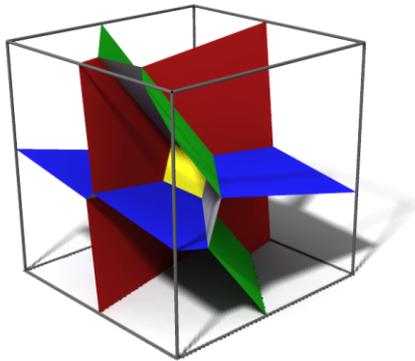


Maximilian Christoph Rogge

# Einzel-, Doppel- und Dreifachquantenpunkte im Transport



Dissertation







# Einzel-, Doppel- und Dreifachquantenpunkte im Transport

Von der Fakultät für Mathematik und Physik  
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften  
– Dr. rer. nat. –

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Phys. Maximilian Christoph Rogge  
geboren am 28. Dezember 1976 in Hannover

2008

Referent: Prof. Dr. Rolf J. Haug  
Korreferent: Prof. Dr. Michael Oestreich  
Tag der Promotion: 03.12.2008

## Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Herstellung verschiedenster lateraler Einzel-, Doppel- und Dreifachquantenpunkte sowie die Untersuchung dieser Strukturen mit Mitteln des elektronischen Transports.

Zur Herstellung auf Basis von GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen kamen Verfahren der optischen Lithographie zum Einsatz sowie die teils auch kombinierte Lithographie mit dem Elektronen- und dem Rasterkraftmikroskop.

Neben der Beobachtung grundlegender Effekte wie der Coulomb-Blockade wurden an Einzelquantenpunkten vor allem durch Ladungsdetektion und Magnetotransportmessungen Ergebnisse erzielt. Ladungsmessungen mit Hilfe von Quantenpunktkontakten lieferten Erkenntnisse zu Tunnelraten und der Ausdehnung von Wellenfunktionen. Im Magnetfeld kam neben Aspekten des Fock-Darwin-Spektrums vor allem der Elektronenspin zur Geltung. Untersucht wurden Zeeman-Effekt, Spinpairing, Spinblockade und Kondo-Effekt. Die Kombination von Spinblockade und Kondo-Effekt ermöglicht Aussagen zur Spinkonfiguration, die von der Elektronenzahl abhängt.

An Doppelquantenpunkten verschiedener Geometrie wurden mit der kapazitiven Kopplung und der Tunnelkopplung zwei Kopplungsmechanismen untersucht, die im Energiespektrum von Grundzuständen und von angeregten Zuständen nachgewiesen werden konnten. Es gelang, mittels Gate-Spannung und Magnetfeld Kopplungsart und -stärke frei zu variieren. Bei kapazitiver Kopplung wurde erneut die Spinblockade untersucht. Die Analyse von Kopplungseffekten wurde mit Transport- und Ladungsmessungen durchgeführt. Letztere ermöglichen neben Erkenntnissen zu Tunnelraten auch die Detektion von Molekülzuständen.

An Dreifachquantenpunkten wurde das dreidimensionale Ladungsdiagramm untersucht. Es gelang, die Energien aller drei Quantenpunkte frei durchzustimmen. Die Entstehung von Resonanzen wurde im Transport und durch Ladungsdetektion beobachtet. Durch eine sternförmige Probengeometrie wurden Zweipfadmessungen möglich, die als neue Messgröße die Unterscheidbarkeit der Physik von Doppel- und Dreifachquantenpunkten liefern.

**Schlagerworte:** gekoppelte Quantenpunkte, Spinblockade, Kondo-Effekt



## Abstract

This thesis describes the fabrication of different lateral single, double and triple quantum dots as well as the investigation of these devices with electronic transport.

Based on GaAs/AlGaAs heterostructures, the fabrication was carried out using optical lithography and lithography with a scanning electron microscope and an atomic force microscope. The latter ones were also used in combination.

Aside from basic effects like Coulomb blockade the analysis of single quantum dots particularly yielded results by charge detection and magnetotransport. With charge detection using quantum point contacts conclusions were attained concerning tunneling rates and the extension of wave functions. In a magnetic field the influence of the electronic spin is important aside from aspects concerning the Fock-Darwin spectrum. Analyses were performed on Zeeman effect, spin pairing, spin blockade and Kondo effect. The combination of spin blockade and Kondo effect allows statements concerning the spin configuration, which depends on the electron number.

With double quantum dots of different geometries the two mechanisms of capacitive coupling and tunnel coupling were analyzed. They were found in spectra of ground and excited states. With gate voltage and magnetic field it was possible to freely vary character and strength of coupling. With capacitive coupling, spin blockade was investigated again. The analysis of coupling effects was performed using transport and charge measurements. Aside from results on tunneling rates the latter one allows to detect molecular states.

Concerning triple quantum dots the three dimensional stability diagram was analyzed. The free variation of energies of all three dots was achieved. The evolution of resonances was observed with transport and charge detection. With a starlike device geometry it was possible to perform two-path measurements. They provide a new measurand, the distinguishability of double and triple dot physics.

**Keywords:** coupled quantum dots, spin blockade, Kondo effect



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Einführung</b>	<b>17</b>
2.1	Elektronische Zustände in niederdimensionalen Systemen . . .	17
2.1.1	Elektronische Zustandsdichten - von 3D zu 0D . . . . .	17
2.1.2	2D-Zustandsdichte im Magnetfeld - Landau-Quantisierung . . . . .	20
2.1.3	Elektronische Zustände in Quantenpunkten . . . . .	22
2.2	Elektronischer Transport als spektroskopische Methode . . .	26
2.2.1	Niederdimensionale Systeme als Zuleitungen . . . . .	28
2.2.2	2D-0D-2D Transport . . . . .	30
2.2.3	Steuerparameter zur Aufnahme von Quantenpunktspektren . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Herstellung von Quantenpunkten</b>	<b>37</b>
3.1	Wahl des Systems . . . . .	37
3.1.1	Galliumarsenid - GaAs . . . . .	38
3.2	Heterostrukturen . . . . .	40
3.2.1	Verwendete Heterostrukturen . . . . .	41
3.3	Lithographie . . . . .	44
3.3.1	Optische Lithographie . . . . .	44
3.3.2	Elektronenstrahlithographie . . . . .	47
3.3.3	Lokale anodische Oxidation . . . . .	49
3.3.4	Vergleich Elektronenstrahlithographie - lokale anodische Oxidation . . . . .	52
3.3.5	Kombination Elektronenstrahlithographie - lokale anodische Oxidation . . . . .	54

<b>4</b>	<b>Messmethodik</b>	<b>57</b>
4.1	Kryotechnik . . . . .	57
4.2	Messaufbau zur Transportmessung . . . . .	59
<b>5</b>	<b>Proben</b>	<b>63</b>
5.1	Einzelquantenpunkte . . . . .	63
5.2	Doppelquantenpunkte . . . . .	66
5.3	Dreifachquantenpunkte . . . . .	67
5.4	Sonstige Proben . . . . .	69
<b>6</b>	<b>Effekte in Einzelquantenpunkten</b>	<b>73</b>
6.1	Grundlagen . . . . .	73
6.1.1	Strom und differentielle Leitfähigkeit . . . . .	73
6.1.2	Coulomb-Blockade . . . . .	77
6.1.3	Energieskalen . . . . .	80
6.1.4	Bestimmung der Elektronenzahl . . . . .	81
6.2	Ladungsdetektion . . . . .	82
6.2.1	Quantenpunktkontakt als Ladungsdetektor . . . . .	82
6.2.2	Ausweitung des Messbereiches . . . . .	84
6.2.3	Quantenpunktkontakt als Gate . . . . .	87
6.2.4	Verhältnis von Tunnelraten . . . . .	89
6.2.5	Auswirkung des Tunnelratenverhältnisses auf den Transport . . . . .	95
6.3	Quantenpunkte im Magnetfeld . . . . .	96
6.3.1	Fock-Darwin-Spektrum . . . . .	96
6.3.2	Abweichungen vom Fock-Darwin-Spektrum . . . . .	102
6.3.3	Spinblockade . . . . .	107
6.3.4	Kondo-Effekt . . . . .	115
6.3.5	Kombination von Spinblockade und Kondo-Effekt . . . . .	118
6.4	Fazit . . . . .	133
<b>7</b>	<b>Effekte in Doppelquantenpunkten</b>	<b>135</b>
7.1	Kopplungseffekte . . . . .	135
7.1.1	Kapazitive Kopplung . . . . .	135
7.1.2	Tunnelkopplung . . . . .	139
7.1.3	Anordnung der Zuleitungen . . . . .	142
7.1.4	Variation der Kopplung . . . . .	146

7.1.5	Spinblockade bei kapazitiver Kopplung . . . . .	149
7.2	Angeregte Zustände . . . . .	151
7.2.1	Angeregte Zustände bei schwacher Tunnelkopplung .	151
7.2.2	Angeregte Zustände bei starker Tunnelkopplung . .	158
7.3	Ladungsdetektion . . . . .	162
7.3.1	Lineares Regime . . . . .	162
7.3.2	Nichtlineares Regime . . . . .	164
7.4	Fazit . . . . .	172
<b>8</b>	<b>Effekte in Dreifachquantenpunkten</b>	<b>175</b>
8.1	Ladungsdiagramme . . . . .	175
8.2	Transport . . . . .	185
8.2.1	Simultane Zweifadmessungen . . . . .	187
8.3	Fazit . . . . .	195
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>197</b>
9.1	Erkenntnisse zu Einzelquantenpunkten . . . . .	197
9.2	Erkenntnisse zu Doppelquantenpunkten . . . . .	198
9.3	Erkenntnisse zu Dreifachquantenpunkten . . . . .	199
9.4	Schlussbemerkung . . . . .	199

## Anhang

<b>Rezepturen zur Lithographie</b>	<b>III</b>
Optische Lithographie . . . . .	III
Mesa . . . . .	III
Ohmsche Kontakte . . . . .	IV
Elektronenstrahlolithographie . . . . .	IV
<b>Symbole und Abkürzungen</b>	<b>VII</b>
Symbole . . . . .	VII
Abkürzungen . . . . .	XIII
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>XV</b>

<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>XXI</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>XXXV</b>
<b>Publikationen</b>	<b>XXXVII</b>
<b>Danksagung</b>	<b>XLI</b>

# 1 Einleitung

Was ist ein Quantenpunkt? Beschränkt man sich auf die grundlegenden Eigenschaften, die in den beiden Wortteilen „Quanten“ und „Punkt“ zum Ausdruck kommen, lässt sich folgende Definition formulieren: Quantenpunkte sind Objekte, die ein Einschlusspotential in allen drei Raumdimensionen bereitstellen, welches eine korrekte Beschreibung der darin gefangenen Teilchen nur mit Hilfe der Quantenmechanik erlaubt. Im Sinne der Quantenmechanik sind solche Gebilde nulldimensional, also punktförmig, da sie keine freie Bewegung mehr zulassen. Aus der Natur bestens bekannt sind elektronische Einschlusspotentiale erzeugt durch Atomkerne, die durch ihre positive Ladung Elektronen binden. Mittlerweile lassen sich ähnliche Systeme künstlich herstellen und sind zum intensiven Forschungsfeld moderner Physik geworden. Es sind vor allem zwei Eigenschaften, die Quantenpunkte so ungemein interessant machen und die Bezeichnung „mesoskopisch“ rechtfertigen: je nach Sichtweise sind sie zum Einen außerordentlich klein, zum Anderen außerordentlich groß.

Klein sind sie ganz offensichtlich im Vergleich zur täglichen menschlichen Erfahrungswelt. Laterale Quantenpunkte sind mit einem Durchmesser von 10 bis 100 Nanometern mit optischen Methoden nicht mehr sichtbar. Komplexe Geräte und Verfahren werden benötigt, um sie zu betrachten oder gar herzustellen. Um Untersuchungen durchführen zu können, müssen sie bis nah an den absoluten Temperaturnullpunkt abgekühlt werden, kälter als das Vakuum des Weltraums.

Klein sind sie aber vor allem in Bezug auf physikalische Eigenschaften. Ihre Ausdehnung ist so gering, dass die Quantisierung der Ladung messbar wird und einzelne Elektronen gezählt werden können [1]. Im Sinne der Quantenmechanik sind sie durch ihre Nulldimensionalität gar so klein wie nur irgend möglich. Ihr Einschlusspotential macht die klassische Beschreibung der darin befindlichen Elektronen und ihrer Bewegung in allen drei Raumrichtungen unmöglich. Stattdessen entstehen diskrete Zustände ähn-

lich denen von Atomen [2]. Orbitale sind vorhanden, es bilden sich Schalen aus, man beobachtet die Hundesche Regel und magische Zahlen [3]. Abhängig von der Zahl der Elektronen lassen sich Quantenpunkte in Periodensystemen anordnen [4]. Verbindet man mehrere, entstehen bindende und antibindende Zustände gleich denen von Molekülen [5]. Im Sinne der Quantenmechanik sind Quantenpunkte damit als künstliches Pendant zu Atomen kleiner als jeder Transistor, der sich trotz ähnlicher Abmessungen im Wesentlichen klassisch beschreiben lässt. Auf der Skala ewig schrumpfender Elektronikbauelemente scheinen sie das untere Ende zu markieren, eben jenes Ende, welches die Halbleiterindustrie zu erreichen droht und welches den klassischen Computer an seine Grenzen stoßen lässt; ein Ende aber, welches zugleich ein Anfang wäre: Quantenpunkte gelten als mögliche Basiselemente für zukünftige Quantencomputer, neuartige Rechner, die den Spin eines Elektrons, gefangen auf einem Quantenpunkt, als quantenmechanisches Bit, sog. Qubit, verwenden und damit ungeahnte Möglichkeiten eröffnen [6].

Quantenpunkte sind also in gewissem Sinne klein. Gemessen an ihren Eigenschaften sind sie jedoch riesig. Sie mögen zwar Atomen ähneln, ihre Größe aber entspricht der von tausenden. Mit ihrer im Vergleich zu Atomen riesigen Fläche reduzieren sie die für verschiedenste Effekte nötige Magnetfeldstärke, die so mit Labormethoden messbar werden [4, 7]. Trotz atomarer Eigenschaften sind Quantenpunkte derart groß, dass sie sich, wenn auch unter großem Aufwand, herstellen und individuell manipulieren lassen. Die Wissenschaft ist nicht mehr nur auf die Beobachtung natürlicher Atome beschränkt. Künstliche Atome können entworfen und gestaltet werden. Es entsteht Raum für Kreativität und Erfindergeist. So rücken Quantenpunkte die Quantenmechanik in eine Größenordnung, die sich im wörtlichen Sinne begreifen lässt, wenn auch nur mit dem Tastfinger eines Rasterkraftmikroskops. Diese relative Größe bietet Möglichkeiten, die über die Entwicklung eines Quantencomputers vielleicht weit hinaus gehen, Möglichkeiten zur Erforschung der Quantenmechanik selbst.

Eine erste Vorahnung auf die spätere Entwicklung von Quantenpunkten gab die Entdeckung der durch Coulomb-Abstoßung einzelner Elektronen verursachten Coulomb-Blockade in Gold-Nanopartikeln [1, 8]. Zwar handelte es sich noch nicht um quantenmechanische Einschlusspotentiale, also solche, in denen die Wellennatur der Elektronen dominiert, grundlegende

---

Eigenschaften von Quantenpunkten, die auf der Quantisierung der Ladung beruhen, wurden hier aber bereits vorweg genommen. Später wurden solche Eigenschaften auch in anderen Systemen entdeckt. Mit der Entwicklung nanotechnologischer Geräte und Methoden wie der Elektronenstrahlolithographie [9–12] oder dem Rasterkraftmikroskop [13] gelang es, Strukturen in Halbleitermaterialien zu schaffen, die neben der Coulomb-Blockade auch die Zustandsquantisierung mit diskreten Energien zeigten. Mittlerweile gibt es unzählige einzelne und gekoppelte Quantenpunkte verschiedenster Bauart [2, 4, 7, 14–16]. Ein breites Spektrum physikalischer Effekte wurde im Transport oder mit optischen Methoden untersucht bis hin zur Schaffung von Qubits durch kohärente Spinmanipulation [17].

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit Elektronentransport durch einzelne und gekoppelte laterale Quantenpunkte auf Basis von GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen. Auch in diesen Quantenpunkten zeigen sich die allgemeinen Eigenschaften von Elektronen wie Masse, Ladung, Spin und Welleilchen-Dualismus. Die Masse ist durch die Bandstruktur des zugrundeliegenden Materials gegeben und skaliert das Energiespektrum. Der Einfluss von Ladung, Spin und Wellencharakter ist dann Objekt wissenschaftlicher Untersuchungen.

Diese drei Bereiche sind als logische Stränge zu verstehen, die auch diese Arbeit durchziehen. Sie überschneiden sich allerdings vielfach und sind meist nur im Zusammenhang zu verstehen. Sie verlaufen komplementär zu anderen logischen Verknüpfungen wie etwa dem Vergleich klassischer Physik (im Besonderen Elektrostatik) mit der Quantenmechanik. Viele Effekte lassen sich unter dem Begriff Kopplungseffekte zusammenfassen (Kopplung zu Zuleitungen, Kopplung zwischen Quantenpunkten). Hinzu kommen technische Aspekte wie z. B. die Art der Messung (Strom- oder Ladungsmessung) oder die Herstellungsmethode (lokale anodische Oxidation und Elektronenstrahlolithographie). Schließlich ist auch die Zuordnung der Effekte zu den insgesamt acht untersuchten Proben möglich, die allerdings wenig Einsicht bietet.

Die Gliederung einer solchen Arbeit kann niemals alle thematischen Verknüpfungen berücksichtigen. Hier wurde eine Einteilung gewählt, die ebenso der Komplexität der Probenstruktur folgt wie auch den wesentlichen physikalischen Zusammenhängen. Sie verknüpft verschiedenste Aspekte und erscheint ebenso intuitiv wie konstruktiv. Es ist schlicht die Gliederung nach

der Zahl der jeweils beteiligten Quantenpunkte:

Eins, zwei, drei.

Zunächst aber sind der Beschreibung der Messdaten einige vorbereitende Kapitel vorangestellt. So wird die Thematik in **Kapitel 2** einführend theoretisch betrachtet. Es werden Fragen erörtert zum Energiespektrum niederdimensionaler Systeme, vor allem natürlich von lateralen Quantenpunkten, sowie zur Bedeutung des elektrischen Transports als spektroskopische Untersuchungsmethode.

Es folgt in **Kapitel 3** die Erläuterung der den Proben zugrundeliegenden Materialsysteme (Galliumarsenid, Heterostrukturen, zweidimensionale Elektronengase) und der Herstellungsmethoden (optische Lithographie, Elektronenstrahlolithographie, Lithographie mit dem Rasterkraftmikroskop).

Danach werden in **Kapitel 4** die Messverfahren vorgestellt mit einer Einführung in die Kryotechnik und in den Messaufbau.

Den Messdaten direkt vorangestellt ist in **Kapitel 5** die Beschreibung der insgesamt zehn Proben, von denen acht untersucht wurden.

Anschließend beginnt der Hauptteil der Arbeit, die Vorstellung der Messergebnisse.

In **Kapitel 6** werden die Ergebnisse zusammengefasst, die der Physik einzelner Quantenpunkte zugeordnet werden können. Zu Beginn werden grundlegende Effekte beschrieben, die für jeden lateralen Quantenpunkt typisch sind. Dabei handelt es sich im Wesentlichen um die Sichtbarkeit quantenmechanischer Zustände im Transport sowie um die Coulomb-Blockade. Im Anschluss werden Effekte gezeigt, die durch Ladungsdetektion mit Hilfe eines Quantenpunktkontaktes gefunden wurden. Die Funktionsweise der Ladungsdetektion wird demonstriert sowie die Abhängigkeit der mittleren Ladung vom Verhältnis der Tunnelraten und von der Ausdehnung der Wellenfunktionen von Grundzuständen und angeregten Zuständen. Es folgen Ergebnisse im senkrechten Magnetfeld. Hier sind neben Untersuchungen zum Fock-Darwin-Spektrum und zur Landau-Quantisierung im Wesentlichen alle Effekte vereint, die den Spin des Elektrons betreffen. Stichworte sind Zeeman-Aufspaltung, Spinpairing, Spinblockade inklusive negativer differentieller Leitfähigkeit, Kondo-Effekt, Kondo-Schachbrettmuster,

---

Kombination von Spinblockade und Kondo-Effekt, Analyse der Spinkonfiguration, Abhängigkeit der Spinkonfiguration von der Elektronenzahl, Hundesche Regel.

Aufbauend auf den Erkenntnissen zu Einzelquantenpunkten werden in **Kapitel 7** Ergebnisse zu Doppelquantenpunkten dargestellt. Die Auswirkungen kapazitiver Kopplung zwischen Quantenpunkten wie auch von endlicher Tunnelkopplung werden in Ladungsdiagrammen analysiert. Der Einfluss der Geometrie der Proben auf die Leitfähigkeit wird ebenso erläutert wie die Wirkung verschiedener Parameter auf eine kontinuierlich veränderbare Kopplungsstärke. Bei kapazitiver Kopplung wird das Verhalten der Spinblockade betrachtet. Im Anschluss daran werden angeregte Zustände bei schwacher und bei starker Tunnelkopplung analysiert, die den atomaren bzw. molekularen Charakter der Doppelquantenpunkte zeigen. Zuletzt wird die mittlere Ladung in linearen und nichtlinearen Messungen mit Hilfe der Ladungsdetektion untersucht. Bei endlicher Anregungsspannung hängt die mittlere Ladung vom Verhältnis von Tunnelraten ab und gibt zudem Aufschluss über Art und Stärke der Kopplung.

Das letzte Kapitel zur Messdatenanalyse ist den komplexesten Systemen dieser Arbeit gewidmet, deren Verständnis auf den beiden vorangegangenen Kapiteln fußt. Thema von **Kapitel 8** sind Dreifachquantenpunkte. Ausführlich werden die dreidimensionalen Ladungsdiagramme für Dreifachquantenpunkte beschrieben und die Entstehung von Dreifachresonanzen in Ladungsdiagrammen gezeigt. Den Abschluss bildet die Analyse des Transports durch ein sternförmiges Dreifachquantenpunktsystem mit zwei simultan messbaren Transportpfaden und gleichzeitiger Ladungsdetektion.

Die Arbeit endet mit einer Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse in **Kapitel 9**.



# 2 Theoretische Einführung

Für die Untersuchung niederdimensionaler Systeme, hier im Besonderen von nulldimensionalen Systemen in ihrer Realisierung als laterale Quantenpunkte, ist vor allem die Spektroskopie der elektronischen Zustände von Bedeutung. Als spektroskopische Methode wird der elektronische Transport durch diese Systeme verwendet. Es stellen sich daher zwei grundlegende Fragen, die die Struktur dieses Kapitels vorgeben:

Welche elektronischen Zustände sind in niederen Dimensionen prinzipiell zu erwarten?

Wie lässt sich elektronischer Transport zur Spektroskopie solcher Zustände nutzen?

## 2.1 Elektronische Zustände in niederdimensionalen Systemen

### 2.1.1 Elektronische Zustandsdichten - von 3D zu 0D

Die Zustandsdichte  $D(E)$  beschreibt den Zusammenhang zwischen Energie  $E$  und der Zahl besetzbarer Zustände  $Z$  eines Systems [18]. In einem Energieintervall  $dE$  besitzt ein Körper der Dimensionalität  $d$  mit Kantenlänge  $L$  und Volumen  $V = L^d$

$$dZ = V \cdot D(E) \cdot dE \quad (2.1)$$

Energiezustände. Damit beschreibt die Zustandsdichte eine wesentliche Eigenschaft eines Systems, sein Energiespektrum. Sie ist folglich die Größe, die es zu messen gilt, will man elektronische Eigenschaften untersuchen. Im Folgenden werden die Zustandsdichten freier Elektronengase, wie sie in elektronischen Halbleitern vorliegen, in 3D, 2D und 1D dargestellt.

Zur Berechnung der Zustandsdichte freier Elektronengase betrachtet man die Verteilung besetzbarer Zustände im Impulsraum. In einem System mit Kantenlänge  $L$  sind die Zustände gleichmäßig im Impulsraum verteilt mit einem Abstand von  $\frac{\pi}{L}$ . Die Zustandsdichte lässt sich auch berechnen, wenn man die Länge  $L$  als Periodizitätslänge eines periodischen Systems versteht. Dann besitzen die möglichen Zustände einen Abstand von  $\frac{2\pi}{L}$ . In drei Dimensionen kommt dann einem Zustand das Volumen im Impulsraum  $V_k = (\frac{2\pi}{L})^3$  zu. Bei einer Energie  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$  mit effektiver Masse  $m^*$  sind alle Zustände innerhalb der Fermikugel mit Volumen  $V_F = \frac{4}{3}\pi k^3$  besetzt (ohne periodische Randbedingungen betrachtet man nur den positiven Oktanten der Fermikugel). Die Zahl der Zustände ergibt sich zu  $Z_L = \frac{V_F}{V_k}$ . Bei einer Energieänderung um  $dE$  ändert sich das Volumen der Fermikugel um  $dV_F = \frac{4}{3}\pi((k+dk)^3 - k^3) \approx 4\pi k^2 dk$ . Die Zahl der Zustände ändert sich dadurch um  $dZ_L = \frac{dV_F}{V_k} = \frac{L^3 k^2 dk}{2\pi^2}$ . Mit  $dZ_L = L^3 \cdot D(E) \cdot dE$  ergibt sich daraus die Zustandsdichte zu

$$\begin{aligned} D(E) &= \frac{1}{L^3} \frac{dZ_L}{dE} \\ &= \frac{k^2 dk}{2\pi^2 dE} \\ &= \frac{2^{1/2} m^{*3/2} E^{1/2}}{2\pi^2 \hbar^3} . \end{aligned}$$

Berücksichtigt man den elektronischen Spin ergibt sich die tatsächliche Zustandsdichte in 3D zu

$$D_{3D}(E) = \frac{(2m^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \cdot \sqrt{E} . \quad (2.2)$$

Man erhält eine wurzelförmige Abhängigkeit mit endlicher Zustandsdichte für  $E > 0$ . Dabei ist die Energie vollständig gegeben durch die kinetische Energie der Elektronen, die sich in allen Raumrichtungen frei bewegen können. Der Verlauf ist auf der linken Seite von Abb. 2.1 gezeigt.

Analoge Berechnungen führen in 2D zu einer energieunabhängigen konstanten Zustandsdichte (durchgezogene Linie im mittleren Graphen von Abb. 2.1)

$$D_{2D}(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} . \quad (2.3)$$

Die Energie ist dabei durch die kinetische Energie in zwei Dimensionen gegeben.

In 1D lautet der Ausdruck für die Zustandsdichte (durchgezogene Linie auf der rechten Seite von Abb. 2.1)

$$D_{1D}(E) = \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi\hbar} \cdot \frac{1}{\sqrt{E}} . \quad (2.4)$$

Die Energie kommt durch freie Bewegung in nur noch einer Dimension zustande.

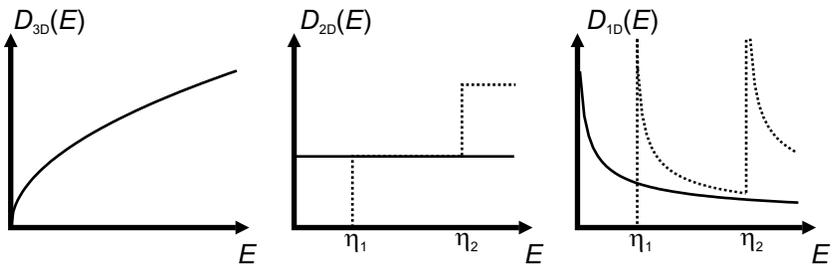


Abbildung 2.1: Zustandsdichten in 3D, 2D und 1D. Während die Zustandsdichte in 3D kontinuierlich verläuft, bilden sich in 2D und 1D diskrete Energien, sog. Subbänder.

Die bisherigen Überlegungen gehen davon aus, dass die Niederdimensionalität für alle Energien exakt gegeben ist. Für reale Systeme trifft dies nicht zu. Die Niederdimensionalität wird realisiert durch das Einschränken der Elektronen in den entsprechenden Richtungen auf die Größenordnung der elektronischen Wellenlänge. Es ergibt sich dadurch ein Quantentopf mit mehreren diskreten Energien  $\eta_i$ ,  $i \in \mathbb{N}$ , sog. Subbändern, sowie einer endlichen Energie  $\eta_1$  für das unterste Subband. Die gewünschte Niederdimensionalität ergibt sich pro Subband. Für solche quasiniederdimensionalen realen Systeme sind die Zustandsdichten als gepunktete Linien in Abb. 2.1 eingezeichnet. Erst bei endlichen Energien ergibt sich eine endliche Zustandsdichte durch Besetzen des ersten Subbandes. Zustandsdichten weiterer Subbänder werden bei höheren Energien addiert.

Nulldimensionale Systeme sind ausschließlich als quasinulldimensional vorstellbar. Solche Quantenpunkte entstehen durch die Einschränkung der

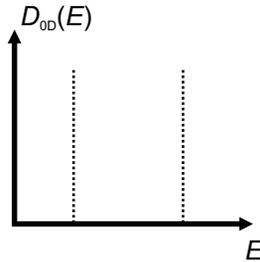


Abbildung 2.2: Zustandsdichte in 0D. Die Energien sind vollständig quantisiert

Elektronen in allen drei Raumrichtungen. Die Zustandsdichte ist nun ähnlich wie bei Atomen vollständig diskret (Abb. 2.2). Man spricht daher auch von künstlichen Atomen [14].

### 2.1.2 2D-Zustandsdichte im Magnetfeld - Landau-Quantisierung

Zweidimensionale elektronische Systeme verändern ihre Eigenschaften im Magnetfeld. Da sie hier als Zuleitungen für die zu untersuchenden Quantenpunkte dienen, machen sich diese Veränderungen auch in den durchgeführten Transportmessungen bemerkbar und sollen daher im Folgenden erläutert werden.

Der Hamilton-Operator eines (quasi)zweidimensionalen Elektronengases (2DEG), welches durch ein Einschlusspotential in z-Richtung  $V(z)$  entsteht, lautet im magnetfeldfreien Fall

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + V(z) \quad (2.5)$$

mit dem Impulsoperator  $\mathbf{p}$ . Die Eigenenergien ergeben sich zu

$$\epsilon_i = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m^*} + \eta_i \quad (2.6)$$

mit den Impulsen  $k_x$  und  $k_y$  in x- und y-Richtung. Die diskreten Energien  $\eta_i$  entstehen durch das Einschlusspotential  $V(z)$  und beschreiben die im

vorigen Abschnitt bereits erwähnten Subbänder. Die ersten beiden Terme beschreiben die freie Bewegungsenergie in x- und y-Richtung, die zu einer konstanten Zustandsdichte pro Subband führt.

Legt man ein Magnetfeld  $B$  in z-Richtung senkrecht zum 2DEG an mit Vektorpotential  $\mathbf{A} = (-\frac{B}{2}y, \frac{B}{2}x, 0)$ , erzeugt dies ein zusätzliches Einschlusspotential in x- und in y-Richtung. Klassisch lässt sich dies durch die Annahme von Kreisbahnen der Elektronen aufgrund der Lorentz-Kraft erklären [19]. Der Hamilton-Operator im Magnetfeld lautet [18, 20, 21]

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2m^*}(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + V(z) \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + \frac{1}{2} \frac{eB}{m^*} (\mathbf{p}_x y - \mathbf{p}_y x) + \frac{1}{8} m^* \left(\frac{eB}{m^*}\right)^2 (x^2 + y^2) + V(z) \\ &= \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + \frac{1}{2} \omega_c \mathbf{l}_z + \frac{1}{8} m^* \omega_c^2 r^2 + V(z) \quad . \end{aligned} \quad (2.8)$$

mit der Zyklotronfrequenz  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ , der Drehimpulskomponente in z-Richtung  $\mathbf{l}_z = y\mathbf{p}_x - x\mathbf{p}_y$  und der Radialkomponente  $r^2 = x^2 + y^2$ . Dies ist der Hamilton-Operator für einen 2D-harmonischen Oszillator in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld mit Frequenz  $\omega_c$ . Dieses zusätzliche harmonische Einschlusspotential erzeugt demnach äquidistante Energien (sog. Landau-Level) mit Abstand  $\hbar\omega_c$  proportional zum Magnetfeld. Das Energiespektrum lautet nun

$$\epsilon_{i,n} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + \eta_i, n \in \mathbb{N}_0 \quad . \quad (2.9)$$

Berücksichtigt man den Spin der Elektronen, erhält man eine zusätzliche Zeeman-Aufspaltung der Größe  $\Delta E_Z = g\mu_B B$  ebenfalls proportional zum Magnetfeld [22].  $g$  bezeichnet den Elektron-Landé-Faktor,  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton. Das vollständige Energiespektrum lautet demnach

$$\epsilon_{i,n,s} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + sg\mu_B B + \eta_i \quad (2.10)$$

mit der Spinquantenzahl  $s = \pm 1/2$ .

Die sich ergebende Zustandsdichte  $D_{2D}(E, B)$  ist in Abb. 2.3 gezeigt. Da die ursprünglich freie Bewegung in x- und y-Richtung nicht mehr möglich ist, spaltet die ehemals pro Subband konstante Zustandsdichte  $D_{2D}(E)$  auf

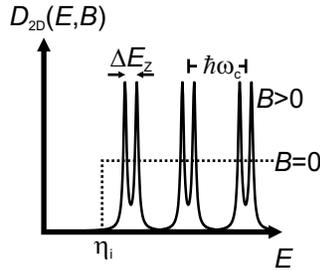


Abbildung 2.3: 2D-Zustandsdichte im Magnetfeld. Die Landau-Quantisierung sorgt auch in 2D für vollständig quantisierte spinpolarisierte Zustände (hier inklusive einer Verbreiterung dargestellt realen Systemen entsprechend).

in diskrete deltaförmige Peaks mit Abstand  $\hbar\omega_c$ . Da die Zahl der Zustände mit und ohne Magnetfeld identisch sein muss, steigt der Entartungsgrad der Landau-Level mit dem Magnetfeld an. Er beträgt

$$n_L = \frac{eB}{h} . \quad (2.11)$$

### 2.1.3 Elektronische Zustände in Quantenpunkten

Die Zustandsdichte eines quasinulldimensionalen Systems als Abfolge diskreter Zustände wurde bereits in Ansätzen dargestellt. Im Folgenden wird dieses Bild erweitert, und das Energiespektrum für laterale quasinulldimensionale Quantenpunkte im Detail erläutert.

#### Anregungsspektrum

Um die Quasinulldimensionalität eines Quantenpunktes zu erreichen, werden ausgehend vom Einschlusspotential eines 2DEGs in z-Richtung weitere Einschlusspotentiale in x- und y-Richtung benötigt. In erster Näherung können diese Potentiale als harmonisch angenommen werden. Der Hamilton-Operator eines 2DEGs im Magnetfeld (Gl. 2.7) erhält somit einen weiteren Term, der ein zweidimensionales harmonisches Potential mit Kreis-

frequenz  $\omega_0$  in der x-y-Ebene darstellt [21].

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2m^*}(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2 r^2 + V(z) \quad (2.12)$$

$$= \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + \frac{1}{2}\omega_c \mathbf{L}_z + \frac{1}{2}m^*(\omega_0^2 + \frac{1}{4}\omega_c^2)r^2 + V(z) \quad . \quad (2.13)$$

Das Energiespektrum eines solchen Systems wurde erstmals von V. Fock 1928 und C. G. Darwin 1930 berechnet und trägt daher den Namen Fock-Darwin-Spektrum [23, 24]. Da es sich um das Spektrum eines einzelnen Elektrons handelt, bezeichnet man es auch als Anregungsspektrum eines Quantenpunktes. Inklusive Zeeman-Aufspaltung lauten seine Energien

$$\begin{aligned} \epsilon_{i,n,m,s} &= (n+1)\hbar\Omega - \frac{1}{2}\hbar\omega_c m + sg\mu_B B + \eta_i \quad , \quad (2.14) \\ n &\in \mathbb{N}_0 \quad , \\ m &= -n, -n+2, \dots, n-2, n \end{aligned}$$

mit  $\Omega^2 = \omega_0^2 + \frac{1}{4}\omega_c^2$ . Vereinfachend wird im Folgenden die Energie in Relation zur Subbandenergie  $\eta_i$  betrachtet. Die Fock-Darwin-Energien lauten dann

$$\epsilon_{n,m,s} = (n+1)\hbar\Omega - \frac{1}{2}\hbar\omega_c m + sg\mu_B B \quad . \quad (2.15)$$

Dieses Spektrum ist in Abb. 2.4 gezeigt. Ohne Magnetfeld ( $\omega_c = 0$ ) ergeben sich äquidistante Energieniveaus  $\epsilon_{n,m,s} = \hbar\omega_0(n+1)$  mit Abstand  $\hbar\omega_0$ . Durch die Quantenzahl  $m$  sind die Energieniveaus  $n+1$ -fach entartet (mit Spin  $2(n+1)$ -fach). Bei sehr hohen Feldern ( $\omega_c \gg \omega_0$  bzw.  $\omega_0 = 0$ ) wird das Einschlusspotential durch das Magnetfeld dominiert. Es ergeben sich die bereits bekannten Energien aus Gl. 2.10 (abzüglich  $\eta_i$ ) der spinaufgespaltenen Landau-Level. Im Übergang dieser Regime finden sich vielfache Kreuzungen der einzelnen Energielevel. Nummeriert man die Energien der Reihe nach ansteigend durch, erhält man Energien  $\epsilon_N$ ,  $N \in \mathbb{N}$ , die den Energien  $\epsilon_{n,m,s}$  entsprechen. Aufgrund der Zustandskreuzungen im Magnetfeld ist den Energien  $\epsilon_N$  allerdings kein eindeutiger Zustand zugeordnet. Die Energie  $\epsilon_N$  bezieht sich vielmehr auf den  $N$ -ten Zustand im Fock-Darwin-Spektrum. Als Beispiel ist die Energie  $\epsilon_{10}$  in Abb. 2.4 rot eingezeichnet.

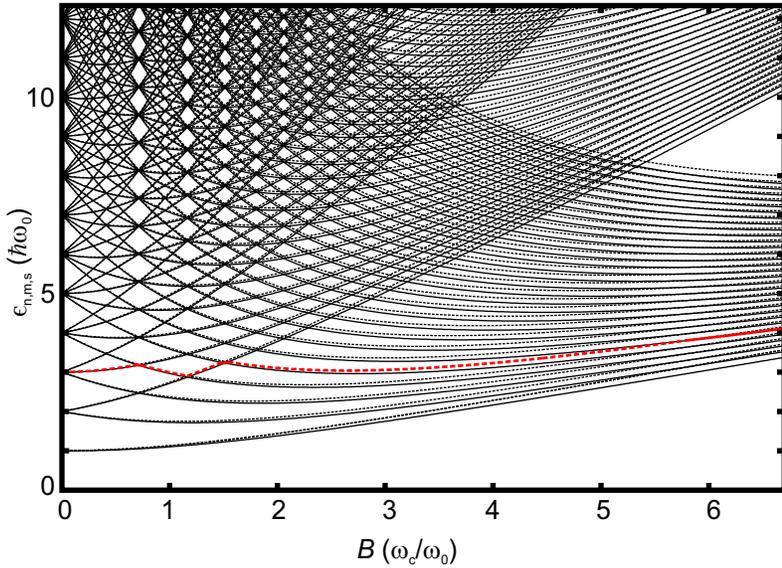


Abbildung 2.4: Fock-Darwin-Spektrum. Anregungsspektrum für ein Elektron in einem harmonischen 2D-Potential als Funktion eines senkrecht zur 2D-Ebene stehenden Magnetfeldes. Die anfänglich entarteten äquidistanten Zustände spalten mit steigendem Magnetfeld auf und gehen bei hohen Feldern in die Landau-Niveaus über. Durchgezogene Linien entsprechen Spin up, gestrichelte Spin down. In rot ist die Energie des zehnten Zustands  $\epsilon_{10}$  dargestellt.

### Additionsspektrum

Ist ein Quantenpunkt mit mehreren Elektronen besetzt, muss zusätzlich die Elektron-Elektron-Wechselwirkung berücksichtigt werden. Im sog. Constant-Interaction-Modell reduziert man diese Wechselwirkung lediglich auf die Coulomb-Abstoßung der Elektronen untereinander, die als konstant angenommen wird [1, 7, 15]. Die Gesamtenergie eines Quantenpunktes mit zwei Elektronen umfasst also neben den quantenmechanischen Zustandsenergien eine sog. Ladeenergie  $E_L$ , die durch die Abstoßung der beiden Elektronen bedingt ist. Mit jedem weiteren Elektron erhöht sich die zur Gesamtenergie zu addierende Energie um die Ladeenergie. Der elektrostatische Anteil an der Gesamtenergie eines Quantenpunktes mit  $N$  Elektronen beträgt demnach  $\frac{1}{2}N(N-1)E_L$ . Da im Constant-Interaction-Modell die Elektron-Elektron Wechselwirkung mit der Annahme einer konstanten Ladeenergie bereits abgehandelt ist, ergeben sich keine weiteren Einflüsse auf das Spektrum. Dieses Modell zieht daher auch für Mehrelektronenquantenpunkte das Fock-Darwin-Spektrum für den quantenmechanischen Anteil an der Energie eines Zustandes heran. Die Zustände des Fock-Darwin-Spektrums werden der Reihe nach mit Elektronen besetzt. Das  $N$ -te Elektron nimmt dann als Grundzustand den Zustand ein, der der Energie  $\varepsilon_N$  entspricht. Die Gesamtenergie des Systems für  $N$  Elektronen ergibt sich dann durch Summation über die Energie sämtlicher besetzter Zustände. Sie lautet demnach im Grundzustand

$$E_N = \frac{1}{2}N(N-1)E_L + \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \quad . \quad (2.16)$$

Für  $N = 1$  entspricht die Gesamtenergie dann schlicht der Grundzustandsenergie des Fock-Darwin-Spektrums  $\varepsilon_1$ . Angeregte Zustände, im Folgenden als  $E_N^*$  bezeichnet, entstehen, wenn Elektronen Zustände mit höherer quantenmechanischer Energie besetzen, wenn also z. B. das  $N$ -te Elektron einen Zustand mit Energie  $\varepsilon_{N+1}$  besetzt.

## Chemische Potentiale

Um die Zahl der Elektronen auf einem Quantenpunkt um eins von  $N-1$  auf  $N$  zu erhöhen, muss nach Gl. 2.16 eine Energiedifferenz

$$\mu_N = E_N - E_{N-1} = (N-1)E_L + \varepsilon_N \quad (2.17)$$

von außen aufgebracht werden. Diese Energiedifferenz wird als chemisches Potential für den Übergang  $E_{N-1} \rightarrow E_N$  bezeichnet. Für aufeinanderfolgende Elektronenzahlen liegen diese chemischen Potentiale im Abstand

$$\mu_{N+1} - \mu_N = E_L + \varepsilon_{N+1} - \varepsilon_N \quad (2.18)$$

In lateralen Quantenpunkten ist die Ladeenergie  $E_L$  typischerweise deutlich größer als der quantenmechanische Anteil  $\varepsilon_{N+1} - \varepsilon_N$ . Man erhält also eine Reihe chemischer Potentiale für aufeinanderfolgende Elektronenzahlen in näherungsweise äquidistantem Abstand  $E_L$ . Die chemischen Potentiale  $\mu_N$  sind für bis zu  $N = 10$  in Abb. 2.5 dargestellt. Da jedes Orbital aufgrund des Elektronenspins zweifach besetzt werden kann, finden sich paarweise ähnliche Linienverläufe. Man nennt dieses Phänomen Spinpairing (z. B. [3, 25, 26]).

Neben diesen Grundzustandsübergängen existieren weitere chemische Potentiale  $\mu_N^*$ , die Übergängen  $E_{N-1} \rightarrow E_N^*$  oder  $E_{N-1}^* \rightarrow E_N$  unter Beteiligung angeregter Zustände entsprechen.

## 2.2 Elektronischer Transport als spektroskopische Methode

Die Spektroskopie eines Systems besteht in dem Abtasten der möglichen Zustände mit einer dem System von außen zugeführten Testenergie und der Beobachtung der Reaktion des Systems. Aus der Atomphysik ist z. B. die Verwendung elektromagnetischer Strahlung zur Untersuchung atomarer Spektren bekannt [19]. Die Testenergie wird dem zu untersuchenden System in Form von Photonen mit definierter Energie zugeführt. Die Reaktion des Systems zeigt sich dann in der Absorption oder der Photolumineszenz. Bei der Verwendung elektronischen Transports zur Spektroskopie wird die

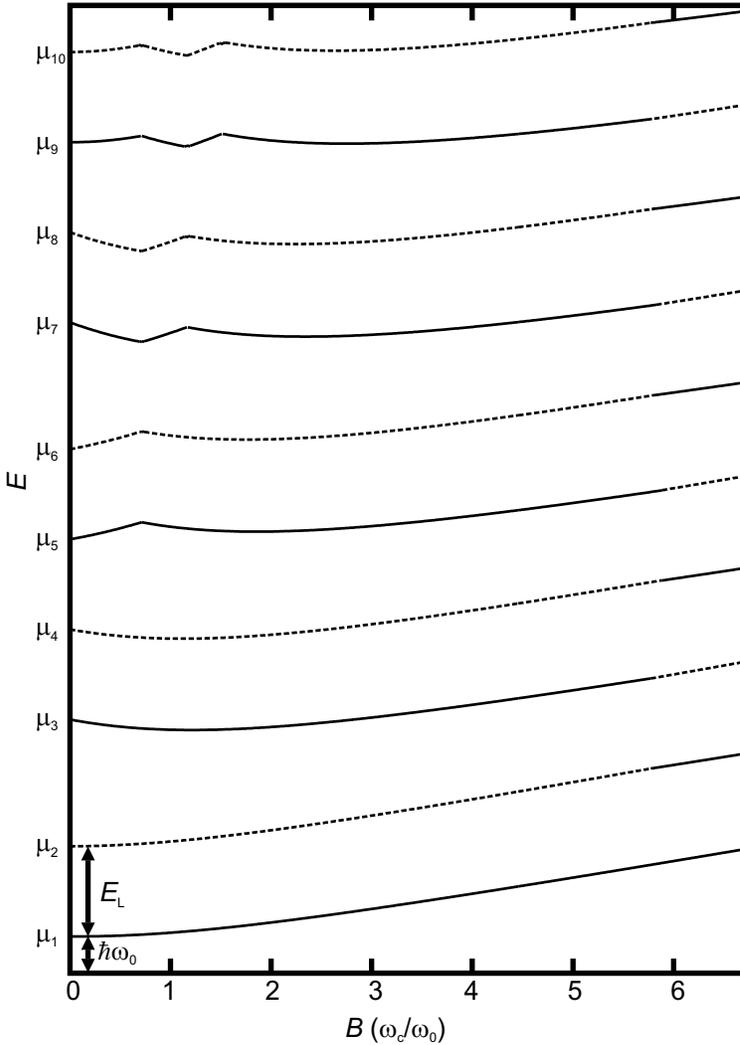


Abbildung 2.5: Additionsspektrum im Constant-Interaction-Modell. Die chemischen Potentiale  $\mu_N$  ergeben sich aus den Fock-Darwin-Energien zuzüglich der mit  $E_L$  als konstant angenommenen Elektron-Elektron-Wechselwirkung.

Testenergie dem System in Form von Elektronen über elektrische Zuleitungen zugeführt. Die Reaktion des Systems zeigt sich im Strom durch das System. Es ist also zu erörtern, welche Energien mittels Elektronen über die Zuleitungen zugeführt werden und wie der Strom durch das System zu interpretieren ist.

## 2.2.1 Niederdimensionale Systeme als Zuleitungen

### Besetzung von Zustandsdichten

Zur Untersuchung von Quantenpunkten werden niederdimensionale Systeme als Zuleitungen Source und Drain verwendet. Die Besetzung ihrer Zustandsdichten definiert daher die Energie, mit der Elektronen dem System zugeführt werden können.

Die Zustandsdichte niederdimensionaler Systeme ist mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit besetzt. Diese Besetzungswahrscheinlichkeit folgt der Fermifunktion.

$$f(E, T) = \frac{1}{e^{(E - \mu_{S,D})/k_B T} + 1} \quad (2.19)$$

mit der Boltzmann-Konstante  $k_B$  und der Temperatur  $T$ . Die chemischen Potentiale an Source und Drain  $\mu_S$  und  $\mu_D$  bezeichnen die Energie, bei der die Besetzungswahrscheinlichkeit der jeweiligen Zuleitung  $1/2$  beträgt.

Die tatsächliche Besetzung von Zuständen in den Zuleitungen ergibt sich durch Multiplikation von  $D(E)$  und  $f(E, T)$  [18]. Für drei- und zweidimensionale Zuleitungen ist dies in Abb. 2.6 gezeigt. Die Schärfe des Übergangs von verschwindender zu endlicher Besetzung ist temperaturabhängig. Bei  $T = 0$  ist sie exakt scharf.

### Besetzung der 2D-Zustandsdichte im Magnetfeld - Randkanalbild

Wie in Abschnitt 2.1.2 beschrieben findet man im senkrechten Magnetfeld in einem 2DEG statt einer kontinuierlichen, konstanten Zustandsdichte diskrete Energien, spinaufgespaltene Landau-Level, im Abstand  $\hbar\omega_c$  vor. Sofern sie unterhalb des näherungsweise scharfen chemischen Potentials liegen, sind sie mit Elektronen besetzt, liegen sie darüber, sind sie leer. Die

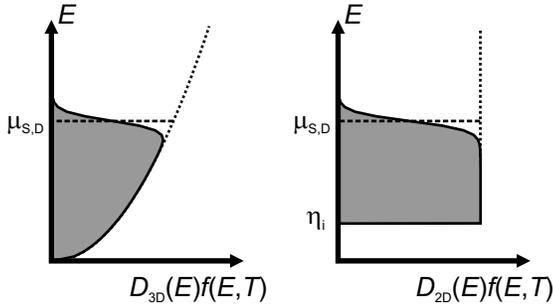


Abbildung 2.6: Besetzung der Zustandsdichten mit Ladungsträgern in 3D und 2D. Die Besetzung ergibt sich aus der Multiplikation der Zustandsdichte mit der Fermiverteilung. Die Energie bei halber Besetzung markiert das chemische Potential  $\mu_{S,D}$ .

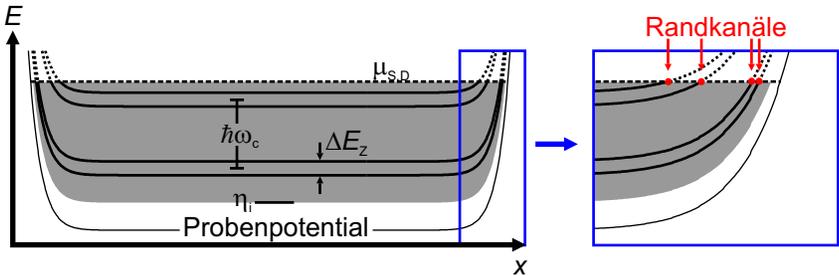


Abbildung 2.7: Randkanäle im Magnetfeld. Durch das Randpotential der Probe werden die Landau-Niveaus am Rand nach oben gebogen. Am Schnittpunkt mit  $\mu_{S,D}$  sind die Niveaus halb besetzt und können damit Strom führen. Es entstehen räumlich getrennte Randkanäle.

Zahl besetzter spinaufgespaltener Landau-Level wird durch den Füllfaktor

$$\begin{aligned}\nu &= \frac{n_e}{n_L} \\ &= n_e \frac{h}{eB}\end{aligned}\tag{2.20}$$

mit der Ladungsträgerdichte  $n_e$  beschrieben (analog lässt sich auch für Quantenpunkte ein Füllfaktor  $\nu_{\text{QP}}$  definieren, da die Zustände mit steigendem Magnetfeld in die Landau-Niveaus übergehen). Für reale Systeme trifft diese Situation nur im Inneren der Probe zu. Am Rand der Probe biegt das Randpotential die Zustände nach oben. Dies ist in Abb. 2.7 gezeigt. Zustände, die im Inneren der Probe unterhalb des chemischen Potentials liegen, durchqueren dieses an einem bestimmten Punkt am Rand der Probe. An dieser Stelle liegen sowohl besetzte als auch freie Plätze für Elektronen vor. Dadurch entsteht entlang des Probenrandes ein leitfähiger 1D-Kanal für jedes spinaufgespaltene Landau-Level, welches im Inneren der Probe unterhalb des chemischen Potentials liegt. Je niedriger die Energie eines Levels in der Probe, desto näher liegt der zugehörige 1D-Kanal am Rand der Probe. Es entstehen also räumlich getrennte, spinaufgespaltene 1D-Transportkanäle entlang der Probenränder, so auch an Übergängen zwischen 2DEG und Quantenpunkt.

### 2.2.2 2D-0D-2D Transport

Durch die Verbindung des quasinulldimensionalen Quantenpunktes mit 2D-Zuleitungen an Source und Drain, werden dem Quantenpunkt Elektronen angeboten, deren Energie durch die Besetzung der 2D-Zustandsdichten gegeben ist. Diese Energien können vom Quantenpunkt angenommen oder „absorbiert“ werden, wenn sie der Energiedifferenz  $\mu_N$  entsprechen, die für einen elektronischen Übergang auf einem Quantenpunkt von außen zugeführt werden muss. Der Quantenpunkt kann also mit  $N$  Elektronen besetzt werden, wenn eines der chemischen Potentiale  $\mu_S$  oder  $\mu_D$  energetisch höher liegt als das betreffende Potential  $\mu_N$ , wenn also  $\mu_{S,D} \geq \mu_N$  gilt. Liegt ein chemisches Potential  $\mu_N$  in dem von  $\mu_S$  und  $\mu_D$  aufgezogenen sog. Transportfenster (Abb. 2.8), welches durch Anlegen einer Spannung  $U_{SD}$  zwischen Source und Drain erzeugt wird, wird ein Transportkanal durch das

System geöffnet (sofern die Grenzschicht zwischen Zuleitungen und Quantenpunkt Elektronentunneln zulässt), ein endlicher Strom  $I_{SD}$  fließt. Liegt  $\mu_N$  oberhalb oder unterhalb dieses Fensters, ist kein Transport möglich. Bei  $T = 0$  erwartet man daher einen deltaförmigen Peak in der differentiellen Leitfähigkeit  $G = \frac{dI_{SD}}{dU_{SD}}$  als Funktion der Energieverstimmung  $\delta e = \mu_N - \mu_S$  bei  $\delta e = 0$  und  $\delta e = \mu_D - \mu_S$ , also bei Resonanz von  $\mu_N$  mit  $\mu_S$  ( $\delta e = 0$ ) und  $\mu_D$  ( $\delta e = \mu_D - \mu_S$ ). Die differentielle Leitfähigkeit zeigt dann direkt die Struktur der Zustandsdichte  $D_{0D}(E)$  des Quantenpunktes. Das Verhältnis der chemischen Potentiale  $\mu_{S,D}$  der Zuleitungen zu den chemischen Potentialen  $\mu_N, \mu_N^*$  des Quantenpunktes bildet somit die zur Spektroskopie benötigte Testenergie. Die Reaktion des Systems, die die Information über das Spektrum beinhaltet, zeigt sich in der differentiellen Leitfähigkeit  $G$  (die bei  $\mu_S = \mu_D$  der Leitfähigkeit entspricht).

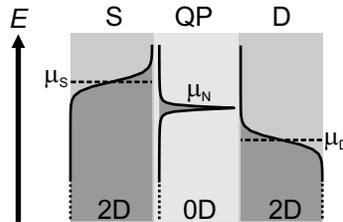


Abbildung 2.8: *2D-0D-2D Tunneln. Liegt das chemische Potential  $\mu_N$  eines 0D-Quantenpunktes zwischen den chemischen Potentialen  $\mu_S$  und  $\mu_D$  der 2D-Zuleitungen, können Ladungsträger den Quantenpunkt passieren, eine endliche Leitfähigkeit entsteht.*

### Temperaturabhängigkeit der Peakform

Bei  $T = 0$  hinterlässt ein idealisierter 0D-Quantenpunktzustand wie beschrieben einen deltaförmigen Peak in der differentiellen Leitfähigkeit des Systems. In realen Systemen ist aber sowohl der genutzte temperaturabhängige Übergang in der Besetzung der Zuleitungen als auch der Zustand des Quantenpunktes energetisch verbreitert. Je nach Temperatur ergeben sich daher unterschiedliche Auswirkungen im Transport. In jedem Fall zeigt der gemessene Peak eine endliche Breite [1].

Tieftemperaturlimit:

Für sehr niedrige Temperaturen ist die Verbreiterung der Fermikante in den Zuleitungen vernachlässigbar klein gegenüber der intrinsischen Breite des Quantenpunktzustandes, die bei einer endlichen Lebensdauer  $\tau$  durch die Heisenbergsche Unschärferelation gegeben ist. In diesem Fall tastet die gut definierte Testenergie der Zuleitungen wie beschrieben die Zustandsdichte im Quantenpunkt ab, der resultierende Peak in der differentiellen Leitfähigkeit wird durch die Breit-Wigner-Formel beschrieben [27]

$$G(\delta e) \propto \frac{(\hbar\Gamma)^2}{(\hbar\Gamma)^2 + (\delta e)^2} \quad (2.21)$$

mit der Energieverstimung  $\delta e$  und  $\Gamma = 1/\tau$ . Die temperaturunabhängige sog. intrinsische Halbwertsbreite beträgt  $2 \hbar\Gamma$ .

Hochtemperaturlimit:

Für sehr hohe Temperaturen ist die intrinsische Breite eines Zustands sehr gering im Vergleich zur Temperaturverbreiterung in den Zuleitungen. Nun fungiert der gut definierte Quantenpunktzustand seinerseits als Testenergie für die Besetzung der Zustandsdichte in den Zuleitungen. Die Peakform ist daher durch die Ableitung der Fermifunktion gegeben:

$$G(\delta e) \propto \cosh\left(\frac{\delta e}{2k_B T}\right)^2. \quad (2.22)$$

Die temperaturabhängige Halbwertsbreite ist ungefähr  $3,53k_B T$ . Es zeigt sich damit, dass zur genauen Spektroskopie von Quantenpunkten möglichst niedrige Temperaturen benötigt werden.

### 2.2.3 Steuerparameter zur Aufnahme von Quantenpunktspektren

Wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben wird die zur Spektroskopie bereitzustellende Testenergie durch das Verhältnis der chemischen Potentiale der Zuleitungen  $\mu_{S,D}$  zu den chemischen Potentialen für Quantenpunktübergänge  $\mu_N, \mu_N^*$  dargestellt. Dieses Verhältnis muss über steuerbare Parame-

ter verändert werden, um ein Spektrum aufzunehmen. In lateralen Quantenpunkten geschieht dies über die direkte Änderung der chemischen Potentiale in den Zuleitungen oder über sog. Gates, die kapazitiv an das Potential des Quantenpunktes ankoppeln. Zum Verständnis dieser Funktionalität ist daher ein kapazitives Modell des Quantenpunktes und seiner Umgebung notwendig.

### Kapazitives Modell

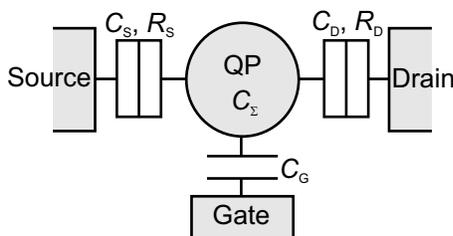


Abbildung 2.9: *Kapazitives Modell eines Quantenpunktes. Die Kopplung des Quantenpunktes an seine Umgebung wird über Kapazitäten und Widerstände beschrieben. Zu den Zuleitungen besteht sowohl eine kapazitive Kopplung ( $C_S$ ,  $C_D$ ) als auch eine Tunnelkopplung ( $R_S$ ,  $R_D$ ), Gates sind dagegen nur kapazitiv gekoppelt ( $C_G$ ).*

Abbildung 2.9 zeigt das kapazitive Modell eines lateralen Quantenpunktes eingebettet in eine Umgebung bestehend aus Zuleitungen und Gates. Die Zuleitungen besitzen eine Tunnelkopplung zum Quantenpunkt, was zu endlichen Widerständen  $R_S$  und  $R_D$  führt. Zudem beeinflussen an die Zuleitungen angelegte Spannungen  $U_S$  und  $U_D$  das Potential des Quantenpunktes über eine kapazitive Kopplung  $C_S$  und  $C_D$ . Sogenannte Gates sind vom Quantenpunkt elektrisch isoliert und besitzen daher einen unendlich hohen Widerstand zum Quantenpunkt. Sie beeinflussen aber sehr wohl bei angelegter Spannung  $U_G$  das Potential des Quantenpunktes über eine kapazitive Kopplung  $C_G$ . Dem Quantenpunkt lässt sich eine Gesamtkapazität  $C_\Sigma$  zuschreiben mit

$$C_\Sigma = C_S + C_D + C_G \quad . \quad (2.23)$$

Die Ladeenergie beträgt

$$E_L = \frac{e^2}{C_\Sigma} . \quad (2.24)$$

Typischerweise wählt man das Potential der Drainseite als Referenz, d. h.  $U_D = 0$ . Damit ist die an die Sourceseite angelegte Spannung  $U_S$  identisch mit der bereits zuvor erwähnten Spannung zwischen Source und Drain  $U_{SD}$ . Die Spannungen  $U_S$  und  $U_G$  können nun zur Steuerung des Systems verwendet werden.

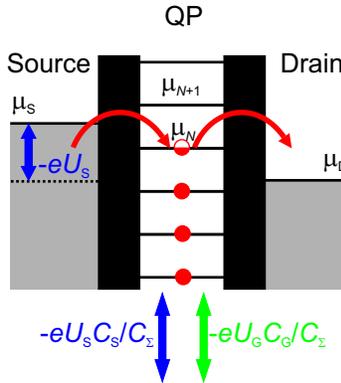


Abbildung 2.10: *Steuerung eines Quantenpunktes.* Die Transporteigenschaften eines Quantenpunktes werden durch die Lage der chemischen Potentiale  $\mu_N$  relativ zu denen der Zuleitungen  $\mu_S$ ,  $\mu_D$  definiert. Mittels  $U_G$  und  $U_S$  lassen sich die Potentiale  $\mu_N$  verschieben,  $U_S$  variiert zugleich  $\mu_S$  und damit die Breite des Transportfensters.

Eine Spannung  $U$ , die über eine Kapazität  $C$  mit dem Quantenpunkt wechselwirkt, hat verschiedene Auswirkungen auf das System. Zum Einen verändert sie das Potential des Quantenpunktes, zum Anderen beeinflusst sie aber auch die Tunnelkopplung ( $R_S$  und  $R_D$ ) zwischen dem Quantenpunkt und den Zuleitungen. Vereinfachend wird Letzteres im kapazitiven Modell zunächst vernachlässigt. Dem Einfluss auf das Potential wird über die Verschiebung der chemischen Potential  $\mu_N$  um den Betrag  $-eU \frac{C}{C_\Sigma}$

Rechnung getragen. Das Gate übernimmt also die Funktion, die chemischen Potentiale  $\mu_N$  um den Betrag  $-eU_G \frac{C_G}{C_\Sigma}$  zu verschieben, wie es in Abb. 2.10 gezeigt ist. Da das Gate keinen Einfluss auf die Zuleitungen hat, verändert es damit effektiv das Verhältnis von  $\mu_{S,D}$  zu  $\mu_N$ . Auf diese Weise kann unter anderem die Elektronenzahl im Quantenpunkt gesteuert werden.

Die gleiche Wirkung wird über  $C_S$  durch eine Spannung  $U_S$  an Source erzielt. Die chemischen Potentiale  $\mu_N$  verschieben um  $-eU_S \frac{C_S}{C_\Sigma}$ . Zugleich verändert die Spannung  $U_S$  das chemische Potential  $\mu_S$  um den Betrag  $-eU_S$ . So kann ein Transportfenster geöffnet werden, welches je nach Position der chemischen Potentiale  $\mu_N, \mu_N^*$  mehrere Transportkanäle aktivieren kann. Die Leitfähigkeit eines Transportkanals erreicht maximal den Wert  $e^2/h$ . Die Wirkungsweise der Sourcespannung ist ebenfalls in Abb. 2.10 dargestellt. Zusammenfassend gilt

$$\mu_N = \mu_{N0} - eU_G \frac{C_G}{C_\Sigma} - eU_S \frac{C_S}{C_\Sigma} \quad , \quad (2.25)$$

$$\mu_S = \mu_{S0} - eU_S \quad (2.26)$$

mit den ursprünglichen Potentialen  $\mu_{N0}$  und  $\mu_{S0}$  für  $U_G = U_S = 0$ .



# 3 Herstellung von Quantenpunkten

## 3.1 Wahl des Systems

Das prominenteste Beispiel für quasinulldimensionale elektronische Potentiale liefert die Natur: das Atom. Mit seiner positiven Ladung erzeugt der Atomkern ein Potential, welches Elektronen auf die Größenordnung weniger Ångström einschränkt und so die quantenmechanische Wellennatur der Elektronen zum Vorschein bringt. Doch obwohl es bereits gelungen ist, einzelne Moleküle elektrisch zu kontaktieren [28], greift die Wissenschaft zur Untersuchung quasinulldimensionaler Systeme im Transport auch auf andere Realisierungen zurück. Zumeist wendet man Verfahren aus der Halbleitertechnologie an, die über Jahrzehnte die elektrische Kontaktierung kleinster Strukturen perfektioniert hat [9]. Künstliche Quantenpunktsysteme wurden in verschiedenster Ausprägung entwickelt. Es finden sich unter anderem selbstorganisierte Quantenpunkte (z. B. [29]), Quantenpunkte in Kohlenstoffnanoröhrchen [30] und vertikale Quantenpunkte [15, 31]. Vergleichsweise weitreichende Möglichkeiten bieten laterale Systeme, wie sie in dieser Arbeit hergestellt wurden.

Entscheidend ist die Größe des Systems. Je größer ein System werden kann, ohne die Quasinulldimensionalität zu verlieren, desto kontrollierter und reproduzierbarer lässt es sich herstellen und manipulieren. Neben diesem technischen Aspekt haben die Ausmaße des Systems aber auch entscheidenden Einfluss auf physikalische Größen. Besonders im Magnetfeld spielt dies eine Rolle, da sich die Zahl eingefangener Flussquanten proportional zu der dem Magnetfeld gezeigten Fläche verhält.

