

**Eindimensionaler Elektronentransport
in Halbleiterheterostrukturen:
Quantenpunktkontakt und Randkanäle**

Vom
Fachbereich Physik der Universität Hannover
zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften
- Dr. rer. nat. -
genehmigte Dissertation
von

Jörn Regul
geboren am 18. Oktober 1971 in Hannover

2003

Referent: Prof. Dr. R. J. Haug
Korreferent: Priv.-Doz. Dr. W. Apel
Tag der Promotion: 15.05.2003

*Alles Wissen und alle Vermehrung unseres Wissens endet
nicht mit einem Schlusspunkt, sondern mit Fragezeichen.*

Hermann Hesse

Abstract

This thesis addresses one-dimensional electronic transport in semiconductor heterostructures. We investigate quantum point contacts and edge channels in a two-dimensional electron gas as one-dimensional model systems. In addition to transport in the static case we also study dynamic properties by means of time- and frequency-dependent measurements.

The samples used in this thesis are based on a GaAs/AlGaAs-heterostructure containing a two-dimensional electron gas (2DEG) about 60 nm below the sample surface. Our quantum point contact (QPC) devices are fabricated by engraving a narrow constriction into the heterostructure with the diamond tip of an atomic force microscope (AFM). The first part of this thesis focuses on the transport properties of this structure at low temperatures.

Linear DC-conductance measurements show well-resolved quantized plateaus at multiple integers of $2e^2/h$ as expected from ballistic transport through a quantum point contact. With a simulation of the conductance we verify that the potential inside the constriction can be well approximated by a saddle shape.

In spectroscopy measurements at finite source-drain bias voltage we observe additional conductance plateaus at half integer multiples of $2e^2/h$. These are attributed to a symmetric voltage drop in the constriction area. Our explanation is confirmed by another simulation based on a saddle-shaped constriction potential within the single-particle picture of non-interacting electrons.

At a conductance of $0.7(2e^2/h)$ we find a feature beyond the single-particle picture. This so-called 0.7 anomaly is considered to be caused by electron-electron interaction and thus is an indicator for very clean one-dimensional channels. The appearance of the 0.7 anomaly highlights the high quality of AFM-engraved QPCs.

Further spectroscopy measurements are carried out in a perpendicular magnetic field. Apart from the 0.7 anomaly, our single particle model explains the experimental data very well up to the regime of magnetoelectric subbands. At the onset of edge channel transport at larger magnetic fields, however, many-body effects have to be considered. Significant deviations arise from the formation of compressible

and incompressible stripes. Furthermore, the high field data indicate an enhancement of the g -factor.

We investigate the frequency dependence of the linear conductance of a quantum point contact for the first time and compare our results to theoretical predictions. The real part of the complex conductance G_{ac} is independent of frequency up to at least $f = 175$ MHz and corresponds to the DC-conductance in agreement with theory. The imaginary part is found to be very small with a contribution on the order of $|\text{Im } G_{ac}| \sim \omega \cdot 1$ fF within experimental accuracy. It is correlated to the number of transmitting 1-D channels. Our results for the imaginary part also agree with theory.

The second part of this thesis is devoted to time-resolved magneto-transport through a high-mobility 2DEG in the edge channel regime. After applying a sharp voltage pulse we measure the time-dependent current. A top gate allows to vary the electron density of the 2DEG.

It turns out that the time-dependent transport through the 2DEG can be described within a model of a transmission line. For ballistic edge channel transport, the 2DEG exhibits properties typical for a delay line (LC-line). The input signal is delayed but transmitted nearly unaltered. Outside the edge channel transport regime we observe a significant deformation of the input pulse. Then the 2DEG acts as a RC-line with low-pass characteristics.

By analyzing the delay time in the edge channel regime we determine the width of the compressible edge region. The dependence of the width on the filling factor and the magnetic field is found in qualitative agreement with theoretical predictions. We attribute quantitative deviations to the influence of the topgate leading to a smoother electron density profile at the sample edge.

Kurzzusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wird der eindimensionale Elektronentransport in Halbleiterheterostrukturen am Beispiel des Quantenpunktkontaktes (QPK) und des Randkanaltransports in einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) untersucht. Ziel der Arbeit ist es, über den stationären Fall hinaus auch die dynamische Seite zu analysieren. Zu diesem Zweck werden neben Transportmessungen im DC-Regime auch zeit- und frequenz aufgelöste Untersuchungen durchgeführt.

Die in dieser Arbeit untersuchten Proben basieren auf einer GaAs/Al-GaAs-Heterostruktur mit einem 2DEG etwa 60 nm unterhalb der Oberfläche. Zur Erzeugung einer QPK-Struktur wird eine 1D-Engstelle mittels der Diamantspitze eines Rasterkraftmikroskops (AFM) in die Heterostruktur graviert. Der erste Teil dieser Arbeit konzentriert sich auf die Transporteigenschaften dieser Struktur bei tiefen Temperaturen.

DC-Leitwertmessungen im linearen Regime zeigen gut ausgeprägte Plateaus bei ganzzahligen Vielfachen von $2e^2/h$, wie sie für den ballistischen Transport durch einen QPK charakteristisch sind. Mit einer Simulation des Leitwertverlaufs wird bestätigt, dass sich das Potential im Bereich der Engstelle in sehr guter Näherung durch eine Sattelform beschreiben lässt.

Spektroskopiemessungen bei endlicher Source-Drain-Vorspannung offenbaren zusätzliche Plateaus bei halbzahligen Leitwerten. Diese können auf einen symmetrischen Spannungsabfall im Bereich der Engstelle zurückgeführt werden. Auf dem Modell eines Sattelpotentials basierende Simulationsrechnungen im Einteilchen-Bild erbringen in diesem Zusammenhang eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten.

Darüber hinaus tritt eine zusätzliche Struktur bei $0.7(2e^2/h)$ auf, die nicht mehr im Einteilchen-Bild erklärt werden kann. Diese sogenannte 0.7-Anomalie wird mit einem Elektron-Elektron-Wechselwirkungseffekt in Verbindung gebracht, und gilt als Indikator für hochreine 1D-Engstellen. Das Auftreten der 0.7-Anomalie in AFM-gravierten QPKs bestätigt die hohe Qualität der mit dieser Methode erzeugten Engstellen.

Spektroskopiemessungen im senkrechten Magnetfeld zeigen, dass das verwendete Einteilchen-Modell eines sattelförmigen Einschlusspotentials bis in den Bereich der magnetoelektrischen Moden erfolgreich auf

AFM-gravierte QPKs angewendet werden kann. Im Regime des Randkanaltransports ergeben sich deutliche Abweichungen vom Einteilchen-Bild, die in einer qualitativen Analyse auf den Vielteilcheneffekt der elektronischen Umordnung in kompressible und inkompressible Streifen zurückgeführt werden können. Des Weiteren weisen die experimentellen Daten im hohen Feld auf einen deutlich erhöhten g -Faktor in Verbindung mit der elektronischen Umordnung hin.

Im letzten Abschnitt zum eindimensionalen Transport durch AFM-gravierte QPKs werden erstmalig Messungen des frequenzabhängigen komplexen Leitwerts eines QPKs im linearen Regime vorgestellt und mit theoretischen Vorhersagen verglichen. In guter Übereinstimmung mit diesen weist der Leitwert G_{ac} bis zu einer Frequenz von mindestens $f = 175$ MHz einen frequenzunabhängigen Realteil auf, der durch den entsprechenden DC-Leitwert gegeben ist. Ferner wird ein sehr geringer Imaginärteil beobachtet, dessen Beiträge im Rahmen der experimentellen Genauigkeit in der Größenordnung $|\text{Im } G_{ac}| \sim \omega \cdot 1 \text{ fF}$ liegen, und dessen Verlauf mit der Anzahl der transmittierenden 1D-Kanäle korreliert ist. Auch hier kann das Experiment die Theorie bestätigen.

Der zweite Teil dieser Arbeit widmet sich dem zeitaufgelösten Magnetotransport durch ein hochbewegliches 2DEG im Regime des Randkanaltransports. Hierbei wird der zeitabhängige Stromverlauf nach Anlegen eines kurzen Spannungspulses vermessen. Ein zusätzliches Topgate erlaubt die Variation der Ladungsträgerdichte im 2DEG.

Es zeigt sich, dass der zeitabhängige Magnetotransport im untersuchten 2DEG mit dem Verhalten einer Leitung beschrieben werden kann. Im Bereich des ballistischen Randkanaltransports offenbart das 2DEG das Übertragungsverhalten einer Verzögerungsleitung (LC-Leitung), da die Eingangspulsform nahezu unverändert mit einer zeitlichen Verzögerung übertragen wird. Außerhalb des Randkanaltransportes tritt eine starke Verformung der Eingangspulsform auf. Das 2DEG weist in diesen Fällen den Tiefpasscharakter einer RC-Leitung auf.

Die genaue Auswertung der Signallaufzeit im Randkanalregime erlaubt die Bestimmung der Breite des kompressiblen Randbereichs. Die ermittelte Abhängigkeit der Breite vom Füllfaktor und vom Magnetfeld stimmt qualitativ mit theoretischen Vorhersagen überein. Quantitative Abweichungen resultieren aus dem sanfter verlaufenden Elektronendichteprofil am Probenrand als Folge des zusätzlichen Topgates.

Keywords

one-dimensional transport, quantum point contact, edge channels

Schlagworte

Eindimensionaler Transport, Quantenpunktkontakt, Randkanäle

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Das zweidimensionale Elektronengas	5
2.1.1	Das 2DEG im senkrechten Magnetfeld	7
2.1.2	Magnetotransportmessungen am 2DEG	9
2.1.3	Shubnikov-de Haas-Oszillationen und integraler Quantenhalleffekt	11
2.1.4	Lokalisierte und ausgedehnte Zustände	13
2.1.5	Der IQHE im Einteilchen-Randkanalbild	15
2.2	Das eindimensionale Elektronengas	18
2.2.1	Der Leitwert eines 1DEG	19
2.2.2	Der Quantenpunktkontakt	22
2.2.3	Einfluss der Temperatur	25
2.2.4	Einfluss eines Magnetfeldes	25
3	Proben und Probenprozessierung	29
3.1	Die GaAs/AlGaAs-Heterostruktur	29
3.2	Probenprozessierung	31
3.3	Die AFM-gravierte Engstelle	33
4	Messaufbau	37
4.1	Erzeugung tiefer Temperaturen und hoher Magnetfelder	37
4.2	Messaufbauten für Transportmessungen	38
4.2.1	Messaufbau für Magnetotransportmessungen . .	38
4.2.2	Messaufbau für Spektroskopiemessungen am Quan- tenpunktkontakt	40

4.2.3	Messaufbau für frequenz- und zeitaufgelöste Hochfrequenzmessungen	41
5	Eindimensionaler Transport durch einen Quantenpunktkontakt	45
5.1	Leitwertverlauf eines AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes	45
5.2	Spektroskopie am Quantenpunktkontakt	50
5.2.1	Spektroskopie im Nullfeld	50
5.2.2	Die 0.7-Anomalie	57
5.2.3	Spektroskopie im senkrechten Magnetfeld	61
5.2.4	Transport im Randkanalregime	68
5.3	Frequenzabhängiger Leitwert eines AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes	78
6	Zeitaufgelöster Magnetotransport im Randkanalregime	93
6.1	Experimentelle Technik	94
6.2	Das 2DEG als Leitung	97
6.3	Elektronische Struktur des Probenrandes	110
6.3.1	Kompressible und inkompressible Streifen	110
6.3.2	Randmagnetoplasmonen im kompressiblen Randbereich	112
6.3.3	Breite des kompressiblen Randbereichs	113
7	Zusammenfassung	121
A	Simulationsparameter	125
B	Frequenzabhängige Leitwertmessungen mit dem Netzwerkanalysator	127
C	Zeitaufgelöster Magnetotransport durch eine 2D-Engstelle	131
D	Ersatzschaltbild des HF-Netzwerkes	135
	Literaturverzeichnis	138

Abbildungsverzeichnis

2.1	Zustandsdichte eines 2DEG	6
2.2	Zustandsdichte eines 2DEG im senkrechten Magnetfeld	9
2.3	Hallgeometrie	10
2.4	Shubnikov-de Haas-Oszillationen und Quantenhalfeffekt	12
2.5	Verbreiterung der Landauniveaus	14
2.6	Randkanalbild	15
2.7	Randkanäle in einer Hallgeometrie	16
2.8	Zustandsdichte eines 1DEG	19
2.9	Schema des 1D-Transportes	20
2.10	Schema eines Quantenpunktkontaktes	22
2.11	Leitwert einer sattelförmigen Engstelle	24
2.12	Leitwert im senkrechten Magnetfeld	26
2.13	Randkanaltransport durch eine Engstelle	27
3.1	Schema der GaAs-AlGaAs-Heterostruktur	30
3.2	Probenstruktur	32
3.3	Die mechanische Nanogravur	34
4.1	Messaufbau für Magnetotransportmessungen	39
4.2	Messaufbau für Spektroskopiemessungen	40
4.3	HF-Probenhalterung	42
4.4	Messaufbau für Hochfrequenzmessungen	43
5.1	Leitwert eines AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes	46
5.2	Simulierte gateabhängige Parameter	47
5.3	Schemazeichnung des Engstellenbereichs	49
5.4	Spektroskopie im Nullfeld - Differentieller Leitwert $G_{\text{diff}}(U_{\text{SD}})$	51

5.5	Spektroskopie im Nullfeld - Steilheit $dG_{\text{diff}}/dU_{\text{Gate}}$. . .	52
5.6	Spannungsabfall im Engstellenbereich	53
5.7	Simulation der Nullfeld-Spektroskopie	55
5.8	Die 0.7-Anomalie	58
5.9	Magnetfeldinduzierte Depopulation von Subbändern . .	62
5.10	Spektroskopiedaten für $B = 1.56$ T	63
5.11	Spektroskopiedaten für $B = 2.66$ T	66
5.12	Einfluss des effektiven g-Faktors auf die Simulationsdaten	67
5.13	Spektroskopiedaten für $B = 4.9$ T	69
5.14	Randkanalschema in einem schmalen Kanal	71
5.15	Leitwert eines schmalen Kanals im hohen senkrechten Magnetfeld	73
5.16	Simulierter Verlauf von V_0 für $B = 4.9$ T.	75
5.17	Spektroskopiedaten für $B = 4.9$ T mit modifizierter Si- mulation	76
5.18	Charakterisierung des Leitungssystems	80
5.19	3D-Darstellung von Betrag und Phase des komplexen Leitwerts aus HF-Lock-In-Messungen	81
5.20	Betrag der komplexen Admittanz aus HF-Lock-In-Mess- ungen	83
5.21	Phase der komplexen Admittanz aus HF-Lock-In-Mess- ungen	86
5.22	Realteil der komplexen Admittanz aus HF-Lock-In-Messungen	87
5.23	Imaginärteil der komplexen Admittanz aus HF-Lock-In- Messungen	88
6.1	Signalaufbereitung der zeitaufgelösten Messkurven . . .	95
6.2	3D-Darstellung des zeitlichen Stromverlaufs bei $B =$ 1.35 T	98
6.3	Differentielles Ersatzschaltbild einer RCL-Leitung	99
6.4	3D-Darstellung des aus DC-Messungen und Fits ermit- telten 2DEG-Leitwerts	101
6.5	Aus Fits gewonnene Anstiegszeit τ und Verzögerungs- zeit t_0 des zeitlichen Stromverlaufs	102
6.6	Anstiegszeit τ und Verzögerungszeit t_0 für ausgewählte Magnetfelder und Topgatespannungen	103
6.7	2-Punkt-DC-Widerstand der Pulsprobe	105

6.8	Hallwiderstand der Referenzprobe	106
6.9	Zeitlicher Stromverlauf im Bereich $\nu = 3$ und $\nu = 5$. . .	108
6.10	Randkanalstruktur eines 2DEGs	111
6.11	Breite b des kompressiblen Randbereichs	115
6.12	Elektronendichteprofil am Probenrand	118
B.1	3D-Darstellung des Betrags der komplexen Admittanz aus Netzwerkanalysator-Messungen	127
B.2	Betrag der komplexen Admittanz aus Netzwerkanalysator- Messungen	128
C.1	Probe mit Engstelle	131
C.2	3D-Darstellung des zeitlichen Stromverlaufs in der Pro- be mit Engstelle bei $B = 1.35$ T	133
C.3	Vergleich der Daten mit und ohne Engstelle bei $B = 1.35$ T	134
D.1	Vierpol und Zweitor	135
D.2	Ersatzschaltbild des HF-Netzwerkes	136

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

a_B^*	effektiver Bohrscher Radius
\vec{A}	Vektorpotential
A	Fläche
B	Magnetfeld
b	Breite
C	Kapazität
C'	Kapazitätsbelag (Kapazität pro Längeneinheit)
γ	Übertragungsmaß
d	Abstand
D	Drain, engl. für Kollektor
$D(E)$	Zustandsdichte
e	Elementarladung
ε_0	Dielektrizitätskonstante
ε_r	relative Dielektrizitätskonstante
\vec{E}	elektrisches Feld
E	Energie
\mathcal{E}	Emittanz
E_C	Energie an der Leitungsbandunterkante
E_F	Fermienergie
E_Σ	Gesamtenergie
E_T	thermische Energie
f	Frequenz
G	Leitwert
G^{diff}	differentieller Leitwert
g^*	effektiver Landé-Faktor
h	Planksches Wirkungsquantum
\hbar	$\frac{h}{2\pi}$
\hat{H}	Hamiltonoperator
i	Zählindex
I	Strom
k_B	Boltzmann-Konstante
\vec{k}	Wellenvektor
k_F	Betrag des Fermiwellenvektors
λ_F	Fermiwellenlänge

L	Länge
l_c	magnetische Länge
L'	Induktivitätsbelag (Induktivität pro Längeneinheit)
l, m, n	Zählindizes
m_0	Ruhemasse des Elektrons
m^*	effektive Elektronenmasse
μ	elektrochemisches Potential
μ_B	Bohrsches Magneton
μ_e	Beweglichkeit der Ladungsträger
n_e	Ladungsträgerkonzentration
n_L	Entartungsgrad eines Landauniveaus
ν	Füllfaktor
N	Anzahl der eindimensionalen Kanäle
\vec{p}	Impuls
R	ohmscher Widerstand
R'	Widerstandsbelag (Widerstand pro Längeneinheit)
r_c	Zyklotronradius
$R(E)$	Reflektion
ρ	spezifischer Widerstand
σ	spezifische Leitfähigkeit
S	Source, engl. für Emitter
s	Spinquantenzahl
V	Potential
τ	rise time, engl. für Anstiegszeit
τ_e	Streuzeit
T	Temperatur
$T(E)$	Transmission
v	Geschwindigkeit
w	Breite
ω	Kreisfrequenz, $\omega = 2\pi f$
ω_c	Zyklotronfrequenz
x, y, z	Raumkoordinaten
Z	Impedanz
AC	Wechselstrom bzw. Wechselspannung
AFM	Rasterkraftmikroskop (A tomic F orce M icroscope)

DAC	Digital Analog Converter
DC	Gleichstrom bzw. Gleichspannung
DPO	Digitalphosphoroszilloskop
FTF	From The Finest
HF	Hochfrequenz
IPG	In-Plane-Gate (in der Ebene liegende Steuerelektrode)
IQHE	integraler Quantenhalleffekt
MBE	Molekularstrahlepitaxie (M olecular B eam E pitaxy)
RMP	Randmagnetoplasmonen
SMU	S ource M easurement U nit
SdH	Shubnikov-de Haas-Oszillationen
QPK	Quantenpunktkontakt
SG	Seitengate
TG	Topgate
2DEG	Zweidimensionales Elektronengas
1DEG	Eindimensionales Elektronengas

1 Einleitung

Mit der Epitaxie von Halbleiterheterostrukturen und dem Einsatz moderner Lithographieverfahren ist es möglich geworden, elektronische Systeme mit Abmessungen im Bereich der de-Broglie-Wellenlänge gezielt zu erzeugen. Im Transportverhalten dieser *niederdimensionalen* Systeme offenbart sich eine Fülle von quantenphysikalischen Phänomenen [1, 2], was einerseits den niederdimensionalen Elektronentransport äußerst attraktiv für die Grundlagenforschung macht, andererseits aber auch der Anwendungsseite völlig neue Perspektiven für das Design zukünftiger Bauelemente eröffnet. Es verwundert deshalb nicht, dass der niederdimensionale Elektronentransport zu einem zentralen Forschungsgebiet der modernen Halbleiterphysik avanciert ist und es zweifelsohne auch in Zukunft bleiben wird.

In seiner elementarsten Form lässt sich der niederdimensionale Elektronentransport sicherlich anhand von eindimensionalen Systemen studieren, da hier den Elektronen nur noch eine einzige freie Bewegungsrichtung verbleibt.

Als Schlüsselsystem hat sich hierbei das System einer kurzen eindimensionalen Engstelle etabliert, das aufgrund seiner geringen Abmessungen häufig auch als Quantenpunktkontakt (QPK) bezeichnet wird. Im Grenzfall des ballistischen Transports zeigt sich in QPKs das äußerst prominente Phänomen der Leitwertquantisierung in Vielfachen des elementaren Quantums $2e^2/h$ [3]. Ebenso bilden QPKs ideale Systeme für Untersuchungen zur elektronischen Kohärenz in niederdimensionalen Systemen [4, 5]. Darüber hinaus lassen sich QPKs aber auch als äußerst empfindliche Detektoren in Interferenzexperimenten [6], Untersuchungen zur Ladungsverteilung in einem nulldimensionalen Quantenpunkt [7] oder zur Detektion spinpolarisierter Ströme [8] einsetzen.

Für besonderes Aufsehen in der QPK-Physik selbst sorgt das Auftreten einer zusätzlichen Leitwertstruktur bei $0.7(2e^2/h)$ [9]. Der Ur-

sprung dieser auch als 0.7-Anomalie bezeichneten Struktur wird einem Elektron-Elektron-Wechselwirkungseffekt zugeschrieben. Trotz zahlreicher experimenteller und theoretischer Untersuchungen ist aber der genaue zugrundeliegende Mechanismus noch nicht mit letzter Sicherheit identifiziert [10, 11].

Die bisher angesprochenen Beispiele zum QPK betreffen das DC-Verhalten dieses Systems. Allerdings zeigen theoretische Arbeiten [12, 13], dass auch auf der dynamischen Seite interessante Effekte zu erwarten sind. Aus experimenteller Sicht besteht hier noch großer Klärungsbedarf, weshalb sich diese Arbeit unter anderem dieser Fragestellung zuwendet.

Ein weiteres Modellsystem für den eindimensionalen Transport in niederdimensionalen Elektronensystemen bietet der Randkanaltransport in einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) im senkrechten Magnetfeld [14]. Hierbei erfolgt der Transport durch ballistische 1D-Kanäle am Probenrand, woraus sich auch der Begriff des Randkanals ableitet. Mit dem Randkanaltransport im 2DEG geht eine Quantisierung des Hallwiderstandes einher. Dieser Effekt wird als Quantenhalleffekt [15] bezeichnet. Von besonderem Interesse ist die genaue Natur der Randkanäle und damit die elektronische Struktur des Probenrandes [16, 17], für deren Untersuchung sich auch dynamische Methoden anbieten [18].

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem eindimensionalen Transport in QPKs und dem Randkanaltransport in einem 2DEG unter besonderer Berücksichtigung der Dynamik. Das Ausgangsmaterial für beide Systeme bildet eine modulationsdotierte GaAs/AlGaAs-Halbleiterheterostruktur, in der sich niederdimensionale Systeme besonders hoher Qualität erzeugen lassen.

Im Einzelnen gliedert sich die Arbeit wie folgt:

In **Kapitel 2** werden die theoretischen Grundlagen zu zwei- und eindimensionalen Elektronensystemen eingeführt. Den Schwerpunkt bilden das zweidimensionale Elektronengas im senkrechten Magnetfeld und das spezielle 1D-System des Quantenpunktkontaktes.

In **Kapitel 3** findet sich eine kurze Beschreibung der verwendeten Heterostruktur und der zur Probenprozessierung eingesetzten Verfahren. Ferner wird ausführlich die verwendete Methode zur Erzeugung eines Quantenpunktkontaktes vorgestellt.

Kapitel 4 beschreibt die verwendeten Messsysteme und -techniken. Der Schwerpunkt dieses Kapitels liegt auf dem technisch anspruchsvollsten Messaufbau für Hochfrequenzmessungen.

Kapitel 5 präsentiert die Ergebnisse der Transportuntersuchungen an Quantenpunktkontakten. Neben Charakterisierungsmessungen im linearen Regime werden Spektroskopiemessungen bei endlicher Source-Drain-Vorspannung vorgestellt und im Rahmen eines Modells diskutiert. Dies umfasst auch Messungen im senkrechten Magnetfeld. Ferner wird das Phänomen der 0.7-Anomalie behandelt. Die Ergebnisse der erstmalig durchgeführten frequenzabhängigen Leitwertmessungen runden das Kapitel ab.

Kapitel 6 widmet sich dem zeitaufgelösten Transport durch ein hochbewegliches zweidimensionales Elektronengas im Randkanalregime. Nach einer kurzen Darstellung der verwendeten experimentellen Technik werden die Ergebnisse der zeitaufgelösten Messungen vorgestellt. Das Kapitel schließt mit einer Analyse der elektronischen Struktur des Probenrandes.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse dieser Arbeit findet sich in **Kapitel 7**.

2 Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel umfasst die allgemeinen theoretischen Grundlagen zu den in dieser Arbeit untersuchten niederdimensionalen Elektronensystemen. Im ersten Abschnitt erfolgt eine Beschreibung des zweidimensionalen Elektronengases unter besonderer Berücksichtigung des Magnetotransportes in diesem System. Der zweite Abschnitt befasst sich mit dem System des eindimensionalen Elektronengases. Den Schwerpunkt dieses Abschnittes bildet dabei die Betrachtung des speziellen Falls einer eindimensionalen Engstelle, des sogenannten Quantenpunktkontaktes. Es sei darauf hingewiesen, dass dieses Kapitel nur die allgemeinen Grundlagen behandelt. Weiterführende Konzepte werden in den experimentellen Kapiteln direkt diskutiert.

2.1 Das zweidimensionale Elektronengas

Allgemein wird unter dem Begriff des *niederdimensionalen* Elektronensystems verstanden, dass in mindestens einer Dimension die Bewegung der Elektronen derart eingeschränkt ist, dass sich die damit verbundene Quantisierung der Energie im Verhalten des Systems bemerkbar macht. Die Auswirkungen dieser Quantisierung auf die Eigenschaften des Systems führen gegenüber dreidimensionalen, makroskopisch begrenzten Systemen im Allgemeinen zu neuen physikalischen Effekten. Auf niederdimensionalen Systemen basierende Strukturen oder Bauelemente werden häufig auch als *mesoskopische*¹ Systeme bezeichnet, da ihre Abmessungen zwischen denen makroskopischer und mikroskopischer Strukturen liegen.

Entsprechend ist in einem zweidimensionalen System die Bewegung der Elektronen in *einer* Raumrichtung merklich eingeschränkt. Wenn die gegenseitige Wechselwirkung der Elektronen vernachlässigt werden

¹meso, griech. mittlere, -r, -s

kann, spricht man in Analogie zum dreidimensionalen freien Elektronengas von einem *zweidimensionalen Elektronengas* (2DEG) [19].

Mit der Separation in drei Raumrichtungen errechnet sich die Gesamtenergie eines Elektrons aus den Beiträgen eines diskreten Spektrums und zweier kontinuierlicher Spektren. Nimmt man z. B. als Ebene der freien Bewegung die (x, y) -Ebene und quantisiert die Bewegung in z -Richtung durch ein entsprechendes Einschlusspotential, so hat die Gesamtenergie eines Elektrons die Form:

$$E^n(\vec{k}_x, \vec{k}_y) = \frac{\hbar^2 \vec{k}_x^2}{2m_x^*} + \frac{\hbar^2 \vec{k}_y^2}{2m_y^*} + E_z^n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.1)$$

Hierbei beschreiben die ersten beiden Terme mit den Wellenvektoren \vec{k}_x und \vec{k}_y die freie Bewegung in der Ebene, während der dritte Term mit der Quantenzahl n die Quantisierung in z -Richtung einbezieht. Die effektive Masse $m_{x,y}^*$ berücksichtigt die Wechselwirkung der Elektronen mit dem Kristallgitter. Für das Materialsystem *GaAs* ist diese in guter Näherung richtungsunabhängig ($m_{x,y,z}^* = m^*$) und beträgt

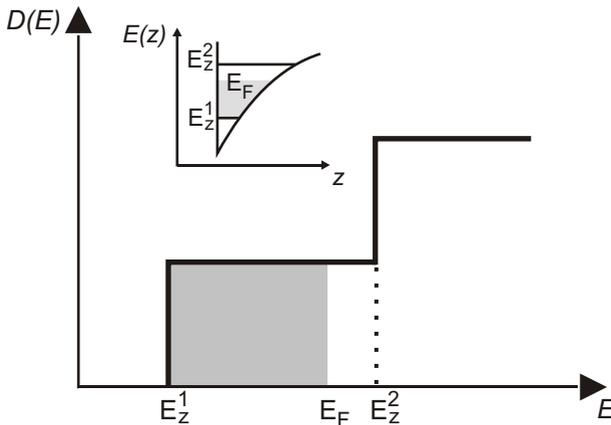


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Zustandsdichte eines zweidimensionalen Elektronengases. Skizziert ist auch das zu diskreten Niveaus führende Einschlusspotential $E(z)$ in Form eines Dreieckspotentials. E_F bezeichnet die Fermienergie.

bei $T \sim 1.5$ K etwa $m^* = 0.067m_0$.

Abbildung 2.1 zeigt die Zustandsdichte eines zweidimensionalen Elektronengases, welche durch eine Summe aus Stufenfunktionen beschrieben wird:

$$D_{2DEG}(E) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} \sum_n \Theta(E - E_z^n) \quad . \quad (2.2)$$

Der stufenförmige Verlauf spiegelt die sukzessive Besetzung der quantisierten Niveaus wider, welche in diesem Zusammenhang auch als Subbänder bezeichnet werden. Ist, wie in Abbildung 2.1 skizziert, nur das erste Subband besetzt, spricht man von einem *echt* zweidimensionalen System.

2.1.1 Das 2DEG im senkrechten Magnetfeld

Ein senkrecht zur Ebene des 2DEG angelegtes Magnetfeld führt zu einer Kopplung der beiden verbliebenen freien Bewegungsrichtungen. Klassisch entspricht dies der Vorstellung, dass Ladungsträger im senkrechten Magnetfeld durch die Lorentzkraft auf Kreisbahnen gezwungen werden. In der quantenmechanischen Beschreibung ergibt sich für den Hamiltonoperator eines Elektrons in der Landau-Eichung:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} - e\vec{A})^2 + V(z) = \frac{\vec{p}^2}{2m^*} - \frac{e\hbar B}{m^*} x k_y + \frac{(eBx)^2}{2m^*} + V(z) \quad . \quad (2.3)$$

Das zur freien Bewegung senkrechte Magnetfeld $\vec{B} = \text{rot}\vec{A} = B\vec{e}_z$ wird in der Landau-Eichung durch das Vektorpotential $\vec{A} = (0, Bx, 0)$ beschrieben.

Die Gesamtenergie eines Elektrons ist dann gegeben durch:

$$E_{\Sigma}^{i,n,s} = (i - \frac{1}{2})\hbar\omega_c + s\mu_B g^* B + E_z^n, \quad i, n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4)$$

Der erste Term führt zu einer Aufspaltung des kontinuierlichen Spektrums in *Landau*-Niveaus, während der zweite Term die mit dem Spin ($s = \pm\frac{1}{2}$) verbundene *Zeeman*-Energie beschreibt. In die *Zeeman*-Energie gehen sowohl die Kopplung des Elektronenspins mit dem externen Magnetfeld als auch die Austauschwechselwirkung der Elektronen

untereinander ein, was durch einen effektiven Landé-Faktor g^* berücksichtigt wird. Der dritte Term schließlich beschreibt wieder die Energiequantisierung in z-Richtung. Die in den Landau-Energien auftretende Zyklotronfrequenz

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*} \quad (2.5)$$

kann klassisch als Umlauffrequenz der auf Kreisbahnen laufenden Elektronen gedeutet werden. Der entsprechende Zyklotronradius der Kreisbewegung ergibt sich für das i -te Landauniveau zu:

$$r_c = \sqrt{\frac{(2i-1)\hbar}{eB}} \quad , i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.6)$$

Die als charakteristische Länge auftretende Größe $l_c = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}$ wird auch als magnetische Länge bezeichnet und entspricht dem Zyklotronradius des ersten Subbandes. Der Entartungsgrad eines spinaufgespaltenen Landauniveaus beträgt

$$n_L = \frac{eB}{h} \quad , \quad (2.7)$$

und entspricht gerade der Zahl der magnetischen Flussquanten $\Phi_0 = \frac{h}{e}$ pro Fläche. Der Entartungsgrad n_L führt bei gegebener Ladungsträgerkonzentration n_e zur Definition des Füllfaktors ν :

$$\nu = \frac{n_e}{n_L} \quad . \quad (2.8)$$

Der Füllfaktor ν kennzeichnet somit die Anzahl der gefüllten spinaufgespaltenen Landauniveaus. Die in Abbildung 2.2 schematisch dargestellte Zustandsdichte des 2DEG im senkrechten Magnetfeld wird durch eine Summe aus Deltafunktionen wie folgt beschrieben :

$$D_{2DEG}(E, B) = \frac{eB}{h} \sum_{i,n,s} \delta(E - E_{\Sigma}^{i,n,s}) \quad . \quad (2.9)$$

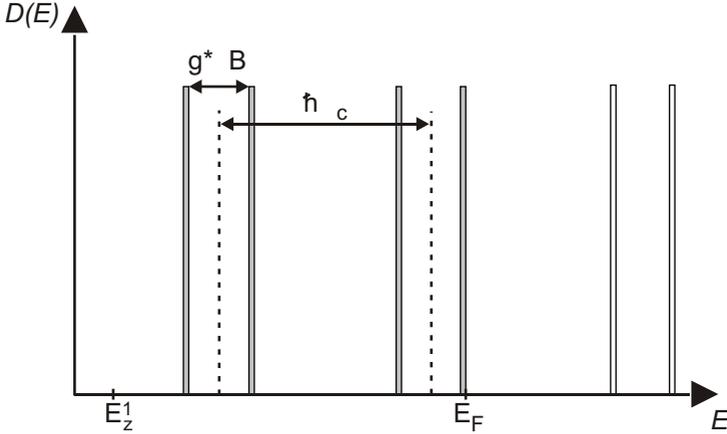


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der Zustandsdichte eines zweidimensionalen Elektronengases im senkrechten Magnetfeld. Die Fermienergie E_F wurde so gewählt, dass gerade zwei spinaufgespaltene Landau-Niveaus komplett gefüllt sind.

2.1.2 Magnetotransportmessungen am 2DEG

Durch Magnetotransportmessungen werden die magnetfeldabhängigen Leitfähigkeiten und Widerstände eines 2DEG bestimmt. Diese werden in einem 2D-System durch Tensoren 2. Stufe beschrieben. Der Zusammenhang zwischen lokaler Stromdichte \vec{j} , elektrischem Feld \vec{E} und dem (spezifischen) Leitfähigkeits- $\hat{\sigma}$ bzw. Widerstandstensor $\hat{\varrho}$ lautet:

$$\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{E} \quad \text{und} \quad \vec{E} = \hat{\varrho} \vec{j} \quad , \quad (2.10)$$

mit

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} = \hat{\varrho}^{-1} = \begin{pmatrix} \varrho_{xx} & \varrho_{xy} \\ -\varrho_{xy} & \varrho_{xx} \end{pmatrix}^{-1} \quad , \quad (2.11)$$

wobei ein isotropes System vorausgesetzt wurde. Damit ergeben sich die folgenden Beziehungen:

$$\varrho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \quad , \quad \varrho_{xy} = \frac{-\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \quad . \quad (2.12)$$

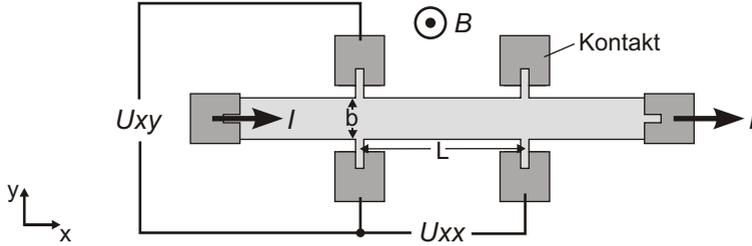


Abbildung 2.3: Die Hallgeometrie im Magnetfeld. Längs und quer der Stromrichtung wird als Vierpunktmessung der Spannungsabfall bei bekannter Stromstärke gemessen. Das Verhältnis L/b bestimmt den Geometriefaktor im Längswiderstand.

Aus der klassischen Drude-Theorie folgt für ϱ_{xx} und ϱ_{xy} :

$$\varrho_{xx} = \frac{1}{en_e\mu_e} \quad \text{und} \quad \varrho_{xy} = \frac{B}{en_e} \quad . \quad (2.13)$$

Mit der Bestimmung des spezifischen Längs- und Querwiderstandes lassen sich daher die Elektronendichte n_e sowie die Beweglichkeit μ_e ermitteln. Die Beweglichkeit charakterisiert dabei das Maß der Streuung von Elektronen an statischen (z.B. Störstellen) und dynamischen (z.B. Phononen) Streupotentialen:

$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m^*} \quad . \quad (2.14)$$

τ_e bezeichnet dabei die Zeitspanne zwischen zwei Streuprozessen. Klassisch ergibt sich aus Gleichung 2.13 ein magnetfeldunabhängiger Längswiderstand, während der Querwiderstand linear mit dem Magnetfeld skaliert. Letztere Beziehung wurde bereits 1879 von Edwin H. Hall [20] nachgewiesen und wird deshalb auch als *Halleffekt* bezeichnet. In diesem Zusammenhang heißt der Querwiderstand auch *Hallwiderstand*.

Für Magnetotransportmessungen am 2DEG wird häufig die in Abbildung 2.3 gezeigte *Hallgeometrie* verwendet. Über die Messung der magnetfeldabhängigen Längs- und Querspannung können bei vorgegebener Stromstärke I der Längs- und der Querwiderstand des 2DEG

bestimmt werden.

$$R_{xx} = \frac{U_{xx}}{I} = \frac{L}{b} \varrho_{xx}, \quad R_{xy} = \frac{U_{xy}}{I} = \varrho_{xy} = \frac{1}{n_e e} B \quad . \quad (2.15)$$

Das in R_{xx} auftretende Verhältnis $\frac{L}{b}$ berücksichtigt die Abmessungen der verwendeten Hallgeometrie. Aus dem spezifischen Nullfeld-Längswiderstand lässt sich die Beweglichkeit ermitteln:

$$\mu_e = \frac{1}{en_e \varrho_{xx}(B=0)} \quad . \quad (2.16)$$

2.1.3 Shubnikov-de Haas-Oszillationen und integraler Quantenhalleffekt

Die im letzten Abschnitt dargestellten Ausdrücke für den magnetfeldabhängigen Längs- und Querwiderstand gelten nur im Rahmen der klassischen Physik. Sobald die in Abschnitt 2.1.1 diskutierte Landauaufspaltung das System dominiert und damit Gesetze der Quantenmechanik Anwendung finden, ergeben sich signifikante Abweichungen von den klassischen Beziehungen. Zum einen treten im Längswiderstand die nach ihren Entdeckern benannten *Shubnikov-de Haas-Oszillationen* (SdH-Oszillationen) [21] auf, zum anderen beobachtet man im Querwiderstand von der klassischen Hallgeraden abweichende Plateaubereiche. Letztgenannter Effekt wird als *integraler Quantenhalleffekt* (IQHE) bezeichnet und wurde 1980 von Klaus v. Klitzing [22] entdeckt, wofür dieser 1985 mit dem Physik-Nobelpreis ausgezeichnet wurde. Abbildung 2.4 zeigt typische Messkurven von Shubnikov-de Haas-Oszillationen und Quantenhalleffekt.

Eine Besonderheit des Quantenhalleffektes liegt in den Widerstandswerten der Plateaus, die unabhängig von spezifischen Probenparametern durch den folgenden Ausdruck gegeben sind:

$$R_{xy} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{h}{e^2} \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (2.17)$$

Die Plateaubereiche ergeben sich folglich als ganzzahlige Bruchteile der Konstanten $\frac{h}{e^2} \simeq 25.8 \text{ k}\Omega$, wobei die ganzzahligen Bruchteile gerade mit ganzzahlige Füllfaktoren verknüpft sind. Die Formel 2.17 kann

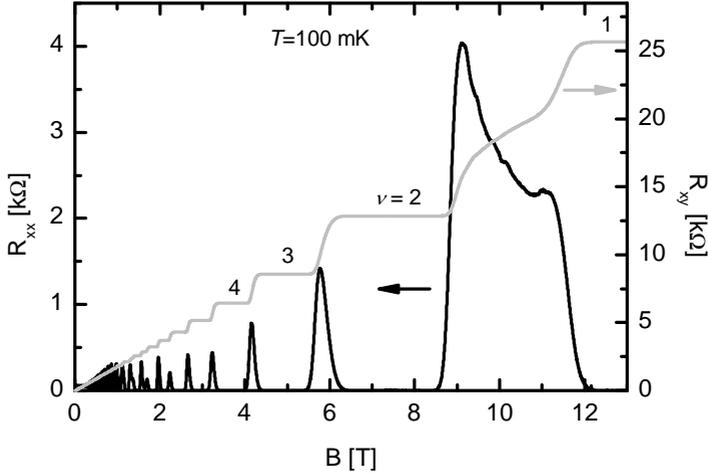


Abbildung 2.4: Aus Magnetotransportmessungen gewonnener Längs- und Querwiderstand eines 2DEG in Funktion des Magnetfeldes. Shubnikov-de Haas-Oszillationen und Quantenhalleffekt treten deutlich sichtbar auf.

zwar aus der Verbindung der klassischen Hallgeraden mit dem erst quantenmechanisch erklärbareren Füllfaktor hergeleitet werden, die Existenz von ausgedehnten Plateaus läßt sich damit allerdings noch nicht erklären.

Wie eingangs dieses Abschnittes bereits erwähnt, treten diese beiden Effekte letztendlich als Folge der erst quantenmechanisch begründbaren Landauquantisierung auf. Die Beobachtbarkeit dieser Effekte erfordert daher die folgenden Voraussetzungen:

- $\omega_c \tau_e \gg 1 \iff B \mu_e \gg 1$

Jegliche Art von Streuung der Elektronen führt zur sogenannten Stoßverbreiterung der Landauniveaus. Diese energetische Aufweitung der Landauniveaus sollte den energetischen Abstand benachbarter Niveaus möglichst stark unterschreiten. τ_e bezeichnet die Zeitspanne zwischen zwei Stößen und nimmt mit abnehmen-

der Temperatur zu.

- $k_B T \ll \hbar \omega_c$

Die thermische Energie der Elektronen muss ebenfalls die energetischen Abstände der Landauniveaus deutlich unterschreiten.

Diese Bedingungen erklären somit auch, warum sich Shubnikov-de Haas-Oszillationen und Quantenhalfeffekt in der Regel nur bei tiefen Temperaturen (typischerweise bis $T < 10$ K) und hohen Magnetfeldern (typischerweise $B \sim 1$ T) beobachten lassen.

2.1.4 Lokalisierte und ausgedehnte Zustände

Zum qualitativen Verständnis der SdH-Oszillationen genügt im Prinzip eine Betrachtung der magnetfeldabhängigen Zustandsdichte. Berücksichtigt man, dass die Transporteigenschaften bei tiefen Temperaturen im Wesentlichen durch Zustände an der Fermienergie bestimmt werden, dann lassen sich die SdH-Oszillationen als magnetfeldabhängige Zustandsdichteoszillationen an der Fermikante interpretieren. Je nach Magnetfeld stehen jeweils mehr oder weniger Zustände (vgl. Abbildung 2.2) zum Ladungstransport zur Verfügung. Eine tiefere, quantitative Betrachtung der Zustandsdichte bezieht Streuprozesse und damit verknüpfte Potentialfluktuationen mit ein. Diese führen sowohl zu einer Verbreiterung der Landauniveaus als auch zu einer Lokalisierung der Zustände in deren Flanken [15]. Eine schematische Darstellung eines verbreiterten Landauniveaus findet sich in Abbildung 2.5. Nur die ausgedehnten, delokalisierten Zustände im Zentrum eines Landauniveaus stehen für den Ladungstransport zur Verfügung, während die lokalisierten Zustände nicht daran teilnehmen. Dies führt zu den in Abbildung 2.5 rechts gezeigten Abhängigkeiten von Längs- und Querwiderstand. Im Bereich der lokalisierten Zustände erhält man einen verschwindenden Längswiderstand, der erst im Bereich ausgedehnter Zustände endliche Werte aufweist. Aus den periodisch in $1/B$ auftretenden Minima läßt sich die Elektronendichte aus der Beziehung

$$n_e = \frac{e}{h} \cdot \left(1/\Delta \frac{1}{B}\right) \quad (2.18)$$

bestimmen. $\Delta \frac{1}{B}$ bezeichnet hierbei die Periode der Oszillationen.

