

**Experimentelle Untersuchungen zum Einsatz von
Bose-Einstein Kondensaten
in der hochauflösenden Interferometrie**

Dem Fachbereich Physik der Universität Hannover
zur Erlangung des Grades
Doktorin der Naturwissenschaften
Dr. rer. nat.

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Phys. Stefanie Dettmer
geboren am 16.03.1974 in Celle

2003

Referent : Prof. Dr. W. Ertmer
Korreferent : Prof. Dr. M. Kock
Tag der Promotion : 14. Januar 2003

Zusammenfassung

Der Einsatz von Bose-Einstein Kondensaten verdünnter atomarer Gase in der Atominterferometrie verspricht aufgrund der kohärenten, makroskopisch besetzten Materiewellen-Zustände das Erreichen von höchsten Messgenauigkeiten am Quantenlimit. Aufgrund einer ultimativen Kontrolle über die Atome des kohärenten Ensembles werden zudem neuartige Interferometergeometrien möglich.

Die vorliegende Arbeit stellt die experimentelle Untersuchung verschiedener Konzepte auf dem Weg zur Realisierung einer Atominterferometrie mit kohärenten Quellen dar. Zum Erreichen einer ausschließlich quantenlimitierten Sensitivität wurden konkret zwei komplementäre fundamentale Ansätze untersucht: eine kohärente Transportstruktur für das atomare Ensemble sowie die Verbesserung der Auslesestatistik eines Interferometers.

Zum einen wurde hierbei erstmals ein kohärenter Transport von Bose-Einstein Kondensaten in einem Wellenleiter demonstriert. Durch Eliminierung des Einflusses der Gravitation auf die atomare Dynamik lassen sich aufgrund der ausschließlich in horizontaler Richtung möglichen Bewegung die Beobachtungszeiten des kohärenten Ensembles im Interferometer deutlich verlängern, was essentiell zum Erreichen höherer Empfindlichkeiten ist. In dieser Arbeit wird ein Lademechanismus des Wellenleiters mit Bose-Einstein Kondensaten aus einer speziell für den Ensemble-Transfer entwickelten Hybridfalle demonstriert, dessen Adiabaticität anhand der Expansionsdynamik im Wellenleiter nachgewiesen wird. Für den systematischen Nachweis der Phasenkohärenz des Ensembles im Wellenleiter wird ein auf der Bragg-Streuung von Atomen basierendes Autokorrelationsschema erfolgreich eingesetzt. Darüber hinaus wird dabei eine Mean-Field-dominierte Expansion des Ensembles im Wellenleiter auf deutlich längeren Zeitskalen als im Fall einer freien dreidimensionalen Expansion beobachtet.

Der zweite im Rahmen dieser Arbeit untersuchte fundamentale Weg zum Erreichen einer Interferometrie am Quantenlimit basiert auf Möglichkeiten zur Verbesserung der Auslesestatistik eines Interferometers. Analog zu entsprechenden Effekten in der Quantenoptik, wo sich durch Verwendung nicht-klassischer („gequetschter“) Lichtfelder die statistische Sensitivität eines Interferometers unter das sogenannte Shot-Noise-Limit verbessern lässt – bei dem die Messunsicherheit invers mit der Wurzel aus der Zahl der gemessenen Teilchen skaliert – versprechen auch gequetschte atomare Zustände das Erreichen einer sub-Shot-Noise Atominterferometrie. Prinzipiell lässt sich hiermit die Messunsicherheit bis hin zum Heisenberg-Limit reduzieren, bei dem sie dann invers mit der detektierten Teilchenzahl skaliert. In dieser Arbeit werden grundlegende experimentelle Schritte auf dem Weg zu einer Heisenberg-limitierten Interferometrie realisiert: Durch die Anregung von kollektiven Quanten-Phasenoszillationen des kohärenten Ensembles in einem eindimensionalen optischen Gitter werden Teilchenzahl-gequetschte (oder Fock-) Zustände gezielt in Zustände mit der minimal im Experiment erreichbaren Phasenvarianz überführt, die den entscheidenden Ausgangspunkt für erste im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Messungen zur Realisierung einer Ramsey-Interferometrie am Heisenberg-Limit darstellen. Darüber hinaus wird ein von zunehmenden Quanten-Fluktuationen getriebener Übergang des Systems von seiner ursprünglichen superfluiden Phase in eine Quanten-Isolatorphase beobachtet und analysiert, der insbesondere gegenüber „klassischen“, also im Rahmen einer Mean-Field-Theorie beschreibbaren Isolationsmechanismen abgegrenzt wird. Auf diese Weise wird ein detailliertes Verständnis der Kohärenzeigenschaften des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter erlangt.

Schlagwörter: Bose-Einstein Kondensation, Atomoptik, Atominterferometrie

Abstract

The use of Bose-Einstein condensates of dilute atomic gases in atom interferometry promises considerable advances in precision measurements. Exploiting the coherence properties of these macroscopically occupied atomic states potentially enables quantum-limited sensitivity. In addition, completely new interferometer schemes become possible due to the ultimate control of condensed atoms.

This thesis experimentally investigates different concepts to realize interferometric measurements with coherent atomic sources. In order to achieve quantum-limited sensitivity two complementary fundamental methods are investigated: a coherent guiding structure for the atomic ensemble and the improvement of the read-out statistics of an interferometer.

The experiments following the first approach demonstrate the coherent transport of Bose-Einstein condensates within a waveguide. This geometry constrains the atomic motion to one horizontal axis and, therefore, eliminates the influence of gravity on the dynamics of the atoms. The resulting longer observation times are an essential prerequisite for obtaining highest sensitivities. In particular, the experiments described in this dissertation demonstrate a loading mechanism of the waveguide with Bose-Einstein condensates based on a special hybrid trap which has been optimized for the transfer of the atomic ensemble. A detailed study of the subsequent expansion dynamics of the system shows the adiabaticity of this transfer process. The phase coherence of the ensemble within the waveguide is systematically analyzed by an autocorrelation measurement based on Bragg diffraction of the atoms. In addition, a mean-field dominated expansion of the ensemble in the waveguide is observed on much longer time scales than in free three-dimensional expansion.

A separate approach followed in this thesis in order to realize atom interferometry at the quantum limit relies on possible methods to improve the read-out statistics of an interferometer. By analogy with quantum optics systems, one expects that the use of non-classical (squeezed) states of the many-body field can reduce the statistical sensitivity of an interferometer below the shot-noise limit, where the uncertainty of the measurement process scales inversely with the square root of the number of detected particles. In principle, this uncertainty can be reduced to the Heisenberg-limit, where it scales inversely with the number of detected particles. The experiments described in this dissertation realize important experimental steps on the way to Heisenberg-limited atom interferometry: The excitation of collective quantum phase oscillations of the coherent ensemble in a one-dimensional optical lattice is used to provide a mechanism for the controlled conversion of an initial array of number-squeezed states (or Fock states) into states with well-defined relative phases. These states constitute an important basis for first experiments performed in this thesis on the way to realizing a Ramsey interferometer scheme at the Heisenberg-limit. In addition, the experimental observation and detailed analysis of the transition of the atomic ensemble from its initial superfluid phase into a quantum insulator phase is described. This transition, which is driven by an increase of quantum fluctuations in the system, is contrasted to 'classical' isolation effects predicted by standard mean-field theories. From these studies a detailed knowledge of the coherence properties of the Bose-Einstein condensed ensemble in an optical lattice is achieved.

Keywords: Bose-Einstein Condensation, Atom Optics, Atom Interferometry

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	7
2.1	Bose-Einstein Kondensation	7
2.1.1	Bose-Einstein Kondensation in idealen Gasen	7
2.1.2	Bose-Einstein Kondensation in schwach wechselwirkenden Gasen	12
2.2	Optische Dipolpotentiale	16
3	Wellenleiter für Bose-Einstein Kondensate	19
3.1	Experimentelle Realisierung des Wellenleiters	20
3.2	Experimentelle Präparation des Ensembles im Wellenleiter	22
3.3	Kohärenzuntersuchungen im Wellenleiter	31
3.3.1	Prinzip der Autokorrelationsmessung	31
3.3.2	Expansion des Ensembles im Wellenleiter	38
4	Bose-Einstein Kondensate in optischen Gittern	43
4.1	Interferometrie mit gequetschten Zuständen	44
4.2	Experimentelle Präparation des Ensembles im optischen Gitter	46
4.3	Übergang des Systems in eine Quanten-Isolatorphase	52
4.3.1	Theoretisches Modellsystem	53
4.3.2	Messung von Transporteigenschaften	56
4.3.3	Nachweis der globalen Symmetrie der Quanten-Isolatorphase	62
4.3.4	„Klassische“ Isolatorphasen	65
4.4	Quanten-Phasenoszillationen	70
4.4.1	Initiierung von Quanten-Phasenoszillationen	70
4.4.2	Ramsey-Interferometrie	72
4.4.3	„Kompensierte“ Quanten-Phasenoszillationen	75

5	Ausblick	85
A	Endgeschwindigkeit im Wellenleiter	87
B	Energieniveau-Schema von ^{87}Rb	89
C	^{87}Rb-Daten	90

Kapitel 1

Einleitung

Mit der erfolgreichen experimentellen Realisierung der Bose-Einstein Kondensation (BEC) in verdünnten atomaren Gasen¹ im Jahr 1995 [1–3] wurde eine der faszinierendsten theoretischen Vorhersagen der Quantenstatistik bestätigt, die tiefgehende Einblicke in die Natur makroskopischer Quantenphänomene ermöglicht und auf diese Weise für die unterschiedlichsten Bereiche der Physik von fundamentaler Bedeutung ist.

Die theoretische Basis der Bose-Einstein Kondensation entstand bereits schon vor knapp 80 Jahren, als in der Zeitschrift für Physik eine Arbeit des indischen Physikers Satyendra Nath Bose [4] veröffentlicht wurde, in der er Photonen als ununterscheidbare masselose Teilchen betrachtete und mit Hilfe der daraus abgeleiteten Bose-Statistik die Planck'sche Strahlungsformel herleitete. Kurze Zeit später erweiterte Albert Einstein diese Theorie durch ihre Anwendung auf massereiche Teilchen zur Bose-Einstein-Statistik [5] und verwies in diesem Zusammenhang erstmals auf ein neuartiges Kondensationsphänomen [6], das später als Bose-Einstein Kondensation bezeichnet wurde: Für hinreichend niedrige, aber endliche Temperaturen „kondensieren“ die Teilchen eines idealen Gases in den energetisch niedrigsten Quantenzustand des Systems. Insbesondere wird bei diesem Phasenübergang zum Bose-Einstein Kondensat aufgrund der makroskopischen Besetzung eines einzigen Quantenzustands aus einem anfangs inkohärenten oder „thermischen“ Teilchenensemble ein entartetes Quantengas mit langreichweitiger Kohärenz.

Während Einsteins Vorhersagen anfangs noch keine allgemeine Akzeptanz fanden, konnte im Laufe der Zeit jedoch ein erweitertes theoretisches Verständnis der Bose-Einstein Kondensation insbesondere durch ihre Verbindung zur Superfluidität und zur Supraleitung erarbeitet werden [7]. Nachdem F. London im Jahr 1938 die Idee des Bose-Einstein Kondensats erstmals zur qualitativen Erklärung der Eigenschaften von superfluidem Helium-4 angewandt hatte [8], wurde das Thema der Bose-Einstein Kondensation schnell zum wichtigsten Gegenstand bei der Entwicklung neuer theoretischer Modelle. In diesem Zusammenhang wurde beispielsweise von O. Penrose und L. Onsager im Rahmen eines hydrodynamischen Zweiflüssigkeitenmodells ein Kondensatanteil von $\sim 8\%$ für Helium-4 vorausgesagt [9], der später auch experimentell – zuerst mittels inelastischer Neutronenstreuung² – bestätigt wurde. Dieser geringe Anteil resultiert dabei im wesentlichen aus der Tatsache, dass superfluides Helium kein ideales Gas, sondern ein

¹Hierfür wurde im vergangenen Jahr der Nobelpreis für Physik an E. A. Cornell und C. E. Wieman vom JILA in Boulder, Colorado, USA, sowie an W. Ketterle vom MIT in Cambridge, Massachusetts, USA, vergeben.

²In diesen Experimenten wurde ein maximaler Kondensatanteil von etwa 10% gemessen [10].

stark wechselwirkendes System darstellt. Die grundlegenden theoretischen Arbeiten auf dem Gebiet der Bose-Einstein Kondensation wurden Anfang der 60er Jahre mit der Einführung des zentralen Konzepts der makroskopischen Wellenfunktion für den Grundzustand des Bose-Einstein Kondensats, dem „Ordnungsparameter“ der modernen BEC-Theorie, durch L. P. Pitaevskii [11] entscheidend erweitert. Das Phänomen der Bose-Einstein Kondensation gehört seitdem zu den wesentlichen Grundlagen der Quantenstatistik und wurde diesbezüglich bereits in einer Vielzahl von Systemen unterschiedlicher physikalischer Disziplinen (neben der Atomphysik u.a. auch in der Festkörper-, Kern-, Elementarteilchen- und Astrophysik) diskutiert [12].

Über viele Jahre wurde an der experimentellen Realisierung der „reinen“ Bose-Einstein Kondensation in verdünnten schwach wechselwirkenden atomaren Systemen gearbeitet. Bereits seit Anfang der 80er Jahre wurde versucht, Bose-Einstein Kondensation in spinpolarisiertem atomarem Wasserstoff zu erzeugen [13]. Dieser galt in vielerlei Hinsicht als optimal geeignetes Element, unter anderem, weil er auch bei einer Abkühlung auf extrem tiefe Temperaturen durch die hohe Nullpunktsbewegung der Atome gasförmig bleibt. Nach einer bereits in den ersten Experimenten erfolgreichen kryogenischen Kühlung und magnetischen Speicherung von Wasserstoff wurde jedoch ein schnelles Erreichen der Bose-Einstein Kondensation vor allem durch zu hohe Raten an Depolarisierungs- und inelastischen Stoßprozessen verhindert. Ein wesentlicher Nachteil von Wasserstoff gegenüber den anderen Elementen der ersten Hauptgruppe sind die hohen Frequenzen der optischen Übergänge³, die in der Praxis keine optische Kühlung zulassen. Die hauptsächlich in den 80er Jahren entwickelten laserbasierten Kühl- und Speichermethoden für neutrale Atome [14–16] lassen sich effizient auf Alkali-Atome mit optischen Übergängen in den Bereichen kommerziell verfügbarer Laser anwenden. So gelang der erste experimentelle Durchbruch zur Bose-Einstein Kondensation atomarer Gase im Jahr 1995 mit Alkali-Atomen (⁸⁷Rb [1], ²³Na [2] und ⁷Li [3]) durch eine Kombination von optischen Kühlmethoden mit der zuerst für Wasserstoff entwickelten Technik der evaporativen Kühlung in einer magnetischen Falle [17]. Die Bose-Einstein Kondensation mit spinpolarisiertem Wasserstoff gelang dagegen erst drei Jahre später [18].

Auch sieben Jahre nach der ersten experimentellen Realisierung stellt die Physik mit Bose-Einstein Kondensaten schwach wechselwirkender atomarer Gase ein sowohl experimentell als auch theoretisch sehr aktives und sich stetig weiterentwickelndes Forschungsgebiet dar, das zudem in immer größere Anwendungsbereiche vordringt. Mittlerweile werden Bose-Einstein Kondensate weltweit in mehr als 30 Forschungsgruppen erzeugt [19].

Ein äußerst interessantes Anwendungspotential der Bose-Einstein Kondensation liegt in ihrem Einsatz als Quelle kohärenter Materiewellen, womit sich – ähnlich wie bei der Einführung des Lasers in der Optik – eine Vielzahl an herausragenden Perspektiven, nicht nur in der Atomoptik, sondern insbesondere auch auf dem Gebiet der Atominterferometrie ergeben. Analog zu optischen Interferometern stellen Atominterferometer fundamentale Messinstrumente dar [20], deren prinzipiell erreichbare Messgenauigkeit im wesentlichen durch die Quanteneigenschaften der Felder, d.h. Nullpunktsschwankungen in der Phase gegeben ist. Aufgrund der geringen de Broglie-Wellenlänge von Atomen und ihrer inneren Freiheitsgrade lassen sich fundamentale physikalische Messungen potentiell mit höchster Präzision durchführen. In diesem Zusam-

³Die D1-Linie von Wasserstoff liegt beispielsweise bei 121 nm.

menhang verspricht der Einsatz von Bose-Einstein Kondensaten verdünnter atomarer Gase aufgrund ihrer kohärenten, makroskopisch besetzten Materiewellen-Zustände nicht nur die Entwicklung neuartiger Interferometergeometrien, sondern auch das Erreichen von höchsten Messgenauigkeiten am Quantenlimit. Die Verwirklichung dieser Perspektiven stellt eine aktuelle experimentelle Herausforderung dar. Essentielle Voraussetzung ist hierbei neben der kontrollierten Ensemble-Präparation und kohärenten Manipulation der atomaren Bewegung insbesondere auch die möglichst vollständige Unterdrückung von Dekohärenzprozessen. So gibt es derzeit beispielsweise intensive Untersuchungen zur Realisierung von Atomlasern [21–24] und Transportstrukturen [25, 26].

Die vorliegende Arbeit diskutiert Experimente zur gezielten Untersuchung der zentralen Fragestellungen bei der Realisierung einer Atominterferometrie am Quantenlimit. Dabei konzentriert sie sich insbesondere auf zwei komplementäre fundamentale Konzepte:

Zum einen wird ein fundamentales atomoptisches Element zum kohärenten Transport von Atomen in Form eines Wellenleiters für Bose-Einstein Kondensate entwickelt und charakterisiert. Erweiterte Möglichkeiten zum Erreichen höherer Messgenauigkeiten in der Atominterferometrie ergeben sich hierbei aufgrund der Realisierung längerer Beobachtungszeiten atomarer Ensembles. Umfangreiche Erkenntnisse bei der Charakterisierung der Leiterstruktur können in dieser Arbeit vor allem durch die Untersuchung der dynamischen Ensemble-Entwicklung im Wellenleiter gewonnen werden. Hierbei wird insbesondere wichtig, dass im Gegensatz zu den traditionell in der Atomoptik eingesetzten lasergekühlten nicht-kondensierten atomaren Ensembles (siehe z.B. [27]) der Einfluss interatomarer Wechselwirkungen im Fall von Bose-Einstein Kondensaten zu einer intrinsisch nichtlinearen Systemdynamik führt⁴. – Analog zu entsprechenden Effekten in der nichtlinearen Optik wurden kürzlich unter anderem beispielsweise eine Vier-Wellen-Mischung [28] sowie das Auftreten dunkler Solitonen [29, 30] in Bose-Einstein Kondensaten demonstriert. – Die experimentelle Realisierung der in dieser Arbeit verwandten Wellenleitergeometrie basiert auf dem Einsatz weitverstimmter optischer Dipolpotentiale in einer speziellen durch holographische Methoden⁵ erzeugten röhrenförmigen Geometrie.

Lasergenerierte optische Dipolpotentiale stellen ein in vielen Bereichen der kohärenten Atomoptik mittlerweile etabliertes und äußerst flexibel einsetzbares experimentelles Hilfsmittel zur Manipulation und Speicherung von Bose-Einstein Kondensaten dar, die insbesondere wesentliche Einschränkungen von magnetischen Fallen vermeiden: So lassen sich Atome in allen Hyperfeinzuständen speichern (neuer interner Freiheitsgrad), so dass beispielsweise kürzlich mehrkomponentige Kondensatsysteme, sogenannte Spinorkondensate studiert werden konnten [35, 36]. Darüber hinaus lassen sich unterschiedlichste Potentialgeometrien mit sehr guten räumlichen und zeitlichen Kontrollmöglichkeiten⁶ realisieren.

Ein weiterer im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchter fundamentaler Ausgangspunkt zur Realisierung einer Atominterferometrie am Quantenlimit basiert auf der Verbesserung

⁴Aufgrund der Nichtlinearität lassen sich die für thermische atomare Ensembles entwickelten atomoptischen Elemente zumeist nicht direkt auf kohärente Ensembles übertragen. In jüngsten Experimenten wurden kohärenzerhaltende Spiegel [31] und Strahlteiler [32, 33] speziell für das Bose-Einstein kondensierte Ensemble entwickelt.

⁵Als Methode der Phasenaufprägung [34] lässt sich diese holographische Methode zudem sehr flexibel zur gezielten Erzeugung von topologischen Strukturen in Bose-Einstein Kondensaten, wie beispielsweise Vortices und Solitonen [29] einsetzen.

⁶Typische räumliche Skalen liegen im Mikrometerbereich, typische Zeitskalen im Mikrosekundenbereich.

der Auslesestatistik eines Interferometers durch den Einsatz nicht-klassischer („gequetschter“) Zustände des Bose-Einstein kondensierten Ensembles. Diese werden in einer periodischen optischen Potentialgeometrie, einem eindimensionalen optischen Gitter realisiert, mit der sich die Wechselwirkung von Atomen auf unterschiedlichen Gitterplätzen mit Hilfe der externen Laserparameter hochgenau kontrollieren und manipulieren lässt. In jüngsten Experimenten zum Tunneln von Atomen des Bose-Einstein kondensierten Ensembles zwischen benachbarten Potentialtöpfen eines eindimensionalen optischen Gitters wurden auf diese Weise makroskopische Quanten-Interferenzeffekte demonstriert und damit die räumliche und zeitliche Kohärenz von Materiewellenpulsen nachgewiesen, die im Gravitationsfeld aus dem Kondensat ausgekoppelt werden [22]. Darüber hinaus gelang kürzlich die Präparation von Kondensat-Zuständen mit sub-Poisson’schen Teilchenzahl-Fluktuationen [37], die insbesondere einen wesentlichen Ausgangspunkt für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen darstellen. Zudem wurde mit der Beobachtung des Quanten-Phasenübergangs eines Superfluids zum Mott-Isolator mit einem Bose-Einstein Kondensat in einem dreidimensionalen optischen Gitter [38] eindrucksvoll demonstriert, dass sich viele Phänomene von Elektronen in Kristallgittern aus der Festkörperphysik anhand der schwach wechselwirkenden atomaren Ensembles in einem optischen Gitter untersuchen lassen. In dieser Arbeit wird ein phänomenologisch dem Mott-Isolator-Übergang ähnlicher, aber in einem vollkommen anderen Parameter-Regime auftretender Effekt umfangreich charakterisiert und gezielt zur Realisierung einer Interferometrie mit gequetschten Zuständen eingesetzt.

Gliederung dieser Dissertation

Die vorliegende Dissertation umfasst Arbeiten mit Bose-Einstein Kondensaten des Rubidium-Isotops ^{87}Rb am Institut für Quantenoptik der Universität Hannover im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 407 „Quantenlimitierte Messungen mit Atomen, Molekülen und Photonen“ der Deutschen Forschungsgemeinschaft sowie im Rahmen eines einjährigen Stipendiums des Deutschen Akademischen Austauschdienstes am Sloane Physics Laboratory der Yale University in New Haven, USA, an denen die Autorin maßgeblich beteiligt war. Diese Arbeiten beinhalten die Realisierung eines Wellenleiters für Bose-Einstein Kondensate [39], die Demonstration von Quanten-Isolatorzuständen des Bose-Einstein kondensierten Ensembles in einem optischen Gitter [40] sowie die Beobachtung von Quanten-Phasenoszillationen in diesem System. Die entsprechenden Experimente sind in den Kapiteln 3 und 4 ausführlich dargestellt.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: In einer allgemeinen Einführung in das Thema der Bose-Einstein Kondensation werden in Kapitel 2.1 die wichtigsten theoretischen Konzepte als Grundlage für die spätere Beschreibung der Experimente vorgestellt. Kapitel 2.2 enthält eine kurze Beschreibung der Eigenschaften von optischen Dipolpotentialen, die ein wesentliches experimentelles Hilfsmittel zur Manipulation von Bose-Einstein Kondensaten in allen Untersuchungen dieser Arbeit darstellen. Das folgende Kapitel über die Realisierung eines Wellenleiters für Bose-Einstein Kondensate umfasst neben der experimentellen Erzeugung der Wellenleitergeometrie (Kapitel 3.1) und der Demonstration der Bose-Einstein Kondensation in einer speziellen für den adiabatischen Ensemble-Transfer in den Wellenleiter optimierten Hybridfalle (Kapitel 3.2) umfangreiche Untersuchungen der Dynamik und der Kohärenzeigenschaften des im Wellenleiter expandierenden atomaren Ensembles (Kapitel 3.3). In Kapitel 4 werden die im Rahmen eines

einjährigen Forschungsaufenthalts an der Yale University durchgeführten Untersuchungen mit Bose-Einstein Kondensaten in einem eindimensionalen optischen Gitter vorgestellt: Nach einer kurzen Diskussion möglicher Vorteile einer Interferometrie mit nicht-klassischen („gequetschten“) Materiewellen-Zuständen (Kapitel 4.1) sowie einer Beschreibung der Ensemble-Präparation im optischen Gitter (Kapitel 4.2) enthält das Kapitel die experimentelle Realisierung eines Übergangs des Bose-Einstein kondensierten Ensembles von seiner ursprünglichen superfluiden Phase in eine Quanten-Isolatorphase, der zudem gegenüber anderen („klassischen“) Isolationsmechanismen abgegrenzt wird (Kapitel 4.3). Ferner wird in Kapitel 4.4 die Beobachtung von Quanten-Phasenoszillationen des atomaren Ensembles im optischen Gitter und deren Einsatz im Zusammenhang mit der Realisierung einer Ramsey-Interferometrie vorgestellt. Die Arbeit schließt mit einem Ausblick in Kapitel 5 ab.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

Das vorliegende Kapitel enthält zunächst eine allgemeine Einführung in die grundlegenden theoretischen Konzepte der Bose-Einstein Kondensation (BEC) mit besonderem Schwerpunkt auf den speziell bei der experimentellen Umsetzung relevanten Zusammenhängen. Für sämtliche im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen an Bose-Einstein Kondensaten in weitverstimmten Lichtfeldern ist weiterhin das Verständnis von optischen Dipolpotentialen essentiell, worauf im letzten Teil des Kapitels kurz eingegangen wird.

2.1 Bose-Einstein Kondensation

Die Bose-Einstein Kondensation wird üblicherweise für ein Ensemble identischer wechselwirkungsfreier Bosonen (ideales Bose-Gas) im thermodynamischen Gleichgewicht beschrieben. Der erste Abschnitt dieses Kapitels wird daher diesem Problem gewidmet sein. Insbesondere wird dabei deutlich, dass es sich bei der Ansammlung der Bosonen im Grundzustand des Systems keineswegs um einen thermischen Effekt, sondern um einen rein quantenstatistischen Effekt handelt. Anschließend wird auf das besondere Interesse an der Bose-Einstein Kondensation in verdünnten Medien, wie beispielsweise ultrakalter Alkali-Gase, eingegangen. In diesem Fall werden interatomare Wechselwirkungen relevant, die vorwiegend in Form binärer Stöße auftreten. Insbesondere ist es bei diesen schwach wechselwirkenden Gasen auf einfache Weise möglich, den Effekt der binären Stöße bei sehr tiefen Temperaturen mit wenigen Parametern wie der Streulänge zu berechnen und damit eine quantitative Verbindung zwischen den makroskopischen Eigenschaften des Kondensats und den mikroskopischen Parametern herzustellen. Für die Beschreibung der Experimente dieser Arbeit sind vor allem die Näherung des harmonischen Oszillators sowie die Thomas-Fermi-Näherung relevant.

2.1.1 Bose-Einstein Kondensation in idealen Gasen

Wechselwirkungsfreie Bosonen in einem Kasten

Es wird ein ideales Gas aus N Bosonen betrachtet, das sich in einem Kastenpotential mit Kantenlänge L und Volumen $V = L^3$ bei der Temperatur T im thermodynamischen Gleichgewicht befindet. Die Berechnung thermodynamischer Mittelwerte erfolgt im großkanonischen Ensemble [41,42], bei dem das System durch ein festes chemisches Potential μ und eine fluktuierende

Teilchenzahl N gekennzeichnet ist¹.

Das Energiespektrum eines einzelnen Teilchens im Kasten ist durch drei nicht-negative Quantenzahlen $n = (n_x, n_y, n_z)$ charakterisiert und lautet

$$\varepsilon_n = \sum_{i=x,y,z} \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2} n_i^2, \quad (2.1)$$

wobei m die atomare Masse bezeichnet. Die mittlere Anzahl von Teilchen im Zustand mit der Energie ε_n ist durch die Bose-Einstein-Verteilung

$$N_{BE}(\varepsilon_n) = \frac{1}{e^{(\varepsilon_n - \mu)/k_B T} - 1} \quad (2.2)$$

gegeben (die Größe k_B ist die Boltzmann-Konstante). Der Wert des chemischen Potentials ist implizit über die Bedingung

$$N(T, \mu) = \sum_n N_{BE}(\varepsilon_n) = N \quad (2.3)$$

festgelegt, bei der sich die gesamte Teilchenzahl als Summe der Besetzungszahlen aller möglichen Quantenzustände ergibt. Im Fall $\varepsilon_n - \varepsilon_{n-1} \ll k_B T$ kann diese Summe durch ein Integral ersetzt werden (kontinuierliche Näherung), d.h.

$$\sum_n N_{BE}(\varepsilon_n) \rightarrow \int N_{BE}(\varepsilon) \rho(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (2.4)$$

wobei $\rho(\varepsilon)$ die Zustandsdichte ist, die im Fall des Kastenpotentials gegeben ist durch [43]

$$\rho(\varepsilon) = \frac{Vm^{3/2}}{\sqrt{2\pi^2 \hbar^3}} \sqrt{\varepsilon}. \quad (2.5)$$

Zur korrekten Berechnung der Gesamtteilchenzahl mit Hilfe der kontinuierlichen Näherung ist allerdings die Besetzung N_0 des Grundzustands abzuspalten:

$$N = N_0 + \int N_{BE}(\varepsilon) \rho(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (2.6)$$

Andernfalls wäre es aufgrund der Gewichtung der Besetzung des Grundzustands $\varepsilon_0 = 0$ im Kastenpotential mit der Zustandsdichte $\rho(0) = 0$ nicht möglich, mit einem negativen² chemischen Potential die N Bosonen gemäß der Bose-Einstein-Verteilung auf die einzelnen Quantenzustände zu verteilen. Die Ausführung der Integration in Gleichung (2.6) liefert [42]

$$N = N_0 + \frac{V}{\lambda_T^{3/2}} \zeta_{3/2}(z). \quad (2.7)$$

Die Größe $z := e^{\mu/k_B T}$ bezeichnet man als Fugazität. Außerdem wurden hierbei die thermische de Broglie-Wellenlänge bei der Temperatur T

$$\lambda_T := \sqrt{\frac{2\pi \hbar^2}{mk_B T}} \quad (2.8)$$

¹Diese Näherung ist möglich, da in den gegenwärtigen BEC-Experimenten Teilchenzahlen von typischerweise bis zu 10^6 erreicht werden und im thermodynamischen Limes, d.h. für $N \rightarrow \infty$, das großkanonische Ensemble äquivalent zum kanonischen Ensemble (feste Teilchenzahl, fluktuierendes chemisches Potential) ist.

²notwendig für eine normierbare Verteilung

sowie die verallgemeinerte Riemann'sche ζ -Funktion

$$\zeta_{3/2}(z) := \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{z^{\alpha}}{\alpha^{3/2}} \quad (2.9)$$

eingeführt. Diese Funktion ist monoton wachsend von $\zeta_{3/2}(0) = 0$ bis $\zeta_{3/2}(1) = 2.612$. Für die Phasenraumdichte ρ_{ps} des Systems, die definiert ist als

$$\rho_{\text{ps}} := \frac{N}{V} \lambda_T^3 := n \lambda_T^3, \quad (2.10)$$

gelten dann die folgenden Relationen:

$$n \lambda_T^3 = \zeta_{3/2}(z) \quad \text{für } n \lambda_T^3 < 2.612, \quad (2.11)$$

$$n \lambda_T^3 = \zeta_{3/2}(1) + n_0 \lambda_T^3 \quad \text{für } n \lambda_T^3 \geq 2.612. \quad (2.12)$$

Wird nun die Temperatur T soweit abgesenkt bzw. die Teilchendichte n soweit erhöht, dass der Wert $\zeta_{3/2}(1) = 2.612$ erreicht wird, so erkennt man anhand der letzten beiden Gleichungen, dass das System bei fest vorgegebener Teilchenzahl auf eine weitere Erhöhung der Phasenraumdichte nur noch mit einer makroskopischen Besetzung N_0 des Grundzustands reagiert. Hieraus ergibt sich als kritische Phasenraumdichte für den Übergang zum Bose-Einstein Kondensat

$$\rho_{\text{ps}}^{\text{krit}} = n \lambda_{T_c}^3 = \zeta_{3/2}(1) = 2.612 \quad (2.13)$$

und damit als Wert für die kritische Temperatur

$$T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{mk_B} \left(\frac{N}{2.612V} \right)^{3/2}. \quad (2.14)$$

Aus der Berechnung des Energieabstands $\delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_0 = 2\pi^2\hbar^2/mL^2$ zwischen dem ersten angeregten Zustand und dem Grundzustand im Kastenpotential lässt sich unmittelbar der Zusammenhang $k_B T_c \gg \delta\varepsilon$ ableiten. Ein solches Ergebnis zeigt, dass es sich bei der Ansammlung der Bosonen im Grundzustand nicht einfach um einen thermischen Effekt handelt, der auftritt, wenn die thermische Energie $k_B T_c$ von der Größenordnung $\delta\varepsilon$ oder kleiner wird. Die Bose-Einstein Kondensation ist hingegen ein quantenstatistischer Effekt, der bei Temperaturen auftritt, für die der Boltzmann-Faktor $\exp(-\delta\varepsilon/k_B T_c)$ von der Größenordnung 1 ist. Die Bedingung in Gleichung (2.13) besagt außerdem, dass die Bose-Einstein Kondensation genau dann auftritt, wenn der mittlere Teilchenabstand $n^{1/3}$ von der Größe der thermischen de Broglie-Wellenlänge ist. Die Wellenpakete der Teilchen fangen dann an, sich zu überlappen, so dass quantenstatistische Effekte wichtig werden. Dieses qualitative Kriterium ist noch einmal in Abb. 2.1 veranschaulicht.

Der Anteil der kondensierten Teilchen N_0/N für $T < T_c$ lässt sich ebenfalls mit Hilfe von Gleichung (2.13) bestimmen und ergibt

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2}. \quad (2.15)$$

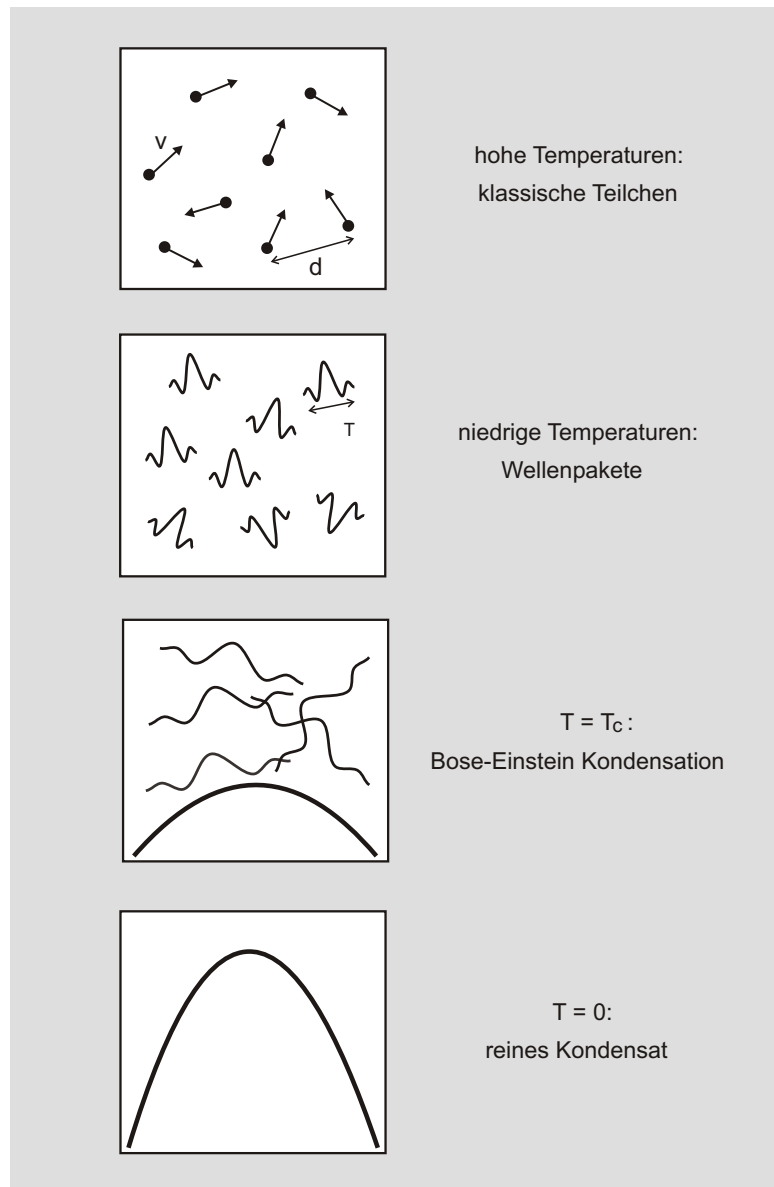


Abbildung 2.1: Anschauliche Darstellung des BEC-Phasenübergangs: Bei hohen Temperaturen lassen sich die Atome eines Gases mit der klassischen oder auch „thermischen“ Boltzmann-Statistik, also unabhängig voneinander beschreiben. Aufgrund der Heisenberg’schen Unschärferelation besitzen sie außerdem entsprechend ihrer thermischen Impulsverteilung eine Ortsunschärfe, die durch die thermische de Broglie-Wellenlänge $\lambda_T \propto 1/\sqrt{T}$ gegeben ist und mit abnehmender Temperatur größer wird. Bei Abkühlung des atomaren Ensembles in den Bereich, wo λ_T vergleichbar mit dem mittleren Teilchenabstand wird, kommt es zum Überlapp der atomaren Wellenpakete. Dann bestimmt die Ununterscheidbarkeit der Atome ihr Verhalten. Für Bosonen erhöht die Quantenstatistik die Wahrscheinlichkeit, mehrere Atome in demselben Quantenzustand zu finden: der Phasenübergang zum Bose-Einstein Kondensat setzt ein, d.h. die makroskopische Besetzung des energetisch tiefsten Zustands. Die quantenmechanische Überlagerung der einzelnen Materiewellen führt im Grenzfall $T = 0$ zur Ausbildung einer einzigen kohärenten Materiewelle.

Wechselwirkungsfreie Bosonen in einem harmonischen Fallenpotential

Die vorangehende Untersuchung wird auf den Fall erweitert, der den meisten realisierten Experimenten zur Bose-Einstein Kondensation entspricht, nämlich für N Bosonen in einem harmonischen Fallenpotential. Die Wechselwirkung zwischen den Teilchen wird weiterhin vernachlässigt. Ein dreidimensionales anisotropes harmonisches Potential $V(\vec{r})$ lässt sich allgemein als quadratische Form

$$V(\vec{r}) = \sum_{i=x,y,z} \frac{1}{2} m \omega_i^2 r_i^2 \quad (2.16)$$

darstellen, mit den Fallenfrequenzen ω_i entlang der drei Raumrichtungen. Das zugehörige Energiespektrum ist wiederum durch drei nicht-negative Quantenzahlen $n = (n_x, n_y, n_z)$ charakterisiert und lautet

$$\varepsilon_n = \sum_{i=x,y,z} \hbar \omega_i \left(n_i + \frac{1}{2} \right). \quad (2.17)$$

Mit der Form der Zustandsdichte für den Fall des harmonischen Potentials [43],

$$\rho(\varepsilon) = \frac{1}{2\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \varepsilon^2, \quad (2.18)$$

führt auch hier die kontinuierliche Näherung zu dem Ergebnis, dass es nur dann möglich ist, die N Bosonen gemäß der Bose-Einstein-Verteilung auf die einzelnen Quantenzustände zu verteilen, wenn unterhalb einer kritischen Temperatur T_c eine makroskopische Anzahl N_0 von Bosonen in den Grundzustand der Falle kondensiert. Der Anteil N_0/N der kondensierten Atome für $T < T_c$ beträgt in diesem Fall

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \quad (2.19)$$

und ist graphisch in Abb. 2.2 dargestellt.

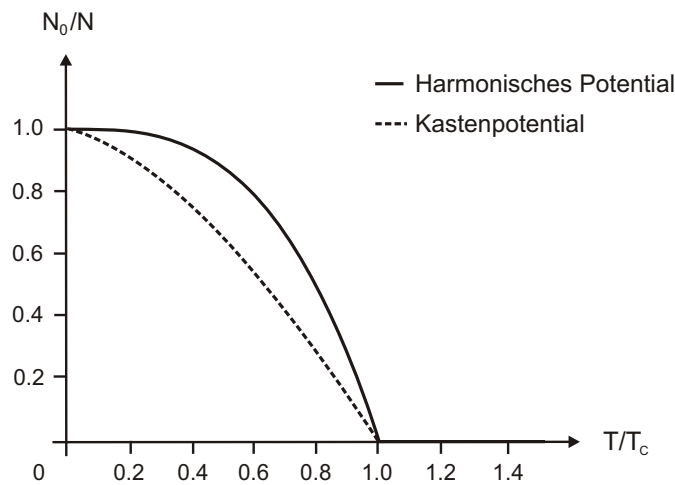


Abbildung 2.2: Temperaturabhängigkeit des Anteils kondensierter Atome N_0/N in einem harmonischen Fallenpotential (durchgezogene Linie) sowie in einem Kastenpotential (gestrichelte Linie).

Den Vielteilchen-Grundzustand $\Phi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$ der N wechselwirkungsfreien Bosonen im harmonischen Potential erhält man, wenn alle Teilchen den niedrigsten Einteilchen-Zustand (mit $n_x = n_y = n_z = 0$) besetzen, d.h. $\Phi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \prod_n \varphi_0(\vec{r}_n)$, mit der gaußförmigen Einteilchen-Grundzustands-Wellenfunktion

$$\varphi_0(\vec{r}) = \left(\frac{m\omega_{\text{ho}}}{\pi\hbar}\right)^{3/4} \exp\left[-\frac{m}{2\hbar}(\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2)\right] \quad (2.20)$$

und dem geometrischen Mittel der Fallenfrequenzen $\omega_{\text{ho}} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$. Die entsprechende zeitabhängige Wellenfunktion des Bose-Einstein Kondensats³ ergibt sich hieraus mit den Energie-Eigenwerten ε_n aus Gleichung (2.17) zu

$$\Psi_0(\vec{r}, t) = \varphi_0(\vec{r}) \cdot \exp[-i\varepsilon_0 t/\hbar]. \quad (2.21)$$

Ein weiterer wichtiger Unterschied zum Kastenpotential ist der räumliche Charakter der Bose-Einstein Kondensation der gefangenen Teilchen. Unterhalb von T_c führen die N_0 in den Grundzustand φ_0 der Falle kondensierten Teilchen zu einem zentralen Maximum in der räumlichen Verteilung der Atome, dessen Breite

$$\Delta x_0 \approx a_{\text{ho}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_{\text{ho}}}} \quad (2.22)$$

der harmonischen Oszillatorlänge a_{ho} , d.h. also der Gauß'schen Halbwertsbreite der Wellenfunktion φ_0 entspricht. Die $N - N_0$ nicht-kondensierten Teilchen bilden eine „thermische Wolke“, deren Breite Δx_T in der Umgebung von T_c sehr viel größer als Δx_0 ist, und zwar um einen Faktor der Größenordnung⁴

$$\frac{\Delta x_T}{\Delta x_0} \approx \sqrt{\frac{k_B T_c}{\hbar\omega_{\text{ho}}}} \sim N^{1/6}. \quad (2.23)$$

Die räumliche Verteilung der Atome in einer harmonischen Falle unterhalb von T_c ist demnach bimodal, sie besteht aus einem zentralen Maximum oberhalb eines sehr breiten Untergrunds (Kondensation im Ortsraum). Im Gegensatz dazu ist die räumliche Verteilung der Atome im Kastenpotential für alle Temperaturen gleichförmig. In beiden Fällen (Kasten- und harmonisches Potential) gibt es aber eine Kondensation im Impulsraum.

