

# Augenstab-Bolzen-Verbindungen unter Berücksichtigung der Reibung

Von dem Fachbereich Bauingenieur- und Vermessungswesen  
der Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades eines

DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN

Dr. -Ing.

genehmigte Dissertation  
von

Dipl. -Ing. Zi-Niu Guo-Geruschkat

geboren am 02.04.1963, in Shanghai

2001

**Referent:** Professor Dipl. -Ing. R. Kaufmann

**Korreferent:** Professor Dr. -Ing. Dr. -Ing. E. h. J. Scheer

**Korreferent:** Honorarprofessor Dr. -Ing. J. Kowalewski

**Tag der Promotion:** 09.01.2001

# Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit führt eine systematische rechnerische Untersuchung der Auswirkung der Einflussgrößen Augenstabform, Nennspannung, Bolzenspiel, Reibungszahl und Kopfhöhenvergrößerung auf das Tragverhalten der Augenstab-Bolzen-Verbindungen durch. Die Berechnungen erfolgen an 2D-Modellen mittels der finiten Elementmethode (Kontaktproblem). Aus den ermittelten Spannungszuständen wurden in dieser Arbeit die Formzahlen in Abhängigkeit von den Einflussgrößen bestimmt. Die Zulässigkeit der 2D-Modelle wird für einige Fälle durch Vergleich mit dem entsprechenden Ergebnissen mit 3D-Modellen nachgewiesen. An Hand der Ergebnisse wird die Richtigkeit der empirisch aufgestellten Berechnungsformeln aus der DIN 22261 geprüft.

## Abstract

The present work practises a systematic computational study of the effect of the various variables lug geometry, nominal stress, pin-to-hole clearance, coefficient of friction and wall section to carrying behavior of the lug joint. Stress analyses are performed using the finite element method. From the determined stress state in a lug, the stress concentration factors are determined in this work depending on the various variables. A comparison between the results of 2D, and 3D finite element analyses could be established. The correctness of the calculation formulae of DIN 22261 placed empirically is checked.

**Schlagwörter:** Augenstab, Formzahl, Reibung

**Catchword:** lug, stress concentration factors, friction

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Stahlbau des Fachbereiches Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Hannover.

Herrn Professor Dipl. -Ing. R. Kaufmann, dem ehemaligen Geschäftsleiter des Institutes, danke ich für seine Förderung und fachliche Unterstützung, die die Ausführung dieser Arbeit ermöglichte.

Herrn Professor Dr. -Ing. Dr. -Ing. E. h. J. Scheer danke ich herzlich für die Übernahme des Korreferates sowie für seine wertvollen Hinweise.

In gleicher Weise danke ich Herrn Honorarprofessor Dr. -Ing. J. Kowalewski für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse und die bereitwillige Übernahme des Korreferats.

Auch möchte ich allen Mitarbeitern des Institutes, die mich bei der Anfertigung der Arbeit unterstützten, herzlich danken.

Mein besonderer Dank gilt meiner Frau, die mich in jeder Phase dieser Arbeit besonders unterstützt hat, sowie Herrn R. Gerschkat für die bereitwillige Korrektur.

Zi-Niu Guo-Gerschkat  
Hannover, den 09. 01. 2001

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Allgemeines . . . . .	1
1.2	Problem . . . . .	4
1.3	Ziel der Arbeit und Lösungsweg . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Augenstab-Bolzen-Verbindung</b>	<b>7</b>
2.1	Bezeichnungen . . . . .	7
2.2	Vereinfachende Annahmen für die Untersuchungen . . . . .	7
2.3	Dimensionierung des Augenstabes . . . . .	7
2.4	Kerbspannungen . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Sichtung der vorhandenen Literatur</b>	<b>13</b>
3.1	Chronologische Entwicklung des Wissenstandes . . . . .	13
3.2	Analytische Verfahren . . . . .	19
3.3	Numerische Verfahren . . . . .	25
3.4	Normative Festlegungen . . . . .	26
3.5	Zusammenfassung des jetzigen Kenntnisstandes und Schlußfolgerungen . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Grundlagen des verwendeten Berechnungsverfahrens</b>	<b>33</b>
4.1	Grundlagen und Ansätze der Finite-Elemente-Methode . . . . .	33
4.1.1	Grundbegriffe der Elastizitätslehre . . . . .	34
4.1.2	Numerische Modellierung mit der FEM . . . . .	36
4.2	Kontaktmodellierung . . . . .	38
4.2.1	Allgemeines . . . . .	38
4.2.2	Das verwendete Programmsystem . . . . .	40
4.2.3	Kontaktanalyse in der FEM . . . . .	42
4.2.4	Das Kontaktinteraktionsmodell . . . . .	45
4.2.5	Kontaktspannungen . . . . .	48
4.2.6	Reibung in der Kontaktzone . . . . .	49

<b>5</b>	<b>Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation der Augenstab-Bolzen-Verbindung</b>	<b>53</b>
5.1	Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) ohne Gelenkdrehung . . . . .	53
5.1.1	Modellierungsdetails und Ablauf der numerischen Berechnungen . . . . .	53
5.1.2	Numerische Berechnungsergebnisse . . . . .	64
5.1.2.1	Einfluß des Bolzenspiels . . . . .	64
5.1.2.2	Einfluß der Reibung . . . . .	69
5.1.2.3	Einfluß der Geometrie bei konstanten Nennspannung . . . . .	71
5.1.2.4	Einfluß der Geometrie bei konstanter Last . . . . .	73
5.1.2.5	Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung . . . . .	75
5.1.2.6	Nichtlineares Verhalten in Abhängigkeit von der Nennspannung . . . . .	78
5.1.3	Ergebnisse der parameterabhängigen Formzahlermittlung . . . . .	80
5.2	Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung . . . . .	86
5.2.1	Modellierungsdetails und Ablauf der numerischen Berechnungen . . . . .	86
5.2.2	Numerische Ergebnisse . . . . .	91
5.2.2.1	Einfluß des Bolzenspiels . . . . .	91
5.2.2.2	Einfluß der Reibung . . . . .	97
5.2.2.3	Einfluß der Geometrie . . . . .	101
5.2.2.4	Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung . . . . .	105
5.2.2.5	Einfluß der Nennspannung . . . . .	108
5.2.3	Vergleich der Modelle ohne/mit Gelenkdrehung gegen den Reibungswiderstand . . . . .	112
5.2.4	Ergebnisse der parameterabhängigen Formzahlmittlung für den Augenstab mit Gelenkdrehung . . . . .	115
5.3	Berechnung des Augenstabes gemäß Abb. 2.1 (b) . . . . .	118
5.3.1	Modellierungsdetails und Ablauf der numerischen Berechnungen . . . . .	118
5.3.2	Numerische Ergebnisse . . . . .	120
5.3.2.1	Einfluß des Bolzenspiels . . . . .	120
5.3.2.2	Einfluß der Reibung . . . . .	121
5.3.2.3	Einfluß der Geometrie . . . . .	122
5.3.2.4	Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung . . . . .	123
5.3.2.5	Einfluß der Nennspannung . . . . .	124
5.3.3	Ergebnisse der Formzahlermittlung . . . . .	125

---

5.3.4	Vergleich der Modelle in der Abb. 2.1(a) und (b) . . .	130
5.4	Berechnung des Augenstabes gemäß Abb. 2.1 (c) . . . . .	131
5.4.1	Modellierungsdetails und Ablauf der numerischen Berechnungen . . . . .	131
5.4.2	Numerische Berechnungen . . . . .	134
5.4.2.1	Einfluß des Bolzenspiels . . . . .	134
5.4.2.2	Einfluß der Reibung . . . . .	135
5.4.2.3	Einfluß der Geometrie . . . . .	136
5.4.2.4	Einfluß der Flankenneigung . . . . .	137
5.4.2.5	Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung . . . . .	138
5.4.2.6	Einfluß der Nennspannung . . . . .	139
5.4.2.7	Formzahlermittlung . . . . .	140
5.4.2.8	Vergleich der Modelle Abb. 2.1(a) und (c) . .	143
5.4.2.9	Die Sonderfälle . . . . .	144
<b>6</b>	<b>Numerische Behandlung dreidimensionale Modelle zur Simulation der Augenstab-Bolzen-Verbindung</b>	<b>149</b>
6.1	Modellierungsdetails und Ablauf der numerischen Berechnungen	149
6.2	Vergleich der Rechenergebnisse der zweidimensionalen mit den dreidimensionalen Modellen . . . . .	162
<b>7</b>	<b>Auswertung der Ergebnisse</b>	<b>167</b>
7.1	Vergleich der Rechenergebnisse mit DIN 22261, Teil 2 . . . . .	167
7.2	Vorschläge . . . . .	183
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>185</b>
<b>A</b>	<b>Lösungsalgorithmen</b>	<b>211</b>
<b>B</b>	<b>Wavefront-Methode</b>	<b>213</b>
<b>C</b>	<b>Lebenslauf</b>	<b>219</b>

# Kapitel 1

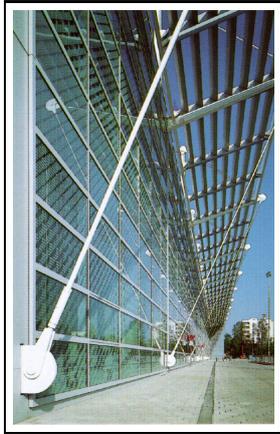
## Einleitung

### 1.1 Allgemeines

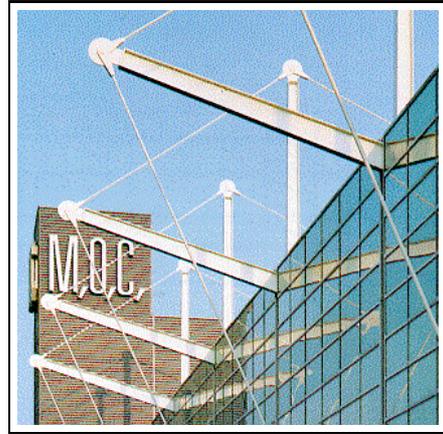
Im Maschinen- und Stahlbau, insbesondere in der Fördertechnik, sind Augenstäbe Bauteile für die Herstellung gelenkiger Verbindungen. Augenstab-Bolzen-Gelenke wurden schon in der Frühzeit des Stahlbaues häufig eingesetzt bei Zügelgurt- und Hängebrücken mit Stabketten und bei Fachwerken des Hoch- und Brückenbaues, um die rechnerische Annahme gelenkiger Knotenpunkte zu erfüllen. Im modernen Stahlbau werden Augenstab-Bolzen-Verbindungen oft benutzt, wenn ein häufiges und einfaches Lösen der Verbindung gefordert oder eine gewisse Drehfähigkeit der Verbindung gebraucht wird. In den Abb. 1.1 und Abb. 1.2 sind typische Anwendungsbeispiele der Augenstab-Bolzen-Verbindungen.

Augenstab-Bolzen-Verbindungen sind tragende Elemente, die statische und kinematische Gelenkdrehungen ermöglichen. Sie unterliegen komplizierten Beanspruchungen infolge zeitlich veränderlicher Belastungen und Betriebsbedingungen durch Montage, Ungenauigkeiten, Korrosion. Sie sind gekennzeichnet durch die Übertragung konzentrierter großer Kräfte bei geringen Abmessungen. Dabei stellt sich die Frage, ob die praktizierten Bemessungsverfahren einerseits eine ausreichende Sicherheit gewährleisten und andererseits zu wirtschaftlichen Abmessungen führen.

Für den Stahlbau sind im deutschen Normenwerk in folgenden Normblättern Festlegungen für die Auslegung von Augenstab-Bolzen-Verbindungen enthalten: DIN 18800 Teil 1 [17], DIN 19704 [18], DIN 22261 Teil 2 [19], DIN 4131 [20], DIN 4133 [21] sowie der ehemalige DDR-Standard TGL 19337 [62]. Dabei verwendete Kennwerte (z.B. Formzahl  $\alpha$ ) werden aus der Erfahrung in der Praxis und in Versuchsreihen bestimmt. Die Einwirkungen von verschiedenen Parametern, deren zeitliches Auftreten und systembedingte Ein-



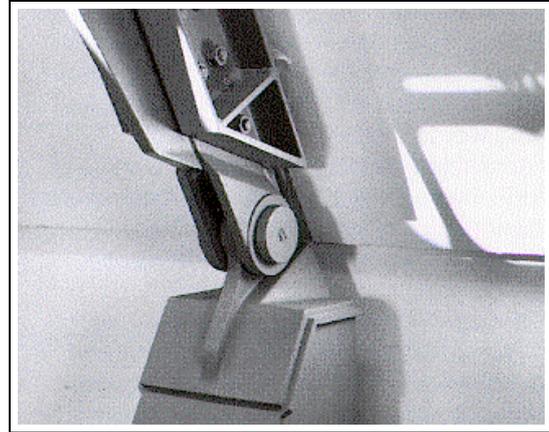
(1)



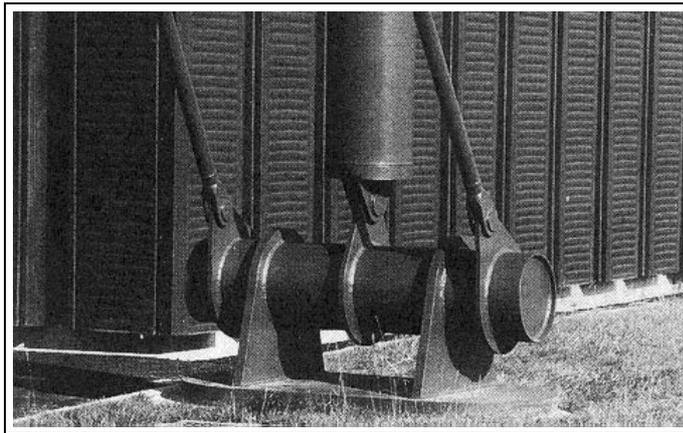
(2)



(3)



(4)

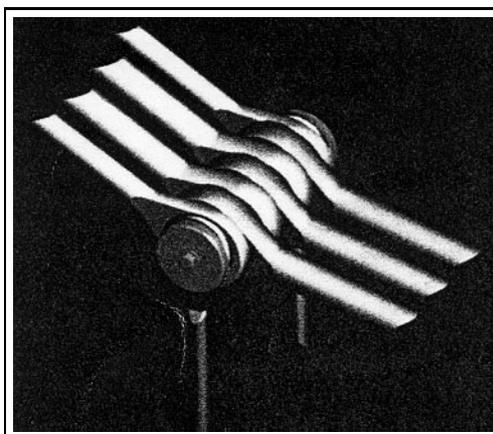


(5)

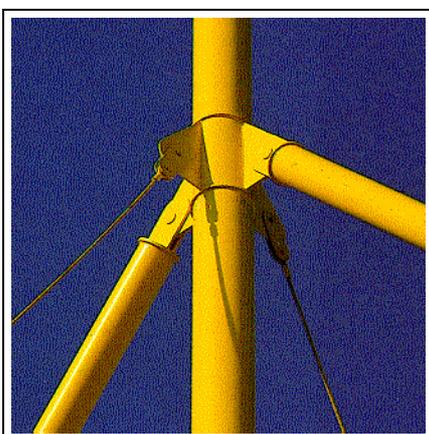
Abbildung 1.1: Augenstab-Bolzen-Verbindungen im Stahlhochbau (1)–(5)



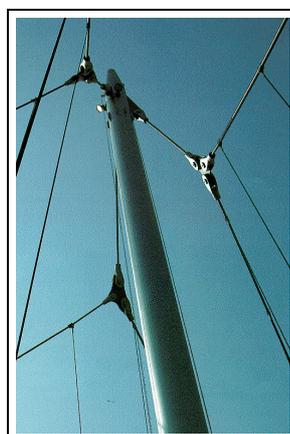
(6)



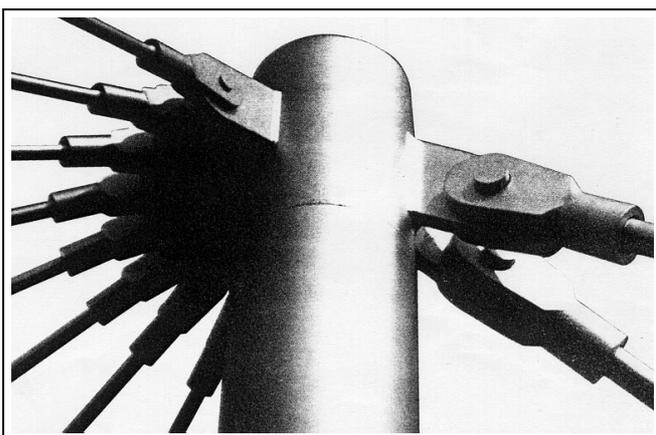
(7)



(8)



(9)



(10)

Abbildung 1.2: Augenstab-Bolzen-Verbindungen im Braunkohlen-Tagebau (6) und in Seilbauwerken (7)–(10)

flußgrößen werden in der Projektierungsphase durch Erfahrungswerte oder Simulation festgestellt.

## 1.2 Problem

Der Einfluß der Reibung auf die Tragfähigkeit von Augenstabverbindungen unter statischer und oftmals wiederholter Belastung und Gelenkdrehung ist ein wichtiges Problem in der Praxis. Bei der Erarbeitung neuer Normen für bewegliche Stahlbauten (DIN 19704 [18] und DIN 22261 [19]) sind Bemessungsverfahren für Augenstäbe unter Berücksichtigung des Reibungseinflusses auf die Betriebsfestigkeit neu eingeführt worden. Die dort vorgeschlagenen Berechnungsmethoden für Augenstab-Bolzen-Verbindungen enthalten vereinfachende Annahmen, die nicht gesichert sind.

Die angegebenen Nachweisverfahren für Augenstab-Bolzen-Verbindungen in beiden Normen beruhen auf drei Annahmen:

- Für die Betriebsfestigkeit ist die unter der Voraussetzung elastischen Verhaltens im Augenstab auftretende Zugspannungsspitze nach Maßgabe des Kerbfalles  $W$  maßgebend
- Die Lochleibungsdrücke bleiben bei einem zusätzlich vorhandenem Reibungsmoment unverändert und symmetrisch zur Zugkraftwirkungslinie, die Reibungs-Schubspannungen antimetrisch verteilt
- Die Formzahl  $\alpha$  für die Zugspannungsspitze unter Einfluß eines Reibungsmomentes (verursacht durch eine Gelenkdrehung unter Last) bezogen auf eine definierte zugehörige Nennspannung ist die gleiche wie die infolge einer allein wirkenden Zugkraft

Die Richtigkeit dieser Annahmen bedürfen der wissenschaftlichen Bestätigung. Hier geht es nur um elastizitätstheoretische Untersuchungen.

Die Betriebsfestigkeit gelenkiger Verbindungen ist in vielen Fällen ein für die Dimensionierung wichtiges Problem. Ziel des Nachweises der Betriebsfestigkeit ist die Sicherstellung der Dauerhaltbarkeit der gelenkigen Verbindung für ihre gesamte Nutzungsdauer.

## 1.3 Ziel der Arbeit und Lösungsweg

Diese Arbeit hat das Ziel, fehlende Grundlage zur Berechnung von Augenstäben durch numerische Untersuchungen zu gewinnen und damit die Richtigkeit der in Abschnitt 1.2 aufgeführten zweiten und dritten Annahme durch

numerische Untersuchungen zu bestätigen oder gegebenenfalls notwendige Korrekturen anzugeben. Mit diesen Untersuchungen sollen die wesentlichen Einflüsse auf den Spannungszustand nach der Elastizitätstheorie erfasst werden. Insbesondere gehört dazu der Einfluß der Größe der mit der Last zunehmenden, vom Bolzenspiel abhängigen Kontaktzone zwischen Augenstab und Bolzen, die zu einer geometrischen Nichtlinearität zwischen Bolzenkraft und Spannungszustand führt, sowie der Einfluß der Reibung auf den Spannungszustand, dieser ist in seiner Größe und Verteilung sehr unterschiedlich, je nachdem in der Augenstabverbindung eine Gelenkdrehung eintritt oder nicht.

Eine weitere Fragestellung betrifft die Unterschiede zwischen dem Spannungszustand, der sich aus dem ebenen Modell eines Augenstabes mit starrem Bolzen gegenüber dem räumlichen Modell Augenstab mit elastisch verformbarem Bolzen ergibt. Untersucht werden auch Augenstäbe, die durch Druckkräfte anstatt Zugkräfte beansprucht werden (Gelenklager, s. Abschnitt 5.4.2.9). Untersuchungsziel war hier Größe der maximalen Spannungen, des Lochleibungsdruckes und des Reibungseinflusses.

Die hier durchgeführten numerischen Untersuchungen zur Ermittlung des Tragverhaltens der Augenstab-Bolzen-Verbindung wurden mit Hilfe von vorliegenden Finite-Elemente-Programmen durchgeführt. Mit Hilfe von FE-Berechnungen können umfangreiche Parameterstudien unter einem relativ geringen Kosten- und Zeitaufwand durchgeführt werden.

Die Parameterstudien wurden im wesentlichen für die Standard-Augenstab-Bolzen-Verbindung nach Abb. 2.1 (a) durchgeführt. Durch die Reibung sind die extremen Spannungen (Vergleichsspannungen, Hauptspannungen) im Augenstab deutlich erhöht. Untersuchungen nach Abb. 2.1 (b), Abb. 2.1 (c) und Abb. 2.3 wurden nur insoweit geführt, um die Unterschiede zur Standardform nach Abb. 2.1 (a) ausreichend genau bestimmen zu können.

Zusammenfassung der Untersuchungen:

- Berechnung von Größe und Verteilung der Flächenpressung in der Kontaktzone in Abhängigkeit vom Bolzenspiel und von der Lastintensität
- Ermittlung der Größe und Lage der Kontaktzone
- Bestimmung des Einflusses der geometrischen Parameter (siehe Abb. 2.1 (a)-(c)) und der Kraftrichtung auf die Spannungsverteilung im Augenstab
- Bestimmung der maximalen Zugspannungen und damit der Formzahl der untersuchten Augenstab-Bolzen-Verbindungen

- Ermittlung des Reibungseinflusses in der Kontaktzone auf die Spannungen im Augenstab
- Vergleich der Ergebnisse am zweidimensionalen und dreidimensionalen Simulationsmodell

# Kapitel 2

## Augenstab-Bolzen-Verbindung

### 2.1 Bezeichnungen

In Abb. 2.1 sind die drei verschiedenen Augenstäbe mit allen Bezeichnungen dargestellt, auf die im Verlauf dieser Arbeit zurückgegriffen wird.

Werte für Spannungen ohne Angabe der Maßeinheit sind in  $N/mm^2$  zu verstehen.

### 2.2 Vereinfachende Annahmen für die Untersuchungen

Zweidimensionale Modelle (siehe Abb. 2.2) beinhalten mehrere Vereinfachungen, die sich auf die darstellbaren mechanischen Größen auswirken. Abb. 2.2 klärt, daß beim zweidimensionalen Modell mit ebenem Spannungszustand im Augenstab der Bolzen als starr angenommen wird. Für den Augenstab wird elastisches Verhalten des Werkstoffes unterstellt. Wichtig ist die Annahme, daß ein Ausweichen des Augenstabes aus seiner Ebene ausgeschlossen wird (Beulen ausgeschlossen). Bei dem dreidimensionalen Modell (s. Abb. 2.3) gilt für Augenstab und Bolzen elastisches Werkstoffverhalten.

### 2.3 Dimensionierung des Augenstabes

Bei der Auslegung des Augenstabes in der Augenstab-Bolzen-Verbindung sind folgende Spannungen von Bedeutung:

- Maximale Zugspannung

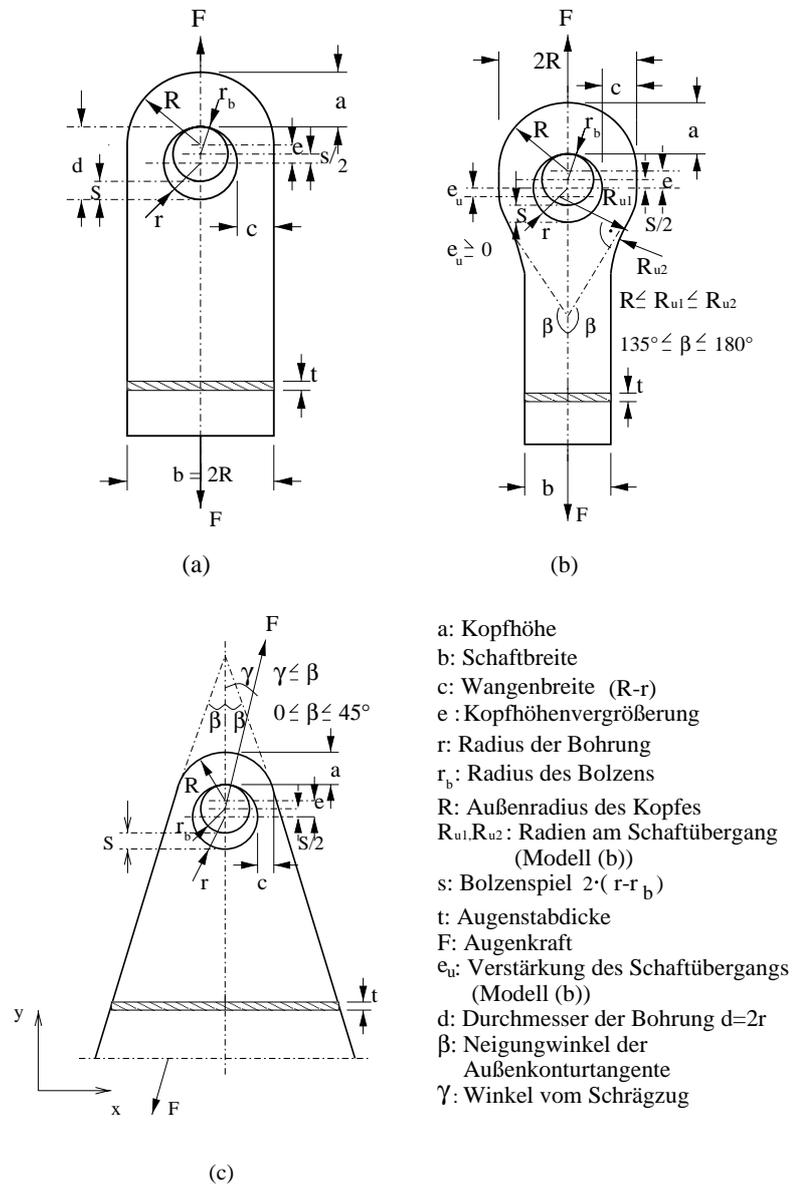


Abbildung 2.1: Abmessungen der Augenstabmodelle (a), (b) und (c)

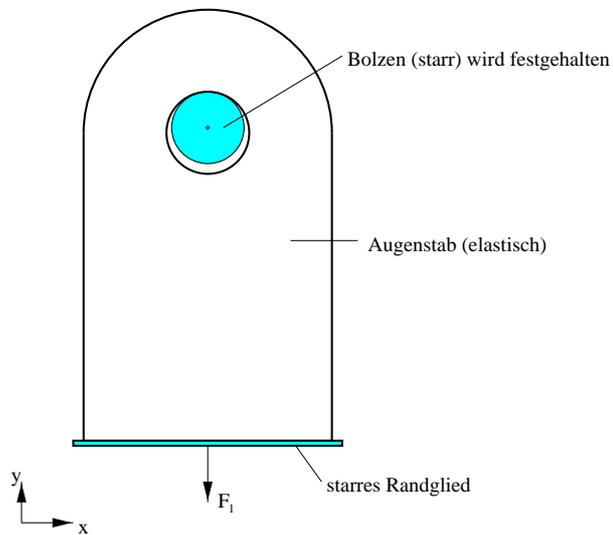


Abbildung 2.2: Zweidimensionales Modell

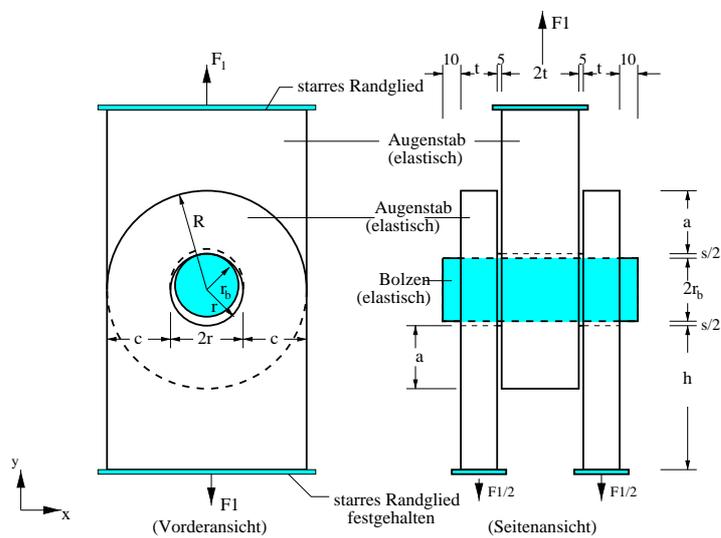


Abbildung 2.3: Dreidimensionales Modell

- Rechnerischer Lochleibungsdruck: der Druck  $p_L$ , der sich durch die gleichmäßige Verteilung der Kraft  $F$  auf die auf eine Ebene projizierte Lochleibungsfläche ergibt. Im Fall von nicht spielfreien Bolzenverbindungen ist an die Stelle des Bohrungsdurchmessers  $2r$  der Bolzen-durchmesser  $2r_b$  zu setzen, mit der Augenstabdicke  $t$  gilt dann

$$p_L = \frac{F}{2 \cdot t \cdot r_b} \quad (2.1)$$

Einfluß auf die Augenstab-Bolzen-Bemessung haben:

- Geometrie (Augenstabform)
- Werkstoff (linearelastisch/elastoplastisches Verhalten)
- Belastung (statisch/kinematisch, vorwiegend ruhend/oftmals wiederholt)
- Oberflächenzustand (Rauheit, lokale Veränderung von Werkstoffeigenschaften durch Wärmebehandlung)

## 2.4 Kerbspannungen

Die Ermittlung des Spannungszustandes nach der elementare Stabtheorie ist - auch wenn deren Voraussetzungen erfüllt sind - dann nicht mehr zutreffend, wenn der elementare Spannungszustand durch geometrische Kerben gestört wird. Die Größe der Spannungen und deren Verteilung in einem stabartigen Bauteil hängt dann nicht allein von der Belastung (Schnittgrößen) und Bauteilquerschnitten ab. Vielmehr führen Einschnitte und Querschnittssprünge (als Kerben bezeichnet) an diesen Stellen zu wesentlichen Veränderungen des Spannungszustandes, die man unter dem Begriff Kerbwirkung zusammenfaßt. Sie verursachen mehrachsige Spannungszustände mit großen örtliche Spannungserhöhungen. Abb. 2.4 zeigt die Verhältnisse am klassischen Kerbfall des gelochten Zugstabs bei elastischem Werkstoffverhalten. Die höchsten Spannungen treten am Lochrand im lochgeschwächten Querschnitt auf.

Die exakte Feststellung des tatsächlichen Spannungszustands in der Kerbe ist in der Regel nur durch aufwendige theoretische oder experimentelle Untersuchungen möglich. Zur quantitativen Beschreibung der elastischen Spannungserhöhung dient die Formzahl  $\alpha = \sigma_{max} / \sigma_n > 1$  als Verhältnis der örtlich größten Hauptspannung zur Nennspannung  $\sigma_n$ . Das bedeutet, daß diese größte Hauptspannung weder in der für der Ermittlung der maßgebenden Fläche wirken muß noch parallel zur angreifenden Last gerichtet ist. Formzahlen  $\alpha$

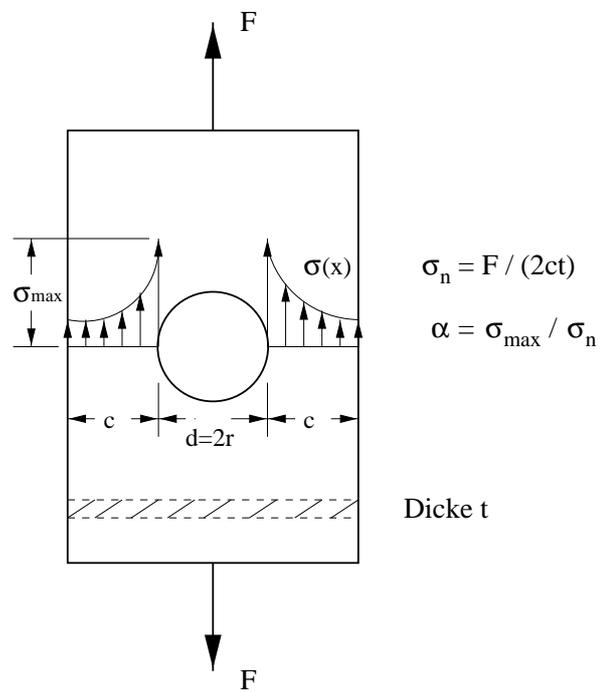


Abbildung 2.4: Zugstab mit Loch

sind für verschiedene Augenstabformen und Beanspruchungsarten in dieser Arbeit ermittelt worden.



# Kapitel 3

## Sichtung der vorhandenen Literatur

### 3.1 Chronologische Entwicklung des Wissensstandes

Überlegungen zum Tragverhalten von stählernen Augenstäben wurden gegen Ende des neunzehnten Jahrhunderts mit den Arbeiten von COOPER [14], BEKE [3], C.S.SMITH [57], LINDENTHAL [39], BOHNY [8], MATHAR [40] eingeleitet. COOPER hatte beim Bau der St.Louis Bridge im Jahr 1872 Traglastversuche von Augenstäben durchgeführt. Die grundlegende Arbeit zur Anwendung von Augenstab-Bolzen-Verbindungen erschien 1906 von COOPER [14] mit dem Titel „New facts about eye-bars“. COOPER hat die folgende Empfehlung gegeben (Form (b) von Abb. 2.1):

$$\frac{d}{b} = 1; \quad \frac{c}{b} = 0,5; \quad \frac{a}{b} = 0,75 \quad (3.1)$$

$d/b$  kann kein sinnvoller Parameter sein, da  $d$  auch von der Stützweite und Festigkeit des Bolzens abhängt:  $d$  kann bei großer Bolzenstützweite groß sein, unabhängig von  $c$ . Abb. 3.1 zeigt Empfehlungen, die im europäischen und amerikanischen Brückenbau verwertet wurden, sowie die Werte einiger ausgeführter Brücken. Die Empfehlungen können nur für eine bestimmte Werkstoffpaarung gelten. Sie entstanden aus der Bedingung, daß das Auge dieselbe Tragfähigkeit wie der Stabquerschnitt haben sollte.

C.S.SMITH [57] folgte COOPERS Gedanken. Er schlug vor, die Wangenbreite  $c$  nicht nur von der Augenstabbreite  $b$ , sondern auch vom Bolzendurchmesser  $d$  abhängig zu machen. 1913 griff LINDENTHAL [39] diesen Vorschlag auf und wies nach, daß der Bolzendurchmesser Einfluß auf die bleibenden Deforma-

Quelle	d/b	c/b	a/b
Budapester SZECHENYI-Kettenbrücke (1849)	0,44	0,53	0,68
GERBER	0,55	0,55	0,75
Budapester Elisabethbrücke (1903)	0,67	0,58	0,75
Berkeley	0,75	0,63	1
PENCOYD - Works, Phoenixville Comp.	-	0,67	0,67
Baltimore - Bridge - Comp.	-	0,75	0,75
Amerikanische Brückenbauvorschriften (1930)	(0,88)	0,69	0,69

Abbildung 3.1: Abmessungsverhältnisse von Augenstab-Bolzen-Verbindungen nach Empfehlungen, Vorschriften und ausgeführten Brücken nach SCHAPER [51]

tionen im Bolzenauge hat.

BEKE [3] hat LINDENTHALS Untersuchungen bestätigt. Der Einfluß eines spezifischen höheren Lochleibungsdrucks durch das Bolzenspiel zwischen Bolzen und Auflagefläche auf das Deformationsverfahren des Auges wurde aufgezeigt. BOHNY [8] hat wie COOPER eine nicht sinnvolle Beziehung zwischen Bolzendurchmesser und Augenstabbreite vorgeschlagen (siehe Abb. 3.2 b)):

$$d = \frac{b}{2} \quad (3.2)$$

Größere Klarheit ergaben die versuchsmäßigen Spannungsermittlungen von MATHAR [40]. Die Ergebnisse der Untersuchungen haben gezeigt, daß die Passung zwischen Bohrung und Bolzen einen entscheidenden Einfluß auf die Spannungsverteilung ausübt. Abb. 3.3 zeigt die von ihm gefundenen Ergebnisse an drei Augenstabformen im Wangen- bzw. Kopfquerschnitt, jeweils ohne und mit Bolzenspiel. Diese Spannungsverteilungen gelten im elastischen Bereich. Anhand der dort eingezeichneten Spannungsverläufe über die Wangenbreite ist zu ersehen, daß die Stabform in Abb. 3.3 a) die günstigste der drei gewählten darstellt. Sie weist bei gleicher Belastung die geringsten Spannungen auf. Die Ergebnisse lassen erkennen, daß die in der Wangen vom Bolzen weiter entfernt liegenden Stabteile an der Kraftübertragung nur wenig teilnehmen und nur die innere Hälfte der Wangenbreite hoch beansprucht ist. Hat die Kopfhöhe die gleiche Abmessung wie die Wangenbreite, so treten im Scheitelquerschnitt nur Zugbeanspruchungen auf (s. Abb. 3.3 b) und c)). Wird die Kopfhöhe dagegen stark überhöht, so wechselt der  $\sigma_x$ -Spannungsverlauf über die Kopfhöhe vom Zug in dem Druckbereich. Die über die Kopfhöhe vorgefundenen  $\sigma_x$ -Spannungsverteilungen bei 1 mm Spiel weisen auf die nun zusätzlich auftretende Biegung hin, und zwar bei allen drei Stabformen. Welchen Einfluß die Formgebung auf die

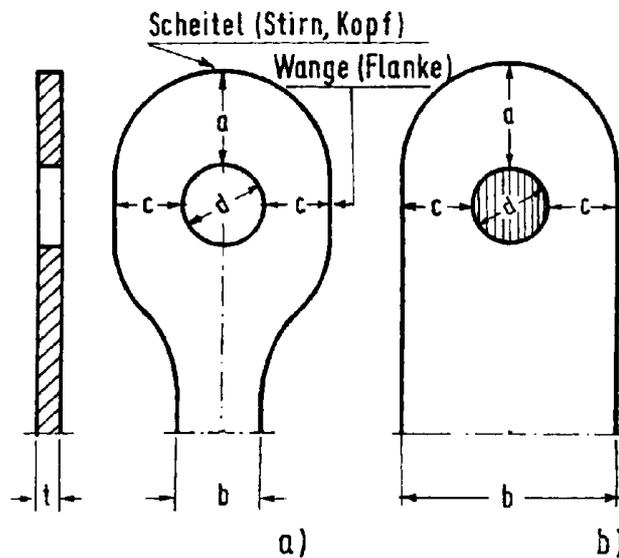


Abbildung 3.2: Bolzenverbindungen nach BOHNY [8]

$\sigma_y$ -Spannungsverteilung hat, läßt sich ebenfalls aus Abb. 3.3 ersehen. Wird eine Absenkung der Zugspannung im Wangenquerschnitt schon durch einen sich allmählich verjüngenden Übergang vom Auge zum Schaft erreicht ( Form 3.3 c) zu Form 3.3 b) ), so reduziert sich die aufgetretene Zugspannungsspitze noch einmal bei Vergrößerung der Kopfhöhe (Form 3.3 b) zu Form 3.3 a)). Von WINKLER [68] stammt für die Augenstabform Abb. 2.1 (b) die Empfehlung:

$$a = \frac{b}{2} + \frac{2}{3}d; \quad c = \frac{b}{2} + \frac{1}{3}d \quad (3.3)$$

Die Empfehlung von WINKLER wurde später von SCHAPER [51] aufgegriffen und gelangte auf diesem Wege als Konstruktionsanweisung in die Regelwerke DIN 4131 [20], DIN 4133 [21] und DIN 18800 Teil 1 [17].

Die in Abb. 3.4 dargestellten Augenstabbemessungen der Form (b) nach Abb. 2.1 sind von SCHAPER zusammengestellt; der nach Bedingung (3.3) ausgebildete Augenstab (nach WINKLER) stellt praktisch die Umhüllende aller übrigen dargestellten Augenstäbe dar.

Weitere Verfahren zur Ermittlung der maximalen Zugspannung in den Augenstäben, die auch eine Kopfhöhenvergrößerung erfassen, finden sich unter [49], [64] und [27]. Die Untersuchungsergebnisse zum Einfluß des Bolzenspiels bei [32] und [52] ergeben folgende Aussagen:

- Mit größer werdendem Bolzenspiel zwischen Bolzen und Bohrung steigt

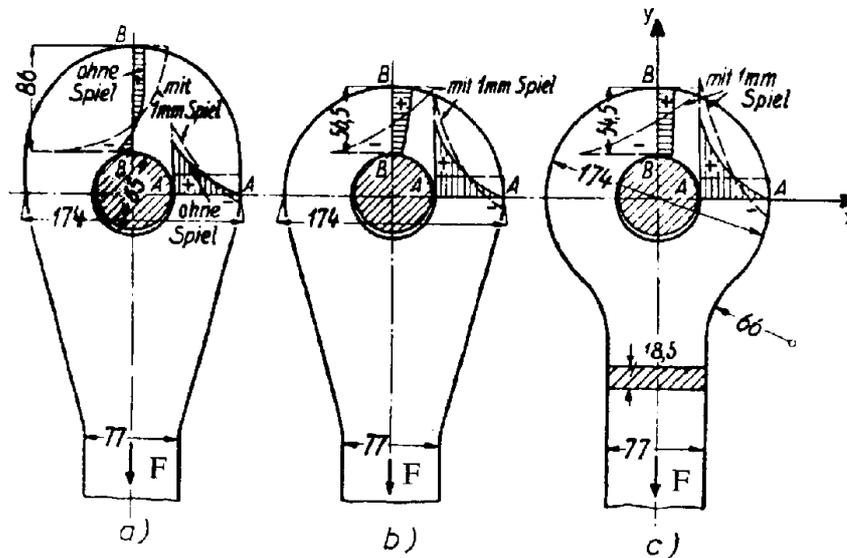


Abbildung 3.3: Augenstabformen mit Darstellung des  $\sigma_y$ -Spannungsverlaufes über die Wangenbreite und des  $\sigma_x$ -Spannungsverlaufes über die Kopfhöhe für eingepaßte Bolzen und für 1 mm Spiel des Bolzens bei einer Belastung von 12000 kg nach Mathar [40]

die Zugspannungsspitze an, der Kontaktwinkel (Breite der Kontaktfläche in Umfangsrichtung des Bolzens) zwischen Bolzen und Bohrungsrand wird kleiner

- Bei spielbehafteten Bolzen wird die Differenz der maximalen Zugspannung zu der bei eingepaßten Bolzen mit steigender Last kleiner

Das Problem der Spannungsverteilung in einer unendlich ausgedehnten dünnen Scheibe, die durch eine Bolzenkraft in ihrer Ebene beansprucht wird, kann mit der Elastizitätstheorie streng gelöst werden. Die Lösung wurde von SONNTAG [58] für verschiedene Lochleibungsdrücke angegeben. Experimentelle Untersuchungen haben RÜHL [50], HENNIG [31] und JESSOP [35] durchgeführt. SEEGER [54] hat die Krafteinleitung in dünne Scheiben über Bolzen und Scheibenlöcher berechnet und dazu Experimente durchgeführt.

In neueren spannungsoptischen Untersuchungen von SEEGER [54] wurde die Abhängigkeit des Spannungszustandes in der Umgebung des Loches vom Lochdurchmesser, Bolzenspiel und Wangenbreite bestimmt.

FROCHT [27] erhält aus spannungsoptischen Untersuchungen (Augenstab-

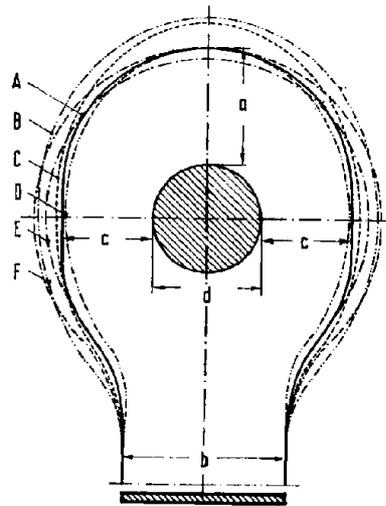


Abbildung 3.4: Verschiedene Augenstabbemessungen  $a$  und  $c$  für gleiche Abmessungen  $b$  und  $d$  nach SCHAPER [51]: (A) Auge der Budapester Kettenbrücke, (B) Auge nach WINKLER, (C) nach HÄSELER, (D) nach GERBER, (E) nach Pencoyd-Works, (F) nach Baltimore-Bridge-Comp

form siehe Abb. 3.5) die Formzahl  $\alpha$

$$\alpha = 3,4 \cdot (c/a)^{0,2} \cdot (c/d)^{0,5} \quad (3.4)$$

(gültig im Bereich  $0,8 < c/a < 1,1$  und  $0,6 < c/d < 1,3$ ). Abb. 3.6 a) zeigt die nach dieser Formel berechneten Formzahlen mit den von KUNTZSCH [37] aus Dehnungsmessungen bestimmten Werten. Das Bolzenspiel 2 % im Abb. 3.6 a) ist auf den Bolzendurchmesser  $d$  bezogen.

Zur Frage der Ermüdungsfestigkeit von Augenstäben liegen mehrere Untersuchungen mit maschinenbaulicher Orientierung vor ([29] und [32]). Die Versuche zeigen, daß die Ermüdungsfestigkeit vom Kerbspannungszustand im Wangenbereich und vom Schädigungsgrad durch Reibkorrosion in den Flankenbereichen des Loches abhängig ist.

Von KUNTZSCH wurde gezeigt, daß die Ermüdung durch Reibkorrosion ausgelöst wird: Durch die gegenseitige Verschiebung (Reibung) von Bolzen und Lochwandung wird ständig Material abgetragen und in Form von Oxiden abgelagert (Abb. 3.6 b) und c)).

Verschiedene in der Ingenieurpraxis angewandte Verfahren für die Berechnung der Augenstäbe sind von BEKE/BLEICH, REISSNER & STRAUCH, POÓCZA und REIDELBACH entwickelt worden, die in Abschnitt 3.2 erläutert werden.

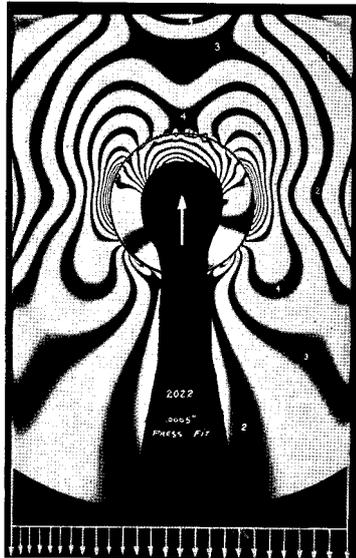


Abbildung 3.5: Typische Spannungsverteilung nach spannungsoptische Versuche von FROCHT

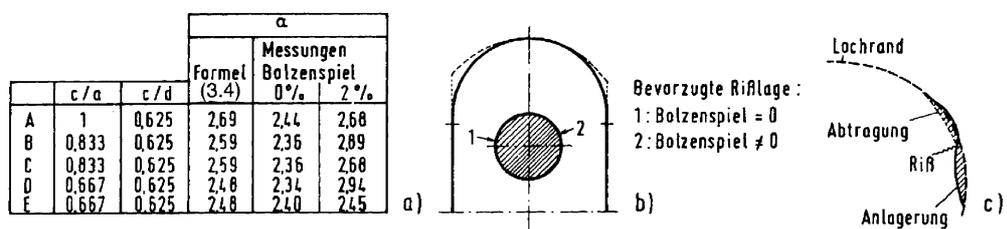


Abbildung 3.6: Ergebnisse nach KUNTZSCH und FROCHT

## 3.2 Analytische Verfahren

### Verfahren nach BEKE [3]/BLEICH [7]

Annahmen für die Berechnung:

- Der Augenbereich des Stabes wird durch einen Kreisring als ein stark gekrümmter Stab mit konstantem Querschnitt simuliert
- Die Belastung des Kreisringes erfolgt durch gleichmäßig verteilte Zugspannungen über die Breite des Schaft-Querschnittes
- Der Kreisring ist spielfrei am Innenrand gelagert.
- Die zugehörigen Lochleibungsspannungen sind radial gerichtet und folgen einer Cosinus-Verteilung (s. Abb. 3.7)

Die durch die Voraussetzung, daß kein Spiel vorhanden ist, bedingte Verformungsbehinderung am Innenrand des Auges bleibt unberücksichtigt. Mit den angegebenen Formeln lassen sich für beliebige Schnitte über den Umfang des Ringes die Schnittgrößen und Spannungen berechnen.

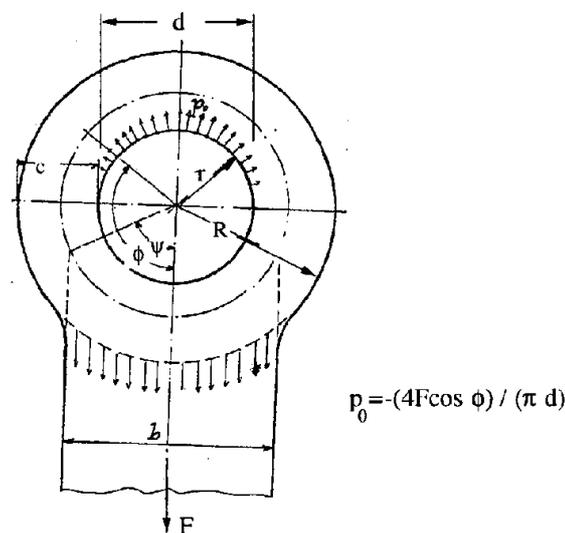


Abbildung 3.7: Belastungsmodell zur Augenstabberechnung nach BEKE/BLEICH

Die im Augenstab im Punkt 1 der Wange (Abb. 3.8) auftretende maximale Zugspannung ergibt sich entsprechend zum Lochstab:

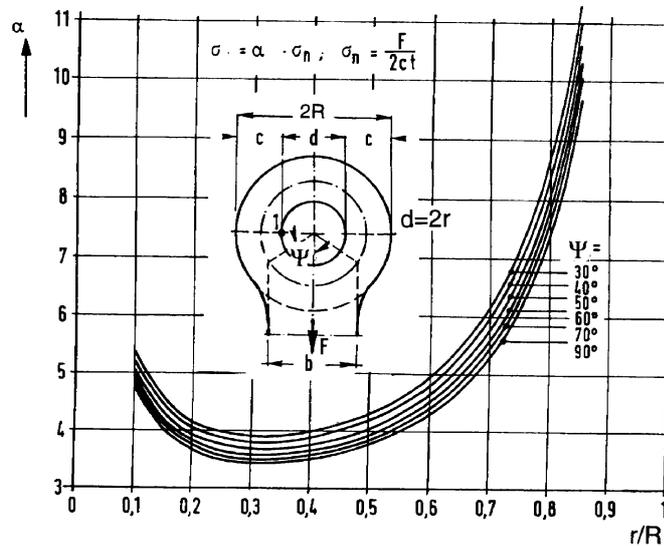


Abbildung 3.8: Formzahldiagramm nach BEKE/BLEICH

$$\sigma_{max} = \alpha \cdot \frac{F}{2 \cdot c \cdot t} \quad (3.5)$$

Die nach [7] ermittelten Formzahlen  $\alpha$  sind in Abb. 3.8 in Abhängigkeit von dem Radienverhältnis  $r/R$  mit den Kurvenparameter  $\psi$  (Stabbreite) dargestellt. Die Dicke vom Augenstab ist  $t$ .

Wie das Diagramm Abb. 3.8 zeigt, liegen die Formzahlen  $\alpha$  für den praktisch relevanten Bereich  $0,3 < r/R < 0,5$  für  $\psi = 90^\circ$  zwischen 3,4 und 3,7. Der Vergleich mit den Ergebnissen dieser Arbeit (Abb. 5.20) ergibt dort für  $r/R = 0,3$  entsprechend  $g = 0,54$  (bei einer Nennspannung  $50 \text{ N/mm}^2$  und ein Bolzenspiel von  $0,1 \text{ mm}$  ohne Reibungseinfluß) den Wert  $\alpha = 4,4$ ; für  $r/R = 0,5$  entsprechend  $g = 0,33$  den Wert  $\alpha = 3,6$ ; die Abweichungen betragen 23 % bzw. 3 %, doch mit gegenläufiger Tendenz, so daß die Formzahlen  $\alpha$  nach BEKE/BLEICH außerhalb dieses Bereich unbrauchbar werden. Das liegt an der Idealisierung als Stab, der einerseits den Lastabtrag durch Seilwirkung ( $r/R > 0,5$ ) nicht berücksichtigt, zum anderen für  $r/R < 0,3$  die beim Stab vorausgesetzt Bernoullische Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte immer weniger zutreffend ist.

### Verfahren nach REISSNER & STRAUCH [47]

Auch REISSNER & STRAUCH ersetzen den Augenstab durch eine Ersatzmo-

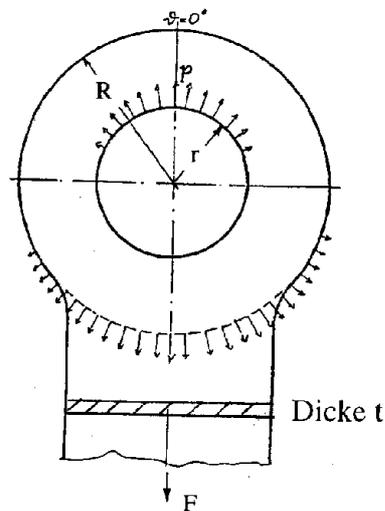


Abbildung 3.9: Belastungsmodell zur Augenstabberechnung nach REISSNER

dells einer Ringscheibe, deren Innen- und Außenrand jeweils entgegengesetzt mit einer Cosinus-Verteilung radial belastet wird. Die Lösung der partiellen Differentialgleichung (Scheibengleichung) erfolgte mit Hilfe von trigonometrischen Reihen für die Verschiebungen.

Der Bolzen sitzt spielfrei in der Bohrung. Die Verformungsbehinderung des Auges durch den Bolzen wird in der Weise berücksichtigt, daß die zunächst erfolgte freie Verformung der Innenseite der Ringscheibe durch Überlagerung mit einem Eigenspannungszustand zur ursprünglichen Kreisform rückgängig gemacht wird. Die Spannungsspitze in der Wange ergibt sich zu:

$$\sigma_{max} = \nu_{\delta} \cdot \frac{8 \cdot F}{\pi^2 \cdot R \cdot t} \quad (3.6)$$

Hierin ist  $\nu_{\delta} = 4,21 + 0,045 \cdot \lambda$ , wobei  $\lambda = R/r$  ist. Aus Gleichung (3.7) ergibt die Formzahl  $\alpha$  zu

$$\alpha = \sigma_{max} / \sigma_n = \nu_{\delta} \cdot \frac{16}{\pi^2} \left(1 - \frac{r}{R}\right). \quad (3.7)$$

Ein vorhandenes Bolzenspiel kann annähernd dadurch berücksichtigt werden, daß man den überlagerten Eigenspannungszustand entsprechend verkleinert. Dies Verfahren gilt nur für die Augenstabform nach Abb. 2.1 (b) ohne eine Kopfhöhenvergrößerung. Für  $r/R = 0,3$  entsprechend  $\lambda = 3,33$  wird nach Gleichung (3.7)  $\alpha = 4,95$  (4,4 nach Abb. 5.20) und für  $r/R = 0,5$  entsprechend  $\lambda = 2,0$  ergibt sich  $\alpha = 3,49$  (3,6 nach Abb. 5.20). Für  $r/R = 0,3$  ergibt somit REISSNER & STRAUCH eine um 45,6 % größere Formzahl als nach

BEKE/BLEICH, aber nur 15,1 % größer als nach Abb. 5.20, für  $r/R = 0,5$  eine um 8,9 % kleinere Formzahl gegenüber BEKE/BLEICH, gegenüber den eigenen Ergebnissen nach Abb. 5.20 einen um 9,1 % größeren Wert.

Die auf diesem analytischen Weg ermittelten maximalen Zugspannungen liefern für  $R = \infty$  eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse mit der unendlich ausgedehnte Scheibe mit Loch – die auch von BICKLEY [4] untersucht wurde – und mit den experimentellen Ergebnissen von COKER [11] [12].

### Verfahren nach POÓCZA [45]

Annahmen für die Berechnung:

- Der Augenstab der Form (b) mit Kopfhöhenvergrößerung  $e$  nach Abb. 2.1 (b) wird durch einen gekrümmten Stab mit veränderlicher Querschnittshöhe ersetzt
- Die Zugkraft im Schaft wirkt als Einzellast gegenüber die anderen Untersuchungen mit Streckenlasten (s. Abb. 3.10)
- Die Lochleibungskraft wird in Form von zwei axial gerichteten Kräften angesetzt. Ihre Lage ist durch den Winkel  $\psi$  festgelegt. Für die Formzahlen  $\alpha$  müssen in Abhängigkeit des Bolzenspieles Annahmen getroffen werden. Die Lösung vereinfacht sich, wenn die Kräfte  $F/2$  bei einem Winkel von  $75^\circ$  angreifen.

Die Lage der Schwerpunktlinie des gekrümmten Stabes wird nur näherungsweise bestimmt. Dadurch können auch die Querschnittswerte nur Näherungen sein. Die unter diesen Annahmen ermittelten Formzahlen  $\alpha$  für die maximale Zugspannung am Punkt A (s. Gl. (3.5)) sind in Abb. 3.11 in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$  und der Scheitelüberhöhung  $\epsilon = 1 + e/(R+r)$  als Parameter angegeben.

Unberücksichtigt bleiben die Einflüsse von Bolzenspiel  $s$  und Schaftbreite  $b$ . Die Nachrechnung eines Versuchsstabes durch POÓCZA ergab gute Übereinstimmung mit der Messung (Dehnungsmessstreifen).

Der Vergleich zwischen den Formzahlen  $\alpha$  von BEKE/BLEICH und POÓCZA zeigt für den Bereich  $0,3 \leq r/R \leq 0,5$  entsprechend  $0,54 \geq g \geq 0,33$ , daß nach POÓCZA für  $e = 0$  sich um 15 % größere Werte  $\alpha$  als nach BEKE/BLEICH ergeben. Die grundsätzlichen Einwände gegen das Verfahren von BEKE/BLEICH gelten für das Verfahren nach POÓCZA in gleicher Weise.

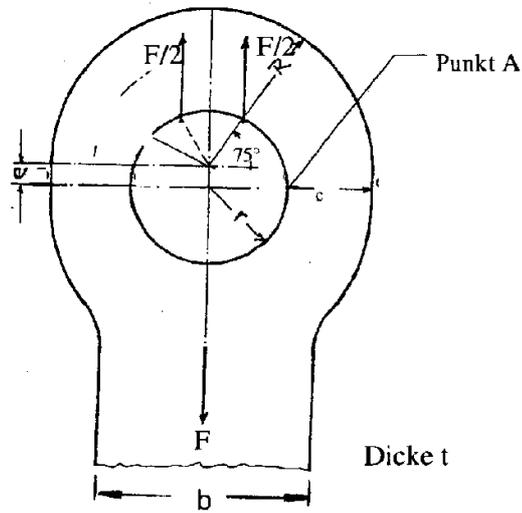
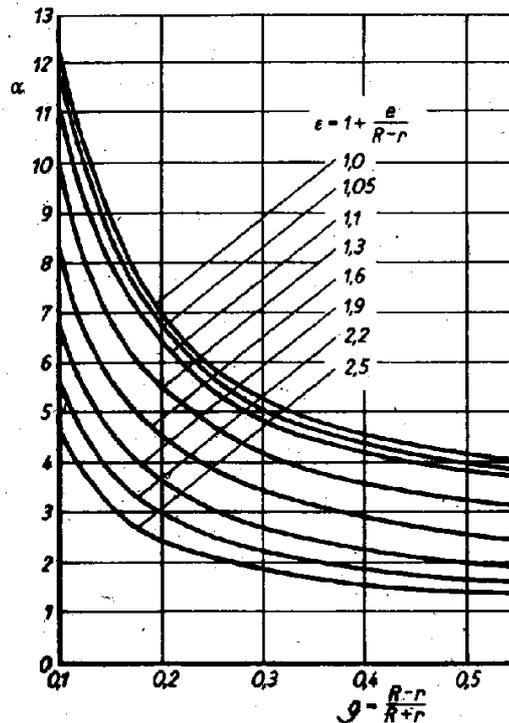


Abbildung 3.10: Belastungsmodell zur Augenstabberechnung nach POÓCZA

Abbildung 3.11: Formzahlen  $\alpha$  in Abhängigkeit von Geometrie und der Scheitelüberhöhung  $\epsilon$  nach POÓCZA (Winkel  $\psi = 75^\circ$ )

### Verfahren nach REIDELBACH [46]

Von REIDELBACH wird die Berechnung wie bei Reissner/Strauch an einer Kreisringscheibe durchgeführt, wobei der im Abb. 3.12 gezeigte Beanspruchungszustand aus Radial- und Schubspannungen besteht und mit Hilfe der ebenen Elastizitätstheorie die Spannungsverteilung und daraus die Formzahl  $\alpha$  (Gl. 3.8 und Abb. 3.13) bestimmt wird. Die maximale Zugspannung liegt im Punkt A des Lochrandes (Abb. 3.10).

$$\alpha = \frac{3(1-w)}{2(1-w^2)^2} \cdot \left( \frac{1+3w^2}{2w} + \frac{1+2w^2-2w^4+5w^6}{1+2w^2} \right) \quad (3.8)$$

mit  $w = r/R$

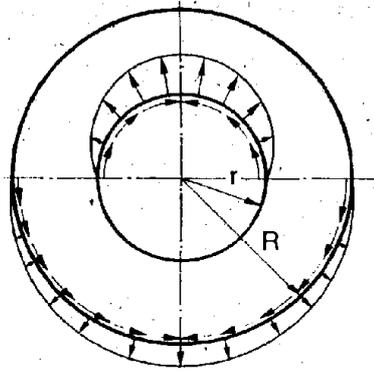


Abbildung 3.12: Belastungsmodell zur Augenstabberechnung nach REIDELBACH

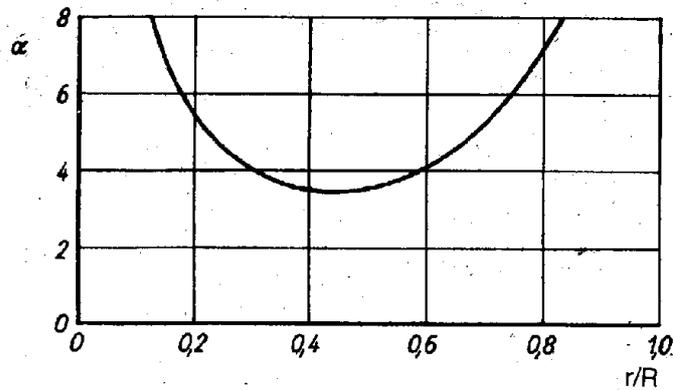


Abbildung 3.13: Formzahlen  $\alpha$  als Funktion des Radienverhältniss  $r/R$  bei Gleitsitz des Bolzens, Bolzenspiel  $s = 0$  nach REIDELBACH

### 3.3 Numerische Verfahren

Die Finite-Element-Methode als leistungsstarkes numerisches Näherungsverfahren zur Lösungsfindung einzusetzen, hat den großen Vorteil, daß praktisch alle Randbedingungen erfüllt werden können. In verschiedenen Arbeiten [15], [16], [5], [48], [30], [26], [23], [66] und [28] sind Augenstab-Bolzen-Verbindungen mittels FEM untersucht worden. Hierbei wurde aber keine Untersuchung über den Einfluß der Reibung durchgeführt. Zweidimensionale Modelle enthalten mehrere Vereinfachungen, die sich auf die darstellbaren mechanischen Größen auswirken können.