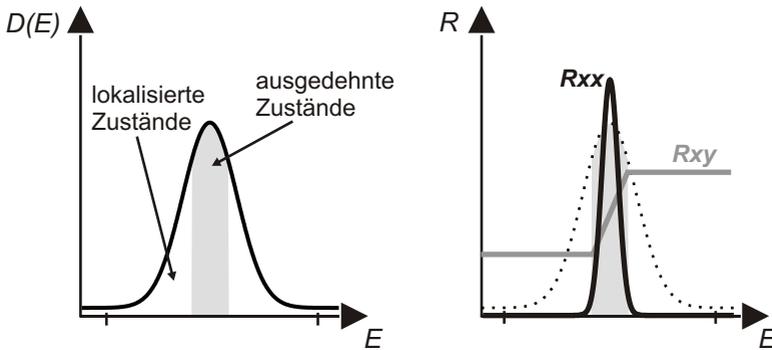


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung eines verbreiterten Landauniveaus und des korrespondierenden Längs- und Querwiderstandes. Nur im Zentrum des Landauniveaus stehen ausgedehnte Zustände zum Transport zur Verfügung, während die lokalisierten Zustände in den Flanken keinen Nettostrom tragen.

Auch der Verlauf des Quer- oder Hallwiderstandes läßt sich in diesem Bild interpretieren. Nur im Bereich der ausgedehnten Zustände ist eine Umverteilung von Ladungsträgern möglich, was zu einer endlichen Steigung der Hallgeraden führt, während die lokalisierten Zustände zu einem unveränderten Widerstand führen, dessen Wert durch die Anzahl der komplett gefüllten Landauniveaus gegeben ist.

Die Erklärung des Verlaufs von SdH-Oszillationen und IQHE fußt somit auf einer Verknüpfung der Landauquantisierung mit der Existenz lokalisierter und ausgedehnter (delokalisierter) Zustände. Die Breite der Bereiche ausgedehnter und lokalisierter Zustände ist dabei nicht universell, sondern skaliert mit verschiedenen Parametern wie Temperatur, Frequenz, Größe und Stromstärke. In diesem Zusammenhang wird dieses Erklärungsmodell auch als *Skalierungsbild* bezeichnet. Eine Übersicht zu Theorie und Experimenten im Skalierungsbild findet sich in [23, 24].

2.1.5 Der IQHE im Einteilchen-Randkanalbild

Ogleich das im vorherigen Abschnitt vorgestellte Modell der lokalisierten und ausgedehnten Zustände ein qualitatives Verständnis von SdH-Oszillationen und IQHE erlaubt, liefert es keine Erklärung für die exakte Quantisierung der Hallplateaus in ganzzahligen Vielfachen von h/e^2 . Diesen Zugang bietet das sogenannte *Randkanalbild*. Hierbei werden die endlichen Probenabmessungen berücksichtigt, die zu einem zusätzlichen Einschlusspotential am Rand einer Probe führen. Abbildung 2.6 zeigt die energetische Lage der Landauniveauezentren als Funktion des Ortes *mit* und *ohne* Rand. Das zusätzliche Randpotential hat ein energetisches „Hochbiegen“ der Niveaus im Randbereich zur Folge. Folglich existiert auch für Niveaus, die im Inneren bereits unterhalb der Fermienergie liegen, jeweils eine Schnittlinie pro Rand mit der Fermienergie. Diese an den Schnitten liegenden Zustände bilden klassisch die sogenannten „skipping orbits“. Dabei handelt es sich um Zustände, die unter Einwirkung der Lorentzkraft durch Reflexion am Probenrand eine Driftbewegung entlang des Randes ausführen, wobei Zustände an gegenüberliegenden Rändern eine zueinander entgegengesetzte Driftbewegung ausführen. Daher ist auch im Falle eines isolierenden Probeninneren Ladungstransport entlang des Randes möglich.

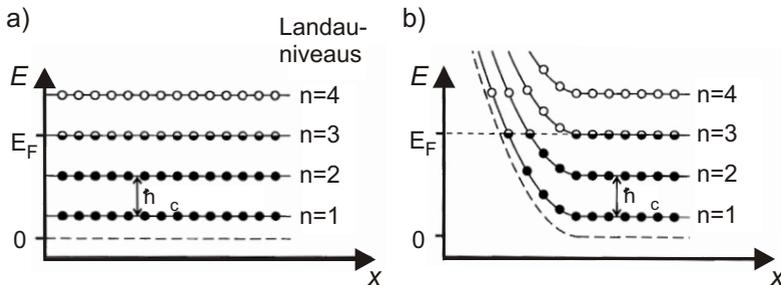


Abbildung 2.6: Energetische Lage der Landauniveauezentren a) *mit* und b) *ohne* Rand. Das zusätzliche Potential am Rand führt zu einer energetischen Verbiegung der Landauniveaus. Die Spinaufspaltung wird in diesem Schema vernachlässigt.

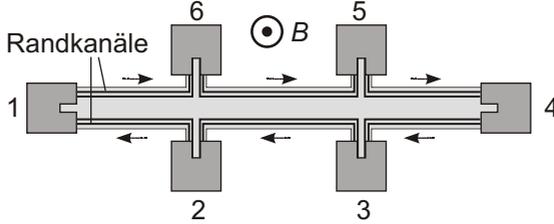


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung zweier stromtragender Randkanäle in einer Hallgeometrie.

Quantenmechanisch entsprechen die skipping orbits ausgedehnten, parallel zum Rand verlaufenden, eindimensionalen Zuständen, die deshalb auch *Randkanäle* genannt werden.

Im Bereich ganzzahliger Füllfaktoren findet der Ladungstransport nur durch Randkanäle statt, da in diesem Fall die Fermienergie im Inneren des 2DEGs im Bereich lokalisierter Zustände liegt. Abbildung 2.7 zeigt beispielhaft den Fall $\nu_{2DEG} = 2 \pm \epsilon$ zweier stromtragender Randkanäle. Darüber hinaus verdeutlicht Abbildung 2.7 die angesprochene Besonderheit des Randkanaltransports, denn die in einer Dimension möglichen zwei Transportrichtungen sind aufgrund der Magnetfeldeinwirkung räumlich voneinander getrennt. Wie nachfolgend noch erläutert wird, liegt in dieser räumlichen Trennung der Schlüssel zum Verständnis der exakten Quantisierung des Hallwiderstandes.

Mathematisch läßt sich das Konzept des Randkanaltransportes durch den von R. Landauer [25, 26] vorgeschlagenen und später von M. Büttiker [27] erweiterten *Landauer-Büttiker-Formalismus* erschließen. Dieser Formalismus beschreibt den Transport zwischen verschiedenen Reservoiren (Strom- und Potentialkontakten) über die Transmissionswahrscheinlichkeit eindimensionaler Kanäle („conductance is transmission“ [28, 29, 30]). Der in Kontakt i fließende Strom ist dabei gegeben durch:

$$I_i = \frac{2e}{h} \left[(N_i - R_i)\mu_i - \sum_{j(j \neq i)} \mu_j T_{j \rightarrow i} \right] . \quad (2.19)$$

N_i bezeichnet die Anzahl der aus Kontakt i ausgehenden Kanäle, wobei der Anteil R_i/N_i in Kontakt i zurückreflektiert wird. $T_{j \rightarrow i}$ be-

schreibt die Transmission der aus den Kontakten j zu Kontakt i laufenden Kanäle. Dabei erfolgt eine Gewichtung der Transmissions- und Reflektionskoeffizienten T, R mit den chemischen Potentialen $\mu_{i,j}$ der entsprechenden Kontakte. Im Fall von spinaufgespaltenen Kanälen halbiert sich der Vorfaktor zu $\frac{e}{h}$.

In Abbildung 2.7 seien die Kontakte 1 und 4 Stromkontakte mit der elektrochemischen Potentialdifferenz $\Delta\mu$ und die Kontakte 2, 3, 5 und 6 Potentialkontakte. Die äußerst geringe Wahrscheinlichkeit eines Rückstreuprozesses aus einem Randkanal der einen Transportrichtung über das gesamte lokalisierte Probeninneren in einen Randkanal der anderen Richtung führt zur vollständigen Transmission der eindimensionalen Kanäle. Da die Kontakte 2, 3, 5 und 6 als Potentialkontakte weder Strom ziehen noch liefern, gleichen sich die Potentiale der Kontakte 1, 5, 6 sowie 2, 3, 4. In diesem Fall wird keine Längsspannung und folglich ein verschwindender Längswiderstand gemessen. $\Delta\mu/e$ entspricht dann gerade der Hallspannung U_H . Für den Strom I in den Kontakten 1 und 4 folgt damit aus Gleichung 2.19 mit $R_i = 0$ und $T_{j \rightarrow i} = 1$:

$$I = I_1 = -I_4 = 2 \frac{e^2}{h} U_H \quad , \quad (2.20)$$

und für den Hallwiderstand ergibt sich aus Gleichung 2.20:

$$R_H = \frac{U_H}{I} = \frac{h}{2e^2} \quad . \quad (2.21)$$

Allgemein folgt aus diesen Überlegungen für den Hallwiderstand in Plateaubereichen mit dem entsprechenden ganzzahligen Füllfaktor ν :

$$R_H = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{h}{e^2} \quad . \quad (2.22)$$

Da die Längskomponenten von $\hat{\sigma}$ und $\hat{\rho}$ im Plateaubereich verschwinden, gilt $G_H = 1/R_H = \nu \cdot \frac{e^2}{h}$, und Hallwiderstand bzw. -leitwert entsprechen in diesem Regime gerade dem Gesamtwiderstand R bzw. -leitwert G .

Die exakte Quantisierung des Widerstandes im Plateaubereich folgt im Randkanalbild somit aus der vollständigen Transmission eindimensionaler Kanäle, wobei die Transmission von eins in der angesprochenen

räumlichen Trennung der beiden Transportrichtungen und der damit verbundenen Rückstreuunterdrückung begründet liegt. Mit dem Randkanalbild konnte bereits eine Vielzahl von Transportphänomenen im Bereich des Quantenhalleffektes anschaulich erklärt werden [14].

Elektronische Vielteilcheneffekte wurden in der vorangehenden Betrachtung vernachlässigt, was auch den Begriff des Einteilchen-Randkanalbildes erklärt. Wie in den experimentellen Kapiteln noch genauer erläutert werden wird, führen diese Effekte zu einer Modifikation der Randkanalstruktur, wenngleich das grundlegende Konzept des Randkanaltransports dabei erhalten bleibt.

Zum Abschluss des Teilkapitels 2.1 sei der Vollständigkeit halber darauf hingewiesen, dass an dieser Stelle nur der integrale Quantenhalleffekt (IQHE) vorgestellt wurde. 1982 entdeckten Tsui et al. [31] das Auftreten von Plateaus auch bei bestimmten rationalen Füllfaktoren. In Analogie zum IQHE spricht man vom *fraktionierten* Quantenhalleffekt (FQHE). Im Gegensatz zum IQHE lässt sich der FQHE aber nur noch als reines Vielteilchenproblem behandeln und erfordert zu seiner Erklärung deshalb die Berücksichtigung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung [32, 33]. Da der FQHE nicht Gegenstand dieser Arbeit ist, sei an dieser Stelle nur auf weiterführende Literatur verwiesen [34].

2.2 Das eindimensionale Elektronengas

Die Beschränkung der freien Bewegung auf nur noch *eine* Dimension führt vom zwei- zum eindimensionalen Elektronengas (1DEG). Sei $V(z)$ wieder das Einschlusspotential in z -Richtung und $V(y) = \frac{1}{2}m^*\omega_y^2 y^2$ das Einschlusspotential in y -Richtung, dann folgt für die Gesamtenergie eines Elektrons:

$$E^{i,n}(\vec{k}_x) = \frac{\hbar^2 \vec{k}_x^2}{2m^*} + \left(i - \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_y + E_z^n, \quad i, n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.23)$$

i bezeichnet die Quantenzahl der y -Quantisierung und ω_y die Oszillatorstärke des harmonischen Potentials $V(y)$. Die Zustandsdichte dieses

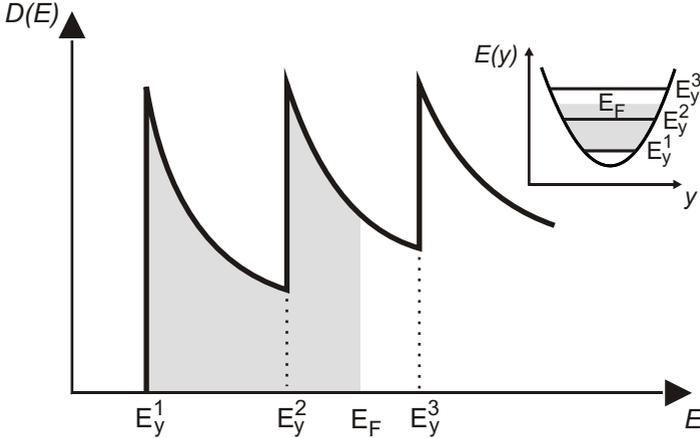


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung der Zustandsdichte eines eindimensionalen Elektronengases. Skizziert ist auch das zu diskreten Niveaus führende, harmonische Einschlusspotential $E(y)$. E_F bezeichnet die Fermienergie.

System wird beschrieben durch:

$$D_{1DEG}(E) = \frac{2m^*}{\pi\hbar^2} \sum_{i,n} \left(\frac{\hbar^2}{2m^*(E - E_y^i - E_z^n)} \right)^{1/2} \Theta(E - E_y^i - E_z^n) . \quad (2.24)$$

Abbildung 2.8 zeigt eine schematische Darstellung der Zustandsdichte dieses Systems unter der Annahme $E_y^i - E_y^{i-1} < E_z^n - E_z^{n-1}$. Die eindimensionalen Subbänder werden auch als *eindimensionale Moden* oder *eindimensionale Kanäle* bezeichnet.

2.2.1 Der Leitwert eines 1DEG

Zur Veranschaulichung des Transportes durch ein 1DEG ist in Abbildung 2.9 eine Schemazeichnung dargestellt. Das 1D-System verbindet zwei Elektronenreservoirs mit ihren chemischen Potentialen μ_1 und μ_2 und dem Spannungsabfall eU . Zum Transport durch das System stehen N eindimensionale Kanäle zur Verfügung, deren Transporteigenschaften durch die entsprechende Transmission T und Reflektion R

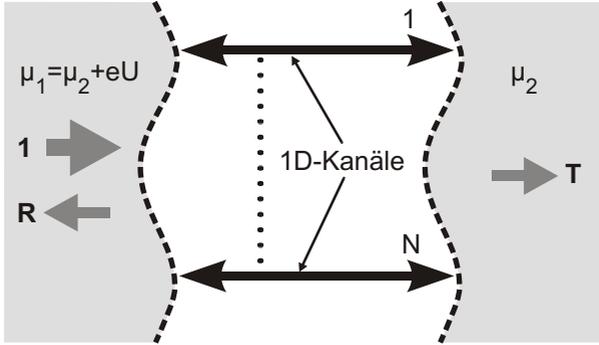


Abbildung 2.9: Schema des 1D-Transportes. Der Transport zwischen zwei Elektronenreservoiren (durch μ_1 und μ_2 gekennzeichnet) findet durch N eindimensionale Kanäle statt. Die speziellen Eigenschaften der dazwischenliegenden eindimensionalen Struktur gehen in die Transmission T und die Reflektion R der Kanäle ein.

mit $R + T = 1$ bestimmt werden. Zunächst sei nur der Fall *eines* Kanals betrachtet. Der netto fließende Strom I_{netto} ergibt sich aus dem Differenzstrom beider Richtungen zu:

$$\begin{aligned}
 I_{netto} &= e \cdot \left[\int_0^\infty dE v(E) \cdot D_{\rightarrow}(E) \cdot T(E) \cdot f(\mu_1, E) \cdot (1 - f(\mu_2, E)) \right] \\
 &\quad - e \cdot \left[\int_0^\infty dE v(E) \cdot D_{\leftarrow}(E) \cdot T(E) \cdot f(\mu_2, E) \cdot (1 - f(\mu_1, E)) \right] \\
 &= e \cdot \int_0^\infty dE v(E) \cdot \frac{1}{2} D_{1D}(E) \cdot T(E) \cdot (f(\mu_1, E) - f(\mu_2, E)) \quad .
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Dabei bezeichnet $v(E)$ die Geschwindigkeit, $D_{\rightarrow}(E) = D_{\leftarrow}(E) = \frac{1}{2} D_{1D}(E)$ die spinentartete Zustandsdichte mit der entsprechenden Geschwindigkeitskomponente, $T(E)$ die Transmissionswahrscheinlichkeit und $f(\mu, E)$ die Fermi-Dirac-Verteilung gemäß

$$f(\mu, E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) + 1} \quad .$$

Gleichung 2.25 vereinfacht sich stark durch das gegenseitige Wegheben der Geschwindigkeit und der 1D-Zustandsdichte:

$$v(E) \cdot D_{1D}(E) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{dk}{dE} = \frac{4}{\hbar} \quad . \quad (2.26)$$

Für $eU \ll \mu_1, \mu_2$ führt die Taylor-Entwicklung von $f(\mu_1, E) - f(\mu_2, E)$ mit $\mu_1 = \mu_2 + eU$ in erster Ordnung eU zu

$$f(\mu_1, E) - f(\mu_2, E) = \frac{\partial f}{\partial E} eU \quad , \quad (2.27)$$

und der Übergang zu tiefen Temperaturen $T \rightarrow 0$ ergibt

$$\frac{\partial f}{\partial E} eU = \delta(E_F) eU \quad , \quad (2.28)$$

wobei die Beziehung $\mu \stackrel{T=0}{=} E_F$ ausgenutzt wurde. Gleichung 2.25 vereinfacht sich dann weiter zu:

$$I_{netto} = \frac{2e^2}{h} T(E_F) U \quad . \quad (2.29)$$

Daher folgt für den Leitwert eines Kanals bei kleiner Vorspannung und tiefen Temperaturen:

$$G = \frac{I_{netto}}{U} = \frac{2e^2}{h} T(E_F) \quad . \quad (2.30)$$

Die Erweiterung auf N parallele und voneinander unabhängige Kanäle (d.h. keine Intermodenstreuung) liefert durch Addition der Einzelbeiträge:

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n(E_F) \quad . \quad (2.31)$$

Gleichung 2.31 entspricht im übrigen der *Landauer*-Formel [30]. Für den speziellen Fall der vollständigen Transmission $T_n(E_F) = 1$ erhält man:

$$G = N \cdot \frac{2e^2}{h} \quad , \quad (2.32)$$

so dass der Gesamtleitwert durch das Leitwertquantum $2e^2/h$ mal der Anzahl N der Kanäle beschrieben wird. In diesem Fall spricht man vom *ballistischen* Transport durch das 1DEG.

2.2.2 Der Quantenpunktkontakt

Als naheliegendes Verfahren zur Herstellung eines 1DEG bietet sich die Erzeugung einer eindimensionalen Engstelle in einem vorhandenen 2DEG an. Dies ist schematisch in Abbildung 2.10 dargestellt. Die das 1DEG bildende Engstelle koppelt auf beiden Seiten an das ursprüngliche 2DEG, welches somit auch die Zuleitungen bildet. Das Potential im Bereich der in dieser Arbeit untersuchten Engstellen lässt sich, wie später noch gezeigt werden wird, in guter Näherung durch ein sattelförmiges Potential der Form:

$$V(x, y) = V_0 - \frac{1}{2}m^* \omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2}m^* \omega_y^2 y^2 \quad (2.33)$$

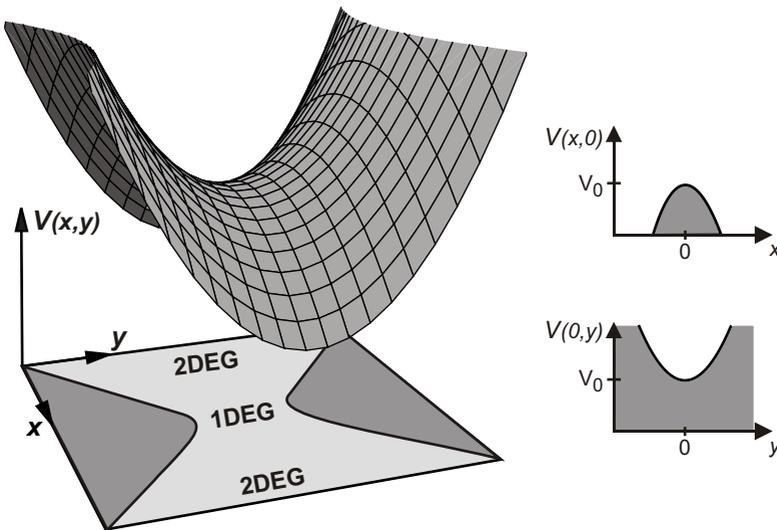


Abbildung 2.10: Schema eines Quantenpunktkontaktes. Das Potential im Bereich der Engstelle weist einen sattelförmigen Verlauf auf. Die kleinen Skizzen rechts im Bild zeigen Schnitte des Potentials durch das Zentrum der Engstelle. Dunkelgraue Bereiche kennzeichnen elektronisch verbotene Zonen.

approximieren. In diesem Zusammenhang stellt Gleichung 2.33 die Taylor-Entwicklung zweiter Ordnung des tatsächlichen Potentials dar. Aufgrund der geringen Ausdehnung einer solchen Engstelle wird dieses System auch als *Quantenpunktkontakt* (QPK) bezeichnet. Häufig befindet sich in einer QPK-Struktur nahe der Engstelle noch eine Steuerelektrode, das sogenannte *Gate*, mit dem elektrostatisch das Potential im Engstellenbereich und damit die Anzahl der besetzten eindimensionalen Moden variiert werden kann.

Wenn sich der Potentialverlauf auf Längenskalen der Fermiwellenlänge λ_F nur sehr langsam ändert, bestimmt allein der schmalste Teil der Engstelle die Transporteigenschaften durch das System [35]. Desweiteren wird auch die Intermodenstreuung unterdrückt. Der Transport wird dann als *adiabatisch* bezeichnet. Für diesen Fall wurde von M. Büttiker in [36] die Transmissionswahrscheinlichkeiten T_n der 1D-Kanäle durch ein sattelförmiges Potential der Form 2.33 (bei $T = 0$ K) analytisch betrachtet. Diese sind gegeben durch:

$$T_n = (1 + e^{-\pi\epsilon_n})^{-1} \quad , \quad (2.34)$$

mit

$$\epsilon_n = \frac{2[E - (n - \frac{1}{2})\hbar\omega_y - V_0]}{\hbar\omega_x} \quad , \quad n = 1, 2, 3... \quad . \quad (2.35)$$

Eine daraus gewonnene Simulation des Leitwerts G ist für verschiedene Verhältnisse ω_y/ω_x in Abbildung 2.11 als Funktion der Gatespannung U_{Gate} dargestellt. Für $V_0(U_{\text{Gate}})$ wurde dabei eine lineare Abhängigkeit der Form

$$V_0(U_{\text{Gate}}) = 8.2 \text{ meV} - 2.5 \frac{\text{meV}}{\text{V}} \cdot U_{\text{Gate}} \quad ,$$

d.h. eine konstante Ankopplung des Gates an die Engstelle gewählt. Mit positiv zunehmender Gatespannung wird die Potentialbarriere V_0 abgesenkt. Die Energie $\hbar\omega_y$ betrug bei einer Fermienergie von $E_F = 13.2$ meV konstant $\hbar\omega_y = 2.0$ meV mit den entsprechenden Werten für $\hbar\omega_x$. Die Auswahl dieser Werte erfolgte — auch in Hinblick auf das experimentelle Kapitel 5 — unter dem Gesichtspunkt typischer, physikalisch sinnvoller Größen.

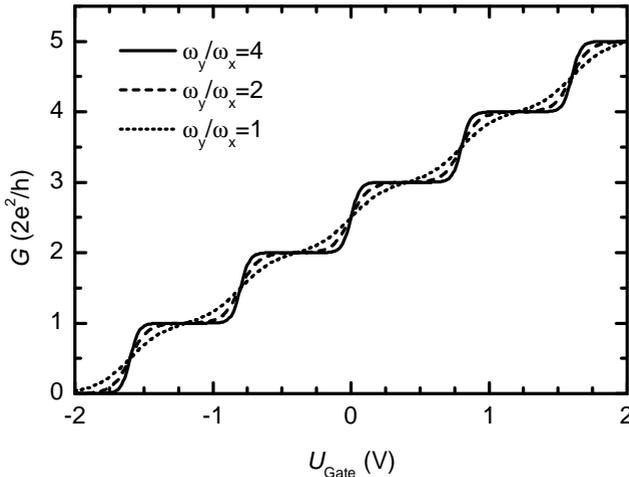


Abbildung 2.11: Leitwert einer sattelförmigen Engstelle als Funktion der Gatespannung für verschiedene Verhältnisse ω_y/ω_x .

Wie Abbildung 2.11 zeigt, erhöht sich der Leitwert mit zunehmender Gatespannung in Stufen von $2e^2/h$. Dieser stufenförmige Verlauf resultiert aus dem Absenken der Potentialbarriere und dem damit verbundenen sukzessiven Öffnen der 1D-Kanäle für den Transport, wobei jeder geöffnete Kanal einen Beitrag von $2e^2/h$ zum Gesamtleitwert liefert. Wie aus Abbildung 2.11 ebenfalls ersichtlich wird, hängt die Übergangsschärfe der Plateaus entscheidend vom Verhältnis ω_y/ω_x ab. Je größer dieses Verhältnis ausfällt, desto sanfter nähert sich der Potentialverlauf im Bereich der Engstelle dem lokalen Maximum V_0 an. Physikalisch bestimmt das Verhältnis ω_y/ω_x die Tunnelwahrscheinlichkeiten durch energetisch verbotene Moden oberhalb der Fermienergie und beeinflusst daher über die Tunnelbeiträge entscheidend die Schärfe der Plateauübergänge. Mit zunehmendem Verhältnis ω_y/ω_x reduzieren sich die Tunnelbeiträge und der Leitwert folgt daher immer mehr der klassischen Stufenfunktion.

Die vorangehenden Betrachtungen verdeutlichen den starken Ein-

fluss des Potentialübergangs im Engstellenbereich auf die Transporteigenschaften. Es lässt sich zusammenfassen, dass ein sanfter, adiabatischer Potentialverlauf das Auftreten einer ausgeprägten, deutlichen Leitwertquantisierung begünstigt, weshalb die meisten experimentellen und theoretischen Arbeiten auf dieser Grundlage aufbauen. Darüber hinaus existieren aber auch Experimente [37] und Berechnungen [38, 39, 40, 41] für abrupt verlaufende Engstellen, in denen Leitwertplateaus nachgewiesen werden konnten. Allerdings zeigten sich hier zusätzliche resonante Strukturen und Oszillationen auf den Plateaus, die als Interferenzeffekte aufgrund erhöhter Reflektionswahrscheinlichkeiten an den Engstellenenden interpretiert wurden.

2.2.3 Einfluss der Temperatur

Aus Gleichung 2.25 und der Beziehung 2.27 folgt für den Leitwert bei endlicher Temperatur und kleiner Vorspannung:

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^N \int_0^\infty dE \frac{\partial f}{\partial E} T_n(E) \quad . \quad (2.36)$$

Eine endliche Temperatur führt folglich zu einer energetischen Verschmierung des Leitwertverlaufs [42, 38]. Die energetische Breite des relevanten Terms $\partial f / \partial E$ beträgt etwa $\partial f / \partial E \sim 3.5k_B T$, so dass für den Nachweis der Leitwertquantisierung eines QPK bei gegebenem Energieabstand ΔE der eindimensionalen Moden eine Temperatur von

$$T = \frac{\Delta E}{3.5k_B} \quad (2.37)$$

deutlich unterschritten werden sollte. Dies entspricht z. B. bei einem Energieabstand von $\Delta E = 2.0$ meV einer Temperatur von $T \simeq 6.6$ K.

2.2.4 Einfluss eines Magnetfeldes

Die Einwirkungen eines Magnetfeldes auf die Transporteigenschaften eines QPK äußern sich auf vielfältige Weise. Der Betrag des Magnetfeldes führt zu einem zusätzlichen Zeemanterm der bekannten Form $E_{Zeeman} = s\mu_B g^* B$ mit $s = \pm \frac{1}{2}$. Dieser Term sorgt für die Aufhebung

der Spinartung, so dass in den Gleichungen für den Leitwert der Vorfaktor $2e^2/h$ durch e^2/h ersetzt werden muß. Die Variable N bezeichnet dann die Anzahl der besetzten, *spinaufgespaltenen* 1D-Moden.

Für den speziellen Fall eines senkrecht zum QPK angelegten Magnetfeldes ($B \parallel z$) ergeben sich weitere, signifikante Effekte. Das senkrechte Magnetfeld führt zum einen zu einer effektiven Erhöhung des Einschlusspotentials $V(y)$ und zum anderen zu einer Modifikation der effektiven Masse. Gleichung 2.23 nimmt dann die Form

$$E^{i,n}(\vec{k}_x) = \frac{\hbar^2 \vec{k}_x^2}{2m_B} + \left(i - \frac{1}{2}\right) \hbar\omega + E_{Zeeman} + E_z^n, \quad i, n = 1, 2, 3 \dots \quad (2.38)$$

mit $\omega = \sqrt{\omega_y^2 + \omega_c^2} \geq \omega_y$, $\omega_c = eB/m^*$ und $m_B = m^*\omega^2/\omega_y^2 \geq m^*$ an. Die effektive Erhöhung der Oszillatorstärke ω mit steigendem Magnetfeld führt daher bei fester Gatespannung zu einer *Depopulation* der eindimensionalen Kanäle und damit zu einer Reduktion des Leit-

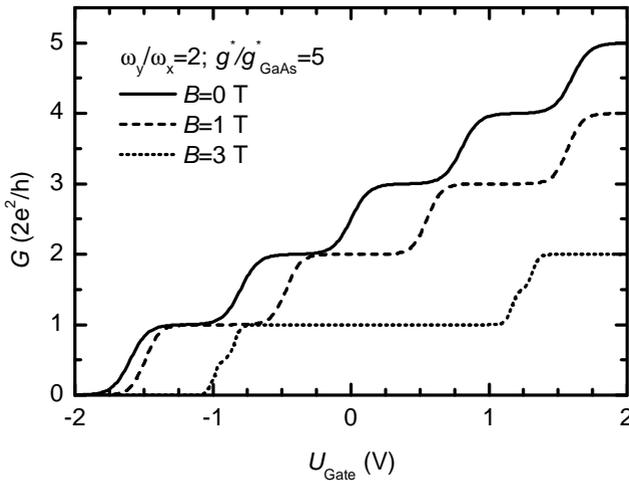


Abbildung 2.12: Simulierter Leitwert einer sattelförmigen Engstelle als Funktion der Gatespannung bei senkrecht angelegtem Magnetfeld.

wertes. Gleichzeitig kommt es zu einer Ausdehnung der Plateaubereiche in der $G(U_{\text{Gate}})$ -Kennlinie [36]. Abbildung 2.12 zeigt exemplarisch den simulierten Leitwert einer sattelförmigen Engstelle im senkrechten Magnetfeld ($V_0(U_{\text{Gate}}) = 8.2 \text{ meV} - 2.5 \frac{\text{meV}}{\text{V}} \cdot U_{\text{Gate}}$). Die Kurve für $B = 3 \text{ T}$ zeigt bereits die Auswirkungen der Spinaufspaltung, wobei zu Demonstrationszwecken für g^* ein Wert von $g^* = 5 \cdot g_{\text{GaAs}}^*$ mit $g_{\text{GaAs}}^* = -0.44$ [43] angenommen wurde.

Aufgrund der gegenseitigen Aufhebung von 1D-Zustandsdichte und Geschwindigkeit bei beliebiger Dispersionsrelation $E(k)$ tritt die Leitwertquantisierung unabhängig von der physikalischen Natur der 1D-Moden, d.h. auch bei endlichem Magnetfeld auf. Bei Nullfeld ($\omega_c = 0$) bestimmt allein das elektrostatische Potential die Struktur der 1D-Moden, während man bei kleinen und mittleren Feldern ($\omega_c \sim \omega_y$) von *magnetoelektrischen* Moden spricht [44]. Für den Grenzfall großer Feldstärken ($\omega_c \gg \omega_y$) dominiert allein das Magnetfeld die Energie der 1D-Moden und der relevante Term ($i - \frac{1}{2}$) $\hbar\omega$ in 2.38 repräsentiert die bekannte *Landauquantisierung*. In diesem Fall findet der Transport durch die Engstelle in Form des in Abschnitt 2.1.5 vorgestellten Randkanaltransportes statt. Da bei den entsprechenden Feldern das umgebende 2DEG selbst in das Regime des Randkanaltransportes eintreten kann, fungiert die Engstelle in diesem Fall als selektiver Filter

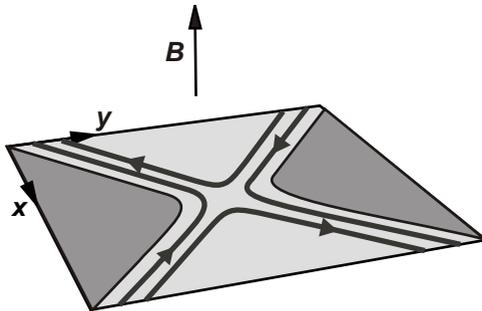


Abbildung 2.13: Schema des Randkanaltransportes durch eine Engstelle. Im hier skizzierten Fall wird nur einer der beiden Randkanäle durch die Engstelle transmittiert.

für die Anzahl der transmittierten und reflektierten Kanäle [45, 46]. Für den in Abbildung 2.13 skizzierten Fall wird nur der erste der beiden Randkanäle des 2DEGs ($\nu_{2DEG} = 2 \pm \epsilon$) durch die Engstelle ($\nu_{Engstelle} = 1 \pm \epsilon$) transmittiert. Durch die in Abschnitt 2.1.5 angesprochene räumliche Trennung der beiden Transportrichtungen und der damit verknüpften Reduktion der Rückstreuung verbessert das Magnetfeld außerdem die Ebenheit der Leitwertplateaus.

In diesem Kapitel wurden die grundlegenden Eigenschaften zwei- und eindimensionaler Elektronensysteme unter besonderer Berücksichtigung des eindimensionalen Transports in ihnen eingeführt. Eine experimentelle Realisierung dieser Systeme sowie die Ergebnisse der an ihnen durchgeführten Transportuntersuchungen werden in den folgenden Kapiteln vorgestellt und diskutiert.

3 Proben und Probenprozessierung

Die in dieser Arbeit untersuchten zwei- und eindimensionalen Elektronensysteme wurden innerhalb einer GaAs/AlGaAs-Heterostruktur realisiert. Dieses Kapitel beinhaltet eine kurze Beschreibung der verwendeten Heterostruktur und stellt ferner die zur Prozessierung von Proben eingesetzten Verfahren vor. Mit der Erzeugung einer eindimensionalen Engstelle befasst sich der letzte Abschnitt dieses Kapitels.

3.1 Die GaAs/AlGaAs-Heterostruktur

Alle in dieser Arbeit verwendeten Proben basieren auf einer *modulationsdotierten* GaAs/AlGaAs-Heterostruktur, in der sich bei tiefen Temperaturen ein echt zweidimensionales Elektronengas (2DEG) ausbildete. Das GaAs/AlGaAs-Heterosystem besteht allgemein aus einer abwechselnden Schichtfolge der beiden III-V-Verbindungshalbleiter GaAs und $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, und wird mittlerweile als Standardmaterialsystem für die Erzeugung niederdimensionaler Elektronensysteme hoher Qualität eingesetzt.

Die annähernd gleichen Gitterkonstanten von GaAs und $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ (Die Stöchiometrie von $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ bestimmt die Abweichung) erlauben ein verspannungsfreies Aufwachsen der beiden Halbleiter und damit die Herstellung ebener Grenzflächen auf atomarer Basis. Aufgrund unterschiedlicher Bandlücken (GaAs besitzt gegenüber $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ die kleinere Bandlücke) bildet sich an den Grenzflächen ein Bandkantensprung im Valenz- und Leitungsbandverlauf. Die Höhe des Sprungs kann durch den Ga-Anteil im $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ eingestellt werden.

Die Herstellung einer GaAs/AlGaAs-Heterostruktur erfolgt in einer Molekularstrahlepitaxieanlage (MBE) durch das kontrollierte Auf-

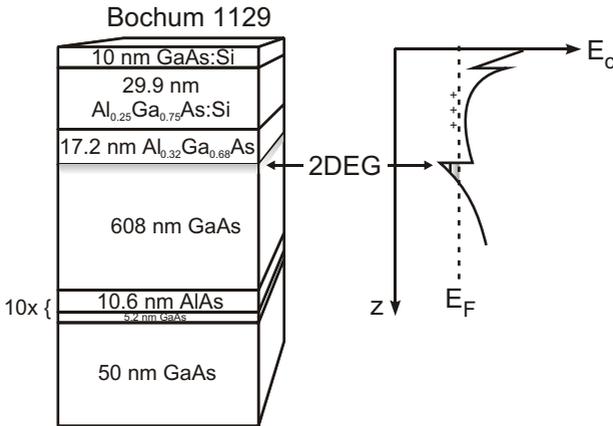


Abbildung 3.1: Schema der Schichtfolge und des Leitungsbandverlaufes der modulationsdotierten GaAs/AlGaAs-Heterostruktur „Bochum 1129“.

wachsen von GaAs und $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ auf ein GaAs-Substrat. Das zusätzliche, gesteuerte Einbringen geeigneter Fremdatome erlaubt eine gezielte Dotierung der Struktur und erklärt den Begriff der modulationsdotierten Heterostruktur [47]. Die in dieser Arbeit verwendete GaAs/AlGaAs-Heterostruktur stammt von der MBE-Gruppe des Lehrstuhls für Angewandte Physik der Ruhr-Universität Bochum und trägt die interne Bezeichnung „Bochum 1129“. Ein Schema dieser Heterostruktur findet sich in Abbildung 3.1.

Auf ein GaAs-Substrat wurde zunächst eine Pufferschicht aus 50 nm GaAs und 10 Perioden eines GaAs/AlAs-Übergitters aufgewachsen. Die Pufferschicht gleicht eventuell vorhandene Defekte und Verunreinigungen des GaAs-Substrates aus. Der Pufferschicht folgt eine 608 nm dicke GaAs-Schicht. Diese Schicht weist am Ende eine atomar glatte, nahezu defektfreie und damit fast perfekte Oberfläche aus. Auf diese Oberfläche wurde eine 17.2 nm dicke $\text{Al}_{0.32}\text{Ga}_{0.68}\text{As}$ Spacerschicht aufgebracht. Dieser folgen 29.9 nm Silizium-dotiertes $\text{Al}_{0.25}\text{Ga}_{0.75}\text{As}$. Den Abschluss bildet eine 10 nm dicke GaAs:Si-Deckschicht, die die darunterliegende AlGaAs-Schicht vor Oxidation schützt.

Das zweidimensionale Elektronengas (2DEG) bildet sich am GaAs-Al_{0.32}Ga_{0.68}As-Heteroübergang. Hier sammeln sich Elektronen des als Donator dienenden Siliziums der Al_{0.25}Ga_{0.75}As-Schicht. Der resultierende Leitungsbandverlauf ist schematisch in Abb. 3.1 dargestellt. Das Einschlusspotential des 2DEG in Wachstumsrichtung bildet einen näherungsweise dreieckigen Potentialtopf, wobei die Elektronen des 2DEG aufgrund der Asymmetrie im Wesentlichen im GaAs lokalisiert sind. Die Dotierung wurde so gewählt, dass bei tiefen Temperaturen nur das erste Subband des Potentialtopfes besetzt ist. Die mittlere Elektronendichte des 2DEG betrug bei $T = 4.2$ K etwa $n_e = 3.7 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, was einer Fermiwellenlänge von $\lambda_F \simeq 41$ nm entspricht.

Die quasi defektfreie Kristallstruktur am GaAs-Al_{0.32}Ga_{0.68}As-Heteroübergang sowie die durch den Al_{0.32}Ga_{0.68}As-Spacer erzwungene räumliche Trennung der Elektronen von den Si-Donatoren führen zu einer hohen Beweglichkeit der Elektronen. Es sei daran erinnert, dass die Beobachtung ballistischer Transportphänomene eine Transmission von $T = 1$ bedingt und folglich eine möglichst hohe Beweglichkeit erfordert. Die typische Beweglichkeit der Heterostruktur 1129 erreichte bei $T = 4.2$ K einen Wert von $\mu_e \geq 100 \text{ m}^2/\text{Vs}$. Aus Beweglichkeit und Elektronendichte errechnet sich eine elastische freie Weglänge von $l_e = 10 \text{ }\mu\text{m}$.

3.2 Probenprozessierung

Mit einem Diamantritzer wurden zunächst Stücke geeigneter Größe aus dem Wafer geschnitten. Die Prozessierung der Heterostruktur in die gewünschte Geometrie erfolgte mittels UV-Lithographie und anschließendem nasschemischen Ätzens (Ätzlösung H₂O : H₂O₂ : H₃PO₄, 40:5:3). Die Realisierung ohmscher Kontakte geschah ebenfalls mittels UV-Lithographie und nachfolgendem Aufdampfen einer Ge/Au/Ni/Au-Schichtenfolge (40 nm/60 nm/27 nm/160-200 nm). Das anschließende Einlegieren fand in einem Einlegierofen unter Formiergasatmosphäre (20 % H₂, 80 % N₂) bei $T = 470$ °C statt. Metallische Gatestrukturen wurden durch das Aufdampfen einer Cr/Au-Schicht (10 nm/100 nm) definiert. Einen Überblick über diese und andere Standardverfahren der Halbleiterprozessierung gibt z. B. [48].

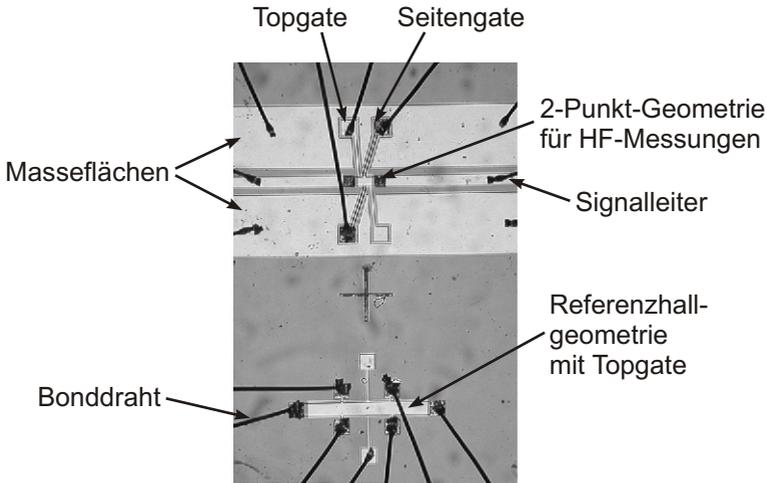


Abbildung 3.2: Digitalaufnahme der verwendeten Probenstruktur. Jede Struktur besteht jeweils aus einer Zweipunktgeometrie für die Hochfrequenzmessungen und einer Referenzhallgeometrie für Charakterisierungsmessungen.

Abbildung 3.2 zeigt ein Digitalfoto einer Probe mit den verwendeten Probengeometrien. Jede Probe bestand aus zwei getrennten Geometrien, zum einen aus einer Zweipunktgeometrie für Hochfrequenz- und Spektroskopiemessungen, zum anderen aus einer Referenzhallgeometrie zur Charakterisierung der elektronischen Eigenschaften des 2DEG. Es wurden Proben *mit* und *ohne* metallische Abschirmung prozessiert, dementsprechend waren Topgates nur auf ersterem Probentyp vorhanden. Die metallische Koplanarleitung [49] in Form einer Signalleitung und zweier Masseflächen wurde hingegen auf alle Zweipunktgeometrien aufgebracht, sie diente der 50Ω -impedanzangepassten Signalführung von Hochfrequenzsignalen. Demzufolge wurden die Abmessungen der Koplanarleitung in Hinblick auf einen Wellenwiderstand von $Z \simeq 50 \Omega$ dimensioniert.

Das Verfahren zur Erzeugung einer eindimensionalen Engstelle in der Zweipunktgeometrie wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

3.3 Die AFM-gravierte Engstelle

In Kapitel 2.2.2 wurde bereits erläutert, dass sich ein 1DEG mit ballistischen Transporteigenschaften durch Erzeugung einer kurzen eindimensionalen Engstelle in einem 2DEG realisieren lässt. Aufgrund der punkttartigen Struktur bezeichnet man dieses System auch als Quantenpunktkontakt (QPK). Die experimentelle Umsetzung einer QPK-Struktur in GaAs/AlGaAs-Halbleiterheterostrukturen erfolgte zuerst durch die Anwendung der *Splitgate-Technik* [50, 51]. Bei dieser Technik werden unter Verwendung der Elektronenstrahlolithographie [48] schmale, sich gegenüberliegende Metallgates auf der Oberfläche einer Heterostruktur definiert [52]. Durch Anlegen negativer Gatespannungen und der daraus resultierenden Verdrängung von Elektronen unterhalb der Gates wird der QPK bei dieser Technik elektrostatisch in der 2DEG-Ebene induziert. Neben der aufwendigen Prozessierung und der großen Anfälligkeit gegenüber elektrostatischen Entladungen weisen Splitgatestrukturen den Nachteil auf, bei Veränderung der Gatespannung die Form des Einschlusspotentials selbst sehr massiv zu modifizieren.

