

Transport akustischer Moden durch einen mehrstufigen Axialverdichter

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieurin
(Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von
Dipl.-Ing. Sina Schwerdt

2022

Englischer Titel:

Propagation of acoustic modes through a multistage axial compressor

Schlagwörter:

Aeroakustik, Modenstreuung, Transitionsmoden, Verdichter, Harmonic Balance

Keywords:

Aeroacoustics, Mode Scattering, Transition Modes, Compressor, Harmonic Balance

Vorsitzende: Prof. Dr.-Ing. Annika Raatz
1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jörg R. Seume
2. Referent: Prof. Dr. Jan W. Delfs
Tag der Promotion: 11. März 2022

Zusammenfassung

In der Entwicklung aktueller Triebwerkskonzepte, ist vor allem die Lärmreduzierung ein treibender Auslegungsfaktor. In den letzten Dekaden konnte bereits eine signifikante Reduzierung des Strahl- und Fanlärms erzielt werden. Daher rückt nun das Kerntriebwerk und damit der Niederdruckverdichter in den Fokus akustischer Forschungsbemühungen. Die Entwicklung effektiver Lärminderungskonzepte setzt das Verständnis der Schallentstehung und der akustischen Transportprozesse im Verdichter voraus. Die tonalen Anteile im Schallfeld einer axialen Turbomaschine werden durch die Ausprägung der akustischen Moden bestimmt, die durch die Interaktion der Schaufelreihen (Rotor-Stator-Interaktion, RSI) miteinander generiert werden. In der Vergangenheit wurde hauptsächlich der Transport ausbreitungsfähiger Rotor-Stator-Interaktionsmoden (Cut-On-Moden) untersucht. Diese Beschränkung ist für eine Vorhersage des Gesamtschallfeldes eines mehrstufigen Axialverdichters nicht ausreichend. Daher werden in der vorliegenden Arbeit sowohl Transitionsmoden, die in der Maschine zwischen ausbreitungsfähig und nicht-ausbreitungsfähig wechseln, als auch Streumoden in den akustischen Untersuchungen berücksichtigt.

Die Untersuchung der Schallentstehung durch Rotor-Stator-Interaktion und des Schalltransportes geschieht anhand des numerischen Simulationsmodells eines 4,5-stufigen Axialverdichters. Die Erstellung des numerischen Gitters erfolgt anhand aerodynamischer und aeroakustischer Anforderungen. Eine effiziente Simulation der Schallentstehung und des Transportes ist mit dem Harmonic Balance Verfahren möglich. Die Zerlegung des Schallfeldes in seine modalen Anteile wird mittels einer Radialmodenanalyse durchgeführt.

Die Simulationen des modalen Schalltransportes zeigen, dass der Energiegehalt der Cut-On- und Transitionsmoden während des Transportes durch die Schaufelreihen maßgeblich durch die Transition der Azimutal- oder Radialmoden von cut-off zu cut-on bestimmt wird. An den Cut-Off/Cut-On-Transitionsunkten kann es zu einem Schalleistungsgewinn kommen. Somit können auch Transitionsmoden Schalleistungspegel in der Größenordnung der Cut-On-Moden am Eintritt des Verdichters aufweisen. Die Streuung der Cut-On-, Cut-Off- und Transitionsmoden generiert vor allem an den Rotoren energiereiche Streumoden, die mit hohen Schalleistungspegeln bis zum Verdichtereintritt propagieren. Die Cut-Off/Cut-On-Transition der RSI-Moden und die Modenstreuung können als schallanregende Mechanismen betrachtet werden, die vor allem durch die Mehrstufigkeit einer Turbomaschine an Bedeutung gewinnen. Dadurch können auch die hinteren Schaufelreihen signifikant zum Gesamtschallfeld am Eintritt des Verdichters beitragen. In der Auslegung schallarmer Verdichter ist eine Beschränkung auf die Dämpfung der ausbreitungsfähigen RSI-Moden somit nicht ausreichend und sowohl Transitions- als auch Streumoden sind zu berücksichtigen.

Abstract

In the development of current aircraft engine concepts, the reduction of noise is a key design goal. In the past decades, significant reductions of jet and fan noise were achieved. Therefore the core engine, including the low pressure compressor is brought into focus of recent noise reduction research. The design and development of effective noise reduction strategies requires a thorough understanding of sound generation and propagation mechanisms throughout the compressor. Due to the interaction of stationary and rotating blade rows (rotor-stator-interaction, RSI) in axial turbomachinery tonal components, so called acoustic modes, are generated. In the past, particularly cut-on rotor-stator-interaction modes were subject to aeroacoustic investigations. For the prediction of the overall soundfield of a multistage axial compressor this limitation is not sufficient. Thus, this work focusses on the propagation of transition modes, which switch from cut-on to cut-off throughout the compressor, and scatter modes which are generated by the scattering of modes in blade and vane rows.

For the investigation of sound generation and transport by rotor-stator-interaction, a numerical model of a 4.5-stage axial compressor is set up. The generation of the numerical mesh takes into account aerodynamic as well as aeroacoustic requirements. An efficient simulation of sound generation and transport is accomplished by applying the Harmonic Balance method. The decomposition of the sound field is carried out using a radial mode analysis.

Results of the simulations show, that especially the transition of azimuthal and radial modes from cut-off to cut-on of cut-on modes and transition modes governs the sound power level of these modes. At the transition points an increase in sound power level is observed. Due to that increase, transition modes can reach the compressor entry with sound power levels comparable to the level of cut-on modes. The scattering of cut-on, cut-off, and transition modes generates high-energy scatter modes most notably at the rotor blades. The generated scatter modes propagate to the compressor entry maintaining high sound power levels. The cut-off/cut-on transition of RSI modes and the scattering of modes may be considered to be sound generating mechanisms which gain in relevance especially in multistage turbomachinery. Therefore, the rear blade rows as well can contribute significantly to the overall soundfield at the entrance of the compressor. For the design of low-noise compressors, the limitation to damping cut-on modes only is not sufficient; rather both, transition modes and scatter modes have to be considered.

Danksagung

Die vorliegende Dissertation ist im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik an der Leibniz Universität Hannover entstanden. Dem Institutsleiter, Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume, möchte ich ganz herzlich für die Betreuung dieser Arbeit, den wissenschaftlichen Austausch und insbesondere für die interessante und lehrreiche Zeit am Institut danken. Danke, dass Sie mir immer mehr zugetraut haben als ich mir selbst. An Herrn Prof. Dr. Jan Delfs geht ein großes Dankeschön für die Übernahme des Koreferats und für die zahlreichen wertvollen Anmerkungen zur Verbesserung meiner Arbeit. Frau Prof. Dr.-Ing. Annika Raatz danke ich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission und die freundliche Begleitung und Moderation am Tag der Promotionsprüfung. Herrn Dr.-Ing. Joachim Runkel danke ich dafür, dass er noch immer den letzten nötigen Euro gefunden und ein offenes Ohr für Anliegen aller Art gehabt hat.

Teile dieser Arbeit sind im Rahmen des Forschungsprojektes „Numerische Sensitivitätsanalyse zur Schallentstehung und -reduktion im vorderen Kerntriebwerk“ entstanden. Ich danke der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung dieses Vorhabens. Häufig ist es eine große Herausforderung dem familiären Alltag und der eigenen Forschung gleichermaßen gerecht zu werden. Ein zeitnaher Abschluss meiner Promotion wäre ohne die Promotionsabschlussförderung des Hochschulbüros für Chancenvielfalt nicht möglich gewesen. Vielen Dank für die finanzielle Unterstützung und die daraus gewonnene zusätzliche Zeit für meine Promotion.

Die Zeit am Institut war eine besondere Zeit, die ich nicht missen möchte. Allen ehemaligen Kollegen und Kolleginnen aus Wissenschaft, Technik, Verwaltung und IT danke ich für den wissenschaftlichen Austausch, die Weihnachtsfeiern, die Hilfsbereitschaft, die Kaffeerunden, das gemeinsame Grübeln und die tolle Arbeitsatmosphäre. Aus vielen Kollegen und Kolleginnen sind über die Zeit Freunde geworden mit denen ich Erlebnisse teilen die unvergessen bleiben. Insbesondere meinen langjährigen Wegbegleitern Mandanna Hurfar, Torben Wolff, Philipp Gilge, Stefanie Lehnhoff, Bastian Drechsel, Carl Brand, Thomas Hauptmann, Simon Bittner, Michael Henke, Christopher Meinzer, Ulrich Hartmann und Ole Willers möchte ich für das geteilte Leid und die geteilte Freude über die Jahre danken.

Ein herzliches Dankeschön geht an die Korrekturleser meiner Arbeit: Mandanna Hurfar, Torben Wolff, Lutz Schwerdt und Felix Fischer. Ihr habt mir immer ehrliche und konstruktive Kritik an meiner Arbeit zukommen lassen, auch wenn es manchmal wehtat. Danke, dass Ihr mir dadurch geholfen habt meine Arbeit immer weiter zu verbessern. Besonders Dir,

Mandanna, bin ich für Deine unermüdliche Unterstützung und die motivierenden Klapse auf den Hinterkopf während der Ausarbeitung meiner Dissertation sehr dankbar.

Meinen lieben Freunden und Freundinnen danke ich für die motivierenden Worte und die Ausdauer mit der Ihr mein gelegentliches Gejammer ertragen habt. Meiner Familie, insbesondere meinen Eltern Rita und Jochen Witthaus, danke ich für die Unterstützung in all den Jahren. Danke, dass Ihr es mir ermöglicht habt diesen Weg zu gehen. Eine Promotion mit Kindern ist weniger eine Einzel-, sondern vielmehr eine Familienleistung. Meinen Eltern, meiner Schwiegermutter Gaby, meiner Stiefmutter Christine, meiner Schwester Sarah, meiner Oma Wilma und unseren lieben Nachbarn Gaby und Heinz-Werner danke ich für die Unterstützung während meiner Promotion und die liebevolle Kinderbetreuung, wenn ich die Tage und Nächte am Schreibtisch verbracht habe. Bei meinen Kindern Emil und Michel möchte ich mich entschuldigen, dass ich in den stressigen Phasen der Arbeit weniger Zeit zum Ball spielen und Lego bauen hatte. Danke, dass Ihr so viel Geduld mit Eurer Mama hattet!

Mein größter Dank geht an meinen Mann Lutz. Ich danke Dir für deine unendliche Unterstützung und Deine Geduld mit mir. Danke, dass Du hier zu Hause alles am Laufen gehalten hast und dass Du so ein großartiger Vater für unsere Kinder bist. Ohne Dich und Deinen Zuspruch hätte ich diese Aufgabe nicht bewältigen können, dafür danke ich Dir von Herzen!

Sina Schwerdt
Wedemark, im März 2022

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	vii
Tabellenverzeichnis	xi
Formelzeichen	xiii
1 Einleitung	1
1.1 Fluglärm	1
1.2 Tonale Schallentstehung und Schalltransport in axialen Turbomaschinen . .	5
1.3 Harmonic Balance Verfahren	9
1.4 Arbeitshypothese und Gliederung der Arbeit	11
2 Grundlagen	13
2.1 Akustische Wellengleichung und deren Lösung für Ringreiskanäle	13
2.1.1 Homogene konvektive Wellengleichung	13
2.1.2 Lösung der Wellengleichung für Ringreiskanäle	15
2.2 Ausbreitungsverhalten akustischer Moden	17
2.3 Radialmodenanalyse	24
2.4 Theorie des Harmonic Balance Verfahrens	26
2.5 Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter	29
3 Aufbau des numerischen Modells	31
3.1 Numerisches Setup	31
3.2 Vernetzung	33
3.2.1 Aeroakustische Anforderungen	33
3.2.2 RSI-Analyse	34
3.2.3 Aerodynamische Netzstudie	38
3.2.4 Aeroakustische Netzstudie	39
3.2.5 Überprüfung des Betriebspunktes	41
3.3 Plausibilisierung	42
3.3.1 Vergleich der Aerodynamik	43
3.3.2 Einfluss auf die Modenausbreitung	49
4 Modentransport	55
4.1 Modenanregung	55
4.2 Stufentransport	62

4.3	Modenstreuung	88
4.3.1	Streuverhalten	89
4.3.2	Streumoden am Verdichtereinlass	100
4.4	Kritische Betrachtung	109
5	Schlussfolgerungen und Ausblick	111
	Literaturverzeichnis	115
A	Netzkonvergenzstudie	123
B	Plausibilisierung	125
B.1	Vergleich der Aerodynamik	125
B.2	Sensitivitätsanalyse	131
C	Modenstreuung	133
C.1	Rotor 4-Stator 4 Interaktion	133
C.2	Stator 3-Rotor 4 Interaktion	137
	Wissenschaftlicher Werdegang	141

Abbildungsverzeichnis

1.1	Einflussfaktoren auf die Lärmwirkung (Fluglärm-Portal 11.04.2022)	2
1.2	Die vier Elemente des Fluglärm-Managements nach ICAO (2008)	3
1.3	Typische Lärmverteilung eines Turbofan-Triebwerkes nach Nesbitt (2019)	4
2.1	Axialer Gruppenausbreitungswinkel der Mode $mn = (2, 0)$ für ein variierendes Cut-On-Verhältnis	21
2.2	Dämpfung von Cut-Off-Moden über die axiale Länge $\Delta x = R_{Shr}$ in einem Rohr ohne Nabenkörper	22
2.3	Lösungskonzept des Harmonic Balance Verfahrens in TRACE (nach Junge et al. 2015)	28
2.4	Meridionale Schnittansicht des 4,5-stufigen Hochgeschwindigkeits- Axialverdichters	29
3.1	Numerische Domäne des Hochgeschwindigkeits-Axialverdichters	32
3.2	Analyseebenen im numerischen Setup des AV	37
3.3	Knoten pro Wellenlänge (PPW) für die RSI-Moden $h = 1, s = -1$ und $h = 2, s = -2$	38
3.4	Netzkonvergenz hinsichtlich des Totaldruckverhältnisses und des isentropen Wirkungsgrades	39
3.5	Netzkonvergenz hinsichtlich der Amplitudendämpfung der Mode $mn = (-3, 0)$ mit $f_m = 3795$ Hz	40
3.6	Simulationen mit Netz 2 - Amplitudendämpfung der Mode $mn = (-3, 0)$ für variierende axiale Wellenlängen	40
3.7	Berechnetes Totaldruckverhältnis und isentroper Wirkungsgrad für die Teillastdrehzahl $n = 9900 \text{ min}^{-1}$	41
3.8	Numerisches Gitter im Mittenschnitt des ersten Rotors	42
3.9	Vergleich des Totaldruckverhältnisses und isentropen Wirkungsgrades für Setup A (blau) und Setup B (orange)	43
3.10	Massengemittelter radialer Totaldruckverlauf hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)	44
3.11	Differenz der massengemittelten Totaldrücke hinter den Schaufelreihen	45
3.12	Druckverlustbeiwert c_p des Nachlaufs der Schaufelreihen bei 10% der Ka- nalhöhe, Setup A (+) und Setup B (o)	46
3.13	Druckverlustbeiwert c_p des Nachlaufs der Schaufelreihen im Mittenschnitt, Setup A (+) und Setup B (o)	47
3.14	Totaldruck hinter Stator 3	49

3.15	Sensitivitäten der Mode $mn=(-7,0)$, BPF=3795 Hz vor Rotor 1	50
3.16	Sensitivitäten für die RSI-Moden $s = -1, h = 1, n = 0$	51
3.17	Relative Gesamtabweichung des axialen Gruppenausbreitungswinkels für die Moden $s = -1, h = 1, n = 0$	52
4.1	IGV-R1-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden	57
4.2	R1-S1-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden	58
4.3	S1-R2-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden	58
4.4	R2-S2-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden	59
4.5	S2-R3-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden	59
4.6	R3-S3-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden	60
4.7	S3-R4-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden	60
4.8	R4-S4-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden	61
4.9	Transport der R4-S4-Interaktionsmoden	64
4.10	R4-S4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -5$	65
4.11	R4-S4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -10$	66
4.12	Transport der S3-R4-Interaktionsmoden	68
4.13	S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -3$	69
4.14	S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -6$	70
4.15	Transport der R3-S3-Interaktionsmoden	72
4.16	S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -5$	73
4.17	S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -10$	74
4.18	Transport der S2-R3-Interaktionsmoden	76
4.19	S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -3$	77
4.20	S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -6$	78
4.21	Transport der R2-S2-Interaktionsmoden	80
4.22	R2-S2-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Ra- dialmoden der Mode $m = -5$	81
4.23	R2-S2-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -10$	82
4.24	Transport der S1-R2-Interaktionsmoden	83
4.25	S1-R2-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -6$	84
4.26	Transport der R1-S1-Interaktionsmoden	85
4.27	Schalleistung der Cut-On-Moden an Analyseebene 1	86

4.28	Charakteristische Verläufe der Modenausbreitung im Axialverdichter	88
4.29	R4-S4-Interaktion: Streuung der Cut-On-Mode $m = -5$	91
4.30	R3-S4-Interaktion: Streuung der Cut-On-Mode $m = -3$	92
4.31	R4-S4-Interaktion: Streuung der Cut-On-Mode $m = -10$	93
4.32	S3-R4-Interaktion: Streuung der Cut-On-Mode $m = -6$	94
4.33	R4-S4-Interaktion: Streuung der Transitionsmode $m = 26$	96
4.34	S3-R4-Interaktion: Streuung der Transitionsmode $m = 28$	97
4.35	R4-S4-Interaktion: Streuung der Cut-Off-Mode $m = -41$	98
4.36	S3-R4-Interaktion: Streuung der Cut-Off-Mode $m = 31$	99
4.37	R4-S4-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)	101
4.38	S3-R4-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)	102
4.39	R3-S3-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)	104
4.40	S2-R3-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)	105
4.41	R2-S2-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)	106
4.42	S1-R2-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)	107
4.43	R1-S1-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)	108
B.1	Absolute Mach-Zahl hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)	125
B.2	Azimutale Mach-Zahl hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)	126
B.3	Axiale Mach-Zahl hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)	127
B.4	Azimutaler Strömungswinkel hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)	128
B.5	Radialer Strömungswinkel hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)	129
B.6	Totaltemperatur hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)	130
B.7	Relative Gesamtabweichung des axialen Gruppenausbreitungswinkels für die Moden $s = -2, h = 2, n = 0$	131

Tabellenverzeichnis

2.1	Maximale Abstände der Schaufelreihen im Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter	23
2.2	Kenndaten des Hochgeschwindigkeits-Axialverdichters in 4,5-stufiger Konfiguration	30
3.1	Numerische Randbedingungen für den gewählten Betriebspunkt auf der Teillastkennlinie $n = 9900 \text{ min}^{-1}$	33
3.2	Anzahl der Rotor- und Statorschaufeln im Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter	35
3.3	Rotor-Stator Interaktionsmoden des Hochgeschwindigkeits-Axialverdichters, die orangen Felder markieren die Cut-On-Moden	36
3.4	Anzahl der Zellen der numerischen Netze	38
3.5	Randbedingungen der Simulationen der Drehzahlkennlinie $n = 9900 \text{ min}^{-1}$	41
3.6	Unterschiede der numerischen Setups	42
3.7	Isentroper Reaktionsgrad r_s der Stufen für Setup A und Setup B	48
4.1	Streumoden der R4-S4-Interaktion	101
4.2	Streumoden der S3-R4-Interaktion	103
4.3	Streumoden der R3-S3-Interaktion	104
4.4	Streumoden der S2-R3-Interaktion	105
4.5	Streumoden der R2-S2 Interaktion	106
4.6	Streumoden der S1-R2 Interaktion	107
4.7	Streumoden der R1-S1-Interaktion	108
A.1	Grid Convergence Index	124
C.1	Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115 \text{ Hz}$ am Vorleitgitter	133
C.2	Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115 \text{ Hz}$ an Rotor 1	133
C.3	Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115 \text{ Hz}$ an Stator 1	133
C.4	Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115 \text{ Hz}$ an Rotor 2	133
C.5	Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115 \text{ Hz}$ an Stator 2	133
C.6	Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115 \text{ Hz}$ an Rotor 3	134
C.7	Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115 \text{ Hz}$ an Stator 3	134
C.8	Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230 \text{ Hz}$ am Vorleitgitter	134
C.9	Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230 \text{ Hz}$ an Rotor 1	134
C.10	Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230 \text{ Hz}$ an Stator 1	134

C.11	Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 2	134
C.12	Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 1	134
C.13	Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 3	135
C.14	Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 3	135
C.15	Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter	135
C.16	Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 1	135
C.17	Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 1	135
C.18	Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 2	135
C.19	Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 2	135
C.20	Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 3	136
C.21	Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 3	136
C.22	Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz am Vorleitgitter	136
C.23	Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 1	136
C.24	Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 1	136
C.25	Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 2	136
C.26	Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 2	136
C.27	Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 3	137
C.28	Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 3	137
C.29	Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz am Vorleitgitter	137
C.30	Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 1	137
C.31	Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 1	137
C.32	Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 2	137
C.33	Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 2	138
C.34	Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 3	138
C.35	Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter	138
C.36	Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 1	138
C.37	Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter	138
C.38	Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 2	138
C.39	Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter	138
C.40	Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 3	139
C.41	Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter	139
C.42	Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 1	139
C.43	Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 1	139
C.44	Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 2	139
C.45	Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 2	139
C.46	Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 3	139
C.47	Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz am Vorleitgitter	140
C.48	Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 1	140
C.49	Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 1	140
C.50	Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 2	140
C.51	Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 2	140
C.52	Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 3	140

Formelzeichen

Lateinische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
A_{mn}	Pa	Komplexe modale Amplitude	
a	m/s	Schallgeschwindigkeit	Gl. (2.11)
a_x^\pm	m/s	modale Ausbreitungsgeschwindigkeit in axialer Richtung	Gl. (2.25)
B	-	Anzahl der Rotorschaukeln	
c_p	-	Druckverlustbeiwert	Gl. (3.4)
$d_{x,ave}$	m	mittlerer Netzknotenabstand	Gl. (3.2)
$d_{x,max}$	m	maximaler Netzknotenabstand	
f_{BPF}	Hz	Schaufelwechselfrequenz	Gl. (2.60)
$f_{(mn),c}$	Hz	Cut-On-Frequenz	Gl. (2.23)
f_m	Hz	Modale Rotationsfrequenz	
$f_{mn}(r)$	-	radiale Ausbreitungsfunktion	Gl. (2.18)
f_{VPF}	Hz	Statorwechselfrequenz	Gl. (2.61)
He	-	Helmholtz-Zahl	He = $\frac{\omega}{a} R_{Shr}$
h	-	Harmonische der Schaufelwechselfrequenz	
h	J	Enthalpie	
J_m	-	Besselfunktion der ersten Art	
k	-	Index	
k	1/m	Freifeldwellenzahl	
$k_{x,mn}^\pm$	1/m	Axiale Wellenzahlen	Gl. (2.20)
$L_{W,m}^-$	dB	Schalleistungspegel	Gl. (4.3)
L_{mn}	dB	Dämpfungsmaß der Cut-Off-Moden	Gl. (2.41)
L_T	m	Turbulentes Längenmaß	
Ma _x	-	axiale Mach-Zahl	
Ma _φ	-	azimutale Mach-Zahl	
m	-	Azimutalmodenordnung	Gl. (1.1)
\dot{m}	kg/s	Massenstrom	
N_ϕ	-	Anzahl azimutaler Stützpunkte der DFT	
n	1/min	Drehzahl	
n	-	Radialmodenordnung	
P	J/s	Leistung	
P_W^-	J/s	Schalleistung	Gl. (4.1), Gl. (4.2)

Formelzeichen

p	Pa	Druck	
p'	Pa	Schalldruck	Gl. (2.14)
Q_{mn}	-	Gewichtungsfaktor	Gl. (2.19)
q	-	Vektor der Erhaltungsgrößen	Gl. (2.50)
R	-	Residuum der URANS-Gleichungen	Gl. (2.52)
R_s	J/(kgK)		
R_{Shr}	m	Kanalradius	
r	m	radiale Koordinate	
r_s	-	isentropen Reaktionsgrad	Gl. (3.5)
s	-	Index	
s_{mn}	-	Eigenwert	
T	K	Temperatur	
Tu	-	Turbulente Intensität	
t	s	Zeit	
u	m/s	Strömungsgeschwindigkeit	
$u_{x,r,\phi}$	m/s	Schallschnellenkomponenten	
V	-	Anzahl der Statorschaufeln	
v_{Gr}	m/s	modale Gruppengeschwindigkeit	Gl. (2.36)
$v_{Gr,x}$	m/s	axiale Komponente der modalen Gruppengeschwindigkeit	Gl. (2.37)
$v_{Phase,x}$	m/s	axiale Phasengeschwindigkeit	Gl. (2.29)
x	m	axiale Koordinate	
Y_m	-	Besselfunktion der zweiten Art oder Neumannfunktion	

Griechische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
α_{mn}	1/m	modaler Ausbreitungsfaktor	Gl. (2.21)
η_{is}	-	isentropen Wirkungsgrad	Gl. (A.2)
θ_x^\pm	rad	modaler Phasenwinkel	Gl. (2.30), Gl. (2.33)
κ	-	Adiabatexponent	
$\lambda_{x,mn}^-$	m	modale axiale Wellenlänge entgegen Strömungsrichtung	Gl. (3.1)
λ_U	m	azimutale Wellenlänge	Gl. (2.42)
Ξ	-	Sensitivität	Gl. (3.7)
ξ_{mn}	-	Cut-On-Verhältnis	Gl. (2.24)
π_{tot}	-	Totaldruckverhältnis	Gl. (A.1)

ρ	kg/m ³	Dichte	
σ	-	Nabenverhältnis	
σ	rad	Interblade Phase Angle	Gl. (2.62)
τ	-	Pseudozeit	
ϕ	rad	azimutale Koordinate	
$\phi_{Gr,x}^{\pm}$	rad	axialer Gruppenausbreitungswinkel	Gl. (2.38), Gl. (2.39)
φ	rad	modale Phase	Gl. (2.27)
Ψ	-	Ähnlichkeitsfunktion	
ψ	-	beliebige Zustandsgröße	Gl. (2.5)
ω	1/s	Kreisfrequenz	

Tiefgestellte Indizes

Index	Bedeutung
$(\cdot)_0$	Stationärer Anteil
$(\cdot)_{aus}$	Verdichteraustritt
$(\cdot)_{ein}$	Verdichtereintritt
$(\cdot)_{Hub}$	Größe an der Nabe
$(\cdot)_i$	Index
$(\cdot)_{max}$	Maximalwert
$(\cdot)_r$	Vektorkomponente in radialer Richtung
$(\cdot)_{Shr}$	Größe an der Kanalwand
$(\cdot)_{stat}$	stationäre Größe
$(\cdot)_{Streu}$	Streumoden
$(\cdot)_{tot}$	totale Größe
$(\cdot)_x$	Vektorkomponente in axialer Richtung
$(\cdot)_\phi$	Vektorkomponente in azimutaler Richtung

Hochgestellte Indizes

Index	Bedeutung
$(\cdot)'$	Schwankungsgröße, akustische Größe
$(\cdot)^+$	modale Ausbreitung in Strömungsrichtung

$(\cdot)^-$	modale Ausbreitung entgegen Strömungsrichtung
(\cdot)	hinsichtlich der azimuthalen Mach-Zahl modifiziert

Mathematische Zeichen und Operatoren

Symbol	Beschreibung	Definition
\mathcal{F}	Fouriertransformation	Gl. (2.63)
\mathcal{F}^{-1}	inverse Fouriertransformation	
Re	Realteil einer komplexen Zahl	
\mathcal{S}	Harmonic Set	
Δ	Laplace-Operator, Differenz	

Mathematische Konstanten

Symbol	Beschreibung	Definition
e	Eulersche Zahl	$e = 2,718281\dots$
i	Imaginäre Zahl	$i^2 = -1$
π	Kreiszahl	$\pi = 3,141592\dots$

Abkürzungen

Symbol	Beschreibung
AE	Analyseebene
AV	Axialverdichter
BPF	Blade Passing Frequency (Schaufelwechselfrequenz)
CFD	Computational Fluid Dynamics
DFT	Diskrete-Fourier-Transformation
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt

EERE	Extrapolated Estimated Relative Error
GCI	Grid Convergence Index
HB	Harmonic Balance
IBPA	Interblade Phase Angle
IGV	Inlet Guide Vane
NLH	Nonlinear Harmonic
PPW	Points Per Wavelength
R1	Rotor der ersten Stufe
R2	Rotor der zweiten Stufe
R3	Rotor der dritten Stufe
R4	Rotor der vierten Stufe
RANS	Reynolds-Averaged-Navier-Stokes
RMA	Radialmodenanalyse
RSI	Rotor-Stator-Interaktion
S1	Stator der ersten Stufe
S2	Stator der zweiten Stufe
S3	Stator der dritten Stufe
S4	Stator der vierten Stufe
SST	Shear-Stress-Transport
TFD	Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik
TRACE	Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment
URANS	Unsteady-Reynolds-Averaged-Navier-Stokes

1 Einleitung

1.1 Fluglärm

In der aktuellen Entwicklung der Luftfahrt ist die Lärmemission von Transport- und Passagierflugzeugen ein stark limitierender Faktor. Dies gilt sowohl für den Ausbau und das Wachstum der Verkehrsleistung, als auch für die luft- und bodenseitige Infrastruktur. Der Zielkonflikt von ökonomischem Ausbau der Verkehrsleistung im Flugverkehr und dem Ausbau des Lärmschutzes für Mensch und Umwelt wird am Beispiel des Flughafens Hannover deutlich. Hier gilt im Gegensatz zu allen anderen Flughäfen in Norddeutschland kein generelles Nachtflugverbot. Trotz eingerichteter Lärmschutzzonen, Unterstützung von baulichen Schallschutzmaßnahmen (z. B. Schallschutzfenster) und Vorgaben zu Siedlungsbeschränkungen in den flughafennahen Bereichen ist vor allem die nächtliche Lärmbelastung immer wieder Gegenstand öffentlicher Diskussion (Hesseling 01.02.2021, dpa 21.06.2021, Tröndle 15.09.2021). Die Tragweite des Konflikts und die gesellschaftliche Relevanz für die Anrainer des Flughafens wird durch die Bildung von Bürgerinitiativen und Interessengemeinschaften gegen Fluglärm und der eingereichten Petition zur Durchsetzung des Nachtflugverbotes deutlich.

Als Lärm werden grundsätzlich Geräusche oder Schallereignisse bezeichnet, die auf den Menschen oder die Umwelt als störend bzw. belastend wirken. Vor allem die Wirkung des Lärms auf den Menschen ist stark subjektiv geprägt und wie in Abb. 1.1 dargestellt, von mehreren Faktoren abhängig. So spielen persönliche Bewertungsschemata ebenso eine Rolle wie Erwartungshaltungen an das Umfeld oder auch die Tageszeit, zu der jemand einem spezifischen Geräusch ausgesetzt ist. Das Zusammenspiel der Faktoren bestimmt die persönlich empfundene Belastung durch das Schallereignis. Die WHO (World Health Organization) hat eine quantitative Riskobewertung durch Lärmeinwirkung für Europa in einer umfassenden Datenerhebung durchgeführt (WHO 2011). Die Daten zeigen, dass Lärm zu gesundheitlichen Beeinträchtigungen wie Herz-Kreislauf-Erkrankungen, Schlafstörungen, Tinnitus und zu kognitiven Beeinträchtigungen bei Kindern führen kann. Eine quantitative Bewertung der Beeinträchtigungen erfolgt anhand einer Erhebung der „Verlorenen gesunden Lebensjahre“ (DALY, Disability-adjusted life year). Für Westeuropa prognostiziert die WHO (2011) einen Verlust von ca. einer Million gesunden Lebensjahren pro Jahr durch Einwirkungen von Verkehrslärm (beinhaltet Straßen-, Schienen- und Fluglärm).



Abbildung 1.1: Einflussfaktoren auf die Lärmwirkung (Fluglärm-Portal 11.04.2022)

Eine umfangreiche Untersuchung zur Lärmwirkung auf die Lebensqualität, Gesundheit und Entwicklung von Kindern wurde im Rahmen der NORAH-Studie durchgeführt (Guski und Schreckenberg 2015). Dazu wurden Menschen aus dem Umfeld der Flughäfen Frankfurt, Berlin Brandenburg, Köln/Bonn und Stuttgart befragt und in diesem Umfeld die Belastungen durch Verkehrslärm berechnet. Die NORAH-Studie umfasst fünf Teilstudien zu: Lebensqualität, Krankheitsrisiken, Schlafqualität, Blutdruck und kognitive Entwicklung von Kindern. In einer Querschnittsstudie zur empfundenen Belästigung durch die drei Verkehrslärmarten konnten Guski und Schreckenberg (2015) zeigen, dass bei vergleichbaren Schallpegeln durch Fluglärm eine höhere Belästigung hervorgerufen wird als durch Straßen- oder Schienenverkehrslärm. Eine Erhöhung des Risikos an Herz-Kreislauf-Erkrankungen oder depressiven Episoden zu erkranken konnte für alle drei Lärmarten verzeichnet werden. Guski und Schreckenberg (2015) konnten zeigen, dass sich Fluglärm nachteilig auf die kognitive Entwicklung von Kindern auswirken kann. Bei Kindern, die regelmäßig hohen Fluglärmpegeln ausgesetzt sind, konnte eine Verzögerung der Leseentwicklung festgestellt werden. Eine Erhöhung des Dauerschallpegels um 10 dB hat bei der untersuchten Zielgruppe zu einer Verzögerung der Leseentwicklung von einem Monat geführt. Weiterhin zeigen Guski und Schreckenberg (2015), dass das gesundheitliche und psychische Wohlbefinden der Kinder durch Lärmbelastung beeinträchtigt wird.

