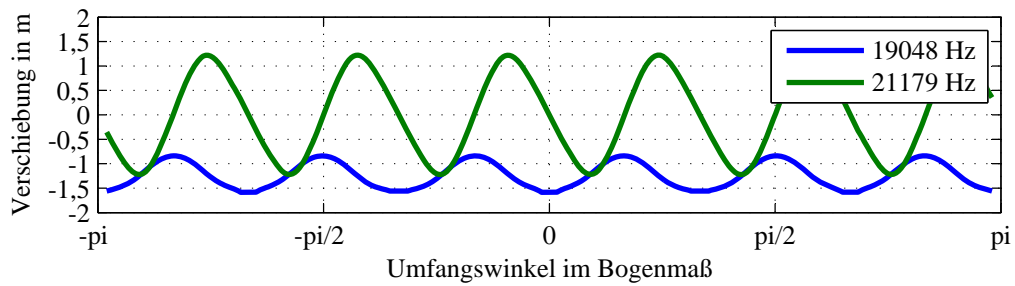


Bild 6.22: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 9 und 10

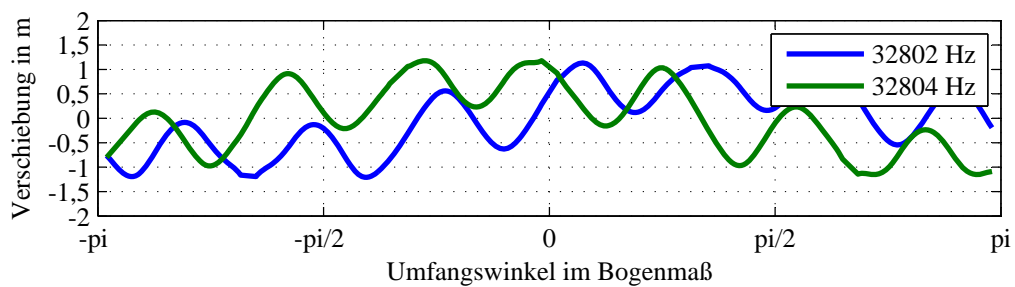


Bild 6.23: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 11 und 12

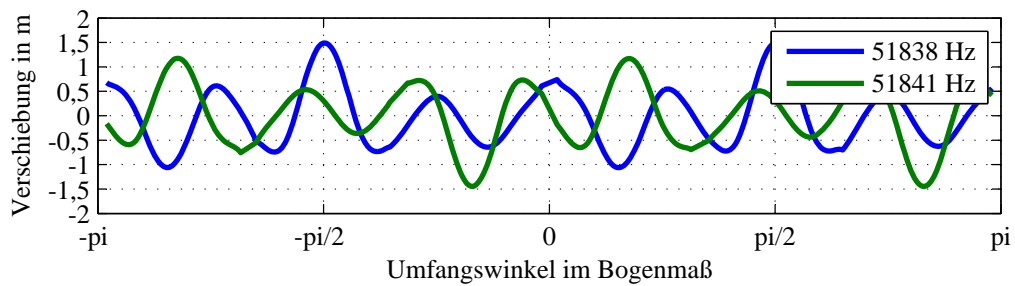


Bild 6.24: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 13 und 14

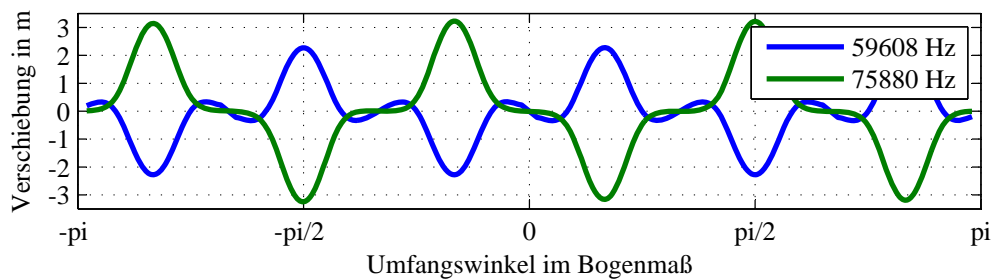


Bild 6.25: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 15 und 22

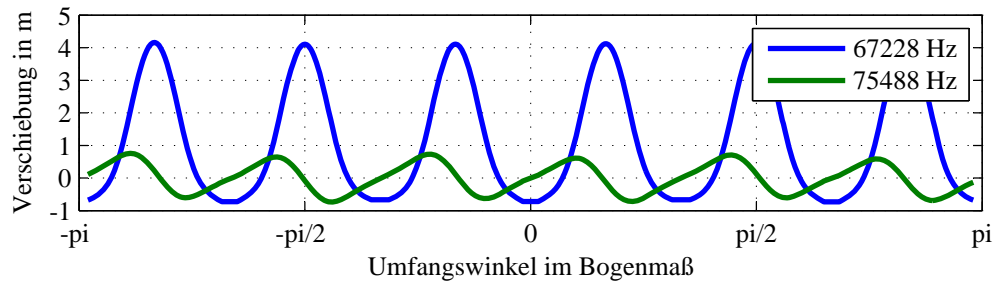


Bild 6.26: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 16 und 21

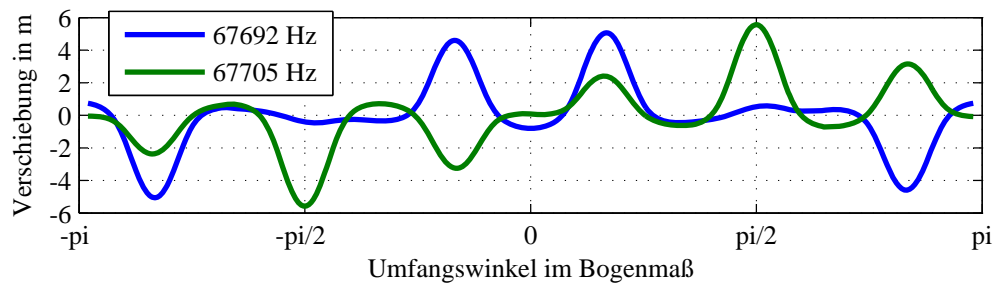


Bild 6.27: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 17 und 18

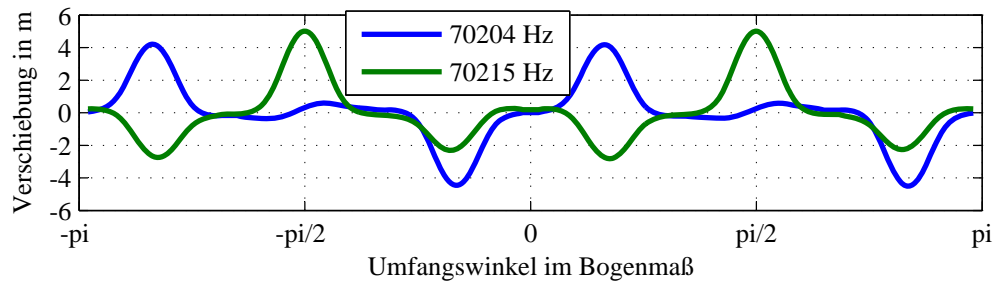


Bild 6.28: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 19 und 20

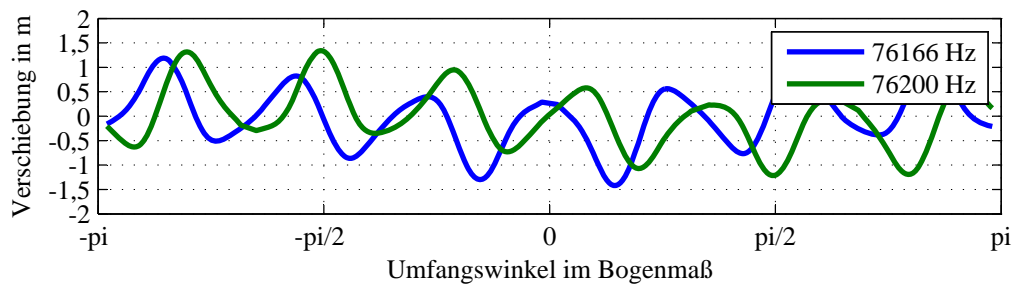


Bild 6.29: Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse, Eigenvektoren 23 und 24

Eigenvektor	Eigenfrequenz f_0 in Hz	Verschiebungsordnungen ρ
1	2832,1	2; 4 (12 %); 10 (3 %)
2	2832,5	2; 4 (12 %); 10 (3 %)
3	5682,1	3; 9 (5 %); 15 (3 %)
4	10154	3; 9 (8 %); 0 (2 %)
5	13593	4; 2 (30 %); 8 (15 %)
6	13597	4; 2 (30 %); 8 (15 %)
7	17686	5; 1 (44 %); 7 (32 %)
8	17690	5; 1 (44 %); 7 (32 %)
9	19048	0; 6 (29 %); 12 (2 %)
10	21179	6; 12 (4 %); 24 (4 %)
11	32802	1; 7 (89 %); 5 (29 %)
12	32804	1; 7 (89 %); 5 (29 %)
13	51838	8; 4 (40 %); 10 (33 %); 2 (29 %)
14	51841	8; 4 (40 %); 10 (33 %); 2 (29 %)
15	59608	3; 9 (74 %); 6 (3 %)
16	67228	6; 0 (54 %); 12 (20 %)
17	67692	5; 1 (96 %); 7 (70 %); 11 (26 %)
18	67705	5; 1 (96 %); 7 (70 %); 11 (26 %)
19	70204	4; 2 (90 %); 8 (42 %); 10 (35 %)
20	70215	4; 2 (90 %); 8 (42 %); 10 (35 %)
21	75488	6; 12 (13 %); 3 (13 %)
22	75880	3; 9 (44 %); 15 (7 %)
23	76166	7; 1 (57 %); 13 (13 %); 4 (8 %)
24	76200	7; 1 (57 %); 13 (13 %); 4 (8 %)

Tabelle 6.3: Eigenvektoren des Versuchsmotors SYMPM01 ohne Gehäuse

Eigenvektor	Eigenfrequenz f_0 in Hz	Verschiebungsordnungen ρ
1	5045,0	2; 4 (6 %)
2	5054,7	2; 4 (6 %)
3	10703	3
4	15806	3; 9 (5 %)
5	22104	4; 2 (27 %); 8 (8 %)
6	22114	4; 2 (27 %); 8 (8 %)
7	23539	0; 6 (14 %)
8	28426	5; 1 (52 %); 7 (23 %); 4 (2 %)
9	28437	5; 1 (52 %); 7 (23 %); 4 (2 %)
10	32269	6; 9 (1 %)
11	36115	1; 5 (34 %); 7 (30 %)
12	36126	1; 5 (34 %); 7 (30 %)
13	55535	4; 8 (92 %); 10 (31 %); 2 (10 %)
14	55542	4; 8 (92 %); 10 (31 %); 2 (10 %)
15	59368	3; 9 (40 %); 15 (1 %)
16	62753	5; 7 (58 %); 1 (52 %); 4 (17 %)
17	62763	5; 7 (58 %); 1 (52 %); 4 (17 %)
18	63370	4; 2 (75 %); 8 (32 %); 5 (23 %)
19	63373	4; 2 (75 %); 8 (32 %); 5 (23 %)
20	63950	6; 0 (27 %); 12 (6 %)
21	76653	6; 12 (9 %); 3 (2 %)
22	77619	3; 9 (21 %); 15 (4 %)
23	78338	7; 1 (35 %); 13 (7 %); 3 (4 %)
24	78395	7; 1 (35 %); 13 (7 %); 5 (4 %)

Tabelle 6.4: Eigenvektoren des Versuchsmotors SYMPM01 mit Gehäuse

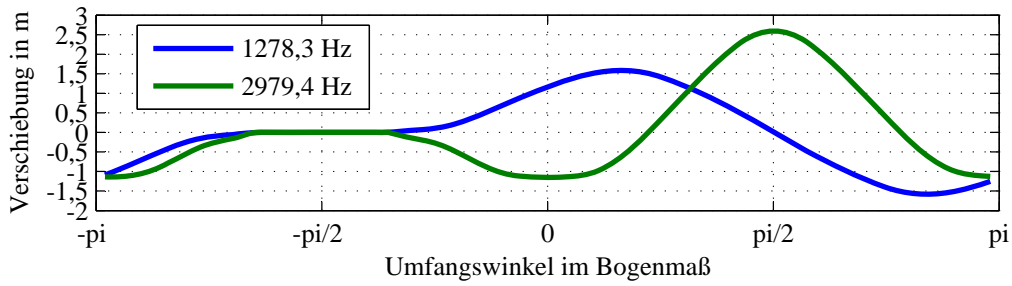
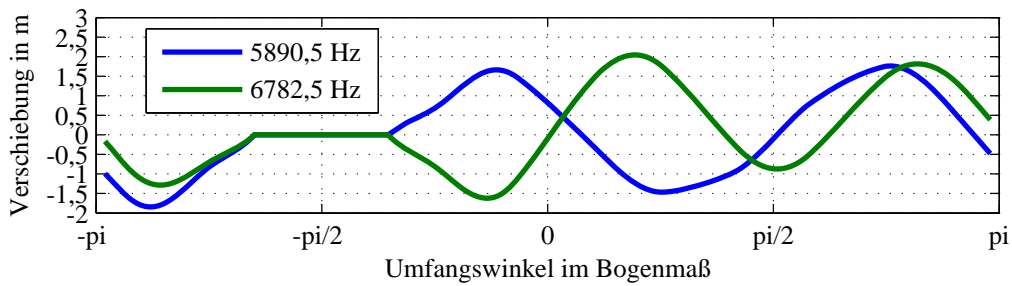
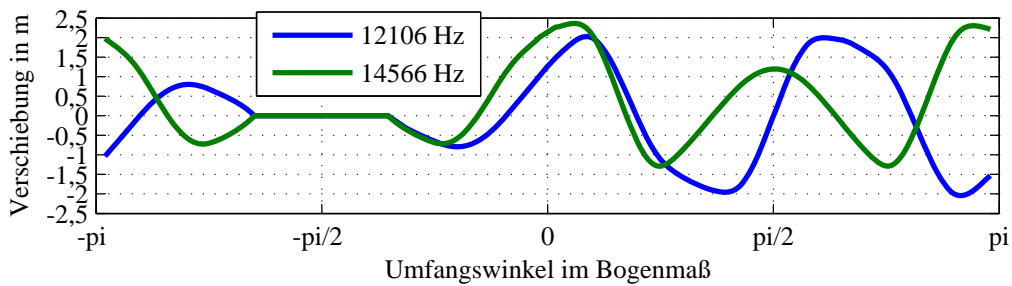
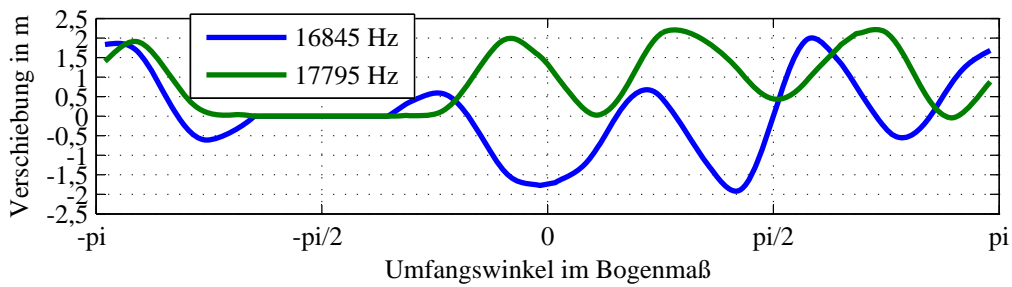
6.1.4 Einfluss der Aufstellung

Die Aufstellung der Maschine führt dazu, dass der Ständer und ein eventuell vorhandenes Gehäuse in ihrer Bewegungsfreiheit begrenzt werden, sich also Schwingungen nicht mehr frei ausbilden können. Je nach Art der Befestigung kann dies einen großen Einfluss auf die Eigenformen und -frequenzen haben.

Für den einfachen und extremen Fall, dass ein Bereich der Unterseite des Versuchsmotors SYMPM01 (ohne Gehäuse) fest an eine unbewegliche Umgebung fixiert ist, wurde eine numerische Modalanalyse durchgeführt und die Ergebnisse für die ersten 8 Eigenformen in den Abbildungen 6.30 bis 6.33 zusammengetragen. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die Eigenformen und -frequenzen stark von denen eines frei im Raum schwebenden Modells (vgl. 6.1.3) unterscheiden. Durch die Verzerrung im Bereich der Fixierung und der Unterschiede der Frequenzen der Eigenvektorkopple wird außerdem die Ausbildung von Verformungsdrehwellen erschwert. Es ist mit größeren Anteilen stehender Wellen in den Oberflächenschwingungen zu rechnen.

Bei genauer Kenntnis der Aufstellung kann diese bei der numerischen Modalanalyse berücksichtigt werden. Dabei lassen sich auch elastische Kopplungen über Federelemente an bestimmten Punkten des Modells mit der Umgebung simulieren. Diese Möglichkeit bietet bisher nur eine numerische Berechnung.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird dennoch von einem frei im Raum schwebenden Modell ausgegangen, um die Vergleichbarkeit mit rein analytischen Methoden zu gewährleisten und Fehlerquellen bei der Annahme unsicherer mechanischer Verhältnisse der Befestigung (Steifigkeit, Elastizität, Reibung, genaue Befestigungsfläche, Vorspannung, etc.) auszuschließen. Bei späteren Vergleichen mit Messungen (Kapitel 8.10) wird eine stark elastische Befestigung gewählt, um die Eigenformen nur in einem möglichst geringem Maß zu beeinflussen.

**Bild 6.30:** Versuchsmotor SYMPM01 mit Fixierung, Eigenvektoren 1 und 2**Bild 6.31:** Versuchsmotor SYMPM01 mit Fixierung, Eigenvektoren 3 und 4**Bild 6.32:** Versuchsmotor SYMPM01 mit Fixierung, Eigenvektoren 5 und 6**Bild 6.33:** Versuchsmotor SYMPM01 mit Fixierung, Eigenvektoren 7 und 8

6.2 Analytische Schwingungsberechnung mit Hilfe der Modaltheorie

Mit den aus ANSYS exportierten Ergebnissen der Modalanalyse lassen sich nun mit den Erkenntnissen der Modaltheorie die Verschiebungen der Modellknoten bei beliebigen Kraftanregungen analytisch berechnen und für die Motoroberfläche auswerten.

6.2.1 Identifikation relevanter Knoten

Radiale Kräfte auf den Ständer wirken nur an den Grenzflächen zwischen Luftspalt und Zahnkopf. Somit dürfen im Kraftvektor in Gleichung (4.36) nur an den Stellen von Null verschiedene Werte eingetragen werden, die auf dem Bohrungsradius liegen und zum Eisen gehören. Die betreffenden Modellknoten werden im Folgenden *Innenknoten* genannt.

Für die Schwingungsauswertung sind die Verschiebungen der an der Maschinenoberfläche liegenden Knoten (*Außenknoten*) relevant. Die der übrigen Modellknoten brauchen nicht ausgewertet werden.

Mit diesen Überlegungen lassen sich die für die nachfolgenden analytischen Schwingungsberechnungen relevanten Knoten durch einen geeigneten Algorithmus identifizieren. Je nach Komplexität der Maschinengeometrie ist hierfür die Kenntniss bestimmter geometrischer Daten notwendig, z.B. die Nutschlitzbreite und die Winkellage der ersten Nut im Modell.

Die Abbildung 6.34 zeigt alle aus ANSYS eingelesenen Knotenpositionen beider Versuchsmotoren. Dabei sind die berechnungsrelevanten Innen- und Außenknoten in rot hervorgehoben. Sie wurden zuvor durch einen Suchalgorithmus automatisiert identifiziert. In der Menge der Innenknoten enthalten sind auch die *Zahneckknoten*, deren Koordinaten separat für spätere Betrachtungen von Tangentialkraftanregungen abgespeichert werden.

6.2.2 Reduzierung der Datenmengen

Für alle für die Berechnung nicht relevanten Knoten werden nun die entsprechenden Elemente aus den Matrizen und Vektoren entfernt. Damit ergibt sich für die Vektoren der Knotenruhekoordinaten

$$\vec{r}_K = \begin{bmatrix} \vec{r}_{K,\text{innen}} \\ \vec{r}_{K,\text{innen}} \end{bmatrix} \quad \vec{\phi}_K = \begin{bmatrix} \vec{\phi}_{K,\text{außen}} \\ \vec{\phi}_{K,\text{außen}} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

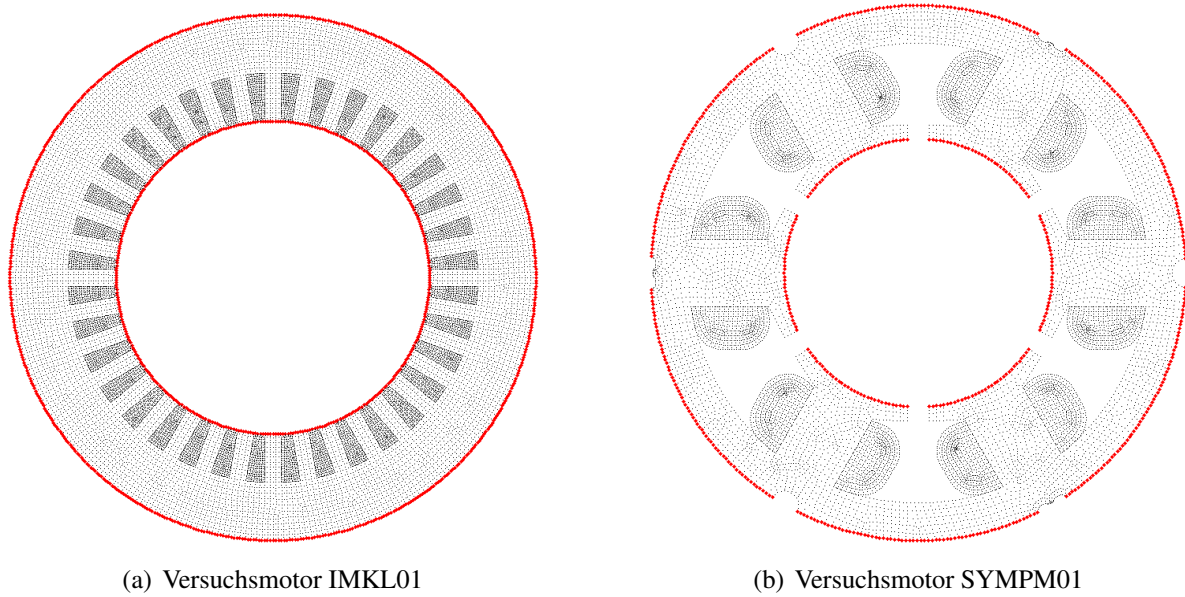


Bild 6.34: Aus ANSYS eingelesene Knoten der Versuchsmotoren; berechnungsrelevante Knoten sind rot gekennzeichnet

und für die Modalmatrizen

$$\Psi'_{0,x} = \begin{bmatrix} \vec{\psi}'_{0,x,\text{innen},(1)} & \vec{\psi}'_{0,x,\text{innen},(2)} & \cdots & \vec{\psi}'_{0,x,\text{innen},(n_{EV})} \\ \vec{\psi}'_{0,x,\text{außen},(1)} & \vec{\psi}'_{0,x,\text{außen},(2)} & \cdots & \vec{\psi}'_{0,x,\text{außen},(n_{EV})} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

$$\Psi'_{0,y} = \begin{bmatrix} \vec{\psi}'_{0,y,\text{innen},(1)} & \vec{\psi}'_{0,y,\text{innen},(2)} & \cdots & \vec{\psi}'_{0,y,\text{innen},(n_{EV})} \\ \vec{\psi}'_{0,y,\text{außen},(1)} & \vec{\psi}'_{0,y,\text{außen},(2)} & \cdots & \vec{\psi}'_{0,y,\text{außen},(n_{EV})} \end{bmatrix}.$$

Dabei sind die Matrix- und Vektorelemente nach ihren Knotenkoordinaten sortiert, und zwar aufsteigend nach dem Radius und vom Winkel $-\pi$ bis π . Der Index „innen“ zeigt an, dass dieser Vektor ausschließlich Daten aller Innenknoten enthält. Entsprechend enthalten Vektoren mit dem Index „außen“ Daten aller Außenknoten. Durch die Reduzierung auf relevante Knoten lässt sich die Rechenzeit deutlich senken. Für den Versuchsmotor IMKL01 bleiben nach dieser Maßnahme noch 396 Innen- und 592 Außenknoten, für den SYMPM01 198 Innen- und 402 Außenknoten übrig.

6.2.3 Modalmatrix für radiale Verschiebung

Wenn ausschließlich radiale Kräfte und Verschiebungen berücksichtigt werden sollen, so wie es auch in der klassischen Geräuschberechnung nach Kapitel 5 gehandhabt wird, ist es sinnvoll, mit einer Modalmatrix zu rechnen, die ebenfalls nur Verschiebungen in radialer Richtung angibt. Dadurch wird die Rechenzeit reduziert und die Generierung der Kraftvektoren und die Schwingungsauswertung vereinfacht.

Da die Verschiebungen in den vorliegenden Modalmatrizen nicht immer rein radial, bezogen

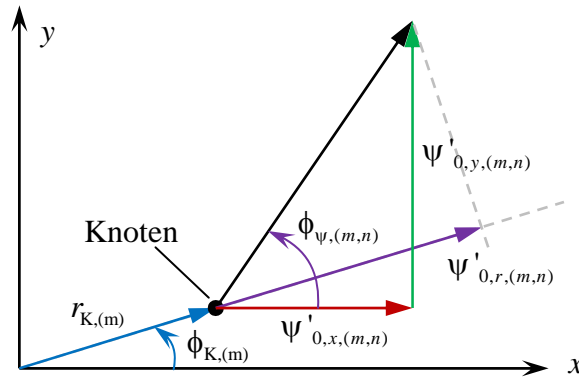


Bild 6.35: Zur Koordinatentransformation der Modalmatrizen

auf den Koordinatenursprung, sein müssen, kann eine einfache Koordinatentransformation von kartesischen auf Zylinderkoordinaten zu Fehlern führen. Es muss also eine Projektion der Verschiebung auf die Winkelkoordinate des jeweiligen Knotens geschehen. Aus den trigonometrischen Beziehungen in Abbildung 6.35 ergeben sich so die Gleichungen

$$\psi'_{0,r,(m,n)} = \cos(\phi_{\psi,(m,n)} - \phi_{K,(m)}) \sqrt{\psi'_{0,x,(m,n)}{}^2 + \psi'_{0,y,(m,n)}{}^2} \quad (6.6)$$

$$\phi_{\psi,(m,n)} = \arctan\left(\frac{\psi'_{0,y,(m,n)}}{\psi'_{0,x,(m,n)}}\right). \quad (6.7)$$

Dabei gibt der Index m den betrachteten Knoten und der Index n den Eigenvektor an. Selbstverständlich muss bei der Arcustangensfunktion der Quadrant des Koordinatensystems berücksichtigt werden. Das heißt, im zweiten Quadranten muss zu $\phi_{\psi,(m,n)}$ der Wert π hinzuaddiert, im dritten subtrahiert werden. Nach der Umrechnung liegt die Modalmatrix für radiale Verschiebungen vor als

$$\Psi'_{0,r} = \begin{bmatrix} \vec{\psi}'_{0,r,\text{innen},(1)} & \vec{\psi}'_{0,r,\text{innen},(2)} & \cdots & \vec{\psi}'_{0,r,\text{innen},(n_{\text{EV}})} \\ \vec{\psi}'_{0,r,\text{außen},(1)} & \vec{\psi}'_{0,r,\text{außen},(2)} & \cdots & \vec{\psi}'_{0,r,\text{außen},(n_{\text{EV}})} \end{bmatrix}. \quad (6.8)$$

6.2.4 Kraftvektor

Für jede radiale Zugspannungswelle $\sigma_{r,(h)}(\phi, t)$ wird ein Kraftvektor $\vec{f}_{r,(h)}$ für einen bestimmten Zeitpunkt t berechnet:

$$\vec{f}_{r,(h)}(t) = \begin{bmatrix} \hat{f}_{r,(h)} e^{j(\nu_{\sigma,(h)} \phi_{K,(m=1)} - \omega_{\sigma,(h)} t + \phi_{\sigma,(h)})} \\ \vdots \\ \hat{f}_{r,(h)} e^{j(\nu_{\sigma,(h)} \phi_{K,(m=n_{IK})} - \omega_{\sigma,(h)} t + \phi_{\sigma,(h)})} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6.9)$$

Der Index m steht für den jeweiligen Knoten. Damit wird allen n_{IK} Innenknoten ein Wert zugewiesen. Die übrigen Vektoreinträge gehören zu Außenknoten und erhalten den Wert 0.

Die Amplitude $\hat{f}_{r,(h)}$ wird unter der Voraussetzung, dass die Abstände der Innenknoten auf einem Zahn näherungsweise gleich sind und die Zugspannung für einen Zeitpunkt über die Maschinenlänge l konstant verläuft (keine Schrägung), berechnet zu

$$\hat{f}_{r,(h)} = \hat{\sigma}_{r,(h)} \frac{r_{1i} l}{\phi_{\Delta K}}. \quad (6.10)$$

Der effektive Umfangswinkel, über den die Kraft auf einen Modellknoten konzentriert angenommen wird, lautet:

$$\phi_{\Delta K} = 2\pi \frac{b_Z}{\tau_{N_1} n_{IK}}. \quad (6.11)$$

Dabei ist b_Z die Zahnkopfbreite am Luftspalt und τ_{N_1} die Nutteilung.

6.2.5 Vektor der dynamischen Verschiebung

Der für die h -te Zugspannungswelle und den Zeitpunkt t erstellte Kraftvektor wird an dieser Stelle in (4.36) für jeden einzelnen Eigenvektor mit dazugehöriger Eigenfrequenz eingesetzt. Damit entsteht ein Vektor der modalen Systemantwort je Zugspannungswelle für den betrachteten Zeitpunkt t :

$$\vec{\eta}_{(h)}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\eta}_{(1,h)}(t) \\ \hat{\eta}_{(2,h)}(t) \\ \vdots \\ \hat{\eta}_{(n_{EV,h})}(t) \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

$$\hat{\underline{\eta}}_{(n,h)}(t) = \frac{\vec{\psi}_{0,(n)}'^T \vec{f}_{(h)}(t)}{\omega_{0,(n)}^2} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega_{\sigma,(h)}}{\omega_{0,(n)}}\right)^2 + j2D_{(n)} \frac{\omega_{\sigma,(h)}}{\omega_{0,(n)}}} \quad \text{mit } n = 1, 2, \dots, n_{\text{EV}}. \quad (6.13)$$

Der modale Dämpfungsgrad D besitzt streng genommen für jeden Eigenvektor einen anderen Wert. Da sich die Vorausberechnung der Dämpfung für jede einzelne Mode jedoch schwierig gestaltet und in der Literatur für diese Aufgabenstellung im Allgemeinen keine analytische Lösung angeboten wird, soll in Analogie zur klassischen Geräuschberechnung von rotierenden Maschinen für alle Moden der Wert $D = 0,028$ gelten. Er gilt als Erfahrungswert und wird auch in der Geräuschberechnungssoftware AGR verwendet.

