

# **Lange Kohärenzzeit optisch gefangener Ensembles**

Von der Fakultät für Mathematik und Physik  
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

zur Erlangung des Grades

**Doktor der Naturwissenschaften**  
– **Dr. rer. nat.** –

genehmigte Dissertation von

Dipl.-Phys. **Georg Kleine Büning**,

geboren am 24. Dezember 1981 in Recklinghausen

2011

Referent: Prof. Dr. Wolfgang Ertmer  
Korreferent: Prof. Dr. Jan Arlt  
Tag der Promotion: 16. Mai 2011

## Zusammenfassung

Ultrakalte atomare Gase haben in den letzten Jahrzehnten die Quantenphysik revolutioniert. Im Bereich der Atom- und Molekülphysik, der Atomoptik sowie in der Verwendung von Bose-Einstein-Kondensaten als Quantensimulatoren für Festkörpersysteme werden damit herausragende Erfolge erzielt. Darüber hinaus ermöglichen ultrakalte Materiewellen ungeahnte Präzision in der Vermessung fundamentaler physikalischer Größen und finden Anwendung im schnell wachsenden Bereich der Quanteninformation. Insbesondere optisch gefangene Ensembles sind von entscheidender Bedeutung für Quantenspeicher und hochstabile und genaue Frequenzmessungen. Die Kohärenzzeit in optischen Potenzialen ist im Allgemeinen jedoch durch eine starke Dephasierung aufgrund inhomogener Energieverschiebungen begrenzt, wodurch die Lebensdauer von Quantenspeichern bzw. die Stabilität von Atomuhren beeinträchtigt wird.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine experimentelle Apparatur zur Untersuchung von Dephasierung in ultrakalten  $^{87}\text{Rb}$ -Ensembles aufgebaut. Zur Kühlung in das quantenentartete Regime wird Laserkühlung in einer magneto-optischen Falle und evaporative Kühlung in einer Hybridfalle verwendet. Letztere kombiniert den starken Einschluss einer magnetischen Quadrupolfalle mit der Vielseitigkeit einer Dipolfalle und ermöglicht die Bose-Einstein-Kondensation von  $10^6$  Teilchen. Durch Reduzierung der Falltiefe konnte ein Atomlaser ausgekoppelt werden, der aufgrund der Gravitationskompensation durch das Quadrupolfeld eine sehr geringe Ausbreitungsgeschwindigkeit aufweist<sup>1</sup>. Die Hybridfalle lässt sich in ein rein optisches Dipolpotenzial transformieren, in dem die vorgestellten Experimente durchgeführt wurden.

Die Untersuchungen basieren auf der Ramsey-Interferometrie des  $^{87}\text{Rb}$ -Uhrenübergangs bei 6,8 GHz. Der Kontrast des Signals nimmt mit zunehmender Abfragezeit aufgrund von Dephasierung ab. Diese ist wesentlich durch die differenzielle AC-Stark-Verschiebung der Dipolfalle bestimmt, die erstmals direkt für die verwendete Wellenlänge von 1064 nm gemessen wurde. Zentrales Ergebnis dieser Arbeit ist die Untersuchung eines Spin-Selbstrephasierungseffekts, der den Dephasierungsprozess stark unterdrückt. Durch Anwendung dieses Effekts wurde eine drastische Verlängerung der Kohärenzzeit auf 21 s erreicht<sup>2</sup>. Dieses Resultat stellt die bislang längste gemessene Kohärenzzeit neutraler atomarer Ensembles dar. Eine Analyse der Frequenzstabilität und der relevanten Rauschbeiträge zeigt, dass unter Ausnutzung dieser sehr langen Kohärenzzeit eine kompakte Mikrowellenuhr mit der Frequenzstabilität moderner Fontänenuhren realisierbar wird. Die vorgestellten Ergebnisse sind ebenso für Quantenspeicher und optische Gitteruhren von großer Relevanz.

**Schlagwörter:** Kohärenz, Spin-Selbstrephasierung, Atomuhren

<sup>1</sup>G. Kleine Büning *et al.*, Appl. Phys. B **100**, 117 (2010)

<sup>2</sup>G. Kleine Büning *et al.*, Phys. Rev. Lett. **106**, 240801 (2011)



## Abstract

Ultra-cold atomic gases have revolutionized quantum physics over the last decades. They are successfully used in atomic and molecular physics, in atom optics, and in the application of Bose Einstein condensates as quantum simulators for solid state systems. Beyond that, ultra-cold matter waves allow for an unforeseen precision in the measurement of fundamental quantities. They also apply to the rapidly emerging field of quantum information. In particular, optically trapped ensembles are of crucial importance for quantum memories, as well as for highly-stable and accurate frequency measurements. However, the coherence time in optical potentials is generally limited due to a strong dephasing, arising from inhomogeneous energy shifts. This affects the quantum memory lifetime and the stability of atomic clocks.

Within the framework of this thesis, an experimental apparatus was set up to investigate the dephasing of ultra-cold  $^{87}\text{Rb}$  ensembles. For the cooling into the quantum degenerate regime, laser cooling in a magneto-optical trap and evaporative cooling in a hybrid trap is applied. The latter combines the tight confinement of magnetic quadrupole traps with the versatility of dipole traps. It allows for the Bose-Einstein condensation of  $10^6$  atoms. By reduction of the trap depth of the hybrid trap, the out-coupling of an atom laser was demonstrated<sup>1</sup>. The compensation of gravity through the quadrupole field results in a very slow propagation of this atom laser. The hybrid trap allows for a transformation into a purely optical potential, which was used for the experiments presented.

The investigations are based on Ramsey interferometry on the  $^{87}\text{Rb}$  clock transition at 6.8 GHz. Due to dephasing, the contrast of the signal decreases with increasing interrogation time. This is primarily determined by the differential AC Stark effect of the dipole trap, which was measured directly for the used wavelength of 1064 nm. The central result of this work is the investigation of a spin self-rephasing effect, which strongly suppresses dephasing. Applying this method, a drastic increase of coherence time to 21 s was achieved<sup>2</sup>. This result represents the longest coherence time of neutral atomic ensembles measured so far. An analysis of the frequency stability and the relevant noise sources shows, that this very long coherence time allows for the realization of a compact microwave clock with the frequency stability of modern fountain clocks. Beyond that, the presented results are highly relevant for quantum memories as well as for optical lattice clocks.

**Keywords:** coherence, spin self-rephasing, atomic clocks

---

<sup>1</sup>G. Kleine Büning *et al.*, Appl. Phys. B **100**, 117 (2010)

<sup>2</sup>G. Kleine Büning *et al.*, Phys. Rev. Lett. **106**, 240801 (2011)



# Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung</b>	<b>1</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>2 Bosonische Quantengase</b>	<b>13</b>
2.1 Ideale Bose-Gase . . . . .	15
2.1.1 Bosonische Stimulation und Bose-Einstein-Statistik . . .	15
2.1.2 Bose-Einstein-Kondensation . . . . .	17
2.1.3 Phasenübergang in einer harmonischen Falle . . . . .	19
2.2 Wechselwirkende Bose-Einstein-Kondensate . . . . .	22
2.2.1 Gross-Pitaevskii-Gleichung . . . . .	23
2.2.2 Thomas-Fermi-Näherung . . . . .	26
<b>3 Experimentelle Apparatur</b>	<b>29</b>
3.1 Vakuumsystem . . . . .	30
3.2 Laserkühlung . . . . .	33
3.3 Magnetischer Transport . . . . .	42
3.4 Mikrowellenevaporation in der Quadrupolfalle . . . . .	47
3.5 Bose-Einstein-Kondensation in optischen Potenzialen . . . . .	50
3.5.1 Hybridfalle . . . . .	52
3.5.2 Gekreuzte Dipolfalle . . . . .	55
3.6 Detektion ultrakalter Ensembles . . . . .	58
<b>4 Atomare Uhren und Frequenzstandards</b>	<b>65</b>
4.1 Funktionsweise von Atomuhren . . . . .	65
4.1.1 Rabi- und Ramsey-Spektroskopie . . . . .	67
4.1.2 Arbeitspunkt einer Uhr . . . . .	72
4.2 Stabilität und Genauigkeit . . . . .	74
4.2.1 Allan-Standardabweichung . . . . .	76
4.2.2 Klassifizierung von Rauschbeiträgen . . . . .	79

<b>5 Ramsey-Interferometrie mit optisch gefangenen Atomen</b>	<b>83</b>
5.1 Zustandspräparation . . . . .	84
5.2 Kalibrierung des Offset-Magnetfelds . . . . .	87
5.3 Teilchenzahlpräparation durch Rabi-Pulse . . . . .	91
5.4 Ramsey-Sequenz und Mikrowellenkette . . . . .	93
5.5 Stern-Gerlach Detektion . . . . .	98
<b>6 Spin-Selbstrephasierung</b>	<b>103</b>
6.1 Dephasierung optisch gefangener Ensembles . . . . .	104
6.2 Frequenzverschiebungen des Uhrenübergangs . . . . .	110
6.2.1 Dichteverstärkung . . . . .	110
6.2.2 Differenzielle AC-Stark Verschiebung . . . . .	112
6.2.3 Zeeman-Verschiebung . . . . .	114
6.3 Theoretische Beschreibung von Spin-Selbstrephasierung . . . . .	115
6.3.1 Rotationseffekt identischer Spinzustände . . . . .	116
6.3.2 Pseudo-Spinbasis . . . . .	119
6.4 Revivals im Kontrast . . . . .	121
6.5 Sehr lange Kohärenzzeit . . . . .	125
<b>7 Stabilitätsmessung und Rauschabschätzungen</b>	<b>129</b>
7.1 Messung der Frequenzstabilität . . . . .	131
7.2 Abschätzung der relevanten Rauschbeiträge . . . . .	132
7.2.1 Magnetfeldrauschen . . . . .	134
7.2.2 Intensitätsstabilität der optischen Falle . . . . .	136
7.2.3 Überlagerung der Dipolfallenstrahlen . . . . .	137
7.2.4 Dichte- und Temperaturfluktuationen . . . . .	139
7.2.5 Präparations- und Detektionsrauschen . . . . .	140
7.3 Mögliche Realisierung einer kompakten Mikrowellenuhr . . . . .	142
<b>8 Ausblick</b>	<b>145</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>149</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>167</b>
<b>Publikationsliste</b>	<b>169</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>171</b>

# 1 Einleitung

Das Forschungsgebiet ultrakalter atomarer Gase hat in den letzten Jahrzehnten spektakuläre Erfolge erzielt. Insbesondere seit der erstmaligen Realisierung von Bose-Einstein-Kondensaten im Jahr 1995 [1–3] erlebt die Physik quantenarteter Gase eine rasante Entwicklung. Bosonische und fermionische Quantengase stellen einzigartige Modellsysteme dar, anhand derer sich grundlegende Theorien der Quantenstatistik, der Festkörperphysik und der Molekülphysik überprüfen lassen.

Ultrakalte Ensembles ermöglichen über die Untersuchung fundamentaler Fragestellungen hinaus eine Vielzahl revolutionärer Anwendungen. So lassen sich Atominterferometer beispielsweise zur Vermessung der Gravitationskonstante [4, 5] oder der Feinstrukturkonstante [6] verwenden. Sogar bei der Detektion von Gravitationswellen könnten Atominterferometer die bislang verwendeten Laserinterferometer übertreffen [7–9]. Herausragende Bedeutung haben Frequenzmessungen an ultrakalten Ensembles. Atomuhren erreichen heute eine beeindruckende Präzision in der Bestimmung der Zeit.

## Uhren auf Basis ultrakalter Ensembles

Die ältesten bekannten Uhren sind Sonnen- und Wasseruhren, deren Entwicklung sich bis in das altägyptische Zeitalter zurückverfolgen lässt [10]. Die ersten mechanischen Uhren entstanden im 14. Jahrhundert. Wie so oft in der Geschichte waren es nicht die stetigen Verbesserungen bekannter Technik, sondern neue Ideen und Erfindungen, die zu technologischen Durchbrüchen führten. Während aufwendige Wasseruhren einen Fehler von mehreren Minuten pro Tag aufwiesen, liegt dieser bei günstigen Quarzuhren nur im Millisekundenbereich. Die erste Verwendung des  $^{133}\text{Cs}$ -Hyperfeinübergangs als Frequenzstandard im Mikrowellenbereich verringerte die Unsicherheit auf 100  $\mu\text{s}$  am Tag [11] und führte zur heutigen Definition der SI-Sekunde. Moderne Fontänenuhren erreichen durch die Methode der Ramsey-Interferometrie frei fallender  $^{133}\text{Cs}$ -Atome eine gemittelte relative Unsicherheit im Bereich von  $10^{-16}$  [12]. Aufgrund dieser Präzision werden heute drei der sieben SI-Basiseinheiten (Ampere, Meter und Candela) abhängig von der Sekunde definiert [13]. Der Frequenzkamm als Uhrwerk für optische Übergänge [14] ermöglicht die Realisierung von Ionen- und

Gitteruhren und diese übertreffen Fontänenuhren bereits deutlich [15, 16]. Mit einer Unsicherheit von weniger als  $10^{-17}$  [15] erreichen sie bezogen auf das Alter des Universums einen Fehler von nur wenigen Sekunden.

Abgesehen von der besten Definition der Sekunde und der Untersuchung fundamentaler physikalischer Größen besteht ein großer Bedarf an stabilen und gleichzeitig sehr kompakten Uhren. Insbesondere basieren globale Navigations-Satellitensysteme wie *GPS*, *GLONASS* oder *Galileo* auf kompakten Frequenzstandards [17, 18]. Die Bedeutung der Systeme geht mittlerweile deutlich über die Verwendung zur Positionsbestimmung hinaus. *GPS* kommt routinemäßig bei der Synchronisation von Finanztransaktionen und Telekommunikationsnetzen sowie bei der Diagnose von Elektrizitätsnetzen zum Einsatz [19]. Derzeit werden in Satelliten vorwiegend Gaszellenuhren verwendet, die sich auf ein Volumen von nur  $10\text{ cm}^3$  miniaturisieren lassen [20]. Etwas größere aber deutlich frequenzstabilere Uhren verwenden gefangene Ionenwolken [21] oder lasergekühlte aber ungefangene atomare Ensembles [22]. Auf eine vergleichbare Stabilität zielen auch Chip-Atomuhren, die auf magnetisch gefangenen  $^{87}\text{Rb}$ -Ensembles basieren [23, 24].

Vielversprechend für die Realisierung kompakter Uhren ist die Verwendung ultrakalter Ensembles in optischen Dipolfallen. Gegenüber magnetisch gefangenen Ensembles in Chip-Atomuhren lassen sich in einer Dipolfalle die magnetisch insensitiven Uhrenzustände abfragen, welche für  $^{87}\text{Rb}$ -Atome eine sekundäre Repräsentation der Sekunde darstellen [25, 26]. Die prinzipiell längere Abfragezeit gefangener Ensembles verringert den Einfluss des Dick-Effekts [27] und des Quantenprojektionsrauschens [28] auf die Stabilität. Diese Abfragezeit ist jedoch durch die Kohärenzzeit des Ensembles limitiert, die aufgrund von Dephasierung in optischen Dipolfallen vergleichsweise kurz ist und zu einer schnellen Verminderung des Kontrasts der Rabi- oder Ramsey-Interferenzstreifen führt.

### **Kohärenzzeit und Dephasierung**

Der Kontrastverlust während einer Interferometersequenz ist durch zwei Effekte bestimmt. Dekohärenz im engeren Sinn bezeichnet den fortschreitenden irreversiblen Verlust von Kohärenz durch die Verschränkung des Systems mit seiner Umgebung [29, 30]. Dies geschieht im Experiment beispielsweise durch stoßbedingte Teilchenzahlverluste oder den Einfluss von Streulicht.

Ein zweiter Effekt ist die Dephasierung verschiedener Atome in der Falle. Im Allgemeinen unterscheiden sich die Frequenzverschiebungen durch das Fallenzustand und die interatomare Wechselwirkung für die beiden Uhrenzustände, wodurch sich abhängig vom Fallenzustand unterschiedliche Übergangsfrequenzen ergeben. Mit fortschreitender Zeit laufen die Spinausrichtungen von Ato-

---

men in verschiedenen Fallenzuständen daher auseinander und der Betrag des mittleren Spins, also der Kontrast, nimmt ab [31]. Die Kohärenzzeit bezeichnet die Zeit, nach der der gemessene Kontrast auf einen Wert  $1/e$  abgefallen ist. Sie ist also ein Maß für die mindestens vorhandene Kohärenz und die maximale Dephasierung.

In Dipolfallen führt die Dephasierung durch den differentiellen AC-Stark-Effekt typischerweise zu einer kurzen Kohärenzzeit von wenigen 100 ms und dominiert damit irreversible Dekohärenzprozesse. In optischen Gitteruhren werden sogenannte magische Wellenlängen verwendet, die für beide Uhrenzustände dieselbe Frequenzverschiebung bewirken [32, 33]. Dadurch wird eine Dephasierung durch das Lichtfeld der Falle verhindert. Für die Mikrowellenübergänge der Elemente Aluminium und Gallium wurden solche magischen Wellenlängen zwar vorausgesagt [34], aber die Laserkühlung dieser Metalle zu ultrakalten Temperaturen befindet sich noch in der Entwicklung [35].

Im Gegensatz zu optischen Uhren ist für die Mikrowellenübergänge der Alkali-Atome keine magische Wellenlänge verfügbar [36], wenn nicht spezielle Polarisierungen mit hohen Magnetfeldern kombiniert werden [37, 38]. Außerdem lässt sich die Inhomogenität der Frequenzverschiebung des Fallenpotenzials nicht durch die Dichteverschiebung kompensieren, wie es in magnetischen Fallen möglich ist [39]. Daher wurden verschiedene Methoden zur teilweisen Rephasierung der Spinausrichtungen entwickelt, wie beispielsweise die Verwendung von Echo-Puls-Sequenzen [40].

## **Spin-Selbstrephasierung**

In einer magnetischen Falle wurde jüngst ein Spin-Selbstrephasierungseffekt beobachtet [41], der zu einer sehr starken Unterdrückung der Dephasierung führt. Aufgrund verschiedener Einschränkungen konnten die Ramsey-Sequenzen jedoch nur bis zu einer Abfragezeit von 5 s aufgenommen werden. Es ist von großem Interesse, ob sich dieser Effekt auf die magnetisch insensitiven Zustände in einer optischen Dipolfalle übertragen lässt. Zentrales Thema dieser Arbeit ist die Anwendung, Untersuchung und Optimierung dieses Effekts für den Uhrenübergang in einem optisch gefangenen ultrakalten  $^{87}\text{Rb}$ -Ensemble.

Zwei unterschiedliche Modelle veranschaulichen den Spin-Selbstrephasierungseffekt. Die erste Beschreibung basiert auf dem Rotationseffekt identischer Spin-zustände [42, 43], der im Kontext sogenannter Spinwellen ausführlich untersucht wurde [39, 44–50]. Zwei Spin-zustände mit verschiedener Übergangsfrequenz rotieren durch diesen Effekt um ihre Vektorsumme und werden auf diese Weise an einer Dephasierung gehindert. Die Effizienz dieses Effekts hängt von der Austauschenergie und damit von der interatomaren Wechselwirkung ab.

Der Spin-Selbstrephasierungseffekt lässt sich auch anhand der im Jahr 2009 von K. Gibble eingeführten Pseudo-Spinbasis zur Beschreibung von Dephasierung und wechselwirkungsbedingten Frequenzverschiebungen verstehen [51, 52]. Dabei werden die Atome paarweise als Spin-1/2-Teilchen mit einer symmetrischen Triplet- und einer antisymmetrischen Singulett-Superposition beschrieben. Während der Interferometrie befinden sich die Atome anfangs im Triplet-Zustand. Die Dephasierung wird in dieser Basis als Rabi-Kopplung an das Singulett-Niveau beschrieben, dessen Besetzung nicht durch die Mikrowelle abgefragt wird und somit den Kontrast senkt. Aufgrund der Symmetriebedingung an die Gesamtwellenfunktion wird bei Bosonen nur das Triplet-Niveau durch s-Wellen-Wechselwirkung verschoben. Ist diese ausreichend stark, unterdrückt die energetische Trennung zwischen Triplet- und Singulett-Niveau die Rabi-Kopplung zwischen ihnen und damit die Dephasierung.

Durch die Betrachtung der Pseudo-Spinbasis wird der Spin-Selbstrephasierungseffekt in einen weiter gefassten Kontext von Wechselwirkungseffekten eingeordnet. So klärt die neue Beschreibung von Dephasierung die sogenannte Faktor-2-Kontroverse [48, 53–59]. Diese behandelt die Fragestellung, ob sich während der Dephasierung die Zweiteilchenkorrelation vom Wert für identische Bosonen auf den Wert unterscheidbarer Teilchen halbiert und damit zu einer Änderung der Wechselwirkungsverschiebung führt. Die Singulett-/Triplet-Repräsentation gibt zudem Aufschluss über die dichteabhängige Frequenzverschiebung ultrakalter Fermionen. Für fermionische Teilchen galt lange die Annahme, dass sie keine Frequenzverschiebung durch Stöße erfahren, da bei ultrakalten Temperaturen nur s-Wellen-Streuung zu berücksichtigen ist [57, 59]. In einer optischen Strontiumuhr wurde jedoch eine solche Frequenzverschiebung gefunden [60], die auf eine Kopplung des Abfragelasers an das Singulett-Niveau zurückzuführen ist.

---

## Gliederung dieser Arbeit

- In **Kapitel 2** wird eine Einführung in die theoretische Beschreibung von ultrakalten bosonischen Quantengasen gegeben. Die Ausführungen beinhalten den Phasenübergang zur Bose-Einstein-Kondensation und ihre Beschreibung im Rahmen der Mean-Field-Näherung.
- Der Aufbau der experimentellen Apparatur wird in **Kapitel 3** erläutert. Nach einem Überblick über das Vakuumsystem wird die Realisierung der Laserkühlung, des magnetischen Transports und der Mikrowellenevaporation beschrieben. In einer Hybridfalle wird die Bose-Einstein-Kondensation mit mehr als  $10^6$  Atomen des Elements  $^{87}\text{Rb}$  demonstriert. Diese Falle ermöglicht die Auskopplung sehr langsamer Atomlaser [61]. Sie lässt sich in ein rein optisches Potenzial transferieren, in dem die im weiteren Verlauf verwendeten ultrakalten thermischen  $^{87}\text{Rb}$ -Ensembles gefangen werden.
- **Kapitel 4** gibt eine grundlegende Einführung in die Funktionsweise von Atomuhren. Dafür werden die Methoden der Rabi- und Ramsey-Spektroskopie sowie fundamentale Einflüsse auf die Stabilität diskutiert.
- Die experimentelle Realisierung von Ramsey-Interferometrie in der optischen Falle wird in **Kapitel 5** vorgestellt. Wesentliche Schritte sind die Präparation der Uhrenzustände von  $^{87}\text{Rb}$  durch schnelle adiabatische Passagen, die Kalibrierung des Hintergrundmagnetfelds, eine temperaturunabhängige Teilchenzahlpräparation, die Realisierung der Mikrowellenpulse und die Stern-Gerlach-Detektion.
- Die zentralen Ergebnisse werden in **Kapitel 6** erläutert. Zur Analyse der Dephasierungsrate werden die relevanten Frequenzverschiebungen des Uhrenübergangs untersucht und die erste direkte Messung der differentiellen AC-Stark-Verschiebung für 1064 nm vorgestellt. Nach einer Beschreibung des Spin-Selbstrephasierungseffekts wird dessen experimentelle Realisierung erläutert. Der Verlauf des Kontrasts weist Revivals auf, die mit einem numerischen Modell verglichen werden. Es folgt die Demonstration der längsten bislang gemessenen Kohärenzzeit neutraler atomarer Ensembles [62].
- Unter Verwendung der Ergebnisse wird in **Kapitel 7** die Anwendbarkeit von Spin-Selbstrephasierung in einer Mikrowellenuhr auf Basis optisch gefangener Ensembles analysiert. Eine Messung der Frequenzstabilität und sämtlicher relevanter Rauschbeiträge führt auf eine Prognose für die Stabilität zukünftiger kompakter Mikrowellenuhren.
- **Kapitel 8** fasst die Ergebnisse zusammen und gibt einen Ausblick auf zukünftige Anwendungen und weitergehende Untersuchungen.



## 2 Bosonische Quantengase

Ultrakalte Quantengase bilden die experimentelle Grundlage dieser Arbeit. Insbesondere Gase bosonischer Atome zeigen bei Kühlung in den Bereich sehr kalter Temperaturen auf faszinierende Art den Übergang von der klassischen Welt in die Quantenphysik. In Abbildung 2.1 wird dies schematisch verdeutlicht.

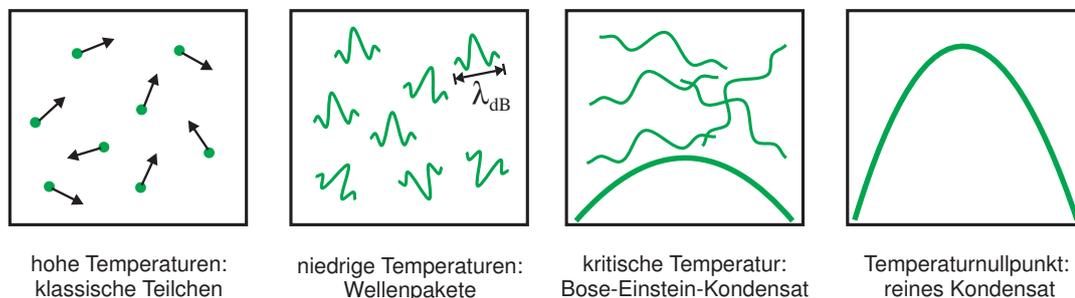
Während man sich die Atome bei höheren Temperaturen als kugelförmige Teilchen vorstellen kann, die wie Billardkugeln miteinander stoßen, müssen sie bei niedrigeren Temperaturen als Wellenpakete betrachtet werden. Die Ausdehnung dieser Wellenpakete wird durch die de-Broglie-Wellenlänge

$$\lambda_{\text{dB}} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_{\text{B}}T}} \quad (2.1)$$

charakterisiert, die von der Atommasse  $m$  und der Temperatur  $T$  abhängt. Ist die Dichte ausreichend hoch und die Temperatur ausreichend niedrig überlappen diese Wellenpakete, die Teilchen werden ununterscheidbar und man spricht vom quantenentarteten Regime. Ein Maß dafür ist die Phasenraumdichte  $D$ . Sie gibt die Anzahl von Atomen innerhalb eines Würfels mit Kantenlänge  $\lambda_{\text{dB}}$  an

$$D = n \cdot \lambda_{\text{dB}}^3, \quad (2.2)$$

wobei  $n$  die räumliche Dichte des Gases ist. Ein rein quantenstatistischer Effekt (s. 2.1.2) kommt zum Tragen, wenn die Temperatur unter einen kritischen Wert  $T_c$  gesenkt, bzw. die Phasenraumdichte über einen kritischen Wert gehoben



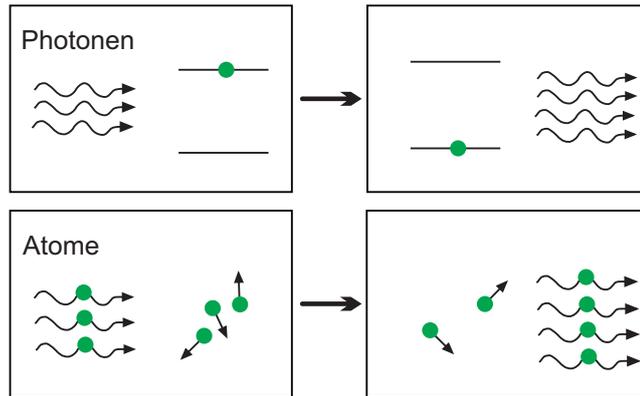
**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung des quantenstatistischen Übergangs zum Bose-Einstein-Kondensat (nach [63]).

wird: Es bildet sich eine makroskopische Besetzung des Grundzustands, ein sogenanntes Bose-Einstein-Kondensat. Während für Temperaturen am absoluten Nullpunkt trivialerweise eine makroskopische Besetzung des Grundzustands zu erwarten ist, erfolgt der Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat bereits bei Temperaturen deutlich oberhalb der Energiedifferenz zwischen Grundzustand und erstem angeregten Zustand  $k_B T_c \gg E_1 - E_0$ .

Vorhergesagt wurde die Bose-Einstein-Kondensation bereits 1925 von A. Einstein [64], basierend auf Arbeiten von S. N. Bose [65] über die statistische Beschreibung von Photonen. Die in realer Materie vorliegende Wechselwirkung erforderte eine weitergehende Beschreibung. So wurden zahlreiche Theorien unter anderem von London [66] und Penrose und Onsager [67] diskutiert, die sich vor allem auf die im Jahr 1937 entdeckten superflüssigen Eigenschaften des Heliums [68, 69] und deren Zusammenhang mit der Bose-Einstein-Kondensation bezogen. Aufgrund der großen Wechselwirkung in einer Flüssigkeit kondensiert nur ein sehr kleiner Teil der  $^4\text{He}$ -Atome, was die theoretische Beschreibung erschwert. Dies führte zu einem großen Bestreben Kondensate aus schwach wechselwirkenden bosonischen Gasen zu erzeugen. Die Kondensation von Gasen aus Lithium, Rubidium und Natrium [1–3] im Jahr 1995 war daher ein Meilenstein in der Atomphysik. Seitdem genießt die Erforschung ultrakalter Quantengase enormes Interesse.

Die geringe Stärke der Wechselwirkung in kondensierten Gasen aus bosonischen Alkali-Atomen ermöglicht in den meisten Fällen eine Beschreibung mittels Mean-Field-Theorien. Diese Beschreibung geht auf einen Ansatz von Bogoliubov [70] aus dem Jahr 1947 zurück. Alle Teilchen im Kondensat können demnach durch eine gemeinsame Wellenfunktion beschrieben werden. Die Zeitentwicklung dieser so genannten Kondensatwellenfunktion ist durch eine nichtlineare Schrödinger-Gleichung, die Gross-Pitaevskii-Gleichung [71, 72], gegeben. Die Kondensatwellenfunktion hat für typische experimentelle Bedingungen eine Ausdehnung von bis zu hundert Mikrometern, sodass die atomare Dichteverteilung durch Absorptionenaufnahmen direkt vermessen werden kann. Hieraus ergibt sich die wohl bedeutendste Eigenschaft von Bose-Einstein-Kondensaten: Sie bieten die einzigartige Möglichkeit, Quantenphänomene auf makroskopischer Größenskala zu untersuchen.

Dieses Kapitel gibt eine Einführung in die theoretische Beschreibung idealer und wechselwirkender Gase. Zunächst wird die Bose-Einstein-Statistik anhand von bosonischer Stimulation erklärt. Anschließend werden entscheidende Eigenschaften bosonischer Gase in einem harmonischen Potenzial diskutiert und schließlich die Wechselwirkung mittels Mean-Field-Theorie einbezogen.



**Abbildung 2.2:** Bosonische Stimulation ermöglicht die kohärente Verstärkung von Licht im Laser (oben) und die erhöhte Bevölkung bereits besetzter Zustände in einem quantenentarteten bosonischen Gas (unten). Bose-Einstein-Kondensate und Atomlaser bilden eine perfekte Analogie zum optischen Laser.

## 2.1 Ideale Bose-Gase

### 2.1.1 Bosonische Stimulation und Bose-Einstein-Statistik

Eine bedeutende Eigenschaft von Bose-Einstein-Kondensaten ist, dass sie sich durch eine einzige Wellenfunktion beschreiben lassen. Daher befassten sich nach deren Realisierung erste Experimente mit den energetischen Eigenschaften dieser makroskopischen Materiewellen, beispielsweise mit ihrer Ausdehnung mit sehr schmaler Impulsverteilung [1, 2]. Die eigentliche quantenmechanische Bedeutung von Bose-Einstein-Kondensaten liegt jedoch in ihren Kohärenzeigenschaften. Ein BEC kann direkt mit einem optischen Laser verglichen werden. Koppelt man aus einem BEC einige Atome aus, so kann ein sogenannter Atomlaser erzeugt werden. Dieser emittiert kohärente Materiewellen, ähnlich einem optischen Laser, der kohärentes Licht produziert. Genau wie im optischen Fall wird die Kohärenz durch bosonische Stimulation erzeugt.

Abbildung 2.2 zeigt die Ähnlichkeit von bosonischer Stimulation für den Laser und für Materiewellen [63]. Materiewellen werden verstärkt, indem ein Atom aus einem Reservoir in die Materiewelle aufgenommen wird. Die Gesamtzahl der Atome bleibt also erhalten, was sich mit der Energieerhaltung beim Laser vergleicht, bei dem Energie aus dem aktiven Medium in die elektromagnetische Welle transferiert wird. In Analogie zur Laserschwelle wird die Materiewellenverstärkung erst unterhalb der kritischen Temperatur  $T_c$  relevant. Während in einem thermischen Gas die Atome in eine Vielzahl von Quantenzuständen gestreut werden können, werden sie unterhalb der kritischen Temperatur vorrangig in den untersten Energiezustand des Systems gestreut. Die Wahrscheinlichkeit

$P_{n \rightarrow n+1}$  für eine stimulierte Streuung in einen Zustand  $|n\rangle$  steigt mit dessen Besetzung  $n$

$$P_{n \rightarrow n+1} \propto \left| \langle n+1 | \hat{a}^\dagger | n \rangle \right|^2 = n+1. \quad (2.3)$$

Dieser Zusammenhang folgt direkt aus der Austauschsymmetrie für bosonische Wellenfunktionen. Die Existenz eines BEC beschleunigt folglich die stimulierte Streurrate in den Grundzustand, wodurch das BEC selbst größer wird [73]. Im thermischen Gleichgewicht werden genau so viele Atome aus dem BEC gestreut, wie durch bosonische Stimulation hinzukommen. Unter dieser Gleichgewichtsannahme wird im folgenden Abschnitt die Bose-Einstein Statistik anhand von bosonischer Stimulation hergeleitet.

### **Bose-Einstein-Statistik**

Eine quantitative Beschreibung des Phasenübergangs zum BEC ist mithilfe der Bose-Einstein-Statistik möglich. Sie gibt die mittlere Besetzung  $\bar{n}_i$  der Zustände  $i$  im thermischen Gleichgewicht an. Um diese zu berechnen, kann man unter Maximierung der Entropie die Anzahl der möglichen Zustände statistisch auswerten oder ein großkanonisches Ensemble bemühen [74, 75]. Sie lässt sich jedoch auch direkt aus der bosonischen Stimulation herleiten [63, 76], was im Folgenden demonstriert wird. Somit ist die Existenz eines BEC ein indirekter Nachweis für bosonische Stimulation.

Für die Herleitung der Besetzungsverteilung werden zwei Teilchen in den Zuständen 1 und 2 betrachtet, die durch eine schwache Wechselwirkung in die Zustände 3 und 4 streuen:  $(1, 2) \rightarrow (3, 4)$ . Aufgrund der bosonischen Stimulation erhöht sich die Übergangsrate, wenn bereits eine erhöhte Population in den Zuständen 3 und 4 vorhanden ist. Diese Übergangsrate berechnet sich zu

$$\Gamma_{1,2 \rightarrow 3,4} = |M_{1,2 \rightarrow 3,4}|^2 n_1 n_2 (n_3 + 1)(n_4 + 1) \quad (2.4)$$

$$\Gamma_{3,4 \rightarrow 1,2} = |M_{3,4 \rightarrow 1,2}|^2 n_3 n_4 (n_1 + 1)(n_2 + 1). \quad (2.5)$$

Die zweite Gleichung (2.5) erhält man analog für den umgekehrten Prozess. Die Absolutquadrate der Übergangsmatrixelemente  $M_{1,2 \rightarrow 3,4}$  und  $M_{3,4 \rightarrow 1,2}$  beschreiben die Raten, falls nur ein Teilchenpaar  $(1, 2)$  oder  $(3, 4)$  vorhanden ist.

Im thermischen Gleichgewicht (genauer: „detailed balance“) müssen sowohl beide Übergangsraten als auch die beiden Absolutquadrate der Übergangsmatrixelemente jeweils gleich sein [76] und man erhält

$$\frac{\bar{n}_1}{\bar{n}_1 + 1} \cdot \frac{\bar{n}_2}{\bar{n}_2 + 1} = \frac{\bar{n}_3}{\bar{n}_3 + 1} \cdot \frac{\bar{n}_4}{\bar{n}_4 + 1}. \quad (2.6)$$

Nimmt man die Energie als einzige verbleibende Erhaltungsgröße an, lassen sich die einzelnen Quotienten als Funktionen der Energie schreiben

$$f(E_i) = \frac{\bar{n}_i}{\bar{n}_i + 1}, \quad (2.7)$$

und aus der Energieerhaltung, welche man für den Stoß voraussetzt, folgt

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4 \quad \Rightarrow \quad f(E_1)f(E_2) = f(E_3)f(E_4). \quad (2.8)$$

Das Produkt  $f(E_i)f(E_j)$  kann demnach nur von  $E_i + E_j$  abhängen, was durch eine e-Funktion der Form

$$f(E) = e^{-\beta(E-\mu)} \quad (2.9)$$

erfüllt wird. Löst man die Gleichungen (2.7) und (2.9) nach der mittleren Teilchenzahl  $\bar{n}_i$  auf, ergibt sich die Bose-Einstein-Statistik

$$\bar{n}_i(E_i) = \frac{1}{e^{\beta(E_i-\mu)} - 1}. \quad (2.10)$$

Dabei folgt  $\beta = 1/k_B T$  aus der Energieerhaltung und  $\mu$  bezeichnet das chemische Potenzial, das der Teilchenzahlerhaltung dient. Im folgenden Abschnitt werden die Konsequenzen der Bose-Einstein-Statistik diskutiert.

### 2.1.2 Bose-Einstein-Kondensation

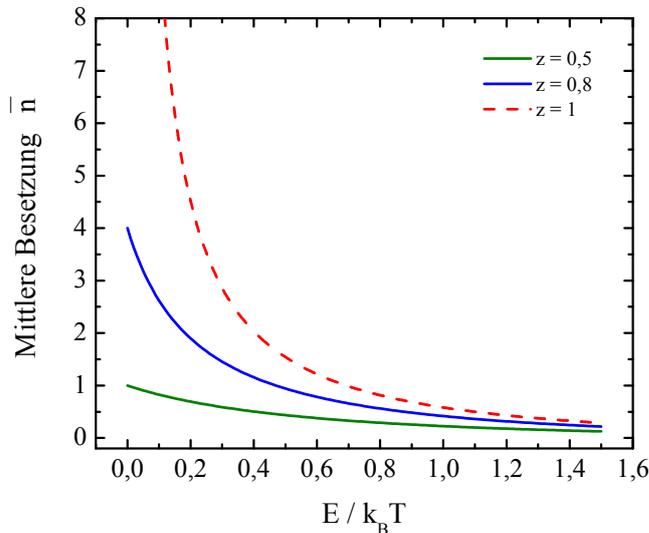
Die Bose-Einstein-Statistik (2.10) gibt die mittlere Besetzungszahl  $\bar{n}_i(E_i)$  der einzelnen Zustände des Systems an. Sie hängt von der Energie  $E_i$ , der Temperatur  $T$  und dem chemischen Potenzial  $\mu$  ab. Um die verschiedenen Grenzfälle zu betrachten, ist die Einführung der Fugazität  $z$  hilfreich

$$z = e^{\mu/k_B T}. \quad (2.11)$$

Die Grundzustandsenergie wird dabei gleich Null gesetzt ( $E_0 = 0$ ). Im klassischen Grenzfall hoher Temperaturen  $z \ll 1$  geht die Bose-Einstein-Statistik in die Boltzmann-Statistik für unterscheidbare Teilchen über

$$\bar{n}_i(E_i) = \frac{1}{e^{E_i/k_B T}/z - 1} \stackrel{z \ll 1}{\approx} e^{-(E_i-\mu)/k_B T}. \quad (2.12)$$

Die Wahrscheinlichkeit einer doppelten Besetzung einzelner Energiezustände ist hier gering, die Notwendigkeit der Symmetrisierung der Wellenfunktion entfällt also und die bosonische Stimulation ist vernachlässigbar.



**Abbildung 2.3:** Die Abbildung stellt die erhöhte Besetzung der Zustände mit niedriger Energie für verschiedene Werte der Fugazität  $z$  dar. Während sich der bosonische Charakter besonders bei kleinen Temperaturen ( $z \rightarrow 1$ ) bemerkbar macht, geht die Bose-Einstein-Statistik für höhere Temperaturen ( $z \ll 1$ ) in die Boltzmann-Statistik über.

In Abbildung 2.3 wird die erhöhte Besetzung der unteren Energieniveaus bei niedrigen Temperaturen deutlich. Das chemische Potenzial kann nach Gleichung (2.10) die Grundzustandsenergie nicht übersteigen, um eine nicht negative Besetzungszahl für den Grundzustand zu gewährleisten. Für  $z \rightarrow 1$  steigt  $\mu \rightarrow 0$  und eine weitere Besetzung der angeregten Zustände ist nicht möglich.

Formal sinkt nach Gleichung (2.10) für niedrigere Temperaturen die Besetzungszahl für alle Energiezustände. Die Summe der Energiezustände entspricht jedoch der Gesamtteilchenzahl

$$N = \sum_i \bar{n}_i(E_i). \quad (2.13)$$

Da diese erhalten sein muss, steigt für niedrige Temperaturen das chemische Potenzial  $\mu$ , um diese Bedingung aufrecht zu erhalten. Gleichung (2.13) kann ausgewertet werden, indem die Zustandsdichte  $g(E)$  eingeführt wird, die angibt wie viele Zustände sich im Energieintervall  $[E, E + dE]$  befinden. Sie ermöglicht eine Beschreibung der Verteilung als Integral über kontinuierliche Energien

$$N = \sum_i \bar{n}_i(E_i) \approx n_0 + \int_0^\infty dE \frac{g(E)}{e^{(E-\mu)/k_B T} - 1}. \quad (2.14)$$

Die Besetzung des Grundzustands  $n_0$  wurde dabei gesondert aufgeführt, da die Zustandsdichte für  $E_0$  verschwindet  $g(E_0) \rightarrow 0$  und somit selbst eine makroskopische Besetzung des Grundzustands nicht berücksichtigt würde. Aus Gleichung

(2.14) läßt man ab, dass das chemische Potenzial von der Teilchenzahl  $N$ , der Temperatur und der Zustandsdichte  $g(E)$  abhängt. Strebt  $\mu$  gegen  $E_0$  kann unterhalb einer kritischen Temperatur  $T_c$  nur der Grundzustand weiter besetzt werden und es findet der Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat statt. Unterhalb von  $T_c$  werden die Teilchen im Bose-Einstein-Kondensat  $n_0$  und die angeregten Teilchen  $N_{\text{ex}}$  getrennt beschrieben

$$N = n_0 + N_{\text{ex}}. \quad (2.15)$$

Für die kritische Temperatur  $T_c$  sind die angeregten Zustände maximal besetzt  $N = N_{\text{ex}}^{\text{max}}$  und es gilt

$$N_{\text{ex}}^{\text{max}} = \int_0^\infty dE \frac{g(E)}{e^{E/k_B T_c} - 1} \quad (2.16)$$

Zur Berechnung der kritischen Temperatur ist offenkundig die Zustandsdichte  $g(E)$  erforderlich. Diese wird im folgenden Abschnitt für eine harmonischen Falle diskutiert.

### 2.1.3 Phasenübergang in einer harmonischen Falle

Typischerweise werden Bose-Einstein-Kondensate in Fallen erzeugt, die sich aufgrund der kleinen Ausdehnung der atomaren Ensembles in guter Näherung als harmonische Potenziale nähern lassen. Erst im späteren Verlauf einer experimentellen Sequenz werden je nach Ausrichtung des Experiments kompliziertere Fallen wie z. B. optische Gitter, Doppeltopf- oder Unordnungspotenziale verwendet. Während die vorangegangenen Betrachtungen ganz allgemein für das ideale bosonische Gas gelten, beschränkt sich die folgende Behandlung auf ideale Bose-Gase in dreidimensionalen harmonischen Potenzialen der Form

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2). \quad (2.17)$$

Eine Verallgemeinerung auf andere Systeme wie beispielsweise Kastenpotenziale wird unter anderem in [77–79] beschrieben.

Um die kritische Temperatur und Phasenraum-dichte zu bestimmen, wird zunächst die Zustandsdichte im dreidimensionalen harmonischen Potenzial berechnet.

#### Zustandsdichte

Zur Berechnung der Zustandsdichte im dreidimensionalen harmonischen Potenzial werden zunächst die Energieniveaus benötigt. Deren Berechnung ist ein

Standardproblem der Quantenmechanik, das ausführlich in verschiedenen Lehrbüchern [80–82] diskutiert wird. Mit der Wahl der Grundzustandsenergie  $E_0 = 0$  erhält man

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \hbar\omega_x n_x + \hbar\omega_y n_y + \hbar\omega_z n_z. \quad (2.18)$$

Zunächst wird die Anzahl der Zustände  $G(E)$  berechnet, die unterhalb der Energie  $E$  liegen. Für  $\hbar\omega_i \ll k_B T$  gilt in guter Näherung

$$G(E) \approx \frac{1}{(\hbar\bar{\omega})^3} \int_0^E d\epsilon_x \int_0^{E-\epsilon_x} d\epsilon_y \int_0^{E-\epsilon_x-\epsilon_y} d\epsilon_z = \frac{E^3}{6(\hbar\bar{\omega})^3}. \quad (2.19)$$

Dabei bezeichnet  $\epsilon_i = \hbar\omega_i n_i$  und  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  gibt das geometrische Mittel der Oszillatorfrequenzen an. Der Vorfaktor  $1/(\hbar\bar{\omega})^3$  ergibt sich aus Gleichung (2.18) und entspricht der Anzahl der Zustände pro Energievolumen. Die Zustandsdichte errechnet sich aus (2.19) durch Ableitung nach der Energie

$$g(E) = \frac{dG(E)}{dE} = \frac{E^2}{2(\hbar\bar{\omega})^3}. \quad (2.20)$$

### Kritische Temperatur

Die Kenntnis der Zustandsdichte  $g(E)$  erlaubt es die Temperatur zu bestimmen, unterhalb welcher nur noch der Grundzustand des Systems weiter bevölkert wird, also der Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat stattfindet. Wie in Abschnitt 2.1.2 beschrieben wird die kritische Temperatur  $T_c$  erreicht, wenn das chemische Potenzial gegen den Grenzwert  $\mu \rightarrow E_0$  strebt, bis zu dem sich alle Atome in angeregten Zuständen befinden können. Unter Verwendung der Zustandsdichte (2.20) wird (2.16) zu

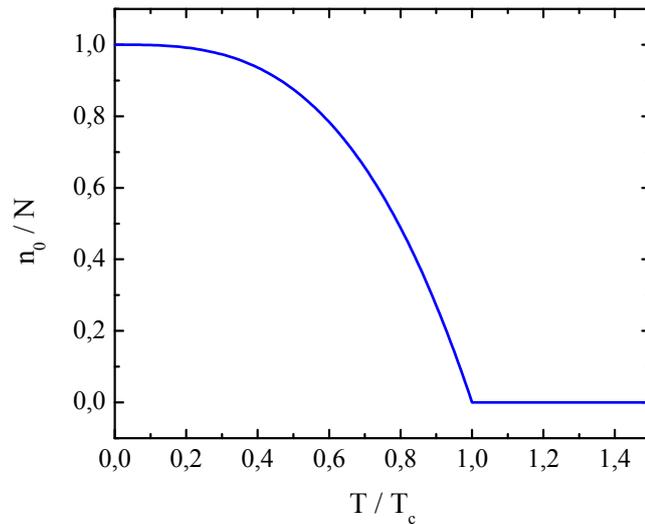
$$N_{\text{ex}}^{\text{max}} = \frac{1}{2(\hbar\bar{\omega})^3} \int_0^\infty dE \frac{E^2}{e^{E/k_B T_c} - 1}. \quad (2.21)$$

Das Integral lässt sich durch eine Reihenentwicklung nähern und man erhält

$$N_{\text{ex}}^{\text{max}} = \frac{1}{2(\hbar\bar{\omega})^3} \Gamma(3) \zeta(3) (k_B T_c)^3, \quad (2.22)$$

mit der Riemann'schen Zeta-Funktion  $\zeta(3)$  und der Gamma-Funktion  $\Gamma(3)$ . Daraus erhält man einen Wert für die kritische Temperatur

$$k_B T_c = \frac{\hbar\bar{\omega} N^{1/3}}{\zeta(3)^{1/3}} \approx 0.94 \hbar\bar{\omega} N^{1/3} \quad (2.23)$$



**Abbildung 2.4:** Der Anteil kondensierter Teilchen  $n_0/N$  steigt abrupt an beim Unterschreiten der kritischen Temperatur  $T_c$ .

unterhalb der es zur Bose-Einstein-Kondensation kommt. Die thermische Energie  $k_B T_c$  ist also ungefähr einen Faktor  $N^{1/3}$  höher als der Abstand der Energieniveaus  $\hbar\omega_i$ . Die Anzahl der Teilchen im Kondensat ergibt sich mit Gleichung (2.22) zu

$$n_0 = N - N_{\text{ex}}^{\text{max}} = N \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^3 \right]. \quad (2.24)$$

In Abbildung 2.4 ist der Anteil  $n_0/N$  der kondensierten Teilchen gegen die Temperatur aufgetragen. Es wird deutlich, wie schnell die Teilchenzahl im Kondensat anwächst, wenn die Temperatur unter den kritischen Wert  $T_c$  sinkt. Es zeigt sich, dass die Näherungen in der bisher beschriebenen Berechnung und die Vernachlässigung der Wechselwirkung für typische experimentelle Bedingungen nur einen relativ kleinen Fehler ausmachen. Genauere Rechnungen ergeben Korrekturen für  $T_c$  und beschreiben für kleine Teilchenzahlen einen etwas weniger steilen Anstieg des Anteils kondensierter Atome [79, 83, 84].

### Kritische Phasenraumdichte

Anhand der kritischen Temperatur lässt sich vorhersagen, wann der Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat stattfindet. An (2.23) erkennt man, dass diese Temperatur mit den Fallenfrequenzen und der Teilchenzahl ansteigt. Um die Kondensationstemperatur zu erreichen, wird das Verfahren der evaporativen Kühlung verwendet (vgl. Kapitel 3), bei der neben der Temperatur auch die Teilchenzahl stetig abnimmt. Bei der Evaporation in einer Dipolfalle

ändern sich während dieses Prozesses auch die Fallenfrequenzen. Daher ist es vorteilhaft, den Grad der Quantenentartung durch die dimensionslose Phasenraumdichte  $D = n(\mathbf{r})\lambda_{\text{dB}}^3$  zu beschreiben. Die räumliche Dichte der angeregten Atome  $n_{\text{ex}}(\mathbf{r})$  lässt sich mithilfe einer semi-klassischen Betrachtung idealer Gase [85, 86] wie folgt ausdrücken

$$n_{\text{ex}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2} \left( e^{(\mu - V(\mathbf{r})/k_{\text{B}}T)} \right). \quad (2.25)$$

Dabei bezeichnet  $g_{3/2}$  die Bosefunktion, die durch  $g_j(z) = \sum_{n=1}^{\infty} z^n/n^j$  definiert ist. Allgemein findet der Übergang zum Bose-Einstein-Kondensat wiederum statt, wenn das chemische Potenzial  $\mu$  gegen das Potenzialminimum  $V_{\text{min}} = V(0)$  strebt, also das Argument der Bose-Funktion gegen 1 strebt. Als Bedingung für eine kritische Phasenraumdichte erhält man demzufolge

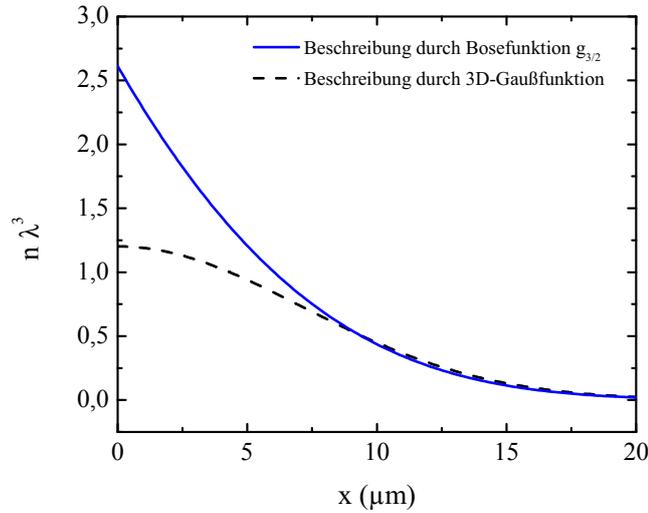
$$D_c = n(0)\lambda_{\text{dB}}^3 = g_{3/2}(1) \approx 2,612. \quad (2.26)$$

Diese Bedingung gilt anders als die Bestimmung der kritischen Temperatur unabhängig von der speziellen Fallengeometrie und der Teilchenzahl. Bei der experimentellen Realisierung von Bose-Einstein-Kondensaten durch evaporative Kühlverfahren ist daher der Anstieg der Phasenraumdichte mit abnehmender Teilchenzahl das entscheidende Kriterium für die Effizienz.

In Abbildung 2.5 ist die räumliche Verteilung der Phasenraumdichte für typische experimentelle Parameter unter Verwendung der kritischen Temperatur nach Gleichung (2.23) aufgetragen. Für das Zentrum der Wolke ( $x = 0$ ) findet man den kritischen Wert von 2,612 wieder. Man sieht hier auch, dass die semi-klassische Beschreibung der Dichteverteilung für die Berechnung der kritischen Phasenraumdichte notwendig ist, da die klassische Gaußverteilung im Zentrum eine deutlich kleinere Dichte aufweist. Für Temperaturen deutlich oberhalb der Kondensationsgrenze nähern sich beide Verteilung aneinander an.

## 2.2 Wechselwirkende Bose-Einstein-Kondensate

Die bisherigen Betrachtungen galten für ideale, d. h. wechselwirkungsfreie, bosonische Gase. Mit dieser Näherung lassen sich die thermodynamischen Größen gut veranschaulichen. Für die Beschreibung der Bose-Einstein-Kondensate selbst spielt die Wechselwirkung jedoch eine entscheidende Rolle. Sie führt beispielsweise zu nichtlinearen Effekten wie Solitonen [87, 88] und Vier-Wellen-Mischung [89], die aus der Optik bekannt sind. Außerdem wird die Stabilität der Kondensate deutlich beeinflusst, so kollabieren sie bei attraktiver Wechselwirkung oberhalb einer kritischen Teilchenzahl. In diesem Abschnitt werden Bose-



**Abbildung 2.5:** Querschnitt durch die räumliche Verteilung der Phasenraumdicke  $D = n\lambda_{\text{dB}}^3$  für  $\omega_i = 2\pi \times 100$  Hz,  $N = 10^5$  und die kritischen Temperatur  $T_c \approx 210$  nK. Die Dichteverteilung wird durch die Bosefunktion beschrieben, die im Wolkenzentrum eine kritische Phasenraumdicke von  $g_{3/2}(1) \approx 2,612$  ergibt. Offensichtlich weicht die Dichteverteilung im quantenentarteten Regime deutlich von der klassischen 3D-Gaußverteilung ab, die hier gestrichelt dargestellt ist.

Einstein-Kondensate unter Berücksichtigung schwacher Wechselwirkung mithilfe der Mean-Field-Näherung betrachtet. Es wird die Gross-Pitaevskii-Gleichung eingeführt und die wichtige Thomas-Fermi-Näherung diskutiert.

### 2.2.1 Gross-Pitaevskii-Gleichung

Im Folgenden wird angenommen, dass sich alle Teilchen im Kondensat befinden, was für  $T = 0$  der Fall ist. Für nicht wechselwirkende Gase lässt sich die Hamiltonfunktion als Summe von Einteilchen-Hamiltonoperatoren  $H = \sum_i^N H_i$  schreiben. Dementsprechend ist die Wellenfunktion des Kondensats das Produkt der Einteilchen-Wellenfunktionen des Grundzustands  $\Phi_N(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N) = \prod_i^N \phi_0(\mathbf{r}_i)$ . Das Betragsquadrat der Wellenfunktion  $|\Phi_N(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)|^2$  entspricht der Wahrscheinlichkeit jeweils gleichzeitig ein Teilchen bei den Koordinaten  $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$  zu finden und kann daher als Dichteverteilung gedeutet werden.

Wechselwirkende Vielteilchen-Systeme erfordern eine deutlich kompliziertere Beschreibung, da sich die Vielteilchen-Wellenfunktion  $\Psi_N(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$  nicht einfach faktorisieren lässt. Es müssen zur korrekten Analyse des Problems  $3N$

Ortsvariablen berücksichtigt werden. Der Hamiltonoperator für ein externes Potenzial  $V_{\text{ext}}(\mathbf{r})$  und ein Wechselwirkungspotenzial  $V_{\text{int}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  ist daher [78, 90]

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \int \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) \right) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ & + \frac{1}{2} \int \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') V_{\text{int}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}' d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Dabei bezeichnen  $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})$  und  $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$  die bosonischen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren. Sie erzeugen bzw. vernichten jeweils ein Teilchen am Ort  $\mathbf{r}$  und ihre Vertauschungsrelationen

$$\left[ \hat{\Psi}(\mathbf{r}), \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \right] = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad \left[ \hat{\Psi}(\mathbf{r}), \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \right] = 0 \quad (2.28)$$

berücksichtigen bereits die Statistik bosonischer Teilchen, sodass eine symmetrische Wellenfunktion gegeben ist. Die Zeitentwicklung der Operatoren ergibt sich mittels der Heisenberg-Gleichung

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) &= \left[ \hat{\Psi}, \hat{H} \right] \\ &= \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + \int \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}', t) V_{\text{int}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' \right) \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Aufgrund der geringen Dichte des gasförmigen Ensembles ist eine Beschränkung auf Zwei-Körper-Wechselwirkungen möglich, wenn der mittlere atomare Abstand  $n^{-1/3}$  deutlich größer als der Betrag der s-Wellen-Streulänge  $a$  ist. Dreikörperstöße oder gar Stoßprozesse mit mehr als drei Partnern sind dann extrem unwahrscheinlich und werden vernachlässigt. Die Wechselwirkung wird also durch ein Kontaktpotenzial

$$V_{\text{int}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = g \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.30)$$

beschrieben, wobei der Wechselwirkungsparameter  $g$  wie folgt mit der s-Wellen-Streulänge  $a$  verknüpft ist

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}. \quad (2.31)$$

Bei einer makroskopischen Besetzung des Grundzustands verlieren die Kommutatoreigenschaften der Feldoperatoren an Bedeutung, da die Erzeugung oder Vernichtung einzelner Teilchen das System kaum verändert. Nach der sogenannten Bogoliubov Näherung [70] kann der Feldoperator des Grundzustands durch seinen Erwartungswert  $\langle \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \rangle$  zuzüglich einer kleinen Störung  $\delta\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t)$ , welche die Fluktuationen enthält, beschrieben werden

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) = \langle \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \rangle + \delta\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t). \quad (2.32)$$

In niedrigster Ordnung lässt sich der Feldoperator also durch eine komplexe Funktion  $\Psi \equiv \hat{\Psi}$  ersetzen. Diese Funktion wird als Kondensatwellenfunktion mit der Phase  $\Phi(\mathbf{r}, t)$  bezeichnet, da ihr Betragsquadrat  $|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$  die Dichteverteilung  $n(\mathbf{r}, t)$  ergibt. Unter Verwendung von (2.30) erhält man aus (2.29) die Gross-Pitaevskii Gleichung [71, 72]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + g|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \Psi(\mathbf{r}, t). \quad (2.33)$$

Diese nichtlineare Schrödinger-Gleichung beschreibt im Fall purer Kondensate aus dünnen Gasen, für die der Teilchenabstand deutlich größer als die Reichweite der atomaren Wechselwirkungen ist, in sehr guter Näherung die Zeitentwicklung der Kondensatwellenfunktion. Aufgrund der Vernachlässigung von  $\delta\hat{\Psi}$  aus der Bogoliubov Näherung (2.32) werden die Korrelationen zwischen den Teilchen nicht betrachtet, und die Wechselwirkung wird ausschließlich durch ein Potenzial beschrieben, das durch die mittlere Dichteverteilung gegeben ist. Diesen Ansatz nennt man Mean-Field-Näherung.

Aus der Gross-Pitaevskii Gleichung lassen sich direkt einige wichtige Eigenschaften für die Kondensatwellenfunktion ableiten. So können das Geschwindigkeitsfeld

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \frac{\hbar}{m} \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) \quad (2.34)$$

und die Stromdichte  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = n(\mathbf{r}, t)\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  als Gradient der Phase dargestellt werden. Für sie gelten die Kontinuitätsgleichung und die Rotationsfreiheit

$$\frac{\partial n(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (2.35)$$

$$\nabla \times \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.36)$$

Letztere ist für die Superflüssigkeit von Bose Einstein-Kondensaten verantwortlich.<sup>1</sup>

### Grundzustandsbetrachtung

Für den Grundzustand des Systems ist die Zeitentwicklung von  $\Psi$  proportional zu  $e^{-i\mu t/\hbar}$  mit dem chemischen Potenzial  $\mu$ . [77]. Daher lässt sich folgender Separationsansatz verwenden

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi(\mathbf{r}) e^{-i\mu t/\hbar}. \quad (2.37)$$

<sup>1</sup>Aufgrund der Eindeutigkeit der Phase ist  $\mathbf{v}$  nicht strikt rotationsfrei. Es können sich Vortizes bilden, deren Geschwindigkeiten in Einheiten von  $2\pi\hbar/m$  quantisiert sind, um die Kontinuität der Kondensat-Wellenfunktion zu gewährleisten.