Die oben genannten Studien zeigen, dass für einen nachhaltigen Ausbau der Luftfahrt eine drastische Reduzierung des Flugzeuglärms unumgänglich ist. Die Reduzierung der Lärmeinwirkungen auf Mensch und Umwelt kann durch verschiedene Ansätze realisiert werden. Die International Civil Aviation Organization (ICAO 2008) stellt dazu das Konzept des ausgewogenen Ansatzes („Balanced Approach“) vor (s. Abb. 1.2). Das Konzept besagt, dass individuell für jeden Flughafen und dessen spezifische Lärminderungsanforderungen, Maßnahmen aus den vier Hauptelementen

1. Lärmreduktion an der Quelle
2. Bodennutzungskonzept und Management (z.B. Flächennutzungsplanung im Umfeld des Flughafens)
3. Betriebskonzepte zur Lärminderung (z.B. Routenplanung und Start- und Landekonzepte)
4. Betriebseinschränkungen (z.B. Nachtflugverbote, Lärmquoten, etc.)

abgeleitet werden können.

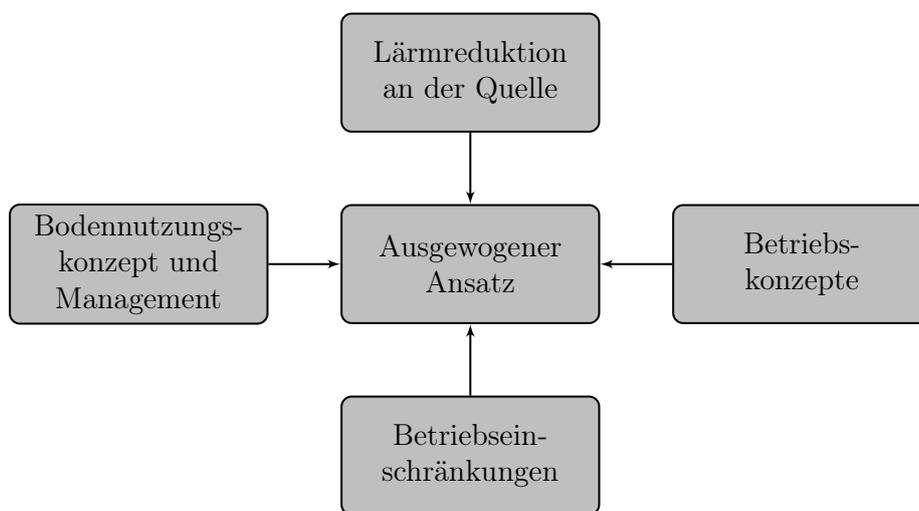


Abbildung 1.2: Die vier Elemente des Fluglärm-Managements nach ICAO (2008)

Die Reduzierung des Lärms an der Quelle beinhaltet zum einen die Reduzierung der Schallentstehung am Flugzeug selbst und zum anderen die Dämpfung des entstehenden Lärms. In der Entwicklung moderner Verkehrsflugzeuge ist die Reduzierung des Fluglärms essenzielles Auslegungsziel. Die Schallquellen am Flugzeug können in zwei Kategorien unterteilt werden: Triebwerkslärm und Flugzellenlärm (Bertsch 2015). Die Schallentstehung an der Flugzelle ist hauptsächlich breitbandiger Natur, da diese durch die Interaktion von turbulenten Strömungen am Fahrwerk, an Flügeln, Klappen oder anderen umströmten Komponenten entsteht. Die Schallquellen im Triebwerk können hingegen breitbandige und tonale Schallanteile generieren. In einem konventionellen Strahltriebwerk waren in den letzten Dekaden der Fan und der Strahltriebwerk die dominierenden Schallquellen (Bertsch et al. 2019).

Die Entwicklung von Triebwerken mit immer höheren Nebenstromverhältnissen (UHBR = Ultra High Bypass Ratio) brachte nicht nur eine Erhöhung der Triebwerksleistung, sondern auch eine drastische Reduzierung des generierten Lärms mit sich. Die turbulente

1.1 Fluglärm

Ausmischung des Strahls mit dem angrenzenden Fluid generiert Schallquellen, deren Intensität nach Lighthill (1952) proportional zur Austrittsgeschwindigkeit v^8 ist. Durch die Erhöhung des Nebenmassenstroms und der einhergehenden Reduzierung der Austrittsgeschwindigkeit, wird die Schallintensität infolge der Ausmischung proportional reduziert. Diese Technologie ist selbst Limitierungen unterlegen. Mit steigendem Nebenstromverhältnis folgt eine Vergrößerung des Fan-Durchmessers. Nach Überschreitung des Auslegungspunktes des geringsten Treibstoffverbrauches, überwiegen bei weiterer Erhöhung des Fan-Durchmessers die Probleme bei der Integration des Fans in das Triebwerk. Durch Erhöhung von Gewicht und Widerstand kann es somit zu einem Anstieg des Treibstoffverbrauches kommen. Die Erhöhung des Nebenmassenstroms und die damit einhergehende Reduzierung des Strahlärms ist somit begrenzt.

Durch die Minderung des Strahlärms rückt eine andere Triebwerkskomponente in den Fokus. Der Anteil des Fans an der Gesamtschallemission ist nun vergleichbar mit dem des Strahlärms. Die Lärmentstehung im Fan ist schon lange Gegenstand zahlreicher Forschungsvorhaben. Durch die Reduzierung des Fan-Druckverhältnisses, der Schaufelspitzen-geschwindigkeit, Verbesserung des Schaufeldesigns, Anpassung des Rotor-Stator-Schaufel-verhältnisses und durch die Verwendung von akustischen Linern im Einlauf der Triebwerksgondel konnte der durch den Fan emittierte Schallanteil signifikant gemindert werden (Nesbitt 2019).

Das vielversprechende Konzept des Getriebefans zeichnet sich durch ein Untersetzungs-getriebe aus, welches den Fan vom Niederdruckteil des Triebwerkes trennt. Dadurch werden die Drehgeschwindigkeit des Fans und somit der Fan- und Strahlärm weiter gesenkt. Der Verdichter des Kerntriebwerks dreht aber weiterhin mit hoher Drehzahl und stellt folglich eine wesentliche Lärmquelle des Gesamttriebwerks dar (Agarwal et al. 2004). In Abb. 1.3 ist die typische Lärmverteilung eines Triebwerkes zwischen den verschiedenen Komponenten dargestellt. Besonders im Landeanflug stellt das Kerntriebwerk und somit der Verdichter, eine wesentliche Lärmkomponente am Gesamtlärmpegel dar.

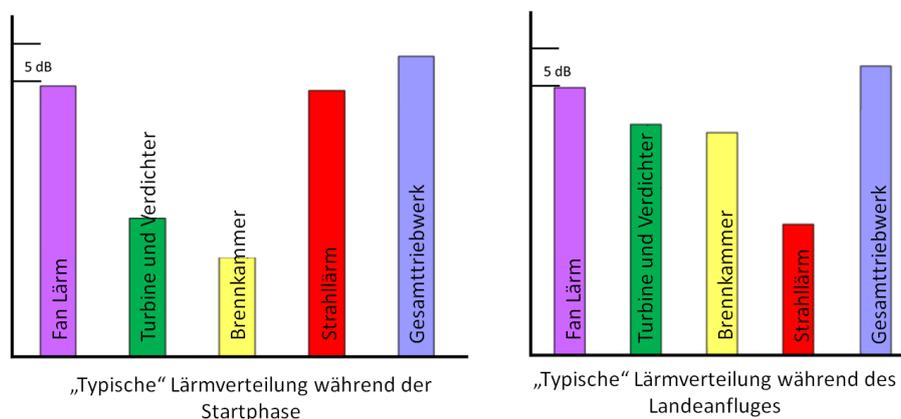


Abbildung 1.3: Typische Lärmverteilung eines Turbofan-Triebwerkes nach Nesbitt (2019)

1.2 Tonale Schallentstehung und Schalltransport in axialen Turbomaschinen

Schallentstehung

Zu Beginn der kommerziellen Luftfahrt, war der Lärm des Abgasstrahls die dominante Lärmquelle während der Start- und Landephase des Flugzeugs. Durch Forschungsbemühungen und Entwicklungen zur Reduzierung des Strahlärms, traten erstmals die Komponenten des Kerntriebwerkes in den Vordergrund. Eine wegweisende Arbeit zur Beschreibung der Schallentstehung, des Schalltransportes in Rohrleitungen und der Schallemission aus Einlaufgeometrien stammt von Tyler und Sofrin (1962). Sie beschreiben die Form der entstehenden Schalldruckverteilung, durch die Interaktion eines Rotors mit einem stromab liegenden Stator. Für die generierten Umfangsmode gilt nach Tyler und Sofrin (1962)

$$m = hB + sV, \quad \text{mit } h = 1, 2, \dots \quad \text{und} \quad s = \dots - 1, 0, 1, \dots \quad (1.1)$$

Die generierten azimutalen Modenordnungen m werden durch die Anzahl der Rotorschaukeln B , der Anzahl der Statorschaufeln V , der Harmonischen h und dem Index s beschrieben. Das Gesamtschalldruckfeld stellt eine Überlagerung aller ausbreitungsfähigen Moden m_{cut-on} dar (s. Abschn. 2.2). Tyler und Sofrin (1962) zeigen weiter, dass die Umfangsmode mit der Frequenz

$$f_m = h \frac{Bn}{60} \quad (1.2)$$

rotiert. Dabei ist n die Drehzahl des Rotors. Die Rotationsfrequenz ist somit ein Vielfaches h der Schaufelwechselfrequenz des Rotors:

$$f_m = h \cdot f_{BPF}. \quad (1.3)$$

Die angeregten Rotor-Stator-Interaktions-Moden können auf zwei Anregungsmechanismen zurückgeführt werden (Tyler und Sofrin 1962, Copeland et al. 1967, Kaji und Okazaki 1970):

1. Interaktion einer Schaufelreihe mit dem Nachlauf der stromauf liegenden Schaufelreihe.
2. Interaktion einer Schaufelreihe mit dem Potentialfeld der stromauf oder stromab liegenden Schaufelreihe.

In späteren Forschungsarbeiten wird die Relation nach Gl. (1.1) von Holste und Neise (1997) für zwei Rotoren und von Enghardt et al. (2014) für zwei Rotoren und mehrere Statoren erweitert.

Hulse und Large (1967) führen Untersuchungen zur Sensitivität der Schallentstehung durch Rotor-Stator-Interaktion (RSI) in Abhängigkeit von konstruktiven und aerodynamischen Parametern durch. In einer kombinierten analytischen und experimentellen Studie können sie zeigen, dass der emittierte Gesamtschalldruckpegel des Verdichterrisors

mit steigendem Schaufelstellwinkel, steigender Schaufeldicke und Erhöhung des Massenstroms und der Geschwindigkeit an der Schaufelspitze ebenfalls ansteigt. Der Rotor-Stator-Abstand hat ebenfalls signifikanten Einfluss auf die Schallerzeugung. Eine Erhöhung des Abstandes resultiert in einer Reduzierung des Schalldruckpegels.

Eine Quantifizierung des Beitrages eines stromab liegenden Stators auf den generierten Schall einer Verdichterstufe hat Copeland et al. (1967) vorgenommen. Das abgestrahlte Schallfeld des Rotors allein ähnelt dem durch die Rotor-Stator-Konfiguration erzeugten Schallfeld. Ein Vergleich der Rotor-Konfiguration mit einer IGV (Inlet Guide Vane)-Rotor-Besetzung zeigt eine deutliche Erhöhung des Schalldruckpegels durch das IGV. In ihren Experimenten können Copeland et al. (1967) durch die Vergrößerung des Abstandes von IGV und nachfolgender Rotorreihe eine signifikante Minderung des abgestrahlten Schalldruckpegels erzielen. Eine Erweiterung der Konfiguration mit größerem Reihenabstand durch eine weitere Statorreihe stromab des Rotors, hat ebenfalls einen mindernden Effekt auf den Schalldruckpegel.

Ein analytisches Modell, das die Schallentstehung auf Turbomaschinenschaufeln beschreibt, wird von Lowson (1970) vorgestellt. Er beschreibt die fluktuierenden Kräfte auf einer Schaufel als eine Kaskade von Punktquellen, die ins Freifeld abstrahlen. Essenziell für die Beschreibung der Schallentstehung ist die korrekte Beschreibung des stromauf liegenden Nachlaufes, der die aerodynamischen Schwankungen auf der stromab liegenden Schaufel generiert. Lowson (1970) liefert somit ein erstes Werkzeug, zur schallarmen Auslegung von Verdichterstufen.

Kaji und Okazaki (1970) benutzen einen anderen Ansatz, die sogenannte „acceleration potential“-Methode, mit dem Kompressibilitätseffekte und nicht-kompakte Quellen berücksichtigt werden. Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass ab einem axialen Abstand von 40% der Sehnenlänge die Potentialeffekte hinreichend klein sind und die Schallentstehung aufgrund der viskosen Wechselwirkung mit den Nachläufen dominiert.

Während in o.g. Arbeiten die Nachlaufinteraktion als schallanregender Quellmechanismus beschrieben wird, nutzt Walker (1971) die Interaktion benachbarter Schaufelreihen in einem Axialverdichter an sich aus, um die Schallentstehung zu reduzieren. Durch geschickte Wahl der relativen Umfangsposition der Schaufelreihen zueinander („Clocking“), können sich die Nachläufe dahingehend überlagern, dass sich das Geschwindigkeitsdefizit sowohl in Amplitude als auch in Ausdehnung reduziert. Milidonis et al. (2018) können hingegen anhand numerischer Simulationen feststellen, dass das Clocking in einem 1,5-stufigem Verdichter nur zu einer geringfügigen Minderung des Schalldruckpegels im Fernfeld führt. Im Nahfeld stellte sich eine Minderung der höheren Modenordnungen (2. und 3. BPF) um ca. 10 dB ein. Milidonis et al. (2018) untersuchen weiterhin das durch Modenüberlagerung entstehende Gesamtschallfeld und leiten daraus Empfehlungen für die Auslegung akustischer Liner in Schaufelnähe ab. Sie können zeigen, dass die nicht ausbreitungsfähigen „Cut-Off“-Moden signifikanten Einfluss auf die Ausprägung und die Form des Interferenz-

musters haben und somit bei der Auslegung der Liner mitberücksichtigt werden müssen.

Schalltransport

Experimentelle Untersuchungen zum Schalltransport in axialen Turbomaschinen werden unter anderem von Schiffer (1976) durchgeführt. Er bestimmt das Reflexions- und Transmissionsverhalten akustischer Moden in Rohrleitungen mit Diskontinuitäten. Er stellt heraus, dass die Reflexions- und Transmissionseigenschaften maßgeblich von Anregungsfrequenz und der Modenordnung, also der räumlichen Ausprägung der Schallwelle (s. Abschn. 2.2), abhängt. Ghiladi (1981) untersucht das Ausbreitungsverhalten von Moden in einer einstufigen Axialturbine und gibt anhand der Ergebnisse Empfehlungen zur Reduzierung der Drehtöne (Moden) in axialen Turbomaschinen. Darunter fallen unter anderem eine geschickte Wahl der Rotor-Stator-Schaufelverhältnisse und eine Anhebung der Cut-On-Frequenzen der Moden (s. Abschn. 2.2) durch konstruktive Maßnahmen in den Strömungskanälen. Anhand eines elektroakustischen Vierpol-Modells führt Heinig (1983) eine Sensitivitätsstudie durch und zeigt, dass die Schallausbreitung nicht nur von den geometrischen Eigenschaften, sondern auch stark von den Strömungsbedingungen, insbesondere der Umfangmachzahl, abhängt. Weiterhin zeigt die Parameterstudie, dass für eine akustische Gesamtbewertung einer mehrstufigen axialen Turbomaschine eine Aufsummierung der Transmissionseigenschaften der einzelnen Stufen nicht ausreicht. Eine ganzheitliche Betrachtung der Stufen ist notwendig, da diese akustisch stark gekoppelt sind.

Eine Kombination des Verfahrens von Heinig (1983) mit einem numerischen zeitlinearierten Euler-Code kommt in der Studie von Uslu et al. (2004) zum Einsatz. Die Schallquellberechnung erfolgt mit dem Euler-Code und ist somit auf reibungsfreie Strömungen begrenzt. Zudem erfolgt die Lösung der Schwankungsgrößen nur für eine Frequenz, d. h. für jede Schaufelreihe separat. Die Schalltransportberechnungen erfolgen nach dem Vierpol-Modell von Heinig (1983). In ihren Untersuchungen können Uslu et al. (2004) zeigen, dass nur die erste Stufe akustisch relevant für den Gesamtschallpegel am Verdichtereinlass ist. Durch Designvariationen an der ersten Stufe im Sinne einer Erhöhung der Schaufelzahl des Rotors und der Vergrößerung des axialen Abstandes von Rotor und Stator können Uslu et al. (2004) die Schallemission senken.

Korte et al. (2005) wenden den zeitlinearisierten Euler-Code aus Uslu et al. (2004) sowohl für die Schallquell- als auch für die Schalltransportberechnungen an. Im Gegensatz zu analytischen (wie beispielsweise das Vierpol-Modell) oder zweidimensionalen numerischen Verfahren, können durch den vorgestellten dreidimensionalen Ansatz komplexe Geometrien, wie beispielsweise eine variierende Schaufeldicke oder Schaufelkrümmung, berücksichtigt werden. Korte et al. (2005) untersuchen die Schallentstehung und den Schalltransport in einer dreistufigen Axialturbine. In der von Korte et al. (2005) untersuchten Maschine liefert die Interaktion der Potentialfelder Schallquellen in derselben Größenordnung wie die Nachlaufinteraktion, da die Stufenabstände relativ gering sind. Zudem sind Turbinenschaufeln dicker, als die in Verdichtern (s. Uslu et al. 2004), weswegen die Potentialfelder hier stärker ausgeprägt sind. Das lineare numerische Verfahren erlaubt allerdings keine

direkte Kopplung zwischen den Schaufelreihen. Daher muss der Schalltransport einer Mode für jede Schaufelreihe separat simuliert werden. Das Verfahren gibt für die durch RSI generierten relevanten Moden eine Druckstörung am benachbarten Interface stromab vor und wird im betrachteten Fall bis zum Austritt hinter dem dritten Rotor propagiert. Das Transmissionsverhalten der Moden zeigt, dass Moden die in einer Stufe nicht ausbreitungsfähig (cut-off) sind, in der nächsten wieder ausbreitungsfähig sein können (cut-on). Der Verlauf des Schalleistungspegels über die Schaufelreihen dieser zwischen cut-on und cut-off schwankenden Moden zeigt einen klaren „zickzack“-Verlauf. Den Anstieg des Schalleistungspegels in den Schaufelreihen, an denen die Mode wieder ausbreitungsfähig wird, erklärt Korte et al. (2005) damit, dass der Transport der Cut-Off-Moden selbst als schallgenerierender Mechanismus betrachtet werden kann („*The propagation of a cut-off mode can also be looked at as a noise generation process...*“, Korte et al. 2005). Somit ist nach Korte et al. (2005) eine vollständige Betrachtung aller Stufen für eine korrekte Beschreibung des Transmissionsverhaltens notwendig. Am Beispiel einer Cut-On- und einer Cut-Off-Mode zeigen Korte et al. (2005) den Effekt der Modenstreuung. An einer Rotor- oder Statorreihe kann eine ankommende Mode in weitere Azimutalmoden gestreut werden. Im Fall der Cut-On-Mode können Korte et al. (2005) kaum eine Verschiebung von Schallenergie in die Streumoden feststellen. Die Mode, die über die Schaufelreihe, an der gestreut wird, cut-off wird, zeigt eine fast vollständige Übertragung der Schallenergie auf die Streumoden. Eine Zerlegung der Azimutalmoden in ihre Radialmodenanteile zeigt, dass sich auch die Energieverteilung auf die Radialmodenordnungen beim Durchtritt durch die Schaufelreihe verschiebt. Der Transport der Streumoden durch die Turbine wird in Korte et al. (2005) allerdings nicht betrachtet.

Kennepohl et al. (2005) setzen dasselbe Verfahren wie Korte et al. (2005) ein, um den Einfluss von Parametervariationen im Schaufeldesign eines dreistufigen Verdichters auf die Schallentstehung zu untersuchen. Im Gegensatz zu Korte et al. (2005) werden allerdings Reflexionen zwischen den Schaufelreihen und Modenstreuung an den selbigen berücksichtigt. Um den numerischen Aufwand zu reduzieren, haben Kennepohl et al. (2005) vorher eine Abschätzung der relevanten Schaufelreihen anhand des Vierpol-Modells von Heinig (1983) und eines Plattenmodells von Koch (1971) vorgenommen. Nach Aussage der angewandten Modelle dominieren die ersten drei Schaufelreihen das Gesamtschallfeld am Verdichtereinlass.

Schalltransportuntersuchungen an mehrstufigen axialen Turbomaschinen wurden bisher überwiegend anhand analytischer und/oder linearer numerischer Verfahren durchgeführt. Die Limitierung linearer Verfahren auf diskrete einzelne Frequenzen oder die fehlende direkte Kopplung benachbarter Schaufelreihen mit unterschiedlichen Schaufelzahlen führt zu einem hohen numerischen Aufwand, wenn alle Stufen der Turbomaschine berücksichtigt werden sollen. Daher wurden die Untersuchungen in den oben genannten Arbeiten entweder auf einzelne Schaufelreihen begrenzt oder die Anzahl der betrachteten Moden limitiert (z. B. durch Vernachlässigung von Streumoden und deren Transport). Eine akustische Betrachtung aller Turbomaschinenstufen, die akustische Streueffekte – sowohl azimuthal als

auch radial – mit einbezieht, ist nach Kenntnisstand der Autorin dieser Arbeit noch nicht durchgeführt worden.

1.3 Harmonic Balance Verfahren

Rumsey et al. (1998) zeigen, dass akustische Phänomene mit CFD-Methoden erfasst werden können. In ihrer Arbeit wird eine einstufige Fan-Konfiguration mittels eines instationären RANS-Lösers (Reynolds-Averaged-Navier-Stokes) mit hochaufgelöster räumlicher und zeitlicher Diskretisierung simuliert. Um die höchste ausbreitungsfähige akustische Azimutalmode auflösen zu können, müssen für Rotor und Stator vier bzw. fünf Passagen modelliert werden. Dies ist nötig, da mit der Periodizitätsbedingung in Umfangsrichtung nur Störungen mit einer Umlauffrequenz größer als der Schaufelteilung erfasst werden. Abhängig von der Stufenanzahl der Maschine und den Schaufelzahlverhältnissen entstehen Simulationsmodelle, die aufgrund der hohen räumlichen und zeitlichen Auflösung nur noch schlecht oder nicht mehr effizient handhabbar sind. Mit einer erweiterten Periodizitätsbedingung hingegen können auch komplexe Maschinenkonfigurationen mit einem vertretbaren Rechenaufwand bewältigt werden. Den periodischen Rändern wird zusätzlich ein Zeitversatz aufgeprägt, der abhängig von der BPF der benachbarten Schaufelreihen ist. Die thermodynamischen Größen werden an den periodischen Rändern sowohl mit räumlichem als auch mit zeitlichem Versatz übergeben.

He (1992) und Gerolymos et al. (2002) realisieren die zeitversetzte Übergabe durch eine zeitliche und räumliche Fouriertransformation der Schwankungsgrößen an den periodischen Rändern. Diese Randbedingung wird als chorochronische Periodizität bezeichnet. Theoretisch können mit diesem Ansatz mehrere Störfrequenzen berücksichtigt werden. Voraussetzung ist jedoch, dass die Frequenzen bekannt sind. Eine Abschätzung ist, zumindest für die Schaufelwechselfrequenzen (BPF) und deren Harmonische, ohne Weiteres möglich. Die Methode von He (1992) wird von Schnell (2004), für die Berechnung der Schallgenerierung in einer Fan-Gebläsestufe, in einen Navier-Stokes Löser implementiert (Phase-lag Randbedingung). Der Vergleich mit experimentellen Daten zeigt eine gute Übereinstimmung und damit die generelle Eignung des Verfahrens für aeroakustische Untersuchungen. Ein Nachteil dieses Verfahrens ist, dass Störungen, die nicht mit der BPF schwingen, nicht erfasst werden. Das können beispielsweise Ablösungen an Stützrippen, Einlaufstörungen etc. sein.

Trotz der Einsparung an Rechenkapazitäten durch die Reduzierung der Rechendomäne auf nur eine Passage, sind instationäre Simulationen im Zeitbereich sehr rechenintensiv. Eine effizientere Alternative bieten Ansätze, die harmonische Gleichungssysteme im Frequenzbereich lösen. Während die ersten Ansätze Linearitätsbedingungen voraussetzen, wurden in den letzten Jahren intensiv Methoden entwickelt, die nicht-lineare, harmonische (Nonlinear Harmonic, NLH) Strömungsphänomene abbilden können. Das ist vor allem in hochbelasteten Turbomaschinen notwendig, um eine genaue Vorhersage der aerodynamischen und aeroakustischen Vorgänge zu treffen. He und Ning (1998) haben eine NLH-

Methode vorgestellt, die die zweidimensionalen instationären Navier-Stokes Gleichungen löst. Das instationäre Strömungsfeld wird in einen zeitgemittelten Anteil und einen Störungsanteil zerlegt. Unter der Annahme, dass die Störungen erster Ordnung dominieren, gilt die Linearitätsbeziehung und die Störungsgleichungen können separat voneinander gelöst werden. Durch die zeitliche Mittelung der instationären Navier-Stokes Gleichungen entstehen zusätzliche Terme: die instationären Spannungsterme, welche den turbulenten Reynoldsspannungen ähneln. Da die Störungsgleichungen der Navier-Stokes Gleichungen von erster Ordnung sind, sind diese nur über die Spannungsterme mit dem zeitlich gemittelten Anteil gekoppelt.

He und Ning (1998) haben in ihrer Arbeit ein Gleichungssystem implementiert, das die zeitgemittelte Lösung und die erste Harmonische einer Störung berücksichtigt. Sie können zeigen, dass diese Methode wesentlich bessere Ergebnisse im Hinblick auf die Berücksichtigung nicht-linearer Effekte liefert als lineare Methoden. Gleichzeitig ist der NLH-Ansatz ressourcensparender als voll instationäre Simulationen. In der Vergangenheit haben sich viele Autoren der Weiterentwicklung der o.g. harmonischen Formulierungen (Harmonic Balance, HB) für zeitperiodische Probleme gewidmet (Gopinath et al. 2007, Hall et al. 2002, McMullen und Jameson 2003, Vasanthakumar 2003, Vilmin et al. 2007, 2008, 2013, Rossikhin 2017, Huang und Wang 2019). In einer Turbomaschinenstufe können aber auch Frequenzen, die keine Harmonischen der BPF sind, auftreten. Periodische Ansätze, die nur die BPF und deren Harmonische berücksichtigen, können diese Phänomene nicht erfassen. Ekici und Hall (2008) haben einen Harmonic Balance Ansatz vorgestellt, der aperiodische Störungen erfasst. Am Beispiel einer Turbinenstufe, die mit einem vorgeschalteten Nachlauf interagiert und deren Schaufeln mit einer definierten Frequenz vibrieren, können die Autoren zeigen, dass mit dem gewählten Verfahren mehrere nicht-harmonische Frequenzen berücksichtigt werden können und dabei die Effizienz des numerischen Verfahrens erhalten bleibt. Diese Methode wird in mehreren Arbeiten weiterentwickelt und für unterschiedliche Anwendungsfälle getestet (Ekici et al. 2010, Hall et al. 2013).

Frey et al. (2014) stellen eine Methode vor, die eine effiziente Handhabung mehrerer Fundamentalfrequenzen ermöglicht. Hierdurch können alle beliebigen Interaktionsfrequenzen benachbarter und nicht benachbarter Schaufelreihen und somit auch die entstehenden akustischen Interaktionsmoden in der Berechnung berücksichtigt werden. Holewa et al. (2017) benutzen die Methode von Frey et al. (2014), um die durch Rotor-Stator-Interaktion generierten akustischen Moden zu untersuchen. Die Harmonic Balance Ergebnisse werden mit URANS-Simulationen (UnsteadyRANS) verglichen und Holewa et al. (2017) können zeigen, dass die HB-Simulationen 20-mal schneller durchgeführt werden können als die URANS-Rechnungen. Weitere Anwendungen, Validierungsfälle und Vergleiche mit anderen Simulationsmethoden der von Frey et al. (2014) implementierten Methode finden sich in den Arbeiten von Junge et al. (2015), Pinelli et al. (2015), Knobloch et al. (2016) und Holewa et al. (2016). Die theoretischen Grundlagen des Harmonic Balance Ansatzes können Abschn. 2.4 entnommen werden.

Das Harmonic Balance Verfahren stellt folglich eine effiziente Methode dar, mit der die Schallentstehung durch Rotor-Stator-Interaktion und der Transport der akustischen Moden simuliert werden kann. Das Verfahren ermöglicht die Berücksichtigung von harmonischen aber auch von nicht-harmonischen Frequenzen der jeweiligen Schaufelwechselfrequenz. Durch die Kopplung der Schaufelpassagen durch einen definierten Phasenversatz in Raum und Zeit ist eine Simulation aller Schaufelreihen mit jeweils einer Schaufelpassage möglich. Dieser Ansatz reduziert den numerischen Aufwand im Gegensatz zu z. B. herkömmlichen URANS-Verfahren und qualifiziert diese Methode für umfangreiche akustische Untersuchungen in mehrstufigen Turbomaschinen.

1.4 Arbeitshypothese und Gliederung der Arbeit

Das Kerntriebwerk und somit der Niederdruckverdichter tragen in zukünftigen Triebwerkskonzepten signifikant zum Gesamtschallpegel des Triebwerkes bei. Daher ist ein grundlegendes Verständnis der aeroakustischen Transportprozesse im Verdichter unerlässlich, denn nur bei einer zuverlässigen Prognose der dominierenden Schallanteile lassen sich verlässliche Lärmreduzierungskonzepte entwickeln.

Mehrstufige Schalltransportprozesse wurden in der Vergangenheit nur wenig oder begrenzt untersucht. Vorwiegend der Transport ausbreitungsfähiger Rotor-Stator-Interaktionsmoden (Cut-On-Moden) stand dabei im Fokus der Untersuchungen. Diese Arbeiten haben allerdings gezeigt, dass für eine umfassende Beschreibung des Gesamtschallfeldes der Modentransport durch alle Stufen berücksichtigt werden muss. Korte et al. (2005) zeigen, dass Moden die zwischen cut-on und cut-off schwanken, noch einen signifikanten Schalleistungspegel aufweisen können. Diese Moden werden in der vorliegenden Arbeit „Transitionsmoden“ genannt. Korte et al. (2005) können auch zeigen, dass die Streuung einer Mode an einer Schaufelreihe zu einer Anregung energiereicher Streumoden führen kann. Sowohl die Cut-Off/Cut-On-Transition, als auch die Modenstreuung können als schallanregende Mechanismen betrachtet werden, da Schallenergie produziert wird. Eine Beschränkung der aeroakustischen Untersuchungen in mehrstufigen Axialverdichtern auf Cut-On-Moden ist somit nicht ausreichend.

Aus dem aktuellen Stand der Technik ergeben sich die folgenden Schlussfolgerungen:

1. Die Anregung und der Transport akustischer Moden muss für alle Schaufelreihen einer mehrstufigen Turbomaschine betrachtet werden.
2. Neben den ausbreitungsfähigen RSI-Moden (Cut-On-Moden) können auch Transitionsmoden noch signifikante Schalleistungspegel aufweisen.
3. Die Streuung einer Mode an Rotoren und Statoren kann energiereiche Streumoden generieren.

Die Cut-Off/Cut-On-Transition tritt durch geometrische Änderungen im Kanal und Schwankungen im aerodynamischen Feld während des Modentransportes durch den Strömungskanal auf. Die Modenstreuung ist abhängig von den Schaufelreihen, die die Moden während des Transportes passieren. Somit sind beide Mechanismen Effekte, die vor allem in mehrstufigen Maschinen an Bedeutung zunehmen. Nach Kenntnisstand der Autorin dieser Arbeit steht eine Untersuchung der Ausbreitung der Transitionsmoden und der Streumoden durch alle Verdichterstufen noch aus. Darüber hinaus wurde eine Bewertung der Anteile der Transitions- und Streumoden am Gesamtschallfeld des Verdichters bisher nicht durchgeführt.