Die maximale Größe eines Quantenpunktes, die die Beschreibung als quasinulldimensional erlaubt, lässt sich wie folgt abschätzen:

Nimmt man wie in Kapitel 2.1.3 beschrieben den Quantenpunkt als zwei-

dimensionalen harmonischen Oszillator an, besitzt der Grundzustand nach Gl. 2.15 die Energie  $\hbar\omega_0$ . Diese Energie muss bei einer gegebenen Temperatur aufzulösen sein. Definiert man als Auflösungsgrenze die Situation, da der Abstand zweier Peaks der Halbwertsbreite der Peaks entspricht, erhält man nach Gl. 2.22 den Zusammenhang

$$\hbar\omega_0 > 3,53k_B T \quad . \quad (3.1)$$

Das Potential  $\frac{1}{2}m^*\omega_0^2 r^2$  besitzt bei dieser für das System charakteristischen Grundzustandsenergie den Radius

$$r = \sqrt{\frac{2\hbar}{m^*\omega_0}} \quad . \quad (3.2)$$

Dieser Radius kann als charakteristische Größe für das System angenommen werden. Die Bedingung 3.1 lässt sich damit umschreiben zu

$$r < \sqrt{\frac{2\hbar^2}{3,53m^*k_B T}} = r_{\max} \quad (3.3)$$

mit  $r_{\max}$  als maximal erlaubtem Radius eines Quantenpunktes, für den die Quasinulldimensionalität noch zu detektieren ist. Um wie gewünscht einen möglichst großen Radius zu erhalten, kann man nun zum Einen die Temperatur absenken, zum Anderen kann man aber auch ein System mit möglichst kleiner effektiver Elektronenmasse wählen. Das System der Wahl für laterale Quantenpunkte ist daher meist und so auch hier Galliumarsenid.

### 3.1.1 Galliumarsenid - GaAs

Der III-V Halbleiter GaAs [32] ist aus der Halbleiterindustrie bestens bekannt, wenn er auch aus verschiedenen Gründen weit seltener zum Einsatz kommt als das allgegenwärtige Silizium (Si). Gerade aber aufgrund seiner im Vergleich zu Si hohen Elektronenmobilität hat er große Bedeutung in der Hochfrequenztechnik, und auch die Grundlagenforschung profitiert von dieser Eigenschaft.

Im Gegensatz zu Silizium ist GaAs ein direkter Halbleiter. GaAs kristallisiert in der Zinkblendestruktur mit zwei kubischen Untergittern für Gallium

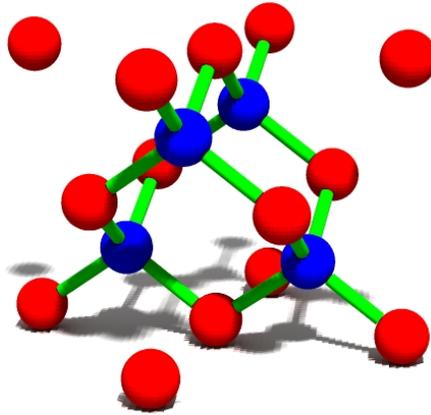


Abbildung 3.1: Zinkblendestructur des GaAs-Gitters. In rot Gallium, in blau Arsen, in grün die Bindungen. Gallium und Arsen bilden jeweils kubische Untergitter.

und Arsen, wie Abb. 3.1 schematisch zeigt. In rot sind die Galliumatome dargestellt, in blau die Arsenatome. In grün sind die Bindungen des Kristalls zu sehen. Die Gitterkonstante beträgt 5,6533 Ångström. Daher eignet sich GaAs hervorragend zur Kombination mit AlAs mit einer nahezu identischen Gitterkonstante von 5,6611 Å. Durch die stark unterschiedlichen Energielücken von 1,424 eV (GaAs) und 2,168 eV (AlAs) lassen sich so vielfältige elektronische Strukturen bei minimaler Gitterfehlانpassung herstellen. Der Elektronen-g-Faktor hat in GaAs den Wert -0,44. Die effektive Elektronenmasse ist deutlich geringer als in Si und beträgt nur einen Bruchteil der Masse  $m_e$  freier Elektronen,  $m^* = 0,067m_e$ . Bei einer im Labor realisierbaren Temperatur von 10 mK ermöglicht die geringe Masse nach Gl. 3.3 einen maximalen Strukturradius von

$$r_{\max} \approx 850 \text{ nm} \quad . \quad (3.4)$$

Bei Raumtemperatur dürfte ein solcher Quantenpunkt einen Radius von 5 nm nicht überschreiten. Im Vergleich zum Wasserstoffatom mit dem Potentialradius von 1 Å im Grundzustand mit Energie -13,6 eV besitzt ein sol-

cher Quantenpunkt damit eine ungefähr 70 Millionen Mal größere Fläche zum Einfangen von Flussquanten. Verschiedene Effekte zeigen sich daher bei millionenfach geringeren Magnetfeldern und können mit Labormethoden untersucht werden [4, 7]. Hier handelt es sich natürlich um eine Grenzabschätzung. Die hier untersuchten Quantenpunkte haben geringere Radien im Bereich einiger 10 bis 100 nm.

## 3.2 Heterostrukturen

Um aus dem Ausgangsmaterial GaAs laterale Quantenpunkte zu erzeugen, sind mehrschichtige mittels Molekularstrahlepitaxie (molecular beam epitaxy, MBE [9, 10]) hergestellte Halbleiterkristalle von Nöten, die eine zweidimensionale leitfähige Schicht einige zehn Nanometer unter der Oberfläche aufweisen (sog. Heterostrukturen [11, 18]). Durch lithographische Verfahren werden aus dieser 2D-Schicht quasineuldimensionale Quantenpunkte erzeugt, die dann über zweidimensionale Zuleitungen verfügen.

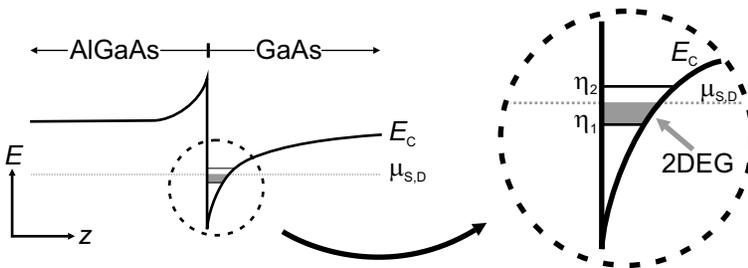


Abbildung 3.2: Leitungsbandverlauf einer Heterostruktur. Durch die geschickte Kombination von GaAs und AlGaAs entsteht an der Grenzschicht ein dreiecksförmiger Potentialtopf in Wachstumsrichtung. Darin bilden sich 2D-Subbänder aus, von denen das erste unter  $\mu_{S,D}$  liegen muss, um ein 2DEG zu erzeugen.

Für GaAs-Heterostrukturen verwendet man Schichtkombinationen von epitaktisch aufgewachsenem GaAs und  $\text{Al}_a\text{Ga}_{1-a}\text{As}$ . Über den Parameter

$a$  lässt sich das Verhältnis von Gallium und Aluminium einstellen, um eine geeignete Bandlücke zu erhalten. Sie kann je nach Verhältnis zwischen der von GaAs ( $a = 0$ ) und der von AlAs ( $a = 1$ ) variieren (siehe Abschnitt 3.1.1). Bei geeigneter Wahl der Parameter bildet sich wie in Abb. 3.2 gezeigt im Leitungsband an der Grenzschicht von GaAs und AlGaAs (aber noch im GaAs) einige 10 nm unter der Oberfläche ein dreiecksförmiges Einschlusspotential in Wachstumsrichtung aus. Dies ist das in Abschnitt 2.1.2 eingeführte Potential in  $z$ -Richtung  $V(z)$ . Es besitzt demnach 2D-Subbänder  $\eta_i$ . Das chemische Potential wird durch Dotierung mit Silizium so eingestellt, dass das unterste Subband besetzt werden kann, welches dann das gewünschte 2DEG bildet. An der Probenoberfläche liegt das chemische Potential aufgrund von Oberflächenzuständen von GaAs in der Bandkantenmitte. Die Höhe des chemischen Potentials am Ort des 2D-Einschlusspotentials hängt daher auch vom Abstand der Grenzschicht zur Probenoberfläche ab.

### 3.2.1 Verwendete Heterostrukturen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden mehrere Heterostrukturen verwendet. Ihre Spezifikationen sind im Folgenden dargestellt. Sie wurden den Wachstumsprotokollen entnommen. Die Materialien unterscheiden sich in Schichtfolge und Dotiermethode und dadurch in 2DEG-Tiefe, Elektronenmobilität und Elektronendichte. Nach Gl. 2.20 lässt sich über die Elektronendichte auch das Magnetfeld  $B_\nu$  bestimmen, bei dem der entsprechende Füllfaktor  $\nu$  zu erwarten ist.

1129

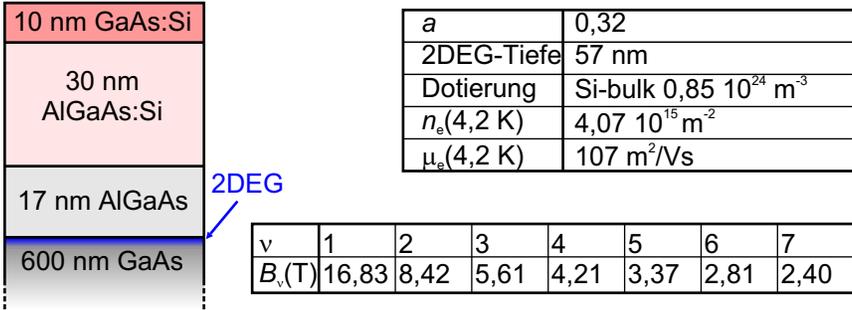


Abbildung 3.3: Heterostruktur 1129, hergestellt durch D. Reuter und A. D. Wieck, Ruhr-Universität Bochum

7-10-00.1

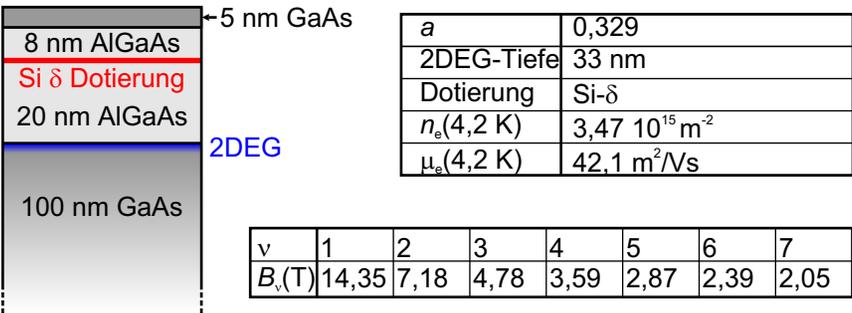


Abbildung 3.4: Heterostruktur 7-10-00.1, hergestellt durch M. Bichler und G. Abstreiter, Walter Schottky Institut, TU München, und W. Wegscheider, Universität Regensburg

**C021212A**

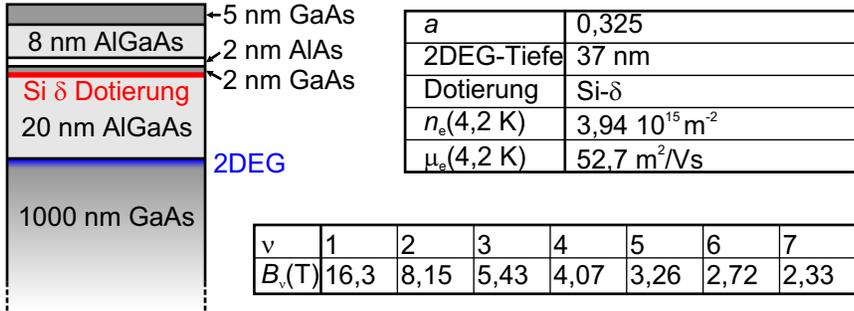


Abbildung 3.5: Heterostruktur C021212A, hergestellt durch M. Reinwald und W. Wegscheider, Universität Regensburg

**C021227B**

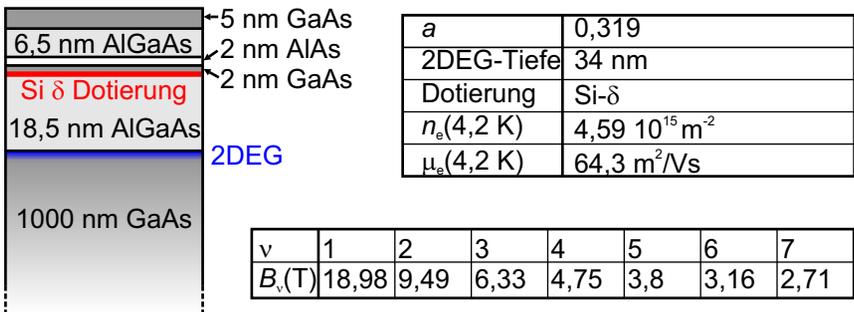


Abbildung 3.6: Heterostruktur C021227B, hergestellt durch M. Reinwald und W. Wegscheider, Universität Regensburg

## 3.3 Lithographie

Um aus dem zweidimensionalen System einer Heterostruktur 0D-Systeme zu gewinnen, muss der Heterostrukturwafer weiter bearbeitet werden. Dabei gibt es prinzipiell zwei Stufen. Zunächst müssen die Zuleitungen für Source, Drain und Gates erzeugt werden, die eine Anbindung an externe Geräte erlauben. Hier kommt die optische Lithographie zum Einsatz [9–12]. In einem zweiten Schritt wird das 0D-System selbst hergestellt. Dafür werden nanostrukturierende Methoden verwendet wie die Elektronenstrahl-lithographie [9–12] oder die Lithographie mit dem Rasterkraftmikroskop [11, 12, 33–36].

### 3.3.1 Optische Lithographie

Die optische Lithographie verwendet, wie der Name schon sagt, optische Methoden zur Strukturierung von Oberflächen. Dabei bezieht sich der Begriff Optik allein auf elektromagnetische Strahlung und nicht wie etwa bei der Elektronenstrahlolithographie auf die Optik mit Elektronen oder anderen Teilchen. Bei der hier eingesetzten Methode wird ultraviolette Strahlung verwendet. Ein ca. 4,5 mm x 4,5 mm großer Heterostrukturwafer wird zunächst mit einem entsprechenden Photolack in einer Lackschleuder beschichtet. Anschließend wird eine optische Maske bestehend aus einer UV-durchlässigen Quarzglasscheibe mit Chrom-Metallisierung in Kontakt mit dem Lack gebracht, und dieser anschließend unter den nicht metallisierten Stellen der Maske belichtet. Nach der Entwicklung des Lackes liegen die entsprechenden Stellen der Probenoberfläche frei und können nun selektiv bearbeitet werden. Abmessungen im Bereich einzelner Mikrometer sind auf diese Weise problemlos zu realisieren.

Die Herstellung der Zuleitungen erfolgt in zwei getrennten Schritten. Im ersten Schritt werden die Leiterbahnen (Mesa) im Ätzverfahren erzeugt. Abbildung 3.7 (a) zeigt eine dafür verwendete optische Maske. Die Chrom-Metallisierung für 16 sternförmig angeordnete Leiterbahnen ist zu erkennen. Abbildung 3.7 (b) zeigt die Probenoberfläche nach der Entwicklung des zuvor belichteten Lackes. An den belichteten Stellen liegt die Oberfläche frei, die durch die Maske abgeschatteten Bereiche sind dagegen weiterhin von Lack bedeckt. In Abb. 3.7 (c) ist die Probe nach dem Ätzen und dem

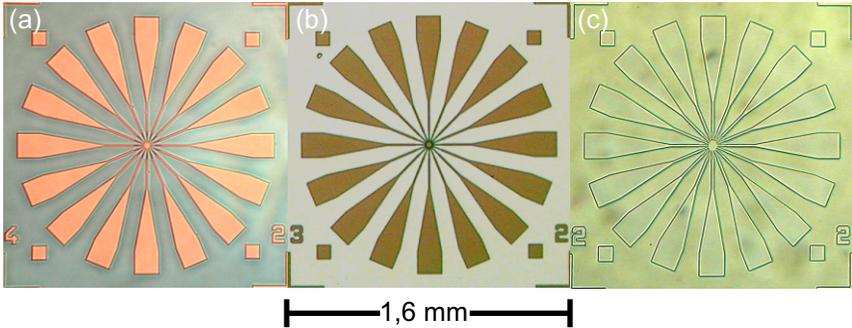


Abbildung 3.7: Herstellung von Leiterbahnen (Mesa). Die Strukturen auf der optischen Maske (a) werden in den Photolack auf der Probe übertragen (b). Anschließend werden die freiliegenden Bereiche geätzt. Übrig bleiben die Leiterbahnen als Erhebungen auf der Probenoberfläche (c).

anschließenden Entfernen des Lackes zu sehen. An den belichteten Stellen wurde die Oberfläche bis in eine Tiefe von ca. 100 nm abgetragen. Damit ist auch das 2DEG entfernt. Nur die durch den Lack geschützten Bereiche sind nach wie vor leitfähig.

Die Leiterbahnen sind somit angelegt, können aber noch nicht kontaktiert werden. Hierzu ist ein zweiter Schritt notwendig, der Ohmsche Kontakte auf der Oberfläche platziert. Die Maske für diesen Schritt ist in Abb. 3.8 (a) zu sehen. Abbildung 3.8 (b) zeigt die Probe nach der Entwicklung des Lackes. Durch leichte Abänderung des Verfahrens liegen nun die unbelichteten Bereiche zur weiteren Bearbeitung frei. Die Probe wird anschließend mit einer Folge von Germanium, Gold und Nickel metallisiert. Nach dem Entfernen des Lackes (Lift-Off) bleibt diese Metallisierung nur an den unbelackten Stellen zurück. Abbildung 3.8 (c) zeigt die Probenoberfläche nach dem Lift-Off.

Um tatsächlich einen Kontakt zum 2DEG zu erreichen, muss die Metallisierung einlegiert werden. Abbildung 3.9 zeigt eine solche Metallisierung (a) vor und (b) nach dem Einlegieren. Auf die nun einlegierten Ohmschen Kontakte können anschließend sog. Bonddrähte aufgebracht werden (c), die die Struktur nach außen verbinden.

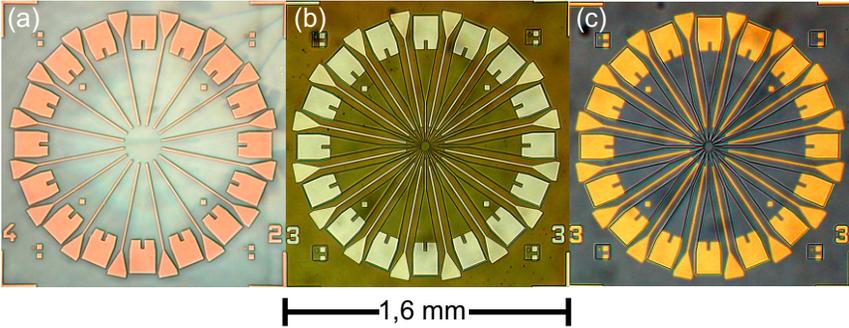


Abbildung 3.8: Herstellung Ohmscher Kontakte. Die Strukturen der optischen Maske (a) werden als freiliegende Bereiche in den Photolack der Probe übertragen (b). Diese Bereiche werden anschließend metallisiert (c).

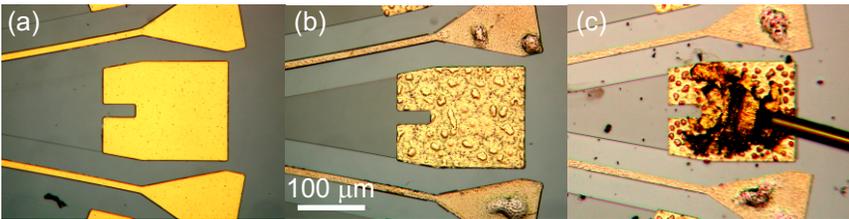


Abbildung 3.9: Die metallisierten Strukturen auf der Probenoberfläche (a) werden anschließend einlegiert (b). Ein dünner Golddraht verbindet schließlich den Kontakt nach außen (c).

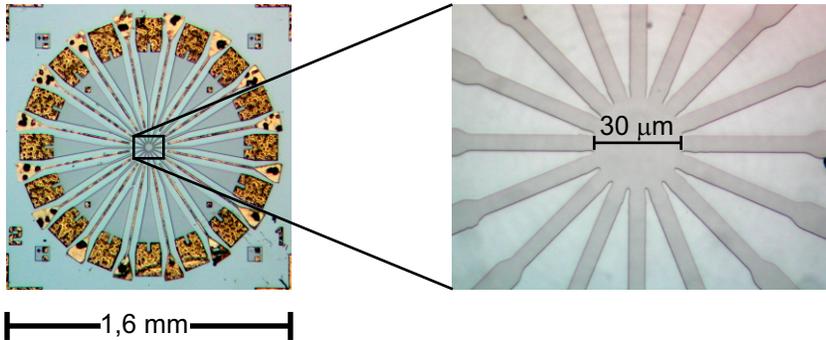


Abbildung 3.10: *Vollständige optisch hergestellte Struktur mit 16 sternförmig angeordneten Leiterbahnen. Im Zentrum findet sich ein leitfähiger Bereich mit  $30\ \mu\text{m}$  Durchmesser zur weiteren Strukturierung.*

Wo die Zuleitungen zusammenlaufen, bildet sich eine im Durchmesser einige  $10\ \mu\text{m}$  große leitfähige Fläche (siehe Abb. 3.10). Diese Fläche wird nun mittels nanostrukturierender Methoden weiter bearbeitet, um das Quantenpunktsystem zu erzeugen und an die Zuleitungen anzubinden. Hierfür wird wie zuvor erwähnt die Elektronenstrahlolithographie und die Lithographie mit dem Rasterkraftmikroskop eingesetzt.

Die hier verwendete Rezeptur zur optischen Lithographie findet sich im Anhang.

### 3.3.2 Elektronenstrahlolithographie

Die Elektronenstrahlolithographie [9–12] bedient sich der Optik mit Elektronen, deren kinetische Energie einige Kiloelektronenvolt beträgt. Die Auflösung ist damit deutlich höher als mit UV-Photonen bei der optischen Lithographie. Abmessungen im Bereich einiger  $10\ \text{nm}$  sind bei der Elektronenstrahlolithographie so erreichbar. Das Lithographieverfahren ist ähnlich der optischen Lithographie. Die Probe wird belichtet, mittels eines Rasterelektronenmikroskops (scanning electron microscope, SEM) mit Elektronen bestrahlt und entwickelt. Die bestrahlten Bereiche liegen anschließend frei und können geätzt oder bedampft werden. Im Unterschied zur optischen

Lithographie gibt es allerdings keine Maske, da der Elektronenstrahl gezielt auf die zu belichtenden Bereiche fokussiert werden kann. Zudem wird ein anderes Lacksystem verwendet bestehend aus zwei Schichten mit unterschiedlicher Empfindlichkeit.

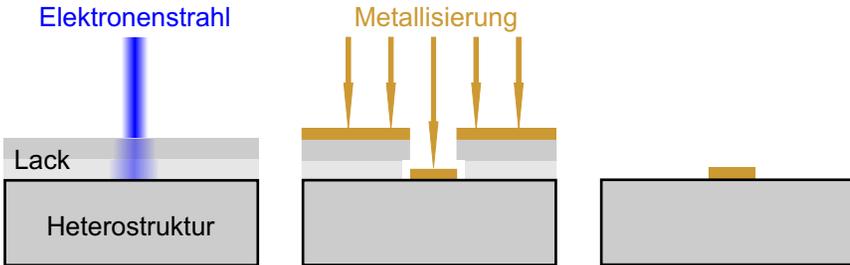


Abbildung 3.11: *Schema zur Elektronenstrahl-Lithographie. Ein zweischichtiges Lacksystem auf der Probenoberfläche wird mittels Elektronenstrahl gezielt strukturiert (links). Nach der Entwicklung liegt die Probenoberfläche an der belichteten Stelle frei. Die untere Lackschicht ist dabei stärker entwickelt als die obere. Dies führt zu einem Überhängen der oberen Lackschicht, dem sog. Undercut. Die Probe wird mit einer Metallisierung bedampft, die sich gleichmäßig auf der freiliegenden und der belackten Oberfläche abscheidet. Aufgrund des Undercuts hat die Metallisierung der freiliegenden Oberfläche keinen Kontakt zur Metallisierung auf dem Lack. Im anschließenden Lift-Off-Schritt kann daher der Lack entfernt werden, ohne die Metallisierung auf der Probenoberfläche mitzureißen. Diese bleibt auf der Oberfläche liegen und bildet damit die gewünschte Elektrode.*

Das Verfahren zur Herstellung von metallischen Elektroden (sog. Topgates) ist schematisch in Abb. 3.11 gezeigt. Zunächst wird die in zwei Schichten belackte Probe durch den Elektronenstrahl belichtet. Nach der Entwicklung des Lackes liegt die Probenoberfläche an der belichteten Stelle frei. Die untere Lackschicht ist dabei stärker entwickelt als die obere. Dies führt zu einem Überhängen der oberen Lackschicht, dem sog. Undercut. Die Probe wird mit einer Metallisierung bedampft, die sich gleichmäßig auf der freiliegenden und der belackten Oberfläche abscheidet. Aufgrund des Undercuts hat die Metallisierung der freiliegenden Oberfläche keinen Kontakt zur Metallisierung auf dem Lack. Im anschließenden Lift-Off-Schritt kann daher der Lack entfernt werden, ohne die Metallisierung auf der Probenoberfläche mitzureißen. Diese bleibt auf der Oberfläche liegen und bildet damit die gewünschte Elektrode.

Abbildung 3.12 zeigt beispielhaft eine auf diese Weise strukturierte Probe. Mehrere Topgates führen von außen auf die leitfähige Fläche im Zentrum der Mesa. Im Elektronenmikroskop wird deutlich (Ausschnitte), dass

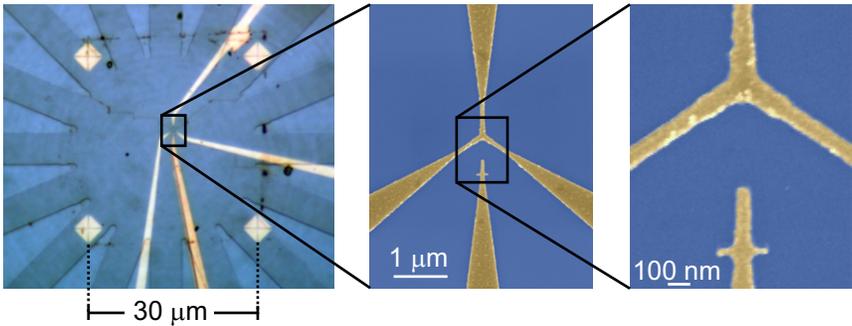


Abbildung 3.12: *Beispiel einer mittels Elektronenstrahlithographie hergestellten Probe. Vier Topgates (gold) reichen auf den zentralen Bereich der Mesa. Im Zentrum zeigen sich Strukturgrößen von unter 30 nm.*

diese Gates an der schmalsten Stelle Breiten von unter 30 nm aufweisen können.

Die hier verwendete Rezeptur zur Elektronenstrahlithographie findet sich im Anhang.

### 3.3.3 Lokale anodische Oxidation

Zur lokalen anodischen Oxidation (LAO) [11, 12, 33–36] werden anders als bei den zuvor beschriebenen Techniken keine Methoden eingesetzt, die mit optischen Prinzipien arbeiten. Vielmehr wird mit dem 1986 durch Binnig et al. entwickelten Rasterkraftmikroskop (atomic force microscope, AFM) [13] ein Gerät verwendet, welches die mechanische Wechselwirkung einer Tastspitze und der Probenoberfläche ausnutzt.

Abbildung 3.13 zeigt elektronenmikroskopische Aufnahmen einer solchen Tastspitze über einer GaAs-Oberfläche. Die Spitze ist an einem mehrere 100 µm langen Biegebalken befestigt, dessen Verbiegung mittels eines Lasers vermessen wird. Im günstigsten Fall berührt die Spitze die Oberfläche mit nur einem Atom. Eine atomare Auflösung der Oberfläche ist dann prinzipiell möglich.

Zur lokalen anodischen Oxidation wird wie in Abb. 3.14 gezeigt der Was-

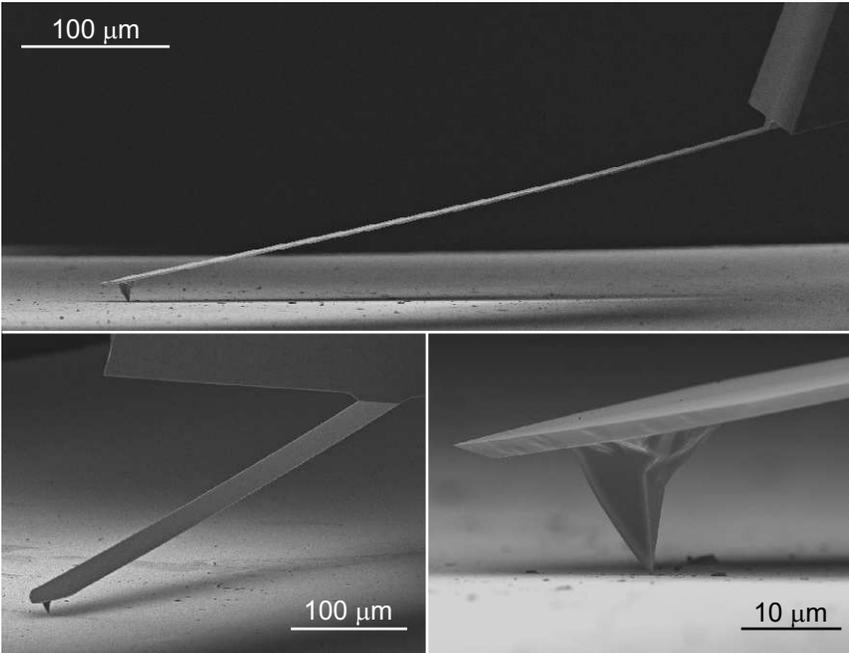


Abbildung 3.13: Elektronenmikroskopische Aufnahmen einer AFM-Spitze aus Silizium. An einem mehrere 100  $\mu\text{m}$  langen Biegebalken ist eine pyramidenförmige Spitze angebracht, die im Scanbetrieb auf der Probenoberfläche aufliegt.

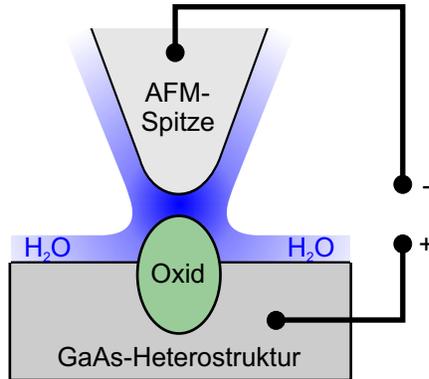
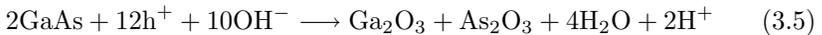


Abbildung 3.14: Schema zur lokalen anodischen Oxidation. Zwischen AFM-Spitze und Oberfläche bildet sich ein Wasserfilm. Durch Anlegen einer negativen Spannung an die AFM-Spitze dissoziieren die Wassermoleküle,  $\text{OH}^-$ -Ionen dringen in die Oberfläche ein und erzeugen lokal ein Oxid.

serfilm genutzt, der bei endlicher Luftfeuchtigkeit sämtliche Oberflächen benetzt. Dieser Wasserfilm verbindet AFM-Spitze und Probenoberfläche im Kontaktbereich. Wird nun eine Spannung zwischen Spitze und Probe angelegt mit negativem Pol an der Spitze, fungiert der Wasserfilm als mikroskopische elektrolytische Zelle.  $\text{OH}^-$ -Ionen werden von der Spitze in die Oberfläche gedrückt und oxidieren dort das Halbleitermaterial. Das Oxid bildet sich nur im Kontaktbereich. Die Reaktionsgleichung lautet [37]:



mit den Löchern  $\text{h}^+$ . Das ursprüngliche GaAs wird durch Oxid ersetzt. Dieses erreicht einige Nanometer Höhe und dringt gleichzeitig einige Nanometer in die Oberfläche ein. Die GaAs-Schichtgrenze wird so näher an das 2DEG herangeführt. Wie in Abschnitt 3.2 beschrieben verändert dies den Verlauf der Leitungsbandkante. Sie verschiebt zu höheren Energien. Das vormals besetzte unterste 2D-Subband wird somit über das chemische Potential im Halbleiter geschoben. Der Bereich unter dem Oxid wird dadurch isolierend.

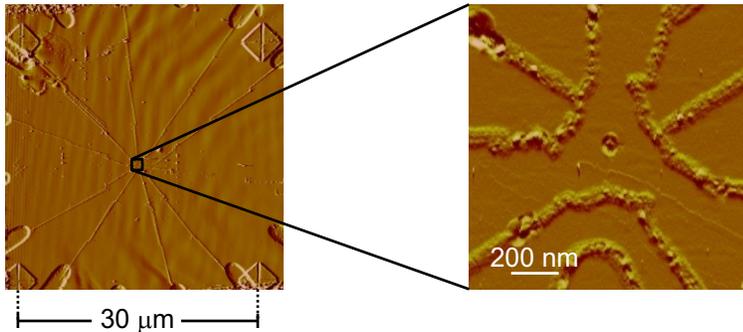


Abbildung 3.15: *Beispiel einer mittels LAO hergestellten Probe. Oxidlinien verlaufen vom Rand der Mesa ins Zentrum, wo sie die Quantenstruktur bilden. Hinreichend isolierende Linien besitzen eine Breite von ca. 100 nm.*

Abbildung 3.15 zeigt eine rasterkraftmikroskopische Aufnahme einer typischen mittels LAO hergestellten Struktur. Oxidlinien durchtrennen das 2DEG im Zentrum der Mesa bis zu den zuvor geätzten Bereichen. In der Mitte findet sich das zu untersuchende Probengebiet (Ausschnitt). Eine hinreichend isolierende Wirkung der Oxidlinien wird mit Linienbreiten von ca. 100 nm erreicht, die hier bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von ca. 70% mit einem konstanten Strom von 800 nA geschrieben wurden.

### 3.3.4 Vergleich Elektronenstrahlithographie - lokale anodische Oxidation

Die lokale anodische Oxidation bietet im Vergleich zur Elektronenstrahlithographie einige Vor- und Nachteile. Unterschiede treten in vielerlei Hinsicht auf:

#### Herstellung

Während zur Herstellung metallischer Topgates mit Belackern, Belichten, Entwickeln, Bedampfen und Lift-Off fünf Prozessschritte notwendig sind, kommt die LAO mit nur einem einzigen Schritt aus, mit dem Schreiben

der Oxidlinien. Die Herstellung von LAO-Strukturen ist daher in der Regel schneller und weniger fehleranfällig. Hinzu kommt, dass LAO-Strukturen sehr leicht durch weitere Oxidlinien modifiziert werden können. Bei Topgate-Strukturen käme zu den erneuten fünf Prozessschritten das Alignment als kritischer Schritt hinzu.

### **Stabilität**

LAO-Strukturen sind im Gegensatz zu Topgate-Strukturen außerordentlich stabil, da die Gates Teil des Halbleitermaterials sind (In-Plane-Gates). Es kommt daher kaum zu Spannungsüberschlägen, die sich auf Topgates vernichtend auswirken.

### **Strukturgeometrie**

LAO-Strukturen besitzen im Allgemeinen eine geringere Anzahl von Gates, da die Oxidlinien selbst bereits ohne äußere Spannung ein Einschlusspotential schaffen. Allerdings sind mit Topgates zum Teil feinere Strukturen möglich, da durch die Breite der Oxidlinien eine Mindestverarmungszone von ca. 200 nm vorgegeben ist und daher Gates einen Oxidlinienabstand von mindestens 200 nm aufweisen müssen. So scheint es bisher nicht möglich, Quantenpunkte mit nur einem Elektron reproduzierbar mit LAO herzustellen. Mit Topgate-Strukturen wurde dies mehrfach erreicht, erstmals durch Ciorga et al. [38].

### **Rauscheigenschaften**

Aufgrund der geringeren Anzahl von Gates und durch den In-Plane-Charakter scheinen LAO-Strukturen ein geringeres Rauschlevel zu besitzen als Topgate-Strukturen. Letztere dagegen zeigen häufig ein deutlich verstärktes Rauschen durch zufällige Umladungen von Störstellen (random telegraph noise). Statistische Untersuchungen könnten hier weiteren Aufschluss geben.

### **Flexibilität**

Die unveränderlich isolierende Eigenschaft der Oxidlinien mag Vorteile für die Anzahl von Gates bieten, schränkt allerdings die Flexibilität der Struk-

turen ein. Topgates können dagegen komplett abgeschaltet werden, so dass kaum eine Beeinflussung des Potentials von ihnen ausgeht. Zudem können weit stärkere negative Spannungen an Topgates angelegt werden. Allerdings sorgt die Schottky-Barriere am Metall-Halbleiterübergang dafür, dass nur sehr geringe positive Spannungen verwendet werden können [9]. Hier zeigen sich In-Plane-Gates flexibler, deren Spannungsbereich nicht von der Polung abhängt.

### Potentialverlauf

Die durch Topgates erzeugten Potentiale bieten einen weicheren Verlauf als die von Oxidlinien [36, 39]. Dies hat Auswirkungen auf das Einschlusspotential selbst aber auch auf das Potential der Zuleitungen. Besonders bei der räumlichen Aufteilung von Randkanälen (siehe Abschnitt 2.2.1) ist dies von Bedeutung.

### 3.3.5 Kombination Elektronenstrahlolithographie - lokale anodische Oxidation

Einen entscheidenden Vorteil besitzen beide Verfahren: sie lassen sich miteinander zu zweischichtigen Gatestrukturen kombinieren [40]. Allerdings ist zur Kombination ein weit aufwendigeres Herstellungsverfahren notwendig.

Entscheidend ist die Positionierung beider Gatelagen zueinander. Nur bei einer Positionsgenauigkeit von unter 50 nm lassen sich sinnvoll Strukturen herstellen. Da sich die Topgates aufgrund der schlechten Sichtbarkeit von Oxidlinien im SEM nicht an LAO-Strukturen ausrichten lassen, die Oxidlinien aber vor den Topgates geschrieben werden müssen, sind zusätzliche metallische Markerstrukturen nötig, die mit dem SEM in einem zusätzlichen ersten Prozessschritt erzeugt werden müssen. Anschließend gibt es zwei Alignment-Schritte. Die LAO-Strukturen müssen an den Markern ausgerichtet werden, anschließend muss das SEM erneut passgenau auf den ersten Prozessschritt ausgerichtet werden, um die tatsächlichen Topgates zu schreiben. Die Marker zur Ausrichtung des AFMs müssen im Sichtfenster liegen, welches für die LAO gewählt wird. Dieses hat typischerweise eine Kantenlänge von ein bis fünf Mikrometern. Die Marker zur Ausrichtung des SEMs können dagegen weiter außen liegen. In Abb. 3.12 und 3.15 sind

entsprechende Marker (rautenförmige Metallisierungen) im Abstand von  $30\ \mu\text{m}$  zu sehen.

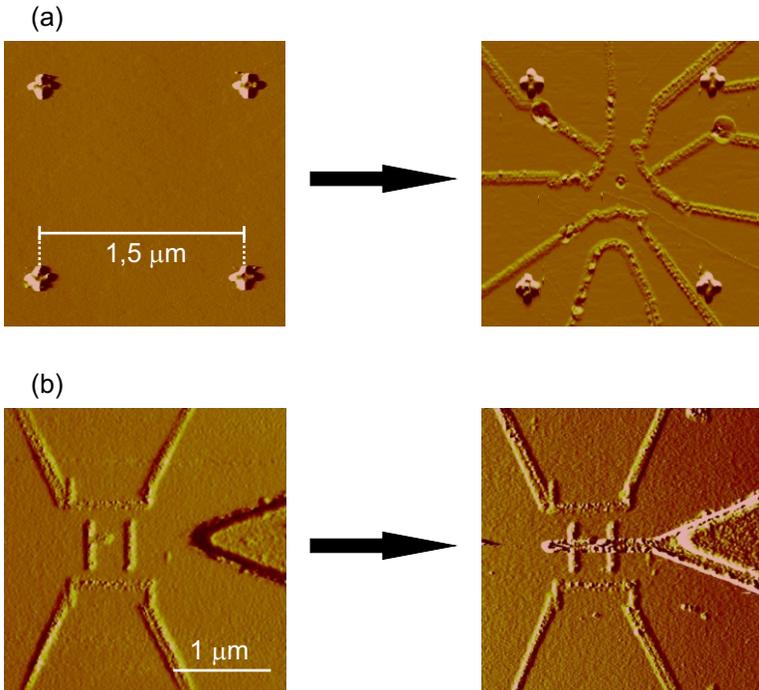


Abbildung 3.16: Zur Kombination von LAO und Elektronenstrahlolithographie sind metallische Marker notwendig. Sie können in Form zusätzlicher Strukturen ohne eigene Funktion bestehen wie die vier Kreuze in (a). Alternativ können auch Teile der aktiven Geometrie verwendet werden wie der dreieckige Stumpf des Topgates in (b).

Abbildung 3.16 zeigt zwei Beispiele für die zur LAO benötigten Marker. Diese Marker können als zusätzliche Strukturen gestaltet sein wie die vier Kreuze in Abb. 3.16 (a) mit einer Kantenlänge von jeweils  $200\ \text{nm}$  und einem Abstand von  $1,5\ \mu\text{m}$ . Sie können aber auch Teil der aktiven Geometrie sein wie in Abb. 3.16 (b) zu sehen. Die LAO-Strukturen wurden

an einem bereits zuvor gefertigten Teil des Topgates ausgerichtet, der keine Oxidlinien bedeckt. In einem letzten Schritt wird dieses Topgate dann vervollständigt.

# 4 Messmethodik

## 4.1 Kryotechnik

Um das quantenmechanische Energiespektrum eines Quantenpunktes auflösen zu können, wird nach Gl. 3.1 eine Temperatur benötigt, bei der die Verbreiterung der Fermikante in den Zuleitungen kleiner ist als der Abstand der aufzulösenden Energieniveaus. Ein wesentlicher Aspekt der Messmethodik ist daher die Erzeugung möglichst geringer Temperaturen. Dies wird mit Hilfe eines  $^3\text{He}^4\text{He}$  Entmischungskryostaten erreicht. Dabei handelt es sich um eine mehrstufige Kryotechnik, die Temperaturen unter 10 mK ermöglicht [41].

Je nach Aufbau wird das System zunächst durch verschiedene Vakuumschilde und äußere Kühlschilde von der Außentemperatur getrennt und auf Temperaturen von 77 K (Flüssig-Stickstoffkühlschild) und 4,2 K (Flüssig-Heliumkühlschild) gebracht. Im Inneren finden sich weitere Kühlstufen, die anhand des Beispiels eines Kelvinox 300 Dilution Refrigerators der Firma Oxford Instruments erläutert werden. Abbildung 4.1 zeigt das Innenleben dieses Systems, das in einer inneren Vakuumkammer platziert wird. Als erste Stufe dieses Einsatzes wird der sog. 1K-Topf verwendet. Er ist teilweise mit flüssigem  $^4\text{He}$  gefüllt. Die Gasphase im oberen Teil des Behälters wird kontinuierlich abgepumpt. Die dadurch erzeugte Verdunstungskühlung senkt die Temperatur auf ca. 1 K ab. Darunter befindet sich die Destillationskammer, die zum Teil mit einer flüssigen  $^3\text{He}$ -armen  $^3\text{He}^4\text{He}$ -Mischphase gefüllt ist. Hier wird durch das Abpumpen der gasförmigen  $^3\text{He}$ -Phase weiteres  $^3\text{He}$  der flüssigen Mischphase entzogen. Die dadurch entstehende Verdunstungskühlung senkt die Temperatur auf ca. 300 mK. Die flüssige  $^3\text{He}$ -arme Phase der Destillationskammer ist mit der darunterliegenden Mischungskammer verbunden, in der sich eine Phasengrenze zwischen der  $^3\text{He}$ -armen Mischphase und einer  $^3\text{He}$ -reichen Mischphase bildet. Durch den kontinuierlichen Entzug von  $^3\text{He}$  aus der  $^3\text{He}$ -

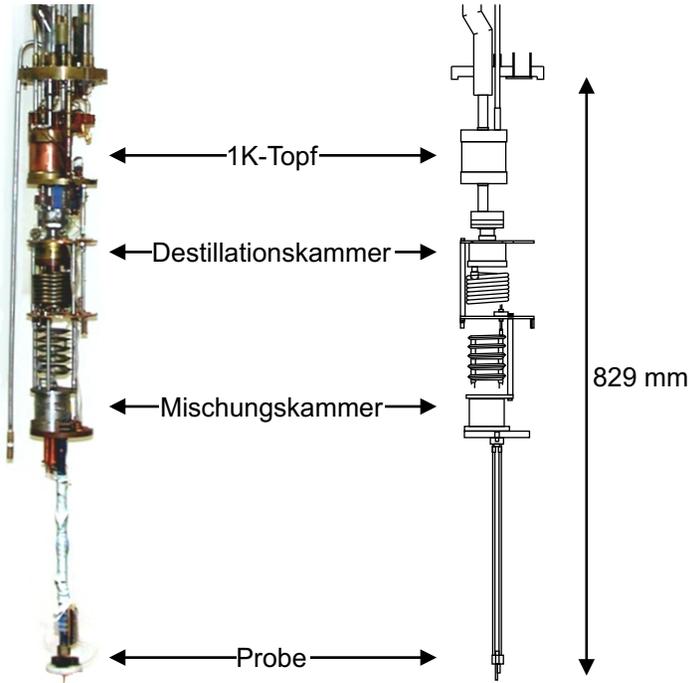


Abbildung 4.1: *Innenleben eines  $^3\text{He}^4\text{He}$ -Entmischungskryostaten (Oxford Kelvinox 300)*

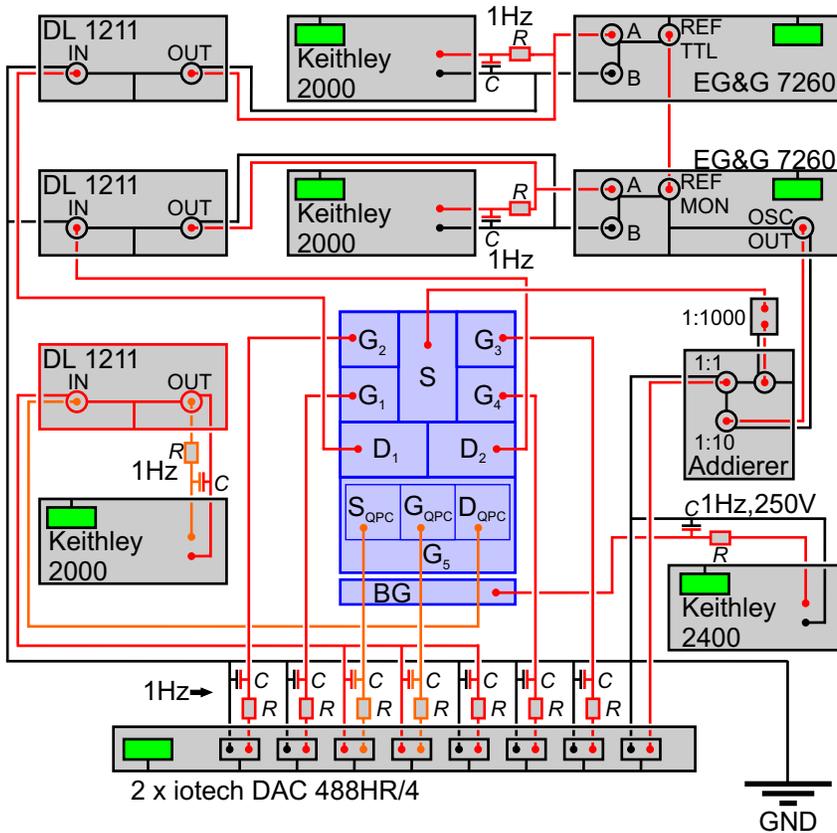
armen Phase über die Destillationskammer tritt an der Phasengrenze in der Mischungskammer ständig  $^3\text{He}$  von der  $^3\text{He}$ -reichen in die  $^3\text{He}$ -arme Phase über. Dieser Phasenübergang entzieht der Umgebung Energie. Temperaturen unter 10 mK lassen sich so erreichen.

## 4.2 Messaufbau zur Transportmessung

Der Messaufbau zur Messung elektronischen Transportes ist beispielhaft in Abb. 4.2 für die Untersuchung eines Zweipfad-Dreifachquantenpunktes mit Quantenpunktkontakt (QPC) gezeigt. Neben der Aufnahme der differentiellen Leitfähigkeit  $G$  entlang zweier Pfade ermöglicht er auch die Aufnahme des Gleichstromes  $I_{\text{DC}}$  durch die Probe. Zudem wird der Strom  $I_{\text{QPC}}$  durch den QPC gemessen, der seinerseits als Gate verwendet werden kann.

Der Betrieb des Messaufbaus sowie die Datenaufnahme erfolgt per Computer über GPIB (general purpose interface bus). Die Steuerung des Systems ermöglicht das Anlegen von Gleichspannungen mittels eines oder mehrerer iotech DAC 488HR/4. Sowohl Gatespannungen  $U_{\text{G}}$  als auch die Spannung an Source  $U_{\text{S}}$  werden hiermit erzeugt. Zusätzlich liegt an Source eine Wechselspannung an, die durch einen EG&G 7260 Lock-In bereitgestellt wird. Typischerweise beträgt die Frequenz 16,666 Hz bei einer Amplitude  $U_{\text{AC}}$  von 10 bis 30  $\mu\text{V}$ . Die Wechselspannung wird mit  $U_{\text{S}}$  addiert und dem Sourcekontakt (S) der Probe zugeführt. Die Gatespannungen werden direkt an die Gates ( $G_1$  bis  $G_4$ ) angelegt. Um eine Spannung von mehreren 10 Volt an das Backgate (BG) anzulegen, wird ein Keithley 2400 verwendet.

Die Messung des Gleich- und Wechselstromsignals geschieht an den Drainkontakten ( $D_1$  und  $D_2$ ). Die Signale werden jeweils durch einen DL 1211 Vorverstärker verstärkt (typischerweise um den Faktor  $10^7$ ). Der Vorverstärker zieht dabei das Potential des Drainkontaktes auf das Erdpotential. Der Drainkontakt gibt damit das Referenzpotential der Probe. Der Gleichstromanteil des verstärkten Signals wird mit einem Keithley 2000 gemessen und ergibt den Strom  $I_{\text{DC}}$ . Der Wechselstromanteil wird wieder dem Lock-In zugeführt. Bei mehreren Messpfaden erhalten die weiteren Lock-Ins die Oszillation vom ersten Lock-In als Referenz. Aus dem so gemessenen Wechselstrom  $I_{\text{AC}}$  lässt sich direkt über  $G = I_{\text{AC}}/U_{\text{AC}}$  die differentielle Leitfähigkeit berechnen. Für sehr kleine Sourcespannungen  $U_{\text{S}} \approx 0$  entspricht die differentielle Leitfähigkeit  $G$  der Leitfähigkeit  $I_{\text{DC}}/U_{\text{S}}$ .



- Erde
- GPIB
- Signal gegen Erde
- Probe
- Signal gegen  $U_{GS}$

Abbildung 4.2: Messaufbau für Transportmessungen an Quantenpunktstrukturen am Beispiel des Aufbaus für Probe T2. Die Probe verfügt über einen Source- ( $S$ ) und zwei Drain-Kontakte ( $D_1, D_2$ ), vier Seitengates ( $G_1 - G_4$ ), ein Backgate ( $BG$ ) sowie einen als fünftes Seitengate ( $G_5$ ) verwendbaren Quantenpunktkontakt mit eigenen Source-, Drain- und Gate-Kontakten ( $S_{QPC}, D_{QPC}, G_{QPC}$ ). Sämtliche Gates werden individuell per DC-Spannung angesteuert. Die Leitfähigkeit über  $S$  und  $D_1, D_2$  wird per Lock-In Messung durch Anlegen zusätzlicher AC-Spannungen aufgenommen.

Wird zusätzlich ein Quantenpunktkontakt (quantum point contact, QPC) zur Ladungsmessung verwendet, muss auch der Gleichstrom durch den QPC gemessen werden. Dazu wird an  $S_{\text{QPC}}$  über den DAC eine Gleichspannung  $U_{S_{\text{QPC}}}$  angelegt sowie eine Steuerspannung  $U_{G_{\text{QPC}}}$  an das Gate des QPCs. An  $D_{\text{QPC}}$  wird mittels Vorverstärker und Keithley 2000 der Gleichstrom  $I_{\text{QPC}}$  gemessen. Das Referenzpotential des QPCs ist durch das Potential von  $D_{\text{QPC}}$  gegeben. Soll der komplette QPC als zusätzliches Gate ( $G_5$ ) verwendet werden, muss dieses Referenzpotential der Spannung  $U_{G_5}$  entsprechen. Dazu wird durch den DAC die Spannung  $U_{G_5}$  statt des Erdpotentials an die DAC-Ports für  $U_{S_{\text{QPC}}}$  und  $U_{G_{\text{QPC}}}$  und an den Vorverstärker für  $D_{\text{QPC}}$  angelegt.

Zu beachten ist zudem die Vermeidung von Erdschleifen. Das Erdpotential wird von außen zugeführt und an die einzelnen DAC-Ports gegeben sowie an die Außenkontakte der Vorverstärker an  $D_1$  und  $D_2$ , an den Referenzpol des Keithley 2400 und an den Außenkontakt des Addierers. Damit sind alle Mess- und Steuerleitungen geerdet, zudem auch die Gehäuse der Vorverstärker und des Addierers. Über OSC OUT ist ebenfalls das Gehäuse des Lock-Ins geerdet, der die Wechselspannung erzeugt. Über dieses Gehäuse ist zugleich der komplette GPIB-Bus geerdet, darüber wiederum die Gehäuse weiterer Lock-Ins sowie aller Keithleys und des DACs. Um Erdschleifen zu vermeiden darf daher nur der Innenleiter zwischen REF MON und REF TTL verbunden sein, um die Referenzoszillation an den zweiten Lock-In zu geben.



# 5 Proben

Im Folgenden werden die Proben aufgelistet und beschrieben, die im Rahmen dieser Arbeit hergestellt und/oder untersucht wurden. Sie sind unterteilt in Einzel-, Doppel- und Dreifachquantenpunkte. Dabei ist zu beachten, dass auch an Mehrfachquantenpunktsystemen die Physik von Einzelquantenpunkten untersucht werden kann. Andererseits findet sich zum Teil in einigen Strukturen eine höhere Anzahl an Quantenpunkten als ursprünglich geplant. Die folgende Liste teilt die Systeme so ein, wie es den Untersuchungen am ehesten entspricht. Einige Strukturen wurden nur rudimentär untersucht, sind der Vollständigkeit halber aber aufgelistet.

## 5.1 Einzelquantenpunkte

### Probe E1

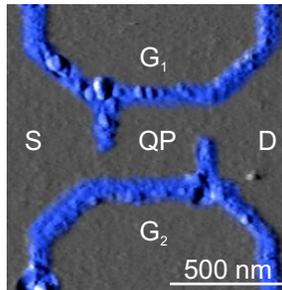


Abbildung 5.1: *AFM-Aufnahme von Probe E1*

Die Einzelquantenpunktstruktur E1 ist mittels LAO hergestellt. Ausgangsmaterial ist 7-10-00.1 (siehe Abschnitt 3.2.1). Die kolorierte AFM-

Aufnahme in Abb. 5.1 zeigt die Oxidlinien in blau und die unbehandelte Oberfläche in grau. Die Struktur besteht aus einem Quantenpunkt QP mit den Zuleitungen Source S und Drain D sowie zwei Seitengates  $G_1$  und  $G_2$ . Die Barrieren, die den Quantenpunkt an die Zuleitungen anschließen, sind als ca. 100 nm breite Unterbrechungen der Oxidlinien ausgeführt. Die Seitengates werden sowohl zur Steuerung der Elektronenzahl verwendet als auch zur Regelung der Barrieren zwischen dem Quantenpunkt und den Zuleitungen.  $G_1$  steuert die Barriere an Drain,  $G_2$  die an Source. Die Probe wurde in Zusammenarbeit mit Andrius Džiaugys im Rahmen seiner Bachelorarbeit hergestellt [42].

## Probe E2

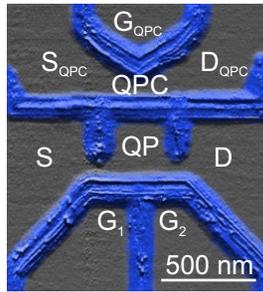


Abbildung 5.2: AFM-Aufnahme von Probe E2

Die Struktur E2 (Abb. 5.2) wurde ebenfalls durch LAO hergestellt. Verwendet wurde die Heterostruktur C021227B (siehe Abschnitt 3.2.1). Zusätzlich zu einem Einzelquantenpunkt QP, der an S und D angeschlossen ist und mit den Gates  $G_1$  an S und  $G_2$  an D gesteuert wird, verfügt Struktur E2 über einen Quantenpunktkontakt QPC in direkter Nachbarschaft zum Quantenpunkt. Über kapazitive Kopplung lassen sich damit Ladungsänderungen auf dem Quantenpunkt detektieren. Der Quantenpunktkontakt verfügt über eigene Zuleitungen  $S_{QPC}$  und  $D_{QPC}$  sowie ein Steuergate  $G_{QPC}$ , welches die Durchlässigkeit der Engstelle reguliert. Die Probe entstand in Zusammenarbeit mit Benjamin Harke im Rahmen seiner Diplomarbeit [43].

## Probe E3

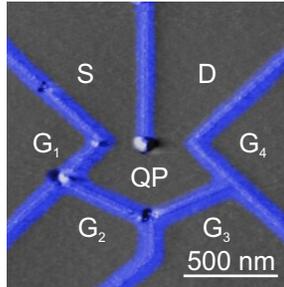


Abbildung 5.3: AFM-Aufnahme von Probe E3

Probe E3 (Abb. 5.3) stellt einen Einzelquantenpunkt dar, der im Vergleich zu E1 und E2 eine aufwendigere Geometrie besitzt. Die Zuleitungen S und D sind nur durch eine einzelne Oxidlinie voneinander getrennt und liegen daher so nah wie möglich zusammen. Auf der gegenüberliegenden Seite ist somit Platz für vier Seitengates. Diese Gates besitzen verteilte Aufgaben. Gates  $G_1$  und  $G_4$  steuern die Barrieren zu S und D, während  $G_2$  und  $G_3$  davon unabhängig zur Variation des Potentials und damit der Elektronenzahl im Quantenpunkt verwendet werden können. Hergestellt wurde die Probe durch LAO auf Material C021212A (siehe Abschnitt 3.2.1) in Zusammenarbeit mit Dawid Kupidura für seine Diplomarbeit [44].

## Probe E4

Abbildung 5.4 zeigt eine elektronenmikroskopische Aufnahme der Probe E4. Zu sehen ist ein Einzelquantenpunkt, der ausschließlich durch metallische Topgates (gold eingefärbt) definiert wird. Verwendet wurde dafür die Heterostruktur 1129 (siehe Abschnitt 3.2.1). Jeweils zwei Gates erzeugen die Barrieren zwischen dem Quantenpunkt und den Zuleitungen Source und Drain,  $G_1$  und  $G_6$  an S und  $G_3$  und  $G_4$  an D. Ähnlich wie bei Struktur E3 können die übrigen Gates  $G_2$  und  $G_5$  unabhängig davon das Potential und die Elektronenzahl im QP steuern. Die Struktur wurde von C. Fühner während seiner Dissertation hergestellt [45, 46].

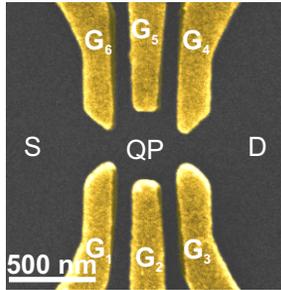


Abbildung 5.4: SEM-Aufnahme von Probe E4

## 5.2 Doppelquantenpunkte

### Probe D1

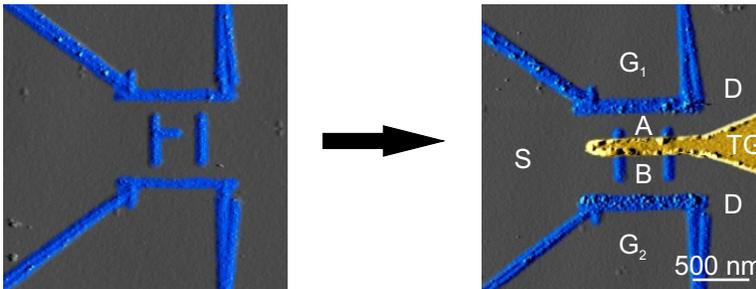


Abbildung 5.5: AFM-Aufnahmen von Probe D1

Zur Herstellung der Doppelquantenpunktstruktur D1 wurde die lokale anodische Oxidation mit der Elektronenstrahlolithographie kombiniert, wie es in Abschnitt 3.3.4 beschrieben ist. Die in Abb. 5.5 blau dargestellten Oxidlinien erzeugen das Einschlusspotential für zwei Quantenpunkte A und B, die parallel über je zwei Barrieren an gemeinsame Source und Drain Kontakte angekoppelt sind. Die Barrieren für A lassen sich durch das Gate G<sub>1</sub> steuern, die für B durch G<sub>2</sub>. Auch zwischen den Quantenpunkten ist ei-

ne Barriere platziert, die eine Tunnelkopplung zulässt. Sie wird durch das in gold dargestellte Topgate TG gesteuert. Die darunterliegende Oxidbarriere ist so gestaltet, dass nur geringe negative Spannungen am Topgate notwendig sind, um beide Quantenpunkte zu trennen. Das 2DEG im Bereich des Drainkontaktes bleibt dabei auch unterhalb des Topgates stets leitfähig. Ausgangsmaterial ist die Heterostruktur 7-10-00.1 (siehe Abschnitt 3.2.1).

## Probe D2

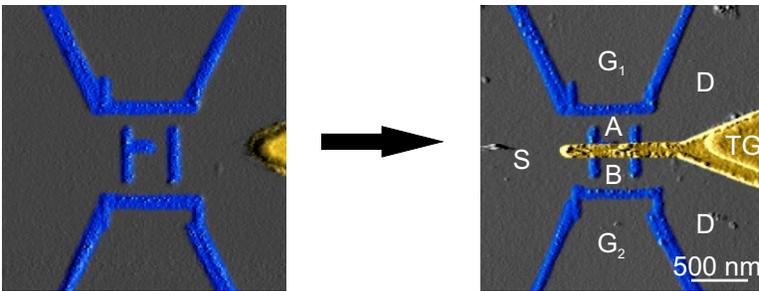


Abbildung 5.6: *AFM-Aufnahmen von Probe D2*

Die Geometrie von Probe D2 (Abb. 5.6) ist prinzipiell identisch zu der von Probe D1. Auch die Heterostruktur stammt vom selben Material. Dennoch gibt es technisch bedingt leichte Unterschiede in der mikroskopischen Struktur der Oxidlinien und des Topgates, die entscheidenden Einfluss auf die Potentiallandschaft haben können. So ist bei Probe D2 die Barriere zwischen Quantenpunkt B und Drain dauerhaft geschlossen.

## 5.3 Dreifachquantenpunkte

### Probe T1

Probe T1 (Abb. 5.7) ist in Sachen Material, Herstellung und Geometrie identisch mit den Proben D1 und D2. Allerdings findet sich im Bereich,

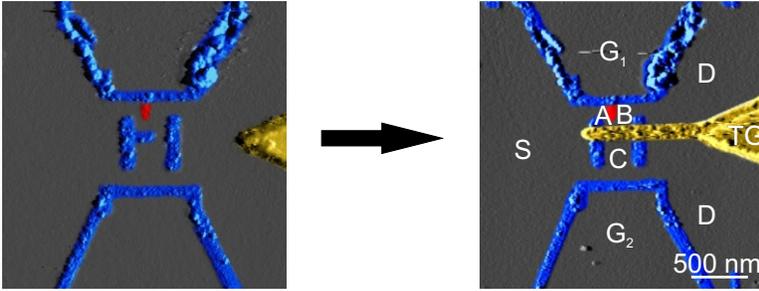


Abbildung 5.7: AFM-Aufnahmen von Probe T1

der für Quantenpunkt A geplant war, eine natürliche Oberflächenunebenheit (rot markiert). Sie spaltet diesen Bereich vermutlich so auf, dass zwei Quantenpunkte A und B auf einer Seite des Topgates entstehen. Auf der anderen Seite findet sich wie geplant ein Quantenpunkt (C).

### Probe T2

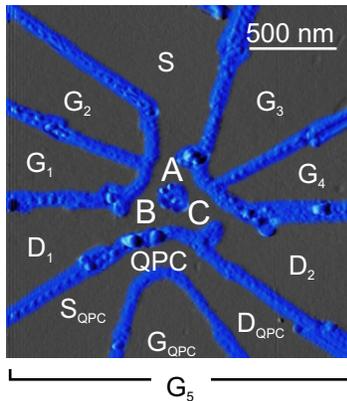


Abbildung 5.8: AFM-Aufnahme von Probe T2

Struktur T2 (Abb. 5.8) stellt eine besonders aufwendige Version eines Dreifachquantenpunktes dar. Hergestellt wurde sie mittels LAO auf Material 7-10-00.1 (siehe Abschnitt 3.2.1). Die in der Mitte befindlichen Quantenpunkte A, B und C sind lediglich durch einen Oxidpunkt im Zentrum der Struktur voneinander getrennt, besitzen aber Tunnelbarrieren zueinander. Jeder Quantenpunkt verfügt zudem über eine eigene Zuleitung. Damit sind simultane Transportmessungen entlang zweier Pfade durch das System möglich mit S an A,  $D_1$  an B und  $D_2$  an C. Pfad 1 erlaubt Transport entlang der in Serie geschalteten Quantenpunkte A und B, Pfad 2 entlang A und C. Vier Seitengates  $G_1$  bis  $G_4$  steuern die Kopplung zu den Zuleitungen sowie die Kopplung der Quantenpunkte untereinander. Aufgrund der geringen Abstände ist ein feines Zusammenspiel aller Gates notwendig. Im unteren Bereich der Abbildung ist darüber hinaus ein Quantenpunktkontakt zu sehen mit eigenen Zuleitungen  $S_{QPC}$  und  $D_{QPC}$  sowie einem Steuergate  $G_{QPC}$ . Der komplette Quantenpunktkontakt kann ohne Verlust seiner Funktionsfähigkeit als weiteres Seitengate  $G_5$  für den Dreifachquantenpunkt betrieben werden. Der Messaufbau ist in Abb. 4.2 gezeigt. Eine Erweiterung der Struktur durch den Einsatz der Elektronenstrahlolithographie ist vorstellbar.