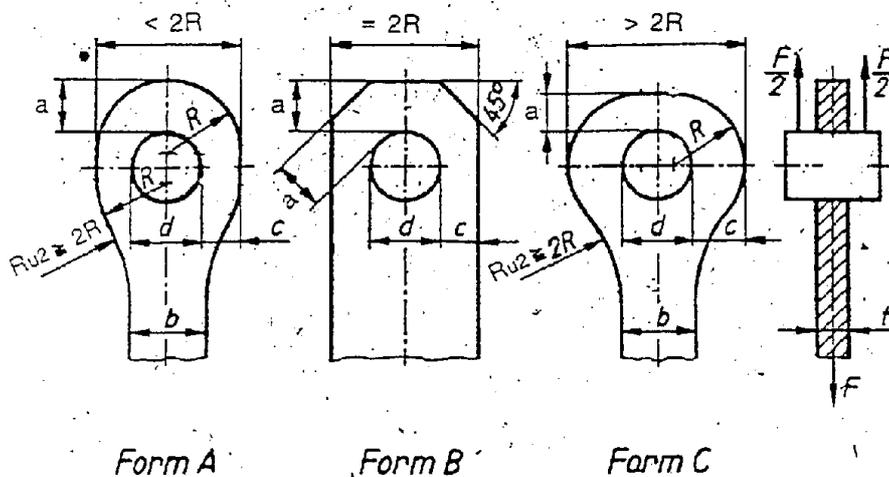


Abbildung 3.15: Augenstabformen nach TGL 19337

Die Stahlbau-Normen DIN 4131 (03.69) und DIN 4133 (08.73) geben Anweisungen mit dem Wortlaut: „Bei Augenstäben, deren Lochränder planmäßig nicht unter der Klemmwirkung eines Verbindungsmittels stehen, sind die maßgeblichen Schnitte wie folgt zu bemessen, sofern nicht die 2,3-fache Sicherheit gegen Bruch durch Versuche nachgewiesen wird“ (Bedingung (3.12) und (3.13) mit Abb. 3.16). Die neue Grundnorm DIN 18800 Teil 1 (11.90) enthält zwei alternative Bemessungsregeln (A, Abb. 3.16 und B, Abb. 3.17) für Augenstäbe. Die Bedingungen 3.12 und 3.13 für Bemessungsregel A zum Nachweis der Tragsicherheit sind die auf SCHAPER [51] zurückgehende DIN 4131/DIN 4133-Forderungen (Bezeichnungen nach Abb. 3.16).

$$a \geq \text{grenz } a = \frac{F}{2 \cdot t \cdot f_{y,k} / \gamma_M} + \frac{4}{3} r \quad (3.12)$$

$$c \geq \text{grenz } c = \frac{F}{2t \cdot f_{y,k} / \gamma_M} + \frac{2}{3} r \quad (3.13)$$

Hierin ist  $F$  die auf den Augenstab entfallende Kraft im Bemessungslastfall und  $f_{y,k}$  der charakteristische Wert für die Streckgrenze des Materials.

Die Bemessungsregel B der DIN 18800 Teil 1 (11.90) (s. Abb. 3.17) legt die Augenstababmessungen abhängig vom Bolzenlochdurchmesser  $2r$  fest. Die Dicke des Augenstabes und der Lochdurchmesser sind nach Gleichung (3.14) bzw. (3.15) zu ermitteln:

$$\text{grenz } t = 0,7 \cdot \sqrt{\frac{F}{f_{y,k} / \gamma_M}} \quad (3.14)$$

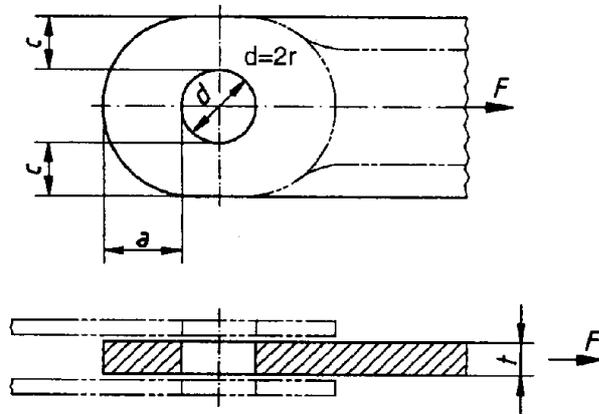


Abbildung 3.16: Augenstababmessungen nach DIN 4131, DIN 4133 und Bemessungsregel A der DIN 18800 Teil 1

$$\text{grenz } 2r = 2,5 \cdot \text{grenz } t \quad (3.15)$$

Die Bed. (3.12) und (3.13) bzw. die Gl. (3.14) und (3.15) gelten unter der Voraussetzung, daß das Bolzenspiel  $s$  der Bed. (3.16)

$$0,1d \geq s \leq 3mm \quad (3.16)$$

eingehalten ist.

Der Eurocode 3 [24] (ENV1993-1-1) enthält für die Berechnung der Tragfähigkeit des Augenstabes im wesentlichen die gleichen Festlegungen wie die DIN 18800 Teil 1, jedoch keine Bedingungen für das Bolzenspiel.

Die Schweizer Norm SIA161 [55] besagt im Abschnitt 4.6.21, daß bei zugbeanspruchten Teilen die Abmessungen von Augenstäben die in Abb. 3.18 eingezeichneten Vorgaben einhalten sollen.

Die Berechnungsmethode nach DIN 19704 [18] ist folgende: zur Berücksichtigung der Reibung bei Gelenkdrehung sind die Nennzugspannungen im Wangenquerschnitt um den Faktor  $\xi$  zu erhöhen. Es ist daher nachzuweisen, daß die erhöhte Nennspannung  $\sigma_n$  den Bemessungswert der Streckgrenze nicht überschreitet.

$$\sigma_n = \xi \cdot \frac{F}{(2ct)} \leq f_{y,k}/\gamma_M \quad (3.17)$$

Der Beiwert ist:  $\xi = 1 + 2\mu r/(R + r)$ ,  $t$  ist die Augenblechdicke,  $\mu$  ist das Reibungszahl.

Die Formzahl  $\alpha$  beträgt:

$$\alpha = 2 \cdot \left(1 + \frac{2c}{3d}\right) \cdot \left(1 - \frac{a-c}{3b}\right) \quad (3.18)$$



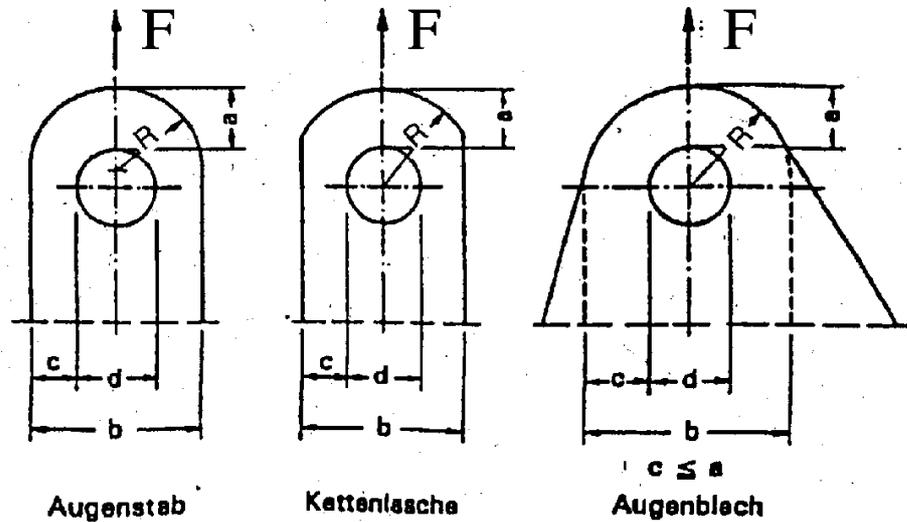


Abbildung 3.19: Augenstab, Kettenlasche, Augenblech nach DIN19704

$$\sigma_{nz} = \frac{F}{2ct} \quad (3.21)$$

$$\sigma_{n\mu} = \frac{8\mu}{\pi(1 + R/r)} \cdot \sigma_{nz} \quad (3.22)$$

$\sigma_{R,d}$  ist die Beanspruchbarkeit für Bauteile,  $\sigma_{nz}$  ist die Nennspannung infolge der Zugkraft  $F$ ,  $\sigma_{n\mu}$  ist die Nennspannung infolge der Reibungsmomente.

Der Betriebsfestigkeitsnachweis ist für  $\max\sigma = \alpha \cdot \sigma_n$  zu führen, mit der Formzahl  $\alpha$  nach folgender Gleichung für Augenbleche nach Abb. 2.1 ermittelt werden:

$$\alpha = \left[ \left( \frac{R}{r} - \frac{r}{R} \right) \cdot \frac{1}{1 + \delta} + 2 \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{e}{R}}} \quad (3.23)$$

mit

$$R = r + c, \quad e = a - c, \quad \delta = \frac{\tan \beta}{4} \cdot \frac{R + r}{R - r} \quad (3.24)$$

Gleichung (3.23) und (3.24) setzen ein maximales Bolzenspiel entsprechend den Passungstoleranzen von  $D10/h11$  nach DIN 7155-1 [22] voraus.

## 3.5 Zusammenfassung des jetzigen Kenntnisstandes und Schlußfolgerungen

Berechnungsansätze zur Bestimmung der gegebenen Spannungen sind aus verschiedenen Veröffentlichungen vorgestellt worden. Beim Studium der hierfür vorliegenden Berechnungsansätze ist festzustellen, daß sie kritischen Betrachtungen häufig nicht standhalten.

Es fehlen gesicherte Angaben. Diese Berechnungsverfahren basieren auf Annahmen über den Mechanismus der Kraftübertragung zwischen Bohrung des Augenstabes und Bolzen. Erst wenn zuverlässige Angaben über die Kraftverteilung zwischen Bohrung und Bolzen zur Verfügung stehen, können die vorhandenen Rechenschemata erweitert und verbessert bzw. neue Dimensionierungsverfahren entwickelt werden.

Der komplexe Zusammenhang zwischen Tragverhalten und Reibung ist noch nicht klar. Es liegt derzeit noch keine gesicherte Grundlage zur Berechnung des Einflusses der Reibung auf die Augenstab-Bolzen-Verbindung vor.

Endsprechend den verschiedenen Berechnungsmodellen ergeben sich sehr unterschiedliche Ergebnisse über den Spannungszustand in den Augenstab-Bolzen-Verbindungen. Experimentelle Untersuchungen haben vor allem den Nachteil, daß die Erfassung des Einflusses der verschiedene Parameter einen sehr hohen Aufwand erfordern, außerdem lassen sich die Spannungen im Kontaktbereich nicht messen.

Tabelle 3.1 zeigt den Vergleich verschiedene Formzahlen  $\alpha$  mit den eigenen Ergebnissen Abb. 5.20 für Form Abb. 2.1 (a) mit  $e = 0$ , Bolzenspiel 0,1 mm; Nennspannung  $50 \text{ N/mm}^2$ ,  $\mu = 0$  oder  $\mu = 0,3$  mit Gelenkdrehung für die Grenzen des für die Ingenieurspraxis relevanten Bereiches  $r/R = 0,3$  und  $r/R = 0,5$ .

Alle betrachteten Verfahren bassieren auf zweidimensionalen Modellen. Damit ist nicht bekannt, welchen Einfluß die Durchbiegung des Bolzens (Bolzenverformung) auf die Spannungsverteilung im Augenstab hat.

$r/R$	0,3	0,5
BLEICH/BEKE ( $\mu = 0$ )	3,4	3,7
REISSNER & STRAUCH ( $\mu = 0$ )	4,95	3,49
POÓCZA ( $\mu = 0$ )	4,0	5,0
REIDELBACH ( $\mu = 0$ )	3,94	3,50
FROCHT ( $\mu = 0$ )	3,67	2,41
DIN 19704 ( $\mu = 0$ )	3,56	2,67
DIN 19704 ( $\mu = 0,3$ )	4,05	3,20
DIN 22261 ( $\mu = 0$ )	5,03	3,50
DIN 22261 ( $\mu = 0,3$ )	5,92	4,39
GUO ( $\mu = 0$ )	4,4	3,6
GUO ( $\mu = 0,3$ )	6,1	4,3

Tabelle 3.1: Vergleich unterschiedlicher Rechenergebnisse Formzahlen  $\alpha$ ,  $e = 0$ ,  $r = 31\text{mm}$ ,  $s = 0,1\text{ mm}$ ,  $\sigma_n = 50\text{ N/mm}^2$ , Augenstabform (a), Werte für  $\mu = 0,3$  mit der Gelenkdrehung

# Kapitel 4

## Grundlagen des verwendeten Berechnungsverfahrens

### 4.1 Grundlagen und Ansätze der Finite- Elemente-Methode

Die Methode der finiten Elemente (FEM) ist eine numerische Methode, um physikalische Probleme mathematisch näherungsweise zu lösen. Der Erfolg der FEM bei der Lösung statischer Problem ist der Grund dafür, daß diese Methode heute in vielen Anwendungsgebieten des Bauwesens verbreitet ist. Das Prinzip der FEM ist, ein Kontinuum in endliche, genügen kleine Teile zu zerlegen, deren Verhalten genau oder zumindest annähernd genau beschrieben werden kann. Das ganze Problem besteht somit aus der Beschreibung der einzelnen Elemente und der Kopplungsbedingungen, die die Randbedingungen der einzelnen Elemente darstellen. Die Kopplung der Elemente wird an vorgegebenen Kontaktpunkten (Knotenpunkten) der Elemente hergestellt. Diese Kopplungsbedingungen werden durch die Knotenpunktverschiebungen ausgedrückt. Die Aufgabe ist somit die Berechnung der unbekannt-ten Knotenpunktverschiebungen. Die Verschiebungen und die Verzerrungen bzw. der Verlauf der Feldvariablen innerhalb eines Elements werden durch Verwendung von elementspezifischen Interpolationsfunktionen aus den Knotenpunktverschiebungen approximiert. Unter Verwendung eines Stoffgesetzes, das die Verzerrungen und Spannungen verknüpft, kann der Spannungs-Verzerrungs-Zustand innerhalb eines Elementes bestimmt werden. Die numerische Auswertung wird zunächst auf Elementebene mit Hilfe der Gleichungen der Arbeitsprinzipien vorgenommen, die im allgemeinen als Integralausdrücke gegeben sind. Dann werden die elementbezogenen Gleichungen zu globalen Systemgleichungen (auf Strukturebene) zusammengefaßt. Durch

die Lösung des entstehenden algebraischen Gleichungssystems erhält man die Knotenpunktverschiebung der Gesamtstruktur, und damit können die Verzerrungen und Spannungen elementweise aus den berechneten Verschiebungen bestimmt werden.

Die Arbeiten von ARGYRIS & KELSEY [1] und TURNER & CLOUGH & MARTIN & TOPP [65] gelten als erste Meilensteine in der Geschichte der FEM. Die starke Verbreitung der Computer und deren enorm gesteigerte Leistungsfähigkeit haben die Anwendung der FEM praktisch erst ermöglicht und damit auch deren Weiterentwicklung. Es wurden die mathematischen Formulierungen vervollständigt und die Einsatzgebiete erweitert. Heute gibt es eine große Anzahl von FEM-Programmen, z.B. ABAQUS [42], bei denen die Eingabe durch Preprozessoren vereinfacht wird und weit gefächerte Auswertungsmöglichkeiten der Ergebnisse integriert werden.

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Elastizitätstheorie wiedergegeben. Es wird ferner die FEM kurz beschrieben. Schließlich wird das Kontaktproblem erklärt. Eine ausführliche Beschreibung der FEM sowie ihrer zahlreichen mathematischen Formulierungen wird nicht gegeben. Es werden nur die Grundgleichungen und einige ausgewählte Beziehungen dargestellt, um einen kurzen ingenieurmäßigen Einstieg in das Verfahren für die Lösung baustatischer Probleme zu geben. Es gibt hierzu zahlreiche Veröffentlichungen, z.B. BATHE [2], ZIENKIEWICZ [70].

### 4.1.1 Grundbegriffe der Elastizitätslehre

Das Problem der statischen Kontakte in der Augenstab-Bolzen-Verbindung wird in dieser Arbeit gemäß ihrer Zielsetzung nur für elastischen Verformungen behandelt, obwohl die FEM auch für nichtlineare Stoffgesetze anwendbar ist. Grundlage ist somit die Elastizitätstheorie. Im folgenden werden einige Grundbegriffe der Elastizitätstheorie kurz erläutert (s. Abb. 4.1):

- Geometrische Größen (Verformungsgrößen): Zu den geometrischen Größen gehören Verschiebungen und Verzerrungen. In einem dreidimensionalen Raum hat der Verschiebungsvektor die Komponenten  $u_i$  ( $i = x, y, z$ ) in x-, y-, z-Richtung. Die Verzerrungskomponenten sind:

$$\varepsilon_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad \gamma_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad i, j = x, y, z$$

- Statische-dynamische Größen (Kraftgrößen): Jedes Element weist sechs Freiheitsgrade der Verschiebungen auf, drei Translationen und drei Rotationen. Führt man diese zurück auf den allgemeinen Spannungszustand, so hat jeder Punkt des Elements sechs Spannungskomponenten

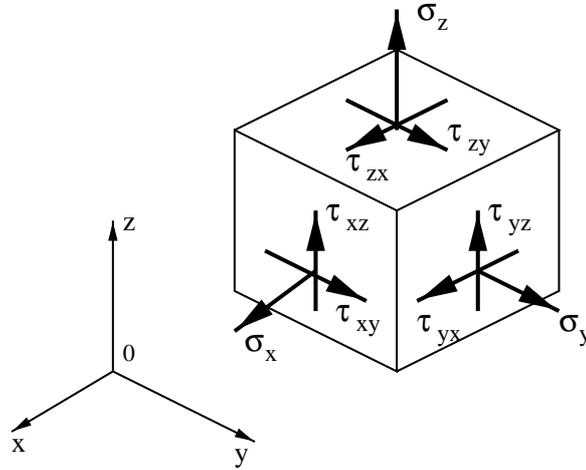


Abbildung 4.1: Normal- und Schubspannungen an einem würfelförmigen Körperelement

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}$ , die den Spannungszustand beschreiben. Der dazu gehörende Spannungstensor  $\underline{S}$  hat folgendes Aussehen:

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Den Spannungen entsprechend wird der Verformungszustand (Deformationszustand) durch sechs Verzerrungskomponenten  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy} = \gamma_{yx}, \gamma_{xz} = \gamma_{zx}, \gamma_{yz} = \gamma_{zy}$  des Verzerrungstensors  $\underline{T}$  beschrieben:

$$\underline{T} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{yx} & \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} & \varepsilon_y & \gamma_{zy} \\ \gamma_{xz} & \gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Das HOOKEsche Gesetz stellt eine lineare Beziehung zwischen Spannungen und Verformungen dar:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 + \nu} \left( \varepsilon_x + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \varepsilon \right) \quad (4.3)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1+\nu} \left( \varepsilon_y + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon \right) \quad (4.4)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1+\nu} \left( \varepsilon_z + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon \right) \quad (4.5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} = G \gamma_{xy} \quad (4.6)$$

$$\tau_{xz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xz} = G \gamma_{xz} \quad (4.7)$$

$$\tau_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{yz} = G \gamma_{yz} \quad (4.8)$$

wobei  $\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$  die Volumendilatation ist. In Matrixschreibweise lautet der Ansatz:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{pmatrix} 2\left(1 + \frac{\nu}{1-2\nu}\right) & \frac{2\nu}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2\nu}{1-2\nu} & 2\left(1 + \frac{\nu}{1-2\nu}\right) & \frac{2\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2\nu}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & 2\left(1 + \frac{\nu}{1-2\nu}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Eine Zurückführung des dreidimensionalen Modelles in ein zweidimensionales Modell reduziert den numerischen Aufwand erheblich. Bei den ebenen Problemen ist zu unterscheiden, ob die Querdehnungen senkrecht zur Ebene ungehindert auftreten (ebener Spannungszustand) oder nicht auftreten können (ebener Verformungszustand). Die HOOKEsche Gesetze für die ebenen Probleme lassen sich leicht aus denen für den allgemeinen Spannungszustand herleiten.

### 4.1.2 Numerische Modellierung mit der FEM

Es gibt zahlreiche FEM-Verfahren, um mechanische und physikalische Probleme zu lösen. Geeignete Grundlagen für die FEM sind die Variationsprinzipien. LANCZOS [38] und ODEN & REDDY [44] haben die Variationsprinzipien in der Mechanik beschrieben. Ein oft für die Formulierung der FEM angewandtes Prinzip ist das Prinzip der virtuellen Arbeit. Wir beschränken uns hier auf physikalisch lineare Probleme der Elastizitätstheorie, die einzige Nichtlinearität besteht in der Ausbildung des Kontaktes.

Prinzip der virtuellen Arbeit:

Hier werden das Prinzip der virtuellen Verschiebungen und das Prinzip der virtuellen Kräfte unterschieden. Kernaussage des Prinzips der virtuellen Ver-

schiebungen ist eine Energiebilanz. Beim Prinzip der virtuellen Verschiebungen wird für einen sich im Gleichgewicht befindenden Körper ein Verschiebungsfeld  $\delta u$  eingeführt, das ein gedachter, differentieller, im Inneren und an den Rändern kinematisch verträglicher Verschiebungszustand ist. Die dabei entstandene Arbeit der inneren und der äußeren Kräfte ist gleich.

$$\int_V \delta \varepsilon^T \sigma dV - \int_V \delta u^T P_V dV - \int_A \delta u^T P_A dA - \sum_i \delta u_i^T F_i = 0 \quad (4.10)$$

Diese Aussage ist den Gleichgewichtsbedingungen äquivalent. Hierin sind  $\sigma$  die inneren Spannungen,  $P_V$  die Volumenkräfte,  $P_A$  die Oberflächenkräfte und  $F_i$  die Einzelkräfte. Aus dieser Gleichung kann man einerseits eine Differentialgleichung herleiten, andererseits die Näherungslösung z.B. mit Hilfe der FEM ermitteln. Zum Lösen des Problems mit der FEM wird der Körper zuerst in Elemente aufgeteilt. Die Auswahl der Elementtypen muß dem Problem und der Geometrie angepaßt sein. Außerdem sind die Elementanzahl sowie Elementedichte für die Genauigkeit der Berechnung von entscheidender Bedeutung. Die verschiedenen Elementtypen sind in der am Anfang des Kapitels erwähnten Literatur beschrieben.

Das Prinzip der virtuellen Arbeit gilt als Gleichgewichtsprinzip für jeden Teilkörper und wird daher auf die einzelnen Elemente übertragen. Die Gleichung lautet für diese

$$\delta W_e = \int_{V_e} \delta \underline{\varepsilon}^T \underline{\sigma} dV - \int_{V_e} \delta \underline{u}^T \underline{P}_V dV - \int_{A_e} \delta \underline{u}^T \underline{P}_A dA - \sum_i \delta \underline{u}_{ie}^T \underline{F}_{ie} = 0 \quad (4.11)$$

und damit für das Gesamtsystem

$$\delta W = \sum_e \delta W_e = \sum_e \left\{ \int_{V_e} \delta \underline{\varepsilon}^T \underline{\sigma} dV - \int_{V_e} \delta \underline{u}^T \underline{P}_V dV - \int_{A_e} \delta \underline{u}^T \underline{P}_A dA - \sum_i \delta \underline{u}_{ie}^T \underline{F}_{ie} \right\} = 0 \quad (4.12)$$

Setzt man das HOOKEsche Gesetz und die Ansatzfunktionen für die Verschiebungen im Inneren des Elementes ein und formt man die Gleichung um, dann bekommt man für die einzelnen Elemente:

$$\delta W_e = \delta \underline{r}_e^T \{ \underline{K}_e \underline{r}_e - \underline{F}_{V_e} - \underline{F}_{A_e} - \underline{F}_{E_e} \} = 0 \quad (4.13)$$

wobei  $\underline{K}_e$  die Steifigkeitsmatrix (aus Gl. 4.9),  $\underline{F}_{V_e}$  die Volumenkraft,  $\underline{F}_{A_e}$  die Oberflächenkraft und  $\underline{F}_{E_e}$  die Summe der einzelnen äußeren Kräfte sind.

Die Ansatzfunktionen  $r_e$  sind ein wesentlicher Bestandteil der FEM. Sie werden entweder mit dem Ritzschen Ansatz ermittelt oder durch die Galerkin-Methode gewonnen. Die genauen Beschreibungen der beiden Methoden sind aus der Arbeit von RITZ sowie zahlreichen Lehrbüchern zu entnehmen.

Für den Gesamtkörper gilt entsprechend:

$$\delta W = \sum_e \delta \underline{r}_e^T \{ \underline{K}_e \underline{r}_e - \underline{F}_{Ve} - \underline{F}_{Ae} - \underline{F}_{Ee} \} = 0 \quad (4.14)$$

Die lokalen Koordinaten  $\underline{r}_e$  haben eine lineare Beziehung zu den globalen Koordinaten  $\underline{q}$ :

$$\underline{r}_e = \underline{T}_{oe} \underline{q} \quad (4.15)$$

Daraus folgt:

$$\delta W = \delta \underline{q}^T \left\{ \sum_e \underline{T}_{oe}^T \underline{K}_e \underline{T}_{oe} \underline{q} - \sum_e \underline{T}_{oe}^T \underline{F}_{Ve} - \sum_e \underline{T}_{oe}^T \underline{F}_{Ae} - \sum_e \underline{T}_{oe}^T \underline{F}_{Ee} \right\} = 0 \quad (4.16)$$

Definiert man:

$$\underline{K} = \sum_e \underline{T}_{oe}^T \underline{K}_e \underline{T}_{oe} \quad (4.17)$$

als Gesamtsteifigkeitsmatrix, hat man dann:

$$\underline{K} \underline{q} = \underline{Q}_V + \underline{Q}_A + \underline{Q}_E = \underline{Q} \quad (4.18)$$

wobei  $\underline{q}$  der Vektor der globalen Verschiebung,  $\underline{Q}_V$  der globale Volumenkraftvektor,  $\underline{Q}_A$  der globale Oberflächenkraftvektor,  $\underline{Q}_E$  der globale Einzelkraftvektor sowie  $\underline{Q}$  der Vektor der globalen Kräfte ist. Nun liegt ein lineares Gleichungssystem vor, dessen Lösung je nach Freiheitsgrad der Diskretisierung hohen rechentechnischen Aufwand in Form von Speicherkapazität und Rechenzeit erfordert. Es sind programmiertechnische Probleme zu lösen. Als Ergebnis liegt die Verschiebungsspalte  $\underline{q}$  vor, die man in Spannungen umrechnen kann.

## 4.2 Kontaktmodellierung

### 4.2.1 Allgemeines

Kontakt ist ein häufig vorkommendes Phänomen. Überall, wo Körper oder Körperteile aufeinander treffen, entstehen Kontakte. Im folgenden werden

Kinematik	Materialgesetz	Reibung	Belastungsform
1. statisch 2. dynamisch	1. elastisch 2. viskoelastisch 3. plastisch	1. mit Reibung 2. ohne Reibung	1. reiner Druck 2. gleichmäßiges Gleiten 3. Rotation + Druck 4. Translation + Druck 5. gleichmäßiges Rollen 6. gemischter Kontakt 7. Stoß

Abbildung 4.2: Kontaktprobleme

statische Kontakte zwischen elastischen isotropen Materialien (Stahl) behandelt, wobei nur COULOMBSche Reibung berücksichtigt wird.

Es handelt sich hier trotz des linearen Materialverhaltens um ein nichtlineares Problem, weil sich ein Gleichgewicht an den Kontaktstellen erst durch Verformen der Oberflächen im Kontaktbereich einstellen kann.

Als erster hat HERTZ [33] das Kontaktproblem zwischen Körpern mit Hilfe der Potentialtheorie des elastischen Halbraumes behandelt. KALKAR [36] hat die Kontaktprobleme klassifiziert und die bis dahin bekannten Arbeiten über Kontaktprobleme angegeben. Eine theoretische Arbeit neuerer Zeit stammt von BISCHOFF [6]. Darin wurde das Kontaktproblem des quasi-statischen Kontaktes elastischer bzw. elastoplastischer Körper unter Berücksichtigung von Reibung mit Hilfe von Extremalprinzipien behandelt. Einige Rechenalgorithmen wurden getestet.

Die analytische Lösung des Kontaktproblems (s. Abb. 4.2) ist nur für spezielle Fälle, wie z.B. das HERTZsche Problem, möglich, so daß i.a. numerische Methoden eingesetzt werden. Für die numerische Lösung bietet sich die FEM an. Der große numerische Aufwand ist durch die rasche Entwicklung der Rechnerkapazität heute kein Problem. Eine der ersten Arbeiten in diesem Bereich wurde Anfang der 70-er Jahre von CHAN & TUBA [9] veröffentlicht. Dabei wurden die Körper freigeschnitten und die Kontaktkräfte mit Hilfe des LAGRANGESchen Befreiungsprinzipes unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen im Kontaktbereich berechnet. Diese Methode wurde auch von FRANCAVILLE & ZIENKIEWCZ [25] benutzt. WRIGGERS [69] hat sie weiterentwickelt und in ein vorhandenes FE-Programm integriert. Die Kontaktrechnung mit einem Optimierungsverfahren haben NGUYEN DANG HUNG & GERY DE SAXE [41] durchgeführt. WILSON & PARSONS [67] haben die Methode der differentiellen Verschiebungen eingesetzt, um rotationssymmetrische Kontaktprobleme zu lösen. SCHOMBURG [53] hat die

Penalty-Methode zur Lösung von Variationsproblemen, darunter auch Kontaktproblemen, untersucht. COMPOS & ODEN & KIKUCHI [13] haben die Penalty-Methode weiter entwickelt, wobei die Reibung berücksichtigt wurde. Eine der Penalty-Methode ähnliche Methode ist die von STADTER & WEISS [59] in ein vorhandenes FE-Programm eingebaute „Gap“-Elemente-Methode. Diese Methode wurde auch zur Lösung von Kontaktproblemen in das FE-Programm NASTRAN eingebunden. Ein sehr effektiver Algorithmus zur Lösung der Kontaktprobleme ist die Methode der LAGRANGESchen Multiplikatoren. HUGHES & TAYLOR [34] u.a haben die Methode für Kontaktprobleme ohne Reibung formuliert und einige Beispiele berechnet. Weitere Arbeiten mit LAGRANGEScher Formulierung wurden von STEIN & WRIGGERS [60] sowie SIMO & WRIGGERS & TAYLOR [56] ausgeführt. CHAUDHARY & BATHE [10] haben die LAGRANGE-Multiplikatoren-Methode im Sinne der FEM diskretisiert, und dabei sowohl die Haftreibung als auch die Gleitreibung berücksichtigt. Diese Methode ist in dem hier zur Verfügung stehenden FE-Programm ABAQUS implementiert.

#### 4.2.2 Das verwendete Programmsystem

Für die vorliegende Arbeit waren umfangreiche numerische Untersuchungen der zwei- und dreidimensionalen Spannungs- und Verformungszustände, die beim Augenstab unter Zug- und Drehbelastungen auftreten, erforderlich. Für diese Berechnungen wurde das Programmsystem ABAQUS, Version 5.6, das auf der Rechenanlage HP-Cluster (HP 9000/755/735) des RRZN (Regionales Rechenzentrum für Niedersachsen/Universität Hannover) installiert ist, herangezogen. Das Programmsystem ABAQUS wurde von der FIRMA H, K & S (HIBBIT, KARLSSON AND STÖRENSSEN) entwickelt. Eine ausführliche Beschreibung des Programmsystems findet sich in der zitierten Literatur [42] und in weiteren zahlreichen Veröffentlichungen.

Im Programmsystem ABAQUS stehen verschiedene Prozeduren zur Verfügung, die je nach dem zu lösenden Problem angewendet werden können; weiterhin können sowohl lineare als auch nichtlineare Probleme behandelt werden. Es gibt drei Arten von Nichtlinearitäten:

- Nichtlineare Randbedingungen: Der Übergang vom Kontinuum zum Diskontinuum, d.h. Kontakt und Reibung zwischen dem Augenstab und dem Bolzen, verursacht nichtlineare Randbedingungen.
- Materialbedingte bzw. physikalische Nichtlinearität: Diese entsteht durch nichtlineare Beziehungen zwischen Spannungen und Verzerrungen, d.h. durch nichtlineare Stoffgesetze.

- Geometrische Nichtlinearität: Diese ergibt sich aus dem nichtlinearen Zusammenhang zwischen Verschiebungen und Verzerrungen (große Verformungen).

Mit ABAQUS werden hauptsächlich Aufgaben aus dem nichtlinearen Gebiet der Strukturmechanik im zwei- und dreidimensionalen Raum behandelt. Das Programm ABAQUS findet eine große Verbreitung aufgrund der Vielseitigkeit und Unabhängigkeit der Element- und Materialbibliothek, den großen Fähigkeiten bei nichtlinearen Analyseformen, der Vielfältigkeit bei der Modellierung von Kontaktproblemen sowie der Integrationsmöglichkeit von Benutzerrouitinen. ABAQUS verwendet je nach Problem eines der drei Verfahren (s. Anhang A):

- Newton-Raphson bei stark nichtlinearen Problemen
- Modifizierter Newton-Raphson mit gelegentlichem Matrix-Update
- Bei großen Systemen und wenn die Matrix sich nur wenig ändert von Iteration zu Iteration, kann die BFGS-Methode (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) praktischer sein als die Newton-Methode.

Vergleich der Vor- und Nachteile dieser Verfahren:

- Newton-Raphson:
  - Vorteil: Schnelle Konvergenz
  - Nachteil: Nach jeder Iteration muß eine neue Steifigkeitsmatrix gebildet werden. Die Steifigkeitsmatrix kann bei bestimmten Materialeigenschaften unsymmetrisch werden.
- Modifizierter Newton-Raphson:
  - Vorteil: Es muß nur einmal die Steifigkeitsmatrix gebildet werden.
  - Nachteil: Langsamere Konvergenz.
- Quasi-Newton:
  - Vorteil: Schnellere Konvergenz, erhält die Matrixsymmetrie
  - Nachteil: Unter Umständen größerer Rechenaufwand. In ABAQUS wird zur Aktualisierung der Matrix der BFGS-Algorithmus benutzt.

Bei statischen linearen Problemen wird die Lösung in einem Zeitschritt iteriert. Bei nichtlinearen Problemen (z.B. Kontaktproblem) wird die Last in Inkremente aufgeteilt, wobei jedes Inkrement ein Zeitschritt bedeutet. Also auch statische Lasten werden in einem Zeitintervall aufgebracht. Jeder Zeitschritt wird iteriert, wobei die Größe des Inkrements von ABAQUS so gesteuert wird, daß die Lösung innerhalb einer vorgegebenen Iterationsanzahl konvergiert.

Bei den Iterationsverfahren muß für jeden Iterationsschritt die System-Matrix aufgestellt und das Gleichungssystem gelöst werden. Dies geschieht meist in zwei Schritten:

- Aufbau der Gesamtsteifigkeitsmatrix aus den Elementsteifigkeitsmatrizen (Assemblierung)
- Lösen des Gleichungssystems; häufig verwendete Algorithmen sind:
  - Gaußsches Eliminationsverfahren (direktes Verfahren)
  - Iterative Verfahren.

ABAQUS verwendet die sogenannte Wavefront-Methode (s. Anhang B). Das Programm enthält einen Optimierer, der die Matrizen so umsortiert, daß ein minimaler Aufwand zur Lösung dieser Gleichungssysteme entsteht.

Für die Erstellung aller in dieser Arbeit verwendeten geometrischen Modelle (Netzgenerierung, Randbedingungen, u.a.) wurde das System PATRAN [43], Version 1.6-3, verwendet. PATRAN basiert auf einer einfachen Technik der Geometriedatenerstellung und erweitert die Möglichkeiten der Visualisierung und Animation zur Präsentation und Aufbereitung der FE-Ergebnisse. Das Programm PATRAN ist ein interaktives Programmsystem für das rechnerunterstützte Entwerfen beliebiger Konstruktionsmodelle. Es handelt sich um einen menügesteuerten Preprozessor, der zahlreiche Interface-Programme zum Datenaustausch zwischen CAD-Entwurfs- und FE-Analyseprogrammen zur Verfügung stellt und auch zur Präsentation von FE-Ausgabeergebnissen einsetzbar ist.

### 4.2.3 Kontaktanalyse in der FEM

Wenn bei einem Rechenmodell Diskontinuitäten (radial) vorhanden sind, an denen sich zwei Oberflächen gegeneinander verschieben können, so spricht man von Kontaktinteraktion. Daher ist es notwendig, den Kontakt im System Augenstab-Bolzen durch ein geeignetes Modell abzubilden. An ein solches Kontaktmodell sind folgende Anforderungen zu stellen:

- Der Kontakt zwischen Augenstab und Bolzen muß erkannt werden, eine mögliche Durchdringung der Körper darf nicht stattfinden.
- Das Verhalten an der Grenzfläche muß jeweils für die Zustände Haften und Gleiten realitätsnah abgebildet werden (Kontaktinteraktion).
- Das Modell muß die a priori unbekanntenen Kontaktspannungen, nämlich die Kontaktnormalspannungen und die -schubspannungen liefern.
- Das Modell muß auch für dreidimensionale Probleme anwendbar sein.

Die Rechenalgorithmen des Kontaktproblems zeigt Abb. 4.3.

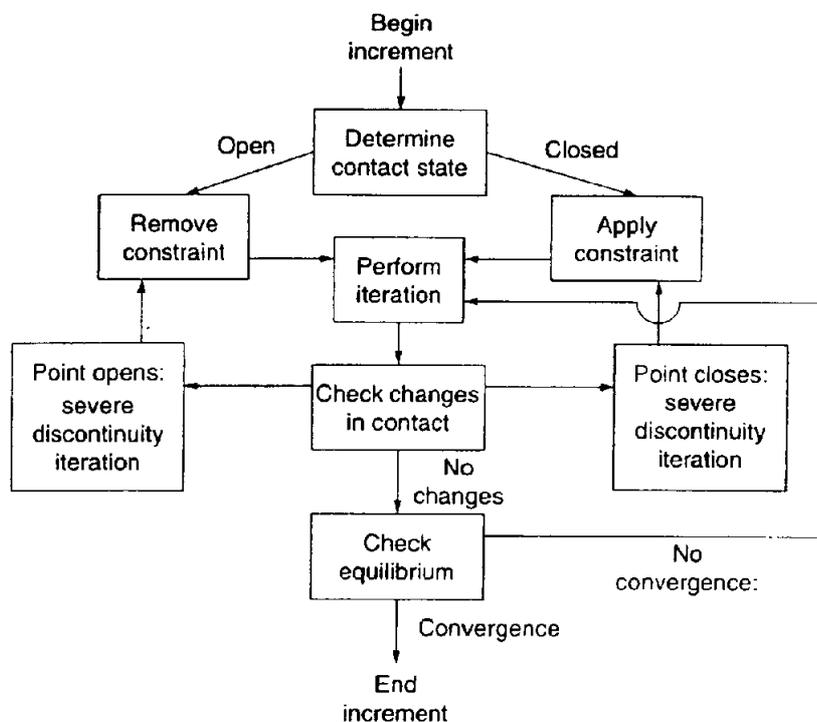


Abbildung 4.3: Kontakt-Logik

Für die Modellierung des Kontaktes zwischen zwei Körpern stehen im verwendeten Programmsystem ABAQUS verschiedene Möglichkeiten zur Verfügung, die den folgenden zwei Methoden zugeordnet werden können:

- „Contact pair“-Methode: Hier werden alle möglichen Kontaktbedingungen durch zugehörige Kontaktelemente von beiden Kontaktflächen definiert.

- Kontaktelement-Methode: Hierbei werden zu dem Problem passende Spezialkontaktelemente, sogenannte „interface elements“ verwendet.

Die erste Methode wird für die Behandlung der meisten Kontaktprobleme, die Kontaktelement-Methode dagegen nur in speziellen Fällen angewendet. In beiden Methoden kann zwischen zwei Formulierungen der Kontaktinteraktion gewählt werden:

- Kleine Relativverschiebung („small sliding“-Formulierung): Bei dieser Formulierung der Kontaktinteraktion können die Kontaktflächen nur kleine Relativverschiebungen zueinander erfahren, willkürliche Rotationen auf der Kontaktfläche sind erlaubt.
- Finite Relativverschiebung („finite sliding“-Formulierung): Bei dieser Formulierung können eine relative Verschiebung in finiten Größen sowie eine willkürliche Rotation auf der Kontaktfläche auftreten.

In dieser Arbeit wurde die „finite sliding“-Formulierung in Verbindung mit der „contact pair“-Methode in den Rechenmodellen zur Modellierung der Kontaktinteraktion verwendet. Im folgenden Abschnitt wird ein kurzer Überblick über das verwendete Kontaktmodell gegeben. Zunächst wird die Interaktion zwischen einem deformierbaren Körper und einem Starrkörper betrachtet, weil bei dem Hauptteil der hier durchgeführten Untersuchungen nur der Augenstab als deformierbarer Körper, dagegen der Bolzen als Starrkörper betrachtet wurde.

Auf zwei Lösungsverfahren für die Berechnung der Kontaktprobleme wird hier kurz eingegangen, da sie in dieser Arbeit verwendet werden:

- Das Penalty-Verfahren:

Dieses Verfahren wurde in dieser Arbeit für die Berechnung des Kontaktes zur Simulation der Eindringvorgänge mit dem geschlossenen System verwendet. Dabei wird das Eindringen des geschlossenen kreisförmigen Starrkörpers in den deformierbaren Körper durch angebrachte Federn verhindert. Die zum Gesamtsystem hinzuzufügende Federenergie ist:

$$\Pi^{Pen} = \frac{\varepsilon \cdot h^2}{2} \quad (4.19)$$

mit der Eindringung  $h$ , siehe auch Gl. (4.19) und dem Penalty-Parameter  $\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ).

Die Kontaktkraft folgt dann aus

$$F_c = \varepsilon \cdot h. \quad (4.20)$$

Die großen Vorteile dieser Methode liegen in ihrer einfachen Anwendbarkeit. Der Nachteil besteht darin, daß die Durchdringung  $h$  nicht vollständig eliminiert werden kann [42].

- Das LAGRANGEsche Multiplikator-Verfahren:

Im verwendeten Programmsystem ABAQUS ist ein Kontaktprozessor implementiert, der die LAGRANGEsche Multiplikator-Methode verwendet. Bei dieser Methode wird außer den Knotenverschiebungen auch die Reaktionskraft (Lagrange Multiplikatoren) in der Kontaktzone als Variable betrachtet. Für jeden Kontakt werden durch die LAGRANGEschen Multiplikatoren die Kontaktbedingungen (z.B. kein Eindringen der Kontaktknoten des deformierbaren Körpers in den Starrkörper) erzwungen. Die hieraus resultierenden zusätzliche Gleichungen führen damit zu einem erhöhten numerischen Aufwand.

#### 4.2.4 Das Kontaktinteraktionsmodell

Bei der „contact pair“-Methode ist der Kontakt durch zwei Kontaktflächen definiert. Das Programm ABAQUS verwendet das „Slave-Master“-Konzept zur Beschreibung der Kontaktbedingungen. Dabei wird im weiteren davon ausgegangen, daß es sich bei der „Slave“-Fläche um die Kontaktfläche des deformierbaren Körpers (Augenstab) und bei der „Master“-Fläche um die Kontaktfläche des Starrkörpers (Bolzen) handelt. Dieses bedeutet in dieser Arbeit, daß die Knoten der „Slave“-Fläche die „Master“-Fläche nicht durchdringen. Dagegen können die Knoten der „Master“-Fläche in die „Slave“-Fläche eindringen (s. Abb. 4.4). Die Formulierung der Kontaktinteraktion mit finiten Relativverschiebungen ist im Programm ABAQUS mit verschiedenen Elementen, die automatisch an das Programm angepaßt generiert werden, implementiert. An jedem Integrationspunkt dieser Elemente werden die kinematischen Größen, nämlich die Durchdringungsgröße  $h$  und die relative Tangentialverschiebung, ermittelt. Mit diesen kinematischen Größen in Verbindung mit passenden LAGRANGEschen Multiplikatoren können die Flächen-Kontaktinteraktionsmodelle formuliert und das Verhalten an der Grenzfläche beschrieben werden (Kontakt und Reibung).

Kurze Beschreibung der Kinematik der Flächeninteraktionsmodelle für den Fall eines Kontaktes zwischen deformierbarem Körper und Starrkörper mit „finite sliding“-Formulierung:

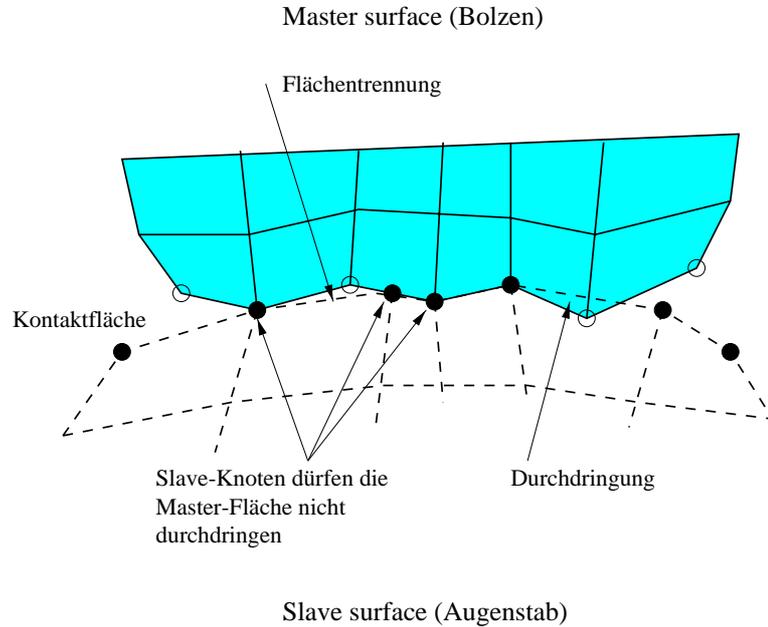


Abbildung 4.4: Slave-Master Konzept für die Kontaktmodellierung

Betrachten wir  $A$  als Punkt auf der deformierbaren Fläche mit den aktuellen Koordinaten  $X_A$  und  $C$  als Referenzknoten <sup>1</sup> des Starrkörpers mit den aktuellen Koordinaten  $X_C$ .  $A'$  wird als der Punkt auf der Starrkörperoberfläche definiert, von dem der nach außen gerichtete Normaleneinheitsvektor  $n$  durch den Punkt  $A$  läuft (s. Abb. 4.5).  $r$  ist Vektor von  $C$  nach  $A'$ . Die Durchdringung  $h$  wird als der Abstand zwischen  $A'$  und  $A$  entlang der Normalen  $n$  definiert. Nach dieser Definition lässt sich schreiben

$$nh = -X_A + X_C + r \quad (4.21)$$

$S^\alpha$  mit  $\alpha = 1, 2$  seien lokale rechtwinklige Koordinaten auf der Starrkörperoberfläche im Punkt  $A'$ . Sie geben die Relativverschiebung  $\delta\gamma_\alpha$  in tangentialer Richtung  $t_\alpha$  an. Für den Starrkörper eine Rotation  $\delta\phi_c$ . Je nach der berechneten Größe der Durchdringung  $h$  in einem Knoten an der deformierbaren Oberfläche kann festgestellt werden, ob sich die beiden Flächen im Kontaktzustand befinden oder nicht. Man unterscheidet zwischen folgenden zwei Fällen:

<sup>1</sup>Der Referenzknoten definiert die Position des Starrkörpers.

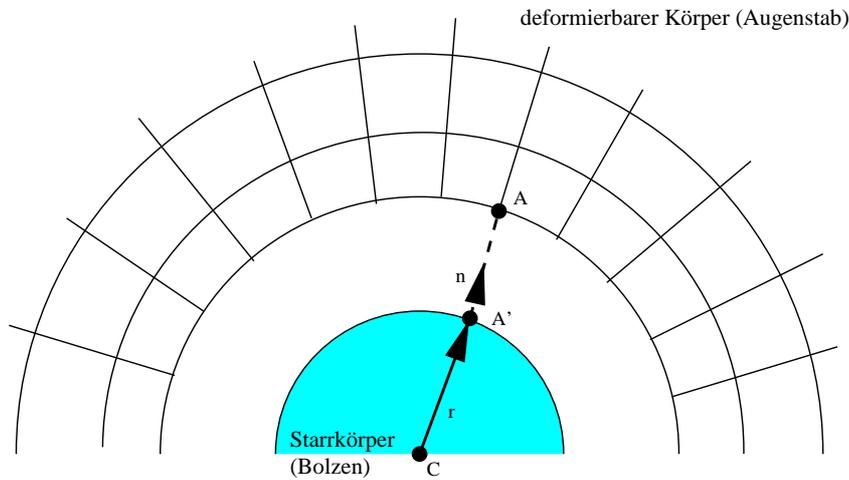


Abbildung 4.5: Geometrie der Grenzflächen vom Starrkörper und deformierbarem Körper

- Wenn die Durchdringung  $h < 0$  ist, dann gibt es keinen Kontakt zwischen den beiden Flächen, und es wird keine Interaktion berechnet.
- wenn aber die Durchdringung  $h \geq 0$  ist, dann befinden sich die beiden Flächen im Kontaktzustand. Mit der Kontaktzwangsbedingung  $h = 0$  kann der Kontaktdruck in einem Punkt durch den LAGRANGEschen Multiplikator ermittelt werden. Um die Kontaktbedingung zu beschaffen, sind folgende Variationen der Durchdringung  $\delta h$  und der Relativverschiebung  $\delta\gamma_\alpha$  nötig:
  - die erste Variation der Durchdringung  $\delta h$  zur Schaffung der Kontaktzwangsbedingung,
  - die zweite Variation der Durchdringung  $d\delta h$  für die NEWTON-Iterationen,
  - die erste und die zweite Variation der Relativverschiebung  $\delta\gamma_\alpha$ ,  $d\delta\gamma_\alpha$ ,  $\alpha = 1, 2$  im Fall eines Auftretens von Reibungskräften an der Kontaktfläche.

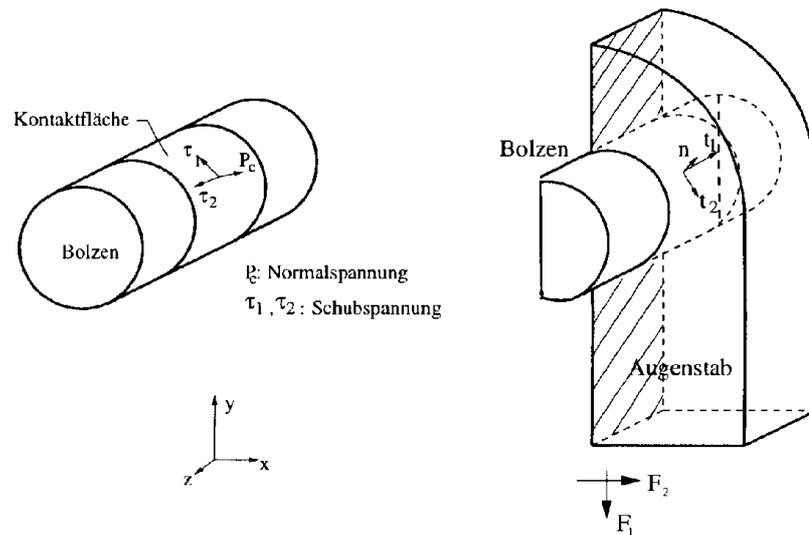


Abbildung 4.6: Darstellung der Kontaktspannungen in der Kontaktfläche

#### 4.2.5 Kontaktspannungen

Wenn der Augenstab während der Verschiebung bzw. der sehr kleinen Drehung in Kontakt mit dem Bolzen tritt, werden an der Grenzfläche Kontaktspannungen zwischen den Körpern übertragen. Das sind die Kontaktnormalspannungen in Richtung der Normalen zur Kontaktfläche und die Schubspannungen bei reibungsbehaftetem Kontakt in tangentialer Richtung zur Kontaktfläche. Die Darstellung und die Beschreibung der Kontaktspannungen erfolgt in einem lokalen Koordinatensystem, normal und tangential zu der betrachteten Kontaktfläche, wobei  $n$  der nach außen gerichtete Normalenvektor auf der Kontaktfläche und  $t_1, t_2$  die zugehörigen Tangentialvektoren sind (s. Abb. 4.6). Im Kontaktzustand bei einer Durchdringung  $h \geq 0$  kann jeder Kontaktdruck an der Grenzfläche übertragen werden. Die Kontaktflächen werden sich trennen, wenn die Kontaktnormalspannung Null wird.

**Kontaktnormalspannung:** Der Bolzen wird als starr betrachtet. Im Kontaktzustand mit dem Augenstab wird die Kontaktnormalspannung  $P_c$  in einem Punkt an der Kontaktfläche als Funktion der Durchdringung  $h$  wie folgt definiert:

1. Penalty Methode:

$$P_c = \begin{cases} 0 & \text{für } h < 0 \quad (\text{kein Kontakt}) \\ k \cdot h & \text{für } h \geq 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

$k$  ist der Penalty-Parameter, der vom Anwender vorgegeben wird.

2. Lagrange Multiplikatoren  $\lambda$ :

In diesem Fall ergibt sich die Kontaktspannung direkt aus der Berechnung, da  $\lambda$  eine Variable ist. Also folgt  $P_c = \lambda$ .

**Schubspannung:** Schubspannungen  $\tau_i$  werden übertragen, wenn in tangentialer Richtung Relativverschiebungen zwischen den Körpern auftreten. Sie werden nach dem Reibungsgesetz von COULOMB berechnet. In einem dreidimensionalen Modell kann man zwischen zwei tangentialen Kontaktspannungen unterscheiden, wobei die eine ( $\tau_1$ ) in Richtung der Bewegung und die andere ( $\tau_2$ ) rechtwinkelig dazu wirkt.

#### 4.2.6 Reibung in der Kontaktzone

Nach dem COULOMBschen Reibungsmodell werden bei einem reibungsbehafteten Kontakt zwischen zwei Flächen Normalspannungen und Schubspannungen an der Kontaktfläche übertragen. Die maximalen Schubspannungen sind von den Materialeigenschaften im Kontaktbereich abhängig. Das COULOMBschen Reibungsmodell setzt einen linearen Zusammenhang zwischen den auftretenden Normalspannungen  $P_c$  und den Schubspannungen  $\tau_i$  voraus,

$$\tau_{krit} = \mu \cdot P_c \quad (4.23)$$

wobei der Proportionalitätsfaktor  $\mu$  als Reibungsbeiwert bezeichnet wird. Abb. 4.7 zeigt das Reibungsgesetz von COULOMB. Dabei ist zwischen zwei Bereichen zu unterscheiden, dem Haftbereich unterhalb der kritischen Linie ( $\mu P_c$ ) und dem Gleitbereich an der kritischen Linie.

Zur Beschreibung des Grenzflächenverhaltens wird die in der Kontaktfläche wirkende resultierende Schubspannung  $\tau_{res}$  wie folgt bestimmt:

$$\tau_{res} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \quad (4.24)$$

Wenn in einem Kontaktknoten die resultierende Schubspannung kleiner als die kritische Schubspannung ist, dann liegt der Knoten im Haftbereich. Das heißt in diesem Fall trifft keine relative Verschiebung der beiden Kontaktflächen im betrachteten Punkt auf; die Bedingung hierfür lautet:

$$\tau_{res} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} < \tau_{krit} = \mu \cdot P_c \quad (4.25)$$

Wenn sich ein Kontaktknoten bei einer Iteration noch im Haftzustand befindet, wird in der nächsten Iteration überprüft, ob  $\tau_{res} \geq \tau_{krit}$  ist. Wenn das

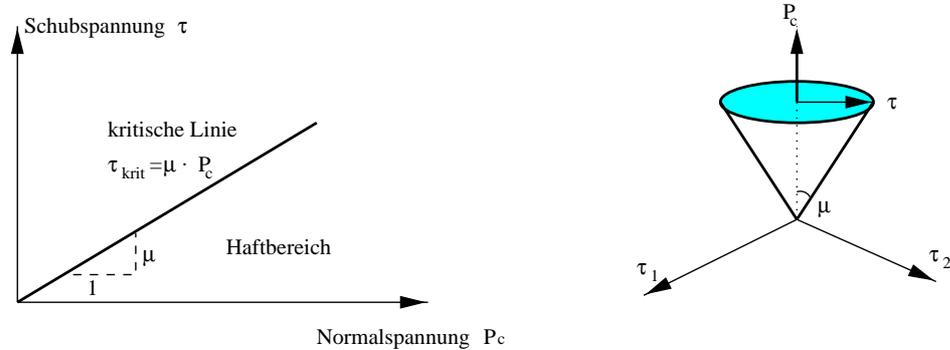


Abbildung 4.7: Das Grenzflächenverhalten zwischen Bolzen und Augenstab nach dem COULOMBSchen Reibungsmodell

der Fall ist, dann geht der Zustand in einen Gleitzustand über; somit lautet die Bedingung für den Gleitzustand (relative tangentielle Verschiebung):

$$\tau_{res} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} = \tau_{krit} = \mu \cdot P_c \quad (4.26)$$

Diese Bedingung  $\tau_{res} = \mu \cdot P_c$  beschreibt bei der in Abb. 4.7 betrachteten dreidimensionalen Problemstellung einen Reibungskegel, wobei der Reibungsbeiwert  $\mu$  den Innenwinkel darstellt. Alle Spannungszustände auf der Kegelmantelfläche werden dem Gleitzustand zugeordnet, wobei die Zustände außerhalb des Kegels nicht zulässig sind.

Infolge der Kontaktdruckkräfte treten in der Grenzfläche zwischen Augenstab und Bolzen Reibungswiderstände auf. Nach der Überwindung der Haftreibung treten in der Grenzfläche Relativverschiebungen auf, und der Augenstab gleitet über die Kontaktfläche. Bis zur Erreichung von  $\tau_{krit}$  steigen die mobilisierten Schubspannungen mit zunehmendem elastischem Verschiebungsweg (Gleitverschiebung gleich Null) an. Der tatsächlich nichtlineare (Geometrie) Verlauf der Schubspannungs-Verschiebungskurve ( $\tau - U$ -Kurve) kann in guter Näherung mit einem bilinearen Verlauf idealisiert werden. Die zunehmenden Kontaktdruckkraft verursacht die veränderte Kontaktfläche. Abb. 4.8 zeigt die tatsächliche Schubspannungs-Verschiebung-Kurve gegenüber der idealisierten Kurve. Die beiden Kurven haben die charakteristische Form der elast.-plastische Spannungs-Dehnungskurve. Die idealisierte Kurve weist zwei Bereiche auf: Einen Bereich mit linearem Anstieg der Reibungskraft bzw. Reibungsspannung mit zunehmender elastischer Verschiebung und einen Bereich mit konstanter Reibungskraft ( $\tau = \tau_{krit}$ ). Der Übergang vom ersten in den zweiten Bereich wird als Gleitpunkt definiert und kann durch

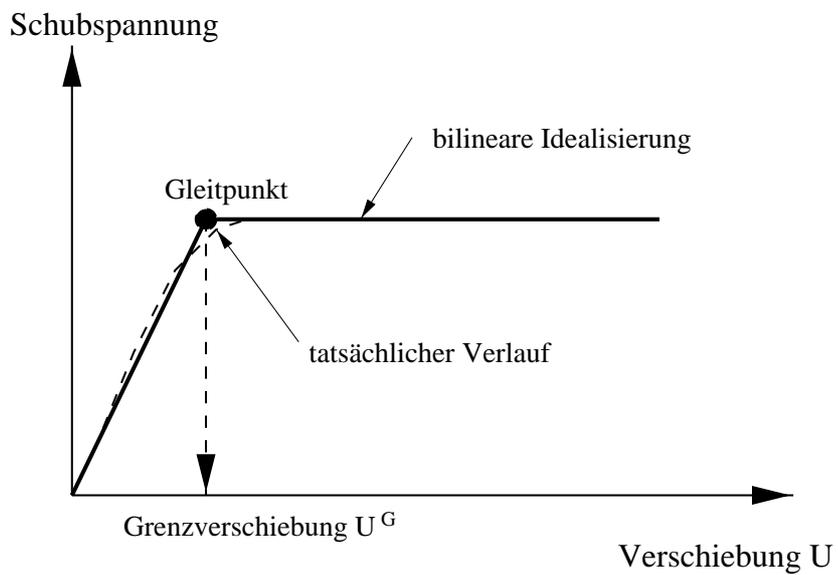


Abbildung 4.8: Idealisierung der Spannungs-Verschiebungskurve für das Grenzflächenverhalten

die zugehörige Grenzverschiebung  $U^G$  beschrieben werden.



