

# **Anomale Dispersion, kohärente Medien und Weißlichtresonatoren**

Vom Fachbereich Physik  
der Universität Hannover

zur Erlangung des Grades

**Doktor der Naturwissenschaften  
-Dr. rer. nat.-**

genehmigte Dissertation  
von

**Dipl.-Phys. Andreas Wicht**  
geboren am 29.11.1966 in Hannover

Oktober 1998



# **Anomale Dispersion, kohärente Medien und Weißlichtresonatoren**

Vom Fachbereich Physik  
der Universität Hannover

zur Erlangung des Grades

**Doktor der Naturwissenschaften  
-Dr. rer. nat.-**

genehmigte Dissertation  
von

**Dipl.-Phys. Andreas Wicht**  
geboren am 29.11.1966 in Hannover

Oktober 1998

Referent: Prof. Dr. K. Danzmann  
Koreferent: Prof. Dr. B. Wellegehausen

Tag der Promotion: 14/12/1998

# Abstract

## White-Light Cavities, Negative Dispersion, and Atomic Coherences

Dipl.-Phys. Andreas Wicht

experimental work, quantum optics, light-matter interaction

Within this thesis the concept of a white-light cavity, that is a broadband high finesse cavity, is developed. It is based on the use of “non-classical” media. The optical properties of these, negative dispersion without absorption, are realized by establishing a coherent superposition of the atomic eigenstates. An experiment for the first preparation and investigation of negative dispersive transparent media is realized.

The theoretical part of the work concerns the description of optical resonators using a strongly negative dispersive transparent medium, which is operated intra-cavity. It is shown, that the bandwidth of such resonators could be enhanced, if the dispersion compensates the variation of wavelength with frequency. For an example it is shown theoretically, that the realization of white-light cavities should be feasible. This example is based on a high-finesse short-arm cavity with a sample of Ca-atoms inside, which are strongly driven at the resonance transition  $4s^2 \ ^1S_0 \rightarrow 4s4p \ ^1P_1$  at 423 nm. The two-level system driven by two strong resonant optical fields is investigated with respect to its compatibility for the realization of white-light cavities. It is shown, that at sufficiently large driving field strength the suppression of the absorption overcomes the decrease of the dispersion. Hence, in principle, strongly driven two-level atoms may be used to realize white-light cavities. Finally, certain problems being relevant within experimental terms are discussed.

The aim of the experimental part of this research work was mostly concerned with the following subjects: First, the development of a laser system for the spectroscopy of the Ca resonance transition at 423 nm, consisting of diode laser based all-solid-state laser system which is high efficiently frequency doubled. Second, the development of a novel spectroscopic method, which is best suited for the investigation of the central structure within the spectrum of the strongly driven two-level scheme. This novel method is based on a combination of interferometry and FM-spectroscopy and does combine the advantages of each of these methods. A discussion of the theory of operation and an analysis of the signal-to-noise ratio achievable is given. The experimental setup is presented: basically, it consists of a Mach-Zehnder interferometer utilizing a phase-modulated reference path. The apparatus is isolated from seismic interference and is operated in a UHV environment. The experimental determination of the sensitivity reveals unity signal-to-noise ratio for an integration time of 1 s at a phase shift of  $2 \cdot 10^{-5}$  rad and at a relative absorption of about  $1 \cdot 10^{-5}$ . First experimental results demonstrate, that negative dispersion at *reduced* absorption has been achieved.



# Zusammenfassung

## Weißlichtresonatoren, negative Dispersion und atomare Kohärenzen Dipl.-Phys. Andreas Wicht

experimentelle Arbeit, Quantenoptik, Licht-Materie Wechselwirkung

In dieser Arbeit wird das Konzept des Weißlichtresonators, eines breitbandigen optischen Resonators hoher Güte entwickelt. Es beruht auf dem Einsatz eines "nicht-klassischen" Mediums, dessen optische Eigenschaften, die negative Dispersion ohne Absorption, durch eine kohärente Überlagerung seiner atomaren Eigenzustände erzeugt werden. Ein Experiment zur Präparation und Untersuchung negativ dispersiver, transparenter Medien wird realisiert.

Der theoretische Teil der Arbeit umfaßt die Beschreibung der Eigenschaften optischer Resonatoren mit einem stark negativ dispersiven, nahezu transparenten Medium. Demnach läßt sich die Linienbreite eines Resonators durch den Einsatz eines solchen Mediums vergrößern, wenn die Dispersion genau die Frequenzabhängigkeit der Vakuumwellenlänge kompensiert. Anhand eines konkreten Beispiels kann theoretisch gezeigt werden, daß die experimentelle Realisierung von Weißlichtresonatoren möglich sein sollte. Das Beispiel bezieht sich auf einen kurzen Resonator hoher Güte, bei dem der stark getriebene Ca-Resonanzübergang  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$  bei 423 nm resonatorintern eingesetzt wird. Das doppelt resonant, bichromatisch stark getriebene Zwei-Niveau System wird im Hinblick auf seine Eignung für den Einsatz in Weißlichtresonatoren untersucht. Es zeigte sich, daß für hinreichend hohe Pumpintensitäten die Absorption stärker unterdrückt wird als die Dispersion, so daß stark getriebene Zwei-Niveau Systeme prinzipiell für die Realisierung von Weißlichtresonatoren geeignet sind. Spezielle Probleme, die bei einer experimentellen Umsetzung des Konzeptes zu beachten sind, werden diskutiert.

Die Schwerpunkte des experimentellen Teils der Arbeit liegen zum einen auf der Entwicklung eines auf Laserdioden basierenden all-solid-state Lasersystems mit hocheffizienter Frequenzverdopplung in einem externen Resonator für die spektroskopische Untersuchung des Ca-Resonanzübergangs bei 423 nm. Zum anderen wird eine neue spektroskopische Methode entwickelt, die als Kombination von Interferometrie und FM-Spektroskopie die Vorteile beider Verfahren vereint und den besonderen Anforderungen einer Untersuchung der zentralen Struktur im Spektrum eines resonant getriebenen Zwei-Niveau Systems gerecht wird. Die Arbeit enthält eine Diskussion der Theorie und der theoretisch erreichbaren Empfindlichkeit dieser kombinierten Methode. Der experimentelle Aufbau wird dargestellt: Es handelt sich im Prinzip um ein Mach-Zehnder Interferometer mit phasenmoduliertem Referenzarm, das seismisch isoliert ist und komplett im Hochvakuum arbeitet. Messungen zur Empfindlichkeit ergeben ein Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 1 bei einer Meßdauer von 1 s für eine Phasenverschiebung von  $2 \cdot 10^{-5}$  rad und einer relativen Absorption von etwa  $1 \cdot 10^{-5}$ . Erste experimentelle Ergebnisse lassen negative Dispersion bei *reduzierter* Absorption erkennen.





## Verzeichnis der mathematischen Symbole

Symbol	Erklärung	Einheit
$ a\rangle,  b\rangle$	Grund- und angeregter atomarer Eigenzustand	
$b_1, b_2$	konfokale Parameter von Grund- und Oberwelle	m
$1 \Leftrightarrow C_1, 1 \Leftrightarrow C_2$	Dissipationsverluste der Spiegel	
$d_{geo}$	Geometrie-Faktor des Dipolmatrixelements	
$\mathcal{D}$	Dipolmatrixelement	C m
$\mathcal{E}$	elektrische Feldstärke	V/m
$E$	Fourier-Transformierte von $\mathcal{E}$	Vs/m
$E_{NL}$	nicht-lineare Konversionseffizienz	1/W
$f_g$	Grenzfrequenz (-3dB)	Hz
$\mathcal{F}$	Finesse	
$G_{EOM,PZT}$	<i>open-loop</i> -Vertärkung eines Regelkreises	
$h$	Geometriefaktor der Frequenzverdopplung	
$\mathcal{H}$	Hamilton-Operator	
$\mathcal{H}^{WW}$	Hamilton-Operator im Wechselwirkungsbild	
$I$	Intensität	W/m <sup>2</sup>
$I_{Sat}$	Sättigungsintensität	W/m <sup>2</sup>
$J, J'$	Drehimpulsquantenzahl	
$J_n$	Besselfunktionen erster Art der Ordnung $n$	
$\mathcal{K}$	thermische Leitfähigkeit	W/(m K)
$k$	Wellenzahl	1/m
$L_k$	Kristalllänge	m
$L_r$	Resonatorlänge	m
$L_0$	“kleiner” Umfang im Resonator	m
$\mathcal{L}$	lineare Verluste der Fundamentalwelle im Resonator	
$m$	Expansionsfaktor eines anamorphotischen Prismenpaares	
$M, M'$	magnetische Quantenzahlen	
$M_A$	Amplituden-Modulationsindex	
$M_P$	Phasen-Modulationsindex	

<b>Symbol</b>	<b>Erklärung</b>	<b>Einheit</b>
$n_{MB}$	Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung	s/m
$n$	Brechungsindex	
$n_0$	resonanter Brechungsindex	
$n'$	Dispersion	Hz <sup>-1</sup>
$n'_0$	resonante Dispersion	Hz <sup>-1</sup>
$N$	Interferenzordnung eines Resonators	
$N_{Atom}$	räumliche Teilchendichte	m <sup>-3</sup>
$NA$	numerische Apertur	
$f$	Fourier-Frequenz	Hz
$P_1$	Grundwellenleistung	W
$P_2$	Oberwellenleistung	W
$\mathcal{P}$	mikroskopische Polarisierung	C m
$q$	komplexer Strahlparameter	m
$r_m$	Amplituden-Transmissionskoeffizient des Mediums	
$r_1, r_2$	Amplituden-Reflektionskoeffizient der Spiegel	
$t$	Zeit	s
$t_1, t_2$	Amplituden-Transmissionskoeffizient	
$t_{EOM}$	Amplituden-Transmissionskoeffizient des EOM	
$R_1, R_2$	Leistungs-Reflektionskoeffizient	
$S_p\{I(t)\}$	spektrale Leistungsdichte des Leistungsausgangs	W <sup>2</sup> /Hz
$S_p\{i(t)\}$	spektrale Leistungsdichte des relativen Leistungsausgangs	1/Hz
$S_p\{\Delta v(t)\}$	spektrale Leistungsdichte des Frequenzrauschens	Hz <sup>2</sup> /Hz
$T_1, T_2$	Leistungs-Transmissionskoeffizient	
$T_1^{opt}$	impedanzangepasste Transmission	
$\mathcal{T}$	Zeitentwicklungsoperator	
$T$	Temperatur	K
$T_M$	Phasenangepasstemperatur	K
$U_0$	“großer” Umfang des SHG-Resonators	m
$v$	Geschwindigkeit	m/s
$v_W$	wahrscheinlichste Geschwindigkeit eines Teilchens	m/s
$w_{\{0,1\},\{v,h\}}$	Fokusradius für Grund- und Oberwelle in vertikaler und horizontaler Richtung	m
$\alpha$	spezifischer Absorptionskoeffizient	m <sup>-1</sup>
$\alpha_0$	spezifischer resonanter Absorptionskoeffizient	m <sup>-1</sup>
$\alpha_1$	spezifischer Absorptionskoeffizient der Grundwelle	m <sup>-1</sup>
$\alpha_2$	spezifischer Absorptionskoeffizient der Oberwelle	m <sup>-1</sup>

Symbol	Erklärung	Einheit
$\delta L$	Längenänderung des Resonators	m
$\delta_{wv}$	auf die natürliche Linienbreite normierte Dopplerverschiebung eines Teilchens mit $v_w$	
$\delta\omega$	Verstimmung der Frequenz eines elektromagnetischen Feldes	rad/s
$\Delta_{FWHM}$	FWHM-Dopplerbreite	rad/s
$\Delta$	<i>round-trip</i> -Phasenverschiebung	rad
$\Delta\omega_{FWHM}$	FWHM-Linienbreite eines Resonators	rad/s
$\Delta\omega_{FWHM}^{WLC}$	FWHM-Linienbreite eines Weißlichtresonators	rad/s
$\Delta\omega_{FSR}$	freier Spektralbereich eines Resonators	rad/s
$\gamma_1$	longitudinale Relaxationsrate	s <sup>-1</sup>
$\gamma_2$	transversale Relaxationsrate	s <sup>-1</sup>
$\Gamma_{BK}$	Materialkonstante für Frequenzverdopplung	1/(W m)
$\theta$	Kippwinkel eines optischen Elements	rad
$\Theta_{FOM}$	<i>figure of merit</i>	m
$\lambda$	Wellenlänge	m
$\xi_{BK}$	Boyd-Kleinman Faktor	
$\rho$	Dichtematrix	
$\phi, \varphi$	opt. Phase	rad
$\phi_m$	vom Medium erzeugte Phasenverschiebung	rad
$\chi$	dielektrische Suszeptibilität	
$\omega$	Kreisfrequenz	rad/s
$\omega_0$	atomare Resonanzfrequenz	rad/s
$\omega_D$	Kreisfrequenz des Pumpfeldes	rad/s
$\omega_P$	Kreisfrequenz des Probefeldes	rad/s
$\Omega_D$	Rabi-Frequenz des Pumpfeldes	Hz
$\Omega_P$	Rabi-Frequenz des Probefeldes	Hz

## Verzeichnis der physikalischen Konstanten

Symbol	Erklärung	Wert	Einheit
$c_0$	Vakuumlichtgeschwindigkeit	299.792.500	m/s
$h$	Plancksches Wirkungsquantum	$6,626196 \cdot 10^{-34}$	Js
$k_B$	Boltzmann-Konstante	$1,380662 \cdot 10^{-23}$	J/K
$\epsilon_0$	dielektrische Konstante	$8,854188 \cdot 10^{-12}$	A · s / (V · m)



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Weißlichtresonatoren, superluminale Medien und atomare Kohärenz</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Der Weißlichtresonator</b>	<b>7</b>
2.1	Resonatoren mit dispersiven, nahezu transparenten Medien. Eine theoretische Beschreibung . . . . .	7
2.1.1	Resonatoren mit internem Medium . . . . .	7
2.1.2	Eigenschaften von Resonatoren mit stark dispersiven Medien . . . . .	11
2.2	Leistungsüberhöhung beim Weißlichtresonator: Ein Beispiel. . . . .	15
2.3	Der Weißlichtresonator als <i>echtes</i> Längenmeßgerät . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Negative Dispersion ohne Absorption im stark getriebenen 2-Niveau System</b>	<b>23</b>
3.1	Das bichromatisch getriebene Zwei-Niveau Atom: Hamilton-Operator und Lösungsansatz . . . . .	25
3.2	Negative Dispersion ohne Absorption: das Spektrum des resonant getriebenen 2-Niveau Atoms . . . . .	30
3.3	Zur Resonanz des treibenden Feldes: Der Einfluß der Pumpfeld-Verstimmung . . . . .	36
3.4	Die Bedeutung inhomogener Linienverbreiterung . . . . .	38
3.5	Resonatorinterner Einsatz negativ dispersiver Medien: nicht-schwache Probefelder . . . . .	41
3.6	Schlußfolgerungen für den experimentellen Teil der Arbeit . . . . .	44
3.7	Realisierung und Einsatz negativ dispersiver Medien: einige grundlegende Aspekte. . . . .	47
<b>4</b>	<b>Das Experiment im Überblick</b>	<b>49</b>

<b>5</b>	<b>Das Lasersystem</b>	<b>53</b>
5.1	Resonante Frequenzverdopplung . . . . .	56
5.1.1	Grundlagen der Frequenzverdopplung . . . . .	56
5.1.2	Kaliumniobat als nichtlinearer Kristall für die Frequenzverdopplung . . . . .	58
5.1.3	Resonatordesign . . . . .	60
5.1.4	Optimierung des Systems . . . . .	65
5.1.5	Frequenzstabilisierung des Verdopplungsresonators . . . . .	71
5.2	Optimierung der IR-Strahlgeometrie . . . . .	73
5.2.1	Strahlkorrektur mit anamorphotischem Prismenpaar . . . . .	74
5.2.2	Strahlkorrektur mit verkippten Linsen . . . . .	79
5.3	Experimentelle Charakterisierung des Lasersystems . . . . .	84
5.3.1	Experimentelle Bestimmung der Systemparameter . . . . .	84
5.3.2	Leistungs- und Frequenzstabilität der Lasersysteme . . . . .	91
5.4	Laserstabilisierung . . . . .	98
5.4.1	Stabilisierung auf den Kalziumübergang $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$ . . . . .	98
5.4.2	Digitale Phasenstabilisierung . . . . .	104
<b>6</b>	<b>Das Interferometer</b>	<b>113</b>
6.1	Gründe für ein neues Meßverfahren: Ein Überblick . . . . .	113
6.2	Theoretische Beschreibung . . . . .	120
6.2.1	Ein neues Meßverfahren: Kombination von Phasenmodulation und interferometrischer Methode . . . . .	120
6.2.2	Grenzen der Empfindlichkeit: Analyse des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses . . . . .	129
6.2.3	Reale elektro-optische Modulatoren: Folgen der Rest-Amplituden Modulation (RAM) . . . . .	137
6.3	Experimentelle Realisierung . . . . .	139
6.3.1	Das Auslesen der Signale: "Geschickte" und "ungeschickte" Methoden. . . . .	139
6.3.2	Das opto-mechanische Konzept. Bestimmung der Empfindlich des Interferometers . . . . .	145
<b>7</b>	<b>Erste experimentelle Ergebnisse: auf dem Weg zur negativen Dispersion</b>	<b>153</b>
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>157</b>

# Kapitel 1

## Weißlichtresonatoren, superluminale Medien und atomare Kohärenz

Die ersten qualitativen Untersuchungen der Dispersionseigenschaften transparenter Medien gehen auf *J. von Fraunhofer* (1814) zurück. Unter Dispersion versteht man die Frequenzabhängigkeit des Brechungsindex dieser Medien. Deren optischen Eigenschaften, d.h. Absorption und Brechungsindex, wurden seitdem ausführlich erforscht. Sie können mit Hilfe eines klassischen Atommodells beschrieben werden, bei dem die Elektronen als harmonisch an den Atomkern gekoppelte Elementarladungen betrachtet werden. Demnach nimmt der Brechungsindex eines (im optischen Spektralbereich mit Ausnahme weniger Frequenzen) transparenten Mediums im wesentlichen einen Wert nahe bei 1 an. Nur in der spektralen Nähe zu seinen Resonanzfrequenzen können wesentlich größere und kleinere Werte und folglich eine starke *Dispersion* beobachtet werden. Die Dispersion  $n' = \partial n / \partial \omega$  ist außerhalb des Resonanzbereiches positiv oder *normal*, während sie innerhalb der Resonanz negative Werte annimmt und als *anomal* bezeichnet wird. Da im Resonanzbereich auch *stets* starke Absorption auftritt, wurde anomal dispersiven Medien bisher wenig Beachtung geschenkt.

Seitdem mit Hilfe des Lasers kohärente Strahlungsfelder auch experimentell zur Verfügung stehen, können die (optischen) Eigenschaften atomarer Medien in einer Weise manipuliert werden, die nicht mehr klassisch zu verstehen ist: Kohärente Felder präparieren die quantenmechanischen Teilchen eines Ensembles in einen Zustand, der einer Überlagerung seiner atomaren Eigenzustände entspricht. Die auf diese Weise erzeugten *Kohärenzen* können die optischen Eigenschaften eines Mediums so modifizieren, daß nun auch Resonanzen auftreten, bei denen das Ensemble transparent ist (EIT, *electromagnetically induced transparency*, [1]). Damit stehen erstmals Medien zur Verfügung, die eine starke Dispersion oder einen großen Brechungsindex besitzen und trotzdem ein elektromagnetisches Feld praktisch nicht dämpfen.

Ein Beispiel für EIT ist das *coherent population trapping* (CPT, [2]). Bei einem System mit  $\Lambda$ -förmigem Termschema z.B. können die Atome durch das Zusammenspiel zwischen einem hinreichend starken kohärenten Feld geeigneter Polarisation und der spontanen Emission in einen kohärenten Überlagerungszustand der beiden unteren Niveaus gepumpt werden. Für das Feld erscheint das Medium dann transparent, obwohl die komplette Besetzung des Systems gleichmäßig

auf die beiden unteren Zustände verteilt ist. Hier sorgt die quantenmechanische destruktive Interferenz zweier Absorptionsprozesse dafür, daß die Dämpfung des Feldes unterdrückt wird.

Die Erzeugung atomarer Kohärenzen bietet die Möglichkeit einer Reihe verschiedener interessanter Anwendungen. Dazu gehört die Erzeugung kurzweiliger kohärenter Strahlung z.B. durch *lasing without inversion* (LWI) [3]-[7] oder durch die Optimierung stimulierter Raman-Streuprozesse [8], so wie die Realisierung transparenter Medien mit ultra-großem Brechungsindex [9, 10, 11], die Anwendung z.B. in der optischen Mikroskopie oder bei Tests der elektroschwachen Wechselwirkung finden könnten [12]. Da die spektralen Bereiche eines großen Brechungsindex auf die Größenordnung der Linienbreite atomarer Übergänge beschränkt sind, müssen Medien mit großem Brechungsindex auch stets eine starke Dispersion aufweisen. Eine starke positive Dispersion [13] sollte z.B. die Realisierung ultra-sensitiver Magnetometer [11, 14] ermöglichen. Der Einsatz solcher Systeme in Resonatoren geringer Güte [15] kann deren Linienbreite deutlich reduzieren. Im Grenzfall (unendlich) starker positiver Dispersion könnte mit diesen Resonatoren eine *echte* relative Frequenzmessung durchgeführt werden<sup>1</sup>.

Umgekehrt gibt es Anwendungen, die breitbandige Resonatoren hoher Güte benötigen, also eine Kombination von Eigenschaften, die sich bei gewöhnlichen Resonatoren widersprechen. Als Beispiel seien interferometrische Gravitationswellendetektoren angeführt [16]. Eine (monochromatische) Gravitationswelle erzeugt eine parametrische Kopplung zwischen dem im Interferometer umlaufenden kohärenten Feld (Träger) und zwei weiteren Feldmoden (Seitenbändern), deren Frequenzabstand vom Träger gerade der Frequenz der Gravitationswelle entspricht [17]. Eine Addition der bei mehreren Umläufen im Interferometer erzeugten Seitenbandamplituden durch eine resonante Überhöhung in einem zusätzlichen Resonator kann die Kopplung effektiv vergrößern (*signal recycling*, [18]) und so die Empfindlichkeit des Detektors verbessern. Das spezielle optische Layout solcher Interferometer ergibt allerdings eine Bandbreite für diese *signal recycling* Resonatoren, die wesentlich geringer ist als die Frequenz der Gravitationswelle. Eine simultane Überhöhung beider Seitenbänder wird daher i.a. mit dem Konzept eines gewöhnlichen Resonators nicht möglich sein. Bei der Suche nach einer Lösung für dieses Problem stellt sich die grundlegende Frage, aus welchem Grund optische Resonatoren nicht breitbandig, sondern nur für ganz bestimmte Frequenzen resonant sein können: Die Phase  $\phi = [k(\omega) \cdot n(\omega)] \cdot 2L_r/c_0$ , die ein optisches Feld bei einem Umlauf im Resonator aufammelt, muß einem ganzzahligen Vielfachen von  $2\pi$  entsprechen. Dabei geben  $\omega$  bzw.  $k(\omega)$  die Kreisfrequenz bzw. die Wellenzahl des Feldes an, und  $n(\omega)$  beschreibt den Brechungsindex des Mediums, das den Resonator mit der Länge  $L_r$  ausfüllt. Bei einem leeren Resonator, d.h.  $n(\omega) \equiv 1$ , kann diese Bedingung wegen der *Frequenzabhängigkeit der Vakuumwellenlänge* nur für diskrete Werte von  $k(\omega)$  bzw.  $\omega$  erfüllt werden. Ein *transparentes* Medium könnte diese Abhängigkeit kompensieren, wenn in dem interessanten Frequenzbereich

$$k(\omega) \cdot n(\omega) = \text{const.}$$

erfüllt würde.

---

<sup>1</sup>Das Fehlersignal bei einer solchen Messung hängt dann nur noch von der Frequenz des kohärenten Feldes und nicht mehr von der Länge des Resonators ab.



Desweiteren lassen sich optische Resonatoren hoher Güte der kurzen Wellenlänge des Lichts und ihres resonanten Charakters wegen hervorragend zur Messung kleiner absoluter Längenänderungen einsetzen. Mit geeigneten Verfahren [19] kann man die Abweichung der bei einem Resonatorumlauf durch das Feld aufgesammelten Phase von einem Resonanzwert, einem Vielfachen von  $2\pi$ , messen. Dieses Fehlersignal besitzt die Form  $\delta\phi = \delta\{k(\omega) \cdot n(\omega)\} \cdot 2L_r/c_0 + [k(\omega) \cdot n(\omega)] \cdot 2\delta\{L_r\}/c_0$ , ist also empfindlich sowohl für Längenänderungen des Resonators als auch für Frequenzänderungen des Laserfeldes, die man bei einer Messung nicht unterscheiden kann. Bei einem solchen Aufbau ist die Empfindlichkeit demnach stets durch die Frequenzstabilität des Lasers begrenzt. Wollte man diese Frequenzabhängigkeit unterdrücken, dann müßte man ein Medium in den Resonator einsetzen, für das das Produkt von Wellenvektor und Brechungsindex frequenzunabhängig ist, für das folglich

$$k(\omega) \cdot n(\omega) = \text{const.}$$

gilt. Eine solche Apparatur gestattete dann eine *echte* Längenmessung.

Die Geschwindigkeit der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen oder, präziser ausgedrückt, eines Information tragenden *Signals*<sup>2</sup> ist seit der Zeit des Michelson-Morley Experiments (1881) immer wieder Gegenstand von Diskussionen gewesen und hat gerade in letzter Zeit an Aktualität gewonnen. Eine Reihe von Experimenten im Mikrowellen- und optischen Frequenzbereich [20, 21] hat gezeigt, daß bestimmte Charakteristika eines Pulses *superluminal* propagieren können, d.h. mit einer Geschwindigkeit, die größer als die Vakuumlichtgeschwindigkeit ist. Alle diese Experimente lassen sich als Analogon des quantenmechanischen Tunneleffektes mit der Frage nach der *Zeit* verstehen, die ein Teilchen zum Tunneln benötigt. Wie sich zeigt, ist eine eindeutige Definition des Begriffs *tunneling time* nicht möglich. Ein Überblick über die verschiedenen Konzepte geben z.B. *Chiao* und *Steinberg* [22]. Auch die physikalische Interpretation der experimentellen Ergebnisse im Hinblick auf die Frage nach einer superluminalen *Signal*propagation ist strittig [23, 24]. *Chiao* [25] hat gezeigt, daß bei der Ausbreitung eines elektromagnetischen Pulses in einem Ensemble invertierter Zwei-Niveau Atome bei einer Zentralfrequenz, die wesentlich kleiner als die atomare Resonanzfrequenz ist, *Gruppen-, Phasen* und *Energiegeschwindigkeit* größer als die Vakuumlichtgeschwindigkeit sein können. Anders als bei den zuvor genannten Experimenten beruhen die superluminalen Propagationseffekte hier auf der Tatsache, daß weit unterhalb der Resonanzfrequenz, bis  $\omega \rightarrow 0$ , die *Phasengeschwindigkeit* größer ist als die Vakuumlichtgeschwindigkeit, während das Medium praktisch keine Dispersion zeigt. Für dieses Beispiel konnte *Chiao* zeigen, daß die superluminalen Eigenschaften des Mediums nicht das Kausalitätsprinzip verletzen. Andererseits ist bisher nicht bemerkt worden, das auch stark *dispersive* Medien superluminalen Charakter besitzen können. Man betrachte beispielsweise einen elektromagnetischen Puls  $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0(t) \cdot \exp(\leftrightarrow i \omega' t)$  mit der nur langsam variierenden Einhüllenden  $\mathcal{E}_0 = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta E(\delta) \cdot \exp(\leftrightarrow i \delta t)$  und der Zentralfrequenz  $\omega'$ . Tritt er am Orte  $z = 0$  in eine Medium ein, das näherungsweise den Brechungsindex  $n(\omega') = 1$  besitzt, dann ist das elektrische Feld an einem Ort  $z$  innerhalb des Mediums durch  $\mathcal{E}_z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta E(\delta) \cdot \exp[\leftrightarrow i (\omega' + \delta) t] \cdot \exp[i \cdot k(\omega' + \delta) \cdot n(\omega' + \delta) \cdot z]$  gegeben. Man

<sup>2</sup>Ein ebene, räumlich und zeitlich unendlich ausgedehnte elektromagnetische Welle stellt in diesem Sinne kein Signal dar, da keine Information, z.B. ein digitales Signal, übertragen werden kann.

sieht leicht, daß, falls

$$k(\omega) \cdot n(\omega) = \text{const.}$$

erfüllt ist, dieses Feld als  $\mathcal{E}_z(t) = \mathcal{E}(t) \cdot \exp[i \cdot k(\omega) \cdot n(\omega) \cdot z]$  erscheint. Demnach propagiert die Einhüllende in Null-Zeit von der Grenzfläche zwischen Vakuum und Medium zum Ort  $z$ , und das Feld erhält eine nur ortsabhängige Phasenverschiebung  $\exp[i \cdot k(\omega) \cdot n(\omega) \cdot z]$ . Medien, die der obigen Gleichung genügen, besitzen folglich ebenfalls einen superluminalen Charakter. Eine genauere, hier nicht präsentierte Analyse zeigt, daß sich für realistische Absorptions- und Brechungsindexeigenschaften<sup>3</sup> eine maximal zulässige Propagationstiefe  $z_{max}$  für die Ausbreitung im Medium angeben läßt, bis zu der die Pulsverformung und Dämpfung keine qualitativen Auswirkungen besitzt, die superluminalen Eigenschaften also erhalten bleiben. Die spektrale Breite ist eine der wesentlichen Größen des Pulses, die die maximale Propagationstiefe  $z_{max}$  bestimmen: Sie muß deutlich geringer sein als die Linienbreite der atomaren Resonanz, die die gewünschte Dispersionseigenschaft besitzt. Anders formuliert, muß der Puls eine gewisse zeitliche (und räumliche) Mindestlänge besitzen, weshalb z.B. Pulse mit einer stufenförmigen Pulsfront mit dieser Betrachtung nicht erfaßt werden können. Nur solche Pulse gestatten aber Untersuchungen zur Frage der *Signalgeschwindigkeit* dieser Medien [24]. Die Propagationseigenschaften optischer Pulse in solchen Medien sind also noch völlig ungeklärt.

Die drei hier aufgeführten Beispiele haben eines gemeinsam: Sie bedienen sich eines Mediums, dessen Brechungsindex so beschaffen ist, daß die Frequenzabhängigkeit der Vakuumwellenlänge kompensiert wird. Im Medium besitzen daher die Felder aller Frequenzen *dieselbe* Wellenlänge. Diese Kompensation ist zumindest in der Umgebung einer Frequenz  $\omega_0$  dann erreicht, wenn die Dispersion im wesentlichen dem negativen Kehrwert der Frequenz des Feldes entspricht:

$$\partial_{\omega} n(\omega_0) = \Leftrightarrow \frac{n(\omega_0)}{\omega_0} \quad (1.1)$$

Es ist der zentrale Punkt dieser Arbeit, die Eigenschaften solcher bisher praktisch nicht untersuchten Medien theoretisch und experimentell zu charakterisieren und ein Konzept für die Realisierung einer der Anwendungen, des breitbandigen Resonators hoher Güte, zu entwickeln.

Im Mittelpunkt des ersten Teils der Arbeit (Kap.2) steht deshalb der *Weißlichtresonator*. Es werden die grundlegenden Eigenschaften eines Resonators mit einem nahezu transparenten, stark dispersiven Medium untersucht. Die Faktoren, die die Vergrößerung der Resonatorlinienbreite begrenzen, werden diskutiert. Anhand eines konkreten Beispiels, daß sich auf einen experimentell realistischen Resonator und Kalzium als negativ dispersives Medium stützt, wird gezeigt, daß die experimentelle Realisierung eines Weißlichtresonators im Prinzip möglich sein sollte.

Die Ergebnisse dieses ersten Abschnitts definieren die Eigenschaften, die ein für die Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption geeignetes Medium besitzen muß. Wie eingangs angedeutet, gestatten die verschiedensten Systeme die Präparation solcher Medien. Im Rahmen dieser

<sup>3</sup>Es gibt kein Medium, das die o.g. Gleichung für alle Frequenzen erfüllt.

Arbeit wurden z.B. auch Doppel- $\Lambda$ -Systeme daraufhin untersucht. Es konnte gezeigt werden, daß auch sie prinzipiell als negativ dispersive Medien in einem Resonator eingesetzt werden können [26]. Doppel- $\Lambda$ -Systeme mit für ein *Experiment* geeigneten Eigenschaften<sup>4</sup> sind aber schwer zu finden. Aus diesem Grunde fiel die Entscheidung für das wesentlich einfachere Zwei-Niveau System. Im zweiten Abschnitt der Arbeit wird deshalb das Spektrum eines bichromatisch stark getriebenen Zwei-Niveau Systems untersucht (Kap.3). Die Lösung der Bewegungsgleichung dieses Systems wird nur kurz referiert. Eine ausführliche Diskussion der Situation zweier doppelt resonant treibender Felder wurde im Rahmen der hier vorgestellten Untersuchungen erarbeitet und ist in [27] veröffentlicht. Größeren Raum nimmt die Frage ein, in wie weit sich resonant stark getriebene Zwei-Niveau Atome für die Realisierung eines Weißlichtresonators eignen. Es wird ein "Gütefaktor" (*figure of merit*) eingeführt, der es gestattet, auch sehr verschiedene atomare Systeme unter diesem Aspekt zu vergleichen. Es schließt sich die Diskussion des Einflusses experimentell wichtiger Faktoren an, wie z.B. der Einfluß des Doppler-Effektes oder eines starken resonator-internen Probefeldes. Abschließend werden die Spezifikationen erarbeitet, die ein Experiment zur Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption am Ca-Resonanzübergang  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$  erfüllen muß.

Die theoretischen Untersuchungen stellen die Grundlage des experimentellen Teils der Arbeit dar. Ziel dieses Abschnitts ist es, ein Konzept für ein Experiment zu finden und zu realisieren, das es gestattet, negativ dispersive Medien zu präparieren und zu untersuchen. Dazu wurden zwei kohärente *all-solid-state* Strahlungsquellen entwickelt, die auf dem Einsatz von Diodenlasern und eines externen hocheffizienten Frequenzverdopplers basieren. Für die Untersuchung der optischen Eigenschaften, d.h. der Absorption und des Brechungsindex negativ dispersiver, transparenter Medien, wurden bestehende spektroskopische Meßmethoden zu einem neuen Meßverfahren kombiniert, das den besonderen Anforderungen gerecht wird, die die Untersuchung solcher Medien stellt. Hier konnten die Vorteile der interferometrischen Meßmethode und der FM-Spektroskopie vereint werden. Kap.4 gibt einen Überblick über den experimentellen Teil der Arbeit und stellt das dem Experiment zugrundeliegende Konzept vor.

In Kap.5 werden die Lasersysteme vorgestellt. Einigen kurzen Ausführungen über die Grundlagen der Frequenzverdopplung folgt eine ausführliche Diskussion zur Optimierung der Geometrie des externen Resonators. Anschließend stehen solche Aspekte im Vordergrund, die speziell für eine hocheffiziente Frequenzverdopplung mit  $\text{KNbO}_3$  von Bedeutung sind: Hier werden jene Effekte diskutiert (BLIRA, thermische Effekte), die die erreichbare Konversionseffizienz begrenzen. Einige Aspekte, die hier nur am Rande Erwähnung finden, sind in [28] veröffentlicht. Es hat sich gezeigt, daß die schlechte Strahlgeometrie der von Diodenlasern emittierten Felder ein wesentliches Problem für die Realisierung einer hocheffizienten Frequenzverdopplung darstellt. Daher werden zwei Methoden entwickelt, mit deren Hilfe der Astigmatismus und die Elliptizität der

---

<sup>4</sup>Da bei einem Doppel- $\Lambda$ -System stets zusätzlich zu den beiden unteren Zuständen weitere Niveaus existieren, ist es im Experiment schwierig, einen Verlust der Besetzung in diese Niveaus zu vermeiden. Wegen der Vielzahl der möglichen Übergänge besteht auch die Gefahr, daß die Absorption des Probestrahls auf eigentlich unbeteiligten Übergängen zusätzliche Verluste erzeugt. Ein noch halbwegs geeigneter Kandidat, der Sm-Übergang  $4f^6\ 6s^2\ ^7F_1 \rightarrow 4f^5\ 6s6p\ ^9G_0$  bei 740nm, wurde auf seine experimentelle Eignung hin genauer untersucht. Neben den o.g. Problemen, die z.B. den Einsatz eines zusätzlichen Lasers zum Rückpumpen der in den unteren Zustand mit  $M=0$  gepumpten Atome erfordern, spielt hier die geringe Linienbreite der Übergänge eine nachteilige Rolle: Der Bereich negativer Dispersion ist auf wenige 100kHz beschränkt.

Strahlprofile kompensiert werden können. Ein ausführlich dargestelltes Beispiel schließt die Beschreibung dieser Verfahren ab. In Kap.5.3 werden die Lasersysteme hinsichtlich ihrer Leistungs- und Frequenzstabilität untersucht.

Die Frequenz der beiden kohärenten Strahlungsquellen muß an die atomare Resonanzfrequenz des Ca-Übergangs bei 423 nm angeschlossen werden. Zu diesem Zweck kommt eine FM- Spektroskopie und ein optischer Phasenregelkreis (PLL, *phase locked loop*) zum Einsatz. Diese Verfahren werden in Kap.5.4 vorgestellt, wobei besonders solche Probleme im Vordergrund stehen, die bei einer Stabilisierung mit großer Regelbandbreite zu beachten sind.

Ein wesentlicher Punkt der experimentellen Arbeiten stellte die Entwicklung einer spektroskopischen Methode dar, die es gestattet, sowohl die Absorption als auch den Brechungsindex der Atome eines Ca-Atomstrahls hochempfindlich zu messen (Kap.6). Die bestehenden spektroskopischen Verfahren (z.B. FM-Spektroskopie, Interferometrie) besitzen Eigenschaften, die für die Untersuchung des stark getriebenen Zwei-Niveau Systems von Nachteil sind. Diese Probleme werden analysiert. Es wird eine neue Methode vorgeschlagen, eine Kombination von Interferometrie und FM-Spektroskopie, die eine Reihe von Vorteilen dieser beiden Methoden verbindet und wesentliche Nachteile eliminiert. Die Theorie dieses kombinierten Verfahrens wird in Kap.6.2 vorgestellt, wo auch die Grenzen der Empfindlichkeit diskutiert und das Meßverfahren selbst mit diesen Ergebnissen optimiert wird. Anschließend werden die experimentellen Details des Aufbaus vorgestellt und das Ergebnis einer experimentellen Bestimmung der Empfindlichkeit des Interferometers diskutiert.

Die ersten experimentellen Ergebnisse zur Realisierung negativ dispersiver, transparenter Medien werden im letzten Abschnitt der Arbeit, in Kap.7, vorgestellt.

# Kapitel 2

## Der Weißlichtresonator

### 2.1 Resonatoren mit dispersiven, nahezu transparenten Medien. Eine theoretische Beschreibung

Im folgenden sollen die optischen Eigenschaften eines Weißlichtresonators diskutiert werden. Dazu werden in Kap.2.1.1 die optischen Transferfunktionen eines Resonators mit einem stark dispersiven, resonatorinternen Medium abgeleitet und die Bedingungen untersucht, unter denen sich ein Weißlichtresonator theoretisch realisieren läßt. Mit den Ergebnissen dieses Abschnitts können dann in Kap.2.1.2 die optischen Eigenschaften eines solchen Resonators diskutiert und in Kap.2.2 und Kap.2.3 Vorschläge für zwei Anwendungen gegeben werden.

#### 2.1.1 Resonatoren mit internem Medium

Zuerst sollen nun die optischen Transferfunktionen für einen Resonator mit stark dispersivem Medium abgeleitet werden, wie er in Abb.2.1 dargestellt ist. Die beiden Spiegel des Resonators werden durch die komplexen Amplituden-Koeffizienten für die Reflexion und Transmission  $r_i$  und  $t_i$  für  $i = 1, 2$  definiert. Sie sind durch

$$\begin{aligned} r_i &= \sqrt{R_i} \cdot e^{i\Theta_i} \\ t_i &= \sqrt{T_i} \cdot e^{i\tilde{\Theta}_i}, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

mit den Koeffizienten  $R_i$  bzw.  $T_i$  für die Leistungsreflektion bzw. -transmission verknüpft.

Die optischen Eigenschaften des Mediums können durch einen Amplituden-Koeffizienten  $r_m$  für die Transmission und durch die Phasenverschiebung des Feldes bei einfachem Durchgang durch das Medium beschrieben werden. Man beachte, daß diese Größen i.a. frequenzabhängig sind. Ein elektromagnetisches Feld

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}^{in} \cdot e^{i\omega t} + c.c. \tag{2.2}$$

mit der hier reellen, zeitunabhängigen Amplitude  $\mathcal{E}^{in}$  wird in den Resonator eingekoppelt. Ein durch die Reflektivität des Einkoppelspiegels definierter Anteil, beschrieben durch die reelle Amplitude  $\mathcal{E}_i^r$ , wird direkt reflektiert. Er interferiert mit dem aus dem Resonator "leckenden" Feld, das durch seine komplexe Amplitude<sup>1</sup>  $\mathcal{E}_c^r$  definiert wird. Auch in Transmission ist ein Feld mit der komplexen Amplitude  $\mathcal{E}^t$  beobachtbar.

Aus der Theorie der Vielstrahlinterferenz [29] ergibt sich das reflektierte Feld zu:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^r &= \mathcal{E}_i^r + \mathcal{E}_c^r \\ &= \mathcal{E}^{in} \cdot \left\{ \sqrt{R_1} e^{i\Theta_1} \Leftrightarrow \frac{T_1}{\sqrt{R_1}} e^{i(2\Theta_1 - \Theta_1)} \frac{\mathcal{R} e^{i\Delta}}{1 \Leftrightarrow \mathcal{R} e^{i\Delta}} \right\} , \end{aligned} \quad (2.3)$$

wobei

$$\mathcal{R} = \sqrt{R_1 R_2 (r_m^2)^2} \quad (2.4)$$

$$\Delta = \Theta_1 + \Theta_2 + 2\phi_m \quad (2.5)$$

$$\phi_m = \frac{\omega}{c_0} \cdot n \cdot L_r \quad . \quad (2.6)$$

Dabei beschreibt  $\mathcal{R}^2$  die Leistungstransmission und  $\Delta$  die Phasenverschiebung, die das resonatorinterne Feld bei einem Umlauf im Resonator erfährt.  $n$  gibt den frequenzabhängigen Brechungsindex des Mediums an,  $c_0$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit und  $L_r$  die geometrische Länge des Resonators. Man beachte, daß  $n$  und  $r_m$  i.a. frequenzabhängig sind. Desweiteren ist im Prinzip  $r_m^2 \geq 1/(R_1 R_2)$  möglich, so daß dann auch  $\mathcal{R} \geq 1$  wird. Dieser Fall tritt ein, wenn das Medium eine Verstärkung besitzt, die so groß ist, daß sie die Verluste des Resonators überkompensiert. Dann arbeitet das hier beschriebene System aber als Laser und kann nicht mit dem der Gl.2.3 zugrundeliegenden Modell beschrieben werden. Ein solches *aktives* System ist nicht Gegenstand dieser Diskussion, weshalb stets gelten soll:

$$\mathcal{R} < 1 \Leftrightarrow r_m^2 < \frac{1}{R_1 R_2} \quad . \quad (2.7)$$

Für das transmittierte Feld erhält man:

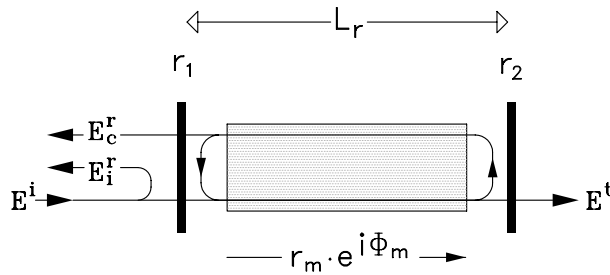
$$\mathcal{E}^t = \mathcal{E}^{in} \cdot e^{i(\tilde{\Theta}_1 + \tilde{\Theta}_2 + \phi_m)} \cdot \frac{\mathcal{T}}{1 \Leftrightarrow \mathcal{R} e^{i\Delta}} \quad , \quad (2.8)$$

mit

$$\mathcal{T} = \sqrt{T_1 T_2 r_m^2} \quad . \quad (2.9)$$

---

<sup>1</sup>Da hier die Größe  $\mathcal{E}^{in} \cdot \exp(i\omega t)$  mit dem Feld selbst gleichgesetzt wird, muß ein verallgemeinertes Konzept für die Amplitude benutzt werden, das auch komplexe Werte zuläßt.



**Abbildung 2.1:** Modell des Resonators mit stark dispersivem, internem Medium. Das Feld  $\mathbf{E}^{\text{in}}$  wird in den Resonator eingekoppelt. Ein Anteil  $\mathbf{E}_1^r$  wird am Einkoppelspiegel, ein anderer Anteil  $\mathbf{E}_c^r$  aus dem Resonator heraus reflektiert.  $\mathbf{E}^t$  gibt das transmittierte Feld an. Die Spiegel werden durch die Amplituden-Koeffizienten für die Reflexion ( $r_1$  bzw.  $r_2$ ) und für die Transmission ( $t_1$  bzw.  $t_2$ ) beschrieben. Die optischen Eigenschaften des Mediums sind durch den reellen Amplituden-Transmissionskoeffizienten  $r_m$  und eine Phasenverschiebung  $\phi_m$  für einen einfachen Durchgang berücksichtigt.

$\mathcal{T}$  gibt die Leistungstransmission bei einfachem Durchgang durch den Resonator an. Der Einfachheit halber soll im folgenden angenommen werden, daß die beiden Spiegel keine zusätzlichen Phasenverschiebungen einführen, d.h.

$$\Theta_1 = \tilde{\Theta}_1 = \Theta_2 = \tilde{\Theta}_2 = 0 \quad . \quad (2.10)$$

Ihre zusätzlichen, nicht-reflektiven Verluste  $1 \Leftrightarrow R_i \Leftrightarrow T_i$  werden aber zunächst berücksichtigt:

$$C_i := R_i + T_i \leq 1 \quad \text{für } i = 1, 2 \quad . \quad (2.11)$$

Aus Gl.2.3 folgt dann für die in Reflexion gemessene Intensität  $I_r$ :

$$\frac{I^r}{I^{\text{in}}} = \frac{(C_1 \mathcal{R} + R_1)^2 \Leftrightarrow 4C_1 \mathcal{R} R_1 \cos^2 \frac{\Delta}{2}}{R_1 (1 \Leftrightarrow \mathcal{R})^2 \left[ 1 + 4 \frac{\mathcal{R}}{(1-\mathcal{R})^2} \sin^2 \frac{\Delta}{2} \right]} \quad (2.12)$$

Dies ist im wesentlichen die wohlbekannte *Airy-Funktion* [29]. Der Resonanzfall, für den bei einem leeren Resonator die reflektierte Leistung minimal wird, ist bei

$$\Delta = \Delta_N := N \cdot 2\pi \quad , N \text{ ganz} \quad (2.13)$$

erreicht. Dann wird das Feld vollständig in den Resonator eingekoppelt ( $I^r = 0$ , *Impedanzanpassung*), wenn

$$R_1 = C_1 \cdot \mathcal{R} = (R_1 + T_1) \cdot \sqrt{R_1 R_2 r_m^4} \quad (2.14)$$

erfüllt ist. Wegen der Frequenzabhängigkeit von  $r_m$  kann die Impedanzanpassung i.a. nur für eine einzige Frequenz erfüllt werden<sup>2</sup>. Beschreibt man die Dämpfung  $r_m$  im Medium durch

<sup>2</sup>Es ist auch, je nach Art des Mediums, denkbar, daß eine kleine Anzahl von Frequenzen existiert, bei denen Gl.2.14 erfüllt ist. Generell gibt es aber keine *Frequenzbereiche*, innerhalb derer dies gilt.

$r_m = \exp(\Leftrightarrow A_m) \approx 1 \Leftrightarrow A_m$ , dann folgt aus Gl.2.14 die bekanntere Form der Impedanzanpassungsbedingung

$$T_1^{IM} \approx (1 \Leftrightarrow C_1) + (1 \Leftrightarrow R_2) + 2A_m \quad , \quad (2.15)$$

wonach die Transmission des Einkoppelspiegels den *round-trip*-Verlusten des Resonators, exklusive der Reflektionsverluste am Einkoppelspiegel, entsprechen muß. In Transmission ergibt sich aus Gl.2.8 die folgende Intensität:

$$\frac{I'}{I^{in}} = \frac{\mathcal{T}^2}{(1 \Leftrightarrow \mathcal{R})^2} \frac{1}{1 + 4 \frac{\mathcal{R}}{(1-\mathcal{R})^2} \sin^2 \frac{\Delta}{2}} \quad (2.16)$$

Ein Resonator mit stark dispersivem internem Medium unterscheidet sich von leeren Resonatoren vor allen Dingen durch die deutlich verschiedene Frequenzabhängigkeit der “interferometrischen” Phase  $\Delta = \Delta(\omega)$ . Man beachte, daß bei einem nicht leeren Resonator auch  $\mathcal{R}$  und  $\mathcal{T}$  frequenzabhängig sind. Diese Abhängigkeiten besitzen aber eine deutlich geringere Bedeutung: tatsächlich versucht man dem “Ideal” eines rein dispersiven, vollständig transparenten Mediums mit  $r_m(\omega) \equiv 1$  möglichst nahe zu kommen. Auch wenn solche Medien prinzipiell nicht existieren können<sup>3</sup>, ist für alle *praktischen* Belange  $r_m(\omega) \equiv 1$  dann erfüllt, wenn in der interessanten Umgebung einer Resonanz des Resonators die Restabsorption oder -verstärkung klein gegen die Verluste des Resonators ist, wenn also  $|1 \Leftrightarrow r_m^2(\omega)| \ll (1 \Leftrightarrow C_1) + (1 \Leftrightarrow R_2)$  in diesem Frequenzbereich gilt. Im folgenden soll deshalb die Phase  $\Delta/2 = \phi_m = \phi_m(\omega)$  von Gl.2.6 genauer untersucht werden. Dazu wird der Brechungsindex in der Nähe der charakteristischen Frequenz  $\omega_0$  des Mediums, also z.B. in der Nähe der Resonanzfrequenz eines atomaren Ensembles, nach der Frequenz entwickelt. Mit der Definition der Verstimmung  $\Delta\omega$  des Laserfeldes von dieser Resonanzfrequenz,

$$\omega =: \omega_0 + \Delta\omega \quad \text{und} \quad (2.17)$$

$$n(\omega) = n_0 + n'_0 \cdot \Delta\omega + n''_0 \cdot \Delta\omega^2 + \dots \quad (2.18)$$

folgt dann für die Phase  $\phi_m$ :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta(\Delta\omega)}{2} = \phi_m(\Delta\omega) = & \frac{\omega_0 L_r}{c_0} n_0 \\ & + \frac{\Delta\omega L_r}{c_0} \cdot (n_0 + \omega_0 n'_0) \\ & + \frac{\Delta\omega L_r}{c_0} \cdot \Delta\omega \cdot \left( n'_0 + \frac{1}{2} n''_0 \omega_0 \right) \\ & + \frac{\Delta\omega L_r}{c_0} \cdot \frac{\Delta\omega^2}{2} \cdot \left( n''_0 + \frac{1}{3} n'''_0 \omega_0 \right) + \dots \end{aligned} \quad (2.19)$$

<sup>3</sup>Die *Kramers-Kronig* Relation [30], die nur das Kausalitätsprinzip voraussetzt, schließt die Existenz solcher Medien aus.



Für einen leeren Resonator wird  $n(\omega) = n_0 = 1$ , so daß nur die ersten beiden Terme der Summe beitragen. Der Vollständigkeit halber soll noch die Entwicklung der Absorption nach der Frequenzverstimmung angegeben werden. Der Transmissionskoeffizient  $r_m$  wird durch den Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  des Mediums bestimmt:

$$r_m^2 = e^{-\alpha L_r} \quad (2.20)$$

Damit wird also (o.B.d.A.) vorausgesetzt, daß der Resonator vollständig mit dem Medium gefüllt ist. Die Entwicklung des Absorptionskoeffizienten liefert dann

$$\alpha(\omega) = \alpha_0 + \alpha'_0 \cdot \Delta\omega + \alpha''_0 \cdot \Delta\omega^2 + \dots \quad (2.21)$$

### 2.1.2 Eigenschaften von Resonatoren mit stark dispersiven Medien

Ausgehend von den Grundlagen des vorangegangenen Kapitels können nun interessante Spezialfälle von Resonatoren mit internen, stark dispersiven Medien diskutiert werden. Vorab sollen aber einige vereinfachende Annahmen gemacht werden. Sie sind notwendig, weil sonst die weitere Diskussion wegen der komplexen Abhängigkeit der Größen  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{T}$  und  $\Delta$  von der Frequenz  $\omega$  des kohärenten Feldes nicht analytisch durchgeführt werden kann. Daher sollen im folgenden ideale, verlustfreie Spiegel ( $C_i = 1$ ) vorausgesetzt werden. Schwache Dissipation ( $1 \Leftrightarrow C_1 \ll 1$ ) führt nach Gl.2.14 bzw. Gl.2.15 nämlich nur zu einer Veränderung der Impedanzanpassungsbedingung und hat einen nur geringen Einfluß auf die maximal transmittierte Leistung. Desweiteren sei angenommen, daß der Einkoppelspiegel für die atomare Resonanzfrequenz impedanzangepaßt sei:  $R_1 = R_2 \cdot r_0^2$  mit  $r_0 = r_m(\omega_0)$ . In diesem Fall wird nach Gl.2.9 bzw. Gl.2.4-2.6:

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= R_2 r_0^4 \cdot \frac{r_m^2(\Delta\omega)}{r_0^2} \quad \rightarrow \quad R_2 r_0^4 \quad (2.22) \\ \mathcal{T} &= \sqrt{(1 \Leftrightarrow R_2 r_0^4) (1 \Leftrightarrow R_2) r_0^2} \cdot \frac{r_m(\Delta\omega)}{r_0} \\ &\approx (1 \Leftrightarrow R_2) r_0 \cdot \frac{r_m(\Delta\omega)}{r_0} \quad \rightarrow \quad (1 \Leftrightarrow R_2) r_0 \end{aligned}$$

Da der Einsatz dispersiver Medien nur solange sinnvoll ist, wie  $|1 \Leftrightarrow r_m^2| \ll 1$ , sind  $\mathcal{R}$  und  $\mathcal{T}$  im interessanten Bereich nahezu frequenzunabhängig, und die obige Ersetzung ist qualitativ erlaubt. Das Transmissionssignal Gl.2.16 kann dann umformuliert werden, und es folgt:

$$\frac{I'}{I^{in}} \approx \left\{ \frac{(1 \Leftrightarrow R_2)^2 r_0^2}{(1 \Leftrightarrow R_2 r_0^4)^2} \right\} \cdot \frac{1}{\left[ 1 + 4 \frac{R_2 r_0^4}{(1 - R_2 r_0^4)^2} \sin^2 \frac{\Delta}{2} \right]} \quad (2.23)$$

Der erste Faktor  $\{ \dots \}$  in Gl.2.23 gibt die resonante Transmission an. Wie zu erwarten, kann die Absorption danach solange vernachlässigt werden, wie sie klein gegen die Verluste des Resonators ist, wie also  $|1 \Leftrightarrow r_0^4| \ll 1 \Leftrightarrow R_2$  gilt. Der zweite Faktor beschreibt das *Linienformprofil* des

Resonators. Nach einer Redefinition von  $R_2$ :  $R_2 \rightarrow R_2 r_0^4$  ist zu erkennen, daß sich das Linienprofil wie im Falle eines Resonators mit transparentem ( $r_0 = 1$ ), rein dispersivem internen Medium verhält: das Medium beeinflusst die Form des Transmissionsprofils nur über die Phase  $\Delta$ , die deshalb, ausgehend von Gl.2.17, eingehender untersucht werden soll.

Dazu wird vereinfachend vorausgesetzt, daß das ‘‘Brechungsindexprofil’’ ( $n(\omega) \Leftrightarrow 1$ ) antisymmetrisch und das Absorptionsprofil symmetrisch bzgl. der Resonanzfrequenz  $\omega_0$  sei. Dies ist z.B. beim stark *resonant* getriebenen 2-Niveau-Atom (Abb.3.4) oder auch beim Doppel- $\Lambda$  System der Fall [26] und kann immer dann erreicht werden, wenn die treibenden Felder zumindest in einem - wie z.B. beim Doppel-  $\Lambda$ -System - verallgemeinerten Sinne resonant mit dem atomaren System sind. Außerdem macht der Einsatz stark dispersiver Medien nur in solchen Resonatoren einen Sinn, deren Linienbreite - gemessen ohne Medium - klein gegen die Ausdehnung des Bereichs starker Dispersion ist. Bei einem atomaren Medium z.B. bedeutet dies, daß die Linienbreite des ‘‘leeren’’ Resonators klein sein muß gegen die Linienbreite des Übergangs, auf dem die starke Dispersion erzeugt wird. Ist diese Bedingung erfüllt, dann kann man die optischen Eigenschaften des Mediums im interessanten Frequenzbereich näherungsweise durch

$$\begin{aligned} n(\omega_0 + \Delta\omega) &\approx 1 + n'_0 \Delta\omega + n''_0 \Delta\omega^2 \\ \alpha(\omega_0 + \Delta\omega) &\approx \alpha_0 + \alpha'_0 \Delta\omega^2 + \alpha''_0 \Delta\omega^4 \end{aligned} \quad (2.24)$$

beschreiben. Desweiteren sei der Resonator auf die atomare Resonanzfrequenz  $\omega_0$  abgestimmt, d.h.

$$\frac{\omega_0 L_r}{c_0} = N \cdot \pi = \frac{\Delta_N}{2} \quad (2.25)$$

Damit kann die Phase  $\Delta/2$  (Gl.2.19) wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta(\Delta\omega)}{2} &= \phi_m(\omega_0 + \Delta\omega) \\ &= N \cdot \pi + \frac{\Delta\omega L_r}{c_0} \cdot \left[ (1 + \omega_0 n'_0) + \Delta\omega \cdot n'_0 + \frac{\Delta\omega^2}{6} \cdot n''_0 \omega_0 \right] \\ &\equiv \frac{\Delta\omega L_r}{c_0} \cdot (1 + \omega_0 n'_0) + O(\Delta\omega^2) \quad . \end{aligned} \quad (2.26)$$

Sie ist demnach in der ersten Ordnung bzgl. der Frequenz  $\Delta\omega$  proportional zu  $(1 + \omega_0 n'_0)$ . Als nächstes wird nach der Linienbreite  $\Delta\omega_{\text{FWHM}}$  (*full width at half maximum*) des Resonators mit dispersivem Medium gefragt. Sie ist durch den doppelten Wert derjenigen Verstimmung  $\Delta\omega$  von der Resonanz des Resonators definiert, bei der die transmittierte Intensität auf die Hälfte ihres maximalen resonanten Wertes abgefallen ist. Benutzt man die *Finesse*  $\mathcal{F}$

$$\mathcal{F} := \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{4R_2 r_0^4}{(1 \Leftrightarrow R_2 r_0^4)^2}} \quad (2.27)$$

dann kann man, ausgehend von Gl.2.23 und Gl.2.26, zeigen, daß die Linienbreite  $\Delta\omega_{\text{FWHM}}$  der folgenden Bedingung genügt:

$$\frac{\Delta\omega_{\text{FWHM}}}{\Delta\omega_{\text{FSR}}} = \frac{1}{\mathcal{F}} \cdot \left\{ (1 + \omega_0 n'_0) + n'_0 \Delta\omega_{\text{FWHM}} + O(\Delta\omega_{\text{FWHM}}^2) \right\}^{-1}, \quad (2.28)$$

wobei  $\Delta\omega_{\text{FSR}} = (\pi c_0)/L_r$  den *freien Spektralbereich* des Resonators angibt.

### Resonatoren mit stark *positiv* dispersiven Medien

Zuerst soll nun kurz der Grenzfall *stark positiv dispersiver Medium* diskutiert werden (normale Dispersion). Ist nämlich

$$n'_0 \gg \frac{1}{\omega_0}, \quad (2.29)$$

dann variiert die optische Phase  $\Delta/2$  in Gl.2.23 nach Gl.2.26 wesentlich schneller mit der Frequenz  $\Delta\omega$  als bei einem leeren Resonator. Daher ist auch schon bei einer deutlich geringeren Verstimmung des Feldes von der Resonanz des Resonators die Phase  $\Delta/2$  soweit angewachsen, daß die transmittierte Leistung deutlich, z.B. auf die Hälfte ihres Maximalwerts abfällt. Daher ergibt sich nach Gl.2.28 in einem solchen Fall eine deutlich reduzierte Linienbreite:

$$\Delta\omega_{\text{FWHM}} \approx \frac{\Delta\omega_{\text{FSR}}}{\mathcal{F}} \cdot \frac{1}{1 + \omega_0 n'_0} \approx \frac{(\Delta\omega_{\text{FWHM}})_{\text{leer}}}{\omega_0 n'_0} \ll (\Delta\omega_{\text{FWHM}})_{\text{leer}} \quad (2.30)$$

Je stärker also die *Dispersion*  $(\partial_\omega n)(\omega_0) = n'_0$  des Mediums, desto stärker wird die Linienbreite im Verhältnis zur Linienbreite des "leeren" Resonators reduziert. Solche Resonatoren konnten experimentell erstmals von *G. Müller et al.* [15] realisiert werden.

### Resonatoren mit stark *negativ* dispersiven Medien.

#### Wie breitbandig können Weißlichtresonatoren sein?

Der Blick auf Gl.2.30 weist auch auf die folgende Möglichkeit hin: der Einsatz eines (transparenten) Mediums mit negativer (anomaler) Dispersion geeigneter Größe  $\omega_0 n'_0 \approx \Leftrightarrow 1$  ermöglicht die Realisierung optischer Resonatoren mit hoher Finesse bzw. interner Leistungsüberhöhung *und* großer Bandbreite. Dies ist eine Kombination von Eigenschaften, die für leere Resonatoren ausgeschlossen ist, da wegen Gl.2.28 Linienbreite und Finesse umgekehrt proportional zueinander sind. Deshalb soll der Fall

$$n'_0 = (\partial_\omega n)(\omega_0) = \Leftrightarrow \frac{1}{\omega_0} \quad (2.31)$$

genauer untersucht werden.

Nach Gl.2.26 bedeutet dies für die optische Phase  $\Delta$  des resonatorinternen Feldes, daß sie in erster Ordnung nicht von  $\Delta\omega$  abhängt, also *frequenzunabhängig* ist. Wenn aber dann die Resonanzbedingung  $\Delta/2 = N\pi$  etwa für die atomare Resonanzfrequenz  $\omega_0$  erfüllt ist, dann gilt dies gleichermaßen auch für die Frequenzen in der direkten Umgebung der Resonanz: der Resonator ist breitbandig, praktisch simultan resonant für einen ganzen Frequenzbereich<sup>4</sup>. Diese “simultane Resonanz” eines ganzen Frequenzbereichs läßt sich auch anschaulich verstehen: die optische Phase  $\Delta \propto (\omega \cdot n(\omega)) \cdot L_r/c_0$  kann auch in der Form  $\Delta \propto 2\pi \cdot (n(\omega)/\lambda_v) \cdot L_r = 2\pi L_r/\lambda_m$  interpretiert werden, wobei  $\lambda_v$  bzw.  $\lambda_m$  die Wellenlänge des Feldes im Vakuum bzw. im Medium angibt. Ihre Frequenzunabhängigkeit bedeutet dann nichts anderes, als daß *alle Frequenzen innerhalb dieses Frequenzbereichs im Medium* (praktisch) *dieselbe Wellenlänge besitzen*. Deshalb soll im folgenden der Fall einer Dispersion, die der Gl.2.31 genügt, als  $\lambda$ -Kompensation bezeichnet werden: die Dispersion des Mediums kompensiert die Frequenzabhängigkeit der Vakuum-Wellenlänge. Die simultane Resonanz für einen ganzen Frequenzbereich ist damit offensichtlich. In diesem Sinne kann man einen solchen Resonator auch als *Weißlichtresonator* bezeichnen<sup>5</sup> (WLC).

Nach dieser qualitativen Diskussion sollen nun die mit einer  $\lambda$ -Kompensation erreichbaren Resonatorlinienbreiten untersucht werden. Da der führende Term  $(1 + \omega_0 n'_0)$  in Gl.2.28 verschwindet, wird der Term nächst höherer Ordnung in  $\Delta\omega$  nun berücksichtigt. Man erhält für die Linienbreite eines  $\lambda$ -kompensierten Resonators

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{\text{FWHM}}^{\text{WLC}} &= \sqrt{\frac{\Delta\omega_{\text{FSR}} \cdot \omega_0}{\mathcal{F}}} \\ &= \sqrt{\mathcal{F} \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{\text{FSR}}}} \cdot (\Delta\omega_{\text{FWHM}})_{\text{leer}} = \sqrt{\mathcal{F} \cdot N} \cdot (\Delta\omega_{\text{FWHM}})_{\text{leer}} \quad , \end{aligned} \quad (2.32)$$

wobei  $N$  auch hier die Interferenzordnung angibt, in der der Resonator betrieben wird (vgl. Gl.2.25). Da die Finesse sehr groß (einige  $10^5$ ) sein kann und  $N$  auch bei kurzen (1cm) Resonatoren schon einige  $10^4$  beträgt, ist eine Vergrößerung der Linienbreite um viele Größenordnungen für experimentell realistische Systeme denkbar<sup>6</sup>. Die  $\lambda$ -Kompensation bietet sich also besonders für Resonatoren mit hoher Finesse an, die in hoher Ordnung betrieben werden, also sehr lang sind und daher sehr kleine (kHz) “leere” Linienbreiten besitzen. Das Prinzip arbeitet also besonders gut bei solchen Resonatoren, die von sich aus eine der wesentlichen Randbedingungen erfüllen, nach der die “leere” Linienbreite klein gegen die Größe des Bereichs negativer Dispersion, also klein z.B. gegen die natürliche Linienbreite des benutzten Übergangs sein muß. Daher ist es prinzipiell auch besonders für den Einsatz in interferometrischen Gravitationswellendetektoren geeignet, die ja aus langen Resonatoren mit hoher Finesse bestehen.

<sup>4</sup>Formal ist die Resonanzbedingung auch weiterhin nur *lokal*, d.h. für eine Frequenz  $\Delta\omega = 0$  erfüllt. Sie kann aber im Prinzip auch *global* eingehalten werden (s.u.). Die hier diskutierte Situation entspricht diesem Fall “bis auf Terme zweiter oder höherer Ordnung in  $\Delta\omega$ ”.

<sup>5</sup>Bei solchen Weißlichtresonatoren, die mit Hilfe eines atomaren Übergangs realisiert werden, wird dieser Frequenzbereich stets auf die atomare Linienbreite, also i.a. auf  $\sim 100\text{MHz}$  begrenzt sein. Für das menschliche Auge ist ein polychromatisches Feld mit einer Bandbreite von maximal 100MHz natürlich keineswegs “weiß”.

<sup>6</sup>Man beachte unbedingt, daß Gl.2.32 eine spektral hinreichend ausgedehnte negative Dispersion voraussetzt. Wird die durch Gl.2.32 definierte Linienbreite größer oder vergleichbar mit der Strukturbreite, also z.B. mit der Linienbreite  $\gamma$  des atomaren Übergangs, dann begrenzt  $\gamma$  natürlich auch die erreichbaren Resonatorlinienbreiten. Außerdem spielt dann auch die Frequenzabhängigkeit der Transmissionskoeffizienten  $r_m(\omega)$  des Mediums eine Rolle und die Näherungen in Gl.2.22 sind nicht mehr sinnvoll.

Nach dem Prinzip der  $\lambda$ -Kompensation sollten sich theoretisch auch *beliebig* breitbandige Resonatoren konstruieren lassen. Im zuvor diskutierten Fall begrenzt die Abhängigkeit der optischen Phase  $\Delta$  von Termen höherer Ordnung in  $\Delta\omega$ , also die Dispersion höherer Ordnung, die erreichbare Linienbreite. Da aber die Ableitungen höherer Ordnung des Brechungsindex  $\partial_{\omega}^m n(\omega)$  durch die Wahl von  $n'_0 = \Leftrightarrow 1/\omega_0$  bei vorgegebenem Medium festgelegt sind und nicht die geeignete Größe besitzen, wird man diese Begrenzung prinzipiell nicht überwinden können<sup>7</sup>. Dennoch ist die Frage erlaubt, wie die optischen Eigenschaften eines hypothetischen Mediums beschaffen sein müßten, mit dem man eine exakte, simultane Resonanz bei allen Frequenzen erreicht. Ein solches Medium müßte zum einen natürlich breitbandig transparent sein, und sein Brechungsindex müßte wegen Gl.2.6 zum anderen der Differentialgleichung

$$\partial_{\omega} (n(\omega) \cdot \omega) = 0 \quad (2.33)$$

genügen. Sie wird durch ein Brechungsindexprofil der Form

$$n_{\text{opt}} = \frac{a}{\omega} \quad (2.34)$$

mit beliebigem  $a \neq 0$  erfüllt. Solche Medien, deren Brechungsindex sich zumindest im interessanten Frequenzbereich hyperbolisch verhält, sind demnach - sofern es sie überhaupt gibt - besser geeignet als Medien mit einer im interessanten Frequenzbereich nahezu konstanten Dispersion.

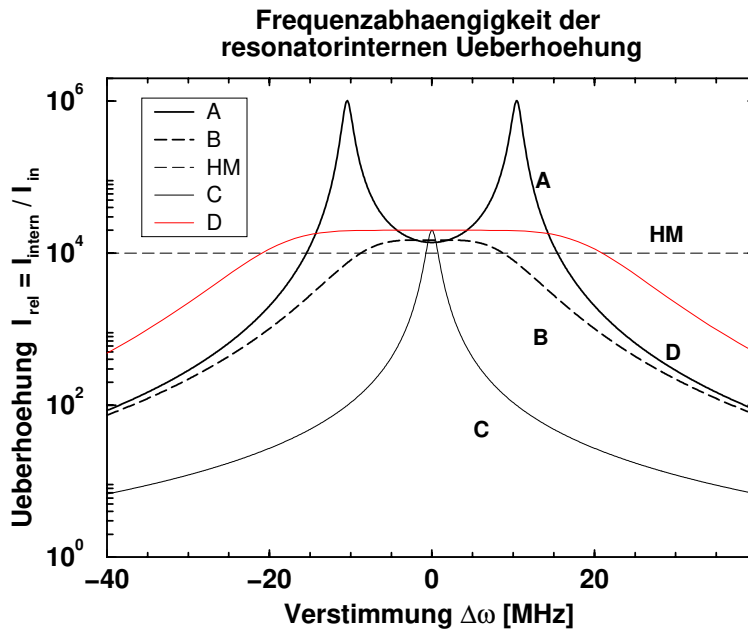
## 2.2 Leistungsüberhöhung beim Weißlichtresonator: Ein Beispiel.

Die Untersuchung der Linienbreite von Weißlichtresonatoren mit dem Ergebnis Gl.2.32 setzt die Gültigkeit einiger Annahmen voraus: die hinreichende spektrale Ausdehnung der negativen Dispersion und die Vernachlässigung der spektralen Abhängigkeit der Absorption. Daher soll jetzt für ein konkretes Beispiel die resonatorinterne Überhöhung  $I^t/(R_2 \cdot I^i)$  und die erreichbare Linienbreite *ohne* diese Annahmen, direkt ausgehend von Gl.2.16, diskutiert werden.

Betrachtet wird ein Resonator mit einer Länge von  $L_r=1$  cm. Er besitzt einen freien Spektralbereich von  $\Delta\omega_{\text{FSR}}=94$  GHz und wird daher für eine Wellenlänge von  $\lambda=423$  nm (s.u.) etwa in der Ordnung  $N = 47 \cdot 10^3$  betrieben. Als Medium kommt ein Kalzium-Gas mit einer Dichte von  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  zum Einsatz, dessen Atome von einem Pumpfeld mit ca. 170-facher Sättigungsintensität auf dem Übergang  $4s^2 \ ^1S_0 \rightarrow 4s4p \ ^1P_1$  bei  $\lambda=423$  nm gepumpt werden und einen Bereich negativer Dispersion in der Größenordnung von  $\Delta\omega \approx 200$  MHz zur Verfügung stellen. Die optischen Eigenschaften diese Gases sind in Kap.3 und in Abb.3.4 beschrieben. Die Absorption, die ein resonatorinternes Feld mit der atomaren Resonanzfrequenz<sup>8</sup> bei einfachem Durchgang

<sup>7</sup>Mann kann zeigen, daß andernfalls solche Medien eine superluminale *Signalausbreitung* zulassen würden.

<sup>8</sup>Es wird wieder angenommen, daß eine der Resonanzen des Resonators mit der atomaren Resonanzfrequenz übereinstimmt.



**Abbildung 2.2:** Resonatorinterne Leistungsüberhöhung bei einem Weißlichtresonator. Aufgetragen ist die interne Überhöhung  $I_{\text{rel}} = I_{\text{intern}}/I_{\text{in}}$  in Abhängigkeit von der Verstimmung des Feldes gegen eine Resonanzfrequenz des Resonators. Das Medium besteht aus Ca-Atomen, seine optischen Eigenschaften sind in Kap.3, Abb.3.4 beschrieben. Die atomare Resonanz fällt mit der dargestellten Resonanz des Resonators zusammen. Die Resonatorparameter sind  $L_r=1$  cm,  $R_2 = 0.99995$ . Der Einkoppelspiegel ist jeweils impedanzangepaßt:  $R_1 = 0.999930$  (A),  $R_1 = 0.999933$  (B), bzw.  $R_1 = 0.999950$  in (C). Bei (A) ist der Resonator exakt  $\lambda$ -kompensiert, während bei (B) die Kompensation soweit verändert wurde, daß sich ein “flaches” Profil ergibt. (HM) markiert die Halbwertsbreite des leeren Resonators. Sie beträgt  $\Delta\omega_{\text{FWHM}} = 1,47$  MHz (C),  $17,7$  MHz (B), bzw.  $30,7$  MHz (A). Kurve (D) würde man erhalten, wenn das Medium rein dispersiv wäre, d.h. keine Absorption bzw. Verstärkung besäße.

durch das Medium erfährt, beträgt  $1 \Leftrightarrow r_m^2(\Delta\omega = 0) = 9,9 \cdot 10^{-6}$ . Der Einsatz von (verlustfreien) Spiegeln mit  $1 \Leftrightarrow R_2 < 10^{-5}$  ist somit nicht sinnvoll. Daher wird  $1 \Leftrightarrow R_2 = 5 \cdot 10^{-5}$  gewählt. Nach Gl.2.14 besitzt der optimale Einkoppelspiegel eine Transmission von  $1 \Leftrightarrow R_1 = 6,98 \cdot 10^{-5}$ , während der “leere” Resonator mit  $R_1 = R_2$  impedanzangepaßt ist und eine Linienbreite von  $\Delta\omega_{\text{FWHM}}=1,47$  MHz aufweist.

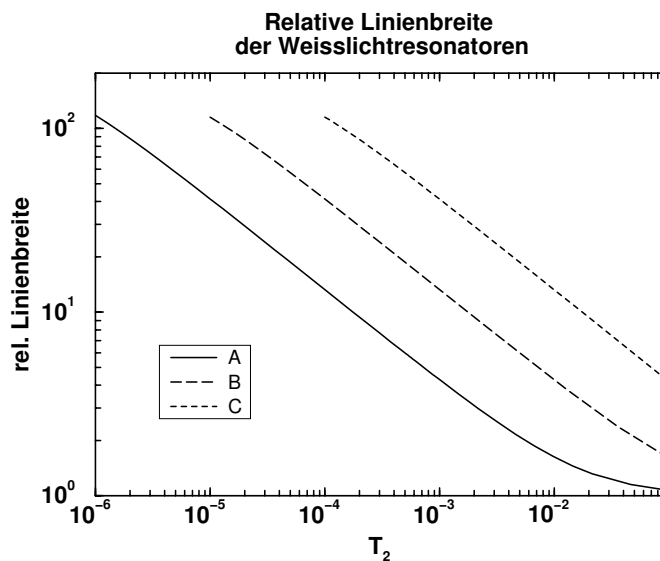
Abb.2.2 zeigt in Abhängigkeit von der Verstimmung des Feldes die resonatorinterne Leistungsüberhöhung für den  $\lambda$ -kompensierten (A) und für den leeren Resonator (C), dessen Halbwertsbreite durch die mit (HM) bezeichnete Linie markiert wird. Beim Weißlichtresonator soll jene Bandbreite als Halbwertsbreite bezeichnet werden, innerhalb der die resonatorinterne Überhöhung mindestens halb so groß ist wie beim leeren Resonator. Die Halbwertsbreite des  $\lambda$ -kompensierten Resonators (A) ist dann um einen Faktor 21 gegenüber der Halbwertsbreite des leeren Resonators vergrößert. Kurve (A) weist zwei Maxima ca.  $\pm 10$  MHz neben der Resonanz auf. Sie sind auf eine off-resonante Verstärkung durch das Medium zurückzuführen (Abb.3.4). Durch eine geringfügige Abweichung von der  $\lambda$ -Kompensation kann ihr Auftreten unterdrückt werden (B), und man erhält eine auch in zweiter Ordnung “flache” Transferfunktion mit  $\partial_{\omega}^2 I^t(\Delta\omega = 0) = 0$ . Diese Situation ist ohne Analogie bei “leeren” Resonatoren. Kurve (D) zeigt das Profil für ein hypothetisches Medium mit denselben Dispersionseigenschaften, aber ohne Absorption. Der Vergleich von (D) mit (A) und (B) in den Flanken weist darauf hin, daß die off-resonante Verstärkung des Mediums offensichtlich den Einfluß der bei  $\Delta\omega \neq 0$  endlichen Phasenfehlanspassung (optische

Phase  $\Delta/2 \neq N \cdot \pi$ ) verstärkt. Anders ist nicht zu erklären, daß in (A) (und auch in (B)) trotz der off-resonanten *Verstärkung* die interne Überhöhung in den Flanken geringer ist als mit dem rein dispersiven Medium.

Der leere Resonator und die beiden Weißlichtresonatoren (A) und (B) unterscheiden sich auch durch die Leistungsüberhöhung direkt bei der Resonanzfrequenz. Da die Absorptionsverluste im Medium (rd.  $2 \cdot 10^{-5}$  bei doppeltem Durchgang) vergleichbar mit den Reflektionsverlusten des Resonators ( $5 \cdot 10^{-5}$  nur am zweiten Spiegel) sind, wird trotz Impedanzanpassung nicht die komplette Leistung transmittiert, sondern es werden rd. 31% bei (A) bzw. 26% bei (B) im Medium dissipiert. Dieser Verlust spielt aber bei solchen Anwendungen keine Rolle, bei denen es auf eine resonatorinterne Leistungsüberhöhung ankommt, da diese nur um 1,6dB (A) bzw. 1,3dB (B) gedämpft wird.

Die in diesem Beispiel erreichte relative Linienbreite  $\Delta\omega_{\text{FWHM}}/(\Delta\omega_{\text{FWHM}})_{\text{leer}} = 21$  kann nun mit der Aussage von Gl.2.32 verglichen werden. Da die Finesse des Weißlichtresonators rd.  $\mathcal{F} = 45 \cdot 10^3$  beträgt und er in der Ordnung  $N \approx 47 \cdot 10^3$  betrieben wird, wäre eine Linienverbreiterung von rd.  $46 \cdot 10^3$ , also eine um einen Faktor 2200 größere Linienbreite (67 GHz) zu erwarten. Tatsächlich ist der Bereich negativer Dispersion aber durch das Medium selbst auf  $\Delta\omega \approx 200 \text{ MHz}$  beschränkt, so daß eine Verbreiterung allenfalls um einen Faktor  $\sim 100$  möglich ist. Man kann zeigen, daß mit wesentlich breitbandigeren Medien geringer Absorption Linienbreiten erreicht werden könnten, wie sie der Größenordnung nach durch Gl.2.32 beschrieben werden. Andererseits wäre auch an den Einsatz wesentlich längerer Resonatoren zu denken, die eine um Größenordnungen geringere Linienbreite besitzen. In diesem Fall stellt aber die mit der Länge exponentiell anwachsende Absorption des Mediums ein Problem dar. Ihre Unterdrückung erforderte für das hier diskutierte Beispiel des Ca-Gases allerdings unrealistisch hohe Pumpintensitäten.

Abschließend stellt sich nun die Frage, ob Gl.2.32 für den hier untersuchten Fall, wenn schon nicht die absolute Größe der Linienverbreiterung, so doch zumindest deren Tendenz richtig beschreibt. Dazu ist für drei  $\lambda$ -kompensierte, stets impedanzangepaßte Resonatoren unterschiedlicher Länge ( $L_r = 1 \text{ cm}, 10 \text{ cm}, 1 \text{ m}$ ) die Linienverbreiterung angegeben, die sich gegenüber "leeren", ebenfalls impedanzangepaßten Resonatoren ergibt, wenn man die Transmissionsverluste  $T_2$  und damit die Finesse variiert. In Richtung verschwindender  $T_2$  wird, abhängig auch von der Länge des Resonators, die Bedeutung der Absorptionsverluste im Medium schließlich so groß, daß die bei der Resonanzfrequenz transmittierte Leistung um mehr als 50% gedämpft wird. Der Einsatz noch höher reflektierender Spiegel macht dann i.a. keinen Sinn mehr. In Abb.2.3 sind die Kurven für diesen Bereich daher nicht eingetragen. Wie schon bei Abb.2.2 wird wieder ein Gas von stark gepumpten Ca-Atomen im Resonator eingesetzt. Gegenüber dieser Abbildung ist die Pumpintensität und die Teilchendichte allerdings 100-fach vergrößert. Damit wird das Verhältnis der Dispersion zur Absorption verbessert, so daß auch längere Resonatoren hoher Güte zum Einsatz kommen können. Kurve (A) in Abb.2.3 beschreibt die Situation für einen 1 cm langen Resonator. Bei großem  $T_2$ , also bei geringer Finesse, ist die Linienbreite des leeren Resonators ( $\Delta\omega_{\text{FWHM}} = 3 \text{ GHz}$  @  $T_2 = 0.1$ ) so groß gegen die spektrale Ausdehnung der negativen Dispersion ( $\Delta\omega \approx 200 \text{ MHz}$ ), daß diese dessen Linienbreite nicht vergrößern kann. Für Transmissionskoeffizienten  $T_2 \approx 10^{-3}$ , bei denen die Linienbreite des leeren Resonators mit  $(\Delta\omega_{\text{FWHM}})_{\text{leer}} \approx 30 \text{ MHz}$  etwa eine Größenordnung kleiner ist als die Breite der Dispersionsstruktur, läßt sich schon eine Vergrößerung um einen Faktor 4 erreichen. Für Resonatoren noch größerer Finesse  $\mathcal{F}_{\text{leer}} = \pi/T_2$  wächst sie wie  $\sqrt{\mathcal{F}_{\text{leer}}}$ , also wie von



**Abbildung 2.3:** Linienverbreiterung für verschiedene  $\lambda$ -kompensierte Resonatoren. Angegeben ist die Linienverbreiterung bei  $\lambda$ -Kompensation für drei verschieden lange Resonatoren  $L_r = 1\text{ cm}$  (A),  $L_r = 10\text{ cm}$  (B) und  $L_r = 1\text{ m}$  (C), die stets impedanzangepaßt sind. Für jeden der drei Resonatoren wurde die Finesse variiert. Diese ist durch die Transmission  $T_2$  des zweiten Spiegels (und die resonanten Verluste im Medium beim Weißlichtresonator) definiert. Die Transmission wurde jeweils so weit reduziert, bis die Dämpfung der resonanten, transmittierten Leistung durch die Absorption im Medium 50% erreicht.