Jeder der modalen Verschiebungsvektoren (6.12) lässt sich mit Hilfe der Modalmatrix mit (4.28) auf einen physikalischen Verschiebungsvektor zurücktransformieren:

$$\vec{\xi}_{(h)}(t) = \Psi_0' \vec{\eta}_{(h)}(t). \quad (6.14)$$

Werden im Anschluss die Verschiebungsvektoren für alle Zugspannungsanregungen addiert, ergibt sich die radiale Gesamtverschiebung jedes einzelnen relevanten Knotens für den Zeitpunkt t :

$$\vec{\xi}(t) = \sum_h \vec{\xi}_{(h)}(t). \quad (6.15)$$

Bei der Berechnung für mehrere Zeitpunkte t_1 bis t_{end} entsteht eine Matrix für die dynamische Verschiebung der Modellknoten. Dabei stehen in den Spalten die Verschiebungen der Knoten (zuerst Innen-, dann Außenknoten) zu einem bestimmten Zeitpunkt. In den Reihen stehen die Verschiebungen eines bestimmten Knotens zu den verschiedenen Zeitpunkten:

$$\underline{\xi} = \left[\vec{\xi}(t_1) \quad \vec{\xi}(t_2) \quad \dots \quad \vec{\xi}(t_{\text{end}}) \right]^T = \begin{bmatrix} \xi_{(1)}(t_1) & \xi_{(1)}(t_2) & \dots & \xi_{(1)}(t_{\text{end}}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \xi_{(n_{\text{IK}})}(t_1) & \xi_{(n_{\text{IK}})}(t_2) & \dots & \xi_{(n_{\text{IK}})}(t_{\text{end}}) \\ \xi_{(n_{\text{IK}}+1)}(t_1) & \xi_{(n_{\text{IK}}+1)}(t_2) & \dots & \xi_{(n_{\text{IK}}+1)}(t_{\text{end}}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \xi_{(m_{\text{max}})}(t_1) & \xi_{(m_{\text{max}})}(t_2) & \dots & \xi_{(m_{\text{max}})}(t_{\text{end}}) \end{bmatrix}. \quad (6.16)$$

6.2.6 Schwingungsauswertung

Durch die in der Regel nicht rein sinusförmigen Eigenvektoren und Unterschiede in den Eigenfrequenzen der Modenpaare (siehe Abschnitt 6.1.3) entstehen trotz reiner Kraftdrehwellen an der Ständerbohrung auch bei kreisrunder Außenkontur keine reinen Drehwellen der Verschiebung an der Maschinenoberfläche. Es kommt zu Überlagerungen von Anteilen stehender, nicht

umlaufender Wellen. In manchen Fällen können sogar Verschiebungsdrehwellen beobachtet werden, die entgegen der Drehrichtung der anregenden Kraftwelle rotieren.

Alle nicht rotierenden Schwingungen können durch die generelle Betrachtung von mit- und gegenlaufenden Drehwellen für die betragsmäßig selbe räumliche Ordnungszahl und Frequenz erfasst werden. Durch die Überlagerung dieser Drehwellen entsteht nämlich je nach Amplitude und Phasenlage ein nicht rotierender Schwingungsanteil in der Verschiebung. Sind die Amplituden von hin- und rücklaufender Verschiebungsdrehwelle gleich groß, existiert ausschließlich eine stehende Welle, die mit der entsprechenden Frequenz oszilliert.

Die geeignete Methode der Auswertung hierfür beschreibt der kommende Abschnitt für den allgemeinen Fall. Für bestimmte Maschinengeometrien kann eine vereinfachte Methode der Auswertung gewählt werden, die zu einer kürzeren Berechnungszeit führt. Diese Methode wird im darauf folgenden Abschnitt vorgestellt. Beide Methoden basieren auf der Annahme einer runden Außengeometrie. Rechteckige oder andere Formen wurden in dieser Arbeit nicht untersucht. Da die Grundlage des Berechnungsverfahrens aber zunächst von der Außengeometrie unabhängig ist, muss für einen solchen Fall nur die Auswertung der Knotenverschiebung sinnvoll angepasst werden.

Allgemeine Schwingungsauswertung

Die in den Verschiebungen der Außenknoten entlang des Umfangs enthaltenen Verschiebungswellen der Oberfläche werden mit Hilfe einer zweidimensionalen Fourieranalyse nach den Gleichungen aus Anhang A gewonnen. Hierfür werden neben der Matrix der Verschiebungswerte die Vektoren der Stützstellen – ein Zeitvektor und ein Winkelvektor – benötigt, deren Bildung im Folgenden beschrieben wird.

Da nur die Verschiebung an der Oberfläche von Interesse ist, reduziert sich die Matrix (6.16) für die Auswertung auf die Verschiebungen der Knotenpunkte $n_{IK} + 1$ bis m_{max} . Diese reduzierte Matrix wird nun mit $\underline{\xi}_{au\beta en}$ bezeichnet. Die Reihenfolge der Elemente in den Spalten ist nach dem Knotenpositionswinkel im Vektor $\vec{\phi}_{K,au\beta en}$ aufsteigend sortiert von $-\pi$ bis π . Die Vektorelemente entsprechen den räumlichen Stützstellen für die Verschiebungswerte und müssen mit gleichmäßigen Abständen zueinander am Umfang verteilt sein. Falls das nicht der Fall ist, wird dies durch eine Interpolation angepasst. Durch die Anzahl dieser Stützstellen wird aufgrund des Nyquist-Shannonschen Abtasttheorems die höchste auswertbare räumliche Ordnungszahl ρ der Verschiebung festgelegt:

$$\rho_{max} = \frac{n_{AK}}{2} \quad \text{mit} \quad n_{AK} = m_{max} - n_{IK} . \quad (6.17)$$

n_{AK} ist darin die Anzahl der Außenknoten. Es sollte beachtet werden, dass der Amplitudenfehler bei der Fourieranalyse für eine Verschiebungswelle steigt, je näher sie an ρ_{max} liegen.

Da es sich um eine diskrete Fouriertransformation handelt, muss der betrachtete Zeitraum T_g mindestens einer vollen zeitlichen Periode aller enthaltenen Verschiebungswellen entsprechen. Es wird also für T_g der Kehrwert des größten gemeinsamen Teilers (ggT) aller Frequenzen aus

den anregenden Zugspannungswellen gewählt:

$$T_g = \frac{1}{\text{ggT} \left\{ f_{\sigma(1)}, f_{\sigma(2)}, \dots, f_{\sigma(h_{\max})} \right\}} . \quad (6.18)$$

Auch Vielfache davon sind möglich, erhöhen aber die Berechnungszeit unnötig. Die höchste auswertbare Frequenz entspricht

$$f_{S,\max} = \frac{2}{\Delta t} \quad (6.19)$$

mit der Zeitschrittlänge Δt . Auch hier ist der Fehler in der Amplitudenberechnung bei höheren Frequenzen zu beachten. Mit der Zeitschrittlänge lassen sich die zeitlichen Stützstellen t_g berechnen:

$$t_{(g)} = \Delta t \cdot (g - 1) \quad \text{mit } g = 1, 2, \dots, \frac{T_g}{\Delta t} . \quad (6.20)$$

Diese bilden den Zeitvektor:

$$\vec{t} = [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_{\text{end}}] . \quad (6.21)$$

Wird T_g anders als in (6.18) gewählt, weil kein gemeinsamer Teiler aller Frequenzen gefunden werden kann (z.B. bei Anregungen durch Magnetfelder eines asynchronen Läufers), werden die betroffenen Frequenzen im Ergebnis der Fourieranalyse aufgrund der Diskretisierung verwischt (*Picket-Fence-* und *Leakage-Effekt*). Die berechneten Frequenzen für diese Wellen liegen dann bei den diskreten Nachbarfrequenzen, und die Amplituden fallen geringer aus, als sie es tatsächlich sind. Um in diesem Fall Fehler gering zu halten, muss T_g möglichst groß und Δt möglichst klein gewählt und dabei eine erhöhte Berechnungszeit akzeptiert werden.

Aus der Gesamtverschiebung $S(\phi, t)$, die das Ergebnis der zweidimensionalen Fourieranalyse mit der reellen Eingangsmatrix $\text{Re} \left\{ \underline{\xi}_{\text{au\ss}en} \right\}$ und den Vektoren der zeitlichen und räumlichen Stützstellen \vec{t} , $\vec{\phi}_{K,\text{au\ss}en}$ darstellt, lässt sich nun für jeden beliebigen Zeitpunkt t die Schwingung der Oberfläche in Form von Kosinusfunktionen mathematisch beschreiben:

$$S(\phi, t) = \sum_H \hat{S}_{(H)} \cos \left(\nu_{S,(H)} \phi - 2\pi f_{S,(H)} t + \phi_{S,(H)} \right) . \quad (6.22)$$

Nicht-schwingende Anteile ($f_{S,(H)} = 0$) werden im Nachgang aus den Ergebnissen entfernt.

Mit dieser Form der Schwingungsauswertung ist es auch möglich, eine Kurvenschar für eine Reihe von Zeitpunkten oder ein Video der Oberflächenschwingung zu erstellen. Die Abbildung 6.36 zeigt eine Schar für 16 verschiedene Zeitpunkte, farblich unterschieden für den Versuchsmotor SYMPM01 ohne Gehäuse. Das Modell wurde dabei mit einer einzigen radialen Zugspannungswelle der Ordnungszahl $\nu_\sigma = 3$ und der Frequenz $f_\sigma = 4000$ Hz angeregt. Es werden die Verschiebungen der Außenknoten des Vektors $\text{Re} \left\{ \vec{\xi} \right\}$ dargestellt, ohne dass bereits eine Fourieranalyse durchgeführt wurde. Es wurde absichtlich eine Anregung gewählt, die anschaulich zeigt, dass die Verschiebungskurven der einzelnen Zeitpunkte deutlich unterschiedlich ausfallen können. Dies ist auf die unterschiedlich starke Anregung und die Form von Eigenvektoren

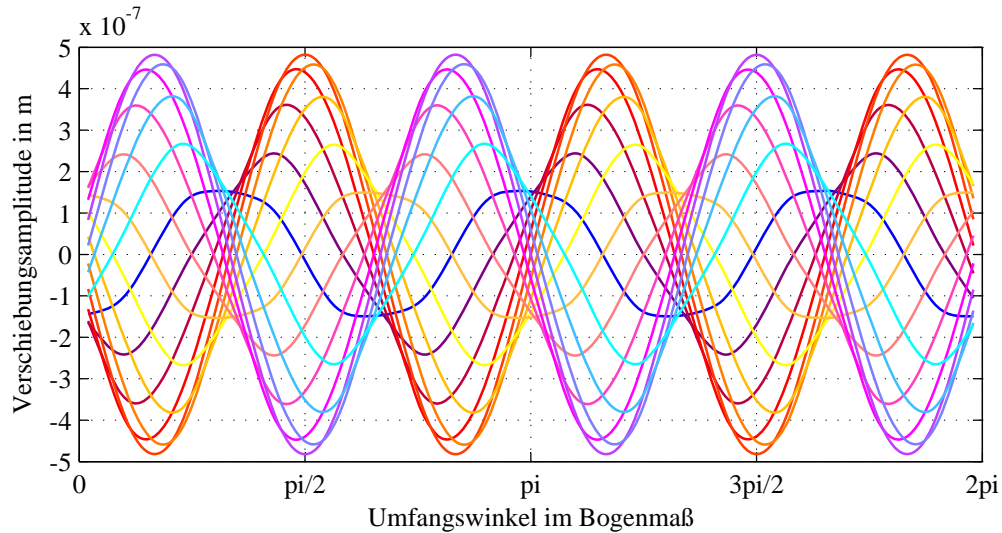


Bild 6.36: Verschiebung der Außenknoten $\text{Re}\{\vec{\xi}\}$ des Versuchsmotors SYMPM01 für 16 verschiedene Zeitpunkte

eines Modenpaares zurückzuführen. Dadurch prägen sich, trotz Anregung mit einer Kraftdrehwelle, Anteile von stehenden Wellen in den Verschiebungen der Motoroberfläche aus, die aus schwingungs- und geräuschtechnischer Sicht nicht vernachlässigt werden dürfen.

Vereinfachte Schwingungsauswertung

Für Motoren, bei denen die Eigenvektoren näherungsweise sinusförmig sind und Anregungen mit Kraftdrehwellen zu nahezu reinen Drehverformungen führen, lässt sich die Schwingungsauswertung vereinfachen und damit die Rechenzeit deutlich verkürzen. Es genügt dann, die Berechnung nur für einen einzigen Zeitpunkt $t = 0$ durchzuführen. Denn unter der Annahme, dass die Wellen der Außenverschiebung denselben Umlaufsinn und dieselbe Frequenz wie die anregende Kraftwelle besitzen, entfällt die Zeitbetrachtung. Aufgrund nicht-sinusförmiger Eigenvektoren kann eine Anregung aber trotzdem mehrere Wellen mit verschiedenen Verschiebungsordnungen erzeugen. Daher wird eine eindimensionale Fouriertransformation (siehe Anhang A) für jede Anregung separat durchgeführt. Der Vektor der Verschiebung leitet sich aus (6.14) mit $t = 0$ ab, wobei wieder nur die Außenknoten eine Rolle spielen:

$$\vec{\xi}_{(h)} = \begin{bmatrix} \xi_{(h, n_{IK}+1)}(t=0) \\ \vdots \\ \xi_{(h, m_{max})}(t=0) \end{bmatrix}. \quad (6.23)$$

Für die räumlichen Stützstellen findet der schon bekannte Vektor $\vec{\phi}_{K, \text{außen}}$ Verwendung. Die Fourieranalyse für $\text{Re}\{\vec{\xi}_{(h)}\}$ ergibt dann für jede Zugspannungswelle die Oberflächenverschiebung

$$S_{(h)}(\phi, t) = \sum_H \hat{S}_{(H)} \cos\left(\nu_{S, (H)} \phi - 2\pi f_{\sigma_{(h)}} t + \phi_{S, (H)}\right), \quad (6.24)$$

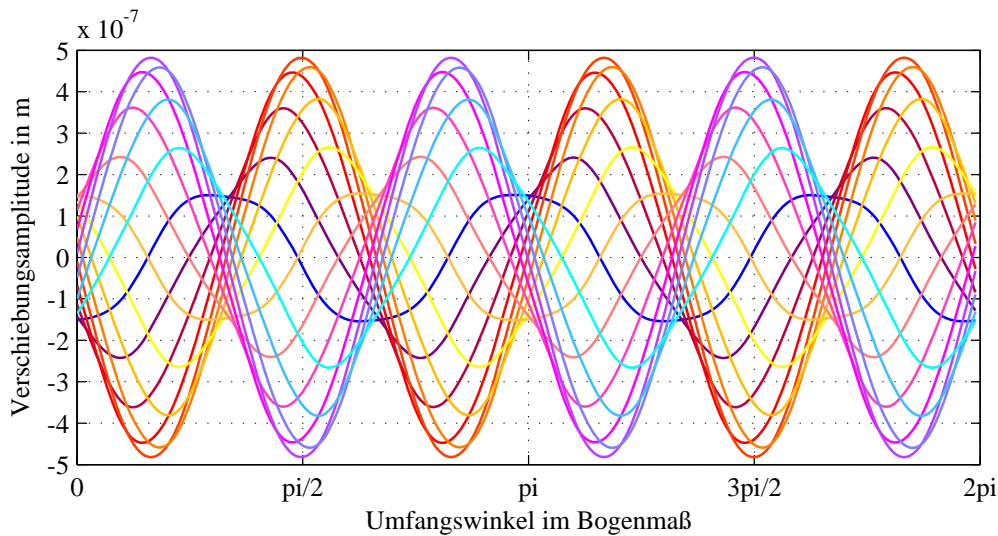


Bild 6.37: Aufsummierte Verschiebungsdrehwellen $S_{(h)}(\phi, t)$ des Versuchsmotors SYMPM01 für 16 Zeitpunkte mit der allgemeinen Schwingungsauswertung

wobei die Information über die Frequenz direkt aus der anregenden Zugspannungswelle übernommen wird.

Nachdem die Berechnung für alle Anregungen abgeschlossen ist, werden Verschiebungswellen mit betragsmäßig gleichen Frequenzen und Verschiebungsordnungen vektoriell addiert. Alle Verschiebungswellen der Oberfläche aller Anregungen zusammen lassen sich wieder in der Form nach (6.22) schreiben.

Besonders geeignet ist die vereinfachte Schwingungsauswertung für Motoren mit geringer Inhomogenität der Jochsteifigkeit entlang des Umfangs. Dies zeigen auch die Ergebnisse von Schwingungsberechnungen an einem Induktionsmotor mit 72 Ständernnuten in [38]. Der Versuchsmotor IMKL01 ist aufgrund seiner kreisrunden Außenkontur und der vergleichsweise hohen Zahnzahl ebenfalls ein Beispiel hierfür.

Der SYMPM01 besitzt hingegen besonders im unteren Ordnungszahlenbereich Eigenvektoren, für die die Anwendung der vereinfachten Schwingungsauswertung zu Fehlern führt. Diese Problematik wird in [36] bereits dargestellt und soll hier an einem Beispiel verdeutlicht werden. Ersichtlich wird dies, wenn die nach der Fourieranalyse erhaltenen Verschiebungsdrehwellen für dieselben 16 Zeitpunkte wie in Abbildung 6.36 an gleichmäßig über den Umfang verteilten Punkten aufsummiert und die daraus erhaltenen Grafiken verglichen werden. Abbildung 6.37 zeigt das Ergebnis dieser Berechnung mit der allgemeinen Schwingungsauswertung mit $T_g/\Delta t = 512$ Zeitpunkten, Abbildung 6.38 für die vereinfachte Auswertung, bei der nur ein einziger Zeitpunkt in die Fourieranalyse eingeht. Im ersten Fall ist das Ergebnis zu 6.36 praktisch identisch, im zweiten Fall wird die Verschiebung mit den berechneten Wellen $S_{(h)}(\phi, t)$ über der Zeit nicht korrekt dargestellt (vgl. auch Abbildung 6.36).

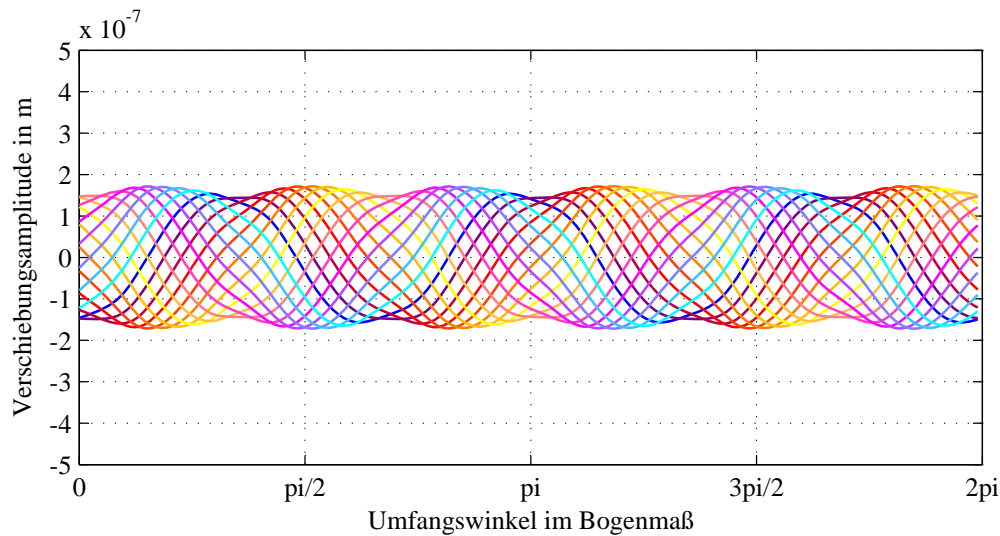


Bild 6.38: Aufsummierte Verschiebungsdrehwellen $S_{(h)}(\phi, t)$ des Versuchsmotors SYMPM01 für 16 Zeitpunkte mit der vereinfachten Schwingungsauswertung

6.3 Validierung der Oberflächenschwingungen

Um die Ergebnisse der kombinierten Schwingungsberechnung zu überprüfen, werden sie zunächst mit denen einer rein numerischen Berechnung mit dem Programm ANSYS verglichen. Zu diesem Zweck wird dasselbe numerische Modell, mit dem auch die Modalanalyse für die kombinierte Berechnung durchgeführt wurde, mit radialen Kraftwellen beaufschlagt und die Schwingungen der Oberfläche denen der kombinierten Berechnung mit denselben Kraftanregungen für den Zeitpunkt $t = 0$ gegenübergestellt. Für beide Versuchsmotoren wurde die Nullanregung ($\nu_\sigma = 0$) bei einer Frequenz von $f_\sigma = 1500$ Hz gewählt. Die Zugspannungsamplitude für den IMKL01 betrug 100 kN/m^2 , die für den SYMPM01 10 kN/m^2 .

Die Abbildungen 6.39 und 6.40 zeigen jeweils den Verlauf der Oberflächenverschiebung über dem Umfang. Die Tabellen 6.5 und 6.6 geben die jeweils vier größten im Verlauf enthaltenen Verschiebungsordnungen und deren Amplituden für beide Berechnungsmethoden an und enthalten in der letzten Spalte die prozentuale Abweichung. Dabei steht \hat{S}_{Ansys} für die rein numerisch mit ANSYS berechnete Verschiebungsamplitude, \hat{S} für die kombiniert numerisch-analytische Methode.

Die Vergleiche zeigen für die Verschiebungsordnung $\rho = 0$, die auch der Ordnung der Anregung entspricht, nur eine sehr geringe Abweichung. Für den IMKL01 berechnet ANSYS weitere Anteile mit höheren Ordnungen, die mit der kombinierten Methode nicht auftreten. Sie sind allerdings auch um vier Zehnerpotenzen kleiner als die Amplitude der Nullschwingung. Beim SYMPM01 fällt auf, dass die Anteile mit höheren Ordnungen größere Abweichungen aufweisen. Zwei Gründe können hierfür verantwortlich sein. Zum einen werden bei der kombinierten Methode nur die ersten 24 bzw. 30 Eigenvektoren verwendet, zum anderen entspricht die Verschiebung aus ANSYS nicht der der einzelnen Außenknoten, sondern der von gleichmäßig entlang der Außenkontur verteilten Punkten (deutlich weniger als Außenknoten), für die die Verschiebung berechnet wird. Letzteres hat besonders für höhere Verschiebungsordnungen größeren Einfluss, wenn Interpolationseffekte zum Tragen kommen. Die Anzahl der verwen-

ρ	\hat{S} in nm	\hat{S}_{Ansys} in nm	$\hat{S}/\hat{S}_{\text{Ansys}}$
0	299,087	293,662	+1,85%
36	–	0,0162	–
3	–	0,0128	–
4	–	0,00235	–

Tabelle 6.5: Vergleich der Oberflächenverschiebung für den Versuchsmotor IMKL01

ρ	\hat{S} in nm	\hat{S}_{Ansys} in nm	$\hat{S}/\hat{S}_{\text{Ansys}}$
0	3,97473	3,89175	+2,13%
6	1,557	1,30239	+19,54%
3	0,19187	0,225582	–14,69%
12	0,189106	0,147455	+28,25%

Tabelle 6.6: Vergleich der Oberflächenverschiebung für den Versuchsmotor SYMPM01

deten Eigenvektoren beeinflusst natürlich die Genauigkeit, aber auch die Rechenzeit. Im Fall des SYMPM01, wo eine Nullanregung aufgrund der geringen Zahnzahl auch weitere Eigenvektoren mit vergleichsweise geringen räumlichen Ordnungen anregt, kann eine Erhöhung der Zahl der verwendeten Eigenvektoren sinnvoll sein.

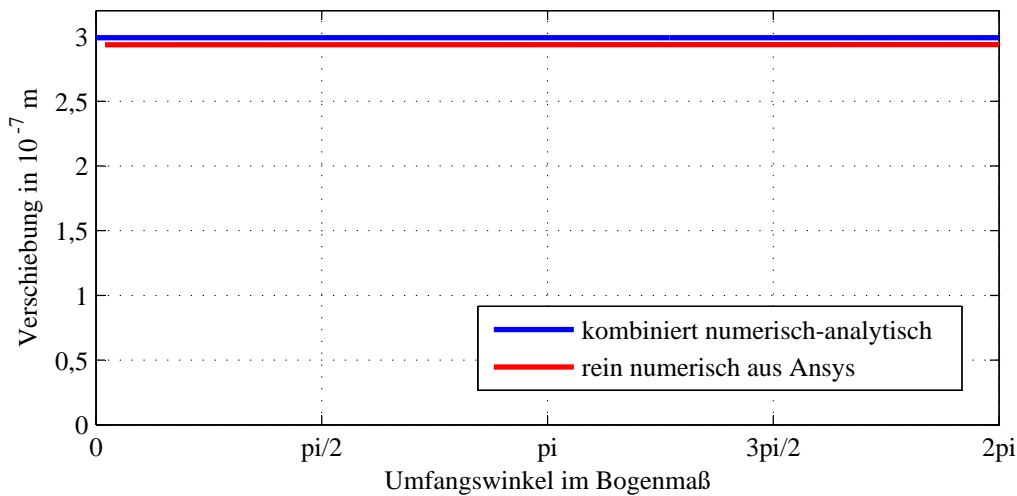


Bild 6.39: Vergleich der Oberflächenverschiebung von rein numerischer und kombinierter Schwingungsberechnung für den IMKL01

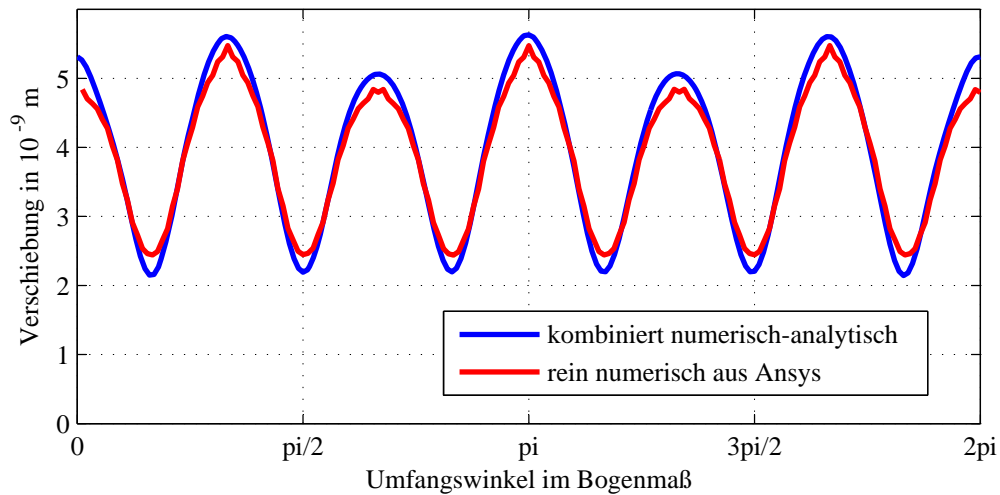


Bild 6.40: Vergleich der Oberflächenverschiebung von rein numerischer und kombinierter Schwingungsberechnung für den SYMPM01

6.4 Anpassung der analytischen Schalldruckberechnung

Die in Abschnitt 5.4 vorgestellte analytische Berechnung des Schalldruckpegels gilt streng genommen nur für die Annahme, dass die Maschinenoberfläche Schwingungen in der Form reiner Verschiebungsdrehwellen ausbildet. Die maximale Verschiebung ist also überall am Umfang gleich groß, wenn auch zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Wird wie in Abschnitt 6.2.6 mit entlang des Umfangs hin- und rücklaufenden Verschiebungsdrehwellen bei betragsmäßig gleicher Verschiebungsordnung und Frequenz gerechnet, deren Amplituden unterschiedlich groß sein können, entstehen Anteile stehender Wellen, die sich am Umfang nicht fortbewegen, sondern an Ort und Stelle oszillieren. Die maximale Verschiebungsamplitude einer solchen Anregung fällt dadurch entlang des Umfangs variabel aus und pendelt zwischen der Summe und der Differenz der Verschiebungsamplituden beider entgegengesetzt umlaufenden Wellen entlang des Umfangs hin und her. Die räumliche Ordnung dieser Verteilung entspricht der doppelten Ordnungszahl der Verschiebungsdrehwelle. Der Schall wird dadurch nicht in alle Richtungen gleichmäßig abgestrahlt.

Soll am Ende vereinfacht ein vom Ort auf der Maschinenoberfläche unabhängiger Wert für den Schalldruckpegel berechnet werden, bietet sich in Näherung eine Mittelwertbildung an. Dies muss allerdings auf der Ebene der Verschiebungsamplituden geschehen, da der Schalldruckpegel selbst keine lineare Größe ist. Zu diesem Zweck werden die berechneten Verschiebungsdrehwellen auf Paare durchsucht, bei denen die Verschiebungsordnung und die Frequenz der beiden Wellen (Indizes i und ii) betragsmäßig denselben Wert besitzen, aber entgegengesetzt am Umfang umlaufen:

$$\begin{aligned}
 f_{S_{(H_i)}} = f_{S_{(H_{ii})}} \quad \text{und} \quad \nu_{S_{(H_i)}} = -\nu_{S_{(H_{ii})}} \\
 \text{oder} \\
 f_{S_{(H_i)}} = -f_{S_{(H_{ii})}} \quad \text{und} \quad \nu_{S_{(H_i)}} = \nu_{S_{(H_{ii})}}
 \end{aligned}
 \tag{6.25}$$

Für die Schalldruckpegelberechnung soll dieses Paar als einzelne Verschiebungsdrehwelle mit

der Amplitude

$$\hat{S}_{(H)} = \frac{\hat{S}_{(H_i)} + \hat{S}_{(H_{ii})}}{2} \quad (6.26)$$

und mit

$$f_{S_{(H)}} = |f_{S_{(H_i)}}| = |f_{S_{(H_{ii})}}| \quad \text{und} \quad \nu_{S_{(H)}} = |\nu_{S_{(H_i)}}| = |\nu_{S_{(H_{ii})}}| \quad (6.27)$$

behandelt werden.