## 5.4 Sonstige Proben

### Probe D3

Probe D3 (Abb. 5.9) zeigt eine alternative Geometrie eines parallelen Doppelquantenpunktes auf Material 7-10-00.1 (siehe Abschnitt 3.2.1). Ein wesentlicher Zweck dieser Geometrie ist es, die Quantenpunkte A und B so klein wie möglich zu gestalten. Sie sind daher nur durch einzelne Oxidpunkte von den Zuleitungen und voneinander getrennt. Wie auch bei den Proben D1 und D2 werden In-Plane-Gates zur Steuerung der Barrieren zu Source und Drain eingesetzt. Um eine höhere Flexibilität zu erreichen, verfügt nun jede Barriere über ein Steuergate ( $G_1$  bis  $G_4$ ). Im Bereich der Drainzuleitung ist ein Teil des Topgates  $TG_1$  zu erkennen, welches für die Steuerung der mittleren Barriere zwischen A und B notwendig ist. Allerdings wurde die Probe nicht fertiggestellt. Zusätzliche Topgates  $TG_2$  und  $TG_3$  zur unabhängigen Steuerung der Potentiale von A und B sind daher

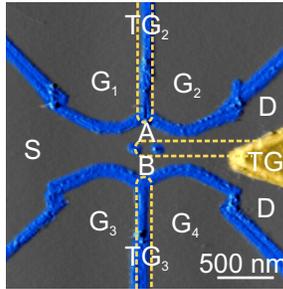


Abbildung 5.9: AFM-Aufnahme von Probe D3

wie auch der fehlende Teil von  $TG_1$  gestrichelt dargestellt. Die prinzipielle Funktionsfähigkeit wurde festgestellt.

### Probe T3

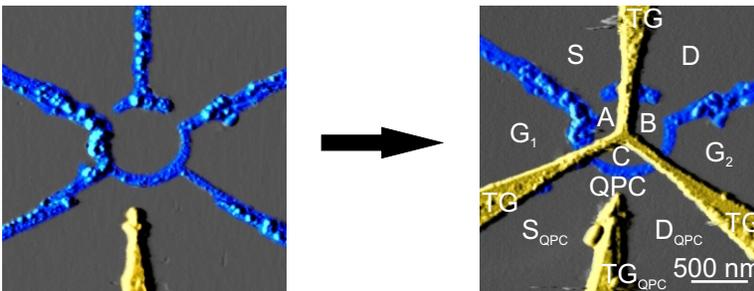


Abbildung 5.10: AFM-Aufnahmen von Probe T3

Abbildung 5.10 zeigt einen Ansatz zur Herstellung eines Dreifachquantenpunktes erneut mittels Kombination von LAO und Elektronenstrahl-lithographie. Probe T2 besteht zunächst aus einem kreisförmigen durch Oxidlinien definierten großen Quantenpunkt, der an Source und Drain koppelt und über zwei Seitengates  $G_1$  und  $G_2$  zur Variation der Kopplung

verfügt. Zudem ist im unteren Bereich der Abbildung ein Topgate  $TG_{QPC}$  zu erkennen, welches einen Quantenpunktkontakt zur Ladungsmessung definiert, der eigene Zuleitungen  $S_{QPC}$  und  $D_{QPC}$  besitzt. Ein zusätzliches sternförmiges Topgate TG zerteilt bei negativer Spannung den anfänglich großen Einzelquantenpunkt in drei Quantenpunkte A, B und C. Verwendet wurde die Heterostruktur C021227B (siehe Abschnitt 3.2.1). Die prinzipielle Funktionsfähigkeit wurde festgestellt.



# 6 Effekte in Einzelquantenpunkten

Die Forschung an lateralen Einzelquantenpunkten reicht bereits einige Jahrzehnte zurück. Mittlerweile finden sich unzählige Formen und Geometrien, die perfekt auf die jeweiligen Fragestellungen abgestimmt sind. Eine Einführung und einen Überblick über die Welt der Einzelquantenpunkte bieten die Referenzen [2, 4, 7, 14, 15].

Im Folgenden werden zunächst grundlegende Effekte beschrieben, die für laterale Quantenpunkte typisch sind und daher zur Charakterisierung der Systeme verwendet werden. Anschließend werden Effekte geschildert, die durch Ladungsdetektion mit Hilfe von Quantenpunktkontakten gefunden wurden. Zuletzt werden Ergebnisse gezeigt, die im senkrechten Magnetfeld gewonnen wurden. Ein besonderes Augenmerk liegt hier auf der Spinblockade und dem Kondo-Effekt.

## 6.1 Grundlagen

Die Messung einiger grundlegender Effekte ist mittlerweile Standard, um sich ein Bild der Struktur und ihrer Funktionsweise zu machen und darauf aufbauend das Verständnis weiterer Effekte zu ermöglichen. Zu diesen Grundlagen zählen das generelle Erscheinungsbild quantenmechanischer Zustände im Transport, die durch Abstoßung der Elektronen verursachte Coulomb-Blockade und die Methoden zur Bestimmung der Energieskalen und der Elektronenzahl.

### 6.1.1 Strom und differentielle Leitfähigkeit

Nach Abschnitt 2.2.2 ist die differentielle Leitfähigkeit  $G$ , also die Ableitung des Stromes  $I$  durch das System nach der an die Zuleitungen angelegten

Spannung  $U_{SD}$  ( $= U_S$  bei  $U_D = 0$ ), eine geeignete Größe zur Untersuchung von Quantenpunktspektren. Dazu muss der Strom  $I$  als Funktion von  $U_S$  gemessen werden.

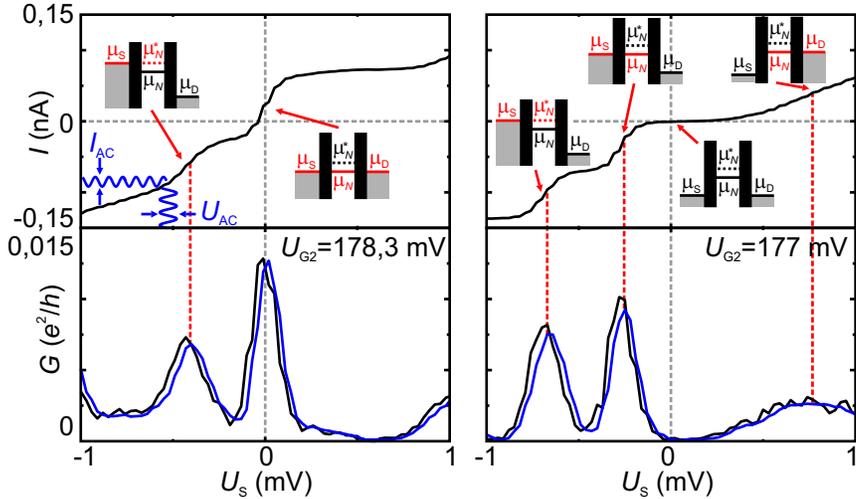


Abbildung 6.1: Oben: Strom-Spannungs-Kennlinien an Probe E1 für  $U_{G2} = 178,3$  mV (links) und  $U_{G2} = 177$  mV (rechts). Resonanzen chemischer Potentiale  $\mu_N$ ,  $\mu_N^*$  mit  $\mu_S$ ,  $\mu_D$  erzeugen Stufen im Strom (siehe Schemata). Unten: Differentielle Leitfähigkeit  $G$  per Ableitung  $dI/dU_S$  (schwarz) und per Lock-In-Messung  $I_{AC}/U_{AC}$  (blau). Resonanzen erscheinen als Peaks.

Am Beispiel von Probe E1 sind zwei typische  $IU$ -Kennlinien bei unterschiedlichen Gatespannungen im oberen Teil von Abb. 6.1 gezeigt. Für beide Gatespannungen zeigen sich im Strom  $I$  als Funktion der Spannung  $U_S$  Stufenkanten mit dazwischenliegenden Plateaus. Bei  $U_{G2} = 178,3$  mV ist eine Stufenkante bei  $U_S = 0$  mV zu sehen, an die sich zur Linken ein Plateau negativen Stromes anschließt (Elektronenfluss von Source nach Drain) und zur Rechten ein Plateau positiven Stromes (Elektronenfluss von Drain nach Source). Die Situation wird anhand des Schemas für  $U_S = 0$  mV deutlich. Das chemische Potential eines Grundzustandsübergangs  $\mu_N$  ist resonant mit den chemischen Potentialen der Zuleitungen, die bei  $U_S = 0$  mV auf

gleicher Höhe liegen. Sobald mit endlicher Spannung  $U_S$  die chemischen Potentiale der Zuleitungen aufspalten und ein sog. Transportfenster entsteht, kann daher über den durch  $\mu_N$  erzeugten Transportkanal ein Strom fließen. Nach Abschnitt 2.2.2 tragen zur Breite des Anstiegs die intrinsische Zustandsbreite und die Temperatur des Systems bei. Aufgrund der konstanten 2D-Zustandsdichte bildet sich aber schließlich ein Plateau endlichen Stromes sowohl für positive wie auch für negative Werte von  $U_S$ . Die Aktivierung eines zweiten Transportkanals hat eine weitere Stufe bei negativen Spannungswerten zur Folge. Dies kann durch einen Übergang unter Beteiligung eines angeregten Zustands mit chemischem Potential  $\mu_N^*$  erklärt werden, welches oberhalb von  $\mu_N$  liegt. An der Stufenkante tritt dieses chemische Potential in das Transportfenster ein, da es in Resonanz mit  $\mu_S$  kommt.

Für  $U_{G2} = 177$  mV ergibt sich eine leicht veränderte Situation. Da die Gatespannung nach Gl. 2.25 die Position des chemischen Potentials  $\mu_N$  verschiebt, ist die Resonanzbedingung für  $U_S = 0$  mV nicht mehr erfüllt. Es existiert also zunächst kein Transportkanal, ein Strom kann nicht fließen. Erst bei endlichen Spannungen tritt  $\mu_N$  in das Transportfenster ein. Dabei sind zwei Resonanzen möglich. Für positive Spannungen erzeugt  $\mu_N$  über Resonanz mit  $\mu_D$  einen Transportkanal, für negative Spannungen geschieht dies bei Resonanz mit  $\mu_S$ . Die ursprüngliche Resonanzbedingung spaltet also in zwei auf. Für negativere Werte von  $U_S$  findet sich erneut die Resonanz von  $\mu_N^*$  und  $\mu_S$ .

Die Ableitung des Stromes  $I$  nach der Spannung  $U_S$  ergibt die differentielle Leitfähigkeit  $G$ . Sie ist für beide Gatespannungen in den unteren Graphen von Abb. 6.1 schwarz dargestellt. Jede Stufenkante im Strom, also jede Resonanz, erzeugt einen Peak in der differentiellen Leitfähigkeit. Insbesondere ergibt sich im Falle einer Resonanz auch bei  $U_S = 0$  mV einen endlichen Wert für  $G$ . Zusätzlich zur Ableitung des Stromes ist in blau auch die direkt per Lock-In gemessene differentielle Leitfähigkeit  $I_{AC}/U_{AC}$  gezeigt. Beide Kurven zeigen eine gute Übereinstimmung. Im Folgenden wird für die Messung der differentiellen Leitfähigkeit diese zweite Methode verwendet.

Um die Veränderung der  $IU$ -Kennlinien unter Einfluss der Gatespannung kontinuierlich zu verfolgen, eignen sich zweidimensionale Plots, wie in Abb. 6.2 gezeigt. In Abhängigkeit der Sourcespannung und der Ga-

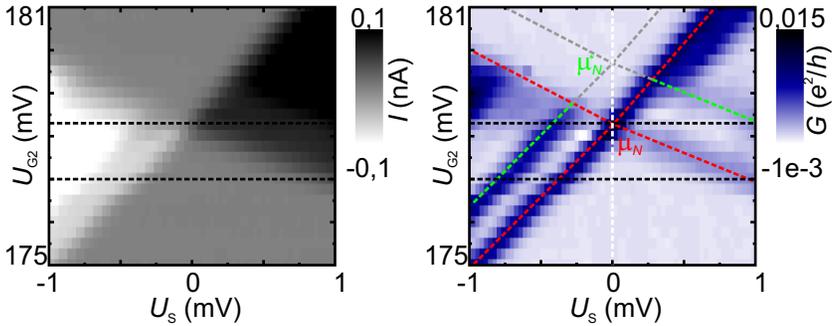
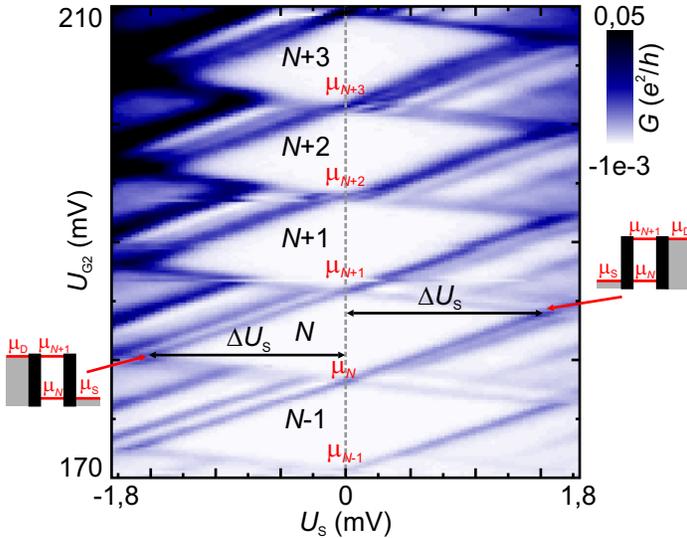


Abbildung 6.2: Strom (links) und differentielle Leitfähigkeit (rechts) als Funktion von  $U_{G2}$  und  $U_S$  an Probe E1. Durch Resonanz mit  $\mu_S$ ,  $\mu_D$  entstehen für jedes chemische Potential  $\mu_N$ ,  $\mu_N^*$  Kreuzungsmuster, die sichtbar sind, falls  $\mu_N$  zwischen  $\mu_S$  und  $\mu_D$  liegt. Negative Steigungen entsprechen Resonanzen mit  $\mu_D$ , positive entsprechen Resonanzen mit  $\mu_S$ .

tespannung ist auf der Linken der Strom in Graustufen dargestellt. Die Kennlinien aus Abb. 6.1 entsprechen Schnitten entlang der gestrichelten schwarzen Linien. Zu erkennen sind ein Bereich negativen Stromes (hell) für  $U_S < 0$  und ein Bereich positiven Stromes (dunkel) für  $U_S > 0$ . In diesen Bereichen liegt der Grundzustandsübergang mit chemischem Potential  $\mu_N$  im Transportfenster. Auf der Rechten von Abb. 6.2 ist die differentielle Leitfähigkeit dargestellt. Deutlich zu erkennen sind die Resonanzen für  $\mu_N$  (gestrichelte rote Linien). Bei  $U_S = 0$  mV findet sich wie zuvor beschrieben eine Resonanz mit den identischen chemischen Potentialen beider Zuleitungen. Bei endlicher Sourcespannung spaltet diese Resonanz linear auf in zwei Resonanzen. Dabei zeigen Resonanzen mit dem chemischen Potential der Source-Zuleitung positive Steigung (Steigung  $\frac{C_D - C_S}{C_G}$ , hier 3,5), Resonanzen mit  $\mu_D$  eine negative Steigung (Steigung  $-C_S/C_G$ , hier -1) [47]. Diese Aufspaltung ist auch für  $\mu_N^*$  zu erkennen (grüne und graue Linien). Dieser Übergang tritt allerdings nur in Erscheinung, solange  $\mu_N$  im Transportfenster liegt. Es ergibt sich also ein doppeltes Spektrum, welches für jeden Zustand ein Kreuzungsmuster um  $U_S = 0$  mV entstehen lässt. Jeder Übergang erzeugt eine Resonanz sowohl an Source wie auch an Drain.

### 6.1.2 Coulomb-Blockade

Betrachtet man mehrere aufeinanderfolgende Elektronenzahlen, ergibt sich für jede Elektronenzahl ein Kreuzmuster ähnlich dem aus Abb. 6.2. Zusätzlich muss aber die Coulomb-Abstoßung der Elektronen untereinander berücksichtigt werden. Wie in Abschnitt 2.2.3 dargestellt führt dies zu einer zusätzlichen Ladeenergie  $E_L = e^2/C_\Sigma$ . Die Kreuzungsmuster für verschiedene Elektronenzahlen rücken daher in der Gatespannung auseinander. Es entsteht ein Rautenmuster wie in Abb. 6.3 gezeigt.



Abbildungung 6.3: Rautenmessung an Probe E1. Für jedes chemische Potential entsteht ein Kreuzungsmuster. Aufgrund der Coulomb-Blockade sind chemische Potentiale und damit Kreuzungsmuster für aufeinanderfolgende Elektronenzahlen gegeneinander verschoben. Es bilden sich rautenförmige Bereiche konstanter Elektronenzahl, in denen kein Stromfluss möglich ist. An den seitlichen Eckpunkten der Rauten entspricht das Transportfenster der Ladeenergie  $E_L$  (siehe Schemata), sofern die quantenmechanischen Energien  $\varepsilon_i$  vernachlässigt werden. Diese lässt sich daher an der Ausdehnung der Rauten  $\Delta U_S$  ablesen.

Zu sehen sind Rauten für fünf aufeinander folgende Elektronenzahlen. Innerhalb der Rauten existiert kein Transportkanal. Es fließt daher kein Strom. Das System befindet sich in der sog. Coulomb-Blockade [1, 48–50], die Elektronenzahl ist konstant ( $N - 1$  bis  $N + 3$ ). Von Raute zu Raute erhöht sie sich um eins. Die Eckpunkte der Rauten entsprechen gerade der Situation, bei der die chemischen Potentiale der Zuleitungen mit den chemischen Potentialen zweier aufeinanderfolgender Elektronenzahlen übereinstimmen (siehe Schemata in Abb. 6.3).

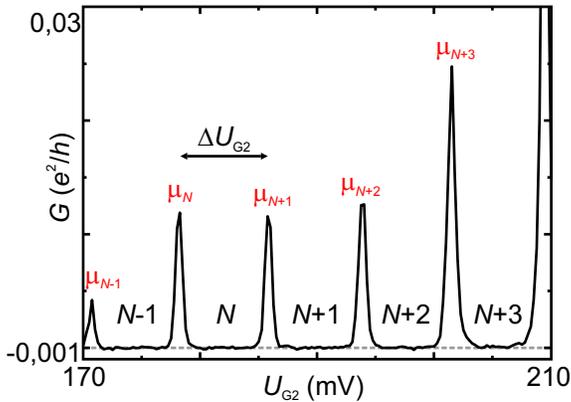


Abbildung 6.4: Schnitt durch die Rautenmessung an Probe E1 bei  $U_S = 0$ . Die chemischen Potentiale  $\mu_N$  der Grundzustandsübergänge erzeugen nahezu äquidistante sog. Coulomb-Blockadepeaks mit Abstand  $\Delta U_{G2}$ .

Interessiert man sich lediglich für die Grundzustände des Systems, reicht es aus, Messungen bei  $U_S = 0$  mV durchzuführen (lineares Regime). Abbildung 6.4 zeigt einen Schnitt durch die Messung aus Abb. 6.3 bei  $U_S = 0$  mV. Zu sehen sind die durch die Resonanzen der Grundzustandsübergänge erzeugten Peaks in der differentiellen Leitfähigkeit (sog. Coulomb-Blockadepeaks). Auf einem Peak ändert sich die Elektronenzahl um eins, dazwischen ist sie konstant. Der Abstand der Peaks  $\Delta U_G$  hängt von der kapazitiven Kopplung des entsprechenden Gates an den Quantenpunkt ab. Nach Gl. 2.25 werden durch die Gatespannung  $\Delta U_G$  die chemischen Potentiale um den Betrag  $e\Delta U_G \frac{C_G}{C_S}$  verschoben. Da es sich um den Abstand zweier

Peaks handelt, entspricht dies der Ladeenergie  $E_L = e^2/C_\Sigma$ . Daraus folgt  $\Delta U_G = e/C_G$ . Für  $N$  Elektronen ergibt sich damit für den dargestellten Fall mit  $\Delta U_{G2} \approx 7$  mV eine Kapazität von  $C_{G2} \approx 23$  aF. Mit Hilfe der zuvor berechneten Steigungen erhält man dann  $C_S \approx 23$  aF und  $C_\Sigma \approx 103,5$  aF.

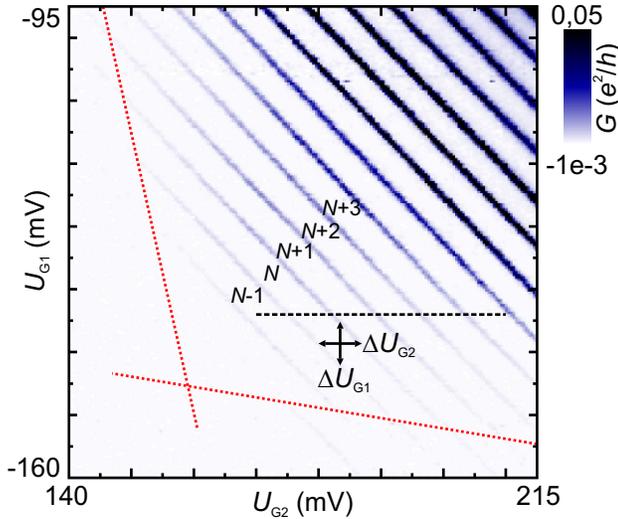


Abbildung 6.5: Ladungsdiagramm an Probe E1. Als Funktion zweier Gate-Spannungen erscheinen Coulomb-Blockadepeaks als Linien mit Abständen  $\Delta U_{G1}$ ,  $\Delta U_{G2}$ . Die Sichtbarkeit ist zu negativen Gatespannungen hin begrenzt (rote Linien), da die Durchlässigkeit der Tunnelbarrieren unter die Detektionsschwelle fällt.

Stehen wie bei Probe E1 mehrere Gates zur Verfügung, lassen sich die Coulomb-Blockadepeaks als Funktion beider Gate-Spannungen in 2D-Plots, sog. Ladungsdiagrammen, darstellen (Abb. 6.5). Die Messungen aus Abb. 6.3 und 6.4 entsprechen Schnitten entlang der schwarzen gestrichelten Linie in Abb. 6.5. Aus den Coulomb-Blockadepeaks entstehen Coulomb-Blockadelinien mit Abstand  $\Delta U_{G2}$  in  $U_{G2}$  und entsprechend  $\Delta U_{G1}$  in  $U_{G1}$ . Daraus lässt sich mit  $\Delta U_{G1} \approx 7,4$  mV nun auch die Kapazität zu  $G_1$  ermitteln zu  $C_{G1} \approx 21,7$  aF. Beide Kapazitäten sind nahezu identisch, was durch die

Punktsymmetrie der Struktur zu erklären ist. Die Steigung der Coulomb-Blockadelinien entspricht  $-C_{G2}/C_{G1}$ . Mit den bekannten Werten für  $C_\Sigma$ ,  $C_S$ ,  $C_{G1}$  und  $C_{G2}$  lässt sich nun nach Gl. 2.23 auch  $C_D$  abschätzen zu  $C_D \approx 35,8 \text{ aF}$ . Einen genaueren Wert erhielte man bei Austausch von Source und Drain Kontakt.

### 6.1.3 Energieskalen

Zunächst liegen die gemessenen Spektren als Funktion von Spannungen vor. Um weitergehende quantitative Aussagen treffen zu können, ist daher eine Umrechnung auf eine Energieskala nötig. Dazu gibt es mehrere Möglichkeiten.

Da die angelegte Sourcespannung hauptsächlich über die Barrieren des Quantenpunktes abfällt, lässt sich  $U_S$  direkt in die energetische Breite des Transportfensters umrechnen zu  $eU_S$ . Aus der Ausdehnung der Rauten  $\Delta U_S$  (siehe Abb. 6.3) lässt sich dann die Ladeenergie  $E_L$  ermitteln, da wie zuvor beschrieben die Eckpunkte der Rauten gerade der Situation entsprechen, bei der die chemischen Potentiale der Zuleitung mit den chemischen Potentialen zweier aufeinanderfolgender Elektronenzahlen übereinstimmen. Abgesehen vom quantenmechanischen Beitrag  $\varepsilon_N$  (siehe Abschnitt 2.1.3) ist dann  $E_L = e\Delta U_S$ . Für den dargestellten Fall ergibt sich für die Raute bei Elektronenzahl  $N$  eine Ladeenergie von  $E_L \approx 1,5 \text{ meV}$ . Über  $E_L = e^2/C_\Sigma$  lässt sich erneut die Gesamtkapazität zu  $C_\Sigma \approx 107 \text{ aF}$  bestimmen. Der Wert stimmt gut mit dem zuvor ermittelten überein. (Alternativ lässt sich die Ladeenergie natürlich auch aus der Gesamtkapazität errechnen, die über die Steigung der Rautenkanten gewonnen wurde.)

Mit dem nun bekannten Wert für die Ladeenergie (bzw. für die Gesamtkapazität) lassen sich die Spannungen an den Gates in eine Energie umrechnen, da die Gatespannungen nach Gl. 2.25 die chemischen Potentiale im Quantenpunkt um den Betrag  $E = eU_G C_G / C_\Sigma = E_L e U_G C_G / e^2$  verschieben. Für den dargestellten Fall erhält man somit die Umrechnungen  $E \approx 0,2eU_{G1}$  und  $E \approx 0,21eU_{G2}$ .

Die Umrechnung zwischen Gatespannung und Energie kann auch direkt aus der Aufspaltung der Resonanzen  $\mu_N = \mu_D$  und  $\mu_N = \mu_S$  in der Gatespannung bei fester Sourcespannung  $U_S$  entnommen werden, da diese der Energie  $eU_S$  entspricht. Aus Abb. 6.3 erhält man ebenfalls  $E \approx 0,21eU_{G2}$ .

Auch den Abständen angeregter Zustände lässt sich nun eine Energie zuordnen. Das in Abb. 6.2 gezeigte chemische Potential  $\mu_N^*$  ist vom chemischen Potential  $\mu_N$  des Grundzustands durch eine Energielücke von  $\approx 260 \mu\text{eV}$  getrennt. Dies kann zur groben Abschätzung der Potentialstärke verwendet werden, wenn man diesen Abstand mit der Energie  $\hbar\omega_0$  des 2D-harmonischen Potentials identifiziert. Bei  $260 \mu\text{eV}$  erhält man  $\omega_0 \approx 395 \text{ GHz}$  im Mikrowellenbereich.

Auch über die Temperatur lässt sich eine Energieskala erstellen [47], da die Form eines Peaks als Funktion der Energie nach Gl. 2.22 an die Temperatur gekoppelt ist, sofern  $k_B T$  wesentlich größer ist als die intrinsische Breite (siehe Abschnitt 2.2.2). Dieser Ansatz ist hier nicht weiter ausgeführt.

### 6.1.4 Bestimmung der Elektronenzahl

Da es nur bei Proben spezieller Geometrie möglich ist, Quantenpunkte bis auf null Elektronen komplett zu entleeren, um davon ausgehend die Elektronen direkt zu zählen [38], ist man meist darauf angewiesen, die Elektronenzahl auf anderen Wegen zu ermitteln. Die Methoden beruhen dabei meist auf der Abschätzung der vom Quantenpunkt eingenommenen Fläche, die über die vom 2DEG bekannte Elektronendichte auf eine Elektronenzahl führt.

Die Fläche eines Quantenpunktes lässt sich am einfachsten über die bekannte Geometrie abschätzen. Nimmt man für Oxidlinien eine zusätzliche Verarmungsbreite von  $50 \text{ nm}$  an (Held et al. [39] geben die Verarmungsbreite sogar nur mit  $15 \text{ nm}$  an), ergibt die Auswertung der AFM-Aufnahme 5.1 für Probe E1 eine Quantenpunktfläche von ca.  $49 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$ . Bei einer Elektronendichte von  $3,47 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$  (siehe Abschnitt 3.2.1) erhält man demnach 170 Elektronen.

Die Quantenpunktfläche lässt sich auch über die Gesamtkapazität abschätzen, wenn man diese mit der Kapazität einer Kreisscheibe bestehend aus GaAs gleichsetzt [7]. Die Kapazität einer Kreisscheibe ist

$$C = 8\epsilon_0\epsilon_r r \quad (6.1)$$

mit dem Radius  $r$ , der Dielektrizitätskonstante im Vakuum  $\epsilon_0$  und der relativen Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r = 12,4$  für GaAs. Mit der bekannten Gesamtkapazität von  $107 \text{ aF}$  ist dann der Radius  $r \approx 122 \text{ nm}$ . In sehr guter

Übereinstimmung mit der ersten Methode erhält man folglich eine Fläche von  $46,759 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$  und eine Zahl von 162 Elektronen.

Eine dritte Möglichkeit zur Abschätzung der Quantenpunktfäche bietet die Analyse angeregter Zustände. Nach Gl. 3.2 lässt sich der Energie  $\hbar\omega_0$  ein Radius  $r$  des Quantenpunktpotentials im Grundzustand zuordnen. Mit  $\hbar\omega_0 = 260 \mu\text{eV}$  (siehe oben) beträgt der Radius  $r = 93,5 \text{ nm}$ . Die Fläche ist dann  $27,465 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$ , was einer Elektronenzahl von 95 entspricht. Ungenauigkeiten entstammen der Bestimmung von  $\hbar\omega_0$ . Die Annahme eines einheitlichen Energieabstandes angeregter Zustände geht mit dem Modell des 2D-harmonischen Oszillators einher, welches kaum perfekt erfüllt sein dürfte. Zudem besitzt ein harmonisches Potential keinen wie hier unterstellt energieunabhängigen Radius.

Generell sind die vorgestellten Methoden nur zur groben Abschätzung zu verwenden, da die Elektronendichte im 2DEG verwendet wird, die im Allgemeinen nicht der im Quantenpunkt entsprechen wird.

## 6.2 Ladungsdetektion

Neben der Messung der differentiellen Leitfähigkeit ist die Ladung eines Quantenpunktes eine aufschlussreiche Größe. Ladungsdifferenzen können bis auf Bruchteile der Elektronenladung detektiert werden unabhängig von Stromstärken, die möglicherweise am Übergang der beteiligten Ladungskonfigurationen auftreten. So kann schon die Bewegung eines einzelnen Elektrons mittels Ladungsmessung detektiert werden. Zudem können Ladungsänderungen durch Umverteilung innerhalb des Systems verursacht werden, die keinen Stromfluss zwischen Source und Drain hervorrufen und daher prinzipiell im Transport nicht zu messen sind.

### 6.2.1 Quantenpunktkontakt als Ladungsdetektor

Zur Messung der Ladung eines Quantenpunktsystems eignet sich ein Quantenpunktkontakt in unmittelbarer Nähe zu den Quantenpunkten. Dies wurde erfolgreich gezeigt an Topgate-Strukturen [51–53] wie auch an mittels LAO hergestellten Strukturen [54, 55]. Ein solcher Quantenpunktkontakt ist im oberen Teil von Abb. 5.2 zu sehen. Es handelt sich um eine

durch Oxidlinien erzeugte Engstelle, deren elektronisches Potential eine 1D-Zustandsdichte mit quantisierten Energieniveaus aufweist (siehe Abschnitt 2.1.1). Durch die Quantisierung bilden sich im Quantenpunktkontakt energetisch getrennte (bei Annahme eines harmonischen 1D-Einschlusspotentials äquidistante) Transportkanäle mit einer maximalen Leitfähigkeit von jeweils  $2e^2/h$  (bei Spinartung und perfekt ballistischem Transport). Liegen diese Kanäle unterhalb des chemischen Potentials der Zuleitungen zum Quantenpunktkontakt, tragen sie zum Transport bei. Ändert sich durch Variation einer Gatespannung die Zahl der aktiven Kanäle, ändert sich daher auch die Leitfähigkeit durch das System. Man erhält als Funktion der Gatespannung eine Stufenfunktion mit Plateaus bei ganzzahligen Vielfachen von  $2e^2/h$  und steilen Übergängen dazwischen.

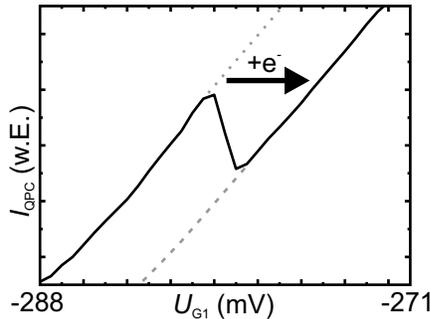


Abbildung 6.6: Strom durch den QPC an Probe E2 als Funktion von  $U_{G1}$ . Die Gatespannung tastet die Kennlinie des QPCs ab, induziert aber zugleich ein Beladen des Quantenpunktes mit einem zusätzlichen Elektron. Über kapazitive Kopplung erzeugt diese Umladung eine Verschiebung der QPC-Kennlinie, die mit einer Stufe im Strom einhergeht.

Da durch die Engstelle das Einschlusspotential räumlich sehr genau definiert ist, zeigt sich eine starke Sensibilität gegenüber der lokalen Ladungsverteilung. Geringste Ladungsänderungen in der Umgebung der Engstelle verändern Form und Stärke des Einschlusspotentials über kapazitive Wechselwirkung. Dies zeigt sich deutlich durch eine Verschiebung der Leitfähigkeitskennlinie zu anderen Gatespannungen. An den steilen Übergängen der

Stufenfunktion macht sich diese Verschiebung durch eine starke Veränderung der Leitfähigkeit bemerkbar und lässt sich somit detektieren.

Abbildung 6.6 zeigt am Beispiel von Probe E2 die Signatur einer Ladungsänderung im Strom durch den QPC (der bei geringen Spannungen zur Leitfähigkeit proportional ist). Zunächst beobachtet man einen allgemeinen Anstieg des Stromes  $I_{\text{QPC}}$  mit zunehmender Gatespannung  $U_{\text{G}2}$ , da das Gate die Kennlinie des QPCs im Bereich eines Anstiegs abstetet. Gleichzeitig beeinflusst das Gate das Potential im Quantenpunkt, so dass es bei  $U_{\text{G}2} \approx -280 \text{ mV}$  zu einer Ladungsänderung des Systems kommt. Ein zusätzliches Elektron  $e^-$  wandert auf den Quantenpunkt. Diese zusätzliche negative Ladung verschiebt die ursprüngliche QPC-Kennlinie (gepunktet) nach rechts (gestrichelt) um einen zur Ladungsänderung proportionalen Betrag. Der Strom bricht demzufolge ein, die resultierende Kennlinie (durchgezogen) zeigt eine Stufe. Die eigentliche, der Ladungsänderung entsprechende Größe ist also nicht der Strom sondern der Betrag der Gatespannung, um den die Kennlinie verschoben wird.

## 6.2.2 Ausweitung des Messbereiches

Der Analyse der differentiellen Leitfähigkeit sind messtechnische Grenzen gesetzt. Wie in Abschnitt 6.1.1 beschrieben geht die Messung der differentiellen Leitfähigkeit auf die Messung des Stromes  $I_{\text{AC}}$  bei gegebener Spannung  $U_{\text{AC}}$  zurück. Das Signal-Rausch-Verhältnis lässt allerdings keine Messung von Strömen deutlich unterhalb von 100 fA zu. Höhere Ströme ließen sich bei stärkerer Spannung  $U_{\text{AC}}$  generieren. Allerdings definiert  $U_{\text{AC}}$  das energetische Auflösungsvermögen, welches nicht schlechter sein sollte als die temperaturbedingte energetische Peakbreite  $3,53k_{\text{B}}T$ . Man bleibt also in der Messbarkeit der differentiellen Leitfähigkeit beschränkt.

Die differentielle Leitfähigkeit eines Quantenpunktsystems wird vornehmlich vorgegeben durch die Durchlässigkeit der Tunnelbarrieren an Source und Drain, die ihrerseits durch Gatespannungen beeinflusst wird. Die Auswirkungen lassen sich in Abb. 6.7 beobachten. Gezeigt ist eine Coulomb-Blockademessung an Probe E2. In schwarz ist die differentielle Leitfähigkeit  $G$  aufgetragen. Mehrere Oszillationen endlicher differentieller Leitfähigkeit sind zu erkennen, die die Verminderung der Elektronenzahl auf dem Quantenpunkt bei abnehmender Gatespannung  $U_{\text{G}1}$  verdeutlichen. Unter-

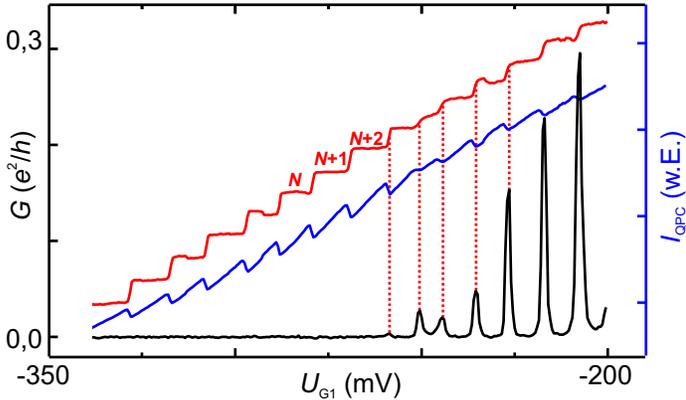


Abbildung 6.7: Vergleich der differentiellen Leitfähigkeit und der Ladungsmessung an Probe E2. Der Transport durch den Quantenpunkt (schwarz) zeigt die typischen Coulomb-Blockadepeaks, deren Sichtbarkeit nach links verloren geht. Der Strom durch den QPC (blau) zeigt aber weiterhin Stufen, die Umladungen des Quantenpunktes anzeigen. Aus der QPC-Kurve lässt sich die Ladungsänderung berechnen (rot).

halb von  $U_{G1} \approx -275$  mV sind keine Oszillationen mehr sichtbar, obwohl der Quantenpunkt nicht leer ist. Die negative Gatespannung hat die Durchlässigkeit der Barriere an Source derart gesenkt, dass die noch vorhandene differentielle Leitfähigkeit nicht mehr messbar ist. Dass der Quantenpunkt auch unterhalb von  $U_{G1} \approx -275$  mV weiter entleert wird, zeigt der in blau aufgetragene Strom durch den QPC. Jede Umladung auf dem Quantenpunkt wird von einer charakteristischen Stufe in  $I_{QPC}$  begleitet. Diese Stufen finden sich in unverminderter Deutlichkeit auch unterhalb von  $U_{G1} \approx -275$  mV. Coulomb-Blockadeoszillationen sind ohne Einschränkung der Messbarkeit sichtbar. Die Ladungsmessung erweitert damit den zugänglichen Messbereich beträchtlich. Der dargestellte Verlauf von  $I_{QPC}$  lässt sich direkt in eine Ladungsänderung übersetzen, betrachtet man die durch Umladungen induzierte Verschiebung der QPC-Kennlinie. Die daraus resultierende Ladungsänderung ist in rot dargestellt. Deutlich sind Stufen ganzer Elektronenladungen ( $N$ ,  $N+1$ ,  $N+2$ , ...) zu erkennen.

Der Einfluss von Gatespannungen auf die Durchlässigkeit der Barrieren lässt sich noch eingehender an 2D-Plots studieren, die durch Variation zweier Gatespannungen entstehen. So ist bereits in Abb. 6.5 an Probe E1 zu erkennen, dass der Bereich sichtbarer differentieller Leitfähigkeit zu negativen Spannungen hin begrenzt ist. Die in rot gestrichelten Linien markieren diese Begrenzungen. Die vertikale Linie zeigt das Absenken der Durchlässigkeit der Barriere an Source vermittelt durch Gate 2. Die horizontale Linie zeigt entsprechend den Einfluss von  $U_{G1}$  auf die Barriere an Drain.

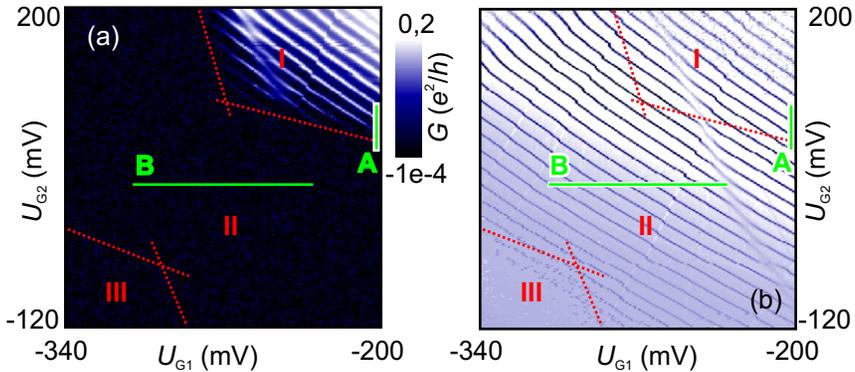


Abbildung 6.8: Differentielle Leitfähigkeit (links) und Ladungsmessung (rechts) an Probe E2 als Funktion zweier Gatespannungen. Die sich ändernde Durchlässigkeit der Tunnelbarrieren erzeugt drei Bereiche. In Bereich I ist der Transport durch den Quantenpunkt detektierbar. In Bereich II ist Transport nicht mehr sichtbar, die Ladungsmessung zeigt dennoch Umladungen des Quantenpunktes. In Bereich III ist der Quantenpunkt von den Zuleitungen entkoppelt, Umladungen finden nicht mehr statt.

Auch Probe E2 zeigt dieses Phänomen. In Abbildung 6.8 (a) ist die differentielle Leitfähigkeit als Funktion von  $U_{G1}$  und  $U_{G2}$  dargestellt. Deutlich sichtbar ist rechts oben der mit I markierte Bereich endlicher differentieller Leitfähigkeit, in dem beide Barrieren messbaren Transport zulassen. Er ist ähnlich wie bei Probe E1 begrenzt. Auch hier zeigt sich der Einfluss der Gatespannungen auf die Barrieren, deren Durchlässigkeit an den rot markierten Begrenzungen von Bereich I unter die Detektionsschwelle fällt. Dies

tut allerdings der Ladungsdetektion keinen Abbruch, wie sich in Abb. 6.8 (b) beobachten lässt. Hier ist die Ableitung von  $I_{\text{QPC}}$  nach  $U_{\text{G1}}$  dargestellt. Umladungen erscheinen nun als dunkle Linien. Auch jenseits von Bereich I lassen sich so in Bereich II Coulomb-Blockadelinien nachweisen. Mindestens eine Barriere lässt einen Ladungsaustausch zu. Bei negativeren Gatespannungen im unteren linken Teil der Abbildung zeigt sich ein weiterer Effekt der Barrieren. In einem mit weiteren roten Linien markierten Grenzbereich erscheinen die Umladungen verrauscht, bevor sie in Bereich III gänzlich verschwinden. Dies ist nicht durch ein etwaiges Versagen der Ladungsdetektion zu erklären. Vielmehr ist nun der Ladungsaustausch durch beide Barrieren vollständig unterdrückt. Tunnelprozesse zwischen Quantenpunkt und Zuleitungen sind in Bereich III nicht mehr möglich. Im Übergang zu Bereich III kann man die Absenkung der Tunnelraten direkt anhand des Rauschens beobachten. Die Tunnelzeiten sind hier länger als die Messzeit pro Messpunkt. Das System kann daher den Gatespannungen nicht mehr folgen.

### 6.2.3 Quantenpunktkontakt als Gate

Üblicherweise wird der Quantenpunktkontakt allein zur Ladungsmessung verwendet und hat keine Funktion zur Steuerung des Quantenpunktes. Sein Drainkontakt liegt dann auf dem gleichen Erdpotential wie der Drainkontakt des Quantenpunktes. Gate- und Sourcepotentiale werden auf dieses Erdpotential bezogen. Zuweilen ist es jedoch notwendig, dem QPC eine aktive Rolle zur Steuerung des Quantenpunktes zukommen zu lassen. Der komplette QPC fungiert dann als zusätzliches Gate des Quantenpunktes. Die Gatespannung wird dafür an den Drainkontakt des QPCs angelegt.  $U_{\text{SQPC}}$  und  $U_{\text{GQPC}}$  beziehen sich nun auf diese Gatespannung und müssen zum Betrieb des QPCs als Ladungsdetektor angepasst werden.

Die Verwendung des QPCs als Gate wurde an Probe T2 getestet, wo der QPC als zusätzliches Gate  $G_5$  arbeitet. Die dazu notwendige Beschaltung ist in Abb. 4.2 gezeigt. Obwohl das Verhältnis von  $U_{\text{SQPC}}$ ,  $U_{\text{GQPC}}$  und  $U_{\text{DQPC}} = U_{\text{G5}}$  nicht durch  $U_{\text{G5}}$  beeinflusst wird, muss dennoch die Spannung an  $G_{\text{QPC}}$  angepasst werden, um den Betrieb des QPCs als Ladungsdetektor aufrecht zu erhalten. Wie die Kennlinie des QPCs von  $U_{\text{G5}}$  abhängt, zeigt Abb. 6.9 (a). Für konstante Spannungswerte an  $G_5$  beobachtet man

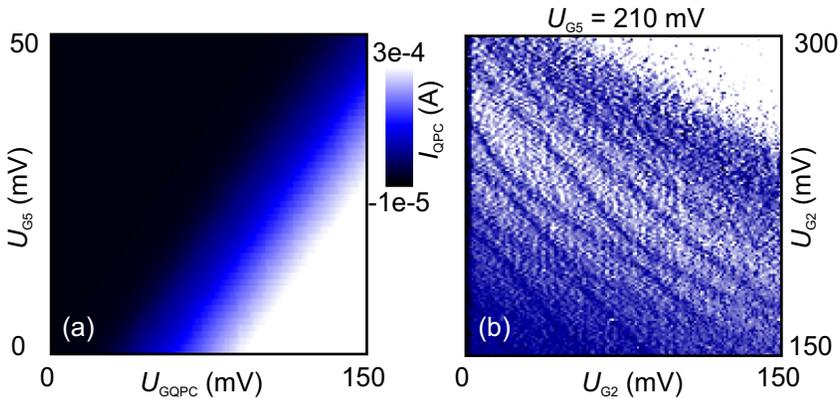


Abbildung 6.9: Setzt man den kompletten QPC als Gate ein (hier als  $G_5$  an Probe T2), verschiebt die Kennlinie des QPCs linear mit dieser Gate-Spannung (links). Eine Erhöhung von  $U_{G5}$  benötigt zur Kompensation eine Erhöhung auch von  $U_{GQPC}$ . Rechts: auch bei  $U_{G5} = 210$  mV funktioniert die Ladungsmessung, Linien sind sichtbar, die Umladungen des Systems entsprechen.

wie zu erwarten einen Anstieg des QPC-Stromes  $I_{QPC}$  als Funktion von  $U_{GQPC}$ . Für  $U_{G5} = 0$  mV entspricht dieser Anstieg der normalen Kennlinie, wenn man den QPC nicht als Gate verwendet. Erhöht man  $U_{G5}$ , stellt man fest, dass auch die Kennlinie zu positiveren Spannungen an  $G_{QPC}$  verschiebt. Dies erscheint zunächst kontraintuitiv, da man hätte erwarten können, dass eine positivere Spannung an  $G_5$  eine negativere Spannung an  $U_{GQPC}$  zur Kompensation erfordert. Verständlich wird das Verhalten, wenn man die Spannung an  $G_5$  als Bezugspunkt versteht. Eine Erhöhung von  $U_{G5}$  entspricht demzufolge einer Absenkung der Spannung der kompletten an den QPC koppelnden Umgebung. Zur Kompensation dieser negativere Umgebung ist also eine positivere Spannung an  $G_{QPC}$  nötig.

Dass die Ladungsdetektion tatsächlich bei endlicher Spannung an  $G_5$  funktioniert, zeigt das Ladungsdiagramm aus Abb. 6.9 (b). Bei  $U_{G5} = 210$  mV sind deutlich Linien zu erkennen, die Umladungen des Systems anzeigen.

## 6.2.4 Verhältnis von Tunnelraten

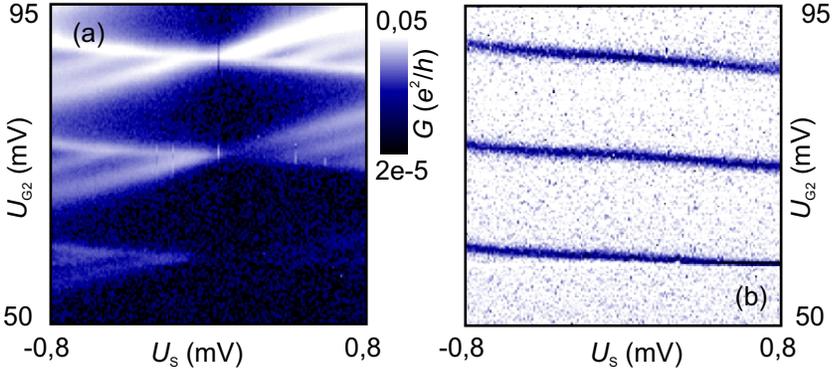


Abbildung 6.10: Rautenmessung an Probe E2 entlang Schnitt A aus Abb. 6.8. Im Transport durch den Quantenpunkt (a) sind alle Rautenbegrenzungen sowie angeregte Zustände sichtbar. In der Ladungsmessung (b) erscheinen dagegen aufgrund asymmetrischer Tunnelbarrieren nur Grundzustandsresonanzen negativer Steigung.

So wie Umladungen nicht mit messbaren Strömen einher gehen müssen, können auch Ströme durch das System auftreten, die keinen messbaren Einfluss auf die vom QPC wahrgenommene mittlere Ladung haben. So finden sich bei einer Rautenmessung entlang Schnitt A aus Abb. 6.8 zwar die typischen Rauten mit angeregten Zuständen im Transport durch den Quantenpunkt (Abb. 6.10 (a)), im Signal des QPCs (Abb. 6.10 (b)) sind jedoch nur Linien mit negativer Steigung sichtbar für Grundzustandsresonanzen mit dem chemischen Potential der Drainzuleitung. Sämtliche Linien, die für Resonanz von Grundzuständen mit der Sourcezuleitung stünden, fehlen ebenso wie Anzeichen angeregter Zustände.

Dieser Effekt kann auf das Verhältnis der Tunnelraten  $\Gamma_S$  und  $\Gamma_D$  der Barrieren an Source und Drain zurückgeführt werden. Die mittlere Ladung, die dem Quantenpunkt zugeführt wird, wenn sich die zulässige Elektronenzahl um eins erhöht, hängt von diesem Verhältnis ab. Ist die Rate  $\Gamma_{in}$  für Tunnelprozesse in den Quantenpunkt wesentlich größer als die Rate

$\Gamma_{\text{aus}}$  für das Hinaustunneln, so ist der Quantenpunkt im Mittel mit einem Elektron besetzt, sobald dies energetisch erlaubt ist. Selbst wenn das Elektron wieder hinaustunneln sollte, wird es sofort durch ein neues ersetzt. Eine sichtbare Ladungsänderung findet also statt, sobald der entsprechende Kanal aktiviert ist. Im entgegengesetzten Fall für  $\Gamma_{\text{in}} \ll \Gamma_{\text{aus}}$  bleibt der Quantenpunkt im Mittel leer, weil jedes hineintunnelnde Elektron den Quantenpunkt sofort wieder verlässt. Eine sichtbare Ladungsänderung  $\Delta Q$  findet trotz Aktivierung des Kanals nicht statt. Erst, wenn das chemische Potential des entsprechenden Übergangs unter die chemischen Potentiale beider Zuleitungen fällt und das Elektron den Quantenpunkt nicht mehr verlassen kann, zeigt sich ein Effekt in der Ladungsmessung. Es gilt

$$\Delta Q = -e \frac{\Gamma_{\text{in}}}{\Gamma_{\text{in}} + \Gamma_{\text{aus}}} \quad (6.2)$$

$$\approx -e \text{ für } \Gamma_{\text{in}} \gg \Gamma_{\text{aus}} \quad (6.3)$$

$$\approx 0 \text{ für } \Gamma_{\text{in}} \ll \Gamma_{\text{aus}} \quad (6.4)$$

mit  $\Gamma_{\text{in}} = \Gamma_{\text{D}}$  und  $\Gamma_{\text{aus}} = \Gamma_{\text{S}}$  für  $U_{\text{S}} > 0$  und  $\Gamma_{\text{in}} = \Gamma_{\text{S}}$  und  $\Gamma_{\text{aus}} = \Gamma_{\text{D}}$  für  $U_{\text{S}} < 0$ .

D. h., dass bei asymmetrischen Tunnelraten sichtbare Umladungen nur auftreten bei Resonanz chemischer Potentiale von Grundzustandsübergängen  $\mu_{\text{N}}$  mit dem chemischen Potential der Zuleitung, zu der die größere Tunnelrate besteht.

Im dargestellten Fall aus Abb. 6.10 sind Umladungen nur bei Resonanz mit  $\mu_{\text{D}}$  zu sehen. Demnach liegt hier eine Asymmetrie der Tunnelraten vor mit  $\Gamma_{\text{D}} \gg \Gamma_{\text{S}}$ .

Das Verhältnis von  $\Gamma_{\text{D}}$  und  $\Gamma_{\text{S}}$  kann durch Gatespannungen variiert werden. Eine Ladungsmessung entlang Schnitt B aus Abb. 6.8 verdeutlicht, wie sich eine Veränderung der Tunnelraten auf die mittlere Besetzung auswirkt (Abb. 6.11). Im oberen Teil der Abbildung sind wie zuvor Resonanzen mit  $\mu_{\text{D}}$  in Form von Linien negativer Steigung zu sehen. Hier ist demnach  $\Gamma_{\text{D}} \gg \Gamma_{\text{S}}$  (siehe Schemata 1 und 2). Im unteren Teil der Messung hat sich das Verhältnis umgekehrt. Nun sind Linien positiver Steigung zu sehen, die durch Resonanz mit  $\mu_{\text{S}}$  entstehen. Demnach gilt hier  $\Gamma_{\text{D}} \ll \Gamma_{\text{S}}$  (Schemata 5 und 6). In der Mitte findet sich der Übergang mit einer symmetrischen Konfiguration  $\Gamma_{\text{D}} = \Gamma_{\text{S}}$  (Schemata 3 und 4). Sowohl positive wie negative

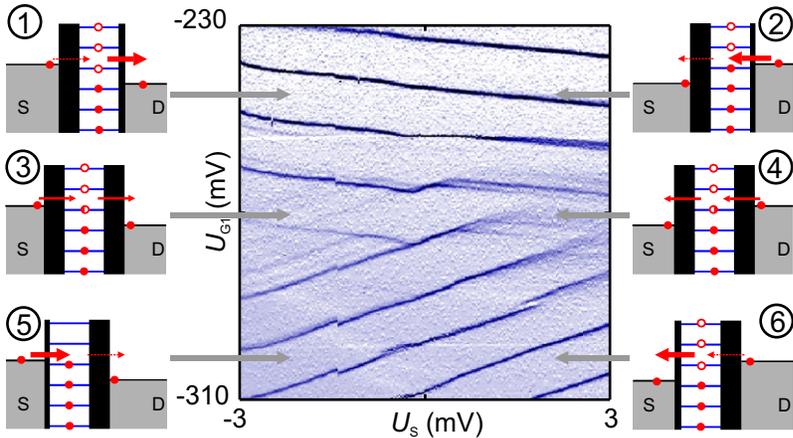


Abbildung 6.11: Entlang Schnitt B aus Abb. 6.8 zeigt die Ladungsmessung an Probe E2 Bereiche verschiedener Tunnelratenverhältnisse. Im oberen Teil ist  $\Gamma_D \gg \Gamma_S$ . Daher sind nur Linien negativer Steigung zu sehen. Im unteren Teil gilt  $\Gamma_D \ll \Gamma_S$ . Positive Steigungen sind sichtbar. In der Mitte findet sich eine Symmetrie der Tunnelraten mit  $\Gamma_D = \Gamma_S$ . Die Rauten erscheinen vollständig inklusive angeregter Zustände.

Steigungen sind zu sehen. Zudem beobachtet man neben den Resonanzen der Grundzustände  $\mu_N$  auch Anzeichen angeregter Zustände  $\mu_N^*$ .

Man ist also durch die Messung der mittleren Ladung in der Lage, Konfigurationen symmetrischer Tunnelraten zu identifizieren, was auch durch Schleser et al. gezeigt werden konnte [56]. Dies lässt sich nicht nur entlang einzelner Schnitte durchführen. Das komplette Ladungsdiagramm aus Abb. 6.8 lässt sich bezüglich der Barrierensymmetrie abtasten, sofern man bei der Messung eine endliche Sourcespannung anlegt (nichtlineares Regime). Abbildung 6.12 zeigt eine solche Messung bei  $U_S = 1$  mV. Resonanzen von  $\mu_N$  mit  $\mu_D$  erscheinen nun bei negativeren Spannungen als bei  $U_S = 0$  mV, Resonanzen mit  $\mu_S$  bei positiveren. Es lässt sich also anhand der Position von Resonanzen feststellen, um welche Sorte es sich handelt, und damit, welches Verhältnis der Tunnelraten vorliegt. Tatsächlich beobachtet man im rechten Teil der Abbildung eine Verschiebung der Linien zu negativeren

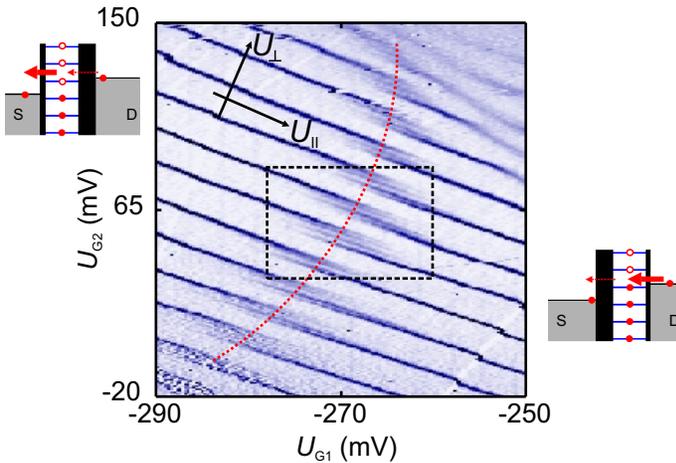


Abbildung 6.12: Im Ladungsdiagramm bei endlicher Sourcespannung zeigt die Ladungsmessung an Probe E2 eine Symmetrielinie mit  $\Gamma_D = \Gamma_S$  (rote Linie), die sich durch den kompletten Bereich II (siehe Abb. 6.8) zieht. Links dieser Linie gilt  $\Gamma_D \ll \Gamma_S$ , rechts gilt  $\Gamma_D \gg \Gamma_S$  (siehe Schemata).

Gatespannungen. Das entspricht der Situation  $\Gamma_D \gg \Gamma_S$  (siehe Schemata). Auf der linken Seite sind die Resonanzen dagegen zu positiveren Gatespannungen verschoben. Hier gilt  $\Gamma_D \ll \Gamma_S$ . Entlang der gepunkteten Linie in der Mitte der Abbildung finden sich Grundzustandsresonanzen sowohl mit  $\mu_D$  als auch mit  $\mu_S$ . Zudem treten Anzeichen angeregter Zustände auf. Damit ist ein symmetrisches Verhältnis der Tunnelraten nachgewiesen mit  $\Gamma_D = \Gamma_S$ . Diese symmetrische Konfiguration zieht sich über den kompletten Bereich II und verbindet so die Eckpunkte der Bereiche I und III.

Um den Übergang im Tunnelratenverhältnis im Detail zu studieren, ist in Abb. 6.13 (a) die Ladung des Quantenpunktes für den in Abb. 6.12 mit einem Rechteck markierten Bereich direkt als 3D-Plot gezeigt. Die Daten wurden wie anhand von Abb. 6.7 erläutert aus der Messung des QPC-Stromes gewonnen. Der 3D-Plot zeigt deutlich mehrere Stufen gleicher Höhe, die durch die Besetzung des Quantenpunktes mit jeweils einem zusätzlichen Elektron entstehen. Die Gesamtladung erhöht sich also auf

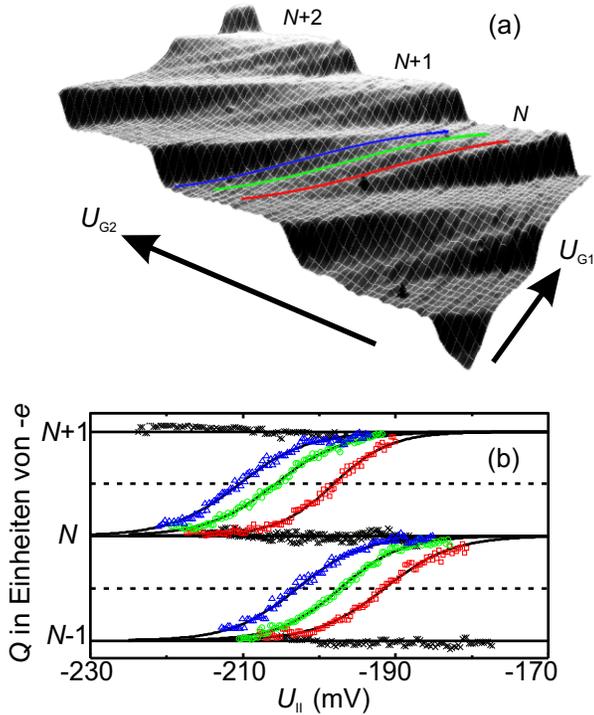


Abbildung 6.13: (a): Dreidimensionale Darstellung der Ladung des mit einem Rechteck gekennzeichneten Bereiches aus Abb. 6.12. Die Ladung erhöht sich stufenartig mit  $U_{\perp}$  (siehe Abb. 6.12) von  $N$  auf  $N+1$ ,  $N+2$ , usw. Jede Stufe zeigt zudem rampenartige Übergänge (rot, grün, blau), die bei Symmetrie der Tunnelraten entstehen. (b) Die Ladung entlang dieser Übergänge ist für zwei Stufen gegen  $U_{||}$  (siehe 6.12) aufgetragen; in rot und schwarz Resonanzen von Grundzustandsübergängen (rot:  $\mu_N = \mu_D$ , schwarz:  $\mu_N = \mu_S$ ), in grün und blau Resonanzen zweier angeregter Zustände mit  $\mu_D$ .

$N$ ,  $N+1$ ,  $N+2$ , usw. An jeder Stufe findet man mehrere rampenartige Übergänge, die kontinuierlich von einem Plateau zum nächsten führen (exemplarisch farbig markiert für  $N-1 \rightarrow N$ ). Sie entsprechen Resonanzen von Grund- und angeregten Zuständen am Übergang von  $\Gamma_D < \Gamma_S$  zu  $\Gamma_D > \Gamma_S$ .

Die Ladung entlang dieser Übergänge ist für zwei aufeinanderfolgende Stufen in Abb. 6.13 (b) als Funktion von  $U_{\parallel}$  dargestellt.  $U_{\parallel}$  ist die Spannung parallel zu den Stufenkanten in einem rotierten Koordinatensystem (siehe Abb. 6.12). Die roten Messwerte entsprechen der Resonanz eines Grundzustandsübergangs mit dem chemischen Potential der Drain-Zuleitung ( $\mu_N = \mu_D$ ). Die grünen und blauen Werte werden durch angeregte Zustände mit chemischen Potentialen  $\mu_N^*$  verursacht. Aus weiteren Rautenmessungen ist bekannt, dass es sich dabei ebenfalls um Resonanzen mit  $\mu_D$  handelt, also um den Eintritt dieser Kanäle in das Transportfenster. Demnach zeigen die roten Messwerte die Ladungsänderung des Grundzustandsübergangs allein ohne die Beteiligung weiterer Transportkanäle. Die schwarzen Messwerte schließlich zeigen die Resonanz von  $\mu_N$  mit  $\mu_S$ , die zur vollen Besetzung führen muss. Exakt symmetrische Tunnelraten liegen vor bei halber Besetzung (gestrichelte schwarze Linien). Der Schnittpunkt dieser Linie mit der roten Messkurve zeigt direkt die Situation, bei der die entsprechende Wellenfunktion symmetrisch zwischen beiden Zuleitungen liegt. Für die angeregten Zustände ist diese Aussage nicht möglich, da sich die Tunnelraten auf mehrere Kanäle verteilen stets unter Beteiligung des Grundzustandsübergangs und daher nur das Gesamtsystem charakterisieren. Daher verschieben die Kurven für angeregte Zustände zu negativeren Spannungen, da Elektronen durch die Aktivierung eines zusätzlichen Kanals zwar mehrere Wege in den Quantenpunkt haben aber noch immer nur einen hinaus. Die mittlere Besetzung erhöht sich also, obwohl die Barrieren gleich bleiben.

Dennoch lässt der Vergleich beider Stufen eine Aussage auch über die Wellenfunktion angeregter Zustände zu. Die Kurve für den ersten angeregten Zustand (grün) erscheint beim Übergang  $N-1 \rightarrow N$  deutlich näher an der Kurve des Grundzustands (rot) als am Übergang  $N \rightarrow N+1$ . Dieser Versatz ist nicht durch eine energetische Differenz zu erklären, die nur eine Verschiebung in  $U_{\perp}$  zur Folge hätte. Der Effekt kommt dadurch zu Stande, dass der erste angeregte Zustand am Übergang  $N-1 \rightarrow N$  eine im Vergleich zum nächsten Übergang nach Source verschobene Wellenfunktion besitzt.

### 6.2.5 Auswirkung des Tunnelratenverhältnisses auf den Transport

Da die Ladungsmessung die Detektion symmetrischer Tunnelraten ermöglicht, lassen sich nun gezielt Asymmetrien einstellen und die Auswirkungen auf den Transport durch den Quantenpunkt analysieren.