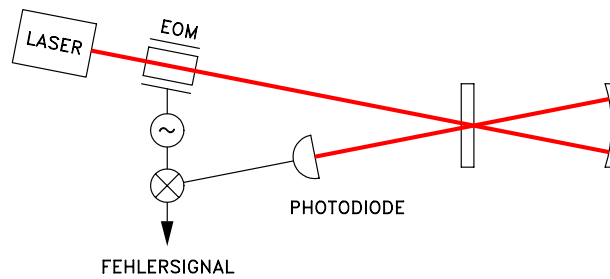
Gl.2.32 gefordert. Dies gilt auch für die beiden anderen Resonatoren. Wird nun bei festem  $T_2$  die Länge des Resonators z.B. von  $L_r = 1\text{ cm}$  über  $10\text{ cm}$  bis auf  $1\text{ m}$  variiert, dann verzehnfacht sich bei jedem Schritt die Interferenzordnung  $N$  von Gl.2.32, und die Linienverbreiterung nimmt mit  $\sqrt{L_r}$ , also mit  $\sqrt{N}$  zu. Demnach beschreibt Gl.2.32 zumindest qualitativ den Zusammenhang zwischen den Resonatorparametern und der Linienbreite von Weißlichtresonatoren auch für solche Systeme, für die ihre Voraussetzungen nicht strikt erfüllt sind.

## 2.3 Der Weißlichtresonator als *echtes* Längenmeßgerät

Die Vereinigung von Breitbandigkeit und hoher Güte ist nicht die einzige erstaunliche Eigenschaft von Weißlichtresonatoren. Einen weiteren wichtigen Aspekt findet man bei einer der wichtigsten Anwendungen kohärenter Felder bzw. optischer Resonatoren: der Längenmessung.

Alle interferometrischen Längenbestimmungen basieren auf der Messung optischer Phasen bzw. Phasenverschiebungen. Ein möglicher Aufbau ist in Abb.2.4 skizziert: das kohärente Feld eines hochstabilen Lasers, dessen Frequenz z.B. an eine atomare Resonanzfrequenz angeschlossen ist, wird mit Hilfe eines elektro-optischen Modulators phasenmoduliert und in einen Resonator hoher Güte eingekoppelt. Nach Gl.2.3 setzt sich das in Reflektionsrichtung laufende Feld zusammen aus einer direkt reflektierten Komponente ( $\propto 1/\sqrt{R_1}$ ) und einer weiteren Komponente, die entsteht, wenn das im Resonator umlaufende Feld am Einkoppelspiegel ausgekoppelt wird. Es sei angenommen, daß die Phasenmodulationsfrequenz groß gegen die Linienbreite des Resonators ist. Dann werden die Phasenmodulationsseitenbänder nämlich nicht in den Resonator eingekoppelt, sondern direkt mit derselben Phase reflektiert wie das Trägerfeld. Die Überlagerung von direkt





**Abbildung 2.4:** Pound-Drever Stabilisierung zur Längenmessung. Das phasenmodulierte Feld eines hochstabilen Referenzlasers wird in einen Resonator hoher Güte eingekoppelt. In Reflektion erhält man bei der Modulationsfrequenz ein Signal, das für kleine Abweichungen der interferometrischen Phase  $\Delta$  (Gl.2.3) von einem Resonanzwert proportional zu dieser Abweichung ist. Dieses Verfahren wurde erstmals von *Drever et al.* [19] zur Stabilisierung optischer Resonatoren benutzt.

reflektiertem Trägerfeld und den Phasenmodulationsseitenbändern liefert wieder ein phasenmoduliertes Feld, das, mit einem Photodetektor gemessen, nur ein dc-Signal liefert. Die Phase der aus dem Resonator “leckenden” Komponente ist aber nach Gl.2.3 abhängig von der optischen Phase  $\Delta$  des Fabry-Perot Interferometers. Außerhalb der Resonanz  $\Delta = N \cdot 2\pi$  tritt es mit einer Phasenverschiebung relativ zum direkt reflektierten Feld aus. Die Überlagerung der Phasenmodulationsseitenbänder mit diesen Komponenten liefert auf der Photodiode einen Signalbeitrag bei der Modulationsfrequenz. *Drever et al.* [19] haben erstmals gezeigt, daß man dieses Verfahren zur Stabilisierung optischer Resonatoren auf die Laserfrequenz benutzen kann. Setzt man voraus, daß die Laserfrequenz beliebig stabil ist, dann stellt dieses Meßverfahren eine Längenmessung dar.

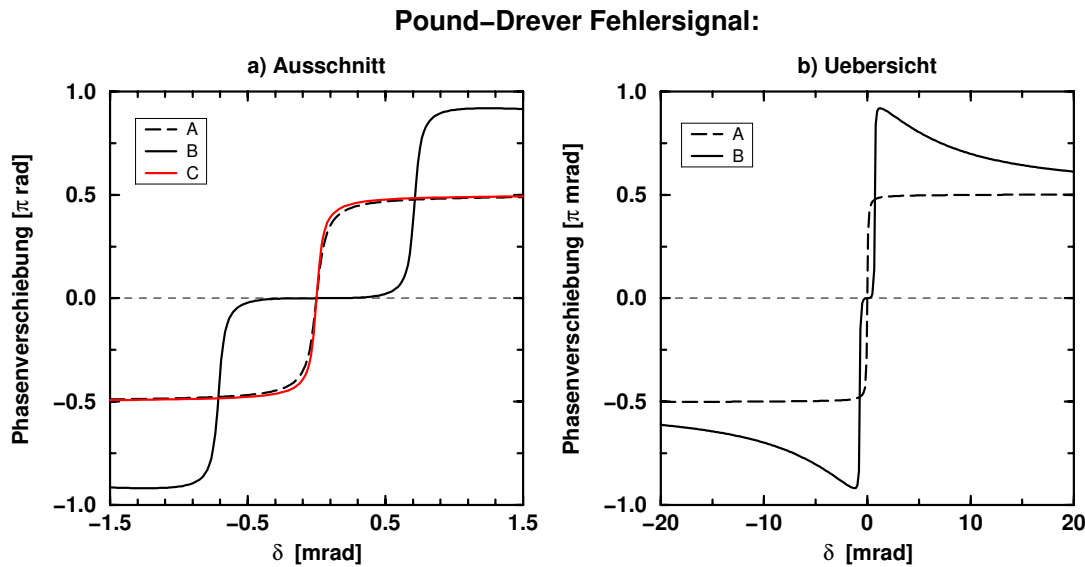
Aus der kurzen Beschreibung des *Pound-Drever* Verfahrens folgt, daß die optische Phase der zweiten Feldkomponente in Gl.2.3 das Fehlersignal bei dieser Stabilisierungsmethode bestimmt. Tatsächlich kann man zeigen [19], daß es bei kleinen Abweichungen der Phase  $\Delta$  von einem Resonanzwert  $N \cdot 2\pi$  proportional zu dieser Abweichung ist. Setzt man der Einfachheit halber  $N = 0$ , dann wird dieses Fehlersignal für einen mit einem Medium gefüllten Resonator beschrieben durch (s. Gl.2.19):

$$\Delta \propto \omega \cdot n(\omega) \cdot L_r \quad (2.35)$$

Jedes reale Lasersystem besitzt ein nicht verschwindendes Frequenzrauschen. Die Laserfrequenz ist daher nur bis auf eine kleine Störung  $\delta\omega(t)$  konstant:  $\omega(t) = \omega_0 + \delta\omega(t)$ . Der *Pound-Drever* Aufbau dient der Messung von Längenänderungen des Resonators:  $L_r = L_{r,0} + \delta L(t)$ . Entwickelt man nun wieder den Brechungsindex nach der Frequenzverstimmung  $\delta\omega$  und nimmt an, daß  $n(\omega_0) = 1$ , dann folgt:

$$\Delta \propto \delta\omega(t) \cdot (1 + n'_0 \omega_0) + \omega_0 \cdot \frac{\delta L(t)}{L_{r,0}} \quad (2.36)$$

Demnach kann man bei leeren Resonatoren ( $n'_0 = 0$ ) nicht zwischen einer Längenänderung des Resonators und einer Änderung der Laserfrequenz unterscheiden. Letztendlich ist jedes interferometrische Längenmeßverfahren in seiner Nachweisgrenze durch das Restfrequenzrauschen der kohärenten Strahlungsquelle begrenzt. Gl.2.36 zeigt aber einen Ausweg aus diesem Problem



**Abbildung 2.5:** Pound-Drever Signal für Stabilisierung eines Weißlichtresonators. Aufgetragen ist die Phasenverschiebung, die jenes elektrische Feld relativ zum direkt reflektierten Feld aufweist, welches aus dem Resonator in Reflektionsrichtung ausgekoppelt wird. Resonator und Feld werden gegeneinander verstimmt entweder durch eine Änderung der Frequenz  $\omega = \omega_0 + \delta\omega$  (Verstimmung  $\delta = [\omega \cdot n(\omega) - \omega_0 \cdot n(\omega_0)]/c_0 \cdot L_{r,0}$ ) oder durch eine Längenänderung des Resonators (Verstimmung  $\delta = \omega_0 \cdot n(\omega_0)/c_0 \cdot \delta L$ ). (A) gibt das Fehlersignal bei Verstimmung des leeren Resonators sowohl durch eine Frequenz- als auch durch eine Längenänderung an. Bei einem  $\lambda$ -kompensierten Resonator ergibt sich (C) bei einer Längenänderung aber (B) bei einer Frequenzänderung. Parameter des Weißlichtresonators wie in Abb.2.2.

auf: für ein  $\lambda$ -kompensiertes Medium verschwindet der zu  $\delta\omega$  proportionale Term, und das Frequenzrauschen trägt dann nur noch in höherer Ordnung zum Fehlersignal bei. In diesem Sinne ist der *Weißlichtresonator ein echtes Längenmeßgerät*. Nur ein Weißlichtinterferometer, z.B. ein Michelson-Interferometer mit gleichen Armlängen, ist ebenso unabhängig vom Frequenzrauschen des Feldes<sup>9</sup>, wird aber niemals eine vergleichbare Nachweisgrenze für *absolute* Längenänderungen erreichen können, weil es ohne resonantes Konzept arbeitet.

Als Beispiel ist in Abb.2.5 das *Pound-Drever* Fehlersignal, also die optische Phase des aus dem Resonator in Reflektionsrichtung ausgekoppelten Feldes nach Gl.2.3 in Abhängigkeit von der “Verstimmung”  $\delta$  aufgetragen. Eine “Verstimmung”  $\delta$  ergibt sich zum einen bei einer Variation der Feldfrequenz:  $\delta = [\omega n(\omega) - \omega_0 n(\omega_0)]/c_0 L_{r,0}$ . Sie entsteht zum anderen auch, wenn sich die Länge des Resonators ändert:  $\delta = \omega_0 n(\omega_0)/c_0 \cdot \delta L$ . Bei einem leeren Resonator kann man die beiden Ursachen nicht unterscheiden, und man erhält in beiden Fällen die Kurve (A). Wie eingangs erläutert, gilt dies nicht für einen  $\lambda$ -kompensierten Resonator. Für ihn gibt (B) das *Pound-Drever* Signal bei einer Variation der Laserfrequenz an. Man erkennt gut, daß direkt auf der Resonanz Frequenzvariationen nicht in ein Signal umgesetzt werden, während für eine Längenänderung dieselbe Empfindlichkeit wie beim leeren Resonator erreicht wird (C). In Graphik b) ist ein Bereich größerer Verstimmung dargestellt. Es fällt auf, daß beim Durchgang durch die Resonanz die Phasenverschiebung fast  $2\pi rad$  durchläuft, während bei einem leeren Resonator in der direkten Umgebung der Resonanz die Phase monoton um  $\pi rad$  wächst. Diese Phasenexkursion ist auf

<sup>9</sup>Ein Weißlichtinterferometer ist in *jeder* Ordnung unabhängig vom Frequenzrauschen.

die Verstärkung des internen Feldes in der Umgebung der Resonanzfrequenz bei  $\lambda$ -Kompensation zurückzuführen (Abb.2.2).

Die Untersuchung von Resonatoren mit stark negativ dispersiven ( $n'_0 \sim \propto 1/\omega_0$ ), nahezu transparenten Medien hat also eine Reihe erstaunlicher Ergebnisse hervorgebracht. Die ungewöhnlichen Eigenschaften, die ein  $\lambda$ -kompensiertes Medium besitzt, ermöglichen prinzipiell die Überwindung einer Reihe von Problemen, die sich bei interferometrischen Anwendungen aus der Frequenzabhängigkeit der Vakuumwellenlänge ergeben. Die Verbindung von Breitbandigkeit und hoher Finesse in einem Resonator oder die prinzipielle Realisierbarkeit eines hochpräzisen Längenmeßgeräts stellen dabei nur zwei verschiedene Facetten desselben Konzeptes dar: der Kompensation der Frequenzabhängigkeit der Vakuumwellenlänge durch Einsatz eines Mediums mit geeigneter negativer Dispersion.

Beim Längenmeßgerät stellt sich die interessante Frage nach der fundamentalen, d.h. quantenrauschlinitierten Nachweisgrenze. Das Standardquantenlimit für einen solchen Aufbau ist durch die mit einem kohärenten Feld erreichbare Nachweisgrenze für Längenänderungen eines *leeren* Resonators definiert. Das Rauschen beider Quadraturkomponenten, also sowohl das Amplituden- als auch "Phasen"rauschen, begrenzen dann die Empfindlichkeit des Apparats. Der Einsatz eines Weißlichtresonators unterdrückt - zumindest auf den ersten Blick - den Beitrag des Phasenrauschens zumindest für Frequenzen innerhalb der Linienbreite des (leeren) Weißlichtresonators. Der Einfluß des Amplitudenrauschens könnte durch den Einsatz eines amplitudengequetschten Feldes reduziert werden. Erst eine quantenmechanische Analyse des Problems, die auch die quantenmechanische Struktur des negativ dispersiven Mediums berücksichtigt, kann aufzeigen, an welcher Stelle weiteres Rauschen in den Meßprozeß einkoppelt und dafür verantwortlich ist, daß das Standardquantenlimit dann doch nicht zu unterbieten ist.



## Kapitel 3

# Negative Dispersion ohne Absorption im stark getriebenen 2-Niveau System

Eine Realisierung des Weißlichtresonators setzt die Existenz eines negativ dispersiven, transparenten Mediums voraus. Medien mit negativer Dispersion sind schon aus der klassischen Spektroskopie bekannt: alle klassischen Medien<sup>1</sup> weisen im nahezu kompletten Spektralbereich eine positive Dispersion auf, während nur an wenigen Stellen im Spektrum, nämlich in der direkten Umgebung der (elektrischen Dipol-) Resonanzen, die Dispersion ihr Vorzeichen wechselt. Da die Ausnahme stets das *Unnormale* darstellt, während das Übliche als normal betrachtet wird, hat man eine positive Dispersion als *normale Dispersion* und eine negative als *anomale Dispersion* bezeichnet.

Da die Bereiche anomaler Dispersion mit den Resonanzfrequenzen eines Mediums zusammenfallen, sind sie stets mit einer starken Absorption verknüpft. Selbst bei einem dünnen Gas ( $N_{\text{Atom}} = 10^{10} \text{cm}^{-3}$ ) ruhender Ca-Atome ist die Absorption so groß, daß die Intensität eines Lichtfeldes, das mit der Wellenlänge des Resonanzübergangs bei 423nm einfällt, nach einer Laufstrecke von rd. 2mm auf 37% ihres ursprünglichen Wertes gedämpft ist<sup>2</sup>. Bei klassischen Medien kann daher dieser Bereich für eine Anwendung negativer Dispersion nicht genutzt werden.

Der Einsatz kohärenter Felder ermöglicht die Manipulation eines Mediums derart, daß sich völlig neuartige optische Eigenschaften ergeben. Sie sind mit einer klassischen Beschreibung des Atoms und der Atom-Licht Wechselwirkung nicht zu verstehen, da sie aus der Erzeugung kohärenter Überlagerungszustände der atomaren Eigenzustände resultieren. Diese Kohärenzen erlauben die Verbindung von Eigenschaften, die bei klassischen Medien niemals gleichzeitig zu finden sind. Dazu gehören transparente Medien mit einem großen Brechungsindex [9, 10, 31], *lasing without inversion* [3]-[6] oder auch transparente Medien mit stark positiver Dispersion [13, 14, 15]. Alle diese Eigenschaften sind nicht auf eine bestimmte Art atomarer Termschemata beschränkt, sondern lassen sich im Prinzip bei verschiedenen Systemen realisieren.

---

<sup>1</sup>gemeint sind Medien, die nicht von kohärenten Feldern gepumpt werden

<sup>2</sup>Selbst dann, wenn man die Dopplerverbreiterung bei Raumtemperatur berücksichtigt, bleibt die Eindringtiefe mit rd. 5cm sehr gering.

Das einfachste System, daß man theoretisch untersuchen kann, ist das Zwei-Niveau System<sup>3</sup>, für das sich eine Reihe von Fragestellungen (Wechselwirkung mit einem klassischen oder quantenmechanischen Strahlungsfeld, *dressed states* Darstellung, Wechselwirkung mit mehreren Strahlungsfeldern, Verständnis der Spektren auf mikroskopischer Ebene durch Interpretation der Dynamik im Sinne von Mehr-Photonen Prozessen) noch analytisch behandeln und anschaulich verstehen lassen.

Den ersten grundlegenden Arbeiten von *Rautian* und *Sobel'man* [7] bzw. *Mollow* [32] zum Problem des stark getriebenen Zwei-Niveau Atoms folgten daher eine große Anzahl theoretischer und experimenteller Untersuchungen zu den verschiedensten Fragestellungen: die theoretischen Vorhersagen über die Struktur des Absorptions- und Fluoreszenzspektren konnten experimentell bestätigt werden [33], *Haroche* [34] und *Cohen-Tannoudji* und *Reynaud* [35] entwickelten die *dressed states* Darstellung des aus Atom und quantisiertem Strahlungsfeld bestehenden Systems, das ein anschauliches Verständnis der Eigenschaften stark getriebener Atome ermöglicht. *Grandclément* [36] konnte erstmals *lasing without inversion* am stark getriebenen Zwei-Niveau System experimentell demonstrieren, die entscheidenden Mechanismen wurden von *Keitel* [37] analysiert. Der Fall eines bichromatisch stark getriebenen Atoms wurde z.B. von *Toptygina* und *Fradkin* [38] und *Agarwal* und *Nayak* [39] behandelt. *Friedmann* und *Wilson-Gordon* [40] haben gezeigt, daß die Rabi-Seitenbänder eines resonant stark getriebenen Zwei-Niveau Systems auf die Konkurrenz mehrerer Mehr-Photonen Streuprozesse zurückgeführt werden können.

Bisher wurde aber der zentralen Struktur (Probefeld resonant, vgl. Abb.3.4) im Spektrum des *resonant* stark getriebenen Zwei-Niveau Systems wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Eine Untersuchung dieses Bereiches ist aber - wie noch zu sehen sein wird - aus mehreren Gründen von Interesse. Zum einen werden im Falle zweier nahezu resonanter Felder eine unendliche Anzahl von Mehr-Photonen Prozessen gleichzeitig resonant. Diese Situation eignet sich daher hervorragend zur Untersuchung nichtlinearer Wechselwirkungen zwischen Atom und Strahlungsfeldern. Zum anderen stellt die zentrale Struktur einen Bereich negativer Dispersion mit nahezu vollständig unterdrückter Absorption dar. Diese beiden Aspekte wurden ausführlich im Rahmen dieser Arbeit untersucht; hier sollen aber nur die wichtigsten Ergebnisse vorgestellt werden. Für eine ausführlichere Darstellung sei auf die Veröffentlichung [26] verwiesen.

Im nun folgenden Abschnitt soll kurz die Lösung der Bewegungsgleichung des bichromatisch getriebenen Zwei-Niveau Systems in Kap.3.1 skizziert werden. Ausführlich wird in Kap.3.2 die zentrale Struktur des Spektrums im Hinblick auf die Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption untersucht. Anhand eines Beispiels, des Ca-Resonanzübergangs  $4s^2 \ ^1S_0 \rightarrow 4s4p \ ^1P_1$  bei 423nm, wird gezeigt, daß sich Weißlichtresonatoren prinzipiell mit Hilfe eines stark getriebenen Zwei-Niveau Systems realisieren lassen sollten. Im Anschluß werden solche Probleme diskutiert, die bei experimentellen Untersuchungen eine Rolle spielen: Dazu gehört der Einfluß, den eine Verstimmung der Frequenz des Pumpfeldes von der atomaren Resonanzfrequenz auf die Form des Spektrums hat (Kap.3.3), die Berücksichtigung des Dopplereffektes (Kap.3.4) und der Fall eines nicht-schwachen Probefeldes (Kap.3.5), der besonders für die Anwendung in Weißlichtresonatoren eine Rolle spielt. Abschließend werden in Kap.3.6 die für den experimentellen Teil der Arbeit relevanten Parameter des Ca-Spektrums abgeleitet.

---

<sup>3</sup>Es wird von der Natur allerdings nur näherungsweise realisiert.

### 3.1 Das bichromatisch getriebene Zwei-Niveau Atom: Hamilton-Operator und Lösungsansatz

In diesem Kapitel soll die Bewegungsgleichung eines Ensembles von Zwei-Niveau Systemen gelöst werden, die mit zwei klassischen optischen Feldern beliebiger Intensität und Frequenz wechselwirken. Mit der Lösung der Dichtematrixgleichung können dann die optischen Eigenschaften dieses Mediums für die beiden Felder, also Absorption und Brechungsindex, angegeben werden. Hier sollen aber nur die Grundzüge dieser Zusammenhänge skizziert werden; für eine ausführlichere Darstellung wird an entsprechender Stelle auf die Literatur verwiesen.

Ausgangspunkt der Diskussion ist ein 2-Niveau System [41], wie es in Abb.3.1 dargestellt ist. Der angeregte Zustand  $|b\rangle$  und der Grundzustand  $|a\rangle$  des Systems werden durch zwei klassische Felder

$$\vec{\mathcal{E}}_i = \vec{e} \cdot \frac{1}{2} \{ \mathcal{E}_i \cdot e^{-i\omega_i t} + c.c. \} \quad \text{mit } i \in \{P, D\} \quad (3.1)$$

gekoppelt, die wiederum durch die Frequenz  $\omega_i$  und die Feldstärke  $\mathcal{E}_i$  definiert sind. Der Hamilton Operator des Gesamtsystems ist von der Form

$$\mathcal{H}(t) = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_P(t) + \mathcal{H}_D(t)$$

wobei

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 &= \hbar \frac{\omega_0}{2} \{ |b\rangle\langle b| \Leftrightarrow |a\rangle\langle a| \} \\ \mathcal{H}_i(t) &= \Leftrightarrow \frac{1}{2} \mathcal{D} \mathcal{E}_i \{ |b\rangle\langle a| e^{i\omega_i t} + |a\rangle\langle b| e^{-i\omega_i t} \} \end{aligned} \quad (3.2)$$

mit  $i \in \{D, P\}$  ist, und  $\mathcal{D}$  das Dipolmatrixelement des Übergangs angibt. Schreibt man nun die Differenzfrequenz der beiden kohärenten Felder als

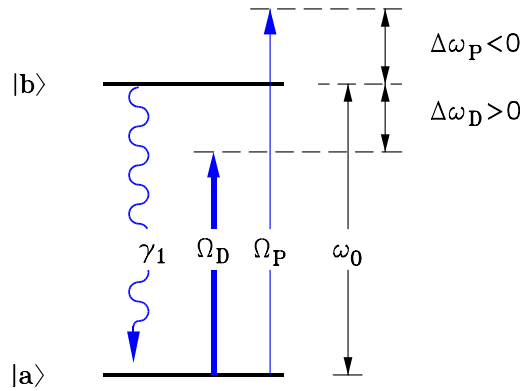
$$\delta\omega = \omega_P \Leftrightarrow \omega_D \quad , \quad (3.3)$$

wechselt anschließend mit Hilfe des Zeitentwicklungsoperators

$$\mathcal{T} = \exp \left\{ i\hbar \frac{\omega_D}{2} t \cdot ( |b\rangle\langle b| \Leftrightarrow |a\rangle\langle a| ) \right\}$$

gemäß  $|\psi\rangle^{\text{WW}} = \mathcal{T}|\psi\rangle$  in ein geeignetes Wechselwirkungsbild und berücksichtigt die RWA (*rotating wave approximation*, [42]), dann nimmt der Hamilton Operator die folgende Form an:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^{\text{WW}} &= \mathcal{H}_P^{\text{WW}}(t) + \mathcal{H}_D^{\text{WW}}(t) \\ \mathcal{H}_P^{\text{WW}}(t) &= \Leftrightarrow \frac{1}{2} \mathcal{D} \mathcal{E}_P \{ |b\rangle\langle a| e^{-i\delta\omega t} + |a\rangle\langle b| e^{i\delta\omega t} \} \\ \mathcal{H}_D^{\text{WW}}(t) &= \Leftrightarrow \frac{1}{2} \mathcal{D} \mathcal{E}_D \{ |b\rangle\langle a| + |a\rangle\langle b| \} \quad . \end{aligned} \quad (3.4)$$



**Abbildung 3.1:** Bichromatisch getriebenes Zwei-Niveau Atom. Zwei Felder, Pump- und Probefeld ( $D$  bzw.  $P$ ), koppeln die beiden Niveaus  $|a\rangle$  und  $|b\rangle$  des Zwei-Niveau Atoms über einen elektrischen Dipolübergang. Ihre Feldstärken werden durch die Rabi-Frequenzen  $\Omega_D$  und  $\Omega_P$  beschrieben. Sie sind um  $\Delta\omega_i = \omega_0 - \omega_i$  für  $i \in \{D, P\}$  von der atomaren Resonanzfrequenz  $\omega_0$  verstimmt. Der angeregte Zustand  $|b\rangle$  zerfällt mit der Rate  $\gamma_1$  durch spontane Emission in den Grundzustand  $|a\rangle$ . Da die optischen Eigenschaften des Mediums für das durch  $\Omega_P$  und  $\Delta\omega_P$  definierte Feld interessieren, wird dieses als Probefeld bezeichnet.

Die Bewegungsgleichung der Dichtematrix  $\rho$ , die die Eigenschaften eines Ensembles von Zwei-Niveau Systemen beschreibt, genügt der *Von-Neumann* Gleichung [42]:

$$i\hbar \partial_t \rho = [H, \rho] \quad . \quad (3.5)$$

Ihre Transformation in die Wechselwirkungsdarstellung liefert schließlich die folgenden Bewegungsgleichungen [40]:

$$i\partial_t \rho_{ab} = \Leftrightarrow (\omega_D + i\gamma_2) \rho_{ba} \Leftrightarrow \left( \Omega_P e^{i\delta\omega t} + \Omega_D \right) (\rho_{bb} \Leftrightarrow \rho_{aa}) \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} i\partial_t (\rho_{bb} \Leftrightarrow \rho_{aa}) &= 2 \left( \Omega_P e^{i\delta\omega t} + \Omega_D \right) \rho_{ba} \\ &\Leftrightarrow 2 \left( \Omega_P e^{-i\delta\omega t} + \Omega_D \right) \rho_{ab} + 2i\gamma_1 \rho_{bb} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\rho_{aa} + \rho_{bb} = 1 \quad (3.8)$$

$$\rho_{ab} = \rho_{ba}^* \quad (3.9)$$

Der Index  $WW$ , der anzeigt, daß die Dichtematrix in der Darstellung des Wechselwirkungsbildes angegeben ist, wurde hier der Übersichtlichkeit halber unterdrückt. Außerdem ist Gl.3.5 phänomenologisch um die *longitudinale* und die *transversale* Relaxationsrate  $\gamma_1$  bzw.  $\gamma_2$  ergänzt worden.  $\gamma_1$  beschreibt den Zerfall der Besetzung im oberen Zustand durch spontane Emission, während  $\gamma_2$  den Zerfall der Kohärenz  $\rho_{ab}$  berücksichtigt. Da jede spontane Emission auch die Kohärenz zerstört, sind  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  nicht unabhängig von einander. Nimmt man z.B. an, daß die Atome des Ensembles sich in einer stoßfreien Umgebung befinden und durch ein elektromagnetisches Feld angeregt wurden, dann zerfällt die induzierte Kohärenz nur aufgrund des Besetzungszufalls der angeregten Atome. Diese Besetzung zerfällt aber ebenso wie die *Leistung* des spontan emittierten optischen Feldes wie  $e^{-\gamma_1 t}$ . Daher muß die *Amplitude* des elektromagnetischen Feldes, die proportional zur



Polarisation und damit proportional zum Wert der Kohärenz  $\rho_{ab}$  ist, mit  $e^{-(\gamma_1/2)t}$  gedämpft sein. Die transversale Relaxationsrate ist daher stets mindestens halb so groß wie die longitudinale:

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_{\text{Phase}} \quad (3.10)$$

Mit Hilfe des zusätzlichen Terms  $\gamma_{\text{Phase}}$  können solche Effekte berücksichtigt werden, die nur zur Zerstörung der Kohärenz führen, ohne die Besetzungsverhältnisse zu ändern (“phasenstörende Stöße”) und eine homogene Linienverbreiterung zur Folge haben. Desweiteren wird die Amplitude des elektromagnetischen Feldes durch die *Rabi*-Frequenz

$$\Omega_i = \frac{\mathcal{E}_i}{2} \frac{\mathcal{D}}{\hbar} \quad \text{für } i \in \{P, D\} \quad (3.11)$$

beschrieben. Sie gibt die Stärke des Feldes in den für das Atom “natürlichen” Einheiten an:  $\Omega_i/\gamma_1$  stellt einen Sättigungsparameter dar: Ist er klein gegen eins, dann wird das Ensemble praktisch nicht gesättigt, d.h. das Feld kann die optischen Eigenschaften des Mediums qualitativ nicht modifizieren.

Gl.3.6-3.9 stellen ein lineares Gleichungssystem dar, das zeitabhängige Terme von der Form  $\exp(i\delta\omega t)$  besitzt. Ihre Lösung, d.h. die Besetzungsdifferenz und die Kohärenz, wird daher Beiträge nicht nur bei den Frequenzen der beiden Felder  $\mathcal{E}_P$  und  $\mathcal{E}_D$ , sondern bei allen Frequenzen  $\omega_D + m\delta\omega$  für  $m = \dots -\infty \dots +\infty$  besitzen: Das atomare Ensemble sorgt also für eine Kopplung der beiden Felder, aus der eine (prinzipiell unendliche) Anzahl verschiedener Frequenzmischprozesse resultiert. Demnach läßt sich die Bewegungsgleichung mit einem Ansatz der Form

$$\begin{aligned} \rho_{ab} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n \cdot e^{in\delta\omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_{ab}^{\omega_D + n\delta\omega} \\ (\rho_{bb} \Leftrightarrow \rho_{aa}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta\rho_n \cdot e^{in\delta\omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta\rho^{\omega_D + n\delta\omega} \end{aligned} \quad (3.12)$$

lösen. Die Koeffizienten  $\rho_n$  bestimmen dann die Polarisation des Mediums bei den Frequenzen  $\omega_D + n \cdot \delta\omega$ . Die Rücktransformation in das Bild der Schrödinger-Darstellung ergibt

$$\langle a | T^\dagger \rho^{\text{WW}} T | b \rangle = \rho_{ab} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n e^{i(\omega_D + n\delta\omega)t} , \quad (3.13)$$

weshalb die Komponenten für  $n = 0$  bzw.  $n = 1$  die Kohärenz des Ensembles bei der Frequenz des Pump- bzw. Probefeldes bestimmen. Damit kann im Prinzip die Polarisation des Mediums angegeben werden. Wie sich noch zeigen wird, macht es Sinn, den Begriff der mikroskopischen Polarisation so zu erweitern, daß auch komplexe Werte zugelassen sind. Bei der Frequenz des Probefeldes ist sie durch

$$\mathcal{P}_P + \mathcal{P}_P^* = \text{Tr}[\rho(\omega_P) \cdot \mathcal{D}(|a\rangle\langle b| + |b\rangle\langle a|)] \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} &= \mathcal{D} \cdot (\rho_{ba}^{\omega_P} + \rho_{ab}^{\omega_P}) \\ &= \mathcal{D} \cdot (\rho_1^* \cdot e^{-i\omega_P t} + \rho_1 e^{i\omega_P t}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

gegeben<sup>4</sup>. Der Vergleich mit Gl.3.1 zeigt dann, daß

$$\mathcal{P}_P = \mathcal{D} \cdot \rho_1^* \cdot e^{-i\omega_P t} = \mathcal{D} \cdot \rho_{ba}^{\omega_P} \quad \text{und analog} \quad (3.16)$$

$$\mathcal{P}_D = \mathcal{D} \cdot \rho_0^* \cdot e^{-i\omega_D t} = \mathcal{D} \cdot \rho_{ba}^{\omega_D} \quad (3.17)$$

gesetzt werden müssen. Aus der Polarisation folgt nun eine makroskopische Größe, die komplexwertige *dielektrische Suszeptibilität* [27]:

$$\chi_i = \chi'_i + i\chi''_i = \frac{N_{\text{Atom}} \mathcal{D}}{\epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{1}{\Omega_i} \cdot \mathcal{P}_i \quad , \quad (3.18)$$

wobei  $N_{\text{Atom}}$  die räumliche Dichte der Atome und  $\epsilon_0$  die dielektrische Konstante angibt. Das Dipolmatrixelement  $\mathcal{D}$  ist mit dem Einstein-A Koeffizienten  $\gamma_1$  verknüpft durch [41, 43]

$$\mathcal{D} = (\Leftrightarrow)^{J-M} \cdot \begin{pmatrix} J & 1 & J' \\ \Leftrightarrow M & 0 & M' \end{pmatrix} \mathcal{D}_{\beta J; \beta' J'}^{\text{red}} \quad (3.19)$$

$$\mathcal{D}_{\beta J; \beta' J'}^{\text{red}} = \sqrt{\frac{3\hbar \epsilon_0 \pi c_0^3}{\omega_0^3}} \cdot \sqrt{2J+1} \cdot \sqrt{\gamma_1} \quad . \quad (3.20)$$

$c_0$  gibt die Vakuumlichtgeschwindigkeit an. Das Wigner-3j Symbol für einen  $\pi$ -Übergang aus einem Drehimpulszustand  $|J' M'\rangle$  in einen Zustand  $|JM\rangle$  nimmt im Falle von  $J'=0$  (folglich  $J=1$  und  $M=0$ ) den Wert  $1/\sqrt{3}$  an<sup>5</sup>. Für einen solchen Übergang ergibt sich dann mit Gl.3.16 bzw. Gl.3.17 aus Gl.3.19 und Gl.3.20 für die Suszeptibilität nach Gl.3.18

$$\chi_i = N_{\text{Atom}} \cdot \frac{3\pi c_0^3}{\omega_0^3} \cdot \left( \frac{\gamma_1}{\Omega_i} \right) \cdot \rho_{ba}^{\omega_i} \quad \text{für } i \in \{P, D\} \quad . \quad (3.21)$$

Der Einfachheit halber soll im folgenden die Angabe des Index  $i$  entfallen, der das Probe- oder Pumpfeld markiert. Die Einführung einer komplexwertigen Polarisation in Gl.3.14 führt hier also zu einer komplexwertigen Suszeptibilität, von der man leicht mit Hilfe der Maxwellgleichungen zeigen kann [10], daß sie die optischen Eigenschaften des Mediums beschreibt. Sie definiert nämlich einen ebenfalls komplexwertigen Brechungsindex  $n_c = n + in_i$ :

$$(n + i \cdot n_i)^2 = 1 + \chi = 1 + \chi' + i \cdot \chi'' \quad , \quad (3.22)$$

dessen Real- und Imaginärteil wegen

$$e^{-ik_0(n+in_i)l} = e^{-ik_0 n l} \cdot e^{k_0 n_i l} = e^{-ik_0 n l} \cdot e^{-\alpha l} \quad (3.23)$$

<sup>4</sup> $\mathcal{P}_i$  gibt in die *mikroskopische* Polarisation, das elektrische Dipolmoment *eines* Atoms an (wenn  $\rho$  einen reinen Zustand beschreibt), nicht aber die makroskopische Polarisationsdichte.

<sup>5</sup>Der im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Übergang des Ca-Atoms ist der  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  mit  $\Delta M = 0$ .

den aus der geometrischen Optik bekannten Brechungsindex bzw. den spezifischen Absorptionskoeffizienten

$$\alpha = \Leftrightarrow k_0 \cdot n_i = \Leftrightarrow \frac{\omega_0}{c_0} \cdot n_i \quad (3.24)$$

angibt. Für ein hinreichend dünnes Medium, für das  $|n_c \Leftrightarrow 1| \ll 1$  gilt, folgt aus Gl.3.22 [10]:

$$n = 1 + \frac{1}{2} \chi' \quad \text{und} \quad n_i = \frac{1}{2} \chi'' \quad . \quad (3.25)$$

Damit sind die optischen Eigenschaften des Mediums beschrieben.

Noch unbekannt ist die Kohärenz  $\rho_{ba}(\omega_P)$ . Setzt man den Lösungsansatz Gl.3.12 in die Bewegungsgleichungen Gl.3.6-3.9 ein, dann erhält man ein System unendlich vieler gekoppelter linearer Gleichungen. Sie können rekursiv gelöst werden und führen auf eine Kettenbruchdarstellung der Elemente der Dichtematrix. Auf diese Ableitung soll hier verzichtet werden. Sie ist z.B. bei [40] oder [27] nachzulesen. Man kann zeigen, daß die Polarisationen bei den Frequenzen des Pump- und Probefeldes durch folgende Ausdrücke beschrieben werden:

$$\rho_{ba}^{\omega_D} = \frac{\Omega_D + \Omega_P Z_1}{\Delta\omega_D \Leftrightarrow i\gamma_2} \frac{i\gamma_1}{P_0 + 2i \cdot \text{Im}(R_0 \cdot \Omega_D \cdot \Omega_P \cdot Z_1)} \quad (3.26)$$

$$\rho_{ba}^{\omega_P} = \frac{\Omega_P + \Omega_D Z_1^*}{\Delta\omega_P \Leftrightarrow i\gamma_2} \frac{i\gamma_1}{P_0 + 2i \cdot \text{Im}(R_0 \cdot \Omega_D \cdot \Omega_P \cdot Z_1)} \quad . \quad (3.27)$$

$Z_1$  ist der schon erwähnte Kettenbruch, der rekursiv durch

$$Z_n = \frac{Q_n \Omega_D \Omega_P}{P_n \Leftrightarrow R_n \Omega_D \Omega_P Z_{n+1}} \quad (3.28)$$

mit

$$P_n = \Leftrightarrow n \delta\omega + i\gamma_1 \quad (3.29)$$

$$\Leftrightarrow 4 (n \delta\omega \Leftrightarrow i\gamma_2) \left\{ \frac{\Omega_D^2}{\Delta\omega_D^2 \Leftrightarrow (n \delta\omega \Leftrightarrow i\gamma_2)^2} + \frac{\Omega_P^2}{\Delta\omega_P^2 \Leftrightarrow (n \delta\omega \Leftrightarrow i\gamma_2)^2} \right\}$$

$$Q_n = 2 \frac{(2n \Leftrightarrow 1) \delta\omega \Leftrightarrow i2\gamma_2}{(\Delta\omega_D \Leftrightarrow n \delta\omega + i\gamma_2) (\Delta\omega_P + n \delta\omega \Leftrightarrow i\gamma_2)} \quad (3.30)$$

$$R_n = 2 \frac{(2n + 1) \delta\omega \Leftrightarrow i2\gamma_2}{(\Delta\omega_D + n \delta\omega \Leftrightarrow i\gamma_2) (\Delta\omega_P \Leftrightarrow n \delta\omega + i\gamma_2)} \quad (3.31)$$

aufgelöst werden kann. Für die physikalische Interpretation der Kettenbruchdarstellung sei auf Kap.3.5 verwiesen. Im Grenzfall schwacher Probefeldstärke (*weak probe limit*)  $\Omega_P \ll \gamma_1$  muß die

Polarisation proportional zu  $\Omega_P$  sein. In Gl.3.26 bzw. Gl.3.27 sind dann nur die Terme erster Ordnung in  $\Omega_P$  zu berücksichtigen. Dann wird

$$\rho_{ba}^{wpl, \omega_P} = \Omega_P \cdot \frac{1 + \Omega_D^2 Q_1^*/P_1^*}{\Delta\omega_P \leftrightarrow i\gamma_2} \cdot \frac{i\gamma_1}{P_0} \quad (3.32)$$

Für den Fall eines beliebig starken Probefeldes kann kein analytischer Ausdruck mehr angegeben werden. Der Kettenbruch  $Z_n$  von Gl.3.28 wird dann durch einen Näherungsbruch geeigneter Ordnung ersetzt [27, 44], d.h. für hinreichend großes  $m$  wird  $Z_m = 0$  gesetzt. Die physikalische Interpretation dieses Abbruchkriteriums wird in Kap.3.5 diskutiert.

Nachdem in diesem Kapitel die optischen Eigenschaften eines bichromatisch getriebenen 2-Niveau Systems für die beiden optischen Felder abgeleitet wurden, kann nun die Eignung dieses Systems für die Realisierung negativ dispersiver, transparenter Medien untersucht werden.

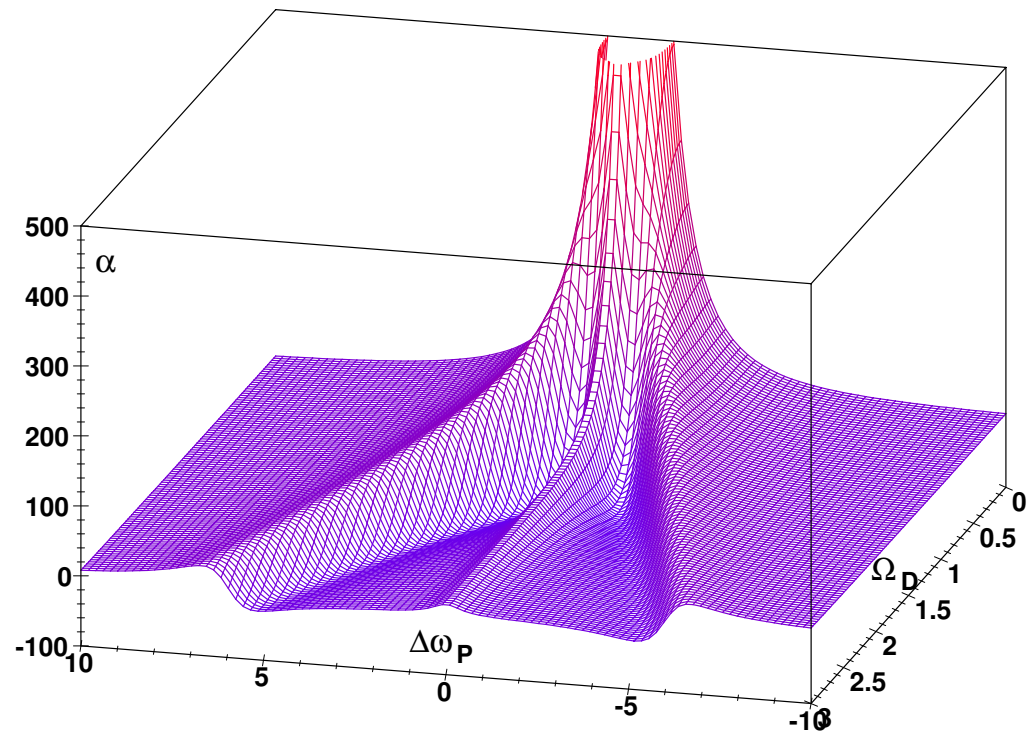
### 3.2 Negative Dispersion ohne Absorption: das Spektrum des resonant getriebenen 2-Niveau Atoms

Im folgenden sollen die optischen Eigenschaften eines resonant stark getriebenen 2-Niveau Systems dargestellt werden, wie sie sich für ein schwaches Probefeld nach Gl.3.32 ergeben. Da vor allen Dingen auch die absolute Größe der Werte für Absorption und Dispersion interessiert, wird die Diskussion anhand eines konkreten Beispiels, des Ca-Resonanzübergangs  $4s^2 \ ^1S_0 \rightarrow 4s4p \ ^1P_1$  für  $\Delta M = 0$  geführt. Es soll eine stoßfreie Umgebung, d.h.  $\gamma_2 = \gamma_1/2$  vorausgesetzt werden.

Dazu sind in Abb.3.2 der Absorptionskoeffizient und in Abb.3.3 die Abweichung des Brechungsindex vom Wert "1", im folgenden selbst als Brechungsindex bezeichnet, für den Übergang von verschwindender Pumpintensität zu resonant stark treibendem Feld dargestellt. Mit zunehmender Pumpfeldstärke "wachsen" aus der zentralen Struktur, einem Lorentzprofil für die Absorption und einem Dispersionsprofil<sup>6</sup> für den Brechungsindex, drei Strukturen "heraus": Es sind dies zwei Seitenbänder (*Rabi-Seitenbänder*), die im Abstand  $\approx \pm 2\Omega_D$  von der atomaren Resonanzfrequenz liegen und eine weitere Struktur bei der Resonanzfrequenz selbst.

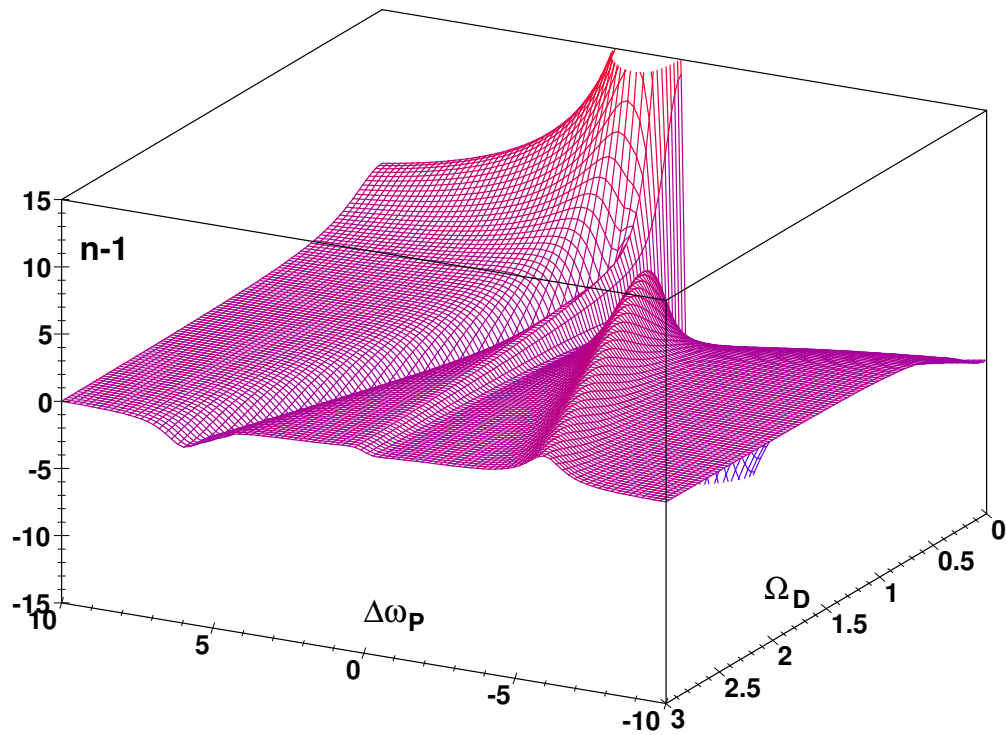
Für den Fall eines *nicht*-resonanten Pumpfeldes ( $|\Delta\omega_D| > \gamma_1$ ) können diese Rabi- Seitenbänder interpretiert werden als Resonanzen von (Mehr-)Photonenübergängen zwischen den ungleich besetzten *dressed states* des aus Atom und quantisiertem Pumpfeld bestehenden Systems. Dies ist ausführlich in einer Reihe von Arbeiten untersucht worden [45]. *Grynberg* und *Cohen-Tannoudji* [46] geben eine mikroskopische Erklärung für die Ursache der zentralen Struktur an: sie resultiert aus der (quantenmechanischen) Interferenz resonanter und nicht resonanter Streuprozesse und kann sogar zu einer Verstärkung ohne Inversion führen. Für eine ausführliche Diskussion dieser Situation des nicht-resonanten treibenden Feldes sei auf die Originalarbeit verwiesen.

<sup>6</sup>Gemeint ist ein Profil der Form  $x/(1+x^2)$ .



**Abbildung 3.2:** Absorption des resonant getriebenen 2-Niveau Atoms am Beispiel des Ca-Resonanzübergangs bei  $\lambda=423\text{nm}$ . Aufgetragen ist der Absorptionskoeffizient  $\alpha[\text{m}^{-1}]$  für ein schwaches Probefeld in Abhängigkeit von der Verstimmung  $\Delta\omega_P[\gamma_1]$  und der Rabi-Frequenz des treibenden Feldes  $\Omega_D[\gamma_1]$ . Die Werte gelten für eine Teilchendichte von  $N_{\text{Atom}}=5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ .

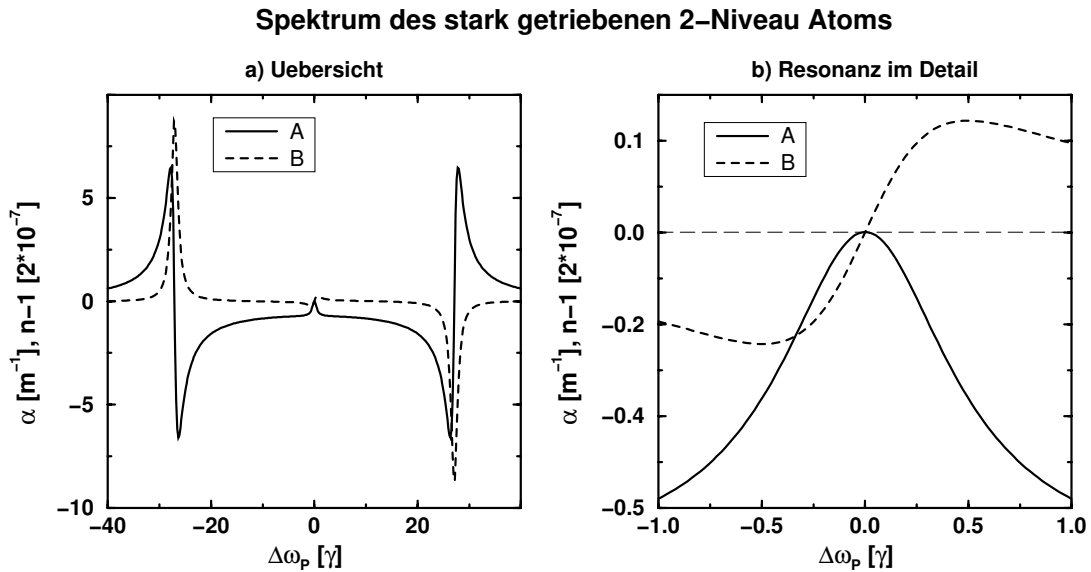
Szymanowski und Keitel [47] haben gezeigt, daß im Falle eines *resonant* treibenden Feldes die von Grynberg und Cohen-Tannoudji untersuchte Interferenz mehrerer Prozesse nicht mehr den Ursprung der zentralen Resonanz, dafür aber den der Rabi-Seitenbänder erklären kann. Ursache für diesen qualitativen Unterschied ist die unterschiedliche Besetzung der *dressed states* bei resonant bzw. nicht resonant treibendem Feld: wird das Pumpfeld bei der atomaren Resonanzfrequenz eingestrahlt, dann sind die Zustände benachbarter *dressed states* gleich, ansonsten unterschiedlich stark besetzt. Die fast vollständige Unterdrückung von Absorption und Verstärkung bei der zentralen Struktur im Falle eines resonanten Pumpfeldes resultiert deswegen aus einer Kompensation der Beiträge zweier Gruppen von Streuprozessen. Bei nicht-resonantem Pumpfeld liefern einige dieser Prozesse keinen wesentlichen Beitrag mehr, so daß das Gleichgewicht zwischen den Beiträgen aller dieser Prozesse und die nahezu perfekte Transparenz des Mediums gestört wird. Allerdings konnte eine detaillierte mikroskopische Erklärung für die Ursache der zentralen Struktur im resonanten Fall bisher nicht gegeben werden. Eigene Arbeiten zu diesem Problem [27] weisen darauf hin, daß eine mikroskopische Erklärung, die das resultierende Spektrum auf die Dominanz einiger weniger (Mehr-Photonen) Prozesse zurückführt, u.U. nicht möglich ist. Ursache hierfür ist



**Abbildung 3.3:** “Brechungsindex” des resonant getriebenen 2-Niveau Atoms am Beispiel des Ca-Resonanzübergangs bei  $\lambda=423\text{nm}$ . Aufgetragen ist der “Brechungsindex”  $n - 1 [10^{-6}]$  für ein schwaches Probefeld in Abhängigkeit von der Verstimmung  $\Delta\omega_p [\gamma_1]$  und der Rabi-Frequenz des treibenden Feldes  $\Omega_D [\gamma_1]$ . Die Werte gelten für eine Teilchendichte von  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ .

wahrscheinlich die simultane Resonanz aller, d.h. unendlich vieler Mehrphotonen Prozesse, an denen jeweils ein Probefeld-Photon und eine beliebige Anzahl von Pumpfeld-Photonen beteiligt sind. Diese Besonderheit bei “doppelter” Resonanz (von Pump- und Probefeld) führt im Falle eines nicht-schwachen Probefeldes zu zusätzlichen Problemen bei der Beschreibung des Spektrums. Sie wurden ausführlich im Rahmen dieser Arbeit untersucht, die Ergebnisse sind in [27] veröffentlicht. In Kap.3.5 wird noch einmal kurz darauf eingegangen.

Abb.3.2 und Abb.3.3 zeigen, daß mit wachsender Pumpfeldstärke die resonante Absorption stark unterdrückt wird, während eine dispersive Struktur im Brechungsindex bei der Resonanz erhalten bleibt. Es ist daher sinnvoll, das Spektrum für ein starkes, resonantes Pumpfeld genauer zu untersuchen. Abb.3.4 zeigt Absorption und Brechungsindex für eine Pumpfeldstärke von  $\Omega_D = 13,5\gamma_1$  und eine Teilchendichte von  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ . In Graphik a) sind wieder gut die Rabi-Seitenbänder zu erkennen. In ihrer Nähe findet man eine “starke” Abweichung des Brechungsindex von 1 sowohl nach kleinen ( $\Delta\omega_p = \pm 2\Omega_D$ ) wie auch nach großen Werten ( $\Delta\omega_p = \pm 2\Omega_D$ ) jeweils an einer Stelle verschwindender Absorption. Dieser Aspekt ist mehrfach untersucht wor-

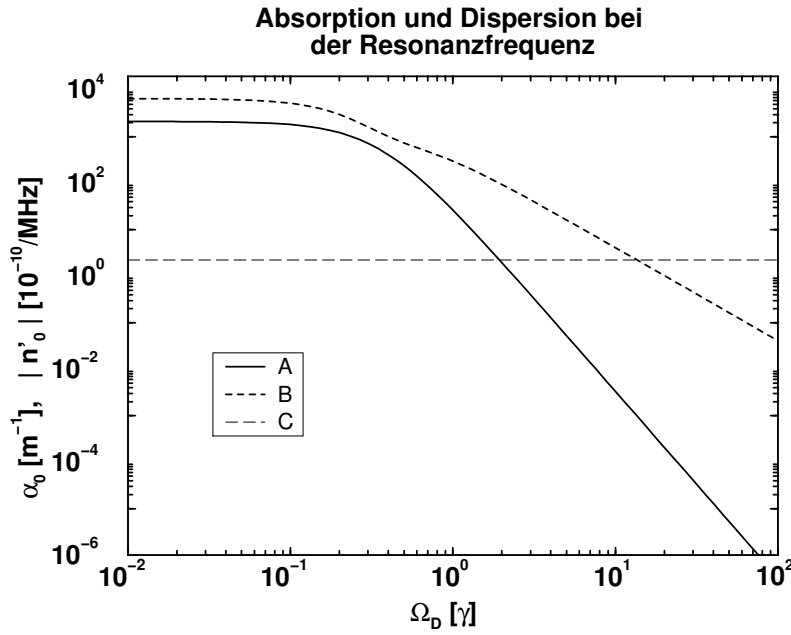


**Abbildung 3.4:** Spektrum des resonant stark getriebenen 2-Niveau Atoms für ein schwaches Probefeld am Beispiel des Ca-Resonanzübergangs bei  $\lambda = 423$  nm. Das treibende Feld besitzt eine Rabi-Frequenz von  $\Omega_D = 13,5\gamma_1$ , die Teilchendichte beträgt  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ . Angegeben sind der Absorptionskoeffizient  $\alpha$  (A) und der “Brechungsindex”  $n - 1$  (B). Grafik a) gibt einen Überblick über das Spektrum, während Grafik b) den im Hinblick auf die Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption interessanten Bereich um die atomare Resonanzfrequenz zeigt.

den [48, 49]. Er ist z.B. für die Messung sehr schwacher Magnetfelder von Interesse (optisches Magnetometer, [14]). Bei den Rabi-Seitenbändern ist auch eine starke Dispersion zu beobachten, die sowohl positiv als auch negativ ( $\partial_{\Delta\omega_p} n > 0$  !) sein kann; bei den entsprechenden Probefeld-Verstimmungen ist die stark mit der Frequenz variierende Absorption aber nicht mehr gering, wie eine genauere Analyse zeigt. Daher sind die Rabi-Seitenbänder im Hinblick auf die Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption nicht von Interesse.

Dafür zeigt der Blick auf den Bereich der atomaren Resonanzfrequenz, also auf die zentrale Struktur des Spektrums, einige interessante Aspekte (Grafik b)). In der Umgebung der Resonanzfrequenz  $\Delta\omega_p = 0$  ist das Medium auf einer Bandbreite von  $\sim \gamma$  tatsächlich negativ dispersiv. Die Absorption verschwindet bei der Resonanzfrequenz fast vollständig: Nur eine in dieser Darstellung nicht erkennbare sehr geringe Restabsorption ( $\alpha > 0$ ) bleibt bestehen. Anders als bei den Rabi-Seitenbändern ist der Wert für die Absorption in erster Ordnung von  $\Delta\omega_p$  unabhängig. In der näheren Umgebung  $|\Delta\omega_p| \leq \gamma$  der Resonanz ist das Medium schwach verstärkend. Obgleich die zentrale Struktur den am schwächsten ausgeprägten Teil des Spektrums darstellt, scheint er auf den ersten Blick doch am besten für die Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption geeignet. Daher sollen im folgenden Absorption und Dispersion bei der Resonanzfrequenz genauer untersucht werden. Zugrunde liegen die in [27] veröffentlichten Ergebnisse eigener Untersuchungen, auf deren Ableitung hier verzichtet werden soll.

Absorption und Dispersion bei der Resonanzfrequenz  $\Delta\omega_p = 0$  lassen sich im Falle eines resonant



**Abbildung 3.5:** Absorption und Dispersion bei der Resonanzfrequenz des Ca-Übergangs bei  $\lambda = 423$  nm. Dargestellt sind die Absorption  $\alpha_0$  [ $m^{-1}$ ] (A) und die Dispersion  $n'_0$  [ $10^{-10}/\text{MHz}$ ] (B) in Abhängigkeit von der Pumpfeldstärke  $\Omega_D$  [ $\gamma_1$ ]. Die Teilchendichte beträgt  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ . (C) gibt die für eine  $\lambda$ -Kompensation bei  $\lambda=423$  nm notwendige Dispersion von  $n'_0 = -2,24 \cdot 10^{-10}/\text{MHz}$  an.

treibenden und schwach probenden Feldes in der folgende Form darstellen (Gl.3.21,[27]):

$$\alpha_{p,0} = \frac{\omega_0}{c_0} \cdot N_{\text{Atom}} \frac{3\pi c_0^3}{\omega_0^3} \cdot \frac{1}{\left[1 + 8 \left(\frac{\Omega_D}{\gamma_1}\right)^2\right]^2} \quad (3.33)$$

$$n'_{p,0} = \frac{1}{\gamma_1} \cdot N_{\text{Atom}} \frac{3\pi c_0^3}{\omega_0^3} \cdot \frac{1 + 32 \left(\frac{\Omega_D}{\gamma_1}\right)^4}{\left[1 + 8 \left(\frac{\Omega_D}{\gamma_1}\right)^2\right]^3} \quad (3.34)$$

Für ein hinreichend starkes Pumpfeld  $\Omega_D \gg \gamma_1$  vereinfachen sich die entsprechenden Faktoren obiger Gleichungen, und man erkennt, daß die Absorption um einen Faktor  $(\Omega_D/\gamma_1)^2$  schneller mit  $\Omega_D$  fällt als die Dispersion. Erst dieser Zusammenhang ermöglicht im Prinzip den Einsatz eines 2-Niveau Systems zur Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption: Bei jeder Anwendung, z.B. beim Weißlichtresonator, wird die Absorption durch das Medium einen gewissen, maximal zulässigen Wert nicht überschreiten dürfen. Zumindest prinzipiell kann man diese Anforderung an das 2-Niveau Atom immer erfüllen, indem man die Pumpfeldstärke solange erhöht, bis die für eine  $\lambda$ -Kompensation erforderliche Dispersion bei einer hinreichend geringen Absorption erreicht wird. Von entscheidender Bedeutung ist also, daß man die "pro Absorption erreichbare Dispersion" - in gewissen, durch ein Experiment festgelegten Grenzen - frei wählen kann. Abb.3.5 zeigt die Absorption und Dispersion für ein Probefeld bei der Resonanzfrequenz  $\Delta\omega_p = 0$  für den Ca-Resonanzübergang bei 423nm in Abhängigkeit von der Pumpfeldstärke  $\Omega_D$ . Angenommen ist eine Teilchendichte von  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ . Bei einer Pumpfeldstärke von  $\Omega_D \approx 13 \gamma_1$  (entsprechend  $\sim 170$ -facher Sättigungsintensität) wird die für eine  $\lambda$ - Kompensation notwendige



Dispersion bei einer resonanten Restabsorption von  $\approx 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$  erreicht. Damit ist mit Hilfe des Ca-Resonanzübergangs für experimentell realistische Parameter negative Dispersion ohne Absorption realisierbar, und eine  $\lambda$ -Kompensation scheint erreichbar. Abb.3.5 zeigt die gemäß Gl.3.33 und Gl.3.34 für  $\Omega_D \gg \gamma_1$  deutlich unterschiedliche Abhängigkeit der resonanten Absorption und Dispersion von der Pumpfeldstärke.

Es stellt sich nun die Frage, wie man verschiedene 2-Niveau Systeme oder auch Systeme mit ganz verschiedenen Termschemata hinsichtlich ihrer Eignung zur Realisierung eines  $\lambda$ -kompensierten Mediums bzw. eines Weißlichtresonators vergleichen kann: Ist es möglich, eine Größe (*figure of merit*)  $\Theta_{\text{FOM}}$  so zu definieren, daß sie einen Vergleich verschiedener Systeme gestattet? Da bei unterschiedlichen Wellenlängen eine unterschiedliche Dispersion für die  $\lambda$ -Kompensation notwendig ist, muß die mit verschiedenen Systemen erreichbare Dispersion auf ihren jeweils notwendigen Wert normiert werden. Folgt man weiter der eingangs geführten Diskussion, dann erscheint es sinnvoll, eine Größe  $\Theta_{\text{FOM}}$  in der folgenden Form einzuführen:

$$\Theta_{\text{FOM}} := \frac{n'_{\text{P},0}}{\left(\Leftrightarrow \frac{1}{\omega_0}\right) \alpha_{\text{P},0}} \quad (3.35)$$

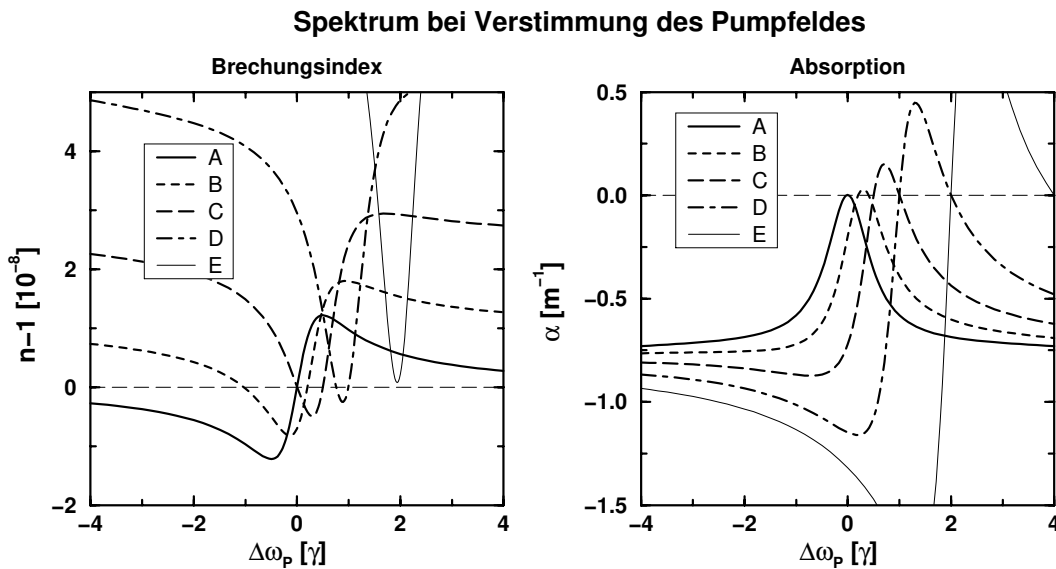
$$= \frac{c_0}{\gamma_1} \cdot \frac{1 + 32 (\Omega_D/\gamma_1)^4}{1 + 8 (\Omega_D/\gamma_1)^2} \quad \text{für ein 2-Niveau Atom.} \quad (3.36)$$

Demnach sollte es für 2-Niveau Systeme mit schwachen Übergängen einfacher sein, die für die  $\lambda$ -Kompensation notwendige Dispersion bei vorgegebener, maximal zulässiger Absorption zu erreichen. Schwache Übergänge besitzen zudem den Vorteil, daß ihre Sättigungsintensität (proportional zu  $\gamma_1$ , [50]) geringer ist. Bei vorgegebener Laserleistung lassen sich im Experiment daher höhere relative Pumpfeldintensitäten  $\Omega_D/\gamma_1$  erreichen. Andererseits hat die Diskussion des Weißlichtresonators in Kap.2.2 gezeigt, daß die Größe des spektralen Bereichs, innerhalb dessen ein Medium die negative Dispersion ohne Absorption zur Verfügung stellt, für realistische Systeme die erreichbaren Resonatorlinienbreiten begrenzt. Daher werden sich schwache Übergänge ( $\gamma_1 \ll 1 \text{ MHz}$ ) sicher nur für solche Resonatoren eignen, deren Linienbreite, gemessen im "leeren" Betrieb, hinreichend klein ist ( $\Delta\omega_{\text{FWHM}} \ll 1 \text{ kHz}$ ).

Bisher hat sich die Diskussion einzig auf die Frage konzentriert, ob es (reale) 2-Niveau Systeme gibt, mit denen sich prinzipiell eine  $\lambda$ -Kompensation ohne Absorption und ein Weißlichtresonator realisieren lassen. Die experimentellen Randbedingungen wurden dafür idealisiert betrachtet: Die Diskussion setzte einen exakt auf der atomaren Resonanzfrequenz pumpenden Laser, ruhende Atome und ein schwaches Probefeld voraus. Insbesondere von der letzten Annahme muß bei resonatorinternen Anwendungen wegen der großen Leistungsüberhöhung des Probefeldes angenommen werden, daß sie nicht erfüllt ist. Der letzte, nun folgende Abschnitt über das 2-Niveau System untersucht die Bedeutung solcher Probleme.

### 3.3 Zur Resonanz des treibenden Feldes: Der Einfluß der Pumpfeld-Verstimmung

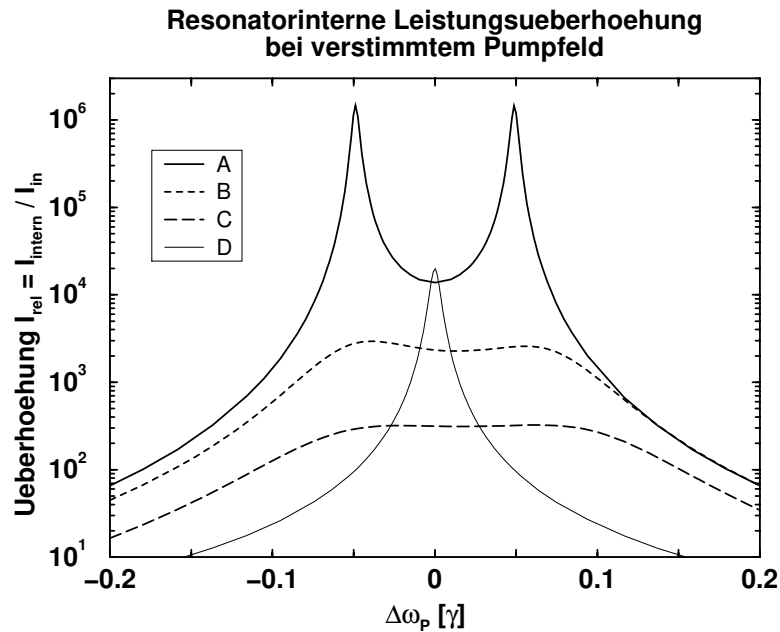
Die Einhaltung der Resonanzbedingung  $|\Delta\omega_D| \ll \gamma$  für das Pumpfeld ist von entscheidender Bedeutung für die Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption, wie in Abb.3.6 zu erkennen ist. Dort sind der ‐Brechungsindex‐  $n \leftrightarrow 1$  und die Absorption des Probefeldes für verschieden stark verstimmte Pumpfelder dargestellt. Bei geringer Abweichung von der Resonanzbedingung  $|\Delta\omega_D| \ll \gamma$  bleibt die negativ dispersive Struktur erhalten. Die Probefeldverstimmung  $\Delta\omega_P$ , bei der der Brechungsindex den Werte  $n = 1$  annimmt, ‐folgt‐ in guter Näherung der Verstimmung des Pumpfeldes:  $n(\Delta\omega_P = \Delta\omega_D) \approx 1$ , der Wert der Dispersion bei dieser Frequenz ändert sich praktisch nicht. Für größere Pumpfeldverstimmungen  $\Delta\omega_D \sim \gamma$  ist eine qualitative Veränderung im Brechungsindexprofil zu erkennen: Die dispersive Struktur wird durch eine absorptive Struktur ersetzt<sup>7</sup>. Dieses ‐Umschalten‐ zwischen den beiden verschiedenen Profilformen ist von [47] ausführlich untersucht worden.



**Abbildung 3.6:** Brechungsindex und Absorption für ein schwaches Probefeld bei Verstimmung der Pumpfeldfrequenz am Beispiel des Ca-Resonanzübergangs. Angegeben sind die Absorption  $\alpha$  und der ‐Brechungsindex‐  $n - 1$  in Abhängigkeit von der Verstimmung  $\Delta\omega_P$  [ $\gamma$ ] des Probefeldes für verschieden stark verstimmte Pumpfelder. Die Teilchendichte beträgt  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  und die Rabi-Frequenz des treibenden Feldes ist  $\Omega_D = 13,5 \gamma$ . Die Pumpfeldverstimmung  $\Delta\omega_D$  beträgt (A):  $0 \gamma$ ; (B):  $0,2 \gamma$ ; (C):  $0,5 \gamma$ ; (D):  $1 \gamma$  und (E):  $2 \gamma$ .

Im Absorptionsprofil ist eine ähnliche Veränderung beim Übergang von schwacher Pumpfeldverstimmung zu  $\Delta\omega_D \geq \gamma$  zu beobachten. Hier wird die absorptive durch eine dispersive Struktur ersetzt. Eine genauere Analyse zeigt, daß in guter Näherung die Frequenz jener Nullstelle im Absorptionsprofil der Verstimmung des Pumpfeldes folgt, die näher an der Resonanzfrequenz liegt.

<sup>7</sup>Für  $\Delta\omega_D \ll \gamma$  läßt sich das Brechungsindexprofil qualitativ durch einen Ausdruck der Form  $x/(1+x^2)$ , beschreiben, weshalb ein Profil von dieser Form als ‐dispersiv‐ bezeichnet wird. Für  $\Delta\omega_D \geq \gamma$  nimmt das Brechungsindexprofil die Gestalt einer Kurve  $1/(1+x^2)$  an, die qualitativ das Absorptionsprofil z.B. eines ungetriebenen Atoms beschreibt. Daher werden Profile dieser Art als ‐absorptiv‐ bezeichnet.



**Abbildung 3.7:** Resonatorinterne Leistungsüberhöhung im Weißlichtresonator bei verstimtem Pumpfeld. Dargestellt ist die resonatorinterne Leistungsüberhöhung für den in Kap.2.2, Abb.2.2 untersuchten Weißlichtresonator in Abhängigkeit von der Frequenz  $\Delta\omega_p [\gamma]$  des Probefeldes für verschieden stark verstimte Pumpfelder. (A) beschreibt die Situation eines exakt resonanten Pumpfeldes. Die übrigen Kurven beschreiben (B):  $\Delta\omega_D = 0,01\gamma$ , (C):  $\Delta\omega_D = 0,02\gamma$ . (D) beschreibt zum Vergleich den “leeren” Resonator.

Demnach werden die “Arbeitspunkte”  $n(\Delta\omega_p) = 1$  und  $\alpha(\Delta\omega_p) = 0$  bei einer Verstimmung des Pumpfeldes um den gleichen Betrag frequenzverschoben. Während sich aber bei geringer Verstimmung die Dispersion nicht ändert, nimmt der Betrag der Absorption, der nun auch in erster Ordnung von der Probefeldverstimmung  $\Delta\omega_p$  abhängt, in der direkten Umgebung des Arbeitspunktes um Größenordnungen zu. Obgleich also die Dispersion auch bei mäßiger Pumpfeldverstimmung erhalten bleibt, muß wegen der Zunahme der Absorption die Resonanzbedingung  $\Delta\omega_D \ll \gamma$  unbedingt eingehalten werden.

Diese Aussage wird in beeindruckender Weise durch das in Abb. 3.7 dargestellte Beispiel für die resonatorinterne Leistungsüberhöhung eines Weißlichtresonators bei verstimtem Pumpfeld unterstützt. Als Beispiel dient wieder der in Kap.2.2, Abb.2.2 untersuchte Resonator. Wie aus der Diskussion von Abb.3.6 zu erwarten, spielt die spektrale Verschiebung von Absorptions- und Brechungsindexprofil keine entscheidende Rolle: Die Resonanzfrequenz des Resonators in geringfügig zu höheren Werten von  $\Delta\omega_p$  verschoben, wie der Vergleich von (B) und (C) mit (A) zeigt. Die symmetrische Form des Profils bleibt erhalten, während der Maximalwert der resonatorinternen Überhöhung um mehr als eine Größenordnung reduziert wird. Beides deutet darauf hin, daß die Veränderung im Absorptionsprofil und nicht die Verschiebung des Brechungsindexprofils für die starke Modifikation der Leistungsüberhöhung verantwortlich ist. Obgleich die Pumpfeldverstimmung mit  $\Delta\omega_D \geq 0,02\gamma$  klein gegen die Linienbreite des Übergangs ist, ändert sie die Eigenschaften des Weißlichtresonators drastisch.

### 3.4 Die Bedeutung inhomogener Linienverbreiterung

Die Ergebnisse des letzten Kapitels lassen vermuten, daß Mechanismen, die zu einer inhomogenen Linienverbreiterung führen, einen kritischen Einfluß auf die optischen Eigenschaften des stark getriebenen Zwei-Niveau Systems haben werden. Aus diesem Grund soll im folgenden der Einfluß des Dopplereffektes auf die resonante Absorption und Dispersion untersucht werden.

Bewegt sich ein Atom mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  relativ zur Strahlungsquelle, die das Probefeld emittiert, dann erscheint dessen Frequenz<sup>8</sup> für das Atom frequenzverschoben (*Doppler-Effekt*):

$$\Delta\omega_P = \omega_0 \Leftrightarrow \left( \omega_P \Leftrightarrow \vec{k}_P \cdot \vec{v} \right) = \Delta\omega_P^0 + \vec{k}_P \cdot \vec{v} \quad , \quad (3.37)$$

wobei  $\vec{k}_P = \omega_P/c_0 \cdot \vec{e}_P$  den Wellenvektor des Probefeldes und  $\Delta\omega_P^0$  die Verstimmung des Probefeldes von der Resonanzfrequenz eines im Laborsystem ruhenden Atoms beschreiben. Im folgenden sollen zwei verschiedene Pump-Probe Geometrien untersucht werden: der *kolineare* ( $\vec{e}_D = \vec{e}_P$ ) und der *antikolineare* ( $\vec{e}_D = \Leftrightarrow\vec{e}_P$ ) Fall. Die Frequenz des Pumpfeldes ist für das Atom daher entweder nach niedrigeren oder nach höheren Frequenzen verschoben:

$$\Delta\omega_D = \omega_0 \Leftrightarrow \left( \omega_D \Leftrightarrow \vec{k}_D \cdot \vec{v} \right) = \Delta\omega_D^0 + d_{geo} k_D \vec{e}_P \cdot \vec{v} \quad , \quad (3.38)$$

wobei  $d_{geo} = +1$  im kolinearen und  $d_{geo} = \Leftrightarrow 1$  im antikolinearen Fall ist.

Für den Einfluß der Dopplerverschiebung ist also nur die Geschwindigkeitskomponente  $v_i = \vec{e}_i \cdot \vec{v}$  parallel zum Wellenvektor von Bedeutung. Man kann zeigen, daß die Verteilung dieser Geschwindigkeitskomponenten für ein Ensemble von nicht wechselwirkenden Atomen, das sich im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung befindet, durch die Maxwell-Boltzmann-Verteilung [43] beschrieben wird:

$$n_{MB}(v) = \frac{1}{N_{Atom}} \partial_v N_{Atom}(v) = \frac{1}{v_W \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \exp \left\{ \Leftrightarrow \left( \frac{v}{v_W} \right)^2 \right\} \quad . \quad (3.39)$$

Dabei bezeichnet  $v_W$  die *wahrscheinlichste Geschwindigkeit* eines Atoms des Ensembles:

$$v_W = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}} \quad , \quad (3.40)$$

und  $N_{Atom}$  gibt die räumlich Dichte der Atome,  $k_B$  die Boltzmannkonstante,  $T$  die Temperatur des Ensembles und  $M$  die Masse eines Atoms an. Die Absorption und der Brechungsindex eines solchen Systems ergeben sich dann durch Integration der entsprechenden Eigenschaften eines ruhenden Atoms über die Geschwindigkeitsverteilung:

$$\alpha_P^{MB} = \int_{-\infty}^{\infty} dv \alpha_P(\Delta\omega_P(v), \Delta\omega_D(v)) \cdot n_{MB}(v) \quad , \quad (3.41)$$

<sup>8</sup>Die Frequenzen von Pump- und Probefeld werden im Ruhesystem des Labors, also im Ruhesystem der Laser angegeben.

wobei sich ein analoger Ausdruck für den ‐Brechungsindex‐  $n_P \Leftrightarrow 1$  ergibt. Die *Dopplerbreite*

$$\Delta_{FWHM} = 2\sqrt{\ln 2} \left( \omega_0 \frac{v_W}{c_0} \right) , \quad (3.42)$$

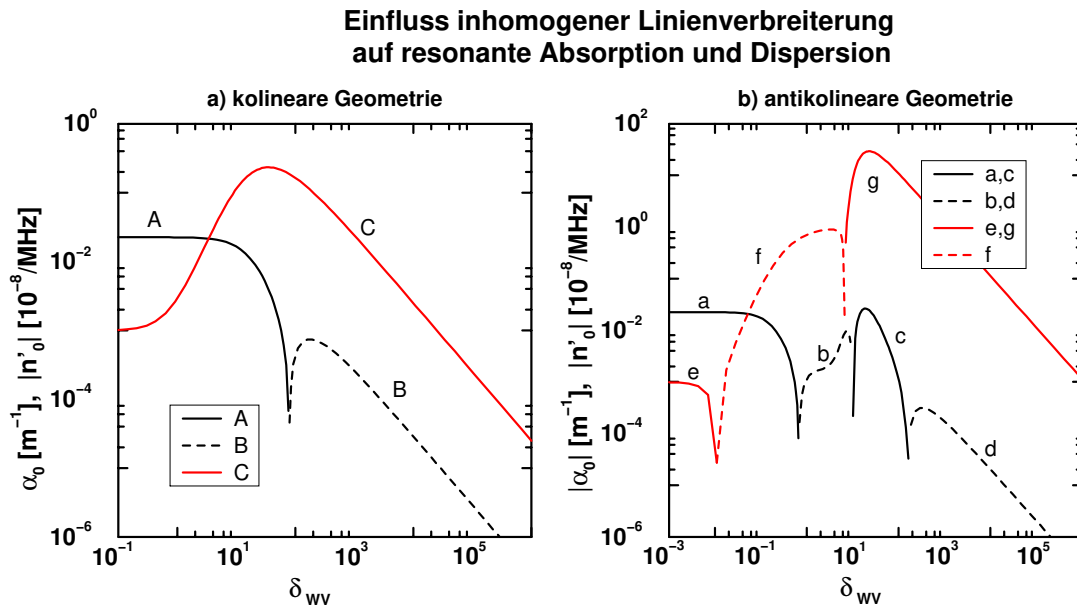
beschreibt für  $\Delta_{FWHM} \gg \gamma$  die Linienbreite des Absorptionsprofils für ein schwaches Pump- und Probefeld. Die einheitslose Größe

$$\delta_{WV} = \frac{\omega_0 v_W}{c_0 \gamma} = \frac{\Delta_{FWHM}}{\gamma 2\sqrt{\ln 2}} \quad (3.43)$$

ist ein Maß für die Dopplerverbreiterung und wird im folgenden mit der Dopplerverbreiterung gleichgesetzt. Sie gibt die auf die natürliche Linienbreite normierte Dopplerverschiebung eines Atoms an, das sich mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit des Ensembles bewegt.

Da z.B. für die Realisierung eines Weißlichtresonators vor allen Dingen die optischen Eigenschaften des Mediums in der direkten Umgebung der atomaren Resonanz eine Rolle spielen ( $\Delta\omega_p^0 = 0$ ), soll der Einfluß des Doppler-Effektes auf die resonante Absorption und Dispersion für die beiden Fälle einer kolinearen und antikolinearen Geometrie untersucht werden. Das Ergebnis der Diskussion ist in Abb.3.8 dargestellt. Als Beispiel dient wieder der in Kap.3.2, Abb.3.4 untersuchte Ca-Resonanzübergang. Auch hier soll wieder eine Teilchendichte von  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  und eine Pumpfeldstärke von  $\Omega_D = 13,5\gamma$  angenommen werden. Im kolinearen Fall (Grafik a) ) läßt der Doppler-Effekt die resonante Absorption und Dispersion solange unverändert, wie  $\delta_{WV} < 1$  bleibt. Mit wachsender Dopplerbreite nimmt dann die Absorption zu, während die Größe der negativen Dispersion bis zu  $\delta_{WV} \sim (\Omega_D/\gamma)$  erhalten bleibt, wo näherungsweise die Absorption maximal wird. Solange  $\delta_{WV} < \Omega_D/\gamma$  ist, werden im wesentlichen noch alle Atome des Ensembles durch das Pumpfeld getrieben, bei noch stärkerer Dopplerverbreiterung kann das treibende Feld bei den ‐schnellen‐ Atome wegen der großen Dopplerverschiebung keine Kohärenz mehr erzeugen. Für mäßige Dopplerverbreiterung bis  $\delta_{WV} \sim 1$  können aber die Ergebnisse des letzten Kapitels auf das hier untersuchte Problem übertragen werden. Demnach wird das Absorptions- und Brechungsindex-Spektrum der bewegten Atome im wesentlichen um den Betrag der Dopplerverschiebung frequenzverschoben. Bei einer kolinearen Pump-Prob-Geometrie erscheint die Frequenz des probende Feld aber um denselben Betrag verschoben, so daß sich näherungsweise wieder das Spektrum des ruhenden Atoms ergeben muß. Diese Situation ist - vom Ergebnis her - mit der für Ramanprozesse bekannten *Doppler-Kompensation* vergleichbar [8]<sup>9</sup>. Das letzte Kapitel hat allerdings auch gezeigt, daß bei einer Verstimmung des Pumpfeldes die Absorption drastisch zunimmt. Daher ist auch plausibel, daß der Dopplereffekt bei kolinearer Geometrie im Bereich bis  $\delta_{WV} \sim 1$  die Dispersion unverändert läßt, während die Absorption zunimmt. Für Dopplerverbreiterungen größer als  $\delta_{WV} \sim \Omega_D/\gamma$ , d.h. größer als die *Leistungsverbreiterung* [51], nimmt außer der Absorption nun auch die Dispersion stark ab. Bei  $\delta_{WV} \sim (\Omega_D/\gamma)^2$  wechselt ihr Vorzeichen: Das Medium ist nun positiv dispersiv.

<sup>9</sup>Die physikalische *Ursache* der Doppler-Kompensation hängt mit einer Resonanzbedingung für einen Zwei-Photonen-Übergang zusammen und ist daher nicht auf den Fall des stark getriebenen 2-Niveau Atoms übertragbar.