7 Einfluss tangentialer Kräfte

Den durch tangentiale Kräfte an den Zähnen hervorgerufenen radialen Schwingungen an der Motoroberfläche wurde in der Literatur bisher wenig Beachtung geschenkt. Jordan [1] erwähnt zwar bereits ihre Existenz, stuft deren Auswirkung aber für die von ihm untersuchten mittelgroßen und großen Induktionsmaschinen als vernachlässigbar ein. In den meisten Fällen wird überhaupt nicht auf Tangentialkräfte eingegangen, sondern es werden stillschweigend ausschließlich radiale Kräfte für die Berechnung von Schwingungen und Geräuschen herangezogen. Insbesondere geschieht dies im Zusammenhang mit analytischen Berechnungsverfahren, denn die Berücksichtigung tangentialer Kräfte würde eine aufwändige Erweiterung des analytischen Modells erfordern.

Bei numerischen Berechnungsverfahren fallen tangentiale Kräfte oft als Teilergebnis mit an und können meist ohne größeren Aufwand im mechanischen Modell berücksichtigt werden. Daher existieren einzelne Veröffentlichungen, die diese nicht vernachlässigen. So werden zum Beispiel in [14] numerisch berechnete Tangentialkräfte an den Zähnen in einem mechanischen Modell berücksichtigt, indem sie in Radialkräfte umgerechnet werden, die jeweils am Nutgrund auf das Joch wirken. Auch die in [39] vorgestellte, rein numerische Berechnungsmethode schließt Tangentialkräfte nicht aus, geht aber nicht gesondert auf sie ein.

Dieses Kapitel erweitert die bisher dargestellte Schwingungsberechnung um die Komponente der Tangentialkräfte und validiert sie mit Hilfe von Vergleichen mit rein numerischen Berechnungen.

7.1 Radiale Jochschwingungen durch tangentiale Kräfte

Wenn die Summe der tangentialen Kräfte an den Zahnflanken nicht Null ist, dann bildet sich eine resultierende Tangentialkraft aus. Unter Anwendung der Vereinfachung aus Abschnitt 3.6 greift diese Kraft am Zahnkopf an und ist bestrebt, den Zahn tangential zu biegen. Dabei wird ein Drehmoment in das Joch unter dem Zahn eingeleitet. Es entstehen radiale Reaktionskräfte, die das Joch verformen. Bei oszillierenden Kräften führt das zu Jochschwingungen, wie sie auch durch radiale Kräfte an den Zähnen verursacht werden, und damit zu einer Schallabstrahlung. Der beschriebene Mechanismus ist in Abbildung 7.1 dargestellt.

Wie stark die Kraftwirkung auf das Joch ist, hängt von mehreren Faktoren ab. Bei langen Zähnen ist der Hebelarm für das eingeleitete Drehmoment groß, und damit sind es auch die Reaktionskräfte im Joch. Auch die Anzahl der Zähne, auf die die Tangentialkräfte verteilt werden müssen, spielt dabei eine Rolle. Die Nutfüllung kann hingegen, wenn sie die Nut ausfüllt und

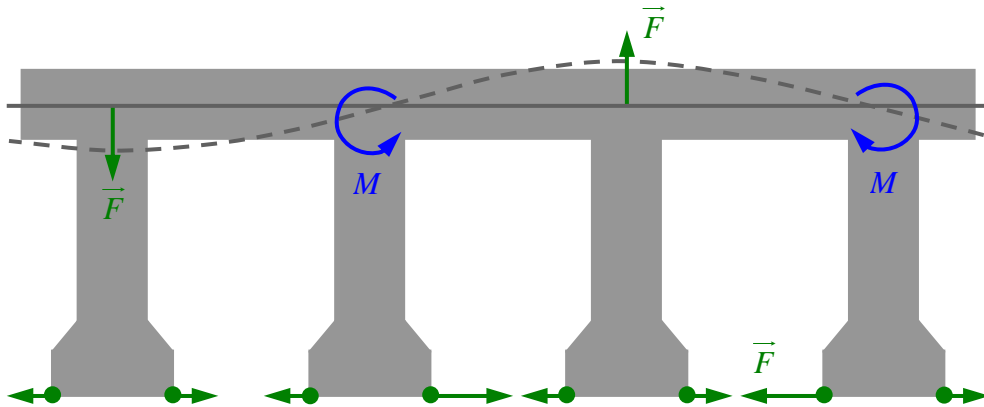


Bild 7.1: Zur Entstehung von radialen Jochschwingungen aufgrund tangentialer Kräfte an den Zahnköpfen

ausreichend steif ist, die Zähne gegenseitig stützen. Dann werden Reaktionskräfte tangential über die Nutfüllung in den benachbarten Zahn eingeleitet, und die radialen Reaktionskräfte im Joch fallen geringer aus. In diesem Sinne können auch Nutverschlusskeile zu einer spürbaren Versteifung beitragen.

Aufgrund der Verwendung einer numerisch ermittelten Modalmatrix können diese Einflüsse bei Kenntnis der Beschaffenheit der Nutfüllung und ihrer Materialparameter, ohne Weiteres berücksichtigt werden.

7.2 Berechnung tangentialer Zugspannungen für die Versuchsmotoren

Die tangentialen Zugspannungswellen werden für den SYMPM01 aus derselben quasi-stationären Motorsimulation mit der Software FEMAG gewonnen wie die Induktionswellen (siehe Abschnitt 2.2).

Zu ihrer Ermittlung aus den Ergebnisdaten der numerischen Motorsimulation bieten sich hier zwei Vorgehensweisen an. Es kann entweder auf dem Auswerteradius über den Umfang für jedes Element der Tangentialteil der magnetischen Induktion für die weitere Berechnung verwendet oder für dieselben Stützstellen direkt der Tangentialteil der Zugspannung ausgelesen werden. Bei beiden Möglichkeiten erfolgt anschließend eine zweidimensionale Fouriertransformation zur Berechnung der Induktions- bzw. Zugspannungswellen aus den Funktionswerten, wie es im Abschnitt 2.2.3 bereits für die radialen Induktionswellen vorgestellt wurde. Bei der ersten Möglichkeit müssen anschließend mit

$$\sigma_{\phi}(\phi, t) = \frac{b_r(\phi, t)b_{\phi}(\phi, t)}{\mu_0} \quad (7.1)$$

die Zugspannungswellen berechnet werden (vgl. (3.22)). Dies bietet die Möglichkeit, die Herkunft der einzelnen Zugspannungswellen aus den verschiedenen Induktionswellen zu spei-

chern. Beide Vorgehensweisen wurden in dieser Arbeit verwendet und führen auf dasselbe Ergebnis für die Zugspannungswellen.

Für den Versuchsmotor IMKL01 wird ein anderer Berechnungsweg gewählt. Die hierfür verwendete analytische Software ALFRED bestimmt neben dem Radialanteil der magnetischen Induktionswellen $b_r(\phi, t)$ auch die Strombelags- $a(\phi, t)$ und Nutungsschubwellen $\chi(\phi, t)$ nach Amplitude, Polpaarzahl, Frequenz und Phasenlage. Mit Hilfe der Gleichungen (3.24) und (3.25) lassen sich die aus dem Lorentz- und Reluktanzkraftanteil addierten tangentialen Zugspannungswellen $\sigma_\phi(\phi, t)$ analytisch berechnen.

Wellen mit $f_{\sigma_\phi} = 0$ sind für die Schwingungs- und Geräuschberechnung nicht von Interesse und gehen daher nicht in die weiteren Kalkulationen ein.

Die berechneten tangentialen Induktions- und Zugspannungswellen werden im Kapitel 8 für beide Versuchsmotoren dargestellt und erläutert.

7.3 Erweiterung der Schwingungsberechnung

Das unter dem Abschnitt 6.2 vorgestellte Verfahren zur Schwingungsberechnung basiert auf der Verwendung eines einzigen räumlichen Freiheitsgrads für Kräfte und Wege: der radialen Raumrichtung. Treten radiale und tangentiale Kräfte und Wege gleichzeitig auf, muss das Berechnungsverfahren um einen Freiheitsgrad erweitert werden. Es wird daher in das kartesische Koordinatensystem mit den Koordinatenachsen x und y gewechselt, in dem die Modalmatrizen in ANSYS ohnehin erstellt werden.

Die auf die Innen- und Außenknoten reduzierten Matrizen $\Psi'_{0,x}$ und $\Psi'_{0,y}$ nach (6.5) werden dabei zusammengesetzt zu

$$\Psi'_{0,xy} = \begin{bmatrix} \Psi'_{0,x} \\ \Psi'_{0,y} \end{bmatrix}. \quad (7.2)$$

Auf die gleiche Weise muss der Kraftvektor aufgebaut werden als

$$\vec{F}_{xy,(h)}(t) = \begin{bmatrix} \vec{F}_{x,(h)}(t) \\ \vec{F}_{y,(h)}(t) \end{bmatrix}. \quad (7.3)$$

In ihn geht der schon bekannte Radialkraftvektor $\vec{F}_{r,(h)}(t)$ ein, der nur an Elementen, die für Innenknoten stehen, von Null verschiedene Werte besitzt. Ebenfalls enthalten ist der Tangentialkraftvektor $\vec{F}_{\phi,(h)}(t)$, dessen Elemente nur für die Zahneckknoten von Null verschieden sind. Diese Kräfte auf die Zahneckknoten werden gemäß den Gleichungen (3.29) und (3.30) im Abschnitt 3.6 auf der tangentialen Achse berechnet. Eine Umrechnung auf die Kraftvektoren $\vec{F}_{x,(h)}(t)$ und $\vec{F}_{y,(h)}(t)$ in kartesischen Koordinaten erfolgt für die $m = 1 \dots (n_{IK} + n_{AK})$

Vektorelemente durch

$$\begin{aligned}\underline{F}_{x,(h,m)}(t) &= \underline{F}_{r,(h,m)}(t) \cos(\phi_{K,(m)}) - \underline{F}_{\phi,(h,m)}(t) \sin(\phi_{K,(m)}) \\ \underline{F}_{y,(h,m)}(t) &= \underline{F}_{r,(h,m)}(t) \sin(\phi_{K,(m)}) + \underline{F}_{\phi,(h,m)}(t) \cos(\phi_{K,(m)}) .\end{aligned}\quad (7.4)$$

Der Index h steht hier für die jeweilige Zugspannungswelle, wobei radiale und tangentiale Wellen unter diesem Index zusammengefasst werden.

In (6.13) werden anschließend anstelle von $\vec{\psi}'_{0,(n)}$ und $\vec{F}_{(h)}(t)$ die Eigenvektoren $\vec{\psi}'_{0,xy,(n)}$ und die Kraftvektoren $\vec{F}_{xy,(h)}$ eingesetzt und so die Vektoren der modalen Systemantwort $\vec{\eta}_{(h)}(t)$ für tangentiale Anregungen bestimmt. Nach der Rücktransformation (4.28) kann der sich daraus ergebende Verschiebungsvektor $\vec{\xi}_{xy,(h)}(t)$ analog zu (6.6) auf den radialen Vektor $\vec{\xi}_{r,(h)}(t)$ umgerechnet werden. Die radiale Gesamtverschiebung aller Knoten ist nun das Ergebnis aus sowohl radialen als auch tangentialen Kraftanregungen. Im Anschluss können die Oberflächenschwingungen entsprechend dem Abschnitt 6.2.6 ausgewertet werden.

Die beschriebenen Erweiterungen für die zusätzliche Berücksichtigung tangentialer Anregungen zeigen im Übrigen, dass sich die kombiniert analytisch-numerische Methode auch problemlos um einen weiteren Freiheitsgrad z erweitern ließe. Damit wäre auch die Berechnung dreidimensionaler Modelle möglich.

7.4 Validierung

Eine erste Validierung des Verfahrens geschieht durch die Berechnung des aus dem Kraftvektor ermittelten Drehmoments der Versuchsmotoren mit den durch die Programme ALFRED bzw. FEMAG berechneten Werten. Dazu wird jeweils für den Bemessungsbetrieb aus dem Zwischenergebnis aller tangentialen Kraftvektoren das Drehmoment berechnet:

$$M_{[\text{Kraftvektor}]}(t) = r_{li} \sum_h \sum_m \underline{F}_{\phi,(h,m)}(t) .\quad (7.5)$$

Über eine volle Läuferumdrehung lässt sich dessen zeitlicher Mittelwert $\overline{M}_{[\text{Kraftvektor}]}$ über alle verwendeten Zeitschritte bestimmen und mit dem durch FEMAG (für den SYMPM01) bzw. ALFRED (für den IMKL01) berechneten Drehmomenten $\overline{M}_{[\text{FEMAG}]}$ und $\overline{M}_{[\text{ALFRED}]}$ für den Bemessungsbetrieb vergleichen. Zu diesem Zweck werden natürlich die sonst für die Schwingungsberechnung unterdrückten Gleichanteile im Kraftvektor mit berücksichtigt.

Für den Synchronmotor ergibt die Probe $\overline{M}_{[\text{FEMAG}]} = 0,367 \text{ Nm}$ und $\overline{M}_{[\text{Kraftvektor}]} = 0,35677 \text{ Nm}$. Das entspricht einer Abweichung von $-2,79 \%$. Für den Asynchronmotor ist $\overline{M}_{[\text{ALFRED}]} = 994,7 \text{ Nm}$ und $\overline{M}_{[\text{Kraftvektor}]} = 994,4 \text{ Nm}$. Hier beträgt die Abweichung $-0,03 \%$. Die verwendeten Kraftvektoren führen also wieder auf das korrekte Maschinendrehmoment.

Eine Validierung des Berechnungsmodells für die Oberflächenschwingungen kann ähnlich wie für die radialen Anregungen erfolgen, indem in ANSYS gezielt bestimmte tangentiale Kraftanregungen an den Zahnecken vorgegeben werden. Für das Modell mit diesen Bedingungen

erfolgt dann eine vollständige numerische Schwingungsberechnung. Im Anschluss werden die daraus ermittelten Verschiebungen der Außenknoten mit den Ergebnissen der kombiniert analytisch-numerischen Methode für dieselben Zahneckkräfte verglichen. Der Vergleich erfolgt hier anhand zweier verschiedener Anregungen für den SYMPM01.

Den Vergleich für die tangentielle Zugspannungsanregung

$$10 \text{ kN/m}^2 \cos(2\phi - 2\pi t \cdot 1200 \text{ Hz})$$

zum Zeitpunkt $t = 0$ zeigt Abbildung 7.2, den Vergleich für die Anregung

$$10 \text{ kN/m}^2 \cos(3\phi - 2\pi t \cdot 1200 \text{ Hz})$$

die Abbildung 7.3. Die Tabellen 7.1 und 7.2 listen zu den beiden Vergleichen jeweils die Amplituden der größten drei Harmonischen auf und geben die Abweichung in Prozent an. \hat{S} steht dabei für die Amplitude aus der kombinierten Berechnung, \hat{S}_{Ansys} für die aus ANSYS.

ρ	\hat{S} in nm	\hat{S}_{Ansys} in nm	$\hat{S}/\hat{S}_{\text{Ansys}}$
2	190,535	191,077	-0,28%
4	19,87	21,92	-9,4%
8	4,177	3,464	+20,6%

Tabelle 7.1: Amplituden der Harmonischen der Oberflächenverschiebung für den SYMPM01 bei einer Tangentialanregung mit der Ordnung $\nu_\sigma = 2$

ρ	\hat{S} in nm	\hat{S}_{Ansys} in nm	$\hat{S}/\hat{S}_{\text{Ansys}}$
3	49,85	48,31	+3,2%
4	1,269	0,111	+1143%
9	0,865	0,551	+57%

Tabelle 7.2: Amplituden der Harmonischen der Oberflächenverschiebung für den SYMPM01 bei einer Tangentialanregung mit der Ordnung $\nu_\sigma = 3$

Ähnlich wie bei dem Vergleich mit radialen Anregungen (siehe Abschnitt 6.3) sind auch hier die Abweichungen für die Verschiebungsordnung $\rho = \nu_\sigma$ klein. Für höhere Ordnungen treten größere Abweichungen auf, wobei beachtet werden muss, dass die Amplituden dieser Verschiebungswellen auch um ein bis zwei Zehnerpotenzen kleiner sind und ihr Einfluss auf das Gesamtergebnis daher gering ist. Es kommen dieselben Gründe für diese Abweichungen zum Tragen, wie in Abschnitt 6.3 beschrieben. Auch hier ist die Anzahl der Punkte auf der Oberfläche aus ANSYS deutlich kleiner als die Anzahl der Außenknoten und wird zudem durch Interpolation gewonnen. Insbesondere unterscheiden sich die Berechnungsmethoden aber auch durch die Vereinfachung im kombiniert analytisch-numerischen Verfahren, indem nur eine bestimmte Anzahl an Eigenvektoren verwendet wird.

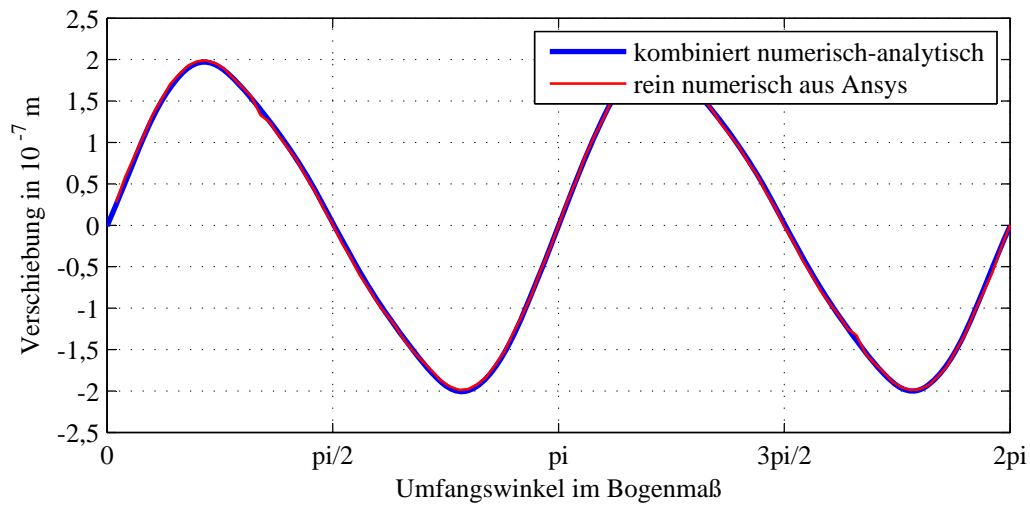


Bild 7.2: Vergleich der Oberflächenverschiebung von rein numerischer und kombinierter Schwingungsberechnung für den SYMPM01 bei einer Anregung mit der Ordnung $\nu_\sigma = 2$

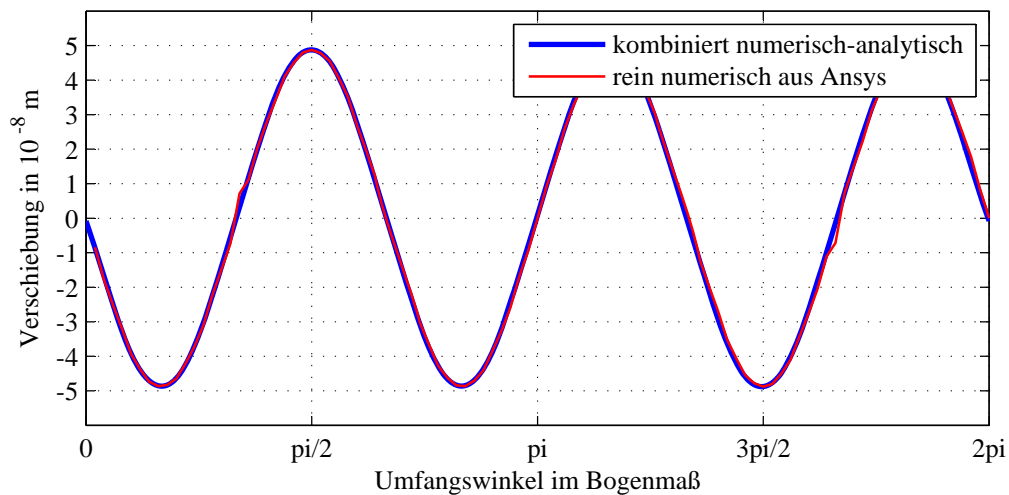


Bild 7.3: Vergleich der Oberflächenverschiebung von rein numerischer und kombinierter Schwingungsberechnung für den SYMPM01 bei einer Anregung mit der Ordnung $\nu_\sigma = 3$

8 Ergebnisse

Für die beiden Versuchsmotoren werden in den folgenden Abschnitten entsprechend der Berechnungschronologie die Ergebnisse der Induktionswellen, Zugspannungswellen, Verschiebungswellen und Schalldruckpegel grafisch aufbereitet und ausgewertet. Dabei werden jeweils die Betriebspunkte Leerlauf und Bemessungsbetrieb betrachtet. Der Leerlauf bezeichnet beim IMKL01 den fiktiven Betriebspunkt bei Bemessungsspannung und -frequenz, in dem der Motor kein inneres Drehmoment überträgt, also mit ungekuppeltem Wellenende ohne Reibungsverluste betrieben wird. Beim SYMPM01 wird der Motor im Leerlauf als Generator mit offenen Ständerklemmen bei Bemessungsdrehzahl betrachtet. Für die kombiniert analytisch-numerische Berechnung wird zusätzlich zwischen der Methode mit rein radialen Zugspannungen und der mit zusätzlicher Berücksichtigung von tangentialen Zugspannungen unterschieden. Die Ergebnisse enthalten außerdem einen Vergleich mit der klassischen analytischen Schwingungsberechnung sowie einen Vergleich mit Messungen.

8.1 Induktionswellen des Versuchsmotors IMKL01

Die mit der Software ALFRED berechneten Induktionswellen sind in Abbildung 8.1 für den Leerlauf und in Abbildung 8.3 für den Bemessungsbetrieb über dem Umfang aufgetragen. Die Software berechnet für diese Maschine Induktionswellen mit Polpaarzahlen bis ± 250 und Frequenzen bis 6200 Hz.

Deutlich treten dabei die Feldeinbrüche im Bereich der Nutschlitzes zu Tage, was große nutharmonische Feldanteile vermuten lässt. Eine dreidimensionale Grafik schlüsselt neben der Amplitude der einzelnen Wellen auch ihre Polpaarzahl und Frequenz auf und lässt weitere Aussagen zu. Die Abbildungen 8.2 und 8.4 zeigen jeweils einen Ausschnitt aus dem Spektrum für die beiden Betriebspunkte. Hier zeigen sich sehr klar die amplitudenstarken nutharmonischen Anteile mit Grundfrequenz und den Polpaarzahlen $p \pm N_1 \cdot g$ mit $g = 1, 2, \dots$. Zusätzlich treten im Bemessungsbetrieb größere Anteile bei höheren Frequenzen auf, die sich auf eine durch Läuferströme verursachte Felderregung in Kombination mit den magnetischen Läuferleitwertwellen zurückführen lassen.

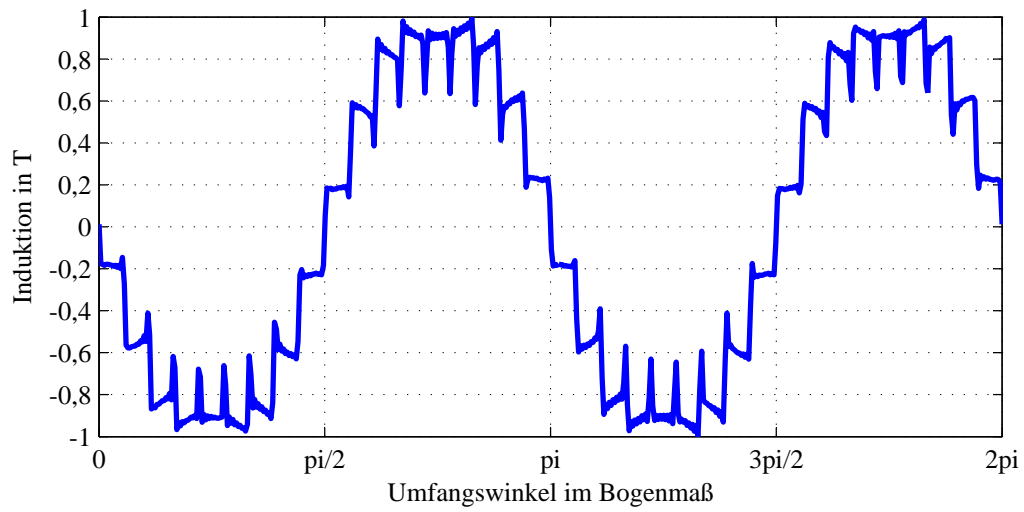


Bild 8.1: Verlauf der radialen Induktion im Leerlauf entlang des Umfangs für den Zeitpunkt $t = 0$ für den Versuchsmotor IMKL01

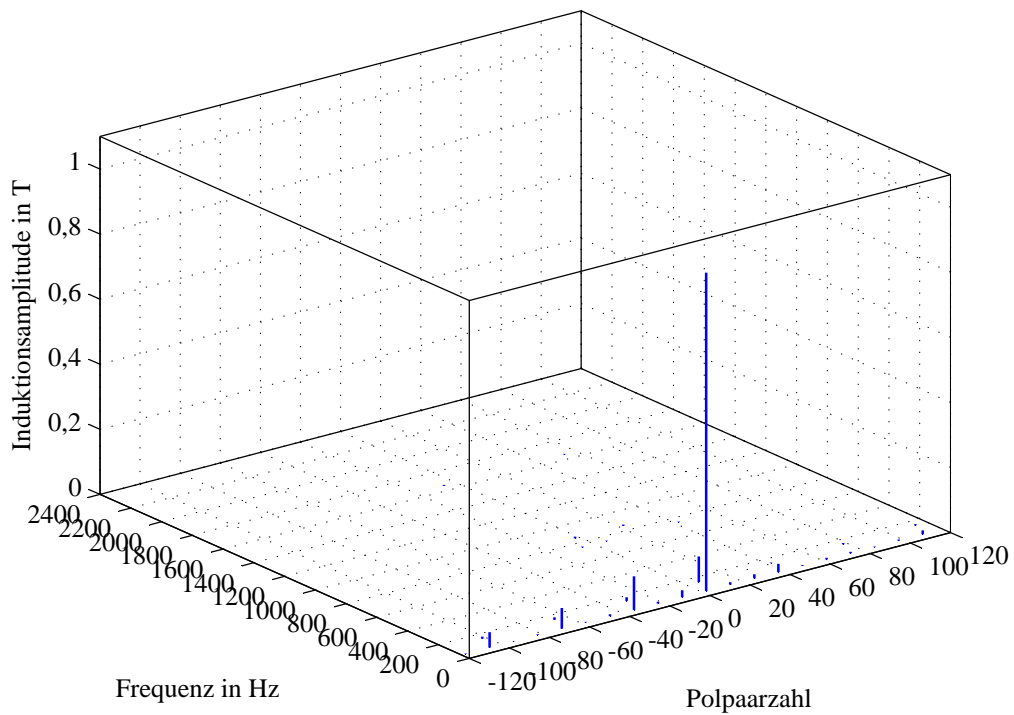


Bild 8.2: 3D-Darstellung der radialen Induktionwellen im Leerlauf für den Versuchsmotor IMKL01

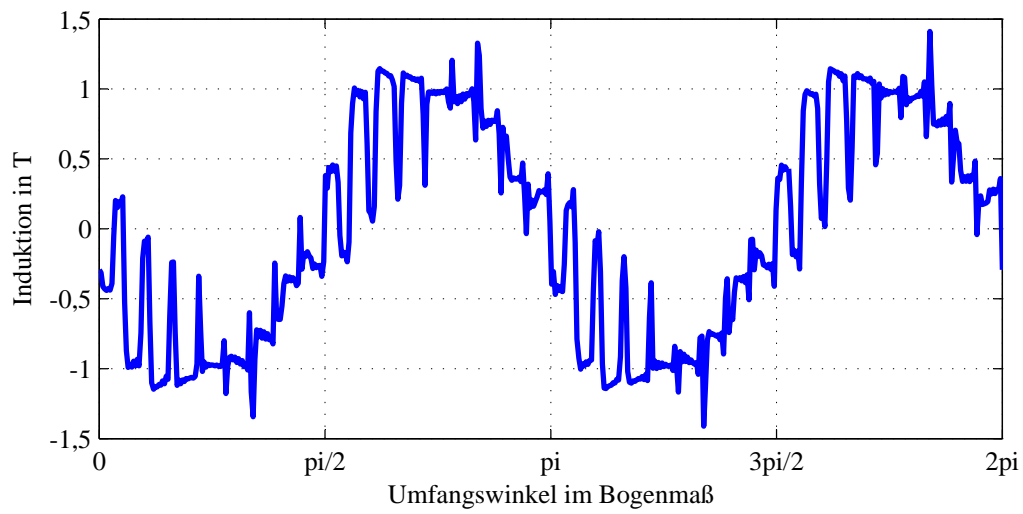


Bild 8.3: Verlauf der radialen Induktion im Bemessungsbetrieb entlang des Umfangs für den Zeitpunkt $t = 0$ für den Versuchsmotor IMKL01

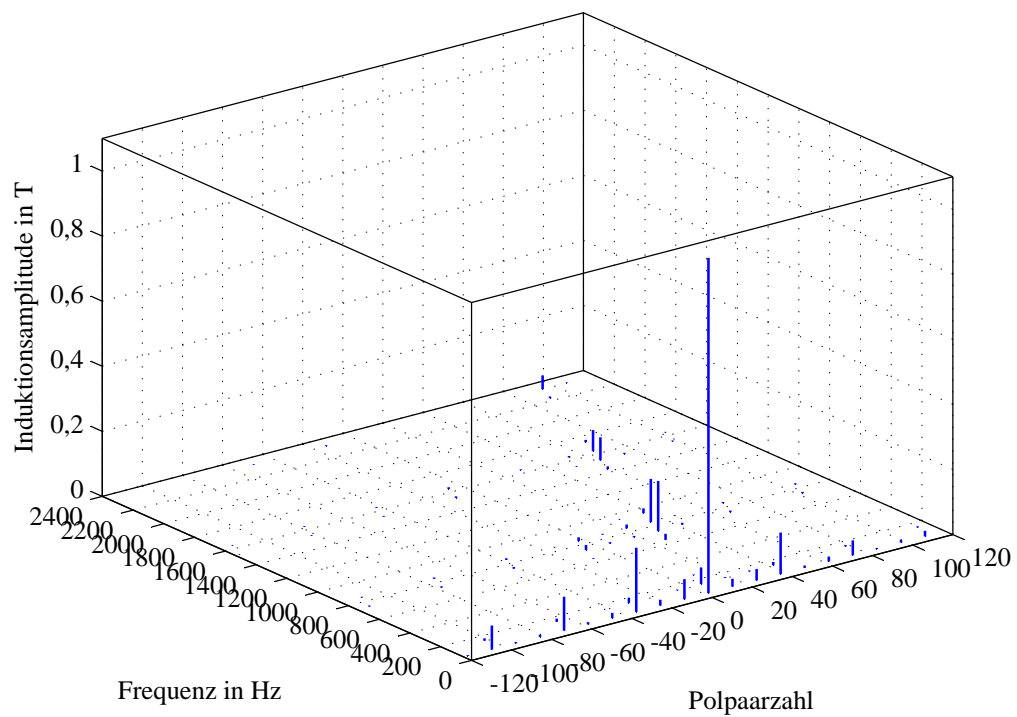


Bild 8.4: 3D-Darstellung der radialen Induktionsswellen im Bemessungsbetrieb für den Versuchsmotor IMKL01

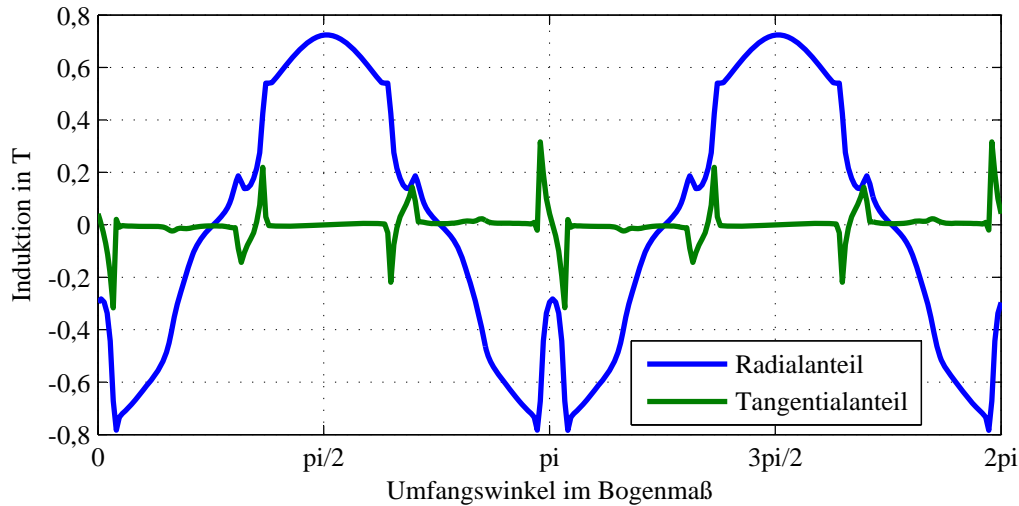


Bild 8.5: Verlauf der Induktion im Leerlauf entlang des Umfangs für den Zeitpunkt $t = 0$ für den Versuchsmotor SYMPM01

8.2 Induktionswellen des Versuchsmotors SYMPM01

Die aus der FEMAG-Simulation des Leerlaufs stammenden Funktionswerte für die magnetische Luftspaltinduktion sind für die Läuferausgangslage der Simulation, also den Zeitpunkt $t = 0$, in der Abbildung 8.5 grafisch über dem Maschinenumfang aufgetragen. Bei Betrachtung des Radial- und Tangentialanteils der Induktion lassen sich deutlich die Positionen der sechs Nuten und der vier Pole erkennen.