# Kapitel 5

## Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation der Augenstab-Bolzen-Verbindung

### 5.1 Berechnung der Augenstabverbindung ge- mäß Abb. 2.1 (a) ohne Gelenkdrehung

#### 5.1.1 Modellierungsdetails und Ablauf der numerischen Berechnungen

Die gestellte Aufgabe ist die Spannungsermittlung einer Augenstabverbindung nach Abb. 2.1(a) nach der Elastizitätstheorie in Abhängigkeit von Bolzenspiel  $s$ , Reibungszahl  $\mu$ , Nennspannung  $\sigma_n$  und den geometrischen Parametern  $e$ ,  $r$ ,  $R$ .

Als erster Schritt werden in umfangreichen FE-Berechnungen die maßgebenden Einflußfaktoren (z.B. Diskretisierung) auf die Genauigkeit der Ergebnisse der numerischen Modelle bestimmt. Dadurch können die Fehlergrößen in Kenntnis der Sensitivitäten der Simulationsmodelle abgeschätzt und verringert werden.

Die Berechtigung, den Bolzen als Starrkörper (Abb. 5.1) zu idealisieren, liegt darin begründet, daß die Bolzenverformungen klein sind gegenüber denen des Augenstabes.

Bei der vorliegenden Berechnung geschah die Erzeugung und Diskretisierung des Modells mit dem Programm PATRAN. Die eigentliche Berechnung erfolgt dann mit dem Programmsystem ABAQUS.

Zur Diskretisierung eines Systems gehören die Geometrie des Modells, die Elementtypen und die Ansatzfunktion für die Verschiebungen oder Spannungen in den Elementen sowie die Feinheit des Netzes. Je feiner die Diskretisierung und je höher die Ordnung der Ansatzfunktion, desto besser stimmen die Ergebnisse mit der exakten Lösung überein. Jedoch ist der Rechenaufwand umso größer.

Die Rechengenauigkeit und der Rechenaufwand (z.B. Speicherbedarf, Rechenzeit) werden im wesentlichen von der Elementeinteilung des Modells beeinflusst. Abb. 5.2 zeigt verschiedene Einteilungen der Elemente. Vor allem im Lochrandbereich ist eine weitmaschige Auflösung unzureichend, weil hier ein starker Spannungsgradient zu erwarten ist. Eine feinere Einteilung im übrigen Bereich wird jedoch den Rechenaufwand unnötig erhöhen. Die Genauigkeit der Ergebnisse für die größten Zugspannungen ist bei den in Abb. 5.2 dargestellten Netzdichten für ein und denselben Elementtyp nahezu gleich. Tabelle 5.1 zeigt die Ergebnisse der unterschiedlichen Diskretisierungen des Lochstabes. Hier ist es deutlich zu sehen, daß die localfine-Netzgenerierung am günstigsten ist. Die Diskretisierung ist mit zunehmenden Spannungs- und Formänderungsgradienten verfeinert, z.B. im Bereich von Kontaktzonen. Die erforderliche Größe der einzelnen Elemente hängt wesentlich von dem gewählten Elementtyp und dem Verschiebungsansatz ab. Wie Abb. 5.3 zeigt, sind die max. Hauptspannungen SP2 von vier verschiedenen Netzverteilung fast gleich. Man kann also das wirtschaftlichen localfine Netz nehmen (bei gleicher Genauigkeit der Ergebnisse). Je höher die Ordnung der verwendete Ansatzfunktion ist und je weiter das Element von Bereichen mit zu erwartenden hohen Spannungs- und Formänderungsgradienten entfernt ist, desto größer dürfen die Elemente sein.

mesh	nodes	elements	cpu (sec)	increments	iterations
normal	468	138	36,71	22	34
fine	1726	540	161,07	22	40
veryfine	6692	2160	828,46	22	52
localfine	2302	728	231,93	22	50

Tabelle 5.1: Vergleich unterschiedlicher Diskretisierungen

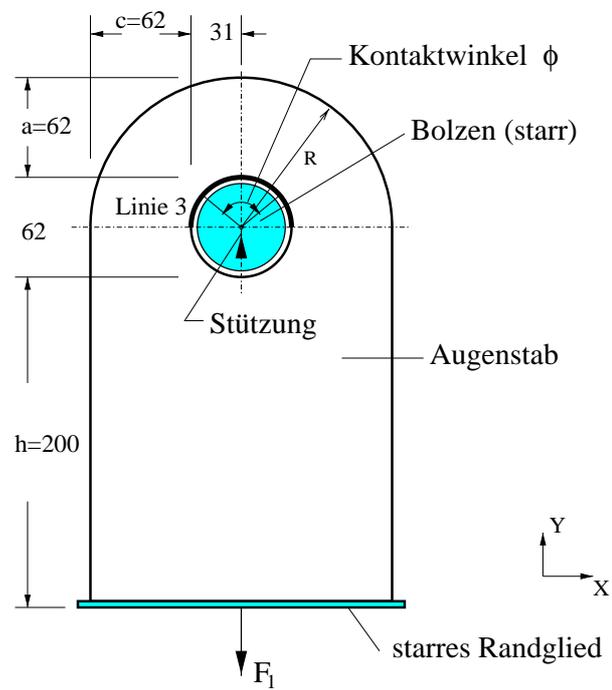


Abbildung 5.1: Untersuchtes Augenstab Modell,  $g=(R - r)/(R + r)=0,5$ ;  
 $r = 31 \text{ mm}$ ,  $e = 0$ , Dicke  $t=1 \text{ mm}$  für 2D-Modell

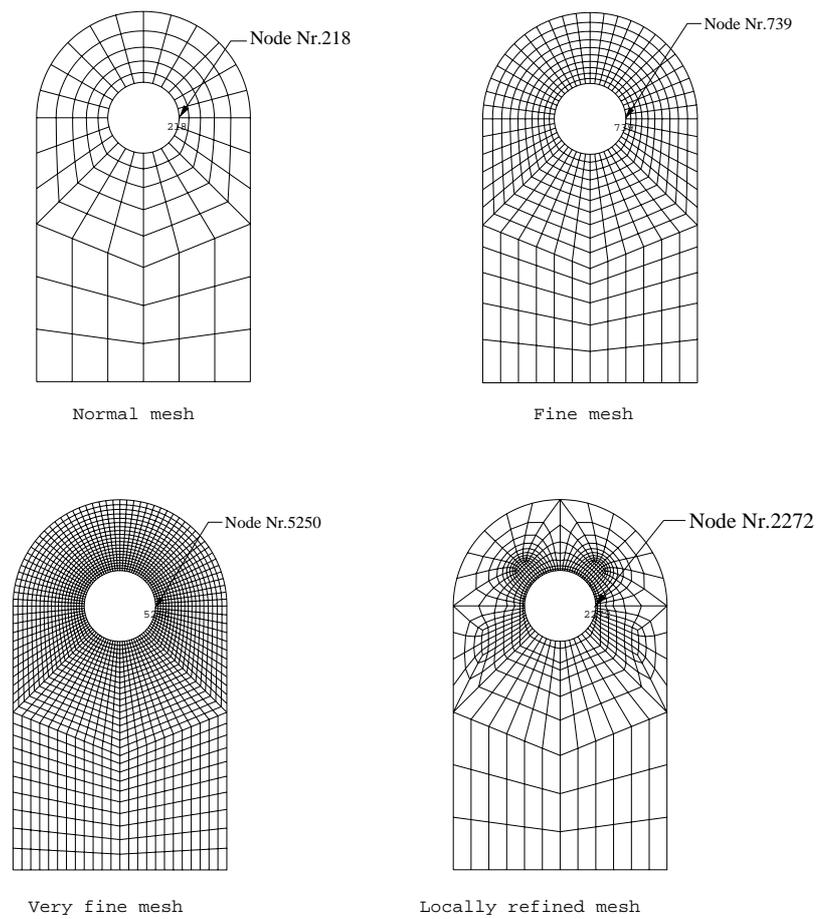


Abbildung 5.2: Vergleich der Einteilung der FE-Netze

Die Formulierungen von Kontinuumsselementen:

- Exakt integriert:  
Es werden so viele Gaußpunkte pro Richtung verwendet, daß die numerische Integration über die Interpolationspolynome exakt ist. (im 2D-Modell Elementtyp CPS4, im 3D-Modell Elementtyp C3D8)
- Reduziert integriert:  
Es wird ein Gaußpunkt weniger pro Richtung verwendet als zur exakten Integration nötig ist. Solche Elemente verhalten sich weicher als exakt integrierte. (im 2D-Modell Elementtyp CPS4R, im 3D-Modell Elementtyp C3D8R)

Für die zweidimensionale Augenstab-Bolzen-Berechnung wurde das in Abb. 5.2 dargestellte FE-Netz „Locally refined mesh“ verwendet. Das FE-Netz wurde in 728 ebene Elemente mit 2302 Knoten unterteilt. In der Kontaktzone ist das Netz sehr dicht. Das 2D-Element gibt den zweidimensionalen Spannungs- und Verschiebungszustand wieder. Das Element wird mit 4 Knoten (CPS4R Element: reduziert integrierte Version, ebener Spannungszustand) beschrieben. Die 4-Knotenelement-Typen werden bei Kontaktproblemen eingesetzt. Reduziert integrierte Elemente sind zu weich. Sie liefern erst mit zunehmender Netzverfeinerung im Kontaktbereich sowie in der hochkonzentrierten Spannungszone bessere Ergebnisse. Der Einfluß der Länge des Augenstabs ist bei ausreichendem Abstand des Stabendes zur Kontaktzone vernachlässigbar.

Die Randbedingungen lauten:

- der Mittelpunkt des Bolzens wird unverschieblich festgehalten (Stützung)
- am freien unteren Rand des Augenstabes befindet sich ein starres Randglied, an das die Einzellast  $F_1$  angreift.

Der Übergang vom Augenstab zur Bolzenoberfläche, wird durch die in ABAQUS implementierten Kontaktflächenpaare zur Untersuchung des Interaktionsverhaltens in der Kontaktfläche modelliert.

Im Allgemeinen ist die Beschreibung der Geometrie im FE-Modell, nachdem die Elementtypen festgelegt sind, eine Routinetätigkeit. Komplizierter wird die Definition der Randbedingungen. Die Spannungen der Augenstab-Bolzen-Verbindung wurden für eine Zugkraft  $F_1$  berechnet. Die Materialparameter für den Augenstab wurden für Baustahl genommen. Das Elastizitätsmodul ist  $2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ . Die Berechnung und die Darstellung der Ergebnisse werden im globalen kartesischen Koordinatensystem durchgeführt.

Der Kontakt tritt ein zwischen dem deformierbaren Augenstab und dem starren Bolzen ohne und mit Reibung. Der Ablauf der numerischen Berechnung erfolgt in zwei Phasen. Die erste weggesteuerten Phase (s. Abb. 5.3, Rechenschritte von 0,0 bis 1,0) endet mit einer leichten Berührung zwischen Augenstab und Bolzen, um damit eine Kontaktberechnung durchführen zu können. In der zweiten lastgesteuerten Phase (Rechenschritte von 1,0 bis 2,0) wird die Kontaktberechnung durchgeführt. Da es sich hier um eine statische Berechnung handelt, hat hier die Zeit lediglich die Bedeutung einer Schrittfolge. Als Ergebnisse liegen im Spannungszustand zwei Normalspannungskomponenten in  $x$ - und  $y$ -Richtung ( $S_{11}$  und  $S_{22}$ ) und eine Schubspannungskomponente ( $S_{12}$ ) vor. Die Spannungen wurden in den Gaußpunkten ermittelt. In Abb. 5.4 ist die Kontaktdruckverteilung über den Umfang an der Bohrung für den Zugkraft  $F_1$  (s. Abb. 5.1) dargestellt. Die Rechnungsergebnisse sind in Abb. 5.5 und Abb. 5.6 angegeben. Der diskontinuierliche Kontaktdruckverlauf ist eine Folge der Diskretisierung; er ist abhängig von der Elementgröße. Aus der Größe der Kontaktfläche wird der Kontaktwinkel  $\phi$  errechnet.

Abb. 5.5 und Abb. 5.6 zeigt die Spannungen in  $y$ -Richtung ( $S_{22}$ ), die Vergleichspannungen nach MISES (SV) und die maximalen Hauptspannungen  $SP_2$  im Augenstab, wobei durch die Farbskala sowohl der Betrag als auch die Spannungsverteilungen dargestellt werden. Es ist deutlich zu sehen, daß zwei Spannungskonzentrationen auftreten, eine von Punkt A im Kontaktbereich (Druck) und eine von Punkt B und C am Lochrand. Wegen des Bolzenspiels tritt die maximalen Zugspannung am Rande der Bohrung nicht in Höhe der Lochmitte bei Punkt B auf, sondern etwas näher zum Kontaktbereich (Punkt C).

Zur Darstellung der Beanspruchung werden häufig Vergleichspannungen nach der Hypothese von VON MISES (SV) und Hauptspannungen ( $SP_2$ ) verwendet:

- für 2D-Modell

Hauptspannungen ( $SP_1 \leq SP_2$ )

$$\sigma_1 = SP_2 = \frac{S_{11} + S_{22}}{2} + \sqrt{\frac{(S_{11} - S_{22})^2}{4} + S_{12}^2} \quad (5.1)$$

$$\sigma_2 = SP_1 = \frac{S_{11} + S_{22}}{2} - \sqrt{\frac{(S_{11} - S_{22})^2}{4} + S_{12}^2} \quad (5.2)$$

Vergleichspannungen (SV)

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2} \quad (5.3)$$

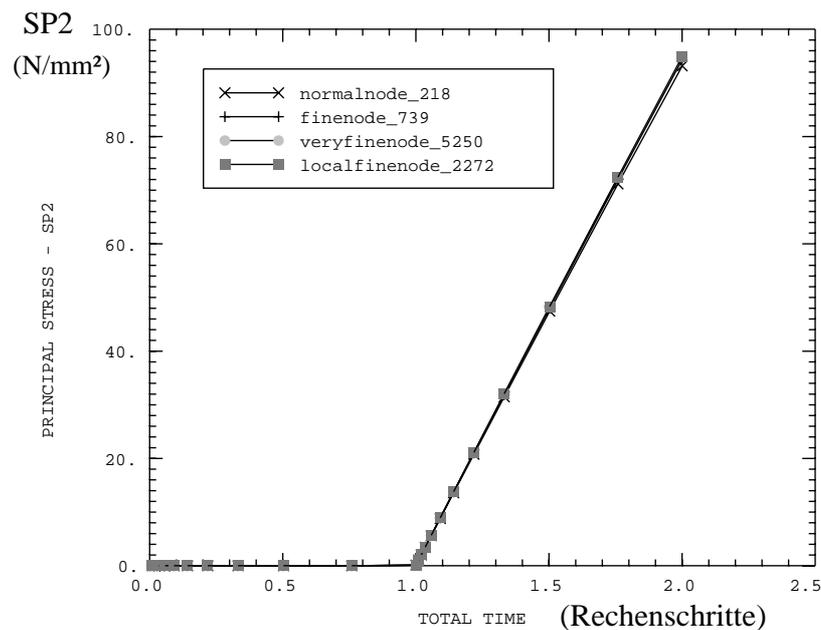


Abbildung 5.3: Darstellung der Hauptspannungen SP2 (N/mm<sup>2</sup>) über die Rechenschritte an den Knoten (Node 218, Node 739, Node 5250, Node 2272) an dem gleichen Lochrand unter verschiedenen Netzgenerierungen, ohne Kontaktdruck zwischen Bolzen und Augenstab im Rechenschritt von 0,0 bis 1,0 (erste Phase); mit Kontaktdruck im Rechenschritt von 1,0 bis 2,0 (zweite Phase); die Parameter sind F1=3100 N, Nennspannung  $\sigma_n=25$  N/mm<sup>2</sup>, Bolzenspiel  $s=0,1$  mm; Reibungszahl  $\mu=0$ ,  $g = (R - r)/(R + r)=0,5$ ;  $e = 0$ . In der Darstellung bedeuten die einzelnen Punkte die Hauptspannung nach einer bestimmten Iteration

## Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation der Augenstab-Bolzen-Verbindung

60

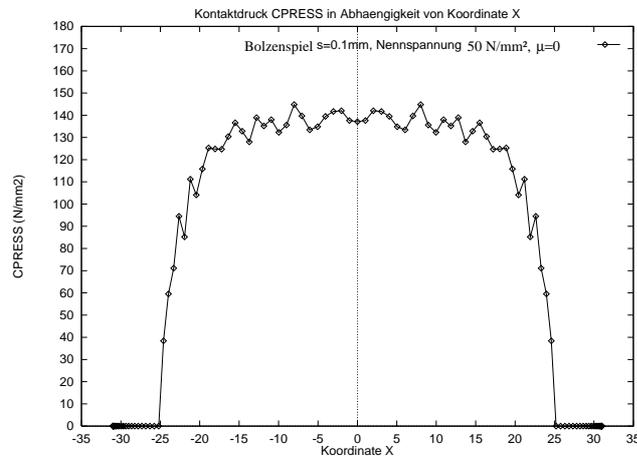


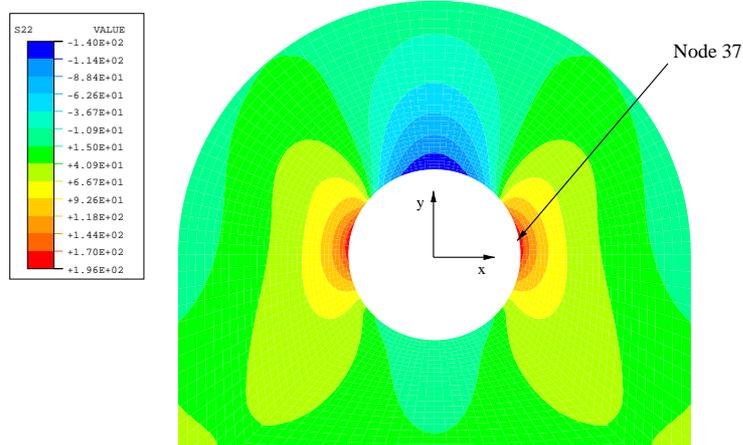
Abbildung 5.4: Kontaktdruck entlang der Linie 3 (am Lochrand, s. Abb. 5.1),  $\mu = 0$ ,  $s=0,1$  mm; Zugkraft  $F_1=6200$  N,  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>,  $g=0,5$ ;  $e=0$ ,  $t = 1$  mm

Zur Kontrolle des FE-Berechnungsverfahrens wird ein Vergleich mit den klassischen Hertz'schen Pressungen durchgeführt. Hertz'sche Pressung [33]: maximale Druck in der Kontaktfläche zwischen Bolzen und Augenstab. Es gelten folgende Voraussetzungen:

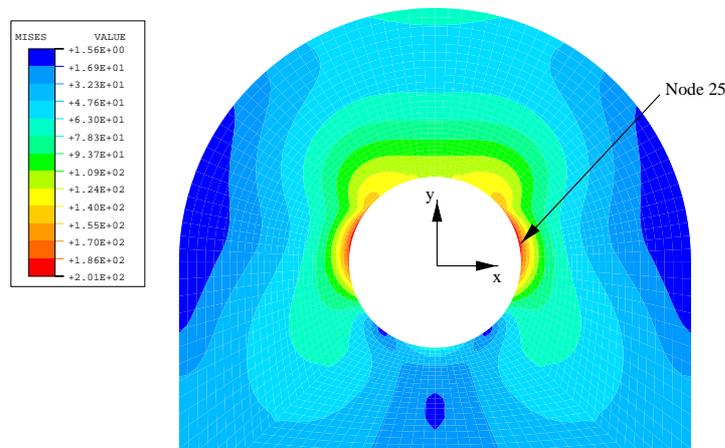
- Elastisches Werkstoffverhalten
- Homogene isotrope Materialien
- Glatte, damit reibungsfreie Oberflächen
- Die Wirkungslinie der Druckkraft steht normal zur Kontaktfläche in deren Mitte
- Die Kontaktzonenbreite in tangentialer Richtung ist klein gegen  $r$ ,  $r_b$  und  $a$  (Abb. 2.1), geringe Deformationen

Der maximale Druck  $p_H$  nach Hertz ist in Bolzenverbindungen bei zwei verschiedenen Elastizitätsmodulen  $E_b$  (Bolzen),  $E$  (Augenstab) und Querkontaktionszahlen  $\nu_b$  (Bolzen),  $\nu$  (Augenstab) der Kontaktpartner in Abhängigkeit vom Bolzenradius  $r_b$  und vom Augenstabbohrungsradius  $r$ :

$$p_H = \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot t} \cdot \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r}\right) \cdot \left[\frac{(1 - \nu_b^2)}{E_b} + \frac{(1 - \nu^2)}{E}\right]^{-1}} \quad (5.4)$$



y-Richtung Spannungen S22 [N/mm<sup>2</sup>]



Vergleichsspannungen SV nach Mises [N/mm<sup>2</sup>]

Abbildung 5.5: Oberes Bild: Spannungen S22 (in  $y$ -Richtung); unteres Bild: Vergleichsspannungen SV,  $\mu = 0$ ,  $s=0,1$  mm;  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>,  $g=0,5$ ;  $e = 0$

## Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation der Augenstab-Bolzen-Verbindung

---

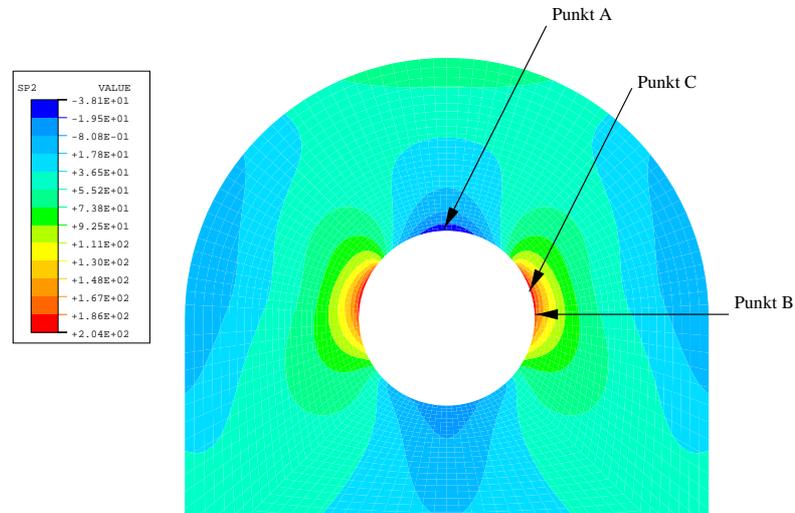


Abbildung 5.6: Verteilung der Hauptspannungen SP2, Punkt C ist Node 25,  $g = 0,5$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $\mu = 0$ ,  $e = 0$

Im vorliegenden Fall ist für den starren Bolzen  $E_b = \infty$  und für den Augenstab  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $t = 1 \text{ mm}$ ,  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $r_b = 31 - s/2$ .

Ein Vergleich mit den Ergebnissen dieser Arbeit ist nur sinnvoll für  $r \ll R$ , weil bei Hertz der Augenstab eine Halbebene darstellt. Die Hertz'schen Pressungen sind ungenauer je kleiner das Bolzenspiel, weil mit kleinerem Bolzenspiel die Kontaktzonenbreite zunimmt und die Hertz'sche Voraussetzung, daß die Kontaktflächenbreite klein gegen den Bolzenradius ist, immer weniger gegeben ist. Ein Vergleich zwischen den Finite Element- und Formel (von Hertz) -Rechenergebnissen zeigen Tabelle 5.2 und Tabelle 5.3.

Tabelle 5.2 zeigt, der maximale Druck  $p_H$  nach Hertz bei großem Bolzenspiel besser mit dem Kontaktdruck der FE-Rechnung (Augenstabform (a), 2D-Modell, unter Druckkraft F1) übereinstimmt. Der Wert  $p_H$  ist allgemein kleiner als die Rechenergebnisse von der FE-Analyse.

Tabelle 5.3 zeigt, der maximale Druck  $p_H$  nach Hertz bei geringer Drucklast besser mit dem Kontaktdruck der FE-Rechnung (Augenstabform (a), 2D-Modell, unter Druckkraft F1) übereinstimmt, weil hier wie bei großem Bolzenspiel die Hertz'sche Bedingung kleiner Kontaktzonenbreite besser erfüllt wird.

Augenstabform (c) erfüllt die Randbedingungen nach Hertz besser (s. Abschnitt 5.4.2.9), daher wird der Unterschied zu der Hertz'schen Pressung kleiner.

### 5.1 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) ohne Gelenkdrehung

<b>Bolzenspiel s</b> (mm)	<b>FEM</b> Kontaktdruck (N/mm <sup>2</sup> )	$p_H$ (N/mm <sup>2</sup> )	<b>Unterschied</b>
0.1	190	154	23,4%
0.2	236	218	8,3%
0.3	274	267	2,6%
0.4	309	308	0,3%

Tabelle 5.2: Die Ergebnisse von Kontaktdruckberechnungen durch FEM (Augenstabform (a)) und nach Formel von Hertz ( $p_H$ ) bei verschiedenen Bolzenspielen, Druckkraft  $F_1=6200$  N,  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>,  $g=0,5$ ;  $\mu=0$ ,  $r =31$  mm,  $e =0$

$\sigma_n$ (N/mm <sup>2</sup> )	<b>FEM</b> Kontaktdruck (N/mm <sup>2</sup> )	$p_H$ (N/mm <sup>2</sup> )	<b>Unterschied</b>
25	118	109	8,3%
50	190	154	23,4%
100	328	218	50,5%

Tabelle 5.3: Die Ergebnisse von Kontaktdruckberechnungen durch FEM (Augenstabform (a)) und nach Hertz ( $p_H$ ) bei verschiedenen Nennspannungen,  $g=0,5$ ;  $s=0,1$  mm;  $\mu=0$ ,  $r =31$  mm,  $e =0$

## 5.1.2 Numerische Berechnungsergebnisse

### 5.1.2.1 Einfluß des Bolzenspiels

In dieser Parameterstudie wird gezeigt, daß für die Ermittlung der Beanspruchung die Größe des Bolzenspiels von sehr unterschiedlichem Einfluß ist. Für die Untersuchung wurden Berechnungen an dem Augenstab nach Abb. 5.1 durchgeführt ( $r=31$  mm,  $R=93$  mm,  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>,  $g=0,5$ ;  $e=0$ ). Der Augenstab wurde mit einer Last  $F_1=6200$  N bei einem Reibungszahl  $\mu=0$  belastet. Die eingesetzten Bolzenspiele  $s$  sind 0,1; 0,2; 0,3 und 0,4 mm, möglich für eine Passung D10/h11 nach [22]. Tabelle 5.4 zeigt die Ergebnisse der maximalen Spannungen (S22 ist Spannung in  $y$ -Richtung, SP2 ist die zweite Hauptspannung). Im Bereich ohne Kontakt ist die tangentielle Normalspannung am Lochrand eine Hauptspannung, da es keine Normalspannung senkrecht dazu gibt und auch keine Schubspannung parallel zum Rand. Der Unterschied der maximalen Beanspruchung SP2 zwischen Bolzenspiel 0,4 und 0,1 mm beträgt 4,8 %. Je geringer das Bolzenspiel desto kleiner die Spannung und umso größer der Kontaktwinkel und ist für  $s=0,1$  mm nahezu doppelt so groß wie für  $s=0,4$  mm.

s (mm)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Abb. 5.1) (Deg.)
0,1	194,6	202,6	202,7	108,7
0,2	199,4	208,3	208,3	82,5
0,3	201,5	210,9	210,9	67,5
0,4	202,6	212,3	212,4	56,2

Tabelle 5.4: Maximale Spannungen am Lochrand und Kontaktwinkel bei verschiedenen Bolzenspielen,  $\mu=0$ ;  $g=0,5$ ;  $r=31$  mm,  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e=0$

Abb 5.8 bis 5.11 zeigen den Vergleich der Hauptspannung SP2 in Abhängigkeit von unterschiedlichen Bolzenspielen an den in Abb. 5.7 gekennzeichneten Knoten und Linien. In Abb. 5.8 und 5.9 ist die Hauptspannung SP2 als Funktion des Rechenschrittes dargestellt. Aus dem Verlauf der Hauptspannung längs der Linie 2 in Abb. 5.11 erkennt man, daß die maximalen Hauptspannungen (SP2 ist nahezu unabhängig vom Bolzenspiel) nicht an der Stelle von dem Knoten 45 (s. Abb. 5.7 Winkel  $\alpha = 0^\circ$ ) liegen. Sie liegen etwa an Knoten 21 ( $\alpha = 19^\circ$ ).

Abb. 5.10 und Abb. 5.11 zeigen, daß die Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 und im letzten Drittel von Linie 2 nahezu unabhängig vom Bolzenspiel sind.

## 5.1 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) ohne Gelenkdrehung

65

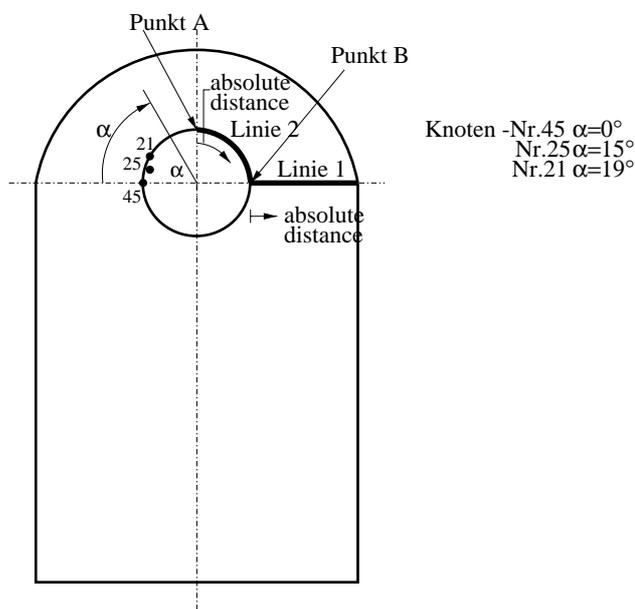


Abbildung 5.7: Betrachtete Knoten und Linien, Linie 1 liegt auf dem Wannenquerschnitt, Linie 2 liegt auf dem Lochrand

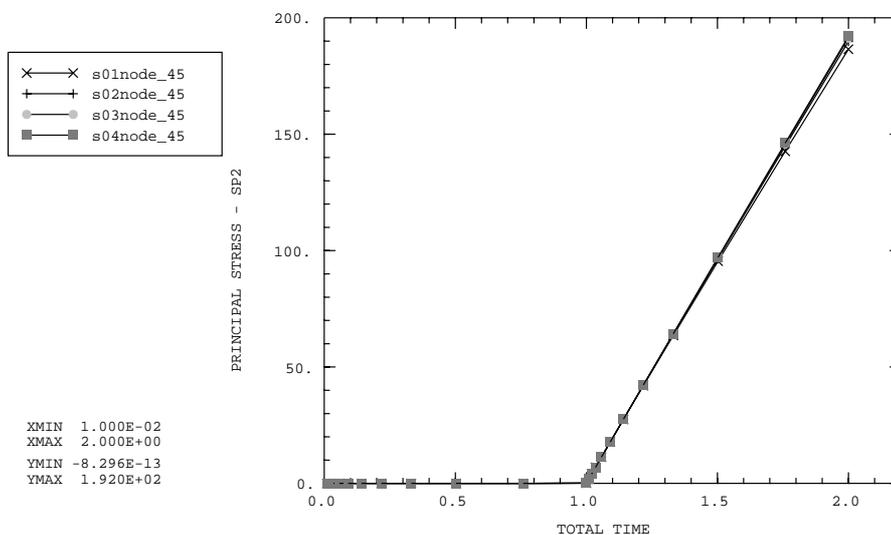


Abbildung 5.8: Vergleich der Hauptspannungen SP2 (N/mm<sup>2</sup>) in den Rechenschritten 0,0 bis 1,0 und 1,0 bis 2,0 an den Knoten 45 in Abhängigkeit vom Bolzenspiel, hier bedeutet s01 Bolzenspiel  $s=0,1$  mm; s02 bedeutet Bolzenspiel  $s=0,2$  mm; s03 bedeutet Bolzenspiel  $s=0,3$  mm; s04 bedeutet Bolzenspiel  $s=0,4$  mm;  $g=0,5$ ;  $r=31$  mm,  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e=0$ ,  $\mu=0$

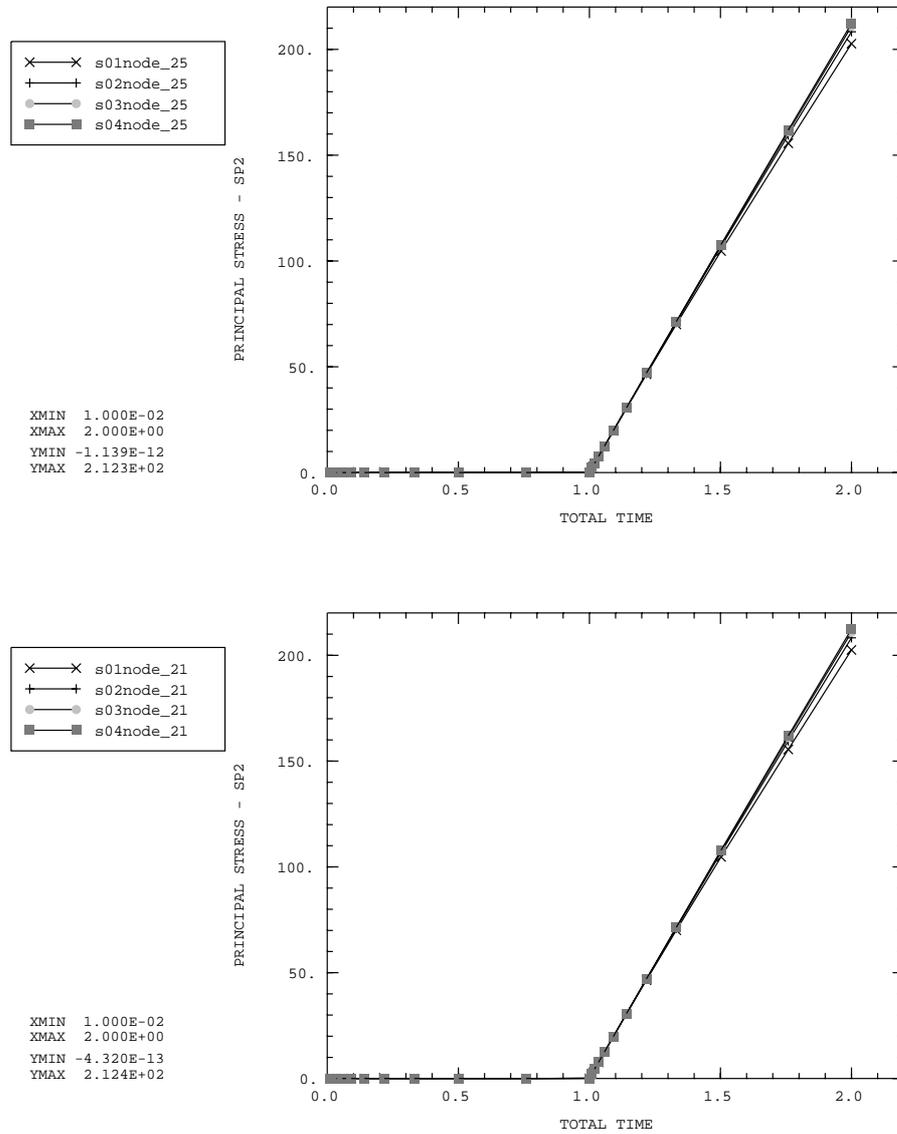


Abbildung 5.9: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in den Rechenschritten 0,0 bis 1,0 und 1,0 bis 2,0 an den Knoten 25 und 21 in Abhängigkeit vom Bolzenspiel,  $g=0,5$ ;  $r=31$  mm,  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e=0$ ,  $\mu=0$

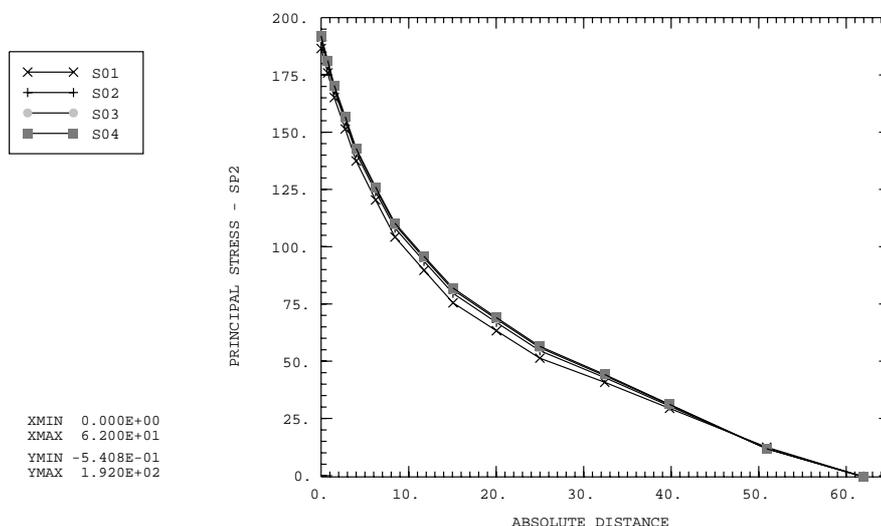


Abbildung 5.10: Verlauf der Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 (Wangenquerschnitt) für verschiedene Bolzenspiele ( $s = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$  mm),  $g = 0,5$ ;  $r = 31$  mm,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e = 0$ ,  $\mu = 0$

Die Hauptspannungen SP2 im übrigen Bereich der Linie 2 sind dagegen sehr unterschiedlich. Am Punkt A im Scheitel tritt die dem Betrag nach größte tangentielle Randdruckspannung auf und wächst mit zunehmendem Bolzenspiel von 35 auf 180 N/mm<sup>2</sup>, also auf mehr als das fünffache an, während der Kontaktbereich sich von 0,1 mm auf 0,4 mm Bolzenspiel nahezu halbiert. Die Hauptspannung SP2 entlang der Linie 2 (vom Punkt A zum Punkt B) wechselt von Druck zu Zug.

Für die Bolzenspiele 0,3 mm und 0,4 mm tritt der Wert SP2=0 ungefähr am Ende des Kontaktbereichs auf, während der Nulldurchgang für die Bolzenspiele 0,2 mm und 0,1 mm innerhalb des Kontaktbereichs liegt.

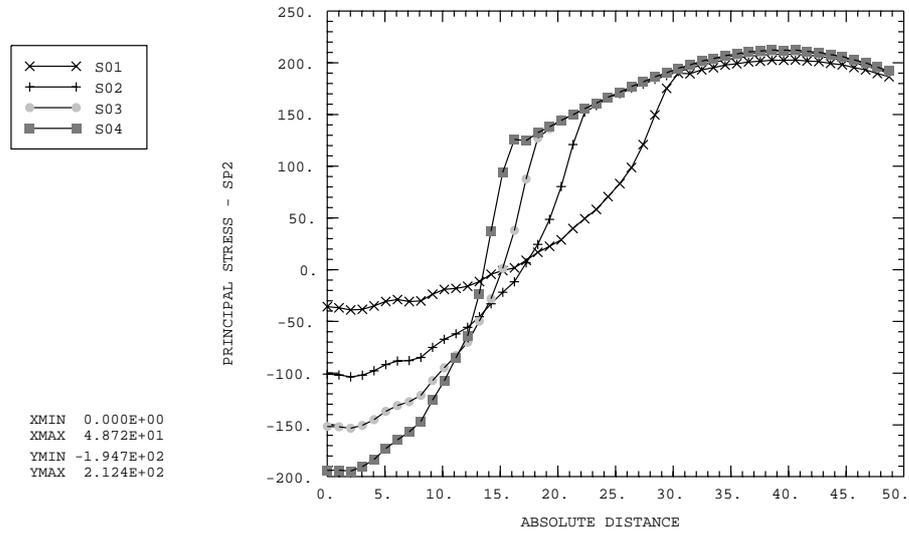


Abbildung 5.11: Verlauf der Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 (tangential am Lochrand) für verschiedene Bolzenspiele ( $s = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$  mm),  $g = 0,5$ ;  $r = 31$  mm,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e = 0$ ,  $\mu = 0$

### 5.1.2.2 Einfluß der Reibung

In der Kontaktzone entstehen die Scherspannungen dann, wenn ohne Reibungswiderstand Relativverschiebungen zwischen Bolzen und Auge auftreten würden. Bei der Berechnung geht man so vor, daß zunächst vorausgesetzt wird, daß in der Kontaktzone ein unbegrenzter Haftreibungswiderstand vorhanden ist. Anschließend muß geprüft werden, ob die auftretenden Scherspannungen die Haftreibungsgrenze überschreiten. Ist das der Fall, ist an der betreffenden Stelle kein Gleichgewicht vorhanden. Nach Überwindung der Haftreibung tritt ein Schlupf auf; an der Stelle der Haftreibung tritt die Gleitreibung, die während des Schlupfes konstant bleibt. Da die Gleitreibungskräfte den Kontaktkräften proportional sind, tritt eine Kopplung der Normal- und Scherspannungen auf, die ein iteratives Vorgehen bedingt. Durch den Schlupf vergrößert sich die Kontaktzone im Vergleich zu einer unbegrenzten Haftreibung, ist jedoch kleiner als im Fall eines fehlenden Reibungswiderstandes. Wenn es keine Reibung gäbe, würden von Anfang an Verschiebungen des Auges gegenüber dem Bolzen parallel zur Bolzenoberfläche auftreten.

Die Berechnungen wurden an einer Augenstab-Bolzen-Verbindung mit der Geometrie wie in Abb. 5.1 durchgeführt. Der Augenstab wurde mit einer Last  $F_1=6200\text{ N}$  ( $\sigma=50\text{ N/mm}^2$ ) belastet. Die eingesetzten Reibungszahlen betragen  $\mu=0,0; 0,1; 0,2$  und  $0,3$ ;  $g=0,5$ .

In Tabelle 5.5 sind die Werte der maximalen Spannungen und Kontaktwinkeln in Abhängigkeit verschiedenen Reibungszahlen angegeben. Es zeigt sich, daß bei steigendem Reibungszahlen die Spannungen nur geringfügig zunehmen. Der Unterschied der maximalen Hauptspannung an SP2 beträgt maximal 0,5 % (zwischen  $\mu=0,0$  und  $0,3$ ). Die Kontaktwinkel sind gleich. Der numerische Aufwand ist jedoch bei einem Reibungszahlen ungleich Null wesentlich höher.

**Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation  
70 der Augenstab-Bolzen-Verbindung**

$\mu$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,0	194,6	202,6	202,7	108,7
0,1	194,9	203,1	203,1	108,7
0,2	195,2	203,4	203,4	108,7
0,3	195,4	203,7	203,8	108,7

Tabelle 5.5: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel bei unterschiedlichen Reibungszahlen für ein Bolzenspiel von 0,1 mm;  $F_1=6200$  N ( $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>),  $g=0,5$ ;  $e=0$ ,  $r=31$  mm, ohne Drehung

5.1.2.3 Einfluß der Geometrie bei konstanten Nennspannung

Es wurden Augenstäbe mit den Geometrieverhältnissen  $g=(R-r)/(R+r)=0,3; 0,5; 0,7$  ( $r=\text{konstant}=31$  mm,  $R=57,6; 93,0; 175,6$  mm) ohne Reibungswiderstand für eine Nennspannung von  $50$  N/mm<sup>2</sup> im Nettoquerschnitt (Linie 1 in Abb. 5.7) untersucht. Daraus ergeben sich die Lasten von  $2657$  N,  $6200$  N,  $14467$  N.

Die Ergebnisse (s. Tabelle 5.6, Abb. 5.13) zeigen, daß die Spannungen an der Linie 2 mit anwachsenden Geometrieverhältnissen des Augenstabes bei gleicher Nennspannung stark ansteigen, und zwar für die maximale Hauptspannung SP2 um  $89$  % (von  $g=0,3$  auf  $g=0,7$ ).

In Abb. 5.13 erkennt man, daß für  $g=0,7$  die Hauptspannung SP2 längs der gesamten Linie 2 im Zugbereich verbleibt.

Die Größe des Kontaktwinkels weist für  $g=0,3$  den kleinsten Wert auf. Dies ist damit zu erklären, daß für  $g=0,3$  die Biegesteifigkeit des Kreisringes wesentlich kleiner als für  $g=0,5$  ist, dagegen für  $g=0,7$  wegen der wesentlich größeren Last die Querpressung im Kontaktbereich und damit die Querstauung wesentlich größer sind.

$g$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,3	172,7	177,8	178,0	106,5
0,5	194,6	202,6	202,7	108,7
0,7	295,4	331,3	336,5	127,5

Tabelle 5.6: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel bei unterschiedlichen Geometrieverhältnissen bei konstanter Nennspannung  $50$  N/mm<sup>2</sup>, Bolzenspiel  $0,1$  mm;  $\mu=0$ ,  $e=0$ ,  $r=31$  mm

## Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation der Augenstab-Bolzen-Verbindung

---

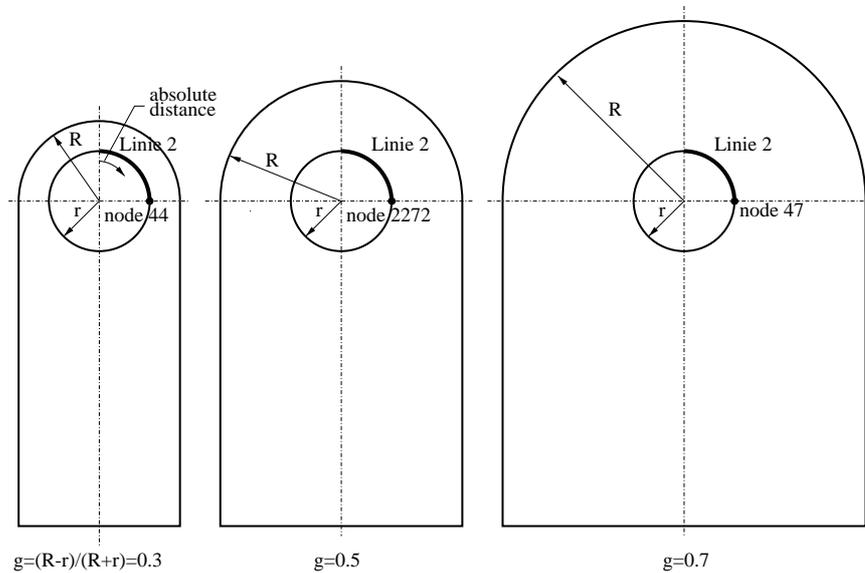


Abbildung 5.12: Augenstabformen ( $r=31$  mm,  $R=57,6; 93,0; 175,6$  mm; nicht maßstabgerecht dargestellt)

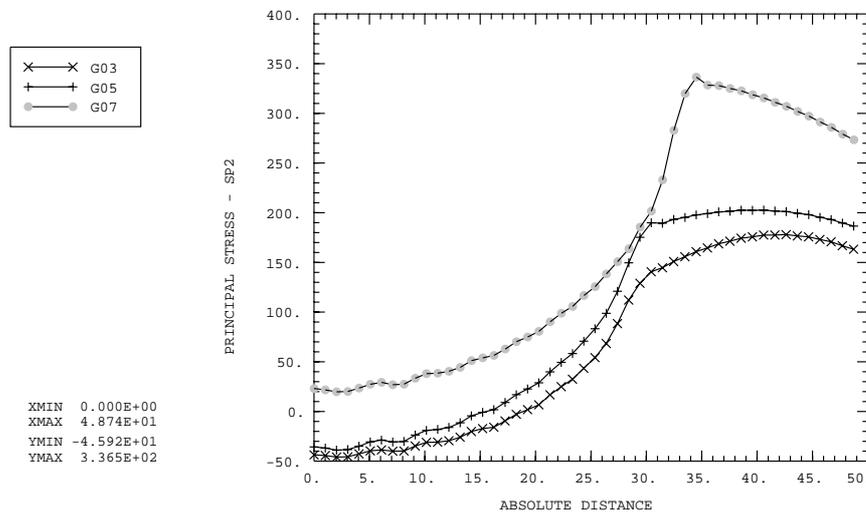


Abbildung 5.13: Vergleich der Hauptspannungen SP2 ( $\text{N/mm}^2$ ) in Linie 2 bei unterschiedlichen Geometrien  $g=0,3; 0,5$  und  $0,7$ ; aber Nennspannung konstant  $50 \text{ N/mm}^2$ , Bolzenspiel  $s=0,1$  mm;  $\mu=0$ ,  $e=0$

5.1.2.4 Einfluß der Geometrie bei konstanter Last

In Tabelle 5.7 sind die Ergebnisse für Augenstäbe mit den Geometrieverhältnissen  $g=0,3; 0,5; 0,7$  ( $r=31$  mm) wie im Abschnitt 5.1.2.3 über einer konstanten Last von 6200 N angegeben.

Die Ergebnisse (s. Tabelle 5.7, Abb. 5.14) zeigen, daß der Einfluß der Geometrie bei konstanter Kraft stärker als bei konstanter Nennspannung, aber natürlich mit umgekehrter Tendenz, ist. Die Zunahmen der maximalen Hauptspannung in SP2 (von  $g = 0,7$  zu  $0,3$ ) beträgt 153,8 %.

Abb. 5.14 zeigt, daß in dem Fall  $g = 0,3$  die Hauptspannung SP2 über die ganze Länge der Linie 2 im Zugbereich liegt.

$g$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,3	356,2	361,2	361,7	135,0
0,5	194,6	202,6	202,7	108,7
0,7	124,2	155,2	142,5	97,5

Tabelle 5.7: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel bei unterschiedlichen Geometrien des Augenstabs für konstante Last  $F_1=6200$  N,  $s=0,1$  mm;  $\mu=0$ ,  $e=0$

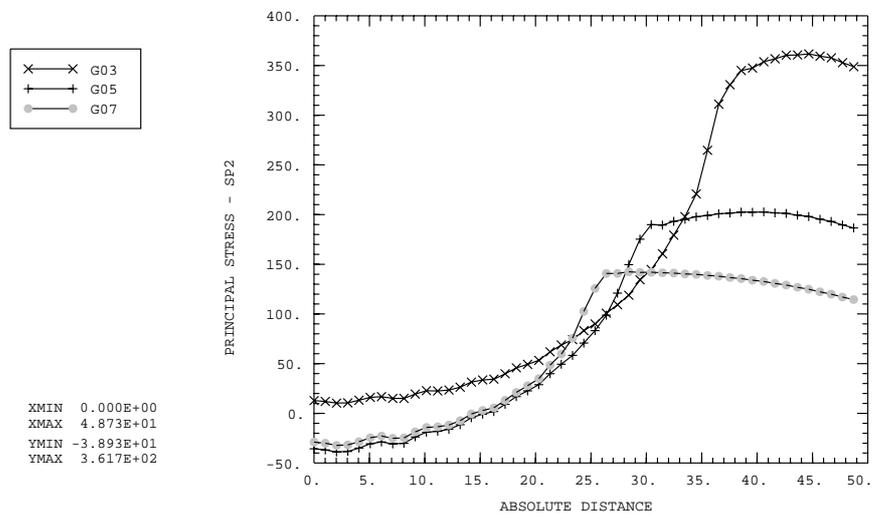


Abbildung 5.14: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 2 (am Lochrand) bei unterschiedlichen Geometrien ( $g=0,3; 0,5; 0,7$ ) für konstante Last  $F1=6200$  N (Nennspannungen 118; 50; 21,4 N/mm<sup>2</sup>);  $s=0,1$  mm;  $\mu=0, e=0$

## 5.1 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) ohne Gelenkdrehung

75

### 5.1.2.5 Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung

Bei Augenstäben mit Kopfhöhenvergrößerung ist die Kopfhöhe  $a$  in der Symmetrieachse (Abb. 5.15) um das Maß  $e$  größer als  $R - r = c$ . In der DIN 22261, Teil 2 ist der Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung  $e$  auf die Formzahl  $\alpha$  eine Funktion der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R$ . Es wurden Augenstäbe mit  $1 + e/R = 1,25$  und  $1,5$  für ( $R = 93$  mm,  $r = 31$  mm) ohne Reibungswiderstand für ein Bolzenspiel  $0,1$  mm über einer Last von  $6200$  N berechnet.

Die Ergebnisse (s. Tabelle 5.8, Abb. 5.16 und Abb. 5.17) zeigen eine deutliche Spannungsreduzierung mit zunehmender Kopfverstärkung. Die Abnahme der maximalen Hauptspannung SP2 beträgt  $17,1$  % (zwischen  $1 + e/R = 1,0$  und  $1,5$ ). Der Kontaktwinkel wird wegen der größeren Kopfsteifigkeit des Augenstabes mit größerer Kopfverstärkung kleiner.

	$1 + e/R$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
E0	1,0	194,6	202,6	202,7	108,7
E1	1,25	174,1	180,2	180,2	106,3
E2	1,5	162,9	168,0	168,1	103,0

Tabelle 5.8: Maximale Spannungen und Kontaktwinkeln in Abhängigkeit von der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung, Last  $F_1 = 6200$  N,  $s = 0,1$  mm;  $g = 0,5$ ;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0$ ,  $r = 31$  mm

## Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation der Augenstab-Bolzen-Verbindung

76

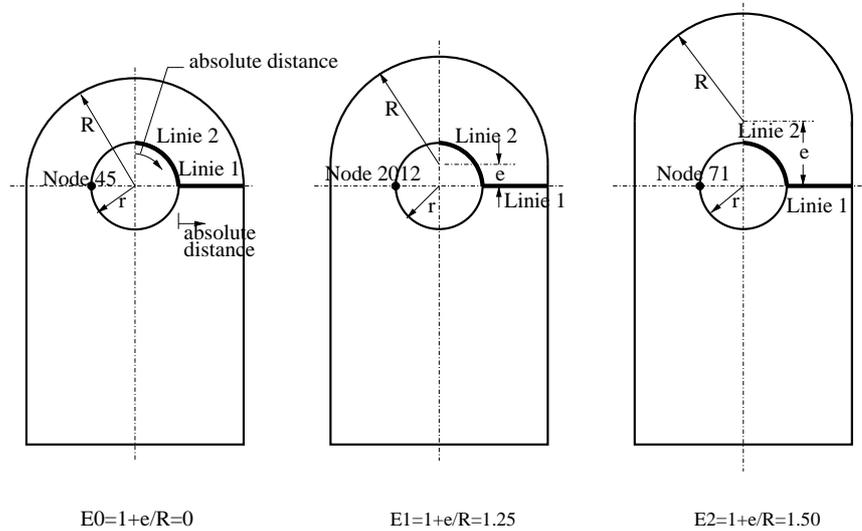


Abbildung 5.15: Augenstabformen (Die Zeichnungen sind nicht maßstäblich),  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $R = 93 \text{ mm}$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $\mu = 0$

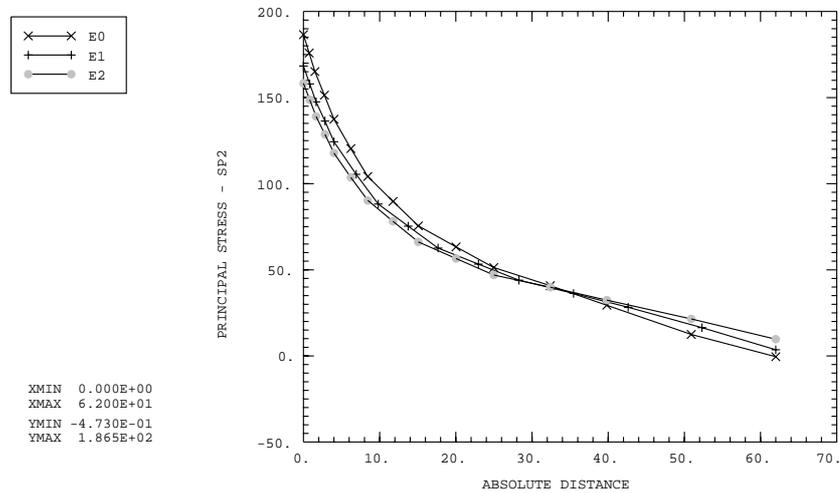


Abbildung 5.16: Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 (Wangenquerschnitt) in Abhängigkeit von der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R = 1,0; 1,25; 1,5$  ( $F1 = 6200 \text{ N}$ , Bolzenspiel  $0,1 \text{ mm}$ ;  $g = 0,5$ ;  $\mu = 0$ )

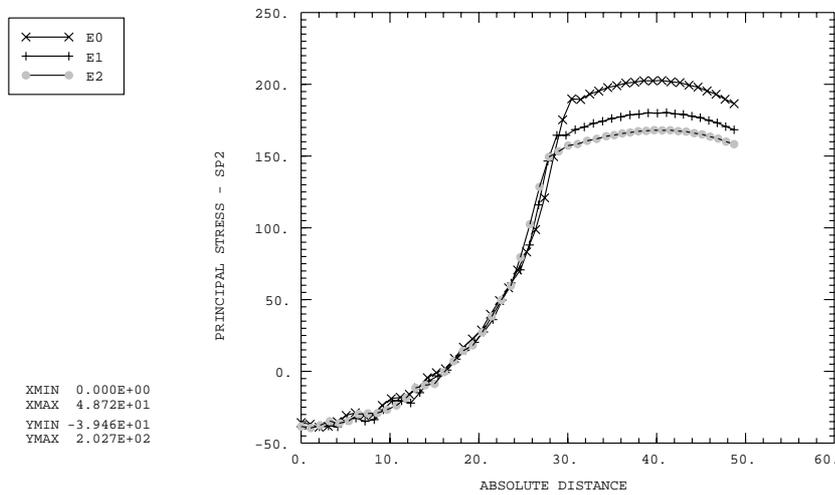


Abbildung 5.17: Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 (Lochrand) in Abhängigkeit von der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R = 1,0; 1,25; 1,5$  ( $F1=6200$  N, Bolzenspiel 0,1 mm;  $g = 0,5; \mu=0$ )

**5.1.2.6 Nichtlineares Verhalten in Abhängigkeit von der Nennspannung**

Um die nichtlineare Abhängigkeit der Spannungen und Kontaktwinkel von der Laststeigerung zu zeigen, wurde ein Augenstab nach Abb. 5.15 ( $g=0,5$ ;  $s=0,1$  mm;  $\mu=0$ ,  $e=0$ ) berechnet. Der Spannungszustand wurde für die Last  $F_1=3100$  N, 6200 N und 12400 N berechnet (Nennspannungen  $\sigma_n = 25, 50, 100$  N/mm<sup>2</sup>).

Tabelle 5.9 liefert die berechneten Spannungen und Kontaktwinkel. Die maximalen Zugspannungen SP2 verhalten sich nahezu linear (Abweichung 2,8 %). Der Kontaktwinkel wächst bei der Laststeigerung auf das vierfache nur um 60 % an. Abb. 5.18 und Abb. 5.19 zeigt die Spannungsverläufe von SP2 längs der Linien 1 und 2. Für die große Last 12400 N bleibt SP2 über die Gesamtlänge der Linie 2 im Zugbereich.

$\sigma_n$ (N/mm <sup>2</sup> )	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
25	99,69	104,1	104,2	82,5
50	194,6	202,6	202,7	108,7
100	380,2	394,6	394,9	131,2

Tabelle 5.9: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel in Abhängigkeit von der Nennspannung,  $g=0,5$ ;  $e=0$ ,  $\mu=0$ ,  $s=0,1$  mm

## 5.1 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) ohne Gelenkdrehung

79

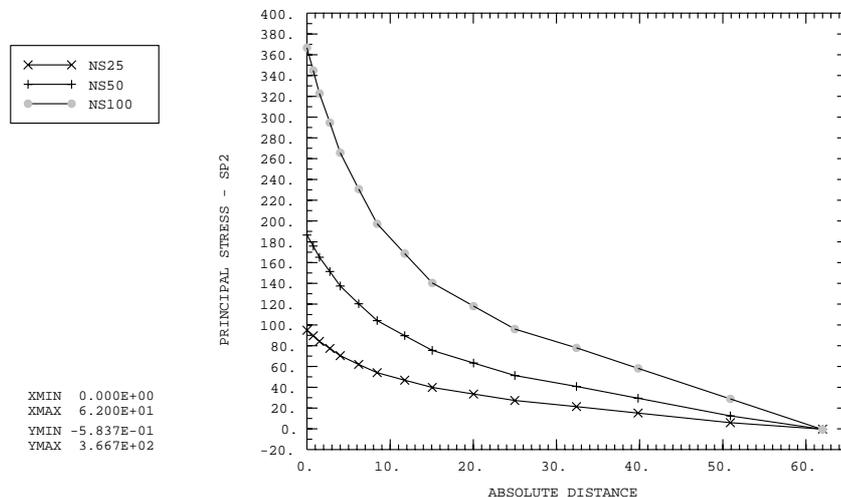


Abbildung 5.18: Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 (Wangenquerschnitt) in Abhängigkeit von der Nennspannungen,  $g = 0,5$ ; Bolzenspiel 0,1 mm;  $\sigma_n = 25, 50, 100 \text{ N/mm}^2$

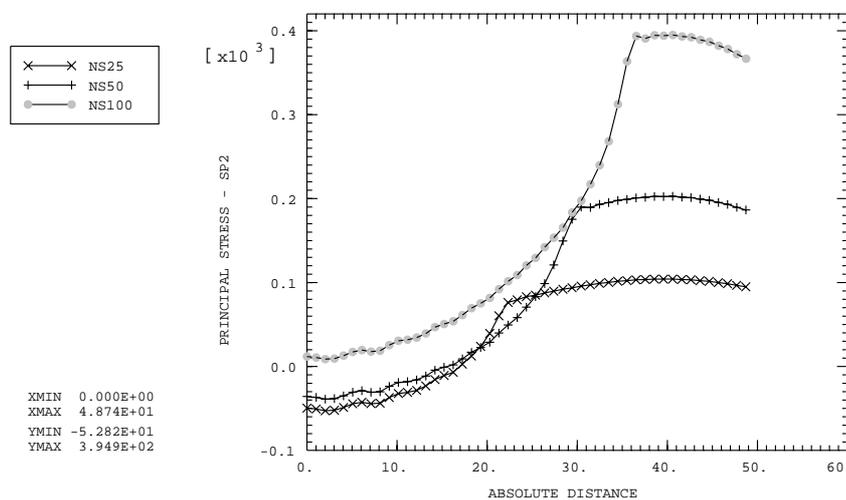


Abbildung 5.19: Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 (Lochrand) in Abhängigkeit von der Nennspannungen,  $g = 0,5$ ; Bolzenspiel 0,1 mm;  $\sigma_n = 25, 50, 100 \text{ N/mm}^2$

### 5.1.3 Ergebnisse der parameterabhängigen Formzahl- ermittlung

Die Formzahl  $\alpha$  ist ein Maß für die Spannungserhöhung durch die geometrische Formgebung (definiert als das Verhältnis von maximaler Zugspannung zur Nennspannung im maßgebenden Querschnitt, auch als Kerbzahl oder Kerbfaktor bezeichnet). Sie ist bei der Augenstabverbindung neben den Formparametern  $1+e/R$  und  $r/R$  von folgenden Größen abhängig:

- Nennspannung
- Reibungszahl
- Bolzenspiel

Die aus den im Abschnitt 5.1.2 mitgeteilten Rechenergebnissen ermittelten Formzahlen sind im folgenden in Abhängigkeit vom Geometrieverhältnis  $g = (R-r)/(R+r)$  dargestellt, wobei die übrigen Einflüsse als Kurvenparameter eingehen. Der Fall  $g \rightarrow 0$  bedeutet, daß die Wangenbreite  $c = R - r$  des Augenstabes sehr klein ist gegenüber dem Bolzendurchmesser.