**Abbildung 3.8:** Einfluß inhomogener Linienverbreiterung auf die resonante Absorption und Dispersion am Beispiel des Dopplereffektes beim Ca-Resonanzübergang. Die Teilchendichte beträgt  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ , das Pumpfeld treibt mit  $\Omega_D = 13,5\gamma$ . Aufgetragen sind der resonante Absorptionskoeffizient  $\alpha_0$  [m<sup>-1</sup>] und der Betrag der resonanten Dispersion  $|n'_0|$  [10<sup>-8</sup>/MHz] in Abhängigkeit von Stärke der Dopplerverbreiterung. Diese wird angegeben durch die auf die natürliche Linienbreite  $\gamma$  normierte Dopplerverschiebung  $\delta_{wv} = (v_w \cdot \omega_0) / (c_0 \cdot \gamma)$ , die ein Teilchen erfährt, das sich mit der *wahrscheinlichsten Geschwindigkeit*  $v_w$  der Geschwindigkeitsverteilung bewegt. Grafik a) zeigt die Situation für eine kollineare Pump-Probe Geometrie, während Grafik b) den antikollinearen Fall beschreibt. Die Kurven (A), (B), (a), (b), (c) und (d) geben die Dispersion an, während (C), (e), (f) und (g) die Absorption zeigen. (A), (a) und (c) bezeichnen Bereiche negativer Dispersion, innerhalb von (B), (b) und (d) ist die Dispersion positiv. Die Kurven (C), (e) und (g) markieren die Bereiche mit positivem Absorptionskoeffizienten, während in (f) das Medium verstärkt.

Wesentlich komplexer stellt sich die Situation bei einer antikollinearen Pump-Probe-Geometrie dar. Sie ist in Grafik b) der Abb.3.8 wiedergegeben. Schon bei einer Dopplerbreite, die deutlich kleiner als die natürliche Linienbreite ist ( $\delta_{wv} \sim 10^{-2}$ ), kann eine drastische Veränderung der resonanten Absorption beobachtet werden: Sie wechselt ihr Vorzeichen, und man erhält bis  $\delta_{wv} \leq (\Omega_D/\gamma)$  eine *Doppler-induzierte Verstärkung*! Die Ursache für diese deutlichere Ausprägung der Empfindlichkeit der resonanten Absorption gegenüber dem Doppler-Effekt bei antikollinearer Geometrie ist bereits in Kap.3.2 skizziert worden. Die resonante, nahezu perfekte Transparenz des Mediums resultiert aus der Kompensation von Absorption und Verstärkung mehrerer Mehr-Photonen-Streuprozesse. Diese Kompensation hat zur Folge, daß in der *direkten* Umgebung der Resonanz, nur innerhalb einer Bandbreite, die sehr viel kleiner als die natürliche Linienbreite des Übergangs ist, das Medium einen absorptiven Charakter besitzt, während es außerhalb dieser Bandbreite verstärkend wirkt (vgl. Abb.3.4). Bei einer antikollinearen Pump-Probe-Geometrie werden die Frequenzen von Pump- und Probefeld durch den Dopplereffekt für die einzelnen Atome in die *entgegengesetzte* Richtung verschoben. Selbst bei geringer Doppler-Verbreiterung ( $\delta_{wv} \ll 1$ ), wenn sich die Spektren qualitativ noch nicht verändern, wird das Probefeld bald aus dem schmalen absorptiven Bereich heraus in den verstärkenden Frequenzbereich hineingeschoben. Daher muß das Absorptionsprofil sich auch bei geringer Dopplerverbreiterung qualitativ verändern. Mit weiter wachsender Dopplerverbreiterung wechselt die Absorption dann bei  $\delta_{wv} \sim \Omega_D/\gamma$  erneut das Vorzeichen, und das Medium wird wieder absorbierend.

Die resonante Dispersion zeigt bei antikolinerer Pump-Probe-Geometrie eine Veränderung erst bei Dopplerverbreiterungen in der Größenordnung von  $\delta_{wV} \sim 1$ . Da das Brechungsindexprofil *nicht* aus der nahezu perfekten Kompensation der Beiträge mehrerer Streuprozesse resultiert, ist hier, anders als bei der Absorption, bei sehr kleinen Dopplerverbreiterungen keine Veränderung zu erkennen. Erreicht  $\delta_{wV} \approx 1$ , dann wechselt auch die Dispersion ihr Vorzeichen, sie ist jetzt positiv; bei einer antikolineren Pump-Probe-Geometrie wird die Dispersion demnach schon bei wesentlich geringerer Dopplerverbreiterung modifiziert als bei einer kolinearen Geometrie. Bei noch weiter anwachsender Verbreiterung wechselt die Dispersion noch zwei weitere Male ihr Vorzeichen, nämlich bei  $\delta_{wV} \approx \Omega_D/\gamma$  und bei  $\delta_{wV} \approx (\Omega_D/\gamma)^2$ .

Die Analyse des Einflusses inhomogener Verbreiterungseffekte, speziell des Dopplereffektes, hat also gezeigt, daß die antikoliner Pump-Probe-Geometrie wesentlich empfindlicher reagiert als die kolineare Geometrie. Letztere erhält die negative Dispersion auch noch bei einer Verbreiterung, die groß gegen die natürliche Linienbreite des Überganges ist, solange sie kleiner als die Rabi-Frequenz des treibenden Feldes bleibt. Für Anwendungen in einem Weißlichtresonator stellt aber die Zunahme des Betrages der Absorption bei Verbreiterungen in der Größenordnung der Linienbreite ein Problem dar. Eine Anwendung von Zwei-Niveau Systemen als transparente Medien mit negativer Dispersion wird daher nur in einer Doppler-freien Umgebung möglich sein<sup>10</sup>.

### 3.5 Resonatorinterner Einsatz negativ dispersiver Medien: nicht-schwache Probefelder

Eine der interessanten Anwendungen für negativ dispersive, transparente Medien ist sicher der Weißlichtresonator. Die Kap.2.1.2 und Kap.2.2 haben gezeigt, daß sich prinzipiell besonders Resonatoren mit hoher Finesse eignen sollten, die eine sehr große resonatorinterne Leistungsüberhöhung aufweisen. Daher können dann auch bei schwachen Probefeldern schnell hohe interne Leistungsdichten erreicht werden. Daher stellt sich die Frage, wie sich die optischen Eigenschaften des stark getriebenen Zwei-Niveau Systems verändern, wenn das Probefeld nicht mehr schwach ist, d.h. wenn  $\Omega_p \geq \gamma$  gilt.

Die Behandlung des bichromatisch getriebenen Zwei-Niveau Systems in Kap.3.1 gestattet auch die Untersuchung dieses Problems. Bisher wurde stets angenommen, daß das Probefeld schwach ist und der Ausdruck von Gl.3.32 die optischen Eigenschaften des Mediums beschreibt. Im allgemeinen Fall zweier beliebig starker Felder liefert aber die Kettenbruchdarstellung der Kohärenz (Gl.3.26-3.31) das Spektrum. Da dieser Kettenbruch nur numerisch mit Hilfe eines Näherungsbruches (s. Kap.3.1) gelöst werden kann, spielt die physikalische Interpretation der Kettenbruchdarstellung eine wesentliche Rolle bei der Wahl eines geeigneten Abbruchkriteriums. Die optischen Eigenschaften eines stark getriebenen und stark geprobten Zwei-Niveau Systems und die mit der Beschreibung seines Spektrums zusammenhängenden Probleme wurden ausführlich im Rahmen dieser Arbeit untersucht. Die Ergebnisse sind in [27] veröffentlicht. An dieser Stelle sollen deshalb nur die wichtigsten Ergebnisse referiert werden.

<sup>10</sup>bzw. nur bei einer Rest-Doppler-Breite, die nicht viel größer ist als die natürliche Linienbreite des Übergangs.

Nach geeigneter Umformung von Gl.3.27-3.28 kann der Kettenbruch  $Z_n$  in der Form

$$X_n = \frac{1}{1 \Leftrightarrow \xi_{n+1} X_{n+1}} \quad (3.44)$$

dargestellt werden. Im Falle eines starken ( $\Omega_D \gg \gamma$ ), resonanten Pumpfeldes ( $\Delta\omega_D = 0$ ) sind die  $\xi_n$  näherungsweise durch

$$\xi_n = \frac{\Omega_P^2 \Omega_D^2}{\left[ (n \Delta\omega_P)^2 \Leftrightarrow (\Omega_P^2 + \Omega_D^2) \right]^2} \quad \text{für} \quad (n \cdot \Delta\omega_P)^2 \not\approx \Omega_P^2 + \Omega_D^2 \quad (3.45)$$

gegeben. Die Näherungsbrüche  $X_n^m$ , die sich ergeben, wenn man die Rekursionsrelation Gl.3.44 mit  $X_{m+1} \stackrel{!}{=} 0$  löst, enthalten alle Potenzen von  $\Omega_P^2$  bis einschließlich der Ordnung  $m$  und können demnach als Entwicklung nach Potenzen der Probefeldintensität aufgefaßt werden. Setzt man den Näherungsbruch dann in den Ausdruck für die Kohärenz Gl.3.27 ein, erhält man ein Absorptions- und Brechungsindexspektrum, daß alle Mehr-Photonen-Prozesse berücksichtigt, an denen eine beliebige Anzahl von Pumpfeld-Photonen<sup>11</sup> und bis zu  $m$  Probefeld-Photonen beteiligt sind. Das Abbruchkriterium muß demnach so gewählt sein, daß alle relevanten Mehrphotonenprozesse berücksichtigt werden.

Es stellt sich nun die Frage, welches die relevanten Mehr-Photonen-Prozesse sind. Die Entwicklung des Kettenbruchs konvergiert rasch<sup>12</sup>, wenn die Koeffizienten  $\xi_n$  klein sind oder zumindest für große  $n$  hinreichend schnell abfallen. Gl.3.45 zeigt aber, daß diese Koeffizienten für kleine Probefeldverstimmungen nicht von  $n$  abhängen und z.B. im Falle  $\Omega_P \approx \Omega_D$  etwa den Wert  $\xi_n \approx 1/4$  annehmen<sup>13</sup>. Besonders in der Nähe der für die Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption interessanten Resonanz  $\Delta\omega_P \ll \gamma$  wird man daher auch Mehr-Photonen-Prozesse sehr hoher Ordnung berücksichtigen müssen: Alle Prozesse mit einer Anzahl von  $m$  Pumpfeld-Photonen mit  $m \Delta\omega_P < (\Omega_D^2 + \Omega_P^2)^{1/2}$  können als resonant betrachtet werden, da die Übergangsfrequenz dieses Prozesses innerhalb des leistungsverbreiterten Absorptionprofils liegt.

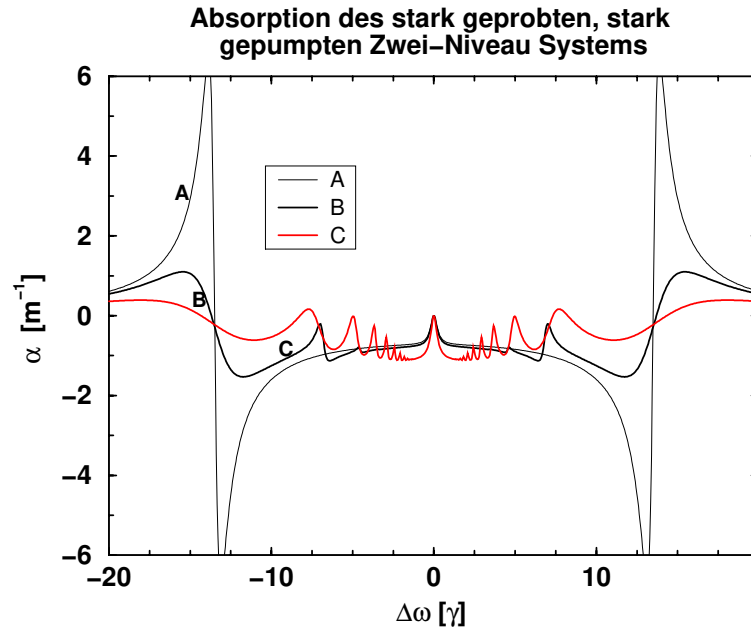
Desweiteren ist in Gl.3.45 eine Resonanzbedingung für  $(m \Delta\omega_P)^2 \approx \Omega_D^2 + \Omega_P^2$  zu erkennen. Die Prozesse jener Ordnung  $m$ , die diese Relation erfüllen, werden deshalb sehr deutliche Beiträge zum Spektrum liefern. Sie sind Ursache für die sogenannten *Rabi subharmonics*, die in Abb.3.9 zu erkennen sind und für  $\Omega_P < \Omega_D$  bei den ganzzahligen Bruchteilen der Rabi-Frequenz des Pumpfeldes, d.h. bei  $\Delta\omega_P \approx \Omega_D/m$  auftreten. Sie sind als Resonanzen von Mehr-Photonen-Übergängen zwischen den *dressed states* des aus Atom und quantisiertem Pumpfeld bestehenden Systems zu verstehen. Den Ausführungen über die Konvergenz des Kettenbruchs folgend ist zu erwarten, daß für  $\Omega_P \rightarrow \Omega_D$ , wo die Koeffizienten  $\xi_m$  für immer höhere Werte von  $m$  eine Rolle spielen, diese Resonanzen stärker ausgeprägt sind. Tatsächlich ist dies auch in Abb.3.9 zu erkennen. Dargestellt

<sup>11</sup>Man beachte, daß die Dichtematrixgleichung in jeder Ordnung von  $\Omega_D^2$  gelöst ist. Die Entwicklung stellt deshalb nicht eine Entwicklung nach der Pumpfeldintensität dar.

<sup>12</sup>Ein mathematischer Konvergenzbeweis konnte bisher nicht geführt werden. "Konvergenz" meint hier, daß die Reihe der Näherungsbrüche  $X_n^m$  schon für niedrige  $m$  numerisch stabil ist.

<sup>13</sup>Der analytische Ausdruck für  $\xi_n$  [27] zeigt, daß bei  $\Delta\omega_P = 0$  exakt  $\xi_n = 1/4$  gilt.





**Abbildung 3.9:** Absorptionsprofil eines stark getriebenen Zwei-Niveau Atoms für ein starkes Probefeld. Als Beispiel dient wieder das in Kap.3.2, Abb.3.4 diskutierte System mit  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\Omega_D = 13,5 \gamma$ . Kurve (A) beschreibt die Situation bei schwachem Probefeld  $\Omega_P = 10^{-3} \gamma$ . Bei (B) bzw. (C) ist  $\Omega_P = 4 \gamma$  bzw.  $\Omega_P = 7 \gamma$ .

ist das Absorptionsprofil für den mit  $\Omega_D = 13,5 \gamma$  getriebenen Ca-Resonanzübergang, wobei wie schon in Kap.3.2, Abb.3.4 eine Teilchendichte von  $N_{\text{Atom}} = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  angenommen ist. Bei mäßig starkem Probefeld (Kurve (B),  $\Omega_D = 4\gamma$ ) sind nur vier der *Rabi subharmonics* zu erkennen, während bei knapp der doppelten Probefeldstärke (Kurve (C),  $\Omega_D = 7\gamma$ ), also rd. der halben Pumpfeldstärke, schon eine größere Anzahl dieser Resonanzen deutlich hervortritt. Mit  $\Omega_P \rightarrow \Omega_D$  spielen wegen  $\xi_n = 1/4$  (Gl.3.45) auch jene Prozesse eine Rolle, bei der eine sehr große Anzahl von Probefeld-Photonen beteiligt sind, was sich als Konvergenzproblem beim Kettenbruch äußert [27].

Die Abb.3.9 zeigt aber auch, daß der Zentralbereich des Profils mit  $\Delta\omega_P \ll \gamma$  sehr stabil ist<sup>14</sup>. Tatsächlich zeigt eine analytische Betrachtung der Absorption und Dispersion für das Probefeld exakt bei der Resonanzfrequenz [27], daß diese für  $\Omega_P < \Omega_D$  in erster Ordnung durch

$$\alpha_{P,0}^{SP} \approx \alpha_{P,0} \cdot \left[ 1 + 2 \left( \frac{\Omega_P}{\Omega_D} \right)^2 \right] \quad (3.46)$$

$$n'_{P,0}^{SP} \approx n'_{P,0} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\Omega_P}{\Omega_D} \right)^2 \right] \quad (3.47)$$

beschrieben werden, wobei  $\alpha_{P,0}$  und  $n'_{P,0}$  durch Gl.3.33 bzw. Gl.3.34 gegeben sind. Demnach bleiben die geringe Absorption und die steile, negative Dispersion auch dann erhalten, wenn das Probefeld stark wird ( $\Omega_P > \gamma$ ) und den Übergang selber treibt, solange das Pumpfeld deutlich stärker ist. Nimmt die Probefeldstärke weiter zu und wird  $\Omega_P \rightarrow \Omega_D$ , dann werden auch Absorption

<sup>14</sup>Dies gilt auch für das Brechungsindexprofil, auf dessen Darstellung hier verzichtet wird.

und Dispersion größer, wobei die Absorption doppelt so stark wächst wie die Dispersion. Die Größe  $\Theta_{\text{FOM}}$  (*figure of merit*) von Gl.3.35 nimmt daher in diesem Bereich langsam ab.

Die für  $\Omega_P < \Omega_D$  schwache Abhängigkeit der Absorption und Dispersion von der Probefeldstärke stellt sicher, daß keine absolute Obergrenze für die maximal zulässige Probefeldstärke z.B. bei einer Anwendung in einem Weißlichtresonator existiert. Wenngleich eine auf den ersten Blick plausible Grenze durch  $\Omega_P < \gamma$  definiert zu sein scheint, hat die genauere Analyse ergeben, daß im Prinzip beliebig starke Probefeldstärken für solche Anwendungen zugelassen werden können, solange das Pumpfeld stärker als das Probefeld bleibt.

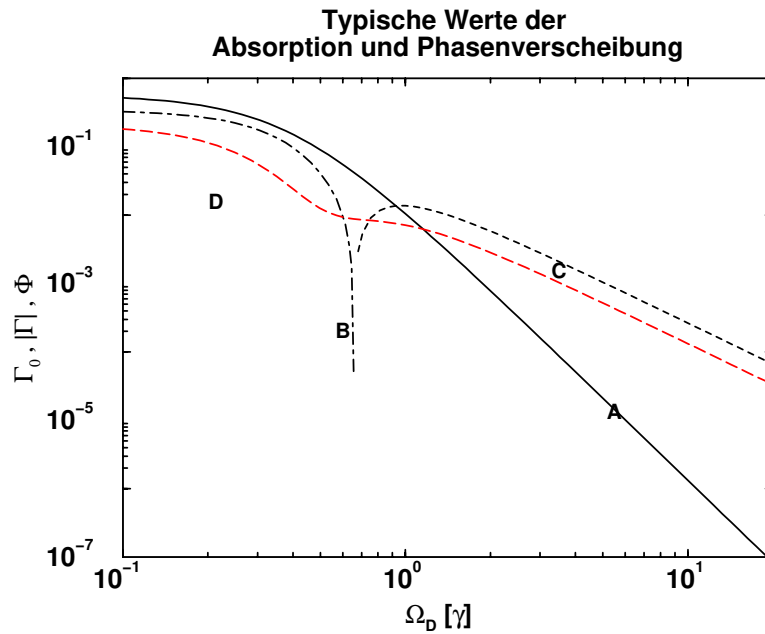
### 3.6 Schlußfolgerungen für den experimentellen Teil der Arbeit

Wie die Untersuchung des Spektrums eines stark getriebenen Zwei-Niveau Atoms gezeigt hat, eignet sich der Ca-Resonanzübergang  $4s^2 \ ^1S_0 \rightarrow 4s4p \ ^1P_1$  für  $\Delta M = 0$  bei  $\lambda=423$  nm prinzipiell zur Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption. Im Experiment sind hinreichend hohe Teilchendichten von einigen  $10^{10} \text{ cm}^{-3}$  durch Verdampfen nur bei Temperaturen von  $1000 \dots 1200^\circ \text{K}$  zu erreichen. Bei diesen Temperaturen beträgt die Dopplerbreite des Übergangs  $\Delta_{\text{FWHM}} \approx 60 \gamma \dots 70 \gamma$ , ist also groß gegen die natürliche Linienbreite. Nach den Ergebnissen des Kap.3.4 muß das Experiment daher so ausgelegt sein, daß eine Dopplerverbreiterung vermieden oder ihre Größe bis auf die natürliche Linienbreite reduziert wird. Bei Experimenten z.B. mit in (magneto-) optischen Fallen gespeicherten Atomen wird der Dopplereffekt praktisch vollständig unterdrückt; der Betrieb solcher Fallen ist dafür aber recht aufwendig und die Anzahl der gespeicherten Atome ist typisch auf  $10^6$  bis  $10^8$  beschränkt [52]. Daher ist die Absorption und Phasenverschiebung, die das Probefeld beim Durchgang durch das Ensemble gespeicherter Atome erfährt, so gering, daß sich u.U. experimentelle Probleme bei der Bestimmung des Absorptionskoeffizienten und des Brechungsindex ergeben<sup>15</sup>. Einen weniger aufwendigen Weg stellt der Einsatz eines gut kollimierten Atomstrahls dar (Kollimation besser als 1:50). Bei geeigneter Atomstrahlgeometrie läßt sich damit auch eine größere Anzahl von Teilchen realisieren, die mit dem Probestrahl wechselwirken.

Der Durchmesser eines solchen Atomstrahls wird in der Wechselwirkungszone der Größenordnung nach wenige Millimeter betragen. Daraus läßt sich mit Hilfe der Ergebnisse von Kap.3.2 ein maximaler Wert für die Absorption und Phasenverschiebung abschätzen, die der Probestrahl beim Durchlaufen des Streuvolumens erfährt. Sinnvolle Größen sind (vgl. Abb.3.4) die Absorption bei der Resonanzfrequenz  $\Gamma_0 = 1 \Leftrightarrow \exp \{ \Leftrightarrow \alpha (\Delta \omega_P = 0) \cdot l_{\text{WW}} \}$  sowie die Absorption<sup>16</sup>  $\Gamma = 1 \Leftrightarrow \exp \{ \Leftrightarrow \alpha (\Delta \omega_P = \gamma/2) \cdot l_{\text{WW}} \}$  und die Phasenverschiebung  $\phi = [ n (\Delta \omega_P = \gamma/2) \Leftrightarrow 1 ] \cdot \omega_0 \cdot l_{\text{WW}} / c_0$ , die sich für ein um eine halbe natürliche Linienbreite verstimmtes Probefeld ergeben. Für eine Teilchendichte von  $N_{\text{Atom}} = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  und eine Wechselwirkungslänge von  $l_{\text{WW}} = 2 \text{ mm}$  sind diese Werte in Abhängigkeit von der Feldstärke des treibenden Feldes in Abb.3.10 angegeben. Im interessanten Parameterbereich  $\Omega_D > 1$ , also etwa bei  $\Omega_D = 3$  entsprechend ca. 10-facher Sättigungsintensität, liegen die *maximalen* Werte für die Absorption und Phasenverschiebung bei wenigen

<sup>15</sup>Der kollinear, nur von einer Seite durch das Ensemble laufende Pumpstrahl würde außerdem den Betrieb der optischen Falle stören

<sup>16</sup>hier wegen der Verstimmung eine Verstärkung



**Abbildung 3.10:** Typische experimentell zu erwartende Absorption und Phasenverschiebung eines Probestrahls bei einem Experiment an einem Ca-Atomstrahl zur Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption auf dem Übergang  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$  bei  $\lambda=423\text{ nm}$ . In Abhängigkeit von der Pumpfeldstärke  $\Omega_D$  sind angegeben die Absorption (A)  $\Gamma_0 = 1 - \exp\{-\alpha(0) \cdot l_{WW}\}$  eines resonanten Feldes und die Absorption (B, C) und Phasenverschiebung (D)  $\phi = (n(\gamma/2) - 1) \cdot \omega_0 \cdot l_{WW} / c_0$ , die ein um  $\Delta\omega_P = \gamma/2$  verstimmtes Probestfeld erfährt. Vorausgesetzt werden eine Teilchendichte von  $N_{\text{Atom}} = 10^{10}\text{ cm}^{-3}$  und eine Wechselwirkungslänge von  $l_{WW} = 2\text{ mm}$ . Kurven (A) und (B) beschreiben eine Dämpfung, während bei (C) das Probestfeld verstärkt wird.

$10^{-3}$  bzw.  $10^{-3}$  rad. Eine Apparatur, die die Untersuchung negativ dispersiver, transparenter Medien gestatten soll, muß also eine Absorption bzw. Phasenverschiebungen in der Größenordnung von  $10^{-5}$  bzw.  $10^{-5}$  rad nachweisen können, wenn auch bei nicht-maximalen Werten für die Absorption und Phasenverschiebung, z.B. in der näheren Umgebung der Resonanzfrequenz, ein gutes Signal-zu-Rausch-Verhältnis erreicht werden soll.



### **3.7 Realisierung und Einsatz negativ dispersiver Medien: einige grundlegende Aspekte.**

- Doppler schwierig, Festkörper?
- gebe maximale Absorption und Phasenverschiebung für Experiment an



## Kapitel 4

# Das Experiment im Überblick

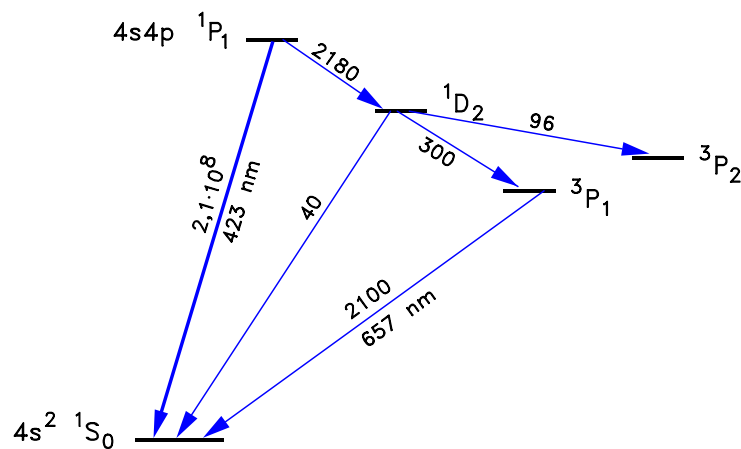
Vor dem erstmaligen Betrieb eines *Weißlicht-Resonators* steht die Realisierung bzw. Untersuchung negativ dispersiver, transparenter Medien. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Experiment entworfen und realisiert, daß die Präparation und Untersuchung ebensolcher Medien gestattet.

Die Diskussion im ersten Teil der Arbeit hat gezeigt, daß stark getriebene Zwei-Niveau Systeme sich gut für die Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption eignen. Die Natur stellt solche Systeme nicht zur Verfügung; ein geeigneter Kandidat muß aber dem Konzept eines Zwei-Niveau-Atoms sehr nahe kommen. Daher sollte das System möglichst abgeschlossen sein, d.h. bei der Wechselwirkung mit den optischen Feldern darf nur ein geringer Teil der Atome durch spontane Emission in andere, eigentlich unbeteiligte Niveaus verlorengehen. Außerdem sollte die Frequenz aller anderen unbeteiligten Übergänge im Termschema hinreichend von der des interessierenden Übergangs verschieden sein, da sie sonst die Dispersion verändern und vor allen Dingen eine zusätzliche Absorption einführen. Neben den atomphysikalischen Aspekten sollte die Atomsorte im Experiment einfach zu handhaben und der Übergang mit kompakten und kostengünstigen Lasersystemen erreichbar sein.

Kalzium ist ein geeigneter Kandidat, da es diesen Anforderungen nahekommt. Abb.4.1 zeigt den für das Experiment interessanten Teil des Termschemas. Der Übergang  $4s^2 \ ^1S_0 \rightarrow 4s4p \ ^1P_1$  bei  $\lambda = 423 \text{ nm}$ , z.B. auch zur Laserkühlung benutzt [50], stellt ein im wesentlichen abgeschlossenes System dar. Das am häufigsten (96,97%, [53]) in einem natürlichen Gemisch vorkommende Isotop  $^{40}\text{Ca}$  besitzt einen verschwindenden Kernspin, das Spektrum zeigt demnach keine Hyperfeinstruktur-Aufspaltung, so daß auch keine Verlustkanäle vorhanden sind. Dieser Übergang bietet zusätzlich den Vorteil, daß er mit frequenzverdoppelten Diodenlasern zu erreichen ist, die kompakt, im Prinzip einfach und zuverlässig zu betreiben und preiswert sind.

Der experimentelle Teil dieser Arbeit besteht im wesentlichen in der Entwicklung eines *all-solid-state* Lasersystems für den *Ca*-Resonanzübergang und eines geeigneten Meßverfahrens, mit dem die optischen Eigenschaften negativ dispersiver, transparenter Medien vermessen werden können. Da die spektroskopischen Standardverfahren im Hinblick auf die Untersuchung solcher Medien

## Auszug aus dem Ca-Termschema



**Abbildung 4.1:** Auszug aus dem Ca-Termschema [52]. Die Zahlen geben die Einsteinkoeffizienten für die spontane Emission in  $\text{s}^{-1}$  an. Der Übergang bei  $\lambda = 423 \text{ nm}$  mit großer Übergangswahrscheinlichkeit wurde für die Untersuchung negativer Dispersion ohne Absorption ausgewählt.

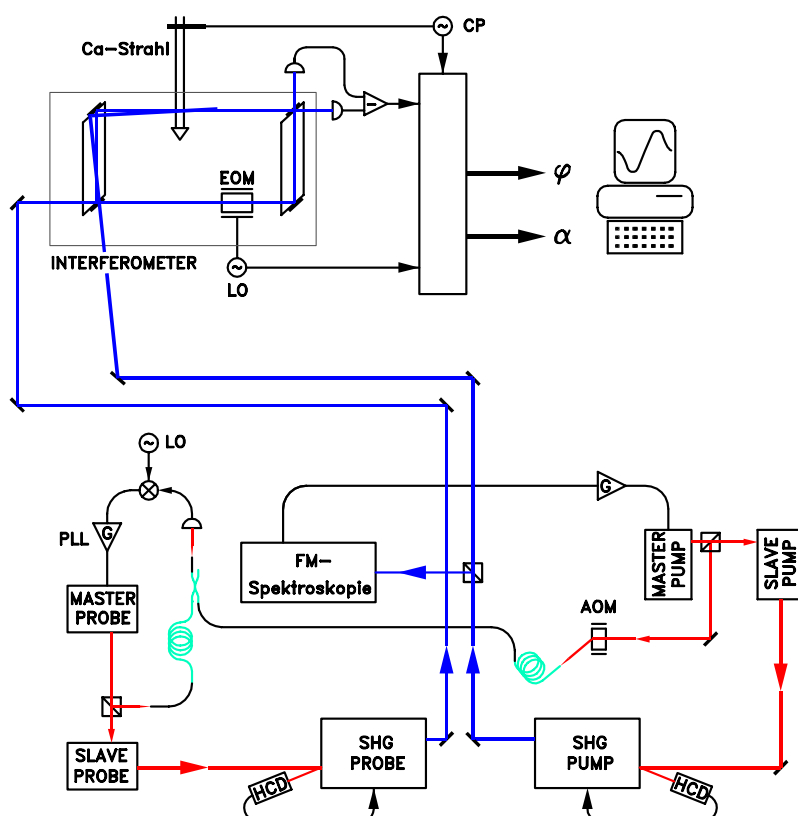
eine Reihe von Unzulänglichkeiten besitzen, wurde eine neue Meßmethode entwickelt, die im Prinzip eine Kombination von interferometrischen Methoden und der FM-Spektroskopie darstellt.

Abb.4.2 zeigt eine Prinzipskizze des experimentellen Aufbaus. Er enthält zwei identische Lasersysteme, mit denen Pump- und Probefeld erzeugt werden. Jedes dieser Systeme besteht aus einem Diodenlaser mit externer Rückkopplung von einem optischen Gitter, der als *Master Laser* für das *Injection Locking* einer zweiten Laserdiode, des *Slave Lasers*, dient. Dessen IR-Strahlung wird in einem externen Ringresonator frequenzverdoppelt. Einer der Schwerpunkte dieser Arbeit liegt in der Entwicklung und Optimierung dieses Lasersystems: da Pumpfeldleistungen von einigen 10 mW für die Präparation negativer Dispersion ohne Absorption im *Ca* notwendig sind, mußten bei IR-Leistungen von  $\approx 100 \text{ mW}$  Konversionseffizienzen von 30%...50% erreicht werden. Das Kap.5 beschreibt und vergleicht kurz einige alternative all-solid-state Konzepte, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden. Ausführlicher werden solche Fragestellungen behandelt, die bei der Realisierung *hocheffizienter* Systeme eine Rolle spielen. Die Leistungsfähigkeit und die Grenzen des hier entwickelten Systems werden vorgestellt, mit dem die höchsten für vergleichbare Systeme publizierten Konversionseffizienzen überhaupt erzielt wurden.

Die Frequenz des Pumplasersystems wird mit Hilfe einer FM-Spektroskopie auf den *Ca*-Übergang stabilisiert (Abb.4.2). Der Master Laser des Probelasersystems wird phasenstarr mit durchstimmbarer Offsetfrequenz an den Master Laser des Pumplasersystems angekoppelt. Damit ist das Probelasersystem zum einen auf den Übergang stabilisiert und läßt sich zum anderen um viele 100 MHz durchstimmen. Die Stabilisierung der Laser ist Gegenstand der Diskussion in Kap.5.4. Hier werden besonders jene Probleme diskutiert, die bei einer Stabilisierung mit hoher Regelbandbreite ( $\sim 1 \text{ MHz}$ ) zu beachten sind.

Pump- und Probestrahl werden in ein komplett im Vakuum betriebenes *Mach-Zehnder* Interferometer mit phasenmoduliertem Referenzarm eingekoppelt (Abb.4.2). Eine Diskussion der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Meßmethode, die aus einer Kombination von Interferometrie





**Abbildung 4.2:** Prinzipskizze des experimentellen Aufbaus. Für die Erzeugung von **Pump-** und **Probefeld** wird je ein Lasersystem eingesetzt. Jedes dieser System besteht aus einem Diodenlaser mit externer Rückkopplung von einem optischen Gitter, der als **Master Laser** für das Injection Locking des **Slave Lasers** dient. Dessen Strahlung wird in einem externen Ringresonator hocheffizient frequenzverdoppelt (**SHG**), der mit Hilfe des *Hänsch-Couillaud*-Verfahrens auf die Laserfrequenz stabilisiert wird (**HCD**). Das Pumplasersystem ist mittels einer **FM-Spektroskopie** auf den Ca-Übergang stabilisiert, während das Probelasersystem phasenstarr mit durchstimmbarer Offsetfrequenz an den Pumplaser angeschlossen wird (**PLL**). Die eigentliche Meßapparatur, ein *Mach-Zehnder-Interferometer* mit phasenmoduliertem Referenzfeld (**EOM**) wird komplett im Hochvakuum betrieben und ist seismisch von der Umgebung isoliert. In seinem Testarm kreuzt das Probefeld einen mit rd. 1 kHz gechoppten **Atomstrahl**. Das antisymmetrische Ausgangssignal des stabilisierten Interferometers enthält die Information über Absorption  $\alpha$  und Phasenverschiebung  $\varphi$ , die das Probefeld beim Durchgang durch die Wechselwirkungszone erfährt.

und FM-Spektroskopie besteht, wird in Kap.6 vorgelegt. Dazu wird diese Methode mit anderen spektroskopischen Verfahren verglichen und die Theorie des Interferometers vorgestellt. Daraus ergeben sich bestimmte optimale Arbeitsbereiche, für die eine Analyse des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses gegeben wird. Eine kurze Beschreibung der wichtigsten experimentellen Details des Interferometers schließt zusammen mit einer experimentellen Bestimmung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses dieses Kapitel ab.



## Kapitel 5

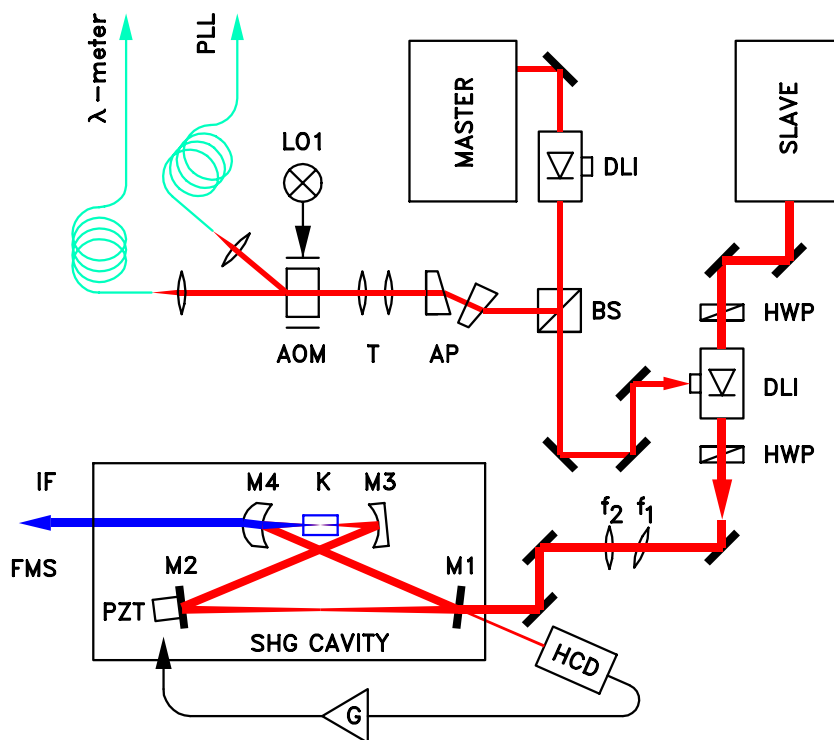
# Das Lasersystem

Der Aufbau der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Lasersysteme ist in Abb. 5.1 dargestellt. Pump- und Probelasersystem sind - bis auf den AOM, der nur beim Pumplasersystem eingesetzt wird- identisch aufgebaut.

Als *Master Laser* dient ein Diodenlaser mit externer Rückkopplung von einem Gitter in Littrow-Konfiguration, dessen Aufbau in [54] und [55] ausführlich beschrieben ist. Es werden "single mode" Laserdioden der Firma *Spectra Diode Labs* des Typs SDL5410-C eingesetzt, die bei einer Wellenlänge um 850 nm im freilaufenden Betrieb, d.h. ohne optische Rückkopplung, eine Ausgangsleistung von bis zu 100 mW bei Strömen von ca. 120 mA erreichen. Ihre Austrittsfläche (Reflektivität typisch 5%) ist nachträglich anti-reflex beschichtet (Restreflektivität typ. einige  $10^{-5}$ ). Damit läßt sich ein größerer Durchstimmbereich und ein stabilerer Einmodenbetrieb auch bei höheren Strömen gewährleisten. Das von der Laserdiode emittierte Licht wird mit einer Linse (*Thorlabs C230TM-B*,  $f=4.5$  mm,  $NA=0.55$ , entspiegelt) kollimiert. Die Gitter sind holographisch gefertigt und goldbeschichtet, besitzen 1400 Linien/mm und eine Beugungseffizienz von rd. 20% für die erste Ordnung. Etwa 70% werden in der 0-ten Beugungsordnung aus dem Resonator ausgekoppelt. Mit diesen Systemen läßt sich eine Ausgangsleistung von bis zu 20 mW erreichen, bei deutlich größeren Leistungen ist der Einmodenbetrieb gestört. Sie können mehr als 20 nm durchgestimmt werden, wobei die kontinuierliche Durchstimmbarkeit mehrere GHz beträgt. Eine Übersicht über dieses Thema wird z.B. von [56, 57] gegeben.

Der Master Laser ist von dem nachfolgenden experimentellen Aufbau durch eine optische Diode (*Gsänger DLI-1*, 60 dB Isolation) entkoppelt. Hinter dem Isolator blendet ein Leistungsstrahlteilerwürfel (1:1) einen Teil der Leistung aus und stellt sie für die Strahldiagnose ( $\lambda$ -Meter, Scanning Fabry-Perot-Interferometer) und für die phasenstarre Kopplung (*phase locked loop*, PLL) der beiden Master Laser zur Verfügung. Der experimentelle Aufbau erfordert eine Frequenzverschiebung der Master Laser Strahlung des Pumpsystems für den PLL mit Hilfe eines akusto-optischen Modulators. Die Einzelheiten des Phasenregelkreises werden in Kap.5.4.2 diskutiert.

Mit der Leistung des zweiten Ausgangs des Strahlteilerwürfels wird über einen zweiten Isolator



**Abbildung 5.1:** Experimenteller Aufbau des Pumplasersystems. Das Probelasersystem ist im Prinzip identisch konzipiert, besitzt aber keinen AOM. **DLI:** optischer Isolator (60dB); **BS:** Leistungsstrahlteiler (1:1); **HWP:**  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte,  $f_1, f_2$ : Linsen zur Strahlkorrektur und Modenanpassung; **M<sub>1..4</sub>:** SHG-Resonator mit Kristall **K** und *Hänsch-Couillaud* Detektor **HCD**; **G:** elektronischer Regler, der das Piezoelement **PZT** ansteuert. Der "blaue" Ausgangsstrahl wird zur Wechselwirkungszone im Interferometer und zur FM-Spektroskopie geführt. **AP:** anamorphotisches Prismenpaar; **T:** Teleskop; **AOM:** akusto-optischer Modulator, angesteuert vom Lokaloszillator **LO1** (225,209153MHz); über je eine Glasfaser wird die 0-te Beugungsordnung zu einem  $\lambda$ -Meter und die 1-te Ordnung zum PLL-Aufbau geführt.

baugleichen Typs<sup>1</sup> der *Slave Laser* an den Master Laser gekoppelt (*Injection Locking*). Als Slave Laser werden Laserdioden des Typs SDL5421-C eingesetzt, die Ausgangsleistungen von bis zu 150mW erreichen und ebenfalls nachträglich anti-reflex beschichtet sind. Die in Abb.5.1 aufgeführten  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatten sind wegen des inneren Aufbaus des optischen Isolators [58] erforderlich. Durch das Injection Locking wird das Feld der Slave Laser Diode, die einen Resonator sehr geringer Güte darstellt, phasenstarr an das Feld des Master Lasers gekoppelt. Auf diese Weise werden die "guten Eigenschaften", d.h. das geringe Frequenz- und Phasenrauschen, die single mode Oszillation und die gute Durchstimmbareit zumindest teilweise auf den Slave Laser übertragen, der dann wesentlich höhere Ausgangsleistungen zur Verfügung zu stellt. Mit den hier benutzten Laserdioden werden bis zu 150mW IR-Leistung hinter dem optischen Isolator erreicht. Das Injection Locking von Laserdioden ist sehr komplex und unterscheidet sich deutlich vom Injection Locking anderer Lasertypen. Ursache hierfür ist die starke Kopplung zwischen der Ladungsträgerdichte und dem Brechungsindex, also der Phase des im Resonator umlaufenden Feldes [59]. Im Rahmen dieser Arbeit ist das Injection Locking Verhalten der hier benutzten SDL5421-C Laserdioden untersucht worden. Die Ergebnisse sind in [55] zu finden. Danach sind Master Laser

<sup>1</sup>Der Isolator ist werksseitig nur leicht modifiziert, damit er, wie hier gezeigt, für das Injection Locking eingesetzt werden kann.

Leistungen von weniger als 1 mW ausreichend<sup>2</sup>, um auch bei Slave Laser Leistungen von vielen 10 mW Lockingbandbreiten<sup>3</sup> von einigen GHz zu erreichen. Eine theoretische Beschreibung des Injection Locking findet man z.B. bei [55, 56, 60, 61]. Das Frequenz- und Leistungsrauschen von Laserdioden im injection locking-Betrieb wurde z.B. von [62] untersucht. Die Ergebnisse der eigenen Arbeiten zur Leistungs- und Frequenzstabilität sind z.T. in [28] veröffentlicht und werden in Kap.5.4 beschrieben.

Der Slave Laser ist optisch vom nachfolgenden Teil des Aufbaus durch die zweite optische Diode isoliert, die rd. 1 dB Transmissionsverluste besitzt. Die IR-Strahlung wird dann mit Hilfe eines externen Resonators frequenzverdoppelt (SHG, *second harmonic generation*). Dazu muß das astigmatische und elliptische Strahlprofil korrigiert und modenangepaßt werden. Ein entsprechendes Konzept wird in Kap.5.2 entwickelt. Die speziellen Probleme und Grenzen der Strahlanpassung bei Diodenlasern werden diskutiert. Im Anschluß daran folgt eine Beschreibung der Frequenzverdopplung. In Kap.5.1 werden jene Aspekte diskutiert, die im Hinblick auf eine hocheffiziente Verdopplung relevant sind. Es schließt sich mit Kap.5.3 eine experimentelle Beschreibung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Frequenzverdopplers an. Neben den technischen Problemen, die die erreichbaren Konversionseffizienzen begrenzen, steht vor allen Dingen die Frequenz- und Leistungstabilität der Lasersysteme im Vordergrund dieses Kapitels. Einige Aspekte, wie z.B. der Vergleich prinzipiell verschiedener Systeme (Frequenzstabilisierung durch optische Rückkopplung vom SHG-Resonator, SHG mit Gitterlasern) sind in [28] veröffentlicht und werden hier nur kurz erwähnt. Dort wird auch über die höchste bisher überhaupt erreichte Konversionseffizienz bei der Frequenzverdopplung mit KNbO<sub>3</sub> und Laserdiodensystemen geringer Leistung berichtet.

Beide Lasersysteme müssen an den Ca-Resonanzübergang angekoppelt werden. Dazu wird das Pumplasersystem mit Hilfe einer Frequenzmodulationsspektroskopie (FMS) und das Probelasersystem mit Hilfe einer phasenstarrten Kopplung beider Master Laser (PLL, *phase locked loop*) stabilisiert. FM-Spektroskopie und PLL werden in Kap.5.4.1 bzw. Kap.5.4.2 vorgestellt. In diesem letzten Abschnitt über das Lasersystem stehen solche Aspekte im Vordergrund, die bei der phasenstarrten Kopplung speziell von Gitterlasern zu beachten sind.

---

<sup>2</sup>bis zu 60% der Master Laser Leistung konnten in den Slave Laser eingekoppelt werden

<sup>3</sup>Die Lockingbandbreite beschreibt die Größe desjenigen Frequenzbereichs, in den man die Frequenz des Master Lasers variieren kann, ohne daß die phasenstarre Kopplung des Slave Lasers verloren geht

## 5.1 Resonante Frequenzverdopplung

Im folgenden soll das Frequenzverdopplungssystem beschrieben werden, das im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde. Dabei wird auf eine ausführliche Darstellung der Grundlagen der Frequenzverdopplung (*Second Harmonic Generation*, SHG) verzichtet: Nach einer Einführung, die die für die experimentelle Realisierung wichtigen Grundlagen kurz zusammenfaßt (Kap.5.1.1), und einem Abschnitt über den hier benutzten Kristall  $\text{KNbO}_3$  (Kap.5.1.2) sollen vielmehr jene Probleme diskutiert werden, die im Zusammenhang mit hocheffizienter Frequenzverdopplung eine Rolle spielen. Dazu gehört neben der Frage nach der optimalen Resonatorgeometrie (Kap.5.1.3) auch die Diskussion der optimalen Kristalllänge und der Impedanzanpassung (Kap.5.1.4). Abschließend folgen einige Bemerkungen über die verschiedenen Möglichkeiten zur Stabilisierung des SHG-Resonators auf die IR Laserfrequenz (Kap.5.1.5). Experimentelle Probleme wie z.B. thermische Effekte, blau induzierte Infrarotabsorption (*blue enhanced infra red absorption*, BLIRA) oder *mode competition noise* werden im Zusammenhang mit der experimentellen Charakterisierung der Frequenzverdoppler (Kap.5.3) diskutiert.

### 5.1.1 Grundlagen der Frequenzverdopplung

Die durch elektromagnetische Felder erzeugte Polarisation von Festkörpern und Gasen besitzt stets Anteile, die nichtlinear in den Amplituden dieser Felder sind. Diese Nichtlinearitäten führen zu Frequenzmischungsprozessen, von denen die Frequenzverdopplung (*second harmonic generation*, SHG) ein Spezialfall ist, da hier das eingestrahelte elektromagnetische Feld (*Fundamentalfeld*, *Grundwelle*) mit sich selbst gemischt wird. Frequenzverdopplung kann nur in anisotropen Medien, also nicht in Gasen, beobachtet werden. Da die Frequenzverdopplung ein nichtlinearer Effekt ist, wird sie effizient i.a. nur bei hohen Intensitäten zu beobachten sein. Deshalb konnte sie im optischen Frequenzbereich erst 1961, kurz nach der Realisierung des Lasers, zum ersten Mal demonstriert werden [63]. Eine ausführliche Diskussion der wichtigsten Frequenzmischprozesse, die in (uniaxialen) Kristallen auftreten können, findet man z.B. in der grundlegenden Arbeit von *Boyd* und *Kleinman* [64], bei *Mills* [65] oder auch bei *Koehner* [66], der außerdem eine Reihe weiterer Arbeiten zum Thema Frequenzverdopplung angibt.

Neben technischen Fragen der Kristallqualität (Transparenz, Homogenität) spielen zwei weitere Eigenschaften eine entscheidende Rolle bei der Auswahl eines geeigneten Kristalls. Dieser sollte nicht nur eine große Nichtlinearität im Frequenzbereich der Grundwelle besitzen, sondern auch die Phasenanpassung zwischen den Fundamentalwellen und der Oberwelle ermöglichen: Die lokal im Kristall erzeugten harmonischen Felder können nur dann konstruktiv aufsummiert werden, wenn die Brechungsindices der beteiligten Felder bestimmten Bedingungen genügen (*phase matching Bedingung*). Für den hier wichtigen Fall der Typ I Frequenzverdopplung [66]<sup>4</sup> bedeutet dies, daß die Brechungsindices von Fundamental- und Oberwelle praktisch identisch sein müssen:

$$n_1 = n_2 \quad \text{Phasenanpassungsbedingung für Typ I SHG} \quad (5.1)$$

<sup>4</sup>Man unterscheidet Typ I und Typ II Frequenzverdopplung. Beim Typ I besitzen die beiden Fundamentalwellen die gleiche Polarisation, während sie bei Typ II orthogonal polarisiert sind.

Diese Phasen Anpassung kann bei richtiger Wahl der Polarisationsrichtung des Fundamentalfeldes durch geeignete Orientierung der Kristallachsen gegen den Poyntingvektor des Feldes erreicht werden (*kritische Phasen Anpassung*). Einer der Nachteile dieser Art der Phasen Anpassung ist der sog. *walk off*, die räumliche Trennung von Fundamental- und Oberwelle aufgrund der Doppelbrechung im Kristall. Wesentlich einfacher gestaltet sich die Situation, wenn man den Poyntingvektor des Fundamentalfeldes und die Polarisationsrichtung von Fundamental- und Oberwelle parallel zu den optischen Achsen des Kristalls ausrichten (*unkritische Phasen Anpassung*) und dann mit Hilfe einer Variation der Temperatur des Kristalls die Phasen Anpassung realisieren kann. In diesem Fall kommt es zu keinem *walk off*, so daß man eine hocheffiziente Frequenzverdopplung bei gutem Strahlprofil der Oberwelle erreichen kann. Eine systematische Behandlung der Phasen Anpassung für uni- und biaxialen Kristalle findet man z.B. bei *Hobden* [67]. Für die hier vorgestellte Arbeit wurde die Typ I Frequenzverdopplung mit unkritischer Phasen Anpassung benutzt.

Bei einfachem Durchgang der Fundamentalwelle mit der Leistung  $P_1$  durch einen uniaxialen Kristall der Länge  $L_k$  ergibt sich im Falle unkritischer Phasen Anpassung die Leistung  $P_2$  der Oberwelle hinter dem Kristall zu [64]:

$$P_2 = \Gamma_{\text{BK}} \cdot L_k \cdot P_1^2 \cdot h_{\text{BK}} \quad (5.2)$$

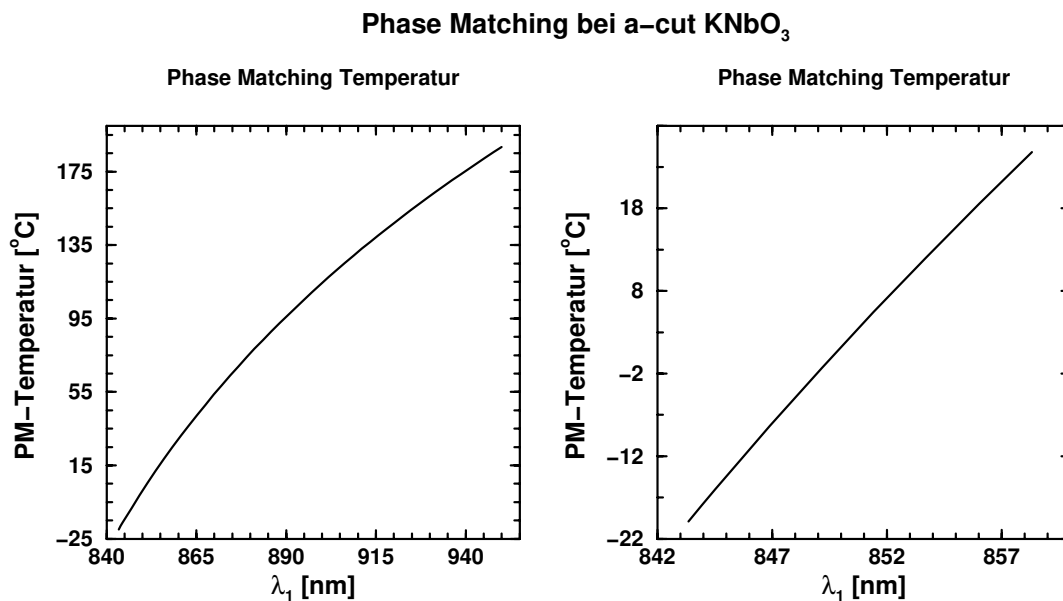
Dabei ist  $\Gamma_{\text{BK}}$  eine Materialkonstante des Kristalls und  $h_{\text{BK}}$  ein zu optimierender geometrischer Faktor, der von der Phasen Anpassung, der Geometrie des Gaußschen Fundamentalstrahls und von der Position des Fokus im Kristall abhängt. Vernachlässigt wird dabei die Dämpfung der Fundamentalwelle durch Konversion, der Einfluß der Absorption von Fundamental- und Oberwelle ist jedoch berücksichtigt. Das Feld der Oberwelle läßt sich durch einen Gaußschen Strahl beschreiben, der den gleichen Fokusort und konfokalen Parameter wie das Fundamentalfeld besitzt [64]. Eine Optimierung des Parameters  $h_{\text{BK}}$  unter o.g. Voraussetzungen ergibt, daß [64]

- Der Fokus des Fundamentalstrahls in der Mitte des Kristalls liegen muß.
- Der konfokale Parameter  $b_1$  der Fundamentalwelle im Kristall und die Kristalllänge in einem festen Verhältnis stehen müssen:

$$\xi_{\text{BK}} = L_k / b_1 = 2,84 \quad b_1 = 2\pi \frac{w_1^2}{\lambda_1} n_1 \quad (5.3)$$

wobei  $w_1$  der Fokusradius der Fundamentalwelle,  $\lambda_1$  ihre Wellenlänge und  $n_1$  der entsprechende Brechungsindex des Kristalls ist.

- Die optimale Phasen Anpassung minimal von der in Gl.5.1 gegebenen Bedingung abweicht. Der aktuelle Wert der Brechungsindices spielt in der Anwendung aber keine Rolle, da man bei der unkritischen Phasen Anpassung die Temperatur des Kristalls solange optimiert, bis die maximale Oberwellenleistung erreicht ist.
- Bei optimaler Wahl der o.g. Parameter die Größe  $h_{\text{BK}}$  ihren Maximalwert mit  $h_{\text{BK}}^m = 1.068$  annimmt.



**Abbildung 5.2:** Phase matching Temperatur für a-Schnitt KNbO<sub>3</sub> in Abhängigkeit von der Fundamentalwellenlänge  $\lambda_1$ . Die linke Graphik zeigt den gesamten mit unkritischer Phasenanpassung zugänglichen Spektralbereich, die rechte Graphik einen Ausschnitt für den Bereich kurzer Wellenlängen.

Neben der Phasenanpassungsbedingung ist Gl.5.3 das wesentliche Ergebnis der Optimierung der SHG-Parameter, weil diese für eine resonante Frequenzverdopplung die Geometrie des Verdopplungsresonators bestimmt.

### 5.1.2 Kaliumniobat als nichtlinearer Kristall für die Frequenzverdopplung

Kaliumniobat (KNbO<sub>3</sub>) ist ein biaxialer Kristall, der sich hervorragend für die Typ I Frequenzverdopplung mit unkritischer Phasenanpassung im Spektralbereich von 840 nm bis 1060 nm (Fundamentalwellenlänge) einsetzen läßt [68]. Im Bereich von 840 nm bis 950 nm kommt der Kristall dabei im sogenannten *a-Schnitt* und zwischen 950 nm und 1060 nm im sogenannten *b-Schnitt* zum Einsatz [69]: Im ersten Fall ist der Kristall so geschnitten, daß die Flächennormalen der Strahlein- und -austrittsfläche parallel zur a-Achse des Kristalls, im zweiten Fall parallel zu seiner b-Achse liegen. Eine Zusammenstellung relevanter elektro- und akusto-optische Konstanten findet man bei Zgonik et al. [70]. Der Arbeit von Zysset, Biaggio und Günter [71] entnimmt man die Daten zur Berechnung der frequenzabhängigen, für die Phasenanpassung notwendigen Kristalltemperatur (*Phasenanpassungstemperatur*). In der Tab.5.1.2 sind die für die Frequenzverdopplung wichtigen Parameter zusammengefaßt.

<sup>5</sup>eigene Messungen ergaben Transmissionsverluste von 1,75% für einen 15 mm langen Kristall. Zieht man 0,5% als Reflektionsverluste ab, bleibt  $\alpha_1 = 0,8\%/cm!$

<sup>6</sup>nach eigenen Messungen bei 423 nm, d.h. dichter an der Absorptionskante von KNbO<sub>3</sub> als bei [69]



Tab.5.1.2: **Materialparameter des Kristalls KNbO<sub>3</sub>**. Die Pos. 1,2,10,11,15,16 gelten für einen a-Schnitt Kristall (s. Text). Die Akzeptanzwerte geben jene Abweichungen der entsprechenden Größen von ihren Optimalwerten an, bei denen die Oberwellenleistung auf die Hälfte ihres Maximalwertes abgefallen ist. Eine ausführlichere Diskussion der Akzeptanzwerte findet man z.B. bei [72, 73]. Zu den Diskrepanzen der Werte für den nichtlinearen Koeffizienten  $\Gamma_{\text{BK}}$  siehe Bemerkungen im Text.

	physikalische Größe	Symbol	Wert	Einheit	Bemerkung
1	Phase matching Temperatur	$T_m$	-11,2	°C	846nm, [71]
2	Temperaturakzeptanz	$\delta T_m$	0,12	°C	[72]
3	Absorption/Fundamentalwelle	$\alpha_1$	$\approx 0,1$	%/cm	[68], 860nm
4			$\leq 1$	%/cm	[74], 1.06 $\mu\text{m}$
5			0,2	%/cm	[69], 1064nm, 830nm
6			$\sim 0,8$	%/cm	<sup>5</sup>
7	Absorption/Oberwelle	$\alpha_2$	$\approx 5$	%/cm	[68], 450nm
8			5	%/cm	[69], 430nm
9			14	%/cm	<sup>6</sup>
10	normierte nichtlineare	$\Gamma_{\text{BK}} \cdot h_{\text{BK}}$	7,9	%(W cm)	[73], 857nm
11	Konversionseffizienz		2,8	%(W cm)	$\sim 850\text{nm}$ [76]
	Brechungsindices	n		-	846nm, $T = T_m$
12	a-Achse		2,24		[71]
13	b-Achse		2,28		[71]
14	c-Achse		2,13		[71]
15	Winkelakzeptanz	$\delta\Theta$	12,6	mrad	[72]
16	Wellenlängenakzeptanz	$\delta\lambda$	0,05	nm	[72]
17	Reflektion der AR-Endflächen	$R_{\text{FUN}}$	$\leq 0,25$	%	lt. Spezifikation [74]
18		$R_{\text{SHG}}$	$\leq 0,5$	%	lt. Spezifikation [74]
	Thermo-optische Koeff.	$\partial n/\partial T$			$T = T_m$
19	a-Achse		$+2,0 \cdot 10^{-5}$	/K	[71]
20	b-Achse		$\Leftrightarrow 3,4 \cdot 10^{-5}$	/K	[71]
21	c-Achse		$+5,4 \cdot 10^{-5}$	/K	[71]
	thermische Ausdehnung	$(\partial_T L_k)/L_k$			$T=25^\circ\text{C}$
22	a-Achse		$5,0 \cdot 10^{-6}$	/°C	[69]
23	b-Achse		$1,4 \cdot 10^{-5}$	/°C	[69]
24	c-Achse		$5,0 \cdot 10^{-7}$	/°C	[69]
25	Phasenübergang @ $T_i$	$T_1$	$\Leftrightarrow 50$	°C	[69]
26		$T_2$	220	°C	[69]
27		$T_3$	430	°C	[69]

Auffällig sind die starken Diskrepanzen zwischen den von verschiedenen Autoren angegebenen Werten für die normierte nichtlineare Konversionseffizienz<sup>7</sup> ( $\Gamma_{\text{BK}} \cdot h_{\text{BK}}$ ). Neuere Messungen [75]

<sup>7</sup>In der Literatur sind z.T. die sog. nichtlinearen optischen Koeffizienten  $d_{32}$  angegeben. Der hier benutzte nichtlineare Parameter  $\Gamma_{\text{BK}}$  berechnet sich daraus durch [72, 64] :  $\Gamma_{\text{BK}} = 2w_1^3 d_{32}^2 / (\pi \epsilon_0 n_1 n_2 c_0^4)$ . Dabei sind  $n_1$  und  $n_2$  die

dieser Koeffizienten legen nahe, daß dieser Parameter bisher zu groß angegeben wurde. Nach [76] sind Werte von  $2,8\%/(W \cdot cm)$  realistisch. Dies deckt sich mit den bisher experimentell bei Frequenzverdopplung maximal erreichten Werten ( $2,7\%/(W \cdot cm)$ , [77];  $1,8\%/(W \cdot cm)$ , [78];  $2,5\%/(W \cdot cm)$ , [28]).

Die Abb.5.2 zeigt die Phasen Anpassungstemperatur für  $KNbO_3$  im gesamten mit unkritischer Phasen Anpassung im a-Schnitt zugänglichen Bereich und einen Ausschnitt am kurzwelligen Rand.

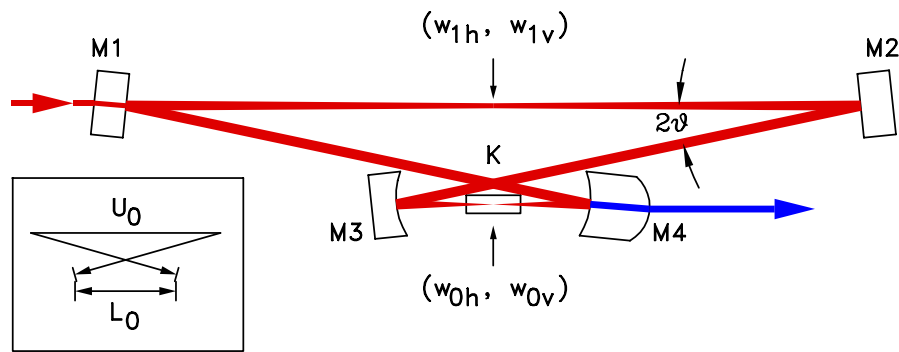
### 5.1.3 Resonatordesign

Nach Tab.5.1.2 sind im einfachen Durchgang durch den Kristall (*single pass*) bei IR-Leistungen von 100 mW und Kristalllängen von 10 mm Oberwellenleistungen von nur  $250 \mu W$  zu erwarten. Möchte man ausschließlich Halbleiterlasersysteme als Strahlquelle für das Fundamentalfeld einsetzen, bieten einzig optische Halbleiter-Verstärker [79, 80] oder komplett monolithisch integrierte Systeme, bestehend aus Masterlaser und Verstärker (MOPA, *master-oscillator-power amplifier*, [80, 81]) die Möglichkeit, deutlich höhere Oberwellenleistungen zu erreichen. Eine Alternative zu diesen Hochleistungssystemen bietet die Überhöhung der Fundamentalleistung in einem Resonator. Bei diskret aufgebauter Laserquelle kann man den Kristall in den Laserresonator mit einbeziehen. Dies macht aber nur dann Sinn, wenn es sich bei diesem Laser nicht um einen Diodenlaser handelt, da solche Laser nur mit schwacher externer optischer Rückkopplung arbeiten, weswegen keine signifikante Überhöhung der Grundwellenleistung auftritt. Im allgemeinen ist daher der Einsatz eines externen (passiven) Resonators angebracht.

Externe Resonatoren können so ausgelegt werden, daß sie nur für die Fundamentalwelle (*singly resonant*) oder für die Grund- und Oberwelle resonant sind (*doubly resonant*). Doppelt resonante Resonatoren sind in der Praxis wesentlich schwieriger zu handhaben, insbesondere dann, wenn das Lasersystem durchstimmbar sein soll. Außerdem erreicht man mit ihnen eine deutlich höhere Konversionseffizienz als bei einfach resonanten Systemen nur bei sehr geringen (10 mW) Fundamentalleistungen [82]. Kürz *et al.* haben den Betrieb von solchen doppelt resonanten monolithischen Systemen demonstriert, bei denen die Felder durch Totalreflektion in dem verdoppelnden  $MgO : LiNbO_3$  Kristall eingeschlossen werden (MOTIRR, *monolithic total-internal-reflection resonator*). Da solche Resonatoren als Ringresonatoren ausgelegt sind, kann dieses doppelt resonante Konzept nur mit uniaxialen Kristallen verwirklicht werden und scheidet somit für  $KNbO_3$  aus. Bei einem anderen, ebenfalls doppelt resonanten monolithischen Konzept formen die verspiegelten und gekrümmten Endflächen des Kristalls die Spiegel des Resonators, der deshalb ein linearer Resonator sein kann [83]. Desweiteren berichtet Kozlovsky [84] über Experimente mit einem einfach resonanten monolithischen Verdoppler, der als Ringresonator konzipiert ist. Sieht man von Problemen mit einem doppelt resonanten Design ab, haben alle diese Systeme einen wesentlichen Vorteil gegenüber diskret aufgebauten Verdopplern, nämlich ihre hohe mechanische Stabilität wegen ihrer Kompaktheit und ihres monolithischen Konzepts. Da außer dem verdoppelnden Kristall keine weiteren optischen Komponenten benötigt werden, kann man in diesen Resonatoren im Prinzip auch eine größere Überhöhung erreichen. Als großer Nachteil steht allen monolithischen Konzepten mit gekrümmten Endflächen gegenüber, daß Defekte des Kristalls auf der optischen

---

Brechungsindices von Fundamental- und Oberwelle und  $w_1$  ist der Fokusradius der Fundamentalwelle.



**Abbildung 5.3:** Geometrie des Ringresonators für die Frequenzverdopplung. Der infrarote Fundamentalstrahl wird durch den planen Spiegel  $M1$  eingekoppelt, über den planen Spiegel  $M2$  und den gekrümmten Spiegel  $M3$  in den Kristall  $K$  fokussiert. Die Oberwelle wird durch den gekrümmten Spiegel  $M4$  ausgekoppelt, das Fundamentalfeld durch  $M4$  wieder auf den Einkoppelspiegel abgebildet. Die Krümmungsradien  $R$  von  $M3$  und  $M4$  ("Fokusspiegel") sind identisch.  $U_0$  und  $L_0$  sind die Abstände zwischen den Fokusspiegeln, wenn sie über die planen Spiegel bzw. direkt gemessen werden ("großer" und "kleiner Umfang"). Der Winkel zwischen den Spiegelachsen und den Strahlen ist mit  $\vartheta$  bezeichnet.

Achse des Resonators, seien es Defekte im Inneren oder aber Beschädigungen der Spiegelschichten, den Ausfall des Systems bedeuten. Die Kompaktheit der monolithischen Verdoppler besitzt auch einen Nachteil: Es ist unmöglich, Systemparameter nachträglich zu variieren. Dies kann aber durchaus erforderlich sein, da man z.B. bei Variation der Fundamentalleistung die Impedanzanpassung, d.h. die IR-Transmission des Einkoppelspiegels, neu optimieren muß. Daher erscheinen diskret aufgebaute Systeme insgesamt flexibler und auch zuverlässiger. Ihren Nachteil, die geringere Stabilität, kann man mit Hilfe passiver und aktiver Methoden zufriedenstellend ausgleichen. Aus diesem Grund ist im Rahmen dieser Arbeit ein diskret aufgebautes System entwickelt worden.

Wie eingangs erwähnt, kann man die Resonatoren linear oder auch als Ringresonator realisieren. Letztere besitzen zwei Vorteile gegenüber den linearen Systemen: es wird keine Leistung direkt in Richtung der Fundamentalstrahlungsquelle reflektiert (keine Störungen durch optische Rückkopplung), und die komplette Oberwellenleistung wird in eine Richtung emittiert. Daher soll im folgenden ein optimales Design eines diskret aufgebauten externen Ringresonators für die Frequenzverdopplung skizziert werden.

Die Abb.5.3 zeigt den Aufbau des hier verwendeten Ringresonators. Das Fundamentalfeld wird durch den Spiegel  $M1$  ("Einkoppler") eingekoppelt. Über den planen Spiegel  $M2$  und den gekrümmten Spiegel  $M3$  wird der Strahl in den Kristall fokussiert. Das frequenzverdoppelte Feld wird durch den für die Oberwelle hoch-transmittierenden Spiegel  $M4$  ("Auskoppler") ausgekoppelt, die Grundwelle wird durch  $M4$  wieder auf den Einkoppelspiegel abgebildet. Die Transmission der Spiegel sei  $T_i$ . Die Spiegel  $M3$  und  $M4$  besitzen den gleichen Krümmungsradius  $R$ . Alle Spiegelachsen sind um den Winkel  $\vartheta$  gegen die Strahlen verkippt. Aus Symmetriegründen liegt in der Mitte von "großem" und "kleinem Umfang" jeweils ein Fokus des Fundamentalfeldes mit Fokusradien  $w_{\{0,1\},h}$  und  $w_{\{0,1\},v}$  für die horizontale und vertikale Ebene. Alle Strahlen liegen der horizontalen Ebene. Die Mitte des Kristalls steht im Fokus  $w_{0,\{h,v\}}$  des "kleinen Umfangs".

Ein Laserfeld in Gaußscher transversaler Grundmode kann durch einen vom Ort  $z$  auf der Propa-

gationsachse abhängenden *komplexen Strahlparameter*  $q(z)$  mit :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} \Leftrightarrow i \frac{\lambda}{\pi w(z)^2} \quad (5.4)$$

beschrieben werden [85], wobei  $\lambda$  die Wellenlänge des Feldes,  $R(z)$  den lokalen Krümmungsradius seiner Wellenfronten und  $w(z)$  seinen lokalen Strahlradius (radialer Abfall der Intensität auf  $1/e^2$  des Wertes auf Strahlachse) beschreibt. Krümmungsradius und Strahlradius hängen ihrerseits vom Ort auf der Strahlachse ab [85] wie :

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad w^2(z) = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (5.5)$$

Dabei gibt  $w_0$  den Fokusradius an und der Fokus liegt bei  $z = 0$ . Der *konfokale Parameter*

$$b = 2\pi \frac{w_0^2}{\lambda} \quad (5.6)$$

ist ein Maß für die räumliche Ausdehnung des Fokusbereichs: In einem Abstand von  $b/2$  vom Fokusort ist der Strahlradius um den Faktor  $\sqrt{2}$  größer als der Fokusradius.

Die Beschreibung der transversalen Grundmode des Resonators kann man nun als Modenanpassungsproblem betrachten: Der Gaußsche Strahl im “kleinen Umfang”, beschrieben durch den konfokalen Parameter  $b_0$ , muß durch eine Linse mit der Brennweite  $f$  (Spiegel  $M_4$ ) im Abstand  $L_0/2$  vom Fokusort so abgebildet werden, daß im “großen Umfang” im Abstand  $U_0/2$  hinter der Linse der bildseitige Fokus mit konfokalem Parameter  $b_1$  liegt. Nach [85] legt dies  $b_0$  fest:

$$b_0 = 2 \cdot \sqrt{f^2 \left( \frac{1 \Leftrightarrow g_L}{1 \Leftrightarrow g_U} \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow g_L)^2 \right)} \quad \text{mit} \quad g_L = \frac{L_0}{2f} \quad , \quad g_U = \frac{U_0}{2f} \quad (5.7)$$

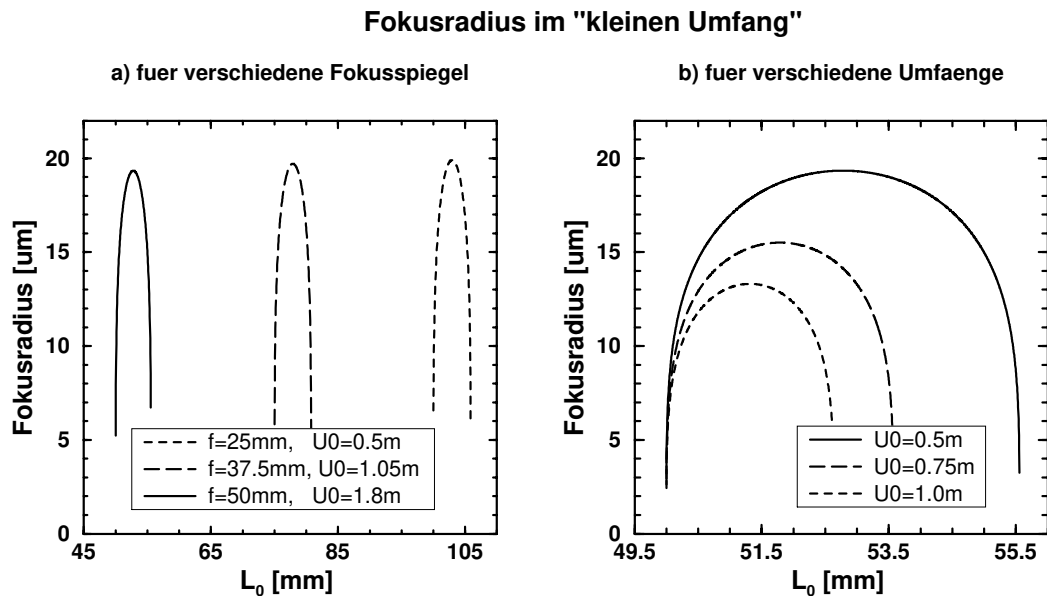
Dann ist aber auch der konfokale Parameter des Strahls im “großen Umfang” bekannt [85]:

$$b_1 = b_0 \left( (1 \Leftrightarrow g_L)^2 + \frac{b_0^2}{4f^2} \right)^{-1} \quad (5.8)$$

Bei gegebener Resonatorgeometrie ( $f, U_0, L_0$ ) folgt dann aus Gl.5.7 direkt der Fokusradius im “kleinen Umfang”, während Einsetzen von Gl.5.7 in Gl.5.8 den Fokusradius im “großen Umfang” liefert:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda |f|}{\pi} \sqrt{\frac{1 \Leftrightarrow g_L}{1 \Leftrightarrow g_U} \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow g_L)^2}} \quad (5.9)$$

$$w_1 = \sqrt{\frac{\lambda |f|}{\pi} \sqrt{\frac{1 \Leftrightarrow g_U}{1 \Leftrightarrow g_L} \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow g_U)^2}}$$



**Abbildung 5.4:** Vergleich verschiedener Resonatorgeometrien. Graphik a) zeigt die Fokusradien  $w_0$  im "kleinen Umfang" für verschiedene Brennweiten der Fokusspiegel. Der "große Umfang"  $U_0$  wurde dabei jeweils so gewählt, daß die maximalen Fokusradien vergleichbar sind. Graphik b) zeigt dieselben Fokusradien bei jetzt fest gewählten Fokusspiegeln (Brennweite  $f=25$  mm) für verschiedene "große Umfänge"  $U_0$ . In beiden Graphiken sind die Fokusradien gegen den "kleinen Abstand"  $L_0$  der Fokusspiegel aufgetragen. Die Elliptizität des Resonators ist vernachlässigt.

Da der Resonator keine lineare Geometrie besitzt und die gekrümmten Spiegel  $M3$  und  $M4$  unter dem Winkel  $\vartheta$  (Abb.5.3) horizontal verkippt eingesetzt werden, ist der Resonator leicht elliptisch: nach [86] besitzen die gekrümmten Spiegel in der horizontalen und vertikalen Ebene leicht unterschiedliche Brennweiten (vgl. auch Gl.5.25):

$$f_{\text{horizontal}} = \frac{R}{2} \cdot \cos \vartheta \qquad f_{\text{vertikal}} = \frac{R}{2} / \cos \vartheta \quad . \quad (5.10)$$

Daher werden die Fokusradien in der horizontalen und vertikalen Ebene leicht verschieden sein, der Resonator wird aber keinen Astigmatismus aufweisen, da das Symmetrieargument (s.o.) auch weiterhin gilt. Im allgemeinen wird man daher den Winkel  $\vartheta$ , der das Ausmaß der Elliptizität bestimmt, so klein wie möglich halten.

Im folgenden soll die Gl.5.9 unter Vernachlässigung der Elliptizität diskutiert werden. Die Abb.5.4 zeigt die Fokusradien  $w_0$  im "kleinen Umfang" für verschiedene Resonatorgeometrien, stets aufgetragen gegen den Abstand  $L_0$  der Fokusspiegel im "kleinen Umfang". Nur der Bereich um das Maximum von  $w_0$  ist für Anwendungen von Interesse, da außerhalb dieses Bereichs die Fokusradien extrem stark mit dem Abstand  $L_0$  variieren und man schnell an die Stabilitätsgrenze des Resonators gelangt. Da der im Hinblick auf die Frequenzverdopplung optimale Fokusradius durch die Kristalllänge festgelegt wird (Gl.5.3), müssen alle interessanten Resonatordesigns annähernd diesen Fokusradius als maximalen Fokusradius besitzen. Daher wurden in Teilbild a) die Verhältnisse für verschiedene Fokusspiegel mit Brennweiten  $f=25$  mm,  $f=37,5$  mm und  $f=50$  mm so dargestellt, daß durch jeweils geeignete Wahl von  $U_0$  die maximalen Fokusradien der drei Kurven vergleichbar sind. Man erkennt, daß langbrennweitige Fokusspiegel nur in Resonatoren mit

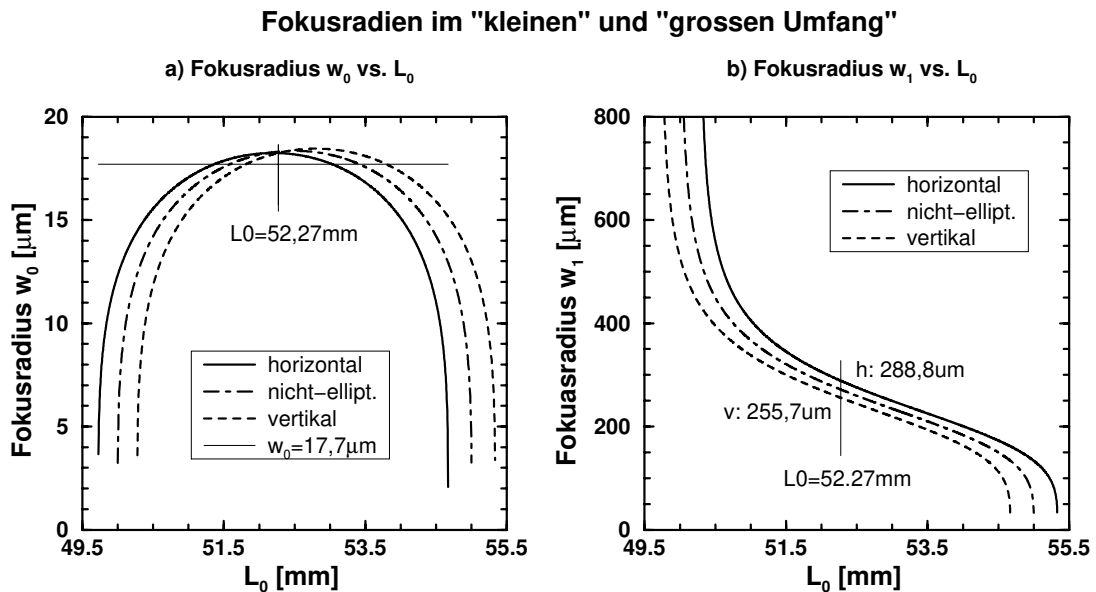
großem Umfang  $U_0$  eingesetzt werden können. Da aber kompakte Designs wegen ihrer besseren passiven Stabilität vorzuziehen sind, erscheinen Fokusspiegel mit Brennweiten von  $f=25$  mm (oder weniger) als geeignet. Die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Verdoppler sind stets mit solchen Fokusspiegeln ausgestattet. Graphik b) der Abb.5.4 zeigt für nun fest gewählte Fokusspiegel ( $f=25$  mm) die Abhängigkeit des Fokusradius  $w_0$  vom Abstand zwischen den Fokusspiegeln  $L_0$  für verschiedene “große Umfänge”  $U_0$ . Man erkennt, daß mit der Auswahl von  $U_0$  der maximale Fokusradius  $w_0$  eingestellt werden kann: Ein wachsender “großer Umfang” reduziert den maximalen Fokusradius im “kleinen Umfang”. Stellt man  $U_0$  so ein, daß der maximale Fokusradius nur unwesentlich größer ist als der unter SHG-Gesichtspunkten optimale, dann wird der aktuelle Wert von  $w_0$  sehr unempfindlich gegen Fehljustagen von  $L_0$  im experimentellen Aufbau. Es wird im folgenden noch deutlich werden, daß auch unter anderen Gesichtspunkten (Astigmatismus, Modematching) dieser Arbeitsbereich optimal ist.

Die Länge der in dieser Arbeit eingesetzten Kristalle beträgt 9 mm bzw. 15 mm. Nach Gl.5.3 sind die optimalen Fokusradien daher  $w_0 = 13,6 \mu\text{m}$  bzw.  $w_0 = 17,7 \mu\text{m}$ . Dies sind die Werte der Fokusradien *im* Kristall. Die konfokalen Parameter ein und desselben Gaußschen Strahls, einmal innerhalb und einmal außerhalb des Kristalls gemessen, unterscheidet sich um den Faktor des Brechungsindex:  $b_{\text{internal}} = n_1 b_{\text{external}}$ . Die Fokusradien sind daher identisch [64]. Deswegen kann man die Diagramme von Abb.5.4 direkt übernehmen, wenn man den Kristall in den Verdoppler einsetzt. Der Abstand  $L_0$  der Fokusspiegel muß dann aber als optisch wirksamer oder *effektiver Abstand* interpretiert werden und gibt nicht mehr den geometrischen Abstand der Fokusspiegel an. Für den effektiven Abstand  $L_0$  gilt dann also:

$$L_0 = L_{\text{geo}} \Leftrightarrow \left( 1 \Leftrightarrow \frac{1}{n_1} \right) L_k \quad (5.11)$$

wobei  $L_{\text{geo}}$  den geometrische Abstand der Fokusspiegel beschreibt. Im Falle der 9 mm und 15 mm langen  $\text{KNbO}_3$ -Kristalle wird man den Abstand der Fokusspiegel also stets um 5,05 mm b.z.w 8,42 mm größer wählen müssen, als es die Rechnungen für einen leeren Resonator ergeben. Da dieser Korrekturfaktor unabhängig von der Resonatorgeometrie ist, soll im folgenden auch weiterhin der effektive Abstand  $L_0$  in der Diskussion benutzt werden.