Aus dem Ergebnis der zweidimensionalen Fourieranalyse der radialen und tangentialen Induktionswerte lassen sich die einzelnen Induktionswellen als Teile des Spektrums extrahieren. Sie sind nach Amplitude, Polpaarzahl und Frequenz aufgeschlüsselt als dreidimensionale Darstellung in Abbildung 8.6 für den radialen und in Abbildung 8.7 für den tangentialen Induktionsanteil abgebildet. Zur besseren Übersicht zeigen die Grafiken auch hier nur einen Ausschnitt aus dem berechneten Spektrum. Tatsächlich findet eine Berechnung der Wellen mit Frequenzen bis 5000 Hz und Polpaarzahlen bis ± 80 statt.

Deutlich sichtbar im Spektrum der radialen Induktionswellen ist die Hauptwelle mit der Polpaarzahl 2 und der Frequenz 138,33 Hz sowie die durch die Nutung erzeugten Oberwellen mit derselben Frequenz. Bei den höheren Frequenzen (ungeradzahlige Vielfache der Grundfrequenz) zeigen sich die Läuferoberwellen, die durch das nicht-sinusförmige Läuferfeld entstehen. Jeweils gleiche Frequenz besitzen daneben die aus den Oberwellen der Läuferfelderregung und der Nutung hervorgegangenen Oberwellen.

Wie erwartet wird der Induktionsverlauf im Bemessungsberieb durch das aus der Bestromung hervorgehende Ständerfeld stark beeinflusst. Abbildung 8.8 zeigt diesen Verlauf entlang des Maschinenumfangs.

Die dreidimensionale Darstellung der Induktionswellen verdeutlicht, welche Anteile des Spektrums sich im Vergleich zum Leerlauf verändern. Deutlich zu erkennen ist bei den radialen In-

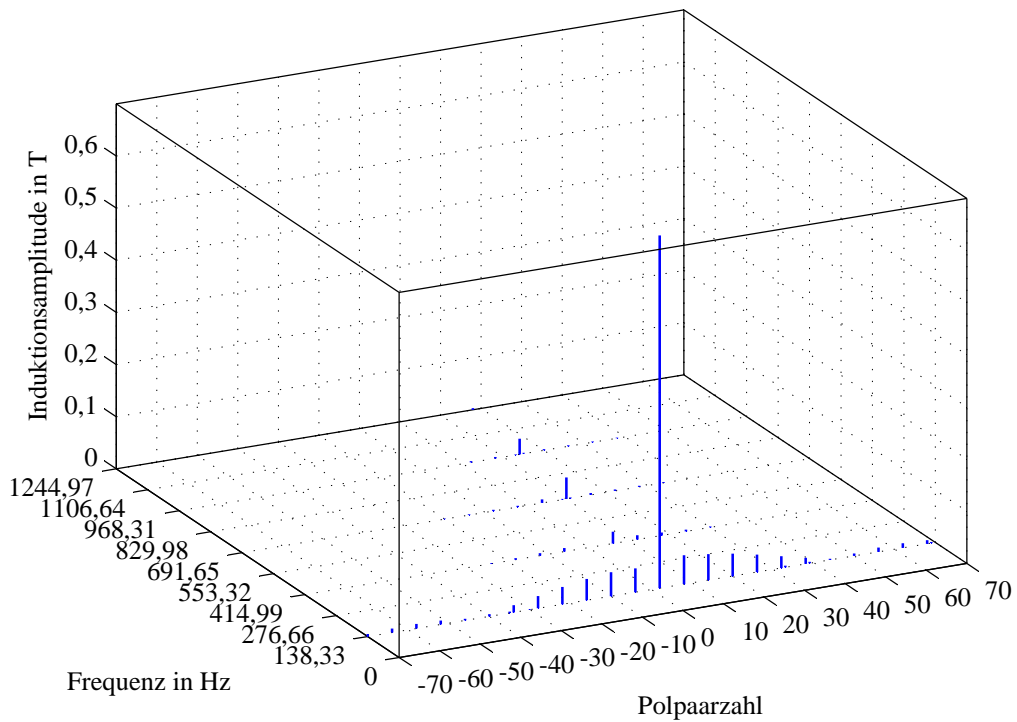


Bild 8.6: 3D-Darstellung der radialen Induktionswellen im Leerlauf nach einer Fourieranalyse für den Versuchsmotor SYMPM01

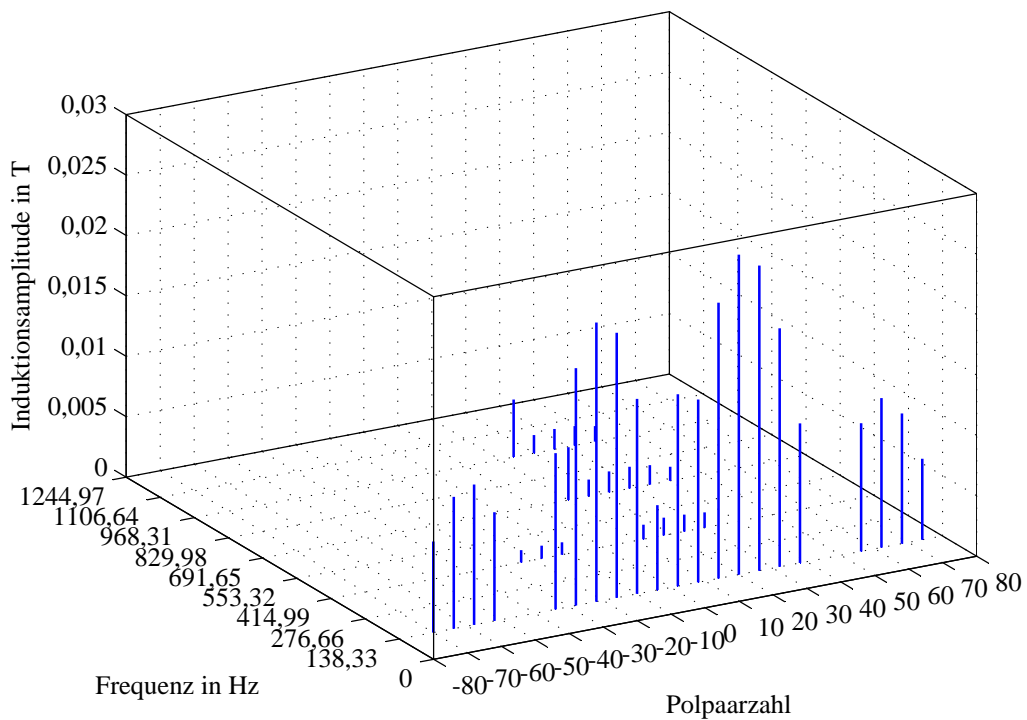


Bild 8.7: 3D-Darstellung der tangentialen Induktionswellen im Leerlauf nach einer Fourieranalyse für den Versuchsmotor SYMPM01

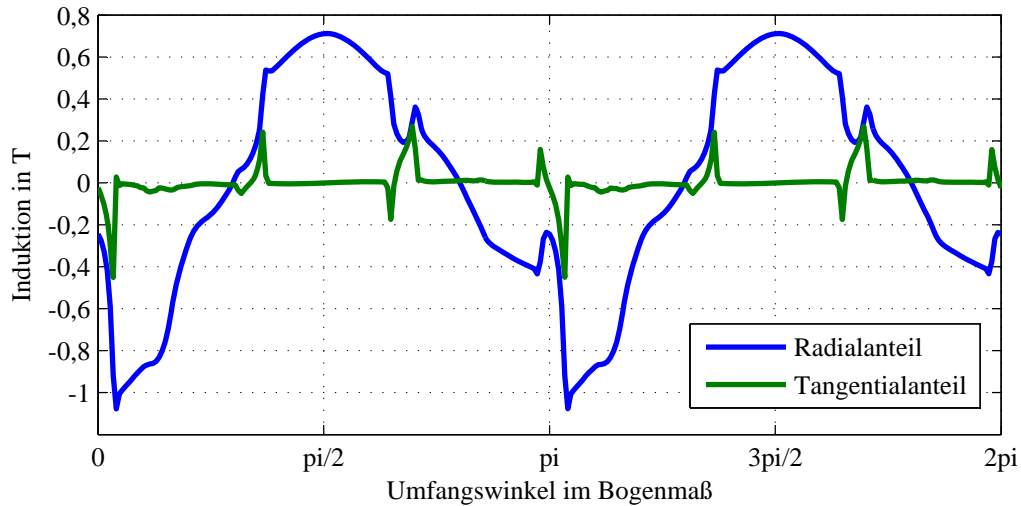


Bild 8.8: Verlauf der Induktion im Bemessungsbetrieb entlang des Umfangs für den Zeitpunkt $t = 0$ für den Versuchsmotor SYMPM01

duktionswellen (Abbildung 8.9) eine starke Zunahme der Amplituden des Hauptfelds und der niederpoligeren Felder mit Grundfrequenz. Da die Ständerwicklungsfelder bei diesem Motor in ihren Polpaarzahlen identisch mit den auch im Leerlauf vorhandenen nutharmonischen Feldern sind, treten hier bei bestromter Wicklung im Vergleich zum Leerlauf keine zusätzlichen Feldpolpaarzahlen in Erscheinung. Das Magnetfeld der Ständerwicklung verstärkt also vor allem die Feldanteile mit Grundfrequenz. Auch bei den höherfrequenten Induktionswellen ist zum Teil ein Einfluss sichtbar, und bei den tangentialen Induktionswellen in Abbildung 8.10 ist eine deutliche Amplitudenvergrößerung erkennbar.

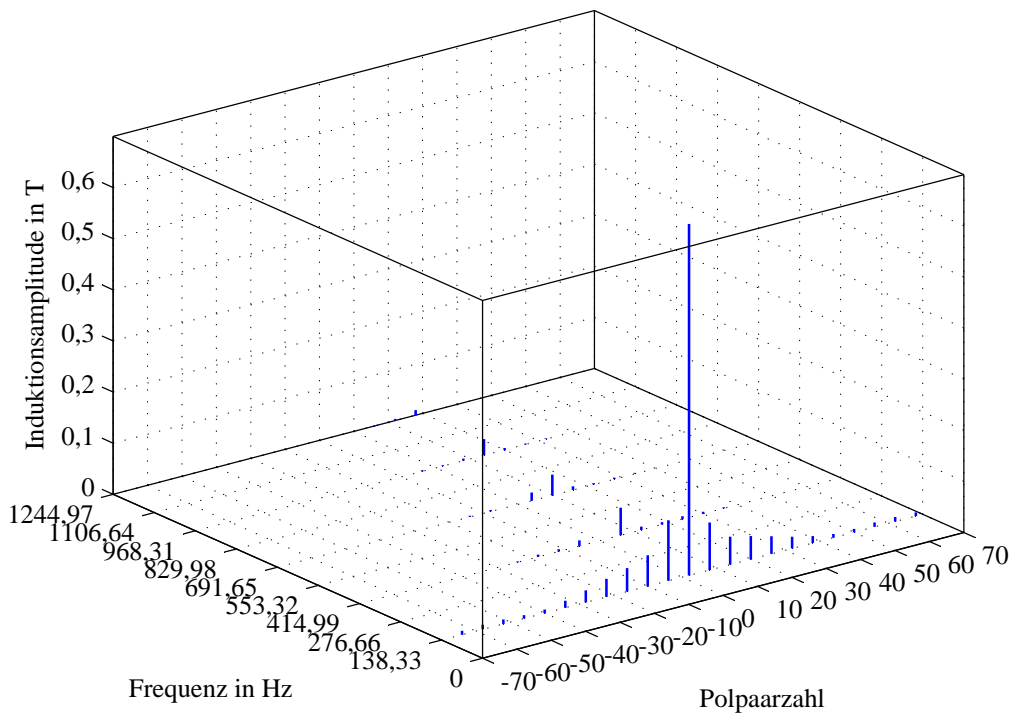


Bild 8.9: 3D-Darstellung der radialen Induktionswellen im Bemessungsbetrieb nach einer Fourieranalyse für den Versuchsmotor SYMPM01

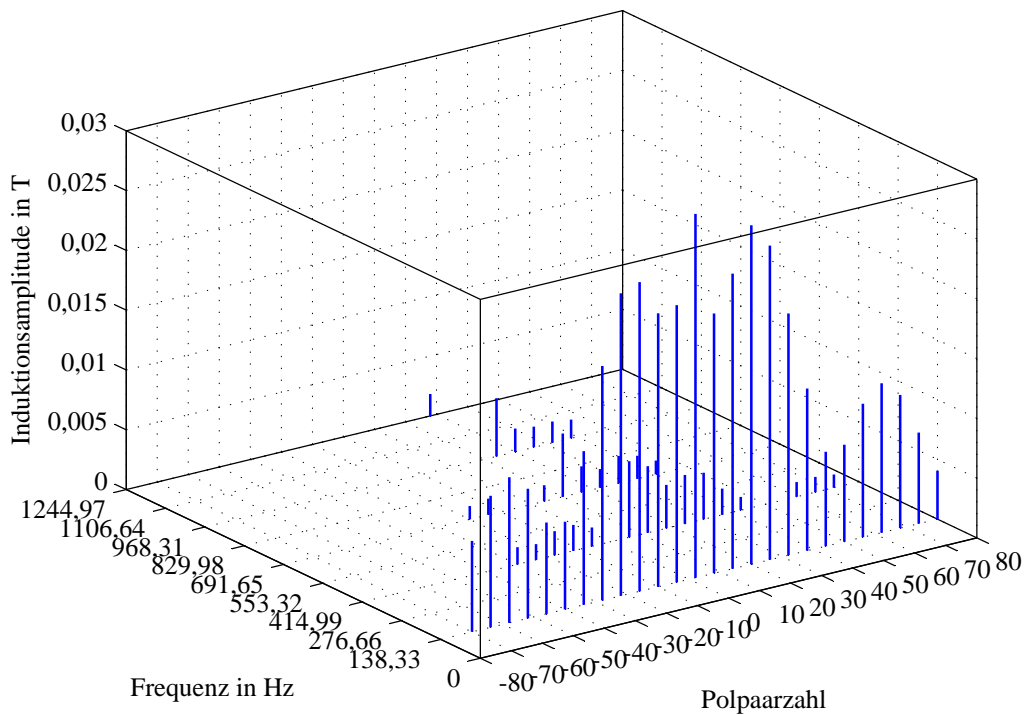


Bild 8.10: 3D-Darstellung der tangentialen Induktionswellen im Bemessungsbetrieb nach einer Fourieranalyse für den Versuchsmotor SYMPM01

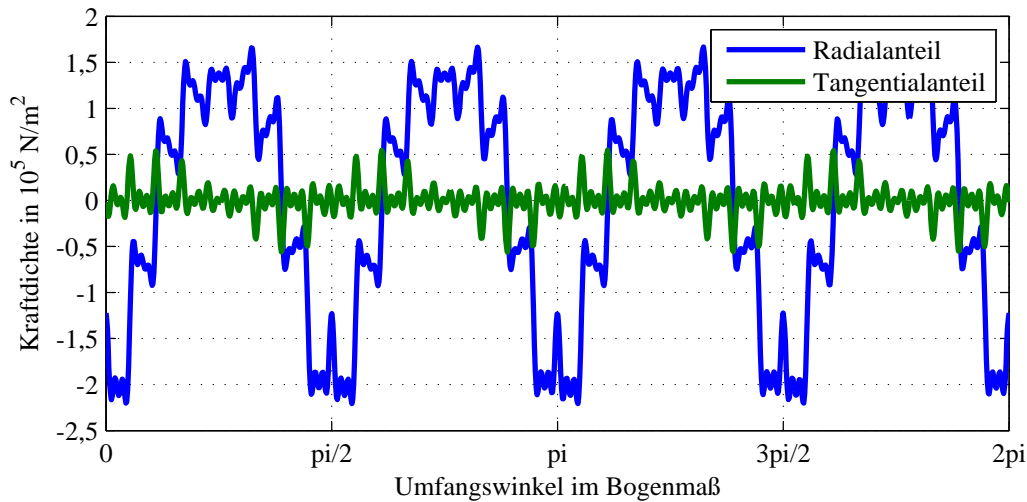


Bild 8.11: Verlauf der mechanischen Zugspannung im Leerlauf entlang des Umfangs für den Zeitpunkt $t = 0$ für den Versuchsmotor IMKL01

8.3 Zugspannungswellen des Versuchsmotors IMKL01

Die analytisch aus den radialen Induktionswellen und den Strombelagswellen nach Abschnitt 3.5 berechneten radialen und tangentialen Zugspannungswellen sind in Abbildung 8.11 als Verlauf über dem Maschinenumfangswinkel für den Leerlauf und in 8.14 für den Bemessungsbetrieb dargestellt. Die dreidimensionalen Darstellungen der Wellen geben außerdem Aufschluss über die enthaltenen Polpaarzahlen und Frequenzen. Für den Leerlauf finden sich diese Darstellungen in den Abbildungen 8.12 und 8.13, für den Bemessungsbetrieb in den Abbildungen 8.15 und 8.16.

Die höchste noch berücksichtigte Frequenz beträgt $f_\sigma = 7000$ Hz. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die Wellen grafisch nur bis 2400 Hz dargestellt, zumal auch ihre Amplituden darüber hinaus sehr klein ausfallen. Wellen, die keine zeitliche Abhängigkeit besitzen, also solche mit der Frequenz 0 Hz, werden aus den Datensätzen der Zugspannungswellen entfernt, weil sie nicht in der Lage sind, Schwingungen anzuregen und daher geräuschtechnisch irrelevant sind. Aus diesem Grund wird auch auf die Darstellung des Gleichanteils in den Zugspannungswellen verzichtet. Dasselbe gilt auch für die Zugspannungswellen des SYMPM01, die im nachfolgenden Abschnitt 8.4 behandelt werden.

Für den Leerlauf zeigen sich bereits deutlich die Einflüsse der nutungsharmonischen Feldanteile, die in den Induktionswellen bereits auffielen. Durch die nahezu stromlose Läuferwicklung treten höherfrequente Anteile (> 200 Hz) nur mit verschwindend geringen Amplituden auf. Dasselbe gilt für die tangentialen Anteile der Zugspannung, wobei deren Amplituden um etwa um eine Zehnerpotenz kleiner ausfallen. Insgesamt ist damit im Leerlauf nur eine sehr geringe Geräuschentwicklung zu erwarten. Anders verhält es sich im Bemessungsbetrieb. Hier lässt bereits der Zugspannungsverlauf amplitudenstarke Oberwellenanteile vermuten. Die dreidimensionalen Darstellungen der radialen und tangentialen Zugspannungswellen bestätigen dies mit vergleichsweise großen Amplituden, auch bei höheren Frequenzen. Sie resultieren aus den Induktionswellen der Läuferückwirkung.

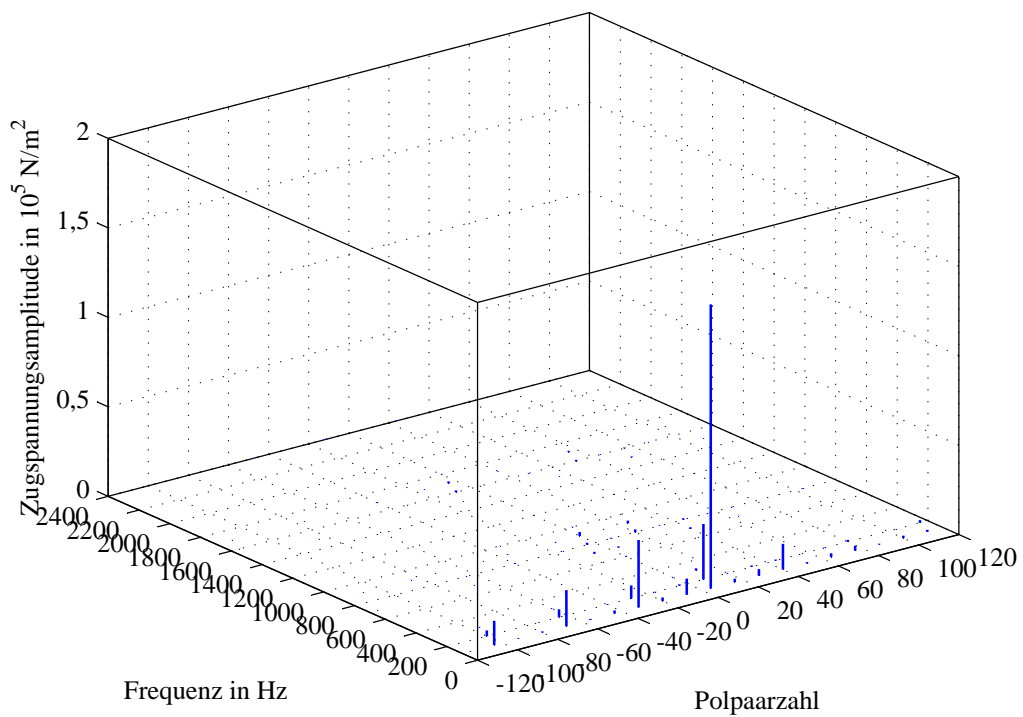


Bild 8.12: 3D-Darstellung der radialen Zugspannungswellen im Leerlauf nach analytischer Berechnung aus den Induktionswellen für den Versuchsmotor IMKL01

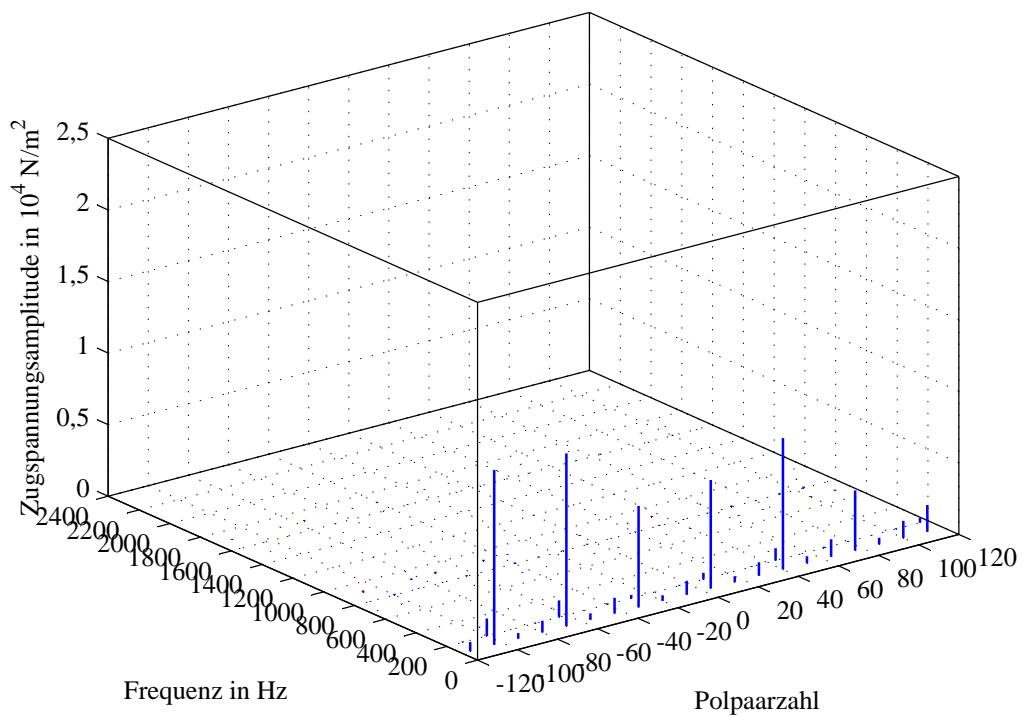


Bild 8.13: 3D-Darstellung der tangentialen Zugspannungswellen im Leerlauf nach analytischer Berechnung aus den Induktions- und Strombelagswellen für den Versuchsmotor IMKL01

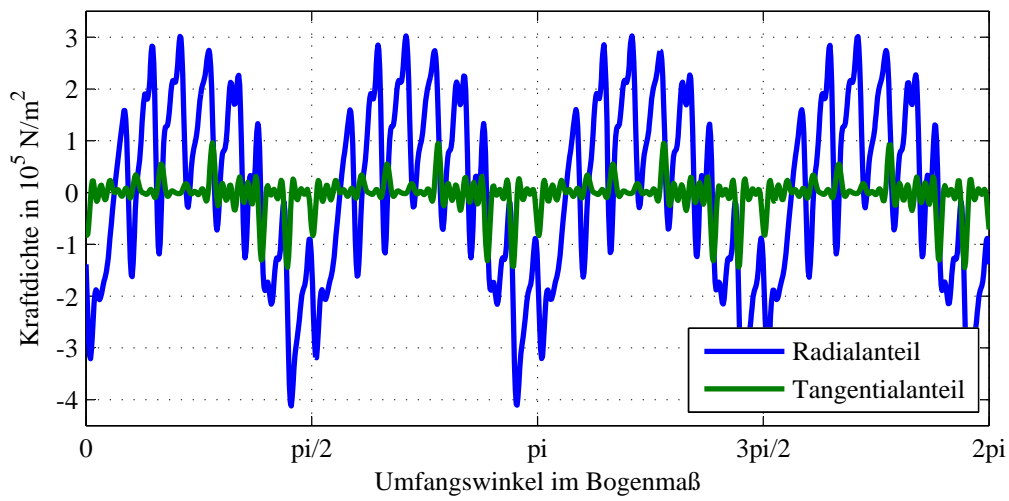


Bild 8.14: Verlauf der mechanischen Zugspannung im Bemessungsbetrieb entlang des Umfangs für den Zeitpunkt $t = 0$ für den Versuchsmotor IMKL01

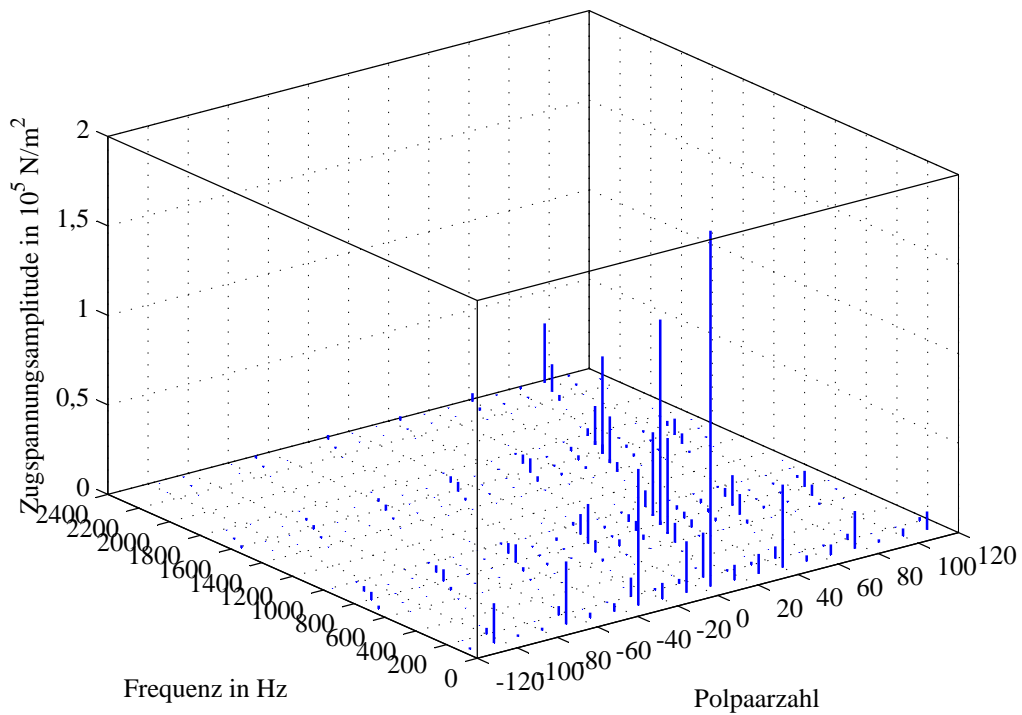


Bild 8.15: 3D-Darstellung der radialen Zugspannungswellen im Bemessungsbetrieb nach analytischer Berechnung aus den Induktionswellen für den Versuchsmotor IMKL01