Aus den genannten Schlussfolgerungen aus dem aktuellen Stand der Technik leitet sich die folgende Arbeitshypothese dieser Arbeit ab:

Durch schallanregende Mechanismen wie die Cut-Off/Cut-On-Transition oder die Streuung von Rotor-Stator-Interaktionsmoden an den Schaufelreihen, können in einem mehrstufigen Axialverdichter auch die hinteren Schaufelreihen signifikant zum Gesamtschallfeld am Verdichtereinlass beitragen.

Die Prüfung der Arbeitshypothese erfolgt anhand des numerischen Modells eines 4,5-stufigen Axialverdichters. Das nicht-lineare Frequenzbereichsverfahren Harmonic Balance ermöglicht die numerische Simulation instationärer Rotor-Stator-Interaktion in mehrstufigen Verdichterkonfigurationen und die Berücksichtigung nicht-harmonischer Fundamentalfrequenzen. Daher erfolgt die Simulation der Modengenerierung und des Modentransportes anhand des genannten Verfahrens. In Kap. 2 werden die Grundlagen des modalen Schalltransportes erläutert. Ebenso werden die Grundlagen des Harmonic Balance Verfahrens dargelegt. Für die Analyse des Schallfeldes und des Cut-On/Cut-Off-Verhaltens der Moden wird das Schallfeld in seine azimuthalen und radialen Anteile zerlegt. Dies erfolgt anhand einer Radialmodenanalyse; diese ist ebenfalls in Kap. 2 beschrieben. Kapitel 2 schließt mit der Beschreibung des Hochgeschwindigkeits-Axialverdichters. In Kap. 3 folgt eine Beschreibung der numerischen Modellerstellung und dessen Plausibilisierung. Die Ergebnisse der aeroakustischen Untersuchungen und eine kritische Betrachtung der verwendeten Methoden werden in Kap. 4 diskutiert. Abschließend folgen die Schlussfolgerungen aus den erzielten Ergebnissen und ein Ausblick für zukünftige Forschungsarbeiten in Kap. 5.

2 Grundlagen

2.1 Akustische Wellengleichung und deren Lösung für Ringkreiskanäle

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Schallausbreitung in Turbomaschinen erläutert. Dazu werden die konvektive Wellengleichung und deren Lösungen herangezogen. Für die Beschreibung akustischer Transportprozesse in axialen Turbomaschinen, können die Kanalgeometrien vereinfachend als Kreis- oder Ringkreiskanäle angenommen werden. Die Form der Wellengleichung in Zylinderkoordinaten wird in Abschn. 2.1.1 erläutert. In der vorliegenden Arbeit begrenzt sich die betrachtete akustische Domäne auf einen Verdichter mit Nabenkörper, daher wird die Lösung der Wellengleichung für Ringkreiskanäle in Abschn. 2.1.2 vorgestellt. Auf eine ausführliche Herleitung der Gleichungen wird hier zugunsten der Übersichtlichkeit verzichtet. Es sei auf weiterführende Literatur wie Goldstein (1976), Tapken (2016) und Delfs (2017) verwiesen, worauf die folgenden Ausführungen basieren.

2.1.1 Homogene konvektive Wellengleichung

Die Herleitung der Wellengleichung basiert auf den Erhaltungsgleichungen für Masse, Energie und Impuls und erfolgt im folgenden Abschnitt für ein homogenes und isentropes Fluid. Die Kontinuitätsgleichung unter Vernachlässigung von Massenquellen lautet

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi}(r \rho u_\phi) = 0 \quad (2.1)$$

mit den Zylinderkoordinaten x in axialer, r in radialer und ϕ in azimuthaler Richtung. Die Kontinuitätsgleichung beschreibt die Änderung der Dichte ρ über Zeit t und Raum (x, r, ϕ) . Die Impulserhaltung vereinfacht sich für den Fall der Beschreibung des akustischen Feldes zu den Euler-Gleichungen

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{u_\phi}{r} \frac{\partial u_x}{\partial \phi} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\phi}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} - \frac{u_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_\phi}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + \frac{u_\phi}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} - \frac{u_r u_\phi}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \phi}, \quad (2.4)$$

da sowohl Reibungs- als auch äußere Kräfte vernachlässigt werden können. Die Ausbreitung akustischer Wellen kann mit Hilfe eines Störansatzes gemäß

$$\psi(x, t) = \psi_0(x) + \psi(x, t)' \quad (2.5)$$

beschrieben werden (Goldstein 1976). Die beliebige Zustandsgröße ψ wird somit in einen stationären Anteil ψ_0 und einen in Zeit und Raum schwankenden Anteil ψ' zerlegt. Unter der Annahme, dass die Amplituden der Schwankungen im Vergleich zu den stationären Ruhegrößen klein sind $|\psi'| \ll |\psi_0|$, können die Erhaltungsgleichungen um den stationären Arbeitspunkt linearisiert werden. Das akustische Feld lässt sich somit als Überlagerung mehrerer Störgrößen beschreiben, die voneinander unabhängig sind. Weiterhin gilt, dass die Störgrößen zwar abhängig von den Ruhegrößen sind, die Ruhegrößen allerdings nicht von den Störgrößen beeinflusst werden. Diese Annahmen gelten nur bei hinreichend kleinen Störampplituden. Mit größeren Amplituden werden die nicht-linearen Terme in den Erhaltungsgleichungen so groß, dass sie nicht mehr vernachlässigt werden können. In der Literatur finden sich Grenzwerte für die Linearitätsbedingung in der Größenordnung von 140 – 160 dB (Möser 2005, Rienstra und Hirschberg 2004 und Tam 1995).

Der betrachtete Kanal mit zylindrischem Querschnitt wird reibungsfrei und stationär in axialer und azimuthaler Richtung durchströmt ($u_{x,0} \neq 0, u_{\phi,0} \neq 0, u_{r,0} = 0$). Die Strömungsgrößen besitzen somit lediglich eine Abhängigkeit vom Radius r . Nach Anwendung des Störansatzes aus Gl. (2.5) und anschließender Linearisierung lautet die linearisierte Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u_{x,0} \frac{\partial \rho'}{\partial x} + \frac{u_{\phi,0}}{r} \frac{\partial \rho'}{\partial \phi} + \rho_0 \frac{\partial u'_x}{\partial x} + \frac{\rho_0}{r} \frac{\partial u'_\phi}{\partial \phi} + \rho_0 \frac{\partial u'_r}{\partial r} + \frac{\rho_0}{r} u'_r = 0. \quad (2.6)$$

Analog gilt für die linearisierten Euler-Gleichungen

$$\frac{\partial u'_x}{\partial t} + u_{x,0} \frac{\partial u'_x}{\partial x} + u'_r \frac{\partial u_{x,0}}{\partial r} + \frac{u_{\phi,0}}{r} \frac{\partial u'_x}{\partial \phi} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial u'_r}{\partial t} + u_{x,0} \frac{\partial u'_r}{\partial x} + \frac{u_{\phi,0}}{r} \frac{\partial u'_r}{\partial \phi} - 2u'_\phi \frac{u_{\phi,0}}{r} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial r} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial u'_\phi}{\partial t} + u_{x,0} \frac{\partial u'_\phi}{\partial x} + \frac{u_{\phi,0}}{r} \frac{\partial u'_\phi}{\partial \phi} - \frac{u'_r u_{\phi,0}}{r} = -\frac{1}{\rho_0 r} \frac{\partial p'}{\partial \phi}. \quad (2.9)$$

Zur Schließung des Gleichungssystems fehlt noch ein Zusammenhang zwischen zwei Zustandsgrößen. Dieser kann aus der Energiegleichung für ein isentropes Fluid hergeleitet werden (Bartelt 2015, Goldstein 1976) und stellt mit

$$p' = a^2 \rho' \quad (2.10)$$

die Druck-Dichte-Beziehung dar. Die Schallgeschwindigkeit a bildet sich aus der statischen Temperatur T , dem Isentropenexponenten κ und der spezifischen Gaskonstante R_s :

$$a = \sqrt{\kappa R_s T}. \quad (2.11)$$

Die Schließung des Systems erfolgt über die räumlichen Ableitungen der linearisierten Euler-Gleichungen (2.7) - (2.9) und anschließendes Einsetzen in Gl. (2.6):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a^2} \frac{d^2 p'}{dt^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial p'}{\partial r} - \frac{\partial^2 p'}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial \phi^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = \\ & \rho_0 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_{\phi,0}}{r} \right) \frac{\partial u'_r}{\partial \phi} + 2\rho_0 \frac{\partial u_{x,0}}{\partial r} \frac{\partial u'_r}{\partial x} - \frac{2\rho_0 u_{\phi,0}}{r} \frac{\partial u'_\phi}{\partial r} - \frac{2\rho_0 u'_\phi}{r} \frac{\partial u_{\phi,0}}{\partial r} \\ & + \frac{\rho_0}{r} \frac{\partial u'_r}{\partial \phi} \frac{\partial u_{\phi,0}}{\partial r} + \frac{\rho_0 u_{\phi,0}}{r^2} \frac{\partial u'_r}{\partial \phi}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Eine ausführliche Herleitung der Wellengleichung liefert Bartelt (2015). Da diesem Gleichungssystem noch kein Modell für die Drallverteilung der Strömung unterliegt, enthält die resultierende Wellengleichung sowohl den Schalldruck p' , also auch die Fluktuationsgeschwindigkeiten, den sogenannten Schallschnellenkomponenten u'_x, u'_r, u'_ϕ und kann demnach nicht einfach gelöst werden. Eine Überführung in ein analytisch lösbares Gleichungssystem erfolgt unter Annahme einer vom Radius unabhängigen axialen Grundströmung $u_{x,0} = \text{const.}$ und unter Annahme eines Festkörperwirbels $u_{\phi,0} = \omega r$ mit der Kreisfrequenz ω . In den Rotoren wird der Strömung durch die Rotation der Schaufeln mit ω eine Festkörperrotation aufgeprägt. Unter der Annahme sehr langer Axialspalte würde sich die Drallverteilung zwischen den Schaufeln durch die Vorgabe des radialen Gleichgewichts wiederum einem Potentialwirbel annähern. Da die axialen Schaufelreihenabstände in der Regel aber sehr gering sind (auch im hier betrachteten Axialverdichter, s. Tab. 2.1), findet keine vollständige Umwandlung vom Festkörper- in einen Potentialwirbel statt. Vielmehr ist die Drallverteilung eine Kombination beider Wirbelmodelle, ein sogenannter Rankine-Wirbel. Da sich der Querschnitt des Strömungskanals bzw. das Nabenverhältnis entlang der Kanalachse ändert, muss in die Bilanzierung des radialen Gleichgewichts auch die Krümmung der Stromlinien mit einfließen. Dazu eignet sich z. B. das Stromlinien-Krümmungsverfahren nach Wilson und Korakianitis (2014), welches eine Differentialgleichung zur Beschreibung der Meridionalgeschwindigkeit liefert. Für isentrope Strömungen und für die oben genannten Annahmen ($u_{x,0} = \text{const.}$ und $u_{\phi,0} = \omega r$) existieren konsistente Lösungen dieser Differentialgleichung. Die Beschreibung der Drallverteilung durch einen Festkörperwirbel ist daher zulässig und die konvektive Wellengleichung lautet unter den getroffenen Annahmen

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial p'}{\partial r} - \frac{\partial^2 p'}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} (\text{Ma}_\phi^2 - 1) \frac{\partial^2 p'}{\partial \phi^2} + (\text{Ma}_x^2 - 1) \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \\ & \frac{1}{a^2} \left(\frac{2u_{\phi,0}}{r} \frac{\partial^2 p'}{\partial \phi \partial t} + 2u_{x,0} \frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial t} + \frac{2u_{\phi,0} u_{x,0}}{r} \frac{\partial^2 p'}{\partial \phi \partial x} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2.13)$$

mit der azimuthalen Mach-Zahl Ma_ϕ und der axialen Mach-Zahl Ma_x .

2.1.2 Lösung der Wellengleichung für Ringreiskanäle

Die Schallausbreitung in Turbomaschinen lässt sich vereinfacht als Ausbreitung in einem Ringreiskanal, also einem Rohr mit Nabenkörper, beschreiben. Durch die geometrische Begrenzung in azimuthaler und radialer Richtung, bildet sich das Schallfeld als

Überlagerung dreidimensionaler Eigenschwingungsformen - Moden - im Ringkreiskanal aus. Die Beschreibung der akustischen Moden geschieht mit Hilfe eines Separationsansatzes $p'(x, r, \phi, t) = \text{Re} \{ f(x)g(r)h(\phi)e^{i\omega t} \}$, mit drei räumlichen Ausbreitungsfunktionen und einem zeitharmonischen Anteil. Das Gesamtschallfeld ergibt sich aus der Überlagerung akustischer Moden in der Form

$$p'(x, r, \phi, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_{mn}^+ e^{ik_{x,mn}^+ x} + A_{mn}^- e^{ik_{x,mn}^- x} \right) \cdot f_{mn}(r) e^{im\phi} e^{-i\omega t}. \quad (2.14)$$

Die Summe wird über alle möglichen Schwingungsformen gebildet, die Gl. (2.13) erfüllen. Die spezifischen Lösungen werden durch Ordnungszahlen gekennzeichnet. Die Ordnungszahl m repräsentiert die Modenordnung in azimuthaler Ausbreitungsrichtung, d.h. die Perioden über den Umfang. Dabei kann m sowohl positive, als auch negative Werte annehmen. Für $m > 0$ rotiert die Mode in Richtung der Rotordrehung, für $m < 0$ entgegengesetzt. Die Anzahl der Knotenlinien über den Radius wird über die Radialmodenordnung n beschrieben. Die Terme in der Klammer auf der rechten Seite von Gl. (2.14) beschreiben die Ausbreitung in positiver und negativer axialer Richtung, charakterisiert durch die Amplituden A_{mn}^{\pm} und die axialen Wellenzahlen $k_{x,mn}^{\pm}$. Es folgen die radiale Eigenfunktion $f_{mn}(r)$, die Ausbreitung in Umfangsrichtung $e^{im\phi}$ und die Ausbreitung in der Zeit $e^{-i\omega t}$.

Radiale Eigenfunktion

Um die radiale Ausbreitungsfunktion $f_{mn}(r)$ zu erhalten, wird Gl. (2.14) in die konvektive Wellengleichung (2.13) eingesetzt. Dies liefert den Zusammenhang

$$\frac{\partial^2 f_{mn}(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_{mn}(r)}{\partial r} + \left[\left(\frac{s_{mn}}{R_{Shr}} \right)^2 - \left(\frac{m}{r} \right)^2 \right] \cdot f_{mn}(r) = 0. \quad (2.15)$$

Der radiale Eigenwert s_{mn} kann mit der Dispersionsbeziehung

$$\frac{s_{mn}^2}{R_{Shr}^2} + k_{x,mn}^{\pm 2} = \left(\left(k - \frac{m \cdot \text{Ma}_{\phi,Shr}}{R_{Shr}} \right) - k_{x,mn}^{\pm} \cdot \text{Ma}_x \right)^2 \quad (2.16)$$

substituiert werden. Dabei sind R_{Shr} der Außenradius des Kanals, $k = \frac{\omega}{a}$ die Freifeldwellenzahl, $\text{Ma}_{\phi,Shr}$ die azimuthale Mach-Zahl am Außenradius des Kanals und Ma_x die axiale Mach-Zahl. Gleichung (2.15) ist eine Besselsche-Differentialgleichung, deren Lösung für einen Ringkanal mit dem Innenradius R_{Hub} und schallharten Wänden, also

$$u_r \propto \frac{\partial p}{\partial r} \propto \frac{\partial f_{mn}}{\partial r} = 0, \quad \text{für } r = R_{Hub} \quad \text{und} \quad r = R_{Shr}, \quad (2.17)$$

die Kombination von zwei linear unabhängigen Gleichungen

$$f_{mn}(r) = J_m \left(s_{mn} \frac{r}{R_{Shr}} \right) + Q_{mn} Y_m \left(s_{mn} \frac{r}{R_{Shr}} \right) \quad (2.18)$$

ist (Bartelt 2015). Dabei bezeichnet J_m die Besselfunktion erster Art und Y_m die Neumannfunktion. Die Faktoren s_{mn} und Q_{mn} sind die Eigenwerte der Besselfunktionen und müssen noch bestimmt werden. Durch Anwendung der Randbedingungen aus Gl. (2.17) auf Gl. (2.18) erhält man

$$Q_{mn} = \frac{J_{m-1}(s_{mn}) - J_{m+1}(s_{mn})}{Y_{m-1}(s_{mn}) - Y_{m+1}(s_{mn})} = \frac{J_{m-1}(s_{mn}\sigma) - J_{m+1}(s_{mn}\sigma)}{Y_{m-1}(s_{mn}\sigma) - Y_{m+1}(s_{mn}\sigma)}. \quad (2.19)$$

Hier wird das Nebenverhältnis $\sigma = \frac{R_{Hub}}{R_{Shr}}$ eingeführt. Der radiale Eigenwert s_{mn} wird iterativ bestimmt. Für Rohre ohne Nabenkörper $R_{Hub} = 0$ strebt die Neumannfunktion gegen unendlich und der Schalldruck würde einen unphysikalischen Wert annehmen, sodass für Rohre ohne Nabenkörper $Q_{mn} = 0$ gilt.

Mit bekanntem Eigenwert kann Gl. (2.16) nun zu

$$k_{x,mn}^{\pm} = \frac{-\text{Ma}_x \cdot \left(k - \frac{m \cdot \text{Ma}_{\phi,Shr}}{R_{Shr}} \right) \pm \sqrt{\left(k - \frac{m \cdot \text{Ma}_{\phi,Shr}}{R_{Shr}} \right)^2 - (1 - \text{Ma}_x^2) \cdot \left(\frac{s_{mn}}{R_{Shr}} \right)^2}}{1 - \text{Ma}_x^2} \quad (2.20)$$

umgeformt werden und liefert eine Beschreibung für die axiale Wellenzahl. Die sich daraus ableitenden Ausbreitungseigenschaften einer Mode werden im folgenden Abschn. 2.2 erläutert.

2.2 Ausbreitungsverhalten akustischer Moden

Aus den in Abschn. 2.1.2 hergeleiteten Gleichungen lassen sich Größen und Zusammenhänge ableiten, die das Ausbreitungsverhalten der Moden in Kanälen charakterisieren. Die Ausbreitungseigenschaften werden im folgenden Abschnitt diskutiert.

Kenngrößen

Die axialen Wellenzahlen $k_{x,mn}^+$ und $k_{x,mn}^-$ in Gl. (2.20) beschreiben die Ausbreitung mit und entgegen der Strömungsrichtung, abhängig vom Vorzeichen des Wurzelterms. Tapken (2016) bezeichnet diesen Term auch als Ausbreitungsfaktor α_{mn} :

$$\alpha_{mn} = \sqrt{\left(k - \frac{m \cdot \text{Ma}_{\phi,Shr}}{R_{Shr}} \right)^2 - (1 - \text{Ma}_x^2) \cdot \left(\frac{s_{mn}}{R_{Shr}} \right)^2}. \quad (2.21)$$

Für ausbreitungsfähige Moden ist α_{mn} reell und folglich gilt für den Radikanden

$$\left(k - \frac{m \cdot \text{Ma}_{\phi,Shr}}{R_{Shr}} \right)^2 - (1 - \text{Ma}_x^2) \cdot \left(\frac{s_{mn}}{R_{Shr}} \right)^2 \geq 0. \quad (2.22)$$

Durch Umformen und Einsetzen des Zusammenhangs $k = \frac{\omega}{a} = \frac{2\pi f}{a}$ erhält man die Grenzfrequenz

$$f_{(mn),c} = \frac{a}{2\pi R_{Shr}} \left(\sqrt{1 - \text{Ma}_x^2} \cdot s_{mn} + m \cdot \text{Ma}_{\phi,Shr} \right), \quad (2.23)$$

2.2 Ausbreitungsverhalten akustischer Moden

ab der eine Mode ausbreitungsfähig ist, die Cut-On-Frequenz. Die Cut-On-Frequenz ist von den geometrischen und den aerodynamischen Randbedingungen sowie dem Eigenwert s_{mn} abhängig. Somit existiert für jede Mode (mn) eine spezifische Grenzfrequenz. Einen Sonderfall nimmt die Mode $(0,0)$ ein. Die Grundmode, die physikalisch betrachtet einer ebenen Welle entspricht, besitzt den Eigenwert $s_{mn} = 0$ und somit $f_{(0,0),c} = 0$, ist also immer ausbreitungsfähig. Das Verhältnis der Anregungsfrequenz zur Cut-On-Frequenz, das Cut-On-Verhältnis,

$$\xi_{mn} = \frac{f}{f_{(mn),c}} = \frac{kR_{Shr}}{\sqrt{1 - \text{Ma}_x^2 \cdot s_{mn} + m \cdot \text{Ma}_{\phi,Shr}}} = \frac{k}{\sqrt{1 - \text{Ma}_x^2 \cdot \frac{s_{mn}}{R_{Shr}} + \frac{m \cdot \text{Ma}_{\phi,Shr}}{R_{Shr}}} \quad (2.24)$$

dient häufig als anschauliche Kennzahl zur Betrachtung des Ausbreitungsverhaltens einer Mode. Ist $\xi_{mn} \geq 1$ ist die Mode ausbreitungsfähig, oder auch cut-on. Für $\xi_{mn} < 1$ ist die Mode nicht ausbreitungsfähig (cut-off).

Die axiale Grundströmung Ma_x verschiebt die Grenzfrequenz in Richtung niedrigerer Frequenzen (vgl. Gl. (2.23)), unabhängig von der axialen Ausbreitungsrichtung der Mode. Zu beachten ist jedoch, dass nach Gl. (2.20) für eine Ausbreitung entgegen der Strömungsrichtung betragsmäßig höhere axiale Wellenzahlen resultieren als für eine Ausbreitung mit Strömungsrichtung. Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit a_x^\pm gemäß

$$a_x^\pm = \frac{\omega}{k_{x,mn}^\pm} \quad (2.25)$$

proportional von der Wellenzahl abhängt, gilt somit $|a_x^+| > |a_x^-|$. Der Einfluss des Dralls auf die Cut-On-Frequenz lässt sich anschaulich durch den Dopplereffekt erklären. Dreht sich eine Mode in Richtung des Dralls, wird die Welle über den Umfang gestreckt, die Cut-On-Frequenz erhöht sich. Im gegenläufigen Fall folgt durch Stauchung der Welle eine Reduzierung der Cut-On-Frequenz. Bei gegebener Anregungsfrequenz sind folglich mehr Moden entgegen des Dralls ($m < 0$), als Moden mit gleicher Drehrichtung wie der Drall ($m > 0$) ausbreitungsfähig.

Das Nabenverhältnis geht über den radialen Eigenwert in die axiale Wellenzahl und in die Cut-On-Frequenz mit ein. Tapken (2016) zeigt, dass vor allem für niedrige Modenordnungen das Nabenverhältnis einen signifikanten Einfluss hat: Der relative Abstand der Eigenwerte s_{mn} bei konstantem m und variablem n wird größer, je größer das Nabenverhältnis ist. Je näher die radialen Eigenwerte zueinander liegen, desto ähnlicher sind die Ausbreitungseigenschaften der radialen Moden, da diese direkt in die Berechnung der Ausbreitungswinkel einfließen (s. im nachfolgenden Abschnitt Gl. (2.33), (2.38), (2.39)). Weiterhin bestimmt das Nabenverhältnis wesentlich den Verlauf der radialen Eigenfunktion. Bei kleinem Nabenverhältnis, $\sigma \rightarrow 0$, verlagert sich der Transport der Schallenergie für hohe Azimutalmodenordnungen Richtung Gehäusewand des Kanals. Für hohe Nabenverhältnisse, $\sigma \rightarrow 1$, nähern sich die Verläufe der radialen Eigenfunktionen im Verlauf

einander an und unterscheiden sich kaum für kleine und hohe Azimutalmodenordnungen (Tapken 2016).

Ausbreitungsverhalten akustischer Moden

Zur Beschreibung des Ausbreitungsverhaltens von akustischen Wellen dienen neben der Schallgeschwindigkeit, die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit als essenzielle Parameter. Die Phasengeschwindigkeit beschreibt die Geschwindigkeit, mit der die Wellenfronten gleicher Phase in Richtung des Wellenvektors transportiert werden (Lighthill 1970). Der Energietransport unterliegt der Gruppengeschwindigkeit. Die Annahme, dass auch der Energietransport der Welle mit Phasengeschwindigkeit stattfindet, ist nur für nicht-dispersive Medien zulässig (Zhang und Park 2004). Eine überlagerte Grundströmung führt zu einer dispersiven Schallausbreitung. Die Einzelwellen eines Wellenpaketes bewegen sich mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten im Medium fort, die Amplitude des Wellenpaketes wird moduliert. Die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit können sich dann sowohl in Amplitude als auch in Richtung unterscheiden (Lighthill 1970).

Die axiale Phasengeschwindigkeit kann aus der Beschreibung einer ebenen, zeitharmonischen Welle

$$A(x, t) = A_0 \cdot e^{i(\omega t - k_{mn}^\pm x)} \quad (2.26)$$

hergeleitet werden (Zhang und Park 2004). Für Orte konstanter Phase gilt

$$\varphi = \omega t - k_{mn}^\pm x = \text{const.}, \quad (2.27)$$

umstellen nach x liefert

$$x = \frac{\omega t - \text{const.}}{k_{mn}^\pm}. \quad (2.28)$$

Die Phasengeschwindigkeit einer spezifischen Mode (mn) ergibt sich durch Ableiten von Gl. (2.28) nach der Zeit t :

$$v_{\text{Phase},x} = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k_{mn}^\pm}. \quad (2.29)$$

Die Phasenfronten propagieren mit einem Winkel

$$\cos(\theta_x^\pm) = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_x}{|\mathbf{k}| |\mathbf{e}_x|} = \frac{k_{mn}^\pm}{k} \quad (2.30)$$

entlang der Kanalachse (Rice et al. 1979, Hurfar 2021). Zur besseren Übersicht wird hier nach Tapken (2016) und Behn et al. (2016) der modifizierte Ausbreitungsfaktor

$$\check{\alpha}_{mn} = \sqrt{1 - (1 - \text{Ma}_x^2) \left(\frac{s_{mn}}{\check{k}_m R_{Shr}} \right)^2} \quad (2.31)$$

und die modifizierte Wellenzahl

$$\check{k}_m = k - \frac{m\omega}{a} \quad (2.32)$$

2.2 Ausbreitungsverhalten akustischer Moden

eingeführt. Der Betrag der Wellenzahl im Nenner von Gl. (2.30), ergibt sich aus der Dispersionsrelation aus dem Term auf der rechten Seite in Gl. (2.16). Geometrisch entspricht der Term dem Wellenvektor normal zur Wellenfront. Einsetzen dieses Terms zusammen mit Gl. (2.20), Gl. (2.31), Gl. (2.32) in Gl. (2.30) liefert:

$$\cos(\theta_x^\pm) = \frac{-\text{Ma}_x \pm \check{\alpha}_{mn}}{1 \mp \check{\alpha}_{mn} \text{Ma}_x}. \quad (2.33)$$

Nach Rice et al. (1979) und Hurfar (2021) lassen sich die Gruppengeschwindigkeit und der axiale Gruppenausbreitungswinkel über geometrische Ansätze herleiten:

$$\cos(\phi_{Gr,x}) = \frac{v_{Gr,x}}{v_{Gr}}. \quad (2.34)$$

Unter Berücksichtigung des Cut-On-Verhältnisses, hier beschrieben mit Hilfe des modifizierten Ausbreitungsfaktors aus Gl. (2.31)

$$\xi_{mn} = \sqrt{\frac{1}{1 - \check{\alpha}_{mn}^2}}, \quad (2.35)$$

sind die absolute und axiale Gruppengeschwindigkeit wie folgt definiert:

$$v_{Gr} = a \sqrt{\frac{(1 - \text{Ma}_x^2) \left(1 + \text{Ma}_x \sqrt{1 - \frac{1}{\xi^2}}\right)}{1 - \text{Ma}_x \sqrt{1 - \frac{1}{\xi^2}}}} \quad (2.36)$$

und

$$v_{Gr,x} = a \frac{(1 - \text{Ma}_x^2) \sqrt{1 - \frac{1}{\xi^2}}}{1 - \text{Ma}_x \sqrt{1 - \frac{1}{\xi^2}}} \quad (2.37)$$

Daraus ergibt sich der axialen Gruppenausbreitungswinkel $\phi_{Gr,x}^+$ in positiver Strömungsrichtung x

$$\cos(\phi_{Gr,x}^+) = \sqrt{1 - \text{Ma}_x^2} \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{\xi^2}}{1 - \text{Ma}_x^2 \left(1 - \frac{1}{\xi^2}\right)}} \quad (2.38)$$

und der axiale Gruppenausbreitungswinkel $\phi_{Gr,x}^-$ entgegen der Strömungsrichtung x

$$\cos(\pi - \phi_{Gr,x}^-) = \sqrt{1 - \text{Ma}_x^2} \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{\xi^2}}{1 - \text{Ma}_x^2 \left(1 - \frac{1}{\xi^2}\right)}}. \quad (2.39)$$

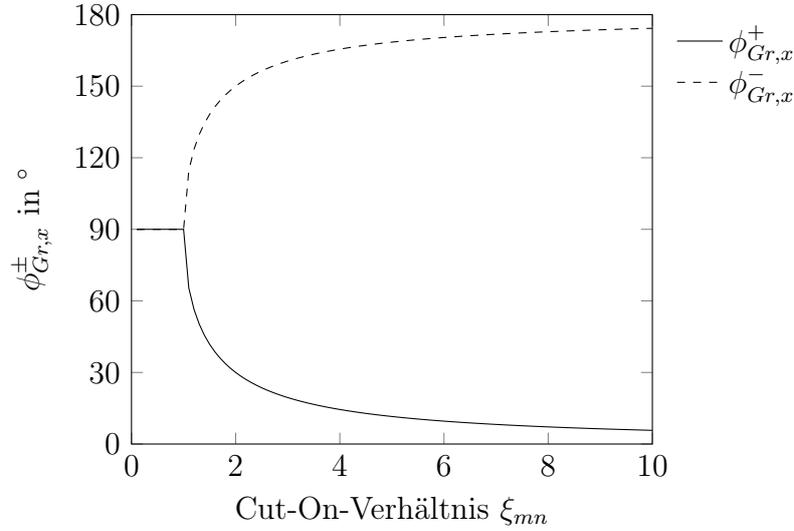


Abbildung 2.1: Axialer Gruppenausbreitungswinkel der Mode $mn = (2, 0)$ für ein variierendes Cut-On-Verhältnis

Abbildung 2.1 zeigt exemplarisch den axialen Gruppenausbreitungswinkel für ein variierendes Cut-On-Verhältnis der Mode $(2, 0)$. Die Anregung der Mode unterhalb oder genau an der spezifischen Cut-On-Frequenz ($\xi_{mn} \leq 1$) führt zu einem axialen Gruppenausbreitungswinkel von $\phi_{Gr,x}^\pm = 90^\circ$. Somit findet kein Transport von Schallenergie entlang der Kanalachse statt. Überschreitet die Anregung die Cut-On-Frequenz und $\xi_{mn} \rightarrow \infty$, strebt der axiale Gruppenausbreitungswinkel in Richtung der Kanalachse, d. h. gegen 0° bzw. 180° für den Fall mit bzw. entgegen Strömungsrichtung.