Unter Verwendung dieses Ansatzes in (2.33) erhält man die zeitunabhängige Gross-Pitaevskii-Gleichung

$$\left( \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{V_{\text{ext}}(\mathbf{r})}_{\text{potenzielle Energie}} + \underbrace{g|\Psi(\mathbf{r})|^2}_{\text{Wechselwirkungsenergie}} \right) \Psi(\mathbf{r}) = \underbrace{\mu}_{\text{Teilchenzahlerhaltung}} \Psi(\mathbf{r}). \quad (2.38)$$

Der erste Term dieser nichtlinearen Schrödingergleichung entspricht der kinetischen Energie, auch Quantendruck genannt und ergibt sich aus der Krümmung der Wellenfunktion. Der zweite Term bezeichnet die potenzielle Energie im externen Potenzial, und der dritte Term beschreibt die Wechselwirkungsenergie im Mean-Field-Potenzial, welches durch die Dichteverteilung  $n(\mathbf{r}) = |\Psi(\mathbf{r})|^2$  gegeben ist. Das chemische Potenzial  $\mu$  übernimmt die Rolle des Energieeigenwerts. Es entspricht dem Unterschied der Grundzustandsenergie für  $N$  und  $N - 1$  Teilchen, also der Energie, die aufgebracht werden muss, um ein Teilchen dem Kondensat hinzuzufügen

$$\mu = \frac{\partial E}{\partial N}. \quad (2.39)$$

### 2.2.2 Thomas-Fermi-Näherung

Die Wechselwirkung, parametrisiert durch die Streulänge  $a$ , hat wesentlichen Einfluss auf die Eigenschaften des Bose-Einstein-Kondensats. Attraktive Wechselwirkungspotenziale ( $a < 0$ ), wie z. B. bei  ${}^7\text{Li}$  oder  ${}^{85}\text{Rb}$ , führen für große Teilchenzahlen zum Kollaps des Kondensats, da die kinetische Energie die Anziehung zwischen den Atomen nicht mehr ausgleichen kann. Eine numerische Lösung der Gross-Pitaevskii-Gleichung ergibt eine obere Grenze  $N|a|/\bar{a}_{\text{ho}} \approx 0,67$  für die Anzahl der Teilchen, unterhalb derer das Kondensat im harmonischen Potenzial stabil ist [79]. Dabei bezeichnet  $\bar{a}_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/m\bar{\omega}}$  die charakteristische Länge des harmonischen Potenzials, gegeben durch das geometrische Mittel der Oszillatorfrequenzen  $\bar{\omega}$ .

Eine repulsive Wechselwirkung ( $a > 0$ ), wie sie für das verwendete  ${}^{87}\text{Rb}$  vorliegt, erhöht die Stabilität des Kondensats, da sie die Dichte gegenüber dem wechselwirkungsfreien Kondensat bei gleicher Teilchenzahl deutlich verringert (um typischerweise ein oder zwei Größenordnungen). Für große Kondensate mit ausreichend repulsiver Wechselwirkung  $Na/\bar{a}_{\text{ho}} \gg 1$  kann der kinetische Term in der Gross-Pitaevskii-Gleichung (2.38) vernachlässigt werden [78, 91, 92]. Damit erhält man direkt die sogenannte Thomas-Fermi Näherung für die Dichteverteilung des Grundzustands

$$n(\mathbf{r}) = |\Psi(\mathbf{r})|^2 = \begin{cases} \frac{1}{g} (\mu - V_{\text{ext}}(\mathbf{r})) & \text{für } \mu \geq V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}. \quad (2.40)$$

Für ein harmonisches Potenzial ist die Dichteverteilung demnach eine umgekehrte Parabel. Die Radien des Kondensats  $V_{\text{ext}}(R_i) = \mu$  sind durch

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\bar{\omega}_i^2}} \quad (2.41)$$

gegeben. Die Teilchenzahlerhaltung erfordert die Normierungsbedingung  $N = \int n(\mathbf{r})d\mathbf{r}$  und ermöglicht die Berechnung des chemischen Potentials

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left( \frac{15Na}{\bar{a}_{\text{ho}}} \right)^{2/5}. \quad (2.42)$$

Dass die Dichteverteilung nach der Thomas-Fermi-Näherung an den Rändern nicht differenzierbar ist, liegt daran, dass die kinetische Energie dort nicht mehr vernachlässigt werden kann. Da diese sich aus der Krümmung der Wellenfunktion ergibt (vgl. (2.38)), ist sie an den Rändern besonders groß. Es findet eine Glättung der Dichteverteilung in der Größenordnung der Ausheillänge statt, die sich aus einem Gleichgewicht aus Wechselwirkungs- und kinetischer Energie ergibt. Normalerweise ist diese Ausheillänge jedoch vernachlässigbar klein ( $\lesssim 1 \mu\text{m}$ ). Die Thomas Fermi-Näherung beschreibt für typische Kondensate sehr gut die reale Dichteverteilung.



### 3 Experimentelle Apparatur

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine neue Apparatur zur Untersuchung ultrakalter Quantengase geplant und aufgebaut. Während der Entwicklung des Aufbaus wurde großer Wert auf eine vielseitige Verwendbarkeit gelegt, um die experimentellen Bedingungen flexibel auf aktuelle physikalische Fragestellungen ausrichten zu können. Um diese Vielseitigkeit zu erreichen, wurden die Diodenlasersysteme so geplant, dass sie durch einfaches Umschalten die notwendigen Frequenzen für die Rubidiumisotope  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$  sowie die Kaliumisotope  $^{39}\text{K}$ ,  $^{40}\text{K}$  und  $^{41}\text{K}$  bereitstellen können. Die gesamte Optik der magneto-optischen Falle wurde zudem so ausgelegt, dass eine spätere Erweiterung der Apparatur auf Lithium- und Cäsiumatome möglich ist. Einen weiteren Vorteil der Apparatur stellt die räumliche Trennung des Bereichs der Laserkühlung vom Experiment-Bereich dar, wodurch bestmöglicher optischer Zugang zu den kalten Atomwolken gewährleistet wird.

Die räumliche Trennung zwischen den beiden Bereichen wird durch einen magnetischen Transport der lasergekühlten Ensembles in den Experiment-Bereich überwunden. Eine L-förmige Glaszelle gewährleistet dort optimalen optischen Zugang, der ein breites Spektrum atom-optischer Experimente ermöglicht. Eine Kombination aus optischer Dipolfalle und magnetischer Quadrupolfalle schränkt diesen Zugang im Gegensatz zu klassischen Ioffe-Magnetfallen kaum ein. Daher sind mit der vorgestellten Apparatur beispielsweise Experimente in komplexen dreidimensionalen optischen Gittern denkbar. Die Realisierung eines eindimensionalen optischen Gitters wurde bereits erfolgreich getestet. Die Quadrupolspulen lassen sich in eine Konfiguration zur Erzeugung sehr homogener Magnetfelder umschalten, womit in zukünftigen Experimenten Feshbach-Resonanzen adressiert werden können. Diese Feshbach-Resonanzen sind z.B. zur Manipulation der interatomaren Wechselwirkung oder zur Erzeugung von ultrakalten Molekülen aus Mischungen der oben genannten atomaren Spezies nutzbar.

Des Weiteren können mit der vorgestellten Apparatur aus Bose-Einstein-Kondensaten sogenannte Atomlaser ausgekoppelt werden. Mithilfe der magnetischen Kompensation der Gravitationskraft wurden diese bei sehr geringer Ausbreitungsgeschwindigkeit untersucht [61]. Der besonders gute optische Zugang

dieser Apparatur ermöglicht zukünftige interferometrische Experimente mit solchen Atomlasern. Ein Raman-Lasersystem steht dazu bereits zur Verfügung.

Die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit basieren auf der Ramsey-Interferometrie von  $^{87}\text{Rb}$  in einer gekreuzten Dipolfalle. In diesem Kapitel wird daher der Schwerpunkt auf die experimentelle Erzeugung und Detektion ultrakalter Rubidiumensembles gelegt. Weitere Details, wie beispielsweise zur Laserkühlung von Kalium, können den fünf im Rahmen dieser Arbeit betreuten Diplomarbeiten [93–97] entnommen werden, die an den entsprechenden Stellen zitiert werden. Die Gliederung dieses Kapitels orientiert sich an dem ca. 30 s dauernden Experimentzyklus:

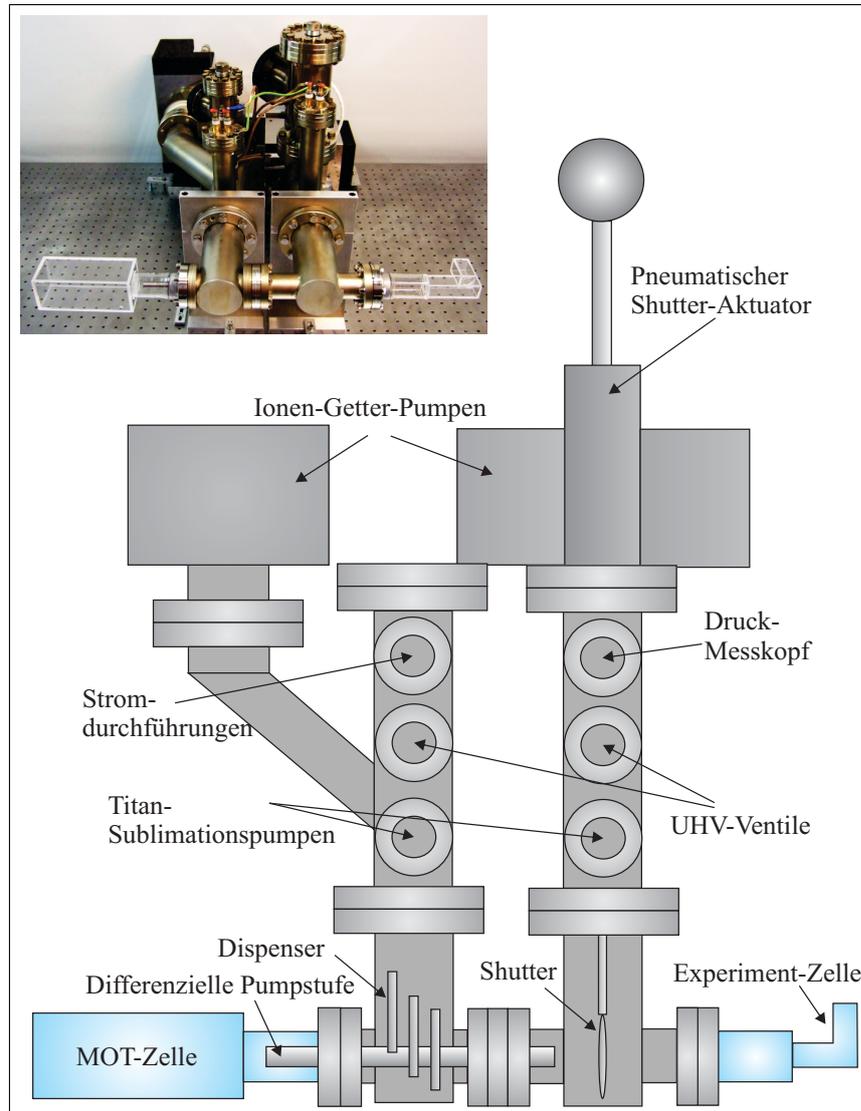
- Vakuumsystem
- Laserkühlung in MOT und Melasse
- Magnetischer Transport
- Mikrowellenevaporation in der Quadrupolfalle
- Bose-Einstein-Kondensation in optischen Potenzialen
- Detektion

Die zur Ramsey-Interferometrie des Uhrenübergangs von  $^{87}\text{Rb}$  durchgeführten experimentellen Vorbereitungen werden nach einer Einführung in das Thema Atomuhren und atomare Frequenzstandards (Kapitel 4) in Kapitel 5 erläutert.

## 3.1 Vakuumsystem

Zur Erzeugung ultrakalter Quantengase ist ein Ultrahochvakuum (UHV) erforderlich, einen Überblick gibt die schematische Zeichnung in Abbildung 3.1. Den optischen Zugang zu den atomaren Ensembles gewähren zwei Glaszellen. In der  $140 \times 50 \times 50$  mm großen MOT-Zelle werden die gewünschten Isotope aus dem Hintergrundgas in der magneto-optischen Falle (MOT) eingefangen und gekühlt. In der L-förmigen Experiment-Zelle werden nach der evaporativen Kühlung in das quantenentartete Regime die eigentlichen Experimente sowie die Detektion der Ensembles durchgeführt.

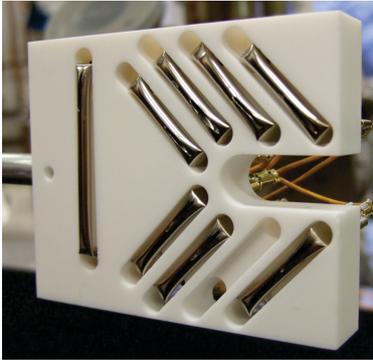
Das Vakuum beider Glaszellen ist durch eine differenzielle Pumpstufe getrennt. Dieses Röhrchen mit einem Innendurchmesser von 8 mm ermöglicht eine Druckdifferenz von mehr als einer Größenordnung zwischen  $10^{-10}$  mbar in der MOT-Zelle und weniger als  $10^{-11}$  mbar in der Experiment-Zelle. Seitdem die Vakuummkammer nach dem Aufbau mit einer Turbomolekularpumpe abgepumpt wurde, halten zwei Ionen-Getter-Pumpen das Vakuum aufrecht. Zusätzlich dienen zwei Titan-Sublimationspumpen der Senkung des Hintergrunddrucks.



**Abbildung 3.1:** Fotografie und Skizze des Vakuumsystems. Eine differenzielle Pumpstufe trennt zwei Vakuumbereiche mit unterschiedlichem Druck. Nach einem initialen Abpumpen über die UHV-Ventile wird das Vakuum mit Titan-Sublimationspumpen und Ionen-Getter-Pumpen aufrecht erhalten. Der Druck kann anhand des Ionen-Getter-Stroms und eines Druck-Messkopfs bestimmt werden. In der MOT-Zelle wird aus dem Hintergrundgas die magneto-optische Falle geladen. Dispenser dienen dabei als Atomquellen, sie werden über Stromdurchführungen mit elektrischer Leistung aufgeheizt. Nach einem magnetischen Transport aus der MOT-Zelle in die L-förmige Experiment-Zelle finden dort die evaporative Kühlung und die eigentlichen experimentellen Untersuchungen statt. Mit einem pneumatisch getriebenen Shutter kann die optische Verbindung zwischen den Glaszellen zur Abschirmung von Streulicht unterbrochen werden.

Die Trennung der beiden Vakuumbereiche ermöglicht es, in der Experiment-Zelle ein extrem gutes Vakuum zu halten und gleichzeitig in der MOT-Zelle einen ausreichenden Hintergrundgasdruck der gewünschten Alkali-Atome bereitzustellen, um die magneto-optische Falle zu laden [98]. Dies vereinfacht den experimentellen Aufwand erheblich, da weder ein Atomstrahl abgebremst [99, 100], noch eine zweidimensionale magneto-optische Falle [101–104] betrieben werden muss.

Als **Atomquellen** dienen sogenannte Dispenser. Dabei handelt es sich um kleine Metallröhrchen, die mithilfe eines elektrischen Stroms von einigen Amperen erhitzt werden. Dieser wird durch eine elektrische Vakuumdurchführung zu den Dispensern geführt. Mit einer Keramikhalterung können bis zu neun dieser Atomquellen im Vakuum eingesetzt werden (Abbildung 3.2). Sie werden um die differenzielle Pumpstufe herum positioniert und auf das Zentrum der MOT-Zelle ausgerichtet. Verschiedene kommerzielle Dispenser wurden getestet.



**Abbildung 3.2:** Atomquellen

Dispenser der Firma *SAES* verwendet. In diesen wird bei einer Temperatur von mehr als 500 °C das Kalium aus einer chemischen Verbindung reduziert. Bei einem Dauerstrom von 3,6 A setzen die Kalium-Dispenser der Firma *SAES* nicht nur  $^{39}\text{K}$  und  $^{41}\text{K}$  frei, sie erzeugen auch einen für die magneto-optische Falle ausreichend hohen Hintergrundgasdruck des Elements  $^{87}\text{Rb}$ , das augenscheinlich als Verunreinigung enthalten ist.

Eine zusätzliche Erhöhung des Partialdrucks der Alkali-Atome wird durch **lichtinduzierte Atomdesorption (LIAD)** erreicht [105]. Dazu wird ultraviolette Licht ( $\lambda \approx 400 \text{ nm}$ ) auf die Glasoberfläche der MOT-Zelle eingestrahlt. Dies führt zu einer Desorption der dort befindlichen Rubidium- und Kaliumatome und somit zu einem höheren Partialdruck dieser Elemente. Die Leuchtdioden zur Erzeugung des LIAD-Lichts werden nur während der MOT-Ladezeit eingeschaltet, sodass der Druck während des restlichen Experimentzyklus wieder auf den Ausgangswert zurückfällt und eine längere Lebensdauer in den konservativen Fallen erreicht wird.

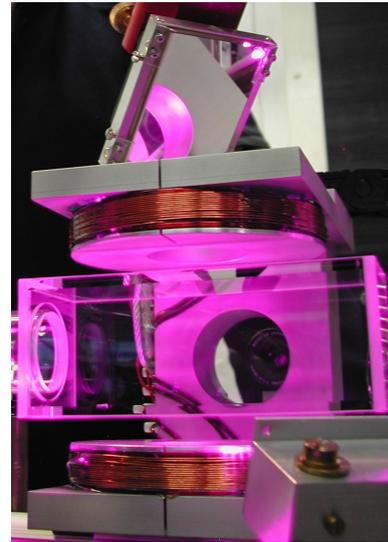
Eine Fotografie der MOT-Zelle im Schein des ultravioletten Lichts ist in Abbildung 3.3 gezeigt.

Nach dem Laden der magneto-optischen Falle werden die Atome in eine magnetische Quadrupolfalle geladen und in die Experiment-Zelle transportiert. Das zum **Transport** verwendete bewegliche Spulenpaar befindet sich außerhalb des Vakuums. Um einen Einfluss der Vakuumkanmer auf das magnetische Quadrupolfeld zu verhindern, wurden ausschließlich Materialien mit vernachlässigbarer magnetischer Suszeptibilität verwendet. Für zukünftige Experimente mit Mischungen verschiedener (Kalium-)Isotope wurde außerdem ein pneumatisch betriebener Shutter eingebaut, mit dem die optische Verbindung zwischen MOT- und Experiment-Zelle nach dem magnetischen Transport unterbrochen werden kann. Auf diese Weise kann in der Experiment-Zelle ein atomares Ensemble vor Streulicht geschützt werden, während in der MOT-Zelle bereits die Laserkühlung einer weiteren Atomwolke stattfindet. So könnten verschiedene atomare Spezies nacheinander geladen und dann gemischt, oder der Experimentzyklus für eine Spezies verkürzt werden. Bislang wurde der pneumatische Shutter aus Stabilitätsgründen nicht verwendet.

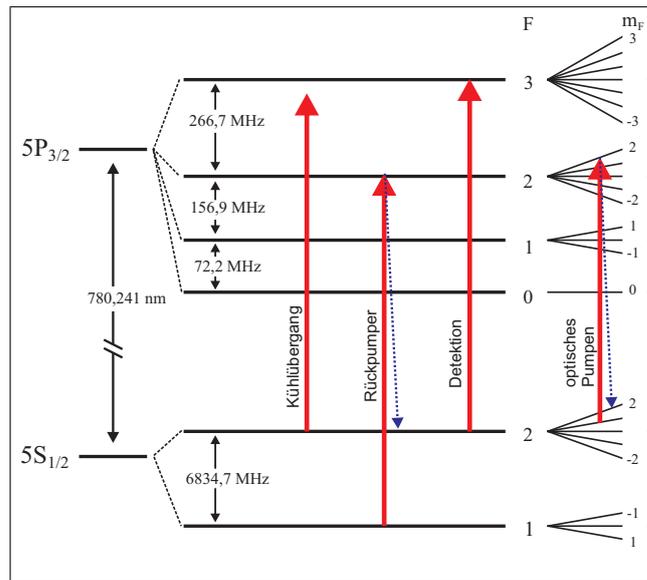
Für eine detaillierte Beschreibung sämtlicher Vakuumkanmer und der verwendeten Materialien wird an dieser Stelle auf die Diplomarbeit [93] verwiesen. Dort werden auch der Umgang mit UHV-Komponenten und Methoden zur Vermeidung von Lecks diskutiert.

## 3.2 Laserkühlung

Die Untersuchung von Lichtkräften auf Gase hat eine bereits hundertjährige Geschichte [106]. Mit A. Einsteins Quantentheorie der Strahlung [107] wurde die theoretische Grundlage für eine Beschreibung dieser Kräfte anhand von stimulierter und spontaner Emission von Photonen bereitgestellt. Mit der Entwicklung des Lasers [108] wurde das Forschungsgebiet der Quantenoptik und der Atomphysik revolutioniert. Nachdem es mithilfe von Lichtkraft gelang Atomstrahlen nahezu vollständig abzubremesen [99, 100], ermöglichte die Kombination eines Quadrupolfelds mit einer sogenannten optischen Melasse die Realisierung einer magneto-optischen Falle [109, 110]. Die bis dahin gängige Beschrei-



**Abbildung 3.3:** MOT-Zelle im ultravioletten LIAD-Licht



**Abbildung 3.4:** Laserübergänge im Termschema der D2-Linie von  $^{87}\text{Rb}$ . Die Energieabstände sind der Veröffentlichung [116] entnommen.

bung durch die Spontankraft [111] führt in einer solchen Falle auf eine minimal erreichbare Temperatur, das sogenannte Doppler-Limit. Es liegt für  $^{87}\text{Rb}$  bei  $146 \mu\text{K}$ . Schnell stellte sich heraus, dass sich dieses Limit deutlich unterschreiten lässt [112], was zur Beschreibung der Laserkühlung mittels Polarisationsgradienten führte [113]. Diese Beschreibung basiert auf dem Dressed-Atom-Bild [114]. Die mittels Polarisationsgradientenkühlung erreichbare Temperatur ist durch das Rückstoßlimit begrenzt, das durch den Impulsübertrag eines Photons auf ein Atom gegeben ist. Die Rückstoßtemperatur liegt für  $^{87}\text{Rb}$  mit  $181 \text{ nK}$  drei Größenordnungen unter der Doppler-Temperatur. Experimentell wird in der rein optischen Melasse typischerweise eine Temperatur im  $\mu\text{K}$ -Bereich realisiert.

Heute ist Laserkühlung eine Standardmethode jeder experimentellen Apparatur zur Untersuchung ultrakalter Ensembles neutraler Atome. Sie wird in vielen Textbüchern beschrieben [115]. Im vorgestellten Aufbau erfolgt die Laserkühlung in zwei Schritten. Zunächst wird für eine Dauer von 5 s bis 12 s eine magneto-optische Falle geladen. Anschließend erfolgt eine 5 ms lange rein optische Melasse-Phase, die eine effiziente Sub-Doppler-Kühlung durch Polarisationsgradienten ermöglicht. Im Folgenden werden die für die Laserkühlung benötigten Lasersysteme und die an sie gestellten Anforderungen näher erläutert.

## Lasersysteme

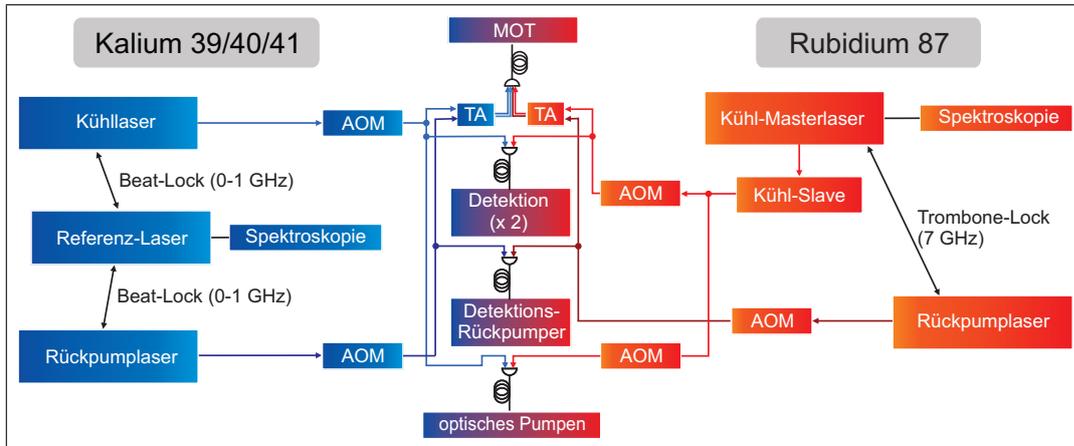
Zum Kühlen, zur Spinpräparation und zur Detektion werden mit dem  $^{87}\text{Rb}$ -Lasersystem verschiedene Übergänge der D2-Linie bei einer Wellenlänge von 780 nm adressiert. Sie sind in Abbildung 3.4 schematisch dargestellt und werden im Folgenden zusammenfassend erläutert.

- Auf dem Kühlübergang von  $F = 2$  nach  $F' = 3$  findet die Laserkühlung in der magneto-optischen Falle und in der Melasse-Phase statt. Für die MOT wird das Licht um 22 MHz, für die Sub-Doppler-Kühlung in der optischen Melasse um 94 MHz verstimmt. Der Kühlübergang ist ein geschlossener Übergang, d. h. Atome in  $F' = 3$  können durch spontane Emission nur nach  $F = 2$  zurückfallen.
- Obwohl der Kühlübergang geschlossen ist, treibt das Kühllicht mit einer nicht vernachlässigbaren Wahrscheinlichkeit auch den Übergang von  $F = 2$  nach  $F' = 2$ . Von  $F' = 2$  können die Atome durch spontane Emission sowohl in den Zustand  $F = 2$  als auch in den Zustand  $F = 1$  zerfallen. Um die Atome in  $F = 1$  wieder für den Kühlprozess zurückzugewinnen, wird sogenanntes Rückpumperlicht von  $F = 1$  nach  $F' = 2$  eingestrahlt.
- Für die Detektion der kalten Ensembles mit Absorptionsoptionen (Abschnitt 3.6) wird der geschlossene Übergang verwendet. In der Regel findet die Detektion mit resonantem Licht statt. Um Atome im Zustand  $F = 1$  zu detektieren, wird zusätzlich Rückpumplicht aus einer anderen Richtung eingestrahlt.
- Durch optisches Pumpen werden die Atome nach der Laserkühlung in den magnetisch gefangenen Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  transferiert (Abschnitt 3.3). Dazu wird Licht auf dem Übergang von  $F = 2$  nach  $F' = 2$  verwendet.

Neben dem  $^{87}\text{Rb}$ -Lasersystem wurde zusätzlich ein Kalium-Lasersystem aufgebaut, das über die Steuerungssoftware des Experiments auf die drei Isotope  $^{39}\text{K}$ ,  $^{40}\text{K}$  und  $^{41}\text{K}$  eingestellt werden kann. Beide Lasersysteme werden ausführlich in der Diplomarbeit [95]. Dort werden neben detaillierten Plänen über die Anordnung der optischen Komponenten auch sämtliche Frequenzeinstellungen der akusto-optischen Modulatoren (AOM) und der Laserstabilisierungen angegeben. Die Beschreibung der Lasersysteme wird daher in dieser Arbeit auf einen schematischen Überblick reduziert.

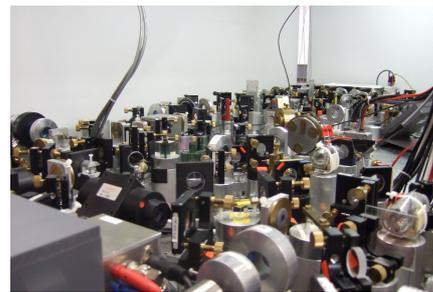
Abbildung 3.5 zeigt eine Skizze beider Lasersysteme. Sie basieren auf Halbleiterlasern, welche im Vergleich zu früher verwendeten Festkörperlasern eine höhere Stabilität und einen kompakteren Aufbau aufweisen. Die Lasersysteme befinden sich auf einem eigenen optischen Tisch (Fotografie in Abbildung 3.6).

### 3 Experimentelle Apparatur



**Abbildung 3.5:** Skizze der Lasersysteme für Kalium und Rubidium. Das Licht beider Systeme wird mittels dichroitischer Spiegel überlagert und durch dieselben Fasern zu den optischen Aufbauten geführt.

Mittels akusto-optischer Modulatoren, digitaler Laserstabilisierungen und mechanischer Shutter lassen sich die Laserstrahlen computergesteuert in der Frequenz ändern und schalten. Das Licht wird nach der Frequenzstabilisierung und Verstärkung durch polarisationserhaltende Single-Mode-Glasfasern zum Experimentaufbau geführt.



**Abbildung 3.6:** Lasersysteme

Als Referenz für die Stabilisierung des  $^{87}\text{Rb}$ -Lichts wird ein gitterstabilisierter Diodenlaser [117] verwendet. Dieser Masterlaser wird mittels einer dopplerfreien Sättigungsspektroskopie [118] elektronisch auf die am stärksten ausgeprägte Cross-Over-Linie zwischen dem Übergang von  $F = 2$  nach  $F' = 2$  und dem Übergang von  $F = 2$  nach  $F' = 3$  stabilisiert. Im Spektroskopieaufbau befindet sich ein AOM-Doppelpass, der die Frequenz des Masterlasers um 300 MHz verringert. Die geringe optische Leistung dieses Lasers wird zur Injektion eines weiteren Diodenlasers verwendet. Die Frequenz dieses Slavelasers stabilisiert sich selbstständig auf die des Kühl-Masterlasers (Injection-Locking [119, 120]) und es wird eine Leistung von ca. 90 mW zur Verfügung gestellt.

Das Erreichen der Frequenz des  $^{87}\text{Rb}$ -Kühlübergangs erfordert weitere Anpassungen. Die Frequenzerhöhung des Lichts aus dem Slave in einem AOM-Doppelpass um 433 MHz führt auf die Resonanzfrequenz des Kühlübergangs. Diese Einstellung dient zur Detektion der atomaren Ensembles. Für die MOT und die Melasse wird der AOM-Doppelpass bei geringerer Frequenz betrieben, um die gewünschte Rotverstimmung von 22 MHz bzw. 94 MHz zu erreichen.

Ein Teil des Lichts wird direkt in die beiden Detektionsfasern eingekoppelt, der größere Teil (ca. 20 mW) wird zur Injektion eines Trapezverstärkers (Tapered Amplifier, TA [121]) verwendet. Dieser Halbleiterverstärker erhöht die optische Leistung auf ca. 1 W. Das Licht wird durch eine Faser zur magneto-optischen Falle geleitet. Ein weiterer AOM-Doppelpass stellt Licht zum optischen Pumpen zur Verfügung, der entsprechende Übergang wird durch eine Frequenzverringern des Kühl-Slavelichts um 166 MHz erreicht.

Die Frequenz des  $^{87}\text{Rb}$ -Rückpumper-Übergangs liegt ca. 7 GHz vom Kühlübergang entfernt. Daher wird ein zweiter gitterstabilisierter Diodenlaser verwendet, der mithilfe einer Schwebungsmessung an den Masterlaser angebunden wird. Eine Schwebungsfrequenz von 6891 MHz führt zusammen mit der Verstimmung des Kühllasers und einem 110 MHz-AOM zur Resonanz auf dem Rückpumperübergang. Zur Stabilisierung wird ein sogenannter Trombone-Lock verwendet. Dabei wird das Schwebungssignal mit einer Fotodiode aufgenommen, verstärkt und anschließend eine Selbstinterferenz erzeugt. Mit einem mechanischen Phasenschieber können die Interferenzlinien in der Frequenz verschoben werden, sodass ein Nulldurchgang bei der gewünschten Frequenz entsteht, auf den der Rückpumperlaser mit einem einfachen PID-Regler stabilisiert werden kann. Der Vorteil dieses Aufbaus ist die hohe Stabilität, da außer den Verstärkern nur passive Mikrowellenbauteile verwendet werden. Der Trombone-Lock basiert konzeptionell auf der Veröffentlichung [122] und wird in meiner Diplomarbeit [123] erläutert.

Nach der Stabilisierung wird die Leistung des Rückpumperlichts aufgeteilt. Ein Teil wird vor der Injektion des Trapezverstärkers mit dem Kühllicht überlagert. Auf diese Weise ist dem MOT-Licht bereits Rückpumperlicht beigemischt und es muss keine gesonderte Faser gelegt werden. Das Leistungsverhältnis zwischen Kühllicht und Rückpumperlicht entspricht ungefähr dem Verhältnis vor der Einkopplung in den Trapezverstärker, es wird ein Verhältnis von ungefähr 10:1 gewählt. Ein weiterer Teil des Rückpumperlichts wird in eine separate Faser eingekoppelt und bei der Detektion von Atomen in  $F = 1$  verwendet.

Das Kalium-Lasersystem ist prinzipiell ähnlich dem Rubidium-Lasersystem aufgebaut. Um es zwischen zwei MOT-Ladephase computergesteuert zwischen den drei Isotopen  $^{39}\text{K}$ ,  $^{40}\text{K}$  und  $^{41}\text{K}$  umschalten zu können, werden sowohl der Kühl-Laser als auch der Rückpumper-Laser mit digitalen Beat-Locks auf einen Referenzlaser stabilisiert. Auf diese Weise lassen sich in zukünftigen Experimenten nacheinander verschiedene Kaliumisotope einfangen und anschließend in der Experiment-Zelle mischen. Im Gegensatz dazu erfordert die Umstellung des  $^{87}\text{Rb}$ -Systems auf  $^{85}\text{Rb}$  einige manuelle Veränderungen, wodurch das automatisierte Umschalten während eines Experimentzyklus verhindert wird. Mithilfe von dichroitischen Spiegeln lassen sich das Kalium- und das Rubidiumlicht

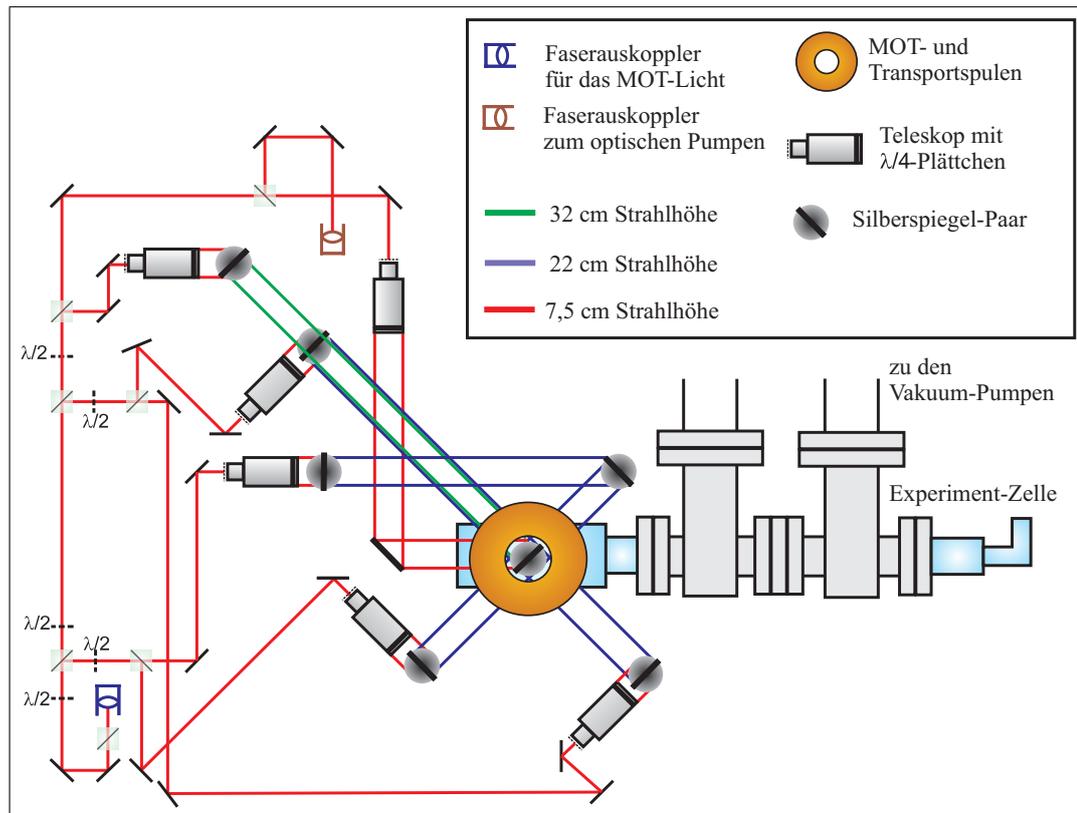
nahezu verlustfrei bei gleicher Polarisation überlagern. Aufgrund der ähnlichen Wellenlängen von 767 nm für Kalium und 780 nm für Rubidium können dieselben Fasern und dieselbe MOT-Optik verwendet werden. Da die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit auf ultrakalten  $^{87}\text{Rb}$ -Ensembles basieren, wird für eine detaillierte Beschreibung des Kalium-Lasersystems auf die Diplomarbeit [95] verwiesen.

#### Realisierung der magneto-optischen Falle

Bei der Planung der magneto-optischen Falle wurde besonders auf eine hohe Stabilität und Unempfindlichkeit gegen Dejustage Wert gelegt. Der Transfer von Kühllicht und Rückpumperlicht beider Lasersysteme in einer einzelnen polarisationserhaltenden Single-Mode-Glasfaser trägt entscheidend zu einer einfachen und robusten Justage der MOT-Strahlen bei. Zusätzlich bietet die Verwendung von sechs unabhängigen Strahlen einen großen Vorteil, da die optische Melasse sehr sensitiv auf Ungleichgewichte der Intensität gegenläufiger Strahlen ist. Die Wahl einer großen MOT-Zelle erlaubt die Verwendung von Strahldurchmessern von 50 mm und damit eine effiziente Beladung der MOT aus dem Hintergrundgas. Für den gesamten MOT-Aufbau wird ausschließlich achromatische Optik verwendet, die in zukünftigen Experimenten neben der Laserkühlung von Kalium und Rubidium ebenso die Verwendung der notwendigen Wellenlängen für Lithium und Cäsium erlaubt.

Der optische Aufbau ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Das MOT-Licht wird bei einer Strahlhöhe von 7,5 cm über dem Experimenttisch mit einem Faserkollimator (*Schäfter+Kirchhoff*, Modell *60FC-T-4-M25*) auf eine Strahltaile von 2,25 mm kollimiert. Die optische Leistung beträgt ca. 400 mW. Mithilfe von Polarisationsstrahlteilern wird das Licht auf sechs MOT-Strahlen aufgeteilt und die Leistungsverhältnisse durch die Drehung von  $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchen der Firma *Tower Optical Corporation* eingestellt. Eigens entwickelte und justierbare Galileo-Teleskope mit großer Apertur weiten den Strahl um einen Faktor 7,5 auf. Daraus ergibt sich eine  $1/e$ -Strahltaile von 17 mm, der Gesamtdurchmesser der Strahlen wird durch die Optik auf 50 mm begrenzt. Details zu den Teleskopen können der Diplomarbeit [94] entnommen werden.

Vor jedem der Teleskope ist ein drehbares  $\lambda/4$ -Verzögerungsplättchen montiert mit dem sich die zirkulare Polarisation der sechs MOT-Strahlen einstellen lässt. Da dielektrische Breitbandspiegel in der Regel einen Phasenunterschied zwischen verschiedenen Polarisationsrichtungen erzeugen und damit eine zirkulare Polarisation beeinträchtigen, werden nach den Teleskopen Silberspiegel verwendet. Die Reflektivität dieser  $50 \times 70$  mm großen, rechteckigen Spiegel wird durch eine einzige dielektrische Schicht verbessert, die auch zum Schutz der Silberflä-



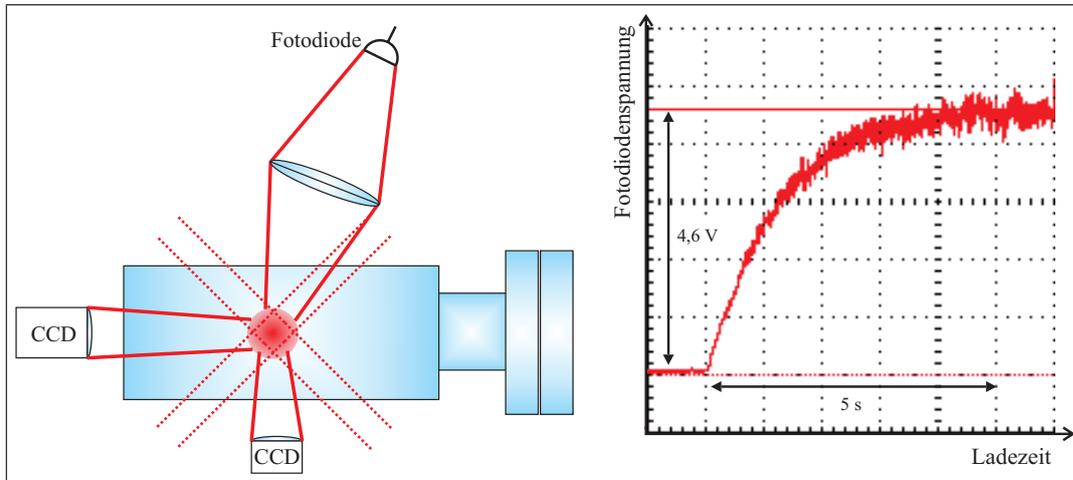
**Abbildung 3.7:** Optischer Aufbau zur Realisierung der magneto-optischen Falle. Das Licht aus der MOT-Faser wird auf sechs unabhängige Strahlen aufgeteilt, aufgeweitet und über Silberspiegel in die MOT-Zelle geführt.

che dient, und beträgt ca. 97 %. Vertikal angeordnete Paare dieser Spiegel lenken vier MOT-Strahlen in der horizontalen Ebene durch die MOT-Zelle, deren Zentrum bei einer Höhe von 22 cm über dem optischen Tisch liegt. Ein weiterer Strahl führt von unten und ein letzter Strahl von oben aus einer Strahlhöhe von 32 cm in das Zentrum der MOT-Zelle.

Das für die magneto-optische Falle erforderliche magnetische Quadrupolfeld wird mit denselben Spulen erzeugt, die auch zum magnetischen Transport dienen. Sie werden in Abschnitt 3.3 genauer beschrieben. Während des Betriebs der MOT wird mit einem Strom von 2,5 A ein Gradient von 11 G/cm in der stärksten Richtung (vertikal) erzeugt.

### Charakterisierung der magneto-optischen Falle

Die Teilchenzahl in der MOT kann anhand der Intensität des von den Atomen gestreuten Lichts gemessen werden. Dazu wird im Experiment eine verstärkte



**Abbildung 3.8:** Teilchenzahlmessung der MOT. Links ist die Messung des gestreuten Lichts mit einer Fotodiode dargestellt. Die beiden CCD-Kameras dienen der Analyse der Melasse. Rechts wird eine typische Ladekurve der MOT gezeigt. Die Fotodiodenspannung von 4,6 V entspricht einer Teilchenzahl von ca.  $4 \times 10^9$  Atomen.

Fotodiode mit einem Ansprechverhalten von 0,22 V pro  $\mu\text{W}$  optischer Leistung bei 780 nm verwendet. Wie in Abbildung 3.8 skizziert, projiziert eine Linse mit der Brennweite  $f = 80$  mm die MOT über eine  $2f$ -Abbildung auf diese Fotodiode. Mit dem Durchmesser der Linse von 50 mm ergibt eine Berechnung des abgedeckten Raumwinkels und damit des Anteils an der gesamten von den Atomen gestreuten Leistung einen Wert von 2 %. Die Gesamtleistung  $P$  des Streulichts der MOT beträgt

$$P = N\hbar\omega_0\Gamma_{\text{sc}}, \quad (3.1)$$

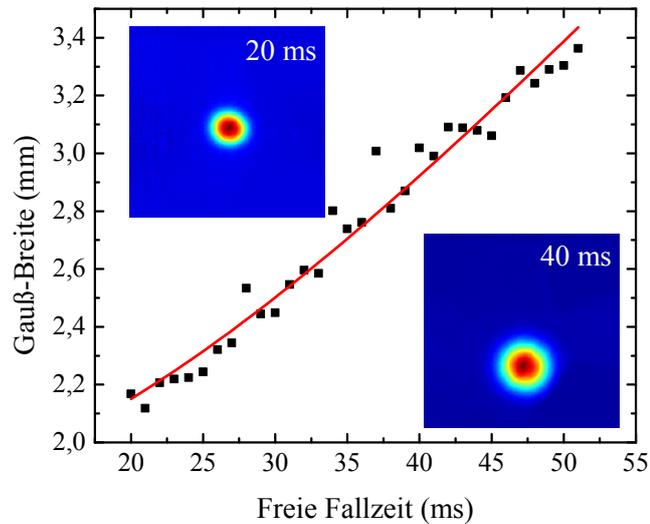
wobei

$$\Gamma_{\text{sc}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I_L/I_{\text{sat}}}{1 + I_L/I_{\text{sat}} + (2\delta/\Gamma)^2} \quad (3.2)$$

die Photonenstreurrate bezeichnet [115]. Für  $^{87}\text{Rb}$  ergibt sich mit der Sättigungsintensität  $I_{\text{sat}}$  und der Linienbreite  $\Gamma$  aus [116] sowie der Laserverstimmung  $\delta = 2\pi \times 22$  MHz und einer typischen Laserintensität am Ort der Atome von  $I_L \approx 110 \text{ mW/cm}^2$  für die Fotodiodenspannung  $U_{\text{PD}}$  eine Teilchenzahl von

$$N \approx 0,84 \times 10^9 / V \times U_{\text{PD}}. \quad (3.3)$$

Der Ladekurve in Abbildung 3.8 lässt sich damit entnehmen, dass in weniger als 5 s eine Teilchenzahl von ca.  $4 \times 10^9$  geladen werden kann. Um im Dauerbetrieb des Experiments die Dispenser und das Vakuum zu schonen, wird der Dispenserstrom so weit gesenkt, dass in etwa 10 s eine Teilchenzahl von



**Abbildung 3.9:** Temperaturbestimmung nach der optischen Melasse. Dargestellt ist die durch Fluoreszenzaufnahmen bestimmte Gauß-Breite einer atomaren Wolke als Funktion der freien Fallzeit. Ein Fit ergibt eine Melasse-Temperatur von  $34 \mu\text{K}$ . Zwei typische Aufnahmen sind in Falschfarbendarstellung abgebildet.

ca.  $2 \times 10^9$  bis  $3 \times 10^9$  geladen wird. Diese Atomzahl ist für die Erzeugung großer Bose-Einstein-Kondensate mit  $10^6$  Atomen ausreichend.

### Sub-Doppler-Kühlung in der optischen Melasse

Während die Temperatur in der MOT sich typischerweise im Bereich des Doppler-Limits oder wenig darunter bewegt, kann sie durch Polarisationsgradientenkühlung in kurzer Zeit deutlich verringert werden. Im Experiment wird eine Melasse-Phase für die Dauer von 5 ms realisiert. Dazu werden die Kühllaser um 94 MHz rot verstimmt und das Magnetfeld der Quadrupolspulen mit einer MOSFET-Schaltung abgeschaltet.

Für eine effiziente Polarisationsgradientenkühlung ist ein besonders kleines Hintergrundmagnetfeld wichtig. Drei große Spulenpaare, die den gesamten Experiment-Tisch umgeben, werden zur Kompensation des Erdmagnetfelds und diverser Streumagnetfelder verwendet. Diese Spulen bleiben dauerhaft eingeschaltet, ihre Ströme werden aber nach der Melasse-Phase verändert, um das Magnetfeld nach dem Transport in die Experiment-Zelle auf den dort gewünschten Betrag einzustellen. Dies wird in Kapitel 5 genauer diskutiert.

Die Temperatur nach der optischen Melasse wird durch Fluoreszenzaufnahmen gemessen. Dazu werden die Atome nach der Melasse-Phase für eine variable Zeit frei fallengelassen. Anschließend wird ein kurzer Puls mit resonantem MOT-

Licht eingestrahlt und das Fluoreszenzsignal der atomaren Wolken wird auf der in Abbildung 3.8 gezeigten CCD-Kamera aufgenommen.

Das Dichteprofil der Wolken kann näherungsweise durch eine Gauß-Verteilung beschrieben werden. Für die Ausdehnung einer gaußverteilten Wolke während der freien Expansionszeit  $t$  gilt für die Gauß-Breite  $\sigma(t)$  der Zusammenhang

$$\sigma(t) = \sqrt{\sigma_0 + t^2 \frac{k_B T}{m}}. \quad (3.4)$$

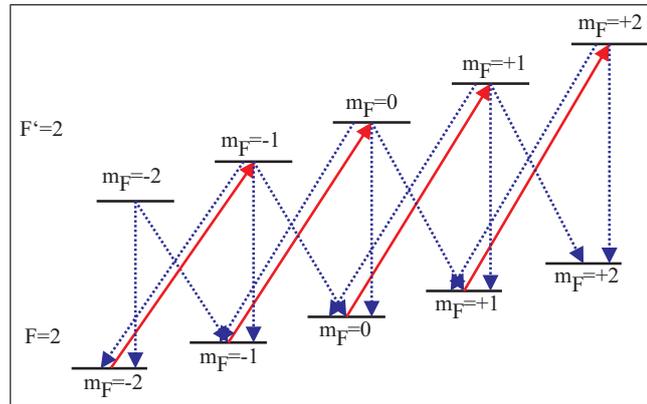
Dabei bezeichnet  $\sigma_0$  die initiale Gauß-Breite,  $k_B$  die Boltzmann-Konstante,  $m$  die Atommasse und  $T$  die Temperatur. In Abbildung 3.9 wird die (horizontale) Gauß-Breite als Funktion der freien Fallzeit aufgetragen. Ein Fit an Gleichung (3.4) ergibt eine Temperatur von 34  $\mu\text{K}$ . Diese niedrige Temperatur ist ein hervorragender Ausgangspunkt für den magnetischen Transport in die Experiment-Zelle.

## 3.3 Magnetischer Transport

Die räumliche Trennung zwischen dem Bereich der Laserkühlung und dem eigentlichen Experiment-Bereich ist ein großer Vorteil für den optischen Zugang. So können in der MOT-Zelle große Kühl-Strahlen verwendet werden, während in der Experiment-Zelle der Zugang für die optische Manipulation und die Detektion der ultrakalten Ensembles frei bleibt. Der Transfer der Atome aus der MOT-Zelle in die 60 cm entfernte Experiment-Zelle geschieht durch einen magnetischen Transport. Um diesen zu realisieren sind grundsätzlich zwei Möglichkeiten praktikabel. Das Ensemble kann sequenziell entlang einer Reihe fest montierter Quadrupolfallen [124] oder in einer beweglichen Falle transportiert werden [125]. Aufgrund der einfacheren Realisierbarkeit wurde für die vorgestellte Apparatur die zweite Variante gewählt. Bevor dieser Transport stattfinden kann müssen die Atome optisch umgepumpt und in ein magnetisches Quadrupolfeld eingefangen werden.

### Zustandspräparation durch optisches Pumpen

Das Potenzial durch den linearen Zeeman-Effekt hängt von der magnetischen Quantenzahl  $m_F$  ab. Nach der optischen Melasse sind die Rubidiumatome nicht magnetisch polarisiert. Um einen maximalen magnetischen Einschluss für den Transport zu erreichen, werden die Atome vor dem Einfangen in den Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  transferiert. Dazu wird mit einer zusätzlichen Spulenwicklung um die MOT- und Transportspulen ein homogenes Magnetfeld von ca. 15 G



**Abbildung 3.10:** Prinzip der Zustandspräparation durch optisches Pumpen mit  $\sigma^+$ -polarisiertem Licht auf dem Übergang von  $F = 2$  nach  $F' = 2$ .

angelegt (die Feldstärke der Spulen beträgt  $|B| = 1,46 \text{ G/A} \times I$ ). Für eine Dauer von  $500 \mu\text{s}$  wird  $\sigma^+$ -polarisiertes Licht resonant auf dem Übergang von  $F = 2$  nach  $F' = 2$  eingestrahlt. Der Strahl mit einer Leistung von ca.  $100 \mu\text{W}$  wird dazu mit dem von unten nach oben gerichteten MOT-Strahl überlagert (Abbildung 3.7). Zusätzlich bleibt während des optischen Pumpens das Rückpumperlicht der MOT-Strahlen eingeschaltet, um Atome von  $F = 1$  nach  $F = 2$  zu befördern.

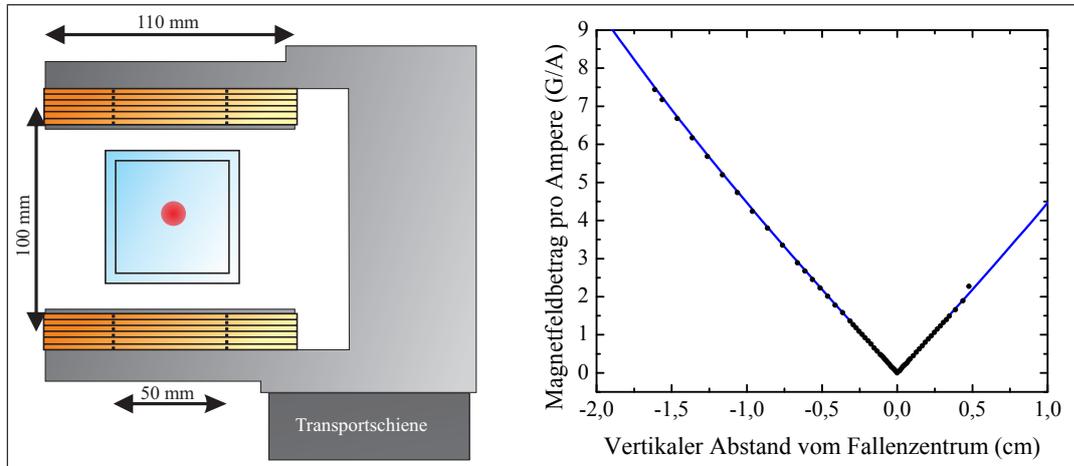
Das Prinzip des optischen Pumpens wird in Abbildung 3.10 schematisch dargestellt. Das homogene Magnetfeld definiert die Quantisierungsachse und bewirkt eine energetische Aufspaltung der Zustände. Während durch spontane Emission der  $m_F$ -Zustand um den Wert  $-1, 0$  oder  $+1$  geändert wird, erhöht das  $\sigma^+$ -polarisierte Licht bei jeder Anregung den magnetischen Quantenzustand um  $+1$ . Auf diese Weise wird nach wenigen Zyklen der gewünschte Dunkelzustand  $|F=2, m_F=2\rangle$  erreicht.

### Magnetisches Einfangen

Nach der Zustandspräparation durch das optische Pumpen werden die Atome im magnetischen Quadrupolpotenzial der MOT- und Transportspulen gefangen. In linearer Näherung lässt es sich durch

$$U(\mathbf{r}) = \alpha \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{1}{2} m_F g_F \mu_B |B'_z| \quad (3.5)$$

beschreiben, wobei  $\mu_B$  das Bohr'sche Magneton,  $g_F$  den Landé-Faktor und  $B'_z$  den Gradienten des Magnetfelds in der starken vertikalen  $z$ -Richtung bezeichnet. Um die Atome in diesem Potenzial zu halten, muss mindestens die Gravitationskraft ausgeglichen werden. Dies ist bei einem Gradienten von

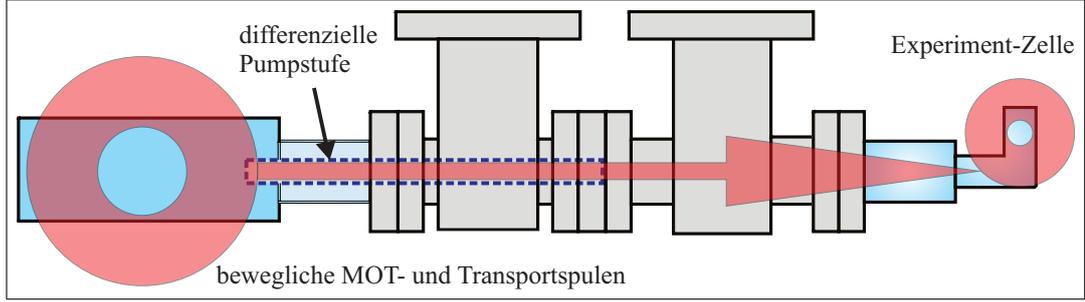


**Abbildung 3.11:** Realisierung der MOT- und Transportspulen. Rechts ist das Magnetfeld in Abhängigkeit von der vertikalen Position aufgetragen. Die Messung stimmt mit der numerischen Simulation überein und der vertikale Magnetfeldgradient beträgt  $B'_z = 4,35 \text{ G/cm}$  bei einem Strom von 1 A.

$B'_z = 15,3 \text{ G/cm}$  der Fall. Da die atomaren Ensembles möglichst verlustfrei durch die differenzielle Pumpstufe transportiert werden müssen, ist jedoch ein deutlich stärkerer Einschluss und die damit verbundene stärkere Kompression erforderlich.

Das Quadrupolfeld wird durch zwei Spulen mit jeweils 162 Wicklungen eines  $2,5 \text{ mm}^2$  starken Kupferdrahts realisiert. Sie sind mit einem Innendurchmesser von 50 mm und einem Außendurchmesser von 110 mm im Abstand von 100 mm mit einer stabilen Aluminiumhalterung auf der Transportschiene befestigt. In Abbildung 3.11 ist neben einer schematischen Zeichnung eine Messung des Magnetfeldbetrags als Funktion der vertikalen Achse  $z$  aufgetragen. Die Messung mit dem Hall-Sensor stimmt hervorragend mit einer numerischen Finite-Elemente-Simulation des Magnetfelds überein. Der vertikale Gradient als Funktion des Stroms  $I$  beträgt  $B'_z = 4,35 \text{ G/(cm A)} \times I$ .

Zum Einfangen der Atome wird der Strom mithilfe einer selbstgebauten Regelung sprunghaft (in ca. 1 ms) auf 10 A erhöht. Daraus resultiert ein Magnetfeldgradient von  $B'_z = 43,5 \text{ G/cm}$ , der einen ausreichenden Einschluss zum Halten der Atome gewährleistet. Die Temperatur erhöht sich dabei auf ca.  $90 \text{ }\mu\text{K}$  und die typische gefangene Atomzahl liegt bei  $1 \times 10^9$  bis  $2 \times 10^9$ . Um das Ensemble möglichst verlustarm durch die differenzielle Pumpstufe zu transportieren, wird das Magnetfeld zur Komprimierung der Atomwolke innerhalb von 150 ms weiter hochgefahren. Bei einem Strom von 45 A wird ein Gradient von  $196 \text{ G/cm}$  erreicht. Dabei erhöht sich die Temperatur auf etwa  $280 \text{ }\mu\text{K}$ . Bei einer adiabatischen Kompression des linearen Potentials verändert sich die Temperatur mit



**Abbildung 3.12:** Magnetischer Transport der Atome aus der MOT-Zelle durch die differenzielle Pumpstufe in die Experiment-Zelle.

$\alpha^{2/3}$  [126], es ist demnach ein Temperaturanstieg auf ca. 250  $\mu\text{K}$  zu erwarten. Die Kompression des Magnetfelds erfolgt trotz der kurzen linearen Rampe also nahezu adiabatisch.

### Transport in die Experiment-Zelle

Die starke Kompression bei fast 200 G/cm resultiert in einer sehr kleinen Ausdehnung der Wolke. Die Boltzmann-Verteilung (2.12) führt für das Potenzial (3.5) auf eine Laplace-Verteilung der Dichte

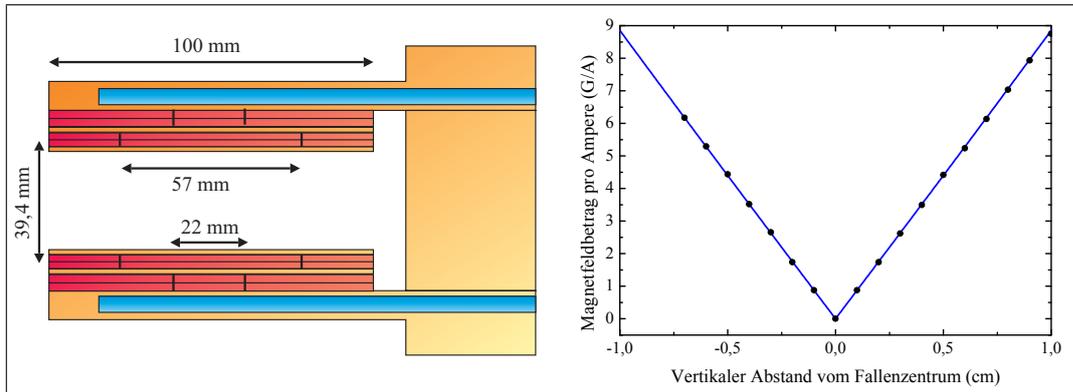
$$n(\mathbf{r}) = n_0 e^{-U(\mathbf{r})/k_B T} = n_0 e^{-\alpha \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}/k_B T}. \quad (3.6)$$

Die charakteristische radiale Ausdehnung dieser Verteilung ist in der horizontalen Ebene doppelt so groß wie entlang der vertikalen Achse

$$z_L = \sqrt{2} k_B T / \alpha \quad x_L = y_L = 2z_L. \quad (3.7)$$

In der horizontalen Ebene beträgt die Ausdehnung demnach für die genannte Konfiguration  $x_L \approx 1,3$  mm und die durchgeführte Kompression ermöglicht den Transport durch die differenzielle Pumpstufe mit einem Innenradius von 4 mm.

Nach dem Einfangen und der Kompression des Ensembles im Quadrupolfeld der MOT- und Transportspulen kann es durch die differenzielle Pumpstufe in den Experiment-Bereich der Vakuumkammer transportiert werden. Wie in Abbildung 3.12 veranschaulicht, wird die Spulhalterung auf der linearen Transportschiene (*Parker, 404XR*) zur 60 cm entfernten Experiment-Zelle bewegt. Dieser Prozess dauert 1,2 s und ist mit einer Positionierungsgenauigkeit im  $\mu\text{m}$ -Bereich reproduzierbar. Eine exakte Ausrichtung entlang der differentiellen Pumpstufe ist bei der Montage der Transportschiene entscheidend. Damit die Magnetfeldlinien der Quadrupolfalle nicht durch die Vakuumkomponenten beeinflusst werden finden ausschließlich Materialien mit vernachlässigbarer magnetischer Suszeptibilität Verwendung.