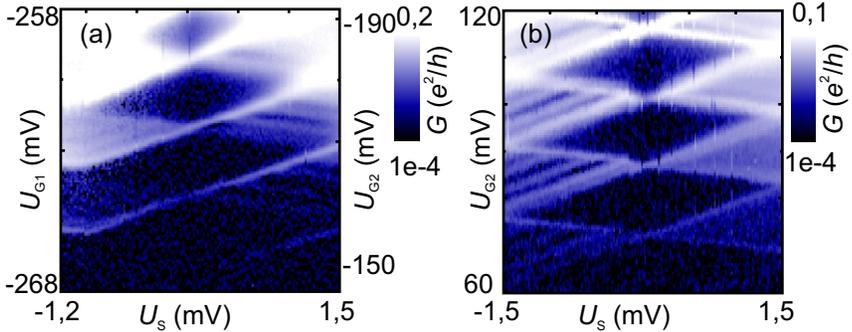


Abbildung 6.14: *Transport durch den Quantenpunkt aus Probe E2 für entgegengesetzte Tunnelratenverhältnisse. (a):  $\Gamma_D < \Gamma_S$ , angeregte Zustände erscheinen vorwiegend für  $U_S > 0$ . (b):  $\Gamma_D > \Gamma_S$ , angeregte Zustände erscheinen für  $U_S < 0$ .*

Dazu sind in Abb. 6.14 (a) und (b) zwei Rautenmessungen gezeigt, die die differentielle Leitfähigkeit  $G$  des Quantenpunktes bei entgegengesetzten Tunnelratenverhältnissen darstellen. Für (a) gilt  $\Gamma_D < \Gamma_S$ , für (b)  $\Gamma_D > \Gamma_S$ . Beide Messungen erstrecken sich über mehrere Rauten, die durch Grundzustandsresonanzen begrenzt werden. Jenseits dieser Begrenzungen zeigen sich auch Resonanzen angeregter Zustände. Es fällt auf, dass diese Linien im Wesentlichen auf nur einer Seite der Rauten zu sehen sind. Für  $\Gamma_D < \Gamma_S$  sind angeregte Zustände hauptsächlich für  $U_S > 0$  mV beobachtbar, für  $\Gamma_D > \Gamma_S$  dagegen für  $U_S < 0$  mV. Dieser Effekt ist auf die Asymmetrie der Tunnelraten zurückzuführen. Für den Strom  $I$  durch den Quantenpunkt gilt [57]

$$I \propto \frac{\Gamma_S \Gamma_D}{\Gamma_S + \Gamma_D} . \quad (6.5)$$

Bei starker Asymmetrie  $\Gamma_D \gg \Gamma_S$  ergibt sich vereinfachend

$$I \propto \frac{\Gamma_S \Gamma_D}{\Gamma_D} = \Gamma_S \quad (6.6)$$

und entsprechend

$$I \propto \Gamma_D \quad (6.7)$$

für  $\Gamma_D \ll \Gamma_S$ . Die schwächere Tunnelrate bestimmt also den Strom. Wird mit einem angeregten Zustand ein zweiter Transportkanal aktiviert, verdoppelt sich die Rate  $\Gamma_{\text{in}}$ , mit der Elektronen in den Quantenpunkt hineintunneln. Einmal auf dem Quantenpunkt gibt es aber nur einen Weg wieder hinaus,  $\Gamma_{\text{aus}}$  bleibt also konstant. Ist  $\Gamma_{\text{in}}$  die schwächere der beiden Tunnelraten, geht die Verdopplung mit einer Verdopplung des Stromes einher und man erhält einen Peak in  $G$ . Dies ist der Fall für  $U_S > 0$  mV in (a) mit  $\Gamma_{\text{in}} = \Gamma_D$  sowie für  $U_S < 0$  mV in (b) mit  $\Gamma_{\text{in}} = \Gamma_S$ . Resonanzen angeregter Zustände sind beobachtbar. Für  $U_S < 0$  mV in (a) und  $U_S > 0$  mV in (b) ist dagegen  $\Gamma_{\text{in}}$  gegeben durch die stärkere Tunnelrate, von der der Strom allerdings nicht abhängt. Dementsprechend sind hier kaum angeregte Zustände zu sehen.

## 6.3 Quantenpunkte im Magnetfeld

Im Magnetfeld zeigen sich viele Aspekte, die zunächst qualitativ durch das Fock-Darwin-Spektrum beschrieben werden können. Es wird aber auch deutlich, dass durch Vielteilcheneffekte Abweichungen von diesem Spektrum auftreten, die vor allem die räumliche Verteilung der Elektronen im Quantenpunkt beeinflussen. Auch der Spin des Elektrons entwickelt sich im Magnetfeld zu einer bedeutenden Größe. Er ist verantwortlich für die Effekte der Spinblockade und des Kondo-Effekts, die kombiniert Aussagen zulassen über die Spinkonfiguration des Quantenpunktes.

### 6.3.1 Fock-Darwin-Spektrum

Reduziert man die Elektron-Elektron-Wechselwirkung auf die Coulomb-Abstoßung, sollte sich im senkrecht zur Probenoberfläche gerichteten Magnetfeld ein Muster von Coulomb-Peaks ausbilden, welches dem Fock-Dar-

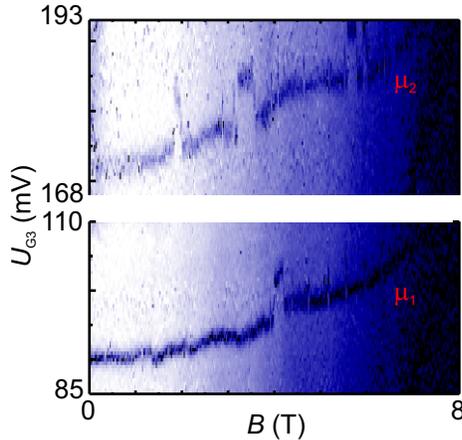


Abbildung 6.15: *Ladungsmessung der ersten beiden Grundzustandsübergänge  $\mu_1$  und  $\mu_2$  an Quantenpunkt C aus Probe T2 als Funktion von  $B$  und  $U_{G3}$ . Der Verlauf entspricht im Wesentlichen den ersten beiden Zuständen des Fock-Darwin-Spektrums, die sich lediglich durch den Spin unterscheiden.*

win-Spektrum inklusive Ladeenergie entspricht (siehe Abb. 2.5). Tatsächlich sind viele Merkmale dieses Spektrums zu beobachten.

### Das erste Orbital

Die Besetzung des ersten Orbitals lässt sich z. B. anhand von Quantenpunkt C aus der Struktur T2 studieren. Dieser Quantenpunkt lässt sich auf null Elektronen entladen. Er ist zwar Teil einer Dreifachstruktur, kann aber isoliert untersucht werden, sofern man die Zustände der anderen Quantenpunkte konstant hält. Abbildung 6.15 zeigt den mittels Ladungsdetektion aufgenommenen Verlauf der ersten beiden Coulomb-Blockadepeaks im senkrechten Magnetfeld. Die Kurven spiegeln den Verlauf der chemischen Potentiale  $\mu_1$  und  $\mu_2$  für das Befüllen mit den ersten beiden Elektronen wieder. Wie für das Fock-Darwin-Spektrum erwartet wandern die chemischen Potentiale mit steigendem Magnetfeld kontinuierlich zu höheren

Spannungen an Gate 3 ohne nennenswerte Schwankungen (die gelegentlichen Sprünge gehen auf Umladungen in der Nähe der Struktur zurück). Über die Ausdehnung der entsprechenden Coulomb-Rauten von ca. 4 mV lässt sich der Spannung an Gate 3 eine Energie zuordnen (siehe Abschnitt 6.1.3).

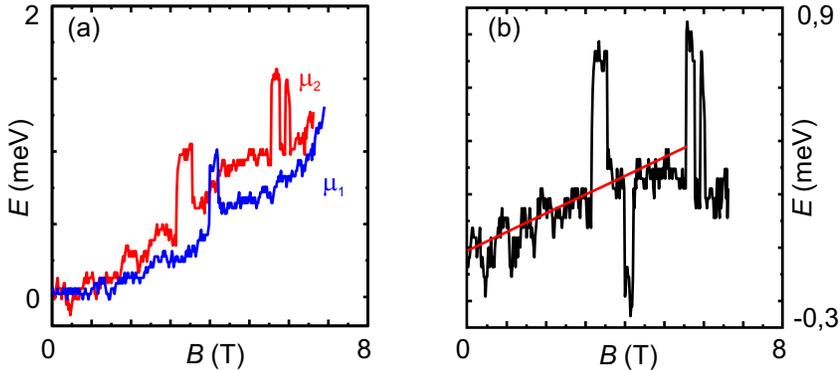


Abbildung 6.16: (a) Aus der in Abb. 6.15 gemessenen Peakposition ermittelte Energie der chemischen Potentiale  $\mu_1$  und  $\mu_2$  abzüglich des Wertes bei  $B = 0$ . Wie für die Zeeman-Aufspaltung erwartet wächst  $\mu_2$  stärker mit  $B$  an als  $\mu_1$ . (b) Die Differenz beider chemischer Potentiale hängt bis ca. 5 T linear vom Magnetfeld ab (rote Linie). Aus der Steigung lässt sich der Betrag des  $g$ -Faktors berechnen. Die Abweichung bei  $B > 5$  T deutet auf einen Spinflip für  $\mu_2$  hin.

In Abb. 6.16 (a) ist entsprechend die Energie beider chemischer Potentiale (abzüglich der Ladeenergie) dargestellt. Es fällt auf, dass  $\mu_2$  stärker steigt als  $\mu_1$ . Dies ist durch den Zeeman-Effekt begründet, da beide chemischen Potentiale zum gleichen Orbital gehören und sich nur im Elektronenspin unterscheiden. Wertet man wie in Abb. 6.16 (b) die Energiedifferenz von  $\mu_1$  und  $\mu_2$  aus, lässt sich aus der Steigung  $\Delta E/B$  über

$$\Delta E_Z = g\mu_B B \quad (6.8)$$

mit dem Bohrschen Magneton  $\mu_B$  der Betrag des  $g$ -Faktors im Quantenpunkt berechnen. Die Differenz von  $\mu_1$  und  $\mu_2$  steigt über einen weiten

Magnetfeldbereich linear an. Ein linearer Fit in diesem Bereich (rote Linie) ergibt eine Steigung von 0,07 bis 0,08 meV/T und damit einen  $g$ -Faktor vom Betrag zwischen 1,2 und 1,4. Dieser Wert liegt erstaunlich hoch für ein laterales System [58]. Es ist nicht auszuschließen, dass der Quantenpunkt durch eine Störstelle gebildet wird. Dass die Energiedifferenz oberhalb von ca. 5 T nicht mehr linear zunimmt, ist möglicherweise auf einen Spinflip für  $\mu_2$  zurückzuführen, der im Fock-Darwin-Modell bei einem bestimmten Magnetfeld unabhängig von der Elektronenzahl auftritt (bis auf  $\mu_1$ ). Das theoretische Spektrum aus Abb. 2.4 zeigt einen solchen Spinflip bei knapp 6 T.

### Spinpairing

Für höhere Elektronenzahlen erwartet man als Funktion des Magnetfeldes Übergänge zwischen verschiedenen Zuständen und damit einhergehend Oszillationen der Peakpositionen. Dennoch sollten zumindest bei kleinen Magnetfeldern, wo  $\Delta E_Z$  klein ist im Vergleich zu den Abständen der quantenmechanischen Energien  $\varepsilon_N$ , jeweils zwei benachbarte Peaks starke Ähnlichkeiten aufweisen, da auch sie nach dem Fock-Darwin-Modell im Wesentlichen auf das Befüllen desselben Orbitals mit entgegengesetztem Spin zurückgehen. Dieser Effekt nennt sich Spinpairing [3, 25, 26] und ist tatsächlich bei Elektronenzahlen von bis zu einigen zehn zu erkennen.

Dies ist in Abb. 6.17 zu beobachten. Gezeigt ist die differentielle Leitfähigkeit von Quantenpunkt A aus Probe D2. Auch dieser Quantenpunkt lässt sich einzeln untersuchen, obwohl er Teil einer Doppelquantenpunktstruktur ist (siehe dazu Abschnitt 7.1.4). Sichtbar sind sechs aufeinanderfolgende Coulomb-Blockadepeaks, deren Positionen als Folge von Übergängen zwischen verschiedenen Orbitalen oszillieren. Jeweils zwei Peaks zeigen dabei aufgrund des Spinpairings deutliche Ähnlichkeit. Sie sind jeweils mit roten Pfeilen markiert. Aufgrund dieses Effektes lässt sich annehmen, dass jeder zweite Peak eines Paares dem Befüllen des Quantenpunktes mit einer geraden Elektronenzahl entspricht. Ähnlich wie beim ersten Orbital lässt sich auch hier aus dem Abstand der Peaks der Betrag des  $g$ -Faktors berechnen. Er liegt mit  $0,45 \pm 0,1$  im Bereich des für GaAs erwarteten Wertes von 0,44 und ist sehr gut vergleichbar mit dem ebenfalls mit 0,45 angegebenen Wert bei Lüscher et al. [26].

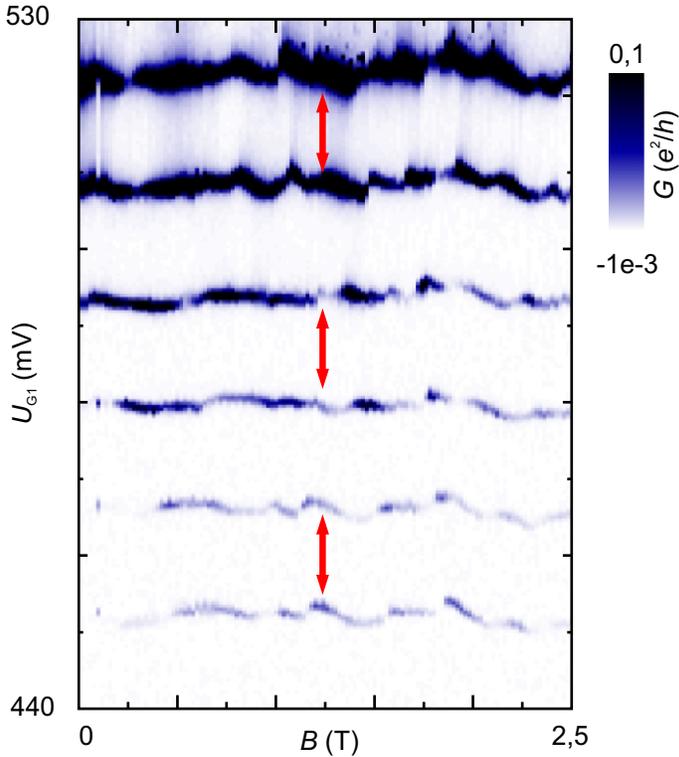


Abbildung 6.17: Verlauf chemischer Potentiale von Quantenpunkt A aus Probe D2 als Funktion von  $B$  und  $U_{G1}$ . Übergänge zwischen verschiedenen Zuständen erzeugen Oszillationen der Peakposition. Je zwei benachbarte Peaks (rote Pfeile) unterscheiden sich im Wesentlichen nur durch den Spin und weisen daher einen ähnlichen Verlauf der Peakposition auf. Diese paarweise Ähnlichkeit nennt sich *Spinpairing*.

### Zustände bei höheren Magnetfeldern

Da die Zustände des Fock-Darwin-Spektrums für sehr hohe Magnetfelder in die bekannten Landau-Niveaus übergehen (siehe Abschnitt 2.1.3), lässt sich dem Quantenpunkt analog zu 2D-Systemen ein Füllfaktor  $\nu_{\text{QP}}$  zuordnen. Sind im Quantenpunkt nur Zustände besetzt, die bei sehr hohen Magnetfeldern in die Landau-Niveaus 0 und 1 übergehen, entspricht dies einem Füllfaktor  $4 \geq \nu_{\text{QP}} \geq 2$ . Hier ist die Zeeman-Energie  $\Delta E_Z$  im Allgemeinen nicht mehr gegenüber den quantenmechanischen Energien zu vernachlässigen. Entlang eines Coulomb-Peaks treten nun verstärkt Orbitalwechsel auf, die mit einem Spinflip einhergehen. Dies führt im Bereich  $4 \geq \nu_{\text{QP}} \geq 2$  zu einem relativ regelmäßigen Zickzackmuster, wie es der Ausschnitt aus dem Fock-Darwin-Spektrum für 53 Elektronen in Abb. 6.18 zeigt.

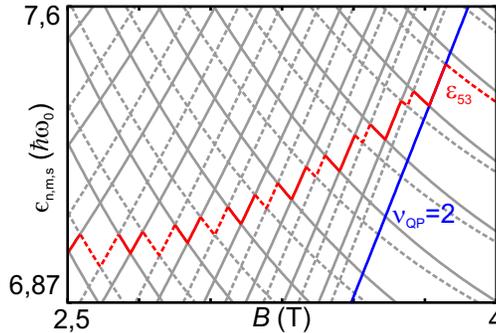


Abbildung 6.18: Verlauf des 53. Peaks des Fock-Darwin-Spektrums mit Energie  $\varepsilon_{53}$ . Übergänge zwischen verschiedenen Zuständen erzeugen für  $\nu_{\text{QP}} > 2$  ein relativ regelmäßiges Zickzackmuster.

Dieses Muster ist an vielen Proben reproduziert worden (z. B. [36, 38, 59]). Als Beispiel sei hier eine Messung ebenfalls an Quantenpunkt A aus Probe D2 gezeigt (Abb. 6.19). Ab ca. 2,8 T ist für mehrere Peaks ein deutliches Zickzackmuster zu beobachten. Zustände mit positiver Steigung führen zu Landau-Niveau 1 während Zustände negativer Steigung zu Landau-Niveau 0 laufen. Anhand der Zahl der Oszillationen lässt sich die Elektronenzahl abschätzen [60, 61]. Sie liegt im Bereich von 50 Elektronen. Auch die Grenze zu  $\nu_{\text{QP}} = 2$  ist zu erkennen. Hier bricht das Zickzackmuster ab.

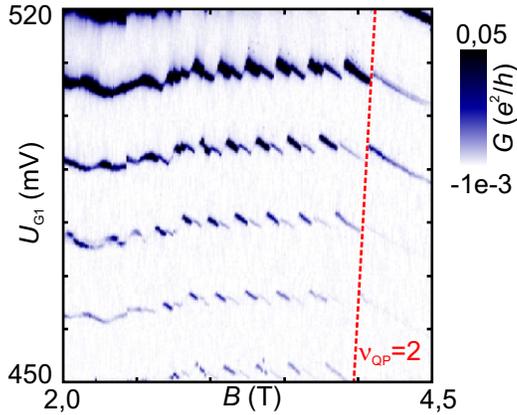


Abbildung 6.19: Die aus dem Fock-Darwin-Spektrum bekannten Oszillationen der Peakamplituden lassen sich im Transport durch Quantenpunkt A von Probe D2 erkennen. Die Grenze des Zickzackmusters markiert den Füllfaktor im Quantenpunkt  $\nu_{QP} = 2$ .

### 6.3.2 Abweichungen vom Fock-Darwin-Spektrum

Zumindest prinzipiell sind die Magnetfeldmessungen durch das Fock-Darwin-Spektrum zu erklären (das erste Orbital, Spinpairing, Übergänge bei höheren Magnetfeldern, vor allem für  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$ , sowie Spinflips für  $\nu_{QP} < 2$ ). Im Detail allerdings gibt es Abweichungen. Zum Einen ist die Annahme eines harmonischen Potentials lediglich eine Näherung, zum Zweiten ist im Constant-Interaction-Modell die Elektron-Elektron-Wechselwirkung auf eine konstante Ladeenergie beschränkt. Gerade im Bereich  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$  sind die Abweichungen auffällig. Schon beim Vergleich der Messung aus Abb. 6.19 mit der theoretischen Kurve aus Abb. 6.18 fällt auf, dass die gemessenen Linien keine allgemein steigende Tendenz mit steigendem Magnetfeld aufweisen. Stattdessen bleiben sie bei nahezu konstanter Gate-Spannung.

Weitere Abweichungen sind zu erkennen, betrachtet man die Strukturen entlang eines einzelnen Peaks (siehe Abb. 6.20). So wirkt das Muster aus abwechselnd aufsteigenden und abfallenden Linien auffallend geordnet. Die

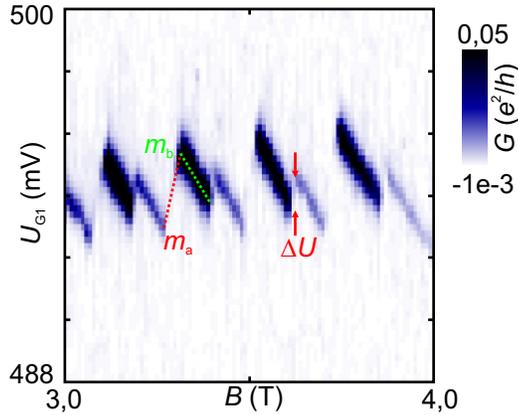


Abbildung 6.20: Verlauf eines Coulomb-Blockadepeaks von Quantenpunkt A aus Probe D2 im Magnetfeld im Bereich  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$  mit den Steigungen  $m_a$  und  $m_b$  für aufsteigende und abfallende Peakpositionen. Die Spannungsdifferenz  $\Delta U$  sollte auch Anzeichen der Zeeman-Aufspaltung aufweisen.

Peaks scheinen eine Periodizität zu besitzen, bei der auf einen abfallenden Abschnitt im Wechsel ein starker oder ein schwacher Anstieg folgt. Jeweils zwei Oszillationen sind gepaart, was zu einer stärkeren Regelmäßigkeit führt, als es das Fock-Darwin-Modell vermuten lässt. Abschnitte positiver Steigung  $m_a$  (Landau-Niveau 1) sind dabei deutlich steiler als Abschnitte negativer Steigung  $m_b$  (Landau-Niveau 0). Die Auswertung der Steigungen für den gezeigten Peak ergibt zudem, dass sich  $m_a$  mit zunehmendem Magnetfeld erhöht, während  $m_b$  konstant bleibt (siehe Abb. 6.21). Dies wurde qualitativ durch Simulationen von Esa Räsänen reproduziert [62].

Um die Messungen besser beschreiben zu können, wurden mittels selbstkonsistenter Rechnungen Modelle entwickelt, die die Elektron-Elektron-Wechselwirkung berücksichtigen [59]. Dies hat vor allem Auswirkungen auf die räumliche Verteilung der Zustände im Quantenpunkt. Für den Bereich  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$  mit zwei Landau-Niveaus (oder Landau-Levels) ist in Abb. 6.22 (a) schematisch die Ladungsträgerdichte  $n_e$  im Quantenpunkt als Funktion des Radius  $r$  dargestellt. Zustände in Landau-Level 1 (LL1) ordnen sich in der Mitte des Quantenpunktes an, Landau-Level 0 (LL0) ist

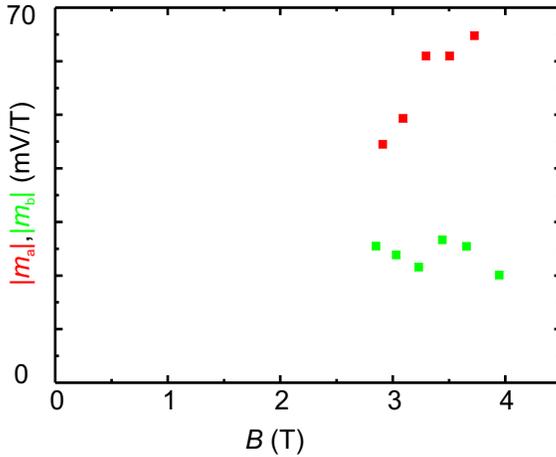


Abbildung 6.21: Vergleich der Steigungen  $m_a$  und  $m_b$  (siehe Abb. 6.20). Während  $|m_a|$  als Funktion des Magnetfeldes konstant bleibt, nimmt  $|m_b|$  linear zu.

dagegen auch am Rand zu finden. Ansteigende Bereiche können als metallisch angesehen werden, während eine konstante Ladungsträgerdichte als isolierend zu verstehen ist. Im Wesentlichen bilden sich damit zwei Regionen, die für Transportelektronen zugänglich sind (Abb. 6.22 (b)), ein Randbereich für Landau-Niveau 0 und ein Kernbereich für Landau-Niveau 1. Die Energie der Zustände im Kern steigt mit dem Magnetfeld, die der Randzustände dagegen fällt. Mit steigendem Magnetfeld wird daher Landau-Level 1 entvölkert, Elektronen wandern eins nach dem anderen von LL1 zu LL0.

Die beobachteten Oszillationen sind damit anhand von Abb. 6.23 wie folgt zu erklären. Elektronen befinden sich sowohl im Zentrum des Quantenpunktes (grau) wie am Rand (blau). In beiden Landau-Niveaus kann man zunächst von einer regelmäßigen Befüllung ausgehen [63]. Orbitale werden vollständig beladen (entleert) bevor das nächste Orbital angebrochen wird. Nimmt man analog zu reinem GaAs einen negativen g-Faktor im Quantenpunkt an, ist Spin up energetisch günstiger als Spin down. An den

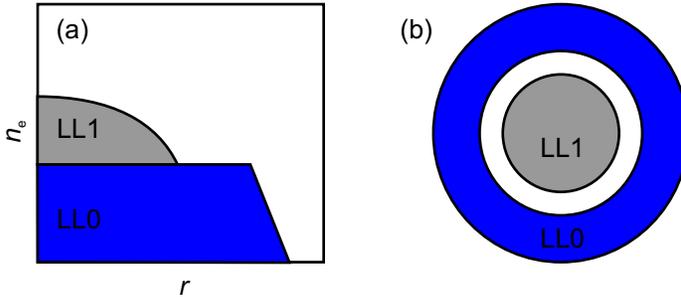


Abbildung 6.22: Schalenmodell eines Quantenpunktes im Bereich  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$ . Während Zustände aus Landau-Niveau 0 auch am Rand des Quantenpunktes zu finden sind, existieren solche aus Landau-Level 1 nur im Zentrum.

gestrichelten Linien wandert mit steigendem Magnetfeld ein Elektron von innen nach außen. Für gerade Gesamtelektronenzahlen ist dieser Prozess mit einem Spinflip verbunden.

Diese Umverteilungen konnten mittels Ladungsmessung an Probe E2 nachgewiesen werden, wie Abb. 6.24 zeigt. Zusätzlich zu den bekannten Zickzacklinien sind Signaturen zu erkennen, die den gestrichelten Linien aus Abb. 6.23 entsprechen. Sie sind durch rote Pfeile markiert. Zum Teil erscheinen allerdings weitere Umladungen (grüne Pfeile in Abb. 6.24 (b)), die bislang nicht zweifelsfrei zugeordnet werden können.

Die schwarzen durchgezogenen Linien in Abb. 6.23 symbolisieren die endliche Leitfähigkeit von Coulomb-Blockadepeaks, die durch Erhöhen der Gesamtelektronenzahl entstehen. Das zusätzliche Elektron wird entweder dem Rand zugeführt (absteigende Peakposition) oder dem Zentrum (ansteigende Peakposition). Die roten Pfeile zeigen den Spin des tunnelnden Elektrons. Zwei benachbarte Coulomb-Blockadepeaks sind um eine halbe Periode gegeneinander verschoben. Entlang eines Peaks vermittelt ein Abschnitt mit starkem Anstieg zwischen zwei abfallenden Abschnitten, die verschiedene Orbitale am Rand des Quantenpunktes verwenden. Ein schwacher Anstieg dagegen entspricht dem energetischen Unterschied von Spin up und Spin down bei Verwendung des gleichen Orbitals am Rand. Zumin-

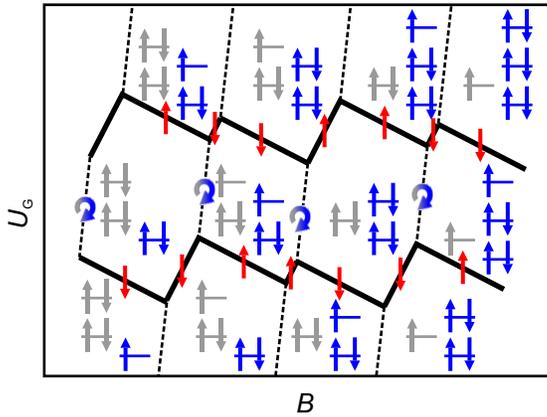


Abbildung 6.23: Schematische Darstellung der Spinkonfigurationen eines Quantenpunktes im Bereich  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$  als Funktion von Magnetfeld und Gatespannung. Entlang der Coulomb-Blockadepeaks (schwarz) findet Transport abwechselnd mit Spin up oder Spin down statt (rote Pfeile). Dazwischen ist die Elektronenzahl konstant. Allerdings werden entlang der gestrichelten Linien mit steigendem Magnetfeld Elektronen von innen (grau) nach außen (blau) umverteilt. Für gerade Gesamtelektronenzahl ist diese Umverteilung mit einem Spinflip verbunden (Kreispeile).

dest im Constant-Interaction-Modell sollte die Stärke dieses Anstieges also die Entwicklung der Zeeman-Aufspaltung wiedergeben.

Rechnet man die Aufspaltung  $\Delta U$  aus Abb. 6.20 für mehrere Coulomb-Blockadepeaks in eine Energiedifferenz  $\Delta E$  um und stellt sie in Abhängigkeit des Magnetfeldes dar, erhält man tatsächlich eine lineare Zunahme (Abb. 6.25, die Farben stehen für die ungefähre Lage der Coulomb-Blockadepeaks als Funktion von  $U_{G1}$ ). Ein linearer Fit ergäbe einen g-Faktor vom Betrag  $\approx 1,4$ , der stark von dem bei niedrigeren Feldern gemessenen Wert von 0,45 (siehe oben) abweicht. Ob diese Betrachtung einem Vielteilchenbild standhält, bleibt daher fraglich, zumal sich die betrachteten Zustände nicht nur im Spin des tunnelnden Elektrons unterscheiden, sondern auch in der übrigen Besetzung mit einem vom Zentrum zum Rand wechselnden Elektron. Extrapoliert man  $\Delta U$  zu geringeren Feldern, stellt man fest, dass

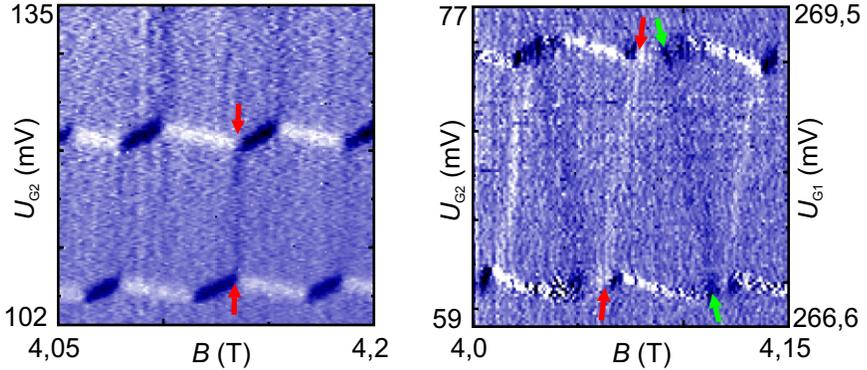


Abbildung 6.24: *Ladungsmessung an Probe E2 im Bereich  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$ . Neben den Zickzacklinien der Coulomb-Blockadepeaks sind auch die in Abb. 6.23 gestrichelt eingezeichneten Umverteilungen innerhalb des Quantenpunktes zu sehen (rote Pfeile). Zuweilen treten weitere Linien auf (grüne Pfeile). Auch sie gehen auf Umverteilungen innerhalb des Systems zurück, deren Ursache jedoch nicht geklärt ist.*

die Aufspaltung im Widerspruch zum Zeeman-Effekt bereits bei einem endlichen Magnetfeld verschwindet. Auch dieses Phänomen konnte durch die Rechnungen von Esa Räsänen [62] qualitativ bestätigt werden.

### 6.3.3 Spinblockade

Neben der Peakposition ist die Peakamplitude eine aufschlussreiche Größe. Unter bestimmten Voraussetzungen zeigt auch sie im Bereich  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$  ein auffällig regelmäßiges oszillatorisches Verhalten. Dies ist in Abb. 6.26 zu beobachten. Neben der Peakposition des bereits aus Abb. 6.20 bekannten Peaks ist im unteren Teil der Abbildung auch die Amplitude entlang dieses Peaks als Funktion des Magnetfeldes dargestellt. Zunächst ist festzustellen, dass diese Amplitude für Bereiche ansteigender Peakposition nahezu verschwindet. Entlang dieser Peakabschnitte findet Transport über Landau-Level 1 im Zentrum des Quantenpunktes statt. Aufgrund der großen Entfernung zu den Zuleitungen ist die Tunnelwahrscheinlichkeit über das Zen-

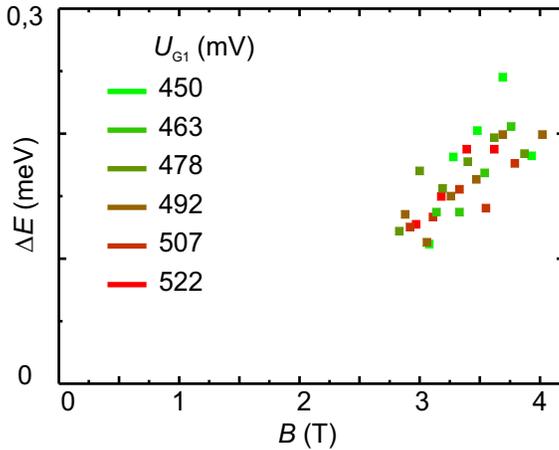


Abbildung 6.25: Die aus der Spannungsdifferenz  $\Delta U$  (siehe Abb. 6.20) ermittelte Energiedifferenz  $\Delta E$  zeigt eine lineare Abhängigkeit vom Magnetfeld, wie es für die Zeeman-Aufspaltung zu erwarten ist. Extrapoliert man die Daten zu geringeren Feldern, stellt man allerdings im Widerspruch zum Zeeman-Effekt fest, dass die Aufspaltung bereits bei endlichem Magnetfeld verschwindet.

trum des Quantenpunktes allerdings sehr gering, und die Leitfähigkeit zeigt ein Minimum. Entlang abfallender Peakpositionen erhält man dagegen eine deutlich höhere Leitfähigkeit, da nun der Rand des Quantenpunktes am Transport beteiligt ist. Dennoch findet man auch hier eine starke Variation der Peakamplitude. Jeder zweite Abschnitt mit abfallender Peakposition zeigt eine auffällige Unterdrückung der Peakamplitude.

Dieser Effekt nennt sich Spinblockade und wurde erstmals von Ciorga et al. beschrieben [38]. Die Bezeichnung allerdings kann leicht zu Verwirrung führen, da auch für andere Effekte der Begriff Spinblockade verwendet wird. So können Spin-Auswahlregeln in Einzelquantenpunkten zu einer Unterdrückung des Transports führen [64]. Auch in Doppelquantenpunkten kann eine Blockade auftreten, wenn durch das Pauliprinzip der Transport eines Elektrons vom einen zum anderen Quantenpunkt verboten ist [65].

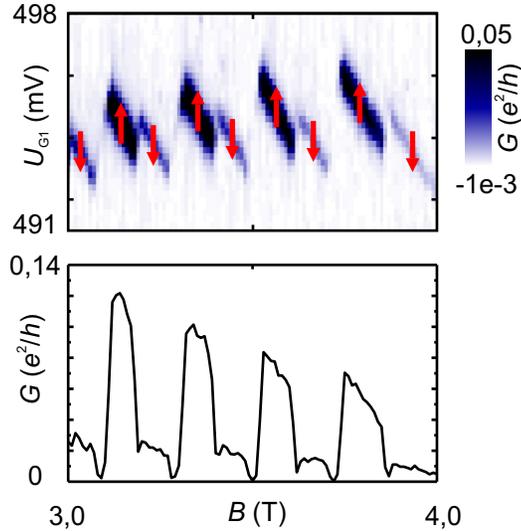


Abbildung 6.26: *Spinblockade an Quantenpunkt A aus Probe D2. Zusätzlich zur Oszillation der Position eines Coulomb-Blockadepeaks im Magnetfeld (oben) zeigt auch die Amplitude entlang eines Peaks ein oszillierendes Verhalten (unten). Diese Oszillation entsteht durch die unterschiedlichen Tunnelraten für Spin up und Spin down. Dementsprechend lässt sich der Spin des tunnelnden Elektrons in den oberen Graphen eintragen (rote Pfeile).*

Die in Abb. 6.26 beobachtete Unterdrückung geht dagegen auf eine Eigenschaft der zweidimensionalen Zuleitungen zurück. Im senkrechten Magnetfeld entwickeln sie wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben spinpolarisierte Kanäle, die am Rand des 2D-Systems auftreten. Da auch der Übergang von den Zuleitungen zum Quantenpunkt einen solchen Rand darstellt, findet man auch hier räumlich getrennte spinpolarisierte Randkanäle, wie Abb. 6.27 schematisch zeigt. Der energetisch niedrigste Randkanal liegt nahe am Quantenpunkt. Er stellt Spin up Elektronen zur Verfügung. Spin down Elektronen existieren dagegen erst im zweiten Randkanal, der weiter vom Quantenpunkt entfernt ist. Sie verfügen damit über eine geringere Tunnel-

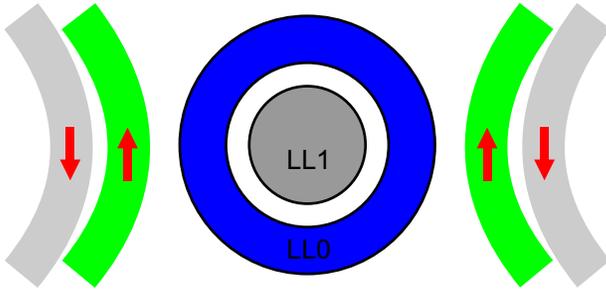


Abbildung 6.27: Zusätzlich zu der räumlichen Aufteilung der Landau-Niveaus im Quantenpunkt (LL0 und LL1) entstehen im senkrechten Magnetfeld räumlich getrennte Randkanäle in den Zuleitungen. Spin up Elektronen befinden sich so näher am Quantenpunkt als Spin down Elektronen. Der Transport von Spin down Elektronen wird dadurch unterdrückt.

wahrscheinlichkeit, was zu einer Unterdrückung des Spin down Transportes führt. Folglich lässt sich der Spin des tunnelnden Elektrons anhand der Peakhöhe ablesen. Eine hohe Amplitude steht für Spin up Transport, eine niedrige für Spin down Transport (siehe Pfeile in Abb. 6.26). Vergleicht man das Ergebnis mit dem Schema aus Abb. 6.23, stellt man fest, dass die Spinkonfiguration des Quantenpunktes tatsächlich für abfallende Peakpositionen abwechselnd Spin up und Spin down Transport verlangt.

### Negative differentielle Leitfähigkeit

Unter gewissen Umständen zeigt sich verursacht durch die Spinblockade negative differentielle Leitfähigkeit (NDL), also eine Verringerung des Stromes bei Erhöhung der Sourcespannung [66]. Abbildung 6.28 zeigt eine Messung im selben Bereich wie Abb. 6.19 bei einer endlichen Sourcespannung  $U_S = 0,5 \text{ mV}$ . Jeder ursprünglich einzelne Coulomb-Blockadepeak spaltet auf in zwei Peaks, die durch Resonanz mit Source bzw. Drain entstehen. Dazwischen werden angeregte Zustände sichtbar. Der Ausschnitt auf der rechten Seite zeigt diese Zustände im Detail. Das zu beobachtende Muster ist nach oben hin begrenzt durch eine Linie positiver differentielle Leitfähigkeit (blau), die die bekannten Oszillationen der Peakpositionen aufweist. Sie

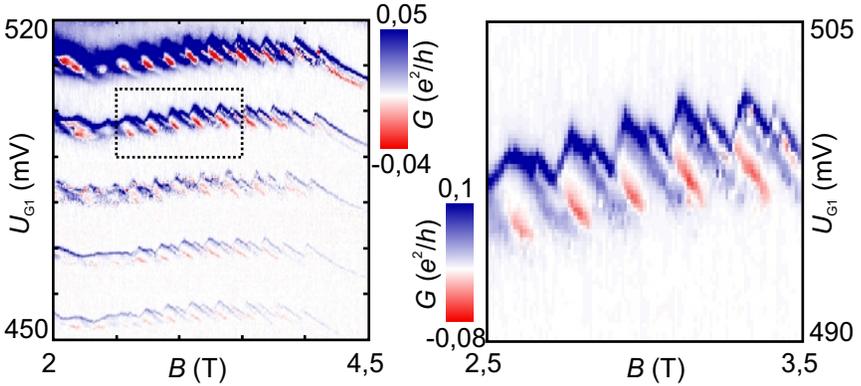


Abbildung 6.28: Bei endlicher Sourcespannung ( $U_S = 0,5 \text{ mV}$ ) zeigt sich an Quantenpunkt A aus Probe D2 als Funktion von Magnetfeld und Gate-spannung eine regelmäßige negative differentielle Leitfähigkeit (rot) entlang angeregter Zustände. Sie wird durch die Spinblockade verursacht und tritt als Fortsetzung der Spin down Grundzustände auf.

entspricht der Resonanz des Grundzustandübergangs mit dem chemischen Potential der Source-Zuleitung  $\mu_S$ . Eine äquivalente Begrenzung nach unten hin, die als Resonanz mit  $\mu_D$  zu verstehen wäre, ist kaum zu erkennen. Zwischen den Grundzustandsresonanzen bilden sich Resonanzen angeregter Zustände aus. Vor allem Zustände fallender Peakposition sind sichtbar. Sie zeigen ein regelmäßiges Oszillieren zwischen positiver (blau) und negativer differentielle Leitfähigkeit (rot). Da diese Zustände als Verlängerung der Grundzustandsresonanzen in Erscheinung treten, lässt sich die Kenntnis der Spins, die aus der Messung bei  $U_S = 0 \text{ mV}$  gewonnen wurde, auf die angeregten Zustände übertragen. Demnach tritt die NDL bei Spin down Zuständen auf.

Eine weitere Messung (Abb. 6.29) zeigt zusätzlich zur Magnetfeldabhängigkeit bei  $U_S = 0,5 \text{ mV}$  (links) auch eine Rautenmessung bei  $B = 3,3 \text{ T}$  (rechts). Die gegenseitigen Schnitte sind durch die gestrichelten Linien markiert. Negative differentielle Leitfähigkeit ist nur für positive Sourcespannungen zu erkennen. Zudem offenbart die positive Steigung der NDL-Linien

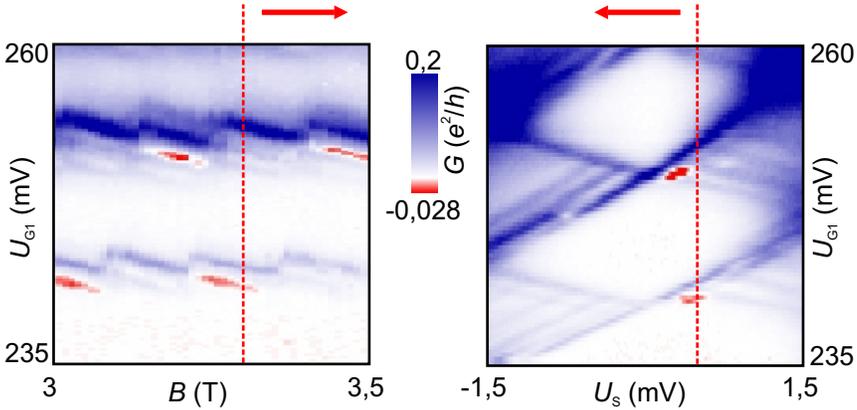


Abbildung 6.29: Vergleich der Magnetfeldabhängigkeit bei endlicher Source-Spannung (links) und einer Rautenmessung bei endlichem Magnetfeld (rechts) an Quantenpunkt A aus Probe D2. Beide Messungen stimmen entlang der gestrichelten Linien überein. Die bereits bekannte NDL in der Magnetfeldabhängigkeit ist auch in der Rautenmessung zu sehen. Sie tritt nur für  $U_S > 0$  auf.

als Funktion der Sourcespannung, dass es sich um Resonanzen mit  $\mu_S$  handelt.

Zur Erklärung der NDL wurde auf Grundlage dieser Messergebnisse ein theoretisches Modell entwickelt, welches eine Simulation der differentiellen Leitfähigkeit für die gegebene Situation zulässt. Betrachtet wird ein Übergang der Elektronenzahl von  $N$  zu  $N + 1$ . In die Rechnung einbezogen werden die beiden Grundzustände  $E_N$  und  $E_{N+1}$  sowie zwei angeregte Zustände  $E_N^*$  und  $E_{N+1}^*$ . Damit existieren drei mögliche Übergänge mit den chemischen Potentialen  $\mu_{N+1}$  für  $E_N \leftrightarrow E_{N+1}$ ,  $\mu_{N+1}^1$  für  $E_N \leftrightarrow E_{N+1}^*$  und  $\mu_{N+1}^2$  für  $E_N^* \leftrightarrow E_{N+1}$ . Die energetische Lage für die resultierenden Resonanzen ist in Abb. 6.30 (a) in Abhängigkeit der Source- und Gatespannung schematisch gezeigt. Jedes chemische Potential führt zu zwei Resonanzen, eine mit  $\mu_S$ , eine mit  $\mu_D$ . Davon können allerdings nur vier prinzipiell beobachtet werden (durchgezogene Linien). Der Vergleich mit den Messungen bei positiver Sourcespannung (blaue Linie) lässt vermuten, dass die beob-

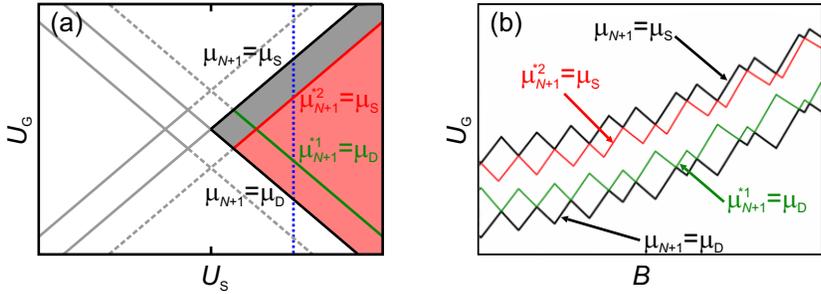


Abbildung 6.30: (a) Levelschema für eine Rautenmessung unter Beteiligung der chemischen Potentiale  $\mu_{N+1}$ ,  $\mu_{N+1}^{*1}$  und  $\mu_{N+1}^{*2}$  für  $U_S > 0$ . Die Grundzustandsresonanzen (schwarz) spannen ein Fenster auf, in dem endlicher Transport stattfindet (grau und rot unterlegt). Im rot unterlegten Bereich ist mit der Beteiligung von  $\mu_{N+1}^{*2}$  am Transport der Strom vermindert. Dadurch entsteht entlang der roten Linie negative differentielle Leitfähigkeit. (b) zeigt das Levelspektrum als Funktion des Magnetfeldes entlang der in (a) gestrichelten Senkrechten.

achteten Linien den Resonanzen  $\mu_{N+1} = \mu_S$  und  $\mu_{N+1}^{*2} = \mu_S$  entsprechen. Letztere ist für die NDL verantwortlich (rote Linie), sofern der Transport Spin down Elektronen benötigt (Ciorga et al. [66] gehen dagegen davon aus, dass die von ihnen beobachtete NDL durch die Resonanz  $\mu_{N+1}^{*1} = \mu_D$  entsteht). Demnach ist dann der Strom im rot unterlegten Bereich geringer als im grauen Bereich. Im grauen Bereich kann der Quantenpunkt die Zustände  $E_N$  und  $E_{N+1}$  einnehmen. Im roten Bereich kommt der Zustand  $E_N^*$  hinzu. Seine Beteiligung am Transport verursacht also die NDL. Der Quantenpunkt muss in diesem Zustand gefangen sein, um eine Verminderung des Stromes herbeizuführen. Da der Zustand nur durch den Übergang  $E_N^* \rightarrow E_{N+1}$  aufgelöst werden kann, muss also dieser Übergang bei Spin down Transport im Vergleich zu  $E_{N+1} \rightarrow E_N^*$  unterdrückt sein. Weil für  $U_S > 0$  Elektronen von Drain nach Source fließen, muss demzufolge für Spin down die Tunnelrate an Drain kleiner sein als die an Source. Dafür wurden zwei Möglichkeiten getestet. Zum Einen könnte Spinblockade nur an Drain vorherrschen. Dann wäre die Tunnelrate für Spin down an Drain

unterdrückt, die übrigen Raten vor allem für Spin up dagegen nicht. Wahrscheinlicher ist jedoch eine Spinblockade an beiden Zuleitungen. Dann muss zusätzlich eine Asymmetrie der Barrieren eingeführt werden, die generell die Raten an Drain unterdrückt. Wählt man die Parameter richtig, kommt es zu NDL für Spin down, nicht aber für Spin up Dank der höheren Tunnelraten.

Ein weiterer Aspekt der Messung liegt in dem Fehlen sämtlicher angeregter Zustände mit positiver Steigung, also Zustände in LL1, die nach Abb. 6.30 (b) zu erwarten wären. Zu erklären wäre dieser Effekt mit einer endlichen Relaxationsrate. Sie müsste groß sein im Vergleich zu der Rate, mit der Elektronen angeregte Zustände in LL1 besetzen, klein allerdings im Vergleich zur Rate für angeregte Zustände in LL0, damit die Linien negativer Steigung nicht verschwinden.

Zuletzt kann die außerordentlich schwache differentielle Leitfähigkeit der Resonanzen  $\mu_{N+1} = \mu_D$  und  $\mu_{N+1}^* = \mu_D$  mit einer starken Asymmetrie  $C_S \ll C_D$  bzw.  $C_S \ll C_{\Sigma}/2$  der kapazitiven Kopplung an die Zuleitungen begründet werden. Allerdings ist dieser Ansatz nur schwer mit der entgegengerichteten Asymmetrie der Tunnelraten vereinbar und scheint sich in Messungen nicht zu bestätigen.

Alles in allem sind folgende Ratenverhältnisse relevant.

$A_1 = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_0}$  beschreibt das Verhältnis der Tunnelraten für Grundzustandsübergänge in LL1 und LL0, welches durch die räumliche Verteilung der Landau-Niveaus im Quantenpunkt vorgegeben wird.

$A_1^* = \frac{\Gamma_1^*}{\Gamma_0^*}$  vergleicht Tunnelraten für angeregte Zustände in LL1 und Grundzustände in LL0.

$A_0^* = \frac{\Gamma_0^*}{\Gamma_0}$  vergleicht Tunnelraten für angeregte Zustände und Grundzustände in LL0.

$A_s = \frac{\Gamma_{\downarrow}}{\Gamma_{\uparrow}}$  beschreibt die aus der Spinblockade entstehende Asymmetrie für Spin down und Spin up.

$A_r = \frac{\Gamma_r}{\Gamma_{D0\uparrow}}$  setzt die Relaxationsrate ins Verhältnis zu der Drain-Tunnelrate für Grundzustandsübergänge in LL0 mit Spin up.

Hinzu kommen die Asymmetrien der Tunnelraten an Source und Drain  $\frac{\Gamma_D}{\Gamma_S}$  sowie der Kapazitäten an Source und Drain  $\frac{C_D}{C_S}$ .

Abbildung 6.31 zeigt das Ergebnis einer Simulation für (a)  $U_S = 0$  und (b)  $U_S > 0$ . Tatsächlich sind alle Merkmale der Messungen aus Abb. 6.20 und 6.28 qualitativ reproduziert worden. Demnach ist die wesentliche Ur-

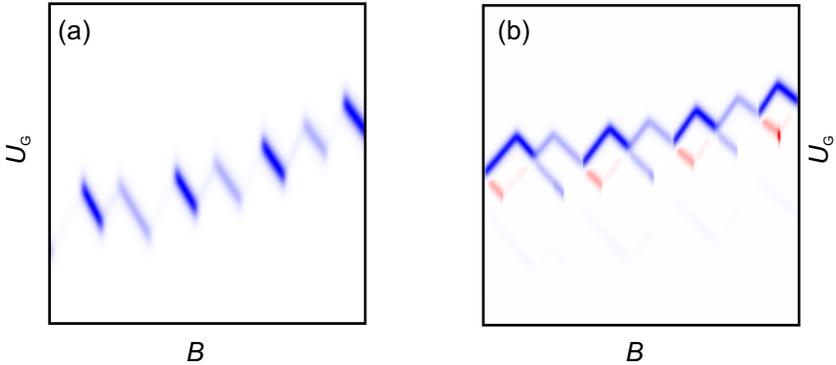


Abbildung 6.31: *Simulation der differentiellen Leitfähigkeit als Funktion von Magnetfeld und Gatespannung für (a)  $U_S = 0$  und (b)  $U_S > 0$ . Die Parameter lauten:  $A_1 = 0,06$ ,  $A_1^* = 0,006$ ,  $A_0^* = 1$ ,  $A_s = 0,3$ ,  $A_r = 0,048$ ,  $\frac{\Gamma_D}{\Gamma_S} = 0,1$  und  $\frac{C_D}{C_S} = 10$ . Mit diesen Werten lassen sich die Messungen an Probe D2 qualitativ reproduzieren.*

sache für die NDL eine Blockade des Quantenpunktes in einem angeregten Zustand für  $N$  Elektronen, da die Aufhebung dieses Zustandes durch ein auf den Quantenpunkt tunnelndes Spin-down Elektron durch die Spinblockade unterdrückt ist.

### 6.3.4 Kondo-Effekt

Die periodischen Umverteilungen der Elektronen im senkrechten Magnetfeld führen nicht nur bei vorhandener Spinblockade zu einer alternierenden differentiellen Leitfähigkeit entlang von Coulomb-Blockadepeaks. Auch zwischen den Peaks kann es zu periodischen Leitfähigkeitsoszillationen kommen, wenn ein Kondo-Effekt vorliegt.

Der Kondo-Effekt [45, 67–71] beschreibt eine endliche Leitfähigkeit im Coulomb-Blockadebereich. Sie wird verursacht durch einen Vielteilchenzustand unter Beteiligung von Ladungsträgern in den Zuleitungen. Trotz des Verbots sequentiellen Tunnelns findet Transport über einen Kotunnelprozess [72] statt, der zwischen zwei Quantenpunktzuständen hin und her

schaltet. Sind diese beiden Zustände entartet, ist die Energiebilanz ausgeglichen ohne angelegte Sourcespannung. Man spricht von elastischem Kottunneln. Sind die Zustände nicht entartet, muss die Energiedifferenz durch eine endliche Sourcespannung von außen aufgebracht werden, der Kottunnelprozess ist inelastisch.

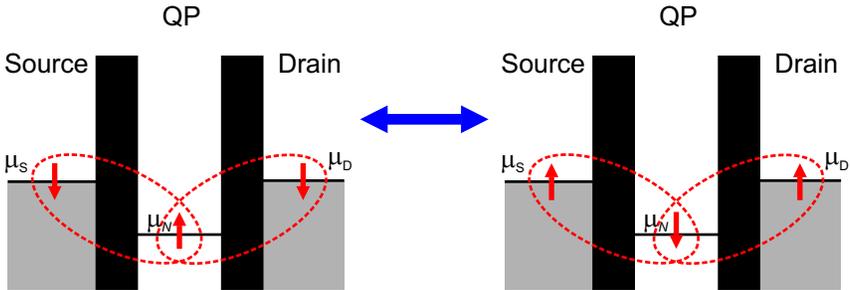


Abbildung 6.32: Schema zum Spin 1/2-Kondo-Effekt: beträgt der Gesamtspin eines Quantenpunktes 1/2, kann sich ein gemeinsamer Singulett-Zustand zwischen dem Quantenpunkt und Elektronen in den Zuleitungen ausbilden. In einem Kottunnelprozess kann dann Transport stattfinden, obwohl  $\mu_N$  unterhalb von  $\mu_{S,D}$  liegt. Dieser Prozess erzeugt einen Spinflip auf dem Quantenpunkt.

Am bekanntesten ist der Spin 1/2 Kondo-Effekt, dessen Grundlage die Entartung der beiden Spinzustände up und down bei  $B = 0\text{ T}$  ist. Seine Beschreibung geht auf das Anderson-Störstellenmodell zurück [73], welches ursprünglich entwickelt wurde, um einen erhöhten Widerstand von Metallen bei kleinen Temperaturen zu erklären, dann aber auch auf Quantenpunkte erweitert wurde [74–76]. Besitzt ein Quantenpunkt aufgrund eines ungepaarten Elektrons den Gesamtspin 1/2, kommt es zu einer Wechselwirkung mit den umgebenden Elektronen. Es bildet sich ein gemeinsamer Singulett-Zustand aus zwischen dem ungepaarten Elektron auf dem Quantenpunkt und den Elektronen der Zuleitung (gestrichelte Ovale in Abb. 6.32). Durch die gemeinsame Vielteilchenwellenfunktion kann nun ein Kottunnelprozess stattfinden, der das ungepaarte Elektron auf dem Quantenpunkt gegen ein Elektron mit entgegengerichtetem Spin austauscht. An

diesem Prozess sind zwei Elektronen beteiligt. Ein Elektron besetzt den Quantenpunkt von der einen Zuleitung her, während das zweite Elektron den Quantenpunkt über die andere Zuleitung verlässt. Der Quantenpunkt selbst erfährt dadurch einen Spinflip (siehe Abb. 6.32). Erhöht man die Temperatur, wird die Bindungsenergie des Singulett-Zustands überschritten und der Prozess wird unterbunden. Neben dem Spin 1/2 Kondo-Effekt sind weitere Prozesse denkbar, wenn der Austausch eines Elektrons zwischen zwei Zuständen hin und her schalten kann. So kann es auch zu einer erhöhten Leitfähigkeit durch den Wechsel zwischen Singulett- und Triplet-Zuständen kommen [77, 78].

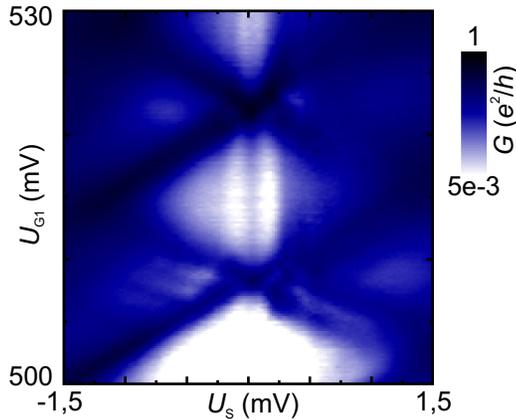


Abbildung 6.33: Rautenmessung an Quantenpunkt A aus Probe D2. Innerhalb der mittleren Raute ist eine senkrechte Linie endlicher Leitfähigkeit zu beobachten, die durch den Kondo-Effekt verursacht wird.

Abbildung 6.33 zeigt ein Beispiel für eine Messung von Kondo-Leitfähigkeit bei  $B = 0$  T. Zu sehen ist eine Coulomb-Raute von Quantenpunkt A aus Probe D2. Da die Barrieren zu den Zuleitungen bereits stark geöffnet sind, erscheinen die Begrenzungslinien der Raute verschwommen. Die gute Ankopplung an die Zuleitungen ist aber auch Voraussetzung für den Kondo-Effekt, der sich in Form der vertikalen Linie bei  $U_S = 0$  mV im Coulomb-Blockadebereich zeigt. Da für den Kondo-Effekt die Energiediffe-

renz zwischen den chemischen Potentialen der Zuleitungen  $\mu_{S,D}$  und der beteiligten entarteten Zustände  $\mu_N$  keinen bestimmten Wert annehmen muss, zieht sich der Kondo-Effekt über die komplette Raute. Bei endlicher Sourcespannung wird das Regime des elastischen Kottunnels verlassen und der Kondo-Effekt bricht zusammen.

Solange die Zeeman-Aufspaltung kleiner ist als die Breite der Kondo-Resonanzen, ist auch für  $B > 0$  T noch ein Spin  $1/2$  Kondo-Effekt bei  $U_S = 0$  mV zu beobachten. So kann auch für  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$  durch den Kondo-Effekt verursachte endliche Leitfähigkeit im Coulomb-Blockadebereich auftreten, wobei nur der Rand des Quantenpunktes aufgrund der guten Kopplung an die Zuleitungen zum Transport beitragen kann. Benötigt wird dazu ein ungepaarter Spin im Rand des Quantenpunktes. Eine solche Konfiguration tritt nach Abb. 6.23 im Wechsel mit einer gepaarten Spin  $0$  Konfiguration auf. Dieser Wechsel entsteht durch die Änderung der Elektronenzahl im Rand. Da Elektronen dem Rand sowohl mit steigendem Magnetfeld vom Zentrum aus zugeführt werden als auch bei Erhöhen der Gesamtladung von den Zuleitungen aus, erwartet man eine schachbrettartige Verteilung ungepaarter Konfigurationen als Funktion von Magnetfeld und Gatespannung [61, 63, 79]. Tatsächlich können solche Verteilungen durch die Messung des Kondo-Effektes bestätigt werden.

So zeigt Abb. 6.34 ein sehr ausgeprägtes Schachbrettmuster, welches durch den Kondo-Effekt hervorgerufen wird. Die Coulomb-Blockadepeaks (grüne Linie) zeigen als Funktion von Magnetfeld und Gatespannung die für den Bereich  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$  typischen Positionszosillationen. In den Tälern (rote Linie) finden sich Oszillationen der differentiellen Leitfähigkeit. Da sie wie die Peakposition auf der Umverteilung von Elektronen mit Magnetfeld und Gatespannung basieren, weisen beide Effekte die selbe Periodizität auf.

### 6.3.5 Kombination von Spinblockade und Kondo-Effekt

Da sowohl die Spinblockade wie auch der Kondo-Effekt im Bereich  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$  vorliegen können und die gleiche Periodizität besitzen, kann es auch zu einer Kombination beider Effekte kommen. Sofern die Natur des Kondo-Effektes bekannt ist, sollten sich aus solchen Kombinationen weitergehende Schlüsse ziehen lassen über die Spinkonfiguration des Quantenpunktes.

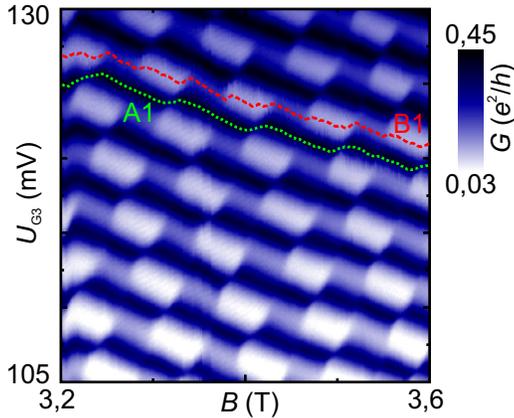


Abbildung 6.34: Als Funktion von Gatespannung und Magnetfeld kann es wie hier an Probe E3 durch den Kondo-Effekt zu einem schachbrettartigen Muster aus abwechselnd endlicher und verschwindender Leitfähigkeit im Coulomb-Blockadebereich kommen.

Misst man die Leitfähigkeit an Probe E3 bei im Vergleich zu Abb. 6.34 höheren Magnetfeldern, sind tatsächlich Leitfähigkeitsoszillationen sowohl auf den Peaks wie auch dazwischen zu beobachten. Dies ist in Abb. 6.35 dargestellt. Das Kondo-Schachbrettmuster in den Coulomb-Tälern (rote Linie) ist noch immer sichtbar. Zusätzlich findet man auch auf den Peaks (grüne Linie) eine alternierende Leitfähigkeit aufgrund von Spinblockade. Dabei ist zu beachten, dass beide Effekte nicht voll ausgeprägt sein können. Bei voll ausgeprägter Spinblockade wären die Zuleitungen vollständig spinpolarisiert. Für den Kondo-Effekt sind allerdings beide Spins in den Zuleitungen nötig. Er wäre also vollständig unterdrückt. Im umgekehrten Fall bei vollständig ausgeprägtem Kondo-Effekt wäre keine Spinpolarisation vorhanden und damit auch keine Spinblockade. Die Kombination beider Effekte kann also nur in einem Übergangsbereich vorkommen. Da die Ausprägung der Spinpolarisation von der Trennung der Randkanäle in den Zuleitungen und damit von der Stärke des Magnetfeldes abhängt, lässt sich dieser Übergang als Funktion des Magnetfeldes beobachten.

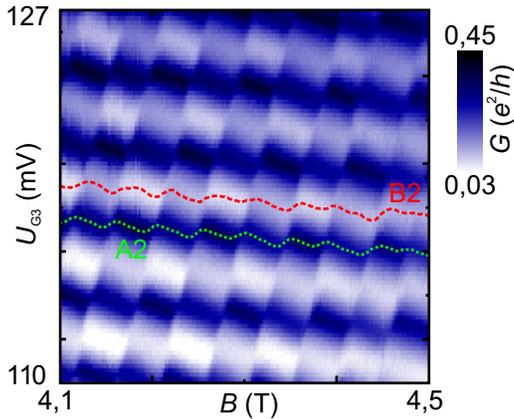


Abbildung 6.35: Da die Periodizität von Kondo-Effekt und Spinblockade im Magnetfeld identisch ist, lässt sich ein gemeinsames Muster beider Effekte beobachten (hier an Probe E3). Entlang der Coulomb-Blockadepeaks ist die Amplitude durch die Spinblockade modelliert, im Coulomb-Blockadebereich durch den Kondo-Effekt.