Andere Verfahren zur Herstellung einer QPK-Struktur basieren auf der Erzeugung einer fest in der Ebene des 2DEG definierten Engstelle mit benachbarten, in der Ebene liegenden Seitengates, den sogenannten *In-Plane-Gates* (z.B. [53, 54]). Einen besonders einfachen und eleganten Weg zur Erzeugung einer In-Plane-Gate-Struktur bietet die Lithographie mit einem Rasterkraftmikroskop (engl. Atomic Force Microscope, AFM). Die Leistungsfähigkeit der AFM-Strukturierung wurde bereits in zahlreichen Arbeiten für verschiedene Heterosysteme (z.B. [55, 56, 57, 58]) und Bauelementtypen (z.B. [59, 60, 61, 56, 62]) nachgewiesen. Für die Erzeugung der 1D-Engstelle wurde das Verfahren der *kontrollierten mechanischen Nanostrukturierung* verwendet [56]. Bei dieser Methode wird die AFM-Spitze mit einer hohen Andruckkraft von einigen zehn μN über das zu strukturierende Material geführt, was bei einer geeignet harten Spitze zu einer Oberflächenschädigung des Materials führt. Durch die hohe Andruckkraft wird eine Vertiefung, d.h. ein Graben in die Oberfläche geritzt. Bei dem Materialsystem der GaAs/AlGaAs-Heterostruktur geht mit dieser Vertiefung eine lokale Verarmung der 2DEG-Elektronen unterhalb

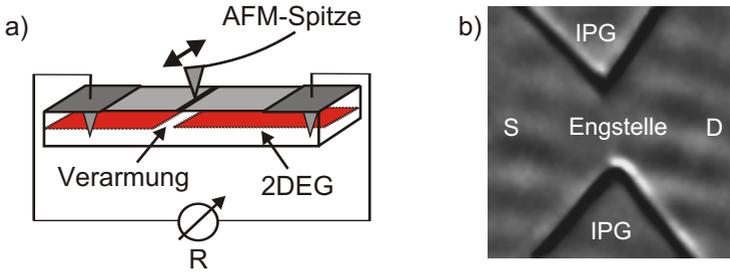


Abbildung 3.3: a) Schema der mechanischen Nanogravur. b) AFM-Aufnahme einer gravierten Engstelle.

des Grabens einher. Wie Bandstrukturechnungen zeigen [63], führt der Materialabtrag der Deckschicht in Kombination mit der Fixierung der Fermienergie in der Mitte der Bandlücke durch Oberflächenzustände zu einer energetischen Anhebung des Leitungsbandes unterhalb des Grabens. Bei Heterostrukturen mit einem oberflächennahen 2DEG wie der Heterostruktur Bochum 1129 kann mit dieser Methode die Leitungsbandunterkante des 2DEG lokal über die Fermienergie gehoben werden, so dass die Elektronen komplett verdrängt werden und ein isolierender Bereich entsteht. Durch die laterale Bewegung der AFM-Spitze lassen sich auf diese Weise isolierende Linien beliebiger Geometrie erzeugen. Abbildung 3.3 a) zeigt eine schematische Darstellung der kontrollierten mechanischen Nanostrukturierung. Während des Ritzprozesses wird in-situ der durch die Strukturierung entstehende Widerstand im 2DEG gemessen, um so eine Kontrolle über das Isolationsverhalten der geritzten Linie zu erhalten.

Zur Erzeugung einer eindimensionalen Engstelle wurden zwei sich gegenüberliegende, vollständig isolierende Linien in V-förmiger Geometrie in das Material geritzt, wie es die AFM-Aufnahme in Abbildung 3.3 b) zeigt. Die geometrische Breite der Engstelle wurde typischerweise zu $w_{\text{geom}} \simeq 500$ nm gewählt. Die von der Engstelle durch die Linien galvanisch entkoppelten 2DEG-Bereiche dienen bei den Messungen als In-Plane-Gates (IPG) zur Steuerung des Potentials der 1D-Engstelle. Die Zuleitungen **S**ource und **D**rain werden durch das umgebende 2DEG definiert. Zur Strukturierung kamen als AFM-Spitzen sowohl herkömmliche Siliziumspitzen als auch neuartige Diamantspitzen

zen [64] zur Anwendung, wobei sich herausstellte, dass nur mit den Diamantspitzen das gewünschte defektfreie Einschlusspotential einer QPK-Struktur erzeugt werden konnte [63, 65]. Die unkomplizierte mechanische Strukturierung mit der Diamantspitze lässt sich als Gravurverfahren auf mesoskopischer Ebene verstehen, woraus sich die Bezeichnung des *AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes* ableitet [65]. Den Transporteigenschaften eines AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes widmet sich das Kapitel 5.

4 Messaufbau

In diesem Kapitel werden die verwendeten Messsysteme und -techniken vorgestellt. Zunächst erfolgt eine kurze Beschreibung der zur Erzeugung tiefer Temperaturen und hoher Magnetfelder eingesetzten Kryostatsysteme. Der größte Teil des Kapitels widmet sich dann der für die DC- und AC-Transportmessungen nötigen elektrischen Messtechnik.

4.1 Erzeugung tiefer Temperaturen und hoher Magnetfelder

In den einführenden Kapiteln zur Physik ein- und zweidimensionaler Systeme wurde bereits erläutert, dass Phänomene wie der Quantenhalfeffekt oder die Leitwertquantisierung eines Quantenpunktkontaktes typischerweise erst bei tiefen Temperaturen und — im Fall des Quantenhalfeffektes — zusätzlichen hohen Magnetfeldern auftreten.

Zur Realisierung tiefer Temperaturen erfolgten die Transportmessungen daher in Kryostatsystemen, in denen flüssiges Helium als Kühlmittel dient. Helium tritt in Form des Isotops ^4He und des seltenen Isotops ^3He auf. ^3He mit dem Gesamtspin $I = \frac{1}{2}$ bildet dabei ein fermionisches System, während ^4He mit Gesamtspin $I = 0$ zu den Bosonen zählt. Unter Atmosphärendruck gehen ^3He bei $T = 3.2$ K und ^4He bei $T = 4.2$ K in die flüssige Phase über. Eine Erniedrigung des Dampfdruckes durch das Abpumpen der gasförmigen Phase (\rightarrow Verdampfungskühlung) führt zu noch tieferen Temperaturen. Die kleinere Masse von ^3He führt gegenüber ^4He zu einem tieferen Siedepunkt, einer geringeren Dichte, einer kleineren Verdampfungswärme und einem höheren Dampfdruck. Beide Isotope haben die Eigenschaft, auch für $T \rightarrow 0$ unter eigenem Dampfdruck in der flüssigen Phase zu verbleiben. Sie besitzen bei tiefen Temperaturen in der flüssigen Phase eine vergleichsweise hohe spezifische Wärme sowie eine hohe Ver-

dampfungswärme und lassen sich deshalb sehr gut als Kühlmittel im Tieftemperaturbereich einsetzen. Zur Realisierung tiefster Temperaturen können die besonderen Eigenschaften eines ^3He - ^4He -Gemisches ausgenutzt werden, über dessen kontinuierliche Entmischung Temperaturen bis in den mK-Bereich erreicht werden können. Eine ausführliche Betrachtung der Kryotechnik im Allgemeinen sowie speziell zur komplexen Physik des ^3He - ^4He -Gemisches und dessen Entmischung findet sich in [66].

Ein kleiner Teil der DC-Messungen wurde in einem mobilen ^3He -Einsatz durchgeführt, welcher zur Vorkühlung in einem ^4He -Badkryostaten steckte (beide Systeme stammen von Oxford Instruments). Durch Verdampfungskühlung des ^3He ließen sich Temperaturen bis etwa $T \simeq 350$ mK realisieren. Der größte Teil der DC-Messungen und alle AC-Messungen wurden in einem ^3He - ^4He -Entmischungskryostaten [67] (Kelvinox 300, ebenfalls von Oxford Instruments) vorgenommen. Die Proben befanden sich dabei in thermischen Kontakt zu einem ^3He - ^4He -Gemisch mit einer Temperatur von $T \lesssim 100$ mK. Der bewegliche Einsatz mit Probe und ^3He - ^4He -Gemisch befand sich dabei wieder in einem ^4He -Badkryostaten.

Zur Erzeugung der nötigen hohen Magnetfelder waren beide ^4He -Badkryostaten mit supraleitenden Magnetspulen ausgerüstet. Mit diesen ließen sich Magnetfelder von maximal $B = 16$ T (^3He -System) und $B = 15$ T (^3He - ^4He -System) erzeugen.

4.2 Messaufbauten für Transportmessungen

4.2.1 Messaufbau für Magnetotransportmessungen

Zur Charakterisierung der elektronischen Eigenschaften wurden an der jeweiligen Referenzhallgeometrie Magnetotransportmessungen vorgenommen. Diese Messungen wurden als Vierpunktmessungen mit Hilfe der Lock-In-Technik [68] durchgeführt. Abbildung 4.1 zeigt den schematischen Aufbau.

Über den Oszillator des einen Lock-In-Verstärkers (EG&G, Modell 7260) wurde der Probe über einen hochohmigen Widerstand ($R = 10$ M Ω) ein Strom von typischerweise $I = 10 - 20$ nA aufgeprägt. Un-

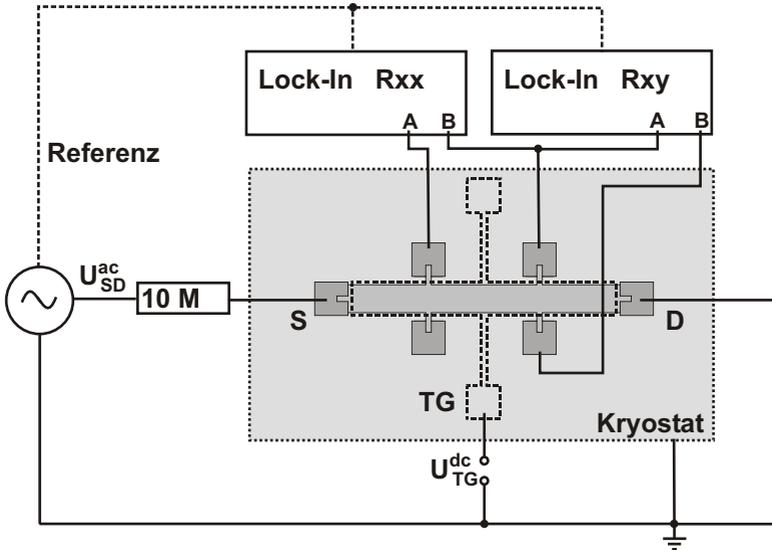


Abbildung 4.1: Schema des Messaufbaus für Magnetotransportmessungen an der Referenzhallgeometrie.

ter der Annahme, dass der Gesamtwiderstand im Wesentlichen durch den hochohmigen Vorwiderstand gegeben ist, kann der Strom als konstant angenommen werden. Die Spannungsabfälle quer und längs zur Stromrichtung wurden in Abhängigkeit des Magnetfeldes gleichzeitig von den beiden Lock-In-Verstärkern gemessen und über die bekannte Stromstärke in den entsprechenden Quer- und Längswiderstand umgerechnet. Für optionale, topgateabhängige Messungen erzeugte eine RC-gefilterte SMU (Source Measurement Unit, Keithley, Modell 2400) die gewünschten Spannungen. Als Massebezugspunkt des Messaufbaus diente die Kryostatenmasse. Alle Geräte waren daher über Trenntrafos von der Netzerde entkoppelt und über die Kryostatenmasse sternförmig geerdet. Das Auslesen der Messwerte und die Ansteuerung der Geräte erfolgte rechnergesteuert über den geräteeigenen GPIB-Bus, welcher über einen Optokoppler von der Netzerde des Rechners galvanisch entkoppelt wurde.

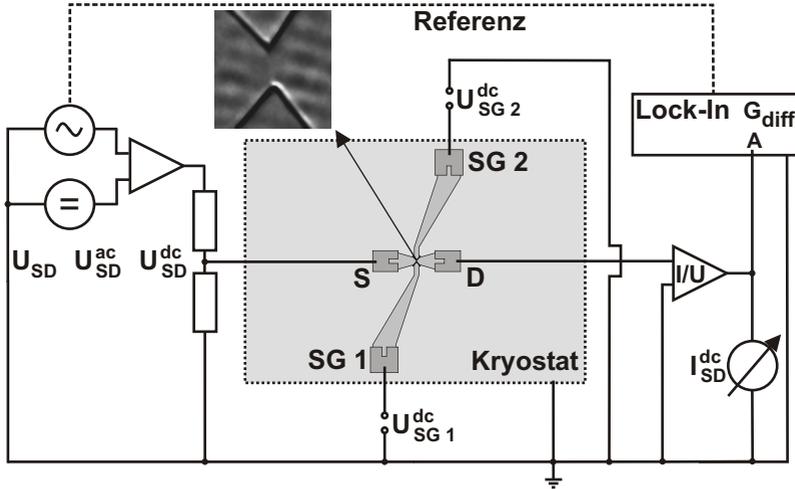


Abbildung 4.2: Schema des Messaufbaus für Spektroskopiemessungen am Quantenpunktkontakt.

4.2.2 Messaufbau für Spektroskopiemessungen am Quantenpunktkontakt

Für Spektroskopiemessungen am Quantenpunktkontakt wurde der in Abbildung 4.2 skizzierte Messaufbau verwendet.

An den mit **Source** bezeichneten Kontakt wurde eine Gesamtspannung angelegt, die sich aus einem Gleichspannungsanteil U_{SD}^{dc} und einem Wechselspannungsanteil U_{SD}^{ac} zusammensetzte. Als Wechselspannungsquelle diente der interne Oszillator eines Lock-In-Verstärkers (EG- & G, Modell 7260), während die Gleichspannung mit einem parallel ansteuerbaren DAC (Digital Analog Converter, IQtech, Modell 488HR/4) erzeugt wurde. Beide Spannungen wurden in einem Addierer (Eigenbau) addiert und anschließend geeignet heruntergeteilt. Typische Spannungen lagen in der Größenordnung mV für den Gleichanteil und im Bereich einiger μV für den Wechselanteil.

Ein am **Drain**-Kontakt angeschlossener Strom-Spannungsverstärker (Ithaco, Modell 1211) lieferte eine zum Source-Drain-Strom proportionale Ausgangsspannung. Der Gleichanteil wurde mit einem RC-

gefilterten Multimeter (Keithley, Modell 2000), der Wechselanteil mit dem Lock-In-Verstärker gemessen. Aus den gemessenen Werten konnten dann der Gleichstrom I_{SD}^{dc} sowie der differentielle Leitwert G_{diff} bestimmt werden.

Als Spannungsquellen für die Seitengates kamen eine RC-gefilterte SMU (Keithley, Modell 2400) und der bereits erwähnte DAC zum Einsatz. Auch hier waren alle Geräte über Trenntrafos von der Netzerde entkoppelt und sternförmig über die Kryostatenmasse geerdet. Das Auslesen der Messwerte und die Ansteuerung der Geräte erfolgte wieder rechnergesteuert über den GPIB-Bus.

4.2.3 Messaufbau für frequenz- und zeitaufgelöste Hochfrequenzmessungen

Der Messaufbau für die Hochfrequenztransportmessungen verlangte den technisch anspruchsvollsten Aufbau. Die große Schwierigkeit derartiger Messungen liegt in der Kombination von Hochfrequenz- mit Tieftemperaturexperimenten. Aufgrund der großen räumlichen Trennung der Probe von den Messgeräten erfordern diese Experimente eine meterlange, möglichst dämpfungsfreie und impedanzangepasste Signalführung bei gleichzeitig sorgfältiger thermischer Ankopplung der Leitungen an das Kryostatensystem. Für diese Messungen wurden deshalb speziell für Hochfrequenzsignale ausgelegte Festmantelkoaxialkabel (UT85, SMA-Stecker, Innen- und Außenleiter aus Kupfer-Beryllium, Dielektrikum Teflon, Wellenwiderstand $Z = 50 \Omega$) in den ^3He - ^4He -Kryostateneinsatz eingezogen. Die thermische Ankopplung des Außenleiters erfolgte mehrstufig in verschiedenen Temperaturzonen, während der Innenleiter über eine extra gefertigte [24], als Wärmetauscher dienende Streifenleitungs-Box (Dielektrikum SiO_2) geführt wurde.

Um auch im Bereich der Probe eine gute thermische und elektrische Kopplung zu gewährleisten, kam eine speziell für diesen Zweck konzipierte HF-Probenhalterung zum Einsatz. Abbildung 4.3 zeigt eine Digitalaufnahme dieser Probenhalterung. Die Probe wurde zunächst mit Leitsilber auf einer goldbedampften Platine befestigt. Die platinenseitig aufgedampften HF-Zuleitungen (Source und Drain) wurden in Form zweier koplanarer Streifenleitungen aufgebracht, deren geometrische Abmessungen in Hinblick auf einen resultierenden Wel-

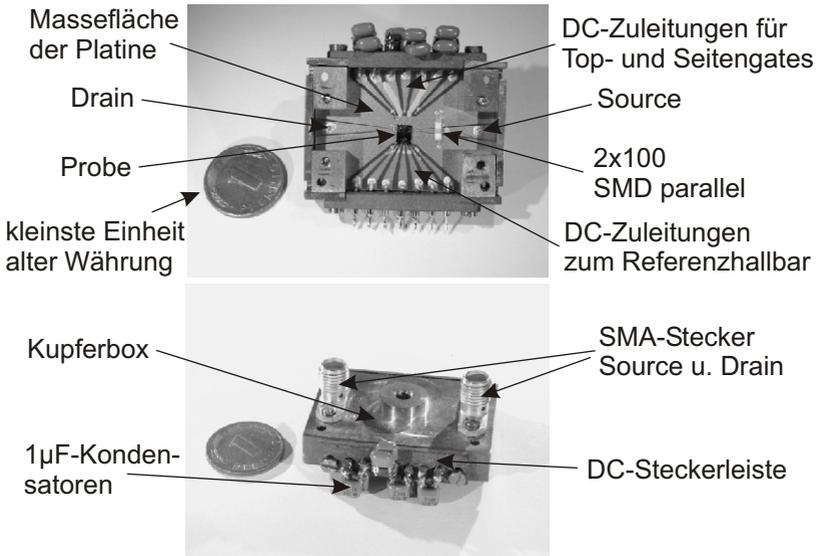


Abbildung 4.3: Vorder- und Rückansicht der für HF-Messungen konzipierten HF-Probenhalterung.

lenwiderstand von $Z \simeq 50 \Omega$ dimensioniert waren [49]. Diese wurden mit den HF-Signalleitern der Zweipunktgeometrie verbunden. Zur Einbettung der hochohmigen HF-Probe in ein 50Ω -Netzwerk wurde die Source-Zuleitung der Platine mit zwei parallel eingeklebten, temperaturstabilen 100Ω -SMD-Widerständen (RS Components, SMD-Präzisions-Chipwiderstände, Dünnsfilm, 0805 Format) versehen. Neben HF-Zuleitungen befanden sich auch DC-Zuleitungen zu den Gates der HF-Probe und zur Referenzhallgeometrie auf der Platine. Den direkten Übergang von den aufgedampften Zuleitungen zur Probe stellten Au-Bonddrähte her.

Die Platine mit der Probe wurde zusammen mit zwei SMA-Übergangssteckern (Source und Drain) und DC-Steckerleisten in eine Kupferbox eingebaut, welche über einen einschraubbaren Kupferfinger den thermischen Kontakt zur Entmischungskammer herstellte. Die Kon-

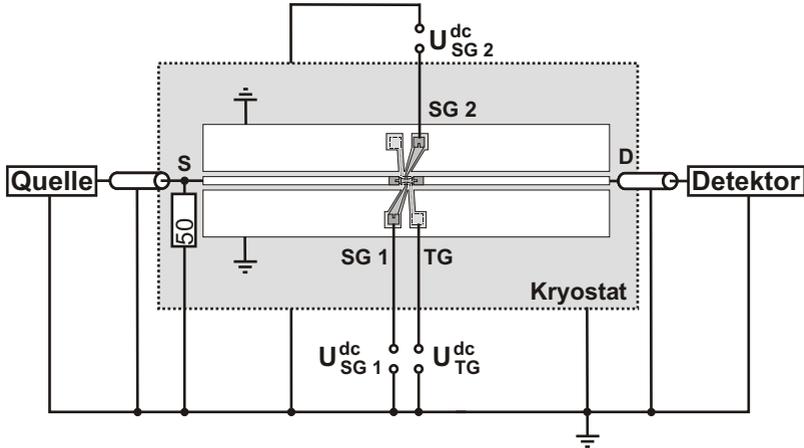


Abbildung 4.4: Schema des Messaufbaus für Hochfrequenzmessungen.

taktierung aller Stecker mit der Platine erfolgte mittels Leitsilber. Um ein elektrisches Überkoppeln des HF-Signals über die Gates der HF-Probe zu minimieren, waren nahe der Gatezuleitungen mehrere Keramikcondensatoren ($C_{\text{Raumtemperatur}} = 1 \mu\text{F}$) zur AC-seitigen Erdung der Gates parallel geschaltet.

Der Anschluss von Source und Drain an ein Festmantelkoaxialkabel erfolgte über die SMA-Übergangsstecker, während alle DC-Kontakte an vorhandene Drahtzuleitungen angelötet wurden.

Der für die frequenz- und zeitaufgelösten HF-Messungen benutzte Messaufbau ist schematisch in Abbildung 4.4 dargestellt. Wie schon bei den DC-Transportmessungen diente wieder eine SMU (Keithley, Modell 2400) als Spannungsquelle für die Gates. Die HF-Quelle erzeugte je nach Messmethode sourceseitig eine frequenz- oder zeitabhängige Anregungsspannung, während der Detektor ein zum resultierenden Stromfluss proportionales Spannungssignal erfasste. Eine ausführliche Herleitung dieser Relation findet sich in Anhang D. Die Quelle und der Detektor bestanden jeweils aus folgenden Geräten:

- **Frequenz aufgelöste Messungen:**

Für Messungen bis $f = 200$ MHz kam ein Hochfrequenz-Lock-In (Stanford Research Systems, Modell SR 844) zum Einsatz. Da dieser Lock-In über keinen eigenen Oszillator verfügte, wurde zur Erzeugung der Anregungs- und Referenzspannung der interne Oszillator eines Spektrumanalysators (HP, Modell 4395A) verwendet. Für Messungen bis $f = 1$ GHz wurde als Quelle und Detektor ein Netzwerkanalysator (HP, Modell 8753D) eingesetzt.

- **Zeitaufgelöste Messungen:**

Als Quelle diente ein Pulsgenerator (HP, Modell 80000, $\tau_{\text{Rise}} < 150$ ps), während als Detektor ein Digitalphosphorszilloskop (Tektronix, Modell TDS 794D, $f = 2$ GHz Bandbreite) zum Einsatz kam.

In allen Fällen wurde das Anregungssignal durch passive Dämpfungsglieder verringert, und das Ausgangssignal mittels eines breitbandigen HF-Spannungsverstärkers (Femto, Modell DUPVA-1-70) geeignet vorverstärkt. Alle verwendeten HF-Geräte besaßen nominell Ein- und Ausgangsimpedanzen von $Z = 50 \Omega$.

Der über Trenntrafos entkoppelte Messaufbau war auch hier sternförmig über die Kryostatenmasse geerdet. Die Ansteuerung und Messwertfassung erfolgte wieder rechnergesteuert.

5 Eindimensionaler Transport durch einen Quantenpunktkontakt

Das vorliegende Kapitel präsentiert die Ergebnisse der Transportuntersuchungen an AFM-gravierten Quantenpunktkontakten. Der erste Abschnitt widmet sich dem Leitwert im linearen Regime, aus dessen Verlauf bereits vielerlei Eigenschaften der gravierten Engstelle abgeleitet werden können. Der zweite große Abschnitt stellt Spektroskopiemessungen bei endlicher Source-Drain-Vorspannung mit und ohne angelegtem senkrechten Magnetfeld vor und beleuchtet den besonderen Effekt der *0.7-Anomalie*. Im dritten Abschnitt schließlich findet auch die Dynamik Berücksichtigung, hier werden die Ergebnisse frequenzabhängiger Messungen vorgestellt.

5.1 Leitwertverlauf eines AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes

Zur Charakterisierung der AFM-gravierten Engstellen wurde der Leitwert als Funktion der Gatespannung mit dem in Abschnitt 4.2.2 vorgestelltem Messaufbau aufgenommen. Die schwarze Kurve in Abbildung 5.1 zeigt den differentiellen Leitwert $G_{\text{diff}}(U_{\text{Gate}})$ einer Engstelle ohne angelegte Source-Drain-Gleichspannung, d.h. bei $U_{\text{SD}}^{\text{dc}} = 0$ mV. Die Wechselspannungsamplitude betrug bei dieser Messung $U_{\text{SD}}^{\text{ac}} = 60 \mu\text{V}$. In diesem Zusammenhang gilt übrigens für kleine Anregungsspannungen (siehe Abschnitt 2.2.1) $G_{\text{diff}} = G$. Bei der in Abbildung 5.1 vorgestellten Messung wurde nur das eine Seitengate gefahren, während das andere Gate auf einem festen Potential von -2.2 V lag. Ein kon-

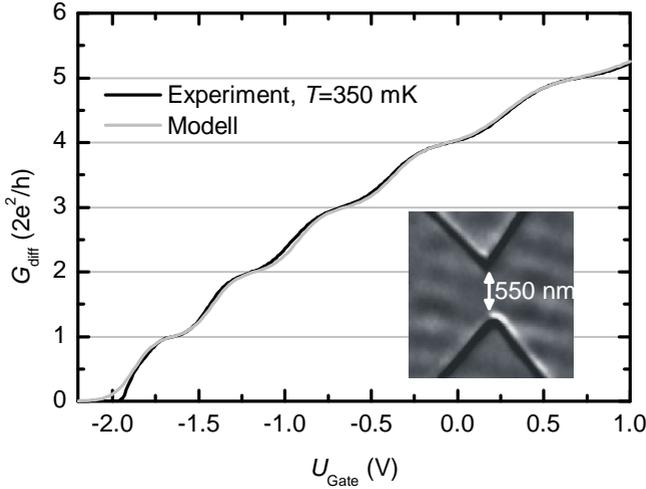


Abbildung 5.1: Experimenteller (schwarz) und simulierter (grau) Leitwertverlauf $G_{\text{diff}}(U_{\text{Gate}})$ einer AFM-gravierten Engstelle. Die geometrische Breite beträgt $w_{\text{geom}} = 550 \text{ nm}$.

stanter Hintergrundwiderstand von $R_{\text{konst.}} = 450 \Omega$, verursacht durch die Kontakte und das 2DEG, wurde vor dem Auftragen der Kurve subtrahiert.

Deutlich sichtbar treten ausgeprägte Leitwertplateaus in ganzzahligen Vielfachen des elementaren Leitwertquantums $2e^2/h$ auf. Das Erscheinen dieser Plateaus sowie die Abwesenheit von Resonanzen und anderer Abweichungen macht deutlich, dass das Potential im Engstellenbereich adiabatisch verläuft und der Transport durch die Engstelle ballistisch stattfindet. Diese Engstelle zeigt somit das Verhalten des in Kapitel 2.2.2 beschriebenen Quantenpunktkontaktes.

Motiviert von diesen Ergebnissen wurde der Potentialverlauf der Engstelle mit dem in Kapitel 2.2.2 vorgestellten Modell eines sattelförmigen Potentials der Form $V(x, y) = V_0 - \frac{1}{2}m^*\omega_x^2x^2 + \frac{1}{2}m^*\omega_y^2y^2$ simuliert. Der mit Hilfe der entsprechenden Transmission [36] modellierte Leitwertverlauf ist als graue Kurve in Abbildung 5.1 dargestellt.

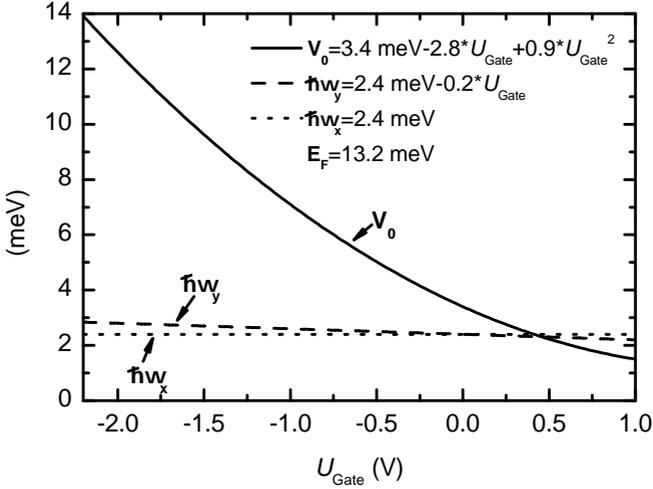


Abbildung 5.2: Aus der Simulation gewonnene Parameter des AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes als Funktion der Gatespannung.

Bis auf den Bereich unterhalb des ersten Plateaus zeigt sich eine hervorragende Übereinstimmung, die demonstriert, dass zumindest für die hier untersuchten AFM-gravierten Engstellen das Sattelpotential eine vernünftige Näherung des tatsächlichen Potentialverlaufes darstellt. Die Abweichungen im Abschnürbereich lassen sich zum einen damit erklären, dass bei den dort vorhandenen, geringen Elektronendichten Änderungen der Gatespannungen sicherlich zu massiveren Potentialveränderungen führen, zum anderen berücksichtigt das verwendete Modell keine eindimensionalen Lokalisierungseffekte [69].

In Abbildung 5.2 sind die aus der Simulation gewonnenen Parameter für den in Abbildung 5.1 modellierten Leitwert dargestellt. Es zeigt sich, dass die Oszillatorstärken ω_x und ω_y von der Gatespannung kaum, bzw. überhaupt nicht beeinflusst werden. Im Wesentlichen modifiziert eine Änderung der Gatespannung nur die Höhe der Barriere V_0 . Das Verhältnis von $\omega_x/\omega_y \simeq 1$ erklärt die etwas verwaschene Stufenform und ist eine Folge des sehr „eckigen“ und folglich relativ sprunghaften

2D-1D-2D-Überganges. „Eckig“ meint in diesem Zusammenhang den spitzen, V-förmigen Verlauf der zwei gravierten Linien (siehe AFM-Aufnahme in Abb. 5.1). Demnach sollte eine stärker ausgerundete Geometrie zu einem sanfteren Übergang und damit stufigeren Leitwertverlauf führen.

Die elektronische Breite der Engstelle kann in guter Näherung aus der klassischen Breite der Parabel $\frac{1}{2}m^*\omega_y^2y^2$ bei $U_{\text{Gate}} = 0$ V bestimmt werden:

$$w = 2 \cdot \sqrt{\frac{(2N - 1)\hbar}{m^*\omega_y}} \quad (5.1)$$

Bei $U_{\text{Gate}} = 0$ V sind $N = 4$ Subbänder besetzt, damit folgt aus Gleichung 5.1 eine elektronische Breite von $w \simeq 120$ nm. Es zeigt sich, dass die elektronische Breite die geometrische Breite deutlich unterschreitet. Dies liegt daran, dass eine gravierte Linie auf beiden Seiten von einer elektronischen Verarmungsrandschicht umgeben ist. Folglich übersteigt die Ausdehnung der elektronenfreien Zone die rein geometrische Breite einer Linie. Derartige Verarmungseffekte wurden z.B. auch bei shallow-etch-strukturierten und mit reaktiven Ionen geätzten Engstellen [70, 71] gefunden. Das im vorliegenden Fall einseitig negativ vorgespannte Gate führt zu einer zusätzlichen Verarmung im Engstellenbereich.

Des Weiteren lässt sich aus Abbildung 5.2 eine parabolische, also nichtlineare Abhängigkeit der Barrierenhöhe V_0 von der Gatespannung ablesen. Das bedeutet nichts anderes, als dass sich die elektrostatische Kopplung zwischen Gate und Engstelle mit zunehmender Gatespannung verringert. Der entsprechende Kopplungsfaktor ist durch die Kapazität C zwischen Gate und Engstelle gegeben. Wie lässt sich dann eine Abnahme der Kapazität mit zunehmender Gatespannung verstehen? Zur Erklärung soll die Schemazeichnung 5.3 zur Hilfe genommen werden. Die Schemazeichnung zeigt den Engstellenbereich einschließlich der Gates. Graue Flächen repräsentieren elektronisch besetzte Gebiete, schwarze Bereiche entsprechen den gravierten Linien mitsamt der bereits angesprochenen Verarmungszone. Bild a) zeigt den neutralen Fall, d.h. zwischen Gate und Engstelle besteht keine Potentialdifferenz. Der minimale Abstand zwischen beiden Bereichen beträgt d_0 . In Bild b) ist relativ zur Engstelle eine positive Spannung angelegt. Das System

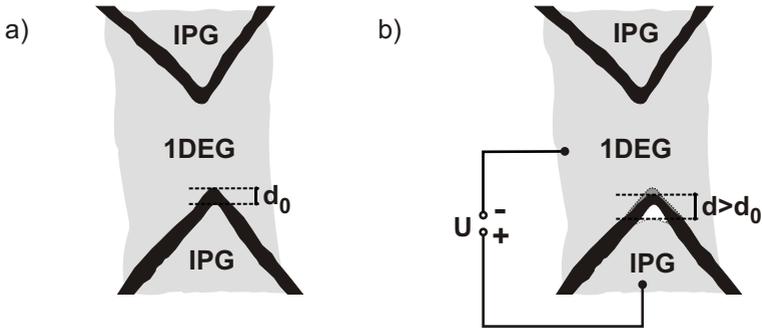


Abbildung 5.3: Schemazeichnung des Engstellenbereichs. a) zeigt den Fall ohne angelegte Spannung. Bei b) ist am Gate eine positive Spannung relativ zur Engstelle angelegt.

Gate-Engstelle bildet nichts anderes als ein Kondensatorsystem, so dass positivere Spannungen zu einer Elektronenanreicherung im Engstellenbereich (dunkelgrau gekennzeichnet) und zu einer Verarmung von Elektronen im Gatebereich (weiß gekennzeichnet) führen. Da das Gate bei gravierten Strukturen selbst aus einem in der Ebene liegenden 2DEG besteht (\rightarrow In-Plane-Gate), beeinflusst der Umladeprozess auch empfindlich die Ladungsdichteverteilung im Gatebereich. Im vorliegenden Fall übersteigt die Ausdehnung der Verarmungszone im Gatebereich aufgrund der spitzen, länglichen Geometrie die Ausdehnung der geometrisch stumpfen Anreicherungszone im Engstellenbereich. Somit dominiert insgesamt die geometrisch reduzierte Abschirmung der Gatespitze und die damit verbundene Zunahme der absoluten Verarmungszone die absolute Abstandsänderung. Folglich ergibt sich für den minimalen Abstand Gate-Engstelle ein Wert $d > d_0$. Es ist leicht einzusehen, dass die Kapazität zwischen Gate und Engstelle invers mit dem Abstand skaliert, was die Abnahme der Kapazität mit wachsender positiver Spannung erklärt. Ein derartiger Effekt wurde auch bei Transportuntersuchungen an Einzelelektronen-Tunneltransistoren beobachtet [72], bei denen In-Plane-Gates durch reaktives Ionenätzen eines 2DEG definiert wurden. Die Abnahme der Kapazität C mit positiv zunehmender Gatespannung liegt also allein in der physikalischen Na-

tur der Gates begründet und wird z. B. in Strukturen mit metallischen Gates wegen der viel höheren Elektronendichten und damit besseren Abschirmung nicht beobachtet.

5.2 Spektroskopie am Quantenpunktkontakt

In den folgenden vier Teilkapiteln werden die Ergebnisse experimenteller Untersuchungen bei endlicher Source-Drain-Spannung vorgestellt und mit den Vorhersagen eines auf dem Sattelpotential basierenden Modells verglichen. Über die zusätzliche Source-Drain-Spannung lassen sich die Zustände des 1D-Systems gewissermaßen spektroskopieren und so zusätzliche Informationen über die Eigenschaften des Quantenpunktkontaktes gewinnen. Das erste Teilkapitel zeigt Spektroskopiemessungen ohne Magnetfeld und führt das verwendete Modell ein. Im zweiten Abschnitt werden die Resultate in Hinblick auf einen besonderen Effekt, der sogenannten *0.7-Anomalie*, diskutiert. Das dritte und vierte Teilkapitel schließlich widmen sich der Spektroskopie am Quantenpunktkontakt im senkrechten Magnetfeld.

5.2.1 Spektroskopie im Nullfeld

Mit den ersten Transportuntersuchungen an Splitgate-Quantenpunktkontakten im linearen Regime [50, 51] erwuchs auch das Interesse am Transportverhalten im nichtlinearen Regime. Kouwenhoven et al. analysierten in [73] die $I_{\text{SD}} - U_{\text{SD}}$ -Charakteristik als Funktion der Gate-Spannung und fanden eine nichtlineare Abhängigkeit bei Source-Drain-Spannungen $eU_{\text{SD}} \simeq \Delta E$ in der Größenordnung des Energieabstandes der eindimensionalen Moden. In diesem Zusammenhang durchgeführte Experimente von Patel et al. [74, 75] dokumentierten das Auftreten von zusätzlichen halbzahligen Plateaus der Form $(2N - 1) \cdot (e^2/h)$, $N = 1, 2, 3, \dots$. Das weitere Aufspalten dieser Plateaus in einem parallelen Magnetfeld [76] schloss den Spin als Ursache für die Entstehung der halbzahligen Plateaus aus. Vor der Diskussion und Erklärung dieser Beobachtungen sollen nun zunächst die eigenen Ergebnisse der Transportuntersuchungen bei endlicher Source-Drain-Spannung vorgestellt werden.

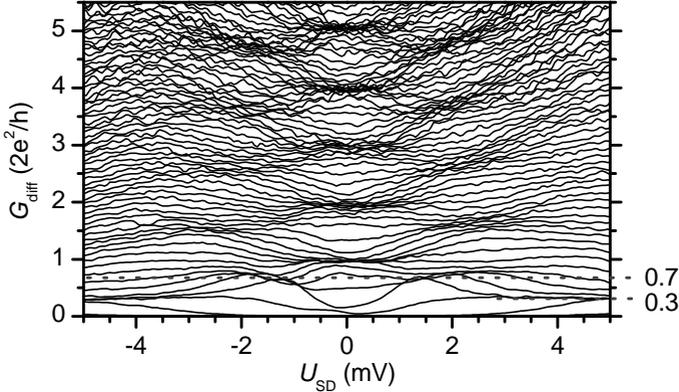


Abbildung 5.4: Differenzieller Leitwert $G_{\text{diff}}(U_{\text{SD}})$ als Funktion der Source-Drain-Spannung für verschiedene Gatespannungen. Die einzelnen Kurven wurden jeweils bei festgehaltener Gatespannung aufgenommen.

Abbildung 5.4 zeigt den differentiellen Leitwert G_{diff} des in Abschnitt 5.1 vorgestellten AFM-gravierten Quantenpunktkontakts als Funktion der Source-Drain-Spannung für verschiedene Gatespannungen. Die Messungen wurden bei $T = 350$ mK durchgeführt. Die einzelnen Kennlinien wurden jeweils bei fester Gatespannung aufgenommen. Bereiche mit einer hohen Liniendichte entsprechen Leitwertplateaus, dementsprechend finden in Bereichen mit einer niedrigen Liniendichte Plateauübergänge statt. Neben den bekannten Plateaus um $U_{\text{SD}} = 0$ treten zusätzliche Plateaus symmetrisch bei endlicher Source-Drain-Spannung auf. Oberhalb von $G_{\text{diff}} = 2e^2/h$ weisen diese Plateaus halbzahlige Leitwerte in $(2e^2/h)$ auf und lassen sich damit den bereits erwähnten halbzahligen Plateaus [74, 75] zuordnen. Unterhalb von $G_{\text{diff}} = 2e^2/h$ erscheinen weitere Plateaus bei $G_{\text{diff}} \simeq 0.3(2e^2/h)$ und $G_{\text{diff}} \simeq 0.7(2e^2/h)$.

In Abbildung 5.5 ist zur besseren Kontrastbildung ein Graustufenplot der Steilheit $dG_{\text{diff}}/dU_{\text{Gate}}$ als Funktion der Source-Drain-Spannung und der Gatespannung dargestellt. Dunkle Bereiche repräsentieren eine niedrige Steilheit und entsprechen Plateaubereichen im Leitwert, während die hellen Bereiche mit hoher Steilheit die Übergangsbereiche

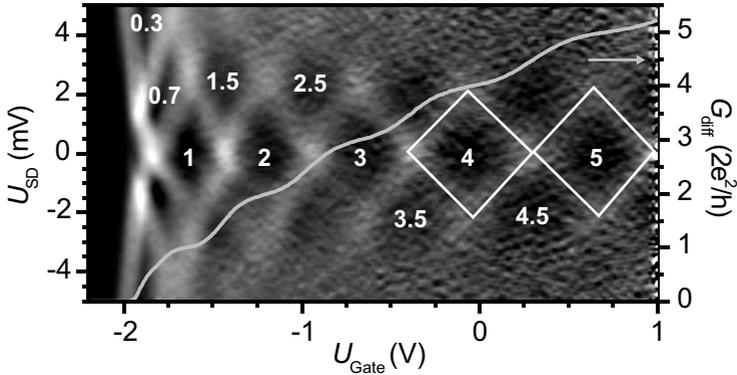


Abbildung 5.5: Graustufenplot der Steilheit $dG_{\text{diff}}/dU_{\text{Gate}}$ als Funktion der Source-Drain-Spannung U_{SD} und Gatespannung U_{Gate} . Dunkle Bereiche entsprechen einer niedrigen Steilheit und kennzeichnen Plateaubereiche, helle Bereiche entsprechen den Übergangsbereichen mit einer hohen Steilheit. Die Zahlenwerte in den Plateaus beziehen sich auf die entsprechenden Leitwerte in Abbildung 5.4. Die hellgraue Leitwertskurve zeigt den gateabhängigen Leitwert $G_{\text{diff}}(U_{\text{Gate}})$ bei $U_{\text{SD}} = 0$.

zwischen den Plateaus markieren. Entsprechend der Nummerierung $N = 1 - 5$ zeichnen sich die Plateaus im Leitwertverlauf $G_{\text{diff}}|_{U_{\text{SD}}=0}$ (hellgraue Kurve) als dunkle, um $U_{\text{SD}} = 0$ zentrierte Rauten im Graustufenplot ab. Die Ausdehnung dieser Rauten in jede Source-Drain-Spannungsrichtung entspricht den in Abschnitt 5.1 ermittelten Werten des energetischen Abstandes der 1D-Subbänder. Neben den Rauten um $U_{\text{SD}} = 0$ erkennt man weitere Plateaubereiche bei endlicher Source-Drain-Spannung entsprechend den zusätzlichen Leitwertplateaus in Abbildung 5.4.

Zur Erklärung der experimentellen Resultate insbesondere hinsichtlich der zusätzlichen halbzahligen Plateaus bedarf es der Betrachtung des genauen Source-Drain-Spannungsabfalls im Engstellenbereich. Von Glazman und Khatkiskii [77] wurden halbzahlige Plateaus der Form $(2N - 1) \cdot (e^2/h)$, $N = 1, 2, 3, \dots$ unter der Annahme vorausgesagt, dass jeweils die Hälfte der Source-Drain-Spannung in den Übergangsgebiete

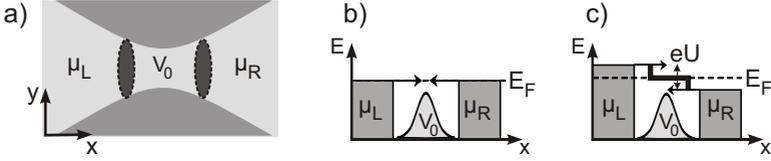


Abbildung 5.6: a) Schema der Engstelle. $\mu_{L,R}$ bezeichnen die chemischen Potentiale in den Zuleitungen, V_0 benennt die Barriere innerhalb der Engstelle. Die dunkelgrauen Ellipsen markieren die Bereiche des Spannungsabfalls bei endlicher Source-Drain-Spannung U_{SD} . b) Energieschema für $U_{SD} = 0$. E_F markiert die Lage der Fermienergie. c) Energieschema für $U_{SD} \neq 0$.

ten der Zuleitungen zur Engstelle abfällt. Abbildung 5.6 soll diesen Sachverhalt verdeutlichen. Abbildung 5.6 a) zeigt eine Schemazeichnung des Engstellenbereiches. Die dunkelgrauen Ellipsen deuten die Zonen an, in denen jeweils die halbe Source-Drain-Spannung abfällt. Abbildung 5.6 b) und c) skizzieren die energetischen Verhältnisse ohne und mit angelegter Spannung. Die fette schwarze Linie in c) illustriert den stufenartigen, symmetrischen Spannungsabfall.

