

Euler-Strahlmodell für Düseninnenströmung und Strahlausbreitung

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Ulrich Michels
geboren am 09. März 1974 in Adenau
2008

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Peter Merker
2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume

Tag der Promotion: 20.06.2008

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit im Forschungsbereich der Daimler AG in Stuttgart.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Günter P. Merker für das Ermöglichen der Arbeit und die Übernahme des Hauptreferats. Ebenso bedanke ich mich herzlich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume für die Übernahme des Koreferats und bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Lothar Schulze für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Herr Dr. rer. nat. Frank Otto hat mit der Idee für das dreidimensionale Eulersche Einspritzstrahlmodell das Thema dieser Arbeit gestellt. Ein weiterer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Christian Krüger für die Betreuung der Arbeit. Von seiner Erfahrung bei der Entwicklung eines eindimensionalen Eulerschen Einspritzstrahlmodells habe ich sehr profitiert. Beiden danke ich für ihr Engagement und die ständige Diskussionsbereitschaft.

Ein entscheidender Beitrag für das Gelingen dieser Arbeit wurde von Herrn Prof. Dr. Milovan Perić und Herrn Dr. Ibrahim Hadžić geleistet. Ohne Sie wäre die Implementierung des umfangreichen Gleichungssystems des Eulerschen Einspritzstrahlmodells in den CFD-Code nicht möglich gewesen. Beiden danke ich für die anregenden Diskussionen, ihr Engagement und die tatkräftige Unterstützung.

Auch in meinem privaten Umfeld gibt es viele Menschen, denen ich für ihre Unterstützung in den letzten Jahren ganz herzlich danken möchte, unter anderen Herrn Richard Kees und Herrn Dr.-Ing. Jörg Bauer für die Durchsicht der Arbeit, sowie ganz besonders meiner Mutter Maria und meinem Bruder Christian.

Ulrich Michels

Stuttgart, im Mai 2008

Kurzfassung

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Gemischbildung in direkteinspritzenden Dieselmotoren. Bei der Gemischbildung wird der flüssige Kraftstoff mittels einer Düse in den Brennraum eingespritzt, zerfällt am Düsenaustritt in tropfenförmige Ligamente und verdampft. Die dreidimensionale Verteilung und Güte der Mischung von Kraftstoffdampf und Luft bestimmen Ort, Ausprägung und Verlauf der Verbrennung und damit auch den Schadstoffausstoß des Motors.

Wie bei jedem Zerstäubungsvorgang ist sowohl die Gestaltung der Düse (des Zerstäubers) als auch die thermodynamische Bedingung der Umgebung, in die zerstäubt wird, entscheidend. Vor wenigen Jahren ist es gelungen, Dieseldüsen aus Acrylglas herzustellen, die den Blick in die Düse erlauben. Das Ergebnis der Analyse ist, dass sowohl im Sack- als auch im Spritzloch der Düse über weite Bereiche Kavitation auftritt und dass dadurch die Kavitation und damit die Strömung nicht symmetrisch zur Spritzlochachse ist. Eine unsymmetrische Strömung in der Düse bewirkt auch eine unsymmetrische Strömung in dem von ihr erzeugten Einspritzstrahl.

Heute stehen kommerzielle Berechnungsprogramme zur Verfügung, die in der Lage sind, die Mehrphasenströmung in einer Düse abzubilden. Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit wird daher das Strömungsfeld in der Düse analysiert und dessen Auswirkung auf die Einspritzstrahlrandbedingung am Austritt der Düse verstanden. Es können die Beobachtungen im Experiment erklärt und ein wichtiger Hinweis für das Verständnis der Düsenverkokung gefunden werden. Es wird durch die Simulation deutlich, dass die beobachtete instationäre Winkeländerung des Einspritzstrahls aus einer Kombination von Nadelhub und Umlenkung der Strömung in das Spritzloch beeinflusst ist.

Auch für die Berechnung des Einspritzstrahls sind kommerzielle Berechnungsmodelle, die in Lagrangeschen Koordinaten formuliert sind, verfügbar. Diese eignen sich jedoch nicht für die Kopplung mit der Düseninnenströmung, da sie die kleinen Längenskalen in der Größe des Düsenlochs nicht mehr hinreichend genau abbilden können: Bei dem Lagrangeschen Modell werden so genannte *Parcels* transportiert, die die Eigenschaften einer Teilmenge des Tropfensembles repräsentieren. Je mehr *Parcels* in einer Berechnungszelle vorhanden sind, desto besser kann aus ihnen die Tropfenstatistik in dieser Zelle rekonstruiert werden. Werden jedoch die Zellen z.B. im Düsennahbereich verkleinert, um die Längenskalen dort aufzulösen, so muss die Anzahl der *Parcels* drastisch erhöht werden, damit noch eine ausreichende Anzahl je Berechnungszelle vorhanden ist. Dies führt zu Rechenzeiten, die in der Praxis nicht mehr realistisch sind.

Ein Wechsel der mathematischen Beschreibung von Lagrangeschen in Eulersche Koordinaten löst das Problem der Ortsauflösung. Der wichtige Schritt in der Modellierung des Einspritzstrahls, der im zweiten Teil der vorliegenden Arbeit geleistet wird, ist daher die Formulierung des Tropfentransports in Eulerschen Koordinaten. Der Modellierungsstand des Einspritzstrahlmodells ist abgeschlossen. Es kann gezeigt werden, dass der Transport in Eulerschen Koordinaten funktioniert und ein Einspritzstrahl auf düsenauflösten Netzen berechenbar ist.

Schlagnworte: Dreidimensionales Eulersches Einspritzstrahlmodell, Direkteinspritzung, Strömungsmechanik

Abstract

Subject of the present work is the mixture formation in Diesel engines. During the mixture formation liquid fuel is injected into the combustion chamber, breaks up and evaporates. The three dimensional distribution and quality of mixture of fuel vapour defines location, intensity and progress of combustion and hence the engine performance and emissions.

As for any atomisation process both the injector design and the thermodynamical chamber conditions are of importance. Since a few years it is possible to manufacture transparent nozzles in real size. With these nozzles it was observed that in the sack and nozzle hole cavitation occurs which is not symmetrical to the nozzle axis. An unsymmetrical flow field in the nozzle leads also to an unsymmetrical flow field outside the nozzle.

Today software is available which is capable to calculate cavitating internal nozzle flow. In the first part of the present work the software is used to analyse the internal nozzle flow field and to estimate the impact of the flow field for the spray boundary conditions at the nozzle exit. With the simulations the experimental findings can be explained. Also the experimentally observed change of spray cone angle can be explained by a combination of needle lift and approaching flow to the nozzle hole.

State of the art is the spray model in Lagrangeian coordinates. There the statistical convergence decreases with decreasing cell size and therefore an orifice resolved spray simulation is impossible. The solution is the description in Eulerian coordinates. In the present work an Eulerian spray model is developed which is capable to describe the interaction of droplets with gas phase turbulence. It is shown that the spray transport in Eulerian coordinates works and orifice resolved calculations can be performed.

Inhaltsverzeichnis

1	Formelzeichen	9
2	Einleitung	11
3	Stand der Technik der Einspritzstrahlsimulation	13
3.1	Kavitierende Düseninnströmung	13
3.1.1	Transportgleichungen	13
3.1.2	Kavitationsmodell	15
3.1.3	Berücksichtigung des Brennraumgases	16
3.2	Einzeltröpfchen	17
3.2.1	Impulsaustausch	17
3.2.2	Tropfenverdampfung	18
3.2.3	Tropfenzerfall	21
3.3	Einspritzstrahl	23
3.3.1	Lagrangesche Formulierung	25
3.3.2	Statistische Konvergenz	27
3.3.3	Eulersche Formulierung	28
3.3.4	Gasphase	31
4	Experimentelle Datenbasis	39
4.1	Messverfahren zur Kavitationsuntersuchung in Einspritzdüsen	39
4.2	Messverfahren zur Untersuchung des Einspritzstrahls	40
4.3	Messungen an einer Einlochdüse	42
4.4	Messungen an einer Sechsllochdüse	43
5	Analyse der Düseninnenströmung	47
5.1	Geometrisches Modell der Düse	47
5.2	Modellparameter	48
5.2.1	Räumliche und zeitliche Diskretisierung	48
5.2.2	Einfluss der Keimstellendichte	52
5.3	Strömungsfeld in der Düse	52
5.4	Randbedingung für die Gemischbildung	58
5.5	Strömungsfeld nach Nadelschließen	59
6	Dreidimensionales Eulersches Strahlmodell	61
6.1	Herleitung	61
6.1.1	Masse	62
6.1.2	Impuls	62
6.1.3	Tropfenturbulenz	63
6.1.4	Innere Energie	66
6.1.5	Tropfendurchmesser	66
6.1.6	Turbulente Dispersion	67

6.1.7	Energiebilanz der Tropfenbewegung	68
6.1.8	Grenzwertbildung	69
6.1.9	Vereinfachung des Modells	70
6.1.10	Diskretisierung der Klassen am Düsenaustritt	72
6.2	Validierung	74
6.2.1	Netzfeinheit und Startturbulenzniveau	74
6.2.2	Strömungsfeld und turbulente Dispersion	80
7	Schlussfolgerungen	85
7.1	Analyse der Düseninnenströmung	85
7.2	Einspritzstrahl	86
8	Ausblick	88

1 Formelzeichen

Griechische Buchstaben

α	Volumenfraktion
β	Strahlwinkel
Γ	Massenaustauschterm
δ_{ij}	Kronecker-Delta
ϵ	Turbulente Dispersion
λ	Wärmeleitfähigkeit
Λ	Am stärksten angefachte Wellenlänge beim Sekundärzerfall
Π	Diffusionskoeffizient
Θ	Impulsaustauschterm
μ	Dynamische Viskosität
ν	kinematische Viskosität
ρ	Dichte
σ^2	Varianz
τ	Zeitskala
τ_{tur}	Turbulente Zeitskala
τ_{ij}	Turbulenter Spannungstensor
Φ, Ψ	Transportierte Größen
χ, η	Diffusionskoeffizienten der Trofenklassen
Ω	Maximale Wachstumsrate beim Sekundärzerfall

Lateinische Buchstaben

a	Tropfeneigenschaft
$A_{\text{eff}}, A_{\text{geo}}$	Effektive und geometrische Fläche am Austritt der Düse
c_v, c_p	Spezifische Wärmekapazität
C_a	Kontraktionsbeiwert
C_μ	Konstante des Turbulenzmodells
D	Inverse Zeitskala des Tropfenwiderstands
d	Durchmesser der Tropfen einer Klasse
f	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Tropfen
\mathbf{F}	Kraft durch Tropfenwiderstand
\mathbf{f}	Massenkräfte
h	Spezifische Enthalpie
h_L	Spezifische Verdampfungsenthalpie
\dot{I}	Impulsstrom
\mathbf{I}	Einheitsvektor
k	Turbulente kinetische Energie der Gasphase
l	Längenskala
m	Masse
M	Molmasse
n	Anzahl der Tropfen je Einheitsvolumen
N	Anzahl der Tropfen

\mathbf{n}	Normalenvektor einer Oberfläche
Nu	Nusselt-Zahl
Oh	Ohnesorge-Zahl
p	Druck
P	Leistung
Pr	Prandtl-Zahl
\dot{Q}	Wärmestrom
r	Radius
R	Gaskonstante
R_m	Allgemeine Gaskonstante
Re	Reynolds-Zahl
S	Quellterm
Sc	Schmidt-Zahl
Sh	Sherwood-Zahl
St	Stokes-Zahl
\mathbf{T}	Spannungstensor
Ta	Taylor-Zahl
t	Zeit
T	Temperatur
u	Spezifische innere Energie
v, \mathbf{v}	Geschwindigkeit
V	Volumen
We	Weber-Zahl
\mathbf{x}	Ortsvektor
Y	Massenbruch

Sonstige Zeichen und Indizes

∂	Partielle Ableitung
a	Luft
fuel	Flüssiger Kraftstoff
g	Gasphase bestehend aus Luft und Kraftstoffdampf
i, j, l, m	Tensorindizes
k	Tropfenklasse oder -phase
ref	Referenzzustand in der Nähe der Tropfenoberfläche
s	Grenzfläche
S_{tr}	Zustand an der Tropfenoberfläche
tr	Einzeltröpfchen, Tropfenoberfläche bei Strömen
TD	Turbulente Dispersion
TV	Tropfenverdampfung
TW	Tropfenwiderstand
TZ	Tropfenzerfall
v	Kraftstoffdampf
vs	Sättigungsdampf

2 Einleitung

In modernen Dieselmotoren wird der Kraftstoff mit Hilfe einer Düse direkt in den Brennraum eingespritzt. Nach dem Austritt aus der Düse zerfällt der Flüssigkeitsstrahl in kleine Tropfen, mischt sich mit dem heißen Brennraumgas und verdampft. Dieser Vorgang wird als Gemischbildung bezeichnet. Die dreidimensionale Verteilung und Güte der Mischung von Kraftstoffdampf und Luft bestimmen Ort, Ausprägung und Verlauf der Verbrennung und damit auch die Leistungsentfaltung und den Schadstoffausstoß des Motors. Düseninnenströmung, Gemischbildung und Verbrennung stehen also in einem direkten Zusammenhang.

Einer Optimierung der Verbrennung hinsichtlich Schadstoffausstoß und Verbrauch ist durch experimentelle Methoden allein eine Grenze gesetzt und es ist daher notwendig, die Gemischbildung und Verbrennung detailliert dreidimensional zu berechnen. Im Rahmen dieser Arbeit soll sowohl die Berechnung der Gemischbildung verbessert als auch die Düseninnenströmung untersucht werden.

In der Vergangenheit wurde bei der Berechnung des Einspritzstrahls die Strömung in der Düse in der Regel vernachlässigt und der Einspritzstrahl als rotationsymmetrisch angenommen, der seinen Ursprung am Düsenaustritt hat und in Richtung des Spritzlochs der Düse ausgerichtet ist. Experimentelle Untersuchungen und dreidimensionale Berechnungen der Düseninnenströmung stellen diese Annahme jedoch in Frage. In jüngster Vergangenheit ist es Busch [10] und Blessing [7] gelungen, die Strömung in einer Düse mit realen Abmessungen optisch zu erfassen. Auf Abbildung 2.1 ist eine solche transparente Einlochdüse zu sehen, die von hinten beleuchtet ist. Der grau schattierte Bereich ist das durchsichtige Dieselöl. Im dunklen Bereich in der Düse befinden sich Kavitationsblasen und der dunkle Bereich außerhalb der Düse besteht aus Flüssigkeitstropfen, die die Lichtquelle abschatten. Auf dem Photo sieht man, dass die Kavitation nicht symmetrisch zur Achse des Spritzlochs ist. Auf der linken Seite von Abbildung 2.1 ist die Verteilung vom Betrag der Geschwindigkeit und Dampfvolumenteil über den Austrittsquerschnitt als Ergebnis einer Berechnung abgebildet. Beide Untersuchungen wei-

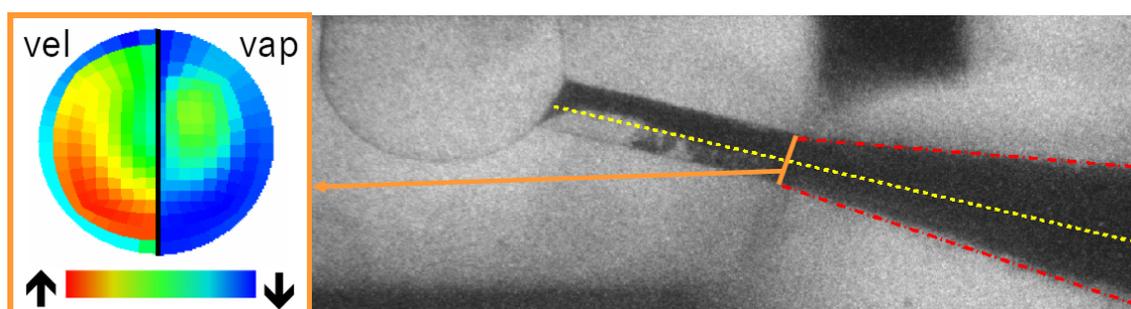


Abbildung 2.1: Rechts: Photographie einer kavitierenden Strömung in einer durchsichtigen Einspritzdüse [6]. Am orangen Schnitt endet die Düse und der Einspritzstrahl beginnt. Die schwarzen Bereiche links des Schnitts sind Kavitationsblasen und rechts des Schnitts Tropfen. Links: Ergebnis einer Strömungssimulation am Düsenaustritt. Auf der linken Seite der Betrag der Geschwindigkeit und auf der rechten Seite der Dampfanteil.

sen auf eine unsymmetrische Strömung in der Düse hin. Die unsymmetrische Strömung am Düsenaustritt gibt gleichzeitig die Randbedingungen für den Einspritzstrahl wieder und legt die Vermutung nahe, dass auch der Einspritzstrahl keine zur Düsenachse symmetrische Strömung aufweist. Die Seitenansicht des Einspritzstrahls zeigt, dass die Achse des Strahlkegelwinkels in der Tat von der Düsenachse abweicht. Bei der Düseninnenströmung handelt es sich also um eine komplexe dreidimensionale Mehrphasenströmung, die sich in den Brennraum fortsetzt und nicht symmetrisch zur Spritzlochachse ist. In Kapitel 5 werden die in Kapitel 4 vorgestellten Messungen der Düseninnenströmung berechnet und deren Strömungsfeld untersucht.

Die Gemischbildung ist ein komplexer Vorgang, bei dem eine große Anzahl kleiner Kraftstofftropfen mit der Gasphase wechselwirkt. Jeder einzelne Tropfen tauscht an seiner Oberfläche aufgrund seines Strömungswiderstandes Impuls und aufgrund von Temperatur und Konzentrationsgradienten Masse und Energie mit dem umgebenden Brennraumgas aus. Darüber hinaus kann der Tropfen durch Scherkräfte in kleiner Tropfen zerfallen. Impulsaustausch, Tropfenverdampfung und Tropfenzerfall werden durch die in Kapitel 3.2 beschriebenen Modelle berechnet.

Schwieriger gestaltet sich die Berechnung des Tropfenensembles. Aufgrund der großen Anzahl der Tropfen in einem Einspritzstrahl ist die Berechnung jedes einzelnen Tropfens unmöglich. Es wird daher auf statistische Verfahren zurückgegriffen, die anstelle der Dynamik jedes einzelnen Tropfens die Dynamik der Tropfenverteilung berechnen. Das auf Grund seiner Robustheit am weitesten verbreitete Verfahren ist das so genannte *Discrete Droplet Model (DDM)*. Es berechnet den Transport der Tropfenverteilung in Lagrangeschen Koordinaten und wird in Kapitel 3.3.1 erläutert. Der Nachteil dieses Verfahrens ist, dass die statistische Konvergenz abnimmt, je feiner die Gasphase diskretisiert wird. Dieser Zielkonflikt ist in Kapitel 3.3.2 beschrieben. Eine Lösung dieses Zielkonfliktes ist die Berechnung des Transports der Tropfenverteilung in Eulerschen Koordinaten. Mit dem Wechsel von Lagrangescher auf Eulersche Beschreibung wird die numerische Behandlung jedoch komplizierter. Die Interaktion zwischen Gasphasenturbulenz und Tropfenbewegung, die so genannte *turbulente Dispersion*, die die radiale Aufweitung Einspritzstrahls bestimmt, muss formuliert werden. Darüber hinaus muss eine geeignete Diskretisierung der Tropfenverteilung vorgenommen werden.

Wesentlicher Inhalt dieser Arbeit ist ein Einspritzstrahlmodell, das den Tropfentransport unter Berücksichtigung der turbulenten Dispersion in Eulerschen Koordinaten berechnet. Es wird in Kapitel 6 beschrieben und mit den Experimenten aus Kapitel 4 validiert.

3 Stand der Technik der Einspritzstrahlsimulation

Die Modellierung der Düseninnenströmung unterscheidet sich von der des Einspritzstrahls und ist in Abschnitt 3.1 diskutiert. Der Einspritzstrahl ist ein Ensemble aus Einzeltropfen, deren Bewegung statistisch beschrieben wird. Die Modelle für die Einzeltropfen sind in Abschnitt 3.2 und die Transportgleichungen für das Tropfenensemble in Abschnitt 3.3 dargestellt.

3.1 Kavitierende Düseninnströmung

Im Gegensatz zur Düseninnenströmung wird bei dem Einspritzstrahlmodell in Abschnitt 3.3 und Kapitel 6 von einer molekularen Beschreibung der Strömung ähnlich der Boltzmann-Gleichung in der Gasdynamik ausgegangen und durch Mittelung eine kontinuumsmechanische Formulierung erreicht. Bei der Düseninnenströmung wird, wie im folgenden Abschnitt dargestellt, direkt von den Erhaltungsgleichungen der Kontinuumsmechanik ausgegangen.

3.1.1 Transportgleichungen

Drew [14] setzt bereits voraus, dass alle Phasen als Kontinuum beschrieben und mit den partiellen Differentialgleichungen der Kontinuumsmechanik berechnet werden können. Er geht davon aus, dass die beiden Phasen durch eine Oberfläche voneinander getrennt sind. An der Oberfläche gilt die Erhaltung von Masse, Impuls und Energie. Eine einzelne Phase ist durch ihre Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls beschrieben:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{f} \quad (3.2)$$

Dabei sind ρ die Dichte, \mathbf{v} die Geschwindigkeit, \mathbf{T} der Spannungstensor und \mathbf{f} die Massenkraft. An der Grenzfläche zwischen den Phasen müssen Masse und Impuls erhalten sein:

$$[\rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n}] = 0 \quad (3.3)$$

$$[\rho \mathbf{v}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{n} - \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}] = \sigma \kappa \mathbf{n} \quad (3.4)$$

$[\]$ bezeichnet hier den Sprung über die Grenzfläche, \mathbf{v}_s die Geschwindigkeit der Grenzfläche, σ die Oberflächenspannung, κ die Krümmung der Grenzfläche und \mathbf{n} den Normalenvektor der Grenzfläche. Es wird angenommen, dass \mathbf{n} aus Phase k heraus zeigt und dass der Sprung zwischen den Phasen k und l durch $[f] = f^l - f^k$ definiert ist. Als eine Vorzeichenkonvention wird angenommen, dass κ positiv (konkav) in Richtung $-\mathbf{n}$ ist. Die Masse der Grenzfläche wird vernachlässigt.

Um die Transportgleichungen für eine Mehrphasenströmung herzuleiten, wird eine gewichtete Mittelung

$$\langle f \rangle(\mathbf{x}, t) = \iiint_{R^3} g(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' \quad (3.5)$$

über ein betrachtetes Kontrollvolumen gemacht, wobei $\iiint_{R^3} g(\mathbf{s}) d\mathbf{s} = 1$ gilt. Als Gewichtungsfunktion wird die Funktion $X_k(\mathbf{x}, t)$ angenommen, die für den Ort, an dem die Phase k vorhanden ist, den Wert 1 und sonst den Wert 0 hat:

$$X_k(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \mathbf{x} \text{ zum Zeitpunkt } t \text{ in Phase } k \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.6)$$

X_k ist eine Delta-Funktion, die die Grenzfläche zwischen den Phasen indiziert. Außer an der Grenzfläche ist ∇X_k im gesamten Bereich Null. Es werden Gleichungen 3.1 und 3.2 mit Funktion 3.6 multipliziert und nach Vorschrift 3.5 gemittelt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle X_k \rho \rangle + \nabla \cdot \langle X_k \rho \mathbf{v} \rangle = \underbrace{\langle [\rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_s)]^k \cdot \nabla X_k \rangle}_{\Gamma_k} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle X_k \rho \mathbf{v} \rangle + \nabla \cdot \langle X_k \rho \mathbf{v} \mathbf{v} \rangle &= \nabla \cdot \langle X_k \mathbf{T} \rangle + \langle X_k \rho f \rangle \\ &+ \underbrace{\langle [\rho \mathbf{v}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_i) - \mathbf{T}]^k \cdot \nabla X_k \rangle}_{\Theta_k} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Die Terme Γ_k und Θ_k sind die Austauschsterme an der Grenzfläche der Phasen. Die Mittelung der Gewichtungsfunktion ist definiert als die Volumenfraktion der Phase k :

$$\langle X_k \rangle = \alpha_k = \frac{V_k}{V} \quad (3.9)$$

Es gibt zwei Typen von gemittelten Variablen, die gemäß [14] nützlich für die Berechnung von Mehrphasenströmungen sind: Der X_k -gewichtete Mittelwert und der massengewichtete Mittelwert:

$$\tilde{\Phi}_k = \frac{\langle X_k \Phi \rangle}{\alpha_k} \quad (3.10)$$

$$\hat{\Psi}_k = \frac{\langle X_k \Psi \rho \rangle}{\alpha_k \tilde{\rho}_k} \quad (3.11)$$

Im Spannungstensor \mathbf{T} ist die Natur des Fluides beschrieben. Bei einem Newtonschen Fluid hat er die bekannte Form:

$$\mathbf{T} = -p_k \mathbf{I} + \mathbf{T}_k \quad (3.12)$$

p_k ist der Mittelwert des mikroskopischen (thermodynamischen) Drucks der Phase k . Dies bedeutet, dass jede Phase einen Druck besitzt. In den klassischen kommerziellen Programmen wie z.B: FIRE [4] wird angenommen, dass es nur einen Druck im Rechengebiet gibt, der für beide Phasen gilt:

$$p = p_k \quad (3.13)$$

Dies ist dann der Fall, wenn die Schallgeschwindigkeit in jeder Phase wesentlich größer als die Geschwindigkeit der Phase selbst ist. Mit dieser Annahme schreiben sich Gleichungen 3.7 und 3.8 zu:

$$\frac{\partial \alpha_k \tilde{\rho}_k}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_k \tilde{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k = \dot{m}_k \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \alpha_k \tilde{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_k \tilde{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k \hat{\mathbf{v}}_k = -\alpha_k \nabla \tilde{p} + \nabla \cdot \alpha_k \tilde{\mathbf{T}}_k + \alpha_k \tilde{\rho}_k f + S + v_k \dot{m}_k \quad (3.15)$$

In dem Kavitationsmodell der Software FIRE [4] werden Gleichungen 3.14 und 3.15 jeweils für die flüssige und dampfförmige Phase gelöst. Es wird ein Geschwindigkeitsfeld für die flüssige und dampfförmige Phase berechnet und daher eine Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen berücksichtigt. Da die Dichte des Dampfes wesentlich kleiner als die Dichte der Flüssigkeit ist, kann die Relativgeschwindigkeit vernachlässigt werden. Mit dieser Annahme werden beide Fluide als ein einziges Fluid betrachtet, dessen Eigenschaften (hier Dichte ρ und Viskosität μ) im Raum entsprechend der Volumenfraktion (siehe Gleichung 3.9) variieren:

$$\rho = \rho_1\alpha + \rho_2(1 - \alpha) \quad (3.16)$$

$$\mu = \mu_1\alpha + \mu_2(1 - \alpha) \quad (3.17)$$

wobei die Indizes 1 und 2 die beiden Fluide (z.B. Flüssigkeit und Luft) bezeichnen. Da es keine Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen gibt, muss nur eine Massen- und Impulserhaltungsgleichung gemäß Gleichungen 3.1 und 3.2 gelöst werden. Zusätzlich zur Massen und Impulserhaltung wird eine Transportgleichung für die Volumenfraktion gelöst:

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha = 0 \quad (3.18)$$

Das Rechengitter erstreckt sich über die flüssige und gasförmige Phase. Dabei gilt $\alpha = 1$, wenn eine Zelle mit Flüssigkeit gefüllt ist, und $\alpha = 0$, wenn sie mit Gas gefüllt ist. Ein solches Modell, in dem es nur ein Geschwindigkeitsfeld gibt, ist in der Software Star [2] implementiert und wird in der vorliegenden Arbeit verwendet. Ein Modell für den Phasenübergang zwischen flüssiger und dampfförmiger Phase wird in Abschnitt 3.1.2 beschrieben. Eine ausführliche Validierung des Verfahrens kann in [24] gefunden werden.

3.1.2 Kavitationsmodell

Aufgrund der hohen Druckdifferenz zwischen Druckspeicher und Versuchskammer kommt es in der Düse zu Kavitation. In der Düse fällt der lokale Druck aufgrund der hohen Geschwindigkeiten und der Drosselwirkung unter den Dampfdruck p_v des Diesels und es bilden sich Dampfblasen. Diese werden vereinfachend als disperse ideale Kugeln angenommen, die sich mit der Geschwindigkeit des Diesels bewegen. Das schaumähnliche Gemisch aus Kraftstoffdampf und Kraftstoff kann als ein Fluid mit veränderlichen Kraftstoffeigenschaften gemäß Gleichung 3.1, 3.2, 3.16 und 3.17 beschrieben werden.

Es wird angenommen, dass sich im Dieselmotorkraftstoff gleichmäßig verteilte Kristallisationskerne befinden, an denen die Kavitationsblasen wachsen können. Der anfängliche Radius der Kavitationsblasen r_0 und deren Anzahl je Einheitsvolumen n_0 sind Parameter, für die Annahmen getroffen werden müssen. Beide Werte sind durch Messungen nur schwer zu erfassen. Für den Anfangsradius wird eine Größe von 10^{-6}m angenommen. Die Anzahl der Keime je Einheitsvolumen n_0 hat einen starken Einfluss auf die produzierte Dampfmenge. n_0 hängt u.a. von der Reinheit der Flüssigkeit und der Rauheit der Wände ab. Der Wert muss experimentell ermittelt werden und befindet sich in der Regel in einer Größenordnung von $10^{12}1/\text{m}^3$. Als Variable für die Simulation ist die Volumenfraktion des Dampfes von Bedeutung. Aus r_0 und n_0 wird die anfängliche Volumenfraktion des Dampfes $\alpha_{v,0}$ berechnet:

$$\alpha_{v,0} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_0^3 n_0}{1 + \frac{4}{3}\pi r_0^3 n_0} \quad (3.19)$$

Wenn sich die Dampfblasen durch das Berechnungsgebiet bewegen, ändert sich der Durchmesser abhängig von dem lokalen Druck. Die Dynamik der Kavitationsblasen mit dem Durchmesser r ist durch die Rayleigh-Plesset-Gleichung beschrieben:

$$\frac{3}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho_l} \left(p_v - p - \frac{2\sigma}{r} \right) + \underbrace{\frac{1}{\rho_l} \left(p_0 - p_v + \frac{2\sigma}{r_0} \right) \left(\frac{r_0}{r} \right)^{3n}}_{\approx 0} - 4 \underbrace{\frac{\mu_l}{\rho_l} r \frac{dr}{dt}}_{\approx 0} - r \underbrace{\frac{d^2 r}{dt^2}}_{\approx 0} \quad (3.20)$$

Mit $n = 1$ bei isothermer und $n = \kappa$ bei adiabater Zustandsänderung.

Unter Vernachlässigung der Terme zweiter Ordnung, der Oberflächenspannung σ und der Viskosität μ ergibt sich eine Gleichung für die Änderungsrate des Dampfblasenradius, die von der Druckdifferenz zwischen lokalem Druck p und Dampfdruck p_v abhängt:

$$\frac{dr}{dt} = \text{sign}(p_v - p) \sqrt{\frac{2|p_v - p|}{3\rho_{\text{fuel}}}} \quad (3.21)$$

Die lokale Volumenfraktion berechnet sich analog zu Gleichung 3.19 aus dem lokalen Dampfblasenradius r und der Anzahldichte n_0 :

$$\alpha_v = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 n_0}{1 + \frac{4}{3}\pi r^3 n_0} \quad (3.22)$$

Aus der Massenerhaltung und Gleichung 3.22 lässt sich der Massenübergang an der Grenzfläche zwischen Dampf und Kraftstoff herleiten:

$$\dot{m} = \rho_{\text{fuel}} \frac{\frac{4}{3}\pi r^2 n_0}{1 + \frac{4}{3}\pi r^3 n_0} \frac{dr}{dt} \quad (3.23)$$

3.1.3 Berücksichtigung des Brennraumgases

Beim Betrieb von Dieseleinspritzdüsen im Motor kommt es zu Ablagerungen im Spritzloch, den sogenannten Verkokungen. Für die Bildung einer Verkokung wird Sauerstoff benötigt. Es wurde vermutet, dass nach Nadelschliessen Brennraumgase in das Spritzloch gelangen. Um dies berechnen zu können, wurde das Brennraumgas als dritte Phase eingeführt. In Abschnitt 5.5 ist das Ergebnis der Untersuchung dargestellt. Im folgenden ist die Methode beschrieben, mit der das Brennraumgas in der Düseninnenströmung berücksichtigt werden kann.

Das Brennraumgas ist durch eine frei geformte Oberfläche von der flüssigen Phase getrennt. Bei der Berechnung freier Oberflächen wird die Oberfläche detailliert durch das Berechnungsgitter diskretisiert. In dieser Arbeit wird die Grenzfläche zwischen der Luft und dem Kraftstoff bei der Berechnung der Düseninnenströmung als freie Oberfläche berechnet. Die verwendete Methodik ist in der Arbeit von Muzaferija und Peric [30] beschrieben. Methoden zur Berechnung der Grenzfläche als freie Oberfläche werden *Interface-Capturing*- oder *VOF* (Volume Of

Fluid)-Methoden genannt [13].

Der kritische Punkt dieses Verfahrens ist die Diskretisierung des konvektiven Terms in Gleichung 3.18. Ein Differenzenschema erster Ordnung würde die Grenzfläche zu stark verschmieren und zu künstlichem Vermischen der beiden Phasen führen. Eine weitere Bedingung ist, dass α in den Grenzen $0 \leq \alpha \leq 1$ bleiben muss. Das *CICSAM*-Schema [41] und das *HRIC*-Schema [30] sind numerische Methoden, die die Grenzfläche zwischen den Phasen scharf halten und monotone Profile für α über die Phasengrenze produzieren.

Die Kontur der freien Oberfläche ist bei diesem Ansatz nicht exakt definiert, sondern normalerweise über ein bis drei Zellen verschmiert (ähnlich den Stoßwellen in kompressiblen Strömungen). Daher ist eine lokale Verfeinerung des Rechengitters im Bereich der freien Oberfläche wichtig. Ein Kriterium hierfür ist, dass Zellen mit $0 < \alpha < 1$ verfeinert werden müssen.

3.2 Einzeltröpfen

Einzeltröpfenprozesse umfassen die Austauschprozesse von Masse, Impuls und Wärme zwischen einem einzelnen Tropfen und der umgebenden Gasphase. Der Impulsaustausch wird rein kinematisch mittels Strömungswiderstand beschrieben, während Massen- und Wärmeaustausch mit der Umgebung durch Diffusions- und Konvektionsprozesse in der Tropfenumgebung hervorgerufen werden [25].

Der Austausch findet an der Oberfläche, die die flüssige von der gasförmigen Phase trennt, statt und wird durch deren Form bestimmt. Es wird vereinfachend angenommen, dass die flüssige Phase aus kugelförmigen Tropfen mit dem Durchmesser d_{tr} besteht.

Es kann zwischen kontinuierlichen und diskontinuierlichen Einzeltröpfenprozessen unterschieden werden. Kontinuierliche Prozesse sind Tropfenverdampfung und Tropfenwiderstand, da sich hier die Größe kontinuierlich ändert. Dagegen handelt es sich beim Tropfenzerfall um einen diskontinuierlichen Vorgang.

3.2.1 Impulsaustausch

Bewegt sich ein Tropfen mit Durchmesser d_{tr} , Dichte ρ_{fuel} und Geschwindigkeit \mathbf{v}_{tr} in einem Gas der Dichte ρ_g und der Geschwindigkeit \mathbf{v}_g , so wirkt auf den Tropfen eine beschleunigende Kraft:

$$\mathbf{F}_{tr} = -\rho_{\text{fuel}} \frac{\pi}{6} d_{tr}^3 D_{tr} (\mathbf{v}_{tr} - \mathbf{v}_g) \quad (3.24)$$

wobei

$$D_{tr} = \frac{6}{8} \frac{\rho_g}{\rho_{\text{fuel}}} \frac{C_D}{d_{tr}} |\mathbf{v}_{tr} - \mathbf{v}_g| \quad (3.25)$$

gilt. D_{tr} kann als reziproke Zeitskala interpretiert werden, in der ein Tropfen auf die Änderung der Geschwindigkeit des Gasfeldes reagiert. Der C_D -Wert wird mit der Korrektur gemäß [32]

berechnet:

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_{tr}} \left(1 + \frac{1}{6} \text{Re}_{tr}^{2/3}\right) \quad : \quad \text{Re}_{tr} \leq 1000 \quad (3.26)$$

$$C_D = 0.424 \quad : \quad \text{Re}_{tr} > 1000 \quad (3.27)$$

wobei

$$\text{Re}_{tr} = \frac{\rho_g d_{tr} |\mathbf{v}_{tr} - \mathbf{v}_g|}{\mu_g} \quad (3.28)$$

die Reynolds-Zahl bezogen auf den Tropfendurchmesser ist.

3.2.2 Tropfenverdampfung

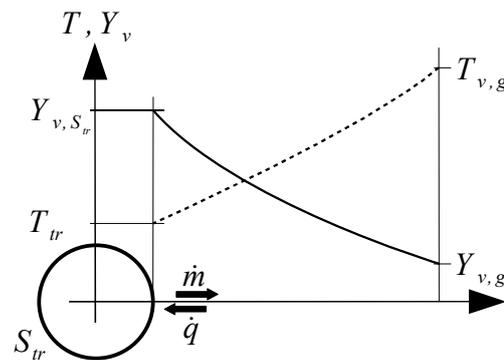


Abbildung 3.1: Verhalten des Kraftstoffmassenbruchs und der Gastemperatur über den Radius in der Umgebung des Tropfens.

Bei der Tropfenverdampfung tauscht der Tropfen über seine Oberfläche S_{tr} Energie, Masse und Impuls mit der umgebenden Luft aus. Treibende Kraft für den Massenaustausch ist das Konzentrationsgefälle des Dampfes an der Tropfenoberfläche gegenüber dem umgebenden Gas. Der diffusive Wärmetransport ist abhängig von dem Temperaturgefälle zwischen Tropfenoberfläche und Gastemperatur in der Umgebung des Tropfens.