Dazu ist in Abb. 6.36 die Leitfähigkeit entlang der Schnitte A1, A2 und B1, B2 aus Abb. 6.34 und 6.35 gezeigt. Deutlich sind sowohl auf dem Peak wie auch im Tal Oszillationen zu erkennen. Die Spinblockadeoszillationen (grün) sind bei  $B = 3,2$  T noch sehr schwach, nehmen aber mit steigendem Magnetfeld zu und sind oberhalb von 4 T deutlich zu erkennen. Umgekehrt verhält es sich mit den Kondo-Oszillationen (rot), die bei kleinen Magnetfeldern zunächst dominieren, dann aber kontinuierlich abnehmen und bei 4,5 T kaum noch nachzuweisen sind. Im Bereich um 4 T sind beide Effekte gut zu erkennen

Ein solcher Bereich, in dem beide Effekte kombiniert sind, findet sich auch für Quantenpunkt A aus Probe D2 (linke Seite von Abb. 6.37). In Bereich I und IV findet sich eine erhöhte Kondo-Leitfähigkeit. In den Bereichen II und III ist die Leitfähigkeit dagegen geringer. Unter der Annahme des Spin 1/2 Kondo-Effektes kann man daher den Bereichen I und IV eine Spinkonfiguration mit einem ungepaarten Spin im Randbereich

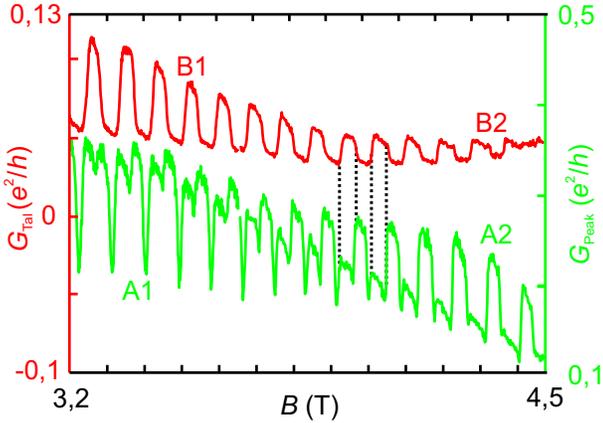


Abbildung 6.36: Rot: Leitfähigkeit entlang Schnitt B1 und B2 aus Abb. 6.34 und 6.35. Mit steigendem Magnetfeld verringert sich die Modulation zwischen den Peaks, da der zugrunde liegende Kondo-Effekt auf Spinentartung im Quantenpunkt und unpolarisierte Zuleitungen angewiesen ist. Beides wird durch das Magnetfeld aufgehoben. Grün: Leitfähigkeit entlang der Schnitte A1 und A2 aus Abb. 6.34 und 6.35. Die mit steigendem Magnetfeld zunehmende Spinpolarisation der Zuleitungen ist Ursache der Spinblockade. Die resultierende Modulation der Peakamplitude verstärkt sich daher mit steigendem Magnetfeld. Die Kombination beider Effekte ist nur in einem Übergangsbereich möglich.

des Quantenpunktes zuschreiben. Ohne Magnetfeld wären dabei für dieses ungepaarte Elektron Spin up und Spin down gleich wahrscheinlich. Im Magnetfeld aber kann man von einer Aufhebung der Spinentartung durch den Zeeman-Effekt ausgehen. Solange die Aufspaltung kleiner ist als die Breite der Kondo-Resonanz ist zwar eine endliche Kondo-Leitfähigkeit vorhanden, der Quantenpunkt wird sich dennoch hauptsächlich im Spin up Grundzustand befinden. Die Bereiche I und IV lassen sich also durch eine Konfiguration beschreiben, wie sie für die grau hinterlegten Bereiche in Abb. 6.37 durch die blauen Pfeile symbolisiert ist (betrachtet wird nur die Konfiguration im Rand des Quantenpunktes). Betrachtet man nun die

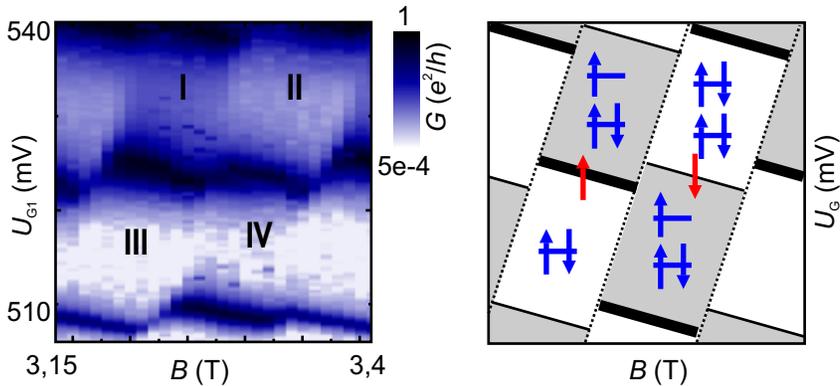


Abbildung 6.37: Kombination von Spinblockade und Kondo-Effekt an Quantenpunkt A aus Probe D2. Der Kondo-Effekt im Coulomb-Tal findet sich oberhalb einer starken Peakamplitude. Dieses Muster kann unter der Annahme eines Spin  $1/2$  Kondo-Effektes mit dem Schema rechts erklärt werden. In den Coulomb-Tälern wechselt der Gesamtspin am Rand des Quantenpunktes zwischen 0 und  $1/2$  (blaue Pfeile). Entlang der Peaks findet Spin up Transport statt bei starker Amplitude und Spin down Transport bei schwacher Amplitude (rote Pfeile).

Amplitude der Coulomb-Peaks stellt man eine erhöhte Leitfähigkeit oberhalb der Bereiche II und III fest. Die Peaks entsprechen demnach Spin up Transport (rote Pfeile), die schwächeren Peaks oberhalb der Bereiche I und IV entsprechen Spin down. Mit dieser Kenntnis lässt sich nun auch die Konfiguration in den Bereichen II und III bestimmen. Entsprechend dem Modell aus Abb. 6.23 findet man voll besetzte Orbitale mit Gesamtspin 0. Man hat es bei diesem Quantenpunkt also mit einem regelmäßigen Befüllen des Randbereiches zu tun mit einem Gesamtspin, der zwischen 0 und  $1/2$  wechselt.

Nicht immer beobachtet man dieses Verhalten. So zeigt die Messung an Probe E3 aus Abb. 6.35 die umgekehrte Kombination von Spinblockade und Kondo-Effekt. Besonders der Vergleich der Schnitte in Abb. 6.36 entlang der schwarzen vertikalen Linien zeigt, dass hier die schwache Peakampli-

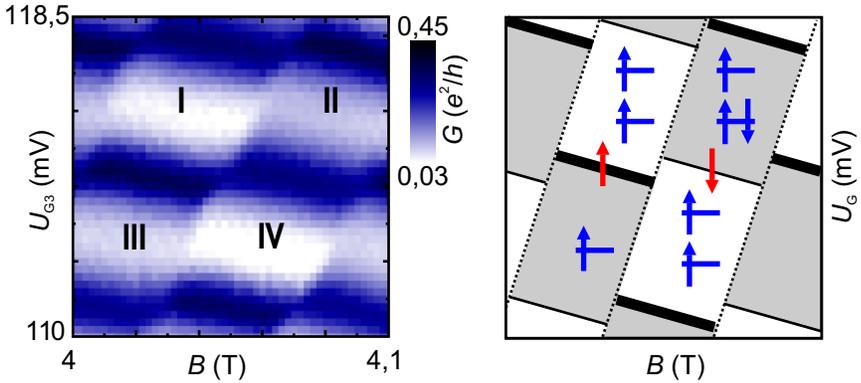


Abbildung 6.38: Probe E3 zeigt ein Muster mit Kondo-Leitfähigkeit oberhalb einer schwachen Peakamplitude. Dieses Muster kann bei Annahme des Spin  $1/2$ -Kondo-Effektes durch spinpolarisiertes Befüllen des Quantenpunkttrans erklärt werden. Der Spin am Rand des Quantenpunktes wechselt zwischen 1 und  $1/2$ .

tude unterhalb eines Kondo-Feldes auftritt. Der Ausschnitt im linken Teil von Abb. 6.38 zeigt Kondo-Leitfähigkeit in den Bereichen II und III. Oberhalb dieser Bereiche findet sich nun entgegen der Erwartung eine starke Peakamplitude. Eine schwache Peakamplitude tritt oberhalb der Bereiche I und IV ohne Kondo-Leitfähigkeit auf. Nimmt man erneut an, dass dem Kondo-Effekt eine Konfiguration mit einem ungepaarten Spin up Elektron zugrunde liegt, führt die Kombination mit der Spinblockade nun nicht zu gepaarten Konfigurationen in den Bereichen I und IV. Stattdessen erhält man zweifach ungepaarte Konfigurationen mit jeweils einem Spin up in den oberen beiden Orbitalen (siehe rechte Abbildung). Es scheint also eine Hundzsche Regel vorzuliegen, der Rand des Quantenpunktes wechselt zwischen Gesamtspin 1 und  $1/2$ .

Ein wesentlicher Unterschied zwischen Quantenpunkt A aus Probe D2 und dem Quantenpunkt aus Probe E3 ist die Zahl der Elektronen. Ersterer zeigt mit ca. 50 Elektronen ein reguläres Befüllen der Orbitale, während Letzterer bei ca. 160 Elektronen spinpolarisiertes Befüllen aufweist. Auch der Vergleich mit der Literatur bestätigt die Annahme, dass der wesentliche

Faktor die Zahl der Elektronen ist. So findet man reguläres Befüllen für geringe Elektronenzahlen wie in Messungen von Stopa et al. [63] ( $N < 30$ ) und Schmid et al. [79] ( $N < 30$ ). Dagegen zeigen Messungen von Keller et al. [61] spinpolarisiertes Befüllen ( $N \approx 50$ ) wie auch Probe E4 bei  $N \approx 180$  (siehe unten). Tatsächlich konnte ein Übergang der Spinkonfiguration von einer unpolarisierten hin zu einer polarisierten Phase durch Ciorga et al. bei ca. 30 Elektronen durch Spinblockademessungen nachgewiesen werden [80].

Nach Wensauer et al. [81] geht der Wechsel der Spinkonfiguration auf Spinflips zurück, die sich bei niedrigen Elektronenzahlen im Bereich  $\nu_{\text{QP}} < 2$  ereignen. Die Elektronen befinden sich hier im untersten Landau-Level. Mit steigendem Magnetfeld wird die Energie minimiert, indem nach und nach Spin down Elektronen ihren Spin umklappen, bis schließlich alle Elektronen Spin up besitzen. Dieser Zustand wird als Maximum Density Droplet bezeichnet [82–86]. Der erste dieser Spinflips ist im Fock-Darwin-Spektrum aus Abb. 2.4 bei knapp  $6\omega_c/\omega_0$  zu beobachten. Mit verschiedenen Methoden konnten Wensauer et al. bestätigen, dass die Grenze, entlang der die Spinflips auftreten, bei einer gewissen Elektronenzahl die  $\nu_{\text{QP}} = 2$ -Grenze schneidet und so für einen Wechsel der Spinkonfiguration im Bereich  $4 \geq \nu_{\text{QP}} \geq 2$  sorgt.

Dieser Prozess ist schematisch in Abb. 6.39 gezeigt. Dargestellt sind die Verläufe von Coulomb-Blockadepeaks als Funktion von Magnetfeld und Gatespannung sowie die Spinkonfiguration der obersten Orbitale (abgesehen von der Konfiguration im Zentrum für  $\nu_{\text{QP}} > 2$ ). Am Übergang  $\nu_{\text{QP}} = 2$  wird das letzte Elektron aus dem Zentrum des Quantenpunktes zum Rand umverteilt. Zunächst oszilliert der Gesamtspin zwischen 0 und  $1/2$  (roter Bereich). Starke Peakamplituden (breite Linien) treten aufgrund der Spinblockade beim Wechsel von 0 zu  $1/2$  auf. Bei höheren Magnetfeldern findet im Bereich  $\nu_{\text{QP}} < 2$  ein Spinflip für gerade Elektronenzahlen statt (vertikale Linie). Dieser führt zu einer spinpolarisierten Konfiguration mit Gesamtspins 1 und  $1/2$  (grüner Bereich). Eine starke Amplitude ist nun am Übergang von  $1/2$  zu 1 zu erwarten. Dadurch wird das Spinblockademuster umgekehrt. Auch im Bereich  $\nu_{\text{QP}} > 2$  findet sich dieser Spinflip. Im Fock-Darwin-Modell ist er unabhängig von Magnetfeld und Elektronenzahl. Die Rechnungen von Wensauer et al. zeigen dagegen, dass ein Versatz möglich ist. So kann es einen Übergangsbereich geben (blau), in dem beide



Konfigurationen vorkommen. Die Rechnungen beziehen sich nur auf den Übergang  $\nu_{\text{QP}} = 2$ . Wie sich der Spinflip in den grauen Bereich fortsetzt, ist daher nicht bekannt und bedarf weiterer theoretischer Untersuchungen.

Wensauer et al. sagten weitere Spinflips für höhere Elektronenzahlen voraus, die die Spinpolarisation des Quantenpunktes weiter erhöhen sollten. Ciorga et al. konnten allerdings nur den ersten Spinflip nachweisen. Dieses Defizit konnte durch die Messungen an Probe E4 [45, 46] überwunden werden. Abbildung 6.40 zeigt die relevante Messung. Zu sehen sind ca. 75 aufeinanderfolgende Coulomb-Blockadepeaks als Funktion von Gatespannung und Magnetfeld. Rechts der gestrichelten Linie befindet sich der Quantenpunkt im Bereich mit  $4 \geq \nu_{\text{QP}} \geq 2$ . Hier tritt ein ausgeprägtes Muster bestehend aus Spinblockade und Kondo-Schachbrett zu Tage. Bei genauerer Betrachtung stellt man fest, dass es zu unterschiedlichen Kombinationen beider Effekte kommt. So ergeben sich abhängig von der Elektronenzahl fünf Bereiche (I bis V). In jedem Bereich ist ein Ausschnitt markiert, der in Abb. 6.41 im Detail analysiert wird.

In Abb. 6.41 (a) sind die Ausschnitte noch einmal vergrößert gezeigt. Man erkennt deutlich die Periodizität von Spinblockade und Kondo-Effekt. In (b) ist jeweils die differentielle Leitfähigkeit dargestellt entlang eines Coulomb-Peaks und im darüber liegenden Tal. Hohe Amplituden sind grau unterlegt. In Bereich I ist die Ankopplung an die Tunnelbarrieren noch zu gering, um eine messbare Kondo-Leitfähigkeit zu generieren, die Spinblockade ist jedoch schon deutlich als alternierende Peakamplitude zu erkennen. In Bereich II zeigen sich beide Effekte. Spinblockade und Kondo-Effekt liegen dabei in Phase. Das Muster entspricht demnach dem aus Abb. 6.37. Im Vergleich dazu ist das Muster in Bereich III umgekehrt. Hier haben Spinblockade und Kondo-Effekt einen Versatz von einer halben Periode. Das Muster entspricht also dem aus Abb. 6.38. Bereich IV zeigt dann erneut das Muster aus Bereich II, Bereich V wiederholt das Muster aus Bereich III.

Um die Ursache für die Musterwechsel zu analysieren, müssen an den Übergängen von einem Bereich zum nächsten Spinblockade und Kondo-Effekt getrennt untersucht werden. Eine solche Analyse zeigt Abb. 6.42 für den Übergang von Bereich III zu Bereich IV. Im oberen Teil ist links die Amplitude der Coulomb-Blockadepeaks aufgetragen gegen das Magnetfeld und die Peaknummer. Die Darstellung entspricht damit der ursprünglichen

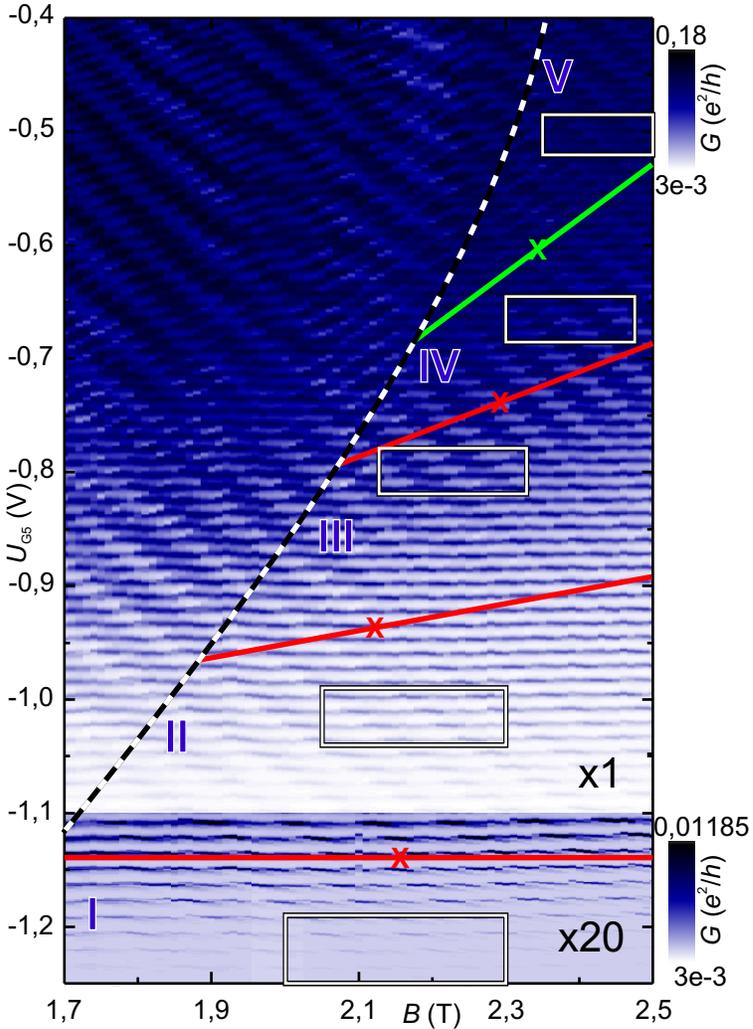


Abbildung 6.40: Kombination von Spinblockade und Kondo-Effekt an Probe E4. Rechts der gestrichelten Linie ist ein regelmäßiges Muster beider Effekte zu erkennen. An den durchgezogenen Linien wechselt dieses Muster. Dieser Wechsel tritt in der Spinblockade auf (rot) oder im Kondo-Effekt (grün). Es entstehen 5 Bereiche (I bis V).

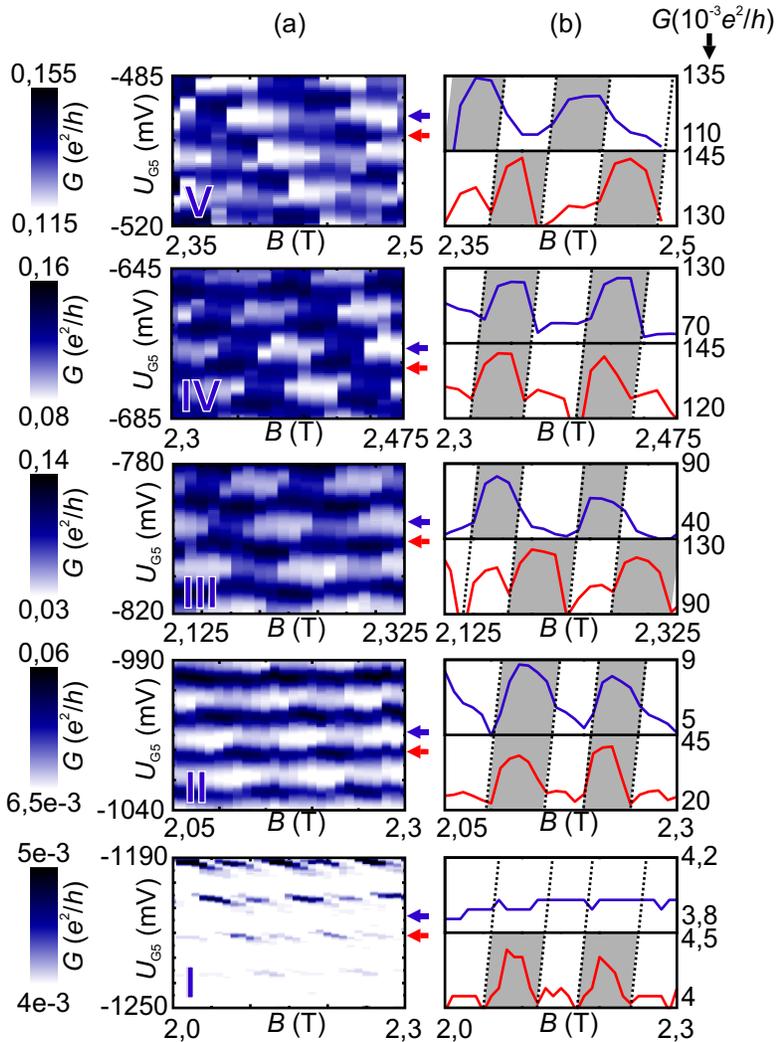


Abbildung 6.41: (a) Ausschnitte aus den Bereichen I bis V aus Abb. 6.40. (b) Schnitte entlang eines Peaks (rot) und des darüberliegenden Tals (blau) für alle Bereiche. Oszillationen treten auf durch Spinblockade und Kondo-Effekt (hohe Werte grau unterlegt). In Bereich II und IV sind beide Effekte in Phase, in III und V außer Phase. Bereich I zeigt keinen Kondo-Effekt.

Messung ohne Coulomb-Täler. Deutlich ist ein Muster diagonalen Linien starker (schwacher) Amplitude zu erkennen, die durch die alternierende Amplitude aufgrund der Spinblockade entstehen. Sie sind beispielhaft mit einer schwarzen und einer roten Linie markiert. Bei genauer Betrachtung ist zu erkennen, dass diese Linien nicht durchlaufen, sondern eine Versetzung stattfindet. Der Vergleich der Amplitude beider Linien auf der rechten Seite der Abbildung verdeutlicht diesen Effekt. Die Amplitude entlang der schwarz markierten Linie ist bei geringen Elektronenzahlen zunächst stärker als die entlang der roten Linie. Mit steigender Elektronenzahl jedoch nähern sich beide an. Schließlich kommt es zwischen Peak 40 und 41 zu einer Umkehr. Fortan ist die Amplitude entlang der roten Linie stärker. Dieser Effekt ist überall entlang der auf der linken Seite weiß eingezeichneten Linie zu beobachten. Eine entsprechende Untersuchung der Coulomb-Täler zeigt keine solche Umkehr. Trägt man wie im linken unteren Teil der Abbildung die Amplitude entlang der Coulomb-Täler auf (was also der Originalmessung ohne Coulomb-Peaks entspricht) ist ebenfalls ein Linienmuster sichtbar, welches nun durch den alternierenden Kondo-Effekt erzeugt wird. Die Amplitude entlang der grün und blau markierten Linien, die rechts dargestellt ist, zeigt keinen Wechsel. Stets findet man entlang der grünen Linie eine stärkere Amplitude als entlang der blauen Linie. Der Übergang von Bereich III zu Bereich IV ist also auf einen Wechsel im Verhalten der Spinblockade und damit auf einen Wechsel der Spinkonfiguration zurückzuführen. Der Kondo-Effekt bleibt davon unbeeinflusst.

Auch für die übrigen Übergänge wurden getrennte Untersuchungen durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abb. 6.43 zu sehen. Auch hier wurden analog zur rechten Seite von Abb. 6.42 die Amplituden für die Spinblockade (schwarz, rot) und für den Kondo-Effekt (grün, blau) gegen die Peak-(Tal)nummer aufgetragen. Für die ersten drei Übergänge findet sich ein Wechsel im Verhalten der Spinblockade, während der Kondo-Effekt keine Auffälligkeiten zeigt. Am Übergang von Bereich IV zu Bereich V jedoch bleibt die Spinblockade unbeeinflusst. Stattdessen kehrt sich das Muster des Kondo-Effektes um. In Abb. 6.40 sind die Übergänge entsprechend farbig gekennzeichnet. Rote Linien entsprechen einem Wechsel der Spinblockade, die grüne Linie markiert den Wechsel des Kondo-Musters. Die in Abb. 6.43 gezeigten Untersuchungen wurden an den mit Kreuzen markierten Stellen durchgeführt.

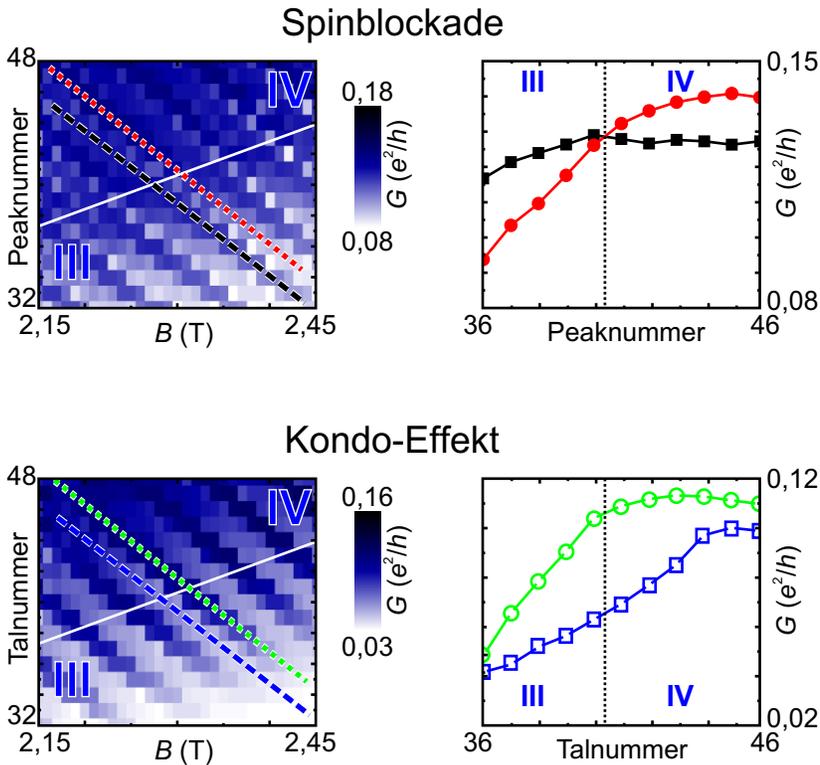


Abbildung 6.42: Analyse des Übergangs zwischen Bereich III und IV an Probe  $E_4$ . Oben: Analyse der Spinblockade. In der Auftragung der Peakamplitude gegen Peaknummer und Magnetfeld (links) zeigen sich diagonale Linien hoher (Spin up) und niedriger (Spin down) Leitfähigkeit. Entlang der weißen Linie entsteht ein Versatz, hohe Leitfähigkeit geht in niedrige über und umgekehrt. Schnitte entlang der gestrichelten Linien zeigen diesen Übergang (rechts). Unten: Analoge Analyse des Kondo-Effektes. Diagonale Linien zeigen sich auch in der Auftragung der Talamplitude als Funktion von Talnummer und Magnetfeld. Ein Versatz findet hier nicht statt. So zeigen auch die Schnitte entlang der gestrichelten Linien keinen Übergang (rechts).

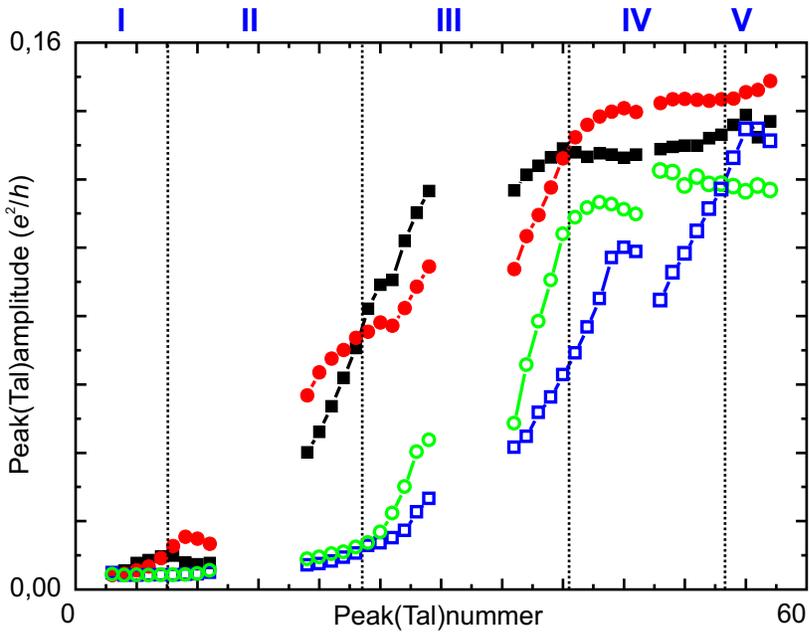


Abbildung 6.43: Analyse der Übergänge im kombinierten Spinblockade/Kondo-Effekt-Muster an Probe E4 analog zu Abb. 6.42. In rot und schwarz das Ergebnis der Spinblockade, in grün und blau das des Kondo-Effektes. Die Übergänge I bis IV zeigen einen Wechsel in der Spinblockade, für Übergang V ist dagegen der Kondo-Effekt verantwortlich.

Nach Wensauer et al. sollte die Spinpolarisation stets zunehmen. Ausgehend von einer Spinkonfiguration in Bereich I mit Gesamtspin  $s_g$  für gerade und  $s_u$  für ungerade Elektronenzahlen am Rand des Quantenpunktes sollte sich die Konfiguration also von Bereich zu Bereich wie folgt entwickeln:

$$(s_g, s_u) \rightarrow (s_g + 1, s_u) \rightarrow (s_g + 1, s_u + 1) \\ \rightarrow (s_g + 2, s_u + 1) \rightarrow (s_g + 2, s_u + 2)$$

bzw.

$$(s_g, s_u) \rightarrow (s_g, s_u + 1) \rightarrow (s_g + 1, s_u + 1) \\ \rightarrow (s_g + 1, s_u + 2) \rightarrow (s_g + 2, s_u + 2) .$$

Allerdings wäre durch einen solchen Ablauf das Verhalten am Übergang von Bereich IV zu Bereich V nicht zu erklären. Das Fehlen eines Wechsels in der Spinblockade deutet darauf hin, dass entweder kein Wechsel der Konfiguration vorliegt oder ein doppelter (z. B.  $(s_g + 1, s_u + 2) \rightarrow (s_g + 2, s_u + 3)$ ). Unklar ist auch die Rolle des Kondo-Effektes, dessen Natur hier unbekannt bleibt [46]. In Bereich II, III und IV ändert er sein Muster nicht. Die Annahme, dass er nur bei einer ganz bestimmten Konfiguration auftreten kann (der Spin 1/2 Kondo-Effekt z. B. nur bei Gesamtspin 1/2) ist nicht mit einer steten Zunahme der Spinpolarisation vereinbar, da dann nur zwei benachbarte Bereiche gleiche Spinkonfigurationen aufweisen können. Drei benachbarte Bereiche mit einer gleichen Konfiguration wären nur bei gelegentlicher Abnahme der Spinpolarisation möglich. So zum Beispiel bei  $(s_g + 1, s_u) \rightarrow (s_g + 1, s_u + 1) \rightarrow (s_g + 1, s_u)$ . Eine alternative Erklärung wäre, dass der Kondo-Effekt genau die beiden Zustände verwendet, die beim Übergang der Spinkonfiguration von einem Bereich zum anderen entartet sind, also zum Beispiel beim Übergang von  $s_g = 0 \rightarrow s_g = 1$  Singulett und Triplet Zustand. Ein solcher Kondo-Effekt hätte sein Maximum am Übergang selbst. Seine Natur könnte sich von der eines Kondo-Effektes tief in einem Bereich (z. B. der Spin 1/2 Kondo-Effekt) deutlich unterscheiden, ohne dass ein Wechsel im Muster auftreten muss. Tatsächlich könnte es sich beim Übergang von Bereich III zu Bereich IV um ein solches Phänomen handeln. Hier ist ein Maximum des Kondo-Effektes deutlich sichtbar. Unter diesen Umständen wäre eine stete Zunahme der Spinpolarisation wieder

möglich. Unverstanden ist bis heute auch die Steigung, die die Übergänge in Abb. 6.40 aufweisen. Hier bedarf es weiterer theoretischer Überlegungen.

## 6.4 Fazit

Die hier untersuchten Einzelquantenpunkte lieferten Ergebnisse zu verschiedenen Aspekten des elektronischen Transports. Neben grundlegenden Effekten des resonanten Tunnelns und der Coulomb-Blockade wurde die mittlere Ladung an Einzelquantenpunkten gemessen und das Verhalten im Magnetfeld studiert.

Zur Ladungsdetektion wurde ein Quantenpunktkontakt eingesetzt. Neben der erzielten Erweiterung des Messbereiches ermöglicht die Ladungsmessung Aussagen über das Verhältnis von Tunnelraten, da die mittlere Ladung von diesem Verhältnis abhängt. Angeregte Zustände sind nur bei symmetrischen Tunnelraten zu beobachten. Im Detail zeigte sich, dass die mittlere Ladung auch von der Ausdehnung der Wellenfunktionen einzelner Zustände abhängt. Mit Kenntnis der Tunnelratensymmetrie ließ sich auch der Transport durch Quantenpunkte analysieren. Angeregte Zustände sind im Transport nur sichtbar, wenn die Tunnelrate in den Quantenpunkt hinein schwächer ist als die hinaus.

Im senkrechten Magnetfeld konnten grundlegende Aspekte des Fock-Darwin-Spektrums nachgewiesen werden, darunter der Zeeman-Effekt, Spin-pairing sowie Zickzackmuster durch Zustandswechsel zwischen verschiedenen Landau-Leveln. Darüber hinaus wurde in Form der Spinblockade ein Effekt nachgewiesen, der durch Spinpolarisation der Zuleitungen entsteht und zu einer Unterdrückung von Spin-down Transport führt. Im Magnetfeld entsteht so ein regelmäßiges Muster starker und schwacher Leitfähigkeit. Eine durch diesen Effekt erzeugte negative differentielle Leitfähigkeit im nichtlinearen Regime konnte mit Hilfe theoretischer Simulationen erklärt werden, wonach der Quantenpunkt in einem angeregten Zustand blockiert ist, zu dessen Aufhebung Spin-down Transport benötigt würde. Mit gleicher Periodizität im Magnetfeld wurde zudem der Kondo-Effekt nachgewiesen, der durch Kottunneln erklärt wird. Er erzeugt ein schachbrettartiges Muster endlicher Leitfähigkeit zwischen Coulomb-Blockadepeaks und ist gemeinsam mit der Spinblockade bei mittleren Magnetfeldern beobachtbar. Die Kombination beider Effekte ermöglicht Aussagen über die Spinkon-

figuration auf dem Quantenpunkt. Diese scheint von der Elektronenzahl abzuhängen. Bei niedrigen Elektronenzahlen findet man ein regelmäßiges Befüllen elektronischer Orbitale, bei höheren Elektronenzahlen tritt spinpolarisiertes Befüllen auf. Tatsächlich konnten an einer Probe mehrere Übergänge der Spinkonfiguration gefunden werden.

# 7 Effekte in Doppelquantenpunkten

Quantenpunkte lassen sich ähnlich wie Atome zu größeren Anordnungen gruppieren. Die einfachste Form gruppierter Quantenpunkte bilden Doppelquantenpunkte [16] bestehend aus zwei Quantenpunkten A und B. Der Weg von Einzelquantenpunkten hin zur Herstellung von Doppelquantenpunkten stellt einen qualitativen Schritt dar, da solche Systeme die Physik von Einzelquantenpunkten um Kopplungseffekte erweitern.

Die verschiedenen Kopplungsmechanismen werden im Folgenden beschrieben und ihre Auswirkungen auf den Transport abhängig von der Probengeometrie gezeigt. Untersucht wird hier auch der Einfluss auf die Spinblockade. Anschließend werden angeregte Zustände im Transport analysiert, deren Gestalt ebenfalls von der Art der Kopplung abhängt. Schließlich wird per Ladungsdetektion die mittlere Ladung von Doppelquantenpunkten im linearen und nichtlinearen Regime vermessen.

## 7.1 Kopplungseffekte

Je nach Abstand der beiden Quantenpunkte und Art ihrer Verbindung kommt es zu unterschiedlichen Kopplungen sowohl hinsichtlich der Quantität als auch der Qualität. Dabei existieren zwei grundlegend verschiedene Mechanismen [5, 16]: die klassische kapazitive Kopplung [87, 88] sowie die quantenmechanische Tunnelkopplung [89–93].

### 7.1.1 Kapazitive Kopplung

Bei der kapazitiven Kopplung handelt es sich um ein klassisches Phänomen, welches auf die Coulomb-Abstoßung der Elektronen zurück geht. Die negative Ladung der auf einem Quantenpunkt befindlichen Elektronen übt eine

Abstoßung aus nicht nur auf Elektronen, die eben diesen Quantenpunkt besetzen wollen und nun eine Ladeenergie  $E_L$  überwinden müssen (siehe Abschnitt 2.1.3), sondern auch auf Elektronen, die den zweiten Quantenpunkt besetzen wollen. Sie müssen ebenfalls eine zusätzliche Energie überwinden. Diese Wechselwirkung kann durch eine Kapazität  $C_{AB}$  beschrieben werden, die zwischen beiden Quantenpunkten auftritt. Eine Ladung  $Q_A = N_A * (-e)$  auf Quantenpunkt A mit  $N_A$  Elektronen hat eine ähnliche Wirkung auf die chemischen Potentiale  $\mu_{NB}$  von Quantenpunkt B, wie es ein Gate mit Kapazität  $C_{AB}$  und Spannung  $U$  hätte. Die chemischen Potentiale verschieben um  $-e \frac{C_{AB}}{C_{\Sigma B}} U$  (siehe Abschnitt 2.2.3). Mit  $Q = C \cdot U$  ergibt dies dann eine Verschiebung

$$\mu_{NB} = \mu_{NB0} - e \frac{C_{AB}}{C_{\Sigma B}} \frac{Q_A}{C_{\Sigma A}} \quad (7.1)$$

und analog

$$\mu_{NA} = \mu_{NA0} - e \frac{C_{AB}}{C_{\Sigma A}} \frac{Q_B}{C_{\Sigma B}} \quad (7.2)$$

mit den Gesamtkapazitäten  $C_{\Sigma A}$ ,  $C_{\Sigma B}$  und den unverschobenen Potentialen  $\mu_{NA0}$  und  $\mu_{NB0}$ .

In Abb. 7.1 (a) ist die Gesamtenergie eines kapazitiv gekoppelten Doppelquantenpunktes für null, ein und zwei Elektronen gegen die Energieverstimmung  $\delta$  aufgetragen. Grundzustandsenergien sind als durchgezogene Linien eingezeichnet, angeregte Zustände gepunktet. Für null Elektronen beträgt die Energie  $E_0$ , für ein Elektron beträgt sie  $E_{1A}$  bzw.  $E_{1B}$  je nachdem, auf welchem Quantenpunkt sich das Elektron befindet. Die Energien  $E_{1A}^*$  und  $E_{1B}^*$  sind angeregt, nicht aber im quantenmechanischen Sinne, sondern dadurch, dass sich ein Elektron z. B. auf A befindet, obwohl es auf B günstiger wäre. Die Energien  $E_{1A}$  und  $E_{1B}$  können durch  $\delta$  gegeneinander verstimmt werden (z. B. durch Gatespannungen). Bei  $\delta = 0$  sind sie entartet. Ohne kapazitive Kopplung wäre die Gesamtenergie für zwei Elektronen  $E_2$  gegeben durch die Summe von  $E_{1A}$  und  $E_{1B}$  (graue Linie). Mit kapazitiver Kopplung muss allerdings eine zusätzliche Energie aufgebracht werden, so dass die Gesamtenergie  $E_2$  nach oben verschiebt.

Bei diesen Gesamtenergien sind Übergänge möglich, die mit Pfeilen eingezeichnet sind. Die chemischen Potentiale für diese Übergänge sind ebenfalls als Funktion von  $\delta$  in Abb. 7.1 (b) eingezeichnet. Es ergibt sich ein Kreuzungsmuster mit einer Aufspaltung.

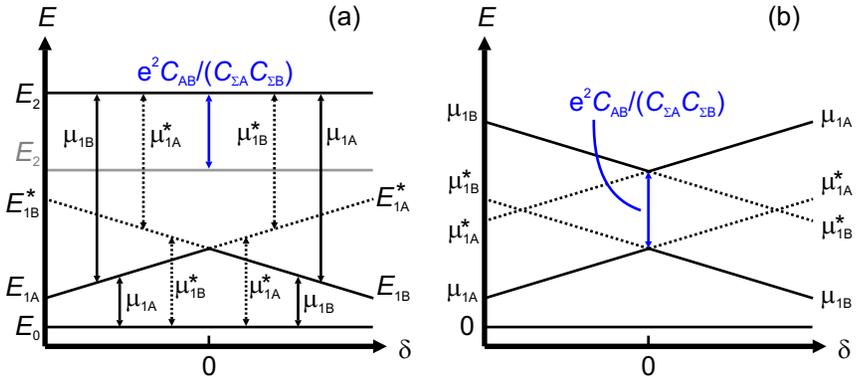


Abbildung 7.1: (a) Gesamtenergien eines kapazitiv gekoppelten Doppelquantenpunktes für null, ein und zwei Elektronen als Funktion einer Energieverstimmung  $\delta$  zwischen beiden Quantenpunkten. Diese Energieverstimmung erzeugt eine Kreuzung der Energien  $E_{1A}$  und  $E_{1B}$  für ein Elektron auf A oder B. Durch die kapazitive Kopplung ist die Energie für zwei Elektronen  $E_2$  nach oben verschoben. Die Grundzustände sind durchgezogene gezeichnet. Angeregte Zustände (gepunktete Linien) entstehen durch ein Elektron auf z. B. A, obwohl B günstiger wäre. Die chemischen Potentiale für die möglichen Übergänge sind mit Pfeilen eingezeichnet. Sie sind ebenfalls als Funktion von  $\delta$  in (b) gezeigt. Es entsteht ein Kreuzungsmuster von Grundzustandsübergängen (durchgezogene Linien) mit einer Energieaufspaltung.

Diese Energieaufspaltung äußert sich im Transport durch Sprünge in der Position der Coulomb-Blockadepeaks, wenn sich Resonanzen beider Quantenpunkte begegnen. Am deutlichsten ist dieser Effekt in Ladungsdiagrammen zu beobachten, die die Resonanzen der Quantenpunkte mit dem chemischen Potential der Zuleitungen  $\mu_{S,D}$  als Funktion zweier Gatespannungen zeigen. Schematisch ist dies in Abb. 7.2 dargestellt. Jeder Quantenpunkt erzeugt im Ladungsdiagramm Coulomb-Blockadelinien negativer Steigung (schwarze durchgezogene Linien), wie dies auch für Einzelquantenpunkte beobachtet wird (z. B. in Abb. 6.5). Da die beiden Quantenpunkte eine unterschiedliche Kopplung zu den beiden Gates besitzen, ergeben sich verschiedene Liniensteigungen, aus denen sich die Kapazitäten zu den Gates

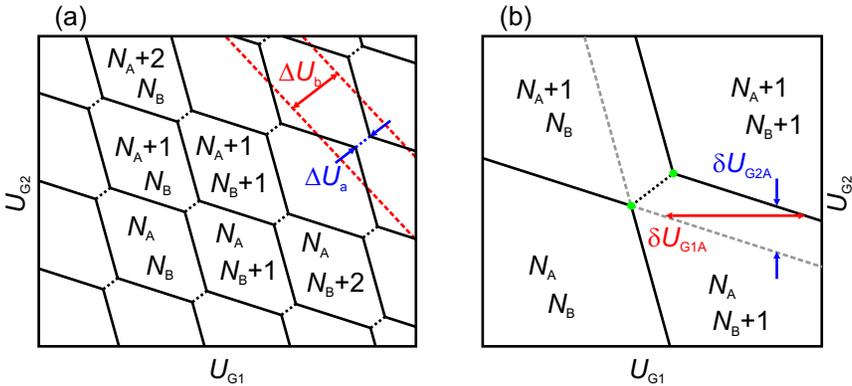


Abbildung 7.2: Schema eines Ladungsdiagramms für zwei kapazitiv gekoppelte Quantenpunkte. Die Quantenpunkte A und B erzeugen je ein Muster von Coulomb-Blockadelinien (durchgezogen) mit spezifischer Steigung. An den Kreuzungen entsteht aufgrund der Kopplung eine Aufspaltung (gestrichelte schwarze Linien). Für Quantenpunkt A beträgt der Versatz  $\delta U_{G1A}$  bzw.  $\delta U_{G2A}$ . Der Vergleich der Aufspaltung  $\Delta U_a$  mit der Periodizitätslänge des gesamten Musters in Aufspaltungsrichtung  $\Delta U_b$  bietet ein Maß für die Stärke der Kopplung. Die Eckpunkte (grün) des resultierenden hexagonalen Musters verbinden je drei unterschiedliche Elektronenkonfigurationen und werden daher Tripelpunkte genannt.

ablesen lassen. Unweigerlich müssen sich daher Linien beider Quantenpunkte treffen. In einem solchen Treffpunkt ändert sich die Elektronenzahl auf beiden Quantenpunkten um jeweils eins. Über die kapazitive Kopplung findet dabei eine Energieverschiebung der chemischen Potentiale beider Quantenpunkte statt, was zu einem Sprung beider Coulomb-Blockadelinien führt (gestrichelte schwarze Linien). Auf diese Weise entsteht ein Muster hexagonaler Zellen. Die in Abb. 7.2 (b) grün markierten Eckpunkte eines Sprunges werden als Tripelpunkte bezeichnet, da sich hier drei Bereiche verschiedener Elektronenzahlen treffen. Die Stärke der Sprünge hängt von der kapazitiven Kopplung  $C_{AB}$  ab. Die Gates müssen über eine Spannungsdifferenz (z. B.  $\delta U_{G1A}$  an Gate 1 mit Kapazität  $C_{G1A}$  zu Quantenpunkt A) die Energiedifferenz  $e \frac{C_{G1A}}{C_{\Sigma A}} \delta U_{G1A}$  aufbringen, um die Energieverschiebung  $-e \frac{C_{AB}}{C_{\Sigma A}} \frac{-e}{C_{\Sigma B}}$

auszugleichen. Daraus ergibt sich [47]

$$\delta U_{G1A} = e \frac{C_{AB}}{C_{G1A} C_{\Sigma B}} \quad (7.3)$$

bzw.

$$C_{AB} = \frac{C_{G1A} C_{\Sigma B}}{e} \delta U_{G1A} \quad (7.4)$$

Analoge Betrachtungen gelten für  $\delta U_{G2A}$  sowie für den Versatz der Linien von Quantenpunkt B. Um die Bedeutung der Kopplungsstärke einzuschätzen, bietet sich der Vergleich der Sprungdistanz  $\Delta U_a$  zur mittleren Distanz der Hexagonbegrenzungen  $\Delta U_b$  an. Das Verhältnis  $F = \Delta U_a / \Delta U_b$  beträgt für nicht gekoppelte Quantenpunkte 0, für vollständig gekoppelte Quantenpunkte 1 [94–100].

### 7.1.2 Tunnelkopplung

Eine Tunnelkopplung zwischen zwei Quantenpunkten entsteht durch einen endlichen Überlapp der Wellenfunktionen. Er erlaubt einen Teilchenaustausch zwischen den Quantenpunkten. Die Elektronen bewegen sich in einem gemeinsamen Potential beider Quantenpunkte. Eine solche Kopplung lässt sich mit der von zweiatomigen Molekülen vergleichen. Daher werden Doppelquantenpunkte in Analogie zur Bezeichnung von Einzelquantenpunkten als künstliche Atome auch künstliche Moleküle genannt [5]. Der Zustand  $\Psi$  eines Elektrons im Potential zweier Quantenpunkte A und B kann wie in der Molekülphysik vereinfacht durch eine Kombination atomarer Zustände  $\varphi_A$  und  $\varphi_B$  beschrieben werden [22, 101]. Es ergeben sich ein symmetrischer Zustand

$$\Psi_s \propto c_1 \varphi_A + \varphi_B \quad (7.5)$$

und ein antisymmetrischer Zustand

$$\Psi_{as} \propto c_1 \varphi_A - \varphi_B \quad (7.6)$$

Die Zustände  $\Psi_s$  und  $\Psi_{as}$  besitzen eine Energiedifferenz  $t$  zu den ursprünglichen atomaren Zuständen, die einen Maximalwert  $t_{\max}$  erreicht, wenn  $\varphi_A$  und  $\varphi_B$  resonant sind. Die resultierenden Wellenfunktionen sind

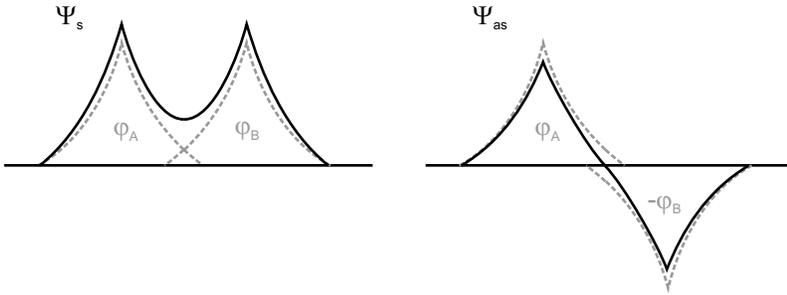


Abbildung 7.3: Schematische Darstellung der symmetrischen und antisymmetrischen Wellenfunktionen eines zweiatomigen Moleküls. Im symmetrischen Zustand entsteht eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit zwischen den Atomen mit bindendem Charakter. Die antisymmetrische Wellenfunktion mit verschwindender Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Zentrum ist dagegen antibindend.

schematisch in Abb. 7.3 dargestellt. Sie sind delokalisiert über beide Quantenpunkte. Bei einer Energieverstimung  $\delta$  zwischen  $\varphi_A$  und  $\varphi_B$  lokalisieren die Molekülzustände zunehmend in einem der Quantenpunkte und nähern sich den atomaren Zuständen an. Dieser Tatsache wird durch einen Vorfaktor  $c_1 = c_1(\delta/t_{\max})$  Rechnung getragen, der von der Energieverstimung  $\delta$  abhängt. Ohne äußere Anregung wird das erste Elektron den Zustand  $\Psi_s$  besetzen. Mit den Zuständen  $\Psi_0$  und  $\Psi_2$  für null bzw. zwei Elektronen auf dem Doppelquantenpunkt ergeben sich damit für  $U_S = 0$  zwei Übergänge:  $\Psi_0 \rightarrow \Psi_s$  und  $\Psi_s \rightarrow \Psi_2$ . Da der Zustand  $\Psi_s$  eine geringere Energie besitzt als die originalen atomaren Zustände, liegt das chemische Potential  $\mu_{0,s}$  für den ersten Übergang unter dem für getrennte Quantenpunkte. Das Potential  $\mu_{s,2}$  liegt dagegen höher.

In Abb. 7.4 ist diese Situation dargestellt. Gezeigt sind die Gesamtenergien eines Doppelquantenpunktes mit Tunnelkopplung (und kapazitiver Kopplung) für null, ein und zwei Elektronen. Die bereits bekannten Energien für kapazitive Kopplung (siehe Abb. 7.1) sind in grau dargestellt. Statt der Energien  $E_{1A}$  und  $E_{1B}$  bilden sich durch die Tunnelkopplung die besagten symmetrischen und antisymmetrischen Molekülzustände mit

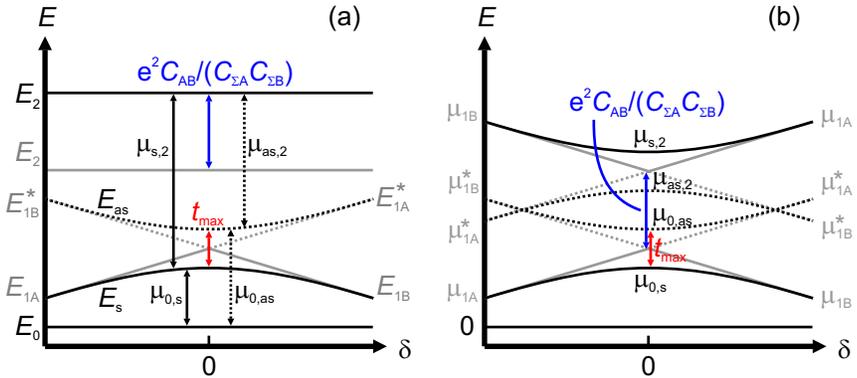


Abbildung 7.4: (a) Das bereits bekannte Schema kapazitiv gekoppelter Quantenpunkte (grau) wird durch die Tunnelkopplung verändert. Es entstehen ein symmetrischer und ein antisymmetrischer Zustand mit Energien  $E_s$  und  $E_{as}$ . Letzterer ist angeregt (gepunktete Linie). Auch das Muster chemischer Potentiale (b) wird dadurch verändert. Es entstehen neue Übergänge  $\mu_{0,s}$ ,  $\mu_{s,2}$ ,  $\mu_{0,as}$  und  $\mu_{as,2}$ . Die Aufspaltung wird dadurch um  $t_{max}$  vergrößert, die Ecken runden ab.

Energien  $E_s$  und  $E_{as}$ . Der symmetrische Zustand ist der Grundzustand für ein Elektron (durchgezogene Linie), der antisymmetrische ist angeregt (gepunktete Linie). Die Energieaufspaltung gegenüber den ursprünglichen Energien  $E_{1A}$  und  $E_{1B}$  ist mit  $t_{max}$  am größten bei  $\delta = 0$ . Durch die neuen Zustände ergeben sich neue chemische Potentiale (Pfeile). Sie sind als Funktion von  $\delta$  in (b) eingezeichnet. Wieder ist das bekannte Muster bei kapazitiver Kopplung in grau dargestellt. Durch die Tunnelkopplung wird die Aufspaltung verstärkt. Zudem findet eine Abrundung der Ecken statt. Grundzustandsübergänge entstehen unter Beteiligung des symmetrischen Zustands (durchgezogene Linien), Übergänge des antisymmetrischen Zustands (gepunktete Linien) äußern sich nur bei einer Anregung des Systems.

Erneut ist diese zusätzliche Aufspaltung ( $t_{max}$  bzw.  $t_{max}/2$ ) auch im Ladungsdiagramm zu sehen in Kombination mit der stets vorhandenen kapazitiven Aufspaltung ( $C_{AB}$ , vgl. Abb. 7.5). Die Sprünge im hexagonalen

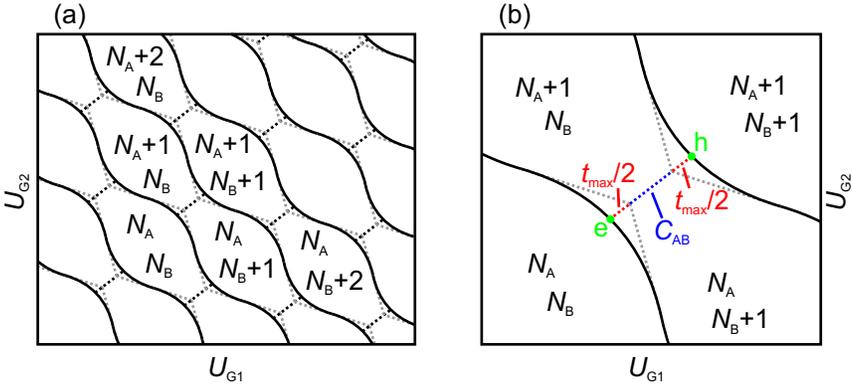


Abbildung 7.5: Schema eines Ladungsdiagramms bei endlicher Tunnelkopplung. Durch die Tunnelkopplung entsteht eine zusätzliche Energieaufspaltung  $t$ , die an den Kreuzungspunkten maximal wird. Im Gegensatz zum rein kapazitiven Fall erscheinen die Eckpunkte des hexagonalen Musters abgerundet. Zudem ist nun Ladungsaustausch zwischen den Quantenpunkten möglich. Es kann zu elektronenartigem Transport ( $e$ ) oder zu lochartigem Transport ( $h$ ).

Muster werden somit um die Tunnelaufspaltung vergrößert. Auch die Ab-  
 rundung der Ecken ist in Ladungsdiagrammen beobachtbar. Da nun ein  
 Stromfluss zwischen den Quantenpunkten möglich ist, können an den Tri-  
 pelpunkten Ladungsträger durch das gesamte System wandern. Am ersten  
 Tripelpunkt ( $e$ ) wird dieser Transport durch Elektronen getragen, am zwei-  
 ten ( $h$ ) durch Löcher.

### 7.1.3 Anordnung der Zuleitungen

Die Sichtbarkeit der verschiedenen Resonanzen hängt von der Anordnung  
 der Zuleitungen an den Doppelquantenpunkt ab. Man unterscheidet zwi-  
 schen parallelen und seriellen Doppelquantenpunkten. Bei parallelen Dop-  
 pelquantenpunkten (z. B. [40, 87, 88, 96, 102–104]) liegen beide Quanten-  
 punkte in verschiedenen Transportpfaden. Elektronen können daher das  
 System über einen Quantenpunkt durchqueren, ohne dass der zweite direkt

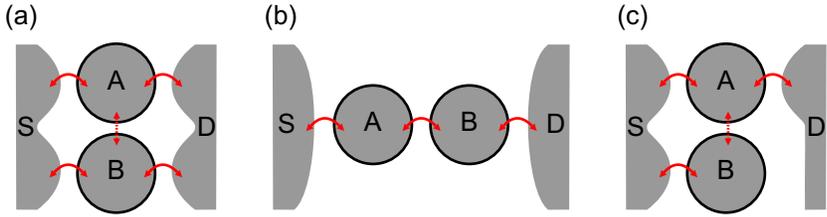


Abbildung 7.6: Je nach Geometrie sind verschiedene Transportpfade durch ein Doppelquantenpunktsystem möglich. Beide Quantenpunkte können parallel angeordnet sein (a) oder seriell (b). Zudem sind Mischformen möglich (c).

beteiligt ist. Möglich wird dies, wenn jeder Quantenpunkt eine Verbindung mit beiden Zuleitungen besitzt (siehe Schema in Abb. 7.6 (a)). Auf diese Weise entsteht endliche differentielle Leitfähigkeit, wenn mindestens ein Quantenpunkt in Resonanz mit den Zuleitungen ist, also bei  $\mu_{NA} = \mu_{S,D}$  oder  $\mu_{NB} = \mu_{S,D}$ . Dadurch wird das komplette hexagonale Muster sichtbar, selbst wenn nur eine kapazitive Kopplung vorhanden ist oder beide Quantenpunkte vollständig getrennt sind. Als Beispiel ist in Abb. 7.7 ein Ladungsdiagramm an Probe D1 gezeigt mit zwei parallel geschalteten, tunnelgekoppelten Quantenpunkten.

Bei seriellen Doppelquantenpunkten (angefangen von z. B. [5, 97, 100, 105, 106] in den neunziger Jahren bis hin zu aktuellen Publikationen z. B. [52, 93, 107–110] etc.) liegen beide Quantenpunkte hintereinander in einem Transportpfad und besitzen eine Verbindung zu jeweils nur einer Zuleitung (siehe Schema in Abb. 7.6 (b)). Transport ist daher nur möglich, wenn Elektronen vom einen zum anderen Quantenpunkt gelangen können. Bei rein kapazitiver Kopplung ist dieser Prozess ausgeschlossen. Ebenso wenig findet ein Transport statt, wenn beide Quantenpunkte nicht in Resonanz sind. Daher ist selbst bei schwacher Tunnelkopplung das vollständige hexagonale Muster nicht zu beobachten. Nur in der Umgebung der Tripelpunkte kann es zu endlicher Leitfähigkeit kommen. Ist die Tunnelkopplung sehr schwach, geschieht dies nur an den Tripelpunkten selbst mit  $\mu_{NA} = \mu_{NB} = \mu_{S,D}$ . Mit zunehmender Tunnelkopplung bilden sich Molekülzustände, die auch abseits der Tripelpunkte noch hinreichend delokalisiert sind, um Transport

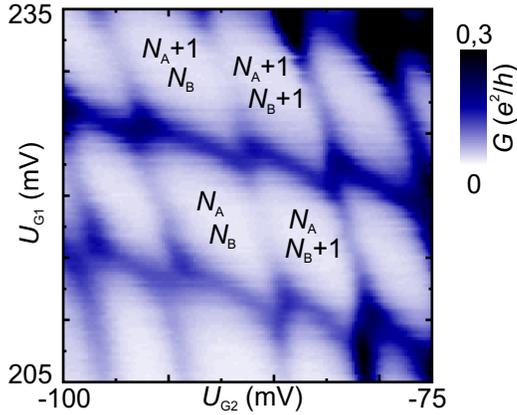


Abbildung 7.7: Parallele Doppelquantenpunkte zeigen in der Leitfähigkeit das komplette hexagonale Muster wie hier gemessen an Probe D1.

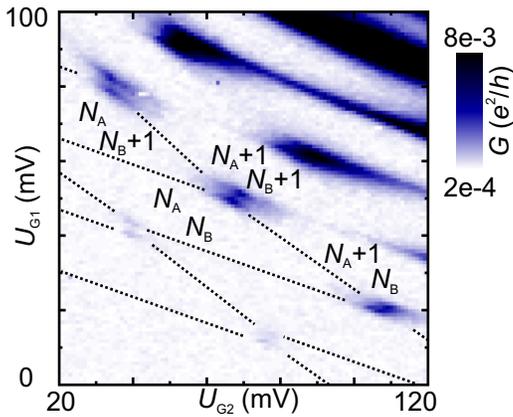


Abbildung 7.8: Serielle Quantenpunkte (hier A und B aus Probe T2) zeigen (zumindest bei schwacher Tunnelkopplung) nur an den Tripelpunkten endliche Leitfähigkeit, da nur hier die chemischen Potentiale beider Quantenpunkte in Resonanz sind.

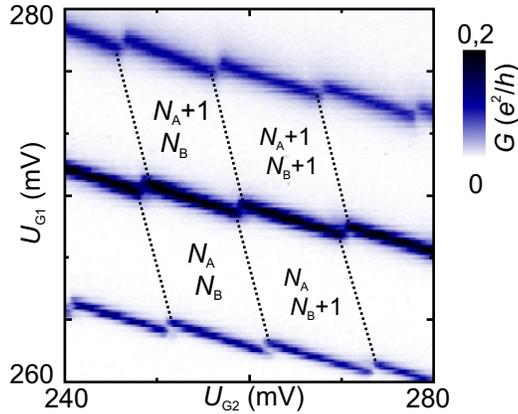


Abbildung 7.9: Das Ladungsdiagramm von Probe D2 zeigt in der Leitfähigkeit die vollständigen Coulomb-Blockadeln von Quantenpunkt A, da dieser an beide Zuleitungen ankoppelt. Quantenpunkt B ist dagegen nur mit Source verbunden. Transport ist daher über B nicht zu beobachten, wohl aber dessen Umladungen entlang der gestrichelten Linien, die zu einem Versatz der Linien von A führen. Das gesamte hexagonale Muster lässt sich so rekonstruieren.

zuzulassen ( $\mu_{0,s} = \mu_{S,D}$  bzw.  $\mu_{s,2} = \mu_{S,D}$ ). Daher lässt sich dieser Konfiguration trotz der geringeren Sichtbarkeit des vollständigen Musters eine zusätzliche Information entlocken, die Aussagen über die Stärke der Tunnelkopplung zulässt. Abbildung 7.8 zeigt eine Messung an den zwei seriell geschalteten, tunnelgekoppelten Quantenpunkten A und B aus Probe T2.

Schließlich sind auch Mischformen möglich, bei denen ein Quantenpunkt eine Verbindung zu beiden Zuleitungen hat, der zweite aber nur zu höchstens einer (z. B. [111–113], siehe Schema in Abb. 7.6 (c)). Auch hier kann das hexagonale Muster bei schwacher Tunnelkopplung nicht komplett beobachtet werden. Zwar sind die Resonanzen  $\mu_{NA} = \mu_{S,D}$  vollständig sichtbar, es fehlen aber jene für  $\mu_{NB} = \mu_{S,D}$ . Ein solches Verhalten zeigt Probe D2. Quantenpunkt A ist mit Source und Drain verbunden, Quantenpunkt B aber nur mit Source. Die Messung in Abb. 7.9 stellt ein Ladungsdiagramm dar für rein kapazitive Kopplung zwischen A und B.

### 7.1.4 Variation der Kopplung

Die Art und Stärke der Kopplung zwischen zwei Quantenpunkten kann zum Einen durch die Geometrie der Struktur vorgegeben sein, zum Anderen kann sie aber auch von variablen Parametern wie Gatespannung oder Magnetfeld abhängen. Es ist daher möglich, Strukturen zu entwerfen, die eine gezielte Variation der Kopplung erlauben. Eine solche Eigenschaft besitzt auch Probe D2 (siehe Abb. 5.6). Wie in Kapitel 5 geschildert fungiert hier ein Topgate (TG) als Steuerung der darunterliegenden Tunnelbarriere zwischen den parallel angeordneten Quantenpunkten A und B. Die Barriere selbst besteht aus einer Lücke in der ansonsten durchgängig oxidierten Trennlinie zwischen beiden Quantenpunkten.

Die Barriere ist so angelegt, dass sie bei geerdetem Topgate keine signifikante Tunnelkopplung zulässt. Das ergibt sich aus der Analyse des hexagonalen Musters, welches bereits in Abb. 7.9 gezeigt ist. Da B keinen Kontakt zu Drain hat, sind nur Coulomb-Blockadelinien von A sichtbar. Dass sich B dennoch über Source umlädt, verraten die Sprünge, die in den Linien von A zu sehen sind und auf die Kopplung von A und B zurückzuführen sind. Das hexagonale Muster lässt sich daher durch die gestrichelten Linien vervollständigen. Mehrere Anzeichen sprechen nun für eine rein kapazitive Kopplung. Zum Einen ist die beobachtete Aufspaltung mit  $F \lesssim 0,2$  relativ gering. Zum Zweiten sind die Eckpunkte der Aufspaltung nicht abgerundet, wie es für eine Tunnelkopplung erwartet würde. Schließlich ist entlang der gestrichelten Linien nicht die geringste Leitfähigkeit zu beobachten, auch nicht in der Nähe der Aufspaltung. Dies spricht gegen die Ausbildung von Molekülzuständen, die aufgrund ihrer Delokalisierung auch abseits der Tripelpunkte zu Leitfähigkeit führen müssten.

Legt man nun eine Spannung von  $U_{TG} = 80 \text{ mV}$  an das Topgate an, stellt sich eine deutliche Veränderung ein. Das hexagonale Muster aus Abb. 7.10 (a) zeigt nun eine wesentlich stärkere Aufspaltung mit  $F > 0,7$ . Solch hohe Werte sind in lateralen Strukturen durch kapazitive Kopplung nicht zu erreichen [87, 88]. Weiterhin sind die Eckpunkte der Aufspaltung nun deutlich abgerundet, wie es für eine Tunnelkopplung zu erwarten ist. Ein drittes Indiz für eine signifikante Tunnelkopplung liefert die nun ausgeprägte Leitfähigkeit entlang der ursprünglichen Resonanzen von Quantenpunkt B. Sie kann Dank der Geometrie mit nur einer Zuleitung für B nur durch ausgedehnte molekulare Zustände erklärt werden.