Abklingverhalten von Cut-Off-Moden

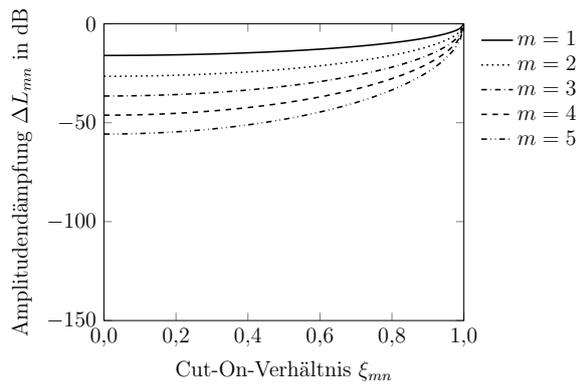
Unterschreitet die Anregungsfrequenz die Cut-On-Frequenz nach Gl. (2.23) einer spezifischen Mode, ist diese Mode cut-off (vgl. Abschn. 2.2). Die axiale Wellenzahl wird imaginär und es erfolgt eine Dämpfung über die Exponenten in den Termen der axialen Ausbreitung in Gl. (2.14). Wird die axiale Wellenzahl für den Fall ohne Grundströmung $Ma_x = Ma_{\phi, Shr} = 0$ betrachtet, wird $k_{x,mn}^\pm$ unter Cut-Off-Bedingungen rein imaginär und es findet eine reine Dämpfung statt. Im Falle einer vorliegenden Grundströmung gilt jedoch $Re(k_{x,mn}^\pm) < 0$. Somit ist die Dämpfung einer reellen Wellenausbreitung überlagert. Das Maß der Dämpfung ΔL entlang der Kanalachse ist nach Tyler und Sofrin (1962) und Tapken (2016) definiert als

$$\Delta L = 20 \log_{10}(e^{\gamma \Delta x}) \text{ dB.} \quad (2.40)$$

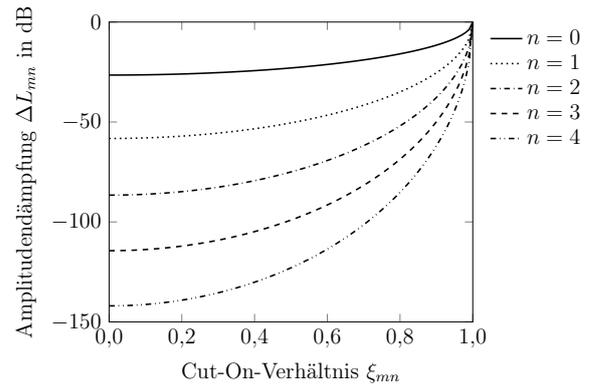
Der Faktor γ entspricht dem Imaginärteil der axialen Wellenzahl, bzw. dem imaginären Ausbreitungsfaktor $i\alpha_{mn}$. Mit $\log_{10}e = \frac{1}{\ln 10}$ ergibt sich für die Dämpfung:

$$\Delta L_{mn} = -\frac{20}{\ln(10)} i\alpha_{mn} \Delta x \text{ dB.} \quad (2.41)$$

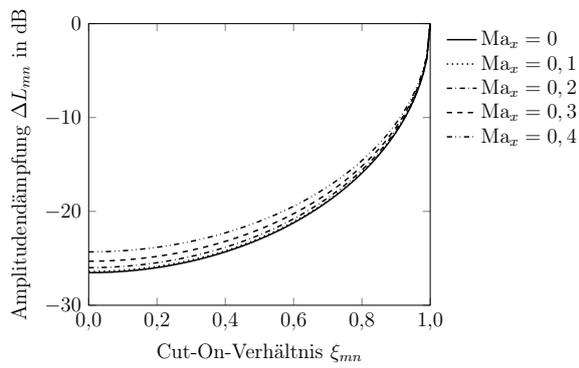
2.2 Ausbreitungsverhalten akustischer Moden



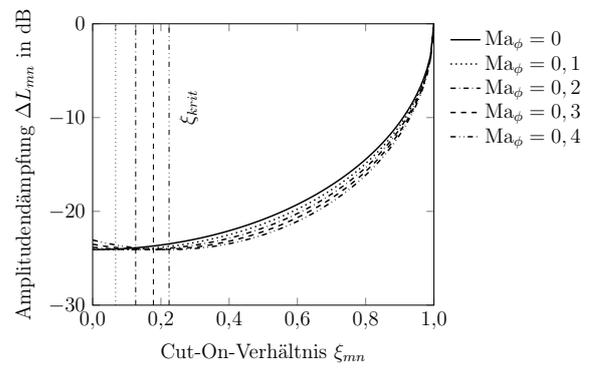
(a) $n = 0$, $Ma_x = 0$, $Ma_\phi = 0$



(b) $m = 2$, $Ma_x = 0$, $Ma_\phi = 0$



(c) $m = 2$, $n = 0$, $Ma_\phi = 0$



(d) $m = 2$, $n = 0$, $Ma_x = 0$

Abbildung 2.2: Dämpfung von Cut-Off-Moden über die axiale Länge $\Delta x = R_{Shr}$ in einem Rohr ohne Nabenkörper

In Abb. 2.2 sind die Dämpfungsverläufe über eine axiale Kanallänge $\Delta x = R_{Shr}$ über variierende Cut-On-Verhältnisse dargestellt. Das Diagramm oben links zeigt den Versatz des Dämpfungsverhaltens für unterschiedliche azimutale Modenordnungen m . Generell ist ein asymptotischer Dämpfungsverlauf mit abnehmendem Cut-On-Verhältnis sichtbar. Mit steigender Azimutalmodenordnung m ist auch die Dämpfung zu höheren Werten verschoben. Selbes gilt für steigende Radialmodenordnungen n (s. Abb. 2.2 oben rechts), wobei hier das Dämpfungsverhalten wesentlich stärker beeinflusst wird. Die axiale Mach-Zahl (s. Abb. 2.2, unten links) und die azimutale Mach-Zahl (s. Abb. 2.2, unten rechts) haben einen geringen Einfluss auf die Dämpfung. Allerdings zeigen die Dämpfungskurven für die variierende azimutale Mach-Zahl keinen asymptotischen, sondern einen parabelförmigen Verlauf. Mit steigendem Cut-On-Verhältnis steigt die Dämpfung zunächst bis zum kritischen Cut-On-Verhältnis ξ_{krit} am Scheitelpunkt der Parabel und sinkt dann bis zum Cut-On-Punkt der Mode. Das kritische Cut-On-Verhältnis ξ_{krit} entspricht genau der Anregungsfrequenz, bei der die konvektive Streckung der Schallwelle durch die Strömungsüberlagerung in Umfangsrichtung die modale Wellenlänge über den Umfang erreicht:

$$\lambda_U = \frac{2\pi R_{Shr}}{m}. \quad (2.42)$$

Auch wenn nicht ausbreitungsfähige Moden scheinbar effektiv gedämpft werden, haben z.B. Korte et al. (2005) gezeigt, dass diese Moden in benachbarten Schaufelreihen wieder ausbreitungsfähig werden können, oder sogar als schallanregender Mechanismus wirken können (vgl. Abschn. 1.2). Die Abstände der Schaufelreihen des in dieser Arbeit untersuchten Axialverdichters (s. Abschn. 2.5) sind gering. Die maximalen Abstände (diese befinden sich im Bereich der Schaufelspitze) bezogen auf den Kanalradius sind in Tab. 2.1 aufgeführt.

Tabelle 2.1: Maximale Abstände der Schaufelreihen im Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter

	IGV-R1	R1-S1	S1-R2	R2-S2	S2-R3	R3-S3	S3-R4	R4-S4
$\frac{\Delta x}{R_{Shr}}$	0,105	0,125	0,089	0,127	0,109	0,121	0,121	0,132

Am Beispiel der Dämpfung in Abhängigkeit von den Radialmodenordnungen würde sich im Falle des kleinsten Abstandes zwischen S1-R2 die maximale Dämpfung für $n = 4$ auf $\Delta L_{2,4} = -13$ dB und für $n = 0$ auf $\Delta L_{2,0} = -2$ dB (vgl. Abb. 2.2) reduzieren. Cut-Off-Moden können somit mit noch hohem Schalldruckpegel in die stromauf liegende Schaufelreihe eintreten und dort weitere Moden anregen (s. auch Abschn. 4.3).

Eine Beschreibung des Energietransportes über den Cut-Off-Punkt hinaus liefern Rienstra (2001, 2015), Smith et al. (2012) und Nielsen und Peake (2016). Der Transitionspunkt von cut-on zu cut-off (oder umgekehrt) wird auch „Turning Point“ genannt (Rienstra 2001). An diesem Punkt wird die Mode vollständig mit einem Phasenversatz von $-\frac{\pi}{2}$ reflektiert: es findet kein Transport von Schallenergie über diesen Punkt hinaus statt. Nielsen und

Peake (2016) beschreiben den Fall von zwei Turning Points (z. B. durch eine Verengung und anschließende Aufweitung des Kanalquerschnittes) im Strömungskanal für eine spezifische Mode. Liegen die Turning Points nah beieinander, „tunnelt“ (engl. tunnelling) die Mode durch den Cut-Off-Bereich und breitet sich nach Passieren des zweiten Turning Point wieder aus (s. a. Rienstra 2015). Smith et al. (2012) zeigen, dass Cut-Off-Moden Energie in benachbarte Cut-On-Moden streuen können. Diese Modenstreuung führt über eine Kopplung mit dem aerodynamischen Feld zu einem Transport von Schallenergie auch über den Transititonspunkt von cut-on zu cut-off hinaus.

Aufgrund der oben beschriebenen Mechanismen sollten Cut-Off-Moden nicht generell von der Betrachtung des Schalltransportes durch mehrstufige axiale Turbomaschinen ausgeschlossen werden, da diese noch einen Beitrag zum Gesamtschallfeld liefern können.

2.3 Radialmodenanalyse

Eine vollständige Beschreibung des Modentransportes durch die Stufen des Verdichters, umfasst nicht nur Aussagen über Azimutalmodenordnung und Schalldruckpegel, sondern auch eine Zerlegung der Azimutalmoden in ihre radialen Anteile und Information über die Ausbreitungsrichtung der Teilmoden. Das in dieser Arbeit verwendete Verfahren zur Bereitstellung der genannten Informationen ist die partielle Radialmodenanalyse (RMA). Dieses Verfahren wurde in den letzten Jahren zur akustischen Auswertung experimenteller Daten an verschiedenen Prüfständen am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik an der Leibniz Universität Hannover (TFD) erfolgreich eingesetzt (Laguna et al. 2013, Laguna 2016). Auch für die Auswertung numerisch simulierter Schallfelder ist diese Methode geeignet. Generell lässt sich das Verfahren in zwei Schritte unterteilen:

1. Umfangsmodenzerlegung
2. Radialmodenanalyse

Diese werden im Folgenden erläutert.

Umfangsmodenzerlegung

Die Gleichung des Gesamtschallfeldes Gl. (2.14) lässt sich als Überlagerung der Azimutalmoden

$$p'(x, r, \phi, t = 0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m(x, r) e^{im\phi} \quad (2.43)$$

zu einem Zeitpunkt $t = 0$ umschreiben. Die Amplitude der Azimutalmode A_m resultiert aus dem Produkt der Summe der stromab und stromauf laufenden Radialmoden und der radialen Eigenfunktion:

$$A_m(x, r) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_{mn}^+ e^{ik_{x,mn}^+ x} + A_{mn}^- e^{ik_{x,mn}^- x} \right) \cdot f_{mn}(r). \quad (2.44)$$

Die Umfangsmodenamplituden A_m lassen sich aus dem diskreten Drucksignal einer spezifischen Frequenz - z.B. aus experimentellen Mikrofonmessungen oder aus der Lösung numerischer instationärer Simulationen, wie im Falle der vorliegenden Arbeit - durch eine Zerlegung in die harmonischen Anteile mittels räumlicher Diskreter-Fourier-Transformation (DFT) ermitteln:

$$A_m(x_i, r_j) = \frac{1}{N_\phi} \sum_{l=1}^{N_\phi} p'(x_i, r_j, \phi_l) e^{im\Delta\phi}. \quad (2.45)$$

Die auf der Kreislinie (x_i, r_j) mit äquidistantem Abstand $\Delta\phi$ angeordneten Stützpunkte N_ϕ bestimmen nach dem Nyquist-Theorem

$$m \leq \frac{N_\phi}{2} \quad (2.46)$$

die maximal bestimmbare Azimutalmodenordnung. In der experimentellen Praxis ergeben sich hier starke Limitierungen durch Anzahl und Verbauung der Messmikrofone (vgl. Laguna 2016, Tapken 2016). In der Numerik liegt hier eine Abhängigkeit von der Anzahl der Netzknoten vor. Allerdings übersteigt die für die gängigsten Anwendungen nötige Auflösung der Aerodynamik bereits die nötigen Stützstellen für die relevanten azimutalen Moden. Anders verhält es sich im Hinblick auf die axiale Auflösung, s. Abschn. 3.2.

Radialmodenanalyse

Um die Azimutalmoden in ihre stromab und stromauf laufenden radialen Anteile A_{mn}^+ und A_{mn}^- zerlegen zu können, muss die Azimutalmodenzerlegung an mindestens zwei verschiedenen axialen Positionen erfolgen. Aus den gemessenen azimutalen Schalldruckspektren lässt sich ein lineares Gleichungssystem basierend auf Gl. (2.44) aufstellen:

$$\begin{pmatrix} A_m(x_1, r) \\ A_m(x_1, r) \\ \vdots \\ A_m(x_i, r) \\ A_m(x_i, r) \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} A_{m0}^+ \\ A_{m0}^- \\ \vdots \\ A_{mn}^+ \\ A_{mn}^- \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

Dieses Gleichungssystem koppelt die Azimutalmodenamplituden auf der linken Seite der Gleichung mit den Radialmodenamplituden auf der rechten Seite durch die Kopplungsmatrix \mathbf{M} . Die Kopplungsmatrix umfasst die radialen und axialen Eigenwerte aller zur Azimutalmode m gehörenden, stromauf und stromab laufenden Radialmoden n :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} e^{ik_{m,0}^+ x_1} f_{m,0}(r) & e^{ik_{m,0}^- x_1} f_{m,0}(r) & \dots & e^{ik_{mn}^+ x_1} f_{mn}(r) & e^{ik_{mn}^- x_1} f_{mn}(r) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ e^{ik_{m,0}^+ x_i} f_{m,0}(r) & e^{ik_{m,0}^- x_i} f_{m,0}(r) & \dots & e^{ik_{mn}^+ x_i} f_{mn}(r) & e^{ik_{mn}^- x_i} f_{mn}(r) \end{pmatrix}. \quad (2.48)$$

Durch die Bildung der Pseudoinversen der Matrix \mathbf{M} kann das aufgestellte Gleichungssystem gelöst werden.

2.4 Theorie des Harmonic Balance Verfahrens

Das bereits in Abschn. 1.3 beschriebene Verfahren wurde von Frey et al. (2014) in den CFD-Löser TRACE (Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment) vom Institut für Antriebstechnik am DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt) implementiert. Die implementierten Grundgleichungen und Lösungsstrategien werden im folgenden Abschnitt beschrieben. Für eine vollständige Beschreibung des Verfahrens sei auf Frey et al. (2014) und Junge et al. (2015) verwiesen.

Grundgleichungen

Die Relativbewegung der Schaufelreihen einer Turbomaschine zueinander, verursacht raum- und zeitperiodische Instationaritäten. Die instationären RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes)-Gleichungen lauten

$$\frac{dq}{dt} + R(q) = 0, \quad (2.49)$$

mit dem Vektor q der konservativen Variablen und dem Residuum R . Unter der Annahme, dass das Strömungsfeld zeitperiodisch mit der Frequenz $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ist, kann das Strömungsfeld als Fourierreihe der Form

$$q(t, x) = Re \left[\sum_{k=0}^{\infty} \hat{q}_k(x) e^{ik\omega t} \right] \quad (2.50)$$

beschrieben werden. Eine im Allgemeinen hinreichende Approximation des Strömungsfeldes liefert die Summe einer finiten Fourierreihe

$$q(t, x) = Re \left[\sum_{k=0}^K \hat{q}_k(x) e^{ik\omega t} \right], \quad (2.51)$$

mit einer finiten Anzahl der Harmonischen $k = 0, \dots, K$. Die stationäre Lösung erhält man für $k = 0$, die harmonischen Störungen erhält man für $k \geq 1$. Analog zu Gl. (2.51) kann das URANS Residuum ebenfalls als abgebrochene Fourierreihe

$$R(q) = Re \left[\sum_{k=0}^K \widehat{R(q)}_k e^{ik\omega t} \right] \quad (2.52)$$

dargestellt werden. Werden Gl. (2.51) und Gl. (2.52) in die instationären RANS-Gleichungen (2.49) eingesetzt, folgt

$$\sum_{k=0}^K \left[ik\omega \hat{q}_k + \widehat{R(q)}_k \right] e^{ik\omega t} = 0. \quad (2.53)$$

Daraus folgt für alle Harmonischen k

$$ik\omega \hat{q}_k + \widehat{R(q)}_k = 0. \quad (2.54)$$

Das Residuum $\widehat{R(q)}_k$ weist eine nicht-lineare Abhängigkeit von allen Harmonischen k von q auf. Somit ergibt sich ein nicht-lineares Gleichungssystem mit $K + 1$ zeitunabhängigen,

ortsabhängigen Differentialgleichungen.

Ähnlich zu McMullen und Jameson (2003) dient zur Lösung dieses Gleichungssystems ein hybrides Frequenz-Zeitbereichsverfahren (s. Abb. 2.3). In der Praxis dient eine stationäre Lösung als Startlösung für die Harmonic Balance Simulation. Somit gilt für die Erhaltungsgrößen

$$\hat{q}_k = \begin{pmatrix} \hat{q}_0 = q_{\text{stat}} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.55)$$

Die Rekonstruktion des Vektors (2.55) in den Zeitbereich erfolgt über N äquidistante Abtastpunkte über eine Schwingungsperiode mittels inverser DFT:

$$q^*(t) = \mathcal{F}^{-1} \{ \hat{q}_k \}. \quad (2.56)$$

Mit Hilfe des rekonstruierten Vektors wird das Residuum $R(t)$ an allen Zeitpunkten N berechnet. Da dieser Schritt im Zeitbereich erfolgt, können die konventionellen und bereits im nichtlinearen Löser TRACE implementierten Diskretisierungsschemata verwendet werden. Durch Anwendung der DFT wird das Residuum $R(t)$ zurück in den Frequenzbereich transformiert:

$$\hat{R}_k = \mathcal{F} \{ R(\mathcal{F}^{-1} \{ \hat{q}_k \}) \}. \quad (2.57)$$

Das instationäre Residuum \hat{I}_k ergibt sich aus der Summe aus Gl. (2.57) mit der in den Frequenzbereich transformierten zeitlichen Ableitung, s. Gl. (2.54), zu

$$\underbrace{ik\omega\hat{q}_k + \overbrace{\mathcal{F} \{ R(\mathcal{F}^{-1} \{ \hat{q}_k \}) \}}^{\hat{R}_k}}_{\hat{I}_k} = 0. \quad (2.58)$$

Wie in McMullen und Jameson (2003) wird das entstandene Gleichungssystem im Frequenzbereich durch ein implizites Pseudozeitschrittverfahren gelöst:

$$\frac{\partial \hat{q}_k}{\partial \tau} + \underbrace{ik\omega\hat{q}_k + \overbrace{\mathcal{F} \{ R(\mathcal{F}^{-1} \{ \hat{q}_k \}) \}}^{\hat{R}_k}}_{\hat{I}_k} = 0. \quad (2.59)$$

Durch die Lösung im Frequenzbereich, kann das bereits implementierte Pseudozeitschrittverfahren für stationäre Lösungen verwendet werden, welches im Vergleich zu nichtlinearen Zeitbereichsverfahren stabiler und effizienter gelöst werden kann.

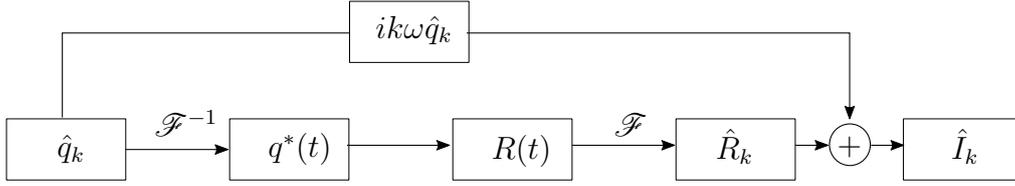


Abbildung 2.3: Lösungskonzept des Harmonic Balance Verfahrens in TRACE (nach Junge et al. 2015)

Harmonic Sets

In einwelligen Turbomaschinen, lassen sich die RSI-Frequenzen benachbarter und nicht benachbarter Schaufelreihen immer auf einen gemeinsamen Teiler, die Drehfrequenz, zurückführen. Neue Triebwerkskonzepte mit mehreren Wellen und Untersetzungsgetrieben führen zu multiplen Fundamentalfrequenzen, die in der Maschine auftreten können. Das Konzept der „Harmonic Sets“ in TRACE ermöglicht es, beliebige Fundamentalfrequenzen in einer Simulation zu berücksichtigen.

Die Interaktion zweier benachbarter Schaufelreihen ist zeitperiodisch zur Drehfrequenz n des Rotors. Im Bezugssystem des Stators ist die Interaktionsfrequenz oder auch Blade Passing Frequency (BPF) definiert durch die Drehzahl n_R und der Rotorschaufelzahl B :

$$f_{\text{BPF}} = \frac{n_R \cdot B}{60}. \quad (2.60)$$

Im Bezugssystem des Rotors bewegt sich der Stator mit der Drehfrequenz n_V relativ zum Rotor und für die Interaktionsfrequenz - die Vane Passing Frequency (VPF) - folgt

$$f_{\text{VPF}} = \frac{n_V \cdot V}{60}, \quad (2.61)$$

mit der Anzahl der Statorschaufeln V . Der Phasenversatz an den periodischen Rändern aufgrund der unterschiedlichen Schaufelzahlverhältnisse zwischen Rotor und Stator wird durch den Interblade Phase Angle (IBPA) σ beschrieben:

$$\sigma = 2\pi \frac{m}{B}. \quad (2.62)$$

Die Interaktion zwischen zwei Schaufelreihen kann somit durch die Summe der Paare aus Interaktionsfrequenz und dazugehörigem IBPA

$$\mathcal{S} = \{(0, 0), (1f, 1\sigma), (2f, 2\sigma), \dots, (Kf, K\sigma)\} \quad (2.63)$$

beschrieben werden. Gleichung (2.63) wird „Harmonic Sets“ genannt. Alle Interaktionen in einer mehrstufigen Turbomaschinen setzen sich aus der Summe einer finiten Anzahl \mathcal{S}_i zusammen

$$\mathcal{S} = \bigcup_i \mathcal{S}_i. \quad (2.64)$$

Um eine Dopplung von Interaktionsmoden, die in verschiedenen Harmonic Sets vorkommen können, zu vermeiden, erfolgt die Berechnung des Residuums durch die Summe der Residuen der Harmonic Sets abzüglich der Schnittmenge der Harmonic Sets. Am Beispiel von zwei Harmonic Sets definiert sich folglich das Residuum zu

$$R(\mathcal{F}_{\mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_2}^{-1} \hat{q}) \approx R(\mathcal{F}_{\mathcal{S}_1}^{-1} \hat{q}) + R(\mathcal{F}_{\mathcal{S}_2}^{-1} \hat{q}) - R(\mathcal{F}_{\mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_2}^{-1} \hat{q}). \quad (2.65)$$

Dieses Vorgehen ermöglicht es die Abtastpunkte der DFT für jedes Residuum spezifisch zu wählen, wodurch ein Aliasing durch Unterabtastung des Signals vermieden werden kann.

2.5 Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter

Der Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter (AV) am TFD wird seit Inbetriebnahme für zahlreiche Untersuchungen genutzt. Die hier betrachtete 4,5-stufige Konfiguration wurde von Walkenhorst (2000) im Rahmen eines Forschungsprojektes zur Untersuchung von Seitenwandkonturierung in Betrieb genommen. In der zurückliegenden Dekade wurden Untersuchungen zur aktiven Strömungsbeeinflussung durch Einblasen oder Absaugen des Fluids in der Schaufelgrenzschicht durchgeführt (Vorreiter 2012, Siemann et al. 2016, Schwerdt et al. 2016). Im Rahmen der Messungen zur Entstehung des Strömungsphänomens „Rotating Stall“, konnte im Betrieb des AV nahe der Schluckgrenze ein weiteres Phänomen, die akustische Resonanz, beobachtet werden. In Hellmich und Seume (2008) und Hellmich (2008) wird das Phänomen beschrieben und mit Hilfe eines analytischen akustischen Modells erklärt. Der in Abb. 2.4 dargestellte AV verfügt über vier Stufen mit feststehendem Vorleitgitter (Inlet Guide Vane, IGV). Die Leistungsdaten der 4,5-stufigen Konfiguration sind Tab. 2.2 zu entnehmen.

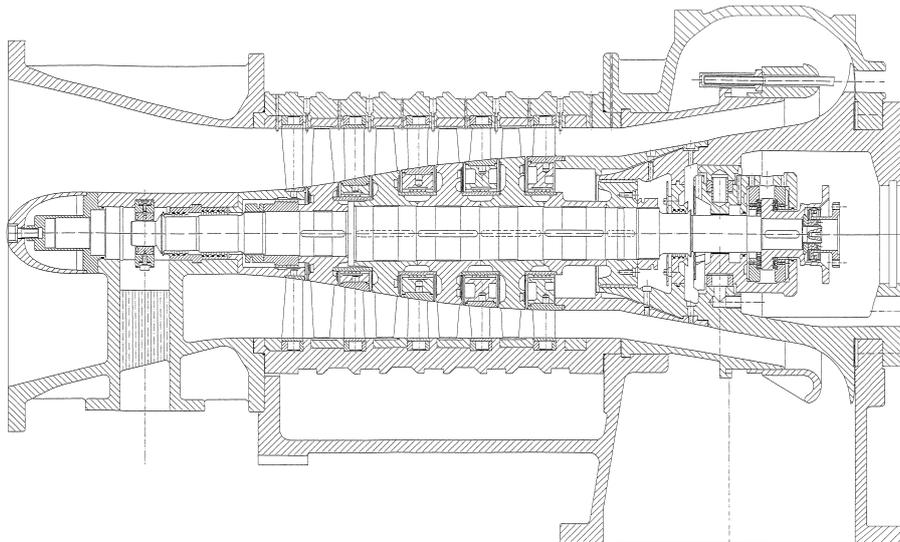


Abbildung 2.4: Meridionale Schnittansicht des 4,5-stufigen Hochgeschwindigkeits-Axialverdichters

2.5 Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter

Tabelle 2.2: Kenndaten des Hochgeschwindigkeits-Axialverdichters in 4,5-stufiger Konfiguration

Maximale Drehzahl	n_{\max}	18.000 min^{-1}
Massenstrom	\dot{m}	8,11 kg/s ($p_{\text{tot,ein}} = 60 \text{ kPa}$)
Totaldruckverhältnis	π_{tot}	2,87
Leistungsaufnahme	P	max. 950 kW
Variabler Eintrittsdruck	$p_{\text{tot,ein}}$	55-95 kPa

Im Rahmen seiner Arbeit hat Willeke (2021) anhand eines Vergleiches von aerodynamischen und geometrischen Kennzahlen, sowie des aerodynamischen Verhaltens der Beschau felung (CDA-Controlled Diffusion Airfoils) gezeigt, dass der 4,5-stufige AV „eine ausgeprägte aerodynamische und geometrische Ähnlichkeit mit dem Niederdruckverdichter eines Flugtriebwerks besitzt“ (Willeke 2021). Die akustischen Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit werden daher als repräsentativ für reale Triebwerkskonfigurationen betrachtet.

3 Aufbau des numerischen Modells

In diesem Kapitel wird die Erstellung des numerischen Modells vorgestellt. Dabei wird zunächst in Abschn. 3.1 auf die Modellparameter und die Wahl des zu simulierenden Betriebspunktes eingegangen. Die Erstellung des numerischen Gitters unterliegt nicht nur aerodynamischen, sondern auch aeroakustischen Anforderungen. Diese werden in Abschn. 3.2 definiert und die daraus resultierenden Gitterparameter diskutiert. Die Eignung des generierten Netzes für die aerodynamischen und aeroakustischen Simulationen wird durch zwei Netzstudien dargelegt (Abschn. 3.2.3 und Abschn. 3.2.4). Mit dem Netz werden anschließend in Abschn. 3.2.5 Simulationen einer Teillastkennlinie des Verdichters durchgeführt, um die Lage des gewählten Betriebspunktes im Kennfeld zu überprüfen. Für den gewählten Betriebspunkt der numerischen Simulationen des Axialverdichters steht kein experimenteller Validierungsdatensatz weder für die Akustik noch für die Aerodynamik zur Verfügung. Daher erfolgt in Abschn. 3.3 eine Plausibilisierung der aerodynamischen Simulationen anhand eines numerischen Modells, das bereits gegen einen anderen Betriebspunkt validiert ist. Zunächst werden die Unterschiede in der numerischen Modellerstellung vorgestellt. In Abschn. 3.3.1 erfolgt ein Vergleich der simulierten aerodynamischen Felder der beiden numerischen Setups. Anschließend werden die möglichen Ursachen für Abweichungen zwischen den resultierenden Strömungsfeldern analysiert.

Das numerische Modell, das für die Plausibilisierung herangezogen wird, ist nicht für die Simulation der Modenentstehung durch Rotor-Stator-Interaktion geeignet. Ein direkter Vergleich der simulierten akustischen Felder ist somit nicht möglich. Um dennoch eine Aussage über die Vergleichbarkeit der beiden numerischen Modelle in Bezug auf den simulierten Schalltransport treffen zu können, wird in Abschn. 3.3.2 eine Sensitivitätsstudie nach Hurfar (2021) durchgeführt. Diese zeigt den Einfluss der Abweichungen in der Aerodynamik auf das Ausbreitungsverhalten akustischer Moden auf.

3.1 Numerisches Setup

Die numerischen Simulationen des Strömungsfeldes und der Schallentstehung durch Rotor-Stator-Interaktion werden mit dem parallelen Strömungslöser TRACE (s. Abschn. 2.4) in den Versionen 8.2.417 (Kennfeldrechnungen mit RANS, Reynolds-Averaged-Navier-Stokes) und 9.3.327 (Akustiksimulationen mit Harmonic Balance) durchgeführt. TRACE ist ein Finite-Volumen Löser, der spezifisch für Turbomaschinenanwendungen entwickelt wurde (Becker et al. 2010). Wie in Abschn. 1.3 und 2.4 beschrieben, wird die Schallentstehung

und der Schalltransport mit dem implementierten Harmonic Balance Verfahren berechnet.

Die simulierte Domäne umfasst die neun Schaufelreihen, sowie den Ringdiffusor am Austritt (s. Abb. 3.1). Die Vernetzung der Verdichtergeometrie muss nicht nur den aerodynamischen, sondern vor allem den aeroakustischen Anforderungen genügen (s. Abschn. 3.2.1). Vorbereitend dazu wird eine RSI-Analyse der akustischen Moden durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abschn. 3.2.2 zusammengefasst. Basierend auf der Abschätzung der angeregten Moden und den dazu gehörenden Wellenlängen kann die nötige Netzauflösung zur Erfüllung der aeroakustischen Anforderungen bestimmt werden (s. Abschn. 3.2). Die Vernetzung erfolgt mit dem Vernetzer AutoGrid5 von Numeca, mit welchem sich automatisiert blockstrukturierte Netze erzeugen lassen.

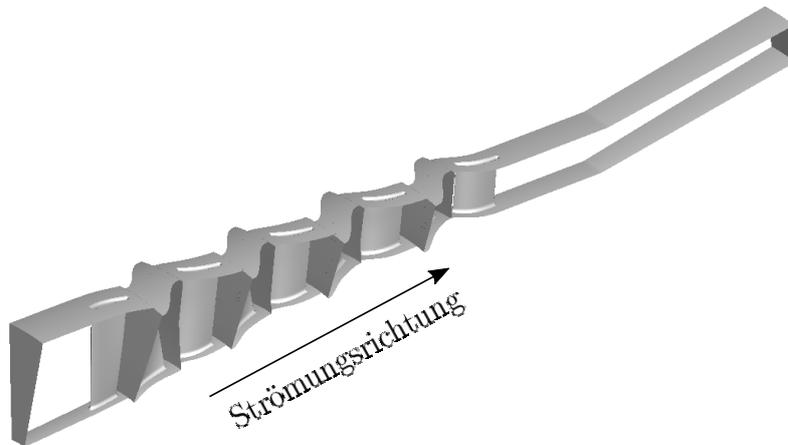


Abbildung 3.1: Numerische Domäne des Hochgeschwindigkeits-Axialverdichters

Die Strömung wird in TRACE als ideales Gas modelliert, für welches ein konstanter Isentropenexponent κ und eine konstante isobare Wärmekapazität c_p angenommen wird. Diese vereinfachende Annahme ist zulässig, da die Temperaturänderungen über Verdichterein- und Verdichteraustritt gering sind. Die Turbulenz wird mit dem SST (Shear-Stress Transport) k - ω -Modell berechnet (Menter 1994). Das Zwei-Gleichungs Modell ist in der Version von 2003 (Menter et al. 2003) in TRACE implementiert.

Die Auflösung der Grenzschicht auf den Schaufeln erfolgt mit dem Low-Reynolds-Number Modell. Die Grenzschicht wird inklusive der viskosen Unterschicht direkt aufgelöst. Daher wird bei der Vernetzung darauf geachtet, dass der dimensionslose Wandabstand $y^+ \leq 1$ entspricht. An der Nabe und dem Gehäuse wird die Grenzschicht anhand des logarithmischen Wandgesetzes approximiert.