Abb. 5.20 enthält die Nennspannung als Parameter. Für die in der Praxis in der Regel vorhandenen Geometrieverhältnissen  $0,3 < g < 0,5$  ist die Formzahl kaum von  $g$  abhängig ( $3,6 < \alpha < 4,4$ ). Das auffallende Ergebnis, daß  $\alpha$  mit zunehmender Nennspannung abnimmt, ist dadurch begründet, daß mit zunehmender Nennspannung der Kontaktwinkel anwächst. Mit größerer Kontaktfläche wird die Biegung im Augenstab kleiner. Nur im Intervall  $0,55 < g < 0,65$  ist die Nennspannung ohne Einfluß auf die Formzahl.

Abb. 5.21 zeigt die Formzahl über dem Geometrieverhältnis  $g$  aufgetragen mit dem Bolzenspiel als Parameter. Die Kurven für verschiedenes Bolzenspiel fallen näherungsweise im Bereich  $0,55 < g < 0,725$  zusammen. Die Kurven sind also in diesem Bereich vom Bolzenspiel unabhängig. Der Vergleich der vier verschiedenen Kurven zeigt, daß - wie zu erwarten - die Formzahl mit größeren Bolzenspiel größer wird, weil der Kontaktwinkel kleiner wird und damit die Biegung im Augenstabkopf größer wird. In dem für die praktische Ausführung interessierenden Bereich  $0,3 < g < 0,5$  beträgt der Unterschied der Formzahl zwischen Bolzenspiel 0,1 und 0,4; maximal 20 %.

In Abb. 5.22 ist die Formzahl über Geometrieverhältnis  $g$  für verschiedene Reibungszahlen  $\mu$  als Parameter aufgetragen. Für  $g < 0,35$  ist praktisch kein Reibungseinfluß vorhanden. Ab  $g > 0,5$  tritt ein deutlich größer werdender Reibungseinfluß auf. Infolge der konstanten Nennspannung wächst die Kontaktpressung stark an, und damit auch der Kontaktwinkel (vergl. Tabelle

## 5.1 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) ohne Gelenkdrehung

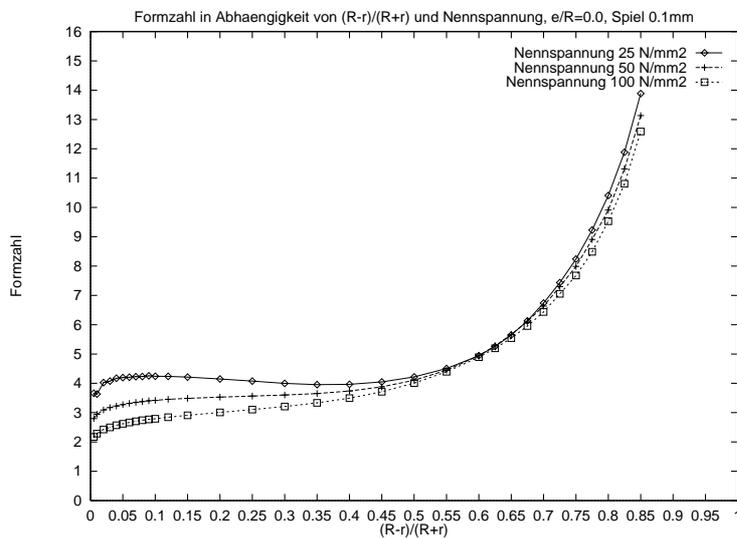


Abbildung 5.20: Formzahl  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  mit Nennspannung als Kurvenparameter,  $\mu = 0$ ,  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$

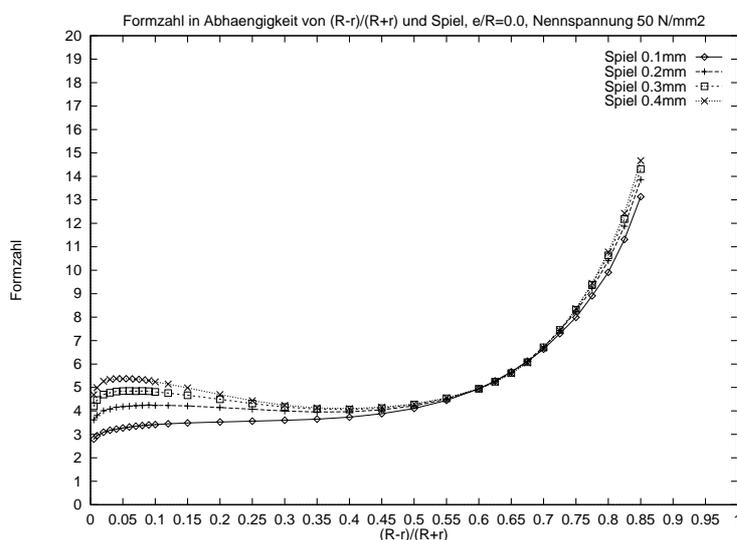


Abbildung 5.21: Formzahl  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  mit Bolzenspiel als Kurvenparameter,  $\mu = 0$ ,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e = 0$

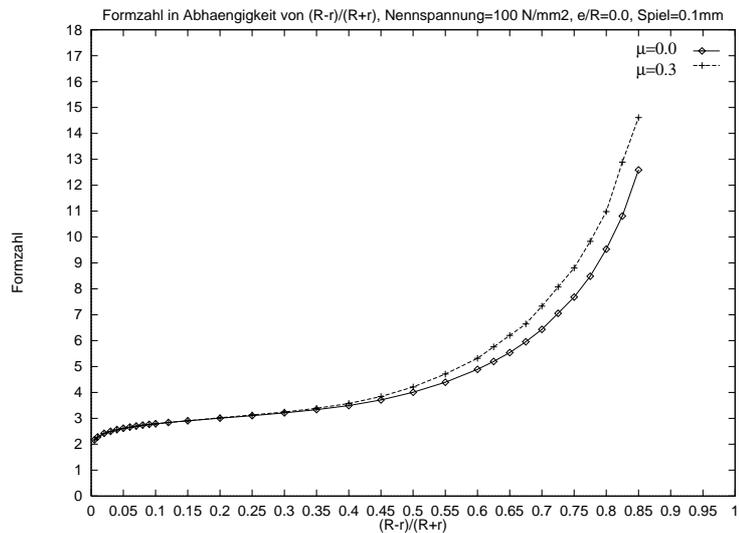


Abbildung 5.22: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R-r)/(R+r)$ , Reibungswiderstand  $\mu$  in der Kontaktzone als Kurvenparameter,  $\sigma_n=100 \text{ N/mm}^2$ ,  $s=0,1 \text{ mm}$ ,  $e=0$

5.9). Der dadurch zunehmende Reibungseinfluß konzentriert die Kontaktpressung stärker zum Augenstabscheitel und das bedeutet größere Biegebeanspruchung im Augenstabskopf. Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß im baupraktisch interessantem Bereich  $0,3 < g < 0,5$  der Reibungseinfluß unter 7 % bleibt.

Durch Vergrößerung der Kopfhöhe wird die Biegesteifigkeit des Kopfbereiches vergrößert. Das bedeutet zwar einen kleineren Kontaktwinkel und damit größeren Biegemoment im Kopf, die Einspannmomente in den Wangen werden jedoch kleiner und somit die Zugspannungsspitze. Die Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Nennspannung  $\sigma_n$ , Bolzenspiel  $s$  ist in den Abb. 5.23 und Abb. 5.24 für  $1 + e/R=1,25$  dargestellt und in Abb. 5.25 und 5.26 für  $1 + e/R=1,5$ .

Der Vergleich der Abb. 5.20, 5.23 und 5.25 einerseits und Abb. 5.21, 5.24 und 5.26 zeigt, daß der Einfluß von Nennspannung und Bolzenspiel auf die Formzahl mit der Kopfhöhenvergrößerung deutlich abnimmt und für  $1 + e/R=1,5$  im baupraktisch relevanten Bereich  $0,3 < g < 0,5$  vernachlässigbar klein ist.

In Abb. 5.27 sind die Formzahlen in Abhängigkeit von  $g = (R-r)/(R+r)$  mit den Kurvenparametern  $1 + e/R=0$ ,  $1 + e/R=1,25$ ;  $1 + e/R=1,5$  für das Bolzenspiel  $0,1 \text{ mm}$  und die Nennspannung  $\sigma_n=50 \text{ N/mm}^2$  dargestellt und in Abb. 5.28 die zugehörigen Zahlenwerte für  $g=0,3$  und  $g=0,5$ .

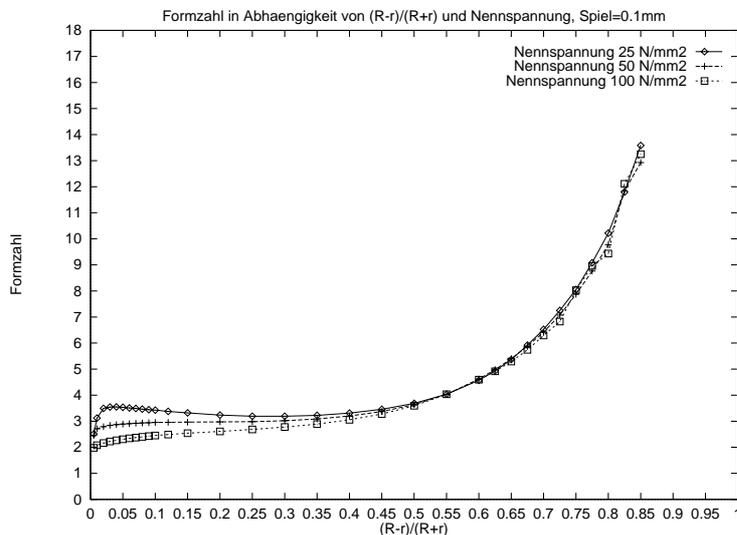


Abbildung 5.23: Formzahl für eine bezogene Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R=1,25$  in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  mit der Nennspannung als Parameterkurven,  $\mu = 0$ ,  $s=0,1$  mm

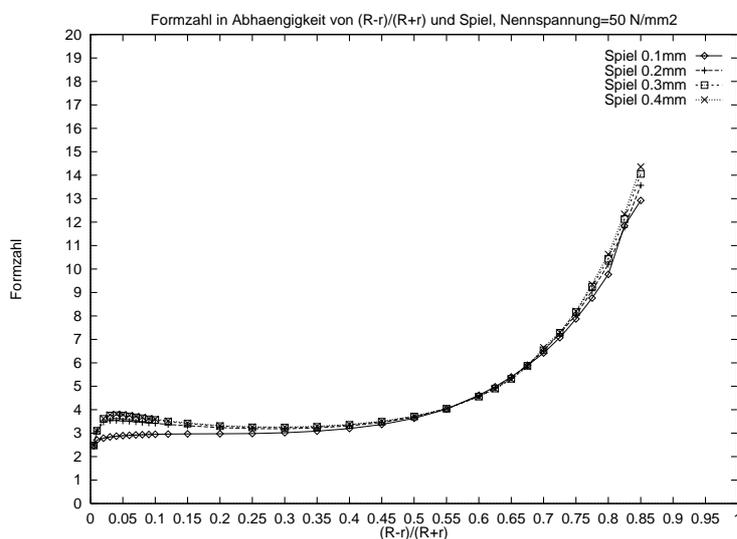


Abbildung 5.24: Formzahl für eine bezogene Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R=1,25$  in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  mit dem Bolzenspiel als Parameterkurven,  $\mu = 0$ ,  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>

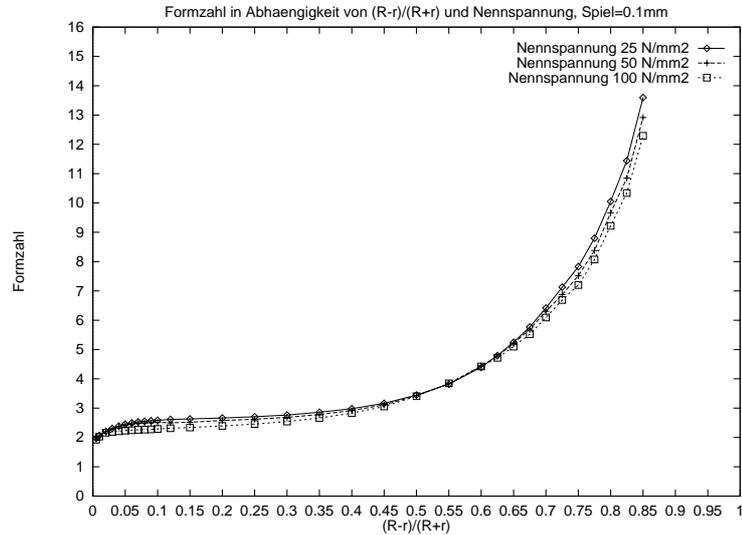


Abbildung 5.25: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  mit Nennspannung als Kurvenparameter für eine bezogene Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R = 1,5$  ( $\mu = 0$ ),  $s = 0,1$  mm

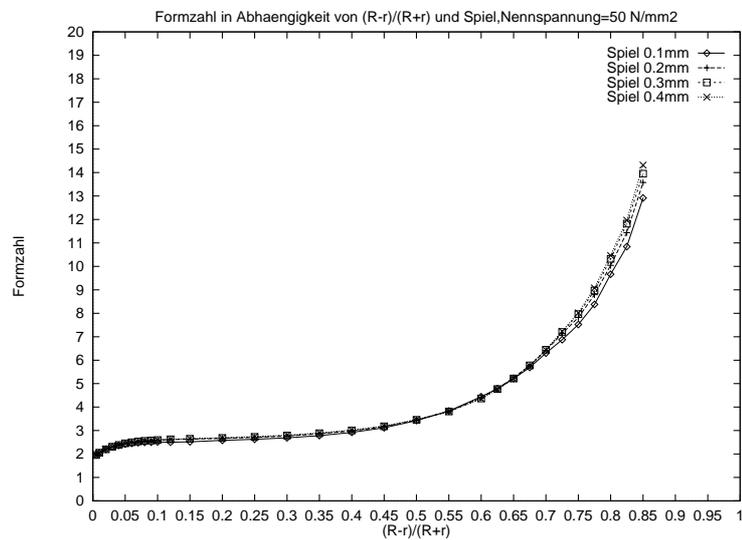


Abbildung 5.26: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$  mit Bolzenspiel als Kurvenparameter für eine bezogene Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R = 1,5$  ( $\mu = 0$ ),  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>

## 5.1 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) ohne Gelenkdrehung

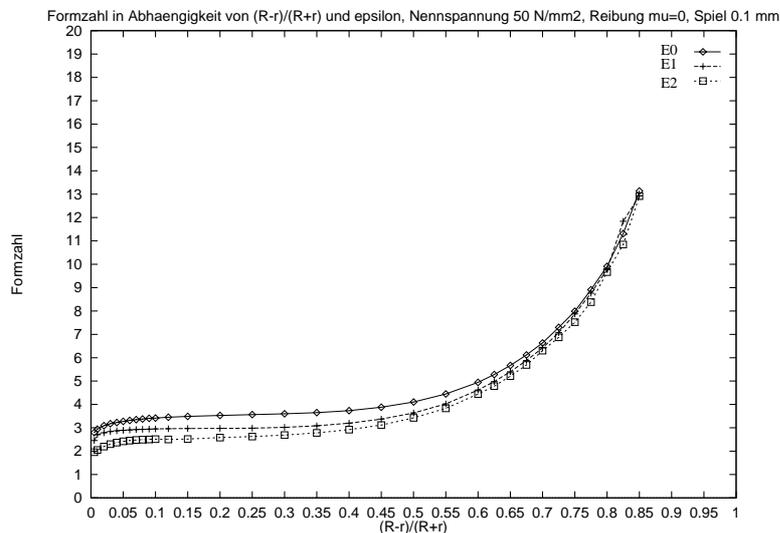


Abbildung 5.27: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  mit der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung als Kurvenparameter  $1 + e/R = 1,0; 1,25; 1,5$  (Bolzenspiel 0,1 mm;  $\mu = 0$ ,  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ )

1+e/R	g=0.3			g=0.5		
	$\sigma_n=25$	$\sigma_n=50$	$\sigma_n=100$	$\sigma_n=25$	$\sigma_n=50$	$\sigma_n=100$
1.0	4.0	3.6	3.2	4.2	4.0	3.9
1.25	3.2	3.0	2.7	3.6	3.6	3.6
1.50	2.8	2.7	2.6	3.5	3.5	3.5

Abbildung 5.28: Formzahl in Abhängigkeit von der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung für  $g = 0,3$  und  $g = 0,5$ ; Nennspannung  $\sigma_n = 25, 50, 100 \text{ N/mm}^2$ , Bolzenspiel 0,1 mm;  $\mu = 0$

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung

### 5.2.1 Modellierungsdetails und Ablauf der numerischen Berechnungen

Es wird die Spannungsermittlung unter statischer Beanspruchung infolge einer Gelenkzugkraft und einem Gelenkmoment infolge Reibungswiderstand gegen eine Gelenkdrehung durchgeführt. Die Parameter sind die gleichen wie im letzten Abschnitt. Zusätzlich wächst die Größe des Gelenkmomentes bis zum Maximalwert, der durch Gelenkzugkraft und Grenzreibungswiderstand bestimmt ist.

Wie in Abb. 5.29 dargestellt, erfolgt die äußere Belastung des Augenstabs durch die Kombination der Kräfte  $F_1$  und  $F_2$ . Diese werden im Modell als statische Belastung angesetzt. Die Lagerbedingungen sind die gleichen wie im letzten Abschnitt. Im zweidimensionalen Modell ist der Bolzen starr. Bei der vorliegenden Augenstab-Bolzen-Verbindung wird mit ABAQUS eine nichtlineare (Kontaktproblem) statische FE-Analyse durchgeführt. Die Parameter sind  $e=0$ ,  $r=31$  mm,  $g=0,5$ ;  $\mu=0,3$ ; Nennspannung  $50$  N/mm<sup>2</sup>, Bolzenspiel  $s=0,1$  mm (im Abb. 5.30 und 5.31).

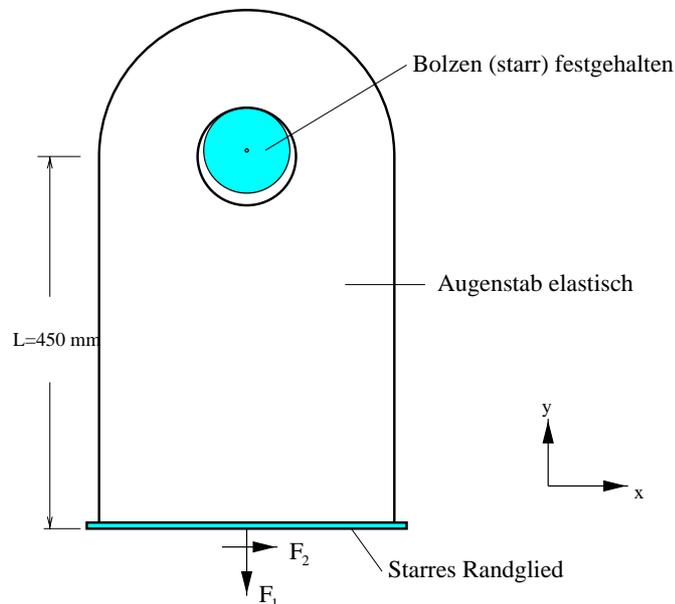


Abbildung 5.29: Augenstab Modell (Bolzen ohne Drehung),  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>,  $r=31$  mm,  $g=0,5$ ;  $\mu=0,3$ ;  $s=0,1$  mm;  $e=0$

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung

87

Zuerst wirkt die Last F1 auf die Augenstab-Bolzen-Verbindung. Dann wird die Last F2 angesetzt. Sie wird schrittweise vergrößert, bis das Grenzreibungsmoment für  $\mu = 0,3$  in der Kontaktzone erreicht wird. Der Haftreibungswiderstand im Verbindungsgelenk wird überwunden, und eine Drehbewegung des Augenstabs setzt ein. In der Kontaktzone zwischen Augenstab und Bolzen tritt zuerst der Kontaktdruck infolge F1 auf. Die Last F2 ist im Gleichgewicht mit dem Reibungswiderstand in der Kontaktzone. Nach Überwindung des Haftreibungswiderstandes bleibt der Gleitreibungswiderstand. Das ganze System wird kinematisch. Die FE-Berechnung endet zu diesem Zeitpunkt.

Um die Zuverlässigkeit der Rechnungsergebnisse zu prüfen, sind für den Augenstab Abb. 5.30 mit  $R = 93$  mm,  $r = 31$  mm,  $g = 0,5$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $t = 1$  mm,  $L = 450$  mm mit der Belastung  $F_1 = 6200$  N ( $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>) folgende Gleichgewichtskontrollen durchgeführt werden:

a) Belastungszustand vor Beginn des Gleitens, d.h. an keiner Stelle der Kontaktzone hat die Scherspannung  $\tau_A$  die Gleitgrenze  $p_A \cdot \mu$  erreicht ( $p_A$  ist Kontaktdruck). Mit einer zusätzlichen Belastung  $F_2 = 108,5$  N wird diese Bedingung eingehalten.

1. Gleichgewichtsbedingung:

$$F_{1y} + F_{2y} = F_1 \text{ (Zahlenwerte werden hier nicht angegeben.)}$$

$F_{1y}$  ist die Gesamtkraft in  $y$ -Richtung im Wangenquerschnitt 1.

$F_{2y}$  ist die Gesamtkraft in  $y$ -Richtung im Wangenquerschnitt 2.

2. Gleichgewichtsbedingung:

Das Moment  $M_{\tau_A}$  der Scherspannungen  $\tau_A$  in der Kontaktfläche bezogen auf die Bolzenachse ist gleich dem Moment von F1 und F2 bezogen auf die Bolzenachse (vergl. Abb. 5.31).

$$M_{\tau_A} = \sum \tau_A \cdot A \cdot r = F_2 \cdot L - F_1 \cdot U_1 + M_\varepsilon$$

$A$  ist die Kontaktfläche eines Kontakt-Elementes.  $\sum$  ist die Summierung über die gesamte Kontaktfläche.  $U_1$  ist die Verschiebung des Kraftangriffspunktes von F1 und F2 in  $x$ -Richtung.  $U_1$  setzt sich zusammen aus der elastischen Verformung des Augenstabes und aus der infolge der Einwirkung von F2 eintretenden Abwälzung (gleitfreie Drehung) der Augenstab-Leibungsfläche auf dem Bolzen.

$M_\varepsilon$  ist der Fehler  $M_{\tau_A} - (F_2 \cdot L - F_1 \cdot U_1)$ .

Mit  $L = 450$  mm,  $U_1 = 0,28$  mm und  $M_{\tau_A} = 47071$  Nmm als Ergebnisse der FE-Berechnung lautet die Bedingung:

$$M_{\tau_A} = 47071 = 108,5 \cdot 450 - 6200 \cdot 0,28 + M_\varepsilon = 47089 + M_\varepsilon$$

Der Fehler beträgt  $M_\varepsilon = -18$  Nmm entsprechend  $-0,04$  %

b) Belastungszustand am Ende des ersten Iterationsschrittes nach Erreichung des Grenzzreibungsmomentes  $M_\mu = \sum A \cdot p_A \cdot \mu \cdot r$ . d.h. in der gesamte Kontaktfläche ist  $\tau_A = p_A \cdot \mu$  (Beginn der Gleitdrehung).

1. Gleichgewichtsbedingung wie a) 1. Gleichgewichtsbedingung

2. Gleichgewichtsbedingung analog a) 2. Gleichgewichtsbedingung:

$$M_\mu = \sum A \cdot p_A \cdot \mu \cdot r = F_2 \cdot L - F_1 \cdot U_1 + M_\varepsilon$$

$F_2 = 178,2 \text{ N}$ ;  $U_1 = 2,98 \text{ mm}$ ;  $\sum A \cdot p_A \cdot \mu \cdot r = 61722 \text{ Nmm}$  (Ergebnisse der FE-Berechnung)

$$M_\mu = 61722 = 178,2 \cdot 450 - 6200 \cdot 2,98 + M_\varepsilon = 61671 + M_\varepsilon$$

Der Fehler beträgt  $M_\varepsilon = 51 \text{ Nmm}$  entsprechend 0,08 %

Vergleich mit der vereinfachten (klassischen) Ermittlung des Bolzenreibungsmomentes:  $M_{\mu_0} = F \cdot \mu \cdot r$ .

Für den Vergleich ist  $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$  zu setzen.

$$M_{\mu_0} = \sqrt{6200^2 + 178,2^2} \cdot 0,3 \cdot 31 = 57684 \text{ Nmm}$$

$$M_\mu = 1,07 \cdot M_{\mu_0}$$

$M_\mu$  muß größer als  $M_{\mu_0}$  sein, weil  $\sum p_A \cdot A > F$ , wegen  $F = \sum p_A \cdot A \cos(\varphi_A)$  ( $\varphi_A$  ist Winkel zwischen der Normalen von A und der Richtung von F)

Die DIN 22261 Teil 2 berücksichtigt ein Bolzenreibungsmoment der Größe  $M_{\mu_0} \cdot 4 / \pi = 1,27 \cdot M_{\mu_0}$ , das sich aus einer Kontaktdruckverteilung

$p_A = p_0 \cdot \cos(\varphi_A)$  über einen Kontaktwinkel  $\phi = 180^\circ$  ergibt.

In DIN 19704 ist  $M_{\mu_0}$  eingegangen.

c) Belastungszustand für eine große Verdrehung bzw. Verschiebung U1

1. Gleichgewichtsbedingung wie a) 1. Gleichgewichtsbedingung

2. Gleichgewichtsbedingung analog b) 2. Gleichgewichtsbedingung jedoch mit korrigierten Hebelarm von F2:

$$M_\mu = \sum A \cdot p_A \cdot \mu \cdot r = F_2 \cdot [L - U_1^2 / (2 \cdot L)] - F_1 \cdot U_1 + M_\varepsilon$$

$F_2 = 283 \text{ N}$ ;  $U_1 = 10,57 \text{ mm}$ ;  $\sum A \cdot p_A \cdot \mu \cdot r = 61984 \text{ Nmm}$  (Ergebnisse der FE-Berechnung)

$$M_\mu = 61984 = 283 \cdot [450 - 10,57^2 / (2 \cdot 450)] - 6200 \cdot 10,57 + M_\varepsilon = 61781 + M_\varepsilon$$

Der Fehler beträgt  $M_\varepsilon = 203 \text{ Nmm}$  entsprechend 0,33 %

Abb. 5.32 zeigt den Hauptspannungszustand für die reine Zugkraft F1. Abb. 5.33 den Hauptspannungszustand nach Erreichen des Grenzzreibungswiderstandes für F1 und F2. Die maximale Zugspannung liegt beim Augenstab nur unter der Zugkraft näher am Wangenquerschnitt 1 als beim Augenstab unter Zug und Reibungswiderstand.

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 89

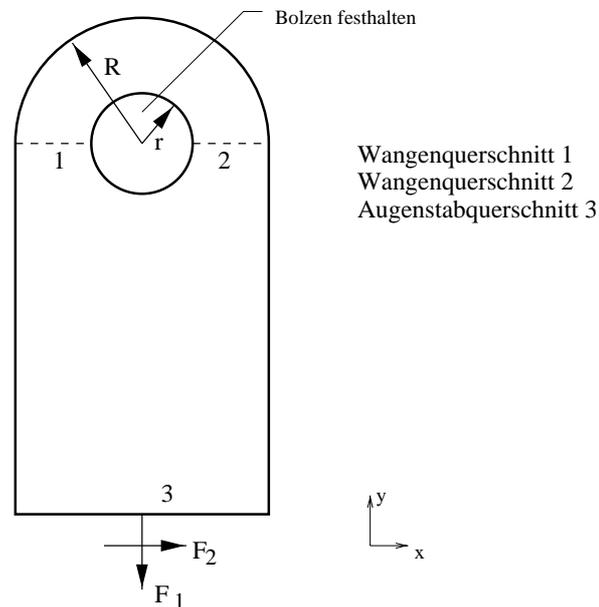


Abbildung 5.30: Modell für Gleichgewicht-Untersuchung,  $R = 93$  mm,  $r = 31$  mm,  $g = 0,5$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $F_1 = 6200$  N,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $t = 1$  mm

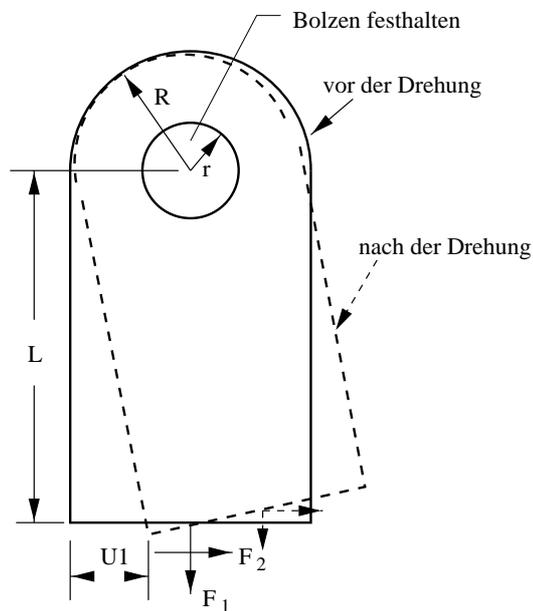
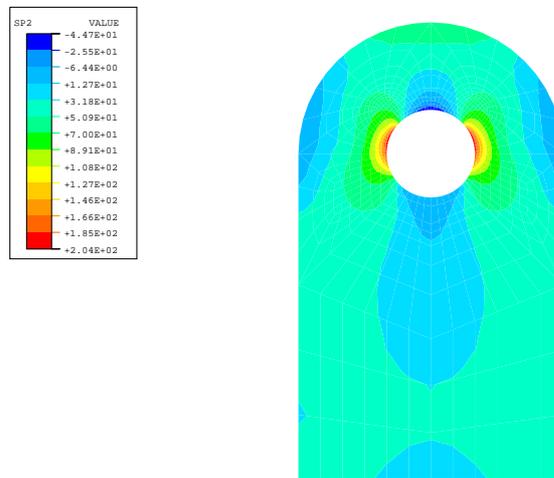


Abbildung 5.31: Modell für Grenzmoment-Untersuchung,  $R = 93$  mm,  $r = 31$  mm,  $g = 0,5$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $F_1 = 6200$  N,  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$

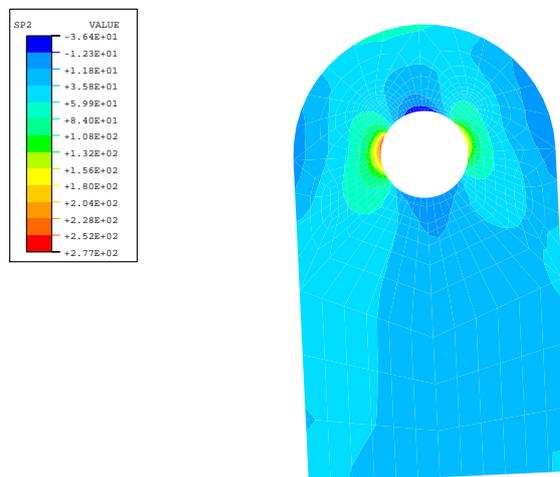
# Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation der Augenstab-Bolzen-Verbindung

---



Hauptspannungen SP2 (vor Gelenkdrehung) [N/mm<sup>2</sup>]

Abbildung 5.32: Spannungen SP2 vor der Drehung,  $F_1 = 6200$  N,  $F_2 = 0$ ,  $g = 0,5$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm



Hauptspannungen SP2 (nach Gelenkdrehung) [N/mm<sup>2</sup>]

Abbildung 5.33: Spannungen SP2 nach der kleiner Drehung,  $F_1 = 6200$  N,  $F_2 = 500$  N,  $g = 0,5$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm

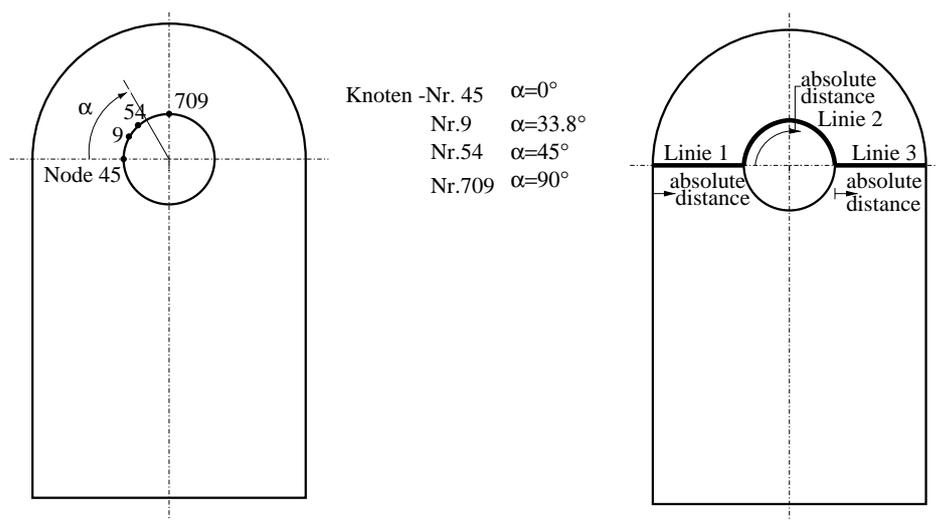
### 5.2.2 Numerische Ergebnisse

#### 5.2.2.1 Einfluß des Bolzenspiels

In dieser Parameterstudie wird bei der Ermittlung von maximale Spannungen und Kontaktwinkel das Bolzenspiel variiert. Das gleiche Modell wie in Abschnitt 5.1 wird mit Zugkraft und Drehung untersucht. Nach der Drehung vom Augenstab zeigt Tabelle 5.10 die Rechenergebnisse mit verschiedenen Bolzenspielen. Der Unterschied der maximalen Hauptspannungen SP2 ist 4,9 % (zwischen Bolzenspiel 0,1 und 0,4 mm). Mit steigenden Bolzenspiel sinkt der Kontaktwinkel.

Spiel $s$ (mm)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,1	244,4	277,1	276,6	108,9
0,2	239,3	267,6	270,2	106,3
0,3	239,2	270,9	265,4	99,3
0,4	239,4	275,8	263,7	73,1

Tabelle 5.10: Die Ergebnisse von maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Bolzenspiels, Nennspannung 50 N/mm<sup>2</sup>,  $g = 0,5$ ;  $r = 31$  mm,  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$  (Augenstab mit Drehung)



- |                |                       |
|----------------|-----------------------|
| Knoten -Nr. 45 | $\alpha = 0^\circ$    |
| Nr. 9          | $\alpha = 33,8^\circ$ |
| Nr. 54         | $\alpha = 45^\circ$   |
| Nr. 709        | $\alpha = 90^\circ$   |

Abb. 5.34 und Abb. 5.35 geben die Punkte und Linien im Augenstab an, an denen die maximalen Hauptspannungen in Abhängigkeit von unterschiedlichen Bolzenspielen der Abb. 5.36 bis Abb. 5.40 auftreten.

Abb. 5.36 bis Abb. 5.40 zeigen die Ergebnisse der Hauptspannung SP2 vor der Drehung (Phase 1 und 2) und nach der Drehung (Phase 3) des Augenstabes. Der Rechenphase von 0,0 bis 1,0 (Phase 1) bedeutet, daß der erste Kontakt zwischen Augenstab und Bolzen am Ende dieser Phase gerade eingetreten ist. Die Kraft F1 ist nahezu Null. In der Rechenphase von 1,0 bis 2,0 (Phase 2) wird der Augenstab durch eine stetig zunehmende Kraft F1 belastet. Ab dem Zeitpunkt 2,0 (Phase 3) beginnt die Belastung mit F2. Den Einfluß von unterschiedlichen Bolzenspielen erkennt man an den betrachteten Knoten. Am Knoten 45 wird die Hauptspannung SP2 wenig vom Bolzenspiel beeinflusst. Am Knoten 709 wird die Hauptspannung SP2 stark vom Bolzenspiel beeinflusst, weil die Lage des Kontaktbereichs von dem Bolzenspiel abhängig ist.

Die Abb. 5.39 zeigt die in Abhängigkeit vom Bolzenspiel stark unterschiedliche Druckspannungen SP2 im Bereich der Kontaktzone (Linie 2). Wegen des Reibungswiderstandes des Augenstabes ist die Verteilung der Hauptspannungen SP2 nicht symmetrisch zur Augenstabsachse, Minimum (dem Betrage nach ein Maximum) der randparallelen Druckspannung (die Hauptspannung SP2 ist im Kontaktbereich wegen dort auftretenden Schubspannung abweichend vom Fall  $\mu = 0$  nicht genau tangential gerichtet) liegt also nicht auf der Symmetrieachse des Augenstabes. Die Abnahme der Druckspannungen im Knoten 709 (Abb. 5.37) mit Beginn der Drehung (Phase 3) ist dadurch bedingt, dass mit der Drehung das Druckspannungsminimum sich von der Symmetrieachse entfernt.

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 93

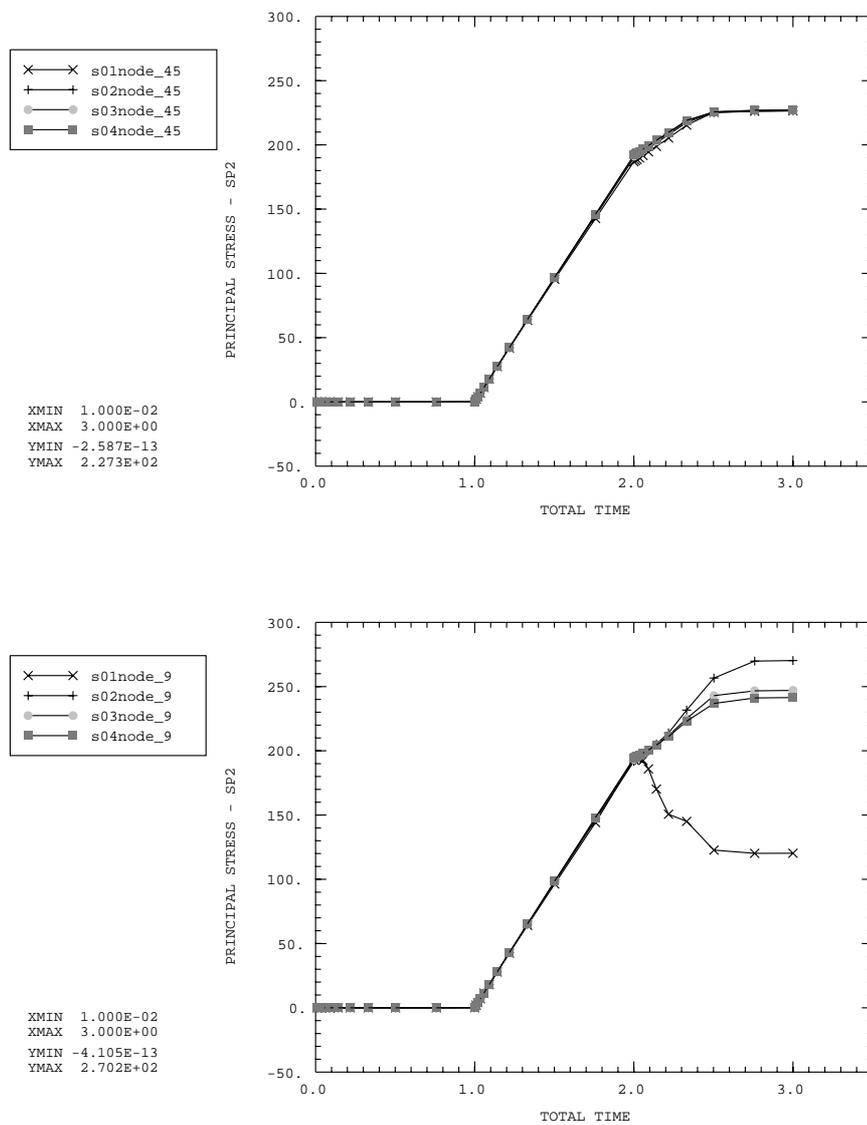


Abbildung 5.36: Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 45 und 9 in Abhängigkeit von unterschiedlichem Bolzenspiel  $s=0,1; 0,2; 0,3; 0,4$  mm;  $\mu = 0,3; g = 0,5; \sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e = 0$

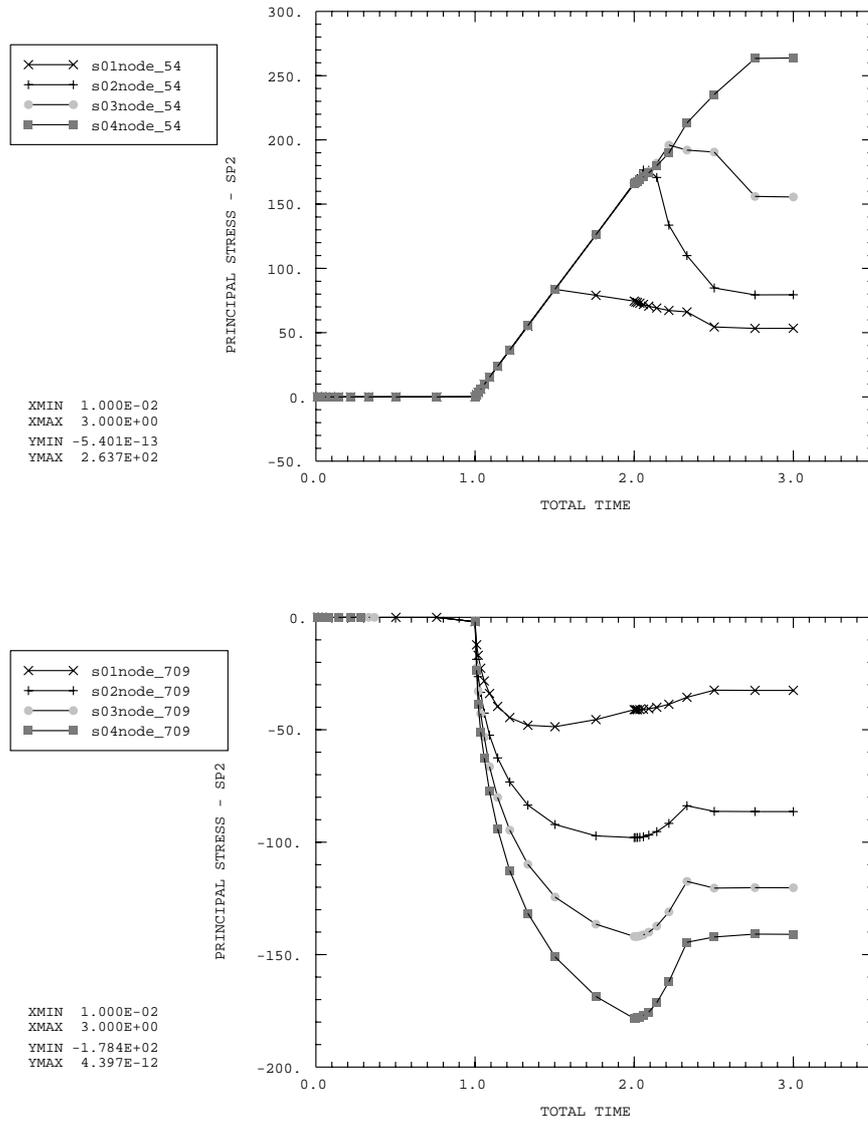


Abbildung 5.37: Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 54 und 709 in Abhängigkeit von unterschiedlichem Bolzenspiel 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $e = 0$

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 95

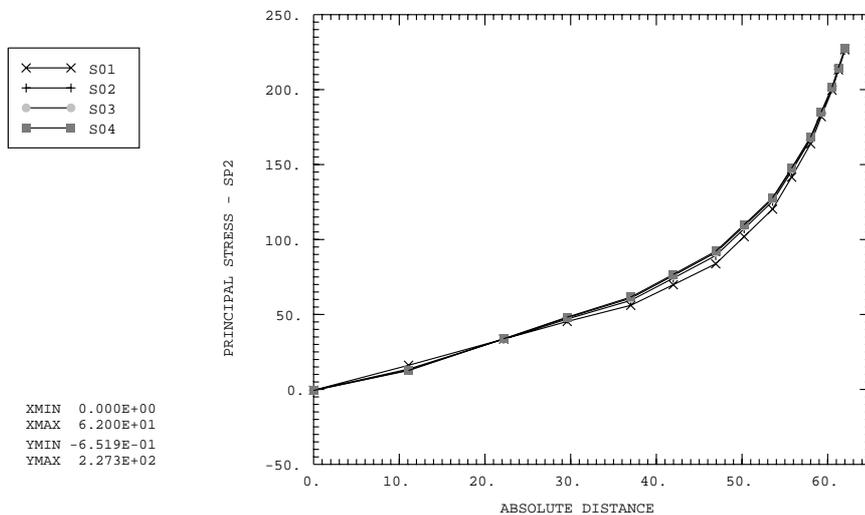


Abbildung 5.38: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 in Abhängigkeit von unterschiedlichem Bolzenspiel 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $e = 0$

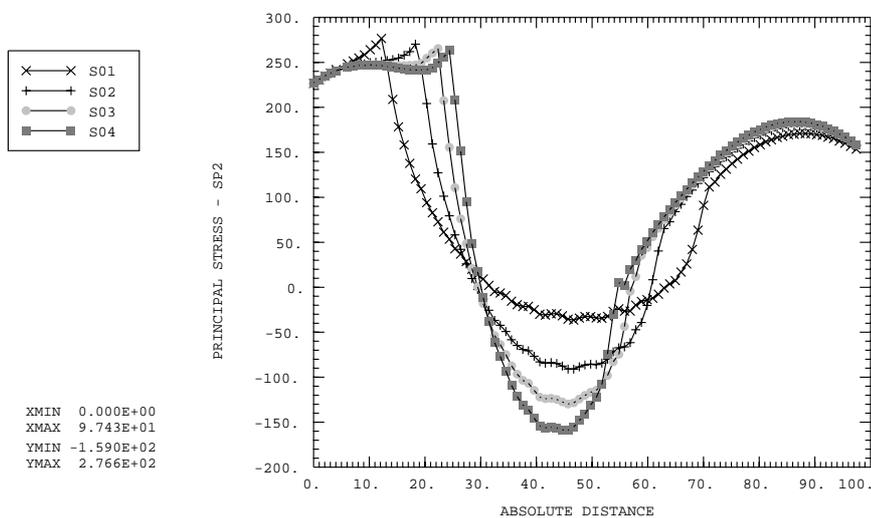


Abbildung 5.39: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 in Abhängigkeit von unterschiedlichem Bolzenspiel 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $e = 0$

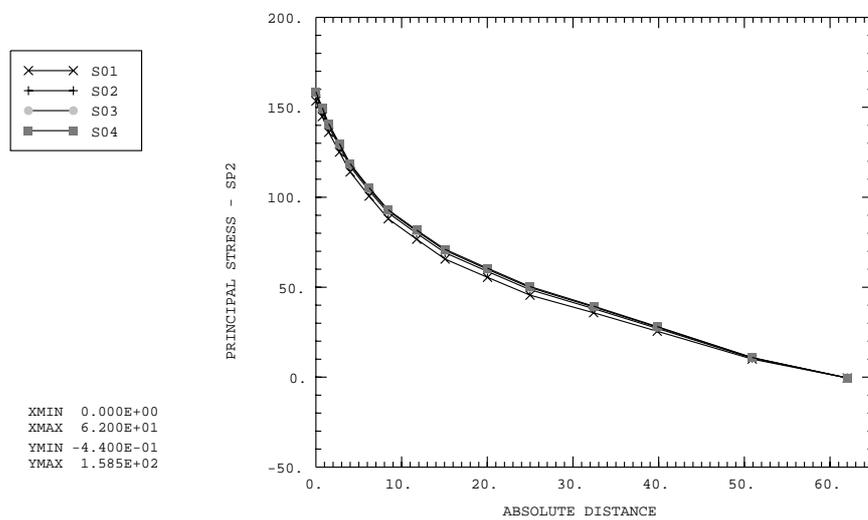


Abbildung 5.40: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 3 in Abhängigkeit von unterschiedlichem Bolzenspiel 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $e = 0$

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 97

### 5.2.2.2 Einfluß der Reibung

Tabelle 5.11 zeigt die Ergebnisse der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß verschiedener Reibungszahlen  $\mu$  bei gleichem Bolzenspiel 0,1 mm; Nennspannung 50 N/mm<sup>2</sup>. Die Ergebnisse zeigen, daß bei zunehmendem Reibungszahlen die Spannungen ansteigen (von Abb. 5.40 bis Abb. 5.45). Diese Steigerung ist wesentlich größer als ohne Drehung des Augenstabs. Die Hauptspannung der maximalen Zugspannung wächst von  $\mu = 0,0$  auf  $\mu = 0,3$  um 36 % an.

$\mu$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,0	199,1	203,3	203,3	108,9
0,1	211,6	217,8	217,8	108,9
0,2	225,9	244,0	242,3	108,9
0,3	244,4	277,1	276,6	108,9

Tabelle 5.11: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel in Abhängigkeit von der Reibungszahl, Bolzenspiel  $s=0,1$  mm;  $e=0$ ,  $g=0,5$ ;  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>, mit Drehung

Abb. 5.41 und Abb. 5.42 zeigt Hauptspannungen an den in Abb. 5.34 gekennzeichneten Knoten sowie in den Abb. 5.40, Abb. 5.43 bis Abb. 5.45 längs der in Abb. 5.35 gekennzeichneten Linien. Die Hauptspannung SP2 am Punkt 709 wird von der Reibungszahl wenig beeinflusst.

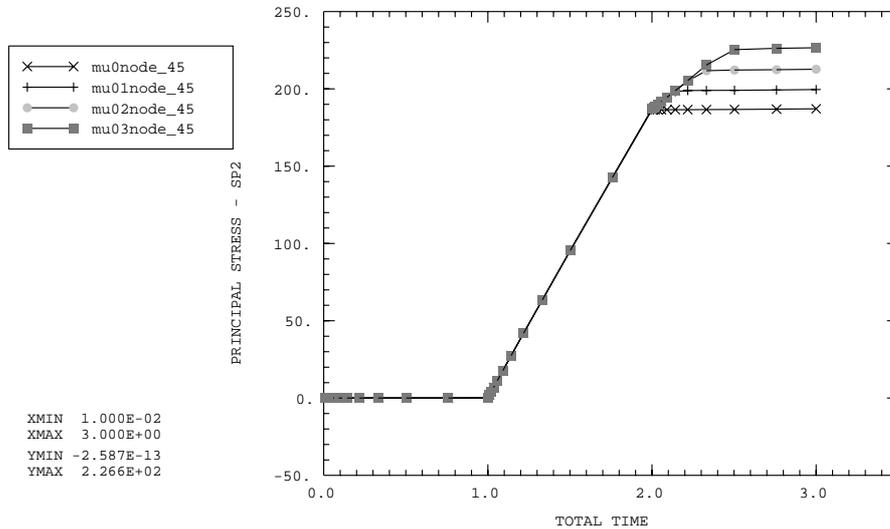


Abbildung 5.41: Hauptspannungen SP2 an den Knoten 45 bei unterschiedlichen Reibungszahlen  $\mu=0,0; 0,1; 0,2; 0,3$ ;  $s=0,1$  mm;  $e=0$ ,  $g=0,5$ ;  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>

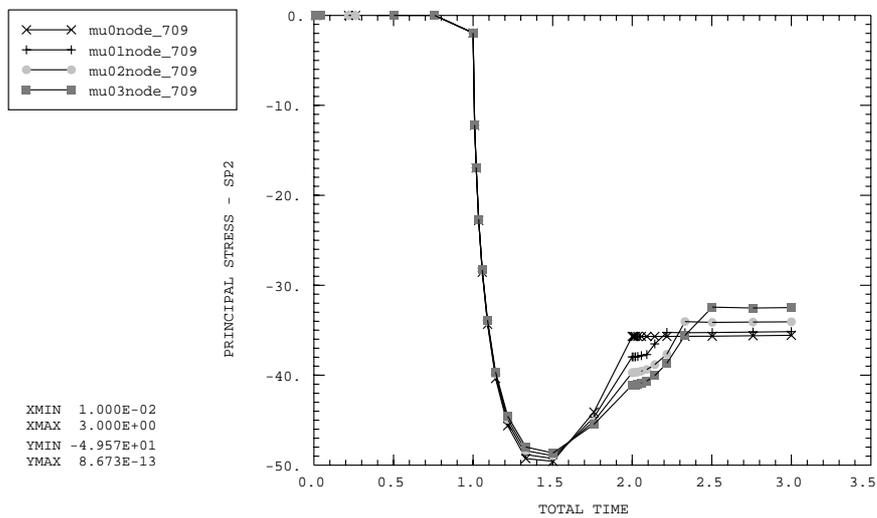


Abbildung 5.42: Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 709 bei unterschiedlichen Reibungszahlen  $\mu=0,0; 0,1; 0,2; 0,3$ ;  $s=0,1$  mm;  $e=0$ ,  $g=0,5$ ;  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 99

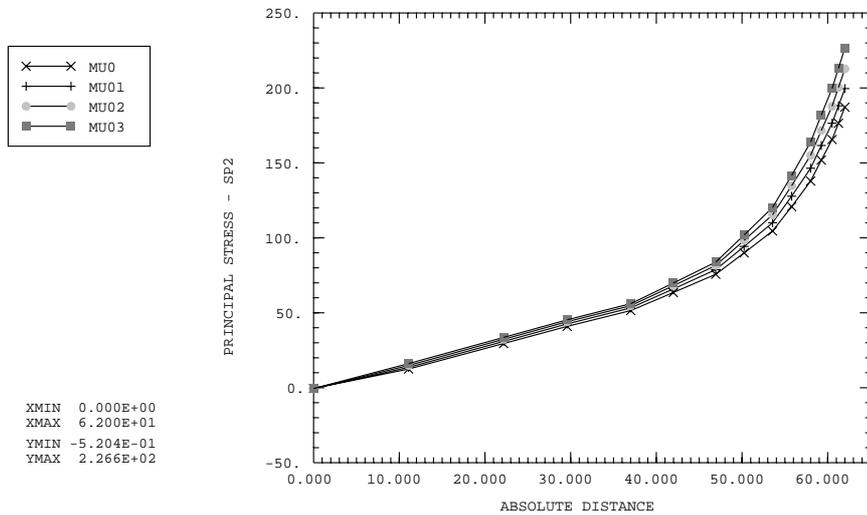


Abbildung 5.43: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 1 bei unterschiedlichen Reibungszahlen  $\mu=0,0; 0,1; 0,2; 0,3$ ;  $e=0$ ,  $s=0,1$  mm;  $g=0,5$ ;  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>

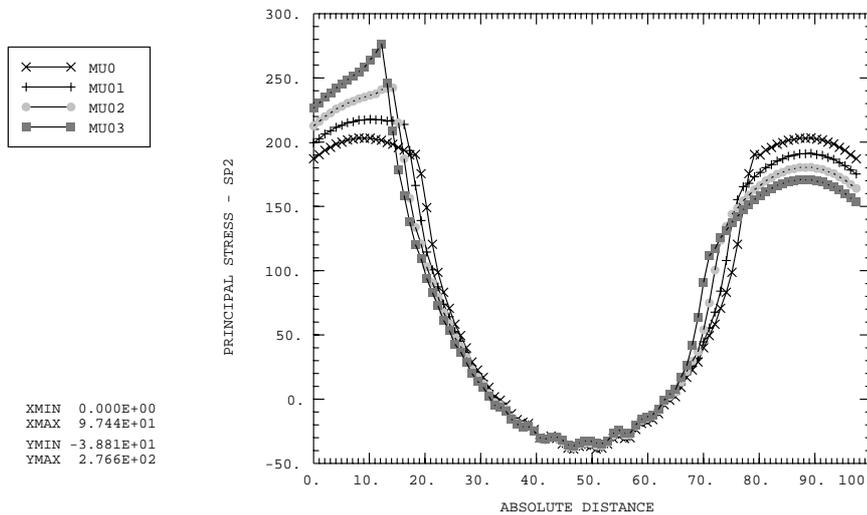


Abbildung 5.44: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 2 bei unterschiedlichen Reibungszahlen  $\mu=0,0; 0,1; 0,2; 0,3$ ;  $e=0$ ,  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>,  $s=0,1$  mm,  $g=0,5$

# Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation 100 der Augenstab-Bolzen-Verbindung

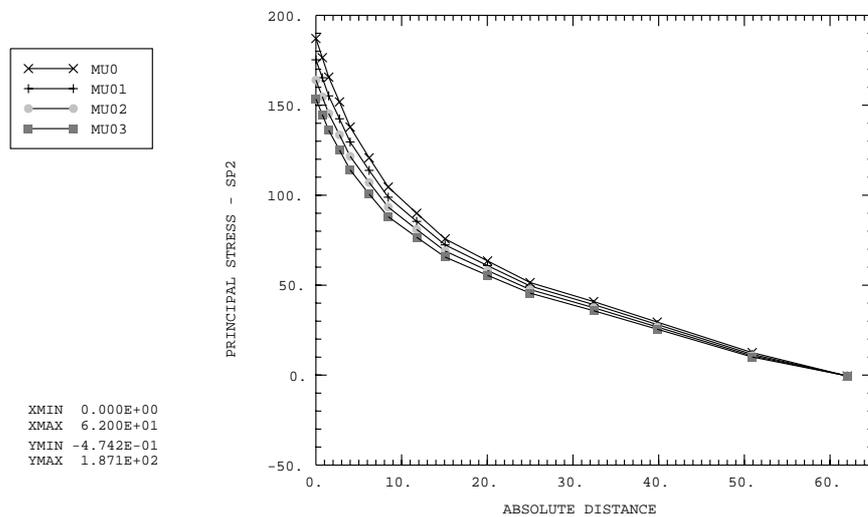


Abbildung 5.45: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 3 bei unterschiedlichen Reibungszahlen  $\mu=0,0; 0,1; 0,2; 0,3; e =0, \sigma_n =50 \text{ N/mm}^2, s =0,1 \text{ mm}; g =0,5$

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 101

### 5.2.2.3 Einfluß der Geometrie

Es wurden Augenstäbe (s. Abb. 5.46) mit den Geometrieverhältnissen  $g=0,3$  ( $R=57,6$  mm);  $0,5$  ( $R=93$  mm);  $0,7$  ( $R=175,6$  mm) für konstantes  $r=31$  mm bei einem Reibungszahl  $\mu=0,3$ ; Bolzenspiel  $0,1$  mm;  $e=0$  und der Nennspannung  $50$  N/mm<sup>2</sup> berechnet. Die Ergebnisse sind der Tabelle 5.12, Abb. 5.47 und Abb. 5.48 zu entnehmen. Die maximalen Spannungen wachsen von  $g=0,3$  auf  $0,7$  (109,2 %).