2.1.2 Bose-Einstein Kondensation in schwach wechselwirkenden Gasen

Die in Experimenten realisierten Bose-Einstein Kondensate verdünnter atomarer Gase erfahren eine schwache Wechselwirkung durch atomare Stöße, wodurch die Struktur der Wellenfunktion eines solchen Kondensats deutlich modifiziert wird. Aufgrund der starken Verdünnung der Gase sind aber im wesentlichen nur die binären Stöße zur Bestimmung der Auswirkung atomarer Wechselwirkungen relevant.

³Die makroskopisch besetzte Wellenfunktion $\Psi_0(\vec{r}, t)$ wird auch der *Ordnungsparameter* des Phasenübergangs zum Bose-Einstein Kondensat genannt.

⁴Für $T = T_c$ gilt [42]: $N = (k_B T_c / \hbar\omega_{\text{ho}})^3 \zeta_3(1)$ mit $\zeta_3(1) \simeq 1.2$.

Gross-Pitaevskii-Gleichung

Es werden N identische Bosonen betrachtet, die in einem externen Potential $V_{\text{ext}}(\vec{r})$ eingeschlossen sind und sich bei der Temperatur $T = 0$ im thermodynamischen Gleichgewicht befinden. Im Prinzip ist dann der Grundzustand des folgenden Hamiltonoperators zu berechnen

$$H = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\vec{p}_i^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\vec{r}_i) \right] + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} V(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|). \quad (2.24)$$

Die erste Summe enthält die kinetische Energie sowie das externe Fallenpotential, der letzte Term beschreibt die Zweiteilchen-Wechselwirkungen. Da eine exakte Bestimmung des Grundzustands von H allgemein nicht möglich ist, lässt sich unter der Annahme, dass alle Bosonen den gleichen Einteilchen-Zustand $|\varphi\rangle$ besetzen, ein näherungsweise Ausdruck mit Hilfe einer Variationsmethode finden⁵.

Durch Minimierung von $\langle \varphi | H | \varphi \rangle$ mit der Nebenbedingung $\langle \varphi | \varphi \rangle = N$ aufgrund der Teilchenzahlerhaltung erhält man eine Gleichung für $|\varphi\rangle$, die die Bewegung jedes Teilchens im „mittleren Feld“ (‘Mean-Field’) der restlichen $N - 1$ Teilchen beschreibt [42]:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi(\vec{r}) + V_{\text{ext}}(\vec{r}) \varphi(\vec{r}) + (N - 1) \left[\int d^3 r' V(|\vec{r} - \vec{r}'|) |\varphi(\vec{r}')|^2 \right] \varphi(\vec{r}) = \mu \varphi(\vec{r}). \quad (2.25)$$

Das chemische Potential μ hat hier formal die Bedeutung eines Lagrange’schen Multiplikators, der die Teilchenzahlerhaltung garantiert. Allerdings vernachlässigt die Variationsmethode vollständig die Korrelationen zwischen den Atomen bei kleinen Abständen. Da das Gas aber als verdünnt angenommen wird, sind die Atome die meiste Zeit jedoch so weit voneinander entfernt, dass nur das asymptotische Verhalten der Wellenfunktion zur Beschreibung ihrer Wechselwirkungen wichtig ist. Unter diesen Voraussetzungen lässt sich anstelle von $V(r)$ das sogenannte Pseudopotential V_δ benutzen [42] mit

$$V_\delta = g \delta(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a \delta(\vec{r} - \vec{r}'). \quad (2.26)$$

Die Größe $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ enthält die atomare Stoßwechselwirkung, die hier durch die s -Wellen-Streulänge a parametrisiert ist. Durch Einsetzen des Pseudopotentials in Gleichung (2.25) erhält man schließlich für $N \gg 1$ die zur Beschreibung schwach wechselwirkender Bose-Einstein Kondensate im Rahmen einer Mean-Field-Theorie wichtige Gross-Pitaevskii-Gleichung [11, 46]

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_{\text{ext}}(\vec{r}) + g |\varphi(\vec{r})|^2 \right] \varphi(\vec{r}) = \mu \varphi(\vec{r}). \quad (2.27)$$

Sie stellt die einfachste nichtlineare Erweiterung der Schrödinger-Gleichung dar und kann Bose-Einstein Kondensate verdünnter Alkali-Gase nahe $T = 0$ quantitativ sehr gut beschreiben. Maßgeblich für die Bose-Einstein Kondensation sind insbesondere Vorzeichen und Größe der Streulänge. Das in dieser Arbeit zur Bose-Einstein Kondensation verwandte Element ^{87}Rb besitzt eine positive Streulänge ($a \simeq 5 \times 10^{-9}$ nm) und damit repulsive interatomare Wechselwirkungen.

⁵Das Prinzip dieses Verfahrens ist analog zur Hartree-Fock-Methode in der Atomphysik und ist zulässig, solange die Wechselwirkung schwach und die sogenannte ‘Quantum Depletion’ vernachlässigbar ist [44, 45].

Thomas-Fermi-Näherung

Bei positiver Streulänge und einer hinreichend hohen Teilchenzahl im Bose-Einstein Kondensat – genauer im Grenzfall $N|a|/a_{\text{ho}} \gg 1$ (siehe z.B. [47]) – kann der Term der kinetischen Energie gegenüber dem der Mean-Field-Energie vernachlässigt werden (Thomas-Fermi-Näherung). In diesem Fall ist die Struktur der Kondensat-Wellenfunktion im wesentlichen durch die Wechselwirkungen zwischen den Atomen bestimmt. In Gleichung (2.27) kann dann also der Term $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\varphi$ weggelassen werden, und man erhält

$$[V_{\text{ext}}(\vec{r}) + g|\varphi(\vec{r})|^2] \varphi(\vec{r}) = \mu \varphi(\vec{r}), \quad (2.28)$$

$$\Rightarrow |\varphi(\vec{r})|^2 = n(\vec{r}) = \frac{1}{g} (\mu - V_{\text{ext}}(\vec{r})). \quad (2.29)$$

Die Teilchendichte $n(\vec{r}) = |\varphi(\vec{r})|^2$ hat damit in einem harmonischen externen Fallenpotential die Form einer invertierten Parabel, siehe Abb. 2.3 (a), die ausgehend von der Dichte im Zentrum des Kondensats bei $r_i = 0$ (mit $i = x, y, z$)

$$n(0) = \frac{\mu}{g} = \mu \frac{m}{4\pi\hbar^2 a} \quad (2.30)$$

den Wert Null jeweils an den Stellen R_i erreicht, die für $V_{\text{ext}}(\vec{r}) = \sum_i \frac{1}{2}m\omega_i^2 r_i^2$ durch

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}} \quad (2.31)$$

gegeben sind und somit als Radien der Kondensat-Wellenfunktion interpretiert werden. Insbesondere besagt Gleichung (2.28), dass im Thomas-Fermi-Regime die Mean-Field-Energie $V_{\text{mf}}(\vec{r}) = g n(\vec{r})$ an jedem Ort die potentielle Energie im Fallenpotential kompensiert. Die Atome befinden sich also – bis auf einen Randbereich – in einem effektiv konstanten Potential V_{eff} , das dem chemischen Potential μ entspricht, siehe Abb. 2.3 (b).

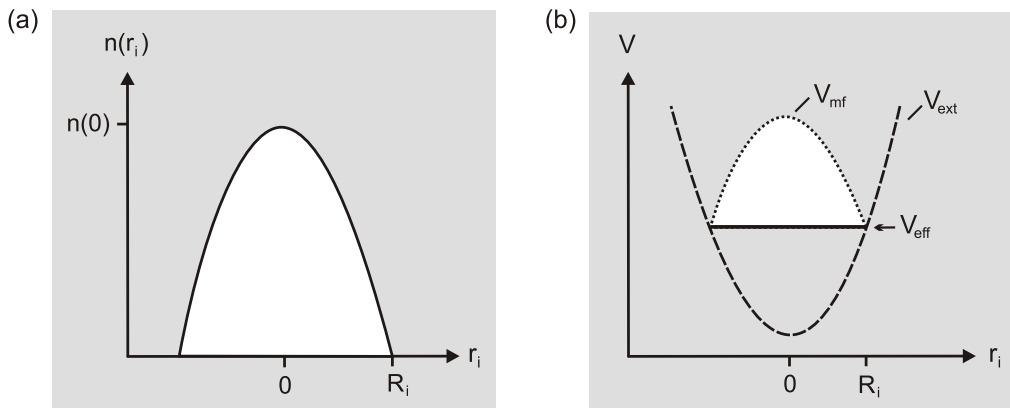


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der parabolischen Dichteverteilung eines Bose-Einstein Kondensats im Thomas-Fermi-Regime (a) sowie des auf die Atome einwirkenden effektiv konstanten Potentials, das aus dem externen Fallenpotential und der Mean-Field-Energie resultiert (b).

Aus Gleichung (2.31) ergibt sich weiterhin das Aspektverhältnis in Gegenwart von Wechselwirkungen zwischen den Atomen:

$$\frac{R_i}{R_j} = \frac{\omega_j}{\omega_i}, \quad \text{mit } i, j = x, y, z. \quad (2.32)$$

Ohne Wechselwirkungen sind die Dimensionen des Kondensats entlang der einzelnen Achsen gemäß Gleichung (2.22) durch $\sigma_i = (\hbar/m\omega_i)^{1/2}$ gegeben, woraus sich ein Aspektverhältnis von

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_j} = \sqrt{\frac{\omega_j}{\omega_i}}. \quad (2.33)$$

ergibt. Insbesondere im Fall einer zylindersymmetrischen Falle mit $\omega_x = \omega_y = \omega_\perp > \omega_z$ folgt aus $\omega_\perp/\omega_z > \sqrt{\omega_\perp/\omega_z}$, dass die Wechselwirkungen den anisotropen Charakter der Kondensat-Wellenfunktion noch verstärken. Wird das Fallenpotential nicht-adiabatisch abgeschaltet, so erfolgt eine Umsetzung der Mean-Field-Energie in kinetische Energie, und zwar in Richtung der Gradienten des vorherigen Fallenpotentials. Aus einem anisotropen Fallenpotential folgt damit eine anisotrope Geschwindigkeitsverteilung. Im Gegensatz dazu expandiert die thermische Wolke aufgrund des Gleichverteilungssatzes stets isotrop. Dieses unterschiedliche Verhalten kondensierter und nicht-kondensierter Ensembles während der ballistischen Expansion ist eine wichtige experimentelle Signatur der Bose-Einstein Kondensation.

Mit Hilfe der Normierungsbedingung $\int d^3r [\varphi(\vec{r})]^2 = N$ für $\varphi(\vec{r})$ lässt sich weiterhin das chemische Potential μ in der Thomas-Fermi-Näherung ausgehend von Gleichung (2.29) berechnen:

$$\mu = \frac{\hbar\omega_{\text{ho}}}{2} \left(\frac{15Na}{a_{\text{ho}}} \right)^{2/5}. \quad (2.34)$$

Zur Bestimmung der Mean-Field-Energie pro Teilchen wird $n(\vec{r})g$ über die Dichteverteilung aus Gleichung (2.29) gemittelt, woraus schließlich folgt [48]

$$\frac{E_{\text{mf}}}{N} = \frac{2}{7} \mu. \quad (2.35)$$

2.2 Optische Dipolpotentiale

In diesem Abschnitt werden kurz einige für die Experimente in den Kapiteln 3 und 4 wichtige Aspekte der Speicherung und Manipulation atomarer Ensembles mit optischen Dipolpotentialen behandelt, die aus der Wechselwirkung der Atome mit Laserlicht resultieren, das weit gegenüber der atomaren Resonanz verstimmt ist. In diesem Fall lässt sich die optische Dipolkraft formal aus einem konservativen Potential herleiten, da der Einfluss spontaner Photonenstreuungsprozesse praktisch vernachlässigbar ist. Von speziellem Interesse sind in diesem Zusammenhang insbesondere explizite mathematische Ausdrücke für das Wechselwirkungspotential und die Streurrate, für deren Herleitung im Rahmen eines semiklassischen Modells im wesentlichen der Darstellung aus Referenz [49] gefolgt wird.

Eine ausführliche quantenmechanische Beschreibung der optischen Dipolkraft unter Berücksichtigung atomarer Fein-, Hyperfein- und magnetischer Substrukturen, die auf dem Konzept zustandsabhängiger Grundzustandspotentiale basiert, findet sich in den Referenzen [50] und [51].

Semiklassisches Modell

Befindet sich ein Atom mit der Masse m in einem Laserlichtfeld mit der Frequenz ω , so wird durch das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}, t) = \hat{e} E(\vec{r}) \exp(-i\omega t) + \text{c.c.}$ mit dem Polarisationsvektor \hat{e} ein atomares Dipolmoment $\vec{p}(\vec{r}, t) = \hat{e} p(\vec{r}) \exp(-i\omega t) + \text{c.c.}$ induziert, und es gilt

$$p = \alpha E, \quad (2.36)$$

wobei $\alpha = \alpha(\omega)$ die komplexe atomare Polarisierbarkeit bezeichnet. Das Wechselwirkungspotential des induzierten atomaren Dipols \vec{p} mit dem Feld \vec{E} folgt aus der Zeitmittelung

$$U_{\text{dip}} = -\frac{1}{2} \langle \vec{p} \vec{E} \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I, \quad (2.37)$$

mit der Intensität $I = 2\epsilon_0 c |E|^2$. Der Gradient dieses Wechselwirkungspotentials wiederum liefert die optische Dipolkraft

$$\vec{F}_{\text{dip}}(\vec{r}) = -\nabla U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) \nabla I(\vec{r}), \quad (2.38)$$

die somit eine konservative Kraft ist und insbesondere proportional zum Intensitätsgradienten des Lichtfelds.

Die atomare Polarisierbarkeit lässt sich auf einfache Weise im Rahmen einer semiklassischen Näherung für ein atomares Zwei-Niveau-System (mit der optischen Übergangsfrequenz ω_0) im klassischen Strahlungsfeld berechnen, woraus sich unter Vernachlässigung von Sättigungseffekten⁶ ergibt

$$\alpha(\omega) = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i(\omega^3/\omega_0^2)\Gamma}. \quad (2.39)$$

Die Dämpfungsrate Γ entspricht dem spontanen Zerfalls des angeregten Niveaus und wird mit Hilfe des Dipolmatrixelements

$$\Gamma = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} |\langle e | \hat{\mu} | g \rangle|^2 \quad (2.40)$$

⁶Im Fall weitverstimmter Lichtfelder ist der angeregte Zustand nur schwach besetzt. Die damit verbundene sehr geringe Sättigung führt dann ebenfalls zu einer sehr geringen Streurrate ($\Gamma_{\text{sc}} \ll \Gamma$).

zwischen dem Grundzustand $|g\rangle$ und dem angeregten Zustand $|e\rangle$ bestimmt; die Größe $\hat{\mu}$ bezeichnet den Dipoloperator.

Mit Hilfe von Gleichung (2.39) ergeben sich dann für den hier relevanten Fall großer Verstimmungen und damit vernachlässigbarer Sättigung folgende explizite Ausdrücke für das Dipolpotential und die Streurrate

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) I(\vec{r}), \quad (2.41)$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right)^2 I(\vec{r}). \quad (2.42)$$

Für den in vielen Experimenten realisierten Fall, dass die Verstimmung klein gegenüber der absoluten Frequenz ist, d.h. $|\Delta| \equiv |\omega - \omega_0| \ll \omega_0$, kann der bei $\omega = -\omega_0$ resonante und als 'counter-rotating term' bezeichnete Anteil in den letzten beiden Gleichungen vernachlässigt werden⁷. Mit $\omega/\omega_0 \approx 1$ vereinfachen sich die beiden Ausdrücke (2.41) und (2.42) also zu

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\Delta} I(\vec{r}) = \frac{1}{8} \hbar\Gamma \frac{I(\vec{r})}{I_{\text{sat}}} \frac{\Gamma}{\Delta}, \quad (2.43)$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\Delta} \right)^2 I(\vec{r}) = \frac{1}{8} \Gamma \frac{I(\vec{r})}{I_{\text{sat}}} \left(\frac{\Gamma}{\Delta} \right)^2. \quad (2.44)$$

Hierbei wurde außerdem die Sättigungsintensität

$$I_{\text{sat}} = \frac{\hbar\omega_0^3\Gamma}{12\pi c^2} \quad (2.45)$$

des entsprechenden optischen Übergangs eingeführt, die im Fall des in dieser Arbeit verwandten Elements ⁸⁷Rb einen Wert von 1.6 mW/cm² hat. Weiterhin lässt sich folgender Zusammenhang zwischen dem Dipolpotential und der Streurrate ableiten:

$$\hbar\Gamma_{\text{sc}} = \frac{\Gamma}{\Delta} U_{\text{dip}}. \quad (2.46)$$

Auf der Basis der beiden Gleichungen (2.43) und (2.44) lassen sich atomare Ensembles in Gegenwart weitverstimmter optischer Dipolpotentiale bereits in sehr guter Näherung beschreiben. Insbesondere erkennt man, dass bei Rotverstimmung ($\Delta = \omega - \omega_0 < 0$) ein Potentialminimum im Bereich erhöhter Intensität entsteht, wohingegen bei Blauverstimmung ($\Delta > 0$) die Atome aus den Bereichen hoher Intensität herausgedrängt werden. Weiterhin kann die Streurrate bei konstanter Potentialtiefe wegen der quadratischen Abhängigkeit von der Verstimmung durch eine ausreichende Erhöhung der Intensität und der Verstimmung unterdrückt werden.

Auf weitere Einzelheiten, insbesondere im Zusammenhang mit der konkreten experimentellen Realisierung der in dieser Arbeit eingesetzten speziellen optischen Potentialgeometrien „Wellenleiter“ und „optisches Gitter“, wird in den entsprechenden experimentellen Kapiteln 3 und 4 eingegangen.

⁷Diese Näherung wird „rotating wave approximation“ genannt (siehe z.B. [52]).

Kapitel 3

Wellenleiter für Bose-Einstein Kondensate

Eine wesentliche Voraussetzung für den gezielten Einsatz von Bose-Einstein kondensierten Ensembles als Quelle kohärenter Materiewellen in der Atominterferometrie ist die Verfügbarkeit von kohärenzerhaltenden atomoptischen Elementen zur kontrollierten Manipulation der atomaren Bewegung. Der Schwerpunkt der in diesem Zusammenhang durchgeführten Untersuchungen der vorliegenden Arbeit liegt dabei insbesondere auf der experimentellen Entwicklung eines Wellenleiters für kohärente Materiewellen mit dem Ziel eines definierten räumlichen Ensemble-Transports bei gleichzeitiger Eliminierung des Einflusses der Gravitation auf die Systemdynamik. Eine auf diese Weise mögliche Verlängerung der Beobachtungszeiten des kohärenten Ensembles ist zudem von essentieller Bedeutung für das Erreichen von höchsten Messgenauigkeiten in der (kohärenten) Atominterferometrie.

Eine spezielle Klasse von Wellenleitern, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingesetzt wird, stellt das optische Dipolpotential von röhrenförmigen Laserlichtfeldern dar. Neben der in diesem Fall möglichen Speicherung von Atomen unabhängig von ihrem magnetischen Unterezustand sowie der Realisierung äußerst flexibler Geometrien besteht ihr wesentlicher Vorteil gegenüber kürzlich realisierten magnetischen Wellenleiterstrukturen für Bose-Einstein Kondensate [25] in der vollständigen Abwesenheit von Deformierungs- oder Störstellen-Effekten [26] bei der Propagation des atomaren Ensembles. Die in dieser Arbeit verwandten optischen Potentialgeometrien basieren auf dem Einsatz von sogenannten Laguerre-Gauß-Lasermoden (Abschnitt 3.1). Mit den experimentell verfügbaren Laserleistungen lassen sich weitverstimmte Lichtfelder mit entsprechend geringen Dekohärenz- und Heizraten sowie Speicherzeiten im Sekundenbereich generieren. Zudem ist im Wellenleiter ein stärkerer radialer Einschluss als in der Magnetfalle erreichbar, so dass die radialen Freiheitsgrade der Schwerpunktsbewegung des Ensembles „einfrieren“ und eine Bewegung von Atomen ausschließlich in longitudinaler Richtung möglich ist. Insbesondere wird auf diese Weise ein quasi-eindimensionales Regime für kohärente Materiewellen realisiert [53], so dass mögliche Effekte aufgrund unterschiedlicher Dimensionalitäten beim räumlichen Einschluss des atomaren Ensembles zu berücksichtigen sind. Diesbezüglich werden im Rahmen dieser Arbeit detaillierte Untersuchungen sowohl im Hinblick auf die konkrete Ladestrategie des Wellenleiters mit Atomen des Bose-Einstein kondensierten Ensembles durchgeführt (Abschnitt 3.2), als auch eine umfangreiche Analyse der Kohärenzeigenschaften sowie der Expansionsdynamik des Ensembles im Wellenleiter (Abschnitt 3.3).

3.1 Experimentelle Realisierung des Wellenleiters

Die röhrenförmigen Laguerre-Gauß'schen Lichtfelder¹, die das optische Dipolpotential zur Realisierung der Wellenleitergeometrie in dieser Arbeit generieren, werden durch den Einsatz holographischer Techniken erzeugt. Mit Hilfe eines computergenerierten Phasenhologramms lässt sich dabei das anfangs gaußförmige Laserstrahlprofil mit hoher Effizienz in einen LG_{0l} Laguerre-Gauß-Mode (oder auch „Doughnut“-Mode l -ter Ordnung) konvertieren [54].

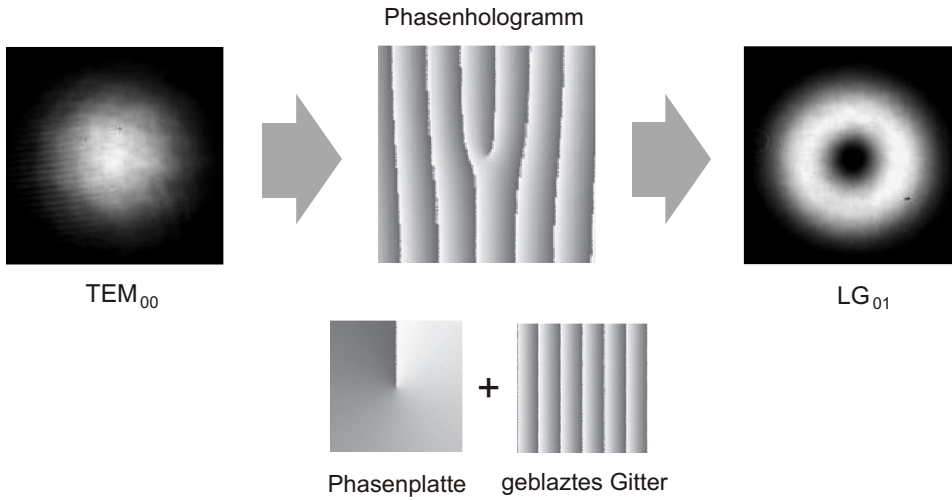


Abbildung 3.1: Holographische Erzeugung eines Doughnut-Modes erster Ordnung LG_{01} aus einem gaußschen Laserstrahl TEM_{00} mit Hilfe eines geblazten Phasenhologramms. Die Hologrammstruktur resultiert formal aus der Überlagerung einer helixförmigen Phasenplatte mit einem geblazten Gitter, wobei unterschiedliche Tiefen durch entsprechend unterschiedliche Grauwerte dargestellt werden.

In Abb. 3.1 ist ein solches Phasenhologramm gezeigt, wobei unterschiedliche Tiefen mit Hilfe einer entsprechenden Grauskala dargestellt sind. Das Phasenhologramm setzt sich zusammen aus einer Phasenplatte, die dem einfallenden Gauß-Mode die charakteristische Helixphase des Doughnut-Modes aufprägt, und einem sägezahnförmigen („geblazten“) Gitter zur effizienten Beugung des Laserstrahls in die gewünschte (hier erste) Beugungsordnung. Insbesondere erlaubt ein einfacher Wechsel des Phasenhologramms die Erzeugung von unterschiedlichen Doughnut-Ordnungen l mit entsprechenden radialen Intensitätsverteilungen von

$$I(r) = 2P \frac{2^l r^{2l}}{l! \pi r_0^{2l+2}} \exp[-2(r/r_0)^2] \quad (3.1)$$

und auf diese Weise einen flexiblen Einsatz von unterschiedlichen optischen Potentialformen $U_{\text{dip}}(r) \propto I(r)$ für den Wellenleiter. Die Größen P und r_0 in Gleichung (3.1) bezeichnen die Leistung respektive den Waist des Laserstrahls.

¹Für eine detaillierte Beschreibung formaler Eigenschaften von Laguerre-Gauß-Moden und deren Bedeutung als Eigenmoden von optischen Resonatoren sei auf die Darstellung in Referenz [55] verwiesen.

Zur Veranschaulichung sind in Abb. 3.2 radiale Intensitätsprofile für Doughnut-Moden der Ordnungen $l = 1, 5$ und 10 gezeigt. Hierbei ändert sich die Form der entsprechenden optischen Dipolpotentiale mit zunehmender Ordnung von einem für $l = 1$ in erster Näherung harmonischen Potential bis hin zu einem nahezu kastenförmigen Potential im Doughnut-Mode LG_{010} .

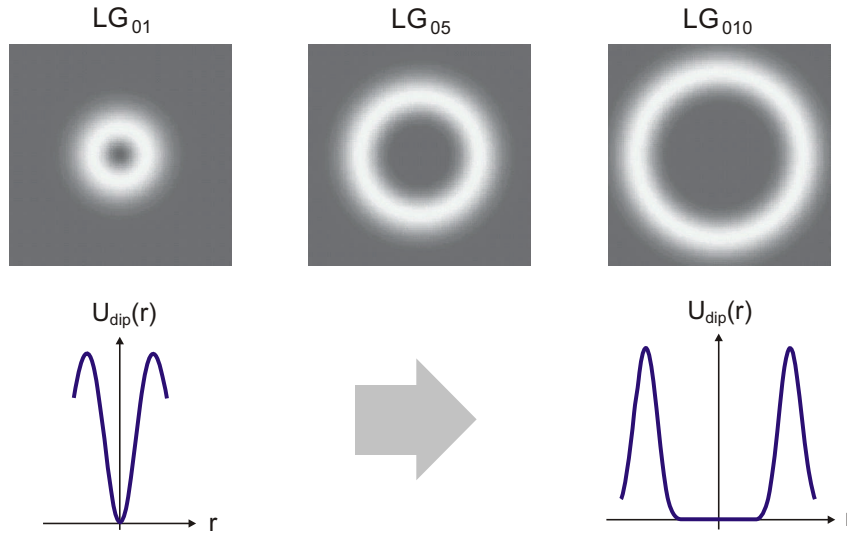


Abbildung 3.2: Intensitätsprofile von Doughnut-Moden der Ordnungen $l = 1, 5, 10$ senkrecht zur Propagationsrichtung des Laserstrahls. Dabei ändert sich die Form des korrespondierenden optischen Dipolpotentials von einem anfangs harmonischen bis hin zu einem nahezu kastenförmigen Potential.

In früheren Experimenten wurden bereits erste Untersuchungen zum Umladen eines Bose-Einstein Kondensats in einen LG_{05} -Wellenleiter durchgeführt [56–58]. Für sämtliche Experimente im Rahmen der vorliegenden Doktorarbeit wurden hingegen Laserlichtfelder im LG_{01} -Mode eingesetzt, vor allem, weil das harmonische Potential von LG_{01} einen kanonischen Transfer des anfangs in einem harmonischen Magnetfallenpotential vorliegenden atomaren Ensembles in das optische Dipolpotential des Wellenleiters ermöglicht (vgl. Abschnitt 3.2).

Auf die konkrete Implementierung des Schemas der holographischen Doughnut-Erzeugung in den experimentellen Gesamtaufbau für die durchgeführten Untersuchungen kohärenter Ensembles im Wellenleiter wird weiter unten (vgl. Abb. 3.4) eingegangen.

3.2 Experimentelle Präparation des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im Wellenleiter

Im vorliegenden Abschnitt werden zunächst die wesentlichen experimentellen Schritte zur Realisierung der Bose-Einstein Kondensation (BEC) von ^{87}Rb sowie einige charakteristische Eigenschaften der entsprechenden BEC-Apparatur zusammenfassend vorgestellt. Ausführliche Darstellungen konzeptioneller Details dieser Apparatur finden sich in den Referenzen [56] und [59]. Den Schwerpunkt dieses Abschnitts bildet anschließend die konkrete experimentelle Präparation des atomaren Ensembles im Wellenleiter und in diesem Zusammenhang insbesondere die Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten in einer speziellen „Hybridfalle“, die aus der Superposition des magnetischen Fallenpotentials mit dem optischen Dipolpotential des Wellenleiters resultiert.

Eine schematische Darstellung der BEC-Apparatur für die Untersuchungen im Wellenleiter zeigt die folgende Abbildung 3.3. Ausgangspunkt der experimentellen Realisierung der Bose-Einstein Kondensation von ^{87}Rb ist die Erzeugung eines Rb-Atomstrahls mit Hilfe eines Atomofens. Der Atomstrahl tritt bei einer typischen Ofentemperatur von 420°K und einer Teilchendichte im Bereich von einigen 10^{-14}cm^{-3} in die obere Pumpkammer (Vakuumdruck $\leq 10^{-6}\text{mbar}$) ein und erreicht über eine differentielle Pumpstufe dann die Hauptkammer (mit $\simeq 10^{-11}\text{mbar}$). Hierbei wird er durch einen ihm entgegengerichteten Laserstrahl mit der Methode der Chirpkühlung [60] auf ungefähr 10% seiner Anfangsgeschwindigkeit abgebremst und anschließend zur Trennung der langsamsten Atome vom Strahluntergrund durch einen seitlich eingestrahltten fokussierten Laserstrahl umgelenkt [61].

Die lasergekühlten ^{87}Rb -Atome werden in einer magnetooptischen Falle (MOT) mit einer Laderate von etwa 10^8 Atomen pro Sekunde eingefangen und nach einer effektiven Erhöhung der Phasenraumdichte um bis zu sieben Größenordnungen (durch räumliche Kompression, Sub-Doppler-Kühlung in einer optischen Melasse [51] und Spinpolarisation des atomaren Ensembles) in eine rein magnetische Falle transferiert. Die in dieser BEC-Apparatur verwandte statische Ioffe-Magnetfalle [62] im „Kleeblatt“-Design [63] generiert ein dreidimensionales anisotropes harmonisches Potential, dessen fundamentale Schwingungsfrequenzen bei einem typischen Betriebsstrom der Magnetspulen von 280 A die Werte $\omega_x = 2\pi \times 14\text{Hz}$ in axialer Richtung und $\omega_{y,z} = 2\pi \times 390\text{Hz}$ in radialer Richtung annehmen. Insbesondere wird das atomare Ensemble im $5S_{1/2} |F = 2, m_F = 2\rangle$ -Hyperfeinzustand von ^{87}Rb in der Magnetfalle gespeichert.

Zur effektiven Erhöhung der Phasenraumdichte bis zum Phasenübergang der Bose-Einstein Kondensation (vgl. Abschnitt 2.1.1) wird schließlich die Methode der evaporativen Kühlung [64] in der Magnetfalle eingesetzt, die für die konkreten experimentellen Parameter dieser BEC-Apparatur im Rahmen umfangreicher numerischer Simulationen optimiert wurde [56, 65]. Das wesentliche Prinzip der Evaporation basiert auf einer selektiven Entfernung der energiereichsten Atome des Ensembles aus den Randbereichen der Falle durch Radiofrequenz (RF)-Einstrahlung und einer anschließenden Rethermalisierung der verbleibenden Atome über elastische Stöße zu einem neuen Gleichgewichtszustand des Systems bei niedrigerer Temperatur. Auf diese Weise werden nahezu reine Kondensate aus etwa 2×10^5 Atomen im $5S_{1/2} |F = 2, m_F = 2\rangle$ -Zustand von ^{87}Rb erzeugt.

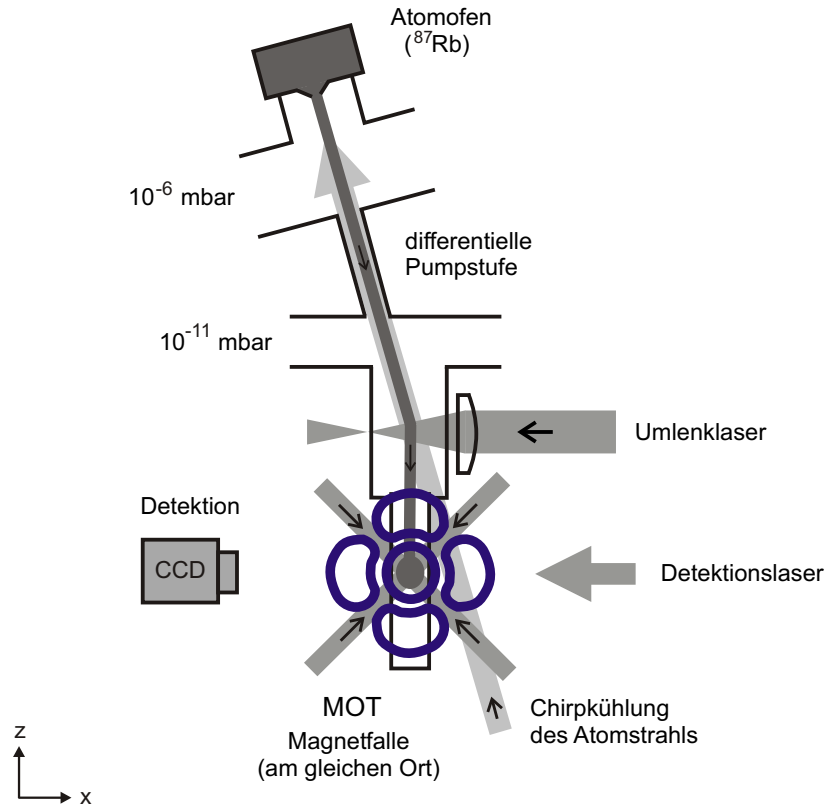


Abbildung 3.3: Schematischer Aufbau der Apparatur zur experimentellen Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten für die Experimente im Wellenleiter: Gezeigt sind die Vakuumkammer mit differentieller Pumpstufe und einer Glaszelle am unteren Ende (umgeben von den Magnetspulen), der aus dem Ofen austretende Atomstrahl sowie weitere Laserstrahlen zur Kühlung und Detektion der Atome (siehe Text).

Zur experimentellen Bestimmung von Ensemble-Parametern wird in allen Messungen dieser Arbeit zum Wellenleiter die Methode der resonanten Absorptionsabbildung eingesetzt, bei der die Atomwolke – im allgemeinen nach einer ballistischen Expansion im Gravitationsfeld zur Reduktion der atomaren Dichte – einem Laserlichtpuls ($\sim 20 \mu\text{s}$) ausgesetzt wird, der resonant mit dem sogenannten Kühlübergang $5S_{1/2}|F=2\rangle \rightarrow 5P_{3/2}|F'=3\rangle$ von ^{87}Rb ist (vgl. Anhang B). Aufgrund der Photonenstreuung der Atome entsteht dadurch ein dichteabhängiger „Schatten“ im Laserstrahl, der anschließend auf den Chip einer ICCD (Intensified Charge Coupled Device)-Kamera abgebildet wird. Dabei beträgt die im Experiment erreichbare Ortsauflösung des optischen Detektionssystems aus Mikroskopobjektiv und Linsensystem etwa $3.7 \mu\text{m}$ [66].

Die LG_{01} -Wellenleitergeometrie wird mit Hilfe eines Laserstrahls der Wellenlänge $\lambda = 532$ nm nach dem im vorangehenden Abschnitt 3.1 beschriebenen holographischen Verfahren generiert. Die zugehörige Laserfrequenz ist hierbei um $\Delta/2\pi = 180$ THz vom Kühlübergang von ^{87}Rb (Wellenlänge $\lambda_0 = 780$ nm) ins Blaue verstimmt. In Abb. 3.4 sind schematisch die wesentlichen Elemente des zur experimentellen Umsetzung dieses Verfahrens verwandten optischen Aufbaus

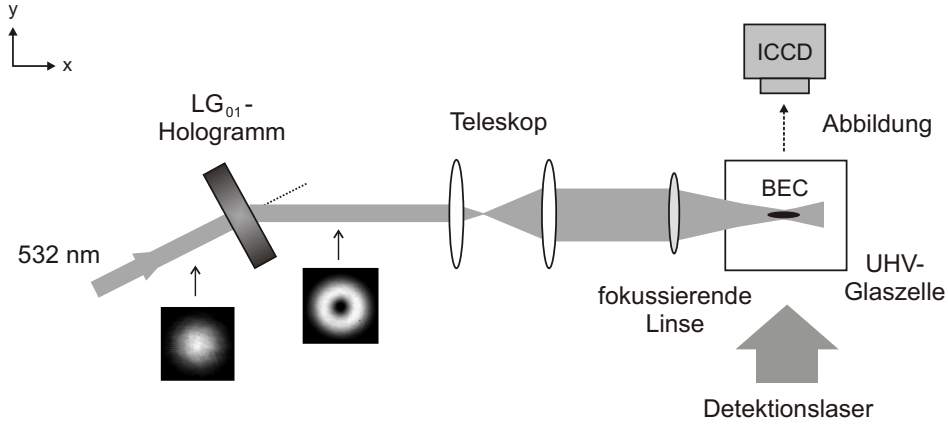


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung des optischen Aufbaus zur experimentellen Präparation von Bose-Einstein kondensierten Ensembles in der LG_{01} -Wellenleitergeometrie.

dargestellt. Nach der Konvertierung des Gauß-Modes des einfallenden 532 nm-Laserstrahls mit Hilfe des Phasenhologramms in einen Doughnut-Mode erster Ordnung wird der resultierende Laserstrahl mit Hilfe eines Teleskops (1 : 10) aufgeweitet und anschließend mit einer Linse (Brennweite $f = 500$ mm) an den Ort des Bose-Einstein Kondensats innerhalb der Glaszelle auf einen Waist r_0 von ~ 13 μm fokussiert. Die entsprechende Rayleigh-Länge $x_R \equiv \pi r_0^2/\lambda$ des fokussierten Laserstrahls ist mit ~ 1 mm deutlich größer als die maximale axiale Ausdehnung des atomaren Ensembles von ungefähr 100 μm . Für die Atome wird damit in radialer Richtung (d.h. in y - und z -Richtung der Magnetfalle) ein optisches Dipolpotential $U_{\text{dip}}(r)$ generiert, das proportional zu der radialsymmetrischen Intensitätsverteilung $I(r)$ des axial eingestrahlteten LG_{01} -Doughnut-Modes ist (vgl. Abschnitt 2.2). Mit Gleichung (3.1) folgt in diesem Fall

$$U_{\text{dip}}(r) \propto I(r) = \frac{4Pr^2}{\pi r_0^4} \cdot e^{-2(r/r_0)^2}. \quad (3.2)$$

Insbesondere ist $U_{\text{dip}}(r)$ in erster Näherung harmonisch. Aufgrund der Blauverstimmung werden die Atome im Intensitätsminimum des Doughnut-Laserstrahls gefangen (siehe Abb. 3.5), so dass die in Abschnitt 2.2 eingeführte spontane Streurrate Γ_{sc} bei den hier vorliegenden experimentellen Parametern um mehr als drei

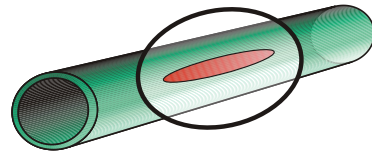


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung des atomaren Ensembles innerhalb des Doughnut-Wellenleiters.

Größenordnungen gegenüber der Streurrate im Intensitätsmaximum unterdrückt ist².

Die Intensität im Doughnut-Laserstrahl wird über die Ausgangsleistung des 532 nm-Lasers (Verdi, Fa. Coherent) kontrolliert und mit Hilfe eines akustooptischen Modulators geschaltet, so dass auf diese Weise eine gezielte Variation der Stärke des optischen Ensemble-Einschlusses möglich ist. So lässt sich mit einer Laserleistung von 1 W bei 532 nm und einem Waist $r_0 \simeq 13 \mu\text{m}$ am Ort der Atome ein radial relativ stark einschließendes optisches Dipolpotential mit einer maximalen Tiefe von $U_0/k_B \simeq 100 \mu\text{K}$ und einer radialen Oszillationsfrequenz von $\sim 4 \text{ kHz}$ generieren.

Bose-Einstein Kondensation in einer Hybridfalle

Eine kontrollierte Präparation des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Dipolpotential des Doughnut-Wellenleiters lässt sich experimentell auf deutlich einfachere Weise realisieren, wenn die Bose-Einstein Kondensate selbst nicht wie oben beschrieben in der Magnetfalle erzeugt werden, sondern stattdessen im effektiven Potential einer „Hybridfalle“, die aus der Überlagerung des Wellenleiters mit der langen Achse (x -Achse) der Magnetfalle resultiert. In entsprechenden Experimenten zum direkten Umladen eines Bose-Einstein Kondensats aus der Magnetfalle in den Wellenleiter³ wurde neben einer fluktuierenden Transfereffizienz insbesondere auch eine Anregung von höheren transversalen Moden im Wellenleiter beobachtet, die sich beispielsweise in der Expansionsdynamik des atomaren Ensembles im Wellenleiter manifestiert, die in Abschnitt 3.3.2 unter anderem auch für diesen direkten Transferprozess untersucht wird. Im Gegensatz dazu ermöglicht die Hybridfalle – wie im weiteren Verlauf des Kapitels gezeigt wird – einen kanonischen Ensemble-Transfer ohne Verlust der Kohärenzeigenschaften des Systems, so dass auf diese Weise definierte Anfangsbedingungen für alle anschließenden Untersuchungen im Wellenleiter vorliegen.

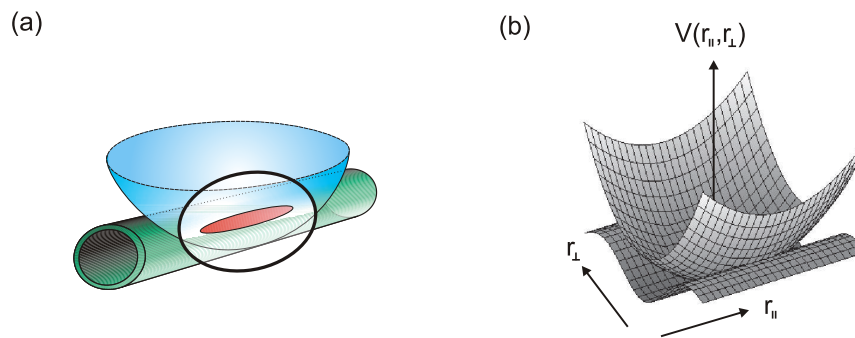


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung des atomaren Ensembles in der aus Magnetfalle und Wellenleiter generierten Hybridfalle (a) sowie der Superposition von magnetischem und optischem Potential im Fall angepasster radialer Schwingungsfrequenzen.

²Mit Hilfe von Gleichung (2.44) ergibt sich beispielsweise für eine Laserleistung von 1 W bei 532 nm als spontane Streurrate im Intensitätsmaximum der Wert $\Gamma_{\text{sc}}^{\text{max}} \simeq 1 \text{ s}^{-1}$, im Minimum hingegen $\Gamma_{\text{sc}}^{\text{min}} \simeq 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

³Hierbei wurde die Magnetfalle unmittelbar nachdem die Intensität im Doughnut-Laserstrahl ihren Endwert erreicht hatte, instantan ($\sim 200 \mu\text{s}$) ausgeschaltet.