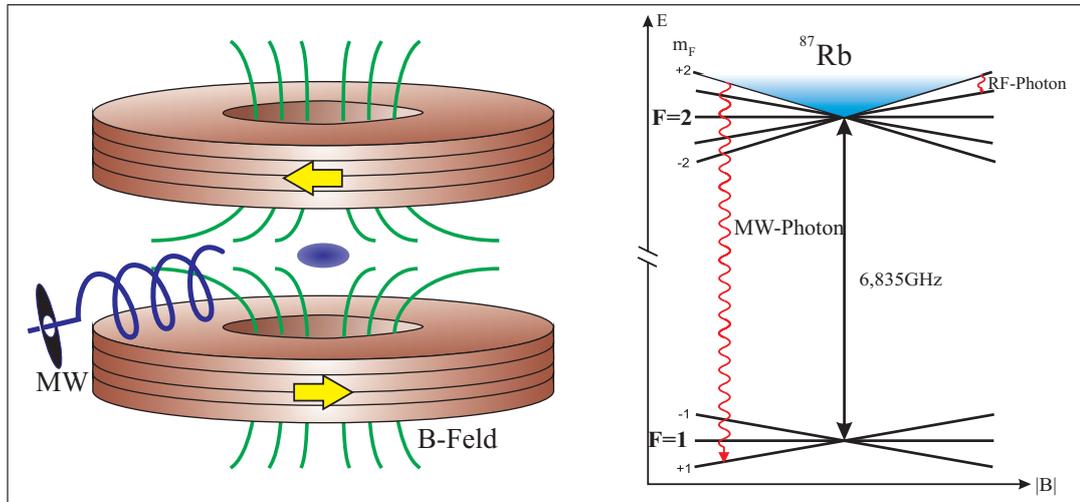
**Abbildung 3.13:** Spulen zur Erzeugung der stationäre Quadrupolfalle. Der vertikale Gradient beträgt  $B'_z = 8,776 \text{ G/cm}$  bei einem Strom von 1 A. Dieselben Spulen lassen sich auch zur Erzeugung homogener Felder oder inhomogener Felder mit hohem Offsetbetrag verwenden.

Um die Experiment-Zelle befindet sich ein fest montiertes Spulenpaar, das einen Teil der Hybridfalle. Das Zentrum dieser Quadrupolfalle ist 45 mm zur Achse der differentiellen Pumpstufe versetzt, um den optischen Zugang der L-förmigen Experiment-Zelle bestmöglich ausnutzen zu können. Wenn die Transportspulen ihre Zielposition erreicht haben, überlappen sich beide Spulenpaare.

An dieser Stelle wird der Gradient der Transportspulen in 400 ms heruntergefahren und der Gradient der fest montierten Spulen simultan auf einen Wert von 220 G/cm erhöht. Dabei bewegen sich die Atome in die stationäre Quadrupolfalle und sind dort schließlich gefangen. Im Anschluss an diesen Transport werden die Transportspulen zurückgefahren. Insgesamt lassen sich bis zu  $6 \times 10^8$  Atome in die Quadrupolfalle transferieren, wodurch ein sehr guter Ausgangspunkt für die evaporative Kühlung geschaffen ist.

Die Spulen der stationären Quadrupolfalle sind in Abbildung 3.13 dargestellt. Jede Spule besteht aus vier 2,5 mm dicken Lagen mit einem Außendurchmesser von 100 mm. Die beiden näher an den Atomen befindlichen Lagen bestehen aus 20 Wicklungen mit einem Innendurchmesser von 57 mm und die weiter entfernten Lagen werden durch 35 Wicklungen mit einem Innendurchmesser von 22 mm gebildet. Der Abstand zwischen den Spulen beträgt 39,4 mm. Die Kupferhalterung wird mit einem Kühlgerät der Firma *HIB* auf eine Temperatur von  $19 \pm 0,1 \text{ }^\circ\text{C}$  stabilisiert. Die Stromregelung erfolgt mit einer selbstgebauten PID-Regelung, basierend auf einem Netzteil der Firma *High Finesse* (siehe Abschnitt 5.1).

Zur Erzeugung des Quadrupolfelds werden alle Spulenlagen gemeinsam in Anti-Helmholtz-Konfiguration verwendet. Der vertikale Gradient hat bei einem Strom  $I$  den Wert  $B'_z = 8,776 \text{ G}/(\text{cm A}) \times I$ , wie der Messung mit einer Hall-



**Abbildung 3.14:** Zur Erhöhung der Phasenraumdicke in der Quadrupolfalle wird eine Mikrowellenevaporation auf dem Übergang vom Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  in den Zustand  $|F = 1, m_F = 1\rangle$  durchgeführt.

Sonde und der Finite-Elemente-Simulation in Abbildung 3.13 entnommen werden kann. Die stationären Spulen lassen sich darüber hinaus durch das Umschalten bestimmter Spulenlagen zur Erzeugung sehr homogener Felder (Abschnitt 5.1) oder inhomogener Felder mit hohem Offsetbetrag (Abschnitt 5.5) verwenden.

### 3.4 Mikrowellenevaporation in der Quadrupolfalle

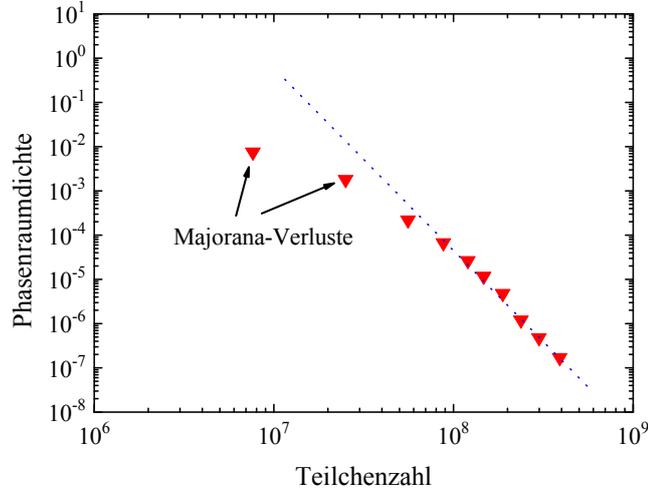
Durch die beschriebenen Methoden der Laserkühlung werden die Atome in den  $\mu\text{K}$ -Bereich gekühlt. Um das quantenentartete Regime zu erreichen, ist von diesem Ausgangspunkt eine weitere Erhöhung der Phasenraumdicke um etwa sieben Größenordnungen erforderlich. Diese Erhöhung geschieht mit dem Verfahren der evaporativen Kühlung [126]. Prinzipiell kühlt diese Methode durch das Entfernen der Teilchen mit der höchsten Energie aus dem atomaren Ensemble. Nach der Rethermalisierung durch Stöße untereinander haben die verbliebenen Atome dann eine geringere Temperatur. In diesem Abschnitt wird die Realisierung einer forcierten Mikrowellenevaporation in einer Quadrupolfalle vorgestellt (schematische Darstellung in Abbildung 3.14). Die weitere Erhöhung der Phasenraumdicke bis zum Bose-Einstein-Kondensat durch Evaporation in der optischen Dipolfalle wird in Abschnitt 3.5 beschrieben.

Die Verwendung von Mikrowellenstrahlung zur Evaporation von  $^{87}\text{Rb}$  hat mehrere Vorteile gegenüber der üblicherweise verwendeten Radiofrequenzstrahlung.

Ein wichtiger Vorteil besteht darin, dass bei der Evaporation einer Mischung von  $^{87}\text{Rb}$  und bosonischem Kalium nur das Rubidium aus der Falle entfernt wird. Dies liegt darin begründet, dass die magnetischen Quantenzustände der Hyperfeinniveaus von  $^{87}\text{Rb}$  und den beiden bosonischen Kalium-Isotopen identische Abstände aufweisen und bei der Adressierung dieser Übergänge mittels Radiofrequenzstrahlung unweigerlich auch das Kalium evaporiert wird. Da es deutlich einfacher ist große Rubidium-Teilchenzahlen und verhältnismäßig kleine Mengen Kalium zu mischen, wurde die Evaporation mit Mikrowellenfrequenzen realisiert. Während dieser Mikrowellenevaporation werden die Kaliumatome durch Stöße mit den Rubidiumatomen sympathetisch mitgekühlt [127] aber nicht aus der Falle entfernt. Für die vorgestellten Ergebnisse wurde zwar kein Kalium verwendet, die Methode der Mikrowellenevaporation hat jedoch auch aus technischen Gründen große Vorteile und wurde deshalb beibehalten. Während bei einer Radiofrequenzevaporation die Frequenz über einen großen Bereich (typisch sind mehrere 10 MHz bis 1 MHz) durchgestimmt werden muss, wird die relative Mikrowellenfrequenz nur im Bereich von 1 % geändert. Daher können die Mikrowellenkomponenten und die zur Abstrahlung verwendete Antenne speziell auf die Frequenz von ca. 7 GHz angepasst werden und während der Frequenzdurchstimmung treten keine deutlichen Leistungsänderungen auf. Außerdem beeinflusst eine starke Radiofrequenzabstrahlung im Gegensatz zu Mikrowellenfrequenzen viele technische Geräte.

Die Erzeugung der Mikrowellenstrahlung basiert auf einem Mikrowellenoszillator der Firma *Miteq* (Modell *BCO-135-145-06950-4-15P*). Dieser multipliziert die Frequenz eines digitalen Funktionsgenerators (*Toptica, VFG 150*) mit einem Faktor 50 und lässt sich so im Frequenzbereich von 6,7 bis 7,2 GHz frei durchstimmen. Weitere Komponenten zur Leistungssteuerung und Verstärkung werden auch für die in Kapitel 5 vorgestellten Ramsey-Sequenzen verwendet. Dort wird beschrieben, wie die Mikrowellenleistung für die Evaporation mit der Mikrowellenkette zur Ramsey-Interrogation kombiniert wird. Eine detaillierte Beschreibung sämtlicher Mikrowellenkomponenten findet sich in der Diplomarbeit [96]. Zur Abstrahlung der Mikrowellenleistung von ca. 1 W wird eine angepasste Helixantenne verwendet (siehe dazu Abschnitt 5.4).

Der starke Einschluss und die räumliche Symmetrie ermöglicht in der verwendeten Quadrupolfalle eine deutlich schnellere Evaporation, als in harmonischen Magnetfallen. Allerdings treten bei geringeren Temperaturen zunehmend Majorana-Verluste auf [128], die eine Evaporation bis zur Bose-Einstein-Kondensation verhindern [129]. Wie in Abbildung 3.15 dargestellt, lässt sich die Effizienz der Evaporation sehr gut in einem Phasenraumdicke/Teilchenzahl-Diagramm analysieren. Begonnen wird die Evaporation bei einer Frequenzdif-



**Abbildung 3.15:** Effizienz der Mikrowellenevaporation in der Quadrupolfalle. Gezeigt ist die Phasenraumdicke als Funktion der Teilchenzahl nach verschiedenen Endfrequenzen der Evaporation bis  $\omega - \omega_0 = 2\pi \times 2,5$  MHz ( $\equiv 1,2$  G). Im normalen Betrieb wird die Mikrowellenevaporation bei  $\omega - \omega_0 = 2\pi \times 10$  MHz ( $\equiv 4,8$  G) abgebrochen, um Majorana-Verluste zu vermeiden. Dies entspricht dem Messpunkt bei einer Teilchenzahl von  $5 \times 10^7$ , einer Phasenraumdicke von  $2 \times 10^{-4}$  und einer Temperatur von ca. 40  $\mu$ K. Die Dauer der Evaporation bis zu diesen Werten beträgt etwa 6 s.

ferenz zum magnetfeldfreien Übergang<sup>1</sup> von  $\omega - \omega_0 = 2\pi \times 50$  MHz, was einem Magnetfeld von 70 G entspricht. Zu Beginn der Evaporation nimmt die Phasenraumdicke um vier Größenordnung pro Größenordnung entfernter Teilchenzahl zu. Unterhalb von einer Frequenzdifferenz  $\omega - \omega_0 = 2\pi \times 10$  MHz ( $\equiv 4,8$  G) nimmt diese Effizienz durch Majorana-Verluste deutlich ab, die Evaporation wird daher an dieser Stelle abgebrochen. Die Teilchenzahl liegt hier bei  $5 \times 10^7$ , die Phasenraumdicke bei  $2 \times 10^{-4}$  und die Temperatur bei ca. 40  $\mu$ K. Während der Evaporation wird der Magnetfeldgradient von 220 G auf 132 G/cm verringert, um die Majorana-Verluste möglichst gering zu halten. Zur weiteren Evaporation bis in das quantenentartete Regime wird das Ensemble nach der Mikrowellenevaporation in ein Hybridpotenzial aus Quadrupolfalle und optischer Dipolfalle umgeladen, das im folgenden Abschnitt erläutert wird.

<sup>1</sup>Die Frequenz des Übergangs ohne Magnetfeld beträgt  $\omega_0/2\pi = 6\,834,682$  MHz [130], die Abhängigkeit vom Magnetfeld liegt bei 2,1 MHz/G.

### 3.5 Bose-Einstein-Kondensation in optischen Potenzialen

Optische Dipolpotenziale bieten vielfältige Möglichkeiten zur Manipulation ultrakalter Ensembles. Eine gute Einführung in dieses Thema findet sich in [131]. In diesem Abschnitt wird der Aufbau einer rotverstimmten Dipolfalle der Wellenlänge 1064 nm beschrieben. Sie kann als Einstrahlfalle zusammen mit einem gravitationskompensierenden Quadrupolpotenzial zu einer sogenannten Hybridfalle kombiniert oder als gekreuzte Falle für ein rein optisches Fangen der Ensembles in beliebigen Spinzuständen genutzt werden.

Das Dipolpotenzial  $U_{\text{dip}}$  ist durch das Produkt der Intensität  $I(\mathbf{r})$  mit der Polarisierbarkeit  $\alpha$  gegeben

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\frac{\alpha}{2c\epsilon_0}I(\mathbf{r}). \quad (3.8)$$

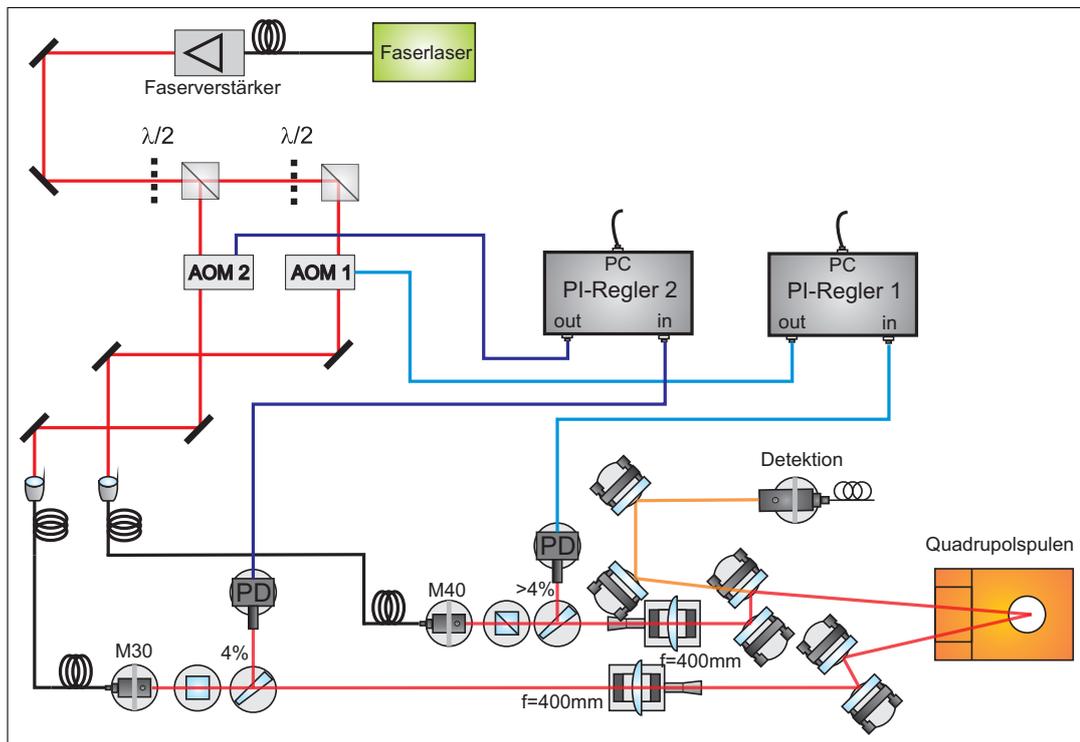
Bei der verwendeten Wellenlänge von 1064 nm beträgt für den Hyperfein-Grundzustand von  $^{87}\text{Rb}$  die Polarisierbarkeit<sup>2</sup>  $\alpha = 1,1325 \times 10^{-38} \text{ Cm}^2/\text{V}$  [133]. Dieser Wert ist etwa 1,5% höher, als eine einfache Abschätzung unter Berücksichtigung der gewichteten D1- und D2-Linien ergibt. In praktischen Einheiten ausgedrückt ergibt sich damit für das Dipolpotenzial

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = 2\pi\hbar \times -322 \text{ kHz}/(\text{kW cm}^{-2}) \times I(\mathbf{r}). \quad (3.9)$$

Tatsächlich ist das Potenzial für die beiden Hyperfeinzustände des Grundzustands leicht unterschiedlich. Dieser Effekt trägt zu der in Kapitel 6 beschriebenen Dephasierung einer Spin-Superposition bei, für das Fallenpotenzial selbst ist der Unterschied jedoch vernachlässigbar gering.

Die experimentelle Realisierung der Dipolfalle ist in Abbildung 3.16 schematisch dargestellt. Ein Faserlaser (*NP Photonics, Scorpio*) erzeugt eine optische Leistung von 58 mW bei 1064 nm. Die schmale Linienbreite von 4 kHz wird durch zwei in die Faser integrierte Bragg-Gitter erreicht, die den Laserresonator aufbauen. Mit dem Licht dieses „Seed-Lasers“ wird ein Faserverstärker der Firma *Nufern* injiziert, der eine Ausgangsleistung von 10 W hinter dem optischen Isolator bereitstellt. Nach einer Aufspaltung des Strahls mittels Polarisationsoptik werden zwei AOM (*Crystal Technology, AOMO 3110-197*) durchlaufen, die die Laserfrequenz in entgegengesetzte Richtung um jeweils 110 MHz verschieben.

<sup>2</sup>In dieser Arbeit werden für die Polarisierbarkeit  $\alpha$  die S.I.-Einheiten  $\text{Cm}^2/\text{V}=\text{J}/(\text{V}/\text{m})^2$  verwendet. Theoretisch bestimmte Werte werden häufig in Einheiten von  $a_{\text{B}}^3$  angegeben, experimentelle Werte in Einheiten von  $\text{cm}^3$  (cgs-System),  $\text{\AA}^3=10^{-24}\text{cm}^3$  oder in  $\text{Hz}/(\text{V}/\text{m})^2$ . Sie lassen sich folgendermaßen umrechnen [132]:  $\alpha[\text{Cm}^2/\text{V}]=4\pi\epsilon_0 a_{\text{B}}^3 \alpha[a_{\text{B}}^3]=4\pi \times 10^{-6} \epsilon_0 \alpha[\text{cm}^3]=2\pi\hbar\alpha[\text{Hz}/(\text{V}/\text{m})^2]$ .



**Abbildung 3.16:** Aufbau der Dipolstrahlen. Beide Strahlen werden unabhängig voneinander in der Leistung geregelt. Für die Hybridfalle wird nur der obere Dipolstrahl verwendet, der mit einem axialen Detektionsstrahl überlagert ist.

Dies dient einerseits dazu, Interferenzen der gekreuzten Falle zu verringern, andererseits werden die AOM als Aktuatoren der Strahlleistungsregelung verwendet.

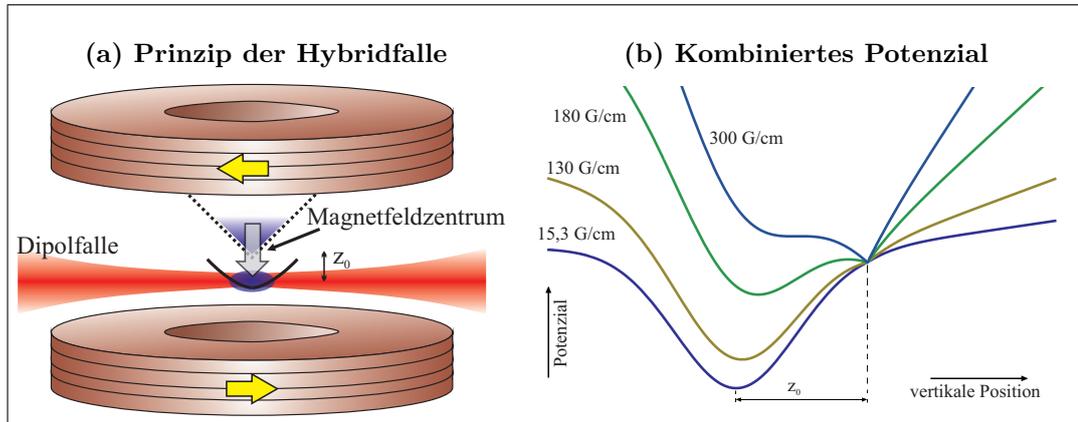
Beide Dipolstrahlen werden mittels optischer Fasern zur Experiment-Zelle geleitet. Es werden die Faserkollimatoren M40 und M30 der Firma *Schäfter+Kirchhoff* verwendet, die zu Strahldurchmessern von etwa 7,2 mm bzw. 5,4 mm führen. Durch Polarisationsstrahlteiler werden die Polarisationen nach der Faserauskopplung bereinigt. Beide Polarisationen sind zur Vermeidung von Interferenzeffekten orthogonal zueinander angeordnet. Über achromatische Linsen der Brennweite  $f = 400$  mm und darauffolgende Spiegelpaare werden die beiden Strahlen unter einem Winkel von  $18^\circ$  in der horizontalen Ebene in die Experiment-Zelle gelenkt und fokussiert. Bei der Justage hilft dabei die axiale Detektion entlang einer der Strahlen (vgl. Abschnitt 3.6). Die Strahltaillen sind aufgrund von Abbildungsfehlern etwa 10 % größer als die berechneten Werte und betragen  $60 \mu\text{m}$  bzw.  $75 \mu\text{m}$  (vgl. Abschnitt 6.2.2).

Zur unabhängigen Leistungsregelung beider Dipolstrahlen wird mit keilförmigen Glassubstraten ein kleiner Teil der Leistung aus jedem Strahl abgezweigt und auf eine Fotodiode mit integriertem Abschwächer (Roithner, PT512) fokussiert. Deren Signal wird verstärkt und mit einer vorgegeben Spannung der computergestützten Experimentsteuerung verglichen. Ein PID-Regler verändert die Leistung der AOM-Radiofrequenzverstärker, um die Dipolstrahlleistung auf den gewünschten Wert zu regeln. Die Regelungselektronik wurde auf schnelle Reaktionszeiten (max. Leistung  $\rightarrow$  vollständig aus in  $< 50 \mu\text{s}$ ) und eine hohe Stabilität (vgl. Abschnitt 7.2.2) optimiert. Details dazu können den Diplomarbeiten [95, 96] entnommen werden.

#### 3.5.1 Hybridfalle

Die Hybridfalle stellt ein elegantes Konzept dar den starken Einschluss einer Quadrupolfalle und die Vielseitigkeit einer Dipolfalle zu vereinen. Das relativ einfache aber sehr effiziente Prinzip wurde erst vor wenigen Jahren am *NIST* in der Gruppe von J. V. Porto entwickelt [134].

Abbildung 3.17(a) veranschaulicht das Prinzip der Hybridfalle. Ein Dipolstrahl wird mit einem vertikalen Versatz  $z_0$  unterhalb des Zentrums der Quadrupolfalle eingestrahlt. Deren Gradient wird auf einen Wert von  $15,3 \text{ G/cm}$  eingestellt, der für den verwendeten  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ -Zustand die Gravitationskraft gerade kompensiert. Das gemeinsame Fallenzentrum befindet sich also im Zentrum der Dipolfalle, deren Fallentiefe durch die Gravitationskompensation voll ausgeschöpft wird. Während diese Einstrahlfalle in radialer Richtung hohe Fallenfrequenzen aufweist, ist der axiale Einschluss des Dipolpotenzials sehr gering und



**Abbildung 3.17:** (a) Funktionsweise der Hybridfalle. Der Magnetfeldgradient wird auf den Wert von  $B'_z = 15,3$  G/cm eingestellt, bei dem die Gravitation gerade kompensiert ist. Der Dipolfallenstrahl wird mit einem vertikalen Versatz  $z_0$  unterhalb des Magnetfallenzentrums eingestrahlt. Dort führt das Quadrupolfeld zu einem harmonischen Einschluss in axialer Richtung der Falle. (b) Verlauf des kombinierten Potenzials für verschiedene Werte des Magnetfeldgradienten, der zur Transformation der Quadrupolfalle in die Hybridfalle abgesenkt wird.

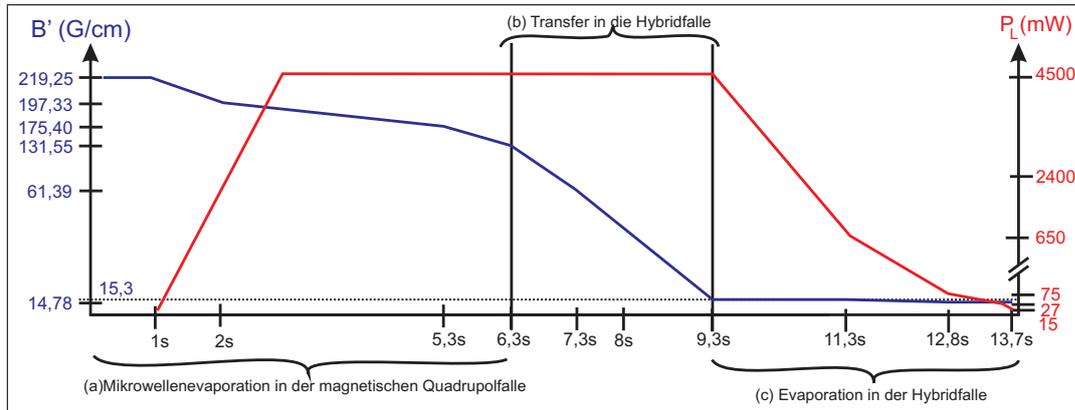
ermöglicht keine effiziente Rethermalisierung. Hier hilft jedoch das magnetische Quadrupolfeld. Aufgrund des vertikalen Versatzes  $z_0$  weist es in der horizontalen Richtung eine Krümmung auf, die nach Gleichung (3.5) zu einer Fallenfrequenz

$$\omega_x = \sqrt{\frac{m_F g_F \mu_B}{4m} \frac{B'_z}{z_0}} \quad (3.10)$$

führt.

Experimentell wird mindestens ein Versatz  $z_0$  von  $70 \mu\text{m}$  gewählt, der zu einer axialen Fallenfrequenz von  $\omega_x = 2\pi \times 29$  Hz führt. Durch diesen Abstand zum Magnetfallenzentrum werden Majorana-Verluste ausreichend unterdrückt. Der Abstand kann problemlos größer gewählt werden, um die axiale Fallenfrequenz zu verändern. So wurde bei Experimenten mit langsamen Atomlasern [61] bei einem Versatz  $z_0 = 230 \mu\text{m}$  eine geringere Fallenfrequenz von  $\omega_x = 2\pi \times 16$  Hz verwendet. Zusammen mit dem starken radialen Einschluss des verwendeten Dipolstrahls mit einer Strahltaile von  $60 \mu\text{m}$  und einer Strahlleistung von anfänglich  $4,5$  W ergibt sich ein ausreichender Einschluss in allen Raumrichtungen, um durch die Verringerung der Dipolstrahlleistung die Falltiefe zu senken und dadurch evaporativ zu kühlen.

Die Transformation des Quadrupolpotenzials in die Hybridfalle ist in Abbildung 3.17(b) für verschiedene Gradienten, eine Dipolstrahlleistung von  $4,5$  W und einen Versatz  $z_0$  von  $70 \mu\text{m}$  dargestellt. Die adiabatische Veränderung der

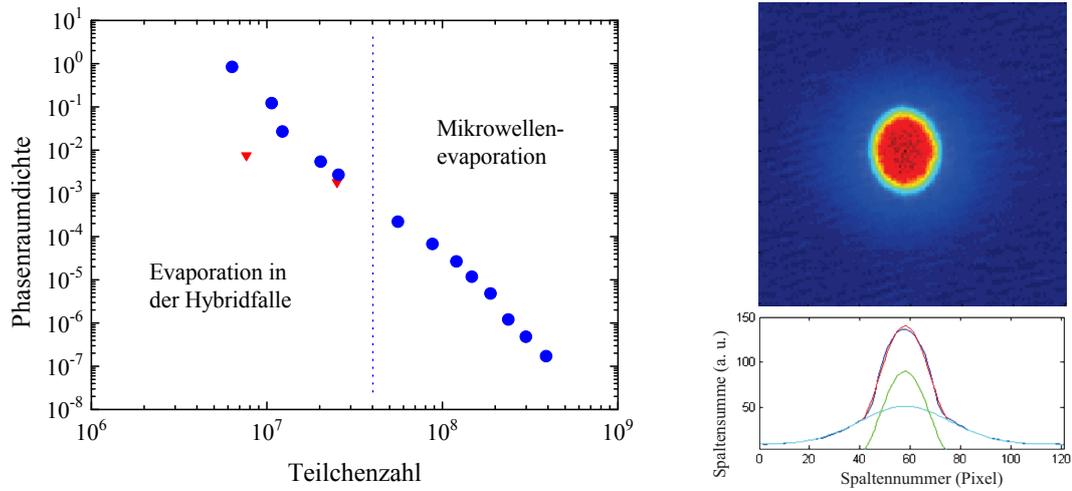


**Abbildung 3.18:** Prozess zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten in der Hybridfalle. (a) Während der Mikrowellenevaporation wird der Magnetfeldgradient  $B'$  auf 132 G/cm verringert und die Dipolstrahlleistung  $P_L$  auf 4,5 W hochgefahren. (b) Durch das weitere Absenken des Magnetfeldgradienten auf 15,3 G/cm erfolgt der Transfer in die Hybridfalle. (c) Die Evaporation in der Hybridfalle durch Verringerung der Dipolstrahlleistung führt bis zur Bose-Einstein-Kondensation.

Potenzialform führt zu einer Erhöhung der zentralen Phasenraumdicke<sup>3</sup>. Dieser allgemein als „Dimple-Trick“ bezeichnete Effekt wurde bereits in anderen Fallengeometrien eindrucksvoll nachgewiesen [135, 136]. Eine numerische Simulation der thermodynamischen Größen wird für die vorgestellte Fallengeometrie in der Diplomarbeit [96] vorgestellt. Die Rechnung sagt eine Erhöhung um zwei Größenordnungen voraus. Aufgrund der begrenzten Fallentiefe der Dipolfalle und damit verbundenen Teilchenzahlverluste während der Potenzialtransformation wird im Experiment durch den Dimple-Trick jedoch nur eine Erhöhung um etwa eine Größenordnung realisiert.

Die im Experiment verwendeten Rampen des Magnetfeldgradienten und der Dipolstrahlleistung werden in Abbildung 3.18 vorgestellt. Auf die 6,3 s dauernde Mikrowellenevaporation folgt der 3 s lange Transferprozess und eine 4,4 s lange Phase der Evaporation in der Hybridfalle. Es hat sich als vorteilhaft herausgestellt den Dipolfallenstrahl bereits während der Mikrowellenevaporation in der Leistung hochzufahren. Bei der Optimierung der Transferphase ist zu berücksichtigen, dass sich aufgrund eines Hintergrundmagnetfelds der Nulldurchgang des Quadrupolfelds räumlich verschiebt. Um Majorana-Verluste zu vermeiden, ist das Hintergrundfeld mit den Kompensationsspulen so einzustellen, dass sich der Nulldurchgang nicht durch den Fokus der Dipolfalle bewegt, sondern in

<sup>3</sup>Bei der adiabatischen Kompression einer unveränderten Fallengeometrie bleibt die Phasenraumdicke konstant [126]. Der Dimple-Trick basiert auf der Änderung der Potenzialform. Dabei kann die Entropie als Erhaltungsgröße betrachtet werden.



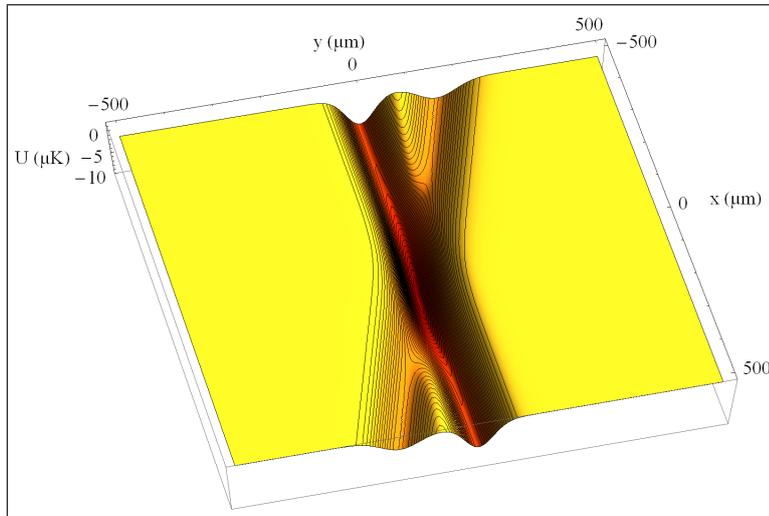
**Abbildung 3.19:** Effizienz der Evaporation in der Hybridfalle. Der Verlauf der Phasenraum-dichte als Funktion der Teilchenzahl nach verschiedenen Schritten der in Abbildung 3.18 gezeigten Evaporationsrampen (blaue Punkte). Im Gegensatz zur reinen Mikrowellenevaporation (rote Dreiecke) bleibt die Evaporations-effizienz von vier Größenordnungen Gewinn von Phasenraum-dichte gegen eine Größenordnung Verlust von Teilchenzahl bis in das quantenentartete Regime erhalten. Eine typische Absorptionaufnahme in Falschfarbendarstellung zeigt ein Bose-Einstein-Kondensat mit etwas mehr als  $10^6$  Teilchen und einer thermischen Hintergrundwolke von etwa  $5 \times 10^5$  Teilchen.

eine andere Richtung. Die Positionen können mit der axialen Detektion (Abschnitt 3.6) beobachtet werden. Das vorgestellte Evaporationschema führt bei einer Dipolstrahlleistung von wenigen 10 mW zu Bose-Einstein-Kondensaten mit mehr als  $10^6$  Teilchen. Der Verlauf der Phasenraum-dichte und eine typische Absorptionaufnahme ist in Abbildung 3.19 dargestellt.

### 3.5.2 Gekreuzte Dipolfalle

Die vorgestellte Hybridfalle eignet sich hervorragend zur schnellen Erzeugung großer Bose-Einstein-Kondensate. Eine Einschränkung liegt jedoch in der Festlegung auf ein bestimmtes Magnetfeld und einen einzigen magnetischen Quantenzustand. Die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit basieren auf der interferometrischen Abfrage zweier magnetisch in erster Ordnung insensitive Zustände (Kapitel 5). Um dies zu ermöglichen, wird anstelle der Hybridfalle eine gekreuzte Dipolfalle verwendet. Dabei wird der axiale Einschluss des Quadrupolfelds durch einen zweiten Dipolstrahl ersetzt.

Auf Basis der Hybridfalle ist die gekreuzte Dipolfalle direkt realisierbar. Dazu wird der zweite in Abbildung 3.16 dargestellte Dipolstrahl im Winkel von

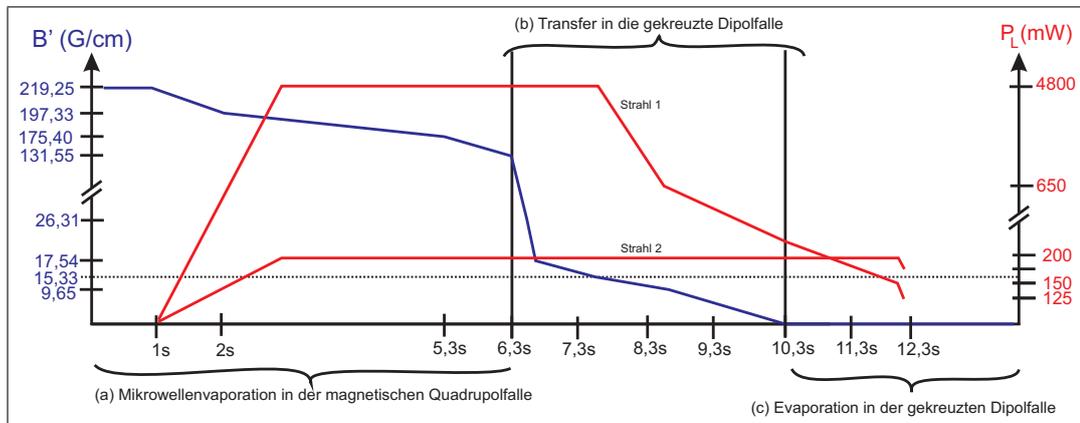


**Abbildung 3.20:** Simulation des Fallenpotenzials der gekreuzten Falle für eine Leistung  $P_L$  von 245 mW im ersten und 200 mW im zweiten Strahl. In dieser gegen Ende der Evaporation verwendeten Konfiguration werden Fallenfrequenzen von  $2\pi \times \{140, 132, 18\}$  Hz und eine Fallentiefe etwa 2,5  $\mu\text{K}$  erreicht. Die Ensembletemperatur beträgt hier typischerweise 400 nK.

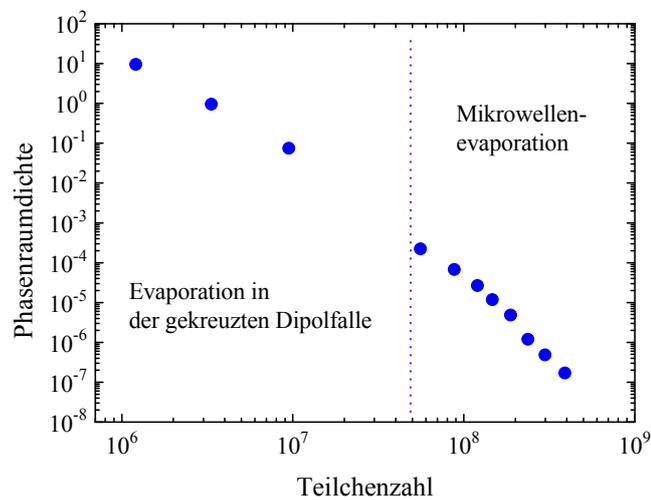
18° mit dem ersten Dipolstrahl gekreuzt. Der zweite Strahl hat eine größere Strahltaile von 75  $\mu\text{m}$  und wird mit einer Leistung von nur 200 mW betrieben. Der erste Strahl liefert demnach gerade zu Beginn der Evaporation bei einer Leistung von 4,5 W weiterhin den größten Beitrag zu Fallentiefe und radialem Einschluss, während der zweite Strahl hauptsächlich für den axialen Einschluss verantwortlich ist. Abbildung 3.20 zeigt eine numerische Simulation des Potentials (einschließlich der Gravitation) für eine Leistung von 245 mW im ersten und 200 mW im zweiten Strahl. Diese Konfiguration wird (neben zwei anderen Fallen) für die in Kapitel 6 und 7 durchgeführten Untersuchungen an ultrakalten thermischen Ensembles verwendet.

Die Evaporationsrampen bis zur Bose-Einstein-Kondensation sind in Abbildung 3.21 dargestellt. Der Prozess verläuft sehr ähnlich zu dem in der Hybridfalle, erlaubt aber das vollständige Ausschalten des Magnetfeldgradienten. In Abbildung 3.22 ist die Entwicklung der Phasenraumdichte nach verschiedenen Evaporationsschritten dargestellt. Während der letzten Evaporationsschritte in der gekreuzten Dipolfalle ist die Effizienz der Phasenraumdichteerhöhung etwas geringer als in der Hybridfalle, was auf den geringfügig schwächeren axialen Einschluss zurückzuführen ist. In der gekreuzten Dipolfalle können ähnlich große Bose-Einstein-Kondensate wie in der Hybridfalle erzeugt werden.

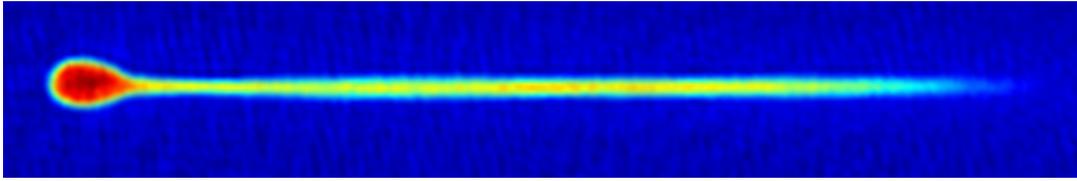
Im Rahmen dieser Arbeit wurden Bose-Einstein-Kondensate genutzt, um daraus kohärente Atomstrahlen, sogenannte Atomlaser, auszukoppeln. Aus der Hy-



**Abbildung 3.21:** Prozess zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten in der gekreuzten Dipolfalle. Die drei Phasen (a) bis (c) verlaufen ähnlich wie in der Hybridfalle (Abbildung 3.18). Aufgrund des durch den zweiten Dipolstrahl erzeugten axialen Einschlusses lässt sich der Magnetfeldgradient vollständig ausschalten. Dies geschieht jedoch erst 2 s vor der Bose-Einstein-Kondensation, um zeitweise von der Gravitationskompensation zu profitieren.



**Abbildung 3.22:** Effizienz der Evaporation in der gekreuzten Dipolfalle. Der Gewinn an Phasenraumdicke nimmt gegen Ende der Evaporation etwas ab, es lassen sich jedoch Bose-Einstein-Kondensate in der Größenordnung von  $10^6$  Teilchen im rein optischen Potenzial erzeugen.



**Abbildung 3.23:** Aus einem Bose-Einstein-Kondensat ausgekoppelter Atomlaser. Die Richtung der Gravitationskraft zeigt in diesem Bild von links nach rechts.

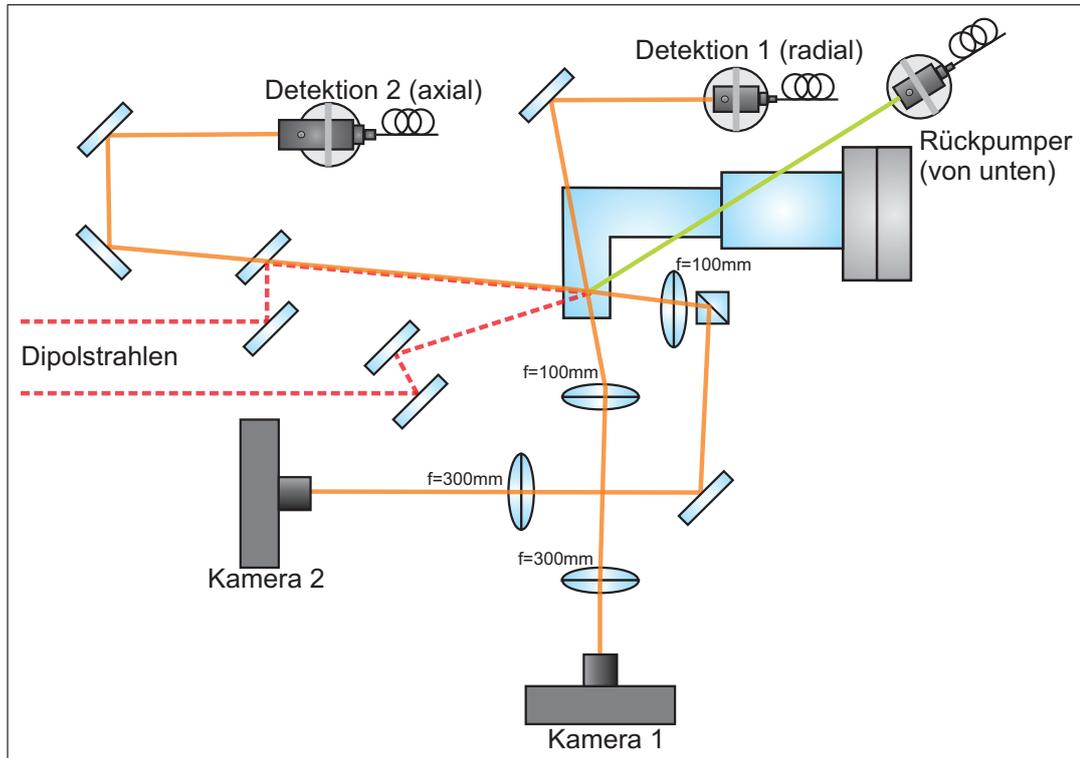
bridfalle ausgekoppelte Atomlaser (Beispiel in Abbildung 3.23) breiten sich aufgrund der Gravitationskompensation besonders langsam aus und können über eine halbe Sekunde lang beobachtet werden. Die Strahlprofile der Atomlaser aus der Hybridfalle und aus der gekreuzten Dipolfalle wurden ausführlich analysiert und miteinander verglichen [61].

## 3.6 Detektion ultrakalter Ensembles

Sämtliche Ergebnisse der Messungen mit ultrakalten Wolken werden aus Absorptionsoptionen der Ensembles extrahiert. Sie basieren auf der Abbildung des Schattens einer atomaren Wolke im Licht eines Detektionsstrahls auf einer CCD-Kamera. Eine gute Einführung in dieses Thema findet sich in [63]. In diesem Abschnitt werden nach einer Beschreibung des Detektionsaufbaus beispielhaft Messungen von Teilchenzahl, Temperatur und Fallenfrequenzen vorgestellt. Daraus lassen sich weitere Parameter wie die Verteilung der Dichte oder der Phasenraumdicke in der Falle bestimmen.

In Abbildung 3.24 ist eine Skizze des Detektionsaufbaus gezeigt. Es stehen zwei Detektionsrichtungen zur Verfügung, die jedoch in der Regel nicht gleichzeitig verwendet werden. Die im normalen Betrieb hauptsächlich verwendete Richtung ist die radiale Detektion. Ein Lichtstrahl mit einer Strahltaile von 1,8 mm (*M20-Kollimator der Firma Schäfter+Kirchhoff*) wird zur Vermeidung von Interferenzeffekten etwas schräg zur Oberfläche der Glaszelle zentral auf die Atomwolke justiert. Auf der CCD-Kamera (*Roper Scientific, SenSys 3200ME*) wird die Schattenaufnahme der Atome mit einer Vergrößerung von 3:1 abgebildet.

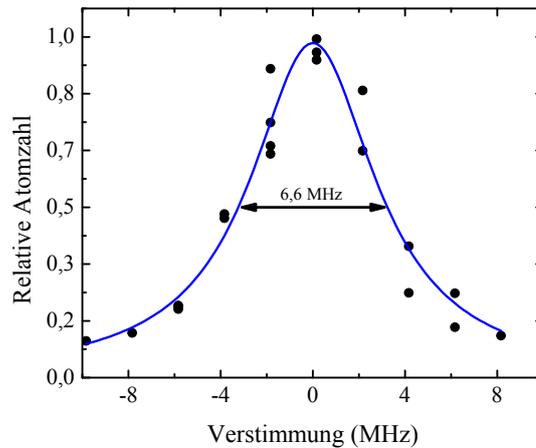
Eine weitere Detektionsrichtung wird mit dem ersten Dipolstrahl überlagert. Sie dient im Wesentlichen zur Justage der Hybridfalle und zur Messung der Fallenfrequenzen in der für die erste Detektionskamera verborgenen Richtung. Für die axiale Detektion wird der Strahl mit einem *M60-Kollimator* der Firma *Schäfter+Kirchhoff* ausgekoppelt und die Atome werden mit einer Vergrößerung von 3:1 auf die zweite Kamera (*PCO, Pixelfly 270XD*) abgebildet. Die lineare Polarisation des Detektionsstrahls ist orthogonal zum überlagerten Dipolstrahl



**Abbildung 3.24:** Detektionsaufbau. Die Detektion durch Absorptionenaufnahmen kann aus zwei Richtungen vorgenommen werden. Eine davon ist mit dem für die Hybridfalle verwendeten Dipolstrahl überlagert, die andere ermöglicht eine radiale Detektion der Ensembles. Atome im Zustand  $F = 1$  können mittels eines Rückpumper-Strahls aus einer anderen Richtung in den den Zustand  $F = 2$  transferiert und somit auf dem geschlossenen Übergang detektiert werden.

gewählt, sodass sich beide nach dem Durchlaufen der Glaszelle mithilfe eines Polarisationsstrahlteilers trennen lassen. Zusätzlich schützt ein optischer Bandpassfilter die Kamera vor dem Dipolfallenlicht der Wellenlänge 1064 nm.

Beide Detektionsstrahlen werden resonant zu dem geschlossenen Übergang zwischen Zustand  $F = 2$  und angeregtem Zustand  $F' = 3$  eingestellt. Die Erfüllung der Resonanzbedingung kann, wie in Abbildung 3.25 gezeigt, mit einer einfachen Spektroskopie durch Variation der AOM-Frequenz überprüft werden. Um auch Ensembles im Zustand  $F = 1$  detektieren zu können, lässt sich während der Absorptionenaufnahme zusätzlich Rückpumper-Licht von unten auf die Atome einstrahlen (*M60-Kollimator, Schäfter+Kirchhoff*). Dadurch werden sie in den Zustand  $F = 2$  transferiert und lassen sich somit auf dem geschlossenen Übergang detektieren.



**Abbildung 3.25:** Spektroskopie auf dem geschlossenen Detektionsübergang. Aufgetragen ist die detektierte Teilchenzahl geteilt durch die Teilchenzahl bei resonanter Detektion. Der Fit mit einem Lorentz-Profil ergibt eine Breite von 6,6 MHz (FWHM). Dieser Wert ist aufgrund des Frequenzrauschens der Laser etwas größer als die Linienbreite des Übergangs von 6,07 MHz [116].

#### Teilchenzahlbestimmung

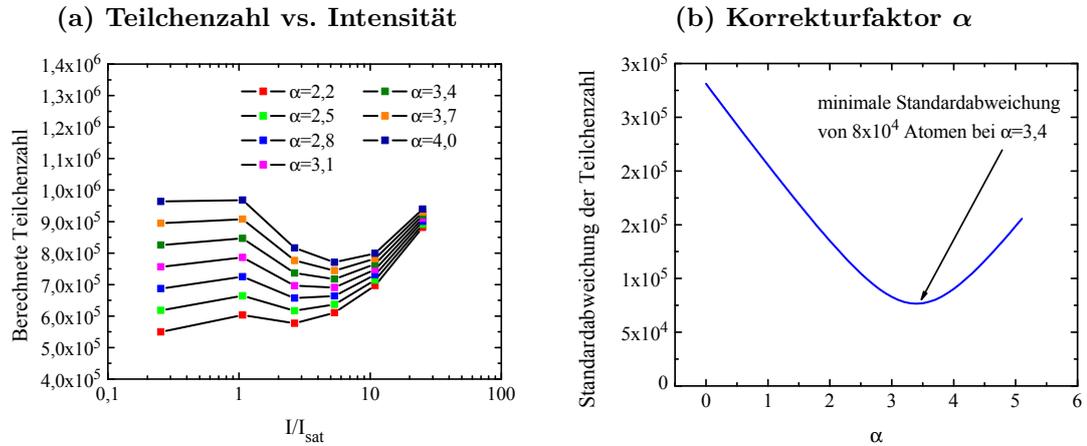
Im Experiment erfolgt die Abbildung der Atome durch drei aufeinanderfolgende Aufnahmen. Die erste Aufnahme bildet den Schatten der Atome ab. Dabei wird ein Lichtpuls der Dauer  $40 \mu\text{s}$  bei ungefähr halber Sättigungsintensität verwendet. Die zweite Aufnahme dient der Erfassung des Intensitätsprofils des Strahls. Sie erfolgt technisch identisch zur ersten Aufnahme, jedoch befinden sich keine Atome mehr auf der Abbildung. Eine dritte Aufnahme ohne Detektionslicht wird zur Korrektur der Hintergrundbeleuchtung (z. B. durch das Raumlicht) verwendet und direkt von den ersten beiden Aufnahmen abgezogen.

Um das Intensitätsprofil  $I_{\text{Atome}}$  der Schattenaufnahme und ein Intensitätsprofil  $I_{\text{Strahl}}$  des Strahls ohne Atome berechnen zu können, werden zwei weitere Größen benötigt. Einerseits die Kalibrierung der Energiekonversion der Kamerapixel, die für die radiale Detektionskamera  $9,47 \times 10^{10}$  Counts pro Joule ergibt. Andererseits die räumliche Skalierung eines Pixels, die durch den Vergleich der Fallparabel der Wolke mit der Erdbeschleunigung erreicht wird.

Aus den Intensitätsprofilen berechnet sich das entlang der Strahlrichtung aufintegrierte Dichteprofil  $n$  der abgebildeten Wolke nach [137] wie folgt

$$n = \left( \log(I_{\text{Strahl}}) - \log(I_{\text{Atome}}) + \frac{I_{\text{Strahl}} - I_{\text{Atome}}}{\alpha I_{\text{sat}}} \right) \frac{\alpha}{\sigma_0}. \quad (3.11)$$

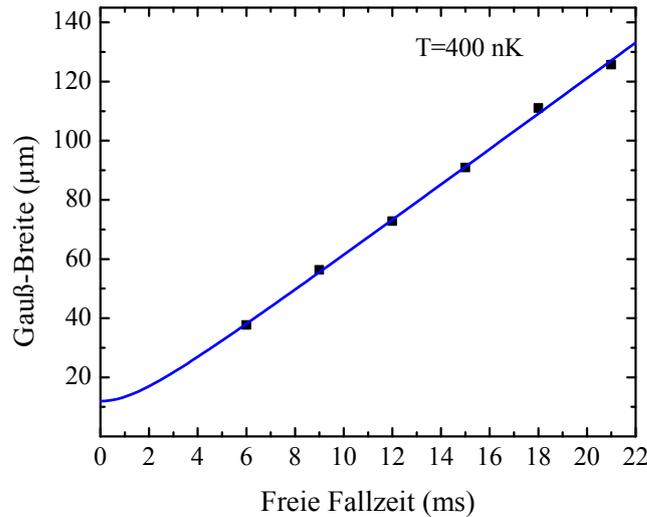
Dabei bezeichnen  $\sigma_0 = 2,907 \times 10^{-9} \text{ cm}^2$  und  $I_{\text{sat}} = 1,669 \text{ mW/cm}^2$  den Streuquerschnitt bzw. die Sättigungsintensität für  $\sigma^+$ -polarisiertes Licht [116]. Der



**Abbildung 3.26:** Kalibrierung der Teilchenzahl durch Variation der Detektionsintensität. **(a)** Berechnete Teilchenzahl aus Absorptionenaufnahmen bei unterschiedlicher Detektionsintensität  $I$  für verschiedene angenommene Korrekturfaktoren  $\alpha$ . **(b)** Der optimale Wert für  $\alpha$  wird bei der geringsten Abhängigkeit der Teilchenzahl von der Detektionsintensität gefunden. Er ergibt sich aus der Minimierung der Standardabweichung, die bei  $\alpha = 3,4$  etwa 10 % der Teilchenzahl beträgt.

Parameter  $\alpha$  dient zur Korrektur dieser Werte für die experimentelle Konfiguration von Lichtpolarisation und Magnetfeld.

Der Korrekturfaktor  $\alpha$  wurde nach einer in der Gruppe von D. Guéry-Odelin entwickelten Methode [137] experimentell bestimmt. Dazu wurden bei verschiedenen Intensitäten zwischen  $0,25 I_{\text{sat}}$  und  $25 I_{\text{sat}}$  Absorptionenaufnahmen von thermischen Wolken durchgeführt. Die Belichtungszeit wurde dabei im Bereich von  $2,5 \mu\text{s}$  und  $250 \mu\text{s}$  jeweils so angepasst, dass die Pixelsumme der Absorptionenaufnahmen ungefähr denselben Wert ergibt. Bei der Wahl des richtigen Korrekturfaktors  $\alpha$  sollte die nach (3.11) berechnete Atomzahl nicht von der Intensität abhängen. In Abbildung 3.26(a) ist die Teilchenzahl als Funktion der Intensität für verschiedene  $\alpha$  berechnet. Die geringste Standardabweichung der Teilchenzahl ergibt sich bei einem Wert  $\alpha = 3,4$ , wie Abbildung 3.26(b) zu entnehmen ist. Sie beträgt bei diesem Wert etwa 10 % und verschwindet damit nicht ganz. Dies ist auf technische Nichtlinearitäten der Intensitätsbestimmung aus den Absorptionenaufnahmen zurückzuführen. In Kapitel 6 wird die Frequenzverschiebung des Uhrenübergangs von  $^{87}\text{Rb}$  durch die interatomare Wechselwirkung untersucht. Diese Messungen bestätigen die hier vorgestellte Teilchenzahlkalibrierung (zusammen mit den im Folgenden beschriebenen Messungen von Temperatur und Fallenfrequenzen) im Rahmen von etwa 10 %.



**Abbildung 3.27:** Messung der Temperatur thermischer Atome in der gekreuzten Dipolfalle. Die Expansion der Gauß-Breite führt auf eine Temperatur von 400(20) nK. Bei bekannter Fallengeometrie ist die Temperaturbestimmung auch anhand einer einzigen Absorptionaufnahme möglich (siehe Text).

### Temperaturbestimmung

Die Temperatur ultrakalter thermischer Ensembles kann (wie bereits in Abschnitt 3.2 für die Melasse gezeigt) durch die Ausdehnung der Wolke während der freien Expansion ermittelt werden. Dies ist in Abbildung 3.27 für eine der drei Fallenkonfigurationen (245 mW und 200 mW) gezeigt, die für die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit verwendet wurden. Ein Fit an die Ausdehnung des gaußförmigen Dichteprofiles nach Gleichung (3.4) führt für diese Messung auf eine Temperatur von etwa 400 nK, eine Fehlerabschätzung ergibt eine Unsicherheit von ca. 20 nK. Für diese Art der Temperaturmessung ist eine Sequenz mehrerer Aufnahmen notwendig.

Die Temperatur lässt sich bei Kenntnis der Fallengeometrie auch aus einer einzelnen Absorptionaufnahme bestimmen. Aus der Boltzmann-Verteilung (2.12) ergibt sich für ein thermisches Ensemble im harmonisch genäherten Potenzial (2.17) folgende Dichteverteilung

$$n(\mathbf{r}) = \frac{N}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}}. \quad (3.12)$$

Dabei bezeichnen die Gauß-Breiten (auch thermische Längen genannt) den Ab-

stand zum Zentrum entlang der Hauptachsen, bei dem die Dichte auf einen Wert von  $1/\sqrt{e}$  abgefallen ist

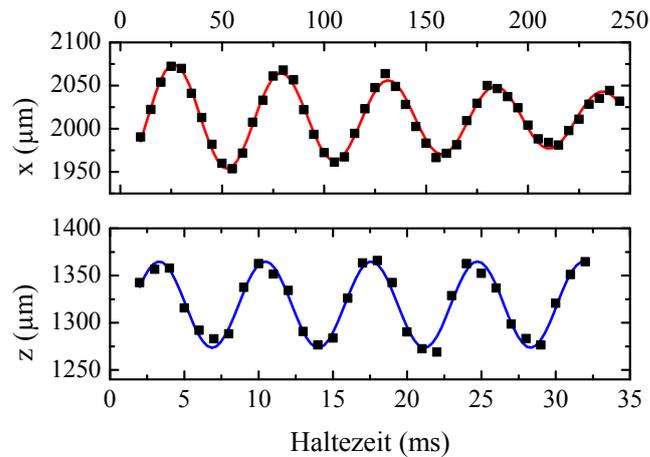
$$\sigma_{x,y,z} = \sqrt{\frac{k_B T}{m \omega_{x,y,z}^2}}. \quad (3.13)$$

Sind die Fallenfrequenzen bekannt, so lassen sich aus einem Vergleich der Gauß-Breite in der Falle mit der Gauß-Breite nach einer bestimmten Expansionszeit die Temperatur und damit auch die Dichte und die Phasenraumdichte bestimmen.

Bei der Analyse der Absorptionenaufnahmen ist zu berücksichtigen, dass das gemessene Dichteprofil bereits entlang der Detektionsrichtung integriert ist. Um eindimensionale Fits anlegen zu können, wird die detektierte Verteilung über eine weitere Richtung aufsummiert. Für Gauß-Funktionen ergibt sich daraus wieder eine Gauß-Verteilung, wodurch die Berechnungen sehr einfach werden. Für die Laplace-Verteilung der Quadrupolfalle (3.6) ist eine korrekte Auswertung des integrierten Dichteprofiles nach einer freien Expansionszeit deutlich komplizierter und numerisch aufwendiger [138]. Das mit einer Absorptionenaufnahme detektierte Dichteprofil lässt sich jedoch bei einem ausreichend starken Magnetfeldgradienten ( $\gtrsim 100$  G/cm) und einer genügend langen freien Expansionszeit ( $\gtrsim 10$  ms) in guter Näherung durch ein Gaußprofil nähern. Um die Temperatur aus einer Detektionenaufnahme zu bestimmen, kann in guter Näherung dieselbe Auswertung wie für harmonische Fallen herangezogen werden. Dabei werden für die Gauß-Breiten in der Falle die Werte  $\sigma_z \rightarrow k_B T / \alpha$  in vertikaler und  $\sigma_{x,y} \rightarrow 2k_B T / \alpha$  in horizontaler Richtung angenommen, wobei  $\alpha$  wie in (3.5) durch den Magnetfeldgradienten definiert ist.

### Messung der Fallenfrequenzen

Die Fallenfrequenzen in der harmonischen Falle lassen sich sehr gut experimentell bestimmen, indem durch das kurzzeitige Verändern des Potentials Oszillationen der Schwerpunktsposition des Ensembles in der Falle angeregt werden. In der gekreuzten Dipolfalle werden dazu ultrakalte Atome im Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  präpariert. Für die Dauer von 1 ms wird mit einem Strom von 1 A durch die Quadrupolspulen ein Magnetfeldgradient erzeugt, der die Atome aus dem Zentrum der Dipolfalle auslenkt. Es folgt eine Haltezeit, die mit jedem Messzyklus variiert wird. Nach einer konstanten freien Fallzeit von 15 ms wird die Position der Wolken durch Absorptionenaufnahmen aus beiden Detektionsrichtungen bestimmt. Die oszillierende Schwerpunktschwindigkeit in der Falle übersetzt sich in eine oszillierende Position nach der Fallzeit. Auf



**Abbildung 3.28:** Messung der Fallenfrequenzen. Dargestellt sind die Oszillationen der Schwerpunktsposition nach einer konstanten Fallzeit als Funktion der Haltezeit nach einer Anregung in der Falle. In axialer Richtung (oben) ergibt sich eine Fallenfrequenz von  $2\pi \times 18$  Hz, in vertikaler Richtung (unten) sind es  $2\pi \times 140$  Hz. Die dritte Fallenfrequenz (nicht dargestellt) beträgt  $2\pi \times 132$  Hz

diese Weise lassen sich die Fallenfrequenzen in allen drei Hauptachsen bestimmen. Abbildung 3.28 zeigt dies für die häufig verwendete Falle mit Dipolstrahlleistungen von 245 mW und 200 mW.