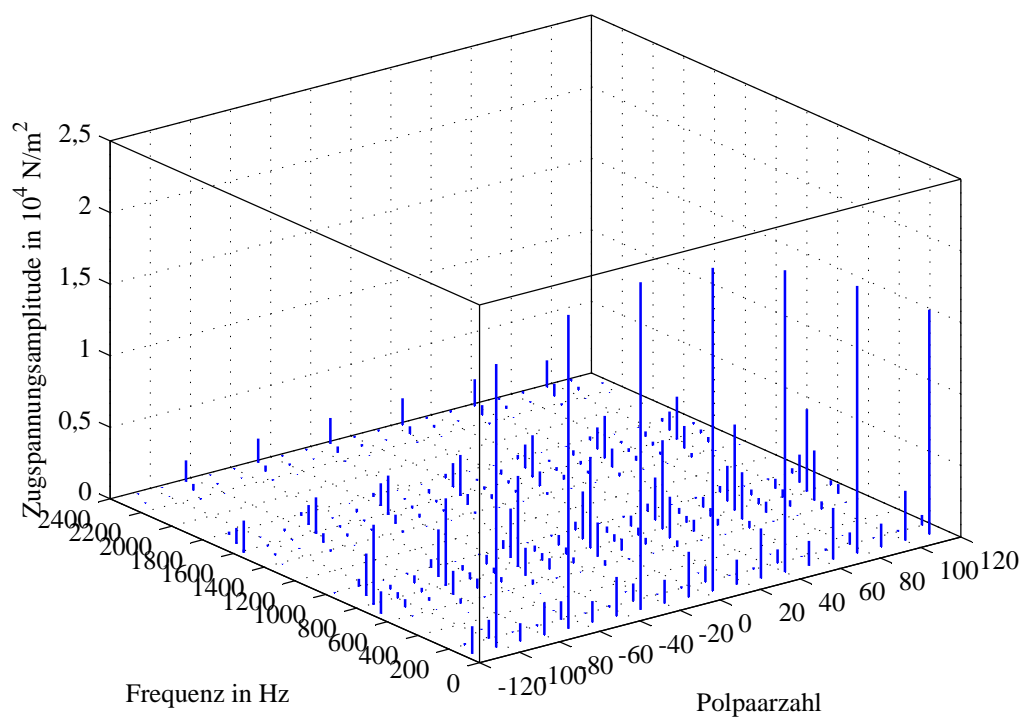


Bild 8.16: 3D-Darstellung der tangentialen Zugspannungswellen im Bemessungsbetrieb nach analytischer Berechnung aus den Induktions- und Strombelagswellen für den Versuchsmotor IMKL01

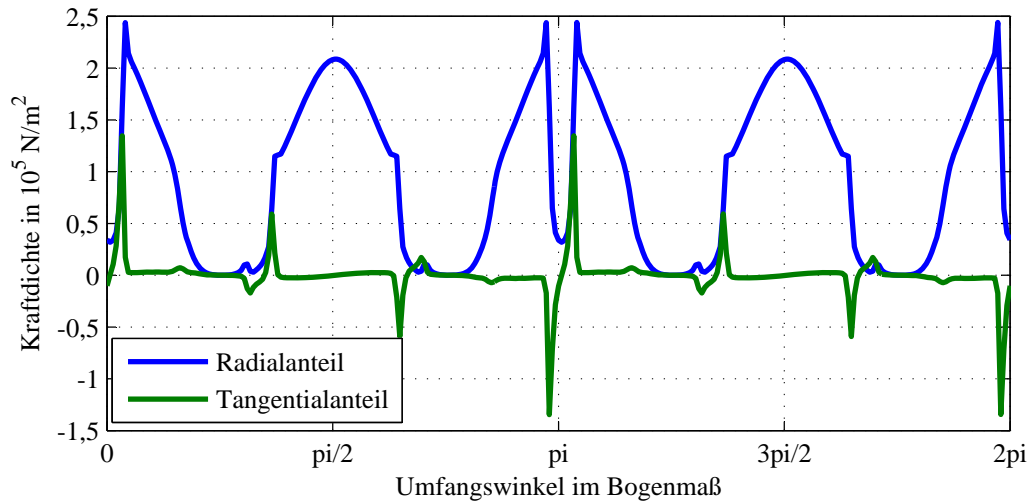


Bild 8.17: Verlauf der mechanischen Zugspannung im Leerlauf entlang des Umfangs für den Zeitpunkt $t = 0$ für den Versuchsmotor SYMPM01

8.4 Zugspannungswellen des Versuchsmotors SYMPM01

Der Verlauf der radialen und tangentialen Zugspannungen über dem Maschinenumfang findet sich in den Abbildungen 8.17 für den Leerlauf und 8.18 für den Bemessungsbetrieb. Polpaarzahlen und Frequenzen der Zugspannungswellen zeigen sich in den Abbildungen 8.19 und 8.20 für den Leerlauf sowie 8.21 und 8.22 für den Bemessungsbetrieb.

Die dreidimensionalen Darstellungen zeigen auch hier nur einen begrenzten Frequenzbereich. Die Berechnung erfolgt für den SYMPM01 mit Frequenzen bis maximal $f_{\sigma} = 5000$ Hz.

Durch die auch im Leerlauf markanten Läuferoberwellen der Induktion, treten in den Zugspannungswellen ebenfalls höherfrequente Anteile auf. Die größeren Amplituden verlassen allerdings schnell den für Geräusche interessanten Polpaarzahlenbereich mit steigender Frequenz. Ähnlich wie bei der untersuchten Induktionsmaschine liegen auch hier die Amplituden der tangentialen Zugspannungswellen in etwa um den Faktor 10 unter denen der radialen. Im Vergleich zum Leerlauf steigen die Amplituden im Bemessungsbetrieb für den Synchronmotor nicht in dem Maße an wie beim IMKL01, und es kommen auch nur in geringem Umfang Wellenanteile mit neuen Frequenzen hinzu.

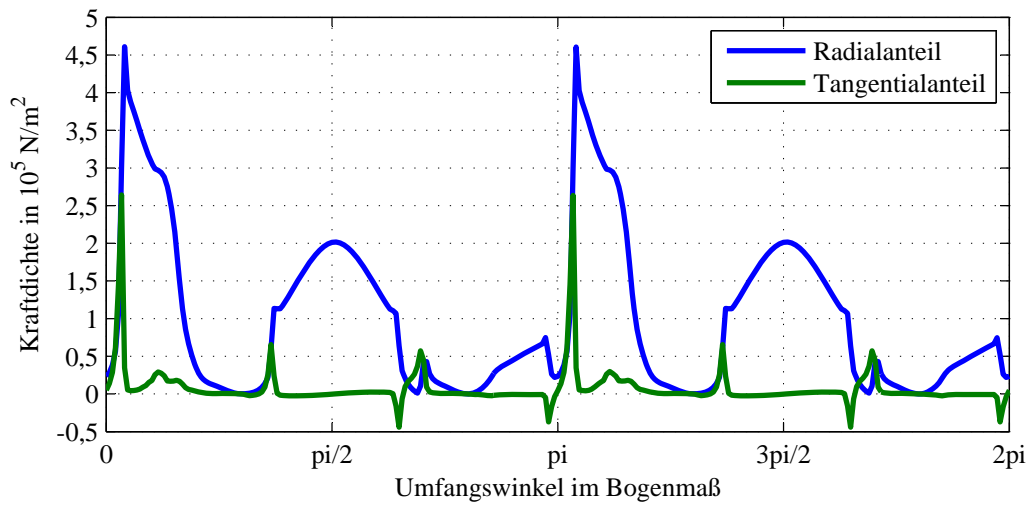


Bild 8.18: Verlauf der mechanischen Zugspannung im Bemessungsbetrieb entlang des Umfangs für den Zeitpunkt $t = 0$ für den Versuchsmotor SYMPM01

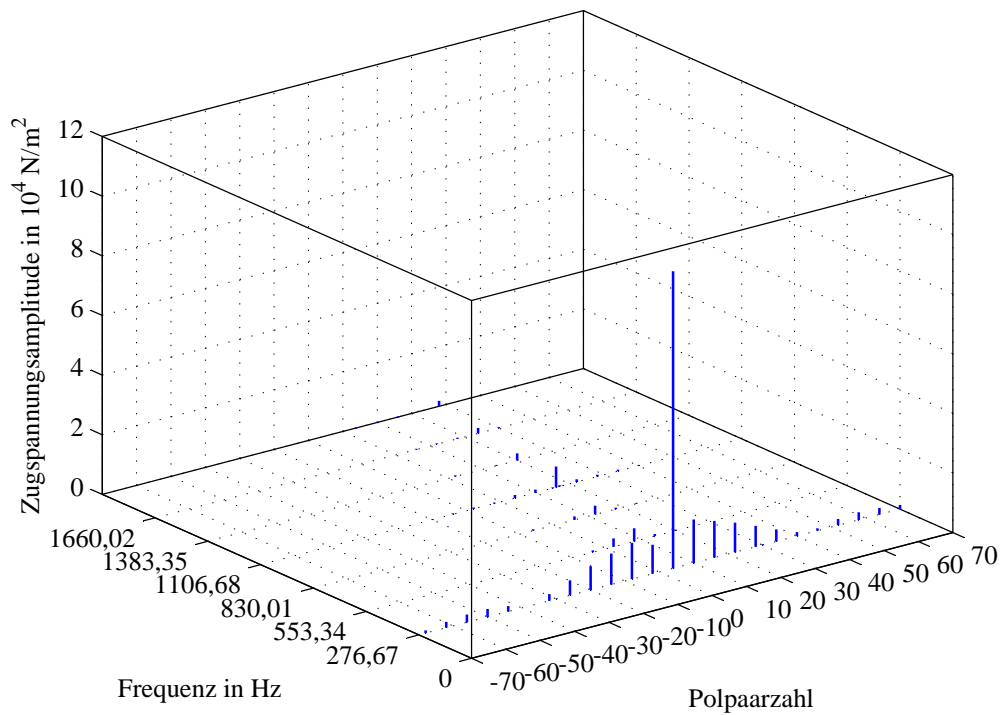


Bild 8.19: 3D-Darstellung der radialen Zugspannungswellen im Leerlauf nach einer Fourieranalyse für den Versuchsmotor SYMPM01

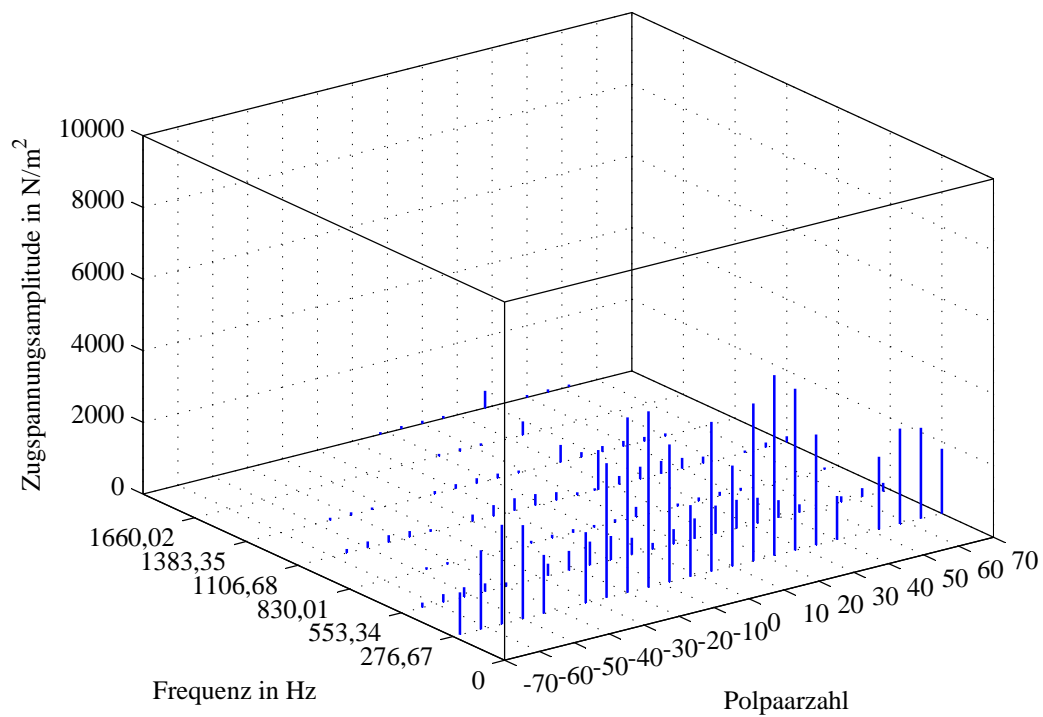


Bild 8.20: 3D-Darstellung der tangentialen Zugspannungswellen im Leerlauf nach einer Fourieranalyse für den Versuchsmotor SYMPM01

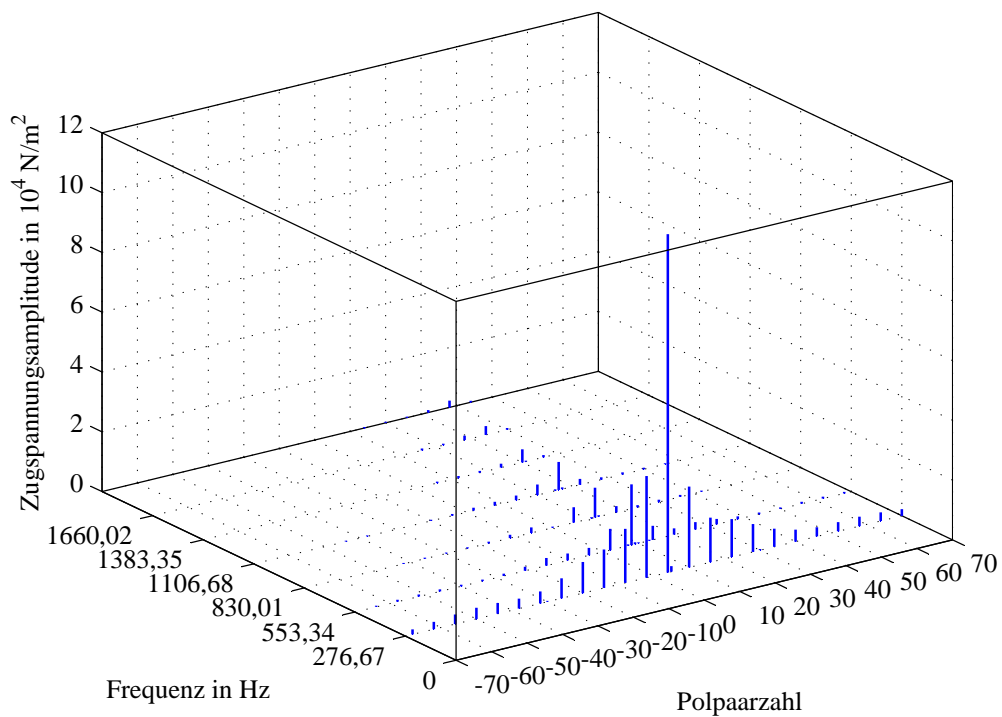


Bild 8.21: 3D-Darstellung der radialen Zugspannungswellen im Bemessungsbetrieb nach einer Fourieranalyse für den Versuchsmotor SYMPM01

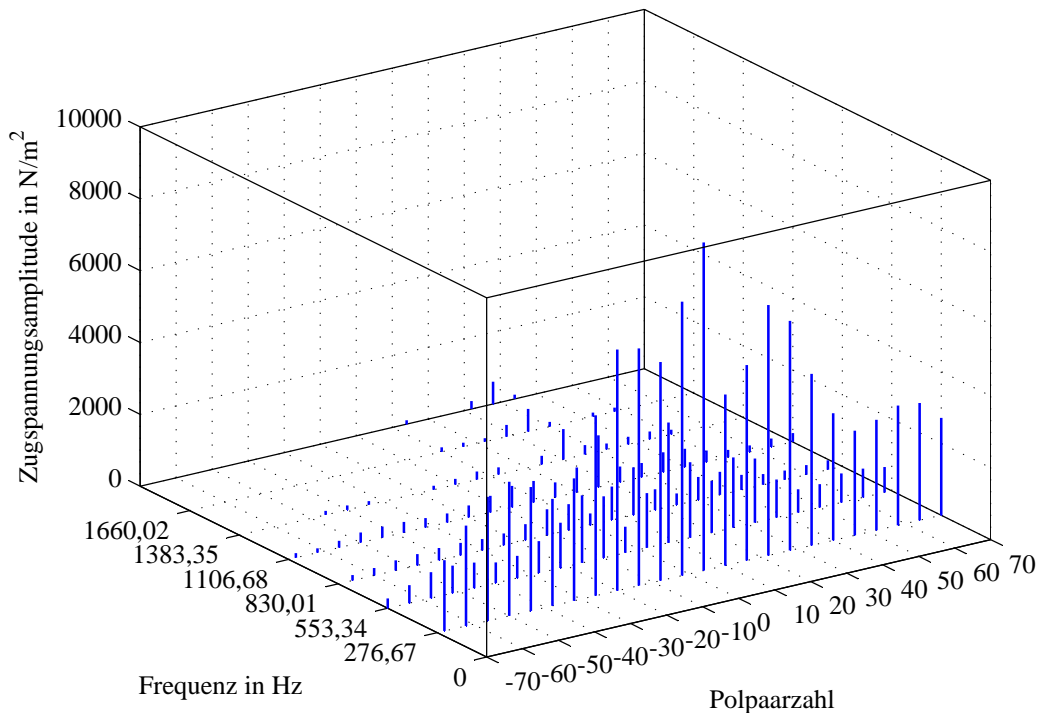


Bild 8.22: 3D-Darstellung der tangentialen Zugspannungswellen im Bemessungsbetrieb nach einer Fourieranalyse für den Versuchsmotor SYMPM01

8.5 Verschiebungswellen an der Motoroberfläche des IMKL01

Die Verschiebungsdrehwellen für den Induktionsmotor sind für die Betriebspunkte Leerlauf sowie Bemessungsbetrieb jeweils einmal als Verlauf über dem Umfang und einmal als dreidimensionale Darstellung der enthaltenen Wellenanteile abgebildet. Es wird jeweils zusätzlich die Verschiebung mit Berücksichtigung tangentialer Zugspannungswellen in denselben Grafiken dargestellt. Berechnet wurden Frequenzen bis 7000 Hz und Verschiebungsordnungen bis $\rho = \pm 40$, um auch Anregungen durch den Weh-Effekt zu berücksichtigen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die Bereiche, in denen keine erkennbaren Anteile der Verschiebungswellen mehr auftreten, in den Grafiken nicht dargestellt.

Im Leerlauf zeigt bereits Abbildung 8.23 einen sehr sinusförmigen Verlauf der Verschiebungsordnung $\rho = 4$ über dem Umfang. Die Kurve mit Tangentialkrafteinfluss weist nur eine sehr geringfügig größere Amplitude auf. Diese Beobachtung wird durch die Ansicht der einzelnen Verschiebungsanteile in Abbildung 8.24 bestätigt. Anteile mit Frequenzen über 100 Hz oder solche mit anderen Verschiebungsordnungen fallen gering aus.

Anders sieht es für den Bemessungsbetrieb aus, wie die Zugspannungswellen bereits vermuten ließen. Hier sind deutlich amplitudenstärkere Wellen mit höheren Frequenzen zu verzeichnen (Abbildung 8.26). In der zweidimensionalen Darstellung als Verlauf über dem Maschinenumfang (Abbildung 8.25) fällt das nicht auf, weil die Verschiebungsordnungen der höheren Amplituden ebenfalls bei $\rho = 4$ oder aber bei $\rho = 0$ liegen und die Grafik eine Momentaufnahme zeigt. Zu erkennen ist aber aus beiden Darstellungen, dass auch im Bemessungsbetrieb

der Einfluss tangentialer Zugspannungswellen auf die Verschiebungen für diesen Motor gering ist.

Für den Bemessungsbetrieb wird die Auswertung der Verschiebungswellen im Gegensatz zum Leerlauf mit der vereinfachten Auswertemethode nach Abschnitt 6.2.6 durchgeführt. Der Grund hierfür liegt in der zweidimensionalen, diskreten Fourieranalyse der allgemeinen Auswertemethode nach Abschnitt 6.2.6 im Zusammenhang mit Frequenzanteilen, die aus den asynchronen Läuferinduktionswellen hervorgegangen sind. Hier kommt es im Ergebnis zu Verwischungen über die Frequenz aufgrund der Diskretisierung, die mit der FFT einhergeht, auch *Picket-Fence-Effekt* genannt. Dies führt nicht nur zu verfälschten Amplituden, sondern erzeugt auch Verschiebungswellen bei Frequenzen, wo real keine auftreten. Die aus solchen Verschiebungswellen berechneten Geräusche würden verfälscht und ließen sich nicht mehr vernünftig interpretieren. Der Picket-Fence-Effekt lässt sich durch eine nachträgliche Korrekturmethode eliminieren, wie sie beispielsweise in [40] verwendet wird. In dieser Arbeit werden keine nachträglichen Korrekturen durchgeführt.

Die Abbildung 8.27 zeigt dieses Ergebnis mit der allgemeinen Auswertemethode für dieselben Zugspannungswellen wie in 8.26. Neben den stark frequenzverwischten Anteilen lässt sich bei einem Vergleich entnehmen, welche Anteile sich tatsächlich mit negativen Verschiebungsordnungen ausprägen. Denn für eine Unterscheidung in positive und negative Verschiebungsordnungen ist die eindimensionale Fouriertransformation der vereinfachten Auswertemethode nicht ausreichend. Dieser Unterschied fällt allerdings in der späteren Geräuschberechnung nicht ins Gewicht, da dort das Vorzeichen der Verschiebungswelle keine Rolle spielt, solange nicht gleichzeitig Anteile mit derselben Frequenz und Verschiebungsordnungen mit vertauschtem Vorzeichen auftreten. Zudem ist nicht erkennbar, dass bei diesem Motor stark elliptische Verschiebungswellen auftreten (siehe Abschnitt 6.4).

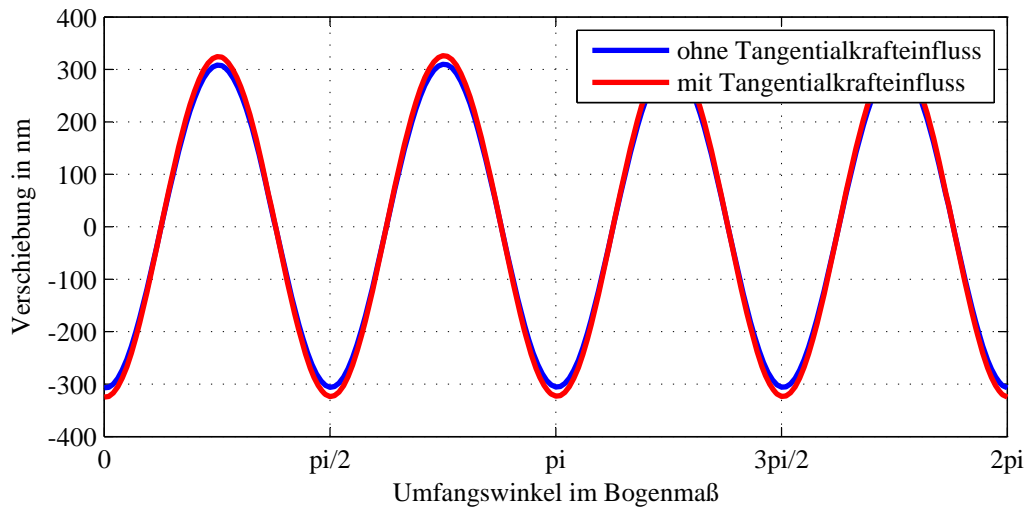


Bild 8.23: Oberflächenverschiebung für den IMKL01 im Leerlauf zum Zeitpunkt $t = 0$

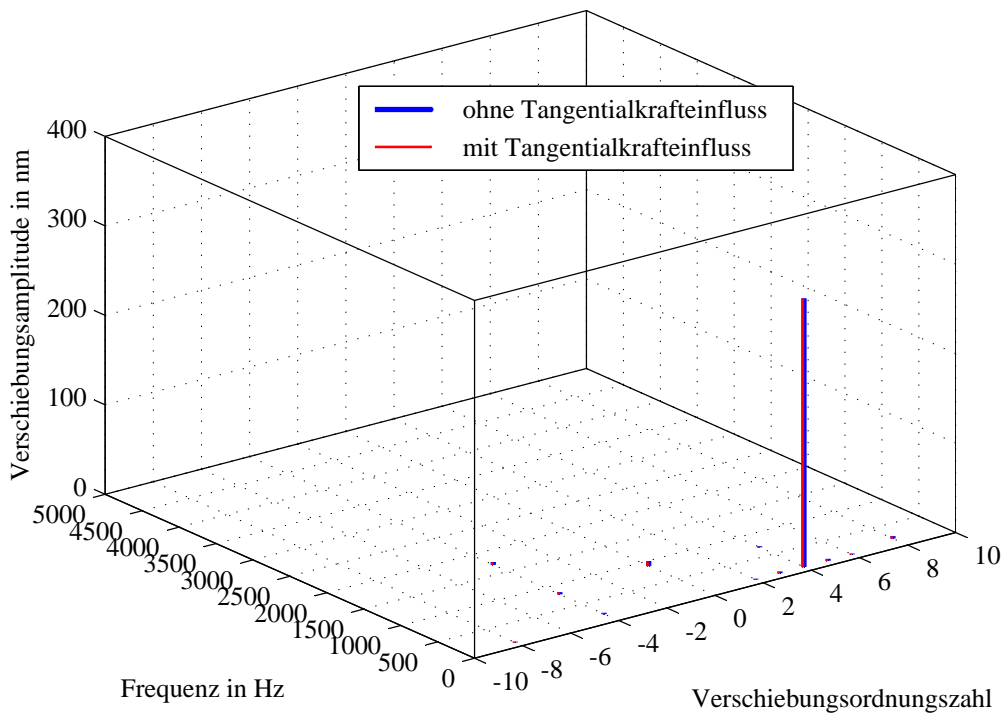


Bild 8.24: Oberflächenverschiebungswellen für den IMKL01 im Leerlauf

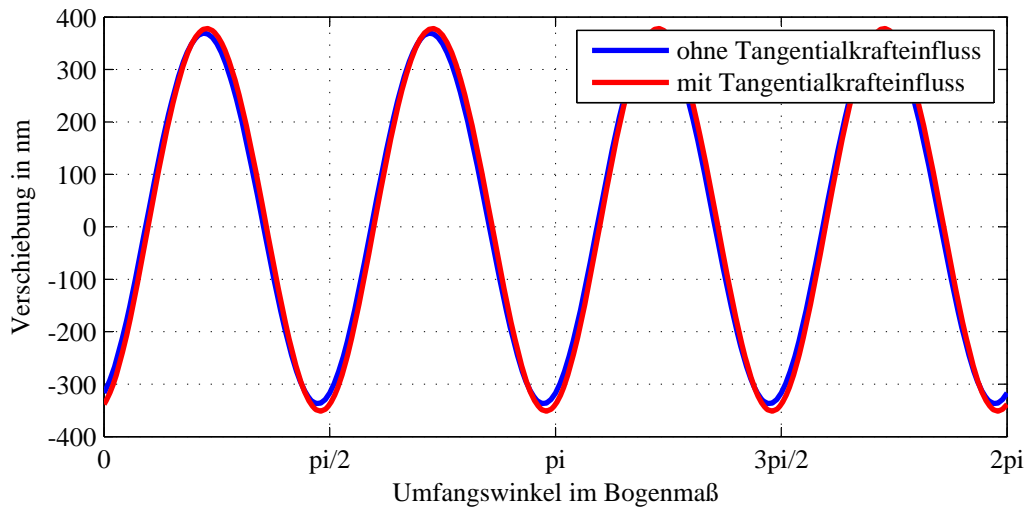


Bild 8.25: Oberflächenverschiebung für den IMKL01 im Bemessungsbetrieb zum Zeitpunkt $t = 0$ mit vereinfachter Auswertemethode

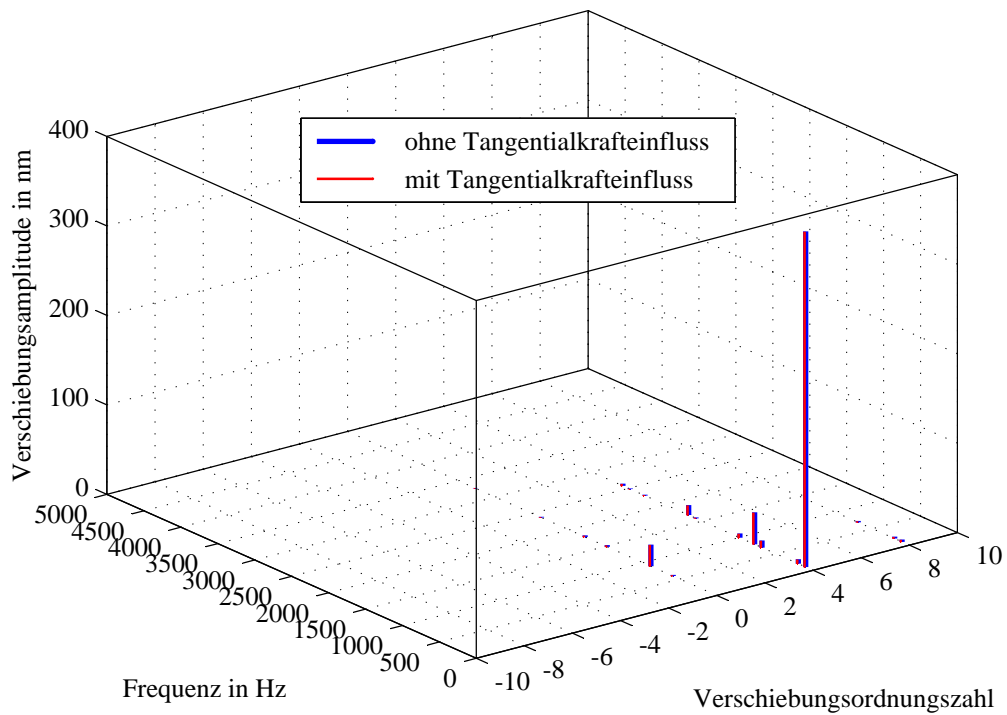


Bild 8.26: Oberflächenverschiebungswellen für den IMKL01 im Bemessungsbetrieb mit vereinfachter Auswertemethode

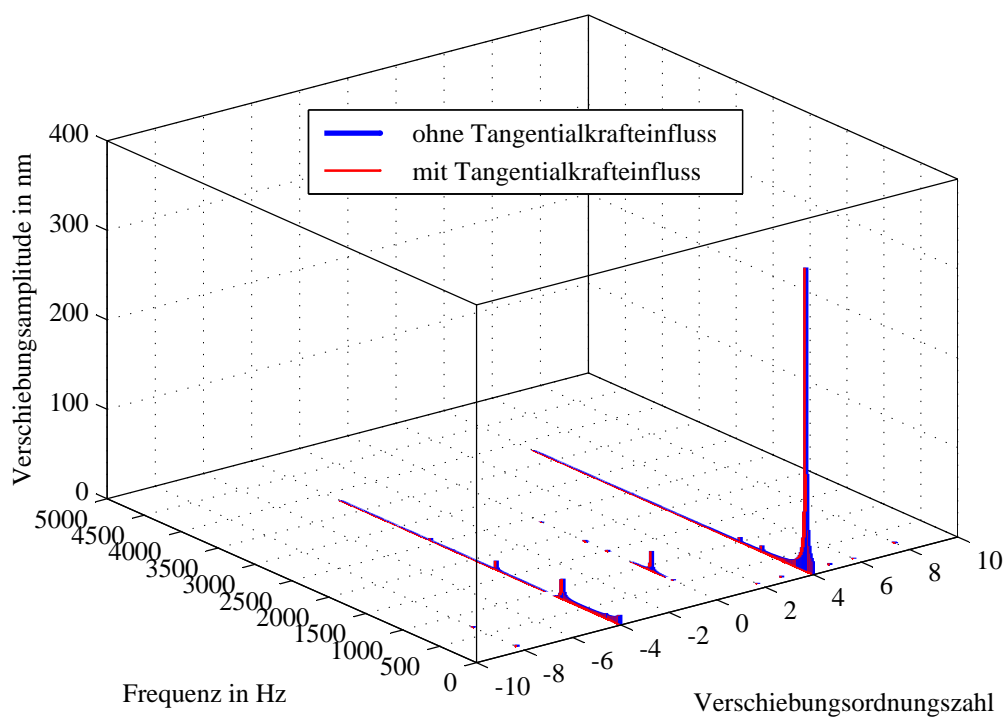


Bild 8.27: Oberflächenverschiebungswellen für den IMKL01 im Bemessungsbetrieb mit allgemeiner Auswertemethode

8.6 Verschiebungswellen an der Motoroberfläche des SYMPM01

Analog zu den Verschiebungswellen des IMKL01 werden diese für den SYMPM01 dargestellt. Beim SYMPM01 wird zusätzlich zwischen einer Berechnung mit und einer ohne Gehäuse unterschieden. Ohne Gehäuse und für den Betriebspunkt Leerlauf zeigen die Abbildungen 8.28 und 8.29 die Verschiebungswellen an der Oberfläche. Für den Bemessungsbetrieb gelten die Abbildungen 8.30 und 8.31.