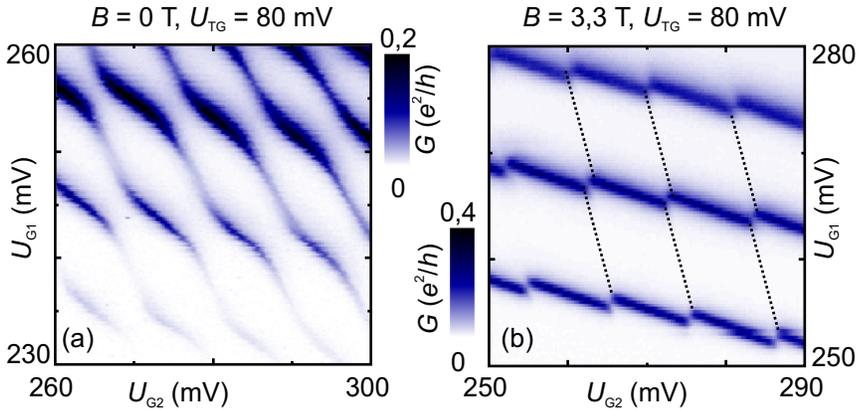


Abbildung 7.10: Einfluss von Topgatespannung und Magnetfeld auf die Tunnelkopplung zwischen A und B in Probe D2. Links: bei  $U_{TG} = 80$  mV zeigt sich eine starke Tunnelkopplung. Die Ecken des hexagonalen Musters sind abgerundet, Dank der Molekülzustände ist auch abseits der Coulomb-Blockadelinien von A Leitfähigkeit zu erkennen. Rechts: Ein senkrechtes Magnetfeld von  $B = 3,3$  T unterbindet die Tunnelkopplung trotz  $U_{TG} = 80$  mV wieder. Das Muster ähnelt stark dem aus Abb. 7.9.

Es ist also möglich, zwischen rein kapazitiver Kopplung und einer zusätzlichen Tunnelkopplung durch Variation von  $U_{TG}$  zu schalten. Wie die Kopplung von der Topgatespannung abhängt, zeigt Abb. 7.11. Aufgetragen ist in blau die Aufspaltung  $F$  gegen die Spannung am Topgate. Für niedrige Spannungen bleibt  $F$  zunächst konstant bei ca. 0,2. Hier ist nur eine kapazitive Kopplung vorhanden, die maßgeblich von der Entfernung der beiden Quantenpunkte abhängt und daher kaum durch die Topgatespannung beeinflusst wird. Erst ab  $U_{TG} \approx 30$  mV wird eine Tunnelkopplung induziert, die dann mit wachsender Topgatespannung zunimmt.  $F$  steigt daher an und erreicht schließlich Werte knapp unterhalb von 0,8.

Nicht nur die Topgatespannung, auch ein senkrechtes Magnetfeld beeinflusst die Kopplung zwischen beiden Quantenpunkten. Wie in Abschnitt 2.1.2 bzw. 2.1.3 beschrieben erzeugt das Magnetfeld ein zusätzliches Einschlusspotential, welches die Ausdehnung der Wellenfunktionen einschränkt.

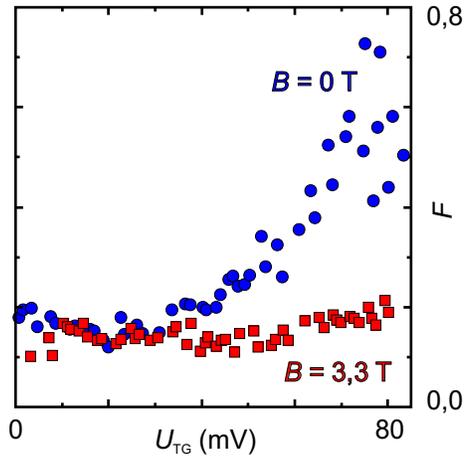


Abbildung 7.11: Aufspaltung  $F$  der Tripelpunkte an Probe D2 als Funktion der Topgatespannung für  $B = 0$  T und  $B = 3,3$  T. Bei  $B = 0$  T bleibt  $F$  zunächst konstant bei ca. 0,2. Dieser Wert wird durch kapazitive Kopplung verursacht. Erst ab  $U_{TG} \approx 30$  mV setzt eine Tunnelkopplung ein, folglich steigt  $F$  an. Bei  $B = 3,3$  T bleibt dieser Anstieg aus. Die Tunnelkopplung wird durch das Magnetfeld unterdrückt.

Klassisch kann man diesen Effekt durch die Annahme von Kreisbahnen für Elektronen erklären, deren Radius mit steigendem Magnetfeld abnimmt. Da dadurch effektiv die Barrieren erhöht werden, findet man so bei 3,3 T trotz einer Spannung von 80 mV am Topgate wieder eine Situation vor, die der Ausgangssituation bei  $B = 0$  T und  $U_{TG} = 0$  mV sehr ähnelt (Abb. 7.10 (b)). Auch hier ist die Aufspaltung nur gering, die Ecken kantig und die Leitfähigkeit nur auf Resonanzen von Quantenpunkt A beschränkt. Man findet also erneut lediglich eine kapazitive Kopplung. So zeigt denn auch die Abhängigkeit von  $F$  bei  $B = 3,3$  T (Abb. 7.11, rot) keinen wesentlichen Anstieg mit wachsender Topgatespannung. Stattdessen verharrt  $F$  bei Werten um 0,2, das System zeigt also nur kapazitive Kopplung.

### 7.1.5 Spinblockade bei kapazitiver Kopplung

Da durch die im vorigen Abschnitt beschriebenen Untersuchungen die Art der Kopplung abhängig von Topgatespannung und Magnetfeld für Probe D2 bekannt ist, lässt sich der Einfluss kapazitiver Kopplung auf die an Quantenpunkt A gemessene Spinblockade analysieren. Sollte der Effekt nicht durch eine kapazitive Kopplung gestört werden, könnte die Spinblockade zum Auslesen von Spins auch an Doppelquantenpunkten genutzt werden, die nur für eine definierte Zeit tunnelgekoppelt werden, um Rechenoperationen durchzuführen (Ciorga et al. [114] und Pioro-Ladrière et al. [115] verwendeten die Spinblockade dagegen zur Untersuchung von tunnelgekoppelten Quantenpunkten).

Einige Messungen zur Spinblockade an Probe D2 wurden bereits in Abschnitt 6.3.3 gezeigt. Da zur Aufnahme der Daten die Spannung lediglich an Gate  $G_1$  variiert wurde, blieb die Elektronenzahl auf dem relativ weit entfernten, kapazitiv gekoppelten Quantenpunkt B konstant. Quantenpunkt A konnte daher als Einzelquantenpunkt behandelt werden. Variiert man stattdessen die Spannung am Topgate, welches ähnlich stark an beide Quantenpunkte ankoppelt, sind Umladungen von B wesentlich häufiger und ihr Einfluss daher auch während der Spinblockade von A beobachtbar.

Die Auswirkungen zeigen sich in Abb. 7.12 (a). Die differentielle Leitfähigkeit ist aufgetragen gegen Magnetfeld und Topgatespannung. Zwei Coulomb-Blockadepeaks von Quantenpunkt A sind zu sehen, die ähnlich wie in den Abbildungen 6.19 und 6.20 die typischen Merkmale der Spinblockade zeigen. Sowohl Peakposition als auch Peakamplitude unterliegen regelmäßigen Oszillationen. Aus der Amplitude lässt sich der Spin des tunnelnden Elektrons ablesen, hohe Amplitude steht für Spin up, niedrige für Spin down. Im Unterschied zu den bisherigen Spinblockademessungen zeigt sich aber eine weitere Struktur in den Peaks. Sie scheinen der Länge nach aufgespalten in zwei Peaks. Diese Aufspaltung geht auf Umladungen des kapazitiv gekoppelten Quantenpunktes B zurück. Im Ausschnitt sind diese Umladungen durch weiße Linien gekennzeichnet. Die Umladungen von Quantenpunkt A, die die sichtbaren Peaks erzeugen, sind rot markiert. Gepunktete (durchgezogene) Linien entsprechen den Peaks oberhalb (unterhalb) einer Aufspaltung. Abbildung 7.12 (b) zeigt die durch die Spinblockade modulierte Amplitude entlang der roten Linien, ebenfalls entsprechend gepunktet oder durchgezogen. Es ist festzustellen, dass die Peakamplituden oberhalb

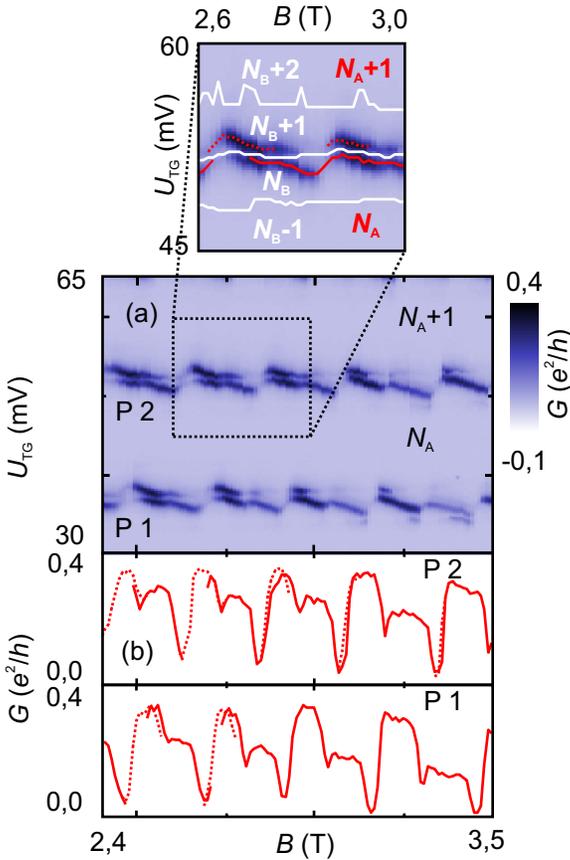


Abbildung 7.12: Das typische Zickzackmuster von Quantenpunkt A aus Probe D2 im Bereich  $4 \geq \nu_{QP} \geq 2$  zeigt sich auch als Funktion von  $B$  und  $U_{TG}$  (a). Allerdings sind die Coulomb-Blockadelinien von A aufgespalten durch Umladungen von Quantenpunkt B (weiße Linien im Ausschnitt). Teile der Linien von A liegen daher oberhalb dieser Aufspaltungen (rot gepunktet), Teile liegen darunter (rot durchgezogen). Die Leitfähigkeitsamplituden entlang beider Linienteile zeigen trotz der kapazitiven Kopplung das vollständige Spinblockademuster (b).

und unterhalb einer Aufspaltung sich nahezu perfekt ergänzen und das volle Spinblockademuster ergeben. Die Umladungen des kapazitiv gekoppelten zweiten Quantenpunktes haben also keinen Einfluss auf die Spinblockade des ersten. Spinblockade lässt sich damit auch für Doppelquantenpunkte sinnvoll zur Spindetektion einsetzen.

## 7.2 Angeregte Zustände

Auch Doppelquantenpunkte können angeregte Zustände einnehmen. Die Beschaffenheit dieser Zustände hängt von der Kopplung der Quantenpunkte ab.

### 7.2.1 Angeregte Zustände bei schwacher Tunnelkopplung

Sind die beiden Quantenpunkte nur schwach tunnelgekoppelt, sind keine molekülartigen Zustände ausgeprägt. Die Zustände entsprechen im Wesentlichen denen zweier Einzelquantenpunkte. Beide Quantenpunkte können daher jeweils eigene angeregte Zustände einnehmen, die als atomartig zu verstehen sind. Im Kontext von Doppelquantenpunkten sind die Zustände selbst daher nur bedingt von Interesse. Bedeutend sind allerdings die zusätzlichen Resonanzen, die zwischen beiden Quantenpunkten durch angeregte Zustände auftreten können. Sie spielen vor allem bei seriellen Quantenpunkten eine große Rolle, da nur im Fall einer Resonanz Transport durch das System möglich wird [116].

Betrachtet werden können solche angeregten Zustände wie schon bei Einzelquantenpunkten durch das Anlegen einer endlichen Sourcespannung  $U_S \neq 0$ . Berücksichtigt man zunächst nur die Grundzustandsübergänge  $E_{NA-1} \leftrightarrow E_{NA}$  und  $E_{NB-1} \leftrightarrow E_{NB}$  mit den chemischen Potentialen  $\mu_{NA}$  und  $\mu_{NB}$ , führt eine Sourcespannung  $U_S > 0$  zu einer Verdopplung des hexagonalen Musters, wie es in Abb. 7.13 dargestellt ist mit den Resonanzen  $\mu_{NA} = \mu_D$ ,  $\mu_{NA} = \mu_S$ ,  $\mu_{NB} = \mu_D$  und  $\mu_{NB} = \mu_S$ . In seriellen Quantenpunkten kann allerdings nur Transport auftreten für  $\mu_S \leq \mu_{NA} = \mu_{NB} \leq \mu_D$ . Dies ist entlang der roten Linien der Fall, die sich aus den ehemaligen Tripelpunkten bei  $U_S = 0$  (rote Punkte) entwickelt haben. Links und rechts dieser Linien bilden sich dreieckige Bereiche mit

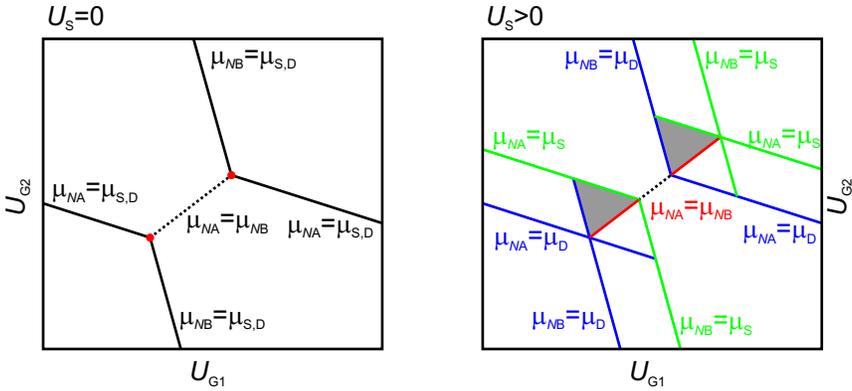


Abbildung 7.13: Bei  $U_S > 0$  verdoppelt sich die Zahl der Resonanzen, da die chemischen Potentiale  $\mu_S$  und  $\mu_D$  nicht mehr entartet sind. Statt der für  $U_S = 0$  schwarz eingezeichneten Linien des hexagonalen Musters entstehen so je zwei Linien. In blau eingezeichnet sind die Resonanzen der Grundzustandsübergänge beider Quantenpunkte mit  $\mu_D$ , in grün die mit  $\mu_S$ . Aus den ursprünglichen Tripelpunkten entwickeln sich Linien mit  $\mu_{NA} = \mu_{NB}$  (rot). Links und rechts dieser Linien entstehen dreiecksförmige Bereiche, in denen  $\mu_{NA}$  und  $\mu_{NB}$  innerhalb des Transportfensters liegen. Für den dargestellten Fall ist im grau unterlegten Dreieck Transport durch inelastische Prozesse möglich.

$\mu_S \leq \mu_{NA} \leq \mu_D$  und  $\mu_S \leq \mu_{NB} \leq \mu_D$  aber  $\mu_{NA} \neq \mu_{NB}$ . In den grau unterlegten Bereichen gilt  $\mu_{NA} < \mu_{NB}$ , in den gegenüberliegenden Dreiecken  $\mu_{NA} > \mu_{NB}$ .

Bezieht man nun die angeregten Zustände  $E_{NA-1}^*$ ,  $E_{NA}^*$ ,  $E_{NB-1}^*$  und  $E_{NB}^*$  mit ein, ergeben sich die Übergänge  $E_{NA-1} \leftrightarrow E_{NA}^*$  mit chemischem Potential  $\mu_{NA}^{*1}$ ,  $E_{NA-1}^* \leftrightarrow E_{NA}$  mit  $\mu_{NA}^{*2}$ ,  $E_{NB-1} \leftrightarrow E_{NB}^*$  mit  $\mu_{NB}^{*1}$  und  $E_{NB-1}^* \leftrightarrow E_{NB}$  mit  $\mu_{NB}^{*2}$ . Dadurch sind neben  $\mu_{NA} = \mu_{NB}$  zusätzlich

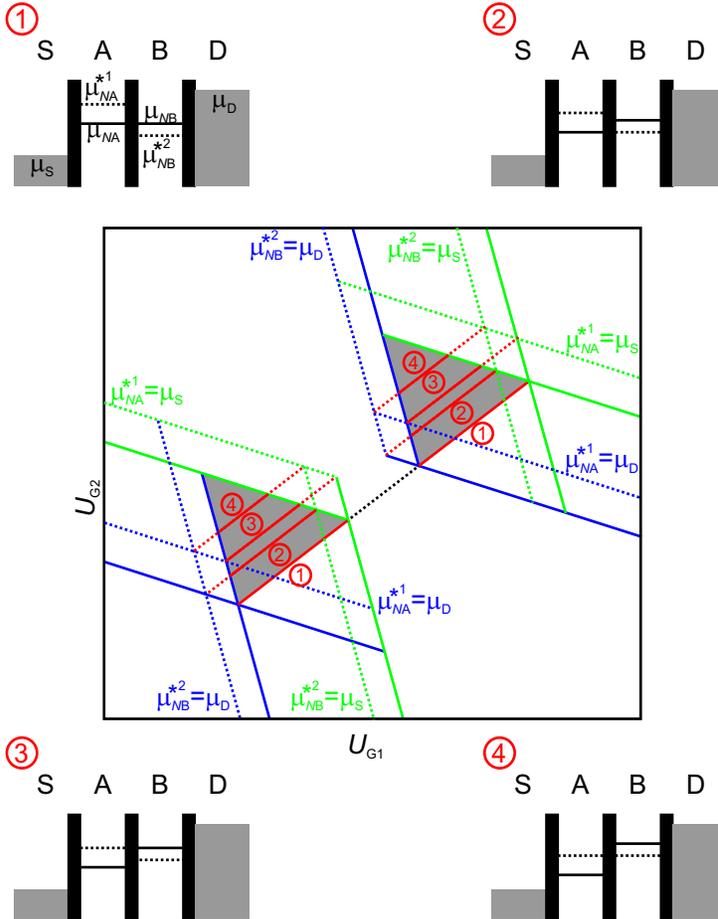


Abbildung 7.14: Bezieht man Übergänge mit angeregten Zuständen mit ein, erweitert sich das Muster um zusätzliche Linien (rot 2 bis 4), die parallel zur Linie für  $\mu_{NA} = \mu_{NB}$  (rot 1) im grau unterlegten Dreieck sichtbar werden. Sie entstehen durch Resonanz chemischer Potentiale in beiden Quantenpunkten. Zur genauen Identifizierung siehe Schemata.

folgende Resonanzen beider Quantenpunkte möglich:

$$\begin{aligned}
 \mu_{NA} &= \mu_{NB}^{*1} \quad , \\
 \mu_{NA} &= \mu_{NB}^{*2} \quad , \\
 \mu_{NA}^{*1} &= \mu_{NB} \quad , \\
 \mu_{NA}^{*2} &= \mu_{NB} \quad , \\
 \mu_{NA}^{*1} &= \mu_{NB}^{*1} \quad , \\
 \mu_{NA}^{*1} &= \mu_{NB}^{*2} \quad , \\
 \mu_{NA}^{*2} &= \mu_{NB}^{*1} \quad , \\
 \mu_{NA}^{*2} &= \mu_{NB}^{*2} \quad .
 \end{aligned}$$

Nicht alle dieser Resonanzen rufen aber in seriellen Quantenpunkten einen Transport hervor, sobald sie im Transportfenster liegen. Sind Übergänge  $E_{N-1} \leftrightarrow E_N^*$  beteiligt, dürfen die Quantenpunkte nicht im Zustand  $E_N$  blockiert sein. Sie müssen sich also über  $\mu_N$  entladen können. Sei o.B.d.A. Quantenpunkt A an Source gekoppelt und B an Drain, muss also gelten  $\mu_S \leq \mu_{NA}$  bzw.  $\mu_D \leq \mu_{NB}$ . Sind Übergänge  $E_{N-1}^* \leftrightarrow E_N$  beteiligt, darf das System nicht im Zustand  $E_{N-1}$  verharren. Der Quantenpunkt muss also über  $\mu_N$  in den Zustand  $E_N$  beladen werden können. Dafür muss gelten  $\mu_S \geq \mu_{NA}$  bzw.  $\mu_D \geq \mu_{NB}$ . Letztlich können daher für  $U_S > 0$  nur folgende Resonanzen beobachtet werden:

$$\begin{aligned}
 \mu_{NA} &= \mu_{NB}^{*2} \quad , \\
 \mu_{NA}^{*1} &= \mu_{NB} \quad , \\
 \mu_{NA}^{*1} &= \mu_{NB}^{*2} \quad .
 \end{aligned}$$

Diese Resonanzen sind in Abb. 7.14 als durchgezogene rote Linien gezeigt. Sie verlaufen parallel zur Linie für  $\mu_{NA} = \mu_{NB}$  und treten ausschließlich im grau unterlegten Bereich für  $\mu_{NA} < \mu_{NB}$  auf [16, 53, 106]. Das resultierende Muster ist an beiden ehemaligen Tripelpunkten identisch. Die energetische Konfiguration der Quantenpunkte mit der Lage der chemischen Potentiale entlang der insgesamt vier Linien ist ebenfalls in Abb. 7.14 in Form der Schemata 1 bis 4 dargestellt.

Tatsächlich können solche Resonanzen an Probe T2 beobachtet werden. Abbildung 7.15 zeigt die differentielle Leitfähigkeit aufgenommen an  $D_2$ .

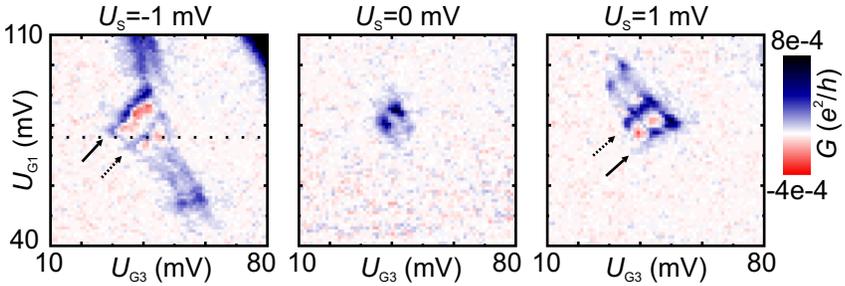


Abbildung 7.15: Bei endlicher Sourcespannung sind die für schwache Tunnelkopplung typischen Dreiecksbereiche im Transport durch die Quantenpunkte A und C von Probe T2 gut zu erkennen. Die mit Pfeilen markierten Querlinien entstehen durch Resonanz chemischer Potentiale beider Quantenpunkte (durchgezogen für Grundzustandsresonanz, gestrichelt für Resonanz mit angeregten Zuständen). In rot ist negative differentielle Leitfähigkeit zu beobachten, die durch das Aufbrechen der Resonanzen und den resultierenden Verlust des Transportkanals entsteht.

Als Funktion der Spannungen an  $G_3$  und  $G_1$  entstehen Linien, die durch Resonanzen der in Serie liegenden Quantenpunkte A und C in Pfad 2 zu erklären sind. Für  $U_S = 0$  mV ist deutlich eine endliche Leitfähigkeit an den beiden Tripelpunkten eines Anticrossings zu beobachten. Bei endlicher Sourcespannung bilden sich ausgehend von diesen Tripelpunkten zwei dreieckige Bereiche, die sich bei  $U_S = 1$  mV bzw.  $U_S = -1$  mV bereits überlappen. Bei positiver Sourcespannung bilden sich diese Bereiche zur Linken der Resonanz der Grundzustände mit  $\mu_{NA} = \mu_{NC}$  aus, bei negativen Spannungen zur Rechten. Deutlich ist diese Resonanz zu erkennen (durchgezogene Pfeile). Zusätzlich ist eine dazu parallel verlaufende Linie sichtbar, die einer Resonanz beider Quantenpunkte unter Beteiligung angeregter Zustände entspricht (gestrichelte Pfeile). Neben diesen Resonanzen sind zum Teil auch die Dreiecksbegrenzungen sichtbar. Dieser Effekt geht auf einen endlichen Strom zurück, der im gesamten Dreiecksbereich fließt, obwohl die chemischen Potentiale beider Quantenpunkte nicht resonant sind. Inelastische Prozesse und Kotunnelprozesse können hierfür verantwortlich sein [16, 116].

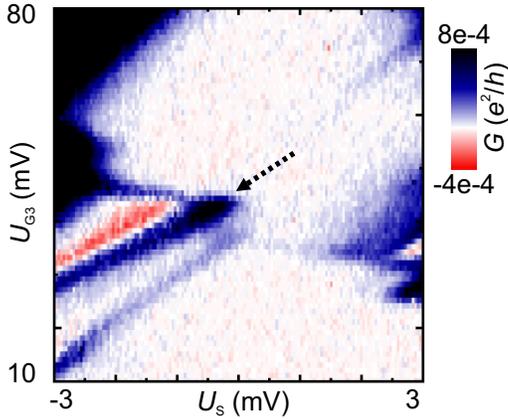


Abbildung 7.16: Rautenmessung entlang des in Abb. 7.15 mit einer gepunkteten Linie markierten Schnittes. Für  $U_S < 0$  ist eine Resonanz zweier chemischer Potentiale von A und C zu beobachten (Pfeil). Die Entstehung der Resonanz erzeugt zunächst positive differentielle Leitfähigkeit (blau). Werden die chemischen Potentiale mit negativerer Sourcespannung auseinander geschoben, entsteht negative differentielle Leitfähigkeit.

Die mit den gestrichelten Pfeilen markierte Resonanz kann auch in Rautenmessungen identifiziert werden. Abbildung 7.16 zeigt eine solche Messung entlang des mit einer gepunkteten Linie gekennzeichneten Schnittes aus Abb. 7.15,  $U_S = -1$  mV. Die Resonanz beider Quantenpunkte ist wie zuvor mit einem gestrichelten Pfeil gekennzeichnet. Ein Absenken der Sourcespannung verschiebt die Resonanz zu negativeren Gatespannungen. Das ist dadurch zu erklären, dass die Source-Zuleitung näher an Quantenpunkt A liegt als an Quantenpunkt C. Ein Absenken von  $U_S$  (also ein Erhöhen von  $\mu_S$ ) erhöht dadurch die chemischen Potentiale von A stärker als die von C. Um beide Quantenpunkte in Resonanz zu halten, müssen daher durch ein Absenken der Spannung an Gate  $G_3$ , welches stärker an C koppelt als an A, die chemischen Potentiale von C weiter angehoben werden. Auffällig ist auch die starke negative differentielle Leitfähigkeit (rot) hinter der Resonanz, die auch bereits in Abb. 7.15 zu beobachten ist. Sie

beruht ebenfalls auf der unterschiedlichen Wirkung der Sourcespannung auf die chemischen Potentiale beider Quantenpunkte. Rechts der Resonanz liegt das chemische Potential von C über dem von A. Eine Absenkung von  $U_S$  verringert den Abstand und bringt die Quantenpunkte in Resonanz. Eine positive differentielle Leitfähigkeit ist zu beobachten. Links der Resonanz aber reißt ein Absenken der Sourcespannung die chemischen Potentiale weiter auseinander. Negative differentielle Leitfähigkeit ist die Folge.

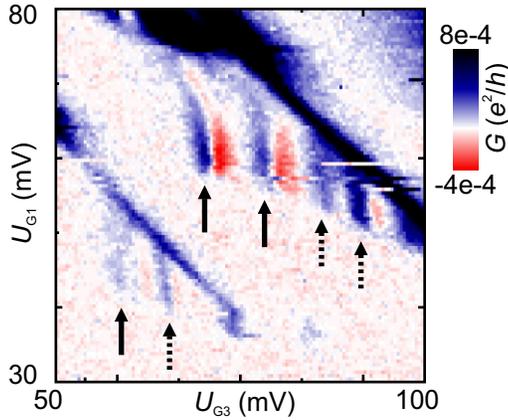


Abbildung 7.17: Auch im Transport durch Quantenpunkte A und B aus Probe T2 sind bei endlicher Sourcespannung (hier  $U_S = 1,2 \text{ mV}$ ) Dreiecksbereiche zu finden mit quer verlaufenden Resonanzlinien (durchgezogene und gestrichelte Pfeile). Auch hier entsteht durch das Aufheben der Resonanzen negative differentielle Leitfähigkeit (rot).

Ähnliche Dreiecksbereiche sind auch bei Resonanzen von Quantenpunkt A und Quantenpunkt B zu beobachten, die seriell in Pfad1 liegen. Abbildung 7.17 zeigt eine entsprechende Messung an  $D_1$  bei  $U_S = 1,2 \text{ mV}$ . Für zwei verschiedene Anticrossings sind ausgeprägte Dreiecksbereiche vorhanden. Grundzustandsresonanzen sind durch durchgezogene Pfeile markiert, Resonanzen mit angeregten Zuständen durch gestrichelte Pfeile. Die Resonanzen gehen auch hier mit einer negativen differentiellen Leitfähigkeit einher. Im oberen Dreiecksbereich erscheint die Grundzustandsresonanz dop-

pelt, da sich währenddessen Quantenpunkt C umlädt. Das Muster ist zudem spiegelverkehrt verglichen mit dem der Quantenpunkte A und C aus Abb. 7.15, da die Linien von A im Ladungsdiagramm eine größere Steigung aufweisen als die von B, aber eine geringere als die von C.

## 7.2.2 Angeregte Zustände bei starker Tunnelkopplung

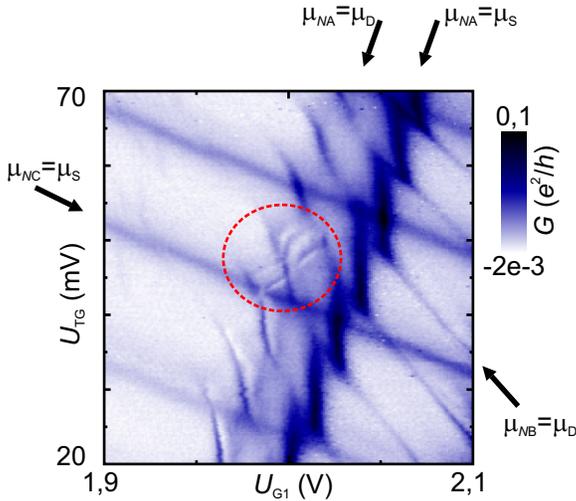


Abbildung 7.18: An einigen Stellen zeigt sich auch im Transport durch die Quantenpunkte A und B aus Probe T1 bei endlicher Sourcespannung ein Muster aus Querlinien in der differentiellen Leitfähigkeit, die auf eine eher schwache Kopplung hindeuten.

Nicht immer finden sich bei endlicher Sourcespannung Dreiecksbereiche mit Resonanzlinien, die parallel zu der Verbindungslinie von Tripelpunkten liegen. Abweichungen sind z. B. an Probe T1 zu beobachten.

Abbildung 7.18 zeigt eine Messung der differentiellen Leitfähigkeit an Probe T1 als Funktion von  $U_{G1}$  und  $U_{TG}$  bei  $U_S = 2$  mV. Zunächst ist festzustellen, dass für alle drei im System vorhandenen Quantenpunkte Resonanzen mit den chemischen Potentials der Zuleitungen erkennbar sind.

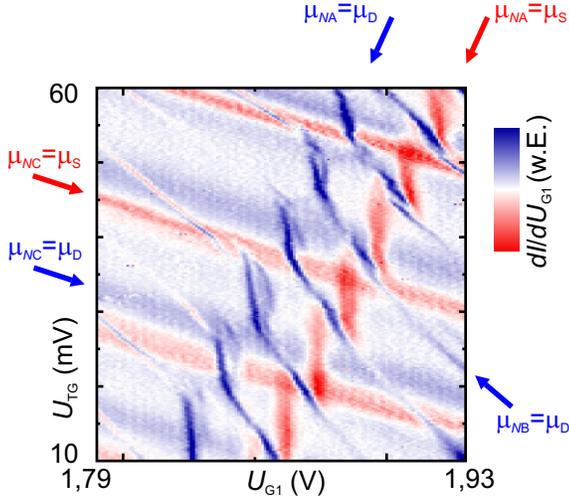


Abbildung 7.19: Ableitung des Stromes durch Struktur T1 nach der Spannung an Gate 1. Resonanzen mit  $\mu_D$  erscheinen positiv (blau), Resonanzen mit  $\mu_S$  erscheinen negativ (rot). Zum Teil sind an Probe T1 Strukturen zu erkennen, die eher parallel zu den Begrenzungslinien der hexagonalen Zellen verlaufen. Sie könnten auf molekulartige Zustände hindeuten, wie sie für starke Tunnelkopplung erwartet werden.

Quantenpunkt A zeigt sowohl die Resonanz  $\mu_{NA} = \mu_S$  als auch  $\mu_{NA} = \mu_D$ . Für B und C ist nur jeweils eine Resonanz zu beobachten ( $\mu_{NB} = \mu_D$  und  $\mu_{NC} = \mu_S$ ). Während Quantenpunkt C nahezu keine Kopplung zeigt und somit keinen wesentlichen Einfluss auf den Doppelquantenpunkt A-B hat, zeigen A und B ausgeprägte Anticrossings. Zum Teil sind an diesen Stellen die bekannten Resonanzen erkennbar, die parallel zur Verbindungslinie von Tripelpunkten verlaufen (gestrichelter Kreis).

Wesentlich häufiger allerdings treten Linien auf, die nicht dem bekannten Muster entsprechen. Dies ist besonders deutlich in Abbildung 7.19 zu erkennen, in der statt der differentiellen Leitfähigkeit die Ableitung  $dI/dU_{G1}$  des Stromes nach der Gatespannung dargestellt ist. Auf diese Weise erscheinen Resonanzen mit  $\mu_D$  blau, Resonanzen mit  $\mu_S$  dagegen rot. Erneut sind

diese beiden Resonanzen für A zu erkennen. Auch Quantenpunkt C lässt nun Resonanzen mit beiden Zuleitungen erahnen. B dagegen zeigt nach wie vor nur die Resonanz mit  $\mu_D$ . Im gewählten Ausschnitt findet man nun keine Resonanzen von A und B, die zu den aus Abb. 7.18 bekannten Linien führen. Stattdessen sind vor allem an den blauen Linien Resonanzen zu erkennen, die quer zu den eigentlich erwarteten laufen. Sie könnten möglicherweise auf eine starke Tunnelkopplung hinweisen.

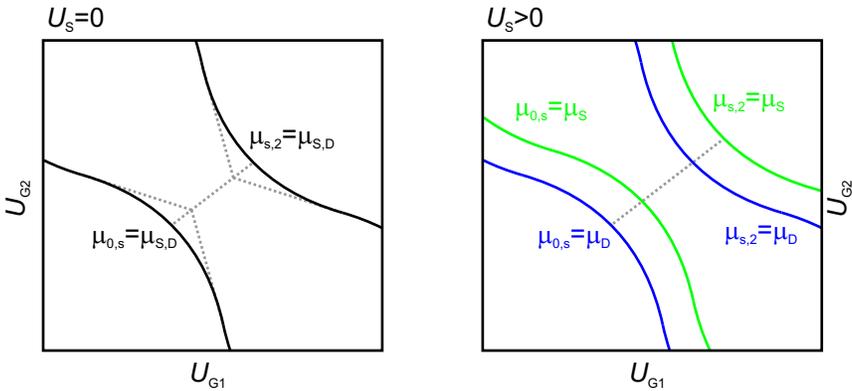


Abbildung 7.20: Bei starker Tunnelkopplung und kleiner Sourcespannung sind im Ladungsdiagramm zunächst nur die Resonanzen der Grundzustandsübergänge zu erkennen, an denen der symmetrische Zustand beteiligt ist. Bei  $U_S = 0$  erscheinen die Begrenzungslinien des hexagonalen Musters mit den typischen abgerundeten Ecken (schwarze Linie). Bei  $U_S > 0$  spalten die Resonanzen auf, es entstehen getrennte Resonanzen mit  $\mu_D$  (blau) und mit  $\mu_S$  (grün).

Aus Abschnitt 7.1.2 ist bereits bekannt, dass bei starker Tunnelkopplung molekulartige symmetrische und antisymmetrische Zustände  $\Psi_s$  und  $\Psi_{as}$  entstehen. Bei  $U_S = 0$  sind die Übergänge  $\Psi_0 \leftrightarrow \Psi_s$  und  $\Psi_s \leftrightarrow \Psi_2$  mit den chemischen Potentialen  $\mu_{0,s}$  und  $\mu_{s,2}$  möglich. Resonanzen dieser chemischen Potentiale mit denen der Zuleitungen  $\mu_{S,D}$  bilden das bekannte hexagonale Muster mit  $\mu_{0,s} = \mu_{S,D}$  und  $\mu_{s,2} = \mu_{S,D}$ , wie es das linke Schema aus Abb. 7.20 zeigt. Bei endlicher Sourcespannung  $U_S \neq 0$  spal-

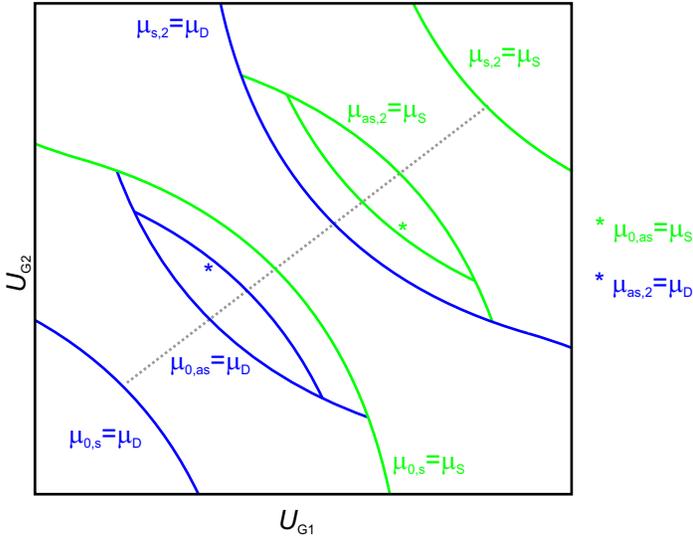


Abbildung 7.21: Ist die Sourcespannung ausreichend groß, können Übergänge induziert werden, an denen auch der antisymmetrische Molekülzustand beteiligt ist. Diese Übergänge erscheinen dann sowohl bei Resonanz mit  $\mu_D$  wie mit  $\mu_S$  als zusätzliche Linien, die im Wesentlichen parallel zu den Grundzustandsresonanzen verlaufen.

ten diese Resonanzen auf in insgesamt vier Resonanzen (rechtes Schema in Abb. 7.20):

$$\begin{aligned}
 \mu_{0,s} &= \mu_S , \\
 \mu_{0,s} &= \mu_D , \\
 \mu_{s,2} &= \mu_S , \\
 \mu_{s,2} &= \mu_D .
 \end{aligned}$$

Zudem sind nun die Übergänge  $\Psi_0 \leftrightarrow \Psi_{as}$  und  $\Psi_{as} \leftrightarrow \Psi_2$  mit den chemischen Potentialen  $\mu_{0,as}$  und  $\mu_{as,2}$  möglich, da auch der antisymmetrische Zustand besetzt werden kann. Damit ergeben sich die zusätzlichen Reso-

nanzen [93, 101]

$$\begin{aligned}\mu_{0,as} &= \mu_S , \\ \mu_{0,as} &= \mu_D , \\ \mu_{as,2} &= \mu_S , \\ \mu_{as,2} &= \mu_D .\end{aligned}$$

Sie sind in Abb. 7.21 dargestellt. Im Ganzen sind acht Linien vorhanden, die allesamt quer zur Verbindungslinie (grau) der Tripelpunkte verlaufen. Auch wenn die an Probe T1 gemessenen Strukturen nicht exakt diesen Linien entsprechen, ist doch eine starke Tunnelkopplung als Ursache nicht auszuschließen.

## 7.3 Ladungsdetektion

### 7.3.1 Lineares Regime

Die Ladungsdetektion an Doppelquantenpunkten [52, 93, 107, 108] bietet ähnliche Vorteile, wie sie schon bei der Ladungsmessung an Einzelquantenpunkten beschrieben wurden. So kann auch an Doppelquantenpunkten der messbare Parameterraum erweitert werden, um auch dann noch Umladungen beobachten zu können, wenn kein Transport durch das System mehr sichtbar ist. Aber selbst im Transportbereich können über die Ladungsmessung Erkenntnisse gewonnen werden, die anderweitig nicht zugänglich sind. Gerade, wenn zwei Quantenpunkte nicht parallel an die Zuleitungen ankoppeln und das hexagonale Muster in Ladungsdiagrammen nach Abschnitt 7.1.3 nicht vollständig zu sehen ist, kann dieses Defizit durch Ladungsmessung ausgeglichen werden.

Als Beispiel ist in Abb. 7.22 eine Ladungsmessung an Probe T2 gezeigt. Zu sehen ist als Funktion zweier Gatespannungen ein vollständiges hexagonales Muster, welches durch Umladungen der Quantenpunkte A und B erzeugt wird (Quantenpunkt C ist hier vollständig entleert). Diese Quantenpunkte sind in Serie geschaltet und können daher im Transport lediglich dann eine endliche Leitfähigkeit zeigen, wenn sie miteinander resonant sind. Das geschieht nur im Bereich der Tripelpunkte, wie es z. B. in Abb. 7.8 zu

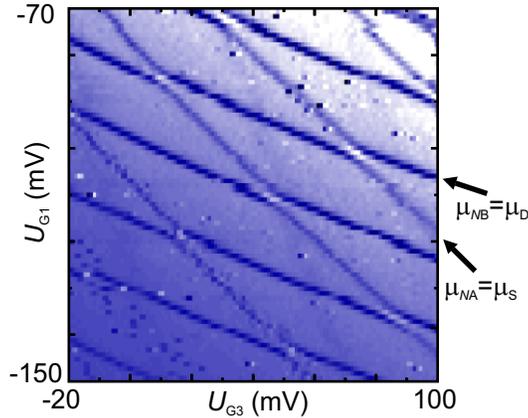


Abbildung 7.22: Ladungsdetektion der Grundzustandsresonanzen der Quantenpunkte A und B von Probe T2. Obwohl aufgrund der seriellen Anordnung von A und B eine endliche Leitfähigkeit nur an den Tripelpunkten möglich ist, sind in der Ladung die kompletten hexagonalen Zellen sichtbar.

sehen ist. Abseits der Tripelpunkte können die Quantenpunkte nur mit jeweils einer Zuleitung Ladungen austauschen. Transport kann daher nicht entstehen und damit auch keine differentielle Leitfähigkeit an den Kanten der hexagonalen Zellen bei Resonanz mit  $\mu_{S,D1}$ . Für die Ladungsänderung genügt hingegen der Kontakt zu einer Zuleitung. Die Resonanzen  $\mu_{NA} = \mu_S$  und  $\mu_{NB} = \mu_{D1}$  sind daher in der Ladungsmessung sichtbar.

Betrachtet man ein Anticrossing von A und B im Detail, wie es in Abb. 7.23 dargestellt ist, wird ein weiteres Merkmal der Ladungsmessung deutlich. Am Übergang der Konfiguration  $(N_A - 1, N_B)$  zu  $(N_A, N_B - 1)$  mit  $\mu_{NA} = \mu_{NB}$  ist die Verbindungslinie der Tripelpunkte als heller Bereich sichtbar. An dieser Stelle wechselt ein Elektron von Quantenpunkt B zu Quantenpunkt A. Diese Ladung entfernt sich also vom Quantenpunktkontakt. Im Gegensatz zur Zunahme der Ladung an den übrigen dunklen Linien detektiert der QPC bei diesem Übergang eine Ladungsabnahme. In der Abbildung ist dementsprechend eine Aufhellung zu sehen. Wie schon bei den Umladungen in Einzelquantenpunkten mit steigendem Magnetfeld

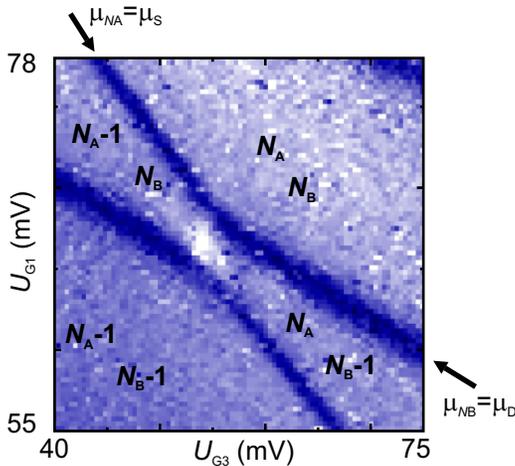


Abbildung 7.23: Die Ladungsmessung vermag auch Umladungen innerhalb eines Systems zu detektieren. So erzeugt hier der Austausch eines Elektrons zwischen den Quantenpunkten A und B von Probe T2 eine helle Linie zwischen den Tripelpunkten

zeigt sich also auch hier die Fähigkeit von QPCs, interne Ladungsänderungen zu detektieren, die keinen Stromfluss verursachen.

### 7.3.2 Nichtlineares Regime

Im nichtlinearen Regime ändert sich durch die angelegte Sourcespannung das Muster der Ladungsmessung. Abbildung 7.24 zeigt zwei Anticrossings von A und B in der Ableitung des QPC-Stromes nach  $U_{G3}$  bei  $U_S = -1$  mV,  $U_S = 0$  mV und  $U_S = 1$  mV. Alle drei Messungen zeigen die durch Grundzustandsübergänge erzeugten Linien, die bei Resonanz Anticrossings bilden (Kreise). Bei  $U_S \neq 0$  mV sind diese Anticrossings aber gegenüber denen bei  $U_S = 0$  mV stark verschoben, bei  $U_S = -1$  mV nach links oben, bei  $U_S = 1$  mV nach rechts unten. Zudem entstehen ausgehend von den Anticrossings dreiecksförmige Bereiche mit darin liegenden Querlinien. Diese Bereiche besitzen eine auffällige Ähnlichkeit mit den Dreiecksbereichen, die

in der differentiellen Leitfähigkeit durch Resonanzen angeregter Zustände beider Quantenpunkte entstehen (siehe Abb. 7.17).

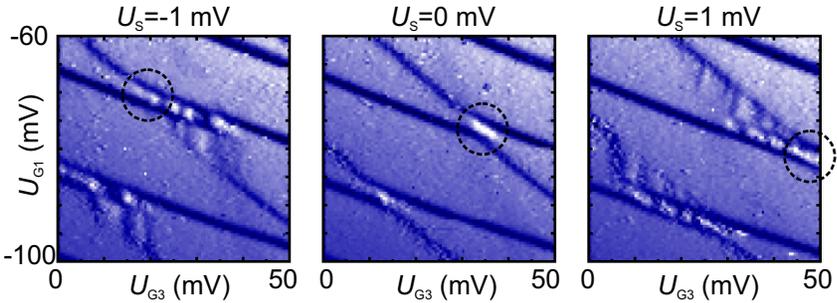


Abbildung 7.24: Bei endlicher Sourcespannung verschieben die Anticrossings der Quantenpunkte A und B aus Probe T2 (Kreise). An den Tripelpunkten sind Strukturen zu erkennen, die denen im Transport aus Abb. 7.17 stark ähneln. Dreiecksbereiche werden sichtbar mit darin liegenden Querlinien.

Dieses Muster kann unter der Annahme schwacher Tunnelkopplung mit dem Schema aus Abb. 7.25 erklärt werden. Das Schema entspricht der Situation für  $U_S > 0$  (die Beschreibung für  $U_S < 0$  verläuft analog). Weil bei  $U_S > 0$  die chemischen Potentiale der Zuleitungen nicht mehr entartet sind, stehen für die chemischen Potentiale  $\mu_{NA}$  und  $\mu_{NB}$  jeweils zwei Resonanzbedingungen zur Verfügung. Da die Quantenpunkte aber nur an je eine Zuleitung koppeln, ist nur je eine Resonanzbedingung relevant. Da Quantenpunkt A an Source koppelt, findet eine Umladung bei  $\mu_{NA} = \mu_S$  statt (grüne durchgezogene Linien). Quantenpunkt B lädt sich bei  $\mu_{NB} = \mu_{D1}$  um (blaue durchgezogene Linien). So entstehen die bereits aus dem linearen Regime bekannten Grundzustandsresonanzen. Da allerdings die Resonanzbedingungen mit  $\mu_S \neq \mu_{D1}$  für beide Quantenpunkte unterschiedlich sind, findet der Übergang der Konfiguration  $(N_A - 1, N_B)$  zu  $(N_A, N_B - 1)$  unter Umständen nicht mehr bei  $\mu_{NA} = \mu_{NB}$  statt, sondern muss mittels eines inelastischen Kottunnelprozesses an der schwarzen Linie passieren. Dies geschieht dann, wenn die Relaxationsrate zwischen den Quantenpunkten geringer ist als die Rate für Kottunnelprozesse. Auf der linken Seite die-

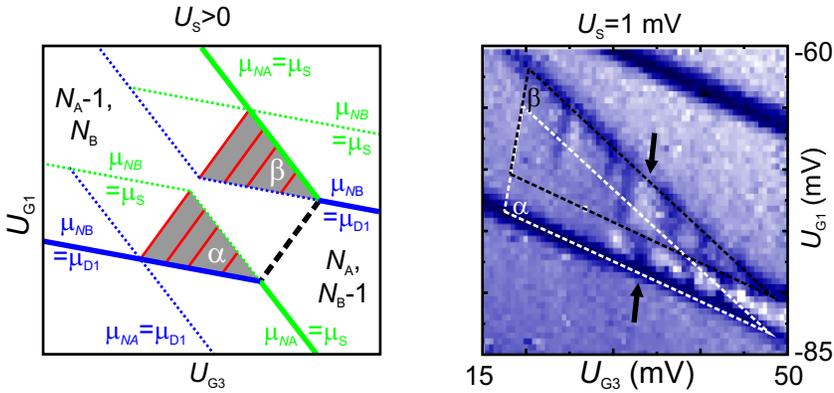


Abbildung 7.25: Links: Schema zur Ladungsmessung aus Abb. 7.24. Für  $U_S > 0$  erscheinen Grundzustandsübergänge von A nur bei Resonanz mit  $\mu_S$  (grün durchgezogen), Grundzustandsübergänge von B nur bei Resonanz mit  $\mu_{D1}$  (blau durchgezogen). Ist die Relaxationsrate zwischen den Quantenpunkten geringer als die Rate für Kottunnelprozesse, geschieht die Umladung zwischen beiden Quantenpunkten daher nicht bei  $\mu_{NA} = \mu_{NB}$  (linke rote Linien) sondern entlang der schwarzen Linie. In den grau unterlegten Bereichen  $\alpha$  und  $\beta$  sind weitere Resonanzen zu sehen (rote Linien), die eine Ladungsänderung im Vergleich zum grauen Bereich erzeugen. Die Resonanzen in  $\alpha$  verursachen Elektronentransport, die in  $\beta$  Lochtransport. Rechts: Ausschnitt aus Abb. 7.24 für  $U_S > 0$ . Eingezeichnet sind die beiden Dreiecksbereiche  $\alpha$  und  $\beta$ , die sich hier bereits überlappen. Durch diese Überlappung kommt es zu einem Wechsel des Linienmusters innerhalb der Dreiecksbereiche. Die mit schwarzen Pfeilen gekennzeichnete Linie zeigt zunächst in Bereich  $\alpha$  eine dunkle und dann in Bereich  $\beta$  eine helle Färbung, also einen Vorzeichenwechsel der Umladung. Dieses Muster ist nur für  $\Gamma_S < \Gamma_{D1}, \Gamma_{AB}$  möglich.

ser Linie schließen sich zwei Dreiecksbereiche an, in denen die Bedingung  $\mu_S \leq \mu_{NA} \leq \mu_{NB} \leq \mu_{D1}$  gilt. Die linke Begrenzung dieser Dreiecke bildet die Resonanz  $\mu_{NA} = \mu_{NB}$ . An dieser Resonanz ist Transport über das System möglich, der potentiell einen Einfluss auf die mittlere Ladung hat. Weitere Transportkanäle können innerhalb der Dreiecke durch Resonanzen angeregter atomartiger Zustände entstehen.

Die möglichen Resonanzen angeregter Zustände sind bereits aus Abschnitt 7.2.1 bekannt:

$$\begin{aligned}\mu_{NA} &= \mu_{NB}^{*2} , \\ \mu_{NA}^{*1} &= \mu_{NB} , \\ \mu_{NA}^{*1} &= \mu_{NB}^{*2} .\end{aligned}$$

Zusammen mit  $\mu_{NA} = \mu_{NB}$  sind dies die vier Linien, die innerhalb der Dreiecke  $\alpha$  und  $\beta$  eingezeichnet sind. Sie sind nur dann durch Ladungsdetektion beobachtbar, wenn sich die mittlere Ladung entlang der Linien von der abseits der Resonanzen in den grau unterlegten Bereichen unterscheidet. In diesen Bereichen kann zusätzlich zum Ladungshintergrund von  $N_A$  und  $N_B$  Elektronen ein Elektron von Drain 1 kommend auf Quantenpunkt B tunneln und ist dann dort gefangen. Quantenpunkt A bleibt dagegen leer, weil jedes potentielle Elektron in Richtung Source verschwinden könnte. Abseits der Resonanzlinien befindet sich also ein Elektron auf Quantenpunkt B. Entlang der Resonanzlinien hängt die mittlere Ladung von den Verhältnissen der drei beteiligten Tunnelraten  $\Gamma_S$  zwischen A und Source,  $\Gamma_{D1}$  zwischen B und Drain 1 und  $\Gamma_{AB}$  zwischen A und B ab. Zusätzlich ist anders als bei der differentiellen Leitfähigkeit die Art der Ladungsträger entscheidend. In Bereich  $\alpha$  wird der Transport von Elektronen getragen, die Ladung schwankt bei einer Resonanz zwischen 0 und 1. In Bereich  $\beta$  sind Löcher für den Transport verantwortlich, die Ladung schwankt zwischen 1 und 2. Abhängig von den Tunnelraten können die Resonanzen in Bereich  $\alpha$  und  $\beta$  daher folgende Ladungen erzeugen:

- (i)  $\Gamma_{AB} < \Gamma_S, \Gamma_{D1}$ :
  - $\alpha$ : Ein Elektron auf Quantenpunkt B.
  - $\beta$ : Ein Elektron auf Quantenpunkt B.
- (ii)  $\Gamma_{D1} < \Gamma_{AB}, \Gamma_S$ :
  - $\alpha$ : Das System ist im Mittel leer.

$\beta$ : Ein Elektron ist gleichmäßig auf beide Quantenpunkte verteilt.

(iii)  $\Gamma_S < \Gamma_{D1}, \Gamma_{AB}$ :

$\alpha$ : Ein Elektron ist gleichmäßig auf beide Quantenpunkte verteilt.

$\beta$ : Beide Quantenpunkte sind mit je einem Elektron besetzt.

Die mittlere Ladung bei Resonanz entspricht in Fall (i) demnach der Ladung in den grau unterlegten Bereichen abseits der Resonanzlinien, es ist also keine Linie in der Ladungsmessung sichtbar. Die Fälle (ii) und (iii) stellen dagegen eine Änderung der gemessenen Ladung dar und sind demnach beobachtbar. Damit ist die Wahrscheinlichkeit für die Beobachtbarkeit angeregter Zustände wesentlich größer als in Einzelquantenpunkten, die nur bei  $\Gamma_S = \Gamma_D$  angeregte Zustände zeigen (siehe Abschnitt 6.2.4).

Welcher Fall tatsächlich vorliegt, wird deutlich, wenn man die Messungen im Detail betrachtet. Abbildung 7.25, rechts zeigt einen Ausschnitt für  $U_S = 1$  mV, in dem die beiden Dreiecke  $\alpha$  und  $\beta$  eingezeichnet sind. Da die Aufspaltung des Anticrossings geringer ist als die Differenz zwischen  $\mu_S$  und  $\mu_{D1}$ , überlappen die beiden Dreiecke. Innerhalb der Dreiecke sind die durch Resonanz angeregter Zustände erzeugten Querlinien sichtbar. Es fällt auf, dass sich dieses Muster an einer bestimmten Stelle umkehrt. Verfolgt man die mit zwei Pfeilen gekennzeichnete Struktur von unten nach oben, läuft man zunächst in Dreieck  $\alpha$  entlang einer dunklen Linie, die mit Beginn von Dreieck  $\beta$  dann plötzlich in eine helle Linie übergeht. Demnach ist die Wirkung der Resonanzen auf die mittlere Ladung in den beiden Dreiecken entgegengesetzt. Dieses Phänomen kann nur auftreten in Fall (iii). In diesem Fall beobachtet man in Dreieck  $\alpha$  eine Verminderung der vom QPC detektierten mittleren Ladung, da Quantenpunkt A vom QPC weiter entfernt ist als B. In Dreieck  $\beta$  dagegen ist die mittlere Ladung erhöht. Das Verhältnis der Tunnelraten steht damit fest:  $\Gamma_S < \Gamma_{D1}, \Gamma_{AB}$ . Resonanzen verursachen in Bereich  $\alpha$  im Mittel eine gleichmäßige Besetzung beider Quantenpunkte mit einem Elektron und damit eine Abnahme der mittleren Ladung, in Bereich  $\beta$  sind bei Resonanz im Mittel beide Quantenpunkte mit je einem Elektron besetzt, was zu einer Zunahme der mittleren Ladung führt. Dass die Messungen in beiden Dreiecken ein Muster aus sich abwechselnden hellen und dunklen Linien zeigen, liegt daran, dass sie im Wesentlichen die Ableitung der mittleren Ladung nach der Gatespannung widerspiegeln.

Innerhalb des Überlapps beider Dreiecke kann die zusätzliche Elektronenzahl bei Resonanz zwischen 0, 1 und 2 schwanken. Ein Elektron kann die möglicherweise leeren Zustände von Drain 1 kommend befüllen. Anschließend kann dieses Elektron die Quantenpunkte in Richtung Source wieder verlassen, es kann aber auch ein zweites Elektron über Drain 1 kommen. Letzterer Prozess wird favorisiert, da er aufgrund der besseren Tunnelrate an Drain 1 wahrscheinlicher ist. Da dieser Prozess dem Verhalten in Dreieck  $\beta$  entspricht, zeigt auch der Überlappungsbereich das Muster aus  $\beta$  mit einer Erhöhung der mittleren Ladung bei Resonanz.

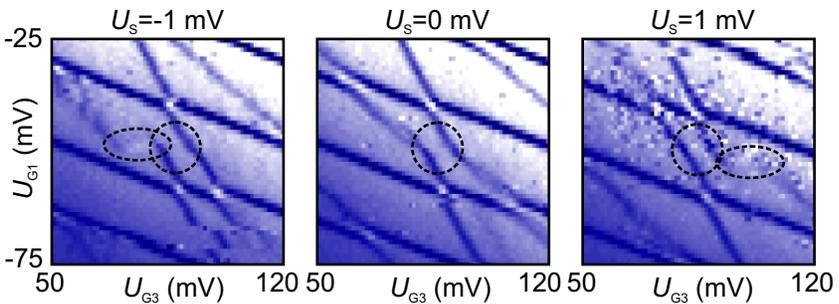


Abbildung 7.26: Die Quantenpunkte A und C aus Probe T2 zeigen bei endlicher Sourcespannung kaum einen Versatz der Anticrossings (Kreise). Zudem sind keine Dreiecksbereiche mit Querlinien vorhanden. Stattdessen entstehen bei  $U_S \neq 0$  Sprünge (Ellipsen).

Das Verhalten des Doppelquantenpunktes A-B ist über einen weiten Gatespannungsbereich beobachtbar. Quantenpunkt A-C zeigt dagegen ein völlig anderes Muster, obwohl er Teil derselben Probe ist. Abbildung 7.26 zeigt Ladungsmessungen an A-C abhängig von  $U_{G3}$  und  $U_{G1}$  bei  $U_S = -1$  mV,  $U_S = 0$  mV und  $U_S = 1$  mV. Zu sehen sind Linien von Quantenpunkt A und Quantenpunkt C, die bei Resonanz ein Anticrossing bilden (Kreise). Dieses ist anders als die Muster bei A-B bei  $U_S \neq 0$  mV kaum gegenüber der Messung bei  $U_S = 0$  mV verschoben. Auffällig sind zudem die mit Ellipsen markierten Sprünge, die sich bei  $U_S \neq 0$  mV neben dem Anticrossing ereignen, bei  $U_S = -1$  mV zur Linken, bei  $U_S = 1$  mV zur Rechten des Anticrossings.

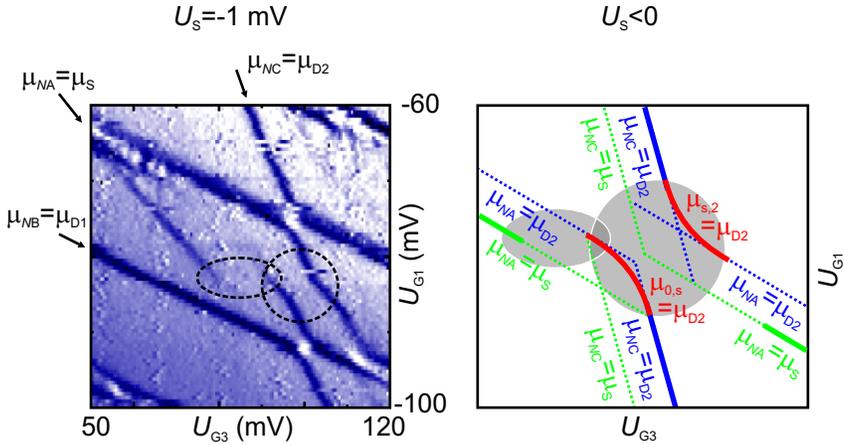


Abbildung 7.27: Links: Bei  $U_S = -1 \text{ mV}$  ist deutlich der markante Sprung (Ellipse) links neben dem Anticrossing (Kreis) zu erkennen. Rechts: Das Schema zeigt abseits der Resonanz beider Quantenpunkte Grundzustandsresonanzen der einzelnen Quantenpunkte  $\mu_{NA} = \mu_S$  (grün durchgezogen) und  $\mu_{NC} = \mu_{D2}$  (blau durchgezogen). Mit der Annäherung von  $\mu_{NA}$  und  $\mu_{NC}$  bildet sich ein molekülartiger Zustand aus, der bei  $\Gamma_S < \Gamma_{D2}$  sichtbare Linien bei Resonanz mit  $\mu_{D2}$  erzeugt (rote Linien), die dann ein Anticrossing bilden. Mit Auflösung des Molekülzustands muss das System das atomartige Verhalten der einzelnen Quantenpunkte annehmen, was zu Sprüngen führt.

Die Situation lässt sich eingehender studieren mit der Messung in Abb. 7.27. Sie wurde bei  $U_S = -1 \text{ mV}$  aufgenommen und eignet sich daher auch zum Vergleich mit dem in Abb. 7.25 dargestellten Muster von A-B. Denn da die Liniensteigung von A im Ladungsdiagramm größer ist als die von B aber kleiner als die von C, müssen Muster des Doppelquantenpunktes A-B bei  $U_S > 0$  mit denen von A-C bei  $U_S < 0$  verglichen werden. Auch hier ist deutlich der mit einer Ellipse gekennzeichnete Sprung zu sehen, der sich links neben dem Anticrossing (Kreis) ereignet.

Dieser Effekt lässt sich mit Hilfe des Schemas aus Abb. 7.27 erklären, wenn man eine starke Tunnelkopplung annimmt. In diesem Fall ließen sich

die Zustände der Quantenpunkte bei Resonanz nicht mehr als atomar beschreiben. Stattdessen müsste man von molekulartigen Zuständen ausgehen, die sich über das gesamte System erstrecken. Die typischen Dreiecksbereiche mit Querlinien könnten dann nicht mehr auftreten. Tatsächlich rechtfertigt die Stärke des Anticrossings diesen Ansatz mit einer relativen Aufspaltung von 0,4 für Doppelquantenpunkt A-C im Vergleich zu nur 0,33 bei A-B. Im Schema eingezeichnet sind die Resonanzen der chemischen Potentiale der Quantenpunkte mit denen der Zuleitungen, Resonanzen mit Source grün, solche mit Drain 2 blau. Weit ab der Resonanz beider Quantenpunkte können die Zustände noch als atomar angenommen werden. Umladungen von A sind nur bei Resonanz mit Source möglich, Umladungen von C nur bei Resonanz mit Drain 2. Diese Resonanzen (durchgezogene grüne und blaue Linien) erscheinen daher in der Ladungsmessung. Nähert sich das System der Resonanz beider Quantenpunkte, können A und C nicht mehr getrennt betrachtet werden. Stattdessen entwickelt sich ein molekulartiger gemeinsamer Zustand, der an beide Zuleitungen koppelt. Entscheidend für die durch diesen Zustand hervorgerufenen Umladungen ist daher das Verhältnis von  $\Gamma_S$  zu  $\Gamma_{D2}$ . Ist die Tunnelrate  $\Gamma_S$  geringer als  $\Gamma_{D2}$ , tritt eine Umladung erst auf, wenn das chemische Potential des gemeinsamen Zustands mit dem der Drain 2-Zuleitung übereinstimmt. Dies ist entlang der rot eingezeichneten Linien der Fall. Im Ganzen erhält man also ein Muster mit zwei Sprüngen, die beim Übergang molekulartiger zu atomartiger Zustände entstehen. Die Ausdehnung des Anticrossings und damit die exakte Position der Sprünge sollte von der Stärke der Tunnelkopplung abhängen. Je stärker die Quantenpunkte gekoppelt sind, desto größer muss die Energieverstimmlung sein, um den Molekülzustand aufzubrechen. In der Messung ist der zweite Sprung rechts der Resonanz nur ansatzweise zu erkennen, weil eine Linie von Quantenpunkt B das Muster durchkreuzt. Angeregte molekulartige Zustände sind nicht zu beobachten. Sie sind ähnlich wie bei Einzelquantenpunkten am ehesten für  $\Gamma_S = \Gamma_{D2}$  zu erwarten. Durch eine Verschiebung der Wellenfunktionen von symmetrischem und antisymmetrischen Zustand gegeneinander kann zwar eine gewisse Barrierenasymmetrie kompensiert werden [93], allerdings ist diese Methode begrenzt.