An der Tropfenoberfläche kann ein thermodynamisches Gleichgewicht angenommen werden, da der Phasenübergang wesentlich schneller abläuft als der diffuse Stoffabtransport. Dies bedeutet,

- dass die Temperatur der Gasphase an der Tropfenoberfläche $T_{g,S_{tr}}$ der Tropfentemperatur $T_{tr,S_{tr}}$ an der Oberfläche des Tropfens entspricht:

$$T_{g,S_{tr}} = T_{tr,S_{tr}} \quad (3.29)$$

- und dass der Partialdruck des Dampfes $p_{v,S_{tr}}$ an der Tropfenoberfläche immer dem Sättigungsdampfdruck $p_{vs}(T_{tr})$ der Sättigungsdampfdruckkurve in Abbildung 3.2 bei der Tropfentemperatur T_{tr} entspricht:

$$p_{v,S_{tr}} = p_{vs}(T_{tr}) \quad (3.30)$$

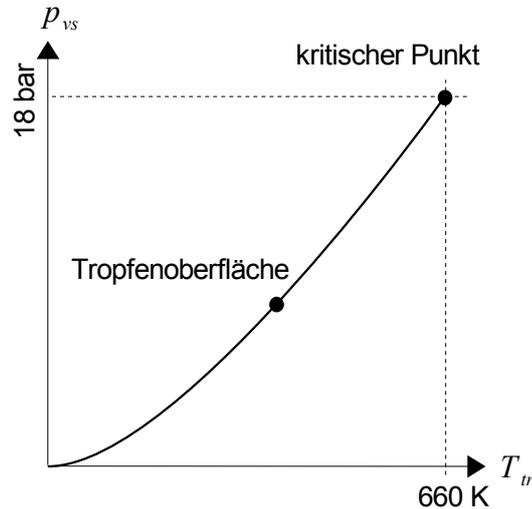


Abbildung 3.2: Die Sättigungsdampfdruckkurve (hier für den Ersatzkraftstoff $C_{12}H_{26}$) beschreibt den Partialdruck des Dampfes, der sich bei thermodynamischem Gleichgewicht bei einer Temperatur T_k einstellt.

Der Gasdruck p_g ist an der Tropfenoberfläche und in der Umgebung des Tropfens gleich. Er setzt sich zusammen aus den Partialdrücken des Dampfes p_v und der Luft p_a :

$$p_g = \underbrace{p_{vs}(T_{tr}) + p_{a,S_{tr}}}_{\text{Tropfenoberfläche}} = \underbrace{p_v + p_a}_{\text{Tropfenumgebung}} \quad (3.31)$$

Die Massenkonzentration des Dampfes in der Gasphase berechnet sich aus den Molmassen des Dampfes M_v und der Luft M_a , dem lokalen Druck p_g und dem Partialdruck p_v des Dampfes zu:

$$Y_v = \frac{m_v}{m_v + m_a} = \frac{M_v}{M_v + M_a \left(\frac{p_g}{p_v} - 1 \right)} \quad (3.32)$$

Wegen Gleichung 3.30 gilt für die Tropfenoberfläche $Y_{v,S_{tr}}$ und für die umgebende Gasphase $Y_{v,g}$:

$$Y_{v,S_{tr}} = \frac{M_v}{M_v + M_a \left(\frac{p_g}{p_{vs}(T_{tr})} - 1 \right)} \quad (3.33)$$

$$Y_{v,g} = \frac{M_v}{M_v + M_a \left(\frac{p_g}{p_v} - 1 \right)} \quad (3.34)$$

Aus dem Fickschen Gesetz für den Stofftransport und dem Fourierschen Gesetz für die Wärmeleitung können für den Massen- und Wärmetransport über die Tropfenoberfläche folgende Gleichungen hergeleitet werden [20]:

$$\dot{m}_{tr} = \text{Sh} \pi d_{tr} \rho_g \Pi_{a,\text{ref}} \ln(1 + B) \quad (3.35)$$

$$\dot{Q}_{tr} = \text{Nu} \pi d_{tr} \lambda_{a,\text{ref}} (T_{tr} - T_g) \frac{\ln(1 + B)}{B} \quad (3.36)$$

mit

$$B = \frac{Y_{v,S_{tr}} - Y_{v,g}}{1 - Y_{v,S_{tr}}} \quad (3.37)$$

Der Wärmeleit- $\lambda_{g,\text{ref}}$ und der Diffusionskoeffizient $\Pi_{a,\text{ref}}$ werden bei einer Referenztemperatur T_{ref} bestimmt:

$$T_{\text{ref}} = \frac{2}{3}T_{tr} + \frac{1}{3}T_g \quad (3.38)$$

Die Relativbewegung zwischen Tropfen und Gasphase bewirkt eine Erhöhung des Wärme- und Stoffübergangs. Dieser wird durch eine empirische Korrektur der Nusselt- Nu und Sherwood-Zahl Sh nach Ranz und Marshall [33] berücksichtigt:

$$\text{Nu} = 2 + 0.6 \text{Re}_{tr,\text{ref}}^{1/2} \text{Pr}_{\text{ref}}^{1/3} \quad (3.39)$$

$$\text{Sh} = 2 + 0.6 \text{Re}_{tr,\text{ref}}^{1/2} \text{Sc}_{\text{ref}}^{1/3} \quad (3.40)$$

die auf folgenden Definitionen für Reynolds-, Schmidt- und Prandtl-Zahl beruhen

$$\text{Re}_{tr,\text{ref}} = \frac{\rho_g d_{tr} |\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_k|}{\mu_{g,\text{ref}}} \quad (3.41)$$

$$\text{Sc}_{\text{ref}} = \frac{\mu_{g,\text{ref}}}{\rho_g \Pi_{\text{ref}}} \quad (3.42)$$

$$\text{Pr}_{\text{ref}} = \frac{\mu_{g,\text{ref}} c_{p,g,\text{ref}}}{\lambda_{g,\text{ref}}} \quad (3.43)$$

Folgende Einschränkungen gelten für Gleichungen 3.33 bis 3.37:

$Y_{v,S_{tr}} > 1$: Der Dampfmassenbruch ist entsprechend Gleichung 3.33 größer 1, wenn der Sättigungsdampfdruck an der Oberfläche den Dampfdruck in der Tropfenumgebung überschreitet $p_g < p_{vs}(T_{tr})$. Dieser Zustand kann z.B. bei der ottomotorischen Kanaleinspritzung erreicht werden, wenn der erwärmte Tropfen in die beschleunigte Kanalströmung eingespritzt wird. Dieser Fall wird als *Flashboiling* bezeichnet. Der Zustand kann durch das Modell nicht berechnet werden. Im Dieselmotor ist der Gasdruck in der Regel wesentlich höher als der kritische Druck.

$T_{tr} \geq T_{\text{krit}}$: Erreicht der Tropfen die kritische Temperatur, so wird die flüssige Phase in die dampfförmige Phase überführt.

$B > -1$: Für $B < -1$ ist der Logarithmus in Gleichung 3.35 und 3.36 nicht definiert.

$B \neq 0, p_{vs}(T_{tr}) \geq 0$: Die Funktion ist an der Stelle $B = 0$ stetig fortsetzbar.

3.2.3 Tropfenzerfall

Beim Verlassen der Düse zerfällt die kompakte Flüssigkeit in Ligamente und Tropfen. Unter Primärzerfall wird der Zerfall verstanden, der durch Effekte aus der Düseninnenströmung verursacht wird. Der Zerfall der Tropfen weiter stromabwärts der Düse wird Sekundärzerfall genannt.

Der Düsennahbereich ist grundsätzlich schwer zu vermessen, und es können daher nur Vermutungen über den genauen Verlauf des Zerfalls angestellt werden. Abbildung 3.3 gibt ein Beispiel für die Vorstellung von Zerfallsvorgängen, so wie sie in [16] zu finden sind. Der Zerfall kann

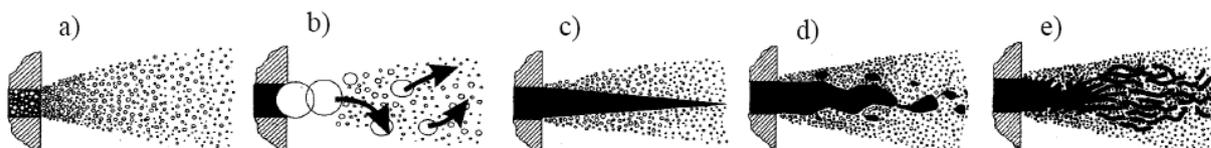


Abbildung 3.3: Vorstellung des Primärzerfalls nach Faeth [16].

durch die Turbulenz in der Flüssigkeit, durch Kavitation und durch aerodynamische Kräfte erfolgen. Die Vorstellungen c) bis e) gehen davon aus, dass ein intakter Flüssigkeitskern die Düse verlässt. Instabilitäten in der Strömung führen zu einem Zerfall des Kerns. In Vorstellung b) verlassen flüssige Ligamente in der Größe des Lochdurchmessers die Düse und zerfallen durch aerodynamischen Kräfte, die an der Oberfläche der Flüssigkeit wirken.

Primärzerfall

Die Aufnahmen der kavitierenden Düsinnenströmung in Kapitel 4 zeigen, dass Kavitationsdampf bis zum Austritt transportiert werden kann. Bei Düsen, aus denen eine kavitierende Strömung austritt, kann kein intakter Flüssigkeitskern beobachtet werden. Der Zerfall entspricht bei diesen Düsen Vorstellung a), bei der von einer Zerstäubung in feine Tropfen direkt am Düsenaustritt, die wesentlich kleiner als das Spritzloch sind, ausgegangen wird. Der Einfluss der Kavitation auf den Zerfall wird in dieser Arbeit vernachlässigt. In Anlehnung an [40] wird angenommen, dass die Tropfengröße mit der turbulenten Längenskala am Austritt der Düsinnenströmung mit $C_\mu = 0.09$ korreliert:

$$d_{\text{turb}} = C_\mu \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (3.44)$$

Eine starke Verrundung der Einlaufkante zwischen Sack- und Spritzloch dämpft die Bildung der Sekundärströmung (siehe Abbildung 5.12) im Spritzloch und unterbindet damit die Kavitation. In diesem Fall kann ein kurzer intakter Flüssigkeitskern am Austritt der Düse auch bei Dieseldüsen beobachtet werden. Solche Düsen werden in dieser Arbeit nicht betrachtet.

Sekundärzerfall

In dieser Arbeit wird zur Modellierung des Sekundärzerfalls das Wave-Breakup-Modell von Reitz [34] verwendet. Das Modell bietet den Vorteil, eine durchgängige Beschreibung über alle

Zerfallsregimes zu liefern.

Grundsätzlich wirken sechs Kräfte auf einen sich relativ zur Gasphase bewegenden Tropfen, die abhängig von Gasdichte ρ_g , Relativgeschwindigkeit zwischen Tropfen und Gasphase $\mathbf{v}_{tr} - \mathbf{v}_g$, Viskosität μ_g , Oberflächenspannung σ_{fuel} und Tropfendurchmesser d_{tr} sind:

- Trägheit der Flüssigkeit und des Gases
- Zähigkeit der Flüssigkeit und des Gases
- Schwerkraft und Oberflächenkraft der Flüssigkeit

Die beiden wichtigsten, die Oberflächenkraft und die Trägheitskraft des Gases, werden mit der Weber-Zahl We und die Zähigkeit der Flüssigkeit mit der Ohnesorge-Zahl Oh erfasst. Die Reynolds-Zahl Re stellt das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskräften dar, wie in Gleichung 3.28 beschrieben. Die Taylor Zahl Ta ist ein dimensionsloser Kennwert zur Beschreibung der Neigung zur Ausbildung von Taylor-Wirbeln. Sie hängt reziprok von der kinematischen Viskosität ab:

$$We_g = \frac{\rho_g d_{tr} |\mathbf{v}_{tr} - \mathbf{v}_g|}{\sigma_{fuel}} \quad (3.45)$$

$$We_{tr} = \frac{\rho_{fuel}}{\rho_g} We_g \quad (3.46)$$

$$Oh = \frac{\mu_{fuel}}{\sqrt{\rho_{fuel} d_{tr} \sigma_{fuel}}} \quad (3.47)$$

$$Ta = Oh \sqrt{We_g} \quad (3.48)$$

Das verwendete Zerfallsmodell geht davon aus, dass Störungen der Flüssigkeitsoberfläche wachsen und zum Zerfall führen. Die lineare Stabilitätsanalyse führt zur sogenannten Dispersionsrelation, die den Zusammenhang zwischen der Wachstumsrate einer Störung und deren Wellenlänge beschreibt.

Es wird angenommen, dass die Wellenlänge mit der größten Wachstumsrate den Strahlzerfall verursacht. Dabei wirken die zunehmende Relativgeschwindigkeit und Gasdichte destabilisierend, während die zunehmende Oberflächenspannung und Viskosität den gegenteiligen Effekt haben. [20]

Es wird angenommen, dass der stabile Tropfenradius d_{stabil} proportional zur am stärksten angefachten Wellenlänge Λ ist, welche den Zerfall verursacht:

$$\Lambda = 9.02 \frac{(1 + 0.45 \sqrt{Oh}) (1 + 0.4 Ta^{0.7}) d_{tr}}{(1 + 0.87 We_{tr}^{1.67})^{0.6}} \frac{1}{2} \quad (3.49)$$

Damit berechnet sich der stabile Tropfenradius zu

$$d_{stabil} = 2 B_0 \Lambda \quad (3.50)$$

mit

$$B_0 = 0.61 \quad (3.51)$$

Wenn der betrachtete Tropfen größer als der stabile Durchmesser ist ($d_{tr} > d_{\text{stabil}}$), zerfällt er. Es wird die maximale Wachstumste Ω bestimmt:

$$\Omega = \left(\frac{\sigma_{\text{fuel}}}{\rho_{\text{fuel}} 0.125 d_{tr}^3} \right)^{0.5} \frac{0.34 + 0.385 W e_g^{1.5}}{(1 + \text{Oh}) (1 + 1.4 \text{Ta}^{0.6})} \quad (3.52)$$

Aus Aufbruchszeit, Wachstumsrate und Wellenlänge berechnet sich die Zeitskala τ_I der Instabilitäten. Die Zerfallszeit τ_B ergibt sich aus der Multiplikation von τ_I mit dem Faktor B_1 :

$$\tau_B = B_1 \tau_I \quad \text{mit} \quad \tau_I = \frac{3.788 d_{tr}}{\Lambda \Omega} \quad (3.53)$$

Der Faktor B_1 ist eine Größe, die es erlaubt, den Zerfall mit der Messung abzustimmen. Im Lagrangeschen Strahlmodell hat sich für B_1 ein Wert von 10 als praktikabel herausgestellt.

Die Zerfallsrate gibt an, in welcher Zeit τ_B der aktuelle Tropfendurchmesser d_k auf den stabilen Durchmesser d_{stabil} zerfallen ist [35]:

$$\frac{\partial d_{tr}}{\partial t} = - \frac{d_{tr} - d_{\text{stabil}}}{\tau_B} \quad (3.54)$$

3.3 Einspritzstrahl

Ein Einspritzstrahl besteht aus einer Vielzahl an Tropfen unterschiedlicher Geschwindigkeit, Größe und Temperatur. Prinzipiell könnte jeder Tropfen gemäß Gleichung 3.61 explizit berechnet werden. Dies ist jedoch aufgrund der großen Zahl der Tropfen technisch nicht möglich, da der Rechenaufwand zu groß wäre. Anstatt die Bewegung jedes einzelnen Tropfens zu berechnen, wird in Analogie zur Beschreibung der Molekulardynamik eine Transportgleichung für die Verteilung der Tropfen (anstelle der Moleküle) gelöst.

In einem beliebigen Volumen des Einspritzstrahls liegt ein Spektrum der Tropfeneigenschaften Größe, Geschwindigkeit und Temperatur vor, das über die Tropfen in diesem Volumen verteilt und durch die Tropfenverteilung $f(\mathbf{x}_{tr}, \mathbf{v}_{tr}, a_{tr}, t)$ beschrieben ist:

$$f(\mathbf{x}_{tr}, \mathbf{v}_{tr}, a_{tr}, t) d\mathbf{x}_{tr} d\mathbf{v}_{tr} da_{tr} = dN_{tr} \quad (3.55)$$

In a_{tr} sind außer der Tropfengeschwindigkeit sämtliche skalaren Tropfeneigenschaften enthalten. In dieser Arbeit wird der Tropfendurchmesser d_{tr} , die turbulente kinetische Energie k_{tr} und die innere Energie der Tropfen u_{tr} berücksichtigt. Die Tropfenverteilung kann so interpretiert werden, dass der Wert $f(\mathbf{x}_{tr}, \mathbf{v}_{tr}, a_{tr}, t) d\mathbf{x}_{tr} d\mathbf{v}_{tr} da_{tr}$, die Anzahl N_k der Teilchen angibt, die sich zu einem Zeitpunkt t im Ortsvolumen $[\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_k + d\mathbf{x}_k]$ befinden und dabei Eigenschaften in den Bereichen $[\mathbf{v}_{tr}, \mathbf{v}_{tr} + d\mathbf{v}_{tr}]$ und $[a_{tr}, a_{tr} + da_{tr}]$ haben.

Die Transportgleichung der Tropfenverteilung, die sogenannte *Strahlgleichung* [44], hat in Analogie zur Boltzmann-Gleichung der Gasdynamik die Form

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_x(\dot{\mathbf{x}}_{tr} f) + \nabla_v(\dot{\mathbf{v}}_{tr} f) + \nabla_a(\dot{a}_{tr} f) = \dot{f}_{\text{zrf}} + \dot{f}_{\text{kls}} \quad (3.56)$$

$\dot{f}_{zrf} + \dot{f}_{kls}$ beschreiben Tropfenzerfall und -kollision. Die Kollision wird in dieser Arbeit vernachlässigt $\dot{f}_{kls} = 0$. Die Lösung von Gleichung 3.56 in dreidimensionalen Eulerschen Koordinaten wird in Kapitel 6 ausführlich beschrieben. Eine numerisch einfachere Methode ist die Berechnung in Lagrangeschen Koordinaten, die im folgenden Kapitel 3.3.1 beschrieben ist.

In einer turbulenten Strömung bewirkt die turbulente Gasbewegung eine Kraft auf die Tropfen, die zu einer Dispersion der Tropfen führt. Dieser Vorgang wird als turbulente Dispersion bezeichnet. Sehr kleine Tropfen folgen der turbulenten Schwankung der Gasbewegung unendlich schnell und die Bewegung der Tropfen entspricht der Strömung des umgebenden Gases. Große Tropfen folgen jedoch aufgrund ihrer Trägheit nicht mehr der Gasphase. Der Parameter, der das Ausmaß der turbulenten Dispersion beschreibt, ist die Stokes-Zahl:

$$St = \frac{\tau_{tr}}{\tau_{tur,g}} \quad (3.57)$$

Sie ist das Verhältnis aus der charakteristischen Zeitskala des Tropfens τ_{tr} und der Gasphasenturbulenz $\tau_{tur,g}$. Die turbulente Zeitskala $\tau_{tur,g}$ ist ein Maß für die Zeit, in der ein Tropfen mit der turbulenten Struktur interagieren kann (siehe Gleichung 6.73). τ_{tr} ist interpretierbar als die Zeit, die ein Tropfen aufgrund seiner Trägheit benötigt, um auf eine Impulsänderung durch die Gasphase zu reagieren:

$$\tau_{tr} = \frac{1}{D_{tr}} \quad (3.58)$$

Ein Tropfen kann also nur dann auf die turbulente Schwankungsgeschwindigkeit der Gasphase reagieren, wenn seine Reaktionszeit τ_{tr} in der Größenordnung der Zeitskala der Gasphasenturbulenz $\tau_{tur,g}$ ist.

Abbildung 3.4 zeigt eine direktnumerische Simulation von Tropfen verschiedener Stokes-Zahlen im Nachlauf eines Körpers [11]. Für $St \ll 1$ folgt der Tropfen der Gasphasenbewegung. Für $St \gg 1$ bewegt sich der Tropfen weitestgehend unabhängig von der Gasphase. Indes konzentrieren sich Tropfen mit $St \approx 1$ im äusseren Bereich der turbulenten Strukturen. In diesem Fall bewegen sich die Tropfen in Bändern an der Peripherie der Wirbelstrukturen.

Ein Einspritzstrahlmodell muss also

- sowohl die statistische Verteilung der Tropfeneigenschaften,
- als auch die Interaktion mit der Gasphasenturbulenz

richtig wiedergeben.

Die Kraftstofftropfen sind so klein, dass sie aus Rechenzeitgründen nicht mehr durch das Berechnungsgitter aufgelöst werden können. In diesem Fall muss eine Annahme über die Form der Oberfläche getroffen werden. Die in dem Trägermedium Luft dispers verteilten Tropfen werden als ideal kugelförmig angenommen und ihre Form ist damit durch ihren Durchmesser d bestimmt. Zusammen mit der Anzahl N der in einem Volumen V enthaltenen Tropfen kann ein Zusammenhang mit der Volumenfraktion der dispersen Phase hergestellt werden:

$$\alpha = d^3 \frac{\pi N}{6 V} \quad (3.59)$$

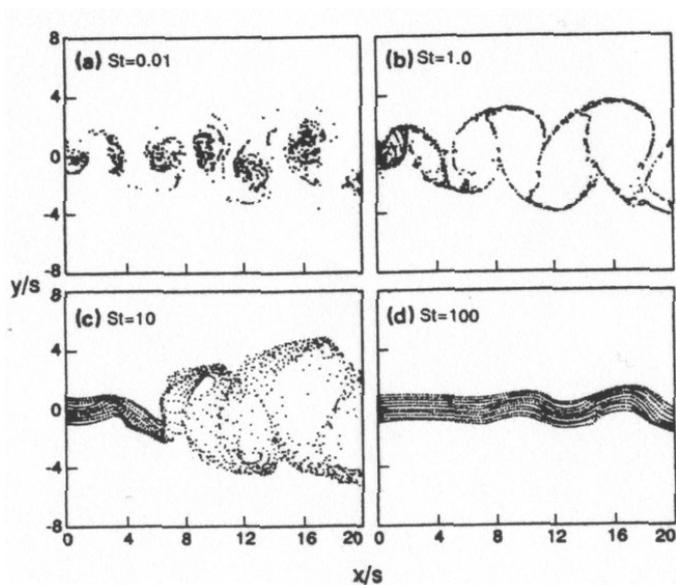


Abbildung 3.4: Der Effekt der Stokes-Zahl auf die turbulente Disperision in dem Nachlauf eines Körpers gezeigt anhand von DNS-Ergebnissen [11].

3.3.1 Lagrangesche Formulierung

Bei der Lagrangeschen Formulierung handelt es sich um ein Modell, bei dem die Bewegungsgleichung eines Tropfens explizit in Lagrangeschen Koordinaten berechnet wird. Die Bewegung ist in Lagrangeschen Koordinaten durch den Ort x_{tr} und die Änderung seines Ortes beschrieben:

$$\mathbf{v}_{tr} = \dot{\mathbf{x}}_{tr} \quad (3.60)$$

Bewegt sich der Tropfen in einer laminaren Strömung, so wirkt die Kraft des Strömungswiderstandes, beschrieben durch Gleichungen 3.24 und 3.25, auf ihn:

$$\dot{\mathbf{v}}_{tr} = -D_{tr}(\mathbf{v}_{tr} - \bar{\mathbf{v}}_g) \quad (3.61)$$

In jedem Zeitschritt wird aus den Kräften, die auf den Tropfen wirken, explizit die Position zum Ende des Zeitschritts bestimmt.

In der Regel wird bei dem Lagrangeschen Modell die Volumenfraktion der Tropfenphase nicht in der Gasphase berücksichtigt. Die Gleichungen für die (kontinuierliche) Gasphase entsprechen den Gleichungen in Kapitel 3.3.4.

Eine übliche Vorgehensweise für die Lösung von Gleichung 3.56 ist die Lagrangesche Monte Carlo Methode [15]. In dieser Methode werden Tropfen gleicher Eigenschaften (Durchmesser, Temperatur, Geschwindigkeit) zu sogenannten Parcels zusammengefasst. An Stelle des Transports der einzelnen Tropfen werden sie in ein sogenanntes Parcel zusammengefasst und dessen Massenpunkt transportiert, der die Eigenschaften und die Austauschoberfläche der Summe der enthaltenen Tropfen hat. Dadurch kann der Rechenaufwand bedeutend reduziert werden.

Bei kontinuierlichen dynamischen Prozessen verhalten sich diese 'parcels' wie Tropfen, allerdings erfolgen alle Prozesse, deren deterministischer Charakter auf 'parcel'-Ebene nicht aufgelöst werden kann, stochastisch. Dazu zählen die Bildung an der Düse, der Kollision und der

Interaktion mit der Turbulenz. Sowohl modellierungs- als auch rechentechnisch erweist sich dieser Ansatz als äusserst robust, schnell und intuitiv. Aufgrund der expliziten Zeitintegration treten in der Flüssigkeitsphase keine Konvergenzprobleme auf. [20]

Ein weiterer Vorteil hinsichtlich Stabilität und Effizienz ist, dass die Volumenfraktion der Tropfen nicht in der Gasphase berücksichtigt wird. Dies ist bei der Direkteinspritzung zulässig, da sich der Strahl aufweitet und die Anzahl der Tropfen je Volumen stromabwärts der Düse rasch abnimmt [20]. Darüber hinaus wird kein thermischer Druck analog zu Gleichung 3.15 berücksichtigt. Stattdessen wird eine Kraft, die so genannte turbulente Dispersion, eingeführt, die aufgrund der Turbulenz der Gasphase auf die Tropfen wirkt und diese dispers verteilt.

In einem turbulenten Gas muss der Einfluss der Gasphasenturbulenz \mathbf{v}'_g auf den Tropfen bzw. das Parcel berücksichtigt werden. Führt man \mathbf{v}'_g in Gleichung 3.61 ein, so ergibt sich die sogenannte Langevin-Gleichung:

$$\dot{\mathbf{v}}_{tr} = -D_{tr} (\mathbf{v}_{tr} - \bar{\mathbf{v}}_g - \mathbf{v}'_g) \quad (3.62)$$

Die Gasphasenturbulenz \mathbf{v}'_g ist der Betrag, um den die momentane Geschwindigkeit \mathbf{v}_g von der mittleren Geschwindigkeit $\bar{\mathbf{v}}_g$ abweicht:

$$\mathbf{v}'_g = \mathbf{v}_g - \bar{\mathbf{v}}_g \quad (3.63)$$

Die Gasphasenturbulenz \mathbf{v}'_g in Gleichung 3.62 bewirkt eine turbulente Kraft auf den Tropfen, und lenkt ihn proportional zur turbulenten Schwankung der Gasphase von der mittleren Bahn ab, die er in einer laminaren Gasströmung nehmen würden.

Der momentane Wert des Tropfenortes \mathbf{x}_{tr} und der Tropfengeschwindigkeit \mathbf{v}_{tr} unterliegt also auch einer turbulenten Schwankung um deren Mittelwerte $\bar{\mathbf{x}}_{tr}$ und $\bar{\mathbf{v}}_{tr}$:

$$\mathbf{x}'_{tr} = \mathbf{x}_{tr} - \bar{\mathbf{x}}_{tr} \quad (3.64)$$

$$\mathbf{v}'_{tr} = \mathbf{v}_{tr} - \bar{\mathbf{v}}_{tr} \quad (3.65)$$

Das Maß für die Abweichung des Momentanwertes vom mittleren Wert, also für die turbulenten Schwankungen des Tropfen, sind die Varianzen $\sigma_{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{x}_{tr}}^2$ und $\sigma_{\mathbf{v}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}^2$ und die Kovarianz $\sigma_{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}^2$:

$$\sigma_{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{x}_{tr}}^2 = \overline{(\mathbf{x}_{tr} - \bar{\mathbf{x}}_{tr})(\mathbf{x}_{tr} - \bar{\mathbf{x}}_{tr})} \quad (3.66)$$

$$\sigma_{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}^2 = \overline{(\mathbf{x}_{tr} - \bar{\mathbf{x}}_{tr})(\mathbf{v}_{tr} - \bar{\mathbf{v}}_{tr})} \quad (3.67)$$

$$\sigma_{\mathbf{v}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}^2 = \overline{(\mathbf{v}_{tr} - \bar{\mathbf{v}}_{tr})(\mathbf{v}_{tr} - \bar{\mathbf{v}}_{tr})} \quad (3.68)$$

Neben der Bewegungsgleichung werden in einer turbulenten Gasströmung noch Gleichungen für die zeitliche Änderung der Varianzen und der Kovarianz benötigt. Die Transportgleichungen der Varianzen und der Kovarianz ergeben sich durch Einsetzen der Langevinschen Gleichung in die zeitliche Ableitung von Varianzen und Kovarianz und Mittelung:

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma_{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{x}_{tr}}^2 = 2\sigma_{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}^2 \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma_{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}^2 = \sigma_{\mathbf{v}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}^2 - D_{tr} \sigma_{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}^2 + D_{tr} \overline{\mathbf{x}_{tr} \mathbf{v}'_g} \quad (3.70)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma_{\mathbf{v}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}^2 = -2D_{tr} \sigma_{\mathbf{v}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}^2 + 2D_{tr} \overline{\mathbf{v}_{tr} \mathbf{v}'_g} \quad (3.71)$$

Aus der mittleren kinetischen Energie der Gasphase k_g rekonstruierten Gosman und Ioannides [18] eine gaußförmige Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Schwankungsgeschwindigkeit der Tropfen v'_{tr} :

$$G(v'_{tr}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{v'^2_{tr}}{2\sigma^2}\right) \quad \sigma = \sqrt{\frac{2}{3}k_g} \quad (3.72)$$

Durch Integration von Gleichung 3.62 leitet O'Rourke [31] eine Gleichung für die Tropfengeschwindigkeit unter der Voraussetzung $D_{tr} = \text{konst}$ her:

$$\mathbf{v}_{tr} = \mathbf{v}_g \left(1 - e^{-D_{tr}t}\right) + e^{-D_{tr}t} \left(\mathbf{v}_{tr,0} + \int_{t_0}^t e^{-D_{tr}\tau} D_{tr} \mathbf{v}'_g d\tau\right) \quad (3.73)$$

Die Varianzen in Ort (Gleichung 3.66) und Geschwindigkeit (Gleichung 3.68) können unter Verwendung von Gleichungen 3.62, 3.72 und 3.73 bestimmt werden:

$$\sigma^2_{\mathbf{x}_{tr,i}\mathbf{x}_{tr,j}} = \sigma^2 \frac{1 - e^{-D_{tr}\tau_{tur,g}}}{1 + e^{-D_{tr}\tau_{tur,g}}} \left(1 - e^{-D_{tr}\Delta t}\right) \delta_{ij} \quad (3.74)$$

$$\sigma^2_{\mathbf{v}_{tr,i}\mathbf{v}_{tr,j}} = \sigma^2 \left[\frac{\sigma^2_{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{x}_{tr}}}{D_{tr}\sigma^2} - \frac{2\tau_{tur,g}}{D_{tr}} \left(1 - e^{-D_{tr}\Delta t}\right) + \tau_{tur,g}\Delta t \right] \delta_{ij} \quad (3.75)$$

Für den Grenzfall kleiner Tropfen $St \ll 1$ ergibt sich:

$$\sigma^2_{\mathbf{x}_{tr,i}\mathbf{x}_{tr,i}} = \sigma^2 \quad (3.76)$$

$$\sigma^2_{\mathbf{v}_{tr,i}\mathbf{v}_{tr,i}} = \sigma^2 \tau_{tur,g} \Delta t \quad (3.77)$$

Die momentan auf einen Tropfen wirkende Turbulenzgeschwindigkeit wird entsprechend Gleichung 3.72 durch Zufallsvariablen bestimmt. Die erneute Bestimmung findet nach der Zeit statt, die dem Minimum aus Wirbellebensdauer τ_{tr} (Gleichung 3.58) und der Zeit $\tau_{tur,g}$ (Gleichung 6.73), die der Tropfen zur Durchquerung des Wirbel benötigt, gebildet wird. Ist die turbulente Zeitskala kleiner als der Rechenzeitschritt Δt , versagt die direkte stochastische Lösung.

3.3.2 Statistische Konvergenz

Die Längenskalen der Gasströmung im Düsenbereich liegen in Größenordnung des Düsenlochdurchmessers und müssen durch das Berechnungsgitter aufgelöst werden. Die Verkleinerung der Berechnungszellen wirkt sich jedoch, wie im Folgenden erklärt wird, direkt auf die Berechnung der flüssigen Phase aus.

Ein Zielkonflikt ergibt sich zwischen der Ortsauflösung der Gasphase und der statistischen Konvergenz des Lagrangeschen Modells. Die Verteilungsfunktion der Tropfeneigenschaften in einer Berechnungszelle ist durch Parcels in einer Zelle repräsentiert. Je mehr Parcels zur Verfügung stehen, desto besser ist die Verteilung der Tropfen beschrieben und um so besser ist die statistische Konvergenz. Auf der rechten Seite von Abbildung 3.5 ist eine Berechnungszelle schematisch dargestellt. Da die Zelle wesentlich größer als der Düsendurchmesser ist, werden sich in ihr viele Parcels befinden und wird die statistische Konvergenz gut sein. Aufgrund ihrer Größe ist sie jedoch nicht in der Lage, das Geschwindigkeitsprofil der Gasphase aufzulösen.

Wird die Größe der Zelle verkleinert um die Längenskalen der Gasphase aufzulösen, so nimmt die Anzahl der Parcels je Zelle und damit die Güte der Beschreibung der Tropfenverteilung bzw. statistische Konvergenz ab. Um die statistische Konvergenz beizubehalten muss also zusammen mit der Verkleinerung der Berechnungszellen die Anzahl der Parcels erhöht werden, wodurch der Berechnungsaufwand erhöht wird. Hier ist jedoch durch die zur Zeit verfügbare Computerleistung eine Grenze gesetzt, die das Verfahren auf eine unzureichende Auflösung von Längenskalen und Tropfenverteilung beschränkt. Eine ausführlich Diskussion des Lagrangeschen Einspritzstrahlmodells liefert Krüger [20].

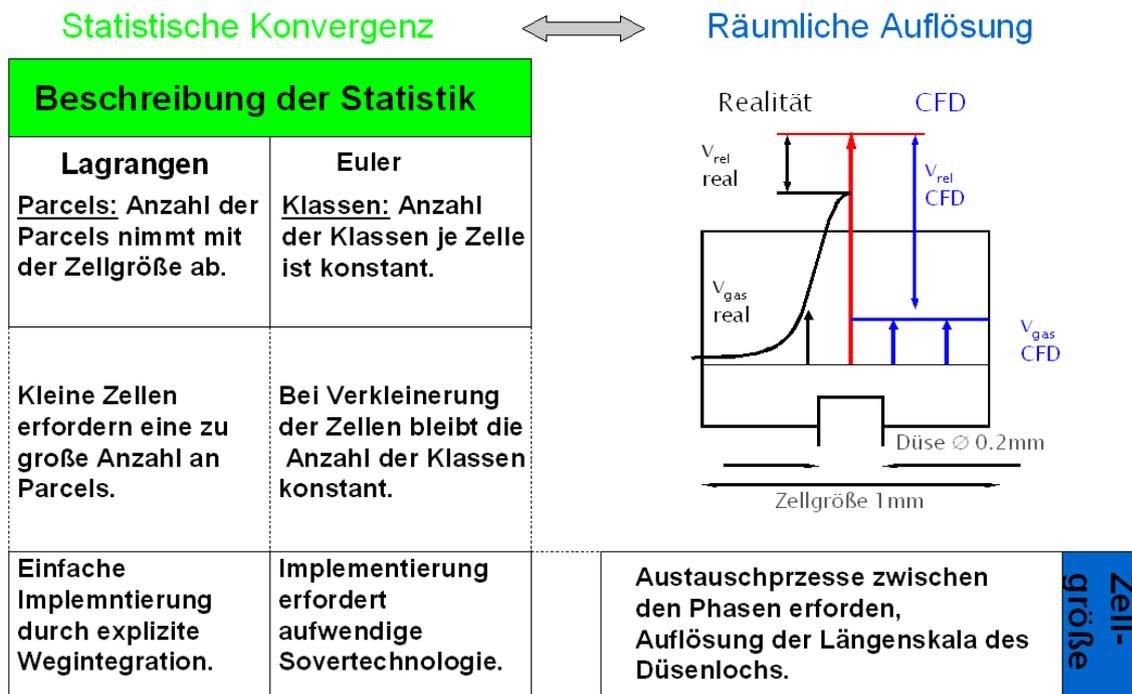


Abbildung 3.5: Zielkonflikt Statistische Konvergenz versus Räumliche Diskretisierung

Ein alternativer Ansatz ist die numerische Lösung von Gleichung 3.56 in Eulerscher Formulierung. Anstelle der Parcels werden sogenannte *Tropfenklassen* in Kapitel 6 hergeleitet. Die Anzahl der Klassen je Zelle ist bei der Eulerschen Formulierung konstant und damit unabhängig von der Zellgröße. Mit einer Eulerschen Beschreibung kann daher eine gute Ortsauflösung zusammen mit einer guten statistischen Konvergenz erreicht werden.