Zur konkreten experimentellen Realisierung eines Ensemble-Transfers mit Hilfe der Hybridfalle werden die Parameter des 532 nm-Lasers derart gewählt, dass eine mittlere radiale Schwingungsfrequenz im Doughnut-Wellenleiter von $\omega_{\perp} = 2\pi \times 415 \pm 10$ Hz erreicht wird, die damit insbesondere an den entsprechenden magnetischen Einschluss des atomaren Ensembles, d.h. an die radiale Frequenz der Magnetfalle von $\omega_{y,z} = 2\pi \times 390$ Hz (s.o.) angepasst ist. Die allgemeine Potentialkonfiguration der Hybridfalle sowie der Fall angepasster radialer magnetischer und optischer Oszillationsfrequenzen sind schematisch in Abb. 3.6 (a) und (b) dargestellt.

Die einzelnen experimentellen Schritte zur Realisierung der Bose-Einstein Kondensation von ^{87}Rb im effektiven Potential der Hybridfalle sind bis auf die konkrete Durchführung der RF-induzierten Evaporation vollkommen identisch zu denen im anfangs dargestellten Fall der reinen Magnetfalle. Einen Überblick über den entsprechenden zeitlichen Experimentablauf vom Beginn der evaporativen Kühlung bis zum Erreichen des BEC-Phasenübergangs in der Hybridfalle sowie zum anschließenden Ensemble-Transfer in den Wellenleiter gibt die schematische Darstellung in Abb. 3.7.

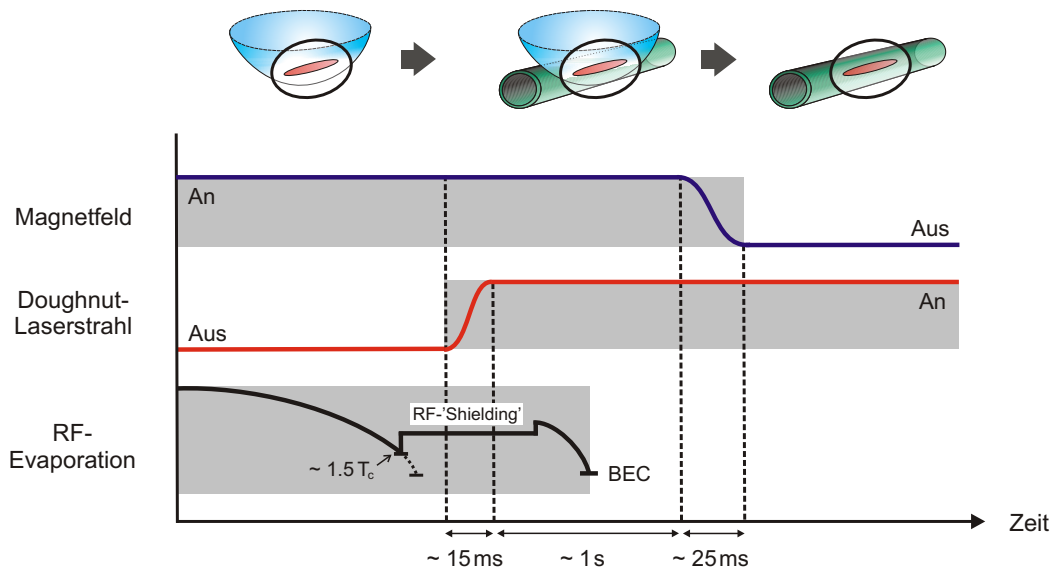


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung des zeitlichen Ablaufs bei der experimentellen Realisierung der Bose-Einstein Kondensation in der Hybridfalle sowie des anschließenden Ensemble-Transfers in den Doughnut-Wellenleiter: Das atomare Ensemble wird in der rein magnetischen Falle durch RF-induzierte Evaporation bis kurz vor Einsetzen des BEC-Phasenübergangs auf etwa $0.5 T_c$ vorgekühlt. (Hierbei bezeichnet T_c die kritische Temperatur in der Magnetfalle.) Durch langsames Erhöhen der Intensität im Doughnut-Laserstrahls über einen Zeitraum von typischerweise 15 ms werden die Atome in die Hybridfalle transferiert, wobei die Radiofrequenz zur effektiven Unterdrückung von Heizprozessen um etwa 20 bis 30 kHz über dem zuvor niedrigsten Wert konstant gehalten wird ('RF-Shielding'). Der Phasenübergang zum Bose-Einstein Kondensat wird in der Hybridfalle mit Hilfe einer zweiten RF-Evaporationsrampe erreicht, wobei die gemessene Lebensdauer des kondensierten Ensembles in der Hybridfalle im Bereich von etwa einer Sekunde liegt. Für den anschließenden Ensemble-Transfer in den (Grundzustand des) Doughnut-Wellenleiter wird das magnetische Potential (adiabatisch) ausgeschaltet.

Die Evaporation beginnt ebenfalls in der rein magnetischen Falle, jedoch wird die eingestrahlte Radiofrequenz dort nur soweit reduziert, dass das System den Phasenübergang zum Bose-Einstein Kondensat gerade noch nicht erreicht⁴. Die zugehörige Ensemble-Temperatur liegt dann bei einem Wert von $\sim 1.5 T_c$, wobei T_c die kritische Temperatur der Bose-Einstein Kondensation in der Magnetfalle bezeichnet. Das auf diese Weise vorgekühlte atomare Ensemble wird anschließend durch langsames Erhöhen der Intensität des Doughnut-Laserstrahls über einen Zeitraum von etwa 15 ms in das effektive Potential der Hybridfalle transferiert. Zur besseren Abschirmung und Unterdrückung von Heizprozessen im System (u.a. aufgrund von Stößen mit Atomen aus dem Hintergrundgas) wird die Radiofrequenz während dieser Zeit konstant um etwa 20 bis 30 kHz über dem zuvor in der Magnetfalle niedrigsten Wert gehalten („RF-Shielding“ [67]). Sobald das optische Dipolpotential seinen Endwert erreicht hat, wird die Evaporation schließlich mit einer zweiten RF-Rampe bis unter die kritische Temperatur \tilde{T}_c in der Hybridfalle weitergeführt und auf diese Weise Bose-Einstein Kondensate mit einer mittleren Teilchenzahl von ungefähr 5×10^4 Atomen erzeugt.

Als experimentelle Signatur des BEC-Phasenübergangs in der Hybridfalle dient dabei (wie insbesondere auch bei der Kondensation in der Magnetfalle) die charakteristische anisotrope ballistische Expansion des Bose-Einstein kondensierten Anteils des atomaren Ensembles nach dem Ausschalten sämtlicher Fallenpotentiale aufgrund der anisotropen Potentialformen (vgl.

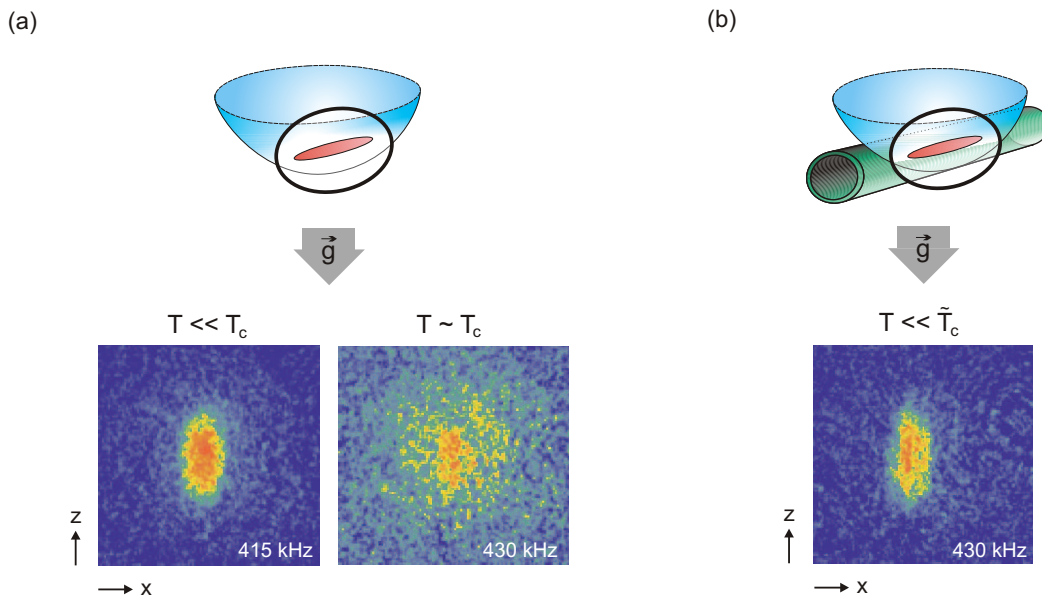


Abbildung 3.8: Absorptionaufnahmen von Bose-Einstein kondensierten Ensembles nach jeweils 25 ms ballistischer Expansion, die (a) in der Magnetfalle und (b) in der Hybridfalle erzeugt wurden. Die angegebenen Frequenzen sind die jeweiligen RF-Endfrequenzen der evaporativen Kühlung. Während in der Magnetfalle im Bereich um 430 kHz der BEC-Phasenübergang gerade einsetzt ($T \sim T_c$), befinden sich in der Hybridfalle bei gleicher RF-Endfrequenz mehr als 90% der Atome im Kondensat. Folglich gilt somit $\tilde{T}_c > T_c$.

⁴Der Endwert dieser ersten Radiofrequenz-Evaporationsrampe liegt dabei um etwa 10 bis 20 kHz oberhalb des kritischen Werts zum Erreichen der Bose-Einstein Kondensation.

Abschnitt 2.1.2). In Abb. 3.8 (a) und (b) sind entsprechende Absorptionsoptionen von Bose-Einstein Kondensaten dargestellt, die in der Magnetfalle respektive in der Hybridfalle erzeugt und nach einer ballistischen Expansion von jeweils 25 ms resonant detektiert wurden. Insbesondere für Temperaturen weit unterhalb der jeweiligen kritischen Temperatur T_c bzw. \tilde{T}_c wird dabei für beide Fallentypen eine in vertikaler Richtung stärker expandierte (oblate) Atomwolke beobachtet, während sie innerhalb der Fallenpotentiale jeweils in x -Richtung elongiert ist. Darüber hinaus zeigt der Vergleich der für die einzelnen Messungen in Abb. 3.8 bei der evaporativen Kühlung verwandten RF-Endfrequenzen, dass $\tilde{T}_c > T_c$ gilt: Während in der Magnetfalle im Bereich um 430 kHz gerade der BEC-Phasenübergang einsetzt ($T \lesssim T_c$) und diesbezüglich im Absorptionbild eine bimodale atomare Dichtverteilung mit einem zentralen Maximum kondensierter Atome und einer breiteren isotropen Verteilung thermischer Atome beobachtet wird, befinden sich in der Hybridfalle bei gleicher RF-Endfrequenz mehr als 90% der Atome im Kondensat; die weniger als 10% thermischen Atome sind nicht mehr detektierbar. Die gemessene Lebensdauer von Bose-Einstein Kondensaten in der Hybridfalle liegt in der Größenordnung von ~ 1 s und ist damit vergleichbar mit der entsprechenden Lebensdauer des kohärenten Ensembles in der Magnetfalle.

Nach der erfolgreichen Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten in der Hybridfalle lässt sich das atomare Ensemble durch Ausschalten des magnetischen Potentials direkt in das optische Dipolpotential des Doughnut-Wellenleiters umladen (vgl. Abb. 3.7). Im Experiment wurden auf diese Weise Umladeeffizienzen von bis zu 100% erreicht. Essentielle Voraussetzung für eine ausschließliche Besetzung des Grundmodes des Wellenleiters ('Single-Mode'-Wellenleiter) ist der adiabatische Transfer des atomaren Ensembles aus dem Vielteilchen-Grundzustand der Hybridfalle in den transversalen Grundzustand des Wellenleiters. In diesem Fall muss die Ausschaltzeit τ_{MF} des magnetischen Fallenpotentials größer als die entsprechende Oszillationsperiode $T = 2\pi/\omega_{\perp} \simeq 2.4$ ms der Atome im optischen Dipolpotential sein. Im konkreten Experiment wird $\tau_{\text{MF}} \simeq 25$ ms gewählt und garantiert damit einen adiabatischen Ensemble-Transfer. Auf weitere Einzelheiten im Zusammenhang mit dem Ladeprozess des Wellenleiters, insbesondere auf die konkreten Auswirkungen von adiabatischem bzw. nicht-adiabatischem Laden auf die Expansionsdynamik des atomaren Ensembles im Wellenleiter wird in Abschnitt 3.3.2 eingegangen. Abbildung 3.9 zeigt als Beispiel vorweg einige Absorptionsoptionen des atomaren Ensembles für unterschiedliche Entwicklungszeiten t_{exp} im Wellenleiter von bis zu 500 ms nach einem adiabatischen Transfer des Ensembles aus der Hybridfalle in das optische Dipolpotential. Aufgrund der Expansion entlang der Doughnut-Strahlachse (x -Achse) nimmt die lokale Dichteverteilung der Atome relativ schnell ab und lässt sich für Zeiten $t_{\text{exp}} > 500$ ms nicht mehr eindeutig von dem Untergrundrauschen des ICCD-Kamerasignals unterscheiden. Diesbezüglich ließ sich die Atomwolke bei den in Abb. 3.9 gewählten Entwicklungszeiten insbesondere auch jeweils ohne eine zusätzliche ballistische Expansion detektieren.

In Abb. 3.10 ist ein typisches Dichteprofil des atomaren Ensembles dargestellt, das nach einer Expansionszeit von 30 ms innerhalb des Wellenleiters (vgl. oberstes Bild in Abb. 3.9) aufgenommen wurde. Hierzu wurden die entsprechenden Querschnitte der atomaren Dichte in vertikaler Bildrichtung aufsummiert und die resultierende Verteilung zur Bestimmung der räumlichen Ausdehnung des Ensembles mit Hilfe einer Gaußfunktion angefitet.

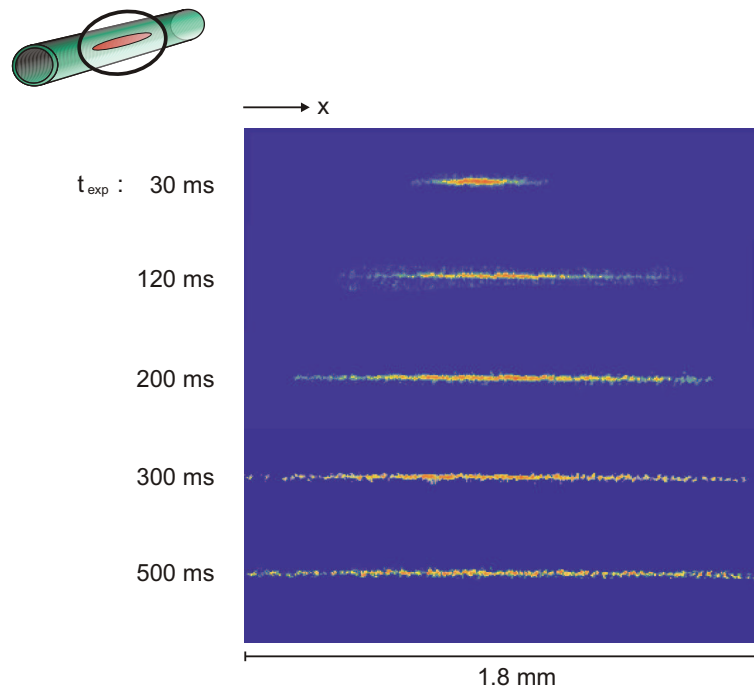


Abbildung 3.9: Absorptionenaufnahmen des atomaren Ensembles nach unterschiedlichen Expansionszeiten t_{exp} innerhalb des Wellenleiters. Aufgrund der Expansion entlang der Doughnut-Strahlachse nimmt die atomare Dichteverteilung relativ schnell ab, so dass die Atomwolke bei den gewählten Entwicklungszeiten jeweils ohne eine zusätzliche ballistische Expansionszeit resonant detektiert wurde.

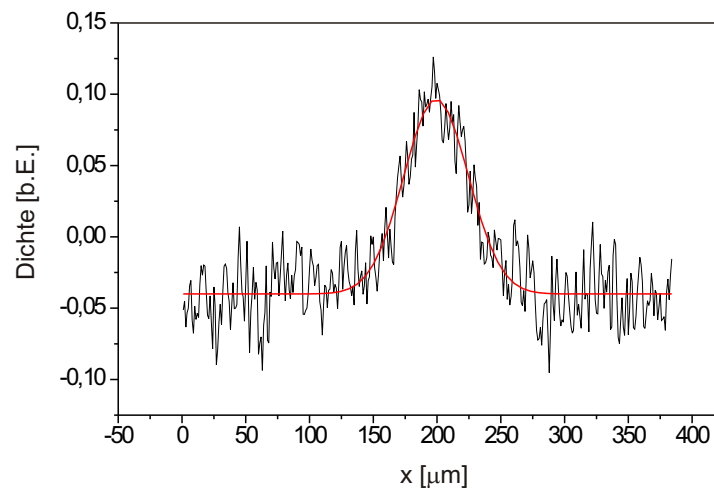


Abbildung 3.10: Dichteverteilung des atomaren Ensembles nach einer Expansion von 30 ms im Wellenleiter. Die durchgezogene Kurve entspricht einem gaußförmigen Fit an die experimentellen Datenpunkte.

Mit der experimentellen Realisierung der im vorliegenden Abschnitt vorgestellten und speziell für den adiabatischen Ensemble-Transfer in das optische Dipolpotential des Wellenleiters optimierten Hybridfalle steht also ein experimentelles Hilfsmittel zur Verfügung, mit dem sich das Bose-Einstein kondensierte Ensemble auf definierte Art für die Durchführung systematischer Untersuchungen im Wellenleiter präparieren lässt und damit insbesondere eine wesentliche Grundlage der im nächsten Abschnitt 3.3 beschriebenen Messungen darstellt.

3.3 Kohärenzuntersuchungen im Wellenleiter

Eine essentielle Voraussetzung für den Einsatz von Materiewellenleitern in der Atominterferometrie zum Erreichen von höchsten Messgenauigkeiten ist die Realisierung von Single-Mode-Wellenleitern, um damit kohärente Ensembles mit einer definierten Phasenentwicklung führen zu können. Diesbezüglich wurden im Rahmen dieser Arbeit umfangreiche Untersuchungen der Kohärenzeigenschaften des Bose-Einstein kondensierten Ensembles sowohl im effektiven Potential der Hybridfalle als auch im optischen Dipolpotential des Doughnut-Wellenleiters durchgeführt, die in den folgenden Abschnitten vorgestellt werden. Das wesentliche experimentelle Hilfsmittel stellt in diesem Zusammenhang ein auf der Bragg-Streuung von Atomen basierendes Autokorrelationsinterferometer zur Messung der Phasenkohärenz dar (Abschnitt 3.3.1). Zudem wird durch Untersuchungen der Expansionsdynamik des Systems im Fall eines adiabatischen Ensemble-Transfers eine Mean-Field-dominierte Expansion im Wellenleiter demonstriert (Abschnitt 3.3.2). Einige zentrale Ergebnisse der folgenden Abschnitte wurden auch im Rahmen einer Veröffentlichung [39] zusammengefasst.

3.3.1 Prinzip der Autokorrelationsmessung

Zur weitergehenden Charakterisierung des in der Hybridfalle erzeugten kohärenten Ensembles sowie seiner anschließenden dynamischen Entwicklung im Wellenleiter unter dem Einfluss der interatomaren Wechselwirkungen wird die funktionale Form des zeitabhängigen Phasenprofils des expandierenden Ensembles mit Hilfe einer räumlich aufgelösten Autokorrelationsmessung [68] untersucht. Insbesondere wird dabei durch den Einsatz der Bragg-Streuung zum kontrollierten Impulsübertrag auf das atomare Ensemble eine kohärente Aufspaltung und anschließende Interferenz der entsprechend erzeugten Sub-Ensembles zur interferometrischen Phasenmessung ermöglicht.

Bragg-Streuung

Die Methode der Bragg-Streuung von Atomen an einem periodischen optischen Potential (Lichtgitter) wurde erstmals im Jahr 1988 demonstriert [69] und ist analog zu der Bragg-Streuung von Röntgenstrahlen an Kristallgittern in der Festkörperphysik. Insbesondere im Zusammenhang mit der Manipulation von Bose-Einstein Kondensaten wurde sie bereits äußerst vielseitig eingesetzt, unter anderem zur Realisierung kohärenzerhaltender Strahlteiler in der Atomoptik [32, 33, 68], bei der gerichteten Auskopplung eines Atomlaserstrahls [23], zur spektroskopischen Messung von Kondensat-Eigenschaften wie beispielsweise der Geschwindigkeitsverteilung im Grundzustand des magnetischen Fallenpotentials [70] sowie zur Anregung von Phononenzuständen [71].

Die Bragg-Streuung lässt sich formal als ein stimulierter Raman-Prozess beschreiben [72]. Bei einem Bragg-Übergang N -ter Ordnung werden demnach N Photonen aus einem Laserstrahl absorbiert und stimuliert in einen zweiten Laserstrahl emittiert ($2N$ -Photonen Raman-Übergang). Eine entsprechende experimentelle Umsetzung ist schematisch in Abb. 3.11 für den Fall $N = 1$ dargestellt. Das Bose-Einstein Kondensat befindet sich hierbei im Überlappbereich zweier nichtresonanter Laserstrahlen mit Frequenzen ω und $\omega + \delta$, die damit ein (für $\delta \neq 0$ laufendes) periodisches optisches Dipolpotential für die Atome generieren (vgl. auch Abschnitt 4.2). Der bei diesem Bragg-Prozess übertragene Impuls p_B sowie die übertragene Energie E_B

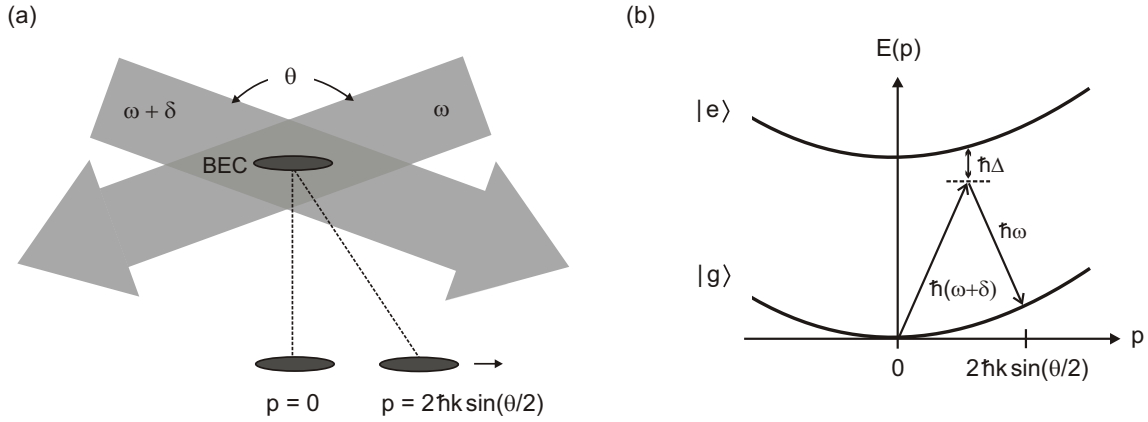


Abbildung 3.11: Realisierung eines Bragg-Streuprozesses erster Ordnung mit einem Bose-Einstein Kondensat: (a) Experimentelle Anordnung der Laserstrahlen zur Erzeugung des Bragg-Gitters. (b) Darstellung eines Bragg-Übergangs erster Ordnung im entsprechenden Energieniveau-Schema (siehe Text).

sind gegeben durch

$$p_B = 2\hbar k \sin(\theta/2) \quad \text{und} \quad E_B = \hbar \delta, \quad (3.3)$$

wobei θ den Winkel zwischen den beiden Laserstrahlen mit Wellenvektor k bezeichnet. Aus der Energie- und Impulserhaltung für diesen Prozess folgt die Relation

$$\frac{p_B^2}{2m} = \hbar \delta, \quad (3.4)$$

so dass die Frequenzdifferenz δ gerade dem Energieunterschied der beiden involvierten Impulszustände $|g, p = 0\rangle$ und $|g, p = p_B\rangle$ entspricht. Insbesondere bilden diese Impulszustände damit ein effektives Zwei-Niveau-System, das über den Raman-Prozess gekoppelt ist, siehe Abb. 3.11 (b).

Die konkrete Implementierung der Methode der Bragg-Streuung in den experimentellen Gesamtaufbau ist ausführlich in den Referenzen [59] und [73] dargestellt. Sie basiert auf dem Einsatz eines gitterstabilisierten Diodenlasersystems mit zwei akustooptischen Modulatoren zur Erzeugung von Bragg-Strahlen mit einer definierten Differenzfrequenz von $\delta/2\pi = 15$ kHz. Mit einer Laserverstimmung Δ von mehreren Gigahertz gegenüber dem $5S_{1/2}|F=2\rangle \rightarrow 5P_{3/2}|F'=3\rangle$ -Übergang von ^{87}Rb und Laserintensitäten in der Größenordnung von $\sim 10 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ kann insbesondere der Einfluss von spontaner Emission vernachlässigt werden.

Bei sämtlichen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimenten wurde eine antiparallele Anordnung der Bragg-Laserstrahlen ($\theta = 180^\circ$) gewählt, die zudem in axialer Richtung (x -Richtung) des Bose-Einstein Kondensats eingestrahlt wurden. Auf diese Weise lässt sich der bei einer Bragg-Streuung erster Ordnung maximal mögliche Impuls von $p_B = 2\hbar k$ in axialer Richtung auf das kohärente Ensemble übertragen. Dabei hängt die Transfereffizienz von Atomen bei der Bragg-Streuung aus der nullten Ordnung $|g, p = 0\rangle$ in die erste Ordnung $|g, p = 2\hbar k\rangle$

von dem Produkt aus der Intensität I und der Einstrahldauer t_B der Bragg-Laserstrahlen ab⁵. Abbildung 3.12 (b) zeigt beispielsweise eine Absorptionsoaufnahme des Bose-Einstein kondensierten Ensembles für eine Messung, bei der ein $\pi/2$ -Bragg-Puls realisiert wurde. Zur besseren räumlichen Trennung der beiden Zustände wurde die Atomwolke erst nach einer ballistischen Expansion von 10 ms detektiert, so dass sich während dieser Zeit die beiden Impulskomponenten mit der durch den Bragg-Prozess aufgeprägten Relativgeschwindigkeit von

$$v_B = \frac{p_B}{m} = \frac{2\hbar k}{m} \simeq 11.7 \text{ mm/s} \quad (3.5)$$

in axialer Richtung vollständig auseinander bewegen. Zudem wurde der Bragg-Puls erst nach einer Zeit t_0 von etwa 2 ms nach dem Abschalten der Magnetfalle eingestrahlt, um auf diese Weise den Einfluss von Mean-Field- und Stoß-Effekten auf die Bragg-Streuung zu vermeiden⁶.

Aufgrund der kohärenten Aufspaltung des Bose-Einstein kondensierten Ensembles durch die Aufprägung definierter Impulse bei der Bragg-Streuung realisiert ein $\pi/2$ -Bragg-Puls einen kohärenzerhaltenen Strahlteiler für das Bose-Einstein Kondensat und stellt damit insbesondere das zentrale Element des im folgenden Abschnitt vorgestellten Bragg-Interferometers zur Autokorrelationsmessung dar. Ganz analog lässt sich mit einem π -Bragg-Puls ein kohärenzerhaltener Spiegel für das Bose-Einstein Kondensat realisieren.

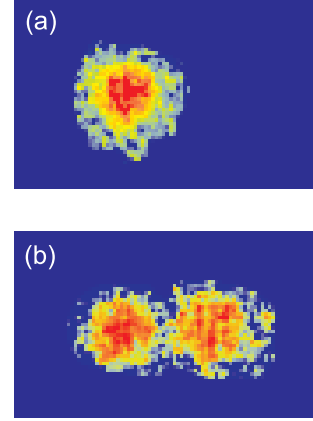


Abbildung 3.12: Absorptionsoaufnahmen des atomaren Ensembles nach 10 ms ballistischer Expansion: (a) ohne Bragg-Streuung, (b) nach einem $\pi/2$ -Bragg-Puls (mit $I \simeq 10 \mu\text{W}/\text{mm}^2$, $t_B \simeq 120 \mu\text{s}$ sowie $\Delta \simeq 2\pi \times 4.5 \text{ GHz}$).

Bragg-Interferometer zur Autokorrelationsmessung

Um die räumliche Kohärenz des atomaren Ensembles sowohl in der Hybridfalle als auch im Wellenleiter vermessen zu können, ist eine Interferometergeometrie zu wählen, die es insbesondere erlaubt, unterschiedliche Teile des Ensembles zur Interferenz zu bringen. Dies ist beispielsweise mit einem offenen Mach-Zehnder-Interferometer [68] möglich, das aus einer Sequenz von aufeinanderfolgenden $\pi/2 - \pi - \pi/2$ -Pulsen besteht, die zeitlich durch unterschiedliche Entwicklungsintervalle T_1 und T_2 mit $T_1 \neq T_2$ voneinander getrennt sind. Der maximale Kontrast am Ausgang des Interferometers ist hierbei ein Maß für die räumliche Kohärenz des atomaren Ensembles. Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente wurde eine leicht modifizierte Geometrie gewählt, mit der die gleichen Ergebnisse wie mit dem offenen Mach-Zehnder-Interferometer erzielt werden können, die aber einige experimentelle Vorteile besitzt. In Abb. 3.13 ist der entsprechende experimentelle Ablauf bei der Durchführung der Autokorrelationsmessungen schematisch dargestellt.

⁵Eine kontinuierliche Einwirkung der Bragg-Laserstrahlen auf das Bose-Einstein Kondensat führt dabei zu Rabi-Oszillationen der relativen Besetzung der beiden gekoppelten Impulszustände (siehe auch [73]).

⁶Bei den vorliegenden experimentellen Parametern wird die Mean-Field-Energie des Kondensats in der Magnetfalle bereits innerhalb der ersten 2 ms nach dem Abschalten des Fallenpotentials praktisch vollständig in kinetische Energie umgewandelt.

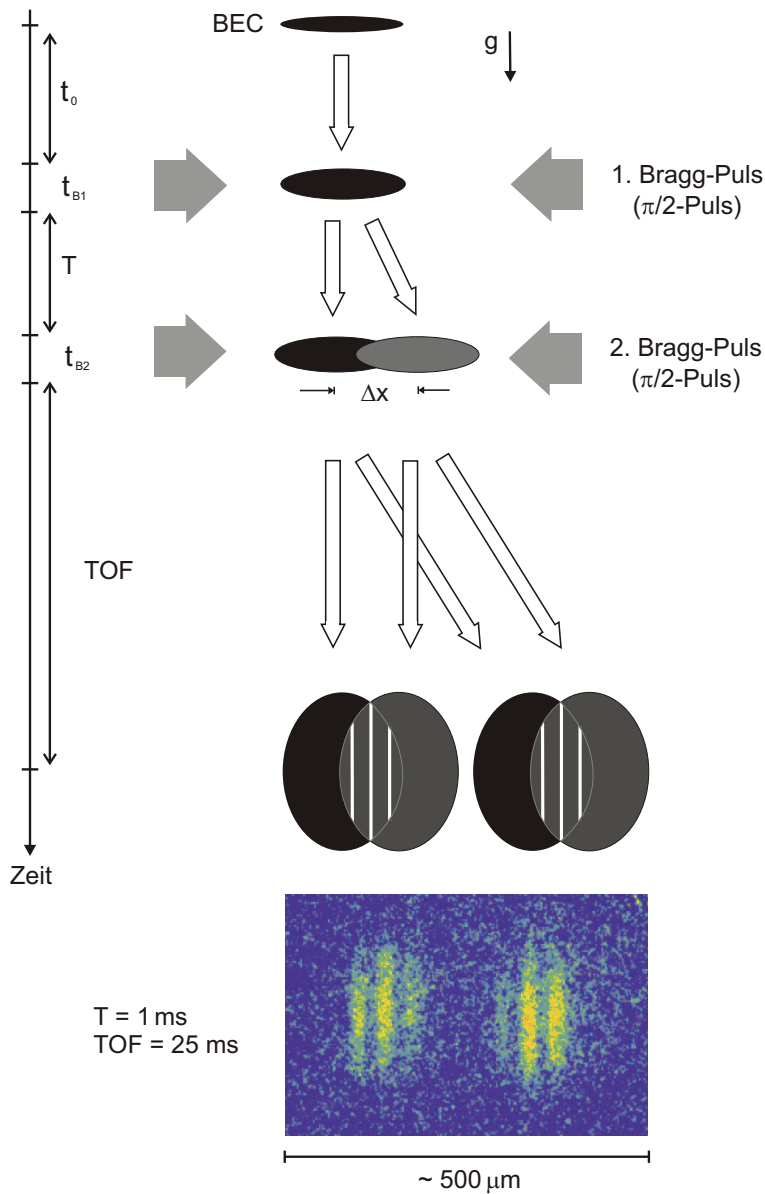


Abbildung 3.13: Experimenteller Verlauf der Autokorrelationsmessung: Das Interferometer wird von zwei optischen Bragg-Beugungs-Pulsen ($\pi/2$ -Pulsen) im zeitlichen Abstand T gebildet. Vor dem ersten Bragg-Puls kann das Bose-Einstein Kondensat während der Zeit t_0 ballistisch expandieren. Zum Zeitpunkt des zweiten Bragg-Pulses sind die Zentren der beiden Atomwolken räumlich um Δx voneinander getrennt. Zur besseren Separation der beiden Interferometerausgänge erfolgt vor der Detektion des Interferenzsignals der Atome eine weitere ballistische Expansion oder „time-of-flight“ (TOF) des Ensembles. Die Absorptionaufnahme zeigt ein entsprechendes Interferenzsignal, dass mit den Werten $t_0 = 2 \text{ ms}$, $T = 1 \text{ ms}$ und $\text{TOF} = 25 \text{ ms}$ und einem atomaren Ensemble aus der Hybridfalle aufgenommen wurde.

Das in dieser Arbeit eingesetzte Bragg-Interferometer besteht im Gegensatz zum Mach-Zehnder-Interferometer ausschließlich aus zwei $\pi/2$ -Pulsen, die durch einen zeitlichen Abstand T voneinander getrennt sind. Insbesondere entspricht diese Geometrie formal derjenigen eines klassischen Ramsey-Interferometers (vgl. Abschnitt 4.1). Durch den Wegfall eines Bragg-Pulses sind bei diesem $\pi/2 - \pi/2$ -Interferometer somit nur zwei anstatt drei Pulse experimentell zu optimieren. Zudem lassen sich die gleichen Resultate wie beim offenen Mach-Zehnder-Interferometer mit kürzeren Entwicklungszeiten $T < T_1 + T_2$ erreichen, was gerade im Hinblick auf experimentell bedingte Schwankungen in der relativen Phase der Bragg-Laserstrahlen von Vorteil ist.

Zur Vermeidung von Mean-Field- und Stoß-Effekten wird die Bragg-Pulssequenz wiederum erst nach einer anfänglichen ballistischen Expansion t_0 des atomaren Ensembles von typischerweise ~ 2 ms auf die Atome angewandt. Durch den ersten $\pi/2$ -Bragg-Puls wird das Ensemble in eine kohärente Superposition aus zwei Wellenpaketen mit den Impulsen $p = 0$ und $p = 2\hbar k$ aufgeteilt, die sich im Laufe der anschließenden Entwicklungszeit T mit einer Relativgeschwindigkeit von $v_B \simeq 11.7$ mm/s (s.o.) in axialer Richtung um

$$\Delta x = v_B T = \frac{2\hbar k}{m} T \quad (3.6)$$

voneinander separieren. Mit Hilfe des zweiten $\pi/2$ -Bragg-Pulses werden die beiden sich teilweise überlappenden Atomwolken in den Interferometerausgängen wieder rekombiniert. Aufgrund der räumlichen Verschiebung der Wellenpakete kommt es dabei in beiden Ausgängen zur Ausbildung eines Interferenzmusters in der atomaren Dichteverteilung (vgl. Absorptionaufnahme in Abb. 3.13), aus der man die lokale Phasendifferenz zwischen den beiden Zuständen ableiten kann (s.u.). Insbesondere lässt sich durch eine Änderung der Entwicklungszeit T die Größe des Überlapps der beiden Wellenpakete variieren und somit die räumliche Kohärenz des atomaren Ensembles vermessen. Zudem wird für die Zeit $T = 0$ insgesamt ein π -Puls realisiert, so dass das gesamte Ensemble dann in die erste Bragg-Ordnung gebeugt wird.

Der Ursprung des Interferenzsignals in den Interferometerausgängen hängt im wesentlichen mit der zeitlichen Phasenentwicklung der Wellenpakete während der Expansion aufgrund ihrer Mean-Field-Energie zusammen. Innerhalb des harmonischen Fallenpotentials führt das repulsive Mean-Field-Potential $V_{\text{mf}}(\vec{r})$ der Atome nach Abschnitt 2.1.2 im Regime der Thomas-Fermi-Näherung zu einer parabolischen Dichteverteilung $n(\vec{r})$ des Bose-Einstein Kondensats. Wird nun beispielsweise – wie beim Transfer des atomaren Ensembles in den Wellenleiter – der axiale Ensemble-Einschluss entfernt, so erfolgt eine anschließende Expansion der Atomwolke hauptsächlich durch die Umwandlung von Mean-Field-Energie in kinetische Energie. Wegen $V_{\text{mf}}(\vec{r}) = gn(\vec{r})$ hängt die lokale Beschleunigung $a = \dot{v} \propto \nabla V_{\text{mf}}$ dabei linear von der Ortskoordinate ab. Insbesondere wird dadurch das parabolische Dichteprofil des atomaren Ensembles während der Expansion aufrechterhalten. Zudem wächst die Geschwindigkeit $v(x)$ linear mit der axialen Position x an:

$$v(x) = \alpha(t) \cdot x. \quad (3.7)$$

Aufgrund der allgemeinen Relation $\vec{v} = \hbar/m\nabla\phi$ zwischen der Geschwindigkeit \vec{v} und der Phase ϕ eines Bose-Einstein Kondensats (siehe z.B. [47]) spricht man in diesem Zusammenhang auch von einem *quadratischen* Phasenprofil des atomaren Ensembles ($\phi \propto \frac{\alpha}{2} x^2$).

Der zeitabhängige Geschwindigkeitsgradient α aus Gleichung (3.7) lässt sich im Rahmen der in Referenz [74] aufgestellten Skalierungstransformation beschreiben. Danach gilt

$$\alpha(t) = \frac{\dot{\lambda}_x(t)}{\lambda_x(t)}, \quad (3.8)$$

mit dem zeitabhängigen Skalierungsfaktor λ_x , der über die Relation $R_x(t) = \lambda_x(t) \cdot R_x(0)$ zwischen dem axialen Kondensat-Radius in der Falle $R_x(0)$ und während der Expansion $R_x(t)$ definiert ist. Demzufolge hängt also die lokale Geschwindigkeitsdifferenz Δv zwischen den beiden überlappenden Wellenpaketen nicht von ihrer Position ab, sondern nur von ihrer räumlichen Separation Δx und der Zeit t . In diesem Fall gilt

$$\Delta v = \alpha(t) \cdot \Delta x. \quad (3.9)$$

Das beobachtete Interferenzmuster lässt sich daher formal als das Resultat aus der Interferenz zweier ebener Materiewellen mit Relativgeschwindigkeit Δv interpretieren. Insbesondere kann mit Hilfe des Abstands $d = h/m\Delta v$ der einzelnen Interferenzstreifen der Geschwindigkeitsgradient $\alpha(t)$ gemäß

$$\alpha(t) = \frac{h}{m d \Delta x} \quad (3.10)$$

bestimmt und damit die Expansionsdynamik des Systems charakterisiert werden.

Ein weiterer – *linear* von der Ortskoordinate abhängiger – Phasenterm, der aus der interatomaren Abstoßung bei der anfänglichen Separation und anschließenden Rekombination der Wellenpakete resultiert und in Referenz [68] untersucht wurde, ist bei den vorliegenden experimentellen Parametern um mehrere Größenordnungen gegenüber dem quadratischen Phasenterm unterdrückt und wird daher in erster Näherung vernachlässigt.

Messung mit der Hybridfalle

In Abb. 3.14 (a) bis (c) sind typische Absorptionsoptionen des Interferenzsignals der atomaren Dichteverteilung nach einer Autokorrelationsmessung mit einem Bose-Einstein kondensierten Ensemble aus der Hybridfalle für unterschiedliche Entwicklungszeiten gezeigt. Zur vollständigen räumlichen Trennung der Signale aus beiden Interferometerausgängen wurde das atomare Ensemble erst nach einer ballistischen Expansion von 25 ms – orthogonal zur Richtung der Bragg-Laserstrahlen – resonant detektiert.

Durch eine gezielte Änderung der Entwicklungszeit T zwischen den beiden $\pi/2$ -Pulsen zwischen $T \simeq 1$ ms und 4 ms ließ sich die relative räumliche Verschiebung der Zentren der beiden Wellenpakete zwischen $\Delta x \simeq 12 \mu\text{m}$ und $48 \mu\text{m}$ variieren. Die auf diese Weise realisierten maximalen Verschiebungen Δx entsprechen dabei insbesondere ungefähr der halben axialen Ausdehnung des Bose-Einstein Kondensats, das eine axiale Gesamtausdehnung von typischerweise $\sim 100 \mu\text{m}$ besitzt.

In all diesen Autokorrelationsmessungen wurden stets Ausgangssignale mit jeweils äquidistanten Interferenzstreifen und einem sehr hohen Interferenzkontrast von bis zu 100% beobachtet, die damit insbesondere die (langreichweitige) Kohärenz des Bose-Einstein kondensierten Ensembles in der Hybridfalle auf den untersuchten Längenskalen demonstrieren.

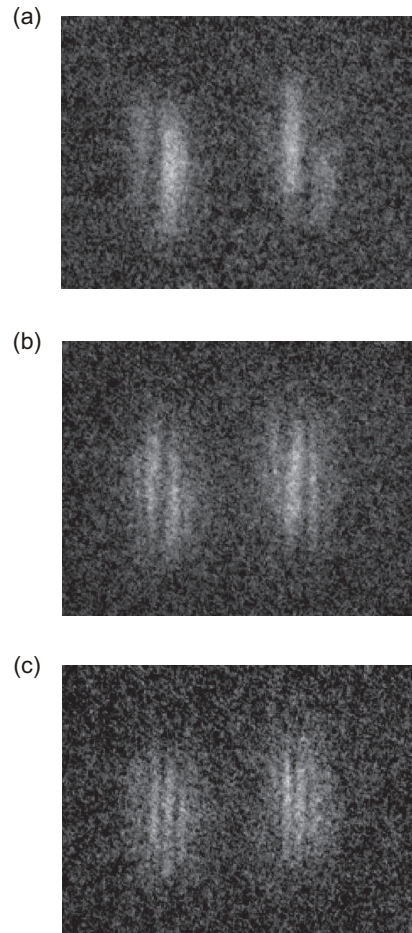


Abbildung 3.14: Absorptionsaufnahmen des Interferenzsignals nach einer ballistischen Expansion des in der Hybridfalle erzeugten atomaren Ensembles von jeweils 25 ms für Autokorrelationsmessungen mit unterschiedlichen Entwicklungszeiten T zwischen den beiden Bragg-Pulsen: (a) $T = 2$ ms, (b) $T = 3$ ms und (c) $T = 4$ ms.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass im Zusammenhang mit der Autokorrelationsmessung prinzipiell ein möglicher Einfluss von Phasenfluktuationen im Bose-Einstein Kondensat auf die Kohärenzeigenschaften des Systems zu berücksichtigen ist. Diese können bevorzugt in stark elongierten dreidimensionalen Potentialgeometrien wie der Hybridfalle sowie der quasi-eindimensionalen Wellenleitergeometrie in bestimmten Temperatur- und Teilchenzahl-Regimes auftreten [75, 76] und wurden kürzlich in den Referenzen [77–80] experimentell untersucht. Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen und die dort vorliegenden Parameterregimes kann ein entsprechender Einfluss jedoch in erster Näherung vernachlässigt werden.