# 4 Atomare Uhren und Frequenzstandards

Dieses Kapitel gibt eine grundlegende Einführung in die Funktionsweise und Charakterisierung atomarer Uhren und Frequenzstandards. Nach einem Überblick über verschiedene spektroskopische Methoden wird die Ramsey-Interferometrie detailliert erläutert. Für diese Methode wird insbesondere der Arbeitspunkt einer Uhr beschrieben, bei dem eine Messung maximale Sensitivität auf Frequenzänderungen aufweist. Anschließend werden die wichtigsten Eigenschaften einer Uhr definiert: Stabilität und Genauigkeit. Die Stabilität wird anhand der Allan-Standardabweichung untersucht und verschiedene Arten von Rauschen, sowie deren Auswirkung auf die gemittelte Stabilität, werden diskutiert.

## 4.1 Funktionsweise von Atomuhren

Die Grundlage jeder Uhr ist ein periodisches Signal. Dieses Signal muss möglichst stabil und seine Frequenz sollte gut bekannt sein. Mit einem Uhrwerk lässt sich die Frequenz dieses Signals in eine definierte Einheit umwandeln und somit zur Zeitmessung verwenden. Das Signal von Mikrowellenoszillatoren kann rein elektronisch ausgewertet werden, für optische Uhren wird zusätzlich ein optischer Frequenzkamm als Uhrwerk verwendet [14]. Eine Atomuhr nutzt als Frequenznormal den Übergang zwischen zwei atomaren Zuständen  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$ . Die Energiedifferenz zwischen diesen beiden Zuständen  $\hbar\omega_0$  legt die Übergangsfrequenz  $\omega_0$  fest. Ein kontinuierliches periodisches Signal kann auf verschiedene Weise aus dem atomaren Übergang erzeugt werden.

Aktive Uhren verwenden direkt die Strahlung des atomaren Übergangs. Wichtigstes Beispiel ist der aktive Wasserstoffmaser. Bei diesem wird die Emission angeregter Wasserstoffatome auf dem Hyperfeinübergang mittels eines Mikrowellenresonators ausgelesen.

Die meisten modernen Atomuhren sind jedoch passive Uhren. Das kontinuierliche Uhrensinal wird dabei durch einen Lokaloszillator erzeugt, dessen Frequenz  $\omega$  kontinuierlich oder in regelmäßigen Abständen mit dem atomaren Übergang

verglichen und entsprechend nachgestellt wird. Die Abfrage der Übergangsfrequenz kann mittels verschiedener spektroskopischer Methoden erfolgen:

- Bei der **kontinuierlichen Spektroskopie** wird die atomare Resonanz ständig abgefragt, beispielsweise durch Aufnahme eines Absorptionssignals, und daraus eine Rückkopplung für den Lokaloszillator bestimmt. Diese Technik wird bei verschiedenen Gaszellen-Uhren verwendet.
- Die **Rabi-Spektroskopie** ist eine gepulste Abfragemethode. Dies hat den Vorteil, dass zwischen den Abfragepulsen Präparationsphasen eingefügt werden können, in denen z. B. die atomaren Ensembles gekühlt werden. Während des Pulses der Länge  $\tau$  finden zwischen den beiden atomaren Zuständen Rabi-Oszillationen mit der Frequenz  $\Omega$  statt [139]. Diese Frequenz hängt von der Intensität des Abfragesignals, also der Intensität der Mikrowelle oder des Uhrenlasers, und der Verstimmung zur Oszillatorfrequenz ab. Die Übergangswahrscheinlichkeit vom Zustand  $|0\rangle$  in den Zustand  $|1\rangle$  nach einem Rabi-Puls ist also ein Maß für die Frequenzdifferenz zwischen atomarem Übergang und Lokaloszillator. Rabi-Spektroskopie findet hauptsächlich bei optischen Gitteruhren Anwendung. Für Fontänen-Uhren müsste man entlang der gesamten Flugstrecke der Atome eine präzise Kontrolle über die Intensität des Mikrowellensignals erzielen, was technisch schwierig ist.
- Da die Intensitätskontrolle des Abfragesignals bei der Rabi-Spektroskopie oft begrenzend ist, wird vor allem für Fontänen-Uhren die **Ramsey-Spektroskopie** verwendet. Anstelle eines Abfragepulses werden hier zwei kurze Pulse der Länge  $\tau$  eingestrahlt, die durch eine längere Ramsey-Zeit  $T_R$  getrennt sind [140]. Durch den ersten Puls wird eine kohärente Superposition erzeugt, typischerweise mit gleichverteiltem Amplitudenquadrat ( $\pi/2$ -Puls). Während der Abfragezeit  $T_R$  entwickeln sich die Phase dieser Superposition und die des Lokaloszillators mit einem Unterschied  $\Delta T_R$  weiter. Dieser Phasenunterschied ist durch die Verstimmung  $\Delta = \omega - \omega_0$  gegeben und kann mit dem zweiten Puls ausgelesen werden, da dieser abhängig von  $\Delta T_R$  die Besetzungsverteilung ändert. Die Ramsey-Methode hat den großen Vorteil, dass während der Abfragezeit das atomare Ensemble von den Einflüssen des Oszillatorsignals entkoppelt ist.

Im folgenden Abschnitt wird die Spektroskopie eines atomaren Ensembles mit einem gepulsten Abfragesignal diskutiert. Dafür wird ein Matrixformalismus entwickelt, der sowohl Rabi- als auch Ramsey-Spektroskopie beschreibt. Er lässt sich ganz allgemein auch für unterschiedlich lange oder inhomogene Abfragepulse anwenden, was für die zurzeit am Experiment durchgeführten Messungen relevant ist (vgl. Abschnitt 6.3.2). Anschließend wird in Abschnitt 4.1.2 der Arbeitspunkt einer auf Ramsey-Spektroskopie basierenden Atomuhr beschrieben,

der durch den Betrieb bei maximaler Sensitivität einer Messung auf Frequenzänderungen definiert ist.

### 4.1.1 Rabi- und Ramsey-Spektroskopie

In diesem Abschnitt wird die Wechselwirkung zwischen dem atomaren Ensemble und dem Abfragesignal diskutiert. Dabei werden die einzelnen Atome unter Vernachlässigung von Stößen als Zweiniveausysteme mit den Uhrenzuständen  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  behandelt. Der Quantenzustand des Systems wird durch

$$|\Psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle \quad (4.1)$$

repräsentiert, wobei  $c_0$  und  $c_1$  die Wahrscheinlichkeitsamplituden für die jeweiligen Uhrenzustände darstellen. Diese werden im Folgenden als Vektor zusammengefasst. Die Energien der beiden Zustände sind die Eigenwerte des (ungestörten) Hamiltonian  $H_0$ . Definiert man die mittlere Energie der beiden Eigenzustände als Nullpunktsenergie, so ergibt sich für den Hamiltonian in Matrixschreibweise

$$H_0 = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\omega_0 & 0 \\ 0 & \omega_0 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Auf ähnliche Weise kann die Wechselwirkung mit dem Abfragefeld durch einen Störungshamiltonian  $H_1$  dargestellt werden [141]

$$H_1 = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 2\Omega_R \cos(\omega t) \\ 2\Omega_R \cos(\omega t) & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Die Kopplung an den atomaren Übergang ist durch die resonante Rabi-Frequenz  $\Omega_R$  gegeben. Das Abfragefeld wird in dieser Beschreibung als klassische elektromagnetische Welle betrachtet. Für Lichtfelder mit der Amplitude  $\mathcal{E}$  ergibt sich die Rabi-Frequenz  $\Omega_R = |d_{10}|\mathcal{E}/\hbar$  aus dem Produkt mit dem Dipolmatrixelement  $d_{10}$ . Für den in dieser Arbeit relevanten Mikrowellenübergang beschreibt man die Kopplung  $\Omega_R = \mu_B \mathcal{B}/\hbar$  als Produkt der Magnetfeldamplitude  $\mathcal{B}$  mit dem Bohr'schen Magneton  $\mu_B$ .<sup>1</sup>

Die Zeitentwicklung des Zustands  $|\Psi\rangle$  ist durch die Schrödingergleichung

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi\rangle = (H_0 + H_1) |\Psi\rangle \quad (4.4)$$

<sup>1</sup>Oft werden auch Zweiphotonenübergänge verwendet, beispielsweise gekoppelte Mikrowellen und Radiofrequenzen oder Raman-Laser. Dann ergibt sich die gemeinsame resonante Rabi-Frequenz aus dem Produkt der einzelnen Rabi-Frequenzen, dividiert durch die doppelte Verstimmung zu den Übergängen.

gegeben. Um diese zu lösen, werden die Wahrscheinlichkeitsamplituden zunächst in einen Anteil der von der Beobachtungszeit  $t$  abhängt und einen, der von der seit der ersten Störung vergangenen Zeit  $\theta$  abhängt, separiert

$$c_0(t, \theta) = \gamma_0(\theta)e^{i\omega t/2} \quad (4.5)$$

$$c_1(t, \theta) = \gamma_1(\theta)e^{-i\omega t/2}. \quad (4.6)$$

Offensichtlich sind die Besetzungswahrscheinlichkeiten vollständig durch die neuen Amplituden  $\gamma_{0,1}$  gegeben  $|c_{0,1}|^2 = |\gamma_{0,1}|^2$ . Mit der zeitlichen Ableitung

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (4.7)$$

in der Schrödingergleichung (4.4) führt dieser Ansatz auf das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} i\frac{\partial\gamma_0}{\partial\theta} &= \frac{\Delta}{2}\gamma_0 + \frac{\Omega_R}{2}\gamma_1 \\ i\frac{\partial\gamma_1}{\partial\theta} &= \frac{\Omega_R}{2}\gamma_0 - \frac{\Delta}{2}\gamma_1, \end{aligned} \quad (4.8)$$

wobei die Terme mit der Frequenz  $2\omega$  vernachlässigt wurden. Diese Näherung ist als „Rotating Wave Approximation“ bekannt. Um eine allgemeine Beschreibung der Wechselwirkung durch das Abfragefeld zu erhalten, ist es hilfreich die Zustandsänderung in einer Matrixschreibweise zu behandeln

$$\begin{pmatrix} \gamma_0(\text{final}) \\ \gamma_1(\text{final}) \end{pmatrix} = M_k \cdots M_1 \begin{pmatrix} \gamma_0(\text{initial}) \\ \gamma_1(\text{initial}) \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

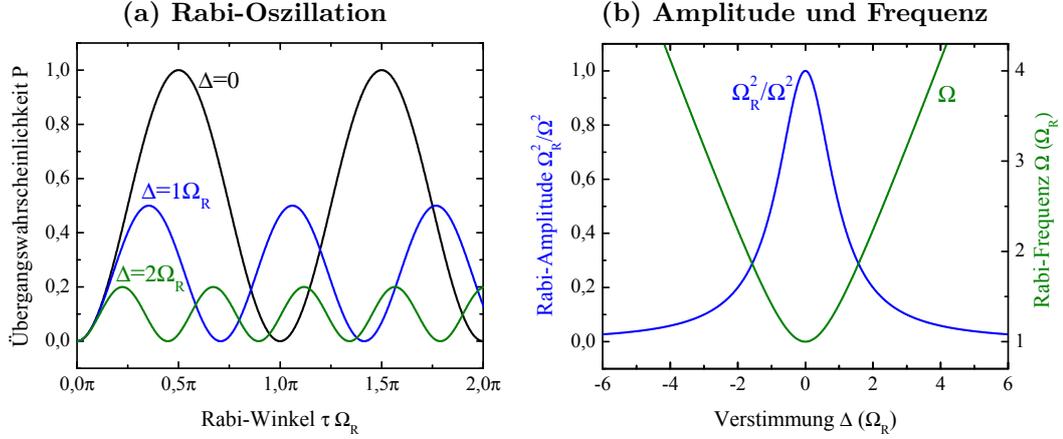
Die verschiedenen Matrizen  $M_{1,\dots,k}$  repräsentieren die aufeinanderfolgenden Operationen. Bei einer Ramsey-Sequenz beschreibt eine erste Matrix  $M_1$  den ersten Puls, die Matrix  $M_2$  die Entwicklung während der Ramsey-Zeit  $T_R$ , und die Multiplikation mit einer letzten Matrix  $M_3$  ergibt den Zustand nach dem zweiten Puls.

Für einen einzelnen Rechteckpuls der Länge  $\tau$  erhält man aus (4.8) die Lösung [142]

$$M_1 = \begin{pmatrix} \cos\frac{\Omega\tau}{2} - \frac{i\Delta}{\Omega}\sin\frac{\Omega\tau}{2} & -\frac{i\Omega_R}{\Omega}\sin\frac{\Omega\tau}{2} \\ -\frac{i\Omega_R}{\Omega}\sin\frac{\Omega\tau}{2} & \cos\frac{\Omega\tau}{2} + \frac{i\Delta}{\Omega}\sin\frac{\Omega\tau}{2} \end{pmatrix}. \quad (4.10)$$

Dabei bezeichnet  $\Omega$  die effektive Rabi-Frequenz. Sie hängt wie folgt von der resonanten Rabi-Frequenz und der Verstimmung ab

$$\Omega = \sqrt{\Omega_R^2 + \Delta^2}. \quad (4.11)$$



**Abbildung 4.1:** In (a) ist die Übertragungswahrscheinlichkeit bei einer Rabi-Oszillation in Abhängigkeit des Rabi-Winkels  $\Omega_R\tau$  aufgetragen. Für eine größere Verstimmung  $\Delta$  nimmt die Amplitude  $\Omega_R^2/\Omega^2$  der Oszillation ab und die Frequenz  $\Omega$  zu. Dieser Zusammenhang ist in (b) dargestellt.

Geht man davon aus, dass sich das Atom im Uhrenzustand  $|\Psi\rangle = |0\rangle$  befindet

$$\begin{pmatrix} \gamma_0(\tau) \\ \gamma_1(\tau) \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

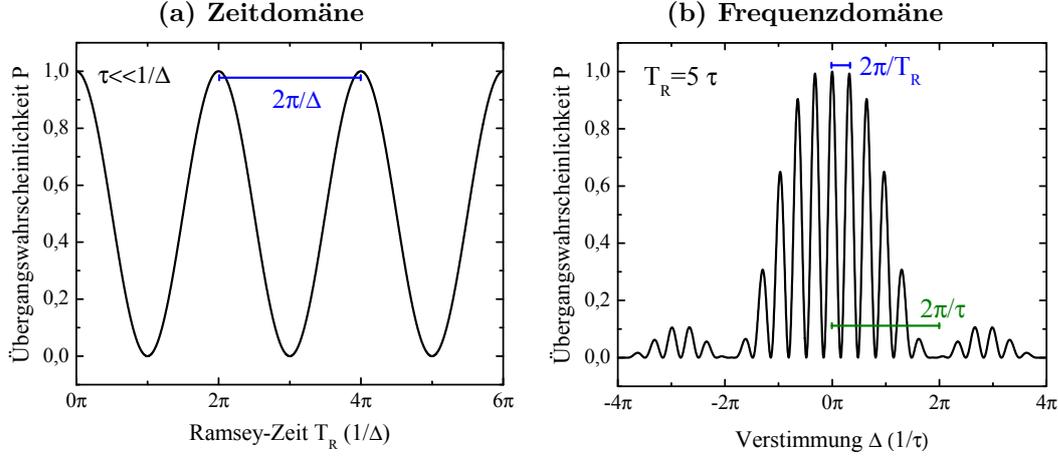
so erfolgt der Übertrag in den anderen Uhrenzustand  $|1\rangle$  durch einen Rabi-Puls mit der Wahrscheinlichkeit

$$P = |\gamma_1(\tau)|^2 = \frac{\Omega_R^2}{\Omega^2} \sin^2\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right). \quad (4.13)$$

In Abbildung 4.1 sind die Rabi-Oszillationen nach (4.13) für verschiedene Verstimmungen  $\Delta$  dargestellt. Eine größere Verstimmung führt zu einer kleineren Amplitude und einer höheren Frequenz. Bei einer Uhr kann diese Abhängigkeit genutzt werden, um mittels Spektroskopie einer Flanke die Verstimmung zu bestimmen und eine Rückkopplung auf den Lokalszillator zu geben. Nachteil dieser Methode ist, dass während der gesamten Interrogationszeit das Abfragesignal mit dem atomaren Ensemble wechselwirkt und daher über die gesamte Zeit sehr gut kontrolliert werden muss.

Im Folgenden wird eine Ramsey-Sequenz betrachtet, bei der der einzelne Rabi-Puls durch zwei Pulse der Länge  $\tau$  ersetzt wird, die durch die Ramsey-Zeit  $T_R$  getrennt sind. Die Sequenz wird durch drei Matrizen beschrieben

$$\begin{pmatrix} \gamma_0(\tau, T_R, \tau) \\ \gamma_1(\tau, T_R, \tau) \end{pmatrix} = M_3 M_2 M_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$



**Abbildung 4.2:** Ramsey-Oszillationen nach zwei  $\pi/2$ -Pulsen ( $\Omega_R \tau = \pi/2$ ), getrennt durch die Interrogationszeit  $T_R$ . In der Zeitdomäne (a) oszilliert der Übertrag  $P$  mit der Kreisfrequenz  $\Delta$  und konstanter Amplitude. Letztere ist maximal für  $\tau \ll 1/\Delta$ . Das Interferenzsignal in der Frequenzdomäne (b) haben eine Periodizität von  $2\pi/T_R$ . Sie werden bei großer Verstimmung unterdrückt und verschwinden für Vielfache von  $2\pi/\tau$  ganz.

wobei für zwei gleich lange Rabi-Pulse  $M_3 = M_1$  gilt. Während der Ramsey-Zeit sammeln Atom und Lokaloszillator lediglich eine Phasendifferenz  $\Delta T_R$  auf. Setzt man  $\Omega_R = 0$ , so ergibt sich aus (4.8) für  $M_2$  direkt

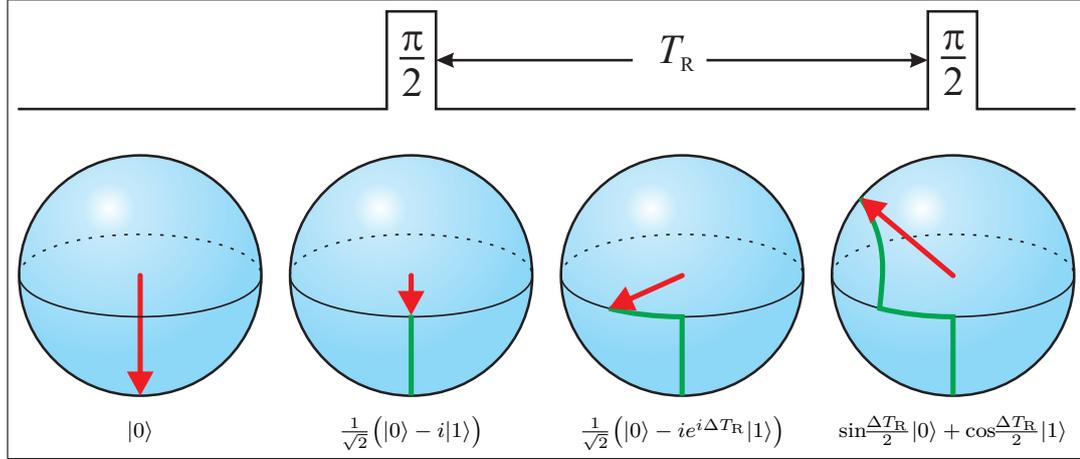
$$M_2 = \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\Delta T_R}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\Delta T_R}{2}} \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Durch Matrizenmultiplikation erhält man für den Übertrag nach einer Ramsey-Sequenz mit zwei gleich langen Rabi-Pulsen

$$P = |\gamma_1(\tau, T_R, \tau)|^2 = \frac{4\Omega_R^2}{\Omega^2} \sin^2\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right) \left( \cos\frac{\Omega\tau}{2} \cos\frac{\Delta T_R}{2} - \frac{\Delta}{\Omega} \sin\frac{\Omega\tau}{2} \sin\frac{\Delta T_R}{2} \right)^2. \quad (4.16)$$

Unter Variation der Ramsey-Zeit  $T_R$  erhält man Oszillationen, deren Phase und konstante Amplitude<sup>2</sup> von der Verstimmung  $\Delta$ , der Pulszeit  $\tau$  und der Rabi-Frequenz  $\Omega_R$  abhängen. Die Frequenz dieser Oszillation ist jedoch ausschließlich durch  $\Delta$  gegeben. Daher ist eine Spektroskopie in der Zeitdomäne

<sup>2</sup>In dieser Einteilchenbeschreibung wird die Abnahme der Amplitude durch Teilchenzahlverluste und Dephasierung nicht berücksichtigt. Diese Effekte werden in Kapitel 6 ausführlich diskutiert.

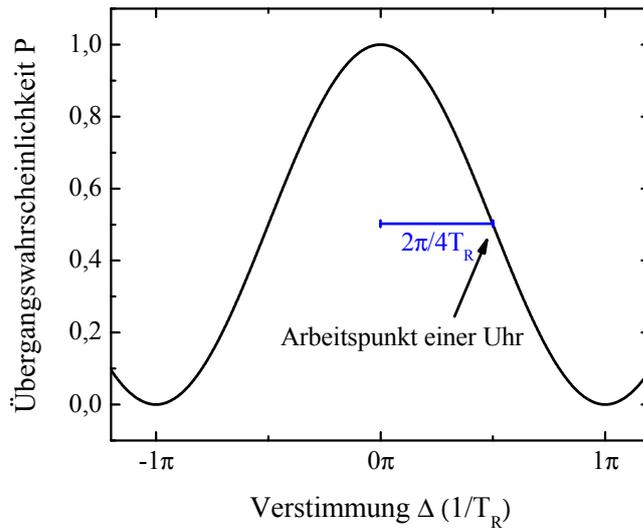


**Abbildung 4.3:** Ramsey-Schema für zwei  $\pi/2$ -Pulse und die Näherung  $\Omega_R \gg \Delta$ . Die Eigenzustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  zeigen zum Süd- bzw. Nordpol der Bloch-Kugel. Durch den ersten  $\pi/2$ -Puls wird eine gleichverteilte Superposition auf dem Äquator erzeugt. Diese sammelt während der Interrogationszeit eine Phasendifferenz  $\Delta T_R$  zum Lokaloszillator auf. Der zweite  $\pi/2$ -Puls projiziert diese Phasendifferenz auf ein neues Besetzungsverhältnis, dessen Messung auf die Verstimmung  $\Delta$  zurückschließen lässt.

hervorragend geeignet, um die Verstimmung des Lokaloszillators zu bestimmen. Für den Betrieb einer Uhr werden  $T_R$ ,  $\tau$  und  $\Omega_R$  konstant gehalten, um aus einer einzelnen Messung (oder zwei aufeinanderfolgenden Messungen) des Übertrags  $P$  auf eine Variation der Verstimmung des Lokaloszillators zurückzuschließen. Abbildung 4.2 stellt den Ramsey-Übertrag nach Gleichung (4.16) für zwei  $\pi/2$ -Pulse ( $\Omega_R \tau = \pi/2$ ) dar. In der Frequenzdomäne erhält man Interferenzlinien im Abstand  $2\pi/T_R$ . Aufgrund der kleineren Rabi-Amplitude bei größerer Verstimmung verringert eine einhüllende Funktion den Übertrag  $P$  und unterdrückt das Interferenzsignal vollständig bei Vielfachen von  $2\pi/\tau$ .

Gleichung (4.16) kann durch Integration über das atomare Ensemble leicht für inhomogene Rabi-Pulse verallgemeinert werden. Eine solche Inhomogenität entsteht z. B. bei optischen Uhren durch eine Krümmung im Intensitätsprofil des Abfragelasers und bei Fontänen führt die thermische Geschwindigkeitsverteilung zu unterschiedlichen Fallzeiten  $\tau$  durch den Mikrowellenresonator. Die Inhomogenität führt zu einer Verringerung des Kontrasts, wodurch zunächst die Interferenzlinien bei höherer Verstimmung auswaschen. In der Frequenzdomäne entsteht ein sogenanntes Rabi-Podest (engl. Rabi pedestal), in dessen Zentrum nur noch die nahresonanten Interferenzlinien auflösbar sind [142, 143].

Für eine Ramsey-Sequenz mit zwei  $\pi/2$ -Pulsen, deren Länge deutlich kürzer ist



**Abbildung 4.4:** Arbeitspunkt einer Uhr. Abgebildet ist die zentrale Interferenzlinie einer Ramsey-Sequenz in der Frequenzdomäne. Eine Uhr wird am Punkt höchster Sensitivität auf Frequenzänderungen betrieben.

als  $1/\Delta$ , lässt sich (4.16) wesentlich vereinfachen. Durch eine Reihenentwicklung mit  $\tau \ll 1/\Delta$  bzw.  $\Omega_R \gg \Delta$  erhält man

$$P = \cos^2\left(\frac{\Delta T_R}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\Delta T_R)). \quad (4.17)$$

Diese Näherung ist für die zentrale Interferenzlinie, auf dem typischerweise Uhren betrieben werden (Abschnitt 4.1.2), in der Regel sehr gut. Abbildung 4.3 verdeutlicht die entsprechende Zustandsentwicklung anhand der Bloch-Kugel.

### 4.1.2 Arbeitspunkt einer Uhr

Zum Betrieb einer Uhr wird die Ramsey-Zeit konstant gehalten und in jedem experimentellen Zyklus das Besetzungsverhältnis der beiden Uhrenzustände gemessen. Da sich dieses mit der Verstimmung des Lokaloszillators zum atomaren Übergang ändert, lässt sich mit jeder Messung eine Korrektur berechnen, um die der Lokaloszillator ggf. nachgestimmt wird. Handelt es sich bei dem Lokaloszillator um ein bekannterweise stabileres Frequenznormal als der Uhrenübergang selbst es ist, so lässt sich anders herum auch die Stabilität des Uhrenübergangs messen, dessen Frequenz durch verschiedene externe Felder fluktuieren kann (siehe Abschnitt 4.2 und Kapitel 7).

Um Frequenzänderungen mit möglichst hoher Sensitivität zu messen, wird die Verstimmung des Abfragesignals so gewählt, dass sich eine Frequenzänderung

maximal auf das Besetzungsverhältnis überträgt. Abbildung 4.2(b) entnimmt man direkt, dass dies auf halber Höhe der Flanken der zentralen Interferenzlinie der Fall ist. Diese Punkte werden als Arbeitspunkte der Uhr bezeichnet (siehe Abbildung 4.4). Bei manchen Uhren wird das Abfragesignal abwechselnd zwischen den beiden Arbeitspunkten hin und her verstimmt, um so aus zwei Messungen die Verstimmung zu ermitteln und eine Rückkopplung auf den Lokaloszillator zu geben [28]. Prinzipiell kann eine Uhr auch auf nur einem der Arbeitspunkte betrieben werden, da sich aus dem Besetzungsverhältnis der beiden Uhrenzustände auf die zentrale Übergangsfrequenz zurückrechnen lässt. Dieses einfachere Verfahren wird für die Stabilitätsmessungen in dieser Arbeit verwendet (Abschnitt 7.1).

Aufgrund der kleinen Verstimmung gilt typischerweise die Bedingung  $\tau \ll 1/\Delta$  und die zentrale Interferenzlinie kann durch (4.17) beschrieben werden. Es gilt für die maximale Sensitivität

$$\frac{\Delta}{2\pi} = \frac{1}{4T_R} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial P}{\partial \Delta} = \frac{T_R}{2} = \frac{\pi Q}{2\omega_0}. \quad (4.18)$$

Dabei bezeichnet  $Q$  den Gütefaktor der Uhr, der sich aus der Übergangsfrequenz dividiert durch die halbe Breite der Interferenzlinie ergibt

$$Q = \frac{\omega_0 T_R}{\pi}. \quad (4.19)$$

Der Gütefaktor steigt also linear mit der Interrogationszeit  $T_R$ . In dieser Beschreibung wird spontaner Zerfall auf dem atomaren Übergang vernachlässigt, also eine unendlich schmale Linienbreite angenommen. In der Tat betragen die Lebensdauern der Grundzustands-Hyperfeinübergänge, auf denen Mikrowellenuhren betrieben werden, mehrere Jahre [142]. Bei optischen Uhren spielt spontane Emission jedoch eine entscheidende Rolle und begrenzt den Gütefaktor, daher müssen verbotene Übergänge mit besonders schmaler Linienbreite verwendet werden.

Nach Gleichung (4.18) steigt die Sensitivität einer Frequenzmessung linear mit der Abfragezeit  $T_R$ . Es ist also naheliegend, eine möglichst lange Abfragezeit zu wählen. Für Fontänenuhren ist sie durch die Geschwindigkeitsverteilung und durch die Flugzeit, also die geometrische Größe, begrenzt. In gefangenen Ensembles dephasieren die Atome, da sie im Allgemeinen abhängig vom Fallenzustand unterschiedliche Frequenzverschiebungen durch das Fallenpotenzial und die interatomare Wechselwirkung erfahren (Abschnitt 6.2). Aus diesem Grund nimmt der Kontrast des Interferenzsignals mit der Abfragezeit ab. Der Gütefaktor nach (4.19) muss dann durch Multiplikation mit dem Kontrast korrigiert werden. Häufig wird die Dephasierung durch eine exponentielle Abnahme des Kontrasts mit  $\exp(-T_R/\tau_{\text{exp}})$  beschrieben. In dieser Näherung erhält man die

maximale Sensitivität für eine Abfragezeit  $T_R = \tau_{\text{exp}}$ . Eine weitere Begrenzung der Ramsey-Zeit ergibt sich aus dem Frequenzrauschen des Übergangs durch externe Einflüsse oder das Rauschen des Lokaloszillators. Für den Uhrenbetrieb kann  $T_R$  nur so groß gewählt werden, dass jede Messung eindeutig der zentralen Interferenzlinie zuzuordnen ist und nicht bereits zur nächsten Flanke gehört.

Aufgrund der Heisenberg'schen Unschärferelation lässt sich auf den ersten Blick vermuten, dass sich die Frequenz in jeder Messung nur bis auf einen Fehler der Größenordnung  $1/T_R$  messen lässt. Für eine typische Abfragezeit von einer Sekunde und die Frequenz des  $^{133}\text{Cs}$ -Hyperfeinübergangs von ca.  $10^{10}$  Hz entspräche dies einer relativen Stabilität von lediglich  $10^{-10}$ . Moderne Fontänenuhren messen die Frequenz jedoch um drei bis vier Größenordnungen besser. Sie „umgehen“ das Heisenberglimit indem sie  $N$  Atome gleichzeitig spektroskopieren und erreichen so für jede Messung einen kleineren Fehler der Größenordnung  $1/(T_R\sqrt{N})$ . Im folgenden Abschnitt werden Stabilität und Genauigkeit von Frequenzmessungen definiert und die fundamentalen Grenzen werden diskutiert. Es wird die Allan-Standardabweichung zur Analyse der Stabilität eingeführt und verschieden Arten von Rauschen werden charakterisiert.

## 4.2 Stabilität und Genauigkeit

Im vorigen Abschnitt wurde der Arbeitspunkt einer Uhr eingeführt, der die maximale Sensitivität einzelner Messungen des Besetzungsverhältnisses auf den Frequenzunterschied zwischen atomarem Übergang und Lokaloszillator definiert. In diesem Abschnitt wird diskutiert wie sich aus einer Reihe solcher Messungen die gemittelte Stabilität einer Uhr oder eines Frequenzstandards ergibt. Bevor die Stabilität anhand der Allan-Standardabweichung detailliert beschrieben wird, werden zunächst die beiden grundlegenden Eigenschaften einer Uhr bzw. eines Frequenzstandards betrachtet – Stabilität und Genauigkeit.

Die Stabilität einer Frequenzmessung wird durch ihr Gegenteil, die Instabilität, definiert. Sie ist durch die statistische Abweichung gegeben, die nach einer Frequenzmessung der Dauer  $\tau$  erwartet wird. Die Stabilität ist also durch die Abweichung zu anderen Messwerten gegeben und nicht durch die absolute Abweichung zum atomaren Übergang. Unter dem Begriff der Kurzzeitstabilität versteht man die Stabilität nach einer kurzen Integrationszeit von typischerweise einer Sekunde. Auf dieser Zeitskala überwiegt in der Regel weißes Rauschen (vgl. Abschnitt 4.2.2), wodurch sich die Instabilität nach einer Integrationszeit  $\tau$  mit  $1/\sqrt{\tau}$  heruntermittelt. Oft ist die Zykluszeit einer Frequenzmessung  $T_c$ , die definiert ist durch den Abstand zwischen zwei Messungen des Besetzungsverhältnisses, länger als eine Sekunde. In diesem Fall wird, weißes Rauschen

vorausgesetzt, die Stabilität bei einer Sekunde durch Extrapolation mit  $\sqrt{T_c}$  angegeben. Für größere Integrationszeiten begrenzen typischerweise andere Arten von Rauschen (z.B. Flicker-Rauschen) oder Drifts die Langzeitstabilität (Abschnitt 4.2.2). Im folgenden Abschnitt wird sich herausstellen, dass sich manche Rauschquellen durch eine längere Interrogationszeit  $T_R$  unterdrücken lassen, andere jedoch nicht.

Im Gegensatz zur Stabilität ist die Genauigkeit durch den systematischen Fehler gegeben, innerhalb dessen sich die Frequenz im Vergleich zum ungestörten atomaren Übergang angeben lässt. Zur Bestimmung der Genauigkeit müssen also alle relevanten externen Einflüsse samt systematischem Fehler bestimmt werden. Der statistische Fehler begrenzt die Genauigkeit zusätzlich, sie kann nicht besser sein als die herunter gemittelte Stabilität. Handelt es sich bei dem atomaren Übergang um den primären Zeitstandard, so gibt die Genauigkeit die mögliche Abweichung von der Messung einer SI-Sekunde an. Diese ist durch die Dauer von 9 192 631 770 Schwingungen der Strahlung des Übergangs zwischen den beiden Hyperfeinniveaus des Grundzustands von  $^{133}\text{Cs}$  definiert. Neben dem primären Zeitstandard werden seit dem Jahr 2006 fünf sekundäre Repräsentationen der Sekunde vom Comité international des poids et mesures (CIPM) anerkannt [25, 26]. Darunter befindet sich als einziger Mikrowellenstandard der in dieser Arbeit verwendete Hyperfeinübergang des Grundzustands von  $^{87}\text{Rb}$  mit einer Frequenz von 6 834 682 610,904 324 Hz und einer Unsicherheit von  $3 \times 10^{-15}$ . Der Begriff „Uhr“ im engeren Sinn impliziert neben der Verwendung eines primären oder sekundären Zeitstandards die Angabe eines systematischen Fehlerbudgets, also eine Analyse der Genauigkeit. Oft werden aber auch Frequenzstandards, die sich eher durch Stabilität als durch eine hohe Genauigkeit auszeichnen, als Uhren bezeichnet.

Viele technische Anwendungen, beispielsweise im Bereich der Navigation oder Kommunikation, sind weniger auf genaue Uhren, als auf stabile Frequenzstandards angewiesen. Darüber hinaus erfordern bestimmte Einsatzbereiche (z. B. in Satelliten) ein sehr viel kompakteres Design als es mit Fontänenuhren realisierbar ist. Zentrales Ergebnis dieser Arbeit ist die Untersuchung eines Rephasierungseffekts, durch dessen Anwendung sich eine drastische Verlängerung der Kohärenzzeit optisch gefangener Ensembles erreichen lässt (Kapitel 6). In Kapitel 7 wird die Stabilität eines Mikrowellenstandards basierend auf optisch gefangenen  $^{87}\text{Rb}$ -Atomen analysiert, und eine kompakte Realisierung mit hoher Stabilität vorgeschlagen. Um den Vorteil einer langen Kohärenzzeit zu verdeutlichen, wird zunächst die Quantifizierung der Stabilität durch die Allan-Standardabweichung diskutiert. Anschließend werden verschiedene Arten von Rauschen charakterisiert.

### 4.2.1 Allan-Standardabweichung

Die Stabilität einer Frequenzmessung für eine Integrationszeit  $\tau$  lässt sich durch die Allan-Standardabweichung  $\sigma_y(\tau)$  angeben [144]. Die vielen einzelnen Frequenzmessungen werden zunächst als kontinuierliche Messung betrachtet und in aufeinanderfolgende Intervalle der Länge  $\tau$  aufgeteilt. Für jedes Intervall  $i$  wird die mittlere Frequenzabweichung  $\langle \Delta \rangle_{i,\tau}$  bestimmt und relativ zur Übergangsfrequenz  $\omega_0$  angegeben

$$\bar{y}_i = \frac{\langle \Delta \rangle_{i,\tau}}{\omega_0} = \frac{1}{\tau} \int_{t_i}^{t_i+\tau} \frac{\Delta(t)}{\omega_0} dt. \quad (4.20)$$

Das Quadrat der Allan-Standardabweichung, die Allan-Varianz, ist der halbe Erwartungswert der quadratischen Abweichung von zwei aufeinanderfolgenden Intervallmessungen

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_{i+1} - \bar{y}_i)^2 \rangle. \quad (4.21)$$

Die Stabilität für eine Frequenzmessung mittels Ramsey-Spektroskopie ist durch unterschiedliche Arten von Rauschquellen gegeben. Das Rauschen der Verstimmung wird als  $\sigma_\Delta$  bezeichnet. Es setzt sich zusammen aus dem Rauschen des Abfragesignals und dem Rauschen externer Einflüsse, die den Uhrenübergang verschieben. Dabei sind in dieser Arbeit vor allem Frequenzverschiebungen durch Dichtefluktuations, Magnetfeldrauschen und Rauschen der über das Ensemble gemittelten Lichtintensität des Dipolfallenlasers relevant (Abschnitt 7.2).

Ein weiterer Beitrag zur Instabilität entsteht durch die einzelnen Messungen des Besetzungsverhältnisses zur Bestimmung der Verstimmung. Dieses Detektionsrauschen  $\sigma_d$  setzt sich wie folgt zusammen. Technisches Rauschen auf der Intensität des Abfragesignals führt zu einem Präparationsrauschen  $\sigma_p$ , das angibt mit welcher Stabilität die beiden  $\pi/2$  Pulse realisiert werden, also nach dem ersten Puls ein Besetzungsverhältnis von ca. 50 % entsteht. Ein weiterer Beitrag zum Detektionsrauschen ist die Standardabweichung  $\sigma_{\Delta N}$ , die den Fehler angibt, innerhalb dessen sich der Unterschied der Besetzungszahl beider Zustände aufnehmen lässt. Dieser Fehler mittelt sich mit der Gesamtzahl der Atome  $N$  herunter. Hinzu kommt das Quantenprojektionsrauschen, das die Messung des Besetzungsverhältnisses fundamental auf eine Präzision  $\propto 1/\sqrt{N}$  begrenzt (wenn keine nicht klassischen Uhrenzustände verwendet werden [145]). Für die Messung beider Zustände einer 50 %-50 %-Mischung ergibt sich insgesamt ein Detektionsrauschen

$$\sigma_d = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{2\sigma_{\Delta N}^2}{N^2} + 4\sigma_p}. \quad (4.22)$$

In Abschnitt 7.2.5 wird die Messung der einzelnen Beiträge zum Detektionsrauschen für die verwendete Apparatur vorgestellt.

Auf die über  $\tau$  gemittelte Allan-Standardabweichung des Frequenzstandards wirken sich das Rauschen des Übergangs  $\sigma_\Delta$  und das Detektionsrauschen  $\sigma_d$  wie folgt aus [28]

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{\sigma_\Delta^2}{\omega_0^2} + \frac{4\sigma_d^2}{\pi^2 Q^2} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}}. \quad (4.23)$$

Hierbei wird weißes Rauschen angenommen, das sich mit  $1/\sqrt{\tau}$  heruntermittelt. Offenbar wirkt sich das Rauschen der Verstimmung  $\sigma_\Delta$  unabhängig von der Interrogationszeit  $T_R$  auf die Stabilität aus. Im Gegensatz dazu wird das Detektionsrauschen durch einen hohen Gütefaktor unterdrückt, weshalb sich bei ausreichender Kohärenzzeit durch eine längere Interrogationszeit die Stabilität einer Uhr verbessern lässt. Die Interrogationszeit  $T_R$  ist natürlich kleiner als die Zykluszeit  $T_c$ , da eine Präparationsphase und eine Detektionsphase notwendig sind. Als Maß für eine hohe Interrogationszeit wird daher der relative Abfragezyklus (engl. duty cycle) eingeführt, der durch den Quotienten  $T_R/T_c$  gegeben ist.

In den besten Fontänenuhren lassen sich die technischen Rauschquellen weitgehend unterdrücken. Vernachlässigt man Einflüsse auf den Uhrenübergang, Rauschen des Oszillators und technische Fluktuation des Detektions-/Präparationsprozesses, so ergibt sich ein Limit für die Stabilität einer idealen Frequenzmessung, das durch das Quantenprojektionsrauschen gegeben ist

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi Q \sqrt{N}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}. \quad (4.24)$$

Wie schon erwähnt handelt es sich dabei um ein fundamentales Limit, wenn klassische Uhrenzustände verwendet werden.

Während das Quantenprojektionsrauschen in den besten Fontänenuhren mit einer Stabilität von bis zu  $1,6 \times 10^{-14}$  bei einer Sekunde nahezu erreicht werden kann [12, 28, 146], ist bei optischen Gitteruhren das Rauschen des Lokaloszillators limitierend. Mikrowellensignale können durch kryogene Oszillatoren eine sehr hohe Phasenstabilität erreichen. Bei optischen Uhren ist das Abfragesignal ein Laser, der auf einen Resonator mit hoher Finesse stabilisiert wird. Ein aufwendiges Resonator-Design [147] ermöglicht es eine optische  $^{87}\text{Sr}$ -Uhr mit einer Stabilität von  $2 \times 10^{-15}$  in einer Sekunde zu betreiben [16]. Dies liegt deutlich unter dem Wert, der mit Fontänenuhren erreicht werden kann, ist aber ca. drei mal höher als das Quantenprojektionslimit. Das Rauschen des Abfragesignals überträgt sich durch das gepulste Vergleichen mit dem atomaren Übergang auf die Stabilität einer Uhr [27]. Das als Dick-Effekt bekannte Aliasing hängt von der spektralen Rauschdichte über einen großen Frequenzbereich ab. Eine genaue Berechnung findet sich in Ref. [148]. Entscheidend ist, dass der Instabilitätsbeitrag durch den Dick-Effekt mit einem höheren Duty Cycle  $T_R/T_c$  abnimmt.

Es lässt sich zusammenfassend feststellen, dass alle Atomuhren, deren Stabilität nicht durch das Rauschen des atomaren Übergangs aufgrund externer Einflüsse begrenzt ist, mit längerer Interrogationszeit an Stabilität gewinnen könnten: Bei Fontänenuhren hätte das Quantenprojektionsrauschen aufgrund eines höheren Gütefaktors weniger Einfluss, optische Uhren könnten vor allem durch eine Reduzierung des Dick-Effekts profitieren. Eine wesentliche Begrenzung für die Interrogationszeit in gefangenen Ensembles (vgl. Abschnitt 4.1.2) ist der Kontrastverlust des Ramsey-Interferenzsignals durch Dephasierung. In Kapitel 6 wird ein Repahsierungseffekt untersucht, der eine deutliche Verlängerung der Abfragezeit ermöglicht und somit die Stabilität zukünftiger Uhren erheblich verbessern kann.

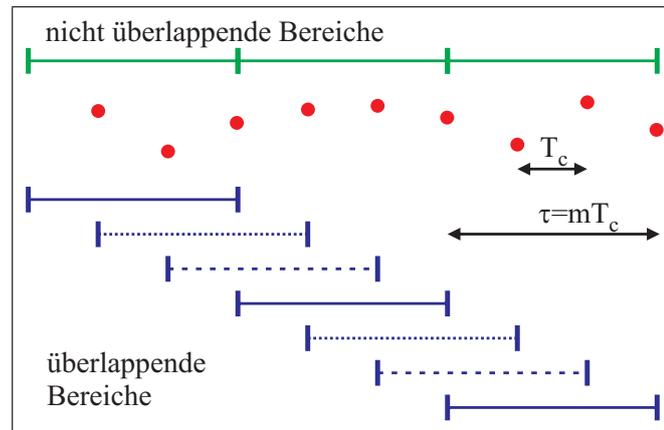
### Praktische Berechnung der Allan-Standardabweichung

Die Allan-Varianz (4.21) lässt sich für eine endliche Anzahl diskreter Integrationsintervalle durch folgende Summe abschätzen [144]

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2P} \sum_{i=1}^P (\bar{y}_{i+1} - \bar{y}_i)^2. \quad (4.25)$$

Dabei hat jedes einzelne Intervall die Länge eines ganzzahligen Vielfachen der Zykluszeit  $\tau = mT_c$  und seine relative Frequenz  $\bar{y}_i$  ergibt sich aus dem Mittelwert von  $m$  Messungen. Die Allan-Varianz lässt sich aus den Messwerten also nur für diskrete Interrogationszeiten berechnen und muss dazwischen interpoliert werden. Für  $M$  einzelne Messungen der Frequenz erhält man  $P = M/m - 1$  (abgerundet) Paare von Intervallen, die miteinander verglichen werden. Die Allan-Varianz wird für längere Integrationszeit immer unzuverlässiger abgeschätzt, da die mittlere Abweichung dann aus weniger Intervallpaaren berechnet wird. Sie kann daher nur für eine Integrationszeit angegeben werden, die deutlich kürzer ist, als die eigentliche Frequenzmessung gedauert hat.

Anstelle der ursprünglichen Definition der Allan-Varianz wird in dieser Arbeit die überlappende Allan-Varianz verwendet [149]. Bei dieser Methode werden deutlich mehr Intervalle berücksichtigt: Mit jedem neuen Messpunkt beginnt ein neues Intervall der Länge  $\tau = mT_c$ . Es werden jedoch weiterhin nur die Frequenzabweichungen der zeitlich direkt aufeinanderfolgenden, nicht überlappenden Intervallpaare berücksichtigt. Zeitlich versetzt zu jedem Intervallpaar liegen jedoch weitere Vergleichspaare. Es überlappen nicht diejenigen Intervalle, deren mittlere Frequenz miteinander verglichen wird, sondern die Intervallpaare. Insgesamt wird auf diese Weise über eine höhere Anzahl von Vergleichspaaren  $P_{\text{üil}} = M - 2m + 1$  gemittelt, wie Abbildung 4.5 verdeutlicht. Daher erhält man speziell für längere Integrationszeiten eine belastbarere Abschätzung der



**Abbildung 4.5:** Berechnung der Allan-Varianz. Die roten Punkte symbolisieren die einzelnen Frequenzmessungen im zeitlichen Abstand  $T_c$ . Die Berechnung der Allan-Varianz, kann anhand nicht überlappender Bereiche (grün) oder überlappender Bereiche (blau) erfolgen. Für den dargestellten Fall  $M = 9$  und  $m = 3$  lassen sich für die nicht überlappenden Bereiche zwei benachbarte Frequenzvergleiche ausrechnen. Die überlappenden Bereiche ermöglichen insgesamt vier aufeinanderfolgende Vergleiche: zwei für die mit durchgezogenen Linien gekennzeichneten Intervalle und jeweils einen für die gestrichelt bzw. gepunktet dargestellten Bereiche.

Allan-Varianz. Mit der versetzten Anordnung von Integrationsintervallen erhält man die überlappende Allan-Varianz

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2 P_{\text{üil}}} \sum_{i=1}^{P_{\text{üil}}} (\bar{y}_{i+m} - \bar{y}_i)^2. \quad (4.26)$$

### 4.2.2 Klassifizierung von Rauschbeiträgen

In Abschnitt 4.2.1 wurde die Allan-Standardabweichung für eine Frequenzmessung diskutiert. Dabei wurde weißes Rauschen vorausgesetzt, also Rauschen mit frequenzunabhängiger spektraler Leistungsdichte. Dieses Rauschen mittelt sich in der Allan-Standardabweichung mit  $1/\sqrt{\tau}$  herunter. Im Folgenden werden weitere Arten von Rauschen untersucht, die insbesondere bei langen Integrationszeiten für eine Frequenzmessung von Bedeutung sind.

Die spektrale Leistungsdichte  $S_y(f)$  eines Rauschprozesses bezeichnet die mittlere quadratische Abweichung des Signals geteilt durch einen infinitesimal kleinen Frequenzbereich um die Fourier-Frequenz  $f$ . Für reale Rauschquellen lässt sich die spektrale Leistungsdichte durch folgende fünf Polynome der Frequenz ausdrücken

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^2 h_\alpha f^\alpha. \quad (4.27)$$

$S_y(f)$	$\sigma_y(\tau)$	Bezeichnung	Farbzuordnung
$\propto f^2$	$\propto 1/\tau$	weißes Phasenrauschen	violett
$\propto f$	$\propto 1/\tau$	Flicker-Phasenrauschen	blau
konstant	$\propto 1/\sqrt{\tau}$	weißes Frequenzrauschen	weiß
$\propto 1/f$	konstant	Flicker-Frequenzrauschen	rosa
$\propto 1/f^2$	$\propto \sqrt{\tau}$	Random-Walk-Frequenzrauschen	rot oder braun
	$\propto \tau$	linearer Frequenzdrift	

**Tabelle 4.1:** Verschiedene Arten von Rauschen und die jeweilige Auswirkung auf die Allan-Standardabweichung. Den Rauschtypen werden in Anlehnung an das sichtbare Spektrum Farben zugeordnet (siehe Text). Lineare Drifts sind im engeren Sinn kein Rauschen, sie führen in der Allan-Standardabweichung zu einem linearen Anstieg mit der Integrationszeit  $\tau$ .

Der Parameter  $\alpha$  charakterisiert dabei die jeweilige Art des Rauschens und  $h_\alpha$  dessen Intensität, gegeben durch die jeweilige Rauschquelle. Den Rauscharten werden in Anlehnung an das sichtbare optische Spektrum verschiedene Bezeichnungen und Farben zugeordnet. Für  $\alpha = -2$  fällt die Leistungsdichte stark mit der Frequenz ab. Daher bezeichnet man das  $1/f^2$ -Rauschen als rotes Rauschen. Es beschreibt u. a. den Prozess der Brown'schen Molekularbewegung und wird daher auch braunes oder Random-Walk-Rauschen genannt. Das  $1/f$ -Rauschen ( $\alpha = -1$ ) liegt zwischen dem roten und dem weißen Rauschen und wird daher mit der Farbe Rosa gekennzeichnet. Dieser auch als Flicker- oder Funkelrauschen bekannte Beitrag spielt beispielsweise bei elektronischen Prozessen eine wichtige Rolle. Das weiße Rauschen ( $\alpha = 0$ ), mit über das Spektrum gleichverteilter Leistungsdichte, ist für atomare Frequenzmessungen auf kurzen Zeitskalen dominant. Die Bezeichnungen weißes Phasenrauschen ( $\alpha = 2$ ) und Flicker-Phasenrauschen ( $\alpha = 1$ ) ergeben sich daraus, dass die Frequenz als Ableitung der Phase geschrieben werden kann. Das Phasenrauschen nimmt für hohe Fourier-Frequenzen zu (daher die Farben Violett bzw. Blau) und spielt bei atomaren Frequenzmessungen eine untergeordnete Rolle.

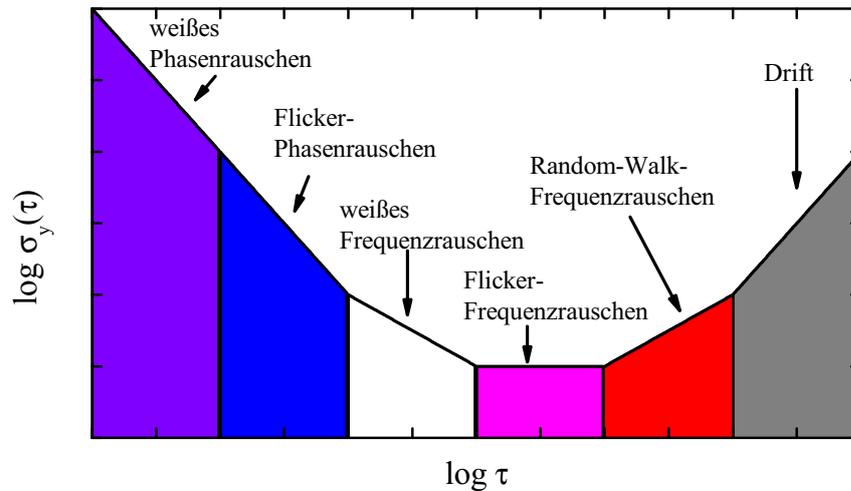
Die Auswirkungen der verschiedenen Rauschbeiträge auf die Allan-Varianz er rechnen sich nach [142] zu

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^\infty |H_A(f, \tau)|^2 S_y(f) df. \quad (4.28)$$

Dabei bezeichnet  $|H_A(f, \tau)|^2$  das Betragsquadrat der Transferfunktion

$$|H_A(f, \tau)|^2 = \frac{2 \sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2}. \quad (4.29)$$

Berücksichtigt man zusätzlich zu dieser Transferfunktion, dass jede Messung der Allan-Varianz einen Tiefpass für die Fourier-Frequenz darstellt



**Abbildung 4.6:** Rauschen im doppellogarithmischen  $\sigma_y(\tau)$ -Plot. Verschiedene Arten von Rauschen wirken sich unterschiedlich auf die Allan-Standardabweichung aus und lassen sich so identifizieren. Während das Phasenrauschen in der Regel keine Rolle spielt, ist das weiße Frequenzrauschen für die Kurzzeitstabilität entscheidend. Die besten Stabilitätswerte erhält man am „Flicker-Floor“ (siehe Text), bevor Random-Walk-Rauschen und Drifts wieder zu einer höheren Allan-Standardabweichung führen. Die Farbgebung orientiert sich an Tabelle 4.1.

( $H_A(f > f_{TP}) \equiv 0$ ), so erhält man durch Integration von (4.28) die Abhängigkeit der Allan-Standardabweichung von der jeweiligen Art des Rauschens. In Tabelle 4.1 werden die verschiedenen Arten von Rauschen und deren Auswirkungen auf die Allan-Standardabweichung zusammengefasst.

Abgesehen vom Rauschen wirken sich auch Frequenzdrifts auf die Allan-Standardabweichung aus. Ein linearer Frequenzdrift führt zu einem linearen Anstieg von  $\sigma_y(\tau)$  mit  $\tau$ .

Zur Analyse einer Stabilitätsmessung wird die Allan-Standardabweichung als Funktion der Integrationszeit in einem doppellogarithmischen Graphen aufgetragen. So können die einzelnen Rauscharten identifiziert werden, wie Abbildung 4.6 verdeutlicht. Offensichtlich unterscheidet die Allan-Standardabweichung (das gleiche gilt für die überlappende Allan-Standardabweichung) nicht zwischen weißem Phasenrauschen und Flicker-Phasenrauschen. Aus diesem Grund wurden verschiedene andere Varianzen entwickelt, wie beispielsweise die modifizierte Allan-Varianz. Ein guter Überblick über verschiedene Varianzen findet sich in Referenz [150]. Da das Phasenrauschen für die Stabilitätsanalyse atomarer Frequenzstandards in der Regel keine bedeutende Rolle spielt, eignet sich die überlappende Allan-Varianz bestens für die in Kapitel 7 durchgeführten Stabilitätsmessungen.

Die kleinste Unsicherheit, die für eine Frequenzmessung angegeben werden kann, wird also durch das Flicker-Frequenzrauschen begrenzt, da sich die Allan-Varianz bei dessen Erreichen nicht weiter heruntermittelt. In diesem Bereich spricht man vom „Flicker-Floor“. Die Stabilität am Flicker-Floor lässt sich allerdings nur dann für eine Bestimmung der Genauigkeit verwenden, wenn Random-Walk-Rauschen und Drifts vernachlässigt werden können.

## 5 Ramsey-Interferometrie mit optisch gefangenen Atomen

In diesem Kapitel wird die Realisierung von Ramsey-Interferometrie zur Spektroskopie des Hyperfeinübergangs zwischen den Zuständen  $|0\rangle \equiv |F=1, m_F=0\rangle$  und  $|1\rangle \equiv |F=2, m_F=0\rangle$  von  $^{87}\text{Rb}$  erklärt. Dieser Übergang stellt eine sekundäre Repräsentation der Sekunde dar (vgl. Abschnitt 4.2). Seine Frequenz  $\omega_0/2\pi = 6\,834\,682\,610,904$  Hz [130] wird nur in zweiter Ordnung durch den Zeeman-Effekt verschoben – ein großer Vorteil für die Stabilität und die Genauigkeit von Frequenzmessungen. Die Interferometersequenz findet in einem rein optischen Potenzial statt. Dies stellt eine besondere Herausforderung dar, da aufgrund der inhomogenen differentiellen AC-Stark-Verschiebung des Übergangs von  $|0\rangle$  nach  $|1\rangle$  eine hohe Dephasierungsrate und damit ein schneller Abfall des Kontrasts zu erwarten ist. In Kapitel 6 wird die Dephasierung ausführlich analysiert und beschrieben, wie sie mittels eines Selbstrephasierungseffekts stark unterdrückt werden kann. Dieses Kapitel beschreibt die experimentellen Techniken, die die Voraussetzung für sämtliche weiteren Untersuchungen dieser Arbeit bilden.

Die folgenden Abschnitte dieses Kapitels erläutern die experimentelle Prozedur der Ramsey-Interferometrie, ausgehend von einer ultrakalten thermischen  $^{87}\text{Rb}$ -Wolke in der gekreuzten Dipolfalle. Nach der Evaporation in dieser Falle (Abschnitt 3.5.2) befinden sich die Atome im gestreckten Zustand  $|F=2, m_F=2\rangle$ . Durch schnelle adiabatische Passagen werden sie in den Uhrenzustand  $|1\rangle$  transferiert. Anschließend wird das Hintergrundmagnetfeld auf einen Wert von 95(1) mG eingestellt. Dieser Wert ist einerseits niedrig genug, um das Magnetfeldrauschen durch den quadratischen Zeeman-Effekt stark zu reduzieren, andererseits aber hoch genug, um Spinmischungen zu vermeiden. Ausgehend von Zustand  $|1\rangle$  findet eine Teilchenzahlpräparation statt, indem die erwünschte Atomzahl in den Uhrenzustand  $|0\rangle$  transferiert wird und die restlichen Atome durch einen resonanten Lichtpuls entfernt werden. Dieses Vorgehen stellt eine stabile Teilchenzahlpräparation mit konstanter Temperatur sicher. Für die eigentliche Ramsey-Sequenz wird ein besonders rauscharmer Mikrowellengenerator verwendet, eine Leihgabe des SYRTE (Systèmes de Référence Temps-Espace) in Paris. Die Ramsey-Sequenzen in der Zeitdomäne werden mit kon-

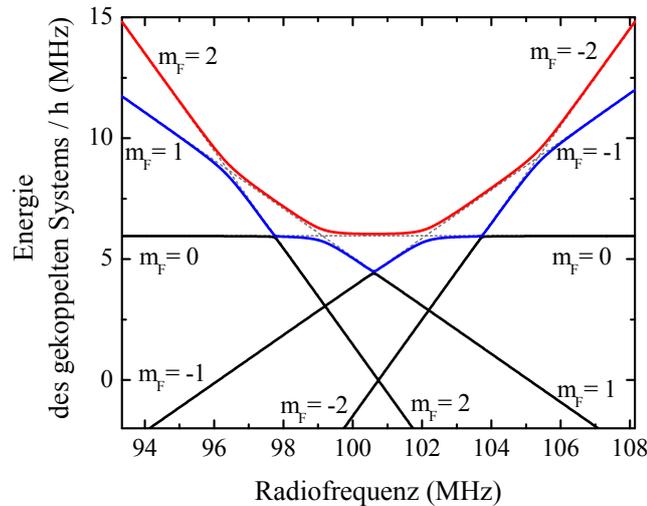
stanter Haltezeit durchgeführt, um eine Kontrolle über die Kontrastabnahme durch Teilchenzahlverluste zu gewährleisten. Nach der Ramsey-Sequenz erfolgt eine Stern-Gerlach-Separation durch den quadratischen Zeeman-Effekt und die Messung der Atomzahl in den beiden Uhrenzuständen durch eine gemeinsame Absorptionaufnahme. Diese Methode ermöglicht eine besonders rauscharme Detektion des Besetzungsverhältnisses und damit des Phasenunterschieds zwischen atomarem Übergang und Mikrowellenoszillator.

### 5.1 Zustandspräparation

Im Gegensatz zur Magnetfalle können in einem rein optischen Potenzial die magnetischen Quantenzustände im Prinzip frei gewählt werden. Um den Ausgangszustand  $|F=2, m_F=2\rangle$  nach der Evaporation in beliebige andere Zustände des Hyperfein-Grundzustands zu transferieren, werden im Experiment schnelle adiabatische Passagen [151–153] verwendet. Dabei wird bei einem hohen homogenen Magnetfeld ein Radio- oder Mikrowellensweep über die Resonanz eines Übergangs gefahren. Dieser Sweep muss zum einen ausreichend schnell sein, um Relaxationsprozesse zu vermeiden, zum anderen muss er so langsam sein, dass die Spinzustände adiabatisch folgen können. Durch die Kopplung der Radio- oder Mikrowellenphotonen an den atomaren Übergang entstehen sogenannte vermiedene Kreuzungen, wie Abbildung 5.1 zeigt. Der Sweep entlang einer solchen Kreuzung transferiert die Atome in den nächsten Spinzustand.

Für eine effiziente Anwendung schneller adiabatischer Passagen ist eine hohe Intensität des koppelnden elektromagnetischen Felds vorteilhaft, da eine stärkere Kopplung schnellere Sweeps ermöglicht. Außerdem sorgt ein möglichst hohes (aber stabiles und homogenes) Magnetfeld für eine starke Aufspaltung der Energieniveaus, wodurch die Sweeps über einen sehr kleinen Frequenzbereich gefahren werden können.