Die Auswirkungen eines stufenartigen Spannungsabfalls auf den nichtlinearen Leitwert einer sattelförmigen Engstelle wurden in [78] von L. Martín-Moreno im Einteilchen-Bild unter Ausnutzung der von Büttiker in [36] diskutierten Beziehungen analysiert. Danach ergibt sich allgemein für den nichtlinearen differentiellen Leitwert $G_{\text{diff}}(U_{SD})$ unter Berücksichtigung eines externen Magnetfeldes bei $T = 0$ K:

$$G_{\text{diff}} = \frac{e^2}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=\pm 1/2} g_{n,s} \quad (5.2)$$

mit

$$g_{n,s} = \left[1 + \frac{dV_0(U_{SD}, U_G)}{d(eU_{SD})} \right] \cdot \left(1 + e^{-(E_{Fn} + sg^* \mu_B B)/E_1} \right)^{-1} - \left[\frac{dV_0(U_{SD}, U_G)}{d(eU_{SD})} \right] \cdot \left(1 + e^{-(E_{Fn} - eU_{SD} + sg^* \mu_B B)/E_1} \right)^{-1}, \quad (5.3)$$

wobei

$$E_{Fn} = E_F - V_0(U_{SD}, U_G) - \left(n - \frac{1}{2}\right) E_2 \quad , \quad (5.4)$$

$$E_1 = \left(\frac{\hbar}{2\pi\sqrt{2}}\right) \cdot \left([\omega_c^2 + \omega_y^2 - \omega_x^2]^2 + 4\omega_x^2\omega_y^2\right)^{1/2} - (\omega_c^2 + \omega_y^2 - \omega_x^2)^{1/2} \quad , \quad (5.5)$$

$$E_2 = \left(\frac{\hbar}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left([\omega_c^2 + \omega_y^2 - \omega_x^2]^2 + 4\omega_x^2\omega_y^2\right)^{1/2} + (\omega_c^2 + \omega_y^2 - \omega_x^2)^{1/2} \quad (5.6)$$

und

$$\omega_c = \frac{eB_\perp}{m^*} \quad . \quad (5.7)$$

B_\perp repräsentiert die senkrechte Komponente des externen Magnetfeldes. Die Einbindung eines stufenartigen Source-Drain-Spannungsabfalls im Engstellenbereich erfolgt durch einen Ausdruck der Form

$$V_0(U_{SD}, U_G) = V_0(U_G) - \beta eU_{SD} \stackrel{\beta=\frac{1}{2}}{=} V_0(U_G) - \frac{1}{2} eU_{SD} \quad . \quad (5.8)$$

Der Konversionsfaktor β gibt an, in welchem Verhältnis sich der Gesamtspannungsabfall auf die beiden Übergangsgebiete der Zuleitungen zur Engstelle verteilt. Das zweite Gleichheitszeichen in Gleichung 5.8 mit $\beta = \frac{1}{2}$ entspricht daher dem symmetrischen Fall. Mit den in Abbildung 5.2 dargestellten gateabhängigen Ausdrücken für V_0 , $\hbar\omega_y$, $\hbar\omega_x$ und E_F wurden die Steilheit und der differentielle Leitwert für den symmetrischen Fall $\beta = \frac{1}{2}$ simuliert. Das Ergebnis dieser Simulation findet sich in Abbildung 5.7. Der Vergleich mit den experimentellen Daten in den Abbildungen 5.4 und 5.5 zeigt insgesamt eine sehr gute Übereinstimmung, was zu dem Schluss führt, dass sowohl die verwendeten Parameter als auch der symmetrische Spannungsabfall den realen Bedingungen sehr nahe kommen. Signifikante Abweichungen treten nur unterhalb von $2e^2/h$ in Form der beiden Strukturen bei $0.3(2e^2/h)$ und $0.7(2e^2/h)$ auf. Es sei vorweggenommen, dass die $0.7(2e^2/h)$ -Struktur auf einem Wechselwirkungseffekt beruht und deshalb mit dem verwendeten Einteilchen-Modell nicht erfasst werden kann. Das Phänomen der

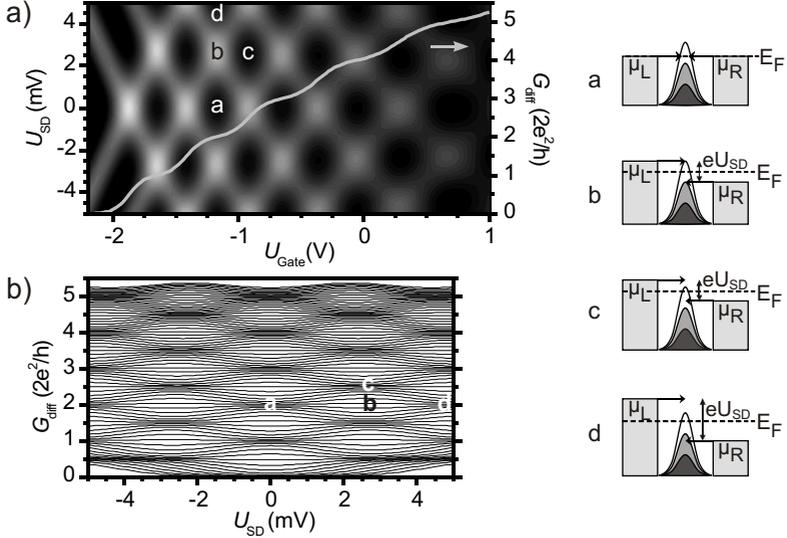


Abbildung 5.7: Simulation der Nullfeld-Spektroskopie unter Verwendung der Parameter aus Abb. 5.2 und $\beta = \frac{1}{2}$. a) Graustufenplot der simulierten Steilheit $dG_{\text{diff}}/dU_{\text{Gate}}$ als Funktion der Source-Drain-Spannung U_{SD} und Gatespannung U_{Gate} . b) Simulierter differentieller Leitwert $G_{\text{diff}}(U_{\text{SD}})$ als Funktion der Source-Drain-Spannung für verschiedene Gatespannungen. Die Energieschemata a-d rechts skizzieren die Lage der Zuleitungsreservoirs relativ zu den Potentialbarrieren bildenden ersten drei 1D-Subbänder entsprechend den Situationen a-d in den beiden Plots.

$0.7(2e^2/h)$ -Struktur bildet einen sehr aktuellen Teilbereich der QPK-Physik und wird deswegen im nächsten Abschnitt ausführlicher behandelt.

Die $0.3(2e^2/h)$ -Struktur entspricht vermutlich dem theoretisch vorhergesagten Plateau bei e^2/h , allerdings wird in den meisten experimentellen Untersuchungen wie auch im vorliegenden Fall ein kleinerer Wert beobachtet (siehe z.B. [75, 79, 80, 81, 82]). Diese Abweichung ist wahrscheinlich darauf zurückzuführen, dass die Source-Drain-Spannung aufgrund der in diesem Regime vorherrschenden geringen Elektronendichten in der Engstelle den Potentialverlauf empfindlicher beeinflusst, wobei auch Unordnungseffekte eine Rolle spielen können. In diesem Sinne erfolgt der Spannungsabfall nicht mehr allgemein symmetrisch sondern probenabhängig entsprechend der spezifischen elektrostatischen Situation. In einem alternativen Ansatz wird diese Struktur zusammen mit der 0.7-Anomalie auf spinabhängige Resonanzen in Verbindung mit einem gebundenen Elektronenzustand zurückgeführt [83].

Zum Schluss dieses Abschnittes soll das Zustandekommen der zusätzlichen halbzahligen Plateaus anhand einer anschaulichen Darstellung von $G_{\text{diff}}(U_{\text{SD}})$ erläutert werden. Unter der gerechtfertigten Annahme, dass die Transmission der einzelnen Subbänder durch eine Stufenfunktion $\Theta(E - E_n)$ genähert werden kann, läßt sich der differentielle Leitwert auch in der folgenden Form schreiben [78]:

$$G_{\text{diff}} = \frac{2e^2}{h} \cdot [\beta N^+ + (1 - \beta)N^-] \stackrel{\beta=\frac{1}{2}}{=} \frac{e^2}{h} \cdot [N^+ + N^-] \quad . \quad (5.9)$$

Hierbei bezeichnet N^\pm die Anzahl der transmittierenden Kanäle für jede der beiden möglichen Transportrichtungen und β den bekannten Konversionsfaktor für den Spannungsabfall. Der symmetrische Fall $\beta = \frac{1}{2}$ führt zu dem zweiten Ausdruck in Gleichung 5.9. Der differentielle Leitwert $G_{\text{diff}}(U_{\text{SD}})$ bestimmt sich folglich aus dem mit β gewichteten Leitwertsmittel der beiden entgegengesetzten Transportrichtungen. Bezogen auf die Energieschemata in Abbildung 5.7 bezeichne $N^+ = N^{L \rightarrow R}$ die Anzahl der von links nach rechts transmittierenden Kanäle und $N^- = N^{R \rightarrow L}$ die Anzahl der von rechts nach links transmittierenden Kanäle. Die Anzahl N^\pm bestimmt sich jeweils aus der energetischen Lage der beiden Reservoirs $\mu_{L,R}$ zu den Potentialbarrieren bildenden 1D-Subbandenergien. Übersteigt $\mu_{L,R}$ ein Barrierenmaxi-

mum, dann nimmt der entsprechende 1D-Kanal in der entsprechenden Richtung $L \rightarrow R$ bzw. $R \rightarrow L$ am Transport teil. Die in Abbildung 5.7 mit a-d markierten Punkte erklären sich mit $\beta = \frac{1}{2}$ dann wie folgt:

- **a:** Die Zahl der transmittierenden Kanäle ist ohne angelegte Vorspannung in beide Richtungen gleich groß und beträgt im vorliegenden Fall:
 $N^+, N^- = 2 \implies G_{\text{diff}} = 4e^2/h.$
- **b:** An diesem speziellen Punkt findet der Übergang von $N^+ = 2 \rightarrow 3$ und $N^- = 2 \rightarrow 1$ statt. Aus dem Energieschema b wird ersichtlich, dass die angelegte Spannung gerade dem energetischen Abstand zwischen dem zweiten und dritten Subband entspricht, d.h. $eU_{\text{SD}} = \Delta E_{2,3}$. Aus dem Wert von $|eU_{\text{SD}}|$ an einem Übergangspunkt im Graustufenplot der Steilheit läßt sich allgemein der energetische Abstand der jeweiligen Subbänder am Ort des Überganges ablesen: $|eU_{\text{SD}}| = \Delta E_{N^-, N^+}$.
- **c:** Aufgrund der endlichen Vorspannung unterscheidet sich die Zahl der transmittierten Kanäle in den beiden Transportrichtungen gerade um eins:
 $N^+ = 3, N^- = 2 \implies G_{\text{diff}} = 5e^2/h.$
- **d:** Aus Schema d liest man ab:
 $N^+ = 3, N^- = 1 \implies G_{\text{diff}} = 4e^2/h.$

5.2.2 Die 0.7-Anomalie

Im vorherigen Abschnitt wurde bereits auf die besondere Erscheinung eines zusätzlichen Plateaus um $0.7(2e^2/h)$ hingewiesen. Die im Zusammenhang mit diesem Phänomen auftretenden Effekte in Transportmessungen an AFM-gravierten QPK sind in Abbildung 5.8 zusammengefasst. Abbildung 5.8 a) zeigt eine Vergrößerung des ersten Plateaus der bei $U_{\text{SD}} = 0$ gemessenen Kennlinie in Abbildung 5.1. An der mit dem Pfeil gekennzeichneten Stelle tritt eine zusätzliche Schulter bei etwa $0.7(2e^2/h)$ auf. Zur Verdeutlichung dieses Sachverhaltes ist auch die Ableitung dG/dU_{Gate} abgebildet. Dieser als *0.7-Anomalie* oder *0.7-Struktur* bezeichnete Effekt trat bereits in frühen Messungen an Split-

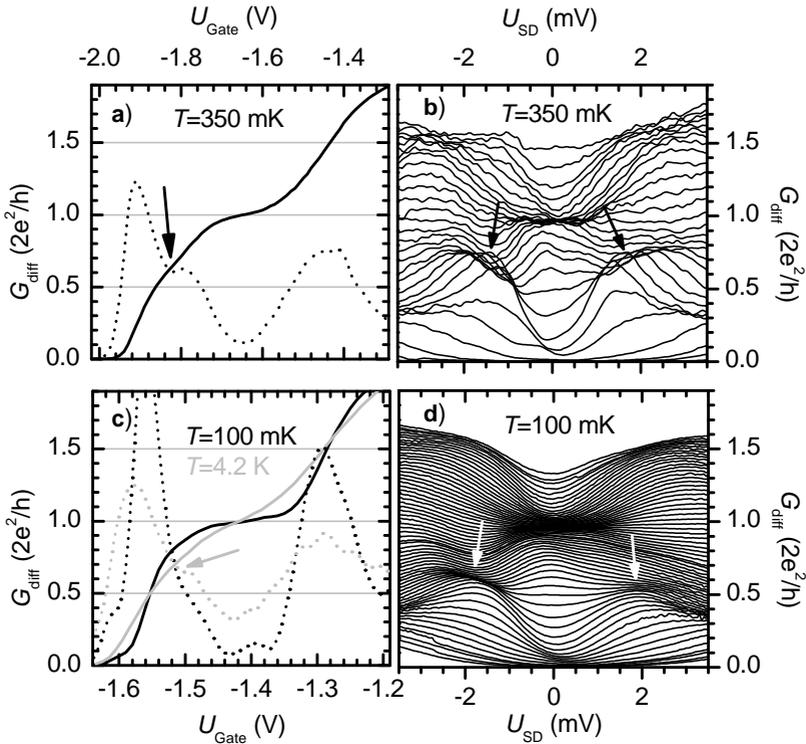


Abbildung 5.8: Kennzeichen der 0.7-Anomalie in zwei AFM-gravierten Quantenpunktkontakten. QPK 1: a) + b), QPK 2: c) + d). a) Erstes Leitwertplateau (durchgezogene Linie) und dessen Ableitung (gestrichelt) für $U_{SD} = 0$. Der Pfeil markiert das Einsetzen der 0.7-Anomalie. b) Zu a) gehörige $G_{\text{diff}}(U_{SD})$ -Kennlinien für verschiedene Gatespannungen. Die schwarzen Pfeile markieren anomale Leitwertplateaus. c) Erstes Leitwertplateau (durchgezogene Linien) für $T = 100$ mK und $T = 4.2$ K sowie die jeweilige Ableitung (gestrichelt) für $U_{SD} = 0$. d) Zu c) gehörige $G_{\text{diff}}(U_{SD})$ -Kennlinien für verschiedene Gatespannungen. Die weißen Pfeile markieren anomale Leitwertplateaus.

gate-GaAs/AlGaAs-Quantenpunktkontakten auf [50, 44, 73, 46], blieb dort allerdings unkommentiert.

Erst 1996 wurden von Thomas et al. systematische Untersuchungen zur Natur der 0.7-Anomalie an hochreinen eindimensionalen Engstellen vorgenommen [9]. So konnte nachgewiesen werden, dass die 0.7-Struktur bei Anlegen eines in der Ebene liegenden Magnetfeldes kontinuierlich in ein Zeeman-aufgespaltenes Plateau bei $0.5(2e^2/h)$ überführt wird. Diese Beobachtung führte relativ schnell zu dem Schluss, dass die 0.7-Anomalie aus einer spontanen Spinpolarisation bei Nullfeld resultiert. Da dieser Effekt im Rahmen der Einteilchen-Theorie nicht erklärt werden kann, wurde der Ursprung dieser spontanen Polarisation der Elektron-Elektron-Wechselwirkung zugeschrieben.

Weiterhin wurde in [9] auch ein anomales Temperaturverhalten der 0.7-Struktur beobachtet. Bei Erhöhung der Temperatur von $T = 0.07 \rightarrow 4.2$ K tauchte die 0.7-Struktur noch ausgeprägter auf, während die „normalen“ Plateaus durch die thermische Mittelung verwaschen erschienen. Dieses Verhalten schloss damit auch Unordnungseffekte wie z.B. Störstellen als Ursache der 0.7-Anomalie aus. In Abbildung 5.8 c) ist dieser Effekt für einen AFM-gravierten Quantenpunkt illustriert. Während bei $T = 100$ mK ein sehr schön ausgeprägtes $2e^2/h$ -Plateau ohne echte 0.7-Struktur zu beobachten ist, läßt sich bei $T = 4.2$ K die Entstehung einer zusätzlichen Schulter um $0.7(2e^2/h)$ bei gleichzeitiger thermischer Verschmierung des ersten Plateaus erkennen.

Das überraschende Phänomen einer zusätzlichen Leitwertstufe zog zahlreiche weitere experimentelle Studien zur 0.7-Anomalie nach sich, in denen u.a. die Temperaturabhängigkeit [84, 79], der Einfluss der Elektronendichte [84, 85, 80], der Einfluss des Einschlusspotentials [86], der Einfluss der Kanallänge [87], die Abhängigkeit von einer Source-Drain-Vorspannung [84, 79, 80] sowie ein anderes Materialsystem [88] untersucht wurden. Die Analysen zur Abhängigkeit der 0.7-Anomalie von der Elektronendichte führten zu dem Ergebnis, dass die Ausprägung der 0.7-Struktur mit abnehmender Dichte zunimmt und in Proben mit geringer Elektronendichte ($n_{2DEG} < 0.5 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$) zu einem Plateau bei $0.5(2e^2/h)$ im Leitwertverlauf $G_{\text{diff}}|_{U_{\text{SD}}=0}$ führt. Diese Beobachtung findet an dieser Stelle insofern Bestätigung, als dass die 0.7-Anomalie bei den in dieser Arbeit verwendeten Proben relativ hoher Dichte ($n_{2DEG} \sim 3.7 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$) nur sehr schwach ausgeprägt

auftritt¹. Die festgestellte Abhängigkeit der 0.7-Struktur von der Elektronendichte läßt sich darauf zurückführen, dass der relative Beitrag der Elektron-Elektron-Wechselwirkung zur Gesamtenergie des Systems mit sinkender Dichte wächst und somit ein weiteres Indiz für den Zusammenhang der 0.7-Anomalie mit einem Wechselwirkungseffekt liefert.

Die Auswirkungen einer endlichen Source-Drain-Spannung sind in Abbildung 5.8 b) + d) zu sehen. Deutlich entwickeln sich zum einen im Bereich der 0.7-Anomalie ab $|U_{SD}| = 1$ mV an den mit Pfeilen markierten Stellen anomale, d.h. im Einteilchenbild unerwartete Plateaus um $0.6 - 0.8(2e^2/h)$, zum anderen nimmt der Leitwert dieser zusätzlichen Plateaus mit steigender Source-Drain-Spannung leicht zu. Die im Einteilchenbild erwarteten Plateaus bei $0.5(2e^2/h)$ treten ab etwa $|U_{SD}| = 2$ mV bei etwas niedrigeren Werten (vgl. Abschnitt 5.2.1) von $0.3 - 0.4(2e^2/h)$ auf. Ausgeprägte anomale Plateaus mit leicht steigendem Leitwert wurden in [84, 79, 80] ebenfalls bei endlichem $|U_{SD}| \sim$ mV beobachtet und in Verbindung mit einer spontanen Spinpolarisation bei $B = 0$ gebracht. Darüber hinaus konnte in diesen Arbeiten auch unterhalb des zweiten Plateaus eine allerdings schwächer ausgeprägte Struktur bei endlicher Source-Drain-Spannung nachgewiesen werden.

In einer aktuellen Arbeit [81] wurde im Bereich der 0.7-Struktur ein deutliches Maximum im Leitwert (Leitwertpeak) um $U_{SD} = 0$ (engl. zero-bias anomaly) gefunden, dessen Temperatur- und Magnetfeldverhalten sich mit einem Kondo-ähnlichen System im Engstellenbereich erklären ließ. Die Verknüpfung der 0.7-Anomalie mit einem Kondo-Effekt liefert insofern einen neuen interessanten Beitrag zu ihrem Ursprung, als dass sich das anomale Temperaturverhalten auf diese Weise sehr elegant erklären ließe [81]. Der Vergleich mit den eigenen Daten in Abbildung 5.8 b) und d) liefert allerdings keinen Hinweis auf einen Kondo-artigen Zustand, da sich kein anomales Leitwertmaximum um $U_{SD} = 0$ erkennen lässt. Das Fehlen dieses anomalen Leitwertpeaks in den eigenen Proben mag zum einen damit zusammenhängen, dass es sich hierbei tatsächlich um keinen universellen Effekt handelt, oder

¹In den zitierten Arbeiten zur Untersuchung der 0.7-Anomalie wurden typischerweise hochbewegliche Proben mit Dichten von $n_{2DEG} \sim 1 - 2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ verwendet.

aber im Falle des Kondo-Effekts eine zu niedrige, für diesen Effekt charakteristische Kondo-Temperatur vorliegt, welche ein Maß für die Ausprägung des anomalen Leitwertpeaks als Funktion der Temperatur darstellt. Eine sehr niedrige Kondo-Temperatur könnte möglicherweise aus der relativ hohen Elektronendichte in den eigenen Proben resultieren.

In einer weiteren sehr aktuellen Arbeit [82] wird die 0.7-Struktur statt auf den Kondo-Effekt auf eine 1D-dichteabhängige Spinpolarisation zurückgeführt, wobei die Ausprägung dieser Polarisation von probenspezifischen Parametern abzuhängen scheint.

Neben den experimentellen Arbeiten existieren auch zahlreiche theoretische Betrachtungen zum Ursprung der 0.7-Struktur, z.B. in Hinblick auf die Austauschwechselwirkung im parallelen Magnetfeld [89], als Folge eines Spin-Peierls-Übergangs [90], als Folge ferromagnetischer Ordnungseffekte in einem Wigner-Kristall [91], als Folge von Ladungsdichtewellen (charge density waves) [92], als Folge einer lokalen Magnetisierung [93] und in Zusammenhang mit den Ergebnissen [81] mit einem Kondo-Modell [94]. Wenngleich die Verknüpfung der 0.7-Anomalie mit einem Kondo-artigen Effekt einen sehr vielversprechenden Ansatz bietet [10], besteht doch weiterer Klärungsbedarf zur genauen Abhängigkeit der Kondo-Systemeigenschaften von den spezifischen Probenparametern.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass es sich bei der 0.7-Anomalie um eine intrinsische Eigenschaft hochreiner, nahezu defektfreier 1D-Engstellen handelt, wobei der exakte zugrundeliegende Mechanismus zum augenblicklichen Zeitpunkt noch nicht mit letzter Sicherheit verstanden ist. Das Auftreten der 0.7-Anomalie in AFM-gravierten Quantenpunktkontakten bestätigt die hohe Qualität der mit dieser Methode erzeugten Engstellen.

5.2.3 Spektroskopie im senkrechten Magnetfeld

In Abschnitt 2.2.4 der allgemeinen Grundlagen wurde der Einfluss eines senkrechten Magnetfeldes auf die Eigenschaften eines Quantenpunktkontaktes erläutert. Abbildung 5.9 zeigt zur Erinnerung die magnetfeldinduzierte Depopulation von 1D-Moden aufgrund des wachsenden effektiven Einschlusspotentials. Zusätzlich sind für $B = 2.66$ T bereits

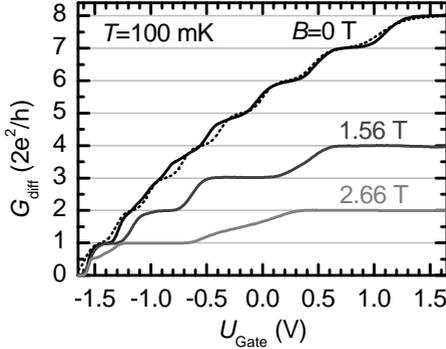


Abbildung 5.9: Gemessener differentieller Leitwert als Funktion der Gatespannung für verschiedene Magnetfelder. Mit steigendem Magnetfeld erniedrigt sich aufgrund des wachsenden effektiven Einschlusspotentials die Zahl der besetzten 1D-Subbänder. Die gestrichelte Kurve zeigt eine Simulation für $B = 0$ T.

die Anzeichen der Spinaufspaltung erkennbar. Die Messungen wurden ohne angelegte Source-Drain-Vorspannung, d.h. bei $U_{SD}^{dc} = 0$ an einem weiteren AFM-gravierten Quantenpunktkontakt durchgeführt. Im Folgenden werden nun die Auswirkungen des senkrechten Magnetfeldes auf die experimentellen Untersuchungen bei endlicher Source-Drain-Spannung diskutiert und mit den Simulationsergebnissen des in Abschnitt 5.2.1 vorgestellten Modells für ein Sattelpotential verglichen. Die entsprechenden Simulationsparameter finden sich für alle in diesem Abschnitt gezeigten Simulationen in Anhang A. Die Messungen wurden bei einer Temperatur von $T = 100$ mK durchgeführt. Es sei noch daraufhingewiesen, dass im Folgenden nur die gezeigten Leitwertverläufe $G_{diff}|_{U_{SD}=0}$ hinsichtlich zusätzlicher Kontaktwiderstände korrigiert wurden, während auf eine Korrektur aller Magnetfeld-Spektroskopiedaten verzichtet wurde, da sich die entsprechenden Beiträge als vernachlässigbar erwiesen.

In Abbildung 5.10 sind die experimentellen Daten der Steilheit und des differentiellen Leitwerts sowie die dazugehörige Simulation für ein Feld von $B = 1.56$ T ($\nu_{2DEG} \simeq 9.7$) dargestellt. Für den Faktor β des

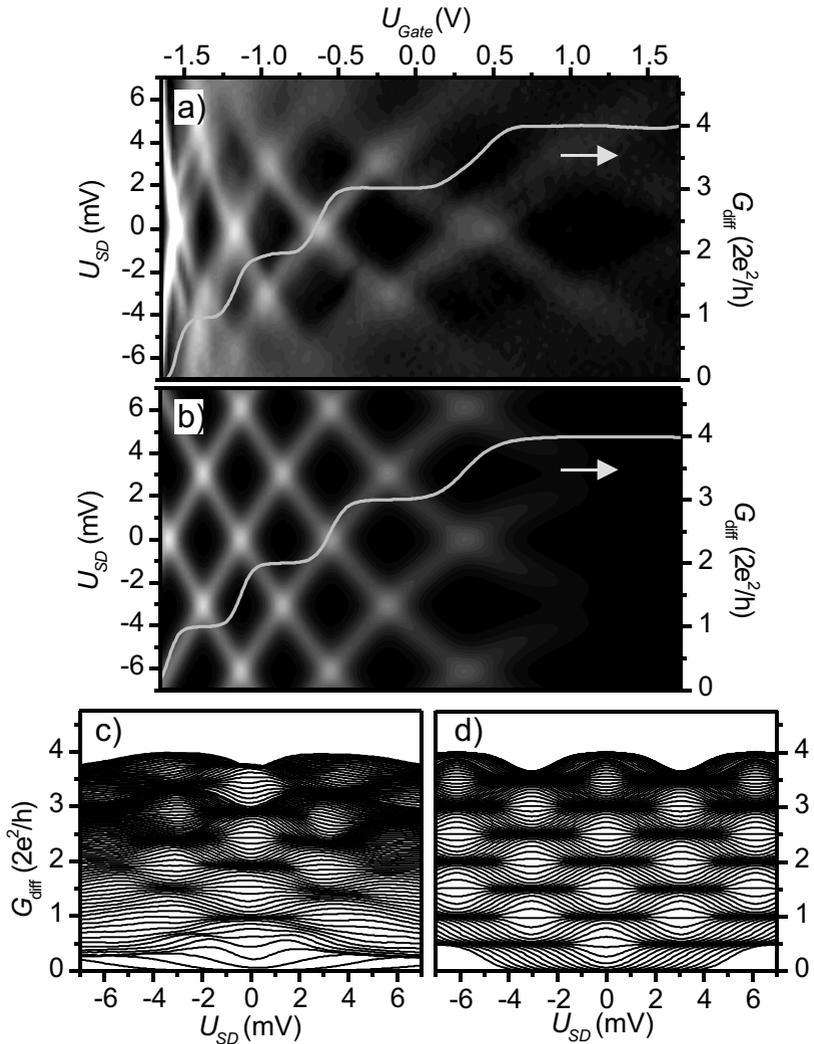


Abbildung 5.10: Spektroskopiedaten für $B = 1.56$ T: Graustufenplot a) der Messung und b) der Simulation der Steilheit. c) Messung und d) Simulation des differentiellen Leitwerts als Funktion der Source-Drain-Spannung für verschiedene Gatespannungen.

Spannungsabfalls wurde wieder ein Wert von $\beta = 0.5$ (symmetrischer Spannungsabfall) gewählt. Dunkle Bereiche in den Graustufenplots a) und b) repräsentieren eine niedrige Steilheit und entsprechen Plateaubereichen im Leitwert, während die hellen Bereiche mit hoher Steilheit die Übergangsbereiche zwischen den Plateaus markieren. Entsprechend kennzeichnen in den Abbildungen 5.10 c) und d) Bereiche mit einer hohen Liniendichte Plateaus, während in Bereichen mit einer niedrigen Liniendichte Plateauübergänge stattfinden.

Der Vergleich von Experiment und Simulation in Abbildung 5.10 liefert eine sehr gute Übereinstimmung, einzig und allein für den Bereich $G_{\text{diff}} < 2e^2/h$ tritt die bereits diskutierte Abweichung zwischen Modell und Realität auf. Zum einen tritt sehr klar und deutlich wieder die 0.7-Anomalie auf, zum anderen liegt das theoretisch auftretende halbzahlige Plateau $G_{\text{diff}} = 0.5(2e^2/h)$ wie schon bei den Nullfelddaten wieder bei $G_{\text{diff}} = 0.3(2e^2/h)$. Darüber hinaus lässt sich bei den experimentellen Daten in Abbildung 5.10 a) eine leichte Abnahme des Kontrastes (und folglich der Übergangsschärfe) für hohe Source-Drain-Spannungen U_{SD} beobachten, was vermutlich damit zusammenhängt, dass für hohe Source-Drain-Spannungen erhöhte Tunnelbeiträge zu einer entsprechenden Modifikation der Transmission mit U_{SD} führen, die von dem Modell nicht erfasst wird.

Um einen Eindruck vom relativen Einfluss des Magnetfeldes auf die physikalische Natur der eindimensionalen Subbänder zu gewinnen, bietet sich an dieser Stelle der Vergleich der beiden Energien $\hbar\omega_y$ (elektrostatischer Einfluss) und $\hbar\omega_c$ (magnetischer Einfluss) an. Es finden sich Werte von $\hbar\omega_y = 2.15$ meV und $\hbar\omega_c = 2.65$ meV, so dass $\omega_y \sim \omega_c$, und damit beide Größen gleichermaßen auf den QPK einwirken. Der QPK befindet sich daher im Regime der *magnetoelektrischen* 1D-Moden. In diesem Zusammenhang ist auch ein Vergleich der relevanten Längenskalen von Interesse. Auf elektrostatischer Seite bietet sich als relevante Größe die klassische Breite der Engstelle an, während sich der Einfluss des Magnetfeldes im Zyklotronradius r_c , bzw. Zyklotrondurchmesser d_c der Kreisbewegung wiederfindet. Für beide Größen gilt abhängig

vom Index N der spinentarteten 1D-Subbänder:

$$w = 2 \cdot \sqrt{\frac{(2N-1)\hbar}{m^*\omega_y}} \quad \text{und} \quad d_c = 2 \cdot \sqrt{\frac{(2N-1)\hbar}{m^*\omega_c}}, \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (5.10)$$

Für das erste Subband $N = 1$ ergeben sich mit $\hbar\omega_y = 2.15$ meV und $B = 1.56$ T daraus Werte von $w = 46$ nm und $d_c = 42$ nm.

Bei den in Abbildung 5.11 gezeigten Messungen und Simulationen ($\beta = 0.5$) für ein Magnetfeld von $B = 2.66$ T ($\nu_{2\text{DEG}} \simeq 5.7$) ist dieses Verhältnis schon zugunsten des Magnetfeldes verschoben. Der energetische Vergleich liefert $\hbar\omega_c = 4.52$ meV $>$ $\hbar\omega_y = 2.15$ meV, für die entsprechenden Längen ($N = 1$) folgt $d_c = 32$ zu $w = 46$ nm.

In Abbildung 5.11 lassen sich in den experimentellen und simulierten Daten bereits die Auswirkungen der mit dem Spin verknüpften Zeeman-Aufspaltung der 1D-Subbänder erkennen, die zu zusätzlichen Plateaus im Leitwert führt. In den Graustufenplots der Steilheit treten die zusätzlichen Plateaus als schmale dunkle Bereiche um die bekannten Rauten herum auf. Im differentiellen Leitwert führt die Zeeman-Aufspaltung zum einen durch die Aufspaltung der ganzzahligen Plateaus zu zusätzlichen halbzahligen Plateaus um $U_{\text{SD}} = 0$ und zum anderen durch die Aufspaltung der halbzahligen Plateaus zu zusätzlichen viertelzahligen Plateaus bei endlicher Source-Drain-Spannung.

In Abbildung 5.11 zeigen sich schon erste signifikante Abweichungen von Messdaten und Simulation. Wenngleich sich zwar für Spannungen bis $|U_{\text{SD}}| = 4$ mV noch eine recht gute Übereinstimmung abzeichnet, kommt es oberhalb dieses Wertes in den experimentellen Daten zu Veränderungen. Insbesondere für den Bereich $1(2e^2/h) < G_{\text{diff}} < 2(2e^2/h)$ beschreibt die Simulation die experimentellen Resultate nicht mehr adäquat. So ist in Abbildung 5.11 c) deutlich erkennbar, dass das gemessene Plateau bei $G_{\text{diff}} = 1.5(2e^2/h)$ im Gegensatz zum simulierten Analogon in Abbildung 5.11 d) seinen Wert mit der Source-Drain-Spannung verändert, und mit abnehmender Spannung in die spinaufgelösten Plateaus $G_{\text{diff}} = 1.25(2e^2/h)$ und $G_{\text{diff}} = 1.75(2e^2/h)$ übergeht. Dann allerdings stellt sich die Frage, um was für eine Struktur es sich bei dem kleinen Plateau um $G_{\text{diff}} = 1.8(2e^2/h)$ handelt. Eine abschließende Erklärung kann an dieser Stelle nicht gegeben werden, allerdings weisen die gemachten Beobachtungen bereits auf einen kom-

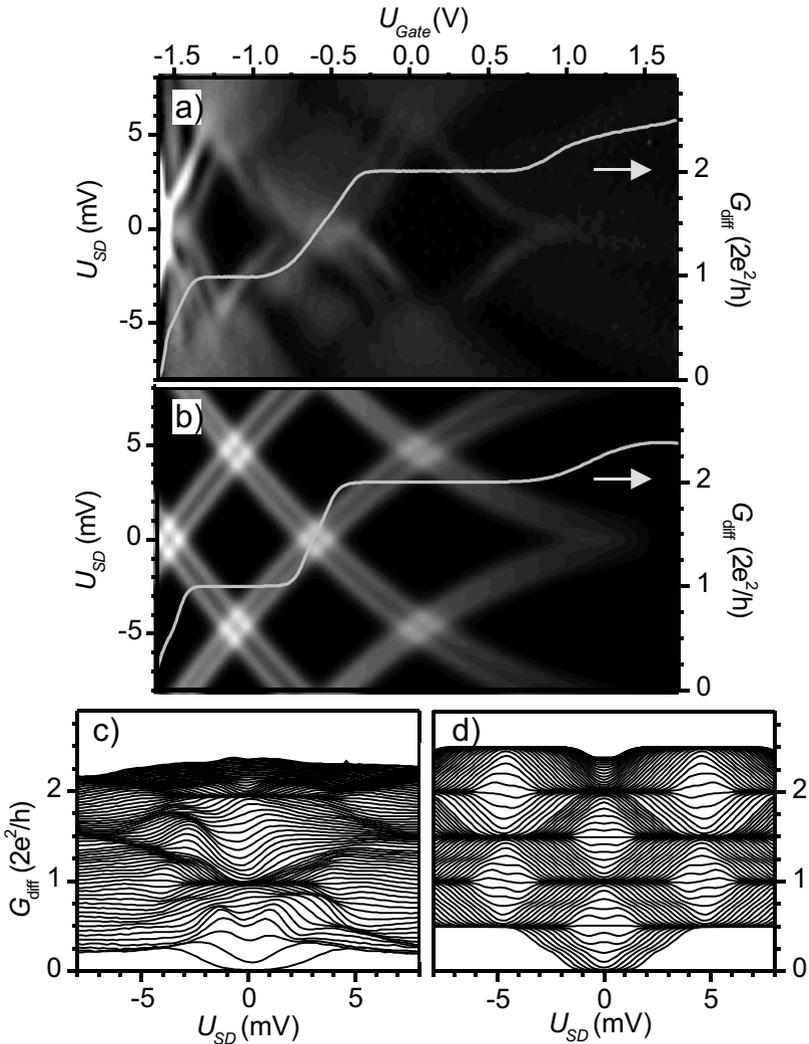


Abbildung 5.11: Spektroskopiedaten für $B = 2.66$ T: Graustufenplot a) der Messung und b) der Simulation der Steilheit. c) Messung und d) Simulation des differentiellen Leitwerts als Funktion der Source-Drain-Spannung für verschiedene Gatespannungen.

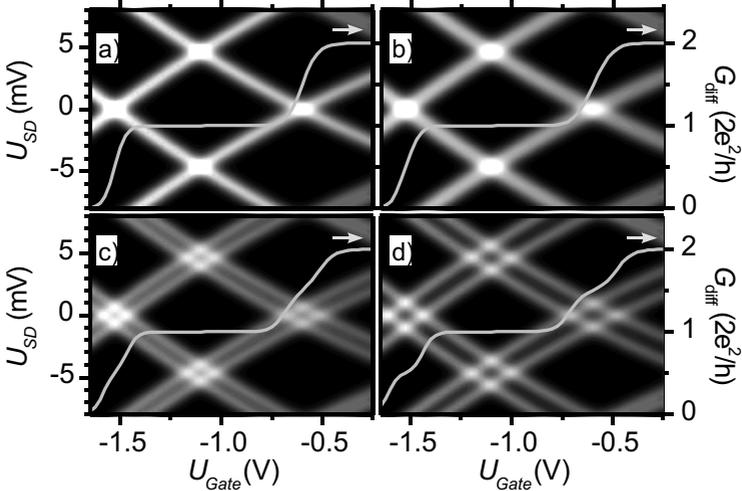


Abbildung 5.12: Einfluss des effektiven g^* auf die Simulationsdaten für $B = 2.66$ T im Bereich des ersten Plateaus: a) $|g^*/g_{\text{GaAs}}^*| = 1$. b) $|g^*/g_{\text{GaAs}}^*| = 5$. c) $|g^*/g_{\text{GaAs}}^*| = 10$. d) $|g^*/g_{\text{GaAs}}^*| = 15$.

plexeren Zusammenhang zwischen U_{gate} - und U_{SD} -abhängiger energetischer Lage der Zuleitungen und 1D-Kanäle im hohen senkrechten Magnetfeld ($\omega_c > \omega_y$) hin.

Im Übrigen bedarf es der besonderen Erwähnung der aus der Simulation gewonnenen Werte für den effektiven g^* , welcher über die Zeeman-Energie $E_{\text{Zeeman}} = s\mu_B g^* B$ mit der Spinquantenzahl $s = \pm \frac{1}{2}$ in das Energiespektrum des QPKs eingeht (siehe Gleichung 5.3 in Kapitel 5.2.1) und allgemein eine Funktion des Subbandindex N und der Spinquantenzahl s ist. Der Einfluss des effektiven g -Faktors auf den Verlauf der Simulationsdaten ist in Abbildung 5.12 exemplarisch für ein Feld von $B = 2.66$ T dargestellt. Die übrigen Parameter entsprechen denen der Simulation in Abbildung 5.11.

Wie aus Anhang A zu entnehmen ist, führte die Optimierung der Simulationsdaten für $B = 2.66$ T in Hinblick auf die experimentellen Daten in Abbildung 5.11 auf Betragswerte bis zum 11-fachen des spezifischen g -Faktors von GaAs $g_{\text{GaAs}}^* = -0.44$ [43] mit sinkendem Sub-

bandindex N . Hierbei muss angemerkt werden, dass die Ausprägung spinaufgelöster Plateaus durch die Differenz der Zeeman-Energien bestimmt ist und etwaige Asymmetrien von g_s^* in der Spinquantenzahl s in der Simulation schwer aufzulösen sind. Deshalb wurde bei gegebenen Index N für g_s^* jeweils der gleiche Wert für $g_s^* = g^*$ gewählt, obwohl physikalisch aufgrund der polarisationsabhängigen Austauschwechselwirkung von einer Asymmetrie ausgegangen werden muss. Obgleich damit ein gewisser Spielraum Δg_s^* besteht, und g^* in der Simulation auch eher über- als unterschätzt wurde, kann doch von einer wesentlichen Erhöhung des mittleren effektiven g-Faktors ausgegangen werden. Hier findet sich eine gewisse Analogie zu Untersuchungen des magnetfeldabhängigen g-Faktors in zweidimensionalen GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen [95], bei denen ebenfalls erhöhte effektive g-Faktoren mit sinkendem Füllfaktor und eine Oszillation des effektiven g-Faktors mit der Spin-Quantenzahl nachgewiesen werden konnten. Im Gegensatz zu [95] bleibt allerdings aus oben aufgeführten Gründen die Frage nach einer Oszillation des effektiven g-Faktors mit der Spin-Quantenzahl noch offen. Im Rahmen der Simulation offenbarte sich eine generelle Erhöhung von g^* mit sinkendem Subbandindex N .

Der vorangehende Vergleich von Messdaten und Simulation für ein Feld von $B = 2.66$ T ließ bereits gewisse Diskrepanzen erkennen. Die in Abbildung 5.13 dargestellten Resultate für ein Feld von $B = 4.9$ T ($\nu_{2\text{DEG}} \simeq 3.1$) bestätigen die Tatsache, dass im hohen senkrechten Magnetfeld zusätzliche Effekte auftreten, die in die einfachen Modellannahmen keinen Eingang finden, und deshalb zu deutlichen Abweichungen zwischen Experiment und Simulation führen. In Abbildung 5.13 a) + b) zeigt sich diese Unstimmigkeit vor allem in der deutlichen Abweichung der geometrischen Form des Plateaus $G_{\text{diff}} = 2e^2/h$. Während die Simulation ($\beta = 0.5$) immer noch eine Rautenform liefert, weisen die gemessenen Daten eine geschwungene, wabenförmige Struktur auf. Darüber hinaus zeigt der gemessene Leitwert $G_{\text{diff}}|_{U_{\text{SD}}=0}$ weniger scharfe Plateauübergänge.

5.2.4 Transport im Randkanalregime

Um zu einer Erklärung der Abweichungen zu gelangen, ist es zunächst wieder angebracht, die relevanten Energien und Längenskalen zu be-

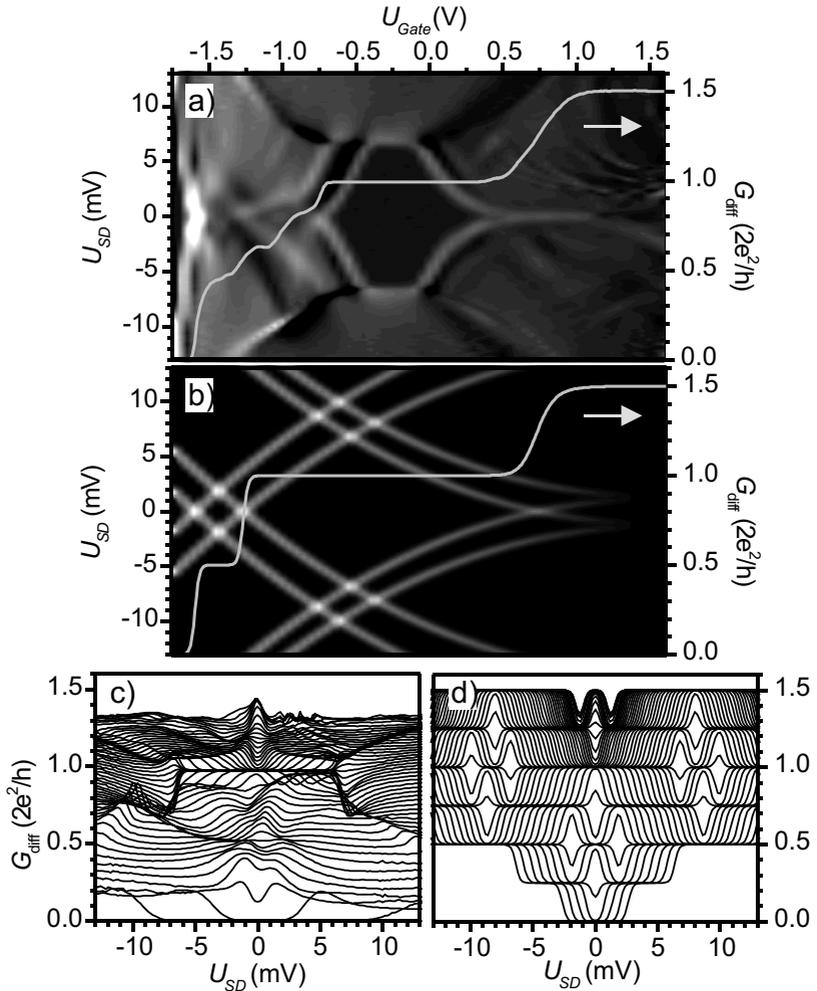


Abbildung 5.13: Spektroskopiedaten für $B = 4.9$ T: Graustufenplot a) der Messung und b) der Simulation der Steilheit. c) Messung und d) Simulation des differentiellen Leitwerts als Funktion der Source-Drain-Spannung für verschiedene Gatespannungen.

trachten. Für die Energien ergeben sich Werte von $\hbar\omega_c = 8.33 \text{ meV} \gg \hbar\omega_y = 2.15 \text{ meV}$, für die entsprechenden Längen ($N = 1$) folgt $d_c = 24$ und $w = 46 \text{ nm}$. Demzufolge befindet sich der Quantenpunktkontakt bereits im Regime des Randkanaltransportes (siehe Abschnitt 2.1.5 und 2.2.4). In Abschnitt 2.1.5 wurde der Randkanaltransport im EinTeilchen-Bild unter dem Hinweis eingeführt, dass Vielteilcheneffekte zu einer Modifikation der Randkanalstruktur führen. Wie nachfolgend noch genau erläutert werden wird, liegt in dieser Modifikation der Schlüssel zum qualitativen Verständnis der Spektroskopieergebnisse im hohen Magnetfeld.