3.3.3 Eulersche Formulierung

Das in Kapitel 3.3.1 beschriebene Lagrangesche Modell für die Berechnung der Tropfenverteilung und Interaktion mit der Gasphasenturbulenz hat den in Kapitel 3.3.2 beschriebenen Nachteil bezüglich der statistischen Konvergenz. Daher schlägt Krüger [20] einen alternativen Weg vor, der die direkte Berücksichtigung der turbulenten Dispersion ohne Wegintegration erlaubt: Im Grenzfall unendlich kurzer Korrelationszeiten für die Turbulenz-Geschwindigkeiten ist die

Langevin-Gleichung (3.62) zu einer Fokker-Planck-Gleichung äquivalent. Die Fokker-Planck-Gleichung ist die Analogie der Langevin-Gleichung in Eulerschen Koordinaten. Sie beschreibt die zeitliche Entwicklung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung f unter der Wirkung von Drift und Diffusion [37]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_x(\mathbf{v}_{tr}f) + \nabla_v(\dot{\mathbf{v}}_{tr}f) - \xi \nabla_{xx}f - \eta \nabla_{xv}f - \chi \nabla_{vv}f = 0 \quad (3.78)$$

Gegenüber Gleichung 3.56 besitzt Gleichung 3.78 Diffusionsterme. Die stochastische Kraft, die durch die Turbulenz der Gasphase auf die Tropfen wirkt, wird durch eine Diffusion mit den Diffusionskoeffizienten ξ , η und χ beschrieben. Die Diffusionskoeffizienten müssen durch Vergleich der Korrelationen $\overline{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{x}_{tr}}$, $\overline{\mathbf{x}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}$ und $\overline{\mathbf{v}_{tr}\mathbf{v}_{tr}}$ aus der Langevin- bzw. Fokker-Planck-Gleichung bestimmt werden [20]. Dieser Vorschlag wird in der vorliegenden Arbeit in Kapitel 6 in die Tat umgesetzt. Daraus wird ersichtlich, wie ähnlich das in Kapitel 6 hergeleitete Modell dem Lagrangeschen Einspritzstrahlmodell ist.

Um die Tropfenverteilung in jeder Zelle abzubilden, muss die Wahrscheinlichkeitsverteilung in so genannte *Klassen* unterteilt werden, für die in einer Zelle der Durchmesser, die Temperatur und die Geschwindigkeit konstant sind. Das *Klassen*-Konzept ist das Analogon zum *Parcel*-Konzept in der Lagrangeschen Formulierung. Für jede Klasse müssen die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls, Durchmesser und Temperatur bestimmt werden. Hier können zwei Wege beschritten werden:

- Eine Möglichkeit ist die in Kapitel 3.1.1 beschriebene Annahme eines kontinuummechanischen Fluids und Mittelung nach Gleichung 3.5. Von diesem Ansatz wird bei den im vorliegenden Kapitel dargestellten Modellen ausgegangen.
- Alternativ kann auf einer teilchendynamischen Ebene begonnen und für jede Klasse Gleichung 3.78 bereichsweise integriert werden. Dieser Weg wird in Kapitel 6 beschritten.

Gleichungen 3.7 und 3.8 in Kapitel 3.1.1 werden z.B. von Alajbegovic [4] zur Berechnung der Tropfenklassen verwendet. Bei diesem Ansatz werden üblicherweise folgende Annahmen getroffen:

1. Der Druck der dispersen Phase entspricht dem Druck der kontinuierlichen Phase. (entsprechend Gleichung 3.13)
2. Die Gasphasenturbulenz und Tropfenturbulenz sind in einem Gleichgewicht, und es wird keine Transportgleichung für die Tropfenturbulenz formuliert.

Kommentare zu den Annahmen von Alajbegovic [4]:

Zu 1.: Im Verlaufe der Arbeit wurde die Diskussion geführt, ob ein Gleichungssystem, in dem es nur einen Druck gibt, wie es durch Gleichung 3.13 eingeführt wird, auch für die Einspritzstrahlsimulation verwendet werden kann. Wären die Tropfen feste Kugeln, so könnte zwischen ihnen ein Druck entstehen, der höher ist als der in der kontinuierlichen Phase. Er würde verhindern, dass die Kugeln die dichteste Kugelpackung überschreiten. Um Druck durch Kontakt zu berücksichtigen, kann in der dispersen Phase ein Kontaktdruck p_c eingeführt werden:

$$p_1 = p_2 + p_c \quad (3.79)$$

Ein Modell für p_c muss hergeleitet werden. Gough [19] und Kuo [21] haben ein Modell benutzt, in dem p_c abhängig von der Volumenfraktion ist:

$$p_c = p_c(\alpha) \quad (3.80)$$

In diesem Modell ist $p_c(\alpha) = 0$ für $\alpha < \alpha_c$, wobei α_c die Volumenfraktion der dichtesten Kugelpackung ist, und für $\alpha > \alpha_c$ steigt $p_c(\alpha)$ exponentiell an. Im Fall $\alpha = \alpha_c$ wäre jedoch die Impulsgleichung bedeutungslos. Ein solches Konzept ist daher für die Berechnung von Einspritzstrahlen nicht sinnvoll.

Es handelt sich bei Tropfen jedoch nicht um feste, sondern um flüssige Kugeln, die sich bei Kontakt miteinander verbinden. Im Falle der Kumulation der Tropfen braucht man also eine Kraft, die auf molekularer Ebene eine Dispersion der Tropfen erzeugt. In Kapitel 6 wird gezeigt, dass sich eine solche Kraft durch statistische Betrachtung aus der Interaktion der Tropfen mit der Turbulenz der Gasphase ergibt. Die Dispersion eines Einspritzstrahls erfolgt also nicht durch einen Druck in der flüssigen Phase, sondern durch die Interaktion der Tropfen mit der Gasphasenturbulenz.

Zu 2.: Dem gegenüber wird bei dem in Kapitel 6 hergeleiteten Modell wie im Lagrange-schen Modell (Kapitel 3.3.1) auf einen thermodynamischen Druck verzichtet und aus statistischen Betrachtungen heraus eine Transportgleichung für eine Tropfenturbulenz entwickelt.

Moraga et. al [29] haben einen Vergleich von aktuellen turbulenten Dispersions-Modellen basierend auf den oben beschriebenen Annahmen mit direkter numerischer Simulation vorgenommen. In diesen Modellen ist die turbulente Dispersion eine Kraft, die auf die Tropfen wirkt und proportional dem Produkt aus kinetischer Energie der Turbulenz der Gasphase k_g und in Richtung des Gradienten der Volumenfraktion der dispersen Phase wirkt:

$$\mathbf{F}_{tr} = C_{TD} \rho_g k_g \nabla \alpha_k \quad (3.81)$$

Die Volumenfraktion α_k nimmt bei einem Dieselstrahl orthogonal zur Einspritzstrahlachse ab. Damit ist die Dispersive Kraft aufgrund von $\nabla \alpha_k$ orthogonal zur Ausbreitungsrichtung des Einspritzstrahls gerichtet und führt zur Aufweitung.

Alajbegovic [3] and Lahey et al. [42] haben die Dispersion von Partikeln mit einem konstanten Durchmesser von 2 mm in einem Rohr simuliert. Mit einem konstanten Koeffizienten von $C_{TD} = 0.1$ konnten experimentelle Daten berechnet werden. Lopez de Bertodano [5] schlägt einen variablen Koeffizienten vor, der von der Stokeszahl St (Definition und Diskussion siehe Gleichung 3.57) abhängig ist:

$$C_{TD} = C_\mu^{1/4} \frac{1}{St(1 + St)} \quad (3.82)$$

C_μ ist eine Konstante des Turbulenzmodells der Gasphase und hat den Wert 0.09. Gleichung 3.82 berechnet einen Koeffizienten von der Größenordnung von 1 für eine Stokeszahl $St \approx 1$. Für sehr kleine Tropfen $St \ll 1$, bei denen der Tropfenwiderstand dominant ist, steigt der Koeffizient exponentiell an und verstärkt damit die Dispersion.

3.3.4 Gasphase

Über Reibung und Tropfenverdampfung tauschen die Tropfenklassen Masse und Energie mit der Gasphase aus. Ziel der folgenden Darstellung der Gasphasengleichungen ist es, die Kopplung zwischen Tropfenklassen und Gasphase zu erläutern. Die Gleichungen sind dem Benutzerhandbuch [2] der Software StarCD Version 4 entnommen, in die das Modell von Kapitel 6 implementiert wurde. Methoden zum Lösen der nachfolgenden Gleichungen können [43, 17] entnommen werden.

Für die Gasphase gilt Massen- und Impulserhaltung. Durch die Verdampfung (Gleichung 6.6) der Tropfen nimmt die Masse der Gasphase zu:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_g) + \nabla_j(\rho_g \bar{v}_{g,j}) = -S_{\rho_k}^{TV} \quad (3.83)$$

Die Tropfenklassen beeinflussen den Impuls der Gasphase durch Tropfenwiderstand, turbulente Dispersion und Verdampfung (Gleichung 6.12):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_g \bar{v}_{g,i}) + \nabla_j(\rho_g \bar{v}_{g,i} \bar{v}_{g,j} - \tau_{ij}) = \rho_g D_g(\bar{v}_{k,i} - \bar{v}_{g,i}) - S_{v_{k,i}}^{TV} \quad (3.84)$$

Die Gasphase wird als Reynolds-gemitteltes turbulentes Fluid betrachtet:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_{g,j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \bar{v}_{g,l}}{\partial x_l} \delta_{ij} - \overline{\rho v'_{g,i} v'_{g,j}} \quad (3.85)$$

Wobei $u'_{g,i}$ die turbulenten Geschwindigkeitsabweichungen von der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v}_{g,i}$ sind und μ die molekulare Viskosität ist. Der Überstrich kennzeichnet die Ensemblemitteilung.

In der Gasphase wird die Enthalpie h_g transportiert. Die Enthalpie ändert sich durch Verdampfung und konvektiven Wärmeübergang (Gleichung 6.39):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_g h_g) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_g \bar{v}_{g,j} h_g + F_{h,j} - \bar{v}_{g,i} \tau_{ij}) = \frac{\partial p}{\partial t} - S_{v_k}^{TV} - S_{u_g}^P \quad (3.86)$$

Die Enthalpie steht mit der Gasphasentemperatur T_g in folgendem Zusammenhang:

$$h_g = \bar{c}_p T_g - c_p^0 T_0 \quad (3.87)$$

wobei \bar{c}_p die mittlere spezifische Wärme und c_p^0 die spezifische Wärme bei der Bezugstemperatur T_0 des Gases ist. Die Gasphase setzt sich aus den Komponenten Luft (Index a) und Dampf (Index v):

$$Y_a + Y_v = 1 \quad (3.88)$$

Zusätzlich zu Gleichung 3.83 wird der Massenanteil des Dampfes Y_v in der Gasphase transportiert. Der Verdampfungsquellterm muss auch hier berücksichtigt werden:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_g Y_v) + \nabla_j(\rho_g \bar{v}_{g,j} Y_v + F_{v,j}) = -S_{\rho_k}^{TV} \quad (3.89)$$

Die Gasphase wird als ideales Gas angenommen. Ihre mittlere Dichte berechnet sich aus den Massenbrüchen Y und den Molmassen M :

$$\rho_g = \frac{p}{RT \left(\frac{Y_a}{M_a} + \frac{Y_v}{M_v} \right)} \quad (3.90)$$

Die molekularen diffusiven Flüsse von Wärme und Masse werden mit dem Fourierschen und Fickschen Gesetz berechnet:

$$F_{h,j} = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} + \overline{\rho u'_{g,j} h'_g} + \sum_m h_m \rho_g V_{m,j} \quad (3.91)$$

$$F_{v,j} = \rho D_v \frac{\partial Y_v}{\partial x_j} + \overline{\rho_g u'_{g,j} Y'_v} \quad (3.92)$$

Die Turbulenz der Gasphase ist durch das Standard k - ε -Modell beschrieben. Die konstitutiven Gleichungen lauten:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_{g,j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\mu_t \frac{\partial \bar{v}_{g,l}}{\partial x_l} + \rho k \right) \delta_{ij} \quad (3.93)$$

$$\overline{\rho u'_i h'} = -\frac{\mu_t}{\sigma_{h,t}} \frac{\partial h_g}{\partial x_j} \quad (3.94)$$

$$\overline{\rho u'_i Y'_v} = -\frac{\mu_t}{\sigma_{v,t}} \frac{\partial Y_v}{\partial x_j} \quad (3.95)$$

Wobei $\sigma_{h,t}$ und $\sigma_{v,t}$ die turbulenten Prandtl- und Schmidt-Zahlen sind. Die turbulente Viskosität berechnet sich aus der turbulenten kinetischen Energie und der Dissipation der turbulenten kinetischen Energie:

$$\mu_t = \rho_g C_\mu \frac{k_g^2}{\varepsilon_g} \quad (3.96)$$

C_μ ist ein empirischer Koeffizient und hat den Wert 0.09.

Die turbulente kinetische Energie der Gasphase ist durch die turbulente Dispersion der Tropfen beeinflusst (Gleichung 6.66):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho_g k_g) \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho_g \bar{v}_{g,j} k_g - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_g} \right) \frac{\partial k_g}{\partial x_j} \right] = \\ & \mu_t \left(\frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{v}_{g,j}}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_j} - \rho_g \varepsilon_g - \frac{2}{3} \left(\mu_t \frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_i} + \rho_g k_g \right) \frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_i} - S_{\rho_g}^P \end{aligned} \quad (3.97)$$

Zusätzlich zur turbulenten kinetischen Energie wird die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie transportiert:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho_g \varepsilon_g) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho_g \bar{v}_{g,j} \varepsilon_g - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_g} \right) \frac{\partial \varepsilon_g}{\partial x_j} \right] = \\ & C_{\varepsilon_g,1} \frac{\varepsilon_g}{k_g} \left[\mu_t \left(\frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{v}_{g,j}}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_j} \right] \\ & + C_{\varepsilon_g,2} \rho_g \frac{\varepsilon_g}{k_g} + C_{\varepsilon_g,4} \rho_g \varepsilon_g \frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (3.98)$$

Die Dissipation der turbulenten kinetischen Energie der Gasphase ist nicht durch die turbulente Dispersion beeinflusst. Die Konstanten des Modells können ([2, 43, 17]) entnommen werden.

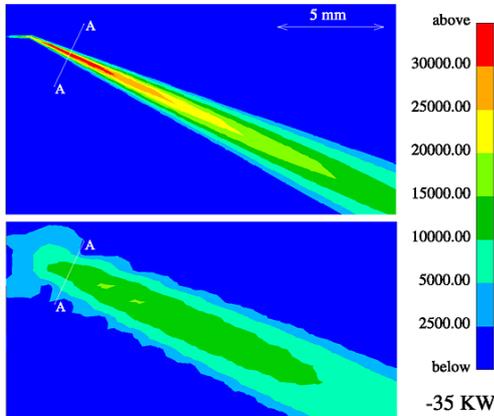
Beim Austritt aus der Düse beschleunigen die Tropfen die umgebende Gasphase. Durch die hohen Temperaturen und Drücke verdampfen die Tropfen schnell und der Impuls der flüssigen Phase wird der Gasphase vollständig übertragen. In der Gasphase bildet sich ein turbulenter Freistrah [38] aus, der wesentlich durch die hohe Turbulenzproduktion in der Scherschicht charakterisiert ist. Um die turbulente Dispersion richtig berechnen zu können, muss sichergestellt werden, dass das Strömungsfeld der Gasphase die Charakteristik des turbulenten Freistrahls richtig wiedergibt. Dies setzt eine angemessene Auflösung der die Gasphasenturbulenz beeinflussenden Längenskalen voraus. In der Praxis wird meist das k - ε -Modell zur Berechnung der Turbulenz benutzt. Mit der Standardform dieses Modells wird die Aufweitungsrates für den runden Freistrah als zu groß vorhergesagt [23]. Eine Korrektur kann durch die Parameter des Turbulenzmodells erfolgen.

Die Längenskalen der Düseninnenströmung und des Nahbereichs des Einspritzstrahls sind wesentlich kleiner als die Diskretisierung herkömmlicher Berechnungsverfahren für die Gemischbildung in direkteingespritzten Verbrennungsmotoren. Untersuchungen des Autors [26] zeigen, welches Mass an Auflösung notwendig ist, um die Charakteristik eines Einspritzstrahls und dessen Turbulenzfeldes richtig abzubilden. In Abbildung 3.6 ist die Kontur des Geschwindigkeitsfeldes vergrößert im Düsennahbereich 5 ° KW nach Beginn einer Einspritzung dargestellt. Das obere linke Bild zeigt ein an die Längenskalen des Einspritzstrahls adaptiertes und darunter ein konventionelles Netz. Rechts davon ist die Geschwindigkeitsverteilung für beide Netze in Schnitt A-A zu sehen. Das Geschwindigkeitsprofil des adaptierten Rechengitters hat die Breite des durch den Einspritzstrahl induzierten Gasfreistrahls und folgt der Kegelform stromabwärts. Der adaptierte Strahl ist in Folge der besseren Netzauflösung in radialer Richtung insgesamt schlanker. Der Schnitt A-A ist 3 mm lang. Die Geschwindigkeitskurve des adaptierten Netzes ist durch ca. 16 Zellen auf diesem Schnitt sehr gut aufgelöst und entspricht in guter Näherung der Realität. Die Flanken des Profils fallen steil ab und liegen im Bereich eines Kegels, der ungefähr an der Düsen Spitze beginnt. Demgegenüber ist der Strahl im Standardnetz an der betrachteten Stelle nur durch 4 Zellen aufgelöst. Dadurch wird das Geschwindigkeitsprofil auf dem Standardnetz breiter und sein Maximum entspricht nur noch einem Drittel des Geschwindigkeitsmaximums des adaptierten Netzes.

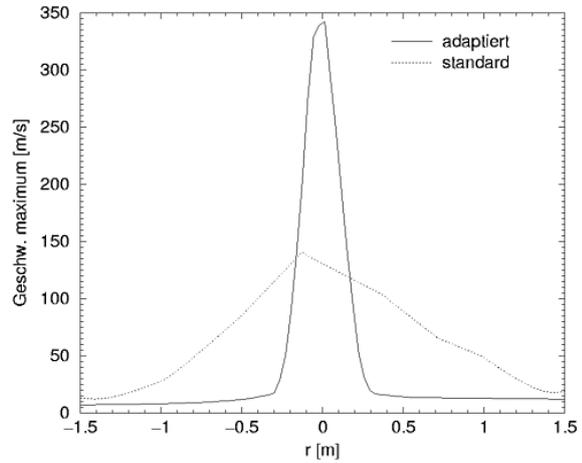
Für die Strahlausbreitung sind die Produktion und Verteilung der turbulenten kinetischen Energie von Bedeutung. Sie leitet sich direkt durch Differentiation aus dem mittleren Geschwindigkeitsfeld $\bar{v}_{g,i}$ ab und ist damit proportional der Steigung des Geschwindigkeitsprofils:

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{v}_{g,j}}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \rho_g k_g \frac{\partial \bar{v}_{g,i}}{\partial x_i} \quad (3.99)$$

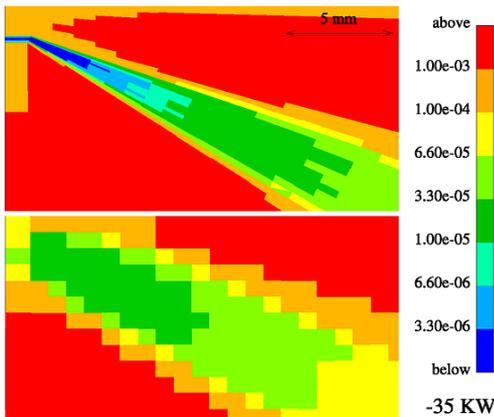
Das Geschwindigkeitsprofil des adaptierten Netzes hat im Vergleich zum nicht adaptierten Netz einen stetigen Verlauf. An den Flanken ist die Steigung groß und wird im Maximum der Geschwindigkeit zu Null. Das adaptierte Netz ist in der Lage, die Steigung der steil abfallenden Flanken der Geschwindigkeitsverteilung und das dazwischen liegende Maximum des Geschwindigkeitsprofils wiederzugeben. Eine große Steigung des Geschwindigkeitsfeldes bedeutet große Geschwindigkeitsgradienten und damit eine große Turbulenzproduktion. Die rechte Seite von



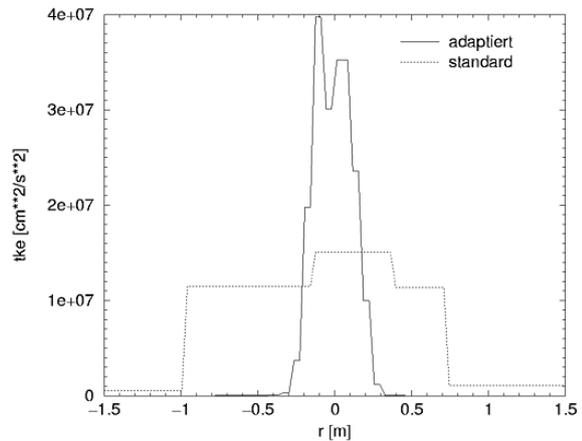
Geschwindigkeit in $[\frac{cm}{s}]$. Oben: feines Netz, unten: Standardnetz.



Schnitt A-A durch das Geschwindigkeitsfeld. Das Geschwindigkeitsfeld der Gasphase ist auf dem groben Netz unzureichend aufgelöst.



Turbulente kinetische Energie in $[\frac{cm^2}{s^2}]$. Oben: adaptiertes Netz, unten: Standardnetz.



Die Produktion der Turbulenz ist proportional der Geschwindigkeitsgradienten und ist damit auf dem groben Netz falsch wiedergegeben.

Abbildung 3.6: Der Einspritzstrahl induziert das Strömungsprofil eines Gasfreistrahls in der Gasphase. Die Diskretisierung des Gasfreistrahls muss dessen Längenskalen entsprechen, da sonst dessen charakteristisches Ausbreitungsverhalten falsch wiedergegeben werden. [26]

Abbildung 3.6 zeigt die turbulente kinetische Energie im Düsennahbereich. Im Standardnetz werden die Randbereiche nicht aufgelöst. Die geringen Steigungen der Geschwindigkeitskurve resultieren in einem geringen Niveau der turbulenten kinetischen Energie, die auf eine breitere Fläche als im adaptierten Netz verteilt ist. Die charakteristische Verteilung der turbulenten kinetischen Energie auf die Randzonen des Strahls ist somit verlorengegangen.

Die Strahlaufweitung wird durch die turbulente Viskosität beeinflusst. Je höher die Viskosität ist, desto mehr Impuls wird radial zum Strahl übertragen und desto stärker weitet sich der Strahl auf. Im Standard k - ε -Modell für die Turbulenz wird die turbulente Viskosität als Proportionalitätskonstante zwischen dem Reynolds'schen Spannungstensor und dem Gradienten des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes benutzt, um die Impulsgleichungen zu schließen [17, 2]. Die turbulente Viskosität wird abhängig vom turbulenten Zeitmaß und der turbulenten kinetischen Energie formuliert als

$$\nu_t = C_\mu l \sqrt{k_g}. \quad (3.100)$$

ν_t ist direkt proportional zum turbulenten Längenmaß und proportional zur Wurzel der turbulenten kinetischen Energie. Eine weitere Größe zur Charakterisierung der Turbulenz ist das turbulente Längenmaß l_t . Es kann durch Dimensionsbetrachtung in Abhängigkeit der turbulenten kinetischen Energie k und der Dissipation ε formuliert werden:

$$l_t = C_\mu \frac{k_g^{3/2}}{\varepsilon_g}. \quad (3.101)$$

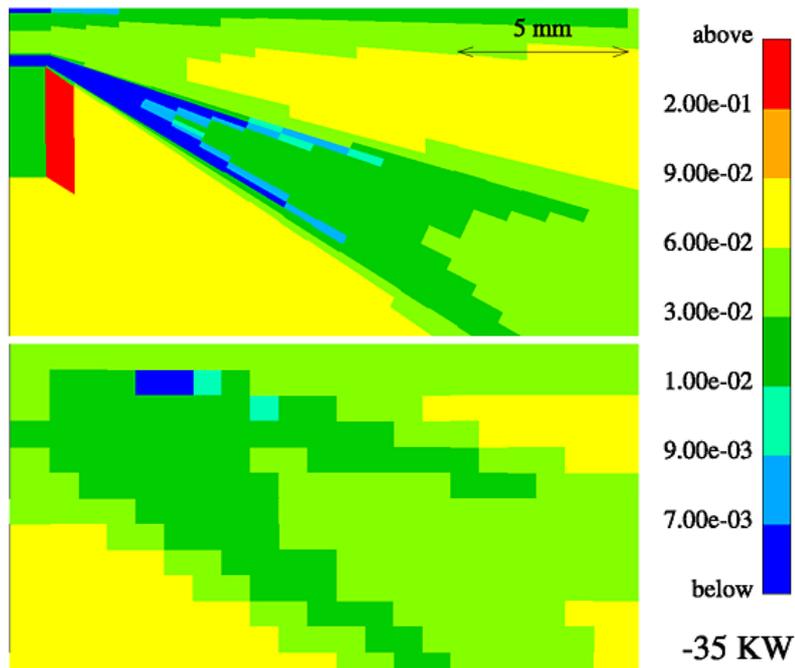
Gleichung 3.101 drückt aus, in welchem Maße sich die Turbulenzeigenschaften an zwei Orten wechselseitig beeinflussen, sie miteinander interagieren. Das größte Längenmaß ist der Abstand, an dem zwei Punkte einer Strömung gerade noch korrelieren. Es gibt Versuche, eine schlechte Netzauflösung durch künstliche Limitierung der Längenskala zu kompensieren [20]. In einem gut aufgelösten Geschwindigkeitsprofil stellt sich ein physikalisch sinnvolles Längenmaß jedoch von selber ein.

Die kleine Längenskala des adaptierten Netzes im Düsennahbereich wirkt sich über Gleichung 3.100 direkt auf die turbulente Viskosität aus. Trotz der größeren Turbulenzwerte im adaptierten Netz liegt die turbulente Viskosität im Düsennahbereich, wie auf Abbildung 3.3.4 zu sehen ist, unterhalb der des Standardnetzes. Die größere turbulente Viskosität im Düsennahbereich des Standardnetzes trägt noch zusätzlich zur Verbreiterung des Strahls bei.

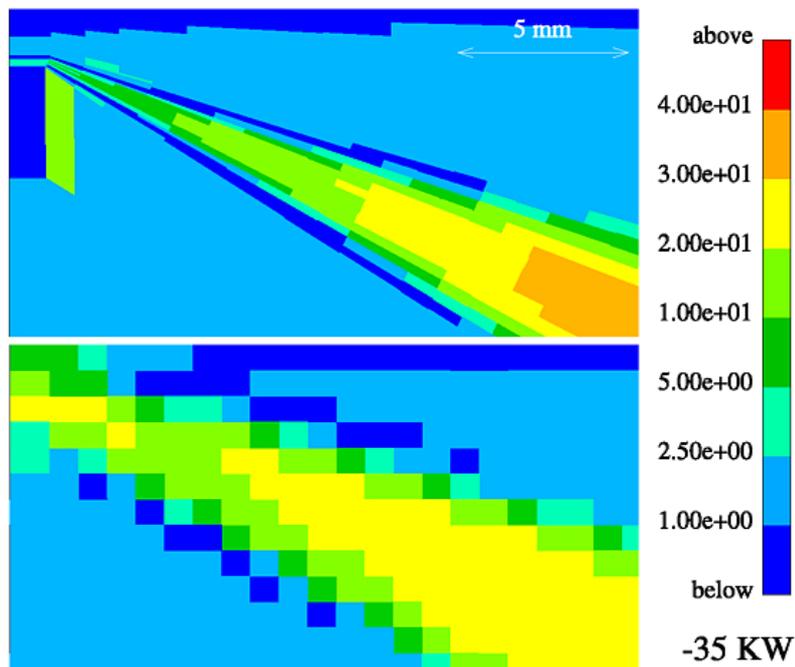
Bei dem k - ε -Modell für die Turbulenz wird angenommen, daß die Produktion und Dissipation von k die dominierenden Effekte sind. Abbildung 3.8 gibt dies wieder. Im Bereich der maximalen Produktion liegt auch gleichzeitig das Maximum der Dissipation. Der Quotient aus turbulenter kinetischer Energie und Dissipation liefert das turbulente Zeitmaß, das für die Verbrennung von Interesse ist. Es ist in Abbildung 3.8 gezeigt und wird gebildet als

$$t_{turb} = \frac{k_g}{\varepsilon_g} \quad (3.102)$$

Im adaptierten Netz ist es kleiner als im Standardnetz.

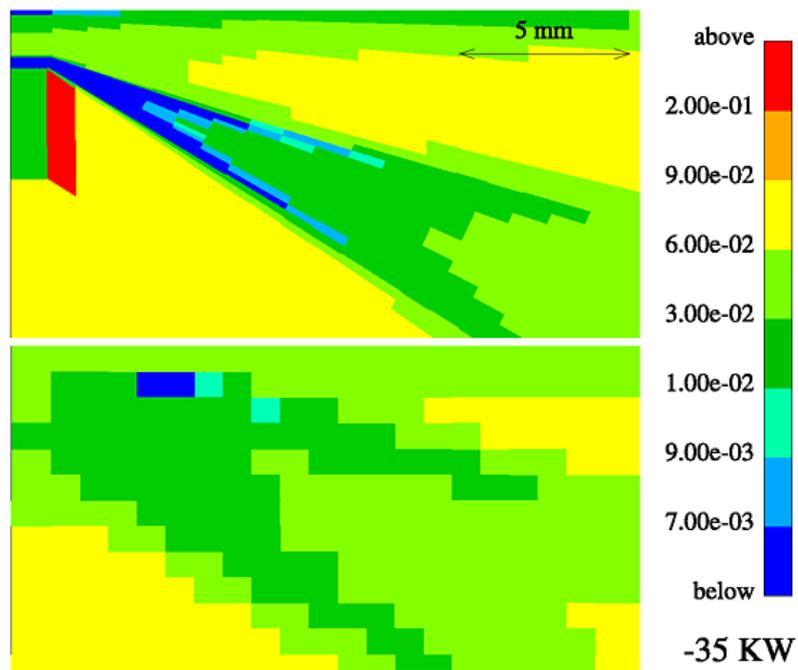


Turbulentes Längenmaß in $[cm]$. Oben: feines Netz, unten: Standardnetz.

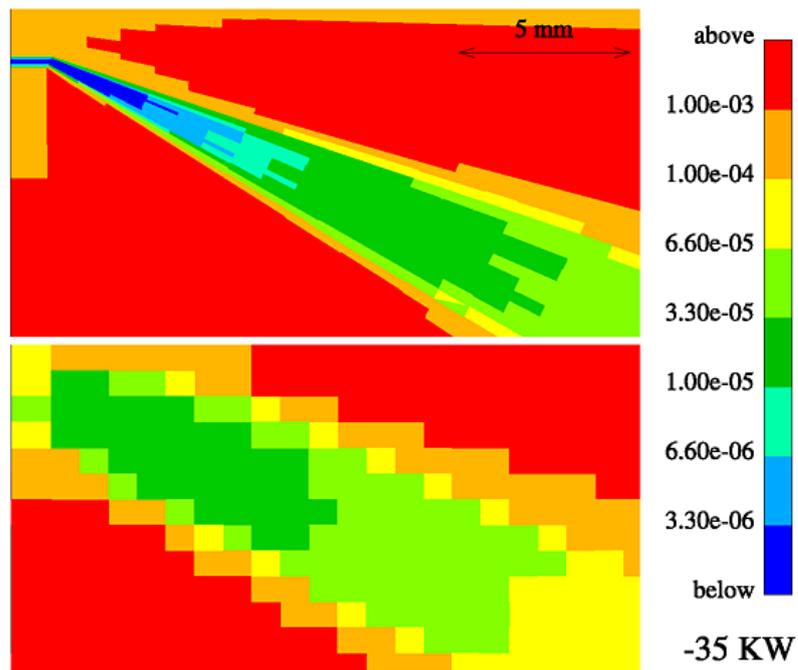


Turbulente Viskosität in $[\frac{cm^2}{s}]$. Oben: feines Netz, unten: Standardnetz.

Abbildung 3.7: Turbulentes Längenmaß und turbulente Viskosität im Düsennahbereich. Das turbulente Längenmaß ist im adaptierten Netz geringer als im Standardnetz. Die turbulente Viskosität ist trotz höherer turbulenter kinetischer Energie im Düsennahbereich geringer als im Standardnetz. Es dominiert dort das Längenmaß die turbulente kinetische Energie.



Turbulente Dissipation in $[\frac{cm^2}{s^3}]$. Oben: adaptiertes Netz, unten: Standardnetz.



Turbulentes Zeitmaß in $[s]$. Oben: adaptiertes Netz, unten: Standardnetz.

Abbildung 3.8: Turbulente Dissipation und turbulentes Zeitmaß im Düsennahbereich. Im Bereich der maximalen Produktion der turbulenten kinetischen Energie liegt auch gleichzeitig das Maximum der Dissipation.

Die Ähnlichkeit zwischen dem Dieselstrahl und einem turbulenten Gasfreistrahler kann genutzt werden, um ein phänomenologisches Modell für das Eindringen des Einspritzstrahls zu entwickeln. Unter der Annahme gleicher Geschwindigkeiten von Tropfen und Gasphase sowie der Annahme, daß das durch Tropfen eingenommene Volumen zu vernachlässigen ist, kann das Eindringverhalten ebenso wie bei einem Gasfreistrahler über eine stationäre Impulsbilanz berechnet werden. Dabei wird vorausgesetzt, daß das instationäre Eindringverhalten der Strahlspitze dem Eindringverhalten eines Partikels im bereits stationären Strahl entspricht. Für ein konstantes Einspritzprofil ergibt sich die aus Experimenten bekannte Wurzelfunktion für die Zeitabhängigkeit des Weges der Strahlspitze, wobei β der Strahlwinkel, ρ_g die Gasdichte und \dot{I} der Impulsstrom ist [20]:

$$x(t) = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{\pi\rho_g}\tan\frac{\beta}{2}}} \sqrt[4]{\dot{I}} \sqrt{t} \quad (3.103)$$

4 Experimentelle Datenbasis

Als experimentelle Datenbasis für die Analyse der Düseninnenströmung in Kapitel 5 und die Validierung des Eulerschen Einspritzstrahlmodells in Kapitel 6.2 dienen die Arbeiten von Blessing [12, 7]. Tabelle 4.1 gibt einen Überblick über die zur Verfügung stehenden experimentellen Daten und stellt eine Verbindung zu den durchgeführten Simulationen her. Die Düseninnenströmung wird unter atmosphärischen Bedingungen an einer durchsichtigen Sechslöchdüse in Realgeometrie aus Acrylglas untersucht, die optische Aufnahmen der kavitierenden Strömung erlaubt. Für den Einspritzstrahl wird eine Einlochdüse mit zentralem Spritzloch und eine Sechslöchdüse in einer optischen Kammer vermessen, die entsprechend der motorischen Bedingungen bei Einspritzbeginn konditioniert werden kann. Darüber hinaus werden Messungen unter sogenannten kalten Bedingungen gemacht, bei denen der Einspritzstrahl nicht verdampft, um das Eindringverhalten der flüssigen Phase zu untersuchen. Das Eindringen der flüssigen Phase wird durch Mie-Streuung und das Eindringen des Dampfes durch das Schlierenverfahren gemessen.

	Optische Aufnahme der Düseninnenströmung	Eindringverhalten des Einspritzstrahls	
	scharfkantige Glasdüse	verrundete Stahldüse	
		kalte Kammer	heiße Kammer
1-Loch		Validierung des Einspritzstrahlmodells hinsichtlich zeitlicher, räumlicher und statistischer Diskretisierung.	Validierung des Einspritzstrahlmodells hinsichtlich des Verdampfungsverhaltens.
6-Loch	Analyse der Düseninnenströmung (Kap. 5.3).		Modellparameter der Düseninnenströmung (Kap. 5.2) und Randbedingung für die Gensichbildung (Kap. 5.4).

Tabelle 4.1: Versuchsmatrix der experimentellen Datenbasis. Es wird gezeigt, welche Experimente zur Analyse der Düseninnenströmung und Validierung des Einspritzstrahlmodells verwendet werden können.

4.1 Messverfahren zur Kavitationsuntersuchung in Einspritzdüsen

Da im Hinblick auf die Übertragbarkeit eine nicht skalierte, realitätsnahe Geometrie Voraussetzung ist, werden das Sackloch und die Spritzlöcher der Düse in Realgeometrie aus Acrylglas gefertigt. Der Brechungsindex des eingesetzten Werkstoffs ähnelt dem des eingesetzten Dieselmotorkraftstoffs, wodurch die Totalreflexion an den Übergangsgrenzflächen vom Glas zum Diesel

minimiert wird. Die transparenten Düsenkappen werden auf modifizierte Originaldüsen aufgesetzt und in die jeweiligen Injektoren des verwendeten Einspritzsystems eingebaut. Um Abschattung durch die nicht senkrecht zur optischen Achse stehenden Spritzlöcher zu vermeiden, wird der Versuchsträger um den Winkel δ gekippt eingebaut. Die Beobachtung der Kavitation erfolgt dabei senkrecht zur Ein- und Austrittsfläche des Lichts. In Abbildung 4.1 ist der daraus resultierende schmale Aufnahmebereich dargestellt. Das Einspritzsystem wird in eine Hochdruckkammer eingebaut, um auch die Strahlentwicklung außerhalb der Düse bei Gegendruck beobachten zu können. Die transparente Düse wird mit einer Kamera aufgenommen und von hinten mit Weißlicht beleuchtet. Tritt in der Düse eine Änderung der Dichte durch Auftreten einer Gas- bzw. Dampfphase auf, wird das Licht an den Grenzflächen gestreut, wodurch Kavitationsgebiete oder Luftblasen als dunkle Strukturen abgebildet werden, wie dies im rechten Bild auf Abbildung 4.1 zu erkennen ist. [7]

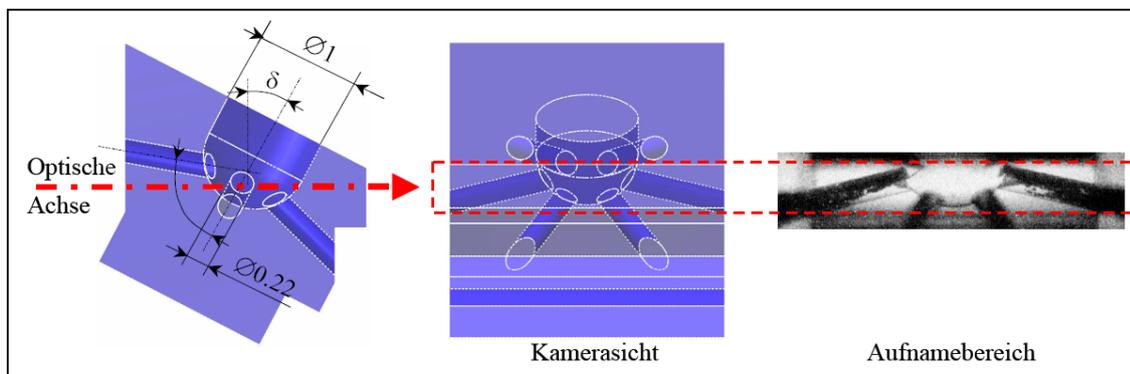


Abbildung 4.1: Messanordnung der optischen Acrylglassdüse in Realgeometrie [7].