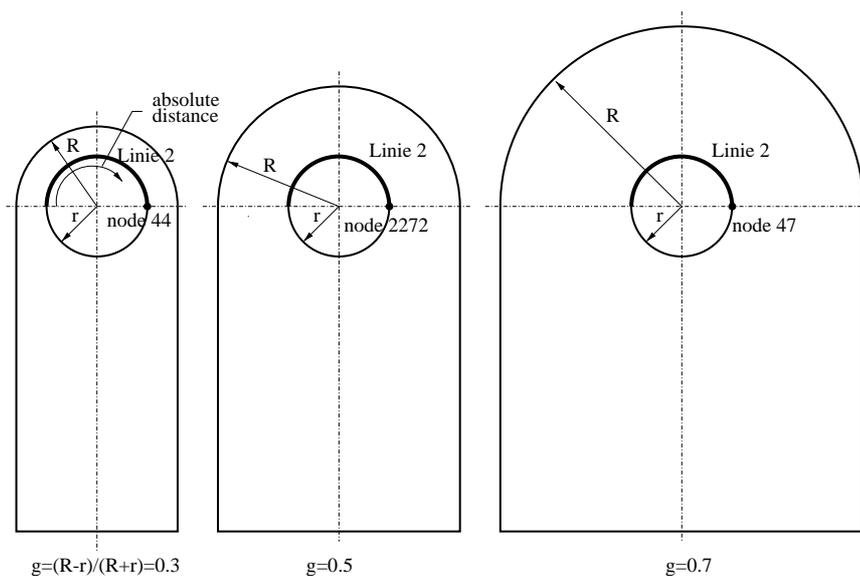


Abbildung 5.46: Betrachtete Knoten und Linien (Die Zeichnungen sind nicht maßstäblich)

$g$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,3	207,5	207,7	207,9	106
0,5	244,4	277,1	276,6	108,9
0,7	410,5	474,6	435,0	122,1

Tabelle 5.12: Die Ergebnisse von maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Geometrie,  $\mu=0,3$ ;  $s=0,1$  mm;  $e=0$ , Nennspannung  $50$  N/mm<sup>2</sup>, mit Drehung

## Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation 102 der Augenstab-Bolzen-Verbindung

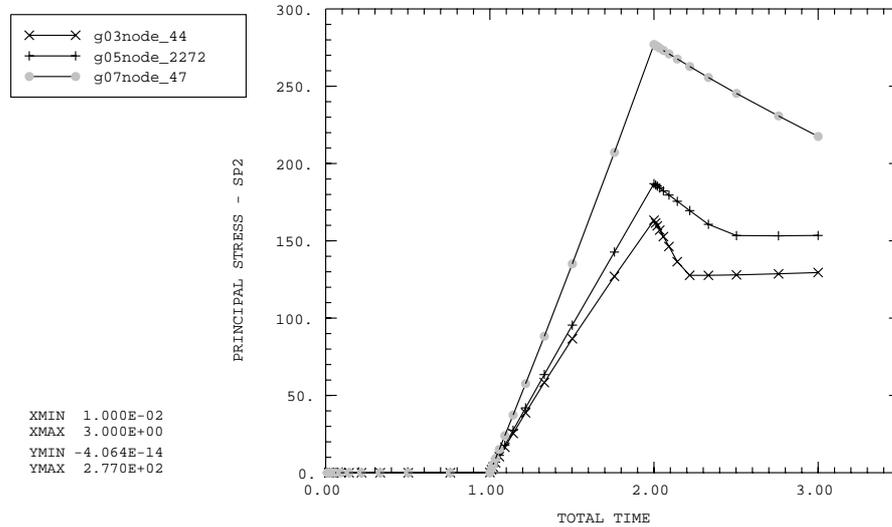


Abbildung 5.47: Vergleich der maximalen Hauptspannungen (am Knoten 44, 2272, 47) in Abhängigkeit vom Geometrieverhältnis  $g=0,3; 0,5; 0,7$ ;  $s=0,1$  mm;  $e=0$ ,  $\mu=0,3$ ;  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>

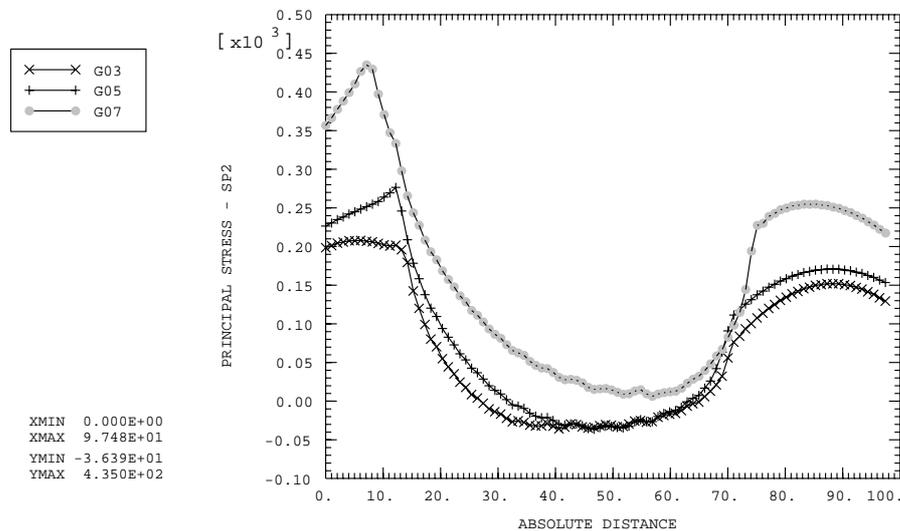


Abbildung 5.48: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 2 bei unterschiedlichem Geometrieverhältnis  $g=0,3; 0,5; 0,7$ ;  $s=0,1$  mm;  $e=0$ ,  $\mu=0,3$ ;  $\sigma_n=50$  N/mm<sup>2</sup>

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 103

Hier wurden Augenstäbe (s. Abb. 5.46) mit den Geometrieverhältnissen  $g = 0,3; 0,5; 0,7$  bei konstantem  $r = 31$  mm für einen Reibungszahl  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm und der gleichen Last  $F_1 = 6200$  N berechnet (verschiedene  $\sigma_n$ ). Die Ergebnisse (s. Tabelle 5.13, Abb. 5.49 und Abb. 5.50) zeigen eine Senkung der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel. Der Unterschied der Hauptspannung SP2 ist 108,3 %.

g	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,3	440,1	447,2	449,2	137,4
0,5	244,4	277,1	276,6	108,9
0,7	181,2	220,3	215,6	95,8

Tabelle 5.13: Die Ergebnisse von maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Geometrieverhältnis  $g=0,3; 0,5; 0,7$  mit gleicher Belastung  $F_1 = 6200$  N,  $s=0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $\mu = 0,3$

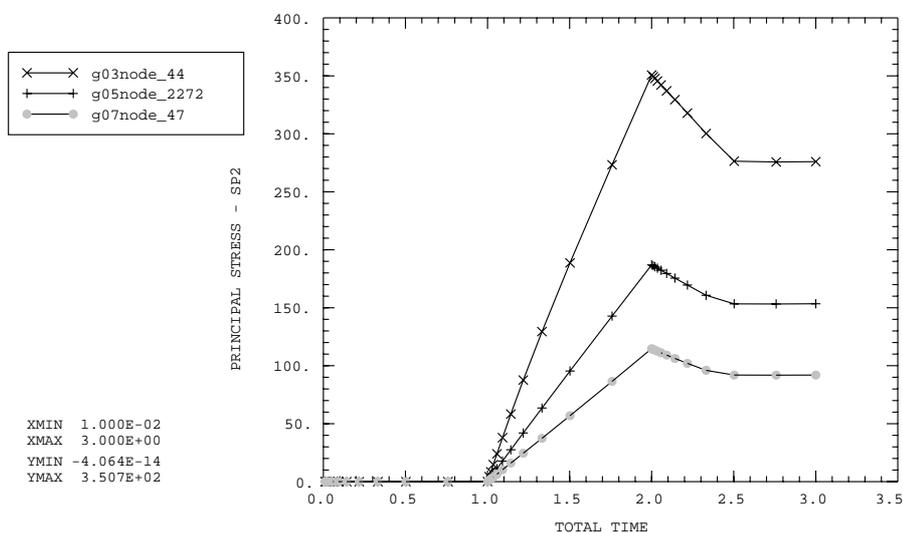


Abbildung 5.49: Vergleich der maximalen Hauptspannungen an den Knoten 44, 2272, 47 in Abhängigkeit vom Geometrieverhältnis  $g=0,3; 0,5; 0,7$ ;  $F_1 = 6200$  N,  $s=0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $\mu = 0,3$

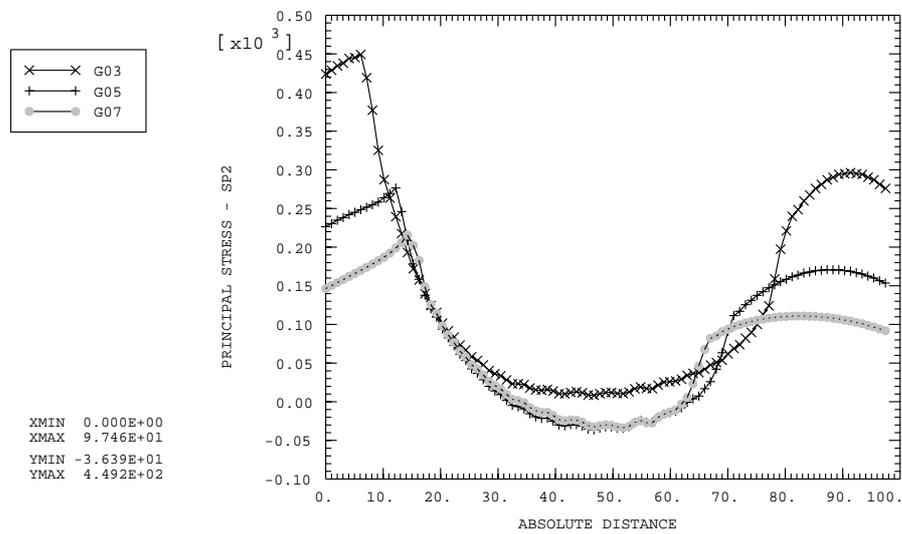


Abbildung 5.50: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 2 bei unterschiedlichen Geometrienverhältnis  $g=0,3; 0,5; 0,7$ ;  $F_1 = 6200$  N,  $s=0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $\mu = 0,3$

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 105

### 5.2.2.4 Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung

Es werden Augenstäbe (s. Abb. 5.51) mit den verschiedenen Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R = 1,0; 1,25; 1,5$  für  $\mu = 0,3; g = 0,5; s = 0,1$  mm und  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup> (entsprechend einer Last von 6200 N) berechnet.

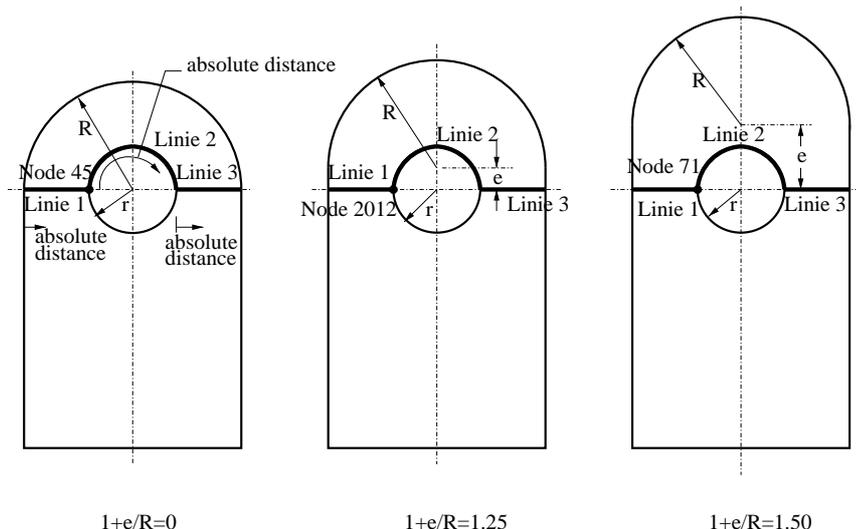


Abbildung 5.51: Augenstabformen (Die Zeichnungen sind nicht maßstäblich)

Die Ergebnisse (s. Tabelle 5.14, Abb. 5.52 bis Abb. 5.55) zeigen die Größe und den Verlauf der Spannungen und Kontaktwinkel. Allgemein sinken die maximalen Spannungen und Kontaktwinkel. Der Unterschied der Hauptspannung SP2 nimmt von  $1 + e/R = 1$  auf  $1 + e/R = 1,25$  um 10,3 %; von  $1 + e/R = 1$  auf  $1 + e/R = 1,5$  um 14,4 % ab. Im Kontaktbereich ist der Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung auf den Hauptspannungen SP2 gering (s. Abb. 5.54, Linie 2).

$1 + e/R$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
1,0	244,4	277,1	276,6	108,9
1,25	219,7	255,5	248,0	102,7
1,5	206,0	243,1	236,7	99,0

Tabelle 5.14: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung mit gleichen Lasten F1, Bolzenspiel 0,1 mm; Geometrie  $g = 0,5; \sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$

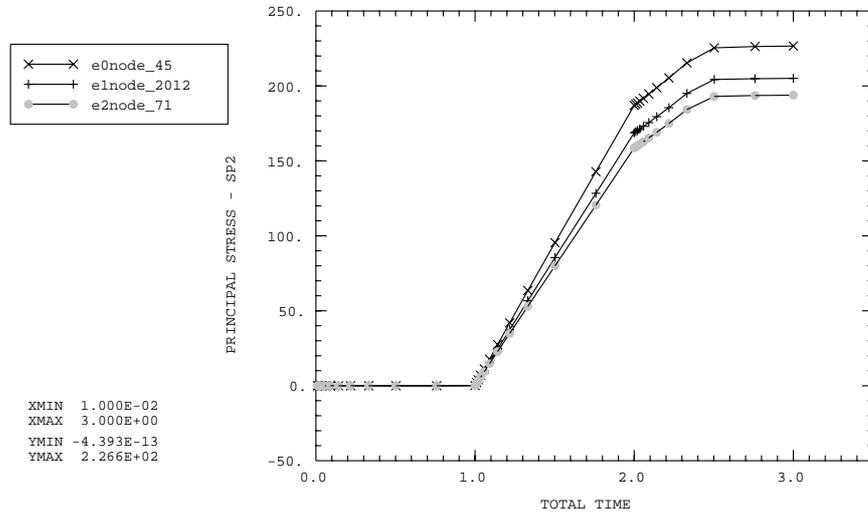


Abbildung 5.52: Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 45/2012/71 (am Rand des Wangenquerschnittes) in Abhängigkeit von der Kopfhöhenvergrößerung,  $g=0,5$ ;  $\sigma_n=50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s=0,1 \text{ mm}$ ;  $\mu=0,3$

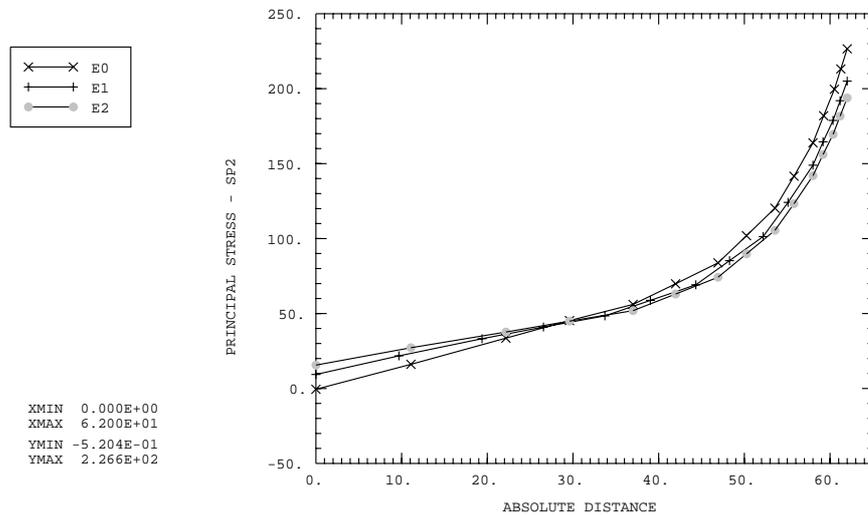


Abbildung 5.53: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in den Linie 1 in Abhängigkeit von der Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R$ ,  $g=0,5$ ;  $\sigma_n=50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s=0,1 \text{ mm}$ ;  $\mu=0,3$

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 107

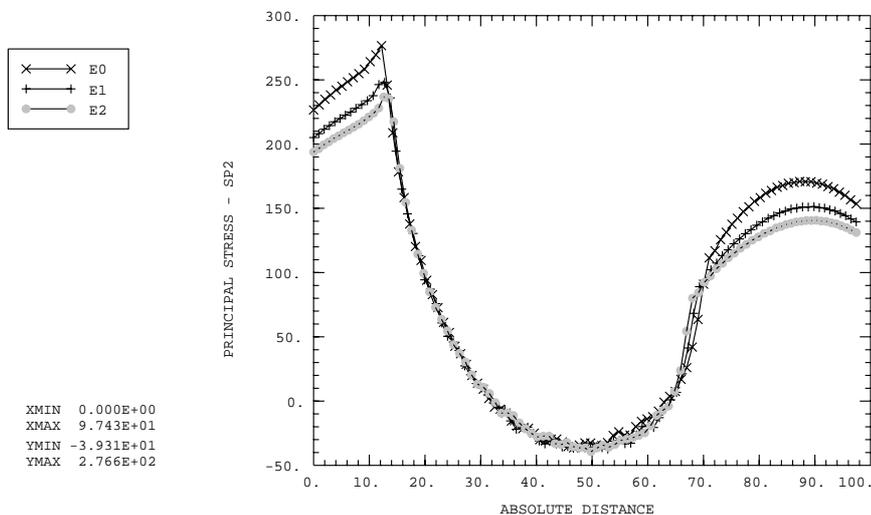


Abbildung 5.54: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in den Linie 2 in Abhängigkeit von der Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R$ ,  $g=0,5$ ;  $\sigma_n=50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s=0,1 \text{ mm}$ ;  $\mu=0,3$

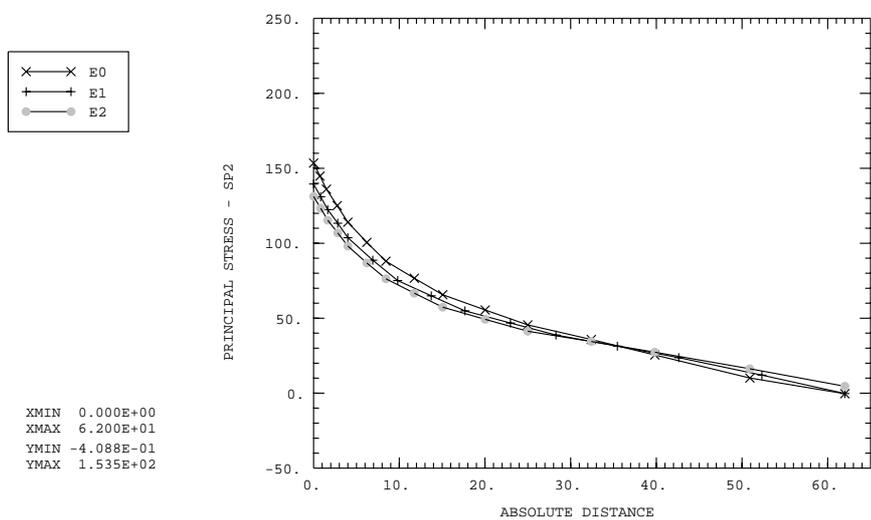


Abbildung 5.55: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in den Linien 3 in Abhängigkeit von der Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R$ ,  $g=0,5$ ;  $\sigma_n=50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s=0,1 \text{ mm}$ ;  $\mu=0,3$

5.2.2.5 Einfluß der Nennspannung

Um die Spannungen in Abhängigkeit von verschiedenen Nennspannungen (25, 50, 100 N/mm<sup>2</sup>) zu zeigen, wurde ein Augenstab mit  $g=0,5$  untersucht. Tabelle 5.15 zeigt die Ergebnisse der maximalen Spannungen und des Kontaktwinkels. Mit zunehmender Nennspannung um 300 % steigt die Hauptspannung SP2. Die Steigerung der Nennspannung von 25 auf 100 N/mm<sup>2</sup> vergrößert die Hauptspannung SP2 um 275,2 %.

$\sigma_n$ (N/mm <sup>2</sup> )	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	$\phi$ (Deg.)	max SP2 $\mu=0$
25	122,9	135,5	136,9	80,7	104,2
50	244,4	277,1	276,6	108,9	202,7
100	497,4	552,6	513,6	131,5	394,9

Tabelle 5.15: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Nennspannung,  $s = 0,1$  mm;  $\mu=0,3$ ;  $g=0,5$ ;  $e=0$ , Augenstabdrehung

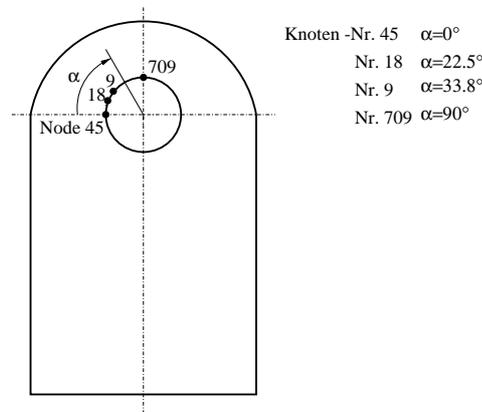


Abbildung 5.56: Betrachtete Knoten

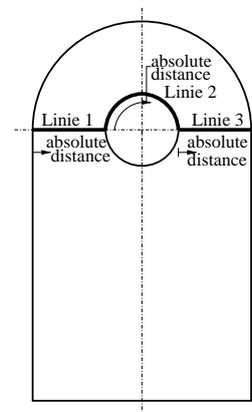


Abbildung 5.57: Betrachtete Linien

Die maximalen Hauptspannungen wachsen annähernd linear mit der Nennspannung, unabhängig von  $\mu$ . Der Kontaktwinkel  $\phi$  ist nur geringfügig von  $\mu$  beeinflusst (s. Tabelle 5.11).

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 109

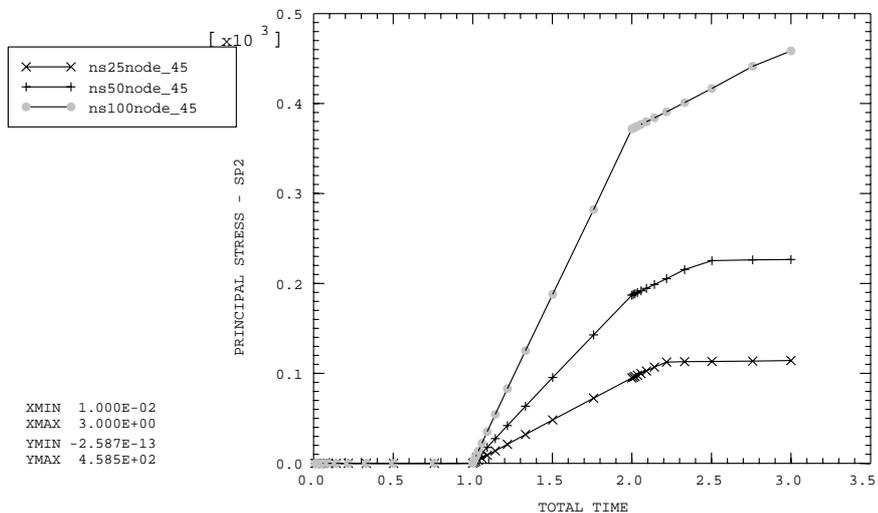


Abbildung 5.58: Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 45 in Abhängigkeit von den Nennspannungen 25, 50, 100 N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $e = 0$

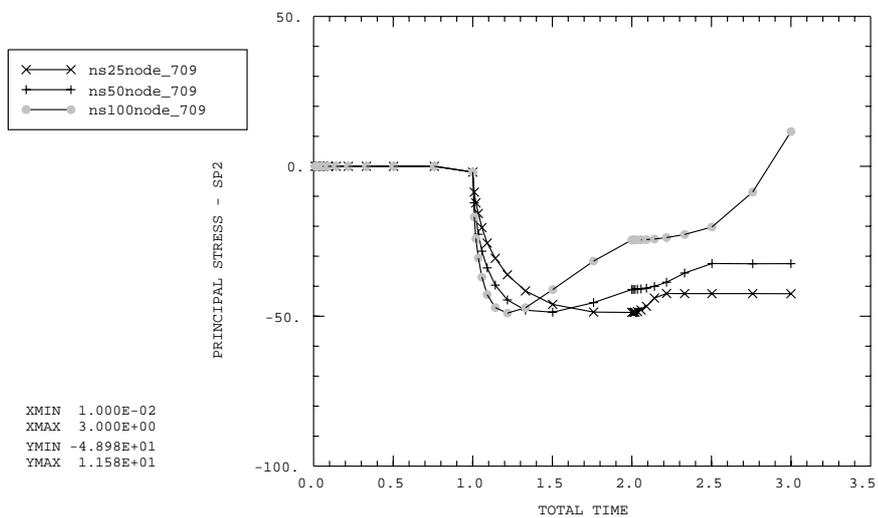


Abbildung 5.59: Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 709 in Abhängigkeit von den Nennspannungen 25, 50, 100 N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $e = 0$

# Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation 110 der Augenstab-Bolzen-Verbindung

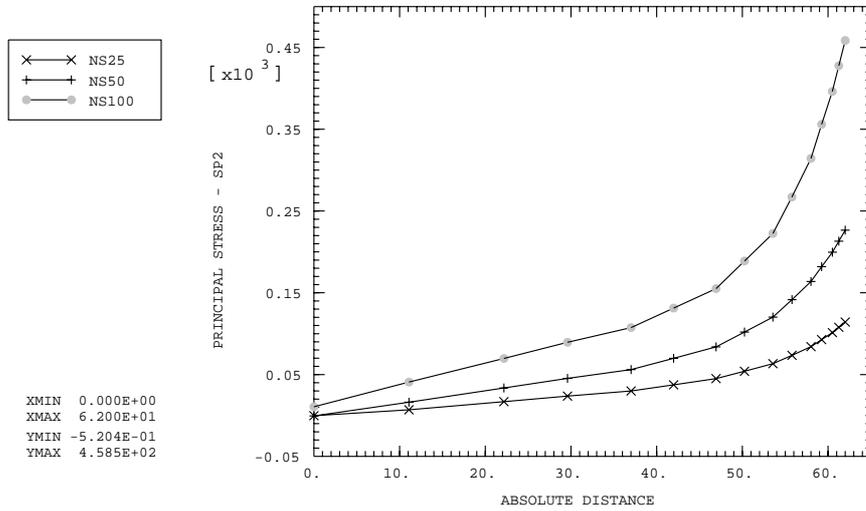


Abbildung 5.60: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 in Abhängigkeit von den Nennspannungen 25, 50, 100 N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $e = 0$

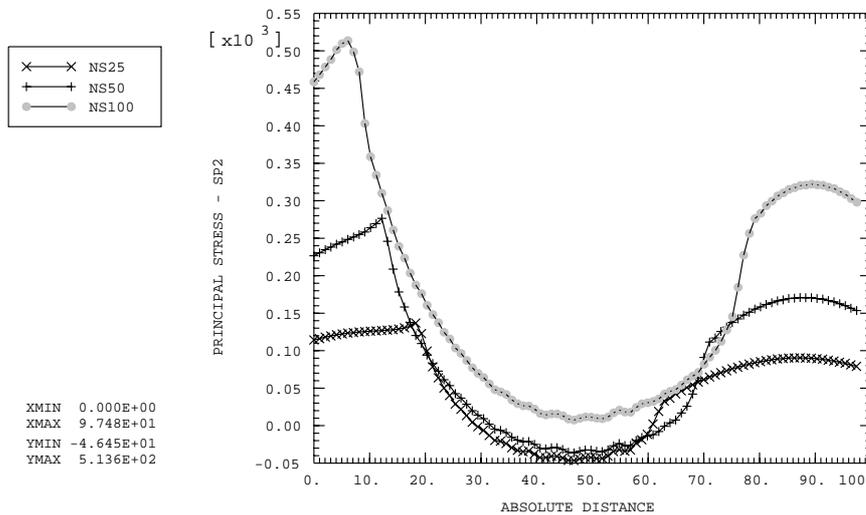


Abbildung 5.61: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 in Abhängigkeit von den Nennspannungen 25, 50, 100 N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $e = 0$

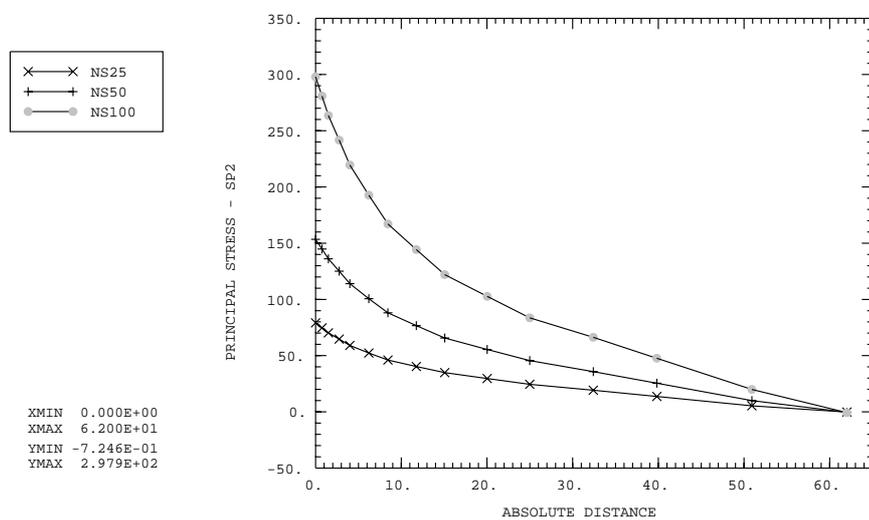


Abbildung 5.62: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 3 in Abhängigkeit von den Nennspannungen 25, 50, 100 N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $e = 0$

### 5.2.3 Vergleich der Modelle ohne/mit Gelenkdrehung gegen den Reibungswiderstand

Die Randbedingungen, Belastung und Form der verglichenen Modelle sind gleich. Die Rechenergebnisse zeigt die Tabelle 5.16. Ohne Reibungswiderstand ( $g=0,5$ ;  $\sigma_n=50 \text{ N/mm}^2$ ,  $\mu=0$ , Bolzenspiel  $0,1 \text{ mm}$ ;  $1 + e/R=1$ ) sind die maximalen Spannungen fast gleich geblieben (ohne und mit Drehung des Augenstabs), weil  $F_2 \approx 0$ . Mit dem Reibungszahl ( $\mu = 0,3$ ) zeigen die maximalen Spannungen den großen Unterschied von 36%. Dagegen ändert sich der Kontaktwinkel durch die Drehung des Augenstabs fast nicht. Die Zugkraft  $F_1$  allein bestimmt die Kontaktfläche, da  $F_2 \ll F_1$ .

Modell	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
Zug (F1, $\mu = 0$ )	199,1	202,6	202,7	108,7
Zug + Drehung (F1+F2, $\mu = 0$ )	195,1	203,3	203,3	108,9
Zug + Drehung (F1+F2, $\mu = 0,3$ )	244,4	277,1	276,6	108,9

Tabelle 5.16: Vergleich der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel ohne und mit Drehung des Augenstabs,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $g = 0,5$ ;  $e = 0$

Die Ergebnisse sind in Abb. 5.63 bis Abb. 5.65 längs der Linien nach Abb. 5.57 zu sehen. Die Gelenkdrehung gegen den Reibungswiderstand bewirkt außer der Spannungserhöhung eine geringe Verschiebung des SP2-Maximums zur Symmetrieachse des Augenstabes. Aus der Spannungsverteilung SP2 längs Linie 2 ist ersichtlich, daß die beiden Verteilungen für  $\mu = 0$  mit und ohne Drehung zusammen fallen.

## 5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 113

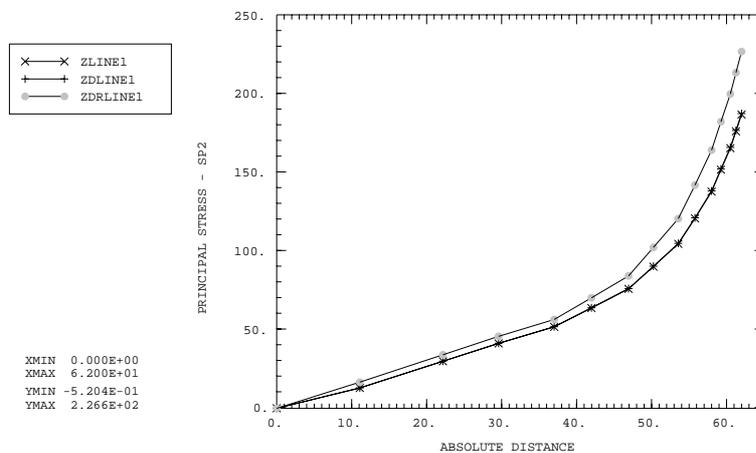


Abbildung 5.63: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 in Abhängigkeit von der Drehung (ZLINE=nur unter F1, ZDLINE=unter F1 und F2, ZDRLINE=unter F1 und F2 mit Reibung),  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $\mu = 0$ ,  $g = 0,5$ ;  $e = 0$

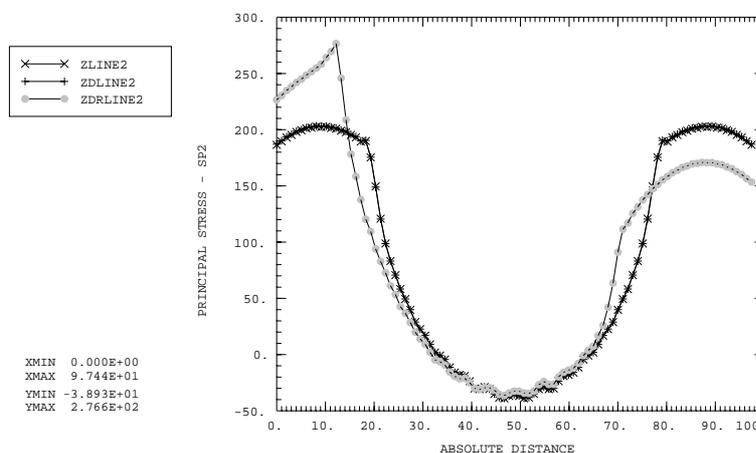


Abbildung 5.64: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 in Abhängigkeit von der Drehung (ZLINE=nur unter F1, ZDLINE=unter F1 und F2, ZDRLINE=unter F1 und F2 mit Reibung),  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $\mu = 0$ ,  $g = 0,5$ ;  $e = 0$

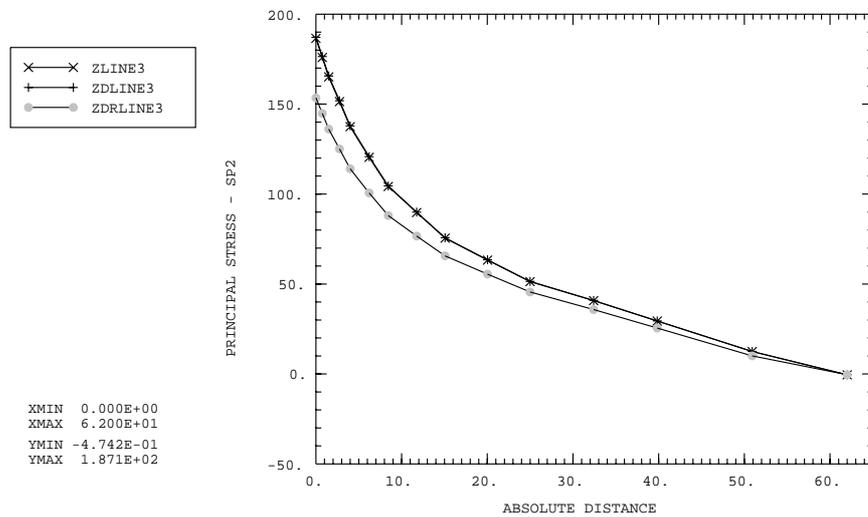


Abbildung 5.65: Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 3 in Abhängigkeit von der Drehung (ZLINE=nur unter F1, ZDLINE=unter F1 und F2, ZDRLINE=unter F1 und F2 mit Reibung),  $s = 0,1$  mm;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0$ ,  $g = 0,5$ ;  $e = 0$

### 5.2.4 Ergebnisse der parameterabhängigen Formzahlmittlung für den Augenstab mit Gelenkdrehung

Abb. 5.66 bis Abb. 5.69 zeigt die Formzahl  $\alpha$  als Funktion vom Geometrieverhältnis  $g = (R-r)/(R+r)$  in Abhängigkeit vom Bolzenspiel  $s$ , Nennspannung  $\sigma_n$ , Reibungszahl  $\mu$  und Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R$ .

Abb. 5.66 zeigt die Formzahl  $\alpha$  über dem Geometrieverhältnis  $g$  mit dem Bolzenspiel als Parameter.

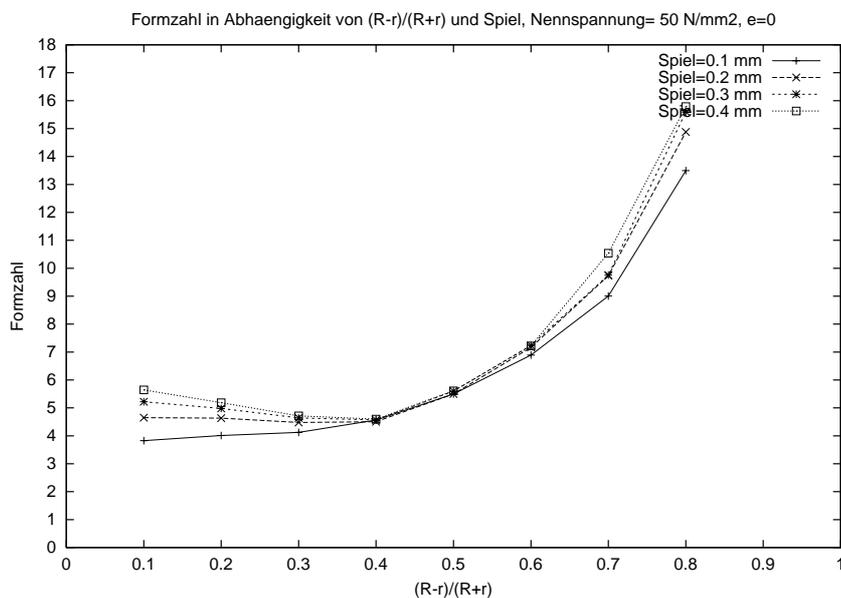


Abbildung 5.66: Formzahl in Abhängigkeit von  $g=(R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel als Parameter, Nennspannung  $50 \text{ N/mm}^2$ ,  $\mu=0,3$ ;  $e=0$

Abb. 5.67 zeigt die Formzahl über dem Geometrieverhältnis  $g$  mit der Nennspannung als Parameter. Für  $0,3 < g < 0,4$  ist die Formzahl ca. 4,5. Durch Vergleich der vier verschiedenen Kurven erkennt man, daß je kleiner die Nennspannung, desto größer die Formzahl.

Abb. 5.69 zeigt die drei Kurven für die beiden Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R=1,25$  und  $1 + e/R=1,5$  im Vergleich mit  $e=0$ . Wie zu erwarten, ist der Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung um so kleiner, je kleiner die Bolzenbohrung ist.

# Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation 116 der Augenstab-Bolzen-Verbindung

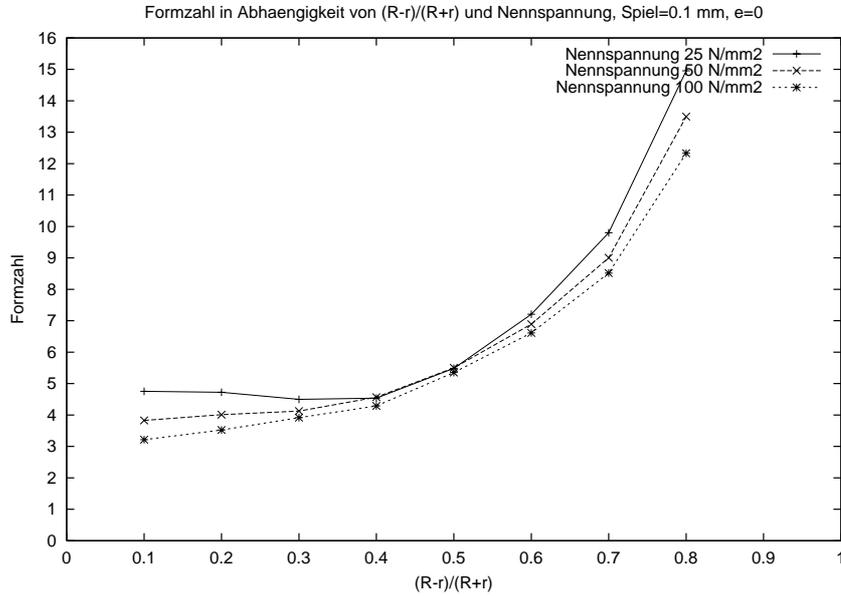


Abbildung 5.67: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Nennspannung als Parameter,  $s=0,1$  mm;  $\mu=0,3$ ;  $e = 0$

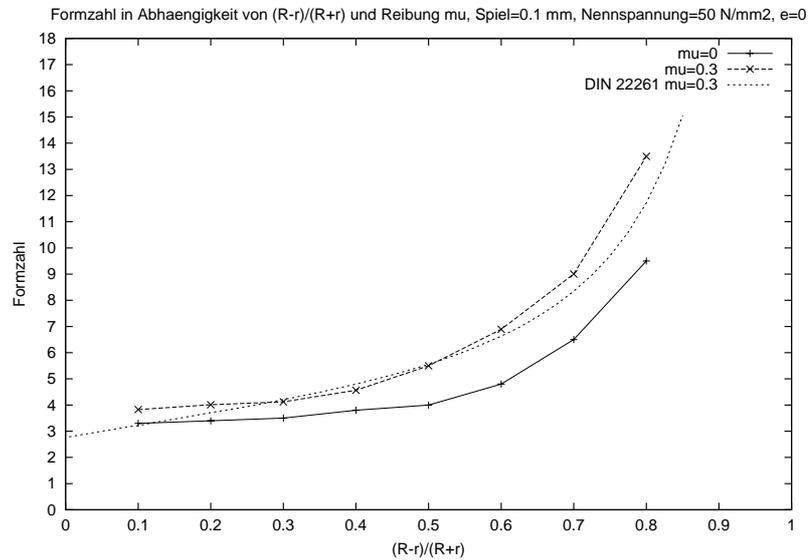


Abbildung 5.68: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Reibungszahl  $\mu$  als Parameter,  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$

5.2 Berechnung der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1 (a) mit Gelenkdrehung 117

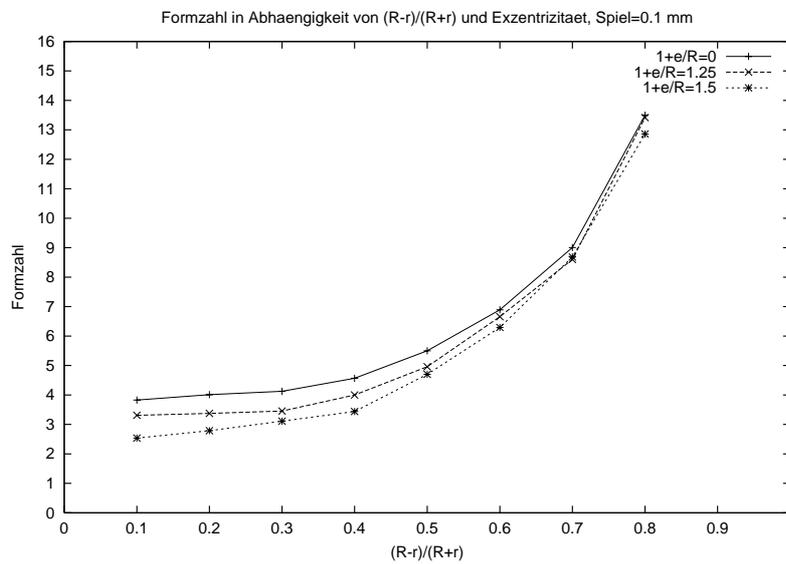


Abbildung 5.69: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R$  als Parameter,  $\mu=0,3$ ;  $s =0,1$  mm;  $\sigma_n =50$  N/mm<sup>2</sup>

## 5.3 Berechnung des Augenstabes gemäß Abb. 2.1 (b)

### 5.3.1 Modellierungsdetails und Ablauf der numerischen Berechnungen

Abb. 5.70 zeigt das mechanische Modell gemäß Abb. 2.1(b). Die Modelldaten sind:  $R = R_{u1} = R_{u2} = 81$  mm,  $r = 31$  mm,  $g = 0,446$ ;  $\beta = 135^\circ$ , Nennspannung von  $50$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0$ , Bolzenspiel  $0,1$  mm;  $e = e_u = 0$ .

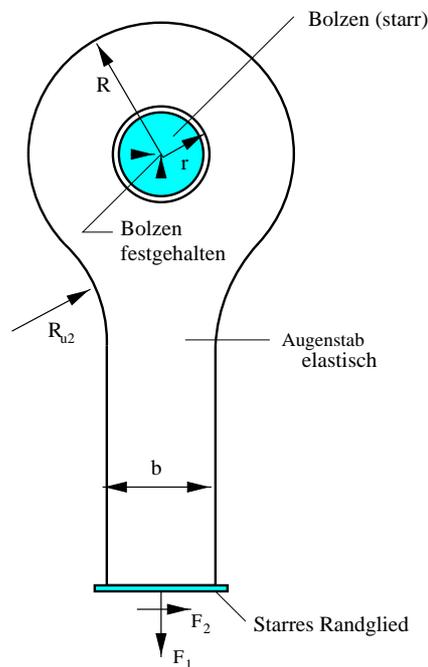


Abbildung 5.70: Untersuchtes Augenstabmodell,  $R = R_{u2} = 81$  mm,  $r = 31$  mm,  $g = 0,446$ ;  $\beta = 135^\circ$ , Schaftbreite  $b = 67,1$  mm;  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm

Abb. 5.71 zeigt die Hauptspannungsverteilungen SP2 für  $\mu = 0$ .

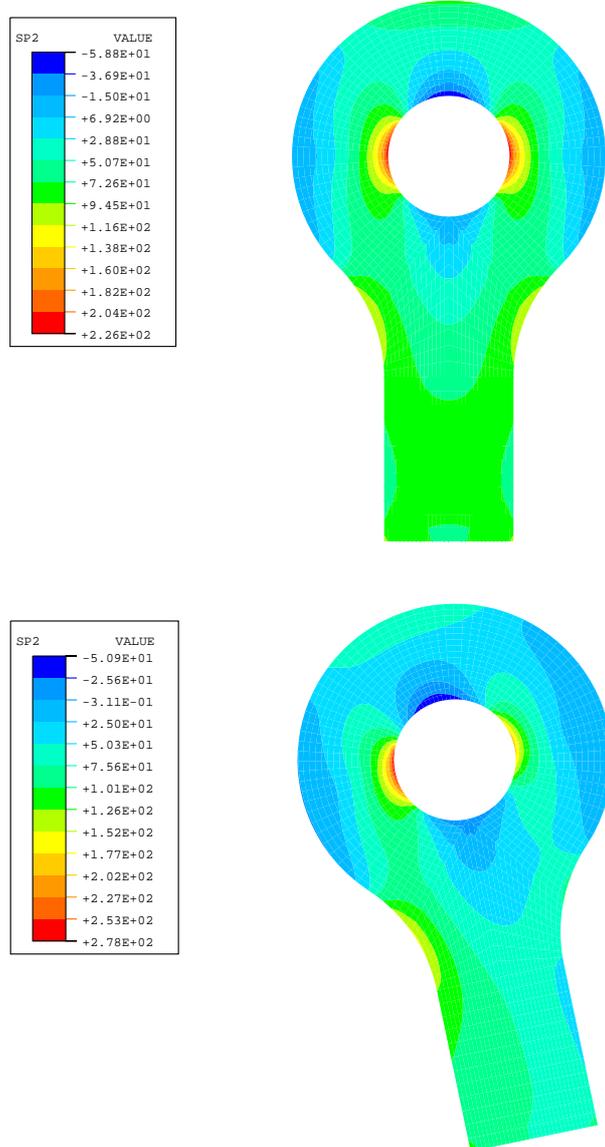


Abbildung 5.71: Spannungen SP2, vor (oberes Bild) und nach (unteres Bild) der Gelenkdrehung),  $\mu = 0$ ,  $g = 0,446$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $b = 67,1 \text{ mm}$

### 5.3.2 Numerische Ergebnisse

#### 5.3.2.1 Einfluß des Bolzenspiels

Tabelle 5.17 und Tabelle 5.18 zeigen die Ergebnisse für die Gelenkdrehung mit Nennspannung  $50 \text{ N/mm}^2$ , Reibungszahl  $\mu = 0$  bzw.  $\mu = 0,3$ ; Bolzenspiel  $0,1; 0,2; 0,3; 0,4 \text{ mm}$  ohne Kopfhöhenvergrößerung,  $R = 81 \text{ mm}$ ,  $\beta = 135^\circ$ ,  $e = 0$ , Schaftbreite  $b = 67,1 \text{ mm}$ . Die anderen Randbedingungen entsprechen Abschnitt 5.3.1. Der Zunahme der maximalen Hauptspannung SP2 von Bolzenspiel  $0,1 \text{ mm}$  zu  $0,4 \text{ mm}$  beträgt  $7,4 \%$  für  $\mu = 0$  und  $3,1 \%$  für  $\mu = 0,3$ .

Spiel $s$ (mm)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,1	225	217	226	120
0,2	235	227	236	90
0,3	239	231	240	68
0,4	240	233	242	60

Tabelle 5.17: Maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Bolzenspiels (ohne Gelenkdrehung) für  $\mu=0$ ,  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $g = 0,446$ ;  $b = 67,1 \text{ mm}$

Spiel (mm)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,1	278	267	278	116
0,2	279	271	281	86
0,3	281	273	284	63
0,4	283	275	286	56

Tabelle 5.18: Vergleich der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Bolzenspiels (mit Gelenkdrehung) für  $\mu=0,3$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $g = 0,446$ ;  $b = 67,1 \text{ mm}$ ;  $e = 0$

## 5.3.2.2 Einfluß der Reibung

Tabelle 5.19 zeigt die Ergebnisse für eine Nennspannung von  $50 \text{ N/mm}^2$ ,  $g=0,446$ ;  $e=0$ ,  $\beta = 135^\circ$ , Reibungszahl  $\mu= 0, 0,1; 0,2; 0,3$ ; Schaftbreite  $b=67,1 \text{ mm}$ ; Bolzenspiel  $s=0,1 \text{ mm}$  ohne Kopfhöhenvergrößerung und ohne Gelenkdrehung, Tabelle 5.20 mit Gelenkdrehung. Die anderen Randbedingungen sind wie im letzten Abschnitt. Die Zunahme der maximalen Hauptspannung SP2 infolge Reibungswiderstand beträgt  $0 \%$  ohne Drehung und  $23 \%$  mit Drehung.

$\mu$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0	225	217	226	120
0,1	225	217	226	120
0,2	225	217	226	120
0,3	225	217	226	120

Tabelle 5.19: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Reibungswiderstands für verschiedene Reibungszahlen  $\mu$  (ohne Drehung),  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $g=0,446$ ;  $s=0,1 \text{ mm}$ ,  $e=0$ ,  $\beta = 135^\circ$ ,  $b = 67,1 \text{ mm}$

$\mu$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,0	225	217	226	120
0,1	243	237	246	120
0,2	259	251	261	120
0,3	278	267	278	120

Tabelle 5.20: Vergleich der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Reibungswiderstandes für verschiedene Reibungszahlen  $\mu$  (mit Drehung),  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $g=0,446$ ;  $s=0,1 \text{ mm}$ ,  $e=0$ ,  $\beta = 135^\circ$ ,  $b = 67,1 \text{ mm}$

### 5.3.2.3 Einfluß der Geometrie

Tabelle 5.21 und Tabelle 5.22 zeigen die maximalen Spannungen ohne oder mit Gelenkdrehung mit einer Nennspannung von  $50 \text{ N/mm}^2$ , Bolzenspiel  $s = 0,1 \text{ mm}$ ,  $e = 0$  für  $\mu = 0$  und  $\mu = 0,3$  und  $g = 0,2$  (Schafthbreite  $b = 38,5 \text{ mm}$ );  $0,5$  ( $b = 77 \text{ mm}$ );  $0,7$  ( $b = 145,5 \text{ mm}$ ). Die anderen Randbedingungen sind die gleichen wie im letzten Abschnitt. Während bei  $g = 0,2$  die maximale Hauptspannung SP2 infolge Drehung um  $21,5 \%$  anwächst, beträgt die Zunahme bei  $g = 0,7$  infolge Drehung  $32,8 \%$ .

$g$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,2	222,4	216,4	223,3	135,2
0,5	229,1	224,1	230,1	120,2
0,7	330,4	345,6	356,4	135,2

Tabelle 5.21: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel für verschiedene Geometrien,  $\mu = 0$  (Augenstab ohne Drehung),  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ,  $e = 0$ ,  $\beta = 135^\circ$

$g$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,2	269,6	263,2	271,5	135,2
0,5	278,7	281,2	291,8	116,4
0,7	464,8	464,2	472,6	131,2

Tabelle 5.22: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Geometrie  $\mu = 0,3$  (Augenstab mit Drehung),  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ,  $e = 0$ ,  $\beta = 135^\circ$

## 5.3.2.4 Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung

Tabelle 5.23 und Tabelle 5.24 zeigen die maximalen Spannungen für eine Nennspannung von  $50 \text{ N/mm}^2$ ,  $g=0,446$ ;  $b=100 \text{ mm}$ ,  $r=31 \text{ mm}$ ,  $R=R_{u1}=81 \text{ mm}$ ,  $R_{u2}=25 \text{ mm}$ , Bolzenspiel  $0,1 \text{ mm}$  und Kopfhöhenvergrößerung  $1+e/R=1, 1,05; 1,1$ . Die anderen Randbedingungen sind die gleichen wie im letzten Abschnitt. Die Verringerung der Zughauptspannung SP2 infolge einer Kopfhöhenvergrößerung auf  $1+e/R=1,1$  beträgt  $5,5 \%$  ohne Drehung und  $5,3 \%$  mit Drehung.

$1+e/R$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
1	186,6	184,5	188,3	123,9
1,05	182,0	179,3	183,0	121,2
1,1	178,4	175,0	178,5	117,8

Tabelle 5.23: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung ohne Drehung,  $\mu=0$ ,  $\sigma_n=50 \text{ N/mm}^2$ ,  $g=0,446$ ;  $s=0,1 \text{ mm}$ ,  $\beta=135^\circ$ ,  $b=100 \text{ mm}$

$1+e/R$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
1	221,9	218,1	222,5	118,3
1,05	215,4	212,2	216,4	118,1
1,1	211,2	207,0	211,3	117,8

Tabelle 5.24: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung mit Drehung,  $\mu=0,3$ ;  $\sigma_n=50 \text{ N/mm}^2$ ,  $g=0,446$ ;  $s=0,1 \text{ mm}$ ,  $\beta=135^\circ$ ,  $b=100 \text{ mm}$

### 5.3.2.5 Einfluß der Nennspannung

Tabelle 5.25 und Tabelle 5.26 zeigen maximale Spannungen für Nennspannungen von 25, 50, 100 N/mm<sup>2</sup>, Reibungszahl  $\mu = 0$  und  $\mu = 0,3$ ;  $g=0,446$ ; Bolzenspiel 0,1 mm und  $e = 0$ ,  $b = 100$  mm. Die anderen Randbedingungen sind die gleichen wie im letzten Abschnitt. Die Vergrößerung der maximalen Hauptspannung SP2 infolge Drehung beträgt für  $\sigma_n=25$  N/mm<sup>2</sup> 17,4 % und für  $\sigma_n=100$  N/mm<sup>2</sup> 15,6 %. Durch den Vergleich Tab. 5.26 mit Tab. 5.15 ergibt max. SP2 deutlich kleiner als bei Form a im Abb. 2.1.

$\sigma_n$ (N/mm <sup>2</sup> )	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
25	97,5	96,5	98,5	90,1
50	186,6	184,5	188,3	123,9
100	357,9	351,8	358,7	146,5

Tabelle 5.25: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel für verschiedene Nennspannungen (Augenstab ohne Drehung),  $g=0,446$ ;  $s = 0,1$  mm,  $e=0$ ,  $\beta = 135^\circ$ ,  $b = 100$  mm

$\sigma_n$ (N/mm <sup>2</sup> )	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
25	115,4	113,2	115,6	90,1
50	221,9	218,1	222,5	118,3
100	414,5	406,1	414,6	146,5

Tabelle 5.26: Vergleich der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel für verschiedene Nennspannungen (Augenstab mit Drehung),  $g=0,446$ ;  $s = 0,1$  mm,  $e=0$ ,  $\beta = 135^\circ$ ,  $b = 100$  mm

### 5.3.3 Ergebnisse der Formzahlermittlung

Für die Formzahlermittlung werden drei verschiedene Geometrien  $g = 0,2$  (Schaftbreite  $b = 38,5$  mm);  $0,5$  ( $b = 77$  mm);  $0,7$  ( $b = 145,5$  mm) untersucht. Die Modelldaten sind:  $r = 31$  mm,  $\beta = 135^\circ$ , Nennspannung  $50$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0,3$ ; Bolzenspiel  $0,1$  mm bis  $0,4$  mm,  $e = e_u = 0$ ,  $R = 46,5; 93; 175,67$  mm. Abb. 5.72 bis Abb. 5.74 zeigt die Ergebnisse der Hauptspannungen SP2.

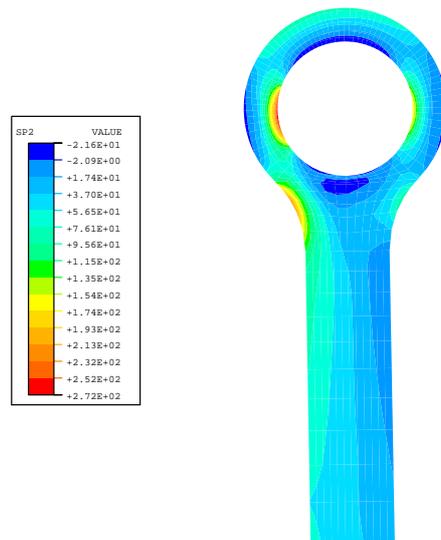


Abbildung 5.72: Spannungen SP2 nach der Drehung, Geometrieverhältnis  $g=0,2$ ;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $b = 38,5$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm;  $\beta = 135^\circ$

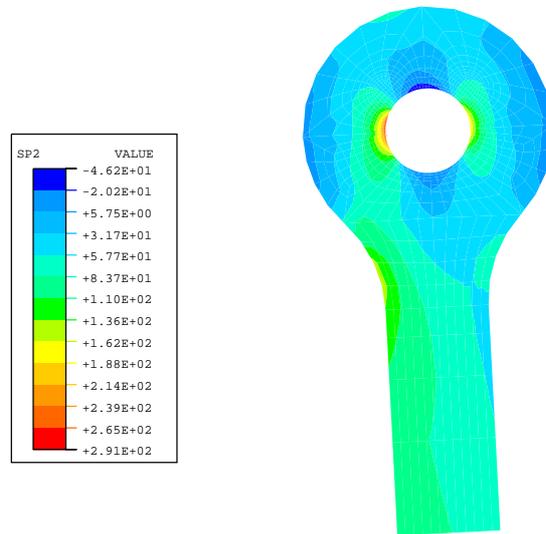


Abbildung 5.73: Spannungen SP2 nach der Drehung, Geometrieverhältnis  $g=0,5$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $b = 77 \text{ mm}$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1 \text{ mm}$ ,  $\beta = 135^\circ$

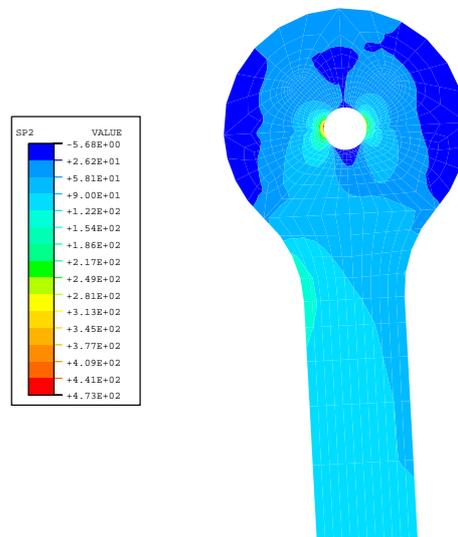


Abbildung 5.74: Spannungen SP2 nach der Drehung, Geometrieverhältnis  $g=0,7$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $b = 145,5 \text{ mm}$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1 \text{ mm}$ ,  $\beta = 135^\circ$

Abb. 5.75 bis Abb. 5.80 zeigt die Formzahl in Abhängigkeit vom Geometrieverhältnis  $g=(R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel  $s$ , Nennspannung  $\sigma_n$ , und Reibungszahl  $\mu$ .