Der Verdichter eines Kerntriebwerkes hat vor allem im Landeanflug eines Flugzeuges einen relevanten Anteil am Gesamtschallpegel des Triebwerkes. Somit wird für die folgende Netzerstellung und die Netzkonvergenzstudien ein Betriebspunkt des Axialverdichters im

Teillastbereich nahe der Durchsatzgrenze gewählt. Eine Abschätzung des Betriebspunktes geschieht anhand von Siemann et al. (2016) durchgeführter Kennfeldmessungen. Der Betriebspunkt wird so gewählt, dass der erzielte Massenstrom auch experimentell erreicht werden kann. So können mögliche experimentelle akustische Untersuchungen am AV mit den Ergebnissen dieser Arbeit verglichen werden (s. Kap. 5). Mit dem generierten und in den folgenden Netzstudien überprüften Netz werden anschließend Simulationen der Drehzahllinie durchgeführt, um den Betriebspunkt im gewünschten Betriebsbereich zu bestätigen (s. Abschn. 3.2.5). Der abgeschätzte Betriebspunkt liegt auf der Teillastkennlinie $n = 9900 \text{ min}^{-1}$. Die Simulationen werden unter Vorgabe des Totaldruckes am Eintritt $p_{\text{tot,ein}}$ und des statischen Druckes $p_{\text{stat,aus}}$ am Austritt durchgeführt. In Tab. 3.1 sind die Randbedingungen der Simulationen für die Netzerstellung und Netzkonvergenzstudien dargestellt.

Tabelle 3.1: Numerische Randbedingungen für den gewählten Betriebspunkt auf der Teillastkennlinie $n = 9900 \text{ min}^{-1}$

	Eintritt	Austritt
Statischer Druck p_{stat}		114 kPa
Totaldruck p_{tot}	100 kPa	
Totaltemperatur T_{tot}	289 K	
Turbulente Intensität Tu	0,03	
Turbulentes Längenmaß L_T	0,00018 m	

3.2 Vernetzung

3.2.1 Aeroakustische Anforderungen

Die Diskretisierung des Rechengebietes muss in der vorliegenden Arbeit nicht nur den aerodynamischen, sondern auch den aeroakustischen Anforderungen genügen. Während für die Simulation aerodynamischer Effekte vor allem Gebiete mit hohen Gradienten (Wand- und Schaufelgrenzschichten, Schaufelnachläufe) einer angepassten räumlichen Diskretisierung bedürfen, muss eine akustisch angepasste Netzauflösung die gesamte Rechendomäne umfassen. Schnell (2004) zeigt, dass für einen maximalen Amplitudenfehler von 0,5 dB/Wellenlänge eine Auflösung von mindestens 20-25 Gitterpunkten pro Wellenlänge (PPW-points per wavelength) senkrecht zur Wellenfront nötig ist. Es handelt sich dabei um die minimale Anforderung, da diese Abschätzung anhand eines homogenen Gitters unter der Annahme einer homogenen Strömung getroffen wird. Breitet sich die Schallwelle nicht entlang der Zellkanten, sondern entlang der Raumdiagonalen aus, muss die Diskretisierung um den Faktor $\sqrt{3}$ erhöht werden (mit der Kantenlänge s eines Würfels berechnet sich die Raumdiagonale zu $d_R = s \cdot \sqrt{3}$). In der Praxis hat sich daher eine Mindestanforderung von 40 PPW durchgesetzt (Kissner et al. 2017).

Um eine Vorabschätzung der auftretenden Wellenlängen treffen zu können, müssen die Wellenlängen der akustischen Moden berechnet werden. Dazu sind folgende Schritte notwendig:

1. Berechnung der generierten Rotor-Stator Interaktionsmoden mit Hilfe der Tyler-Sofrin Beziehung nach Gl. (1.1).
2. Simulation des aerodynamischen Feldes mit einem bestehenden numerischen Modell.
3. Berechnung der axialen Wellenlängen der akustischen Moden.

Da die Ausbreitung in negativer axialer Richtung, also stromauf zum Verdichtereinlass von Interesse ist, sind die modalen axialen Wellenlängen gemäß

$$\lambda_{x,mn}^- = \frac{2\pi}{k_{x,mn}^-} \quad (3.1)$$

die maßgebenden Parameter. In die axiale Wellenzahl $k_{x,mn}^-$ fließen sowohl die aerodynamischen Randbedingungen, sprich die Mach-Zahlen aus Schritt 2., als auch die geometrischen Randbedingungen mit ein (s. Gl. (2.20)). Die berechneten Modenordnungen und Schaufelwechselfrequenzen aus 1. dienen der Berechnung des Eigenwertes. Generell gilt: je höher die Anregungsfrequenz (BPF), desto kleiner ist die modale Wellenlänge. Die axiale Strömungsüberlagerung entgegen der modalen Ausbreitungsrichtung führt zu einer Stauchung der Welle, die Wellenlänge wird kleiner.

3.2.2 RSI-Analyse

Wie im vorherigen Abschnitt erläutert, muss vor der Netzerstellung eine Abschätzung der modalen axialen Wellenlängen erfolgen. Diese Analyse und die Generierung des numerischen Gitters wurde bereits im Rahmen eines Forschungsprojektes durchgeführt und in Schwerdt und Seume (2018) vorgestellt. Der in Schwerdt und Seume (2018) betrachtete Betriebspunkt ist der Punkt höchsten Druckaufbaus bei Nenndrehzahl ($n = 17100 \text{ min}^{-1}$), der der Startphase des Triebwerkes entspricht. Die höhere Drehzahl in der Startphase führt zu höheren Schaufelwechselfrequenzen im Vergleich zu dem in dieser Arbeit betrachteten Betriebspunkt (Landephase, $n = 9900 \text{ min}^{-1}$). Die modale Wellenlänge ist antiproportional zur Anregungsfrequenz (s. Abschn. 3.2.1), d. h. die angeregten Moden im Betriebspunkt „Landen“ besitzen eine größere Wellenlänge als im Betriebspunkt „Start“. Zudem werden bei höheren Drehzahlen und den daraus resultierenden höheren Axialgeschwindigkeiten die axialen Wellenlängen entgegen der Strömungsrichtung stärker gestaucht. Somit ist das numerische Gitter aus Schwerdt und Seume (2018) generell auch für den hier gewählten Betriebspunkt ($n = 9900 \text{ min}^{-1}$) anwendbar. Im Folgenden wird eine RSI-Analyse für diesen Betriebspunkt durchgeführt. Die anschließende Diskussion der akustischen Netzauflösung basiert auf dem in Schwerdt und Seume (2018) generierten Gitter.

Da theoretisch unendlich viele Modenordnungen angeregt werden, wird eine Obergrenze definiert, um den numerischen Aufwand im handhabbaren Rahmen zu halten. Für die Auslegung des Netzes werden nur die RSI-Moden direkt benachbarter Schaufelreihen berücksichtigt. Diese werden nach Gl. (1.1) anhand der Schaufelzahlen (s. Tab. 3.2) berechnet. Für die vier Stufen mit Vorleitgitter des AV zeigt Tab. 3.3 die angeregten Moden und deren Schaufelwechselfrequenzen für die erste und zweite Harmonische ($h = 1$ und $h = 2$). Die in Abschn. 3.2.1 beschriebenen Anforderungen an die Gitterauflösung sind nur für Cut-On-Moden gültig, nicht aber für Cut-Off-Moden. Wie in Abschn. 2.2 beschrieben, verliert eine Cut-Off-Mode ihren reinen Wellencharakter und wird, im Falle einer überlagerten Grundströmung, von einer Dämpfung überlagert. Zur Bestimmung der ausbreitungsfähigen Moden sind gemäß der Cut-On-Frequenz aus Gl. (2.23) die aerodynamischen Randbedingungen notwendig. Diese werden durch eine Vorab-Simulation mit einem bestehenden numerischen Modell erlangt. Die Vorab-Simulation der Aerodynamik erfolgt mit dem numerischen Gitter aus Vorreiter (2012), dessen Netzkonvergenz in der genannten Arbeit im Rahmen einer Netzstudie sichergestellt wird. Durch die Berechnung der Cut-On-Frequenz jeder Mode und der dazugehörigen Schaufelwechselfrequenz kann das Cut-On-Verhältnis gemäß Gl. (2.24) gebildet und die Ausbreitungsfähigkeit bestimmt werden. Die ausbreitungsfähigen Moden sind in Tab. 3.3 orange markiert. Die markierten Moden beinhalten sowohl Cut-On-Moden, die über alle Stufen ausbreitungsfähig bleiben, als auch Transitionsmoden, die zwischen cut-on und cut-off wechseln (s. Abschn. 4.2).

Tabelle 3.2: Anzahl der Rotor- und Statorschaufeln im Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter

	IGV	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3	Stufe 4
Anzahl Rotorschaufeln		23	27	29	31
Anzahl Statorschaufeln	26	30	32	34	36

Tabelle 3.3: Rotor-Stator Interaktionsmoden des Hochgeschwindigkeits-Axialverdichters, die orangenen Felder markieren die Cut-On-Moden

Interagierende Stufen	$\begin{matrix} & s \\ h & \backslash \end{matrix}$		-3	-2	-1	0	1	2	3
	IGV-R1	1 3795 Hz		-55	-29	-3	23	49	75
2 7590 Hz			-32	-6	20	46	72	98	124
R1-S1	1 3795 Hz		-67	-37	-7	23	53	83	113
	2 7590 Hz		-44	-14	16	46	76	106	136
S1-R2	1 4455 Hz		-63	-33	-3	27	57	87	117
	2 8910 Hz		-36	-6	24	54	84	114	144
R2-S2	1 4455 Hz		-69	-37	-5	27	59	91	123
	2 8910 Hz		-42	-10	22	54	86	118	150
S2-R3	1 4785 Hz		-67	-35	-3	29	61	93	125
	2 9570 Hz		-38	-6	26	58	90	122	154
R3-S3	1 4785 Hz		-73	-39	-5	29	63	97	131
	2 9570 Hz		-44	-10	24	58	92	126	160
S3-R4	1 5115 Hz		-71	-37	-3	31	65	99	133
	2 10230 Hz		-40	-6	28	62	96	130	164
R4-S4	1 5115 Hz		-77	-41	-5	31	67	103	139
	1 10230 Hz		-46	-10	26	62	98	134	170

Schwerdt und Seume (2018) haben für die Netzgenerierung eine minimale Grenzwellenlänge definiert, bis zu der das numerische Gitter die Anforderung von 40 PPW erfüllen muss. Sie zeigen, dass mit einer gewählten kleinsten minimalen Wellenlänge von $\lambda_x = 0,01$ m alle Cut-On-Moden (des Betriebspunktes $n = 17100 \text{ min}^{-1}$) erfasst werden können. Daraus ergibt sich mit einer Auflösung von 40 PPW eine maximale Zellgröße $d_{x,\max} = 0,25$ mm. Bei der Vernetzung wird darauf geachtet, dass der axiale Abstand benachbarter Zellknoten nicht größer als $d_{x,\max}$ ist. Eine Ausnahme bildet der austrittsseitige Ringdiffusor hinter der letzten Statorreihe. Da lediglich der Schalltransport stromauf untersucht wird, können hier Zellknoten eingespart und die Netzknotenabstände größer gewählt werden. Für jede Schaufelreihe wird repräsentativ der mittlere axiale Knotenabstand der

Gitterzellen gebildet:

$$d_{x,ave} = \frac{1}{N_{Zellen}} \sum_{i=1}^{N_{Zellen}} d_{x,i} \quad (3.2)$$

Die Wellenlängen der Cut-On-Moden werden mittels der aerodynamischen und geometrischen Randbedingungen an den in Abb. 3.2 dargestellten Analyseebenen (AE) nach Gl. (3.1) berechnet. Die Auflösung der Wellenlängen ergibt sich dann zu

$$PPW = \frac{\lambda_{x,mn}^-}{d_{x,ave}}. \quad (3.3)$$

Abbildung 3.3 zeigt die daraus resultierende Auflösung pro Wellenlänge. Für ein bessere Übersichtlichkeit sind nur die betragsmäßig niedrigsten Moden der ersten und zweiten Harmonischen für jedes Schaufelpaar gemäß Tab. 3.3 dargestellt. Die Mindestauflösung von 40 PPW wird für alle Moden weit übertroffen. Der gewählte Parameter $d_{x,max}$ der Netzauflösung wird trotzdem beibehalten. Dadurch können auch angeregte Streumoden höherer Frequenzen mit dem Gitter aufgelöst werden. Eine Abschätzung zu deren Relevanz, im Sinne der Größenordnung der angeregten Schalldruckamplituden, ist im Vorfeld nicht möglich. Daher können die Streumoden nicht direkt in der Netzerstellung berücksichtigt werden.

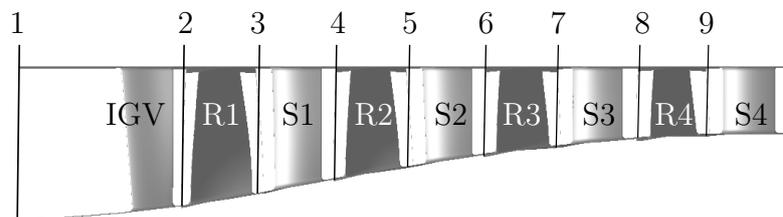


Abbildung 3.2: Analyseebenen im numerischen Setup des AV

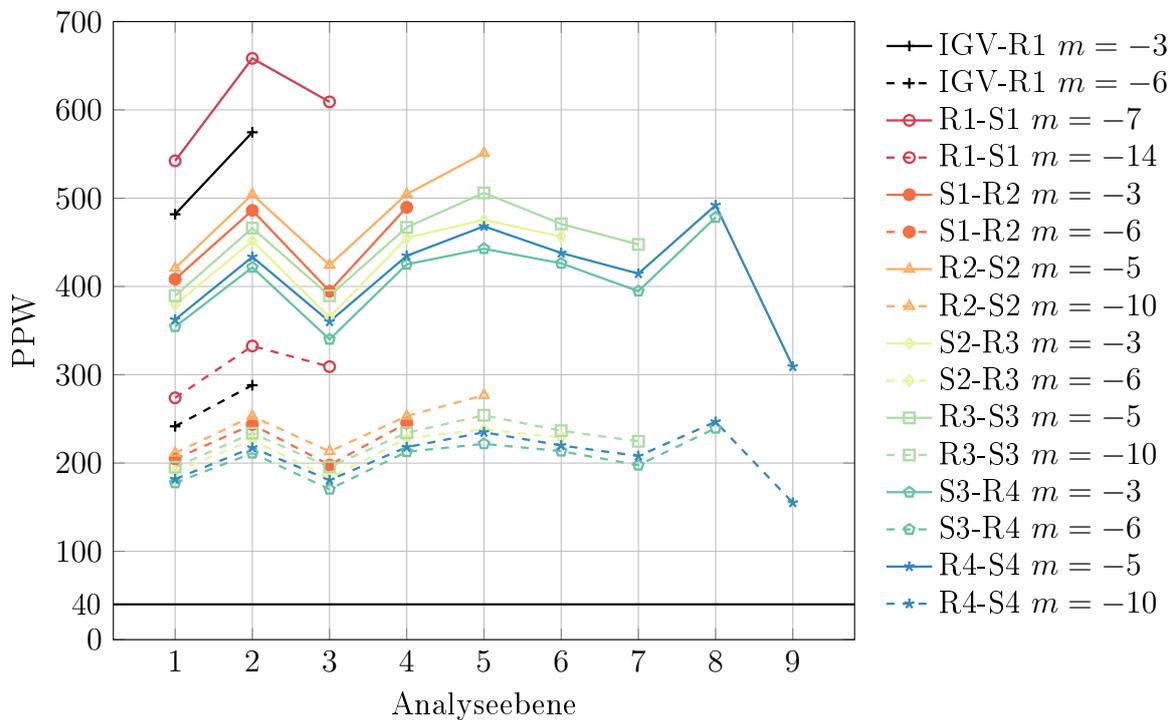


Abbildung 3.3: Knoten pro Wellenlänge (PPW) für die RSI-Moden $h = 1, s = -1$ und $h = 2, s = -2$

Durch die oben genannten Anforderungen entsteht ein numerisches Gitter mit ca. 38 Millionen Knoten. Für die Netzkonvergenzstudie (s. Abschn. 3.2.3 und 3.2.4) wird dieses Netz in jede Raumrichtung vergrößert und verfeinert. Eine Übersicht der entstehenden Netze mit den zugehörigen Knotenzahlen liefert Tab. 3.4.

Tabelle 3.4: Anzahl der Zellen der numerischen Netze

	Netz 1	Netz 2	Netz 3
Anzahl Zellen	131.516.251	37.717.248	4.714.656

3.2.3 Aerodynamische Netzstudie

Mit den im vorherigen Abschnitt vorgestellten Netzen wird eine Netzstudie hinsichtlich der aerodynamischen Größen durchgeführt. Die Abschätzung des Fehlers der numerischen Lösung in Abhängigkeit von der Netzdichte erfolgt auf Basis der Richardson-Extrapolation durch den Grid Convergence Index (GCI) (ASME 2009). Die Gleichungen zur Beschreibung der Kenngrößen und die vollständigen Ergebnisse sind im Anhang A dargestellt. Abbildung 3.4 zeigt das berechnete Totaldruckverhältnis und den isentropen Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der Netzauflösung. Die Werte nähern sich für feinere Netze asymptotisch dem

extrapolierten Wert der Lösung f_e an. Die Abweichung zum extrapolierten Wert f_e beträgt für das an die akustischen Anforderungen angepasste Netz 2 $EERE_{2,\pi_{\text{tot}}} = 0,032\%$ bzw. $EERE_{2,\eta_{\text{is}}} = 0,014\%$.

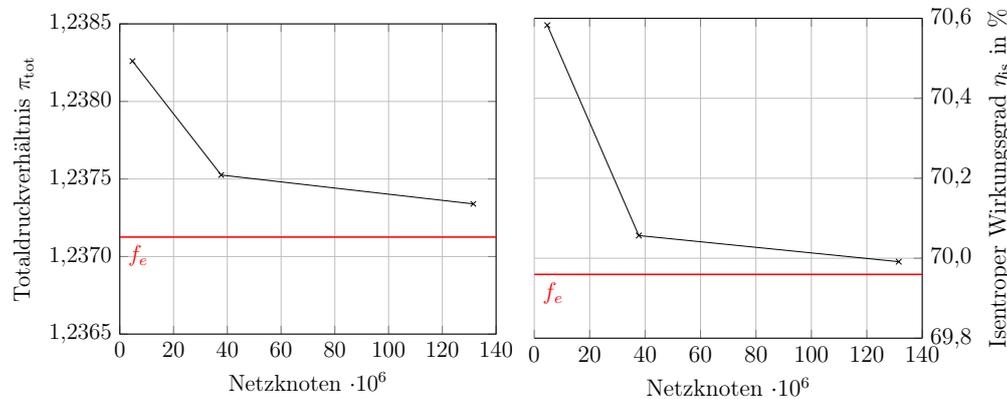


Abbildung 3.4: Netzkonvergenz hinsichtlich des Totaldruckverhältnisses und des isentropen Wirkungsgrades

3.2.4 Aeroakustische Netzstudie

Wie in Abschn. 3.2.1 beschrieben, folgt die Vernetzungsstrategie den Vorgaben von Schnell (2004). Zu beachten ist, dass Schnell (2004) die Anforderungen an die räumliche Diskretisierung akustischer Wellen auf Basis gleichförmiger Netze und konstanter aerodynamischer Bedingungen getroffen hat. Im vorliegenden Testfall dieser Arbeit sind diese Voraussetzungen nicht gegeben, daher können hier die Anforderungen höher sein als von Schnell (2004) beschrieben. Ebenso kommt es an den Schaufeln zu einem Streueffekt der eingekoppelten Moden. Dies kann zu einer zusätzlichen Dämpfung der modalen Amplituden führen.

Um das Dissipationsverhalten der drei generierten Netze zu quantifizieren, werden synthetische Moden am Auslass des IGV (Abb. 3.2, AE 2) eingekoppelt und die Dämpfung am Einlass (Abb. 3.2, AE 1) bestimmt. Abbildung 3.5 zeigt das Dämpfungsverhalten einer Cut-On-Mode $mn = (-3, 0)$, $f_m = 3795$ Hz für die drei generierten Netze. Diese Mode ist repräsentativ für die durch die Interaktion IGV-R1 generierte Cut-On-Mode (s. Tab. 3.3). Die Dämpfung der Mode liegt für alle Netze unter dem von Schnell (2004) definierten Limit von $0,5 \text{ dB}/\lambda_x^-$.

Die Abhängigkeit von der Gitterauflösung pro Wellenlänge ist in Abb. 3.6 dargestellt. Die Mode $mn = (-3, 0)$ wird mit verschiedenen Anregungsfrequenzen eingekoppelt, woraus unterschiedliche axiale Wellenlängen λ_x^- und somit variierende PPW erzielt werden. Die gewählte minimale Auflösung von 40 PPW führt zu einer Dämpfung von $0,46 \text{ dB}/\lambda_x^-$ und erfüllt die gesetzte Anforderung der maximalen Dämpfung. Mit steigendem PPW sinkt die

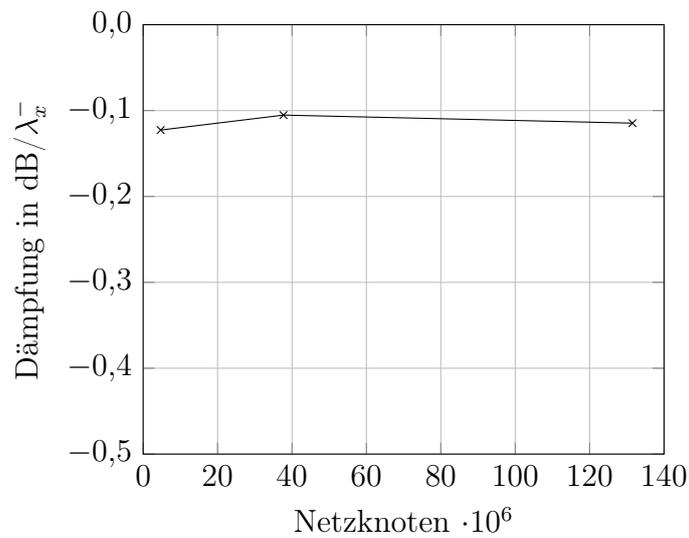


Abbildung 3.5: Netzkonvergenz hinsichtlich der Amplitudendämpfung der Mode $mn = (-3, 0)$ mit $f_m = 3795$ Hz

Amplitudendämpfung der Mode asymptotisch.

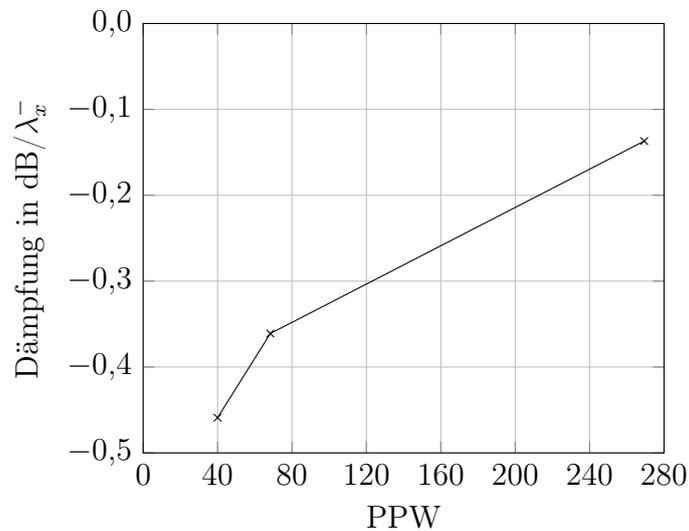


Abbildung 3.6: Simulationen mit Netz 2 - Amplitudendämpfung der Mode $mn = (-3, 0)$ für variierende axiale Wellenlängen

Netz 2 erfüllt sowohl die aerodynamischen als auch die aeroakustischen Anforderungen hinsichtlich Netzkonvergenz und maximaler Amplitudendämpfung. Um den Aufwand numerischer Ressourcen möglichst gering zu halten, ist das Netz 2 dem Netz 1 vorzuziehen. Alle folgenden Simulationen der vorliegenden Arbeit werden somit mit Netz 2 durchgeführt.

3.2.5 Überprüfung des Betriebspunktes

Zur Überprüfung der Lage des in Abschn. 3.1 gewählten Betriebspunktes im Kennfeld werden RANS-Simulationen der Drehzahlkennlinie $n = 9900 \text{ min}^{-1}$ durchgeführt. Die gewählten Randbedingungen der Simulationen sind in Tab. 3.5 aufgeführt. Die berechneten Totaldruckverhältnisse und die isentropen Wirkungsgrade für die simulierten Betriebspunkte sind in Abb. 3.7 aufgetragen. Der für die Netzerstellung gewählte Betriebspunkt (Markierung \circ in Abb. 3.7) liegt nahe der Durchsatzgrenze des Verdichters. Der erzielte Massenstrom kann nach Vergleich mit den Kennfeldmessungen von Siemann et al. (2016) experimentell erreicht werden. Alle nachfolgend durchgeführten aerodynamischen und aeroakustischen Simulationen erfolgen für den hier gewählten Betriebspunkt.

Tabelle 3.5: Randbedingungen der Simulationen der Drehzahlkennlinie $n = 9900 \text{ min}^{-1}$

	Eintritt	Austritt
Statischer Druck p_{stat}		100-130 kPa
Totaldruck p_{tot}	100 kPa	
Totaltemperatur T_{tot}	289 K	
Turbulente Intensität Tu	0,03	
Turbulentes Längenmaß L_T	0,00018 m	

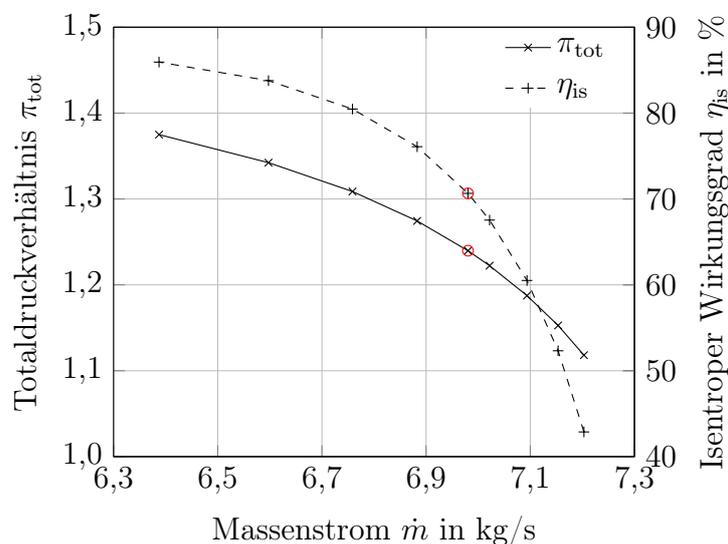


Abbildung 3.7: Berechnetes Totaldruckverhältnis und isentroper Wirkungsgrad für die Teillastdrehzahl $n = 9900 \text{ min}^{-1}$. Der gewählte Betriebspunkt für die akustischen Untersuchungen ist mit \circ markiert.

3.3 Plausibilisierung

Eine Validierung des numerischen Setups anhand experimenteller Daten ist für den vorliegenden Betriebspunkt nicht möglich, da für diesen keine Daten zur Verfügung stehen. Stattdessen wird das vorliegende Setup (im Folgenden „Setup A“ genannt) mit einem gegen einen anderen Betriebspunkt validierten Setup der gleichen Verdichterkonfiguration (im Folgenden „Setup B“ genannt) plausibilisiert.

Eine Übersicht der Unterschiede der beiden Setups ist in Tab. 3.6 dargestellt. Der Strömungspfad hinsichtlich Schaufel- und Gehäusekontur ist für beide Setups identisch. Nebenseitig berücksichtigt Setup B die Kavitäten zwischen den Schaufelträgern. Setup A nimmt hier eine spaltfreie Nabekontur an. In der Modellierung unterscheiden sich die Setups dahingehend, dass in Setup B die Transition über das $\gamma-Re_\theta$ -Modell simuliert wird. Setup A modelliert die Grenzschichten vollturbulent, ohne Transition von laminarer zu turbulenter Grenzschicht. Aufgrund der akustischen Anforderungen an das numerische Gitter, ist das Netz von Setup A in Strömungsrichtung feiner aufgelöst als das Netz von Setup B. In Abb. 3.8 ist beispielhaft ein Detailausschnitt der Netze an der Hinterkante des ersten Rotors dargestellt.

Tabelle 3.6: Unterschiede der numerischen Setups

	Setup A	Setup B
Geometrie	ohne Kavitäten	mit Nabenkavitäten
Vernetzung	ca. 38 Mio Zellen, akustik-angepasst	ca. 36 Mio Zellen
Turbulenzmodell	Menter SST $k-\omega$	Menter SST $k-\omega$ mit $\gamma-Re_\theta$ -Transitionsmodell

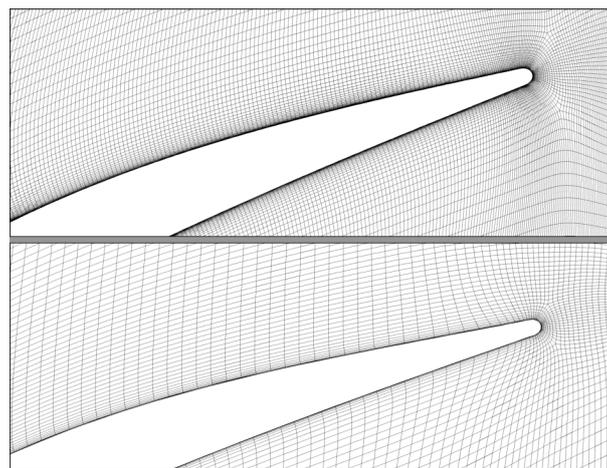


Abbildung 3.8: Numerisches Gitter im Mittenschnitt des ersten Rotors;
oben: Setup A, unten: Setup B

3.3.1 Vergleich der Aerodynamik

Abbildung 3.9 zeigt einen Vergleich des globalen Totaldruckverhältnisses π_{tot} und des isentropen Wirkungsgrades η_{is} der beiden Setups (s. Anh. A). Setup B liefert eine verlustärmerere Verdichtung der Strömung, was anhand des höheren Totaldruckverhältnisses und isentropen Wirkungsgrades deutlich wird. Auch der Massendurchsatz ist für Setup B um $\Delta\dot{m}_{B,A} \approx 132 \text{ g/s}$ höher. Ein Vergleich der radialen Totaldruckverläufe in Abb. 3.10 und der Differenz der massengemittelten Totaldrücke im Nachlauf der Schaufeln in Abb. 3.11 macht deutlich, dass die Abweichungen im Druckaufbau stromab zunehmen. Eine Ausnahme bildet die letzte Stufe mit Rotor 4 und Stator 4. Die maximale Abweichung zeigt sich hinter Stator 3. Dort ist der Totaldruck des Setups B um $\Delta_{B,A}p_{\text{tot}} \approx 1100 \text{ Pa}$ höher im Vergleich zu Setup A.