3.3.2 Expansion des Ensembles im Wellenleiter

Zur Untersuchung der Expansionsdynamik des adiabatisch aus der Hybridfalle in das optische Dipolpotential des Doughnut-Wellenleiters transferierten atomaren Ensembles (vgl. Abschnitt 3.2) wird das in Abb. 3.13 dargestellte Autokorrelationsschema nun auf das innerhalb des Wellenleiters expandierende Ensemble angewandt. Abbildung 3.15 zeigt Absorptionsschichten sowie die zugehörigen in vertikaler Bildrichtung aufsummierten Querschnitte des beobachteten Interferenzsignals, die für unterschiedliche Expansionszeiten t_{exp} des atomaren Ensembles im Wellenleiter von (a) $t_{\text{exp}} = 3$ ms, (b) $t_{\text{exp}} = 4$ ms und (c) $t_{\text{exp}} = 6$ ms aufgenommen wurden. Mit einer im Gegensatz zu den Messungen mit der Hybridfalle aus Abschnitt 3.3.1 nun für alle Messungen *konstanten* Entwicklungszeit zwischen den beiden $\pi/2$ -Pulsen im Bragg-Interferometer von $T = 1$ ms werden die Zentren der beiden Wellenpakete relativ zueinander stets um $\Delta x \simeq 12 \mu\text{m}$ verschoben.

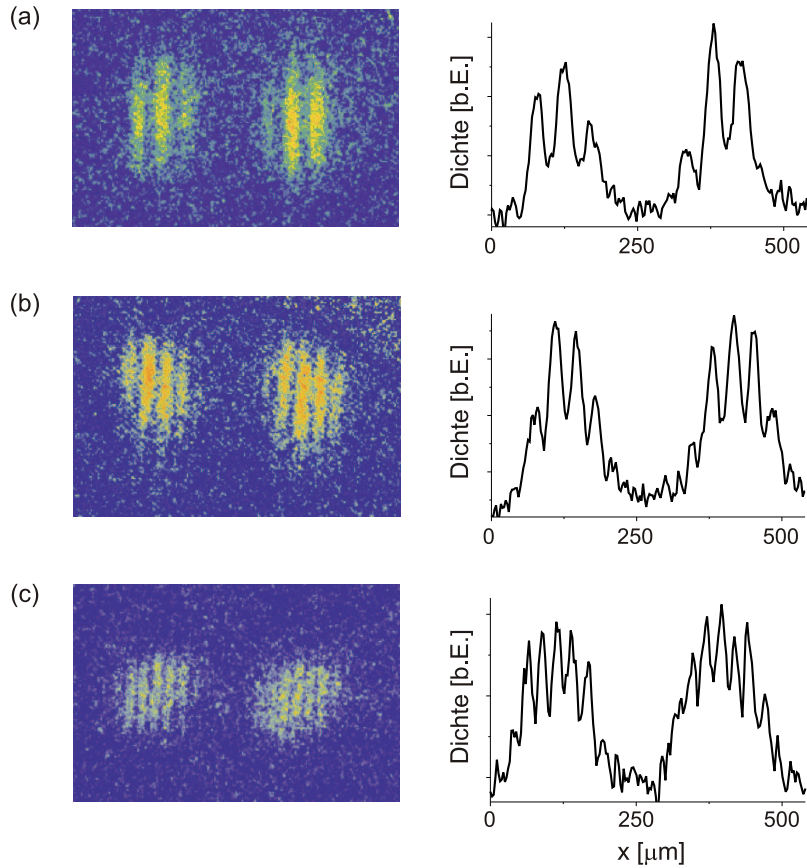


Abbildung 3.15: Absorptionsschichten und in vertikaler Bildrichtung aufsummierte Querschnitte des Interferenzsignals für Autokorrelationsmessungen mit einem für unterschiedliche Zeiten t_{exp} innerhalb des Wellenleiters expandierten atomaren Ensemble: (a) $t_{\text{exp}} = 3$ ms, (b) $t_{\text{exp}} = 4$ ms und (c) $t_{\text{exp}} = 6$ ms. Alle Messungen wurden mit einer konstanten Entwicklungszeit im Interferometer von $T = 1$ ms und nach einer ballistischen Expansion von jeweils 25 ms durchgeführt.

Das in allen Fällen beobachtete äquidistante Interferenzstreifenmuster demonstriert als wichtiges Ergebnis dieser Messung zum einen die axiale Phasenkohärenz des atomaren Ensembles, zum anderen aber insbesondere auch die Gültigkeit des oben diskutierten Modells einer linearen Geschwindigkeitsverteilung [siehe Gleichung (3.9)] bei der axialen Expansion im Wellenleiter. Zudem folgt dabei aus dem mit zunehmenden Expansionszeiten t_{exp} im Doughnut beobachteten abnehmenden Streifenabstand $d \propto (\Delta v)^{-1}$ (s.o.) eine Zunahme der Geschwindigkeitsbreite des atomaren Ensembles aufgrund der Umwandlung von Mean-Field-Energie in kinetische Energie. Im Gegensatz dazu resultiert die in Abb. 3.14 für die Messung mit der Hybridfalle beobachtete Abnahme des Interferenzstreifenabstands aus den unterschiedlichen Zeiten T zwischen den $\pi/2$ -Pulsen.

Eine Zusammenfassung der insgesamt für unterschiedliche Expansionszeiten t_{exp} im Wellenleiter durchgeführten Autokorrelationsmessungen ist in Abb. 3.16 gezeigt. Hierzu wurde jeweils der Geschwindigkeitsgradient α mit Hilfe von Gleichung (3.10) aus den beobachteten Streifenabständen des Interferenzmusters berechnet und in Abhängigkeit von t_{exp} aufgetragen. Zudem wurde α auch numerisch auf der Basis des in Referenz [74] entwickelten Skalierungsmodells bestimmt (durchgezogene Kurve in Abb. 3.16). Die gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment verifiziert somit also, dass die dynamische Entwicklung des atomaren Ensembles im Wellenleiter konsistent mit einer Mean-Field-dominierten sowie phasenkohärenten Expansion ist.

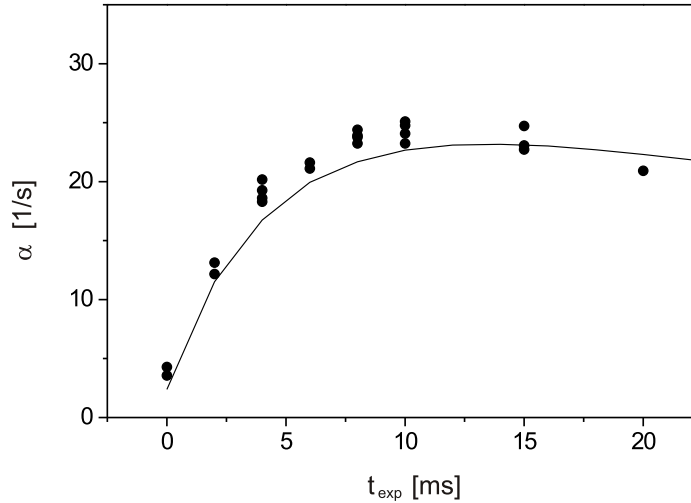


Abbildung 3.16: Abhängigkeit des Geschwindigkeitsgradienten α von der Expansionszeit t_{exp} des atomaren Ensembles im Wellenleiter: Die Kreissymbole stellen die aus den experimentell beobachteten Streifenabständen des Interferenzmusters berechneten Werte von α dar, während die durchgezogene Kurve einer numerischen Simulation entspricht (siehe Text).

Aus der Darstellung in Abb. 3.16 wird weiterhin deutlich, dass die Atome für die experimentell untersuchten Expansionszeiten im Wellenleiter von bis zu ~ 20 ms immer noch durch die Mean-

Field-Energie beschleunigt werden. Dieses Ergebnis zeigt insbesondere, dass die Umwandlung der Mean-Field-Energie in kinetische Energie im Fall einer Expansion des atomaren Ensembles im Wellenleiter um mindestens eine Größenordnung langsamer im Vergleich zur dreidimensionalen ballistischen Expansion erfolgt (vgl. Fußnote 6 in Abschnitt 3.3.1). Folglich realisiert der quasi-eindimensionale Wellenleiter hierbei ein Regime, in dem sich die Expansionsdynamik aufgrund der reduzierten Dimensionalität sowie durch die in axialer Richtung geringeren Gradienten deutlich von der eines dreidimensionalen Systems unterscheidet [81].

Für deutlich längere Expansionszeiten im Wellenleiter, genauer für $t_{\text{exp}} \gtrsim 50$ ms, sollte gemäß einer Abschätzung mit Hilfe des Skalierungsmodells die Umwandlung der Mean-Field-Energie in kinetische Energie praktisch abgeschlossen sein, so dass das atomare Ensemble in diesem Fall dann mit einer konstanten Geschwindigkeit unter Beibehalt der parabolischen Dichteverteilung expandiert. Einige Absorptionaufnahmen des atomaren Ensembles für Expansionszeiten von bis zu 500 ms im Wellenleiter wurden bereits schon in Abb. 3.9 (Abschnitt 3.3.1) gezeigt. Für Expansionszeiten bis etwa 150 ms werden in der Tat parabolische Dichteverteilungen mit Hilfe von entsprechenden Fitkurven an axial aufsummierte Schnitte durch die detektierte Atomwolke gemessen. Sobald jedoch die axiale Ausdehnung des expandierenden atomaren Ensembles die Länge des räumlich begrenzten Sichtfeldes der ICCD-Kamera erreicht, lassen sich keine zuverlässigen Fitkurven mehr an die experimentellen Datenpunkte bestimmen.

Die maximale konstante Endgeschwindigkeit v_{max} , die die Atome am äußeren Rand der Dichteverteilung bei der Expansion im Wellenleiter nach einer vollständigen Umwandlung der Mean-Field-Energie E_{mf} in kinetische Energie erreichen, lässt sich mit Hilfe von einfachen kinematischen Betrachtungen ableiten⁷, und es gilt

$$v_{\text{max}} \simeq \sqrt{\frac{10\tilde{E}_{\text{kin}}}{m}}, \quad (3.11)$$

wobei \tilde{E}_{kin} die mittlere kinetische Energie pro Teilchen bezeichnet. Bei einer vollständiger Umsetzung von E_{mf} kann E_{kin} in dieser Gleichung entsprechend durch die mittlere Mean-Field-Energie pro Teilchen $\tilde{E}_{\text{mf}} = E_{\text{mf}}/N$ ersetzt werden, die sich im Thomas-Fermi-Regime mit Hilfe der Gleichungen (2.34) und (2.35) aus Abschnitt 2.1.2 berechnen lässt. Mit den konkret vorliegenden experimentellen Parametern ergibt sich

$$\tilde{E}_{\text{mf}} \simeq 0.46 k_B N^{2/5} \text{ nK} \quad (3.12)$$

und daraus schließlich gemäß Gleichung (3.11) für $N \simeq 5 \times 10^4$ Atome eine maximale Endgeschwindigkeit von

$$v_{\text{max}} \simeq 5.8 \text{ mm/s}. \quad (3.13)$$

Darüber hinaus liefert die direkte Auswertung der zu unterschiedlichen Expansionszeiten im Doughnut-Wellenleiter detektierten atomaren Dichteverteilungen eine Endgeschwindigkeit von ungefähr 5.9 mm/s, die sehr gut mit dem berechneten Wert übereinstimmt und somit insbesondere nochmals die Mean-Field-dominierte Expansion des atomaren Ensembles im Wellenleiter bestätigt.

⁷Eine kurze Darstellung der wesentlichen Schritte bei der kinematischen Herleitung von Gleichung (3.11) ist in Anhang A enthalten.

In einer weiteren Messung wurden schließlich anhand der Expansionsdynamik des atomaren Ensembles unterschiedliche Ladestrategien des Wellenleiters untersucht. Abbildung 3.17 zeigt das Ergebnis entsprechender Messungen, in denen einerseits ein in der Hybridfalle erzeugtes Bose-Einstein Kondensat (Kreissymbole), zum anderen ein in der Magnetfalle erzeugtes Kondensat in den Wellenleiter transferiert wurden (Dreiecksymbole). Der Transfer aus der

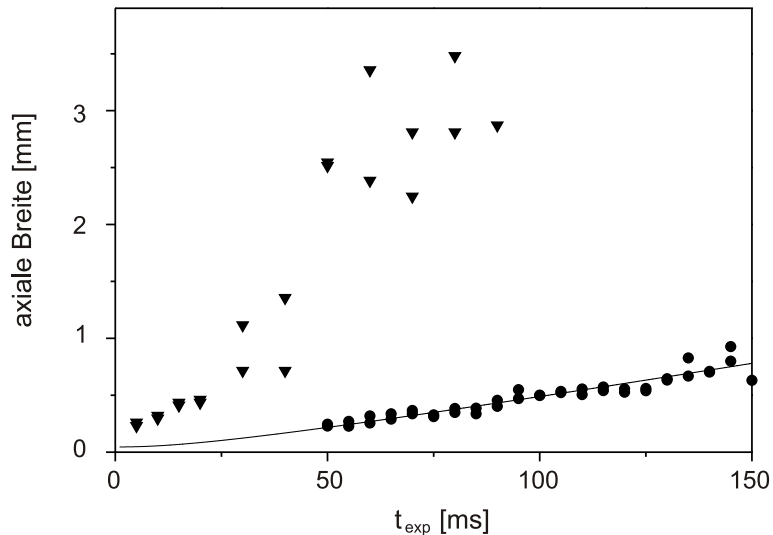


Abbildung 3.17: Abhängigkeit der axialen Breite des atomaren Ensembles von der Expansionszeit im Doughnut-Wellenleiter. Kreis- und Dreiecksymbole unterscheiden Messungen, bei denen ein in der Hybridfalle respektive in der Magnetfalle erzeugtes Bose-Einstein Kondensat in das optische Dipolpotential transferiert wurde (siehe Text). Die durchgezogene Kurve entspricht einer numerische Berechnung der axialen Breite mit Hilfe des Skalierungsmodells aus Referenz [74].

Hybridfalle erfolgte wie in Abschnitt 3.2 beschrieben adiabatisch, während im Fall des in der Magnetfalle erzeugten kohärenten Ensembles diese unmittelbar nachdem die Intensität im Doughnut-Laserstrahl ihren Endwert erreicht hatte, instantan ($\sim 200 \mu\text{s}$) ausgeschaltet wurde. Das auf diese Weise direkt aus der Magnetfalle in den Wellenleiter umgeladene atomare Ensemble expandiert dort bereits innerhalb der ersten 100 ms auf eine axiale Breite⁸ von mehreren Millimetern und demonstriert damit insbesondere die Nicht-Adiabatizität des direkten Transferprozesses. Im Gegensatz dazu wird für die Hybridfalle eine deutlich langsamere Expansion im Wellenleiter beobachtet, bei der die axiale Ensemble-Breite eine Ausdehnung von etwa einem Millimeter erst nach ungefähr 150 ms erreicht. Zudem stimmen in diesem Fall die experimentell gemessenen axialen Breiten sehr gut mit den theoretisch für eine Mean-Field-dominierte Expansion im Rahmen des Skalierungsmodells vorausgesagten Werten überein, so dass damit die Adiabatizität des Transferprozesses aus der Hybridfalle nochmals verifiziert wird.

⁸Die axiale Ensemble-Breite wurde im Fall des direkten Transfers aus der Magnetfalle über die Gauß'schen Halbwertsbreiten der entsprechenden Fitkurven an die experimentelle Dichteverteilung ermittelt, im Fall der Hybridfalle hingegen über die Halbwertsbreiten der entsprechenden parabolischen Thomas-Fermi-Verteilungen.

Zusammenfassend konnte mit den in diesem Kapitel vorgestellten Messungen eine kohärente Transportstruktur für das Bose-Einstein kondensierte Ensemble in Form eines Wellenleiters demonstriert werden, die essentiell zum Erreichen längerer Beobachtungszeiten in einem Atominterferometer ist. Ein wichtiges experimentelles Hilfsmittel zur kontrollierten Ensemble-Präparation im Wellenleiter stellt in diesem Zusammenhang eine Hybridfalle dar, mit der Bose-Einstein Kondensate mit einer Lebensdauer im Sekundenbereich erzeugt und anschließend adiabatisch in das Wellenleiterpotential transferiert werden können. Die Phasenkohärenz des im Wellenleiter expandierenden atomaren Ensembles wurde hierbei mit Hilfe einer Autokorrelationsmessung nachgewiesen. Zudem ist die dynamische Entwicklung des Ensembles im Wellenleiter konsistent mit einer Mean-Field-dominierten Expansion, die sich jedoch deutlich von einer entsprechenden dreidimensionalen Expansion unterscheidet. Insbesondere zeigt dieses Ergebnis, dass Effekte aufgrund unterschiedlicher Dimensionalitäten beim räumlichen Einschluss des Bose-Einstein kondensierten Ensembles in zukünftigen (interferometrischen) Anwendungen der quasi-eindimensionalen Wellenleitergeometrie zu berücksichtigen sind.

Kapitel 4

Bose-Einstein Kondensate in optischen Gittern

Durch Ausnutzen der Interferenz gegenläufiger Laserstrahlen lässt sich ein stabiles periodisches Potential für neutrale Atome generieren, das man als optisches Gitter bezeichnet (siehe z.B. [82, 83]). Der Einschluss von Atomen an verschiedenen Gitterplätzen ermöglicht dabei eine hochgenaue Kontrolle der interatomaren Wechselwirkungen über die externen Laserparameter und macht das optische Gitter somit zu einem wichtigen experimentellen Hilfsmittel in der Atomphysik, unter anderem bei der Durchführung von Präzisionsmessungen oder in der Quanteninformationsverarbeitung [84]. Insbesondere ist die Bewegung von Atomen in einem optischen Gitter analog zu der von Elektronen in einem Festkörperkristall, mit dem wesentlichen Unterschied, dass die interatomaren Wechselwirkungen im optischen Gitter im allgemeinen deutlich schwächer sind: Im Gegensatz zum Festkörper, bei dem die atomaren Abstände nur wenige Ångström betragen, liegen die Teilchenabstände im optischen Gitter im Mikrometerbereich. Damit lassen sich viele Phänomene aus der Festkörperphysik anhand der schwach wechselwirkenden atomaren Ensembles in optischen Gittern untersuchen, die zudem im allgemeinen theoretisch sehr viel einfacher zu modellieren sind als die stark korrelierten Elektronensysteme.

Das vorliegende Kapitel stellt umfangreiche experimentelle Untersuchungen der Dynamik und Kohärenzeigenschaften von Bose-Einstein kondensierten Ensembles in einem eindimensionalen optischen Gitter vor. Zentraler Gegenstand dieser Untersuchungen ist die Präparation nicht-klassischer gequetschter atomarer Zustände im optischen Gitter mit dem Ziel, diese zur Realisierung einer Interferometrie am Heisenberg-Limit einzusetzen (Abschnitt 4.1). Die kontrollierte und reversible Überführung des atomaren Ensembles in eine Quanten-Isolatorphase (Abschnitt 4.3) ermöglicht dabei eine detaillierte Charakterisierung des Systems insbesondere im Hinblick auf den Einfluss von Quanten-Fluktuationen und erstmals das Studium stark korrelierter atomarer Zustände im optischen Gitter. Erste Messungen zur prinzipiellen Demonstration eines Ramsey-Interferometer-Schemas mit gequetschten Zuständen werden am Ende dieses Kapitels (Abschnitt 4.4) vorgestellt.

4.1 Interferometrie mit gequetschten Zuständen

Der Einsatz von Interferometern bei der Durchführung von Präzisionsmessungen sowohl in der Optik als auch in der Atomoptik basiert auf ihrer Fähigkeit, extrem geringe relative Phasenverschiebungen zu detektieren. Dabei ist die maximal erreichbare Sensitivität eines Interferometers im wesentlichen durch die Quanteneigenschaften der elektromagnetischen respektive der materiellen Felder insbesondere durch das Auftreten von Quanten-Fluktuationen limitiert¹. Diese lassen sich formal als Heisenberg'sche Unschärfeprodukte beschreiben, die aus den Kommutationsrelationen kanonisch konjugierter Feldoperatoren folgen [85]. Diesbezüglich gilt für die Fluktuationen in der Phase ϕ und in der Teilchenzahl N die Relation

$$\sigma_\phi \cdot \sigma_N \geq 1, \quad (4.1)$$

wobei die Fluktuationen durch die Varianzen $\sigma_N^2 \equiv \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2$ und σ_ϕ^2 gekennzeichnet werden. Ein in der Praxis häufig auftretendes Limit stellt in diesem Zusammenhang das sogenannte „Shot-Noise“-Limit (SNL) dar und entspricht Fluktuationen, bei denen das Unschärfeprodukt das quantenmechanisch erlaubte Minimum bei jeweils *gleicher* Größe der Varianzen der konjugierten Operatoren annimmt. Diese symmetrische Verteilung der Quanten-Fluktuationen ist beispielsweise charakteristisch für einen kohärenten Zustand [86]. Die statistische Sensitivität des Interferometers ist in diesem Fall durch

$$\sigma_\phi^{\text{SNL}} \simeq \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (4.2)$$

gegeben, wenn N die Zahl der detektierten Teilchen ist. Das Shot-Noise-Limit stellt jedoch keine prinzipielle untere Grenze für Präzisionsmessungen dar und lässt sich durch die Verwendung von nicht-klassischen „gequetschten“ Zuständen weiter reduzieren [87]. So konnte beispielsweise die Messgenauigkeit in einem optischen Mach-Zehnder-Interferometer durch den Einsatz von gequetschtem Licht unter das SNL verbessert werden [88]. Darüber hinaus gelang kürzlich die Demonstration einer sub-Shot-Noise Ramsey-Interferometrie mit maximal verschränkten atomaren Spinzuständen [89]. Gequetschte Zustände zeichnen sich durch die Reduktion von Quanten-Fluktuationen in einer der beiden konjugierten Operatoren im Vergleich zu denen eines kohärenten Zustands aus – mit entsprechend erhöhten Fluktuationen in der anderen konjugierten Variablen. Eine ultimative Grenze für die maximal erreichbare Präzision stellt das Heisenberg-Limit (HL) dar, bei dem die statistische Sensitivität dann invers mit der Teilchenzahl skaliert, d.h.

$$\sigma_\phi^{\text{HL}} \simeq \frac{1}{N}. \quad (4.3)$$

Theoretische Arbeiten zeigen, dass sich die ultimative Grenze der Heisenberg-limitierten Interferometrie insbesondere durch die Verwendung von Fock-Zuständen in den Interferometereingängen erreichen lässt [90, 91]. Der wesentliche physikalische Hintergrund dieser Methode beruht auf der Tatsache, dass sich die Fock-Zustände (mit jeweils $\sigma_N = 0$ und einer dementsprechend völlig undefinierten relativen Phase) mit Hilfe des ersten Strahlteilers im Interferometer auf korrespondierende Zustände projizieren lassen, deren relative Phasenvarianz das Heisenberg-Limit ist [90].

¹Mit einer unbegrenzt zur Verfügung stehenden Energiemenge wäre es im Prinzip möglich, beliebig hohe Messgenauigkeiten zu erreichen. In der Praxis sind die verfügbaren Energiemengen jedoch stets begrenzt.

Eine mögliche Umsetzung dieser Methode speziell mit Bose-Einstein kondensierten Ensembles wird in Referenz [91] für den Fall einer Ramsey-Interferometer-Geometrie diskutiert und basiert im wesentlichen auf der Präparation zweier entarteter atomarer Ensembles, die über ein Wechselwirkungspotential gekoppelt sind. In der folgenden Abbildung 4.1 ist das Prinzip einer entsprechenden Realisierung schematisch dargestellt.

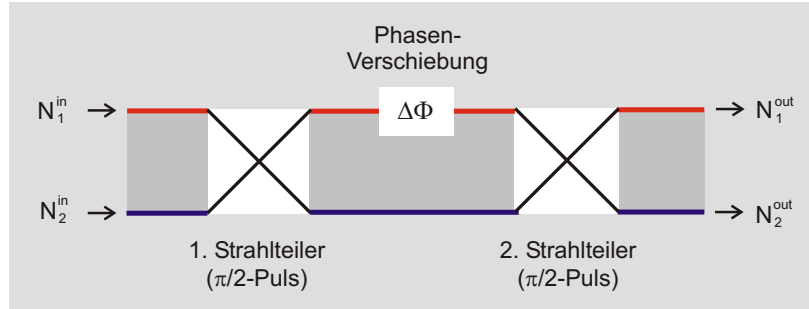


Abbildung 4.1: Schema zur Heisenberg-limitierten Ramsey-Interferometrie: Der duale Fock-Eingangszustand $|N_1^{in}, N_2^{in}\rangle$ wird mit Hilfe des ersten Strahlteilers in einen Zustand mit wohldefinierter relativer Phase transformiert, der damit eine hohe Empfindlichkeit bezüglich einer relativen Phasenverschiebung $\Delta\Phi$ in den Interferometerarmen aufweist. Diese manifestiert sich nach dem zweiten Strahlteiler in Form von Fluktuationen in der in den Interferometerausgängen gemessenen Teilchenzahl.

Der Eingangszustand des Interferometers ist ein dualer Fock-Zustand $|N_1^{in}, N_2^{in}\rangle$ aus zwei Bose-Einstein kondensierten Ensembles mit Teilchenzahlen N_1 und N_2 . Das wesentliche Kennzeichen des klassischen Ramsey-Schemas [92] ist die Anwendung von zwei $\pi/2$ -Pulsen im zeitlichen Abstand T , die den Strahlteilern eines optischen Interferometers entsprechen (vgl. Abschnitt 3.3.1). Eine relative Phasenverschiebung $\Delta\Phi \neq 0$ im Verlauf T der freien Propagation manifestiert sich in diesem Fall durch das Auftreten von Fluktuationen in der gemessenen Teilchenzahl am Ausgang des Interferometers, die sich beispielsweise durch die Größe $\sigma_N \equiv N_2^{out} - N_1^{in}$ charakterisieren lassen; insbesondere ist $\sigma_N = 0$ für $\Delta\Phi = 0$ [91]. Die minimale Phasenverschiebung $\Delta\Phi_{min}$, die sich auf diese Weise detektieren lässt, entspricht einer Teilchenzahlvarianz von einem Atom. Für den Fall des dualen Fock-Eingangszustands wird in Referenz [91] numerisch gezeigt, dass die minimale Phasenvarianz mit der Gesamtteilchenzahl $N = N_1 + N_2$ für $N \gg 1$ gemäß $\Delta\Phi_{min} \simeq 1/N$ skaliert und damit das Heisenberg-Limit erreicht.

Physikalisch anschaulich basiert die hohe Sensitivität dieses speziellen Interferometerschemas bezüglich relativer Phasenverschiebungen auf der Umwandlung von Fock-Zuständen nach dem ersten $\pi/2$ -Puls (Strahlteiler) in Zustände mit wohldefinierter relativer Phase. Die korrespondierende Teilchenzahlvarianz in den Interferometerarmen nach dem ersten Strahlteiler nimmt dabei folglich einen Wert von $\sigma_N \simeq N$ an.

In den folgenden Kapiteln werden umfangreiche Untersuchungen vorgestellt, die in dieser Arbeit zur experimentellen Umsetzung des eben vorgestellten Ramsey-Interferometer-Schemas mit Bose-Einstein kondensierten Ensembles in einem eindimensionalen optischen Gitter durchgeführt wurden. Dabei wird das obige Schema für duale Fock-Zustände durch die Besetzung einer Vielzahl von Gitterplätzen mit kondensierten Atomen wesentlich erweitert. Die konkrete experimentelle Realisierung basiert insbesondere auf einer geeigneten Kombination adiabatischer und nicht-adiabatischer Manipulationen des Systems im optischen Gitter (s.u.).

4.2 Experimentelle Präparation des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter

Alle Experimente, die in dieser Arbeit zur Untersuchung von Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter durchgeführt wurden, fanden im Rahmen eines einjährigen Forschungsaufenthalts in der Gruppe von Prof. M. Kasevich an der Yale University in New Haven, USA, statt. Im vorliegenden Abschnitt werden kurz die wesentlichen experimentellen Schritte zur Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten in der dortigen BEC-Apparatur vorgestellt, wobei insbesondere auf die konkrete experimentelle Präparation des atomaren Ensembles im Potential des eindimensionalen optischen Gitters eingegangen wird. Für weitergehende apparative Details sei auf die Darstellungen in den Referenzen [93] und [94] verwiesen.

Die BEC-Apparatur für die Experimente im optischen Gitter ist schematisch in Abb. 4.2 (a) und (b) dargestellt. Sie besteht im wesentlichen aus einer einzigen Vakuumkammer, in der ein Partialdruck an Rubidium mit Hilfe eines Rb-Reservoirs ('cold finger') aufrechterhalten wird. Die experimentelle Erzeugung der Bose-Einstein Kondensate basiert auf der Verwendung von Standardtechniken der Laserkühlung von Atomen in einer aus dem Hintergrundgas geladenen magnetooptischen Falle (MOT), und zwar in einer modifizierten 'dark-spot' Konfiguration [95, 96], mit anschließender evaporativer Kühlung in einer Magnetfalle: Nahezu reine Kondensate aus etwa 3×10^4 Atomen im $5S_{1/2}|F = 2, m_F = 2\rangle$ -Hyperfeinzustand des Isotops ^{87}Rb werden durch die Kombination von 'circle-of-death' und RF-induzierter Evaporation lasergekühlter Atome in einer 'time-orbiting-potential' Magnetfalle (TOP-Falle [97]) erzeugt. Zur Reduktion der Ensembledichte nach der Evaporation wird der magnetische Einschluss adiabatisch auf Fallenfrequenzen von $\omega_{x,y} = 2\pi \times 11 \text{ Hz}$ und $\omega_z = 2\pi \times 31 \text{ Hz}$ relaxiert. Die Dichte von Atomen im Kondensat beträgt dann etwa $5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$.

Die experimentelle Bestimmung von Ensemble-Parametern erfolgt mit der Standardmethode der resonanten Absorptionsabbildung. Im konkret vorliegenden Aufbau wird die atomare Wolke dazu vier zirkular polarisierten Lichtpulsen sehr geringer Intensität ($\sim 10^{-3} I_{\text{sat}}$) ausgesetzt, die resonant mit dem $5S_{1/2}|F = 2\rangle \rightarrow 5P_{3/2}|F' = 3\rangle$ Übergang von ^{87}Rb (Wellenlänge $\lambda_0 = 780 \text{ nm}$, vgl. Anhang B) sind. I_{sat} ist hierbei die Sättigungsintensität dieses optischen Übergangs und beträgt 1.6 mW/cm^2 . Darüber hinaus wird jeder einzelne $16 \mu\text{s}$ -Lichtpuls synchron mit dem TOP-Feld eingestrahlt, d.h. immer dann, wenn die Richtung des TOP-Feldes parallel zur Propagationsrichtung des Detektionsstrahls ist. Das resultierende „Schattenbild“ der Atome wird schließlich auf den CCD-Chip der Kamera abgebildet, wobei die maximale Ortsauflösung des optischen Detektionssystems (1:2-Teleskop) zu $\sim 4.5 \mu\text{m}$ gemessen wurde.

Zur Erzeugung des eindimensionalen optischen Gitters wird ein linear polarisierter Laserstrahl der Wellenlänge $\lambda = 840 \text{ nm}$ in vertikaler Richtung (z -Richtung) eingestrahlt, am Ort der Atome auf einen Waist von etwa $50 \mu\text{m}$ fokussiert und schließlich in sich selbst retroreflektiert. Mit Hilfe eines akustooptischen Modulators lässt sich die Intensität im Laserstrahl kontrollieren. Die Laserfrequenz ist hierbei um $\Delta/2\pi = 27.5 \text{ THz} = 4.6 \times 10^6 \Gamma/2\pi$ von der $5S_{1/2}|F = 2\rangle \rightarrow 5P_{3/2}|F' = 3\rangle$ Resonanzlinie von ^{87}Rb ins Rote verstimmt, wobei $\Gamma/2\pi = 5.9 \text{ MHz}$ die natürliche Linienbreite des $5P_{3/2}$ -Zustands ist. Die sich bei der Rückreflexion ausbildende stehende Lichtwelle (siehe Abb. 4.3) generiert durch Dipolkopplung an

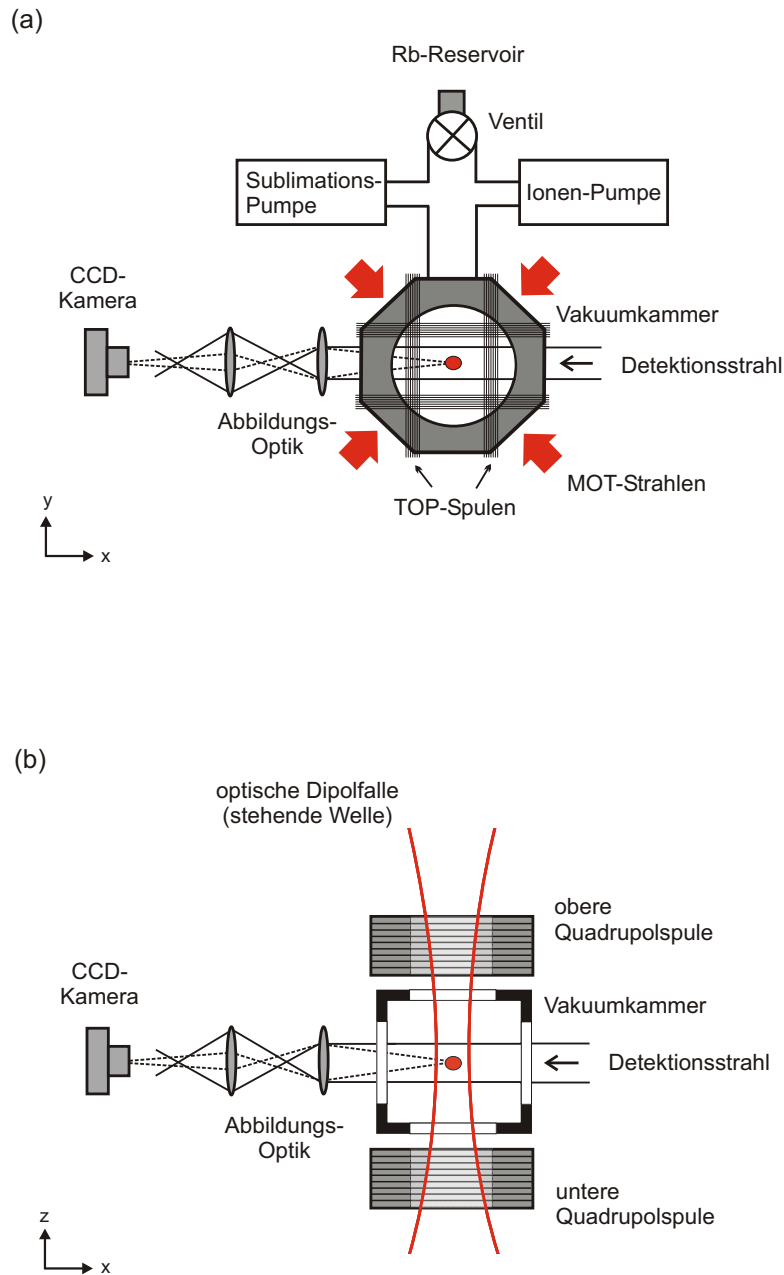


Abbildung 4.2: Schematischer Aufbau der Apparatur zur experimentellen Präparation des Ensembles im optischen Gitter: (a) zeigt die Vakuulkammer (Oktagon) umgeben von den TOP-Spulen, die vier MOT-Strahlen in der horizontalen Ebene (zwei weitere liegen in der vertikalen Ebene) sowie die Abbildungsoptik. Ebenfalls dargestellt sind der Verlauf der Detektionsstrahlen (durchgezogene Linien) und das von den Atomen gestreute Licht (gestrichelte Linien). (b) Darstellung in der vertikalen Ebene, in der die stehende Welle zur Erzeugung des optischen Gitters liegt. Oberhalb und unterhalb der Vakuulkammer befinden sich die Spulen zur Erzeugung des Quadrupolfelds der TOP-Falle.

die Atome und die daraus resultierende dynamische Stark-Verschiebung („AC Stark-Shift“) der Zeeman-Unterstufen des $|F = 2\rangle$ -Niveaus ein periodisches optisches Dipolpotential, das proportional zur Intensität der stehenden Welle ist (siehe Abschnitt 2.2). Aufgrund der Rotverstimmung werden die Atome in den Intensitätsmaxima gefangen. Das eindimensionale optische Gitterpotential $U(z)$ variiert mit der vertikalen Position z wie

$$U(z) = U_0 \sin^2(kz), \quad (4.4)$$

wobei $k = 2\pi/\lambda$ den Wellenvektor des Laserlichts bezeichnet. Der Abstand zwischen benachbarten Gitterplätzen beträgt $\lambda/2$ und die maximale Potentialtiefe U_0 ist gegeben durch

$$U_0 = \frac{2}{3} \hbar \Gamma \frac{I}{I_{\text{sat}}} \frac{\Gamma}{\Delta}, \quad (4.5)$$

mit der Laserintensität I und der Sättigungsintensität $I_{\text{sat}} = 1.6 \text{ mW/cm}^2$ (s.o.).

Aufgrund von Intensitätsverlusten bei der Rückreflexion des Laserstrahls (u.a. am Spiegel und beim Passieren der Fenster der Vakuumkammer) ist die gemessene Intensität im reflektierten Strahl auf $2/3$ im Vergleich zur Intensität des einfallenden Strahls abgeschwächt. Daraus folgt, dass in Gleichung (4.5) der Wert $I = 4\sqrt{\frac{2}{3}} I_0$ einzusetzen ist, wenn I_0 die Intensität des einlaufenden Laserstrahls bezeichnet. Die Potentialtiefe U_0 des optischen Gitters wird standardmäßig in Einheiten der atomaren Rückstoßenergie $E_R = \hbar^2 k^2 / 2m = h \times 3.238 \text{ kHz}$, hier für die Absorption eines 840 nm -Photons aus einem der beiden Gitterlaserstrahlen gemessen. Die maximale spontane Emissionsrate bei 840 nm beträgt bei den im Experiment auftretenden Laserintensitäten etwa 0.6 s^{-1} und kann während der typischen Zeitskalen der untersuchten dynamischen Prozesse im optischen Gitter von maximal 100 ms vernachlässigt werden.

In direkter Analogie zu den Kristallgittern in der Festkörperphysik führt die Periodizität des optischen Gitters (mit der Periode $d = \lambda/2$) zu einer Bandstruktur des Energiespektrums der Teilchen (siehe z.B. [98]). Die zugehörigen Eigenenergien $E_n(q)$ und Eigenzustände $|n, q\rangle$ – auch Blochzustände oder Blochbänder genannt – werden durch den diskreten Bandindex n und den kontinuierlichen Quasiimpuls q gekennzeichnet; $E_n(q)$ sowie $|n, q\rangle$ sind periodische Funktionen in q mit der Periode $2\pi/d$, wobei q üblicherweise auf die erste Brillouinzone $[-\pi/d, \pi/d]$ beschränkt wird. Das einschließende Potential für Atome eines Gitterplatzes im niedrigsten Energieband aufgrund des optischen Dipolpotentials aus Gleichung (4.4) ist in erster Näherung harmonisch. Die entsprechenden Fallenfrequenzen ω_{opt} der einzelnen Gitterplätze von etwa

$$\omega_{\text{opt}} \simeq \frac{\hbar k^2}{m} \sqrt{U_0/E_R} \quad (4.6)$$

geben außerdem den Abstand zum ersten angeregten Blochband des Systems an. Die Gültigkeit der harmonischen Näherung zur Bestimmung der Fallenfrequenzen in dem hier relevanten

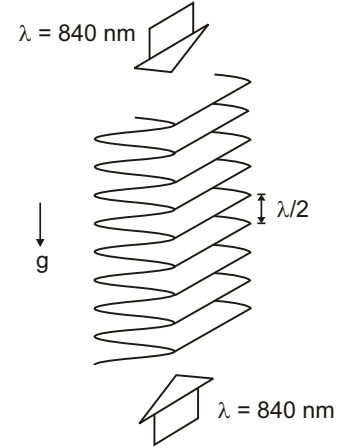


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung des vertikalen periodischen optischen Dipolpotentials, das aus der AC Stark-Shift der atomaren Niveaus durch die retroreflektierten Laserstrahlen entsteht.

experimentellen Parameterbereich wurde durch eine direkte Frequenzmessung für verschiedene Gittertiefen explizit bestätigt. Dazu wurde der Strom der 840 nm-Laserdiode moduliert und der Verlust von Atomen aus dem Gitter in Abhängigkeit von der Modulationsfrequenz bestimmt. Das Ergebnis dieser resonanten Heizmessung stimmt im Rahmen einer experimentellen Messunsicherheit von etwa 10 % mit den gemäß Gleichung (4.6) berechneten Frequenzwerten überein². Mit den im Experiment maximal eingesetzten Laserleistungen lassen sich Potentialtiefen im optischen Gitter von bis zu $80 E_R$ realisieren mit entsprechenden Fallenfrequenzen an den einzelnen Gitterplätzen von $\omega_{\text{opt}} \simeq 2\pi \times 58 \text{ kHz}$.

Das Gauß'sche Profil des 840 nm-Laserstrahls liefert zusätzlich einen *transversalen* Einschluss des atomaren Ensembles: Aus der radialen Intensitätsverteilung im Waist r_0 des in z -Richtung propagierenden fokussierten Gaußstrahls

$$I(r) = I_0 \exp(-r^2/r_0^2) \quad (4.7)$$

lässt sich mit Hilfe von Gleichung (2.43) aus Kapitel 2 das optische Dipolpotential $U(r) \propto I(r)$ ableiten. Da im Fall des Bose-Einstein kondensierten Ensembles die thermische Energie $k_B T$ viel kleiner als die optische Potentialtiefe $\tilde{U} \equiv U(r=0)$ ist – und damit die radiale Ausdehnung des Ensembles klein gegenüber dem Waist – lässt sich das Potential $U(r)$ auch hier harmonisch annähern, d.h. es gilt

$$U(r) \simeq \tilde{U} (1 - r^2/r_0^2), \quad (4.8)$$

mit einer entsprechenden radialen Oszillationsfrequenz von $\omega_r = (2\tilde{U}/mr_0^2)^{1/2}$. Bei der am häufigsten in den Messungen dieser Arbeit auftretenden maximalen Potentialtiefe im optischen Gitter von ungefähr $50 E_R$ werden radiale Fallenfrequenzen von $\omega_r \simeq 2\pi \times 125 \text{ Hz}$ erreicht, so dass der transversale Einschluss durch den Gauß'schen Laserstrahl deutlich stärker als der entsprechende Einschluss durch die Magnetfalle ist.

Für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen mit Bose-Einstein kondensierten Ensembles im Potential des eindimensionalen optischen Gitters, das dem harmonischen Potential der Magnetfalle überlagert wird, erfolgt die Bose-Einstein Kondensation selbst in der rein magnetischen Falle. Essentielle Voraussetzung für die anschließende Präparation des atomaren Ensembles im Vielteilchen-Grundzustand des kombinierten magnetischen und optischen Potentials ist also der adiabatische Transfer in das effektive Potential. – Aufgrund der Präsenz des magnetischen Potentials wird insbesondere der Einfluss der Gravitation auf die Atome im optischen Gitter vollständig eliminiert. – Für den adiabatischen Transfer ist konkret die Anregung von Atomen in höher gelegene Energiebänder des Gitters beim Anschalten der stehenden Lichtwelle zu vermeiden, d.h. es muss folgende Adiabazitätsbedingung erfüllt sein [100]:

$$|\langle n, q | \frac{d}{dt} |0, q\rangle| \ll \frac{1}{\hbar} |E_n(q) - E_0(q)|. \quad (4.9)$$

Im Fall Bose-Einstein kondensierter Ensembles ist es völlig ausreichend, sich hierbei auf q -Werte im Zentrum der ersten Brillouinzone zu beschränken. Insbesondere ergibt sich für $U_0 \leq E_R$ und $n = 1$ eine Energiedifferenz von $|E_1(0) - E_0(0)| \sim 4 E_R$, so dass in diesem Fall die Bedingung

²Das Auftreten von Frequenzverschiebungen aufgrund der Anharmonizität des Potentials in den äußeren Bereichen [99] konnte für die vorliegenden experimentellen Parameter vernachlässigt werden.