Nach dieser allgemeinen Beschreibung soll nun für das konkrete Beispiel einer resonanten Frequenzverdopplung mit einem 15 mm langen  $\text{KNbO}_3$  -Kristall die optimale Resonatorgeometrie ermittelt werden. Abb.5.5 zeigt die Fokusradien  $w_0$  und  $w_1$  im “kleinen” und “großen Umfang” (Abb. a) bzw. b)) für einen Resonator, dessen “großer Umfang”  $U_0=0,55$  m beträgt. Die Brennweite der Fokusspiegel ist  $f=25$  mm, und die Spiegelachsen sind um  $\vartheta = 6^\circ$  horizontal gegen die Strahlen verkippt (Abb.5.3). Daher unterscheiden sich die Fokusradien in horizontaler und vertikaler Ebene. Man erkennt, daß im Bereich des Maximums von  $w_0$  die Elliptizität des Fokus verschwindet, während bereits für  $L_0 \leq 50,3$  mm der Resonator wegen der großen Elliptizität nicht mehr stabil ist. Dieser elliptische Resonator besitzt dennoch eine Konfiguration, in der der Strahl im “kleinen Umfang” rund ist, so wie es für eine optimierte Frequenzverdopplung gefordert werden muß. In dieser Konfiguration stimmt der Fokusradius ( $w_0=18,2 \mu\text{m}$ ) in guter Näherung mit dem optimalen Fokusradius  $w_0=17,7 \mu\text{m}$  überein. Graphik b) zeigt, daß in diesem Bereich auch die Elliptizität des Strahls im “großen Umfang am kleinsten ist, was die Modenanpassung



**Abbildung 5.5:** Fokusradien  $w_0$  und  $w_1$  in “kleinem” und “großem Umfang” für optimierte Resonatorgeometrie ( $f=25$  mm,  $U_0=0,55$  m) in Abhängigkeit vom Abstand  $L_0$  der Fokusspiegel im “kleinen Umfang”. Die Elliptizität des Resonators ( $\vartheta = 6^\circ$ , vgl. Abb.5.3) liefert für die horizontale und vertikale Ebene unterschiedliche Fokusradien. Graphik a) zeigt den für die Frequenzverdopplung relevanten Fokusradius. Für eine Kristalllänge von  $L_k=15$  mm beträgt das Optimum  $w_0=17,7$   $\mu\text{m}$ . Es liegt in der Nähe eines runden Fokus ( $@L_0=52,27$  mm). Dort sind die für die Modenanpassung (Kap.5.2.2) relevanten Fokusradien  $w_{1,\text{horizontal}}=288,8$   $\mu\text{m}$  bzw.  $w_{1,\text{vertikal}}=255,8$   $\mu\text{m}$  (Abb. b))

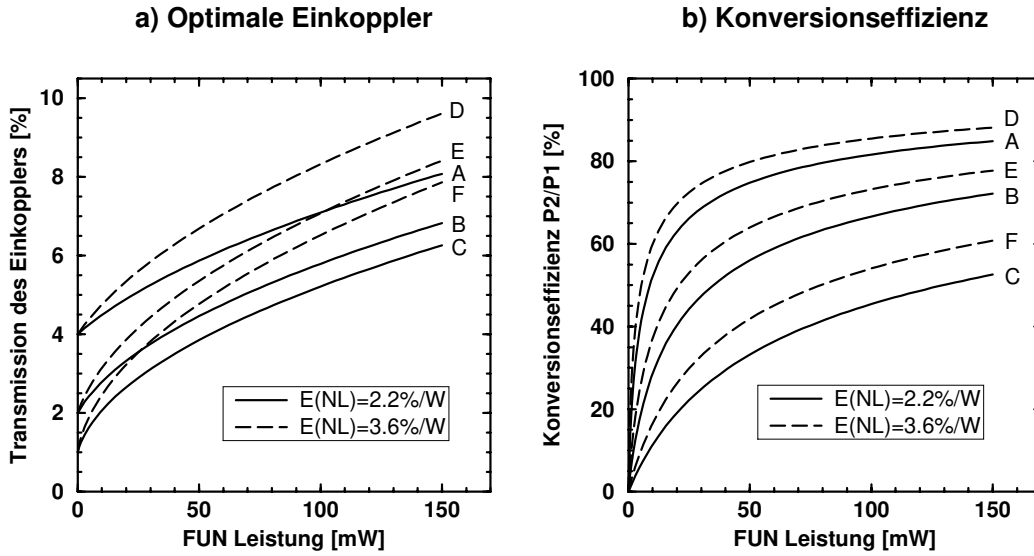
des in den Resonator eingekoppelten Fundamentalfeldes erleichtert. Die Fokusradien betragen hier  $w_{1,\text{horizontal}}=288,8$   $\mu\text{m}$  bzw.  $w_{1,\text{vertikal}}=255,8$   $\mu\text{m}$ . Da sich weiterhin in diesem optimalen Bereich um  $L_0=52,27$  mm bei einer Variation von  $L_0$  im wesentlichen nur die Fokusradien  $w_1$ , nicht aber die Fokusradien  $w_0$  verändern, kann man mit einer Justage des Abstands  $L_0$  der Fokusspiegel im “kleinen Umfang” die Modenanpassung optimieren. Damit ist die optimale Resonatorgeometrie ermittelt. Einer der beiden im Experiment benutzten Frequenzverdoppler arbeitet mit einem 15 mm langen Kristall. Seine Geometrie wurde so gewählt wie hier beschrieben. Die experimentelle Charakterisierung dieses Systems erfolgt in Kap. 5.3.

#### 5.1.4 Optimierung des Systems

Im letzten Kapitel wurde die “geometrische” Optimierung der Frequenzverdopplung diskutiert. Daneben gibt es noch zwei weitere Parameter, deren Wahl über die Effizienz einer resonanten Frequenzverdopplung entscheidet: es sind dies die Transmission des Einkoppelspiegels (*Impedanzanpassung*) und die Bestimmung der optimalen Kristalllänge.

##### Impedanzanpassung

Die vollständige Einkopplung des Fundamentalfeldes in den Resonator (optimale Modenanpassung vorausgesetzt) läßt sich dann erreichen, wenn die Transmission  $T_1$  des Einkoppelspiegels genau



**Abbildung 5.6:** Optimale Transmission des Auskopplers und erreichbare Konversionseffizienz. Abb. a) gibt die optimale Transmission des Einkopplers in Abhängigkeit von der Fundamentalleistung (vor dem Resonator) an. Dargestellt sind die Verhältnisse für einen Kristall mit  $E_{NL}=2,2\%/W$  (entspricht etwa  $L_k=9$  mm, A, B, C) und für einen Kristall mit  $E_{NL}=3,6\%/W$  (entspricht etwa  $L_k=15$  mm, D, E, F). Zusätzlich sind die linearen Verluste  $\mathcal{L}$  des Resonators variiert: A, D:  $\mathcal{L} = 1\%$ ; B, E:  $\mathcal{L} = 2\%$ ; C, F:  $\mathcal{L} = 4\%$ . Graphik b) zeigt die erreichbare Konversionseffizienz in Abhängigkeit von der Fundamentalleistung vor dem Resonator für die gleichen Kristalle und linearen Verluste wie Graphik a). Die Absorption der Oberwellenleistung durch den Kristall ist vernachlässigt, perfekte Modenanpassung ist vorausgesetzt. Für jeden Wert der Fundamentalleistung wurde der Einkoppler nach Gl.5.12 neu optimiert.

so groß ist wie die Verluste, die das Feld bei einem Umlauf durch den Resonator erfährt (*round-trip-Verluste*). In diesem Fall spricht man von *Impedanzanpassung*. Nach Polzik und Kimble [77] ist dies dann der Fall, wenn die Transmission des Einkoppelspiegels den Wert

$$T_1^{opt} = \frac{\mathcal{L}}{2} + \sqrt{\frac{\mathcal{L}^2}{4} + E_{NL}P_1} \quad E_{NL} = \Gamma_{BK} \cdot L_k \cdot h_{BK} = \frac{P_2}{(P_1)^2} \quad (5.12)$$

annimmt. Dabei beschreibt  $\mathcal{L}$  die linearen Verluste der Fundamentalwelle im Resonator, d.h. die Reflektionsverluste aller vier Spiegel - exklusive der Transmissionsverluste des Einkoppelspiegels - und der Transmissionsverluste beim Durchgang durch den Kristall.  $P_1$  ist die vor dem Resonator gemessene Grundwellenleistung und  $E_{NL}$  ist die *nichtlineare Konversionseffizienz*.  $E_{NL}P_1$  gibt also die Konversionsverluste an, die das Fundamentalfeld, gemessen vor dem Resonator (nicht das interne, resonante Feld), beim Durchgang durch den Kristall erfahren würde. Der von Polzik und Kimble angegebene Ausdruck bleibt nur solange richtig, wie außer den Konversionsverlusten keine weiteren nichtlinearen Verluste auftreten. Nun zeigt  $\text{KNbO}_3$  aber eine zusätzliche, blau induzierte Infrarotabsorption (*blue enhanced infrared absorption*, BLIRA [68, 77]), die auch bei Fundamentalleistungen von weniger als 100 mW vor dem Resonator zusätzliche, die Konversionseffizienz begrenzende Verluste einführen kann (vgl. Kap.5.3). Da diese Verluste proportional zu  $P_2$  und damit proportional zum Quadrat der resonatorinternen Leistung  $P_{intern}^2$  sind, kann man den optimalen Einkoppler zumindest für größere Fundamentalleistungen nicht durch eine einfache Modifikation von Gl.5.12 beschreiben.



Für geringere Leistungen ( $P < 100$  mW) bleibt Gl.5.12 gültig. Die Berücksichtigung des BLIRA-Effektes vergrößert den optimalen Transmissionsgrad des Einkopplers. Da es aber ohnehin generell günstiger ist, die Transmission etwas zu groß als etwas zu klein zu wählen, sollte es ausreichen, dem Einkoppler eine um rd. 1,0% bis 1,5% größere Transmission zu geben, als Gl.5.12 angibt<sup>8</sup>.

In der Abb.5.6 a) wird Gl.5.12 für zwei verschiedene Kristalle mit  $E_{NL}=2,2$  %/W bzw. 3,6 %/W und verschiedene lineare IR-Verluste des Resonators diskutiert: für beide Kristalle wurde jeweils einmal  $\mathcal{L} = 1\%$ ,  $2\%$  und  $4\%$  angenommen. Die durch  $\mathcal{L}$  berücksichtigten Transmissionsverluste des Kristalls ergeben sich aus den Transmissionsverlusten an den Endflächen (typisch 0,25% pro Fläche für *neue* Kristalle) und aus den Verlusten durch Absorption ( $\approx 0,3$  %/cm [68], 0,8 %/cm, Kap.5.3). Hier sind also Gesamtverluste von 1% bis 2% realistisch. Zu den Kristallverlusten addieren sich die Reflektionsverluste an den Spiegeln, die sicher insgesamt 0,2% nicht unterschreiten (Spezifikation der in dieser Arbeit benutzten Spiegel:  $R \geq 99,95\%$ ), sondern eher mit 0,5 ... 1% angesetzt werden müssen. Abb. b) zeigt die erreichbaren Konversionseffizienzen für die gleichen Kristalle und linearen Verluste wie bei a). Sie folgen aus Gl.5.37, wobei BLIRA-Effekte vernachlässigt worden sind. Ferner wird angenommen, daß die Modenanpassung perfekt ist<sup>9</sup>. Der Einkoppler ist nach Bild a) für jeden Wert der Fundamentalleistung neu optimiert. Man erkennt, daß Konversionseffizienzen von 50% und mehr mit IR-Leistungen von 50mW erreichbar sein sollten, solange die linearen Verluste des Resonators klein genug sind. Die Bedeutung, die der BLIRA-Effekt in diesem Zusammenhang besitzt, wird in Kap.5.3 mit Hilfe der experimentell abgeschätzten Werte für den BLIRA-Effekt quantitativ diskutiert.

### Optimale Kristalllänge

Nach Abb.5.6 gestatten längere Kristalle höhere Konversionseffizienzen insbesondere dann, wenn die linearen Verluste des Resonators groß sind. Für eine Optimierung der Kristalllänge muß man zuerst zwei Arbeitsbereiche unterscheiden. Da im Falle der Impedanzanpassung die Transmission des Einkoppelspiegels nach Gl. 5.12 gerade die Gesamtverluste des Verdopplers beschreibt, kann man den "verlustdominierten Bereich"  $(\mathcal{L}/2)^2 \gg E_{NL} P_1$  und den "konversionsdominierten Bereich"  $(\mathcal{L}/2)^2 \ll E_{NL} P_1$  unterscheiden.

**Lineare Verluste dominieren.** Zuerst soll der Fall

$$\delta := \frac{\sqrt{E_{NL} P_1}}{\mathcal{L}/2} \ll 1 \quad (5.13)$$

betrachtet werden. Dann wird nämlich nach Gl.5.12

$$T_1^{\text{opt}} \approx \mathcal{L} \left( 1 + \left( \frac{\delta}{2} \right)^2 \right).$$

<sup>8</sup>Lohdahl et al. [78] geben bei Fundamentalleistungen von rd. 90 mW und Oberwellenleistungen von rd. 50 mW zusätzliche Verluste von rd. 1,4% an.

<sup>9</sup>"FUN Leistung" gibt also die IR Leistung nach Abzug der Modenfehlanspassung an.

Da  $(T_1^{\text{opt}})^{(-1)}$  die Überhöhung des Fundamentalfeldes im Resonator beschreibt, kann man die Konversionseffizienz auch wie folgt schreiben:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{E_{\text{NL}} P_1}{(T_1^{\text{opt}})^2} \approx \frac{E_{\text{NL}} P_1}{\mathcal{L}^2 \left(1 + \frac{\delta^2}{2}\right)} \approx \frac{1}{4} \delta^2 \ll 1 \quad (5.14)$$

Im verlustdominierten Grenzfall wird man also niemals eine hocheffiziente Frequenzverdopplung erreichen. Insbesondere für Lasersysteme mit sehr geringer Fundamentalleistung spielt dieser Bereich eine Rolle. Ausgehend von einem sehr kurzen Kristall, bei dem die Absorptionsverluste des Fundamentalfeldes klein gegen die Restverluste des Resonators ( $\mathcal{L}_0$ ) sind, wird man  $\delta$  durch eine Verlängerung des Kristalls optimieren können, da  $E_{\text{NL}}$  linear mit  $L_k$  wächst. Die nichtlineare Konversionseffizienz  $E_{\text{NL}}$  wird dann also größer, ohne daß die linearen Gesamtverluste  $\mathcal{L}$  signifikant zunehmen. Wenn schließlich die Absorptionsverluste des Fundamentalfeldes im Kristall so groß geworden sind, wie die restlichen linearen Verluste des Verdopplers, reduziert eine weitere Verlängerung des Kristalls die resonatorinterne Überhöhung und damit die Konversionseffizienz. Die optimale Kristalllänge ist also dann erreicht, wenn

$$L_k^{\text{opt}} \approx \frac{\mathcal{L}_0}{\alpha_1}, \quad (5.15)$$

wobei  $\alpha_1$  den Absorptionskoeffizienten für die Grundwelle beschreibt. Man kann, ausgehend von Gl.5.14, auch formal zeigen, daß die optimale Kristalllänge für realistische Resonatoren ( $\mathcal{L}_0 \leq 10\%$ ) in der Tat gut durch Gl.5.15 beschrieben wird. Setzt man also Gl.5.15 in Gl.5.14 ein, dann erhält man als maximal mögliche Konversionseffizienz mit

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\text{opt}} = \frac{1}{4} \frac{(\Gamma_{\text{BK}} \cdot h_{\text{BK}}) P_1}{\alpha_1 \mathcal{L}_0} \ll 1 \quad (\text{verlustdominiertes Regime}) \quad (5.16)$$

einen nur von Materialparametern, der Fundamentalleistung und den linearen Verlusten des “leeren” Resonators abhängenden Ausdruck. Die nichtlineare Konversionseffizienz  $E_{\text{NL}}$  wurde nach Gl.5.12 ersetzt. Für  $\text{KNbO}_3$  ist nach Tab.5.1.2  $\Gamma_{\text{BK}} \cdot h_{\text{BK}} \approx 2/(\text{W} \cdot \text{m})$  und  $\alpha_1 \approx 0.3 \text{ m}^{-1}$ , so daß ein auf einem  $\text{KNbO}_3$ -Kristall beruhendes Verdopplungssystem mit  $\mathcal{L}_0 = 1.5\%$  Fundamentalleistungen von  $P_1 \gg 2 \text{ mW}$  besitzen muß, damit es nicht verlustdominiert arbeitet und nicht nur geringe Konversionseffizienzen erreicht. Dieser Wert ist aber eher etwas zu gering, da die für dieses Beispiel optimale Kristalllänge mit 50 mm rund 3-4 mal größer ist als technisch möglich. Daher erscheinen Mindestleistungen von  $P_1=10 \text{ mW}$  realistischer. Diese Abschätzung macht deutlich, daß es schwierig ist, mit Lasersystemen geringer Leistung (z.B. Diodenlaser mit externer Rückkopplung von einem optischen Gitter,  $P_{\text{max}} \approx 20 \text{ mW}$ ) eine hocheffiziente Frequenzverdopplung zu realisieren, die auf  $\text{KNbO}_3$  beruht. Dafür sollten aber z.B. Injection Locking Systeme mit Fundamentalleistungen von 50 mW bis 100 mW einen Betrieb im konversionsdominierten Bereich ermöglichen.

**Konversionsverluste dominieren.** Für hinreichend große Fundamentalleistungen ist die Frequenzverdopplung konversionslimitiert, d.h. es ist:

$$\delta := \frac{\mathcal{L}/2}{\sqrt{E_{\text{NL}} P_1}} \ll 1 \quad (5.17)$$

Wieder bestimmt der impedanzangepaßte Einkoppler

$$T_1^{\text{opt}} \approx \sqrt{E_{\text{NL}} P_1} (1 + \delta) \quad (5.18)$$

die maximale resonatorinterne Überhöhung und damit die Konversionseffizienz. Sie ist jetzt, anders als im verlustdominierten Regime, in führender Ordnung unabhängig von der Fundamentalleistung:

$$\frac{P_2}{P_1} \approx \frac{1}{1 + 2\delta} = O(1). \quad (5.19)$$

Eine Optimierung der Kristalllänge bedeutet hier eine Minimierung von  $\delta$ . Es ergibt sich die selbe optimale Kristalllänge wie im verlustdominierten Regime (Gl.5.15). Setzt man  $L_k^{\text{opt}}$  in Gl.5.19 ein, folgt:

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\text{opt}} = \frac{1}{1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{(\Gamma_{\text{BK}} h_{\text{BK}}) P_1}{\alpha_1 L_0}}} \quad (\text{konversionsdominiertes Regime}) \quad (5.20)$$

Man wird also stets einen großen Bruchteil der Leistung konvertieren. Das Beispiel des letzten Abschnittes liefert natürlich auch hier optimale Kristalllängen, die größer sind, als technisch machbar. Ein kleinerer als der optimale Wert für die Kristalllänge hat aber im konversionsdominierten Regime einen wesentlich geringeren Einfluß auf die Konversionseffizienz als im verlustdominierten, da die Konversionseffizienz in nullter Ordnung unabhängig von den Systemparametern ist!

**BLIRA und Kristalllänge.** Die bei  $\text{KNbO}_3$  beobachtete blau induzierte Infrarotabsorption (BLIRA [68, 77]) ist proportional zur Leistungsdichte der Oberwelle im Kristall. Eine Verdopplung der Kristalllänge halbiert wegen Gl.5.3 die Strahlquerschnittsfläche der Fundamental- und Oberwelle und damit deren Leistungsdichte, verdoppelt aber auch die Absorptionsstrecke. Näherungsweise ist deshalb die aus dem BLIRA-Effekt resultierende zusätzliche Absorption  $\alpha_{\text{BLIRA}} \cdot L_K$  des Fundamentalfeldes unabhängig von der Kristalllänge. Es macht daher keinen Sinn, für den BLIRA-Effekt einen spezifischen Absorptionskoeffizienten anzugeben, wie es bisher in der Literatur getan wird.

**Technische Grenzen der Kristalllänge.** Natürlich setzen auch technische Probleme (Kristallqualität) der Kristalllänge Grenzen:  $\text{KNbO}_3$ -Kristalle mit einer Länge von 20 mm sind standardmäßig kommerziell erhältlich. Bei noch längeren Exemplaren kann man die Homogenität des Materials und eine gute Kristallstruktur nicht mehr gewährleisten. Wie im Abschnitt über das verlustdominierte Regime gezeigt wurde, stellt diese Begrenzung besonders für Systeme mit sehr geringen Verlusten (ohne Kristall) und geringen Fundamentalleistungen eine Einschränkung der erreichbaren Konversionseffizienz dar.

**Thermische Effekte.** Die Absorption optischer Leistung (Grund- und Oberwelle) im Kristall führt zur Ausbildung inhomogener Temperaturverteilungen. Daraus resultieren thermische Linsen [66], die die Resonatorgeometrie, d.h. die Modenanpassung und den Fokusradius im Kristall verändern. Die thermische Linse kann man aber durch eine Veränderung der Resonatorgeometrie kompensieren. Sie spielt bei Leistungen, wie sie mit Diodenlasersystemen erreicht werden, keine Rolle. Eine inhomogene Temperaturverteilung verschlechtert aber auch die Phasenanpassung (GL.5.1) und reduziert damit die erreichbare nichtlineare Konversionseffizienz  $E_{\text{NL}}$ . Die Absorption eines Strahls mit einem radial Gaußförmigen Intensitätsprofil erzeugt eine ebenfalls Gaußförmige Temperaturverteilung, die die gleiche Breite wie der Strahl besitzt [87]. Damit kann die Phasenanpassungsbedingung nur noch für eine einzige radiale Position exakt erfüllt werden. Die beim Durchgang durch den Kristall aufgesammelte Phasenverschiebung zwischen Grund- und Oberwelle ist am Strahlrand daher eine andere als im Zentralbereich. Dieser Unterschied ist nur solange vernachlässigbar, wie er klein gegen  $\pi$ rad bleibt. Demnach ist klar, daß die Kristalllänge eine gewisse maximale Länge nicht überschreiten darf. Okada[87] gibt dafür

$$l_{\text{kritisch}} \approx \frac{\mathcal{K} \cdot \lambda}{2P\alpha\beta} \quad \text{mit} \quad \beta = \frac{\partial n_1}{\partial T} \Leftrightarrow \frac{\partial n_2}{\partial T} \quad (5.21)$$

an, wobei  $\mathcal{K} = 0,04 \text{ W}/(\text{cm} \cdot \text{K})$  die thermische Leitfähigkeit des Kristalls [68] und  $P$  die Leistung des Feldes angibt, das eine Absorption erfährt. Rechnet man mit resonatorinternen Fundamentalleistungen von  $P=1 \text{ W}$  und einer Absorption von  $\alpha = \alpha_1 = 0,3 \text{ \%/cm}$ , wird  $l_{\text{kritisch}} \approx 40 \text{ mm}$ . Die zusätzliche, blau induzierte Infrarotabsorption  $\alpha_{\text{BLIRA}} \approx 0,013 \text{ \%/}(\text{mW} \cdot \text{cm}) \cdot P_2$  [68] kann den Absorptionskoeffizienten für die Fundamentalwelle bei  $P_2=50 \text{ mW}$  auf  $\alpha_1 \approx 1 \text{ \%/cm}$  verdreifachen, so daß die kritische Kristalllänge u.U. bei weniger als 20 mm liegt. Eine weitere Ursache für eine inhomogene Temperaturverteilung stellt die Absorption der Oberwelle durch den Kristall dar. Da die Oberwellenleistung in Fundamentalstrahlrichtung wächst, kommt hier zu der radialen noch eine vom Ort längs der Strahlrichtung abhängige Temperaturverteilung hinzu. Die Absorption der Oberwellenleistung läßt sich nach [64] durch den Faktor  $\exp(\Leftrightarrow \frac{1}{2} \alpha_2 L_k)$  beschreiben. Der "effektive" Absorptionskoeffizient ist daher  $\alpha_2/2 \approx 5 \text{ \%/cm}$ . Die sich aus der Oberwellenabsorption und der radialen Temperaturverteilung ergebende kritische Kristalllänge wird damit  $l_{\text{kritisch}} \approx 20 \text{ mm}$ . Anders als das radiale Temperaturprofil läßt die Abhängigkeit der Temperatur in Strahlrichtung nur für bestimmte "Abschnitte" des Kristalls eine Phasenanpassung zu, so daß die nutzbare Kristalllänge reduziert wird [68]. Da die in diesem Beispiel absorbierte Oberwellenleistung mit  $P_{2,\text{abs}} \approx 4 \text{ mW}$  vergleichbar ist mit der absorbierten Grundwellenleistung  $P_{1,\text{abs}} \approx 5 \text{ mW}$ , darf sie bei einer Diskussion der thermischen Effekt, insbesondere bei hocheffizienten Systemen, nicht vernachlässigt werden.

Die Diskussion der thermischen Effekte zeigt also, daß es bei der heutigen Kristallqualität nicht sinnvoll ist, Kristalle einzusetzen, die länger als 20 mm sind. Dies ist gleichzeitig die Grenze des z.Z. technisch Machbaren. Sie hat auch gezeigt, daß schon bei Systemen mit mittlerer Leistung ( $P_{\text{intern}} \approx 1 \text{ W}$ ,  $P_2 \approx 50 \text{ mW}$ ) thermische Effekte die Konversionseffizienz beeinträchtigen. Erst dann, wenn Kristallmaterial wesentlich besserer Qualität (geringere Absorption) zur Verfügung steht, macht es Sinn, über den Einsatz deutlich längerer Kristalle nachzudenken.

### 5.1.5 Frequenzstabilisierung des Verdopplungsresonators

Der für die externe Frequenzverdopplung benutzte Resonator muß auf die Frequenz des Fundamentalfeldes stabilisiert werden. Im folgenden sollen einige Stabilisierungsmethoden kurz verglichen werden. Für eine ausführlichere Diskussion wird auf die Literatur verwiesen.

Bei auf Diodenlasern basierenden Frequenzverdopplungssystemen kann man im Prinzip zwischen elektronischen und optischen Methoden der Stabilisierung wählen. Zu der ersten Art gehört ein erstmals von *Drever et al.* [19] demonstriertes Frequenzmodulationsverfahren, bei dem dem Fundamentalfeld Seitenbänder aufgeprägt werden. Dies bedeutet einigen elektronischen und - wenn man einen Phasenmodulator für die Erzeugung der Seitenbänder benutzt - auch optischen Aufwand, den man bei einer anderen Methode umgehen kann: Ein von *Hänsch* und *Couillaud* vorgeschlagenes Verfahren [88, 72] macht sich die Polarisations-eigenschaften eines Resonators zunutze. Bei Resonatoren mit einem polarisationsselektiven internen Element zeigt das am Resonator reflektierte Licht eine frequenzabhängige Polarisation. Mit einem geeigneten Detektor kann man auf diese Weise ein Fehlersignal für die Stabilisierung gewinnen. Auch bei leeren Resonatoren ohne zusätzliches polarisationsdiskriminierendes Element konnte dieses Verfahren von uns eingesetzt werden [72], da schon die Polarisationsempfindlichkeit der in einem Ringresonator leicht verkippten Spiegel ausreicht, um ein Fehlersignal zu erzeugen.

Im allgemeinen dient ein Piezoelement, das einen der Resonatorspiegel bewegt, als Stellelement des Regelkreises. Daher besitzen die elektronischen Verfahren Regelbandbreiten, die durch die mechanischen Resonanzfrequenzen des Piezoelementes oder dessen mechanischer Halterung begrenzt werden. Bei dem hier entwickelten Verdoppler kommen deshalb sehr kleine Spiegel (Durchmesser: 4 mm, Dicke: 1 mm) zum Einsatz, die diese Frequenzen nur wenig beeinflussen. Die erste Resonanzfrequenz des Regelkreises liegt bei etwa 50 kHz, so daß sich mit einem einfachen Regler Regelbandbreiten von rd. 6 kHz erreichen lassen. Größere Bandbreiten sind wegen des stabilen Aufbaus des Systems nicht notwendig; das experimentell ermittelte Restleistungsrauschen wird nicht durch das "Restfrequenzrauschen" des Resonators bestimmt (Kap.5.3).

Wesentlich größere Bandbreiten erreicht man mit optischen Stabilisierungsmethoden. Bei dem erstmals von *Dahmani*, *Hollberg* und *Drullinger* [89] demonstrierten Verfahren nutzt man das von einem Resonator reflektierte Licht für eine Art *self injection locking*: ein Teil des reflektierten Lichtes wird in die Laserdiode zurückgekoppelt und überträgt die Eigenschaften (Schmalbandigkeit) des als "Phasengedächtnis" fungierenden externen Resonators auf das Laserfeld. Da die Güte von Laserdiodenresonatoren sehr gering ist, besitzen freilaufende Diodenlaser ein sehr viel größeres und vor allen Dingen auch breitbandigeres Frequenzrauschen als andere Lasertypen, das

man mit diesem sog. *Hollberg-Verfahren* deutlich reduzieren kann [90]. Obwohl hauptsächlich zur Frequenzstabilisierung von Laserdioden eingesetzt, kann man diese Methode auch zur Stabilisierung des Verdopplungsresonators benutzen<sup>10</sup> [91, 92, 93, 28]. Ringresonatoren scheiden dann aber eigentlich als externe Resonatoren aus, da das reflektierte Licht nicht in Richtung der Laserdiode zurückläuft (Abb.5.3). Da aber stets ein Bruchteil der in einer Richtung im Resonator umlaufenden Leistung in die andere Umlaufrichtung gestreut wird [93], kann man auf diese Weise Diodenlaser optisch auch an Ring-Resonatoren koppeln. Selbst bei einem leerer Resonator, bei dem der Kristall als stärkstes Streuzentrum fehlt, gelang auf diese Weise die Stabilisierung [72], da zum einen die Kopplung zwischen “Vorwärts”- und “Rückwärtsmode” auch bei geringer Streuung effektiv arbeitet [93] und zum anderen schon geringe Leistungen ( $\mu\text{W}$ ) für ein *self injection locking* ausreichen. Die eigenen Arbeiten [28] haben aber gezeigt, daß solche Systeme äußerst empfindlich von der Justage des Resonators und der Position des Kristalls im Strahl abhängen und ein zuverlässiger Betrieb des Systems wegen der stark variierenden optischen Rückkopplung praktisch unmöglich ist. Außerdem muß man davon ausgehen, daß diese Methode bei solchen Lasersystemen keine Anwendung finden kann, die auf dem Injection Locking beruhen<sup>11</sup>. Daher werden die im Experiment benutzten Systeme mit dem *Hänsch-Couillaud* Verfahren stabilisiert.

---

<sup>10</sup>Dann wird genau genommen der Diodenlaser auf den Verdopplungsresonator stabilisiert.

<sup>11</sup>In einem solchen Aufbau würden in den Slave Laser zwei Felder mit i.a. unterschiedlicher Phase injiziert werden. Bislang sind keine Arbeiten über solche Systeme veröffentlicht.

## 5.2 Optimierung der IR-Strahlgeometrie

Nachdem im letzten Kapitel die grundlegenden Aspekte der Frequenzverdopplung dargelegt wurden, soll im folgenden Kapitel der erste Schritt beim Aufbau eines Frequenzverdopplers diskutiert werden: Die Abbildung des vom Lasersystem emittierten Strahls auf die resonatorinterne Mode des Verdopplers (*modematching*). Im folgenden soll zuerst ein kurzer Überblick über die Anforderungen und verschiedenen Möglichkeiten der Strahlkorrektur und -formung gegeben und dann ein "Rezept" für die Optimierung des Strahlprofils entwickelt werden.

Setzt man Diodenlaser als Pumplaser ein, erfordert die Modenanpassung einigen Aufwand, weil das von Diodenlasern emittierte Strahlprofil selbst dann nur "mäßige Qualität" besitzt, wenn diese im *single transverse mode* Betrieb arbeiten: der Strahl ist i.a. astigmatisch und elliptisch, weshalb er durch je einen Gaußschen Strahl(parameter) für die durch die Hauptachsen der Strahlprofil-Ellipse definierten Richtungen beschrieben werden muß. Außerdem weist er zumindest in einer der beiden Richtungen Beugungsstrukturen am Strahlrand auf, was letztendlich auf die geringe Größe der emittierenden Fläche der Laserdiode zurückzuführen ist ( $1 \times 3 \mu\text{m}^2$ , [94]). Während die ersten beiden Punkte mit Hilfe geeigneter optische Systeme zu korrigieren sind, begrenzen die Beugungsstrukturen die maximal erreichbare Modenanpassung.

Die Optimierung des Strahlprofils muß also die folgenden Aspekte berücksichtigen:

- *Korrektur des Astigmatismus und der Elliptizität.* Dazu können anamorphotische optische Systeme, z.B. Prismenpaare, Zylinderlinsen oder verkippte nicht-anamorphotische Linsen benutzt werden. Dabei kann man die Prismenpaare in gewisser Weise als Pendant zu den anamorphotischen Linsen auffassen, da die Prismen zwar lokal die Strahldurchmesser, nicht aber die Krümmung der Wellenfronten eines Gaußschen Strahls verändern, während die anamorphotischen Linsen lokal wohl die Krümmung der Wellenfronten, nicht aber den Durchmesser des Strahls transformieren.
- *Anpassung der Strahlgeometrie an die Resonatormode.* Der vom Laser emittierte Strahl muß so abgebildet werden, daß Ort und Durchmesser des bildseitigen Fokus mit Ort und Durchmesser der resonatorinternen Mode übereinstimmen. Da diese Mode schwach elliptisch (aber: nicht astigmatisch) ist, sollte entweder das abbildende System selber anamorphotisch sein, oder die Korrektur des Astigmatismus und der Elliptizität des IR-Strahlprofils sollte leicht vom Idealfall abweichen. Zur Modenanpassung eignet sich ein Teleskop, da man durch Variation der Brennweiten Ort und Durchmesser des bildseitigen Fokus unabhängig voneinander einstellen kann.
- *Kompaktheit der zur Strahlkorrektur und Modenanpassung benutzten Systeme.* Da der Verdopplungsresonator an die Frequenz des Lasers gekoppelt werden muß, sollte die passive Stabilität des Systems möglichst groß sein. Ein kompakter Aufbau ist daher von Vorteil. Dies schließt mitunter einige Möglichkeiten der Strahlkorrektur aus. Auf den Einsatz langbrennweitiger Linsen sollte verzichtet werden, mit zu kurzbrennweitigen Teleskopen hingegen lassen sich die gewünschten bildseitigen Strahlparameter (Fokusort und -lage) nur ungenau einstellen, da diese Größen dann kritisch vom Abstand der Linsen des Teleskops abhängen.

### 5.2.1 Strahlkorrektur mit anamorphotischem Prismenpaar

In diesem Experiment werden anamorphotische Prismenpaare 06 GPU 001 der Firma Melles Griot eingesetzt. Sie bestehen aus zwei Prismen, die so hintereinander angeordnet sind, daß die Ablenkung des Strahls durch das erste Element durch das zweite kompensiert wird. Die anamorphotischen Prismenpaare fügen somit nur einen Strahlversatz ein. Im Prinzip kann man sich daher das Prismenpaar durch ein einziges Prisma ersetzt denken.

Das einfachste denkbare Modell betrachtet das Prismenpaar als nicht in Strahlrichtung ausgehnt, ähnlich wie vom Modell "dünner" Linsen bekannt. Die Flächennormalen der Strahlein- und -austrittsflächen definieren die "aktive" Ebene, in der der Gaußsche Strahl nicht-identisch transformiert wird. In der anderen, dazu orthogonalen Ebene hat das Prisma in diesem Modell keinen Einfluß auf den komplexen Strahlparameter.

Da die anamorphotischen Prismenpaare plane optische Systeme sind, verändern sie die Krümmung der Wellenfronten eines Gaußschen Strahls nicht. Die Transformation des komplexen Gaußschen Strahlparameters der "aktiven" Ebene durch das Prismenpaar kann daher nach Gl.5.4 beschrieben werden durch:

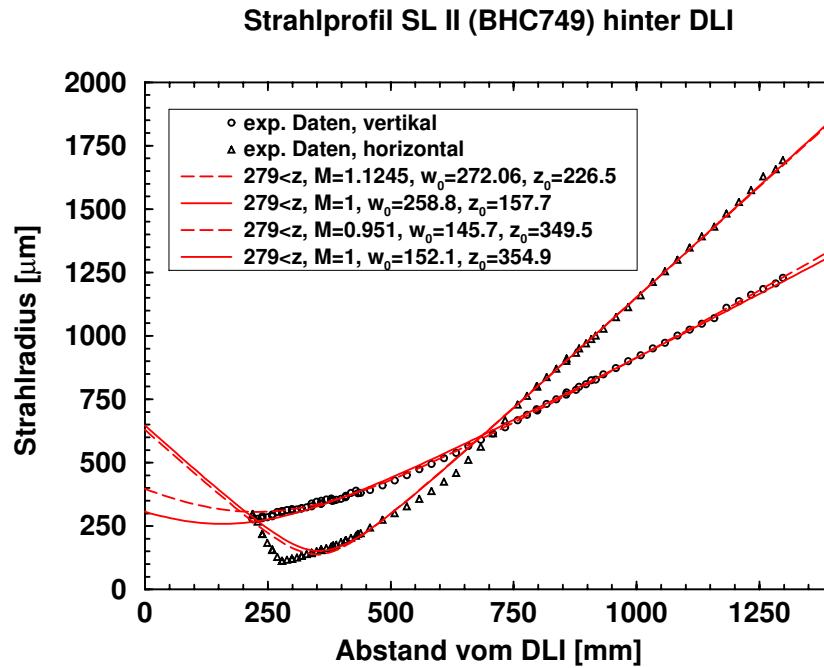
$$\frac{1}{q_{out}} = \frac{1}{R_{in}} + \frac{1}{m^2} i \frac{\lambda}{\pi w_{in}^2} \quad (5.22)$$

wobei  $q_{in}$  mit  $1/q_{in} = 1/R_{in} + i\lambda/(\pi w_{in}^2)$  der komplexe Strahlparameter des einlaufenden Strahls mit Krümmungsradius  $R_{in}$  und Strahlradius  $w_{in}$  ist und  $m$  den Faktor angibt, um den der Strahlradius expandiert wird. Man kann sich anhand eines Spezialfalls (Prismenpaar im Fokus eines Gaußschen Strahls) klar machen, daß das anamorphotische Prismenpaar, anders als "dünne Linsen", nicht durch eine 2x2 Matrix beschrieben werden kann.

Ein etwas genaueres Modell beschreibt das anamorphotische Prismenpaar als optisches System, bestehend aus einem "unendlich dünnen" Prisma, gefolgt von einer Strecke freier Propagation und einem zweiten Prisma, das den Strahlradius um den gleichen Faktor wie das erste Prisma expandiert. Dieses Modell wurde für alle Optimierungsrechnungen benutzt, die Strecke freier Propagation zwischen den Prismen wurde als 15 mm angesetzt. Das einfachste Modell ist ausreichend, solange der konfokale Parameter in der "aktiven" Ebene groß ist gegen die Ausdehnung des anamorphotischen Prismenpaares oder das Prismenpaar im Fernfeld der "aktiven Ebene" des Gaußschen Strahls steht.

Die Wirkung eines anamorphotischen Prismenpaares hängt qualitativ davon ab, ob es im Fokus oder im Fernfeld eines Gaußschen Strahls eingesetzt wird. Aus Gl.5.22 folgt, daß ein Prismenpaar mit einem Expansionfaktor von z.B.  $m = 2$  in den Fokus eines Gaußschen Strahls gestellt, den Ort des Fokus nicht verändert, den Fokusradius aber verdoppelt, den Strahl damit also kollimiert. Umgekehrt wird dieses Prismenpaar, wenn im Fernfeld eingesetzt, dort zwar ebenfalls den Strahlradius verdoppeln: Damit verdoppelt sich aber auch der Öffnungswinkel, weil die Krümmung der Wellenfronten sich nicht ändert. Daraus folgt, daß der Fokusradius halbiert, d.h. der Strahl nun fokussiert wird.





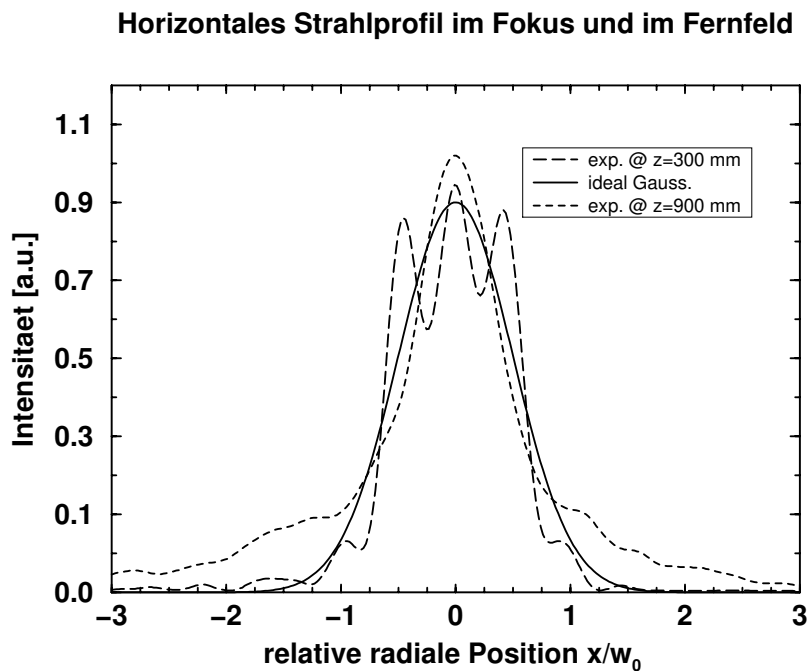
**Abbildung 5.7:** Strahlradius des Slave Lasers BHC749 in Abhängigkeit vom Ort auf der Strahlachse. Die x-Achse gibt den Abstand des Ortes vom optischen Isolator an, die y-Achse den Strahlradius ( $1/e^2$ ). Die Legende beschreibt die Fokusradien in  $\mu\text{m}$  und die Ort der Foki in mm.

Die gleichzeitige Korrektur von Astigmatismus und Elliptizität mit einem anamorphotischen Prismenpaar erreicht man nur an einer solchen Stelle im Strahl, an der die Krümmung der Wellenfronten in den beiden Ebenen des elliptischen Strahls identisch ist. Wenn man das Prismenpaar dann so einsetzt, daß es die große Halbachse der Ellipse komprimiert (oder die kleine expandiert), haben die Gaußschen Strahlen der beiden Ebenen in einem - und damit in allen - Punkten des Laserstrahls sowohl die gleiche Krümmung der Wellenfronten als auch den gleichen Strahlradius und sind damit identisch. Man kann zeigen, daß es für zwei beliebige Gaußsche Strahlen stets mindestens zwei Orte entlang des Strahls gibt, an dem die Krümmungen ihrer Wellenfronten identisch sind.

Es soll nun die Möglichkeit der Strahlkorrektur mit Hilfe eines anamorphotischen Prismenpaares anhand des Pumplasersystems diskutiert werden. Abb.5.7 zeigt den Strahlradius der Laserdiode BHC749 im Injection Locking Betrieb, die als Slave Laser des Pumplasersystems dient, in Abhängigkeit vom Ort auf der Strahlachse. Die Ordinate gibt den Strahlradius ( $1/e^2$ ), die Abzisse den Abstand vom optischen Isolator (DLI, Abb.5.1). Die Strahlradien sind in horizontaler und vertikaler Richtung gemessen. An die experimentellen Daten wurde ein erweitertes Gaußsches Propagationsprofil angepaßt, daß die Abweichung realer Strahlprofile von idealen Gaußschen Strahlen phänomenologisch beschreibt. Dazu wird die sog. Propagationskonstante  $M$  eingeführt [95, 96, 97], mit der nach einer Verallgemeinerung von Gl.5.5 gilt:

$$w(z) = M \times w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (5.23)$$

Ein nicht ideal Gaußscher Strahl mit Fokusradius  $w_0$  besitzt also die gleichen lokalen Krüm-



**Abbildung 5.8:** Horizontales Strahlprofil des Slave Lasers BHC749 im Fokus ( $z=300$  mm) und Fernfeld ( $z=900$  mm). An beide experimentelle Profile wurde ein Gaußsches Strahlprofil angepaßt. Die horizontale Achse ist auf den so bestimmten jeweiligen Strahlradius skaliert. Die vertikale Achse ist jeweils so skaliert, daß das Maximum der angepaßten Profile eins wird.

mungsradien  $R(z)$  wie eine idealer Gaußscher Strahl desselben Fokusradius, seine Strahlradien sind aber an allen Orten längs der Strahlachse um einen Faktor  $M$  größer.  $M$  ist eine Konstante der Propagation, d.h. sie ändert sich nicht bei der Abbildung des Strahls durch (aberrationsfreie) optische Systeme. Für reale Strahlen ist stets  $M \geq 1$ . Wie man in Abb.5.7 leicht erkennt, läßt sich das Strahlprofil in horizontaler Richtung dicht hinter dem Isolator nur schlecht durch dieses Modell beschreiben. Diese Schwierigkeiten in der Nähe des Fokus wurden bisher bei jedem Diodenlaser zumindest in der Ebene beobachtet, in der die Emitterfläche der Diode die geringere Ausdehnung besitzt. Die Anomalitäten im Strahlprofil sind wahrscheinlich auf eine Interferenz des Hauptstrahls mit der Beugungsstruktur, die man im Fernfeld am Rand des Laserstrahls beobachtet, zurückzuführen: diese Beugungsstrukturen werden wie der Hauptstrahl auch durch die optischen Systeme (hier: nur der Kollimator direkt vor der Laserdiode) abgebildet. In der Nähe des Hauptstrahlfokus laufen dann auch die Beugungsstrukturen durch ihren Fokus, so daß sie dann scheinbar von der Seite her in den Hauptstrahl hineinlaufen. Auch wenn diese Beugungsstrukturen nur einen geringen Teil der Leistung enthalten, kann wegen der Interferenz mit dem Hauptstrahl eine starke Strahldeformation auftreten. Abb.5.8 zeigt das horizontale Strahlprofil im Fokus ( $z=300$  mm hinter optischem Isolator) und im Fernfeld ( $z=900$  mm). Die beiden experimentellen Kurven wurden zuerst auf die gleiche Leistung normiert und zwar so, daß das Integral über die Profile jeweils eins ergibt. Danach wurde ein Gaußsches Strahlprofil der Form:

$$w(z) = C_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w_0} \exp \left( -2 \left( \frac{x - x_0}{w_0} \right)^2 \right) \quad (5.24)$$

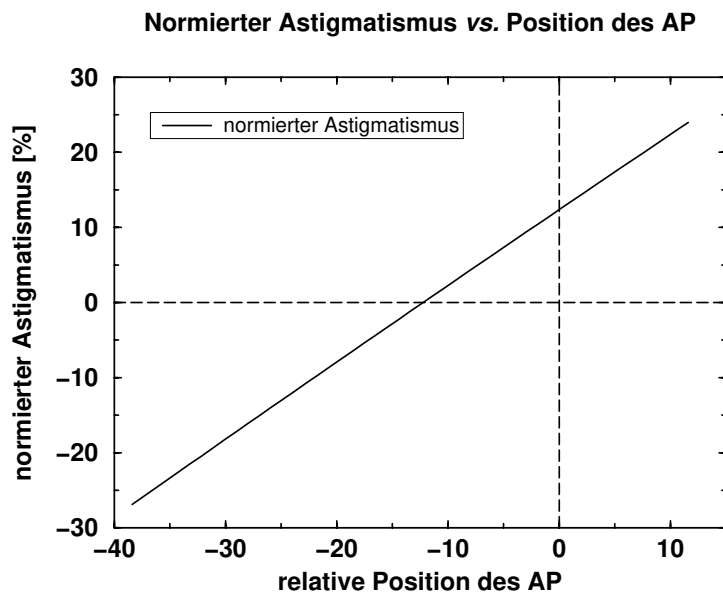
mit den freien Parametern  $C_0, w_0, x_0$  angepaßt. Für  $C_0 = 1$  erhält man einen Gaußschen Strahl,

Tab.5.2.1: **Strahlparameter des Slave Lasers BHC 749.** *Ergebnis der Messung der IR Strahlgeometrie nach Abb.5.7 mit Gl.5.23. Angegeben sind die statistischen Fehler.*

horizontal	$M = 1$	$M = (0,951 \pm 0,018)$
	$w_0 = (152,1 \pm 1,1) \mu\text{m}$	$w_0 = (145,7 \pm 2,6) \mu\text{m}$
	$z_0 = (354,9 \pm 3,9) \text{mm}$	$z_0 = (349,5 \pm 4,0) \text{mm}$
vertikal	$M = 1$	$M = 1,1245 \pm 0,0070$
	$w_0 = (258,8 \pm 1,0) \mu\text{m}$	$w_0 = (272,06 \pm 0,73) \mu\text{m}$
	$z_0 = (157,7 \pm 2,5) \text{mm}$	$z_0 = (226,5 \pm 4,2) \text{mm}$

dessen Leistung ebenfalls auf eins normiert ist. Die Rechnung ergab hier für das Profil im Fokus ( $z=300 \text{ mm}$ )  $C_0 = 0.988$  und für das Fernfeld  $C_0 = 0.791$ , so daß sich im Fernfeld nur ein geringerer Teil der Leistung durch ein Gaußsches Strahlprofil beschreiben läßt. Die horizontale Achse wurde jeweils auf die in der Anpassung ermittelten Strahlradien normiert, die vertikale Achse jeweils so, daß das angepaßte Gaußsche Strahlprofil auf der Strahlachse den Wert eins annimmt. Das Strahlprofil des Fernfeldes zeigt die typische Beugungsstrukturen am Rand des Strahls, während der Zentralbereich gut als Gaußförmig zu beschreiben ist. Im Fokus dagegen ist eine starke Strahldeformation zu erkennen, der Zentralbereich des Strahls besitzt jetzt keine Gaußförmige Struktur mehr, und die Beugungsstrukturen sind vom Rand in den Zentralbereich hineingelaufen. Für die Auswertung der Strahlpropagation (Abb.5.7) bedeutet dies, daß man den Bereich des Fokus nicht alleine oder sogar gar nicht berücksichtigen darf. Daher wurden aus dem Satz der Meßwerte von Abb.5.7 alle Werte mit  $z \leq 280$  entfernt und anschließend jeweils für die horizontale und vertikale Richtung ein Gaußscher Strahl nach Gl.5.23 angepaßt, wobei einmal mit  $M=1$  das Modell eines idealen Gaußschen Strahls und einmal mit  $M$  als freiem Parameter das erweiterte Modell benutzt wurde. Es ergeben sich die in Tab.5.2.1 angegebenen Werte. Die Anpassung von  $M$  gestattet eine Kontrolle der errechneten Strahlparameter: Weichen die Werte für  $M$  zu sehr von eins ab oder sind sie gar deutlich kleiner, dann ist die Auswahl der Meßwerte für die Anpassung ungeeignet. Benutzt man für die Rechnung z.B. beim horizontalen Profil nur die Werte für  $280 \text{ mm} \leq z \leq 620 \text{ mm}$ , erhält man  $M=0,75$ . In diesem Fall ist die Auswahl der Meßwerte, d.h. die Auswahl des Meßbereiches entlang der Strahlpropagation, ungeeignet, obwohl dieser zwei *Rayleigh ranges* umfaßt und damit bei einem näherungsweise idealen Strahl ausreichen sollte, um die Strahlparameter experimentell zu bestimmen.

Mit Hilfe der Werte von Tab.5.2.1 kann man nun die Orte berechnen, an denen die Gaußschen Strahlen der horizontalen und vertikalen Ebenen die gleichen Krümmungsradien besitzen: Es sind dies die Positionen  $z=-134 \text{ mm}$  und  $z=370 \text{ mm}$ , also einmal vor bzw. hinter der optischen Diode. Nur letztere Position ist interessant, da man mit einem Einbau vor der optischen Diode nachträglich in die Modenanpassung für das Injection Locking eingreifen würde. An der Stelle  $z=370 \text{ mm}$  ist das Verhältnis von vertikalem zu horizontalem Strahlradius  $w_{0,\text{vert}}/w_{0,\text{hor}} = 2,20$ . Die hier benutzten anamorphotischen Prismenpaare gestatten eine Expansion von  $m=2..6$ , so daß sie hier zum Einsatz kommen können. Nachteilig wirkt sich aber aus, daß das Prismenpaar für beide Ebenen praktisch im Fokus des Strahls steht und der konfokale Parameter in beiden Ebenen (horizontal:  $8,6 \text{ cm}$ , vertikal  $24,9 \text{ cm}$ ) nicht deutlich größer als die Dimension des Prismenpaares

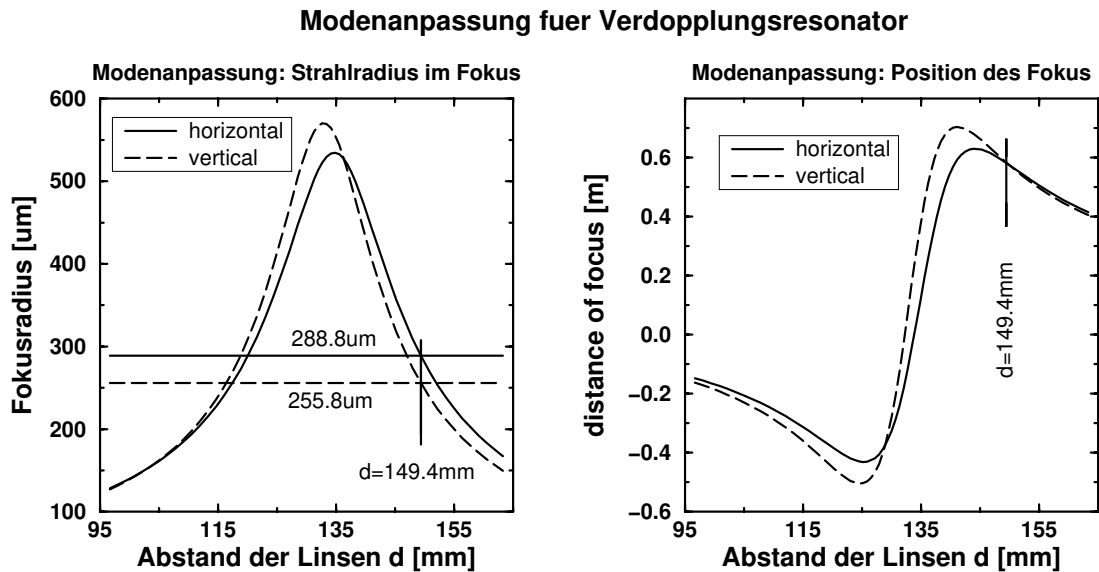


**Abbildung 5.9:** Normierter Astigmatismus  $(z_{0,hor} - z_{0,vert})/b_{hor}$  des Strahls hinter dem anamorphotischen Prismenpaar.  $z_{0,\{hor,vert\}}$  sind die Fokussorte in der horizontalen bzw. vertikalen Ebene,  $b_{hor}$  ist der konfokale Parameter in der horizontalen Ebene.

ist. Ein kleiner Fehler in der Position des Prismenpaares führt daher zu signifikanten Fehlern im Strahlprofil. Abb.5.9 zeigt dies am Beispiel des Astigmatismus hinter dem anamorphotischen Prismenpaar. Der Abstand der Foki in horizontaler und vertikaler Ebene, normiert auf den konfokalen Parameter in der horizontalen Ebene, ist hier in Abhängigkeit von der Position des Prismenpaares dargestellt. Bei der relativen Position  $dz=0$  mm steht das in Strahlrichtung erste Prisma am Ort gleicher Krümmungsradien in horizontaler und vertikaler Ebene ( $z=370$  mm in Abb.5.7). Man erkennt, daß wegen der endlichen Ausdehnung des Prismenpaares der ideale Ort von  $dz=0$  mm nach  $dz=-13,4$  mm, also in Richtung der optischen Diode verschoben ist. Außerdem zeigt diese Abbildung, daß schon ein Fehler von 2 cm in der Positionierung des Prismenpaares einen relativen Astigmatismus von rd. 20% erzeugt!

Der Astigmatismus des Slave Laser Strahlprofils ist nun theoretisch korrigiert. Als nächstes muß der Strahl so abgebildet werden, daß in geeignetem Abstand vom anamorphotischen Prismenpaar (z.B. 0,5 m) in sowohl horizontaler als auch vertikaler Ebene der Fokus mit einem Fokusradius von  $288,8 \mu\text{m}$  bzw.  $255,8 \mu\text{m}$  erzeugt wird. Die Modenanpassung an die transversale Grundmode des SHG-Resonators ist dann optimal, wenn der "große" Fokus des Resonators sich am Ort des Fokus des Slave Laser Strahls hinter dem Prismenpaar befindet (Kap.5.1.3). Es bietet sich meist an, Teleskope für die Modenanpassung zu benutzen, da man dann durch Wahl der Brennweiten und Abstände der Linsen des Teleskops Fokusradius und -ort in weiten Grenzen unabhängig voneinander einstellen kann. Da das Strahlprofil - zumindest theoretisch - exakt korrigiert wurde, kann man mit Hilfe idealer Linsen sicher keinen nicht-astigmatischen elliptischen Strahl erzeugen, wie er aber für eine optimale Modenanpassung benötigt wird. Verkipppt man aber eine der Linsen des Teleskops (Kap.5.2.2), wird das Linsensystem schwach anamorphotisch, und man kann die gewünschte Strahlgeometrie realisieren.

In dem hier diskutierten Fall stehen mehrere Teleskope zur Auswahl. Das Teleskop  $f_1 : f_2 =$



**Abbildung 5.10:** Berechnete Abbildung des korrigierten Slave Laser Strahls durch ein schwach anamorphotisches Teleskop ( $f_1 : f_2 = 30 \text{ mm} : 100 \text{ mm}$ ). Die erste Linse  $f_1$  ist horizontal um  $13,19^\circ$  verkippt. Dargestellt sind der Ort des Fokus und der Fokusradius für die horizontale und vertikale Richtung in Abhängigkeit vom Abstand der Teleskoplinsen.

30 mm : 100 mm mit der ersten Linse  $f_1$  im Abstand von 50 mm hinter dem anamorphotischen Prismenpaar erweist sich als optimale Lösung. Abb.5.10 zeigt, wie sich das mit Hilfe des Prismenpaares korrigierte Strahlprofil durch dieses Teleskop transformiert. Der Strahl ist praktisch nicht-astigmatisch und besitzt die gewünschte elliptische Strahlgeometrie am Ort des Fokus, der rund 58 cm hinter dem Teleskop liegt. Der Rest-Astigmatismus (Abstand der Foki normiert auf den konfokalen Parameter in der horizontalen Ebene) beträgt nur 0,57% ! Die Achse der ersten Linse ist in der horizontalen Ebene mit  $13,19^\circ$  so verkippt, daß man die gewünschte Elliptizität erreicht. Stellt man den SHG-Resonator nun so auf, daß sich sein "großer" Fokus 60 cm hinter dem anamorphotischen Prismenpaar befindet, hat man ein ideales Modematching realisiert.

Nicht immer stellen anamorphotische Prismenpaare die beste Möglichkeit der Korrektur von Strahlprofilen dar. Zum einen bedeutet ihr Einsatz stets zusätzlichen Verlust für die IR-Leistung, zum anderen können die Orte entlang der Propagationsachse, an denen die Krümmung der Wellenfronten in horizontaler und vertikaler Ebene identisch sind, weit hinter dem optischen Isolator liegen, so daß ein Einsatz der Prismenpaare unpraktisch wäre. Außerdem muß, wie in dem hier diskutierten Beispiel, i.a. ein weiteres anamorphotisches System, das hier vorgeschlagene Teleskop, eingesetzt werden, um ein optimales Modematching zu realisieren. Im folgenden soll gezeigt werden, wann und wie man ausschließlich mit Hilfe eines anamorphotischen Teleskops Strahlkorrektur und Modenanpassung gleichzeitig durchführen kann.

## 5.2.2 Strahlkorrektur mit verkippten Linsen

Wie in Kap.5.2.1 gezeigt, kann man mit einem anamorphotischen Prismenpaar an solchen Stellen entlang der Strahlachse den Astigmatismus und die Elliptizität korrigieren, an denen die Krüm-

mungsradien in horizontaler und vertikaler Ebene identisch sind: sie passen die (lokalen) Strahlradien an. Das Pendant zu ihnen stellen in dieser Hinsicht dünne Linsen dar, da diese nicht die lokalen Strahlradien, sondern nur die (lokale) Krümmung der Wellenfront verändern. Man kann zeigen, daß zwei Gaußsche Strahlen stets mindestens zwei Orte entlang der gemeinsamen Strahlachse besitzen, an denen die Strahlradien identisch sind, das Strahlprofil also rund ist. Steht an einem dieser Orte nun eine geeignete anamorphotische Linse, kann man mit ihrer Hilfe die Krümmung der Wellenfronten in horizontaler und vertikaler Ebene gerade so unterschiedlich transformieren, daß sie nach der Abbildung identisch sind. Da außerdem nach Voraussetzung die Strahlradien an diesem Ort gleich sein sollen, sind nach der Abbildung durch die Linse beide Gaußsche Strahlen identisch. Gleichzeitig kann man diese Korrekturlinse als erste Linse eines Teleskops benutzen, mit dem man die Modenanpassung für den SHG-Resonator realisiert.

Als anamorphotische Linse bieten sich z.B. Zylinderlinsen an. Auch nicht-anamorphotische Linsen können eingesetzt werden, wenn man ihre optische Achse gegen die Strahlrichtung horizontal oder vertikal verkippt. Nach [86] sind die Brennweiten einer solchen Linse mit der nominellen Brennweite  $f_0$ , die gegen einen in der horizontalen Ebene liegenden Strahl verkippt ist, in der horizontalen bzw. vertikalen Ebene:

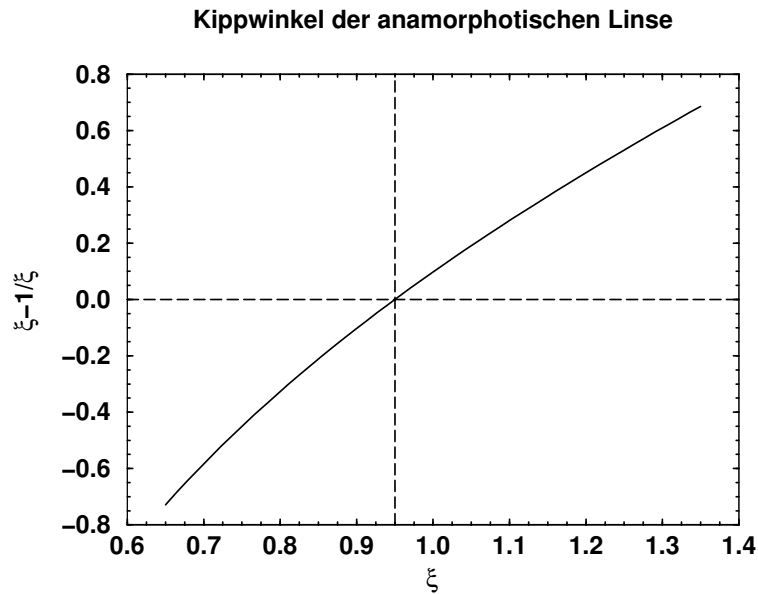
$$f_h = f_0 \cdot \xi, \quad f_v = f_0 / \xi, \quad \xi = \begin{cases} \cos \alpha & : \text{ Linse horizontal verkippt} \\ 1 / \cos \alpha & : \text{ Linse vertikal verkippt} \end{cases} \quad (5.25)$$

wobei  $\alpha$  den Winkel zwischen dem Hauptstrahl (im Sinne der geometrischen Optik) und der optischen Achse der Linse beschreibt. Die Verkipfung der Linse verringert daher die Brennweite in der Ebene, in der die Linse verkippt wurde und vergrößert sie in der dazu orthogonalen Ebene.

Zuerst sollen also die Orte gefunden werden, an denen das Slave Laser Strahlprofil rund ist (Abb.5.7). Die Strahlparameter werden wieder der Anpassung des Modells (Gl.5.23) an die experimentellen Daten entnommen. Nach Gl.5.5 ist das Strahlprofil an solchen Orten  $z$  entlang der Strahlachse rund, die Lösungen der Gleichung:

$$w_{1,h}^2 \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\lambda(z \leftrightarrow z_{1,h})}{\pi w_{1,h}^2} \right)^2 \right] = w_{1,v}^2 \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\lambda(z \leftrightarrow z_{1,v})}{\pi w_{1,v}^2} \right)^2 \right] \quad (5.26)$$

sind. Dabei beschreiben  $w_{1,h}$ ,  $w_{1,v}$  die Fokusradien und  $z_{1,h}$ ,  $z_{1,v}$  die Fokusorte in horizontaler und vertikaler Ebene. In dem hier diskutierten Beispiel liegen die Orte mit rundem Strahlprofil 229,4 mm und 688,6 mm hinter der optischen Diode. Die Wahl des ersten Ortes ermöglicht einen kompakten Aufbau der Strahlformungsoptik; ein Blick auf Abb.5.7 zeigt aber, daß sich die Krümmungen der Wellenfronten in horizontaler und vertikaler Ebene stark unterscheiden, da der ausgewählte Ort *zwischen* den beiden Foki liegt. Eine Anpassung der Krümmungsradien wird daher eine Linse kurzer Brennweite und/oder ihre starke Verkipfung erfordern. Diese fügt aber neben dem erwünschten Astigmatismus weitere Linsenfehler ein, die nachteilig für eine gute Modenanpassung sind. Es hat sich gezeigt, daß Kippwinkel bis 20° noch unproblematisch sind. Dies legt die maximal zulässige Brennweite der Korrekturlinse fest. Sind nämlich  $R_{1,h}$  und  $R_{1,v}$  die



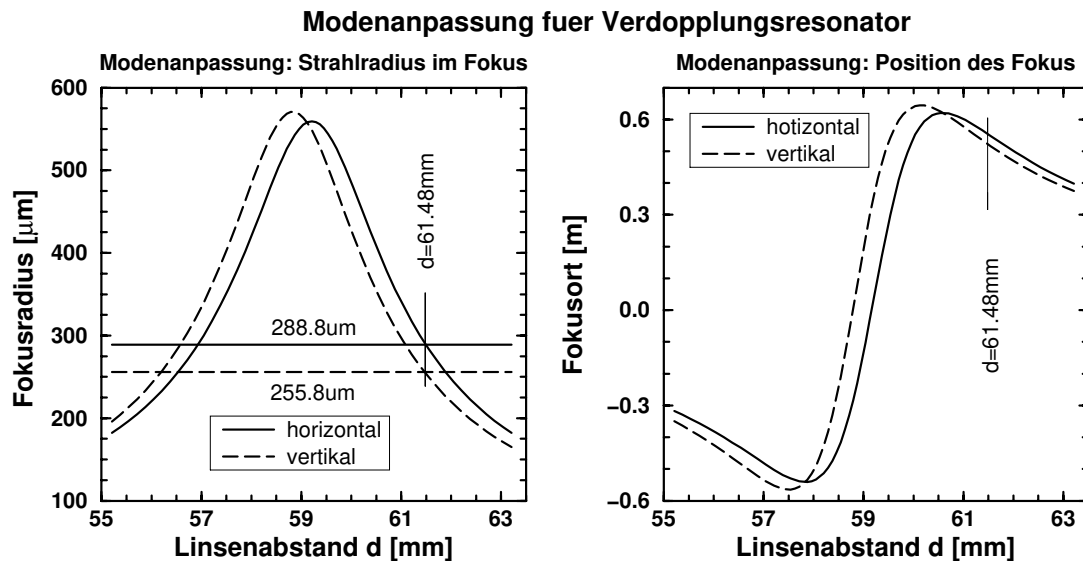
**Abbildung 5.11:** Einfluß des verallgemeinerten Kippwinkels  $\xi$  nach Gl.5.25 auf Strahlkorrektur durch eine verkippete Linse nach Gl.5.27. Aufgetragen ist der Wert von  $\xi - 1/\xi$  für verschiedene Kippwinkel. Der aufgetragene Wertebereich für  $\xi$  entspricht einer Verkippung von maximal  $45^\circ$  horizontal ( $\xi \leq 1$ ) bzw. vertikal ( $\xi \geq 1$ )

Krümmungsradien in der horizontalen und vertikalen Ebene am Ort direkt vor der Linse und ist die Linse so gekippt, daß die Krümmungsradien hinter der Linse identisch sind, dann gilt:

$$\frac{1}{R_{1,h}} \Leftrightarrow \frac{1}{R_{1,v}} = \Leftrightarrow \frac{1}{f_0} \left( \xi \Leftrightarrow \frac{1}{\xi} \right) \quad (5.27)$$

Die Abb.5.11 zeigt den Wertebereich von  $(\xi \Leftrightarrow 1/\xi)$  für Kippwinkel von maximal  $45^\circ$  horizontal bzw. vertikal. Zusammen mit Gl.5.27 wird klar, daß die Brechkraft  $1/f_0$  der eingesetzten Linse immer mindestens von der Größenordnung  $1/R_{1,h} \Leftrightarrow 1/R_{1,v}$  sein muß. Außerdem entnimmt man Gl.5.27, daß Verkippungen in horizontaler und vertikaler Ebene in gewissem Sinne äquivalent sind, da ein Übergang von einer horizontalen auf eine vertikale Verkippung gleichen Winkels den "verallgemeinerten Kippwinkel"  $\xi$  nach  $1/\xi$  und damit  $(\xi \Leftrightarrow 1/\xi)$  nach  $[\Leftrightarrow(\xi \Leftrightarrow 1/\xi)]$  überführt: Eine horizontal verkippete Zerstreuungslinse korrigiert den Strahl also genauso wie eine vertikal verkippete Sammellinse gleicher Brennweite. Umgekehrt legt dies bei vorgegebener Brennweite der Linse auch die Ebene fest, in der sie verkippert werden muß. Für das hier diskutierte Beispiel (Abb.5.7) ist  $229,4 \text{ mm}$  hinter dem optischen Isolator  $1/R_{1,h} \Leftrightarrow 1/R_{1,v} = \Leftrightarrow 6,49 \text{ m}^{-1}$ , so daß, möchte man den Kippwinkel auf  $20^\circ$  begrenzen, der Betrag der Brennweite der Linse  $|f_0|$  den Wert  $19,2 \text{ mm}$  nicht überschreiten darf. Steht etwa nur eine Sammellinse zur Verfügung, entnimmt man Abb.5.11, daß die Linse in der vertikalen Ebene verkippert werden muß. Die Entscheidung fällt hier für eine Linse mit  $f_0 = +20 \text{ mm}$ , die um  $20,4^\circ$  gekippt werden muß.

Im nächsten Schritt muß eine zweite Linse gefunden werden, die das korrigierte Strahlprofil an die Mode des Resonators anpaßt. Die schwache Elliptizität, die man dafür benötigt, wird durch ein leichtes Verkippen der Korrekturlinse - weg vom berechneten Wert ( $20,4^\circ$ ) - erreicht. Als optimale zweite Linse erweist sich ein Sammellinse mit  $f_1 = +40 \text{ mm}$ . Die Abb.5.12 zeigt, wie sich der Slave Laser Strahl durch das anamorphotische Teleskop transformiert. Der Kippwinkel



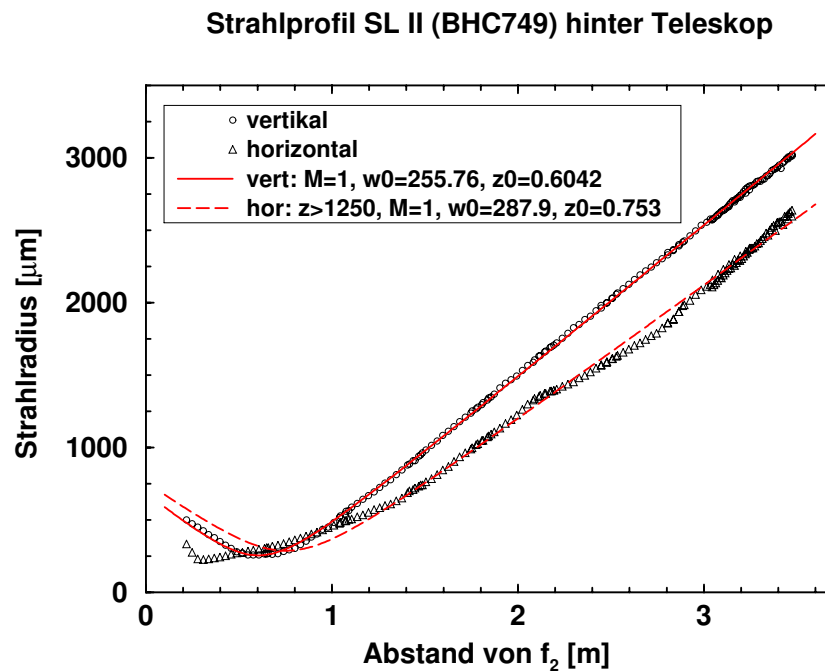
**Abbildung 5.12:** Berechnete Abbildung des Slave Laser Strahls durch ein anamorphotisches Teleskop ( $f_1 : f_2 = 20 \text{ mm} : 40 \text{ mm}$ ), das sowohl der Strahlkorrektur als auch der Modenanpassung dient. Die erste Linse  $f_0$  ist vertikal um  $21,88^\circ$  verkippt. Dies sind  $1,5^\circ$  mehr, als für eine vollständige Strahlkorrektur erforderlich. Dargestellt sind der Abstand des Fokus von der zweiten Linse und der Fokusradius jeweils für die horizontale und vertikale Richtung in Abhängigkeit vom Abstand der Teleskoplinsen.

der ersten Linse ist dabei um zusätzliche  $1,5^\circ$  vertikal verkippt, weil man auf diese Weise die gewünschte Elliptizität erreicht. Natürlich wird der Strahl dann auch wieder leicht astigmatisch; die Foki in der horizontalen und vertikalen Richtung liegen  $0,554 \text{ m}$  bzw.  $0,524 \text{ m}$  hinter der zweiten Teleskoplense. Der auf den konfokalen Parameter der horizontalen Richtung bezogene Astigmatismus beträgt  $9,6\%$  und hat daher nur geringen Einfluß auf die Modenanpassung.

Die Strahlkorrektur und Modenanpassung wurde in dem hier diskutierten Beispiel mit Hilfe eines anamorphotischen Teleskops ohne Prismenpaar realisiert, da beim Einsatz des letzteren auch weiterhin ein anamorphotisches Teleskop mit deutlich verkippter Linse ( $13,2^\circ$ ) notwendig wäre und weil die Justage des Prismenpaares wegen der starken Abhängigkeit von seiner Position im Strahl sehr aufwendig erscheint. Man erkennt aber im Vergleich von Abb.5.10 mit Abb.5.12, daß der Einsatz des anamorphotischen Teleskops zur Strahlkorrektur hier wegen der großen Unterschiede der Wellenfrontenkrümmung am Ort der verkippten Korrekturlinse an seine Grenzen stößt: die Korrekturlinse muß trotz ihrer kurzen Brennweite stark verkippt werden und die gewünschte schwache Elliptizität erreicht man nur auf Kosten eines gerade noch vernachlässigbaren Astigmatismus ( $9,6\%$  beim anamorphotischen Teleskop im Vergleich zu  $0,57\%$  beim Prismenpaar).

Abb.5.13 zeigt das korrigierte und modenanangepaßte Strahlprofil hinter dem Teleskop. Während die gemessenen Fokusradien ( $255,8 \mu\text{m}$  vertikal,  $287,9 \mu\text{m}$  horizontal) hervorragend mit den berechneten Werten ( $255,8 \mu\text{m}$  vertikal,  $288,8 \mu\text{m}$  horizontal) übereinstimmen, weichen die gemessenen Fokusorte ( $0,604 \text{ m}$  vertikal,  $0,753 \text{ m}$  horizontal) deutlich von den berechneten Orten ( $0,524 \text{ m}$  vertikal,  $0,554 \text{ m}$  horizontal) ab. Diese Abweichungen sind darauf zurückzuführen, daß die verkippte Korrekturlinse in guter Näherung im Fokus des horizontalen und vertikalen Strahlprofils steht. Innerhalb dieser Zone, die nicht durch die geometrische Optik beschrieben werden kann,





**Abbildung 5.13:** Slave Laser Strahlprofil hinter anamorphotischem Teleskop. Das Strahlprofil ist korrigiert und an die Strahlgeometrie im Resonator angepaßt. Aufgetragen sind die Strahlradien in horizontaler und vertikaler Ebene in Abhängigkeit vom Abstand von der zweiten Teleskoplinse. Die Legende gibt die Fokusradien  $w_0$  in  $\mu\text{m}$  und den Fokusort  $z_0$  in m an.

wirken sich Fehler in der Position der Linse ganz drastisch auf den Ort des bildseitigen Fokus, nicht aber auf den Fokusradius aus. Im Hinblick auf eine Optimierung der Modenanpassung ist es aber wichtiger, die richtigen Fokusradien einzustellen. Fehler im Fokusort sind unkritisch, solange sie in der horizontalen und vertikalen Ebene identisch sind, weil sie in diesem Fall einfach durch Verschieben des SHG-Resonators ausgeglichen werden können. Leider sind in dem hier beschriebenen Fall die Fehler in beiden Ebenen verschieden, so daß sich der ohnehin schon mäßig große Astigmatismus des Strahls noch weiter vergrößert: der Abstand der Foki beträgt jetzt - normiert auf den konfokalen Parameter der horizontalen Ebene - rd. 27%. Dennoch bleibt die Modenanpassung gut: Bei der Fundamentalwellenlänge werden Transversalmoden höherer Ordnung des SHG-Resonators besser als 1:100 unterdrückt, bei der blauen Wellenlänge sind sie bei einer Unterdrückung von besser als 1:2000 kaum noch nachzuweisen.

## 5.3 Experimentelle Charakterisierung des Lasersystems

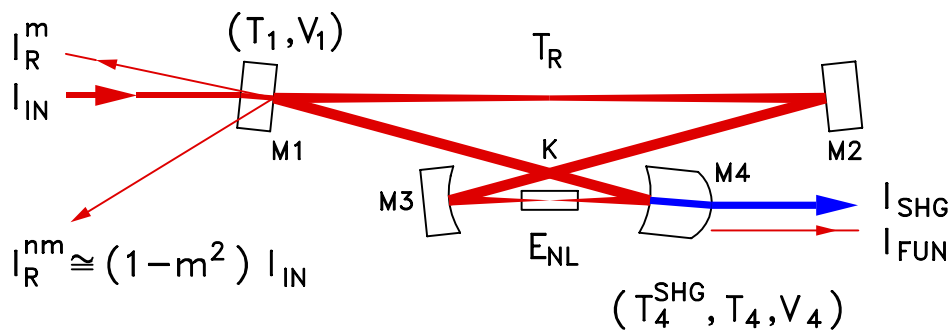
Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln gezeigt wurde, wie ein *all solid state* Lasersystem mit einer hocheffizienten Frequenzverdopplung aufgebaut sein muß, soll in den letzten Kapiteln des Abschnitts über das Lasersystem eine experimentelle Charakterisierung folgen. In diesem Kapitel steht dabei der Frequenzverdoppler im Mittelpunkt, im Kap.5.4 werden die Ergebnisse zur Laserstabilisierung referiert.

Das Kap.5.3.1 leitet mit Messungen zur Bestimmung der Systemparameter (Konversionseffizienz, Modenanpassung, resonatorinterne Verluste) dabei die experimentelle Beschreibung ein. Es folgt eine qualitative Diskussion offener Fragen und experimenteller Probleme (thermische Effekte, BLIRA, Kristallverluste). In dem sich anschließenden Kap.5.3.2 wird die Leistungs- und Frequenzstabilität der Lasersysteme diskutiert. Sie begrenzt letztendlich die Empfindlichkeit der Absorptions- und Dispersionsmessungen mit dem Interferometer.

### 5.3.1 Experimentelle Bestimmung der Systemparameter

Die im Experiment eingesetzten Frequenzverdoppler sind nach den Ergebnissen des Kap.5.1 aufgebaut. Das *Probefeld* (System I), mit dem im Interferometer Absorption und Dispersion gemessen werden, wird von einem Frequenzverdoppler mit einem  $3 \times 3 \times 9 \text{ mm}^3$  großen Kristall erzeugt. Mit diesem System werden Leistungen von mindestens 10 mW bei 423 nm erreicht, also wesentlich mehr, als für das schwache Probefeld ( $\approx 100 \mu\text{W}$ ) benötigt wird. Ein weiteres, praktisch identisch aufgebautes System mit einem  $3 \times 3 \times 15 \text{ mm}^3$  großen Kristall liefert Ausgangsleistungen bis zu 20 mW, so daß Messungen bei mittleren Pumpleistungen (10-fache Sättigungsintensität) möglich sind.

Beide Verdopplungsresonatoren besitzen eine (gefaltete) Gesamtlänge von rund 60 cm und sind mit  $f=25 \text{ mm}$  Fokusspiegeln ausgestattet. Deren Abstand ist jeweils so gewählt, daß der Fokus im Kristall in guter Näherung rund ist (Abb.5.5 in Kap.5.1.3). Als Auskoppelspiegel dient ein Meniskus, der für das transmittierte Oberwellenfeld eine Brennweite von 25 mm besitzt, so daß das stark divergente blaue Feld nicht noch durch eine zusätzliche Linse kollimiert werden muß. Die Reflektivität aller hochreflektierenden Spiegel ist mit  $R \geq 99.95\%$  spezifiziert. Der Auskoppler transmittiert  $T_2 = 97,0\%$  der Oberwelle und rund  $T_1 = 0,20\%$  des Fundamentalfeldes. Wegen der schon mit dem bloßen Auge gut sichtbaren Streuung der blauen Strahlung in Substraten aus BK7 wurde für ihn Suprasil als Material gewählt. Der Planspiegel *M2* (Abb.5.14) ist auf ein Piezoelement geklebt und ermöglicht die Stabilisierung des Resonators. Um möglichst hohe Regelbandbreiten erreichen zu können, wurde er so klein dimensioniert (Durchmesser: 4 mm, Dicke: 1 mm), wie unter praktischen Gesichtspunkten möglich (Kap.5.1.5). Die anderen Spiegel besitzen einen Durchmesser von  $\frac{1}{2}$  Zoll. Als Einkoppler stehen Spiegel mit  $T_1 = 2,9\%, 3,9\%, 5,2\%$  und  $7,9\%$  zur Verfügung. Alle Spiegel sind auf Miniaturspiegelhalter geklebt, deren bewegliche Teile mit Festkörpergelenken verbunden sind. Es hat sich gezeigt, daß diese Spiegelhalter - obwohl nicht einfach zu handhaben - sehr stabil sind, so daß, wenn der Resonator erst einmal justiert ist, erneute Justagen für Wochen oder Monate unnötig sind. Die Spiegelhalter sind auf eine massive Platte aus Messing (rund 30 mm stark) geschraubt.



**Abbildung 5.14:** Modell zur experimentellen Bestimmung der Systemparameter. Die folgenden Größen werden gemessen: die vom Lasersystem zur Verfügung gestellte IR-Leistung  $I_{IN}$ , die am Resonator reflektierte Leistung  $I_R$ , die eine modenangepaßte Komponente  $I_R^m$  und eine modenfehlangepaßte Komponente  $I_R^{nm}$  besitzt, die durch den Auskopplungsspiegel M4 transmittierte Grundwellen- und Oberwellenleistung  $I_{FUN}$  und  $I_{SHG}$ . Die Transmission der Spiegel M1 und M4 wird ebenfalls experimentell bestimmt, ihre IR-Verluste werden mit  $V_1 \approx V_4 \approx 200$  ppm abgeschätzt. Daraus ergeben sich die Modenanpassung  $m^2$ , die linearen Verluste  $1 - T_R$  des Resonators (ohne Einkopplungsspiegel) und die nichtlineare Konversionseffizienz  $E_{NL}$  des Kristalls K.

Der Kristall ist in eine  $50 \mu\text{m}$  dicke Indiumfolie eingewickelt (1 Lage), um die Wärmeleitung zum Kristallhalter zu verbessern und Probleme mit mechanischen Spannungen zu vermeiden, die besonders beim Abkühlen oder Erwärmen des Kristalls wegen des großen Unterschieds zwischen Phasenanpassungs- und Raumtemperatur auftreten können. Er wird mit ungefähr  $0,1 \dots 0,3 \text{ K/s}$  abgekühlt bzw. wieder erwärmt, die Phasenanpassungstemperatur ( $\approx -12^\circ\text{C}$ ) wird auf ca.  $1 \text{ mK}$  genau gehalten. Der aus Kupfer bestehende Kristallhalter [72] ist von einem kleinen Plexiglasdeckel umgeben. Das eingeschlossene Volumen wird mit Stickstoff gespült ( $\leq 5 \text{ l/h}$ ). Auf diese Weise wird eine Kondensation der Luftfeuchtigkeit an der Kristalloberfläche vermieden. Der Kristallhalter ist auf einem in alle drei Raumrichtungen beweglichen und um die beiden senkrecht zur Strahlrichtung orientierten Achsen drehbaren Tisch befestigt, so daß eine optimale Phasenanpassung erreicht werden kann. Außerdem kann man auf diese Weise den Kristall verschieben, um "schlechte Stellen" zu meiden.