Unter anderem beinhaltet die Berücksichtigung von Vielteilcheneffekten die Einbindung der spezifischen Abschirmeigenschaften des elektronischen Systems, was insbesondere im Magnetfeld zu signifikanten Auswirkungen führt. Bereits in [96] und [97] wurde durch eine qualitative Betrachtung der elektronischen Abschirmeigenschaften im Magnetfeld der Rand eines 2DEG abwechselnd in kompressible und inkompressible Bereiche endlicher Breite unterteilt. Kompressibel meint in diesem Zusammenhang Bereiche mit perfekten Abschirmeigenschaften analog zu denen eines Metalls, entsprechend repräsentieren inkompressible Zonen Bereiche mit verschwindender Abschirmung. Die kompressiblen Streifen wurden in [96] als stromtragende Randkanäle endlicher Breite, getrennt durch die isolierenden, inkompressiblen Streifen, identifiziert. In einer quantitativen Analyse konnten von Chlovskii et al. [98] unter gewissen Annahmen die Breite und Position der kompressiblen und inkompressiblen Streifen im IQHE- und FQHE-Regime ermittelt werden. Inkompressible Streifen im IQHE-Regime entsprechen dabei Bereichen mit ganzzahligem Füllfaktor ν , kompressible Streifen weisen freie Zustände an der Fermienergie auf und besitzen einen nicht-ganzzahligen Füllfaktor. In einer allgemeineren numerischen Studie [99] konnten die Ergebnisse aus [98] in gewissen Parametergrenzen bestätigt werden. Ebenso griffen zahlreiche experimentelle Arbeiten im IQHE- und FQHE-Regime bei der Interpretation der Resultate erfolgreich auf das Konzept kompressibler und inkompressibler Streifen zurück (siehe z.B. [100, 18, 101, 102, 103, 16, 104]).

Die Erweiterung der Ergebnisse [98] auf einen hochbeweglichen, schmalen Kanal wurden von Chlovskii et al. in [105] vorgenommen. Ein zentrales Thema dieser Arbeit stellt dabei die Frage nach dem Verlauf des

Kanal-Leitwerts im hohen Magnetfeld, insbesondere in Hinblick auf die Schärfe der Plateauübergänge, dar. Wie die Autoren in [105] zu Recht anmerken, würde man im Einteilchen-Bild sehr scharfe Übergänge erwarten, was aus experimenteller Sicht nicht bestätigt werden kann.

Analog zu [98] wurde deshalb eine selbstkonsistente Berechnung der elektronischen Struktur vorgenommen, die im hohen Magnetfeld eine Rekonstruktion der elektronischen Struktur in kompressible und inkompressible Bereiche liefert. Mittels Kapazitätsspektroskopie durchgeführte Untersuchungen an einem schmalen Kanal [106] konnten die magnetfeldinduzierte elektronische Umordnung in kompressible und inkompressible Streifen bestätigen. Ein Schema dieser Umordnung fin-

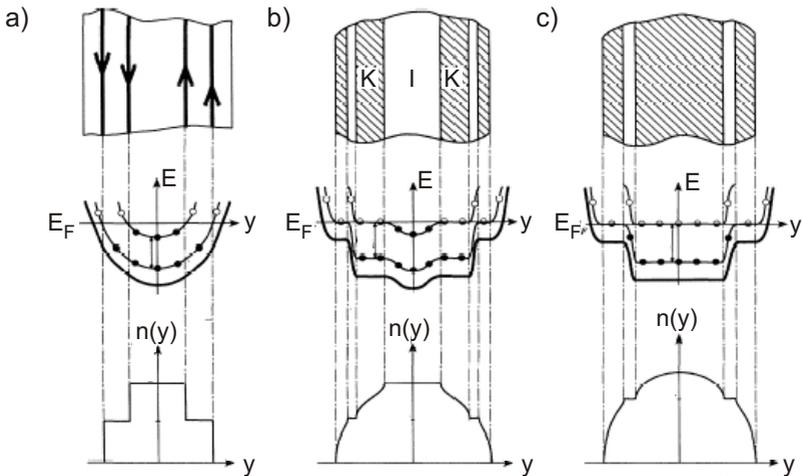


Abbildung 5.14: Schema der Randkanalstruktur, des elektrostatischen Potentials und der Elektronendichteverteilung (von oben nach unten) in einem schmalen Kanal nach [105]. a) Im Einteilchenbild. b) + c) Aus selbstkonsistenten Rechnungen folgend für zwei verschiedene Zustände. Schraffierte Gebiete repräsentieren kompressible, leitende Bereiche, während inkompressible, isolierende Zonen dementsprechend weiß belassen wurden.

det sich in Abbildung 5.14. Als Konsequenz ergibt sich in [105] für den Leitwert des Kanals nur dann ein quantisierter Wert in Einheiten von e^2/h , wenn die außen liegenden kompressiblen Streifen, die Randkanäle, durch einen zentralen inkompressiblen Streifen mit ganzzahligem Füllfaktor getrennt sind (Abb.5.14 b)). Auf der anderen Seite kommen die Autoren in [105] zu dem Schluss, dass über weitaus größere Magnetfeld- und Gatespannungsbereiche ein kompressibler Streifen mit nicht ganzzahligem Füllfaktor im Kanalzentrum entsteht (Abb.5.14 c)), der entsprechend zu einem nichtquantisierten Leitwert zwischen den Plateaus führt, was auch die endlich ausgedehnten Übergangsbereiche begründet. In verwandten Arbeiten zu Magnetotransporteigenschaften eines 2DEG [107, 108] gelangen die Autoren zu ähnlichen Aussagen über die zentrale Rolle eines kompressiblen Bereiches im Probeninneren.

Die breiten Plateauübergänge im gemessenen Leitwert in Abbildung 5.13 weisen darauf hin, dass die magnetfeldinduzierte Rekonstruktion der elektronischen Struktur in AFM-gravierten Engstellen eine wichtige Rolle im Transportverhalten spielt. Besonders deutlich ist dies in Abbildung 5.15 a) zu sehen, in der die Leitwertverläufe zweier AFM-gravierter QPK dargestellt sind. Abbildung 5.15 b) zeigt zum Vergleich aus [105] stammende, analytisch berechnete Verläufe eines 500 nm breiten Kanals. Wie die theoretischen Kurven in b) zeigen auch die experimentellen Kurven in a) sehr ausgedehnte Übergangsbereiche zwischen den Plateaus. Im Gegensatz zur experimentellen Situation wurden die Rechnungen in [105] allerdings für einen translationsinvarianten, unendlich langen Kanal durchgeführt, und die zur Spinaufspaltung führende Zeeman-Energie dabei mit der Landauenergie $\hbar\omega_c$ gleichgesetzt. Zum besseren Vergleich sind deshalb in Abbildung 5.15 die ganzzahligen Plateaus in a) mit den halbzahligen Plateaus in b) in eine Linie gebracht. Der qualitative Vergleich zwischen Experiment und Theorie liefert auf jeden Fall eine gute Übereinstimmung, was die Bedeutung der elektronischen Rekonstruktion für den Randkanaltransport durch den QPK unterstreicht. Zwar führt bei gravierten Engstellen auch die abnehmende Kopplung der IPG-Gates zu einer leichten Verschleppung der Plateauübergänge, dieser Effekt ist aber zu gering, um die extrem ausgedehnten Übergangsbereiche allein erklären zu können.

Der Vergleich mit den in [105] aufgeführten Voraussetzungen bestätigt

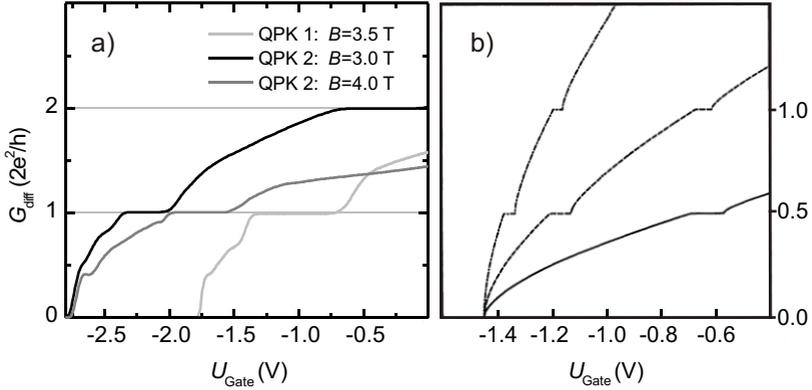


Abbildung 5.15: Leitwert eines schmalen Kanals im hohen senkrechten Magnetfeld. a) Gemessene Leitwerte zweier AFM-gravierter Quantenpunktkontakte. b) Theoretisch berechnete Kurven aus [105]. Die verschiedenen Kurven entsprechen verschiedenen Magnetfeldern.

darüber hinaus die Anwendbarkeit des Rekonstruktionsmodells auf die untersuchten Engstellen. So basieren die Rechnungen zum einen auf der Annahme, dass der effektive Bohrsche Radius a_B^* (etwa 10 nm in GaAs) gegenüber der elektronischen Kanalbreite vernachlässigt werden kann, und zum anderen die Dicke der Spacerschicht die charakteristische Verarmungslänge sowie die elektronische Kanalbreite merklich unterschreitet. Als typische elektronische Kanalbreiten konnten für die verwendeten AFM-gravierten QPK Werte von $w = 40$ nm für $N = 1$ bis $w = 200$ nm für $N = 8$ mit Verarmungslängen von etwa $d \geq 180$ nm ermittelt werden. Aufgrund der schmalen Spacerschicht von $d_{\text{spacer}} = 17.2$ nm sollte deshalb eine qualitative Betrachtung im Rahmen von [105] gerechtfertigt sein.

Die vorangegangenen Überlegungen offenbaren, dass die Ergebnisse der Spektroskopiemessungen im hohen Magnetfeld den Vorhersagen eines Einteilchen-Modells nicht mehr entsprechen können. Zur Diskussion der wesentlichen Abweichungen sei erneut auf Abbildung 5.14 verwiesen. Im Einteilchen-Modell findet der Transport im hohen Magnet-

feld für alle Gatespannungen immer durch Randkanäle statt, die sich symmetrisch auf beide Transportrichtungen aufteilen. Eine Veränderung der Gatespannung führt zu einer energetischen Verschiebung der parabelartigen Landauenergien in Abbildung 5.14 a), deren Schnittpunkte mit der Fermienergie die Lage und Zahl der Randkanäle definieren.

Für den Fall der kompressiblen und inkompressiblen Bereiche stellt sich dieser Sachverhalt etwas anders dar. In Abbildung 5.14 b) wird nur die Lage des Potentials der inkompressiblen Bereiche mit der Gatespannung energetisch verändert, während das elektrostatische Potential der kompressiblen Randstreifen an der Fermienergie fixiert bleibt. Zwar wird durchaus die räumliche Position und Breite der kompressiblen Bereiche durch die Gatespannung beeinflusst, die Zahl der transmittierenden kompressiblen Randstreifen an der Fermienergie ändert sich aber nicht. Die vollständige Entkopplung der beiden Transportrichtungen durch den breiten inkompressiblen zentralen Streifen führt analog zum Randkanaltransport im 2DEG zur vollständigen Transmission der Randstreifen und daher zu einem quantisierten Leitwert. Erst wenn das Potentialminimum des zentralen inkompressiblen Streifens über die Gatespannung um etwa $\hbar\omega_c$ relativ zur Fermienergie abgesenkt ist, entsteht in der Kanalmitte ein zentraler kompressibler Bereich (Abb. 5.14 c)), der die Rückstreuunterdrückung aufhebt. Für diesen Fall kann in [105] gezeigt werden, dass der Füllfaktor des zentralen kompressiblen Streifens den *nichtquantisierten* Leitwert bestimmt.

Obwohl deshalb das verwendete Einteilchen-Modell zur Simulation der Spektroskopiedaten prinzipiell nicht mehr geeignet ist, lohnt es sich dennoch, die wesentlichen Konsequenzen der elektronischen Rekonstruktion in einem rein phänomenologischen Ansatz für V_0 in das Einteilchen-Modell einzubeziehen. Der entsprechend geänderte Verlauf des Potentialminimums V_0 als Funktion der Gatespannung ist in Abbildung 5.16 dargestellt. Die gestrichelte Linie in Abbildung 5.16 zeigt zum Vergleich noch einmal den Verlauf V_0 der simulierten Daten aus Abbildung 5.13 im reinen Einteilchen-Ansatz. Die Berücksichtigung von kompressiblen und inkompressiblen Streifen führt zu dem modifizierten, in Abbildung 5.16 als durchgezogene Linie dargestellten $V_0(U_{\text{Gate}})$ -Verlauf. Die Unterteilung der Kennlinie in kompressible und inkompressible Zonen erfolgte empirisch und bezieht sich auf den Zu-

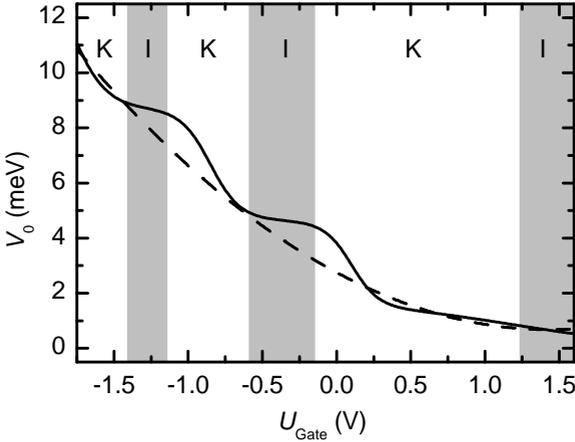


Abbildung 5.16: Simulierter Verlauf von V_0 für ein Feld von $B = 4.9$ T. a) Im Einteilchenbild (gestrichelt). b) Unter Berücksichtigung von kompressiblen und inkompressiblen Zuständen im Engstellenbereich (durchgezogen). Die Unterteilung der Kennlinie in K- und I-Gebiete bezieht sich auf den Zustand des zentralen Streifens in Abb. 5.14.

stand des zentralen Streifens in der Engstelle. In Bereichen eines inkompressiblen Streifens im Engstellenzentrum wurde V_0 nahezu konstant belassen, da sich die energetische Lage der äußeren transmittierenden kompressiblen Streifen in diesen Bereichen nicht ändert und sie an der Fermienergie fixiert bleiben. In diesen Bereichen ist der Leitwert quantisiert. Zwischen diesen Bereichen befindet sich der zentrale Streifen in einem kompressiblen Zustand mit einem füllfaktorabhängigen, nicht quantisierten Leitwert, weshalb diesen Bereichen ein monoton veränderliches V_0 zugeordnet wurde. Diese Zuordnung ist rein qualitativ insofern sinnvoll, als dass ein veränderliches V_0 in den Plateauübergangsbereichen zu einem nicht quantisierten Leitwert analog dem nicht quantisierten Leitwert des zentralen kompressiblen Streifens führt.

Mit dieser modifizierten Form von V_0 wurden die Daten aus Abbildung 5.13 erneut simuliert, wobei die übrigen Parameter bis auf eine geringe nichtlineare Korrektur des Spannungsabfalls der Source-

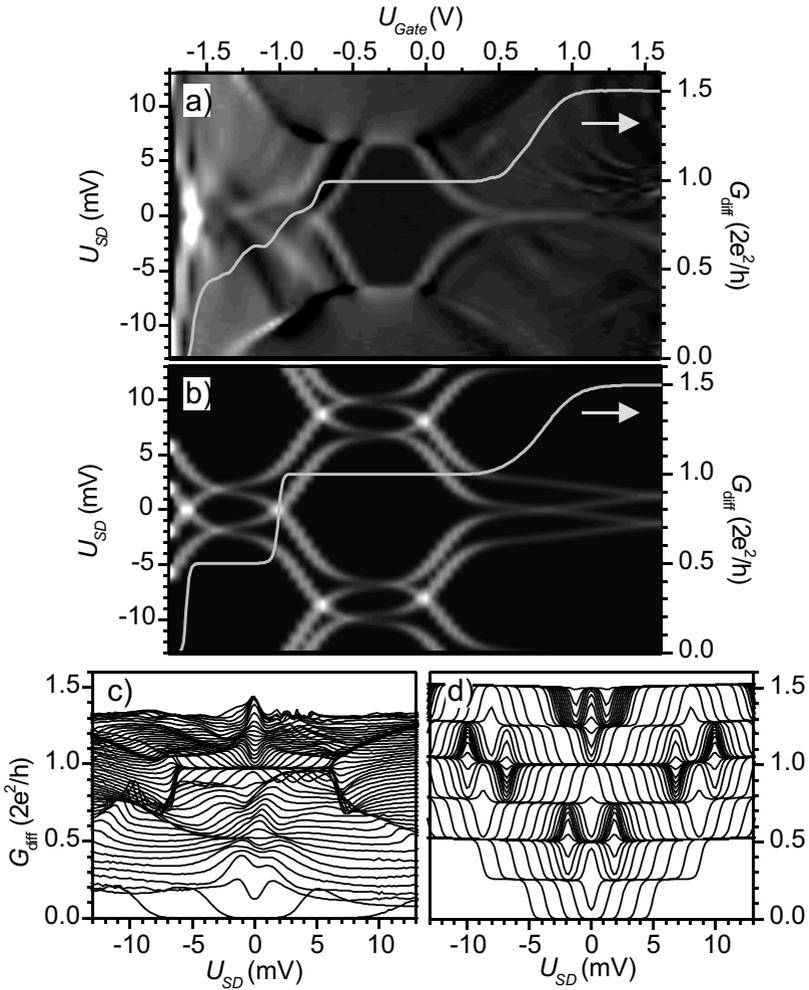


Abbildung 5.17: Spektroskopiedaten für $B = 4.9$ T mit modifizierter Simulation gemäß Abb. 5.16: Graustufenplot a) der Messung und b) der Simulation der Steilheit. c) Messung und d) Simulation des differentiellen Leitwerts als Funktion der Source-Drain-Spannung für verschiedene Gatespannungen.

Drain-Spannung, $V_0(U_{\text{SD}}, U_{\text{G}}) = V_0(U_{\text{G}}) - 0.5 \cdot eU_{\text{SD}} + 0.001 \cdot eU_{\text{SD}}^2$, unverändert blieben. Nichtlineare Effekte in der Source-Drain-Spannung führen dazu, dass Leitwertplateaus mit der Source-Drain-Spannung ihren Wert verändern. Das Ergebnis der erneuten Simulation ist in Abbildung 5.17 dargestellt und zeigt besonders für den Graustufenplot der Steilheit eine sehr gute qualitative Übereinstimmung. Die wellenförmige Struktur des zweiten Plateaus lässt sich demnach direkt auf die Fixierung der kompressiblen Randstreifen an der Fermienergie im Engstellenbereich zurückführen. Abbildung 5.17 macht aber auch deutlich, dass für eine quantitative Analyse eine selbstkonsistente Berechnung der elektronischen Verteilung innerhalb der Engstelle erforderlich ist. Wie nicht anders zu erwarten, ergeben sich vor allem in den Plateauübergangsbereichen deutliche quantitative Unterschiede. Außerdem scheinen in einigen Bereichen auch nichtlineare Effekte eine Rolle zu spielen, was mit dem Beitrag $0.001 \cdot eU_{\text{SD}}^2$ in $V_0(U_{\text{SD}}, U_{\text{G}})$ angedeutet werden sollte.

Besondere Beachtung verdient noch der Bereich unterhalb des Plateaus $G_{\text{diff}} = 2e^2/h$. Zum einen liegen die theoretisch bei endlicher Source-Drain-Spannung auftretenden Plateaus $G_{\text{diff}} = 0.75(2e^2/h)$ tatsächlich nahe $1.0(2e^2/h)$ bei Werten von $0.9-0.95(2e^2/h)$, zum anderen scheinen diese Plateaus mit einer zusätzliche Struktur um $0.7(2e^2/h)$ bei verschwindender Source-Drain-Spannung in Verbindung zu stehen. Diese zusätzliche Schulter wirft insofern neue Fragen auf, als dass es sich hierbei scheinbar um keinen zufälligen Effekt handelt, wie die in Abbildung 5.15 a) dargestellten Leitwertkurven im hohen Magnetfeld zeigen. Alle Kurven weisen zwischen den spinaufgespaltenen Plateaus $0.5(2e^2/h)$ und $1.0(2e^2/h)$ eine weitere Schulter um $0.7(2e^2/h)$ auf. Die 0.7-Anomalie kann als Ursache ausgeschlossen werden, da diese, wie bereits angesprochen, im Magnetfeld in das spinaufgespaltene Plateau $0.5(2e^2/h)$ überführt wird. Der Ursprung dieser Schulter bleibt für den Moment ungeklärt, was aber andererseits zu dem Schluss führt, dass möglicherweise noch einiges an spannender Physik des QPKs im hohen Magnetfeld im Verborgenen liegt und weitere Untersuchungen folgen müssen.

Zum Abschluss der Diskussion soll an dieser Stelle noch darauf hingewiesen werden, dass auch in die Simulation für $B = 4.9$ T ein relativ großer effektiver g-Faktor von $|g^*/g_{\text{GaAs}}^*| = 10$ für $N = 2$ und

$|g^*/g_{\text{GaAs}}^*| = 15$ für $N = 1$ Eingang fand, was den Trend einer starken magnetfeldinduzierten, subbandabhängigen Erhöhung bestätigt. Der Ursprung dieser Erhöhung muss nach den bisherigen Überlegungen ebenfalls in der Umverteilung des elektronischen Vielteilchensystems gesucht werden.

Damit lässt sich erstens zusammenfassen, dass das verwendete Einzelteilchen-Modell eines parabolischen Einschlusspotentials [78] für nicht zu hohe Magnetfelder, d.h. bis in den Bereich der magnetoelektrischen Moden ($\omega_c \sim \omega_y$), mit gutem Erfolg auf AFM-gravierte QPK angewendet werden konnte. Zweitens ergaben sich für höhere Magnetfelder deutliche Abweichungen, die in einer qualitativen Analyse auf einen Vielteilcheneffekt, namentlich der elektronischen Umordnung in kompressible und inkompressible Streifen im Engstellenbereich zurückgeführt werden konnten. Drittens schließlich weisen die experimentellen Daten im hohen Feld auf einen deutlich erhöhten effektiven g-Faktor in Verbindung mit der angesprochenen elektronischen Umordnung hin.

5.3 Frequenzabhängiger Leitwert eines AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes

Eine umfassende Charakterisierung der Transporteigenschaften eines mesoskopischen Systems darf sich nicht allein auf den statischen Fall beschränken, sondern muss darüber hinaus auch dem dynamischen Aspekt Rechnung tragen. Während sich mehrere theoretische Arbeiten [109, 110, 12, 111, 112, 13] intensiv dieser Fragestellung widmen, besteht aus experimenteller Sicht in diesem Punkt noch Nachholbedarf. Bisherige Untersuchungen zur Dynamik eines Quantenpunktkontaktes konzentrierten sich vornehmlich auf die Rauscheigenschaften dieses Systems im kHz-Bereich (siehe z.B. [113, 114, 115, 116, 117]).

Aus dieser Motivation heraus wurde mit dem in Kapitel 4.2.3 vorgestellten Messaufbau für Hochfrequenztransportuntersuchungen der frequenzabhängige komplexe Leitwert $G_{\text{ac}}(f)$, die sogenannte *Admittanz*, eines AFM-gravierten QPK im linearen Regime ($U_{\text{SD}}^{\text{ac}} = 225 \mu\text{V}$) bei einer Temperatur von $T = 100 \text{ mK}$ vermessen. Die wesentlichen Ergebnisse dieser Messungen werden im Folgenden vorgestellt und mit

den theoretischen Vorhersagen aus [12] verglichen.

Eine quantitative Analyse des Transportverhaltens der Probe setzt die Kenntnis der Zuleitungseigenschaften voraus. Daher war es notwendig, neben den eigentlichen HF-Transportmessungen an der Probe auch Kalibrierungsmessungen am Leitungssystem vorzunehmen. Da insgesamt vier Festmantelkoxialleitungen zur Verfügung standen, von denen nur zwei für die HF-Zweipunktmessungen benötigt wurden, erfolgte die Kalibrierung im selben Messzyklus an dem überzähligen Leitungspaar, das zu diesem Zweck geeignet kurzgeschlossen war. Abbildung 5.18 a) zeigt den Einfluss des Leitungssystems auf die Signaldämpfung und -phase. Auf Basis dieser Daten erfolgte später die Korrektur der frequenzabhängigen QPK-Messdaten. An dieser Stelle muss hinzugefügt werden, dass hinsichtlich der Übereinstimmung der elektrischen Längen der beiden Leitungssysteme eine Restunsicherheit von wenigen mm besteht, was bei einer Gesamtlänge von gut 6 m zwar als vernachlässigbar erscheint, trotzdem aber eine Phasentoleranz von z.B. etwa $\pm 0.9^\circ$ bei $f = 100$ MHz mit sich bringt.

Neben der passenden Signalführung sollte ebenso über einen möglichst weiten Frequenzbereich eine gleichmäßige, vorzugsweise reflektionsarme Signaleinkopplung in die Probe sichergestellt werden. Zu diesem Zweck wurden nahe der Probeneingangsseite zwei 100Ω -Widerstände (siehe Abb. 4.3 in Kap. 4.2.3) parallel zur Probe angeordnet, um schaltungstechnisch die relativ hochohmige QPK-Probe impedanzangepasst in das verwendete 50Ω -Netzwerk einzubinden. Dem in Abbildung 5.18 b) dargestellten Frequenzverlauf von Betrag und Phase dieser Widerstände ist zu entnehmen, dass die gewünschten Werte von $|Z_{50}| = 50 \Omega$ und Phase = 0° bis $f = 200$ MHz fast genau erreicht, bzw. oberhalb von $f = 200$ MHz im geringen Maße unterschritten wurden, so dass insgesamt eine vernünftige Signaleinkopplung gewährleistet war.

Mit dieser Kenntnis der Leitungseigenschaften konnte dann die frequenzabhängige Probenadmittanz im linearen Regime erfolgreich vermessen werden, wobei zur Detektion sowohl ein Hochfrequenz-Lock-In ($f = 25 - 175$ MHz) als auch ein Netzwerkanalysator ($f = 0.01 - 1000$ MHz) verwendet wurden. Der HF-Lock-In stellte im Vergleich zum Netzwerkanalysator eine geringere Bandbreite zur Verfügung, lieferte dafür aber eine deutlich bessere Phasenauflösung von 0.02° , weshalb im Folgenden die Daten der Lock-In-Messungen diskutiert wer-

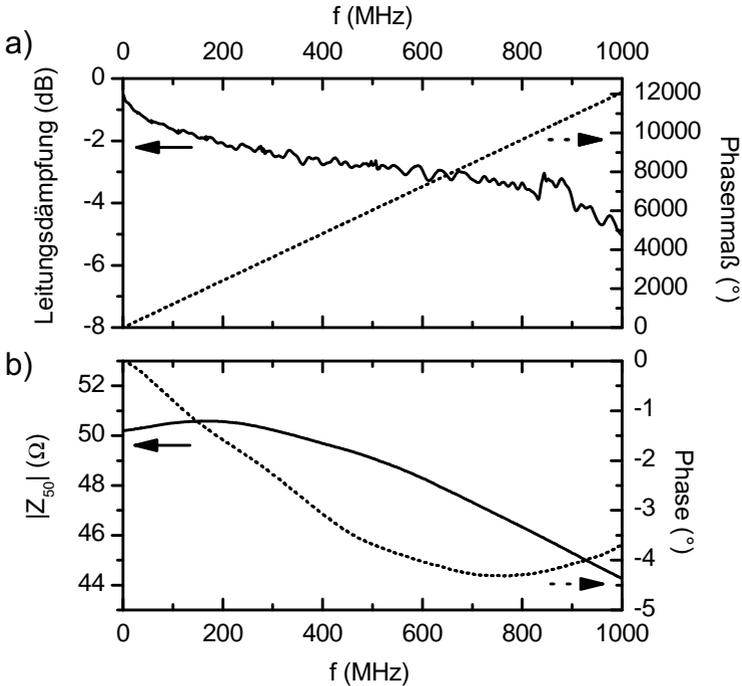


Abbildung 5.18: a) Frequenzabhängige Dämpfung und Phasenmaß des verwendeten Leitungssystems. b) Impedanzbetrag und Phase der zwei zur Impedanzanpassung parallel geschalteten 100 Ω -Widerstände.

den. Die Resultate der mit dem Netzwerkanalysator durchgeführten Leitwertmessungen finden sich in Anhang B.

Zur Übersicht sind die Ergebnisse der Lock-In-Messungen in Abbildung 5.19 in einer dreidimensionalen Darstellung von Betrag und Phase der gate- und frequenzabhängigen Admittanz zusammengefasst. Wie bereits erwähnt, wurden die Daten hinsichtlich der Leitungseinflüsse korrigiert, was, soweit möglich, die Berücksichtigung von stehenden Wellen durch Mehrfachreflektionen zwischen Probenausgang und nicht idealem Verstärkereingang einschließt. Etwaige Kontaktwiderstände und der Widerstand des umgebenden 2DEG fanden dagegen keinen Eingang in die Datenkorrektur, die Gründe hierfür werden an

5.3 Frequenzabhängiger Leitwert eines AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes

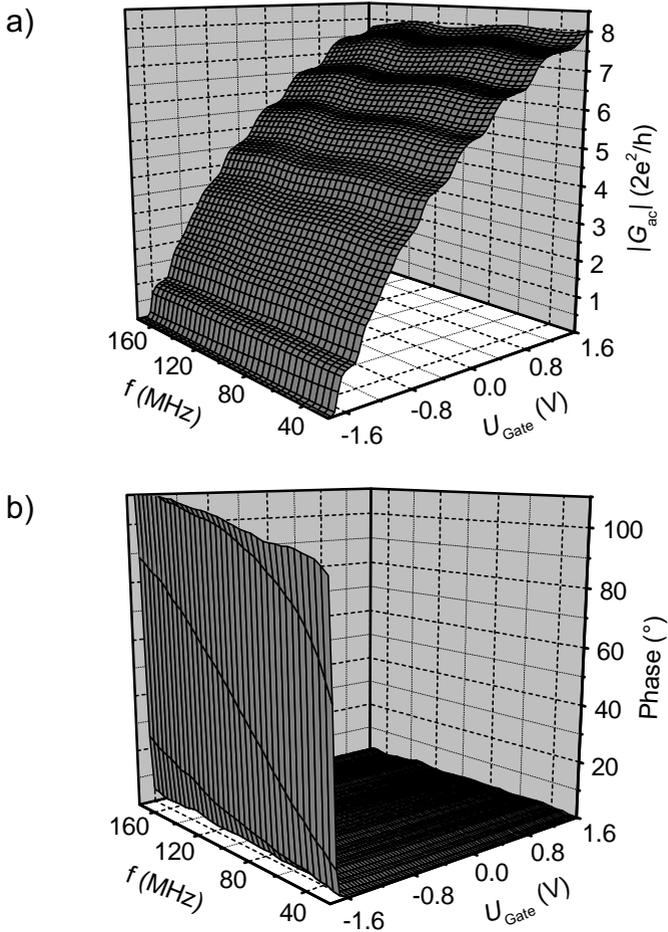


Abbildung 5.19: Aus den Lock-In-Messungen gewonnene(r) a) Betrag und b) Phase des komplexen Leitwerts als Funktion der Frequenz und der Gatespannung.

späterer Stellen noch genauer diskutiert werden.

Aus Abbildung 5.19 lässt sich bereits ablesen, dass zum einen die Admittanz betragsmäßig nahezu konstant im betrachteten Frequenzbereich verläuft, und zum anderen die Phase im Abschürbereich der Gatespannung einen großen Sprung macht. Die folgenden Detailbetrachtungen geben genaueren Aufschluss über den Verlauf von Betrag und Phase. In Abbildung 5.20 a) ist der Admittanzbetrag als Funktion der Frequenz für eine unterschiedliche Anzahl transmittierender Kanäle dargestellt. Für den Fall der DC-seitig geschlossenen Engstelle, also $N = 0$, ergibt sich ein linear mit der Frequenz ansteigender Betrag, was insofern der Erwartung entspricht, als dass der DC-Beitrag in diesem Regime verschwinden und die Engstelle aufgrund der vorhandenen Potentialbarriere einen kapazitiven Charakter, $G_{ac} = i\omega C$, aufweisen sollte [110]. Der Vergleich mit den entsprechenden Daten der Phase in 5.19 bestätigt durch Werte nahe 90° diese Annahme. Aus der Steigung des Betrags kann über die Beziehung $|G_{ac}| = \omega C$ die Größe der Kapazität C abgeschätzt werden, die Auswertung dieser Beziehung liefert einen Wert von $C = 3.9$ fF.

Für den Fall endlich vieler transmittierender Kanäle, d.h. im offenen Bereich der Engstelle, zeigt Abbildung 5.20 a), dass der Betrag nahezu unbeeinflusst von der Frequenz durch die Anzahl der am Transport teilnehmenden Kanäle gegeben ist. Die leichte Oszillation mit der Frequenz tritt für alle Gatespannungen im offenen Bereich auf und ist vermutlich auf einen Netzwerkeffekt zurückzuführen. Unter Netzwerkeffekten werden an dieser Stelle alle Effekte verstanden, die aufgrund der äußeren Beschaltung, Imperfektionen des Leitungssystems, Impedanzfehlanpassungen und unerwünschten parasitären Elementen zu Abweichungen vom idealen, ungestörten System führen.

Darüber hinaus erkennt man an den gefitteten, gestrichelten Linien eine minimale Abnahme des Betrags mit der Frequenz. In diesem Zusammenhang ist eine Betrachtung der Rolle der Zuleitungen angebracht. Wie bereits erwähnt, fand keine Korrektur der Daten in Hinblick auf Kontakt- und 2DEG-Widerstände statt. Eine Abschätzung dieser Widerstände führt zu Werten in der Größenordnung $200 - 300 \Omega$ und liefert damit ähnlich kleine Beiträge wie im Fall der DC-Messungen. Selbstverständlich muss auch eine spezifische Frequenzabhängigkeit dieser Widerstände in Betracht gezogen werden. In Untersuchungen zur

5.3 Frequenzabhängiger Leitwert eines AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes

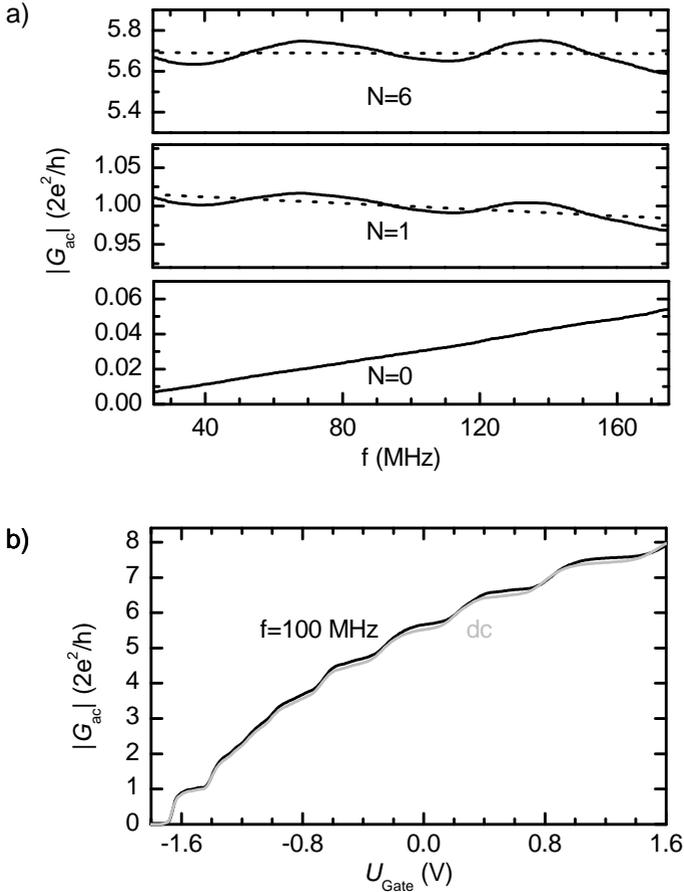


Abbildung 5.20: Betrag der komplexen Admittanz aus Lock-In-Messungen: a) als Funktion der Frequenz für eine unterschiedliche Anzahl N transmittierender Kanäle. b) als Funktion der Gatespannung für eine Frequenz von $f = 100$ MHz (schwarz) im Vergleich zum DC-Leitwert (grau).

frequenzabhängigen Impedanz hochmobiler 2DEGs [118] konnte gezeigt werden, dass sich die komplexe Impedanz im Einklang mit dem Drude-Modell durch

$$Z(\omega) = \frac{Am^*}{n_e e^2 \tau_e} \cdot (1 + i\omega\tau_e) = R + i\omega L \quad (5.11)$$

beschreiben lässt. Hierbei bezeichnet A den Geometriefaktor, τ_e die effektive Streuzeit, $\omega = 2\pi f$ die Frequenz, R den DC-Widerstand und L die effektive Induktivität. Mit den 2DEG-Daten der verwendeten Heterostruktur Bochum 1129, $n_e = 3.7 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ und $\tau_e \leq 38 \text{ ps}$, kann damit eine Abschätzung des imaginären Anteils vorgenommen werden, die eine Induktivität von $L \gtrsim 13 \text{ nH}$ liefert. Daraus lassen sich je nach Frequenz imaginäre Beiträge von wenigen Ohm bis zu einigen zehn Ohm zum Gesamtbetrag der Impedanz $|Z(\omega)|$ errechnen, was in etwa den geringen Änderungen des Admittanzbetrags im offenen Bereich entspricht. Aus den Betragsänderungen für $N = 1$ und $N = 6$ in Abbildung 5.20 a) ergäben sich Induktivitäten von $L \simeq 280 \text{ nH}$ und $L \simeq 6 \text{ nH}$. In dieser Abschätzung wurde eine mögliche Frequenzabhängigkeit der ohmschen Kontakte vernachlässigt, was aber im Nachhinein als gerechtfertigt erscheint. Für den Fall der geschlossenen Engstelle wird die Frequenzabhängigkeit der 2DEG-Impedanz von dem dominanten frequenzabhängigen kapazitiven Beitrag der Engstelle überdeckt.

Neben der Frequenzabhängigkeit des 2DEG muss als weitere mögliche Ursache für eine leichte Signalabnahme das Auftreten parasitärer Kapazitäten zur Masse in Erwägung gezogen werden. Hierbei kommen insbesondere Kapazitäten zu den In-Plane-Gates im Bereich der Engstelle in Frage, da die Gates ja zur Verminderung von Übersprecheffekten AC-seitig durch Kondensatoren geerdet wurden (siehe Kap. 4.2.3). Wenngleich diese parasitären Beiträge die Größenordnung fF wahrscheinlich nicht überschreiten, zeigten mit dem Simulationsprogramm SPICE durchgeführte Berechnungen, dass diese Anteile ebenfalls zu einer entsprechend geringen Signalabnahme führen können. Weiterhin ist zu beachten, dass auch der Anpassungswiderstand Z_{50} eine geringe Frequenzabhängigkeit besitzt. Diese Überlegungen führen zu dem Schluss, dass vermutlich eine Kombination der einzelnen Effekte für die beobachtete geringe Abnahme des Admittanzbetrags mit der Frequenz

im offenen Bereich der Engstelle verantwortlich ist.

Im Rahmen dieser Abschätzungen kann also davon ausgegangen werden, dass der Betrag der reinen Admittanz des QPKs im betrachteten Frequenzbereich bis 175 MHz quasi konstant mit der Frequenz verläuft und im Wesentlichen dem DC-Wert entspricht. Abbildung 5.20 b) bestätigt diesen Sachverhalt, da sich die Beträge von DC-Leitwert und Admittanz bei $f = 100$ MHz nahezu gleichen. Die minimalen Abweichungen lassen sich damit erklären, dass im Betrag der Admittanz zusätzlich kleine Beiträge des Imaginärteils auftreten können. Außerdem kam es zwischen den beiden Messungen zu einer leichten Drift der Probe, weshalb die Kennlinie des DC-Leitwerts zum besseren Vergleich um $\Delta U_{\text{Gate}} = 0.03$ V verschoben wurde. Mit dieser Drift ging wahrscheinlich eine leichte Änderung der Zuleitungswiderstände einher, die ebenfalls Abweichungen zur Folge haben könnte.

Auch die Phase der komplexen Admittanz liefert Informationen über das dynamische Transportverhalten des QPKs, wie Abbildung 5.21 zeigt. In Abbildung 5.21 a) ist der Phasenverlauf als Funktion der Gate-Spannung bei einer festen Frequenz von $f = 163$ MHz dargestellt. Man erkennt, dass die Phase zunächst bei einem Wert von etwa 110° startet, um dann abrupt auf Werte nahe 0° abzufallen. Dieser Übergang entspricht dem Übergang vom geschlossenen ins transmittierende Regime der Engstelle. Theoretisch würde man für das geschlossene Regime aufgrund des kapazitiven Charakters der Engstelle einen Phasenwert von 90° erwarten, allerdings könnte z.B. eine sicherlich vorhandene, in Serie auftretende, geringe induktive Komponente ($L \sim 10$ nH) des SMD-Anpassungswiderstandes Z_{50} für eine zusätzliche Phasenverschiebung verantwortlich sein, wie mit SPICE-Simulationen auf qualitativer Ebene festgestellt werden konnte.

Im offenen Bereich nähert sich die Phase mit zunehmender Gate-Spannung 0° an und weist darüberhinaus zusätzliche kleine Sprünge im zehntel Grad-Bereich auf, wie die Vergrößerung in Abbildung 5.21 b) zeigt. Diese Sprünge in der Phase lassen sich eindeutig den Stufen im Betrag der Admittanz zuordnen, und treten somit sukzessive beim Öffnen jeweils eines weiteren 1D-Kanals auf. Die Zahlen an den Sprüngen in Abbildung 5.21 a) und b) bezeichnen jeweils die Anzahl der transmittierenden Kanäle. Abbildung 5.21 c) zeigt exemplarisch den Phasenverlauf als Funktion der Frequenz für $N = 6$ transmittieren-

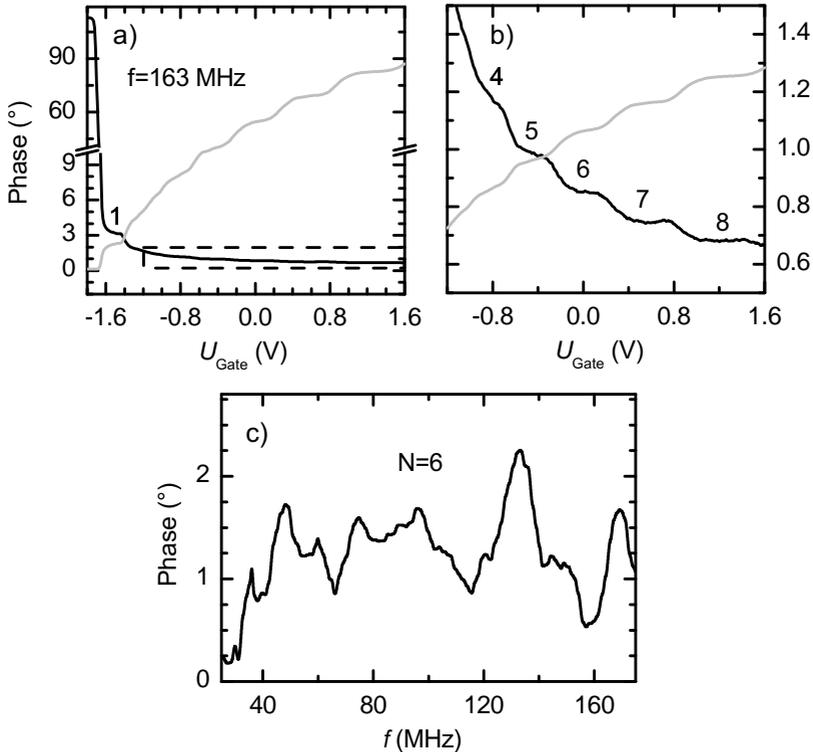


Abbildung 5.21: Phase (schwarz) der komplexen Admittanz aus HF-Lock-In-Messungen: a) als Funktion der Gatespannung bei einer Frequenz von $f = 163$ MHz. b) Ausschnittsvergrößerung des gestrichelt eingefassten Bereichs in a). Die grauen Kurven in a) und b) zeigen zum Vergleich den Verlauf des Leitwertbetrags. c) Phase als Funktion der Frequenz für $N = 6$ transmittierende Kanäle.