$|\frac{d}{dt} U_0/E_R| \ll 32\sqrt{2} E_R/\hbar$ zu erfüllen ist [100]. Für größere optische Gittertiefen ist die Adiabaticität leichter zu gewährleisten, da die Energielücke $E_1(0) - E_0(0) \simeq \hbar\omega_{\text{opt}}$ nach Gleichung (4.6) mit zunehmendem U_0 wächst. Im Experiment wird die Intensität des Gitterlasers über einen Zeitraum von 200 ms von Null auf ihren jeweiligen Endwert erhöht und garantiert damit einen für alle Gittertiefen adiabatischen Ensembletransfer [37]. – Die Form des effektiven Potentials aus Magnetfalle und optischem Gitter, das die Atome in vertikaler Richtung erfahren, ist schematisch in der nebenstehenden Abbildung 4.4 dargestellt.

Auf diese Weise besetzt das Bose-Einstein Kondensat bei der im Experiment typischerweise verwandten maximalen Potentialtiefe des optischen Gitters von $50 E_R$ ungefähr 32 Gitterplätze mit einer mittleren Anzahl von 140 Atomen am zentralen Gitterplatz. Insbesondere sind die Potentialbarrieren zwischen benachbarten Gitterplätzen bei den hier vorliegenden experimentellen Parametern stets viel höher als das chemische Potential des atomaren Ensembles³.

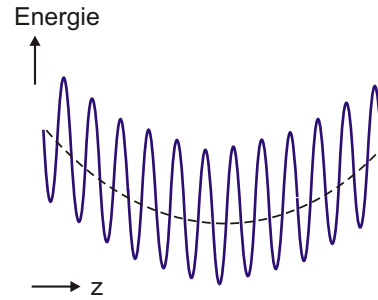


Abbildung 4.4: Schematische Darstellung des effektiven Potentials in vertikaler Richtung aus Magnetfalle und optischem Gitter.

Zur Untersuchung des Phasenzustands des Vielteilchensystems im optischen Gitter und insbesondere zur Charakterisierung der Größe seiner Phasenvarianz wird das phasensensitive Interferenzsignal des atomaren Ensembles nach einer ballistischen Expansion im Gravitationsfeld ausgenutzt: Nach Abschalten sämtlicher Fallenpotentiale expandieren die atomaren Wolken der einzelnen Gitterplätze im freien Fall, überlappen und interferieren mit denen benachbarter Gitterplätze. Die resultierende Dichteverteilung der Atome in vertikaler Richtung besteht dann – im Fall eines kohärenten Ensembles – aus einzelnen „Peaks“ im gegenseitigen Abstand von $2v_R t$, wobei $v_R = 5.4 \text{ mm/s}$ die Photonen-Rückstoßgeschwindigkeit und t die Zeit der ballistischen Expansion bezeichnen. Dieser Effekt ist analog zu der Beugung einer kohärenten Welle am Vielfachspalt. Die Einhüllende bzw. die relative Intensität der einzelnen Interferenzmaxima hängt dabei von der Lokalisierung der Atome auf den einzelnen Gitterplätzen ab. Bei den vorliegenden experimentellen Parametern können dabei höchstens zwei Maxima im Interferenzsignal beobachtet werden. Dazu wird das atomare Ensemble nach dem Abschalten der Magnetfalle noch für eine kurze Zeit t_H („Haltezeit“) von typischerweise $\sim 2 \text{ ms}$ im optischen Gitter alleine gehalten, so dass die Atome während dieser Zeit zusätzlich dem Einfluss des Gravitationspotentials ausgesetzt sind.

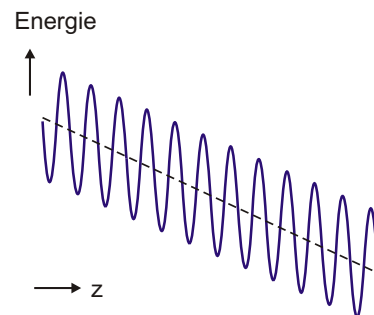


Abbildung 4.5: Schematische Darstellung des effektiven Potentials des optischen Gitters im Gravitationsfeld.

³Für $U_0 = 50 E_R$ ergibt sich mit Gleichung (2.34) ein chemisches Potential von $\mu \simeq h \times 18.3 \text{ kHz} \simeq 5.6 E_R$, das also deutlich kleiner als die Potentialtiefe U_0 des optischen Gitters ist.

Die Form des effektiven Potentials aus der Überlagerung von Gitter- und Gravitationspotential ist schematisch in Abb. 4.5 dargestellt. Insbesondere führt das Gravitationspotential zu einer relativen Phasendifferenz von Atomen auf benachbarten Gitterplätzen, die das gesamte Interferenzmuster derart verschiebt, dass zwei Maxima mit gleicher Population wie in Abb. 4.6 (a) beobachtet werden können⁴. Notwendige Voraussetzung für die Entstehung eines solchen Interferenzsignals mit sehr hohem Kontrast ist allerdings – wie im Fall eines kohärenten Vielteilchenzustands – die Existenz einer wohldefinierten relativen Phase ϕ respektive eine hinreichend geringe relative Phasenvarianz σ_ϕ von Atomen auf jeweils benachbarten Gitterplätzen.

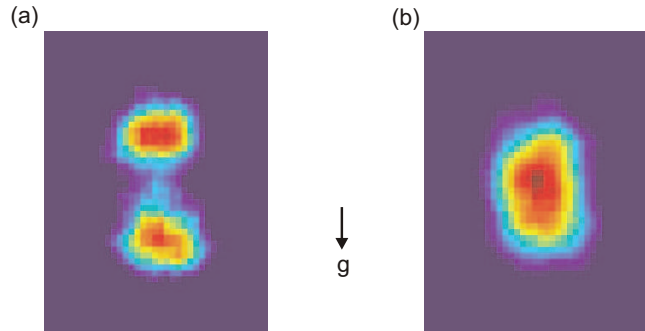


Abbildung 4.6: Absorptionsaufnahmen des atomaren Ensembles nach einer ballistischen Expansion von 17 ms in einem Zustand mit geringer (a) und mit großer (b) Phasenvarianz.

Aufgrund von unterschiedlichen Dephasierungsmechanismen (siehe z.B. Referenz [37] sowie Abschnitt 4.3.4), aber vor allem auch durch die Überführung des Grundzustands des atomaren Ensembles im optischen Gitter in einen Teilchenzahl-gequetschten (oder Fock-) Zustand [37] wird die Phasenvarianz des Systems gegenüber einem kohärenten Zustand erhöht und manifestiert sich in einem abnehmenden Interferenzkontrast⁵.

In den Messungen dieser Arbeit dient also der Kontrast des Interferenzsignals als Maß zur Unterscheidung zwischen den Grenzfällen kohärenter und Teilchenzahl-gequetschter Zustände. Der Wert des Interferenzkontrasts wird dabei durch den dimensionslosen Parameter ζ quantifiziert, der als das Verhältnis aus der *Breite* eines einzelnen Maximums und dem *Abstand* der beiden Maxima im Interferenzsignal definiert ist. Beide Größen werden aus der detektierten atomaren Dichteverteilung bestimmt: Der Verlauf der in transversaler Richtung aufsummierten Dichtequerschnitte des Interferenzsignals wird mit Hilfe von zwei Gaußfunktionen gleicher $1/e$ -Breiten angefitet, wobei die Höhen der einzelnen Maxima und ihr gegenseitiger Abstand variiert werden. Für Werte $\zeta \sim 0.5$ sieht die Dichteverteilung wie ein einziges breites Maximum aus, d.h. der Interferenzkontrast ist vollständig ausgewaschen, siehe Abb. 4.6 (b).

⁴Die Phasendifferenz $\Delta\phi$, die das Gravitationspotential benachbarten Gitterplätzen während der Haltezeit t_H aufprägt, beträgt in diesem Fall $\Delta\phi = (mg\lambda/2)t_H \simeq \pi$ (siehe auch [22]). Durch eine Änderung von t_H lässt sich die relative Besetzung der beiden Interferenzmaxima variieren (vgl. Abb. 4.27 (a) in Abschnitt 4.4.3).

⁵Die Reduktion der Teilchenzahlvarianz σ_N eines Teilchenzahl-gequetschten Zustands ist mit einer entsprechenden Erhöhung seiner Phasenvarianz $\sigma_\phi \propto 1/\sigma_N$ verbunden.

4.3 Übergang des Systems in eine Quanten-Isolatorphase

Zum Erreichen einer ausschließlich Heisenberg-limitierten Interferometrie mit Bose-Einstein Kondensaten ist nach Abschnitt 4.1 die Verwendung von Fock-Zuständen in den Eingängen des Interferometers essentiell. Die experimentelle Herausforderung besteht somit also in der Präparation von gequetschten Zuständen im Bose-Einstein kondensierten Ensemble, bei denen die Quanten-Fluktuationen in der Teilchenzahl so weit wie möglich reduziert werden und im Idealfall gegen Null gehen. Als experimentelle Signatur für eine zunehmende Reduktion von Teilchenzahl-Fluktuationen im System lässt sich der Übergang des atomaren Ensembles in eine Quanten-Isolatorphase ausnutzen, da sich hierbei die Systemeigenschaften in fundamentaler Weise, also makroskopisch ändern. Die Quanten-Isolation tritt hierbei infolge der gleichzeitig zunehmenden Quanten-Fluktuationen in der Phase auf und manifestiert sich sowohl in einer räumlichen Lokalisierung von Atomen als auch in dem Auftreten einer globalen Symmetrie unter Phasentransformationen.

Die Kopplung der Bose-Einstein kondensierten Atome im optischen Gitter über Tunnelprozesse zwischen den verschiedenen Gitterplätzen ist physikalisch äquivalent zu dem aus der Festkörperphysik wohlbekannten System eines Josephson-Tunnelkontakts zwischen zwei supraleitenden Systemen [98, 101, 102]. – Das optische Gitter realisiert hierbei eine Vielzahl solcher Tunnelkontakte. – Insbesondere ist das Auftreten von Josephson-Interferenzeffekten eine direkte Manifestation der Phase makroskopischer Quantensysteme [103]. Das qualitative physikalische Verhalten eines Tunnelkontakts hängt dabei von der relativen Größe zweier konkurrierender Energieterme ab, zum einen von der Josephson-Kopplungsenergie E_J aufgrund von Tunnelprozessen, zum anderen von der Wechselwirkungsenergie E_C der Teilchen am gleichen Ort. Für $E_J \gg E_C$ ist eine „freie“ Bewegung von Atomen durch Tunnelprozesse möglich, die zur Ausbildung einer wohldefinierten makroskopischen Phase im System führt. Ist hingegen $E_C \geq E_J$, so werden die Tunnelprozesse unterdrückt und aufgrund starker Quanten-Fluktuationen in der Phase wird die Entstehung einer globalen Superfluidität vollständig unterbunden [104].

Auch mit Bose-Einstein kondensierten Ensembles in optischen Gittern konnten bereits makroskopische Kohärenzeffekte in Form von Bloch-Oszillationen und Josephson-Tunneln im Regime einer großen Tunnelkopplung zwischen den Atomen unterschiedlicher Gitterplätze beobachtet werden [22, 105, 106]. In all diesen Experimenten war der Beitrag der Wechselwirkungsenergie von Atomen am gleichen Gitterplatz praktisch vernachlässigbar. Gerade in jüngster Zeit sind aber zunehmend vor allem Experimente in den Mittelpunkt der aktuellen Forschung gerückt, in denen das Auftreten von Quanten-Fluktuationen von essentieller Bedeutung war. Hierzu zählen insbesondere die erstmalige Demonstration Teilchenzahl-gequetschter Zustände eines Bose-Einstein Kondensats in einem eindimensionalen optischen Gitter [37] sowie die Beobachtung des Quanten-Phasenübergangs eines Superfluids zum Mott-Isolator in einem dreidimensionalen optischen Gitter bei einer durchschnittlichen Besetzung der Gitterplätze mit etwa drei Atomen [38].

Die nachfolgend beschriebenen Experimente dieser Arbeit mit Bose-Einstein kondensierten Ensembles im Potential des eindimensionalen optischen Gitters konzentrieren sich in weiten Teilen ebenfalls auf ein Regime, in dem die Dynamik des Systems aufgrund starker Korrelatio-

nen zwischen den Atomen von Quanten-Fluktuationen dominiert wird und dadurch schließlich zum Übergang in die Quanten-Isolatorphase führt. Eine genaue Charakterisierung der entsprechenden Isolatorzustände erfolgt hierbei mittels komplementärer Messmethoden: Eine in situ Messung atomarer Transporteigenschaften demonstriert die Unterdrückung kohärenter Tunneloszillationen, sobald $E_C \sim E_J$ erreicht wird. Das gleichzeitige Auftreten einer globalen Symmetrie der Quanten-Isolatorzustände unter Phasentransformationen wird unter Verwendung von interferometrischen Techniken nachgewiesen. Einige zentrale Ergebnisse dieses Kapitels wurden auch im Rahmen einer Veröffentlichung zusammengefasst [40]. Im folgenden Abschnitt soll eine kurze formale Beschreibung und Definition experimentell relevanter Parameter in dem zugrundeliegenden Modell gegeben werden.

4.3.1 Theoretisches Modellsystem

Für den im Experiment realisierten Fall, dass die Atome ausschließlich das niedrigste Energieband des periodischen Potentials besetzen (vgl. Abschnitt 4.2), ist eine theoretische Beschreibung der Dynamik des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter im Rahmen des Bose-Hubbard-Modells möglich [107–110]. Im Formalismus der zweiten Quantisierung gilt für den entsprechenden Bose-Hubbard (BH) Hamiltonoperator

$$H_{\text{BH}} = \gamma \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \frac{g}{2} \sum_i \beta_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) + \sum_i \varepsilon_i \hat{n}_i. \quad (4.10)$$

Die bosonischen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren \hat{a}_i^\dagger und \hat{a}_i von Atomen am i -ten Gitterplatz genügen den kanonischen Kommutationsrelationen $[\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j] = \delta_{ij}$. Hierbei bezieht sich die Notation $\langle i, j \rangle$ auf unmittelbar benachbarte Gitterplätze. Die Größe $\hat{n}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ bezeichnet den Teilchenzahloperator und ε_i den Energie-Offset aufgrund des externen harmonischen Magnetfallenpotentials am i -ten Gitterplatz. Die Mean-Field-Energiekonstante $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ (multipliziert mit dem Parameter β_i) beschreibt hierbei die abstoßende Wechselwirkung zwischen zwei Atomen mit der Masse m und der atomaren Streulänge a am gleichen Gitterplatz.

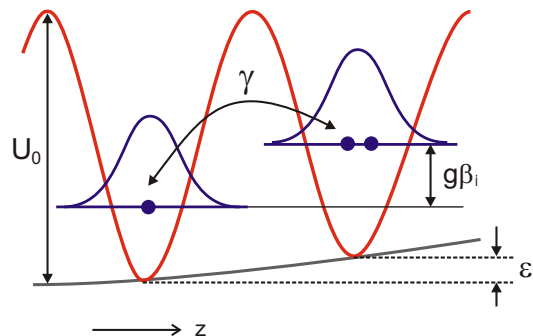


Abbildung 4.7: Veranschaulichung der wesentlichen Parameter des Bose-Hubbard-Modells: Hierbei bezeichnen U_0 die Potentialtiefe des optischen Gitters, γ die Einteilchen-Tunnelrate zwischen benachbarten Gitterplätzen, $g\beta_i$ die repulsive Wechselwirkung zweier Atome am i -ten Gitterplatz und ε_i den Energie-Offset dieses Gitterplatzes aufgrund des externen harmonischen Magnetfallenpotentials.

Die Stärke der Tunnelkopplung im Hamiltonoperator wird durch das Tunnelmatrixelement γ zwischen benachbarten Gitterplätzen i und j charakterisiert. Die Parameter γ und β_i lassen sich als Integrale über Einteilchen-Wellenfunktionen $\phi_{i,j}(r)$ bestimmen, die jeweils an den Gitterplätzen i und j lokalisiert sind:

$$\gamma \equiv \int d^3r \phi_i(r) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r) \right] \phi_j(r), \quad (4.11)$$

$$\beta_i \equiv \int d^3r |\phi_i(r)|^4. \quad (4.12)$$

Hierbei bezeichnet $U(r)$ das externe Potential. Die in den Gleichungen (4.11) und (4.12) definierten Parameter sind anschaulich in Abb. 4.7 dargestellt.

Die genaue Form des entsprechenden Vielteilchen-Grundzustands im optischen Gitter und die damit verbundenen Systemeigenschaften werden durch das Verhältnis $\Gamma \equiv g\beta/N\gamma \equiv E_C/E_J$ aus der abstoßenden Mean-Field-Wechselwirkung zwischen den Atomen und dem Produkt aus der Teilchenzahl und der Einteilchen-Tunnelrate bestimmt. Experimentell lässt sich dieses Verhältnis durch Variation der Laserintensität, die die Höhe der Tunnelbarriere bestimmt, und der Kondensatdichte sehr genau kontrollieren. Eine allgemeine quantitative Diskussion möglicher Lösungsformen für beliebige Werte von Γ ist hierbei a priori allerdings nicht möglich, da die theoretische Modellierung des Systems umso aufwendiger respektive der entsprechende Hilbertraum umso größer wird, je stärker der Einfluss der interatomaren Wechselwirkung im Bose-Hubbard-Hamiltonoperator relativ zur Tunnelrate ist [111, 112]. Dennoch lässt sich ein grundlegender Einblick in die Systemdynamik durch das Studium wichtiger Grenzfälle erhalten, die in den folgenden beiden Abschnitten vorgestellt werden sollen.

Starke Tunnelkopplung

Für relativ schwache Gitterpotentiale, also niedrige Tunnelbarrieren, kann das Bose-Einstein kondensierte Ensemble im optischen Gitter seine langreichweitige Kohärenz beziehungsweise den superfluiden Zustand aufrechterhalten, sofern die Stärke der interatomaren Wechselwirkung klein gegenüber der Tunnelenergie ist. In diesem Fall wird die Grundzustandsenergie des Vielteilchensystems durch eine über das Gitter delokalisierte Wellenfunktion minimiert. Die formale Beschreibung der Dynamik im Rahmen einer Mean-Field-Theorie führt in diesem Regime zur Reduktion der Gross-Pitaevskii-Gleichung (vgl. Abschnitt 2.1.2 in Kapitel 2) auf eine diskrete nichtlineare Schrödinger-Gleichung (DNLS) [113–115]. Dazu wird der Kondensat-Ordnungsparameter $\Psi(\vec{r}, t)$ in der sogenannten 'tight-binding'-Näherung nach Wellenfunktionen entwickelt, die jeweils an einem Gitterplatz lokalisiert sind:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sqrt{N_T} \sum_j \psi_j(t) \Phi_j(\vec{r}). \quad (4.13)$$

Hierbei ist N_T die Gesamtzahl der Atome und $\psi_j(t) = \sqrt{n_j(t)} e^{i\phi_j(t)}$ die Amplitude am j -ten Gitterplatz mit der relativen Besetzung $n_j = N_j/N_T$ von N_j Atomen der Phase ϕ_j . Diese Näherung ist möglich, da mit den konkreten experimentellen Parametern die Potentialbarriere zwischen benachbarten Gitterplätzen stets viel höher als das chemische Potential des Ensembles ist (vgl. Abschnitt 4.2). Die Wellenfunktion $\Phi_j(\vec{r})$ des am j -ten Gitterplatz lokalisierten Kondensats überlappt im Bereich der Tunnelbarriere mit den Wellenfunktionen $\Phi_{j\pm 1}$ der benachbarten Gitterplätze. Insgesamt wird damit ein System schwach gekoppelter Bose-Einstein

Kondensate realisiert, dessen Bewegungsgleichung durch eine diskrete nichtlineare Schrödinger-Gleichung (DNLS) beschrieben wird:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_j}{\partial t} = -\gamma(\psi_{j-1} + \psi_{j+1}) + (\varepsilon_j + g\beta_j |\psi_j|^2) \psi_j. \quad (4.14)$$

Die Größe ε_j bezeichnet hierbei wiederum den Energie-Offset aufgrund des harmonischen Potentials der Magnetfalle (in vertikaler Richtung) am j -ten Gitterplatz. Es gilt $\varepsilon_j = \Omega j^2$, mit $\Omega = 1/2 m \omega_z^2 (\lambda/2)^2 = 2.28 \times 10^{-4} E_R$ für die konkret vorliegenden experimentellen Parameter. Obwohl die „Subkondensate“ an den einzelnen Gitterplätzen hier näherungsweise durch jeweils eigene Wellenfunktionen beschrieben werden können, führen die Tunnelprozesse der kondensierten Atome zwischen den Gitterplätzen zu einer Kopplung sämtlicher Subkondensat-Phasen. Die langreichweitige Kohärenz des Ensembles im optischen Gitter und damit die Superfluidität bleiben folglich für hinreichend hohe Tunnelraten erhalten.

Homogenes optisches Gitter

Wird der Einfluss des externen Magnetfallenpotentials im Bose-Hubbard-Hamiltonoperator in Gleichung (4.10) vernachlässigt (*homogenes* oder *translationsinvariantes* optisches Gitter), d.h. $\varepsilon_i = 0 \forall i$, so sagt das Bose-Hubbard-Modell für $T = 0$ einen Quanten-Phasenübergang zweiter Ordnung des Systems von der superfluiden Phase in die Mott-Isolatorphase für $\Gamma \equiv \Gamma_{\text{krit}} \simeq 1 \Leftrightarrow E_C \simeq E_J$ voraus [107–110]. In diesem Fall dominiert die interatomare Wechselwirkung die Tunnelenergie. Der Grundzustand des Mott-Isolators (MI) besteht aus lokalisierten atomaren Wellenfunktionen mit einer festen Anzahl von n Atomen pro Gitterplatz. Formal kann der Mott-Isolatorzustand dann als Produkt aus lokalen Fock-Zuständen an den einzelnen Gitterplätzen dargestellt werden, d.h. es gilt

$$|\Psi_{\text{MI}}\rangle \propto \prod_i (\hat{a}_i^\dagger)^n |0\rangle. \quad (4.15)$$

Insbesondere lässt sich der Vielteilchenzustand des Systems in der Mott-Phase nicht mehr durch eine makroskopische Wellenfunktion im Rahmen der Gross-Pitaevskii-Theorie beschreiben: das System hat sämtliche Phasenkohärenz verloren, stattdessen sind dafür aber die Quanten-Fluktuationen in der Teilchenzahl vollständig unterdrückt. Darüber hinaus zeichnet sich das System in der Mott-Isolatorphase durch die Existenz einer Energielücke im Anregungsspektrum aus [107, 108]. Die experimentelle Beobachtung des Mott-Isolator-Phasenübergangs gelang kürzlich in einem dreidimensionalen optischen Gitter mit einer mittleren Besetzung von $n \simeq 3$ Atomen pro Gitterplatz [38]; trotz der Gegenwart eines externen Magnetfallenpotentials entsprach dieses System noch in guter Näherung einem translationsinvarianten Gitter.

Die Näherung des homogenen optischen Gitters ist für die Experimente dieser Arbeit allerdings nicht mehr anwendbar. Der hier untersuchte Mechanismus der Quanten-Isolation des atomaren Ensembles in einem *inhomogenen* optischen Gitter sowie der kritische Wert Γ_{krit} für den entsprechenden Übergangspunkt in die Quanten-Isolatorphase unterscheiden sich aufgrund der Präsenz des externen harmonischen Fallenpotentials wesentlich vom Modell des Phasenübergangs zum Mott-Isolator [111, 116, 117]. So wird beispielsweise bei einer expliziten Berücksichtigung des externen harmonischen Potentials das Auftreten und eine Koexistenz von „Mott-Domänen“-Strukturen mit jeweils unterschiedlicher Besetzung der Gitterplätze vorausgesagt [111]. Auf weitere Einzelheiten der beobachteten Quanten-Isolation, insbesondere auf einen Vergleich mit

anderen möglichen Isolationsmechanismen des Systems, wird bei der Diskussion der experimentellen Messergebnisse in den nachfolgenden Abschnitten 4.3.2 bis 4.3.4 eingegangen.

4.3.2 Messung von Transporteigenschaften

Bei einem einfachen Josephson-Tunnelkontakt führt die Anwendung einer Potentialdifferenz zur Ausbildung eines oszillierenden Teilchenstroms durch die Tunnelbarriere, deren Frequenz proportional zur angelegten Potentialdifferenz ist [98, 101, 102]. In Analogie zu diesem AC Josephson-Effekt lässt sich im Fall des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter eine ähnliche Dynamik durch eine nicht-adiabatische räumliche Verschiebung des externen harmonischen Potentials der Magnetfalle initiieren [105]. Damit kann die beim Übergang in die Quanten-Isolatorphase auftretende räumliche Lokalisierung kondensierter Atome auf ihren jeweiligen Gitterplätzen durch die Änderung der makroskopischen Quanten-Transporteigenschaften des Systems direkt beobachtet werden.

Kohärente Tunneloszillationen

Zur gezielten experimentellen Anregung kollektiver Tunneloszillationen des kohärenten atomaren Ensembles, das sich im Gleichgewicht im Minimum des effektiven Potentials aus Magnetfalle und optischem Gitter befindet (siehe Abbildung 4.4 in Abschnitt 4.2), wird in Richtung des optischen Gitters (vertikal) ein schwaches homogenes Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ angelegt. Dieses zusätzliche Feld bewirkt eine Translation des Potentialminimums der harmonischen Magnetfalle in vertikaler Richtung um den Wert

$$\Delta z = \frac{B_z}{2B'_q}, \quad (4.16)$$

wobei B'_q der Gradient des magnetischen Quadrupolfelds der TOP-Falle ist, der nach der evaporativen Kühlung den Wert 17.76 G/cm hat. Für ein in den folgenden Experimenten ty-

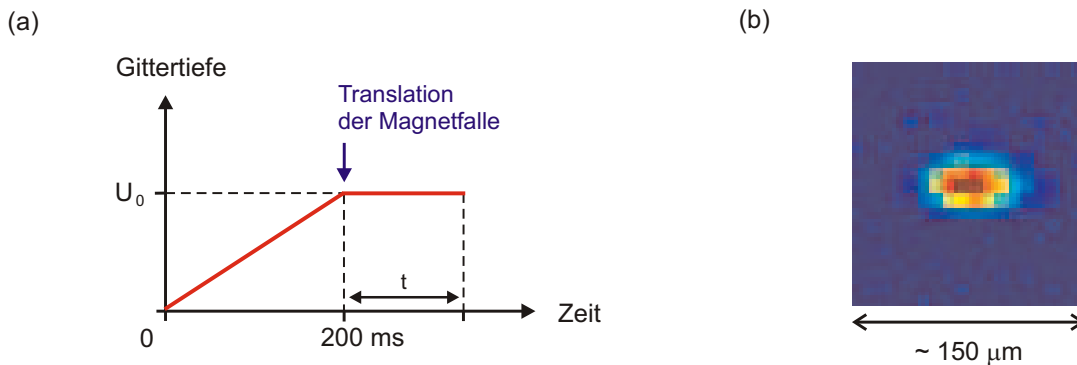


Abbildung 4.8: (a) Schematische Darstellung des experimentellen Ablaufs zur Anregung einer kohärenten Tunneloszillation: Das optische Gitterpotential wird über einen Zeitraum von 200 ms adiabatisch angeschaltet. Nach Erreichen seines Maximalwerts U_0 wird das Potentialminimum der Magnetfalle in Richtung des Gitters verschoben. Die Schwerpunktposition des atomaren Ensembles wird nach einer variablen Zeit t im neuen effektiven Potential in situ detektiert. (b) In situ Absorptionssaufnahme des atomaren Ensembles im kombinierten Potential aus Magnetfalle und optischem Gitter. Die Teilchenzahl im Kondensat beträgt hierbei ungefähr $N_0 \simeq 2 \times 10^4$.

pischerweise verwandtes Feld der Größe $B_z = 0.02 \text{ G}$ wird das magnetische Potentialminimum um $\Delta z = 6.4 \mu\text{m}$ oder 15 Gitterkonstanten aus seiner Gleichgewichtsposition verschoben, was einer Energiedifferenz von $\Delta E \simeq h \cdot 23 \text{ Hz}$ zwischen benachbarten Gitterplätzen entspricht. Abbildung 4.8 zeigt schematisch den entsprechenden experimentellen Ablauf zur Initiierung der Oszillationen. Die Frequenz der daraus resultierenden kohärenten Tunneloszillation wird anschließend durch eine stroboskopische Beobachtung des Ensemble-Schwerpunkts für unterschiedliche Potentialtiefen des optischen Gitters bestimmt.

In der nachfolgenden Abbildung 4.9 sind zwei repräsentative Oszillationen des Ensembles dargestellt, die bei optischen Gittertiefen von $U_0 \simeq 6 E_R$ respektive $36 E_R$ beobachtet wurden.

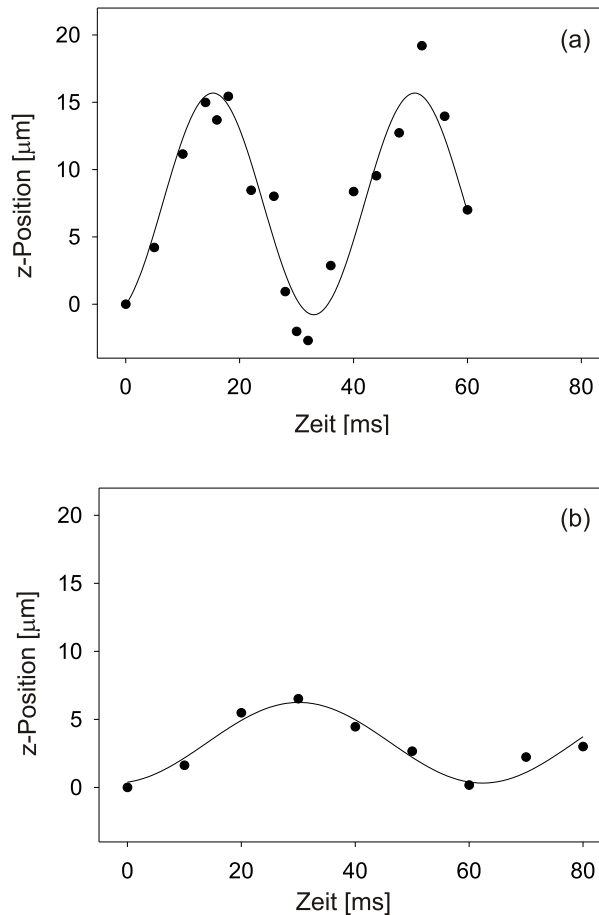


Abbildung 4.9: Beobachtete Tunneloszillationen nach einer Verschiebung des Potentialminimums der Magnetfalle um $\Delta z = 6.4 \mu\text{m}$: Vertikale Schwerpunktposition des atomaren Ensembles bei optischen Gittertiefen von (a) $6 E_R$ und (b) $36 E_R$. Die durchgezogenen Kurven sind sinusförmige Fitfunktionen an die experimentellen Datenpunkte.

Zur experimentellen Bestimmung der Positionen des Ensemble-Schwerpunkts für unterschiedliche Zeiten t nach der Translation der Magnetfalle wurde die atomare Dichteverteilung des Ensembles jeweils in situ im kombinierten magnetooptischen Potential mittels resonanter

Absorptionsabbildung detektiert und durch eine zweidimensionale Gaußverteilung angefitet. Ein Beispiel einer in situ Aufnahme der Dichteverteilung des Bose-Einstein kondensierten Ensembles ist in Abb. 4.8 (b) dargestellt. Sinusförmige Fitkurven an die experimentellen Datenpunkte liefern schließlich die entsprechenden Frequenzen ω und Amplituden A der Tunneloszillationen. Für die beiden in Abb. 4.9 dargestellten Oszillationen erhält man auf diese Weise: $\omega = 2\pi \times 28.3 \text{ Hz}$, $A = 6.1 \mu\text{m}$ (a) und $\omega = 2\pi \times 15.5 \text{ Hz}$, $A = 2.5 \mu\text{m}$ (b).

Diese beiden Beispiele geben bereits die allgemeine Tendenz der experimentell beobachteten Abhängigkeit der jeweiligen Tunneloszillationen von der Tiefe des optischen Gitterpotentials an, die im folgenden noch genauer dargestellt und analysiert wird, und zwar nehmen sowohl die Frequenzen als auch die Amplituden der beobachteten Tunneloszillationen mit zunehmender Gittertiefe ab.

Die insgesamt in allen durchgeführten Transportmessungen beobachtete Abhängigkeit der Oszillationsfrequenz ω von der Potentialtiefe U_0 des optischen Gitters ist zusammenfassend in Abb. 4.10 mit Hilfe des in Abschnitt 4.3.1 eingeführten Parameters $\Gamma = g\beta/N\gamma = E_C/E_J$ dargestellt, der im wesentlichen monoton mit U_0 wächst. Die in die Berechnung von Γ eingehende Teilchenzahl im Gitter wird dabei aus Absorptionaufnahmen des atomaren Ensembles bestimmt [56, 93]. Zur Berechnung der Atomzahlen an den einzelnen Gitterplätzen wird anschließend die Grundzustands-Dichteverteilung für die vorliegenden experimentellen Parameter mit Hilfe der diskreten nichtlinearen Schrödinger-Gleichung aus Abschnitt 4.3.1 bestimmt.

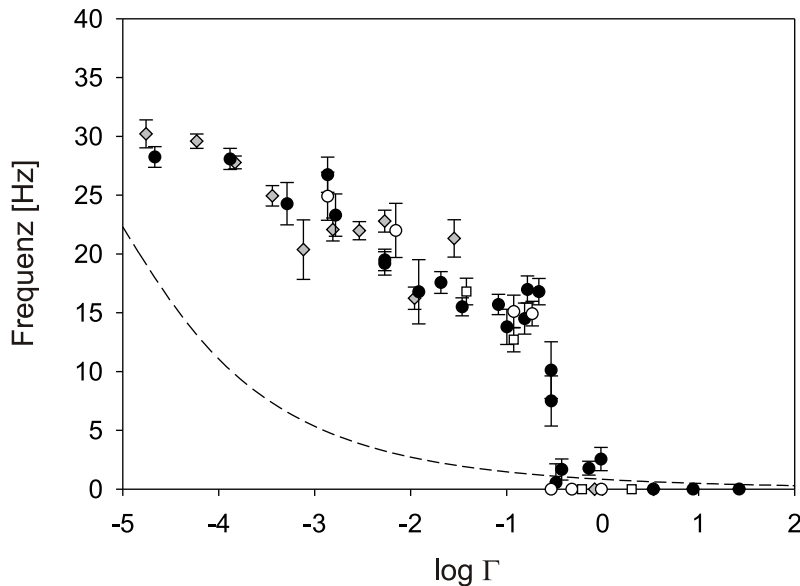


Abbildung 4.10: Abhängigkeit der Frequenz der beobachteten kohärenten Tunneloszillationen von der Gittertiefe, die durch die Größe $\log \Gamma$ parametrisiert ist, für unterschiedliche Verschiebungen Δz der Magnetfalle (gefüllte Kreise: $\Delta z = 6.5 \mu\text{m}$, offene Kreise: $\Delta z = 4.3 \mu\text{m}$, offene Quadrate: $\Delta z = 3.2 \mu\text{m}$) sowie für eine Initiierung der Oszillationen durch Aufprägung einer π -Phasenverschiebung (Diamantsymbole) zwischen benachbarten Gitterplätzen im Gravitationsfeld. Die gestrichelte Linie ist das Ergebnis einer numerischen Berechnung der Oszillationsfrequenzen (siehe Text).

Abbildung 4.10 zeigt sehr deutlich, dass die Oszillationsfrequenzen mit zunehmenden Werten von $\log \Gamma$ und damit zunehmender Tiefe des optischen Gitters zunächst langsam abnehmen, dann aber im Bereich um $\log \Gamma \simeq 0$, also für $\Gamma \equiv \Gamma_{\text{krit}} \simeq 1 \Leftrightarrow E_C \simeq E_J$, sprunghaft gegen Null gehen. Mit den experimentellen Werten für $g\beta$ und $N\gamma$ ergibt sich $0.13 < \Gamma_{\text{krit}} < 0.63$ mit entsprechenden absoluten Gittertiefen von $U_0 \simeq 50 \pm 5 E_R$. In diesem Bereich findet kein kohärenter Transport von Atomen im optischen Gitter mehr statt. Insbesondere wurden auch für Messungen mit unterschiedlich großen räumlichen Verschiebungen Δ des externen magnetischen Fallenpotentials, die in Abb. 4.10 durch unterschiedliche Symbole dargestellt sind, jeweils die gleichen Oszillationsfrequenzen sowie der gleiche kritische Wert $\Gamma_{\text{krit}} \simeq 1$ für das plötzliche Einsetzen einer räumlichen Lokalisierung der Atome gemessen.

Darüber hinaus sind in Abb. 4.10 für niedrigere Gittertiefen im Bereich $-5 \leq \log \Gamma \leq -2$ ebenfalls Messpunkte eingezeichnet (dargestellt durch graue Diamantensymbole), für die eine kohärente Tunneloszillation des atomaren Ensembles nicht durch eine Translation des externen magnetischen Potentials initiiert wurde, sondern durch ein kurzzeitiges vollständiges Ausschalten der Magnetfalle. Während dieser Zeit τ ist das atomare Ensemble im optischen Gitter zusätzlich dem Einfluss des Gravitationspotentials ausgesetzt (vgl. Abschnitt 4.2), wobei die Zeitdauer mit $\tau \simeq 550 \mu\text{s}$ derart gewählt ist, dass jeweils benachbarten Gitterplätzen eine relative Phasendifferenz von $\Delta\phi \simeq \pi$ aufgeprägt wird und das atomare Ensemble nach Wiedereinschalten der Magnetfalle dann ebenfalls in Analogie zum AC Josephson-Effekt eine kohärente Tunneloszillation ausführt⁶. Mit beiden eingesetzten Methoden zur Initiierung kohärenter Tunneloszillationen des atomaren Ensembles wurden bei gleichen optischen Gittertiefen auch jeweils gleiche Oszillationsfrequenzen gemessen.

Dass sich der gemessene von der optischen Gittertiefe abhängige Verlauf der Oszillationsfrequenzen jedoch nicht im Rahmen der Gross-Pitaevskii-Theorie schwach wechselwirkender atomarer Ensembles erklären lässt, zeigt der Vergleich mit einer entsprechenden numerischen Simulation: Die gestrichelte Linie in Abb. 4.10 stellt das Ergebnis einer numerischen Berechnung der Oszillationsfrequenzen dar, die auf dem Bändermodell eines optischen Gitters (vgl. Abschnitt 4.2) basiert, und das sich insbesondere auch mit Hilfe einer direkten Zeitintegration der eindimensionalen Gross-Pitaevskii-Gleichung für den Bose-Hubbard-Hamiltonoperator aus Gleichung (4.10) exakt reproduzieren lässt. Zur Berücksichtigung der im Zusammenhang mit dem Bändermodell relevanten effektiven Masse des atomaren Ensembles im optischen Gitter wurde einem störungstheoretischen Ansatz gefolgt [118]: Die Diagonalisierung des Hamiltonoperators der Form $-\hbar^2 \nabla^2 / 2m + U_0 \sin^2(kz)$, mit k -Werten aus der ersten Brillouinzone $[-\pi/d, \pi/d]$ und der Gitterkonstanten $d = \lambda/2$, liefert das niedrigste Energieband $E_0(k)$ des optischen Gitters. Durch eine parabolische Näherung $E_0(k) \simeq \hbar^2 k^2 / 2m^*$ um das Zentrum $k=0$ der ersten Brillouinzone wird die effektive Masse m^* und damit gemäß $E_0(k) \simeq \frac{1}{2} m^* \omega^2 k^2$ die Oszillationsfrequenz für die jeweilige optische Gittertiefe bestimmt.

Der Vergleich mit den experimentellen Datenpunkten in Abb. 4.10 zeigt jedoch deutlich, dass diese Theorie weder das beobachtete sprunghafte Einsetzen einer räumlichen Lokalisierung von Atomen noch die Größe der Oszillationsfrequenzen korrekt beschreibt. Insbesondere sind die gemessenen Oszillationsfrequenzen stets viel größer als von der Gross-Pitaevskii-

⁶Eine ausführlichere Beschreibung der konkreten experimentellen Realisierung der Phasenaufprägung im Gravitationsfeld wird im nachfolgenden Abschnitt 4.3.3 gegeben.

Theorie vorausgesagt. Als Beispiel sei hierzu die in Abb. 4.9 (b) dargestellte Oszillation mit einer Frequenz von $\omega = 2\pi \times 15.5 \text{ Hz}$ betrachtet, die bei einer optischen Gittertiefe von $36 E_R$ mit $\Gamma = 0.034$ gemessen wurde. Die theoretische Vorhersage im Rahmen der oben beschriebenen numerischen Simulation ergibt stattdessen einen deutlich kleineren Wert von $\omega_{\text{GPE}} = 2\pi \times 1.3 \text{ Hz}$. Insbesondere ist die gemessene Frequenz ω auch sehr viel größer als die Einteilchen-Tunnelrate $\gamma/\hbar = 2\pi \times 0.55 \text{ Hz}$.

Darüber hinaus lässt sich im Rahmen der Gross-Pitaevskii-Theorie auch nicht die beobachtete Abhängigkeit der Amplitude der Tunneloszillationen beschreiben, siehe Abb. 4.11. Während die Gross-Pitaevskii-Theorie eine für sämtliche Potentialtiefen des optischen Gitters konstante Oszillationsamplitude voraussagt, nimmt sie im Experiment für $\Gamma \geq -4$ zunächst monoton ab und geht dann im Bereich $\Gamma \simeq \Gamma_{\text{krit}}$ sprunghaft auf Null.

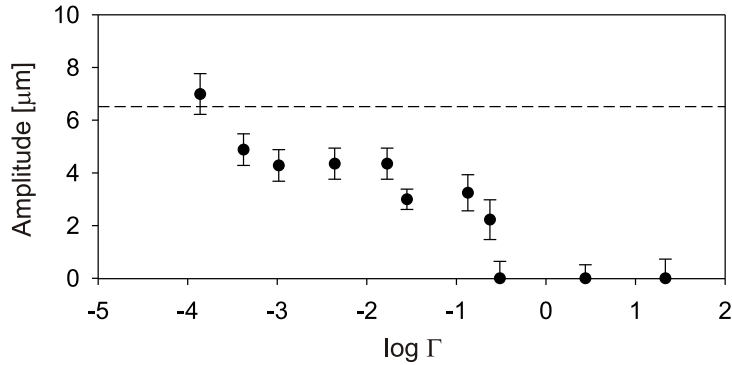


Abbildung 4.11: Beobachtete Abhängigkeit der Amplitude der Tunneloszillation von der optischen Gittertiefe bei einer räumlichen Verschiebung der Magnetfalle um $\Delta z = 6.4 \mu\text{m}$. Die gestrichelte Linie entspricht der Vorhersage einer konstanten Amplitude im Rahmen der Gross-Pitaevskii-Theorie.

Die Tatsache, dass auch im Regime stark korrelierter atomarer Ensembles, d.h. bei dominierender interatomarer Wechselwirkung kohärente Tunneloszillationen beobachtet werden, deutet auf die in diesem Regime noch vorhandenen superfluiden Eigenschaften des Systems hin, die jedoch nicht mehr im Rahmen der üblichen Gross-Pitaevskii-Theorie beschrieben werden können, wie die obige Diskussion gezeigt hat. Stattdessen ist davon auszugehen, dass für eine quantitative theoretische Beschreibung der experimentell beobachteten Systemdynamik eine Theorie erforderlich ist, die Korrelationen zwischen den Atomen vollständig berücksichtigt.