Der gesamte Resonator ist in eine massive Aluminiumbox eingesetzt, die man mit einem stabilen Deckel verschließen kann, um die Einkopplung akustischer Störungen aus der Laborumgebung in den Resonator zu reduzieren. Die Strahlein- und austrittslöcher sind mit Suprasilfenstern verschlossen, die für die Grund- und Oberwelle entspiegelt sind. Dieses System ist dann nochmals mit Hilfe einer einfachen seismischen Isolation vom optischen Tisch entkoppelt: zwischen der Box und dem Tisch befindet sich eine rund  $30 \text{ mm}$  starke und rund  $20 \times 40 \text{ cm}^2$  große Platte aus Aluminium, die auf der Ober- und Unterseite mit einer  $1 \text{ mm}$  dicken Matte aus Hartgummi beklebt ist.

Der erfolgreiche Aufbau eines Frequenzverdopplers setzt die Kenntnis der Systemparameter voraus: Modenanpassung, Impedanzanpassung und der Fokusradius des Fundamentalstrahls im Kristall müssen optimiert werden. Zu diesem Zweck wurde ein Modell entwickelt, das es gestattet, mit der Bestimmung experimentell zugänglicher Größen diese kritischen Parameter indirekt zu messen (Abb.5.14). Das Lasersystem stellt das Fundamentalfeld  $\mathcal{E}_{IN}$  mit der Intensität  $I_{IN} = |\mathcal{E}_{IN}|^2$  zur Verfügung. Da die Modenanpassung nie perfekt ist, wird nur ein Bruchteil  $m \cdot \mathcal{E}_{IN}$  in den Resonator eingekoppelt. Bei Impedanzfehlanspassung wird ein Teil dieses modenangepaßten Feldes

in Reflektionsrichtung auch im Resonanzfall beobachtbar sein:

$$\mathcal{E}_R^m = m \cdot \mathcal{E}_{\text{IN}} \left\{ \sqrt{1 \Leftrightarrow T_1 \Leftrightarrow V_1} \Leftrightarrow \frac{T_1 \sqrt{T_R}}{1 \Leftrightarrow \sqrt{1 \Leftrightarrow T_1 \Leftrightarrow V_1} \sqrt{T_R}} \right\} \quad \text{mit } T_R = R_2 R_3 T_K R_4 \quad (5.28)$$

Dabei sind  $T_i$ ,  $R_i$  und  $V_i$  für  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  die Koeffizienten der Leistungstransmission und -reflektion b.z.w der Leistungsverluste der Spiegel ( $T_i + V_i + R_i = 1$ ).  $T_K$  beschreibt die Leistungstransmission des Kristalls und enthält sowohl die linearen Verluste an den Endflächen und im Kristall als auch die Verluste durch Konversion. Das reflektierte Feld wird mit dem nicht modenangepaßten Teil des Fundamentalfeldes  $\mathcal{E}_{\text{IN}}$  überlagert. Dessen Amplitude ist aber nur näherungsweise durch  $\sqrt{1 \Leftrightarrow m^2} \cdot \mathcal{E}_{\text{IN}}$  gegeben, da es ebenfalls in den Resonator eingekoppelt und deshalb z.T. auch dort dissipiert wird. Im Unterschied zum modenangepaßten Teilfeld ist es aber nicht resonant. Die maximale Amplitude in Reflektionsrichtung erhält man dann im Falle der Anti-Resonanz, die die Verhältnisse auch im sonstigen, nicht-resonanten Bereich gut beschreibt:

$$\mathcal{E}_R^{\text{nm}} = \sqrt{1 \Leftrightarrow m^2} \cdot \mathcal{E}_{\text{IN}} \left\{ \sqrt{1 \Leftrightarrow T_1 \Leftrightarrow V_1} + \frac{T_1 \sqrt{T_R}}{1 + \sqrt{1 \Leftrightarrow T_1 \Leftrightarrow V_1} \sqrt{T_R}} \right\} \quad (5.29)$$

$$\approx \sqrt{1 \Leftrightarrow m^2} \cdot \mathcal{E}_{\text{IN}} \left\{ 1 \Leftrightarrow \frac{1}{8} T_1 (1 \Leftrightarrow T_R) \right\} \quad \text{für } V_1 \ll T_1, (1 \Leftrightarrow T_R) \ll 1 \quad (5.30)$$

In der Überlagerung der beiden reflektierten Felder verschwindet der Interferenzterm<sup>12</sup>, so daß sich einfach die Leistung der beiden Felder addiert. Daher wird die reflektierte Leistung durch

$$I_R = (1 \Leftrightarrow m^2) \cdot I_{\text{IN}} \left( \sqrt{1 \Leftrightarrow T_1 \Leftrightarrow V_1} + \frac{T_1 \sqrt{T_R}}{1 + \sqrt{1 \Leftrightarrow T_1 \Leftrightarrow V_1} \sqrt{T_R}} \right)^2 + m^2 \cdot I_{\text{IN}} \left( \sqrt{1 \Leftrightarrow T_1 \Leftrightarrow V_1} \Leftrightarrow \frac{T_1 \sqrt{T_R}}{1 \Leftrightarrow \sqrt{1 \Leftrightarrow T_1 \Leftrightarrow V_1} \sqrt{T_R}} \right)^2 \quad (5.31)$$

beschrieben. In Transmission ergibt sich für das Fundamentalfeld in Analogie zu Gl.5.31:

$$I_{\text{FUN}} = m^2 \cdot I_{\text{IN}} \frac{T_1 T_4 T_R}{1 \Leftrightarrow T_4 \Leftrightarrow V_4} \left( 1 \Leftrightarrow \sqrt{1 \Leftrightarrow T_1 \Leftrightarrow V_1} \sqrt{T_R} \right)^{-2} \quad (5.32)$$

wobei für die Leistung der Oberwelle

$$I_{\text{SHG}} = E_{\text{NL}} \cdot \left( \frac{I_{\text{FUN}}}{T_4} \right)^2 \quad (5.33)$$

gilt. Mit Hilfe der nicht-linearen Konversionseffizienz lassen sich die linearen Verluste und die Konversionsverluste voneinander trennen:

$$T_R = T_{R,0} \cdot (1 \Leftrightarrow E_{\text{NL}}) \frac{I_{\text{FUN}}}{T_4} \quad , \quad (5.34)$$

<sup>12</sup>Modenangepaßtes und nicht-modenangepaßtes Feld sind nach Definition (räumlich) orthogonal.

Tab.5.3.1: **Experimentelle Bestimmung der Systemparameter.** *Gemessen: Fundamentalleistung vor Resonator  $I_{IN}$ , reflektierte Leistung  $I_R$ , transmittierte Grund- und Oberwellenleistung  $I_{FUN}$  bzw.  $I_{SHG}$ . Daraus berechnet: Modenanpassung  $m^2$ , Gesamtverluste des Resonators  $1 \Leftrightarrow T_R$ , nicht-lineare Konversionseffizienz  $E_{NL}$ , Konversionsverluste  $E_{NL} \cdot I_{intern}$ , lineare Verluste  $\mathcal{L}_{R,0}$  und interne Fundamentalleistung  $I_{intern}$ . Die angegebenen Fehler geben jeweils den größten Fehler an, der auftritt, wenn eine der Eingangsgrößen um 5% vom angegebenen Wert abweicht. Analyse jeweils für cw-Modus und scan-Modus. Die dritte Spalte (kor.) ergibt sich aus der zweiten Spalte (scan) unter Berücksichtigung der Oberwellenabsorption im Kristall. Die Kristalllänge beträgt 15mm, der Einkopplungsreflektanzwert  $T_1 = 5,2\%$ .*

		cw	scan	kor.
		gemessen		
$I_{IN}$	[mW]	72,1	72,1	72,1
$I_R$	[mW]	21,1	19,4	19,4
$I_{FUN}$	[mW]	1,40	1,42	1,42
$I_{SHG}$	[mW]	18,9	21,0	23,4
		berechnet		
$m^2$	[%]	$(71,6 \pm 2,2)$	$(74,1 \pm 2,1)$	$(74,1 \pm 2,1)$
$1 \Leftrightarrow T_R$	[%]	$(6,69 \pm 0,44)$	$(6,78 \pm 0,43)$	$(6,78 \pm 0,43)$
$E_{NL}$	[%/W]	$(3,89 \pm 0,40)$	$(4,16 \pm 0,43)$	$(4,62 \pm 0,47)$
$E_{NL} \cdot I_{intern}$	[%]	$(2,71 \pm 0,14)$	$(2,96 \pm 0,15)$	$(3,28 \pm 0,16)$
$\mathcal{L}_{R,0}$	[%]	$(3,98 \pm 0,44)$	$(3,82 \pm 0,43)$	$(3,50 \pm 0,43)$
$I_{intern}$	[mW]	$(698 \pm 35)$	$(711 \pm 36)$	$(711 \pm 36)$

wobei  $\mathcal{L}_{R,0} = 1 \Leftrightarrow T_{R,0}$  die linearen Verluste des Resonators beschreibt. Die numerische Lösung der vier Gleichungen Gl. 5.31 - 5.34 gestattet zusammen mit der Messung der vier Leistungen  $I_{IN}$ ,  $I_R$ ,  $I_{FUN}$  und  $I_{SHG}$  die Bestimmung der relevanten Systemparameter, d.h. der Modenanpassung  $m^2$ , der nicht-linearen Konversionseffizienz  $E_{NL}$  und der linearen Verluste  $\mathcal{L}_{R,0}$  des Resonators.

Die Tab.5.3.1 zeigt das Ergebnis der Messungen für das Pumplasersystem, dessen Verdoppler mit einem 15mm langen Kristall ausgestattet ist. In Transmission wurde die Fundamentalleistung hinter einem Filter RG695 2.0mm ( $T_{SHG} < 5 \cdot 10^{-4}$ ) und die Oberwelle hinter einem Filter BG18 2.0mm ( $T_{FUN} < 2 \cdot 10^{-10}$ ) gemessen. Die reflektierte Leistung kann mit den beiden Photodioden des *Hänsch-Couillaud* Detektors bestimmt werden, die bei nicht gelocktem Resonator kalibriert werden. Die erste Spalte (cw) zeigt die Ergebnisse für einen auf die Laserfrequenz stabilisierten Verdoppler, während für die Spalte (scan) der Verdopplungsresonator gescannt wurde ( $\approx 30$  Hz, 2 Resonanzen pro Halbwelle). Da rd. 10% der Oberwellenleistung im Kristall absorbiert werden, sind in einer dritten Spalte (kor.) die Werte angegeben, die sich ergeben, wenn die Oberwellenleistung um diese Absorption korrigiert wird. Als Fehler wurde stets der jeweils größte Fehler angegeben, der sich ergibt, wenn eine der Eingangsgrößen (das sind die vier Leistungen und die Transmission und Verluste der Spiegel M1 und M4) um 5% des gemessenen Wertes variiert.

Im cw-Betrieb wird eine auf die Kristalllänge normierte Konversionseffizienz von  $\Gamma \cdot h_{BK} =$

2,59 %/(W·cm) erreicht. Sie entspricht damit den größten in der Literatur veröffentlichten Werten ([28],[77]). Ein Vergleich der Konversionsverluste  $E_{NL} \cdot I_{\text{intern}}$  mit den linearen Verlusten  $\mathcal{L}_{R,0}$  zeigt, daß rund die Hälfte der in den Resonator eingekoppelten Leistung dissipiert und nicht konvertiert wird. Nach der in Kap.5.1.4 geführten Diskussion und nach Gl.5.17 ergibt sich dann auch, daß wegen  $\mathcal{L}_{R,0}(2\sqrt{E_{NL} \cdot I_{\text{IN}}})^{-1} = 0,38$  das System an der Grenze zwischen verlustdominiertem und konversionsdominiertem Bereich arbeitet. Insgesamt sind die linearen Verluste mit rund 4% sehr hoch. Da sie im wesentlichen durch den Kristall verursacht werden, muß man davon ausgehen, daß sie im Laufe der Zeit zugenommen haben: ein gutes Jahr zuvor wurden die IR-Transmissionsverluste des gleichen Kristalls in einer single-pass Messung noch zu 1,75% bestimmt<sup>13</sup>. Hier könnte der Einsatz eines neuen Kristalls weiterhelfen, da lineare Verluste von 2% bis 2,5% erreichbar sein sollten. Der zweite, mit einem 9 mm langen Kristall ausgestattete Verdoppler konnte schon mit Verlusten unter 2% betrieben werden. Da die Gesamtverluste mit 6,7% etwas größer als die Transmission des Einkoppelspiegels ( $T_1 = 5,2\%$ ) sind, ist der Resonator nicht optimal impedanzangepaßt. Eine exakte Impedanzanpassung würde die Oberwellenleistung aber nur um weniger als 0,5% vergrößern.

Für die Modenanpassung  $m^2$  ergibt sich ein Wert von 72%, bei anderen Systemen wurden schon Werte von über 80% erreicht. Da aber die transversalen Moden höherer Ordnung im Infraroten besser als 1:100 unterdrückt sind, ist die Modenanpassung nicht durch Fehler in den Fokusradien oder -orten begrenzt. Nach Kap.5.2.1, Abb. 5.7 besitzt der Randbereich des Slave Laser Strahlprofils eine deutlich ausgeprägte Beugungsstruktur, deren Leistung nicht in den Verdopplungsresonator eingekoppelt werden kann. Da diese Beugungsstrukturen nicht sinnvoll durch die transversale Moden höherer Ordnung des Resonators beschrieben werden können, sind sie in Transmission hinter dem Resonator nicht zu beobachten. Die Modenanpassung erscheint dann nahezu perfekt, obwohl - wie in diesem Fall - nur rund 70% der Leistung eingekoppelt werden können. Im Fernfeld des Slave Laser Strahls lassen sich nach Abb.5.7 79% der Leistung im Sinne von Gl.5.24 durch eine Gaußsche Grundmode beschreiben. Natürlich gestattet die Messung des transversalen Leistungsprofils keine Bestimmung der Modenanpassung  $m^2$ , da hierzu die transversale Amplitudenverteilung bestimmt werden müßte. Sie liefert zumindest dann aber eine gute Abschätzung, wenn der Zentralbereich des gemessenen Leistungsprofils sich qualitativ gut durch eine Gaußsche Grundmode beschreiben läßt, wie das in Abb.5.7 für das Fernfeld, nicht aber für den Fokusbereich der Fall ist. Danach wäre eine Modenanpassung, die deutlich größer als 80% ist, mit diesem Slave Laser prinzipiell nicht zu erreichen.

Für eine Untersuchung des Einflusses thermischer Effekte wurde der Resonator mit rd. 30 Hz und einem Hub von ca. 2 freien Spektralbereichen gesweept. Das Ergebnis der Analyse ist in der zweiten Spalte (*scan*) der Tab. 5.3.1 aufgeführt. Für den gesweepten Verdoppler ergibt sich eine um etwa 0,1°C größere optimale Kristalltemperatur. Da diese Differenz der Temperaturakzeptanz der Phasenanpassung (Tab.5.1.2) entspricht, sind thermische Effekte schon bei resonatorinternen

<sup>13</sup>In die AR-Beschichtungen der Kristallendflächen, die nicht mit einer  $\text{SiO}_2$  Oberflächenschicht geschützt werden können (*harte Schichten*), lagert sich im Laufe der Zeit Wasser ein. Diese Einlagerungen erhöhen die Reflektivität der Endflächen und können dazu führen, daß bei den hohen Leistungsdichten (100 kW/cm<sup>2</sup>) die Endflächen zerstört werden. Tatsächlich beobachtet man bei kontinuierlichem Betrieb über 10 h einen Abfall der Oberwellenleistung um rd. 30%. Die ursprüngliche Leistung kann danach nur mit einer transversalen Verschiebung des Kristalls um 100 µm bis 300 µm wieder erreicht werden.

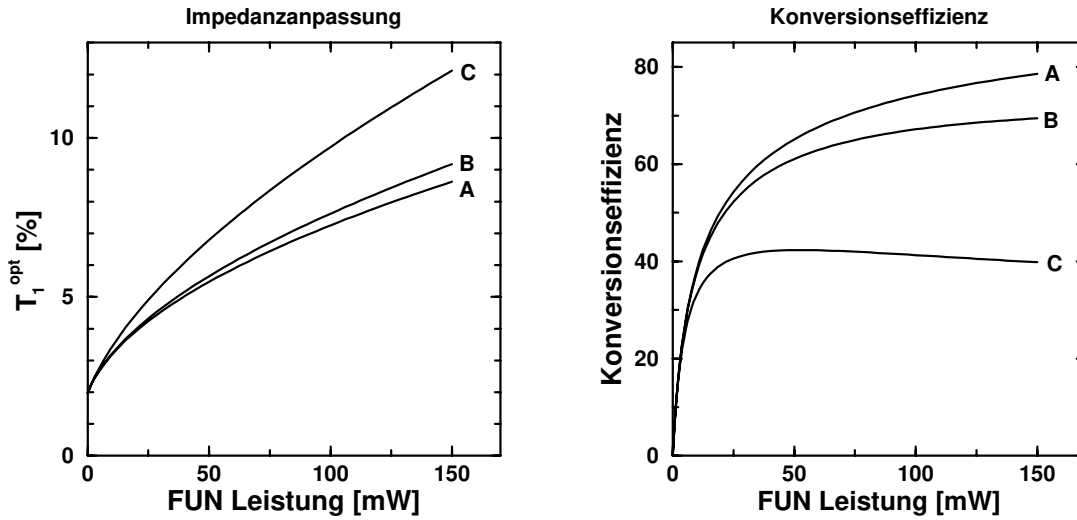
Leistungen von weniger als 1 W nicht mehr zu vernachlässigen. Sie reduzieren die maximal erreichbare Oberwellenleistung in dem hier diskutierten Beispiel um 11% ! Dabei wird in nur geringem Maße die Modenanpassung beeinflusst (thermische Linsenbildung). Die thermischen Effekte reduzieren vor allen Dingen die nichtlineare Konversionseffizienz, da sie die Phasenanpassung stören.

Die starke Absorption der Oberwelle im Kristall verringert die experimentell ermittelte nichtlineare Konversionseffizienz. Mit dem für diesen Kristall gemessenen Absorptionskoeffizienten  $\alpha_2=14\%/cm$  @ 423 nm ergibt sich nach [64] eine Reduktion der Oberwellenleistung um 11,1%. Ausgehend von der zweiten Spalte (*scan*) der Tab.5.3.1 ist in der dritten Spalte (*kor.*) die um diesen Faktor korrigierte Oberwellenleistung angegeben. Mit diesem Wert erhält man schließlich eine auf einen 1 cm langen Kristall normierte nichtlineare Konversionseffizienz von  $\Gamma \cdot h_{BK} = 3,08 \%/ (W \cdot cm)$ , das ist der größte bisher gemessene Wert überhaupt. *Polzik* und *Kimble* [77] geben  $2,7 \%/ (W \cdot cm)$  an, also rd. 5% mehr, als hier *direkt* gemessen ( $2,59 \%/ (W \cdot cm)$ ). Deren Frequenzverdoppler arbeitete allerdings bei einer Wellenlänge von 430 nm, bei der wegen des größeren Abstands zur Absorptionskante [68] die Oberwellenabsorption geringer ist. Der Vergleich zeigt aber zumindest, daß das Strahlprofil und damit die Geometrie des Verdopplungsresonators optimal an den Kristall angepaßt ist und auch die für  $KNbO_3$  relativ große Länge des Kristalls von 15 mm kein Problem hinsichtlich der Phasenanpassung darstellt. Die Frage nach dem Einfluß der Inhomogenitäten des Kristalls und der daraus resultierenden Wellenfrontverzerrungen auf die resonatorinterne Überhöhung des Fundamentalfeldes bleibt allerdings offen.

Die hier vorgestellte Analyse des Systems kann im Prinzip auch dann durchgeführt werden, wenn der Kristall nicht gekühlt und die Phasenanpassungsbedingung somit nicht erfüllt ist. Ein Vergleich des Wertes für die linearen Verluste liefert dann eine Aussage über die Größe der blau induzierten Infrarotabsorption (BLIRA). Leider sind diese Messungen experimentell nicht ganz einfach, weil im Falle ohne Verdopplung eine starke Impedanzfehlanspassung auftritt, die das Fehlersignal für die *Hänsch-Couillaud* Stabilisierung deutlich stört, so daß ein stabiler Betrieb des Resonators ohne Veränderungen am System (im Regelkreis oder in der Justage) bisweilen unmöglich ist. Der mittlere Wert aus sechs Messungen ergab einen BLIRA-Koeffizienten von  $c_{BLIRA}=(0,11 \pm 0,01) \%/mW$ . Da die zusätzliche Absorption bei optimaler Fokussierung (Gl.5.3) in guter Näherung unabhängig von der Kristalllänge ist (Kap.5.1.4), kann der hier ermittelte Wert von ca.  $0,1 \%/mW$  mit den Literaturwerten verglichen werden. Lohdahl [78] gibt für 430 nm einen BLIRA-Koeffizienten von  $c_{BLIRA}=0,026 \%/mW$  an. Busse [68] hat dieses Problem eingehender untersucht und findet  $c_{BLIRA}=0,0039 \%/mW$  bei 457,9 nm und  $c_{BLIRA}=0,0091 \%/mW$  bei 430 nm. Die beiden Arbeiten zeigen zum einen, daß die BLIRA-Koeffizienten von Kristall zu Kristall stark schwanken und daß mit wachsender Nähe zur Absorptionskante bei ca. 400 nm der BLIRA-Effekt stark zunimmt (s.a. [68]).

Der hier ermittelte Wert von  $c_{BLIRA}=0,1 \%/mW$  könnte auch die Diskrepanz zwischen den in einfachem Durchgang durch den Kristall bestimmten Infrarotverlusten (1,75%) und den resonatorinternen linearen Verlusten (3,8%) erklären: bei Oberwellenleistungen von 20 mW beträgt die zusätzliche BLIRA-Absorption rd. 2%. Sollte sich in einer ausführlicheren Untersuchung mehrerer Kristalle herausstellen, daß der BLIRA-Koeffizient bei kurzen Wellenlänge die hier gefundene Größe annimmt, würde dies bedeuten, daß mit Lasersystemen mittlerer Leistung (bis 100 mW) keine

## Einfluss des BLIRA-Effektes



**Abbildung 5.15:** Einfluß der blau induzierten Infrarotabsorption auf die Resonatorverluste und die maximal erreichbare Konversionseffizienz. Dargestellt ist die optimale Transmission  $T_1$  des Einkoppelspiegels und die maximal erreichbare Konversionseffizienz  $P_2/P_1$  in Abhängigkeit von der Fundamentalleistung vor dem Resonator mit linearen Verlusten von 2%. Der Kristall besitzt eine nichtlineare Konversionseffizienz von  $E_{NL}=3,9 \text{ %/W}$ . Die Kurven A, B und C ergeben sich für einen BLIRA-Koeffizienten von  $c_{BLIRA}=0 \text{ %/mW}$ ,  $0,01 \text{ %/mW}$  bzw.  $0,1 \text{ %/mW}$ . Für die Kurven der Konversionseffizienz ist jeweils der optimale Einkoppler gewählt.

höchsteffiziente Frequenzverdopplung (>50%) mit  $\text{KNbO}_3$  deutlich unterhalb von 430 nm möglich ist. Dies ist anhand von Abb.5.15 gut zu erkennen. Für verschiedene BLIRA-Koeffizienten  $c_{BLIRA}$  ((A):  $0 \text{ %/mW}$ , (B):  $0,01 \text{ %/mW}$ , (C):  $0,1 \text{ %/mW}$ ) ist dort die Transmission des impedanzangepaßten Einkoppelspiegels in Abhängigkeit von der Fundamentalleistung vor dem Resonator angegeben. Beschrieben wird ein System mit den Eigenschaften des experimentell untersuchten Verdopplers, d.h. mit linearen Verlusten (ohne BLIRA) von  $\mathcal{L}_{R,0} = 2\%$  und einer nichtlinearen Konversionseffizienz von  $E_{NL}=3,9 \text{ %/W}$ . Die deutlich größeren Transmissionen der Kurven B und C weisen auf ein deutliches Anwachsen der resonatorinternen Verluste durch den BLIRA-Effekt hin. Die impedanzangepaßten Einkoppler  $T_1$  können nun nicht mehr durch den einfachen, in Gl.5.12 angegebenen Ausdruck beschrieben werden, sondern genügen:

$$T_1 = 1 \Leftrightarrow \exp(\Leftrightarrow \mathcal{L}_{R,0} \Leftrightarrow \alpha_1 L_k \Leftrightarrow c_{BLIRA} \frac{E_{NL}}{T_1^2} P_1^2) \left( 1 \Leftrightarrow \frac{E_{NL}}{T_1} P_1 \right) \quad (5.35)$$

$$\approx \mathcal{L}_{R,0} + \alpha_1 L_k + c_{BLIRA} \frac{E_{NL}}{T_1^2} P_1^2 + \frac{E_{NL}}{T_1} P_1. \quad (5.36)$$

Das zweite Teilbild von Abb.5.15 zeigt die maximale erreichbare Konversionseffizienz  $\varepsilon = P_2/P_1$  in Abhängigkeit von der Fundamentalleistung, wobei stets ein optimierter Einkoppler (GL.5.35) vorausgesetzt ist. Sie kann nur numerisch angegeben werden, da sie nicht in geschlossener Form



darzustellen ist<sup>14</sup>:

$$\sqrt{\varepsilon} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} = \frac{\sqrt{E_{NL} P_1 T_1}}{\left[1 \Leftrightarrow \sqrt{1 \Leftrightarrow T_1} \sqrt{(1 \Leftrightarrow \mathcal{L}) (1 \Leftrightarrow E_{NL} \varepsilon P_1)}\right]^2}, \quad \text{wobei} \quad (5.37)$$

$$\mathcal{L} = 1 \Leftrightarrow \exp\left(\mathcal{L}_{R,0} + \alpha_1 L_k + c_{BLIRA} \frac{E_{NL}}{T_1^2} P_1^2\right)$$

die dissipativen Verluste des Resonator beschreibt. Die Kurve (C) beschreibt die Situation für einen BLIRA-Koeffizienten von  $c_{BLIRA}=0,1 \text{ \%/mW}$ , also für den experimentell ermittelten Wert. Demnach ist eine Effizienz von deutlich mehr als 40% nicht zu erreichen, wohingegen das einfachere Modell, das den BLIRA-Effekt vernachlässigt, Konversionseffizienzen von nahezu 80% bei einer Fundamentalleistung von 150 mW verspricht. Selbst dann, wenn man die kleinsten in der Literatur angegebenen BLIRA-Koeffizienten ansetzt ( $0,1\%/mW @ 430 \text{ nm}$ ), kommt es zu einer deutlichen Reduktion der erreichbaren Konversionseffizienz für Pumpleistungen oberhalb von 50 mW.

Die hier vorgestellten Untersuchungen haben also gezeigt, daß die experimentell erreichten Konversionseffizienzen theoretisch gut verstanden sind. Es ist noch unklar, ob relativ große lineare Verluste am Kristall oder die blau induzierte Infrarotabsorption die Konversionseffizienz begrenzen. Die Ergebnisse der Analyse des Verdopplers sowie der Vergleich mit früheren Arbeiten [28] bei 854/427 nm liefern allerdings klare Hinweise darauf, daß die bei 423 nm schon deutlich stärkeren BLIRA-Verluste die wesentliche Rolle spielen. Mit den bei 854 nm arbeitenden Systemen konnte bei einer Fundamentalleistung von 70 mW vor dem Resonator eine Oberwellenleistung von 35 mW erreicht werden. Berücksichtigt man die nicht-perfekte Modenanpassung in diesem Experiment, erhält man eine Konversionseffizienz von 62%. Dies ist die höchste bisher überhaupt erreichte Konversionseffizienz<sup>15</sup> für Verdoppler mit a-cut  $\text{KNbO}_3$ . Bei etwas kürzeren Wellenlängen (423 nm) konnten Konversionseffizienzen von  $P_2/P_1 = 26\%$  bzw. modenangepaßt von  $P_2/P_1 = 37\%$  mit Fundamentalleistungen von 72 mW erreicht werden.

### 5.3.2 Leistungs- und Frequenzstabilität der Lasersysteme

Neben einer möglichst großen Konversionseffizienz spielt die Leistungs- und Frequenzstabilität der Lasersysteme eine entscheidende Rolle. Das Leistungsrauschen begrenzt direkt die Empfindlichkeit für die Absorptionsmessungen am Atomstrahl. Das Frequenzrauschen beschränkt wegen der Asymmetrie des Interferometers, das kein Weißlichtinterferometer ist, die Empfindlichkeit der Phasenverschiebung des Probestrahls durch die Wechselwirkung mit dem Atomstrahl. Gleichzeitig bestimmt das Frequenzrauschen die Linienbreite des Feldes und hat damit Einfluß auf die durch das Pumpfeld induzierte Kohärenz der Atome im Atomstrahl. In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse der Untersuchungen zur Leistungs- und Frequenzstabilität diskutiert werden.

<sup>14</sup>Polzik und Kimble [77] geben hier leider einen falschen Ausdruck an.

<sup>15</sup>Lohdahl [78] erreicht mit einem "um 430 nm" arbeitenden Lasersystem bei 85 mW modenangepaßter Fundamentalleistung eine Konversionseffizienz von 58%. Der Modenanpassungsfaktor wird dem Leser leider vorenthalten. Man findet stattdessen nur die Aussage, daß schon bis zu 95% der Leistung modenangepaßt werden konnten.

**Frequenzstabilität** Das Frequenzrauschen kann gegen eine stabile Referenz, gegen ein zweites, identisch aufgebautes System gemessen oder durch Korrelation (homodyne [98] und self-heterodyne [99] Methoden) bestimmt werden. Alle Methoden haben gemeinsam, daß ein *Diskriminator* Frequenz- oder Phasenfluktuationen in Leistungsfluktuationen übersetzt, die mit einem Leistungsdetektor nachgewiesen werden können. Da Grund- und Oberwelle bei der Frequenzverdopplung im Prinzip phasenstarr gekoppelt sind, ist das (technische) Frequenzrauschen von Grund- und Oberwelle für solche Frequenzen identisch, die klein gegen die Linienbreite des Verdopplungsresonators (Größenordnung 5 MHz) sind. Bei höheren Frequenzen unterdrückt der Resonator sowohl das Frequenz- als auch das Leistungsrauschen aufgrund seiner Bandpaßeigenenschaft.

Bei den hier vorgestellten Ergebnissen ist das Frequenzrauschen des IR-Lasersystems gegen den Verdopplungsresonator gemessen, d.h. der Verdoppler selber dient als Referenz. Daher gestattet bei niedrigen Frequenzen (bis einige kHz) die Rauschspektren keine Aussage über das Frequenzrauschen des IR Lasers, weil die "Referenz" selber nicht zwingend stabil genug (stabiler als des Testobjekt) ist. Außerdem muß der Resonator durch eine aktive Regelung an die Laserfrequenz gekoppelt werden. Daher ermöglichen die gemessenen Spektren eine Aussage über das Frequenzrauschen des IR-Lasers nur für Frequenzen oberhalb der Regelbandbreite, von wo an der Resonator "freilaufend" ist und eine gute passive Stabilität besitzt. Zur Messung des Frequenzrauschens muß der Resonator mit einem gewissen Frequenzoffset  $\Delta v_{\text{offset}}$  (in der Größenordnung seiner Linienbreite) an die Laserfrequenz gekoppelt werden. Dann nämlich werden kleine Frequenzfluktuationen  $\delta v(t)$  in Leistungsfluktuationen des transmittierten Signals übersetzt. Für die in Transmission gemessene Leistung  $I$ , die auf die im Resonanzfall transmittierte Leistung normiert ist, gilt dann:

$$\begin{aligned}
 I(t) &= \frac{1}{1 + F \sin^2(b/2)} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \frac{F \sin(b)}{[1 + F \sin^2 \frac{b}{2}]^2} \varepsilon(t) + O(\varepsilon^2(t)) \quad , \text{ wobei} \quad (5.38) \\
 F &= \frac{4}{\pi^2} \left( \frac{\Delta v_{\text{FSR}}}{\Delta v_{\text{FWHM}}} \right)^2 , \\
 b &= 2\pi \frac{\Delta v_{\text{offset}}}{\Delta v_{\text{FSR}}} , \\
 \varepsilon(t) &= 2\pi \frac{\delta v(t)}{\Delta v_{\text{FSR}}}
 \end{aligned}$$

$b$  und  $\varepsilon(t)$  beschreibt also den auf den freien Spektralbereich  $\Delta v_{\text{FSR}}$  normierten Offset b.z.w die ebenso normierte Frequenzfluktuation.  $F$  gibt bis auf einen Faktor die *Finesse* des Resonators mit der Halbwertsbreite (FWHM)  $\Delta v_{\text{FWHM}}$  an. Die spektrale Leistungsdichte des Leistungsrauschens ist dann über die Autokorrelationsfunktion von  $I_T(t)$  definiert [100]. Das sog. *Wiener-Khintchine* Theorem gestattet die Beschreibung der spektralen Leistungsdichte einer Größe auch durch ihre Fourier-Transformierte, so daß für die einseitige, d.h. für Fourier-Frequenzen  $f = 0.. \infty$  definierte spektrale Leistungsdichte des Leistungsrauschens gilt (vgl. [100]):

$$S_p \{ I(t) \} (f) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \hat{I}_T(f) \cdot \hat{I}_T^*(f) . \quad (5.39)$$

Dabei gibt  $\hat{I}_T(f)$  die für den Meßzeitraum  $T$  definierte Fourier-Transformierte der Leistung an :

$$\hat{I}_T(f) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} dt I(t) e^{i2\pi ft}. \quad (5.40)$$

Man beachte, daß  $I(t)$  nach Gl.5.38 eine relative Leistung angibt, die sich durch Normierung der in Transmission gemessenen Leistung auf die *im Resonanzfall* transmittierte Leistung ergibt. Die spektrale Leistungsdichte ist nur für solche Fourier-Frequenzen sinnvoll definiert, die groß gegen den Kehrwert der Meßdauer sind:  $f \gg 1/T$ . Deshalb liefert der Term 0-ter Ordnung in  $\varepsilon(t)$  in Gl.5.40 keinen Beitrag, die Terme 2-ter und höherer Ordnung liefern in Gl.5.39 Autokorrelationsfunktionen der Fourier-Transformierten von  $\varepsilon(t)$ , die hier vernachlässigt werden sollen. Der Term erster Ordnung schließlich stellt einen Zusammenhang zwischen dem in Transmission gemessenen Leistungsrauschen und dem auf die Resonatorlinienbreite normierten Frequenzrauschen her. Nach einiger Rechnung findet man schließlich:

$$S_p \{I(t)\} (f) = \left[ \frac{2\sqrt{F} \sin(b)}{[1 + F \sin^2(\frac{b}{2})]^2} \right]^2 S_p \left\{ \frac{\delta v(t)}{\Delta v_{\text{FWHM}}} \right\} (f). \quad (5.41)$$

Normalerweise wird der Frequenzoffset bei einer Messung klein gegen die Resonatorlinienbreite sein. Für  $\Delta v_{\text{offset}} \ll \Delta v_{\text{FWHM}}$  kann man dann Gl.5.41 vereinfachen und erhält:

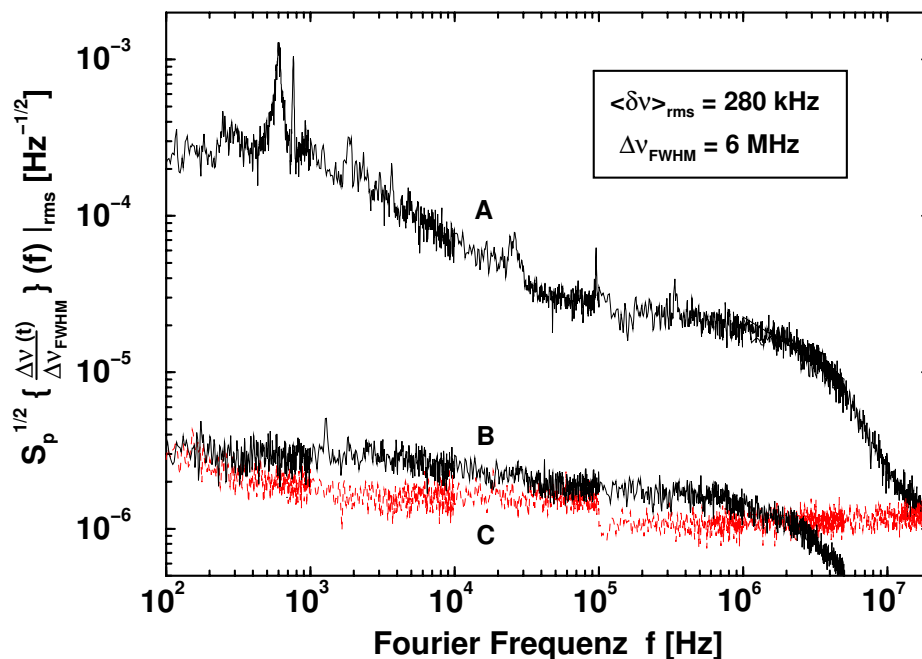
$$S_p \{I(t)\} (f) \approx \left[ 8 \frac{\Delta v_{\text{offset}}}{\Delta v_{\text{FWHM}}} \right]^2 \cdot \left[ 1 + 4 \left( \frac{\Delta v_{\text{offset}}}{\Delta v_{\text{FWHM}}} \right)^2 \right]^{-2} S_p \left\{ \frac{\delta v(t)}{\Delta v_{\text{FWHM}}} \right\} (f) \quad (5.42)$$

Der optimale Arbeitspunkt für eine Frequenzrauschmessung ist derjenige Offset  $\Delta v_{\text{offset}}$ , der die Diskriminatorsteilheit, also den Faktor in Gl.5.42, maximiert. Das garantiert maximale Empfindlichkeit für die Frequenzrauschmessung und minimale Empfindlichkeit gegenüber Fehlern bei der Einstellung von  $\Delta v_{\text{offset}}$  im Experiment. Für Gl.5.42 ergibt sich ein optimaler Arbeitspunkt von  $\Delta v_{\text{offset}}/\Delta v_{\text{FWHM}} = \pm 1/(2\sqrt{3}) \approx \pm 0,289$ . Experimentell kann man den eingestellten Arbeitspunkt nach Gl.5.38 aus der transmittierten Leistung berechnen. Setzt man wieder voraus, daß der Offset klein gegen die Linienbreite ist ( $\Delta v_{\text{offset}} \ll \Delta v_{\text{FWHM}}$ ), dann folgt:

$$\Delta v_{\text{offset}} \approx \frac{1}{2} \Delta v_{\text{FWHM}} \sqrt{\frac{1}{I_{\text{dc}}}} \Leftrightarrow 1, \quad \text{wobei } I_{\text{dc}} = I(b, \varepsilon(t) \equiv 0). \quad (5.43)$$

Exemplarisch wurde das Frequenzrauschspektrum des Probelasersystems untersucht. Die Temperatur des Kristalls im Verdoppler war dabei so gewählt ( $T=15^\circ\text{C}$ ), daß keine Konversion stattfand. Dann sind die resonatorinternen Verluste am geringsten. Sie betragen hier  $(2.5 \pm 0,5)\%$ . Zusammen mit dem Transmissionsgrad des Einkopplers ( $T_1 = 5,2\%$ ) ergibt sich eine Finesse von  $\mathcal{F} = (82 \pm 5)$ . Bei einer Resonatorlänge von 61 cm folgt dann die Linienbreite des Resonators zu  $\Delta v_{\text{FWHM}} = (6,0 \pm 0,4)$  MHz. Die für diese Messung benutzte Photodiode besitzt eine Bandbreite von 2 GHz. Die Rauschspektren wurden mit einem Spektrum/Netzwerkanalysator HP3589A aufgenommen. Das Ergebnis dieser Messung ist in Abb.5.16 dargestellt. Kurve (A) zeigt die Wurzel

### Frequenzstabilität des Lasersystems



**Abbildung 5.16:** Frequenzrauschspektrum des Probesystems. Angegeben ist die Wurzel der spektralen Leistungsdichte des Frequenzrauschens (rms) für das IR-Probelasersystems, gemessen gegen den Frequenzverdopplungsresonator (A). Der -6 dB-Punkt des geschlossenen Regelkreises liegt bei 6,6 kHz, die FWHM-Linienbreite des Resonators ist  $\Delta v_{FWHM}=6$  MHz. (B) gibt das Frequenzrauschen an, wie es sich durch das intra cavity Leistungsrauschen scheinbar ergibt (s.a. Abb.5.17). Den Rauschuntergrund von nicht beleuchteter Photodiode und Spektrumanalysator zeigt (C). Der Schrotrauschpegel am Detektor liegt bei  $3,2 \cdot 10^{-8} / \sqrt{\text{Hz}}$ . Der Rest-Frequenzfehler (rms, 10 MHz Bandbreite) beträgt 280 kHz.

der spektralen Leistungsdichte des Frequenzrauschens des freilaufenden IR-Lasersystems, gemessen gegen den Verdopplungsresonator. Die Werte sind auf die FWHM-Linienbreite des Resonators normiert. Dieser ist mit einer Regelbandbreite von ca. 6 kHz auf die Laserfrequenz stabilisiert<sup>16</sup>. Setzt man voraus, daß für Frequenzen oberhalb der Regelbandbreite der Verdopplungsresonator wesentlich stabiler als das freilaufende IR-Lasersystem ist, dann gibt (A) für Frequenzen  $f > 10$  kHz das Frequenzrauschspektrum des freilaufenden Lasersystems an. Die Spitzen bei 600 Hz bzw. 26 kHz sind auf mechanische Resonanzen zurückzuführen, die das aus Piezoelement und Spiegelhalter bestehende System besitzt. Bei niedrigen Frequenzen beträgt das Frequenzrauschen “zwischen” IR-Lasersystem und Resonator rd.  $\sqrt{S_p} \approx 1,8 \text{ kHz} / \sqrt{\text{Hz}}$ . Danach fällt es dann oberhalb von 1 kHz mit  $\sqrt{S_p} \propto 1/f^{0,53}$  bis ca. 75 kHz ab. Hier ist also das sog. *1/f-Rauschen* bestimmend, dessen Ursache hauptsächlich technisches Rauschen der Laserstromquelle ist [100]. Die obere Grenze dieses Bereichs markiert die sog. *technical noise corner* Frequenz, oberhalb der “weißes” Frequenzrauschen dominiert, das im besten Falle quantenrauschlimitiert ist. Telle [100] gibt hier für “typische” Laserdioden, die ohne optische oder elektronische Rückkopplung zur Frequenzstabilisierung betrieben werden, einen Wert von  $\sim 1,2 \text{ kHz} / \sqrt{\text{Hz}}$  bei Laserleistungen von 20 mW ( $\approx$  Leistung des Master Lasers) an. Mit Hilfe der optischen Rückkopplung vom Gitter erreicht man eine Reduktion dieses Rauschuntergrundes um mehr als eine Größenordnung:

<sup>16</sup>Der -6 dB-Punkt der closed loop Transferfunktion liegt bei  $f=6,6$  kHz.

Telle [100] hat auf diese Weise das Frequenzrauschen bis auf  $\sqrt{S_p} \sim 100 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  unterdrückt ( $1 \text{ MHz} < f < 100 \text{ MHz}$ ). Dieser Wert wird auch hier erreicht: zwischen 75 kHz und 2,8 MHz ist er mit rd.  $120 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  nahezu konstant ( $\sqrt{S_p} \propto 1/f^{0,14}$ ). Oberhalb von 2,8 MHz fällt er dann wie  $\sqrt{S_p} \propto 1/f^{1,50}$ . Hier wirkt der Resonator (6 MHz FWHM Linienbreite) als Tiefpaß.

Integriert man die spektrale Rauschleistungsdichte zwischen 100 Hz und  $f \rightarrow \infty$  auf, ergibt sich ein Restfrequenzfehler von  $\langle \delta\nu \rangle_{\text{rms}} = 280 \text{ kHz}$ , der in guter Näherung auch der Linienbreite des freilaufenden Lasersystems entspricht: Messungen des Beatspektrums zweier freilaufender Gitterlaser mit einem FFT-Analyzer ergaben eine Kurzzeitlinienbreite (40  $\mu\text{s}$  Sweep) von 200 kHz. Die Integration der spektralen Rauschleistungsdichte gestattet leider nur eine relativ grobe Abschätzung der Laserlinienbreite, da der Zusammenhang zwischen Linienbreite und mittlerem Frequenzfehler von der Art des Linienformprofils abhängt. Berücksichtigt man z.B. nur den "weißen" Anteil des Frequenzrauschens, ergibt sich -bei unendlicher Integrationsbandbreite- ein Lorentzprofil mit einer FWHM-Linienbreite von  $\langle \delta\nu \rangle_{\text{rms}} = \pi S_p = 45 \text{ kHz}$  [100].

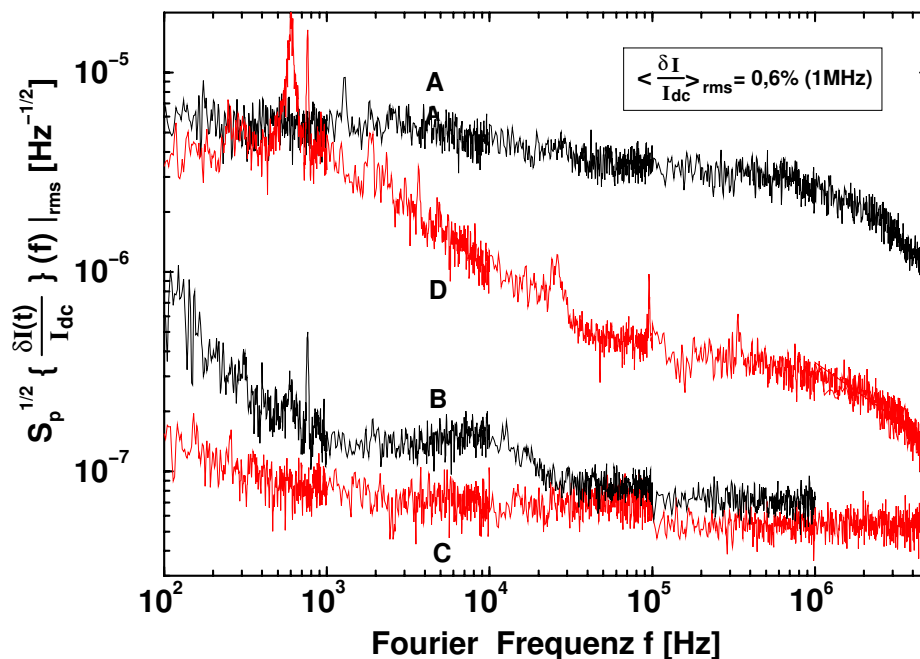
Da der mittlere Frequenzbereich zwischen 75 kHz und 2,8 MHz für rund 50% des Restfehlers verantwortlich ist, müßte eine elektronische Regelung zur Reduktion der Laserlinienbreite eine Bandbreite von einigen MHz besitzen<sup>17</sup>. Dies ist aber mit den in diesem Experiment benutzten Laserdioden nicht zu erreichen (s. Kap.5.4). In diesem Sinne markieren die hier gemessenen Linienbreiten bzw. Frequenzrauschspektren die maximale erreichbare Frequenzstabilität und zwar sowohl für den Phasenlock zweier solcher Lasersysteme aneinander als auch für die Stabilisierung eines Lasersystems auf eine atomare Resonanzfrequenz. Geringere Linienbreiten sind nur mit veränderten Konzepten erreichbar, wie sie z.B. von *Patrick* und *Wieman* vorgestellt wurden [101]. Den Autoren gelang es, die spektrale Leistungsdichte des Frequenzrauschens eines Gitterlasers durch optische Rückkopplung von einem *high finesse* Resonator um rund zwei Größenordnungen zu reduzieren (auf  $60 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  @ 60kHz). Diese Systeme sind aber experimentell aufwendiger, da sie einen zusätzlichen Regelkreis benötigen. Auf der anderen Seite zeigt sich aber auch, daß mit Regelbandbreiten von weniger als 10 kHz Linienbreiten von wenigen 100 kHz erreichbar sind. Dies wird für viele Anwendungen, so auch für diese Arbeit, ausreichend sein.

Die Kurven (B) und (C) zeigen die Empfindlichkeitsgrenzen der Messung des Frequenzrauschspektrums. Das intra cavity Leistungsrauschen liefert stets einen Beitrag zum Leistungsrauschen auf der Photodiode und wird deshalb die Empfindlichkeit der Messung begrenzen. Die Kurve (B) zeigt das durch dieses intra cavity Leistungsrauschen erzeugte scheinbare Frequenzrauschen. Die Kurve (C) schließlich gibt die meßtechnisch Grenze an, die durch das Stromrauschen der (unbeleuchteten) Photodiode und durch das Eingangsruschen des Spektrumanalysators definiert wird.

**Leistungsstabilität** Zur Bestimmung der Leistungsstabilität wurde die spektrale Leistungsdichte des IR-Leistungsrauschens des Probelasersystems gemessen. Dazu wurden die Rauschspektren mit einer Photodiode (Bandbreite  $\approx 30 \text{ MHz}$ ) und einem Spektrum/Netzwerkanalysator HP3589A einmal vor und einmal hinter dem Resonator aufgenommen. Bei den beiden Messungen unterschied sich das dc-Signal der Photodiode um weniger als 5%. Abb.5.17 zeigt die Wurzel der spektralen Leistungsdichte des relativen Leistungsrauschens (RIN, *relative intensity noise*). Kurve (A)

<sup>17</sup>Benutzt man die Laserdioden direkt ohne den auch als Filter wirkenden Verdopplungsresonator, dann wären u.U. noch größere Regelbandbreiten erforderlich.

### Leistungsstabilität des Lasersystems



**Abbildung 5.17:** Leistungsrauschspektrum des Probe Lasersystems. Angegeben ist die Wurzel der spektralen Leistungsdichte des relativen IR-Leistungsrauschens (rms) für das Probelasersystem. (A) zeigt das intra cavity Leistungsrauschen. Die Rauschleistungsdichte der Oberwellenleistung, hier nicht eingetragen, ist um 6dB größer. Das vor dem Resonator gemessene Leistungsrauschen zeigt (B). Die Empfindlichkeitsgrenze der Messung (unbeleuchtete Photodiode und Spektrumanalysator) wird durch (C) beschrieben. Nimmt man an, daß der Resonator mit einem Frequenzoffset von  $\Delta\nu_{\text{offset}} = 280\text{kHz}$  auf die Laserfrequenz stabilisiert ist, ergibt sich das mit (D) bezeichnete, aus dem Restfrequenzrauschen (s. Abb. 5.16) resultierende Leistungsrauschen. Der Schrotrauschpegel am Detektor liegt bei  $5,9 \cdot 10^{-9}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Der rms-Wert des relativen Leistungsrauschens beträgt 0,6% für eine Bandbreite von 1MHz.

bezieht sich auf das intra-cavity Leistungsrauschen. Die entsprechende Kurve für die Oberwelle liegt 6 db darüber und ist hier nicht eingetragen<sup>18</sup>. Das Leistungsrauschen ist bis ca. 1 MHz näherungsweise konstant und beträgt  $S_p^{-1/2} = 4,6 \cdot 10^{-6} / \sqrt{\text{Hz}}$  bei 10 kHz. Der doppelte Wert (rd.  $10^{-5} / \sqrt{\text{Hz}}$ ) beschreibt dann auch die maximal erreichbare Empfindlichkeit für die Absorptionsmessung am Atomstrahl. Für Frequenzen oberhalb von 2 MHz fällt die Rauschleistungsdichte ab, hier ist die Tiefpaßeigenschaft des Resonators zu erkennen (6 MHz FWHM-Linienbreite, vgl. Abb. 5.16). Der rms-Wert der intra cavity Leistungsfluktuationen beträgt 0,6% für eine Bandbreite von 1 MHz.

Das vor dem Resonator gemessene Leistungsrauschen zeigt (B). Zumindest für Frequenzen größer als 1 kHz ist die spektrale Leistungsdichte um rd. 60 dB geringer als bei der intra cavity Leistung (A). Da ein Frequenzoffset bei der Stabilisierung des Resonators auf die Laserfrequenz das Rest-Frequenzrauschen auf das Leistungsrauschen überträgt, wurde sehr sorgfältig darauf geachtet, daß dieser Frequenzoffset vernachlässigbar ist. Dazu wird der elektronische Offset des Reglers solange verschoben, bis die gemessene spektrale Leistungsdichte minimal ist<sup>19</sup>. Dann ist

<sup>18</sup>Da die Frequenzverdopplung einen in der Grundwellenleistung quadratischen Prozeß darstellt, ist die spektrale Leistungsdichte des technischen Leistungsrauschens der Oberwelle um 12 dB größer als das der Grundwelle.

<sup>19</sup>Man kann dem Laser auch eine Frequenzmodulation bei einer Frequenz oberhalb der Regelbandbreite der Re-

der Frequenzoffset so weit reduziert, wie es experimentell möglich ist. Der Einfluß des Frequenzrauschens kann natürlich nicht vollständig unterdrückt werden (Kopplung zwischen Frequenz- und Leistungsrauschen durch Terme höherer Ordnung, s. Gl.5.38). Außerdem ist der Abgleich des Frequenzoffsets im Experiment nur mit endlicher Genauigkeit möglich. Daher wurde ( $D$ ) mit in Abb. 5.17 aufgenommen. Diese Kurve ergibt sich aus dem Restfrequenzrauschen (Abb.5.16), wenn man einen Frequenzoffset von 280 kHz (Linienbreite des IR-Feldes) annimmt. ( $D$ ) stellt damit eine einfache Abschätzung des maximalen Beitrages des Restfrequenzrauschens zum Leistungsrauschen dar. Auch ( $D$ ) kann den großen Unterschied zwischen ( $A$ ) und ( $B$ ) nicht erklären. Daher muß ( $A$ ) tatsächlich das Leistungsrauschen desjenigen Fundamentalfeldanteils angeben, der in den Resonator eingekoppelt wird. Das Leistungsrauschen dieses Feldanteils besitzt demnach eine um 40 dB bis 60 dB größere spektrale Leistungsdichte als die vom Laser emittierte Gesamtleistung. Ursache hierfür ist das sog. *mode partition* oder *mode competition* Rauschen [100]: die sehr stabile Ausgangsleistung eines Diodenlasers ( $\sqrt{S_p} \approx 3 \cdot 10^{-8} / \sqrt{\text{Hz}}$ , [100]) verteilt sich zeitabhängig auf seine verschiedenen Moden, so daß das Leistungsrauschen der verschiedenen Moden antikorreliert ist. Auch dann, wenn die parasitären Moden fast vollständig unterdrückt sind, kann dieser Effekt das Leistungsrauschen einer einzeln betrachteten Mode gegenüber dem Leistungsrauschen der nicht modenselektiv gemessenen Ausgangsleistung um Größenordnungen erhöhen. Telle[100] gibt für modenselektive Messungen bei Frequenzen unterhalb von 1 MHz Werte bis zu  $\sqrt{S_p} \approx 3 \cdot 10^{-5} / \sqrt{\text{Hz}}$  an. Es liegt daher nahe, das hier gemessene Leistungsrauschen von  $4.6 \cdot 10^{-6} / \sqrt{\text{Hz}}$  diesem *mode competition* Effekt zuzuweisen. Sein Wert hängt stark von der verwendeten Laserdiode ab [102]. Desweiteren verhalten sich freilaufende Diodenlaser, Diodenlaser im Injektion Locking Betrieb und Diodenlaser mit optischer Rückkopplung unterschiedlich [102].

Die Leistungsstabilität der in diesem Experiment benutzten Lasersysteme wird also durch fundamentale Zusammenhänge der Physik der Laserdioden begrenzt. Eine Verbesserung der Leistungsstabilität setzt daher eine ausführliche Untersuchung des *mode competition* Effektes bei Master und Slave Laser voraus.

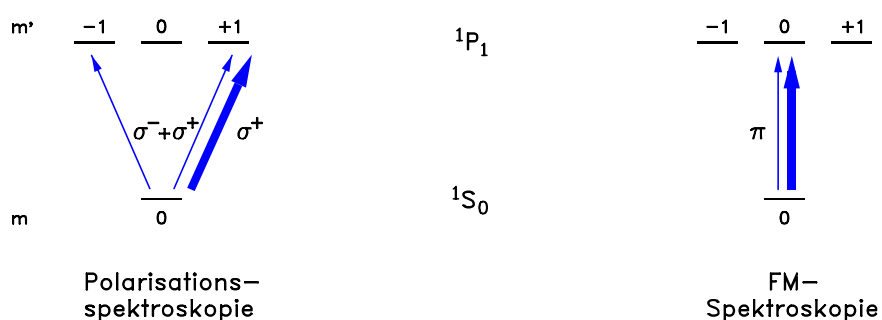
## 5.4 Laserstabilisierung

Für die Experimente zur Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption am Kalziumübergang  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$  bei 422,6 nm müssen Pump- und Probelaser auf eben diesen Übergang stabilisiert werden. Dazu wird die Frequenz des Pumplasersystems mit Hilfe einer Frequenzmodulationsmethode (*FM-Spektroskopie*) direkt an den atomaren Übergang angekoppelt. Der zugehörige experimentelle Aufbau, die erreichte Linienbreite und die sie momentan begrenzenden Faktoren werden in Kap.5.4.1 diskutiert. Das Probe Lasersystem muß, anders als das Pumplasersystem, mit einem um viele 100 MHz durchstimmbaren Frequenzoffset auf den gleichen Übergang stabilisiert werden. Dazu wird die Frequenz des Master Lasers des Probelasersystems "phasenstarr" an den Master Laser des Pumplasersystems gekoppelt (*PLL, phase locked loop*). Diese Stabilisierung wird in Kap.5.4.2 beschrieben. Die den Phasenlock von Gitterlasern begrenzenden Probleme werden diskutiert.

### 5.4.1 Stabilisierung auf den Kalziumübergang $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$

Es gibt eine Reihe verschiedener Möglichkeiten, Laser auf atomare Übergänge zu stabilisieren. Einen Überblick und Verweise auf Originalarbeiten gibt [51]. Eine auch absolut genaue Stabilisierung (Restfehler klein gegen die natürliche Linienbreite des Überganges) ist nur mit *Doppler-freien* Methoden zu erreichen. Für das hier beschriebene Experiment können im Prinzip die Doppler-freie Polarisationspektroskopie oder verschiedene Formen der Modulationsspektroskopie zum Einsatz kommen.

Anders als die Modulationsspektroskopie kommt die Polarisationspektroskopie [107, 108] ohne zusätzliche RF-Modulation aus und ist somit experimentell einfacher zu realisieren. Anfängliche Versuche, sie für die Stabilisierung des Lasersystems einzusetzen, waren aber nicht erfolgreich: Dem Doppler-freien, dispersiven Signal ist ein sehr viel größerer Untergrund überlagert, der von der Teilchendichte im Probepolumen abhängt. Da es aber, wie sich zeigte, äußerst schwierig ist, die Teilchendichte hinreichend konstant zu halten, machen Offsetdrifts des Regelkreises einen auf Zeitskalen von mehr als 10min stabilen Betrieb mit kleinen absoluten Frequenzfehlern unmöglich.



**Abbildung 5.18:** Der für die Polarisations- und FM-Spektroskopie interessante Ausschnitt aus dem Ca-Termschema. Bei der Polarisationspektroskopie wird einer der  $\sigma$ -Übergänge gepumpt, während ein linear polarisiertes Probefeld  $\sigma^+ + \sigma^-$  die durch optisches Pumpen erzeugte Asymmetrie in der Besetzung der magnetischen Unterzustände des oberen Niveaus abfragt. Bei der FM-Spektroskopie wird der  $\pi$ -Übergang sowohl gepumpt als auch geprobt.



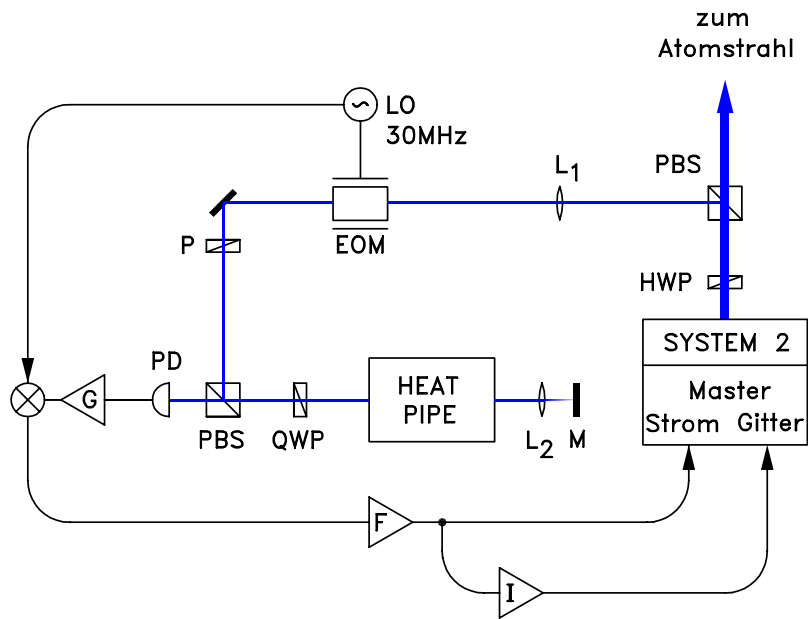
Eine Ursache für dieses Problem ist im Ca-Termschema zu finden, von dem Abb.5.18 den für die Polarisations- und FM-Spektroskopie interessanten Ausschnitt zeigt.

Da der atomare Grundzustand  $4s^2\ ^1S_0$  des Ca keine magnetische Unterstruktur besitzt, kann eine asymmetrische Besetzung magnetischer Unterzustände nur im oberen Niveau erfolgen. Anders als bei Termschemata mit einer Unterstruktur im unteren Zustand sind makroskopische Besetzungsdifferenzen nur mit einer Intensität in der Größenordnung der Sättigungsintensität des entsprechenden Überganges zu erreichen. Da noch größere Intensitäten zu einer Leistungsverbreiterung führen, die die Stabilisierung am Ende wieder begrenzen, wird die optimale Intensität in einem solchen Aufbau ungefähr der Sättigungsintensität entsprechen. Für den Ca- Resonanzübergang  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$  beträgt ihr Wert [50]  $I_S \approx 1,2\ \text{mW}/\text{mm}^2$ . Für solche Intensitäten ist die Sättigung, die das Doppler-freie Signal liefert, allerdings gering, so daß das Regelsignal nur als kleine, dispersive Struktur auf einem großen Untergrund erscheint. Solche Spektroskopiemethoden, die keine offsetfreien Fehlersignale liefern, sind daher für die Stabilisierung auf den Ca- Resonanzübergang ungeeignet. In Abb.5.18 ist ein weiteres Problem der Polarisationspektroskopie zu erkennen. Zur Stabilisierung des Lasersystems werden die  $\sigma$ -Übergänge benutzt, obwohl das eigentliche spektroskopische Experiment am  $\pi$ -Übergang durchgeführt wird. Auch wenn die Aufspaltung des  $^1P_1$ -Zustandes im Magnetfeld relativ schwach ist (1,4 MHz/G, [109]), bedeutet sie für die Stabilisierung im Prinzip ein Problem, weil sie das Fehlersignal verändern und einen zusätzlichen Offset einführen kann. Vor allen Dingen aber zur Vermeidung der Drift-Probleme beim Offset wurde die Frequenzmodulationsspektroskopie für die Stabilisierung des Pumplasersystems in diesem Experiment gewählt.

Im Laufe der letzten 20 Jahre wurden eine Reihe spektroskopischer Verfahren entwickelt, bei denen modulierte Laserfelder eine Messung von Absorption und Phasenverschiebungen an der Schrottrauschgrenze gestatten. Im einfachsten Falle wird die Phase (oder Frequenz) des Probefeldes moduliert. Dieses Verfahren wurde von Bjorklund erstmals im Jahre 1979 vorgeschlagen und demonstriert [110]. Je nach dem Verhältnis von Modulationsfrequenz und spektraler Breite der untersuchten Struktur wird unterschieden zwischen Wellenlängen- und Frequenz- oder Phasenmodulationsspektroskopie (Modulationsfrequenz klein bzw. groß gegen Strukturbreite, [111]). Diese Methode kann ergänzt werden durch eine Amplitudenmodulation des Pumpfeldes [112], die den Einfluß technischer Probleme reduziert<sup>20</sup>. Alle diese Verfahren haben gemeinsam, daß das phasenmodulierte Probefeld die Information über die Absorption und Phasenverschiebung, die es in der Wechselwirkung mit einem Objekt erfährt, nicht bei "dc", sondern bei hohen Frequenzen trägt, wo sein Amplituden- und Phasenrauschen selber keine Rolle mehr spielt oder quantenrauschlimitiert ist. Für eine ausführliche Diskussion der Phasenmodulationsspektroskopie sei auf *Kramer et al.* [114] und *Bjorklund et al.* [115] verwiesen, die auch eine Signal-zu-Rausch-Analyse vorlegen.

Der in diesem Experiment benutzte experimentelle Aufbau ist in Abb.5.19 dargestellt. Aus dem "blauen" Strahl des Pumplasersystems wird mit Hilfe eines variablen Leistungsstrahlteilers, bestehend aus einer  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte und einem polarisierenden Strahlteiler, ein Teil für die Spektroskopie ausgekoppelt, so daß hinter dem Polarisator eine Leistung von rd. 1 mW zu messen

<sup>20</sup>Streuung von Pumplicht in den Detektionskanal [112], Rest-Amplitudenmodulation durch den Phasenmodulator [113].

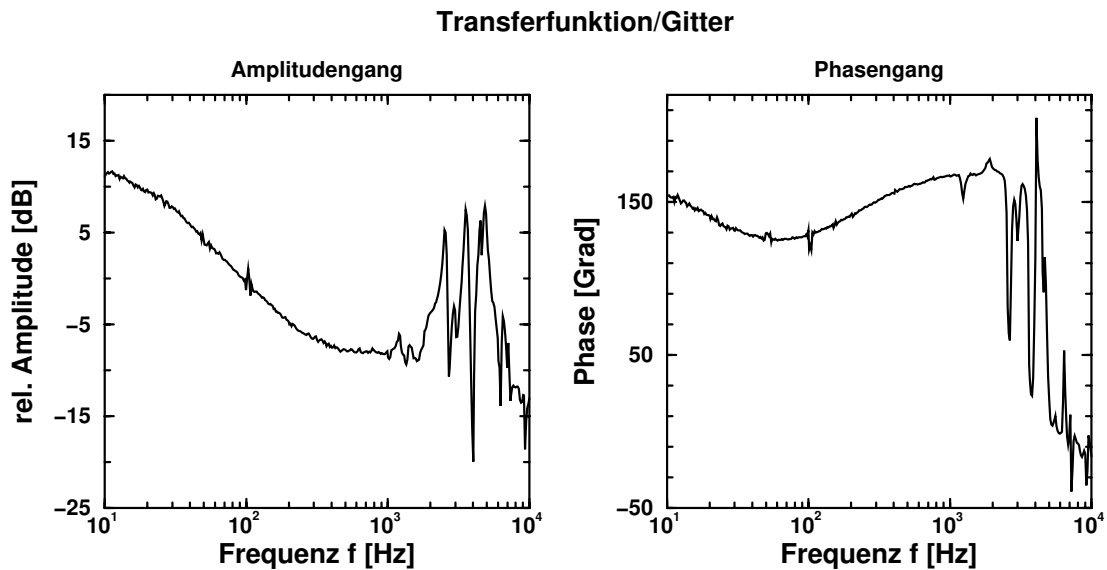


**Abbildung 5.19:** Experimenteller Aufbau der FM-Spektroskopie. **HWP:**  $\lambda/2$ -Platte; **PBS:** polarisierender Strahlteiler; **L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>:** Linse; **EOM:** elektro-optischer Phasenmodulator; **LO:** Lokaloszillator; **P:** Polarisator; **QWP:**  $\lambda/4$ -Platte; **M:** Planspiegel; **PD:** schnelle Photodiode; **G:** Verstärker; **F:** Filter; **I:** Integrator; **SYSTEM 2:** Pumplasersystem, dessen Verdoppler das für die FM-Spektroskopie benötigte Laserfeld liefert. Stullelemente sind das Gitter des Master Lasers und dessen Strom

ist. Die Linse  $L_1$  bildet den Strahl so ab, daß seine leicht astigmatischen Foki in der Heatpipe liegen und einen Radius von  $w_{0,\text{hor}} \approx 260 \mu\text{m}$  bzw.  $w_{0,\text{ver}} \approx 360 \mu\text{m}$  besitzen. Die Leistungsdichte beträgt demnach  $I \approx 3,4 \text{ mW/mm}^2 \approx 2,8 \cdot I_{\text{sat}}$ . Der Probestrahl ist gut kollimiert, da die konfokalen Parameter  $b_{\text{hor}} = 1,0 \text{ m}$  bzw.  $b_{\text{ver}} = 1,9 \text{ m}$  deutlich größer als die Wechselwirkungszone sind. Er wird mit Hilfe eines elektro-optischen Phasenmodulators mit einem Modulationsindex von  $M_{\text{FMS,FM}} \approx 0,13$  bei einer Frequenz von  $f_{\text{FMS}} = 30 \text{ MHz}$  phasenmoduliert. Dies ist näherungsweise die optimale Frequenz, da das FMS-Fehlersignal maximal wird, wenn die Modulationsfrequenz der (natürlichen) Linienbreite der Struktur, hier  $34 \text{ MHz}$ , entspricht. Der Modulationsindex der Rest-Amplitudenmodulation<sup>21</sup> beträgt typisch  $M_{\text{FMS,AM}} = 9 \cdot 10^{-4}$ , das elektromagnetisch in die Photodiode und die nachfolgende Elektronik eingestrahlte Signal ist noch einmal um rd.  $7 \text{ dB}$  geringer. Der Laserstrahl wird nun nach Durchlaufen des Polarisators<sup>22</sup> mit Hilfe des polarisierenden Strahlteilerwürfels durch eine  $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte in die Wechselwirkungszone gelenkt. Diese befindet sich in der Heatpipe [55], in der der Ca-Dampf erzeugt wird. Steht die Linse  $L_2$  in einem solchen Abstand zum Planspiegel  $M$ , daß der Fokus des Laserstrahls auf dessen Oberfläche liegt, dann wird der Strahl nicht nur bezüglich seiner Richtung, sondern auch bezüglich seiner Geometrie (lokale Strahlradien) in sich reflektiert. Auf diese Weise kann man eine optimale Modenanpassung von hin- und rücklaufendem Strahl erreichen. Nach erneutem Durchlaufen der  $\lambda/4$ -Platte ist die Polarisation des Strahls um  $90^\circ$  gedreht, so daß er nun durch den polarisierenden Strahlteilerwürfel transmittiert wird. Mit Hilfe dieser Anordnung kann die nichtlineare Wechselwirkungszone, also der Raumbereich, in dem hin- und rücklaufender Strahl überlappen, auch für kleine Strahlradien so lang wie die Ca-Dampfzone selbst sein, weil sich die Strahlen nicht unter

<sup>21</sup>gemessen mit der Photodiode  $PD$ , also nicht vor dem Polarisator  $P$

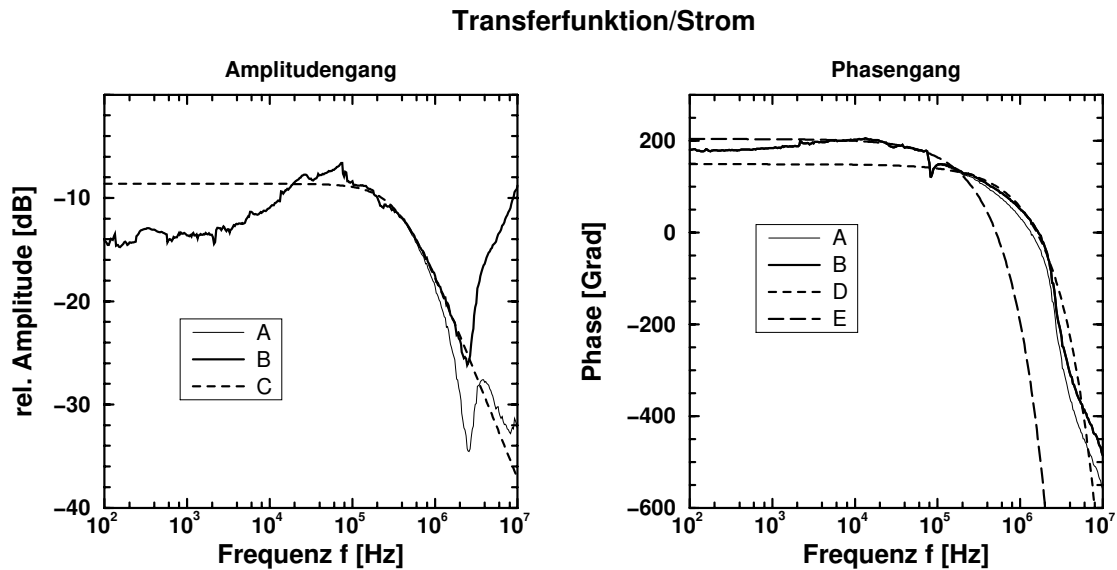
<sup>22</sup>Der EOM stört in geringem Maße die lineare Polarisation des Strahls.



**Abbildung 5.20:** *Open loop* Transferfunktion des Gitter-Regelkreises. Wegen der stark ausgeprägten Resonanzen muß die *cross over* Frequenz von Gitter- und Stromregelkreis deutlich unterhalb von 2 kHz liegen.

einem Winkel schneiden müssen. Der Strahl trifft dann auf die Photodiode (30 MHz Bandbreite), deren dc-Signal zur Kontrolle der Teilchendichte überwacht wird. Das ac-Signal wird mit zwei low noise HF-Verstärkern *Minicircuits ZFL500 LN* und *Minicircuits ZFL1000 LN* um insgesamt 42 dB verstärkt und danach mit einem Mischer (Konversionsverluste -7 dB...-12 dB) demoduliert. Zur Unterdrückung der Modulationsfrequenz und ihrer Oberwellen wird das demodulierte Signal mit einem passiven Tiefpaß 1-ter Ordnung (-3 dB @ 640 Hz) gefiltert. Dieses Fehlersignal dient als Eingangssignal eines Reglers, dessen Frequenzgang von dc bis 100 Hz konstant ist, danach bis 1 kHz mit -12 dB/oct. und für höhere Frequenzen mit -6 dB/oct. abfällt. Mit dem Ausgangssignal wird dann der Strom der Laserdiode geregelt<sup>23</sup>. Die Frequenzfluktuationen der freilaufenden Laserdiode (<20 MHz auf Zeitskalen von einigen Sekunden) sind auch bei niedrigen Frequenzen so klein, daß man den Laserdiodenstrom im Prinzip bis dc als Stellelement benutzen kann. Leider tritt dabei aber ein regelungstechnisches Problem auf: Eine Modulation des Stromes bewirkt für Frequenzen unterhalb von einigen 100 kHz eine Frequenzmodulation auf Grund thermischer Effekte [100]. Bei sehr niedrigen Frequenzen (1 Hz), d.h. innerhalb der Regelbandbreite der Temperaturstabilisierung, wird daher eine Modulation des Stromes im besten Falle durch den Temperaturtreiber kompensiert, im schlechtesten Falle entsteht eine Regelschwingung, und der Gesamtregelkreis ist nicht stabil. Tatsächlich konnten solche Schwingungen besonders beim Phasenlock (Kap.5.4.2) auch beobachtet werden. Ihre Periodendauern betragen einige Sekunden, ihre Amplitude entsprach vielen GHz. Daher muß die dc-Regelung durch ein zusätzliches Stellelement, das Gitter des Master Lasers, übernommen werden. Aus diesem Grund wird das Ausgangssignal des oben erwähnten Reglers über einen Integrator (-6 dB/oct. von dc bis 200 Hz, dann -12 dB/oct.) und einen HV-Verstärker auch auf das Piezoelement gegeben, das das Gitter bewegt.

<sup>23</sup>Hier hat sich die von *Wynands* [116] angegebene Methode eines parallel zur Laserdiode geschalteten FETs als optimal erwiesen. Dies gilt sowohl hinsichtlich der erreichbaren Bandbreiten als auch hinsichtlich eines "schonenden" Umgangs mit der Laserdiode.



**Abbildung 5.21:** *Open loop* Transferfunktion des Stromregelkreises. (A): gemessene Kurven. (B): (A) um Tiefpaß ( $f_g = 2,89$  MHz) korrigiert. (C): für  $100 \text{ Hz} < f < 2 \text{ MHz}$  ist Tiefpaß erster Ordnung mit  $f_g = 374$  kHz angepaßt. (D): für  $100 \text{ Hz} < f < 2 \text{ MHz}$  ist Totzeitglied mit  $\tau = 260$  ns angepaßt. Dies entspricht für  $f \ll f_g$  einem Tiefpaß mit  $f_g = 613$  kHz. (E): für  $15 \text{ kHz} < f < 200 \text{ kHz}$  ist Totzeitglied mit  $\tau = 1,11 \mu\text{s}$  angepaßt. Dies entspricht einem Tiefpaß mit  $f_g = 144$  kHz.

Die *cross over* Frequenz<sup>24</sup> von Gitter- und Stromregelkreis liegt unterhalb von 200 Hz und ist deshalb so niedrig gewählt, weil das mechanische System der Gitterhalterung starke Resonanzen (10 dB bis 15 dB resonante Überhöhung) für Frequenzen oberhalb von 2 kHz aufweist. Dies ist in Abb.5.20 zu sehen, in der die Transferfunktion des Gitter-Regelkreises dargestellt ist. Sie ist im offenen Regelkreis gemessen. Der Laser wurde dazu “per Hand” in der Nähe der Linienmitte des Ca-Überganges gehalten. Das Testsignal wurde in den HV-Verstärker eingespeist, der das Piezoelement treibt, und am Ausgang des Mixers hinter einem passiven Filter 1-ter Ordnung ( $f_g = 2,894$  MHz) wieder ausgelesen.

Abb.5.21 zeigt die gleiche Messung für den Stromregelkreis. Die beiden Kurven (A) geben die gemessenen Transferfunktionen direkt wieder, in (B) ist der Tiefpaß ( $f_g = 2,894$  MHz, s.o.) herausgerechnet. Im Amplitudengang tritt für Frequenzen von einigen 10 kHz ein Abfall nach kleinen Frequenzen auf, der ein Artefakt desjenigen Regelkreises ist, der den Frequenzverdoppler stabilisiert: Für kleine Frequenzen ( $f < 10$  kHz) kann der Resonator der Frequenzmodulation folgen, die dem Laser mit dem Testsignal aufgeprägt wird. Für große Frequenzen setzt der Verdopplungsresonator die Frequenzmodulation z.T. aber in eine Leistungsmodulation um, die dann am Mischerausgang als Teil des Signals erscheint. Entsprechend ist die schwach ausgeprägte Resonanz bei 80 kHz auf eine mechanische Resonanz des Frequenzverdopplers zurückzuführen. Für eine Auswertung der Transferfunktionen können daher nur die Frequenzen oberhalb der Regelbandbreite des Frequenzverdopplers ( $\approx 6,6$  kHz) berücksichtigt werden. Paßt man im Amplitudengang für den Frequenzbereich von 100 kHz bis 2 MHz einen Tiefpaß 1-ter Ordnung an, dann ergibt sich

<sup>24</sup>das ist die Frequenz, bei der die Regelkreisverstärkung der beiden Teilregelkreise (Gitter bzw. Strom als Frequenz-Stellelement) gleich sind.

dessen Grenzfrequenz zu  $f_g = 374 \text{ kHz}$  ( $C$ ). Der Phasengang läßt sich nicht durch einen solchen Tiefpaß beschreiben, da die Phase zu großen Frequenzen monoton fällt. Die lineare Darstellung des Phasengangs zeigt dabei, daß sie sich in guter Näherung linear mit der Frequenz entwickelt. Dies ist aber genau das Phasenverhalten eines Totzeitgliedes. In Abb.5.21 sind deshalb in zwei Frequenzbereichen (15 kHz...200 kHz ( $E$ ) bzw. 100 kHz...2 MHz ( $D$ )) zwei Totzeitglieder angepaßt. Es ergeben sich Totzeiten von  $1,11 \mu\text{s}$  bzw.  $260 \text{ ns}$ . Diese relativ langen Totzeiten sind nicht durch Verzögerungsstrecken im Aufbau zu erklären. Die optische Wegstrecke, gemessen vom Master Laser über den Slave Laser, den Verdoppler und den FMS-Aufbau bis zur Photodiode (Abb.5.19) beträgt ca.  $5,7 \text{ m}$  und entspricht damit einer Totzeit von  $\approx 20 \text{ ns}$ . Der Verdoppler selber wirkt bei Frequenzen, die klein gegen seine Linienbreite sind, für eine Frequenzmodulation<sup>25</sup> wie ein Tiefpaß erster Ordnung mit  $f_g = \Delta v_{\text{FWHM}}/2 \approx 3 \text{ MHz}$ , entsprechend einem Totzeitglied<sup>26</sup> von  $\approx 53 \text{ ns}$ . Die Länge der verwendeten elektrischen Kabel beträgt  $4,5 \text{ m}$  entsprechend  $\approx 15 \text{ ns}$  im Vakuum. Insgesamt ergibt sich also eine Totzeit von  $\tau_{\text{tot}} < 100 \text{ ns}$ . Damit lassen sich weder ( $D$ ) und ( $E$ ) für den Phasengang noch ( $A$ ) für den Amplitudengang erklären.

Verantwortlich für die Tiefpaßcharakteristik im Amplitudengang und für die Totzeitgliedcharakteristik im Phasengang ist die Konkurrenz verschiedener Prozesse innerhalb der Laserdiode, die eine Strommodulation in eine Frequenzmodulation übersetzen [100]. Für niedrige Frequenzen erzeugt die Modulation des Stroms eine Modulation der Temperatur, die wiederum die Frequenzmodulation nach sich zieht. Für Frequenzen oberhalb von einigen 100 kHz kann die Temperatur der Strommodulation nicht mehr folgen und andere Effekte, besonders die Modulation der Ladungsträgerdichte, werden jetzt bestimmend. Sie verändert den Brechungsindex innerhalb der Laserdiode. Der Einfluß des thermischen Effektes und der Ladungsträgerdichte auf die Frequenz sind aber i.a. entgegengerichtet [100], so daß besonders im Bereich des *cross overs* eine starke Variation der Amplitude und des Phasengangs mit der Frequenz zu beobachten ist. Telle [100] gibt für die *cross over* Frequenz, die vom Typ der Laserdiode abhängt, einen Wert von  $\sim 1 \text{ MHz}$  an. Da das Phasenverhalten von ( $D$ ) für kleine Frequenzen einem Tiefpaß mit einer Grenzfrequenz von  $614 \text{ kHz}$  entspricht und ( $C$ ) im Amplitudengang einen Tiefpaß mit  $f_g = 374 \text{ kHz}$  beschreibt, kann der Abfall von Amplitude und Phase für Frequenzen oberhalb von wenigen 100 kHz wohl auf die Unterdrückung thermischer Effekte bei hohen Frequenzen zurückgeführt werden. Im Phasengang bleibt im Frequenzbereich bis  $200 \text{ kHz}$  die Ursache für eine Totzeitgliedcharakteristik ( $\tau = 1,1 \mu\text{s}$ ) ungeklärt, die keine korrespondierende Tiefpaßcharakteristik im Amplitudengang besitzt und daher tatsächlich als Totzeitglied interpretiert werden muß. Eine Totzeit von vergleichbarer Größe wurde auch bei den Untersuchungen zum Phasenlock bei dem zweiten Gitterlaser bestimmt ( $\tau = 690 \text{ ns}$ ).

Die zu hohen Frequenzen stark abfallende Phase stellt ein echtes Problem für die Frequenz- und Phasenstabilisierung von Gitterlasern dar. Da deren Frequenzrauschen sich auf eine Bandbreite von vielen MHz erstreckt (s. Kap.5.1.5)), sind Regelbandbreiten auch in dieser Größenordnung notwendig, um z.B. einen "echten" Phasenlock (Kap.5.4.2) zweier Gitterlaser zu erreichen [117]. Bei der Konstruktion eines stabilen Regelkreises muß dann vor allen Dingen der Phasengang der Transferfunktion kompensiert werden. Das kann man für ein Totzeitglied zwar mit einem

<sup>25</sup>gilt auch für Amplitudenmodulation

<sup>26</sup>Dem Tiefpaß 1-ter Ordnung mit der Grenzfrequenz  $f_g$  läßt sich ein Totzeitglied mit der Totzeit  $\tau$  zuordnen, das für kleine Frequenzen den gleichen Phasengang wie der Tiefpaß besitzt. Es ist  $2\pi\tau f_g = 1$ .