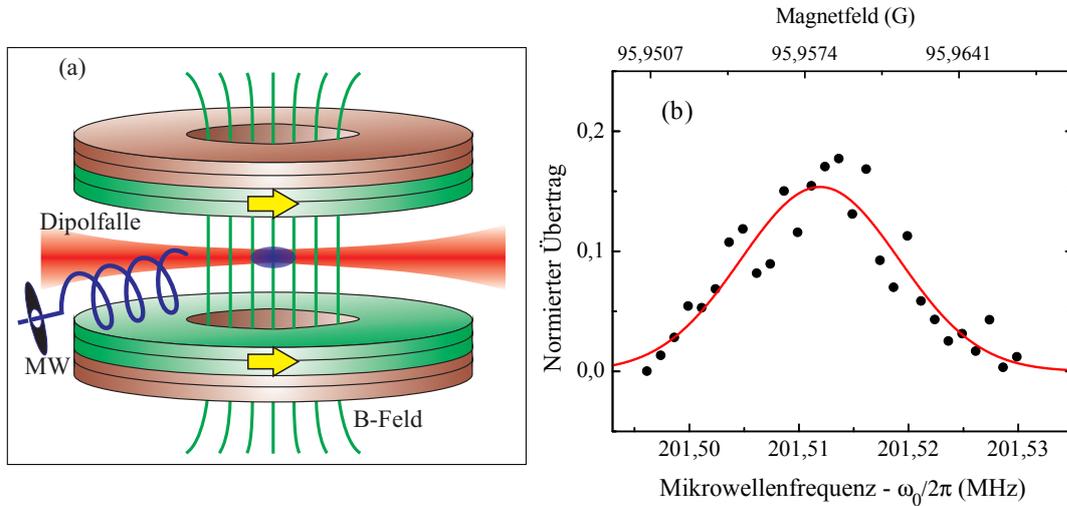
Radiofrequenzsweeps bis zu 150 MHz werden vom digitalen Funktionsgenerator *VFG 150* der Firma *Toptica* generiert. Dieser ermöglicht schnelle und phasenkontinuierliche Frequenzänderungen nach einer programmierten Sequenz. Sein Signal wird mittels eines Breitbandverstärkers der Firma *Amplifier Research* auf bis zu 10 W erhöht und über das Nahfeld einer Loop-Antenne auf das atomare Ensemble gestrahlt. Für die Mikrowellensweeps wird das Signal des *VFG 150* über einen Radiofrequenzschalter umgeleitet und zur Referenzierung eines phasenstabilisierten Mikrowellenoszillators der Firma *Miteq*, Modell *BCO-135-145-06950-4-15P*, verwendet. Dieser erzeugt eine genau 50 mal höhere Frequenz als seine Referenz und lässt sich in einem Bereich von 6,7 bis 7,2 GHz frei durchstimmen. Die Leistung lässt sich mithilfe eines variablen Abschwä-



**Abbildung 5.1:** Schnelle adiabatische Passagen. Dargestellt ist die Energie des gekoppelten Systems für alle  $|F=2\rangle$ -Spinzustände gegenüber der Radiofrequenz für das im Experiment verwendete Magnetfeld von 144 G. Frequenzsweeps entlang der vermiedenen Kreuzungen (zwischen roter und blauer Linie) transferieren die Atome in benachbarte Spinzustände. Durch die Aneinanderreihung einzelner Sweeps kann jeder der Zustände adressiert werden. Schnelle adiabatische Passagen zwischen den  $|F=1\rangle$ -Zuständen sowie auf dem Mikrowellenübergang zwischen  $|F=2\rangle$  und  $|F=1\rangle$  werden analog erreicht.

chers frei einstellen und wird anschließend auf maximal 1 W verstärkt. Eine detaillierte Beschreibung dieser Mikrowellenkomponenten findet sich in [96]. Zur Abstrahlung wird eine angepasste Helixantenne im Abstand von 3,5 cm zu den Atomen verwendet (siehe dazu auch Abschnitt 5.4).

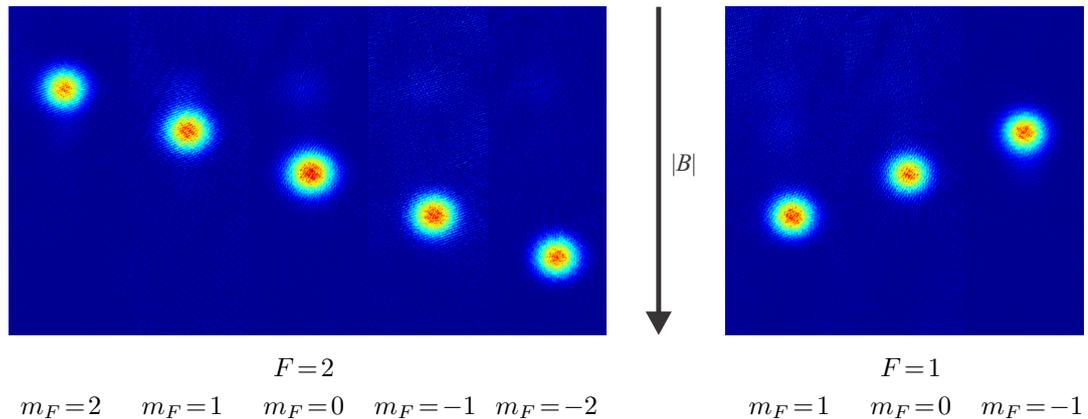
Zur Erzeugung des benötigten homogenen Magnetfelds werden die Spulen der Magnetfalle (Abschnitt 3.3) mit einer MOSFET-Schaltung in eine homogene Konfiguration umgepolt. Dafür werden von vier Wicklungslagen auf jeder Seite der Glaszelle nur die inneren beiden verwendet, wie Abbildung 5.2(a) verdeutlicht. Sie erzeugen, auch in Hinblick auf mögliche Experimente mit Feshbach-Resonanzen, besonders homogene Felder. Eine Finite-Elemente-Simulation ergibt im Abstand von 1 mm zum Zentrum der Spulen eine maximale relative Abweichung des Magnetfelds von nur  $7 \times 10^{-6}$ . Zum Vergleich ergibt die Simulation für Spulen der älteren KRb-Apparatur [154] eine maximale Abweichung von  $2 \times 10^{-3}$  im Abstand von 1 mm. Die Kühlung der Spulenhaltung erfolgt über einen Wasserkreislauf, der mit einem Kühlgerät der Firma *HIB* auf  $19 \pm 0.1$  °C stabilisiert wird. Der Strom wird durch ein speziell für diese Spulenkongfiguration angefertigtes lineares Netzteil der Firma *High Finesse* bereitgestellt. Es zeichnet sich durch schnelle Schaltzeiten und eine hohe Stabilität aus. Leider erreicht es die spezifizierete Stabilität von  $< 10^{-5}$  nur auf kurzen Zeitskalen. Daher wird ei-



**Abbildung 5.2:** Realisierung und Charakterisierung des homogenen Magnetfelds für schnelle adiabatische Passagen. Die inneren Spulen sind speziell für die Erzeugung besonders homogener Magnetfelder ausgelegt (a). Die Kalibrierung des Felds erfolgt mittels einer Spektroskopie auf dem Mikrowellen-Übergang von  $|F=2, m_F=2\rangle$  nach  $|F=1, m_F=1\rangle$  (b). Dieser weist mit 2,1 MHz/G eine starke Magnetfeldsensitivität auf. Bei einem Strom von 10 A ergibt sich ein Magnetfeld von 95,958 G mit einer statistischen Breite von 3,4 mG. Die relativen Fluktuationen dieses hohen Felds betragen demnach lediglich  $3,5 \times 10^{-5}$ .

ne weitere Regelung basierend auf besonders rausch- und driftarmer Elektronik, sowie einem Stromsensor der Reihe *Ultrastab* (Hersteller *LEM*, früher *Danfysik*) verwendet.

Der Betrag des Magnetfelds lässt sich mittels Mikrowellenspektroskopie präzise vermessen. Abbildung 5.2(b) zeigt eine solche Spektroskopie für den magnetisch sensitivsten Übergang von  $|F=2, m_F=2\rangle$  nach  $|F=1, m_F=1\rangle$ , dessen Frequenz durch den linearen Zeeman-Effekt eine Abhängigkeit von 2,1 MHz/G aufweist [116]. Aufgrund dieser starken Abhängigkeit lassen sich andere Frequenzverschiebungen, z. B. durch die optische Falle oder die interatomare Wechselwirkung vernachlässigen. Zur Durchführung der Spektroskopie wird bei sehr geringer Mikrowellenleistung ein 80 ms langer Puls eingestrahlt, wodurch ein geringer Übertrag in den  $|F=1, m_F=1\rangle$ -Zustand entsteht. Anschließend werden die beiden Zustände durch ein Stern-Gerlach-Feld getrennt (vgl. Abschnitt 5.5) und die jeweilige Anzahl der Atome wird detektiert. Trägt man den normierten Übertrag gegen die Mikrowellenfrequenz auf, ergeben sich der Mittelwert und die Fluktuationsbreite des homogenen Magnetfelds. Für die schnellen adiabatischen Passagen wird mit einem Strom von 15 A ein Magnetfeld von 144 G erzeugt, wobei die relative statistische Abweichung  $3,1 \times 10^{-5}$  beträgt.



**Abbildung 5.3:** Absorptionsoptionen nach verschiedenen schnellen adiabatischen Passagen und Stern-Gerlach-Separation durch ein inhomogenes Magnetfeld  $B$ . Das atomare Ensemble lässt sich aus dem Ausgangszustand der Evaporation  $|F=2, m_F=2\rangle$  nahezu verlustfrei in jeden beliebigen Zustand des Hyperfein-Grundzustands  $5S_{1/2}$  transferieren.

Durch die starke Aufspaltung der Energieniveaus und die hohe Mikrowellen- bzw. Radiofrequenzintensität lassen sich alle magnetischen Quantenzustände in den Hyperfeinniveaus  $|F=2\rangle$  und in  $|F=1\rangle$  mit nahezu 100 %iger Effizienz präparieren. Abbildung 5.3 zeigt Absorptionsoptionen nach verschiedenen schnellen adiabatischen Passagen und anschließender Stern-Gerlach-Separation. Die Radiofrequenzsweeps werden in 2,5 ms über einen Bereich von 0,8 MHz gefahren, die Mikrowellensweeps gehen über 2,3 MHz und dauern nur 2 ms.

Schnelle adiabatische Passagen sind im Gegensatz zu Rabi-Pulsen besonders robust gegen leichte Frequenzänderungen und können daher auch für magnetisch sensitive Übergänge, deren Frequenz deutlich durch Magnetfeldfluktuationen variiert, verwendet werden. Zur Vorbereitung der Ramsey-Sequenzen werden zwei schnelle adiabatische Passagen genutzt, um die Atome aus dem Ausgangszustand der Evaporation  $|F=2, m_F=2\rangle$  in den oberen Uhrenzustand  $|1\rangle \equiv |F=2, m_F=0\rangle$  zu transferieren. Für den magnetisch insensitive Uhrenübergang ist die Anwendung von Rabi-Pulsen vorteilhaft, da sie eine präzise Kontrolle des Anteils der übertragenen Atome ermöglichen. Daher werden für die Teilchenzahlpräparation Rabi-Pulse verwendet (vgl. Abschnitt 5.3).

## 5.2 Kalibrierung des Offset-Magnetfelds

Da die experimentelle Apparatur ursprünglich nicht für den Uhrenbetrieb ausgelegt war, wurde keine Magnetfeldabschirmung installiert. Stabile Frequenz-

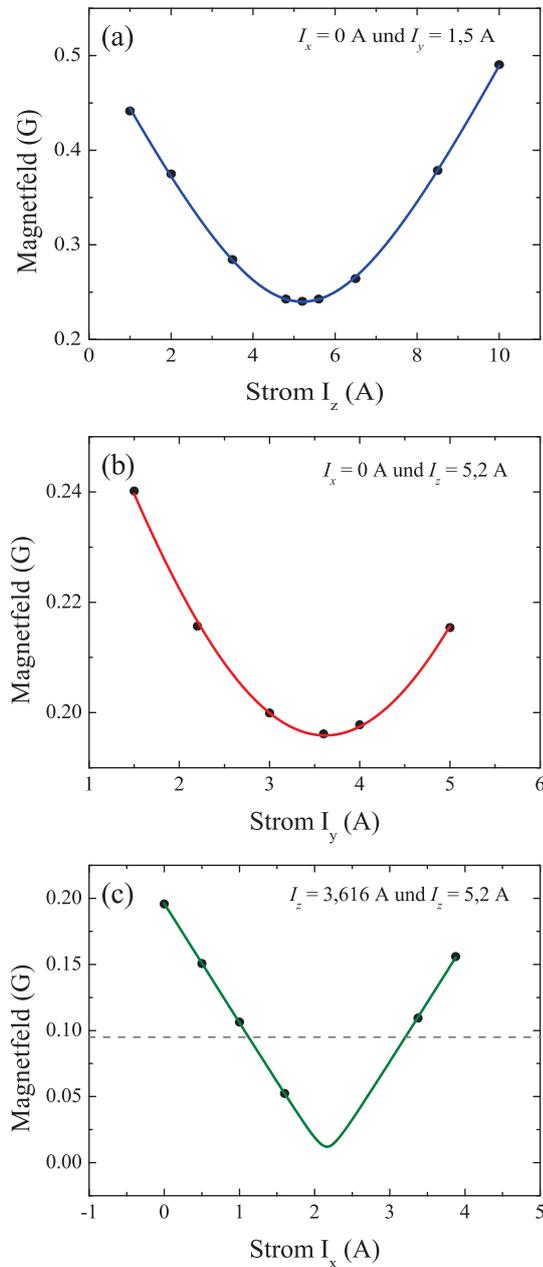
messungen auf magnetisch sensitiven Übergängen sind daher kaum realisierbar. Durch die Verwendung der  $|m_F=0\rangle$ -Zustände spielt der lineare Zeeman-Effekt zwar keine Rolle, der quadratische Zeeman-Effekt führt nach der Breit-Rabi-Formel (Abschnitt 6.2.3) jedoch zu einer differentiellen Frequenzverschiebung von immerhin  $575 \text{ Hz/G}^2$  (vgl. Abschnitt 6.2). Trotzdem konnten mit der Methode der Ramsey-Interferometrie im Rahmen dieser Arbeit Frequenzmessungen mit einem statistischen Fehler von nur wenigen 10 mHz pro Experimentzyklus durchgeführt werden (Abschnitt 7.1). Um diese Stabilität zu erreichen, müssen einerseits magnetische Rauschquellen identifiziert und entfernt werden und andererseits muss die Spektroskopie bei möglichst geringem Hintergrundmagnetfeld durchgeführt werden, wodurch die Frequenzsensitivität aufgrund der quadratischen Abhängigkeit sinkt. Ein beliebig kleines Hintergrundmagnetfeld ist jedoch nicht verwendbar, da sich ansonsten Spinmischungen bilden können.

Zur Kompensation des Erdmagnetfelds (ca. 0,5 G) und diverser Streufelder, ausgehend z. B. von den Ionen-Getter-Pumpen oder dem Transportschlitten, werden drei Spulenpaare verwendet. Diese sind außen um den optischen Tisch aufgebaut und bilden einen Käfig mit den Ausmaßen  $3 \text{ m} \times 1,2 \text{ m} \times 1,9 \text{ m}$ , in dessen Zentrum sich die Experimentierzelle befindet. Während der MOT- und der Melassephase (Abschnitt 3.2) werden diese Spulen zur Kompensation des Magnetfelds in der MOT-Zelle verwendet. Nach den schnellen adiabatischen Passagen werden die Ströme mit einer Rampe auf die Werte des gewünschten Hintergrundmagnetfelds für die Ramsey-Sequenz umgestellt.

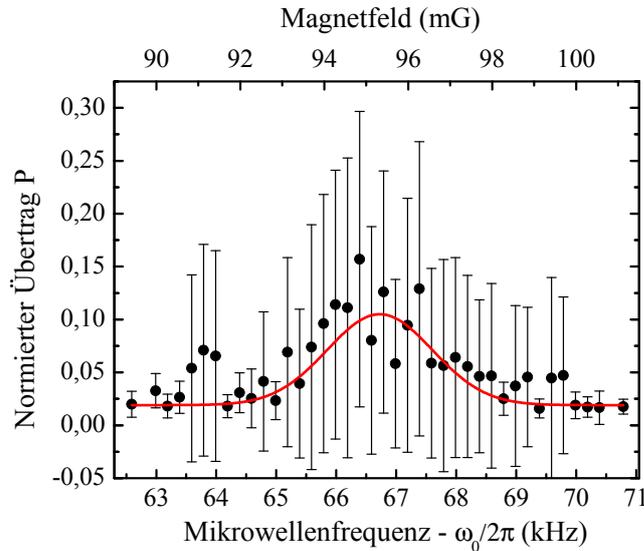
Um eine präzise Kontrolle über das Magnetfeld während der Interrogationszeit zu erhalten, werden die drei Kompensationsspulenpaare kalibriert. Dazu wird unter Variation des jeweiligen Stroms  $I_i$  eine Serie von Mikrowellenspektroskopien aufgenommen, bei denen die Ströme in den anderen beiden Spulenpaaren konstant gehalten werden. Wie bei der Hochfeldspektroskopie (Abbildung 5.2(b)) wird der magnetisch sensitivste Übergang von  $|F=2, m_F=2\rangle$  nach  $|F=1, m_F=1\rangle$  mit 80 ms langen Pulsen abgefragt und jeweils das zentrale Magnetfeld berechnet. Die Abhängigkeit vom Strom ist für die drei Spulen in Abbildung 5.4 dargestellt. Anpassungen mit der Funktion

$$|B| = \sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial I_i} (I_i - I_i^{\min})\right)^2 + B_{jk}^2}, \quad (5.1)$$

tragen der Vektorsummation des Magnetfelds  $B$  Rechnung. Aus den Fits erhält man die Magnetfeldänderung mit dem Strom  $\partial B/\partial I_i$  und den Strom  $I_i^{\min}$ , bei dem das Hintergrundmagnetfeld in der Richtung  $i$  kompensiert wird. Die Magnetfeldkomponenten in die beiden anderen Richtungen werden durch  $B_{jk}$  zusammengefasst. In Abbildung 5.4 wurde zuerst die  $z$ -Richtung (vertikal), anschließend die  $y$ -Richtung (parallel zum Transportschlitten) und zuletzt die



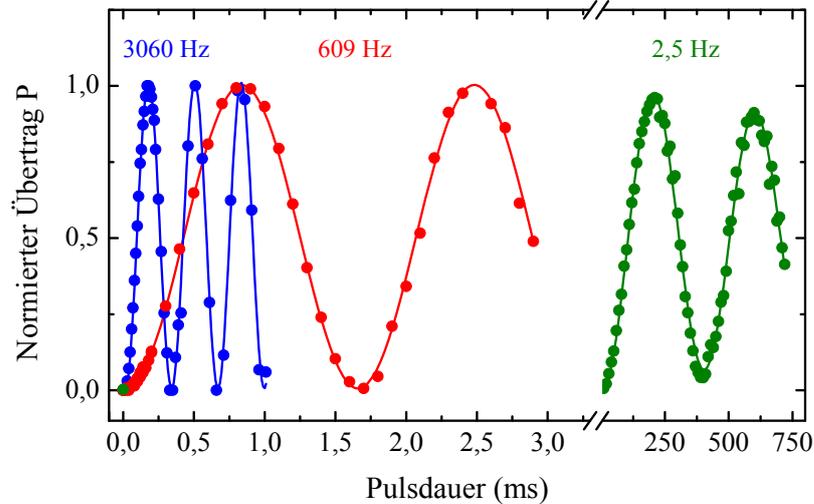
**Abbildung 5.4:** Die Kompensationsspulen für das Hintergrundmagnetfeld werden durch eine Reihe von Mikrowellenspektroskopen kalibriert. Jeder Datenpunkt gibt das aus einer Spektroskopiekurve bestimmte zentrale Magnetfeld an. In (a), (b), (c) wurde der Strom in  $z$ -,  $y$ -,  $x$ -Richtung variiert (siehe Text). Aus den Fits lässt sich für jede Achse die Magnetfeld/Strom-Abhängigkeit und das Hintergrundmagnetfeld ohne Kompensation bestimmen. Um Spinmischungen zu vermeiden, wird für die Ramsey-Sequenzen ein Hintergrundfeld von 95 mG angelegt. Dieser Wert ist in (c) gestrichelt eingezeichnet.



**Abbildung 5.5:** Mikrowellenspektroskopie des Hintergrundmagnetfelds von 95 mG. Die großen statistischen Fehlerbalken erklären sich durch Fluktuationen des Magnetfelds, die sich nicht während eines Abfragepulses von 30 ms herausmitteln. Die statistische Breite beträgt 1,2 mG. Eine genauere Untersuchung des Magnetfeldrauschens findet in Abschnitt 7.2.1 statt.

$x$ -Richtung kalibriert. Dabei wurden jeweils aus der vorigen Messung die bereits ermittelten Minimalwerte  $I_i^{\min}$  verwendet, sodass die Vermessung der  $x$ -Richtung theoretisch bis  $B = 0$  möglich sein sollte. Tatsächlich ergibt der Fit ein nahezu verschwindendes Magnetfeld, allerdings führen Felder unterhalb von 50 mG vermehrt zu Spinnmischungen. Als Kompromiss zwischen einem möglichst kleinen Magnetfeld und der Vermeidung von Spinnmischungen wurde für die Ramsey-Interferometrie ein Magnetfeld von 95 mG mit gleich starken Komponenten in  $y$ - und in  $z$ -Richtung gewählt.

Eine weitere Spektroskopie auf dem Übergang von  $|0\rangle \equiv |F = 1, m_F = 0\rangle$  nach  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  bestätigt die Kalibrierung der Kompensationsspulen und den eingestellten Wert von 95 mG. Dabei wurde ein deutlich genauerer und stabilerer Mikrowellengenerator (vgl. Abschnitt 5.4) und eine Pulslänge von 30 ms verwendet. Abbildung 5.5 zeigt diese Spektroskopie und vermittelt außerdem einen ersten Eindruck von der Magnetfeldstabilität. Die statistische Breite des Gauß-Fits beträgt 1,2 mG. Die großen statistischen Fehlerbalken an den über jeweils 10 Messwerte gemittelten Datenpunkten weisen darauf hin, dass das Magnetfeld langsamer fluktuiert als der Spektroskopiepulsdauert. Eine detaillierte Analyse des Magnetfeldrauschens wird in Abschnitt 7.2.1 durchgeführt.



**Abbildung 5.6:** Rabi-Oszillationen für verschiedene Mikrowellenleistungen. Gegen die variable Pulsdauer bis 720 ms ist der normierte Übertrag vom Zustand  $|0\rangle$  in den Zustand  $|1\rangle$  dargestellt. Dieser wird durch gemeinsame Absorptionenaufnahmen der beiden Wolken nach einer Stern-Gerlach-Separation unter Ausnutzung des quadratischen Zeeman-Effekts bestimmt. (Abschnitt 5.5).

## 5.3 Teilchenzahlpräparation durch Rabi-Pulse

Die Untersuchungen der Spin-Selbstphasierung erfordern eine Präparation atomarer Ensembles im Zustand  $|0\rangle$  mit einer einstellbaren Teilchenzahl. Um die Teilchenzahl in der gekreuzten Dipolfalle zu verändern ist es naheliegend, die Ladedauer der MOT zu variieren. Da die Rethermalisierungsrate während der Evaporation von der Dichte abhängt, führt dieses Verfahren jedoch zu unterschiedlichen Temperaturen in der Dipolfalle. Es wurde daher eine Methode entwickelt mit der (im Rahmen der normalen Schwankungen von ca. 10 %) immer eine Wolke mit identischer Teilchenzahl in der gekreuzten Dipolfalle erzeugt und anschließend ein Teil der Atome aus der Falle entfernt wird. Dieses Verfahren wird im Folgenden erläutert.

Nach der Zustandspräparation durch schnelle adiabatische Passagen (Abschnitt 5.1) befinden sich die Atome im oberen Uhrenzustand  $|1\rangle$ . Für die Teilchenzahlpräparation wird durch einen Rabi-Puls eine Superposition mit dem Zustand  $|0\rangle$  erzeugt. Im Gegensatz zum Fall magnetisch sensitiver Übergänge lässt sich dieses Besetzungsverhältnis mit sehr guter Reproduzierbarkeit über die Dauer und die Leistung des Rabi-Pulses einstellen. Zur Erzeugung des Pulses wird die in Abschnitt 5.4 beschriebene Mikrowellenkette eingesetzt, die auch die  $\pi/2$ -Pulse für die Ramsey-Sequenz generiert. Die resonante Rabi-Frequenz  $\Omega_R$  (vgl. Abschnitt 4.1.1) kann mit einem variablen Abschwächer über einen großen

Bereich bis zu ca. 3 kHz frei eingestellt werden. Sie ist durch die Leistung des Mikrowellenverstärkers von ca. 1 W begrenzt. Abbildung 5.6 zeigt resonante Rabi-Oszillationen für drei verschiedene Mikrowellenleistungen. Für die Teilchenzahlpräparation wird die mittlere Rabi-Frequenz von  $\Omega_R = 2\pi \times 609$  Hz gewählt. Durch Variation der Pulsdauer bis zur Länge des  $\pi$ -Pulses von 820  $\mu$ s, lässt sich die relative Besetzung im Zustand  $|0\rangle$  für jeden Experimentzyklus einstellen.

Im Anschluss an den Rabi-Puls werden die verbleibenden Atome im Zustand  $|1\rangle$  durch einen resonanten Lichtpuls entfernt. Dieser wird in radialer Richtung eingestrahlt, sodass die angeregten Atome auf schnellstem Weg die Falle verlassen, ohne mit den in  $|0\rangle$  verbleibenden Atomen wechselzuwirken. Dabei wird Licht auf dem geschlossenen Übergang zum angeregten Niveau  $F' = 3$  verwendet das auch für die radialen Absorptionsoptionen zum Einsatz kommt (Abschnitt 3.6). Die Dauer des Lichtpulses von 500  $\mu$ s reicht aus, um sämtliche Atome im oberen Hyperfeinniveau zu entfernen. Auf diese Weise werden auch die wenigen Atome in  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  und  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  entfernt, die nicht durch die schnellen adiabatischen Passagen (Abschnitt 5.1) in den Uhrenzustand  $|1\rangle$  transferiert wurden. Die beschriebene Methode stellt neben der Teilchenzahlpräparation daher auch eine Zustandsreinigung dar.

Der in Kapitel 6 untersuchte Rephasierungseffekt hängt nicht direkt von der Teilchenzahl, sondern von der Dichte und der Temperatur ab. Für die vorgestellte Methode der Teilchenzahlpräparation durch Rabi-Pulse ist die Temperatur weitgehend unbeeinflusst. Dies wurde für die drei verschiedenen Fallenkonfigurationen verifiziert, die in Kapitel 6 verwendet werden. Dazu wurde die Ausdehnungsgeschwindigkeit der thermischen Wolken durch Absorptionsoptionen nach verschiedenen Zeiten freier Expansion bestimmt. Um aus Teilchenzahl und Temperatur die Dichte zu berechnen, wurden außerdem die Fallenfrequenzen gemessen (siehe Abschnitt 3.6).

Für die stärkste der drei verwendeten Fallenkonfigurationen wurden die Dipolfallenstrahlen mit 1200 mW und 200 mW betrieben, was auf gemessene Fallenfrequenzen von  $2\pi \times \{292, 248, 19\}$  Hz führt. Die Temperatur nach der Evaporation und vollständiger Rethermalisierung in dieser Konfiguration wurde zu 850 nK bestimmt. Eine mittelstarke Falle, erzeugt durch Strahlleistungen von 245 mW und 200 mW, ergibt Fallenfrequenzen von  $2\pi \times \{140, 132, 18\}$  Hz und eine Temperatur von 400(20) nK. In der schwächsten Konfiguration mit den Leistungen 140 mW und 160 mW und Fallenfrequenzen von  $2\pi \times \{95, 88, 16\}$  Hz erhält man eine Temperatur von 100(20) nK. In den letzten beiden Fallen lassen sich leicht Bose-Einstein-Kondensate erzeugen, im folgenden Verlauf dieser Arbeit werden jedoch ausschließlich Teilchenzahlen verwendet, die zu rein thermischen Wolken führen. Für gegebene Teilchenzahl  $N$  lässt sich für jede Falle

anhand der jeweiligen Temperatur  $T$  und den Fallenfrequenzen  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  und  $\omega_z$  die Dichte im Zentrum der gaußverteilten Wolke (3.12) berechnen

$$n_0 = \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \omega_x \omega_y \omega_z N. \quad (5.2)$$

Dabei bezeichnet  $m$  die atomare Masse von  $^{87}\text{Rb}$ . Gemittelt über das Gaus-Profil erhält man eine mittlere Dichte

$$\bar{n} = \frac{1}{\sqrt{8}} n_0, \quad (5.3)$$

die ein entscheidender Parameter für den in Kapitel 6 untersuchten Rephasierungseffekt ist. Die Präparation unterschiedlicher Dichten bei gleicher Fallenkonfiguration und konstanter Temperatur (insbesondere auch bei kleinen Teilchenzahlen) war eine wichtige Voraussetzung für die quantitative Untersuchung der Selbstrephasierung.

## 5.4 Ramsey-Sequenz und Mikrowellenkette

Nachdem sich mithilfe der Präparationsschritte die gewünschte Anzahl von Atomen im unteren Uhrenzustand befindet, wird die eigentliche Ramsey-Sequenz durchgeführt. Sie setzt sich aus zwei Rabi-Pulsen getrennt durch eine Interrogationszeit  $T_R$  zusammen (vgl. Abschnitt 4.1.1). Durch den ersten Rabi-Puls wird eine Superposition der Zustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  erzeugt, deren Phase sich während der Interrogationszeit abhängig von der Verstimmung zwischen dem Mikrowellenoszillator und der Frequenz des atomaren Übergangs weiterentwickelt. Der zweite Rabi-Puls ändert das Besetzungsverhältnis abhängig vom aufgesammelten Phasenunterschied. Anschließend lässt sich durch eine Messung des Besetzungsverhältnisses auf den Phasenunterschied zurückschließen. Offensichtlich ist die Stabilität des Mikrowellenoszillators während der gesamten Zykluszeit  $T_c$  von entscheidender Bedeutung. Zunächst wird daher die Realisierung und Kontrolle des besonders rauscharmen Mikrowellenaufbaus diskutiert, um anschließend Ramsey-Sequenzen in der Zeitdomäne mit konstanter Haltezeit zu beschreiben.

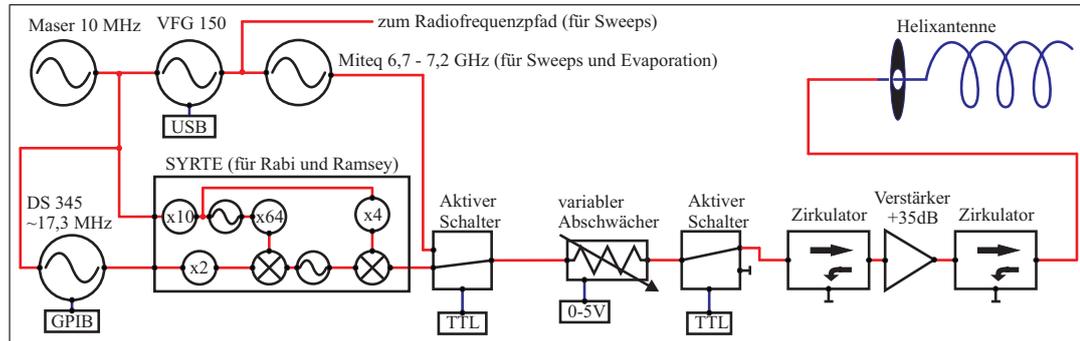
### Rauscharme Mikrowellenerzeugung

Als Frequenzreferenz sämtlicher relevanter Synthesizer im Labor dient ein passiver Wasserstoff-Maser. Er weist eine Stabilität von  $3,8 \times 10^{-13}$  in einer Sekunde und nahezu weißes Rauschverhalten für mindestens zwei Stunden auf

(Allan-Varianz gemessen an der PTB Braunschweig). Es handelt sich um das kommerziell erhältliche Modell *VCH-1006* der Firma *VREMYA-CH*, das sich im benachbarten Mg-Labor [155] befindet.

Das 10 MHz-Signal des Masers dient unter anderem zur Referenzierung einer besonders rauscharmen Frequenzkette, die am SYRTE (Systèmes de Référence Temps-Espace) in Paris entwickelt und für die durchgeführten Messungen freundlicherweise nach Hannover verliehen wurde. Die wichtigsten Elemente innerhalb der SYRTE-Frequenzkette werden im Folgenden kurz zusammengefasst und eine detaillierte Beschreibung findet sich in der Veröffentlichung [156]. Zunächst wird das 10 MHz Signal des Masers um einen Faktor 10 auf 100 MHz multipliziert, um einen rauscharmen Quarzoszillator darauf zu stabilisieren. Anschließend vervielfacht eine aus GaAs monolithisch hergestellte nichtlineare Transmissionslinie das Signal des Quarzes auf 6400 MHz. Diese Technik stellt eine Neuheit im Bereich hochstabiler Mikrowellengeneratoren dar. An einen zweiten Eingang der Frequenzkette wird ein digitaler Synthesizer (*Stanford Research Systems, DS 345*) angeschlossen, dessen Frequenz von ca. 17 MHz über den GPIB-Datenport eingestellt werden kann. Das Signal dieses Synthesizers wird verdoppelt und mit den 6400 MHz der nichtlinearen Transmissionslinie gemischt. Die Summenfrequenz von ca. 6434 MHz wird zur Stabilisierung eines dielektrischen Mikrowellenresonators verwendet. Dieser wird mechanisch auf den richtigen Frequenzbereich eingestellt und lässt sich dann im Intervall von  $\pm 6$  MHz elektronisch auf das Referenzsignal stabilisieren. Um in den Frequenzbereich des atomaren Übergangs von 6834 MHz zu gelangen, wird das 100 MHz-Signal des Quarzoszillators vervierfacht und mit dem Signal des Mikrowellenresonators gemischt. Nach einem Bandpass erhält man schließlich das gewünschte Mikrowellensignal mit einer (einstellbaren) Leistung von maximal 15 dBm. Die exakte Frequenz lässt sich mit der *LabView*-Steuerungssoftware über den GPIB-Datenport des digitalen Synthesizers DS 345 mit einer Auflösung von (theoretisch) 2  $\mu$ Hz einstellen. Die Frequenz des ungestörten Uhrenübergangs von 6834 682 610,904 Hz erhält man bei einer Synthesizerfrequenz von 17 341 305,452 Hz. Das Rauschen der Frequenzkette wurde ausführlich untersucht [156]. Für die *Trapped atom clock on a chip (TACC)* am SYRTE, im Rahmen derer die Frequenzkette entwickelt wurde, wird eine Stabilität im unteren Bereich von  $10^{-13}$  in einer Sekunde angestrebt [23]. Um nicht limitierend zu sein, übertrifft die Frequenzkette diese Anforderung um eine Größenordnung. Sie stellt somit auch für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen keine Limitierung dar.

Die Integration der Mikrowellenkette in die experimentelle Apparatur ist in Abbildung 5.7 schematisch dargestellt. Ein aktiver Mikrowellenschalter ermöglicht es, zwischen dem Signal der Frequenzkette und dem Signal des *Miteq*-Oszillators (vgl. Abschnitt 5.1) umzuschalten. Die Frequenzkette vom SYRTE

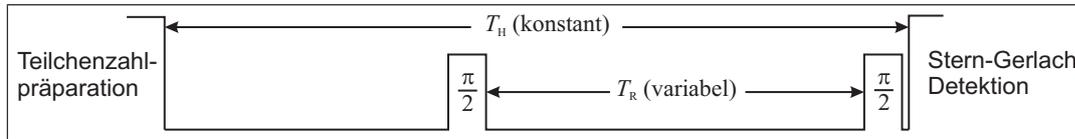


**Abbildung 5.7:** Erzeugung der Mikrowellenstrahlung. Für die Evaporation und für Frequenzsweeps wird der *Miteq*-Oszillator verwendet. Zur Ramsey-Interferometrie kommt eine besonders rauscharme Frequenzkette zum Einsatz, die am SYRTE für den Uhrenbetrieb entwickelt wurde. Sie wird, wie die anderen Synthesizer auch, auf einen passiven Maser stabilisiert. Weitere Komponenten dienen der Leistungssteuerung und eine angepasste Helixantenne wird zur Mikrowellenabstrahlung verwendet (siehe Text).

dient aufgrund des kleinen durchstimmbaren Frequenzbereichs nur zur Erzeugung von Rabi-Pulsen für die Teilchenzahlpräparation und die Ramsey-Interferometrie, sowie für die Spektroskopie sehr kleiner Magnetfelder auf dem Übergang  $|0\rangle \rightarrow |F=2, m_F=1\rangle$ . Der *Miteq*-Oszillator wird für die Mikrowellenevaporation, schnelle adiabatische Passagen auf dem Mikrowellenübergang und für die Spektroskopie hoher Magnetfelder verwendet.

Die präzise Kontrolle über die Mikrowellenleistung ermöglicht ein variabler Abschwächer (Modell *AT-E000-HV* der Firma *Telemeter Electronic*, Abschwächung 2–60 dB). Zusätzlich lässt die Leistung sich über einen weiteren aktiven Schalter stark unterdrücken. Dieser Schalter *ZFSWA2-63DR+* der Firma *Minicircuits* ist nur für Frequenzen bis 6 GHz spezifiziert, bei 6,8 GHz wird eine gemessene Unterdrückung von 34 dB erreicht. Als Verstärker dient das Modell *ZVE-3W-83+* von *Minicircuits*, der das Signal sehr rauscharm bis zu einer Leistung von 30 dBm (1 W) um 35 dB erhöht. Vor und hinter dem Verstärker wird jeweils ein Zirkulator *H119 FFF* der Firma *MicroWave Technology* verwendet. Durch einen 50- $\Omega$ -Abschluss des dritten Ausgangs wirken diese als Isolatoren und verhindern Rückreflexe.

Zur Abstrahlung der Mikrowellen wurden verschiedene Antennen, beispielsweise Stab- oder Loop-Antennen, getestet. Die effizienteste Lösung fand sich mit einer Helixantenne, die im Abstand von 3,5 cm zu den Atomen installiert wurde. Beim Bau dieser Antenne dienten die Richtwerte für den Durchmesser  $\lambda/\pi \approx 1,4$  cm und den Wendelabstand  $\lambda/4 \approx 1,1$  cm als Orientierung. Angepasst wurde die Länge der Antenne durch Minimierung der zurückreflektierten Leistung am letzten Zirkulator. Das Kriterium für die Intensität der Mikrowellenstrahlung



**Abbildung 5.8:** Ramsey-Sequenz in der Zeitdomäne mit konstanter Haltezeit. Zwischen der Teilchenzahlpräparation und der Stern-Gerlach-Detektion wird eine konstante Haltezeit  $T_H$  eingefügt. Am Ende dieser Zeit findet die Ramsey-Interferometrie mit variabler Interrogationszeit  $T_R$  statt. Unter Verwendung dieser Methode hängt die Kontrastabnahme durch Teilchenzahlverluste nicht mehr von den einzelnen Verlustraten für  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  ab, sondern nur noch deren Differenz.

am Ort der Atome ist die Rabi-Frequenz. Mit einer Mikrowellenleistung von 1 W hinter dem Verstärker konnten (wie in Abschnitt 5.3 beschrieben) Rabi-Frequenzen von bis zu 3 kHz erreicht werden. Das ist mehr als ausreichend für die im Folgenden diskutierten Ramsey-Sequenzen.

### Ramsey-Sequenz in der Zeitdomäne mit konstanter Haltezeit

Ramsey-Interferometrie kann auf verschiedene Weisen zur Frequenzmessung eingesetzt werden. In der Zeitdomäne wird die Interrogationszeit  $T_R$  variiert, in der Frequenzdomäne die Verstimmung des Abfragesignals. Im Uhrenbetrieb werden beide Parameter auf dem Arbeitspunkt konstant gehalten, um kleine Änderungen der Verstimmung zu erfassen. Zur Untersuchung der Kohärenz eignen sich Messungen in der Zeitdomäne. Untersucht wird dabei der Kontrast, also die Amplitude der Ramsey-Oszillation bzw. der Unterschied zwischen maximalem und minimalem normiertem Übertrag  $P$ .

Für die durchgeführten Ramsey-Sequenzen wurde die Leistung der Mikrowellenstrahlung so angepasst, dass die Rabi-Frequenz 2,5 kHz beträgt, ein  $\pi/2$ -Pulse also die Dauer  $\tau = 100 \mu\text{s}$  hat und damit deutlich kürzer als typische Abfragezeiten  $T_R$  ist. Daher lässt sich die in Kapitel 4 hergeleitete Näherung (4.17) anwenden, die eine Oszillation mit dem Kontrast gleich eins und der Frequenz  $\Delta$  annimmt. Im realen Experiment gibt es jedoch zwei Effekte, die den Kontrast mit zunehmender Interrogationszeit verringern. Zum einen führen inhomogene Frequenzverschiebungen zu einer Dephasierung von Atomen in verschiedenen Fallenzuständen. Dieser Effekt wird ausführlich in Kapitel 6 behandelt. Ein zweiter Grund für eine Kontrastabnahme liegt in den Teilchenzahlverlusten in beiden Uhrenzuständen. Die Verluste können durch Stöße mit dem Hintergrundgas, durch Streulicht, sowie durch spinändernde interatomare Stöße verursacht werden. Um diese Kontrastabnahme durch Verluste quantifizieren zu können, werden die Ramsey-Sequenzen mit variabler Ramsey-Zeit  $T_R$  am Ende

einer konstanten Haltezeit  $T_H$  durchgeführt. Diese Zeit beginnt nach der Teilchenzahlpräparation und endet unmittelbar vor der Stern-Gerlach-Detektion, wie Abbildung 5.8 verdeutlicht. Die Atome befinden sich also vor der Ramsey-Interferometrie für die Dauer  $\approx T_H - T_R$  im Zustand  $|0\rangle$ . Unter Berücksichtigung der Verlustraten  $\gamma_0$  und  $\gamma_1$  lassen sich die relativen Teilchenzahlen in den jeweiligen Zuständen  $|0\rangle$  bzw.  $|1\rangle$  nach einer Ramsey-Sequenz wie folgt schreiben [157, 158]

$$\begin{aligned}\frac{N_0}{N} &= \frac{1}{4} e^{-\gamma_0(T_H - T_R)} \left[ e^{-\gamma_0 T_R} + e^{-\gamma_1 T_R} - 2e^{-(\gamma_0 + \gamma_1)T_R/2} + \cos(\Delta T_R) \right] \\ \frac{N_1}{N} &= \frac{1}{4} e^{-\gamma_0(T_H - T_R)} \left[ e^{-\gamma_0 T_R} + e^{-\gamma_1 T_R} + 2e^{-(\gamma_0 + \gamma_1)T_R/2} + \cos(\Delta T_R) \right].\end{aligned}\quad (5.4)$$

Aufgrund der normierten Messung der Besetzungen durch die Stern-Gerlach-Detektion (Abschnitt 5.5), lassen sich diese Gleichungen zusammenfassen

$$P = \frac{N_1}{N_0 + N_1} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos(\Delta T_R) \operatorname{sech}\left(\frac{\gamma_d T_R}{2}\right) \right]. \quad (5.5)$$

Diese Beschreibung entspricht Gleichung (4.17), wobei hier der Kontrast mit einer einhüllenden Funktion, gegeben durch den Sekans Hyperbolicus, abnimmt. Die einzelnen Verlustraten fallen aufgrund der konstanten Haltezeit weg und die Kontrastabnahme wird ausschließlich durch ihre Differenz  $\gamma_d = \gamma_1 - \gamma_0$  bestimmt. Diese differentielle Verlustrate lässt sich durch einen Fit an folgenden Zusammenhang direkt aus den Messdaten einer Ramsey-Sequenz bestimmen

$$N_0 + N_1 \propto \frac{1}{2} \left( 1 + e^{-\gamma_d T_R} \right), \quad (5.6)$$

wie sich leicht aus (5.4) berechnen lässt. Die konstante Haltezeit führt also dazu, dass sich die Kontrastabnahme durch Verluste sehr einfach aus jeder Messung einer Ramsey-Sequenz ableiten lässt. Dies ist ein entscheidender Vorteil gegenüber einem Verfahren bei dem die Haltezeit gleich der Interrogationszeit ist.

Für die Messung mit besonders langer Kohärenzzeit 6.5 beträgt die differentielle Lebensdauer  $1/\gamma_d = 38$  s. Dies führt nach einer Interrogationszeit von 30 s zu einer Kontrastabnahme von lediglich 7 % und ist damit gegenüber der Kontrastabnahme durch Dephasierung vernachlässigbar. In der Veröffentlichung [41] wurde der Spin-Selbststrophasierungseffekt in einer Magnetfalle für die  $^{87}\text{Rb}$ -Zustände  $|F=1, m_F=-1\rangle$  und  $|F=2, m_F=1\rangle$  untersucht. Da der erste von beiden ein gestreckter Zustand ist, unterscheiden sich die Verlustraten durch spinzustandsändernde Stöße deutlich. Die differentielle Lebensdauer beträgt in diesem Fall nur 8,7 s, wodurch der Kontrast nach 30 s bereits auf 35 % abfallen sollte. Aufgrund technischer Begrenzungen war es im Rahmen der genannten Veröffentlichung nur möglich, die ersten 5 s der Sequenz aufzunehmen. Ein exponentieller Fit für diesen Zeitraum ergibt eine  $1/e$ -Kohärenzzeit von  $58 \pm 12$  s, also

eine deutlich höhere Zeit als die differentielle Lebensdauer vorgibt. Das Ergebnis des Fits lässt sich dadurch erklären, dass der Sekans Hyperbolicus in (5.5) für kleine Zeiten deutlich langsamer als eine Exponentialfunktion abfällt. An dieser Stelle sei bereits darauf hingewiesen, dass auch die Kontrastabnahme durch Dephasierung deutlich von einer exponentiellen Abnahme abweicht, wie in Kapitel 6 erörtert wird.

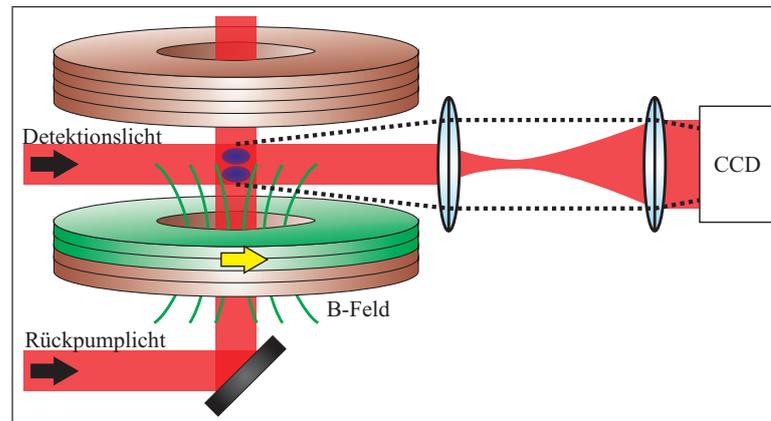
## 5.5 Stern-Gerlach Detektion

Die Verwendung der magnetisch insensitiven Uhrenzustände mit Spin  $m_F = 0$  ist von großem Vorteil. Zum einen hängt die Übergangsfrequenz nur quadratisch vom Magnetfeld ab, zum anderen sind die Teilchenzahlverluste in beiden Zuständen sehr ähnlich. Eine Schwierigkeit ergibt sich jedoch bei der Detektion der Besetzung dieser Zustände. Aufgrund von Teilchenzahlschwankungen ist es wichtig, die Besetzung beider Zustände unabhängig voneinander zu messen, um so für jeden Experimentdurchlauf eine Normierung mit der Gesamtteilchenzahl durchführen zu können.

Eine Möglichkeit die Besetzungen unabhängig zu detektieren ist es, zwei Absorptionsoptionen im Abstand einiger Millisekunden aufzunehmen. Bei der ersten Aufnahme wird nur Detektionslicht auf dem Übergang  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  verwendet und die Atome im Zustand  $F = 1$  werden folglich nicht abgebildet. Während der zweiten Aufnahme sind die Atome in  $F = 2$  durch den ersten Puls bereits entfernt und zusätzliches Rückpumplicht auf dem Übergang  $F = 1 \rightarrow F' = 2$  ermöglicht die Detektion der Atome in  $F = 1$ . Diese Methode funktioniert im Prinzip für alle Spinzustände gleichermaßen, hat aber den Nachteil, dass die beiden unabhängigen Abbildungen auch zu einem unabhängigen Rauschen führen.

Alternativ lassen sich die beiden Zustände durch ein inhomogenes Magnetfeld räumlich trennen und durch eine einzige Absorptionsoption detektieren. Diese Stern-Gerlach-Separation [159] hat den großen Vorteil, dass sich das Rauschen der Absorptionsoption auf die Detektion beider Ensembles gleich auswirkt. Auf diese Weise fallen beispielsweise Fluktuationen der Laserfrequenz oder Intensitätsunterschiede zwischen der Schattenaufnahme und der Referenzaufnahme nicht ins Gewicht. Während sich die magnetisch sensitiven Zustände sehr leicht trennen lassen (siehe z. B. Abbildung 5.3), erfahren die Zustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  durch den quadratischen Zeeman-Effekt lediglich eine Energieverschiebung von  $-h \times 288 \text{ Hz/G}^2$  bzw.  $+h \times 288 \text{ Hz/G}^2$ . Ihre Separation erfordert gleichzeitig ein hohes Magnetfeld und einen hohen Magnetfeldgradienten.

Zur Erzeugung des hohen inhomogenen Magnetfelds werden die inneren beiden

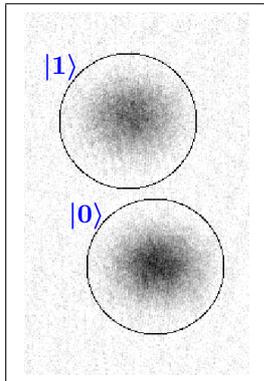


**Abbildung 5.9:** Schematische Darstellung der Stern-Gerlach-Detektion. Der quadratische Zeeman-Effekt führt aufgrund des starken inhomogenen Magnetfelds zu einer räumlichen Trennung der Atome. Nach einer anschließenden Fallzeit erfolgt die Detektion beider Wolken über eine gemeinsame Absorption auf dem geschlossenen Übergang  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Zusätzliches Rückpumplicht transferiert dazu die Atome aus dem  $|0\rangle$ -Zustand in das obere Hyperfein-niveau.

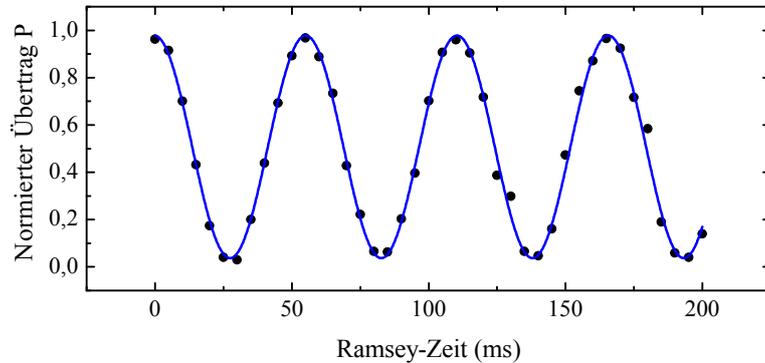
Wicklungslagen der unteren Magnetfallenspule verwendet, wie in Abbildung 5.9 schematisch dargestellt. Sie werden über eine MOSFET-Schaltung mit demselben Netzteil wie für die homogenen Felder betrieben (vgl. Abschnitt 5.1). Am Ort der Atome entsteht in dieser Konfiguration ein Magnetfeld von  $4,8 \text{ G/A}$  und ein Gradient von  $1,45 \text{ G/(cm A)}$ . Diese Werte wurden durch eine Finite-Elemente-Simulation berechnet, wobei aufgrund der Symmetrie der Wert für das inhomogene Magnetfeld dem halben Wert des homogenen Magnetfelds entsprechen muss. Die Simulation lässt sich also anhand der in Abbildung 5.2(b) gezeigten Mikrowellenspektroskopie überprüfen und weist eine sehr gute Übereinstimmung auf. Zur Trennung der Wolken in den beiden Uhrenzuständen wird für die ersten  $5 \text{ ms}$  einer  $13 \text{ ms}$  dauernden Fallzeit eine Stromstärke von  $65 \text{ A}$  verwendet. Dies entspricht rechnerisch einem Magnetfeld von  $312 \text{ G}$  und einem Gradienten von  $95 \text{ G/cm}$ . Durch die schnellen Schaltzeiten bilden sich in der Kupferhalterung Induktionsströme, die den Aufbau des Magnetfelds etwas verlangsamen. Induktionsströme in der seitlichen Spulenhalterung führen zu einem zusätzlichen Gradienten, wodurch die Wolken auch in horizontaler Richtung leicht separiert werden. Dadurch entstehen jedoch keine Nachteile für die Detektion.

Nachdem die Atome für die Dauer von  $5 \text{ ms}$  durch das inhomogene Magnetfeld gefallen sind, werden sie für weitere  $8 \text{ ms}$  dem freien Fall überlassen. Durch die unterschiedlichen Geschwindigkeiten beider Wolken findet eine weitere räumliche Separation statt. Die Detektion erfolgt über eine Absorption auf dem

(a) Absorptionsoaufnahme



(b) Ramsey-Sequenz



**Abbildung 5.10:** In (a) ist eine Absorptionsoaufnahme nach der Stern-Gerlach-Separation gezeigt. Zur Teilchenzahlbestimmung werden die Pixelsummen innerhalb zweier runder Masken (schwarze Kreise) aufsummiert und mit dem Hintergrund verglichen. In dieser Aufnahme befinden sich 90 000 Atome in  $|1\rangle$  und 115 000 Atome in  $|0\rangle$ . Die Temperatur lässt sich aus der Standardabweichung oder einem Gauß-Fit bestimmen, sie beträgt hier 400 nK. Die Stern-Gerlach-Detektion eignet sich hervorragend für rauscharme Messungen des normierten Übertrags  $P = N_1/(N_0 + N_1)$ . (b) zeigt eine typische Ramsey-Sequenz in der Zeitdomäne mit einer Frequenz von 18,09(4) Hz.  $P$  ist hier für Ramsey-Zeiten von 0 ms bis 200 ms aufgetragen.

mit einem 40  $\mu\text{s}$  langen Lichtpuls auf dem Übergang  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Um die Atome im Zustand  $|0\rangle$  mit demselben Puls detektieren zu können, wird bereits 200  $\mu\text{s}$  vor Beginn der Aufnahme von unten Rückpumplicht auf dem Übergang  $F = 1 \rightarrow F' = 2$  eingestrahlt (Abbildung 5.9). Eine typische Absorptionsoaufnahme für ein Ensemble mit einer Temperatur von 400 nK ist in Abbildung 5.10(a) dargestellt. Das Verfahren zur Bestimmung der Teilchenzahl wurde nach der in Abschnitt 3.6 vorgestellten Methode aus der Veröffentlichung [137] kalibriert. Es werden zwei kreisrunde Masken um die beiden Wolken definiert, innerhalb derer die Atomzahl im jeweiligen Zustand aufsummiert wird. Der Abstand zwischen den Zentren der Wolken beträgt ca. sechs  $e^{-1/2}$ -Gauß-Radien, sodass kein relevanter Überlapp besteht.

Zur Auswertung von Ramsey-Sequenzen ist weniger die Gesamtteilchenzahl als der normierte Übertrag  $P = N_1/(N_0 + N_1)$  relevant. Da sich Fluktuationen der Gesamtteilchenzahlbestimmung durch den Prozess der Absorptionsoaufnahme unter Anwendung der vorgestellten Stern-Gerlach-Methode nicht auf den normierten Übertrag auswirken, ist das Detektionsrauschen relativ gering. Es wird in Abschnitt 7.2 detailliert untersucht. Abbildung 5.10(b) zeigt als Beispiel eine typische Ramsey-Sequenz in der Zeitdomäne. Die Frequenz der Oszillation gibt direkt die Verstimmung des Mikrowellenoszillators zum atomaren

Übergang an. Dieser wurde für diese Messung um +10 Hz zum Literaturwert verstimmt. Die Differenz von ca.  $-8 \text{ Hz}$ <sup>1</sup> erklärt sich durch Verschiebungen des atomaren Übergangs aufgrund externer Felder. Diese Frequenzverschiebungen werden in Abschnitt 6.2 bestimmt. In Abbildung 5.10(b) lässt sich über die für optisch gefangene Ensembles bereits lange Interrogationszeit<sup>2</sup> von 200 ms keine Kontrastabnahme feststellen. Im folgenden Kapitel wird ein Selbstrephasierungseffekt untersucht, der sogar nach 100 mal längerer Interrogationszeit noch kontrastreiche Messungen ermöglicht.

---

<sup>1</sup>Das Vorzeichen der Verstimmung erhält man aus Vergleichsmessungen mit anderen Oszillatorfrequenzen.

<sup>2</sup>Ohne den Einsatz spezieller Techniken zur Verlängerung der Kohärenzzeit, beträgt diese in optischen Potenzialen typischerweise weniger als 200 ms [38, 40, 160].



## 6 Spin-Selbstrephasierung

Optisch gefangene Ensembles sind von großer Bedeutung für interferometrische Frequenzmessungen und Quantenspeicher. Ein großer Nachteil ist jedoch die typischerweise kurze Kohärenzzeit in optischen Fallen. In Quantenspeichern verringert sie die Speicherdauer und bei einer Rabi- oder Ramsey-Spektroskopie begrenzt die Abnahme des Kontrasts die erreichbare Stabilität (Kapitel 4). Die Kohärenzzeit wird in der Regel durch die Dephasierung verschiedener Atome in der Falle begrenzt. Im Allgemeinen unterscheiden sich für die beiden Uhrenzustände die Frequenzverschiebungen durch das Fallenpotenzial und die interatomare Wechselwirkung. Dadurch ergeben sich abhängig vom Fallenzustand unterschiedliche Übergangsfrequenzen und die Spinausrichtungen dephasieren.

Gitteruhren verwenden sogenannte magische Wellenlängen, bei denen die Frequenzverschiebungen für beide Uhrenzustände gleich groß sind [32]. Für die Mikrowellenübergänge der Alkali-Atome gibt es keine magischen Wellenlängen [36], außer unter Verwendung spezieller Polarisationskonfigurationen und Magnetfelder [37]. Unlängst konnte so die differenzielle AC-Stark-Verschiebung experimentell für den Uhrenübergang von  $^{87}\text{Rb}$  reduziert werden, allerdings zum Preis einer relativ nahresonanten Wellenlänge von 806 nm und einem Magnetfeld von mehr als 3 G [38].

In magnetischen Fallen lässt sich die Inhomogenität der Frequenzverschiebung des Fallenpotenzials zum Teil durch die Dichteverschiebung kompensieren [39]. In einer solchen Falle wurde jüngst der Spin-Selbstrephasierungseffekt entdeckt [41], der zu einer sehr starken Unterdrückung der Dephasierung führt. Es ist von großem Interesse, ob es sich dabei um einen generellen Effekt handelt, der auch in optisch gefangenen Ensembles auftritt.

In diesem Kapitel wird der Spin-Selbstrephasierungseffekt auf den Uhrenübergang eines optisch gefangenen Ensembles angewandt. Dazu wird zunächst aus der Spinvektor-Repräsentation auf der Bloch-Kugel ein einfaches Modell für Dephasierung erläutert und eine analytische Abschätzung der charakteristischen Dephasierungsrate in der Dipolfalle hergeleitet. Anschließend werden die zur Berechnung der Dephasierungsrate erforderlichen relevanten Frequenzverschiebungen des Uhrenübergangs untersucht. Dazu wurde erstmals die differenzielle AC-Stark-Verschiebung für die Wellenlänge von 1064 nm direkt gemessen. Die Spin-Selbstrephasierung wird anhand von zwei Modellen erläutert. Eine Be-

schreibung durch den Rotationseffekt identischer Spinzustände wird zur quantitativen Abschätzung der Kontrastentwicklung verwendet. Eine weitere Erklärung auf der Grundlage der Pseudo-Spinbasis ordnet den Effekt in einen größeren Zusammenhang von wechselwirkungsbedingten Frequenzverschiebungen ein [51, 52]. Experimentell wird der Rephasierungseffekt in zwei Regimes untersucht. Zunächst wird die Dichte schrittweise erhöht, wodurch die Entwicklung von Revivals im Kontrast beobachtet werden kann. Diese stellen ein eindeutiges Merkmal für den Effekt dar und werden vom numerischen Modell sehr gut wiedergegeben. Anschließend werden die experimentellen Parameter auf eine maximale Kohärenzzeit optimiert und die längste jemals gemessene Kohärenzzeit neutraler atomarer Ensembles wird präsentiert.

## 6.1 Dephasierung optisch gefangener Ensembles

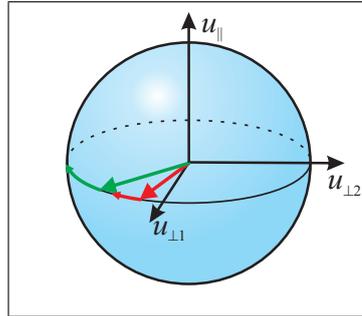
In diesem Abschnitt wird ein einfaches Modell zur Beschreibung von Dephasierung vorgestellt. Ausgehend von einer Darstellung der Spins als Vektoren auf der Bloch-Kugel, werden die Atome semi-klassisch und die Spinzustände quantenmechanisch beschrieben [47, 48]. Die Dephasierung wird durch eine Rate  $\Delta_0$  parametrisiert [41]. Diese wird in einem zweiten Teil dieses Abschnitts für Ensembles in der optischen Dipolfalle unter Berücksichtigung der inhomogenen Frequenzverschiebung des Fallenpotenzials und der Dichteverchiebung berechnet.

### Dephasierung im Bild der Bloch-Kugel

In Kapitel 4 wurde bereits das Bild der Bloch-Kugel eingeführt, anhand dessen sich die Methode der Ramsey-Interferometrie geometrisch verdeutlichen lässt. Zur Beschreibung der Spin-Superpositionen wird eine Basis aus drei orthogonalen Vektoren auf der Bloch-Kugel gewählt: Auf dem Äquator stellen  $\mathbf{u}_{\perp 1}$  und  $\mathbf{u}_{\perp 2}$  Superpositionen mit gleicher Besetzungswahrscheinlichkeit für beide Uhrenzustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  dar. Der Vektor  $\mathbf{u}_{\parallel}$  zeigt zum Nordpol der Bloch-Kugel und beschreibt damit eine reine Besetzung des oberen Uhrenzustands  $|1\rangle$ . Für einen Spinvektor  $\mathbf{S} = u\mathbf{u}_{\perp 1} + v\mathbf{u}_{\perp 2} + w\mathbf{u}_{\parallel} = (u, v, w)$  gelten die Bloch-Gleichungen [151]. Sie lauten zusammengefasst als Vektorgleichung

$$\dot{\mathbf{S}} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{S}. \quad (6.1)$$

Die Zeitentwicklung eines Spinvektors ergibt sich also durch eine Drehung um die verallgemeinerte Rabi-Frequenz  $\boldsymbol{\Omega} = (\Omega_R, 0, \Delta)$ . Diese setzt sich aus der resonanten Rabi-Frequenz  $\Omega_R$  und der Verstimmung  $\Delta$  zwischen Abfragesignal



**Abbildung 6.1:** Dephasierung zweier Atome dargestellt auf der Bloch-Kugel. Nach dem ersten  $\pi/2$ -Puls der Ramsey-Sequenz sind alle Spinvektoren parallel ausgerichtet, bewegen sich dann aber abhängig von der Frequenzverschiebung des jeweiligen Fallenzustands mit unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten entlang des Äquators. Der grün dargestellte Spinvektor ist schneller als der rot dargestellte und beide entfernen sich voneinander. Für ein Ensemble mit vielen Spinvektoren führt diese Dephasierung nach dem zweiten  $\pi/2$ -Puls zu einer Abnahme des messbaren Kontrasts, der durch den Betrag des mittleren Spinvektors gegeben ist.

und atomarem Übergang zusammen. Die Beschreibung der Spinzustände anhand der Bloch-Kugel ist äquivalent zu dem in Abschnitt 4.1.1 ausführlich erläuterten Matrixformalismus. Das geometrische Bild verhilft im Folgenden zu einem direkteren Verständnis, insbesondere bei der Betrachtung mehrerer Spinvektoren auf der Bloch-Kugel.