Alle bisher vorgestellten Messungen wurden bei einer Temperatur des atomaren Ensembles weit unterhalb der kritischen Temperatur T_c der Bose-Einstein Kondensation durchgeführt, bei der ein Einfluss thermischer Atome praktisch vollständig vernachlässigbar ist. Um aber dennoch eine mögliche Abhängigkeit der Quanten-Lokalisierung von thermischen Effekten auszuschließen, wurde die Transportmessung ebenfalls für unterschiedliche Temperaturen des atomaren Ensembles durchgeführt. Abbildung 4.12 stellt das Ergebnis einer entsprechenden Messung dar, bei der Tunneloszillationen bei einer konstanten Gittertiefe von $30 E_R$ für unterschiedliche Temperaturen T gemessen wurden.

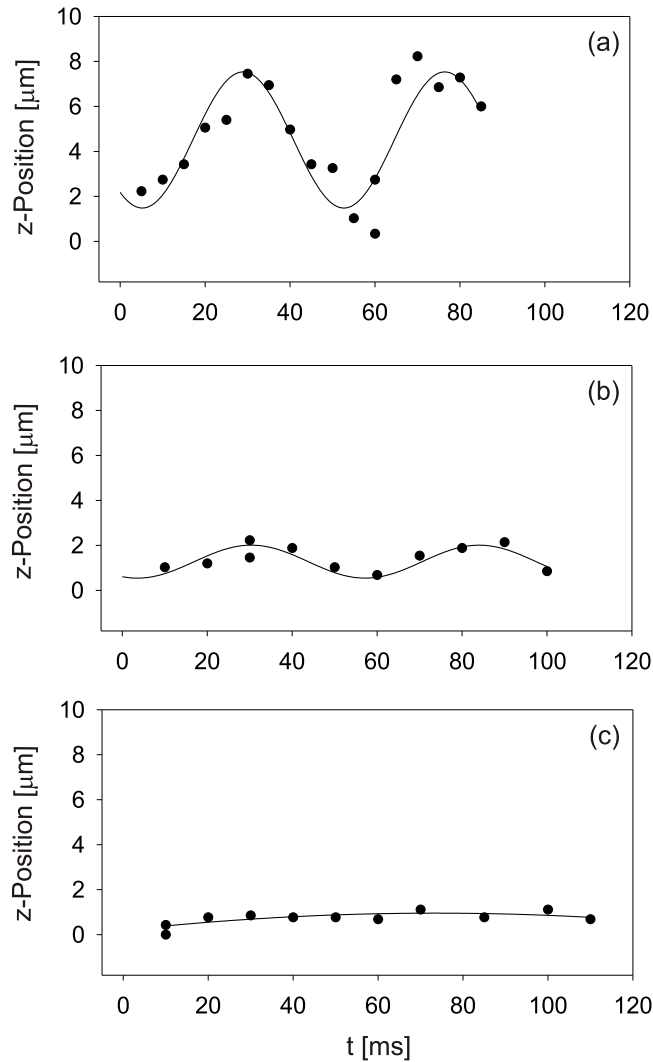


Abbildung 4.12: Beobachtete Tunneloszillationen des atomaren Ensembles bei einer konstanten Gittertiefe von $30 E_R$ für drei verschiedene Temperaturen: (a) $T \ll T_c$, (b) $T \leq T_c$ und (c) $T > T_c$.

Sehr weit unterhalb der kritischen Temperatur T_c für den Phasenübergang zur Bose-Einstein Kondensation, bei der praktisch ein „reines“ Kondensat vorliegt, wird eine Oszillation mit einer Amplitude von ungefähr $3.1 \mu\text{m}$ und einer Frequenz von $\omega \simeq 2\pi \times 16.8 \text{ Hz}$ beobachtet, siehe Abb. 4.12 (a). Für höhere Temperaturen, die aber immer noch unterhalb von T_c liegen, wird die Oszillationsamplitude aufgrund der Wechselwirkung von Atomen aus dem Kondensat mit der thermischen Wolke auf etwa $0.7 \mu\text{m}$ gedämpft, siehe Abb. 4.12 (b). Die Oszillationsfrequenz hingegen bleibt unbeeinflusst. Wird jedoch die Temperatur auf Werte oberhalb von T_c erhöht, so ist praktisch keine Änderung der Schwerpunktposition des atomaren Ensembles mehr detektierbar, siehe Abb. 4.12 (c): Aufgrund des vollständigen Kohärenzverlusts des Systems kann für $T > T_c$ keine kohärente Tunneloszillation mehr stattfinden.

4.3.3 Nachweis der globalen Symmetrie der Quanten-Isolatorphase

Der von zunehmenden Quanten-Fluktuationen in der Phase induzierte Übergang des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter in eine Isolatorphase manifestiert sich neben der Unterdrückung kohärenter Tunneloszillationen und der damit verbundenen räumlichen Lokalisierung der Atome an ihrem jeweiligen Gitterplatz (siehe Abschnitt 4.3.2) ebenfalls in der Insensitivität des Systems gegenüber beliebigen von außen aufgeprägten Phasen ϕ .

Diese globale Symmetrie bezüglich der Phasentransformation $\hat{a}_j \mapsto \hat{a}_j e^{i\phi_j}$ lässt sich qualitativ anhand der Grundzustandswellenfunktion Ψ des Systems in der Isolatorphase erkennen. Nach Gleichung (4.15) gilt bei einer vollständigen Unterdrückung von Quanten-Fluktuationen in der Teilchenzahl für den homogenen Fall

$$|\Psi\rangle \propto \prod_j |n_j\rangle, \quad (4.17)$$

wobei $|n_j\rangle \equiv (\hat{a}_j^\dagger)^{n_j}|0\rangle$ der lokale Fock-Zustand am j -ten Gitterplatz ist. Nach einer jedem Gitterplatz von außen aufgeprägte Phase $\delta\phi_j = \phi_0 + j\Delta\phi$ entwickelt sich die entsprechende lokale atomare Wellenfunktion gemäß

$$|\tilde{n}_j\rangle \sim e^{-in_j\delta\phi_j}|n_j\rangle. \quad (4.18)$$

Für die Phasenentwicklung der Gesamtwellenfunktion folgt damit

$$|\tilde{\Psi}\rangle \sim e^{-i(\sum_j n_j\delta\phi_j)}|\Psi\rangle \sim |\Psi\rangle, \quad (4.19)$$

denn eine Verschiebung der Gesamtphase einer quantenmechanischen Wellenfunktion ist experimentell nicht nachweisbar. Im Gegensatz dazu ist ein entsprechendes System im superfluiden Zustand aufgrund seiner wohldefinierten makroskopischen Phase extrem empfindlich gegenüber jeglichen Phasenänderungen von außen.

Durch Ausnutzen dieser Eigenschaften lässt sich der Übergang des atomaren Ensembles in die Quanten-Isolatorphase somit komplementär zu der Transportmessung aus Abschnitt 4.3.2 durch die Aufprägung einer externen Phase untersuchen.

Die experimentelle Realisierung der äußeren Phasenaufprägung erfolgt im Gravitationsfeld und ist schematisch in Abb. 4.13 (a) dargestellt. Wie bereits in Abschnitt 4.2 diskutiert wurde, garantiert die langsame Erhöhung des optischen Gitterpotentials über einen Zeitraum von 200 ms den notwendigen adiabatischen Transfer des Bose-Einstein kondensierten Ensembles aus der Magnetfalle in das effektive Potential, das durch die Überlagerung mit dem optischen Gitter entsteht. Nach Erreichen des jeweiligen Endwertes U_0 für die maximale Gittertiefe wird das externe harmonische Fallenpotential kurzzeitig, d.h. für eine zwischen 0 ms und 2 ms variierbare Zeitdauer τ ausgeschaltet und das atomare Ensemble somit einem anderen effektiven Potential ausgesetzt, das diesmal aus der Überlagerung des Gravitationspotentials mit dem optischen Gitter entsteht, siehe Abb. 4.13 (b).

Die konkrete experimentelle Realisierung des Ausschaltens der magnetischen TOP-Falle erfolgt durch ein instantanes Erhöhen des Betrags der rotierenden Komponente B_{rot} des Magnetfelds. Da die Krümmung der TOP-Falle mit $B_q'^2/B_{\text{rot}}$ skaliert, wird der Ensemble-Einschluss daher bei einem hinreichend hohen Wert von B_{rot} soweit abgeschwächt, dass das Gravitationsfeld nicht mehr wie vorher durch das magnetische Feld kompensiert werden kann.

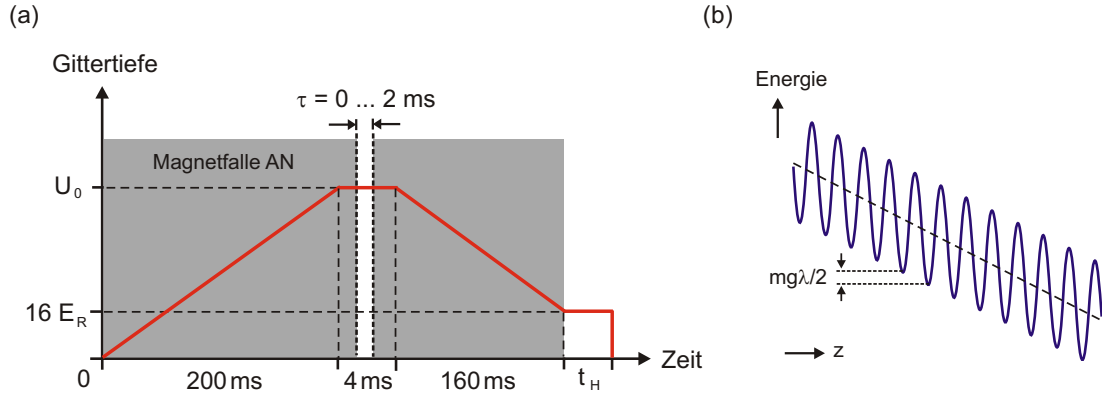


Abbildung 4.13: (a) Zeitlicher Verlauf der optischen Gittertiefe zum experimentellen Nachweis einer globalen Symmetrie des Systems in der Quanten-Isolatorphase: Eine externe Phasenaufprägung im Gravitationsfeld wird durch kurzzeitiges Ausschalten der Magnetfalle (Zeitdauer τ) realisiert; grau unterlegte Bereiche markieren die Zeiten, zu denen das magnetische Potential angeschaltet ist. Die Haltezeit $t_H = 2.1$ ms im optischen Gitter alleine generiert die typische Form des Interferenzsignals des atomaren Ensembles nach ballistischer Expansion. (b) Form des effektiven Potentials in vertikaler Richtung während der Phasenaufprägung.

Aufgrund der direkten Einwirkung des Gravitationspotentials erfahren Atome auf unmittelbar benachbarten Gitterplätzen eine Potentialdifferenz von $mg\lambda/2$. Die relative makroskopische Phase $\phi_j(t)$ zum Zeitpunkt t am j -ten Gitterplatz hängt dabei von der anfänglichen Phase $\phi_j(t=0)$ und von der Gravitationsbeschleunigung g ab. Während der Zeitdauer $t = \tau$ des Systems im Gravitationsfeld entwickelt sie sich gemäß

$$\phi_j(\tau) = \phi_j(0) + j \omega_g \tau, \quad (4.20)$$

wobei $\omega_g = mg\lambda/2\hbar$ gilt und alle Anfangsphasen $\phi_j(0)$ identisch sind [22].

Nach der externen Phasenaufprägung wird die Potentialtiefe des optischen Gitters innerhalb von 160 ms wieder adiabatisch auf einen Endwert von etwa $16 E_R$ verringert⁷ und anschließend der Phasenzustand des Systems über das phasensensitive Interferenzsignal detektiert. Dazu wird das optische Potential – nach einer Haltezeit t_H der Atome von etwa 2.1 ms im Gitter alleine – ausgeschaltet und die atomare Dichteverteilung nach einer ballistischen Expansion von 17 ms mittels resonanter Absorption detektiert.

In Abb. 4.14 ist der beobachtete Interferenzkontrast als Funktion der Zeitdauer τ der Einwirkung des vom Gravitationspotential induzierten Phasengradienten auf das System dargestellt. Der Interferenzkontrast wird hierbei durch den in Abschnitt 4.2 eingeführten dimensionslosen Parameter ζ charakterisiert, der als das Verhältnis der Breite eines Maximums zum Abstand der beiden Maxima im Interferenzsignal definiert ist.

⁷Ohne die externe Phasenaufprägung wird bei einer optischen Gittertiefe von $16 E_R$ ein hoher Kontrast im Interferenzsignal (also eine geringe Phasenvarianz) beobachtet.

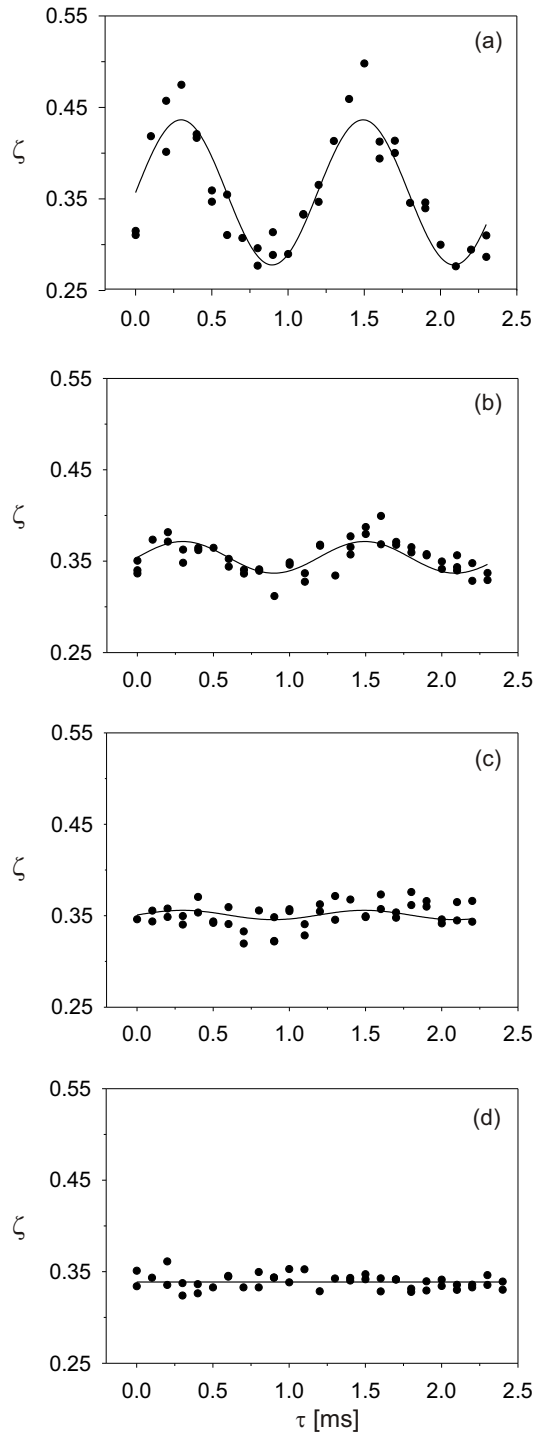


Abbildung 4.14: Beobachtung des Übergangs in die Quanten-Isolatorphase durch äußere Phasenaufprägung im Gravitationsfeld. Dargestellt ist die Abhängigkeit des Interferenzkontrasts ζ von der Zeitdauer τ der Einwirkung des externen Phasengradienten für unterschiedliche Gittertiefen: (a) $\Gamma = 8.5 \times 10^{-5}$, (b) $\Gamma = 1.6 \times 10^{-3}$, (c) $\Gamma = 1.3 \times 10^{-2}$ und (d) $\Gamma = 0.08$. Die durchgezogenen Kurven stellen jeweils Fitfunktionen an die experimentellen Datenpunkte dar.

Für relativ niedrige optische Gittertiefen ist eine starke Abhängigkeit des Interferenzkontrasts von der Dauer der Phasenaufprägung zu beobachten, siehe Abb. 4.14 (a): Das Interferenzsignal „oszilliert“ zwischen zwei sehr gut aufgelösten, d.h. deutlich voneinander separierten Interferenzmaxima ($\zeta \simeq 0.3$) und einem vollständig ausgewaschenen Kontrast ($\zeta \simeq 0.45$) hin und her. Diese Phasenempfindlichkeit nimmt jedoch mit zunehmender Potentialtiefe U_0 des optischen Gitters und damit zunehmenden Werten von Γ ab, siehe Abb. 4.14 (b) und (c). Für $\Gamma = 0.08$ in Abb. 4.14 (d) ist praktisch keine Abhängigkeit mehr von der Einwirkungsdauer des externen Phasengradienten auf das System zu beobachten. Diese Insensitivität ist die experimentelle Signatur für die globale Symmetrie der Quanten-Isolatorzustände. Zudem kehrt das System nach der gesamten experimentellen Sequenz aus Abb. 4.13 (a) stets wieder in einen Zustand mit einer geringen Phasenvarianz zurück (vgl. $\zeta \simeq 0.34$) und demonstriert damit insbesondere die Reversibilität des Übergangs in die Quanten-Isolatorphase. Das Einsetzen der globalen Symmetrie wird hierbei für Werte im Bereich um $\Gamma \sim 0.1$ beobachtet, die mit dem kritischen Wert Γ_{krit} aus der Transportmessung (vgl. Abschnitt 4.3.2) übereinstimmen.

4.3.4 „Klassische“ Isolatorphasen

Die beim Übergang in die Quanten-Isolatorphase als Folge einer zunehmenden Phasenvarianz im System auftretende Lokalisierung von Atomen und der damit verbundenen „Isolation“ des atomaren Ensembles gegenüber kohärenten Tunneloszillationen ist von anderen Effekten abzugrenzen, die im Rahmen der Gross-Pitaevskii-Theorie schwach wechselwirkender atomarer Gase [115, 119, 120] oder auch von wechselwirkungsfreien Modellen der Bloch-Oszillationen [121] vorausgesagt werden und die sich experimentell auf ähnliche Weise wie die Quanten-Lokalisierung manifestieren. Die diesbezüglich im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen sollen im vorliegenden Abschnitt vorgestellt werden.

Bei der Transportmessung in Abschnitt 4.3.2 wurden die kollektiven Tunneloszillationen des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter durch eine räumliche Verschiebung des Potentialminimums der Magnetfalle initiiert. Mittels einer Stabilitätsanalyse von Lösungen der diskreten nichtlinearen Schrödinger-Gleichung (vgl. Abschnitt 4.3.1) lässt sich jedoch zeigen, dass eine zu große Translation zur Ausbildung von dynamischen oder Modulations-Instabilitäten führt [115]. Diese sind ein generelles Kennzeichen nichtlinearer Wellengleichungen und bewirken durch das Zusammenspiel von Dispersion und Nichtlinearität ein exponentielles Anwachsen von Störungen innerhalb einer Trägerwelle, die schließlich zur räumlichen Lokalisierung führen. Im Grenzfall schwach wechselwirkender atomarer Ensembles im optischen Gitter kommt es zu einer exponentiellen Divergenz der relativen Phasen unmittelbar benachbarter Gitterplätze, sobald eine kritische Translation der Magnetfalle von

$$\Delta_{\text{krit}} = \frac{\lambda}{2} \sqrt{2\gamma/\Omega} \quad (4.21)$$

überschritten wird [115]. (Die Größe $\Omega = 2.28 \times 10^{-4} E_R$ ist der in Abschnitt 4.3.1 eingeführte Energie-Offset zwischen benachbarten Gitterplätzen.) Insbesondere folgt damit eine Dephasierung von Atomen, die sich an unterschiedlichen Gitterplätzen befinden, während an jedem einzelnen Gitterplatz selbst eine wohldefinierte Phase vorliegt. Die notwendige Voraussetzung zur Ausbildung einer kollektiven kohärenten Tunneloszillation ist jedoch die Existenz einer makroskopischen Phase im gesamten Gittersystem und nicht nur an den einzelnen Gitterplätzen.

Folglich wird eine makroskopische Bewegung von Atomen im optischen Gitterpotential für Translationen $\Delta \geq \Delta_{\text{krit}}$ unterdrückt, woraus die räumliche Lokalisierung des atomaren Ensembles resultiert⁸.

Darüber hinaus wird auch im Grenzfall wechselwirkungsfreier Teilchen eine räumliche Lokalisierung für hinreichend große Verschiebungen des externen harmonischen Potentials vorausgesagt, die mit einer Unterdrückung der Amplitude von Bloch-Oszillationen zusammenhängt [121]. Das Auftreten von Bloch-Oszillationen ist ein fundamentales Kennzeichen der Quanten-Transporteigenschaften in einem Gitter [122,123]: Unter dem Einfluss einer konstanten externen Kraft F führen die Teilchen eine periodische Bewegung innerhalb der ersten Brillouinzone des Gitters mit der Bloch-Periode $\tau_B = h/Fd$ aus ($d = \lambda/2$). Die Eigenenergien des Systems, $\epsilon_j = j \cdot E$ mit $j \in \mathbb{Z}$, bilden eine sogenannte Wannier-Stark-Leiter [124,125], deren Abstände $E = h/\tau_B$ der inversen Bloch-Periode entsprechen. Insbesondere sind die zugehörigen Eigenfunktionen $\psi_j(i) = J_{j-i}(2\gamma/E) = J_{j-i}(\gamma/\Omega\Delta)$ an den einzelnen Gitterplätzen $j = i$ lokalisiert; J bezeichnet hierbei die Bessel-Funktion. Aus der Wellenfunktion lässt sich schließlich die Amplitude der Bloch-Oszillation ableiten, die jedoch für Translationen größer als

$$\Delta_{\text{krit}} = \frac{\lambda}{2} \frac{2\gamma}{\Omega} \quad (4.22)$$

vollständig unterdrückt wird und damit – trotz der weiterhin bestehenden Phasenkohärenz zwischen benachbarten Gitterplätzen – zur Lokalisierung der Atome an den einzelnen Gitterplätzen führt.

Die beiden diskutierten „klassischen“ Lokalisierungsmechanismen im optischen Gitter unterscheiden sich in zwei wesentlichen Punkten von einer Quanten-Isolation des Vielteilchensystems: Sie hängen einerseits von der *Translationsamplitude* des harmonischen Magnetfallenpotentials ab und sind zudem *irreversibel*. Zur gezielten experimentellen Identifizierung einer klassischen Isolation des atomaren Ensembles im optischen Gitter werden diese beiden charakteristischen Eigenschaften im folgenden ausgenutzt.

Den experimentellen Ablauf zur Messung einer irreversiblen Dephasierung des atomaren Ensembles im optischen Gitter zeigt Abb. 4.15 (a). Nach einer räumlichen Verschiebung der Magnetfalle mit jeweils unterschiedlichen Amplituden Δ (vgl. Abschnitt 4.3.2) wird das atomare Ensemble für eine konstante Zeitdauer von 30 ms im translatierten effektiven Potential bei einer optischen Gittertiefe von etwa $22 E_R$ gehalten. Insbesondere ist diese Zeitdauer hinreichend lang gewählt, so dass mögliche Dephasierungsmechanismen im System stattfinden können (s.u.). Die resultierende Größe der Phasenvarianz zwischen benachbarten Gitterplätzen wird nach dem Ausschalten sämtlicher Fallenpotentiale wiederum mit Hilfe des Interferenzsignals des ballistisch expandierten atomaren Ensembles detektiert.

In Abb. 4.15 (b) ist der nach jeweils 17 ms ballistischer Expansion gemessene Interferenzkontrast ζ des atomaren Ensembles in Abhängigkeit von der Translationsamplitude Δ der Magnetfalle dargestellt (gefüllte Kreissymbole). Für relativ geringe räumliche Verschiebungen ($\Delta \lesssim 10 \mu\text{m}$) wird ein relativ hoher Kontrast des Interferenzsignals mit Werten im Bereich

⁸In der Literatur wird in diesem Zusammenhang auch von einem „klassischen“ Übergang in eine Isolatorphase gesprochen [115], womit im wesentlichen die Beschreibung im Rahmen der Gross-Pitaevskii-Theorie gemeint ist.

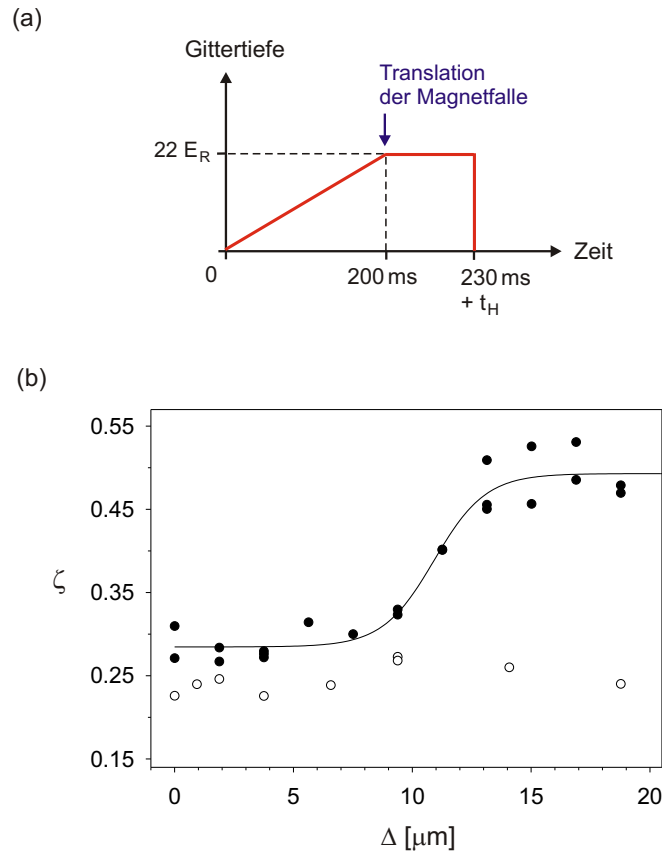


Abbildung 4.15: (a) Zeitlicher Verlauf der optischen Gittertiefe zum Nachweis einer klassischen Isolation über die Kohärenz des Systems. (b) Interferenzkontrast ζ für unterschiedliche Translationen Δ der Magnetfalle bei einer Gittertiefe von $22 E_R$. Gefüllte und offene Kreise unterscheiden Messungen mit und ohne die Wartezeit von 30 ms. Die durchgezogene Kurve ist ein sigmoider Fit an die experimentellen Datenpunkte.

$\zeta \simeq 0.28$ beobachtet, so dass sich demzufolge das atomare Ensemble im optischen Gitter nach wie vor in einem phasenkohärenten Zustand befindet. Ab einer bestimmten Translation des magnetischen Potentials nimmt der Interferenzkontrast jedoch sehr schnell ab und deutet damit auf die einsetzende Dephasierung von Atomen auf benachbarten Gitterplätzen hin. Diese kritische Verschiebung Δ_{krit} wurde mit Hilfe einer sigmoiden Fitfunktion bestimmt und ergab $\Delta_{\text{krit}} \simeq 12.4 \pm 0.3 \mu\text{m}$ bei einer Gittertiefe von $22 E_R$. Darüber hinaus sind in Abb. 4.15 (b) ebenfalls Messpunkte gezeigt (offene Kreissymbole), die ohne die 30 ms Wartezeit im translatierten Potential aufgenommen wurden. Die Tatsache, dass sich der Interferenzkontrast hierbei nicht ändert, d.h. nicht verschlechtert, deutet insbesondere auf eine unzureichende Zeitdauer für das Einsetzen einer Dephasierung hin.

Zur weiteren Analyse der klassischen Isolation des Systems wurde ebenfalls die Amplitude der kohärenten Tunneloszillationen in Abhängigkeit von der Größe Δ der Translation der Magnetfalle untersucht. Der entsprechende experimentelle Ablauf ist schematisch in Abb. 4.16 (a) dargestellt. Bei einer konstanten optischen Gittertiefe von wiederum $22 E_R$ wurde die vertikale Schwerpunktposition des atomaren Ensembles jeweils 10 ms nach der Translation des

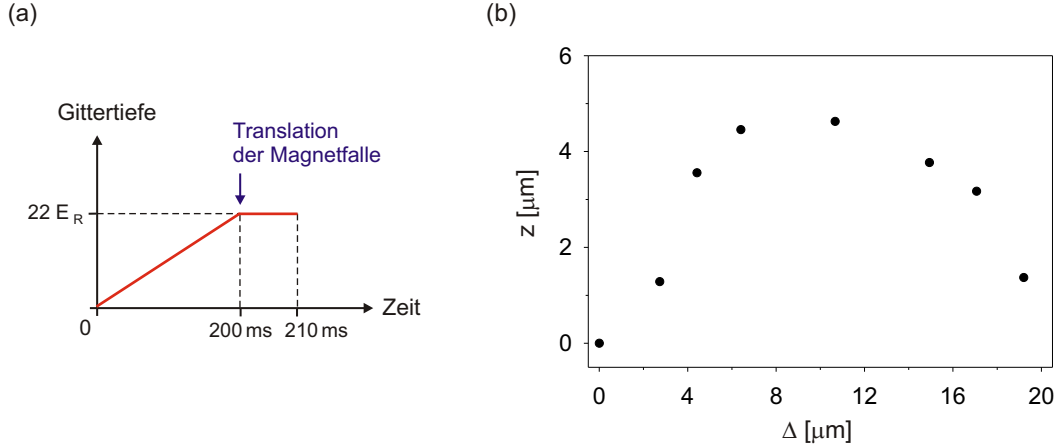
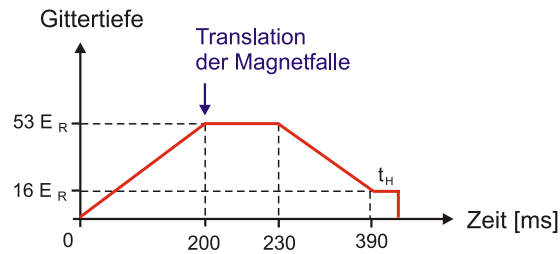


Abbildung 4.16: (a) Zeitlicher Verlauf der optischen Gittertiefe zum Nachweis einer klassischen Isolation über die Transporteigenschaften des Systems. (b) In situ Messung: Vertikale Schwerpunktposition des atomaren Ensembles jeweils 10 ms nach der Translation der Magnetfalle um den Wert Δ bei einer optischen Gittertiefe von $22 E_R$.

magnetischen Potentials um unterschiedliche Werte Δ in situ detektiert. Das Ergebnis dieser Messung ist in Abb. 4.16 (b) dargestellt. Die Auswertung ergibt, dass ab einer kritischen Verschiebung von $\Delta_{\text{krit}} \simeq 12.8 \mu\text{m}$ die Oszillationsamplitude nicht mehr zunimmt. Mit der einsetzenden Dephasierung werden die Atome an ihren jeweiligen Gitterplätzen lokalisiert und die Amplitude nimmt für noch größere Translationen der Magnetfalle wieder ab. Sowohl diese direkte Messung der räumlichen Lokalisierung des atomaren Ensembles im optischen Gitter als auch die vorherige Beobachtung des Verlusts des Interferenzkontrasts sind charakteristische Eigenschaften einer klassischen Isolatorphase [115].

Um die klassische Lokalisierung des atomaren Ensembles im optischen Gitter schließlich direkt von der in den vorangehenden Abschnitten 4.3.2 und 4.3.3 untersuchten Quanten-Isolation abzugrenzen, wurde das Einsetzen der Dephasierung ebenfalls für eine optische Gittertiefe mit $\Gamma \geq \Gamma_{\text{krit}}$, also jenseits des Übergangs in die Quanten-Isolatorphase untersucht. Konkret wurde dazu das optische Gitterpotential jeweils 30 ms nach dem Zeitpunkt der Translation der Magnetfalle um unterschiedliche Werte Δ von seinem Maximalwert $U_0 = 53 E_R$ zunächst adiabatisch auf einen Wert von $16 E_R$ verringert, bevor das atomare Ensemble ballistisch expandieren konnte, siehe Abb. 4.17 (a). In diesem Fall wird ein Einsetzen der Dephasierung bei einem etwas kleineren Wert von $\Delta_{\text{krit}} \simeq 8.8 \pm 0.3 \mu\text{m}$ gemessen, der aber immer noch deutlich oberhalb des größten zur Untersuchung der Quanten-Lokalisierung verwandten Wertes von $6.4 \mu\text{m}$ liegt, vgl. Abschnitt 4.3.2. Insbesondere lässt sich die Beobachtung, dass der Interferenzkontrast bei Gittertiefen mit $\Gamma \geq \Gamma_{\text{krit}}$ für Translationen $\Delta < \Delta_{\text{krit}}$ nach der gesamten experimentellen Sequenz aus Abb. 4.17 (a) wieder zurückkehrt, nicht mit der irreversiblen Dephasierung der klassischen Lokalisierung erklären. Dieses Ergebnis verifiziert also eindeutig, dass die Transportmessung aus Abschnitt 4.3.2 im Regime kleiner Oszillationsamplituden durchgeführt wurde, das notwendig für das Auftreten von Quanten-Lokalisierungseffekten aufgrund einer zunehmenden Phasenvarianz im System ist.

(a)



(b)

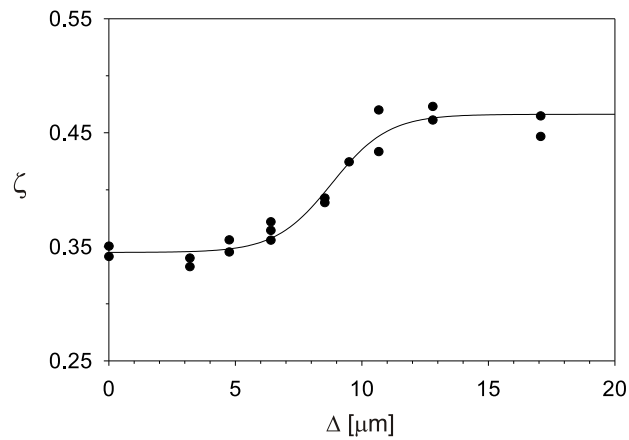


Abbildung 4.17: (a) Schematische Darstellung des zeitlichen Verlaufs der optischen Gittertiefe zur experimentellen Abgrenzung der Quanten-Isolation des Systems gegenüber der klassischen Isolation durch Nachweis einer irreversiblen Dephasierung im klassischen Fall. (b) Interferenzkontrast ζ für unterschiedliche Translationen Δ der Magnetfalle bei einer optischen Gittertiefe von $53 E_R$. Die durchgezogene Kurve ist eine sigmoide Fitfunktion an die experimentellen Datenpunkte.

4.4 Quanten-Phasenoszillationen

Neben der kontrollierten experimentellen Präparation von Eingangszuständen des Interferometers mit einer minimalen Teilchenzahlvarianz (vgl. Abschnitt 4.3) ist zum Erreichen höchster Messgenauigkeiten insbesondere die konkrete Realisierung der einzelnen Komponenten der jeweiligen Interferometergeometrie von entscheidender Bedeutung. Ein zentrales Element stellt in diesem Zusammenhang der Strahlteiler oder $\pi/2$ -Puls im Ramsey-Interferometer-Schema dar, der eine Projektion der Eingangszustände auf entsprechende Zustände mit minimaler Phasenvarianz bewirkt, so dass Phasenverschiebungen am Heisenberg-Limit detektiert werden können (vgl. Abschnitt 4.1). Der vorliegende Abschnitt stellt Experimente im Rahmen dieser Arbeit zur Realisierung eines entsprechenden Strahlteilers vor, der auf der gezielten Ausnutzung von Oszillationen in der Phasenvarianz des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter basiert. Insbesondere wird die Quanten-Phasenoszillationsdynamik des Systems für erste Messungen zur Durchführung einer hochauflösenden Ramsey-Interferometrie eingesetzt.

4.4.1 Initiierung von Quanten-Phasenoszillationen

Die Dynamik des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter lässt sich nicht mehr im Rahmen der Gross-Pitaevskii-Theorie beschreiben, sobald der Einfluss von Quanten-Fluktuationen im System nicht mehr vernachlässigt werden kann [126]. Dies haben insbesondere die Untersuchungen im Zusammenhang mit dem Übergang des atomaren Ensembles in eine Quanten-Isolatorphase sehr deutlich gezeigt (vgl. Abschnitt 4.3). Darüber hinaus wird bereits schon bei der Berücksichtigung von Korrekturen zur Gross-Pitaevskii-Gleichung im Rahmen einer Variationsrechnung das Auftreten neuer makroskopischer Kohärenzphänomene für zwei schwach gekoppelte Bose-Einstein Kondensate in einem Doppelmuldenpotential vorhergesagt [127], darunter insbesondere ein oszillatorisches Verhalten der relativen Phasenvarianz. Das Ziel der in den folgenden Abschnitten vorgestellten Experimente dieser Arbeit bestand darin, diese Quanten-Phasenoszillationen im Fall des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter anzuregen und anschließend gezielt einzusetzen, um das Vielteilchensystem kontrolliert von einem Zustand maximaler Phasenvarianz in einen Zustand minimaler Phasenvarianz zu überführen und auf diese Weise einen Strahlteiler im Sinne der Heisenberg-limitierten Ramsey-Interferometrie aus Abschnitt 4.1 zu realisieren.

Das konkrete experimentelle Vorgehen zur Initiierung von Quanten-Phasenoszillationen basiert auf einer nicht-adiabatischen Änderung des optischen Gitterpotentials und ist schematisch in Abb. 4.18 (a) dargestellt. Nach dem üblichen adiabatischen Transfer des Bose-Einstein kondensierten Ensembles aus der Magnetfalle in das effektive magnetooptische Potential über einen Zeitraum von 200 ms wird das optische Gitterpotential dann innerhalb von $\Delta t = 1$ ms von seinem Anfangswert U_i auf einen niedrigeren Wert U_f abgesenkt⁹. Die relative Phasenvarianz des resultierenden Vielteilchenzustands wird anschließend stroboskopisch für verschiedene Zeiten t_{osz} im abgesenkten optischen Gitterpotential über das Interferenzsignal des atomaren Ensembles nach jeweils 17 ms ballistischer Expansion detektiert. Insbesondere manifestiert sich bei dieser Methode eine oszillierende relative Phasenvarianz im System experimentell in einer Kontrastoszillation des Interferenzsignals.

⁹Wegen $\Delta t \gg T_{\text{opt}} = 2\pi/\omega_{\text{opt}} \sim 0.01$ ms werden hierbei keine Übergänge in höhere Energiebänder angeregt.

Ein Beispiel einer entsprechenden Messung ist in Abb. 4.18 (b) gezeigt, bei der das optische Gitterpotential von $U_i = 53 E_R$ nicht-adiabatisch auf den Wert $U_f = 16 E_R$ abgesenkt wurde. Hierbei ist ein deutliches oszillatorisches Verhalten des atomaren Interferenzsignals zwischen einem vollständig ausgewaschenen Kontrast (große Werte für ζ) und einem sehr hohen Kontrast (kleine Werte für ζ) der beiden Interferenzmaxima zu erkennen (siehe auch Abb. 4.19). Allerdings treten für längere Oszillationszeiten auch Dämpfungseffekte auf. So ist die relative Phasenvarianz des Systems an der Stelle des zweiten Kontrastminimums bei $t_{\text{osz}} \simeq 92$ ms und einem Wert von $\zeta \simeq 0.27$ eindeutig größer als an der Stelle des ersten Minimums bei $t_{\text{osz}} \simeq 36$ ms, an der noch ein deutlich höherer Interferenzkontrast mit einem Wert von $\zeta \simeq 0.23$ erreicht wird.

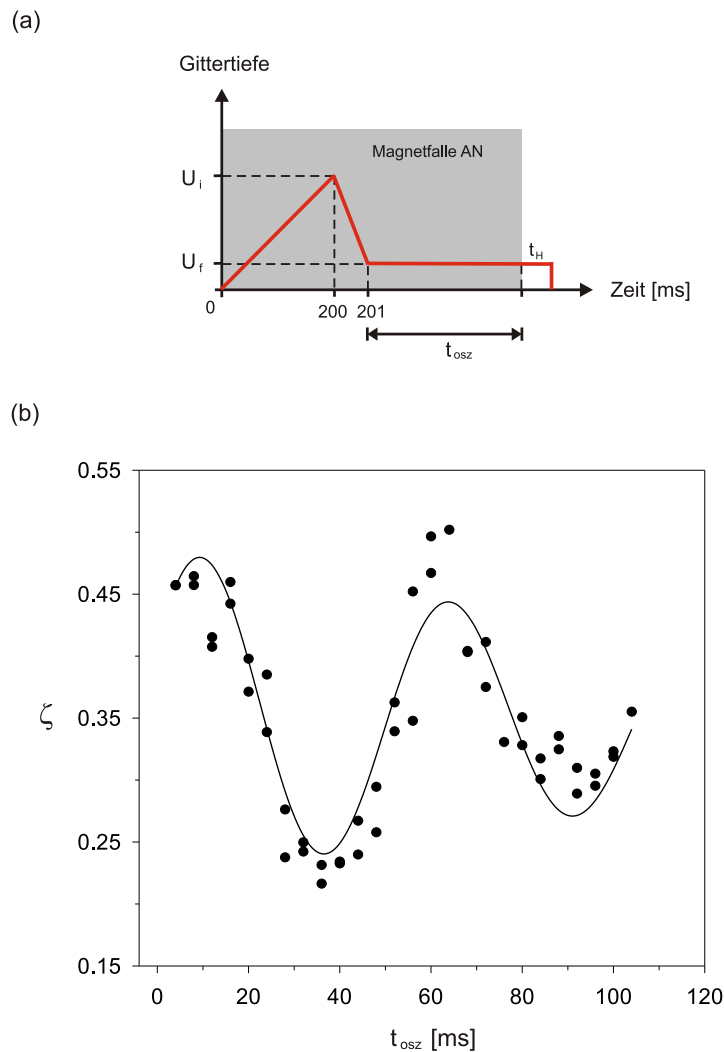


Abbildung 4.18: (a) Schematische Darstellung des experimentellen Ablaufs zur Initiierung einer Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles durch nicht-adiabatisches Absenken des optischen Gitterpotentials von seinem Anfangswert U_i auf den Endwert U_f . (b) Beobachtete Kontrastoszillation im Interferenzsignal aufgrund einer Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles nach Absenken des optischen Gitters von $53 E_R$ auf $16 E_R$. Die durchgezogene Kurve ist eine gedämpfte sinusförmige Fitfunktion an die experimentellen Datenpunkte und liefert eine Oszillationsfrequenz von $\omega \simeq 2\pi \times 22$ Hz.

Zur Veranschaulichung sind in Abb. 4.19 einige ausgewählte Absorptionsoptionen des atomaren Ensembles im Verlauf der Quanten-Phasenoszillation aus Abb. 4.18 (b) dargestellt, die eine sukzessive Verbesserung des atomaren Interferenzkontrasts bis etwa 36 ms erkennen lassen, der sich anschließend jedoch verschlechtert, d.h. immer stärker verwäscht, sich aber nach einer Oszillationszeit von ungefähr 72 ms wieder verbessert.

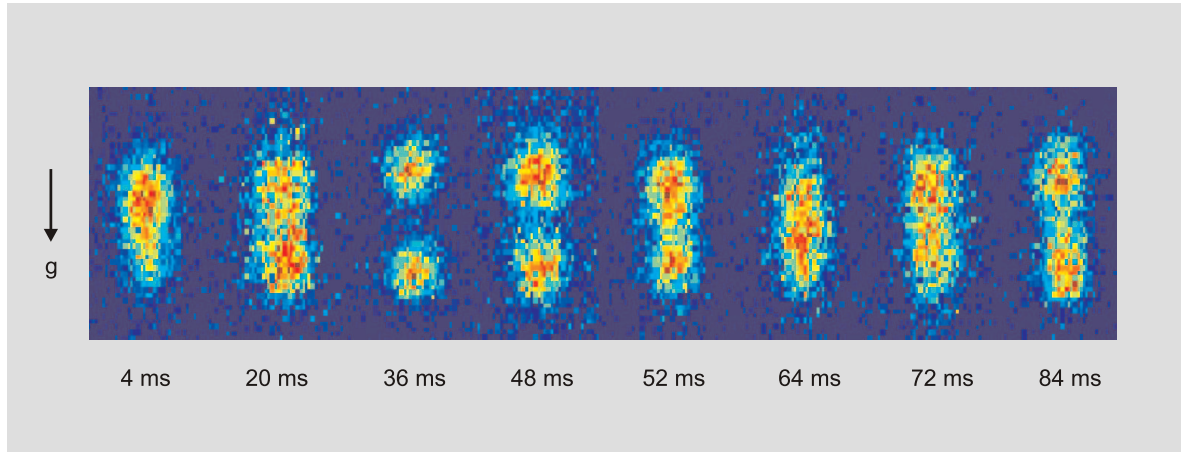


Abbildung 4.19: Absorptionsoptionen des atomaren Ensembles für unterschiedliche Zeiten t_{osz} im Verlauf der in Abb. 4.18 (b) dargestellten Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles. Jedes einzelne Bild wurde nach einer ballistischen Expansion von 17 ms mit einem neuen Bose-Einstein kondensierten Ensemble aufgenommen, das unter jeweils identischen experimentellen Bedingungen erzeugt wurde.