Hochpaß erster Ordnung erreichen, dies ist aber auf Frequenzen  $f < f_g = 1/(2\pi\tau) \approx 145$  kHz beschränkt. Außerdem verstärkt der Hochpaß die Strom-Frequenzkonversion bei Frequenzen ab  $f_g$ , was zu zusätzlichen regelungstechnischen Problemen führt. Daher begrenzt das Totzeitglied die Regelbandbreite der Frequenzstabilisierung für die hier benutzten Laserdioden (SDL5410-C) auf wenige 100 kHz.

Messungen zur Empfindlichkeit des Frequenzdetektors ergaben eine spektrale Leistungsdichte der nachweisbaren Frequenzfluktuationen<sup>27</sup> von  $\sqrt{S_p\{\delta v(t)\}} \approx 900$  Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$  für Frequenzen von  $10 \text{ Hz} < f < 1 \text{ MHz}$ . Damit ist der Detektor für Frequenzen oberhalb von 100 kHz rd. 20 dB weniger empfindlich, als es dem Frequenzrauschen des freilaufenden Lasers entspricht. Nur für sehr niedrige Frequenzen (unterhalb einiger kHz) wird das Frequenzrauschen so groß, daß es mit einem Signal-zu-Rausch-Verhältnis in der Größenordnung von 1 "nachgewiesen" werden kann. Möchte man also vermeiden, daß die elektronische Stabilisierung das elektronische Rauschen auf das Frequenzrauschen überträgt, dann darf die Bandbreite der Regelung einige kHz nicht überschreiten: Der zum jetzigen Zeitpunkt eingesetzte Detektor gestattet daher nur eine "dc-Stabilisierung", die die Frequenzdrift des Lasers eliminiert. Die Regelbandbreite wurde daher zu rd. 7 kHz gewählt.

Die Detektorempfindlichkeit wird durch das Rauschen der Photodiode ( $\approx 22$  nV<sub>rms</sub>/ $\sqrt{\text{Hz}}$  an 50  $\Omega$ , 4 k $\Omega$  Transimpedanz) begrenzt. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis könnte durch Verwendung eines größeren Modulationsindex beim EOM um ca. 10 dB bis 20 dB verbessert werden. Dazu wären aber Spannungen von 50 V<sub>pp</sub> bzw. 150 V<sub>pp</sub> bei 30 MHz erforderlich, die man nur mit einem elektronisch aufwendigeren, resonanten Treiberkonzept realisieren kann. Der Einsatz einer resonanten, bei 30 MHz wesentlich empfindlicheren Photodiode erscheint hier erfolgreicher.

Das Kap.5.3.2 hat gezeigt, daß mit Regelbandbreiten von wenigen kHz Restlinienbreiten von wenigen 100 kHz erreichbar sind. Deshalb stellt die geringe Empfindlichkeit des Frequenzdetektors kein grundlegendes Problem dar. Man kann davon ausgehen, daß die Restlinienbreite mit wenigen 100 kHz vernachlässigbar gegenüber Offsetfehlern der Regelung (abgeschätzt auf  $\delta v_{dc} \leq 1$  MHz) ist. Eine genaue quantitative Untersuchung der absoluten Frequenzstabilität würde einen zweiten, möglichst identischen, aber vom ersten System unabhängigen Aufbau erfordern.

## 5.4.2 Digitale Phasenstabilisierung

Das Probelasersystem muß mit einer durchstimbaren Offsetfrequenz ebenfalls an den atomaren Übergang gekoppelt werden. Sollen neben der zentralen Struktur des Spektrums der stark getriebenen Ca-Atome auch die Rabi-Seitenbänder spektroskopisch untersucht werden, dann muß der Durchstimmbereich viele 100 MHz betragen und die Offsetfrequenz 0 Hz einschließen. Die einfachste Möglichkeit, solch eine Stabilisierung zu realisieren, besteht darin, die Frequenz des Master Lasers des Probelasersystems phasenstarr mit einer durchstimbaren Offsetfrequenz an die Frequenz des Master Lasers des Pumplasersystems zu koppeln. Letztere ist - wie beschrieben - mit Hilfe der FMS-Spektroskopie auf den Resonanzübergang stabilisiert (Kap.5.4.1), so daß damit auch der Probelaser indirekt an den Ca-Resonanzübergang angeschlossen ist.

<sup>27</sup>für ein Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 1:1

Für die Phasendifferenz der elektromagnetischen Felder  $\mathcal{E}_A \cdot e^{i\varphi_A(t)}$  bzw.  $\mathcal{E}_B \cdot e^{i\varphi_B(t)}$  zweier phasenstarr gekoppelter Laser gilt:

$$\Delta\varphi(t) = \varphi_A(t) \Leftrightarrow \varphi_B(t) = \delta\varphi(t) \ll 1. \quad (5.44)$$

Da  $\delta\varphi(t)$  für alle Zeiten beschränkt bleibt, besitzen zwei phasenstarr gekoppelte Laser im Limes unendlich langer Meßdauer  $T$  *exakt* die gleiche mittlere Frequenz  $(\varphi(T) \Leftrightarrow \varphi(0))/T$ . Phasenregelkreise (*phase locked loops*, PLLs) sind daher im Prinzip jedem Frequenzregelkreis überlegen, da diese die Sollfrequenz nur bis auf einen Restfrequenzfehler einstellen, der durch die open loop-Verstärkung des Regelkreises bestimmt ist. PLLs sind deshalb auch für solche Anwendungen interessant, die keine echte Phasenstabilisierung, sondern eigentlich nur eine Frequenzstabilisierung benötigen. Desweiteren läßt sich das Konzept der PLL leicht auch so erweitern, daß beide Felder eine feste Differenzfrequenz besitzen, die, wie oben erläutert, im Prinzip beliebig genau festgelegt ist. In diesem Fall können die Phasen der beiden Felder natürlich nicht mehr identisch sein. Dennoch spricht man von phasenstarrer Kopplung dann, wenn die Phasendifferenz der beiden Laserfelder der Phase eines Referenzoszillators, eines sog. Lokaloszillators, entspricht:

$$\Delta\varphi(t) = \varphi_A(t) \Leftrightarrow \varphi_B(t) = \phi_{LO}(t) + \delta\varphi(t) \quad \text{mit} \quad \delta\varphi(t) \ll 1. \quad (5.45)$$

Im Experiment sind diese Lokaloszillatoren dann häufig sehr phasenstabile HF-Generatoren, so daß im wesentlichen  $\phi_{LO}(t) = 2\pi f_{LO}t$  gilt und die Phasenstabilität des Schwebungssignals (*Beat*) der beiden Felder letztendlich durch das Phasenrauschen des Lokaloszillators begrenzt wird. Ist einer der Laser absolut stabilisiert, kann mit einer Veränderung der LO-Frequenz die Frequenz des zweiten Lasers durchgestimmt werden. Die erreichbare Bandbreite ist dann nur durch die Bandbreite der Elektronik und des HF-Generators und nicht durch fundamentale Größen begrenzt, wie das z.B. bei einer Stabilisierung auf einen atomaren Übergang der Fall ist. Ein idealer Phasendetektor unterdrückt zudem die Kopplung von Leistungs- und Frequenzrauschen, anders als z.B. die FMS- oder Polarisationspektroskopie. Eine ausführlichere Diskussion sowohl der Grundlagen von PLLs als auch besonderer Aspekte von PLLs mit Diodenlasern findet man bei *Prevedelli et al.* [117].

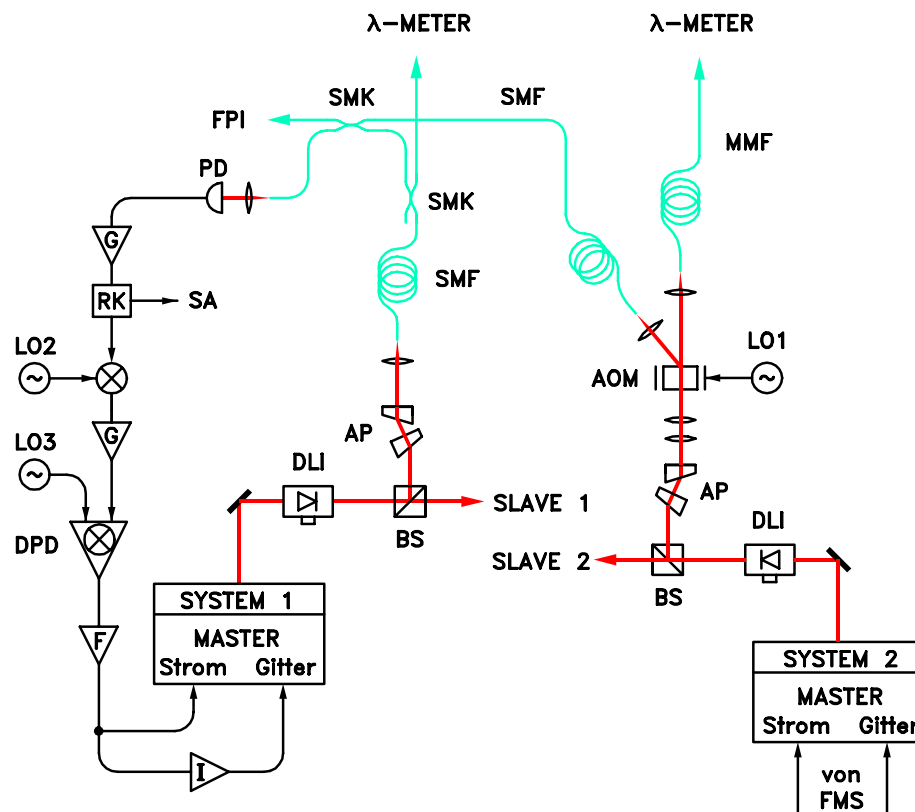
Wesentlicher Bestandteil einer PLL ist der Phasendetektor, der das Fehlersignal erzeugt. Sollen zwei Laser ohne Frequenzoffset phasenstarr gekoppelt werden, dann kann eine Photodiode als Phasendetektor dienen, andernfalls muß die Phase des Schwebungssignals nochmals mit der Phase des Lokaloszillators verglichen werden. Hierfür können analoge HF-Mischer zum Einsatz kommen. Leider besitzen diese Detektoren aber keine monotone Diskriminatorcharakteristik. Da sie eine Phasendifferenz  $\varphi$  auf  $\sin(\varphi)$  abbilden, hängen Diskriminatorsteilheit und -vorzeichen vom aktuellen Werte des Restphasenfehlers bei geschlossenem Regelkreis ab. Wird sein Betrag größer als  $\pi/2$ , kehrt sich das Vorzeichen der Transferfunktion des Regelkreises um, und es kommt zu einem *cycle slip*. Dann "verschluckt" der Regelkreis einen Zyklus, d.h.  $\varphi_A(t) \Leftrightarrow \varphi_B(t) = 2\pi + \delta\varphi(t)$ , und die Regelschleife kann erst im nächsten Zyklus "einrasten". Besonders für die Phasenstabilisierung von Gitterlasern stellt diese Eigenschaft analoger Phasendetektoren eine echte Schwierigkeit dar. Anders als z.B. bei Diodenlasern mit optischer Rückkopplung von einem externen Resonator ist das Phasenrauschen auch bei hohen Frequenzen (MHz) noch so groß (s. Kap.5.3.2),

daß bei Regelbandbreiten von wenigen 100 kHz Restphasenfehler in der kritischen Größenordnung auftreten können. Wegen der in Kap.5.4.1 erläuterten Schwierigkeiten im Zusammenhang mit der Realisierung großer Regelbandbreiten können analoge Mischer daher ungeeignet für den Einsatz als Phasendetektor in PLLs von Gitterlasern sein.

Auch im Rahmen dieser Arbeit wurden anfänglich analoge Mischer (*Minicircuits ZFM-4*) benutzt. Dabei stellte sich heraus, daß auch mit sorgfältig optimiertem Regelkreis keine phasenstarre Kopplung beider Laser erreicht werden konnte. Schließlich wurde ein von *Prevedelli et al.* [117] beschriebener *digitaler Phasen/Frequenzdetektor* (DPD) eingesetzt, der zum Erfolg führte. Er besitzt zwei symmetrische Eingänge, die von einem TTL-Lokaloszillator (hier 20,000235 MHz) und dem TTL-gewandelten Schwebungssignal der beiden Laserfelder gespeist werden. Einer der beiden Kanäle zählt nun für jede Periode des Eingangssignals ein Register hoch, der andere Kanal ein zweites Register nach unten. Ein Addierer addiert dann zu jeder Zeit den Stand der beiden Register; das Ergebnis wird anschließend wieder digital-analog gewandelt und mit einem Tiefpaß gefiltert, dessen Grenzfrequenz kleiner als die Frequenz des Lokaloszillators, aber größer als die angestrebte Regelbandbreite ist. Dieses Ausgangssignal gibt dann den Phasenfehler an. Der hier nur kurz skizzierte digitale Detektor hat drei entscheidende Vorteile gegenüber einem analogen Detektor:

- Der Zählbereich des Phasenfehlers ist größer als bei einem analogen Detektor und wird nur durch die Bit-Breite von Register und Addierer bestimmt. Desweiteren kann er durch (digitale) Frequenzteiler am Eingang des DPD weiter vergrößert werden. Der in [117] beschriebene und in dieser Arbeit benutzte Detektor arbeitet mit einer Frequenzteilerstufe und 4-Bit Registern und besitzt daher einen Wertebereich für Phasenfehler von  $\approx 32\pi \dots + 32\pi$ . DPDs erlauben damit wesentlich größere Restphasenfehler. Da deshalb die Gefahr eines *cycle slips* reduziert ist, bieten sich DPDs besonders für Frequenzketten an, bei denen es weniger auf minimale Restphasenfehler als auf eine sichere Phasenverfolgung ankommt.
- Ein DPD kann erkennen, in welche Richtung der Restphasenfehler aus dem zulässigen Wertebereich läuft, wenn sehr große Phasenstörungen auftreten. Ist der Detektor entsprechend ausgelegt, dann liefert er in diesem Fall ein konstantes, aber vorzeichenbehaftetes Ausgangssignal, das - z.B. über einen Integrator - den Laser wieder "in den Lock" und den Phasenfehler zurück in den zulässigen Wertebereich führt. In diesem Falle arbeitet der DPD dann als primitiver Frequenzdetektor. Die zulässige Frequenzdifferenz ("Fangbandbreite") von Lokaloszillator und Schwebungssignal der Laserfelder wird dann nur durch die Bandbreite der Detektorelektronik begrenzt und beträgt bei dem in diesem Experiment benutzten Detektor viele 10 MHz.
- Ein PLL zweier Gitterlaser mit analogem Phasendetektor rastet sowohl bei positiver als auch bei negativer Differenzfrequenz ein, da der Detektor Diskriminatorcurven beiderlei Vorzeichen liefert (s.o.). Dies gilt nicht für einen DPD. Je nach dem, welcher der beiden Eingänge vom Lokaloszillator gespeist wird, lockt der Regelkreis den geregelten Laser entweder bei einer Frequenz, die größer ist oder die kleiner ist als die Frequenz des zweiten Lasers, der als optischer Lokaloszillator dient.





**Abbildung 5.22:** Experimenteller Aufbau zur Phasenstabilisierung des Master Lasers des Probelasersystems (*phase locked loop*, PLL). **DLI:** optischer Isolator; **BS:** Leistungsstrahlteiler (1:1); **AP:** anamorphotisches Prismenpaar; **AOM:** akusto-optischer Modulator, getrieben durch Lokaloszillator **LO1** (225,209153 MHz); **SMF:** single mode Glasfaser; **SMK** single mode Faserkoppler (1:1); **MMF:** multi mode Glasfaser; **PD:** schnelle Photodiode (2 GHz); **G:** HF-Verstärker; **RK:** HF-Richtkoppler (-10 dB); **SA:** Spektrum-Analysator; **LO2:** durchstimmbarer Lokaloszillator (1 kHz...3 GHz); **LO3:** Lokaloszillator (20,000235 MHz); **DPD:** digitaler Phasendetektor; **F:** Filter für Stromregelung des Master Lasers(Probelaser); **I:** Filter (Integrator) und HV-Verstärker für Regelung des Gitters; **FPI:** Scanning Fabry-Perot Interferometer zur Kontrolle des single-mode Betriebs; **λ-METER:** Wellenlängenmeßgerät (100 MHz Auflösung)

Natürlich besitzen DPDs auch Nachteile gegenüber analogen Detektoren. Sie erreichen geringere Bandbreiten zum einen deshalb weil, das digital-analog gewandelte Ausgangssignal durch einen Tiefpaß mit der Frequenz des Lokaloszillators gefiltert werden muß<sup>28</sup>, und zum anderen deshalb, weil innerhalb der Digital-Elektronik Laufzeitverzögerungen auftreten, die die Phase des Regelkreises nachteilig lassen (vgl. Kap.5.4.1). Für den in diesem Experiment benutzten DPD beträgt die Laufzeitverzögerung<sup>29</sup>  $\approx 65$  ns.. Der daraus resultierenden Phasengang entspricht dem eines Tiefpasses 1-ter Ordnung mit  $f_g = 2,4$  MHz.

Abb.5.22 beschreibt den experimentellen Aufbau zur Phasenstabilisierung des Master Lasers des Probelasersystems (System 1). Der Master Laser des Pumplasersystems (System 2), das mit Hilfe der FMS-Spektroskopie auf den Ca-Resonanzübergang bei 423nm stabilisiert ist (Kap.5.4.1), dient als optischer Lokaloszillator, an den der Master Laser des Probelasersystems phasenstarr

<sup>28</sup>Benutzt man  $N$  Frequenzteilerstufen, dann wird die Grenzfrequenz auf  $1/N \cdot f_{LO}$  reduziert. Die Filterung ist notwendig, um das bei digitalen Detektoren auftretenden *Aliasing* zu vermeiden.

<sup>29</sup>Sie ist gemessen vom Eingang des TTL-Wandlers (*LT1016*) vor dem DPD (alle Digital-ICs *74xxx HC* Serie) bis zum Ausgang des DA-Wandlers (*TDA 8702*).

gekoppelt wird. Aus dem Strahl, mit dem der Slave Laser des Pumpfeldes in den injection locking Betrieb gezwungen wird, werden rund 50% der Leistung ausgekoppelt. Das Strahlprofil wird mit einem anamorphotischen Prismenpaar grob korrigiert und dann in einen akusto-optischen Modulator (AOM) fokussiert. Dieser beugt typisch 40% der Leistung in seine erste Ordnung, deren Frequenz um  $f_{LO1} = 225,209153$  MHz rotverschoben ist. Der Einsatz eines AOMs als Frequenzschieber ist notwendig, da die HF-Elektronik ohne ihn keine phasenstarre Kopplung beider Laser bei der gleichen Frequenz gestattet. Die Leistung der 1-ten Beugungsordnung des AOM wird in eine single mode Glasfaser gekoppelt und für den PLL benutzt, während die Leistung der 0-ten Ordnung über eine multi mode Glasfaser zu einem  $\lambda$ -Meter gelangt, das die Frequenz des Master Lasers bestimmt (100 MHz Auflösung).

Auch beim Probelasersystem wird ein Teil der Leistung des Master Lasers in eine single mode Faser eingekoppelt. Der folgende single mode Faserkoppler dient als 1:1 Strahlteiler. Einer seiner Ausgänge führt zum  $\lambda$ -Meter, der andere Ausgang wird in einem zweiten Faserkoppler (1:1) mit der 1-ten Beugungsordnung des AOM überlagert. Einer der beiden Ausgänge des Kopplers wird zur Kontrolle des single mode Betriebs der beiden Lasersysteme mit Hilfe eines Scanning Fabry-Perots genutzt. Der andere Ausgang liefert das Schwebungssignal der beiden Felder, das mit einer schnellen Photodiode (2 GHz, dc-Leistungspegel ca. 0,5 mW) aufgenommen wird. Über zwei HF-Verstärker<sup>30</sup> mit einer Gesamtverstärkung von 40 dB und einen HF-Richtkoppler<sup>31</sup>, der -10 dB des Signals für einen Spektrumanalysator auskoppelt, gelangt das Signal dann zu einem analogen Mischer<sup>32</sup>, der es mit dem Signal eines durchstimmbaren HF-Generators<sup>33</sup> "heruntermischt". Das Ausgangssignal wird nochmals verstärkt<sup>34</sup> und anschließend mit einem schnellen TTL-Wandler (LT1016) für den digitalen Phasendetektor aufbereitet. Das Ausgangssignal des Detektors wird dann durch einen Tiefpaß 2-ter Ordnung mit  $f_g = 4$  MHz gefiltert. Es stellt das Fehlersignal der PLL-Regelung da.

Da in der PLL der *Phasenfehler* gemessen, mit dem Laserdiodenstrom aber die *Frequenz* gestellt wird, besitzt der Regelkreis eine intrinsische  $1/f$ -Charakteristik [117]. Der elektronische Teil des Reglers muß daher in der Umgebung der *unity gain* Frequenz eine Proportionalcharakteristik besitzen. In diesem Aufbau ist der Regler daher so ausgelegt, daß sein Frequenzgang für niedrige Frequenzen und hohe Frequenzen glatt ist und im Bereich von  $40 \text{ Hz} < f < 20 \text{ kHz}$  ein  $1/f$ -Verhalten zeigt. Der Ausgang des Reglers steuert dann die Strommodulation der Laserdiode und über einen Integrator und einen HV-Verstärker außerdem das Piezoelement, das das Gitter des Master Lasers bewegt.

Abb.5.23 zeigt die *open loop* Transferfunktion des Phasenregelkreises, die in einer *closed loop* Messung bestimmt wurde. Die Regelbandbreite beträgt 76 kHz. Eine Optimierung der Stabilisierung setzt eine genaue Kenntnis der Strom-Phasen-Transferfunktion der Laserdiode voraus. Dazu ist in den beiden Kurven (B) der Abb.5.23 die Transferfunktion des elektronischen Reglers (Element F in Abb.5.22) aus der *open loop* Transferfunktion herausgerechnet. Zur Beschreibung von (B) ist beim Amplitudengang ein Modell angepaßt, das aus einem  $1/f$ -Glied und einem Tiefpaß

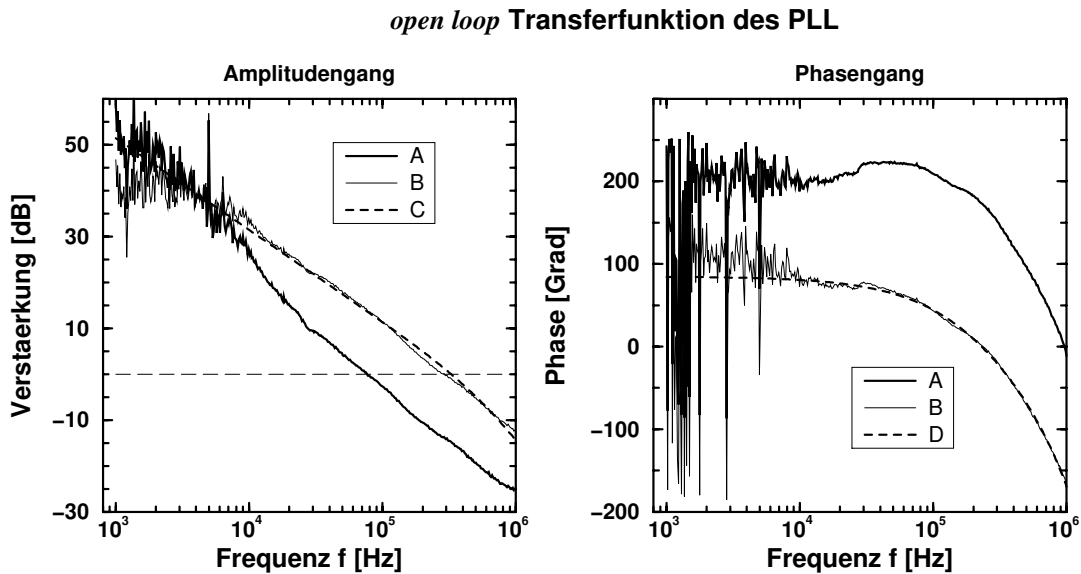
<sup>30</sup>Minicircuits ZFL-2500VH, 0,01... 2,5 GHz, 20 dB

<sup>31</sup>Minicircuits ZFDC-10-5, 0,01... 2 GHz, weniger als 2 dB mainline Verlust

<sup>32</sup>Minicircuits ZFM-4, 0,05... 1,25 GHz, max. 8 dB Konversionsverluste

<sup>33</sup>Rohde&Schwarz SMT-3, 1 kHz... 3 GHz

<sup>34</sup>Minicircuits ZFL-1000VH, 0,01... 1GHz, 28dB

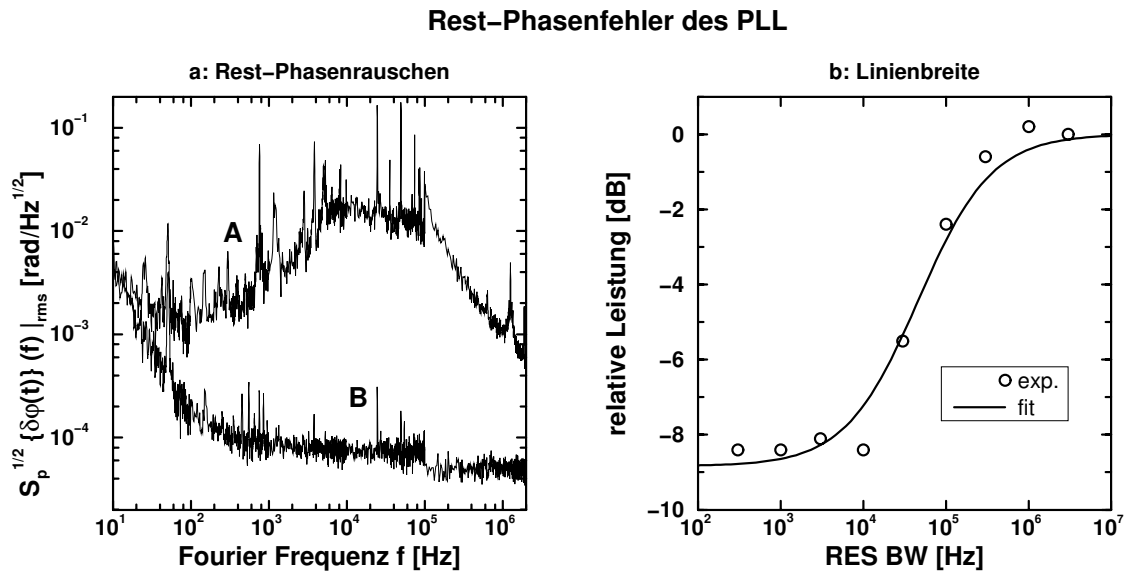


**Abbildung 5.23:** *Open loop* Transferfunktion (A) des PLL. Die *open loop* Transferfunktion ist aus der experimentell bestimmten *closed loop* Transferfunktion berechnet. Die *unity gain* Frequenz beträgt 76 kHz. (B) zeigt die Transferfunktion, die sich ergibt, wenn aus (A) die Transferfunktion des Reglers (s. Text) herausgerechnet ist. (C) und (D) zeigen die Transferfunktionen zweier an (B) angepaßter Modelle. (C):  $1/f$  & Tiefpaß (-6 dB/oct.,  $f_g = 594$  kHz), (D):  $1/f$  & Tiefpaß (-6 dB/oct.,  $f_g = 239$  kHz) & Todzeit ( $\tau = 494$  ns).

1-ter Ordnung mit  $f_g = 594$  kHz besteht. Der Phasengang kann nur durch ein solches Modell zufriedenstellend beschrieben werden, das zusätzlich zu einem  $1/f$ -Glied und zu einem Tiefpaß 1-ter Ordnung mit  $f_g = 239$  kHz noch ein Todzeitglied mit  $\tau = 494$  ns besitzt<sup>35</sup>. Wie auch schon bei der FMS-Stabilisierung (Kap.5.4.1) findet man also auch hier im Amplitudengang einen Tiefpaß 1-ter Ordnung mit einer Grenzfrequenz von einigen 100 kHz und im Phasengang zusätzlich ein Todzeitglied in der Größenordnung von  $1 \mu\text{s}$ , das die Regelbandbreite letztendlich begrenzt. Wie auch schon beim Pumplasersystem läßt sich dieses Todzeitglied nicht durch Laufzeitverzögerungen erklären: Der experimentelle Aufbau des PLL beinhaltet rd. 0,7 m optischer Strecke in Luft (2,3 ns), ca. 4 m in Glasfasern ( $n \approx 2 \rightarrow 27$  ns) und rd. 3 m Signalleitungen (10 ns). Der digitale Phasendetektor besitzt eine Verzögerungszeit von 60 ns, so daß sich insgesamt nur rd. ein Fünftel der gemessenen Todzeit durch Laufzeitverzögerungen erklären läßt. Ursache und Folgen dieser Todzeiteffekte wurden in Kap.5.4.1 erläutert.

Die "Qualität" des Phasenlocks kann durch den Restphasenfehler bei geschlossenem Regelkreis beschrieben werden. Abb.5.24a zeigt die Wurzel der spektralen Leistungsdichte des Restphasenrauschens (Kurve A). Die Empfindlichkeit des digitalen Phasendetektors ist in Form des phasenäquivalenten Rauschens an seinem Ausgang angegeben (Kurve B). Für diese Messung wurden der Addierer im DPD in seinen *Preset* Zustand gesetzt. Dann liegt an seinem Ausgang ein zeitlich konstantes (digitales) Signal an, daß dem Fehlersignal "0" entspricht. Grafik a zeigt, daß die Regelbandbreite nicht ausreicht, um das Phasenrauschen auf seiner kompletten Bandbreite ( $\sim 100$  kHz) zu unterdrücken. Die Größenordnung des Restphasenfehlers läßt sich abschätzen,

<sup>35</sup>Für niedrige Frequenzen entspricht der Phasengang des Todzeitgliedes dem eines Tiefpaßes 1-ter Ordnung mit  $f_g = 322$  kHz



**Abbildung 5.24:** Spektrale Leistungsdichte des Restphasenrauschens im PLL und Linienbreite des Schwebungssignals. In Graphik *a* ist das Restphasenrauschen bei geschlossenem Regelkreis (Kurve (A)) und die Empfindlichkeit des digitalen Phasendetektors (Kurve (B)) dargestellt. Graphik *b* zeigt den Bruchteil der Leistung bei der Frequenz des Lokaloszillators an, wie er in Abhängigkeit von der Auflösungsbandbreite des Spektrumanalysators gemessen wird.

in dem man das Phasenrauschen ( $\approx 10^{-2} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) zwischen dc und 100 kHz integriert. Es ergibt sich ein Fehler von  $\sim 3 \text{ rad}_{\text{rms}}$ . Damit ist dieser Phasenlock kein Phasenlock im Sinne von Gl.5.45, wo Restphasenfehler vorausgesetzt werden, die klein gegen eins sind. Phasenlocks mit solch großen Restphasenfehlern sind mit analogen Phasendetektoren nicht möglich (s.o.). Dennoch kann man von einem Phasenlock sprechen, da die Phasenverfolgung “funktioniert”, d.h der Restphasenfehler beschränkt bleibt. Kleinere Restphasenfehler sind nur mit einer größeren Regelbandbreite zu erreichen, die sie nach (Abb.5.23) mit (76 kHz) noch deutlich kleiner ist als die dem Totzeitglied entsprechende Frequenz (322 kHz). Der Einsatz komplexerer Filter führte allerdings nicht zum Erfolg. Im Spektrum des Schwebungssignals waren “servo bumps” bei einigen 100 kHz zu erkennen, die den Anteil der Leistung bei der Frequenz des Lokaloszillators reduzierten. Das Spektrum zweier phasenstarr gekoppelter Laser enthält nämlich einen breitbandigen Untergrund, auf dem eine sehr schmale Struktur sitzt, deren Linienbreite durch die Linienbreiten der Lokaloszillatoren *LO1*, *LO2* und *LO3* (Abb.5.19) bestimmt wird und sich i.a. nicht mit dem Spektrumanalysator auflösen läßt. Bei einem “echten” Phasenlock mit kleinem Restphasenfehler ist die HF-Leistung nahezu vollständig in dieser schmale Struktur konzentriert. *Prevedelli* [117] gibt diesen Bruchteil der bei der Frequenz des Lokaloszillators gelockten Leistung zu

$$\frac{P_{\text{LO}}}{P} = e^{-\langle \phi^2 \rangle} \quad (5.46)$$

an. Insbesondere für PLLs mit großen Restphasenfehlern erlaubt diese Größe also einen Vergleich verschiedener Phasenregelkreise. In Abb.5.24, Teil *b*, ist dieses Verhältnis für den hier untersuchten Phasenregelkreis angegeben. Dargestellt ist die mit dem Spektrumanalysator bei der Frequenz des Lokaloszillators gemessene Leistung für verschiedene Filterbandbreiten. Normiert

ist diese Leistung auf den Wert, der sich im Limes großer Filterbandbreiten ergibt, wo die Filterbandbreite groß gegen die Linienbreite des Schwebungssignals ist. Wird dann nach und nach die Filterbandbreite reduziert, liegt ein immer geringerer Anteil der Leistung des breitbandigen Untergrundes in der Filterbandbreite und die bei der LO-Frequenz gemessene Leistung sinkt. Schließlich ist die Filterbandbreite so klein, daß der bei der LO-Frequenz konzentrierte Anteil der Leistung des Schwebungssignals dominiert, so daß die gemessene Leistung konstant bleibt, wenn man die Filterbandbreite noch weiter reduziert. Die in diesem Limes gemessene Leistung bestimmt nach Gl.5.46 dann den Restphasenfehler. Aus Abb.5.24 ergibt sich  $\sqrt{\langle \varphi^2 \rangle} = 1$  rad in guter Übereinstimmung mit der Abschätzung des Restphasenfehlers aus dem Phasenrauschspektrum. Aus Grafik *b* kann aber auch die Linienbreite des Schwebungssignals abgelesen werden, wenn man eine vereinfachende Annahme macht. Es sei vorausgesetzt, daß sich der breitbandige Untergrund des Spektrums des Schwebungssignals durch ein Lorentzprofil beschreiben läßt:

$$\frac{P(f)}{P_{\text{ges}}} = \eta \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{f-f_{\text{LO}}}{\delta f}\right)^2} + (1 \Leftrightarrow \eta) \cdot \delta(f \Leftrightarrow f_{\text{LO}}). \quad (5.47)$$

Dabei ist  $f$  die Fourier-Frequenz des Spektrums,  $f_{\text{LO}}$  die Frequenz des Lokaloszillators,  $\delta f$  die FWHM-Linienbreite und  $P_{\text{ges}}$  die gesamte Leistung des Schwebungssignals. Ihr Bruchteil ( $1 \Leftrightarrow \eta$ ) ist bei der Frequenz des Lokaloszillators konzentriert. Dann ergibt sich zusammen mit dem Filterprofil des Spektrumanalysators, beschrieben durch die Filterbandbreite  $\delta F$

$$F(f) = \frac{1}{1 + \left(\frac{f-f_{\text{LO}}}{\delta F}\right)^2}, \quad (5.48)$$

die mit dem Spektrumanalysator gemessene Leistung zu

$$\frac{P_{\text{LO}}(f)}{P_{\text{ges}}} = \int_0^{\infty} F(f) \cdot \frac{P(f)}{P_{\text{ges}}} df \approx \frac{\eta \cdot \delta F}{\delta F + \delta f} + (1 \Leftrightarrow \eta). \quad (5.49)$$

Paßt man diese Gleichung an die gemessenen Werte von Abb.5.24 an, dann erhält man eine Linienbreite von  $\delta f = 76,9$  kHz, die um einen Faktor 3..4 kleiner ist als die Linienbreite des Pumplasersystems (Kap.5.4.1). Die Frequenzstabilität des Probelasersystems wird daher im wesentlichen durch die Stabilität des Pumplasersystems bestimmt.

Die Untersuchungen zur phasenstarrten Kopplung (PLL) der beiden hier benutzten Master Laser haben also gezeigt, daß kleine Restphasenfehler wegen der zu geringen erreichbaren Regelbandbreite nur sehr schwer realisierbar sind. Die Restphasenfehler sind so groß, daß nur digitale Phasendetektoren mit großem Phasenzählbereich eine Phasenverfolgung und damit den stabilen Betrieb eines PLL gestatten. Auch wenn nur rund ein Zehntel der Leistung des Schwebungssignals bei der Frequenz des Lokaloszillators konzentriert ist, eignet sich der PLL dennoch hervorragend zur Frequenzstabilisierung des Master Lasers des Probelasersystems. Hier sind Linienbreiten von unter 100 kHz erreicht, wie sie für die spektroskopischen Untersuchungen des Ca-Überganges ausreichend sind. Der PLL-Regelkreis arbeitet im Laboralltag äußerst stabil. Oft "hält" die Phasenkopplung für einige Stunden, bevor sie einmal versagt. Schnelle Frequenzsweeps (1 GHz/s)

mit Schrittweiten von 10 MHz sind möglich, die Sweepbandbreite (mehrere 100 MHz) wird nur begrenzt durch Schaltfrequenzen des Lokaloszillators<sup>36</sup>.

---

<sup>36</sup>Bei einer Reihe von Frequenzen wird der Frequenzgenerator intern geschaltet. Dazu wird für wenige 10ms der RF-Pegel unterdrückt, der digitale Phasendetektor verliert dann einige  $10^6$  Zyklen an seinem *LO*-Eingang und liefert ein fehlerhaftes Signal, was zum Ausrasten des PLL führt.

## Kapitel 6

# Das Interferometer

### 6.1 Gründe für ein neues Meßverfahren: Ein Überblick

Der erste Schritt in Richtung einer Realisierung eines Weiß-Licht Resonators mit Hilfe negativ dispersiver, transparenter Medien besteht in deren Präparation und Untersuchung. Dazu muß die Frequenzabhängigkeit von Absorptionskoeffizient und Brechungsindex vermessen werden. *Absorptionskoeffizient* und *Brechungsindex* beschreiben die optischen Eigenschaften eines *Einheitsensembles* von Atomen, definiert durch ihre räumlich konstante *Dichte*. In einem Experiment wird aber stets die *Anzahl* der Atome in der Wechselwirkungszone und ihre räumliche, i.a. inhomogene Verteilung vorgegeben. Deshalb liefern die entsprechenden Messungen nicht direkt den Absorptionskoeffizienten und den Brechungsindex, sondern die Gesamtabsorption und -phasenverschiebung, die eine Teststrahl beim Durchgang durch das Medium erfährt.

Von der Vielzahl existierender spektroskopischer Methoden können nur solche zum Einsatz kommen, die den folgenden Kriterien genügen:

1. Das Verfahren muß die *simultane* Bestimmung von Absorption und Phasenverschiebung eines Teststrahls gestatten.
2. Ein “Übersprechen” zwischen dem Absorptions- und Phasensignal muß im Prinzip ausgeschlossen sein. Besonders bei der Vermessung des resonanznahen Bereichs des Spektrums, wo die Phasenverschiebung verschwindet, während die Absorption maximal wird, würde ein “Übersprechen” Probleme bereiten.
3. Da auch die absolute Größe von Absorption und Phasenverschiebung von Bedeutung ist, sollte das Verfahren möglichst “selbstkalibrierend<sup>1</sup>” oder zumindest einfach und zuverlässig kalibrierbar sein.

---

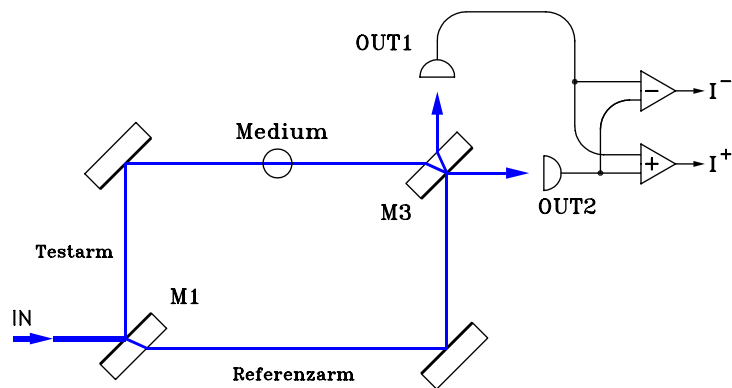
<sup>1</sup>Als selbstkalibrierend soll ein Meßverfahren bezeichnet werden, dessen Kalibrationsfaktor eine Konstante ist und nicht von den Parametern des Experiments (z.B. der Laserleistung) abhängt.

4. Das Meßverfahren selbst sollte die optischen Eigenschaften des Mediums nicht beeinflussen. Umgekehrt darf das Signal Information über Absorption und Phasenverschiebung nur des Testfeldes enthalten.
5. Auch bei geringer Intensität des Teststrahls in der Wechselwirkungszone muß eine hohe Empfindlichkeit erreicht werden: Mit Teststrahlleistungen um  $I_{\text{WW}} \approx 25 \mu\text{W}$  soll eine Absorption bzw. Phasenverschiebung von  $1 \Leftrightarrow \exp(\Leftrightarrow \alpha_{\text{min}}) \approx \alpha_{\text{min}} = 10^{-5} \dots 10^{-6}$  bzw.  $\varphi_{\text{min}} = 10^{-5} \dots 10^{-6}$  rad noch nachweisbar sein.

Die Polarisationspektroskopie ([51, 107, 108], Kap.5.4.1) ist eine hochempfindliche Methode, die sich häufig z.B. zur Stabilisierung der Frequenz eines Lasersystems eignet. Bei solchen Anwendungen ist nicht von Bedeutung, ob das Fehlersignal die genaue Form von Absorptions- und Brechungsindexprofil wiedergibt. Andere Anwendungen, wie z.B. die Präzisionspektroskopie an Atomen, Molekülen oder komplexeren Strukturen, sind vor allen Dingen an dem genauen Wert der Resonanzfrequenzen interessiert. Tatsächlich aber kann die Polarisationspektroskopie den Punkten (1)..(4) der o.g. Anforderungen nicht genügen. Das Signal enthält z.B. - von einem Spezialfall abgesehen - stets eine Linearkombination von Absorptions- und Brechungsindex und genügt damit nicht (2). Desweiteren sind stets mehrere Übergänge und optische Felder in dem Experiment involviert: es werden nicht die optischen Eigenschaften *eines* Überganges untersucht, sondern vielmehr die *Unterschiede* in der Absorption und Phasenverschiebung zwischen den beteiligten Felder gemessen (vgl. (4)). Die Polarisationspektroskopie ist daher für die Untersuchung der optischen Eigenschaften negativ dispersiver, transparenter Medien völlig ungeeignet.

Die "klassische" Methode zur Messung von Phasenverschiebungen optischer Felder stellt sicher die Interferometrie dar. Abb.6.1 zeigt ein *Mach-Zehnder* Interferometer, das sowohl die Bestimmung der Absorption als auch der Phasenverschiebung gestattet, die ein Testfeld beim Durchgang durch ein Medium erfährt. Das Interferometer wird "auf der Flanke" betrieben, d.h. der optische Weglängenunterschied seiner beiden Arme beträgt ein ungerades Vielfaches von  $\pi/2$ , so daß bei symmetrischem (1:1) Ausgangsstrahlteiler in beiden Ausgängen die gleiche Intensität gemessen wird. Das antisymmetrische Ausgangssignal, d.h. die Differenz der beiden Photodetektorsignale, liefert in erster Ordnung die Phasenverschiebung, während das symmetrische Ausgangssignal einen Beitrag enthält, der proportional zum Koeffizienten der Leistungstransmission ist, welcher die Absorption des Teststrahls durch das Medium beschreibt. Diese Methode genügt damit der Anforderung (1). Wenn das Interferometer als *Null*-Instrument (vgl. Kap.6.3.1) betrieben wird, kann im Prinzip auch die zweite Bedingung erfüllt werden. Dann ist zumindest die Phasenmessung selbstkalibrierend, während die Absorption relativ einfach kalibriert werden kann (3). Da nur das Testfeld das Medium durchläuft, ist der vierten Bedingung per se genüge geleistet. Wird ein symmetrischer (1:1) Eingangstrahlteiler benutzt und muß das Testfeld in der Wechselwirkungszone schwach sein, dann ist auch das von den Photodetektoren aufgenommene Signal gering. In einem solchen Fall kann es schwierig sein, trotz des Rauschens der elektronischen Komponenten die gewünschte Empfindlichkeit zu erreichen (5). Außerdem hängt die Unterdrückung des "Übersprechens" von einer ganzen Reihe experimenteller Bedingungen ab: so muß z.B. der Ausgangsstrahlteiler exakt symmetrisch, die Empfindlichkeit der beiden Photodetektoren in den Ausgängen des Interferometers sollte identisch sein und der antisymmetrische Ausgang des Interferometers darf keinen Offset besitzen. Probleme mit der Signalstärke können im Prinzip durch den Ein-

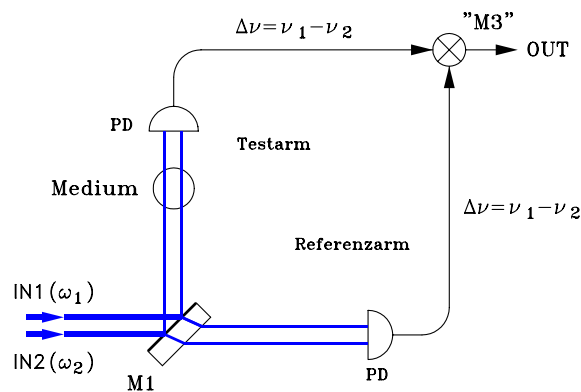




**Abbildung 6.1:** Mach-Zehnder Interferometer für die Messung der Absorption und Phasenverschiebung, die ein Testfeld beim Durchgang durch ein **Medium** erfährt. **M1** Eingangsstrahlteiler, **M3** Ausgangsstrahlteiler.

satz eines stark asymmetrischen Eingangsstrahlteilers mit geringer Reflektion gelöst werden, da der Interferenzterm, der im wesentlichen das antisymmetrische Ausgangssignal des Interferometers bestimmt, proportional zur Amplitude der Felder in den *beiden* Armen des Interferometers ist. In diesem Fall wird aber das Verhältnis zwischen dem Signal  $\sqrt{I_{\text{TEST}} \cdot I_{\text{REF}}}$  und dem Untergrund  $(I_{\text{TEST}} + I_{\text{REF}})$  in jedem der beiden Ausgänge des Interferometers immer kleiner, und die o.g. experimentellen Schwierigkeiten gewinnen an Bedeutung. Schließlich kann man zeigen, daß bei dem hier vorgestellten Interferometer die Absorptions- und Phasenempfindlichkeit durch das *niederfrequente* Leistungsrauschen des eingekoppelten Feldes begrenzt werden. Außerdem ist allen interferometrischen Konzepten gemein, daß ihre passive mechanische Stabilität die Phasenempfindlichkeit letztendlich beschränkt. Wenngleich also die interferometrische Methode einige experimentelle Probleme aufweist, kommt sie den o.g. Anforderungen schon sehr nahe. *Schmidt et al.* [118] haben ein solches Interferometer für die Untersuchung der Absorption und des Brechungsindex positiv dispersiver transparenter Medien benutzt.

Von *G. Müller* [13] wurde eine elegante, heterodyne interferometrische Methode entwickelt. Sie ist in Abb.6.2 skizziert. Pump- und Probefeld unterschiedlicher Frequenz ( $\Delta\nu \approx 9$  GHz) werden in das Interferometer eingekoppelt. Das Pumpfeld dient zum einen als Referenzfeld und manipuliert zum anderen die optischen Eigenschaften des Mediums. Der erste Teil der beiden Arme des Interferometers bis zu den Photodioden kann jeweils als *Weißlicht-Interferometer* für ein heterodynes optisches Feld betrachtet werden, da dessen beide Komponenten (nahezu) perfekt überlappen und geometrisch identische Wege durchlaufen. Im Testarm passieren beide Felder das Medium und erfahren eine Absorption und Phasenverschiebung. Auf den Photodioden werden die Felder dann heruntergemischt und die beiden Schwebungssignale werden am Mixer nochmals "überlagert". Die Analyse dieses Aufbaus zeigt, daß er sich wie ein Interferometer für eine *Mikrowellen*frequenz verhält. Die Anforderung an die passive mechanische Stabilität ist daher um Größenordnungen geringer als bei einem optischen Interferometer. Gleichzeitig reduziert die Verschiebung der Absorptions- und Phasenmessung von "dc" nach Mikrowellenfrequenzen Probleme mit elektronischem Rauschen. Andererseits passieren Test- und Referenzfeld die Wechselwirkungszone gemeinsam, es wird also der *Unterschied* in der Absorption und Phasenverschiebung *zwischen* den beiden Feldern vermessen (4). Um Anforderung (2) und (4) zu genügen, muß man also sicherstellen, daß Absorption und Phasenverschiebung des Referenzstrahls hinreichend frequenzunabhängig ist. Bedingungen (1), (5) sind aus vergleichbaren Gründen wie beim *Mach-Zehnder*-



**Abbildung 6.2:** Heterodynes *Mach-Zehnder* Interferometer für die Messung der Absorption und Phasenverschiebung, die ein Testfeld beim Durchgang durch ein **Medium** erfährt. **IN1** und **IN2** sind Probe- und Pumpfeld unterschiedlicher Frequenz  $\omega_1$  und  $\omega_2$ . Sie überlappen räumlich. **M1**: Eingangsstrahlteiler. Beide Felder werden auf schnellen Photodioden **PD** gemischt. Das *Beat*-Signal mit Mikrowellenfrequenz wird am Mischer **M3** heruntergemischt. Er ersetzt den Ausgangsstrahlteiler in Abb.6.1.

Interferometer (Abb.6.1) erfüllt. Die Gefahr des “Übersprechens” aufgrund technischer Probleme (Offsets, s.o.) ist wegen des Betriebs bei einer Mikrowellenfrequenz praktisch unterdrückt. Da, anders als das *Mach-Zehnder* Interferometer, diese Apparatur nicht als *Null*-Instrument betrieben werden kann, ist zumindest bei großer Phasenverschiebung ( $\sim$  rad) ein “Übersprechen” nicht zu vermeiden. Desweiteren kann für die Messungen am stark getriebenen Zwei-Niveau-Atom der Pumplaser nicht gleichzeitig als Referenzlaser dienen, da beide Felder, Pump- und Probefeld, praktisch resonant mit der atomaren Eigenfrequenz sind und deshalb nahezu die gleiche Frequenz besitzen. Für eine ausführlichere Darstellung dieses heterodynen Interferometers sei auf [13] verwiesen.

Eine weitere hochempfindliche, potentiell auch schrotrausch-limitierte spektroskopische Methode ist die FM-Spektroskopie ([110, 114, 115], Kap.5.4.1). Sie soll kurz unter dem Gesichtspunkten der Anforderungen (1)..*(5)* diskutiert werden. Die FM-Spektroskopie hat allen hier vorgestellten Verfahren voraus, daß sie neben der Phasenverschiebung auch die Absorption schrotrausch-limitiert erfassen kann. Diesen Vorteil besitzt sie auch gegenüber den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Konzept, das interferometrische und FMS-Methoden kombiniert. Generell kann man zwei Arten der FMS unterscheiden: Die Modulationsfrequenz ist klein oder groß gegen die spektrale Breite des zur Untersuchung stehenden Spektrums. Der erste Fall genügt zwar (1) und (5). Da aber, je nach Größe des Phasenmodulationsindex, eine ganze Reihe von Seitenbändern eine jeweils individuelle Absorption und Phasenverschiebung erfahren, sind ganz sicher weder (2) noch (4) erfüllt<sup>2</sup>. Soll die Intensität des Testfeldes so gering sein, daß die linearen optischen Eigenschaften des Mediums abgefragt werden, dann ist u.U. - wie schon beim Interferometer mit symmetrischem (1:1) Eingangsstrahlteiler - die maximal zulässige Leistung des Testfeldes so gering, daß die Empfindlichkeit durch elektronisches Rauschen beschränkt wird. Interessanter ist der zweite Grenzfall einer PM-Frequenz, die groß gegen die Strukturbreite ist. Hier kann eines der PM-Seitenbänder als Testfeld eingesetzt werden. Dieses Verfahren genügt im Prinzip bis auf (2) jeder der o.g. Anforderungen. Es setzt allerdings eine hinreichend große PM-Frequenz voraus,

<sup>2</sup>Vereinfacht formuliert wird nämlich bei kleinem PM-Index  $M_P \ll 1$  die zweite Ableitung des Brechungsindexprofils bzw. die erste Ableitung des Absorptionsprofils nach der Frequenz gemessen.

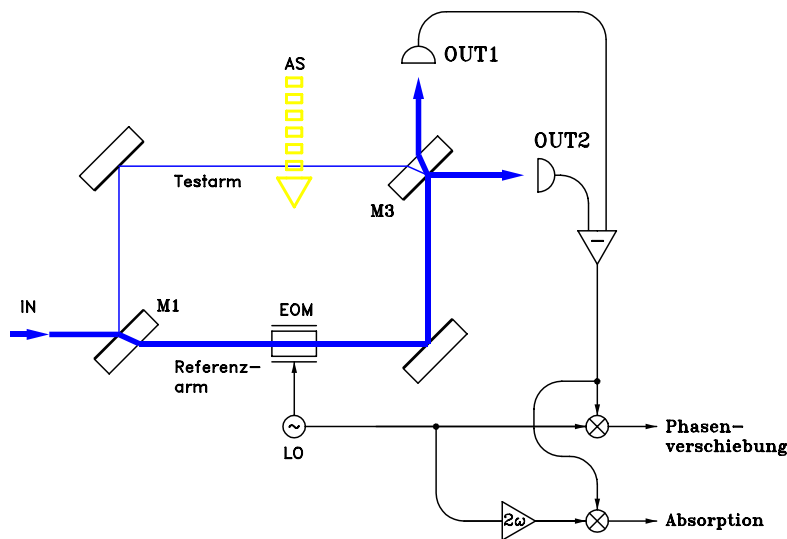
bei der die Absorption und die Phasenverschiebung der übrigen Komponenten des PM-Feldes vernachlässigbar sind. Ist das nicht der Fall, dann muß zumindest die Frequenzabhängigkeit dieser Größen unbedeutend sein, da andernfalls (4) nicht erfüllt ist<sup>3</sup>. Wie bei dem homodynen und heterodynen Interferometer auch, wird i.a. das “Übersprechen” von Absorptions- und Phasensignal so lange keine Rolle spielen, wie die Phasenverschiebung klein gegen 1 rad ist (2).

Ein Blick auf das Spektrum des resonant stark getriebenen 2-Niveau-Atoms (Abb.3.4) zeigt, daß Absorption und Brechungsindex innerhalb des interessanten, resonanznahen Bereichs sehr viel kleiner sind als bei den Rabi-Seitenbändern. Deshalb muß beim heterodynen Interferometer oder auch bei der FM-Spektroskopie die Frequenz des Referenzfeldes weit außerhalb der Rabi-Seitenbänder liegen, damit (4) erfüllt werden kann. Man kann für das Ca-Atom zeigen, daß bei Rabi-Frequenzen von einigen 10-fachen der natürlichen Linienbreite das Referenzfeld um deutlich mehr als 10 GHz, möglichst einige 10 GHz von der atomaren Resonanz entfernt sein muß. Bei derartig hohen Frequenzen stößt man aber an die Grenzen des technisch Machbaren (z.B. bei schnellen Photodioden), und der Einfluß der Frequenzabhängigkeit von Absorption und Phasenverschiebung des Referenzfeldes ist auch dann nicht komplett unterdrückt. Aus diesem Grund soll für das hier vorgestellte Experiment ein Verfahren benutzt werden, das den Referenzstrahl nicht durch die Wechselwirkungszone führt, d.h. eine interferometrische Methode wird angewandt. Nun hat aber außerdem die Diskussion der FM-Spektroskopie gezeigt, daß diese eine Reihe von Vorteilen gegenüber der interferometrischen Methode besitzt. Deshalb liegt es auf der Hand, beide Verfahren zu kombinieren, um die Nachteile der einzelnen Methoden auszuschalten und ihre Vorteile zu nutzen. Vor der ausführlichen Diskussion des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Verfahrens soll zuerst ein kurzer Überblick über die wichtigsten Aspekte dieser Kombination von Interferometrie und FM-Spektroskopie gegeben werden.

Abb.6.3 zeigt eine stark vereinfachende Darstellung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten kombinierten Meßverfahrens. Der Probe Laser wird am Eingangsstrahlteiler *MI* in das Interferometer eingekoppelt. Dem Referenzfeld wird mit Hilfe eines elektro-optischen Modulators eine Phasenmodulation aufgeprägt, während der Teststrahl die Wechselwirkungszone passiert. Das antisymmetrische Ausgangssignal, d.h. die Differenz der beiden Ausgänge des Interferometers, wird z.B. mit der einfachen oder zweifachen Modulationsfrequenz heruntergemischt und liefert die Information über die Phasenverschiebung und Transmission des Teststrahls durch das Medium. Das Verfahren genügt daher der Anforderung (1). Wie beim homodynen Interferometer auch, ist bei einem stabilisierten Interferometer, das die durch das Medium verursachte Phasenverschiebungen ausregelt, ein “Übersprechen” zwischen Absorptions- und Phasensignal auch bei beliebig großen Phasenverschiebungen im Prinzip vermeidbar (2). Desweiteren bleibt bei stabilisiertem Betrieb die Kennlinie auch bei großen Phasenverschiebungen linear<sup>4</sup>. Hier besitzt die kombinierte Methode also im Prinzip Vorteile gegenüber der FM-Spektroskopie und dem heterodynen Interferometer. Anforderung (3) wird auch erfüllt und bei stabilisiertem Betrieb ist die Phasenmessung sogar “selbstkalibrierend”. Die Wechselwirkung von Referenzfeld und Medium ist durch die räumliche Trennung von Test- und Referenzstrahl ausgeschlossen (4). Mit Hilfe

<sup>3</sup>Ist die Absorption und Phasenverschiebung der übrigen PM-Seitenbänder und des Trägerfeldes frequenzunabhängig, dann liefern sie nur einen Offset im Signal. Andernfalls enthält das Ausgangssignal des Photodetektors bei den Vielfachen der PM-Frequenz jeweils eine Summe von Differenzen in der Absorption und Phasenverschiebung *zwischen* den verschiedenen Seitenbändern

<sup>4</sup>FM-Spektroskopie und heterodynes Interferometer besitzen eine Kennlinie der Form  $\varphi \rightarrow \sin \varphi$ .



**Abbildung 6.3:** Kombination von interferometrischer Methode und FM-Spektroskopie. Der Probe Laser wird in ein *Mach-Zehnder* Interferometer eingekoppelt. Das Feld im Referenzarm wird mit Hilfe eines elektro-optischen Modulators phasenmoduliert, das Feld im Testarm schneidet in der Wechselwirkungszone einen gepulsten Atomstrahl. Das antisymmetrische Ausgangssignal wird z.B. mit der einfachen und der doppelten PM-Frequenz heruntergemischt und liefert die Information über die Phasenverschiebung bzw. Absorption.

eines stark asymmetrischen Eingangsstrahlteilers ( $R_1 \ll T_1$ ) kann man auch bei geringen Intensitäten im Testarm Probleme mit elektronischem Rauschen vermeiden (5). Da das hier vorgestellte Verfahren Phasenverschiebungen nach dem gleichen Prinzip wie die FM-Spektroskopie vermisst, werden die Probleme vermieden, die bei einem homodynen Interferometer mit stark asymmetrischem Eingangsstrahlteiler auftreten (s.o.). Hier profitiert die kombinierte Methode also von den Vorteilen der FM-Spektroskopie. Ebenso wie bei dieser und wie beim heterodynen Interferometer sind schrotrauslimitierte Messungen der Phasenverschiebung im Prinzip möglich.

Das hier vorgestellte Verfahren besitzt auch Nachteile gegenüber der FM-Spektroskopie und dem heterodynen Interferometer, die aber - bis auf eine Ausnahme - technischer und nicht prinzipieller Natur sind. Das heterodyne Interferometer und das kombinierte Verfahren vermessen stets die *Transmission* des Teststrahls durch das Medium, anders als die FM-Spektroskopie, die direkt die *Absorption* erfaßt. Daher gestattet nur letztere die Absorptionsmessungen an der Schrotrauschgrenze. Die technischen Aspekte betreffen vor allen Dingen die notwendige passive mechanische Stabilität des Aufbaus: das kombinierte Meßverfahren benutzt ein Interferometer bei *optischen* Frequenzen, während das heterodyne Interferometer als Mikrowelleninterferometer aufgefaßt werden kann. Daher sind die Anforderungen an die passive mechanische Stabilität des hier vorgestellten Aufbaus um Größenordnungen kritischer als beim heterodynen Interferometer. Letztendlich muß aus diesem Grund das Medium, d.h. der Atomstrahl mit rd. 1kHz gepulst werden, da die passive Stabilität des Interferometers bei "dc" zu gering ist und diese die Empfindlichkeit für Phasenverschiebungen zu stark begrenzen würde. Um die Einkopplung akustischer Störungen in das Interferometer zu vermeiden, wird es komplett innerhalb einer Hochvakuumkammer betrieben. Die hohen Anforderungen an die passive mechanische Stabilität können also nur mit einem erhöhten experimentellen Aufwand erfüllt werden.

Im folgenden wird im Kap.6.2 die Theorie des neuen Meßverfahrens vorgestellt. Die Diskussi-

on beginnt in Kap.6.2.1 mit der Untersuchung der Signalstruktur, zwei mögliche Arbeitspunkte des Interferometers werden verglichen. Es zeigt sich, daß es eine ganze Reihe von Möglichkeiten gibt, die Information über die Absorption und Phasenverschiebung auszulesen. In Kap.6.2.2 schließt sich eine Behandlung relevanter Rauschquellen und der Empfindlichkeit, d.h. der minimalen, gerade noch nachweisbaren Absorption und Phasenverschiebung an. Abschließend wird der Einfluß der beim Einsatz von elektro-optischen Modulatoren stets auftretenden Rest-Amplitudenmodulation (*RAM*) untersucht (Kap.6.2.3). Es folgt die Beschreibung der experimentellen Realisierung des Interferometers in Kap.6.3. Dabei wird zuerst der Betrieb des Interferometers als *Null*-Instrument erläutert, der auch eine selbstkalibrierende Phasenmessung gestattet (Kap.6.3.1). Abgeschlossen wird der Abschnitt über die neue Meßmethode durch eine Beschreibung einiger optischer und mechanischer Aspekte der Apparatur in Kap.6.3.2. Dort werden auch die Ergebnisse einer experimentellen Bestimmung der Phasenempfindlichkeit vorgestellt.

## 6.2 Theoretische Beschreibung

### 6.2.1 Ein neues Meßverfahren: Kombination von Phasenmodulation und interferometrischer Methode

Die Abb.6.4 zeigt eine Prinzipskizze des als *Mach-Zehnder Interferometer* ausgelegten Meßapparates. Das Feld des Probelasersystems

$$\vec{\mathcal{E}}_{\text{IN}}(t) = \hat{\mathcal{E}}_0(t) e^{i\omega t} \cdot \vec{\hat{e}}_0 \quad (6.1)$$

wird durch seinen Polarisationsvektor  $\vec{\hat{e}}_0$ , seine Kreisfrequenz  $\omega$  und seine langsame variierende Amplitude  $\hat{\mathcal{E}}_0(t)$  beschrieben. Häufig wird man  $\hat{\mathcal{E}}_0(t)$  als zeitunabhängig betrachtet können, weshalb im folgenden die explizite Angabe der Zeitabhängigkeit nur dann erfolgt, wenn sie Gegenstand der Diskussion ist. Das Probelasersystem wird am Spiegel  $M_1$ , dem Eingangsstrahlteiler des Interferometers, in einen reflektierten Teststrahl und einen transmittierten Referenzstrahl aufgeteilt. Für Anwendungen ist der Fall eines stark asymmetrischen Strahlteilers mit  $r_1^2 \ll t_1^2$  von Interesse. Dabei geben die Größen  $r_i$  und  $\rho_i$  die Amplituden-Reflektionskoeffizienten für die Vorder- bzw. Rückseiten der Strahlteiler und Spiegel an (s. Abb.6.4). Alle optischen Komponenten werden als verlustfrei behandelt, so daß für die Amplituden-Transmissionskoeffizienten  $t_i$  bzw.  $\tau_i$  gilt:

$$r_i^2 + t_i^2 = 1, \quad \rho_i^2 + \tau_i^2 = 1. \quad (6.2)$$

Der Teststrahl durchläuft die Strecken zwischen den Spiegeln bis zur Wechselwirkungszone, wo er einen Atomstrahl schneidet. Die Wechselwirkung mit den Atomen wird durch einen komplexen Amplituden-Transmissionskoeffizienten beschrieben:

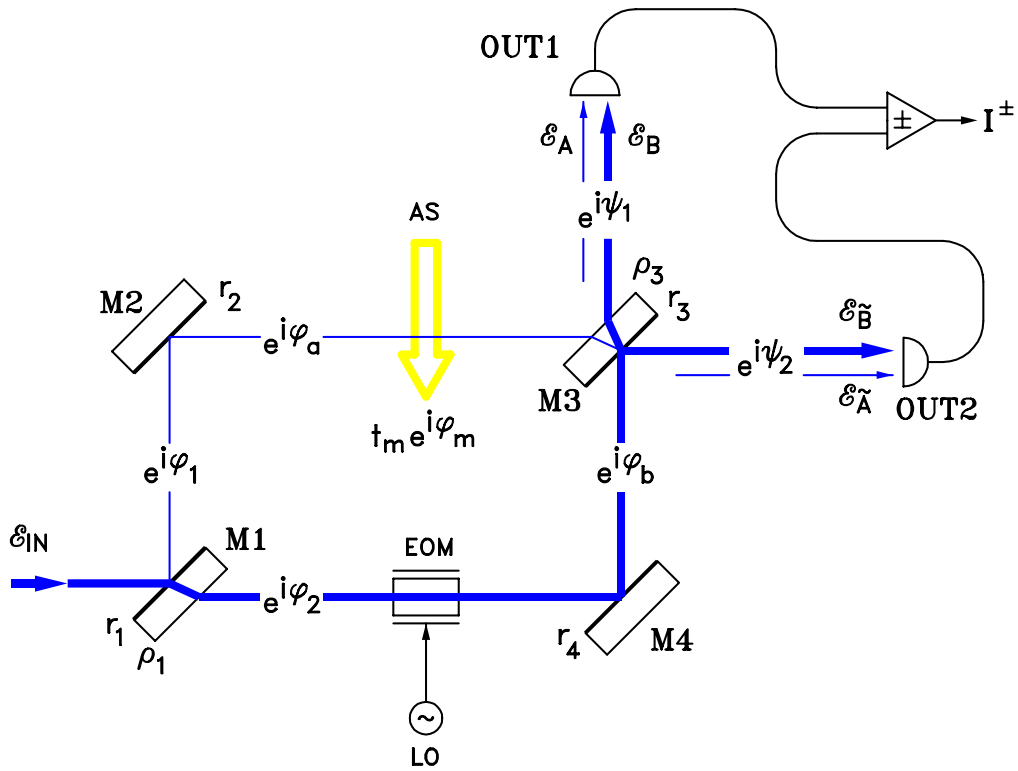
$$\hat{\mathcal{E}} \xrightarrow{WW} t_m e^{i\varphi_m} \cdot \hat{\mathcal{E}} \quad (6.3)$$

Danach wird der Teststrahl am Ausgangsstrahlteiler  $M_3$  auf die beiden Ausgänge *OUT1* und *OUT2* geteilt. Vom Eingang des Interferometers bis zu den Photodioden legt der Teststrahl eine gewisse Strecke zurück, die durch die Phasenfaktoren  $\varphi_1, \varphi_a$  und  $\psi_1$  bzw.  $\psi_2$  beschrieben wird. Der Teststrahl liefert daher die folgenden Beiträge zu den Feldamplituden auf den beiden Photodioden in den Ausgängen des Interferometers:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{E}}_A &= \hat{\mathcal{E}}_0 r_1 r_2 (\Leftrightarrow r_3) \tau_3^2 t_m \exp\{i(\varphi_1 + \varphi_a + \psi_1 + \varphi_m)\} \\ \hat{\mathcal{E}}_{\bar{A}} &= \hat{\mathcal{E}}_0 r_1 r_2 \tau_3 t_3 t_m \exp\{i(\varphi_1 + \varphi_a + \psi_2 + \varphi_m)\} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Der Referenzstrahl durchläuft einen elektro-optischen Phasenmodulator (EOM). Ein idealer EOM erzeugt ein rein phasenmoduliertes (PM) Feld, das durch

$$\hat{\mathcal{E}} \xrightarrow{EOM} \exp\{iM_P \sin(\Omega t)\} \cdot \hat{\mathcal{E}} \quad (6.5)$$



**Abbildung 6.4:** Prinzipskizze des Interferometers. Der Probelaserstrahl mit der Amplitude  $\mathcal{E}_{\text{IN}}$  wird am Eingangsstrahlteiler  $M_1$  des Mach-Zehnder Interferometers in einen reflektierten Teststrahl und einen transmittierten Referenzstrahl geteilt.  $r_i$  bzw.  $\rho_i$  beschreiben die Amplituden-Reflektionskoeffizienten der vier Spiegel  $M_i$ . Der Referenzstrahl wird durch einen elektro-optischen Modulator (EOM) phasenmoduliert. Die Wechselwirkung des Teststrahls mit dem Atomstrahl AS wird durch einen komplexen Transmissionskoeffizienten  $t_m \exp(i\varphi_m)$  beschrieben.  $\varphi_{\{1,2,a,b\}}$  und  $\psi_{\{a,b\}}$  bezeichnen die zu den Lichtlaufstrecken gehörenden Phasenverschiebungen. Am Strahlteiler  $M_3$  gelangen die Felder aus beiden Armen zur Interferenz. An den beiden Ausgängen **OUT 1** und **OUT 2** messen Photodioden die Leistung.

beschrieben werden kann. Dabei gibt  $M_P$  den Phasenmodulationsindex und  $\Omega$  die Modulationsfrequenz an. Bei realen Phasenmodulatoren gibt es eine Reihe von Effekten, die zu einer unbeabsichtigten Rest-Amplitudenmodulation (*residual amplitude modulation*, RAM [113]) führen<sup>5</sup>. Eine formal exakte Beschreibung des RAM setzt die Kenntnis ihrer Ursachen voraus. Da sie für den hier benutzten EOM unbekannt sind, soll ein vereinfachendes Modell benutzt werden, bei dem alle spektralen Komponenten des phasenmodulierten Feldes mit dem selben AM-Index  $M_A$  und der selben AM-Phase  $\Phi_A$  amplitudenmoduliert werden:

$$\mathcal{E} \xrightarrow{\text{EOM}} t_{\text{EOM}} \exp\{iM_P \sin(\Omega t)\} \cdot (1 + M_A \cdot \cos(\Omega t + \Phi_A)) \cdot \mathcal{E} \quad (6.6)$$

$$t_{\text{EOM}} = (1 + M_A)^{-1}$$

Der modulierte Referenzstrahl läuft weiter zum Ausgangsstrahlteiler und von dort zu den beiden Photodioden. Der Strecke zwischen EOM und  $M_3$  bzw. zwischen  $M_3$  und den beiden Photodioden entspricht eine Phasenverschiebung von  $\exp(i\varphi_b)$  bzw.  $\exp(i\psi_i)$  für das nicht modulierte Laserfeld. Zusätzlich muß aber die Retardierung der Phasen- und Amplitudenmodulation berücksichtigt werden:  $\exp(i\hat{\varphi}_b)$  bzw.  $\exp(i\hat{\psi}_i)$  geben die entsprechenden Phasenverschiebungen für ein

<sup>5</sup>Dazu gehört z.B. eine geringe Fehljustage des EOM oder auch die Fabry-Perot-Wirkung des Modulatorkristalls.

Feld mit der Frequenz  $\Omega$  an. Auf den Photodioden in den beiden Ausgängen des Interferometers liefert das Referenzfeldes daher die folgenden Beiträge zur Feldamplitude:

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{E}}_B &= \hat{\mathcal{E}}_0 (t_1 \tau_1 t_3 \tau_3 r_4 t_{\text{EOM}}) e^{i(\varphi_2 + \varphi_b + \psi_1)} e^{iM_P \sin(\Phi_1)} \cdot (1 + M_A \cos(\Phi_1 + \phi_A)) \\ \hat{\mathcal{E}}_{\bar{B}} &= \hat{\mathcal{E}}_0 (t_1 \tau_1 r_3 r_4 t_{\text{EOM}}) e^{i(\varphi_2 + \varphi_b + \psi_2)} e^{iM_P \sin(\Phi_2)} \cdot (1 + M_A \cos(\Phi_2 + \phi_A))\end{aligned}\quad (6.7)$$

$\Phi_1$  und  $\Phi_2$  sind dabei die PM-Phasen am Ort der beiden Photodioden:

$$\Phi_i = \Omega t + \hat{\varphi}_b + \hat{\psi}_i \quad \text{für } i = 1, 2 \quad . \quad (6.8)$$

Zur Vereinfachung werden die folgenden Koeffizienten eingeführt:

$$\begin{aligned}\tilde{r} &:= r_1 r_2 r_3 \tau_3 \\ \tilde{r} \kappa &:= t_1 \tau_1 t_3 r_4 t_{\text{EOM}} \\ \tilde{t} &:= r_1 r_2 t_3 \tau_3 \\ \tilde{t} \tilde{\kappa} &:= t_1 \tau_1 r_3 r_4 t_{\text{EOM}} \quad .\end{aligned}\quad (6.9)$$

Dabei geben  $\tilde{r}$  und  $\kappa$  im wesentlichen den Transmissionskoeffizienten des Interferometers für den Weg über  $M_2$  bzw.  $M_4$  zum Ausgang 1,  $\tilde{t}$  und  $\tilde{\kappa}$  für den Weg über  $M_2$  bzw.  $M_4$  zum Ausgang 2 an. Wie bei jedem Interferometer spielt die Armlängen- oder Phasendifferenz eine wesentliche Rolle:

$$\Delta\varphi_L := (\varphi_1 + \varphi_a) \Leftrightarrow (\varphi_2 + \varphi_b) \quad . \quad (6.10)$$

Mit diesen Größen ergeben sich die Feldamplituden auf den Photodioden zu:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_1 &= \mathcal{E}_A + \mathcal{E}_B \\ &= \mathcal{E}_0 \tau_3 \tilde{r} e^{i(\varphi_2 + \varphi_b + \psi_1)} \\ &\quad \times \left\{ \tilde{t}_m e^{i(\varphi_m + \Delta\varphi_L)} + \kappa e^{i(M_P \sin \Phi_1)} [1 + M_A \cos(\Phi_1 + \Phi_A)] \right\} \\ \mathcal{E}_2 &= \mathcal{E}_{\bar{A}} + \mathcal{E}_{\bar{B}} \\ &= \mathcal{E}_0 \tilde{t} e^{i(\varphi_2 + \varphi_b + \psi_2)} \\ &\quad \times \left\{ t_m e^{i(\varphi_m + \Delta\varphi_L)} + \tilde{\kappa} e^{i(M_P \sin \Phi_2)} [1 + M_A \cos(\Phi_2 + \Phi_A)] \right\} \quad .\end{aligned}\quad (6.11)$$

Damit sind im Prinzip auch die Photodiodensignale bekannt. Ausgelesen wird der symmetrische bzw. antisymmetrische Ausgang des Interferometers, d.h. die Summe oder die Differenz der Photodiodensignale. Läßt man zu, daß sich die Empfindlichkeit der Photodioden um einen Faktor  $g$  unterscheidet, dann ergibt sich:

$$\begin{aligned}I_{\text{out}}^\pm &:= I_1 \pm g \cdot I_2 \\ &=: I^\pm + I_{\text{AM}}^\pm \quad ,\end{aligned}\quad (6.12)$$



wobei  $I^\pm$  den Anteil des Signals beschreibt, der ohne RAM entsteht. Für ihn folgt aus Gl.6.11:

$$\begin{aligned}
I^\pm &= I_0 \left[ t_m^2 [(\tau_3 \tilde{r})^2 \pm g \tilde{r}^2] + [(\tau_3 \tilde{r} \kappa)^2 \pm g(\tilde{r} \tilde{\kappa})^2] \right. \\
&\Leftrightarrow 2t_m \cos(\varphi_m + \Delta\varphi_L) [(\tau_3 \tilde{r})^2 \mp g \tilde{r}^2 \tilde{\kappa}] J_0 \\
&\Leftrightarrow 4t_m \cos(\varphi_m + \Delta\varphi_L) \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \{ (\tau_3 \tilde{r})^2 \kappa \cos(2n\Phi_1) \mp g \tilde{r}^2 \tilde{\kappa} \cos(2n\Phi_2) \} \\
&\left. \Leftrightarrow 4t_m \sin(\varphi_m + \Delta\varphi_L) \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1} \{ (\tau_3 \tilde{r})^2 \kappa \sin[(2n+1)\Phi_1] \mp g \tilde{r}^2 \tilde{\kappa} \sin[(2n+1)\Phi_2] \} \right] \quad (6.13)
\end{aligned}$$

Hier ist bereits eine Entwicklung nach den Besselfunktionen der ersten Art durchgeführt.  $J_m = J_m(M_P)$  gibt die Besselfunktion  $m$ -ter Ordnung mit dem PM-Index  $M_P$  als Argument an, das in Gl.6.13 unterdrückt ist.  $I_0$  ist die in das Interferometer eingekoppelte Leistung. Die erste Zeile beschreibt den “dc-Untergrund”, die 2-te, 3-te und 4-te Zeile den Interferenzterm des Signals und  $\varphi_m + \Delta\varphi_L$  dessen Phase. Diese verschwindet<sup>6</sup> genau dann, wenn in einem der beiden Ausgänge die maximale und in dem anderen Ausgang die minimale Intensität gemessen wird. Da die beiden Strahlteiler des Interferometers nicht unbedingt symmetrisch sein müssen, wird der “dunkle” Ausgang i.a. nicht wirklich “dunkel” sein.

Der Beitrag der Rest-Amplitudenmodulation berechnet sich zu:

$$\begin{aligned}
I_{\text{RAM}}^\pm &= I_0 \left[ 2M_A \{ (\tau_3 \tilde{r} \kappa)^2 \pm g(\tilde{r} \tilde{\kappa})^2 \} \right. \\
&+ \frac{1}{2} M_A^2 \{ (\tau_3 \tilde{r} \kappa)^2 [1 + \cos(2\Phi_1 \Leftrightarrow \Phi_A)] \pm g(\tilde{r} \tilde{\kappa})^2 [1 + \cos(2\Phi_2 \Leftrightarrow \Phi_A)] \} \\
&\Leftrightarrow 2t_m M_A \cos(\varphi_m + \Delta\varphi_L) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (\tau_3 \tilde{r})^2 \kappa \left( J_{2(n+1)} \cos[(2n+1)\Phi_1 \Leftrightarrow \Phi_A] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + J_{2n} \cos[(2n+1)\Phi_1 + \Phi_A] \right) \right. \\
&\quad \left. \mp g \tilde{r}^2 \tilde{\kappa} \left( J_{2(n+1)} \cos[(2n+1)\Phi_2 \Leftrightarrow \Phi_A] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + J_{2n} \cos[(2n+1)\Phi_2 + \Phi_A] \right) \right\} \\
&\Leftrightarrow 2t_m M_A \sin(\varphi_m + \Delta\varphi_L) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (\tau_3 \tilde{r})^2 \kappa \left( J_{2n+1} \sin[2n\Phi_1 \Leftrightarrow \Phi_A] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + J_{2n-1} \sin[2n\Phi_1 + \Phi_A] \right) \right. \\
&\quad \left. \mp g \tilde{r}^2 \tilde{\kappa} \left( J_{2n+1} \sin[2n\Phi_2 \Leftrightarrow \Phi_A] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + J_{2n-1} \sin[2n\Phi_2 + \Phi_A] \right) \right\} \quad , \quad (6.14)
\end{aligned}$$

wobei  $J_{-1} \equiv 0$  sein soll. Die Struktur dieses Ausdrucks entspricht der von Gl.6.13, d.h. sie besitzt einen “Untergrund” und Interferenzterme, in denen die Phase  $\varphi_m + \Delta\varphi_L$  auftritt. Im folgenden sollen einige Aspekte von Gl.6.13 diskutiert werden.

<sup>6</sup>bzw. beträgt Vielfache von  $\pi$

**Position der Photodioden.** Die beiden Phasen  $\Phi_1$  und  $\Phi_2$  unterscheiden sich durch  $\Phi_1 \Leftrightarrow \Phi_2 = \hat{\psi}_1 \Leftrightarrow \hat{\psi}_2 = (l_1 \Leftrightarrow l_2) \Omega / c_0$ , wobei  $c_0$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit und  $l_1$  bzw.  $l_2$  den Abstand der Photodioden vom Ausgangsstrahlteiler beschreiben. O.B.d.A. kann man daher nach Gl.6.8  $\Phi_i \rightarrow \Omega t + \psi_i$  für  $i = 1, 2$  ersetzen. Die Oberwellenterme in Gl.6.13, z.B.

$$\{ (\tau_3 \tilde{r})^2 \kappa \sin[m\Phi_1] + g \tilde{r}^2 \tilde{\kappa} \sin[m\Phi_2] \} \quad (6.15)$$

für den antisymmetrischen Ausgang des Interferometers sind von der Form

$$a \sin[m\Omega t] + b \sin[m\Omega t + m(\hat{\psi}_2 \Leftrightarrow \hat{\psi}_1)]$$

und lassen sich daher stets als

$$c \sin[m\Omega t + \psi']$$

darstellen. Für einen Spezialfall läßt sich dies gut erkennen. Setzt man einen 1:1 Ausgangsstrahlteiler ( $r_3 = \sqrt{2}$ ) mit perfekt entspiegelter Rückseite ( $\rho_3 = 0$ ) und zwei Photodioden der selben Empfindlichkeit ( $g = 1$ ) voraus, dann läßt sich der Ausdruck von Gl.6.15 schreiben als

$$\begin{aligned} & \tilde{r}^2 \cdot \tilde{\kappa} \cdot (\sin[m\Omega t] + \sin[m\Omega t + m(\hat{\psi}_2 \Leftrightarrow \hat{\psi}_1)]) \\ &= \tilde{r}^2 \cdot \tilde{\kappa} \cdot 2 \cdot \cos\left[\frac{m}{2}(\hat{\psi}_2 \Leftrightarrow \hat{\psi}_1)\right] \cdot \sin\left[m\Omega t + \frac{m}{2}(\hat{\psi}_2 \Leftrightarrow \hat{\psi}_1)\right] \end{aligned}$$

Der *cos*-Anteil des Ausdrucks besitzt die Form eines Interferenzterms. Offensichtlich kann man den hinteren Teil des *Mach-Zehnder* Interferometers, bestehend aus dem Ausgangsstrahlteiler  $M_3$ , den beiden Photodioden und dem Subtrahierer/Addierer (Abb.6.4), als Interferometer für das *Modulationssignal* betrachten<sup>7</sup>. Variiert die Phasendifferenz  $\hat{\psi}_2 \Leftrightarrow \hat{\psi}_1$ , dann entsteht außerdem eine Phasenverschiebung des Modulationssignals, wie der *sin*-Term des Ausdruck zeigt. Eine Asymmetrie in der Position der Photodetektoren ( $\hat{\psi}_1 \neq \hat{\psi}_2$ ) oder Fluktuationen  $\delta(\hat{\psi}_1 \Leftrightarrow \hat{\psi}_2)$  verändern demnach nur die Amplitude und Phase des *Modulationssignals*, nicht aber die Phase der *optischen* Interferenz  $\varphi_m + \Delta\varphi_L$ , die die Information über die Wechselwirkung mit dem Atomstrahl ( $\varphi_m$ ) enthält. Daher spielen z.B. mechanische Störungen hinter dem Ausgangsstrahlteiler  $M_3$  für die Phasenempfindlichkeit des Interferometers keine wesentliche Rolle. Diese Störunanfälligkeit kann man auf den Phasenmeßprozeß übertragen, indem man das Interferometer geeignet ausliest (s. Kap.6.3.1). Unabhängig von dieser allgemeinen Diskussion spielt die Phasendifferenz  $\hat{\psi}_1 \Leftrightarrow \hat{\psi}_2$  für den hier vorgestellten Aufbau keine praktische Bedeutung, da sie wegen der geringen Modulationsfrequenz  $\Omega \approx 2$  MHz und der relative kleinen Differenz der Abstände der Photodioden vom Ausgangsstrahlteiler  $M_3$  ( $l_1 \Leftrightarrow l_2 \sim 10$  cm) in der Größenordnung von  $\hat{\psi}_1 \Leftrightarrow \hat{\psi}_2 \sim 10^{-3}$  liegt. Für die weitere Diskussion soll daher

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Omega t \quad (6.16)$$

angenommen werden.

<sup>7</sup>Dennoch besteht keine perfekte Analogie zu einem optischen Interferometer mit Leistungsdetektoren am Ausgang, da hinter dem Subtrahierer/Addierer kein *square law* Detektor folgt.