Wie in Kapitel 4 (Abbildung 4.3) verdeutlicht wurde, bewegen sich die Spinvektoren der Atome nach dem ersten  $\pi/2$ -Puls einer Ramsey-Interrogation entlang des Äquators auf der Bloch-Kugel. Diese Situation ist in Abbildung 6.1 für zwei Atome dargestellt. Die Winkelgeschwindigkeit der Spinvektoren ist durch die Verstimmung  $\Delta$  zwischen dem Abfragesignal (z. B. der Mikrowelle) und dem atomaren Übergang gegeben. Aufgrund von inhomogenen Frequenzverschiebungen des atomaren Übergangs ist diese Verstimmung abhängig vom Fallenzustand und im Allgemeinen unterschiedlich für verschiedene Atome. Die anfänglich parallel ausgerichteten<sup>1</sup> Spinvektoren  $\mathbf{S}_i$  drehen sich demnach mit unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten  $\Delta_i$  um die Achse  $\mathbf{u}_{\parallel}$

$$\dot{\mathbf{S}}_i(t) = \Delta_i \mathbf{u}_{\parallel} \times \mathbf{S}_i(t). \quad (6.2)$$

Für ein thermisches Ensemble mit vielen Spinvektoren unterschiedlicher Phasenentwicklung bewegen diese sich mit fortschreitender Zeit weiter auseinander, bis sie schließlich einen homogenen Ring entlang des Äquators bilden. Dieser Prozess wird als Dephasierung bezeichnet. Der Kontrast des Ramsey-Interferenzsignals nach einer Interrogationszeit  $T_R$  ist durch den Betrag des

<sup>1</sup>Es wird die Näherung:  $\Omega_R \gg \Delta$  vorausgesetzt, siehe dazu Abschnitt 4.1.1.

mittleren Spins  $\bar{\mathbf{S}}(T_R)$  gegeben. Nach vollständiger Dephasierung ändert der zweite  $\pi/2$ -Puls der Ramsey-Sequenz das Besetzungsverhältnis nicht mehr und der Kontrast verschwindet  $\bar{\mathbf{S}}(t \rightarrow \infty) = 0$ .

Zur Dephasierung tragen nur solche Frequenzverschiebungen bei, die sich für verschiedene Fallenzustände unterscheiden. Es sind daher nur räumlich inhomogene Frequenzverschiebungen zu berücksichtigen, in der Regel also Verschiebungen durch das Fallenpotenzial und der daraus resultierenden Dichteverteilung. Zudem fallen räumliche Gradienten über die Wolke nicht ins Gewicht, da das Betragsquadrat der Wellenfunktionen symmetrisch ist, sich diese Gradienten also herausmitteln. Die relevante Frequenzverschiebung lässt sich also näherungsweise durch eine quadratische Funktion mit dem geometrischen Aspektverhältnis der Falle ausdrücken [41]

$$\Delta(\mathbf{r}) = \Delta_0 \left( \frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{z^2}{\sigma_z^2} \right). \quad (6.3)$$

Dabei bezeichnen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\sigma_z$  die thermischen Längen

$$\sigma_{x,y,z} = \sqrt{\frac{k_B T}{m \omega_{x,y,z}^2}} \quad (6.4)$$

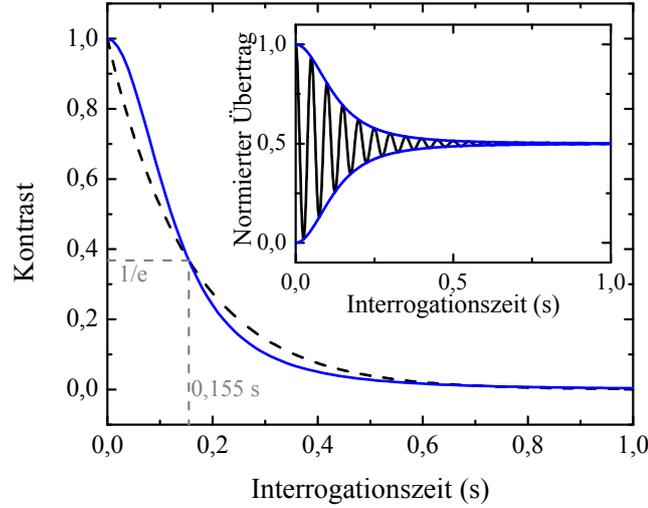
mit den Fallenfrequenzen  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  und  $\omega_z$ . Die Dephasierungsrate  $\Delta_0$  charakterisiert die Inhomogenität der Frequenzverschiebung durch ihre räumliche Krümmung

$$\Delta_0 = \frac{\sigma_x^2}{2} \frac{\partial^2 \Delta(\mathbf{r})}{\partial^2 x}. \quad (6.5)$$

Entsprechend [41] wird im Folgenden ein Ansatz verwendet, der die Atome in verschiedene Energieklassen aufteilt. Der mittlere Abstand eines Atoms zum Zentrum der Falle lässt sich demnach durch seine Energie ausdrücken. Die inhomogene Frequenzverschiebung  $\Delta(\mathbf{r})$  wird durch eine Funktion der Energie  $\Delta(E)$  ersetzt, wobei nach der quadratischen Näherung (6.3) für die mittlere Frequenzverschiebung  $\Delta(E) = \Delta_0 E$  gilt. Dabei bezeichnet  $E$  die Energie des Atoms in Einheiten von  $k_B T$ . Die Kreisfrequenz  $\Delta_0$  kann also als Dephasierungsrate zwischen einem Atom mittlerer thermischer Energie ( $k_B T$ ) und einem Atom ohne thermische Energie verstanden werden. Die Zeitentwicklung eines Spinvektors  $\mathbf{S}(E, t)$  für eine Klasse der Energie  $E$  lässt sich nach (6.2) wie folgt ausdrücken

$$\dot{\mathbf{S}}(E, t) = \Delta_0 E \mathbf{u}_{\parallel} \times \mathbf{S}(E, t). \quad (6.6)$$

Um den Kontrast nach einer Ramsey-Sequenz zu bestimmen, wird die Zeitentwicklung des mittleren Spinvektors  $\bar{\mathbf{S}}(t)$  berechnet. Dazu werden die Spins  $\mathbf{S}(E, t)$  der einzelnen Energieklassen mit der Boltzmann-



**Abbildung 6.2:** Dargestellt ist der Kontrast einer Ramsey-Sequenz, gegeben durch den Betrag des mittleren Spinvektors  $|\bar{\mathbf{S}}(t)|$ , für eine Dephasierungsrate von  $\Delta_0/2\pi = 1$  Hz. Nach 155 ms wird der Wert  $1/e$  erreicht. Zum Vergleich ist ein exponentieller Abfall mit dieser Zeitkonstante gestrichelt eingezeichnet. Der Einschub zeigt den zu erwartenden normierten Übertrag einer Ramsey-Sequenz mit einer Verstimmung von  $2\pi \times 20$  Hz.

Verteilung  $\propto e^{-E}$  (2.12) und der Zustandsdichte im dreidimensionalen harmonischen Potenzial  $\propto E^2/2$  (2.20) multipliziert und über die Energie  $E$  integriert

$$\bar{\mathbf{S}}(t) = \int_0^\infty \frac{E^2}{2} e^{-E} \mathbf{S}(E, t) dE. \quad (6.7)$$

Der mittlere Spinvektor  $\bar{\mathbf{S}}(t)$  erfüllt für ein Ensemble, das zum Zeitpunkt  $t = 0$  parallele Spins aufweist (beispielsweise  $\mathbf{S}(E, t) = \mathbf{u}_{\perp 1}$ ) die Normierungsbedingung  $|\bar{\mathbf{S}}(t = 0)| = 1$ . Der Betrag  $|\bar{\mathbf{S}}(t)|$  gibt direkt den Kontrast des Ramsey-Interferenzsignals zum Zeitpunkt  $t = T_R$  wieder. Für die Anfangsbedingung paralleler Spins lassen sich das Differentialgleichungssystem (6.6) und das Integral (6.7) analytisch lösen. Der Kontrast  $|\bar{\mathbf{S}}(t)|$  nimmt demnach mit der Zeit wie folgt ab

$$|\bar{\mathbf{S}}(t)| = \left( \frac{1}{1 + \Delta_0^2 t^2} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (6.8)$$

Die Kontrastabnahme durch Dephasierung weicht also deutlich von einer exponentiellen Abnahme, wie sie häufig angenommen wird, ab. Der Vergleich zwischen (6.8) und einer Exponentialfunktion wird in Abbildung 6.2 verdeutlicht. Nach der Zeit

$$t_{1/e} = \frac{\sqrt{-1 + e^{2/3}}}{\Delta_0} \quad (6.9)$$

fällt der Kontrast auf den Wert  $|\bar{\mathcal{S}}(t_{1/e})| = 1/e$  ab. Eine Dephasierungsrate  $\Delta_0/2\pi = 1$  Hz entspricht in exponentieller Näherung einer  $1/e$ -Zeit von ca. 155 ms.

### Dephasierungsrate $\Delta_0$ in der optischen Falle

In einem Ensemble optisch gefangener Atome tragen zwei wesentliche Effekte zur Dephasierung bei: Das Fallenpotenzial der Dipolstrahlen ist für beide Zustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  im Allgemeinen unterschiedlich stark. Dies führt zu einer differentiellen Frequenzverschiebung, die notwendigerweise inhomogen über das Ensemble ist. Eine zweite inhomogene Frequenzverschiebung ergibt sich durch die interatomare Wechselwirkung. Sie wird in der Mean-Field-Näherung (vgl. Abschnitt 2.2) betrachtet und lässt sich damit durch die Dichteverteilung ausdrücken. Beide Effekte werden in Abschnitt 6.2 experimentell untersucht und hier wird nur ihr inhomogener Anteil betrachtet, der zur Dephasierung führt.

Die Frequenzverschiebung der Dipolstrahlen ist durch die differentielle Polarisierbarkeit  $\delta\alpha$  gegeben und skaliert mit der Intensität  $\Delta_{\text{dip}} \propto \delta\alpha I(\mathbf{r})$ . Sie ergibt sich aus der (kleinen) Differenz zwischen den absoluten Polarisierbarkeiten, die für das Fallenpotenzial verantwortlich sind (Abschnitt 3.5). Die maximale Intensität im Zentrum der Falle spielt für die Dephasierung keine Rolle. Gleiches gilt für einen Intensitätsgradienten, der dadurch entsteht, dass sich die Wolke aufgrund der Gravitationskraft nicht im Zentrum des Dipolpotenzials befindet. Entscheidend ist die Krümmung der Intensität, die zu den Fallenfrequenzen  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  und  $\omega_z$  führt. Der inhomogene Teil der Frequenzverschiebung lässt sich daher als Verhältnis von differentieller Polarisierbarkeit  $\delta\alpha$  und absoluter Polarisierbarkeit  $\alpha$  schreiben

$$\Delta_{\text{dip,inh}}(\mathbf{r}) = \frac{\delta\alpha}{\alpha} \frac{m}{2\hbar} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2). \quad (6.10)$$

Eine genaue Kenntnis des Intensitätsprofils ist für die Berechnung der Dephasierung durch das Fallenpotenzial demnach nicht erforderlich. Diese Näherung gilt für  $\delta\alpha \ll \alpha$  und trifft für die durchgeführten Untersuchungen zu. Die differentielle Polarisierbarkeit ist mehr als vier Größenordnungen kleiner als die absolute Polarisierbarkeit, die für das eigentliche Fallenpotenzial verantwortlich ist.

Nach Gleichung (6.5) lässt sich aus (6.10) die Dephasierungsrate  $\Delta_{0,\text{dip}}$  für das Lichtfeld der Falle bestimmen

$$\Delta_{0,\text{dip}} = \frac{1}{2\hbar} \frac{\delta\alpha}{\alpha} k_{\text{B}} T. \quad (6.11)$$

Bemerkenswert an diesem Zusammenhang ist, dass die Dephasierungsrate durch das Dipolpotenzial in der harmonischen Näherung weder von der Intensitätsverteilung noch von den Fallenfrequenzen abhängt.

Die interatomare Wechselwirkung führt zu einer zusätzlichen Dephasierung. In der Mean-Field-Näherung ist die Frequenzverschiebung abhängig vom Dichteprofil  $n(\mathbf{r})$  durch  $\Delta_{\text{mf}}(\mathbf{r}) = \gamma_{\text{mf}} n(\mathbf{r})$  gegeben (Abschnitt 6.2.1). Die natürlicherweise sehr starke Inhomogenität von  $n(\mathbf{r})$  lässt eine quadratische Annäherung nach (6.5) nicht zu. Sie wird stattdessen durch eine Mittelung über das Ensemble charakterisiert. Für die eingeführte harmonische Näherung (6.3) ergibt sich, dass die über die gaußförmige Dichteverteilung (3.12) gemittelte Standardabweichung das  $\sqrt{6}$ -fache von  $\Delta_0$  ergibt. Die Standardabweichung geteilt durch  $\sqrt{6}$  kann daher (für räumlich symmetrische Frequenzverschiebungen) als verallgemeinerte Definition von  $\Delta_0$  angesehen werden

$$\Delta_0 = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{\int \Delta^2(\mathbf{r}) \frac{n(\mathbf{r})}{N} d^3\mathbf{r} - \left( \int \Delta(\mathbf{r}) \frac{n(\mathbf{r})}{N} d^3\mathbf{r} \right)^2}. \quad (6.12)$$

Für  $\Delta(\mathbf{r}) = \Delta_{\text{dip,inh}}(\mathbf{r}) + \Delta_{\text{mf}}(\mathbf{r})$  lassen sich die Integrationen analytisch durchführen und ergeben in erster Näherung folgende Dephasierungsrate in der Dipolfalle

$$\Delta_0 = \frac{1}{2\hbar} \frac{\delta\alpha}{\alpha} k_{\text{B}} T - \frac{1}{4} \gamma_{\text{mf}} \bar{n}. \quad (6.13)$$

Dabei bezeichnet  $\bar{n}$  die mittlere Dichte (vgl. Gleichung (5.3)). Mit diesem Zusammenhang wird eine sehr einfache analytische Beschreibung der Dephasierungsrate angegeben. Ein Vergleich mit den numerischen Werten aus [41] zeigt für die Dichteabhängigkeit eine exakte Übereinstimmung. Offenbar hängt  $\Delta_0$  nicht von der konkreten Fallengeometrie oder Intensitätsverteilung, sondern nur von der Temperatur und der mittleren Dichte ab. Für die experimentellen Bedingungen dieser Arbeit gilt  $\delta\alpha/\alpha > 0$  und  $\gamma_{\text{mf}} < 0$ . Beide Verschiebungen tragen also mit dem gleichen Vorzeichen in (6.13) zur Dephasierung bei. Eine gegenseitige Kompensation der Dichteverschiebung und der Verschiebung durch das Fallenpotenzial ist daher im Gegensatz zu magnetischen Fallen (siehe [39]) nicht realisierbar. Zur quantitativen Bestimmung von  $\Delta_0$  ist eine genaue Kenntnis der Koeffizienten  $\delta\alpha/\alpha$  und  $\gamma_{\text{mf}}$  erforderlich. Insbesondere erfordert die theoretische Vorhersage der differentiellen Polarisierbarkeit  $\delta\alpha$  komplexe Berechnungen [36, 37]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde sie erstmals experimentell für die Wellenlänge  $\lambda = 1064$  nm bestimmt. Dies wird im folgenden Abschnitt erläutert.

## 6.2 Frequenzverschiebungen des Uhrenübergangs

Die ungestörte Frequenz des Uhrenübergangs zwischen den Zuständen  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  beträgt  $\omega_0/2\pi = 6\,834\,682\,610,904$  Hz [130]. Sie wird unter den gegebenen experimentellen Bedingung durch drei relevante Effekte verschoben.

1. Die für beide Uhrenzustände unterschiedliche interatomare Wechselwirkung führt in der Mean-Field-Näherung zu einer dichteabhängigen Verschiebung.
2. Das Dipolpotenzial unterscheidet sich für beide Zustände und verschiebt die Frequenz abhängig von der Laserintensität. Dieser Effekt wird auch als differenzielle AC-Stark-Verschiebung bezeichnet.
3. Beide Uhrenzustände erfahren durch den quadratischen Zeeman-Effekt gegensätzliche Magnetfeldverschiebungen.

Im Folgenden werden die drei Frequenzverschiebungen experimentell bestimmt.

### 6.2.1 Dichteverschiebung

In der Mean-Field-Näherung wird die interatomare Wechselwirkung durch die Dichteverteilung ausgedrückt. Die Mean-Field-Energie ist dabei durch den Wechselwirkungsparameter (2.31) gegeben, der linear von der s-Wellen-Streulänge abhängt. Für eine gleichverteilte Superposition zwischen den Uhrenzuständen  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  erhält man damit eine differenzielle Dichteverschiebung

$$\Delta_{\text{mf}}(\mathbf{r}) = \gamma_{\text{mf}} n(\mathbf{r}), \quad (6.14)$$

deren Koeffizient

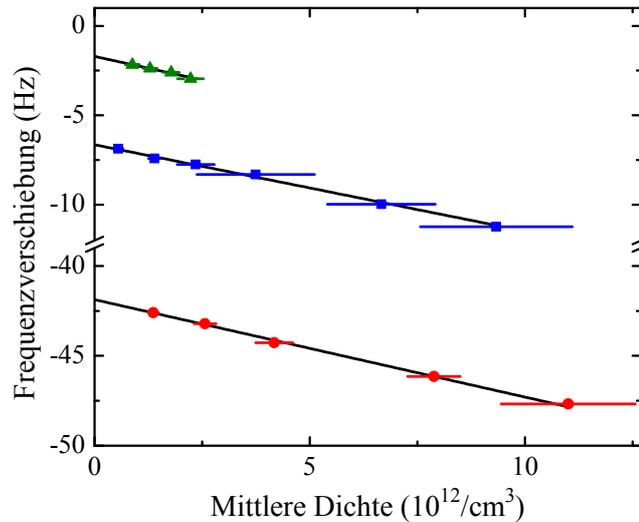
$$\gamma_{\text{mf}} = \frac{4\pi\hbar}{m}(a_{1,1} - a_{0,0}) \quad (6.15)$$

sich aus der Differenz der Streulängen  $a_{0,0}$  und  $a_{1,1}$  für Stöße zwischen Atomen im gleichen Zustand ergibt [54]. Die präzisesten bekannten Werte dieser Streulängen sind  $a_{0,0} = 100,76 a_{\text{B}}$  und  $a_{1,1} = 94,55 a_{\text{B}}$  [161], wobei  $a_{\text{B}}$  den Bohr'schen Atomradius bezeichnet. Damit lässt sich eine Frequenzverschiebung von

$$\gamma_{\text{mf}}/2\pi = -0,48 \text{ Hz}/(10^{12} \text{ cm}^{-3}) \quad (6.16)$$

berechnen.

Experimentell wurde die Dichteabhängigkeit für drei verschiedenen Dipolfallenkonfigurationen untersucht. Mit der in Abschnitt 5.3 vorgestellten Methode wurde dazu die Teilchenzahl in jeder Falle variiert, ohne die Temperatur relevant zu verändern. Aus den gemessenen Fallenfrequenzen von  $2\pi \times 51$  Hz,  $2\pi \times 70$  Hz



**Abbildung 6.3:** Dichteverschiebung in verschiedenen Fallenkonfigurationen. In der Mean-Field-Näherung verschiebt sich die Übergangsfrequenz der Uhrenzustände linear mit der Dichte. Dieser Zusammenhang wurde in drei Fällen mit den mittleren Fallenfrequenzen  $2\pi \times 51$  Hz (grün),  $2\pi \times 70$  Hz (blau) und  $2\pi \times 112$  Hz (rot) vermessen. Die Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage im Rahmen von 10 % für alle drei Fälle bestätigt die verwendete Methode zur Kalibrierung der Dichte. Aufgrund der intensitätsabhängigen AC-Starkverschiebung unterscheiden sich die absoluten Frequenzen in den drei Fällen. (Veröffentlicht in [62])

und  $2\pi \times 112$  Hz (geometrische Mittelwerte) und den entsprechenden Temperaturen von 100(20) nK, 400(20) nK und 850 nK lässt sich die mittlere Dichte nach (5.2) und (5.3) bestimmen. Anhand von Ramsey-Sequenzen in der Zeitdomäne, wie beispielhaft in Abbildung 5.10(b) gezeigt, wurde für verschiedene mittlere Dichten der Frequenzunterschied zur ungestörten Übergangsfrequenz bestimmt.

Abbildung 6.3 zeigt die gemessene Frequenzverschiebung in Abhängigkeit von der mittleren Dichte für die drei untersuchten Fälle. Eingezeichnet sind die statistischen Fehlerbalken aus der Teilchenzahlbestimmung. Die statistischen Unsicherheiten aus den Frequenzbestimmungen betragen nur wenige 10 mHz und sind daher in der Abbildung nicht erkennbar. Lineare Fits ergeben mit einer Unsicherheit von ca. 10 % eine Dichteverschiebung von  $\gamma_{\text{mf}}/2\pi = -0,52$  Hz/( $10^{12}$  cm $^{-3}$ ). Die sehr gute Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage von  $-0,48$  Hz/( $10^{12}$  cm $^{-3}$ ) bestätigt die Teilchenzahlkalibration (Abschnitt 3.6) sowie die Kontrolle über Fallenfrequenzen und Temperaturen. Die großen Frequenzunterschiede zwischen den unterschiedlichen Fallenkonfigurationen (ca. 40 Hz) sind auf den differentiellen AC-Stark-Effekt zurückzuführen, der im folgenden Abschnitt untersucht wird.

## 6.2.2 Differenzielle AC-Stark Verschiebung

In Abschnitt 3.5 wurde das Dipolfallenpotenzial unter der Annahme eingeführt, dass alle Spinzustände des Hyperfein-Grundzustands die gleiche Dipolwechselwirkung, gegeben durch das Produkt aus der Polarisierbarkeit  $\alpha$  und der Lichtintensität  $I(\mathbf{r})$ , erfahren. Im Allgemeinen sind die Polarisierbarkeiten jedoch unterschiedlich für beide Uhrenzustände und es entsteht eine Frequenzverschiebung des Übergangs

$$\Delta_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\frac{\delta\alpha}{2\hbar c\epsilon_0} I(\mathbf{r}), \quad (6.17)$$

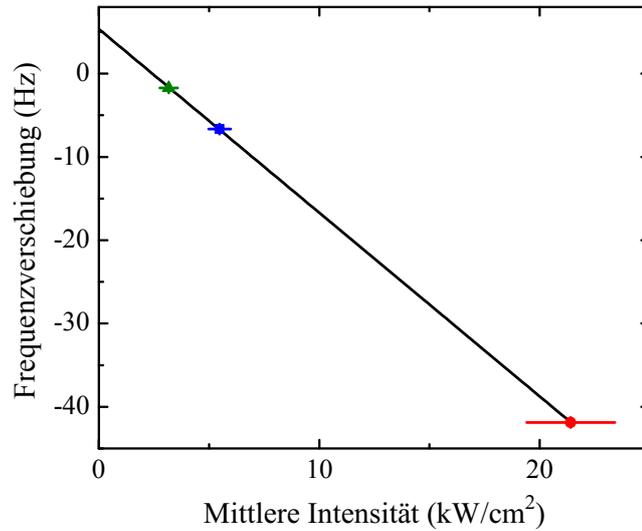
wobei  $\delta\alpha$  die differenzielle Polarisierbarkeit bezeichnet.

Die Berechnung der differenziellen Polarisierbarkeit ist aufwendig und erfordert die Betrachtung von Magnetfeldern und Lichtpolarisationen. Eine bislang unveröffentlichte Berechnung von A. Derevianko ergibt für die Uhrenzustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$ , die Wellenlänge von 1064 nm, ein vernachlässigbares Magnetfeld und die Quantisierungsachse entlang des elektrischen Felds der linearen Polarisierung eine differenzielle Polarisierbarkeit<sup>2</sup> von  $\delta\alpha = 8,44 \times 10^{-43} \text{ Cm}^2/\text{V}$ . Dieser Wert ist mehr als vier Größenordnungen kleiner als die absolute Polarisierbarkeit (Abschnitt 3.5) und führt nach (6.17) auf eine Frequenzverschiebung von  $\Delta_{\text{dip}}/2\pi = -2,40 \text{ Hz} \times I/(\text{kW cm}^{-2})$ .

Die differenzielle AC-Stark-Verschiebung wurde erstmals experimentell für die Wellenlänge von 1064 nm bestimmt. Dazu wurde die in Abbildung 6.3 dargestellte Dichteabhängigkeit auf eine Dichte  $\bar{n} = 0$  extrapoliert. Die extrapolierte, dichtebereinigte Frequenz unterscheidet sich für die drei Fallen aufgrund der verschiedenen Dipolstrahlintensitäten. Eine direkte Bestimmung der über das Ensemble gemittelten Dipolstrahlintensität ist mit gewissen technischen Unsicherheiten behaftet. Sie hängt von der Laserleistung, von den Strahltaillen, einem Offset in der Überlagerung sowie der Position und der thermischen Ausdehnung der Atome in der Falle ab. An dieser Stelle helfen jedoch die Fallenfrequenzen, die sich recht genau vermessen lassen.

In einer numerischen Simulation wurde daher untersucht, welche Dipolfallenkonfigurationen alle neun Fallenfrequenzen der drei Fallen reproduzieren. Die Fallenfrequenzen lassen sich aus dem Potenzial der beiden Dipolstrahlen unter Berücksichtigung der Gravitationskraft bestimmen, indem numerisch das Potenzialminimum gesucht wird, um an dieser Stelle aus den Eigenwerten der Hesse-Matrix die Krümmungen zu berechnen. Für verschiedene vertikale Offsets der Überlagerung (0  $\mu\text{m}$  bis 10  $\mu\text{m}$ ), verschiedene Laserleistungen in beiden Strahlen (im Bereich  $\pm 10\%$  vom gemessenen Wert) sowie für eine Vielzahl von möglichen Strahltaillen der beiden Strahlen wurden diejenigen Konfigurationen ermittelt,

<sup>2</sup>Siehe Seite 50 zur Umrechnung der Polarisierbarkeit in verschiedene Einheitensysteme.



**Abbildung 6.4:** Differenzielle AC-Stark-Verschiebung. Die Extrapolation der Dichteverschiebung in Abbildung 6.3 ergibt eine dichteberingte Frequenzverschiebung. Diese ist hier gegen die über das Ensemble gemittelte Intensität der Dipolstrahlen aufgetragen. Aus der Steigung lässt sich die differenzielle AC-Stark-Verschiebung von  $-2,2(3)$  Hz/(kW cm $^{-2}$ ) bestimmen. Im Rahmen der Fehlerabschätzung (siehe Text) stimmt sie mit einer noch unveröffentlichten theoretischen Vorhersage überein. Die Frequenz von  $5,2(6)$  Hz bei verschwindender Intensität ist durch den quadratischen Zeeman-Effekt bei  $95(1)$  mG gegeben. (Veröffentlicht in [62])

für die keine der neun Fallenfrequenzen um mehr als  $\pm 25$  % abweicht. Dabei wurden die Strahltaillen von  $60$   $\mu\text{m}$  bzw.  $75$   $\mu\text{m}$  innerhalb einer Unsicherheit von ca.  $10$  % bestimmt, was sehr gut mit direkten Messungen mit dem Detektionssystem übereinstimmt. Für jede der Konfigurationen wurde die über das Ensemble gemittelte Intensität bestimmt. Dazu wurden die drei experimentell bestimmten Temperaturen verwendet, für die wiederum ein Fehler im Bereich von  $\pm 25$  % angenommen wurde. Für die so ermittelten Dipolfallenkonfigurationen wurden die aus der Dichteverschiebung extrapolierten Frequenzen als Funktion der mittleren Intensität aufgetragen und linear gefittet. Die Steigung in diesem Diagramm ergibt die differenzielle AC-Stark-Verschiebung.

Mit dem beschriebenen Verfahren der Intensitätsbestimmung erhält man eine differenzielle AC-Stark-Verschiebung von

$$\Delta_{\text{dip}}/2\pi = -2,2(3) \text{ Hz} \times I/(\text{kW cm}^{-2}), \quad (6.18)$$

welche innerhalb der Fehlerabschätzung mit der theoretischen Vorhersage von A. Derevianko übereinstimmt. Abbildung 6.4 zeigt den linearen Zusammenhang, wobei die Fehlerbalken den möglichen Intensitätsbereich angeben. Diese differenzielle Verschiebung durch das Dipolpotenzial wurde so erstmals für

1064 nm direkt bestimmt und trägt aufgrund ihrer Inhomogenität maßgeblich zur Dephasierung der Spins bei. Ihre Kenntnis ermöglicht die Vorhersage der Dephasierungsrate  $\Delta_0$  (Abschnitte 6.4 und 6.5). Außerdem lässt sie sich zur Quantifizierung der Auswirkung verschiedener technischer Rauschquellen verwenden, wie in Kapitel 7 erläutert wird. Im folgenden Abschnitt wird die Frequenzverschiebung durch das Magnetfeld diskutiert.

### 6.2.3 Zeeman-Verschiebung

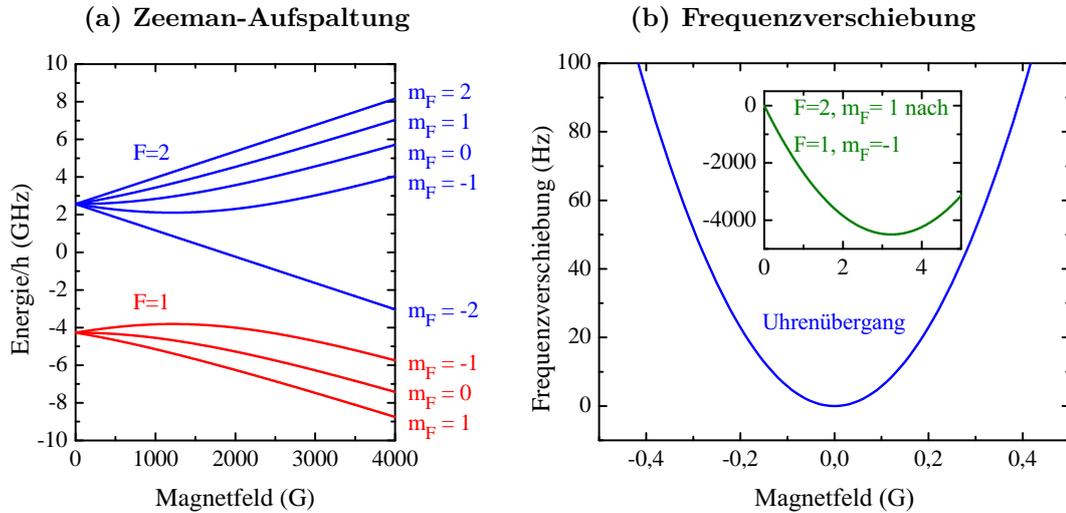
Die atomaren Zustände werden durch das Magnetfeld  $B$  energetisch getrennt. Für den Hyperfein-Grundzustand der Alkali-Atome lässt sich diese Zeeman-Verschiebung durch die Breit-Rabi-Formel beschreiben [116, 162]

$$E_{J=\frac{1}{2}, m_J, I, m_I} = -\frac{E_{\text{hf}}}{2(2I+1)} + g_I \mu_B m B \pm \frac{E_{\text{hf}}}{2} \sqrt{1 + \frac{4mx}{2I+1} + x^2}. \quad (6.19)$$

Dabei bezeichnet  $E_{\text{hf}} = \hbar\omega_0$  die Energiedifferenz des Hyperfeinübergangs und  $x = (g_J - g_I)\mu_B B/E_{\text{hf}}$  beinhaltet die  $g$ -Faktoren des Elektrons bzw. des Kerns [163]. Die magnetischen Quantenzahlen werden durch  $m = m_I \pm m_J = m_I \pm 1/2$  zusammengefasst.

Abbildung 6.5(a) zeigt die Aufspaltung der Energieniveaus im Hyperfein-Grundzustand durch das Magnetfeld  $B$ . Aus (6.19) ergeben sich genau zwei Übergänge, für die die Frequenzabhängigkeit vom Magnetfeld quadratisch genähert werden kann. Der Uhrenübergang von  $|0\rangle$  nach  $|1\rangle$  erfährt eine quadratische Abhängigkeit bei  $B = 0$  mit einer Krümmung von 575 Hz/G<sup>2</sup> und der Übergang von  $|F=2, m_F=1\rangle$  nach  $|F=1, m_F=-1\rangle$  hat bei  $B = 3,23$  G eine Krümmung von 431 Hz/G<sup>2</sup>. Letzterer wird für Frequenzstandards magnetisch gefangener Ensembles verwendet [23, 24, 39, 58]. In Abbildung 6.5(b) ist die Frequenzverschiebung für beide Übergänge dargestellt. In dieser Arbeit wird ausschließlich der Uhrenübergang verwendet, der eine sekundäre Repräsentation der Sekunde definiert [26]. Um Spinmischungen zu vermeiden, wird ein Hintergrundmagnetfeld von 95(1) mG gewählt (Abschnitt 5.2, Abbildung 5.5). Für dieses Magnetfeld beträgt die Frequenzverschiebung 5,2(1) Hz. Eine Extrapolation der in Abbildung 6.4 dargestellten Intensitätsverschiebung führt auf denselben Wert von 5,2(6) Hz mit etwas größerer Unsicherheit.

Diese perfekte Übereinstimmung bestätigt die vorgestellten Messungen. Das Verfahren der Extrapolation der einzelnen Verschiebungen erlaubt eine absolute Messung der Uhrenfrequenz  $\omega_0$  und kann bei höherer Stabilität (vgl. Kapitel 7) für einen genauen Uhrenbetrieb genutzt werden.

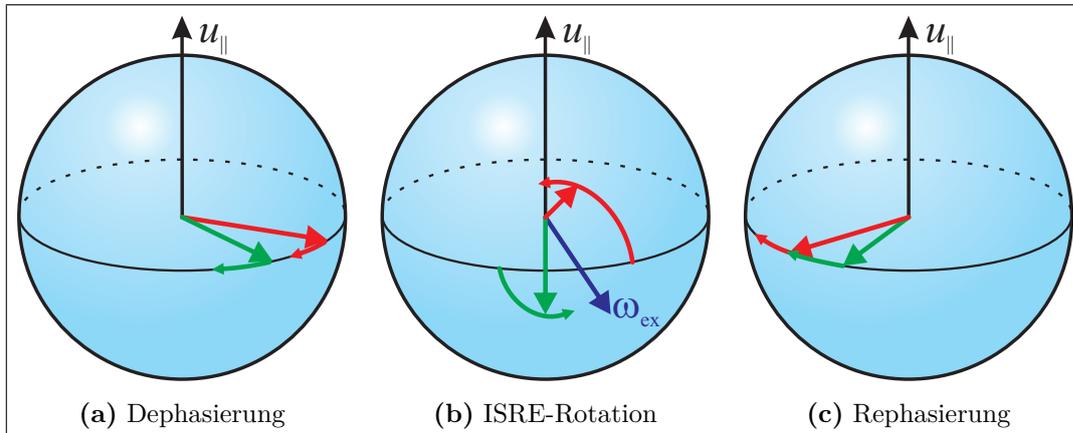


**Abbildung 6.5:** (a) Zeeman-Aufspaltung des Hyperfein-Grundzustands  $5S_{1/2}$  von  $^{87}\text{Rb}$  nach der Breit-Rabi-Formel. (b) Quadratische Frequenzverschiebung des Uhrenübergangs von  $|0\rangle$  nach  $|1\rangle$  mit einer Krümmung von  $575 \text{ Hz/G}^2$  (blau dargestellt). Im Experiment wird ein Feld von  $95(1) \text{ mG}$  verwendet, das zu einer Frequenzverschiebung von  $5,2(1) \text{ Hz}$  führt. Dieser Wert stimmt hervorragend mit der gemessenen Frequenzverschiebung von  $5,2(6) \text{ Hz}$  überein, die sich aus der Extrapolation zu verschwindender Intensität in Abbildung 6.4 ergibt. Zum Vergleich ist der Übergang, der für Frequenzstandards magnetisch gefangener Ensembles verwendet wird, grün eingezeichnet: Bei  $3,23 \text{ G}$  wird die lineare Abhängigkeit durch den quadratischen Zeeman-Effekt kompensiert, allerdings bei einer hohen absoluten Frequenzverschiebung von  $-4,5 \text{ kHz}$ .

## 6.3 Theoretische Beschreibung von Spin-Selbstrephasierung

In diesem Abschnitt wird ein Selbstrephasierungseffekt diskutiert, der die Dephasierung stark unterdrückt und zu einer außergewöhnlich langen Kohärenzzeit führt. Der Effekt wurde vor kurzem in einem magnetisch gefangenen Ensemble entdeckt [41]. Aufgrund der hohen differentiellen Teilchenzahlverluste der verwendeten Zustände (Abschnitt 5.4) und technischer Einschränkungen waren diese Messungen jedoch auf eine Interrogationszeit von  $5 \text{ s}$  beschränkt. Im Rahmen dieser Arbeit konnte der Spin-Selbstrephasierungseffekt für die Uhrenzustände in einem rein optischen Potenzial gezeigt werden, wodurch die generelle Natur dieses Effekts belegt wurde. Es liegt nahe, dass Spin-Selbstrephasierung auch in Quantenspeichern oder Atominterferometern anwendbar ist.

Im Folgenden werden zwei Erklärungen für den Selbstrephasierungseffekt gegeben. Eine Beschreibung anhand des Rotationseffekts identischer Spinzustände



**Abbildung 6.6:** Spin-Selbstrephasierung im Bild der Bloch-Kugel. **(a)** Zwei Spinvektoren mit unterschiedlicher Verstimmung bewegen sich um die Achse  $u_{\parallel}$  auf dem Äquator. Der stärker verstimmte Spinvektor (grün) entfernt sich von dem langsameren Spinvektor (rot) – sie dephasieren. **(b)** Aufgrund des Rotationseffekts identischer Spinzustände (ISRE) findet eine Drehung um die Vektorsumme der beiden Spinvektoren statt. Die Rotationsgeschwindigkeit ist dabei durch die Austauschenergie  $\hbar\omega_{\text{ex}}$ , also durch die Wechselwirkung gegeben. **(c)** Nach einer halben ISRE-Rotation hat der langsamere Spinvektor den schnelleren überholt und sie beginnen zu rephasieren. In einem Ensemble finden die Prozesse **(a)** bis **(c)** für alle Atome simultan statt und die ISRE-Rotationen führen zu einer ständigen Rephasierung der Spinvektoren.

greift das Bild der Dephasierung auf der Bloch-Kugel (Abschnitt 6.1) auf und erklärt die Rephasierung durch Drehungen der Spins um ihre Summe. Dieses Bild führt zu einem quantitativen Modell [41], mit dem die experimentellen Messungen in Abschnitt 6.4 und Abschnitt 6.5 verglichen werden. Eine zweite Erklärung ergibt sich mit der Pseudo-Spinbasis, in der die interatomare Wechselwirkung in einem Singulett-Triplett-System von zwei Teilchen beschrieben wird [51, 52].

### 6.3.1 Rotationseffekt identischer Spinzustände

Der Rotationseffekt identischer Spinzustände (engl. Identical Spin Rotation Effect, ISRE) lässt sich anhand der Mean-Field-Austauschenergie zwischen identischen Teilchen beschreiben [42]. Eine gleichwertige Herleitung erhält man durch die Betrachtung vorwärtsgerichteter Stöße identischer Teilchen [43]. Der ISRE führt zu sogenannten Spinwellen, deren Eigenschaften in einer Vielzahl experimenteller und theoretischer Arbeiten untersucht wurden [39, 44–50].

Auf der Bloch-Kugel führt der ISRE zu einer Rotation der Spinvektoren um

ihre Summe. Die Rotationsgeschwindigkeit ist durch die Austauschenergie  $\hbar\omega_{\text{ex}}$  mit der mittleren Austauschrate

$$\omega_{\text{ex}} = \frac{4\pi\hbar |a_{0,1}|}{m} \bar{n} \quad (6.20)$$

gegeben [41]. Dabei bezeichnet  $a_{0,1}$  die Streulänge für Stöße zwischen den beiden beteiligten Zuständen. Die Austauschrate  $\omega_{\text{ex}}$  lässt sich linear über die mittlere Dichte  $\bar{n}$  einstellen. In Abbildung 6.6 wird die Auswirkung des ISRE auf die Spinvektoren von zwei Atomen mit unterschiedlicher Übergangsfrequenz dargestellt. Nach einer anfänglichen Dephasierung (vgl. Abschnitt 6.1) macht sich die Rotation der Spins um ihre Summe bemerkbar. Erreicht die Rotation den Winkel  $\pi$ , haben beide Atome ihre Spinvektoren ausgetauscht. Der langsamere Spinvektor hat durch die ISRE-Rotation den schnelleren überholt, wodurch beide Spinvektoren anfangen zu rephasieren. Natürlich finden diese drei Schritte in der Realität nicht nacheinander, sondern gleichzeitig statt. Durch die Rotation selbst wird die Summe der Spins nicht verändert. In einem Ensemble vieler Atome führt die ständige Rotation zu einer Synchronisierung der Spins, also zu einer Fokussierung der Spinvektoren. Jede Rotation wirkt wie ein Spin-Echo, selbstinduziert durch die Wechselwirkung zwischen den Atomen. Durch diese Spin-Selbstrephasierung bleibt der Betrag des mittleren Spins, gleichbedeutend mit dem messbaren Kontrast, länger erhalten.

Damit der Rephasierungsprozess wie beschrieben funktioniert, muss die Austauschrotation schneller geschehen, als die Atome dephasieren. Daraus folgt eine erste Bedingung für Spin-Selbstrephasierung

$$\omega_{\text{ex}} > \Delta_0. \quad (6.21)$$

Ist die Austauschrate  $\omega_{\text{ex}}$  hingegen kleiner als die Dephasierungsrate  $\Delta_0$ , beschleunigt der ISRE den Dephasierungsprozess sogar. Liegt die Austauschrate deutlich über der Dephasierungsrate  $\omega_{\text{ex}} \gg \Delta_0$  kann der Spin-Selbstrephasierungseffekt die Dephasierung vollständig unterdrücken und eine sehr lange Kohärenzzeit bewirken. Wird Bedingung 6.21 nur knapp erfüllt ( $\omega_{\text{ex}} \gtrsim \Delta_0$ ), so kommt es im zeitlichen Verlauf vor jeder Rephasierung zu einem Auseinanderlaufen der Spinvektoren, also zu einer Dephasierung. Der Kontrast, gegeben durch den Betrag des mittleren Spinvektors, oszilliert mit der Kreisfrequenz  $\omega_{\text{ex}}$ . Jedes Wiederaufleben des Kontrasts wird als Revival bezeichnet.

Der beschriebene Rephasierungsprozess setzt voraus, dass sich während der ISRE-Rotation die Fallenzustände der Atome, und damit die Drehgeschwindigkeit um  $\mathbf{u}_{\parallel}$ , nicht ändern. Daraus ergibt sich eine zweite Bedingung für eine effiziente Spin-Selbstrephasierung: Die Rate  $\omega_{\text{ex}}/\pi$  für eine ISRE-Rotation um

den Winkel  $\pi$  muss größer sein als die Rate  $\gamma_c$ , mit der sich der Fallenzustand eines Atoms stoßbedingt ändert

$$\frac{\omega_{\text{ex}}}{\pi} > \gamma_c. \quad (6.22)$$

Die Rate fallenzustandsändernder Stöße  $\gamma_c$  wird auch als geschwindigkeitsändernde Stoßrate oder Rate lateraler Stöße bezeichnet. Nach der Definition aus [41] hängt sie von der mittleren Dichte und der Temperatur ab

$$\gamma_c = \frac{32\sqrt{\pi} a_{0,1}^2}{3} \bar{n} \sqrt{\frac{k_B T}{m}}. \quad (6.23)$$

Über diese Bedingung hinaus wird vorausgesetzt, dass  $\gamma_c$  kleiner ist als die Fallenfrequenzen, sodass eine räumliche Mittelung über die Oszillationen gerechtfertigt ist. Dieses sogenannte Knudsen-Regime ist für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Ramsey-Messungen gewährleistet.

Der Spin-Selbstrephasierungseffekt lässt sich direkt in das vorgestellte Modell zur Dephasierung (Abschnitt 6.1) aufnehmen. In Gleichung (6.6) wird dazu eine Drehung des Spinvektors  $\mathbf{S}(E, t)$  der Energieklasse  $E$  um die Summe aller anderen Spinvektoren  $\mathbf{S}(E', t)$  hinzugefügt. Mathematisch lässt sich dies durch das Kreuzprodukt dieser Spinvektoren ausdrücken. Die Summe wird, ähnlich der Berechnung des mittleren Spins  $\bar{\mathbf{S}}(t)$  nach Gleichung (6.7), als Integral über die Boltzmann-Verteilung und die Zustandssumme ausgedrückt. Die Rotationsfrequenz wird als Produkt der mittleren Austauschrate  $\omega_{\text{ex}}$  mit einem Kernel  $K(E, E')$  geschrieben, der den Unterschied der Austauschenergie für verschiedene Energieklassen wiedergibt. Die Rate fallenzustandsändernder Stöße  $\gamma_c$  wird als Dämpfungskonstante berücksichtigt. Insgesamt erhält man auf diese Weise folgende Abschätzung für die Zeitentwicklung der einzelnen Spinvektoren

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}}(E, t) + \gamma_c (\mathbf{S}(E, t) - \bar{\mathbf{S}}(t)) \\ \approx \Delta_0 E \mathbf{u}_{\parallel} \times \mathbf{S}(E, t) + \omega_{\text{ex}} \int_0^{\infty} dE' \frac{E'^2}{2} e^{-E'} K(E, E') \mathbf{S}(E', t) \times \mathbf{S}(E, t). \end{aligned} \quad (6.24)$$

Das Gleichungssystem (6.24) und das Integral (6.7) wurden von P. Rosenbusch (SYRTE, Paris) und F. Piéchon (Laboratoire de Physique, Orsay) numerisch an die experimentellen Messungen angepasst. Um die zeitliche Entwicklung des Kontrasts  $|\bar{\mathbf{S}}(t)|$  wiederzugeben, wurden  $\Delta_0$ ,  $\omega_{\text{ex}}$  und  $\gamma_c$  als freie Fitparameter verwendet. Zur numerischen Lösung wurde der Kernel durch  $K(E, E') = 1$  angenähert, die Austauschenergie also unabhängig von den Fallenzuständen angenommen (infinite-range approximation).

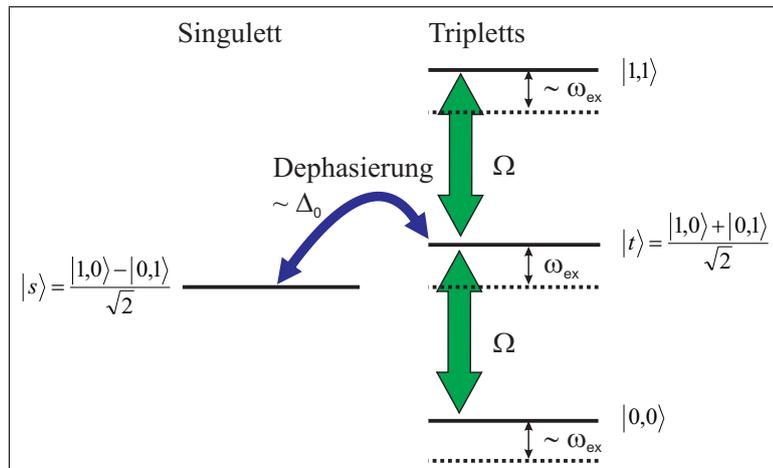
### 6.3.2 Pseudo-Spinbasis

Die Betrachtung von Spinvektoren einzelner Atome auf der Bloch-Kugel führt zu einem quantitativ verwertbaren Modell, wie in Abschnitt 6.3.1 erläutert. Die Spin-Selbstrephasierung lässt sich jedoch auch besonders anschaulich in der Pseudo-Spinbasis erklären, die im Jahr 2009 von K. Gibble zur Beschreibung von Dephasierung und Frequenzverschiebungen durch die interatomare Wechselwirkung eingeführt wurde [51].

Dabei werden die Atome paarweise als Spin-1/2-Teilchen betrachtet. Die beiden reinen Uhrenzustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  sowie deren symmetrische Superposition bilden ein Triplett-System mit den Zuständen  $|0,0\rangle$ ,  $|1,1\rangle$  bzw.  $|t\rangle = (|1,0\rangle + |0,1\rangle)/\sqrt{2}$ . Diese Triplett-Zustände besitzen für Bosonen eine räumlich symmetrische Wellenfunktion und werden daher durch s-Wellen-Streuung energetisch verschoben. Fermionen hingegen bilden räumlich antisymmetrische Triplets und sind nicht von einer Stoßverschiebung betroffen. Vollständig wird die Basis durch ein Singulett-Niveau, gegeben durch die antisymmetrische Superposition  $|s\rangle = (|1,0\rangle - |0,1\rangle)/\sqrt{2}$ . Diese antisymmetrische Spinfunktion hat für Fermionen eine räumlich symmetrische und für Bosonen eine räumlich antisymmetrische Wellenfunktion zur Folge. Das Singulett-Niveau wird also für Fermionen durch Stöße verschoben, für Bosonen jedoch nicht. Diese Betrachtung erlaubt eine Erklärung zweier fundamentaler Kontroversen über wechselwirkungsbedingte Frequenzverschiebungen gefangener Bosonen und Fermionen.

Für fermionische Teilchen galt lange die Annahme, dass sie keine Frequenzverschiebung durch Stöße erfahren, da bei ultrakalten Temperaturen nur s-Wellen-Streuung zu berücksichtigen ist [57, 59]. In einer optischen Strontiumuhr wurde jedoch eine solche Frequenzverschiebung bei der Interrogation mit einem inhomogenen Abfragelaser gefunden [60]. Sie lässt sich in der Pseudo-Spinbasis durch die Abfrage des Singulett-Niveaus erklären, das für Fermionen eine räumlich symmetrische Wellenfunktion aufweist und daher durch s-Wellen-Streuung eine Energieverschiebung erfährt. Eine größere Wechselwirkung macht die Verschiebung natürlicherweise zunächst größer, beim Übergang zu sehr starker Wechselwirkung im 2D-Gitter wird das Singulett-Niveau jedoch so weit vom Triplett-Übergang verstimmt, dass die Frequenzverschiebung energetisch unterdrückt wird [164]. Darüber hinaus konnte das Singulett-Niveau für Fermionen in einer Seitenbandspektroskopie bereits identifiziert werden [165].

Eine weitere Kontroverse wird als „factor of 2 controversy“ bezeichnet [48, 53–59]. Zwei identische Bosonen weisen aufgrund der Austauschsymmetrie eine Zweiteilchenkorrelation von 2 auf. Dies führt im Vergleich zu unterscheidbaren Bosonen zu einer doppelt so hohen Stoßrate. Für eine bosonische Superposition



**Abbildung 6.7:** Energieniveaus in der Pseudo-Spinbasis für den  $^{87}\text{Rb}$ -Hyperfeinübergang. Das Singulett-Niveau erfährt aufgrund der antisymmetrischen Ortswellenfunktionen keine Energieverschiebung durch s-Wellen-Streuung, während die Tripletts-Niveaus durch die ähnlichen Streulängen um nahezu denselben Betrag, gegeben durch die Austauschrate  $\omega_{\text{ex}}$ , verschoben werden. Die Rabi-Abfrage mit der Kopplungsfrequenz  $\Omega$  findet ausschließlich zwischen den Tripletts-Zuständen statt, da die homogene Mikrowelle nicht an das Singulett-Niveau koppelt. Dephasierung ist in diesem Bild durch einen Rabi-Übertrag von  $|t\rangle$  in das Singulett-Niveau  $|s\rangle$  mit der Kopplungsfrequenz  $\Delta_0$  und der Verstimmung  $\omega_{\text{ex}}$  gegeben. Für  $\omega_{\text{ex}} \gg \Delta_0$  ist diese Rabi-Kopplung energetisch so stark verstimmt, dass die Dephasierung nahezu vollständig unterdrückt wird.

mit ungleicher Besetzungsverteilung der beiden Uhrenzustände äußert sich der Faktor 2 in einer dichteabhängigen Frequenzverschiebung. Kontrovers diskutiert wird, ob durch Dephasierung die bosonischen Superpositionen unterscheidbar werden – die Spinvektoren zeigen dann in unterschiedliche Richtungen – und somit der Faktor 2 in einen Faktor 1 übergeht. Demnach müsste sich während einer dephasierenden Ramsey-Sequenz eine Frequenzänderung ergeben. In einer magnetischen Falle konnte für  $^{87}\text{Rb}$  jedoch gezeigt werden, dass ein solcher „Chirp“ nicht auftritt [54]. In der Pseudo-Spinbasis wird Dephasierung als Rabi-Übergang vom Tripletts-System in das Singulett-System beschrieben. Für homogene Abfragepulse trägt das Singulett-Niveau nicht zur Spektroskopie bei, wodurch der Kontrast abnimmt. Die Zweiteilchenkorrelation von 2 geht nur in die Verschiebung der symmetrischen Superposition  $|t\rangle$  ein und bleibt von der Dephasierung unbeeinflusst. Der Faktor 2 ist also immer 2.

Die unterschiedliche Symmetrie der Ortswellenfunktion für die Singulett- und die Tripletts-Superposition erklärt auch die Unterdrückung von Dephasierung bei hoher Dichte. Für Bosonen werden nur die Tripletts-Zustände durch s-Wellen-Streuung energetisch verschoben. Dies ist in Abbildung 6.7 für den  $^{87}\text{Rb}$ -

Hyperfeinübergang dargestellt. Die energetische Trennung zwischen den Superpositionen  $|s\rangle$  und  $|t\rangle$  beträgt gerade den Wert der Austauschenergie  $\hbar\omega_{\text{ex}}$  [52]. Die reinen Zustände  $|0, 0\rangle$  und  $|1, 1\rangle$  werden aufgrund der ähnlichen Streulängen um einen ähnlichen Wert  $\sim \hbar\omega_{\text{ex}}$  verschoben<sup>3</sup>.

Das Singulett-Niveau entspricht auf der Bloch-Kugel zwei Spinvektoren mit entgegengesetzter Drehrichtung entlang des Äquators, das Triplett-Niveau repräsentiert eine identische Spinvektorbewegung. Eine Dephasierung zwischen zwei Atomen lässt sich daher als Rabi-Übergang vom Triplett- in das Singulett-Niveau verstehen. Die resonante Rabi-Frequenz entspricht in dieser Analogie der Dephasierungsrate  $\Delta_0$  und die Verstimmung der Austauschrate  $\omega_{\text{ex}}$ . Eine Austauschrate deutlich größer als die Dephasierungsrate ( $\omega_{\text{ex}} \gg \Delta_0$ ) führt nach (4.11) zu einer Präzession mit der Frequenz  $\omega_{\text{ex}}$ , was sich in einer Modulation des Kontrasts äußert (Revivals). Durch die energetische Trennung zwischen Singulett und Triplett nimmt die effektive Kopplung an den Singulett (also die Rabi-Amplitude (4.13)) mit der Dichte ab und die Dephasierung wird unterdrückt. Das Singulett-Triplett-Bild führt also auf die gleiche Bedingung (6.21) für eine effektive Spin-Selbstrephasierung, wie die Beschreibung durch den ISRE.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass zwei Inhomogenitäten grundsätzlich voneinander zu unterscheiden sind. Die Inhomogenität der Übergangsfrequenz durch das Fallenpotenzial führt zu einer Dephasierung, die durch den Spin-Selbstrephasierungseffekt kompensiert werden kann. Eine Inhomogenität des Uhrenfelds erlaubt eine direkte Anregung des Singulett-Zustands und führt daher nach [51] zu einer neuen dichteabhängigen Frequenzverschiebung für Bosonen und Fermionen. Beide Effekte sind unterschiedlichen Ursprungs, lassen sich aber durch eine starke energetische Verschiebung des Singulett-Niveaus unterdrücken. Eine hohe Dichte gefangener Ensembles ermöglicht daher sowohl eine längere Kohärenzzeit als auch eine Verminderung der von K. Gibble beschriebenen Frequenzverschiebung.

## 6.4 Revivals im Kontrast

In diesem Abschnitt wird experimentell untersucht, unter welchen Bedingungen der Spin-Rephasierungseffekt im optischen Potenzial einsetzt und so die gemessene Kohärenzzeit verlängert. Dazu werden zunächst die entscheidenden Parameter für Spin-Selbstrephasierung bestimmt, um die experimentellen Vor-

<sup>3</sup>Eine detaillierte Diskussion der energetischen Verschiebungen für alle Triplett-Niveaus in der Pseudo-Spinbasis für  $^{87}\text{Rb}$  sowie der resultierenden Frequenzverschiebungen findet sich in der Diplomarbeit [97].

aussetzungen zur Erfüllung der in Abschnitt 6.3 herausgestellten Bedingungen  $\omega_{\text{ex}} > \Delta_0$  und  $\omega_{\text{ex}}/\pi > \gamma_c$  bereitzustellen.

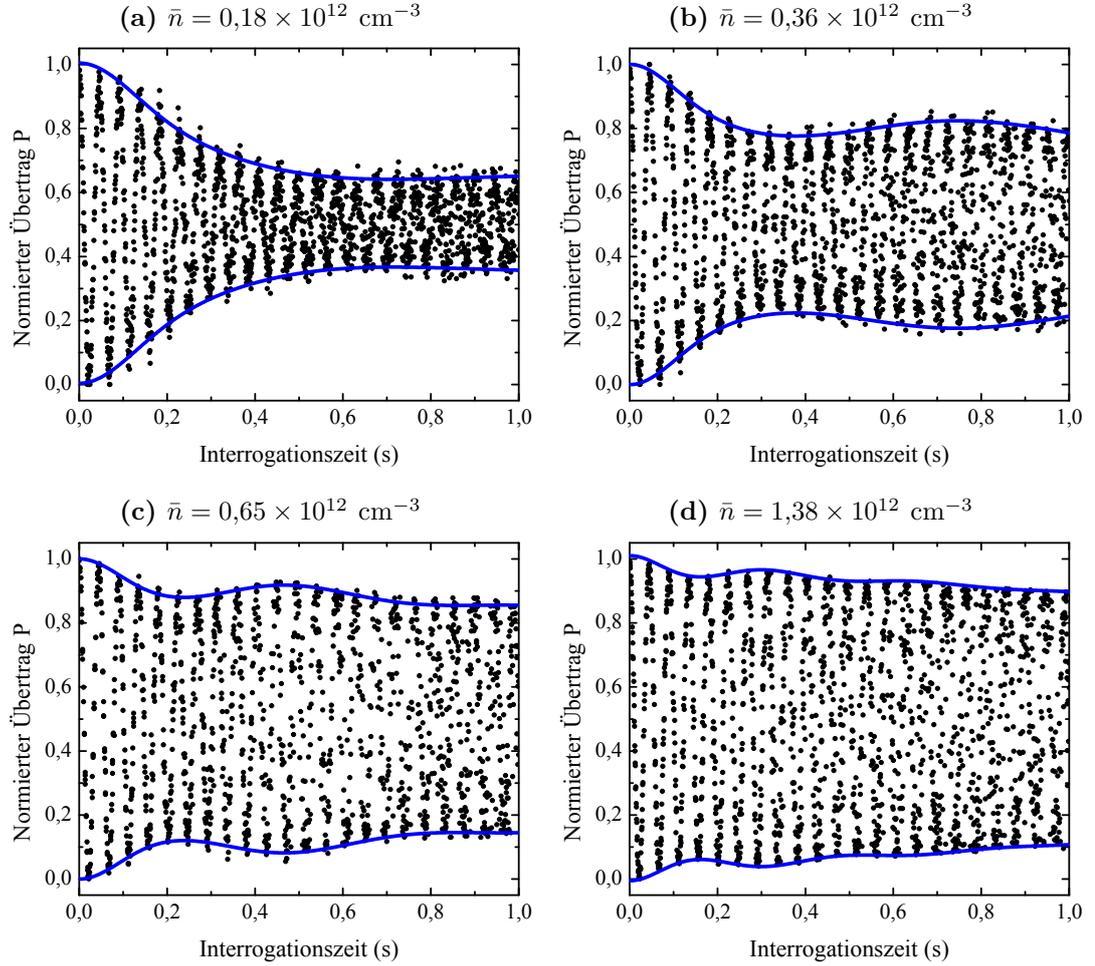
Die Austauschrate  $\omega_{\text{ex}}$  und die Rate fallenzustandsändernder Stöße  $\gamma_c$  können direkt aus den Gleichungen (6.20) und (6.23) für den Uhrenübergang in  $^{87}\text{Rb}$  berechnet werden. Zur Bestimmung der Dephasierungsrate  $\Delta_0$  nach Gleichung (6.13) war die Messung der differentiellen AC-Stark-Verschiebung (Abschnitt 6.2) erforderlich. Insgesamt erhält man für die drei entscheidenden physikalischen Größen in praktischen Einheiten ausgedrückt

$$\begin{aligned}\Delta_0/2\pi &= 0,07 \text{ Hz} \times T/(100 \text{ nK}) + 0,12 \text{ Hz} \times \bar{n}/(10^{12} \text{ cm}^{-3}) \\ \omega_{\text{ex}}/2\pi &= 7,6 \text{ Hz} \times \bar{n}/(10^{12} \text{ cm}^{-3}) \\ \gamma_c &= 1,2 \text{ Hz} \times \bar{n}\sqrt{T}/(10^{12} \text{ cm}^{-3}\sqrt{100 \text{ nK}}).\end{aligned}\tag{6.25}$$

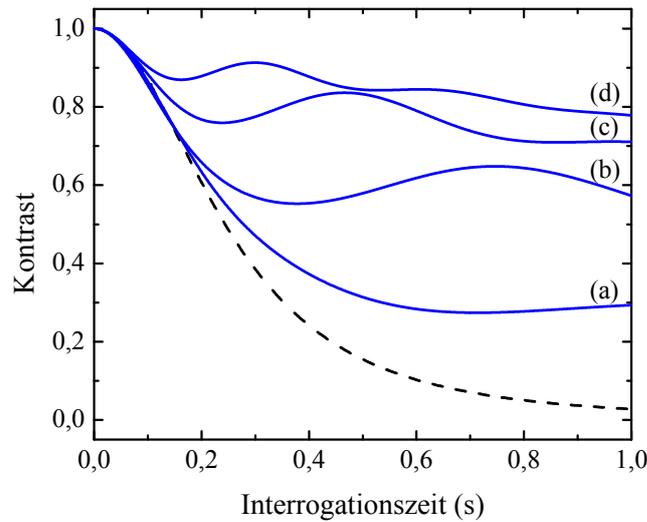
Die erste Bedingung  $\omega_{\text{ex}} > \Delta_0$  kann offenbar durch eine hohe Dichte und durch eine niedrige Temperatur erzielt werden. Für die zweite Bedingung  $\omega_{\text{ex}}/\pi > \gamma_c$  spielt die Dichte keine Rolle, um diese zu erfüllen ist eine niedrige Temperatur erforderlich.