4.2 Messverfahren zur Untersuchung des Einspritzstrahls

Um die verwendeten Einspritzsysteme hinsichtlich des Verdampfungsverhaltens bei unterschiedlichen Lastpunkten zu untersuchen, wird eine Hochdruck-/Hochtemperaturkammer (HT-Kammer) eingesetzt, in die der Strahl eingespritzt und optisch vermessen wird. Sie ist für einen Spitzendruck von 200 bar und eine maximale Temperatur von 2000 K ausgelegt. [7]

Die Kammer wird in einem kalten und einem heißen Zustand betrieben. Im kalten Zustand ist die Kammer mit Stickstoff N_2 bei einem Druck von 21.5 bar und einer Temperatur von 293 K gefüllt. In der kalten Kammer verdampft der Kraftstoff nahezu nicht. Dort kann das Eindringverhalten der Flüssigkeit ohne Verdampfung untersucht werden, was für die Validierung des Einspritzstrahlmodells wichtig ist. Im heißen Zustand befinden sich in der Kammer die Verbrennungsprodukte einer Wasserstoff-/Sauerstoffverbrennung



bei einer Temperatur von ungefähr 900 K und 50 bis 70 bar. Die Kammer wird bei 380 K mit Stickstoff, Sauerstoff und Wasserstoff befüllt, da bei dieser Temperatur das Kondensieren

von Wasser vermieden wird. Es sind die Partialdrücke p_{N_2} , p_{O_2} und p_{H_2} bei Befüllung bekannt. Daraus berechnet sich die Dichte in der Kammer zu

$$\rho = \frac{1}{R_m \cdot 380K} [p_{N_2} M_{N_2} + p_{O_2} M_{O_2} + p_{H_2} M_{H_2}] \quad (4.2)$$

Über die Verbrennung bleibt die Masse erhalten und daher bleibt der Massenbruch des Stickstoffs

$$Y_{N_2} = \frac{p_{N_2} M_{N_2}}{p_{N_2} M_{N_2} + p_{O_2} M_{O_2} + p_{H_2} M_{H_2}} \quad (4.3)$$

gleich. Wasserstoff und Sauerstoff verbrennen vollständig zu Wasser mit der Volumenfraktion

$$Y_{H_2O} = 1 - Y_{N_2} . \quad (4.4)$$

Die mittlere Gaskonstante des Gemischs nach der Verbrennung ist

$$R = R_m \left[\frac{Y_{N_2}}{M_{N_2}} + \frac{Y_{H_2O}}{M_{H_2O}} \right] . \quad (4.5)$$

Druck und Temperatur in der Bombe stehen nach der Verbrennung in folgendem Zusammenhang

$$p = \rho R T . \quad (4.6)$$

Die in dieser Arbeit verwendeten Messungen [12, 7] wurden bei den in Tabelle 4.2 aufgelisteten thermodynamischen Zuständen des Gases in der Kammer durchgeführt. $1L$ sind die

	Variable	p_{N_2}	p_{O_2}	p_{H_2}	ρ_K	Y_{N_2}	R	T_K	$p_{K,ber.}$	$p_{K,gem.}$
1L-K0	Basis	20,00	0,00	0,00	22,99	1,000	296,95	293	20,00	20,00
1L-H0	Basis	25,00	2,20	4,40	24,66	0,898	313,71	900	69,63	52,00
6L-K0	Basis	21,50	0,00	0,00	24,71	1,000	296,95	293	21,50	21,50
6L-H0	Basis	24,00	2,00	4,00	23,55	0,903	312,91	870	64,11	48,00
6L-H1	T_K	24,00	2,00	4,00	23,55	0,903	312,91	710	52,31	-
6L-H2	T_K	24,00	2,00	4,00	23,55	0,903	312,91	1020	75,16	-
6L-H3	ρ_K	40,00	3,30	6,60	39,21	0,904	312,77	870	106,69	-

Tabelle 4.2: Thermodynamische Zustände in der kalten und heissen Kammer, in der die Einspritzstrahluntersuchungen durchgeführt wurden.

Kammerbedingungen, die für die Einlochdüse mit zentralem Spritzloch vorgegeben wurden. Entsprechend steht $6L$ für die Sechsllochdüse. $K0$ und $H0$ bezeichnen die Basisfälle, gemessen in einer kalten und heissen Kammer. Die Basisfälle wurden so eingestellt, dass sie eine vergleichbare Gasdichte haben. Davon ausgehend wurde der Einfluss der Gasdichte ρ_K in der Kammer und der Kammertemperatur T_K auf das Verhalten des Einspritzstrahls untersucht:

Dichte: $6L-H3$ ist eine Dichtevariation bei gleicher Temperatur gegenüber $6L-H0$. Siehe Abbildung 4.7, linke Seite.

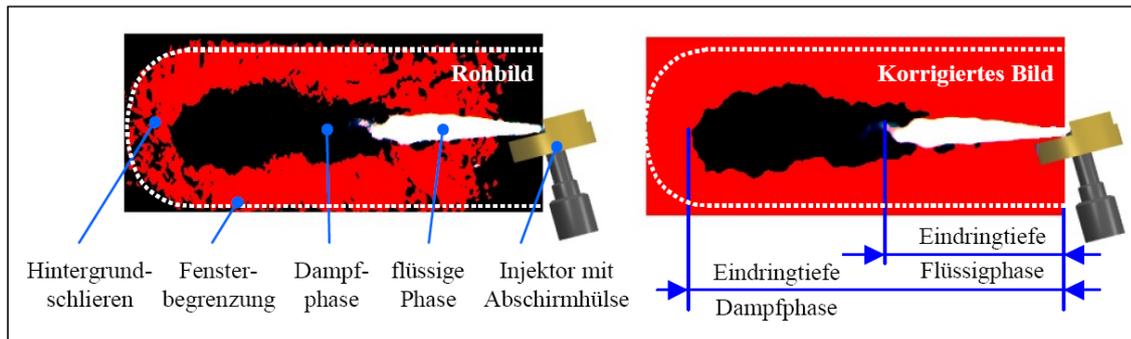


Abbildung 4.2: Auswertung der Schlieren-/ Streulicht Hochgeschwindigkeitsaufnahmen. [7]

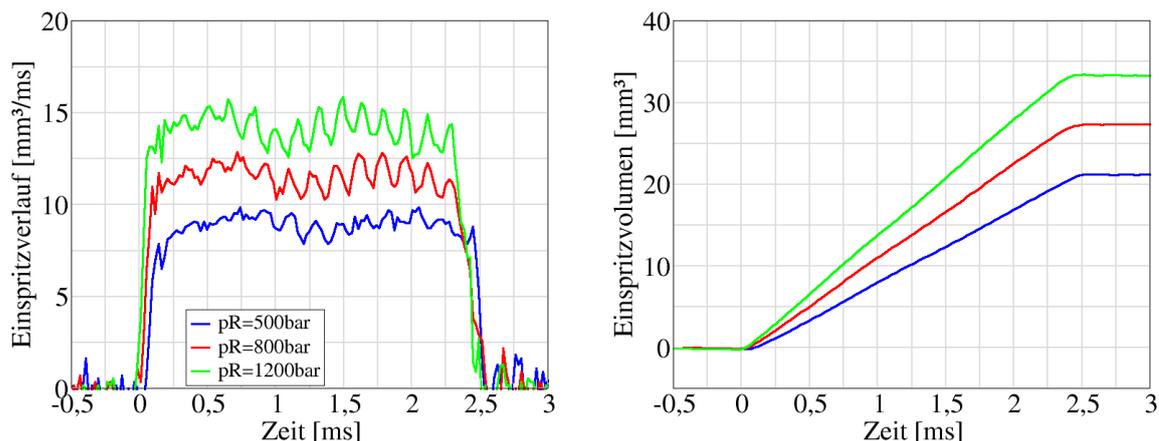
Temperatur: *6L-H1* und *6L-H2* sind eine Temperaturvariation bei gleicher Dichte gegenüber *6L-H0*. Siehe Abbildung 4.7, rechte Seite.

Das Eindringen der flüssigen Phase wird mit der Mie-Streulichtmethode und das Eindringen des Kraftstoffdampfes mit der Schlierenmethode gleichzeitig gemessen. Abbildung 4.2 zeigt das Ergebnis einer solchen Messung. Zur Auswertung der Strahlparameter werden die Aufnahmen mit einem Bildverarbeitungssystem korrigiert. Das korrigierte Bild wird mit Hilfe von Farbschwellwerten hinsichtlich der Eindringtiefen der flüssigen- und dampfförmigen Phase ausgewertet, und die Ergebnisse werden in Diagrammform dargestellt. [7]

4.3 Messungen an einer Einlochdüse

In [12] wurden Einlochdüsen mit zentralem Spritzloch vermessen. Diese Messungen sollen als Vergleich für die Einspritzstrahlberechnung in Kapitel 6 dienen. Ein symmetrisches Spritzloch hat den Vorteil, dass das Geschwindigkeitsprofil am Austritt als symmetrisch angenommen werden kann. Für diese Arbeit wird eine Düse ausgewählt, die aufgrund ihrer Verrundung im Spritzlocheinlauf nicht kavitiert und damit eine weitestgehend gleichmäßige Ausströmung gewährleistet. Die Düse hat einen Spritzlochdurchmesser von 0.184 mm. Die hydroerosive Verrundung beträgt 20 %. Der Volumenstrom der Düse über die Zeit wurde, wie in Abbildung 4.3 dargestellt, für 500, 800 und 1200 bar Raildruck vermessen.

Die linke Seite von Abbildung 4.4 zeigt die Eindringkurven und den Spritzwinkel des Einspritzstrahls. Mit zunehmendem Raildruck dringt der Einspritzstrahl tiefer in die Kammer ein. Der Strahlkegelwinkel zeigt eine deutliche Abhängigkeit vom Nadelhub. Auf der rechten Seite von Abbildung 4.4 ist einer Raildruckvariation bei einer konstanten Kammerbedingung abgebildet. Unabhängig vom Raildruck dringt die flüssige Phase maximal bis zu einer bestimmten Länge ein. Die Eindringtiefe der Flüssigkeit ist ausschliesslich durch die Temperatur in der Gasphase der Kammer bestimmt. Mit zunehmendem Raildruck dringt die Dampfphase tiefer ein. Die Abhängigkeiten des Eindringverhaltens von der thermodynamischen Kammerbedingung ist für die Ein- und Sechslöchdüse gleich. Eine ausführlichere Diskussion erfolgt in Kapitel 4.4.



Einspritzverlauf: Mit zunehmendem Raildruck steigt der Volumenstrom.

Einspritzvolumen: Es wurde eine konstante Einspritzzeit eingestellt. Die Einspritzvolumen betragen 21, 27 und 33 mm^3 .

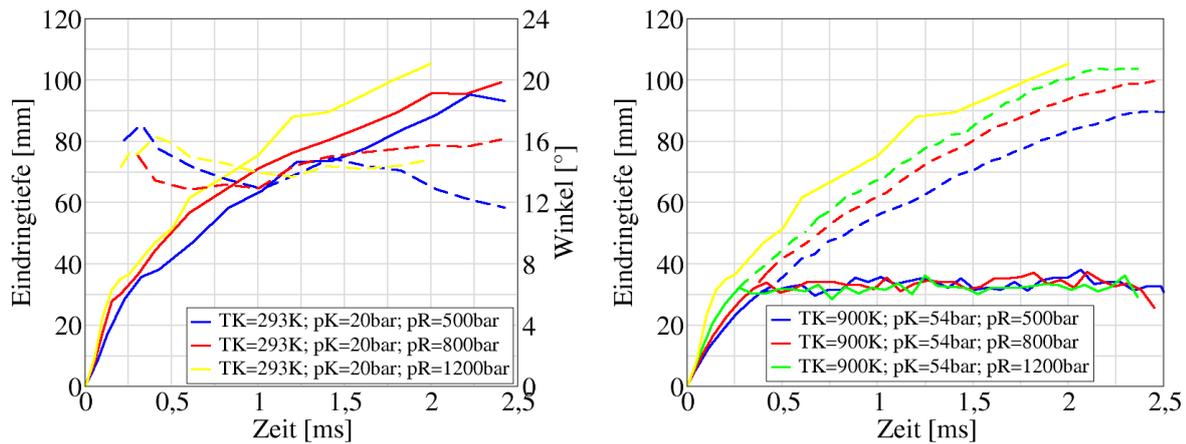
Abbildung 4.3: Hydraulische Vermessung der Einlochdüse bei 500, 800 und 1200 *bar* Raildruck. Die Düse hat eine Hydroerosive Verrundung von 20 %. [12]

4.4 Messungen an einer Sechslöchdüse

Für die Kavitations- und Einspritzstrahluntersuchungen wurde die gleiche Düsengeometrie ausgewählt. Die Düse für die Kavitationsuntersuchungen besteht wieder aus Acrylglas und für die Einspritzstrahluntersuchungen aus Stahl. Aus fertigungstechnischen Gründen unterscheidet sich daher die Ausführung der Düsen. Die Acrylglasdüse kann aufgrund der Materialeigenschaften nicht über 600 *bar* mit Druck beaufschlagt werden. Um die optischen Eigenschaften nicht zu beeinträchtigen, wurde die Acrylglasdüse im Gegensatz zur Stahldüse für die Einspritzstrahluntersuchungen nicht hydroerosiv verrundet. Dadurch ist der Einlauf vom Sackloch in das Spritzloch bei der Acrylglasdüse scharfkantiger als bei der Stahldüse und damit wird die Acryldüse stärker kavitieren und einen geringeren Durchfluss haben. Bei der Betrachtung der Berechnungsergebnisse ist dies mit einzubeziehen. Es liegt keine Volumenstrom- und Nadelhubmessung der Acrylglasdüse vor. Die optischen Messergebnisse der Düseninnenströmung und des Einspritzstrahls sind in den entsprechenden Kapiteln zusammen mit den Berechnungsergebnissen zu finden.

In Abbildung 4.5 sind die Nadelhubkurven und die Einspritzverläufe für die gemessenen Raildrücke dargestellt. Die Sechslöchdüse hat einen hydraulischen Durchfluss von $780 \text{ cm}^3/30\text{s}$. Die Einspritzmenge beträgt 153 mm^3 und wird durch die Ansteuerdauer des Injektors eingestellt. Dies entspricht einem 50-%-Lastpunkt eines Serien NFZ-Motors.

Die Messungen zeigen unter nichtverdampfenden Bedingungen bei Umgebungstemperatur mit steigendem Raildruck höhere Eindringtiefen der Strahlspitze (linkes Bild in Abbildung 4.6). Die Eindringgeschwindigkeiten nehmen dabei bei höheren Raildrücken annähernd linear zu, da durch die höheren Drücke im Sacklochbereich die Strömungsgeschwindigkeiten im Spritzloch ebenfalls ansteigen. Die Kegelwinkel im makroskopischen Bereich können erst ab ca. 20 *mm* Eindringtiefe zuverlässig bestimmt werden. Es kann eine deutliche Abhängigkeit des Ke-



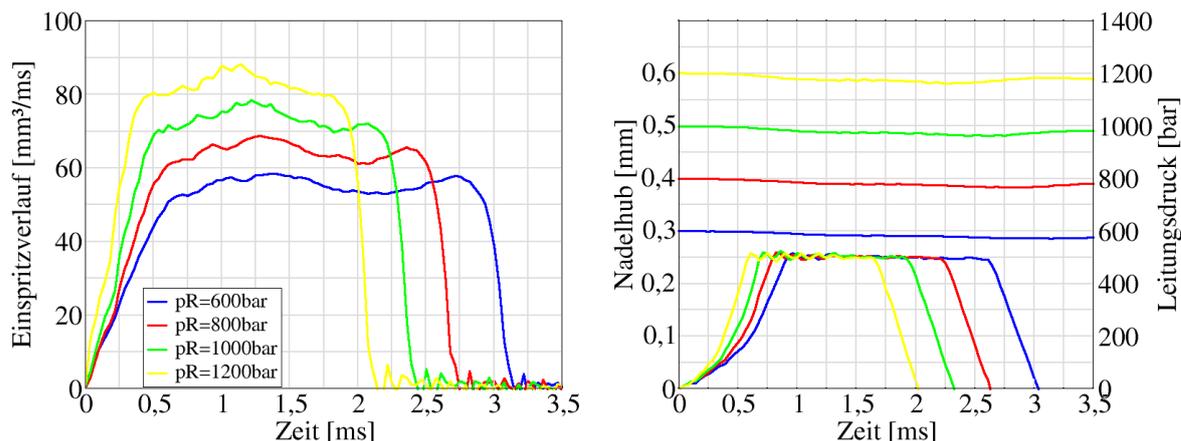
Kalte Kammer: Die Eindringtiefe nimmt mit dem Raildruck zu.

Heisse Kammer: Die Eindringtiefe des Dampfes steigt mit dem Raildruck. Die Eindringtiefe der flüssigen Phase hängt nur von der Kammertemperatur ab.

Abbildung 4.4: **Einlochdüse:** Gegenüberstellung des Eindringverhaltens des Einspritzstrahls in der kalten und heißen Kammer. Die Kammerbedingungen der gelben und grünen Kurve sind vergleichbar. [7]

gelwinkels vom Nadelhub beobachtet werden. Bis ca. 0,6 ms nach Einspritzbeginn wird bei höheren Raildrücken ein größerer Kegelwinkel gemessen, der durch den verstärkten Strahlaufruch während der Sitzdrosselphase bewirkt wird. Beim Zeitpunkt 0,6 ms nEB befindet sich ein Schnittpunkt der zeitlichen Verläufe des makroskopischen Kegelwinkels. Aufgrund der schnelleren Nadelöffnungsgeschwindigkeiten bei höheren Leitungsdrücken drehen sich die Verhältnisse um, und bis zum Erreichen eines gemeinsamen Kegelwinkels von ca. 13-14 ° werden bei höheren Raildrücken kleinere Winkel beobachtet. Während der quasistationären Phase bei voll geöffneten Düsen wird bei allen Raildrücken ein konstanter Kegelwinkel gemessen. [7]

Unter verdampfenden Bedingungen (rechtes Bild in Abbildung 4.6) kann ebenfalls mit steigendem Leitungsdruck (und somit kleineren Tropfen) ein früherer Verdampfungsbeginn beobachtet werden. Die Eindringgeschwindigkeit und -tiefe der flüssigen Phase wird mit steigendem Leitungsdruck größer, wobei die Eindringtiefe der dampfförmigen Phase aufgrund gleicher Gasdichten in etwa denen bei den Strahluntersuchungen in der kalten Kammer entsprechen. Ab dem Verdampfungsbeginn bleibt die flüssige Phase dann annähernd konstant zurück, während die Dampfphase weiter eindringt. Die Eindringtiefe der flüssigen Phase wird während der quasistationären Phase bei vollem Nadelhub dabei nur in geringem Maße vom Einspritzdruck beeinflusst (siehe auch Siebers et al. [39]). Eine Erhöhung des Einspritzdrucks und somit der Einspritzrate ergibt einen höheren Strahlimpuls, der in der Eindringgeschwindigkeit der Dampfphase beobachtet werden kann. Der im gleichen Maße erhöhte Impuls der Flüssigphase wirkt sich jedoch kaum auf die flüssige Eindringtiefe des Kraftstoffs aus. Demnach wird durch die schnellere Verdampfung der kleineren Tropfen, dem gesteigerten Luftertrag und den größeren Strahlrandturbulenzen bei höheren Einspritzdrücken die Verdampfung soweit



Die Einspritzmenge beträgt 153 mm^3 und wird durch die Ansteuerdauer des Injektors eingestellt.

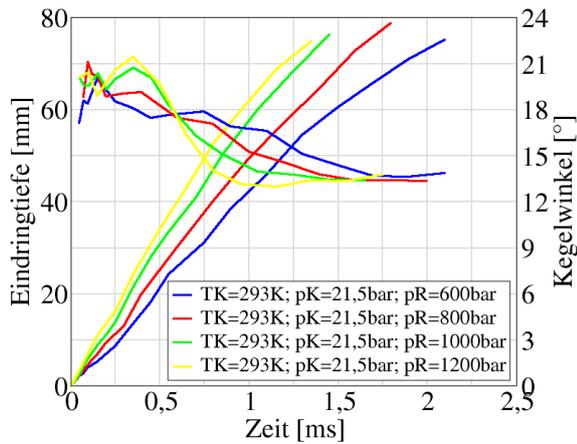
Der Leitungsdruck sinkt nur wenig ab und kann für die Simulation als konstant angenommen werden.

Abbildung 4.5: Hydraulische Vermessung der Sechschlochdüse bei 600, 800, 1000 und 1200 bar Raildurck. Die Düse hat eine Hydroerosive Verrundung von 10,5 %. [7]

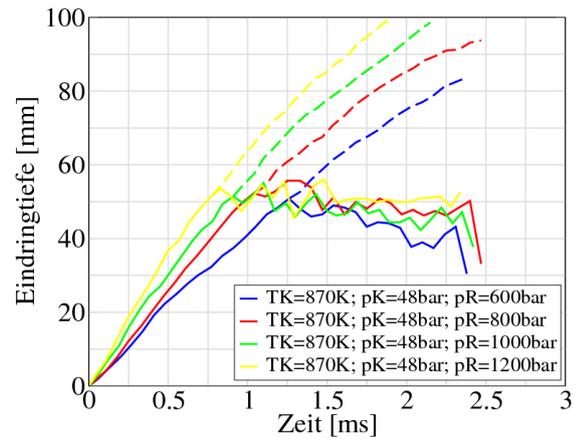
beschleunigt, dass der höhere Strahlimpuls ungefähr ausgeglichen wird. Die flüssige Eindringtiefe bleibt deshalb nahezu konstant. [7]

Durch eine Erhöhung der Umgebungstemperatur bei gleicher Dichte sinkt die Eindringtiefe der flüssigen Phase ab (linkes Bild in Abbildung 4.7). Die Eindringgeschwindigkeiten der Dampfphase bleiben dabei konstant, da diese nur von der umgebenden Gasdichte beeinflusst wird. Das in den Strahl eingetragene Gas höherer Temperatur führt dem Kraftstoff mehr Energie zu, die zu einer höheren Verdampfungsrate, und demzufolge in kürzeren Eindringtiefen der flüssigen Phase resultieren. Der Effekt einer Temperaturerhöhung auf die Eindringtiefe ist dabei in einer groben Näherung linear.

Eine Erhöhung der Gasdichte wirkt sich auf die Eindringtiefe der flüssigen und der gasförmigen Phase aus. Nach Siebers et al. [39] ist dieser Effekt stark nichtlinear. Bei hohen Gasdichten, wie im rechten Bild in Abbildung 4.7, sind die Auswirkungen jedoch nicht mehr stark ausgeprägt, so dass die flüssigen Eindringtiefen bei der höheren Dichte nur um ca. 5 mm absinken. [7]

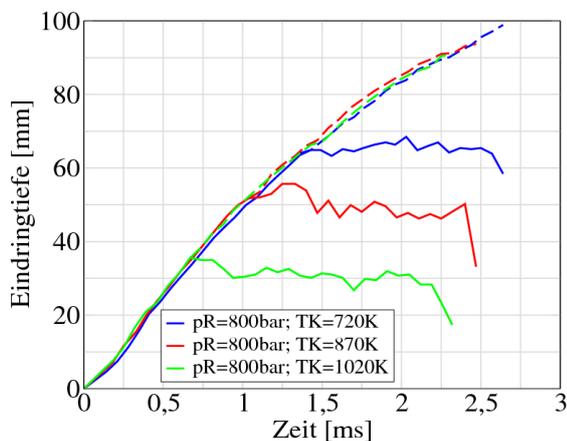


Kalte Kammer: Die Eindringtiefe nimmt mit dem Raildruck zu. Der Kegelwinkel hängt deutlich von Nadelhub ab.

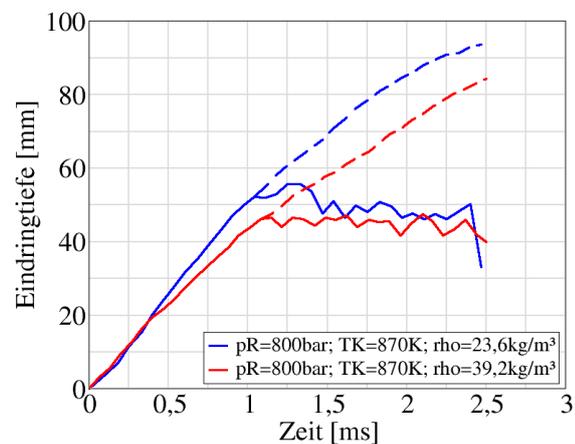


Heisse Kammer: Früherer Verdampfungsbeginn mit steigendem Raildruck.

Abbildung 4.6: **Sechslochdüse:** Gegenüberstellung des Eindringverhaltens des Einspritzstrahls in der kalten und heißen Kammer. [7]



Heisse Kammer: Das Eindringen des Dampfes ist nur von der Gasdichte beeinflusst. Eine Erhöhung der Gastemperatur führt zu einer stärkeren Verdampfung



Heisse Kammer: Die Eindringtiefe sinkt mit der Gasdichte.

Abbildung 4.7: **Sechslochdüse:** Temperatur- und Dichteveriation. [7]

5 Analyse der Düseninnenströmung

Das Strömungsfeld innerhalb der Düse hat Auswirkungen auf die Einspritzstrahlrandbedingung und damit auf das Verhalten des Einspritzstrahl [8]. Seine Kenntnis ist zu einer genauen Wiedergabe der Verbrennung daher unerlässlich. Im Folgenden soll das Strömungsfeld in der Düse analysiert und seine Auswirkung auf die Einspritzstrahlrandbedingung am Austritt der Düse verstanden werden. In Abschnitt 5.3 wird zunächst die Düseninnenströmung anhand einer dreidimensionalen Berechnung analysiert und dann in Abschnitt 5.4 daraus die Randbedingung für der Einspritzstrahl abgeleitet. Bei der untersuchten Düse handelt es sich um die Sechslochdüse, die in den in Kapitel 4 beschriebenen Experimenten verwendet wurde.

5.1 Geometrisches Modell der Düse

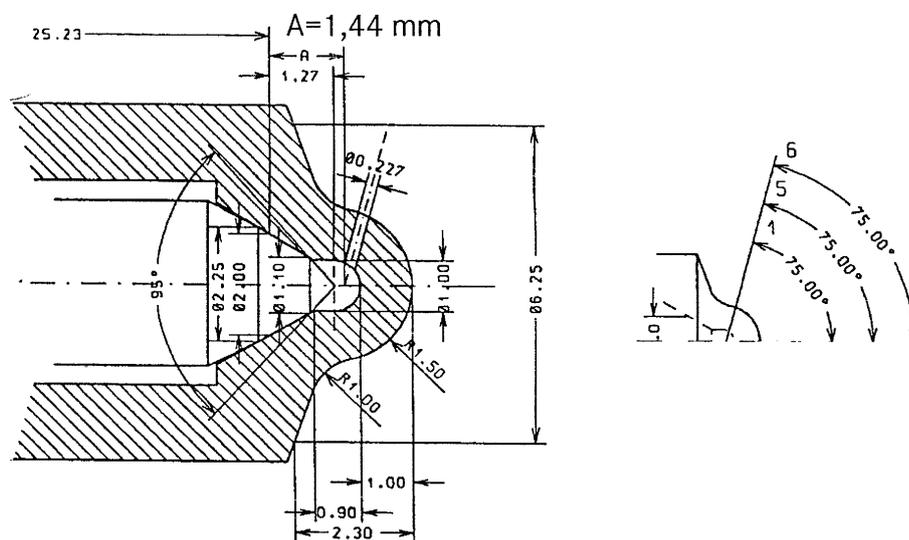


Abbildung 5.1: Grundgeometrie der Sechslochdüse. Die Sechslochdüse wird für die Untersuchung der Düseninnenströmung aus Plexiglas und für die Strahluntersuchung aus Stahl gefertigt.

Die Grundgeometrie der Sechslochdüse ist durch die Zeichnung in Abbildung 5.1 festgelegt. Durch die in Kapitel 4 diskutierte hydroerosive Verrundung der Düse verändert sich bei der Stahldüse der Radius im Übergang von Sackloch zu Sitzloch. Da die Glasdüse nicht hydroerosiv verrundet ist, wird bei ihr der Übergang am scharfkantigsten sein. Die Verrundung der Stahldüse wurde mit Hilfe eines Abdruckverfahrens bestimmt. Abbildung 5.2 zeigt die Oberflächen, die für die Netzerstellung generiert wurden. Die Oberfläche auf der linken Seite hat einen scharfkantigen Übergang zwischen Sitz- und Düsenloch. Sie entspricht der Idealgeometrie der Düsenzeichnung. In der Mitte ist eine Verrundung von $5 \mu\text{m}$ gezeigt, wie sie durch die erosive Wirkung des Diesels beim Betrieb der Glasdüse entstehen kann. Die linke und mittlere Geometrie werden für die Berechnung der Düseninnenströmung in der Glasdüse verwendet. Die Geometrie auf der rechten Seite ist mit einem linearen Radiusverlauf, der an der Unterkante

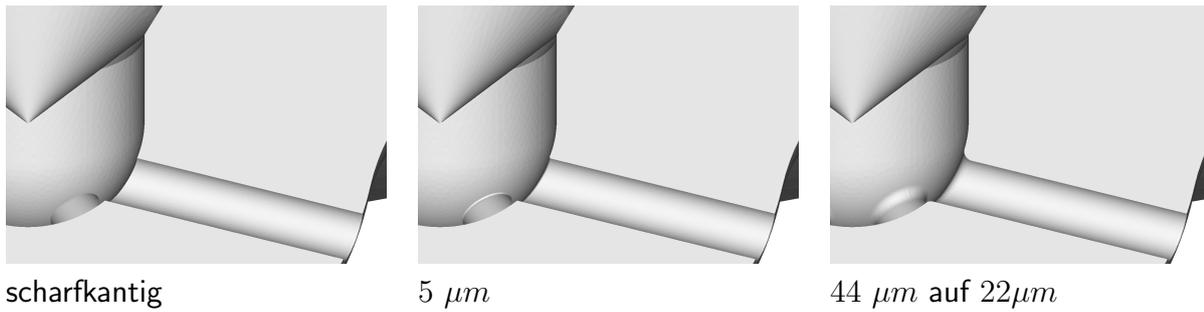


Abbildung 5.2: Oberflächen, die für die Netzerstellung generiert wurden. Die scharfkantige und $5 \mu\text{m}$ verrundete Oberfläche wird für die Plexiglasdüse verwendet. Die Geometrie der Stahldüse ist mit einem linearen Radiusverlauf von $44 \mu\text{m}$ auf $22 \mu\text{m}$ verrundet.

$22 \mu\text{m}$ und an der Oberkante $44 \mu\text{m}$ misst, verrundet. Der ungleichmäßige Verlauf ergibt sich dadurch, dass das Spritzloch bei einer Mehrlochsacklochdüse wesentlich stärker von oben als von unten angeströmt wird. Dementsprechend ist auch die Oberkante stärker verrundet.

Der flüssige und dampfförmige Dieseldieselkraftstoff wird als inkompressibel betrachtet. Die Düseninnenströmungsmessungen wurden bei Raumtemperatur durchgeführt und entsprechend sind die Stoffeigenschaften bei 300 K angenommen. Die Stoffwerte sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

ρ_{fuel} $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$	μ_{fuel} $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m s}}\right]$	$p_{\text{vap}}(300\text{K})$ $[\text{Pa}]$	$\rho_v(300\text{K})$ $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$	$\mu_v(300\text{K})$ $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m s}}\right]$
830	0.00249	230	1.18415	$1.85508 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 5.1: Stoffdaten des Kraftstoff, die für die Berechnung der Düseninnenströmung angenommen werden. Da sich der Kraftstoff in dem Experiment nicht so stark aufheizt, wie im Motordauerbetrieb, wird von einer Temperatur von 300 K ausgegangen.

5.2 Modellparameter

Neben der Geometrie hängt das Modell der Düse von der Keimdichte n_0 , dem Anfangsradius R_0 und von der Netzfeinheit und der Größe des Zeitschritts ab. Der Anfangsradius wird konstant gehalten. Eine geeignete räumliche Diskretisierung wird in Abschnitt 5.2.1 gefunden, und in Abschnitt 5.2.2 wird dann auf diesem Netz die Keimstellendichte variiert.

5.2.1 Räumliche und zeitliche Diskretisierung

Um eine geeignete räumliche und zeitliche Diskretisierung zu finden, wird zunächst der Zeitschritt bei einer konstanten Zellgröße und dann die Netzfeinheit bei konstantem Verhältnis von Zellgröße zu Zeitschritt variiert. Es wird die Geometrie der Stahldüse (rechtes Bild auf Abbildung 5.2) verwendet, da die Durchflussmessungen in Kapitel 4 mit der Stahldüse durchgeführt wurden. Aus dem Experiment ist der volumetrische Durchfluss der Düse über der Zeit

bekannt und wird als Konvergenzkriterium herangezogen. Darüber hinaus wird das integrale Dampfvolumen im Berechnungsgebiet betrachtet.

Ausgangsbasis für die Netzabhängigkeitsstudie ist ein Netz mit einer maximalen Zellgröße von $20\ \mu\text{m}$ in Sack- und Spritzloch. Die Gittertopologie ist in in Abbildung 5.3 gezeigt. Der

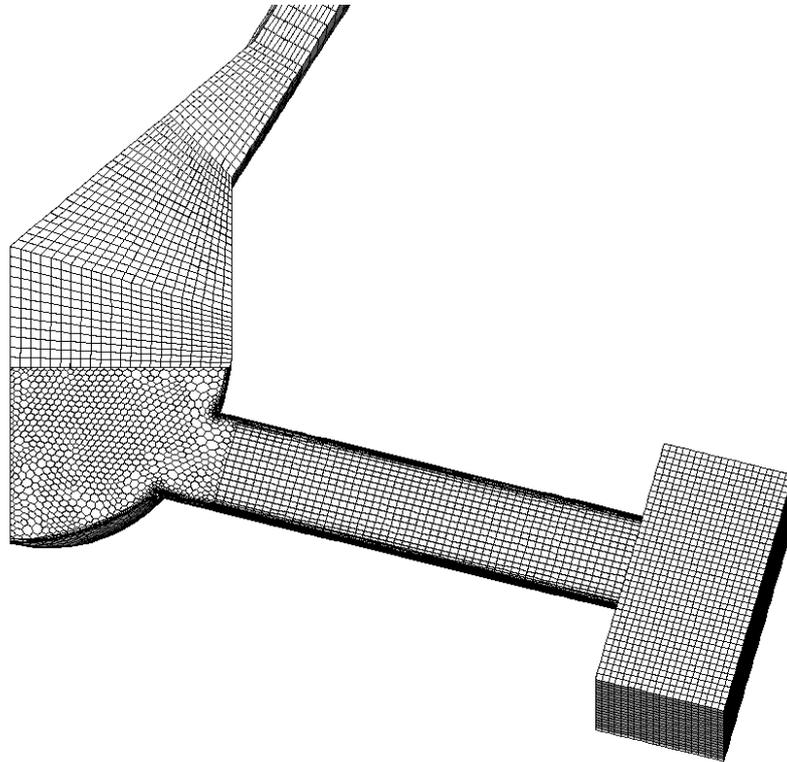
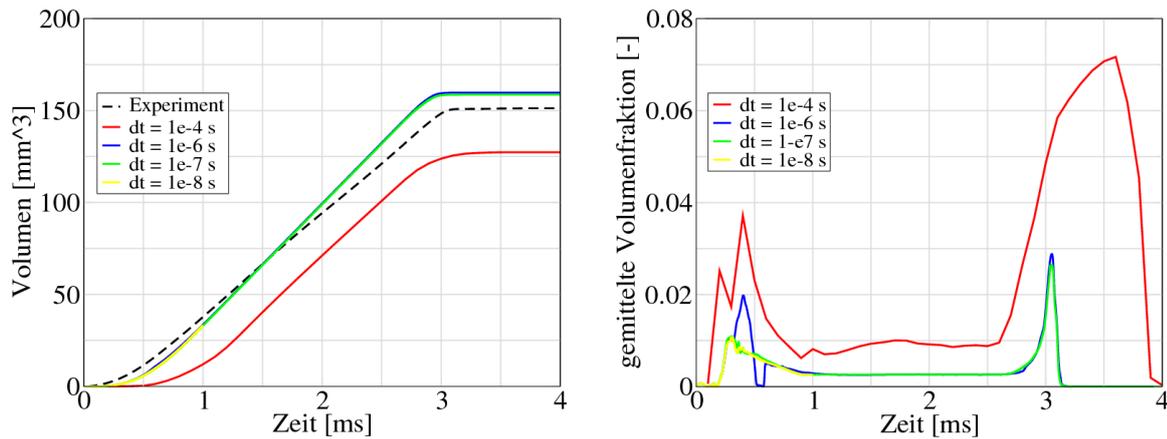


Abbildung 5.3: Durch die Vernetzung des Übergangs vom Sack- in das Spritzloch mit polyederförmigen Zellen konnte eine kontinuierlich gute Zellqualität erreicht werden. Die hexaederförmigen Zellen im Sitz ermöglichen die Netzbewegung. Ein Teil der Kammer wird mit vernetzt, damit die Druckrandbedingung nicht das Strömungsfeld im Spritzloch stört.