Es wurden Verschiebungsordnungen bis $\rho = \pm 20$ berechnet. Allerdings sind oberhalb von $\rho = \pm 10$ keine Verschiebungswellen mehr zu verzeichnen. Daher wird in den Grafiken zur besseren Übersicht dieser Bereich nicht dargestellt. Im oberen Frequenzbereich sind die Amplituden zum Teil so klein, dass sie auf einer linearen Skala nicht mehr visualisiert werden können. Für die später folgende Beschreibung der Schalldruckpegel werden diese Anteile wegen der dafür zugrunde liegenden logarithmischen Berechnung wieder sichtbar bzw. deutlicher.

Die Ergebnisse der Oberflächenverschiebungswellen bei einer Berechnung mit Gehäuse zeigen die Abbildungen 8.32 bis 8.35 für dieselben Betriebspunkte. Die der Berechnung zugrunde liegenden Zugspannungswellen werden aus der Rechnung ohne Gehäuse übernommen.

Bei Betrachtung der Ergebnisse der Oberflächenverschiebung fällt auf, dass die dominierende Welle die Verschiebungsordnung $\rho = -2$ besitzt, obwohl die Ordnung $\nu_\sigma = 4$ bei den Zugspannungswellen (vergleiche 8.4) mit Abstand die größte Amplitude aufweist. Dadurch läuft auch die Hauptverschiebungsdrehwelle entgegen der Hauptzugspannungswelle und der Grundwelle der Induktion um.

Erklären lässt sich dies durch einen Blick auf die vorhandenen Zugspannungswellen und die Eigenvektoren. Die zu $\rho = 2$ gehörigen Eigenvektoren besitzen mit 2832 Hz eine Eigenfrequenz, die deutlich dichter an den Frequenzen der anregenden Zugspannungswellen liegt. Zudem ist das Joch gegenüber höheren Verformungsordnungen weitaus biegesteifer (vergleiche (5.2)). Weiter zeigt sich, dass es Wellen mit Verschiebungsordnungen gibt, für die offensichtlich keine oder nur sehr kleine Zugspannungswellen existieren. Diese lassen sich auf eine Queranregung von Verschiebungsordnungen zurückführen, da die Eigenvektoren zum Teil ausgeprägte Gemische verschiedener räumlicher Ordnungen enthalten. Als zusätzliche Ursache kommen Anregungen durch den Weh-Effekt in Frage. Dies gilt hier insbesondere für die Anregungen mit $\nu_\sigma = \pm 8$ und $\nu_\sigma = \pm 10$, die über die Zahnzahl moduliert u.a. Ordnungen von $\rho = \pm 2$ und $\rho = \pm 4$ generieren.

Der Vergleich mit den Berechnungen unter Berücksichtigung der tangentialen Zugspannungswellen ergibt, dass der Einfluss insbesondere auf die Verschiebungswelle mit $\rho = -2$ groß, aber auch für die übrigen deutlich sichtbar ist. Diese Beobachtung gilt für den Leerlauf sowie für den Bemessungsbetrieb gleichermaßen.

Die Berechnungen mit Gehäuse zeigen dieselben Auffälligkeiten mit dem Unterschied, dass wegen der höheren Steifigkeit (Joch mit Gehäuse) alle Amplituden gleichermaßen geringer ausfallen.

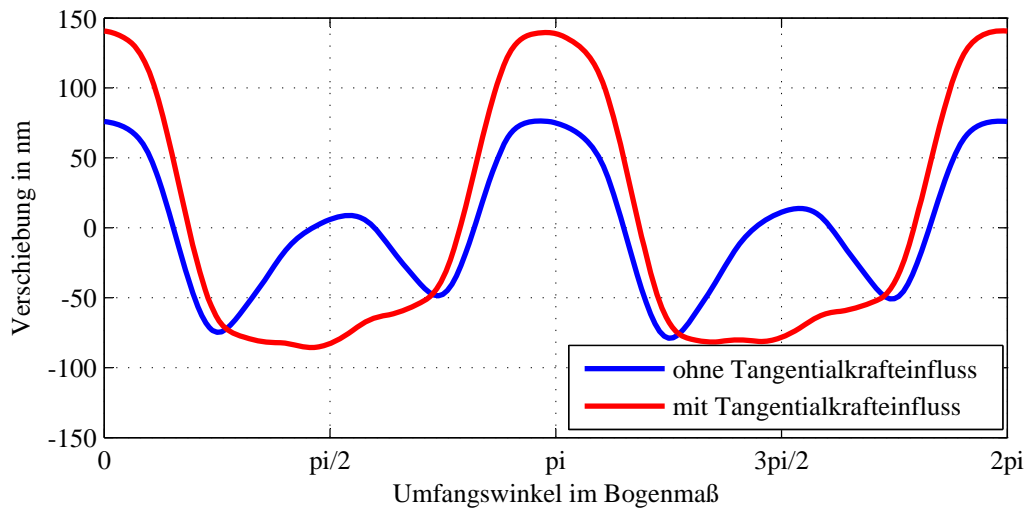


Bild 8.28: Oberflächenverschiebung für den SYMPM01 im Leerlauf ohne Gehäuse zum Zeitpunkt $t = 0$

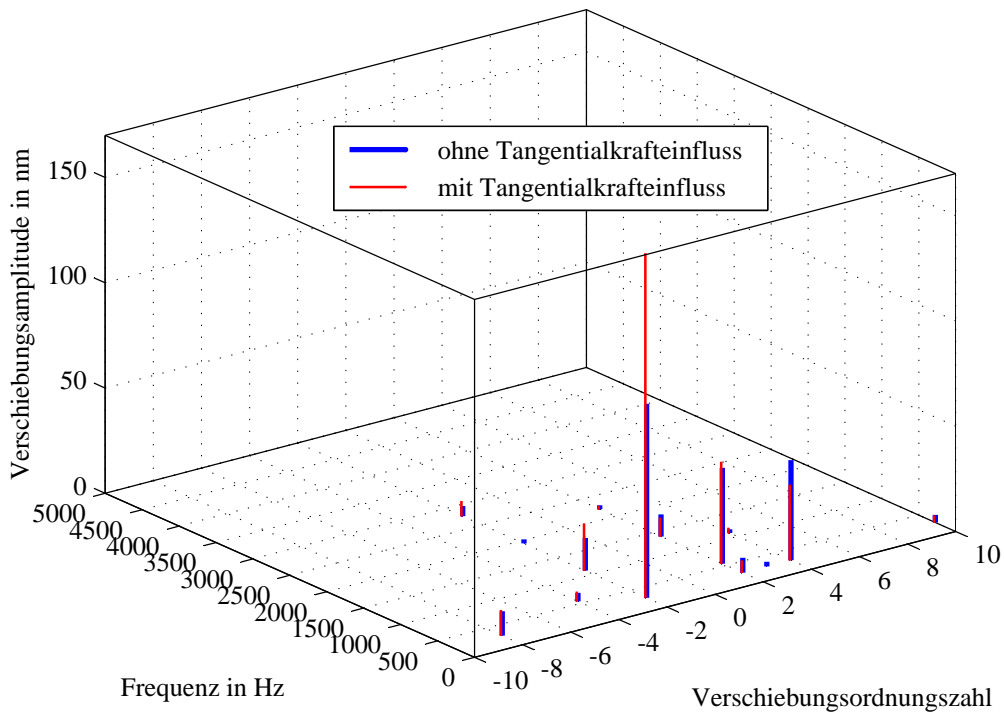


Bild 8.29: Oberflächenverschiebungswellen für den SYMPM01 im Leerlauf ohne Gehäuse

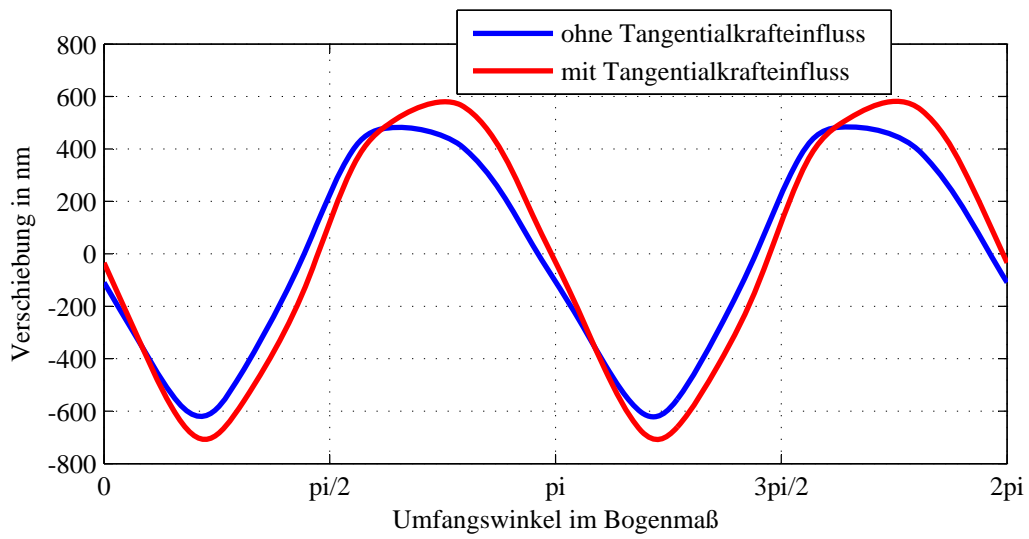


Bild 8.30: Oberflächenverschiebung für den SYMPM01 im Bemessungsbetrieb ohne Gehäuse zum Zeitpunkt $t = 0$

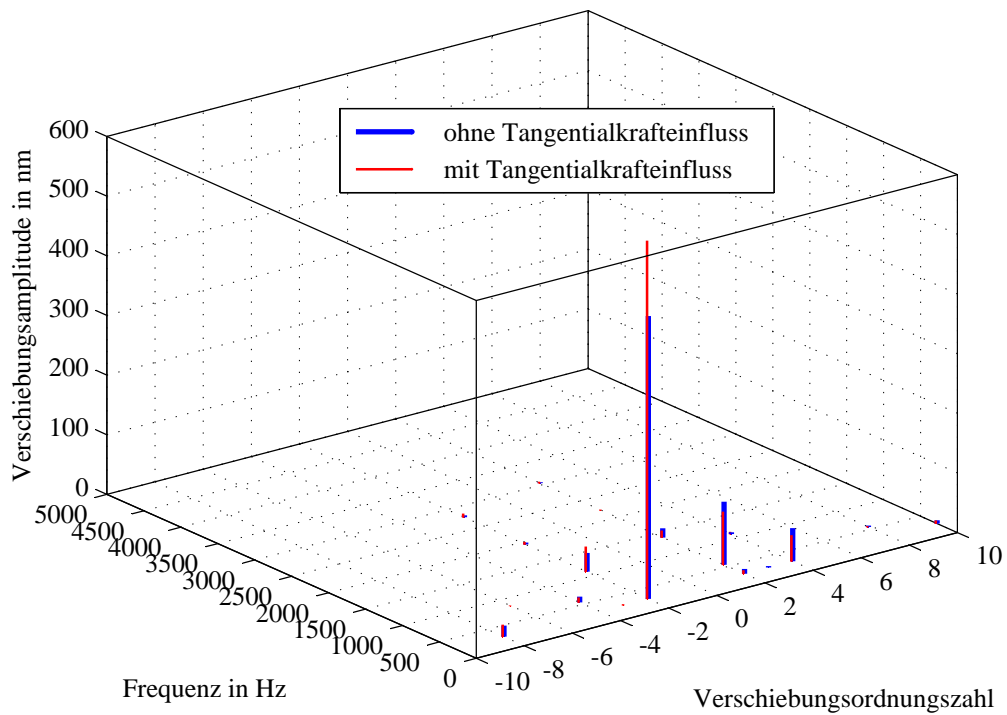


Bild 8.31: Oberflächenverschiebungswellen für den SYMPM01 im Bemessungsbetrieb ohne Gehäuse

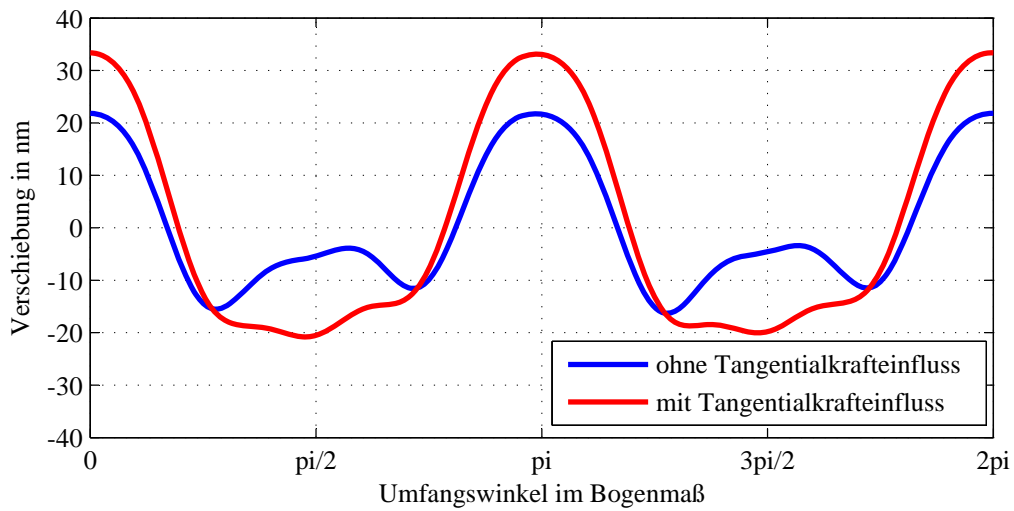


Bild 8.32: Oberflächenverschiebung für den SYMPM01 im Leerlauf mit Gehäuse zum Zeitpunkt $t = 0$

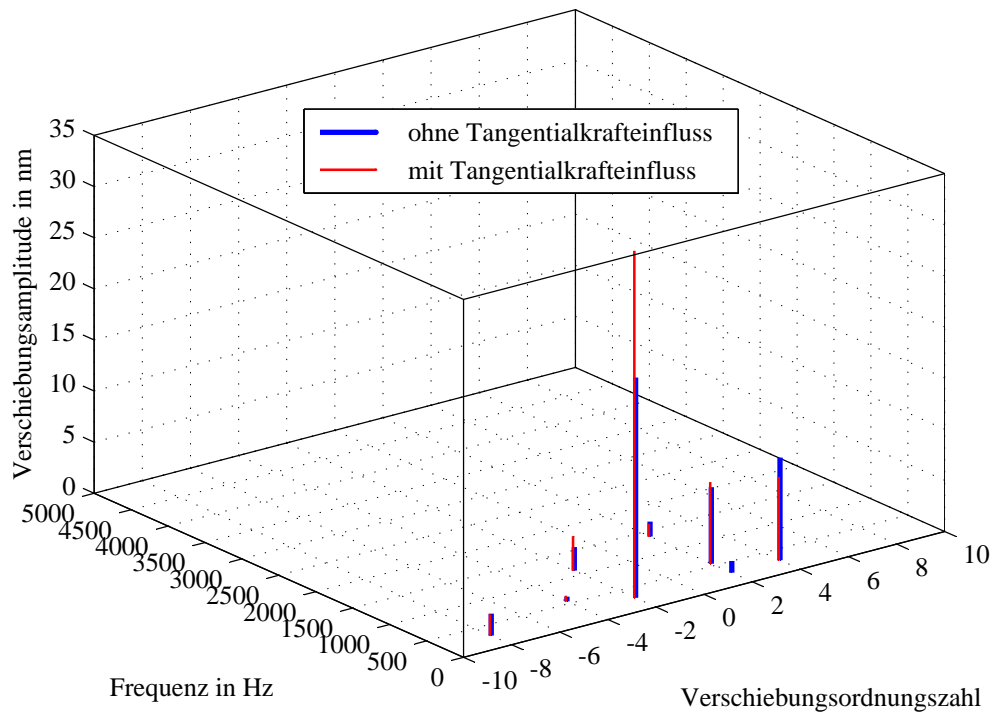


Bild 8.33: Oberflächenverschiebungswellen für den SYMPM01 im Leerlauf mit Gehäuse

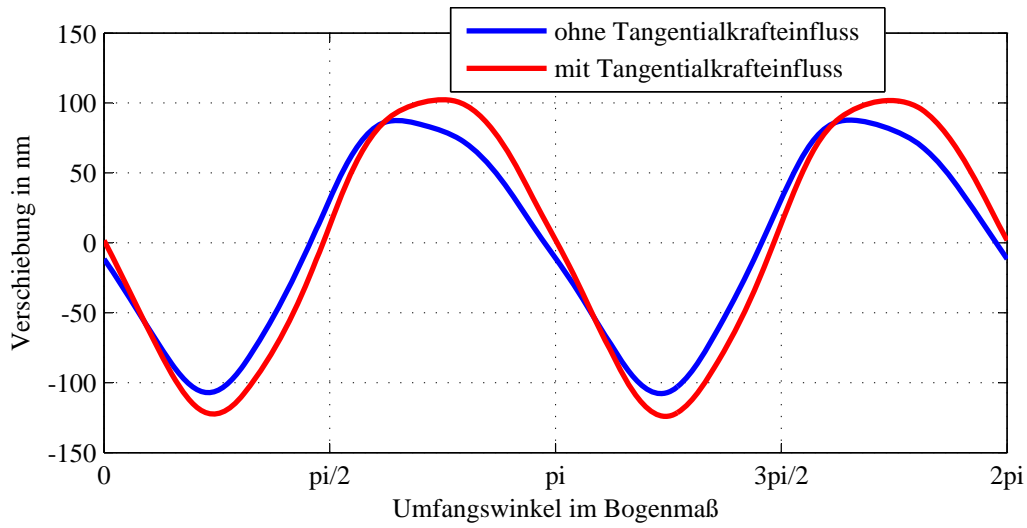


Bild 8.34: Oberflächenverschiebung für den SYMPM01 im Bemessungsbetrieb mit Gehäuse zum Zeitpunkt $t = 0$

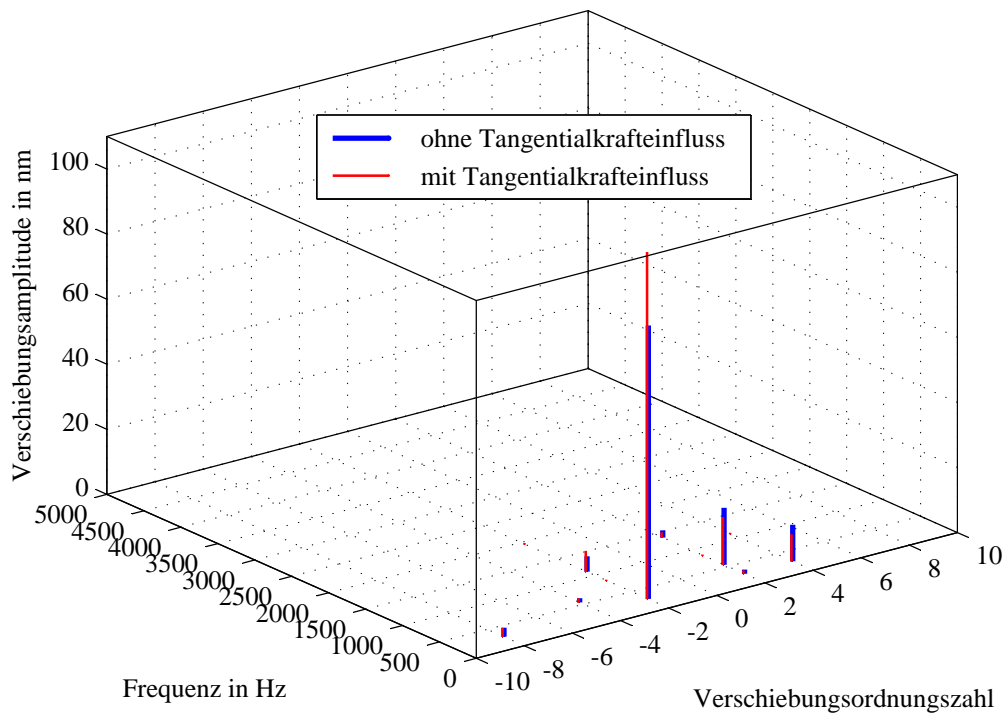


Bild 8.35: Oberflächenverschiebungswellen für den SYMPM01 im Bemessungsbetrieb mit Gehäuse

	IMKL01		SYMPM01	
	f_0 in Hz		f_0 in Hz	
ρ	analytisch	numerisch	analytisch	numerisch
0	3158	3108	20942	19048 67228
1	— — —	4507 6151	— — —	32803 17688 67699
2	662	629 5858	2301	2832 70210
3	1710	1636 6444	5859	5682 10154 59608 75880
4	2933	2860 7059	9935	13595 70210
5	4161	4163 7806	14125	17688 67699
6	5198	5397	18209	19048 21179 67228 75488
7	5870	6444	22061	32803 76183
8	6221	7279	25611	51840

Tabelle 8.1: Vergleich der Eigenfrequenzen f_0 zwischen analytischer (AGR) und numerischer Modalanalyse (ANSYS)

8.7 Vergleich der Verschiebungswellen mit der klassischen Berechnungsmethode

Für die beiden Versuchsmotoren werden zunächst die mit der rein analytischen Software AGR die berechneten Eigenfrequenzen der ungedämpften Schwingungen den Ergebnissen der numerischen Modalanalyse aus ANSYS in Tabelle 8.1 gegenübergestellt. Numerisch wird oft mehr als eine Eigenfrequenz für eine bestimmte Verschiebungsordnung berechnet, bzw. bestimmte Eigenvektoren enthalten mehrere Verschiebungsordnungen (siehe Abschnitt 6.1.3).

Bei der Gegenüberstellung dieser Ergebnisse wurde darauf geachtet, dass die gewählten Randbedingungen einen Vergleich zulassen. So sind die Eisen- und Kupfergewichte des numerischen und des analytischen Modells identisch. Für den IMKL01 wird in AGR eine federelastische Verbindung in der Mitte der Nuten berechnet, die eine Versteifung der Zähne untereinander aufgrund der Nutfüllung berücksichtigt. Im numerischen Modell wird diese Versteifung ebenfalls berücksichtigt. Hier besteht immer eine Kontaktfläche zwischen Zahnflanke und Nutfüllung. Für den Massenankopplungsfaktor der Wicklung wird in AGR, wie für Träufelwicklungen empfohlen, der Wert 0,8 gewählt. Dieser Wert wird auch für den SYMPM01 übernommen. Allerdings wird für ihn in AGR keine Versteifung durch die Nutfüllung unterstellt, so wie auch in ANSYS keine Abstützung der Zähne über die Nutfüllung existiert.

Wird nur die erste aufgeführte Eigenfrequenz mit den analytisch berechneten verglichen, lässt sich feststellen, dass für den IMKL01 insgesamt eine gute Übereinstimmung besteht. Je höher die Verschiebungsordnung ist, desto größer wird aber auch die Abweichung. Bei $\rho = 8$ ist die numerisch berechnete Eigenfrequenz schon um 17 % höher. Für den SYMPM01 fällt dieser Vergleich mit sehr viel größeren Abweichungen aus. Während hier für die Ordnungen $\rho = 0$

und $\rho = 2$ noch eine gewisse Nähe der numerisch und analytisch berechneten Eigenfrequenzen zueinander erkennbar ist, trifft dies für höhere Ordnungen nicht mehr zu. Insbesondere bei $\rho = 3$ und $\rho = 6$, bei denen der Steifigkeitseinfluss der Zähne auf das Joch eine Rolle spielt, fällt ein Vergleich schwer.

Für weitere Betrachtungen werden für beide Versuchsmotoren die Oberflächenverschiebungen nach der klassischen analytischen Methode mit AGR berechnet und mit den Ergebnissen der kombiniert analytisch-numerischen Methode verglichen (Abbildungen 8.36 und 8.37). Dazu werden für beide Methoden jeweils dieselben Induktionswellen für den Bemessungsbetrieb vorgegeben, und es wird mit derselben Dämpfung $D = 2,8\%$ gerechnet. Für einen sinnvollen Vergleich werden beim IMKL01 die durch die vereinfachte Auswertemethode der numerischen Rechnung ermittelten, rein positiven Verschiebungsordnungszahlen auf das tatsächliche Vorzeichen korrigiert.

Für den SYMPM01 fällt auf, dass die Ergebnisse beider Methoden für die beiden amplitudenstärksten Verschiebungswellen bei $\rho = 2$ und $\rho = -2$ sehr gut übereinstimmen. Für andere Schwingungsanteile existieren zum Teil größere Abweichungen, insbesondere für höhere Verschiebungsordnungen. Der Vergleich für den IMKL01 zeigt gute Übereinstimmungen für Schwingungsanteile mit $\rho = 4$. Für andere Anteile treten zum Teil Abweichungen auf. Für die amplitudenstarke Verschiebungswelle bei $\rho = -4$ ist das Verhältnis in etwa 1:2.

Die Abweichungen lassen sich nicht alleine durch die Unterschiede in den Eigenfrequenzen erklären, da die betroffenen Verschiebungswellen resonanzfern erregt werden. Vielmehr spielen hier die Formen der Eigenvektoren und der Wicklungseinfluss eine Rolle, die in beiden Modellen methodenbedingt voneinander abweichen.