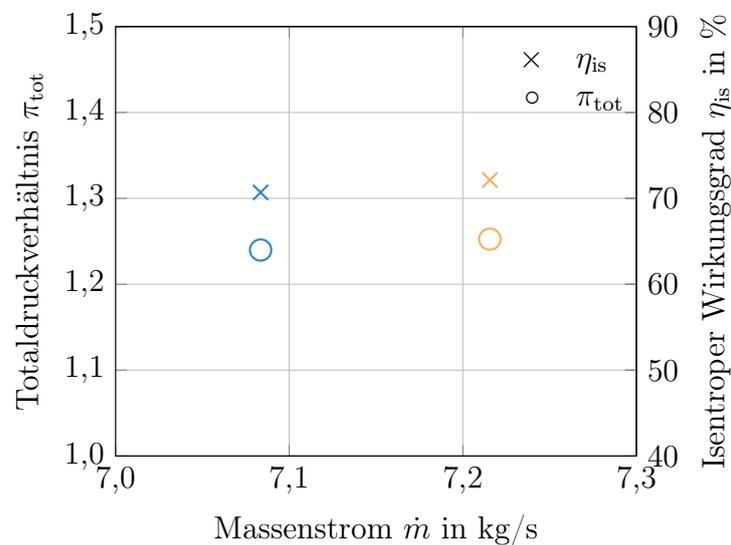


Abbildung 3.9: Vergleich des Totaldruckverhältnisses und isentropen Wirkungsgrades für Setup A (blau) und Setup B (orange)

3.3 Plausibilisierung

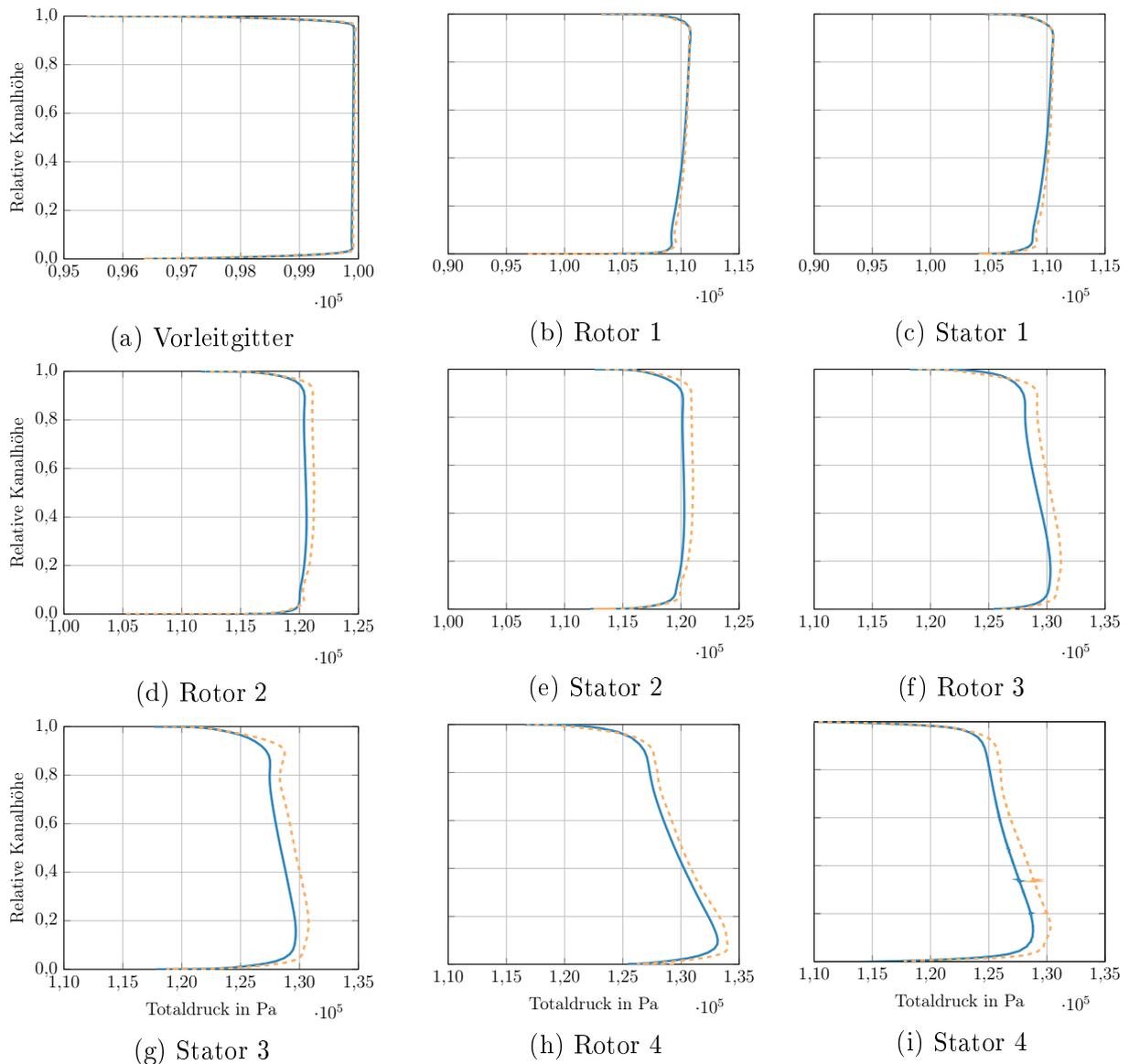


Abbildung 3.10: Massengemittelter radialer Totaldruckverlauf hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)

Im Anhang dargestellt sind zudem Vergleiche der absoluten Mach-Zahl (s. Abb. B.1) und der azimuthalen und radialen Strömungswinkel (s. Abb. B.4 und B.5). Hinter Stator 4 sind die größten Abweichungen in absoluter Mach-Zahl $\Delta Ma_{abs,AB} = -0,03$ und Strömungswinkeln $\Delta \alpha_{\theta,AB} = 1,72^\circ$ und $\Delta \alpha_{r,AB} = -0,32^\circ$ erkennbar. Das Fluid in den Kavitäten von Setup B wird während des Durchganges erwärmt (Flores 2018). Den Wärmeeintrag durch die Leckageströmung in die Hauptströmung zeigt sich in Abb. B.6 durch die Erhöhung der Totaltemperatur in Nabennähe.

Die Schallentstehung durch Rotor-Stator-Interaktion ist maßgeblich von der Ausprä-

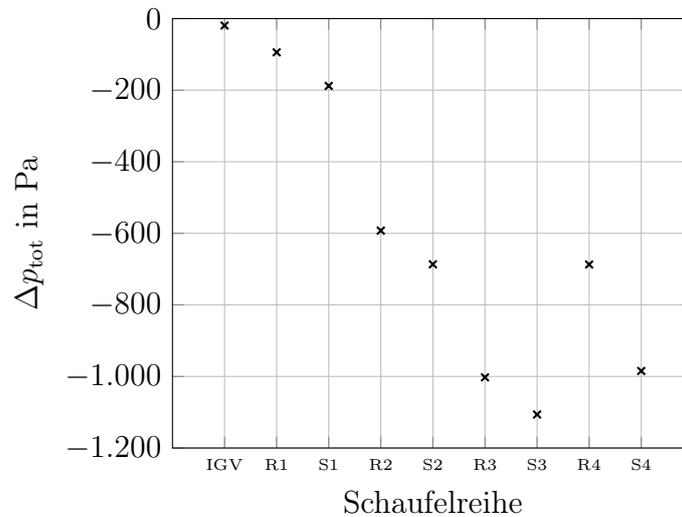


Abbildung 3.11: Differenz der massengemittelten Totaldrücke hinter den Schaufelreihen

$$\Delta p_{\text{tot},AB} = p_{\text{tot},A} - p_{\text{tot},B}$$

gung der Nachläufe abhängig (s. Abschn. 1.2). Der Druckverlustbeiwert im Nachlauf der Schaufeln ist gemäß

$$c_p = \frac{p_{\text{tot},\text{ein}} - p_{\text{tot},i}}{p_{\text{tot},\text{ein}} - p_{\text{aus}}} \quad (3.4)$$

auf den Gesamtdruckaufbau des 4,5-stufigen Axialverdichters normiert. Da die Kavitäten im Setup B nabenseitig verortet sind, sind die Nachläufe hinter den Schaufelreihen für 10% Kanalhöhe und für den Mittenschnitt bei 50% Kanalhöhe in den Abbildungen 3.12 und 3.13 dargestellt. Das höhere Druckniveau von Setup B ist für alle Nachläufe sowohl bei 10% als auch bei 50% erkennbar. Die Nachlaufdelle im Setup A ist an allen Positionen breiter im Vergleich zu Setup B. Durch die gröbere Auflösung des Netzes in Setup B (s. Abb. 3.8) wird die Ausmischung des Nachlaufs durch die numerische Dissipation beschleunigt. In Nabennähe schwankt die Überdeckung der Minima der Nachlaufdellen für die Schaufelreihen IG, V bis Rotor 4 von $-2,6\%$ bis $0,4\%$. Hinter Stator 4 ist der Nachlauf von Setup B um $3,6\%$ in Rotationsrichtung verschoben. Der Druckverlust ist hier für Setup B um $17,5\%$ gegenüber Setup A höher. Auch im Mittenschnitt ist dieser Trend erkennbar. Während die Abweichungen der Dellenminima für die Stufen 1 bis 3 von $-0,2\%$ bis $0,9\%$ schwanken, zeigen Rotor 4 und Stator 4 mit $-3,0\%$ bzw. $3,1\%$ höhere Verschiebungen der Nachlaufdellen. Der Druckverlust von Setup B ist um $15,1\%$ höher bezogen auf Setup A.

3.3 Plausibilisierung

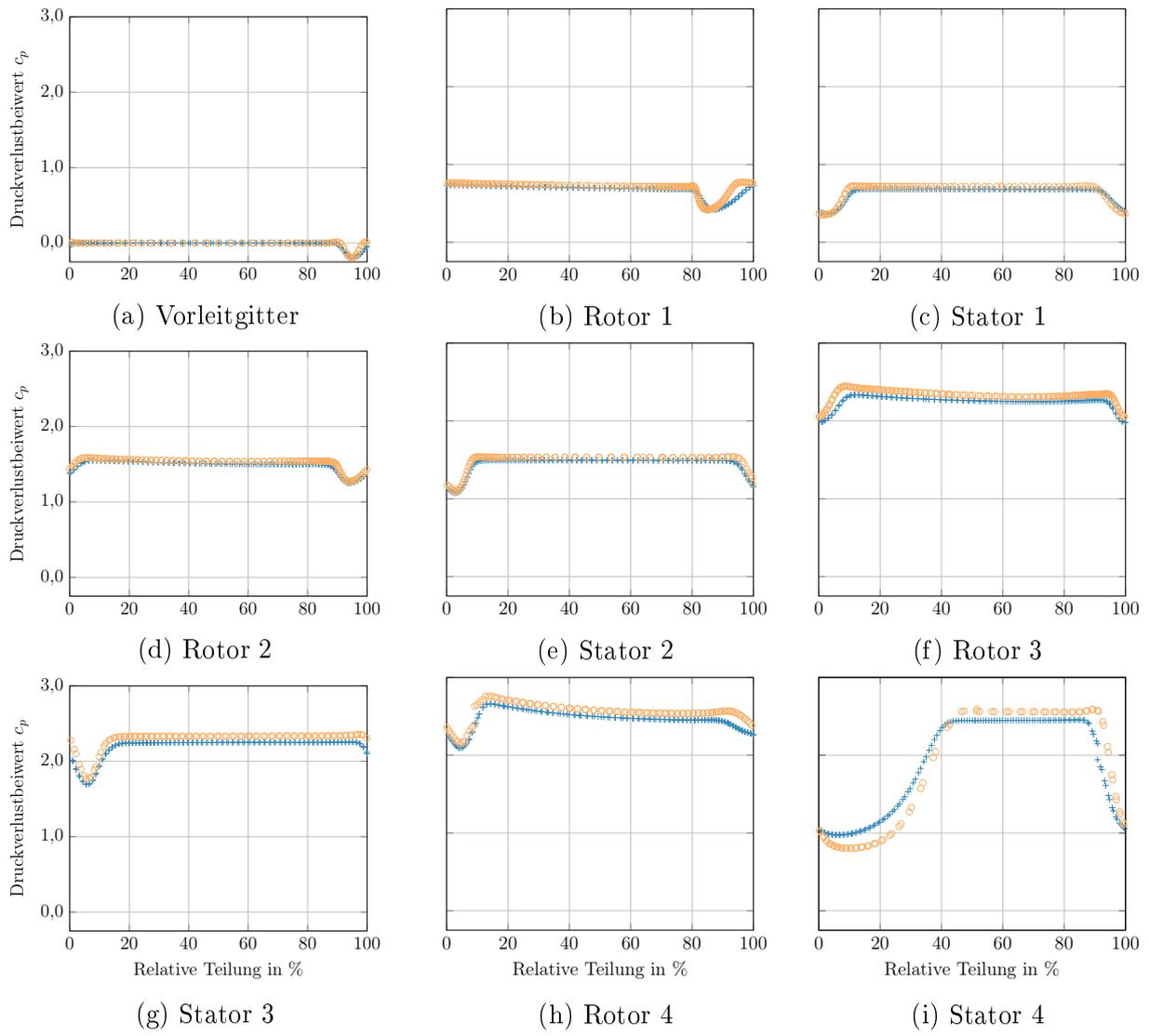


Abbildung 3.12: Druckverlustbeiwert c_p des Nachlaufs der Schaufelreihen bei 10% der Kanalhöhe, Setup A (+) und Setup B (o)

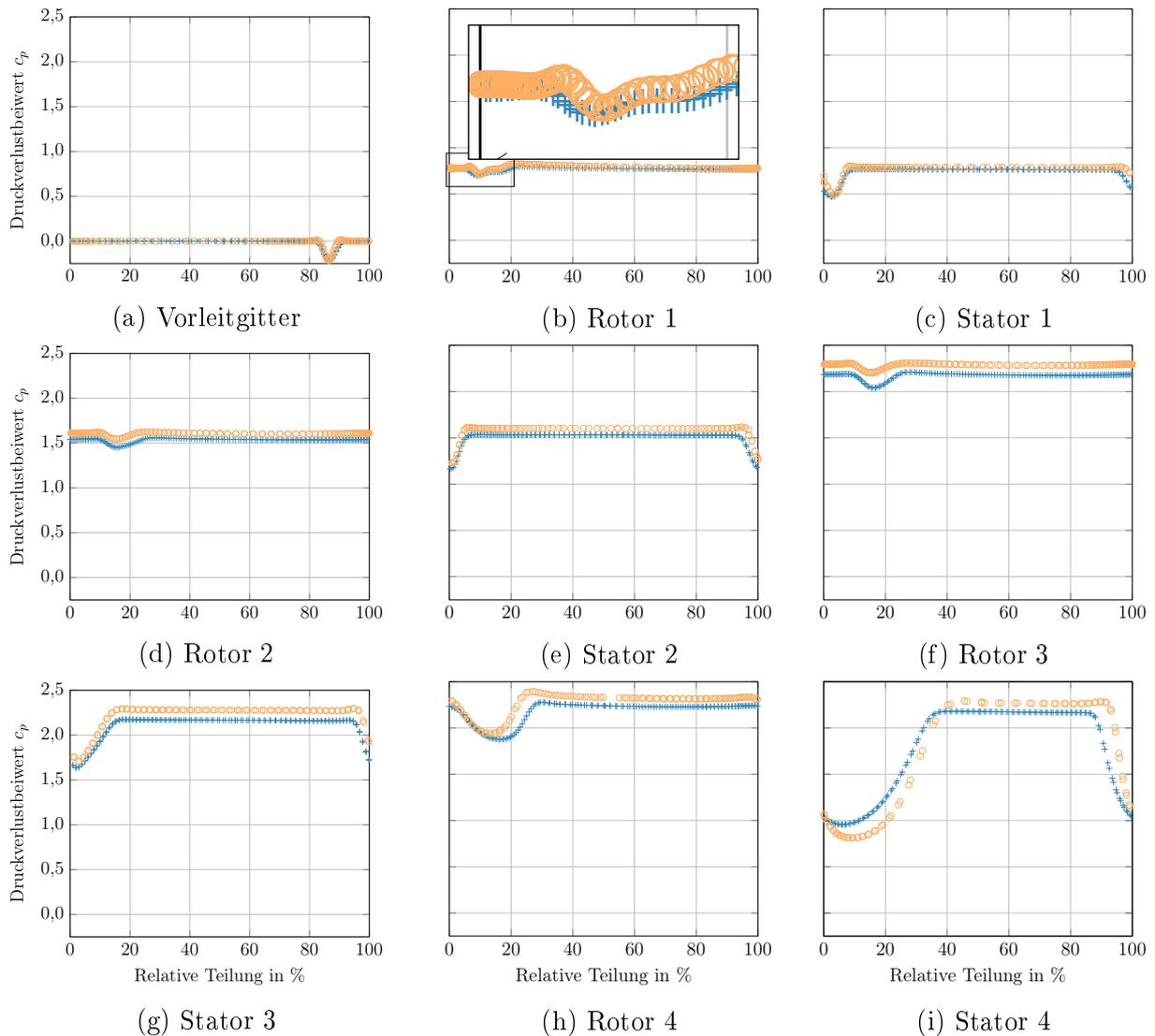


Abbildung 3.13: Druckverlustbeiwert c_p des Nachlaufs der Schaufelreihen im Mittenschnitt, Setup A (+) und Setup B (o)

Die signifikanteste Abweichung zwischen den Strömungsfeldern der beiden Setups ist die Differenz im Druckaufbau. Diese kann auf zwei Ursachen zurückgeführt werden:

1. Transitionsmodell

Setup B ist mittels Transitionsmodell in der Lage laminar-turbulente Umschläge in der Grenzschicht, sowie ein Wiederanlegen der Strömung abzubilden. In Setup A wird die Grenzschicht vollturbulent ohne Transitionsmodell modelliert. Hierdurch sind bei Setup A die Reibungsverluste in der Grenzschicht und der damit einhergehende Druckverlust höher.

2. Kavitäten

Der durch die Kavitäten verursachte aerodynamische Effekt, der zu einem höheren Druckaufbau führt, ist nicht Gegenstand dieser Arbeit und kann nicht konkret benannt werden. Ein Vergleich der isentropen Reaktionsgrade der Stufen gemäß

$$r_s = \frac{\Delta h_{\text{Rotor}}}{\Delta h_{\text{Stufe}}} \quad (3.5)$$

in Tab. 3.7 zeigt allerdings eine Reduktion der Reaktionsgrade für die Stufen 1 bis 3 und eine Erhöhung in Stufe 4. Um den Einfluss der Kavitäten von dem des Transitionsmodells zu separieren, sind in Tab. 3.7 ebenfalls die Reaktionsgrade für eine Simulation des Setup B ohne Transitionsmodell (mit Kavitäten) dargestellt. Die Kavitäten verschieben den Reaktionsgrad in Richtung gleicher Enthalpieänderung über Rotor und Stator der Stufe bei $r_s = 0,5$. Nach Lechner und Seume (2009) führt ein Ungleichgewicht in die eine oder andere Richtung zu höheren Verlusten, da die Änderungen in Geschwindigkeit und kinetischer Energie über die Stufe höher sind. Die Verluste sind in Setup B somit im Vergleich zu den Setups ohne Kavitäten geringer, wodurch ein höherer Druckaufbau erzielt wird.

Tabelle 3.7: Isentroper Reaktionsgrad r_s der Stufen für Setup A und Setup B

	Setup A	Setup B	Setup B ohne Transitionsmodell
Stufe 1	0,6877	0,6721	0,6709
Stufe 2	0,7313	0,7278	0,7189
Stufe 3	0,8717	0,8660	0,8620
Stufe 4	0,2862	0,3998	0,3929

Der Einfluss auf den Druckaufbau beider Modellparameter – Kavitäten und Transitionsmodell – wird in Abb. 3.14 deutlich. Dargestellt ist der radiale Totaldruckverlauf hinter Stator 3, da hier die größte Totaldruckdifferenz auftritt (vgl. Abb. 3.11). Dieser ist für verschiedene Variationen des Setups B dargestellt. Die Kavitäten reduzieren maßgeblich den „Druckbauch“ an der Nabe relativ zum ursprünglichen Setup B. Das Transitionsmodell führt zu einem gleichmäßigen Versatz zu niedrigeren Drücken über die radiale Höhe. Mit dem Einfluss dieser beiden Modellparameter können folglich die Unterschiede im Druckaufbau zwischen Setup A und Setup B erklärt werden.

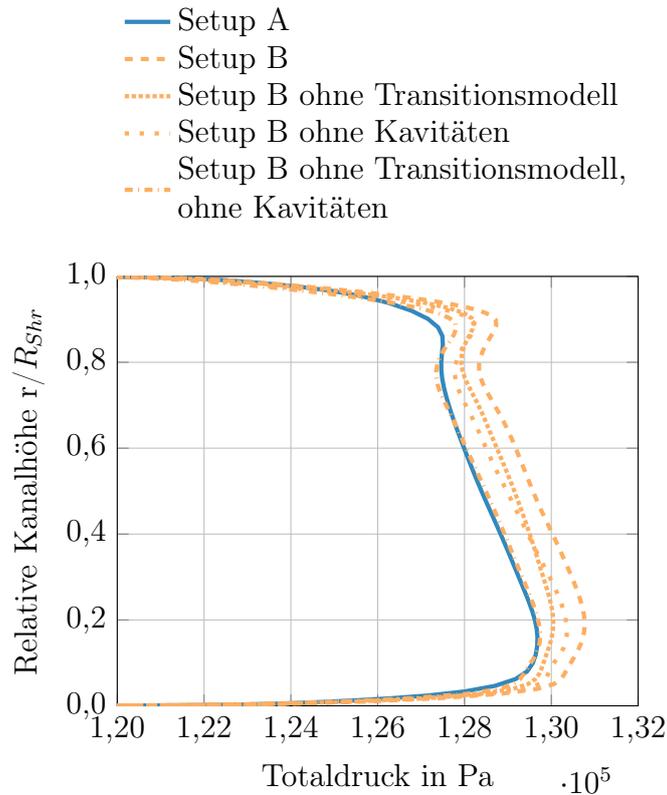


Abbildung 3.14: Totaldruck hinter Stator 3

3.3.2 Einfluss auf die Modenausbreitung

Im vorhergehenden Abschnitt werden die Unterschiede in den berechneten Strömungsfeldern für das vorliegende numerische Setup mit einem Referenzsetup beschrieben und erläutert. In diesem Abschnitt folgt eine Abschätzung, welchen Einfluss die Abweichungen in der Aerodynamik auf die Ausbreitungscharakteristik akustischer Moden haben. Diese Abschätzung erfolgt mittels einer Sensitivitätsanalyse nach Hurfar (2021). Hurfar (2021) hat gezeigt, dass eine Ähnlichkeit der Ausbreitung akustischer Moden durch den axialen Gruppenausbreitungswinkel beschrieben werden kann. Unter der Annahme einer spezifischen akustischen Mode m unter definierten geometrischen Randbedingungen, gilt die Ähnlichkeitsbeziehung

$$\phi_{Gr,x}^{\pm} = \Psi_{\phi}(Ma, He, m) \quad (3.6)$$

des axialen Gruppenausbreitungswinkels mit den dimensionslosen Parametern Mach-Zahl Ma und Helmholtz-Zahl He . Für eine definierte Mode existiert eine Vielzahl an Kombinationen der Mach-Zahl und Helmholtz-Zahl, die in den gleichen axialen Gruppenausbreitungswinkel resultieren. Die Sensitivität des axialen Gruppenausbreitungswinkels hinsichtlich der Änderungen in Mach-Zahl und Helmholtz-Zahl gibt die Elastizität gemäß

$$\Xi_{f(x)|x} = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \cdot \frac{x}{f(x)} \quad (3.7)$$

wieder (Hurfar 2021). Die Sensitivität wird hier hinsichtlich der Variationen in axialer und azimuthaler Mach-Zahl für den axialen Gruppenausbreitungswinkel entgegen der Strömung gemäß Gl. (2.39) bestimmt:

$$\Xi_{\phi_{Gr,x}^-|Ma_x} = \frac{\partial \phi_{Gr,x}^-}{\partial Ma_x} \cdot \frac{Ma_x}{\phi_{Gr,x}^-} \quad (3.8)$$

$$\Xi_{\phi_{Gr,x}^-|Ma_\phi} = \frac{\partial \phi_{Gr,x}^-}{\partial Ma_\phi} \cdot \frac{Ma_\phi}{\phi_{Gr,x}^-} \quad (3.9)$$

Die Bestimmung der Sensitivität erfolgt je Rotor-Stator- bzw. Stator-Rotor-Paar für die betragsmäßig kleinsten Cut-On-Moden aus der RSI-Analyse (Abschn. 3.2.2), also $s = -1$ für die erste Harmonische $h = 1$ und $s = -2$ für die zweite Harmonische $h = 2$ (vgl. Tab. 3.3) an der jeweils stromauf liegenden Analyseebene des Schaufelpaars (s. Abb. 3.2, Analyseebenen 1 bis 8). Da das Nabenverhältnis entlang der Kanalachse variiert, gilt die berechnete Sensitivität nur an diesen definierten Positionen im Kanal. Die Funktionsverläufe der Sensitivitäten sind beispielhaft für die Mode R1-S1 ($s = -1, h = 1$) in Abb. 3.15 dargestellt. Mit zunehmender axialer Mach-Zahl, steigt auch die Sensitivität hinsichtlich Ma_x . Eine Zunahme des Dralls bewirkt eine Reduzierung der Sensitivität. Der Bereich der höchsten Sensitivität $\Xi_{\phi_{Gr,x}^-|Ma_x}$ liegt folglich bei $Ma_x = max$ und $Ma_\phi = 0$. Die Sensitivität hinsichtlich der azimuthalen Mach-Zahl Ma_ϕ wird sowohl durch steigende axiale, als auch azimuthale Mach-Zahlen erhöht. Das Maximum der Sensitivität ist für $\Xi_{\phi_{Gr,x}^-|Ma_\phi}$ bei $Ma_x = max$ und $Ma_\phi = max$ zu verzeichnen. Generell gilt: je näher die Mode an ihrer Cut-Off-Grenze propagiert ($\phi_{Gr,x} \rightarrow 90^\circ$), desto sensitiver ist sie gegen Änderungen in der Aerodynamik (Hurfar 2021).

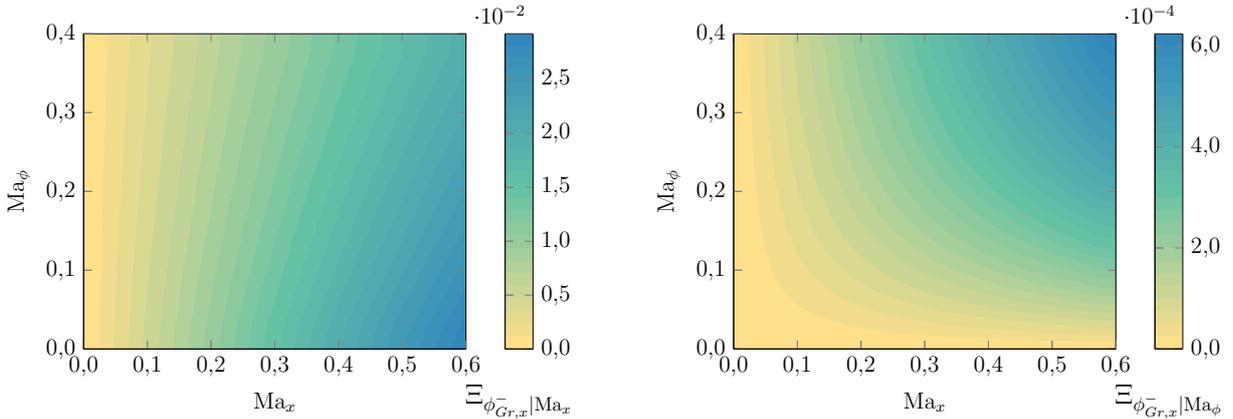


Abbildung 3.15: Sensitivitäten der Mode $mn=(-7,0)$, BPF=3795 Hz vor Rotor 1;
links: Sensitivität hinsichtlich Ma_x , rechts: Sensitivität hinsichtlich Ma_ϕ

Abbildung 3.16 zeigt die Sensitivitäten der RSI-Moden der ersten Harmonischen für jedes Schaufelpaar. Hinsichtlich der azimuthalen Mach-Zahl, liegt $\Xi_{\phi_{Gr,x}^-|Ma_\phi}$ für alle RSI-Moden im Bereich von $0,3 \cdot 10^{-2}$ bis $0,9 \cdot 10^{-2}\%$ (an AE 1 vor IGV-R1 ist die Strömung

rein axial, das heißt dort ist die Sensitivität gleich null). Die Sensitivität $\Xi_{\phi_{Gr,x}^-|Ma_x}$ ist um zwei Größenordnungen höher. Die höchste Sensitivität ist bei der durch R1-S1 generierte Mode $mn = (-7, 0)$ zu verzeichnen (s. a. Abb. 3.15). Mit der relativen Abweichung der Mach-Zahlen der Setups A und B, an den definierten Analyseebenen wird mit

$$\Delta\phi_{Gr,x|Ma_x} = \Xi_{\phi_{Gr,x}^-|Ma_x} \cdot \Delta Ma_x \quad (3.10)$$

$$\Delta\phi_{Gr,x|Ma_\phi} = \Xi_{\phi_{Gr,x}^-|Ma_\phi} \cdot \Delta Ma_\phi \quad (3.11)$$

die relative Gesamtabweichung des axialen Gruppenausbreitungswinkels bestimmt. In Abb. 3.17 ist die relative Gesamtabweichung der Moden der ersten Harmonischen aufgetragen. Die Gesamtabweichung der zweiten Harmonischen ist insgesamt niedriger, diese findet sich in Anh. B.2 in Abb. B.7. Mode $mn = (-7, 0)$ wird an R1-S1 mit einem axialen Gruppenausbreitungswinkel $\phi_{Gr,x}^- = 166^\circ$ angeregt. Daraus ergibt sich eine absolute Differenz von $\Delta_{A,B}\phi_{Gr,x}^- = 4,2^\circ$ des axialen Gruppenausbreitungswinkels in Setup A und Setup B.

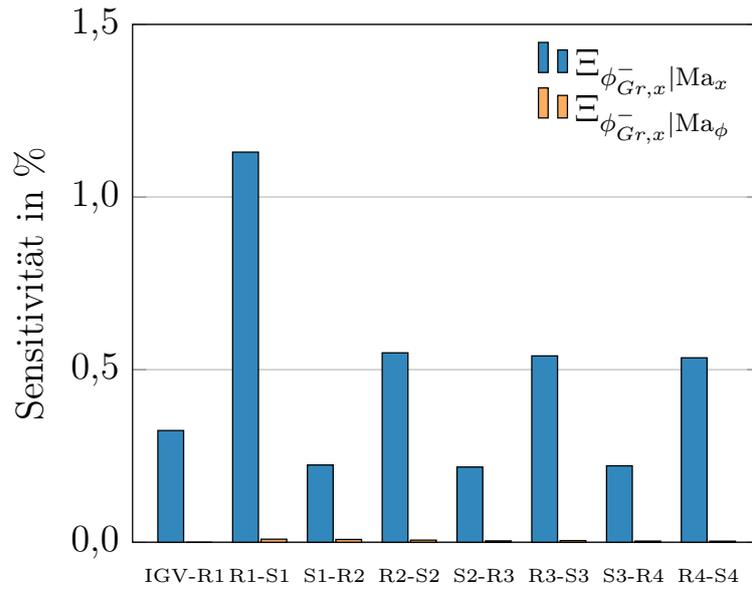


Abbildung 3.16: Sensitivitäten für die RSI-Moden $s = -1$, $h = 1$, $n = 0$

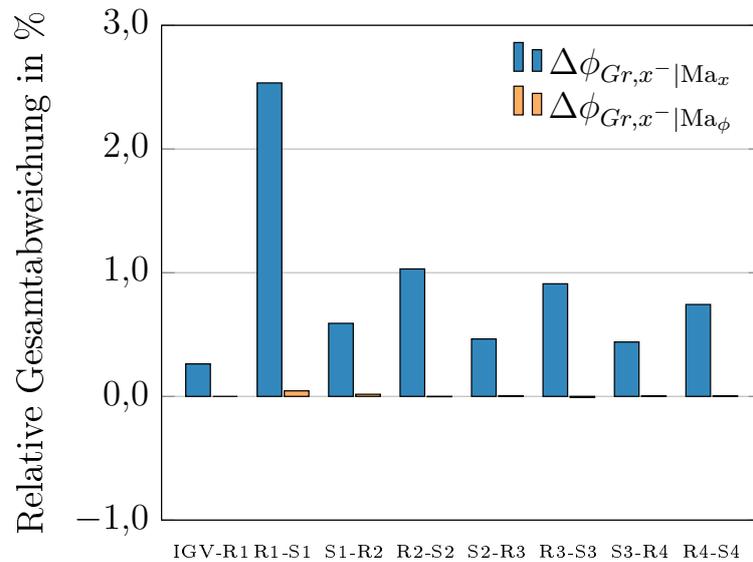


Abbildung 3.17: Relative Gesamtabweichung des axialen Gruppenausbreitungswinkels für die Moden $s = -1$, $h = 1$, $n = 0$

Die Sensitivitätsbetrachtung macht eine Einschätzung des Strömungseinflusses auf das Ausbreitungsverhalten möglich. Diese gilt allerdings nur für definierte Positionen im Strömungskanal. Die Änderung des Nabenverhältnisses entlang des Kanals hat direkten Einfluss auf den Eigenwert der Mode (s. Gl. (2.19)) und somit auf den axialen Gruppenausbreitungswinkel. Stromauf weitet sich der Kanal auf. Unter der Annahme gleichbleibender aerodynamischer Bedingungen folgt daraus eine Erhöhung des Cut-On-Verhältnisses und damit einhergehend eine Verschiebung des axialen Gruppenausbreitungswinkels Richtung Kanalachse ($\phi_{Gr,x} \rightarrow 180^\circ$, s. Abb. 2.1). Dies hat eine Reduktion der Sensitivitäten zur Folge. Für die in dieser Arbeit durchgeführte Betrachtung der stromauf propagierenden Moden, ist die oben gezeigte Sensitivitätsanalyse somit ein konservativer Indikator für die Abweichungen des axialen Gruppenausbreitungswinkels definierter Moden aufgrund der Unterschiede im aerodynamischen Feld der Setups A und B.

Zusammenfassung

Da keine Validierung des erzeugten numerischen Setups gegen experimentelle Daten möglich ist, wird eine Plausibilisierung gegen ein Referenzsetup durchgeführt. Dieses wurde bereits gegen einen anderen Betriebspunkt validiert.