**Eingangs- und Ausgangsstrahlteiler.** Die Amplituden der Modulationsoberwellen (Gl.6.11) sind proportional zum Koeffizienten  $t_m$  der Transmission des Teststrahls durch die Wechselwirkungszone und enthalten außerdem die Information über die durch die Wechselwirkung mit den Atomen erzeugte optische Phasenverschiebung  $\varphi_m$ . Daher wird man durch geeignete Demodulation des Signals Absorption und Phasenverschiebung des Teststrahl auslesen können. Dann sollten die beiden Strahlteiler aber so gewählt werden, daß die Koeffizienten  $[(\tau_3 \tilde{r})^2 \kappa \mp g \tilde{t}^2 \tilde{\kappa}]$  der Modulationsoberwellen maximal sind. Vernachlässigt man die Verluste an der Rückseite der Strahlteiler, an den Spiegeln  $M_2$  und  $M_4$  und am Phasenmodulator:

$$\begin{aligned} r_2 &= r_4 = 1 \\ \rho_1 &= \rho_3 = 0 \\ t_{\text{EOM}} &= 1 \quad , \end{aligned} \tag{6.17}$$

und setzt voraus, daß die beiden Photodioden die gleiche Empfindlichkeit besitzen

$$g = 1 \quad , \tag{6.18}$$

dann wird

$$\begin{aligned} & (\tau_3 \tilde{r})^2 \kappa \mp g \tilde{t}^2 \tilde{\kappa} \\ \rightarrow & 2 r_1 r_3 \sqrt{1 \Leftrightarrow r_1^2} \sqrt{1 \Leftrightarrow r_3^2} \rightarrow \max \end{aligned}$$

genau dann, wenn der antisymmetrische Ausgang des Interferometers ausgelesen wird und

$$r_3^2 = 1/2 \tag{6.19}$$

gilt, wenn also der Ausgangsstrahlteiler  $M_3$  im Verhältnis 1:1 teilt. Die Reflektivität des Eingangsstrahlteilers wird durch die zur Verfügung stehende Leistung des Probelasers  $I_0$  und die gewünschte Leistung in der Wechselwirkungszone  $I_{\text{WW}}$  bestimmt:

$$r_1^2 = \frac{I_{\text{WW}}}{I_0} \quad . \tag{6.20}$$

Mit Gl.6.17- Gl.6.20 folgt dann für die Koeffizienten der Modulationsoberwellen des antisymmetrischen Signals

$$\begin{aligned} & I_0 \cdot [(\tau_3 \tilde{r})^2 \kappa + g \tilde{t}^2 \tilde{\kappa}] \\ \rightarrow & I_0 \cdot \sqrt{\frac{I_{\text{WW}}}{I_0}} \cdot \sqrt{1 \Leftrightarrow \frac{I_{\text{WW}}}{I_0}} \approx \sqrt{I_{\text{WW}}} \cdot \sqrt{I_0} \quad \text{für } I_0 \gg I_{\text{WW}} \end{aligned}$$

Dieser Zusammenhang, der auch von der FM-Spektroskopie bekannt ist, zeigt klar, daß die Modulationsoberwellen in Gl.6.13 durch die Überlagerung des Feldes im Testarm (Amplitude  $\propto \sqrt{I_{\text{WW}}}$ ) mit den Phasenmodulations-Seitenbändern des Strahls im Referenzarm entstehen. Die Träger-Komponente im Referenzarm (Amplitude  $\propto J_0$ ) spielt dabei keine Rolle. Im Hinblick auf ein gutes Signal-zu-Rausch-Verhältnis ist ein möglichst großes Signal von Vorteil. Das Interferometer wird daher i.a. mit  $I_{\text{WW}} \ll I_0$  und folglich mit einem stark asymmetrischen Eingangsstrahlteiler  $r_1 \ll 1$  betrieben werden.

**Betrieb auf einem "dark fringe".** Nachdem einige grundlegende Fragen zum Aufbau des Interferometers geklärt sind, soll nun untersucht werden, wie die Information über Absorption und Phasenverschiebung des Teststrahls in dem Interferometersignal enthalten ist. Dazu wird Gl.6.17 über die Verlustfreiheit der Spiegel und den EOM vorausgesetzt. Die Photodioden sollen nahezu die selbe Intensität besitzen

$$g = 1 + \delta g \quad \text{mit} \quad \delta g \ll 1 \quad , \quad (6.21)$$

und der Ausgangsstrahlteiler sei in guter Näherung symmetrisch:

$$r_3^2 = \frac{1}{2} + \delta R \quad \text{mit} \quad \delta R \ll 1 \quad . \quad (6.22)$$

Die Anzahl der Atome im Wechselwirkungsvolumen ist i.a. so gering, daß auch die zugehörige Absorption und Phasenverschiebung des Teststrahls klein ist:

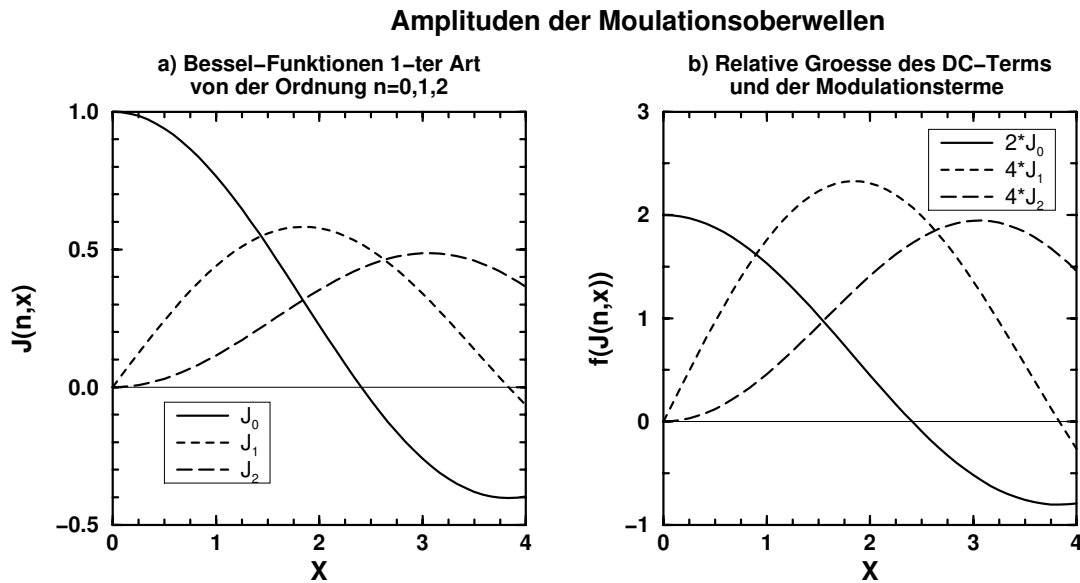
$$t_m = \exp\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1 + \frac{\alpha}{2} + O(\alpha^2) \quad , \quad \varphi_m \ll 1. \quad (6.23)$$

Dabei gibt  $\alpha = 1 + \alpha^2 + O(\alpha^2)$  die Leistungsabsorption für den Teststrahl an. Zuerst soll der Fall  $\Delta\varphi_L = 0$  betrachtet werden: Einer der beiden Ausgänge des Interferometer besitzt maximale, der andere minimale Intensität ("dark fringe"). Werden im Signal Gl.6.13 nur der dc-Term und die Beiträge bei der Modulationsfrequenz  $\Omega$  und der ersten Oberwelle  $2\Omega$  berücksichtigt, dann folgt:

$$\begin{aligned} I_{\text{DC}}^- &\approx \varphi I_0 \cdot \left[ 2J_0(M_P) r_1 t_1 \left( 1 + \frac{\alpha}{2} + \frac{\delta g}{2} \right) + \frac{1}{2} \delta g \varphi \right] + 4 \left( r_1^2 + \frac{1}{2} \right) \delta R \quad (6.24) \\ I_{\Omega}^- &\approx \varphi I_0 \cdot J_1(M_P) r_1 t_1 \varphi_m \cdot \sin \Omega t \\ I_{2\Omega}^- &\approx \varphi I_0 \cdot J_2(M_P) r_1 t_1 \left( 1 + \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \delta g \right) \cdot \cos 2\Omega t \end{aligned}$$

für den antisymmetrischen und

$$\begin{aligned} I_{\text{DC}}^+ &\approx I_0 \cdot \left[ 1 + \alpha r_1^2 + \left( \frac{1}{2} + J_0(M_P) r_1 t_1 \right) \delta g \right] \quad (6.25) \\ I_{\Omega}^+ &= \varphi I_0 t_m (\tau_3^2 + \varphi) \cdot r_1 r_2 r_3 r_4 t_1 \tau_1 t_3 t_{\text{EOM}} J_1(M_P) \sin \varphi_m \cdot \sin \Omega t \\ &\approx 0 \\ I_{2\Omega}^+ &= \varphi I_0 t_m (\tau_3^2 + \varphi) \cdot r_1 r_2 r_3 r_4 t_1 \tau_1 t_3 t_{\text{EOM}} J_1(M_P) \cos \varphi_m \cdot \cos 2\Omega t \\ &\approx I_0 2 r_1 t_1 J_2(M_P) \delta g \cdot \cos 2\Omega t \end{aligned}$$



**Abbildung 6.5:** Graphik a): Besselfunktionen 1-ter Art  $J_n(x)$  für die Ordnungen  $n=0, 1, 2$ .  $J_0(x) = J_1(x) = 0,55$  für  $x=1,43$ ,  $J_0(x) = J_2(x) = 0,32$  für  $x=1,84$ ,  $J_0(x) = 0$  für  $x=2,40$  und  $J_1(x) = J_2(x) = 0,46$  für  $x=2,63$ . Graphik b) zeigt die relative Größe des dc-Terms und der Terme bei  $\Omega$  und  $2\Omega$ .

für den symmetrischen Ausgang. In Gl.6.24 und Gl.6.25 sind alle Terme 2-ter Ordnung in  $\alpha$ ,  $\varphi_m$ ,  $\delta R$  und  $\delta g$  vernachlässigt. Nach Gl.6.24 liefert der antisymmetrische Ausgang mit  $I_{\Omega}^-$  die Information über die Phasenverschiebung während sowohl das dc-Signal  $I_{DC}^-$  als auch die 2-te Oberwelle  $I_{2\Omega}^-$  das Absorptionssignal enthalten, das allerdings einen starken Untergrund besitzt. Man beachte, daß das Signal der Phasenverschiebung in erster Ordnung unabhängig ist von Fehlern der Photodiodenkalibrierung ( $\delta g \neq 0$ ) und von Abweichungen des Teilungsverhältnis des Ausgangsstrahlteilers vom optimalen Wert ( $\delta R \neq 0$ ). In erster Ordnung gibt es desweiteren kein “Übersprechen” zwischen Phasenverschiebungs- und Absorptionssignal. Für die Messung der Phasenverschiebung ist ein Phasenmodulationsindex  $M_P \approx 2$  optimal (s. Abb.6.5 a). Bei einem solch großen Phasenhub ist  $4J_2(M_P) \approx 2J_0(M_P)$  (Abb.6.5 b), so daß der dc-Term und der Term bei  $2\Omega$  vergleichbar große Signale liefern. Da außerdem auch der Untergrund in beiden Fällen identisch ist, eignen sich beide Terme zum Auslesen des Absorptionssignals. Aspekte für oder gegen den einen Term oder anderen Term findet man erst mit einer genaueren Signal-zu-Rausch-Analyse (Kap.6.2.2). Da das Interferometer auf dem “dark fringe” betrieben wird, besitzt das antisymmetrische Ausgangssignal einen DC-Untergrund von der Größenordnung  $I_0$ , solange  $M_P < 2$ . Dies spielt für die Signal-zu-Rausch-Analyse eine Rolle.

Auch der symmetrische Ausgang des Interferometers enthält die Information über die Absorption und die optische Phasenverschiebung. Das Absorptionssignal etwa ist auch bei  $I_{DC}^+$  zu finden, dort aber um einen Faktor  $r_1^2/(r_1 \cdot t_1) \approx r_1 \ll 1$  kleiner als im antisymmetrischen Signal, wenn wieder ein stark asymmetrischer Strahlteiler angenommen wird. Der symmetrische Ausgang eignet sich daher nur zur Kalibrierung des Photodiodenempfindlichkeit: Auch bei nicht stabilisiertem Interferometer, also bei beliebiger optischer Phase  $\varphi_m + \Delta\varphi_L$  verschwindet das Modulationssignal simultan bei allen Frequenzen nur dann, wenn  $g = \tau_3^2 \approx 1$  (Gl.6.25).

Der hier diskutierte Fall des auf einen “dark fringe” stabilisierten Interferometers liefert ein auf den ersten Blick unerwartetes Ergebnis. Für  $\varphi_m + \Delta\varphi_L = m\pi$  ist das Feld aus dem Testarm exakt gegenphasig oder in Phase mit der “Träger”-Komponente des Referenzarms, also mit dem Anteil des Referenzfeldes, der mit  $e^{i\omega t}$  oszilliert. Das Feld hinter dem Strahlteiler unterscheidet sich vom Feld vor dem Strahlteiler daher ausschließlich in der *Amplitude* dieser “Träger”-Komponente<sup>8</sup>. Die Phasenmodulationsseitenbänder werden weder in ihrer Amplitude noch in ihrer Phase zueinander oder zum “Träger” verändert. Daher könnte man vermuten, daß die Felder in den beiden Ausgängen des Interferometers, so wie das Feld im Referenzarm auch, als rein phasenmoduliertes Feld zu beschreiben sind, und man würde dann erwarten, daß die Photodiodensignale keine Modulationsanteile besitzen. Tatsächlich zeigt Gl.6.13 aber, daß die entsprechenden Signale bei allen geraden Vielfachen der Modulationsfrequenz sogar maximal sind ( $|\cos(\varphi_m + \Delta\varphi_L)| = 1$ ). In der Tat lassen sich nämlich die Felder in den Ausgängen des Interferometers nicht mehr als phasenmoduliertes Feld beschreiben, da sich die Amplituden der einzelnen Komponenten bei  $f_m = m \cdot \Omega$ ,  $m = \pm\infty \dots + \infty$  für keinen Phasenmodulationsindex  $M_P$  wie die  $J_m(M_P)$ ,  $m = \pm\infty \dots + \infty$  verhalten. Aus diesem Grunde ermöglicht die Phasenmodulation des Referenzarms nicht nur die Messung der optischen Phasen des Interferometers, sondern auch die Bestimmung der Absorption des Testfeldes.

**Betrieb “auf der Flanke”.** Nach Gl.6.13 ist neben  $\Delta\varphi_L = 0$  auch ein zweiter Arbeitspunkt mit  $\Delta\varphi_L = \pi/2$  ausgezeichnet, an dem nicht die Terme der ungeraden sondern die der geraden Vielfachen der Modulationsfrequenz  $\Omega$  verschwinden. Dann wird in beiden Ausgängen des Interferometers die gleiche Intensität gemessen, das Interferometer arbeitet “auf der Flanke”. Setzt man wieder die Gl.6.21, Gl.6.22 und Gl.6.23 über die Photodioden, den Ausgangsstrahlteiler und die Größe des Absorptions- und Phasenverschiebungssignals voraus, dann folgt in Analogie zu Gl.6.24:

$$\begin{aligned} I_{\text{DC}}^- &\approx I_0 \cdot \left[ 2r_1 t_1 J_0(M_P) \cdot \varphi_m \Leftrightarrow \frac{1}{2} \delta g + 4(r_1^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}) \delta R \right] & (6.26) \\ I_{\Omega}^- &\approx \Leftrightarrow 4I_0 \cdot J_1(M_P) r_1 t_1 \left( 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \delta g \right) \cdot \sin \Omega t \\ I_{2\Omega}^- &\approx 4I_0 \cdot J_2(M_P) r_1 t_1 \varphi_m \cdot \cos 2\Omega t \quad . \end{aligned}$$

für den antisymmetrischen und

$$\begin{aligned} I_{\text{DC}}^+ &\approx I_0 \cdot \left( 1 \Leftrightarrow \alpha r_1^2 + \frac{1}{2} \delta g \right) & (6.27) \\ I_{\Omega}^+ &= \Leftrightarrow 4I_0 t_m (\tau_3^2 \Leftrightarrow g) \cdot r_1 r_2 r_3 r_4 t_1 \tau_1 t_3 t_{\text{EOM}} J_1(M_P) \cos \varphi_m \cdot \sin \Omega t \\ &\approx 2I_0 r_1 t_1 J_1(M_P) \delta g \cdot \sin \Omega t \\ I_{2\Omega}^+ &= 4I_0 t_m (\tau_3^2 \Leftrightarrow g) \cdot r_1 r_2 r_3 r_4 t_1 \tau_1 t_3 t_{\text{EOM}} J_2(M_P) \sin \varphi_m \cdot \cos 2\Omega t \\ &\approx 0 \end{aligned}$$

<sup>8</sup>und zusätzlich durch den für alle PM-Seitenbänder und den “Träger” gleichen Faktor  $r_3$  bzw.  $t_3$ .

für den symmetrischen Ausgang. Der Vergleich der Gl.6.24 mit Gl.6.26 zeigt, daß jetzt die Bedeutung der Terme der geraden und der ungeraden Vielfachen der Modulationsfrequenz  $\Omega$  vertauscht ist: Nun ist die Phaseninformation im dc-Term und im Term bei  $2\Omega$  enthalten, während die Absorption -mit dem gleichen Untergrund wie zuvor- bei  $\Omega$  zu finden ist. Der wesentliche Unterschied zwischen dem Betrieb auf dem “dark fringe” und auf der Flanke ist beim dc-Term des antisymmetrischen Ausgangs  $I_{DC}^-$  zu erkennen. Er verschwindet jetzt in 0-ter Ordnung, was für das Signal-zu-Rausch-Verhältnis von Bedeutung ist (s. Kap.6.2.2). Der symmetrische Ausgang des Interferometers gestattet -wie schon beim Betrieb auf einem “dark fringe”- nur die Kalibrierung der Photodioden ( $\delta g \rightarrow 0$ ).

### 6.2.2 Grenzen der Empfindlichkeit: Analyse des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses

Der vorangegangene Abschnitt hat gezeigt, daß es im Prinzip zwei interessante Arbeitspunkte des Interferometers gibt, die durch  $\Delta\varphi_L = m\pi$  und  $\Delta\varphi_L = (m + \frac{1}{2})\pi$  beschrieben werden und einen Betrieb auf einem “dark fringe” b.z.w auf der Flanke beschreiben. Die nun folgende Analyse des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses (*signal to noise ratio*, SNR) soll klären, welche der beiden Arbeitspunkte unter diesem Gesichtspunkt geeigneter und welches der optimale Phasenmodulationsindex ist.

Im Prinzip muß man zwischen “technischem Rauschen” und dem fundamentalen Schrotrauschen unterscheiden. Technisches Rauschen der Probe-Laserleistung definiert i.a. eine minimale Absorption  $\alpha$  und Verschiebung der Interferenzphase  $\varphi_m + \Delta\varphi_L$ , die gerade noch nachweisbar ist. Die Interferenzphase selber enthält aber nicht nur die Phasenverschiebung des Teststrahls durch die Wechselwirkung mit den Atomen, sondern zusätzlich solche Phasenverschiebungen, die entstehen können, wenn die Armlängendifferenz des Interferometers oder die Frequenz des Probe-Laserfeldes fluktuiert. Da prinzipiell experimentell nicht unterschieden werden kann, welcher dieser Effekte die gemessene Phasenverschiebung erzeugt, begrenzen auch die passive mechanische Stabilität des Interferometers und das Frequenzrauschen des Probe-Lasers die Empfindlichkeit des Interferometers für Phasenmessungen. Im folgenden soll zuerst der Einfluß des Leistungsrauschens und danach der Einfluß des Frequenzrauschens untersucht werden. Erst dann, wenn das technische Rauschen keine Rolle mehr spielt, weil die Meßmethode geschickt gewählt oder der Laser selber hinreichend leistungs- und frequenzstabil ist, wird der Einfluß des Schrotrauschens bestimmend. Hierzu soll nur eine einfache Abschätzung angegeben werden, die zeigt, daß die Grenzen für die minimale, gerade noch auflösbare Absorption und Phasenverschiebung z.Zt. durch technisches Rauschen definiert werden. Weitere Rauschquellen, wie sie z.B. bei *interferometrischen Gravitationswellendetektoren* eine Rolle spielen, sind hier nicht von Bedeutung; einen Überblick über dieses Thema gibt z.B. [119].

### Technisches Leistungsrauschen

Das Leistungsrauschen des Probe-Lasers kann durch

$$I_0(t) =: \hat{I}_O (1 + i(t)) \quad , \quad \hat{I}_O = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} I_0(t) dt \quad (6.28)$$

beschrieben werden, wobei  $\hat{I}_O$  die über die Meßdauer T gemittelte Ausgangsleistung und  $i(t)$  die relativen, zeitlichen Fluktuationen angibt. Mit der für das Meßintervall definierten Fourier-Transformierten von  $i(t)$

$$\hat{i}_T(f) := \int_{-T/2}^{T/2} i(t) e^{i2\pi ft} dt \quad (6.29)$$

läßt sich die sog. einseitige, d.h. für  $f = 0 \dots \infty$  definierte spektrale Leistungsdichte des relativen Leistungsrauschens (*relative intensity noise*, RIN) mit Hilfe des *Wiener-Khintchine* Theorems [100] angeben:

$$S_p \{i(t)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \hat{i}_T(f) \cdot \hat{i}_T^*(f) \quad . \quad (6.30)$$

Das antisymmetrische Ausgangssignal des Interferometers Gl.6.13 ist von der allgemeinen Form

$$I^-(t) = I_0(t) \cdot \left\{ A_{\text{DC}} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} \cos[2n 2\pi f_m t] + \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n+1} \sin[(2n+1) 2\pi f_m t] \right\} \quad , \quad (6.31)$$

wobei  $2\pi f_m = \Omega$  die Modulationsfrequenz angibt. Daher erzeugt das Leistungsrauschen  $i(t)$  im Interferometersignal einen Rauschterm, der durch

$$\delta I^-(t) = \hat{I}_O * i(t) \cdot \left\{ A_{\text{DC}} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} \cos[2n 2\pi f_m t] + \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n+1} \sin[(2n+1) 2\pi f_m t] \right\} \quad (6.32)$$

beschrieben wird. Dessen Fourier-Transformierte ergibt sich nach einiger Rechnung zu:

$$\begin{aligned} \widehat{\delta I^-}_T(f) = \hat{I}_O \cdot \left\{ \right. & A_{\text{DC}} \cdot \hat{i}_T(f) \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i}{2} C_{2n+1} [\hat{i}_T([2n+1]f_m + f) \leftrightarrow \hat{i}_T^*([2n+1]f_m \leftrightarrow f)] \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} C_{2n} [\hat{i}_T(2nf_m + f) \leftrightarrow \hat{i}_T^*(2nf_m \leftrightarrow f)] \right\} \quad (6.33) \end{aligned}$$

Man erkennt hier, wie die Modulationsseitenbänder z.B. hochfrequentes Rauschen der Laserleistung auch nach niedrigen Frequenzen "mischen". Im Ausdruck für die spektrale Leistungsdichte



des Signalrauschens ergeben sich in Analogie zu Gl.6.30 deshalb Mischterme, z.B. von der Form  $\hat{i}_T(mf_m + f) \cdot \hat{i}_T^*(m'f_m + f)$ , die man nicht in allgemeiner Form behandeln kann. Nimmt man an, daß die Phasen der Fourier-Komponenten  $\hat{i}_T(f')$  für die verschiedenen Frequenzen  $f'$  zufällig verteilt sind, dann heben sich diese Mischterme gegenseitig auf und es tragen dann nur die positiven Terme der Form  $\hat{i}_T(f') \cdot \hat{i}_T^*(f')$  zur spektralen Leistungsdichte des Signalrauschens bei. Mit dieser Annahme folgt nun in Analogie zu Gl.6.30 für die spektrale Leistungsdichte des Signalrauschens:

$$S_p \{ \delta I^-(t) \} (f) \approx \hat{I}_0^2 \cdot \left\{ |A_{\text{DC}}|^2 S_p \{ i(t) \} (f) + \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} |C_n|^2 \{ S_p \{ i(t) \} (|nf_m \Leftrightarrow f|) + S_p \{ i(t) \} (nf_m + f) \} \right\} \quad (6.34)$$

Da das technische Leistungsrauschen i.a. nach hohen Frequenzen hin abfällt, wird man - je nach Wahl von  $f$  - nur einige Terme der Summe berücksichtigen müssen<sup>9</sup>. Die Messung der Phasenverschiebung und Absorption erfolgt stets durch eine Demodulation des Signals mit dem Referenzsignal der entsprechenden Frequenz und einer anschließenden Integration des Ausgangssignals des Mixers. Die Integrationszeitkonstante  $T$  bestimmt die Detektionsbandbreite  $\Delta f$  und damit den rms-Werte des Rauschsignals für diese Detektionsbandbreite:

$$\langle (\delta I^-(t))^2 \rangle_T = (\delta I_{\text{rms}}^-)^2 = \Delta f \cdot S_p \{ \delta I^-(t) \} \quad (6.35)$$

Ein monochromatisches Signal  $I^-(t)$  wird genau dann als gerade noch nachweisbar betrachtet, wenn sein rms-Wert genauso groß ist wie der rms-Werte des Signalrauschens, wenn also das Signal-zu-Rausch-Verhältnis ( $N_{\text{SNR}}$ ) den Wert eins annimmt:

$$I_{\text{rms},\text{min}}^- := \sqrt{\Delta f} \cdot \sqrt{S_p \{ \delta I^-(t) \}} \quad (6.36)$$

Im folgenden sollen nun für die beiden Arbeitspunkte des Interferometers  $\Delta\phi_L = m\pi$  ("dark fringe") und  $\Delta\phi_L = (m + \frac{1}{2})\pi$  ("Flanke") die Detektionsgrenzen für die Absorption und Phasenverschiebung diskutiert werden. Ausgangspunkt der Diskussion sind die Gl.6.24 ("dark fringe") und Gl.6.26 ("Flanke"). Es werden also ein symmetrischer Ausgangsstrahlteiler, Photodioden mit gleicher Empfindlichkeit und eine nur geringe Absorption und Phasenverschiebung des Teststrahls durch die Wechselwirkung mit dem Atomstrahl angenommen. Die Rest-Amplitudenmodulation wird vernachlässigt. Desweiteren wird die spektrale Leistungsdichte des Leistungsrauschens als konstant im Frequenzbereich von "DC"<sup>10</sup> bis zur doppelten Modulationsfrequenz und als vernachlässigbar für höhere Frequenzen betrachtet. Die Untersuchungen des Kap.5.3.2 haben gezeigt, daß diese Annahme erlaubt ist. Die Gl.6.24 und Gl.6.26 stellen nun den Zusammenhang zwischen minimal detektierbarer Absorption bzw. Phasenverschiebung und dem minimalen, gerade noch nachweisbaren Interferometersignal  $I_{\text{rms},\text{min}}^-$  (Gl.6.36) her. Die spektrale Leistungsdichte des

<sup>9</sup>Das Leistungsrauschen der hier benutzten Lasersystem fällt oberhalb von  $\approx 3$  MHz ab, die Modulationsfrequenz beträgt  $f_m=1,8$  MHz, s. Kap.5.3.2.

<sup>10</sup>Wie in der Einleitung von Kap.6 erwähnt, wird die eigentlich Messung bei 1 kHz bis 2 kHz durchgeführt, so daß "DC" hier  $f \sim 1$  kHz meint.

Leistungsrauschens  $S_p \{\delta I^-(t)\}$  wiederum ist im Prinzip durch Gl.6.34 gegeben; auf die explizite Angabe von  $A_{DC}$  und  $C_n$  wird verzichtet, da sie aus der Gl.6.24 bzw. aus Gl.6.26 folgen.

Wird nun das Interferometer auf einem "dark fringe" betrieben, dann kann die Absorption bei "DC" und bei der doppelten Modulationsfrequenz, die Phasenverschiebung bei der Modulationsfrequenz selber gemessen werden (Gl.6.24). Für jene Werte dieser Größen, für die das Signal-zu-Rausch-Verhältnis den Wert  $N_{SNR} = 1$  annimmt und die im folgenden als *Absorptions-* bzw. *Phasenempfindlichkeit* bezeichnet werden, folgt dann:

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{rms,min,DC}} &= 2 \cdot \sqrt{S_p \{i(t)\} (0) + 2 \left(\frac{J_2}{J_0}\right)^2 S_p \{i(t)\} (2f_m)} \cdot \sqrt{\Delta f} \\ &\approx 2 \cdot \sqrt{1 + 2 \left(\frac{J_2}{J_0}\right)^2} \cdot \sqrt{S_p \{i(t)\} (0)} \cdot \sqrt{\Delta f} \end{aligned} \quad (6.37)$$

$$\Phi_{\text{rms,min},f_m} = \sqrt{1 + \left(\frac{J_0}{J_1}\right)^2} \cdot \sqrt{S_p \{i(t)\} (f_m)} \cdot \sqrt{\Delta f} \quad (6.38)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{rms,min},2f_m} &= \sqrt{S_p \{i(t)\} (0) + \frac{J_0^2 + J_4^2}{J_2^2} S_p \{i(t)\} (2f_m)} \cdot \sqrt{\Delta f} \\ &\approx \sqrt{1 + \frac{J_0^2 + J_4^2}{J_2^2}} \cdot \sqrt{S_p \{i(t)\} (0)} \cdot \sqrt{\Delta f} \end{aligned} \quad (6.39)$$

In Abb.6.6, Graphik a) sind Absorptions- und Phasenempfindlichkeit für ein auf einem "dark fringe" arbeitendes Interferometer in Abhängigkeit vom Phasenmodulationsindex  $M_P$  angegeben. Eine optimale Empfindlichkeit für beide Größen erhält man beim gleichen Modulationsindex, der  $M_P \approx 2,3$  beträgt.

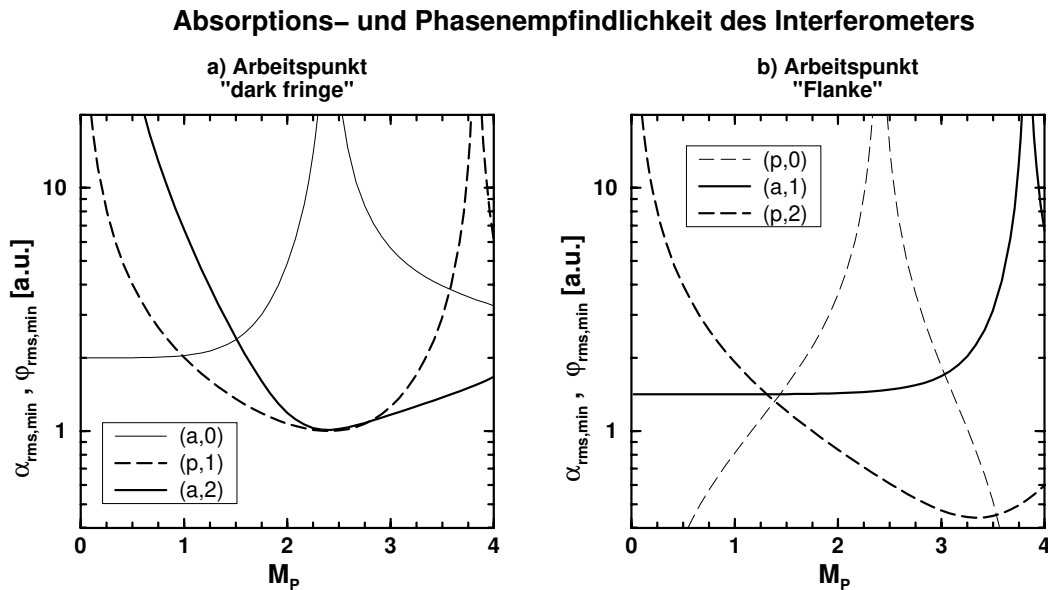
Beim Betrieb auf der "Flanke" kann bei "DC" und bei der 2-fachen Modulationsfrequenz die Phasenverschiebung, bei der 1-fachen Modulationsfrequenz die Absorption gemessen werden (Gl.6.26). Hier folgt für die Absorptions- und Phasenempfindlichkeit:

$$\Phi_{\text{rms,min,DC}} = \sqrt{2} \cdot \left| \frac{J_1}{J_0} \right| \cdot \sqrt{S_p \{i(t)\} (f_m)} \cdot \sqrt{\Delta f} \quad (6.40)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{rms,min},f_m} &= \sqrt{S_p \{i(t)\} (0) + \left(1 + \frac{J_3^2}{J_1^2}\right) S_p \{i(t)\} (2f_m)} \cdot \sqrt{\Delta f} \\ &\approx \sqrt{2 + \frac{J_3^2}{J_1^2}} \cdot \sqrt{S_p \{i(t)\} (0)} \cdot \sqrt{\Delta f} \end{aligned} \quad (6.41)$$

$$\Phi_{\text{rms,min},2f_m} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{J_1^2 + J_3^2}{J_2^2}} \cdot \sqrt{S_p \{i(t)\} (f_m)} \cdot \sqrt{\Delta f} \quad (6.42)$$

Dieses Ergebnis ist in Abb.6.6, Graphik b) dargestellt. Die maximale Phasenempfindlichkeit wird bei einer etwas stärkeren Modulation ( $M_P \approx 3,2$ ) erreicht. Sie ist um den Faktor 2 größer als für



**Abbildung 6.6:** Begrenzung der Absorptions- und Phasenempfindlichkeit durch Probe Laser Leistungsrauschen. Dargestellt ist die Absorption und Phasenverschiebung für ein Signal-zu-Rausch-Verhältnis von  $N_{\text{SNR}} = 1$  in Abhängigkeit vom Phasenmodulationsindex  $M_p$ . Beide Größen sind normiert auf den rms-Wert des relativen Leistungsrauschens  $\sqrt{S_p\{i(t)\}(0) \cdot \Delta f}$ . Grafik a) und b) zeigen die die Verhältnisse für ein Interferometer, das auf einem "dark fringe" b.z.w auf der "Flanke" betrieben wird. In den Legenden stehen die Abkürzungen (x,n) mit x=a bzw. x=p für eine Absorptions- bzw. Phasenmessung und n=0,1,2 für eine Messung bei "DC", der 1-fachen bzw. der 2-fachen Modulationsfrequenz.

den Arbeitspunkt "dark fringe". Ähnliches gilt für die Absorptionsempfindlichkeit. Hier unterscheiden sich beide Arbeitspunkte um einen Faktor  $\sqrt{2}$ . Anders als bei einem Betrieb auf einem "dark fringe" erreicht man auf der "Flanke" die maximale Absorptions- und Phasenempfindlichkeit nicht für denselben Modulationsindex. Die Kurve (p,0) für eine Phasenmessung bei "DC" gibt an, daß sich für  $M_p \rightarrow 0$  und  $M_p \rightarrow 3,83$  eine beliebig große Phasenempfindlichkeit erreichen läßt. Dies setzt allerdings voraus, daß der DC-Anteil des antisymmetrischen Interferometersignals exakt verschwindet, was im Experiment sicher nicht erreichbar ist. Eine Phasenmessung bei "DC" bietet sich desweiteren wegen der Abhängigkeit des Signals von Fehlern bei der Kalibrierung der Photodioden und in der Symmetrie des Ausgangsstrahlteilers (Gl.6.26) nicht an<sup>11</sup>. Schließlich kann mit einer Messung bei einer Vielfachen der Modulationsfrequenz auch das nach niedrigen Frequenzen hin anwachsende elektronischen Rauschen umgangen werden. Phasenmessungen bei "DC" bieten sich daher nicht an und sind nur der Vollständigkeit halber in Abb.6.6 eingetragen.

Die Diskussion der Gl.6.37..6.42 und der Abb.6.6 liefert vier wesentliche Aussagen:

- Die Phasenempfindlichkeit wird stets durch das (relative) Leistungsrauschen  $S_p\{i(t)\}(f_m)$  bei der Modulationsfrequenz  $f_m$  begrenzt. Wie bei der FM-Spektroskopie läßt sich deshalb bei hinreichend großer Modulationsfrequenz ( $\sim$  MHz), wo technisches Rauschen vernachlässigbar wird, eine nur durch das Schrotrauschen begrenzte Phasenempfindlichkeit erreichen.

<sup>11</sup>Diese Fehler erzeugen einen *Offset* im Fehlersignal und verschieben damit den Arbeitspunkt. Dies führt zu einem "Übersprechen" zwischen Absorptions- und Phasensignal.

- Die Absorptionsempfindlichkeit wird stets durch das Leistungsrauschen  $S_p\{i(t)\}(\delta f)$  bei "DC", d.h. bei niedrigen Frequenzen ( $\delta f \sim \text{kHz}$ ) beschränkt. Anders als bei der FM-Spektroskopie ist daher mit dem Interferometer, wie es hier vorgestellt wird, keine schrot-rauschlimitierte Absorptionsempfindlichkeit zu erreichen. Der Grund für diesen Unterschied liegt in der Art der Absorptionsmessung: Das Interferometer mißt stets die *Transmission* des Teststrahls, während die FM-Spektroskopie empfindlich für eine *Absorption* der Seitenbänder ist. Für hinreichend hohe Modulationsfrequenzen, wenn also  $S_p\{i(t)\}(f_m)$  und  $S_p\{i(t)\}(2f_m)$  vernachlässigbar sind, wird für beide Arbeitspunkte des Interferometers die maximale Absorptionsempfindlichkeit  $\alpha_{\text{rms,min}} = \sqrt{S_p\{i(t)\}(\delta f) \cdot \Delta f}$  mit  $\delta f \sim \text{kHz}$  erreicht.
- Der Vergleich von Graphik *a)* mit Graphik *b)* zeigt, daß auf beiden Arbeitspunkten des Interferometers vergleichbare Empfindlichkeiten erreicht werden können. Den einfacheren Aufbau kann man mit dem Interferometer auf einem "dark fringe" realisieren, da in diesem Fall nur eine einzige Demodulation (für die Phasenmessung) notwendig ist, wenn die Absorption aus dem "DC"-Signal ausgelesen wird. Dann sind auch experimentell einfacher zu realisierende kleinere Modulationsindices um  $M_P \approx 1$  optimal. Die größte Empfindlichkeit erreicht man allerdings bei einem Betrieb auf der "Flanke" mit Modulationsindices von  $M_P \approx 2 \dots 3$ .
- Nach Kap.5.3.2 beträgt das relative Leistungsrauschen der frequenzverdoppelten Strahlung der für das Experiment entwickelten Lasersysteme bei einigen kHz rd.  $\sqrt{S_p\{i(t)\}(\delta f)} \approx 10^{-5} / \sqrt{\text{Hz}}$ , bei 2 MHz rd.  $\sqrt{S_p\{i(t)\}(f_m)} \approx 6 \cdot 10^{-6} / \sqrt{\text{Hz}}$ . Bei einer Detektionsbandbreite von 1Hz markiert daher im besten Falle eine Absorption von  $\alpha = 10^{-5}$  bzw. eine Phasenverschiebung von  $\varphi, +\Delta\varphi_L = 3 \cdot 10^{-6}$  rad ein Signal-zu-Rausch-Verhältnis von  $N_{\text{SNR}} = 1$  und damit die Nachweisgrenze.

### Schrotrauschen

Die Diskussion des technischen Leistungsrauschens hat gezeigt, daß bei der Phasenmessung im Prinzip die Schrotrauschgrenze erreichbar ist. Das Schrotrauschen modulierter Felder ist von *Niebauer et al.* [120] behandelt worden. Damit läßt sich im Prinzip das Schrotrauschen für jede der beiden Photodioden in den Ausgängen des Interferometers angeben, nicht aber das Schrotrauschen des antisymmetrischen Signals  $I^-$ . *Yuen et al.* [121] etwa haben das Schrotrauschen bei der sog. *homodyn*en und *heterodyn*en Detektion untersucht, bei der, ähnlich wie in dem Interferometer auch, an einem 1:1 Strahlteiler ein schwacher Teststrahl mit dem Feld eines wesentlich stärkeren Lokaloszillators (hier: der Referenzstrahl) der selben bzw. einer anderen Frequenz überlagert wird. Auch diese Untersuchungen sind nicht übertragbar, da das Feld des Lokaloszillators stets nicht moduliert ist. Da die Empfindlichkeit des Interferometer so, wie es zur Zeit betrieben wird, durch technisches Rauschen begrenzt ist, soll hier kein Modell des Schrotrauschens des Interferometersignals entwickelt sondern eine grobe Abschätzung der Schrotrauschgrenze gegeben werden.

Die Untersuchung homodyner und heterodyner Detektoren hat ergeben, daß stets das Schrotrau-

schen des schwachen Testfeldes das Schrotrauschen des antisymmetrischen Ausgangssignals<sup>12</sup> des Detektors bestimmt<sup>13</sup>. *Schumaker* [122] findet, daß die spektrale Leistungsdichte des relativen Schrotrauschen  $S_{p,HD}\{i_{SN}(t)\}(f)$ , gemessen mit einem 2-Port Homodyn-Detektor, vier mal so groß ist, wie das direkt mit einem Leistungsdetektor gemessene Schrotrauschen  $S_{p,DD}\{i_{SN}(t)\}(f)$ . Nach [100] gilt daher:

$$S_{p,HD}\{i_{SN}(t)\}(f) = 4 \cdot S_{p,DD}\{i_{SN}(t)\}(f) = \frac{8h\nu}{\eta_{PD}\hat{I}_{TEST}} \quad (6.43)$$

Dabei ist  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum,  $\nu$  gibt die optische Frequenz,  $\hat{I}_{TEST}$  die Intensität des Feldes im Testarm und  $\eta_{PD}$  die Quanteneffizienz des Leistungsdetektors an. Die Intensität des Testfeldes beträgt typisch  $\hat{I}_{TEST} \sim 100\mu$  W. Für eine Wellenlänge von 423 nm und einen idealen Photodetektor ( $\eta_{PD} = 1$ ) ergibt sich die Wurzel der spektralen Leistungsdichte des relativen Schrotrauschens für einen 2-Port Homodyn-Detektor zu  $\sqrt{S_{p,HD}\{i_{SN}(t)\}(f)} \approx 2 \cdot 10^{-7} / \sqrt{\text{Hz}}$ . Das technische Leistungsrauschen ( $\sim 10^{-5} / \sqrt{\text{Hz}}$ ) des Probe Lasers ist demnach verantwortlich dafür, daß die Empfindlichkeit des Interferometers um wenigstens zwei Größenordnungen geringer ist, als es die Schrotrauschgrenze zulassen würde.

## Frequenzrauschen

Der letzte Abschnitt hat gezeigt, daß das Leistungsrauschen die Empfindlichkeit der Phasenmessungen begrenzt. Die gerade noch nachweisbare Phasenverschiebung  $\varphi_m + \Delta\varphi_L$  resultiert aber nicht nur aus der Wechselwirkung des Testfeldes mit dem Atomstrahl, sondern enthält weitere Beiträge, die durch das Frequenzrauschen des Lasers und seismische oder akustische Störungen des mechanischen Aufbaus des Interferometers erzeugt werden. Sie können nicht vom eigentlichen Signal unterschieden werden und begrenzen daher zusätzlich die Empfindlichkeit für Phasenmessungen. Die passive mechanische Stabilität, die die ultimative Empfindlichkeit des Interferometers bestimmt, kann so optimiert werden, daß mechanische Störungen zumindest für Frequenzen oberhalb einiger 10 Hz oder weniger 100 Hz für die Phasenempfindlichkeit des Interferometers keine Rolle spielen (s. Kap.6.3). Dann darf aber die Messung der durch die Atome erzeugten Phasenverschiebung nicht bei DC erfolgen; vielmehr muß der Effekt, d.h. die "Präsenz" bzw. Anzahl der Atome im Wechselwirkungsvolumen, mit einigen 100 Hz moduliert werden. Deshalb wird im Experiment der Atomstrahl mechanisch mit rd. 1,8 kHz gepoppt.

Die Interferenzphase  $\varphi_m + \Delta\varphi_L$  enthält einen Term  $\Delta\varphi_L$ , für den nach Gl.6.10 gilt:

$$\Delta\varphi_L(t) = \frac{2\pi}{c_0} \cdot \{L_{TEST}(t) \leftrightarrow L_{REF}(t)\} \cdot \nu(t) \quad (6.44)$$

<sup>12</sup>Auch bei einem homodynen bzw. heterodynen Detektor wird i.a. die Differenz der Photodiodensignale aus den beiden Ausgängen des Strahlteilers untersucht. Man spricht dann von einem 2-Port Homodyn-Detektor.

<sup>13</sup>Da der Referenzstrahl des Interferometers phasenmoduliert ist, enthält er nicht nur den starken "Träger" sondern auch Seitenbänder, die alle phasenstarr untereinander gekoppelt sind. Der Einfluß dieser Seitenbänder auf das Schrotrauschen wird hier vernachlässigt.

Dabei geben  $L_{\text{TEST}}(t)$  bzw.  $L_{\text{REF}}(t)$  die optische Länge des Test- bzw. Referenzarms des Interferometers (Abb.6.4) und  $\nu(t)$  die Frequenz des Probelasers an. Armlängendifferenz und Laserfrequenz fluktuieren:

$$\Delta L(t) = L_{\text{TEST}}(t) - L_{\text{REF}}(t) = (\Delta L)_0 + \delta L(t) \quad (6.45)$$

$$\nu(t) = \nu_0 + \delta \nu(t) \quad , \quad (6.46)$$

wobei  $\delta L(t)$  und  $\delta \nu(t)$  so definiert sind, daß ihre zeitlichen Mittel verschwinden. Damit folgt:

$$\Delta \varphi_L(t) \approx 2\pi \frac{(\Delta L)_0}{c_0} \cdot \nu_0 + 2\pi \frac{(\Delta L)_0}{c_0} \cdot \delta \nu(t) + 2\pi \frac{\nu_0}{c_0} \cdot \delta L(t) \quad . \quad (6.47)$$

Vernachlässigt man den Beitrag der Längenfluktuation  $\delta L(t)$ , dann erzeugt nur das Restfrequenzrauschen des Lasers einen Beitrag zur Interferenzphase. Er verschwindet nur dann, wenn beide Arme des Interferometers gleich lang sind (*Weißlichtinterferometer*). Andernfalls begrenzt das Frequenzrauschen des Lasers die Phasenempfindlichkeit. Ein Signal-zu-Rausch-Verhältnis von  $N_{\text{SNR}} = 1$  ist dann erreicht, wenn das Signal den folgenden rms-Wert besitzt:

$$\varphi_{\text{rms,min}} = 2\pi \frac{(\Delta L)_0}{c_0} \cdot \sqrt{S_p \{ \delta \nu(t) \} (f) \cdot \Delta f} \quad . \quad (6.48)$$

Hier gibt  $\sqrt{S_p \{ \delta \nu(t) \} (f)}$  die spektrale Leistungsdichte des Frequenzrauschens bei der Meßfrequenz und  $\Delta f$  wieder die Detektionsbandbreite an. Wenngleich die Geometrie des Interferometers so gewählt ist, daß beide Arme im Prinzip gleich lang sind, konnte experimentell (durch Bestimmung des freien Spektralbereichs des Interferometers) eine Armlängendifferenz von  $(\Delta L)_0 = 13,0$  cm ermittelt werden. Die Asymmetrie der Armlängen wird vor allen Dingen durch den elektro-optischen Modulator erzeugt. Nach Kap.5.4.1 beträgt das Frequenzrauschen der Laser rd.  $1 \text{ kHz} / \sqrt{\text{Hz}}$  bei  $f \approx 1 \text{ kHz}$ . Damit ergibt sich für eine Detektionsbandbreite von 1 Hz eine Phasenempfindlichkeit von  $\varphi_{\text{rms,min}} \approx 3 \cdot 10^{-6}$  rad. Die Beiträge des Frequenz- und Leistungsrauschens sind damit vergleichbar.

### 6.2.3 Reale elektro-optische Modulatoren: Folgen der Rest-Amplituden Modulation (RAM)

Bei der Diskussion des Interferometersignals (Kap.6.2.1) und des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses wurde bisher stets ein idealer elektro-optische Phasenmodulator (EOM) vorausgesetzt, der dem Referenzfeld eine reine Phasenmodulation aufprägt. Es ist aber bekannt [113], daß EOMs auch stets eine Amplitudenmodulation (*residual amplitude modulation*, RAM) erzeugen. Mißt man mit einer Photodiode direkt hinter einem EOM die transmittierte Leistung

$$P_{\text{trans}} \propto (1 + M_A \cos \Omega t)^2 = 1 + 2M_A \cos \Omega t + O(M_A^2) \quad , \quad (6.49)$$

dann findet man im Leistungsspektrum bei der Modulationsfrequenz typisch  $M_A \sim 10^{-2} \cdot M_P$  (vgl. Kap.5.4.1). Da die Prozesse, die die Rest-Amplitudenmodulation erzeugen, für den hier benutzten EOM nicht bekannt sind, kann nicht angegeben werden, wie sich die Amplituden und Phasen der RAM- und PM-Seitenbänder zueinander verhalten. Die Berücksichtigung der RAM bei der Ableitung des Interferometersignals in Kap.6.2.1 mit Hilfe eines einfachen Modells kann daher nur qualitative Aussagen über den Einfluß der Rest-Amplitudenmodulation auf den Betrieb des Interferometers liefern.

Für die Diskussion soll im RAM-Signal Gl.6.14 der Term 2-ter Ordnung in  $M_A$  vernachlässigt werden. Setzt man wieder symmetrische Photodioden (Gl.6.21 mit  $\delta g = 0$ ) und einen symmetrischen Ausgangsstrahlteiler (Gl.6.22 mit  $\delta R = 0$ ) voraus, zu dem die beiden Photodioden den gleichen Abstand besitzen, d.h.

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Omega t + \hat{\varphi}_b + \hat{\psi}_1 = \Omega t + \phi_\Omega \quad , \quad (6.50)$$

dann wird wegen  $(\tau_3 \tilde{r})^2 \kappa = g \tilde{t}^2 \tilde{\kappa}$

$$\begin{aligned} I_{\text{RAM}}^- &= \Leftrightarrow A I_0 t_m M_A (\tau_3 \tilde{r})^2 \kappa \times \\ &\left\{ \cos(\varphi_m + \Delta\varphi_L) \sum_{n=0}^{\infty} J_{2(n+1)} \cos[(2n+1)\Omega t + (2n+1)\phi_\Omega \Leftrightarrow \phi_A] \right. \\ &\quad \left. + J_{2n} \cos[(2n+1)\Omega t + (2n+1)\phi_\Omega + \phi_A] \right. \\ &+ \sin(\varphi_m + \Delta\varphi_L) \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1} \sin[2n\Omega t + 2n\phi_\Omega \Leftrightarrow \phi_A] \\ &\quad \left. + J_{2n-1} \sin[2n\Omega t + 2n\phi_\Omega + \phi_A] \right\} \quad , \quad (6.51) \end{aligned}$$

wobei wieder  $J_{-1} \equiv 0$  sein soll. Wird das Interferometer auf einem “dark fringe” betrieben ( $\sin(\varphi_m + \Delta\varphi_L) = 0$ ), dann erzeugt die RAM einen zusätzlichen Term der Ordnung  $M_A$  bei allen ungeraden Vielfachen der Modulationsfrequenz  $\Omega$ , d.h. nur im Phasensignal<sup>14</sup>. Je nach Wert

<sup>14</sup>Man beachte, daß die Vorfaktoren in Gl.6.51 bis auf den Faktor  $M_A$  denen des Signals (Gl.6.13) entsprechen. Der RAM-Beitrag ist daher um den Faktor  $M_A$  kleiner als das *maximale* Signal, das sich für  $|\cos(\varphi_m + \Delta\varphi_L)| = 1$ , bzw.  $|\sin(\varphi_m + \Delta\varphi_L)| = 1$  ergibt

der Phasenverschiebung zwischen RAM und PM tritt der Beitrag in derselben Quadraturkomponente auf wie das Phasensignal oder nicht. Der letztere Fall ( $\phi_A = 0$ ) kann einige Schwierigkeiten beim Einstellen der Phase des Lokaloszillators am Mischer bereiten<sup>15</sup>, hat aber den Vorteil, daß der RAM-Beitrag durch die Demodulation unterdrückt wird. Dieser Fall soll daher nicht weiter betrachtet werden. Ein nicht verschwindender Beitrag in jener Quadraturkomponente, die das Phasensignal enthält, hat zwei wesentliche Folgen:

- Der RAM-Beitrag erzeugt einen *Offset* im Fehlersignal der Interferometerstabilisierung und verschiebt somit den Arbeitspunkt um  $\sim M_A$  rad vom “dark fringe” weg. Der Signalanteil bei der einfachen Modulationsfrequenz (Gl.6.13) enthält nun auch die Information über die Absorption

$$\begin{aligned} t_m \sin(\varphi_m + M_A) &\approx \left(1 \Leftrightarrow \frac{\alpha}{2}\right) \cdot (\sin M_A + \cos M_A \varphi_m) \\ &\approx M_A + \varphi_m \Leftrightarrow \frac{\alpha}{2} \cdot M_A \end{aligned}$$

Für die Absorptionsmessung gilt entsprechendes. Das “Übersprechen” spielt bei der Untersuchung der Absorptions- und Brechungsindexprofile atomarer Übergänge z.B. in der direkten Umgebung der Resonanz eine Rolle, da hier die Phasenverschiebung  $\varphi_m$  verschwindet, während die Absorption  $\alpha$  maximal wird.

- Die Phasenempfindlichkeit des Interferometers wird reduziert. Die Schrotrauschgrenze ist (s.o.) bei der Phasenmessung nur deshalb zu erreichen, weil - bei idealem Phasenmodulator und einem Arbeitspunkt exakt auf einem “dark fringe” - das Phasensignal verschwindet und deshalb das “DC”-Leistungsrauschen nicht nach der Modulationsfrequenz “hochgemischt” wird. Der RAM-Beitrag verschiebt aber den Arbeitspunkt und ist deshalb dafür verantwortlich, daß das “DC”-Leistungsrauschen, abgeschwächt um einen Faktor  $\sim M_A$ , die Phasenempfindlichkeit begrenzt. In Gl.6.38 zur Phasenempfindlichkeit muß dann  $S_p\{i(t)\}(f_m)$  durch  $S_p\{i(t)\}(f_m) + h(M_A) \cdot S_p\{i(t)\}(0)$  ersetzt werden, wobei  $h(M_A) \sim M_A^2$  ist. Die Absorptionsempfindlichkeit, nach Gl.6.39 ohnehin durch das “DC”-Leistungsrauschen begrenzt, wird praktisch nicht reduziert.

Die Diskussion der Rest-Amplitudenmodulation für ein auf der “Flanke” arbeitendes Interferometer liefert dasselbe Ergebnis und soll deshalb hier nicht geführt werden.

<sup>15</sup>Die optimale Phase des Lokaloszillators am Mischer kann mit Hilfe einer Modulation der Interferenzphase  $\Delta\varphi_L = \widehat{\Delta\varphi_L} \cdot \cos(2\pi ft)$  des *stabilisierten* Interferometers ermittelt werden: sie ist richtig eingestellt, wenn das Signal am Mischerausgang maximal wird. Dabei ist aber von entscheidender Bedeutung, daß ein *kleiner* Modulationshub gewählt wird ( $\widehat{\Delta\varphi_L} \ll 1$ ), da nur dann der RAM-Term wegen  $\cos\Delta\varphi_L = \cos(\widehat{\Delta\varphi_L} \cdot \cos(2\pi ft)) \approx 1$  keinen Modulationsbeitrag liefert.



## 6.3 Experimentelle Realisierung

Für die bisherige Diskussion wurde stets angenommen, daß das Interferometer auf einem “dark fringe” oder auf der “Flanke” arbeitet, daß also die “Armlängendifferenz”  $\Delta\varphi_L = 2\pi(L_{\text{TEST}} \Leftrightarrow L_{\text{REF}})/c_0$  ein Vielfaches von  $\pi/2$  annimmt. Dies ist nur mit einer aktiven Stabilisierung zu erreichen. Im Prinzip gibt es zwei Methoden, sie zu realisieren und das Signal über die Phasenverschiebung und Absorption auszulesen. In Kap.6.3.1 werden diese Methoden kurz verglichen. Das für das Experiment benutzte Verfahren wird ausführlich vorgestellt. Es folgt eine Beschreibung des experimentellen Aufbaus des Interferometers in Kap.6.3.2, das auch eine Diskussion von Messungen zur Empfindlichkeit enthält.

### 6.3.1 Das Auslesen der Signale: “Geschickte” und “ungeschickte” Methoden.

Die Armlängendifferenz des Interferometers kann z.B. mit Hilfe eines 2-ten Laserfeldes stabilisiert werden, das entweder nicht den Atomstrahl schneidet oder besser noch eine Frequenz besitzt, die so sehr von der des Probelasers verschieden ist, daß es zu keiner Wechselwirkung mit den Atomen des Atomstrahls kommt. In diesem Fall kann der zur Stabilisierung benutzte Laser dann auch denselben geometrischen Weg durchlaufen wie der Probelaser, was prinzipiell von Vorteil ist. Bei dem hier vorgestellten Experiment böte sich z.B. die infrarote Grundwellenstrahlung des Lasersystems an, die exakt die halbe Wellenlänge besitzt<sup>16</sup>. Dennoch wird man auch in diesem Fall nicht erreichen, daß die *optischen* Weglängen für beide Laserfelder jeweils identisch sind, da der elektro-optische Modulator dispersiv ist. Daher wird es i.a. schwierig sein, den gewünschten Arbeitspunkt (“dark fringe” oder “Flanke”) genau einzustellen. Selbst dann, wenn diese Schwierigkeit durch den Einsatz eines zweiten dispersiven Elements im anderen Interferometerarm oder mit Hilfe einer elektronischen Offset-Kompensation gelöst ist, bleiben zwei weitere prinzipielle Probleme bestehen:

- Phasenverschiebung und Absorption werden nicht in einer *Null*-Messung ausgelesen. Das Phasensignal, z.B. nach Gl.6.13 und Gl.6.24,

$$I(\varphi_m) = \Leftrightarrow \eta_{\text{PD}} I_0 J_1(M_P) r_1 \sqrt{1 \Leftrightarrow r_1^2} \cdot t_m \cdot \sin \varphi_m \quad (6.52)$$

ist abhängig von der aktuellen Probelaserleistung  $I_0$ , der Empfindlichkeit  $\eta_{\text{PD}}$  der Photodiode, dem aktuellen Phasenmodulationsindex  $M_P$  und natürlich auch von der Verstärkung der nachfolgenden elektronischen Komponenten (Verstärker, Mischer, etc.). Phasen- und Absorptionssignal müssen daher ständig neu kalibriert werden. Driftet eine der Größen während einer Messung, wird das Meßergebnis verfälscht. Desweiteren besitzt zumindest die Phasendetektion eine nicht-lineare Kennlinie  $\sin \varphi_m$ , und für Phasenverschiebungen  $|\varphi_m| > \pi/2$  wird das Meßergebnis sogar mehrdeutig.

<sup>16</sup>Dann ist nämlich  $\Delta\varphi_L = m \cdot \pi$  für 423nm automatisch erfüllt, wenn das Interferometer für das Grundwellenfeld bei 846nm auf einem “dark fringe” oder auf einer “Flanke” arbeitet.

- Phasen- und Absorptionssignal enthalten stets die Information sowohl über die Phasenverschiebung als auch über die Absorption. Das Phasensignal Gl.6.52 z.B. ist durch

$$\begin{aligned}
 I(\varphi_m) &\propto t_m \cdot \sin \varphi_m & (6.53) \\
 &= \left\{ 1 \Leftrightarrow \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{2} \right)^2 + \dots \right\} \left\{ \varphi_m \Leftrightarrow \frac{\varphi_m^3}{3!} + \dots \right\} \\
 &= \varphi_m \Leftrightarrow \frac{1}{2} \varphi_m \alpha_m + \left( \frac{\varphi_m}{2} \left( \frac{\alpha}{2} \right)^2 \Leftrightarrow \frac{\varphi_m^3}{3!} \right) + \dots
 \end{aligned}$$

gegeben. Für das Absorptionssignal findet man einen ähnlichen Ausdruck. Es ist zu erkennen, daß für  $\varphi_m \neq 0$  das Absorptionssignal immer in das Phasensignal mischt und umgekehrt (“Übersprechen”). Besonders in der direkten Umgebung atomarer Resonanzen, wo  $\varphi_m \rightarrow 0$ ,  $\alpha$  aber maximal wird, kann dieses Übersprechen ein Problem darstellen.

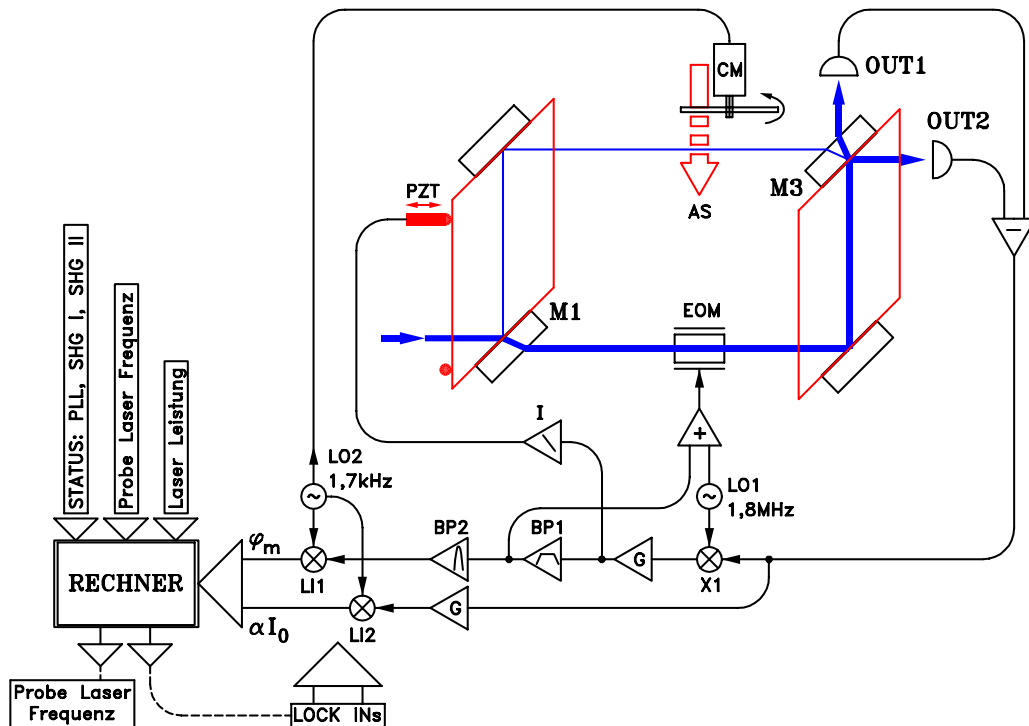
Die Stabilisierung des Interferometers mit Hilfe eines zweiten Feldes scheint also insgesamt eher eine “ungeschickte” Methode darzustellen. Eine “geschicktere” und dabei experimentell weniger aufwendige Methode besteht darin, das Interferometer auf den Probelaser selbst zu stabilisieren. Im Idealfall verschwindet dann zu jedem Zeitpunkt das Phasensignal, d.h. die “optische Armlängendifferenz”  $\varphi_m + \Delta\varphi_L$  des Interferometers nimmt zu jedem Zeitpunkt ein Vielfaches von  $\pi/2$  an. Auf diese Weise können die o.g. Probleme bei der Phasenmessung komplett und bei der Absorptionsmessung zumindest zum Teil umgangen werden. Die Information über die Phasenverschiebung  $\varphi_m$  ist jetzt im *Regelsignal* der Interferometerstabilisierung zu finden. Einzig die Charakteristik des vorzugsweise linearen Phasenstellgliedes bestimmt den Kalibrationsfaktor<sup>17</sup> für das Phasensignal und definiert eine lineare  $\varphi_m \rightarrow \text{Signal}$  -Kennlinie, so daß jetzt im Prinzip auch Phasenmessungen bei großem Signal  $|\varphi_m| > \pi/2$  möglich sind. Gleichzeitig wird ein Übersprechen sowohl für das Phasen- als auch für das Absorptionssignal verhindert. Dieser Betrieb des Interferometers als *Null-Instrument* für die Phasenmessung stellt einen weiteren Vorteil gegenüber der FM-Spektroskopie dar. Nur bei der Absorptionsmessung, die nicht als *Null-Messung* ausgelegt ist, besteht das Kalibrationsproblem auch weiterhin.

Abb.6.7 zeigt, wie das Interferometer als *Null-Instrument* im Experiment betrieben und wie die Information über die aus der Wechselwirkung mit den Atomen resultierende Phasenverschiebung und Absorption des Teststrahls ausgelesen wird. Der Probelaser wird am Eingangsstrahlteiler *MI* in das Interferometer eingekoppelt. Ein elektro-optischer Modulator prägt dem Referenzstrahl bei  $f_m=1,8432$  MHz eine Phasenmodulation auf ( $M_P \approx 2$ , entspricht  $\approx 230$  V<sub>pp</sub> am EOM). Der Teststrahl schneidet den Atomstrahl, der mit  $f_{AS} \approx 1,7$  kHz mechanisch gepchopppt wird. Das antisymmetrische Ausgangssignal des Interferometers wird mit dem Signal des Lokaloszillators *LOI* heruntergemischt und gefiltert<sup>18</sup>. Es stellt das Fehlersignal für die Stabilisierung des Interferometers dar. Dieses Fehlersignal wird integriert<sup>19</sup> und über einen HV-Verstärker auf ein Piezostellelement gegeben, das einen der Spiegel des Interferometers bewegt und damit die Armlängendifferenz bei niedrigen Frequenzen (bis  $\sim 100$  Hz) variiert. Hochfrequenterer Störungen werden über ein

<sup>17</sup>Beim elektro-optischen Modulator ist das die Halbwellenspannung.

<sup>18</sup>Der Filter besteht aus einem Tiefpaß ( $f_g=20$  kHz, -6 dB/oct.) und Sperrfiltern bei  $f_m$  (-58 dB),  $2f_m$  (-54 dB) und  $3f_m$  (-35 dB).

<sup>19</sup>-6 dB/oct. für  $f < 1,1$  kHz, -12 dB/oct. sonst.



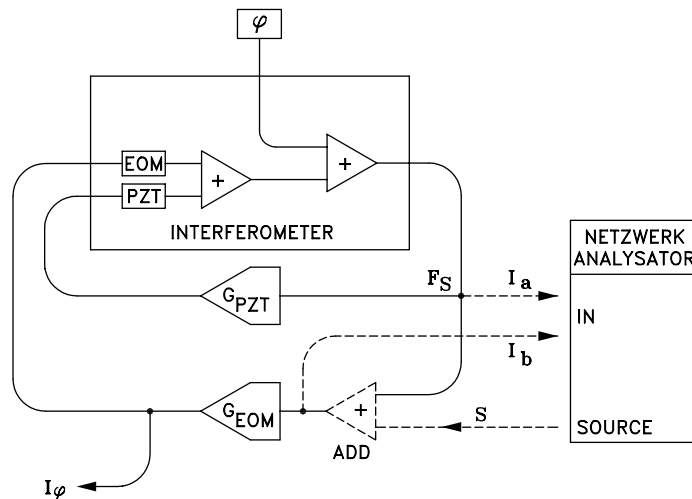
**Abbildung 6.7:** Betrieb des Interferometers als *Null*-Instrument. Der Probelaser wird am Strahlteiler *M1* in das Interferometer eingekoppelt, in dessen Referenzarm sich der elektro-optische Modulator *EOM* befindet, der bei  $f_m=1,8$  MHz (*LO1*) eine Phasenmodulation aufträgt. Der Teststrahl wechselwirkt mit den Atomen des Atomstrahls *AS*, der mit  $f_{AS}=1,7$  kHz (*LO2*) mechanisch gepulst wird. Das antisymmetrische Ausgangssignal des Interferometers wird heruntergemischt (Mischer *X1*), gefiltert und verstärkt (*G*). Es stellt das Fehlersignal für die Stabilisierung des Interferometers dar. Bei niedrigen Frequenzen regelt ein Piezostellelement *PZT* hinter einem Integrator (*I*) das Interferometer. Für den Bereich höherer Frequenzen, der  $f_{AS}$  einschließt, wird das Regelsignal hinter einem Bandpaß (*BP1*) zusätzlich zum Modulationssignal auf den *EOM* gegeben. Außerdem wird es mit Hilfe eines Lock-In Verstärkers *LI1* nach Filterung durch einen schmalbandigen Bandpaß *BP2* demoduliert und liefert so die Information über die Phasenverschiebung des Teststrahls durch die Wechselwirkung mit den Atomen. Das Ausgangssignal des Interferometers wird außerdem von einem zweiten Lock-In Verstärker *LI2* demoduliert. Dieses Signal liefert die Information über die *Absorption* des Teststrahls. Beide Lock-In Signale werden von einem Rechner ausgelesen, der auch die übrigen Komponenten des Experiments steuert: er überprüft den Status der Regelkreise (PLL, Frequenzverdoppler), liest und steuert die Lock-In Verstärker und den durchstimmbaren Lokaloszillator, der die Frequenz des Probelasers bestimmt.

zweites Stellelement, den EOM, ausgeregelt. Dazu wird das Fehlersignal mit einem Bandpaß *BP1* gefiltert<sup>20</sup> und über einen HV-Verstärker zusätzlich zum Modulationssignal auf den EOM gegeben. Der große Modulationshub (bis zu 250 V<sub>pp</sub> bei 1,8 MHz) konnte nur mit einem resonanten Treiberkonzept erreicht werden.

Liegt nun die Frequenz  $f_{AS}$ , mit der der Atomstrahl gepulst wird, innerhalb der Regelbandbreite der Stabilisierung des Interferometers, dann trägt das *Regelsignal* die Information über die Phasenverschiebung, die der Teststrahl durch die Wechselwirkung mit dem Atomstrahl erfährt. Abb.6.8 beschreibt diesen regelungstechnischen Zusammenhang. Bei geschlossenem Regelkreis gilt nämlich für das Fehlersignal  $F_S$ :

$$F_S(f) \cdot (G_{PZT}(f) + G_{EOM}(f)) + \varphi(f) = F_S(f) \quad . \quad (6.54)$$

<sup>20</sup>+12 dB/oct für  $f < 50$  mHz, proportional für  $50 \text{ mHz} < f < 1 \text{ kHz}$ , -12 dB/oct. für  $1 \text{ kHz} < f < 20 \text{ kHz}$ , -6 dB/oct. für  $20 \text{ kHz} < f < 32 \text{ kHz}$ , proportional für  $f > 43 \text{ kHz}$ .



**Abbildung 6.8:** Regelungstechnische Beschreibung der Interferometerstabilisierung. Das Fehlersignal  $F_S$  steuert über zwei Filter  $G_{EOM}$  und  $G_{PZT}$  den Phasenmodulator bzw. das Piezostellelement und regelt so die Armlängendifferenz des Interferometers. Eine Störung  $\varphi$ , die in das Interferometer einkoppelt, findet sich auch im Regelsignal  $I_\varphi$  wieder, das gleichzeitig das Meßsignal ist. Zur Messung der *open-loop* Transferfunktion  $G_{EOM}$  des EOM-Pfades bei geschlossenem Regelkreis wird ein Störsignal von einem Netzwerk Analysator mit Hilfe des Addierers **ADD** in den EOM-Pfad eingespeist und am *error point*  $F_S$  bzw. direkt hinter dem Addierer wieder ausgelesen ( $I_a$  bzw.  $I_b$ ).

Ausgelesen wird das Phasensignal aber direkt am EOM, d.h.  $I_\varphi(f) = G_{EOM}(f) \cdot F_S(f)$ . Daher folgt

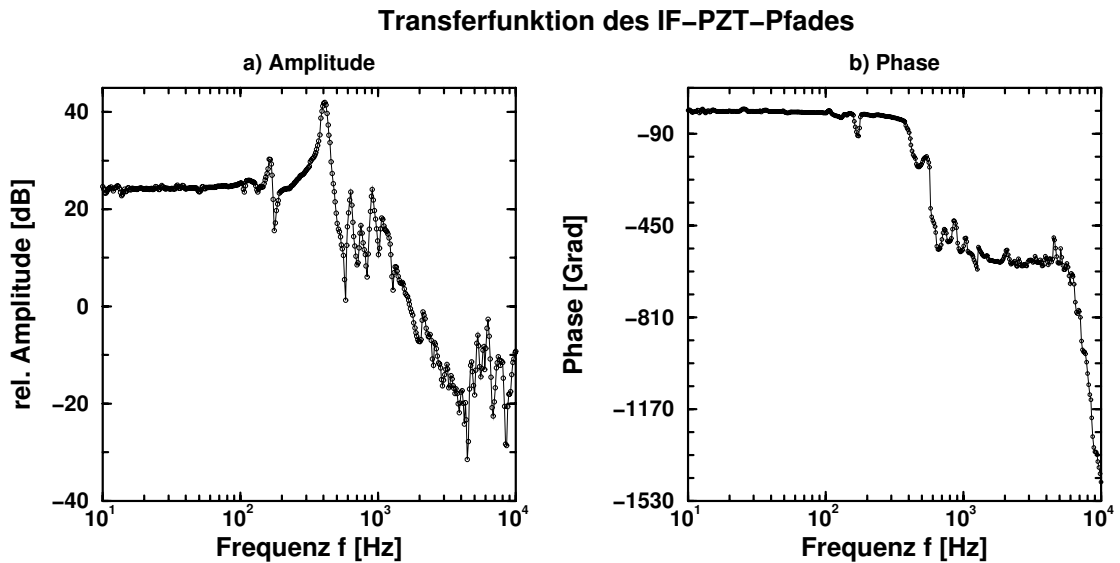
$$I_\varphi(f) = \varphi(f) \cdot \left( 1 \Leftrightarrow \frac{1}{G_{EOM}(f)} + \frac{G_{PZT}(f)}{G_{EOM}(f)} \right)^{-1} \quad (6.55)$$

$$\approx \varphi(f) \quad \text{für } G_{EOM}(f) \gg \{G_{PZT}(f), 1\} \quad .$$

Ist demnach bei der Chopp-Frequenz  $f_{AS}$  die *open-loop* Verstärkung des EOM-Pfades  $G_{EOM}(f_{AS})$  sowohl groß gegen eins als auch groß gegen die Verstärkung des PZT-Pfades  $G_{PZT}(f_{AS})$ , dann kann mit Hilfe eines Lock-In Verstärkers (*LII*, *EG&G 5105*, Abb.6.7) die Phasenverschiebung aus dem Regelsignal des EOM ausgelesen werden. Da die Halbwellenspannung des EOM bekannt ist ( $U_\lambda = 360 \text{ V}$ ), ist das Phasensignal damit auch gleich kalibriert. Der Einsatz eines steilflankigen Bandpasses (*BP2*, Abb.6.7) für die Chopp-Frequenz  $f_{AS}$  unterdrückt die großen Signalamplituden bei niedrigen Frequenzen, so daß der Lock-In Verstärker mit geringer dynamischer Reserve betrieben werden kann.

Das Absorptionssignal ist nach Kap.6.2.1 in dem "DC"-Signal des antisymmetrischen Interferometersausgangs enthalten. Deshalb wird das Interferometersignal gefiltert, verstärkt und anschließend mit einem zweiten Lock-In Verstärker (*LI2*, *EG&G 5105*) bei der Chopp-Frequenz des Atomstrahls demoduliert<sup>21</sup>. Beide Lock-In Verstärker werden von einem Computer gesteuert und ausgelesen. Gleiches gilt auch für den durchstimbaren Lokaloszillator (*LO2*, Abb.5.19

<sup>21</sup>Dieses Signal muß noch kalibriert werden. Dazu kann die Armlängendifferenz des Interferometers mit großem Hub ( $\Delta\varphi_L > 2\pi$ ) moduliert und die Amplitude des "DC"-Interferenzterms (Gl.6.13) bestimmt werden. Sie ist proportional zur Transmission  $t_m$  des Teststrahls durch die Wechselwirkungszone ist. Ein Signal von der Größe der *Amplitude* des Interferenzterms am Eingang des Lock-In Verstärkers entspricht dann einer Leistungstransmission von  $t_m^2 = \exp(-\alpha) = (1/2)^2$ .



**Abbildung 6.9:** Transferfunktion des Piezostellelements. Während der Messung wurde das Interferometer “per Hand” auf seinem Arbeitspunkt gehalten. Der Netzwerk Analysator (Abb.6.8) speist ein Störsignal direkt am Piezostellelement in das Interferometer ein und liest das Fehlersignal am *error-point* aus. In Abb. a) ist der relative Amplitudengang der PZT-Transferfunktion logarithmisch dargestellt, Abb. b) zeigt den Phasengang.

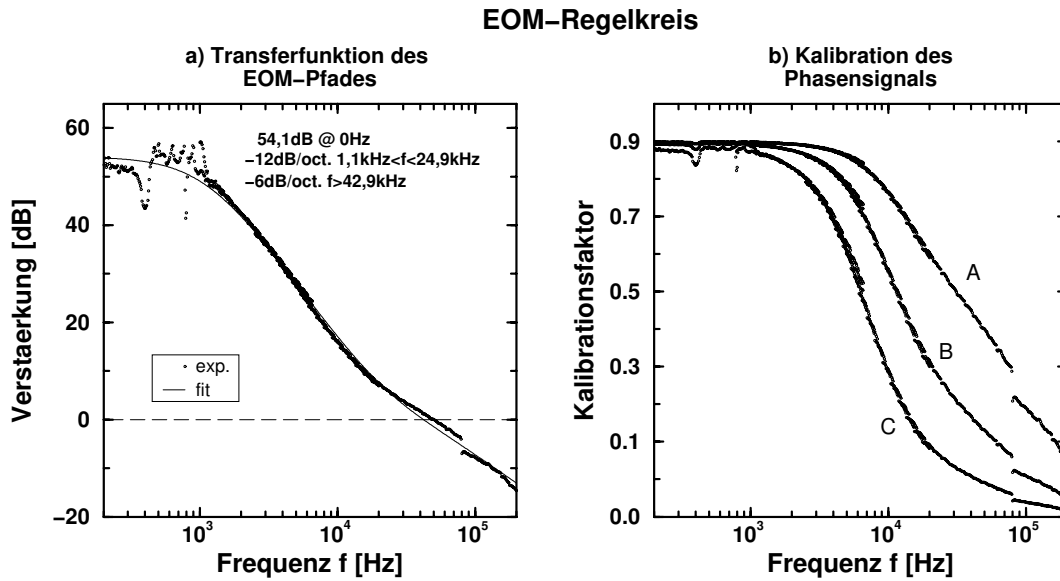
in Kap.5.4), mit dessen Hilfe die Frequenz des Probelasers verstimmt werden kann. Gleichzeitig nimmt der Computer während einer Messung die Leistung der beiden Lasersysteme auf und überwacht den Status der Regelkreise (PLL, beide Frequenzverdoppler)<sup>22</sup>.

### Die Bedeutung der *Open-loop* Transferfunktion des Regelkreises

Da nach Gl.6.55 eine hinreichend große Verstärkung im EOM-Pfad des Regelkreises eine notwendige Voraussetzung für eine korrekte Phasenmessung ist, werden im folgenden kurz die Transferfunktionen des Piezostellelements und die *open-loop* Transferfunktion EOM-Pfades diskutiert. Abb.6.9 zeigt die Transferfunktion des PZT. Der Amplituden- und Phasengang ist “glatt” bis zu einer Frequenz von ca. 170 Hz. Hier besitzt das mechanische System, bestehend aus PZT und Spiegelhalterung, eine erste Resonanz, der eine weitaus stärkere bei ca. 400 Hz folgt. Diese zweite Resonanz mußte mit Hilfe eines elektronischen Kerbfilters im Regelkreis unterdrückt werden, da sie die Regelbandbreite des PZT-Pfades sonst zu sehr begrenzt hätte. Oberhalb von 400 Hz fällt der Amplitudengang dann stark nach höheren Frequenzen hin ab. Die gesamte Regelung muß also so ausgelegt sein, daß die *cross-over* Frequenz von PZT- und EOM-Pfad deutlich unterhalb von 170 Hz liegt.

Nach Gl.6.55 ist die *open-loop* Verstärkung des EOM- Pfades von entscheidender Bedeutung. Sie wurde durch Messungen der *closed-loop* Transferfunktion des Regelkreises bestimmt (vgl. Abb. 6.8). Dazu wird das Ausgangssignal *S* eines Netzwerk Analysators bei geschlossenem Regelkreis

<sup>22</sup>Damit besteht im Prinzip die Möglichkeit, die Regelkreise der Meßapparatur in der richtigen Reihenfolge (SHG-Pumplaser, FMS, PLL, SHG-Probelaser, Interferometer) automatisch zu schließen.



**Abbildung 6.10:** *open-loop* Verstärkung des EOM-Pfades und Kalibrationsfaktor des Phasensignals. Abb.a) zeigt den Amplitudengang der Transferfunktion des EOM-Pfades  $|G_{\text{EOM}}(f)|$ , berechnet aus den experimentell bestimmten Transferfunktionen  $T_a$  und  $T_b$  (Abb.6.8) nach Gl.6.56. An die Meßwerte ist eine Modell bestehend aus einem Tiefpaß 2-ter Ordnung ( $f_g=1,126$  kHz), einem Hochpaß 2-ter Ordnung ( $f_g=24,869$  kHz) und einem Tiefpaß 1-ter Ordnung ( $f_g=42,901$  kHz) angepaßt. Die *unity-gain* Frequenz ist  $f_{ug}=50$  kHz. Abb.b) zeigt den Phasenkalibrationsfaktor nach Gl.6.55. Dazu wurde  $G_{\text{PZT}} \rightarrow 0$  gesetzt und der Kalibrationsfaktor durch  $-G_{\text{EOM}} \rightarrow |G_{\text{EOM}}|$  nach unten abgeschätzt. Kurve A gibt den Faktor für die Transferfunktion von Abb.a) an. Die Kurven B und C ergeben sich, wenn die Verstärkung des EOM-Pfades um 10 dB bzw. 20 dB gegenüber A reduziert wird.

mit einem Addierer in den EOM-Pfad eingespeist und einmal direkt vor dem Addierer ( $I_a$ ) bzw. direkt hinter dem Addierer ( $I_b$ ) ausgelesen. Auf diese Weise lassen sich die *closed-loop* Transferfunktionen  $T_a = I_a/S = F_S/S$  bzw.  $T_b = I_b/S = (F_S + S)/S$  experimentell bestimmen. Man prüft mit Abb.6.8 leicht nach, daß sich die *open-loop* Transferfunktion  $G_{\text{EOM}}(f)$  daraus wie folgt ergibt:

$$G_{\text{EOM}}(f) = \frac{T_a(f)}{1 + T_a(f)} (1 \Leftrightarrow G_{\text{PZT}}(f)) \approx \frac{T_a(f)}{1 + T_a(f)} \quad (6.56)$$

$$G_{\text{EOM}}(f) = \frac{T_b(f) \Leftrightarrow 1}{T_b(f)} (1 \Leftrightarrow G_{\text{PZT}}(f)) \approx \frac{T_b(f) \Leftrightarrow 1}{T_b(f)}$$

Wie man erkennt, spielt der PZT-Pfad bei dieser Messung solange eine Rolle, wie seine Verstärkung  $|G_{\text{PZT}}(f)|$  von der Ordnung eins oder kleiner ist. Die Näherung in Gl.6.56 ist daher auch für Frequenzen  $f$  oberhalb der *cross-over* Frequenz nicht unbedingt erlaubt, da dort durchaus noch  $G_{\text{PZT}} \geq 1$  sein kann. Da im Bereich niedriger Frequenzen (unterhalb der Regelbandbreite)  $T_a(f) \approx \Leftrightarrow 1$  und im Bereich hoher Frequenzen  $|T_b(f)| \ll 1$  ist, kann wegen Gl.6.56 aus der Transferfunktion  $T_a$  die *open-loop* Verstärkung  $G_{\text{EOM}}(f)$  nur für hohe und aus  $T_b$  nur für niedrige Frequenzen gewonnen werden. Für eine Bestimmung der *open-loop* Transferfunktion sowohl unterhalb als auch oberhalb der *unity-gain* Frequenz ist daher stets die Messung sowohl von  $T_a$  als auch von  $T_b$  erforderlich. Diese Messungen wurden für den EOM-Pfad durchgeführt. Abb.6.10 zeigt das Ergebnis. Graphik a) zeigt den Amplitudengang der Transferfunktion des EOM-Pfades.