Nadelsitz ist mit hexaederförmigen Zellen vernetzt, da diese eine einfache Realisierung der Netzbewegung zulassen. Im unteren Teil des Sacklochs werden polyederförmige Zellen verwendet. Die Polyeder erlauben es, den geometrisch komplexen Übergang zwischen Nadelsitz und Spritzloch mit einer gleichmäßigen Netzfeinheit und guter Auflösung der Wandzellen zu realisieren. Die Polyederflächen am Eintritt in das Spritzloch werden entlang der Spritzlochachse extrudiert. Aufgrund der ungleichmässigen Druckverteilung am Düsenaustritt wird ein Teil der Brennraumgeometrie vernetzt, um Störungen des Strömungsfeldes am Austritt durch die Druckrandbedingung zu vermeiden.

Als Randbedingung wird die 600 bar-Variante aus Abbildung 4.5 verwendet. Aus den Frequenzen der Schwankungen im Einspritzprofil wird ein minimaler Zeitschritt von 10^{-4} s festgelegt. Zunächst wird der Zeitschritt bei konstanter maximaler Zellgröße von $20\ \mu\text{m}$ (92186 Zellen) mit den Werten 10^{-6} s, 10^{-7} s und 10^{-8} s verkleinert. Auf der linken Seite von Abbildung



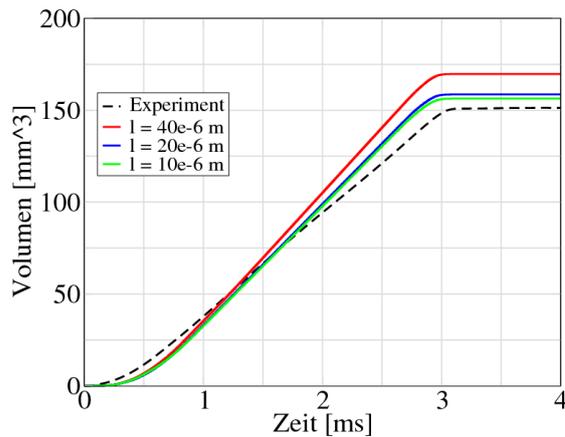
Der Volumenstrom wird bei einem Zeitschritt von 10^{-6} s richtig berechnet.

Die Dynamik der Volumenfraktion wird mit einem Zeitschritt von 10^{-7} s richtig aufgelöst.

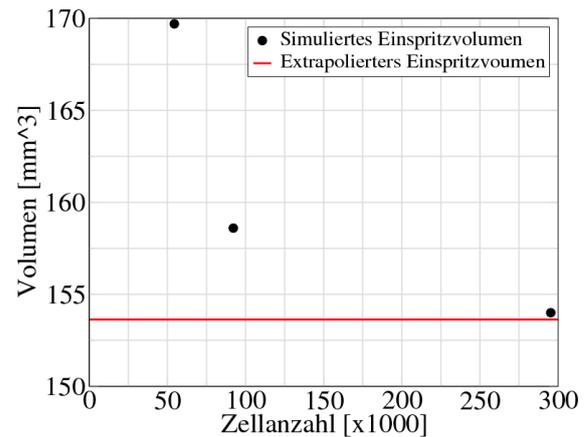
Abbildung 5.4: Der Zeitschritt wird bei konstanter maximaler Zellgröße von $20 \mu\text{m}$ mit den Werten 10^{-4} s, 10^{-6} s, 10^{-7} s und 10^{-8} s variiert. Aus Rechenzeitgründen wurde der Fall mit einem Zeitschritt von 10^{-8} s nach 1 ms abgebrochen.

5.4 ist das eingespritzte Volumen über der Zeit dargestellt. Im Experiment wird ein Durchfluss von 153 mm^3 gemessen. Bei einem Zeitschritt von 10^{-4} s wird eine zu geringe Gesamtmasse simuliert. Ab einem Zeitschritt von 10^{-6} s wird konstant ein Volumen von 160 mm^3 berechnet und das Volumen damit unabhängig von einer Verkleinerung des Zeitschritts. Das berechnete Volumen nimmt zu Beginn langsamer und bei voll geöffneter Nadel schneller zu als im Experiment. Dies bedeutet, dass bei voll geöffneter Nadel der Volumenstrom in der Berechnung stärker ist als im Experiment. Im nächsten Abschnitt wird versucht, durch eine Erhöhung der Keimstellendichte die Kavitation zu vergrößern und damit den Volumenstrom zu senken. Auf der rechten Seite von Abbildung 5.4 ist die über das gesamte Berechnungsgebiet gemittelte Dampfvolumentfraktion dargestellt. Sie gibt die Ausdehnung der Kavitationsgebiete über die Zeit wieder. Hier stellt sich eine Konvergenz erst ab einem Zeitschritt von 10^{-7} s ein. Ein Zeitschritt von 10^{-8} s verbessert die Lösung nur geringfügig, bringt aber einen erheblichen Rechenzeitnachteil. Daher wird im folgenden mit einem Zeitschritt von 10^{-7} s gerechnet.

Im nächsten Schritt wird die Zellgröße variiert und dabei das Verhältnis aus maximaler Zellgröße und Zeitschritt konstant gehalten. Es wird ein grobes Netz mit einer maximalen Zellgröße von $40 \mu\text{m}$ (54459 Zellen) und einem Zeitschritt von $2 \cdot 10^{-7}$ s und ein feines Netz mit einer maximalen Zellgröße von $10 \mu\text{m}$ (295318 Zellen) und einem Zeitschritt von $0,5 \cdot 10^{-7}$ s berechnet. Abbildung 5.5 zeigt auf der linken Seite das eingespritzte Volumen für die drei Netze. Eine anerkannte Methode zur Abschätzung des Fehlers, der durch die Diskretisierung entsteht, ist die Methode nach Richardson [36, 22]. In die Abschätzung gehen die berechneten Einspritzmengen, das Netzvolumen ($0,0857 \text{ mm}^3$) und die Zellanzahlen ein. Das Ergebnis der Analyse nach Richardson ist auf der rechten Seite von Abbildung 5.5 gezeigt.



Die Einspritzvolumen betragen 169.7 mm^3 für das grobe, 158.6 mm^3 für das mittlere und 154 mm^3 für das feine Netz.



Die Extrapolation nach Richardson [36, 22] ergibt ein Einspritzvolumen von 153.3 mm^3 .

Abbildung 5.5: Variation der maximalen Zellgröße (40, 20 und $10 \mu\text{m}$). Das Verhältnis aus maximaler Zellgröße und Zeitschritt wird konstant gehalten. Eine maximale Zellgröße von $10 \mu\text{m}$ ist geeignet für die Simulation der Düseninnenströmung.

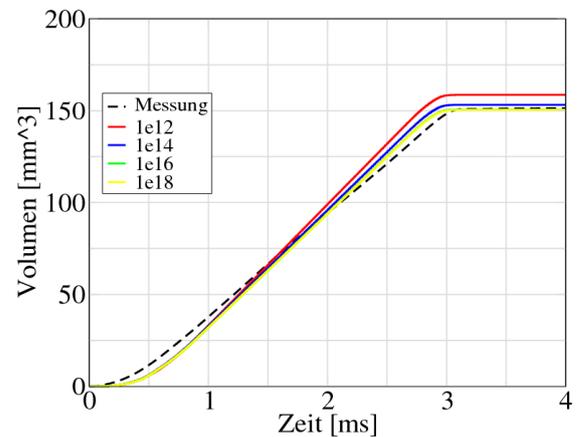
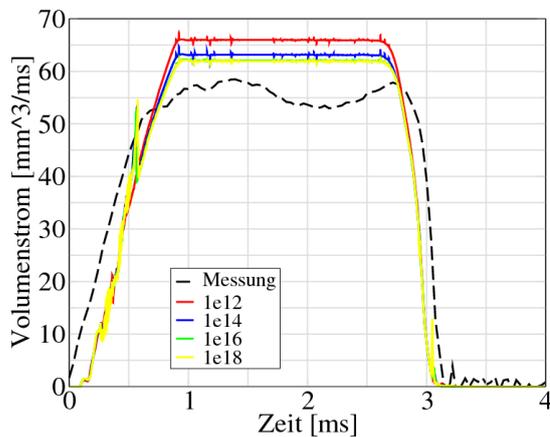


Abbildung 5.6: Variation der maximalen Zellgröße (40, 20 und $10 \mu\text{m}$). Das Verhältnis aus maximaler Zellgröße und Zeitschritt wird konstant gehalten. Eine maximale Zellgröße von $10 \mu\text{m}$ ist geeignet für die Simulation der Düseninnenströmung.

Die Einspritzvolumen betragen 169.7 mm^3 für das grobe, 158.6 mm^3 für das mittlere und 154 mm^3 für das feine Netz. Das Netz mit einer maximalen Zellgröße von $10 \mu\text{m}$ erreicht damit nahezu den experimentellen Wert. Die Extrapolation nach Richardson [36, 22] ergibt ein Einspritzvolumen von 153.3 mm^3 und liegt damit nahe an dem auf dem feinen Netz berechneten Wert. Dies bedeutet, dass mit einer maximalen Zellgröße von $10 \mu\text{m}$ eine netzunabhängige Lösung erzielt wird.

5.2.2 Einfluss der Keimstellendichte

Durch Erhöhung der Keimstellendichte wird die Kavitationsbildung verstärkt und der Durchfluss der Düse gedrosselt. Auf der linken Seite von Abbildung 5.6 ist der Volumenstrom mit dem im vorigen Abschnitt erwähnten zu hohen Durchfluss gezeigt. Mit Steigerung der Keimstellenzahl nähert sich der maximale Durchfluss einem Grenzwert an. Das zeitliche Verhalten des Durchflusses am Anfang und Ende des Schliessvorgangs wird durch die Variation der Keimstellenzahl nicht beeinflusst. In der Messung beschleunigt die Strömung bei gleichem Nadelhub gegenüber der Simulation schneller. Wie in Kapitel 4 erwähnt, wird bei der Messung in ein Flüssigkeitsvolumen eingespritzt. In der Simulation wird hingegen in ein Gasvolumen eingespritzt, was möglicherweise ein Grund für den Unterschied zwischen Messung und Simulation ist. Diese Frage wird in dieser Arbeit nicht weiter untersucht. Im Folgenden wird eine Keimstellenzahl von 10^{18} verwendet.

5.3 Strömungsfeld in der Düse

Das Strömungsfeld in der Düse wird durch die Düsengeometrie bestimmt. Ein Modell des aufgeschnittenen Injektors ist in Abbildung 5.7 gezeigt. Der Injektor ist gegenüber der Sichtachse entsprechend der Anordnung der Glasdüse im Experiment in Abbildung 4.1 positioniert. Im rechten unteren Bild ist das Ergebnis der optischen Messung dargestellt. Dem gegenübergestellt ist das Simulationsergebnis im rechten oberen Bild. Die rot-gelbe Fläche ist eine Fläche gleicher Dampfvolumenfraktion ($\alpha_v = 0.5$). Sie kann als eine Fläche interpretiert werden, in deren Nähe der flüssige Kraftstoff auf der roten Seite in den Dampf auf der gelben Seite übergeht. Zwischen flüssigem und dampfförmigem Kraftstoff besteht keine diskrete Oberfläche in der Längenskala des Düsenlochdurchmessers. Basis des Modells ist die Vorstellung, dass die Kavitation ein Schaum kleiner Kavitationsblasen ist, der kontinuierlich dichter wird, bis er schließlich eine Volumenfraktion von $\alpha_v = 1$ erreicht.

Abhängig von Nadelhub stellen sich zwei Strömungszustände ein. Zur Verdeutlichung ist in Abbildung 5.9 die Lage des Kavitationsgebietes während der Öffnungsphase des Injektors bei 600 bar Raildruck gezeigt. Bei niedrigem Nadelhub ist das Düsenloch von unten angeströmt, und es bildet sich ein Kavitationsgebiet an der Unterseite des Spritzlochs. Mit zunehmendem Nadelhub sinkt die Strömungsgeschwindigkeit am Nadelsitz und an einem bestimmten Punkt springt die Anströmung des Spritzlochs von unten nach oben und bleibt dort stabil, bis der Nadelhub beim Nadelschliessen wieder einen niedrigen Wert erreicht.

Der Übergang der Anströmung des Spritzlochs von unten nach oben ist ein instabiler Vorgang, in dem die Bildung von so genannten *Strings* beobachtet werden kann. Diese Strings

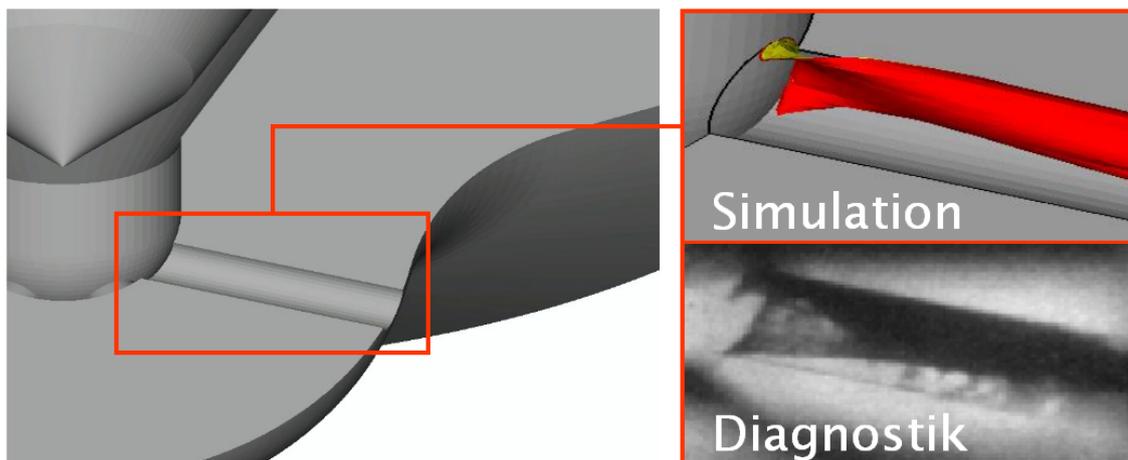


Abbildung 5.7: Modell des aufgeschnittenen Injektors: Rechts unten ist die optische Messung und rechts oben die Simulation dargestellt. Die rot-gelbe Fläche ist die Trennfläche zwischen Flüssigkeit (rot) und Dampf (gelb).

sind Kavitationsschläuche, die sich zwischen den Spritzlöchern bilden. Auf der linken Seite von Abbildung 5.8 ist ein solcher String zu erkennen. Abbildung 5.10 zeigt einen weiteren Ausschnitt des dreidimensionalen Strömungsfeldes, der die Bildung der Strings erklärt: In der Öffnungsphase bei niedrigem Hub entsteht eine torusförmige Wirbelströmung, in der der Druck unter den Dampfdruck sinkt und sich eine Kavitationsblase bildet. In den Abbildungen von 0.25 ms bis 0.45 ms ist zu sehen, wie dieser Torus mit zunehmendem Nadelhub in das Spritzloch expandiert. Ein solcher Übergang wird als String sichtbar. Die Simulation geht von einer perfekten Symmetrie zwischen den Löchern aus. In der Wirklichkeit ist die Strömung jedoch durch dynamische Desachsierung der Nadel und Druckpulsationen aus dem hydraulischen System gestört. Daher sind die Strings nicht gleichmäßig an allen Löchern zu beobachten. Zusätzlich zu der rot-gelben Fläche befindet sich in Abbildung 5.10 eine blaue Fläche, die die Grenzfläche zwischen Diesel und Luft am Austritt darstellt.

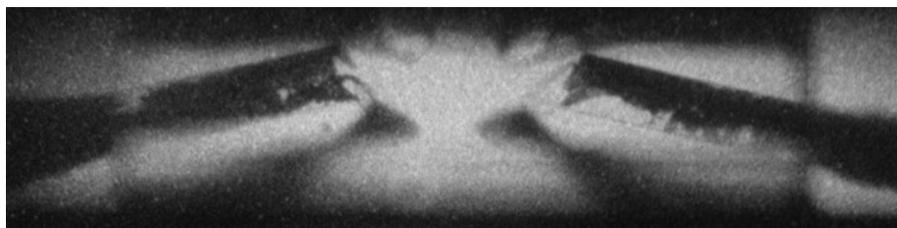


Abbildung 5.8: Zwischen den linken unteren beiden Löchern ist ein grau schattierter Bogen im Strömungsfeld zu beobachten. Es hat den Anschein, als seien die Spritzlöcher durch einen Kavitationsschlauch, einen so genannten *String*, miteinander verbunden. [9]

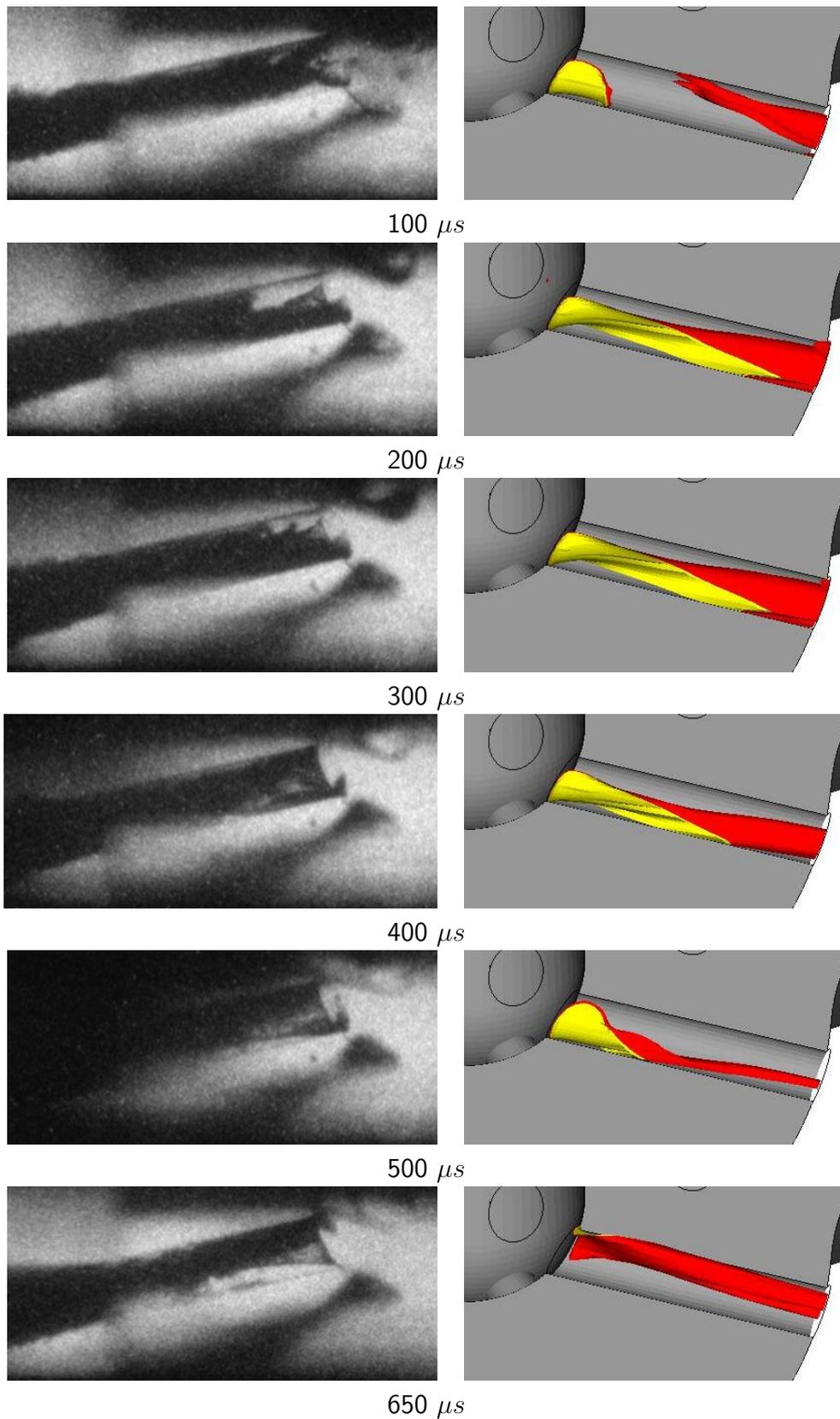


Abbildung 5.9: Geometrie der Glasdüse, 600 bar Raildruck: Vergleich zwischen photographierten und berechneten Kavitationsgebieten in der Sechslöcherdüse beim Öffnungsvorgang der Nadel [27, 28, 9]. Das in der Messung beobachtete Kavitationsgebiet konnte durch die Simulation gut wiedergegeben werden.

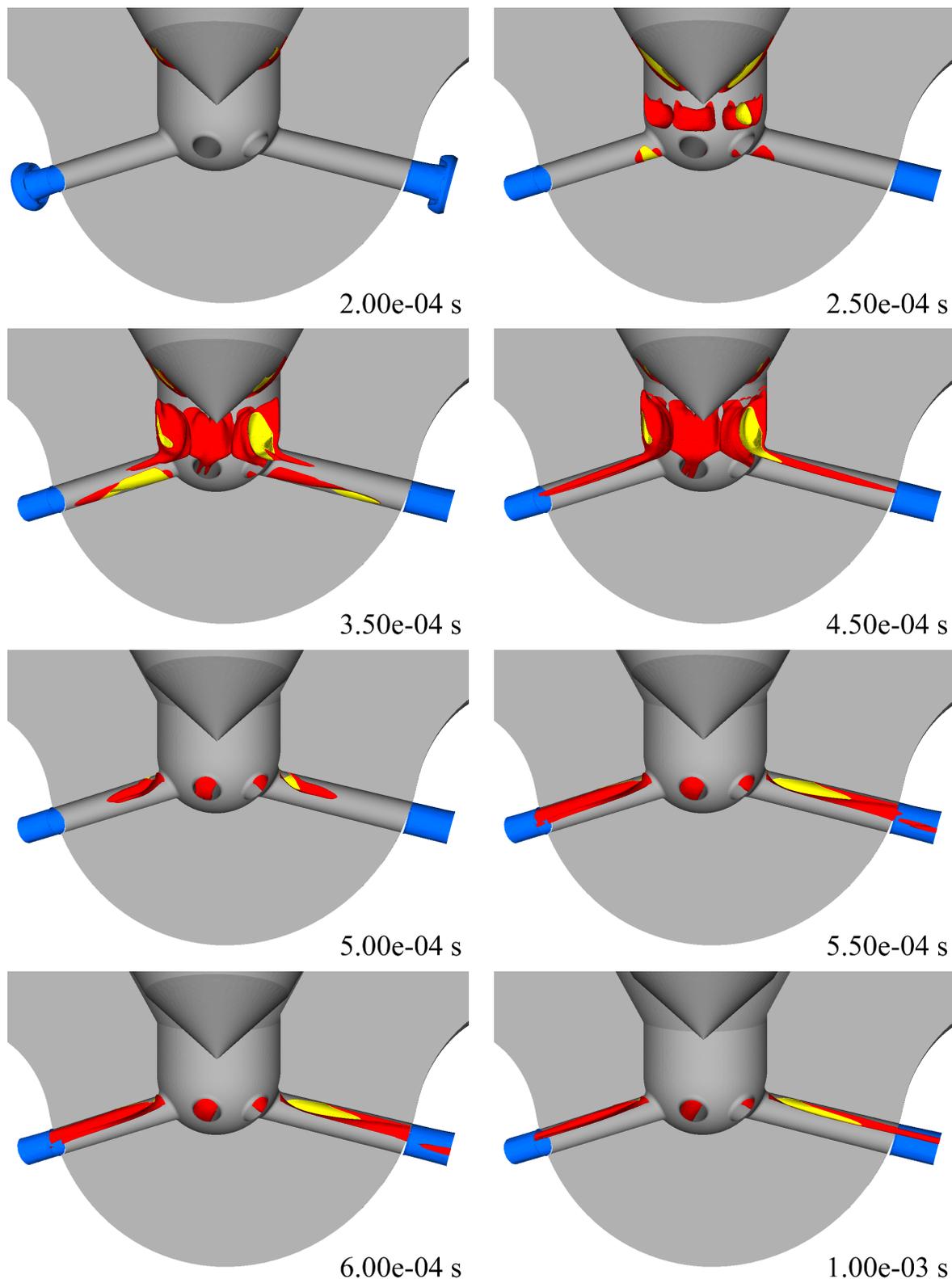


Abbildung 5.10: Geometrie der Stahldüse, 600 bar Raildruck, Öffnen der Nadel: Bei niedrigem Nadelhub bildet sich ein torusförmiger Wirbel im Sackloch, in dem der Druck unter den Dampfdruck abfällt. Der Wirbel bricht auf und erstreckt sich in das Spritzloch. Dadurch entsteht der Eindruck, als seien die Spritzlöcher mit einem so genannten *String* verbunden (siehe Abbildung 5.8). Die blaue Fläche kennzeichnet das Brennraumgas.

Der torusförmige Wirbel lässt sich am besten durch Stromlinien auf einem Schnitt durch die Symmetrieebene der Spritzlochachse, wie in Abbildung 5.11 gezeigt, visualisieren. Es ist das Kavitationsgebiet den Stromlinien gegenübergestellt. Dieses Bild erklärt, warum die torusförmige Wirbelströmung im Sackloch bei niedrigen Nadelhuben auftritt. Bei einem niedrigen Nadelhub ist die Strömungsgeschwindigkeit am Nadelsitz hoch und sie wird entlang der Nadelspitze fokussiert und zum unteren Scheitelpunkt des Sacklochs geführt. Dadurch wird das Spritzloch von unten angeströmt. In der rotierenden Strömung sinkt der Druck so stark ab, dass Kavitation entsteht. Im unteren Scheitelpunkt des Sacklochs entsteht ein Staupunkt. Durch diesen Staupunkt ist die Strömung instabil und anfällig gegen Störungen. Dies erklärt die experimentelle Beobachtung, dass die Strings unregelmäßig verteilt auftreten. Bei größerem Nadelhub wird die Strömung hinter dem Nadelsitz diffusiver und der Wirbel verschwindet.

In der Praxis sind die Spritzlöcher entweder zylinderförmig, wie bei der betrachteten Düse, oder sie laufen nach außen konisch zu, um die Strömung zu beschleunigen. Würde die Strömung ausschließlich parallel zur Spritzlochachse verlaufen, so könnte der Druck im Spritzloch nicht unter den Dampfdruck fallen und es wäre keine Kavitation, die bis zum Austritt reicht, zu beobachten. In der Realität tritt jedoch Kavitation im gesamten Spritzloch auf und es soll im Folgenden gezeigt werden, warum dies in einer Mehrlochdüse des gezeigten Typs nicht vermeidbar ist.

Abbildung 5.12 zeigt das Strömungsfeld bei voll geöffneter Nadel. Das Kavitationsgebiet ist an 6 Stellen orthogonal zur Spritzlochachse geschnitten und auf den Schnitten ist farbig die Verteilung des absoluten Drucks im Spritzloch dargestellt. In den blauen Gebieten liegt der Druck unterhalb des Dampfdrucks und in den roten Gebieten oberhalb von 5 bar. Die schwarzen Pfeile geben die Richtung der Strömung in der Schnittebene an. Die Pfeile enthalten keine Information über den Betrag der Strömungsgeschwindigkeit. Die weiße Linie markiert den Schnitt zwischen der Fläche, die das Dampfgebiet umhüllt (orange), und den Schnittebenen.

Die Ursache für das Kavitationsgebiet und die Tatsache, dass die Kavitation bis zum Austritt transportiert wird, findet sich in Schnitt 1: Durch die starke Umlenkung der Strömung vom Sack- in das Spritzloch fällt dort der Druck unter den Dampfdruck und es entsteht Kavitation. Der Druck am unteren Rand von Schnittebene 1 ist wesentlich höher als am oberen Punkt. Durch das Druckgefälle entsteht entlang der Außenwand eine Ausgleichsströmung von unten nach oben. Durch diese Ausgleichsströmung werden zwei gegenläufig drehende Wirbel induziert. Die Schnittebenen 2 bis 6 zeigen, dass sich diese Wirbel bis zum Austritt fortsetzen. Die Wirbel sind dabei so stark, dass Druck in ihnen unter den Dampfdruck fällt und sich Kavitation entlang der Wirbel bildet.

In der Einleitung der Arbeit wird anhand von Abbildung 2.1 gezeigt, dass sowohl Düseninnenströmung als auch Einspritzstrahl unsymmetrisch zur Spritzlochachse sind. Die Ursache für die Unsymmetrie konnte erklärt werden.

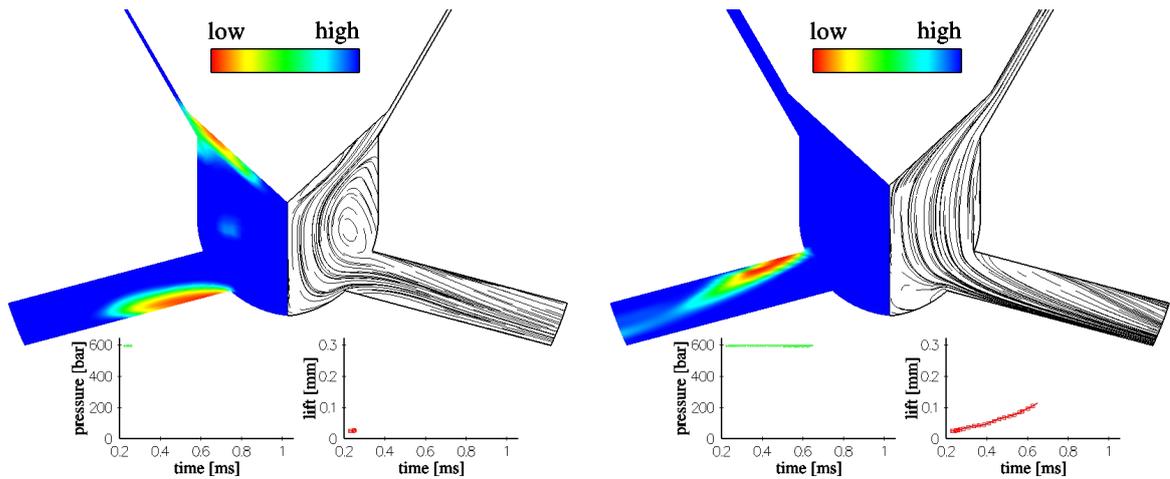


Abbildung 5.11: Das Kavitationsgebiet ist den Stromlinien in der Symmetrieebene des Spritzlochs gegenübergestellt: Durch die Fokussierung der Strömung im Nadelsitz bei niedrigem Nadelhub wird ein Wirbel im Sackloch angefacht, in dem der Druck unter den Dampfdruck fällt, und das Spritzloch wird von unten her angeströmt. Mit zunehmendem Nadelhub bricht der Wirbel zusammen und das Spritzloch wird von oben angeströmt.

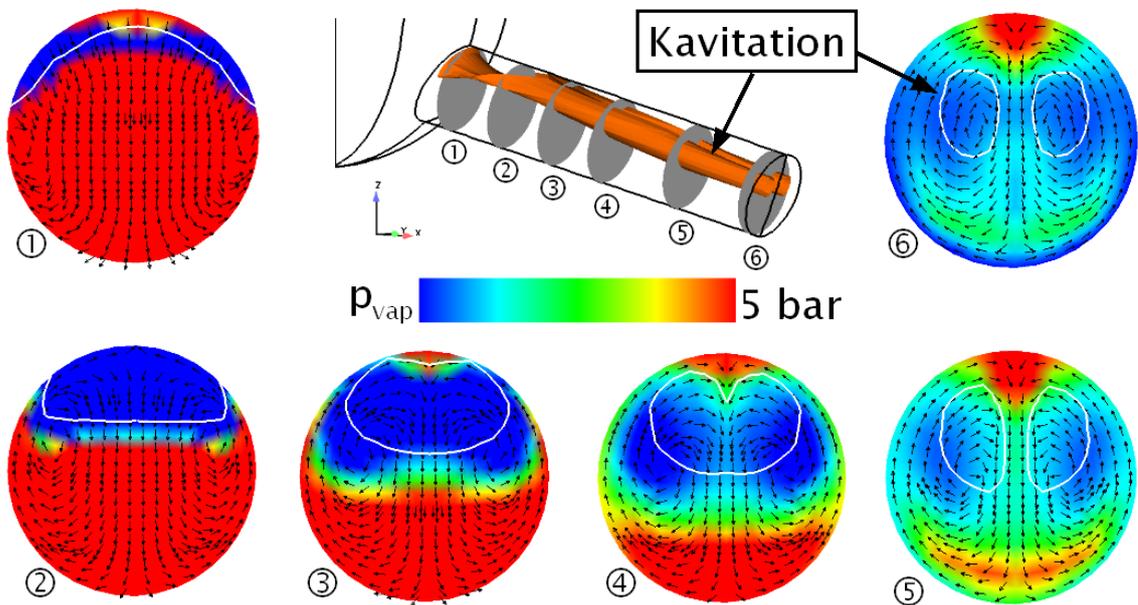


Abbildung 5.12: Durch die starke Umlenkung der Strömung vom Sack- in das Spritzloch fällt dort der Druck unter den Dampfdruck und es entsteht Kavitation. Durch die Druckunterschiede in Schnitt 1 werden zwei Wirbel angefacht, in denen die Kavitation bis zum Austritt transportiert wird. [28]

5.4 Randbedingung für die Gemischbildung

Im Folgenden wird betrachtet, welchen Einfluss die Wirbel im Spritzloch auf das Impulsfeld am Austritt der Düse haben, das die Randbedingung für den Einspritzstrahl darstellt. Dazu wird ein Schnitt orthogonal zur Spritzlochachse durch das Strömungsfeld am Austritt der Düse gelegt und wie in Abbildung 5.13 dargestellt analysiert. Im oberen rechten Bild ist der Betrag der Geschwindigkeit und im unteren Bild die Abweichung des Geschwindigkeitsvektors von der Spritzlochachse dargestellt. Die Pfeile geben die Richtung der Abweichung und die Farben deren Winkel an. Eine Skizze zur Definition des Winkels findet sich im oberen linken Bild.

Durch die in Abschnitt 5.3 beschriebene Sekundärströmung werden die Geschwindigkeitsvektoren von der Düsenlochachse abgelenkt. Die Auslenkung nimmt mit niedrigerem Nadelhub zu. Dies bedeutet, dass bei niedrigerem Nadelhub, also während der Öffnungsphase der Düse, der Kegelwinkel größer ist als bei voll geöffneter Nadel. Ein solches Verhalten wird auch im Experiment, dargestellt in Abbildung 4.6, beobachtet. Diese Information ist unter anderem für die Gestaltung von Nadelhubkurven für die Formung des Einspritzverlaufs wichtig. Der aktuelle Stand der Technik der Injektoren erlaubt es, gezielt den Nadelhub zu begrenzen und damit den Volumenstrom zu regulieren. Wie sich zeigt, kann jedoch eine Drosselung zu einer Aufweitung des Einspritzstrahls führen und sich nachteilig in den Emissionen auswirken.

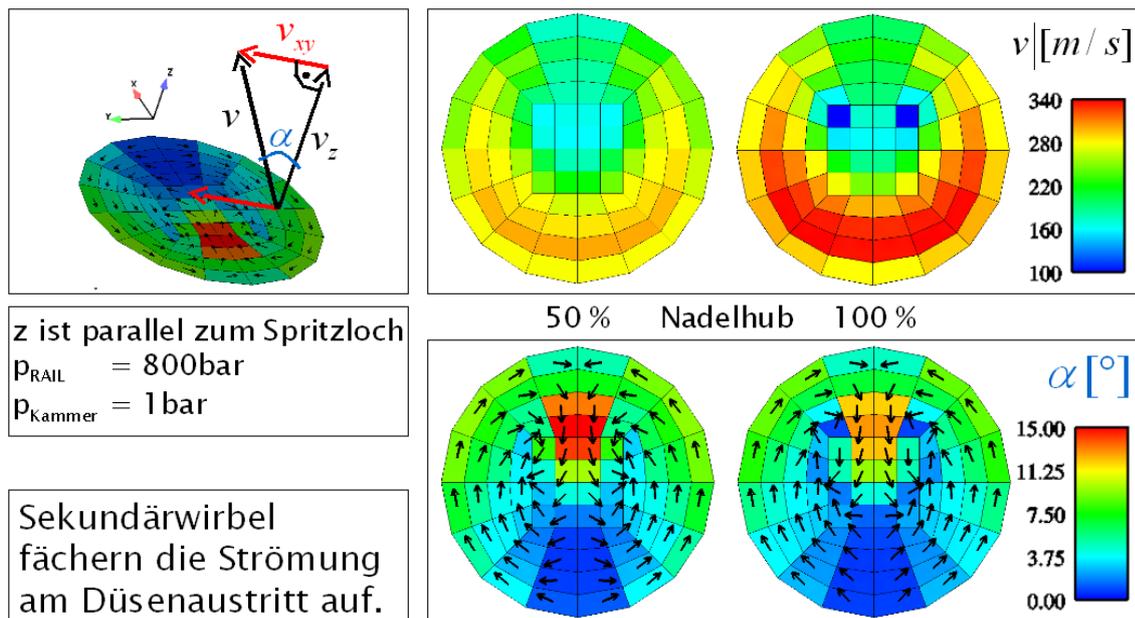


Abbildung 5.13: Es ist der Einfluss der Sekundärwirbel im Spritzloch auf den Geschwindigkeitsvektor am Düsenaustritt dargestellt. Oben rechts ist der Betrag der Geschwindigkeit abgebildet. Die Darstellung unten rechts zeigt die Richtung der Geschwindigkeitskomponente in der Austrittsebene und die Ablenkung des Geschwindigkeitsvektors des Einspritzstrahls von der Spritzlochachse. Es ist eine signifikante Ablenkung zu erkennen, die mit kleiner werdendem Nadelhub stärker wird. [28]

5.5 Strömungsfeld nach Nadelschließen

Beim Schließvorgang der Nadel kann beobachtet werden, dass Flüssigkeit in großen Ligamenten mit langsamer Geschwindigkeit austritt. Solche Ligamente führen zu der Emission von unverbrannten Kohlenwasserstoffen und müssen daher möglichst vermieden werden. Es ist daher wichtig das Strömungsfeld während des Schliessvorgangs zu verstehen. Im Folgenden wird sich zeigen, dass die Simulation der Düseninnenströmung über das Nadelschliessen hinaus auch wichtige Hinweise für das Verständnis des Phänomens der *Verkokung* liefert. Verkokung ist die Ablagerung von Kohlenstoffverbindungen im Spritzloch, die zu einer Drosselung des Durchfluss führt.