5.3 Frequenzabhängiger Leitwert eines AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes

de Kanäle. Die Oszillation der Phase mit der Frequenz tritt im offenen Regime analog zu den leichten Oszillationen im Betrag unabhängig von der Kanalzahl, d.h. der Gatespannung auf, so dass deren Ursache demzufolge in Verbindung mit einem allgemeinen Netzwerkeffekt im komplexen Gesamtnetzwerk und nicht in den spezifischen Eigenschaften der Engstelle zu suchen ist.

Es ist naheliegend, neben Betrag und Phase der komplexen Admittanz auch den entsprechenden Real- und Imaginärteil zu betrachten. Aus den bisherigen Ergebnissen lässt sich bereits ableiten, dass im geschlossenen Regime der mit der Kapazität verbundene Imaginärteil $i\omega C$ die Admittanz dominiert, während die Admittanz im offenen Regime im Wesentlichen durch den Realteil gegeben ist, der wiederum, wie Abbildung 5.22 exemplarisch für $f = 163$ MHz zeigt, dem DC-Leitwert entspricht. Wie verhält es sich jedoch mit dem Imaginärteil der Admittanz im offenen Regime? Aus dem Verlauf der Phase in Abbildung 5.21 a) und b) lässt sich nur ableiten, dass auch im offenen Regime ein endlicher Imaginärteil existiert, der theoretisch allerdings einen konstanten, gateunabhängigen Wert aufweisen könnte. Die Sprünge in der Phase träten in diesem Fall allein als Folge der Stufen des Realteils auf. Um dieser Frage nachzugehen, ist in Abbildung 5.23

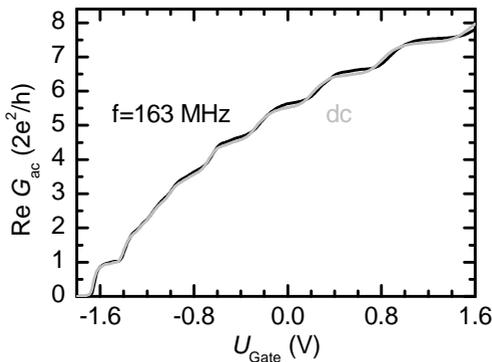


Abbildung 5.22: Realteil der komplexen Admittanz als Funktion der Gatespannung für eine Frequenz von $f = 163$ MHz (schwarz) im Vergleich zum DC-Leitwert (grau).

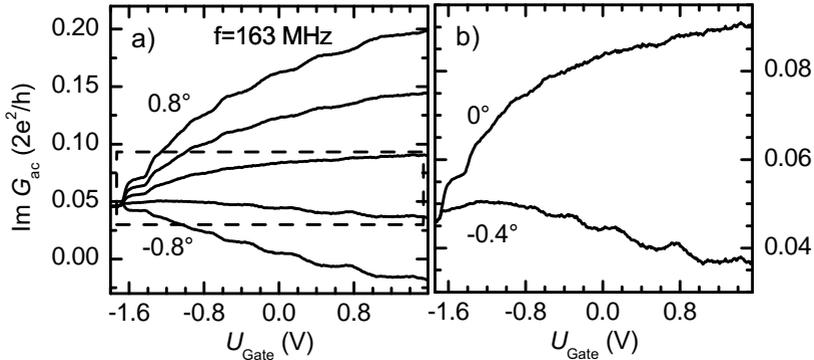


Abbildung 5.23: Imaginärteil der komplexen Admittanz aus HF-Lock-In-Messungen: a) als Funktion der Gatespannung bei einer Frequenz von $f = 163$ MHz. Die Phasenverschiebung zwischen den einzelnen Kurven beträgt jeweils $\Delta = 0.4^\circ$. b) Ausschnittsvergrößerung des gestrichelt eingefassten Bereichs in a).

exemplarisch für $f = 163$ MHz der Imaginärteil als Funktion der Gatespannung dargestellt. Da, wie bereits angesprochen, die absolute Phase aufgrund der Restunsicherheit in der Kalibrierung sowie der netzwerkinduzierten Oszillation nicht mit absoluter Genauigkeit bestimmt werden kann², sind in Abbildung 5.23 die Imaginärteile für verschiedene mögliche Phasenkorrekturen dargestellt. Die relative Verschiebung zwischen den korrespondierenden Phasenverläufen beträgt jeweils konstant $\Delta = 0.4^\circ$. Aus Abbildung 5.23 lässt sich ablesen, dass der Verlauf des Imaginärteils auf kleinsten Skalen mit der Anzahl der transmittierenden Kanäle korreliert ist. Neben eines möglichen konstanten Anteils weist der Imaginärteil also auch einen QPK-spezifischen Anteil auf. Dieses Verhalten konnte für den gesamten betrachteten Frequenzbereich nachgewiesen werden, da bei jedweder Variation der absoluten Phase, selbst auf kleinsten Skalen, immer ein gateabhängiger Anteil gefunden wurde. Über das Vorzeichen des gateabhängigen Ima-

²Diese Aussage betrifft allerdings nur die absolute Phase. Die relativen Phasenänderungen konnten aufgrund der sehr guten apparativen Auflösung sehr genau detektiert werden.

5.3 Frequenzabhängiger Leitwert eines AFM-gravierten Quantenpunktkontaktes

ginärteils lässt sich leider keine Aussage machen, da neben der Phaseunsicherheit auch ein möglicher (unbekannter) konstanter Anteil dies verhindert. Auf die Stufen oder Oszillationen im Imaginärteil wird an späterer Stelle noch zurückgekommen.

Wie eingangs dieses Abschnittes erwähnt, werden in mehreren theoretischen Arbeiten Vorhersagen zur komplexen Admittanz eines mesoskopischen Systems gemacht. Von besonderem Interesse für diese Arbeit ist dabei Referenz [12], in der Aussagen zur komplexen Admittanz eines QPKs gemacht werden. Gemäß dieser Arbeit schreibt sich die komplexe Admittanz für nicht zu hohe Frequenzen als:

$$G_{ac}(\omega) = G_{dc} - i\omega\mathcal{E} \quad . \quad (5.12)$$

Hierbei bezeichnet \mathcal{E} die sogenannte *Emittanz*. Die Einschränkung auf nicht zu hohe Frequenzen bezieht sich auf die Tatsache, dass Gleichung 5.12 die Entwicklung der Admittanz in erster Ordnung ω bildet [109] und höhere Ordnungen vernachlässigt wurden. Im Rahmen der adiabatischen Näherung wird in [12] die Berechnung der Gesamtadmittanz auf die Summe der Einzeladmittanzen der einzelnen Kanäle zurückgeführt. Die Admittanz eines einzelnen Kanals ergibt sich aus dem DC-Beitrag sowie der spezifischen Emittanz. Diese ist nach [12] für einen symmetrischen Potentialverlauf in der Engstelle gegeben durch:

$$\mathcal{E} = CR - \frac{D}{4}T^2 \quad . \quad (5.13)$$

Hierbei bezeichnen R und T die Reflektions- bzw. Transmissionswahrscheinlichkeit des Kanals, C die Kapazität und $D = D_1 + D_2$ mit $D_i = e^2 dN_i/dE$ die auf beiden Seiten an das Engstellenzentrum grenzenden Zustandsdichten. Für den vorliegenden Fall umfassen diese die Zustände im Bereich der Abschirmlänge um das Engstellenzentrum, da hier der Spannungsabfall auftritt. Ebenso muss auch für die Kapazität C eines mesoskopischen Systems nicht mehr allein die geometrische Kapazität C_0 , sondern auch die Zustandsdichte der „Kondensatorplatten“ berücksichtigt werden [119]. Für die Kapazität aus Gleichung 5.13 ergibt sich:

$$C = \frac{R}{C_0^{-1} + D_1^{-1} + D_2^{-1}} \quad . \quad (5.14)$$

Aus der Beziehung 5.13 für die Emittanz wird ersichtlich, dass die Emittanz eines Kanals je nach Transmissionsgrad einen kapazitiven oder induktiven Charakter aufweist. Für den ballistischen Grenzfall der kompletten Transmission ergibt sich ein rein induktiver Beitrag, während ein reflektierter Kanal zu einer reinen Kapazität führt.

Nach den vorangegangenen Überlegungen errechnet sich der Realteil der Gesamtadmittanz 5.12 aus der Summe der DC-Leitwerte:

$$\operatorname{Re} G_{\text{ac}}(\omega) = G_{\text{dc}} = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n \quad , \quad (5.15)$$

wobei T_n die spezifische Transmissionswahrscheinlichkeit des n -ten Kanals bezeichnet. Der Vergleich mit den experimentellen Daten bestätigt diesen Sachverhalt, da ja in der Tat ein dem DC-Leitwert entsprechender, frequenzunabhängiger Realteil der Admittanz nachgewiesen werden konnte.

Der Imaginärteil der Gesamtadmittanz ermittelt sich analog aus der Summe der Einzelemittanzen :

$$\operatorname{Im} G_{\text{ac}}(\omega) = \omega \sum_{n=1}^N \mathcal{E}_n = \omega \sum_{n=1}^N \left(C_n R_n - \frac{D_n}{4} T_n^2 \right) \quad . \quad (5.16)$$

Nach Gleichung 5.16 sollte der gateabhängige Imaginärteil ähnlich wie der Realteil einen sprunghaften Verlauf aufweisen, da sowohl das sukzessive Auftreten von zunächst im schmalsten Teil der Engstelle reflektierten Kanälen als auch das sukzessive Öffnen dieser Kanäle zu sprunghaften Änderungen in der Gesamtemittanz führen. Das Vorzeichen als auch die Steigung der Gesamtemittanz hängen dabei vom Transmissionsgrad der vorhandenen Kanäle ab, wobei nach [12] nur die Kanäle von Relevanz sind, die um das Engstellenzentrum herum im Bereich der Abschirmlänge auftreten. Der Vergleich mit Abbildung 5.23 bestätigt diese Erwartungen, da deutliche Sprünge in den Verläufen aller Kurven zu beobachten sind. Aufgrund der Zunahme transmittierender Kanäle mit wachsender Gatespannung würde man wegen der wachsenden induktiven Komponente eine negative Steigung im Imaginärteil erwarten, wie sie die beiden Kurven für -0.4° und -0.8° aufweisen. Andererseits könnte eine genügend stark wachsende geometrische Kapazität — ein Effekt, der nicht ausgeschlossen werden kann—

auch zu einer positiven Steigung im Imaginärteil führen. Insofern sind alle Verläufe in Abbildung 5.23 physikalisch möglich.

Auf Basis der Arbeit [12] ist auch ein quantitativer Vergleich von Theorie und Experiment im Hinblick auf die Emittanz möglich. In [12] wird der gateabhängige Verlauf der Emittanz für eine Engstelle der Breite $b = 500$ nm, der Länge $l = 550$ nm und einem parabolischen Verlauf der Potentialbarriere $V(x) = V_0 - \frac{1}{2}m^*\omega_x^2x^2$ berechnet. Der energetische Abstand der drei betrachteten 1D-Subbänder wird zu $\Delta E = E_F/3 = 7/3$ meV, die geometrische Kapazität zu $C_0 = 1$ fF angenommen. Die resultierende Emittanz weist entsprechend der gateabhängigen Beiträge der Kanäle wie erwartet einen sprunghaften Verlauf auf, wobei die Sprunghöhe in etwa $\Delta|\mathcal{E}| \simeq 2$ fF beträgt. Dieser Wert würde im Imaginärteil zu Sprüngen von etwa $\Delta|\text{Im } G_{\text{ac}}| = 0.026(2e^2/h)$ für eine Frequenz von 163 MHz führen.

Die entsprechenden Parameter des AFM-gravierten QPKs betragen etwa $b = 50 - 180$ nm (je nach Subband) und geschätzte $l = 200 - 300$ nm und unterschreiten damit die verwendeten theoretischen Parameter etwas. Der ermittelte energetische Abstand $\Delta E = 2.15$ meV deckt sich hingegen sehr gut mit dem verwendeten theoretischen Wert von $7/3$. Im Verlauf des Imaginärteils in Abbildung 5.23 treten je nach Phase Sprünge oder Oszillationen $\Delta|\text{Im } G_{\text{ac}}| = 0.002 - 0.02(2e^2/h)$ für eine Frequenz von $f = 163$ MHz auf, welche damit in der erwarteten Größenordnung liegen. Auch der experimentell ermittelte Wert von $C = 3.9$ fF für die Kapazität der geschlossenen Engstelle erscheint in diesem Zusammenhang sinnvoll.

Hinsichtlich des Imaginärteils lässt sich also festhalten, dass dieser in Einklang mit den theoretischen Vorhersagen [12] mit der Zahl der 1D-Kanäle korreliert ist, deren Beiträge in der erwarteten Größenordnung von $|\text{Im } G_{\text{ac}}| \sim \omega \cdot 1$ fF liegen. Da auch der gemessene Realteil dem theoretisch erwarteten DC-Leitwert entspricht, kann an dieser Stelle festgestellt werden, dass die Theorie aus [12] für die Admittanz eines QPKs mit den hier erstmals vorgestellten Ergebnissen — natürlich im Rahmen der experimentellen Unsicherheit — experimentelle Bestätigung findet.

Wie eingangs erwähnt, wurde die Admittanz für den Frequenzbereich bis 1000 MHz mit einem Netzwerkanalysator vermessen (siehe Anhang B). Während oberhalb von $f = 300 - 400$ MHz aufgrund pa-

rasitärer Effekte keine gesicherten Aussagen über die reine Admittanz des QPKs getätigt werden können, besteht unterhalb dieses Bereiches eine befriedigende Konsistenz mit den Ergebnissen der HF-Lock-In-Messungen.

Zusammenfassend konnte in diesem Abschnitt gezeigt werden, dass die komplexe Admittanz eines AFM-gravierten QPKs im Einklang mit den theoretischen Vorhersagen [12] bis mindestens $f = 175$ MHz aus einem *frequenzunabhängigen* Realteil und einem sehr geringen, vermutlich *frequenzabhängigen* Imaginärteil besteht. Der Realteil entspricht dabei dem DC-Leitwert, während der Imaginärteil im Rahmen der experimentellen Genauigkeit Beiträge in der Größenordnung $|\text{Im } G_{\text{ac}}| \sim \omega \cdot 1 \text{ fF}$ liefert. Darüber hinaus konnte ebenfalls in Übereinstimmung mit der Theorie nachgewiesen werden, dass der Verlauf des Imaginärteils mit der Zahl der transmittierenden Kanäle korreliert ist. Messungen oberhalb von $f = 175$ MHz deuten darauf hin, dass die Beziehung [12] auch für höhere Frequenzen Gültigkeit besitzt, wenngleich eine quantitative Analyse aufgrund der komplexen experimentellen Randbedingungen nicht mehr möglich war. Damit schließt an dieser Stelle das Kapitel mit den Transportuntersuchungen an AFM-gravierten Quantenpunktkontakten.

6 Zeitaufgelöster Magnetotransport im Randkanalregime

Eindimensionaler Elektronentransport lässt sich auch in zweidimensionalen Systemen im Grenzfall hoher Magnetfelder studieren. In Kapitel 2 zur Theorie niederdimensionaler Elektronensysteme wurde bereits dargelegt, dass der Transport im Regime des Quantenhalleffektes mit dem Verhalten ballistischer 1D-Kanäle am Probenrand, den sogenannten *Randkanälen*, beschrieben werden kann.

In diesem Kapitel werden zeitaufgelöste Transportmessungen an einem hochbeweglichen 2DEG in diesem Regime vorgestellt. Aus der Laufzeit und Form des detektierten Signals lassen sich Rückschlüsse auf die physikalischen Eigenschaften des Systems, insbesondere auch die elektronische Struktur des Probenrandes gewinnen [18, 101, 103, 120, 121]. Über eine zusätzlich aufgebraachte Metallisierung, dem sogenannten Topgate, konnte die Ladungsträgerdichte im 2DEG über einen weiten Bereich eingestellt werden. Darüber hinaus erhöht ein Topgate durch seine abschirmende Wirkung die Empfindlichkeit der Signalausbreitung auf die elektronische Randkanalstruktur [18, 101], und führt durch eine Verringerung der Signalausbreitungsgeschwindigkeit zu einer verbesserten Zeitauflösung [121].

Der erste Abschnitt stellt die verwendete experimentelle Technik vor. Die Resultate der zeitaufgelösten Messungen werden im zweiten Abschnitt präsentiert. Das Kapitel schließt mit dem dritten Abschnitt, welcher sich der elektronischen Struktur des Probenrandes widmet.

6.1 Experimentelle Technik

Mit dem in Kapitel 4.2.3 vorgestellten Messaufbau (siehe auch Abb. 4.4) für zeitaufgelöste HF-Messungen wurde der zeitabhängige, durch das 2DEG fließende Strom nach Anlegen eines Spannungspulses in Abhängigkeit der Topgate-Spannung und des Magnetfeldes für eine $160\ \mu\text{m}$ lange und $70\ \mu\text{m}$ breite Probe der Heterostruktur 1129 vermessen. Das Eingangssignal wurde in Form eines Rechteckpulses mit einem Pulsgenerator am Probeneingang (Source) generiert, während ausgangsseitig (Drain) der resultierende, zeitabhängige Stromfluss durch die Probe mit einem breitbandigen HF-Verstärker verstärkt und nachfolgend mit einem Digitalphosphorosziloskop (DPO) erfasst wurde. Aus der verwendeten geringen Pulsamplitude von $U_{\text{Puls}} = 500\ \mu\text{V}$ resultierten Ströme von einigen zehn bis einigen hundert nA, was typischen Werten im DC-Regime und somit denselben Bedingungen nahekommt. Die Anstiegszeit τ_{Rise} des Pulses betrug am Generatorausgang nominell weniger als $\tau_{\text{Rise}} = 150\ \text{ps}$, so dass der Anregungspuls ein breites Frequenzspektrum überdeckte. Die Pulslänge betrug $\Delta t_{\text{Puls}} = 70\ \text{ns}$ bei einer Puls-Wiederholfrequenz von $f = 100\ \text{kHz}$. Die Messungen wurden bei einer Temperatur von $T = 70\ \text{mK}$ durchgeführt.

Aufgrund des geringen Signal-Rauschleistungs-Verhältnisses war es erforderlich, bei gegebener Topgatespannung und gegebenem Magnetfeld sehr viele Messkurven hintereinander aufzunehmen, um später das eigentliche Signal vom Rauschuntergrund trennen zu können. Abbildung 6.1 a) zeigt exemplarisch einen Graustufenplot von etwa 100000 aufeinanderfolgend gemessenen Kurven bei einer festen Topgatespannung und einem festen Magnetfeld. Die dargestellte Matrix besteht aus 200 Punkten auf der Spannungsachse und 500 Punkten auf der Zeitachse. Der Graustufenverlauf spiegelt die Häufigkeitsverteilung der Messpunkte wider, so dass dunkle Bereiche einer großen Häufung von Messpunkten entsprechen, während in den Bereichen zunehmender Helligkeit die Zahl der Ereignisse abnimmt. Die Schwankung der Messwerte rührt aus dem zufälligen Rauschen des Messaufbaus her, wobei insbesondere das durch den HF-Verstärker verursachte Rauschen als hauptsächliche Störquelle identifiziert werden konnte.

In Abbildung 6.1 b) ist die gemessene (grau) und gefittete (schwarz) Häufigkeitsverteilung der Messpunkte entlang der gestrichelten Linie

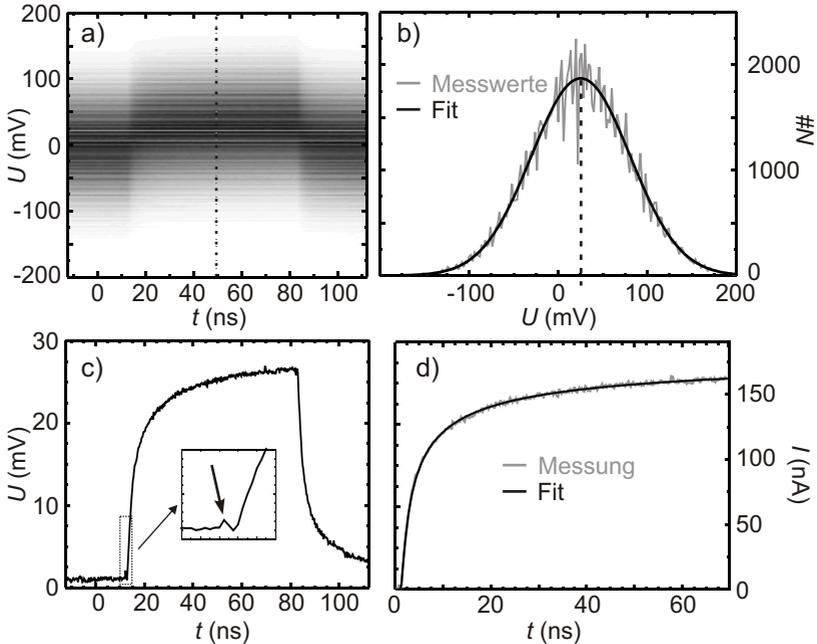


Abbildung 6.1: Signalaufbereitung der zeitaufgelösten Messkurven. a) Graustufenplot der mit dem DPO erfassten Rohdaten von etwa 100000 aufeinanderfolgend gemessenen Kurven. b) Gemessene (grau) und gefittete (schwarz) Häufigkeitsverteilung der Messpunkte entlang der gestrichelten Linie in a). Die gestrichelte Linie in b) markiert das Maximum der Verteilung. c) Aus Häufigkeitsverteilungen der Daten in a) rekonstruiertes Signal. Der kleine Graph zeigt eine Ausschnittsvergrößerung des Anstiegsbereiches mit dem per Pfeil markierten Übersprechsignal. d) Um Offset und Übersprechsignal bereinigte und in einen Stromverlauf umgerechnete Kurve (grau) mit Fit (schwarz).

in Abbildung 6.1 a) zu einem festen Zeitpunkt dargestellt. Die Verteilung der Messpunkte weist die Form einer Gaussverteilung auf, die darauf zurückzuführen ist, dass das frequenzunabhängige, also *weiße* Rauschen [122] des HF-Verstärkers für eine große Anzahl von Messungen zu einer gaussförmigen Verteilung der Messpunkte führt [122]. Mit Hilfe der gaussförmigen Fitfunktion wurde die Lage des Maximums der Verteilung in Bezug auf die Spannungsachse für jeden der 500 Punkte auf der Zeitachse bestimmt, so dass am Ende aus den etwa 100000 Messkurven das eigentliche Signal mit hoher Genauigkeit rekonstruiert werden konnte. Diese Prozedur hat gegenüber einer einfachen Mittelung den Vorteil, dass zum einen die Verteilung der Messpunkte nicht komplett im Fenster des eingestellten Erfassungsbereiches liegen muss, und zum anderen systematische Fehler nicht so sehr ins Gewicht fallen. Im Übrigen besaß das Oszilloskop in dem entsprechenden Erfassungsmodus eine deutlich höhere Signalerfassungsrate, was eine wesentliche Verkürzung der Messzeit mit sich brachte.

Die mit dieser Methode aus den Daten in a) bestimmte Kurve ist in Abbildung 6.1 c) gezeigt. Bei dieser Kurve fand noch keine Korrektur hinsichtlich der durch das lange Leitungssystem verursachten Laufzeitverzögerung des Signals von etwa $t_{\text{delay}} \simeq 12$ ns statt. Die genaue Korrektur erfolgte mit Hilfe eines vor dem eigentlichen Signal auftauchenden Peaks, wie er in dem kleinen Graphen in Abbildung 6.1 c) an der mit dem Pfeil markierten Stelle zu sehen ist. Dieser zusätzliche Peak resultiert aus dem direkten elektromagnetischen Übersprechen des Signals zwischen Eingang- und Ausgangskontakt der Probe und ermöglicht folglich die Bestimmung der zeitlichen Ankunft des Anregungspulses am Eingangskontakt. Die von Magnetfeld und Topgate unbeeinflusste zeitliche Position dieses Peaks diente bei der anschließenden zeitlichen Korrektur der Daten zur Festlegung des Nullpunktes der Zeitachse.

Ferner wurden die Daten noch um das Übersprechsignal und einen geringen Spannungsoffset, verursacht durch die AC-Kopplung des Verstärkers, bereinigt. Abschließend erfolgte dann über den Verstärkungsfaktor und Eingangswiderstand des HF-Verstärkers die Umrechnung des zeitabhängigen Spannungsverlaufs in einen zeitabhängigen Stromverlauf, wie ihn Abbildung 6.1 d) zusammen mit einem Fit zeigt.

6.2 Das 2DEG als Leitung

Mit der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Technik wurde der Stromverlauf zeitaufgelöst als Funktion der Topgatespannung im Bereich $-110 \text{ mV} \leq U_{\text{TG}} \leq +70 \text{ mV}$ bei einem jeweils festen Magnetfeld vermessen. Da SdH-Oszillationen und QHE-Plateaus periodisch mit dem inversen Magnetfeld auftreten, wurde das inverse Magnetfeld in 0.04 T^{-1} -Schritten von $B^{-1} = 1.7 \text{ T}^{-1}$ ($\Leftrightarrow B = 0.59 \text{ T}$) bis $B^{-1} = 0.1 \text{ T}^{-1}$ ($\Leftrightarrow B = 10 \text{ T}$) variiert.

Mittels DC-Charakterisierungsmessungen an Puls- und Referenzprobe konnte festgestellt werden, dass die Elektronendichte im 2DEG linear mit der Topgatespannung in der Form

$$n_e = 3.35 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2} + 1.1 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-2}\text{V}^{-1} \cdot U_{\text{TG}} \quad (6.1)$$

skaliert.

Abbildung 6.2 zeigt exemplarisch den zeitlichen Stromverlauf als Funktion der Topgatespannung bei einem Magnetfeld von $B = 1.35 \text{ T}$ nach Anlegen eines rechteckförmigen Spannungspulses. Je nach Topgatespannung treten abwechselnd Signale mit einem schnellen zeitlichen, in einen Sättigungswert mündenden Anstieg und Signale mit einer langsamer ansteigenden, innerhalb der 70 ns nicht sättigenden Amplitude auf. Als Beispiel sind die beiden weiß markierten Kurven a) und b) nochmals in den beiden unteren Graphen a) und b) (graue Kurven) zusammen mit geeigneten Fits (schwarze Kurven) dargestellt, deren funktionale Form an späterer Stelle noch diskutiert werden wird. Bei dem langsamer ansteigenden Signal in a) beträgt der Füllfaktor des 2DEGs bei der entsprechenden Topgatespannung $\nu = 7.2$, wobei bei dem betrachteten Magnetfeld von $B = 1.35 \text{ T}$ noch keine Spinaufspaltung der Landaniveaus zu beobachtet ist, was bedeutet, dass die Fermienergie gerade im Bereich des Zentrums eines Landaniveaus liegt. In diesem Fall findet der Ladungstransport nach Abschnitt 2.1.4 durch ausgedehnte Zustände über die ganze Probenbreite statt. Anders verhält es sich für den in b) gezeigten Fall mit einem Füllfaktor von $\nu = 8.2$, da hier die Fermienergie im Probeninneren im Bereich lokalisierter, isolierender Zustände liegt, und der Ladungstransport nach Abschnitt 2.1.5 durch die vorhandene Anzahl von 1D-Randkanälen vermittelt wird.

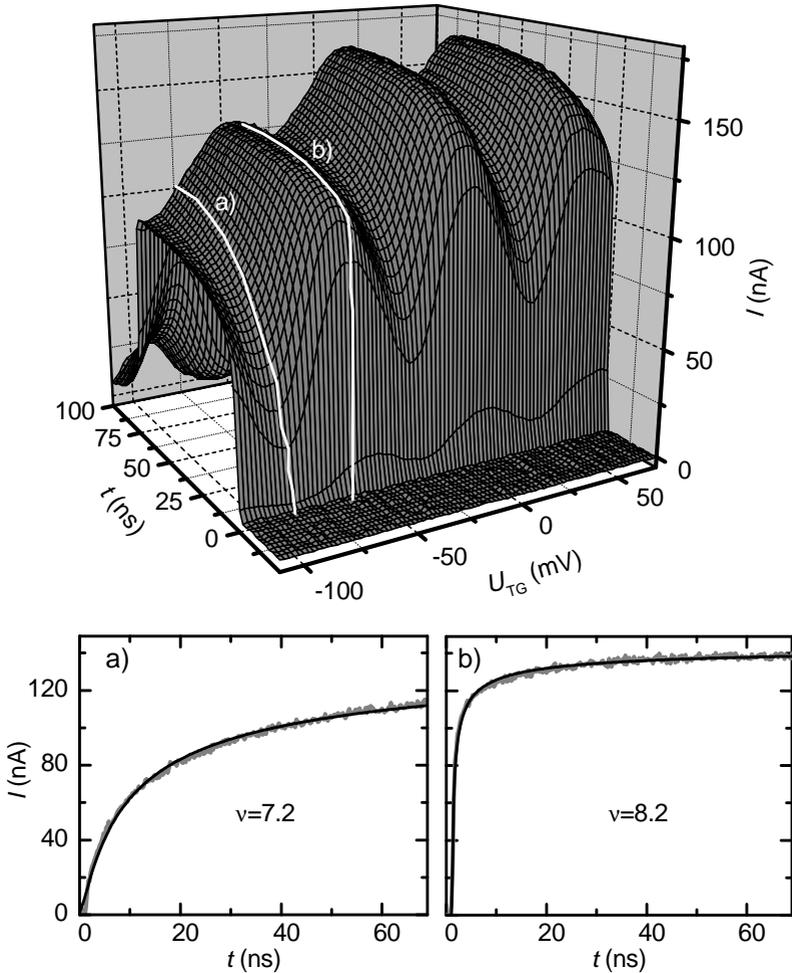


Abbildung 6.2: Zeitlicher Stromverlauf nach Anlegen eines rechteckförmigen Spannungspulses als Funktion der Topgatespannung bei einem Magnetfeld von $B = 1.35$ T. Die weiß eingefärbten Kurven a) und b) sind zum besseren Vergleich nochmals in den unteren Graphen (graue Kurven) zusammen mit geeigneten Fits (schwarze Kurven) dargestellt.

Die in Abbildung 6.2 gefundene Abhängigkeit der Signalform vom Füllfaktor konnte für alle Magnetfelder in der Form bestätigt werden, dass im Regime des Randkanaltransportes Signale mit einer hohen Flankensteilheit ($\tau \leq 500$ ps), ähnlich dem rechteckförmigen Eingangspuls gemessen wurden, während in Bereichen mit ausgedehnten Zuständen im Probeninneren eine deutliche Verformung des Eingangssignals, d.h. eine signifikante Verflachung der Anstiegsflanke auftrat.

Wie die beiden schwarz dargestellten Fitkurven in den Graphen a) und b) verdeutlichen, konnte die allgemeine Pulsform qualitativ sehr gut mit einem Fit der Form:

$$I(t) = I_0 \cdot \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau}{t - t_0}} \right) \right] \quad (6.2)$$

mit der Gauss'schen Fehlerfunktion (engl.: **error function**):

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x du e^{-u^2} \quad (6.3)$$

erfasst werden. Die drei in Gleichung 6.2 auftretenden Fitparameter I_0 , τ und t_0 bezeichnen die Amplitude, die Anstiegszeit und die Laufzeit (Verzögerungszeit) des Signals. Die allgemeine Form von Gleichung 6.2 entspricht aus elektrotechnischer Sicht der Antwort einer verlustbehafteten RCL-Leitung auf eine Sprungfunktion am Eingang der Leitung. Diese Leitung lässt sich als Serienschaltung von unendlich vielen, infinitesimal kurzen Leitungselementen der Länge dx auffassen. Das entsprechende Leitungselement entspricht dem differentiellen Ersatzschaltbild in Abbildung 6.3 und weist im Längszweig einen

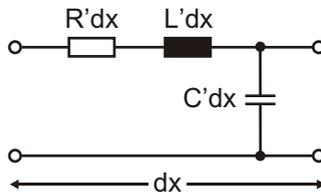


Abbildung 6.3: Differentielles Ersatzschaltbild einer RCL-Leitung.

ohmschen Widerstand und eine Induktivität sowie im Querzweig eine Kapazität auf. Die Größen R' , C' und L' bezeichnen den Widerstand, die Kapazität und die Induktivität pro Längeneinheit.

Mit dem Ausdruck 6.2 wurde der gesamte Datensatz gefittet. Abbildung 6.4 zeigt zunächst zum Vergleich den aus DC-Messungen bestimmten Leitwert und den aus dem Quotienten I_0/U_{Puls} ermittelten Leitwert als Funktion des inversen Magnetfeldes und der Topgatespannung. Da beide Leitwerte aus einer 2-Punkt-Messung zwischen Source und Drain bestimmt wurden und somit die Summe von Längs- und Querkomponente bilden, weist der Leitwertverlauf entsprechend der jeweiligen topgate- und magnetfeldabhängigen Verläufe von SdH-Oszillationen und IQHE Oszillationen und Plateaus im Gesamtverlauf auf, die letztlich aus einer entsprechenden Änderung des Füllfaktors im 2DEG resultieren. Der Vergleich der beiden Graphen liefert insgesamt eine gute Übereinstimmung, wobei Abweichungen darauf zurückzuführen sind, dass sich die gefittete und die tatsächliche Signalamplitude außerhalb des Randkanalregimes nicht immer exakt decken (siehe z. B. Abb. 6.2 a)), was entsprechende Abweichungen im Wert von I_0 begründet.

In Abbildung 6.5 sind die in Gleichung 6.2 auftretende Anstiegszeit τ und die Verzögerungszeit t_0 in Form eines Graustufenplots als Funktion des inversen Magnetfeldes und der Topgatespannung dargestellt. Beide Größen weisen periodisch mit dem inversen Magnetfeld und der Topgatespannung Oszillationen auf. Abbildung 6.6 verdeutlicht dies nochmals anhand von Schnitten entlang der gestrichelt eingezeichneten Linien in Abbildung 6.5. Zum Vergleich sind die jeweiligen Verläufe des DC-Leitwerts ebenfalls mit dargestellt. Es lässt sich eine deutliche Korrelation der Oszillationen mit dem Verlauf des DC-Leitwerts und folglich mit der Variation des Füllfaktors erkennen. In den Plateaubereichen des Leitwerts, d.h. im und nahe des Bereichs ganzzahliger Füllfaktoren befindet sich die Probe im Regime des Randkanaltransports. In diesem Fall weisen die gemessenen Signale eine hohe Flankensteilheit und damit eine nahezu verschwindende Anstiegszeit τ auf. Die entsprechenden Minima in Abbildung 6.5 a) sind mit dem korrespondierenden ganzzahligen Füllfaktor markiert. Im Leitungsbild 6.3 bedeutet ein verschwindendes τ das Verschwinden der resistiven Komponente R' . Die daraus resultierende LC-Leitung entspricht einer verlustlosen Laufzeit-

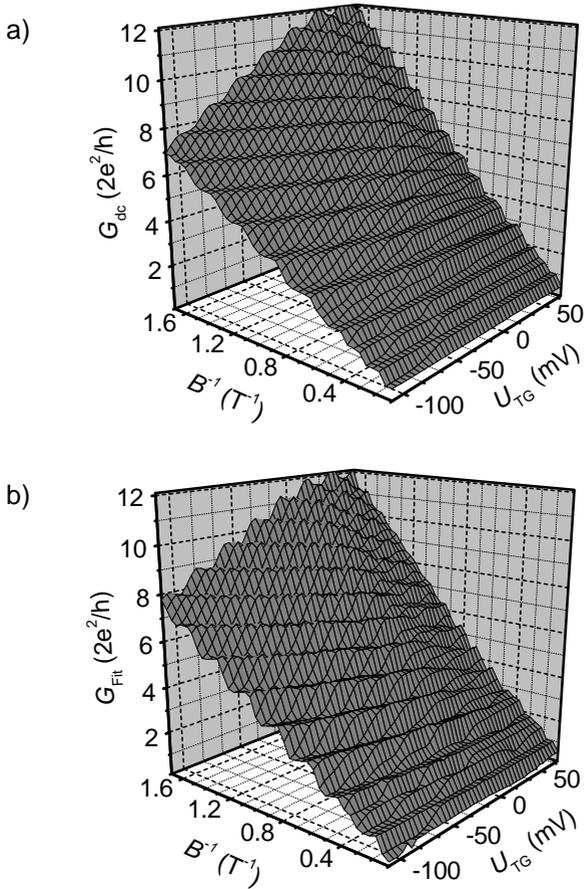


Abbildung 6.4: a) Aus DC-Messungen und b) aus den Fits ermittelter 2DEG-Leitwert als Funktion des inversen Magnetfeldes und der Topgatespannung.

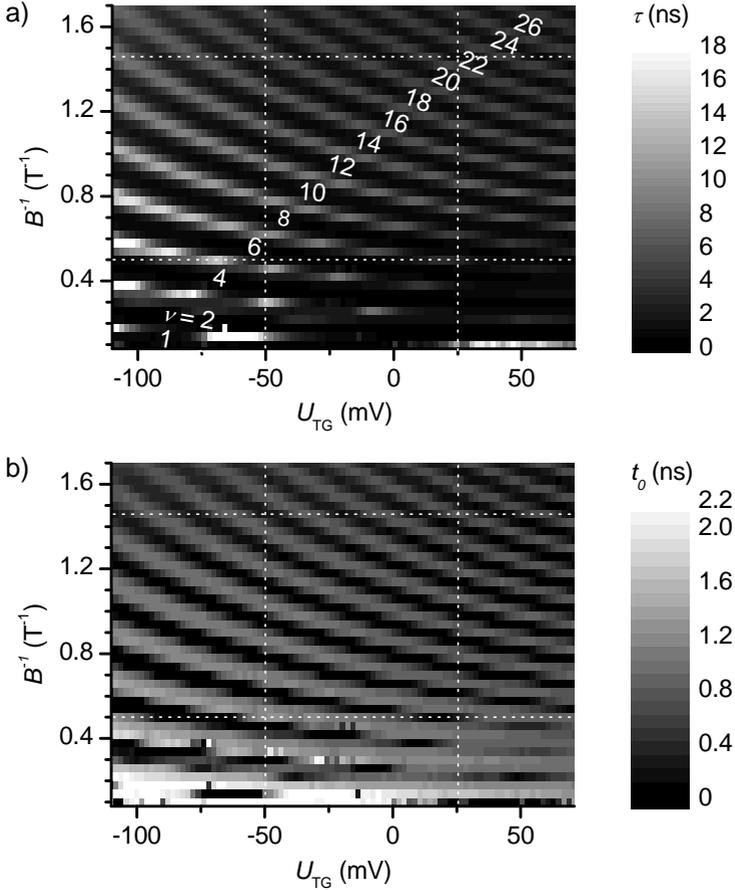


Abbildung 6.5: Graustufenplot der aus den Fits gewonnenen a) Anstiegszeit τ und b) Verzögerungszeit t_0 des zeitlichen Stromverlaufs als Funktion des inversen Magnetfeldes und der Topgatespannung. Schnitte entlang der gestrichelten Linien finden sich in Abbildung 6.6. Die Nummerierung in a) bezieht sich auf den Füllfaktor des 2DEGs.

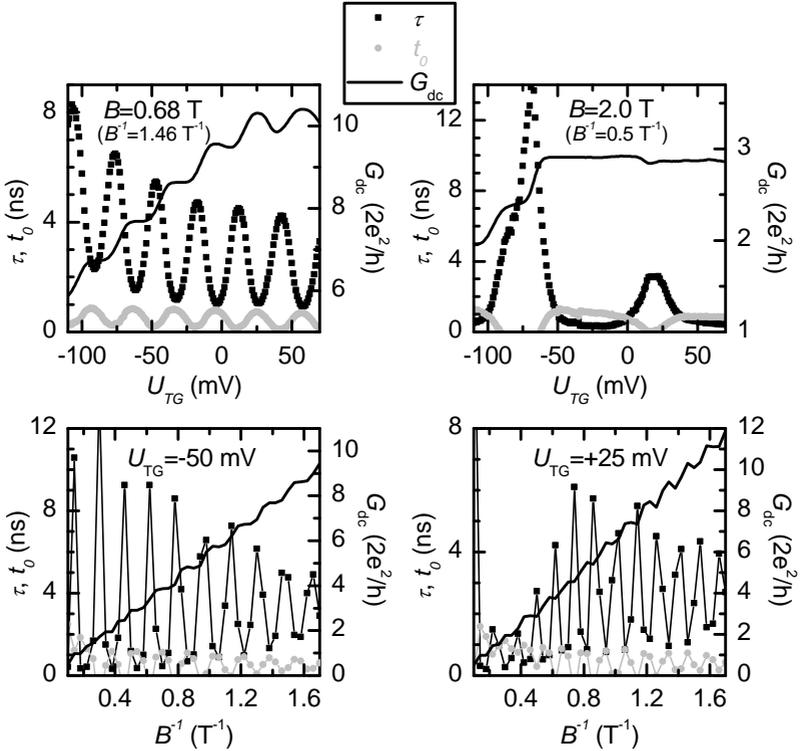


Abbildung 6.6: Verläufe der Anstiegszeit τ , der Verzögerungszeit t_0 und des DC-Leitwerts G_{dc} entlang der gestrichelt eingezeichneten Linien in Abbildung 6.5. Der jeweilige DC-Leitwertverlauf G_{dc} ist ebenfalls mit dargestellt.

leitung (delay line) [123], deren endliche Laufzeit durch:

$$t_0 = l \cdot \sqrt{L' C'} \quad (6.4)$$

mit der Leitungslänge l gegeben ist. Die entsprechende Laufzeit findet sich in Form der Maxima in Abbildung 6.5 b) wieder.

Die Beschreibung des zeitaufgelösten Randkanaltransports durch eine verlustlose Laufzeitleitung deckt sich insofern sehr gut mit den Erwartungen, als dass der Ladungstransport im Randkanalregime (siehe Kapitel 2.1.5) ballistisch (d.h. vollständige Transmission der Kanäle) stattfindet. Das wiederum bedeutet aber, dass in den 1D-Randkanälen selbst keine Dissipation auftritt, was auch das Verschwinden der resistiven Komponente im Leitungsbild erklärt. Die mit dem Hallwiderstand verbundene Dissipation beschränkt sich lokal auf den Übergangsbereich zu den Stromkontakten [14, 124] und findet über den Wert von I_0 Eingang in den Ausdruck 6.2. Eine detaillierte Analyse zur Signallaufzeit t_0 im Randkanalregime erfolgt an späterer Stelle in Abschnitt 6.3.3.

Außerhalb des Randkanalregimes kann Dissipation über die gesamte Probenbreite und -länge auftreten, was zu einer starken Verformung des Rechtecksignals führt. Diese Verformung lässt sich auf die dominierenden Beiträge von R' und C' zurückführen, gegen die L' vernachlässigt werden kann. Im Leitungsbild entspricht das 2DEG dann der sogenannten Thomson-Leitung [123], deren Übertragungsverhalten Ähnlichkeit mit einem RC-Tiefpass hat. Als charakteristische Zeitkonstante dieser Leitung tritt die Anstiegszeit:

$$\tau = R' C' l^2 = RC \quad (6.5)$$

auf, welche die Maxima in Abbildung 6.5 a) bildet. Die Verzögerungszeit t_0 in Abbildung 6.5 b) weist an diesen Stellen gerade Minima auf, da ein Vernachlässigen von L' zu einem verschwindenden t_0 führt. Dazu ist aber anzumerken, dass das gemessene Signal auch außerhalb des Randkanalregimes eine endliche Laufzeit t_0 aufwies, die mit dem Fit jedoch systematisch unterschätzt wurde. Insofern müssen den Minima in Abbildung 6.5 b) und Abbildung 6.6 tatsächlich größere Werte zugeschrieben werden.

Ebenso lässt sich aus den beiden Abbildungen erkennen, dass mit steigendem Magnetfeld die Stärke der Modulation von τ und t_0 in

Einklang mit der wachsenden Ausprägung von SdH-Oszillationen und IQHE zunimmt. Andererseits erscheinen bereits bei relativ kleinen Feldern von $B \simeq 0.6$ T deutliche Oszillationen in τ und t_0 .