Diese dynamische Entwicklung der relativen Phasenvarianz des atomaren Ensembles im optischen Gitter soll im folgenden gezielt zur experimentellen Implementierung des in Abschnitt 4.1 vorgestellten Schemas zur Realisierung einer Ramsey-Interferometrie mit gequetschten Zuständen des Bose-Einstein kondensierten Ensembles eingesetzt werden.

4.4.2 Ramsey-Interferometrie

Zur systematischen Überführung des Systems von einem anfangs Teilchenzahl-gequetschten Zustand im optischen Gitter mit einer entsprechend großen Phasenvarianz in einen Zustand mit der experimentell erreichbaren minimalen Phasenvarianz wird eine Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles angeregt. Das konkrete Ziel besteht nun darin, im Verlauf dieser Oszillation denjenigen Phasenzustand zu erreichen, der zu einem minimalen Wert im atomaren Interferenzkontrast ζ führt. – Formal hat das Vielteilchensystem zu diesem Zeitpunkt dann den ersten Strahlteiler beziehungsweise den ersten $\pi/2$ -Puls im Ramsey-Interferometer passiert. – Eine relative Phasenverschiebung in den Interferometerarmen wird anschließend durch eine definierte externe Phasenaufprägung im Gravitationsfeld realisiert. Zur Realisierung des zweiten Strahlteilers im Interferometer wird die Quanten-Phasenoszillation schließlich in umgekehrter Weise wie vorher, nämlich diesmal zur Transformation des Zustands mit geringer Phasenvarianz in einen solchen mit großer Phasenvarianz eingesetzt.

Die experimentelle Umsetzung dieses Interferometer-Schemas ist in der folgenden Abbildung 4.20 (a) veranschaulicht. Dabei wird konkret von einer Quanten-Phasenoszillation ausgegangen, bei der das System nach einer Oszillationszeit von etwa 28 ms nach Absenken des optischen Gitterpotentials von $U_i = 53 E_R$ auf $U_f = 16 E_R$ einen Zustand mit minimaler relativer Phasenvarianz erreicht.

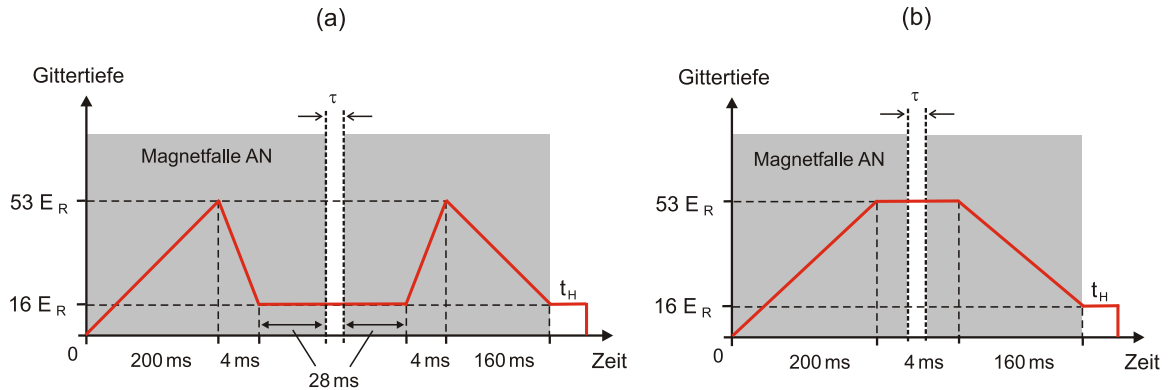


Abbildung 4.20: Schematische Darstellung der experimentellen Realisierung des Schemas der Ramsey-Interferometrie mit gequetschten Zuständen auf der Basis einer Quanten-Phasenoszillation, bei der das System nach $t_{osz} \simeq 28 \text{ ms}$ einen Zustand mit minimaler Phasenvarianz erreicht (a). Genau nach dieser Zeit erfolgt die externe Phasenaufprägung im Gravitationsfeld. Als Vergleich wird eine entsprechende experimentelle Sequenz durchgeführt, bei der keine Quanten-Phasenoszillation angeregt wird, sondern die externe Phase direkt dem Fock-Zustand aufgeprägt wird (b).

Genau nach dieser Zeit erfolgt die externe Phasenaufprägung im Gravitationsfeld, und zwar wiederum durch kurzzeitiges Ausschalten der Magnetfalle für variable Zeiten τ zwischen 0 ms und 2.6 ms (vgl. Abschnitt 4.3.3). Nach einer weiteren Oszillationszeit von 28 ms und nach erneutem Erhöhen des optischen Gitterpotentials auf seinen Anfangswert U_i befindet sich das System wieder in einem Zustand mit großer relativer Phasenvarianz. Schließlich wird das Interferenzsignal des atomaren Ensembles nach adiabatischem Absenken des optischen Gitterpotentials über einen Zeitraum von 160 ms auf den Endwert $U_f = 16 E_R$ und nach der üblichen ballistischen Expansion von 17 ms ausgelesen.

Darüber hinaus wird zum direkten Vergleich ein ähnliches Experiment durchgeführt, bei dem die externe Phase direkt dem Teilchenzahl-gequetschten Anfangszustand (Fock-Zustand) aufgeprägt wird. Insbesondere wird in diesem Fall die anfängliche Potentialtiefe des optischen Gitters von $U_i = 53 E_R$ *nicht* abgesenkt und damit folglich auch keine Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles initiiert, siehe Abb. 4.20 (b).

Das Ergebnis dieser beiden Ramsey-Interferometrie-Messungen ist in Abb. 4.21 gezeigt. Dabei lässt sich ein eindeutiger Unterschied in dem Verhalten der Zustände mit kleiner und großer relativer Phasenvarianz feststellen, der sich entsprechend deutlich im experimentell beobachteten Interferenzkontrast ζ manifestiert. Während der Fock-Zustand (Diamantensymbole) praktisch völlig unempfindlich gegenüber der von außen aufgeprägte Phase ist und nahezu konstant niedrige Werte für ζ ergibt, die man typischerweise bei der vergleichsweise niedrigen Gittertiefe von

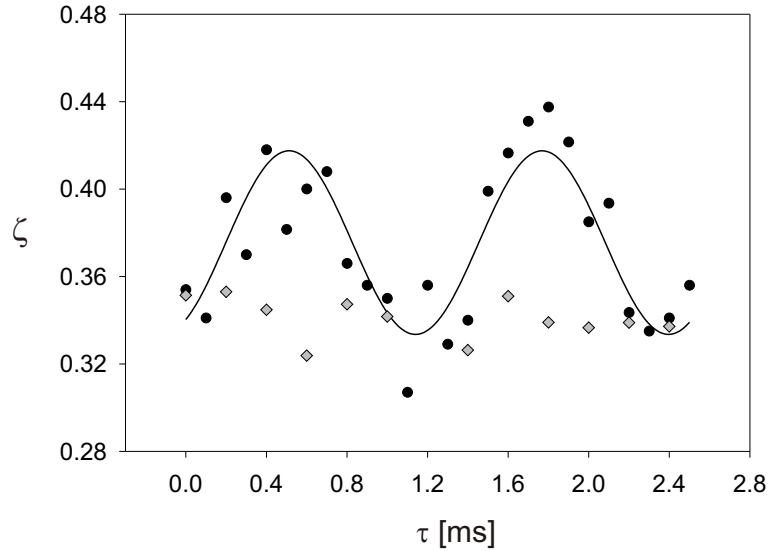


Abbildung 4.21: Gemessener Interferenzkontrast ζ nach der Ramsey-Sequenz. Kreis- und Diamantensymbole unterscheiden Messungen, bei denen die äußere Phase dem Zustand mit minimaler Phasenvarianz im Verlauf der Quanten-Phasenoszillation bzw. dem ursprünglichen Fock-Zustand aufgeprägt wurde. Alle Datenpunkte wurden jeweils mit einer Haltezeit $t_H = 1.3$ ms und nach einer Flugzeit von 17 ms aufgenommen. Die durchgezogene Kurve ist ein sinusförmiger Fit an die durch Kreise dargestellten experimentellen Datenpunkte.

$16 E_R$ auch ohne eine externe Phasenaufprägung beobachtet, zeigt der Zustand mit minimaler relativer Phasenvarianz (Kreissymbole) eine sehr deutliche Abhängigkeit von der Dauer der Phasenaufprägung: Das Interferenzsignal oszilliert zwischen gutem Kontrast ($\zeta \simeq 0.34$) und schlechtem Kontrast ($\zeta \simeq 0.42 \dots 0.44$) der beiden Interferenzmaxima. Insbesondere ergibt sich für die Periode T dieser Oszillation mit Hilfe eines sinusförmigen Fits an die experimentellen Datenpunkte ein Wert von $T \simeq 1.0 \pm 0.1$ ms. Darüber hinaus lässt sich die Oszillationsperiode für den Fall einer externen Phasenaufprägung im Gravitationsfeld auch mit Hilfe von Gleichung (4.20) berechnen, und man erhält

$$T = \frac{2\pi}{\omega_g} = \frac{2\pi}{mg\lambda/2\hbar} \simeq 1.1 \text{ ms.} \quad (4.23)$$

Dieser berechnete Wert stimmt damit im Rahmen der üblichen Messunsicherheiten sehr gut mit dem experimentell gemessenen Wert überein.

Das Ergebnis dieser beiden interferometrischen Messungen demonstriert folglich die prinzipielle Anwendbarkeit des obigen Schemas zur Realisierung einer Ramsey-Interferometrie mit gequetschten Zuständen auf der Basis der kollektiven Quanten-Phasenoszillationen des atomaren Ensembles, auch wenn hier noch keine ultimativen Messgenauigkeiten erreicht werden. Weitere Einzelheiten zu diesem Schema insbesondere im Hinblick auf die experimentellen Möglichkeiten zum Erreichen höherer Messgenauigkeiten werden in den folgenden Abschnitten diskutiert.

An dieser Stelle soll nachdrücklich darauf hingewiesen werden, dass es sich bei sämtlichen Messungen der folgenden Abschnitte im Zusammenhang mit der Realisierung und Analyse sogenannter „kompensierter“ Quanten-Phasenoszillationen des Bose-Einstein kondensierten Ensembles im optischen Gitter um Präliminärergebnisse dieser Arbeit handelt, die derzeit noch Gegenstand aktueller experimenteller und theoretischer Untersuchungen in der Arbeitsgruppe von Prof. M. Kasevich sind und dabei insbesondere in direkter Zusammenarbeit mit den theoretischen Arbeitsgruppen um Prof. S. Sachdev und Prof. S. Girvin an der Yale University über den Rahmen dieser Doktorarbeit hinaus weitergeführt werden.

4.4.3 „Kompensierte“ Quanten-Phasenoszillationen

Ein wichtiger Effekt, der insbesondere im Zusammenhang mit einer nicht-adiabatischen Änderung der Potentialtiefe des optischen Gitters zu berücksichtigen ist, betrifft die räumliche Dichteverteilung des atomaren Ensembles bezüglich der einzelnen Gitterplätze, die sich ebenfalls mit der Gittertiefe ändert. Aufgrund der daraus resultierenden Unterschiede im chemischen Potential kann es zu einer Ausbildung von ähnlichen kollektiven Oszillationen des Systems wie im Fall des Josephson-Tunnelkontakts kommen (vgl. Abschnitt 4.3.2). Qualitativ lässt sich dieser Effekt durch die Betrachtung der Form der Grundzustands-Dichteverteilung, und zwar zunächst von Atomen an einem einzelnen Gitterplatz verstehen (siehe Abb. 4.22). Wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, lässt sich das optische Dipolpotential $U_0(z)$, das die Atome eines einzelnen Gitterplatzes erfahren, in erster Näherung als harmonisch annehmen. Es gilt also $U_0(z) \simeq \frac{1}{2}m\omega_0^2 z^2$ mit der harmonischen Oszillatorfrequenz ω_0 . Aus der gaußförmigen Grundzustands-Wellenfunktion ψ_0 des harmonischen Oszillators

$$\begin{aligned}\psi_0(z) &= \frac{1}{\pi^{1/4}\sqrt{a_0}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z}{a_0}\right)^2\right] \\ &= A_0 \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{a_0}\right)^2\right]\end{aligned}\quad (4.24)$$

ergibt sich die zugehörige atomare Dichteverteilung an diesem Gitterplatz zu $n(z) = |\psi_0(z)|^2 \propto A_0^2$. Die räumliche Ausdehnung dieser Verteilung ist durch die harmonische Oszillatorlänge $a_0 = (\hbar/m\omega_0)^{1/2}$ gegeben (vgl. Abschnitt 2.1.1), die insbesondere auch deren Amplitude A_0 bestimmt. Wird nun die Potentialtiefe $U_0 \propto \omega_0^2$ des optischen Gitters zur experimentellen Anregung einer kollektiven Quanten-Phasenoszillation im System erniedrigt (vgl. Abschnitt 4.4.1), so wächst die Oszillatorlänge $a_0 \propto \omega_0^{-1/2}$ mit abnehmendem ω_0 an, während die Amplitude $A_0 \propto a_0^{-1/2}$ mit zunehmendem a_0 kleiner wird. Die hiermit verbundenen Änderungen in der räumlichen Dichteverteilung der Atome führen schließlich zu einer entsprechenden Änderung des lokalen chemischen Potentials $\mu(z) = gn(z)$ mit $g = 4\pi\hbar^2 a/m$.

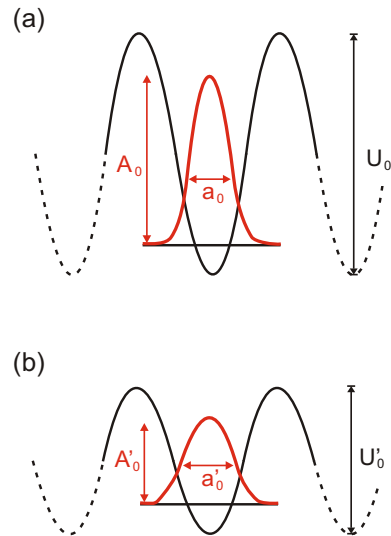


Abbildung 4.22: Schematische Darstellung der räumlichen Dichteverteilung von Atomen eines einzelnen Gitterplatzes in einem hohen (a) und niedrigen (b) optischen Gitter.

Wie sich die gerade beschriebenen lokalen Änderungen an den einzelnen Gitterplätzen auf das gesamte System im optischen Gitter auswirken, ist qualitativ in Abb. 4.23 dargestellt. Das atomare Ensemble befindet sich anfangs im Gleichgewichtszustand im effektiven Potential $U_{\text{eff},i}$, das aus der Überlagerung des harmonischen Potentials $U_{\text{mag},i}$ der Magnetfalle mit dem optischen Gitter entsteht (vgl. Abschnitt 4.2). Dabei sind die einzelnen Gitterplätze

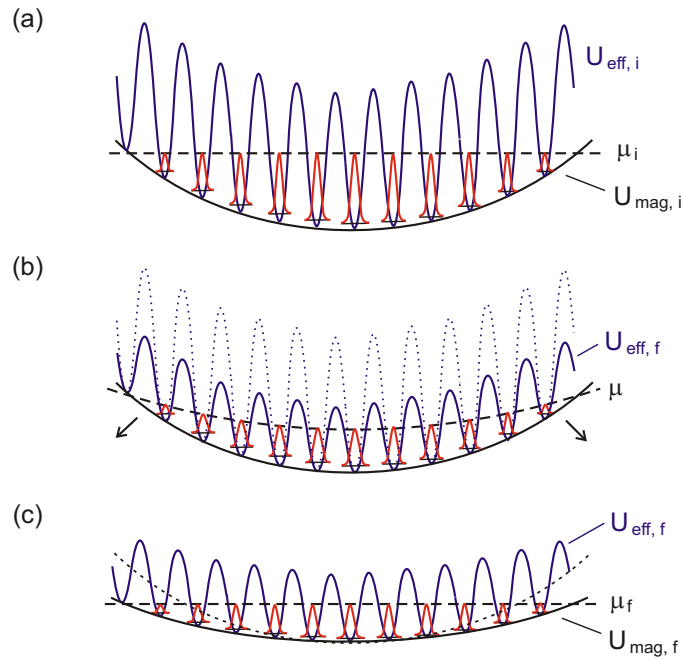


Abbildung 4.23: (a) – (c) Qualitative Änderung des chemischen Potentials aufgrund der Änderung der optischen Gittertiefe sowie dessen Kompensation durch eine entsprechende Anpassung des magnetischen Fallenpotentials (siehe Text).

derart mit Atomen besetzt, dass das chemische Potential μ_i innerhalb des gesamten Systems einen konstanten Wert annimmt, siehe Abb. 4.23 (a). Durch eine Erniedrigung der optischen Potentialtiefe ändert sich die lokale Dichteverteilung des atomaren Ensembles an den einzelnen Gitterplätzen in der oben beschriebenen Weise (siehe Abb. 4.22) und führt insbesondere dazu, dass das chemische Potential μ nicht mehr konstant ist: Relativ zu den „mittleren“ Gitterplätzen im Zentrum der harmonischen Falle ist der Wert von μ erhöht, siehe Abb. 4.23 (b). Eine von dieser Potentialdifferenz im System initiierte kollektive Tunneloszillation lässt sich jedoch vermeiden, sofern die Form des magnetischen Potentials derart verändert, d.h. der magnetische Einschluss soweit abgeschwächt wird ($U_{\text{mag},i} \rightarrow U_{\text{mag},f}$), dass das mit $U_{\text{mag},f}$ assoziierte chemische Potential $\mu_{\text{mag},f}$ wieder einen konstanten Wert annimmt, siehe Abb. 4.23 (c).

Experimentell lässt sich das harmonische Potential der magnetischen TOP-Falle durch eine systematische Änderung der charakteristischen Parameter „Krümmung“ B_{TOP}'' und „Offset“ B_0 zur *Kompensation* von Änderungen im chemischen Potential anpassen. Die entsprechende Vorgehensweise ist qualitativ in Abb. 4.24 (a) bis (c) dargestellt. Wie bereits auch schon im Zusammenhang mit der externen Phasenaufprägung im Gravitationsfeld ausgenutzt wur-

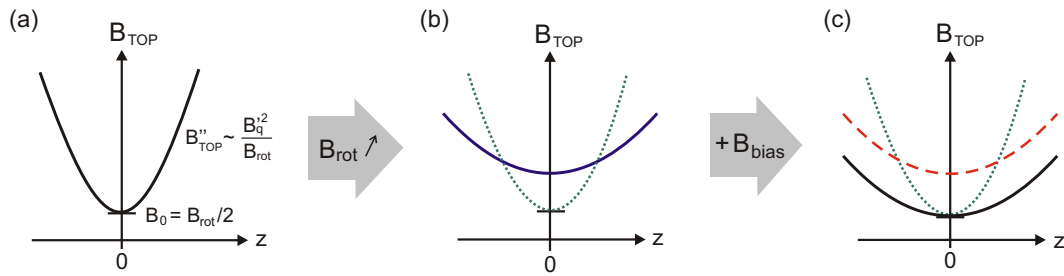


Abbildung 4.24: Qualitative Darstellung der Änderung der charakteristischen Parameter Krümmung B''_{TOP} und Offset B_0 einer TOP-Falle zur Kompensation von Änderungen im chemischen Potential beim Absenken des optischen Gitterpotentials (siehe Text).

de (vgl. Abschnitt 4.3.3), lässt sich der magnetische Ensemble-Einschluss durch Erhöhen der rotierenden Magnetfeldkomponente B_{rot} abschwächen, da die Krümmung der TOP-Falle mit $B''_{TOP} \propto B_q^2/B_{rot}$ skaliert. Zusammen mit B_{rot} würde sich aber insbesondere auch der Wert des magnetischen Offsetfelds $B_0 \propto B_{rot}$ der Falle erhöhen. Diese Änderung wird jedoch durch gleichzeitiges Anlegen eines magnetischen 'Bias'-Felds B_{bias} in vertikaler Richtung unterbunden. Experimentell wird dieses Bias-Feld mittels einer zusätzlich in die Apparatur eingebrachten Spule generiert, mit der sich Felder in der Größenordnung von mehreren Gauss erzeugen lassen.

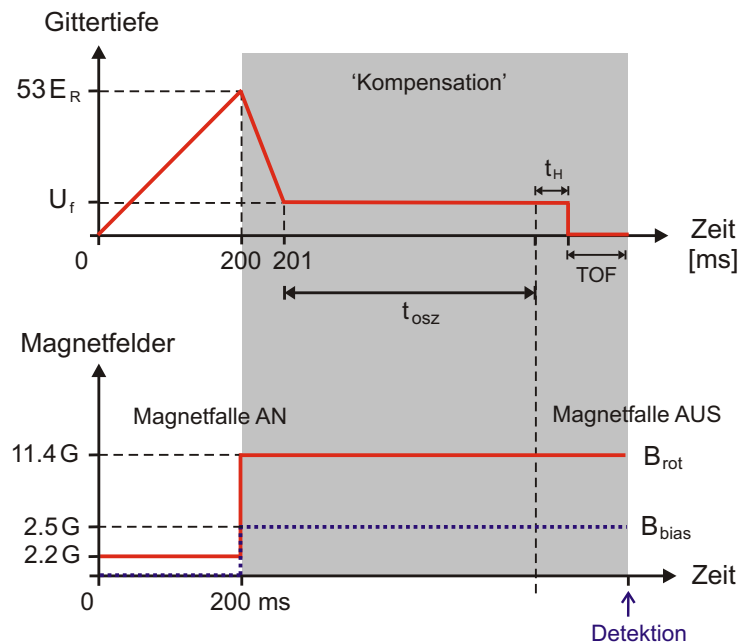


Abbildung 4.25: Schematische Darstellung des experimentellen Ablaufs zur Anregung einer kompensierten Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles im optischen Gitter. Im grau unterlegten Bereich sind die notwendigen Kompensationsfelder eingeschaltet.

Die konkrete experimentelle Umsetzung der notwendigen Schritte bei der Anregung einer *kompensierten* Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles, insbesondere der zeitliche Verlauf sowie die Größe der verwandten magnetischen Kompensationsfelder ist schematisch in Abb. 4.25 dargestellt. Sobald die Absenkung des optischen Gitters erfolgt, werden die Magnetfelder B_{rot} und B_{bias} auf die entsprechenden Werte erhöht, so dass das resultierende Magnetfeld der TOP-Falle zusammen mit dem niedrigen optischen Gitterpotential die gleiche Dichteverteilung unterstützt wie das tiefere Gitter mit der anfänglichen Magnetfalle.

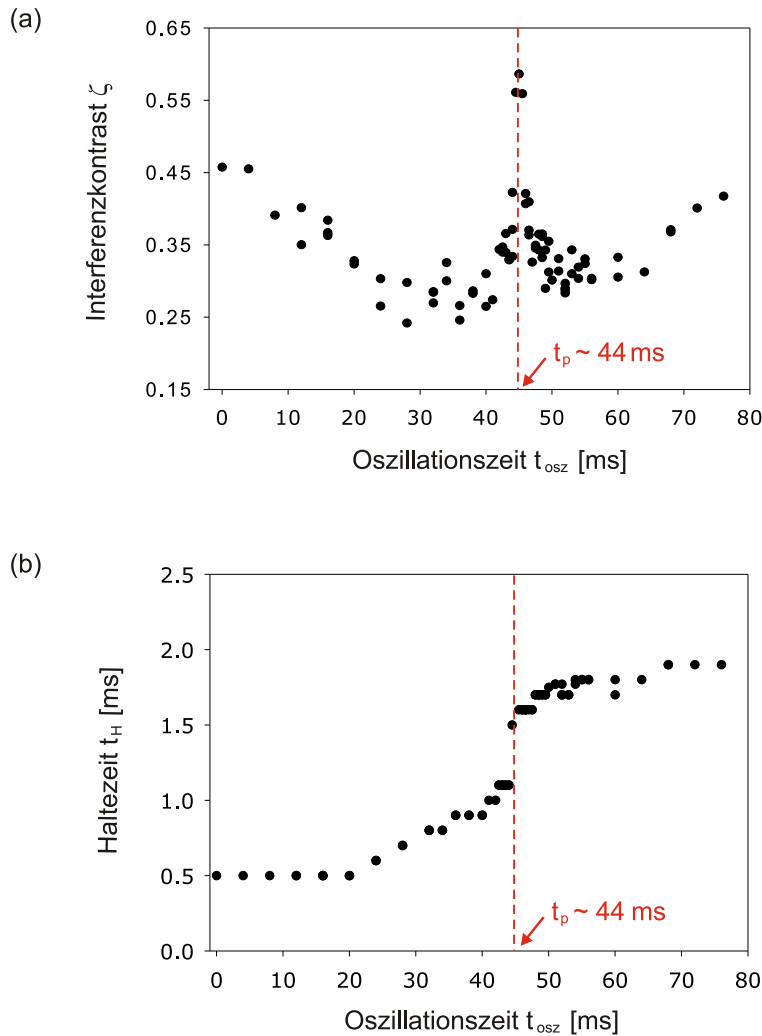


Abbildung 4.26: Beobachtete Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles im optischen Gitter bei einer Kompensation von Änderungen des chemischen Potentials: (a) Gemessener Interferenzkontrast ζ sowie (b) Haltezeit t_H im optischen Gitter in Abhängigkeit von der Oszillationszeit t_{osz} .

In Abb. 4.26 (a) ist eine entsprechende Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles dargestellt, die durch ein Absenken des optischen Gitterpotentials von $53 E_R$ auf $16 E_R$ bei gleichzeitiger Kompensation von Änderungen im chemischen Potential nach dem Schema aus

Abb. 4.25 initiiert wurde. Das Interferenzsignal der Atome wurde wieder jeweils nach einer ballistischen Expansion von 17 ms mittels resonanter Absorptionsabbildung detektiert. Der Interferenzkontrast ζ oszilliert auch hier – wie im unkompenzierten Fall – zwischen einem vollständig verwaschenen Signal (große Phasenvarianz) und einem sehr gut ausgeprägten Doppelpeaksignal (geringe Phasenvarianz) hin und her. Allerdings weicht der zeitliche Verlauf der Kontrastoszillation hier deutlich von der vorherigen Sinusform ab, vgl. Abb. 4.18 (b). Stattdessen wird nach einer Oszillationszeit von etwa 44 ms ein sprunghaftes Auswaschen des Interferenzkontrastes beobachtet. Insbesondere ist das Auftreten dieser Resonanzstruktur im Interferenzkontrast gleichzeitig mit einem Sprung in der Haltezeit t_H im Gitter verbunden, siehe Abb. 4.26 (b), die im wesentlichen ein Maß für die relative Phase zwischen benachbarten Gitterplätzen darstellt, die dem System vor Beginn der ballistischen Expansion durch das Gravitationspotential aufgeprägt wird (vgl. Abschnitt 4.3.3). Zudem wird t_H in allen Messungen derart gewählt, dass die Population stets gleichmäßig über das Interferenzsignal verteilt ist. Die Größe der beobachteten Änderung der Haltezeit von $\Delta t_H \simeq 0.55$ ms entspricht insbesondere einem Sprung in der relativen Phase von $\Delta\phi \simeq \pi$.

In einer weiteren Messung wurde außerdem noch die Abhängigkeit des Interferenzsignals von der Haltezeit t_H im Gitter für zwei signifikante Zeiten im Verlauf der Quanten-Phasenoszillation aus Abb. 4.26 untersucht: Zum einen für denjenigen Zeitpunkt, zu dem das atomare Ensemble erstmals einen sehr hohen Interferenzkontrast ζ erreicht, also für $t_{osz} = 32$ ms, andererseits zum Zeitpunkt des plötzlichen Auswaschens des Interferenzkontrastes, also für $t_{osz} = t_p = 44$ ms. In Abb. 4.27 (a) und (b) sind entsprechende Absorptionsoptionen dieser Messung gezeigt. Hierbei ist deutlich zu erkennen, dass der Phasenzustand, den das System nach einer Oszillationszeit von 32 ms erreicht und der zu einem hohen Kontrast im Interferenzsignal führt, äußerst

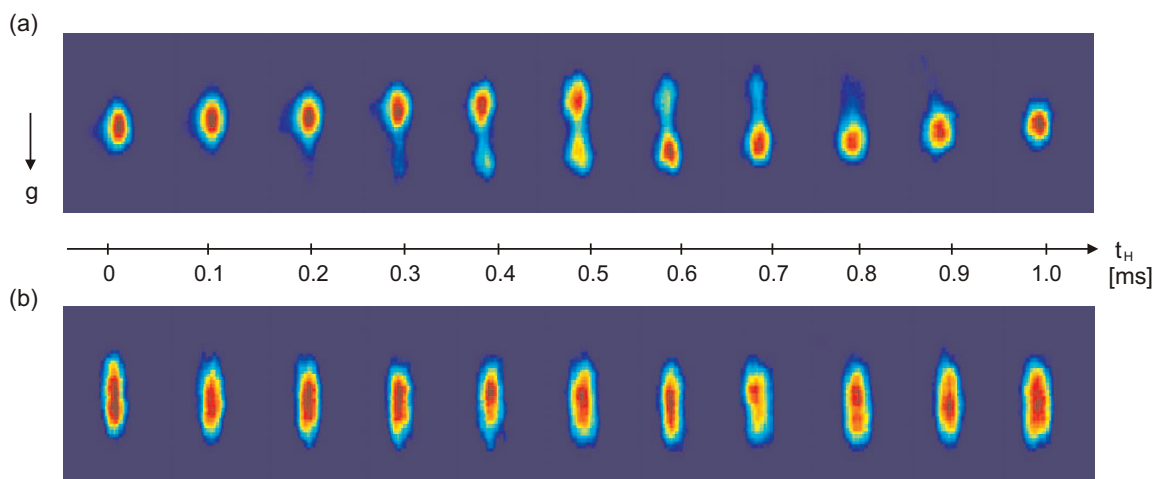


Abbildung 4.27: Absorptionsoptionen des atomaren Ensembles nach jeweils 17 ms ballistischer Expansion für die kompenzierte Quanten-Phasenoszillation aus Abb. 4.26 für zwei feste Oszillationszeiten von (a) 32 ms und (b) 44 ms und unterschiedliche Haltezeiten t_H im optischen Gitter.

empfindlich auf die Einwirkungsdauer des Gravitationspotentials reagiert und damit insbesondere auch die relative Verteilung der Atome auf die beiden Interferenzmaxima entscheidend beeinflusst, siehe Abb. 4.27 (a). Die starke Abhängigkeit von der Größe der aufgeprägten Phase demonstriert also zusätzlich die geringe Phasenvarianz dieses Zustands. Im Gegensatz dazu ist der Zustand zum Zeitpunkt $t_p = 44\text{ms}$ mit einem vollständig ausgewaschenen Interferenzkontrast praktisch unabhängig von der Zeit der Atome im Gravitationsfeld, siehe Abb. 4.27 (b), so dass das System zu diesem Zeitpunkt eine völlig undefinierte Phase besitzt.

Die in Abb. 4.26 (a) gezeigte kompensierte Quanten-Phasenoszillation wurde unter identischen experimentellen Bedingungen noch einmal für längere Oszillationszeiten aufgenommen und ist in Abb. 4.28 dargestellt. Neben einer Reproduktion der sehr schmalen Kontrastresonanz bei

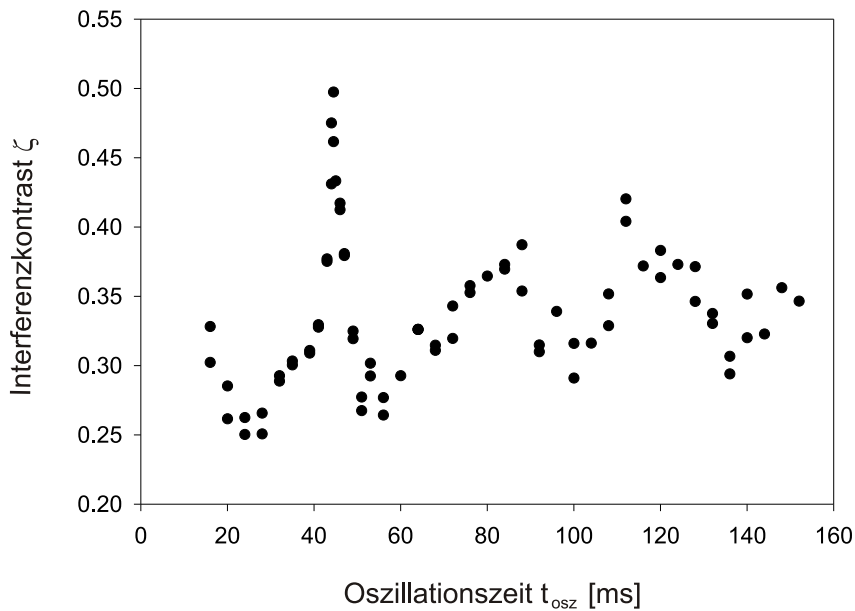


Abbildung 4.28: Beobachtete kompensierte Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles mit identischen experimentellen Parametern wie bei der in Abb. 4.26 dargestellten Messung, diesmal für längere Oszillationszeiten.

$t_1 \equiv t_p \simeq 44\text{ms}$ sowie des an dieser Stelle gleichzeitig auftretenden (hier nicht dargestellten) π -Phasensprungs lässt sich noch zu zwei weiteren Zeiten im Verlauf dieser Oszillation ein vollständiges Auswaschen des Interferenzkontrasts beobachten, und zwar für $t_2 \simeq 2t_1$ sowie für $t_3 \simeq 3t_1$. Da jedoch mit zunehmenden Oszillationszeiten auch eine immer stärkere Dämpfung der Kontrastoszillation auftritt, lässt sich insbesondere für t_2 und t_3 nicht mehr eindeutig feststellen, ob es sich hierbei möglicherweise um entsprechende Wiederholungen der ersten Resonanz bei t_1 handelt beziehungsweise ob dem Auswaschen des Interferenzkontrasts in allen drei beobachteten Fällen jeweils der gleiche physikalische Mechanismus zugrunde liegt. Allerdings wurde in den Bereichen um t_2 und t_3 kein weiterer Sprung in der Phase mehr gemessen.

Zunächst sollen jedoch weitere charakteristische Eigenschaften des Zustands zum Zeitpunkt t_1 des Auftretens der ersten Resonanzstruktur im atomaren Interferenzkontrast sowie mögliche Ursachen ihrer Entstehung analysiert werden.

Eine mögliche Einkopplung der *transversalen* Dynamik des Systems, die prinzipiell ebenfalls beim Absenken des optischen Gitterpotentials angeregt werden kann und damit möglicherweise die Entstehung der Resonanzstruktur beeinflusst, lässt sich mit folgender Betrachtung abschätzen: Der transversale Einschluss des atomaren Ensembles resultiert aus der Überlagerung der Magnetfalle – mit einer transversalen Frequenz von $\omega_{\perp, \text{mag}} = 2\pi \times 11 \text{ Hz}$ im unkompensierten Fall – und dem optischen Dipolpotential des in transversaler Richtung gaußförmigen Gitterlaserstrahls (vgl. Abschnitt 4.2). Eine Anfangstiefe U_i des optischen Gitters von $53 E_R$ führt gemäß Gleichung (4.8) zu einer transversalen optischen Frequenz von $\omega_{\perp, \text{opt}} \simeq 2\pi \times 126 \text{ Hz}$, die sich praktisch nicht von der effektiven Fallenfrequenz in transversaler Richtung $\omega_{\perp}^{\text{eff}} = (\omega_{\perp, \text{mag}}^2 + \omega_{\perp, \text{opt}}^2)^{1/2} \simeq 2\pi \times 126 \text{ Hz}$ unterscheidet. Nach dem Absenken des optischen Gitters auf den Endwert $U_f = 16 E_R$ ergibt sich mit einer analogen Rechnung eine effektive transversale Frequenz von $\omega_{\perp}^{\text{eff}} = 2\pi \times 70 \text{ Hz}$, wobei auch hier das optische Potential deutlich gegenüber dem magnetischen Potential dominiert. Die korrespondierende 'transversale' Periode von $T = 2\pi/\omega_{\perp}^{\text{eff}} \simeq 14 \text{ ms}$ tritt jedoch ganz offensichtlich nicht als charakteristische Zeit im Zusammenhang mit der beobachteten Systemdynamik auf und ist insbesondere auch nicht unmittelbar mit dem Zeitpunkt des Auftretens der Kontrastresonanz verbunden. Ein potentieller Einfluss der transversalen Dynamik wird somit in erster Näherung ausgeschlossen.

Ramsey-Interferometrie mit kompensierten Oszillationen

Zur weiteren Analyse wurden Ramsey-Interferometrie-Sequenzen wie in Abschnitt 4.4.2 mit *kompensierten* Quanten-Phasenoszillationen des atomaren Ensembles im optischen Gitter durchgeführt. Um damit insbesondere Aufschluss über die Natur des Quantenzustands des Vielteilchensystems an der Resonanzstelle $t_1 = t_p$ zu erhalten, wurde die externe Phasenaufprägung im Gravitationsfeld genau nach der Oszillationszeit t_p vorgenommen. Abbildung 4.29 (a) stellt schematisch den generellen experimentellen Ablauf einer solchen Messung dar. Hierbei wurde der zeitliche Verlauf des optischen Gitterpotentials zur Umsetzung des Ramsey-Schemas im Vergleich zu Abb. 4.20 (a) aus Abschnitt 4.4.2 leicht modifiziert: Anstelle des symmetrischen Verlaufs, bei dem das optische Gitterpotential nach der externen Phasenaufprägung zunächst wieder auf seinen Anfangswert erhöht und anschließend zum Auslesen des Interferenzsignals wieder erniedrigt wird, erfolgt das Auslesen diesmal direkt nach der entsprechenden Wartezeit im konstant niedrigen Gitter. Der Auslesezeitpunkt $t_{\text{out}} > t_p$ entspricht hierbei genau der Zeit, nach der die Quanten-Phasenoszillation wieder ein Minimum in der Phasenvarianz bzw. im Interferenzkontrast erreicht. Physikalisch sollte sich dieser Unterschied auf das Ergebnis der Ramsey-Interferometrie jedoch nicht auswirken. Der Vorteil des asymmetrischen Schemas besteht hauptsächlich in der kürzeren Gesamtzeit, in der sich das atomare Ensemble im optischen Gitter befindet, wodurch insbesondere Dämpfungseffekte verringert werden.

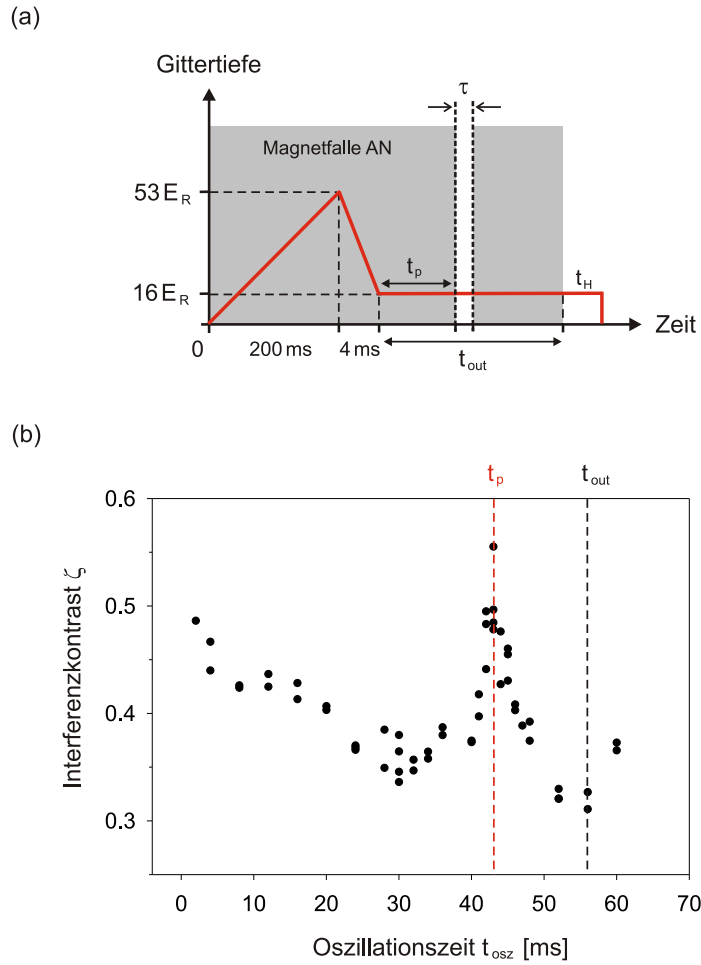


Abbildung 4.29: Ramsey-Interferometrie-Messung auf der Basis der kompensierten Quanten-Phasenoszillationen des atomaren Ensembles im optischen Gitter: (a) Schematische Darstellung des modifizierten zeitlichen Verlaufs des optischen Gitterpotentials für die Ramsey-Sequenz; (b) Relevante Zeitpunkte der Quanten-Phasenoszillation für die Ramsey-Interferometrie-Messung (siehe Text): $t_p = 44$ ms und $t_{out} = 56$ ms.

Bei der in Abb. 4.29 (b) dargestellten Messung, die unter identischen experimentellen Bedingungen wie die weiter oben gezeigten kompensierten Quanten-Phasenoszillationen des atomaren Ensembles (vgl. Abb. 4.26 und 4.28) aufgenommen wurde, sind zur Verdeutlichung die für die Ramsey-Interferometrie relevanten Zeitpunkte hervorgehoben: Die externe Phasenaufprägung im Gravitationsfeld erfolgt zum Zeitpunkt $t_p \simeq 44$ ms, so dass damit die Ramsey-Interferometrie auf der Basis der relativen Phasenvarianz durchgeführt wird, die der Quantenzustand des Systems an der Resonanzstelle besitzt. Das Interferenzsignal wird anschließend nach einer Oszillationszeit von $t_{out} \simeq 56$ ms ausgelesen, bei der das nächste Kontrastminimum im Verlauf der Quanten-Phasenoszillation erreicht wird, siehe Abb. 4.29 (b).

Das Ergebnis dieser Interferometrie-Messung ist in Abb. 4.30 dargestellt. Insbesondere durch den Vergleich dieser Messung mit dem Ergebnis der Ramsey-Interferometrie im Fall der unkompensierten Quanten-Phasenoszillationen des atomaren Ensembles im optischen Git-

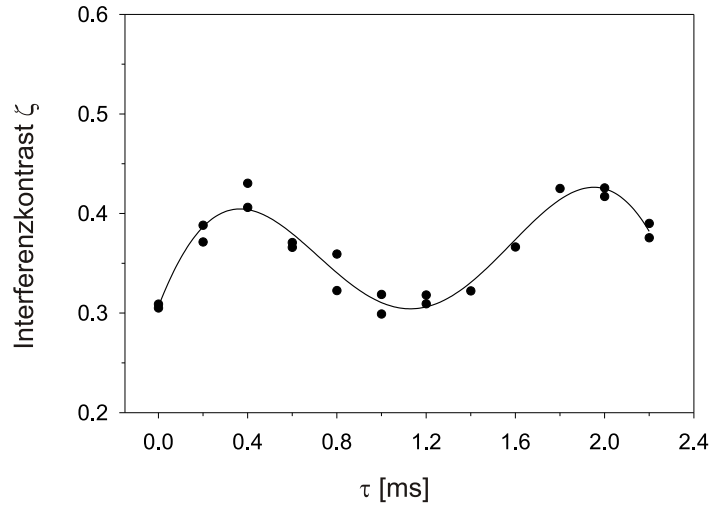


Abbildung 4.30: Ergebnis der Ramsey-Interferometrie-Messung auf der Basis der kompensierten Quanten-Phasenoszillation des atomaren Ensembles im optischen Gitter: Die externe Phasenaufprägung erfolgt an der Resonanzstelle $t_p \simeq 44$ ms, das Auslesen des Interferenzsignals für $t_{out} \simeq 56$ ms. Die durchgezogene Kurve stellt einen Fit an die experimentellen Datenpunkte dar.

ter aus Abschnitt 4.4.2 lässt sich unmittelbar ableiten, dass es sich bei dem Quantenzustand des Systems an der Resonanzstelle t_p der kompensierten Oszillation *nicht* um einen Teilchenzahl-gequetschten oder einen Fock-Zustand des atomaren Ensembles handeln kann, wie das vollständig ausgewaschene Interferenzsignal der Atome an dieser Stelle zunächst vermuten lässt, denn dieser müsste bei der Ramsey-Interferometrie-Messung vollständig unempfindlich gegenüber der externen Phasenaufprägung sein. Stattdessen wird hier eine sehr deutliche Abhängigkeit des Systems von dem externen Phasengradienten gemessen.