Während der Schließphase der Nadel ist ein ähnliches Verhalten wie in der Öffnungsphase zu beobachten. Abbildung 5.14 zeigt, dass sich auch beim Schließen der Nadel ein torusförmiger Wirbel im Sackloch entwickelt, in dem sich eine Kavitationsblase bildet. Ein Verbinden des Kavitationsgebietes im Sackloch mit dem im Spritzloch und Bilden eines Strings konnte in der Simulation nicht beobachtet werden. Es ist jedoch nicht auszuschließen, dass sich ein solches Gebiet ausbilden kann.

Besonders interessant ist die Trennfläche zwischen dem flüssigen Diesel und dem Brennraumgas, die hier in blau dargestellt ist. Die Strömung im Spritzloch und damit der in Abbildung 5.12 erklärte Sekundärwirbel bleibt auch bei sehr kleinem Nadelhub noch erhalten und bricht erst mit dem vollständigen Schließen der Nadel zusammen. In diesem Moment wird Brennraumluft, wie bei 3.05 ms zu sehen ist, in das Unterdruckgebiet der Kavitationsblase eingesogen und dringt im Folgenden bis in das Sackloch ein. Innerhalb von wenigen ms ist das Sackloch weitestgehend mit Luft gefüllt und das Spritzloch nur noch mit einem Wandfilm benetzt.

Die durch die Verbrennung stark erhitzte Düsenkuppe kann jetzt schnell den Kraftstoff an der Spritzlochwand verdampfen und es kann durch den Sauerstoff im Brennraumgas zu Reaktionen kommen. Die Reaktionen führen zu Ablagerungen, die den Durchfluss der Düse vermindern können.

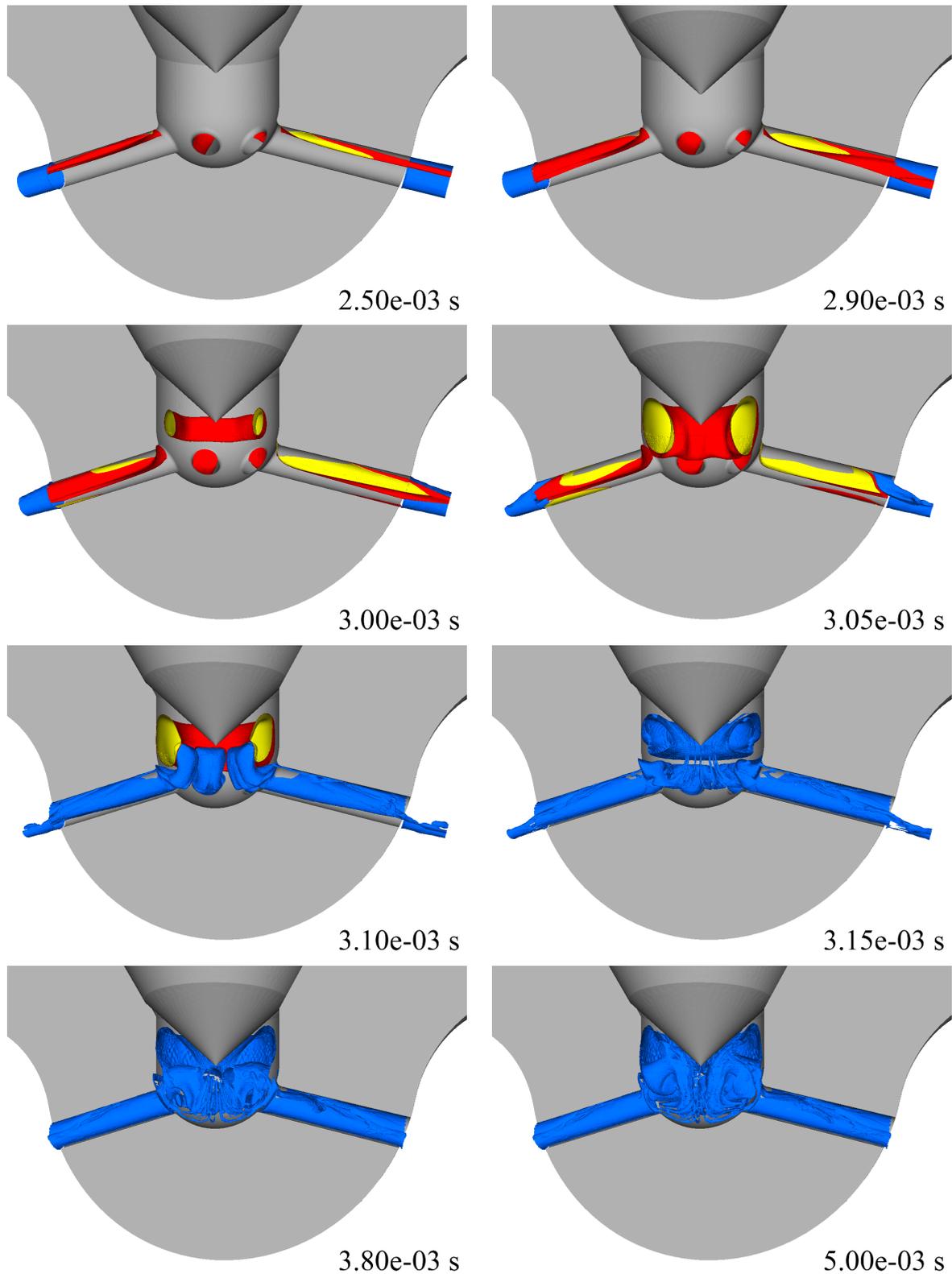


Abbildung 5.14: Schließen der Düsennadel: Es entsteht das selbe Wirbelsystem wie beim Öffnen der Nadel und damit Kavitation im Sackloch. Der niedrige Druck in den Wirbelkernen wird nach Nadelschliessen durch Brennraumgas (blau) ausgeglichen, das in die Wirbelkerne gesogen wird. Das Spritz- und Sackloch wird nahezu vollständig mit Brennraumgas geflutet.

6 Dreidimensionales Eulersches Strahlmodell

Bei der dieselmotorischen Direkteinspritzung wird der flüssige Kraftstoff am Düsenaustritt zerstäubt und zerfällt in tropfenförmige Ligamente. Die Tropfen bewegen sich durch den Brennraum, nehmen Wärme auf, verdampfen und der Dampf vermischt sich mit dem Brennraumgas. Dieser Vorgang wird als Gemischbildung bezeichnet.

Das Volumen der Tropfen in der Gasphase ist nur direkt am Düsenaustritt von Bedeutung und wird daher vernachlässigt. Die Geometrie der Tropfen wird als ideal kugelförmig angenommen. Jeder Tropfen unterliegt den in Abschnitt 3.2 beschriebenen physikalischen und thermodynamischen Gesetzen. Jeden einzelnen Tropfen zu berechnen würde zu einem nicht zu bewältigenden Rechenaufwand führen. Es soll daher in Abschnitt 6.1 eine statistische Beschreibung der Tropfen in Eulerschen Koordinaten entwickelt werden. In Abschnitt 6.2 wird das Gemischbildungsmodell anhand der Messdaten aus Kapitel 4 validiert.

6.1 Herleitung

Im Folgenden werden Transportgleichungen für die Tropfen in Eulerscher Formulierung entwickelt, die den Einfluss der Gasphasenturbulenz auf Tropfenort und -geschwindigkeit berücksichtigen. Die Herleitung knüpft an die in Kapitel 3.3 beschriebene Idee von Williams an, eine Transportgleichung für die Dynamik der Tropfenstatistik (Gleichung 3.56) in Analogie zur Gasdynamik zu formulieren. Um in dieser Gleichung die Einwirkung der Gasphasenturbulenz zu berücksichtigen, schlägt Krüger vor, ähnlich zur Langevingleichung (Gleichung 3.62) eine statistische Kraft (Gleichung 3.78) in die Topfengleichung einzuführen:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_x(\mathbf{v}_{tr}f) - \nabla_v(D_{tr}(\mathbf{v}_{tr} - \mathbf{v}_g)f) - \nabla_x(\xi \nabla_x f) - \nabla_x(\eta \nabla_v f) - \nabla_v(\chi \nabla_v f) = \dot{f}_{zrf} \quad (6.1)$$

Zur Lösung wird Gleichung 6.1 in diskrete Bereiche, so genannte Klassen (Index k), unterteilt und Transportgleichungen für die Schwerpunkte dieser Bereiche formuliert. Für jede Klasse wird ein Satz an Transportgleichungen für die mittleren Tropfeneigenschaften $G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr})$ durch Multiplikation mit Gleichung 6.1 und Mittelung

$$\frac{N_k}{V} \overline{G}(\mathbf{x}_k, t) = \int_{\text{Klasse } k} G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr}) f(\mathbf{x}_{tr}, \mathbf{v}_{tr}) d\mathbf{v}_k da_k \quad (6.2)$$

hergeleitet. Für die Formulierung der Gleichungen ist weniger die Tropfenanzahl N_k als die Anzahl der Tropfen je Einheitsvolumen, die so genannte Anzahldichte n_k von Bedeutung:

$$n_k = \frac{N_k}{V} = \frac{6 \rho_k}{\rho_{\text{fuel}} \pi d_k^3} \quad (6.3)$$

Mittelung von Gleichung 6.1 nach Gleichung 6.2 ergibt:

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_k \overline{G}) + \nabla_x(n_k \overline{\mathbf{v}_k G}) - n_k \overline{(\mathbf{v}_k \nabla_x G)} + D \overline{(\nabla_v G)}(\mathbf{v}_k - \mathbf{v}_g) n_k$$

$$-\eta n_k \overline{\nabla_x \nabla_v G} + \eta \nabla_x (n_k \overline{\nabla_v G}) - \chi n_k \overline{\nabla_v \nabla_v G} = S \quad (6.4)$$

wobei S der Quellterm ist. Das Einsetzen der Tropfeneigenschaften in Gleichung 6.4 ergibt die Transportgleichungen für Masse, Impuls, Turbulenz, Temperatur und Durchmesser einer Tropfenklasse.

6.1.1 Masse

Für die Massenerhaltung gilt $G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr}) = m_{tr}$ und damit für die Massenerhaltungsgleichung der Tropfenklassen:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k) + \nabla_j (\rho_k \bar{v}_{k,j}) = S_{\rho_k}^{TV} \quad (6.5)$$

Die Masse der Tropfenklasse ändert sich durch die Verdampfung. Der Quellterm setzt sich zusammen aus dem Dampfmassenstrom des Einzeltropfens aus Gleichung 3.35 multipliziert mit der Anzahl der Tropfen je Einheitsvolumen einer Klasse:

$$S_{\rho_k}^{TV} = -n_k \dot{m}_{tr} \quad (6.6)$$

6.1.2 Impuls

Für die Impulserhaltung gilt $G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr}) = m_{tr} \mathbf{v}_{tr}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \bar{v}_{k,i}) + \nabla_j (\rho_k \overline{v_{k,i} v_{k,j}}) + \rho_k D_k (\bar{v}_{k,i} - \bar{v}_{g,i}) + \eta \nabla_i \rho_k = S_{v_{k,i}}^{TV} \quad (6.7)$$

Die Tropfengeschwindigkeit lässt sich in Mittelwerte und Schwankungsgrößen aufteilen:

$$\overline{v_{k,i} v_{k,j}} = \bar{v}_{k,i} \bar{v}_{k,j} + \overline{(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,j} - \bar{v}_{k,j})} \quad (6.8)$$

und wird in Gleichung 6.7 eingesetzt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \bar{v}_{k,i}) + \nabla_j (\rho_k \bar{v}_{k,i} \bar{v}_{k,j} + \rho_k \overline{(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,j} - \bar{v}_{k,j})}) \\ + \rho_k D_k (\bar{v}_{k,i} - \bar{v}_{g,i}) + \eta \nabla_i \rho_k = S_{v_{k,i}}^{TV} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Es tritt eine Unbekannte in der Impulsgleichung auf. Der Tensor

$$\tau_{k,ij} = -\overline{(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,j} - \bar{v}_{k,j})} \quad (6.10)$$

ist die Mittelung der Varianz der Geschwindigkeit und kann als turbulente Spannung der Tropfenphase interpretiert werden. Gleichung 6.9 schreibt sich damit zu:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \bar{v}_{k,i}) + \nabla_j (\rho_k \bar{v}_{k,i} \bar{v}_{k,j} - \rho_k \tau_{k,ij}) + \rho_k D_k (\bar{v}_{k,i} - \bar{v}_{g,i}) + \eta \nabla_i \rho_k = S_{v_{k,i}}^{TV} \quad (6.11)$$

Der Impuls der Tropfenklassen wird durch die verdampfte Tropfenmasse $S_{v_{k,i}}^{TV}$ beeinflusst:

$$S_{v_{k,i}}^{TV} = -n_k \dot{m}_{tr} \bar{v}_{k,i} \quad (6.12)$$

Die Differenz zwischen dem momentanen Wert der Geschwindigkeit $v_{k,i}$ und deren Mittelwert $\bar{v}_{k,i}$ ist die turbulente Schwankungsgeschwindigkeit $v'_{k,i}$:

$$v_{k,i} - \bar{v}_{k,i} =: v'_{k,i} \quad (6.13)$$

damit kann $\tau_{k,ij}$ auch geschrieben werden als:

$$\tau_{k,ij} = -\overline{v'_{k,i}v'_{k,j}} \quad (6.14)$$

Es muss eine Schließung für $\tau_{k,ij}$ gefunden werden.

6.1.3 Tropfenturbulenz

Ähnlich wie bei dem turbulenten Reynolds-Spannungstensor der Gasphasenturbulenz können Schließungen unterschiedlicher Ordnung gefunden werden. Die Ordnung ist abhängig davon, welcher Teil des Spannungstensors transportiert und welcher modelliert wird:

0. Ordnung

Bei der 0. Ordnung wird direkt ein Ausdruck für die Geschwindigkeit der Tropfen \bar{v}_k hergeleitet, und es wird weder eine Transportgleichung für \bar{v}_k berechnet noch eine der Komponenten von $\tau_{k,ij}$ transportiert. Hierzu wird der stationäre Zustand von Gleichung 6.1 betrachtet:

$$-\nabla_v(D_{tr}(\mathbf{v}_{tr} - \mathbf{v}_g)f) = \nabla_x(\eta\nabla_v f) + \nabla_v(\chi\nabla_v f) \quad (6.15)$$

Mit der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeit der Tropfen

$$G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr}) = m_{tr}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i}) \quad (6.16)$$

wird Gleichung 6.15 gemäß Gleichung 6.2 gemittelt und es ergibt sich ein direkter Ausdruck für die Geschwindigkeit der Tropfen:

$$\bar{v}_{k,i} = \bar{v}_{g,i} - \frac{\eta}{D_k\rho_k}\nabla_i\rho_k \quad (6.17)$$

Wie sich später zeigen wird (siehe Gleichung 6.53), ist η proportional zur turbulenten kinetischen Energie der Gasphase, und damit ist auch die Geschwindigkeitsabweichung zwischen Tropfen- und Gasphasengeschwindigkeit proportional zur Gasphasenturbulenz. Der Term $\nabla_i\rho_k$ weist in Richtung des Massengradienten der Flüssigkeit, d.h. in einem Dieseleinspritzstrahl in der Regel orthogonal zur Spritzrichtung. Die Korrektur führt also zu einer Aufweitung des Einspritzstrahls.

1. Ordnung

Bei der 1. Ordnung wird gegenüber der 0. Ordnung die Tropfengeschwindigkeit \bar{v}_k , jedoch keine der Komponenten von $\tau_{k,ij}$ transportiert. Es wird der gesamte Tensor als ein algebraischer Ausdruck modelliert. Es wird wieder vom stationären Grenzfall von Gleichung 6.1 ausgegangen. Diesmal wird der gesamte Tensor

$$G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr}) = m_{tr}\tau_{k,ij} \quad (6.18)$$

gesetzt und Gleichung 6.15 gemäß Gleichung 6.2 gemittelt. Das Ergebnis ist ein algebraischer Ausdruck, der von der Tropfengeschwindigkeit und über η und χ (siehe Gleichung 6.53 und 6.54) von der turbulenten kinetischen Energie der Gasphase abhängt:

$$\tau_{k,ij} = \frac{\eta}{D_k} s_{k,ij} - \frac{\chi}{D_k} \delta_{ij} \quad (6.19)$$

wobei

$$s_{k,ij} = \frac{1}{2} (\nabla_j \bar{v}_{k,i} + \nabla_i \bar{v}_{k,j}) \quad (6.20)$$

2. Ordnung

In einem Modell 2. Ordnung werden zu der Tropfengeschwindigkeit \bar{v}_k alle 9 Komponenten des turbulenten Spannungstensors $\tau_{k,ij}$ transportiert. Genauso wie bei den Reynolds-Spannungs-Modellen, die für die turbulenten Navies-Stokes-Gleichungen bekannt sind, entsteht auch hier wieder ein Tensor höherer Ordnung $\tau_{k,ijk}$, für den eine Schließung gefunden werden muß. Da dieses Modell sehr komplex ist, wird dieser Weg nicht verfolgt.

1 1/2. Ordnung

Im Folgenden wird ein Modell hergeleitet, das zwischen der 1. und 2. Ordnung liegt und daher als *1 1/2. Ordnung* bezeichnet wird. Der Spannungstensor $\tau_{k,ij}$ wird dazu in seine Spur $\tau_{k,ii}$ und einen spurfreien Anteil $\tau_{k,ij}^{sf}$ zerlegt:

$$\tau_{k,ij} = \tau_{k,ii} \frac{\delta_{ij}}{3} + \underbrace{\tau_{k,ij} - \tau_{k,ii} \frac{\delta_{ij}}{3}}_{\tau_{k,ij}^{sf}} \quad (6.21)$$

Damit wird deutlich, was hinter dem Begriff *1 1/2. Ordnung* steht: Für k_k wird eine Transportgleichung hergeleitet, d.h. es wird ein Teil des Tensors $\tau_{k,ij}$, seine Spur $\tau_{k,ii}$, transportiert (2. Ordnung). Und es wird der andere Teil von $\tau_{k,ij}$, nämlich der spurfreie Teil $\tau_{k,ij}^{sf}$ modelliert (1. Ordnung).

Die turbulente kinetische Energie einer Tropfenklasse wird definiert als:

$$k_k =: \frac{1}{2} \overline{v'_{k,i} v'_{k,i}} = -\frac{1}{2} \tau_{k,ii} \quad (6.22)$$

Zum Modellieren des spurfreien Teils wird wieder der stationäre Grenzfall, Gleichung 6.15, betrachtet. Mit $G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr}) = m_{tr} (v_{k,i} - \bar{v}_{k,i}) (v_{k,j} - \bar{v}_{k,j})$ wird Gleichung 6.15 gemäß Gleichung 6.2 gemittelt. Einsetzen von Gleichung 6.20 ergibt:

$$\tau_{k,ij} = \underbrace{\frac{\eta}{D_k} s_{k,ij}}_{\tau_{k,ij}^{sf}} - \frac{1}{3} \frac{\eta}{D_k} (\nabla \cdot \bar{v}_k) \delta_{ij} - \underbrace{\frac{2}{3} k_k \delta_{ij}}_{\tau_{k,ii}} \quad (6.23)$$

In Analogie zu den Transportgleichungen der Gasphase kann eine Viskosität für die Tropfenphase,

$$\nu_k = \frac{\eta}{2D_k} \quad (6.24)$$

eingeführt werden:

$$\tau_{k,ij} = \underbrace{2\nu_k s_{k,ij} - \frac{2}{3}\nu_k (\nabla \cdot \bar{v}_k) \delta_{ij}}_{\tau_{k,ij}^{sf}} - \underbrace{\frac{2}{3}k_k \delta_{ij}}_{\tau_{k,ii}} \quad (6.25)$$

Gleichung 6.25 ist die Entsprechung von Gleichung 3.93 der Gasphase.

Zur Herleitung der Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie der Tropfen wird

$$G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr}) = m_{tr} k_k \quad (6.26)$$

gesetzt:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_k k_k) + \nabla_j(\rho_k \bar{v}_{k,j} k_k) + \\ & \overline{\nabla_j(\rho_k v_{k,j} \frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i}))} - \overline{\rho_k v_{k,j} \nabla_k \frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})} + \\ & 2D_k \rho_k k_k + \eta \rho_k \nabla_j \bar{v}_{k,j} - 3\chi \rho_k = S_{k_k}^{TV} \quad (6.27) \end{aligned}$$

Erweiterung des dritten Terms von Gleichung 6.27 mit

$\nabla_j(\rho_k \bar{v}_{k,j} \frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i}))$ und Berücksichtigung von Gleichung 6.22 ergibt:

$$\begin{aligned} & \overline{\nabla_j(\rho_k v_{k,j} \frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i}))} = \\ & \overline{\nabla_j(\rho_k (v_{k,j} - v_{k,j}) \frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i}))} + \nabla_j(\rho_k \bar{v}_{k,j} k_k) \quad (6.28) \end{aligned}$$

Der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung 6.28 wird modelliert, indem wieder der Grenzfall Gleichung 6.15 betrachtet wird und mit

$$G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr}) = m_{tr} (v_{k,j} - \bar{v}_{k,j}) \frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i}) \quad (6.29)$$

gemäß Gleichung 6.2 gemittelt wird:

$$\overline{(v_{k,j} - v_{k,j}) \frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})} = -\frac{\eta}{3D_k} \nabla_j \tau_{k,ii} + \frac{2}{3} \frac{\eta}{D_k} \nabla_i \tau_{k,ij} \quad (6.30)$$

Einsetzen der Viskosität, Gleichung 6.24, und der Tropfenturbulenz, Gleichung 6.22, ergibt:

$$\overline{(v_{k,j} - v_{k,j}) \frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})} = -\frac{2}{3}\nu_k \nabla_{k,j} k_k + \frac{2}{3}\nu_k \nabla_{k,i} \tau_{k,ij} \quad (6.31)$$

Der erste Term von Gleichung 6.31 ist der Diffusionsterm der Tropfenturbulenzgleichung.

Umformen des vierten Terms von Gleichung 6.27:

$$-\overline{\rho_k v_{k,j} \nabla_k \frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})} = \rho_k \overline{\frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})} \nabla_k v_{k,j} \quad (6.32)$$

und Einsetzen von Gleichung 6.10 ergibt:

$$-\overline{\rho_k v_{k,j} \nabla_k \frac{1}{2}(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})(v_{k,i} - \bar{v}_{k,i})} = \tau_{k,ij} \nabla_j \bar{v}_{k,i} \quad (6.33)$$

Mit Gleichungen 6.31, 6.31 und 6.33 schreibt sich die Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie der Tropfen zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_k k_k) + \nabla_j(\rho_k \bar{v}_{k,j} k_k) - \nabla_j\left(\frac{2}{3}\rho_k \nu_k \nabla_{k,j} k_k\right) + \nabla_j\left(\frac{2}{3}\rho_k \nu_k \nabla_{k,i} \tau_{k,ij}\right) - \\ \rho_k \tau_{k,ij} \nabla_j \bar{v}_{k,i} + 2D_k \rho_k k_k + \eta \rho_k \nabla_j \bar{v}_{k,j} - 3\chi \rho_k = S_{k_k}^{TV} \end{aligned} \quad (6.34)$$

Substitution des Spannungstensors durch Gleichung 6.25 ergibt die endgültige Form der Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie der Tropfen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_k k_k) + \nabla_j(\rho_k \bar{v}_{k,j} k_k) - \nabla_j\left(\frac{4}{3}\rho_k \nu_k \nabla_{k,j} k_k\right) + \nabla_j\left(\frac{2}{3}\rho_k \nu_k \nabla_{k,i} \tau_{k,ij}^{sf}\right) - \\ \rho_k \left(\tau_{k,ij}^{sf} - \frac{2}{3}k_k \delta_{ij}\right) \nabla_j \bar{v}_{k,i} + 2D_k \rho_k k_k + \eta \rho_k \nabla_j \bar{v}_{k,j} - 3\chi \rho_k = S_{k_k}^{TV} \end{aligned} \quad (6.35)$$

Die turbulente kinetische Energie der Tropfen ist durch die Verdampfung $S_{k_k}^{TV}$ beeinflusst:

$$S_{k_k}^{TV} = -n_k \dot{m}_{tr} k_k \quad (6.36)$$

6.1.4 Innere Energie

Die Innere Energie der Tropfen einer Klasse leitet sich aus $G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr}) = m_{tr} u_{tr}$ her:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k u_k) + \nabla_j(\rho_k \bar{v}_{k,j} u_k) = S_{u_k}^{TV} \quad (6.37)$$

Die innere Energie der flüssigen Phase steht mit der Tropfentemperatur T_k in folgendem Zusammenhang:

$$h_v = \bar{c}_v T_k - c_v^0 T_0 \quad (6.38)$$

wobei \bar{c}_v die mittlere spezifische Wärme und c_v^0 die spezifische Wärme bei der Bezugstemperatur T_0 ist. Die innere Energie der Tropfenklassen ändert sich durch Verdampfung $S_{u_k}^{TV}$:

$$S_{u_k}^{TV} = -n_k \dot{m}_{tr} (u_k + h_L) - n_k \dot{Q}_{tr} \quad (6.39)$$

6.1.5 Tropfendurchmesser

Für den Durchmesser gilt $G(\mathbf{v}_{tr}, a_{tr}) = m_{tr} d_{tr}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k d_k) + \nabla_j(\rho_k \bar{v}_{k,j} d_k) = S_{d_k}^{TV} + S_{d_k}^{TZ} \quad (6.40)$$

Der Tropfendurchmesser ändert sich durch Verdampfung $S_{d_k}^{TV}$ und Zerfall $S_{d_k}^{TZ}$:

$$S_{d_k}^{TV} = -n_k \dot{m}_{tr} \frac{4}{3} d_k \quad (6.41)$$

$$S_{d_k}^{TZ} = -4 \rho_k \frac{d_k - d_{stabil}}{\tau_B} \quad (6.42)$$

6.1.6 Turbulente Dispersion

Um die Diffusionskoeffizienten von Gleichung 6.1 zu bestimmen, wird die Analogie zwischen Focker-Planck- und Langevin-Gleichung genutzt. Analog zu Abschnitt 3.3.1 werden die Varianzen und die Kovarianz Gleichungen 3.66 bis 3.68 gemäß Gleichung 6.2 gemittelt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)} = 2 \overline{(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{v}_k - \bar{\mathbf{v}}_k)} \quad (6.43)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{v}_k - \bar{\mathbf{v}}_k)} = \overline{(\mathbf{v}_k - \bar{\mathbf{v}}_k)(\mathbf{v}_k - \bar{\mathbf{v}}_k)} - D \overline{(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{v}_k - \bar{\mathbf{v}}_k)} + 3\eta \quad (6.44)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{(\mathbf{v}_k - \bar{\mathbf{v}}_k)(\mathbf{v}_k - \bar{\mathbf{v}}_k)} = -2D \overline{(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)} + 6\chi \quad (6.45)$$

Durch Koeffizientenvergleich zwischen Gleichungen 3.69 bis 3.71 und 6.43 bis 6.45 lassen sich die Diffusionskoeffizienten ξ , η und χ durch die Schwankungsgeschwindigkeit der Gasphase ausdrücken:

$$\xi = 0 \quad (6.46)$$

$$3\eta = D_k \overline{\mathbf{x}'_k \mathbf{v}'_g} \quad (6.47)$$

$$6\chi = 2D_k \overline{\mathbf{v}'_k \mathbf{v}'_g} \quad (6.48)$$

Es stellt sich die Frage, wie der Tropfenort und die Tropfengeschwindigkeiten mit der Schwankungsgeschwindigkeit der Gasphase \mathbf{v}'_g korreliert sind. Die Lösung der Langevingleichung ist

$$\mathbf{v}_k = \bar{\mathbf{v}}_g \left(1 - e^{-D_k t}\right) + e^{-D_k t} \left(\mathbf{v}_k|_{t=t_0} + \int_{t_0}^t e^{D_k \tau} D_k \mathbf{v}'_g d\tau \right) \quad (6.49)$$

Die Korrelationen des Tropfenortes $\overline{\mathbf{x}'_k \mathbf{v}'_g}$ und der Tropfengeschwindigkeit $\overline{\mathbf{v}'_k \mathbf{v}'_g}$ mit der Schwankungsgeschwindigkeit der Gasphase lassen sich mit Gleichung 6.49 formulieren:

$$\langle \mathbf{v}'_k \mathbf{v}'_g \rangle = D_k \int_0^t e^{-D_k(t-\tau)} \mathbf{v}'_g(\tau) \mathbf{v}'_g(t) d\tau \quad (6.50)$$

$$\langle \mathbf{x}'_k \mathbf{v}'_g \rangle = D_k \int_0^t \int_0^{\tilde{\tau}} e^{-D_k(\tilde{\tau}-\tau)} \mathbf{v}'_g(\tau) \mathbf{v}'_g(t) d\tilde{\tau} d\tau \quad (6.51)$$

Für die Schwankungsgeschwindigkeit der Gasphase $\mathbf{v}'_g(\tau) \mathbf{v}'_g(t) := k(\tau - t)$ muss ein Modell entwickelt werden. Es wird eine Normalverteilung mit der turbulenten Zeitskala (Gleichung 6.73) als Standardabweichung angenommen:

$$k(\tau - t) = k_g e^{-\frac{|\tau-t|}{\tau_{\text{tur},g}}} \quad (6.52)$$

Damit lassen sich die Gleichungen 6.50 und 6.51 in Abhängigkeit der Gasphasenturbulenz k_g schreiben:

$$\eta = \frac{2D_k^2 \tau_{\text{tur},g}^2}{2 + D_k \tau_{\text{tur},g}} \frac{k_g}{6} \quad (6.53)$$

$$\chi = \frac{2D_k^2 \tau_{\text{tur},g}}{2 + D_k \tau_{\text{tur},g}} \frac{k_g}{3} \quad (6.54)$$

Wie anhand von Abbildung 3.4 erläutert, ist die Stokeszahl ein Maß für die Kopplung zwischen der Bewegung der Gasphase und der Tropfen. Gleichung 6.53 und 6.54 lassen sich mit Gleichung 3.58 und 3.57 in Abhängigkeit von der Stokes-Zahl schreiben:

$$\eta = \frac{2}{2St^2 + St} \frac{k_g}{6} \quad (6.55)$$

$$\chi = \frac{2D_k}{2St + 1} \frac{k_g}{3} \quad (6.56)$$

6.1.7 Energiebilanz der Tropfenbewegung

Ein Tropfen, der sich in einem viskosen Fluid bewegt, erzeugt Wärme, die zu einer Temperaturerhöhung in der Gasphase führt. Eine Gleichung für diese Reibwärme wird im folgenden Abschnitt hergeleitet. Darüber hinaus entzieht die turbulente Disperison der Turbulenz der Gasphase Energie. Der Zusammenhang zwischen der Turbulenzgleichung der Gas- und Tropfenphase und der Energiegleichung der Gasphase wird weiter unten hergestellt.

Die Leistung auf die gasförmige und flüssige Phase berechnet sich aus der Kraft, die an der Grenzfläche zwischen der flüssigen, bzw. gasförmigen Phase wirkt, und der Geschwindigkeit der Phase:

$$P_k = -\mathbf{F}_{tr} \cdot \mathbf{v}_k \quad (6.57)$$

$$P_g = \mathbf{F}_{tr} \cdot \mathbf{v}_g \quad (6.58)$$

Aus der Bewegungsgleichung für einen Einzeltropfen in der turbulenten Gasströmung, Gleichung 3.62, ergibt sich die Beschleunigungsleistung P_k der Tropfen einer Klasse und die Beschleunigungsleistung P_g , die die Gasphase je Einheitsvolumen erfährt:

$$P_k = -\rho_k D_k \left(\bar{\mathbf{v}}_g + \mathbf{v}'_g - (\bar{\mathbf{v}}_k + \mathbf{v}'_k) \right) \cdot (\bar{\mathbf{v}}_k + \mathbf{v}'_k) \quad (6.59)$$

$$P_g = \rho_k D_k \left(\bar{\mathbf{v}}_g + \mathbf{v}'_g - (\bar{\mathbf{v}}_k + \mathbf{v}'_k) \right) \cdot (\bar{\mathbf{v}}_g + \mathbf{v}'_g) \quad (6.60)$$

Die Summe aus beiden Beschleunigungsleistungen ergibt die Wärmeleistung, die die Gasphase erfährt:

$$\begin{aligned} P &= P_k + P_g \\ &= \rho_k D_k \left(\bar{\mathbf{v}}_g + \mathbf{v}'_g - (\bar{\mathbf{v}}_k + \mathbf{v}'_k) \right) \cdot \left(\bar{\mathbf{v}}_g + \mathbf{v}'_g - (\bar{\mathbf{v}}_k + \mathbf{v}'_k) \right) \end{aligned} \quad (6.61)$$

Mittelung von Gleichung 6.61 und Annahme isotroper Turbulenz ergeben einen Anteil, der aus der mittleren Strömung und aus der turbulenten Strömung resultiert:

$$\bar{P} = \underbrace{\rho_k D_k |\bar{\mathbf{v}}_g - \bar{\mathbf{v}}_k|^2}_{\bar{P}_{\text{mittel}}} + \underbrace{\rho_k D_k \overline{(\mathbf{v}'_g - \mathbf{v}'_k)^2}}_{\bar{P}_{\text{turb}}} \quad (6.62)$$

Der Anteil der mittleren Strömung lässt sich aus der Mittleren Geschwindigkeit der Gasphase und der Tropfen berechnen. Der turbulente Anteil wird mit Gleichung 6.22 und 6.48 modelliert:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{\text{turb}} &= \left(\rho_k D_k \overline{\mathbf{v}'_g{}^2} + \rho_k D_k \overline{\mathbf{v}'_k{}^2} - 2D_k \overline{\mathbf{v}'_g \mathbf{v}'_k} \right) \\ &= 2\rho_k D_k (k_g + k_k) - 6\rho_k \chi \end{aligned} \quad (6.63)$$

Wenn \bar{P} negativ ist, wird ein positiver Beitrag zur inneren Energie der Gasphase geleistet. Dies entspricht den Anforderungen des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik. Daher ergibt sich für Gleichung 6.62 eine mögliche Zwangsbedingung für χ und η (mit $\eta = \frac{\tau_{\text{tur},g}}{2} \chi$):

$$\eta = \text{Min} \left[\frac{2D_k \tau_{\text{tur},g}}{4 + D_k \tau_{\text{tur},g}} \frac{|\bar{\mathbf{v}}_g - \bar{\mathbf{v}}_k|^2 + 2(\tilde{k}_k + k_g)}{6}, \frac{2D_k^2 \tau_{\text{tur},g}^2}{2 + D_k \tau_{\text{tur},g}} \frac{k_g}{6} \right] \quad (6.64)$$

$$\chi = \text{Min} \left[\frac{2D_k}{4 + D_k \tau_{\text{tur},g}} \frac{|\bar{\mathbf{v}}_g - \bar{\mathbf{v}}_k|^2 + 2(\tilde{k}_k + k_g)}{3}, \frac{2D_k^2 \tau_{\text{tur},g}}{2 + D_k \tau_{\text{tur},g}} \frac{k_g}{3} \right] \quad (6.65)$$

Die Zwangsbedingung wurde bei der Implementierung nicht berücksichtigt, da die Anforderungen des zweiten Hauptsatzes in der Praxis auch ohne Zwangsbedingung nicht verletzt werden. Die Leistung \bar{P} wird den Gleichungen der mittleren und turbulenten kinetischen Energien der Gas- und Tropfenphase entzogen und in die Energiegleichung der Gasphase übertragen:

$$S_{u_g}^P = \rho_k D_k |\bar{\mathbf{v}}_g - \bar{\mathbf{v}}_k|^2 + 2\rho_k D_k (k_g + k_k) - 6\rho_k \chi \quad (6.66)$$

Gleichzeitig wird die turbulente kinetische Energie von der Gasphase auf die Tropfenphase übertragen:

$$S_{k_g}^P = -\rho_k (2D_k k_g - 3\chi) \quad (6.67)$$

Ein entsprechender Term muss in der Transportgleichung der Dissipation der turbulenten kinetischen Energie der Gasphase berücksichtigt werden:

$$S_{\varepsilon_g}^P = -\rho_k C_{\varepsilon_g,1} \frac{\varepsilon_g}{k_g} (2D_k k_g - 3\chi) \quad (6.68)$$

Die Konstante $C_{\varepsilon_g,1}$ entspricht der Konstanten in Gleichung 3.98.

6.1.8 Grenzwertbildung

Die anhand von Abbildung 3.4 diskutierten Grenzfälle für die Stokeszahl finden sich in dem Modell für die turbulente Dispersion wieder. Wie in Gleichungen 6.47 und 6.48 beschrieben, drückt der Diffusionsfaktor η den Einfluss der Gasphasenturbulenz k_g auf den Tropfenort und χ den Einfluss auf die Tropfengeschwindigkeit aus.

Kleine Tropfen

Für sehr kleine Tropfen wird D_k unendlich groß ($D_k \rightarrow \infty$) und entsprechend geht die Stokeszahl gegen Null ($St \rightarrow 0$). Somit ist der Diffusionskoeffizient η sehr groß und dies bedeutet, dass die Kopplung zwischen Tropfenort \mathbf{x}_k und Gasturbulenz k_g sehr stark ist und der Tropfen jede (turbulente) Bewegung der Gasmoleküle mitmacht.