Die signifikanteste Abweichung beider Setups liegt im effizienteren Druckaufbau des Referenzsetups. Essenziell für die Modellierung der Rotor-Stator-Interaktionsmoden ist die korrekte Abbildung der Schaufelnachläufe. Eine Verschiebung der Nachlaufdellen in Niveau und deren Verortung auf der Umfangsposition kann auf die Berücksichtigung der Kavitäten und der Transition im Referenzsetup zurückgeführt werden.

Der Transport der akustischen Moden wird maßgeblich durch die Mach-Zahlen und die Helmholtz-Zahl bestimmt. Demnach wird eine Sensitivitätsbetrachtung anhand dieser Parameter für die generierten RSI-Moden durchgeführt. Die maximale Differenz von $\Delta_{A,B}\phi_{Gr,x}^- = 4,2^\circ$ im axialen Gruppenausbreitungswinkel tritt für die Mode $mn=(-7,0)$ vor Rotor 1 auf. Es gilt allerdings zu beachten, dass eine Sensitivitätsabschätzung auf Cut-On-Moden limitiert ist. Die Analyse des Modentransportes (s. Kap. 4) umfasst allerdings auch eine Betrachtung des Ausbreitungsverhaltens der Cut-Off-Moden. Wie Hurfar (2021) zeigt, steigt die Sensitivität der Moden je näher sie an ihrer Cut-Off-Grenze propagieren. Somit ist für die im Grenzbereich schwingenden Cut-Off-Moden die Sensitivität jeweils im Maximum, deren Betrag durch die vorliegenden aerodynamischen Bedingungen und die Helmholtz-Zahl bestimmt wird.

4 Modentransport

Im folgenden Kapitel wird die Entstehung und der Transport akustischer Moden im Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter beschrieben und diskutiert. Zunächst werden in Abschn. 4.1 die Ergebnisse der Berechnung der Anregung der RSI-Moden gemäß Tab. 3.3 für jede Schaufelpaarung dargestellt. Anschließend erfolgt die Simulation des Transportes ausgewählter Moden bis zum Verdichtereinlass und ein Vergleich der Gesamtschallfelder der Schaufelpaarungen in Abschn. 4.2. Die RSI-Moden werden während des Transportes durch die Schaufelreihen in weitere Moden gestreut. Eine Diskussion der Modenstreuung an den Schaufelreihen und der Beitrag der Streumoden am Gesamtschallfeld erfolgt in Abschn. 4.3. Dieses Kapitel schließt mit einer kritischen Betrachtung der verwendeten Methoden zur Simulation und Auswertung der Schallausbreitung in Abschn. 4.4.

4.1 Modenanregung

Die Modenanregung wird für jedes Schaufelpaar separat simuliert. Dabei werden die Moden der ersten und zweiten Harmonischen der Schaufelwechselfrequenz gemäß Tab. 3.3 berücksichtigt. In diesem Abschnitt werden zunächst die generierten Moden am Ort ihrer Entstehung, an der Analyseebene (s. Abb. 3.2) stromauf des Schaufelpaares, dargestellt. Die Zerlegung des Schallfeldes erfolgt mittels RMA (s. Abschn. 2.3) für die Radialmodenordnungen $n = 0, \dots, 8$ und beinhaltet damit alle ausbreitungsfähigen Radialmoden der hier untersuchten Moden. Die erzeugte modale Schallenergie der stromauf laufenden Moden kann über die Schalleistung

$$P_{W,mn}^- = \frac{\pi R_{Shr}^2}{\rho a} \frac{k}{\check{k}_m} \frac{\check{\alpha}_{mn}(1 - \text{Ma}_x^2)^2}{(1 + \check{\alpha}_{mn})^2} |A_{mn}^-|^2 \quad (4.1)$$

quantifiziert werden (Tapken 2016). Die Schalleistung einer stromauf laufenden Azimutalmode ergibt sich durch die Summe über die Radialmoden

$$P_{W,m}^- = \sum_n P_{W,mn}^- \quad (4.2)$$

Der dazugehörige Schalleistungspegel wird mit dem Bezugswert $P_0 = 10^{-12}$ W für Luft (Schalleistung an der Hörschwelle) gemäß

$$L_{W,m}^- = 10 \lg \left(\frac{P_{W,m}^-}{P_0} \right) \text{ dB} \quad (4.3)$$

gebildet. Die Schalleistungspegel der RSI-Moden aller Schaufelpaarungen sind in den Abb. 4.1-4.8 dargestellt. In den Diagrammen sind die Pegel der Azimutalmoden über die Radialmodenordnungen $n = 0, \dots, 8$ für die Schaufelwechselfrequenz $h = 1$ und zweite Harmonische $h = 2$ der Schaufelwechselfrequenz zusammengefasst. Die schraffierten Bereiche markieren Moden, die am Ort der Entstehung (AE stromauf des Schaufelpaars) nicht ausbreitungsfähig sind. Für alle Schaufelpaarungen liegt der Schalleistungspegel der dominanten Moden in der Größenordnung $L_{W,m}^- \approx 140$ dB. Die dominanten Modenordnungen entsprechen für die Interaktionen IGV-Rotor 1 (s. Abb. 4.1), Stator 1-Rotor 2 (s. Abb. 4.3), Stator 3-Rotor 4 (s. Abb. 4.7) den direkten Schaufeldifferenzen, also $s = -1$ für $h = 1$ und $s = -2$ für $h = 2$, und somit den betragsmäßig kleinsten Modenordnungen. Im Falle der Interaktion Stator 2-Rotor 3 (Abb. 4.5) trifft das nur für die erste Harmonische zu. Die zweite Harmonische zeigt die dominante Modenordnung bei $m = -38$, $s = -3$. Die Interaktionen Rotor 1-Stator 1 (s. Abb. 4.2), Rotor 2-Stator 2 (s. Abb. 4.4), Rotor 3-Stator 3 (s. Abb. 4.6) und Rotor 4-Stator 4 (Abb. 4.8) weisen die dominante Modenordnung bei $s = 0, 1$ für $h = 1$ und $s = -1$ für $h = 2$ auf.

Die Interaktion der Statornachläufe und Statorpotentialfelder mit dem rotierenden Potentialfeld der stromab liegenden Rotorschaukeln generiert somit dominante Moden mit negativer Drehrichtung, dem Drall entgegengesetzt. Die Interaktion der rotierenden Rotornachläufe und Rotorpotentialfelder mit dem stehenden Potentialfeld der Statoren hingegen generiert dominante Moden mit positiver, dem Drall gleichgerichteter Drehrichtung.

Für alle Schaufelpaarungen ist für die erste Harmonische lediglich die Mode niedrigster Ordnung $h = 1$, $s = -1$ ausbreitungsfähig. Die zweite Harmonische generiert jeweils zwei Cut-On-Moden je Schaufelpaarung. Ausnahme bildet die Interaktion Stator 3-Rotor 4 (Abb. 4.7); hier wird durch die zweite Harmonische ebenfalls nur eine ausbreitungsfähige Mode bei $h = 2$, $s = -2$ angeregt. Für alle Paarungen ist die Mode niedrigster Ordnung $h = 2$, $s = -2$ ausbreitungsfähig. Wie in Abschn. 2.2 diskutiert, reduziert der Strömungsdrall die Cut-On-Frequenz entgegengesetzt rotierender Moden $m < 0$ und erhöht sie für mit dem Drall rotierende Moden $m > 0$. Dieser Effekt wird dahingehend deutlich, dass vor dem Vorleitgitter, wo die Strömung drallfrei einströmt und vor den Rotoren, wo der Strömung durch die stromauf liegenden Statoren Drall entzogen wird, auch Moden $m > 0$: $h = 2$, $s = -1$ der zweiten Harmonischen ausbreitungsfähig sind (s. Abb. 4.1, 4.2, 4.4, 4.6, 4.8). Vor den Statoren, wo besonders drallbehaftete Strömung der Rotoren ankommt, sind entgegengesetzt rotierende Moden höherer Ordnung ausbreitungsfähig $m < 0$: $h = 2$, $s = -3$ (s. Abb. 4.3, 4.5).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass kein signifikanter Unterschied in der Modenanregung zwischen den Schaufelpaarungen besteht. Sowohl der Schalleistungspegel der dominanten Moden, als auch die angeregten Modenordnungen und deren Ausbreitungsfähigkeit verhalten sich ähnlich für alle Schaufelinteraktionen. Im nachfolgenden Abschn. 4.2 wird der Modentransport für jedes Schaufelpaar bis zum Eintritt an Analyseebene 1 (s. Abb. 3.2) untersucht.

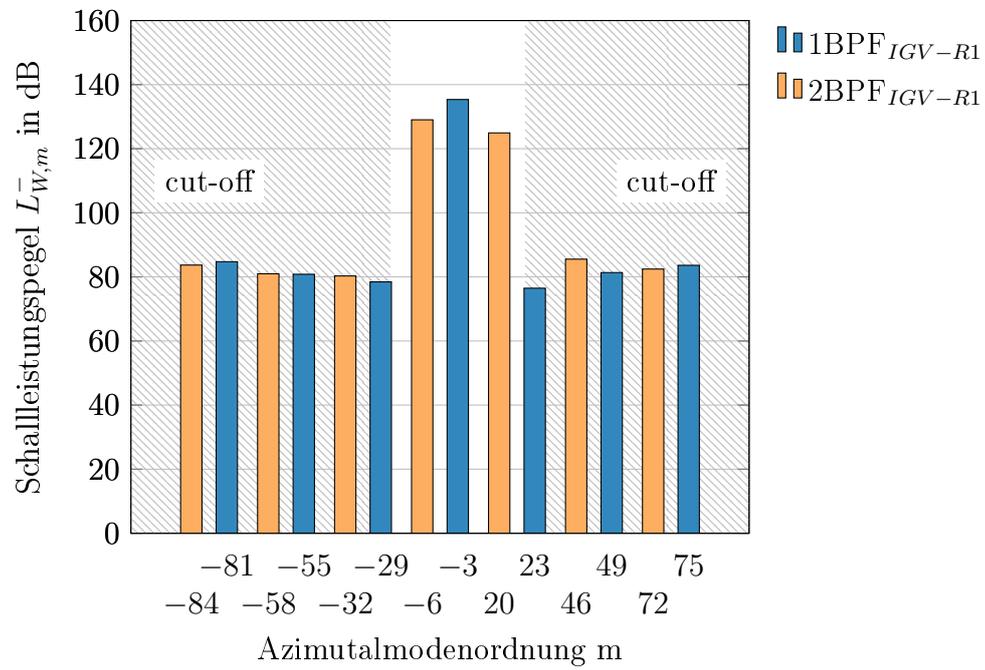


Abbildung 4.1: IGV-R1-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden

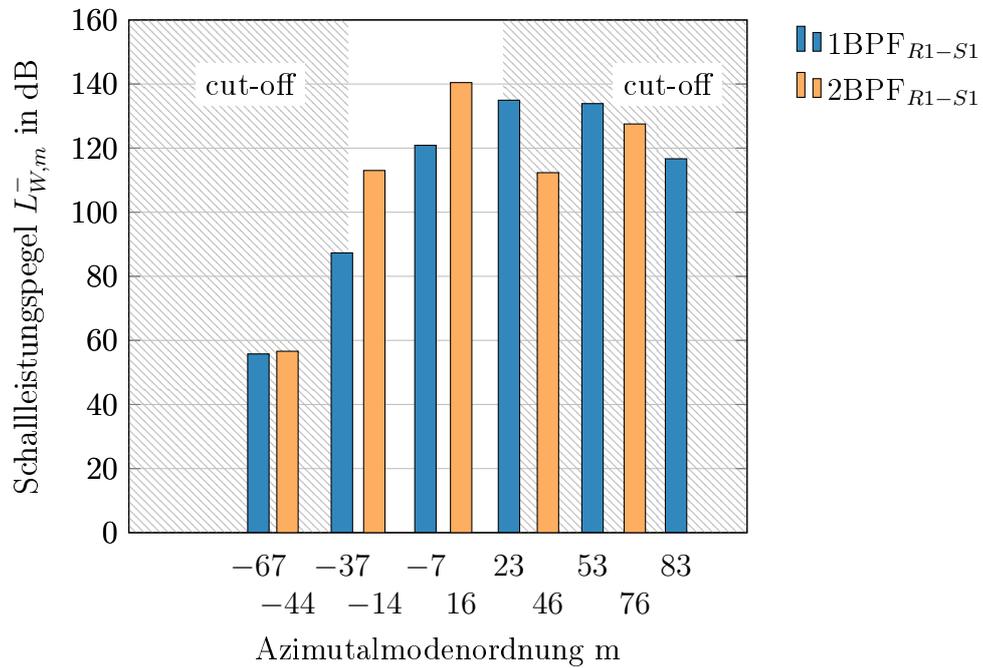


Abbildung 4.2: R1-S1-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden

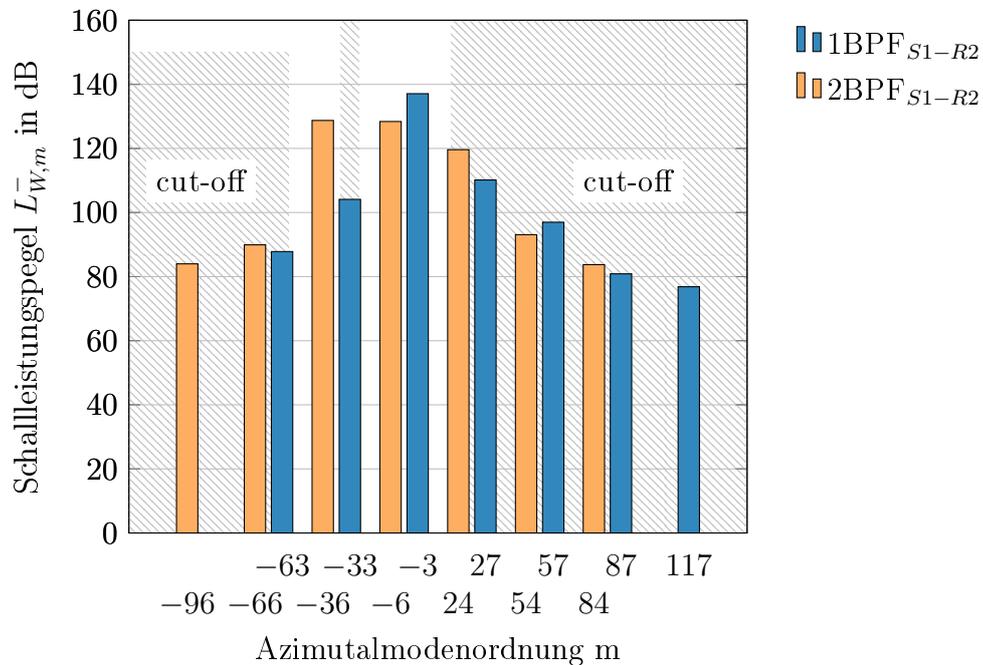


Abbildung 4.3: S1-R2-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden

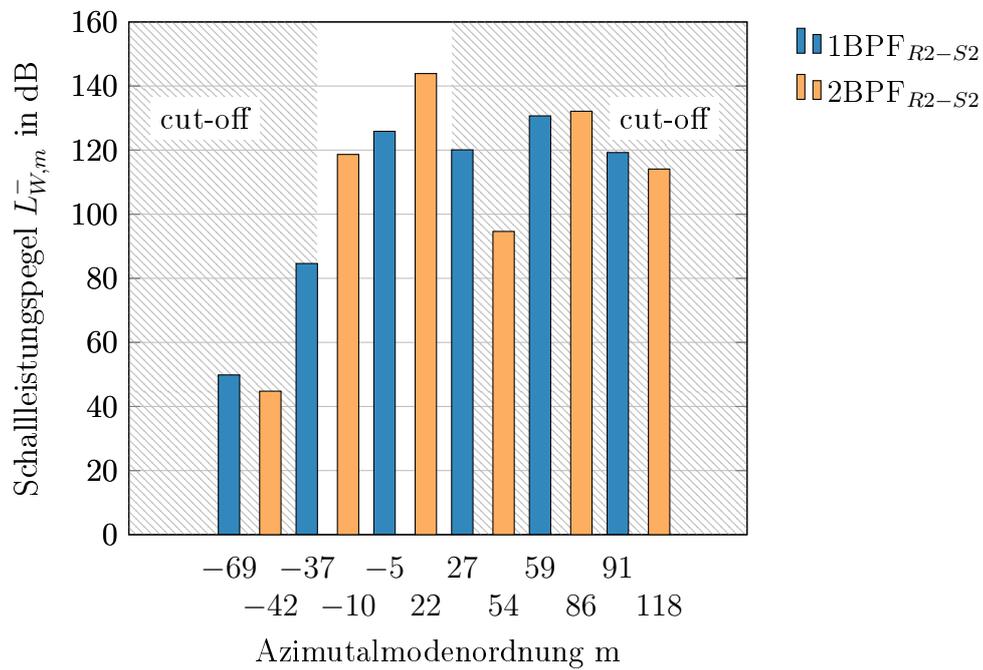


Abbildung 4.4: R2-S2-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden

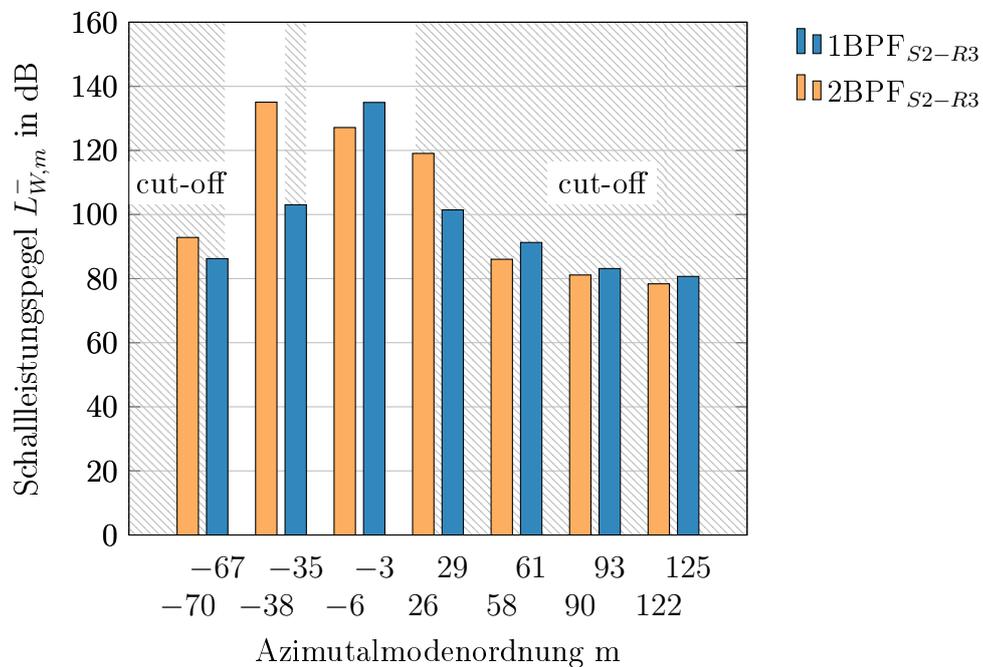


Abbildung 4.5: S2-R3-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden

4.1 Modenanregung

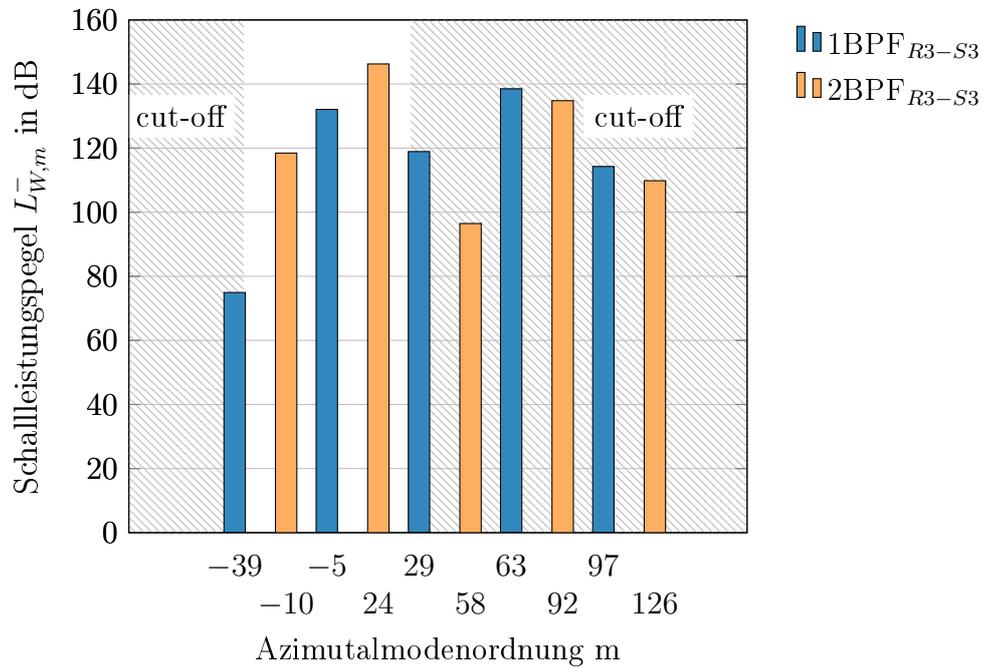


Abbildung 4.6: R3-S3-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden

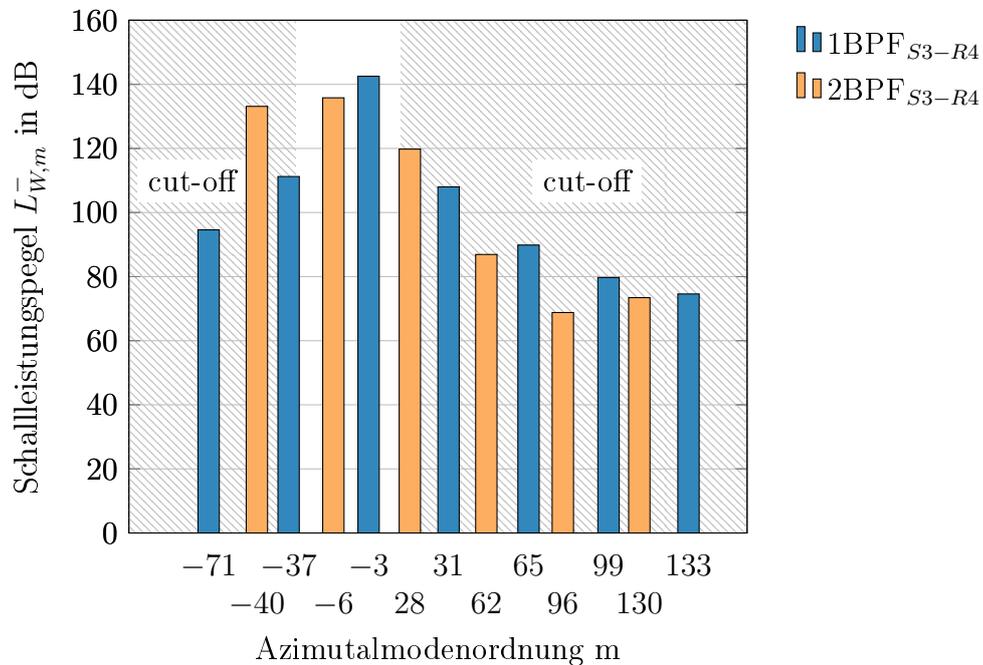


Abbildung 4.7: S3-R4-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden

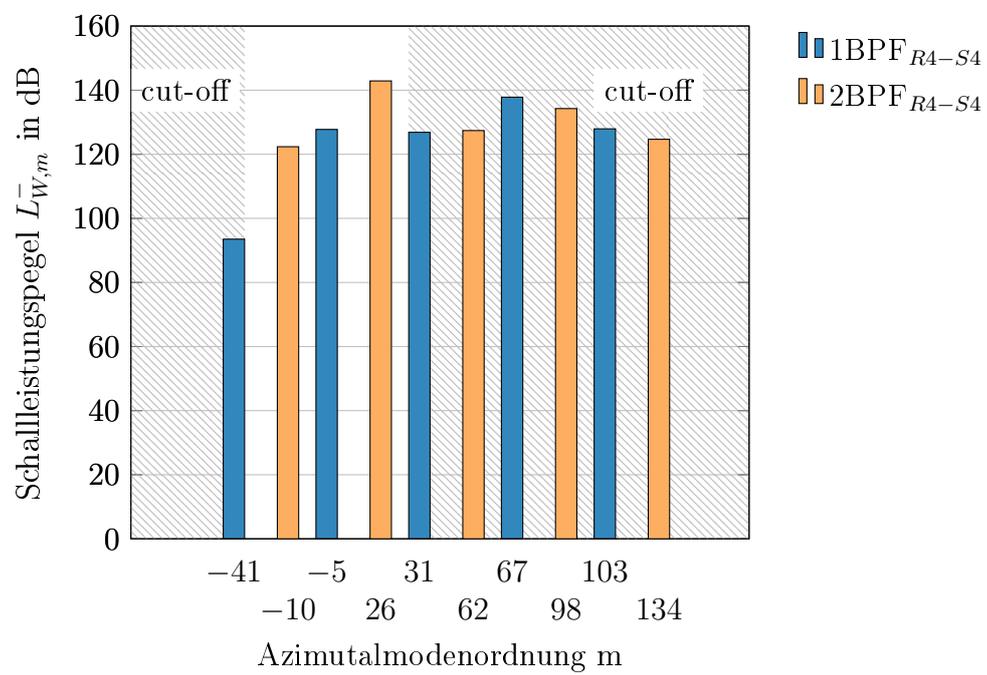


Abbildung 4.8: R4-S4-Interaktion: Schalleistungspegel der generierten Moden

4.2 Stufentransport

In diesem Abschnitt erfolgt eine Betrachtung des Transportes der direkten Rotor-Stator-Interaktionsmoden aus Abschn. 4.1 zum Einlass des Axialverdichters. Um den numerischen Aufwand handhabbar zu halten, werden nur ausgewählte Moden berücksichtigt. Um den Einfluss der Transitions- und Cut-Off-Moden auf das Gesamtschallfeld gemäß der Arbeitshypothese aus Abschn. 1.4 überprüfen zu können, werden zusätzlich zu den Cut-On-Moden jeweils zwei bis drei Moden je Harmonische im Cut-Off- oder Grenzbereich zwischen cut-on und cut-off berücksichtigt. In den Abb. 4.9, 4.12, 4.15, 4.18, 4.21, 4.24 und 4.26 sind die Schalleistungspegel der Moden an den Analyseebenen gemäß Abb. 3.2 aufgetragen. Die Diskussion der Ergebnisse erfolgt zuerst für die hinteren Schaufelpaar-Interaktionen und folgt dann stromauf der Ausbreitungsrichtung der Moden. Die Farbcodierung entspricht der aus dem voran gegangenen Abschnitt: Moden der ersten Harmonischen sind blau markiert, Moden der zweiten Harmonischen orange. Abschließend wird ein Vergleich der Schallfelder aller Schaufelpaar-Interaktionen am Verdichtereintritt durchgeführt. Dies dient zur Bewertung der Anteile der Schaufelreihen am Gesamtschallfeld.

Rotor 4 - Stator 4

In Abb. 4.9 sind die Schalleistungspegelverläufe der Cut-On-Moden $m = -5, -10$, der Cut-Off-Moden $m = -41, 31, 62$ und der Transitionsmode $m = 26$ vom Ort der Entstehung an AE (Analyseebene) 8 bis zum Verdichtereinlauf an AE 1 dargestellt. Die Cut-Off-Mode $m = -41$ erfährt stromauf an AE 7 eine exponentielle Dämpfung. Weiter stromauf schwankt der Schalleistungspegel leicht, sinkt allerdings bis zur AE 1 weiter ab. Die Cut-Off-Moden $m = 31$ und $m = 62$ zeigen einen gänzlich anderen Verlauf. Bis zur AE 6 sinkt der Schalleistungspegel, steigt bei AE 5 stark an und sinkt bei AE 4 wieder ab. Es folgt ein weiterer Anstieg bis AE 2 und eine abschließende Dämpfung. Mögliche Erklärungen für den Anstieg der Schallpegel können konstruktive Interferenzeffekte durch Modenüberlagerung oder durch Reflexionen an den Schaufelreihen und verstärkende aerodynamische Effekte (periodische Wirbelablösungen) sein. Auffällig ist auch der scheinbar parallele Verlauf der Leistungspegel der beiden Cut-Off-Moden zueinander. Diese Beobachtung wird am Ende des nächsten Absatzes diskutiert.

Obwohl die Mode $m = -10$ durchgängig ausbreitungsfähig ist, weist der Schalleistungspegel einen leicht schwankenden zickzack-Verlauf auf. An den AE 7 und 5 steigt der Pegel zur stromab liegenden Position an. Von AE 4 auf AE 3 bleibt der Pegel fast konstant. In Abb. 4.11 sind die Cut-On-Verhältnisse der Radialmoden der Mode $m = -10$ an allen AE und die dazugehörigen Schalldruckamplituden in Pa dargestellt. Der Übersichtlichkeit halber, sind nur die Radialmodenordnungen $n = 0, \dots, 6$ abgebildet. An den AE 7, 5 und 3 wird jeweils die Radialmode $n = 3, 4, 5$ ausbreitungsfähig (dies ist ebenfalls in Abb. 4.9 markiert). Diese Positionen im Kanal befinden sich hinter den Rotoren des Verdichters und sind somit einer erhöhten Drallströmung ausgesetzt. Im Fall der entgegengesetzt rotierenden Moden $m = -10$ und $m = -5$ führt dies zu einer Erhöhung des Cut-On-Verhältnisses aller Radialmoden der Azimutalmode. Die Aufweitung des Strömungskanal (bzw. Re-

duktion des Nabenverhältnisses) bewirkt eine Verschiebung der radialen Eigenwerte: der Abstand der Eigenwerte der radialen Ordnungen verringert sich. Unter gleichbleibenden aerodynamischen Bedingungen, sind somit für kleine Nabenverhältnisse mehr Radialmoden ausbreitungsfähig als für große Nabenverhältnisse. Im Amplitudenspektrum, unten in Abb. 4.11 zeigt sich die Transition von cut-off zu cut-on in der Erhöhung der Amplituden der spezifischen Radialmoden. Für die Cut-On-Mode $m = -5$ wird an AE 5 die Radialmode $n = 2$ ausbreitungsfähig (s. Abb. 4.10). In der modalen Antwort in Abb. 4.10 unten, wird eine Erhöhung der Schalldruckamplitude für $n = 2$ im Vergleich zur stromab liegenden AE 6 deutlich. Der weitere zickzack-Verlauf von $m = -5$ stromauf kann nicht mit einer Transition einer Radialmode zu cut-on begründet werden. Die Erhöhung des Schalleistungspegels an AE 3 kann durch die Erhöhung des Cut-On-Verhältnisses und dem daraus erhöhten axialen Gruppenausbreitungswinkel oder durch konstruktive Interferenzeffekte begründet sein. Die Moden $m = -10$ und $m = -5$ sind hinsichtlich Frequenz und Azimutalmodenordnung zueinander harmonisch. Somit ist auch das Cut-On-Verhältnis der Moden identisch und ebenso die axialen Gruppenausbreitungswinkel (s. Gl. (2.39)) der harmonischen Moden. Wie bereits in Abschn. 3.3 erläutert und von Hurfar (2021) gezeigt, ist das Ausbreitungsverhalten einer Mode maßgeblich vom axialen Gruppenausbreitungswinkel abhängig. Diese Abhängigkeit zeigt sich hier auch in den modalen Antworten der harmonischen Moden $m = -10$ und $m = -5$, woraus sich ein nahezu paralleler Verlauf der Schalleistungspegel ergibt. Ein paralleler Verlauf der Schalleistungspegel ist nicht nur bei den Cut-On-Moden, sondern auch bei den Cut-Off-Moden $m = 31$ und $m = 62$ zu beobachten. Die Abhängigkeit der modalen Ausbreitung vom axialen Gruppenausbreitungswinkel gilt somit auch für komplexe Winkel mit einem Imaginärteil.

Der Verlauf des Schalleistungspegels der Transitionsmode $m = 26$ ist stark geprägt von dem Wechsel der Mode zwischen cut-on und cut-off und zeigt einen ausgeprägten zickzack-Verlauf. An den AE 1, 2, 4, 6 und 8 ist jeweils nur die Radialmode $n = 0$ ausbreitungsfähig. An den AE 3, 5 und 7 ist die Mode nicht ausbreitungsfähig (s. Markierungen in Abb. 4.10). An diesen Positionen im Kanal herrscht eine ausgeprägte Drallströmung aufgrund der stromauf liegenden Rotoren. Durch die Drallüberlagerung wird die mit dem Drall rotierende Mode azimuthal gestreckt, bis die azimuthale Wellenlänge länger ist als der Kanalumfang und somit cut-off wird (vgl. Abschn. 2.2). Nach Transition der Mode zu cut-on sind Erhöhungen in den Schalleistungspegeln zu verzeichnen. Dies stimmt mit den Beobachtungen von Korte et al. (2005) überein. Das Potentialfeld der Cut-Off-Mode $m = 26$ interagiert mit der stromauf liegenden Schaufelreihe und generiert die Cut-On-Mode $m = 26$.