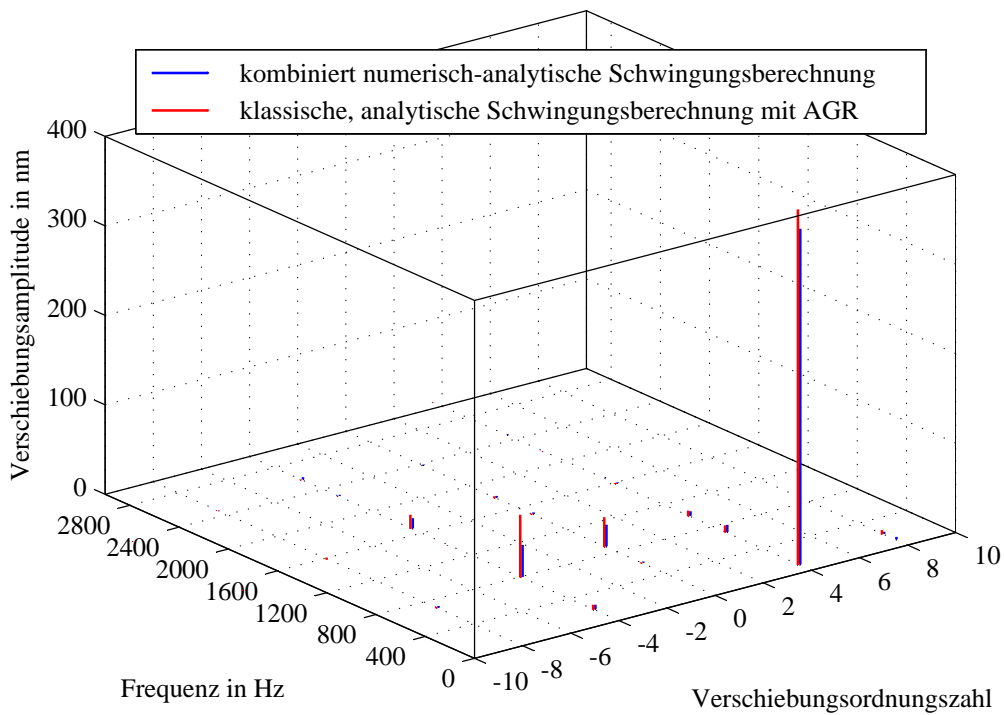


Bild 8.36: Vergleich der klassisch-analytisch und kombiniert analytisch-numerisch berechneten Verschiebungswellen für den IMKL01

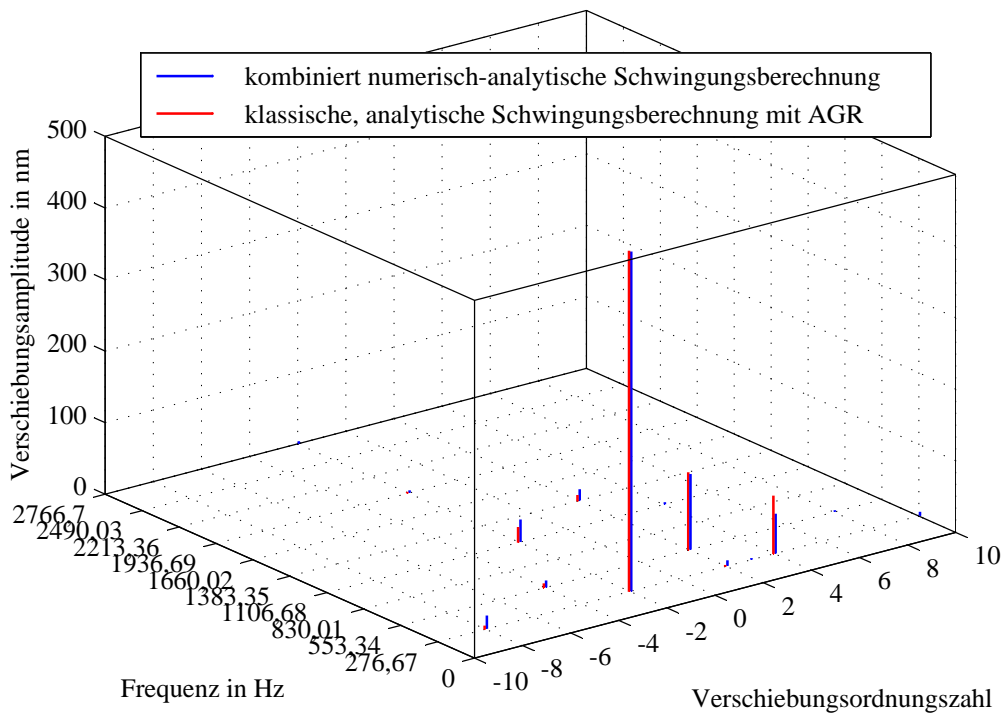


Bild 8.37: Vergleich der klassisch-analytisch und kombiniert analytisch-numerisch berechneten Verschiebungswellen für den SYMPM01

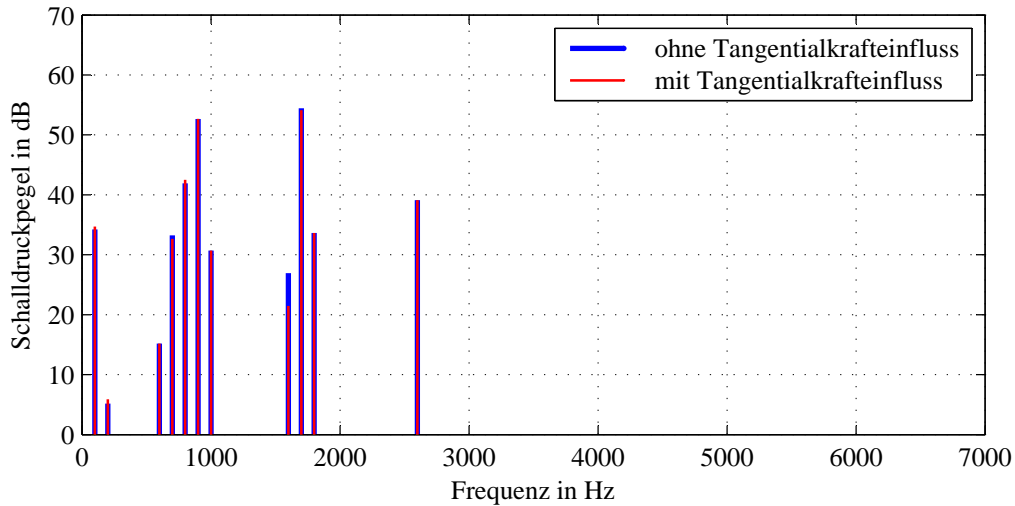


Bild 8.38: Schalldruckpegel für den IMKL01 im Leerlauf

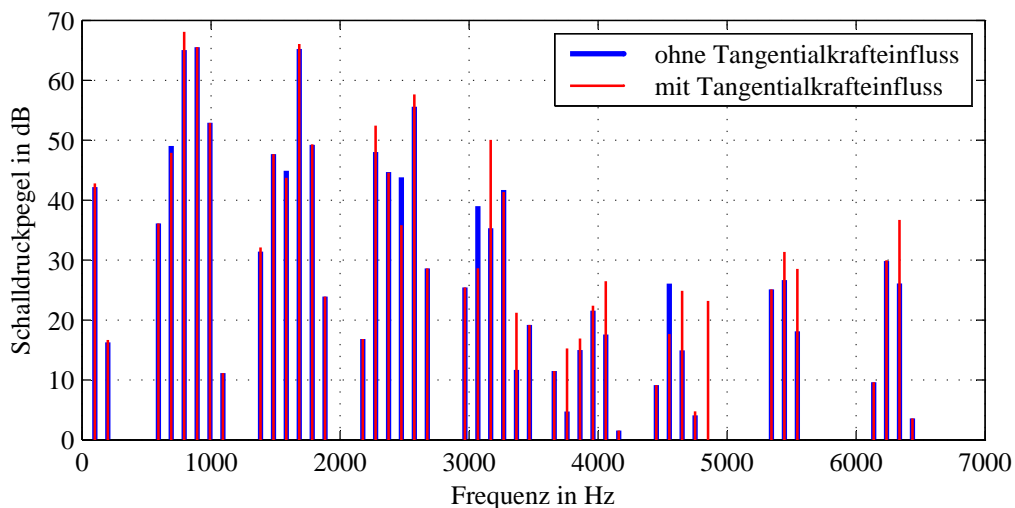


Bild 8.39: Schalldruckpegel für den IMKL01 im Bemessungsbetrieb

8.8 Schalldruckpegel des IMKL01

Die für alle Verschiebungsdrehwellen berechneten Schalldruckpegel sind grafisch in den Abbildungen 8.38 für den Leerlauf und 8.39 für den Bemessungsbetrieb dargestellt. Da sich bei der Berücksichtigung von tangentialen Zugspannungswellen gewisse Unterschiede im Ergebnis verzeichnen lassen, sind die berechneten Schalldruckpegel mit und ohne Tangentialkrafteinfluss jeweils in dieselbe Grafik eingezeichnet. Pegel mit denselben Frequenzen, aber mit unterschiedlichen Verschiebungsordnungen, werden nach Gleichung (5.16) zusammengefasst, um eine bessere Übersicht zu erreichen. Die Gesamtschalldruckpegel finden sich in Tabelle 8.2.

Es lässt sich zunächst feststellen, dass der Schalldruckpegel für den Leerlauf insgesamt gering ist und sich auch in den Einzelpegeln keine markanten Spitzen zeigen. Zudem ist der Einfluss tangentialer Zugspannungen - wie zu erwarten - sehr gering. Im Bemessungsbetrieb hingegen steigt der Gesamtschalldruckpegel stark an, und es bilden sich eine Reihe von Ein-

	Leerlauf	Bemessungsbetrieb
ohne Tangentialkrafteinfluss	56,8 dB	70,4 dB
mit Tangentialkrafteinfluss	56,8 dB	71,9 dB

Tabelle 8.2: Gesamtschalldruckpegel für den IMKL01

zelppegeln auch mit höheren Frequenzen aus. Zudem treten bei den höheren Frequenzen die Einflüsse durch tangentielle Zugspannungen deutlicher hervor. Insgesamt macht dies im Vergleich zu einer Rechnung ohne Tangentialkraftberücksichtigung einen Unterschied von 1,5 dB im Gesamtpegel aus.

Bei genauerer Untersuchung der vier größten Einzelpegel lassen sich diese durch Vergleich der verantwortlichen Verschiebungswellen auf die wesentlichen Zugspannungswellen zurückführen (vgl. Abbildung 8.15). Von besonderem Interesse sind hier Zugspannungswellen mit den Ordnungszahlen $|\nu_\sigma| = 0, 4$ und 8 . Der hohe Schalldruckeinzelpegel bei 792 Hz wird demnach im Wesentlichen durch eine Verschiebungswelle der Ordnung $|\rho| = 4$ hervorgerufen, für die sich eine entsprechende radiale Zugspannungswelle mit vergleichsweise hoher Amplitude finden lässt. Ähnliches gilt für die Frequenz 892 Hz, jedoch mit dem Unterschied, dass hier die Ordnung $\rho = 0$ bzw. $\nu_\sigma = 0$ involviert ist. Auch die amplitudenstarken Zugspannungswellen mit $\nu_\sigma = 32$ und $\nu_\sigma = 36$ bei den Frequenzen 792 Hz und 892 Hz sind aufgrund der Modulation mit der Zahnzahl (Weh-Effekt) mitverantwortlich für diese beiden Anregungen. Die zu den Verschiebungsordnungen $\rho = 0$ und $\rho = \pm 4$ gehörigen Eigenfrequenzen liegen mit 3108 Hz und 2860 Hz nicht in direkter Nähe.

Für die vergleichsweise amplitudenschwachen Zugspannungswellen bei 1684 Hz und 2576 Hz mit $\nu_\sigma = -4$ ergeben sich wegen der Nähe zur Eigenfrequenz hingegen starke Auswirkungen in Schwingungen und Schall, trotz vergleichsweise geringer Zugspannungsamplituden.

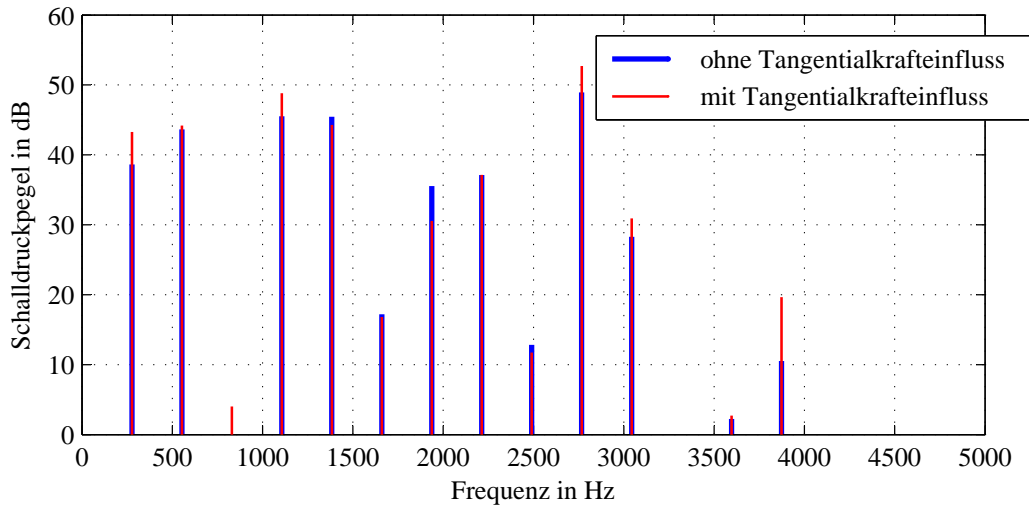


Bild 8.40: Schalldruckpegel für den SYMPM01 im Leerlauf ohne Gehäuse

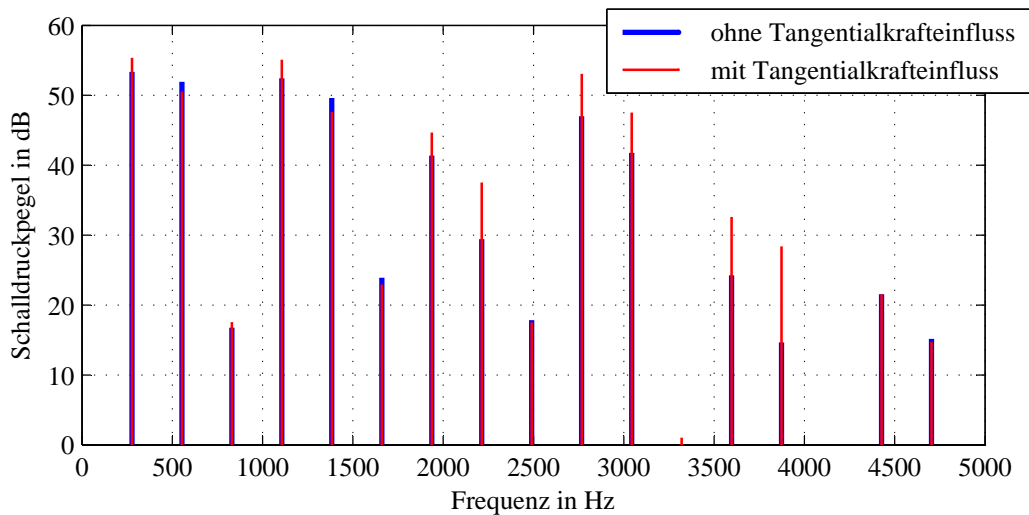


Bild 8.41: Schalldruckpegel für den SYMPM01 im Bemessungsbetrieb ohne Gehäuse

8.9 Schalldruckpegel des SYMPM01

In Analogie zum IMKL01 werden die berechneten Schalldruckpegel in gleicher Weise für den SYMPM01 in den Abbildungen 8.40 bis 8.43 dargestellt. Dabei wird neben den beiden Betriebspunkten auch zwischen Berechnungen mit und ohne Gehäuse unterschieden. In Tabelle 8.3 sind die Gesamtschalldruckpegel zusammengestellt.

Insgesamt zeigt sich, dass tangentielle Zugspannungswellen hier offensichtlich einen weitaus stärkeren Einfluss auf bestimmte Einzelschalldruckpegel haben, als das beim untersuchten Induktionsmotor der Fall ist. Auch im Gesamtschalldruckpegel zeigt sich als Folge dessen ein Anstieg von einigen dB. Im Bemessungsbetrieb, bei dem der Ständer bestromt ist, zeigt sich dieser Einfluss noch ausgeprägter. Die Annahme, dass sich Tangentialkräfte bei Maschinen mit langen Zähnen und dünnem Joch sowie fehlender Abstützung der Zähne gegeneinander durch die Nutfüllung stärker auf die Geräuschanregung auswirken (vgl. Kapitel 7), scheint hier bestätigt. Für Maschinen, die den genannten Konstruktionskriterien entsprechen, ist al-

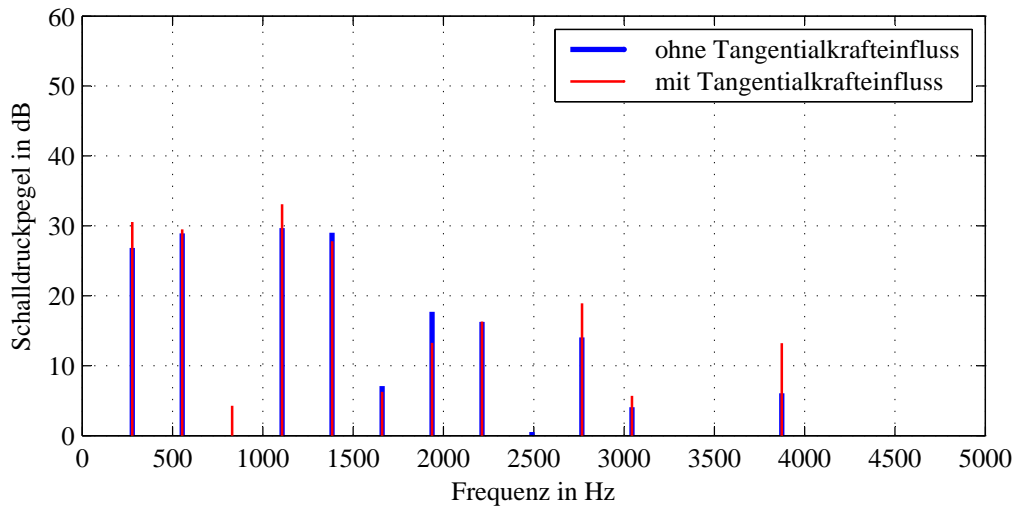


Bild 8.42: Schalldruckpegel für den SYMPM01 im Leerlauf mit Gehäuse

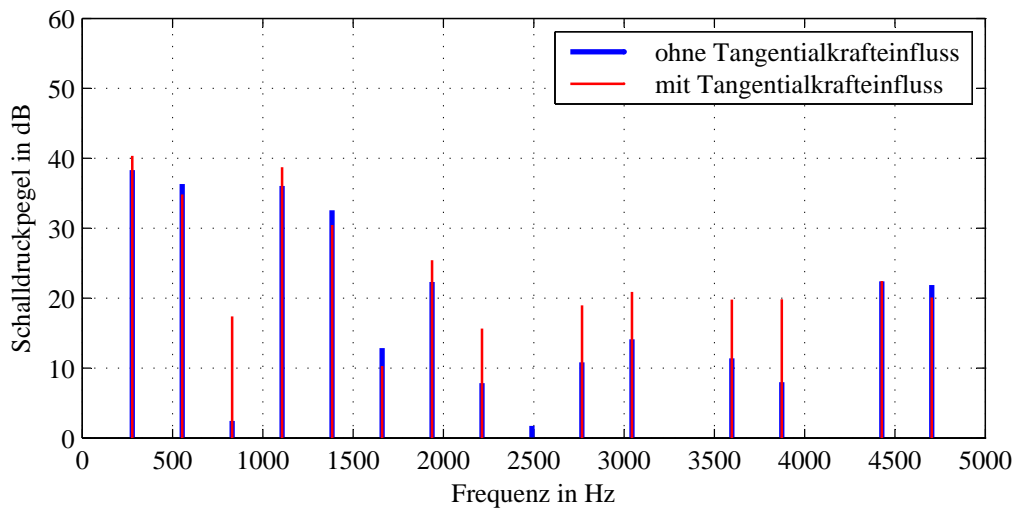


Bild 8.43: Schalldruckpegel für den SYMPM01 im Bemessungsbetrieb mit Gehäuse

	Leerlauf	Bemessungsbetrieb
ohne Gehäuse / ohne Tangentialkrafteinfluss	52,76 dB	57,67 dB
ohne Gehäuse / mit Tangentialkrafteinfluss	55,37 dB	59,60 dB
mit Gehäuse / ohne Tangentialkrafteinfluss	34,11 dB	41,52 dB
mit Gehäuse / mit Tangentialkrafteinfluss	36,00 dB	42,80 dB

Tabelle 8.3: Gesamtschalldruckpegel für den SYMPM01

so eine Berücksichtigung tangentialer Zugspannungswellen für die korrekte Vorhersage des elektromagnetisch angeregten Geräuschs sinnvoll.

Das Gehäuse wirkt stark versteifend und verschiebt auch die Eigenfrequenzen, was sich in einem starken Rückgang aller Pegel widerspiegelt.

Ein Vergleich mit den Zugspannungswellen (Abschnitt 8.4) und den Verschiebungswellen (Abschnitt 8.6) bringt Erkenntnisse, wenn auch die Eigenfrequenzen berücksichtigt werden. Ohne Gehäuse liegt die niedrigste Eigenfrequenz bei 2832 Hz für $\rho = 2$. Die nächste liegt erst bei 5682 Hz für $\rho = 3$. Die Eigenfrequenz der Nullschwingung liegt sogar oberhalb von 19000 Hz. Die Anregbarkeit einer Eigenform ist also mit einer Zugspannungswelle mit $\nu_\sigma = 2$ im betrachteten Frequenzbereich am größten.

Das zeigt sich auch bei genauer Betrachtung der Abbildungen 8.40 und 8.41. Neben der Tatsache, dass im Bemessungsbetrieb die Zugspannungs- und Verschiebungsamplituden durchweg größer sind als im Leerlauf und daher auch die Schalldruckpegel größer ausfallen, zeigt sich für einige Pegel ein deutlich kleinerer Wert als für deren Nachbarn. Das sind die Einzelpegel bei 830, 1660, 2490, 3320 und 3873 Hz. Für diese Frequenzen existiert keine Zugspannungswelle mit $\nu_\sigma = 2$, weshalb sie weniger stark angeregt werden. Im Bereich der Eigenschwingfrequenz für $\rho = 2$ (2766 und 3043 Hz) sind trotz sehr geringer Zugspannungsamplituden große Verschiebungsamplituden und damit auch größere Schalldruckpegel zu verzeichnen.

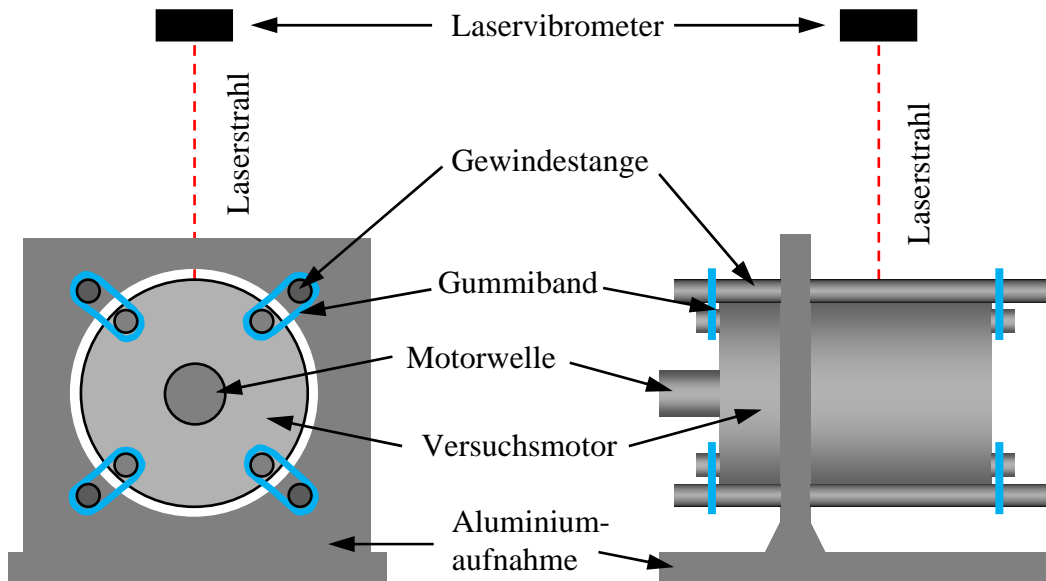


Bild 8.44: Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Schwingungsmessung am Versuchsmotor SYMPM01

8.10 Vergleich mit Messungen

Für den Versuchsmotor SYMPM01 wurden in Zusammenarbeit mit dem Institut für elektrische Antriebe und Leistungselektronik der Johannes-Kepler-Universität Linz Messungen der Oberflächenschwingungen durchgeführt. Diese Messungen sollen hier zum Vergleich mit den Berechnungsergebnissen der klassischen, rein analytischen Methode und der kombiniert analytisch-numerischen Methode herangezogen werden.

8.10.1 Messaufbau

Der Messaufbau ist schematisch in Abbildung 8.44 dargestellt. Der Motor wird dabei an beiden Stirnseiten durch Gummibänder an insgesamt vier Gewindestangen befestigt, die durch ein Aluminiumgestell geschraubt sind. Das Gestell ist auf einem sehr steifen, schwingungsarmen Fundament starr befestigt. Der Motor hat neben den Gummibändern keine weiteren Verbindungen oder Berührungspunkte zur Umgebung. Dadurch wird eine hohe Dämpfung erreicht, die kaum Schwingungen in Form von Körperschall weiterleitet und damit nur sehr wenig Schwingungsenergie auf die Motorbefestigung übertägt. Eine aus dem Messaufbau resultierende Vorspannung, Verspannung oder Bewegungseinschränkung des Ständers ist somit bezüglich auftretender Schwingungen nicht zu erwarten. Dadurch wird eine Vergleichbarkeit mit den Berechnungsergebnissen gewährleistet, die auf frei im Raum schwingenden Modellen basieren.

Die Messung der Oberflächenschwingung wurde mit einem Laservibrometer *Polytec PSV-I-400* durchgeführt, das auf einem Stativ in einem Abstand von 1 m direkt über dem Motorgehäuse ausgerichtet wurde. Es misst mit Hilfe eines Laserstrahls den Abstand zur Gehäuse-

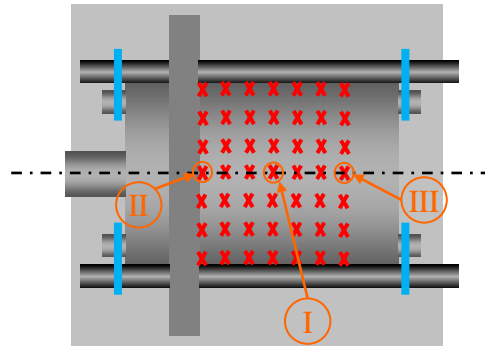


Bild 8.45: Verteilung der Messpunkte (Raster) für die Schwingungsmessung

oberfläche. Durch ein integriertes Spiegelsystem ist das Messgerät in der Lage, mehrere Messpunkte auf einem ebenen, geometrischen Raster aufzunehmen. Für die durchgeführte Messung enthält das Raster 7×7 Messpunkte, wie sie in Abbildung 8.45 schematisch in der Draufsicht durch rote Kreuze dargestellt sind. Axial entspricht die Breite des Rasters der Blechpaketlänge, nach deren Lage im Gehäuse das Raster ausgerichtet ist. Bei den sieben auf der Motorachse liegenden Punkten trifft der Messlaser normal auf die Gehäuseoberfläche. Der Motor ist dabei so positioniert, dass diese Winkelposition der einer Ständerzahnmitte entspricht.

Versuche, bei denen der SYMPM01 durch eine fremde Maschine angetrieben wurde, führten auf kein für einen Vergleich mit der Berechnung brauchbares Ergebnis, da sich Schwingungen der antreibenden Maschine über die Kupplung auf den Versuchsmotor übertragen haben und so das Messergebnis stark verfälscht wurde. Der Motor wurde für die Messungen daher ungekuppelt im Leerlauf betrieben. Dies bedeutet selbstverständlich, dass die Ständerwicklung nicht gänzlich stromlos war. Es wurde eine reine Sinuskommutierung verwendet. Der Leerlaufstrom beträgt etwa 4 % des Bemessungsstroms. Der Einfluss der zusätzlich durch die Ständerwicklung erzeugten Induktionswellen wird daher als vernachlässigbar gering angesehen.

8.10.2 Aufbereitung von Messergebnissen

Die Messwerte liegen zunächst in Form von Wegdifferenzen zur Nulllage für jeden Punkt des Messrasters auf der Motoroberfläche für eine Reihe von Zeitpunkten vor. Da nur ein Teil des Motorumfangs durch das Raster erfasst wird und der Messlaser nur bei einem Siebtel der Messpunkte normal auf die Oberfläche trifft, lassen sich Drehverformungswellen mit bestimmten räumlichen Ordnungen nur ungenau ermitteln. Es werden daher Messpunkte gewählt, die der Messlaser direkt orthogonal abtastet. Für diese Messpunkte wird jeweils eine eindimensionale Fourieranalyse der Verschiebung über die Zeit durchgeführt. Das Ergebnis ist eine Summe von Schwingungen verschiedener Amplituden und Frequenzen für jeden betrachteten Messpunkt. Der ausgewertete Amplitudenwert bildet außerdem den Mittelwert aus insgesamt acht Messungen je Messpunkt.

Der Vergleich mit der analytisch-numerischen Schwingungsberechnung wird erreicht, indem zunächst die radialen Verschiebungsdrehwellen $S(\phi, t)$ für den Leerlauf nach der Frequenz sortiert werden. Anschließend werden alle Wellen derselben Frequenz - ungeachtet ihrer räumli-

chen Ordnungszahl - für 100 Zeitpunkte innerhalb einer Periodendauer für die Winkelposition $\phi = 0$ (Ständerzahnmitte) berechnet, addiert und die maximale Amplitude für diese Frequenz gespeichert. Diese Amplituden werden über der Frequenz halblogarithmisch aufgetragen und gemeinsam mit den gemessenen Werten in einer Grafik dargestellt.

Für die Berechnung wurde das Modell mit Gehäuse zugrunde gelegt, und es wurden 512 Zeitschritte verwendet.

8.10.3 Messergebnisse für den Leerlauf

In Abbildung 8.46 sind die gemessenen Schwingungsamplituden des mittleren Punktes des Messrasters im Vergleich zu den Ergebnissen der kombiniert analytisch-numerischen Berechnung ohne Berücksichtigung von tangentialen Zugspannungswellen dargestellt.

Zunächst fallen einige Schwingungsanteile in der Messung auf, die in der Berechnung nicht auftreten und ihre Ursache offensichtlich nicht in elektromagnetisch angeregten Schwingungen haben. Diese sind in Abbildung 8.46 durch die Buchstaben A bis C gekennzeichnet und sollen vorab betrachtet werden.

Der Schwingungsanteil A befindet sich bei der Drehfrequenz und lässt sich auf eine Unwucht zurückführen. Im Bereich B bei etwa 1594 Hz wird eine Eigenfrequenz des Versuchsaufbaus angeregt. Es handelt sich dabei um die Eigenschwingfrequenz der vier Gewindestangen, wie sich durch spätere Untersuchungen nachweisen ließ. Auch die mit C gekennzeichneten Schwingungsanteile können Eigenfrequenzanregungen des Aufbaus zugeschrieben werden. Eigenschwingungen des Motors mit Gehäuse werden erst oberhalb von 5000 Hz erwartet.

Bei Betrachtung der berechneten Anteile, die in rot dargestellt werden, zeigt sich im Bereich bis 2000 Hz eine gute Übereinstimmung. Eine Ausnahme stellt die Frequenz 830 Hz dar, bei der die Messung eine deutlich höhere Schwingungsamplitude aufweist. Bei Frequenzen über 2000 Hz treten häufiger größere Abweichungen zur Messung auf.

Werden wie in Abbildung 8.47 auch tangentiale Zugspannungen in der Rechnung berücksichtigt, dann zeigt sich insgesamt eine noch bessere Übereinstimmung von Messung und Rechnung. Insbesondere die Amplitude bei 830 Hz erhöht sich deutlich in Richtung der gemessenen. Auch bei den Frequenzanteilen oberhalb von 2000 Hz sind weitere Annäherungen an die Amplituden der Messung zu verzeichnen, auch wenn weiterhin erkennbare Abweichungen bestehen bleiben.

Dass auch die axiale Position auf dem Motorgehäuse einen Einfluss hat, zeigt sich, wenn die Messungen an den anderen sechs Punkten auf der Motorachse hinzugezogen werden. Beispielfhaft werden hierfür Messungen an den Messpunkten II (Ende Blechpaket in Richtung Antriebsseite) und III (Ende Blechpaket in Richtung Nicht-Antriebsseite) in den Abbildungen 8.48 und 8.49 dargestellt. Die axial dazwischen liegenden Messpunkte zeigen lediglich eine stetige Entwicklung der gemessenen Amplituden von Punkt I zu II bzw. I zu III und werden daher nicht abgebildet.