Des Weiteren zeigen die Graphen in Abbildung 6.5 und 6.6 für Topgatespannungen $U_{\text{TG}} \gtrsim 25$ mV und Magnetfelder $B \gtrsim 2.5$ T Abweichungen vom übrigen Verlauf. In diesem Bereich nehmen die Werte der Maxima in τ wieder ab, während die Werte der Minima in t_0 wieder zunehmen. Ebenso scheint hier der Wert des DC-Leitwerts zu sättigen. Die Ursache dieses Verhaltens ist weniger in der Dynamik als vielmehr im Zustand der Probe in diesem Bereich zu suchen, wie der in Abbildung 6.7 für verschiedene Topgatespannungen dargestellte magnetfeldabhängige 2-Punkt-DC-Widerstand der Pulsprobe zeigt. Zunächst fällt auf, dass die beiden Kurven für $U_{\text{TG}} = 0$ mV und $U_{\text{TG}} = +50$ mV fast aufeinanderliegen, d.h. der Abstand zwischen den Kurven nicht mehr mit der Topgatespannung variiert. Außerdem treten insbesondere im Bereich spinaufgelöster Plateaus (ungerade Füllfaktoren) mit positiv zunehmender Topgatespannung unerwartete Peaks auf und die Schärfe der Plateautübergänge nimmt allgemein ab. Ähnliche Effekte ließen sich auch bei DC-Charakterisierungsmessungen an der Referenzprobe (Referenzhallbar) beobachten, wie der in Abbildung 6.8

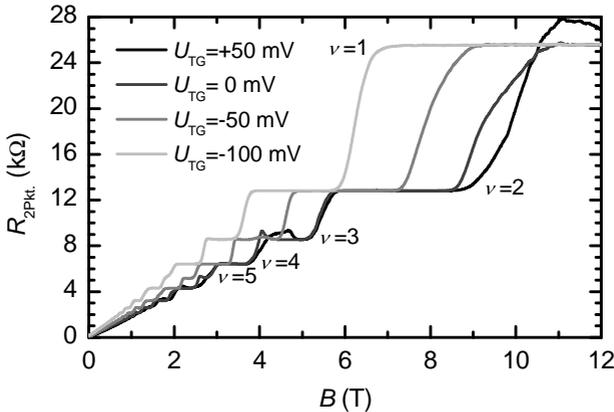


Abbildung 6.7: 2-Punkt-DC-Widerstand der Pulsprobe als Funktion des Magnetfeldes für verschiedene Topgatespannungen.

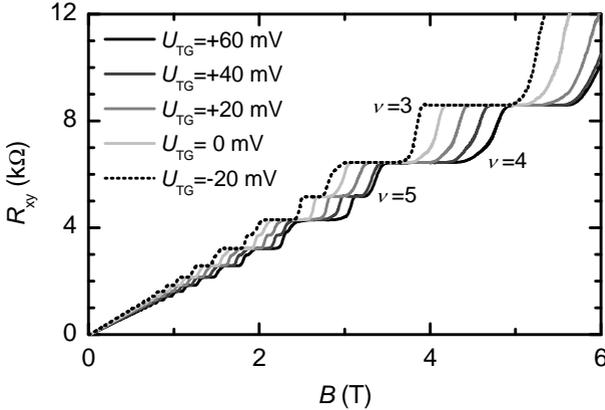


Abbildung 6.8: Hallwiderstand der Referenzprobe als Funktion des Magnetfeldes für verschiedene Topgatespannungen.

für verschiedene Topgatespannungen dargestellte Hallwiderstand dieser Probe zeigt. Neben der besagten Aufweitung der Plateauübergänge mit zunehmender Topgatespannung fällt in Abbildung 6.8 besonders auf, dass die beiden Kurven für $U_{TG} = +40$ mV und $U_{TG} = +60$ mV in den Übergängen von ungeraden zu geraden Füllfaktoren fast aufeinander liegen, weil die Ausprägung der spinaufgelösten Plateaus bei $U_{TG} = +60$ mV wieder nachlässt.

Die Beobachtung dieser Effekte wirft die Frage auf, in welcher Art und Weise hohe positive Topgatespannungen die Proben in einen neuen Zustand bringen. Möglicherweise beginnt bei diesen Spannungen bereits die Besetzung des zweiten Subbandes [125, 126], so dass Streuprozesse zwischen dem ersten und zweiten Subband zu den beobachteten Effekten führen. Denkbar wäre auch, dass für hohe positive Topgatespannungen im Bereich der Dotierschicht durch das starke Absenken des Leitungsbandes ein zusätzlicher Streukanal entsteht. In beiden Fällen bleibt aber unklar, warum vor allem im Bereich ungerader Füllfaktoren deutliche Effekte auftreten. Mit Sicherheit lässt sich an dieser Stelle aber festhalten, dass die angesprochenen Abweichungen im zeitaufgelösten Transport mit den unerwarteten Effekten im DC-Magnetotransportverhalten der Probe verknüpft sind.

Im Folgenden soll nun untersucht werden, inwieweit die außerhalb des Randkanalregimes als τ auftretenden RC -Zeiten mit dem DC-Widerstand und der Kapazität zwischen 2DEG und Topgate korreliert sind. Die Kapazität lässt sich über die geometrische Kapazität eines Plattenkondensators mit dem 2DEG als eine Platte und dem Topgate als andere Platte nach

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} \quad (6.6)$$

approximieren. Hierbei bezeichnen ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante, ϵ_r die relative Dielektrizitätskonstante, A die Fläche und d den Abstand der Platten. Zwar geht allgemein neben der geometrischen Kapazität auch die Zustandsdichte an der Fermienergie invers in die Gesamtkapazität ein, dieser Beitrag sollte aber für den betrachteten Fall, dass die Fermienergie gerade im Zentrum eines Landauniveaus liegt, nur zu kleinen Korrekturen führen [127, 128], so dass die Gesamtkapazität in dieser Situation im Wesentlichen durch die geometrische Kapazität beschrieben wird. Für die untersuchte Probe errechnet sich die geometrische Kapazität des 2DEGs zum Topgate zu $C \simeq 22$ pF, wobei für $\epsilon_r = 12.5$ der Wert von GaAs eingesetzt wurde. Mit typischen Werten von $R = 1 \text{ k}\Omega - 20 \text{ k}\Omega$ ergeben sich Anstiegszeiten von $\tau = 22 \text{ ns} - 440 \text{ ns}$. Der Vergleich mit den Maxima in 6.5 a) zeigt, dass die aus den Fits ermittelten Anstiegszeiten um eine Größenordnung kleiner sind. Als Ursache für die deutlich kleineren Werte müssen verschiedene Möglichkeiten in Betracht gezogen werden. Zum einen ist zu berücksichtigen, dass der Strom in den betrachteten kurzen Zeitspannen vermutlich inhomogen verteilt über die ganze Probenbreite auftritt, was effektiv zu einem kleineren Kapazitätsbelag C' führen würde. So wurde in [18] darauf hingewiesen, dass die Stromverteilung auch außerhalb des eigentlichen Randkanalregimes zunächst vor allem auf den Bereich des Probenrandes konzentriert ist. Zum anderen besteht die Möglichkeit, dass der Gesamtwiderstand R nicht homogen verteilt über die gesamte Probenlänge l auftritt, sondern lokale Dissipationsmaxima erscheinen, die zu einem kleineren R' und damit ebenfalls kleineren τ führen würden. Da die beiden Größen R' und C' nicht voneinander separiert werden können, kann an dieser Stelle keine Entscheidung zugunsten eines der beiden Mechanismen allein getroffen werden.

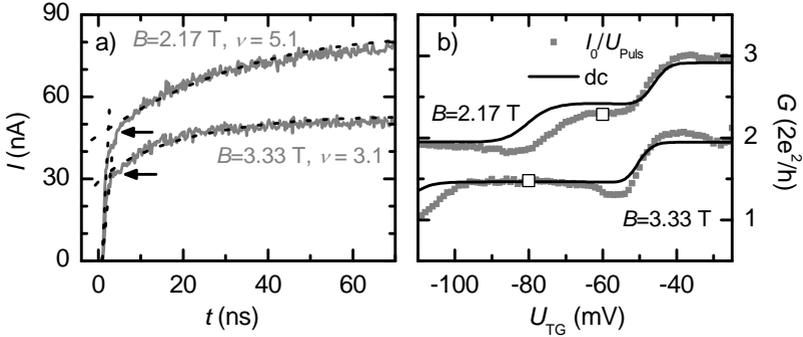


Abbildung 6.9: a) Zeitlicher Stromverlauf im Bereich $\nu = 3$ ($B = 2.17\text{ T}$) und $\nu = 5$ ($B = 3.33\text{ T}$). Dem sehr schnellen, ersten Signalanstieg folgt an den mit Pfeilen markierten Stellen ein zweiter, langsamerer Prozess. b) DC-Leitwert und aus I_0/U_{Puls} berechneter Leitwert als Funktion der Topgatespannung bei den entsprechenden Magnetfeldern. Die beiden weißen Quadrate kennzeichnen die Lage der beiden Kurven in a).

Nachfolgend soll noch auf eine Besonderheit in Abbildung 6.5 eingegangen werden. Die Nummerierung der Füllfaktoren in Abbildung 6.5 a) zeigt, dass sich die Spinaufspaltung erst im letzten Landauniveau mit den spinaufgespaltenen Niveaus $\nu = 1$ und $\nu = 2$ sichtbar auf den Verlauf von τ und t_0 auswirkt, während ansonsten nur, spinentarteten Landauniveaus entsprechend, geradzahlige Füllfaktoren auftreten. Dazu ist anzumerken, dass die Gesamtsignalform für ungerade Füllfaktoren $\nu > 1$ durch eine endliche Anstiegszeit mit einer entsprechenden Verformung geprägt war, wenngleich die für den Randkanaltransport typische steile Anstiegsflanke für die Füllfaktorbereiche $\nu = 3$ und $\nu = 5$ teilweise in den ersten 5 ns beobachtet werden konnte. In diesen Fällen traten zwei Prozesse, namentlich der schnelle Signalanstieg gefolgt von einem langsameren Prozess auf, wobei der langsamere Prozess die Signalform zeitlich insgesamt dominierte und dementsprechend den Fitverlauf beeinflusste. Abbildung 6.9 a) zeigt zwei Beispiele, in denen dem schnellen, ersten Signalanstieg ein zweiter, langsamerer Prozess folgt. Die Beobachtung zweier verschieden schneller Prozesse deutet

darauf hin, dass in diesen Fällen der Transport nicht allein durch Randkanäle vermittelt wird, sondern auch das Probeninnere in den Transportprozess involviert ist. Interessanterweise zeigt der entsprechende DC-Leitwert in Abbildung 6.9 b) keine Hinweise auf Abweichungen vom reinen Randkanaltransport, da die beiden Plateaus um $\nu = 3$ und $\nu = 5$ in ausgeprägter Form auftreten. Es muss jedoch hinzugefügt werden, dass die DC-Messung gegenüber der zeitaufgelösten Messung nur mit der halben Amplitude von $U_{SD} = 250 \mu\text{V}$ durchgeführt wurde. Allerdings offenbart auch der aus dem Quotienten I_0/U_{Puls} bestimmte Leitwert ein plateauartiges Verhalten um $\nu = 3$ und $\nu = 5$. Der Aspekt zweier Transportprozesse im Randkanalregime wird nochmals in Abschnitt 6.3 bei der Betrachtung der elektronischen Randkanalstruktur aufgegriffen werden.

Neben zeitaufgelösten Messungen an einem ausgedehnten 2DEG wurden auch Messungen an einer zweidimensionalen Engstelle durchgeführt. Es zeigten sich allerdings keine wesentlichen Veränderungen gegenüber dem Transportverhalten des reinen 2DEGs. Ergebnisse dieser Messungen sind in Anhang C zu finden.

Es lässt sich zusammenfassen, dass der zeitabhängige Magnetotransport im untersuchten hochbeweglichen 2DEG qualitativ mit dem Verhalten einer Leitung beschrieben werden kann. Dieses Ergebnis umfasst den extrem weiten Füllfaktorbereich von $1 \leq \nu \leq 26$. Demnach entspricht das 2DEG im Bereich des ballistischen Randkanaltransports einer Verzögerungsleitung (LC-Leitung), welche die Eingangspulsform nahezu unverändert mit einer zeitlichen Verzögerung überträgt. Außerhalb des Randkanaltransportes tritt eine starke Verformung der Eingangspulsform auf. Das 2DEG weist in diesen Fällen den Tiefpasscharakter einer RC-Leitung auf. Die gemessenen RC-Zeiten unterschritten die theoretisch erwarteten Anstiegszeiten allerdings um eine Größenordnung, was auf räumliche Inhomogenitäten sowohl in der Stromverteilung als auch in der Widerstandsverteilung hindeutet. Hier zeigt sich ein großer Vorteil der zeitaufgelösten Messungen, da sich derartige Informationen nicht aus DC-Transportmessungen gewinnen lassen.

6.3 Elektronische Struktur des Probenrandes

Während in den beiden letzten Abschnitten eine eher qualitative Betrachtung des zeitabhängigen Magnetotransports vorgenommen wurde, erfolgt in diesem Abschnitt eine quantitative Analyse der Randkanalstruktur.

6.3.1 Kompressible und inkompressible Streifen

Wie bereits in Kapitel 5.2.4 diskutiert wurde, führt die Berücksichtigung der füllfaktorabhängigen Abschirmeigenschaften des elektronischen Systems zu einer vom einfachen Einteilchenbild abweichenden Randkanalstruktur. Unter der Voraussetzung, dass sich das Einschusspotential am Probenrand auf Skalen der magnetischen Länge l_c ($l_c = 26 - 8$ nm für $B = 1 - 10$ T) nur langsam verändert¹, bilden sich am Probenrand abwechselnd kompressible und inkompressible Streifen aus [98, 99, 130].

Inkompressible Streifen weisen keine freien Zustände an der Fermienergie auf und entsprechen daher isolierenden Bereichen mit ganzzahligem Füllfaktor ν , während kompressible Streifen freie Zustände an der Fermienergie besitzen und die stromtragenden Randkanäle bilden. Eine quantitative Analyse der Breite und Position dieser Streifen am Rand eines 2DEGs wurde zuerst in [98] vorgenommen und später in [99] bestätigt. Ein Schema der Randkanalstruktur nach [98] findet sich in Abbildung 6.10. Am äußersten Probenrand befindet sich eine elektronenfreie Verarmungszone, deren Breite w bei einer geätzten Struktur aus der Beziehung [98]:

$$w = \frac{E_{\text{gap}} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\pi \cdot e \cdot n_0} \quad (6.7)$$

abgeleitet werden kann. Hierbei bezeichnen E_{gap} die Bandlücke im Materialsystem der Deckschicht ($E_{\text{gap}} = 1.519$ eV für $T = 0$ K in GaAs [131]), ϵ_r die relative Dielektrizitätskonstante ($\epsilon_r = 12.5$ in GaAs) und n_0 die Elektronendichte im Inneren des 2DEG. Daraus

¹In Untersuchungen an schmalen, geätzten GaAs/AlGaAs-Strukturen wurden Verarmungslängen von $w = 300 - 800$ nm nachgewiesen [129].

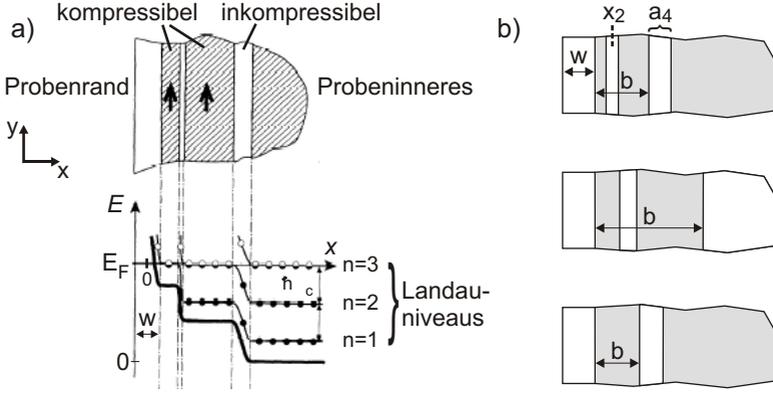


Abbildung 6.10: a) Schema der Randkanalstruktur und des elektrostatischen Potentials am Rand eines 2DEGs nach [98]. b) Schema der Randkanalstruktur für verschiedene Füllfaktoren ν_0 im Probeninneren. Die Spinaufspaltung ist in den beiden Abbildungen noch nicht berücksichtigt.

folgt für die ortsabhängige Elektronendichte am Probenrand ohne Magnetfeld:

$$n_e(x) = n_0 \cdot \sqrt{\frac{x - \frac{w}{2}}{x + \frac{w}{2}}} \quad , x > \frac{w}{2} \quad . \quad (6.8)$$

Im Magnetfeld bilden sich aus diesem Profil abwechselnd kompressible und inkompressible Streifen aus, wobei, wie in Abbildung 6.10 angedeutet, die Breite der kompressiblen Streifen ($\sim \frac{w}{2}$) die Breite der inkompressiblen Streifen ($\sim \sqrt{a_B^* \frac{w}{2}}$) typischerweise deutlich überschreitet. Das Zentrum x_m des m -ten inkompressiblen Streifens mit ganzzahligem, geradem Füllfaktor $\nu = m$ ergibt sich aus der Bedingung:

$$\nu = m = \frac{n_e(x_m)}{n_L} \quad (6.9)$$

zu:

$$x_m = \frac{w}{2} \cdot \frac{\nu_0^2 + m^2}{\nu_0^2 - m^2} \quad , \quad (6.10)$$

mit der Streifenbreite [98]:

$$a_m = \sqrt{\frac{8 \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \hbar \omega_c}{\pi \cdot e^2 \cdot dn_e/dx|_{x=x_m}}} \quad (6.11)$$

Die Größe $\nu_0 = \frac{n_0}{n_L}$ in Gleichung 6.10 bezeichnet hierbei den Füllfaktor im Inneren des 2DEGs. Abbildung 6.10 b) zeigt eine schematische Darstellung der resultierenden elektronischen Randstruktur für verschiedene Füllfaktoren ν_0 im Probeninneren. In Abbildung 6.10 und den Gleichungen 6.10 und 6.11 ist die Spinaufspaltung noch nicht berücksichtigt. Diese führt zu zusätzlichen inkompressiblen Streifen mit ungeraden ganzzahligen Füllfaktoren $\nu = m$, wobei für die Bestimmung ihrer Breite in Gleichung 6.11 die Landauenergie $\hbar \omega_c$ durch den Zeeman-Term $g^* \mu_B B$ ersetzt werden muss.

6.3.2 Randmagnetoplasmonen im kompressiblen Randbereich

Wie in [18] bei zeitabhängigen Transportuntersuchungen an Proben mit metallischem Topgate nachgewiesen wurde, lässt sich in diesem Fall der Randkanaltransport auf kurzen Zeitskalen durch die Propagation von Randmagnetoplasmonen (RMP) im kompressiblen Randbereich beschreiben. Bei Plasmonen handelt es sich allgemein um kollektive Anregungen des Elektronensystems, die sich in Form von Ladungsträgerdichte-Oszillationen in diesem ausbreiten. Im hohen Magnetfeld existieren spezielle Moden im Randbereich, die daher als Randmagnetoplasmonen bezeichnet werden. Die Ausbreitungsrichtung dieser Moden ist durch die Richtung des Magnetfeldes vorgegeben und entspricht der Bewegungsrichtung der klassischen „skipping orbits“ (vgl. Kapitel 2.1.5). Eine semiklassische Betrachtung zu Randmagnetoplasmonen in zweidimensionalen Systemen ist in [132] zu finden.

Bei den hier vorgestellten zeitaufgelösten Transportmessungen breitet sich der am Source-Kontakt erzeugte Spannungspuls als Wellenpaket aus Randmagnetoplasmonen entlang des Probenrandes bis zum Drain-Kontakt aus [18, 101, 120]. Im Randkanalregime beschränkt sich die laterale Ausdehnung des Wellenpaketes auf die Breite b des kompressi-

blen Randbereichs² (siehe Abbildung 6.10 b)). Da die charakteristische Ausbreitungsgeschwindigkeit v des Wellenpaketes eng mit dieser Breite korreliert ist, lassen sich durch die Bestimmung der Signallaufzeit Rückschlüsse auf die elektronische Struktur des Probenrandes ziehen.

Die Abgrenzung des kompressiblen Randbereiches b vom Probeninneren erfolgt durch den innersten inkompressiblen Streifen x_i mit dem ganzzahligen Füllfaktor ν_i . Für den Fall, dass sowohl die Breite a_i dieses Streifens als auch die Breite b des kompressiblen Randbereiches den Abstand d zum Topgate überschreiten, so dass der kompressible Randbereich vom Probeninneren entkoppelt ist, konnte in [120] die Ausbreitungsgeschwindigkeit v des RMP-Paketes in der lokalen Kapazitätsnäherung zu:

$$v = \frac{e^2}{h} \cdot \frac{\nu_i d}{\epsilon_0 \epsilon_r b} \quad (6.12)$$

bestimmt werden. Ferner wurde für die Ableitung von 6.12 die Annahme getroffen, dass σ_{xx} in den inkompressiblen Streifen verschwindet und in den kompressiblen Bereichen jeweils konstant ist.

Die Auswertung der eigenen Daten unter Verwendung des Ausdrucks 6.12 wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

6.3.3 Breite des kompressiblen Randbereichs

Durch die Bestimmung der Pulslaufzeit t_0 kann mit dem Ausdruck 6.12 bei bekannter Probenlänge l über den Zusammenhang $v = \frac{l}{t_0}$ die Breite des kompressiblen Randbereichs aus der Beziehung:

$$b = \frac{e^2}{h} \cdot \frac{\nu_i d}{\epsilon_0 \epsilon_r} \cdot \frac{t_0}{l} \quad (6.13)$$

ermittelt werden. Die Auswertung der eigenen Daten erfolgte für die reine 2DEG-Probe mit der aus den Fits (siehe Abschnitt 6.2) gewonnenen Verzögerungszeit t_0 und dem Wert $l = 160 \mu\text{m}$ für die Probenlänge. Dabei wurden nur die Kurven aus dem Randkanalregime mit der für

²Da die Breite der äußeren inkompressiblen Streifen gegen die Ausdehnung der kompressiblen Bereiche vernachlässigt werden kann, entspricht die Gesamtbreite b im wesentlichen der Breite aller kompressiblen Randstreifen.

den Randkanaltransport charakteristischen, durchgehend hohen Flankensteilheit berücksichtigt, da bei diesen davon ausgegangen werden kann, dass die für die Ableitung von Gleichung 6.12 getroffenen Annahmen Gültigkeit besitzen.

Die in Abbildung 6.11 schwarz ausgefüllten Dreiecke zeigen die so bestimmte Breite b als Funktion des Füllfaktors ν_0 für verschiedene Magnetfelder B . Der Zusammenhang von ν_0 mit der topgateabhängigen Elektronendichte und dem Magnetfeld ist dabei gegeben durch:

$$\nu_0(U_{\text{TG}}, B) = \frac{n_e(U_{\text{TG}})}{n_L(B)} \quad . \quad (6.14)$$

Die für b ermittelten Werte in Abbildung 6.11 zeigen jeweils Maxima bei ganzzahligen geraden Füllfaktoren, um dann mit zunehmenden Füllfaktor ν_0 merklich abzufallen. Diese Beobachtung steht in Einklang mit der Theorie, da bei ganzzahligen Füllfaktoren der innerste inkompressible Streifen den maximalen Abstand vom Probenrand besitzt und dabei das gesamte Probeninnere überdeckt (vgl. Abbildung 6.10 b). Entsprechend weist auch die Breite des kompressiblen Randbereichs ein Maximum auf. Bei weiterer Erhöhung von ν_0 verschiebt sich die Position des innersten inkompressiblen Streifens monoton in Richtung Probenrand und führt zu der beobachteten Abnahme von b . Die Beschränkung der Auswertung von b auf Bereiche *gerader* ganzzahliger Füllfaktoren mit Ausnahme von $\nu_0 = 1$ (siehe $B = 7.14$ T in Abb. 6.11) ist damit zu begründen, dass die mit der Spinaufspaltung verbundene Zeeman-Energie für größere *ungerade* Füllfaktoren wahrscheinlich noch zu gering war, um die zur vollständigen Entkopplung des kompressiblen Randes erforderliche Breite des innersten inkompressiblen Streifens zu gewährleisten (vgl. auch Abschnitt 6.3.2). In diesen Fällen konnte nämlich entweder gar nicht oder nur zu Beginn des Signalanstiegs eine relativ steile Anstiegsflanke detektiert werden. In letzterer Situation wird vermutlich nur ein Teil des Wellenpakets durch den kompressiblen Randbereich transmittiert, während der restliche Teil über den innersten inkompressiblen Streifen in das Probeninnere diffundieren kann [18, 101]. Diese Situation entspricht gerade den in Abschnitt 6.2 geschilderten Fällen um $\nu = 3$ und $\nu = 5$, bei denen zwei verschiedene schnelle Prozesse beobachtet wurden. Das Auftreten zweier Transportprozesse muss also vermutlich der mangelnden Ent-

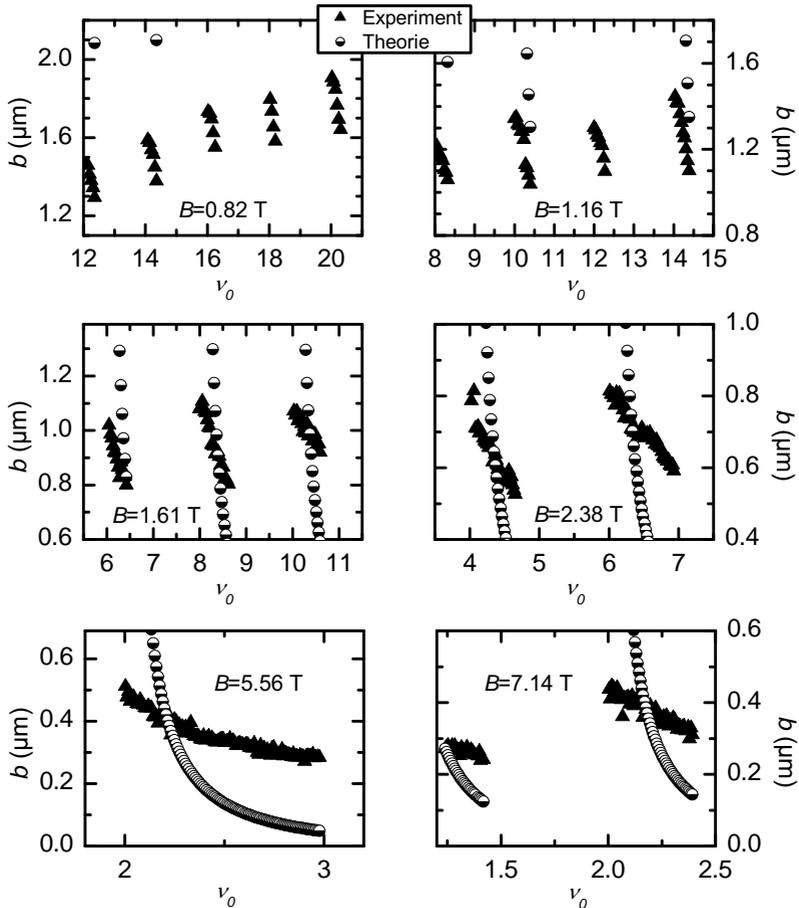


Abbildung 6.11: Breite b des kompressiblen Randbereichs als Funktion des Füllfaktors ν_0 im Inneren des 2DEGs bei verschiedenen Magnetfeldern. Die experimentellen Werte wurden unter Ausnutzung der aus den Fits gewonnenen Verzögerungszeit t_0 mit Hilfe von Gleichung 6.13 berechnet. Für die Bestimmung der theoretischen Werte wurde auf die Formeln 6.7, 6.10 und 6.11 zurückgegriffen.

kopplung des kompressiblen Randbereichs aufgrund einer zu geringen Breite des innersten inkompressiblen Streifens zugeschrieben werden. Es bleibt aber der interessante Punkt festzuhalten, dass auch in diesen Fällen quantisierte Leitwertplateaus beobachtet werden konnten.

Der Vergleich der ermittelten Breiten von $b = 0.3 - 1.9 \mu\text{m}$ mit den Daten aus anderen experimentellen Arbeiten liefert eine gute Übereinstimmung mit zwei Arbeiten, bei denen ebenfalls zeitaufgelöste Messungen an geschirmten 2DEGs durchgeführt wurden [101, 121]. Die entsprechenden Werte betragen $b = 0.3 - 2.5 \mu\text{m}$ für $2 \leq \nu_0 \leq 7$ bei Elektronendichten von $n_e = 2.3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ und $n_e = 1.9 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ und Abständen zum Topgate von $d = 90 \text{ nm}$ und $d = 120 \text{ nm}$ [101], und $b = 0.3 - 0.7 \mu\text{m}$ für $1 \leq \nu_0 \leq 4.5$ bei einer Elektronendichte von $n_e = 2.2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ und einem Abstand von $d = 90 \text{ nm}$ zum Topgate [121]. Werte in derselben Größenordnung wurden auch in zwei Arbeiten gefunden, bei denen an ungeschirmten 2DEGs das Profil des Hallpotentials lokal mit Hilfe einer metallisierten AFM-Spitze vermessen wurde [124, 133]. Hier betragen die Werte $b = 0.2 - 3.0 \mu\text{m}$ für $3 < \nu_0 < 14$ bei einer Elektronendichte von $n_e = 4.3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ [124], und $b = 0.3 - 1.0 \mu\text{m}$ für $2.5 \leq \nu_0 \leq 6.5$ bei einer Elektronendichte von $n_e = 2.8 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ [133]. Mittels Magnetokapazitätsspektroskopie durchgeführte Untersuchungen führten auf etwas größere Werte von $b = 0.7 \mu\text{m}$ für $\nu_0 = 2$ und $b = 3.0 \mu\text{m}$ für $\nu_0 = 4$ bei einer Elektronendichte von $n_e = 2.8 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ und einem Abstand von $d = 100 \text{ nm}$ zum Topgate [102].

Um die experimentellen Daten auch quantitativ mit der Theorie vergleichen zu können, wurde die Breite b mit Hilfe der Formeln 6.7, 6.10 und 6.11 gemäß $b = x_i - \frac{a_i}{2} - \frac{w}{2}$ berechnet. Die entsprechenden Werte sind in Abbildung 6.11 als halbausgefüllte Kreise dargestellt. Die theoretischen Werte zeigen dieselbe Abhängigkeit und liegen in derselben Größenordnung wie die experimentellen Werte (Die theoretischen Werte für $B = 0.82 \text{ T}$ und $B = 1.16 \text{ T}$ liegen teilweise oberhalb des gewählten Darstellungsbereiches), allerdings weisen sie insgesamt einen deutlich steileren Verlauf der Breite b mit dem Füllfaktor ν_0 auf. Geht man von der Gültigkeit der Beziehung 6.12 aus, dann müssen die Abweichungen von Experiment und Theorie mit unterschiedlichen Elektronendichteprofilen am Probenrand in Verbindung gebracht werden.

Um diese Vermutung zu überprüfen, wurde von der Möglichkeit Ge-

brauch gemacht, aus den Werten von b ein Elektronendichteprofil rekonstruieren zu können. Aus dem Wert von b lässt sich die Position des innersten inkompressiblen Streifens relativ zur Verarmungszone ablesen (vgl. Abbildung 6.10). Mit der allgemeinen Definition des Füllfaktors (vgl. Abschnitt 2.1.1):

$$\nu = \frac{n_e}{n_L} \quad (6.15)$$

lässt sich aus dem bekannten Füllfaktor $\nu_i(b)$ dieses Streifens bei gegebener Topgatespannung und gegebenem Magnetfeld ein ortsabhängiges Elektronendichteprofil aus der Beziehung:

$$n_e(b) = \nu_i(b(B, U_{TG})) \cdot n_L(B) \quad (6.16)$$

ableiten. Die so bestimmten Werte entsprechen dem Elektronendichteprofil im Nullfeld, wenn man die halbe Breite des innersten inkompressiblen Streifens vernachlässigt³. Die Auswertung der Beziehung 6.16 ist für verschiedene Topgatespannungen in Abbildung 6.12 dargestellt. Die durchgezogenen Kurven zeigen Fits der Form:

$$n_e(x') = n_0 \cdot \sqrt{\frac{x'}{x' + w}} \quad (6.17)$$

Gleichung 6.17 entspricht dem theoretischen Ausdruck 6.8 unter der Koordinatentransformation $x = x' + \frac{w}{2}$, welche berücksichtigt, dass der Nullpunkt der x-Achse in Abbildung 6.16 die innere Begrenzung der Verarmungszone w markiert.

Zum Vergleich finden sich in Abbildung 6.12 in Form der gestrichelten Kurven auch die aus den Gleichungen 6.7 und 6.8 erwarteten theoretischen Verläufe. Diese zeigen am äußersten Rand eine deutlich größere Steigung als die gefitteten Kurven, um dann in Richtung Probeninneres flacher anzusteigen. Zu ähnlichen Ergebnissen kamen auch Ernst et al. bei zeitaufgelösten Messungen an einer geschirmten Probe im FQHE-Regime [103].

Dementsprechend zeigen sich also Unterschiede zwischen dem experimentell ermittelten und dem aus den Gleichungen 6.7 und 6.8

³Nach [98] ist die Annahme $\frac{a_i}{b} \ll 1$ gerechtfertigt.

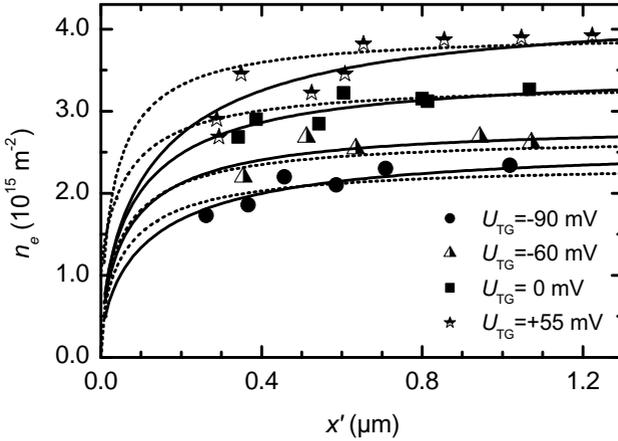


Abbildung 6.12: Aus der Beziehung 6.16 ermitteltes Elektronendichteprofil am Probenrand für verschiedene Topgatespannungen U . Die durchgezogenen Kurven entsprechen Fits der Form 6.17, während die gestrichelten Kurven den theoretischen Verlauf gemäß den Gleichungen 6.7 und 6.8 widerspiegeln.

abgeleiteten Elektronendichteprofil. Neben leichten Differenzen in n_0 von etwa zehn Prozent ergeben sich diese Unterschiede vor allem aus den unterschiedlichen Werten für die Breite der Verarmungszone w , wie deren Gegenüberstellung in Tabelle 6.1 verdeutlicht. Die gefitteten Werte übersteigen auch unter Berücksichtigung der Fehlergrenzen die theoretischen Werte, wobei besonders auffällt, dass die theoretischen Werte monoton mit der Topgatespannung (und letztlich der Elektronendichte n_0) fallen, während der gefittete Wert für $U_{\text{TG}} = +55$ mV (siehe Tabelle 6.1) deutlich aus dieser Abhängigkeit herausfällt. Dazu ist anzumerken, dass sich der Ausdruck 6.7 gemäß [98] auf die elektrostatischen Verhältnisse eines ungeschirmten 2DEGs mit geätztem Probenrand bezieht, während bei dem hier betrachteten 2DEG mit Sicherheit davon ausgegangen werden kann, dass das zusätzliche Topgate zu einer veränderten elektrostatischen Umgebung, und folglich zu einem veränderten Elektronendichteprofil am Probenrand führt. Inwieweit die Verarmungslänge tatsächlich von der Polarität der Topgate-

U_{TG} (mV)	w_{theo} (nm)	w_{Fit} (nm)
-90	141	278 ± 31
-60	124	161 ± 36
0	100	198 ± 22
+55	84	300 ± 36

Tabelle 6.1: Gefittete und aus Gleichung 6.7 bestimmte Breite w der Verarmungszone für verschiedene Topgatespannungen.

spannung abhängt, oder ob im vorliegenden Fall ein Zusammenhang mit den in Abschnitt 6.2 beschriebenen Effekten bei positiven Topgatespannungen besteht, lässt sich an dieser Stelle nicht aufklären.

Zusammenfassend wurde in diesem Abschnitt gezeigt, wie über die Signallaufzeit im Randkanalregime die elektronische Struktur des Probenrandes in Form der Breite des kompressiblen Randbereichs spektroskopiert werden kann. Im Gegensatz zu früheren Arbeiten konnte die entsprechende Analyse für einen weiten Magnetfeld- und Füllfaktorbereich vorgenommen werden. Die gezeigten Ergebnisse stehen qualitativ in Einklang mit den Vorhersagen der theoretischen Arbeit [98], in der die Position und Breite kompressibler und inkompressibler Randstreifen berechnet wurden. Quantitative Abweichungen sind auf den Einfluss des im Experiment vorhandenen, zusätzlichen Topgates zurückzuführen, welches zu einem sanfter verlaufenden Elektronendichteprofil am Probenrand führt.

7 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der eindimensionale Elektronentransport in Halbleiterheterostrukturen am Beispiel des Quantenpunktkontaktes und des Randkanaltransports in einem zweidimensionalen Elektronengas untersucht. Ziel der Arbeit war es, über den stationären Fall hinaus auch die dynamische Seite des eindimensionalen Transports eingehend zu analysieren. Zu diesem Zweck wurden neben elektrischen Charakterisierungsmessungen im DC-Regime zeit- und frequenz aufgelöste Transportmessungen durchgeführt.

Alle in dieser Arbeit untersuchten Proben basieren auf einer modulationsdotierten GaAs/AlGaAs-Heterostruktur, in der sich bei tiefen Temperaturen ein hochbewegliches zweidimensionales Elektronengas (2DEG) etwa 60 nm unterhalb der Oberfläche ausbildet. Für die Erzeugung eines Quantenpunktkontaktes wurde auf das Verfahren der kontrollierten mechanischen Nanostrukturierung mit einem Rasterkraftmikroskop (englisch: Atomic Force Microscope, AFM) zurückgegriffen. Durch die geeignete Gravur der Heterostrukuroberfläche mittels einer AFM-Spitze aus Diamant konnte innerhalb des 2DEGs eine eindimensionale Engstelle mit benachbarten Seitengates definiert werden. Mit den Transporteigenschaften dieser Struktur bei Temperaturen von $T \leq 4.2$ K befasste sich der erste Teil dieser Arbeit.

Zur ersten Charakterisierung einer AFM-gravierten Engstelle wurde der DC-Leitwert als Funktion der Gatespannung im linearen Regime vermessen. Dabei konnten wohl definierte Leitwertplateaus in ganzzahligen Vielfachen des elementaren Leitwertquantums $2e^2/h$ nachgewiesen werden, wie sie für den eindimensionalen ballistischen Transport durch einen Quantenpunktkontakt charakteristisch sind. Durch eine Simulation des Leitwertverlaufs wurde gezeigt, dass sich das Potential im Bereich der Engstelle in sehr guter Näherung durch eine Sattelform beschreiben lässt.

Um weitergehende Informationen über die Eigenschaften AFM-gra-

vierter Quantenpunktkontakte zu erhalten, wurden Spektroskopiemessungen bei endlicher Source-Drain-Vorspannung durchgeführt. Die hierbei auftretenden zusätzlichen Plateaus mit halbzahligen Leitwerten lassen sich auf einen symmetrischen Spannungsabfall im Bereich der Engstelle zurückführen. Auf dem Modell eines Sattelpotentials basierende Simulationsrechnungen im Einteilchen-Bild erbrachten in diesem Zusammenhang eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten.

Darüber hinaus konnte eine zusätzliche Struktur bei $0.7(2e^2/h)$ beobachtet werden, die sich nicht mehr im Einteilchen-Bild erklären lässt. Dieser als 0.7-Anomalie bezeichnete Effekt wird mit einem Elektron-Elektron-Wechselwirkungseffekt in Verbindung gebracht, und gilt als Indikator für hochreine, nahezu defektfreie 1D-Engstellen. Das Auftreten der 0.7-Anomalie in AFM-gravierten Quantenpunktkontakten bestätigt die hohe Qualität der mit dieser Methode erzeugten Engstellen.

Mit Spektroskopiemessungen im senkrechten Magnetfeld ließ sich dessen Einfluss auf die Eigenschaften AFM-gravierter Quantenpunktkontakte studieren. Es konnte gezeigt werden, dass das verwendete Einteilchen-Modell eines sattelförmigen Einschlusspotentials bis in den Bereich der magnetoelektrischen Moden ($\omega_c \sim \omega_y$) erfolgreich auf AFM-gravierte Quantenpunktkontakte angewendet werden kann. Höhere Felder führten in das Regime des Randkanaltransports. Für diesen Fall ergaben sich deutliche Abweichungen vom Einteilchen-Bild, die in einer qualitativen Analyse auf den Vielteilcheneffekt der elektronischen Umordnung in kompressible und inkompressible Streifen zurückgeführt werden konnten. Des Weiteren weisen die experimentellen Daten im hohen Feld auf einen deutlich erhöhten effektiven g -Faktor in Verbindung mit der angesprochenen elektronischen Umordnung hin.

Der letzte große Abschnitt zum eindimensionalen Transport durch AFM-gravierte Quantenpunktkontakte befasste sich mit der Dynamik. Dazu wurde erstmalig der frequenzabhängige komplexe Leitwert, die sogenannte Admittanz, eines Quantenpunktkontaktes im linearen Regime bis in den Bereich mehrerer hundert MHz vermessen und mit theoretischen Vorhersagen verglichen. In guter Übereinstimmung mit diesen konnte gezeigt werden, dass die Admittanz G_{ac} bis zu einer Frequenz von mindestens $f = 175$ MHz einen frequenzunabhängigen

Realteil aufweist, der durch den entsprechenden DC-Leitwert gegeben ist. Ferner wurde ein sehr geringer Imaginärteil gefunden, dessen Beiträge im Rahmen der experimentellen Genauigkeit in der Größenordnung $|\text{Im } G_{\text{ac}}| \sim \omega \cdot 1 \text{ fF}$ liegen, und dessen Verlauf mit der Anzahl der transmittierenden 1D-Kanäle korreliert ist. Auch hier konnte das Experiment die Theorie bestätigen.

Der zweite Teil dieser Arbeit widmete sich dem zeitaufgelösten Magnetotransport durch ein hochbewegliches 2DEG im Regime des Randkanaltransports. Bei diesen Untersuchungen wurde der zeitabhängige Stromverlauf nach Anlegen eines kurzen Spannungspulses vermessen. Über ein zusätzlich aufgebrachtes Topgate konnte die Ladungsträgerdichte im 2DEG über einen weiten Bereich eingestellt werden.

Es zeigte sich, dass der zeitabhängige Magnetotransport im untersuchten 2DEG über den extrem weiten Füllfaktorbereich von $1 \leq \nu \leq 26$ mit dem Verhalten einer Leitung beschrieben werden kann. Im Bereich des ballistischen Randkanaltransports zeigte das 2DEG das Übertragungsverhalten einer Verzögerungsleitung (LC-Leitung), da die Eingangspulsform nahezu unverändert mit einer zeitlichen Verzögerung übertragen wurde. Außerhalb des Randkanaltransportes trat eine starke Verformung der Eingangspulsform auf. Das 2DEG wies in diesen Fällen den Tiefpasscharakter einer RC-Leitung auf. Die gemessenen RC-Zeiten unterschritten die theoretisch erwarteten Anstiegszeiten allerdings um eine Größenordnung, was auf räumliche Inhomogenitäten sowohl in der Stromverteilung als auch in der Widerstandsverteilung hindeutet.

Die genaue Auswertung der Signallaufzeit im Randkanalregime erlaubte es, die Breite des kompressiblen Randbereichs über einen sehr weiten Parameterbereich zu bestimmen. Die ermittelte Abhängigkeit der Breite vom Füllfaktor und vom Magnetfeld stimmt qualitativ mit theoretischen Vorhersagen überein. Quantitative Abweichungen resultieren aus dem sanfter verlaufenden Elektronendichteprofil am Probenrand als Folge des zusätzlichen Topgates.

Die Ergebnisse dieser Arbeit geben einen Einblick in das facettenreiche Spektrum des eindimensionalen Transports. Gleichzeitig eröffnen sie aber auch Perspektiven für weitere Experimente. So wäre es interessant, Spektroskopiemessungen am Quantenpunktkontakt im gekippten

Magnetfeld durchzuführen, um das Verhältnis von Landau- zu Zeeman-Aufspaltung gezielt verändern zu können. Des Weiteren bieten sich auf der dynamischen Seite Untersuchungen in Form von frequenzabhängigen Messungen und Rauschmessungen im Bereich der 0.7-Anomalie an hierfür geeigneteren Proben an.

A Simulationsparameter

Im Folgenden sind die Simulationsparameter für die Simulation der Spektroskopiedaten im senkrechten Magnetfeld aus Abschnitt 5.2.3 aufgelistet.