Für Frequenzen  $f < 1$  kHz ist der Einfluß der Transferfunktion  $G_{\text{PZT}}$  des PZT-Pfades gut zu erkennen. Dies gilt besonders für die mechanische Resonanz bei 400 Hz (vgl. Abb.6.9). Für Frequenzen oberhalb von 1 kHz kann die Transferfunktion gut durch ein Modell beschrieben werden, das aus einem Tiefpaß 2-ter Ordnung ( $f_g=1,1$  kHz), einem Hochpaß gleicher Ordnung ( $f_g=24,9$  kHz) und einem Tiefpaß 1-ter Ordnung ( $f_g=42,9$  kHz) besteht. Diese Grenzfrequenzen, die sich beim Anpassen des Modells an die Meßwerte ergeben, stimmen sehr gut mit den Grenzfrequenzen der elektronischen Filter des Regelkreises überein (Abb.6.7). Daher muß für  $f > 1$  kHz  $G_{\text{PZT}} < 1$  sein, und der Einfluß des PZT-Pfades kann für diese Frequenzen vernachlässigt werden.

Abb.6.10 b) zeigt den Betrag des Kalibrationsfaktors für die Phasenmessung nach Gl.6.55, wobei  $G_{\text{PZT}} = 0$  gesetzt wurde. Der Betrag ist außerdem nach unten abgeschätzt: für beliebige Phasen der Transferfunktion  $G_{\text{EOM}}(f)$  gilt stets  $|1 \Leftrightarrow 1/G_{\text{EOM}}(f)|^{-1} \geq (1 + 1/|G_{\text{EOM}}(f)|)^{-1}$ . Kurve A zeigt den Betrag des Faktors für die in Graphik a) dargestellte Transferfunktion des EOM-Pfades. Für Frequenzen unterhalb von  $f=5$  kHz ist er nahezu frequenzunabhängig und nimmt praktisch den Wert eins an. Liegt die Chopp-Frequenz  $f_{\text{AS}}$  des Atomstrahls in diesem Frequenzbereich, dann ist das Phasensignal durch Angabe der  $\lambda$ -Spannung des EOM vollständig kalibriert. Ist die Regelkreisverstärkung geringer ( $B$ : -10 dB,  $C$ : -20 dB für alle Frequenzen), weil z.B. die Probela-serleistung reduziert wurde, dann bleibt zumindest für Frequenzen  $f_{\text{AS}} < 2$  kHz der Fehler bei der Kalibration kleiner als 10%. Nach höheren Frequenzen hin nimmt er aber rasch zu. Graphik b) macht einen der Vorteile deutlich, den der Betrieb des Interferometers als *Null*-Instrument bietet: Bei hinreichend hoher Regelkreisverstärkung ist der Kalibrationsfaktor unabhängig von der Regelkreisverstärkung.

### 6.3.2 Das opto-mechanische Konzept.

#### Bestimmung der Empfindlich des Interferometers

Im letzten Kapitel wurden die meß- und regelungstechnischen Aspekte des Interferometers vorgestellt. Hier soll nun das opto-mechanische Konzept diskutiert werden. Im folgen Abschnitt werden dazu kurz die wesentlichen Aspekte des optischen Aufbaus skizziert. Es folgt die Beschreibung des mechanischen Konzeptes. Abschließend werden Messungen zur Phasenempfindlichkeit behandelt.

#### Optischer Aufbau

Das optische Konzept ist in Abb.6.11 skizziert. Sowohl der Probe- als auch der Pumpstrahl werden am Eingangsstrahlteiler  $MI$  in das Interferometer eingekoppelt, nachdem sie jeweils einen Polarisator (Extinktion  $> 10^{-7}$ ) passiert haben. Beide Felder sind horizontal linear polarisiert<sup>23</sup>. Nach Kap.6.2.1 ist ein stark asymmetrischer Eingangsstrahlteiler mit geringer Reflektivität im Hinblick auf ein gutes Signal-zu-Rausch Verhältnis optimal. Diese Asymmetrie gestattet hier zudem die Einkoppelung des Pumpstrahls durch den zweiten, nicht vom Probela-ser genutzten Eingang: Der größte Teil der Pumpleistung wird in den Testarm des Interferometers transmittiert. Die parallel

<sup>23</sup>Damit liegt der Polarisationsvektor in der durch das Interferometer definierten Ebene.

Tab.(6.3.2): **Strahlgeometrie von Probe- und Pumpfeld im Interferometer.**  $w_0$  und  $b_0$  geben die Fokusradien und konfokalen Parameter für die horizontale (hor) bzw. vertikale (vert) Richtung an.  $\Delta z_0/b_0$  beschreibt den Abstand des Fokusortes von der Wechselwirkungszone in Einheiten des konfokalen Parameters

		Probelaser	Pumplaser
$w_{0,\text{hor}}$	$[\mu\text{m}]$	135	290
$b_{0,\text{hor}}$	$[\text{m}]$	0,27	1,25
$\Delta z_{0,\text{hor}}/b_{0,\text{hor}}$		$4 \cdot 10^{-4}$	0,18
$w_{\text{IA},\text{hor}}$	$[\mu\text{m}]$	$\sim 140$	$\sim 310$
$w_{0,\text{vert}}$	$[\mu\text{m}]$	131	290
$b_{0,\text{vert}}$	$[\text{m}]$	0,25	1,99
$\Delta z_{0,\text{vert}}/b_{0,\text{vert}}$		0,094	-0,015
$w_{\text{IA},\text{vert}}$	$[\mu\text{m}]$	$\sim 140$	$\sim 370$

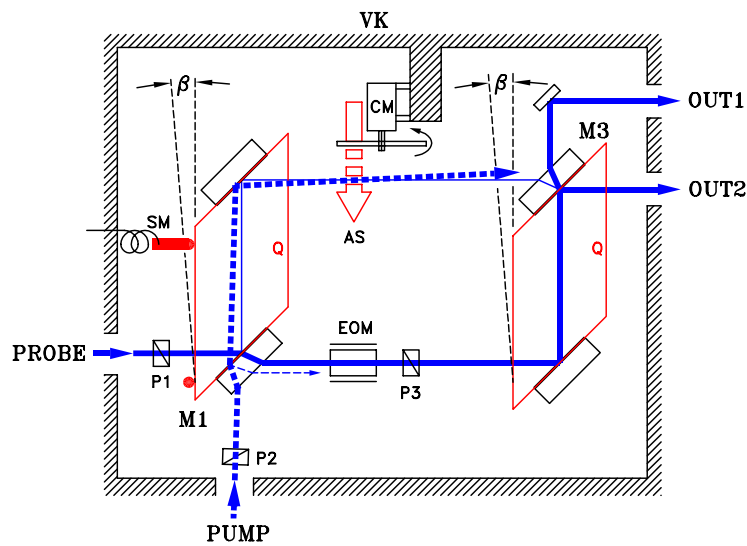
orientierten Spiegel und Strahlteiler des Interferometers können so weit gegen den Probestrahl verkippt werden, daß dieser sie im Brewsterwinkel trifft. Mit einem unbeschichtetem Eingangsstrahlteiler können auf diese Weise extrem asymmetrische Teilungsverhältnisse kontinuierlich eingestellt werden. Für alle bisher durchgeführten Messungen ist  $r_1^2 = 11\%$ . Der Polarisator  $P1$  transmittiert rd. 89% der Probelaserleistung, der  $EOM$  rd. 90%. Dieser stört außerdem die Polarisation des Feldes im Referenzarm. Deshalb wird ein zusätzlicher Polarisator  $P3$  eingesetzt, der rd. 85% der Intensität transmittiert. Die Gesamttransmission des Phasenmodulators, bestehend aus  $EOM$  und  $P3$ , beträgt also  $T_{\text{PM}} = 77\%$ . Dieselben Leistungsverhältnisse ergeben sich in einem Interferometer mit verlustfreiem Phasenmodulator, wenn anstelle der Leistung  $I_0$  die Leistung  $\eta_{\text{PM}} \cdot I_0$  eingekoppelt wird und der Eingangsstrahlteiler  $M1$  mit der Leistungsreflektion  $R_1$  durch einen solchen mit der Reflexion  $R_{1,\text{PM}}$  ersetzt wird, wobei

$$\begin{aligned} \eta_{\text{PM}} &= T_{\text{PM}} (1 \leftrightarrow R_1) + R_1 \\ R_{1,\text{PM}} &= \frac{R_1}{\eta_{\text{PM}}} \end{aligned} \quad (6.57)$$

gilt. Für das hier vorgestellte Interferometer ist  $\eta_{\text{PM}}=0.80$  und  $R_{1,\text{PM}} = 14\%$ .

Probe- und Pumpfeld überlappen im Wechselwirkungsvolumen unter einem Winkel von maximal 20 mrad, wo sie den gepchoppen Atomstrahl schneiden. Dieser besitzt dort einen Durchmesser von ca. 2 mm. Pump- und Probestrahl werden vor dem Interferometer mit Hilfe zweier Teleskope so abgebildet, daß ihre Foki möglichst dicht an der Wechselwirkungszone liegen. Ihre Strahlparameter sind in Tab.6.3.2 angegeben. Beide Strahlen sind nur schwach elliptisch und astigmatisch. Der Pumpstrahl besitzt mit  $w_0 \approx 340 \mu\text{m}$  einen etwa doppelt so großen Radius wie der Probestrahl, so daß bei optimalem Überlapp beider Strahlen die Intensität des Pumpstrahls über die Querschnittsfläche des Probestrahls nur wenig variiert.





**Abbildung 6.11:** Opto-mechanisches Konzept des Interferometers. **VK** Hoch-Vakuumkammer; **M1** asymmetrischer Eingangsstrahlteiler; **P** Polarisator; **EOM** elektro-optischer Modulator; **AS** Atomstrahl; **CM** Chopper-Motor; **M3** Ausgangsstrahlteiler; die Quader **Q** tragen die Spiegel/Strahlteiler und können um  $\beta \approx -10^\circ \dots 10^\circ$  gekippt werden; **SM** UHV-tauglicher Schrittmotor mit Mikrometerschraube und Piezostellelement zur Feinjustage des Interferometers.

### Mechanischer Aufbau

Da die passive mechanische Stabilität des Interferometers die Phasenempfindlichkeit letztendlich begrenzt, spielt die Entkopplung des Interferometers von Störungen aus der Umgebung eine wesentliche Rolle. Das komplette Interferometer wird zusammen mit den Polaristoren in einer Hoch-Vakuumkammer betrieben ( $p \sim 10^{-8}$  mbar, Abb.6.11). Auf diese Weise kann eine Isolation gegenüber akustischen Störungen erreicht werden. Das Interferometer steht im Prinzip auf dem optischen Tisch, auf dem sich auch das Lasersystem befindet. Eine Entkopplung vom Tisch wird mit Hilfe eines einfachen Konzeptes erreicht: im Vakuum befindet sich eine mit rd. 35 kg vergleichbar schwere *Zwischenmasse* zwischen dem Interferometer und dem optischen Tisch. Sie ist nur über Hoch-Vakuum-taugliche Dämpfungsglieder<sup>24</sup> mit dem Tisch und dem Interferometer verbunden. Die Vakuumkammer wird von einem Gerüst über dem optischen Tisch gehalten und ist mit Membranbälgen mechanisch vom ihm entkoppelt. Zwischenmasse und Interferometer sind ähnlich aufgebaut: senkrecht zu den Lichtwegen hintereinander stehende massive Querplatten werden durch drei 1,5 m lange Titanstangen (*Zwischenmasse*) bzw. durch drei 1 m lange Zerodurstangen (Interferometer) zusammengehalten .

Jeweils ein Strahlteiler und ein Spiegel des Interferometers sind starr durch zwei baugleiche Aluminium“quader” *Q* (Abb.6.11) mit verschertem Grundriß und planparallelen Endflächen verbunden. Für die Wahl der Reflektivität des Eingangstrahlteilers und zur Justage lassen sich diese Quader mit jeweils drei Mikrometerschrauben um  $\beta \approx \pm 10^\circ \dots 10^\circ$  horizontal und vertikal kippen. Bei der Einheit, die den Eingangstrahlteiler trägt, können zwei der drei Mikrometerschrauben auch im Vakuum mit Hilfe zweier UHV-tauglicher Schrittmotoren<sup>25</sup> bewegt werden. Zusätzlich sitzt

<sup>24</sup>Die zylinderförmigen, etwa 5 mm hohen Dämpfungsglieder mit einem Durchmesser von etwa 11 mm bestehen aus einem 2-Komponenten Kunststoff (*RTV 615A, RTV 615B*) und wurden selbst gegossen.

<sup>25</sup>*ARUN Microelectronics, model 23B1*

auf der Spitze dieser Mikrometerschrauben ein Piezostellelement für die Feinjustage.

Der Atomstrahl (Kollimation  $\sim 1:200$ ) muß direkt vor der Wechselwirkungszone gechoppt werden (CM, Abb.6.11). Der Abstand des Chopperrades<sup>26</sup> von der Wechselwirkungszone beträgt weniger als 5 cm. Bei deutlich größerem Abstand "verschmiert" die longitudinale Geschwindigkeitsverteilung der Atome die Modulation des Strahls. Der Choppermotor<sup>27</sup> ist an der Innenwand der Vakuumkammer befestigt. Zur Dämpfung der bei der Rotation des Chopperrades auftretenden Vibration ist er nicht direkt sondern wieder mit Hilfe der UHV-tauglichen Dämpfungsglieder in seine Halterung eingespannt. Da die Position des Probelaserstrahls durch das Interferometer festgelegt ist, muß der Atomstrahl so justiert werden können, daß er den Probelaserstrahl senkrecht schneidet. Zu diesem Zweck ist die gesamte Atomstrahlapparatur bestehend aus Ofen und Blende in ein Rohr eingesetzt, das mit Hilfe zweier linearer Präzisions-Vakuumdurchführungen und einer Kardanhalterung ausgerichtet werden kann.

### Messung der Empfindlichkeit für Phasenmessungen

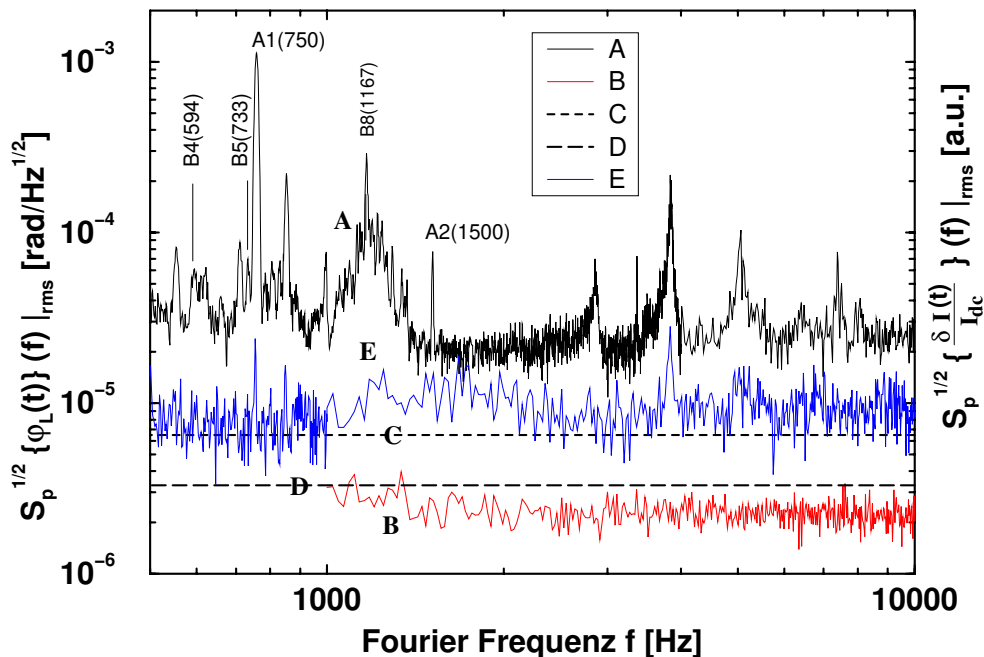
Nach Kap.6.2.2 gibt es drei wichtige Rauschquellen, die die Empfindlichkeit des hier vorgestellten Interferometers für Absorptions- und Phasenmessungen begrenzen. Die Absorptionsempfindlichkeit ist nach Kap.6.2.2 direkt durch das Leistungsrauschen des Probelasers bestimmt: Im günstigsten Fall ist für den Betrieb des Interferometers nach Abb.6.7 die Nachweisgrenze nach Gl.6.37 näherungsweise durch die vierfache spektrale Leistungsdichte des relativen Probelaser-Leistungsrauschens bei der Frequenz  $f_{AS}$  gegeben, mit der der Atomstrahl gechoppt wird. Nach Kap.5.3.2 beträgt sie  $S_{p,rms}^{1/2} \{i(t)\} (2 \text{ kHz}) = 1,2 \cdot 10^{-5} / \sqrt{\text{Hz}}$ . Demnach ist bei einer Detektionsbandbreite von 1 Hz gerade noch eine Absorption von  $\alpha_{rms,min} \approx 2,4 \cdot 10^{-5}$  nachzuweisen. Da die Empfindlichkeit sonst nur noch durch elektronisches Rauschen reduziert werden kann, soll hier auf eine gesonderte Bestimmung der Nachweisgrenze für die Absorption verzichtet werden.

Bei der Phasenmessung spielt neben dem Laser-Leistungsrauschen auch das Frequenzrauschen und die passive mechanische Stabilität des Interferometers eine Rolle. Hier stellt sich die Frage, welche dieser Rauschquellen die Phasenempfindlichkeit letztendlich bestimmt. Abb.6.12 zeigt das Ergebnis einer Messung der Phasenempfindlichkeit mit einem freilaufenden, d.h. nicht frequenzstabilisierten Probelaser bei einem Phasenmodulationsindex von  $M_p = 1.57$ . Der Choppermotor rotierte mit einer Frequenz von  $f_{CM} = 146 \text{ Hz}$ , was einer Atomstrahl-Chopffrequenz von  $f_{AS} = 1752 \text{ Hz}$  entspricht. Das Interferometer wurde ohne Atomstrahl wie in Abb.6.7 betrieben und das Phasenrauschspektrum (A) direkt vor dem Lock-In Verstärker LI 1 ausgelesen. Es liefert zwei wesentliche Aussagen. Zum einen sind bei Frequenzen unterhalb von 1,5 kHz und oberhalb von 3 kHz eine Reihe von Maxima zu erkennen, die zumindest teilweise auf mechanische Störungen zurückgeführt werden können. Dies gilt sowohl für die Resonanzen bei 750 Hz und 1,5 kHz (A1 und A2, Turbomolekularpumpen der Vakuumapparatur) als auch für die Resonanzen bei den Vielfachen der Choppermotor Frequenz  $f_{CM} = 146 \text{ Hz}$ . Zum anderen sitzen diese Maxima auf

<sup>26</sup>Durchmesser: 10 cm, 12 Langlöcher mit Tastverhältnis 1:1 unabhängig von radialer Position, die Breite der Langlöcher beträgt - je nach radialer Position - 5 mm... 10 mm.

<sup>27</sup>Ein bürstenloser dc-Servomotor der Fa. Faulhaber: 2444048 B, max 40.000 rpm, mit ausgasungsarmem Fett werkseitig geschmiert.

### Phasenempfindlichkeit des Interferometers: Leistungsspektrum des Phasenrauschens



**Abbildung 6.12:** Messung der Phasenempfindlichkeit. Angegeben ist die Wurzel der spektralen Leistungsdichte (rms) des Phasenrauschens in dem für den Betrieb des Interferometers interessanten Frequenzbereich (A). Der Phasenmodulationsindex beträgt  $M_P = 1.57$ . Die Frequenz des Probelasers ist bei dieser Messung nicht stabilisiert. (B) gibt das phasenäquivalente elektronische Rauschen des Detektors an. Für diese Messung wurde der Probelaser ausgeschaltet. Das Detektorrauschen beträgt  $S_{p,rms,Detektor}^{1/2} \{ \varphi(t) \} (f) = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei  $f \approx 2 \text{ kHz}$  und einer Probelaserleistung von  $I_0 = 243 \mu\text{W}$ . Die Begrenzung der Phasenempfindlichkeit durch das Leistungsrauschen bzw. “Frequenzrauschen” des Probelasers wird von (C) bzw. (D) beschrieben. Das Spektrum (E) zeigt die niederfrequente Rauschleistungsdichte der Probelaserleistung, angegeben in willkürlichen Einheiten. Die Maxima A1 und A2 im Rauschspektrum werden von den beiden Turbomolekularpumpen der Vakuumapparatur erzeugt. Die mit Bn markierten Stellen weisen die n-te Oberwelle der Choppermotor Frequenz aus ( $f_{CM} = 146 \text{ Hz}$ ).

einem näherungsweise frequenzunabhängigen Untergrund von  $S_{p,rms}^{1/2} \{ \varphi(t) \} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Die optimale Frequenz für den Atomstrahl Chopper liegt also zwischen 1,5 kHz und 2,5 kHz.

Mit den Ergebnissen der Untersuchungen zur Frequenz- und Leistungsstabilität der Lasersysteme (Kap.6.2.2) kann der Einfluß des Frequenz- und Leistungsrauschens angegeben werden. Aus einem Leistungsrauschen von  $S_{p,rms}^{1/2} \{ i(t) \} (1,8 \text{ MHz}) \approx 5 \cdot 10^{-6} / \sqrt{\text{Hz}}$  nach Kap.6.2.2 ergibt sich mit Gl.6.38 aus Kap.6.2.2 bei einem PM-Index von  $M_P = 1,57$  eine Nachweisgrenze ( $N_{SNR} = 1$ ) von  $\varphi_{rms,min,f_m} \approx 6,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$  bei einer Detektionsbandbreite von 1 Hz (Kurve C in Abb.6.12). Sie ist um einen Faktor drei kleiner als der Untergrund des Phasenrauschspektrums. Das Probelaser Leistungsrauschen hat damit zwar schon einen Einfluß auf die Phasenempfindlichkeit des Interferometers, bestimmend ist es aber nicht. Desweiteren könnte es auch die Resonanzen im Rauschspektrum nicht erklären, da nach Gl.6.38 nur das Leistungsrauschen aus dem Frequenzbereich um  $f_m = 1,8 \text{ MHz}$  beiträgt, wo das Spektrum aber “glatt” ist. Niederfrequentes Leistungsrauschen wird in erster Ordnung nicht in das Phasensignal eingekoppelt. Solche Beiträge entstehen nur dann, wenn das Interferometer z.B. nicht *exakt* auf einen “dark fringe” stabilisiert ist ( $\Delta\varphi_L \neq 0$ ) oder wenn die Rest-Amplitudenmodulation (RAM, Kap.6.2.3) nicht vernachlässigt werden kann

( $M_A \neq 0$ ). Da aber sowohl  $|\Delta\varphi_L|$  als auch  $M_A$  klein gegen eins sind, werden diese Beiträge i.a. klein sein gegen den Beitrag des Leistungsrauschens bei  $f_m=1,8$  MHz ((C) in Abb.6.12), solange dieses mit dem niederfrequenten Leistungsrauschen ( $f_{AS} \sim$  kHz) vergleichbar ist. Diese Schlußfolgerungen werden auch von einem Vergleich der Struktur des Phasenrausch- und des Leistungsrauschspektrums unterstützt. Kurve (E) zeigt das Leistungsrauschspektrum in willkürlichen Einheiten, gemessen mit einer der beiden Photodetektoren im Ausgang des Interferometers. Für diese Messung wurde der Testarm des Interferometers verschlossen. Der Vergleich von (C) mit (A) zeigt, daß die Struktur der beiden Spektren zwar für Frequenzen oberhalb, nicht aber unterhalb von 3 kHz vergleichbar sind: die starke ausgeprägte Resonanz A1 etwa ist in (E) gerade noch zu erkennen, die breite Resonanz in der Umgebung von B8 ist schon nicht mehr auszumachen. Demnach ist es nicht das Leistungsrauschen, das die Phasenempfindlichkeit bestimmt, sondern entweder die passive mechanische Stabilität des Interferometers oder das Frequenzrauschen des Probelasers.

Gegen die passive Stabilität des Interferometers als bestimmender Faktor spricht der nahezu frequenzunabhängige Untergrund des Spektrums (A), da - abgesehen von einzelnen Resonanzen - der Beitrag seismischer Störungen mit wachsender Frequenz deutlich abfallen muß. Daher sollte das Frequenzrauschen des Probelasers, dessen Frequenz bei dieser Messung nicht stabilisiert wurde, die Phasenempfindlichkeit des Interferometers begrenzen. Zur Kontrolle kann nach Kap.6.2.2 jene Nachweisgrenze für Phasenverschiebungen angegeben werden, die sich aus dem Frequenzrauschen des Probelasers ergibt. Nach Kap.6.2.2, Abb.5.16 beträgt das "Frequenzrauschen" des Probelasers, gemessen gegen den auf die Probelaserfrequenz stabilisierten Verdopplungsresonator, rd.  $S_{p,rms}^{1/2} \{\Delta v(t)\} (f_{AS}) \approx 1,2 \text{ kHz}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Da die Atomstrahl Choppfrequenz  $f_{AS}=1,7$  kHz innerhalb der Regelbandbreite der Stabilisierung des Verdopplungsresonators ( $\approx 6,6$  kHz) liegt, gibt der o.g. Wert nur eine untere Grenze für das Frequenzrauschen des freilaufenden Lasers gegenüber einer absolut stabilen Referenz an; dieses Frequenzrauschen ist - der Größenordnung nach - um die *open loop* Verstärkung des Hänsch-Couillaud Regelkreises<sup>28</sup> ( $|G| \sim 3.7$ ) größer als der in Abb.5.16 angegebene Wert. Nach Gl.6.48 ergibt sich bei einer Differenz der Interferometerarmenlängen von  $\Delta L_0=13$  cm für  $S_{p,rms}^{1/2} \{\Delta v(t)\} (2 \text{ kHz}) = 1,2 \text{ kHz}/\sqrt{\text{Hz}}$  eine Nachweisgrenze ( $N_{SNR} = 1$ ) von  $\varphi_{rms,min} \approx 3,3 \cdot 10^{-6}$  rad bei einer Detektionsbandbreite von 1 Hz. Dieser Wert ist in Abb.6.12 als Kurve (D) eingetragen. Setzt man einen um den Faktor 4 größeren Wert für die Wurzel der spektralen Rauschleistungsdichte an, ergibt sich eine Nachweisgrenze von rd.  $1,3 \cdot 10^{-5}$  rad. Diese grobe Abschätzung liefert zum einen den größten Einzelbeitrag zum Phasenrauschen und reproduziert zum anderen die experimentell bestimmte Phasenempfindlichkeit bis auf wenige dB.<sup>29</sup>

Zusätzlich zu der quantitativ recht guten Übereinstimmung zwischen Abschätzung und experimentell ermitteltem Wert spricht auch hier wieder der Vergleich der Struktur von Phasenrausch- und Leistungsrauschspektrum dafür, daß das Frequenzrauschen des freilaufenden Lasers die Phasenempfindlichkeit des Interferometers bei dieser Messung begrenzt. Bei Frequenzen oberhalb von 3 kHz sind die Resonanzen des Phasenrauschspektrums auch im Leistungsrauschspektrum zu finden. Oberhalb der Regelbandbreite der Hänsch- Couillaud Stabilisierung werden die Frequenz-

<sup>28</sup>In der Umgebung der *unity gain* Frequenz  $f_{ug} \approx 6,6$  kHz fällt die Amplitude der *open-loop* Verstärkung  $|G|$  mit 6 dB/oct. ab. Bei  $f_{AS}=1,7$  kHz beträgt sie daher rd.  $|G| \sim 3.7$ .

<sup>29</sup>Addiert man die Beiträge von Leistungs- und Frequenzrauschen quadratisch auf, erhält man rd.  $1.5 \cdot 10^{-5} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  für die Wurzel der spektralen Leistungsdichte des Phasenrauschens. Gemessen wurden rd.  $2 \cdot 10^{-5} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

fluktuationen des IR-Lasers nämlich durch den Verdopplungsresonator in Leistungsfluktuationen “übersetzt”<sup>30</sup>, während für niedrige Frequenzen der Verdopplungsresonator der Frequenzexkursion folgen kann und keine Leistungsexkursionen erzeugt werden. Nimmt man daher an, daß die Phasenempfindlichkeit durch das Frequenzrauschen des freilaufenden Lasers bestimmt wird, dann erwartet man einen Unterschied zwischen den Strukturen der beiden Rauschspektren (*A*) und (*E*) gerade von der Art, wie er hier experimentell gefunden wurde. Natürlich liefert der Vergleich der beiden Spektren nur einen Hinweis auf die wichtigste Rauschquelle. Zwingend ist der Schluß nicht, da die Resonanzen des Phasenrauschspektrums für Frequenzen unterhalb von 3 kHz z.B. auch auf mechanische Störungen im Interferometer zurückzuführen sein könnten. Auch in diesem Fall wären die Resonanzen nicht im Leistungsrauschspektrum zu finden.

Die Kurve (*B*) schließlich gibt das phasenäquivalente Detektorrauschen an. Für diese Messung wurde der Probelaser ausgeschaltet und das Rauschspektrum am Ausgang des Verstärkers *G* hinter dem Mischer *XI* von Abb.6.7 aufgenommen. Dem Spannungsrauschen kann dann ein äquivalentes Phasenrauschen zugeordnet werden, das umgekehrt proportional zur Probelaserleistung ist. Es beträgt  $S_{p,rms}^{1/2} \{ \varphi(t) \} (2 \text{ kHz}) \approx 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei einer Probelaserleistung von  $I_0 = 243 \mu\text{W}$ . Mit dieser Leistung, gemessen vor dem Eingangspolarisator (Abb.6.11), wurde auch die Phasenempfindlichkeit des Interferometers bestimmt.

Die Diskussion des Phasenrauschspektrums hat also die wesentlichen, die Phasenempfindlichkeit begrenzenden Rauschquellen aufgezeigt. Demnach bestimmt das Frequenzrauschen des Lasers die Nachweisgrenze für Phasenmessungen, wenn das Interferometer mit einem *freilaufenden* Lasersystem betrieben wird. Bei der gleichen Messung, durchgeführt mit einem absolut frequenzstabilisiertem Lasersystem, sollte der Beitrag des Frequenzrauschens deutlich reduziert werden können. Da z.Zt. die Regelbandbreite der FMS-Stabilisierung wegen des zu geringen Signal-zu-Rausch Verhältnisses auf  $\approx 7 \text{ kHz}$  begrenzt werden muß (Kap.5.4.1), ist im Moment eine deutliche Unterdrückung des Frequenzrauschens bei der Meßfrequenz  $f_{AS}=1,7 \text{ kHz}$  nicht zu erreichen. Hier muß also zuerst die FMS-Stabilisierung optimiert werden. Eine wesentlich vergrößerte FMS-Regelbandbreite ( $\sim 50 \text{ kHz}$ ) sollte dann auch eine Unterdrückung des Frequenzrauschens bei  $f_{AS}=1,7 \text{ kHz}$  um 20 dB . . . 30 dB gestatten. In diesem Fall wird dann das hochfrequente ( $f_m=1,8 \text{ MHz}$ ) Leistungsrauschen des Lasers die Phasenempfindlichkeit auf  $6,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  begrenzen. Eine Reduktion der Nachweisgrenze darüber hinaus erreicht man nur mit dem Einsatz einer höheren PM-Frequenz, etwa mit  $f_m > 10 \text{ MHz}$ . Phasenempfindlichkeiten unterhalb von  $10^{-6} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  allerdings wird man nur mit einem größeren zusätzlichen Aufwand realisieren können<sup>31</sup>.

<sup>30</sup>Theoretisch gibt es einen von der Phasenanpassung der SHG abhängenden, wohldefinierten Frequenzoffset zwischen der Frequenz des Lasers und der Resonanzfrequenz des Resonators, bei der Frequenzfluktuationen mit einer Frequenz  $f$  in Leistungsfluktuationen nur bei den Oberwellen von  $f$  “übersetzt” werden. Dieser Offset ist im Experiment nicht beliebig genau zu einzustellen.

<sup>31</sup>Wegen der großen Linienbreite des Ca-Resonanzüberganges ( $34 \text{ MHz}_{FWHM}$ ) ist die “Steilheit” des Frequenzdiskriminators und damit das Signal-zu-Rausch-Verhältnis gering. Eine wesentlich bessere absolute Frequenzstabilität wird man nur mit einem anderen Stabilisierungskonzept erreichen. So könnte z.B. der Laser auf einen schmalbandigen Resonator stabilisiert werden, der seinerseits bei niedrigen Frequenzen (bis  $\sim 10 \text{ Hz} \dots 100 \text{ Hz}$ ) an den atomaren Übergang angekoppelt wird. Bei der Meßfrequenz ( $f_{AS}=1,8 \text{ kHz}$ ) ist der Referenzresonator dann freilaufend, d.h. das Frequenzrauschen des Lasers bei dieser Frequenz wird durch die passive Stabilität des Referenzresonator definiert.



## Kapitel 7

# Erste experimentelle Ergebnisse: auf dem Weg zur negativen Dispersion

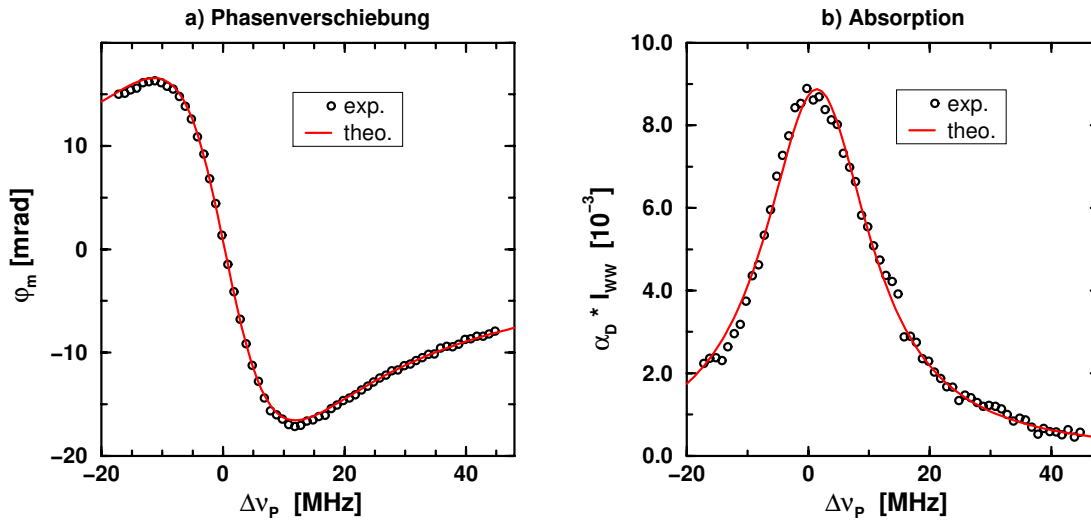
An dieser Stelle werden die ersten experimentellen Ergebnisse auf dem Weg zur Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption präsentiert.

In einem ersten Experiment soll die Funktionsfähigkeit des hier vorgestellten Meßverfahrens und der entwickelten Meßapparatur experimentell überprüft werden. Dazu wird die Phasenverschiebung und die Absorption gemessen, die ein Teststrahl bei der Wechselwirkung mit dem nicht gepumpten Atomstrahl erfährt. Ein Probestrahl mit einer Leistung von  $P_P = 260 \mu\text{W}$  wird in das Interferometer eingekoppelt. Aufgrund des optischen Layouts des Interferometers (Kap.6.3.2) ergibt sich daraus eine Leistung von  $25 \mu\text{W}$  in der Wechselwirkungszone, entsprechend eine Intensität von  $I_P = 440 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Da die Sättigungsintensität rd.  $I_{\text{Sat}} = 1,2 \text{ mW}/\text{mm}^2$  beträgt [50], werden die Atome in dieser Messung nicht vom Probefeld gesättigt. Das Ergebnis dieses Experiments ist in Abb.7.1 dargestellt. Grafik *a*) zeigt die gemessene optische Phasenverschiebung, Grafik *b*) die Absorption  $1 \Leftrightarrow \exp(-\alpha \cdot l_{\text{WW}}) \approx \alpha \cdot l_{\text{WW}}$  in Abhängigkeit von der Frequenz des Probefeldes. Bei der Frequenz  $\Delta\nu_P = 0 \text{ MHz}$  ist das Probefeld resonant, wenn es den Atomstrahl senkrecht kreuzt, so daß keine Dopplerverschiebung auftritt. Positive Werte von  $\Delta\nu_P$  geben eine Blau-Verstimmung des Probefeldes an. Zum Vergleich mit der Theorie wurde an die experimentellen Kurven ein reines Dispersionsprofil bzw. ein reines Lorentzprofil der Form

$$f(x) = c \cdot \frac{f_{\text{LO}} \Leftrightarrow a}{1 + [(f_{\text{LO}} \Leftrightarrow a)/b]^2} \quad \text{bzw.}$$
$$g(x) = c' \cdot \frac{1}{1 + [(f_{\text{LO}} \Leftrightarrow a')/b']^2}$$

mit den freien Parametern  $a, a', b, b', c$  und  $c'$  angepaßt. Für die Messung der Phasenverschiebung ergibt sich daraus eine Resonanzfrequenz von  $a = 0,3 \text{ MHz}$  und eine FWHM-Linienbreite von  $2 \cdot b = 23,0 \text{ MHz}$ , während aus der Absorptionsmessung  $a' = 1,4 \text{ MHz}$  bzw.  $2 \cdot b' = 21,2 \text{ MHz}$  folgen. Die Differenz der beiden Werte für die Linienbreite, normiert auf die FWHM-Linienbreite, entspricht einer Abweichung von 8%. Die Differenzen für die angepaßten Resonanzfrequenzen

## Phasenverschiebung und Absorption ohne Pumpfeld



**Abbildung 7.1:** Phasenverschiebung und Absorption eines Probestrahls, gemessen ohne Pumpfeld. Angegeben sind die Phasenverschiebung (Grafik a) und die Absorption  $\alpha \cdot l_{WW}$  (Grafik b) in Abhängigkeit von der Verstimmung des Probestrahls von der atomaren Resonanzfrequenz. Die Probestrahlsleistung beträgt  $P_P = 25 \mu\text{W}$ , die Probestrahlsintensität ist  $I_P = 440 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ .

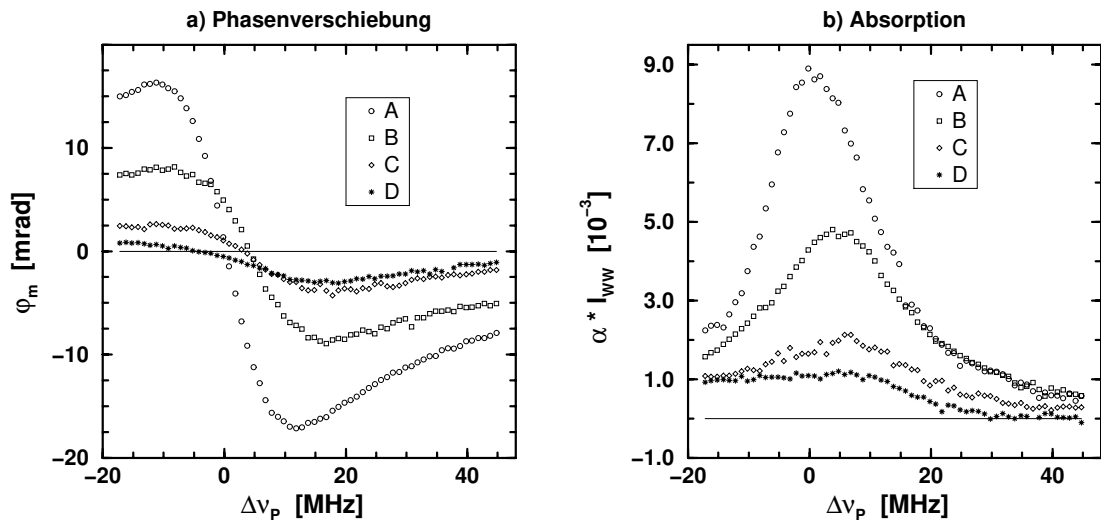
sind mit 5% etwa halb so groß. Festzuhalten bleibt, daß die hier experimentell bestimmte Linienebreite ca. 30% kleiner ist als die in der Literatur angegebenen Werte (34 MHz, [50]). Weitere Experimente zur Klärung der Ursache für diese Diskrepanz sind in Vorbereitung. Der Vergleich der theoretischen und experimentellen Kurven zeigt, daß es keine Probleme mit einem “Übersprechen” zwischen den beiden Signalen gibt und daß keine Offset-Probleme auftreten.

Aus der resonanten Absorption  $\alpha \cdot l_{WW}$  von Grafik b) kann mit  $l_{WW} \approx 2$  mm nach Gl.3.33 die räumliche Teilchendichte im Atomstrahl abgeschätzt werden. Sie beträgt  $N_{\text{Atom}} \approx 4,5 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$ . Die Ableitung der Phasenverschiebung nach der Frequenz des Probestrahls beträgt nach Grafik a) bei der Resonanzfrequenz  $\partial\varphi_m/\partial\nu_P \approx 2,8 \cdot 10^{-9} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Daraus ergibt sich mit  $l_{WW} \approx 2$  mm eine Dispersion von  $\partial n/\partial\omega_P \approx 1,5 \cdot 10^{-8} / \text{MHz}$ . Auch aus diesem Wert kann nach Gl.3.34 die Teilchendichte im Atomstrahl berechnet werden: man erhält wiederum  $N_{\text{Atom}} \approx 4,5 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$ . Diese gute Übereinstimmung zwischen den beiden für die Teilchendichte abgeschätzten Werte unterstreicht die Zuverlässigkeit, mit der die experimentell gewonnenen Werte für die Absorption und Phasenverschiebung kalibriert werden können.

Die Messungen am nicht gepumpten Atomstrahl haben gezeigt, daß die gewünschte Dispersion ( $\partial n/\partial\omega_P = 2,3 \cdot 10^{-10} / \text{MHz}$ ) erreicht werden kann. Wie im ersten Teil der Arbeit gezeigt wurde, muß aber die Absorption noch reduziert werden, bevor an eine Anwendung der negativen Dispersion gedacht werden kann. Im folgenden sollen die Ergebnisse der ersten in diese Richtung weisenden Experimente vorgestellt werden. Zusätzlich zum Probestrahlsfeld wird nun auch das Pumpfeld durch die Wechselwirkungszone geführt. Die Phasenverschiebung und die Absorption, die sich dann ergeben, sind in Abb.7.2 dargestellt. Die Kurve (A) gibt als Referenz das Spektrum der ungetriebenen Atome an. Bei diesem Experiment war es aus technischen Gründen leider nicht



### Phasenverschiebung und Absorption mit Pumpfeld



**Abbildung 7.2:** Phasenverschiebung und Absorption eines Probestrahls gemessen bei Pumpfeldern verschiedener Intensität. Angegeben sind die Phasenverschiebung (Grafik a) und die Absorption  $\alpha \cdot I_{WW}$  (Grafik b) in Abhängigkeit von der Verstimmung des Probestrahls von der atomaren Resonanzfrequenz. (A) gibt als Referenz das Spektrum der nicht gepumpten Atome an. Bei den übrigen Messungen ist die Pumpfeldstärke so eingestellt, daß die Absorption, gemessen bei der Resonanzfrequenz  $\Delta\nu_P = 0$  MHz, um den Faktor 2,1 (B), 4,9 (C) bzw. 8 (D) reduziert wird.

möglich, einen vorgewählten Wert für die Pumpfeldintensität im Streuvolumen einzustellen<sup>1</sup>. Aus diesem Grunde kann für sie jeweils nur eine grobe Abschätzung ihres Wertes angegeben werden. Bei (B), (C) und (D) entspricht die Intensität ca. der 1-fachen, 4-fachen und 7-fachen Sättigungsintensität. Eine Unterdrückung von Absorption (und Dispersion) kann beobachtet werden. Bei den hier eingesetzten Pumpfeldintensitäten ist allerdings noch nicht zu erwarten, daß die Absorption stärker unterdrückt wird als die Dispersion (vgl. Ab.3.5).

Auffällig ist die mit wachsender Pumpfeldintensität zunehmende Verformung der Profile. Sie ist wahrscheinlich darauf zurückzuführen, daß der Pumpstrahl den Atomstrahl nicht unter einem rechten Winkel kreuzt. Setzt man dies aber für den Probestrahl voraus, dann kann aus dem Winkel zwischen dem Strahlengang von Pump- und Probestrahl ( $\approx 10$  mrad) abgeschätzt werden, daß die Dopplerverschiebung des Pumpstrahls in der Größenordnung der halben natürlichen Linienbreite des Übergangs liegt. Den Ergebnissen von Kap.3 ist zu entnehmen, daß Pumpfeldverstimmungen von dieser Größenordnung die Struktur des Spektrums stark verändern: Das dispersive Brechungsindexprofil erhält einen Lorentzförmigen Anteil, während das Absorptionsprofil einen dispersiven Charakter bekommt. Eine ausführlichere Untersuchung der Ursache für die Profilverformung ist in Vorbereitung.

<sup>1</sup>Beim Einsatz von Neutralglasfiltern zur definierten Abschwächung der Pumpintensität wurde der Pumpstrahl so weit verkippt, daß er nicht mehr das Streuvolumen traf. Deshalb wurde die Pumpintensität direkt durch eine Justage des Pumpstrahls variiert.

Für folgende Experimente ist es notwendig, das Signal-zu-Rausch-Verhältnis weiter zu verbessern, damit auch im Bereich hoher Pumpfeldintensitäten noch mit hinreichender Empfindlichkeit gemessen werden kann. Eine Vergrößerung der Teilchendichte im Wechselwirkungsvolumen kann ohne konstruktive Veränderungen an der Apparatur durch eine Verringerung des Kollimationsverhältnisses<sup>2</sup> erreicht werden. Wenn die Ursachen ausgeschlossen sind, die zu einer Verformung der Spektren führen, dann sollte eine Realisierung negative dispersiver transparenter Medien möglich sein.

---

<sup>2</sup>Es beträgt z. Zt. rd 1:200 und kann bis auf 1:50 reduziert werden.

## Kapitel 8

# Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, das Konzept des Weißlichtresonators zu entwickeln und die Eigenschaften zu definieren, die ein negativ dispersives, transparentes Medium besitzen muß, das zur Realisierung eines solchen Resonators hoher Güte *und* großer Bandbreite geeignet ist. Basierend auf diesen theoretischen Arbeiten sollte als erster Schritt in diese Richtung ein Experiment konzipiert und aufgebaut werden, das die Präparation und Untersuchung negativ dispersiver Medien gestattet.

Dazu wurden die Eigenschaften von Resonatoren mit stark negativ dispersiven, resonatorinternen Medien untersucht. Es zeigte sich, daß die Bandbreite eines Resonators hoher Güte dann vergrößert werden kann, wenn die Dispersion des internen Mediums die Frequenzabhängigkeit der Vakuumwellenlänge kompensiert, wenn also

$$\frac{\partial n}{\partial \omega}(\omega_0) = \Leftrightarrow \frac{n(\omega_0)}{\omega_0}$$

zumindest in der Umgebung des "Arbeitspunktes"  $\omega_0$  gilt. Bei langen Resonatoren hoher Güte sollte die erreichbare Linienverbreiterung wenigstens prinzipiell am größten sein. Anhand eines konkreten Beispiels, des Ca-Resonanzübergangs bei 423 nm, wurde für einen experimentell realistischen Resonator theoretisch gezeigt, daß sich eine Linienverbreiterung um mehr als eine Größenordnung erreichen und ein Weißlichtresonator verwirklichen lassen sollte.

Die vorliegende Arbeit berücksichtigt eigene Untersuchungen auch über ein Doppel- $\Lambda$ -System, die in [26] veröffentlicht sind und deshalb hier nicht weiter diskutiert wurden. Aus prinzipiellen und experimentellen Gründen eignen sich Zwei-Niveau Systeme besser zur Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption.

Im zweiten Teil des theoretischen Abschnitts wurde das (bichromatisch) stark getriebene Zwei-Niveau System im Hinblick auf seine Eignung zur Realisierung negativer Dispersion ohne Absorption untersucht. Dabei zeigte sich, daß bei einem resonant treibenden Feld die gewünschten optischen Eigenschaften für ein schwaches Probefeld im Zentralbereich des Spektrums, also bei der atomaren Resonanzfrequenz, etabliert werden können. Mit zunehmender Pumpfeldstärke

nimmt die Absorption dann schneller ab als die Dispersion. Erst diese Eigenschaft erlaubt prinzipiell den Einsatz von Zwei-Niveau Systemen zur Präparation negativ dispersiver, transparenter Medien. Des weiteren konnte eine Größe (*figure of merit*) gefunden werden, die den Vergleich unterschiedlicher Systeme im Hinblick auf ihre Eignung zur Realisierung solcher Medien ermöglicht. Auch der Einfluß experimentell relevanter Faktoren wurde untersucht. Dabei stellte sich heraus, daß das Zwei-Niveau System extrem empfindlich auf Verstimmungen des Pumpfeldes von der atomaren Resonanzfrequenz reagiert. Demnach stellt eine inhomogene Linienverbreiterung, am Beispiel des Doppler-Effektes diskutiert, eine von einem Experimentator ernstzunehmende Herausforderung dar. Es konnte gezeigt werden, daß diese Empfindlichkeit auf die Konkurrenz einer sehr großen Anzahl resonanter Mehr-Photonenprozesse zurückzuführen ist, ebenso wie die erstaunliche Stabilität des Spektrums bei anwachsender *Probefeldstärke*, was wiederum wichtig für resonatorinterne Anwendungen solcher Medien ist. Hier wurden nur solche Ergebnisse der in [27] veröffentlichten Untersuchungen präsentiert, die für die Realisierung negativ dispersiver transparenter Medien von Bedeutung sind.

Die theoretischen Untersuchungen der Arbeit definierten die Randbedingungen für ein Experiment zur Präparation und Untersuchung negativ dispersiver Medien ohne Absorption, für das der Ca-Resonanzübergang  $4s^2 \ ^1S_0 \rightarrow \ ^1P_1$  bei 423 nm ausgewählt wurde. Der experimentelle Teil dieser Arbeit besaß zwei Schwerpunkte. Der erste lag in der Entwicklung eines *all-solid-state* Lasersystems für die Spektroskopie am Kalzium. Ausgehend von einem Halbleiterlasersystem wurde die infrarote Strahlung mit Hilfe eines externen resonanten Frequenzverdopplers in den blauen Spektralbereich konvertiert. Da IR-Leistungen von mehr als 100 mW nicht zur Verfügung standen, "blaue" Leistungen von einigen 10 mW aber benötigt wurden, war es wichtig, die Konversion so effizient wie möglich durchzuführen. Tatsächlich konnten Konversionseffizienzen von 60% erreicht werden, die die höchsten für vergleichbare Systeme veröffentlichten Werte überhaupt darstellen [28].

Die Vorarbeiten zum Aufbau des hier verwandten Lasersystems, die auch Experimente mit verschiedenen optischen Layouts (optische Kopplung des Diodenlasers an SHG-Resonator, SHG mit Gitterlasern geringer Leistung) einschließen, wurden nur kurz referiert; sie sind in [28] veröffentlicht und werden dort ausführlich diskutiert. Im Vordergrund standen hier vielmehr solche Fragen, die im Zusammenhang mit höchsteffizienter Frequenzverdopplung stehen. Es wurde eine optimale Resonatorgeometrie entwickelt, die - trotz des Astigmatismus des Resonators - nicht-astigmatische und nicht-elliptische Oberwellenstrahlprofile erzeugt. Da die Modenanpassung der IR-Strahlung an die Mode des Verdopplungsresonators bei höchsteffizienter Verdopplung eine wichtige Rolle spielt, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein "Rezept" vorgestellt, das die Korrektur von Astigmatismus und Elliptizität des IR-Strahls gestattet. Die Systemparameter des Verdopplers (Konversionseffizienz, interne Verluste, Modenanpassung, Impedanzanpassung) wurden experimentell analysiert. Dabei zeigte sich, daß ein speziell bei  $\text{KNbO}_3$  auftretendes Problem, die blau induzierte Infrarotabsorption (BLIRA), bei der hier benutzten Wellenlänge die erreichbare Konversionseffizienz entscheidend begrenzt.

Anschließend wurde die Frequenz- und Leistungsstabilität der Lasersysteme untersucht. Es zeigte sich, daß für Fourier-Frequenzen oberhalb von 1kHz die spektrale Leistungsdichte des relativen Leistungsrauschens rd.  $10^{-5}/\sqrt{\text{Hz}}$ , die des Frequenzrauschens rd.  $1,8 \text{ kHz}/\sqrt{\text{Hz}}$  beträgt. Das

im Verhältnis zum Rauschen der IR-Ausgangsleistung um 30 dB bis 40 dB vergrößerte Leistungsrauschen der blauen Ausgangsleistung konnte auf einen grundlegenden physikalischen Effekt, das *mode-competition-noise*, zurückgeführt werden. Dieses Leistungsrauschen begrenzt die Empfindlichkeit für Absorptionsmessungen.

Die Frequenz beider Lasersysteme wurde an die atomare Resonanzfrequenz angeschlossen. Dazu wurde das Pumplasersystem mit Hilfe einer FM-Spektroskopie auf den Übergang stabilisiert. Die bisher erreichte Empfindlichkeit des FM-Detektors für Frequenzfluktuationen ( $\sim 1 \text{ kHz}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) macht z. Zt. eine Frequenzstabilisierung mit Regelbandbreiten von nur wenigen kHz sinnvoll, die in Zukunft noch entscheidend verbessert werden muß. Das Feld des Probelasersystems wurde mit Hilfe eines Phasenregelkreises (PLL) phasenstarr bei durchstimmbarer Differenzfrequenz (bis 2 GHz) an das Feld des Pumplasers und damit an den Resonanzübergang gekoppelt. Die Untersuchung des PLL ergab, daß er zwar eine echte Phasenverfolgung gestattet, der Restphasenfehler aber in der Größenordnung von einem *rad* liegt. Daher beträgt die "Linienbreite" des Schwebungssignals beider Felder immerhin noch  $\sim 100 \text{ kHz}$ , genügt aber den Anforderungen des hier vorgestellten Experiments. Als Ursache für den relativ großen Restphasenfehler konnten die speziellen Probleme bei der *breitbandigen* (viele 100 kHz) Frequenzstabilisierung von Diodenlasern ausgemacht werden. Sie wurden experimentell ausführlich untersucht.

Der zweite experimentelle Schwerpunkt bestand in der Entwicklung einer neuen spektroskopischen Methode, die eine simultane Messung von Absorption und Brechungsindex gestattet und die Nachteile der empfindlichen, jedoch grundsätzlich in Frage kommenden Meßmethoden vermeidet: Bei der im Prinzip schrotrauschlinitierten FM-Spektroskopie wird ein *Referenzstrahl* mit durch das Wechselwirkungsvolumen geführt, der die optischen Eigenschaften des Mediums verändern kann oder dessen eigene Eigenschaften (Amplitude und Phase) durch die Wechselwirkung mit dem Medium modifiziert werden können. Wie die Diskussion zeigte, stellt diese Kopplung bei der Untersuchung der zentralen Struktur im Spektrum des stark getriebenen Zwei-Niveau Atoms ein Problem dar. Aus diesem Grunde wurde ein neues Meßverfahren entwickelt, das die interferometrische Methode und die FM-Spektroskopie kombiniert. Damit kann erreicht werden, daß ausschließlich ein *Teststrahl* das Streuvolumen passiert. Die Empfindlichkeit für die Messung der Phasenverschiebung des optischen Feldes entspricht jener der FM-Spektroskopie. Für die Absorption gilt dies nicht, da die kombinierte Methode nicht in jeder Hinsicht nach dem Prinzip der FM-Spektroskopie funktioniert.

Die Theorie dieser neuen Methode wurde ausführlich diskutiert. Ausgehend von diesen Ergebnissen konnte das Verfahren optimiert und das erreichbare Signal-zu-Rausch-Verhältnis analysiert werden. Der optische und mechanische Aufbau des Interferometers vom Mach-Zehnder-Typ wurde vorgestellt. Das komplett seismisch isolierte und in einer Hochvakuumkammer betriebene Gerät gestattete die Messung der Absorption und Phasenverschiebung eines Teststrahls, der einen Ca-Atomstrahl kreuzt. Die experimentelle Bestimmung der Phasenempfindlichkeit des Interferometers ergab, daß sie rd.  $\approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  beträgt und durch das Frequenzrauschen des Lasers begrenzt wird. Die relative Absorptionsempfindlichkeit beträgt  $\approx 10^{-5}/\sqrt{\text{Hz}}$  und ist durch das Leistungsrauschen des Probelasers bestimmt.

Abschließend wurden die ersten experimentellen Ergebnisse auf dem Weg zur Realisierung eines Weißlichtresonators vorgestellt. Dabei zeigte sich, daß eine negative Dispersion mit *reduzierter*

Absorption erreicht werden konnte. Bei diesen Messungen begrenzten experimentelle Probleme (Teilchendichte in der Wechselwirkungszone, Frequenzstabilität des Lasersystems) allerdings den zugänglichen Bereich für die Pumpfeldintensitäten auf Werte, bei denen die Absorption noch nicht stärker unterdrückt wird als die Dispersion.

Die nächsten Schritte bestehen in einer Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses. Die Teilchendichte im Streuvolumen kann durch Veränderung der Ofengeometrie um mehr als eine Größenordnung verbessert werden. Ein frequenzstabilerer Betrieb des Lasers ist nur mit einem anderen Detektor für die FM-Spektroskopie zu erreichen. Hier muß u.U. über ein völlig verändertes Konzept nachgedacht werden, bei dem das Pumpasersystem nur bei niedrigen Frequenzen (<100 Hz) direkt auf den Übergang, für höhere Frequenzen aber an einen schmalbandigen, mechanisch stabilen Resonator angekoppelt wird. Mit diesen Optimierungen sollte eine experimentelle Realisierung hinreichend starker negativer Dispersion ohne Absorption am Ca-Resonanzübergang möglich sein.

Die Untersuchung negativ dispersiver Medien am Beispiel des Zwei-Niveau Systems hat gezeigt, daß inhomogene Verbreiterungseffekte eine ernstzunehmende Herausforderung für ein Experiment darstellen. Eine Anwendung, die auf gasförmigen Medien beruht, ist daher mit einigen Schwierigkeiten verbunden. Aus der Diskussion der Linienverbreiterung von Weißlichtresonatoren folgt, daß im Falle einer Abweichung von der  $\lambda$ -Kompensation der Verbreiterungsfaktor durch  $|1 \Leftrightarrow n'_0 \cdot \omega_0|^{-1}$  gegeben ist. Da die Dispersion proportional zur räumlichen Dichte der Teilchen ist, beschränkt ihre Fluktuation oder ihre Abweichung vom Sollwert die erreichbare Linienbreite. Das gilt besonders für Resonatoren hoher Güte, bei denen ein großer Effekt zu erwarten ist. Langfristig sollte daher nach einer Möglichkeit gesucht werden, negative Dispersion ohne Absorption mit Hilfe von Festkörpern zu realisieren, die mit dem negativ dispersiven Medium dotiert sind. Diese Lösung hätte viele Vorteile. Die Medien wären einfach zu handhaben, es gäbe keine Fluktuation der Teilchendichte, und die richtige *effektive* Teilchendichte im Resonator kann durch eine Variation der Resonatorlänge bei unverändertem negativ dispersiven Medium erfolgen. Der Doppler-Effekt wäre ausgeschaltet. Dies würde aber nur so lange eine echte Verbesserung bedeuten, wie die Wechselwirkung z.B. mit dem Wirtsmaterial keine *inhomogene* Linienverbreiterung einführt. Homogene Verbreiterungseffekte wären eher von Vorteil, da sie die Größe des spektralen Bereichs negativer Dispersion erweitern, was - wie in dieser Arbeit diskutiert - eine entscheidende Verbesserung darstellen würde. Letztendlich hängt die Eignung von Festkörpern für die Realisierung von Weißlichtresonatoren also entscheidend von der Frage der inhomogenen Verbreiterungseffekte ab.







# Literaturverzeichnis

- [1] K.-J. BOLLER, A. IMAMOĞLU, AND S. E HARRIS, *Observation of electromagnetically induced transparency*, Phys. Rev. Lett. **66**, 2593 (1991);
- [2] H. R. GRAY, R. M. WHITTLEY, AND C. R. STROUD, JR., *Coherent trapping of atomic populations*, Optics Lett. **3**, 218 (1978);
- [3] M. O. SCULLY, S. Y. ZHU, AND H. FEARN, *Lasing without inversion, I. Initial atomic coherence*, Z. Phys. D **22**, 471 (1992);
- [4] S. Y. ZHU, M. O. SCULLY, H. FEARN, AND L. M. NARDUCCI, *Lasing without inversion, II. Raman process created atomic coherence*, Z. Phys. D **22**, 483 (1992);
- [5] H. FEARN, M. O. SCULLY, S. Y. ZHU, AND M. SARGENT III, *Lasing without inversion, III. Microwave coupling induced atomic coherence*, Z. Phys. D **22**, 495 (1992);
- [6] W. E. VAN DER VEER, R. J. J. VAN DIEST, A. DÖNSZELSMANN. AND H. B. VAN LINDEN VAN DEN HEUVELL, *Experimental demonstration of light amplification without population inversion*, Phys. Rev. Lett. **70**, 3243 (1993);
- [7] S. G. RAUTIAN AND SOBEL'MAN, Soviet Phys. JETP **14**, 328 (1962);
- [8] K. RITTNER, A. WICHT, G. JORDAN, A. HEUER, H. WELLING, B. WELLEGEHAUSEN, *Continuous anti-Stokes Raman lasers between  $1s$  sublevels in noble gas*, Laser Physics **4**, 339 (1994);
- [9] A. S. ZIBROV, M. D. LUKIN, L. HOLLBERG, D. E. NIKONOV, M. O. SCULLY, H. G. ROBINSON, AND V.L. VELICHANSKY, *Experimental demonstration of enhanced index of refraction via quantum coherence in Rb*, Phys. Rev. Lett. **76**, 3935 (1996);
- [10] M. FLEISCHHAUER, C. H. KEITEL, M. O. SCULLY, C. SU, B. T. ULRICH, AND S.-Y. ZHU, *Resonantly enhanced index of refraction without absorption via atomic coherence*, Phys. Rev. A. **46**, 1468 (1992);
- [11] M. FLEISCHHAUER AND M. O. SCULLY, *Magnetometer based on atomic coherence and possible application to the search for  $P$  and  $T$  violating permanent electric dipole moments of atoms*, Quantum Semiclass. Opt. **7**, 297 (1995);
- [12] M. O. SCULLY, *Enhancement of index of refraction via quantum coherence*, Phys. Rev. Lett. **67**, 1855 (1991);

- [13] G. MÜLLER, A. WICHT, R. RINKLEFF, AND K. DANZMANN, *A new kind of heterodyne measurement of coherent population trapping*; Opt. Commun. **127**, 37 (1996);
- [14] M. FLEISCHHAUER AND M. O. SCULLY, Phys. Rev. A **49**, 1973 (1994);
- [15] G. MÜLLER, M. MÜLLER, A. WICHT, R.-H. RINKLEFF, AND K. DANZMANN, *Optical resonator with steep internal dispersion*, Phys. Rev. A **56**, 2385 (1997);
- [16] K. DANZMANN ET AL., in: Proc. first Edoardo Amaldi Conf. on gravitational wave experiments, Frascati 1994 (World Scientific, Singapore, 1995); A. ABRAMOVICI ET AL., *Science* **256**, 325 (1992); C. BRADASCHIA ET AL., *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A* **298**, 518 (1990);
- [17] B. J. MEERS, Phys. Lett. A **142**, 465 (1989);
- [18] G. HEINZEL, J. MIZUNO, R. SCHILLING, W. WINKLER, A. RÜDIGER, AND K. DANZMANN, Phys. Lett. A **217**, 305 (1996);
- [19] R. W. P. DREVER, J. L. HALL, F. V. KOWALSKI, J. HOUGH, G. M. FORD, AND A. J. MUNLEY, *Laser phase and frequency stabilisation using an optical resonator*, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983);
- [20] A. ENDERS AND G. NIMTZ, *Photonic-tunneling experiments*, Phys. Rev. B **47**, 9605 (1993); A. ENDERS AND G. NIMTZ, *Evanescent-mode propagation and quantum tunneling*, Phys. Rev. E **48**, 632 (1993); A. ENDERS AND G. NIMTZ, *On superluminal barrier traversal*, J. Phys. I France **2**, 1693 (1992);
- [21] A. M. STEINBERG, P. G. KWIAT, AND R. Y. CHIAO, *Measurement of the single-photon tunneling time*, Phys. Rev. Lett. **71**, 708 (1993);
- [22] R. Y. CHIAO AND A. M. STEINBERG, *Tunneling times and superluminality*, Progress in Optics **XXXVII**, 345 (1997);
- [23] W. HEITMANN, G. NIMTZ, *On causality proofs of superluminal barrier traversal of frequency band limited wave packets*, Phys. Lett. A **196**, 154 (1994); G. NIMTZ, A. ENDERS, AND H. SPIEKER, *Photonic tunneling times*, J. Phys. I France **4**, 565 (1994);
- [24] A. STEINBERG, *Comment on "Photonic tunneling times"*, J. Phys. I France **4**, 1813 (1994);
- [25] RAYMOND Y. CHIAO, *Superluminal (but causal) propagation of wave packets in transparent media with inverted atomic populations*, Phys. Rev. A **48**, R34 (1993);
- [26] A. WICHT, K. DANZMANN, M. FLEISCHHAUER, M. O. SCULLY, G. MÜLLER, AND R.-H. RINKLEFF, *White-light cavities, atomic phase coherence and gravitational wave detectors*, Optics Commun. **134**, 431 (1997);
- [27] C. SZYMANOWSKI, A. WICHT, AND K. DANZMANN, *On negative dispersion without absorption in bichromatically driven two-level systems*, J. mod. Optics **44**, 1373 (1997);

- [28] O. S. BROZEK, V. QUETSCHKE, A. WICHT, AND K. DANZMANN, *Highly efficient cw frequency doubling of 854 nm GaAlAs diode lasers in an external cavity*, Opt. Commun. **146**, 141 (1998);
- [29] E. HECHT, *Optics*, 2<sup>nd</sup>ed., 1987, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts;
- [30] P. ROMAN, *Advanced Quantum Theory*, 1<sup>st</sup>ed., 1987, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts ;
- [31] U. RATHE, M. FLEISCHHAUER, SHI-YAO ZHU, T. W. HÄNSCH AND M. O. SCULLY, *Nonlinear theory of index enhancement via quantum coherence and interference*, Phys. Rev. A **47**, 4994 (1993);
- [32] B. R. MOLLOW, Phys. Rev. **188**, 1969 (1969);
- [33] W. HARTWIG AND H. WALTHER, Appl. Phys **1**, 171 (1973); F. SCHUDA, C. R. STROUD JR., AND M. HERCHER, J. Phys. B **7**, L198 (1974);
- [34] S. HAROCHE, Annls. Phys. (Paris) **6**, 189, 327 (1971);
- [35] C. COHEN-TANNOUJJI AND S. REYNAUD, J. Phys. B **10**, 345, 365, 2311 (1971);
- [36] D. GRANDCLÉMENT, G. GRYNBERG, AND M. PINARD, Phys. Rev. Lett. **59**, 40 (1987);
- [37] C. H. KEITEL, O. A. KOCHAROVSKAYA, L. M. NARDUCCI, M. O. SCULLY, S.-Y. ZHU, AND H. M. DOSS, Phys. Rev. A **48**, 3196 (1992);
- [38] G. I. TOPTYGINA, AND É. E. FRADKIN, Soviet Phys. JETP **55**, 246 (1982);
- [39] G. S. AGARWAL AND N. NAYAK, J. opt. Soc. Am. B **1**, 164 (1984);
- [40] H. FRIEDMANN AND A. D. WILSON-GORDON, *Dispersion profiles of the absorptive response of a two-level system interacting with two intense fields*, Phys. Rev. A. **36**, 1333 (1987);
- [41] I. I. SOBEL'MAN, *Introduction to the theory of atomic spectra*, Pergamon Press, Oxford, 1972 ;
- [42] A. YARIV, *Quantum Electronics*, J. Wiley & Sons, New York, 1989, 3<sup>rd</sup> ed.;
- [43] A. P. THORNE, *Spectrophysics*, Chapman and Hall, 2<sup>nd</sup> ed., London, 1988;
- [44] O. PERRON, *Die Lehre von den Kettenbrüchen*, B. G. Teubners Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen, Band XXXVI, 2-te Auflage, Chelsea Publishing Company, New York 1950;
- [45] C. COHEN-TANNOUJJI AND S. REYNAUD, J. Phys. B **10**, 345 (1977); G. KHITROVA, J. F. VALLEY, AND H. M. GIBBS, Phys. Rev. Lett. **60**, 1126 (1988); A. LEZAMA, Y. ZHU, K. KANSKAR, AND T. W. MOSSBERG, Phys. Rev. A **41**, 1576 (1990); G. S. AGARWAL, Phys. Rev. A **42**, 686 (1990);

- [46] G. GRYNBERG AND C. COHEN-TANNOUJDI, *Central resonance of the Mollow absorption spectrum: physical origin of gain without population inversion*, Optics Commun. **96**, 150 (1993);
- [47] C. SZYMANOWSKI, CH. H. KEITEL, B. J. DALTON, AND P. L. KNIGHT, *Switching between Rayleigh-like and Lorentzian-like lineshapes of the dispersion in driven two-level atoms*, J. mod. Opt. **42**, 985 (1995);
- [48] C. SZYMANOWSKI AND CH. H. KEITEL, *Enhancing the index of refraction under convenient conditions*, J. Phys. B **27**, 57 95 (1994);
- [49] T. QUANG AND H. FREEDHOFF, *Index of refraction of a system of strongly driven two-level atoms*, Phys. Rev. A **48**, 3216 (1993);
- [50] A. WITTE, TH. KISTERS, F. RIEHLE, AND J. HELMKE, *Laser cooling and deflection of a calcium atomic beam*, J. Opt. Soc. Am. B **9**, 1030 (1992);
- [51] W. DEMTRÖDER, *Laserspektroskopie, 3. Auflage*, Springer Verlag Berlin, 1993;
- [52] TH. KISTERS, K. ZEISKE, F. RIEHLE, AND J. HELMKE, *High-resolution spectroscopy with laser-cooled and trapped atoms*, Appl. Phys. B **59**, 89 (1994);
- [53] Nuklidkarte, 3-te Auflage, 1968, Kernforschungszentrum Karlsruhe;
- [54] V. QUETSCHKE, *Heterodynes Laserinterferometer zur simultanen Absorptions- und Dispersionsmessung*, Diplomarbeit, Hannover 1996;
- [55] H. KLAUSING, *All solid state Lasersystem bei  $\lambda=423\text{nm}$* , Diplomarbeit, Hannover 1996;
- [56] G. H. M. TARTWIJK AND D. LENSTRA, *Semiconductor lasers with optical injection and feedback*, Quantum Semiclass. Opt. **7**, 87 (1995);
- [57] C. E. WIEMAN AND L. HOLLBERG, *Using diode lasers for atomic physics*, Rev. Sci. Instrum. **62**, 1 (1991);
- [58] R. WYNADS, F. DIEDRICH, D. MESCHEDÉ, AND H. R. TELLE, *A compact tunable 60-dB Faraday optical isolator for the near infrared*, Rev. Sci. Instrum. **63**, 5586 (1992);
- [59] C. H. HENRY, *Theory of the linewidth of semiconductor lasers*, IEEE J. Quantum Electron. QE-**18**, 259 (1982);
- [60] R. LANG, *Injection locking properties of semiconductor lasers*, IEEE J. Quantum Electron. QE-**18**, 976 (1982);
- [61] R. HADLEY, *Injection locking of diode lasers*, IEEE J. Quantum Electron. QE-**22**, 419 (1986);
- [62] P. SPANO, S. PIAZOLLA, AND M. TAMBURRINI, *Frequency and intensity noise in injection-locked semiconductor lasers: theory and experiment*, IEEE J. Quantum Electron. QE-**22**, 427 (1986);

- [63] P. A. FRANKEN, A. E. HILL, C. W. PETERS, AND G. WEINRICH, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 118 (1961);
- [64] G.D. BOYD AND D. A. KLEINMAN, *Parametric interaction of focused Gaussian light beams*, *J. Appl. Phys.* **39**, 3597 (1968);
- [65] D. L. MILLS, *Nonlinear Optics*, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1991;
- [66] W. KOECHNER, *Solid State Laser Engineering*, 2<sup>nd</sup> ed., Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1988;
- [67] M. V. HOB DEN, *J. Appl. Phys.* **38**, 4365 (1967);
- [68] L. E. BUSSE, L. GOLDBERG, M. R. SURETTE, AND G. MIZELL, *Absorption losses in MgO-doped and undoped potassium niobate*, *J. Appl. Phys.* **75**, 1102 (1994);
- [69] Datenblatt der Fa. FEE, Idar-Oberstein, Deutschland;
- [70] M. ZGONIK, R. SCHLESSER, I. BIAGGIO, E. VOIT, J. TSCHERRY, AND P. GÜNTER, *Materials constants of KNbO<sub>3</sub> relevant for electro- and acousto-optics*, *J. Appl. Phys.* **74**, 1287 (1993);
- [71] B. ZYSSET, I. BIAGGIO, AND P. GÜNTER, *Refractive indices of orthorhombic KNbO<sub>3</sub>. I. Dispersion and temperature dependence*, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 380 (1992);
- [72] S. BROZEK, *Effiziente Frequenzverdopplung mit Diodenlasern*, Diplomarbeit, Hannover (1995);
- [73] I. BIAGGIO, P. KERKOC, L.-S. WU, P. GÜNTER, AND B. ZYSSET, *Refractive indices of orthorhombic KNbO<sub>3</sub>. II. Phase-matching configurations for nonlinear-optical interactions*, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 507 (1992);
- [74] Datenblatt des Kristalllieferanten Fa. VIRGO OPTICS, USA ;
- [75] I. SHOJI, A. KITAMOTO, T. KONDO, AND R. ITO, *Redetermination of the absolute scale of the second-order nonlinear optical coefficients*, 5th European Quantum Electronics Conference, Amsterdam 1994, paper QThL2;
- [76] private Mitteilung der Fa. FEE, Idar-Oberstein, Deutschland;
- [77] E. S. POLZIK AND H. J. KIMBLE, *Frequency doubling with KNbO<sub>3</sub> in an external cavity*, *Opt. Lett.* **16**, 1400 (1991);
- [78] P. LOHDAHL, J. L. SØRENSEN, AND E. S. POLZIK, *High efficiency second harmonic generation with a low power diode laser*, *Appl. Phys. B* **64**, 383 (1997);
- [79] L. GOLDBERG, L. BUSSE, AND D. MEHUYS, *Blue light generation by frequency doubling of AlGaAs broad area amplifier emission*, *Appl. Phys. Lett.* **60**, 1037 (1992);
- [80] D. MEHUYS, D. F. WELCH, L. GOLDBERG, AND J. WELLER, *11.6 W peak power, diffraction-limited diode-to-diode optical amplifier*, *Appl. Phys. Lett.* **62**, 544 (1993);

- [81] L. MAWST, D. BOTEZ, M. JANSEN, T. ROTH, C. TU, AND C. ZMUDZINSKI, *Electron. Lett.* **27**, 1586 (1991);
- [82] K. FIEDLER, S. SCHILLER, R. PASCHOTTA, P. KÜRZ, AND J. MLYNEK, *Highly efficient frequency doubling with a doubly resonant monolithic total-internal-reflection ring resonator*, *Opt. Lett.* **18**, 1786 (1993);
- [83] P. KÜRZ, R. PASCHOTTA, K. FIEDLER, A. SIZMANN, G. LEUCHS, AND J. MLYNEK, *Squeezing by second-harmonic generation in a monolithic resonator*, *Appl. Phys. B* **55**, 216 (1992);
- [84] W. J. KOZLOVSKY, W. LENTH, E. E. LATTA, A. MOSER, AND G. L. BONA, *Generation of 41mW of blue radiation by frequency doubling of a GaAlAs diode laser*, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 2291 (1990);
- [85] H. KOGELNIK AND T. LI, *Laser beams and resonators*, *Appl. Optics* **5**, 1550 (1966);
- [86] F. A. JENKINS AND H. E. WHITE, *Fundamentals of Optics*, 3<sup>rd</sup> ed., McGraw-Hill Company, New York;
- [87] M. OKADA AND S. IEIRI, *Influence of self induced thermal effects on phase matching in nonlinear optical crystals*, *IEEE QE-7*, 560 (1971);
- [88] T. W. HÄNSCH AND B. COUILLAUD, *Laser frequency stabilization by polarisation spectroscopy of a reflecting reference cavity*, *Opt. Commun.* **35**, 441 (1980);
- [89] B. DAHMANI, L. HOLLBERG, AND R. DRULLINGER, *Frequency stabilization of semiconductor lasers by resonant optical feedback*, *Opt. Lett.* **12**, 876 (1987);
- [90] H. LI AND N. B. ABRAHAM, *Power spectrum of frequency noise of semiconductor lasers with optical feedback from a high-finesse cavity*, *Appl. Phys. Lett.* **53**, 2257 (1988);
- [91] G. J. DIXON, C. E. TANNER, AND C. E. WIEMAN, *432 nm source based on efficient second-harmonic generation of GaAlAs diode-laser radiation in a self-locking external resonant cavity*, *Opt. Lett.* **14**, 731 (1989);
- [92] C. ZIMMERMANN, T. W. HÄNSCH, R. BYER, S. O'BRIEN, AND D. WELCH, *Second harmonic generation at 972nm using a distributed Bragg reflection semiconductor laser*, *Appl. Phys. Lett.* **61**, 2741 (1992);
- [93] A. HEMMERICH, D. H. MCINTYRE, C. ZIMMERMANN, AND T. W. HÄNSCH, *Second harmonic generation and optical stabilization of a diode laser in an external ring resonator*, *Opt. Lett.* **15**, 372 (1990);
- [94] Datenblatt der Fa. SDL, USA
- [95] M. W. SASNETT AND T. F. JOHNSTON, *Laser Beam Diagnostics*, *SPIE* **1414** (1991);
- [96] A.E. SIEGMAN, *Optical Resonators*, *SPIE* **1224** (1990);
- [97] T. F. JOHNSTON, *Laser Focus World* **26**, 173 (1990);

- [98] B. DAINO, P. SPANO, M. TAMBURRINI, AND S. PIAZOLLA, *Phase noise and spectral lineshape in semiconductor lasers*, IEEE **QE-19**, 266 (1983);
- [99] T. OKOSHI, K. KIKUCHI, AND A. NAKAYAMA, *Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum*, Electron. Lett. **16**, 630 (1980);
- [100] H. R. TELLE, *Stabilization and modulation schemes of laser diodes for applied spectroscopy*, Spectroch. Acta Rev. **15**, 301 (1993);
- [101] H. PATRICK AND C. E. WIEMAN, *Frequency stabilization of a diode laser using simultaneous optical feedback from a diffraction grating and a narrowband Fabry-Perot cavity*, Rev. Sci. Instrum. **62**, 2593 (1991);
- [102] F. MARIN, A. BRAMATI, E. GIACOBINO, T.-C. ZHANG, J.-PH. POIZAT, J. F. ROCH, AND P. GRANGIER, *Squeezing and intermode correlations in laser diodes*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4606 (1995);
- [103] Y. YAMAMOTO, S. MACHIDA, AND O. NILSSON, Phys. Rev. A **34**, 4025 (1986);
- [104] H. WANG, M. J. FREEMAN, AND D. G. STEEL, *Squeezed light from injection-locked quantum well lasers*, Phys. Rev. Lett. **24**, 3951 (1993);
- [105] F. M. J. FREEMAN, H. WANG, G. STEEL, R. CRAIG, AND D. R. SCIFRES, *Wavelength-tunable amplitude-squeezed light from a room temperature quantum-well laser*, Opt. Lett. **18**, 2141 (1993);
- [106] A. ESCHMANN AND C. W. GARDINER, Phys. Rev. A **54**, 760 (1996);
- [107] C. WIEMAN AND T. W. HÄNSCH, Phys. Rev. Lett. **36**, 1170 (1976);
- [108] R. E. TEETS, F. V. KOWALSKI, W. T. HILL, N. CARLSON, AND T. W. HÄNSCH, *Laser polarisation spectroscopy*, Proc. SPIE **113**, 80 (1977);
- [109] N. BEVERINI, F. GIAMMANCO, E. MACCION, F. STRUMIA, AND G. VISSANI, *Measurement of the calcium  $^1P_1 \Leftrightarrow ^1D_2$  transition rate in a laser-cooled atomic beam*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2188 (1989);
- [110] G. C. BJORKLUND, *Frequency-modulation spectroscopy: a new method for measuring weak absorptions and dispersions*, Opt. Lett. **5**, 15 (1980);
- [111] F.S. PAVONE AND M. INGUSCIO, *Frequency- and wavelength-modulation spectroscopies: comparison of experimental methods using an AlGaAs diode laser*, Appl. Phys. B **56**, 118 (1993);
- [112] G. C. BJORKLUND AND M. D. LEVENSON, *Sub-Doppler frequency-modulation spectroscopy of  $I_2$* , Phys. Rev. A **24**, 166 (1981); J. L. HALL, L. HOLLBER, T. BAER, AND H. G. ROBINSON, *Optical heterodyne saturation spectroscopy*, Appl. Phys. Lett **39**, 680 (1981);
- [113] E. A. WHITTAKER, M. GEHRTZ, AND G. C. BJORKLUND, *Residual amplitude modulation in laser electro-optic phase modulation*, J. Opt. Soc. Am. B **2**, 1320 (1985);

- [114] M. A. KRAMER, R. W. BOYD, LL. W. HILLMAN, AND C. R. STROUD, JR., *Propagation of modulated fields through saturable-absorbing media: a general theory of modulation spectroscopy*, J. Opt. Soc. Am. B **2**, 1444 (1985);
- [115] G. C. BJORKLUND, M. D. LEVENSON, W. LENTH, AND C. ORTIZ, *Frequency modulation spectroscopy*, Appl. Phys. B **32**, 145 (1983);
- [116] R. WYNANDS, *Frequenzmessung und -synthese mit Halbleiterlasern*, Dissertation, MPQ-Report 179, München, 1993;
- [117] M. PREVEDELL, T. FREEGARDE, AND T. W. HÄNSCH, *Phase locking of grating tuned diode lasers*, Appl. Phys. B **60**, S241 (1995);
- [118] O. SCHMIDT, R. WYNANDS, Z. HUSSEIN, AND D. MESCHEDE, *Steep dispersion and group velocity below  $c/3000$  in coherent population trapping*; Phys. Rev. A **53**, R27 (1996);
- [119] P. SAULSON, *Fundamentals of interferometric gravitational wave detectors*, World Scientific, Singapore, 1994;
- [120] T. M. NIEBAUER, R. SCHILLING, K. DANZMANN, A. RÜDIGER, AND W. WINKLER, *Nonstationary shot noise and its effect on the sensitivity of interferometers*, Phys. Rev. A **43**, 5022 (1991);
- [121] H. P. YUEN AND V. W. S. CHAN, *Noise in homodyne and heterodyne detection*, Optics Lett. **8**, 177 (1983);
- [122] B. L. SCHUMAKER, *Noise in homodyne detection*, Optics Lett. **9**, 189 (1984);







# Danksagung

Mein herzlichster Dank gilt Herrn Prof. Dr. Karsten Danzmann, der für ein ausgezeichnetes Umfeld sorgte, in dem man an vorderster Front der Forschung mitmischen konnte. Er stellte stets die entscheidenden Fragen und hat somit maßgeblich zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Herrn Dr. Rolf-Hermann Rinkleff danke ich sehr für die ausgezeichnete Unterstützung bei den vielen kleinen und noch zahlreicheren großen Problemen. Seine Erfahrung konnte die Arbeit immer wieder auch an den "herausfordernden" Stellen voranbringen.

Mein Dank gilt besonders den Kollegen Sascha Brozek, Volker Quetschke und Harald Klausing, die im Rahmen ihre Diplomarbeiten Teilaspekte des Projekts bearbeitet und somit einen wichtigen Beitrag zum Erfolg der Arbeit geleistet haben.

Alessandra Rocco und Mario Müller haben mich vor allen Dingen in der "heißen" Endphase dieser Arbeit unterstützt. Mario Müller hat mir immer wieder des Nachts auch dann noch beigestanden, wenn es offensichtlich nur darum ging, den Atomstrahlofen durchbrennen zu lassen.

Für die ausgezeichnete Zusammenarbeit bedanke ich mich auch bei allen technischen Mitarbeitern des Instituts. Die feinmechanische Werkstatt hat stets engagiert meine zahlreichen ausgefallenen Ideen umgesetzt. Herrn Heiko zur Mühlen danke ich sehr für die Bereitschaft, gegen Ende der Arbeit praktisch im "stand by" Betrieb dem elektronischen Teil des Experiments auf die Sprünge zu helfen.

Dem Sonderforschungsbereich 407 danke ich für die Unterstützung dieses Projektes.

Hannover, im Oktober 1998