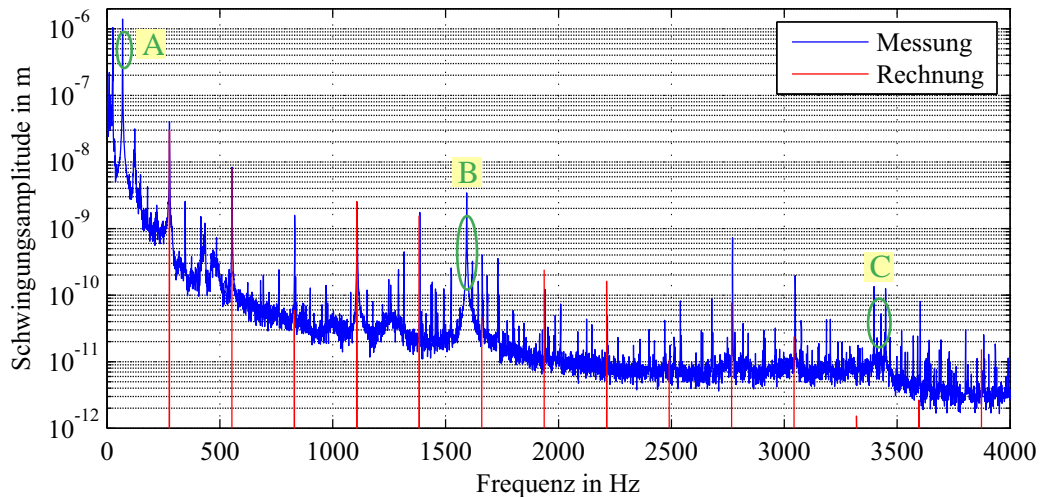


Bild 8.46: Vergleich von gemessenen und berechneten Oberflächenschwingungen für den Leerlauf ohne Berücksichtigung des Tangentialkrafteinflusses; Messpunkt I

Beim Vergleich zur Messung am Punkt I zeigt sich, dass die Amplituden bei den Frequenzen 276 Hz und 830 Hz für beide Punkte (II und III) am Rand des Blechpakets größer ausfallen. Am Messpunkt II fällt außerdem auf, dass die Amplitude bei 1937 Hz ebenfalls größer ist, wohingegen sie bei 2213 Hz und 2767 Hz deutlich kleiner gemessen wird. Bei diesen beiden Frequenzen ist im Vergleich der Messpunkte I und III wenig Veränderung zu verzeichnen, stattdessen fallen dort die Amplituden bei 1937 Hz und 3043 Hz deutlich kleiner aus.

Diese Betrachtung lässt erahnen, dass noch weitere Effekte auf das Schwingungsverhalten Einfluss nehmen, die durch eine zweidimensionale Schwingungsberechnung nicht vollständig erfasst werden. Dies können zum Beispiel Schwingungen mit der Ordnung $\rho = 1$ oder der Einfluss des Gehäuses axial außerhalb des Blechpakets sowie im Bereich der Lagerschilde sein. Außerdem bleiben axiale Schwingungen rechnerisch unberücksichtigt. Diese können sich mit den radialen Schwingungen überlagern und so zu einer Variation der radialen Schwingungsamplitude bestimmter Frequenzen über die Motorlänge führen.

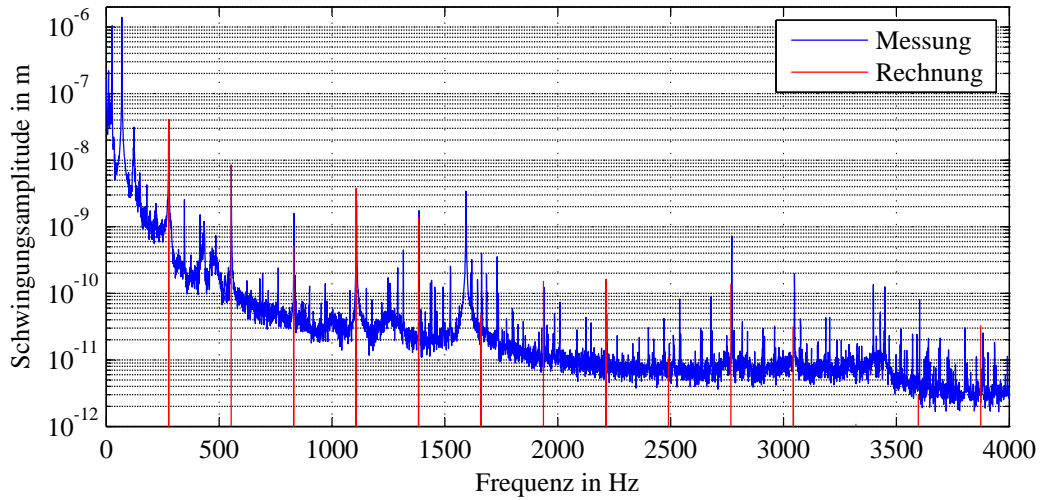


Bild 8.47: Vergleich von gemessenen und berechneten Oberflächenschwingungen für den Leerlauf mit Berücksichtigung des Tangentialkrafteinflusses; Messpunkt I

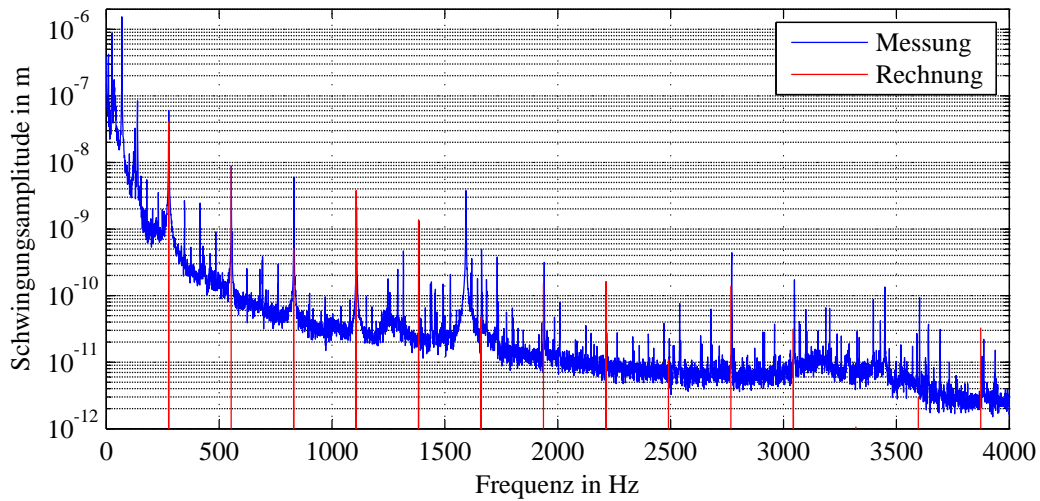


Bild 8.48: Vergleich von gemessenen und berechneten Oberflächenschwingungen für den Leerlauf mit Berücksichtigung des Tangentialkrafteinflusses; Messpunkt II

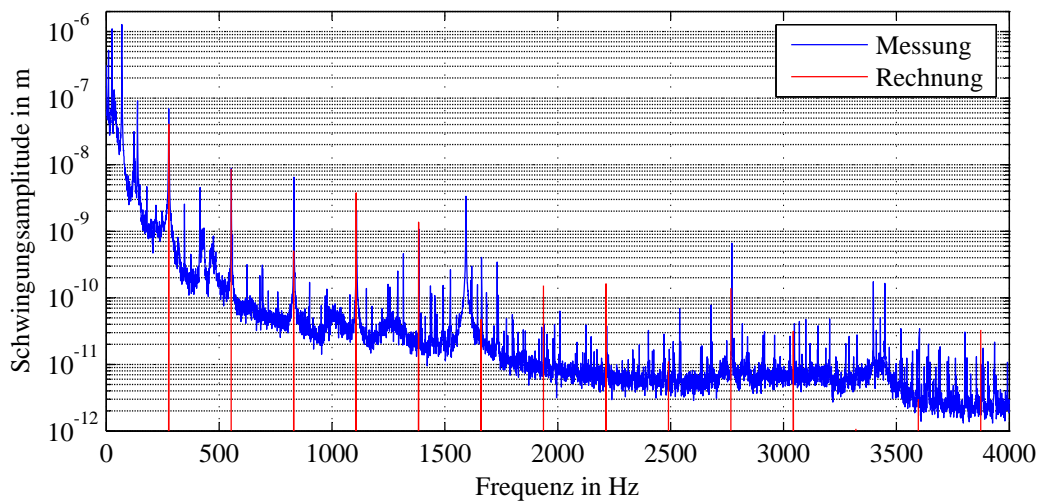


Bild 8.49: Vergleich von gemessenen und berechneten Oberflächenschwingungen für den Leerlauf mit Berücksichtigung des Tangentialkrafteinflusses; Messpunkt III

9 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein Verfahren zur Berechnung elektromagnetisch angeregter Schwingungen und Geräusche rotierender elektrischer Maschinen entwickelt, das auf der Kombination von analytischen und numerischen Berechnungsmethoden basiert. Es verbindet dabei die Vorteile von klassischen analytischen Methoden (kurze Rechenzeiten) und die der numerischen Verfahren (erhöhte Genauigkeit). Ein besonderes Augenmerk wird zusätzlich auf den Einfluss tangentialer Kräfte auf das Geräusch gelegt. Das Verfahren zeichnet sich außerdem durch eine hohe Automatisierbarkeit aus.

An zwei Versuchsmotoren, einem Induktionsmotor mit Käfigläufer und einem kleinen Synchronmotor mit Permanentmagnetläufer, wird das Verfahren veranschaulicht und die Ergebnisse der Schwingungsberechnung im Anschluss denen des klassischen, rein analytischen, Verfahrens und der rein numerischen Berechnung gegenübergestellt. Für den Synchronmotor werden außerdem Vergleiche mit Schwingungsmessungen vorgestellt.

Das Verfahren beginnt mit der analytischen Berechnung der magnetischen Leitwertwellen, der Strombelagwellen und der Induktionswellen im Luftspalt. Aus diesen werden die radialen und tangentialen Zugspannungswellen an der Ständerbohrung ermittelt. Da analytische Methoden bei Maschinen wie dem hier verwendeten Synchronmotor mit vergrabenen Magneten für die Berechnung der Induktionswellen aus Erfahrung oft ungenaue Ergebnisse liefern, wird für diesen Motor eine zweidimensionale FEM-Simulation mit anschließender Fourieranalyse durchgeführt, um aus den so berechneten radialen und tangentialen Induktionswellen im Anschluss wieder analytisch die Zugspannungswellen zu errechnen.

Aus jeder einzelnen Zugspannungswelle werden auf analytischem Weg die Kräfte für eine Reihe von Zeitpunkten auf eine wählbare Anzahl von Punkten am Zahnkopf berechnet. Tangentiale Kräfte werden ausschließlich für die Zahneckpunkte ermittelt.

Zur Berücksichtigung des Einflusses der Strukturmechanik wird ein FE-Modell des Ständers der Versuchsmotoren erstellt und eine numerische Modalanalyse durchgeführt, die im Gegensatz zu einer analytischen Berechnung höhere Genauigkeiten im Ergebnis bewirkt. Die hierdurch ermittelte Modalmatrix, die Eigenfrequenzen und die Ruhekoordinaten der Knotenpunkte des Modells werden exportiert. Im Anschluss werden hieraus auf analytischem Weg die Übertragungsfunktionen aller Eigenvektoren bereitgestellt und die zuvor berechneten Kräfte für alle Anregungen auf die Übertragungsfunktionen angewendet. Das Ergebnis, die Verschiebungen der Knotenpunkte an der Motoroberfläche, wird durch eine Fourieranalyse ausgewertet und als Verschiebungswellen der Oberfläche zusammengestellt. Auch hier tritt ein weiterer Vorteil des Verfahrens zu Tage: Werden nun verschiedene Geräuschberechnungen an demselben Motor durchgeführt, wie z.B. in dieser Arbeit für unterschiedliche Betriebspunkte, wird die numerische Modalanalyse nicht wiederholt, da sich die mechanischen Parameter des Ständers

nicht ändern. Auf diese Weise ist eine Untersuchung unter Variation vieler Parameter möglich – sogar bis hin zu geometrischen Variationen des Läufers.

Aus den Verschiebungswellen wird zum Schluss durch eine angepasste analytische Berechnung, die den Motor akustisch als einen Kugelstrahler vereinfacht, der Gesamtschalldruckpegel und der jeder einzelnen Anregung (Zugspannungswelle) ermittelt.

Durch die Darstellung der Einzelschalldruckpegel lassen sich bestimmte Geräuschanteile auf einzelne Verschiebungswellen und diese wiederum auf verantwortliche Zugspannungswellen zurückverfolgen, was für beide Versuchsmotoren für die auffälligsten Geräuschanteile gezeigt wird. Bei Bedarf lassen sich für diese auch die verantwortlichen Induktionswellen finden und insbesondere bei ihrer analytischen Berechnung (Induktionsmotor) Konstruktionsparameter des Motors identifizieren, die letztendlich bestimmte Einzelschalldruckpegel maßgeblich beeinflussen. Dies könnte in weiterführenden Arbeiten untersucht werden und zum Beispiel für Geräuschoptimierungen von Maschinen verwendet werden.

Das vorgestellte kombiniert analytisch-numerische Berechnungsverfahren zeigt, dass insbesondere für Maschinen, bei denen die Eigenvektoren entlang des Umfangs von einer idealen Sinusform abweichen, für bestimmte Anregungen deutliche Abweichungen zur klassischen analytischen Berechnung bestehen. Der untersuchte Synchronmotor fällt in diese Kategorie, da er ein sehr dünnes Joch und vergleichsweise wenige, dafür lange und breite Zähne besitzt. Dadurch entsteht eine nicht-homogene Verteilung der Biegesteifigkeit entlang des Umfangs, die zur Ausbildung nicht-sinusförmiger Eigenvektoren führt. Es kann außerdem gezeigt werden, dass auch die Aufspannung des Motors auf ein Fundament ähnliche Auswirkungen hervorruft. Vergleichbare Einflüsse sind für inhomogene Einspannungen des Ständers in ein Gehäuse oder für nicht-runde Außengeometrien des Blechpakets zu erwarten.

Es wird deutlich, dass durch die inhomogenen Steifigkeitsverhältnisse Eigenvektoren existieren, die im entwickelten Berechnungsverfahren zur Bildung von Anteilen stehender Verschiebungswellen führen. Auch dies kann in der klassischen analytischen Schwingungsberechnung nicht berücksichtigt werden. Sie liefert allerdings vergleichsweise gute Ergebnisse für Maschinen mit geringen Steifigkeitsinhomogenitäten, wie am Beispiel des untersuchten Induktionsmotors gezeigt werden kann.

Durch die Schwingungsmessungen am Synchronmotor wird bestätigt, dass das kombiniert analytisch-numerische Verfahren die Oberflächenschwingungen des realen Motors verlässlich vorausberechnet. Die bestehenden Abweichungen lassen sich mit hoher Wahrscheinlichkeit mit dreidimensionalen Einflüssen erklären, die im Berechnungsverfahren unberücksichtigt blieben.

Die Untersuchung des Einflusses tangentialer Zugspannungen auf die Schwingungen und Geräusche zeigt, dass deren Berücksichtigung insbesondere bei Maschinen wie dem untersuchten Synchronmotor, die lange Zähne und ein dünnes Joch aufweisen, sinnvoll ist. Hier ergibt sich ein Unterschied einiger dB im Schalldruckpegel im Vergleich zur Berechnung mit rein radialen Zugspannungswellen. Außerdem werden noch bessere Übereinstimmungen mit den Schwingungsmessungen erreicht. Für den untersuchten Induktionsmotor ist der Einfluss auch sichtbar, jedoch deutlich geringer.

Das in dieser Arbeit entwickelte Rechenverfahren ist geeignet, in kurzer Zeit die Schwingungen und Geräusche elektrischer Maschinen zuverlässig vorauszuberechnen und dabei mit rein numerischen Verfahren vergleichbare Genauigkeiten zu erreichen.

Da das Verfahren ohne Weiteres um eine weitere Dimension erweiterbar wäre, wie in Abschnitt 7.3 gezeigt wird, könnten weiterführende Arbeiten hier ansetzen und dreidimensionale Einflüsse wie axiale Eigenvektoren sowie den Einfluss der Lagerschilde und von Rüttelkräften untersuchen. Desweiteren hängt die Genauigkeit der Ergebnisse immer von der Kenntnis der Materialparameter ab. In diesem Zusammenhang ist insbesondere der Bereich der Nutfüllung interessant, da hier zurzeit oft Schätzwerte angenommen werden müssen. Konkrete Untersuchungen verschiedener Nutfüllungen könnten durch Bereitstellen genauerer Materialparameter die Ergebnisse von Schwingungs- und Geräuschberechnungen noch weiter verbessern.

A Fourieranalyse

Die Analyse mittels Fouriertransformation bietet bei der Unterstellung eines periodischen Signalverlaufs die Möglichkeit, das Signal in eine Summe von harmonischen Funktionen zu zerlegen. Je nachdem, ob es sich um einen zeitlichen Verlauf oder eine räumliche Verteilung über einen Umfang handelt, lassen sich die im Signal enthaltenen Harmonischen nach ihrer Amplitude und Frequenz bzw. räumlicher Ordnungszahl darstellen.

In dieser Arbeit liegt das zu untersuchende Signal immer als Vektor diskreter Werte n einer Länge N mit konstanten Abtastschritten vor. Es kommt daher die diskrete Fouriertransformation (DFT) bzw. die auf dieser basierenden schnelle Fouriertransformation (FFT) zur Anwendung. Ihre Grundlagen und die Anwendung in der Software MATLAB können z.B. in [41] nachgelesen werden.

Die komplexen Fourierkoeffizienten $\underline{X}_{(k)}$ der DFT lauten

$$\underline{X}_{(k)} = \sum_{n=0}^{N-1} x_{(n)} e^{-j \frac{2\pi}{N} nk} \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (\text{A.1})$$

Dabei sind $x_{(n)}$ mit $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ die diskreten Werte des Signalvektors. Von den Fourierkoeffizienten werden nur die ersten $N/2 + 1$ ausgewertet, da die restlichen $N/2 - 1$ konjugiert komplexe Werte der ersten darstellen und somit keine neuen Informationen liefern. Der Wert $\underline{X}_{(0)}$ enthält den Gleichanteil und ist im Ergebnis nur einmal vorhanden.

Die Amplituden werden nach folgender Vorschrift aus den Koeffizienten berechnet:

$$\hat{Y}_{(k)} = \begin{cases} \frac{1}{N} |\underline{X}_{(0)}| & \text{für } k = 0 \\ \frac{2}{N} |\underline{X}_{(k)}| & \text{für } k = 1, 2, \dots, \frac{N}{2}. \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Die zu den berechneten Amplituden gehörenden Frequenzen werden mit der Abtastschrittweite Δt bestimmt zu

$$f_{(k)} = \frac{1}{\Delta t} \frac{k}{N} \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}. \quad (\text{A.3})$$

Handelt es sich nicht um zeitliche, sondern um räumliche Abtastschritte, werden die Elemente des zugehörigen Vektors der räumlichen Ordnungszahlen analog zu (A.3) bestimmt, indem statt Δt z.B. die Winkelschrittweite $\Delta \phi$ eingesetzt wird. Der zugehörige Nullphasenwinkel

ergibt sich aus dem Winkel des komplexen Wertepaars des Fourierkoeffizienten

$$\phi_{0,(k)} = \arctan \left(\frac{\operatorname{Im}\{\underline{X}_{(k)}\}}{\operatorname{Re}\{\underline{X}_{(k)}\}} \right). \quad (\text{A.4})$$

Das fourieranalytierte Signal lässt sich anschließend als Summe von Kosinustermen schreiben:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}} \hat{Y}_{(k)} \cos(-2\pi f_{(k)}t + \phi_{0,(k)}). \quad (\text{A.5})$$

Die zweidimensionale, diskrete Fourieranalyse bietet die Möglichkeit, ein diskret abgetastetes, zeit- und ortsabhängiges Signal auf die in ihm enthaltenen spektralen Anteile bzw. Wellen hin zu untersuchen. Dazu werden zwei Fouriertransformationen hintereinander geschaltet entsprechend

$$\underline{X}_{(k,l)} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} x_{(n,m)} e^{-j2\pi \left(\frac{ml}{M} + \frac{nk}{N} \right)} \quad (\text{A.6})$$

mit $k, n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ und $l, m = 0, 1, 2, \dots, M-1$. Dabei liegen sowohl die Werte des zu analysierenden Signals $x_{(n,m)}$ als auch die Fourierkoeffizienten $\underline{X}_{(k,l)}$ in Matrizen statt in Vektoren vor. Die Amplituden werden aus den Koeffizienten berechnet nach

$$\hat{Y}_{(k,l)} = \begin{cases} \frac{1}{NM} |\underline{X}_{(k,l)}| & \text{für } (k, l) = (0, 0), \left(\frac{N}{2}, 0\right), \left(0, \frac{M}{2}\right), \left(\frac{N}{2}, \frac{M}{2}\right) \\ \frac{2}{NM} |\underline{X}_{(k,l)}| & \text{für alle anderen } k = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \text{ und } l = 1, 2, \dots, \frac{M}{2}. \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Wird angenommen, dass N die Anzahl der zeitlichen und M die der räumlichen Abtastwerte ist, werden die zu den Amplituden gehörenden Frequenzen bestimmt durch

$$f_{(k,l)} = \frac{1}{\Delta t} \frac{k}{N} \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (\text{A.8})$$

und die räumlichen Ordnungen (bzw. Polpaarzahlen) durch

$$\nu_{(k,l)} = \begin{cases} l \frac{2\pi}{\Delta \phi (M-1)} & l = 0, 1, 2, \dots, \frac{M}{2} \\ (l - M) \frac{2\pi}{\Delta \phi (M-1)} & l = \frac{M}{2} + 1, \frac{M}{2} + 2, \dots, M - 1. \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Der Nullphasenwinkel wird analog zu (A.4) aus dem Winkel zwischen Real- und Imaginärteil des komplexen Koeffizienten berechnet:

$$\phi_{0,(k,l)} = \arctan \left(\frac{\operatorname{Im}\{\underline{X}_{(k,l)}\}}{\operatorname{Re}\{\underline{X}_{(k,l)}\}} \right). \quad (\text{A.10})$$

Das Ergebnis der Fourieranalyse lässt sich als Summe von Kosinustermen schreiben:

$$y(\phi, t) = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{l=0}^{M-1} \hat{Y}_{(k,l)} \cos(\nu_{(k,l)}\phi - 2\pi f_{(k,l)}t + \phi_{0,(k,l)}). \quad (\text{A.11})$$

Literaturverzeichnis

- [1] JORDAN, H.: *Geräuscharme Elektromotoren*. Girardet, 1950
- [2] FROHNE, H.: *Über die primären Bestimmungsgrößen der Lautstärke bei Asynchronmaschinen*, Technische Universität Hannover, Diss., 1959
- [3] SCHLUESSEL, G.: *Über den magnetischen Lärm von Mittelfrequenzgeneratoren mit Lorenzwicklung*, Technische Universität Hannover, Diss., 1963
- [4] ÜNER, Z.: *Über die Ermittlung der Lautstärke des magnetischen Lärms von Drehstromasynchronmotoren mit Käfigläufern*, Technische Universität Hannover, Diss., 1964
- [5] HOFFMAN, R. ; JORDAN, H. ; WEIS, M.: *Ersatzstrahler zur Ermittlung der Schalleistung von rotierenden Maschinen*. In: Zeitschrift für Lärmbekämpfung, 1966
- [6] JORDAN, H. ; MÜLLER-TOMFELDE, H.: *Akustische Wirkung der Schrägung bei Drehstrom-Asynchronmaschinen mit Käfigläufern*. In: ETZ Elektrotechnische Zeitschrift, Band 82, Heft 24, 1961
- [7] WEH, H.: *Zur elektromagnetischen Schwingungsanregung bei Asynchronmaschinen*. In: ETZ Elektrotechnische Zeitschrift, Band 85, Heft 7, 1964
- [8] WACHTA, B.: *Influence of Stator Slots on the Development of Noise-Generating Magnetic Force Waves*. In: Siemens Forschungs- und Entwicklungsberichte, Band 10, Nr. 5, 1981
- [9] FROHNE, C.: *Eigenschwingungen eingespannter Kreisringe am Beispiel der elektrischen Maschine*, Universität Hannover, Diss., 1998
- [10] LE BESNERAIS, J. ; LANFRANCHI, V. ; HECQUET, M. ; BROCHET, P. ; FRIEDRICH, G.: *Prediction of Audible Magnetic Noise Radiated by Adjustable-Speed Drive Induction Machines*. In: IEEE Transactions on Industry Applications, Band 46, S. 1367-1373, 2010
- [11] KNOPIK, T. ; KIMMICH, R. ; BINDER, A.: *Tangential forces matter [rotating electrical machines]*. In: EPE (Birmingham), S. 174-178, IET, 2011
- [12] WEILHARTER, B. ; BÍRÓ, O. ; LANG, H. ; OFNER, G. ; RAINER, S.: *Validation of a Comprehensive Analytic Noise Computation Method for Induction Machines*. In: IEEE Transactions on Industrial Electronics, Band 59, 2012
- [13] AL NAHLAOU, M.: *Analyse der elektromagnetisch erregten Statorschwingungen und Schallabstrahlung von Drehstromasynchronmaschinen unter Einsatz der Finiten-Elemente-Methoden*, Technische Universität Dortmund, Diss., 2011

- [14] ROIVAINEN, J.: *Unit-Wave Response-Based Modeling of Electromechanical Noise and Vibration of Electrical Machines*, Helsinki University of Technology, Diss., 2009
- [15] ISHIKAWA, T. ; YAMADA, M. ; KURITA, N.: *Design of Magnet Arrangement in Interior Permanent Magnet Synchronous Motor by Response Surface Methodology in Consideration of Torque and Vibration*. In: IEEE Transactions on Magnetics, Band 47, Nr. 6, S. 1290-1293, 2011
- [16] GIET, M. van d.: *Analysis of electromagnetic acoustic noise excitations*, Universität RTWH Aachen, Diss., 2011
- [17] PONICK, B.: *Fehlerdiagnose bei Synchronmaschinen*, Universität Hannover, Diss., 1994
- [18] SEINSCH, H. O.: *Oberfelderscheinungen in Drehfeldmaschinen*. Teubner Stuttgart, 1992
- [19] MÜLLER, G. ; VOGT, K. ; PONICK, B.: *Berechnung elektrischer Maschinen*. Wiley-VCH, 2008
- [20] KOLBE, J.: *Zur numerischen Berechnung und analytischen Nachbildung des Luftspaltfeldes von Drehstrommaschinen*, Hochschule der Bundeswehr Hamburg, Diss., 1983
- [21] PURKERMANI, M.: *Beitrag zur Erfassung der Sättigungsoberfelder in Drehstromasynchronmaschinen*, Universität Hannover, Diss., 1971
- [22] WIEBICKE, G.: *Beitrag zur Lastabhängigkeit des Luftspaltfeldes der Polpaarzahl 3p bei Käfigläufern*, Universität Hannover, Diss., 2005
- [23] TAEGEN, F. ; WEIS, M.: *Über die Streuung im Luftspalt von Turbogeneratoren*. In: ETZ Elektrotechnische Zeitschrift, Band 88, S. 313-316, 1967
- [24] SIMONYI, K.: *Theoretische Elektrotechnik*. Barth Verlagsgesellschaft, 1993
- [25] STEINBRINK, J.: *Kraftwirkungen in permanentmagneterregten Maschinen*. VDI-Verlag, 2006 (Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 21, Nr. 370)
- [26] PONICK, B.: *Das Luftspaltmoment elektrischer Maschinen unter Berücksichtigung parametrischer Effekte*. In: Electrical Engineering, Band 81, S. 291-296, Springer-Verlag, 1998
- [27] MÜLLER, G. ; PONICK, B.: *Theorie elektrischer Maschinen*. Wiley-VCH, 2009
- [28] HAASE, H. ; GARBE, H.: *Elektrotechnik - Theorie und Grundlagen*. Springer-Verlag, 1998
- [29] EIBELSHÄUSER, P.: *Rechnergestützte experimentelle Modalanalyse mittels gestufter Sinusanregung*. Springer-Verlag, 1990 (IWB-Forschungsberichte Nr. 26)
- [30] MAIA, N. M. M. ; SILVA, J. M. M.: *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. John Wiley & Sons Inc., 1997
- [31] NATKE, H. G.: *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*. Vieweg, 1983
- [32] HAGEDORN, P. ; OTTERBEIN, S.: *Technische Schwingungslehre*. Springer-Verlag, 1987

- [33] MÖSER, M. ; KROPP, W.: *Körperschall: Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen*. 3. Auflage. Springer-Verlag, 2007
- [34] MÖSER, M.: *Messtechnik der Akustik*. Springer-Verlag, 2010
- [35] LANZERATH, H.: *Zur Modalanalyse unter Verwendung der Randelementemethode*, Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 1996
- [36] BRAUNISCH, D. ; PONICK, B. ; BRAMERDORFER, G.: *Combined Analytical-Numerical Noise Calculation of Electrical Machines Considering Nonsinusoidal Mode Shapes*. In: IEEE Transactions on Magnetics, Band 49, Nr. 4, S. 1407-1415, 2013
- [37] GIET, M. van d. ; SCHLENSOK, C. ; SCHMÜLLING, B. ; HAMEYER, K.: *Comparison of 2-D and 3-D Coupled Electromagnetic and Structure-Dynamic Simulation of Electrical Machines*. In: IEEE Transactions on Magnetics, Band 44, Nr. 6, S. 1594-1597, 2008
- [38] AL NAHLAOU, M. ; BRAUNISCH, D. ; KULIG, S. ; PONICK, B. ; WERNER, U.: *Calculation Methods for Electromagnetically Excited Noise in Induction Motors*. In: Electric Drives Production Conference (EDPC), 2011 1st International (Nürnberg), S. 124-131, IEEE, 2011
- [39] BOESING, M. ; SCHOENEN, T. ; KASPER, K. A. ; DE DONKER, R. W.: *Vibration Synthesis for Electrical Machines Based on Force Response Superposition*. In: IEEE Transactions on Magnetics, Band 46, Nr. 8, 2010
- [40] GADE, S. ; HERLUFSEN, H.: *Use of Weigthing Functions in DFT/FFT Analysis (Part I, Part II)*. In: Brüel&Kjær Technical Review, Nr. 3 und 4, 1987
- [41] HOFFMANN, J. ; BRUNNER, U.: *Matlab und Tools für die Simulation dynamischer Systeme*. Addison-Wesley Verlag, 2002

Wissenschaftlicher Werdegang

Name: Dirk Braunisch
Geburtsdatum: 12.04.1980
Geburtsort: Bremen
Familienstand: verheiratet

07.2015
Promotion

11.2014
Auszeichnung mit dem ETG-Literaturpreis

12.2007 bis 07.2015
Promotionsstudium der Elektrotechnik am Institut für Antriebssysteme und Leistungselektronik der Leibniz Universität Hannover

12.2007 bis 11.2012
Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Antriebssysteme und Leistungselektronik der Leibniz Universität Hannover, Fachbereich: Elektrische Maschinen und Antriebssysteme

11.2007
Diplom

10.2001 bis 11.2007
Studium der Elektrotechnik an der Leibniz Universität Hannover,
Studienrichtung: Energietechnik

06.2000
Abitur am Gymnasium Sulingen

Publikationen:
[36], [38]