Der Grenzwert der Impulsgleichung (Gleichung 6.11) für $D_k \rightarrow \infty$ führt zu:

$$\rho_k D_k (\bar{v}_{k,i} - \bar{v}_{g,i}) + \eta \nabla_i \rho_k = 0 \quad (6.69)$$

Umformen nach $\rho_k \bar{v}_{k,i}$

$$\rho_k \bar{v}_{k,i} = \rho_k \bar{v}_{g,i} - \frac{\eta}{D_k} \nabla_i \rho_k \quad (6.70)$$

und Einsetzen in die Kontinuitätsgleichung, Gleichung 6.5, ergibt:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k) + \nabla_j (\rho_k \bar{v}_{g,j}) - \underbrace{\nabla_j \left(\frac{\eta}{D_k} \nabla_i \rho_k \right)}_{\text{Diffusion}} = 0 \quad (6.71)$$

Die turbulente Tropfenbewegung entspricht für kleine Tropfen einer Diffusion mit der Diffusionskonstanten $\frac{\eta}{D_k}$. Für kleine Tropfen nähert sich η dem Wert $D_k \tau k_g / 3$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k) + \nabla_j (\rho_k \bar{v}_{g,j}) - \nabla_j \left(\frac{\tau_{\text{tur},g} k_g}{3} \nabla_i \rho_k \right) = 0 \quad (6.72)$$

Im Fall kleiner Tropfen besteht nahezu keine Relativgeschwindigkeit mehr zwischen den Tropfen und der Gasphase und die Diffusion der Tropfen muss der der Gasphase entsprechen. Daher lässt sich aus Koeffizientenvergleich zwischen der Transportgleichung für den Massenanteil einer Komponente in der Gasphase (Gleichungen 3.89, 3.92, 3.95 und 3.96) und Gleichung 6.72 unter Vernachlässigung der molekularen Diffusion die turbulente Korrelationszeit bestimmen:

$$\tau_{\text{tur},g} = 3 \frac{C_\mu k_g}{S_{C_t} \varepsilon_g} \quad (6.73)$$

C_μ ist eine Konstante und hat den Wert 0.09. S_{C_t} ist die turbulente Schmidt-Zahl.

Im Grenzfall kleiner Tropfen wird D_k sehr groß und es dominiert der letzte Term auf der linken Seite. D.h. \tilde{k}_k strebt asymptotisch gegen:

$$\tilde{k}_k \approx \frac{D_k \tau_{\text{tur},g} k_g}{2} \quad (6.74)$$

Unter der Annahme von $\rho_g = 20 \text{ kg/m}^3$, $|\vec{v}_k - \vec{v}_g| = 200 \text{ m/s}$, $d_k = 10^{-6} \text{ m}$, $\mu_g = 16.6 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$, $\rho_{\text{fuel}} = 830 \text{ kg/m}^3$ and $\tau_{\text{tur},g} = 10^{-4} \text{ s}$ ergibt sich eine Abschätzung für den Grenzfall kleiner Tropfen:

$$\tilde{k}_k \approx 25 k_g \quad (6.75)$$

Große Tropfen

Für große Tropfen geht D_k gegen Null ($D_k \rightarrow 0$) und entsprechend wird die Stokes-Zahl unendlich groß ($St \rightarrow \infty$). In diesem Fall ist $\eta = 0$ und dies bedeutet, dass der Tropfen schwach bis gar nicht von der Gasphasenturbulenz beeinflusst ist. Der Tropfen wird seine Flugbahn unbeeinflusst von der Gasphasenturbulenz nehmen.

6.1.9 Vereinfachung des Modells

Die Implementierung des vollständigen Spannungstensors, Gleichung 6.21, ist sehr aufwendig. Daher wird für die erste Implementierung und den ersten Test des Modells eine Vereinfachung vorgenommen. Es wird der spurfrei Teil vernachlässigt:

$$\tau_{k,ij}^{\text{sf}} = 0 \quad (6.76)$$

Dadurch vereinfacht sich die Impulstransportgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \bar{v}_{k,i}) + \nabla_j (\rho_k \bar{v}_{k,i} \bar{v}_{k,j}) + \rho_k D_k (\bar{v}_{k,i} - \bar{v}_{g,i}) + \nabla_i \left(\rho_k \left(\frac{2}{3} k_k + \eta \right) \right) = S_{v_{k,i}}^{TV} \quad (6.77)$$

Aufgrund der Vereinfachung tritt die turbulente kinetische Energie der Tropfen immer in der Summe mit dem Diffusionskoeffizienten η auf und es wird daher eine neue Transportgröße \tilde{k}_k für die Tropfenturbulenz definiert, die η einschließt:

$$\tilde{k}_k := k_k + \frac{3}{2} \eta \quad (6.78)$$

Einsetzen von Gleichung 6.78 in 6.77 ergibt:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \bar{v}_{k,i}) + \nabla_j (\rho_k \bar{v}_{k,i} \bar{v}_{k,j}) + \rho_k D_k (\bar{v}_{k,i} - \bar{v}_{g,i}) + \frac{2}{3} \nabla_i (\rho_k \tilde{k}_k) = S_{v_{k,i}}^{TV} \quad (6.79)$$

Mit der Vereinfachung schreibt sich die Transportgleichung der turbulenten kinetischen Energie der flüssigen Phase zu:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k k_k) + \nabla_j (\rho_k \bar{v}_{k,j} k_k) + \frac{2}{3} \rho_k (\nabla_j \bar{v}_{k,j}) k_k + 2D_k \rho_k k_k + \eta \rho_k \nabla_j \bar{v}_{k,j} - 3\chi \rho_k = S_{k_k}^{TV} \quad (6.80)$$

Zusammenfassen von η , χ und k_k ergibt:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k k_k) + \nabla_j (\rho_k \bar{v}_{k,j} k_k) + \frac{2}{3} \rho_k (\nabla_j \bar{v}_{k,j}) \underbrace{\left(k_k + \frac{3}{2} \eta \right)}_{\tilde{k}_k} + 2\rho_k \left(D_k k_k - \frac{3}{2} \chi \right) = S_{k_k}^{TV} \quad (6.81)$$

In Gleichung 6.81 findet sich die Transportgröße \tilde{k}_k für die Tropfenturbulenz wieder. Um eine Transportgleichung für \tilde{k}_k zu erhalten, wird die mit $\frac{3}{2}\eta$ multiplizierte Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_k \frac{3}{2} \eta \right) + \nabla_j \left(\rho_k \bar{v}_{k,j} \frac{3}{2} \eta \right) = 0 \quad (6.82)$$

zu Gleichung 6.81 addiert:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_k k_k + \frac{3}{2} \eta \right) + \nabla_j \left(\rho_k \bar{v}_{k,j} \left(k_k + \frac{3}{2} \eta \right) \right) + \frac{2}{3} \rho_k (\nabla_j \bar{v}_{k,j}) \left(k_k + \frac{3}{2} \eta \right) + 2\rho_k \left(D_k k_k - \frac{3}{2} \chi \right) = S_{k_k}^{TV} \quad (6.83)$$

und Einsetzen von Gleichung 6.78 ergibt die Transportgleichung für \tilde{k}_k :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \tilde{k}_k) + \nabla_j (\rho_k \bar{v}_{k,j} \tilde{k}_k) + \frac{2}{3} \rho_k (\nabla_j \bar{v}_{k,j}) \tilde{k}_k + \rho_k \left(2D_k \tilde{k}_k - 3(D_k \eta + \chi) \right) = S_{k_k}^{TV} \quad (6.84)$$

Eine weitere Anpassung muss in Gleichung 6.63 vorgenommen werden. Substitution von k_k durch Gleichung 6.78 ergibt:

$$\bar{P}_{\text{turb}} = \rho_k (2D_k k_g - 3\chi) + \rho_k \left(2D_k \tilde{k}_k - 3(D_k \eta + \chi) \right) \quad (6.85)$$

6.1.10 Diskretisierung der Klassen am Düsenaustritt

Als Startrandbedingung für den Einspritzstrahl liegt entweder eine dreidimensionale Berechnung der Düseninnenströmung vor oder es wurde nur der Volumenstrom der Düse gemessen. Im ersten Fall liegt für jede Zelle am Austritt der Düse ein Durchmesser vor, der mittels Gleichung 3.44 aus dem Turbulenzfeld der Düseninnenströmung bestimmt wird. Und im zweiten Fall muss ein mittlerer Durchmesser am Austritt angenommen werden. In beiden Fällen wird über den Mittleren Durchmesser eine Verteilung gelegt und daraus die Klassengröße bestimmt. Für die düsenaufgelöste Kopplung wird in jeder Zelle des Düsenaustritts die Durchmesser-Verteilung und bei dem Volumenstrom eine Durchmesser-Verteilung für den gesamten Querschnitt berechnet. Es wird folgende Verteilung angenommen:

$$f(d_{tr}) = \frac{1}{\bar{d}} e^{-\frac{d_{tr}}{\bar{d}}} \quad (6.86)$$

Der Durchmesser \bar{d} ist definiert als:

$$\bar{d} = \frac{1}{3} d_{32} \quad (6.87)$$

Der *Sauter-Durchmesser* d_{32} ist ein Maß für den mittleren lokalen Durchmesser des Einspritzstrahls und wird in jeder Berechnungszelle als Mittelung über die Klassen k berechnet:

$$d_{32} = \frac{\int_0^\infty d^3 f dd}{\int_0^\infty d^2 f dd} = \frac{\sum_k d_k^3 n_k}{\sum_k d_k^2 n_k} \quad (6.88)$$

Der Sauter-Durchmesser kann als das Verhältnis von Tropfenvolumen zu -oberfläche interpretiert werden. Es wird angenommen, dass bei einer Anzahl von N Klassen jede Klasse k den gleichen Anteil an der eingespritzten Gesamtmasse $m_{k,ges}$ erhält:

$$\frac{m_k}{m_{k,ges}} = \frac{1}{N} \quad (6.89)$$

Die Masse einer Klasse m_k und die gesamte Flüssigkeitsmasse $m_{k,ges}$ berechnet sich aus Mittelung über die Verteilungsfunktion $f(d_{tr})$:

$$\frac{\int_{d_k^-}^{d_k^+} d^3 f(d_{tr}) dd_{tr}}{\int_0^\infty d^3 f(d_{tr}) dd_{tr}} = \frac{1}{N} \quad \text{mit } N = 1, k \quad (6.90)$$

Dabei bezeichnen d_k^- und d_k^+ die untere und obere Grenze der Klasse k , wobei $d_1^- = 0$ und $d_N^+ = \infty$ sind. Es gilt $d_k^+ = d_{k+1}^-$. Einsetzen von Gleichung 6.86 in Gleichung 6.90 ergibt für den Nenner und Zähler:

$$\int_0^\infty d_{tr}^3 \frac{1}{\bar{d}} e^{-\frac{d_{tr}}{\bar{d}}} dd_{tr} = 6 \bar{d}^3 \quad (6.91)$$

$$\int_{d_k^-}^{d_k^+} d_{tr}^3 \frac{1}{\bar{d}} e^{-\frac{d_{tr}}{\bar{d}}} dd_{tr} = \left[\left(d_{tr}^3 + 3d_{tr}^2 \bar{d} + 6d_{tr} \bar{d}^2 + 6\bar{d}^3 \right) e^{-\frac{d_{tr}}{\bar{d}}} \right]_{d_k^-}^{d_k^+} \quad (6.92)$$

Integration des Zählers von Gleichung 6.90 von 0 an ergibt eine Formulierung, aus der sich die Klassengrenzen geschlossen berechnen lassen:

$$\frac{\int_0^{d_k^+} d^3 f(d_{tr}) dd_{tr}}{\int_0^\infty d^3 f(d_{tr}) dd_{tr}} = \frac{k}{N} \quad \text{mit } N = 1, k \quad (6.93)$$

Einsetzen von Gleichungen 6.91 und 6.92 und Umformen ergibt:

$$\left(1 - \frac{k}{N}\right) 6 \bar{d}^3 - \left(d_k^{+3} + 3d_k^{+2}\bar{d} + 6d_k^{+}\bar{d}^2 + 6\bar{d}^3\right) e^{-\frac{d_k^+}{\bar{d}}} = 0 \quad (6.94)$$

Aus Gleichung 6.94 lässt sich z.B. mittels Newton-Verfahren zu jeder Klasse k die entsprechende Grenze d_k^+ berechnen. Die Durchmesser d_k der Klassen k berechnen sich aus den Klassengrenzen:

$$d_k = \frac{\int_{d_k^-}^{d_k^+} d^3 f(d_{tr}) dd_{tr}}{\int_{d_k^-}^{d_k^+} d^2 f(d_{tr}) dd_{tr}} \quad (6.95)$$

bzw.

$$d_k = \frac{\frac{6 \bar{d}^3}{N}}{\left[\left(d_{tr}^2 + 6d_{tr}\bar{d} + 6\bar{d}^2 \right) e^{-\frac{d_{tr}}{\bar{d}}} \right]_{d_k^-}^{d_k^+}} \quad (6.96)$$

In Abbildung 6.1 sind beispielhaft die Klassengrenzen für einen Sauterdurchmesser von

$$d_{32} = 10 \mu\text{m} \quad (6.97)$$

und einer Anzahl von 10 Klassen dargestellt.

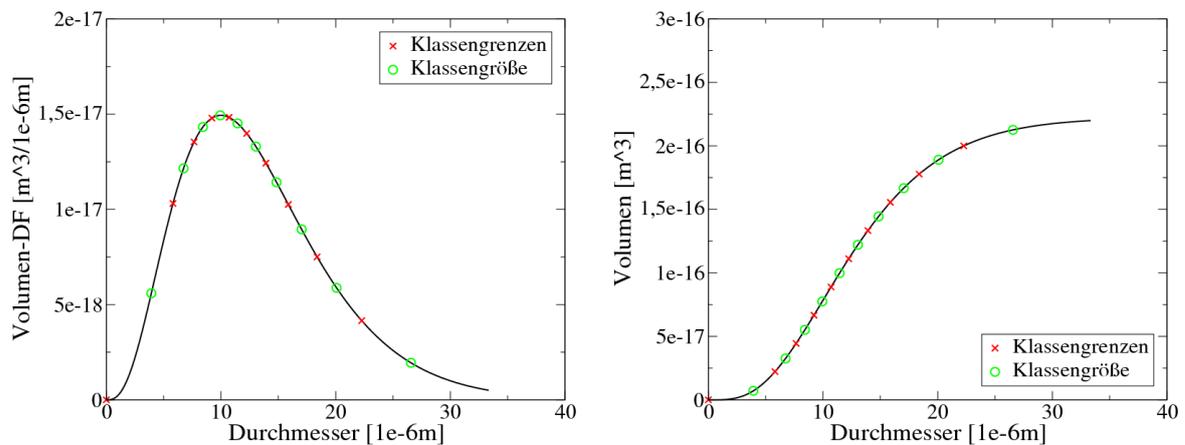


Abbildung 6.1: Klassengrenzen aufgetragen über die Volumendichtefunktion ($f(d_k)d_{tr}^3$) und die integrierte Volumendichtefunktion am Beginn des Einspritzstrahls für $d_{32} = 10 \mu\text{m}$.

6.2 Validierung

Die Fragestellungen und Bestandteile, aus denen in den vorangegangenen Kapiteln das Eulermodell gewachsen ist, machen deutlich, wie komplex das Modell und wie schwierig damit eine Validierung ist: Das hergeleitete Eulersche Einspritzstrahlmodell besteht im wesentlichen aus den **Einzeltröpfchenmodellen** und einem **Gleichungssystem zum Transport der Tröpfeneigenschaften**. Die Einzeltröpfchenmodelle sind Stand der Technik und werden in der vorliegenden Arbeit nicht mehr validiert.

Der Fortschritt, der mit dem neu entwickelten Modell gegenüber dem Stand der Technik gemacht wurde, ist der Transport der flüssigen Phase in Eulerschen Koordinaten. Im Folgenden soll daher gezeigt werden, dass der prinzipielle Wirkmechanismus des Tropfentransports in Eulerschen Koordinaten funktioniert. Darüber hinaus wird untersucht, ob das Modell die Berechnung auf düsen aufgelösten Gittern erlaubt, die eine Voraussetzung für die Kopplung mit der Düseninnenströmung ist.

Die Validierung des Einspritzstrahlmodells wird anhand der Messdaten der Einlochdüse aus Kapitel 4 durchgeführt. Der ausgewählte Testfall hat zwei Vorteile, die die Reihenfolge der Validierung bestimmen:

- Die Düse ist stark verrundet und es kann erwartet werden, dass die Strömung nicht durch Kavitation beeinflusst ist. Dies führt zu einem gleichmäßigen Geschwindigkeitsprofil und zu einem gleichmäßigen Tropfenspektrum. Im ersten Schritt wird daher ein monodisperser Einspritzstrahl angenommen.
- Es gibt Untersuchungen an einer heißen und an einer kalten Kammer. In der heißen Kammer verdampften die Tropfen unter motorischen Bedingungen und in der kalten Kammer ist die Verdampfung so gering, dass sie vernachlässigt werden kann. Es können also Untersuchungen der Tropfen ohne Verdampfungsmodell vorgenommen werden. Zunächst wird die Verdampfung daher vernachlässigt.

6.2.1 Netzfeinheit und Startturbulenzniveau

Abraham [1] zeigt, dass sich die Konvergenz bei Gasfreistrahlen dann einstellt, wenn mit düsen aufgelösten Gittern gerechnet wird. Er zeigt weiter, dass mit dem Lagrangeschen Modell ein falsches Eindringverhalten berechnet wird, sobald die Zellen im Düsenbereich größer als das Düsenloch sind.

Bei der Untersuchung der Abhängigkeit des Modells von der Netzfeinheit und dem Startturbulenzniveau wird von einem monodispersen Einspritzstrahl mit einem Durchmesser von $10 \mu\text{m}$ ausgegangen. Weiterhin wird ohne Zerfalls- und Verdampfungsmodell gerechnet. Dadurch bleibt die am Injektor vorgegebene Tropfengröße erhalten. Zusätzlich zu der Gitterauflösung soll der Einfluss des Startturbulenzniveaus untersucht werden. In Tabelle 6.1 sind die drei untersuchten motorisch relevanten Turbulenzniveaus aufgelistet. Die Dissipation der turbulenten kinetischen Energie der Gasphase ε_g berechnet sich aus der turbulenten Längenskala l_t analog zu Gleichung 6.102.

	k_g [m ² /s ²]	ε_g [m ² /s ³]	l_t [mm]
Turbulenzniveau 1	1	90	1
Turbulenzniveau 2	10	14230	0.2
Turbulenzniveau 3	10	71151	0.04

Tabelle 6.1: Randbedingungen und Initialisierung für die Untersuchung der Netzfeinheit und des Startturbulenzniveaus.

Es wird das Sprayexperiment an der Einlochdüse in der kalten Kammer entsprechend Abbildung 4.4 bei 1200 bar Raildruck nachgerechnet. Die Bernoulligeschwindigkeit beträgt unter den gegebenen Randbedingungen

$$\bar{v}_{\text{Bernoulli}} = \sqrt{\frac{2(p_{\text{Rail}} - p_{\text{Kammer}})}{\rho_{\text{fuel}}}} \approx 533 \text{ m/s} . \quad (6.98)$$

Bei der Berechnung wird eine über den Düsenquerschnitt konstante Geschwindigkeit angenommen. In der Realität ist das Geschwindigkeitsprofil bei einer laminaren Strömung jedoch nahezu parabelförmig. Der reale Impulsstrom ist daher bei gleicher geometrischer Lochfläche A_{geo} geringer. Aus diesem Grund wird eine *effektive* Lochfläche A_{eff} über den Kontraktionsbeiwert berechnet, die der Annahme einer konstanten Geschwindigkeit über der Lochfläche Rechnung trägt. Die Düse ist stark verrundet und daher wird der Kontraktionsbeiwert aus Erfahrung auf 0.9 gesetzt:

$$C_a = \frac{A_{\text{eff}}}{A_{\text{geo}}} = 0.9 . \quad (6.99)$$

Bei einem Durchmesser von 0.184 mm beträgt die effektive Lochfläche $A_{\text{eff}} = 0.0266 \text{ mm}^2$. Aus dem Einspritzverlauf \dot{V} aus Abbildung 4.3 wird die Inlet-Geschwindigkeit berechnet:

$$\bar{v}_{\text{Inlet}} = \frac{\dot{V}}{A_{\text{eff}}} . \quad (6.100)$$

Die Temperatur des eingespritzten Diesels beträgt 298 K. Die turbulente kinetische Energie am Inlet $k_{\text{Inlet}} = k_{k,\text{Inlet}} = k_{g,\text{Inlet}}$ wird mit einer turbulenten Intensität von $I = 0.1$ berechnet:

$$k_{\text{Inlet}} = \frac{1}{2} (I \bar{v}_{\text{Inlet}})^2 . \quad (6.101)$$

Als turbulente Längenskala $l_{t,\text{Inlet}}$ wird 10 % des Düsenlochdurchmessers gesetzt, was den Erfahrungen aus Düseninnenströmungsberechnungen entspricht, und damit die Dissipation der turbulenten kinetischen Energie bestimmt:

$$\varepsilon_{\text{Inlet}} = C_\mu \frac{k_{\text{Inlet}}^{3/2}}{l_{t,\text{Inlet}}} . \quad (6.102)$$

Die Konstante C_μ ist in Zusammenhang mit Gleichung 6.73 definiert.

Abbildung 6.2 zeigt eine schematische Skizze der Diskretisierung des Rechengebietes und die Lage der Randbedingungen. Da es sich um eine Einlochdüse mit zentralem Spritzloch handelt, kann die Rotationssymmetrie genutzt werden. Die Abkürzungen nr , ny und nz bezeichnen die Anzahl der Zellen im Spritzlochradius, in y - und in z -Richtung. Die Zellen in y -Richtung wurden in ihrer Größe so abgestuft, dass sie am Spritzlochradius die gleiche Größe haben, wie die Spritzlochzellen.

Es werden drei Netzfeinheiten untersucht, deren Dimensionen in Tabelle 6.2 aufgelistet sind. Das grobe Netz ist im unteren Teil von Abbildung 6.2 dargestellt. Der Zeitschritt Δt ist

	nr	ny	nz	Δt [ms]
grobes Netz	1	25	60	0.1
mittleres Netz	2	50	120	0.05
feines Netz	4	100	240	0.025

Tabelle 6.2: Dimensionierung der Netze und Zeitschritt Δt .

so gewählt, dass die Courant-Friedrich-Lewy-Zahl bei der Bernoulligeschwindigkeit und der kleinsten Zellgröße in Spritzrichtung Δz ungefähr den Wert 0.1 hat:

$$C_{CFL} = \frac{\bar{v}_{Bernoulli} \Delta t}{\Delta z} \approx 0.1 . \quad (6.103)$$

In der kalten Kammer wird der Druck und die Temperatur als konstant entsprechend Bedingung *1L-K0* aus Tabelle 4.2 angenommen und an den Druckrandbedingungen vorgegeben. Für die Wand wird die Raumtemperatur von 298 K angenommen. Die Randbedingungen für die Gasphase entsprechen den Standardrandbedingungen, wie man sie in [2] nachlesen kann. Eine detaillierte Auflistung der Randbedingungen und der Initialisierung findet sich in Tabelle 6.3.

Zur Visualisierung des Eindringverhaltens wird eine neue Größe definiert:

$$\tilde{y} = \frac{\rho_k}{\rho_k + \rho_g} \quad (6.104)$$

Da die Transportgröße ρ_k sehr schnell in Spritzrichtung abnimmt, ist der Vorteil von \tilde{y} gegenüber ρ_k , dass das Dichteverhältnis von Dieselöl zum Gas in der Kammer eingeht und damit eine bessere Abgrenzung der flüssigen Phase möglich ist.

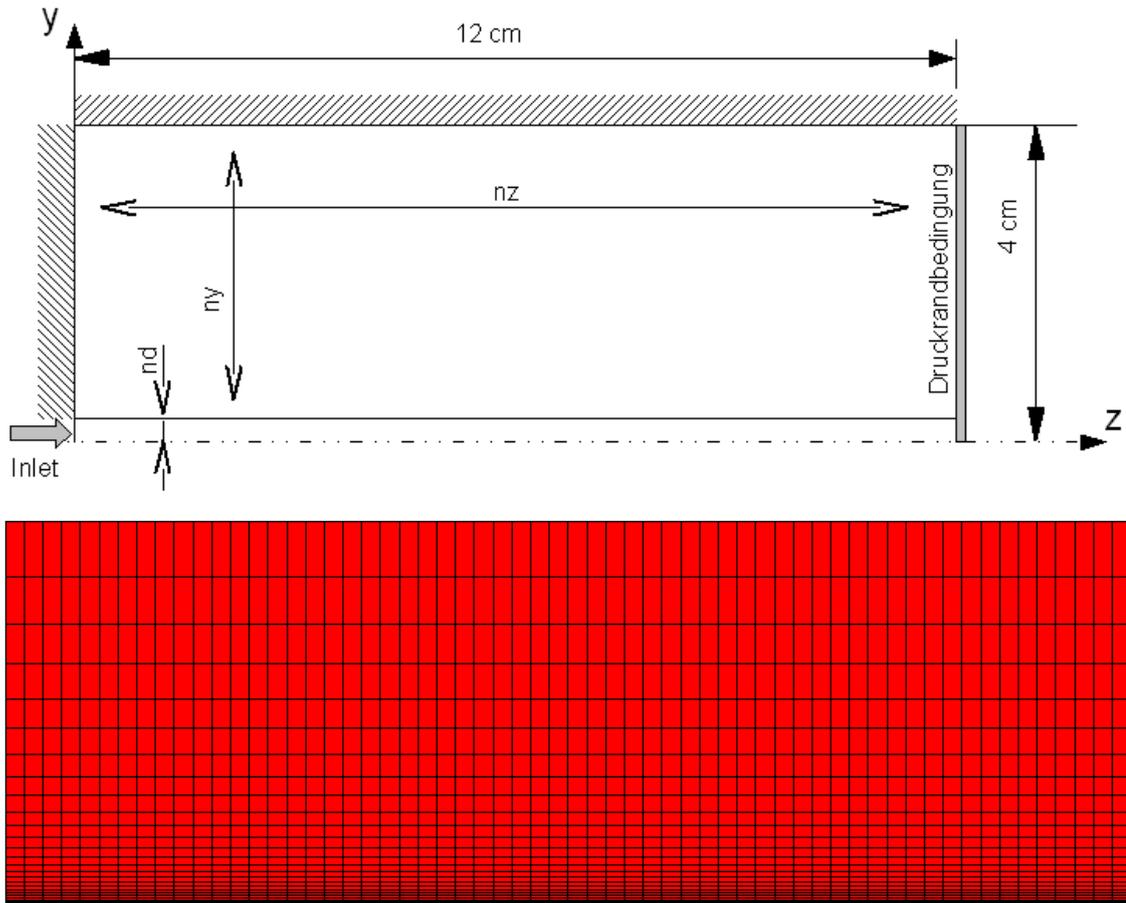


Abbildung 6.2: Vernetzung und Randbedingungen für die Berechnung des Einspritzstrahls der Einlochdüse. Im unteren Teil ist das grobe Netz abgebildet.

Transportgröße		Randbedingung			Initialisierung
		Inlet	Wand	Druck	
ρ_g	Gl. 3.83	$\frac{p_K}{R_{N_2} T_K}$	<i>standard wall</i> [2]	$\frac{p_K}{R_{N_2} T_K}$	$\frac{p_K}{R_{N_2} T_K}$
v_g	Gl. 3.84	0	<i>log. wall function</i> [2]	-	0
k_g	Gl. 3.97	Gl. 6.101	<i>log. wall function</i> [2]	<i>zero gradient</i> [2]	Tab. 6.1
ε_g	Gl. 3.98	Gl. 6.102	<i>log. wall function</i> [2]	<i>zero gradient</i> [2]	Tab. 6.1
Y_{N_2}	Gl. 3.89	0	<i>zero flux</i> [2]	1	1
Y_v	Gl. 3.89	0	<i>zero flux</i> [2]	0	0
h_g	Gl. 3.86	T_K , Gl. 3.87	<i>adiabatic</i> [2]	T_K , Gl. 3.87	T_K , Gl. 3.87
ρ_k	Gl. 6.5	830	0	0	0
v_k	Gl. 6.11	$\bar{v}_z = \bar{v}_{\text{Inlet}}$, Gl. 6.100	0	0	0
\bar{k}_k	Gl. 6.84	Gl. 6.101	0	0	0
u_k	Gl. 6.37	T_k , Gl. 6.38	0	0	0
d_k	Gl. 6.40	d_k	0	0	0

Tabelle 6.3: Randbedingungen und Initialisierung für die Untersuchung der Netzfeinheit und des Startturbulenzniveaus.

Der Gemischbildungsvorgang verteilt die Kraftstoffmasse im Brennraum und mischt sie mit dem Brennraumgas. Für die Bewertung des Einspritzstrahls ist daher die Massenverteilung die primäre Größe und sie soll daher auch (in der Definition von Gleichung 6.104) für die Bewertung der Netzabhängigkeit herangezogen werden. Die Verteilung der Masse der Tropfenphase ist in Abbildung 6.3 für die betrachteten Netzfeinheiten und Turbulenzniveaus dargestellt.

Die Verteilung der Masse ist in allen neun Bildern ähnlich und unterscheidet sich nur durch ihre radiale und longitudinale Erstreckung. In der Nähe der Düse ist die Massenkonzentration am höchsten und sie nimmt, da sich der Strahl in radiale Richtung aufweitet, in Spritzrichtung ab. An der Spitze des Einspritzstrahls steigt die Massenkonzentration wieder an, da hier die Abbremsung der Tropfenphase am größten ist. Eine solche Verteilung ist typisch für einen Einspritzstrahl und zeigt, dass die Eulersche Formulierung der Transportgleichungen die Charakteristik eines Einspritzstrahls wiedergibt.

Der Einspritzstrahl ist auf dem mittleren Netz breiter und dringt weniger weit ein als auf dem groben Netz. Gegenüber dem mittleren Netz ändert sich jedoch das Strahlbild und das Eindringen der Strahlspitze auf dem feinen Netz kaum. Dagegen nimmt die Rechenzeit für das feine Netz stark zu. Aus der qualitativen Betrachtung des Strahlbildes und der pragmatischen Überlegung Rechenzeit zu sparen, ist das mittlere Netz von seiner Auflösung her ausreichend.

Ein qualitativer Vergleich der Massenverteilung für die verschiedenen Turbulenzniveaus zeigt, dass das Startturbulenzniveau im Brennraum nahezu keinen Einfluss auf das Eindringen des Strahls hat. Dies lässt sich folgendermaßen erklären: Die Tropfen beschleunigen die Gasphase und es bildet sich in der Gasphase ein turbulenter Freistrahls aus. Ein turbulenter Freistrahls besitzt am Rand starke Scherschichten, in denen die Produktion der Turbulenz hoch ist. Wie in Abschnitt 3.3.4 erklärt, produziert der Strahl dadurch sein eigenes Turbulenzfeld, durch das er auch charakterisiert ist. Sowohl im Verbrennungsmotor als auch in der Kammer ist der Strahl aufgrund seines hohen Impulses somit die dominierende Strömung. Das Startturbulenzniveau im Verbrennungsmotor und in der Kammer ist daher im Vergleich zu dem Turbulenzniveau im Randbereich des Strahls von untergeordneter Größe.

In Abbildung 6.4 wird ein quantitativer Vergleich des Eindringverhaltens anhand der Eindringtiefe der Strahlspitze ($\tilde{y} = 0.05$) bei 1.9 ms unternommen und mittels der Analyse nach Richardson bewertet. Die Eindringkurven für die drei Startturbulenzniveaus liegen für die jeweiligen Netze dicht beieinander und es wird damit der qualitative Befund, dass der Einspritzstrahl unabhängig vom Startturbulenzniveau ist, bestätigt. Die Extrapolation nach Richardson zeigt, dass das feine Netz nahezu die ideale Netzfeinheit besitzt. Die Differenz zwischen mittlerem Netz und der idealen Netzfeinheit ist jedoch so gering, dass sie im Sinne der Effizienz in Kauf genommen werden kann.

Es konnte damit gezeigt werden, dass mit dem Eulerschen Einspritzstrahlmodell auf düsenaufgelösten Gittern gerechnet werden kann und der berechnete Einspritzstrahl unabhängig vom Startturbulenzniveau ist.

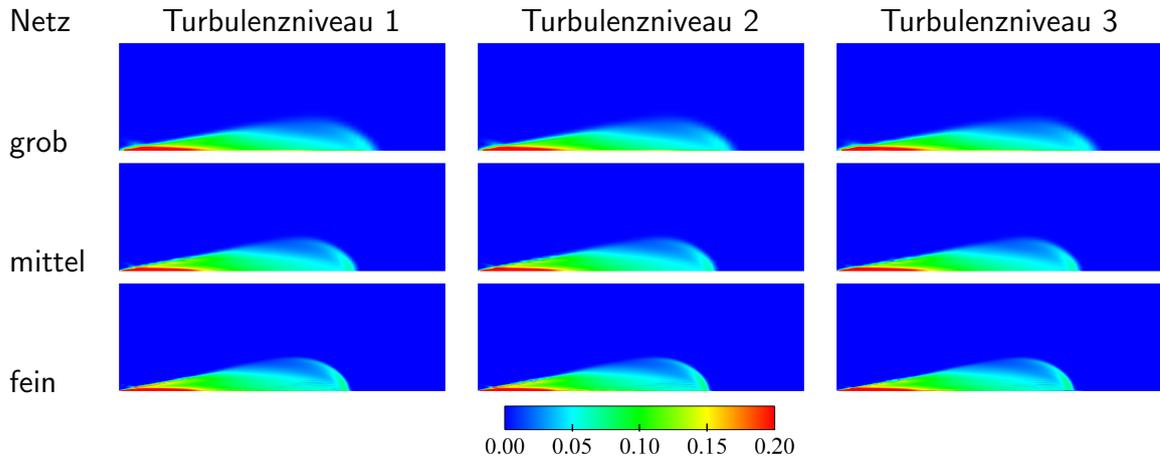


Abbildung 6.3: Es ist die Verteilung der Masse der Tropfenphase anhand von Gleichung 6.104 bei 1.9 ms dargestellt. Die Zellgröße ist entsprechend Tabelle 6.2 und des Startturbulenzniveaus entsprechend Tabelle 6.1 variiert. Die Massenverteilung ist charakteristisch für einen Einspritzstrahl.

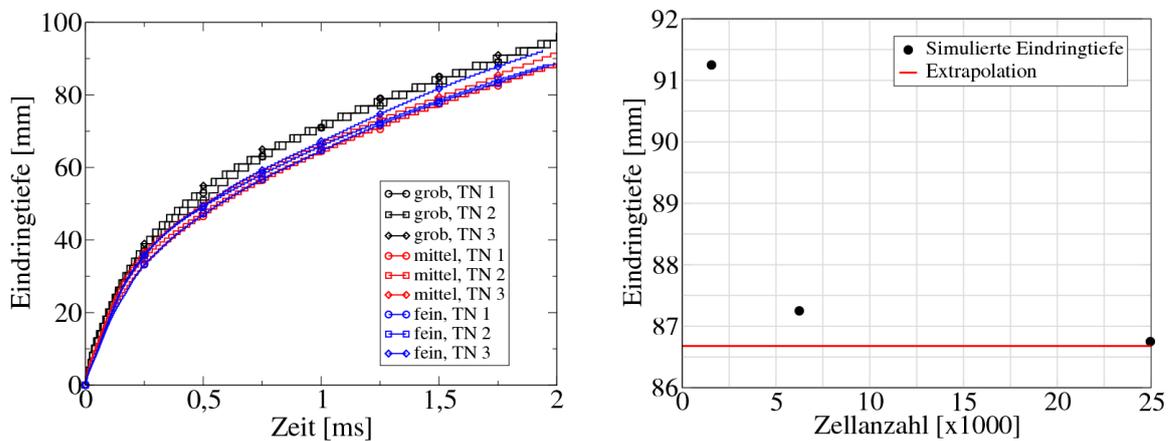


Abbildung 6.4: Links: Eindringerhalten bei Variation der Netzfeinheit (*grob*, *mittel*, *fein*) und des Startturbulenzniveaus (*TN 1*, *2*, *3*). Rechts: Eindringtiefe bei 1.9 ms und Turbulenzniveau 1. Die Extrapolation nach Richardson [36, 22] zeigt, dass die Auflösung des mittleren Netzes ausreichend ist.

6.2.2 Strömungsfeld und turbulente Dispersion

Der Einspritzstrahl (unter Vernachlässigung von Tropfenverdampfung und -zerfall) entsteht aus der mechanischen Interaktion der Tropfenphase mit der Gasphase. Auf der Längenskala der mittleren Strömung findet die mechanische Interaktion durch den aerodynamischen Widerstand der Tropfen und auf der turbulenten Längenskala durch den Übertrag von turbulenter kinetischer Energie statt, die die Tropfen- von der Gasphase absorbiert. Wird der Energieaustausch auf turbulenter Längenskala vernachlässigt, so bildet sich ein Schnurstrahl aus, der sich wie ein Faden in der Größe des Düsenlochs entlang der Symmetrieachse bewegt. Die turbulente Interaktion, die so genannte turbulente Dispersion, ist also entscheidend für die Aufweitung des Einspritzstrahls. Im Folgenden wird daher das Geschwindigkeits- und Turbulenzfeld betrachtet und seine Auswirkung auf die Aufweitung des Einspritzstrahls erklärt.