Mit Messungen dieser Art lassen sich demnach nicht nur Informationen über Ratenverhältnisse gewinnen, sie helfen auch bei der Identifizie-

rung von molekülartigen Zuständen. Für beide seriellen Quantenpunkte A-B und A-C ist  $\Gamma_S$  kleiner als die übrigen Raten. Dennoch kommt es zu völlig unterschiedlichen Messergebnissen. Unklar bleibt indes, wie die molekülartigen Zustände im Detail durch Gatespannungen beeinflusst werden. Der Doppelquantenpunkt A-C zeigt in der Ladungsmessung eindeutig einen Molekülcharakter, lässt aber bei positiveren Gatespannungen hingegen die für schwache Kopplung typischen Dreiecksbereiche im Transport erkennen (siehe Abb. 7.15).

## 7.4 Fazit

An mehreren Doppelquantenpunkten mit unterschiedlicher Geometrie gelang die Untersuchung von Kopplungseffekten, die Analyse angeregter Zustände und die Ladungsdetektion.

Zwei Kopplungsarten lassen sich unterscheiden: die klassische kapazitive Kopplung und die quantenmechanische Tunnelkopplung. Beide Mechanismen sorgen bei Resonanz zweier Quantenpunkte für eine Aufspaltung des Linienmusters in Ladungsdiagrammen, deren Sichtbarkeit von der Geometrie der Probe abhängt. Die Stärke dieser Aufspaltung konnte ebenso wie die Art der Kopplung mit Gatespannung und Magnetfeld variiert werden. Bei kapazitiver Kopplung wurde die Spinblockade in einem der beiden gekoppelten Quantenpunkte untersucht. Sie wird nicht durch Umladungen des zweiten Quantenpunktes beeinflusst.

Auch bei der Analyse angeregter Zustände im Transport zeigen sich je nach Art der Kopplung unterschiedliche Muster. Für Doppelquantenpunkte mit schwacher Tunnelkopplung lassen sich Resonanzen atomartiger Zustände beobachten, die als Querlinien in dreiecksförmigen Bereichen erscheinen. Sie gehen mit negativer differentieller Leitfähigkeit einher, die bei Aufbrechen der Resonanzen entsteht. Bei starker Tunnelkopplung sind dagegen Anzeichen für molekülartige angeregte Zustände zu erkennen.

Auch an Doppelquantenpunkten wurden Ladungsmessungen durchgeführt. Im linearen Regime sind unabhängig von der Geometrie der Probe Ladungsdiagramme vollständig beobachtbar. Zudem zeigen sich Umladungen zwischen den Quantenpunkten, die keinen Transport durch das System erzeugen. Für nichtlineare Messungen an seriellen Doppelquantenpunkten ist das Verhältnis von Tunnelraten entscheidend. Bei schwacher Tunnel-

kopplung haben angeregte atomartige Zustände einen Einfluss auf die mittlere Ladung, wenn die schwächste Tunnelrate nicht durch die zwischen den Quantenpunkten gegeben ist. Auch hier erscheinen sie dann als Querlinien in Dreiecksbereichen. Im untersuchten Fall ließ sich das tatsächliche Verhältnis durch einen Vorzeichenwechsel im Linienmuster nachweisen. Bei starker Tunnelkopplung sind dagegen keine Dreiecke zu beobachten. Stattdessen entstehen durch die Moleküleigenschaft charakteristische Sprünge im Linienmuster, die ebenfalls das Verhältnis der Tunnelraten erkennen lassen. Die Ladungsdetektion im nichtlinearen Regime eignet sich somit zur Identifizierung von Molekülzuständen.



# 8 Effekte in Dreifachquantenpunkten

Dreifachquantenpunkte sind nicht nur die logische Fortsetzung von Einzel- und Doppelquantenpunkten, sie stellen darüber hinaus noch einmal einen qualitativen Schritt dar. Dreifachquantenpunkte ermöglichen erstmals den Transport über einen Quantenpunkt als Teil einer Kette, der nicht an eine Zuleitung koppelt, sondern lediglich Ladungen mit anderen Quantenpunkten austauscht. Es sind also Effekte zu erwarten, die in Einzel- und Doppelquantenpunkten nicht auftreten können. Trotz dieser Bedeutung ist die Forschung an Dreifachquantenpunkten noch außerordentlich jung. Es gab zwar einige Experimente in den neunziger Jahren [97, 117], die technischen Möglichkeiten und das physikalische Verständnis haben aber erst vor Kurzem einen Stand erreicht, der umfassende Analysen solcher Strukturen erlaubt. So ist die Zahl komplexer Dreifachquantenpunkte bis heute noch sehr gering [104, 118–122].

Im Rahmen dieser Arbeit fanden Untersuchungen an einem Dreifachquantenpunkt statt, der Transport über zwei Wege durch das System zulässt mit je zwei seriellen Quantenpunkten in einem Pfad. Zunächst werden Ergebnisse zu den dreidimensionalen Ladungsdiagrammen von Dreifachquantenpunkten geschildert, die mittels Ladungsdetektion gewonnen wurden. Sie werden mit den Eigenschaften eines elektrostatisch berechneten Modells verglichen. Anschließend wird der simultane Transport durch beide Pfade analysiert und den Möglichkeiten von Einpfadstrukturen gegenüber gestellt.

## 8.1 Ladungsdiagramme

Wie schon bei Einzel- und Doppelquantenpunkten können wesentliche Eigenschaften aus der Analyse von Ladungsdiagrammen gewonnen werden.

Da sich mit der Anzahl der Quantenpunkte auch die Dimensionalität dieser Diagramme erhöht, sind Ladungsdiagramme für Dreifachquantenpunkte dreidimensionale Gebilde [119, 120]. Reichte zur Analyse von Einzelquantenpunkten noch ein Gate aus, welches die Abstastung der Zustände ermöglichte, benötigten Doppelquantenpunkte bereits zwei Gates. Dreifachquantenpunkte müssen über mindestens drei Gates verfügen, um Ladungsdiagramme vollständig aufnehmen zu können. Für ein System bestehend aus drei Quantenpunkten A, B und C lässt sich das Ladungsdiagramm durch Auswertung der Gesamtenergien  $E_{NA,NB,NC}$  elektrostatisch berechnen. Vernachlässigt man quantenmechanische Anteile, ergeben sich in Abhängigkeit dreier Gatespannungen  $U_{G1}$ ,  $U_{G2}$  und  $U_{G3}$  für je null oder ein Elektron pro Quantenpunkt folgende Gesamtenergien:

$$E_{0,0,0} = 0 \quad , \quad (8.1)$$

$$E_{1,0,0} = -e \frac{C_{G1A}}{C_{\Sigma A}} U_{G1} - e \frac{C_{G2A}}{C_{\Sigma A}} U_{G2} - e \frac{C_{G3A}}{C_{\Sigma A}} U_{G3} \quad , \quad (8.2)$$

$$E_{0,1,0} = -e \frac{C_{G1B}}{C_{\Sigma B}} U_{G1} - e \frac{C_{G2B}}{C_{\Sigma B}} U_{G2} - e \frac{C_{G3B}}{C_{\Sigma B}} U_{G3} \quad , \quad (8.3)$$

$$E_{0,0,1} = -e \frac{C_{G1C}}{C_{\Sigma C}} U_{G1} - e \frac{C_{G2C}}{C_{\Sigma C}} U_{G2} - e \frac{C_{G3C}}{C_{\Sigma C}} U_{G3} \quad , \quad (8.4)$$

$$E_{1,1,0} = E_{1,0,0} + E_{0,1,0} + e^2 \frac{C_{AB}}{C_{\Sigma A} C_{\Sigma B}} \quad , \quad (8.5)$$

$$E_{1,0,1} = E_{1,0,0} + E_{0,0,1} + e^2 \frac{C_{AC}}{C_{\Sigma A} C_{\Sigma C}} \quad , \quad (8.6)$$

$$E_{0,1,1} = E_{0,1,0} + E_{0,0,1} + e^2 \frac{C_{BC}}{C_{\Sigma B} C_{\Sigma C}} \quad , \quad (8.7)$$

$$E_{1,1,1} = E_{1,1,0} + E_{1,0,1} + E_{0,1,1} - E_{1,0,0} - E_{0,1,0} - E_{0,0,1} \quad . \quad (8.8)$$

Für eine gegebene Kombination von Gatespannungen nimmt das System die Konfiguration ein, die in dieser Situation die geringste Gesamtenergie besitzt. Bei Änderung der Gatespannungen verschieben die Energien gegeneinander, so dass es zu Konfigurationsübergängen kommen kann.

Ein auf dieser Grundlage berechnetes elektrostatisches 3D-Modell eines kubischen Ausschnittes aus einem Ladungsdiagramm ist in mehreren Ansichten in Abb. 8.1 als Funktion der drei Gatespannungen gezeigt. Das Modell besteht aus drei sich durchdringenden Ebenen (rot, grün, blau),

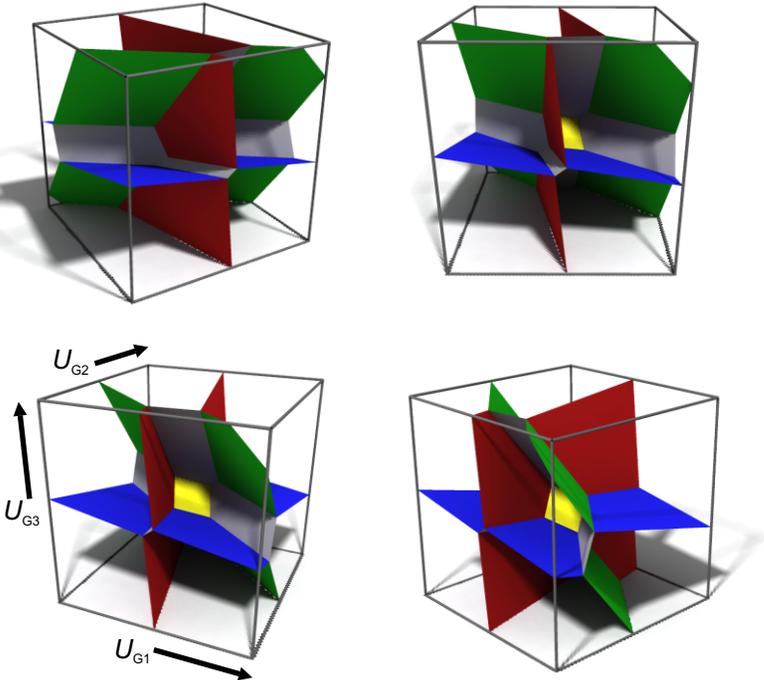


Abbildung 8.1: Das Ladungsdiagramm eines Dreifachquantenpunktes ist ein dreidimensionales Gebilde, von dem hier ein kubischer Ausschnitt im Bereich einer Dreifachresonanz in vier verschiedenen Ansichten gezeigt ist. Die Umladungen auf jedem Quantenpunkt bilden Ebenen (rot, grün, blau) mit unterschiedlichen Gradienten. Diese Ebenen durchdringen sich und erfahren dabei aufgrund der Kopplung einen Versatz. Im Zentrum des gezeigten Ausschnittes laufen alle drei Ebenen zusammen. Hier entsteht im Allgemeinen eine weitere Ebene (gelb), an der quantenzelluläre Automatenprozesse möglich sind.

die Umladungen auf je einem Quantenpunkt markieren (z. B. auf A mit  $(1, 0, 0) \leftrightarrow (1, 1, 0)$ , rot). An den Berührungspunkten dieser Ebenen kommt es wie auch bei Doppelquantenpunkten zu Anticrossings. Aus Tripelpunkten entstehen im Dreidimensionalen Tripellinien. Die Verbindungsebenen (grau) je zweier Tripellinien markieren den Ladungsaustausch zwischen den zwei beteiligten Quantenpunkten. Die insgesamt drei verschiedenen Anticrossings laufen zur Mitte hin zusammen und bilden Resonanzen aller drei Quantenpunkte. Im Zentrum des Modells findet sich eine rautenförmige Ebene (gelb). Sie unterscheidet sich von allen anderen Ebenen des Modells und besitzt einen anderen Gradienten. Sie bildet die Trennebene zwischen zwei Konfigurationen, die sich nicht nur in der Gesamtelektronenzahl unterscheiden. Je nach Wahl der verschiedenen Kapazitäten treffen hier die Konfigurationen  $(1,0,0)$  und  $(0,1,1)$  aufeinander oder  $(0,1,0)$  und  $(1,0,1)$  oder  $(0,0,1)$  und  $(1,1,0)$ . Wird an dieser Ebene ein Quantenpunkt mit einem zusätzlichen Elektron beladen, muss also zugleich ein bereits vorhandenes Elektron von einem zweiten Quantenpunkt zum dritten wechseln. Eine solche interne Umordnung ist sonst nur an den Verbindungsebenen der Tripellinien eines Anticrossings möglich, dort allerdings, ohne dass sich die Gesamtelektronenzahl ändert. Die Kombination beider Effekte wird quantenzellulärer Automatenprozess genannt [119, 120]. Er kann nicht in Doppelquantenpunkten entstehen und zeigt somit, dass Doppel- und Dreifachquantenpunkte auch qualitativ unterschiedlich sind.

An den vier Eckpunkten der zentralen Ebene treffen je vier Konfigurationen aufeinander. Diese Punkte werden daher Quadrupelpunkte genannt. Zwei weitere Quadrupelpunkte finden sich ober- und unterhalb des Zentrums dort, wo sich die rote, grüne und blaue Ebene treffen. Im Allgemeinen existieren demnach sechs Quadrupelpunkte. Sie sind in Abb. 8.2 als qp1 bis qp6 eingezeichnet. Nur bei spezieller Probengeometrie kann sich die mittlere Ebene zu einer Linie mit vier angrenzenden Konfigurationen und einem Quintupelpunkt (fünf Konfigurationen) an jedem Ende zusammenziehen oder gar zu einem einzigen Sextupelpunkt mit sechs angrenzenden Konfigurationen.

Die Entwicklung der sechs Quadrupelpunkte lässt sich auch anhand der in Abb. 8.3 dargestellten Schnitte durch das Modell verfolgen. Hier sind die verschiedenen farbig gekennzeichneten Konfigurationen als Funktion von  $U_{G1}$  und  $U_{G3}$  aufgetragen. Von Schnitt zu Schnitt wird die Spannung

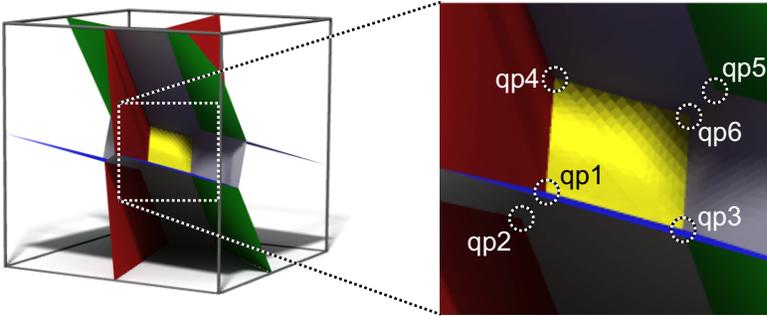


Abbildung 8.2: Im Zentrum des dreidimensionalen Ladungsdiagramms finden sich in der Regel sechs Punkte (qp1 bis qp6), an denen je vier Konfigurationen zusammenkommen. Diese Punkte werden daher Quadrupelpunkte genannt.

an Gate 2 erhöht. Schnitt (a) zeigt das Modell vor Erreichen des zentralen Bereiches. Drei Anticrossings sind sichtbar mit je zwei Tripelpunkten (z. B. tp1 und tp2). In der Mitte des Schnittes findet sich die Konfiguration  $(1,0,1)$ . Schnitt (b) zeigt das Modell unmittelbar nach Durchlaufen des ersten Quadrupelpunktes (qp1), der mit Entstehen der Konfiguration  $(0,1,0)$  an einem ehemaligen Tripelpunkt erscheint und die Konfigurationen  $(1,0,0)$ ,  $(0,1,0)$ ,  $(0,0,1)$  und  $(1,0,1)$  verbindet. Dies ist der untere Eckpunkt der zentralen Rautenebene. Die Trennlinie zwischen  $(0,1,0)$  und  $(1,0,1)$  in Schnitt (c) verläuft auf der zentralen Ebene. Darunter ist der zweite Quadrupelpunkt (qp2) zu sehen, an den die Konfigurationen  $(0,0,0)$ ,  $(1,0,0)$ ,  $(0,1,0)$  und  $(0,0,1)$  angrenzen. In Schnitt (d) ist der dritte Quadrupelpunkt (qp3) sichtbar mit den Konfigurationen  $(1,0,0)$ ,  $(0,1,0)$ ,  $(1,1,0)$  und  $(1,0,1)$ . Dies ist der rechte Eckpunkt der Rautenebene. Schnitt (e) zeigt das Zentrum des Modells. Es folgt in Schnitt (f) der linke Eckpunkt (qp4) mit  $(0,0,1)$ ,  $(0,1,0)$ ,  $(1,0,1)$  und  $(0,1,1)$ . Der obere Eckpunkt und damit das Ende der Rautenebene entsteht unmittelbar nach Schnitt (g) bei Erreichen des fünften Quadrupelpunktes (qp5) mit  $(0,1,0)$ ,  $(1,1,0)$ ,  $(1,0,1)$  und  $(0,1,1)$ . Der letzte Quadrupelpunkt (qp6) ist in Schnitt (h) sichtbar mit den Konfigurationen  $(1,1,0)$ ,  $(1,0,1)$ ,  $(0,1,1)$  und  $(1,1,1)$ . Danach sind wie-

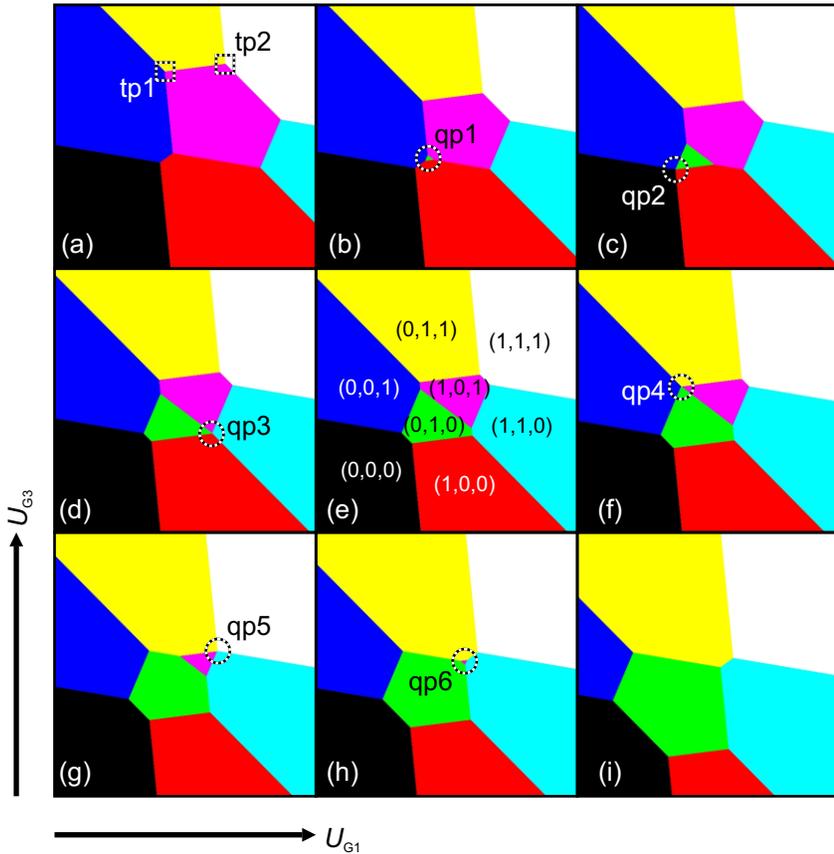


Abbildung 8.3: Schnitte durch das dreidimensionale Modell aus Abb. 8.1 als Funktion von  $U_{G1}$  und  $U_{G3}$  bei jeweils fester Spannung an Gate 2. Von (a) bis (i) wird das Modell von vorne nach hinten durchlaufen. Die im Zentrum nacheinander erscheinenden Quadrupelpunkte  $qp1$  bis  $qp6$  sind durch Kreise markiert. Weit entfernt vom Zentrum des Modells sind nur Tripelpunkte zu beobachten (z. B.  $tp1$  und  $tp2$ ).

der die drei Anticrossings sichtbar mit je zwei Tripelpunkten (Schnitt (i)). Unter Berücksichtigung von Tunnelkopplungen würden wie bei Doppelquantenpunkten zusätzliche Aufspaltungen entstehen und die Ecken und Kanten des Ladungsdiagramms abrunden. Zudem ergäben sich neue Molekülzustände für drei resonante Quantenpunkte. Rechnungen wurden von Gaudreau et al. durchgeführt [119].

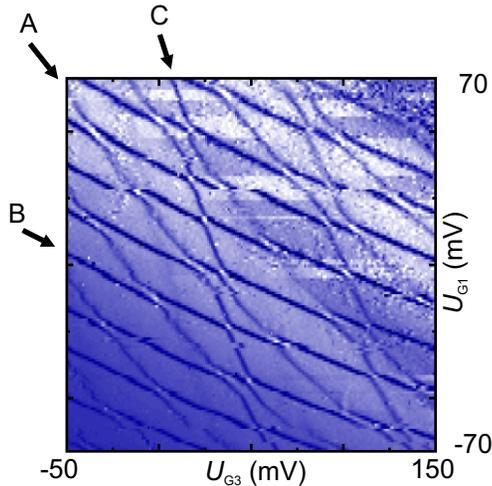


Abbildung 8.4: Zweidimensionale Ladungsdiagramme wie hier die Ladungsmessung an Probe T2 stellen Schnitte durch das eigentlich dreidimensionale Ladungsdiagramm dar. Zu erkennen sind Umladungen auf allen drei Quantenpunkten A, B, C, die zu Linien mit unterschiedlicher Steigung führen. Die markierte Linie von C stellt die Umladung durch das erste Elektron dar. Links dieser Linie ist C leer.

Messdaten lassen sich kaum in dreidimensionaler Weise darstellen. Daher wird auch hier mit Schnitten gearbeitet, die die entsprechende Messgröße als Funktion zweier Gatespannungen auftragen, während die dritte konstant gehalten wird. Ein solcher Schnitt durch das Ladungsdiagramm eines Dreifachquantenpunktes wurde an Probe T2 gemessen. Diese Probe ist bereits aus vorangegangenen Kapiteln bekannt, da sich daran nicht nur wie bei

allen Dreifachquantenpunkten durch Ladungsdetektion Effekte von Einzel- und Doppelquantenpunkten finden lassen sondern aufgrund der besonderen Geometrie auch der Transport durch Doppelquantenpunkte untersuchen lässt. So stammen die in Abschnitt 6.3.1 gezeigten Untersuchungen zur Zeeman-Aufspaltung der ersten beiden Elektronen von Quantenpunkt C aus Probe T2, der sich wie im Folgenden beschrieben auf null Elektronen entleeren lässt. Auch die Funktionsweise eines Quantenpunktkontaktes als Gate wurde in Abschnitt 6.2.3 anhand von Probe T2 erläutert. Die in Kapitel 7 dargestellten Ergebnisse zu Doppelquantenpunkten wurden ebenfalls zu großen Teilen durch Messungen an Probe T2 gewonnen. Hier wurden die gekoppelten Quantenpunkte A-B und A-C jeweils als Doppelquantenpunkte analysiert. Sie lieferten Resultate sowohl zum Transport durch serielle Doppelquantenpunkte wie auch zur Ladungsdetektion. Das Ladungsdiagramm eines seriellen Doppelquantenpunktes im linearen Regime im Transport wurde anhand von A-B beschrieben (Abb. 7.8). Im nichtlinearen Regime wurden beide Doppelquantenpunkte untersucht. Dabei zeigten sich Hinweise auf schwache Tunnelkopplung, die die Beschreibung der gemessenen Linienmuster mit angeregten atomaren Zuständen erlaubt (Abschnitt 7.2.1). Schließlich wurden mittels Ladungsdetektion Messungen im linearen und nichtlinearen Regime durchgeführt (Abschnitt 7.3). Es zeigte sich, dass die Ladungsdetektion angeregter Zustände Aussagen über die Verhältnisse von Tunnelraten und über die Art und Stärke der Kopplung erlaubt.

Hier nun ist in Abb. 8.4 eine Ladungsmessung an Probe T2 in Abhängigkeit der Spannungen an Gate 1 und Gate 3 zu sehen, die einen Schnitt durch das 3D-Ladungsdiagramm eines Dreifachquantenpunktes darstellt. Bereits an einem solchen Schnitt lassen sich etliche Eigenschaften des Systems ablesen. Zunächst ist festzustellen, dass die Umladungen aller drei Quantenpunkte aufgrund der unterschiedlichen Kopplung zu den verwendeten Gates ein Linienmuster erzeugen, in dem drei verschiedene Liniensteigungen auftreten (im Unterschied zum 3D-Modell sind hier mehrere Umladungen pro Quantenpunkt sichtbar). Anhand dieser Steigungen lassen sich die einzelnen Quantenpunkte identifizieren. Linien mit schwacher Steigung entstehen bei nur geringer Kopplung des betreffenden Quantenpunktes an Gate 3 und starker Kopplung an Gate 1. Diese Linien können also Quantenpunkt B zugeschrieben werden. Linien mit starker Steigung koppeln weit intensiver an Gate 3 als an Gate 1 und stammen demnach von Quantenpunkt C. Linien

mittlerer Steigung schließlich sind auf Umladungen von Quantenpunkt A zurückzuführen. Während für A und B viele Linien zu erkennen sind, liegen im gezeigten Ausschnitt nur zwei Linien von C. Tatsächlich handelt es sich hier um die ersten beiden Linien dieses Quantenpunktes. Für negativere Spannungen taucht keine weitere Linie auf. Demnach ist Quantenpunkt C links der ersten Linie leer. Die beiden sichtbaren Linien zeigen das Befüllen mit dem ersten bzw. zweiten Elektron.

An den Kreuzungspunkten je zweier Linien treten die für Doppelquantenpunkte typischen Anticrossings auf. Da es sich um einen Schnitt durch das dreidimensionale Ladungsdiagramm handelt, ist das Zusammenlaufen mehrerer Anticrossings hin zu einer Dreifachresonanz hier nicht zu beobachten. Um diesen Effekt dennoch aufnehmen zu können, sind wie in Abb. 8.3 aufeinanderfolgende Schnitte erforderlich, die sich in der pro Schnitt konstanten Spannung am dritten Gate unterscheiden. Eine solche Serie ist in Abb. 8.5 gezeigt. Das Ladungssignal ist dargestellt als Funktion von  $U_{G3}$  und  $U_{G1}$  für drei verschiedene Werte von  $U_{G2}$ . Im Wesentlichen ist im gewählten Ausschnitt wie schon im 3D-Modell nur jeweils eine Umladung pro Quantenpunkt zu sehen (zur Identifizierung der Linien siehe mittlere Messung). Für  $U_{G2} = -10\text{ mV}$  bilden sich drei Anticrossings. Das mit einem grünen Kreis markierte Anticrossing entsteht bei Resonanz von A und B. Gelb markiert ist die Resonanz von A und C, in rot die von B und C. Eine Resonanz aller drei Quantenpunkte liegt nicht vor, die Anticrossings sind klar voneinander getrennt. Damit entspricht diese Messung qualitativ einem Schnitt entlang der Vorderseite des 3D-Modells bzw. Schnitt (a) aus Abb. 8.3. Bei  $U_{G2} = 10\text{ mV}$  sind die Anticrossings ebenfalls voneinander getrennt, haben aber nun die Plätze getauscht. Diese Messung entspricht einem Schnitt entlang der Rückseite des 3D-Modells (Schnitt (i) aus Abb. 8.3). Eine qualitative Übereinstimmung mit einem Schnitt durch die Mitte des 3D-Modells (Schnitt (e) aus Abb. 8.3) ist bei  $U_{G2} = 0\text{ mV}$  erreicht. Hier sind alle drei Anticrossings vereint und bilden so Resonanzen aller drei Quantenpunkte (schwarzer Kreis). Im unteren Teil von Abb. 8.5 sind schematisch die Elektronenkonfigurationen ( $N_A, N_B, N_C$ ) relativ zur Konfiguration unten links eingezeichnet. Sie weichen nur durch die Reihenfolge der Quantenpunkte von denen des Modells ab. Abseits einer Dreifachresonanz erscheint entweder die Konfiguration (0,1,1) (linkes Schema) oder (1,0,0) (rechtes Schema). Bei Resonanz (mittleres Schema) sind beide Kon-

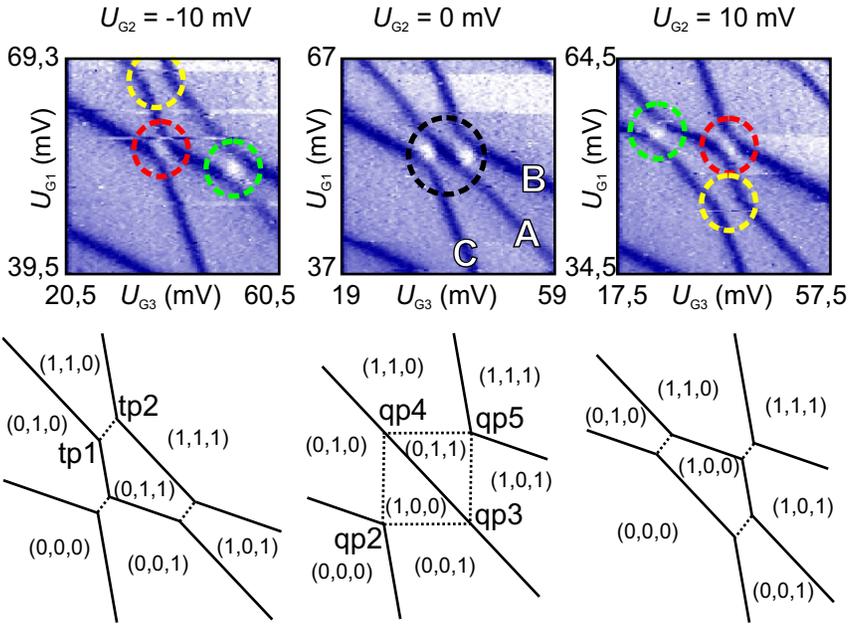


Abbildung 8.5: Oben: Ladungsmessungen an Probe T2 für unterschiedliche Spannungen an Gate 2. Für  $U_{G2} \neq 0$  sind drei getrennte Anticrossings zu erkennen, die der Resonanz je zweier Quantenpunkte entsprechen (rot markiert die Resonanz von B und C, grün die von A und B, gelb die von A und C). Mit  $U_{G2}$  lassen sich die Resonanzen gegeneinander verschieben. So fallen bei  $U_{G2} = 0$  alle Anticrossings zusammen, alle drei Quantenpunkte sind resonant. Unten: Die Schemata zu den Messungen zeigen die Elektronenkonfigurationen ( $N_A$ ,  $N_B$ ,  $N_C$ ) relativ zur Konfiguration unten links. Für  $U_{G2} < 0$  existiert die Konfiguration  $(0,1,1)$ , für  $U_{G2} > 0$  stattdessen  $(1,0,0)$ . Bei Resonanz aller drei Quantenpunkte existieren beide Konfigurationen. Statt je zweier Tripelpunkte (tp1 und tp2 links) entstehen so sechs Quadrupelpunkte qp1 bis qp6 (von denen hier qp2 bis qp5 eingezeichnet sind), die je vier Konfigurationen verbinden.

figurationen vorhanden. Aus den typischen Tripelpunkten (tp1 und tp2 im linken Schema) entwickeln sich Quadrupelpunkte qp1 bis qp6, die je vier Konfigurationen verbinden. Der Einfachheit halber sind qp2 bis qp5 in nur einem Schema gezeigt (mittleres Schema), obwohl sie im Allgemeinen nicht exakt gleichzeitig messbar sind.

## 8.2 Transport

Für den sequentiellen Transport durch ein Quantenpunktsystem müssen zwei Dinge gegeben sein. Zum Einen muss der Prozess energetisch möglich sein, zum Zweiten muss anders als bei der Ladungsdetektion der entsprechende Transportpfad durch das System existieren. Energetisch möglich ist Transport, wenn mindestens zwei Ladungskonfigurationen entartet sind. Ein Dreifachquantenpunkt lässt demnach prinzipiell an allen farbigen Ebenen des in Abb. 8.1 gezeigten 3D-Modells Transport zu. An den roten, grünen und blauen Ebenen ist Transport über einen Quantenpunkt erlaubt. Möglich wird er, wenn dieser Quantenpunkt an beide zur Transportmessung nötigen Zuleitungen koppelt. Sind alle drei Quantenpunkte in einer Parallelschaltung mit beiden Zuleitungen verbunden, sind folglich alle diese Ebenen im Transport sichtbar. Sind die Quantenpunkte zusätzlich auch untereinander verbunden, kann auch die mittlere gelbe Ebene gemessen werden, da hier der Transport über einen Quantenpunkt erlaubt ist bei gleichzeitigem Ladungsaustausch zwischen den anderen beiden.

Sind die Quantenpunkte nicht parallel geschaltet, ist die Sichtbarkeit des Ladungsdiagramms beschränkt. Von der dreidimensionalen Struktur bleiben zunächst nur die vier Quadrupelpunkte qp2, qp3, qp4 und qp5 übrig, die in Abb. 8.6 (a) rot eingezeichnet sind. Nur hier kann unabhängig von der Reihenfolge einer Serienschaltung Transport durch das komplette System stattfinden. An Quadrupelpunkt qp2 ist dieser Transport elektronenartig. Ein Elektron kann von einer Zuleitung kommend auf einen Quantenpunkt tunneln, anschließend zwischen allen Quantenpunkten hin und her wechseln und schließlich das System zur anderen Zuleitung verlassen. Gleiches gilt an Quadrupelpunkt qp5 für Löcher, die einen lochartigen Transport erzeugen. An den Quadrupelpunkten qp3 und qp4 kann kein Transport über alle Quantenpunkte durch eine einzige Ladung erzeugt werden. Mehrere Ladungen müssen bewegt werden, eine eindeutige Beschreibung als elektronen-

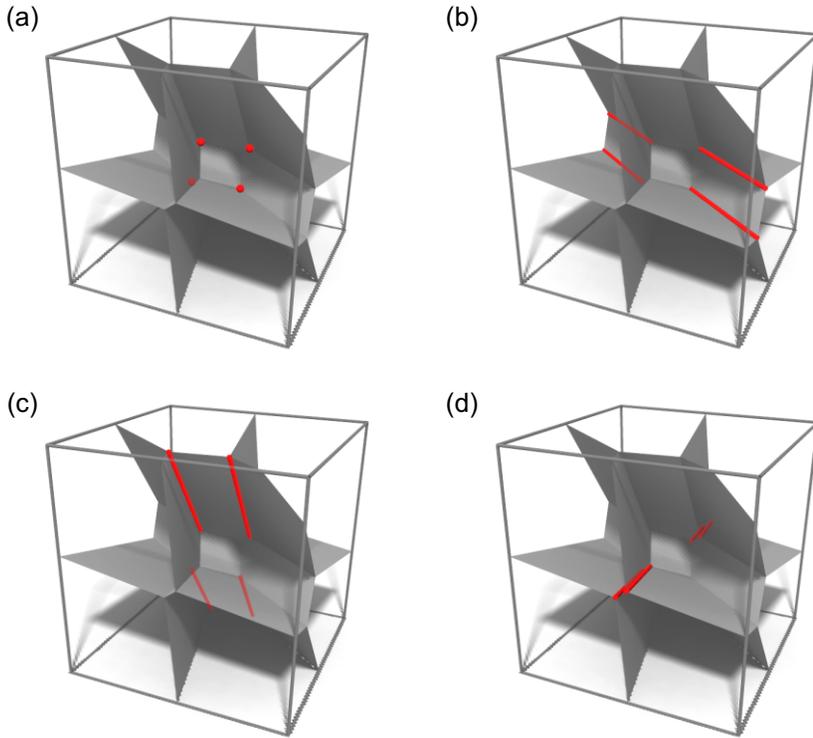


Abbildung 8.6: (a) Drei in Serie geschaltete Quantenpunkte können nur an den vier rot markierten Quadrupelpunkten endliche Leitfähigkeit erzeugen, der Rest des Ladungsdiagramms ist nicht sichtbar. Liegen nur zwei Quantenpunkte in Serie (B und C in (b), A und B in (c), A und C in (d)), ist Transport entlang der Berührungspunkte der entsprechenden zwei Ebenen möglich. Es bilden sich jeweils zwei parallele Linien (rot). Die Ansichten entsprechen der unteren, linken Ansicht aus Abb. 8.1.

oder lochartig ist daher hier nicht möglich. Die beiden Quadrupelpunkte  $qp_1$  und  $qp_6$  sind ebenso wie die vollständige zentrale Rautenebene nur bei einer bestimmten Reihenfolge der Quantenpunkte sichtbar, je nachdem welche Konfigurationen an dieser Ebene zusammenkommen. Im elektrostatisch berechneten Modell trennt die Rautenebene die Konfigurationen  $(0,1,0)$  und  $(1,0,1)$ . Demnach können Elektronen das System ausgehend von  $(0,1,0)$  über Quantenpunkt A bzw. C besetzen, wobei gleichzeitig das auf B vorhandene Elektron zu C bzw. A wechselt. Anschließend kann dieses Elektron das System über C bzw. A wieder verlassen, das verbleibende Elektron verschiebt dabei zu B. Be- und Entladen ist also über A und C möglich, nicht aber über B. Nur wenn B in der Mitte zwischen A und C liegt, ist also Transport an der Rautenebene möglich.

Zwar lassen sich mit einer Serienschaltung exakt Resonanzen des Gesamtsystems an den Quadrupelpunkten feststellen, allerdings bleibt unbeobachtbar, wie sich diese entwickeln. Diese Information wird zum Teil zugänglich, wenn man nur zwei Quantenpunkte in Serie schaltet. Dann ist Transport entlang der kompletten Tripellinien dieser beiden Quantenpunkte zu sehen, die bei Resonanz aller drei Quantenpunkte in die Quadrupelpunkte übergehen. Vom Ladungsdiagramm sind dann die in Abb. 8.6 (b) bis (d) rot eingezeichneten Linien messbar ((b) für Quantenpunkte B und C, (c) für A und B, (d) für A und C). Ob auch die Rautenebene einen Transport zulässt, hängt erneut von der Wahl der in Serie geschalteten Quantenpunkte ab, für das gezeigte Beispiel also wieder nur für Quantenpunkte A und C und das auch nur dann, wenn beide eine Tunnelkopplung zu B besitzen. Eine Serienschaltung zweier Quantenpunkte lässt also die Beobachtung der Entwicklung des Systems zu, nachteilig ist nun allerdings, dass Resonanzen aller drei Quantenpunkte nicht mehr prinzipiell von denen zweier Quantenpunkte unterscheidbar sind.

### 8.2.1 Simultane Zweifadmessungen

Mit nur einem Transportpfad ist es also unabhängig von der Anordnung der Quantenpunkte nicht möglich, Resonanzen aller drei Quantenpunkte zu identifizieren und zugleich die Entwicklung des Systems zu verfolgen. Zugänglich werden beide Informationen erst durch die Verwendung zweier Transportpfade, die simultan ausgelesen werden. Für solche Messungen

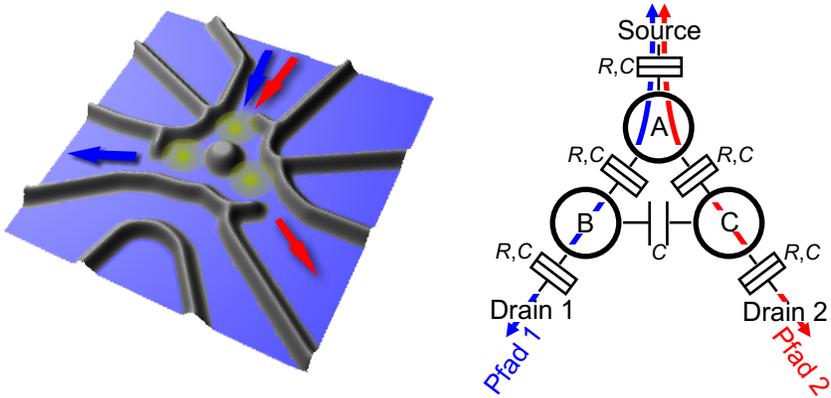


Abbildung 8.7: Probe T2 ist, wie die künstlerische Darstellung links zeigt, für Zweifpfadmessungen ausgelegt. Mit Source an A, Drain 1 an B und Drain 2 an C entstehen zwei Pfade über je zwei seriell geschaltete Quantenpunkte. In Pfad 1 (blau) befinden sich die Quantenpunkte A und B, in Pfad 2 (rot) A und C. Während B und C mit A tunnelgekoppelt sind, existiert zwischen B und C nur eine kapazitive Kopplung.

benötigt man daher mindestens drei Zuleitungen, wie es die sternförmige Anordnung der Quantenpunkte in Probe T2 ermöglicht. Verwendet man wie in Abb. 8.7 gezeigt die Zuleitung an A als Source und die Zuleitungen an B und C als Drain 1 und Drain 2, ergeben sich zwei Transportpfade mit jeweils zwei seriell geschalteten Quantenpunkten. Der erste Pfad (blau) ermöglicht Transport, wenn A und B in Resonanz sind, der zweite Pfad (rot) zeigt Transport bei Resonanz von A und C. Diese einzigartige Geometrie unterscheidet sich damit deutlich von allen anderen bekannten Dreifachquantenpunkten, von denen keiner über mehrere Transportpfade verfügt.

Im 3D-Ladungsdiagramm werden durch die Verwendung der zwei Transportpfade die in Abb. 8.8 blau und rot eingezeichneten Linien sichtbar. Damit ist eine Sichtbarkeit auch abseits der Dreifachresonanzen gegeben, wodurch sich die Entwicklung des Systems beobachten lässt. Resonanzen aller drei Quantenpunkte im Zentrum des 3D-Ladungsdiagramms sind den-

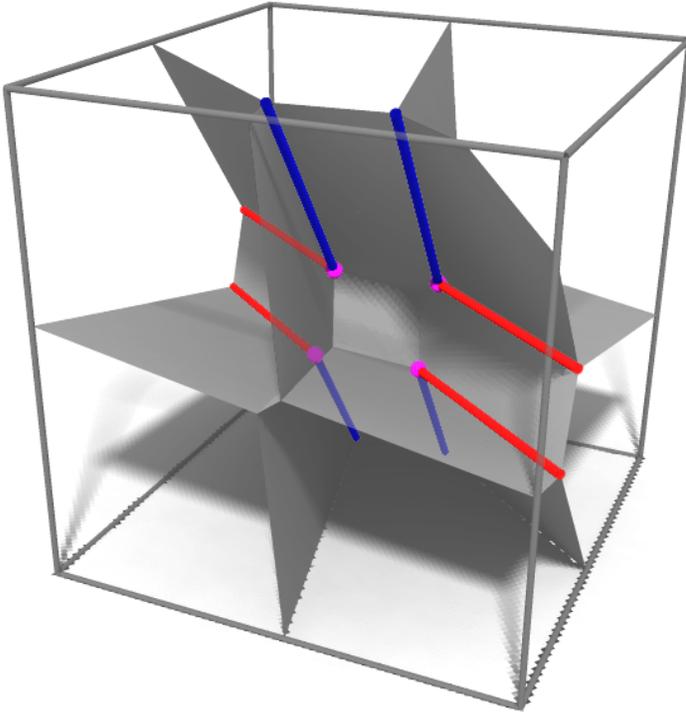


Abbildung 8.8: Eine simultane Zweipfadmessung ermöglicht es, gleichzeitig Leitfähigkeit an den Tripellinien zweier Doppelquantenpunkte zu messen, im Modell z. B. bei Resonanz von A und B und von B und C. An Probe T2 entspricht dies Resonanzen von A und B und von A und C. Die blauen Linien sind dann entlang Pfad 1 sichtbar bei Resonanz von A und B, die roten bei Resonanz von A und C entlang Pfad 2. Auch die vier Quadrupelpunkte (magenta) lassen sich identifizieren, da nur hier Leitfähigkeit entlang beider Pfade entsteht.

noch einwandfrei zu identifizieren, da sie gleichzeitigen Transport entlang beider Pfade verursachen. Die Quadrupelpunkte qp2, qp3, qp4 und qp5 sollten sich so nachweisen lassen (magenta). Darüber hinaus wird eine solche Struktur zur Detektion von sog. Dark States [123–125] sowie als Spin-Entangler [126] vorgeschlagen. Die mittlere Rautenebene verbindet bei Probe T2 aller Wahrscheinlichkeit nach die Konfigurationen (1,0,0) und (0,1,1) (siehe Abb. 8.5), Transport wäre hier also über die Quantenpunkte B und C möglich. Da diese Quantenpunkte aber in unterschiedlichen Pfaden liegen, kann dieser Prozess nicht stattfinden.

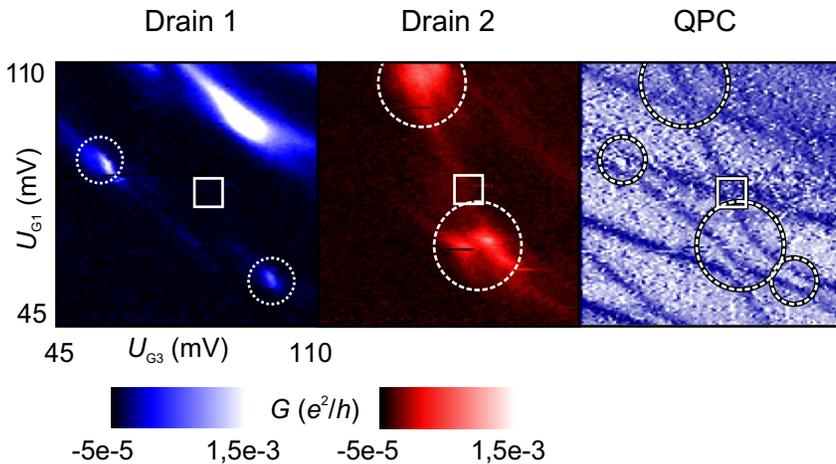


Abbildung 8.9: *Simultan aufgenommene Leitfähigkeit entlang Pfad 1 (links) und Pfad 2 (mitte) sowie die ebenfalls simultan durchgeführte Ladungsmessung (rechts). Bei Resonanz der Quantenpunkte A und B entsteht wie erwartet Leitfähigkeit in Pfad 1, nicht aber in Pfad 2 (kleine Kreise). Entsprechend zeigen sich Resonanzen von A und C nur in Pfad 2 (große Kreise). Die Ladungsmessung zeigt zudem Anticrossings bei Resonanz von B und C (Rechtecke). Sie sind im Transport nicht zu sehen.*

Abbildung 8.9 stellt die Funktionsweise der Zweipfadmessung an Probe T2 unter Beweis. Gezeigt sind die simultan aufgenommenen differentiellen Leitfähigkeiten entlang Pfad 1 (gemessen an Drain 1) und Pfad 2 (Drain 2)

sowie zum Vergleich die ebenfalls simultan durchgeführte Ladungsmessung mit Hilfe des Quantenpunktkontaktes (der Messaufbau ist in Abb. 4.2 dargestellt). Die differentielle Leitfähigkeit entlang Pfad 1 ist in blau aufgetragen. Im unteren Teil der Abbildung sind im Wesentlichen zwei punktförmige Strukturen endlicher Leitfähigkeit zu sehen (kleine Kreise). Der Vergleich mit der Ladungsmessung verdeutlicht, dass an diesen Stellen Resonanzen der Quantenpunkte A und B vorliegen, die zu einem Anticrossing führen. Die entlang Pfad 1 gemessene Leitfähigkeit entspricht also einem seriellen Transport über Quantenpunkte A und B. Da die durch die Kopplung verursachte Aufspaltung relativ gering ist, sind die beiden entsprechenden Tripelpunkte im Transport nicht zu trennen. Man beobachtet daher nur eine Struktur, die die beiden Tripelpunkte verbindet. Die Leitfähigkeit entlang Pfad 2 (rot dargestellt) nimmt ebenfalls nur an ganz bestimmten Stellen endliche Werte an (große Kreise). An diesen Stellen zeigt die Ladungsmessung Resonanzen von A und C. Damit ist die serielle Anordnung dieser beiden Quantenpunkte in Pfad 2 bewiesen. Die hier stärkere Aufspaltung ist auch im Transport aufzulösen. Dadurch ergeben sich Doppelstrukturen mit starker Leitfähigkeit an den jeweiligen Tripelpunkten. Die Ladungsmessung zeigt zudem Resonanzen der Quantenpunkte B und C (Rechtecke). Da sie aber in verschiedenen Pfaden liegen, führt eine Resonanz nicht zu seriellem Transport. Daher sind weder in Pfad 1 noch in Pfad 2 entsprechende Strukturen zu erkennen. Zudem konnte durch eine andere Beschaltung der Zuleitungen nachgewiesen werden, dass die Quantenpunkte B und C lediglich kapazitiv koppeln.

Die Messung in Abb. 8.9 zeigt das System abseits einer Dreifachresonanz. Die drei beobachteten Anticrossings, die durch die Resonanz jeweils zweier Quantenpunkte entstehen, fallen nicht zusammen. Um die Entwicklung hin zu einer Resonanz aller drei Quantenpunkte sowie diese Resonanz selbst zu beobachten, sind mehrere aufeinanderfolgende Messungen mit unterschiedlicher Spannung an Gate 2 nötig ähnlich wie in Abb. 8.5. Eine solche Abfolge ist in Abb. 8.10 zu sehen. Die Leitfähigkeit entlang beider Pfade ist wie in Abb. 8.9 simultan aufgenommen und in blau bzw. rot dargestellt. Die Messung für  $U_{G2} = 5 \text{ mV}$  ist identisch mit der in Abb. 8.9 gezeigten. Anders als zuvor sind die beiden Leitfähigkeitsmessungen nun allerdings gemeinsam als Funktion von  $U_{G3}$  und  $U_{G1}$  aufgetragen. Dadurch lassen sich die Positionen exakt vergleichen, aufgrund der Farbe lassen sich dennoch

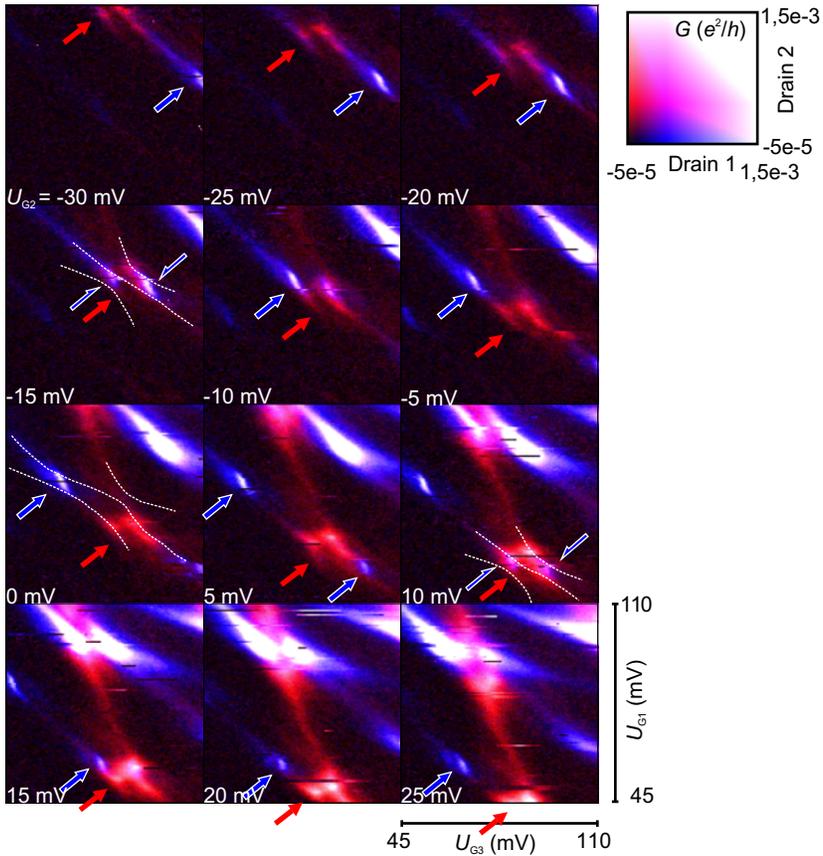


Abbildung 8.10: Gemeinsame Darstellung der Leitfähigkeiten entlang der Pfade 1 und 2 in Probe T2 für unterschiedliche Spannungen an Gate 2. Entlang Pfad 1 tritt Leitfähigkeit auf bei Resonanz von A und B (blau), entlang Pfad 2 von A und C (rot) (siehe Pfeile). Durch  $U_{G2}$  können diese Resonanzen verschoben werden, um alle drei Quantenpunkte in Resonanz zu bringen und gemeinsamen Transport entlang beider Pfade zu ermöglichen (magenta). Dies geschieht bei  $U_{G2} = -15 \text{ mV}$  und  $U_{G2} = 10 \text{ mV}$ . Gestrichelte Linien zeigen die mit dem QPC gemessenen Umladungen.

die Pfade zuordnen. Simultane Leitfähigkeit durch beide Pfade entsteht durch Resonanzen aller drei Quantenpunkte und erscheint in Abstufungen von magenta. Bei  $U_{G2} = -30$  mV liegen zunächst zwei voneinander getrennte Resonanzen vor, eine von A und B in blau und eine von A und C in rot (entsprechend mit Pfeilen markiert). Mit steigender Spannung an Gate 2 lassen sich diese beiden Resonanzen zusammenführen, so dass bei  $U_{G2} = -15$  mV eine Resonanz aller drei Quantenpunkte zu beobachten ist, was auch durch die mit gestrichelten Linien angedeuteten Ergebnisse der Ladungsmessung bestätigt wird. Hier befindet sich das Zentrum des 3D-Modells, das komplette System ist leitfähig. Erhöht man die Spannung an  $U_{G2}$  weiter, wird diese Dreifachresonanz wieder aufgebrochen. Schließlich kommt es bei  $U_{G2} = 10$  mV zu einer weiteren Dreifachresonanz mit einer um eins verminderten Elektronenzahl auf Quantenpunkt B. Im oberen Teil der Messungen ist eine weitere Resonanz zu beobachten bei erhöhten Elektronenzahlen auf A und B. Sie erscheint allerdings sehr unscharf, da die Barrieren bereits weit geöffnet sind. Die Elektronenzahl von C ist bei allen in rot gezeigten Resonanzen identisch, Leitfähigkeit entsteht durch Transport des zweiten Elektrons.

Betrachtet man die Dreifachresonanzen im Detail, stellt man fest, dass bei einer solchen Resonanz im Wesentlichen statt der erwarteten vier Quadrupelpunkte nur an zwei Stellen endliche Leitfähigkeit zu beobachten ist. Das hängt damit zusammen, dass sich schon bei der Zweifachresonanz von A und B die Tripelpunkte nicht auflösen lassen und stattdessen endliche Leitfähigkeit entlang der Verbindungslinie beider Tripelpunkte entsteht. Abseits einer Dreifachresonanz entspricht diese Verbindungslinie einem Konfigurationswechsel von entweder  $(0,1,1)$  nach  $(1,0,1)$  oder von  $(0,1,0)$  nach  $(1,0,0)$  (siehe linkes und rechtes Schema in Abb. 8.5). Bei einer Dreifachresonanz kommen beide Übergänge vor. Dementsprechend ist entlang Pfad 1 nun an zwei Stellen eine endliche Leitfähigkeit vorhanden zwischen den Quadrupelpunkten qp2, qp4 und qp3, qp5 (siehe mittleres Schema in Abb. 8.5). Die Leitfähigkeit entlang Pfad 2 fällt bei einer Dreifachresonanz mit der entlang Pfad 1 zusammen. Im Ganzen sind daher zwei Stellen mit endlicher Leitfähigkeit durch das Gesamtsystem beobachtbar, die die Quadrupelpunkte qp2, qp4 und qp3, qp5 verbinden.

Wie bereits erwähnt eignet sich die Zweifadmessung zur Identifizierung von Dreifachresonanzen, obwohl auch abseits solcher Resonanzen Trans-

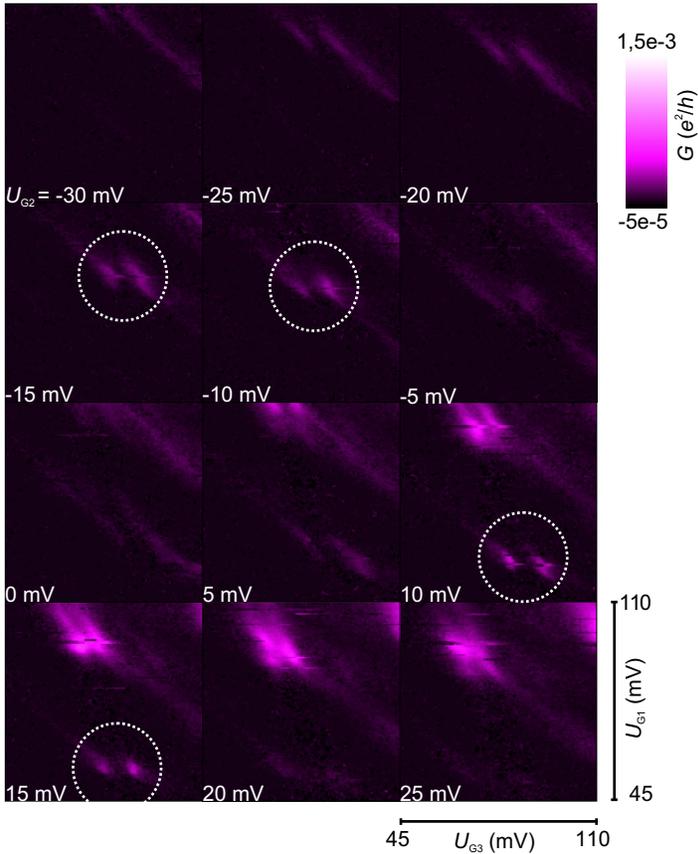


Abbildung 8.11: Aus den Leitfähigkeiten entlang beider Pfade von Probe T2 lässt sich eine Leitfähigkeit durch das Gesamtsystem berechnen. Endliche Werte ergeben sich nur bei gemeinsamem Transport durch beide Pfade. So werden Resonanzen aller drei Quantenpunkte an den Quadrupelpunkten sichtbar. Diese leuchten daher auf um  $U_{G2} = -15$  mV und  $U_{G2} = 10$  mV (Kreise).

port beobachtet werden kann. Am eindrucksvollsten wird diese Eigenschaft belegt durch die Tatsache, dass sich aus den zwei gemessenen differentiellen Leitfähigkeiten eine hypothetische Leitfähigkeit berechnen lässt, die einer seriellen Anordnung aller drei Quantenpunkte entspräche. Endliche Leitfähigkeit erfolgt dann immer und nur bei einer Resonanz aller Quantenpunkte. Betrachtet man die zwei Pfade als zwei Ohmsche Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  mit Leitfähigkeiten  $G_1 = 1/R_1$  und  $G_2 = 1/R_2$ , so ergibt eine Reihenschaltung beider Pfade eine Gesamtleitfähigkeit  $G = \frac{1}{1/G_1 + 1/G_2}$ . Da bei  $U_S = 0$  Leitfähigkeit und differentielle Leitfähigkeit identisch sind, können die gemessenen Daten direkt als  $G_1$  bzw.  $G_2$  eingesetzt werden (bei  $U_S \neq 0$  ist das nicht möglich). Die daraus berechnete differentielle Leitfähigkeit des Gesamtsystems ist in Abb. 8.11 dargestellt (dabei werden natürlich Effekte, die vom Ohmschen Verhalten abweichen wie z. B. Spineffekte, Pauliprinzip etc., vernachlässigt). Auffälligstes Merkmal ist die im Vergleich zu den Originaldaten stark verminderte Sichtbarkeit. Abseits von Dreifachresonanzen wie z. B. bei  $U_{G2} = 0$  mV ist wie erwartet kein Signal vorhanden. Lediglich bei Resonanz aller Quantenpunkte blitzt die Leitfähigkeit kurz auf, und ein drei Quantenpunkte umfassendes künstliches Molekül entsteht. Dies geschieht um  $U_{G2} = -15$  mV und um  $U_{G2} = 10$  mV (Kreise). Hier leuchten jeweils genau die beiden Stellen auf, die schon in der Originalmessung als Dreifachresonanzen identifiziert worden sind und die Quadrupelpunkte qp2, qp4 und qp3, qp5 verbinden. Auch die ab  $U_{G2} = 5$  mV sichtbare Resonanz im oberen Teil der Messung ist in dieser Darstellung deutlich zu erkennen und erscheint definierter, als es die Originalmessung vermuten lässt.

## 8.3 Fazit

Die Herstellung und Untersuchung eines Dreifachquantenpunktes mit zwei Transportpfaden und der Möglichkeit zur Ladungsdetektion ist erfolgreich geglückt. Anhand der Daten zur Ladungsmessung konnte das für Dreifachquantenpunkte typische dreidimensionale Ladungsdiagramm nachgewiesen und mit einem elektrostatisch berechneten Modell verglichen werden, welches im Allgemeinen über sechs sogenannte Quadrupelpunkte verfügt, an denen sich je vier Ladungskonfigurationen treffen. Es gelang die gezielte Steuerung des Systems von drei Doppelquantenpunkten (von denen zwei ei-

ne Tunnelkopplung aufweisen) hin zu einem künstlichen Molekül bestehend aus drei Quantenpunkten. Während die Ladungsdetektion das vollständige Ladungsdiagramm zeigt, gelang durch Transportmessungen entlang der zwei Pfade die Verifizierung der einzigartigen Probengeometrie mit zwei seriellen Quantenpunkten pro Pfad, da Transport durch einen Pfad nur bei Resonanz der beiden darin befindlichen Quantenpunkte entsteht. Durch die simultane Messung entlang beider Pfade ist es zudem möglich, Resonanzen aller drei Quantenpunkte zu identifizieren ohne die Sichtbarkeit abseits der Resonanz einzubüßen. So kann auch die Entwicklung des Systems abseits einer solchen Resonanz verfolgt werden. Die Zuordnung der Messdaten zu den einzelnen Pfaden ist dabei stets möglich. Durch die besondere Geometrie der Probe steht damit eine zusätzliche Messgröße zur Verfügung: die Unterscheidbarkeit der Physik in Doppel- und Dreifachquantenpunkten.

# 9 Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden einzelne und gekoppelte Quantenpunkte mittels elektronischem Transport untersucht. Basierend auf zweidimensionalen Elektronengasen in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen wurden laterale Einzel-, Doppel- und Dreifachquantenpunkte hergestellt zum Teil inklusive eines Quantenpunktkontaktes zur Ladungsmessung. Dazu kamen neben der optische Lithographie die Elektronenstrahlolithographie und die lokale anodische Oxidation zum Einsatz, letztere teils auch in Kombination. Insgesamt standen zehn Proben zur Verfügung, von denen acht im Transport untersucht wurden.

An allen untersuchten Strukturen konnte der grundlegende Effekt der Coulomb-Blockade nachgewiesen werden, der durch die Coulomb-Abstoßung einzelner Elektronen entsteht. Er verdeutlicht die Quantisierung der Ladung und rechtfertigt die Annahme eines Einschlusspotentials in allen drei Raumrichtungen. Mit der Detektion angeregter Zustände in nichtlinearen Messungen gelang zudem der Nachweis der Wellennatur der Elektronen, die sich folglich nicht mehr klassisch beschreiben lassen. Die Bezeichnung der Strukturen als Quantenpunkte wird dadurch legitim.

## 9.1 Erkenntnisse zu Einzelquantenpunkten

An Einzelquantenpunkten wurden Ergebnisse vor allem durch Ladungsdetektion und im senkrechten Magnetfeld erzielt. Die Ladungsdetektion ermöglichte Aussagen zum Verhältnis der Tunnelraten zu den Zuleitungen. Insbesondere die Sichtbarkeit angeregter Zustände hängt von diesem Verhältnis ab. Die Beteiligung solcher Zustände am Transport hat nur dann einen Einfluss auf die mittlere Ladung des Systems, wenn die Tunnelraten symmetrisch sind.

Die Messungen im senkrechten Magnetfeld konzentrierten sich im Wesentlichen auf die Untersuchung der durch Spinpolarisation der Zuleitun-

gen hervorgerufenen Spinblockade und des Kondo-Effektes. Die Spinblockade verdeutlicht sich durch eine regelmäßig alternierende Amplitude von Coulomb-Blockadepeaks als Funktion des Magnetfeldes. Transport mit Spin down Elektronen ist durch die Spinpolarisation der Zuleitungen unterdrückt. Bei endlicher Sourcespannung zeigt sich ein durch Spinblockade erzeugtes regelmäßiges Muster negativer differentieller Leitfähigkeit, die durch eine stark unterdrückte Tunnelrate für Spin down Elektronen an der Drainzuleitung erklärt werden konnte.

Der Kondo-Effekt entsteht durch einen Kottunnelprozess bei Entartung zweier Zustände, die sich im Gesamtspin um eins unterscheiden. Er sorgt für eine endliche Leitfähigkeit trotz Coulomb-Blockade. Im Magnetfeld erzeugt der Kondo-Effekt bei einem Füllfaktor des Quantenpunktes zwischen zwei und vier ein Schachbrettmuster, dessen Periodizität mit der der Spinblockade übereinstimmt. Bei mittleren Magnetfeldern können beide Effekte gemeinsam auftreten. Das kombinierte Schachbrettmuster lässt dann Aussagen über die Spinkonfiguration zu. Abhängig von der Elektronenzahl wurden verschiedene Konfigurationen gefunden, die eine Spinpolarisation im Quantenpunkt mit Erhöhung der Elektronenzahl nahelegen ähnlich der Hundschen Regel.

## 9.2 Erkenntnisse zu Doppelquantenpunkten

An Doppelquantenpunkten wurden Kopplungseffekte untersucht. Kopplung entsteht durch elektrostatische Wechselwirkung oder durch eine zusätzliche quantenmechanische Wechselwirkung bei einem Überlapp der Wellenfunktionen. Beide Effekte führen zu Aufspaltungen von Coulomb-Blockadepeaks, die sich in Ladungsdiagrammen beobachten lassen. Durch Gatespannungen und Magnetfeld konnten Art und Stärke der Kopplung kontinuierlich variiert werden. Bei starker Tunnelkopplung verhält sich das System molekülartig und bildet bindende und antibindende Zustände. Bei kapazitiver Kopplung lassen sich Zustände dagegen als atomartig beschreiben. Hier wurde zudem das Verhalten der Spinblockade untersucht. Demnach hängt die Spinblockade an einem Quantenpunkt nicht von der Elektronenzahl auf einem kapazitiv gekoppelten zweiten Quantenpunkt ab.