In einer Reihe von Ramsey-Sequenzen wird die bereits in Abschnitt 6.2 verwendete mittelstarke Fallenkonfiguration mit einer mittleren Fallenfrequenz von  $2\pi \times 70 \text{ Hz}$  und einer Temperatur von  $400(20) \text{ nK}$  verwendet. In dieser Konfiguration lässt sich  $\omega_{\text{ex}}/\Delta_0$  durch eine Variation der Dichte über einen großen Bereich frei einstellen, um auf diese Weise die erste Bedingung zu verändern. Die zweite Bedingung ist mit  $\omega_{\text{ex}}/(\pi\gamma_c) = 4,8$  unabhängig von der Dichte erfüllt. Allerdings ist  $\omega_{\text{ex}}$  nicht sehr viel größer als  $\gamma_c$ , sodass die Auswirkung von fallenzustandsändernden Stößen beobachtet werden kann.

Die Ramsey-Sequenzen werden wie in Kapitel 5 beschrieben durchgeführt. Der Mikrowellenoszillator wird dazu auf eine Verstimmung von  $+15 \text{ Hz}$  zur ungestörten Uhrenfrequenz eingestellt. Die in Abschnitt 6.2 erläuterten Verschiebungen des Übergangs betragen ca.  $-7 \text{ Hz}$ , woraus eine Ramsey-Frequenz von  $22 \text{ Hz}$ , also eine Periodendauer von  $45 \text{ ms}$ , resultiert. Diese Ramsey-Oszillationen erkennt man leicht in Abbildung 6.8, in der vier Ramsey-Sequenzen mit einer Interrogationszeit zwischen  $0$  und  $1 \text{ s}$  gezeigt werden. Die Atomzahl wurde von Abbildung 6.8(a) bis Abbildung 6.8(d) zwischen  $0,23 \times 10^5$  und  $1,76 \times 10^5$  variiert, wodurch sich mittlere Dichten zwischen  $\bar{n} = 0,18 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  und  $\bar{n} = 1,38 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  ergeben. Für die kleinste Dichte fällt der Kontrast innerhalb einer halben Sekunde stark ab. Dies lässt sich durch die nach (6.25) berechnete Dephasierungsrate  $\Delta_0/2\pi = 0,30 \text{ Hz}$  erklären. Der Kontrast nimmt jedoch in der ersten Sekunde nicht vollständig ab, was ein erstes Indiz für Spin-Selbstrephasierung darstellt.



**Abbildung 6.8:** Ramsey-Interferometrie für verschiedene Dichten. In jeder Abbildung sind 2000 Messungen des normierten Übertrags  $P = N_1/(N_1 + N_0)$  nach einer Ramsey-Sequenz als Funktion der Interrogationszeit aufgetragen. Von (a) bis (d) wurde die Dichte mit jeder Abbildung ungefähr verdoppelt (siehe Bildüberschriften). In (a) fällt der Kontrast innerhalb der ersten 500 ms stark ab, was im Wesentlichen auf die Dephasierungsrate zurückzuführen ist. Es bleibt jedoch auch nach einer Sekunde noch messbarer Kontrast als erstes Anzeichen für die Spin-Selbstrephasierung erhalten. Mit höherer Dichte steigt das Verhältnis  $\omega_{\text{ex}}/\Delta_0$  von 4,3 auf 23 an und die für die Rephasierung charakteristischen Revivals sind klar erkennbar. Diese werden durch fallenzustandsändernde Stöße gedämpft, quantifiziert durch das nicht von der Dichte abhängige Verhältnis  $\omega_{\text{ex}}/(\pi\gamma_c) = 4,8$ . Die einhüllenden Linien (blau) repräsentieren Fits an das numerische Modell aus Abschnitt 6.3.1. (Veröffentlicht in [62])



**Abbildung 6.9:** Zusammenfassung der Fits an das numerische Modell für die Messungen aus Abbildung 6.8, gekennzeichnet mit den entsprechenden Bezeichnungen **(a)** bis **(d)**. Die charakteristischen Revivals im Kontrast setzen mit höherer Dichte früher ein und unterdrücken so die Dephasierung. Gestrichelt dargestellt ist eine Berechnung ohne Berücksichtigung des Spin-Selbstrephasierungseffekts für  $\omega_{\text{ex}} = \gamma_c = 0$  und  $\Delta_0/2\pi = 0,5$  Hz.

Eine Steigerung der Dichte führt aufgrund der inhomogenen Dichteverchiebung zu einem leichten Anstieg der berechneten Dephasierungsrate auf bis zu  $\Delta_0/2\pi = 0,44$  Hz für die Messung mit der höchsten Dichte in Abbildung 6.8(d). Der Kontrast nimmt jedoch nicht schneller ab, sondern das Gegenteil passiert. Bereits in Abbildung 6.8(b) ist ein Revival erkennbar, das die Kohärenzzeit deutlich verlängert. In Abbildung 6.8(c) setzt dieses Revival deutlich früher ein und in Abbildung 6.8(d) lassen sich sogar zwei Revivals erahnen, wodurch der Kontrast in der ersten Sekunde kaum abnimmt. Dieses Verhalten des Kontrasts stellt sowohl nach der Beschreibung durch den ISRE (Abschnitt 6.3.1) wie auch im Bild der Pseudo-Spinbasis (Abschnitt 6.3.2) eine klare Charakteristik für Spin-Selbstrephasierung dar. Mit höherer Dichte findet die Rephasierung schneller statt und der Kontrast bleibt länger erhalten. Dieser Zusammenhang wird durch den Quotienten  $\omega_{\text{ex}}/\Delta_0$  (Bedingung  $\omega_{\text{ex}} > \Delta_0$ ) angegeben, der nach (6.25) in den vier gezeigten Messreihen von 4,3 auf 23 ansteigt.

Das Ausdämpfen der Revivals in Abbildung 6.8 ist auf fallenzustandsändernde Stöße zurückzuführen. Die Mischung der Fallenzustände reduziert die Effizienz der Spin-Selbstrephasierung (wie in Abschnitt 6.3 erläutert) und begrenzt die Kohärenzzeit. Dieser Effekt wird durch den Quotienten  $\omega_{\text{ex}}/(\pi\gamma_c) = 4,8$  beschrieben, der im nächsten Abschnitt deutlich erhöht wird, um die Kohärenzzeit zu optimieren.

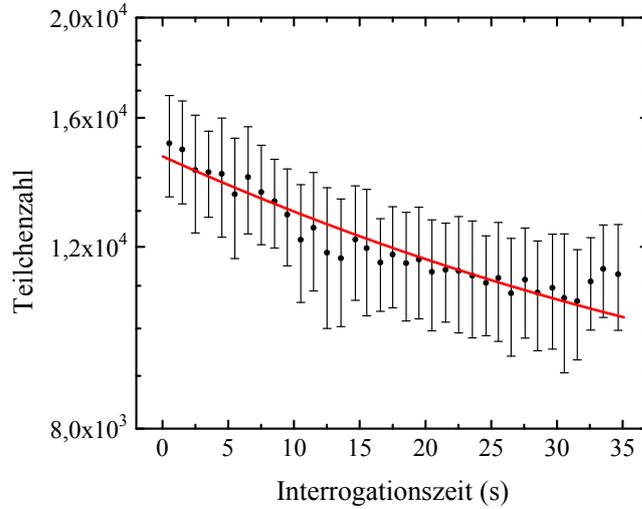
Die einhüllenden Kurven in Abbildung 6.8 sind Fits an das numerische Modell aus Abschnitt 6.3.1 mit den freien Parametern  $\omega_{\text{ex}}$ ,  $\gamma_c$  und  $\Delta_0$ . Diese numerischen Simulationen werden in Abbildung 6.9 zusammengefasst und mit einer Berechnung ohne Spin-Selbstrephasierung verglichen. Für ein magnetisch gefangenes  $^{87}\text{Rb}$ -Ensemble wurden in der Veröffentlichung [41] experimentell Korrekturfaktoren von 1,6 für die berechnete Dephasierungsrate  $\Delta_0$  und 0,6 für die berechnete Austauschrate  $\omega_{\text{ex}}$  gefunden. Mit denselben Korrekturfaktoren stimmen die drei Fitparameter für die Messungen aus Abbildung 6.8(a) bis Abbildung 6.8(c) im Rahmen von 25 % mit den berechneten Werten überein. Mit zunehmender Dichte unterschätzt die gefittete Austauschrate tendenziell den berechneten Wert für  $\omega_{\text{ex}}$ , in Abbildung 6.8(d) liegt die Abweichung sogar bei 50 %. Diese Diskrepanz ist vermutlich auf eine Verletzung der „infinite-range approximation“ zurückzuführen, die eine Austauschrate unabhängig von den Fallenzuständen voraussetzt (Abschnitt 6.3.1). Insgesamt vermittelt das sehr einfache Modell ein gutes grundlegendes Verständnis über den Verlauf des Kontrasts und ermöglicht eine Bestimmung der relevanten experimentellen Parameter, bei denen eine noch längere Kohärenzzeit zu erwarten ist.

## 6.5 Sehr lange Kohärenzzeit

Die in Abschnitt 6.4 vorgestellten Ergebnisse zeigen, dass der Spin-Selbstrephasierungseffekt für optisch gefangene Ensembles anwendbar ist. Die gute Übereinstimmung mit dem Modell aus Abschnitt 6.3.1 ermöglicht eine zielgerichtete Optimierung der experimentellen Parameter auf eine besonders lange Kohärenzzeit.

Die erste Bedingung für eine effiziente Spin-Selbstrephasierung erfordert, dass die Austauschrate deutlich höher als die Dephasierungsrate ist ( $\omega_{\text{ex}} \gg \Delta_0$ ). Diese Situation kann, wie in Abschnitt 6.4 gezeigt, durch eine Erhöhung der Austauschrate über die mittlere Dichte  $\bar{n}$  erreicht werden. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass eine zu hohe Dichte die differentiellen Teilchenzahlverluste verstärkt und damit der Kontrast nach Abschnitt 5.4 wiederum vermindert wird.

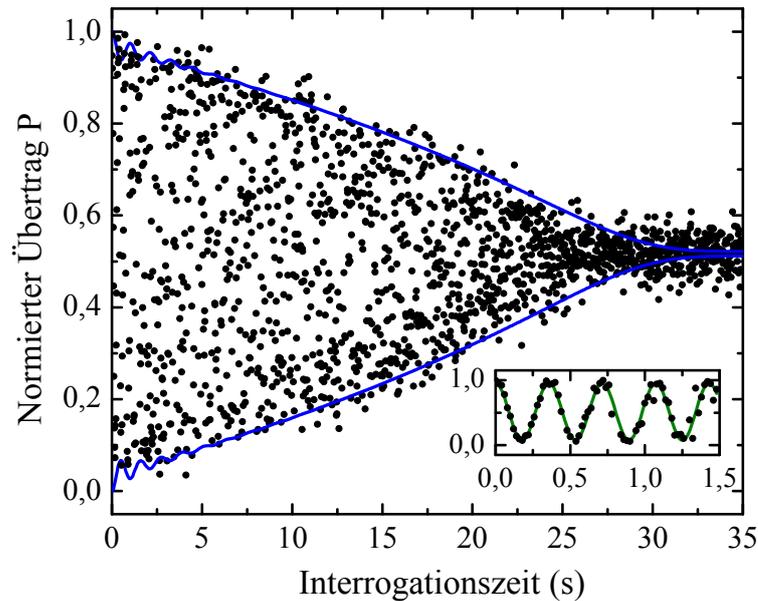
Damit die Rephasierung schneller erfolgt, als durch Stöße eine Änderung der Fallenzustände stattfindet, muss die zweite Bedingung  $\omega_{\text{ex}} \gg \pi\gamma_c$  erfüllt werden. Dies ist ausschließlich durch eine besonders niedrige Temperatur erreichbar. Experimentell wurde eine Falle mit mittlerer Fallenfrequenz von  $2\pi \times 51$  Hz und einer Temperatur von 100(20) nK gewählt. Das entspricht der schwächsten in Abschnitt 6.2 verwendeten Konfiguration. Die Teilchenzahl von  $1,2 \times 10^4$  wurde auf eine optimale Kohärenzzeit optimiert und entspricht einer mittleren Dichte



**Abbildung 6.10:** Die differentiellen Teilchenzahlverluste zwischen den Uhrenzuständen  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  führen trotz der konstanten Haltezeit von 36,2 s zu einer Abhängigkeit der Teilchenzahl  $N$  von der Interrogationszeit  $T_R$  einer Ramsey-Sequenz. Ein Fit an den Zusammenhang  $N \propto (1 + e^{-\gamma_d T_R})$  ergibt eine differentielle Lebensdauer von  $1/\gamma_d = 38$  s, die nach  $T_R = 30$  s zu einer Kontrastabnahme von nur 7 % führt und daher vernachlässigbar ist (Abschnitt 5.4). Ein Vergleich der gemessenen Teilchenzahlen mit dem Fit zeigt, dass die differentielle Verlustrate nach einer kleinen Interrogationszeit aufgrund der höheren Dichte etwas größer ist und später abnimmt. Diese Änderung ist ebenso vernachlässigbar.

von  $0,29 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ . Die kritische Temperatur liegt nach Gleichung (2.23) bei 50 nK, eine anteilige Bose-Einstein-Kondensation kann daher ausgeschlossen werden.

Die obigen Angaben zu Teilchenzahl und Dichte sind Mittelwerte nach einer konstanten Haltezeit von 36,2 s. Aufgrund der unterschiedlichen Rate von spinzustandsändernden Stößen ist die Lebensdauer in den Uhrenzuständen  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  jedoch leicht verschieden und die Teilchenzahl nimmt trotz der konstanten Haltezeit während der Ramsey-Sequenz ab (Abschnitt 5.4). Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 6.10 dargestellt. Dabei wurden Teilchenzahlen aus der später in diesem Abschnitt vorgestellten Ramsey-Sequenz ausgewertet. Ein Fit an die Funktion (5.6) ergibt eine differentielle Lebensdauer von  $1/\gamma_d = 38$  s. Dies führt nach einer Interrogationszeit von 30 s zu einer Kontrastabnahme von nur 7 % und ist damit nicht limitierend für die folgenden Messungen. Sehr wohl limitierend ist dieser Effekt jedoch für magnetisch gefangene Ensembles, wie sie in in der Veröffentlichung [41] verwendet werden, da hier der Übergang von einem gestreckten Zustand in einen nicht gestreckten Zustand mit geringerer Lebensdauer spektroskopiert wird. Dies wird in Abschnitt 5.4 ge-



**Abbildung 6.11:** Messung des normierten Übertrags  $P$  als Funktion der Interrogationszeit für optimierte Voraussetzungen für Spin-Selbstrephasierung. Die Austauschrate  $\omega_{\text{ex}}$  ist deutlich größer als die Dephasierungsrate  $\Delta_0$  und die Rate fallenzustandsändernder Stöße  $\gamma_c$ . Die typischen Ramsey-Oszillationen waschen aufgrund der begrenzten Frequenzstabilität nach ca. 1,5 s aus (siehe Einschub), ihr Kontrast ist aber über die gesamte Interrogationszeit von 35 s erkennbar. Die blauen Linien repräsentieren eine Lösung des numerischen Modells und geben den Verlauf des Kontrasts sehr gut wieder. Er fällt nach 21 s auf den Wert  $1/e$  ab und verschwindet nach 26 s im Detektionsrauschen. Diese Sequenz stellt die längste bisher gemessene Kohärenzzeit eines neutralen atomaren Ensembles dar. (Veröffentlicht in [62])

nauer erläutert. Die differentiellen Teilchenzahlverluste behindern ebenso die Ramsey-Interferometrie von Bose-Einstein-Kondensaten [166], die aufgrund der hohen Dichte auch in den Uhrenzuständen stark unterschiedliche Lebensdauern aufweisen.

In der vorgestellten Konfiguration berechnen sich die Parameter für Spin-Selbstrephasierung aus (6.25) wie folgt: Die Dephasierungsrate beträgt  $\Delta_0/2\pi = 0,106$  Hz, die Austauschrate  $\omega_{\text{ex}}/2\pi = 2,2$  Hz und die Rate fallenzustandsändernder Stöße  $\gamma_c/2\pi = 0,46$  Hz. Beide Bedingungen sind mit  $\omega_{\text{ex}}/\Delta_0 = 20,8$  und  $\omega_{\text{ex}}/(\pi\gamma_c) = 9,6$  deutlich erfüllt, wodurch eine starke Selbstrephasierung zu erwarten ist.

Abbildung 6.11 zeigt eine Ramsey-Sequenz in der die Interrogationszeit von 0 s bis 35 s variiert wurde. Die Haltezeit von 36,2 s wurde dabei wie in Abschnitt 5.4 beschrieben konstant gehalten. Die Mikrowellenfrequenz wurde resonant zum ungestörten Übergang gewählt und die in Abschnitt 6.2 erläuterten

Frequenzverschiebungen ergeben eine Ramsey-Frequenz von 2,8 Hz bzw. eine Periodendauer von 0,36 s. Obwohl die typischen Interferenzlinien durch das Frequenzrauschen (Kapitel 7) nach ca. 1,5 s auswaschen, ist der Kontrast über die gesamte Sequenz deutlich zu erkennen. Die einhüllenden Kurven sind keine Fits, sondern eine direkte Lösung des numerischen Modells aus Abschnitt 6.3.1 mit den bereits genannten Korrekturfaktoren aus [41]. Das Modell gibt den nicht-exponentiellen Abfall des Kontrasts sehr gut wieder. Er erreicht nach 21 s einen Wert von  $1/e$  und verschwindet nach 26 s vollständig im Detektionsrauschen. Dies stellt die längste jemals gemessene Kohärenzzeit eines neutralen atomaren Ensembles dar.

## 7 Stabilitätsmessung und Rauschabschätzungen

Die in Kapitel 6 durchgeführten experimentellen Untersuchungen führen zu einer drastischen Verlängerung der Kohärenzzeit optisch gefangener Ensembles durch den Spin-Selbstrephasierungseffekt. Es liegt nahe die lange Kohärenzzeit zu nutzen, um die Stabilität atomarer Uhren und Frequenzstandards zu verbessern. Wie in Kapitel 4 erläutert tragen verschiedene Beiträge zur Instabilität einer Frequenzmessung bei. Technische Fluktuationen führen zu Instabilitäten der atomaren Übergangsfrequenz, Rauschen im Präparations- und Detektionsprozess resultiert im sogenannten Detektionsrauschen und die begrenzte Stabilität des Lokaloszillators geht über den Dick-Effekt in die Gesamtstabilität ein.

Moderne Fontänenuhren sind durch das Quantenprojektionsrauschen, also durch einen Beitrag zum Detektionsrauschen, begrenzt. Sie erreichen eine Stabilität im Bereich von  $10^{-13} \tau^{-1/2}$  bis  $10^{-14} \tau^{-1/2}$ , wobei  $\tau$  die Integrationszeit in Sekunden beschreibt [12, 28, 146]. Die besten optischen Gitteruhren sind durch den Dick-Effekt [27] begrenzt. So erreicht eine  $^{87}\text{Sr}$ -Uhr am *JILA* die Stabilität von  $2 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$ , limitiert durch den Uhrenlaser [16]. Dieser Wert ist zwar deutlich besser als der von Fontänenuhren, liegt aber ca. drei mal höher als die Begrenzung durch das Quantenprojektionsrauschen.

Sowohl der Einfluss des Detektionsrauschens als auch der Einfluss des Dick-Effekts können durch eine längere Interrogationszeit reduziert werden. Während sich das Detektionsrauschen über den Gütefaktor der Uhr linear mit der Interrogationszeit verringern lässt, nimmt der Einfluss des Dick-Effekts mit dem erhöhten Duty Cycle ab (vgl. Abschnitt 4.2). Die maximale Interrogationszeit ist durch die Kohärenzzeit vorgegeben (vorausgesetzt, sie wird nicht durch technisches Rauschen begrenzt). An diesem Punkt wird das Potenzial der Spin-Selbstrephasierung deutlich. Sie erlaubt eine dramatische Verlängerung der Interrogationszeit und ermöglicht somit die Stabilität zukünftiger Uhren und Frequenzstandards erheblich zu verbessern. Neben der verlängerten Kohärenzzeit kann die für Spin-Selbstrephasierung erforderliche höhere Dichte zusätzlich zu einer Unterdrückung der von K. Gibble beschriebenen Frequenzverschiebung

durch inhomogene Abfragepulse führen (vgl. Abschnitt 6.3.2) und somit die Genauigkeit insbesondere von fermionischen Gitteruhren erhöhen.

Neben der Herausforderung die beste Definition der Sekunde und das stabilste Frequenznormal zu finden, gibt es einen wachsenden Bedarf an sehr stabilen und gleichzeitig kompakten Frequenzstandards. Insbesondere moderne Kommunikationssysteme und globale Satelliten-Navigationssysteme wie *GPS*, *GLONASS* oder *Galileo* können von solchen Frequenzstandards profitieren [17, 18]. Derzeit werden dafür vorwiegend Gaszellenuhren verwendet, für die typischerweise eine Stabilität wenig besser als  $10^{-12} \tau^{-1/2}$  erreicht wird [167]. Die kleinsten Gaszellenuhren mit einem Volumen von nur  $10 \text{ cm}^3$  erreichen derzeit  $10^{-10} \tau^{-1/2}$  [20]. Etwas größere aber deutlich frequenzstabilere Uhren verwenden gefangene Ionenwolken [21] oder lasergekühlte aber ungefangene atomare Ensembles [22]. Beide Varianten erreichen eine Stabilität im unteren Bereich von  $10^{-13} \tau^{-1/2}$ . Auf eine vergleichbare Stabilität zielen auch Chip-Atomuhren, die auf magnetisch gefangenen  $^{87}\text{Rb}$ -Ensembles basieren [23, 24]. In Zukunft könnten auch optische Gitteruhren miniaturisiert werden [168].

Im Bereich hochstabiler kompakter Mikrowellenuhren ist die Verwendung optisch gefangener Atome besonders vielversprechend. Im Gegensatz zu magnetisch gefangenen Ensembles lassen sich in einer Dipolfalle die Uhrenzustände abfragen, welche für  $^{87}\text{Rb}$ -Atome eine sekundäre Repräsentation der Sekunde darstellen [26]. Daher lassen sich bei ausreichender Stabilität auch *genaue* Frequenzmessungen des absoluten Übergangs durchführen. Bisher galt die schnelle Dephasierung in der Dipolfalle als großes Hindernis eine solche Uhr zu entwickeln. Durch die Spin-Selbstrephasierung lässt sich jedoch, wie in Kapitel 6 erläutert, eine sehr lange Kohärenzzeit erzielen, wodurch die Realisierung einer solchen Uhr möglich wird.

In diesem Kapitel wird eine Messung der Frequenzstabilität unter Verwendung von Spin-Selbstrephasierung vorgestellt. Obwohl die in dieser Arbeit vorgestellte Apparatur ursprünglich nicht als Präzisionsexperiment ausgelegt war und somit beispielsweise nicht über eine magnetische Abschirmung verfügt, konnte eine absolute Stabilität von 31 mHz pro Messzyklus bzw. eine relative Stabilität von  $2,4 \times 10^{-11} \tau^{-1/2}$  erreicht werden. Dieser Wert wird von verschiedenen technischen Rauschquellen dominiert, die im einzelnen analysiert werden. Diese Rauschquellen verhindern eine volle Ausschöpfung der in Kapitel 6 demonstrierten Kohärenzzeit von 21 s. Für einen für den Uhrenbetrieb optimierten Aufbau lässt sich anhand des gewonnenen Verständnisses der einzelnen Rauschbeiträge eine Verbesserung der Stabilität um einen Faktor 300 auf  $8 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$  vorhersagen. Dies entspricht dem Stabilitätsbereich sehr guter Fontänenuhren, allerdings in einem potenziell sehr viel kompakteren Aufbau.

## 7.1 Messung der Frequenzstabilität

Die Messung der Frequenzstabilität erfolgt, wie in Abschnitt 4.1.2 beschrieben, auf dem Arbeitspunkt einer Ramsey-Spektroskopie. Dazu wird die Ramsey-Zeit  $T_R$  konstant gehalten und Fluktuationen der Verstimmung zwischen Lokaloszillator und atomarem Übergang werden durch Messungen des normierten Besetzungsverhältnisses  $P$  der beiden Uhrenzustände detektiert.

Experimentell wird die Ramsey-Interferometrie wie in Kapitel 5 erläutert durchgeführt. Dabei wird die gleiche Fallenkonfiguration wie in Abschnitt 6.4 mit einer mittleren Fallenfrequenz von  $2\pi \times 70$  Hz und einer Temperatur von 400(20) nK realisiert. Die verwendete Teilchenzahl von  $N = 2,1 \times 10^5$  ist ähnlich zu der in der Revival-Messung mit höchster Dichte (Abbildung 6.8(d)). Als Interrogationszeit wurde  $T_R = 350$  ms gewählt. Nach dieser Zeit ist der Kontrast gerade auf dem Maximalwert des ersten Revivals, das durch den Spin-Selbstrephasierungseffekt entsteht und beträgt 90 %. Die Verstimmung zwischen Mikrowellenoszillator und atomarem Übergang wurde mit ca. 0,7 Hz nach Gleichung (4.18) so gewählt, dass die Messung des Besetzungsverhältnisses im Mittel auf halber Höhe der ersten Interferenzlinie stattfindet ( $P \approx 0,5$ ). Aufgrund der Frequenzverschiebungen des atomaren Übergangs (Abschnitt 6.2) wird diese Bedingung bei einer Verstimmung zur ungestörten Übergangsfrequenz [130] von  $\Delta/2\pi = -8,4$  Hz erreicht.

Über einen Zeitraum von 50 Stunden wurden mit einer Zykluszeit von 28,1 s 6400 Messungen des normierten Besetzungsverhältnisses nach der beschriebenen Ramsey-Sequenz aufgenommen. Aus jeder Messung von  $P$  lässt sich aufgrund der Kenntnis von Kontrast und Ramsey-Zeit direkt auf die jeweilige Verstimmung des atomaren Übergangs zur Mikrowellenfrequenz zurückrechnen. Wie in Abschnitt 4.2.1 erläutert lässt sich daraus die überlappende Allan-Standardabweichung berechnen, die ein sehr gutes Maß für die Frequenzstabilität darstellt.

Die Auswertung des gesamten Zeitraums von 50 Stunden führt auf ein nahezu weißes Rauschen mit einer relativen Allan-Standardabweichung von  $2,0 \times 10^{-11}$  pro Messzyklus bzw.  $1,1 \times 10^{-10} \tau^{-1/2}$ . Dieses Verhalten ist eindeutig auf das Magnetfeldrauschen von 1,14 mG zurückzuführen, das die Frequenzstabilität auf  $1,9 \times 10^{-11}$  pro Messzyklus begrenzt (Abschnitt 7.2.1). Im Rahmen der durchgeführten Messungen stellte sich heraus, dass das Magnetfeldrauschen nachts, in einem Zeitraum in dem die wenig entfernte hannoversche Stadtbahnlinie nicht in Betrieb ist, reproduzierbar um mehr als eine Größenordnung abnimmt. Ein Ausschnitt aus der 50-stündigen Messreihe auf 215 aufeinanderfolgenden Messungen zwischen der letzten Stadtbahn an einem Sonntag Abend und der ersten am darauffolgenden Montag Morgen führt auf eine Stabilität von  $4,6 \times 10^{-12}$

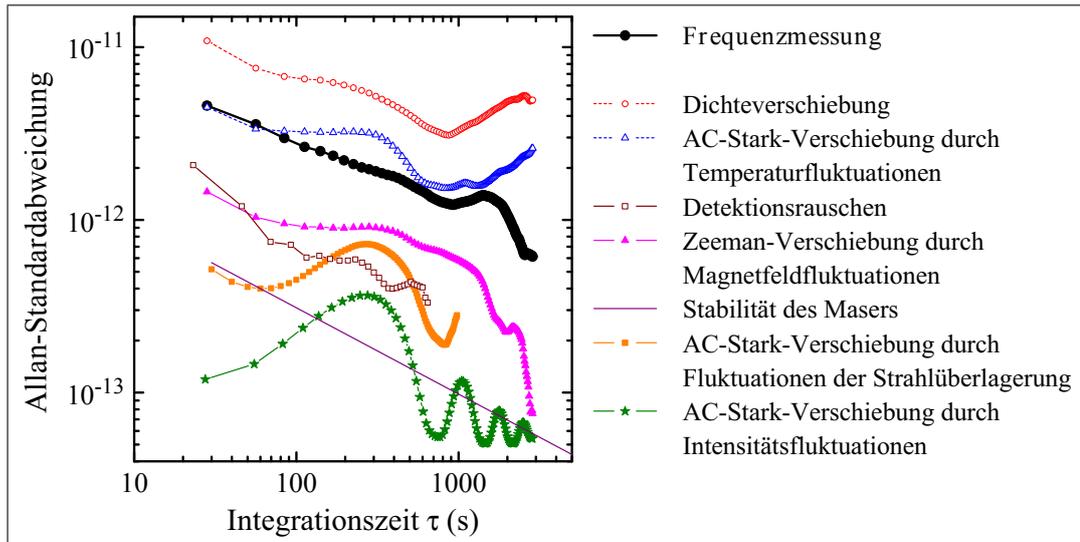
pro Messzyklus bzw.  $2,4 \times 10^{-11} \tau^{-1/2}$ . Das Magnetfeldrauschen von  $90 \mu\text{G}$  ist in dieser Messreihe weiterhin bedeutend, dominiert die Stabilität aber nicht mehr als einziger Beitrag.

In Abbildung 7.1 ist für das genannte ca. 100 Minuten lange Zeitfenster die überlappende Allan-Standardabweichung als Maß für die Stabilität gegen die Integrationszeit  $\tau$  aufgetragen. Sie weist ein im Wesentlichen weißes Rauschverhalten auf. Alle relevanten Beiträge zur Instabilität wurden unabhängig ermittelt und in ein Frequenzrauschen umgerechnet. Sie sind ebenfalls in Abbildung 7.1 dargestellt und werden in Abschnitt 7.2 genauer analysiert. Anhand dieser Analysen lässt sich eine Abschätzung für die erreichbare Stabilität in einer als Uhr entwickelten Apparatur treffen. Diese wird in Abschnitt 7.3 vorgestellt.

## 7.2 Abschätzung der relevanten Rauschbeiträge

Das Limit für die Stabilität der Frequenzmessung auf dem atomaren Übergang ist durch das Quantenprojektionsrauschen gegeben. Es beträgt für die verwendeten experimentellen Parameter ( $T_R = 350 \text{ ms}$ ,  $N = 2,1 \times 10^5$  und  $T_c = 28,1 \text{ s}$ ) nach Gleichung (4.24)  $8 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ , also  $1,5 \times 10^{-13}$  pro Messzyklus. Die Frequenzstabilität ist demnach eindeutig durch technische Rauschquellen begrenzt. Sieben relevante Rauschquellen wurden identifiziert und eine Abschätzung der resultierenden Frequenzstabilität wird in Abbildung 7.1 dargestellt:

- Fluktuationen der Teilchenzahl und der Temperatur variieren die Dichterverschiebung.
- Temperaturfluktuationen ändern die über das Ensemble gemittelte Dipolfallenintensität und damit die differenzielle AC-Stark-Verschiebung.
- Das Detektionsrauschen von ca. 1,3 % enthält die technische Unsicherheit in der Bestimmung des Besetzungsunterschieds beider Uhrenzustände, das Quantenprojektionsrauschen und das Präparationsrauschen der Mikrowellenpulse.
- Das Magnetfeldrauschen von ca.  $90 \mu\text{G}$  pro Messzyklus wirkt sich über den quadratischen Zeeman-Effekt aus.
- Die Stabilität des passiven Masers beträgt typischerweise  $3,8 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ .
- Fluktuationen der räumlichen Überlagerung beider Dipolfallenstrahlen ( $0,3 \mu\text{m}$  pro Messzyklus) verändern die mittlere Intensität und damit die differenzielle AC-Stark-Verschiebung.
- Gleiches gilt für das Intensitätsrauschen der Dipolfallenstrahlen (relative Stabilität  $6 \times 10^{-5}$  pro Messzyklus).



**Abbildung 7.1:** Messung der relativen Frequenzstabilität und Abschätzung der relevanten Rauschbeiträge anhand der überlappenden Allan-Standardabweichung. Die Stabilität wurde aus 215 aufeinanderfolgenden Frequenzmessungen ermittelt, die während der nächtlichen Betriebspause einer nahe gelegenen Stadtbahnlinie durchgeführt wurden. Pro Messzyklus mit der Dauer von 28,1 s wird eine Stabilität von absolut 31 mHz und relativ  $4,6 \times 10^{-12}$  erreicht. Dies entspricht  $2,4 \times 10^{-11} \tau^{-1/2}$ . Sieben relevante Rauschquellen wurden unabhängig analysiert und sind hier als Frequenzrauschen dargestellt. Dichte- und Temperaturfluktuationen werden aufgrund ihrer ungenauen Bestimmung durch Absorptionsaufnahmen offenbar überschätzt. Am geringsten trägt das Intensitätsrauschen der Dipolfallenstrahlen bei. Die Modulation in dieser und in anderen Kurven ist durch den Zyklus der Klimaanlage von ca. 12 Minuten gegeben. (Veröffentlicht in [62])

Offenbar werden die Fluktuationen der Dichte und der Temperatur überschätzt (siehe Abschnitt 7.2.4). Die typische Stabilität des Masers wurde an der PTB Braunschweig gemessen und ist geringfügig besser als durch den Hersteller spezifiziert (Modell VCH-1006 der Firma VREMYA-CH). Sie limitiert die Frequenzmessung in keiner Weise, weshalb auf eine Berechnung des Dick-Effekts in einem möglichen Uhrenbetrieb an dieser Stelle verzichtet wird (Abschnitt 4.2.1).

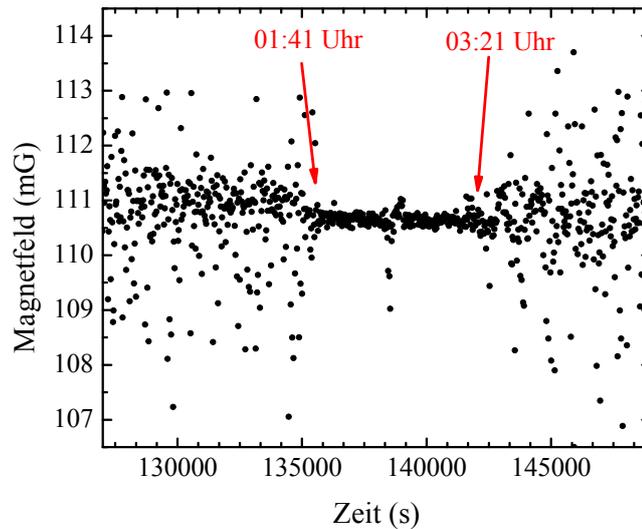
Während die Auswirkung des Detektionsrauschens (und die des Dick-Effekts) durch eine längere Interrogationszeit stark reduziert werden könnten, begrenzen die technischen Rauschquellen die Stabilität. Im Folgenden wird vorgestellt, wie die in Abbildung 7.1 eingezeichneten Rauschquellen analysiert und in ein Frequenzrauschen umgerechnet wurden.

### 7.2.1 Magnetfeldrauschen

Das Magnetfeldrauschen ist einer der bedeutendsten Rauschbeiträge, da die vorgestellte Apparatur über keine  $\mu$ -Metall-Abschirmung verfügt. Aus der Breit-Rabi-Formel (6.19) ergibt sich für die Uhrenzustände eine Frequenzverschiebung durch den quadratischen Zeeman-Effekt von  $575 \text{ Hz/G}^2$ . Bei dem verwendeten Hintergrundmagnetfeld von 95 mG führt diese Krümmung auf eine lineare Abhängigkeit von 0,11 Hz/mG.

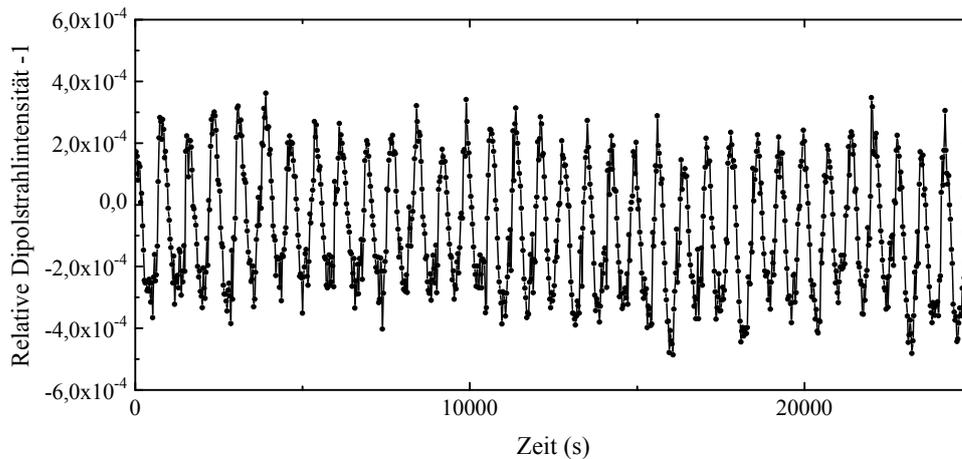
Die in Abbildung 5.5 vorgestellte Mikrowellenspektroskopie lässt neben der Bestimmung des Hintergrundmagnetfelds von 95 mG auch einen Rückschluss auf die Fluktuationsbreite von ca. 1,2 mG zu. Dieser Wert konnte erreicht werden, nachdem einige Labornetzteile mit fluktuierenden Streumagnetfeldern identifiziert und ausgetauscht wurden. Um eine zeitaufgelöste Messung des Magnetfelds zu erreichen, wurde ein Hall-Sensor (*Projekt Elektronik, FM GEO-x*) im Abstand von wenigen Zentimetern zur Dipolfalle installiert. Das absolute Feld weicht an dieser Stelle zwar um ungefähr 15 % ab, das relative Magnetfeldrauschen lässt sich jedoch auf die 95 mG am Ort der Atome übertragen. Zu jeder der 6400 Messungen der in Abschnitt 7.1 vorgestellten Stabilitätsanalyse wurde das Magnetfeld protokolliert. Dazu wurde mithilfe eines Präzisionsmultimeters (*Fluke, 8846A*) das Analogsignal des Hall-Sensors über einen Zeitraum von 200 ms während der Ramsey-Zeit gemittelt und abgespeichert. Eine Berechnung der Allan-Standardabweichung ergibt eine relative Stabilität von 1,2 %. Dies entspricht einem absoluten Rauschen von 1,14 mG und bestätigt den Wert von ca. 1,2 mG aus der Breite der Mikrowellenspektroskopie. Umgerechnet in eine Frequenzstabilität führt dieses Rauschen auf  $1,9 \times 10^{-11}$  pro Messzyklus, wodurch die gemessene Frequenzstabilität von  $2,0 \times 10^{-11}$  für die gesamte 50-stündige Stabilitätsanalyse erklärt wird.

Es zeigt sich, dass das Magnetfeldrauschen nachts für einen kleinen Zeitraum



**Abbildung 7.2:** Messung der Magnetfeldstabilität in einer Nacht von Sonntag auf Montag. Aufgetragen ist das mit einem ca. 5 cm von den Atomen entfernten Hall-Sensor während der Ramsey-Zeit gemessene Magnetfeld. In einem Zeitfenster von 100 Minuten sind die Fluktuationen um eine Größenordnung geringer und betragen lediglich 90  $\mu\text{G}$ . Der Zeitraum korreliert mit der Betriebspause der nahe gelegenen hannoverschen Stadtbahn.

deutlich abnimmt. In Abbildung 7.2 ist ein Ausschnitt gezeigt, der eine Nacht von Sonntag auf Montag wiedergibt. Das Rauschen fällt in dem Zeitfenster zwischen 1:41 Uhr und 3:21 Uhr um eine Größenordnung geringer aus und beträgt nur 90  $\mu\text{G}$ . Auch in anderen Nächten zeigt sich diese deutliche Verbesserung der Stabilität. Sie hängt offenbar mit der Betriebspause der 120 m entfernten hannoverschen Stadtbahn zusammen. Die Korrelation mit dem Fahrplan lässt sich auch in anderen Nächten feststellen, am Freitag und Samstag ist sie aufgrund des Nachtsternverkehrs deutlich kürzer. Das Magnetfeldrauschen während dieses Zeitraums ergibt in Frequenzrauschen umgerechnet eine Stabilität von  $1,45 \times 10^{-12}$  pro Messzyklus. Der Verlauf der Allan-Standardabweichung ist in Abbildung 7.1 eingezeichnet. Magnetfeldfluktuationen tragen auch in dem genannten Zeitfenster erheblich zum Rauschen bei, sie stellen aber nicht mehr den einzig dominierenden Beitrag dar. In einer als Uhr entwickelten Apparatur würde man mindestens eine  $\mu$ -Metall-Abschirmung verwenden, um den Einfluss des Magnetfeldrauschens fast vollständig zu unterdrücken.



**Abbildung 7.3:** Intensitätsrauschen eines Dipolstrahls. Dargestellt ist die relative Abweichung von der mittleren Dipolstrahlleistung als Funktion der Zeit. Die Messung wurde mit einer Fotodiode außerhalb des Regelkreises aufgenommen, deren Signal während der Ramsey-Zeit protokolliert wurde. Die Oszillationen sind auf den Klimaanlagenzyklus mit einer Periodendauer von 12 Minuten zurückzuführen. Trotz dieser Oszillationen stellt das Intensitätsrauschen der Dipolstrahlen den kleinsten relevanten Rauschbeitrag dar.

## 7.2.2 Intensitätsstabilität der optischen Falle

Das Intensitätsrauschen der beiden Dipolfallenstrahlen wirkt sich über die differenzielle AC-Stark-Verschiebung aus<sup>1</sup>. In der verwendeten Fallenkonfiguration mit mittlerer Fallenfrequenz von  $2\pi \times 70$  Hz beträgt die über das Ensemble gemittelte Intensität  $5,5(5) \text{ kW cm}^{-2}$ . Die gemessene lineare Abhängigkeit von  $-2,2(3) \text{ Hz}/(\text{kW cm}^{-2})$  nach Gleichung 6.18 erlaubt eine direkte Umrechnung der Intensitätsfluktuationen auf die Übergangsfrequenz.

Zur Messung der Intensitätsstabilität wurde die gleiche Sequenz wie für die Messung der Frequenzstabilität verwendet. Dabei wurde die Leistung einer der Dipolstrahlen auf einer Fotodiode (*Thorlabs, S130C*) außerhalb des zur Stabilisierung verwendeten Regelkreises gemessen. Das Signal wurde mit einem Präzisionsmultimeter (*Fluke, 8846A*) über einen Zeitraum von 200 ms während der Ramsey-Zeit gemittelt und protokolliert. Abbildung 7.3 zeigt die daraus ermittelte relative Abweichung von der mittleren Intensität. Es ist eine deutliche Oszillation mit einer Periodendauer von 12 Minuten erkennbar, die auf den Zyklus der Laborklimaanlage zurückzuführen ist.

Während die Standardabweichung der relativen Abweichung  $2,2 \times 10^{-4}$  beträgt, ergibt die Allan-Standardabweichung eine Kurzzeitstabilität von nur  $6 \times 10^{-5}$

<sup>1</sup>Ein Einfluss der Intensitätsfluktuation auf das Fallenpotenzial (und damit auf Temperatur und Dichte) kann vernachlässigt werden.

pro Messzyklus. Die Leistung des zweiten Dipolstrahls weist ein nahezu identisches Verhalten auf. Unter der Annahme das beide Dipolstrahlen phasensynchron in der Intensität oszillieren (schlechtester Fall), wurde die Allan-Standardabweichung in Abbildung 7.1 als Frequenzrauschen dargestellt. Die Oszillationen äußern sich hier als Modulation der Allan-Standardabweichung mit der Klimaanlageperiode. Das erste Maximum ist dabei bei der halben Periodendauer von 6 Minuten zu finden.

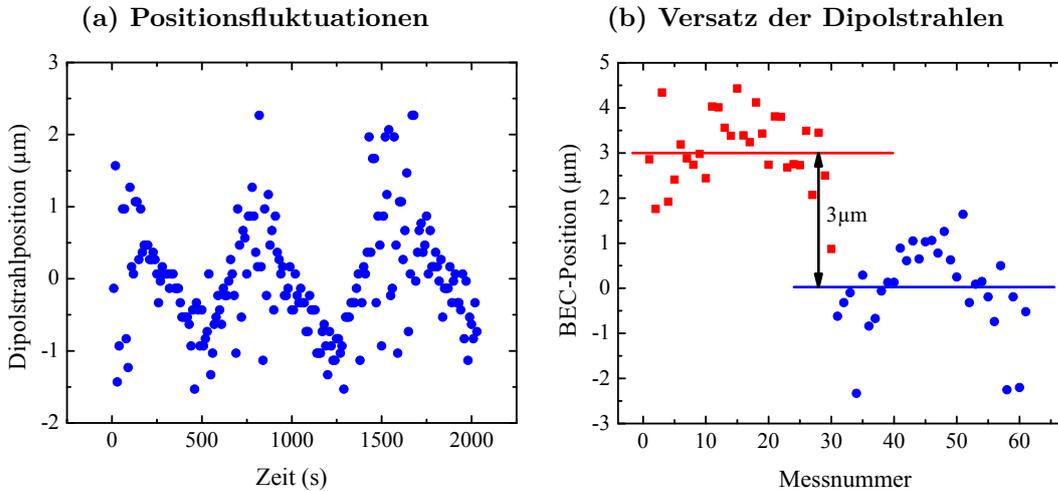
Insgesamt stellt das Intensitätsrauschen der Dipolfallenstrahlen trotz der deutlich messbaren Oszillationen den kleinsten untersuchten Beitrag zum Stabilitätsbudget dar. Es ergibt ein Frequenzrauschen von  $1,2 \times 10^{-13}$  pro Messzyklus und geht, nachdem die Modulationen durch den Klimaanlagezyklus ausgeblendet sind, in einen Flicker-Floor (siehe Abschnitt 4.2.2) mit einer Stabilität von ca.  $5 \times 10^{-14}$  über.

### 7.2.3 Überlagerung der Dipolfallenstrahlen

Das Dipolpotenzial wird von zwei gekreuzten Strahlen erzeugt, die aus getrennten Fasern eingestrahlt werden. Eine Fluktuation der beiden Strahlpositionen gegeneinander führt zu einer Änderung der mittleren Intensität am Ort der Atome. Diese überträgt sich durch den differentiellen AC-Stark-Effekt mit dem Koeffizienten  $-2,2(3) \text{ Hz}/(\text{kW cm}^{-2})$  in eine Frequenzänderung des Uhrenübergangs (Gleichung 6.18). Eine numerische Simulation des verwendeten Fallenpotenzials führt auf eine quadratische Änderung der mittleren Intensität mit dem vertikalen Strahlversatz  $d$  von  $8 \times 10^{-4} \text{ kW cm}^{-2} \times d^2/(1\mu\text{m}^2)$ . Ein Versatz in der horizontalen Ebene kann dagegen vernachlässigt werden. Um den Beitrag zum Frequenzrauschen zu bestimmen, ist daher die Analyse der vertikalen Positionsfluktuationen und eine Abschätzung des typischen Überlagerungsoffsets  $d$  erforderlich.

Abbildung 7.4(a) zeigt die Positionsfluktuationen eines der Dipolstrahlen. Dazu wurde der Strahl mit einem Filter in der Intensität abgeschwächt und auf der axialen Detektionskamera abgebildet. Diese Aufnahmen wurden mit einer Wiederholrate von 10 s aufgenommen und ergeben eine relative Stabilität von  $0,5 \mu\text{m}$ . Für die Zykluszeit der Frequenzmessung von 28,1 s mittelt sich die Allan-Standardabweichung auf  $0,3 \mu\text{m}$  herunter. Ähnlich wie das Intensitätsrauschen weist auch die Dipolstrahlposition eine Oszillation mit der Klimaanlagefrequenz von ca. 12 Minuten auf. Die Standardabweichung ist daher mit  $0,8 \mu\text{m}$  größer als die Allan-Standardabweichung.

Da sich der zweite Dipolstrahl nicht auf der Detektionskamera abbilden lässt, wurde der vertikale Strahlversatz zwischen den beiden Dipolstrahlen  $d$  anhand von Absorptionenaufnahmen von Bose-Einstein-Kondensaten ermittelt. Da-



**Abbildung 7.4:** (a) Position eines Dipolstrahls als Funktion der Zeit. Die Messung der Strahlposition wurde aus Aufnahmen des Intensitätsprofils mit der axialen Detektionskamera bestimmt. Während die Standardabweichung  $0,8\ \mu\text{m}$  beträgt, ergibt die Allan-Standardabweichung aufgrund der Oszillation mit der Raumtemperatur einen geringeren Wert von  $0,3\ \mu\text{m}$  (für die Zykluszeit der Frequenzmessung von  $28,1\ \text{s}$ ). (b) Vertikaler Versatz der beiden Dipolstrahlen. Zur Positionsbestimmung wurden Bose-Einstein-Kondensate (BEC) in das Potenzial eines einzelnen Dipolfallenstrahls umgeladen und mit einer Absorptionaufnahme detektiert. Die über einen Klimaanlagenzyklus gemittelten Positionen unterscheiden sich für die beiden Dipolstrahlen (rot und blau gekennzeichnet) um  $3\ \mu\text{m}$ .

zu wurden Kondensate in der gekreuzten Falle erzeugt und anschließend in einen einzelnen Dipolstrahl umgeladen. Dessen Leistung wurde so weit erhöht, dass die Verschiebung der Position durch die Gravitationskraft vernachlässigbar ist, das Kondensat sich also im Zentrum des Dipolstrahls befindet. Aufgrund der geringen räumlichen Ausdehnung der Bose-Einstein-Kondensate lässt sich ihre Position durch Absorptionenaufnahmen sehr gut bestimmen. Sie ist in Abbildung 7.4(b) für eine Reihe von Messungen gezeigt. Der Zeitraum für diese Messungen erstreckt sich über einen Klimaanlagenzyklus, sodass sich der Temperatureinfluss bei der Mittelwertbildung aufhebt. Der mittlere Abstand der beiden Dipolstrahlen beträgt ca.  $3\ \mu\text{m}$ .

Aus dem mittleren Strahlversatz  $d \approx 3\ \mu\text{m}$  ergibt sich aus der numerisch ermittelten quadratischen Abhängigkeit eine näherungsweise lineare Intensitätsänderung von  $4,8 \times 10^{-3}\ (\text{kW cm}^{-2})/\mu\text{m}$ . Mit der Strahlagestabilität von  $0,3\ \mu\text{m}$  folgt daraus als Abschätzung für die Frequenzstabilität  $5 \times 10^{-13}$  pro Messzyklus von  $28,1\ \text{s}$ . Der zeitliche Verlauf der Allan-Standardabweichung ist in Abbildung 7.1 dargestellt. Wie beim Intensitätsrauschen äußert sich die Oszillation

der Raumtemperatur auch hier als Modulation der Allan-Standardabweichung. Für einen optimierten Uhrenaufbau würde das Dipolfallenpotenzial durch die Aufspaltung eines Strahls kurz vor dem Fallenzentrum vorgenommen oder eine Einstrahl Falle verwendet werden, sodass der hier beschriebene Effekt nicht berücksichtigt werden muss.

### 7.2.4 Dichte- und Temperaturfluktuationen

Die Dichteverschiebung in  $^{87}\text{Rb}$  ist erheblich geringer als beispielsweise in  $^{133}\text{Cs}$  [169, 170]. Daher eignet es sich besonders gut für Frequenzmessungen gefangener Ensembles.

Fluktuationen von Teilchenzahl und Ensembletemperatur führen zu einer variierenden Dichteverschiebung, die sich nach Abschnitt 6.2.1 mit dem Koeffizienten von  $-0,48 \text{ Hz}/(10^{12} \text{ cm}^{-3})$  in ein Frequenzrauschen überträgt. Für die Frequenzmessung in Abschnitt 7.1 wurden für jede Messung Temperatur und Teilchenzahl aus den Absorptionenaufnahmen bestimmt. Die daraus resultierende Dichtefluktuation beträgt ca. 9 % pro Messzyklus. Sie lässt sich direkt in ein Frequenzrauschen umrechnen, das in Abbildung 7.1 durch die Allan-Standardabweichung dargestellt ist. Für einen Messzyklus ergibt sich ein relatives Rauschen von  $1 \times 10^{-11}$ . Dieser Wert überschätzt die gemessene Frequenzstabilität von  $4,6 \times 10^{-12}$  pro Messzyklus um einen Faktor 2. Offenbar ist die Bestimmung von Teilchenzahl und Temperatur aus den Absorptionenaufnahmen nicht gut genug, um eine präzise Abschätzung der Dichtefluktuationen durchzuführen. Dies ist zum einen auf die geringe optische Dichte nach der freien Fallzeit von 13 ms bei der relativ hohen Temperatur von 400(20) nK und zum anderen auf Fluktuationen des Magnetfelds zur Stern-Gerlach-Separation zurückzuführen. Folglich lässt sich die Dichte rauschärmer aus der gemessenen Übergangsfrequenz als aus den Absorptionenaufnahmen bestimmen.

Temperaturfluktuationen wirken sich zudem auf die über das Ensemble gemittelte Dipolstrahlintensität  $\bar{I}$  aus. Sie kann in harmonischer Näherung des Fallenpotenzials durch die Intensität  $I_0$  im Zentrum der Wolke und einen temperaturabhängigen Anteil geschrieben werden

$$\bar{I} = I_0 - \frac{3}{2} \frac{k_B T}{\alpha/(2c\epsilon_0)}. \quad (7.1)$$

Dabei beschreibt  $\alpha/(2c\epsilon_0)$  den Koeffizienten der Energieverschiebung pro Intensität, gegeben durch die absolute Polarisierbarkeit  $\alpha$  (siehe Abschnitt 3.5). Mit Gleichung 7.1 lassen sich die Auswirkungen von Temperaturfluktuationen über den differentiellen AC-Stark-Effekt (Gleichung 6.18) in ein Frequenzrauschen umrechnen. Dabei spielt der Intensitätsoffset  $I_0$  keine Rolle. Die Allan-Standardabweichung ergibt für die gemessenen Temperaturfluktuationen von

ca. 3 % einen Rauschbeitrag von  $4,5 \times 10^{-12}$  pro Messzyklus, und sie verläuft mit höherer Integrationszeit  $\tau$  in Abbildung 7.1 über der Stabilitätskurve der Frequenzmessung. Die Fluktuation der Temperatur und die daraus resultierende differenzielle AC-Stark-Verschiebung werden also ebenso wie die Fluktuationen der Dichteverschiebung überschätzt.

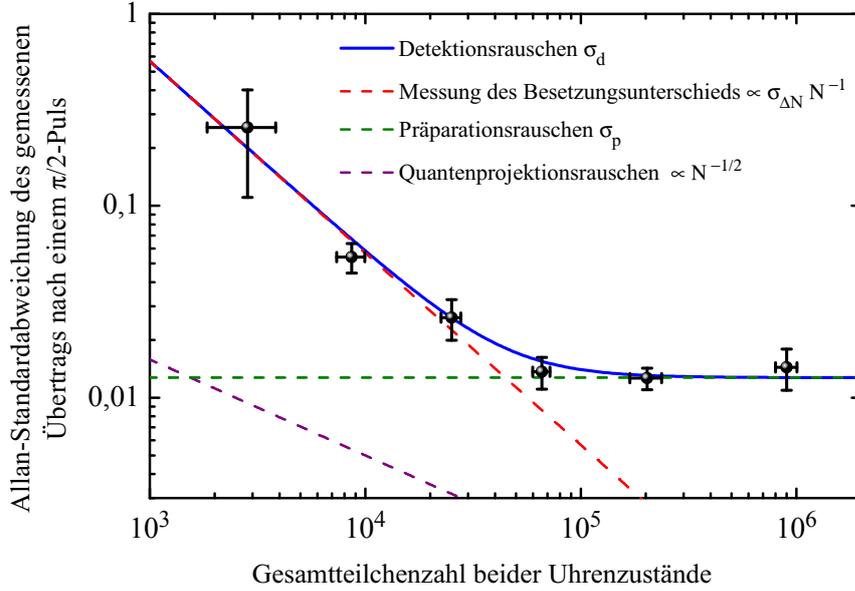
Eine bessere Detektion, wie sie beispielsweise in Experimenten mit einer Ausrichtung auf Messungen unterhalb des Quantenprojektionsrauschens verwendet wird [166, 171, 172], würde nicht nur eine bessere Bestimmung der Rauschbeiträge von Temperatur und Teilchenzahl, sondern auch eine Korrektur jedes Messwerts ermöglichen. Auf diese Weise würden nicht mehr die Fluktuationen von Temperatur und Teilchenzahl die Stabilität verringern, sondern nur noch die Instabilität ihrer Bestimmung.

### 7.2.5 Präparations- und Detektionsrauschen

Die Messung des während der Ramsey-Interrogation aufgesammelten Phasenunterschieds zwischen Mikrowellenoszillator und atomarem Übergang unterliegt verschiedenen Rauschquellen, die als Detektionsrauschen  $\sigma_d$  zusammengefasst werden. Dieses setzt sich, wie bereits in Abschnitt 4.2.1 diskutiert (Gleichung (4.22)), für die Messung einer ungefähr gleichverteilten Besetzung beider Uhrenzustände ( $P \approx 0,5$ ) aus der quadratischen Summierung folgender Effekte zusammen:

- Das Quantenprojektionsrauschen  $1/(2\sqrt{N})$  stellt ein fundamentales Limit dar (solange keine nicht-klassischen Uhrenzustände verwendet werden).
- Technische Fluktuationen der Messung des Besetzungsunterschieds (z. B. durch die Auswertung der Absorptionenaufnahmen) werden durch ihre Standardabweichung  $\sigma_{\Delta N}$  charakterisiert und tragen mit  $\sigma_{\Delta N}/(N\sqrt{2})$  zum Detektionsrauschen bei.
- Das Präparationsrauschen  $\sigma_p$  bezeichnet die Instabilität eines  $\pi/2$ -Pulses und entsteht beispielsweise durch Leistungsschwankungen des Mikrowellenoszillators.

Zur Messung des Detektionsrauschens wurde in derselben experimentellen Konfiguration, wie sie für die Frequenzmessungen in Abschnitt 7.1 verwendet wurde, anstelle der Ramsey-Sequenz ein einzelner  $\pi/2$ -Puls eingestrahlt. Die Auswertung der Absorptionenaufnahmen führt demnach bei jeder Messung des Besetzungsverhältnisses auf  $P \approx 0,5$ . Das Detektionsrauschen  $\sigma_d$  ist durch die Allan-Standardabweichung des gemessenen Besetzungsverhältnisses  $P$  gegeben. Sie ist in Abbildung 7.5 für verschiedene Teilchenzahlen dargestellt.



**Abbildung 7.5:** Detektionsrauschen für verschiedene Teilchenzahlen. Die Allan-Standardabweichung des gemessenen Übertrags nach einem  $\pi/2$ -Puls ( $P \approx 0,5$ ) ist ein Maß für das Detektionsrauschen. Ein Fit ergibt für technische Fluktuationen der Messung des Besetzungsunterschieds eine Standardabweichung  $\sigma_{\Delta N}$  von 800 Atomen und ein Präparationsrauschen des  $\pi/2$ -Pulses von  $\sigma_p \approx 1,2\%$ . Die dargestellten Datenpunkte ergeben sich aus einer Mittelung über 60 Messungen für jede Teilchenzahl (statistische Fehlerbalken).

Aus dem Fit der quadratisch aufsummierten Rauschbeiträge an die Messdaten ergeben sich für das Präparationsrauschen  $\sigma_p \approx 1,2\%$  und für die technische Unsicherheit der Bestimmung des Besetzungsunterschieds  $\sigma_{\Delta N} \approx 800$  Atome. Dieser Wert ist deutlich besser als die Stabilität der Bestimmung der Gesamtteilchenzahl, da durch die gemeinsame Absorptionaufnahme beider Zustände nach der Stern-Gerlach-Separation (Abschnitt 5.5) das gemeinsame Rauschen in der Teilchenzahlbestimmung nicht in die Messung des Besetzungsunterschieds eingeht. Das Detektionsrauschen für die bei der Frequenzmessung verwendete Teilchenzahl beträgt  $\sigma_d \approx 1,3\%$ . Da dieser Wert nur geringfügig höher als das Präparationsrauschen ist, lässt es sich durch eine höhere Teilchenzahl kaum verbessern, eine aktive Stabilisierung der Mikrowellenleistung wäre allerdings von Nutzen.

Im Gegensatz zu Rauschquellen, die direkt die Übergangsfrequenz verändern (Magnetfeld, Intensitätsrauschen, usw.), reduziert sich der Einfluss des Detektionsrauschens nach Gleichung (4.23) mit einer längeren Interrogationszeit. Der Spin-Selbstphasierungseffekt kann also vor allem die Auswirkung des Detektionsrauschens und damit auch die des Quantenprojektionsrauschens verringern.

Für die vergleichsweise kurze Ramsey-Zeit von 350 ms wirkt sich das Detektionsrauschen für einen Messzyklus mit einem Rauschbeitrag von  $2 \times 10^{-12}$  aus. Daran hat das Quantenprojektionsrauschen mit  $1,5 \times 10^{-13}$  pro Messzyklus einen untergeordneten Anteil. Der zeitliche Verlauf des Detektionsrauschens ist in Abbildung 7.1 dargestellt.