Wenn die Modelle nur unter die Zugkraft  $F_1$  belastet werden (ohne Gelenkdrehung), gibt es folgende Ergebnisse:

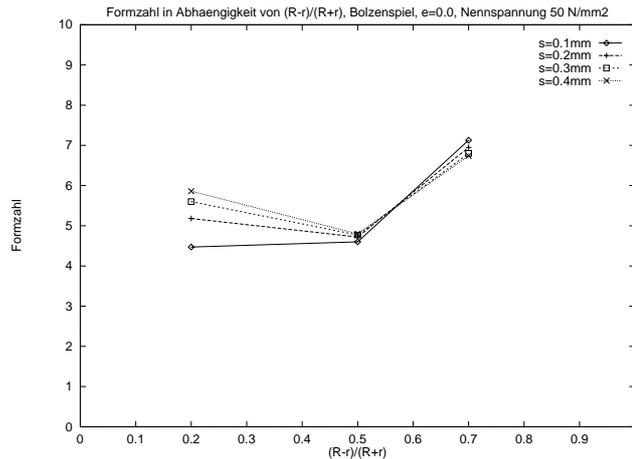


Abbildung 5.75: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel  $s$  als Parameter,  $\mu=0,3$ ;  $\sigma_n=50 \text{ N/mm}^2$ ,  $e=0$ , ohne Gelenkdrehung

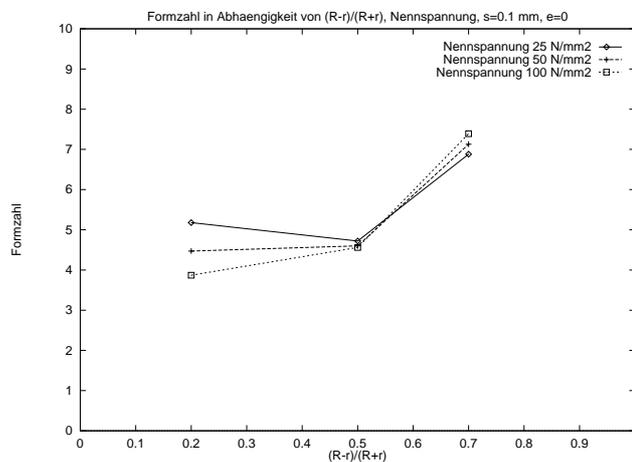


Abbildung 5.76: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R-r)/(R+r)$ , Nennspannung als Parameter,  $\mu=0,3$ ;  $s=0,1 \text{ mm}$ ;  $e=0$ , ohne Gelenkdrehung

## Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation der Augenstab-Bolzen-Verbindung

128

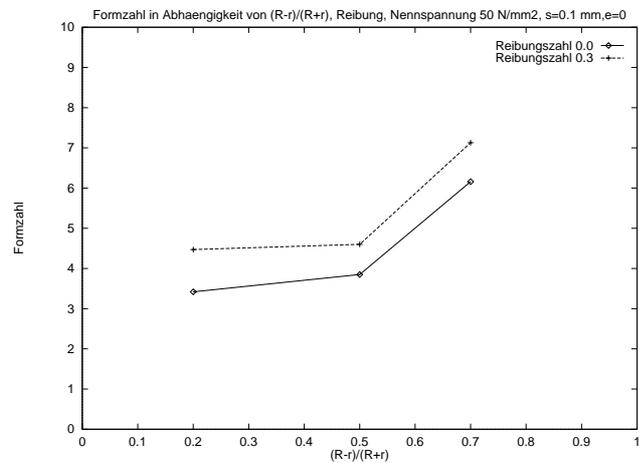


Abbildung 5.77: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R-r)/(R+r)$ , Reibungszahl  $\mu$  als Parameter,  $s = 0,1$  mm;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e = 0$ , ohne Gelenkdrehung

Wenn die Modelle unter die Zugkraft  $F_1$  und Drehkraft  $F_2$  belastet werden (mit Gelenkdrehung), gibt es folgende Ergebnisse:

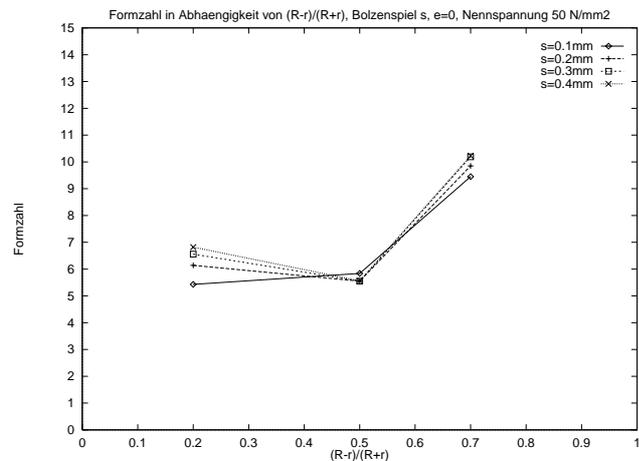


Abbildung 5.78: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel  $s$  als Parameter,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e = 0$ ,  $\mu = 0,3$ ; mit Gelenkdrehung

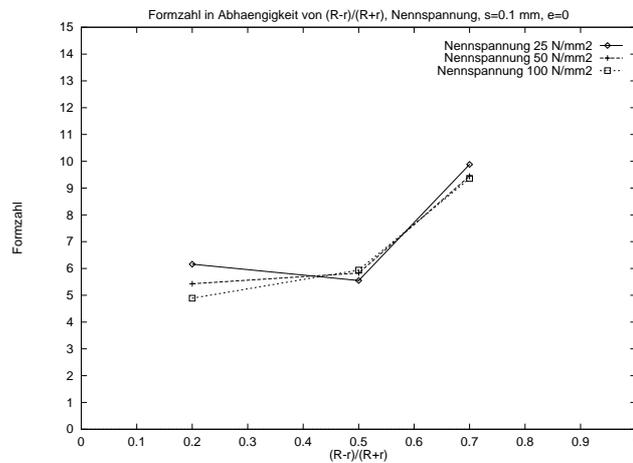


Abbildung 5.79: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$ , Nennspannung als Parameter,  $\mu=0,3$ ;  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm; mit Gelenkdrehung

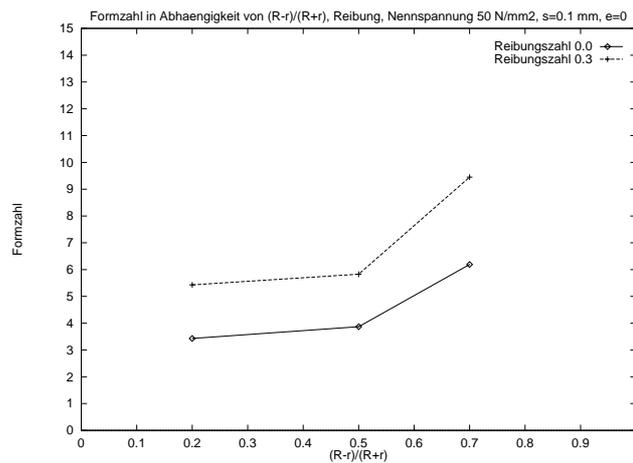


Abbildung 5.80: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Reibung als Parameter,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm; mit Gelenkdrehung

### 5.3.4 Vergleich der Modelle in der Abb. 2.1(a) und (b)

Tabelle 5.27 zeigt den Vergleich der Ergebnisse der Modelle Abb.2.1(a) und (b). Für das Modell 2.1(a) gelten für  $R$ ,  $r$ ,  $g$ ,  $s$  und  $\mu$  auch die Werte von Abschnitt 5.3.1.

Erwartungsgemäß sind die Spannungen für Modell (b) deutlich höher als für Modell (a). Der Unterschied der maximalen Hauptspannung SP2 beträgt nur für Zug ohne Drehung 17 % und für Zug mit Drehung 8 %.

Modell (a)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel (Deg.)
Zug ( $\mu = 0,3$ )	187	191	194	107
Zug + Drehung ( $\mu = 0,3$ )	250	251	257	107
Modell (b)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel (Deg.)
Zug ( $\mu = 0,3$ )	225	217	226	120
Zug + Drehung ( $\mu = 0,3$ )	278	267	278	120

Tabelle 5.27: Vergleich der maximalen Spannungen der verschiedenen Modelle gemäß Abb.2.1(a) und (b),  $g = 0,446$ ;  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$ ,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>

## 5.4 Berechnung des Augenstabes gemäß Abb. 2.1 (c)

### 5.4.1 Modellierungsdetails und Ablauf der numerischen Berechnungen

Abb. 5.81 zeigt das untersuchte Modell. Die Randbedingungen, Belastungen und Ablauf der Berechnungen sind die gleichen wie im Abschnitt 5.3 (Nur die Form ist eine andere). Für diesen Fall wird  $\sigma_n$  so definiert wie bei Form a) und Form b), obwohl hier die Fläche  $c \cdot t$  nicht rechtwinklig zu Krafrichtung von  $F_1$  steht.  $\sigma_n = F_1 / (2 \cdot t \cdot (R - r))$ .

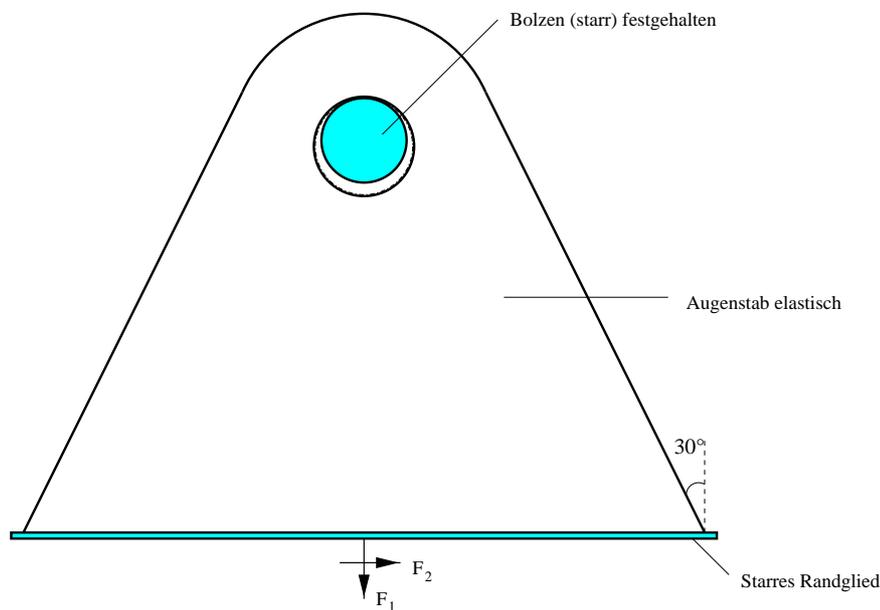


Abbildung 5.81: Untersuchtes Modell

Abb. 5.82 und Abb. 5.83 zeigen die Verteilung der Spannungen im Augenstab vor und nach Drehung für die Randbedingungen  $\beta = 30^\circ$ ,  $g = 0,446$ ;  $R = 81$  mm,  $r = 31$  mm,  $s = 0,1$  mm;  $F_1 = 6200$  N ohne und mit  $F_2 = 500$  N.

# Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation 132 der Augenstab-Bolzen-Verbindung

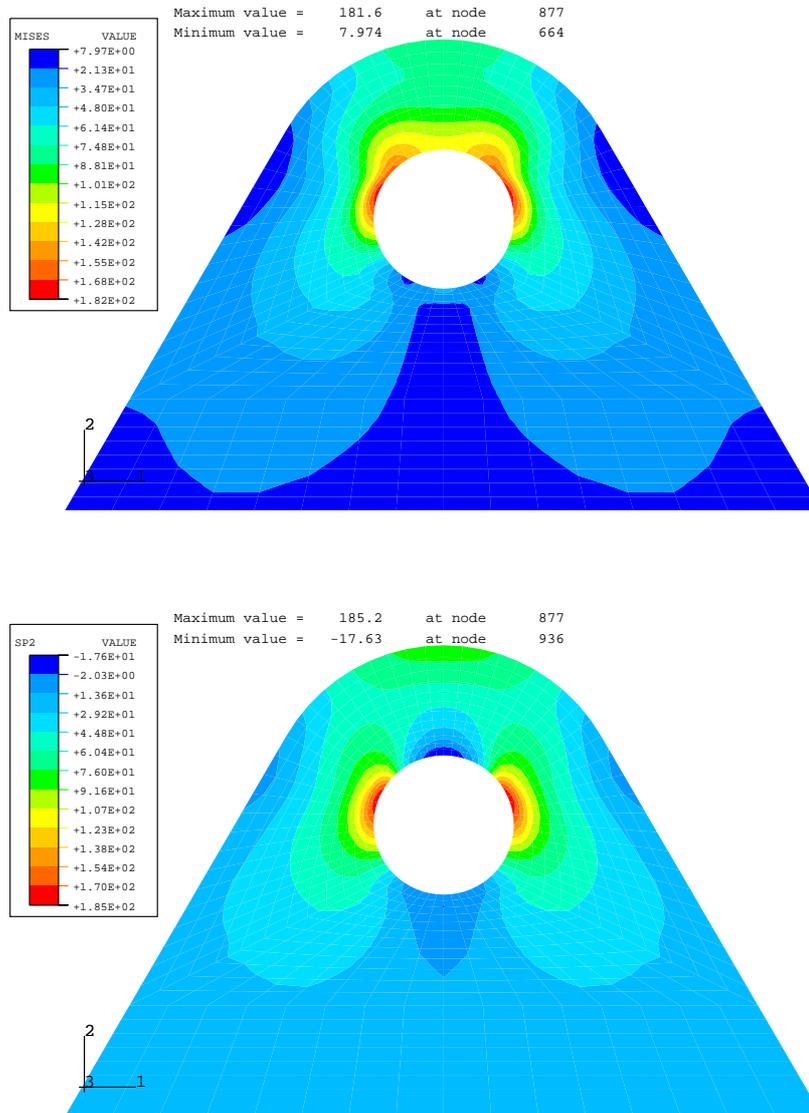


Abbildung 5.82: Vergleichspannungen SV und Hauptspannung SP2 vor der Gelenkdrehung,  $g = 0,446$ ;  $r = 31$  mm,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $\beta = 30^\circ$

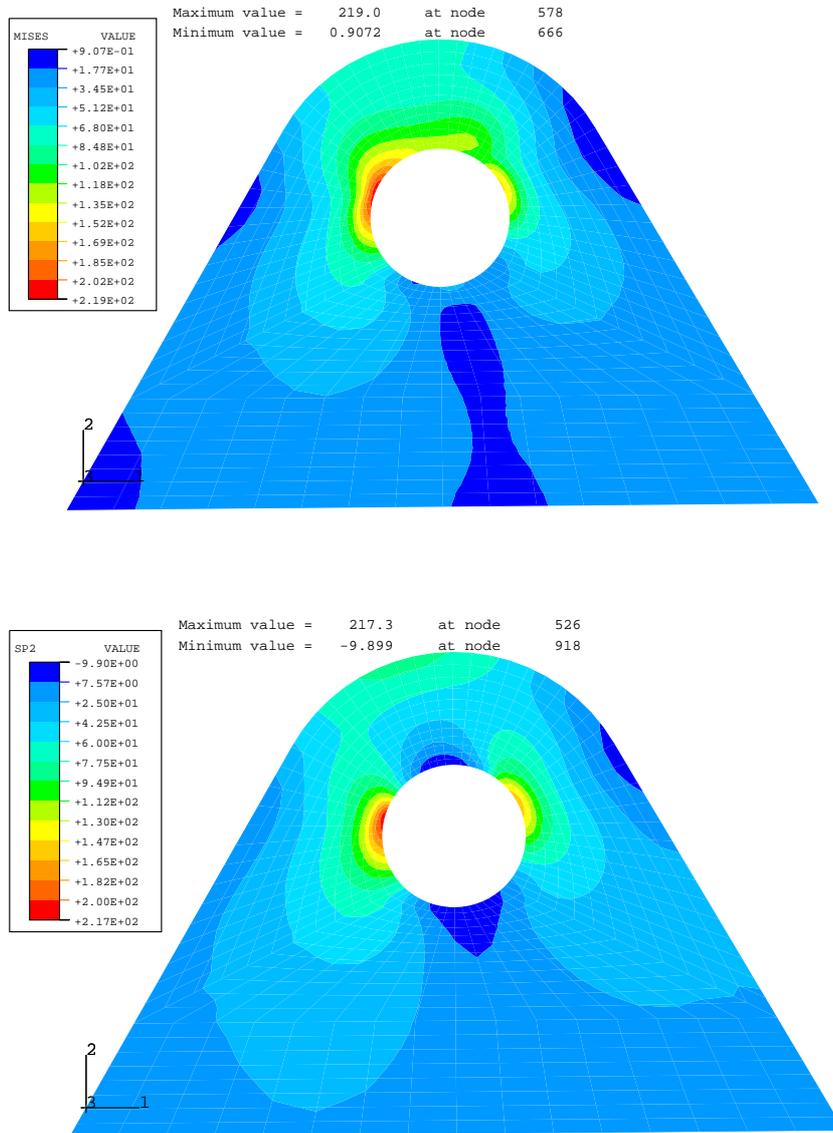


Abbildung 5.83: Vergleichspannungen SV und Hauptspannung SP2 nach der Gelenkdrehung,  $g = 0,446$ ;  $r = 31$  mm,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $\beta = 30^\circ$

## 5.4.2 Numerische Berechnungen

### 5.4.2.1 Einfluß des Bolzenspiels

Tabelle 5.28 und Tabelle 5.29 zeigen die Ergebnisse für den Einfluß des Lochspiels mit  $F_1 = 6200$  N,  $F_2 = 500$  N (mit Drehung),  $R = 81$  mm,  $r = 31$  mm,  $g = 0,446$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 30^\circ$ . Die Zunahme der Zughauptspannung SP2 vom Bolzenspiel  $s = 0,1$  mm auf  $s = 0,4$  mm beträgt 7,6 % (ohne Drehung) und 4,1 % (mit Drehung). Mit Drehung ist max SP2 bei  $s = 0,1$  mm um 17,4 %, bei  $s = 0,4$  mm 13,5 % größer als ohne Drehung.

Spiel $s$ (mm)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,1	169,5	181,6	185,2	120,8
0,2	174,5	189,9	193,7	84,7
0,3	176,7	193,1	197,2	72,7
0,4	177,9	222,2	199,3	67,0

Tabelle 5.28: Maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Bolzenspiels (Augenstab ohne Drehung),  $\sigma_n = 62$  N/mm<sup>2</sup> auf  $c$  bezugen,  $g = 0,446$ ;  $r = 31$  mm,  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$ ,  $\beta = 30^\circ$

Spiel $s$ (mm)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,1	205,9	219,0	217,3	118,7
0,2	209,0	219,9	224,7	81,5
0,3	210,5	221,2	225,5	70,2
0,4	211,3	239,8	226,2	66,7

Tabelle 5.29: Maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Bolzenspiels (Augenstab mit Drehung),  $g = 0,446$ ;  $r = 31$  mm,  $\sigma_n = 62$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$ ,  $\beta = 30^\circ$

### 5.4.2.2 Einfluß der Reibung

Tabelle 5.30 und Tabelle 5.31 zeigen die Ergebnisse mit der  $F_1=6200$  N,  $F_2=500$  N (mit Drehung),  $R=81$  mm,  $r=31$  mm,  $g=0,446$ ;  $s=0,1$  mm;  $\mu=0, 0,1; 0,2; 0,3$ ;  $\beta=30^\circ$ . Der Einfluß des Reibungswiderstandes (Reibungszahl  $\mu=0,3$  gegenüber  $\mu=0$ ) auf die Hauptspannung SP2 beträgt ohne Drehung 0,9 % und mit Drehung 17,4 %.

$\mu$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0	168,7	180,1	183,6	120,8
0,1	169,0	180,7	184,2	120,8
0,2	169,3	181,2	184,7	120,8
0,3	169,5	181,6	185,2	120,8

Tabelle 5.30: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Reibungswiderstandes (Augenstab ohne Drehung),  $\sigma_n=62$  N/mm<sup>2</sup>,  $g=0,446$ ;  $s=0,1$  mm;  $r=31$  mm,  $e=0$ ,  $\beta=30^\circ$

$\mu$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0	174,9	180,6	184,1	120,9
0,1	184,6	190,7	194,5	120,1
0,2	194,8	201,4	206,0	119,5
0,3	205,9	219,0	217,3	118,7

Tabelle 5.31: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Reibungswiderstandes (Augenstab mit Drehung),  $\sigma_n=62$  N/mm<sup>2</sup>,  $g=0,446$ ;  $s=0,1$  mm;  $r=31$  mm,  $e=0$ ,  $\beta=30^\circ$

### 5.4.2.3 Einfluß der Geometrie

Tabelle 5.32 und Tabelle 5.33 zeigen die Ergebnisse für die Geometrieverhältnisse  $g = 0,2; 0,5; 0,7$  für eine Nennspannung von  $50 \text{ N/mm}^2$ ,  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $g = 0,2; 0,5; 0,7$ ;  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 30^\circ$ . Der Zuwachs der Hauptspannung SP2 bei der Zunahme von  $g = 0,2$  auf  $g = 0,7$  beträgt ohne Drehung 101,2 % und mit Drehung 117,5 %.

$g$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,2	110,1	127,7	129,6	110,0
0,5	145,6	156,5	160,3	111,5
0,7	236,5	287,5	260,8	130,3

Tabelle 5.32: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Geometrie  $g$  (Augenstab ohne Drehung),  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $e = 0$ ,  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 30^\circ$

$g$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0,2	135,3	138,1	140,5	103,5
0,5	179,9	195,6	189,3	106,1
0,7	299,8	373,1	305,6	125,3

Tabelle 5.33: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Geometrie  $g$  (Augenstab mit Drehung),  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $e = 0$ ,  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 30^\circ$

## 5.4.2.4 Einfluß der Flankenneigung

Tabelle 5.34 und Tabelle 5.35 zeigen die Ergebnisse für das Neigungswinkel der Außenkonturtangente  $\beta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  bei Lasten  $F1=6200$  N ( $\sigma_n = 62$  N/mm<sup>2</sup>) und  $F2=500$  N (mit Drehung),  $r = 31$  mm,  $g = 0,446$ ;  $s = 0,1$  mm und  $\mu = 0,3$ . Die Abnahme der maximalen Zughauptspannung SP2 von  $\beta = 15^\circ$  auf  $\beta = 45^\circ$  beträgt ohne Drehung 9,7 % und mit Drehung 10,3 %.

$\beta$ (Deg.)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0	202,2	205,4	209,1	126,2
15	184,9	192,1	196,0	124,0
30	169,5	181,6	185,2	120,8
45	157,6	173,1	177,0	112,7

Tabelle 5.34: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Flankenneigung  $\beta$  (Augenstab ohne Drehung),  $g = 0,446$ ,  $\sigma_n = 62$  N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $\mu = 0,3$

$\beta$ (Deg.)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
0	243,5	246,4	250,1	122,4
15	223,3	229,9	231,6	120,2
30	205,9	219,0	217,3	118,7
45	194,9	209,4	207,6	112,7

Tabelle 5.35: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Flankenneigung  $\beta$  (Augenstab mit Drehung),  $g = 0,446$ ,  $\sigma_n = 62$  N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $\mu = 0,3$

#### 5.4.2.5 Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung

Tabelle 5.36 und Tabelle 5.37 zeigen die Ergebnisse für die Kopfhöhenvergrößerungen  $1 + e/R = 1, 1,05; 1,1$  bei  $F1=6200 \text{ N}$  ( $\sigma_n = 62 \text{ N/mm}^2$ ),  $F2=500 \text{ N}$  (mit Drehung),  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $g = 0,446$ ;  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $\mu = 0,3$  und  $\beta = 30^\circ$ . Die Verringerung der maximalen Zughauptspannung SP2 für die Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R = 1,1$  gegenüber  $1 + e/R = 1$  beträgt ohne Drehung 8 % und mit Drehung 6,6 %.

$1+e/R$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
1	169,5	181,6	185,2	120,8
1,05	162,8	174,0	177,6	115,8
1,1	156,3	167,0	170,5	112,8

Tabelle 5.36: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung (Augenstab ohne Drehung),  $g = 0,446$ ,  $\sigma_n = 62 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 30^\circ$

$1+e/R$	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
1	205,9	219,0	217,3	118,7
1,05	199,5	210,6	210,4	110,3
1,1	192,3	203,7	203,0	108,4

Tabelle 5.37: Vergleich der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung (Augenstab mit Drehung),  $g = 0,446$ ,  $\sigma_n = 62 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 30^\circ$

## 5.4.2.6 Einfluß der Nennspannung

Tabelle 5.38 und Tabelle 5.39 zeigen die Ergebnisse für Nennspannungen von 31, 62, 124 N/mm<sup>2</sup>, bei  $r = 31$  mm,  $g = 0,446$ ;  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 30^\circ$  und  $e = 0$ . Die Zunahme der maximalen Zughauptspannung SP2 mit der Nennspannung ist nicht linear. Bei Steigerung der Nennspannung von 25 N/mm<sup>2</sup> auf 100 N/mm<sup>2</sup> steigt die Hauptspannung SP2 268,6 % (ohne Drehung) und 264,4 % (mit Drehung).

$\sigma_n$ (N/mm <sup>2</sup> )	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
31	87,2	94,9	96,8	84,6
62	169,5	181,6	185,2	120,8
124	332,1	355,7	356,9	142,3

Tabelle 5.38: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel für verschiedene Nennspannungen (Augenstab ohne Drehung),  $g = 0,446$ ,  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm;  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 30^\circ$

$\sigma_n$ (N/mm <sup>2</sup> )	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	Kontaktwinkel $\phi$ (Deg.)
31	105,4	110,1	112,5	84,6
62	205,9	219,0	217,3	118,7
124	402,4	424,9	409,9	136,2

Tabelle 5.39: Maximale Spannungen und Kontaktwinkel für verschiedene Nennspannungen (Augenstab mit Drehung),  $g = 0,446$ ,  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm;  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 30^\circ$

### 5.4.2.7 Formzahlermittlung

Abb. 5.84 bis Abb. 5.89 ( $\beta = 30^\circ$ ) zeigen die Formzahl  $\alpha$  in Abhängigkeit von Geometrieverhältnis  $g = (R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel  $s$ , Nennspannung  $\sigma_n$  und Reibungszahl  $\mu$ . Definition der Formzahl gemäß Anmerkung zum Abschnitt 5.1.3 und auch die zur Bezugsfläche für  $\sigma_n$  zuvor zum Abschnitt 5.4.1.

1. Belastung nur durch eine Zugkraft  $F_1=6200$  N (ohne Drehung)

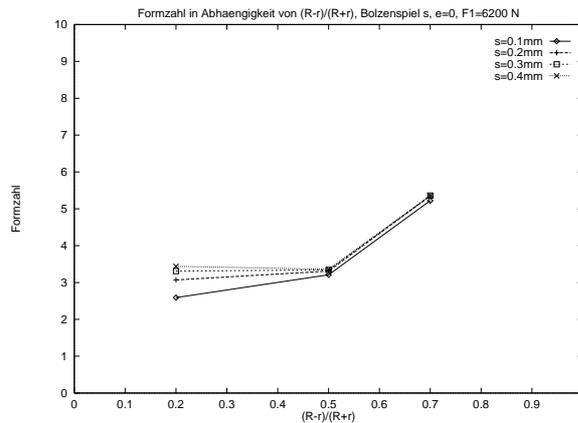


Abbildung 5.84: Formzahl  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $g=(R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter, Augenstab ohne Drehung,  $\mu=0,3$ ;  $e = 0$ ,  $F_1=6200$  N,  $r =31$  mm,  $\beta = 30^\circ$

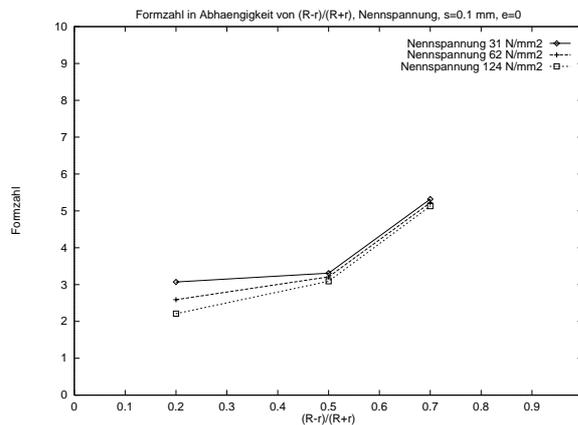


Abbildung 5.85: Formzahl  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  mit Nennspannungsgröße als Parameter, Augenstab ohne Drehung,  $\mu=0,3$ ;  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm;  $r =31$  mm,  $\beta = 30^\circ$

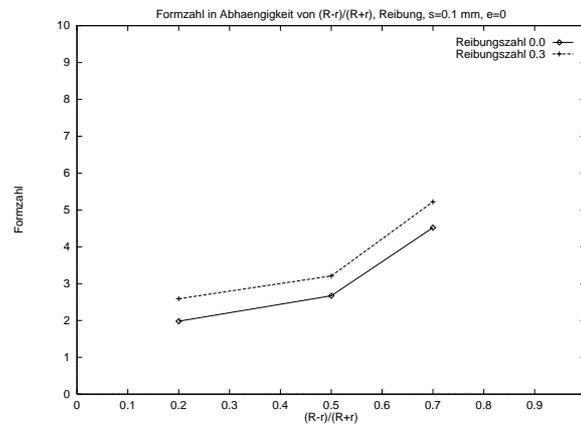


Abbildung 5.86: Formzahl  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  mit Reibungszahl  $\mu$  als Parameter, Augenstab ohne Drehung,  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm,  $r = 31$  mm,  $\beta = 30^\circ$

2. Belastung durch eine Zugkraft  $F_1 = 6200$  N und eine Drehkraft  $F_2 = 500$  N

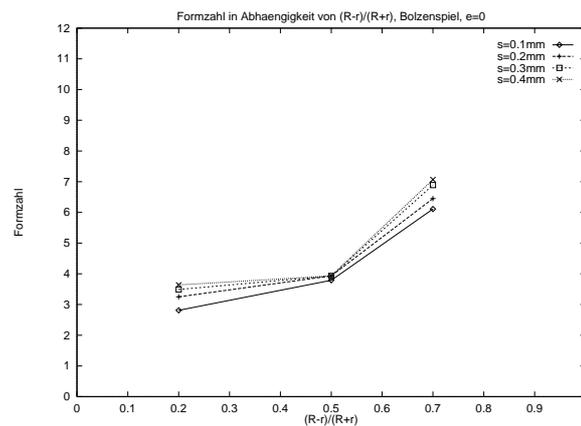


Abbildung 5.87: Formzahl  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  mit Bolzenspiel als Parameter, Augenstab mit Drehung,  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm,  $\beta = 30^\circ$

## Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation 142 der Augenstab-Bolzen-Verbindung

---

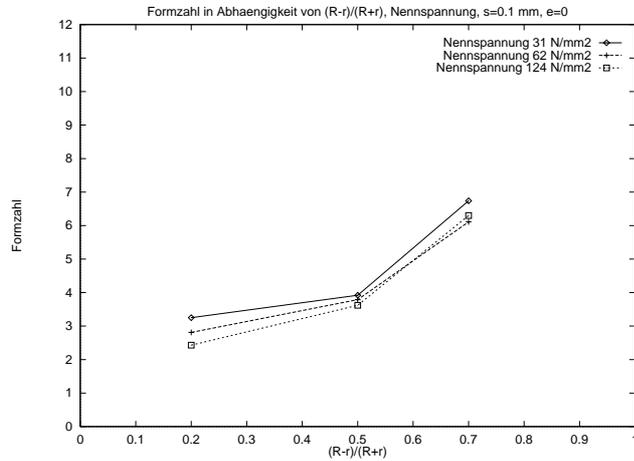


Abbildung 5.88: Formzahl  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  mit Nennspannung  $\sigma_n$  als Parameter, Augenstab mit Drehung,  $\mu=0,3$ ;  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm;  $r = 31$  mm,  $\beta = 30^\circ$

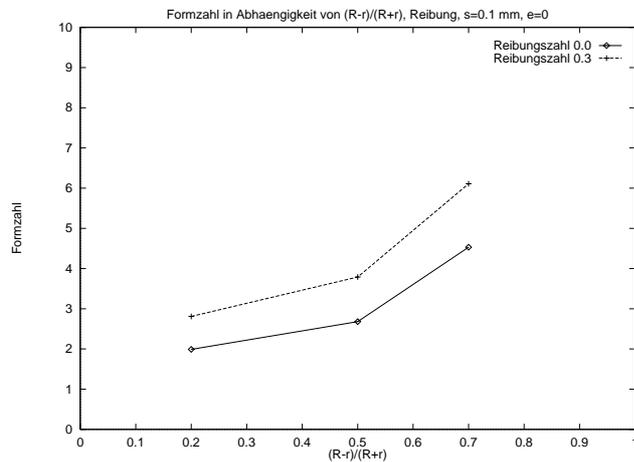


Abbildung 5.89: Formzahl  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$  mit Reibungszahl  $\mu$  als Parameter, Augenstab mit Drehung,  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm;  $r = 31$  mm,  $\beta = 30^\circ$

## 5.4.2.8 Vergleich der Modelle Abb. 2.1(a) und (c)

Tabelle 5.40 zeigt die Ergebnisse der Spannungsermittlung für die Modelle (ohne Drehung) in der Abb.2.1(a) und (c). Die Geometrie ist folgende:  $g = 0.5$ ,  $r = 31$  mm,  $R = 93$  mm,  $s = 0.1$  mm,  $\mu = 0.3$ ,  $e = 0$ ,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>. Die Belastungen in beiden Modellen sind gleich. Die Flankenneigung beträgt bei Modell Abb.2.1(a) ( $\beta = 0^\circ$ ), bei Modell Abb.2.1(c) ( $\beta = 30^\circ$ ).

Modell (a)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	$\phi$ (Deg)
Zug ( $\mu = 0,3$ )	195,4	203,7	203,8	108
Zug + Drehung ( $\mu = 0,3$ )	244,4	277,1	276,6	108
Modell (c)	max S22 (N/mm <sup>2</sup> )	max SV (N/mm <sup>2</sup> )	max SP2 (N/mm <sup>2</sup> )	$\phi$ (Deg)
Zug ( $\mu = 0,3$ )	145,6	156,5	160,3	111
Zug + Drehung ( $\mu = 0,3$ )	179,9	195,6	189,3	106

Tabelle 5.40: Vergleich der maximalen Spannungen, Modelle Abb. 2.1(a) zu 2.1(c),  $g = 0,5$ ;  $r = 31$  mm,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$

Die Reduzierung der maximalen Zughauptspannung SP2 für  $\beta = 30^\circ$  gegenüber  $\beta = 0^\circ$  beträgt ohne Drehung 27 %, mit Drehung 46 %.

### 5.4.2.9 Die Sonderfälle

1. Augenstabmodell nach Abb. 2.1(c) unter Druckbeanspruchung

Für den Augenstab unter der Druckkraft  $F_1$  (s. Abb. 5.90) ergeben sich die Spannungen der Tabelle. 5.41. Der Druck  $p_H$  nach Hertz ist  $138 \text{ N/mm}^2$ . Der Kontaktdruck der FE-Rechnung ist  $160 \text{ N/mm}^2$ . Der Unterschied beträgt 16 % gegenüber 23,4 % bei Augenstabform a) (siehe Tabelle 5.2).

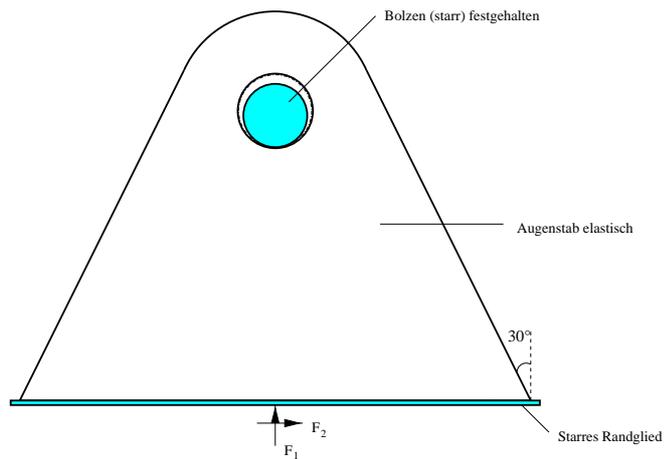


Abbildung 5.90: Untersuchtes Augenstabmodell,  $g = 0,446$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $e = 0$ ,  $r = 31 \text{ mm}$

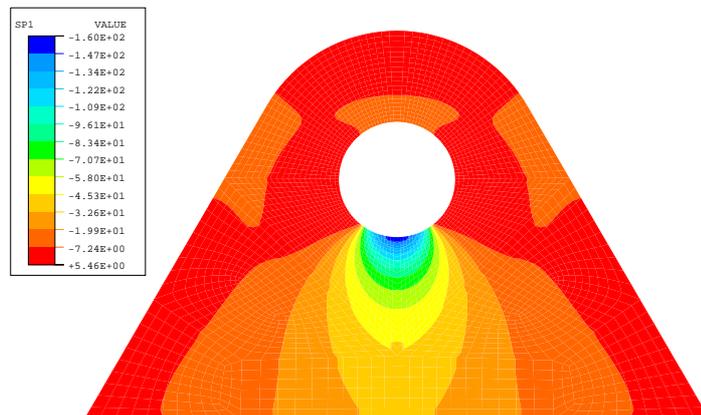


Abbildung 5.91: Hauptspannungen SP1,  $g = 0,446$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $e = 0$ ,  $r = 31 \text{ mm}$

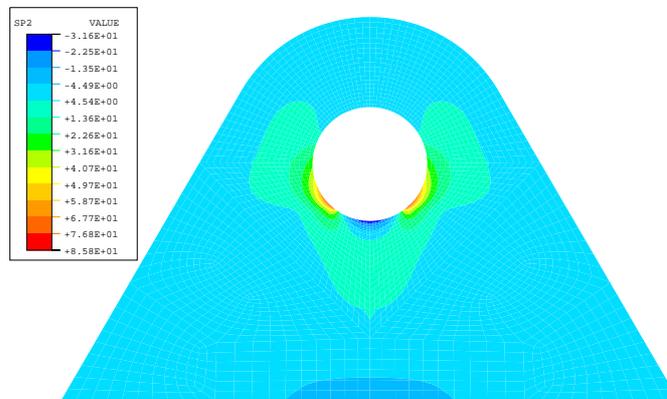


Abbildung 5.92: Hauptspannungen SP2,  $g = 0,446$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $e = 0$ ,  $r = 31 \text{ mm}$

Modell $\beta = 30^\circ$	extrem S22 (N/mm <sup>2</sup> )	SV (N/mm <sup>2</sup> )	extrem SP2 extrem SP1
Druck ( $\mu = 0$ )	46,4 -160	146	85,8 -160
Druck + Drehung ( $\mu = 0$ )	46,4 -160	146	85,8 -160
Modell $\beta = 30^\circ$	extrem S22 (N/mm <sup>2</sup> )	SV (N/mm <sup>2</sup> )	extrem SP2 extrem SP1
Druck ( $\mu = 0,3$ )	46,9 -158	142	87,8 -158
Druck + Drehung ( $\mu = 0,3$ )	69,3 -163	151	106 -163

Tabelle 5.41: Maximale Spannungen für Druckbeanspruchung des Modells mit Flankenneigung  $\beta = 30^\circ$  mit und ohne Drehung,  $g = 0,446$ ;  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$  (bezogen auf  $c$ ),  $e = 0$  (Negative Werte bedeuten Druckspannungen), die betragsmäßig größte Druckspannung tritt in der Kontaktfuge auf (Lochleibungsdruck).

## Numerische Behandlung zweidimensionaler Modelle zur Simulation 146 der Augenstab-Bolzen-Verbindung

2. Augenstab nach Abb. 2.1(c) unter randparalleler Zugkraft  $F_1$

Bei einer randparallelen Zugkraft  $F_1$  zeigen die Rechenergebnisse, daß die max. Zugspannung kleiner ist (8 %) als bei einem sonst gleichen Augenstab nach Abb. 2.1(a) ( $\beta = 0^\circ$ ).

In der Tabelle 5.42 sind die maximalen Spannungen angegeben. Zum Vergleich sind die entsprechenden Spannungen für  $\beta = 0^\circ$  aufgeführt. Der Unterschied der maximalen Hauptspannung  $SP_2$  zwischen Zug mit Reibung und Zug mit Drehung und Reibung beträgt 25 %. Die maximale Hauptspannung  $SP_2$  der Augenstabform (c) ist gegenüber Augenstabform (a) ohne Drehung ( $\mu = 0,3$ ) um 2,9 %, mit Drehung 7,8 % kleiner.

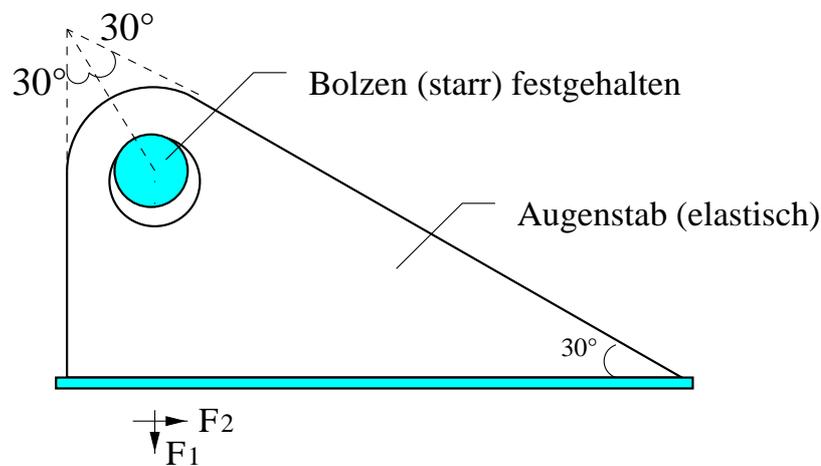


Abbildung 5.93: Untersuchtes Augenstabmodell,  $F_1 = 6200$  N,  $F_2 = 500$  N,  $g = 0,5$ ;  $\beta = 30^\circ$ ,  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$

<b>Modell (a)</b> $\beta = 0^\circ$	<b>max S22</b> (N/mm <sup>2</sup> )	<b>max SV</b> (N/mm <sup>2</sup> )	<b>max SP2</b> (N/mm <sup>2</sup> )
Zug ( $\mu = 0,3$ )	195,4	203,7	203,8
Zug + Drehung ( $\mu = 0,3$ )	244,4	277,1	276,6
<b>Modell (c)</b> $\beta = 30^\circ$	<b>max S22</b> (N/mm <sup>2</sup> )	<b>max SV</b> (N/mm <sup>2</sup> )	<b>max SP2</b> (N/mm <sup>2</sup> )
Zug ( $\mu = 0$ )	195,3	192,4	201,2
Zug + Drehung ( $\mu = 0$ )	194,5	192,9	201,9
<b>Modell (c)</b> $\beta = 30^\circ$	<b>max S22</b> (N/mm <sup>2</sup> )	<b>max SV</b> (N/mm <sup>2</sup> )	<b>max SP2</b> (N/mm <sup>2</sup> )
Zug ( $\mu = 0,3$ )	192,2	189,3	198,0
Zug + Drehung ( $\mu = 0,3$ )	243,7	241,4	254,9

Tabelle 5.42: Vergleich der maximalen Spannungen,  $F_1=6200$  N,  $F_2=500$  N,  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $g = 0,5$



# Kapitel 6

## Numerische Behandlung dreidimensionale Modelle zur Simulation der Augenstab-Bolzen-Verbindung

### 6.1 Modellierungsdetails und Ablauf der numerischen Berechnungen

Wenn die Restriktionen der zweidimensionalen Modelle für eine möglichst realitätsgetreue Modellierung fallengelassen werden, führt dies auf dreidimensionale Modelle, die ein Strukturverhalten aufweisen, welches sich in erheblichem Maße von dem der zweidimensionalen Betrachtung unterscheidet. Für das 2D-Modell wurden folgende Voraussetzungen getroffen:

- ebener Spannungszustand, d.h. unveränderliche Spannungsverteilung in Augenstabdickenrichtung
- linear-elastisches Werkstoffverhalten.

Das bedeutet, daß der Einfluß der Durchbiegung des Bolzens vernachlässigt wird, der in z-Richtung eine nicht konstante Druckverteilung in der Kontaktfläche bewirkt. An der Außenseite der Kontaktfläche treten größere Deformationen und damit größere Druckspannungen auf als in der Bohrungsmitte, wenn man den mittig liegenden Augenstab betrachtet.

Die Augenstäbe bilden mit dem Bolzen grundsätzlich ein räumliches Tragwerk (siehe Abb. 6.1). Die dreidimensionale Analyse des Spannungsfelds an





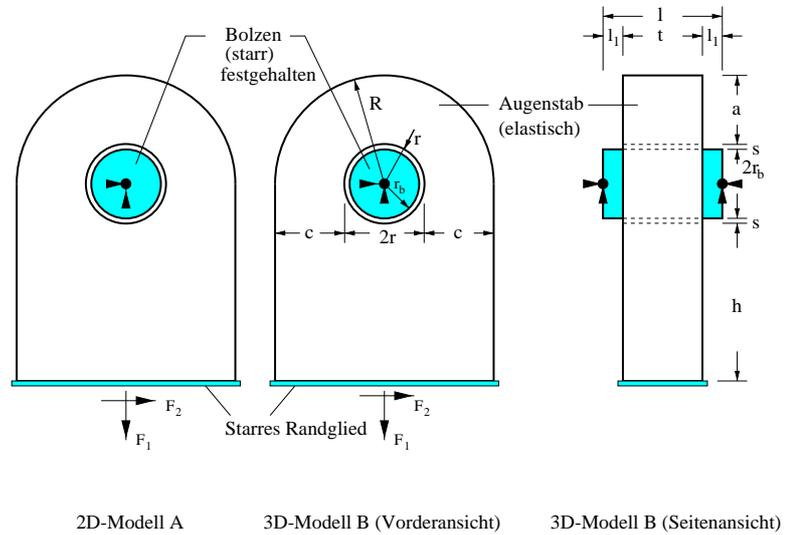


Abbildung 6.3: 2D-Modell A und 3D-Modell B (starrer Bolzen)

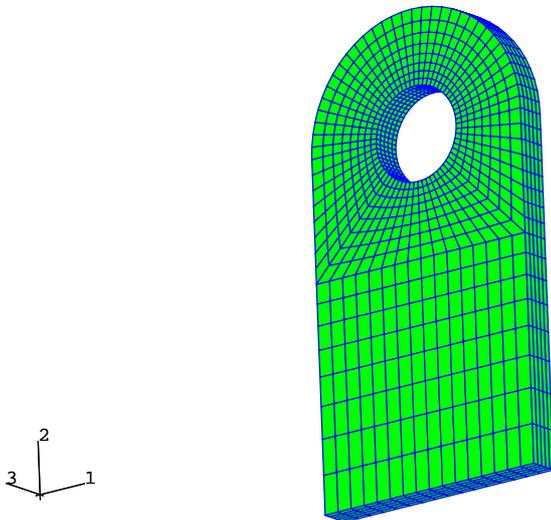
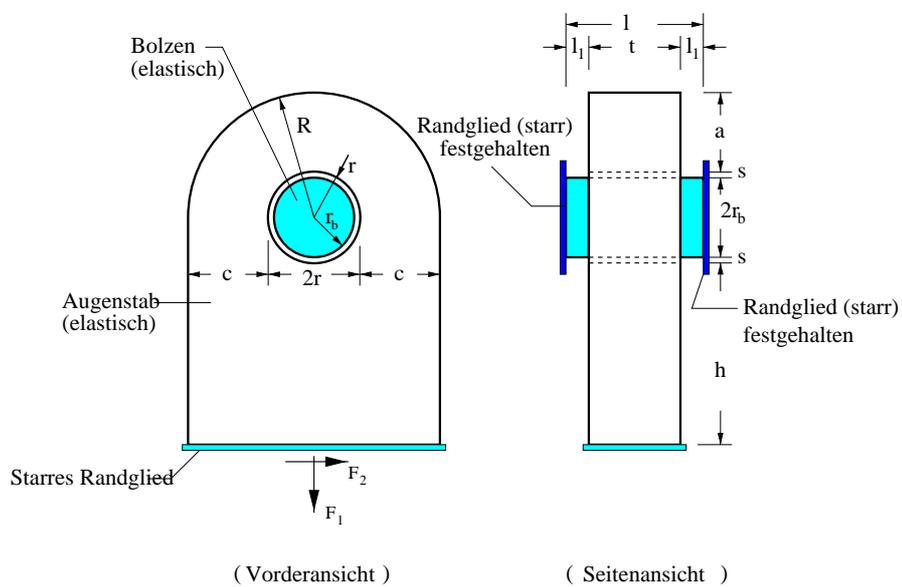


Abbildung 6.4: Netzgenerierung im 3D-Modell des Augenstabs (Koordinatensystem: Achse 1 entsprechend  $x$ -Achse, Achse 2 entsprechend  $y$ -Achse, Achse 3 entsprechend  $z$ -Achse)



3D-Modell C

Abbildung 6.5: 3D-Modell C (Einspannung des Bolzens)

# Numerische Behandlung dreidimensionale Modelle zur Simulation 154 der Augenstab-Bolzen-Verbindung

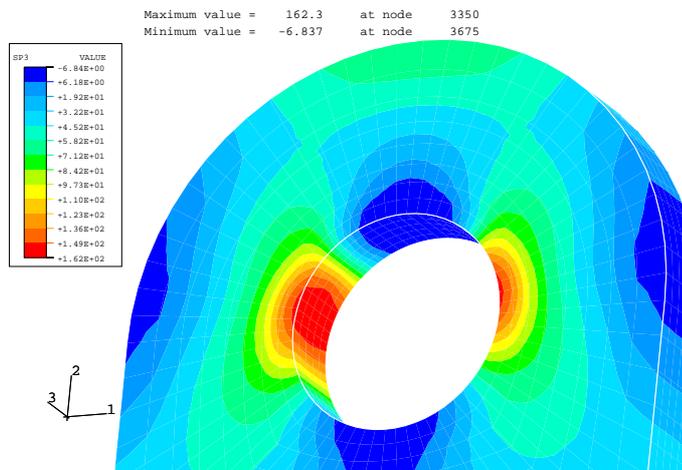
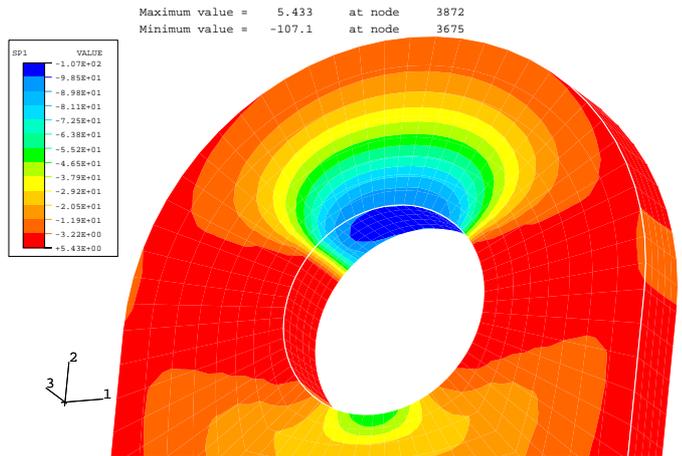
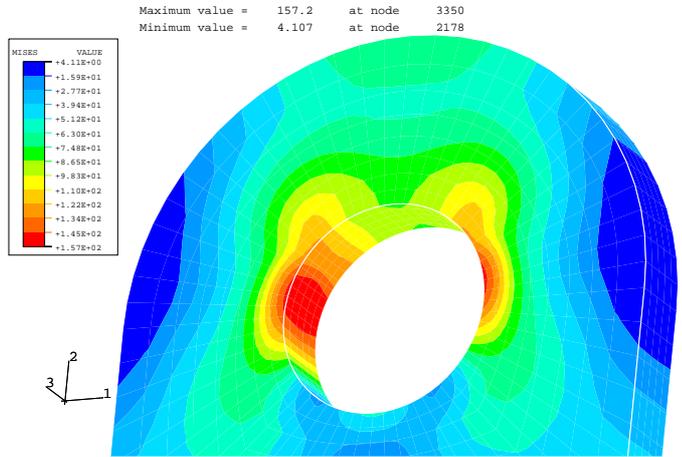


Abbildung 6.6: Spannung von Mises (SV) (ganz oben), Hauptspannungen *SP1*, *SP3* unter der Zug-Belastung ohne Drehung im 3D-Modell B

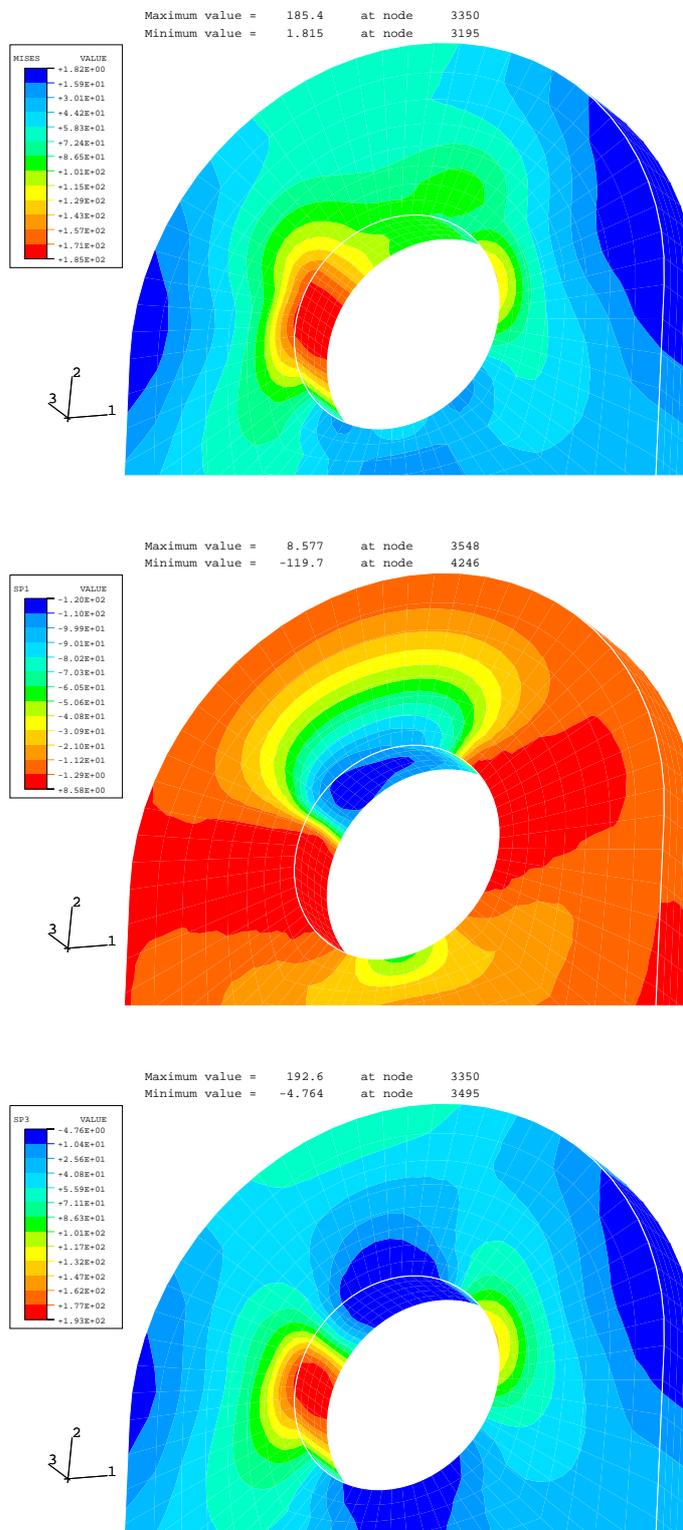


Abbildung 6.7: v. Mises Spannung SV (ganz oben), Hauptspannungen  $SP1$ ,  $SP3$  unter der Zug-Belastung und Drehung im 3D-Modell B

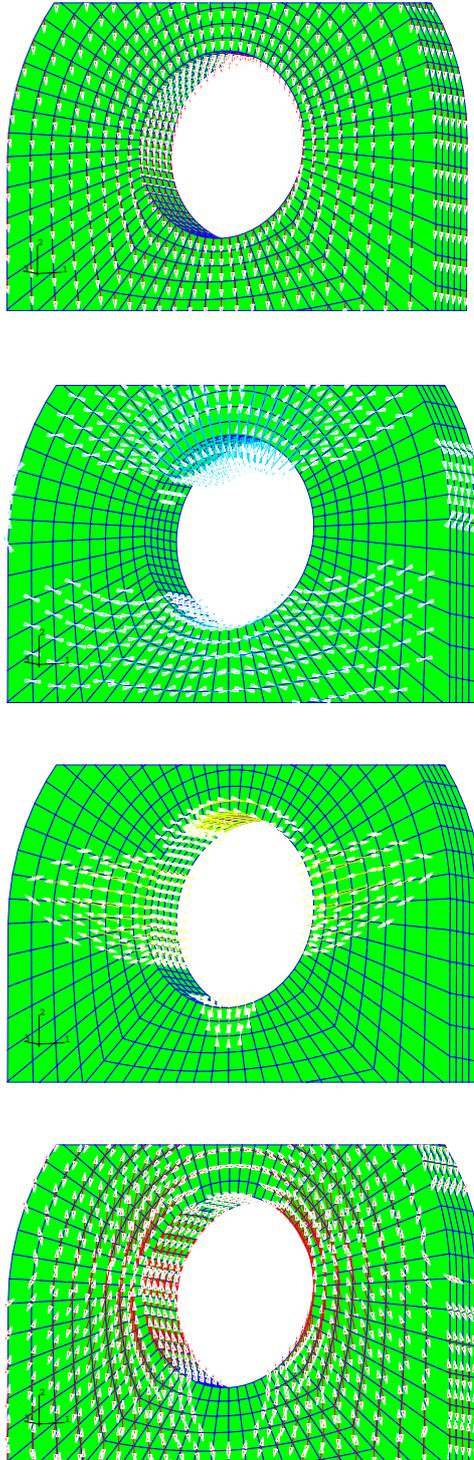


Abbildung 6.8: Vektor der Gesamtverschiebung  $U$  und Hauptspannungen  $SP1$ ,  $SP2$ ,  $SP3$  unter der Zug-Belastung ohne Drehung im 3D-Modell B

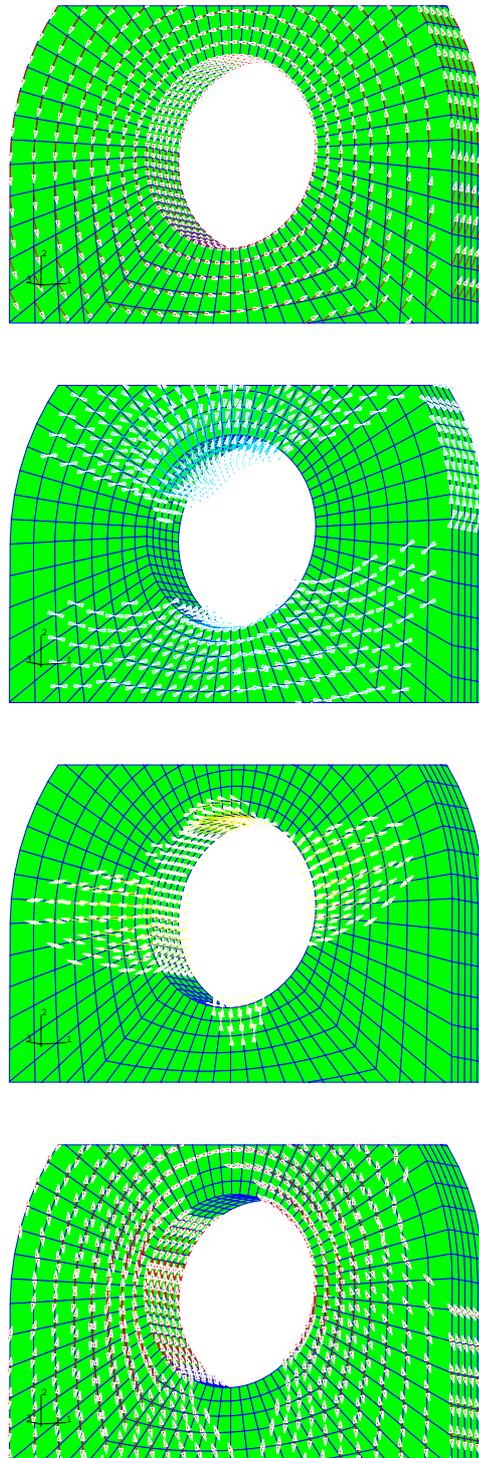


Abbildung 6.9: Vektor der Gesamtverschiebung  $U$  und Hauptspannungen  $SP1$ ,  $SP2$ ,  $SP3$  unter der Zug-Belastung und Drehung im 3D-Modell B

# Numerische Behandlung dreidimensionale Modelle zur Simulation 158 der Augenstab-Bolzen-Verbindung

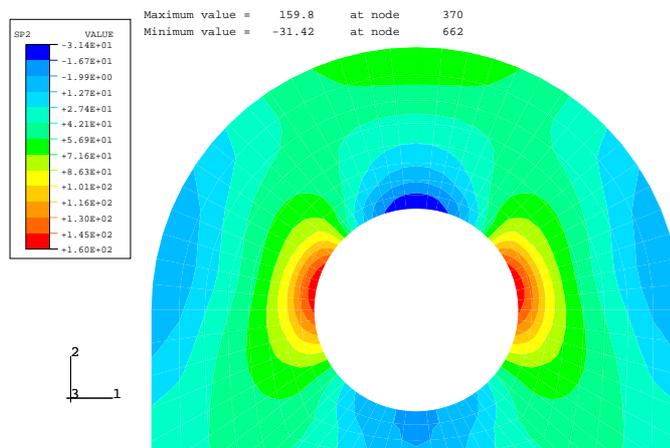
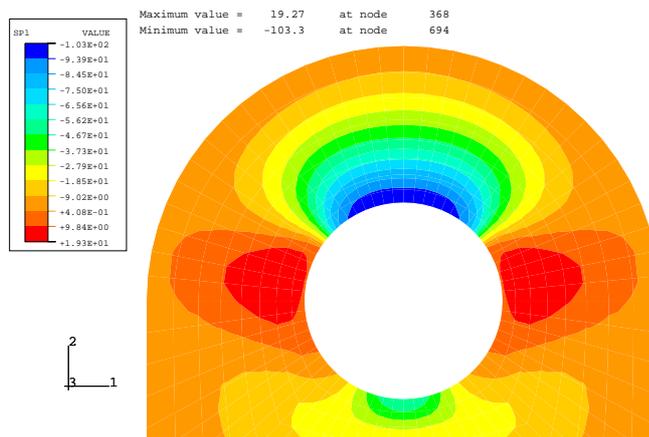
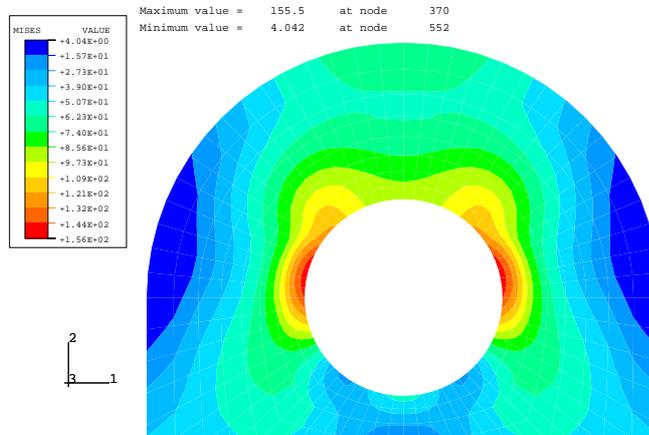


Abbildung 6.10: Spannung von Mises SV, Hauptspannungen  $SP1$ ,  $SP2$  unter der Zug-Belastung im 2D-Modell A

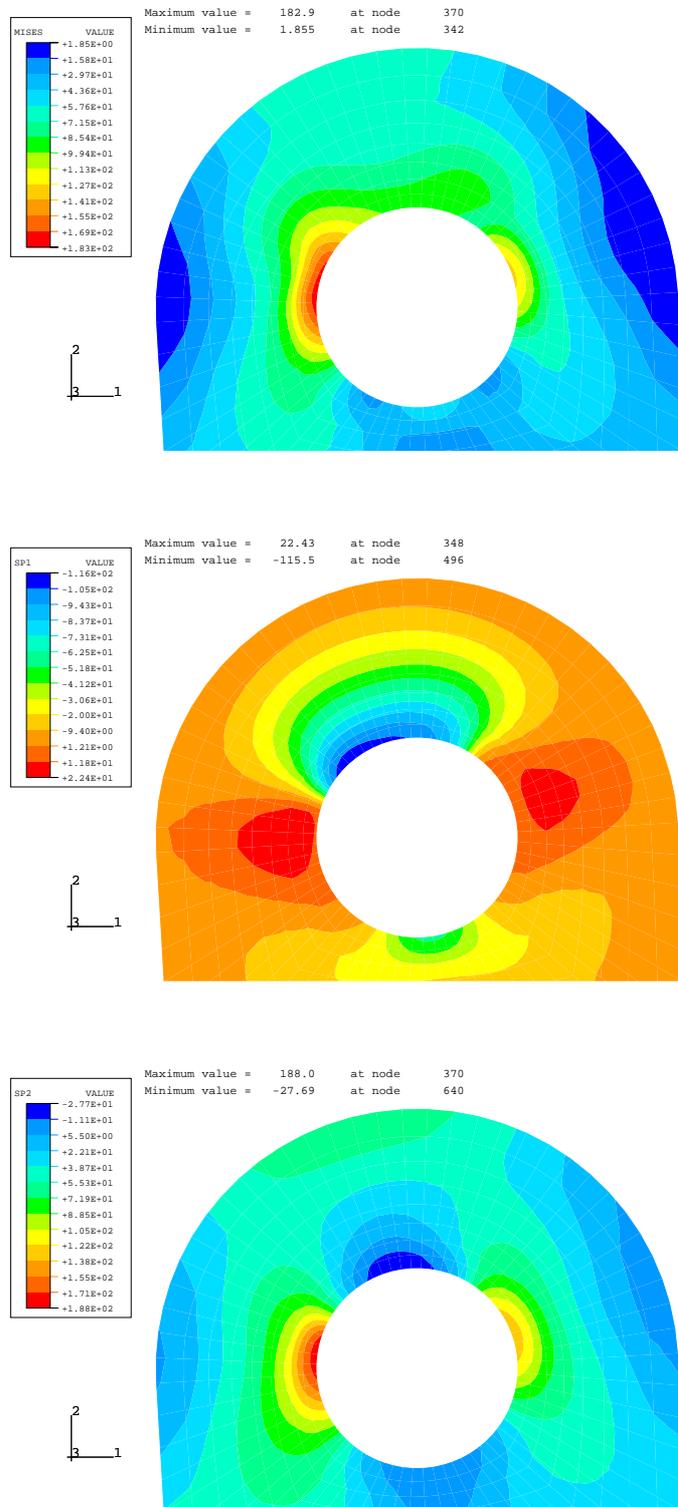


Abbildung 6.11: Spannung von Mises SV, Hauptspannungen  $SP1$ ,  $SP2$  unter der Zug-Belastung und Drehung im 2D-Modell A

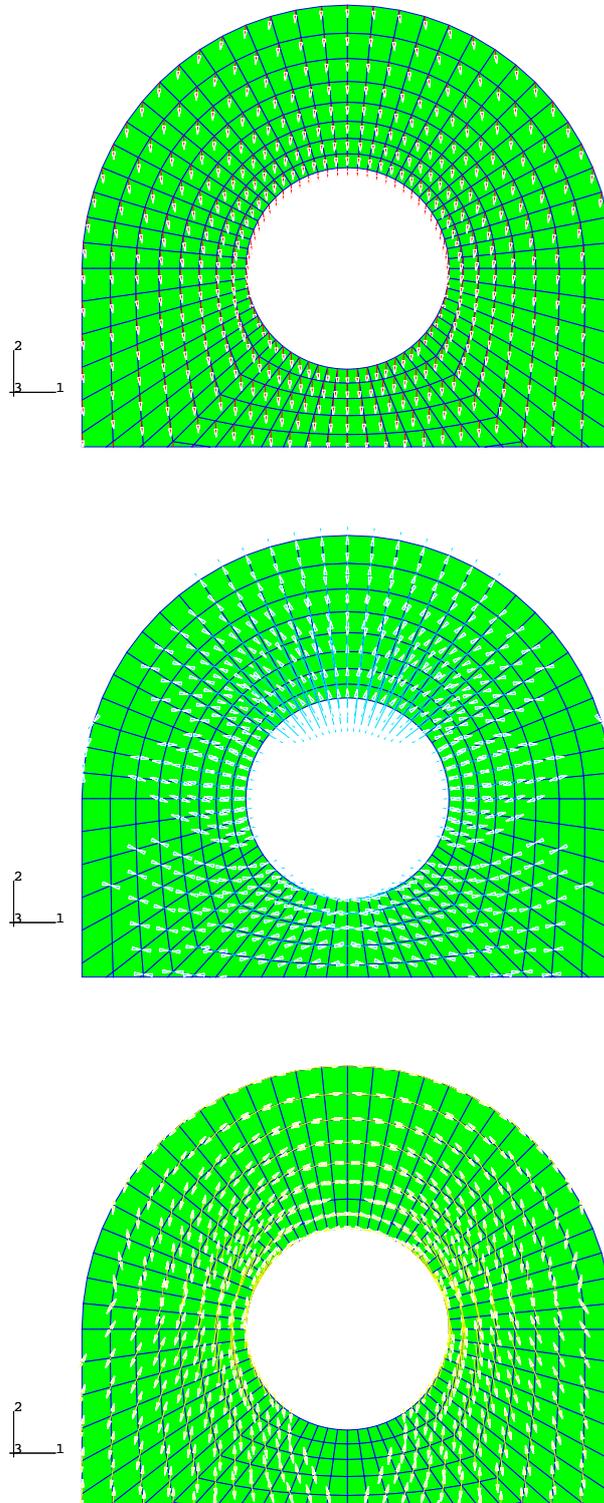


Abbildung 6.12: Vektor der Gesamtverschiebung  $U$  und Hauptspannungen  $SP1$ ,  $SP2$  unter der Zug-Belastung ohne Drehung im 2D-Modell A

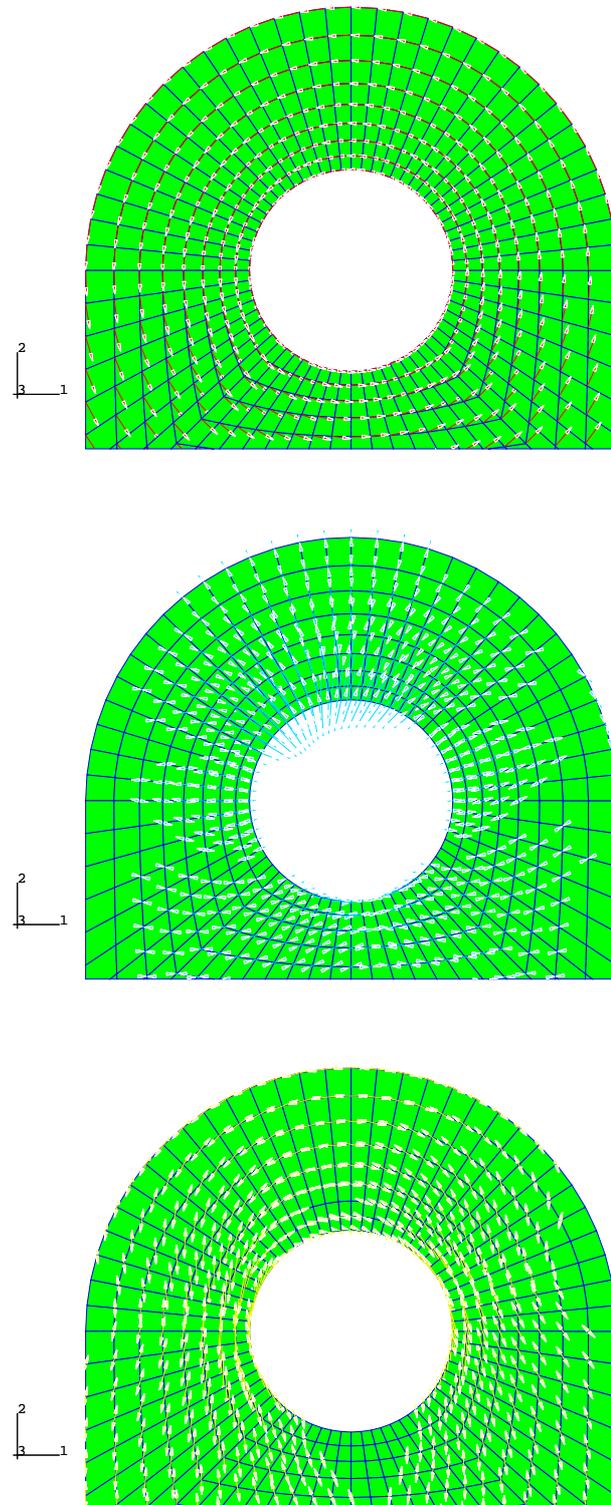


Abbildung 6.13: Vektor der Gesamtverschiebung  $U$  und Hauptspannungen  $SP1$ ,  $SP2$  unter der Zug-Belastung und Drehung im 2D-Modell A

## 6.2 Vergleich der Rechenergebnisse der zweidimensionalen mit den dreidimensionalen Modellen

Bei der FEM-Rechnung sind räumliche Untersuchungen bedeutend aufwendiger als ebene. Die Frage, in wie weit ebene Untersuchungen ausreichend genaue Ergebnisse liefern, kann nur durch einen Vergleich mit einer räumlichen Untersuchung geklärt werden. Hier werden zwei Vergleiche (2D-Modell A gegen 3D-Modell B (mit verschiedenen Dicken  $t$ ) und 2D-Modell A gegen 3D-Modelle A, B, C mit einer Dicke  $t$ ) durchgeführt.