B (T)	V_0 (meV)	$ g^*/g_{\text{GaAs}}^* $
1.56	$3.3 - 3.2 \cdot U_G + 1.25 \cdot U_G^2$	für alle n : 1
2.66	$4.0 - 3.0 \cdot U_G + 0.94 \cdot U_G^2$	$n = 1$: 11, $n = 2$: 9, sonst: 7
4.9	$2.75 - 2.88 \cdot U_G + 1.0 \cdot U_G^2$	$n = 1$: 15, $n = 2$: 10
4.9 mit K und I	$(6/(\exp((U_G + 1.8)/0.12) + 1)) +$ $(4/(\exp((U_G + 0.85)/0.1) + 1)) +$ $(3/(\exp((U_G - 0.1)/0.09) + 1)) +$ $(1.7/(\exp((U_G - 1.2)/0.5) + 1))$	$n = 1$: 15, $n = 2$: 10

Die Werte für E_F , $\hbar\omega_y$ und $\hbar\omega_x$ betragen für alle Magnetfelder konstant:

$$E_F = 13.1 \text{ meV}, \quad \hbar\omega_y = 2.15 \text{ meV} \text{ und } \hbar\omega_x = 2.10 \text{ meV} \text{ .}$$

B Frequenzabhängige Leitwertmessungen mit dem Netzwerkanalysator

Für den Frequenzbereich bis 1000 MHz wurde der komplexe Leitwert, die *Admittanz*, des AFM-gravierten QPKs aus Kapitel 5.3 mit einem Netzwerkanalysator vermessen. Wegen der schlechteren Phasenauflösung sollen im Folgenden nur die Ergebnisse der Betragsmessungen

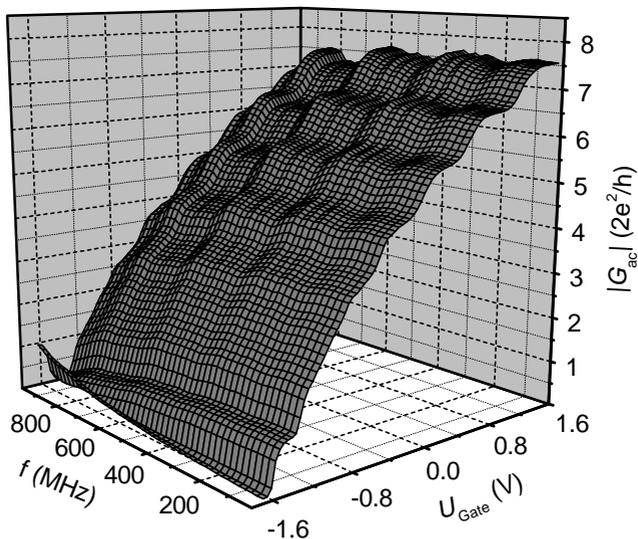


Abbildung B.1: Betrag der komplexen Admittanz aus Netzwerkanalysator-Messungen.

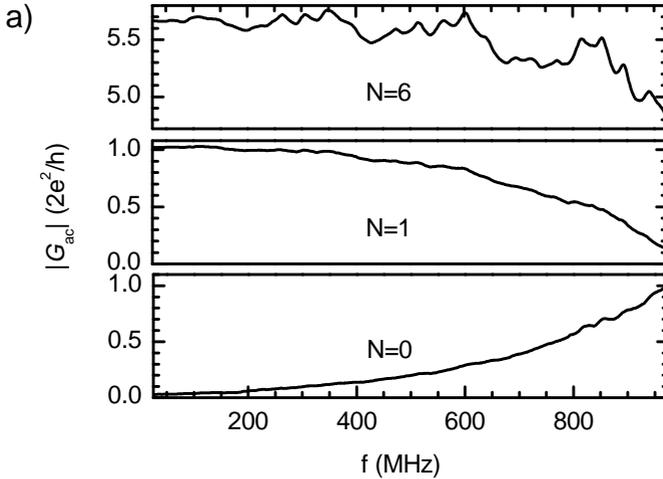


Abbildung B.2: Betrag der komplexen Admittanz aus Netzwerkanalysator-Messungen als Funktion der Frequenz für eine unterschiedliche Anzahl N transmittierender Kanäle.

gen vorgestellt werden. Abbildung B.1 zeigt zur Übersicht den Betrag der Admittanz als Funktion der Frequenz und Gatespannung. Da die Netzwerkanalysator-Messungen zeitlich später als die HF-Lock-In-Messungen durchgeführt wurden und die Probe in dieser Zeitspanne leicht in der Gatespannung driftete, ist der gesamte Datensatz im Vergleich zu Abbildung 5.19 a) in der Gateabhängigkeit etwas verschoben. Darüber hinaus erkennt man wieder die gateunabhängigen Oszillationen des Betrags in der Frequenz, die mit dem allgemeinen Netzwerk in Verbindung gebracht werden müssen. Die Stärke der Oszillationen nimmt dabei allerdings mit wachsender Gatespannung zu. Zur besseren Diskussion der Frequenzabhängigkeit des Betrags ist in Abbildung B.2 dieser als Funktion der Frequenz für drei verschiedene Fälle dargestellt.

Sowohl für $N = 1$ als auch für $N = 6$ transmittierende Kanäle offenbart sich oberhalb von $f = 400$ MHz eine deutliche frequenzabhängige Abnahme des Betrags, wobei die relative Änderung für $N = 1$ deutlich stärker ausfällt. Als Ursache dieser Abnahme käme zwar prinzipiell eine entsprechende Frequenzabhängigkeit der reinen QPK-Admittanz

in Frage, nach den bisherigen Überlegungen und Ausführungen ist der Ursprung dieses Effekts aber wahrscheinlich doch eher im äußeren Umfeld zu suchen. Ein Kandidat wäre die steigende Impedanz des 2DEGs oder der ohmschen Kontakte, nach den vorangehenden Abschätzungen können diese Effekte aber nur z. T. als Erklärung der beobachteten Frequenzabhängigkeit herangezogen werden. Vor allem drängen sich die Verluste über parasitäre Kapazitäten, z.B. zu den AC-geerdeten In-Plane-Gates (IPGs), als Ursache für die frequenzabhängige Abnahme auf. Diese könnten auch die Unterschiede in den relativen Betragsänderungen bei unterschiedlicher Gatespannung, d.h. Kanalzahl $N \geq 1$ erklären, da Parallelimpedanzen zu Masse mit steigender QPK-Impedanz an Bedeutung gewinnen. Darüber hinaus konnte in dem Kapitel zum DC-Leitwertverlauf eines AFM-gravierten QPKs ja gezeigt werden, dass die kapazitive Kopplung zwischen Engstelle und IPG mit zunehmender positiver Spannung und damit wachsendem N abnimmt, was in diesem Zusammenhang ebenfalls die deutlichen Unterschiede in den Verlusten bei unterschiedlichem $N \geq 1$ erklären könnte.

Genau umgekehrt stellt sich die Situation für $N = 0$, d.h. bei geschlossener Engstelle dar. Hier wächst der Betrag nur bis etwa 300 MHz linear mit der Frequenz an, um danach in höherer Ordnung f anzusteigen. Auch hier müssen verschiedene mögliche Ursachen in Betracht gezogen werden. Zum einen könnte für höhere Frequenzen ein zusätzlicher paralleler Pfad durch die Probe, z.B. über die Dotierschicht auftreten, was allerdings nicht in Einklang mit der starken Abnahme bei $N = 1$ steht. Weiterhin könnte natürlich auch eine wachsende Kapazität der Engstelle selbst zu der beobachteten superlinearen Betragszunahme führen, wobei die mikroskopische Ursache hierfür nicht klar ersichtlich ist. Und schließlich könnte auch das komplexe Zusammenwirken des Gesamtnetzwerkes den beobachteten Frequenzverlauf mit sich bringen. Damit kann festgehalten werden, dass oberhalb von $f = 300\text{--}400$ MHz keine gesicherten Aussagen über die reine Admittanz des QPK getätigt werden können, während unterhalb dieses Bereiches eine befriedigende Konsistenz mit den Ergebnissen der HF-Lock-In-Messungen besteht.

B Frequenzabhängige Leitwertmessungen mit dem Netzwerkanalysator

C Zeitaufgelöster Magnetotransport durch eine 2D-Engstelle

Die in Kapitel 6.2 vorgestellten Ergebnisse spiegeln die Eigenschaften eines reinen 2DEGs wider. Um die Auswirkungen einer zusätzlich im 2DEG vorhandenen Engstelle auf den zeitaufgelösten Transport zu untersuchen, wurden auch Messungen an einer Probe mit AFM-strukturierter Engstelle durchgeführt. Die Strukturierung erfolgte dabei nicht mit einer AFM-Spitze aus Diamant wie im Falle der AFM-gravierten QPKs, sondern mit einer herkömmlichen Spitze aus Silizium.

Abbildung C.1 zeigt eine AFM-Aufnahme der Engstelle. Die geometrische Breite der Engstelle beträgt etwa $w_{\text{geom}} \simeq 1.5 \mu\text{m}$. Aus der bekannten Verarmungslänge von $w_{\text{depl}} \simeq 330 \text{ nm}$ bei Verwendung ei-

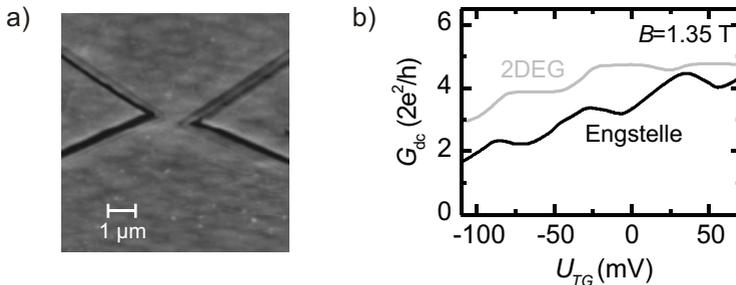


Abbildung C.1: a) AFM-Aufnahme der mittels einer AFM-Spitze aus Silizium strukturierten Engstelle. b) Leitwertverlauf $G_{\text{dc}}(U_{\text{TG}})$ mit und ohne Engstelle bei $B = 1.35 \text{ T}$.

ner AFM-Spitze aus Silizium [65] lässt sich die elektronische Breite zu $w_{el} \simeq 850$ nm abschätzen. Aufgrund dieses relativ großen Wertes sind keine 1D-Quantisierungseffekte in der Engstelle zu erwarten, und folgerichtig zeigte die Probe bei DC-Charakterisierungsmessungen das Verhalten eines zweidimensionalen Systems. Die Elektronendichte in der Engstelle in Abhängigkeit der Topgatespannung konnte aus DC-Messungen zu:

$$n_e = 3.09 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2} + 1.08 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-2} \text{V}^{-1} \cdot U_{\text{TG}} \quad (\text{C.1})$$

bestimmt werden, was die Elektronendichte des umgebenden 2DEGs (vgl. Abschnitt 6.2) bei $U_{\text{TG}} = 0$ V um weniger als zehn Prozent unterschreitet. Entsprechend wies der Leitwert der Probe mit Engstelle einen ähnlichen Verlauf wie im Fall des reinen 2DEGs auf. Abbildung C.1 b) zeigt den topgateabhängigen Leitwertverlauf mit und ohne Engstelle exemplarisch für ein Magnetfeld von $B = 1.35$ T. Der allgemein kleinere Leitwert der Engstelle in Abbildung C.1 b) ist neben der kleineren Dichte darauf zurückzuführen, dass ein vermutlich größerer Geometriefaktor (vgl. Abschnitt 2.1.2) im Engstellenbereich einen größeren Beitrag des Längswiderstandes liefert, was im übrigen auch den stärker oszillierenden Verlauf erklärt.

Analog zu den zeitaufgelösten Transportmessungen an einem reinen 2DEG wurden diese Messungen auch an der Probe mit Engstelle durchgeführt. In Abbildung C.2 ist exemplarisch der zeitliche Stromverlauf als Funktion der Topgatespannung bei einem Magnetfeld von $B = 1.35$ T dargestellt. Wie im Falle des reinen 2DEGs wurden außerhalb des Randkanalregimes stark deformierte Signale mit endlicher Flanke detektiert (siehe Abb. C.2 a)), während in vom Randkanaltransport dominierten Füllfaktorbereichen Signale mit einer sehr steilen Anstiegsflanke ähnlich dem Eingangspuls nachgewiesen werden konnten (siehe Abb. C.2 b)). Die ermittelten Anstiegs- und Laufzeiten τ und t_0 der Probe mit Engstelle wiesen dabei ähnliche Werte wie die des reinen 2DEGs auf. Abbildung C.3 verdeutlicht dies anhand der topgateabhängigen Verläufe von τ und t_0 ¹ für die Probe mit Engstelle und für das reine 2DEG bei einem Magnetfeld von $B = 1.35$ T. Somit lässt

¹Da, wie in Abschnitt 6.2 erwähnt, die Werte für t_0 außerhalb des Randkanalregimes durch den Fit der Form 6.2 überschätzt werden, wurden diese gesondert bestimmt.

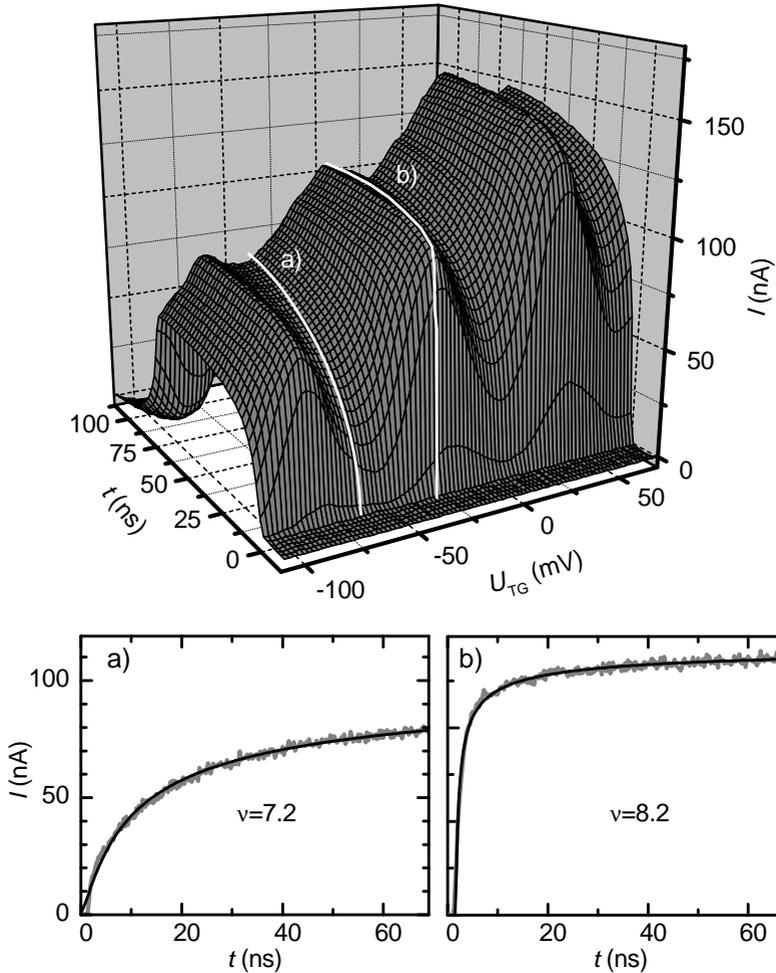


Abbildung C.2: Zeitlicher Stromverlauf in der Probe mit Engstelle nach Anlegen eines rechteckförmigen Spannungspulses als Funktion der Topgatespannung bei einem Magnetfeld von $B = 1.35$ T. Die weiß eingefärbten Kurven a) und b) sind zum besseren Vergleich nochmals in den beiden unteren Graphen (graue Kurven) zusammen mit den entsprechenden Fits (schwarze Kurven) dargestellt.

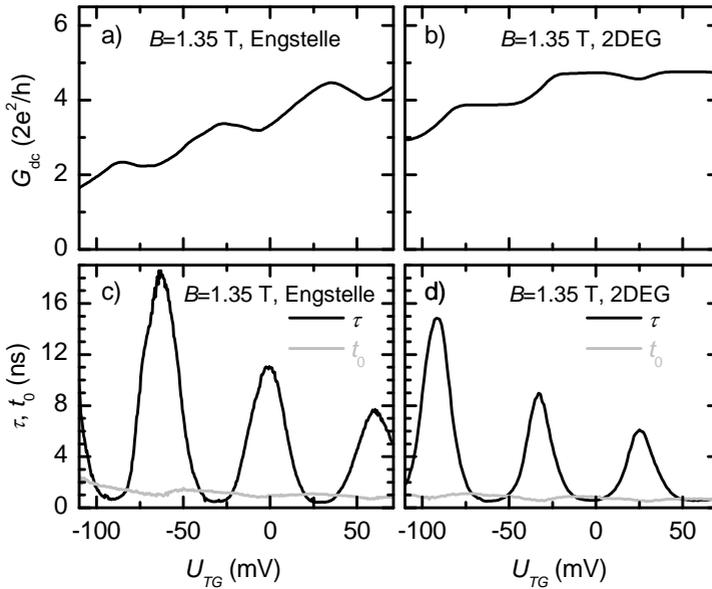


Abbildung C.3: DC-Leitwert der a) Probe mit Engstelle und b) Probe ohne Engstelle und τ und t_0 der c) Probe mit Engstelle und d) Probe ohne Engstelle als Funktion der Topgatespannung bei $B = 1.35$ T.

sich zusammenfassen, dass sich im zeitaufgelösten Transportverhalten der 2D-Engstelle keine signifikanten Abweichungen vom Verhalten des ausgedehnten 2DEGs zeigten, welches ausführlich in Abschnitt 6.2 diskutiert wurde.

D Ersatzschaltbild des HF-Netzwerkes

Mit dem in Abschnitt 4.2.3 beschriebenen Messaufbau für HF-Transportmessungen wird eine zum Probenstrom proportionale Spannung am Verstärkereingang gemessen. Die mathematische Beschreibung dieser Beziehung lässt sich sehr elegant mit Hilfe der Theorie des Zweitors [134] erschließen. Das allgemeine Zweitor (siehe Abb. D.1 b)) geht aus dem allgemeinen Vierpol (siehe Abb. D.1 a)) hervor, wenn durch Schaltungszwang sichergestellt ist, dass die Ströme I_1 und I_4 sowie I_2 und I_3 entgegengesetzt gleich sind. In der Kettenform ergeben sich für die Beziehungen zwischen den Spannungen und den Strömen des Zweitors in Abbildung D.1 b):

$$U_1 = K_{11} \cdot U_2 + K_{12} \cdot I_2 \quad (\text{D.1})$$

$$I_1 = K_{21} \cdot U_2 + K_{22} \cdot I_2 \quad ,$$

also:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad , \quad (\text{D.2})$$

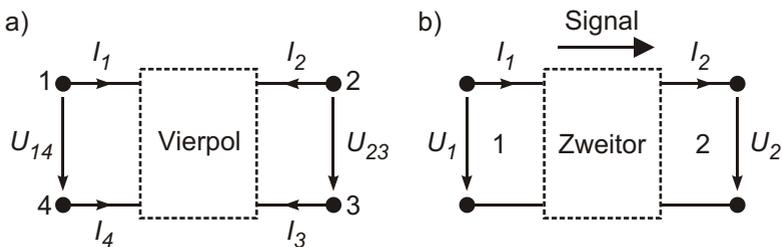


Abbildung D.1: a) Allgemeiner Vierpol. b) Allgemeines Zweitor.

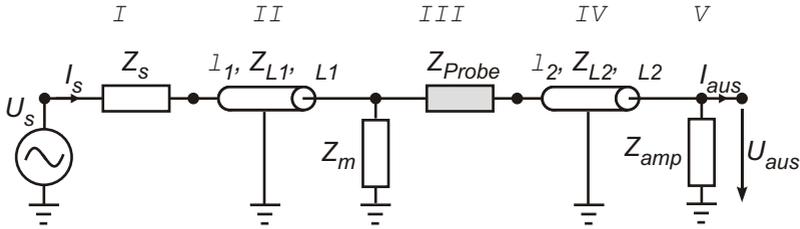


Abbildung D.2: Ersatzschaltbild des HF-Netzwerkes.

mit komplexen Spannungen U und Strömen I der Form:

$$U = \underline{U} \cdot e^{i\omega t} = |U| \cdot e^{i\phi_u} \cdot e^{i\omega t}, \quad I = \underline{I} \cdot e^{i\omega t} = |I| \cdot e^{i\phi_i} \cdot e^{i\omega t} \quad . \quad (\text{D.3})$$

Die K_{ii} in den Gleichungen D.1 und D.2 bezeichnen die Komponenten der Kettenmatrix K , die das Übertragungsverhalten des Zweitores charakterisiert. Bei einer Hintereinanderschaltung (Kettenschaltung) von mehreren Zweitoren errechnet sich die Kettenmatrix des Gesamtsystems aus der Matrixmultiplikation der einzelnen Kettenmatrizen der aufeinander folgenden Zweitore. Abbildung D.2 zeigt das Ersatzschaltbild des in Abschnitt 4.2.3 beschriebenen Messaufbaus, welches sich in die folgenden Zweitore zerlegen lässt:

- Das erste Zweitor bildet die Ausgangsimpedanz Z_S der Quelle ab, die entsprechende Kettenmatrix lautet:

$$K_I = \begin{pmatrix} 1 & Z_S \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad .$$

- Das darauf folgende Zweitor umfasst die hinführende Leitung L_1 der Länge l_1 mit dem Wellenwiderstand Z_{L1} und dem Übertragungsmaß $\gamma_{L1} = \alpha_{L1} + i\beta_{L1}$, wobei α_{L1} das Dämpfungsmaß und β_{L1} das Phasenmaß bezeichnet:

$$K_{II} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma_{L1}l_1) & Z_{L1} \cdot \sinh(\gamma_{L1}l_1) \\ \frac{1}{Z_{L1}} \cdot \sinh(\gamma_{L1}l_1) & \cosh(\gamma_{L1}l_1) \end{pmatrix} \quad .$$

-
- Das dritte Zweitor umschließt die Anpassungsimpedanz Z_m sowie die Impedanz der Probe Z_{Probe} :

$$K_{III} = \begin{pmatrix} 1 & Z_{Probe} \\ \frac{1}{Z_m} & \frac{Z_m + Z_{Probe}}{Z_m} \end{pmatrix} .$$

- Es folgt die rücklaufende Leitung $L2$:

$$K_{IV} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma_{L2} l_2) & Z_{L2} \cdot \sinh(\gamma_{L2} l_2) \\ \frac{1}{Z_{L2}} \cdot \sinh(\gamma_{L2} l_2) & \cosh(\gamma_{L2} l_2) \end{pmatrix} .$$

- Das Netzwerk ist mit der Eingangsimpedanz Z_{amp} des HF-Verstärkers abgeschlossen:

$$K_V = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{amp}} & 1 \end{pmatrix} .$$

Mit $I_{aus} = 0$ folgt für den allgemeinen Zusammenhang von U_s , I_s und U_{aus} :

$$\begin{pmatrix} U_s \\ I_s \end{pmatrix} = K_I \cdot K_{II} \cdot K_{III} \cdot K_{IV} \cdot K_V \cdot \begin{pmatrix} U_{aus} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (D.4)$$

wobei U_{aus} gerade der am Verstärkereingang anliegenden Spannung entspricht.

Für den besonderen Fall $Z_s = Z_{L1} = Z_m = Z_{L2} = Z_{amp} = Z_{50}$ und $\gamma_{L1} = \gamma_{L2} = \gamma$ folgt für U_{aus} als Funktion von U_s :

$$U_{aus} = \frac{Z_{50}}{(Z_{Probe} + \frac{3}{2} Z_{50})} \cdot e^{-\gamma l} \cdot \frac{U_s}{2} , \quad (D.5)$$

mit $l = l_1 + l_2$ als Gesamtlänge des Leitungssystems.

Ebenso lässt sich mit Hilfe der Kettenmatrizen K_{IV} und K_V der Zusammenhang zwischen U_{aus} und dem durch die Probenimpedanz Z_{Probe} fließenden Strom I_{Probe} ermitteln:

$$U_{aus} = I_{Probe} \cdot Z_{50} \cdot e^{-\gamma l_2} . \quad (D.6)$$

Literaturverzeichnis

- [1] D. K. Ferry und S. M. Goodnick, in *Transport in Nanostructures*, Herausgeber: H. Ahmed, M. Pepper und A. Broers (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
- [2] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).
- [3] H. van Houten und C. Beenakker, *Physics Today* **49**, 22 (1996).
- [4] M. A. Topinka, B. J. LeRoy, S. E. J. Shaw, E. J. Heller, R. M. Westervelt, K. D. Maranowski und A. C. Gossard, *Science* **289**, 2323 (2000).
- [5] M. A. Topinka, B. J. LeRoy, R. M. Westervelt, S. E. J. S. R. Fleischmann, E. J. Heller, K. D. Maranowski und A. C. Gossard, *Nature* **410**, 183 (2001).
- [6] E. Buks, R. Schuster, M. Heiblum, S. Mahalu und V. Umansky, *Nature* **391**, 871 (1998).
- [7] D. Sprinzak, Y. Ji, M. Heiblum, D. Mahalu und H. Shtrikman, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 176805 (2002).
- [8] R. M. Potok, J. A. Folk, C. M. Marcus und V. Umansky, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 266602 (2002).
- [9] K. J. Thomas, J. T. Nicholls, M. Y. Simmons, M. Pepper, D. R. Mace und D. A. Ritchie, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 135 (1996).
- [10] R. Fitzgerald, *Physics Today* **55**, 21 (2002).
- [11] J. R. Minkel, *Phys. Rev. Focus* **10**, (2002).

- [12] T. Christen und M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **77**, 143 (1996).
- [13] I. E. Aronov, N. N. Beletskii, G. P. Berman, D. K. Campbell, G. D. Doolen und S. V. Dudiy, Phys. Rev. B **58**, 9894 (1998).
- [14] R. J. Haug, Semicond. Sci. Technol. **8**, 131 (1993).
- [15] *The Quantum Hall Effect*, Herausgeber: R. E. Prange und S. M. Girvin (Springer-Verlag, New York, 1990).
- [16] Y. Y. Wei, J. Weis, K. v. Klitzing und K. Eberl, Phys. Rev. Lett. **81**, 1674 (1998).
- [17] W. Kang, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin und K. W. West, Nature **403**, 59 (2000).
- [18] N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Eberl, Phys. Rev. Lett. **71**, 2292 (1993).
- [19] T. Ando, A. B. Fowler und F. Stern, Rev. Mod. Phys. **54**, 446 (1982).
- [20] E. Hall, Amer. Jour. Math. **2**, 287 (1879).
- [21] L. Shubnikov und W. J. de Haas, Leiden Comm. **207 a**, 1030 (1930).
- [22] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [23] B. Huckestein, Rev. Mod. Phys. **67**, 375 (1995).
- [24] F. Hohls, *Der Plateau-Übergang im Quanten-Hall-Effekt: Experimente zur Temperatur- und Frequenzabhängigkeit*, Dissertation, Universität Hannover, 2000.
- [25] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. **1**, 223 (1957).
- [26] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. **32**, 306 (1988).
- [27] M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **57**, 1761 (1986).

- [28] R. Landauer, in *Nanowires*, Herausgeber: P. A. Serena und N. Garcia (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997).
- [29] R. Landauer, *J. Phys.: Condens. Matter* **1**, 8099 (1989).
- [30] R. Landauer und Y. Imry, *Rev. Mod. Phys.* **71**, S306 (1999).
- [31] D. C. Tsui, H. L. Stormer und A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1559 (1982).
- [32] R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1395 (1983).
- [33] J. K. Jain, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 199 (1989).
- [34] T. Chakraborty und P. Pietiläinen, *The Quantum Hall Effects, Fractional and Integral* (Springer-Verlag, Berlin, 1995).
- [35] L. I. Glazman und M. Jonson, *J. Phys.: Condens. Matter* **1**, 5547 (1989).
- [36] M. Büttiker, *Phys. Rev. B* **41**, 7906 (1990).
- [37] Y. Hirayama, T. Saku und Y. Horikoshi, *Phys. Rev. B* **39**, 5535 (1989).
- [38] E. Tekman und S. Ciraci, *Phys. Rev. B* **43**, 7145 (1991).
- [39] D. van der Marel und E. G. Haanappel, *Phys. Rev. B* **39**, 7811 (1989).
- [40] E. G. Haanappel und D. van der Marel, *Phys. Rev. B* **39**, 5484 (1989).
- [41] A. Szafer und A. D. Stone, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 300 (1989).
- [42] P. F. Bagwell und T. P. Orlando, *Phys. Rev. B* **40**, 1456 (1989).
- [43] C. Hermann und C. Weisbuch, *Phys. Rev. B* **15**, 823 (1977).
- [44] B. J. van Wees, L. P. Kouwenhoven, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. E. Mooij, C. T. Foxon und J. J. Harris, *Phys. Rev. B* **38**, 3625 (1988).

- [45] B. J. van Wees, E. M. M. Willems, L. P. Kouwenhoven, C. J. P. M. Harmans, J. G. Williamson, C. T. Foxon und J. J. Harris, *Phys. Rev. B* **39**, 8066 (1989).
- [46] B. J. van Wees, L. P. Kouwenhoven, E. M. M. Willems, C. J. P. M. Harmans, J. E. Mooij, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson und C. T. Foxon, *Phys. Rev. B* **43**, 12431 (1991).
- [47] E. F. Schubert, *Doping in III-V-Semiconductors* (Cambridge University Press, Cambridge, 1993).
- [48] H. Beneking, *Halbleitertechnologie* (B. G. Teubner, Stuttgart, 1991).
- [49] O. Zinke und H. Brunswig, *Hochfrequenztechnik*, 5. Auflage, (Springer Verlag, Berlin, 1995), Band 1: Hochfrequenzfilter, Leitungen, Antennen.
- [50] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel und C. T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988).
- [51] D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie und G. A. C. Jones, *J. Phys. C* **21**, L209 (1988).
- [52] T. J. Thornton, M. Pepper, H. Ahmed, D. Andrews und G. J. Davies, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1198 (1986).
- [53] A. Kristensen, J. B. Jensen, M. Zaffalon, C. B. Sørensen, S. M. Reimann, , P. E. Lindelof, M. Michel und A. Forchel, *J. Appl. Phys.* **83**, 607 (1998).
- [54] J. J. Wesström, K. Hieke, B. Stålnacke, T. Palm und B. Stoltz, *Appl. Phys. Lett.* **70**, 1302 (1997).
- [55] C. K. Hyon, S. C. Choi, S.-H. Song, S. W. Hwang, M. H. Son, D. A. Y. J. Park und E. K. Kim, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 2607 (2000).

- [56] H. W. Schumacher, U. F. Keyser, U. Zeitler, R. J. Haug und K. Eberl, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 1107 (1999).
- [57] J. Cortes-Rosa, M. Wendel, H. Lorenz, J. P. K. M. Thomas und H. Kroemer, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 2684 (1998).
- [58] R. Magno und B. R. Bennett, *Appl. Phys. Lett.* **70**, 1855 (1997).
- [59] A. Fuhrer, S. Lüscher, T. Ihn, T. Heinzel, K. Ensslin, W. Wegscheider und M. Bichler, *Nature* **413**, 822 (2001).
- [60] N. J. Curson, R. Nemutudi, N. J. Appleyard, M. Pepper, D. Ritchie und G. A. C. Jones, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 3466 (2001).
- [61] U. F. Keyser, H. W. Schumacher, U. Zeitler, R. J. Haug und K. Eberl, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 457 (2000).
- [62] B. Irmer, R. H. Blick, F. Simmel, W. Gödel, H. Lorenz und J. P. Kotthaus, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 2051 (1998).
- [63] U. F. Keyser, *Nanolithography with an atomic force microscope: quantum point contacts, quantum dots, and quantum rings*, Dissertation, Universität Hannover, 2002.
- [64] A. Malavé, K. Ludolph, T. Leinhos, C. Lehrer, L. Frey und E. Oesterschulze, *Appl. Phys. A* (in Druck).
- [65] J. Regul, U. F. Keyser, M. Paesler, F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug, A. Malavé, E. Oesterschulze, D. Reuter und A. D. Wieck, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 2023 (2002).
- [66] F. Pobell, *Matter and Methods at Low Temperatures*, 2. Auflage, (Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1996).
- [67] C. Kittel und H. Krömer, *Physik der Wärme*, 4. Auflage, (R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1993).
- [68] *What is a Lock-in Amplifier*, Technical Note TN 1000 (PerkinElmerTM Instruments, 2000).
- [69] P. A. Lee und T. V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 287 (1985).

- [70] H. van Houten, B. J. van Wees, M. G. J. Heijman und J. P. André, *Appl. Phys. Lett.* **49**, 1781 (1986).
- [71] A. Ramon, M. Heiblum und H. Shtrikman, *Semicond. Sci. Technol.* **8**, 2176 (1993).
- [72] H. Pothier, J. Weis, R. J. Haug und K. v. Klitzing, *Appl. Phys. Lett.* **62**, 3174 (1993).
- [73] L. P. Kouwenhoven, B. J. van Wees, C. J. P. M. Harmans, J. G. Williamson, H. van Houten, C. W. Beenakker, C. T. Foxon und J. J. Harris, *Phys. Rev. B* **39**, 8040 (1989).
- [74] N. K. Patel, J. T. Nicholls, L. Martín-Moreno, M. Pepper, R. Newbury, J. E. F. Frost, D. A. Richtie, G. A. C. Jones, J. T. M. B. Janssen, J. Singleton und J. A. A. J. Perenboom, *J. Phys.: Condens. Matter* **2**, 7247 (1990).
- [75] N. K. Patel, J. T. Nicholls, L. Martín-Moreno, M. Pepper, J. E. F. Frost, D. A. Richtie und G. A. C. Jones, *Phys. Rev. B* **44**, 13549 (1991).
- [76] N. K. Patel, J. T. Nicholls, L. Martín-Moreno, M. Pepper, J. E. F. Frost, D. A. Richtie und G. A. C. Jones, *Phys. Rev. B* **44**, 10973 (1991).
- [77] L. I. Glazman und A. V. Khaetskii, *Europhys. Lett.* **9**, 263 (1989).
- [78] L. Martín-Moreno, J. T. Nicholls, N. K. Patel und M. Pepper, *J. Phys.: Condens. Matter* **4**, 1323 (1992).
- [79] A. Kristensen, H. Bruus, A. E. Hansen, J. B. Jensen, P. E. Lindelof, C. J. Marckmann, J. Nygård, C. B. Sørensen, F. Beuscher, A. Forchel und M. Michel, *Phys. Rev. B* **62**, 10950 (2000).
- [80] K. S. Pyshkin, C. J. B. Ford, R. H. Harrell, M. Pepper, E. H. Linfield und D. A. Ritchie, *Phys. Rev. B* **62**, 15842 (2000).

- [81] S. M. Cronenwett, H. J. Lynch, D. Goldhaber-Gordon, L. P. Kouwenhoven, C. M. Marcus, K. Hirose, N. S. Wingreen und V. Umansky, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 226805 (2002).
- [82] D. J. Reilly, T. M. Buehler, J. L. O'Brien, A. R. Hamilton, A. S. Dzurak, R. G. Clark, B. E. Kane, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 246801 (2002).
- [83] T. Rejec, A. Ramšak und J. H. Jefferson, *Phys. Rev. B* **62**, 12985 (2000).
- [84] K. J. Thomas, J. T. Nicholls, N. Appleyard, M. Y. Simmons, M. Pepper, D. R. Mace, W. R. Tribe und D. A. Ritchie, *Phys. Rev. B* **58**, 4846 (1998).
- [85] K. J. Thomas, J. T. Nicholls, M. Pepper, W. R. Tribe, M. Y. Simmons und D. A. Ritchie, *Phys. Rev. B* **61**, R13365 (2000).
- [86] C.-T. Liang, M. Y. Simmons, C. G. Smith, G. H. Kim, D. A. Ritchie und M. Pepper, *Phys. Rev. B* **60**, 10687 (1999).
- [87] D. J. Reilly, G. R. Facer, A. S. Dzurak, B. E. Kane, R. G. Clark, P. J. Stiles, A. R. Hamilton, J. L. O'Brien, N. E. Lumpkin, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Phys. Rev. B* **63**, 121311 (2001).
- [88] P. Ramvall, N. Carlsson, I. Maximov, P. Omling, L. Samuelson, W. Seifert und Q. Wang, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 918 (1997).
- [89] C. Wang und K. Berggren, *Phys. Rev. B* **54**, 14257 (1996).
- [90] S. M. Reimann, M. Koskinen und M. Manninen, *Phys. Rev. B* **59**, 1613 (1999).
- [91] B. Spivak und F. Zhou, *Phys. Rev. B* **61**, 16730 (2001).
- [92] O. P. Sushkov, *Phys. Rev. B* **64**, 155319 (2001).
- [93] K. F. Berggren und I. I. Yakimenko, *Phys. Rev. B* **66**, 085323 (2002).
- [94] Y. Meir, K. Hirose und N. S. Wingreen, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 196802 (2002).

- [95] R. J. Nicholas, R. J. Haug, K. v. Klitzing und G. Weimann, Phys. Rev. B **37**, 1294 (1988).
- [96] C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. **64**, 216 (1990).
- [97] A. M. Chang, Solid State Commun. **74**, 871 (1990).
- [98] D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii und L. I. Glazman, Phys. Rev. B **46**, 4026 (1992).
- [99] K. Lier und R. R. Gerhardts, Phys. Rev. B **50**, 7757 (1994).
- [100] S. W. Hwang, D. C. Tsui und M. Shayegan, Phys. Rev. B **48**, 8161 (1993).
- [101] N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Eberl, Phys. Rev. B **49**, 7809 (1994).
- [102] S. Takaoka, K. Oto, H. Kurimoto, K. Murase, K. Gamo und S. Nishi, Phys. Rev. Lett. **72**, 3080 (1994).
- [103] G. Ernst, N. B. Zhitenev, R. J. Haug, und K. von Klitzing, Phys. Rev. Lett. **79**, 3748 (1997).
- [104] A. Yacoby, H. F. Hess, T. A. Fulton, L. N. Pfeiffer und K. W. West, Solid State Commun. **111**, 1 (1999).
- [105] D. B. Chklovskii, K. A. Matveev und B. I. Shklovskii, Phys. Rev. B **47**, 12605 (1993).
- [106] D. Schmerek, S. Manus, A. O. Govorov, W. Hansen, J. P. Kottaus und M. Holland, Phys. Rev. B **54**, 13816 (1996).
- [107] N. R. Cooper und J. T. Chalker, Phys. Rev. B **48**, 4530 (1993).
- [108] I. M. Ruzin, Phys. Rev. B **47**, 15727 (1993).
- [109] M. Büttiker, A. Prêtre und H. Thomas, Phys. Rev. Lett. **70**, 4114 (1993).
- [110] M. Büttiker, J. Phys.: Condens. Matter **5**, 9361 (1993).

- [111] A. Prêtre, H. Thomas und M. Büttiker, Phys. Rev. B **54**, 8130 (1996).
- [112] I. E. Aronov, G. P. Berman, D. K. Campbell und S. V. Dudiy, J. Phys.: Condens. Matter **9**, 5089 (1997).
- [113] Y. P. Li, D. C. Tsui, J. J. Heremans, J. A. Simmons und G. W. Weimann, Appl. Phys. Lett. **57**, 774 (1990).
- [114] D. H. Cobden, N. K. Patel, M. Pepper, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost und G. A. C. Jones, Phys. Rev. B **44**, 1938 (1991).
- [115] C. Dekker, A. J. Scholten, F. Liefrink, R. Eppenga, H. van Houten und C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **66**, 2148 (1991).
- [116] M. Reznikov, M. Heiblum, H. Shtrikman und D. Mahalu, Phys. Rev. Lett. **75**, 3340 (1995).
- [117] A. Kumar, L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin und B. Etienne, Phys. Rev. Lett. **76**, 2778 (1996).
- [118] P. J. Burke, I. B. Spielman, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, Appl. Phys. Lett. **76**, 745 (2000).
- [119] M. Büttiker und H. T. A. Prêtre, Phys. Lett. A **180**, 364 (1993).
- [120] N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Eberl, Phys. Rev. B **52**, 11277 (1995).
- [121] G. Ernst, *Zeitaufgelöste Transportmessungen zum Quanten-Hall-Effekt*, Dissertation, Universität Stuttgart, 1997.
- [122] A. Ambrózy, *Electronic Noise* (McGraw-Hill, New York, 1982).
- [123] G.-H. Schildt, in *Grundlagen der Impulstechnik*, Herausgeber: H. Fricke, H. Frohne, K.-H. Löcherer und P. Vaske (B. G. Teubner, Stuttgart, 1987), Band 13.
- [124] E. Ahlswede, P. Weitz, J. Weis, K. von Klitzing und K. Eberl, Physica B **298**, 562 (2001).
- [125] T. P. SmithIII und F. F. Fang, Phys. Rev. B **37**, 4303 (1988).

- [126] T. P. SmithIII, F. F. Fang, U. Meirav und M. Heiblum, Phys. Rev. B **38**, 12744 (1988).
- [127] T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles und M. Heiblum, Phys. Rev. B **32**, 2696 (1985).
- [128] T. P. SmithIII, W. I. Wang und P. J. Stiles, Phys. Rev. B **34**, 2995 (1986).
- [129] K. K. Choi, D. C. Tsui und K. Alavi, Appl. Phys. Lett. **50**, 110 (1987).
- [130] L. Brey, J. J. Palacios und C. Tejedor, Phys. Rev. B **47**, 13884 (1993).
- [131] I. Vurgaftman, J. R. Meyer und L. R. Ram-Mohan, J. Appl. Phys. **89**, 5815 (2001).
- [132] V. A. Volkov und S. A. Mikhailov, Sov. Phys. JETP **67**, 1639 (1988).
- [133] K. L. McCormick, M. T. Woodside, M. Huang, M. Wu, P. L. McEuen, C. Duruoç und J. J. S. Harris, Phys. Rev. B **59**, 4654 (1999).
- [134] O. Justus, *Berechnung linearer und nichtlinearer Netzwerke* (Fachbuchverlag Leipzig-Köln, 1994).

Zu guter Letzt...

...möchte ich an dieser Stelle die Gelegenheit wahrnehmen, allen denjenigen zu danken, die mich auf meinem Weg zu dieser Arbeit unterstützt haben:

Herrn Prof. Dr. Rolf J. Haug danke ich für die Möglichkeit, diese Dissertation in seiner Arbeitsgruppe anfertigen zu können. Ebenso möchte ich ihm für seine vielen Anregungen und seine stete Unterstützung danken.

Herrn Priv.-Doz. Dr. Walter Apel danke ich für die Übernahme des Korreferats und das Interesse an dieser Arbeit.

Der Bochumer Gruppe um Herrn Dr. Dirk Reuter und Herrn Prof. Dr. Andreas Wieck danke ich für die Überlassung von Teilen der erstklassigen Heterostruktur „Bochum 1129“.

Bei Herrn Dr. Uli F. Keyser möchte ich mich für die AFM-Strukturierung der Proben, die fruchtbare Zusammenarbeit im Projekt AFM-gravierter QPKs und die „sorgfältige Verwahrung des abteilungseigenen Werkzeugs“ bedanken.

Ein großes Dankeschön geht auch an Herrn Dr. Frank Hohls für seine zahlreichen Hinweise, Anregungen und seine immer vorhandene Hilfsbereitschaft, die sich nicht nur auf das komplexe Gebiet der manchmal „frickeligen“ Hochfrequenztechnik beschränkten. Außerdem danke ich ihm für das kritische Korrekturlesen dieser Arbeit.

Mein Dank gilt auch Herrn Universitair Hoofdocent Dr. Uli Zeitler, von dessen Wissen ich in vielerlei Hinsicht profitieren durfte und konnte. In der Frage nach der Bedeutung des Karlsruher SC für den deutschen Spitzenfußball konnten wir leider keine Einigung erzielen.

Was wären all' die Jahre ohne meine liiiiiieeeeebe BG in persona von Isabella Hapke-Wurst und André Nauen gewesen. Euch beiden danke ich für die schöne Zeit in Zimmer 118.

Für das hervorragende Klima in der Abteilung und viel Spaß sorgen außerdem Jörmi Meyer-Becker, Steffi Döhrmann, Yvonne Griep, Claus Fühner, Dr. Daniel Hägele, Kai-Martin Haendel, Philipp Hullmann, Jens Könemann, Peter König, Prof. Dr. Michael Oestreich, Stefan Pfalz, Jörg Rudolph, Fritz Schulze Wischeler, Gennadiy Sukhodub, Hans Werner Schumacher und Klara Tetzlaff. Gleiches gilt für die vielen Diplomanden. Danke hierfür.

Den Jungs und Mädels von der Oberflächen-Combo sei ebenfalls für das nette Institutsklima gedankt. In diesem Zusammenhang möchte ich besonders meinem lieben Freund Winni (oder auch LK vom K-Markt) für den vielen Spaß während unserer gemeinsamen Studien- und Doktorandenzeit danken.

Den Mitarbeitern der Werkstatt unter Leitung von Herrn Claus und Herrn Lehmann danke ich für die ausgezeichnete Umsetzung der manchmal wirren Vorlagen.

Ganz besonders möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, ohne deren Unterstützung mein Studium und diese Arbeit so nicht möglich gewesen wären.

Mein größter Dank geht an Panni und Bjarne, die in der Vergangenheit oft auf mich verzichten mussten. Sie haben mir den nötigen Rückhalt gegeben und auch in trüben Zeiten die gute Laune erhalten.