Im nichtlinearen Regime kommen neben Grundzuständen auch angeregte Zustände zum Vorschein, die abhängig von der Art der Kopplung gänzlich

unterschiedliche Muster zeigen. Auch das Verhalten der durch angeregte Zustände aufgebrauchten mittleren Ladung hängt nicht nur wie bei Einzelquantenpunkten vom Verhältnis der Tunnelraten ab sondern in hohem Maße auch von der Art der Kopplung. So gelingt durch Ladungsmessungen neben der Detektion von Tunnelraten ein eindeutiger Nachweis für Molekülzustände.

### 9.3 Erkenntnisse zu Dreifachquantenpunkten

Das dreidimensionale Ladungsdiagramm von Dreifachquantenpunkten zeigt bei Resonanz aller Quantenpunkte im Allgemeinen sechs Quadrupelpunkte, an denen je vier Ladungskonfigurationen zusammenkommen. Die Entstehung solcher Resonanzen konnte durch Ladungs- und Transportmessungen an einer Dreifachquantenpunktstruktur mit sternförmiger Geometrie beobachtet werden. Diese einzigartige Geometrie erlaubt simultane Zweipfadmessungen mit je zwei seriell geschalteten Quantenpunkten pro Pfad. Dadurch ist ein sichtbarer Transport nicht nur bei Resonanz aller drei Quantenpunkte möglich sondern auch bei der je zweier Quantenpunkte innerhalb eines Pfades. So kann die Entwicklung des Systems von zwei bzw. drei Doppelquantenpunkten zu dem künstlichen Molekül eines Dreifachquantenpunktes kontinuierlich verfolgt werden. Aus den Daten lässt sich zudem eine hypothetische Leitfähigkeit durch das Gesamtsystem extrahieren, die nur bei Resonanz aller drei Quantenpunkte aufblitzt. Diese Zweipfadmessung bietet damit eine Zusatzinformation verglichen mit anderen Systemen. Doppel- und Dreifachquantenpunkteffekte werden unterscheidbar.

### 9.4 Schlussbemerkung

Die Fülle der in dieser Arbeit erzielten einzelnen Resultate verdeutlicht eindrucksvoll die Komplexität und den Reichtum der Physik in meso- und nanoskopischen Dimensionen und letztlich der Quantenmechanik selbst. Quantenpunkte geben Einblick in diese dem Menschen nahezu unzugängliche Welt, die nur darauf wartet, weiter erforscht zu werden. Schon allein diese Arbeit wirft neue Fragen auf, die es zu beantworten gilt: Wie lassen sich Änderungen der Spinkonfiguration im Detail erklären? Woher kommt

die beobachtete Steigung der Konfigurationswechsel? Welche Mechanismen sind dabei am Kondo-Effekt beteiligt? Was passiert beim Übergang atomartiger zu molekulartiger Wellenfunktionen in der Ladungsmessung an Doppelquantenpunkten? Wie sehen angeregte Zustände von Dreifachquantenpunkten aus? Wann entwickeln sich dark states? Welche Effekte entstehen in Strukturen mit vier oder mehr Quantenpunkten? etc. Je tiefer man in diese Welt eindringt, desto faszinierender wird sie. Bis laterale Quantenpunkte Einzug halten in technische Anwendungen, mag es noch ein weiter Weg sein. Ob es je einen Quantencomputer geben wird, ist noch lange nicht abzusehen. Der Weg aber ist gesäumt von einer Unmenge neuer Erkenntnisse, die zu einem besseren Verständnis der Quantenmechanik beitragen werden. Der Weg ist also wie so oft auch Ziel. Ihn zu beschreiten lohnt sich.

# Anhang



# Rezepturen zur Lithographie

## Optische Lithographie

Die optische Lithographie wurde eingesetzt zur Herstellung von Leiterbahnen (Mesa) und Ohmscher Kontakte. Die ersten Schritte sind für beide Prozesse gleich:

- Säubern des Waferstücks für zehn Minuten in Aceton und Ultraschall, anschließend trockenblasen mit Stickstoff
- Trockenschleudern bei 4000 Umdrehungen pro Minute bei Spülen mit Aceton und Isopropanol
- Belacken mit ARU 4040 bei 4000 Umdrehungen pro Minute
- Fünf Minuten backen bei 92°C
- Fünf Sekunden mit entsprechender Maske belichten mit UV-Strahlung

Anschließend unterscheiden sich die weiteren Schritte je nachdem, ob eine Mesa gefertigt wird oder Ohmsche Kontakte.

### Mesa

- 75 Sekunden entwickeln mit Entwickler AR 300 49, anschließend 60 Sekunden in destilliertem Wasser reinigen
- Zehn Sekunden Ätzen mit  $\text{H}_2\text{O}:\text{H}_2\text{O}_2:\text{H}_3\text{PO}_4$  im Verhältnis 40:5:3, anschließend 60 Sekunden in destilliertem Wasser reinigen

## Ohmsche Kontakte

- Backen für fünf Minuten bei 115°C
- Nochmaliges Belichten (Flutbelichten) für zehn Sekunden ohne Maske
- 75 Sekunden entwickeln mit Entwickler AR 300 49, anschließend 60 Sekunden in destilliertem Wasser reinigen
- Unter Sauerstoffplasma veraschen für 30 Sekunden
- Aufdampfen von Germanium (40 nm, Rate 1,0 Å/s), Gold (60 nm, Rate 1,0 Å/s), Nickel (27 nm, Rate 0,5 Å/s) und Gold (150 nm, Rate 2,0 Å/s)
- Mehrere Stunden (möglichst über Nacht) in Aceton legen, anschließend Lift-Off mit Hilfe einer Spritze und gegebenenfalls Ultraschall
- Einlegieren: konstant 40°C für 60 Sekunden, aufheizen auf 470°C in 30 Sekunden, Temperatur halten für 60 Sekunden, abkühlen lassen

## Elektronenstrahlithographie

Die Elektronenstrahlithographie wurde eingesetzt zur Herstellung von Top-gates.

- Säubern des Waferstücks für fünf Minuten in Aceton und Ultraschall, anschließend trockenblasen mit Stickstoff
- Trockenschleudern bei 4000 Umdrehungen pro Minute bei Spülen mit Aceton und Isopropanol
- Belackern mit PMMA 200K (4%) bei 4000 Umdrehungen pro Minute
- Backen für zehn Minuten bei 185°C
- Belackern mit PMMA 950K (2%) bei 4000 Umdrehungen pro Minute
- Backen für zehn Minuten bei 185°C

- Entwickeln für eine Minute in MIBK:I im Verhältnis 1:3, anschließend reinigen in Isopropanol und trockenblasen mit Stickstoff
- Aufdampfen von Chrom (7 nm, Rate 0,5 Å/s) und Gold (30 nm, Rate 1,0 Å/s)
- Zehn Minuten in Aceton legen, anschließend Lift-Off mit Ultraschall für zwei Minuten

Zur Verbesserung der Auflösung wurde im Rahmen dieser Arbeit sowohl bei der optischen Lithographie wie auch bei der Elektronenstrahl-lithographie ein Verfahren unter Verwendung handelsüblicher Soft-Knete eingeführt. Zum Belacken wurden die Proben in die Knete gepresst, um das Abfließen überschüssigen Lackes zu erleichtern. Dadurch wurde der Lackwulst, der am Probenrand zurückbleibt, vermindert. Die Maske kann nun näher an die Probenoberfläche herangeführt werden. Zudem ist der nutzbare Bereich der Probenoberfläche größer.



# Symbole und Abkürzungen

## Symbole

$a$	Anteil Al an der Gesamtmenge Al und Ga in $\text{Al}_a\text{Ga}_{1-a}\text{As}$
$A$	Vektorpotential zum Magnetfeld $B$
$A_0^*$	Verhältnis von $\Gamma_0^*$ zu $\Gamma_0$
$A_1$	Verhältnis von $\Gamma_1$ zu $\Gamma_0$
$A_1^*$	Verhältnis von $\Gamma_1^*$ zu $\Gamma_0$
$A_r$	Verhältnis von $\Gamma_r$ zu $\Gamma_{D0\uparrow}$
$A_s$	Verhältnis von $\Gamma_\downarrow$ zu $\Gamma_\uparrow$
$B$	Magnetfeld
$B_\nu$	Magnetfeld für Füllfaktor $\nu$
$c_1$	Konstante
$C$	Kapazität
$C_{AB}$	Kapazität zwischen Quantenpunkt A und B
$C_D$	Kapazität zwischen Drain und Quantenpunkt
$C_G$	Kapazität zwischen Gate und Quantenpunkt
$C_{G1}, C_{G2}\dots$	Kapazität zwischen Gate 1, Gate 2,... und Quantenpunkt
$C_{G1A}, C_{G2A}\dots$	$C_{G1}, C_{G2}, \dots$ für Quantenpunkt A (für Quantenpunkte B und C entsprechend)
$C_S$	Kapazität zwischen Source und Quantenpunkt
$C_\Sigma$	Gesamtkapazität eines Quantenpunktes
$C_{\Sigma A}, C_{\Sigma B}, C_{\Sigma C}$	Gesamtkapazität für Quantenpunkte A, B, C
$d$	Dimensionalität
$dE$	Energieintervall
$dk$	Impulsintervall
$dZ$	Anzahl besetzbarer Zustände in Energie-

	intervall $dE$
$dZ_L$	$dZ$ für System mit räumlicher Periodizität $L$
$D(E)$	Zustandsdichte
$D_{3D}(E)$	Zustandsdichte in 3D
$D_{2D}(E)$	Zustandsdichte in 2D
$D_{1D}(E)$	Zustandsdichte in 1D
$D_{0D}(E)$	Zustandsdichte in 0D
$\delta, \delta e$	Energieverstimmung
$\delta U_{G1A}, \delta U_{G2A}$	Versatz der Linien von Quantenpunkt A in $U_{G1}, U_{G2}$ bei Umladung eines koppelnden Quantenpunktes
$\Delta E$	Energiedifferenz
$\Delta E_Z$	Zeeman-Aufspaltung
$\Delta Q$	Ladungsdifferenz
$\Delta U$	Spannungsdifferenz
$\Delta U_a$	Stärke der Aufspaltung von Tripelpunkten
$\Delta U_b$	Periodizität hexagonaler Zellen in Richtung der Tripelpunktaufspaltung
$\Delta U_G$	Abstand zweier Coulomb-Peaks in $U_G$
$\Delta U_{G1}, \Delta U_{G2} \dots$	Abstand zweier Coulomb-Peaks in $U_{G1}, U_{G2} \dots$
$\Delta U_S$	Ausdehnung der Coulomb-Rauten in $U_S$
$e$	Betrag der Elektronenladung
$E$	Energie
$E_0$	Energie für null Elektronen auf einem Doppelquantenpunkt
$E_2$	Energie für zwei Elektronen auf einem Doppelquantenpunkt
$E_{as}$	Energie eines Doppelquantenpunktes im antisymmetrischen Zustand
$E_C$	Energie der Leitungsbandkante
$E_L$	Ladeenergie eines Quantenpunktes
$E_N$	Gesamtenergie eines Quantenpunktes mit $N$ Elektronen im Grundzustand
$E_{NA}, E_{NB}, E_{NC}$	$E_N$ für Quantenpunkte A, B, C
$E_{NA,NB,NC}$	Gesamtenergie eines Dreifachquantenpunktes mit $N_A, N_B, N_C$ Elektronen auf A, B, C

$E_N^*$	Gesamtenergie eines Quantenpunktes mit $N$ Elektronen in angeregtem Zustand
$E_{NA}^*, E_{NB}^*, E_{NC}^*$	$E_N^*$ für Quantenpunkte A, B, C
$E_s$	Energie eines Doppelquantenpunktes im symmetrischen Zustand
$\eta_i$	Subbandenergie
$\varepsilon_0, \varepsilon_r$	Dielektrizitätskonstante im Vakuum, in GaAs
$\epsilon_i$	Elektronenenergie im 2DEG
$\epsilon_{i,n}$	Energie eines 2DEGs im senkrechten Magnetfeld, Energien der Landau-Level
$\epsilon_{i,n,s}$	Energien spinaufgespaltener Landau-Level
$\epsilon_{i,n,m,s}$	Fock-Darwin-Energien
$\epsilon_{n,m,s}$	Fock-Darwin-Energien bezogen auf die Subbandenergie $\eta_i$
$\varepsilon_N$	Durchnummerierte Fock-Darwin-Energien, quantenmechanische Grundzustandsenergie für das $N$ -te Elektron im Constant-Interaction-Modell
$f(E, T)$	Fermifunktion
$F$	Relative Kopplungsstärke $F = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_b}$
$g$	Elektronen-Landé-Faktor
$G$	Differentielle Leitfähigkeit
$G_1, G_2$	Differentielle Leitfähigkeit entlang Pfad 1, Pfad 2
$G_{\text{Peak}}$	Leitfähigkeit entlang eines Coulomb-Peaks
$G_{\text{Tal}}$	Leitfähigkeit entlang eines Coulomb-Tals
$\Gamma$	Zerfallsrate eines Quantenpunktzustandes, Tunnelrate
$\Gamma_{\uparrow}$	Tunnelrate für Spin up
$\Gamma_{\downarrow}$	Tunnelrate für Spin down
$\Gamma_0$	Tunnelrate für Grundzustandsübergänge in LL0 eines Quantenpunktes
$\Gamma_0^*$	Tunnelrate für Übergänge mit angeregten Zuständen in LL0 eines Quantenpunktes
$\Gamma_1$	Tunnelrate für Grundzustandsübergänge in LL1 eines Quantenpunktes
$\Gamma_1^*$	Tunnelrate für Übergänge mit angeregten Zuständen in LL1 eines Quantenpunktes

$\Gamma_{AB}$	Tunnelrate zwischen Quantenpunkt A und B
$\Gamma_{\text{aus}}$	Tunnelrate aus dem Quantenpunkt
$\Gamma_{\text{in}}$	Tunnelrate in den Quantenpunkt
$\Gamma_D, \Gamma_S$	Tunnelrate an Drain, Source
$\Gamma_{D1}, \Gamma_{D2}$	Tunnelrate an Drain 1, Drain 2
$\Gamma_{D0\uparrow}$	Drain-Tunnelrate für Grundzustandsübergänge in LL0 eines Quantenpunktes mit Spin up
$\Gamma_r$	Relaxationsrate
$h$	Plancksches Wirkungsquantum
$\hbar$	$h/2\pi$
<b><math>H</math></b>	Hamilton-Operator
$i$	Index
$I$	Strom
$I_{AC}$	Wechselstrom
$I_{DC}$	Gleichstrom
$I_{SD}$	Strom zwischen Source und Drain
$I_{QPC}$	Strom durch den QPC
$k$	Impulsbetrag
$k_x, k_y$	Impuls in x-, y-Richtung
$k_B$	Boltzmann-Konstante
$l_z$	Drehimpulsoperator in z-Richtung
$L$	Kantenlänge bzw. räumliche Periodizität eines Systems
$m$	Magnetische Quantenzahl im Fock-Darwin-Spektrum
$m^*$	Effektive Masse
$m_a, m_b$	Positive, negative Steigung von Coulomb-Peaks im Magnetfeld
$m_e$	Masse freier Elektronen
$\mu_{0,s}$	Chemisches Potential für den Übergang $\Psi_0 \leftrightarrow \Psi_s$
$\mu_{s,2}$	Chemisches Potential für den Übergang $\Psi_s \leftrightarrow \Psi_2$
$\mu_{0,as}$	Chemisches Potential für den Übergang $\Psi_0 \leftrightarrow \Psi_{as}$
$\mu_{as,2}$	Chemisches Potential für den Übergang $\Psi_{as} \leftrightarrow \Psi_2$
$\mu_B$	Bohrsches Magneton
$\mu_D$	Chemisches Potential an Drain
$\mu_{D1}, \mu_{D2}$	Chemisches Potential an Drain 1, Drain 2

$\mu_e$	Elektronenmobilität
$\mu_N$	Chemisches Potential des Grundzustandsübergangs $E_{N-1} \leftrightarrow E_N$
$\mu_{NA}, \mu_{NB}, \mu_{NC}$	$\mu_N$ für Quantenpunkte A, B, C
$\mu_{N0}$	$\mu_N$ bei geerdeten Gates und Zuleitungen
$\mu_{NA0}, \mu_{NB0}, \mu_{NC0}$	$\mu_{N0}$ für Quantenpunkte A, B, C
$\mu_N^*$	Chemisches Potential eines Übergangs zu $N$ Elektronen unter Beteiligung angeregter Zustände
$\mu_N^{*1}$	Chemisches Potential für den Übergang $E_{N-1} \leftrightarrow E_N^*$
$\mu_N^{*2}$	Chemisches Potential für den Übergang $E_{N-1}^* \leftrightarrow E_N$
$\mu_{NA}^{*1}, \mu_{NA}^{*2}$	$\mu_N^{*1}, \mu_N^{*2}$ für Quantenpunkt A (analog für Quantenpunkt B, C)
$\mu_S$	Chemisches Potential an Source
$\mu_{S,D}$	Chemisches Potential der Zuleitungen Source und Drain
$\mu_{S0}$	$\mu_S$ bei $U_S = 0$
$n$	Natürliche Zahl
$n_e$	Elektronendichte
$n_L$	Entartungsgrad der Landau-Level
$N$	Anzahl Elektronen
$N_A, N_B, N_C$	Anzahl Elektronen auf Quantenpunkt A, B, C
$\nu$	Füllfaktor
$\nu_{QP}$	Füllfaktor im Quantenpunkt
$\omega_0$	Kreisfrequenz eines harmonischen 2D-Einschlußpotentials
$\omega_c$	Zyklotronfrequenz
$\mathbf{p}$	Impulsoperator
$\mathbf{p}_x, \mathbf{p}_y$	Impulsoperator in x-, y-Richtung
$\varphi_A, \varphi_B$	Atomare Wellenfunktionen der Atome A und B
$\Psi$	Wellenfunktion eines Moleküls
$\Psi_0$	Wellenfunktion für Molekül mit null Elektronen
$\Psi_2$	Wellenfunktion für Molekül mit zwei Elektronen
$\Psi_s$	Symmetrische Wellenfunktion

$\Psi_{\text{as}}$	Antisymmetrische Wellenfunktion
$Q$	Ladung
$Q_A, Q_B, Q_C$	Ladung auf Quantenpunkt A, B, C
$r$	Radialkoordinate in x-y-Ebene ( $r^2 = x^2 + y^2$ ), Radius einer Kreisscheibe
$r_{\text{max}}$	maximaler Radius des Quantenpunktpotentials im Grundzustand, bei dem Quanteneffekte noch sichtbar sind
$R$	Widerstand
$R_1, R_2$	Widerstand von Pfad 1, Pfad 2
$R_D$	Tunnelwiderstand zwischen Drain und Quantenpunkt
$R_S$	Tunnelwiderstand zwischen Source und Quantenpunkt
$s$	Elektronen-Spin-Quantenzahl $s = \pm 1/2$
$s_g, s_u$	Gesamtspin für gerade, ungerade Elektronenzahl am Rand eines Quantenpunktes
$t$	Energiedifferenz zwischen symmetrischem und antisymmetrischem Zustand
$t_{\text{max}}$	Maximaler Wert für $t$ bei Resonanz zweier atomarer Zustände
$T$	Temperatur
$\tau$	Lebensdauer eines Quantenpunktzustandes
$U$	Spannung
$U_{\perp}$	Spannungsrichtung senkrecht zu Coulomb-Blockadelinien in Ladungsdiagrammen
$U_{\parallel}$	Spannungsrichtung parallel zu Coulomb-Blockadelinien in Ladungsdiagrammen
$U_{AC}$	Wechselspannung
$U_D$	Spannung an Drain
$U_G$	Gatespannung
$U_{G1}, U_{G2}\dots$	Spannung an Gate 1, Gate 2...
$U_{GQPC}$	Spannung an $G_{QPC}$
$U_S$	Spannung an Source
$U_{SD}$	Spannung zwischen Source und Drain
$U_{SQPC}$	Spannung an $S_{QPC}$

$V$	Volumen
$V_F$	Volumen der Fermikugel
$V_k$	Volumen eines Zustands im Impulsraum
$V(z)$	Einschlusspotential in z-Richtung
$x, y, z$	Kartesische Koordinaten
$Z$	Anzahl besetzbarer Zustände
$Z_L$	Anzahl besetzbarer Zustände eines periodischen Systems mit Periodizität $L$

## Abkürzungen

0D	Nulldimensional
1D	Eindimensional
2D	Zweidimensional
3D	Dreidimensional
2DEG	Zweidimensionales Elektronengas
A, B, C	Quantenpunkte A, B, C
AFM	Rasterkraftmikroskop (atomic force microscope)
Al	Alluminium
As	Arsen
BG	Backgate
D	Drain
D1, D2, D3	Doppelquantenpunktproben
$D_1, D_2$	Drain 1, Drain 2
$D_{QPC}$	Drain des QPCs
DAC	Digital-Analog-Wandler (digital analog converter)
$e^-$	Elektron
E1, E2, E3, E4	Einzelquantenpunktproben
G	Gate
$G_1, G_2...$	Gate 1, Gate 2...
$G_{QPC}$	Gate am QPC
Ga	Gallium
GND	Erdpotential (Ground)
GPIB	general purpose interface bus
$h^+$	Loch

H	Wasserstoff
He	Helium (Isotope $^3\text{He}$ , $^4\text{He}$ )
I	Isopropanol
LAO	Lokale anodische Oxidation
LL	Landau-Level (LL0, LL1, ...)
MBE	Molekularstrahlepitaxie (molecular beam epitaxy)
MIBK	Methylisobutylketon
MPC	Michaël Prætorius Creutzbergensis [127]
NDL	Negative differentielle Leitfähigkeit
O	Sauerstoff
P	Phosphor
P1, P2	Peak 1, Peak 2
PMMA	Polymethylmethacrylat (Plexiglas)
QP	Quantenpunkt
qp1 bis qp6	Quadrupelpunkte 1 bis 6
QPC	Quantenpunktkontakt (quantum point contact)
S	Source
$S_{\text{QPC}}$	Source des QPCs
SEM	Rasterelektronenmikroskop (scanning electron microscope)
Si	Silizium
T1, T2, T3	Dreifachquantenpunktproben
TG	Topgate
$TG_1, TG_2, \dots$	Topgate 1, Topgate 2...
$TG_{\text{QPC}}$	Topgate am QPC
tp1, tp2	Tripelpunkte 1 und 2
UV	Ultraviolett
w. E.	willkürliche Einheiten

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Zustandsdichten . . . . .	19
2.2	Zustandsdichte in 0D . . . . .	20
2.3	2D-Zustandsdichte im Magnetfeld . . . . .	22
2.4	Fock-Darwin-Spektrum . . . . .	24
2.5	Additionsspektrum . . . . .	27
2.6	Besetzung in 3D und 2D . . . . .	29
2.7	Randkanäle im Magnetfeld . . . . .	29
2.8	2D-0D-2D Tunneln . . . . .	31
2.9	Kapazitives Modell . . . . .	33
2.10	Steuerung eines Quantenpunktes . . . . .	34
3.1	Gitterstruktur von GaAs . . . . .	39
3.2	Leitungsbandverlauf einer Heterostruktur . . . . .	40
3.3	Heterostruktur 1129 . . . . .	42
3.4	Heterostruktur 7-10-00.1 . . . . .	42
3.5	Heterostruktur C021212A . . . . .	43
3.6	Heterostruktur C021227B . . . . .	43
3.7	Optische Lithographie: Mesa . . . . .	45
3.8	Optische Lithographie: Ohmsche Kontakte . . . . .	46
3.9	Ohmsche Kontaktierung . . . . .	46
3.10	Vollständige optisch hergestellte Struktur . . . . .	47
3.11	Schema zur Elektronenstrahlolithographie . . . . .	48
3.12	Beispiel zur Elektronenstrahlolithographie . . . . .	49
3.13	Spitze eines Rasterkraftmikroskops . . . . .	50
3.14	Schema zur lokalen anodischen Oxidation . . . . .	51
3.15	Beispiel zur lokalen anodischen Oxidation . . . . .	52
3.16	Kombination Elektronenstrahlolithographie - lokale anodische Oxidation . . . . .	55

4.1	Innenleben eines $^3\text{He}^4\text{He}$ -Entmischungskryostaten . . . . .	58
4.2	Messaufbau . . . . .	60
5.1	Probe E1 . . . . .	63
5.2	Probe E2 . . . . .	64
5.3	Probe E3 . . . . .	65
5.4	Probe E4 . . . . .	66
5.5	Probe D1 . . . . .	66
5.6	Probe D2 . . . . .	67
5.7	Probe T1 . . . . .	68
5.8	Probe T2 . . . . .	68
5.9	Probe D3 . . . . .	70
5.10	Probe T3 . . . . .	70
6.1	Probe E1: <i>IU</i> -Kennlinien . . . . .	74
6.2	Probe E1: Wechselspiel von Source- und Gatespannung . . . . .	76
6.3	Probe E1: Coulomb-Rauten . . . . .	77
6.4	Probe E1: Coulomb-Blockade . . . . .	78
6.5	Probe E1: Ladungsdiagramm . . . . .	79
6.6	Probe E2: Funktionsweise der Ladungsmessung . . . . .	83
6.7	Probe E2: Coulomb-Blockade mit Ladungsmessung . . . . .	85
6.8	Probe E2: Ladungsdiagramm . . . . .	86
6.9	Probe T2: QPC als Gate . . . . .	88
6.10	Probe E2: Coulomb-Rauten bei asymmetrischen Tunnelraten . . . . .	89
6.11	Probe E2: Einfluss der Barrierensymmetrie auf die Ladungsdetektion . . . . .	91
6.12	Probe E2: Symmetrielinie . . . . .	92
6.13	Probe E2: Angeregte Zustände in der Ladungsdetektion . . . . .	93
6.14	Probe E2: Angeregte Zustände bei asymmetrischen Tunnelraten . . . . .	95
6.15	Probe T2, C: Das erste Orbital im Magnetfeld . . . . .	97
6.16	Probe T2, C: Zeeman-Aufspaltung . . . . .	98
6.17	Probe D2, A: Spinpairing . . . . .	100
6.18	$\varepsilon_{53}$ im Fock-Darwin-Spektrum . . . . .	101
6.19	Probe D2, A: Zickzackmuster im Magnetfeld . . . . .	102
6.20	Probe D2, A: Oszillation der Peakposition . . . . .	103

6.21	Probe D2, A: Steigungen der Peakposition . . . . .	104
6.22	Schalenmodell eines Quantenpunktes im Magnetfeld . . . . .	105
6.23	Schema zur Spinkonfiguration im Magnetfeld . . . . .	106
6.24	Probe E2: Ladungsmessung interner Umladungen im Magnetfeld . . . . .	107
6.25	Probe D2, A: Zeeman-Aufspaltung im Zickzackmuster . . . . .	108
6.26	Probe D2, A: Spinblockade . . . . .	109
6.27	Schema zur Spinpolarisation der Zuleitungen . . . . .	110
6.28	Probe D2, A: Spinblockade mit NDL . . . . .	111
6.29	Probe D2, A: Einfluss der Sourcespannung auf die NDL . . . . .	112
6.30	Schema zur Levelstruktur für NDL . . . . .	113
6.31	Simulation der Spinblockade mit NDL . . . . .	115
6.32	Schema zum Spin 1/2 Kondo-Effekt . . . . .	116
6.33	Probe D2, A: Coulomb-Raute mit Kondo-Leitfähigkeit . . . . .	117
6.34	Probe E3: Kondo-Schachbrett . . . . .	119
6.35	Probe E3: Kombination Kondo-Effekt, Spinblockade . . . . .	120
6.36	Probe E3: Übergang von Kondo-Effekt zu Spinblockade . . . . .	121
6.37	Probe D2, A: Kondo-Effekt und Spinblockade bei regulärer Spinkonfiguration . . . . .	122
6.38	Probe E3: Kondo-Effekt und Spinblockade bei spinpolarisierter Spinkonfiguration . . . . .	123
6.39	Schema zum Wechsel der Spinkonfiguration . . . . .	125
6.40	Kombination von Spinblockade und Kondo-Effekt an Probe E4 . . . . .	127
6.41	Probe E4: Wechsel im Schachbrettmuster . . . . .	128
6.42	Probe E4: getrennte Analyse von Spinblockade und Kondo-Effekt . . . . .	130
6.43	Probe E4: Analyse der Übergänge im kombinierten Schachbrettmuster . . . . .	131
7.1	Energieschema kapazitiv gekoppelter Quantenpunkte . . . . .	137
7.2	Schematisches Ladungsdiagramm eines Doppelquantenpunktes bei kapazitiver Kopplung . . . . .	138
7.3	Wellenfunktion eines symmetrischen und antisymmetrischen Molekülzustands . . . . .	140

7.4	Energieschema eines Doppelquantenpunktes mit Tunnelkopplung . . . . .	141
7.5	Schematisches Ladungsdiagramm eines Doppelquantenpunktes bei Tunnelkopplung . . . . .	142
7.6	Mögliche Anordnung von Zuleitungen . . . . .	143
7.7	Probe D1: Ladungsdiagramm eines parallelen Doppelquantenpunktes . . . . .	144
7.8	Probe T2, A-B: Ladungsdiagramm eines seriellen Doppelquantenpunktes . . . . .	144
7.9	Probe D2: Ladungsdiagramm . . . . .	145
7.10	Probe D2: Variation der Kopplung . . . . .	147
7.11	Probe D2: Einfluss von Topgatespannung und Magnetfeld auf die Kopplungsstärke . . . . .	148
7.12	Probe D2: Spinblockade bei kapazitiver Kopplung . . . . .	150
7.13	Schema: Tripelpunkte bei endlicher Sourcespannung und schwacher Tunnelkopplung . . . . .	152
7.14	Schema: Angeregte Zustände bei endlicher Sourcespannung und schwacher Tunnelkopplung . . . . .	153
7.15	Probe T2, A-C: Angeregte Zustände im Ladungsdiagramm . . . . .	155
7.16	Probe T2, A-C: NDJ durch angeregte Zustände . . . . .	156
7.17	Probe T2, A-B: Angeregte Zustände im Ladungsdiagramm . . . . .	157
7.18	Probe T1, A-B: Angeregte Zustände, Hinweis auf schwache Tunnelkopplung . . . . .	158
7.19	Probe T1: Angeregte Zustände, Hinweis auf starke Tunnelkopplung . . . . .	159
7.20	Schema: Tripelpunkte bei endlicher Sourcespannung und starker Tunnelkopplung . . . . .	160
7.21	Schema: Angeregte Molekülzustände . . . . .	161
7.22	Probe T2, A-B: Ladungsdetektion hexagonaler Zellen . . . . .	163
7.23	Probe T2, A-B: Umladungen zwischen den Quantenpunkten . . . . .	164
7.24	Probe T2, A-B: Ladungsmessung bei schwacher Tunnelkopplung . . . . .	165
7.25	Probe T2, A-B: Ladungsmessung angeregter atomarer Zustände in Doppelquantenpunkten . . . . .	166
7.26	Probe T2, A-C: Ladungsmessung bei starker Tunnelkopplung . . . . .	169
7.27	Probe T2, A-C: Ladungsmessung eines Molekülzustands . . . . .	170

8.1	Modell des dreidimensionalen Ladungsdiagramms eines Dreifachquantenpunktes . . . . .	177
8.2	Quadrupelpunkte im dreidimensionalen Ladungsdiagramm eines Dreifachquantenpunktes . . . . .	179
8.3	Schnitte durch das Modell des dreidimensionalen Ladungsdiagramms eines Dreifachquantenpunktes . . . . .	180
8.4	Mit dem QPC gemessenes Ladungsdiagramm an Probe T2 .	181
8.5	Probe T2: Dreifachresonanzen in der Ladungsmessung . . .	184
8.6	Modell der Ladungsdiagramme für Transport durch Dreifachquantenpunkte mit drei bzw. zwei Quantenpunkten in Serie . . . . .	186
8.7	Schema zur Zweipfadmessung an Probe T2 . . . . .	188
8.8	Modell des Ladungsdiagramms von Probe T2 bei Zweipfadmessung . . . . .	189
8.9	Probe T2: Zweipfadmessung mit Ladungsdetektion . . . . .	190
8.10	Probe T2: Durchstimmen von Dreifachresonanzen in farbkodierter Zweipfadmessung . . . . .	192
8.11	Probe T2: Extrahierte Leitfähigkeit des Gesamtsystems . .	194



# Literaturverzeichnis

- [1] C. W. J. Beenakker, *Theory of Coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot*, Phys. Rev. B **44**, 1646 (1991).
- [2] L. P. Kouwenhoven, C. M. Marcus, P. L. McEuen, S. Tarucha, R. M. Westervelt und N. S. Wingreen, *Electron Transport in Quantum Dots*, Mesoscopic Electron Transport, NATO Advanced Study Institute Series E: Applied Sciences **345**, 105 (1997).
- [3] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage und L. P. Kouwenhoven, *Shell Filling and Spin Effects in a Few Electron Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3613 (1996).
- [4] L. Kouwenhoven und C. Marcus, *Quantum dots*, Physics World **June**, 35 (1998).
- [5] R. H. Blick, R. J. Haug, J. Weis, D. Pfannkuche, K. v. Klitzing und K. Eberl, *Single-electron tunneling through a double quantum dot: The artificial molecule*, Phys. Rev. B **53**, 7899 (1996).
- [6] D. Loss und D. P. DiVincenzo, *Quantum computation with quantum dots*, Phys. Rev. A **57**, 120 (1998).
- [7] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing und S. Tarucha, *Few-electron quantum dots*, Rep. Prog. Phys. **64**, 701 (2001).
- [8] C. J. Gorter, *A possible explanation of the increase of the electrical resistance of thin metal films at low temperatures and small field strengths*, Physica **17**, 777 (1951).
- [9] S. M. Sze, *Semiconductor Devices - Physics and Technology* (John Wiley & Sons, 1985).

- [10] H. Beneking, *Halbleitertechnologie - Einführung in die Prozeßtechnik von Silizium und III-V-Verbindungen* (B. G. Teubner Stuttgart, 1991).
- [11] T. Heinzel, *Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostructures* (Wiley-VCH, 2003).
- [12] M. Köhler, *Nanotechnologie - Eine Einführung in die Nanostrukturtechnik* (Wiley-VCH, 2001).
- [13] G. Binnig, C. F. Quate und C. Gerber, *Atomic force microscope*, Phys. Rev. Lett. **56**, 930 (1986).
- [14] M. A. Kastner, *The single-electron transistor*, Rev. Mod. Phys. **64**, 849 (1992).
- [15] U. Meirav und E. B. Foxman, *Single-electron phenomena in semiconductors*, Semicond. Sci. Technol. **11**, 255 (1996).
- [16] W. G. van der Wiel, S. D. Franceschi, J. M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Electron transport through double quantum dots*, Rev. Mod. Phys. **75**, 1 (2003).
- [17] R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, S. Tarucha und L. M. K. Vandersypen, *Spins in few-electron quantum dots*, Rev. Mod. Phys. **79**, 1217 (2007).
- [18] H. Ibach und H. Lüth, *Festkörperphysik - Einführung in die Grundlagen, 6. Auflage* (Springer, 2002).
- [19] H. Vogel, *Gerthsen Physik, 19. Auflage* (Springer, 1997).
- [20] F. Schwabl, *Quantenmechanik, 5. Auflage* (Springer, 1998).
- [21] L. Jacak, P. Hawrylak und A. Wójs, *Quantum Dots* (Springer, 1998).
- [22] W. Demtröder, *Experimentalphysik 3 - Atome, Moleküle und Festkörper, 3. Auflage* (Springer, 2005).
- [23] V. Fock, Z. Phys. **47**, 446 (1928).

- [24] C. G. Darwin, *Prog. Camp. Phil. Soc.* **27**, 86 (1930).
- [25] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin und K. W. West, *N-Electron Ground State Energies of a Quantum Dot in Magnetic Field*, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 613 (1993).
- [26] S. Lüscher, T. Heinzel, K. Ensslin, W. Wegscheider und M. Bichler, *Signatures of Spin Pairing in Chaotic Quantum Dots*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2118 (2001).
- [27] G. Breit und E. Wigner, *Capture of Slow Neutrons*, *Phys. Rev.* **49**, 519 (1936).
- [28] C. Joachim, J. K. Gimzewski, R. R. Schlittler und C. Chavy, *Electronic Transparency of a Single C60 Molecule*, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2102 (1995).
- [29] I. Hapke-Wurst, *Resonanter Magnetotransport durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte*, Dissertation, Universität Hannover, Inst. f. Festkörperphysik, Abt. Nanostrukturen, 2002.
- [30] L. Chico, M. P. López Sancho und M. C. Muñoz, *Carbon-Nanotube Based Quantum Dot*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1278 (1998).
- [31] M. A. Reed, J. N. Randall, R. J. Aggarwal, R. J. Matyi, T. M. Moore und A. E. Wetsel, *Observation of Discrete Electronic States in a Zero-Dimensional Semiconductor Nanostructure*, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 535 (1988).
- [32] S. Adachi, *GaAs, AlAs, and AlxGa1-xAs: Material parameters for use in research and device applications*, *J. Appl. Phys.* **58**, R1 (1985).
- [33] H. W. Schumacher, *Nanostrukturierung mit dem Rasterkraftmikroskop: Vom zweidimensionalen Elektronengas zum Einzelelektronentransistor*, Dissertation, Universität Hannover, Inst. f. Festkörperphysik, Abt. Nanostrukturen, 2000.
- [34] M. Ishii und K. Matsumoto, *Control of Current in 2DEG Channel by Oxide Wire Formed Using AFM*, *Jpn. J. Appl. Phys.* **34**, 1329 (1995).

- [35] U. F. Keyser, H. W. Schumacher, U. Zeitler, R. J. Haug und K. Eberl, *Fabrication of a single-electron transistor by current-controlled local oxidation of a two-dimensional electron system*, Appl. Phys. Lett. **76**, 451 (2000).
- [36] A. Fuhrer, S. Lüscher, T. Ihn, T. Heinzel, K. Ensslin, W. Wegscheider, und M. Bichler, *Transport properties of quantum dots with steep walls*, Phys. Rev. B **63**, 125309 (2001).
- [37] S. K. Ghandi, *VLSI Fabrication Principles, 2nd. ed.* (John Wiley & Sons, 1994).
- [38] M. Ciorga, A. S. Sachrajda, P. Hawrylak, C. Gould, P. Zawadzki, S. Jullian, Y. Feng und Z. Wasilewski, *Addition spectrum of a lateral dot from Coulomb and spin-blockade spectroscopy*, Phys. Rev. B **61**, R16315 (2000).
- [39] R. Held, S. Lüscher, T. Heinzel, K. Ensslin und W. Wegscheider, *Fabricating tunable semiconductor devices with an atomic force microscope*, Appl. Phys. Lett. **75**, 1134 (1999).
- [40] M. C. Rogge, C. Fühner, U. F. Keyser, R. J. Haug, M. Bichler, G. Abstreiter und W. Wegscheider, *Combined atomic force microscope and electron-beam lithography used for the fabrication of variable-coupling quantum dots*, Appl. Phys. Lett. **83**, 1163 (2003).
- [41] F. Pobell, *Matter and Methods at Low Temperatures, 2nd ed.* (Springer, 1996).
- [42] A. Džiaugys, *Fabrication and characterisation of lateral quantum dots*, Bachelorarbeit, Vilniaus Universitetas, Fizikos Fakultetas, Radiofizikos Katedra, 2004.
- [43] B. Harke, *Herstellung und Untersuchung von Quantenpunktkontakten und Quantenpunkten - Möglichkeiten der AFM-Lithographie*, Diplomarbeit, Universität Hannover, Inst. f. Festkörperphysik, Abt. Nanostrukturen, 2004.

- [44] D. Kupidura, *Fabrication and transport investigation on quantum dots*, Diplomarbeit, Universität Hannover, Inst. f. Festkörperphysik, Abt. Nanostrukturen, 2005.
- [45] C. Fühner, *Magneto-Transport Investigations on Multi-Electron Quantum Dots: Coulomb Blockade, Kondo Effekt and Fano Regime*, Dissertation, Universität Hannover, Inst. f. Festkörperphysik, Abt. Nanostrukturen, 2002.
- [46] C. Fühner, U. F. Keyser, R. J. Haug, D. Reuter und A. D. Wieck, *Flux-quantum-modulated Kondo conductance in a multielectron quantum dot*, Phys. Rev. B **66**, R161305 (2002).
- [47] M. C. Rogge, *Herstellung und Charakterisierung von Doppelquantenpunktstrukturen - Kombinierte Nanostrukturierung mit Elektronenstrahl- und Rasterkraftmikroskop*, Diplomarbeit, Universität Hannover, Inst. f. Festkörperphysik, Abt. Nanostrukturen, 2003.
- [48] H. van Houten und C. W. J. Beenakker, *Comment on Conductance oscillations periodic in the density of a one-dimensional electron gas*, Phys. Rev. Lett. **63**, 1893 (1989).
- [49] R. I. Shekhter, *Zero anomalies in the resistance of a tunnel junction containing metallic inclusions in the oxide layer*, Sov. Phys. - JETP **36**, 747 (1973).
- [50] I. O. Kulik und R. I. Shekhter, *Kinetic phenomena and charge discreteness effects in granulated media*, Sov. Phys. - JETP **41**, 308 (1975).
- [51] M. Field, C. G. Smith, M. Pepper, D. A. Richie, J. E. F. Frost, G. A. C. Jones und D. G. Hasko, *Measurements of Coulomb blockade with a noninvasive voltage probe*, Phys. Rev. Lett. **70**, 1311 (1993).
- [52] J. M. Elzerman, R. Hanson, J. S. Greidanus, L. H. W. van Beveren, S. D. Franceschi, L. M. K. Vandersypen, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Few-electron quantum dot circuit with integrated charge read out*, Phys. Rev. B **67**, R161308 (2003).

- [53] A. C. Johnson, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard, *Charge sensing of excited states in an isolated double quantum dot*, Phys. Rev. B **71**, 115333 (2005).
- [54] R. Nemutudi, M. Kataoka, C. J. B. Ford, N. J. Appleyard, M. Pepper, D. A. Ritchie und G. A. C. Jones, *Noninvasive lateral detection of Coulomb blockade in a quantum dot fabricated using atomic force microscopy*, J. Appl. Phys. **95**, 2557 (2004).
- [55] R. Schleser, E. Ruh, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Time-resolved detection of individual electrons in a quantum dot*, Appl. Phys. Lett. **85**, 2005 (2004).
- [56] R. Schleser, E. Ruh, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Finite-bias charge detection in a quantum dot*, Phys. Rev. B **72**, 035312 (2005).
- [57] L. Y. Chen und C. S. Ting, *Coulomb staircase in the I-V characteristic of an ultrasmall double-barrier resonant-tunneling structure*, Phys. Rev. B **44**, 5916 (1991).
- [58] A. A. Kiselev, E. L. Ivchenko und U. Rössler, *Electron g factor in one- and zero-dimensional semiconductor nanostructures*, Phys. Rev. B **58**, 16353 (1998).
- [59] P. L. McEuen, E. B. Foxman, J. Kinaret, U. Meirav, M. A. Kastner, N. S. Wingreen und S. J. Wind, *Self-consistent addition spectrum of a Coulomb island in the quantum Hall regime*, Phys. Rev. B **45**, 11419 (1992).
- [60] P. Hawrylak, C. Gould, A. Sachrajda, Y. Feng und Z. Wasilewski, *Collapse of the Zeeman gap in quantum dots due to electronic correlations*, Phys. Rev. B **59**, 2801 (1999).
- [61] M. Keller, U. Wilhelm, J. Schmid, J. Weis, K. v. Klitzing und K. Eberl, *Quantum dot in high magnetic fields: Correlated tunneling of electrons probes the spin configuration at the edge of the dot*, Phys. Rev. B **64**, 033302 (2001).
- [62] E. Räsänen, Nicht veröffentlicht .

- [63] M. Stopa, W. van der Wiel, S. D. Franceschi, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Magnetically Induced Chessboard Pattern in the Conductance of a Kondo Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **91**, 046601 (2003).
- [64] D. Weinmann, W. Häusler und B. Kramer, *Spin Blockades in Linear and Nonlinear Transport through Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **74**, 984 (1995).
- [65] K. Ono, D. G. Austing, Y. Tokura und S. Tarucha, *Current Rectification by Pauli Exclusion in a Weakly Coupled Double Quantum Dot System*, Science **297**, 1313 (2002).
- [66] M. Ciorga, M. Pioro-Ladrière, P. Zawadzki, P. Hawrylak und A. S. Sachrajda, *Tunable negative differential resistance controlled by spin blockade in single-electron transistors*, Appl. Phys. Lett. **80**, 2177 (2002).
- [67] J. Kondo, *Resistance Minimum in Dilute Magnetic Alloys*, Prog. Theo. Phys. **32**, 37 (1964).
- [68] L. Kouwenhoven und L. Glazman, *Revival of the Kondo effect*, Physics World 33 (2001).
- [69] D. Goldhaber-Gordon, H. Shtrikman, D. Mahalu, D. Abusch-Magder, U. Meirav und M. A. Kastner, *Kondo effect in a single-electron transistor*, Phys. Rev. Lett. **391**, 156 (1998).
- [70] S. M. Cronenwett, T. H. Oosterkamp und L. P. Kouwenhoven, *A Tunable Kondo Effect in Quantum Dots*, Science **281**, 540 (1998).
- [71] J. Schmid, J. Weis, K. Eberl und K. v. Klitzing, *A quantum dot in the limit of strong coupling to reservoirs*, Physica B **256**, 182 (1998).
- [72] S. D. Franceschi, S. Sasaki, J. M. Elzerman, W. G. van der Wiel, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Electron Cotunneling in a Semiconductor Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **86**, 878 (2001).
- [73] P. W. Anderson, *Localized Magnetic States in Metals*, Phys. Rev. **124**, 41 (1961).

- [74] L. I. Glazman und M. E. Raikh, *Resonant Kondo transparency of a barrier with quasilocal impurity states*, JETP **47**, 452 (1988).
- [75] T. K. Ng und P. A. Lee, *On-Site Coulomb Repulsion and Resonant Tunneling*, Phys. Rev. Lett. **61**, 1768 (1988).
- [76] N. S. Wingreen und Y. Meir, *Anderson model out of equilibrium: Noncrossing-approximation approach to transport through a quantum dot*, Phys. Rev. B **49**, 11040 (1994).
- [77] S. Sasaki, S. D. Franceschi, J. M. Elzerman, W. G. van der Wiel, M. Eto, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Kondo effect in an integer-spin quantum dot*, Nature **405**, 764 (2000).
- [78] J. Nygård, D. H. Cobden und P. E. Lindelof, *Kondo physics in carbon nanotubes*, Nature **408**, 342 (2000).
- [79] J. Schmid, J. Weis, K. Eberl und K. v. Klitzing, *Split Kondo resonance in quantum dots at finite magnetic field*, Physica E **9**, 54 (2001).
- [80] M. Ciorga, A. Wensauer, M. Pioro-Ladrière, M. Korkusinski, J. Kyriakidis, A. S. Sachrajda und P. Hawrylak, *Collapse of the Spin-Singlet Phase in Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **88**, 256804 (2002).
- [81] A. Wensauer, M. Korkusinski und P. Hawrylak, *Theory of the spin-singlet filling factor  $\nu=2$  quantum Hall droplet*, Phys. Rev. B **67**, 035325 (2003).
- [82] A. H. MacDonald, S. R. E. Yang und M. D. Johnson, *Quantum Dots in Strong Magnetic Fields: Stability Criteria for the Maximum Density Droplet*, Aust. J. Phys. **46**, 345 (1993).
- [83] C. de C. Chamon und X. G. Wen, *Sharp and smooth boundaries of quantum Hall liquids*, Phys. Rev. B **49**, 8227 (1994).
- [84] O. Klein, C. de C. Chamon, D. Tang, D. M. Abusch-Magder, U. Meirav, X. G. Wen, M. A. Kastner und S. J. Wind, *Exchange Effects in an Artificial Atom at High Magnetic Fields*, Phys. Rev. Lett. **74**, 785 (1995).

- [85] O. Klein, D. Goldhaber-Gordon, C. de C. Chamon und M. A. Kastner, *Magnetic field dependence of the level spacing of a small electron droplet*, Phys. Rev. B **53**, R4221 (1996).
- [86] T. H. Oosterkamp, J. W. Janssen, L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing, T. Honda und S. Tarucha, *Exchange Effects in an Artificial Atom at High Magnetic Fields*, Phys. Rev. Lett. **82**, 2931 (1999).
- [87] I. H. Chan, R. M. Westervelt, K. D. Maranowski und A. C. Gosard, *Strongly capacitively coupled quantum dots*, Appl. Phys. Lett. **80**, 1818 (2002).
- [88] A. Hübner, J. Weis, W. Dietsche und K. v. Klitzing, *Two laterally arranged quantum dot systems with strong capacitive interdot coupling*, Appl. Phys. Lett. **91**, 102101 (2007).
- [89] R. H. Blick, D. Pfannkuche, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Eberl, *Formation of a Coherent Mode in a Double Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4032 (1998).
- [90] A. W. Holleitner, R. H. Blick, A. K. Hüttel, K. Eberl und J. P. Kotthaus, *Probing and Controlling the Bonds of an Artificial Molecule*, Science **297**, 70 (2002).
- [91] T. Hayashi, T. Fujisawa, H. D. Cheong, Y. H. Jeong und Y. Hirayama, *Coherent Manipulation of Electronic States in a Double Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **91**, 226804 (2003).
- [92] T. Hatano, M. Stopa, T. Yamaguchi, T. Ota, K. Yamada und S. Tarucha, *Electron-Spin and Electron-Orbital Dependence of the Tunnel Coupling in Laterally Coupled Double Vertical Dots*, Phys. Rev. Lett. **94**, 066806 (2004).
- [93] A. K. Hüttel, S. Ludwig, H. Lorenz, K. Eberl und J. P. Kotthaus, *Direct control of the tunnel splitting in a one-electron double quantum dot*, Phys. Rev. B **72**, R081310 (2005).
- [94] J. M. Golden und B. I. Halperin, *Relation between barrier conductance and Coulomb blockade peak splitting for tunnel-coupled dots*, Phys. Rev. B **53**, 3893 (1996).

- [95] J. M. Golden und B. I. Halperin, *Higher-order results for the relation between channel conductance and the Coulomb blockade for two tunnel-coupled quantum dots*, Phys. Rev. B **54**, 16757 (1996).
- [96] A. S. Adourian, C. Livermore, R. M. Westervelt, K. L. Campman und A. C. Gossard, *Evolution of Coulomb blockade spectra in parallel coupled quantum dots*, Appl. Phys. Lett. **75**, 424 (1999).
- [97] F. R. Waugh, M. J. Berry, D. J. Mar und R. M. Westervelt, *Single-Electron Charging in Double and Triple Quantum Dots with Tunable Coupling*, Phys. Rev. Lett. **75**, 705 (1995).
- [98] F. R. Waugh, M. J. Berry, C. H. Crouch, C. Livermore, D. J. Mar, R. M. Westervelt, K. L. Campman und A. C. Gossard, *Measuring interactions between tunnel-coupled quantum dots*, Phys. Rev. B **53**, 1413 (1996).
- [99] C. H. Crouch, C. Livermore, R. M. Westervelt, K. L. Campman und A. C. Gossard, *Evolution of the Coulomb gap in tunnel-coupled quantum dots*, Appl. Phys. Lett. **71**, 817 (1997).
- [100] C. Livermore, C. H. Crouch, R. M. Westervelt, K. L. Campman und A. C. Gossard, *The Coulomb Blockade in Coupled Quantum Dots*, Science **274**, 1332 (1996).
- [101] B. Wunsch, *Stabilitätsdiagramm bei endlicher Transportspannung*, Nicht veröffentlicht .
- [102] J. C. Chen, A. Chang und M. R. Melloch, *Transition between Quantum States in a Parallel-Coupled Double Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **92**, 176801 (2004).
- [103] A. W. Holleitner, C. R. Decker, H. Quin, K. Eberl und R. H. Blick, *Coherent Coupling of Two Quantum Dots Embedded in an Aharonov-Bohm Interferometer*, Phys. Rev. Lett. **87**, 256802 (2001).
- [104] T. Ihn, M. Sigrist, K. Ensslin, W. Wegscheider und M. Reinwald, *Interference in a quantum dot molecule embedded in a ring interferometer*, Phys. Rev. Lett. **9**, 111 (2007).

- [105] T. H. Oosterkamp, T. Fujisawa, W. G. van der Wiel, K. Ishibashi, R. V. Hijman, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Microwave spectroscopy of a quantum-dot molecule*, Nature **395**, 873 (1998).
- [106] D. Dixon, L. P. Kouwenhoven, P. L. McEuen, Y. Nagamune, J. Motohisa und H. Sakaki, *Influence of energy level alignment on tunneling between coupled quantum dots*, Phys. Rev. B **53**, 12625 (1996).
- [107] L. DiCarlo, H. J. Lynch, A. C. Johnson, L. I. Childress, K. Crockett, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard, *Differential Charge Sensing and Charge Delocalization in a Tunable Double Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **92**, 226801 (2004).
- [108] J. R. Petta, A. C. Johnson, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard, *Manipulation of a Single Charge in a Double Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **93**, 186802 (2004).
- [109] J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard, *Coherent Manipulation of Coupled Electron Spins in Semiconductor Quantum Dots*, Science **309**, 2180 (2005).
- [110] F. H. L. Koppens, C. Buizert, K. J. Tielrooij, I. T. Vink, K. C. Nowack, T. Meunier, L. P. Kouwenhoven und L. M. K. Vandersypen, *Driven coherent oscillations of a single electron spin in a quantum dot*, Nature **442**, 766 (2006).
- [111] F. Hofmann, T. Heinzl, D. A. Wharam, J. P. Kotthaus, G. Böhm, W. Klein, G. Tränkle und G. Weimann, *Single electron switching in a parallel quantum dot*, Phys. Rev. B **51**, 13872 (1995).
- [112] O. Astafiev, S. Komiyama und T. Kutsuwa, *Double quantum dots as a high sensitive submillimeter-wave detector*, Appl. Phys. Lett. **79**, 1199 (2001).
- [113] M. C. Rogge, C. Fühner, U. F. Keyser und R. J. Haug, *Spin blockade in capacitively coupled quantum dots*, Appl. Phys. Lett. **85**, 606 (2004).

- [114] M. Ciorga, M. Pioro-Ladrière, P. Zawadzki, J. Lapointe, Z. Wasilewski und A. S. Sachrajda, *Coulomb and spin blockade of two few-electron quantum dots in series in the cotunneling regime*, Phys. Rev. B **70**, 235306 (2004).
- [115] M. Pioro-Ladrière, M. Ciorga, J. Lapointe, P. Zawadzki, M. K. P. Hawrylak und A. S. Sachrajda, *Spin-Blockade Spectroscopy of a Two-Level Artificial Molecule*, Phys. Rev. Lett. **91**, 026803 (2003).
- [116] N. C. van der Vaart, S. F. Godijn, Y. V. Nazarov, C. J. P. M. Harman, J. E. Mooij, L. W. Molenkamp und C. T. Foxon, *Resonant Tunneling Through Two Discrete Energy States*, Phys. Rev. Lett. **74**, 4702 (1995).
- [117] R. J. Haug, *Single-Electron Tunneling Through Semiconducting Nanostructures*, Electrochimica Acta **40**, 1283 (1995).
- [118] A. Vidan, R. M. Westervelt, M. Stopa, M. Hanson und A. C. Gosard, *Triple quantum dot charging rectifier*, Appl. Phys. Lett. **85**, 3602 (2004).
- [119] L. Gaudreau, S. A. Studenikin, A. S. Sachrajda, P. Zawadzki, A. Kam, J. Lapointe, M. Korkusinski und P. Hawrylak, *Stability Diagram of a Few-Electron Triple Dot*, Phys. Rev. Lett. **97**, 036807 (2006).
- [120] D. Schröer, A. D. Greentree, L. Gaudreau, K. Eberl, L. C. L. Hollenberg, J. P. Kotthaus und S. Ludwig, *Electrostatically defined serial triple quantum dot charged with few electrons*, Phys. Rev. B **76**, 075306 (2007).
- [121] K. Grove-Rasmussen, H. I. Jørgensen, T. Hayashi, P. E. Lindelof und T. Fujisawa, *Electrostatically defined serial triple quantum dot charged with few electrons*, Nano Lett. **8**, 1055 (2008).
- [122] M. C. Rogge und R. J. Haug, *Two-path transport measurements on a triple quantum dot*, Phys. Rev. B **77**, 193306 (2008).
- [123] B. Michaelis, C. Emary und C. W. J. Beenakker, *All-electronic coherent population trapping in quantum dots*, Europhys. Lett. **73**, 677 (2006).

- [124] C. W. Groth, B. Michaelis und C. W. J. Beenakker, *Counting statistics of coherent population trapping in quantum dots*, Phys. Rev. B **75**, 125315 (2006).
- [125] C. Emary, *Dark states in the magnetotransport through triple quantum dots*, Phys. Rev. B **76**, 245319 (2007).
- [126] D. S. Saraga und D. Loss, *Spin-Entangled Currents Created by a Triple Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **90**, 166803 (2003).
- [127] U. Wellner, *Die Titelholzschnitte in den Drucken des Michaël Prætorius Creutzbergensis*, Dissertation, Hochschule für Musik und Theater „Felix Mendelssohn Bartholdy“ Leipzig, 2008.



# Lebenslauf

Maximilian Christoph Rogge,  
geboren am 28. Dezember 1976 in Hannover

- 1983-1987 Besuch der Grundschule Wasserkampstraße, Hannover
- 1987-1989 Besuch der Orientierungsstufe Lüerstraße, Hannover
- 1989-1996 Besuch des Kaiser Wilhelm Gymnasiums, Hannover
- Mai 1996 Abitur am Kaiser Wilhelm Gymnasium, Hannover
- 1996-1997 Grundwehrdienst in Heide, Husum und Luttmersen
- 1997-2003 Studium der Physik  
an der Universität Hannover  
und der Lancaster University
- Oktober 1999 Vordiplom in Physik an der Universität Hannover
- 2001 Wissenschaftliches Mitglied der  
Low Temperature Physics Group  
der Lancaster University
- 2001-2003 Diplomarbeit am Institut für Festkörperphysik  
der Universität Hannover mit dem Titel  
„Herstellung und Charakterisierung  
von Doppelquantenpunktstrukturen  
- Kombinierte Nanostrukturierung mit  
Elektronenstrahl- und Rasterkraftmikroskop“
- Februar 2003 Diplom in Physik mit Auszeichnung  
an der Universität Hannover
- Seit März 2003 Vorbereitung der Dissertation  
am Institut für Festkörperphysik  
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover  
bei Professor Dr. Rolf J. Haug
- Seit 2008 Ansprechpartner für starting business  
an der Fakultät für Mathematik und Physik  
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover



# Publikationen

**Teile dieser Arbeit sind in folgenden  
Publikationen erschienen:**

- **Combined atomic force microscope and electron-beam lithography used for the fabrication of variable-coupling quantum dots**  
M. C. Rogge, C. Fühner, U. F. Keyser, R. J. Haug, M. Bichler, G. Abstreiter, W. Wegscheider  
Applied Physics Letters **83**, 1163 (2003)
- **Fabrication of double quantum dots by combining afm and e-beam lithography**  
M. C. Rogge, C. Fühner, U. F. Keyser, M. Bichler, G. Abstreiter, W. Wegscheider, R. J. Haug  
Physica E **21**, 483 (2004)
- **Spin blockade in capacitively coupled quantum dots**  
M. C. Rogge, C. Fühner, U. F. Keyser, R. J. Haug  
Applied Physics Letters **85**, 606 (2004)
- **Noninvasive detection of charge rearrangement in a quantum dot in high magnetic fields**  
C. Fricke, M. C. Rogge, B. Harke, M. Reinwald, W. Wegscheider, F. Hohls, R. J. Haug  
Physical Review B **72**, 193302 (2005)

- **Coupling symmetry of quantum dot states**  
 M. C. Rogge, B. Harke, C. Fricke, F. Hohls, M. Reinwald, W. Wegscheider, R. J. Haug  
 Physical Review B **72**, 233402 (2005)
- **Negative conductance patterns of quantum dots: experiment and theory**  
 M. C. Rogge, F. Cavaliere, M. Sasseti, R. J. Haug, B. Kramer  
 New Journal of Physics **8**, 298 (2006)
- **Probing a Kondo-Correlated Quantum Dot with Spin Spectroscopy**  
 D. Kupidura, M. C. Rogge, M. Reinwald, W. Wegscheider, R. J. Haug  
 Physical Review Letters **96**, 046802 (2006)
- **Spin and negative differential conductance in the transport through a quantum dot in a magnetic field**  
 M. C. Rogge, F. Cavaliere, M. Sasseti, R. J. Haug, B. Kramer  
 Physica E **32**, 442 (2006)
- **Tuning of tunneling rates in quantum dots using a quantum point contact**  
 M. C. Rogge, C. Fricke, B. Harke, F. Hohls, R. J. Haug, W. Wegscheider  
 Physica E **34**, 500 (2006)
- **Spin blockade in lateral quantum dots - Negative differential conductance and spin spectroscopy**  
 M. C. Rogge, D. Kupidura, M. Reinwald, W. Wegscheider, R. J. Haug  
 physica status solidi (b) **243**, 3864 (2006)

- **Multiple Transitions of the Spin Configuration in Quantum Dots**  
M. C. Rogge, C. Fühner, R. J. Haug  
Physical Review Letters **97**, 176801 (2006)
- **Probing spin configurations in quantum dots**  
M. C. Rogge, C. Fühner, R. J. Haug  
AIP Conference Proceedings **893**, 809 (2007)
- **Noninvasive detection of charge rearrangement in a quantum dot**  
C. Fricke, M. C. Rogge, B. Harke, M. Reinwald, W. Wegscheider, F. Hohls, R. J. Haug  
AIP Conference Proceedings **893**, 793 (2007)
- **Two path transport measurements on a triple quantum dot**  
M. C. Rogge and R. J. Haug  
Physical Review B **77**, 193306 (2008)
- **Star shaped triple quantum dot with charge detection**  
M. C. Rogge and R. J. Haug  
Physica E **40**, 1656 (2008)
- **Non-invasive detection of molecular bonds in quantum dots**  
M. C. Rogge and R. J. Haug  
arXiv:0807.5095  
Eingereicht bei Physical Review B (2008)

## Weitere Publikationen:

- **The Unique Superfluid  $^3\text{He}$  A-B Interface: Surface Tension and Contact Angle**  
M. Bartkowiak, S. N. Fisher, A. M. Guenault, R. P. Haley, G. R. Pickett, M. C. Rogge, P. Skyba  
Journal of Low Temperature Physics **126**, 533 (2002)
- **Spin- and Edge-Channel Dependent Transport through Quantum Dots**  
T. Ridder, M. C. Rogge, R. J. Haug  
Akzeptiert bei: Journal of Physics: Condensed Matter (2008)
- **Shot noise and electron counting measurements on coupled quantum dot systems**  
F. Hohls, N. Maire, C. Fricke, M. C. Rogge, R. J. Haug  
Akzeptiert bei: Journal of Physics: Condensed Matter (2008)

# Danksagung

Die Arbeit an einer Dissertation in der Physik unterliegt zuweilen vielen Unwegbarkeiten, Risiken, gelegentlich auch Rückschlägen. In der experimentellen Forschung sind neben wissenschaftlichen Herausforderungen ebenso technische Widrigkeiten zu meistern. Ohne die Mitwirkung und Unterstützung vieler Kollegen und Freunde wäre ein solches Unterfangen wohl kaum möglich. Ihnen sei daher an dieser Stelle gedankt.

Besonderer Dank gilt Professor Dr. Rolf J. Haug, der mich von Anbeginn unterstützt hat und mir in all den Jahren jede erdenkliche Hilfe hat zukommen lassen.

Bedanken möchte ich mich auch bei denjenigen, die ebenfalls an der Entstehung und Veröffentlichung vieler hier beschriebener wissenschaftlicher Ergebnisse mitgewirkt haben: Professor Dr. Bernhard Kramer, Professor Dr. Maura Sassetti, Professor Dr. Werner Wegscheider, Professor Dr. Gerhard Abstreiter, Dr. Frank Hohls, Dr. Claus Fühner, Dr. Ulrich F. Keyser, Dr. Benjamin Harke, Dr. Fabio Cavaliere, Dr. Matthias Reinwald, Christian Fricke, Dawid Kupidura, Max Bichler und Andrius Džiaugys.

Zudem standen beratend zur Seite Professor Dr. Daniela Pfannkuche, Dr. Bernhard Wunsch und Dr. Esa Räsänen.

Bedanken möchte ich mich auch bei den Diplomanden, deren Arbeiten ich begleiten durfte: Andrius Džiaugys, Dr. Benjamin Harke, Dawid Kupidura, Daniel Tutuc, Theo Ridder und Henning Kaufer.

Gedankt sei weiterhin Yvonne Griep, Klara Wernecke, Ronny Hüther, Hartmut Lehmann, Manfred Marquardt, Adriana Hadzibrahimovic und Louise Niemeyer für die organisatorische und technische Unterstützung

sowie...

...der gesamten Arbeitsgruppe Nanostrukturen  
an der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover:

Adriana, Alex, André, Andrius, Annelene, Ben, Christian, Claas, Claus, Curro, Daniel, Daniel, Dawid, Dipi, Finja, Frank, Fritz, Gennadiy, Georg, Gernot, Hannes, Hans Werner, Hartmut, Hauke, Henning, Hennrik, Ingmar, Isabella, Jens, Jens, Joachim, Jömi, Jörg, Jörn, Kai-Martin, Klara, Lena, Lina, Louise, Maik, Maik, Manfred, Matthias, Michael, Michi, Niels, Niels, Oleksiy, Patrick, Philipp, Philipp, Qamar, Roland, Rolf, Ronny, Sebastian, Shijian, Stefan, Stefan, Stefi, Tammo, Theo, Thomas, Tim, Tobias, Tobias, Uli, Uli, Vlad, Yvonne.

Hannover im Oktober 2008