Bei allen Modellen (2D und 3D) treten die höchsten Spannungen an der Bohrung auf und fallen degressiv zur Augenstabaußenseite hin ab. Weiterhin sind die Spannungen beim 3D-Modell an der Augenstabaußenseite in Augenstabdickenrichtung annähernd konstant. Dennoch werden bereichsweise quantitative Unterschiede festgestellt. Die maximalen Zugspannungen an der Bohrung sind beim zweidimensionalen Modell ungefähr gleich den maximalen Spannungen aller drei 3D-Modelle. Auf der Basis zweidimensionaler FE-Berechnungen wurden in Kapitel 5 die Formzahlen für verschiedene Augenstab-Bolzen-Verbindungen aus den maximalen Spannungen berechnet. Die 3D-Modell-Betrachtung führt stets zu höheren Spannungen als beim 2D-Modell. Tabelle 6.1, Tabelle 6.2 und Tabelle 6.3 zeigen die Ergebnisse der maximalen Zugspannungen. Dabei ergibt sich für dünnen Augenstäbe ( $t = 5$  mm) praktisch kein Unterschied der Spannungen, für zunehmende Stabdicke wachsen die Spannungen für das 3D-Modell B an (für  $t = 40$  mm nicht mehr als 5 %).

**6.2 Vergleich der Rechenergebnisse der zweidimensionalen mit den dreidimensionalen Modellen** **163**

Belastungen	Spannungen (N/mm <sup>2</sup> )	2D Modell A	3D-Modell B		
			(t=5mm)	(t=20)	(t=40)
Zug $\mu = 0$	<b>max S22</b>	154,1	154,1	156,3	161,0
	<b>max SV</b>	155,2	155,1	156,9	156,4
	<b>max SP</b>	159,5 (*)	159,4 (**)	162,0 (**)	166,8 (**)
Zug + Drehung $\mu = 0$	<b>max S22</b>	158,6	158,6	161,2	165,9
	<b>max SV</b>	155,9	155,8	157,6	157,1
	<b>max SP</b>	160,2 (*)	160,1 (**)	162,8 (**)	167,5 (**)

Tabelle 6.1: Vergleich der Spannungen bei reibungsfreiem Kontakt zwischen 2D-Modell A und 3D-Modell B ( $s = 0,1$  mm;  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $g = 0,446$ ), (\*) SP2, (\*\*) SP3

Numerische Behandlung dreidimensionale Modelle zur Simulation  
der Augenstab-Bolzen-Verbindung

164

Belastungen	Spannungen (N/mm <sup>2</sup> )	2D Modell A	3D-Modell B		
			(t=5mm)	(t=20)	(t=40)
Zug $\mu = 0,3$	<b>max S22</b>	154,4	154,4	156,5	161,2
	<b>max SV</b>	155,5	155,5	157,2	156,6
	<b>max SP</b>	159,8 (*)	159,8 (**)	162,3 (**)	167,0 (**)
Zug + Drehung $\mu = 0,3$	<b>max S22</b>	184,9	184,8	188,9	193,1
	<b>max SV</b>	182,9	182,9	185,4	181,3
	<b>max SP</b>	188,0 (*)	188,0 (**)	192,6 (**)	195,9 (**)

Tabelle 6.2: Vergleich der maximalen Spannungen bei reibungsbehaftetem Kontakt ohne/mit Drehung zwischen 2D-Modell A und 3D-Modell B ( $s = 0,1$  mm;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $g = 0,446$ ;  $r = 31$  mm,  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$ ), (\*) SP2, (\*\*) SP3

6.2 Vergleich der Rechenergebnisse der zweidimensionalen mit den dreidimensionalen Modellen 165

Belastungen	Spannungen (N/mm <sup>2</sup> )	2D Modell A	3D		
			Modell B	Modell C	Modell A
Zug $\mu = 0,3$	max S22	164,1	166,2	172,4	172,4
	max SV	171,2	175,1	176,2	182,3
	max SP	172,4 (*)	174,6 (**)	180,5 (**)	179,3 (**)
Zug + Drehung $\mu = 0,3$	max S22	192,5	195,1	203,9	199,6
	max SV	203,0	204,0	205,8	210,3
	max SP	196,1 (*)	198,7 (**)	201,0 (**)	200,9 (**)

Tabelle 6.3: Vergleich der maximalen Spannungen bei reibungsbehaftetem Kontakt ohne und mit Drehung zwischen 2D-Modell A und den 3D-Modellen B (Bolzen starr), A und C (Bolzen elastisch) ( $g = 0,446$ ;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm,  $s = 0,4$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $t = 20$  mm), (\*) SP2, (\*\*) SP3



# Kapitel 7

## Auswertung der Ergebnisse

### 7.1 Vergleich der Rechenergebnisse mit DIN 22261, Teil 2

Um die Ergebnisse dieser Arbeit allgemein anwendbar zu machen, ist eine Auswertung der Ergebnisse nötig. Schwerpunkt dieser Arbeit war, die bei Zug und Drehung vom Augenstab auftretenden Spannungen und Formzahlen systematisch durch numerische Simulation zu erfassen. Dabei sollten die relevanten Einflußgrößen wie Augenstabform, Bolzenspiel, Kopfhöhenvergrößerung, Reibungswiderstand sowie Beanspruchungshöhe (nichtlineares Problem) erfasst und damit die Kenntnisse über die grundlegenden Zusammenhänge zwischen diesen mechanischen und geometrischen Größen und den einzelnen Spannungskomponenten erweitert werden.

Zielsetzung dieser Arbeit ist es, die Richtigkeit des in DIN 22261 Teil 2 angegebenen Nachweisverfahrens zu erhärten oder aber Verbesserungsvorschläge zu erarbeiten. In DIN 22261 Teil 2 wird für die Formzahl  $\alpha$  des Augenstabes die Gleichung (3.23) und (3.24) angegeben.

Der Reibungswiderstand im Gelenk wird in der DIN 22261, Teil 2 durch eine Erhöhung der Nennspannung  $\sigma_n$  um den Faktor

$$1 + \frac{8\mu}{\pi(1 + R/r)} \quad (7.1)$$

erfaßt.

Abb. 7.1 bis Abb. 7.7 zeigen den Vergleich der Formzahlen aus den FE-Berechnungen mit den zugehörigen Werten, die sich aus DIN 22261 ergeben für die Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1(a) ohne Gelenkdrehung.

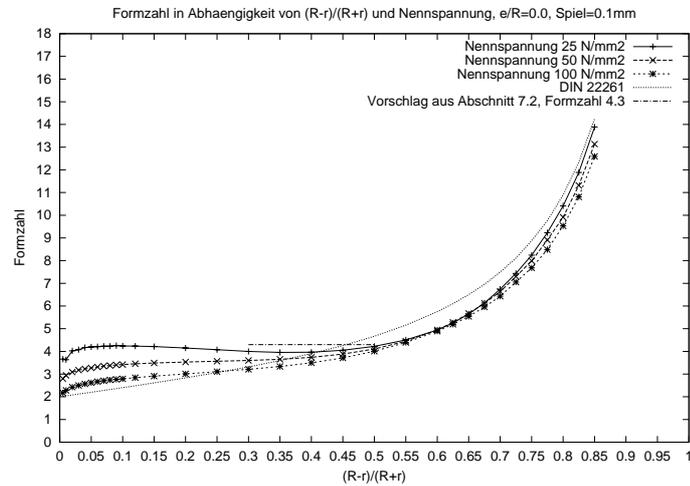


Abbildung 7.1: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R-r)/(R+r)$ , der Größe der Nennspannung als Parameter, Reibungszahl  $\mu = 0$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $e = 0$ ,  $r = 31 \text{ mm}$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung

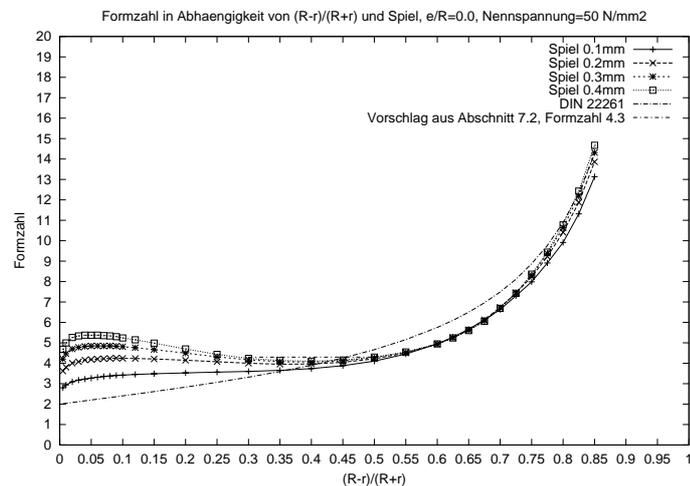


Abbildung 7.2: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel als Parameter,  $\mu = 0$ ,  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $e = 0$ ,  $r = 31 \text{ mm}$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung

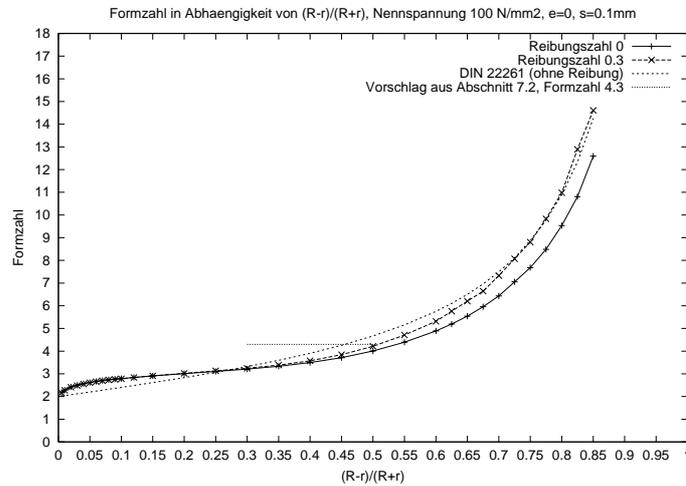


Abbildung 7.3: Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$  Reibungszahl als Parameter,  $\sigma_n = 100$  N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung

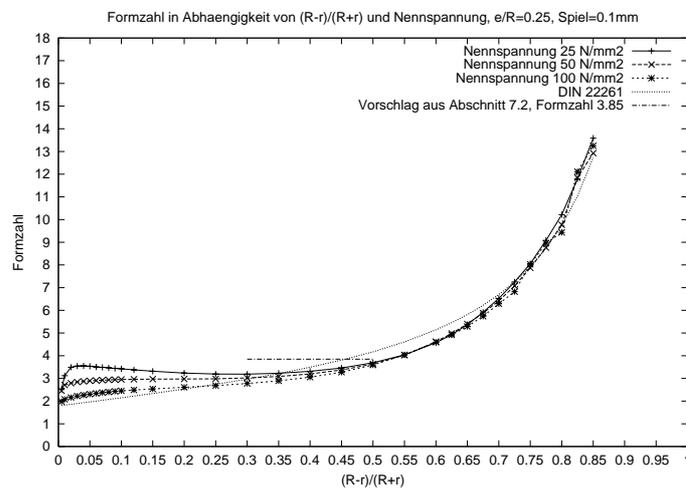


Abbildung 7.4: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$  der Größe der Nennspannung als Parameter, Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R = 1,25$ ;  $\mu = 0$ ,  $s = 0,1$  mm;  $r = 31$  mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung

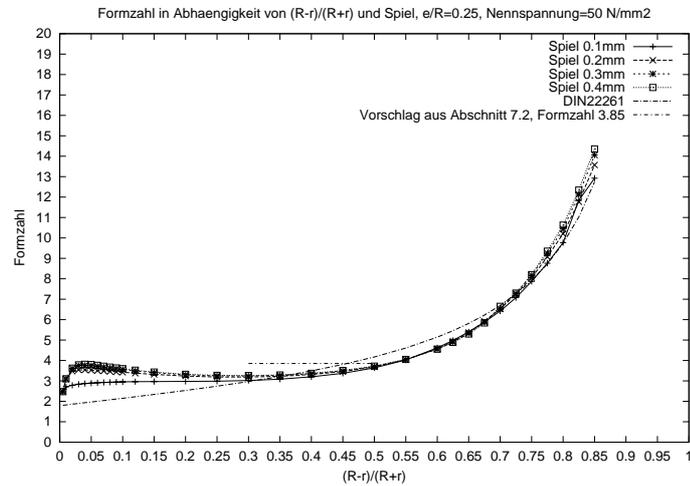


Abbildung 7.5: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel als Parameter, Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R = 1,25$ ,  $\mu = 0$ ,  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $r = 31 \text{ mm}$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung

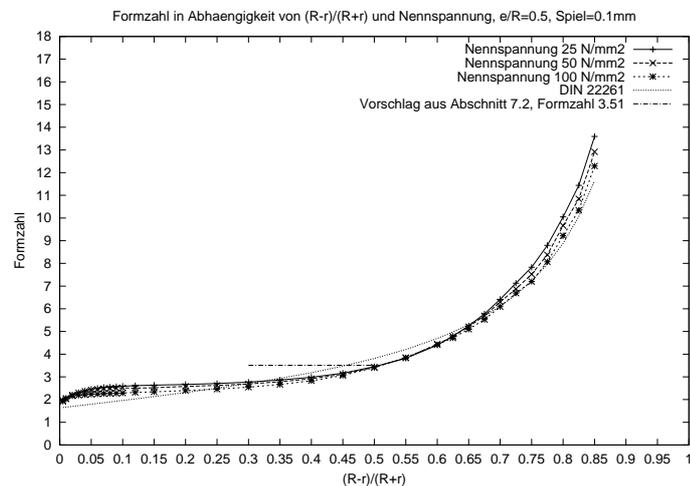


Abbildung 7.6: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Nennspannung als Parameter, Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R = 1,5$ ,  $\mu = 0$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ;  $r = 31 \text{ mm}$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung

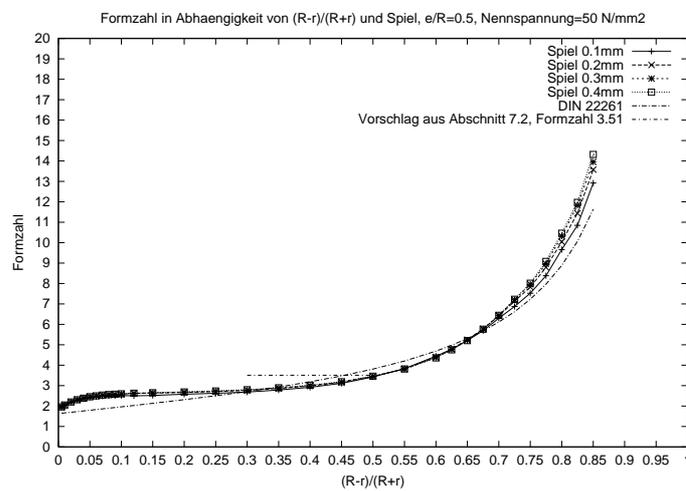


Abbildung 7.7: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel als Parameter, Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R = 1,5$ ;  $\mu = 0$ ,  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $r = 31 \text{ mm}$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung

Abb. 7.8 bis Abb. 7.11 zeigen den Vergleich der FE-Berechnungen und Berechnungen nach der Formel aus DIN 22261. Hier sind die Berechnungen der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1(a) mit Gelenkdrehung.

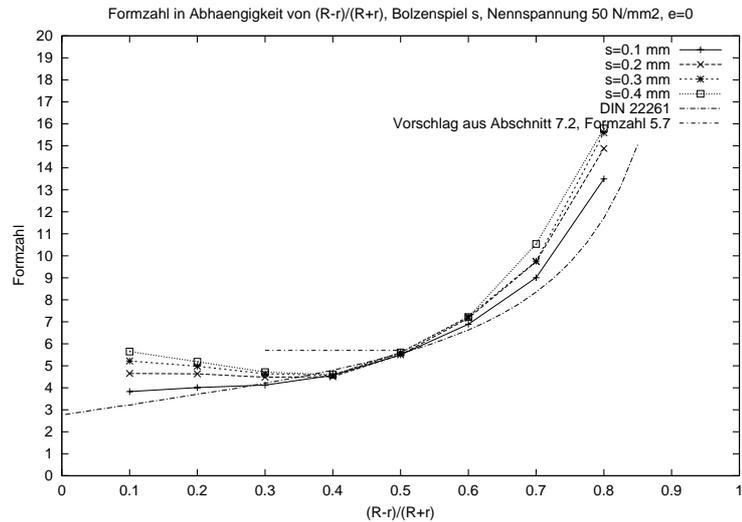


Abbildung 7.8: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter,  $\mu = 0,3$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $e = 0$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), mit Gelenkdrehung

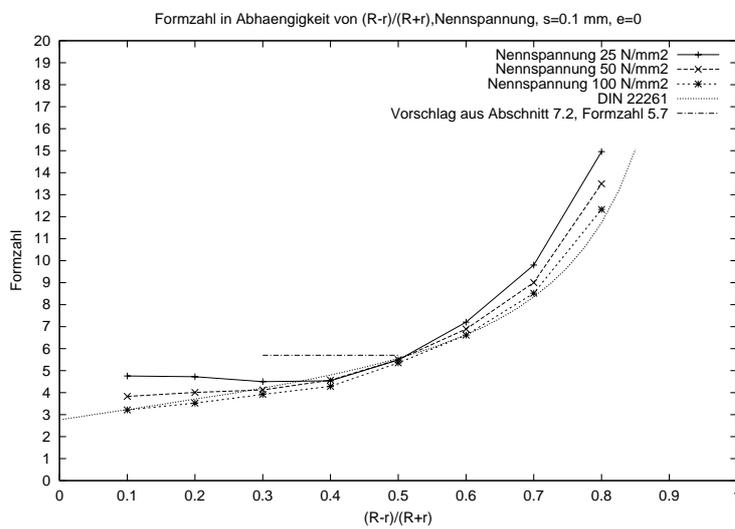


Abbildung 7.9: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Nennspannung als Parameter,  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), mit Gelenkdrehung

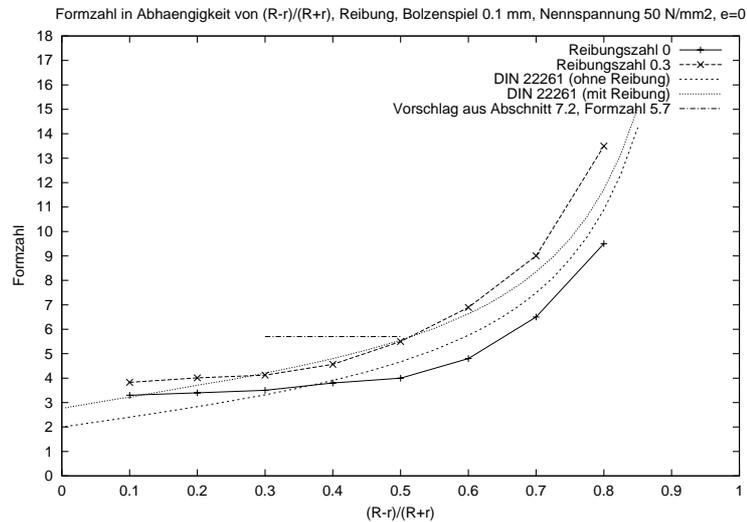


Abbildung 7.10: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Reibungszahl als Parameter,  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s=0,1 \text{ mm}$ ;  $e=0$ ,  $r=31 \text{ mm}$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), mit Gelenkdrehung

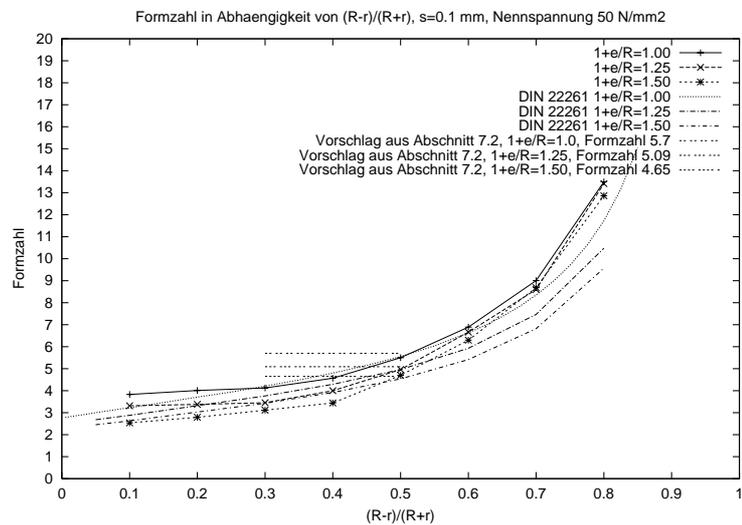


Abbildung 7.11: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Kopfhöhenvergrößerung als Parameter,  $\mu = 0,3$ ;  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ ,  $s=0,1 \text{ mm}$ ;  $r=31 \text{ mm}$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), mit Gelenkdrehung

Abb. 7.12 bis Abb. 7.14 zeigen den Vergleich der FE-Berechnungen und Berechnungen nach der Formel aus DIN 22261. Hier sind die Berechnungen der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1(b) ohne Gelenkdrehung. Aus dem Vergleich erkennt man, daß die nach DIN 22261 unter den gewählten Voraussetzungen berechneten Formzahlen von den FE-Formzahlen abweichen.

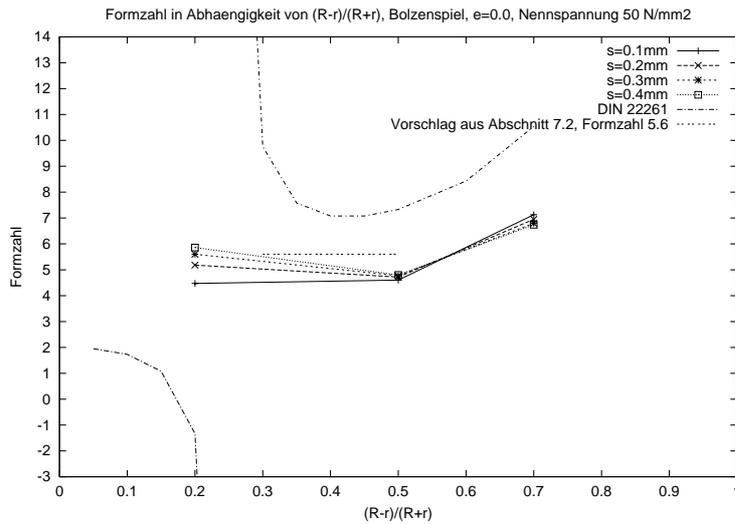


Abbildung 7.12: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter,  $\beta = 135^\circ$ , Reibungszahl  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$ ,  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), ohne Gelenkdrehung

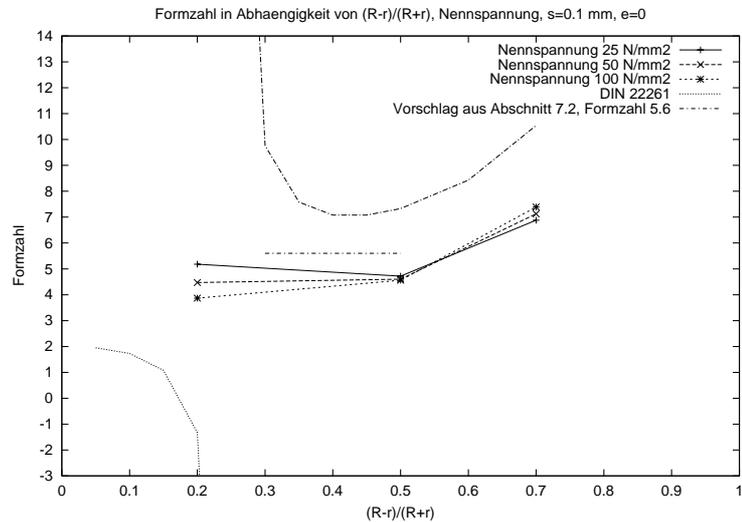


Abbildung 7.13: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Nennspannung als Parameter,  $\beta = 135^\circ$ ,  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ; Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), ohne Gelenkdrehung

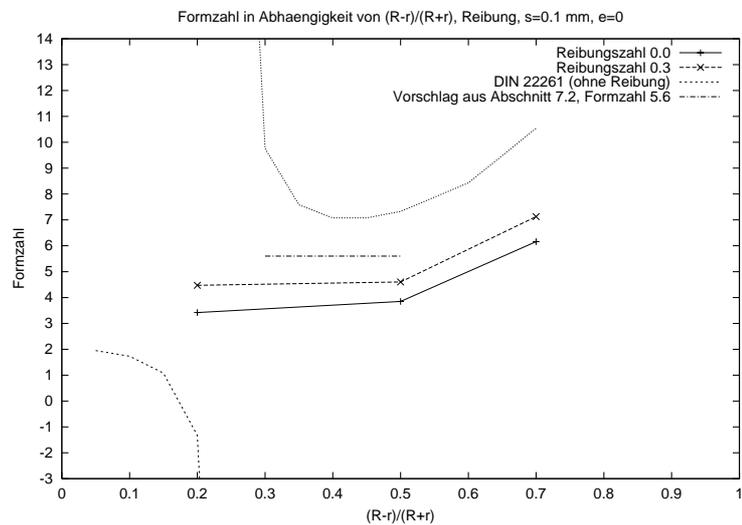


Abbildung 7.14: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Reibung als Parameter,  $\beta = 135^\circ$ , Nennspannung  $50 \text{ N/mm}^2$ ,  $r = 31 \text{ mm}$ ,  $e = 0$ ,  $s = 0,1 \text{ mm}$ ; Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), ohne Gelenkdrehung

Abb. 7.15 bis Abb. 7.17 zeigen den Vergleich der FE-Berechnungen und Berechnungen nach der Formel aus DIN 22261 für die Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1(b) mit Gelenkdrehung. Aus dem Vergleich erkennt man, daß die Formel im bestimmten Bereich von  $(R - r)/(R + r)$  (z.B.  $g = 0,2$ ) nicht richtig eingesetzt werden kann. Nach Gleichung (3.23) wird Formzahl  $\alpha$  für  $\delta = -1$  unbegrenzt groß.

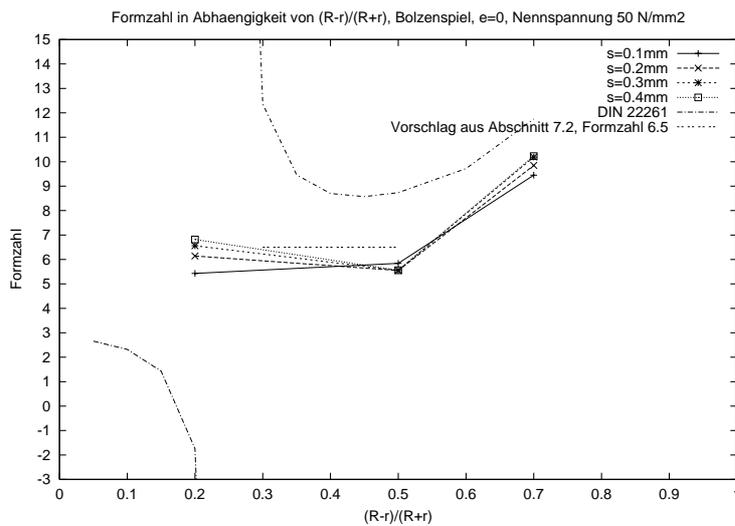


Abbildung 7.15: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter, Reibungszahl  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 135^\circ$ ,  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), mit Gelenkdrehung

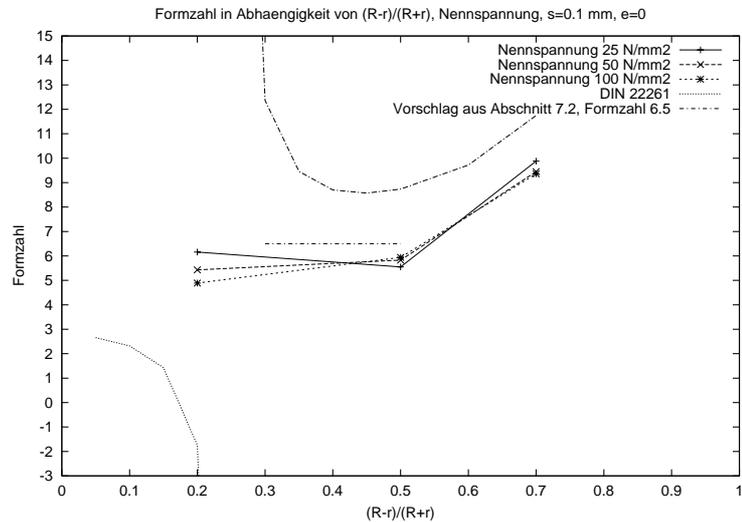


Abbildung 7.16: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Nennspannung als Parameter,  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 135^\circ$ ,  $s=0,1$ ;  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), mit Gelenkdrehung

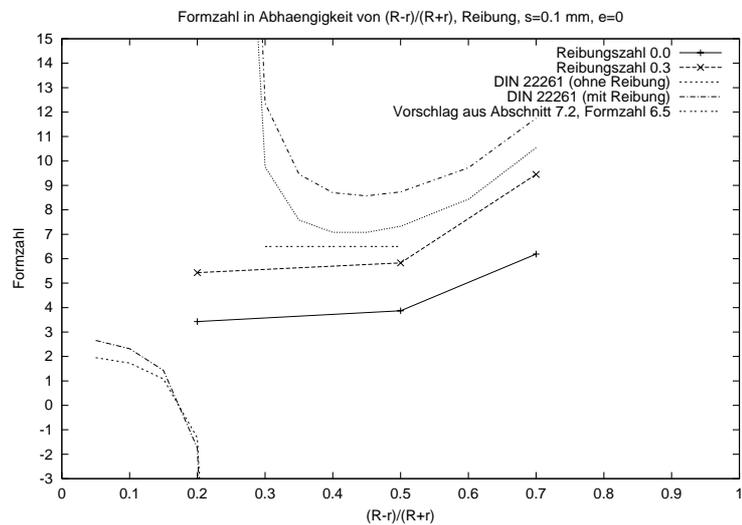


Abbildung 7.17: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Reibungszahl als Parameter,  $s = 0,1$ ;  $e = 0$ ,  $\beta = 135^\circ$ ,  $r = 31$  mm,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), mit Gelenkdrehung

Abb. 7.18 bis Abb. 7.20 zeigen den Vergleich der FE-Berechnungen und der Berechnungen nach der Formel aus DIN 22261. Hier sind die Berechnungen der Augenstabverbindung gemäß Abb.2.1(c) ohne Gelenkdrehung.  $\beta = 30^\circ$ .

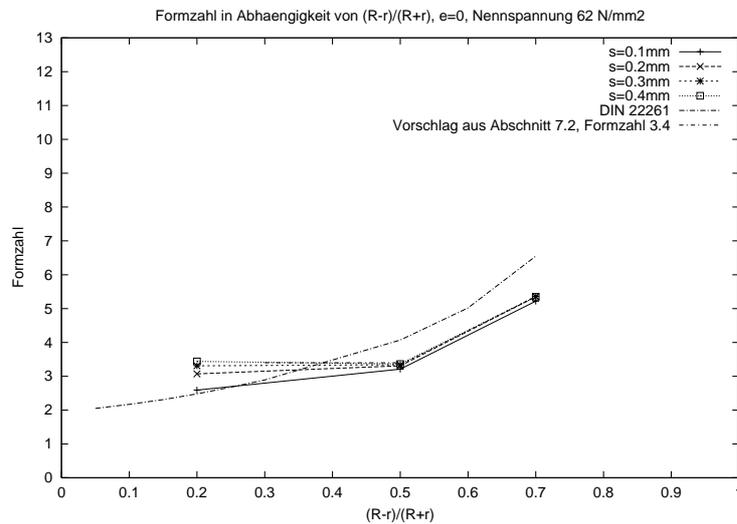


Abbildung 7.18: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$  für  $\beta = 30^\circ$ , Bolzenspiel als Parameter,  $\mu = 0.3$ ,  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm,  $\beta = 30^\circ$ ,  $\sigma_n = 62$  N/mm<sup>2</sup>, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), ohne Gelenkdrehung

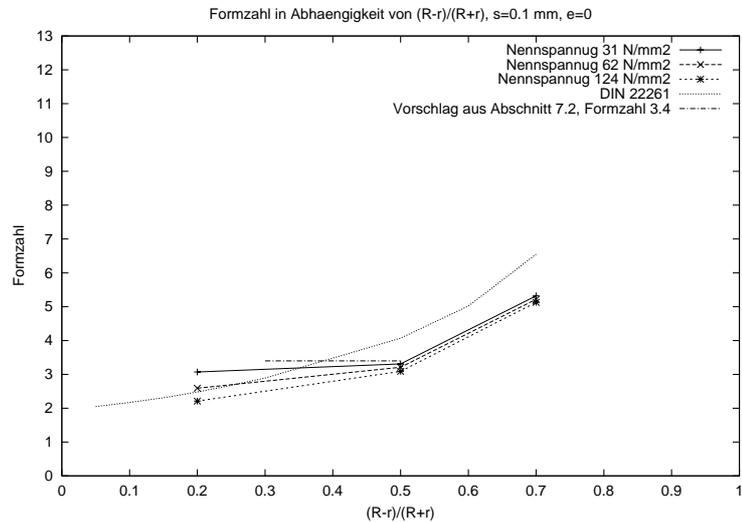


Abbildung 7.19: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$  Nennspannung als Parameter,  $\beta = 30^\circ$ , Reibungszahl  $\mu = 0,3$ ;  $r = 31$  mm,  $s = 0,1$ ;  $e = 0$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), ohne Gelenkdrehung

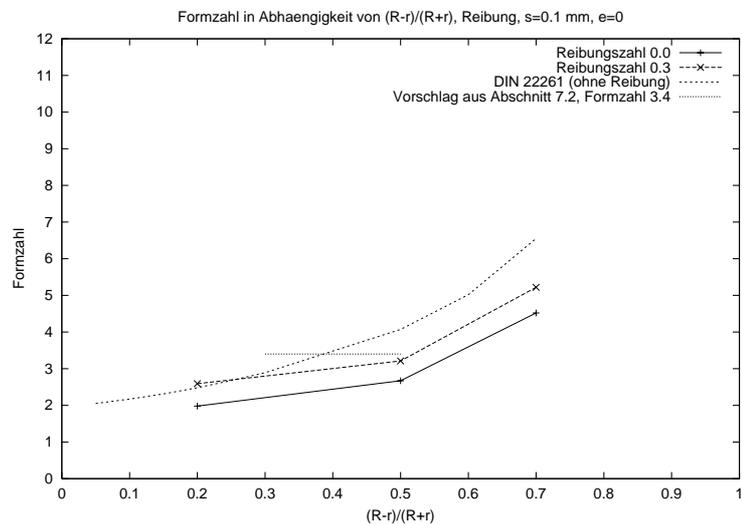


Abbildung 7.20: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$  Reibung als Parameter,  $\beta = 30^\circ$ ,  $F_1=6200$  N,  $F_2=500$  N,  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $s = 0,1$ ; Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), ohne Gelenkdrehung

Abb. 7.21 bis Abb. 7.23 zeigen den Vergleich der FE-Berechnungen und Berechnungen nach der Formel aus DIN 22261. Hier sind die Berechnungen der Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1(c) mit Gelenkdrehung.  $\beta = 30^\circ$ .

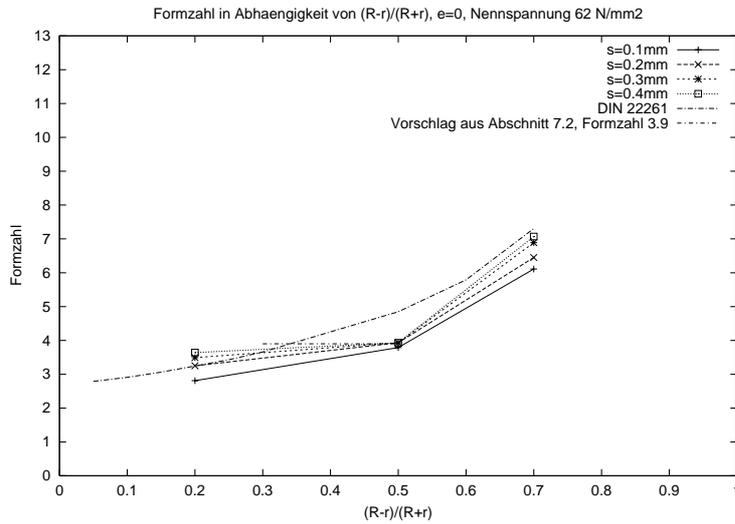


Abbildung 7.21: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel als Parameter,  $\mu = 0,3$ ;  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $\sigma_n = 62$  N/mm<sup>2</sup>, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), mit Gelenkdrehung

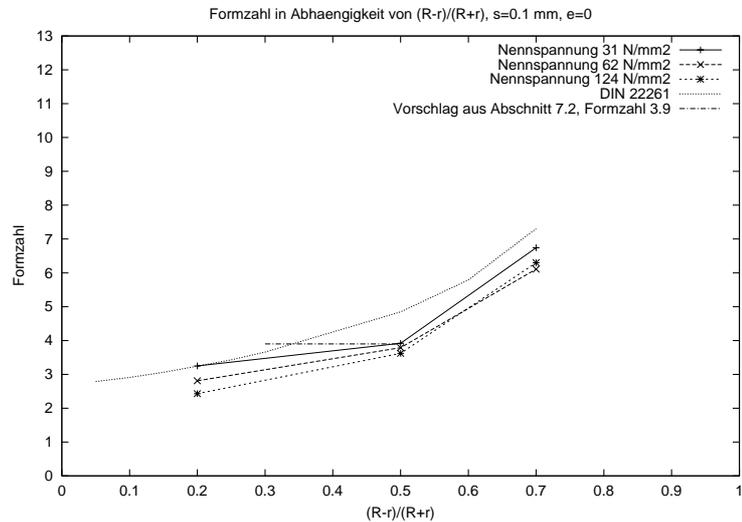


Abbildung 7.22: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Nennspannung als Parameter,  $\mu = 0,3$ ;  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm; Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), mit Gelenkdrehung

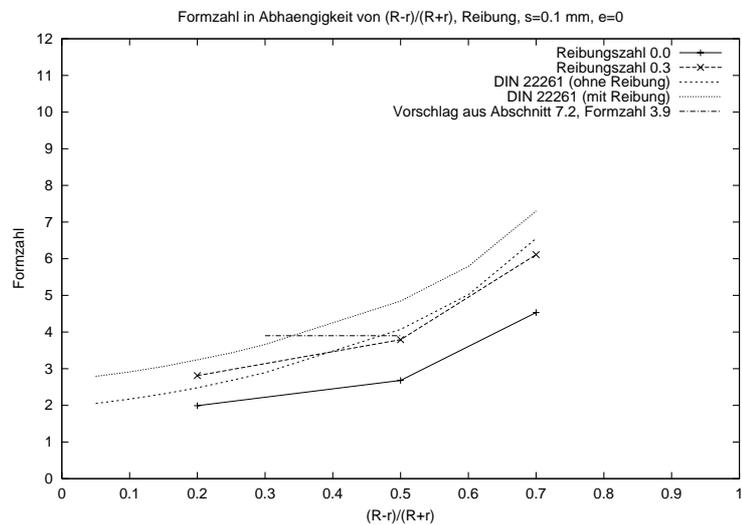


Abbildung 7.23: Formzahl in Abhängigkeit von  $(R-r)/(R+r)$ , Reibungszahl als Parameter,  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm,  $s = 0,1$  mm; Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), mit Gelenkdrehung,  $F_1=6200$  N,  $F_2=500$  N

## 7.2 Vorschläge

Ein einfaches Berechnungsverfahren für Augenstäbe ist wünschenswert, das alle auf die Spannungsverteilung in nennenswerter Größe einwirkenden Einflüsse mit vertretbarem Aufwand ausreichend genau berücksichtigt, wie es in den Normen DIN 22261 und DIN 19704 versucht worden ist.

Für die Bemessung von Augenstäben für Zugkraftübertragung wird vorgeschlagen, als einfachsten Ansatz in dem praktisch relevanten Bereich  $0,3 \leq g \leq 0,5$  unabhängig von  $g$  folgende Formzahlen anzusetzen, womit die größten in diesem Bereich  $0,3 \leq g \leq 0,5$  auftretenden Formzahlen abgedeckt sind:

- Für die Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1(a)  $\alpha=4,3$  (ohne Gelenkdrehung) und  $\alpha=5,7$  (mit Gelenkdrehung)
- Für die Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1(b) mit  $\beta = 135^\circ$ ,  $\alpha=5,6$  (ohne Gelenkdrehung) und  $\alpha=6,5$  (mit Gelenkdrehung)
- Für die Augenstabverbindung gemäß Abb. 2.1(c) mit  $\beta \geq 30^\circ$ ,  $\alpha=3,4$  (ohne Gelenkdrehung) und  $\alpha=3,9$  (mit Gelenkdrehung)

Der Einfluß von  $\beta$  kann mit  $\alpha=9,2 \cdot g / (4 \cdot g + \tan \beta) + 2$  (ohne Gelenkdrehung) und  $\alpha=14,8 \cdot g / (4 \cdot g + \tan \beta) + 2$  (mit Gelenkdrehung) erfaßt werden.

Diese Ansätze gelten ohne bzw. mit einer Gelenkdrehung mit  $\mu = 0,3$ , für ein Bolzenspiel  $s \leq 0,4$  mm (Passung), sowie Nennspannung von mindestens 25 N/mm<sup>2</sup>. Der Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung kann gemäß Abb. 2.1(a), Abb. 2.1(b) und Abb. 2.1(c) durch den Faktor  $1 / \sqrt{1 + e/R}$  erfaßt werden. Je größer die Kopfhöhenvergrößerung ist, desto kleiner Formzahl wird.



# Kapitel 8

## Zusammenfassung

Es gibt viele Vorschläge zur Auslegung von Augenstab-Bolzen-Verbindungen, die jedoch noch keine befriedigende Lösung darstellen. Es fehlen genügend Kenntnisse über den Kontaktmechanismus der Verbindung und der Kraftübertragung zwischen Augenstab und Bolzen. Viele der bisherigen Berechnungsvorschläge gehen von einer cosinusförmigen Verteilung der Flächenpressung in der Bohrung des Augenstabes aus. Es handelt sich meistens um empirische oder halbempirische sowie um theoretisch unzureichende Näherungsverfahren, die zu stark unterschiedlichen Ergebnissen führen und eine wirklichkeitsnahe Bestimmung des Tragverhaltens in Augenstab-Bolzen-Verbindungen kaum ermöglichen. Zudem bleiben wegen mangelhafter Kenntnisse des Spannungs-Verformungsverhaltens im Kontaktbereich viele relevante Einflußgrößen unberücksichtigt. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine systematische rechnerische Untersuchung der Auswirkung dieser Einflußgrößen, insbesondere der Reibung, auf das Tragverhalten der Augenstab-Bolzen-Verbindungen. Dabei sollten grundlegende Zusammenhänge untersucht und detaillierte Erkenntnisse über die Kontaktinteraktion zwischen Augenstab und Bolzen gewonnen werden.

Bei dem benutzten Kontakt-Berechnungsverfahren handelt es sich um die „finite sliding“-Formulierung in Verbindung mit der „contact pair“-Methode, wobei die Gültigkeit des COLOUMBschen Reibungsgesetzes vorausgesetzt wurde. Dadurch konnte der Verlauf der Kontaktspannungen an der Grenzfläche sowie die gesamten Widerstände bei allen Berechnungsmodellen ermittelt werden.

Am Anfang der numerischen Untersuchungen steht die Frage der Modellierungsgenauigkeit. Es werden verschiedene Diskretisierungen der Augenstab-Bolzen-Verbindung mit dem Ziel analysiert, Aussagen über die mindestens erforderliche Elementdichte treffen zu können. Unterschiedliche Elementtypen werden verwendet, so daß ein Vergleich zwischen einer zwei- und einer

dreidimensionalen Betrachtungsweise durchgeführt werden kann.

Bei allen Untersuchungen wird ein linear-elastisches Werkstoffverhalten vorausgesetzt. Bei der zweidimensionalen Modellierung wird der Bolzen durch eine starre, zweidimensionale Kreisscheibe dargestellt. An diesem Modell wird der Einfluß der unterschiedlichen Geometrieparameter mit und ohne Reibungseinfluß untersucht. Die Berechnung mit der dreidimensionalen Modellierung diente zur Feststellung der Genauigkeit der wesentlich einfacheren zweidimensionalen Modellierung.

Das Tragverhalten von Augenstäben in Augenstab-Bolzen-Verbindungen unter Berücksichtigung des Reibungswiderstandes mit und ohne Gelenkdrehung wurde mit der finiten Elementmethode rechnerisch untersucht. Bei einem statischen Gelenk wird die Drehung durch elastische Formänderungen des ganzen Tragwerks hervorgerufen. Ein Reibungsmoment ist bei den Nachweisen für die Augenstäbe zu berücksichtigen. Dafür wurden in folgender Reihenfolge rechnerische Untersuchungen jeweils mit und ohne Reibungswiderstand durchgeführt:

- 2D-Modell, Bolzen starr, Augenstab als Scheibe, keine Drehung unter Last
- 2D-Modell, Bolzen starr, Augenstab als Scheibe, mit Drehung unter Last
- 3D-Modell, Bolzen starr, Augenstab als elastischer Körper, mit Drehung unter Last
- 3D-Modell, Bolzen und Augenstab als elastischer Körper, mit Drehung unter Last.

Ein Vergleich der Ergebnisse von den 2D- mit dem 3D-Modellen (s. Abschnitt 6.2) wird in Tabelle 6.1, Tabelle 6.2, Tabelle 6.3 dargestellt. Die dreidimensionalen FEM-Berechnungen zeigen für den Bereich des linear-elastischen Werkstoffgesetzes nur geringe Abweichungen von den Resultaten der zweidimensionalen FEM-Berechnungen.

Mit dem 2D-Modell wurde das Tragverhalten einer Augenstab-Bolzen-Verbindung in Abhängigkeit von dem Bolzenspiel, der Reibung, der Geometrie (Stabform), der Kopfhöhenvergrößerung und der Nennspannung ermittelt. Einen Schwerpunkt der Untersuchungen bildete der Einfluß des Reibungswiderstandes bei einer Drehung des Bolzens im Augenstab. Die Reibungsmomente bei entsprechend großen Gelenkkräften können so groß sein, daß bei statischen Gelenken eine Gelenkdrehung infolge elastischer Formänderungen der Augenstäbe nicht auftritt. Dies tritt ein, wenn das bei Annahme eines starren Gelenkes im Tragsystem sich ergebende Einspannmoment

im Gelenk kleiner ist als das Reibungsmoment (Bei einem statischen Gelenk wird die Drehung durch elastische Formänderungen des Tragssystems hervorgerufen). Ein Reibungsmoment ist bei den Nachweisen für die Augenstäbe zu berücksichtigen.

Aus den ermittelten Spannungszuständen wurden in dieser Arbeit die Formzahlen in Abhängigkeit von dem Bolzenspiel, der Reibung, der Geometrie, der Kopfhöhenvergrößerung und der Nennspannung bestimmt.

Mit diesen FEM-Berechnungsergebnissen wurde die Richtigkeit der empirisch aufgestellten Berechnungsformeln der DIN 22261 überprüft:

- die Formzahl  $\alpha$  (siehe Gl. (3.23) und Gl. (3.24)) der DIN22261 ist für die Augenstabformen Abb. 2.1 (a) und 2.1 (c) im praktisch relevanten Bereich  $0,3 < g = (R-r)/(R+r) < 0,5$  mit und ohne Reibungseinfluß ausreichend genau.
- für Augenstabformen Abb. 2.1 (b) ist die Gleichung (3.23) und (3.24) für die Formzahl nicht brauchbar, sieh die Abb. 7.12 bis 7.17.

Zur Bestätigung der Rechenergebnisse ist es wünschenswert, diese vergleichbaren experimentellen Ergebnissen der Literatur gegenüber zu stellen. Leider stehen solche als zuverlässigen Meßdaten nicht in ausreichender Menge zur Verfügung.

Um die Ergebnisse dieser Arbeit allgemein anwendbar zu machen, ist eine weiterführende Betrachtung der Ergebnisse nötig.