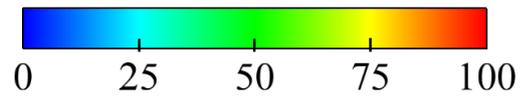
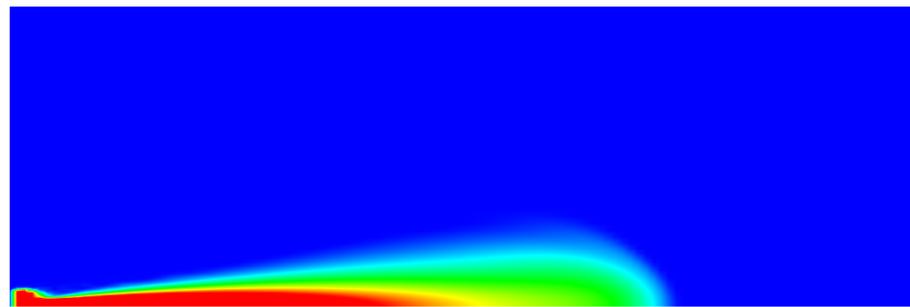
In Abbildung 6.5 ist das Geschwindigkeitsfeld der Tropfen- und Gasphase auf dem mittleren Netz bei 1.9 ms und Turbulenzniveau 1 dargestellt. Die räumliche Erstreckung der Geschwindigkeitsfelder beider Phasen ist nahezu gleich. Die flüssige Phase tritt an der Düse aus und beschleunigt durch den Tropfenwiderstand die Gasphase. Aus numerischen Gründen beginnt die Kopplung erst zwei Zellen von der Wand entfernt, weshalb die Geschwindigkeit der Gasphase direkt am Inlet nahezu Null ist. Vom Austritt der Düse an werden die Tropfen von der Gasphase abgebremst. Die Relativgeschwindigkeit zwischen Tropfen- und Gasphase ist am Düsenaustritt am größten und fällt zur Strahlspitze hin auf Null ab. Der Strahlspitze nachfolgende Tropfen bewegen sich durch ein bereits beschleunigtes Gas und sind daher schneller als die Tropfen an der Strahlspitze und sammeln sich dort.

Im Gleichungssystem sind alle Transportgrößen der Tropfenphase mit der in Gleichung 6.3 definierten Dichte ρ_k multipliziert. Dort, wo keine Tropfen vorhanden sind, wird ρ_k zu Null, d.h. es befindet sich keine Flüssigkeit in der Zelle, und die Tropfeneigenschaften haben ihren Initialwert. Daher ist die Geschwindigkeit der Tropfenphase außerhalb des Bereichs, in dem Flüssigkeit vorhanden ist, Null.

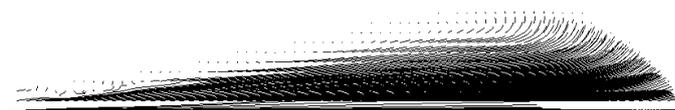
Im Gegensatz zur Tropfenphase besitzt die Gasphase sowohl einen Druckterm, als auch eine molekulare Diffusion. Beides führt dazu, dass der Impuls der Tropfen auch außerhalb der Zellen, die Flüssigkeit beinhalten, weitergegeben wird und sich ein typischer Randwirbel an der Seite der Strahlspitze einstellt. In diesem Randwirbel sinkt der Druck ab und an der Strahlspitze steigt der Druck aufgrund der Beschleunigung der Gasphase durch die Tropfen. Abbildung 6.6 zeigt ein typisches Druckfeld, wie es in einem Einspritzstrahl zu beobachten ist.

Das Geschwindigkeitsfeld der Gasphase hat auf der Symmetrieachse sein Maximum und nimmt in radiale Richtung kontinuierlich ab. Die Produktion der Turbulenz ist proportional zur Ortsableitung des Geschwindigkeitsfeldes. Dadurch ist das Maximum der Produktion am Rand des Einspritzstrahls und das Minimum im Zentrum zu finden (vergleiche auch Abbildung 3.6). Dies hat, wie im oberen Bild von Abbildung 6.7 gezeigt, ein Maximum der turbulenten kinetischen Energie im Randbereich des Strahls zur Folge.

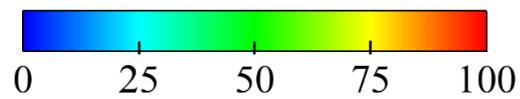
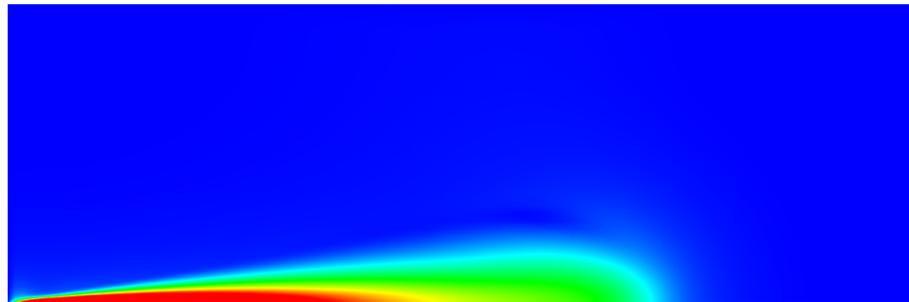
Die Tropfen nehmen die turbulente kinetische Energie der Gasphase, in der sie sich befinden, auf und diffundieren dadurch getrieben in radiale Richtung. Der Energieübertrag erfolgt über



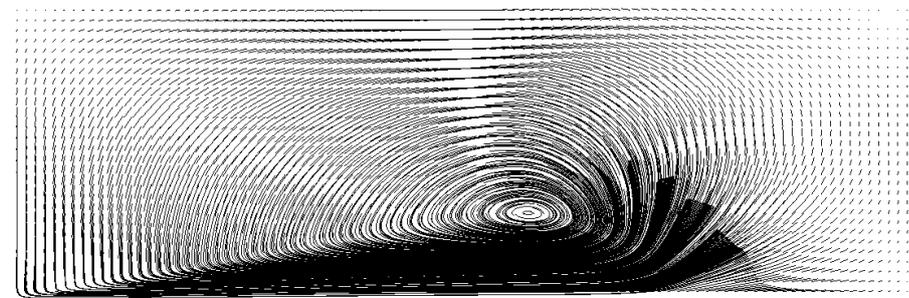
Geschwindigkeitsfeld der flüssigen Phase $\left[\frac{m}{s}\right]$



Stromlinien der flüssigen Phase



Geschwindigkeitsfeld der Gasphase $\left[\frac{m}{s}\right]$



Stromlinien der Gasphase

Abbildung 6.5: Geschwindigkeitsfeld der flüssigen und gasförmigen Phase auf dem mittleren Netz und Turbulenzniveau 1 bei 1.9 ms. In der Gasphase wird ein Randwirbel induziert.

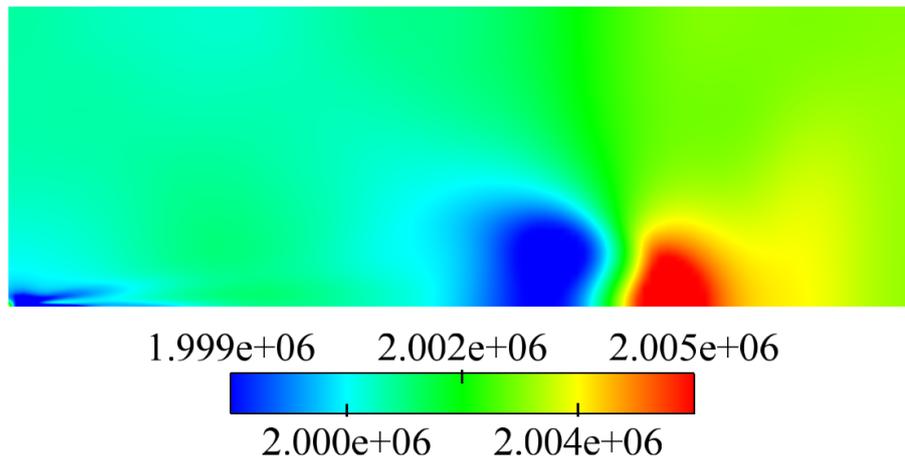


Abbildung 6.6: Druckfeld der Gasphase $[Pa]$. An der Strahlspitze erfährt die Tropfenphase den größten Widerstand und es bildet sich ein Staudruckgebiet aus. An der Seite des Strahls wird ein Randwirbel erzeugt, in dem der Druck absinkt.

folgenden Teil von Gleichung 6.84:

$$\rho_k \left(2D_k \tilde{k}_k - 3(D_k \eta + \chi) \right) \quad (6.105)$$

Die Diffusionskoeffizienten der Strahlgleichung, Gleichungen 6.55 und 6.56, machen deutlich, wie der Zusammenhang zur Gasphasenturbulenz k_g besteht. Aus der turbulenten kinetischen Energie der Gasphase wird die Energie entsprechend durch den Term 6.105 über den Quellterm Gleichung 6.85 entzogen.

Im unteren Teil von Abbildung 6.7 ist die turbulente kinetische Energie der Tropfenphase dargestellt. Das abgebildete Feld der turbulenten kinetischen Energie der Tropfen zeigt das Resultat der Wechselwirkung zwischen Tropfen- und Gasphase.

Die turbulente kinetische Energie der Tropfenphase geht in die Gasphase als eine Kraft mit der Größe

$$- \nabla_i \left(\frac{2}{3} \rho_k k_k \right) \quad (6.106)$$

ein. Im oberen Bild von Abbildung 6.8 ist das Produkt aus Dichte und Turbulenz $\rho_k k_k$ der Tropfenphase und darunter dessen Gradient dargestellt. Es wird deutlich, dass dieses Feld vom Düsenaustritt an eine kontinuierlich nach außen gerichtete Kraft auf die Tropfenphase erzeugt, die die Tropfenphase aufweitet und erklärt damit die Mechanik der turbulenten Dispersion.

In der Lagrangeschen Formulierung des Modells ist der in Abbildung 6.8 dargestellte Gradient nicht vorhanden und es wird die Richtung der turbulenten Dispersion zu jedem Zeitpunkt statistisch bestimmt. Im Mittel wirkt die turbulente Dispersion im Lagrangeschen Modell daher gleichmäßig in alle Richtungen.

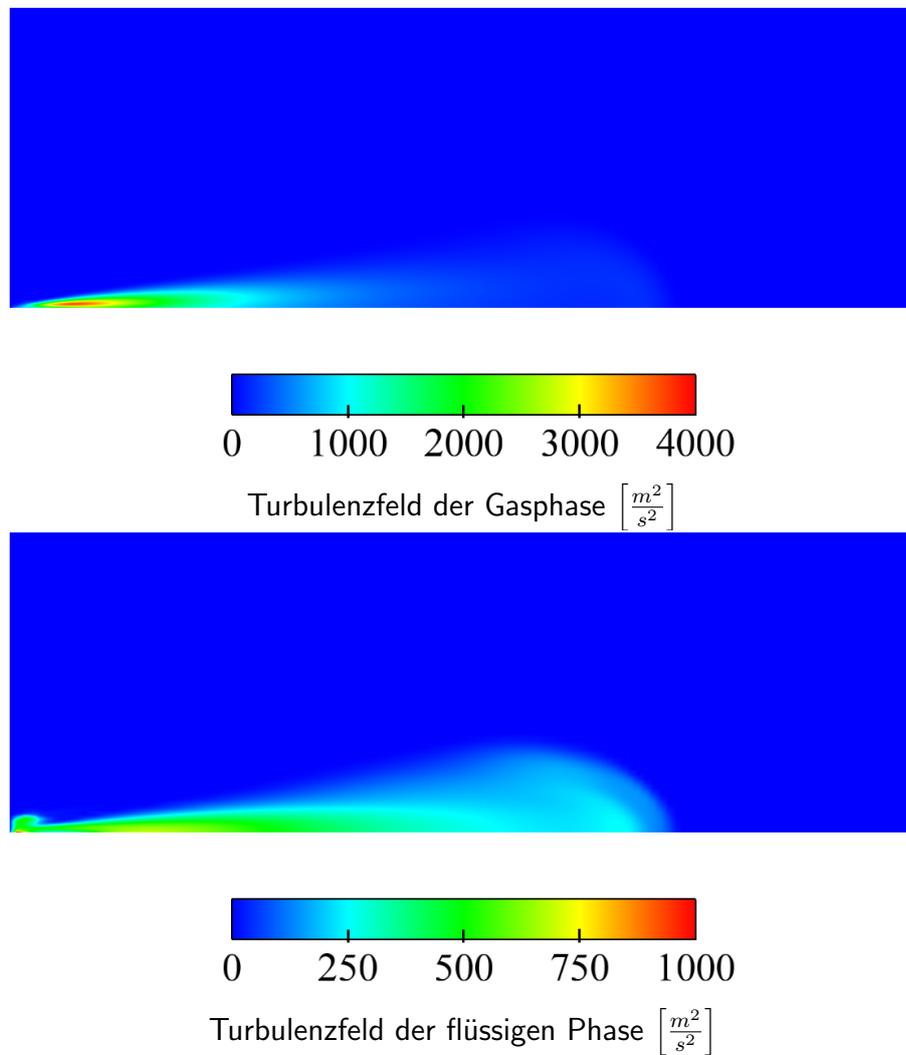
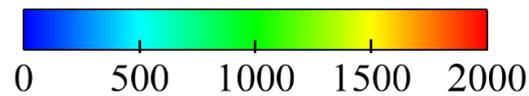
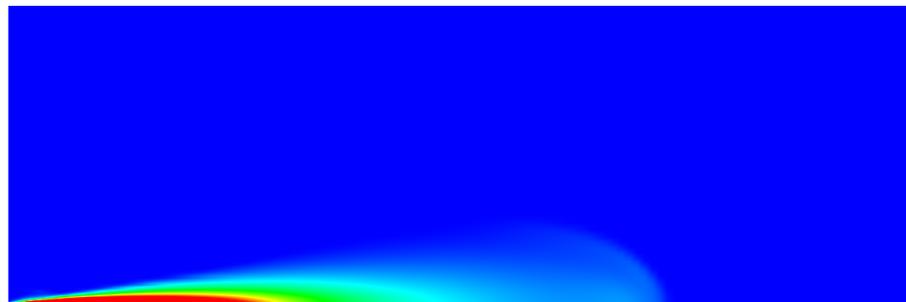
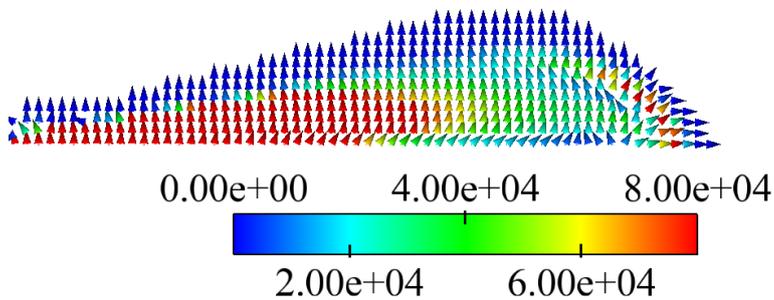


Abbildung 6.7: Turbulenzfeld der flüssigen und gasförmigen Phase auf dem mittleren Netz und Turbulenzniveau 1 bei 1.9 ms. Die turbulente kinetische Energie der Gasphase zeigt die typische Charakteristik eines Gasfreistrahls, bei dem sich das Maximum der Turbulenz in den Scherschichten am Rand des Geschwindigkeitsfeldes befindet.



Produkt aus Dichte und Turbulenz der Tropfenphase $\left[\frac{kg}{ms^2} \right]$



Quellterm der turbulenten Dispersion $-\nabla_i \left(\frac{2}{3} \rho_k k_k \right)$ in Gleichung 6.77 $\left[\frac{kg}{m^2 s^2} \right]$

Abbildung 6.8: Erklärung der Aufweitung durch Betrachtung des Quellterms für die turbulente Dispersion der Tropfenphase auf dem mittleren Netz und Turbulenzniveau 1 bei 1.9 ms. Das Turbulenzfeld der Tropfenphase erzeugt eine kontinuierlich nach außen gerichtete Kraft auf die Tropfenphase, die die Tropfenphase aufweitet.

7 Schlussfolgerungen

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Gemischbildung in direkteinspritzenden Dieselmotoren. Die Strömung in einer Dieseleinspritzdüse wird analysiert und ein Einspritzstrahlmodell entwickelt, das eine Ankopplung an die Strömung am Austritt der Düse erlaubt.

Die weitere Reduzierung von Schadstoffausstoß und Verbrauch ist heute das oberste Ziel bei der Entwicklung von Verbrennungsmotoren. Mittels einer Düse wird Kraftstoff in den Brennraum eingebracht und zerfällt dort in kleine Tropfen. Diese Tropfen heizen sich auf und es bildet sich ein Kraftstoff-Luft-Gemisch, das verbrennt. Die Verteilung und Güte des Gemischs bestimmen Ort, Ausprägung und Verlauf der Verbrennung und damit die Leistungsentfaltung und den Schadstoffausstoß des Motors. Zur Analyse, Vorhersage und Gestaltung der Verbrennung ist eine Berechnung der Gemischbildung sehr hilfreich. Das Strömungsfeld in der Düse und im Einspritzstrahl ist durch Experimente schwer zu erfassen, da dort auf der Dimension eines menschlichen Haars Strömungsgeschwindigkeiten von mehreren Hundert Metern in der Sekunde auftreten.

Bisher konnte die Düseninnenströmung im Detail nicht berücksichtigt werden. Es wurde eine Punktquelle angenommen, von der ein kegelförmiger Strahl ausgeht. Durch die Entwicklung von transparenten Glasdüsen konnte ein Blick in die Düse geworfen werden und es wurde deutlich, dass sowohl die Strömung im Spritzloch unsymmetrisch zur Spritzlochachse ist, als auch der Einspritzstrahl von der Spritzlochachse abweicht. Diese Beobachtung stellt die Vernachlässigung der Düseninnenströmung und die Annahme der Spritzlochachse als Spritzrichtung in Frage.

Die Dissertation hat zwei Ziele: Zum einen eine Analyse der Düseninnenströmung mit Hilfe moderner Berechnungsmethoden, um die experimentellen Beobachtungen im Detail zu verstehen, und zum anderen die Entwicklung eines Einspritzstrahlmodells, das in der Lage ist, die Düseninnenströmung zu berücksichtigen.

7.1 Analyse der Düseninnenströmung

Zur dreidimensionalen Berechnung der Düseninnenströmung stand eine Methode zu Verfügung, die die Bildung von Kavitationsblasen berücksichtigt. Im Experiment wurden zur Spritzlochachse asymmetrische Kavitationsgebiete beobachtet. Die berechneten Dampfgebiete stimmten qualitativ mit den beobachteten überein. Eine detailliertere Untersuchung der Strömung in der Düse zeigt, dass sich abhängig vom Nadelhub aufgrund der Geometrie der Düse starke Sekundärwirbel bilden, die im Sack- und Spritzloch zur Kavitation führen. Im Spritzloch bilden sich zwei gegenläufig drehende Wirbel aus, die bis zum Austritt reichen und in denen Dampf bis zum Austritt transportiert wird. Die Wirbel sind am Austritt noch so stark, dass sie in der Lage sind den Impulsvektors um bis zu 15° abzulenken. Daraus kann die Abweichung der Spritzrichtung von der Spritzlochachse erklärt werden. Die Analyse zeigt also, dass eine Berücksichtigung der Düseninnenströmung für die Sprayberechnung notwendig ist.

Die Sekundärwirbel in Sack- und Spritzloch sind aufgrund der Trägheit noch über das Nadel-schließen hinaus vorhanden. Nach dem Schließen der Nadel brechen sie jedoch zügig zusammen und der Unterdruck in ihnen wird durch zurückströmendes Brennraumgas ausgeglichen. Innerhalb weniger Zehntel Millisekunden wird das Spritz- und Sackloch teilweise mit Luft geflutet. Durch diese Analyse können experimentell beobachtete thermische Prozesse im Spritzloch erklärt werden, für die das Vorhandensein von Brennraumgas notwendig ist.

7.2 Einspritzstrahl

Der Einspritzstrahl ist in der Realität ein Ensemble aus Einzeltropfen. Aufgrund der großen Anzahl der Tropfen in einem Einspritzstrahl ist die Berechnung jedes einzelnen Tropfens jedoch unmöglich. Es wird daher auf statistische Verfahren zurückgegriffen, die anstelle der Dynamik jedes einzelnen Tropfens die Dynamik der Tropfenverteilung berechnen.

Der Standard für die Berechnung des Einspritzstrahls ist das Lagrangesche Modell. In diesem Modell wird die Tropfenstatistik durch Tropfenpakete, so genannte Parcels, angenähert. Diese Parcels lassen sich numerisch sehr gut berechnen, was zu einem robusten Lösungsverfahren führt und damit auch der Hauptvorteil der Methode ist. Es zeigt sich jedoch, dass mit Verkleinerung der räumlichen Auflösung die statistische Auflösung der Verteilungsfunktion des Einspritzstrahls abnimmt. Daher ist die Methode nicht zur Kopplung an die Düseninnenströmung geeignet, da die Längenskalen dort so klein sind, dass die Anzahl der erforderlichen Parcels nicht mehr effizient behandelbar ist.

Die Alternative zum Lagrangeschen Verfahren ist die Berechnung der Änderung der Verteilungsfunktion in Eulerschen Koordinaten. Bei diesem Verfahren wird die Tropfenverteilung bereichsweise im Phasenraum gemittelt und Transportgleichungen, so genannte Tropfenklassen, für diese gemittelten Bereiche hergeleitet. Im Gegensatz zu den Parcels ist die Anzahl der Tropfenklassen je Zelle unabhängig von der Zellgröße. Damit ist die Methode zur Auflösung der kleinen Längenskalen bei der Kopplung an die Düseninnenströmung geeignet. Es wird daher ein Eulersches Modell zur Berechnung des Transports der flüssigen Phase entwickelt.

Die Aufweitung des Einspritzstrahls ist im Wesentlichen durch die Interaktion der kleinen Tropfen mit der Gasphasenturbulenz bedingt. Die aus der Düse austretenden Tropfen beschleunigen die Gasphase und es bildet sich in der Gasphase ein turbulenter Freistrahls aus. Ein turbulenter Freistrahls ist durch eine hohe Turbulenzproduktion in den Scherschichten am Rand des Strahls charakterisiert. Die kleinen Tropfen können den energiereichen turbulenten Wirbeln folgen, und die Turbulenz führt zu einem radialen Transport dieser Tropfen. Bei der Herleitung des Modells wird daher angenommen, dass die Turbulenz eine diffusive Kraft auf die Tropfen ausübt.

Bei der Mittelung zur Herleitung der Transportgleichungen für die Tropfenklassen kommt es zu einem ähnlichen Schließungsproblem wie bei der turbulenten Navies-Stokes-Gleichung der Gasphase. Da auch hier die Berechnung aller neun Komponenten des turbulenten Tensors zu aufwendig ist, wird der Tensor zerlegt in eine turbulente kinetische Energie der Tropfen, die transportiert wird, und einen spurfreien Teil, der modelliert wird. Es wird turbulente kinetische Energie von der Gasphase auf die Tropfen übertragen, die dann über einen Diffusionsterm in

der Impulstransportgleichung der Tropfenklassen zu einer Aufweitung des Einspritzstrahls führt. Die Diffusionskoeffizienten werden durch Grenzwertbetrachtung und Vergleich mit dem Lagrangeschen Formulierung hergeleitet und sind von der Stokes-Zahl abhängig. Damit berücksichtigt das Modell das gesamte Tropfenspektrum.

In dem vorliegenden Eulerschen Modell entfällt durch die Modellierung der Interaktion der Tropfen mit der Gasphasenturbulenz diese Vorgabe, und es stellt sich die Aufweitung abhängig vom Turbulenzfeld der Gasphase ein. An einer Einlochdüse mit zentralem Spritzloch und damit mit symmetrischem Geschwindigkeitsprofil wird gezeigt, dass das Modell zur Berechnung der Aufweitung in der Lage ist. Die Masse der Flüssigkeit nimmt in Spritzrichtung stetig ab und hat an der Einspritzstrahlspitze, an der sich die Tropfen im Staupunkt sammeln, wieder ein Maximum. In der Gasphase stellt sich das für einen Einspritzstrahl typische Strömungsfeld eines turbulenten Freistrahls ein, das durch seine Turbulenzverteilung charakterisiert ist. Das berechnete Turbulenzfeld ist unabhängig vom Startturbulenzniveau. An der Strahlspitze bildet sich ein Randwirbel aus. Mit Verfeinerung des Netzes wird ein konvergentes Ergebnis erzielt. Es wird anschaulich gezeigt, wie die Turbulenz der Gasphase zu einer radialen Kraft führt, die die flüssige Phase aufweitet.

Es wird ein Vorschlag für die Kopplung des Eulerschen Einspritzstrahlmodells an die Düseninnenströmung gemacht. Aufgrund der Turbulenz in einer Dieseleinspritzdüse kann vermutet werden, dass am Austritt der Düse der turbulente Zerfall dominiert. Es wird daher angenommen, dass die Tropfengröße proportional zum turbulenten Längenmass ist. Direkt am Austritt der Düse wird in jedem Punkt eine Bilanz für Masse und Impuls gebildet und diese dem entsprechenden Punkt im Einspritzstrahl übertragen. Über die Längenskala in diesem Punkt, die sich aus der Turbulenz ergibt, wird eine angenommene Durchmesserverteilung gelegt und die Tropfengröße je Klasse so bestimmt, dass jede Klasse den gleichen Massenstrom in dem Punkt erhält.

8 Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wird der wichtige Schritt der Formulierung des Einspritzstrahlmodells in Eulerschen an Stelle von Lagarangeschen Koordinaten gemacht und es kann gezeigt werden, dass eine Berechnung auf düsen aufgelösten Netzen möglich ist. Damit ist die Voraussetzung geschaffen, den Einspritzstrahl mit der Düseninnenströmung zu koppeln und das Verfahren an einer motorischen Applikation zu erproben. Der Zustand in einer Kammer oder dem Motor ist eng mit den Einzeltropfenmodellen verknüpft. Es muss z.B. das geeignete Tropfenspektrum gefunden und die richtige Zerfallskonstante im Zerfallsmodell eingestellt werden, um das Eindringverhalten mit dem Experiment abzustimmen. Diese Schritte gehen weit über den Rahmen der vorliegenden Arbeit hinaus, sollen aber im Folgenden beschrieben werden.

Es wird vorgeschlagen, von der in dieser Arbeit gefundenen Kombination aus Netzfeinheit, Zeitschritt und Startturbulenzniveau auszugehen und den Einfluss der Tropfengröße auf das Eindringverhalten zu untersuchen und dem Experiment gegenüberzustellen. Ziel wäre es, herauszufinden, welche Tropfengröße das Eindringverhalten des Experiments am besten wiedergibt. Dazu könnte eine monodisperse Tropfengrößenverteilung am Düsenaustritt angenommen und mittlere Durchmesser von z.B. $1\ \mu\text{m}$, $10\ \mu\text{m}$ und $100\ \mu\text{m}$ untersucht und darüber hinaus die Wirkung des Zerfallsmodells analysiert werden. Das Zerfallsmodell könnte durch eine Rechnung ohne und zwei Rechnungen mit Zerfallsmodell, in denen die Zerfallskonstante B_1 z.B. einmal 5 und einmal 10 betragen würde, kalibriert werden.

Zur Bestimmung der Strahlspitze könnte der Abstand des Punktes im Feld zum Düsenaustritt ausgewertet werden, bei dem die Größe \tilde{y} (Gleichung 6.104) größer oder gleich 0.05 ist. Darüber hinaus wird vorgeschlagen, das Eindringverhalten der Tropfen anhand von \tilde{y} zu untersuchen.

Es wäre sinnvoll zu analysieren, mit welcher Anzahl an Tropfenklassen das Tropfenspektrum beschrieben werden kann, so dass eine statistische Konvergenz erreicht wird. Dazu könnte der mittlere Durchmesser, die Zerfallskonstante und der Testfall aus dem vorherigen Validierungsschritt benutzt werden und z.B. 2, 4 und 10 Klassen untersucht werden. Die Durchmesser der Klassen können mit der in Abschnitt 6.1.10 beschriebenen Vorgehensweise berechnet werden. Abschliessend ist die Applikation des Modells in der heißen Kammer sinnvoll, um das Verdampfungsmodell zu testen.

Es wird vorgechlagen, die Kopplung mit der Düseninnenströmung explizit durchzuführen. D.h. die Düseninnenströmung sollte getrennt von dem Einspritzstrahl berechnet und die Informationen am Düsenaustritt in einer Datenbank gespeichert werden. Aus dieser Datenbank werden dann die Randbedingungen für die Verteilung von Geschwindigkeit, Tropfendurchmesser, Dampfanteil und Turbulenz am Inlet des Einspritzstrahls interpoliert.

Literaturverzeichnis

- [1] ABRAHAM, J.: *What is Adequate Resolution in the Numerical Computations of Transient Jets*. SAE 970051, 1997.
- [2] ADAPCO CD: *Methodology Star-CD Version 4.02*, 2006.
- [3] ALAJBEGOVIC, A., D.A. DREW und R.T. LAHEY: *An Analysis of Phase Distribution and Turbulence in Dispersed Particle/Liquid Flows*. Chem. Eng. Comm., 174:85–133, 1999.
- [4] AVL GMBH, Graz: *Fire Version 8 - Multiphase Flow*, 2005.
- [5] BERTODANO, M.A. LOPEZ DE: *Two fluid model for two-phase turbulent jets*. Nuclear Engineering and Design, 179:65–74, 1998.
- [6] BLESSING, M. Mündliche Kommunikation, Daimler AG.
- [7] BLESSING, M.: *Untersuchung und Charakterisierung von Zerstäubung, Strahlausbreitung und Gemischbildung aktueller Dieseldirekteinspritzsysteme*. Doktorarbeit, Universität Stuttgart, Fakultät Maschinenbau, 2004.
- [8] BLESSING, M., G. KÖNIG, C. KRÜGER, U. MICHELS und V. SCHWARZ: *Analysis of Flow and Cavitation Phenomena in Diesel Injection Nozzles and its Effects on Spray and Mixture Formation*. In: *Fuel Injection Systems*. ImechE, 26.-27. November 2002.
- [9] BLESSING, M., G. KÖNIG, C. KRÜGER, U. MICHELS und V. SCHWARZ: *Analysis of Flow and Cavitation Phenomena in Diesel Injection Nozzles and its Effects on Spray and Mixture Formation*. SAE 2003-01-1358, 2003.
- [10] BUSCH, R.: *Untersuchung von Kavitationsphänomenen in Dieseleinspritzdüsen*. Doktorarbeit, Universität Hannover, 2001.
- [11] CROWE, SOMMERFELD und TSUJI: *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. CRC Press, Januar 1998.
- [12] DAIMLERCHRYSLER: *I-LEVEL*, 1999. LEVEL-Projekt, gefördert durch die Europäische Union, Projektnummer GRD1-1999-10034.
- [13] DEMIRDZIC, I., S. MUZAFERIJA und M. PERIC: *A Review of Simulation Methods for Two-Phase Flows*. In: *Proceedings of SRI-TUHH mini-Workshop on Numerical Simulation of Two-Phase Flows*, Seiten 1–11. Ship Research Institute, Technical University of Hamburg-Harburg, 2001.
- [14] DREW, D.A.: *Mathematical Modeling of Two-Phase Flow*. Ann. Rev. Fluid Mech., 15:261–91, 1983.
- [15] DUKOWICZ, J.K.: *A Particle-Fluid Numerical Model for Liquid Sprays*. J. of Comput. Phys., 35(2):229–253, 1980.

- [16] FAETH, G.M.: *Evaporation and Combustion of Sprays*. Prog. Energy Combust. Sci., 9:1–76, 1983.
- [17] FERZIGER, J.H. und M. PERIC: *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 2001.
- [18] GOSMAN, A.D. und E. IOANNIDES: *Aspects of Computer Simulation of Liquid-Fuelled Combustors*. In: *19th Aerospace Science Meeting*, Band AIAA 81-0323, 1981.
- [19] GOUGH, P.S.: *On the closure and character of the balance equations for heterogeneous two-phase flow*. Dynamics and Modelling of Reactive Systems, 1980.
- [20] KRÜGER, CHRISTIAN: *Validierung eines 1D-Spraymodells zur Simulation der Gemischbildung in direkteinspritzenden Dieselmotoren*. Doktorarbeit, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule, Aachen, 2001.
- [21] KUO, K.K., J.H. KOO, T.R. DAVIS und G.R. COATES: *Transient combustion in mobile, gas-permeable propellants*. Acta Astron., 3:575–91, 1976.
- [22] L.F., RICHARDSON und J. A. GAUNT: *The Deferred Approach to the Limit*. Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A, 226:299–361, 1927.
- [23] MAY, H.O.: *Über die Berechnung des turbulenten runden Freistrahls unter Verwendung ähnlicher Lösungen*. Forschung im Ingenieurwesen, 62, 1996.
- [24] MAYER, D.: *Numerische Kavitationsuntersuchung*. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Kernenergetik und Energiesysteme, 2005.
- [25] MERKER, SCHWARZ, STIESCH und OTTO: *Verbrennungsmotoren*. Teubner, Zweite Auflage, März 2004.
- [26] MICHELS, U.: *Verbesserte 3D-Simulation der dieselmotorischen Verbrennung durch Applikation des ICAS-Modells für die Verbrennung*. Diplomarbeit, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Institut für Technische Mechanik, 2001.
- [27] MICHELS, U., C. KRÜGER, G. KÖNIG, M. BLESSING, V. SCHWARZ und G.P. MERKER: *Analysis of the Influence of the Injection Strategy on Cavitating Nozzle Flow, Spray Formation and Combustion in a Heavy Duty Truck Engine. Effects on Spray and Mixture Formation*. In: *THIESEL 2004 Conference on Thermoand Fluid Dynamic Processes in Diesel Engines*, Valencia, 2004.
- [28] MICHELS, U., C. KRÜGER und G.P. MERKER: *Improved DI Diesel Engine Spray Modelling by Application of an Orifice Resolved 3-dimensional Eulerian Spray Model*, 2003. Präsentiert bei 'AST International Users Meeting'.
- [29] MORAGA, F.J., A.E. LARRETEGUY, D.A. DREW und R.T. LAHEY: *Assessment of Turbulent Dispersion Models for Bubbly Flows*. Technischer Bericht, Renesselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, 2001. 12180-3590.

- [30] MUZAFERIJA, S. und M. PERIC: *Computation of free surface flows using interface-tracking and interface-capturing methods*. In: MAHRENHOLTZ, O. und M. MARKIEWICZ (Herausgeber): *Nonlinear Water Wave Interaction*, Kapitel 2, Seiten 59–100. WIT Press, Southampton, 1999.
- [31] O'RURKE, P.J.: *Statistical Properties and Numerical Implementation of a Model for Droplet Dispersion in a Turbulent Gas*. *Journal of Computational Physics*, 83:345–360, 1989.
- [32] PUTNAM, A.: *Integrable Form of Droplet Drag Coefficient*. *ARS J.*, 31:1467, 1961.
- [33] RANZ, W.E. und W.R. MARSHALL: *Evaporation from Drops: Part I+II*. *Chem. Eng. Prog.*, 48:141–146, 1952.
- [34] REITZ, R.D.: *Modeling Atomization Process in High-Pressure Vaporizing Sprays*. *Atomization and Spray Technology*, 3:309–337, 1987.
- [35] REITZ, R.D. und R. DIWAKAR: *Structure of High-Pressure Fuel Sprays*. SAE 870598, 1987.
- [36] RICHARDSON, L.F.: *The Approximate Arithmetical Solution by Finite Differences of Physical Problems Involving Differential Equations, with an Application to the Stresses In a Masonary Dam*. *Transactions of the Royal Society of London Ser. A*, 210:307–357, 1910.
- [37] RISKEN, H.: *The Fokker-Planck Equation*. Springer, 1996.
- [38] ROTTA, J.C.: *Turbulente Strömungen*. Teubner, Stuttgart, 1972.
- [39] SIEBERS, D.L.: *Liquid-Phase Fuel Penetration in Diesel Sprays*. SAE 980809, 1998.
- [40] TATSCHL, R., E. WINKLHOFER und C. SARRE: *Entwicklung und experimentelle Verifizierung eines Simulationsmodells zur Berechnung des Primärzerfalls von Dieselstrahlen*. FVV-Forschungsvorhaben Primärzerfall, Vorhaben Nr. 685, 2000.
- [41] UBBINK, O.: *Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces*. Doktorarbeit, University of London, 1997.
- [42] UC-SB: *An analysis of two-phase flow and heat transfer using a multi-dimensional, multi-field, two-fluid computational fluid dynamics (CFD) model*, 1999. Proc. of Japan/US seminar on two-phase flow dynamics.
- [43] VERSTEEG, H.K. und W. MALALASEKERA: *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Prentice-Hall, 2007.
- [44] WILLIAMS, F.A.: *Spray Combustion and Atomization*. *Phys. Fluids*, 1:541–545, 1958.

Wissenschaftlicher Werdegang

Persönliche Daten

Name	Ulrich Michels
Geburtsdatum	09. März 1974
Geburtsort	Adenau
Nationalität	deutsch
Familienstand	ledig

Schulbildung

1980 – 1984	Grundschule Üxheim
1984 – 1993	Thomas-Morus-Gymnasium Daun - Allgemeine Hochschulreife -

Studium

10/1994 – 08/1995	Physik and der Friedrich-Wilhelm-Universität in Bonn
10/1995 – 04/2001	Maschinenbau an der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule (RWTH) in Aachen - Diplom-Ingenieur -
08/1998 – 06/1999	Akademisches Auslandsjahr am Department of Mechanical Engineering, Imperial College in London (ERASMUS Stipendium)
10/2000 - 04/2001	Diplomand im Forschungsbereich Verbrennungsmotorische Antriebe der DaimlerChrysler AG, Stuttgart

Promotion

06/2001 - 03/2004	Doktorand im Forschungsbereich Verbrennungsmotorische Antriebe der DaimlerChrysler AG, Stuttgart
-------------------	--

Beruf

03/2004 - 03/2006	Wissenschaftlicher Mitarbeiter innerhalb des Bereichs Research and Technology, Austauschgruppe, Knowledge Transfer der DaimlerChrysler AG, Stuttgart
Seit 03/2006	Berechnungsingenieur in der Forschung der Daimler AG, Stuttgart