### 7.3 Mögliche Realisierung einer kompakten Mikrowellenuhr

Die durchgeführten Untersuchungen der verschiedenen Rauschquellen und ihr Einfluss auf die Frequenzstabilität ermöglichen es, eine Vorhersage für die Stabilität einer mit Standardtechniken deutlich verbesserten Uhr zu treffen. Grundsätzlich eignen sich optische Dipolfallen hervorragend für eine kompakte Realisierung. Der geringe Verbrauch elektrischer Leistung von modernen Dioden- oder Faserlasersystemen ist zudem ein Vorteil für den Einsatz in Satelliten oder mobilen Kommunikationssystemen.

Im Folgenden wird ein Szenario entwickelt, das einige Annahmen zu technischen Verbesserungen der Stabilität in einer für den Uhrenbetrieb optimierten Apparatur beinhaltet. Das Szenario orientiert sich an dem in dieser Arbeit vorgestellten experimentellen Aufbau. Einige der angenommenen technischen Verbesserungen lassen sich in einer möglichen Realisierung vermutlich sogar übertreffen, indem beispielsweise eine andere Wellenlänge für die Dipolfalle gewählt oder ähnliche Änderungen vorgenommen werden.

Eine Realisierung der Uhr soll maximal vom Spin-Selbstrephasierungseffekt profitieren. Daher wird dieselbe Dichte und Temperatur wie für die Realisierung der besonders langen Kohärenzzeit von 21 s in Abschnitt 6.5 angenommen ( $\bar{n} \approx 0,25 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T \approx 100 \text{ nK}$ ). Auf diese Weise lässt sich eine **Interrogationszeit von 20 s** realisieren. Moderne Chip-MOT-Experimente oder rein optische Experimente ermöglichen eine sehr kurze Präparationszeit der ultrakalten Ensembles [173–176]. Eine Zykluszeit von 20 s + 3 s ist daher realistisch. Der daraus resultierende **Duty Cycle von 87 %** unterdrückt den Dick-Effekt bei der Verwendung eines stabilen Quarzoszillators fast vollständig und kann vernachlässigt werden [148].

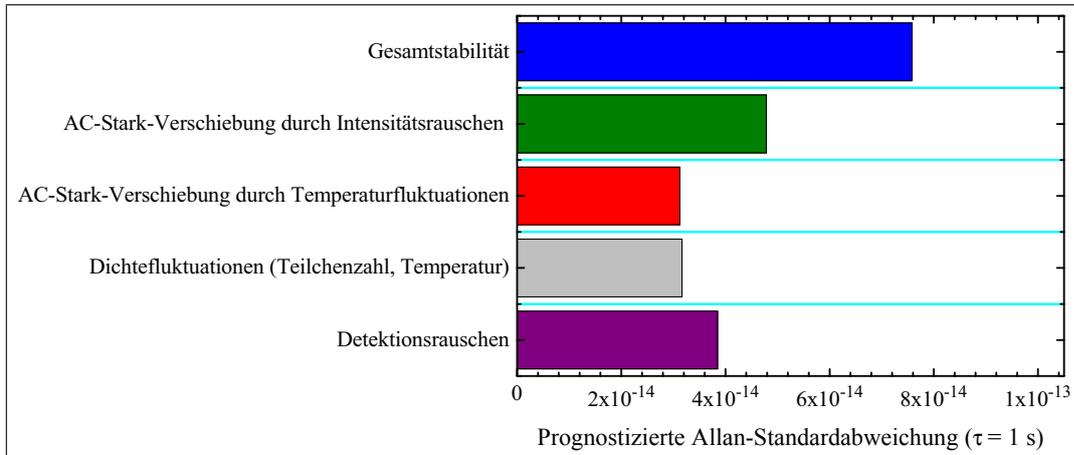
Durch eine (evtl. mehrfache)  $\mu$ -Metall-Abschirmung lässt sich das **Magnetfeldrauschen** so stark unterdrücken, dass es selbst bei den stabilsten Fontänenuhren nicht limitierend ist [130]. Dabei ist eine Abschirmung des Interrogationsbereichs aufgrund der räumliche Größe für Fontänenuhren

anspruchsvoller als die Abschirmung gefangener Ensembles. Das Magnetfeldrauschen wird daher im Folgenden vernachlässigt. Ebenso werden Fluktuationen der **Überlagerung der Dipolstrahlen** (Abschnitt 7.2.3) vernachlässigt. In einem Uhrenaufbau würde die Dipolfalle nicht durch zwei aus unterschiedlichen Fasern ausgekoppelte Strahlen, sondern durch einen Strahl erzeugt werden. Für eine gekreuzte Fallenkonfiguration könnte dieser in kleinem Abstand vor den Atomen aufgespalten werden, noch stabiler wäre jedoch eine reine Einstrahlfalle.

Das **Intensitätsrauschen der Dipolfalle** ist mit einer relativen Fluktuation von  $6 \times 10^{-5}$  pro Messzyklus bereits relativ gering. Die deutlichen Oszillationen mit der Raumtemperatur (Abschnitt 7.2.2) deuten jedoch auf ein Verbesserungspotenzial hin. Eine Stabilisierung auf  $1 \times 10^{-5}$  ist realisierbar. Dieser Wert führt bei einer mittleren Intensität von  $3 \text{ kW cm}^{-2}$ , wie sie bei der Messung der langen Kohärenzzeit vorlag, zu einem Rauschbeitrag von  $5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ . Eine schwächere Fallenkonfiguration kann diesen Beitrag weiter reduzieren.

**Fluktuationen der Ensembletemperatur** stellen die größte Hürde für eine Uhr in der optischen Dipolfalle dar. Die Fluktuationen führen, wie in Abschnitt 7.2.4 erläutert, zu einer Variation der mittleren Dipolstrahlintensität und damit zu einer Fluktuation der differentiellen AC-Stark-Verschiebung. Durch eine rauscharme Detektion der Temperatur lässt sich dieser Effekt für jede Messung des Besetzungsverhältnisses nachträglich korrigieren. Mit dem in dieser Arbeit verwendeten Detektionsaufbau ergeben Fits an die Gaußverteilung thermischer Wolken eine Unsicherheit von typischerweise 1 % (ca.  $10^5$  Atome, ohne Stern-Gerlach-Separation). Eine Verbesserung dieses Werts um einen Faktor 10 auf 0,1 % erfordert eine höhere Teilchenzahl. Das Quantenprojektionslimit für die Temperaturbestimmung aus der Breite der Gaußverteilung liegt bei  $1/\sqrt{N}$ , es sind also  $N = 10^6$  Atome erforderlich, um die Temperatur auf 0,1 % zu bestimmen. Der Spin-Selbstrephasierungseffekt hängt von Dichte und Temperatur ab. Um mit  $N = 10^6$  Atomen und derselben Dichte und Temperatur wie in Abschnitt 6.5 eine Kohärenzzeit von 21 s zu erreichen, muss die mittlere Fallenfrequenz auf  $2\pi \times 11 \text{ Hz}$  verringert werden. Bei einer etwas höheren mittleren Fallenfrequenz kann durch eine leichte Absenkung der Temperatur eine ähnlich lange Kohärenzzeit erreicht und gleichzeitig eine Temperaturbestimmung mit  $10^6$  Atomen auf 0,1 % realisiert werden. Für diesen Wert ergibt sich unter den bisher getroffenen Annahmen ein Frequenzrauschen durch den differentiellen AC-Stark-Effekt von  $3 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ .

**Fluktuationen der Dichte** setzen sich aus Temperaturfluktuationen und Teilchenzahlfluktuationen zusammen. Auch hier ist eine nachträgliche Frequenzkorrektur durch deren Bestimmung möglich. Nimmt man eine Unsicherheit von 0,1 % für die Temperaturbestimmung und 1000 Atome für die Teilchenzahlbe-



**Abbildung 7.6:** Stabilitätsbudget für das Szenario einer Mikrowellenuhr auf Basis von optisch gefangenen  $^{87}\text{Rb}$ -Atomen. Für einen optimierten Aufbau einschließlich magnetischer Abschirmung, besserer Temperatur- und Teilchenzahlbestimmung sowie Ausnutzung der langen Kohärenzzeit von 21 s durch den Spin-Selbstrephasierungseffekt lässt sich eine Frequenzstabilität von  $8 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$  prognostizieren. Damit wird der Stabilitätsbereich von modernen Fontänenuhren mit einem potenziell erheblich kompakteren Aufbau erreicht.

stimmung an, so ergibt sich ein Rauschbeitrag von  $3 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ . Dazu trägt die Unsicherheit der Temperaturbestimmung mit  $2,6 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$  den größeren Teil bei.

Zur **Unterdrückung des Detektionsrauschens** sind aufgrund der langen Interrogationszeit keine entscheidenden technischen Verbesserungen erforderlich. Für dieses Szenario wird ein geringeres Präparationsrauschen von  $\sigma_p = 0,3$  % angenommen, was durch eine aktive Stabilisierung oder eine Protokollierung der Mikrowellenleistung erreichbar ist. Für die Bestimmung des Besetzungsunterschieds wird  $\sigma_{\Delta N} \approx 1000$  Atome angenommen. Dieser Wert und das Quantenprojektionsrauschen tragen jedoch mit weniger als  $10^{-14} \tau^{-1/2}$  zum Rauschen bei. Das Detektionsrauschen von insgesamt  $3 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$  wird in diesem Szenario durch das Präparationsrauschen dominiert.

In Abbildung 7.6 sind die prognostizierten Rauschbeiträge in einem Stabilitätsbudget zusammengefasst dargestellt. Eine Aufsummierung als weißes Rauschen ergibt eine Gesamtstabilität von  $8 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ . Dank des Spin-Selbstrephasierungseffekts könnte eine kompakte Mikrowellenuhr auf Basis von optisch gefangenen  $^{87}\text{Rb}$ -Atomen demnach in der Stabilität mit modernen Fontänenuhren [12] konkurrieren.

## 8 Ausblick

Optisch gefangene Ensembles mit langer Kohärenzzeit erfahren in jüngster Zeit stark wachsendes Interesse [38, 40, 160, 166]. Die Ergebnisse dieser Arbeit leisten einen entscheidenden Beitrag auf diesem Gebiet.

Die differenzielle AC-Stark-Verschiebung der häufig verwendeten Dipolfallenwellenlänge von 1064 nm wurde erstmals direkt für den  $^{87}\text{Rb}$ -Hyperfeinübergang gemessen. Sie stimmt mit einer noch unveröffentlichten theoretischen Vorhersage im Rahmen der Fehlerabschätzung überein. Der Spin-Selbstrephasierungseffekt wurde auf den Uhrenübergang optisch gefangener  $^{87}\text{Rb}$ -Ensembles angewandt und die resultierenden Revivals im Kontrast konnten durch ein numerisches Modell gut reproduziert werden. Sowohl die Dephasierung durch die inhomogene Frequenzverschiebung des Dipolfallenpotenzials als auch die der inhomogenen Dichteverschiebung können durch den Spin-Selbstrephasierungseffekt nahezu vollständig unterdrückt werden. Dies ermöglichte die Demonstration der bislang längsten gemessenen Kohärenzzeit neutraler atomarer Ensembles von 21 s.

Eine Frequenzmessung unter Anwendung des Spin-Selbstrephasierungseffekts ergab eine relative Stabilität von  $2.4 \times 10^{-11} \tau^{-1/2}$ , wobei  $\tau$  die Integrationszeit in Sekunden bezeichnet. Dieser Wert ist durch technische Rauschquellen begrenzt, die systematisch untersucht wurden. Die Analyse der Rauschquellen lässt eine Prognose für die Stabilität einer Mikrowellenuhr unter Ausnutzung der vollen Kohärenzzeit zu. Eine Frequenzstabilität von  $8 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$  ist realistisch, wodurch der Stabilitätsbereich moderner Fontänenuhren in einem potenziell sehr viel kompakteren Aufbau erreicht werden kann.

Kompakte Uhren mit hoher Stabilität sind besonders für den Einsatz im Welt- raum relevant. Über die globale Satellitennavigation hinaus können solche Uhren beispielsweise zur Untersuchung der Variation von Naturkonstanten oder der Gravitation auf großen Längenskalen dienen [177, 178]. Am weitesten fortgeschritten in diesem Bereich ist das Projekt ACES (Atomic Clock Ensemble in Space) [179, 180], dessen Start von der Europäischen Weltraumbehörde (ESA) zur internationalen Raumstation im Jahr 2013 vorgesehen ist. Die in diesem Projekt verwendete Atomuhr PHARAO auf Basis ungefangener Ensembles hat eine Stabilität von etwa  $10^{-13} \tau^{-1/2}$  und eine Genauigkeit von  $10^{-16}$  [181]. Sie wird zur relativistischen Geodäsie eingesetzt werden, die auf einem Vergleich

der Gravitationsrotverschiebung beruht und eine Messung des Gravitationspotenzials der Erde mit einer Höhenauflösung von 10 cm ermöglichen wird [178]. Kompakte Uhren im Weltraum werden sich zur Grundlage weiterer interdisziplinärer Forschungsbereiche entwickeln.

Abgesehen von Frequenzmessungen lassen sich gefangene Ensembles auch als effektive Quantenspeicher für langreichweitige Kommunikation verwenden [182, 183]. Für solche Quantenspeicher wird Licht an Spinwellen auf dem Hyperfein-Übergang gekoppelt. In einer Reihe spektakulärer Experimente wurden deterministische Photonen erzeugt [184], die Verschränkung zwischen Photonen und Spinwellen gezeigt [185, 186] und sogar Prototyp-Netzwerke zur Verteilung von Verschränkung realisiert [187, 188]. Durch die Anwendung von Fallen anstelle von freien Ensembles konnte die Lebensdauer der Quantenspeicher vom  $\mu\text{s}$ -Bereich [184] bereits in den ms-Bereich verlängert werden [189, 190]. In Zukunft können auch Quantenspeicher von einer längeren Kohärenzzeit profitieren.

Aufbauend auf den Untersuchungen zur Kohärenzzeit ermöglicht die experimentelle Apparatur eine weitergehende Analyse der aus der Pseudo-Spinbasis [51] resultierenden Wechselwirkungseffekte. Für Fermionen konnte, über die Messung der unerwarteten Dichteverchiebung hinaus [60], bereits das Singulett-Niveau in einer Seitenbandspektroskopie identifiziert werden [165]. Es konnte außerdem gezeigt werden, dass die fermionische Dichteverchiebung mit der Dichte zunächst zunimmt, bei einer sehr starken Wechselwirkung jedoch unterdrückt wird [164]. Dieser Effekt hat Ähnlichkeit mit dem Spin-Selbstrephasierungseffekt, es wird allerdings nicht der Dephasierungsprozess durch die energetische Trennung zwischen der Singulett- und der Triplett-Superposition aus der Resonanz gebracht, sondern die direkte Anregung des Singulett-Niveaus durch den Uhrenlaser energetisch unterdrückt.

Die Anregung des Singulett-Niveaus und die damit verbundene Frequenzverschiebung wird gleichermaßen für Fermionen und Bosonen vorhergesagt [51]. Zur Überprüfung dieses Effekts eignet sich  $^{87}\text{Rb}$  besonders gut, da sich aufgrund der sehr ähnlichen Streulängen die drei Triplett-Niveaus ungefähr gleich stark verschieben. Daher ähnelt die Pseudo-Spinbasis von  $^{87}\text{Rb}$  der von Fermionen, wodurch die vorhergesagte Frequenzverschiebung sich deutlich von der für Bosonen bekannten Mean-Field-Dichteverchiebung unterscheidet. In Abhängigkeit von der Inhomogenität und der Länge des Abfragepulses wird eine charakteristische Änderung der Frequenzverschiebung erwartet, die bisher experimentell nicht überprüft wurde. Im Rahmen der Diplomarbeit [97] wurde ein Raman-Lasersystem zur Realisierung sehr inhomogener Rabi-Pulse aufgebaut. Mit diesem System werden zurzeit Messungen durchgeführt, um die vorhergesagte Frequenzverschiebung und ihre charakteristischen Abhängigkeiten für

---

Bosonen zu überprüfen. Dabei wird sowohl Ramsey-Spektroskopie zur Vermessung der Übergangsfrequenz, als auch Rabi-Spektroskopie zur Auflösung der Seitenbänder verwendet.

Insgesamt ist die drastische Erhöhung der Kohärenzzeit gefangener Ensembles gegenüber früheren Experimenten von großer Relevanz für Quantenspeicher und Atomuhren. Eine Abfragezeit von 21 s ist für Fontänenuhren im Gegensatz zu kompakten Mikrowellenuhren nicht erreichbar, da dies einem freien Fall von 500 m entspräche. In Gitteruhren lässt sich durch eine höhere Dichte nicht nur die Kohärenzzeit durch den Spin-Selbstrephasierungseffekt verlängern, sondern auch die in der Pseudo-Spinbasis beschriebene Frequenzverschiebung für Fermionen und Bosonen unterdrücken.



# Literaturverzeichnis

- [1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell: *Observation of Bose-Einstein condensation in a gas of sodium Vapor*. Science, 269:198, 1995.
- [2] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Drunen, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle: *Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms*. Phys. Rev. Lett., 75(22):3969, 1995.
- [3] C. C. Bradley, C. A. Sacket, J. J. Tollet und R. G. Hulet: *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*. Phys. Rev. Lett., 75(9):1687, 1995.
- [4] A. Bertoldi, G. Lamporesi, L. Cacciapuoti, M. de Angelis, M. Fattori, T. Petelski, A. Peters, M. Prevedelli, J. Stuhler und G. M. Tino: *Atom interferometry gravity-gradiometer for the determination of the Newtonian gravitational constant G*. The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics, 40:271–279, 2006.
- [5] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk und M. A. Kasevich: *Atom Interferometer Measurement of the Newtonian Constant of Gravity*. Science, 315(5808):74–77, 2007.
- [6] H. Müller, S.-W. Chiow, Q. Long, C. Vo und S. Chu: *A new photon recoil experiment: towards a determination of the fine structure constant*. Applied Physics B: Lasers and Optics, 84:633–642, 2006.
- [7] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan und M. A. Kasevich: *Testing General Relativity with Atom Interferometry*. Phys. Rev. Lett., 98(11):111102, 2007.
- [8] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich und S. Rajendran: *Gravitational wave detection with atom interferometry*. Physics Letters B, 678(1):37 – 40, 2009.
- [9] P. Delva und E. Rasel: *Matter wave interferometry and gravitational waves*. Journal of Modern Optics, 56:1999–2004, 2009.

- [10] A. P. Usher: *A history of mechanical inventions*. McGraw-Hill book company, Inc., New York, 1923.
- [11] L. Essen und J. Parry: *An atomic standard of frequency and time interval: A caesium resonator*. Nature, 176:280–282, 1955.
- [12] R. Wynands und S. Weyers: *Atomic fountain clocks*. Metrologia, 42(3):64, 2005.
- [13] B. N. Taylor und A. Thompson (Herausgeber): *The International System of Units (SI)*. NIST Special Publication 330, 2008.
- [14] T. Udem, R. Holzwarth und T. Hänsch: *Optical frequency metrology*. Nature, 416(6877):233–237, 2002.
- [15] C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland und T. Rosenband: *Frequency Comparison of Two High-Accuracy  $Al^+$  Optical Clocks*. Phys. Rev. Lett., 104(7):070802, 2010.
- [16] A. D. Ludlow, T. Zelevinsky, G. K. Campbell, S. Blatt, M. M. Boyd, M. H. G. de Miranda, M. J. Martin, J. W. Thomsen, S. M. Foreman, J. Ye, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, Y. Le Coq, Z. W. Barber, N. Poli, N. D. Lemke, K. M. Beck und C. W. Oates: *Sr Lattice Clock at  $1 \times 10^{-16}$  Fractional Uncertainty by Remote Optical Evaluation with a Ca Clock*. Science, 319(5871):1805–1808, 2008.
- [17] J. Camparo: *The Rubidium Atomic Clock and Basic Research*. Physics Today, 60(11):33, 2007.
- [18] P. Rochat, F. Droz, P. Mosset, G. Barmaverain, Q. Wang, D. Boving, L. Mattioni, M. Belloni, M. Gioia, U. Schmidt, T. Pike und F. Emma: *The onboard galileo rubidium and passive maser, status amp; performance*. Frequency Control Symposium and Exposition, 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International, Seiten 26 –32, 2005.
- [19] J. McNeff: *The global positioning system*. Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, 50(3):645 –652, 2002.
- [20] R. Lutwak, A. Rashed, D. Serkland, G. Peake, M. Varghese, G. Tepolt, J. Leblanc und M. Mescher: *The Miniature Atomic Clock - Pre-Production Results*. Frequency Control Symposium, 2007 Joint with the 21st European Frequency and Time Forum. IEEE International, Seiten 1327 –1333, 2007.

- [21] J. Prestage, S. Chung, T. Le, L. Lim und L. Maleki: *Liter sized ion clock with 10–15 stability*. Frequency Control Symposium and Exposition, 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International, Seiten 472–476, 2005.
- [22] F. Esnault, S. Perrin, D. Holleville, S. Guerandel, N. Dimarcq und J. Delporte: *Reaching a few  $10^{-13}\tau^{-1/2}$  stability level with the compact cold atom clock HORACE*. Frequency Control Symposium, 2008 IEEE International, Seiten 381–385, 2008.
- [23] C. Lacroûte, F. Reinhard, F. Ramirez-Martinez, C. Deutsch, T. Schneider, J. Reichel und P. Rosenbusch: *Preliminary results of the trapped atom clock on a chip*. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, 57(1):106–110, 2010.
- [24] D. Farkas, A. Zozulya und D. Anderson: *A compact microchip atomic clock based on all-optical interrogation of ultra-cold trapped Rb atoms*. Applied Physics B: Lasers and Optics, 101:705–721, 2010.
- [25] P. Gill und F. Riehle: *On secondary representations of the second*. Proc. 20th European Frequency and Time Forum (Braunschweig), Seite 282, 2006.
- [26] CCTF: *Report of the 17th meeting to the International Committee for Weights and Measures*. Consultative Committee for Time and Frequency (CCTF), Bureau International des Poids et Mesures, 2006.
- [27] G. Dick: *Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards*. Proc. Precise Time and Time Interval, Redondo Beach, CA, Seiten 133–147, 1987.
- [28] G. Santarelli, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten und C. Salomon: *Quantum Projection Noise in an Atomic Fountain: A High Stability Cesium Frequency Standard*. Phys. Rev. Lett., 82(23):4619–4622, 1999.
- [29] M. Schlosshauer: *Decoherence and the quantum-to-classical transition*. Springer, Berlin, 2007.
- [30] E. Joos und H. D. Zeh: *The emergence of classical properties through interaction with the environment*. Zeitschrift für Physik B Condensed Matter, 59:223–243, 1985.
- [31] F. Marquardt: *An introduction to the basics of dephasing*. <http://homepages.physik.uni-muenchen.de/~Florian.Marquardt/dephasing/dephasing.pdf>, 2001.

- [32] H. Katori, M. Takamoto, V. G. Pal'chikov und V. D. Ovsiannikov: *Ultrastable Optical Clock with Neutral Atoms in an Engineered Light Shift Trap*. Phys. Rev. Lett., 91(17):173005, 2003.
- [33] A. Derevianko und H. Katori: *Colloquium: Physics of optical lattice clocks*. Rev. Mod. Phys., 83(2):331–348, 2011.
- [34] K. Beloy, A. Derevianko, V. A. Dzuba und V. V. Flambaum: *Micromagic Clock: Microwave Clock Based on Atoms in an Engineered Optical Lattice*. Phys. Rev. Lett., 102(12):120801, 2009.
- [35] R. W. McGowan, D. M. Giltner und S. A. Lee: *Light force cooling, focusing, and nanometer-scale deposition of aluminum atoms*. Opt. Lett., 20(24):2535–2537, 1995.
- [36] P. Rosenbusch, S. Ghezali, V. A. Dzuba, V. V. Flambaum, K. Beloy und A. Derevianko: *ac Stark shift of the Cs microwave atomic clock transitions*. Phys. Rev. A, 79(1):013404, 2009.
- [37] A. Derevianko: *"Doubly Magic" Conditions in Magic-Wavelength Trapping of Ultracold Alkali-Metal Atoms*. Phys. Rev. Lett., 105(3):033002, 2010.
- [38] R. Chicireanu, K. D. Nelson, S. Olmschenk, N. Lundblad, A. Derevianko und J. V. Porto: *Differential Light-Shift Cancellation in a Magnetic-Field-Insensitive Transition of  $^{87}\text{Rb}$* . Phys. Rev. Lett., 106(6):063002, 2011.
- [39] H. J. Lewandowski, D. M. Harber, D. L. Whitaker und E. A. Cornell: *Observation of Anomalous Spin-State Segregation in a Trapped Ultracold Vapor*. Phys. Rev. Lett., 88(7):070403, 2002.
- [40] Y. Sagi, I. Almog und N. Davidson: *Process Tomography of Dynamical Decoupling in a Dense Cold Atomic Ensemble*. Phys. Rev. Lett., 105(5):053201, 2010.
- [41] C. Deutsch, F. Ramirez-Martinez, C. Lacroûte, F. Reinhard, T. Schneider, J. N. Fuchs, F. Piéchon, F. Laloë, J. Reichel und P. Rosenbusch: *Spin Self-Rephasing and Very Long Coherence Times in a Trapped Atomic Ensemble*. Phys. Rev. Lett., 105(2):020401, 2010.
- [42] E. Bashkin: *Spin waves in polarized paramagnetic gases*. JETP Letters, 33:8, 1981.
- [43] C. Lhuillier und F. Laloë: *Transport properties in a spin polarized gas, I*. Journal de Physique, 43(2):197–224, 1982.

- [44] X. Du, L. Luo, B. Clancy und J. E. Thomas: *Observation of Anomalous Spin Segregation in a Trapped Fermi Gas*. Phys. Rev. Lett., 101(15):150401, 2008.
- [45] X. Du, Y. Zhang, J. Petricka und J. E. Thomas: *Controlling Spin Current in a Trapped Fermi Gas*. Phys. Rev. Lett., 103(1):010401, 2009.
- [46] M. O. Oktel und L. S. Levitov: *Internal Waves and Synchronized Precession in a Cold Vapor*. Phys. Rev. Lett., 88(23):230403, 2002.
- [47] J. N. Fuchs, D. M. Gangardt und F. Laloë: *Internal State Conversion in Ultracold Gases*. Phys. Rev. Lett., 88(23):230404, 2002.
- [48] J. E. Williams, T. Nikuni und C. W. Clark: *Longitudinal Spin Waves in a Dilute Bose Gas*. Phys. Rev. Lett., 88(23):230405, 2002.
- [49] F. Piéchon, J. N. Fuchs und F. Laloë: *Cumulative Identical Spin Rotation Effects in Collisionless Trapped Atomic Gases*. Phys. Rev. Lett., 102(21):215301, 2009.
- [50] S. S. Natu und E. J. Mueller: *Anomalous spin segregation in a weakly interacting two-component Fermi gas*. Phys. Rev. A, 79(5):051601, 2009.
- [51] K. Gibble: *Decoherence and Collisional Frequency Shifts of Trapped Bosons and Fermions*. Phys. Rev. Lett., 103(11):113202, 2009.
- [52] K. Gibble: *Keeping atoms synchronized for better timekeeping*. Physics, 3:55, 2010.
- [53] T. C. Killian, D. G. Fried, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, T. J. Greytak und D. Kleppner: *Cold Collision Frequency Shift of the 1S- 2S Transition in Hydrogen*. Phys. Rev. Lett., 81(18):3807–3810, 1998.
- [54] D. M. Harber, H. J. Lewandowski, J. M. McGuirk und E. A. Cornell: *Effect of cold collisions on spin coherence and resonance shifts in a magnetically trapped ultracold gas*. Phys. Rev. A, 66(5):053616, 2002.
- [55] C. J. Pethick und H. T. C. Stoof: *Collisional frequency shifts of absorption lines in an atomic hydrogen gas*. Phys. Rev. A, 64(1):013618, 2001.
- [56] M. O. Oktel, T. C. Killian, D. Kleppner und L. S. Levitov: *Sum rule for the optical spectrum of a trapped gas*. Phys. Rev. A, 65(3):033617, 2002.
- [57] M. O. Oktel und L. S. Levitov: *Collective dynamics of internal states in a Bose-Einstein gas*. Phys. Rev. A, 65(6):063604, 2002.

- [58] D. Kadio und Y. B. Band: *Analysis of a magnetically trapped atom clock*. Phys. Rev. A, 74(5):053609, 2006.
- [59] M. W. Zwierlein, Z. Hadzibabic, S. Gupta und W. Ketterle: *Spectroscopic Insensitivity to Cold Collisions in a Two-State Mixture of Fermions*. Phys. Rev. Lett., 91(25):250404, 2003.
- [60] G. K. Campbell, M. M. Boyd, J. W. Thomsen, M. J. Martin, S. Blatt, M. D. Swallows, T. L. Nicholson, T. Fortier, C. W. Oates, S. A. Diddams, N. D. Lemke, P. Naidon, P. Julienne, J. Ye und A. D. Ludlow: *Probing Interactions Between Ultracold Fermions*. Science, 324(5925):360–363, 2009.
- [61] G. Kleine Büning, J. Will, W. Ertmer, C. Klempt und J. Arlt: *A slow gravity compensated atom laser*. Applied Physics B: Lasers and Optics, 100:117–123, 2010.
- [62] G. Kleine Büning, J. Will, W. Ertmer, E. Rasel, J. Arlt, C. Klempt, F. Ramirez-Martinez, F. Piéchon und P. Rosenbusch: *Extended Coherence Time on the Clock Transition of Optically Trapped Rubidium*. Phys. Rev. Lett., 106(24):240801, 2011.
- [63] W. Ketterle, D. S. Durfee und D. M. Stamper-Kurn: *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*. Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi, cond-mat/9904034, 1999.
- [64] A. Einstein: *Quantentheorie des idealen einatomigen Gases, Zweite Abhandlung*. Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, Physikalisch-Mathematische Klasse, Berlin, 1925.
- [65] S. N. Bose: *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*. Z. Phys., 26:178–181, 1924.
- [66] F. London: *The  $\lambda$ -phenomenon of liquid helium and the Bose-Einstein degeneracy*. Nature, 141(3571):643, 1938.
- [67] O. Penrose und L. Onsager: *Bose-Einstein Condensation and Liquid Helium*. Phys. Rev., 104(3):576–584, 1956.
- [68] P. Kapitza: *Superfluidity observed*. Nature, 141:74, 1938.
- [69] J. Allen und A. Misener: *Flow of liquid helium II*. Nature, 141(3558):75, 1938.
- [70] N. N. Bogoliubov: *On the theory of superfluidity*. J. Phys. USSR, 11(23), 1947.

- 
- [71] E. P. Gross: *Structure of a quantized vortex in boson systems*. Nuovo Cimento, 20:454–477, 1961.
- [72] L. P. Pitaevskii: *Vortex lines in an imperfect Bose gas*. Sov. Phys. JETP, 13:451–455, 1961.
- [73] H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, D. S. Durfee, S. Inouye und W. Ketterle: *Bosonic Stimulation in the Formation of a Bose-Einstein Condensate*. Science, 279(5353):1005–1007, 1998.
- [74] D. Griffiths und E. Harris: *Introduction to quantum mechanics*, Band 118. Prentice Hall, 1995.
- [75] K. Huang: *Statistical Mechanics, 2nd*. John Wiley & Sons, 1987.
- [76] R. Kubo, N. Saitō und M. Toda: *Statistical physics: Equilibrium statistical mechanics*. Springer, 1998.
- [77] C. J. Pethick und H. Smith: *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University Press, Cambridge U.K., 2002.
- [78] L. Pitaevskii und S. Stringari: *Bose-Einstein Condensation*. Oxford University Press, 2003.
- [79] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii und S. Stringari: *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*. Rev. Mod. Phys., 71(3):463–487, 1999.
- [80] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu und F. Laloë: *Quantenmechanik*. de Gruyter, 1999.
- [81] F. Schwabel: *Quantenmechanik*. Springer, 1998.
- [82] W. Nolting: *Grundkurs Theoretische Physik Quantenmechanik*. vieweg, 1997.
- [83] S. Giorgini, L. Pitaevskii und S. Stringari: *Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting Bose gas*. Phys. Rev. A, 54(6):4633–4636, 1996.
- [84] W. Ketterle und N. Van Druten: *Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions*. Phys. Rev. A, 54(1):656–660, 1996.
- [85] V. V. Goldman, I. F. Silvera und A. J. Leggett: *Atomic hydrogen in an inhomogeneous magnetic field: Density profile and Bose-Einstein condensation*. Phys. Rev. B, 24(5):2870–2873, 1981.

- [86] D. A. Huse und E. D. Siggia: *The density distribution of a weakly interacting bose gas in an external potential*. Journal of Low Temperature Physics, 46:137–149, 1982.
- [87] S. Burger, K. Bongs, S. Dettmer, W. Ertmer, K. Sengstock, A. Sanpera, G. Shlyapnikov und M. Lewenstein: *Dark solitons in Bose-Einstein condensates*. Phys. Rev. Lett., 83(25):5198–5201, 1999.
- [88] J. Denschlag, J. Simsarian, D. Feder, C. Clark, L. Collins, J. Cubizolles, L. Deng, E. Hagley, K. Helmerson, W. Reinhardt et al.: *Generating solitons by phase engineering of a Bose-Einstein condensate*. Science, 287(5450):97, 2000.
- [89] L. Deng, E. Hagley, J. Wen, M. Trippenbach, Y. Band, P. Julienne, J. Simsarian, K. Helmerson, S. Rolston und W. Phillips: *Four-wave mixing with matter waves*. Nature, 398(6724):218–220, 1999.
- [90] W. Nolting: *Grundkurs Theoretische Physik, Viel-Teilchen-Theorie*. Springer, 2002.
- [91] A. L. Fetter: *Theory of a dilute low-temperature trapped Bose condensate*. Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi, cond-mat/9811366, 1998.
- [92] G. Baym und C. J. Pethick: *Ground-State Properties of Magnetically Trapped Bose-Condensed Rubidium Gas*. Phys. Rev. Lett., 76(1):6–9, 1996.
- [93] N. Murray: *Experimente zur Dynamik ungeordneter Quantengase*. Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2008.
- [94] C. Affeldt: *Lasersystem zur Erzeugung dunkler Solitonen in Bose-Einstein Kondensaten*. Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2008.
- [95] B. Lücke: *Aufbau und Planung einer Hybridfalle zur Erzeugung ultrakalter Quantengase*. Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2009.
- [96] M. Sabbar: *Mikrowellenevaporation in einer Hybridfalle zur Erzeugung quantenentarteter Mischungen*. Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2009.
- [97] J. Peise: *Methoden zur Untersuchung von Dekohärenz und Frequenzverschiebungen in ultrakalten Atomen*. Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2010.

- [98] J. Fortagh, A. Grossmann, T. W. Hansch und C. Zimmermann: *Fast loading of a magneto-optical trap from a pulsed thermal source*. J. Appl. Phys., 84(12):6499–6501, 1998.
- [99] W. Ertmer, R. Blatt, J. L. Hall und M. Zhu: *Laser Manipulation of Atomic Beam Velocities: Demonstration of Stopped Atoms and Velocity Reversal*. Phys. Rev. Lett., 54(10):996–999, 1985.
- [100] W. D. Phillips und H. Metcalf: *Laser Deceleration of an Atomic Beam*. Phys. Rev. Lett., 48(9):596–599, 1982.
- [101] E. Riis, D. S. Weiss, K. A. Moler und S. Chu: *Atom funnel for the production of a slow, high-density atomic beam*. Phys. Rev. Lett., 64(14):1658–1661, 1990.
- [102] A. Scholz, M. Christ, D. Doll, J. Ludwig und W. Ertmer: *Magneto-optical preparation of a slow, cold and bright Ne\* atomic beam*. Opt. Comm., 111(1-2):155–162, 1994.
- [103] J. Nellessen, J. Werner und W. Ertmer: *Magneto-optical compression of a monoenergetic sodium atomic beam*. Opt. Comm., 78(3-4):300–308, 1990.
- [104] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller und J. T. M. Walraven: *Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms*. Phys. Rev. A, 58(5):3891–3895, 1998.
- [105] C. Klempt, T. van Zoest, T. Henninger, O. Topic, E. Rasel, W. Ertmer und J. Arlt: *Ultraviolet light-induced atom desorption for large rubidium and potassium magneto-optical traps*. Phys. Rev. A, 73(1):13410, 2006.
- [106] P. Lebedev: *Die Druckkräfte des Lichtes auf Gase*. Ann. Phys., 32:411, 1910.
- [107] A. Einstein: *Zur Quantentheorie der Strahlung*. Physik. Ges. Zürich, 18:47–62, 1916.
- [108] T. H. Maiman: *Stimulated Optical Radiation in Ruby*. Nature, (4736):493–494, 1960.
- [109] D. E. Pritchard, E. L. Raab, V. Bagnato, C. E. Wieman und R. N. Watts: *Light Traps Using Spontaneous Forces*. Phys. Rev. Lett., 57(3):310–313, 1986.

- [110] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu und D. E. Pritchard: *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*. Phys. Rev. Lett., 59(23):2631–2634, 1987.
- [111] V. S. Letokhov und V. G. Minogin: *Laser radiation pressure on free atoms*. Phys. Rep., 73:1–65, 1981.
- [112] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould und H. J. Metcalf: *Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit*. Phys. Rev. Lett., 61(2):169–172, 1988.
- [113] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji: *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*. J. Opt. Soc. Am. B, 6:2023, 1989.
- [114] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji: *Dressed-atom approach to atomic motion in laser light: the dipole force revisited*. J. Opt. Soc. Am. B, 2(11):1707–1720, 1985.
- [115] H. Metcalf und P. Van der Straten: *Laser cooling and trapping of atoms*. Springer, New York, 1999.
- [116] D. A. Steck: *Rubidium 87 D Line Data*. Technischer Bericht, Oregon Center for Optics and Department of Physics, 2010.
- [117] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. Köning und T. W. Hänsch: *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*. Opt. Commun., 117:541–549, 1995.
- [118] O. Schmidt, K.-M. Knaak, R. Wyands und D. Meschede: *Cesium saturation spectroscopy revisited: How to reverse peaks and observe narrow resonances*. Appl. Phys. B, 59:167–178, 1994.
- [119] H. L. Stover und W. H. Steier: *Locking of Laser Oscillators by Light Injection*. Appl. Phys. Lett, 8(4):91–93, 1966.
- [120] S. Kobayashi und T. Kimura: *Injection Locking in AlGaAs Semiconductor Laser*. IEEE J. Quantum Electron., QE-17(5):681–689, 1981.
- [121] J. N. Walpole: *Semiconductor amplifiers and lasers with tapered gain regions*. Opt. Quantum Electron., 28:623–645, 1996.
- [122] U. Schünemann, H. Engler, R. Grimm, W. Weidemüller und M. Zielonkowski: *Simple scheme for tunable frequency offset locking of two lasers*. Rev. Sci. Instrum., 70(1):242–243, 1999.

- [123] G. Kleine Büning: *Lasersystem zum Fangen und Kühlen von  $^{87}\text{Rb}$* . Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2006.
- [124] M. Greiner, I. Bloch, T. W. Hänsch und T. Esslinger: *Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance*. Phys. Rev. A, 63(3):031401, 2001.
- [125] H. J. Lewandowski, D. M. Harber, D. L. Whitaker und E. A. Cornell: *Simplified System for Creating a Bose-Einstein Condensate*. J. Low Temp. Phys., 132(5):309–367, 2003.
- [126] W. Ketterle und N. J. van Druten: *Evaporative cooling of trapped atoms*. Adv. At. Mol. Opt. Phys., 37:181, 1996.
- [127] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. Brecha, A. Simoni und M. Inguscio: *Bose-Einstein condensation of potassium atoms by sympathetic cooling*. Science, 294(5545):1320, 2001.
- [128] E. Majorana: *Atomi orientati in campo magnetico variabile*. Nuovo Cimento, 9:43, 1932.
- [129] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher und E. A. Cornell: *Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms*. Phys. Rev. Lett., 74(17):3352–3355, 1995.
- [130] J. Guena, P. Rosenbusch, P. Laurent, M. Abgrall, D. Rovera, G. Santarelli, M. Tobar, S. Bize und A. Clairon: *Demonstration of a dual alkali Rb/Cs fountain clock*. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, 57(3):647–653, 2010.
- [131] R. Grimm, M. Weidemüller und Y. B. Ovchinnikov: *Optical dipole traps for neutral atoms*. Adv. At. Mol. Opt. Phys., 42:95, 2000.
- [132] R. Cornelussen: *Optical trapping and manipulation of atoms near surfaces*. Dissertation, Universiteit van Amsterdam, 2004.
- [133] M. S. Safronova, B. Arora und C. W. Clark: *Frequency-dependent polarizabilities of alkali-metal atoms from ultraviolet through infrared spectral regions*. Phys. Rev. A, 73(2):022505, 2006.
- [134] Y.-J. Lin, A. R. Perry, R. L. Compton, I. B. Spielman und J. V. Porto: *Rapid production of  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensates in a combined magnetic and optical potential*. Phys. Rev. A, 79(6):063631, 2009.

- [135] P. W. H. Pinkse, A. Mosk, M. Weidemüller, M. W. Reynolds, T. W. Hijmans und J. T. M. Walraven: *Adiabatically Changing the Phase-Space Density of a Trapped Bose Gas*. Phys. Rev. Lett., 78(6):990–993, 1997.
- [136] D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger und W. Ketterle: *Reversible Formation of a Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., 81(11):2194–2197, 1998.
- [137] G. Reinaudi, T. Lahaye, Z. Wang und D. Guéry-Odelin: *Strong saturation absorption imaging of dense clouds of ultracold atoms*. Opt. Lett., 32(21):3143–3145, 2007.
- [138] P. Tol: *Trapping and Evaporative Cooling of Metastable Helium*. Dissertation, Vrije Universiteit Amsterdam, 2005.
- [139] I. I. Rabi: *Space Quantization in a Gyration Magnetic Field*. Phys. Rev., 51(8):652–654, 1937.
- [140] N. F. Ramsey: *A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields*. Phys. Rev., 78(6):695–699, 1950.
- [141] M. Scully und M. Zubairy: *Quantum optics*. Cambridge Univ Pr, 1997.
- [142] C. Audoin und B. Guinot: *The measurement of time: time, frequency, and the atomic clock*. Cambridge Univ Pr, 2001.
- [143] J. G. Muga, A. Ruschhaupt und A. del Campo: *Time in Quantum Mechanics. Vol. 2*. Lecture Notes in Physics 789. Springer, Berlin Heidelberg, 2009.
- [144] D. Allan: *Statistics of atomic frequency standards*. Proc. of the IEEE, 54(2):221–230, 1966.
- [145] M. H. Schleier-Smith, I. D. Leroux und V. Vuletić: *States of an Ensemble of Two-Level Atoms with Reduced Quantum Uncertainty*. Phys. Rev. Lett., 104(7):073604, 2010.
- [146] S. Bize, P. Laurent, M. Abgrall, H. Marion, I. Maksimovic, L. Cacciapuoti, J. Grünert, C. Vian, F. P. dos Santos, P. Rosenbusch, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Wolf, A. Clairon, A. Luiten, M. Tobar und C. Salomon: *Advances in atomic fountains*. Comptes Rendus Physique, 5(8):829 – 843, 2004.
- [147] A. D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S. M. Foreman, M. M. Boyd, S. Blatt und J. Ye: *Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at  $1 \times 10^{-15}$* . Opt. Lett., 32(6):641–643, 2007.

- 
- [148] G. Santarelli, C. Audoin, A. Makdissi, P. Laurent, G. Dick und A. Clairon: *Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator*. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, 45(4):887–894, 1998.
- [149] D. Howe, D. Allan und J. Barnes: *Properties of signal sources and measurement methods*. In: *Annual Frequency Control Symposium, 35 th, Philadelphia, PA*, 1981.
- [150] W. Riley, P. L. U. Time und F. Division: *Handbook of Frequency Stability Analysis*. US Dept. of Commerce, National Institute of Standards and Technology, 2008.
- [151] F. Bloch: *Nuclear Induction*. Phys. Rev., 70(7-8):460–474, 1946.
- [152] J. C. Camparo und R. P. Frueholz: *Parameters of adiabatic rapid passage in the 0-0 hyperfine transition of  $^{87}\text{Rb}$* . Phys. Rev. A, 30(2):803–811, 1984.
- [153] A. G. Martin, K. Helmerson, V. S. Bagnato, G. P. Lafyatis und D. E. Pritchard: *rf Spectroscopy of Trapped Neutral Atoms*. Phys. Rev. Lett., 61(21):2431–2434, 1988.
- [154] C. Klempt: *Wechselwirkung in Bose-Fermi-Quantengasen*. Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2007.
- [155] J. Friebe, A. Pape, M. Riedmann, K. Moldenhauer, T. Mehlstäubler, N. Rehbein, C. Lisdat, E. M. Rasel, W. Ertmer, H. Schnatz, B. Lipphardt und G. Grosche: *Absolute frequency measurement of the magnesium intercombination transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$* . Phys. Rev. A, 78(3):033830, 2008.
- [156] F. Ramirez-Martinez, M. Lours, P. Rosenbusch, F. Reinhard und J. Reichel: *Low-phase-noise frequency synthesizer for the trapped atom clock on a chip*. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, 57(1):88–93, 2010.
- [157] P. Treutlein: *Coherent manipulation of ultracold atoms on atom chips*. Dissertation, LMU München, 2008.
- [158] C. Lacroûte: *Développement d’une horloge atomique sur puce à atomes: optimisation de la durée de cohérence et caractérisation préliminaire*. Dissertation, SYRTE, 2010.
- [159] W. Gerlach und O. Stern: *Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld*. Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei, 9:349–352, 1922.

- [160] Y. Sagi, I. Almog und N. Davidson: *Universal Scaling of Collisional Spectral Narrowing in an Ensemble of Cold Atoms*. Phys. Rev. Lett., 105(9):093001, 2010.
- [161] E. Tiemann: *Priv. Comm.*
- [162] G. Breit und I. I. Rabi: *Measurement of Nuclear Spin*. Phys. Rev., 38(11):2082–2083, 1931.
- [163] E. Arimondo, M. Inguscio und P. Violino: *Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms*. Rev. Mod. Phys., 49(1):31–75, 1977.
- [164] M. D. Swallows, M. Bishof, Y. Lin, S. Blatt, M. J. Martin, A. M. Rey und J. Ye: *Suppression of Collisional Shifts in a Strongly Interacting Lattice Clock*. Science, 331(6020):1043–1046, 2011.
- [165] M. Bishof, Y. Lin, M. Swallows, A. Gorshkov, J. Ye und A. Rey: *Resolved atomic interaction sidebands in an optical clock transition*. arXiv:1102.1016, 2011.
- [166] P. A. Altin, G. McDonald, D. Döring, J. E. Debs, T. Barter, N. P. Robins, J. D. Close, S. A. Haine, T. M. Hanna und R. P. Anderson: *Optically trapped atom interferometry using the clock transition of large  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensates*. arXiv:1011.4713, 2010.
- [167] R. Boudot, S. Guerandel, E. de Clercq, N. Dimarcq und A. Clairon: *Current Status of a Pulsed CPT Cs Cell Clock*. Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, 58(4):1217–1222, 2009.
- [168] N. Poli, M. Tarallo, M. Schioppo, C. Oates und G. Tino: *A simplified optical lattice clock*. Applied Physics B: Lasers and Optics, 97:27–33, 2009.
- [169] C. Fertig und K. Gibble: *Measurement and Cancellation of the Cold Collision Frequency Shift in an  $^{87}\text{Rb}$  Fountain Clock*. Phys. Rev. Lett., 85(8):1622–1625, 2000.
- [170] Y. Sortais, S. Bize, C. Nicolas, A. Clairon, C. Salomon und C. Williams: *Cold Collision Frequency Shifts in a  $^{87}\text{Rb}$  Atomic Fountain*. Phys. Rev. Lett., 85(15):3117–3120, 2000.
- [171] M. Riedel, P. Böhi, Y. Li, T. Hänsch, A. Sinatra und P. Treutlein: *Atom-chip-based generation of entanglement for quantum metrology*. Nature, 464(7292):1170–1173, 2010.

- 
- [172] C. Gross, T. Zibold, E. Nicklas, J. Esteve und M. Oberthaler: *Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit*. Nature, 464(7292):1165–1169, 2010.
- [173] J. Fortágh und C. Zimmermann: *Magnetic microtraps for ultracold atoms*. Rev. Mod. Phys., 79(1):235–289, 2007.
- [174] J. Reichel: *Microchip traps and Bos-Einstein condensation*. Applied Physics B: Lasers and Optics, 74:469–487, 2002.
- [175] R. Folman, P. Krueger, J. Schmiedmayer, J. Denschlag und C. Henkel: *Microscopic atom optics: from wires to an atom chip*. Adv. At. Mol. Opt. Phys., 48:263, 2002.
- [176] M. D. Barrett, J. A. Sauer und M. S. Chapman: *All-Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., 87(1):010404, 2001.
- [177] P. Wolf, C. Bordé, A. Clairon, L. Duchayne, A. Landragin, P. Lemonde, G. Santarelli, W. Ertmer, E. Rasel, F. Cataliotti, M. Inguscio, G. Tino, P. Gill, H. Klein, S. Reynaud, C. Salomon, E. Peik, O. Bertolami, P. Gil, J. Páramos, C. Jentsch, U. Johann, A. Rathke, P. Bouyer, L. Cacciapuoti, D. Izzo, P. De Natale, B. Christophe, P. Touboul, S. Turyshev, J. Anderson, M. Tobar, F. Schmidt-Kaler, J. Vigué, A. Madej, L. Marmet, M.-C. Angonin, P. Delva, P. Tournenc, G. Metris, H. Müller, R. Walsworth, Z. Lu, L. Wang, K. Bongs, A. Toncelli, M. Tonelli, H. Dittus, C. Lämmerzahl, G. Galzerano, P. Laporta, J. Laskar, A. Fienga, F. Roques und K. Sengstock: *Quantum physics exploring gravity in the outer solar system: the SAGAS project*. Experimental Astronomy, 23:651–687, 2009.
- [178] E. Peik und A. Bauch: *Wozu brauchen wir genauere Uhren?* PTB-Mitteilungen (Themenschwerpunkt QUEST), 119(2):112, 2009.
- [179] C. Salomon, N. Dimarcq, M. Abgrall, A. Clairon, P. Laurent, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Urich, L. G. Bernier, G. Busca, A. Jornod, P. Thomann, E. Samain, P. Wolf, F. Gonzalez, P. Guillemot, S. Leon, F. Nouel, C. Sirmain und S. Feltham: *Cold atoms in space and atomic clocks: ACES*. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IV - Physics, 2(9):1313 – 1330, 2001.
- [180] L. Cacciapuoti, N. Dimarcq, G. Santarelli, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, P. Berthoud, A. Jornod, F. Reina, S. Feltham und C. Salomon: *Atomic Clock Ensemble in Space: Scientific Objectives and*

- Mission Status*. Nuclear Physics B - Proceedings Supplements, 166:303 – 306, 2007.
- [181] P. Laurent, M. Abgrall, C. Jentsch, P. Lemonde, G. Santarelli, A. Clairon, I. Maksimovic, S. Bize, C. Salomon, D. Blonde, J. Vega, O. Grosjean, F. Picard, M. Saccoccio, M. Chaubet, N. Ladiette, L. Guillet, I. Zenone, C. Delaroche und C. Sirmain: *Design of the cold atom PHARAO space clock and initial test results*. Applied Physics B: Lasers and Optics, 84:683–690, 2006.
- [182] K. Hammerer, A. S. Sørensen und E. S. Polzik: *Quantum interface between light and atomic ensembles*. Rev. Mod. Phys., 82(2):1041–1093, 2010.
- [183] C. Simon, M. Afzelius, J. Appel, A. Boyer de la Giroday, S. J. Dewhurst, N. Gisin, C. Y. Hu, F. Jelezko, S. Kröll, J. H. Müller, J. Nunn, E. S. Polzik, J. G. Rarity, H. De Riedmatten, W. Rosenfeld, A. J. Shields, N. Sköld, R. M. Stevenson, R. Thew, I. A. Walmsley, M. C. Weber, H. Weinfurter, J. Wrachtrup und R. J. Young: *Quantum memories*. The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics, 58:1–22, 2010.
- [184] D. N. Matsukevich, T. Chanelière, S. D. Jenkins, S.-Y. Lan, T. A. B. Kennedy und A. Kuzmich: *Deterministic Single Photons via Conditional Quantum Evolution*. Phys. Rev. Lett., 97(1):013601, 2006.
- [185] Y. O. Dudin, S. D. Jenkins, R. Zhao, D. N. Matsukevich, A. Kuzmich und T. A. B. Kennedy: *Entanglement of a Photon and an Optical Lattice Spin Wave*. Phys. Rev. Lett., 103(2):020505, 2009.
- [186] H. de Riedmatten, J. Laurat, C. W. Chou, E. W. Schomburg, D. Felinto und H. J. Kimble: *Direct Measurement of Decoherence for Entanglement between a Photon and Stored Atomic Excitation*. Phys. Rev. Lett., 97(11):113603, 2006.
- [187] C.-W. Chou, J. Laurat, H. Deng, K. S. Choi, H. de Riedmatten, D. Felinto und H. J. Kimble: *Functional quantum nodes for entanglement distribution over scalable quantum networks*. Science, 316(5829):1316–1320, 2007.
- [188] S. B. Papp, K. S. Choi, H. Deng, P. Lougovski, S. J. van Enk und H. J. Kimble: *Characterization of Multipartite Entanglement for One Photon Shared Among Four Optical Modes*. Science, 324(5928):764–768, 2009.

- [189] B. Zhao, Y.-A. Chen, X.-H. Bao, T. Strassel, C.-S. Chuu, X.-M. Jin, J. Schmiedmayer, Z.-S. Yuan, S. Chen und J.-W. Pan: *A millisecond quantum memory for scalable quantum networks*. Nat Phys, 5(2):95–99, 2008.
- [190] R. Zhao, Y. Dudin, S. Jenkins, C. Campbell, D. Matsukevich, T. Kennedy und A. Kuzmich: *Long-lived quantum memory*. Nat Phys, 5(2):100–104, 2008.



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Übergang zum Bose-Einstein-Kondensat . . . . .	13
2.2	Bosonische Stimulation . . . . .	15
2.3	Bose-Einstein-Statistik . . . . .	18
2.4	Anteil kondensierter Teilchen in Abhängigkeit von $T/T_c$ . . . . .	21
2.5	Räumliche Verteilung der Phasenraumdichte . . . . .	23
3.1	Vakuumsystem . . . . .	31
3.2	Atomquellen . . . . .	32
3.3	Lichtinduzierte Atomdesorption (LIAD) . . . . .	33
3.4	Termschema der D2-Linie von $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	34
3.5	Lasersysteme für Kalium und Rubidium . . . . .	36
3.6	Fotografie der Lasersysteme . . . . .	36
3.7	Magneto-optische Falle . . . . .	39
3.8	Teilchenzahlmessung der MOT . . . . .	40
3.9	Temperaturbestimmung nach der optischen Melasse . . . . .	41
3.10	Zustandspräparation durch optisches Pumpen . . . . .	43
3.11	Realisierung der MOT- und Transportspulen . . . . .	44
3.12	Magnetischer Transport . . . . .	45
3.13	Stationäre Quadrupolfalle . . . . .	46
3.14	Mikrowellenevaporation (Skizze) . . . . .	47
3.15	Effizienz der Mikrowellenevaporation . . . . .	49
3.16	Aufbau der Dipolstrahlen . . . . .	51
3.17	Hybridfalle . . . . .	53
3.18	Evaporationsrampen in der Hybridfalle . . . . .	54
3.19	Phasenraumdichte in der Hybridfalle . . . . .	55
3.20	Fallenpotenzial der gekreuzten Falle . . . . .	56
3.21	Evaporationsrampen in der gekreuzten Dipolfalle . . . . .	57
3.22	Phasenraumdichte in der gekreuzten Dipolfalle . . . . .	57
3.23	Atomlaser . . . . .	58
3.24	Detektionsaufbau . . . . .	59
3.25	Spektroskopie auf dem Detektionsübergang . . . . .	60
3.26	Kalibrierung der Teilchenzahl . . . . .	61
3.27	Messung der Temperatur . . . . .	62
3.28	Messung der Fallenfrequenzen . . . . .	64

4.1	Rabi-Oszillationen . . . . .	69
4.2	Ramsey-Oszillationen . . . . .	70
4.3	Ramsey-Spektroskopie, Bloch-Kugel . . . . .	71
4.4	Arbeitspunkt einer Uhr . . . . .	72
4.5	Allan-Varianz: überlappende und nicht überlappende Bereiche . . . . .	79
4.6	Rauschen im doppeltlogarithmischen $\sigma_y(\tau)$ -Plot . . . . .	81
5.1	Gekoppelte $ F=2\rangle$ -Spinzustände . . . . .	85
5.2	Magnetfeld für schnelle adiabatische Passagen . . . . .	86
5.3	Absorptionsaufnahmen nach schnellen adiabatischen Passagen . . . . .	87
5.4	Kalibrierung der Magnetfeldkompensation . . . . .	89
5.5	Spektroskopie des Hintergrundmagnetfelds . . . . .	90
5.6	Rabi-Oszillationen . . . . .	91
5.7	Rauscharme Mikrowellenerzeugung . . . . .	95
5.8	Ramsey-Sequenz mit konstanter Haltezeit . . . . .	96
5.9	Stern-Gerlach-Detektion . . . . .	99
5.10	Typische Ramsey-Sequenz, Stern-Gerlach-Separation . . . . .	100
6.1	Dephasierung auf der Bloch-Kugel . . . . .	105
6.2	Kontrastabnahme durch Dephasierung . . . . .	107
6.3	Dichteverchiebung . . . . .	111
6.4	Lichtverschiebung . . . . .	113
6.5	Zeeman-Verschiebungen . . . . .	115
6.6	Rotationseffekt identischer Spinzustände (ISRE) . . . . .	116
6.7	Pseudo-Spin-Basis . . . . .	120
6.8	Revivals: Spin-Selbstrephasierung in Abhängigkeit von der Dichte . . . . .	123
6.9	Fits an das numerische Modell . . . . .	124
6.10	Differenzielle Teilchenzahlverluste . . . . .	126
6.11	Sehr lange Kohärenzzeit . . . . .	127
7.1	Frequenzstabilität und Rauschbeiträge . . . . .	133
7.2	Magnetfeldrauschen . . . . .	135
7.3	Intensitätsrauschen der Dipolstrahlen . . . . .	136
7.4	Fluktuationen der Dipolstrahlposition . . . . .	138
7.5	Detektions- und Präparationsrauschen . . . . .	141
7.6	Stabilitätsbudget für das Szenario einer Mikrowellenuhr . . . . .	144

## Publikationsliste

- *Extended Coherence Time on the Clock Transition of Optically Trapped Rubidium*  
G. Kleine Büning, J. Will, W. Ertmer, E. Rasel, J. Arlt, C. Klempt, F. Ramirez-Martinez, F. Piéchon, P. Rosenbusch,  
Phys. Rev. Lett. **106**, 240801 (2011),  
[dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.240801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.240801)
- *A slow gravity compensated atom laser,*  
G. Kleine Büning, J. Will, W. Ertmer, C. Klempt, J. Arlt,  
Appl. Phys. B **100**, 117 (2010),  
[dx.doi.org/10.1007/s00340-010-4078-7](https://doi.org/10.1007/s00340-010-4078-7)
- *Damped Bloch oscillations of Bose-Einstein condensates in disordered potential gradients,*  
S. Drenkelforth, G. Kleine Büning, J. Will, T. Schulte, N. Murray, W. Ertmer, L. Santos, J. Arlt,  
New J. Phys. **10**, 45027 (2008),  
[dx.doi.org/10.1088/1367-2630/10/4/045027](https://doi.org/10.1088/1367-2630/10/4/045027)
- *Dynamics of Bloch oscillations in disordered lattice potentials,*  
T. Schulte, S. Drenkelforth, G. Kleine Büning, W. Ertmer, J. Arlt, M. Lewenstein, and L. Santos,  
Phys. Rev. A **77**, 23610 (2008),  
[dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.77.023610](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.77.023610)
- *Lasersystem zum Fangen und Kühlen von  $^{87}\text{Rb}$ ,*  
G. Kleine Büning,  
Diplomarbeit (2006)
- *Strumentazione ottica innovativa per il rilievo precoce del danneggiamento delle barriere termiche (nelle turbine a gas di nuova generazione),*  
L. De Maria, G. Kleine Büning, V. Sergo, A. Martinelli, P. Lupettin, C. Rinaldi, U. Perini,  
Conf. Naz. Prove non Distruttive, Monitoraggio e Diagnostica – 11° Congr. Naz. dell’AIPnD (Milano, 2005),  
[www.rse-web.it/Documenti/SintesiDoc.aspx?idN=101255&idD=313228](http://www.rse-web.it/Documenti/SintesiDoc.aspx?idN=101255&idD=313228)



# Lebenslauf

Name Kleine Büning, Georg  
Geburtsdatum/-ort 24. 12. 1981, Recklinghausen, Deutschland

## Promotionsstudium

1/2007 - 5/2011 Doktorarbeit am *Institut für Quantenoptik* der *Leibniz Universität Hannover* mit dem Thema:  
„Lange Kohärenzzeit optisch gefangener Ensembles“

Förderung durch das *European Graduate College Interference and Quantum Applications* und das *Centre for Quantum Engineering and Space-Time Research (QUEST)*

## Studium

10/2001 - 11/2006 Studium an der *Leibniz Universität Hannover*, Abschluss  
Diplom-Physiker, Studienrichtung Technische Physik

12/2005 - 11/2006 Diplomarbeit am *Institut für Quantenoptik* mit dem Thema:  
„Lasersystem zum Fangen und Kühlen von  $^{87}\text{Rb}$ “

10/2003 - 9/2004 Auslandsaufenthalt in Mailand an der *Università degli Studi di Milano* im Rahmen des *Erasmus*-Programms

## Schulabschluss

6/2001 Abitur am *Clemens-Brentano-Gymnasium* in Dülmen

## Praktika

6/2004 - 9/2004 Praktikum  
Entwicklung einer portablen Apparatur zur Untersuchung von mechanischen Spannungen in Turbinenblättern mittels Fluoreszenzspektroskopie.  
*CESI S.p.A. (jetzt RSE S.p.A.)*, Via Rubattino 54, 20134 Milano, Italien

4/2002 - 12/2002 Hilfwissenschaftler  
Weiterentwicklung einer Rapid-Prototyping-Apparatur  
*Laser Zentrum Hannover*, Hollerithalle 8, 30419 Hannover