Wie einleitend schon erwähnt, handelt es sich bei allen hier vorgestellten Messungen zu kompensierten Quanten-Phasenoszillationen des atomaren Ensembles um Präliminärergebnisse dieser Doktorarbeit. Der derzeitige Stand der experimentellen Untersuchungen erlaubt insbesondere auch nur spekulative Aussagen über die Natur des Quantenzustands an der Resonanzstelle t_p . Vermutungen darüber, ob es sich bei der scharfen Kontrastresonanz möglicherweise um Anzeichen für einen Phasen-gequetschten Zustand des Systems handelt oder eventuell nur um eine unter den vorliegenden experimentellen Bedingungen auftretende spezielle Phasenverteilung des atomaren Ensembles im optischen Gitter, die die beobachteten Phänomene hervorruft, lassen sich höchstwahrscheinlich erst durch weitere gezielte Experimente oder mit Hilfe einer entsprechenden theoretischen Beschreibung klären. Erste Abschätzungen im Rahmen etablierter Modelle von physikalisch sehr ähnlichen Vielteilchensystemen in der Festkörperphysik konnten bisher allerdings noch keinen endültigen Aufschluss über die Entstehung der Resonanzstruktur liefern [128]. Abschließend sei nochmals bemerkt, dass die intensiven experimentellen sowie theoretischen Untersuchungen der kompensierten Quanten-Phasenoszillationen in der Arbeitsgruppe von Prof. M. Kasevich zur Zeit in einer engen Zusammenarbeit mit den Theoriengruppen um Prof. S. Sachdev und Prof. S. Girvin an der Yale University über den Rahmen dieser Doktorarbeit hinaus fortgesetzt werden.

Kapitel 5

Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit konnte mit einer umfangreichen Untersuchung von Kohärenzeigenschaften und einer detaillierten Charakterisierung der komplexen dynamischen Prozesse des Bose-Einstein kondensierten Ensembles in zwei sehr unterschiedlichen optischen Potentialgeometrien (Wellenleiter und eindimensionales optisches Gitter) eine erweiterte experimentelle Basis für die zukünftige Untersuchung weiterer fundamentaler Fragestellungen zur Realisierung einer Atominterferometrie mit kohärenten Quellen am Quantenlimit erarbeitet werden. Insbesondere versprechen die in dieser Arbeit vorgestellten Konzepte die Entwicklung neuartiger interferometrischer Systeme.

Mit der Demonstration einer kohärenten Materiewellen-Leiterstruktur auf der Basis von LG_{01} Doughnut-Mode-Laserlichtfeldern wurde eine wesentliche Grundlage zum gezielten räumlichen Transport mit definierter Phasenentwicklung sowie zum Erreichen längerer Beobachtungszeiten kohärenter Ensembles geschaffen. Für die zukünftige experimentelle Realisierung eines hierauf aufbauenden atominterferometrischen Gesamtsystems mit quantenlimitierter Sensitivität ist der Wellenleiter in geeigneter Weise mit weiteren kohärenzerhaltenen atomoptischen Elementen wie Spiegeln, Strahlteilern und Phasenschiebern zu kombinieren. Zudem ist zum Erreichen höchster Messgenauigkeiten eine systematische Charakterisierung der Dynamik und Kohärenzeigenschaften des atomaren Ensembles in diesem Gesamtsystem, zum Beispiel mit ähnlichen Methoden, wie sie in dieser Arbeit entwickelt und eingesetzt wurden, essentiell.

Darüber hinaus eröffnen sich mit den Ergebnissen zur Führung von Bose-Einstein Kondensaten in Doughnut-Lasermoden sehr interessante Perspektiven insbesondere bezüglich der Erweiterungsmöglichkeit zur Realisierung niederdimensionaler entarteter Quantensysteme. Bei einem hinreichend starken radialen Ensemble-Einschluss durch das optische Dipolpotential des Wellenleiters wird für die Atome ein eindimensionales Regime realisiert, in dem sich beispielsweise theoretisch vorhergesagte neuartige Phänomene wie die Boson-Fermion-Dualität in einem sogenannten Tonks-Gas [129, 130] untersuchen lassen. Jedoch können in niederdimensionalen Systemen für gewisse experimentelle Parameterbereiche auch verstärkt Phasenfluktuationen im Bose-Einstein kondensierten Ensemble auftreten, die derzeit in der Arbeitsgruppe in Hannover sowie in der Arbeitsgruppe um Prof. A. Aspect am Institut d'Optique in Orsay, Frankreich, sehr intensiv studiert werden. Die systematische Analyse und umfangreiche Charakterisierung von Phasenfluktuationen sind insbesondere auch im Zusammenhang mit der Entwicklung von kohärenten Leiterstrukturen für den Einsatz auf dem sich zur Zeit sehr dynamisch entwickelnden Forschungsgebiet einer mikrostrukturierten Atomoptik relevant.

Durch eine detaillierte Untersuchung kohärenter atomarer Ensembles im Potential eines eindimensionalen optischen Gitters konnten im Rahmen der vorliegenden Arbeit weitere grundlegende Methoden zur Realisierung hochgenauer atominterferometrischer Messungen mit Bose-Einstein Kondensaten entwickelt und eingesetzt werden. So wurde die prinzipielle experimentelle Umsetzung eines Ramsey-Interferometer-Schemas mit gequetschten Zuständen des atomaren Ensembles durch den gezielten Einsatz von kollektiven Quanten-Phasenoszillationen des Systems demonstriert. Die auf diese Weise mögliche Realisierung einer ausschließlich quantenlimitierten Sensitivität basiert auf Verbesserungen der Auslesestatistik eines Interferometers und hängt entscheidend von einer zukünftigen experimentellen Optimierung der Quanten-Phasenoszillation bezüglich der minimal erreichbaren relativen Phasenvarianz ab. Erste Experimente wurden diesbezüglich bereits durch eine Kompensation der von Mean-Field-Änderungen induzierten Dichteoszillationen durchgeführt. Das genaue Verständnis der hierbei auftretenden komplexen Dynamik des kohärenten Ensembles, insbesondere der ausschließlich im Verlauf einer solchen kompensierten Oszillationen beobachteten Resonanzstruktur stellt eine aktuelle experimentelle sowie theoretische Herausforderung dar und wird derzeit intensiv in der Arbeitsgruppe am Yale in Zusammenarbeit mit den Arbeitsgruppen um Prof. S. Sachdev und Prof. S. Girvin untersucht.

Darüber hinaus ermöglicht der in dieser Arbeit beobachtete Übergang des Bose-Einstein kondensierten Ensembles in eine Quanten-Isolatorphase neben fundamentalen Einblicken in die Natur makroskopischer Quantenphänomene insbesondere auch eine systematische Untersuchung stark korrelierter atomarer Ensembles in einem optischen Gitter, die eine direkte Analogie zu den stark korrelierten Elektronensystemen in Kristallgittern darstellen. Dieses Regime ist aktuell von großem Interesse bezüglich der Realisierung von Qubits für die Quanteninformationsverarbeitung. Zudem wird im Zusammenhang mit der Charakterisierung der Quanten-Isolatorphase deutlich, dass eine quantitative theoretische Beschreibung des Systems nicht mehr im Rahmen der „klassischen“ Gross-Pitaevskii-/Mean-Field-Theorie möglich ist. Stattdessen wird die Entwicklung erweiterter theoretischer Modellsysteme erforderlich, die den in diesem Fall nicht mehr vernachlässigbaren Einfluss von Quanten-Fluktuationen korrekt beschreiben.

Aufbauend auf die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit wird es in zukünftigen Experimenten möglich sein, ganz neuartige und äußerst interessante fundamentale Fragestellungen auf dem Gebiet der Physik makroskopischer Quantenphänomene gezielt zu untersuchen. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Methoden und Konzepte stellen zudem einen wesentlichen Schritt auf dem Weg zur Realisierung atominterferometrischer Messungen am Quantenlimit dar.

Anhang A

Endgeschwindigkeit im Wellenleiter

Im folgenden sollen die wichtigsten Schritte der Herleitung von Gleichung (3.11) aus Abschnitt 3.3.2 zur Berechnung der maximalen konstanten Endgeschwindigkeit v_{\max} im Wellenleiter, die die Atome nach einer vollständigen Umwandlung von Mean-Field-Energie in kinetische Energie erreichen, vorgestellt werden. Die wesentlichen Voraussetzungen der nachfolgenden kinematischen Betrachtungen sind insbesondere die parabolische Form der atomaren Geschwindigkeitsverteilung sowie die Annahme, dass die axiale Ausdehnung des Ensembles im Wellenleiter für lange Expansionszeiten deutlich größer als seine anfängliche Ausdehnung ist.

Es wird ein atomares Ensemble mit punktförmiger Anfangsausdehnung und einer anfänglichen mittleren Mean-Field-Energie \tilde{E}_{mf} pro Teilchen betrachtet. Diese Anfangsenergie wird im Verlauf der Expansion in kinetische Energie umgesetzt und manifestiert sich dementsprechend in der Geschwindigkeitsverteilung des Ensembles. Die mittlere kinetische Energie \tilde{E}_{kin} pro Teilchen ist allgemein gegeben durch

$$\tilde{E}_{\text{kin}} = \int dv \rho(v) \frac{1}{2} m v^2. \quad (\text{A.1})$$

Nach einer hinreichend langen Expansionszeit ist die axiale Ausdehnung des atomaren Ensembles durch die entsprechende Ausdehnung der parabolischen Dichteverteilung gegeben, die sich allgemein in der Form

$$y = \begin{cases} a - bx^2 & : \quad -\sqrt{\frac{a}{b}} < x < \sqrt{\frac{a}{b}} \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

schreiben lässt. Insbesondere entspricht die halbe axiale Ausdehnung $\sqrt{a/b}$ gerade dem Radius R des atomaren Ensembles. Zudem ist für eine Ensemble-Mittelung die von der invertierten Parabel eingeschlossene Fläche A relevant, die sich durch einfache Integration der Gleichung (A.2) zu

$$A = \frac{4}{3} a \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (\text{A.3})$$

ergibt. Mit Hilfe der nach einer Expansionszeit t gemessenen Ortsverteilung lässt sich Gleichung (A.1) auch schreiben als

$$\int dv \rho(v) \frac{1}{2} m v^2 = \int dx \rho(x) \frac{1}{2} m \left(\frac{x}{t}\right)^2 = \tilde{E}_{\text{kin}}, \quad (\text{A.4})$$

wobei

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{a-bx^2}{\frac{4}{3}a\sqrt{\frac{a}{b}}} & : \quad -\sqrt{\frac{a}{b}} < x < \sqrt{\frac{a}{b}}, \\ 0 & : \quad \text{sonst,} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

so dass sich durch Ausführen der Integration über x mit $R = \sqrt{a/b}$ ein expliziter Ausdruck für die mittlere kinetische Energie pro Teilchen ableiten lässt:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} m \int_{-R}^R dx \frac{a-bx^2}{\frac{4}{3}a\sqrt{\frac{a}{b}}} \frac{x^2}{t^2} = \frac{3m}{8Rt^2} \int_{-R}^R dx \left(x^2 - \frac{x^4}{R} \right) \\ &= \frac{3m}{8Rt^2} \left(\frac{2}{3}R^3 - \frac{2}{5}R^3 \right) = \frac{m}{10} \frac{R^2}{t^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Mit der Geschwindigkeit $v_{\text{max}} \equiv R/t$ der Atome am äußeren Ende der Dichteverteilung folgt somit schließlich der in Gleichung (3.11) angegebene Zusammenhang

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{10\tilde{E}_{\text{kin}}}{m}}. \quad (\text{A.7})$$

Anhang B

Energieniveau-Schema von ^{87}Rb

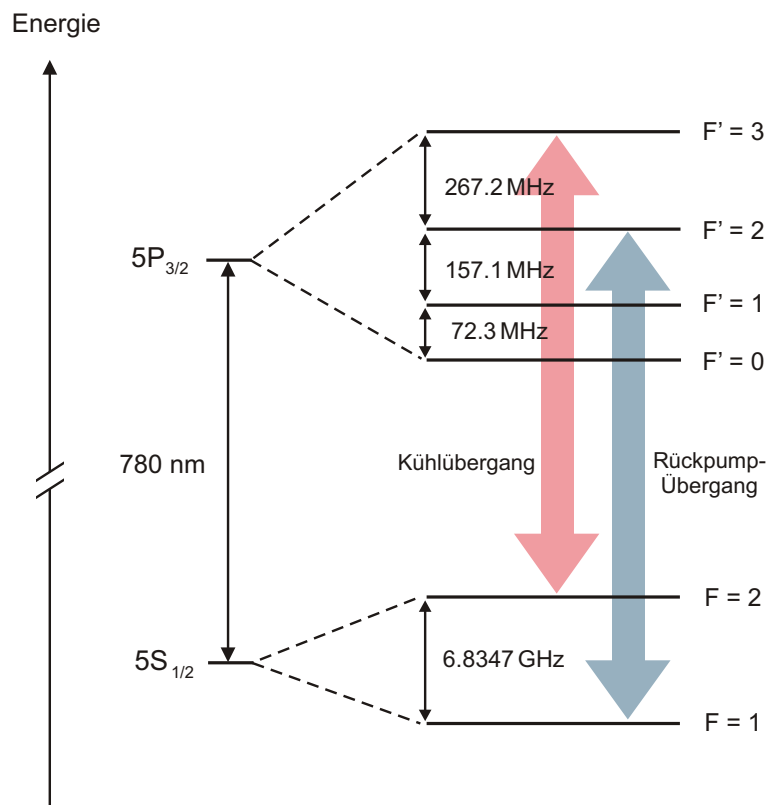


Abbildung B.1: Ausschnitt aus dem Energieniveau-Schema des zur experimentellen Realisierung der Bose-Einstein Kondensation im Rahmen dieser Arbeit verwandten Alkali-Atoms Rubidium-87.

Anhang C

^{87}Rb -Daten

Physikalische Größe*	Symbol	Wert
Kernspin	I	3/2
Masse	m	$1.45 \cdot 10^{-25}$ kg
Wellenlänge	λ_0	780 nm
Natürliche Linienbreite	$\Gamma/2\pi$	5.9 MHz
Lebensdauer (erstes angeregtes Niveau)	τ	27 ns
Sättigungsintensität	I_{sat}	1.6 mW/cm ²
Dopplertemperatur	T_D	140 μK
Rückstoßgeschwindigkeit	v_R	5.8 mm/s @ 780 nm 5.4 mm/s @ 840 nm 8.6 mm/s @ 532 nm
Rückstoßenergie	E_R	$k_B \cdot 0.18 \mu\text{K}$ @ 780 nm $k_B \cdot 0.15 \mu\text{K}$ @ 840 nm $k_B \cdot 0.39 \mu\text{K}$ @ 532 nm
Streuquerschnitt	σ	$2.9 \cdot 10^{-9}$ cm ⁻²

* Sofern nicht anders angegeben, beziehen sich die von der Wellenlänge abhängigen Größen auf den Kühlübergang $5S_{1/2}|F = 2\rangle \rightarrow 5P_{3/2}|F' = 3\rangle$ von ^{87}Rb (siehe Anhang B).

Literaturverzeichnis

- [1] „Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor”
M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [2] „Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms”
K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Anderson, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [3] „Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions”
C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollet, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
„Bose-Einstein Condensation of Lithium: Observation of Limited Condensate Number”
C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997).
- [4] „Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese”
S. N. Bose, *Z. Phys.* **26**, 178 (1924).
- [5] „Quantentheorie des einatomigen idealen Gases”
A. Einstein, *Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, p. 261 (1924).
- [6] „Quantentheorie des einatomigen idealen Gases: Zweite Abhandlung”
A. Einstein, *Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, p. 3 (1925).
- [7] „A Brief History of our Understanding of BEC: From Bose to Beliaev”
A. Griffin in M. Inghuscio, S. Stringari, and C. E. Wieman, editors, *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases*, pages 1–13, International School of Physics ”Enrico Fermi”, Course CXL, IOS Press (1999).
- [8] F. London, *Nature* **141**, 643
F. London, *Phys. Rev.* **54**, 947 (1938),
F. London, *J. Phys. Chem.* **43**, 49 (1939).
- [9] „Bose-Einstein Condensation in Liquid Helium”
O. Penrose, and L. Onsager, *Phys. Rev.* **104**, 576 (1956).
- [10] „Excitations in a Bose-Condensed Liquid”
A. Griffin, Cambridge University Press (1993), Kapitel 4.
- [11] „Vortex Lines in an Imperfect Bose Gas”
L. P. Pitaevskii, *Sov. Phys. JETP* **13**, 451 (1961).

- [12] „Bose-Einstein Condensation”
A. Griffin, D. W. Snoke, and S. Stringari, Cambridge University Press, Cambridge (1995).
- [13] „Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen”
D. Kleppner, T. J. Greytak, T. C. Killian, D. G. Fried, L. Willmann, D. Landhuis, and S. C. Moss, in *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases*, M. Inguscio, S. Stringari, and C. E. Wieman, editors, pages 177–199, International School of Physics ”Enrico Fermi”, Course CXL, IOS Press (1999).
- [14] „The Manipulation of Neutral Particles”
S. Chu, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685 (1998).
- [15] „Manipulating Atoms with Photons”
C. Cohen-Tannoudji, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707 (1998).
- [16] „Laser Cooling and Trapping of Neutral Atoms”
W. D. Phillips, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).
- [17] „Evaporative Cooling of Spin-Polarized Atomic Hydrogen”
M. Masuhara, J. M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner, and T. J. Greytak, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 935 (1988).
„Hydrogen in the Submillikelvin Regime: Sticking Probability on Superfluid ^4He ”
J. M. Doyle, J. C. Sandberg, I. A. Yu, C. L. Leson, D. Kleppner, and T. J. Greytak, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 603 (1991).
- [18] „Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen”
D. G. Fried, T. C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Kleppner, and T. J. Greytak, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).
- [19] BEC Homepage, Georgia Southern University, <http://amo.phy.gasou.edu/bec.html>
- [20] „Atom Interferometry”
P. R. Berman, editor, Academic Press (1997).
- [21] „Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms”
M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).
- [22] „Macroscopic Quantum Interference from Atomic Tunnel Arrays”
B. P. Anderson, and M. A. Kasevich, *Science* **282**, 1686 (1998).
- [23] „A Well-Collimated Quasi-Continuous Atom Laser”
E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *Science* **283**, 218 (1999).
- [24] „Atom Laser with a cw Output Coupler”
I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [25] „Propagation of Bose-Einstein Condensates in a Magnetic Waveguide”
A. E. Leanhardt, A. P. Chikkatur, D. Kielpinski, Y. Shin, T. L. Gustavson, W. Ketterle, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 040401 (2002).

- [26] „Surface Effects in Magnetic Microtraps”
J. Fortágh, H. Ott, S. Kraft, A. Günther, and C. Zimmermann, *Phys. Rev. A* **66**, 041604 (2002).
- [27] „Atom Optics”
C. S. Adams, M. Sigel, and J. Mlynek, *Phys. Rep.* **240**, 143 (1994).
- [28] „Four-Wave Mixing with Matter Waves”
L. Deng, E. W. Hagley, J. W. En, M. Trippenbach, Y. Band, P. S. Julienne, J. E. Simsarian, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *Nature* **398**, 218 (1999).
- [29] „Dark Solitons in Bose-Einstein Condensates”
S. Burger, K. Bongs, S. Dettmer, W. Ertmer, K. Sengstock, A. Sanpera, G. V. Shlyapnikov, and M. Lewenstein, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5198 (1999).
- [30] „Generating Solitons by Phase Engineering of a Bose-Einstein Condensate”
J. Denschlag, J. E. Simsarian, D. L. Feder, C. W. Clark, L. A. Collins, J. Cubizolles, L. Deng, E. W. Hagley, K. Helmerson, W. P. Reinhardt, S. L. Rolston, B. I. Schneider, and W. D. Phillips, *Science* **287**, 97 (2000).
- [31] „Coherent Evolution of Bouncing Bose-Einstein Condensates”
K. Bongs, S. Burger, G. Birkl, K. Sengstock, W. Ertmer, K. Rzążewski, A. Sanpera, and M. Lewenstein, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3577 (1999).
- [32] „Coherent Splitting of Bose-Einstein Condensed Atoms with Optically Induced Bragg Diffraction”
M. Kozuma, L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 871 (1999).
- [33] „Mach-Zehnder Bragg Interferometer for a Bose-Einstein Condensate”
Y. Torii, Y. Suzuki, M. Kozuma, T. Sugiura, T. Kuga, L. Deng, and E. W. Hagley, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 041602 (2000).
- [34] „Optical Generation of Vortices in Trapped Bose-Einstein Condensates”
L. Dobrek, M. Gajda, M. Lewenstein, K. Sengstock, G. Birkl, and W. Ertmer, *Phys. Rev. A* **60**, R3381 (1999).
- [35] „Spin Domains in Ground-State Bose-Einstein Condensates”
J. Stenger, S. Inouye, D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, and W. Ketterle, *Nature* **396**, 345 (1998).
- [36] „Quantum Tunneling across Spin Domains in Bose-Einstein Condensates”
D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 661 (1999).
- [37] „Squeezed States in a Bose-Einstein Condensate”
C. Orzel, A. K. Tuchman, M. L. Fenselau, M. Yasuda, and M. A. Kasevich, *Science* **291**, 2386 (2001).

- [38] „Quantum Phase Transition from a Superfluid to a Mott Insulator in a Gas of Ultracold Atoms”
M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, *Nature* **415**, 39 (2002).
- [39] „Waveguide for Bose-Einstein Condensates”
K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. Arlt, W. Ertmer, and K. Sengstock, *Phys. Rev. A* **63**, 031602 (2000).
- [40] „Quantum Insulator States from a Bose-Einstein Condensate”
A. K. Tuchman, S. Dettmer, M. L. Fenselau, and M. A. Kasevich, zur Veröffentlichung eingereicht (2002).
- [41] „Statistical Mechanics”
K. Huang, Wiley, New York (1987).
- [42] „Cours de Physique Atomique et Moléculaire”
C. Cohen-Tannoudji, Collège de France, Année Scolaire 1998–1999.
- [43] „Bose-Einstein Condensation in an External Potential”
V. Bagnato, D. E. Pritchard, and D. Kleppner, *Phys. Rev. A* **35**, 4354 (1987).
- [44] „Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases”
C. J. Pethick, and H. Smith, Nordita Lecture Notes (1997).
- [45] Als 'Quantum Depletion' bezeichnet man die Beimischung von weiteren Konfigurationen neben den Einteilchen-Grundzustands-Wellenfunktionen zur Vielteilchen-Grundzustands-Wellenfunktion des Bose-Einstein Kondensats. Im Rahmen der Bogoliubov-Theorie lässt sich folgender Näherungsausdruck für die Quantum Depletion herleiten [44]: $(8/3\pi^{1/2})\sqrt{na^3}$, womit sich für die Alkali-Atome ein Wert von typischerweise $\lesssim 1\%$ ergibt. Damit lassen sich also selbst im Fall wechselwirkender Alkali-Gase alle Atome mit einer Genauigkeit von etwa 99% durch jeweils die gleiche Einteilchen-Wellenfunktion beschreiben. Im Gegensatz dazu beträgt die Quantum Depletion bei superfluidem Helium etwa 90% [9].
- [46] „Hydrodynamics of a Superfluid Condensate”
E. P. Gross, *J. Math. Phys.* **4**, 195 (1963).
- [47] „Theory of Bose-Einstein Condensation in Trapped Gases”
F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [48] „Ground-State Properties of Magnetically Trapped Bose-Einstein-Condensed Rubidium Gas”
G. Baym, and C. J. Pethick, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 6 (1996).
- [49] „Optical Dipole Traps for Neutral Atoms”
R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95–170 (2000).
- [50] „Dressed-Atom Approach to Atomic Motion in Laser Light: The Dipole Force Revisited”
J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1707 (1985).

- [51] „Laser Cooling Below the Doppler Limit by Polarization Gradients: Simple Theoretical Models”
J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [52] „Optical Resonance and Two-Level Atoms”
L. Allen, and J. H. Eberly, Dover Publications, New York (1987).
- [53] „Stability of Standing Matter Waves in a Trap”
A. E. Muryshev, H. B. van Linden van den Heuvell, and G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **60**, R2665 (1999).
- [54] „Laguerre-Gauß-Moden: Erzeugung und Einsatz in der Atomoptik”
M. Zinner, Diplomarbeit, Universität Hannover (1996).
- [55] „Lasers”
A. E. Siegman, University Science Books (1986).
- [56] „Atomoptische Experimente mit Bose-Einstein Kondensaten”
K. Bongs, Doktorarbeit, Universität Hannover (1999).
- [57] „Das Führen von Bose-Einstein Kondensaten in Laguerre-Gauß-Moden”
M. Kovačev, Diplomarbeit, Universität Hannover (1999).
- [58] „Atom Optics with Bose-Einstein Condensates”
S. Burger, K. Bongs, K. Sengstock, and W. Ertmer, in S. Martellucci, editor, *Int. School of Quant. Electr., 27th Course, Erice, Sicily* (1999), Kluwer Academic Publishers 2000.
- [59] „Erzeugung und Untersuchung dunkler Solitonen in Bose-Einstein Kondensaten”
S. Burger, Doktorarbeit, Universität Hannover (2000).
- [60] „Laser Manipulation of Atomic Beam Velocities: Demonstration of Stopped Atoms and Velocity Reversal”
W. Ertmer, R. Blatt, J. Hall, and M. Zhu, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 996 (1985).
- [61] „Large-Angle Beam Deflection of a Laser-Cooled Sodium Beam”
J. Nellesen, J.-H. Müller, K. Sengstock, and W. Ertmer, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 2149 (1989).
- [62] Y. Gott, M. S. Ioffe, and V. Tel’Kovskii, *Nucl. Fusion*, 1962 Suppl., Pt. 3, 1045 and 1284 (1962).
- [63] „Bose-Einstein Condensation in a Tightly Confining dc Magnetic Trap”
M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
- [64] Siehe z.B.: „Evaporative Cooling of Trapped Atoms”
W. Ketterle, and N. J. van Druten, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **37**, 181 (1996)
und darin enthaltene Referenzen.
- [65] „Numerische Simulation und Optimierung der Verdampfungskühlung”
C. Fühner, Diplomarbeit, Universität Hannover (1998).

- [66] „Optische Manipulation der Wellenfunktion von Bose-Einstein Kondensaten”
S. Dettmer, Diplomarbeit, Universität Hamburg (1999).
- [67] Siehe z. B.: „Experiments in Dilute Atomic Bose-Einstein Condensation”
E. A. Cornell, J. R. Ensher, and C. E. Wieman in *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" on "Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases"*, Varenna 7–17 July 1998, edited by M. Inguscio, S. Stringari, and C. E. Wieman.
- [68] „Imaging the Phase of an Evolving Bose-Einstein Condensate Wave Function”
J. E. Simsarian, J. Denschlag, M. Edwards, C. W. Clark, L. Deng, E. W. Hagley, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2040 (2000).
- [69] „Bragg Scattering of Atoms from a Standing Light Wave”
P. J. Martin, B. G. Oldacker, A. H. Miklich, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 515 (1988).
- [70] „Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate”
J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999).
- [71] „Excitation of Phonons in a Bose-Einstein Condensate by Light Scattering”
D. M. Stamper-Kurn, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, S. Inouye, S. Gupta, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2876 (1999).
- [72] „Recoil-Induced Resonances in Nonlinear Spectroscopy”
J. Guo, P. R. Berman, and B. Dubetsky, *Phys. Rev. A* **46**, 1426 (1992).
- [73] „Bragg-Beugung an Bose-Einstein Kondensaten”
T. Rinkleff, Diplomarbeit, Universität Hannover (2000).
- [74] „Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps”
Y. Castin, and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [75] „Phase-Fluctuating 3D Bose-Einstein Condensates in Elongated Traps”
D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 050404 (2001).
- [76] „Regimes of Quantum Degeneracy in Trapped 1D Gases”
D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3745 (2000).
- [77] „Observation of Phase Fluctuations in Elongated Bose-Einstein Condensates”
S. Dettmer, D. Hellweg, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos, and M. Lewenstein, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160406 (2001).
- [78] „Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates”
D. Hellweg, S. Dettmer, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos, and M. Lewenstein, *Appl. Phys. B* **73**, 781–789 (2001).

- [79] D. Hellweg, Doktorarbeit, Universität Hannover, in Vorbereitung.
- [80] „Momentum Distribution and Correlation Function of Quasicondensates in Elongated Traps”
F. Gerbier, J. H. Tywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, *cond-mat/0211094* (2002).
- [81] „Expansion of a Bose-Einstein Condensate in an Atomic Waveguide”
L. Plaja, and L. Santos, *Phys. Rev. A* **65**, 035602 (2002).
- [82] „Crystallography of Optical Lattices”
K. I. Petsas, A. B. Coates, and G. Grynberg, *Phys. Rev. A* **50**, 5173 (1994).
- [83] „Optical Lattices”
P. S. Jessen, and I. H. Deutsch, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **37**, 95 (1996).
- [84] „Quantum Logic Gates in Optical Lattices”
G. K. Brennen, C. M. Caves, P. S. Jessen, and I. H. Deutsch, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1060 (1999).
- [85] „Quantenmechanik 1”
A. Messiah, de Gruyter Berlin, 2. Auflage (1991).
- [86] „The Quantum Theory of Light”
R. Loudon, Oxford Science Publications, 2nd Edition (1983).
- [87] „Quantum-Mechanical Noise in an Interferometer”
C. M. Caves, *Phys. Rev. D* **23**, 1693 (1981).
- [88] „Precision Measurement beyond the Shot-Noise Limit”
M. Xiao, L.-A. Wu, H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 278 (1987).
- [89] „Spin Squeezing and Reduced Quantum Noise in Spectroscopy”
D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, F. L. Moore, and D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **46**, R6797 (1992).
- [90] „Interferometric Detection of Optical Phase Shifts at the Heisenberg Limit”
M. J. Holland, and K. Burnett, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1355 (1993).
- [91] „Heisenberg-Limited Spectroscopy with Degenerate Bose-Einstein Gases”
P. Bouyer, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **56**, R1083 (1997).
- [92] „Molecular Beams”
N. F. Ramsey, Oxford Clarendon Press (1956), Kapitel 5.
- [93] „Spatial Observation of Bose-Einstein Condensation of ^{87}Rb in a Confining Potential”
B. P. Anderson, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **59**, R938 (1999).
- [94] „Bose-Einstein Condensation and Macroscopic Interference with Atomic Tunnel Arrays”
B. P. Anderson, PhD-Thesis, Stanford University (1999).

- [95] „High Densities of Cold Atoms in a Dark Spontaneous-Force Optical Trap”
W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).
- [96] „Reduction of Light-Assisted Collisional Loss Rate from a Low-Pressure Vapor-Cell Trap”
M. H. Anderson, W. Petrich, J. R. Ensher, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. A* **50**, R3597 (1994).
- [97] „Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms”
W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352 (1995).
- [98] „Solid State Physics”
N. W. Ashcroft, and N. D. Mermin, Cornell University, Saunders College, Philadelphia (1976).
- [99] „Anharmonic Parametric Excitation in Optical Lattices ”
R. Jáuregui, *Phys. Rev A* **64**, 033403 (2001).
- [100] „Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential”
M. B. Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4508 (1996).
- [101] „Possible New Effects in Superconductive Tunneling”
B. D. Josephson, *Phys. Lett.* **1**, 251 (1962).
- [102] „Basic Notions of Condensed Matter Physics”
P. W. Anderson, Benjamin/Cummings, Menlo Park CA (1984).
- [103] „Physics and Applications of the Josephson Effect”
A. Barone, and G. Paterno, Wiley, New York (1982).
- [104] „Charging Effects and Quantum Coherence in Regular Josephson Junction Arrays”
L. J. Geerligs, M. Peters, L. E. M. de Groot, A. Verbruggen, and J. E. Mooij, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 326 (1989).
- [105] „Josephson Junction Arrays with Bose-Einstein Condensates”
F. S. Cataliotti, S. Burger, C. Fort, P. Maddaloni, F. Minardi, A. Trombettoni, A. Smerzi, and M. Inguscio, *Science* **293**, 843 (2001).
- [106] „Bloch Oscillations and Mean-Field Effects of Bose-Einstein Condensates in 1D Optical Lattices”
O. Morsch, J. H. Müller, M. Christiani, D. Ciampini, and E. Arimondo, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 140402 (2001).
- [107] „Quantum Phase Transitions”
S. Sachdev, Cambridge University Press, New York (1999), Kapitel 10.
- [108] „Boson Localization and the Superfluid-Insulator Transition”
M. P. A. Fisher, P. B. Weichman, G. Grinstein, and D. S. Fisher, *Phys. Rev. B* **40**, 546 (1989).

- [109] „Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices”
D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3108 (1998).
- [110] „Quantum Phases in an Optical Lattice”
D. van Oosten, P. van der Straten, and H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. A* **63**, 053601 (2001).
- [111] „Mott Domains of Bosons Confined on Optical Lattices”
G. G. Batrouni, V. Rousseau, R. T. Scalettar, M. Rigol, A. Muramatsu, P. J. H. Denteneer, and M. Troyer, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 117203 (2002).
- [112] „Non-Equilibrium Gross-Pitaevskii Dynamics of Boson Lattice Models”
A. Polkovnikov, S. Sachdev, and S. Girvin, *cond-mat/0206490* (2002).
- [113] „Discrete Solitons and Breathers with Dilute Bose-Einstein Condensates”
A. Trombettoni, and A. Smerzi, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2353 (2001).
- [114] „Superfluidity versus Disorder in the Discrete Nonlinear Schrödinger Equation”
A. Trombettoni, A. Smerzi, and A. R. Bishop, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 173902 (2002).
- [115] „Dynamical Superfluid-Insulator Transition in a Chain of Weakly Coupled Bose-Einstein Condensates”
A. Smerzi, A. Trombettoni, P. G. Kevrekidis, and A. R. Bishop, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 170402 (2002).
- [116] „Strong Coupling Expansions for the Pure and Disordered Bose-Hubbard Model”
J. K. Freericks, and H. Monien, *Phys. Rev. B* **53**, 2691 (1996).
- [117] „Revealing Superfluid-Mott-Insulator Transition in an Optical Lattice”
V. A. Kashurnikov, N. V. Prokof'ev, and B. V. Svistunov, *Phys. Rev. A* **66**, 031601 (2002).
- [118] „Macroscopic Dynamics of a Trapped Bose-Einstein Condensate in the Presence of a 1D and 2D Optical Lattice”
M. Krämer, L. Pitaevskii, and S. Stringari, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 180404 (2002).
- [119] „Landau and Dynamical Instabilities of the Superflow of Bose-Einstein Condensates in Optical Lattices”
B. Wu, and Q. Niu, *Phys. Rev. A* **64**, 061603(R) (2001).
- [120] „A Novel Mechanism for Superfluidity Breakdown in Weakly Coupled Bose-Einstein Condensates”
F. S. Cataliotti, L. Fallani, F. Ferlaino, C. Fort, P. Maddaloni, M. Inguscio, A. Smerzi, A. Trombettoni, P. G. Kevrekidis, and A. R. Bishop, *cond-mat/0207139* (2002).
- [121] „Mott Insulators in Strong Electric Fields”
S. Sachdev, K. Sengupta, and S. M. Girvin, *Phys. Rev. B* **66**, 075128 (2002).
- [122] „Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern”
F. Bloch, *Z. Phys.* **52**, 555 (1929).
- [123] C. Zener, *Proc. R. Soc. London A* **145**, 523 (1934).

- [124] „Wave Functions and Effective Hamiltonian for Bloch Electrons in an Electric Field”
G. H. Wannier, Phys. Rev. **117**, 432 (1960).
- [125] „Observation of Atomic Wannier-Stark Ladders in an Accelerating Optical Potential”
S. R. Wilkinson, C. F. Bharucha, K. W. Madison, Qian Niu, and M. G. Raizen, Phys. Rev. Lett. **76**, 4512 (1996).
- [126] „Quantum Corrections to the Ground-State Energy of a Trapped Bose-Einstein Condensate: A Diffusion Monte Carlo Calculation”
D. Blume, and C. H. Greene, Phys. Rev. A **63**, 063601 (2001).
- [127] „Macroscopic Quantum Fluctuations in the Josephson Dynamics of Two Weakly Linked Bose-Einstein Condensates”
A. Smerzi, and S. Raghavan, Phys. Rev. A **61**, 063601 (2000).
- [128] S. Sachdev, S. Girvin, Priv. Mitteilung (2002).
- [129] „The Complete Equation of State of One-, Two-, and Three-Dimensional Gases of Hard Elastic Spheres”
L. Tonks, Phys. Rev. **50**, 955 (1936).
- [130] „Atomic Scattering in the Presence of an External Confinement and a Gas of Impenetrable Bosons”
M. Olshanii, Phys. Rev. Lett. **81**, 938 (1998).

Acknowledgements

First, I would like to sincerely thank my advisor, Prof. Dr. Wolfgang Ertmer, for his guidance and support during the course of this work. His scientific experience and his ability to constantly provide a highly motivating environment for fascinating research was always important for my work. I am particularly grateful to him for giving me the opportunity to do part of my experimental studies in the group of Prof. Dr. Mark Kasevich at the Yale University in New Haven, USA.

I thank Prof. Dr. Manfred Kock as well as Prof. Dr. Maciej Lewenstein for accepting to be part of my PhD committee.

My research at the Institute of Quantum Optics in Hannover was also supported in every possible respect by Prof. Dr. Klaus Sengstock whose scientific background and motivating style have been indispensable.

I would also like to thank my colleagues in Hannover not only for assistance with various projects and for many beneficial discussions, but also for providing a friendly and very pleasant working atmosphere in the lab. I owe special thanks to Dr. Kai Bongs and Dr. Sven Burger with whom I already very much enjoyed working on the Hannover BEC experiment during my diploma thesis, and to Dr. Jan Arlt and Dirk Hellweg. Our efforts were supported by the contributions of Dr. Pasi Ryytty during a research visit. Thanks also to the other graduate students of the BEC team: Markus Kottke, Holger Schmaljohann, and Michael Erhard.

I also thank Dr. Rudolf Gaul, Mrs. Krämer and Mrs. Faber for their administrative support, as well as Mr. Heidekrüger and all the technicians of the machine shop for their reliable work.

I was privileged to have had the exceptional opportunity to spend the last year of my PhD studies at the Yale University in New Haven, USA, to work on the BEC experiment in Prof. Dr. Mark Kasevich's group. I very much enjoyed life and research at Yale and I would like to sincerely thank Mark for his unlimited support during my stay in his group. His profound insight as well as his physical ideas and suggestions set an example for my work and laid the basis for our recent successes.

My research at Yale was particularly made enjoyable and successful by both of my co-workers on the BEC experiment, Ari Tuchman, who always impressed me with his enthusiasm and his outstanding engagement in the lab, and Matt Fenselau.

I am deeply grateful to Kai, my parents, and my brother for their ceaseless and unlimited love and support.

Finally, I acknowledge financial support from the German Academic Exchange Service (DAAD) during my one year stay at the Yale University in New Haven.

Lebenslauf

Persönliche Daten

16.03.1974 geboren in Celle als Tochter von Ernst-August Dettmer und Annegret Dettmer, geb. Kakuschke

Schulbildung

1980-1984 Grundschule Eldingen
1984-1986 Orientierungsstufe Lachendorf
1986-1993 Kaiserin-Auguste-Viktoria-Gymnasium Celle
11.05.1993 Allgemeine Hochschulreife

Studium

10/93 Aufnahme des Studiums der Physik an der Universität Hamburg
25.09.1995 Vordiplom in Physik
05/96 Aufnahme in die Prof. Dr.-Ing. Erich Müller-Stiftung des Stifterverbands für die Deutsche Wissenschaft
08/96 – 07/97 Studium im Rahmen eines ERASMUS-Austauschprogramms am Institut National des Sciences Appliquées (INSA) sowie der Université Paul Sabatier in Toulouse, Frankreich, einschließlich eines 4-monatigen Praktikums am Service National des Champs Magnétiques Pulsés (SNCMP) in der Arbeitsgruppe von L. Brossard
Arbeitsgebiet: „Untersuchung des Magnetotransports eindimensionaler organischer Supraleiter“
11/98 – 09/99 Externe Diplomarbeit am Institut für Quantenoptik der Universität Hannover in der Arbeitsgruppe von Prof. W. Ertmer
Titel der schriftlichen Arbeit: „Optische Manipulation der Wellenfunktion von Bose-Einstein Kondensaten“
22.09.1999 Abschluss des Studiums, Diplom in Physik
seit 10/99 Doktorarbeit am Institut für Quantenoptik der Universität Hannover in der Arbeitsgruppe von Prof. W. Ertmer
Arbeitsgebiet: „Experimentelle Untersuchungen zum Einsatz von Bose-Einstein Kondensaten in der hochauflösenden Interferometrie“.
08/01 – 07/02 Forschungsaufenthalt im Rahmen eines Stipendiums des Deutschen Akademischen Austauschdienstes am Sloane Physics Laboratory der Yale University in New Haven, USA, in der Arbeitsgruppe von Prof. M. Kasevich
Arbeitsgebiet: „Experimentelle Untersuchung der Eigenschaften von Bose-Einstein Kondensaten in optischen Gittern“

Liste der Publikationen

1. „Dark Solitons in Bose-Einstein Condensates”
S. Burger, K. Bongs, S. Dettmer, W. Ertmer, K. Sengstock, A. Sanpera, G. V. Shlyapnikov, and M. Lewenstein
Phys. Rev. Lett. **83**, 3577 (1999)
2. „Waveguide for Bose-Einstein Condensates”
K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. Arlt, W. Ertmer, and K. Sengstock
Phys. Rev. A **63**, 31602 (2001)
3. „Manipulation of Bose-Einstein Condensates by Dipole Potential”
K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, K. Sengstock, and W. Ertmer
J. Mod. Opt. **47**, 2697 (2000)
4. „Coherent Manipulation and Guiding of Bose-Einstein Condensates by Optical Dipole Potentials”
K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. Arlt, W. Ertmer, and K. Sengstock
Cr. Acad. Scie. IV-Phys. **2** (4), 671 (2001)
5. „Observation of Phase Fluctuations in Elongated Bose-Einstein Condensates”
S. Dettmer, D. Hellweg, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos, and M. Lewenstein
Phys. Rev. Lett. **87**, 160406 (2001)
6. „Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates”
D. Hellweg, S. Dettmer, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos, and M. Lewenstein
Appl. Phys. B **73**, 781-789 (2001)
7. „Quantum Insulator States from a Bose-Einstein Condensate”
A. K. Tuchman, S. Dettmer, M. L. Fenselau, and M. A. Kasevich
Submitted to Science (2002)
8. „Spectroscopy of Dark Soliton States in Bose-Einstein Condensates”
K. Bongs, S. Burger, D. Hellweg, M. Kottke, S. Dettmer, T. Rinkleff, L. Cacciapuoti, J. Arlt, K. Sengstock, and W. Ertmer
Submitted to J. Opt. B. : Quantum Semiclass. Opt. (2002)