# Literaturverzeichnis

- [1] ARGYRIS, J.H. & KELSEY, S.: *Energy Theorems and Structural Analysis*. Aircraft Engineering, Vol. 26 and 27, 1955
- [2] BATHE, K.J.: *Finite-Element-Methode*. Springer Verlag, Berlin 1986
- [3] BEKE, J.: *Beitrag zur Berechnung der Spannungen in Augenstäben*. Der Eisenbau. 12. Jg. Leipzig: 1921
- [4] BICKLEY, W.J.: *The Distribution of stress Round a Circular Hole in a Plate*. Philos. Trans. Roy. Soc., London, Series A, Vol. 227, Physical Sciences and Engineering. London: 1928
- [5] BINZ, H.: *Untersuchung des Einlaufverschleißverhaltens von Rollenketten unter besonderer Berücksichtigung der Buchse-Lasche-Preßverbindung*. Diss., Darmstadt, 1985
- [6] BISCHOFF, D.: *Mathematische Formulierung und numerische Methoden für Kontaktprobleme auf der Grundlage von Extremalprinzipien*. Institut für Baumechanik und Numerische Mechanik, Universität Hannover, 1987
- [7] BLEICH, F.: *Theorie und berechnung der eisernen Brücken*. Berlin: Verlag Springer, 1924
- [8] BOHNY, F.: *Theorie und Konstruktion versteifter Hängebrücken*. 1905
- [9] CHAN, S.K. & TUBA, I.S.: *A Finite Element Method for Contact Problems of Solid Bodies*. Int. J. mech. Sci., 13 (1971)
- [10] CHAUDHARY, A.: *A solution method for planer and axisymmetric contact problems*. Int. J. Meth. Engng.21, 1985
- [11] COKER, E.G.: *The Distribution of Stress due to Rivet in Plate*. Transactions of the Institution of Naval Architects. Vol. LIII, Part I, London: 1911

- [12] COKER, E.G.: *Some Engineering Problems of Stress Distribution*. Proceedings of the 1st International Congress for Applied Mechanics. Delft: 1924
- [13] COMPOS, L.T. & ODEN, J.T. & KIKUCHI, N.: *A Numerical analysis of a Class of Contact Problems with Friction in Elastostatics*. Computer Methods in applied Mechanics and Engineering, 34 (1982)
- [14] COOPER, T.: *New facts about Eye-Bars*. Trans. ASCE, Paper Nr. 1024, New York: 1906
- [15] COX, M.A.: *Stress Round Pins in Holes*. The Aeronautical Quarterly, Royal Aeronautical Society(Hrsg.), London: 1964
- [16] DAFFNER, E.: *Experimentelle und theoretische Ermittlung der vom Lagerspiel abhängigen Spannungen im kleinen Pleuelauge*. VDI-Bericht, Nr.399, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1981
- [17] DIN 18800 Teil 1: *Stahlbauten, Bemessung und Konstruktion*. Deutsche Norm, Beuth Verlag, Berlin 1990
- [18] DIN 19704: *Stahlwasserbauten*. Deutsche Norm, Beuth Verlag, Berlin 1998
- [19] DIN 22261 Teil 2: *Bagger, Absetzer und Zusatzgeräte in Braunkohlentagebauen, Berechnungsgrundlagen*. Deutsche Norm, Januar 1998
- [20] DIN 4131: *Antennentragwerke aus Stahl*. Deutsche Norm, Beuth Verlag, Berlin 1991
- [21] DIN 4133: *Schornsteine aus Stahl*. Deutsche Norm, Beuth Verlag, Berlin 1991
- [22] DIN 7155: *ISO-Passungen für Einheitswelle*. Deutsche Norm, Beuth Verlag, Berlin 1966
- [23] ESHWAR, V.A.: *Analysis of Clearance Fit Pin Joints*. International Journal of Mechanics and Science, Vol.20, 1978
- [24] Eurocode 3: *Die Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten*. 1993
- [25] FRANCAVILLA, A. & ZIENKIEWICZ, O.C.: *A Note on Numerical Computation of Elastic Contact Problems*. Int. J. f. numerical Methods in Engineering, 9 (1975)

- [26] FRANCAVILLA, A.: *A Note on Numerical Computation of Elastic Problems*. Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, 9 (1975)
- [27] FROCHT, M.M.: *Stress Concentration Factors Around Central Circular Hole in Plate Loaded Through Pin in the Hole*. Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics. The American Society of Mechanical Engineers, New York: 1940
- [28] GAERTNER, R.: *Investigation of Plane Elastic Contact Allowing for Friction*. Computers & Structures, Vol.7, 1977
- [29] GARNATZ, P.: *Spannungsmessungen und Festigkeitsuntersuchungen zur Gestaltung von Augenstäben hoher Ermüdungsfestigkeit*. Verein Deutscher Ingenieure, Fortschritt-Berichte VDI-Zeitschrift, Reihe 1, Nr. 12, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1968
- [30] HAUG, E.J.: *Contact stress minimization by contour design*. Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, 12 (1978)
- [31] HENNIG, A.: *Polarisationsoptische Spannungsuntersuchungen am gelochten Zugstab und am Nietloch*. Forsch. Ing.-Wes. 4 (1933)
- [32] HERTEL, H.: *Ermüdungsfestigkeit der Konstruktionen*. Springer Verlag 1969
- [33] HERTZ, H.: *Über die Berührung fester elastischer Körper*. Gesammelte Werke von Heinrich Hertz. Bd. 1, Lenard, Ph. (Hrsg.) Leipzig: Johann Ambrosius Barth, 1895
- [34] HUGHES, T.J.R. & TAYLOR, R.L. & SACKMAN, J.L. & CURNIER, A. & KANOKNUKULCHAI, W.: *A Finite Element Method for a Class of Contact-Impact Problems*. Computers and Structures, 8 (1976)
- [35] JESSOP, H.T.: *Photoelastic Investigation on Plates with Single Interference-Fit Pins with Load Applied to Plate Only*. The Aeronautical Quarterly, Vol. VII: 1956
- [36] KALKAR, J.J.: *Zur Festigkeit von Kolbenbolzen*. MTZ Motortechnische Zeitschrift, 11 (1941)
- [37] KUNTZSCH, V.: *Statische und dynamische Beanspruchung von Kettenlaschen*. Diss. Karlsruhe, 1972

- [38] LANCZOS, C.: *The Variational Principles of Mechanics*. 4. Auflage, Toronto 1970
- [39] LINDENTHAL, G.: *Amerikanische Zerreißversuche mit großen Augenstäben*. Der Eisenbau, H.10, 1914
- [40] MATHAR, J.: *ber die Spannungsverteilung in Schubstangenkpfern*. Forsch. -Arb. Ing. -Wes., H. 306, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1928 (Diss. RWTH Aachen 1926)
- [41] NGUYEN, D.H. & GERY, D.S.: *Frictionless Contact of Elastic Bodies by Finite Element Method and Mathematical Programming Technique*. Computer and Structures, 11 (1980)
- [42] N, N.: *ABAQUS, user's manual*. HIBBITT, KARLSSON & SORENSEN, INC., Version 5.6, 1997
- [43] N, N.: *PATRAN Online-Help*. MSC, PATRAN3 Version6, 1997
- [44] ODEN, J.T. & REDDY, J.N.: *Variational Methods in Theoretical Mechanics*. Berlin: 1976
- [45] POCZA, A.: *Zur Festigkeitsberechnung geschlossener Stangenkpfe*. Konstruktion, Nr.19, Heft 9, Berlin: Springer, 1967
- [46] REIDELBACH, W.: *Der Spannungszustand in einem durchbohrten, durch eine Bolzenkraft auf Zug beanspruchten Stangenkopf*. Das Industrieblatt, Bd.62, Nr.11, Berlin: 1962
- [47] REISSNER, H. & STRAUCH, Fr.: *Ringplatte und Augenstab*. Ingenieur-Archiv, IV.Band, Berlin: Springer, 1933
- [48] ROTHE, F.: *Spielbehaftete Laschenverbindungen bei quasistatischer Belastung unter Berücksichtigung nichtlinearer Randbedingungen*. Diss. Clausthal-Zellerfeld, 1994, Clausthal-Zellerfeld: Papierflieger, 1994
- [49] RUCIZKA, M.: *Ergebnisse zu Spannungs- und Verformungsanalyse an Augenstäben*. Maschinenbautechnik, Wissenschaftlich-technische Zeitschrift für Forschung, Entwicklung und Konstruktion auf dem Gebiet des Maschinenbaus, Kammer der Technik, Fachverband Maschinenbau, 35.Jg. Heft 9, Berlin: VEB-Verlag Technik, 1986
- [50] RHL, K.: *Die Tragfähigkeit metallischer Baukörper in Bautechnik und Maschinenbau*. Eine Übersicht über die Fragen der Tragfhigkeitslehre und -forschung bei Stahl und Leichtmetall, Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn, 1952

- [51] SCHAPER, G.: *Stählerne Brücken*. I. Bd, Teil 1, 7. Aufl. Berlin: W.Ernst & Sohn 1949
- [52] SCHIJVE, J.: *Fatigue Tests on Aluminium Alloy Lugs with Special Reference to Fretting*. Nationaal Lucht- en Ruimtevaartlaboratorium(Hrsg.), NLR-Technical Notes, M.2103, Amsterdam: NLR, 1962
- [53] SCHOMBURG, K.: *Die Penalty-Methode mit finiten Elementen in der technischen Mechanik*. Habilitationsschrift, RWTH Aachen, 1979
- [54] SEEGER, D.: *Krafteinleitung in dünne Platten über Bolzen und Bolzenlöcher*. Konstruktion 15, Berlin: Springer, 1963
- [55] SIA 161: *Stahlbauten*. Schweizer Norm SN555161, 1990
- [56] SIMO, J.C. & WRIGGERS, P. & TAYLOR, R.L.: *A Perturbed Lagrangian Formulation for the Finite Element Solution of Contact Problems*. Computer Methods in applied Mechanics and Engineering, 50 (1985)
- [57] SMITH, C.S.: *Proportions of Eye-bars*. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1877
- [58] SONNTAG, R.: *Über einige technisch wichtige Spannungszustände in ebenen Blechen*. Mitteilungen aus dem Mechanisch-Technischen Laboratorium der Technischen Hochschule München: Föppl, L. Dritte Folge, 34. Heft, München: Theodor Ackermann, 1930
- [59] STADTER, J.T. & WEISS, R.O.: *Analysis of Contact through finite element gaps*. Computer and Structures, 10 (1979)
- [60] STEIN, E. & WRIGGERS, P.: *Calculation of Impact-Contact Problems of Thin Elastic Shells Taking into Account Geometrical Nonlinearities with the Contact Region*. Computer Methods in applied Mechanics and Engineering, 34 (1982)
- [61] TGL 13473: *Stahltragwerke für Lastaufnahmemittel*. 1984
- [62] TGL 19337: *Kerbwirkungszahlen, Zeit- und Dauerfestigkeit an Augenstäben*. 1984
- [63] TGL 22838/04: *Berechnungsgrundlagen - Verbindungsbolzen, Augenstäbe*. Mai 1986
- [64] THEOCARIS, P.S.: *The stress Distribution in Strip Loaded in Tension by Means of Central Pin*. Journal of Applied Mechanics, The American Society of Mechanical Engineers, March 1956, New York: 1956

- [65] TURNER, & CLOUGH, & MARTIN, & TOPP: *Stiffnes and Deflection Analysis of Complex Structures*. J. Aero. Sci., 23 (1958)
- [66] WHITE, D.J.: *Finite-Element Stress Analysis of a Non-linear Problem: A Connecting-Rod Eye Loaded by means of a Pin*. Journal of Strain Analysis, Vol.5, No.1, 1970
- [67] WILSON, E.A.: *Finite Element Analysis of Elastic Contact Problems Using Differential Displacements*. Int. J. f. Nimerical Methods in Engineering, 2 (1970)
- [68] WINKLER: *siehe SCHAPER, G.*
- [69] WRIGGERS, P.: *Zur Berechnung von Kontakt- und Stoßproblemen elastischer Körper mit Hilfe der Finite Elemente Methode*. Diss., Universität Hannover, 1981
- [70] ZIENKIEWICZ, O.C.: *Methode der finiten Elemente*. Carl Hanser Verlag, München, 3.Auflage, 1977

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Augenstab-Bolzen-Verbindungen im Stahlhochbau (1)–(5) . . .	2
1.2	Augenstab-Bolzen-Verbindungen im Braunkohlen-Tagebau (6) und in Seilbauwerken (7)–(10) . . . . .	3
2.1	Abmessungen der Augenstabmodelle (a), (b) und (c) . . . . .	8
2.2	Zweidimensionales Modell . . . . .	9
2.3	Dreidimensionales Modell . . . . .	9
2.4	Zugstab mit Loch . . . . .	11
3.1	Abmessungsverhältnisse von Augenstab-Bolzen-Verbindungen nach Empfehlungen, Vorschriften und ausgeführten Brücken nach SCHAPER [51] . . . . .	14
3.2	Bolzenverbindungen nach BOHNY [8] . . . . .	15
3.3	Augenstabformen mit Darstellung des $\sigma_y$ -Spannungsverlaufes über die Wangenbreite und des $\sigma_x$ -Spannungsverlaufes über die Kopfhöhe für eingepaßte Bolzen und für 1 mm Spiel des Bolzens bei einer Belastung von 12000 kg nach Mathar [40] . .	16
3.4	Verschiedene Augenstababmessungen a und c für gleiche Abmessungen b und d nach SCHAPER [51]: (A) Auge der Budapester Kettenbrücke, (B) Auge nach WINKLER, (C) nach HÄSELER, (D) nach GERBER, (E) nach Pencoyd-Works, (F) nach Baltimore-Bridge-Comp . . . . .	17
3.5	Typische Spannungsverteilung nach spannungsoptische Versuche von FROCHT . . . . .	18
3.6	Ergebnisse nach KUNTZSCH und FROCHT . . . . .	18
3.7	Belastungsmodell zur Augenstabberechnung nach BEKE/BLEICH . . . . .	19
3.8	Formzahldiagramm nach BEKE/BLEICH . . . . .	20
3.9	Belastungsmodell zur Augenstabberechnung nach REISSNER .	21
3.10	Belastungsmodell zur Augenstabberechnung nach POÓCZA . .	23
3.11	Formzahlen $\alpha$ in Abhängigkeit von Geometrie und der Scheitelüberhöhung $\epsilon$ nach POÓCZA (Winkel $\psi = 75^\circ$ ) . . . . .	23

3.12	Belastungsmodell zur Augenstabberechnung nach REIDELBACH	24
3.13	Formzahlen $\alpha$ als Funktion des Radienverhältniss $r/R$ bei Gleitsitz des Bolzens, Bolzenspiel $s = 0$ nach REIDELBACH . . .	25
3.14	Augenstabformen nach TGL 22838/04 . . . . .	26
3.15	Augenstabformen nach TGL 19337 . . . . .	27
3.16	Augenstababmessungen nach DIN 4131, DIN 4133 und Be- messungsregel A der DIN 18800 Teil 1 . . . . .	28
3.17	Augenstababmessungen nach Bemessungsregel B der DIN 18800 Teil 1 . . . . .	29
3.18	Gelenkige Verbindung nach Norm SIA161 ( $d = 2r$ ) . . . . .	29
3.19	Augenstab, Kettenlasche, Augenblech nach DIN19704 . . . . .	30
4.1	Normal- und Schubspannungen an einem würfelförmigen Kör- perelement . . . . .	35
4.2	Kontaktprobleme . . . . .	39
4.3	Kontakt-Logik . . . . .	43
4.4	Slave-Master Konzept für die Kontaktmodellierung . . . . .	46
4.5	Geometrie der Grenzflächen vom Starrkörper und deformier- barem Körper . . . . .	47
4.6	Darstellung der Kontaktspannungen in der Kontaktfläche . . .	48
4.7	Das Grenzflächenverhalten zwischen Bolzen und Augenstab nach dem COULOMBSchen Reibungsmodell . . . . .	50
4.8	Idealisierung der Spannungs-Verschiebungskurve für das Grenzflächenverhalten . . . . .	51
5.1	Untersuchtes Augenstab Modell, $g=(R-r)/(R+r)=0,5$ ; $r =$ $31$ mm, $e = 0$ , Dicke $t=1$ mm für 2D-Modell . . . . .	55
5.2	Vergleich der Einteilung der FE-Netze . . . . .	56
5.3	Darstellung der Hauptspannungen SP2 ( $N/mm^2$ ) über die Re- chenschritte an den Knoten (Node 218, Node 739, Node 5250, Node 2272) an dem gleichen Lochrand unter verschiedenen Netzgenerierungen, ohne Kontaktdruck zwischen Bolzen und Augenstab im Rechenschritt von 0,0 bis 1,0 (erste Phase); mit Kontaktdruck im Rechenschritt von 1,0 bis 2,0 (zwei- te Phase); die Parameter sind $F1=3100$ N, Nennspannung $\sigma_n=25$ $N/mm^2$ , Bolzenspiel $s=0,1$ mm; Reibungszahl $\mu=0$ , $g = (R-r)/(R+r)=0,5$ ; $e = 0$ . In der Darstellung bedeuten die einzelnen Punkte die Hauptspannung nach einer bestimmten Iteration . . . . .	59

5.4	Kontaktdruck entlang der Linie 3 (am Lochrand, s. Abb. 5.1), $\mu = 0$ , $s=0,1$ mm; Zugkraft $F_1=6200$ N, $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $g=0,5$ ; $e=0$ , $t=1$ mm . . . . .	60
5.5	Oberes Bild: Spannungen S22 (in $y$ -Richtung); unteres Bild: Vergleichsspannungen SV, $\mu = 0$ , $s=0,1$ mm; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $g=0,5$ ; $e=0$ . . . . .	61
5.6	Verteilung der Hauptspannungen SP2, Punkt C ist Node 25, $g=0,5$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm; $\mu=0$ , $e=0$ . . . . .	62
5.7	Betrachtete Knoten und Linien, Linie 1 liegt auf dem Wan- genquerschnitt, Linie 2 liegt auf dem Lochrand . . . . .	65
5.8	Vergleich der Hauptspannungen SP2 (N/mm <sup>2</sup> ) in den Rechen- schritten 0,0 bis 1,0 und 1,0 bis 2,0 an den Knoten 45 in Abhän- gigkeit vom Bolzenspiel, hier bedeutet s01 Bolzenspiel $s=0,1$ mm; s02 bedeutet Bolzenspiel $s=0,2$ mm; s03 bedeutet Bolzen- spiel $s=0,3$ mm; s04 bedeutet Bolzenspiel $s=0,4$ mm; $g=0,5$ ; $r=31$ mm, $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $e=0$ , $\mu=0$ . . . . .	65
5.9	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in den Rechenschritten 0,0 bis 1,0 und 1,0 bis 2,0 an den Knoten 25 und 21 in Abhän- gigkeit vom Bolzenspiel, $g=0,5$ ; $r=31$ mm, $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $e=0$ , $\mu=0$ . . . . .	66
5.10	Verlauf der Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 (Wangen- querschnitt) für verschiedene Bolzenspiele ( $s=0,1$ ; 0,2; 0,3; 0,4 mm), $g=0,5$ ; $r=31$ mm, $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $e=0$ , $\mu=0$ . . . .	67
5.11	Verlauf der Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 (tangentialen am Lochrand) für verschiedene Bolzenspiele ( $s=0,1$ ; 0,2; 0,3; 0,4 mm), $g=0,5$ ; $r=31$ mm, $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $e=0$ , $\mu=0$ . . . .	68
5.12	Augenstabformen ( $r=31$ mm, $R=57,6$ ; 93,0; 175,6 mm; nicht maßstabgerecht dargestellt) . . . . .	72
5.13	Vergleich der Hauptspannungen SP2 (N/mm <sup>2</sup> ) in Linie 2 bei unterschiedlichen Geometrien $g=0,3$ ; 0,5 und 0,7; aber Nenn- spannung konstant 50 N/mm <sup>2</sup> , Bolzenspiel $s=0,1$ mm; $\mu=0$ , $e=0$ . . . . .	72
5.14	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 2 (am Lochrand) bei unterschiedlichen Geometrien ( $g=0,3$ ; 0,5; 0,7) für konstan- te Last $F_1=6200$ N (Nennspannungen 118; 50; 21,4 N/mm <sup>2</sup> ); $s=0,1$ mm; $\mu=0$ , $e=0$ . . . . .	74
5.15	Augenstabformen (Die Zeichnungen sind nicht maßstäblich), $r=31$ mm, $R=93$ mm, $s=0,1$ mm; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $\mu=0$ . . . .	76

5.16	Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 (Wangenquerschnitt) in Abhängigkeit von der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung $1 + e/R = 1,0; 1,25; 1,5$ ( $F_1=6200$ N, Bolzenspiel 0,1 mm; $g = 0,5; \mu=0$ ) . . . . .	76
5.17	Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 (Lochrand) in Abhängigkeit von der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung $1 + e/R = 1,0; 1,25; 1,5$ ( $F_1=6200$ N, Bolzenspiel 0,1 mm; $g = 0,5; \mu=0$ ) .	77
5.18	Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 (Wangenquerschnitt) in Abhängigkeit von der Nennspannungen, $g = 0,5$ ; Bolzenspiel 0,1 mm; $\sigma_n=25, 50, 100$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	79
5.19	Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 (Lochrand) in Abhängigkeit von der Nennspannungen, $g = 0,5$ ; Bolzenspiel 0,1 mm; $\sigma_n=25, 50, 100$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	79
5.20	Formzahl $\alpha$ in Abhängigkeit von $g = (R - r)/(R + r)$ mit Nennspannung als Kurvenparameter, $\mu = 0, s = 0,1$ mm; $e = 0$	81
5.21	Formzahl $\alpha$ in Abhängigkeit von $g = (R - r)/(R + r)$ mit Bolzenspiel als Kurvenparameter, $\mu = 0, \sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$	81
5.22	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R - r)/(R + r)$ , Reibungswiderstand $\mu$ in der Kontaktzone als Kurvenparameter, $\sigma_n=100$ N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm, $e=0$ . . . . .	82
5.23	Formzahl für eine bezogene Kopfhöhenvergrößerung $1 + e/R=1,25$ in Abhängigkeit von $g = (R - r)/(R + r)$ mit der Nennspannung als Parameterkurven, $\mu = 0, s=0,1$ mm . . . . .	83
5.24	Formzahl für eine bezogene Kopfhöhenvergrößerung $1 + e/R=1,25$ in Abhängigkeit von $g = (R - r)/(R + r)$ mit dem Bolzenspiel als Parameterkurven, $\mu = 0, \sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	83
5.25	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R - r)/(R + r)$ mit Nennspannung als Kurvenparameter für eine bezogene Kopfhöhenvergrößerung $1 + e/R=1,5$ ( $\mu = 0$ ), $s = 0,1$ mm . . . . .	84
5.26	Formzahl in Abhängigkeit von $(R - r)/(R + r)$ mit Bolzenspiel als Kurvenparameter für eine bezogene Kopfhöhenvergrößerung $1 + e/R=1,5$ ( $\mu = 0$ ), $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	84
5.27	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R - r)/(R + r)$ mit der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung als Kurvenparameter $1 + e/R=1,0; 1,25; 1,5$ (Bolzenspiel 0,1 mm; $\mu = 0, \sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> )	85
5.28	Formzahl in Abhängigkeit von der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung für $g = 0,3$ und $g = 0,5$ ; Nennspannung $\sigma_n=25, 50, 100$ N/mm <sup>2</sup> , Bolzenspiel 0,1 mm; $\mu=0$ . . . . .	85
5.29	Augenstab Modell (Bolzen ohne Drehung), $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $r = 31$ mm, $g = 0,5; \mu = 0,3; s = 0,1$ mm; $e = 0$ . . . . .	86

5.30	Modell für Gleichgewicht-Untersuchung, $R = 93$ mm, $r = 31$ mm, $g = 0,5$ ; $\mu = 0,3$ ; $F_1 = 6200$ N, $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $t = 1$ mm . . . . .	89
5.31	Modell für Grenzmoment-Untersuchung, $R = 93$ mm, $r = 31$ mm, $g = 0,5$ ; $\mu = 0,3$ ; $F_1 = 6200$ N, $s = 0,1$ mm; $e = 0$ . . . . .	89
5.32	Spannungen SP2 vor der Drehung, $F_1 = 6200$ N, $F_2 = 0$ , $g = 0,5$ ; $\mu = 0,3$ ; $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $r = 31$ mm . . . . .	90
5.33	Spannungen SP2 nach der kleiner Drehung, $F_1 = 6200$ N, $F_2 = 500$ N, $g = 0,5$ ; $\mu = 0,3$ ; $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $r = 31$ mm . . . . .	90
5.34	Betrachtete Knoten . . . . .	91
5.35	Betrachtete Linien . . . . .	91
5.36	Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 45 und 9 in Abhängigkeit von unterschiedlichem Bolzenspiel $s = 0,1$ ; $0,2$ ; $0,3$ ; $0,4$ mm; $\mu = 0,3$ ; $g = 0,5$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$ . . . . .	93
5.37	Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 54 und 709 in Abhängigkeit von unterschiedlichem Bolzenspiel $0,1$ ; $0,2$ ; $0,3$ ; $0,4$ mm; $\mu = 0,3$ ; $g = 0,5$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$ . . . . .	94
5.38	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 in Abhängigkeit von unterschiedlichem Bolzenspiel $0,1$ ; $0,2$ ; $0,3$ ; $0,4$ mm; $\mu = 0,3$ ; $g = 0,5$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$ . . . . .	95
5.39	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 in Abhängigkeit von unterschiedlichem Bolzenspiel $0,1$ ; $0,2$ ; $0,3$ ; $0,4$ mm; $\mu = 0,3$ ; $g = 0,5$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$ . . . . .	95
5.40	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 3 in Abhängigkeit von unterschiedlichem Bolzenspiel $0,1$ ; $0,2$ ; $0,3$ ; $0,4$ mm; $\mu = 0,3$ ; $g = 0,5$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$ . . . . .	96
5.41	Hauptspannungen SP2 an den Knoten 45 bei unterschiedlichen Reibungszahlen $\mu = 0,0$ ; $0,1$ ; $0,2$ ; $0,3$ ; $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $g = 0,5$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	98
5.42	Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 709 bei unterschiedlichen Reibungszahlen $\mu = 0,0$ ; $0,1$ ; $0,2$ ; $0,3$ ; $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $g = 0,5$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	98
5.43	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 1 bei unterschiedlichen Reibungszahlen $\mu = 0,0$ ; $0,1$ ; $0,2$ ; $0,3$ ; $e = 0$ , $s = 0,1$ mm; $g = 0,5$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	99
5.44	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 2 bei unterschiedlichen Reibungszahlen $\mu = 0,0$ ; $0,1$ ; $0,2$ ; $0,3$ ; $e = 0$ , $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm, $g = 0,5$ . . . . .	99
5.45	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 3 bei unterschiedlichen Reibungszahlen $\mu = 0,0$ ; $0,1$ ; $0,2$ ; $0,3$ ; $e = 0$ , $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $g = 0,5$ . . . . .	100

5.46	Betrachtete Knoten und Linien (Die Zeichnungen sind nicht maßstäblich) . . . . .	101
5.47	Vergleich der maximalen Hauptspannungen (am Knoten 44, 2272, 47) in Abhängigkeit vom Geometrieverhältnis $g=0,3$ ; $0,5$ ; $0,7$ ; $s=0,1$ mm; $e=0$ , $\mu=0,3$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	102
5.48	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 2 bei unterschiedlichem Geometrieverhältnis $g=0,3$ ; $0,5$ ; $0,7$ ; $s=0,1$ mm; $e=0$ , $\mu=0,3$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	102
5.49	Vergleich der maximalen Hauptspannungen an den Knoten 44, 2272, 47 in Abhängigkeit vom Geometrieverhältnis $g=0,3$ ; $0,5$ ; $0,7$ ; $F1=6200$ N, $s=0,1$ mm; $e=0$ , $\mu=0,3$ . . . . .	103
5.50	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in Linie 2 bei unterschiedlichen Geometrienverhältnis $g=0,3$ ; $0,5$ ; $0,7$ ; $F1=6200$ N, $s=0,1$ mm; $e=0$ , $\mu=0,3$ . . . . .	104
5.51	Augenstabformen (Die Zeichnungen sind nicht maßstäblich) . . . . .	105
5.52	Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 45/2012/71 (am Rand des Wangenquerschnittes) in Abhängigkeit von der Kopfhöhenvergrößerung, $g=0,5$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm; $\mu=0,3$ . . . . .	106
5.53	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in den Linie 1 in Abhängigkeit von der Kopfhöhenvergrößerung $1+e/R$ , $g=0,5$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm; $\mu=0,3$ . . . . .	106
5.54	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in den Linie 2 in Abhängigkeit von der Kopfhöhenvergrößerung $1+e/R$ , $g=0,5$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm; $\mu=0,3$ . . . . .	107
5.55	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in den Linien 3 in Abhängigkeit von der Kopfhöhenvergrößerung $1+e/R$ , $g=0,5$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm; $\mu=0,3$ . . . . .	107
5.56	Betrachtete Knoten . . . . .	108
5.57	Betrachtete Linien . . . . .	108
5.58	Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 45 in Abhängigkeit von den Nennspannungen 25, 50, 100 N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm; $\mu=0,3$ ; $g=0,5$ ; $e=0$ . . . . .	109
5.59	Vergleich der Hauptspannungen SP2 an den Knoten 709 in Abhängigkeit von den Nennspannungen 25, 50, 100 N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm; $\mu=0,3$ ; $g=0,5$ ; $e=0$ . . . . .	109
5.60	Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 in Abhängigkeit von den Nennspannungen 25, 50, 100 N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm; $\mu=0,3$ ; $g=0,5$ ; $e=0$ . . . . .	110

5.61 Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 in Abhängigkeit von den Nennspannungen 25, 50, 100 N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $e = 0$  . . . . . 110

5.62 Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 3 in Abhängigkeit von den Nennspannungen 25, 50, 100 N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $g = 0,5$ ;  $e = 0$  . . . . . 111

5.63 Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 1 in Abhängigkeit von der Drehung (ZLINE=nur unter F1, ZDLI-NE=unter F1 und F2, ZDRLINE=unter F1 und F2 mit Reibung),  $s = 0,1$  mm;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0$ ,  $g = 0,5$ ;  $e = 0$  . . . . 113

5.64 Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 2 in Abhängigkeit von der Drehung (ZLINE=nur unter F1, ZDLI-NE=unter F1 und F2, ZDRLINE=unter F1 und F2 mit Reibung),  $s = 0,1$  mm;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0$ ,  $g = 0,5$ ;  $e = 0$  . . . . 113

5.65 Vergleich der Hauptspannungen SP2 in der Linie 3 in Abhängigkeit von der Drehung (ZLINE=nur unter F1, ZDLI-NE=unter F1 und F2, ZDRLINE=unter F1 und F2 mit Reibung),  $s = 0,1$  mm;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0$ ,  $g = 0,5$ ;  $e = 0$  . . . . 114

5.66 Formzahl in Abhängigkeit von  $g = (R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter, Nennspannung 50 N/mm<sup>2</sup>,  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$  . . . . 115

5.67 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Nennspannung als Parameter,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$  . . . . . 116

5.68 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Reibungszahl  $\mu$  als Parameter,  $s = 0,1$  mm;  $e = 0$  . . . . . 116

5.69 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Kopfhöhenvergrößerung  $1 + e/R$  als Parameter,  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup> . . . . . 117

5.70 Untersuchtes Augenstabmodell,  $R = R_{u2} = 81$  mm,  $r = 31$  mm,  $g = 0,446$ ;  $\beta = 135^\circ$ , Schaftbreite  $b = 67,1$  mm;  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm 118

5.71 Spannungen SP2, vor (oberes Bild) und nach (unteres Bild) der Gelenkdrehung),  $\mu = 0$ ,  $g = 0,446$ ;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $s = 0,1$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $b = 67,1$  mm . . . . . 119

5.72 Spannungen SP2 nach der Drehung, Geometrieverhältnis  $g = 0,2$ ;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $b = 38,5$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm;  $\beta = 135^\circ$  . . . . . 125

5.73 Spannungen SP2 nach der Drehung, Geometrieverhältnis  $g = 0,5$ ;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $b = 77$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm,  $\beta = 135^\circ$  126

5.74 Spannungen SP2 nach der Drehung, Geometrieverhältnis  $g = 0,7$ ;  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>,  $b = 145,5$  mm;  $\mu = 0,3$ ;  $s = 0,1$  mm,  $\beta = 135^\circ$  . . . . . 126

5.75	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel $s$ als Parameter, $\mu=0,3$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$ , ohne Gelenkdrehung . . . . .	127
5.76	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R-r)/(R+r)$ , Nennspannung als Parameter, $\mu=0,3$ ; $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , ohne Gelenkdrehung . . . . .	127
5.77	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R-r)/(R+r)$ , Reibungszahl $\mu$ als Parameter, $s = 0,1$ mm; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$ , ohne Gelenkdrehung . . . . .	128
5.78	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel $s$ als Parameter, $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$ , $\mu = 0,3$ ; mit Gelenkdrehung . . . . .	128
5.79	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R-r)/(R+r)$ , Nennspannung als Parameter, $\mu=0,3$ ; $e = 0$ , $s = 0,1$ mm; mit Gelenkdrehung . . . . .	129
5.80	Formzahl in Abhängigkeit von $(R-r)/(R+r)$ , Reibung als Parameter, $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$ , $s = 0,1$ mm; mit Gelenkdrehung . . . . .	129
5.81	Untersuchtes Modell . . . . .	131
5.82	Vergleichspannungen SV und Hauptspannung SP2 vor der Gelenkdrehung, $g = 0,446$ ; $r = 31$ mm, $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $\mu = 0,3$ ; $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $\beta = 30^\circ$ . . . . .	132
5.83	Vergleichspannungen SV und Hauptspannung SP2 nach der Gelenkdrehung, $g = 0,446$ ; $r = 31$ mm, $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $\mu = 0,3$ ; $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $\beta = 30^\circ$ . . . . .	133
5.84	Formzahl $\alpha$ in Abhängigkeit von $g = (R-r)/(R+r)$ , Bolzenspiel als Parameter, Augenstab ohne Drehung, $\mu=0,3$ ; $e = 0$ , $F_1=6200$ N, $r = 31$ mm, $\beta = 30^\circ$ . . . . .	140
5.85	Formzahl $\alpha$ in Abhängigkeit von $g = (R-r)/(R+r)$ mit Nennspannungsgröße als Parameter, Augenstab ohne Drehung, $\mu=0,3$ ; $e = 0$ , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, $\beta = 30^\circ$ . . . . .	140
5.86	Formzahl $\alpha$ in Abhängigkeit von $g = (R-r)/(R+r)$ mit Reibungszahl $\mu$ als Parameter, Augenstab ohne Drehung, $e = 0$ , $s = 0,1$ mm, $r = 31$ mm, $\beta = 30^\circ$ . . . . .	141
5.87	Formzahl $\alpha$ in Abhängigkeit von $g = (R-r)/(R+r)$ mit Bolzenspiel als Parameter, Augenstab mit Drehung, $\mu=0,3$ ; $e = 0$ , $r = 31$ mm, $\beta = 30^\circ$ . . . . .	141
5.88	Formzahl $\alpha$ in Abhängigkeit von $g = (R-r)/(R+r)$ mit Nennspannung $\sigma_n$ als Parameter, Augenstab mit Drehung, $\mu=0,3$ ; $e = 0$ , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, $\beta = 30^\circ$ . . . . .	142

5.89	Formzahl $\alpha$ in Abhängigkeit von $(R-r)/(R+r)$ mit Reibungszahl $\mu$ als Parameter, Augenstab mit Drehung, $e = 0$ , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, $\beta = 30^\circ$ . . . . .	142
5.90	Untersuchtes Augenstabmodell, $g = 0,446$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $r = 31$ mm . . . . .	144
5.91	Hauptspannungen SP1, $g = 0,446$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $r = 31$ mm . . . . .	144
5.92	Hauptspannungen SP2, $g = 0,446$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $r = 31$ mm . . . . .	145
5.93	Untersuchtes Augenstabmodell, $F1 = 6200$ N, $F2 = 500$ N, $g = 0,5$ ; $\beta = 30^\circ$ , $s = 0,1$ mm; $e = 0$ . . . . .	146
6.1	Verformung der Augenstab-Bolzen-Verbindung (elastisch) . . .	150
6.2	3D-Modell A der Augenstab-Bolzen-Verbindung . . . . .	151
6.3	2D-Modell A und 3D-Modell B (starrer Bolzen) . . . . .	152
6.4	Netzgenerierung im 3D-Modell des Augenstabs (Koordinatensystem: Achse 1 entsprechend $x$ -Achse, Achse 2 entsprechend $y$ -Achse, Achse 3 entsprechend $z$ -Achse) . . . . .	152
6.5	3D-Modell C (Einspannung des Bolzens) . . . . .	153
6.6	Spannung von Mises (SV) (ganz oben), Hauptspannungen $SP1$ , $SP3$ unter der Zug-Belastung ohne Drehung im 3D-Modell B . . . . .	154
6.7	v. Mises Spannung SV (ganz oben), Hauptspannungen $SP1$ , $SP3$ unter der Zug-Belastung und Drehung im 3D-Modell B . . . . .	155
6.8	Vektor der Gesamtverschiebung $U$ und Hauptspannungen $SP1$ , $SP2$ , $SP3$ unter der Zug-Belastung ohne Drehung im 3D-Modell B . . . . .	156
6.9	Vektor der Gesamtverschiebung $U$ und Hauptspannungen $SP1$ , $SP2$ , $SP3$ unter der Zug-Belastung und Drehung im 3D-Modell B . . . . .	157
6.10	Spannung von Mises SV, Hauptspannungen $SP1$ , $SP2$ unter der Zug-Belastung im 2D-Modell A . . . . .	158
6.11	Spannung von Mises SV, Hauptspannungen $SP1$ , $SP2$ unter der Zug-Belastung und Drehung im 2D-Modell A . . . . .	159
6.12	Vektor der Gesamtverschiebung $U$ und Hauptspannungen $SP1$ , $SP2$ unter der Zug-Belastung ohne Drehung im 2D-Modell A . . . . .	160
6.13	Vektor der Gesamtverschiebung $U$ und Hauptspannungen $SP1$ , $SP2$ unter der Zug-Belastung und Drehung im 2D-Modell A . . . . .	161

7.1	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R - r)/(R + r)$ , der Größe der Nennspannung als Parameter, Reibungszahl $\mu = 0$ , $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $r = 31$ mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung . . . . .	168
7.2	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter, $\mu = 0$ , $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $e = 0$ , $r = 31$ mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung . . . . .	168
7.3	Formzahl in Abhängigkeit von $g = (R - r)/(R + r)$ Reibungszahl als Parameter, $\sigma_n = 100$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $r = 31$ mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung . . . . .	169
7.4	Formzahl in Abhängigkeit von $(R - r)/(R + r)$ der Größe der Nennspannung als Parameter, Kopfhöhenvergrößerung $1 + e/R = 1,25$ ; $\mu = 0$ , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung . . . . .	169
7.5	Formzahl in Abhängigkeit von $(R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter, Kopfhöhenvergrößerung $1 + e/R = 1,25$ , $\mu = 0$ , $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $r = 31$ mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung . . . . .	170
7.6	Formzahl in Abhängigkeit von $(R - r)/(R + r)$ , Nennspannung als Parameter, Kopfhöhenvergrößerung $1 + e/R = 1,5$ , $\mu = 0$ , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung . . . . .	170
7.7	Formzahl in Abhängigkeit von $(R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter, Kopfhöhenvergrößerung $1 + e/R = 1,5$ ; $\mu = 0$ , $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $r = 31$ mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), ohne Gelenkdrehung . . . . .	171
7.8	Formzahl in Abhängigkeit von $(R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter, $\mu = 0,3$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $r = 31$ mm, $e = 0$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), mit Gelenkdrehung . . . . .	172
7.9	Formzahl in Abhängigkeit von $(R - r)/(R + r)$ , Nennspannung als Parameter, $\mu = 0,3$ ; $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $r = 31$ mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), mit Gelenkdrehung . . . . .	173
7.10	Formzahl in Abhängigkeit von $(R - r)/(R + r)$ , Reibungszahl als Parameter, $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $e = 0$ , $r = 31$ mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), mit Gelenkdrehung . . . . .	174
7.11	Formzahl in Abhängigkeit von $(R - r)/(R + r)$ , Kopfhöhenvergrößerung als Parameter, $\mu = 0,3$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(a), mit Gelenkdrehung . . . . .	174

7.12 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter,  $\beta = 135^\circ$ , Reibungszahl  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), ohne Gelenkdrehung . . . . . 175

7.13 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Nennspannung als Parameter,  $\beta = 135^\circ$ ,  $r = 31$  mm,  $\mu = 0,3$ ;  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm; Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), ohne Gelenkdrehung 176

7.14 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Reibung als Parameter,  $\beta = 135^\circ$ , Nennspannung 50 N/mm<sup>2</sup>,  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm; Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), ohne Gelenkdrehung . . . . . 176

7.15 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter, Reibungszahl  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 135^\circ$ ,  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), mit Gelenkdrehung . . . . . 177

7.16 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Nennspannung als Parameter,  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 135^\circ$ ,  $s = 0,1$ ;  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), mit Gelenkdrehung . . . . 178

7.17 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Reibungszahl als Parameter,  $s = 0,1$ ;  $e = 0$ ,  $\beta = 135^\circ$ ,  $r = 31$  mm,  $\sigma_n = 50$  N/mm<sup>2</sup>, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(b), mit Gelenkdrehung 178

7.18 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$  für  $\beta = 30^\circ$ , Bolzenspiel als Parameter,  $\mu = 0,3$ ,  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm,  $\beta = 30^\circ$ ,  $\sigma_n = 62$  N/mm<sup>2</sup>, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), ohne Gelenkdrehung . . . . . 179

7.19 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$  Nennspannung als Parameter,  $\beta = 30^\circ$ , Reibungszahl  $\mu = 0,3$ ;  $r = 31$  mm,  $s = 0,1$ ;  $e = 0$ , Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), ohne Gelenkdrehung . . . . . 180

7.20 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$  Reibung als Parameter,  $\beta = 30^\circ$ ,  $F_1 = 6200$  N,  $F_2 = 500$  N,  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $s = 0,1$ ; Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), ohne Gelenkdrehung 180

7.21 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Bolzenspiel als Parameter,  $\mu = 0,3$ ;  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $\sigma_n = 62$  N/mm<sup>2</sup>, Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), mit Gelenkdrehung . . . . 181

7.22 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Nennspannung als Parameter,  $\mu = 0,3$ ;  $r = 31$  mm,  $e = 0$ ,  $s = 0,1$  mm; Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), mit Gelenkdrehung . . . . 182

7.23 Formzahl in Abhängigkeit von  $(R - r)/(R + r)$ , Reibungszahl als Parameter,  $e = 0$ ,  $r = 31$  mm,  $s = 0,1$  mm; Augenstabform gemäß Abb. 2.1(c), mit Gelenkdrehung,  $F_1 = 6200$  N,  $F_2 = 500$  N 182



# Tabellenverzeichnis

3.1	Vergleich unterschiedlicher Rechenergebnisse Formzahlen $\alpha$ , $e = 0$ , $r = 31\text{mm}$ , $s = 0,1\text{ mm}$ , $\sigma_n = 50\text{ N/mm}^2$ , Augenstabform (a), Werte für $\mu = 0,3$ mit der Gelenkdrehung . . . .	32
5.1	Vergleich unterschiedlicher Diskretisierungen . . . . .	54
5.2	Die Ergebnisse von Kontaktdruckberechnungen durch FEM (Augenstabform (a)) und nach Formel von Hertz ( $p_H$ ) bei verschiedenen Bolzenspielen, Druckkraft $F_1=6200\text{ N}$ , $\sigma_n=50\text{ N/mm}^2$ , $g=0,5$ ; $\mu=0$ , $r = 31\text{ mm}$ , $e = 0$ . . . . .	63
5.3	Die Ergebnisse von Kontaktdruckberechnungen durch FEM (Augenstabform (a)) und nach Hertz ( $p_H$ ) bei verschiedenen Nennspannungen, $g=0,5$ ; $s=0,1\text{ mm}$ ; $\mu=0$ , $r = 31\text{ mm}$ , $e = 0$ . .	63
5.4	Maximale Spannungen am Lochrand und Kontaktwinkel bei verschiedenen Bolzenspielen, $\mu=0$ ; $g=0,5$ ; $r = 31\text{ mm}$ , $\sigma_n=50\text{ N/mm}^2$ , $e=0$ . . . . .	64
5.5	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel bei unterschiedlichen Reibungszahlen für ein Bolzenspiel von $0,1\text{ mm}$ ; $F_1=6200\text{ N}$ ( $\sigma_n=50\text{ N/mm}^2$ ), $g=0,5$ ; $e=0$ , $r = 31\text{ mm}$ , ohne Drehung . .	70
5.6	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel bei unterschiedlichen Geometrieverhältnissen bei konstanter Nennspannung $50\text{ N/mm}^2$ , Bolzenspiel $0,1\text{ mm}$ ; $\mu=0$ , $e = 0$ , $r = 31\text{ mm}$ . . . . .	71
5.7	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel bei unterschiedlichen Geometrien des Augenstabs für konstante Last $F_1=6200\text{ N}$ , $s=0,1\text{ mm}$ ; $\mu=0$ , $e=0$ . . . . .	73
5.8	Maximale Spannungen und Kontaktwinkeln in Abhängigkeit von der bezogenen Kopfhöhenvergrößerung, Last $F_1=6200\text{ N}$ , $s=0,1\text{ mm}$ ; $g=0,5$ ; $\sigma_n=50\text{ N/mm}^2$ , $\mu = 0$ , $r = 31\text{ mm}$ . . . . .	75
5.9	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel in Abhängigkeit von der Nennspannung, $g=0,5$ ; $e=0$ , $\mu=0$ , $s=0,1\text{ mm}$ . . . . .	78
5.10	Die Ergebnisse von maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Bolzenspiels, Nennspannung $50\text{ N/mm}^2$ , $g = 0,5$ ; $r = 31\text{ mm}$ , $\mu = 0,3$ ; $e = 0$ (Augenstab mit Drehung) . .	91

5.11	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel in Abhängigkeit von der Reibungszahl, Bolzenspiel $s=0,1$ mm; $e=0$ , $g=0,5$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , mit Drehung . . . . .	97
5.12	Die Ergebnisse von maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Geometrie, $\mu=0,3$ ; $s=0,1$ mm; $e=0$ , Nennspannung 50 N/mm <sup>2</sup> , mit Drehung . . . . .	101
5.13	Die Ergebnisse von maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Geometrieverhältnis $g=0,3$ ; $0,5$ ; $0,7$ mit gleicher Belastung $F_1=6200$ N, $s=0,1$ mm; $e=0$ , $\mu=0,3$ . . .	103
5.14	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung mit gleichen Lasten $F_1$ , Bolzenspiel $0,1$ mm; Geometrie $g=0,5$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm; $\mu=0,3$	105
5.15	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Nennspannung, $s=0,1$ mm; $\mu=0,3$ ; $g=0,5$ ; $e=0$ , Augenstabdrehung . . . . .	108
5.16	Vergleich der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel ohne und mit Drehung des Augenstabs, $s=0,1$ mm; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $g=0,5$ ; $e=0$ . . . . .	112
5.17	Maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Bolzenspiels (ohne Gelenkdrehung) für $\mu=0$ , $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $g=0,446$ ; $b=67,1$ mm . . . . .	120
5.18	Vergleich der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Bolzenspiels (mit Gelenkdrehung) für $\mu=0,3$ ; $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $g=0,446$ ; $b=67,1$ mm; $e=0$ . . . . .	120
5.19	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Reibungswiderstands für verschiedene Reibungszahlen $\mu$ (ohne Drehung), $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $g=0,446$ ; $s=0,1$ mm, $e=0$ , $\beta=135^\circ$ , $b=67,1$ mm . . . . .	121
5.20	Vergleich der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Reibungswiderstandes für verschiedene Reibungszahlen $\mu$ (mit Drehung), $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $g=0,446$ ; $s=0,1$ mm, $e=0$ , $\beta=135^\circ$ , $b=67,1$ mm . . . . .	121
5.21	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel für verschiedene Geometrien, $\mu=0$ (Augenstab ohne Drehung), $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm, $e=0$ , $\beta=135^\circ$ . . . . .	122
5.22	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Geometrie $\mu=0,3$ (Augenstab mit Drehung), $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $s=0,1$ mm, $e=0$ , $\beta=135^\circ$ . . . . .	122
5.23	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung ohne Drehung, $\mu=0$ , $\sigma_n=50$ N/mm <sup>2</sup> , $g=0,446$ ; $s=0,1$ mm, $\beta=135^\circ$ , $b=100$ mm . . . . .	123

5.24	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung mit Drehung, $\mu = 0,3$ ; $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $g = 0,446$ ; $s = 0,1$ mm, $\beta = 135^\circ$ , $b = 100$ mm . . . . .	123
5.25	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel für verschiedene Nennspannungen (Augenstab ohne Drehung), $g = 0,446$ ; $s = 0,1$ mm, $e = 0$ , $\beta = 135^\circ$ , $b = 100$ mm . . . . .	124
5.26	Vergleich der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel für verschiedene Nennspannungen (Augenstab mit Drehung), $g = 0,446$ ; $s = 0,1$ mm, $e = 0$ , $\beta = 135^\circ$ , $b = 100$ mm . . . . .	124
5.27	Vergleich der maximalen Spannungen der verschiedenen Modelle gemäß Abb.2.1(a) und (b), $g = 0,446$ ; $s = 0,1$ mm; $\mu = 0,3$ ; $e = 0$ , $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> . . . . .	130
5.28	Maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Bolzenspiels (Augenstab ohne Drehung), $\sigma_n = 62$ N/mm <sup>2</sup> auf $c$ bezugen, $g = 0,446$ ; $r = 31$ mm, $\mu = 0,3$ ; $e = 0$ , $\beta = 30^\circ$ . . . . .	134
5.29	Maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Bolzenspiels (Augenstab mit Drehung), $g = 0,446$ ; $r = 31$ mm, $\sigma_n = 62$ N/mm <sup>2</sup> , $\mu = 0,3$ ; $e = 0$ , $\beta = 30^\circ$ . . . . .	134
5.30	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Reibungswiderstandes (Augenstab ohne Drehung), $\sigma_n = 62$ N/mm <sup>2</sup> , $g = 0,446$ ; $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, $e = 0$ , $\beta = 30^\circ$ . . . . .	135
5.31	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß des Reibungswiderstandes (Augenstab mit Drehung), $\sigma_n = 62$ N/mm <sup>2</sup> , $g = 0,446$ ; $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, $e = 0$ , $\beta = 30^\circ$ . . . . .	135
5.32	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Geometrie $g$ (Augenstab ohne Drehung), $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, $e = 0$ , $\mu = 0,3$ ; $\beta = 30^\circ$ . . . . .	136
5.33	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Geometrie $g$ (Augenstab mit Drehung), $\sigma_n = 50$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, $e = 0$ , $\mu = 0,3$ ; $\beta = 30^\circ$ . . . . .	136
5.34	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Flankenneigung $\beta$ (Augenstab ohne Drehung), $g = 0,446$ , $\sigma_n = 62$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, $e = 0$ , $\mu = 0,3$ . . . . .	137
5.35	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Flankenneigung $\beta$ (Augenstab mit Drehung), $g = 0,446$ , $\sigma_n = 62$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, $e = 0$ , $\mu = 0,3$ . . . . .	137
5.36	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung (Augenstab ohne Drehung), $g = 0,446$ , $\sigma_n = 62$ N/mm <sup>2</sup> , $s = 0,1$ mm; $r = 31$ mm, $\mu = 0,3$ ; $\beta = 30^\circ$ . . . . .	138

5.37	Vergleich der maximalen Spannungen und Kontaktwinkel unter Einfluß der Kopfhöhenvergrößerung (Augenstab mit Drehung), $g = 0,446$ , $\sigma_n = 62 \text{ N/mm}^2$ , $s = 0,1 \text{ mm}$ ; $r = 31 \text{ mm}$ , $\mu = 0,3$ ; $\beta = 30^\circ$ . . . . .	138
5.38	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel für verschiedene Nennspannungen (Augenstab ohne Drehung), $g = 0,446$ , $e = 0$ , $s = 0,1 \text{ mm}$ ; $r = 31 \text{ mm}$ , $e = 0$ , $\mu = 0,3$ ; $\beta = 30^\circ$ . . . . .	139
5.39	Maximale Spannungen und Kontaktwinkel für verschiedene Nennspannungen (Augenstab mit Drehung), $g = 0,446$ , $e = 0$ , $s = 0,1 \text{ mm}$ ; $r = 31 \text{ mm}$ , $e = 0$ , $\mu = 0,3$ ; $\beta = 30^\circ$ . . . . .	139
5.40	Vergleich der maximalen Spannungen, Modelle Abb. 2.1(a) zu 2.1(c), $g = 0,5$ ; $r = 31 \text{ mm}$ , $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ , $s = 0,1 \text{ mm}$ ; $\mu = 0,3$ ; $e = 0$ . . . . .	143
5.41	Maximale Spannungen für Druckbeanspruchung des Modells mit Flankenneigung $\beta = 30^\circ$ mit und ohne Drehung, $g = 0,446$ ; $r = 31 \text{ mm}$ , $s = 0,1 \text{ mm}$ ; $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ (bezogen auf $c$ ), $e = 0$ (Negative Werte bedeuten Druckspannungen), die betragsmäßig größte Druckspannung tritt in der Kontaktfuge auf (Lochleibungsdruck). . . . .	145
5.42	Vergleich der maximalen Spannungen, $F_1 = 6200 \text{ N}$ , $F_2 = 500 \text{ N}$ , $s = 0,1 \text{ mm}$ ; $e = 0$ , $g = 0,5$ . . . . .	147
6.1	Vergleich der Spannungen bei reibungsfreiem Kontakt zwischen 2D-Modell A und 3D-Modell B ( $s = 0,1 \text{ mm}$ ; $r = 31 \text{ mm}$ , $e = 0$ , $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ , $g = 0,446$ ), (*) SP2, (**) SP3 . . .	163
6.2	Vergleich der maximalen Spannungen bei reibungsbehaftetem Kontakt ohne/mit Drehung zwischen 2D-Modell A und 3D-Modell B ( $s = 0,1 \text{ mm}$ ; $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ , $g = 0,446$ ; $r = 31 \text{ mm}$ , $\mu = 0,3$ ; $e = 0$ ), (*) SP2, (**) SP3 . . . . .	164
6.3	Vergleich der maximalen Spannungen bei reibungsbehaftetem Kontakt ohne und mit Drehung zwischen 2D-Modell A und den 3D-Modellen B (Bolzen starr), A und C (Bolzen elastisch) ( $g = 0,446$ ; $\sigma_n = 50 \text{ N/mm}^2$ , $e = 0$ , $r = 31 \text{ mm}$ , $s = 0,4 \text{ mm}$ ; $\mu = 0,3$ ; $t = 20 \text{ mm}$ ), (*) SP2, (**) SP3 . . . . .	165

# Anhang A

## Lösungsalgorithmen

### Lösungsalgorithmen

Im FE-Modell ist folgende Gleichgewichtsbedingung zu lösen:

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) = \mathbf{K}$$

wobei  $\mathbf{R}(\mathbf{u})$  die Summe aller inneren Kräfte und  $\mathbf{K}$  die Summe der äußeren Kräfte ist.  $\mathbf{u}$  steht für den Gesamtvektor der Verschiebungen (und evt. anderer Freiheitsgrade).

Im linearen, statischen Fall ist

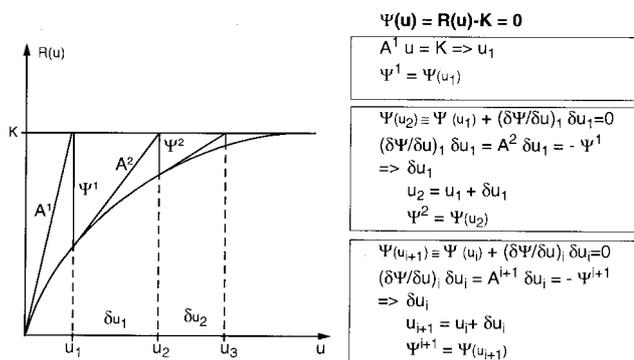
$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}$$

so daß

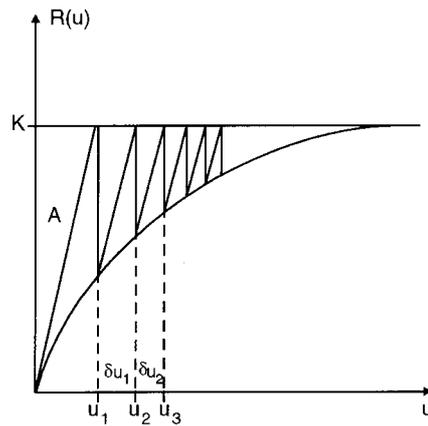
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{K}$$

als lineares Gleichungssystem zu lösen ist. Im nichtlinearen Fall muß die Gleichung iterativ gelöst werden.

### Newton-Raphson

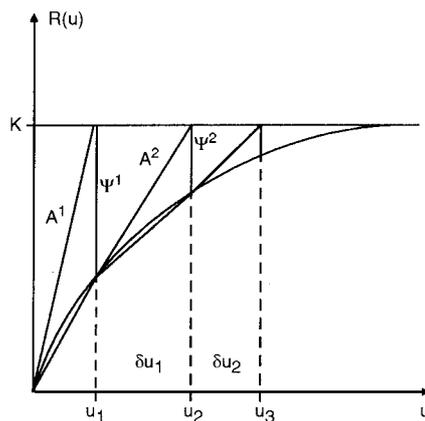


### Modifizierter Newton-Raphson.



Iterationsalgorithmus wie beim Newton-Raphson. Statt einer Tangentensteifigkeitsmatrix  $A$  wird immer dieselbe Anfangsmatrix verwendet.

### Quasi-Newton



$$A^i \delta u_i = -\Psi(u_i)$$

$$\Rightarrow \delta u_i$$

$$u_{i+1} = u_i + \delta u_i$$

$$\Psi^{i+1} = \Psi(u_{i+1})$$

Mit dem neuen  $\delta u_i, \Psi^i, \Psi^{i+1}$  wird aus

$$A^{i+1} \delta u_i = -(\Psi^i - \Psi^{i+1})$$

eine neue Steifigkeitsmatrix berechnet.

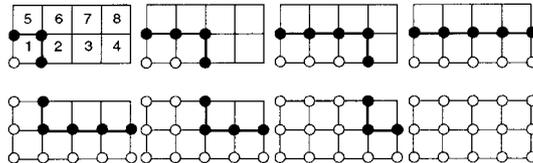
# Anhang B

## Wavefront-Methode

### Wavefront

Beim Zusammenbau der Gesamtsteifigkeitsmatrix werden jedesmal dann, wenn alle Elemente, die einen bestimmten Knoten gemeinsam haben, schon montiert sind, die Gleichungen für die Freiheitsgrade an diesem Knoten gelöst und abgespeichert. Im Speicher befindet sich zu jedem Zeitpunkt nur der Teil des Systems, dessen Knoten noch nicht *abgesättigt* sind. Die Anzahl der Freiheitsgrade dieser Knoten ist die *Wavefront*. Das Verfahren startet mit dem Element der Nummer 1 und so fort bis zum Element mit der höchsten Nummer.

Beispiel:



- Der max. nötige Speicher wird durch die maximale Wavefront bestimmt: hier 5
- Die Rechenzeit wird durch die Anzahl der Unbekannten und der mittleren quadratischen Wavefront  $W_{\text{RMS}}^2$  bestimmt

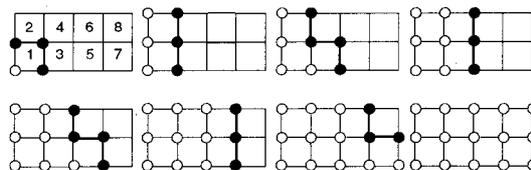
$$\text{Rechenzeit} \sim N W_{\text{RMS}}^2$$

$$\text{im Beispiel: } W_{\text{RMS}}^2 = (3^2 + 4^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 4^2 + 3^2) / 7 = 18$$

Dabei wurde 1 Freiheitsgrad pro Knoten angenommen und keine Randbedingung.

- Für eine minimale Rechenzeit ist es notwendig,  $W_{\text{RMS}}^2$  so klein wie möglich zu halten. Für minimalen Speicherbedarf ist es wichtig, daß  $W_{\text{max}}$  so klein wie möglich wird. Beide Größen hängen von der Elementreihenfolge ab.

Beispiel:



Die maximale Wavefront beträgt hier: 4

$$W_{\text{RMS}}^2 = (3^2 + 3^2 + 4^2 + 3^2 + 4^2 + 3^2 + 3^2) / 7 = 11$$

## Wavefrontoptimierung

Nach Eingabe der Modelldaten führt ABAQUS eine Wavefront-optimierung durch. In der Ausgabedatei erscheint eine Meldung über den Erfolg.

Falls ABAQUS die Wavefront nicht weiter verkleinern konnte, wird ebenfalls eine Meldung ausgegeben und der Hinweis, daß man, falls man mit derselben Vernetzung weiterarbeiten will, künftig den Wavefrontoptimierer abschalten soll, um Rechenzeit zu sparen. Dies geschieht durch die Option

```
*WAVEFRONT MINIMIZATION, SUPPRESS
```

Es können mit dieser Option auch spezifische Optimierungsstrategien aufgerufen werden, die für bestimmte Topologien geeignet sind.

## Sparse Solver

- sog. *Multifrontal*-Solver
- besonders geeignet für nicht kompakte Strukturen
- ca. 3 - 5 mal schneller als der Wavefront-Solver

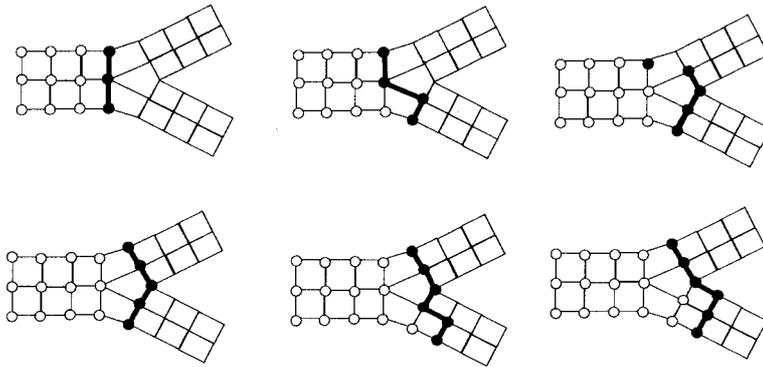
### In der Version 5.6

- nur für symmetrische Matrizen zugelassen
- Aktivierung durch

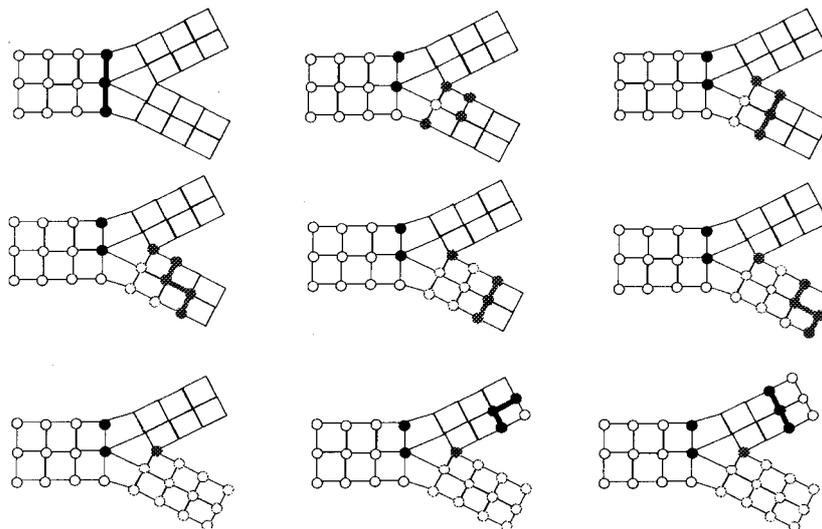
```
*HEADING, SPARSE
```

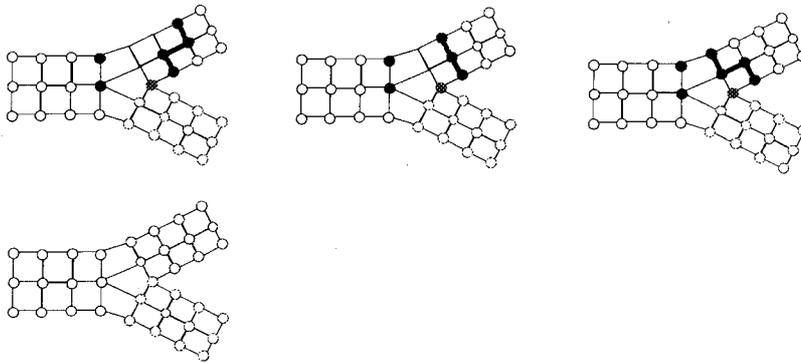
### In der Version 5.7

- Standard-Solver
- Auswahl des Wavefront-Solvers über
  - Environmentvariable SOLVER oder über
  - Solver-Parameter beim ABAQUS-Aufruf



Wavefront-Solver: maximale Wavefront beträgt 6.





Sparse Solver:Multifront Solver, jede Front hat ein Maximum von 4.

- $W_{RMS}$  des Sparse Solvers beträgt 20% - 50% von der des Wavefront-Solvers, daher weniger Zeit zur Gleichungslösung
- die maximale Wavefront ist die meiste Zeit kleiner als beim Wavefront-Solver, nur zum Schluß, wenn die unkondensierten Knoten der einzelnen Bestandteile bearbeitet werden, kann sie kurzzeitig stark anwachsen.
- temporäre Sparse Solver Dateien:
  - *id.opr*
  - *id.fct*
  - *id.sol*



Anhang C

Lebenslauf

## Lebenslauf

### Persönliche Daten

Name: Zi-Niu Guo-Geruschkat  
 Geburtstag und Ort: 02.04.1963, Shanghai, China  
 Familienzustand: verh. mit Dipl. -Dok. Uta Geruschkat und zwei Kinder

### Schulbildung

01.70 - 09.76 Grundschole in Shanghai  
 10.76 - 09.81 Gymnasium in Shanghai, Abschluß: Abitur

### Studium

10.81 - 09.86 Studium an der TongJi-Universität in Shanghai  
 Studiengang: Bauingenieurwesen  
 Vertiefungsrichtung: Konstruktiver Ingenieurbau  
 Abschluß: B.Sc. Grad

10.86 - 10.89 M.Sc. Studium an der TongJi-Universität in Shanghai  
 Vertiefungsrichtung: Stahlbau  
 Abschluß: M.Sc. Grad

11.89 - 09.92 Deutsch-Sprachkurs an der Ruhr-Universität Bochum  
 Abschluß: PNDS

Ergänzungsstudium an der Ruhr-Universität Bochum  
 Fachrichtung: Bauingenieurwesen

### Beruflich Tätigkeit

10.86 - 10.89 Arbeit als Bauingenieur an der Shanghai Architecture Design & Constuction Department, the 7th Research Institut

03.90 - 09.92 Hilfskraft im Bereich Konstruktionsteilprüfung am Institut für Konstruktion Ingenieurbau an der Ruhr-Universität Bochum bei Dr. Hanenkamp

10.92 - 12.95 Freier Mitarbeiter als Statiker im Ingenieurbüro Peter Lieberum in Hannover, Tragwerke Berechnungen

04.95 - 10.95 Aushilfskraft an der Abteilung Forschung Reifen / Reifenmechanik

bei Firma Continental AG, Analyse von Reifeneigenschaften mit  
CAD- und FEM-Programm

09.98 - jetzt

Entwicklungsingenieur in Daimler Chrysler AG, MTU Aero Engines

**Wissenschaftliche Tätigkeit**

10.92 - 08.98

Promotion am Institut für Stahlbau an der Universität Hannover

Hannover, den 09.01.2001