Die höchsten Schalleistungspegel an AE 1 sind bei den Cut-On-Moden niedrigster Ordnung mit $L_{W,-5}^- = 111$ dB und $L_{W,-10}^- = 88$ dB zu verorten, gefolgt von der Transitionsmode mit $L_{W,26}^- = 69$ dB und den Cut-Off-Moden $L_{W,-41}^- = 46$ dB, $L_{W,31}^- = 48$ dB und $L_{W,46}^- = 46$ dB.

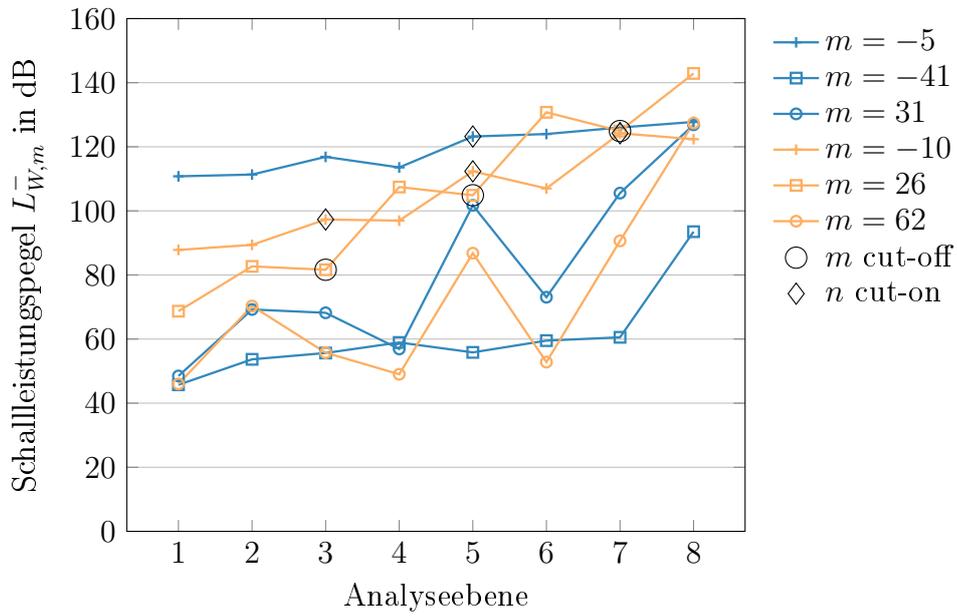


Abbildung 4.9: Transport der R4-S4-Interaktionsmoden

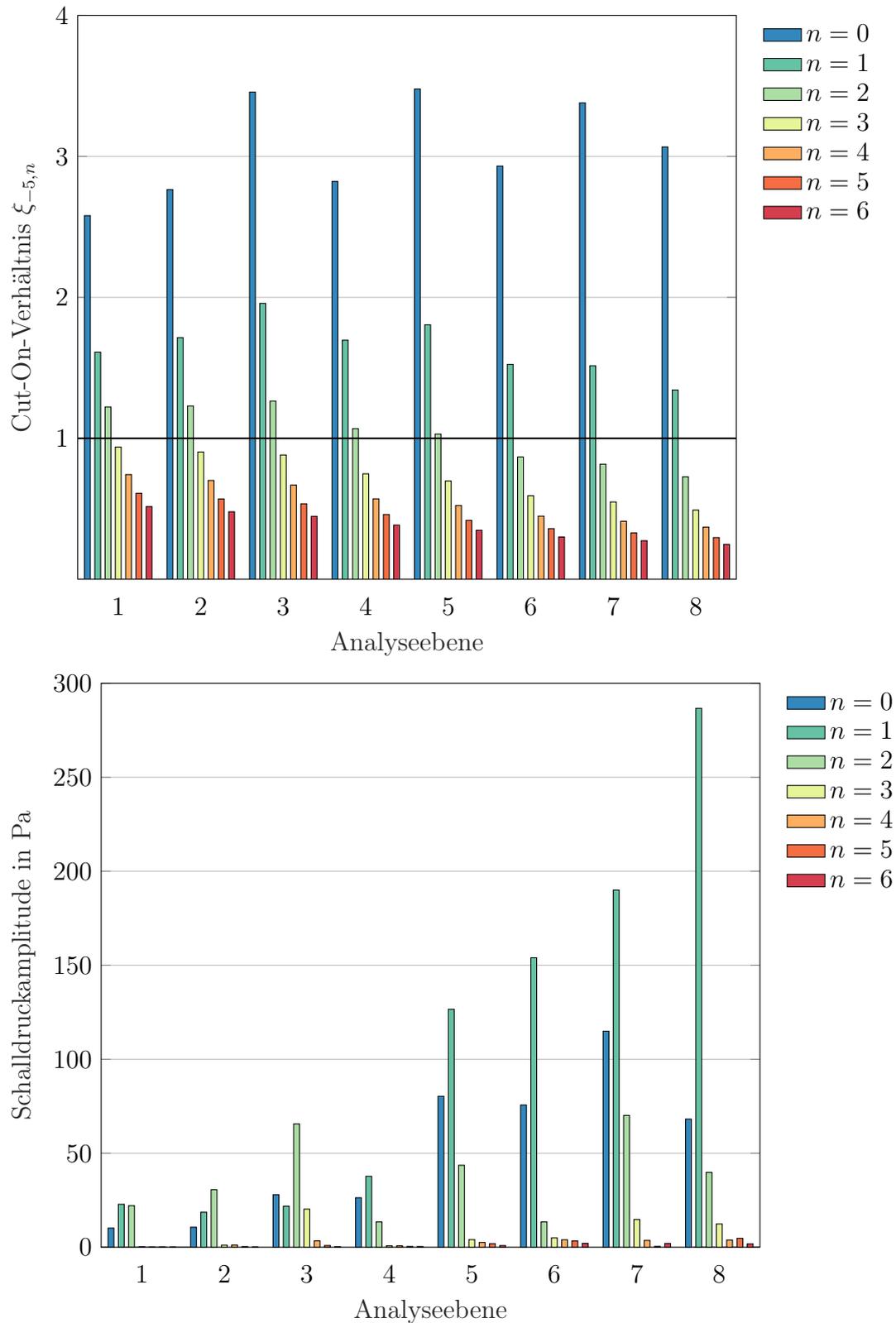


Abbildung 4.10: R4-S4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -5$

4.2 Stufentransport

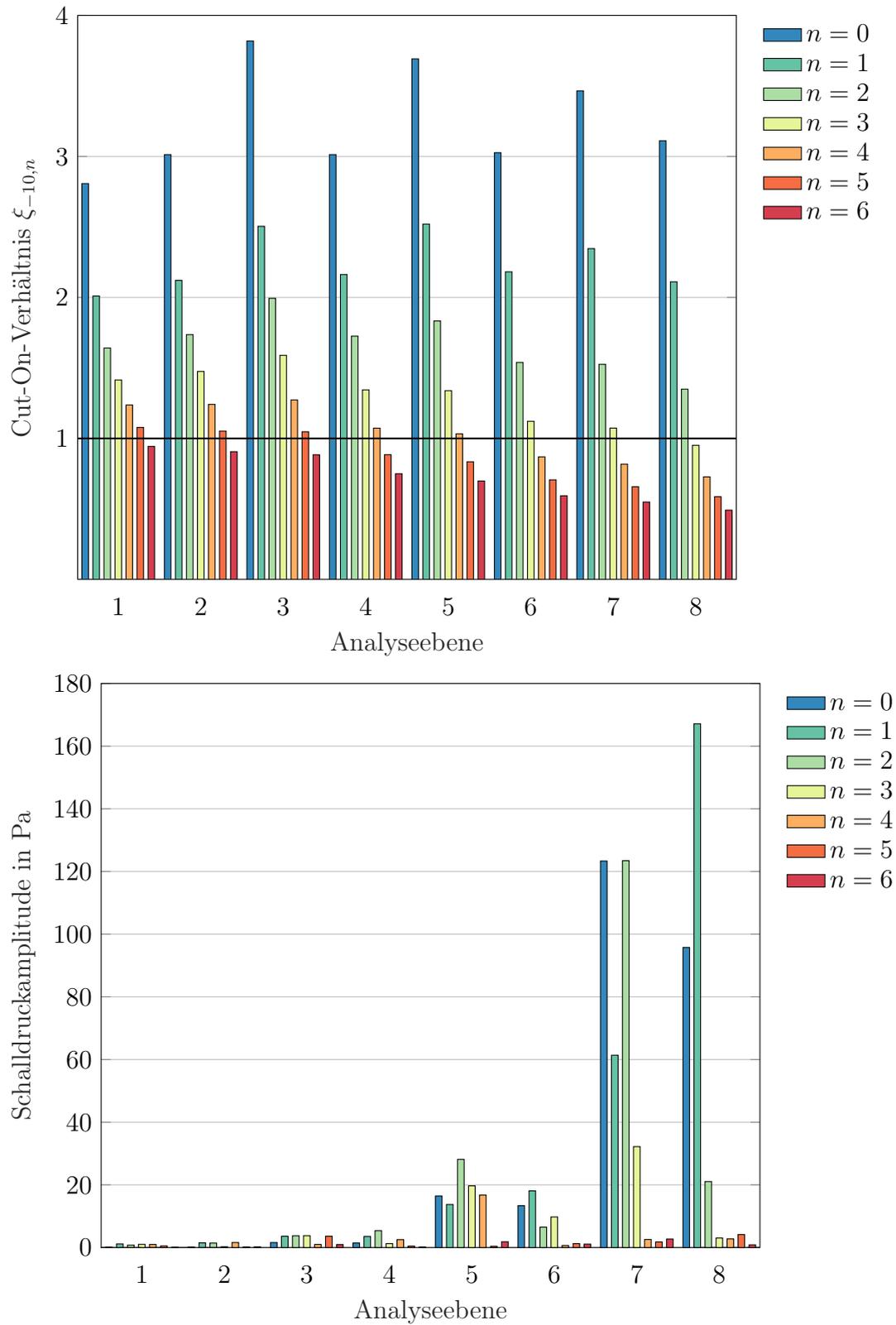


Abbildung 4.11: R4-S4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -10$

Stator 3 - Rotor 4

In Abb. 4.12 sind die Schalleistungspegel der Cut-On-Moden $m = -3, -6$, der Transitionsmoden $m = -40, 28$ und der Cut-Off-Moden $m = -37, 31$ von AE 7 bis AE 1 aufgetragen. Die Cut-Off-Moden erfahren von AE 7 zu AE 6 eine exponentielle Dämpfung. Weiter stromauf schwankt der Pegel leicht, sinkt insgesamt aber weiter bis AE 1.

Die Cut-On-Mode $m = -3$ erfährt zunächst eine Dämpfung des Schalleistungspegels von AE 7 zu AE 6. An AE 5 wird die Radialmode $n = 2$ ausbreitungsfähig. Die Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -3$ sind in Abb. 4.13 dargestellt. An AE 5 steigen die Amplituden der Radialmoden $n = 0, 1$ an, allerdings nicht die der Radialmode $n = 2$. Dies geschieht erst in der Schaufereihe stromauf, an AE 4. Es ist möglich, dass durch die vereinfachenden Modellannahmen (z.B. Festkörperwirbel, s. Abschn. 2.1.1) das Cut-On-Verhältnis überschätzt wird und die Cut-Off/Cut-On-Transition der Radialmode $n = 2$ daher erst an AE 4 auftritt (s. a. Abschn. 4.4). An AE 1 ist die Radialmode $n = 3$ an der Grenze zu cut-on, ein Effekt auf die Schalldruckamplituden lässt sich in Abb. 4.13 nicht feststellen. Für die Cut-On-Mode $m = -6$ werden an AE 5, AE 3 und AE 1 die Radialmoden $n = 4, 5, 6$ ausbreitungsfähig (s. Abb. 4.14). Im Vergleich zu dem Verlauf der Cut-On-Moden der R4-S4-Interaktion lässt sich hier kaum ein Einfluss auf den Schalleistungspegel feststellen und es ist kein gezackter Verlauf erkennbar. Auch in den Schalldruckamplituden in Abb. 4.14 sind kaum oder keine Anstiege erkennbar.

Die Transitionsmoden $m = -40$ und $m = 28$ zeigen einen ausgeprägten zickzack-Verlauf des Schalleistungspegel. Gut erkennbar ist das gegenläufige Cut-On/Cut-Off-Verhalten, der beiden gegensätzlich rotierenden Moden. Die mit dem Drall rotierende Mode $m = 28$ ist an den AE 7, 5 und 3 cut-off. Dort herrschen aufgrund der stromauf liegenden Rotoren hohe Drallgeschwindigkeiten. Mode $m = -40$ rotiert entgegen dem Drall und ist entsprechend an den Positionen im Kanal, an denen die Drallgeschwindigkeiten gering sind, also an AE 6, 4, 2, 1 cut-off. Aber auch am Ort der Entstehung, an AE 7 ist die Mode nicht ausbreitungsfähig. Der Anstieg des Schalleistungspegels an den Cut-On-Positionen ist für Mode $m = 28$ ausgeprägter als für Mode $m = -40$. Der Pegel der Mode $m = -40$ schwankt auf einem niedrigeren Niveau, da sie sowohl an AE 7 als auch an AE 6 cut-off ist und zunächst exponentiell gedämpft wird.

Am Eintritt des Verdichters an AE 1 besitzt die Cut-On-Mode $m = -3$ mit $L_{W,-3}^- = 127$ dB den höchsten Schalleistungspegel. Mode $m = -6$ zeigt den zweithöchsten Pegel $L_{W,-6}^- = 102$ dB. Es folgt die Transitionsmode $m = 28$ mit $L_{W,28}^- = 77$ dB. Der Schalleistungspegel der Transitionsmode $m = -40$ liegt nur ungefähr 9 dB über dem Niveau der Cut-Off-Moden.

4.2 Stufentransport

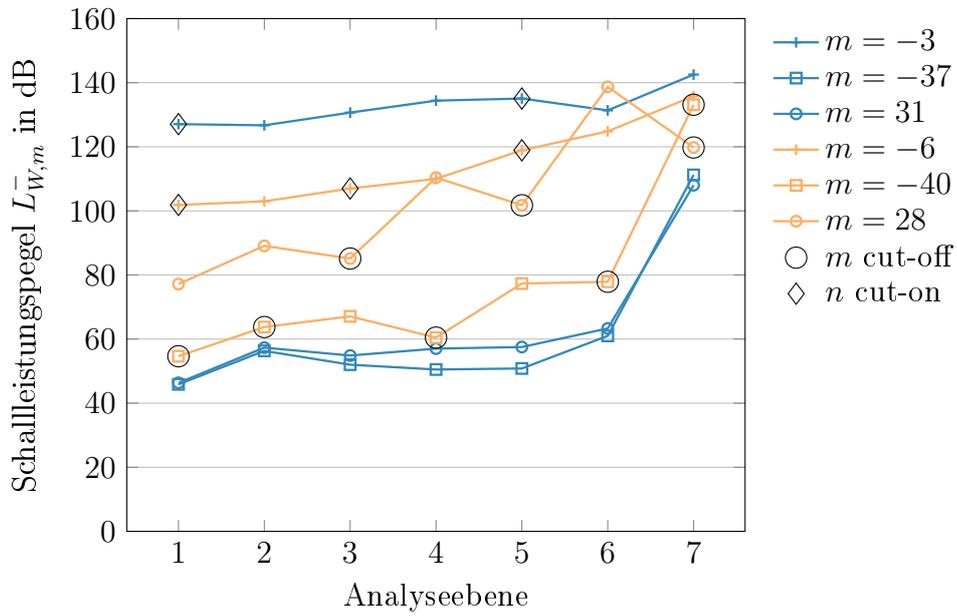


Abbildung 4.12: Transport der S3-R4-Interaktionsmoden

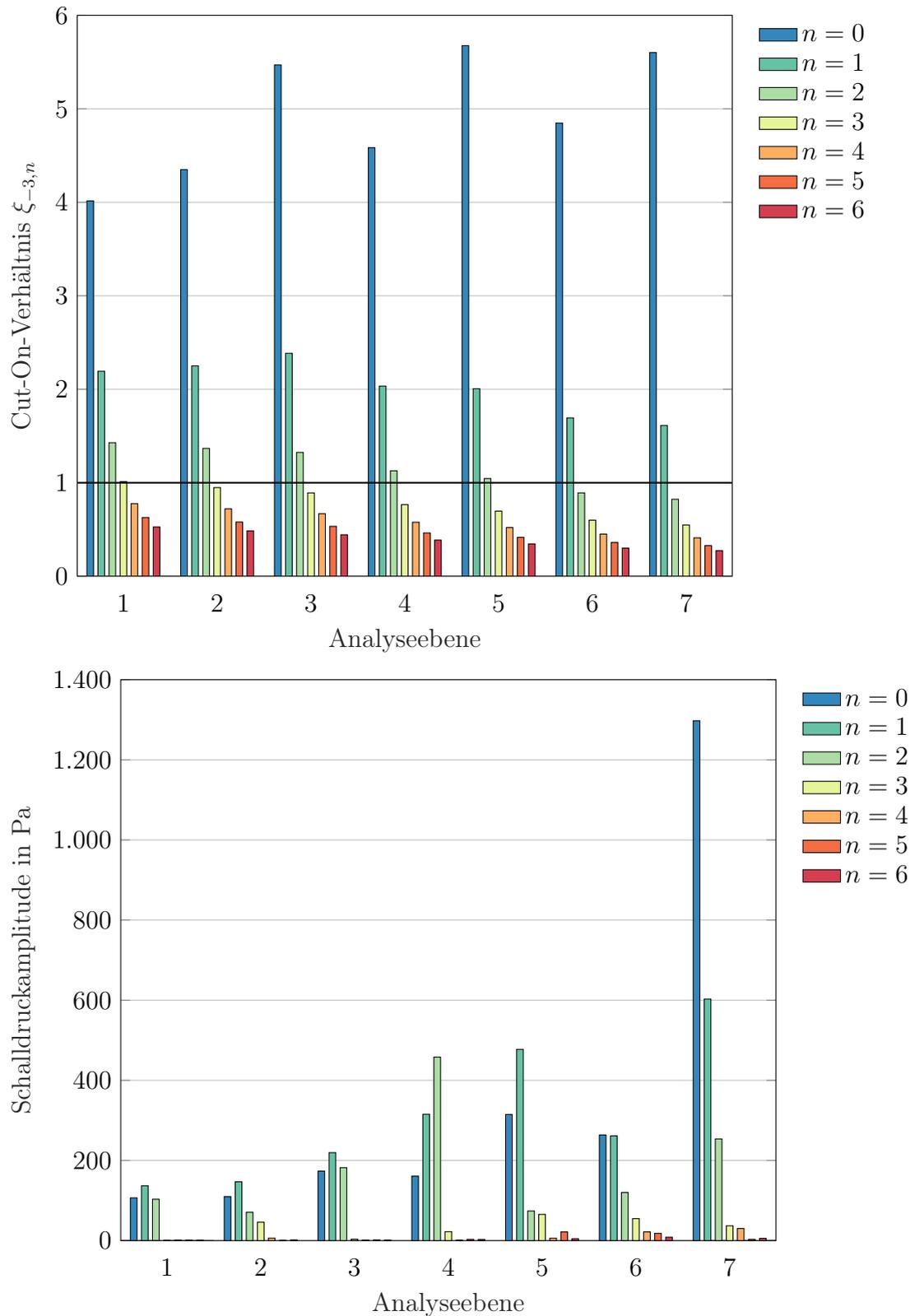


Abbildung 4.13: S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -3$

4.2 Stufentransport

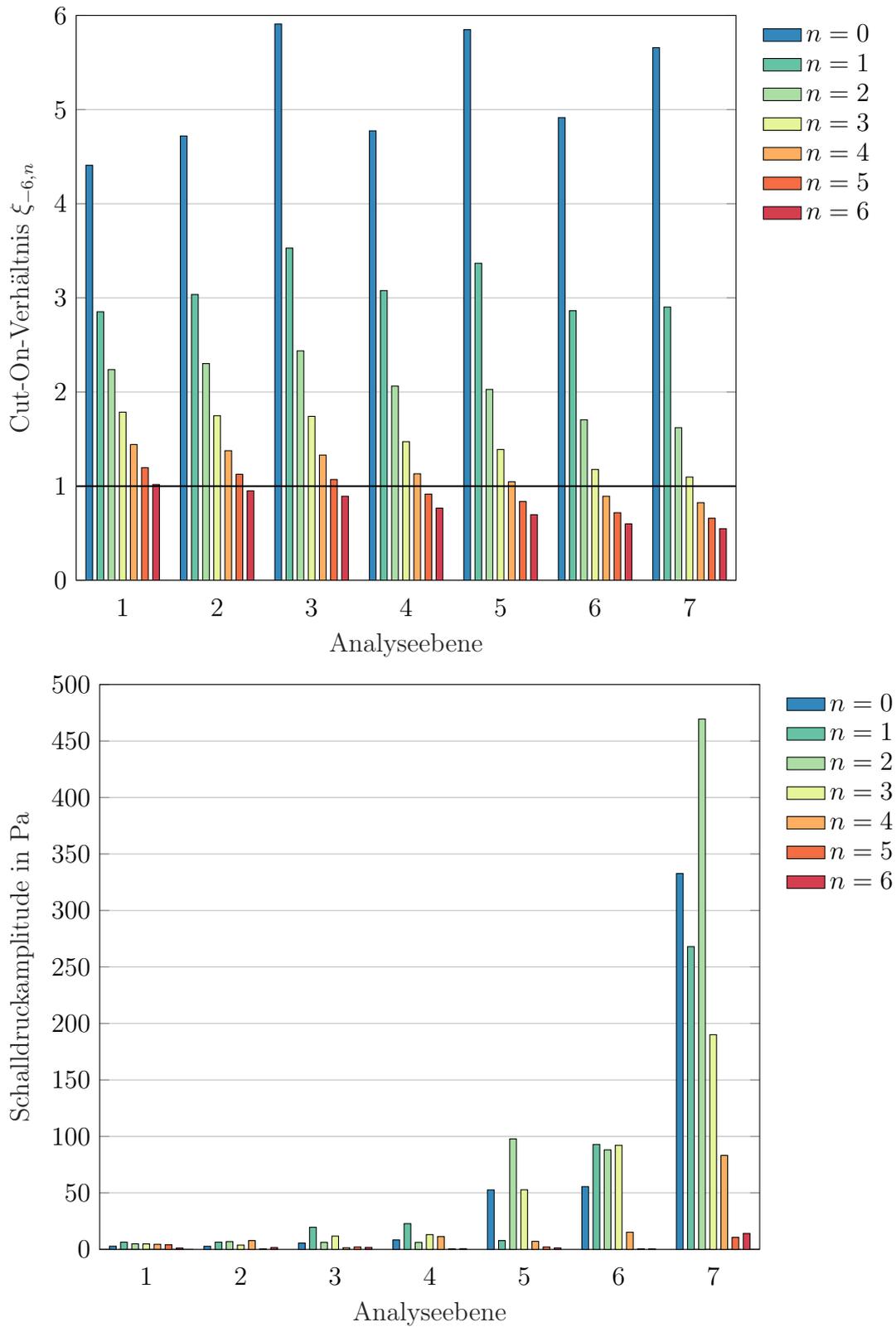


Abbildung 4.14: S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -6$

Rotor 3 - Stator 3

Im Falle der R3-S3-Interaktion werden der Transport der Cut-On-Moden $m = -5, -10$, der Cut-Off-Moden $m = -39, 29, 58$ und der Transitionsmode $m = 24$ bis zu AE 1 simuliert. Die Schalleistungspegel der Cut-Off-Moden erfahren keine exponentielle Dämpfung wie zuvor bei der Interaktion S3-R4 beschrieben. Die Pegel steigen ab AE 4 stetig an. Für Mode $m = -39$ gilt das bis AE 3; weiter stromauf wird die Mode wieder gedämpft. Die Pegel der Moden $m = 29$ und $m = 58$ werden erst von AE 2 zu AE 1 stark gedämpft. Analog zu der Pegelerhöhung der Cut-Off-Moden der R4-S4-Interaktion (s. Abb. 4.9) können konstruktive Interferenzeffekte oder aerodynamische Effekte ursächlich für die Erhöhung der Schalleistungspegel sein. Die Cut-Off-Moden $m = 29$ und $m = 58$ sind sowohl in der Frequenz als auch in der Azimutalmodenordnung Harmonische voneinander. Auch in diesem Fall lässt sich ein ähnlicher Verlauf des Schalleistungspegel und somit ein ähnliches Ausbreitungsverhalten durch den gleichen axialen Gruppenausbreitungswinkel feststellen.

Die Cut-On-Mode $m = -5$ wird während des Durchtritts durch die Schaufelreihen nur leicht gedämpft und zeigt einen leicht schwankenden Verlauf des Schalleistungspegels. An AE 4 ist die Radialmode $n = 2$ gerade an der Cut-On-Grenze (s. Abb. 4.16). In der modalen Antwort der Schalldruckamplituden in Abb. 4.16, unten ist eine Erhöhung der Schalldruckamplitude der Radialmode $n = 2$ erkennbar. Im Gesamtschalleistungspegel der Mode in Abb. 4.15 hingegen wird die Mode von AE 5 auf AE 4 gedämpft, was auf den Rückgang der Radialmodenamplituden $n = 0, 1$ zurückzuführen ist. Begründen lässt sich die Dämpfung an AE 4 durch die reduzierte Drallströmung hinter Stator 1 und dem dadurch geringeren Cut-On-Verhältnis (Reduzierung des axialen Gruppenausbreitungswinkels) im Vergleich zu AE 5. Im Falle der Cut-On-Mode $m = -10$ ist an AE 4 die Radialmode $n = 4$ an der Cut-On-Grenze (s. Abb. 4.17, oben). In der modalen Antwort in Abb. 4.17, unten zeigt sich eine Erhöhung der Schalldruckamplitude der Radialmode $n = 4$. An AE 1 ist die Radialmode $n = 5$ an der Cut-On-Grenze, ein Effekt in der modalen Antwort ist allerdings nicht erkennbar (s. Abb. 4.17, unten).

Die mit dem Drall rotierende Transitionsmode $m = 24$ ist an den Positionen AE 5 und AE 3 nicht ausbreitungsfähig, da dort hohe Drallgeschwindigkeiten aufgrund der stromauf liegenden Rotoren vorherrschen. An den Transitionspunkten von cut-off zu cut-on an AE 4 und AE 2 ist ein Anstieg im Schalleistungspegel zu verzeichnen. An den Cut-On-Positionen ist jeweils nur die Radialmode $n = 0$ ausbreitungsfähig.

Am Verdichtereintritt AE 1 weist die Cut-On-Mode $m = -5$ den höchsten Schalleistungspegel auf: $L_{W,-5}^- = 119$ dB. Der Pegel der Transitionsmode $m = 24$ $L_{W,24}^- = 98$ dB liegt knapp über dem der Cut-On-Mode $m = -10$ $L_{W,-10}^- = 92$ dB.

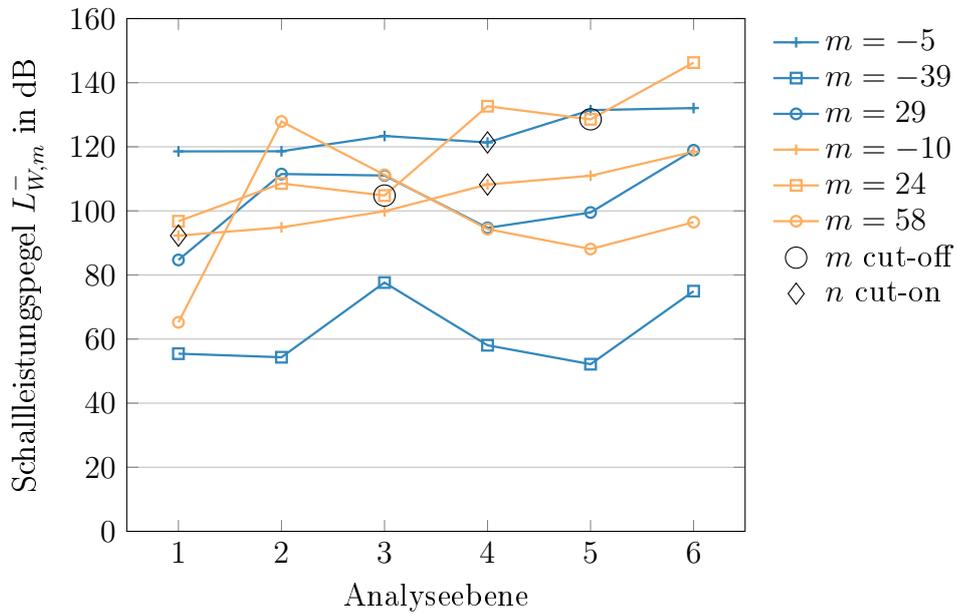


Abbildung 4.15: Transport der R3-S3-Interaktionsmoden

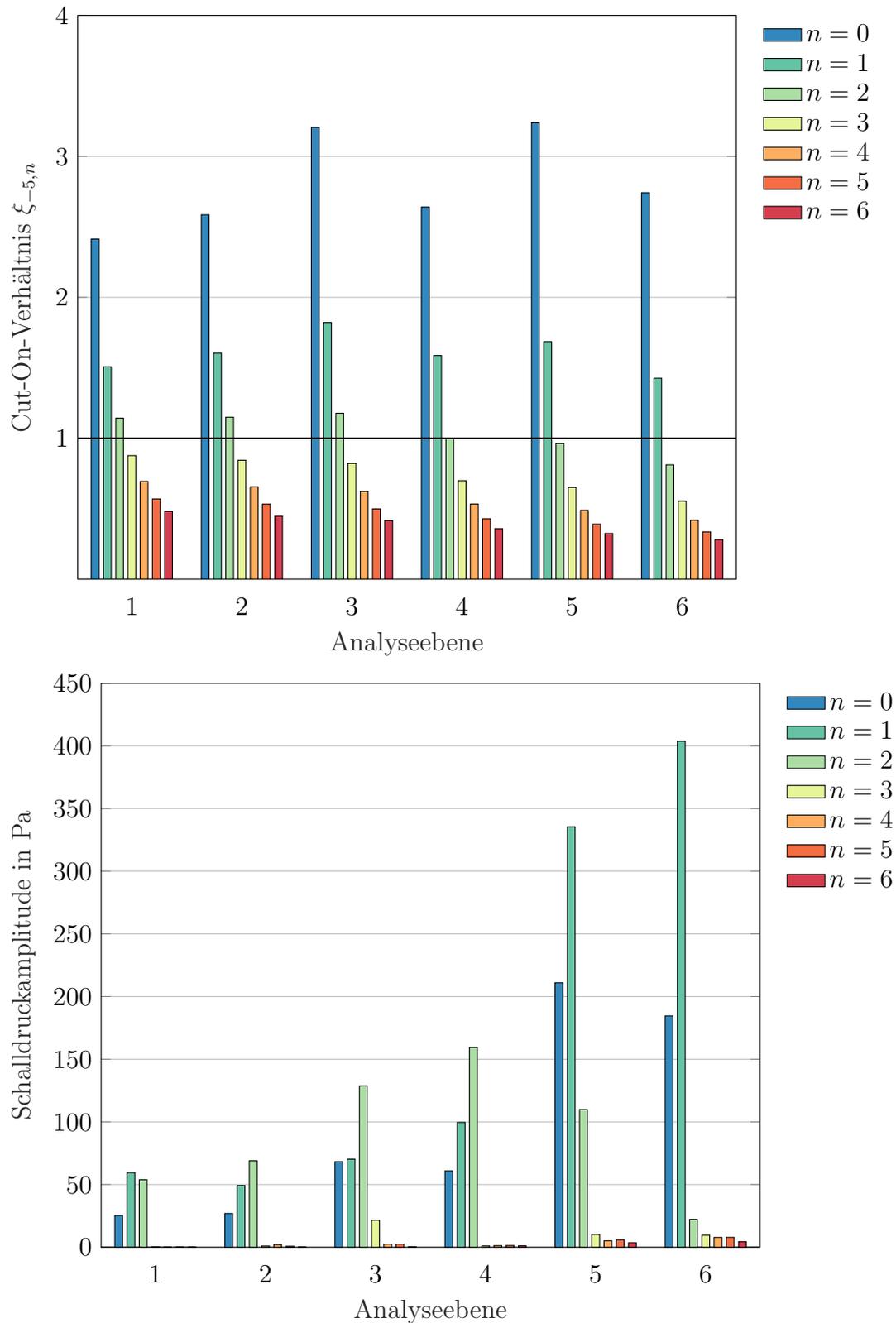


Abbildung 4.16: S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -5$

4.2 Stufentransport

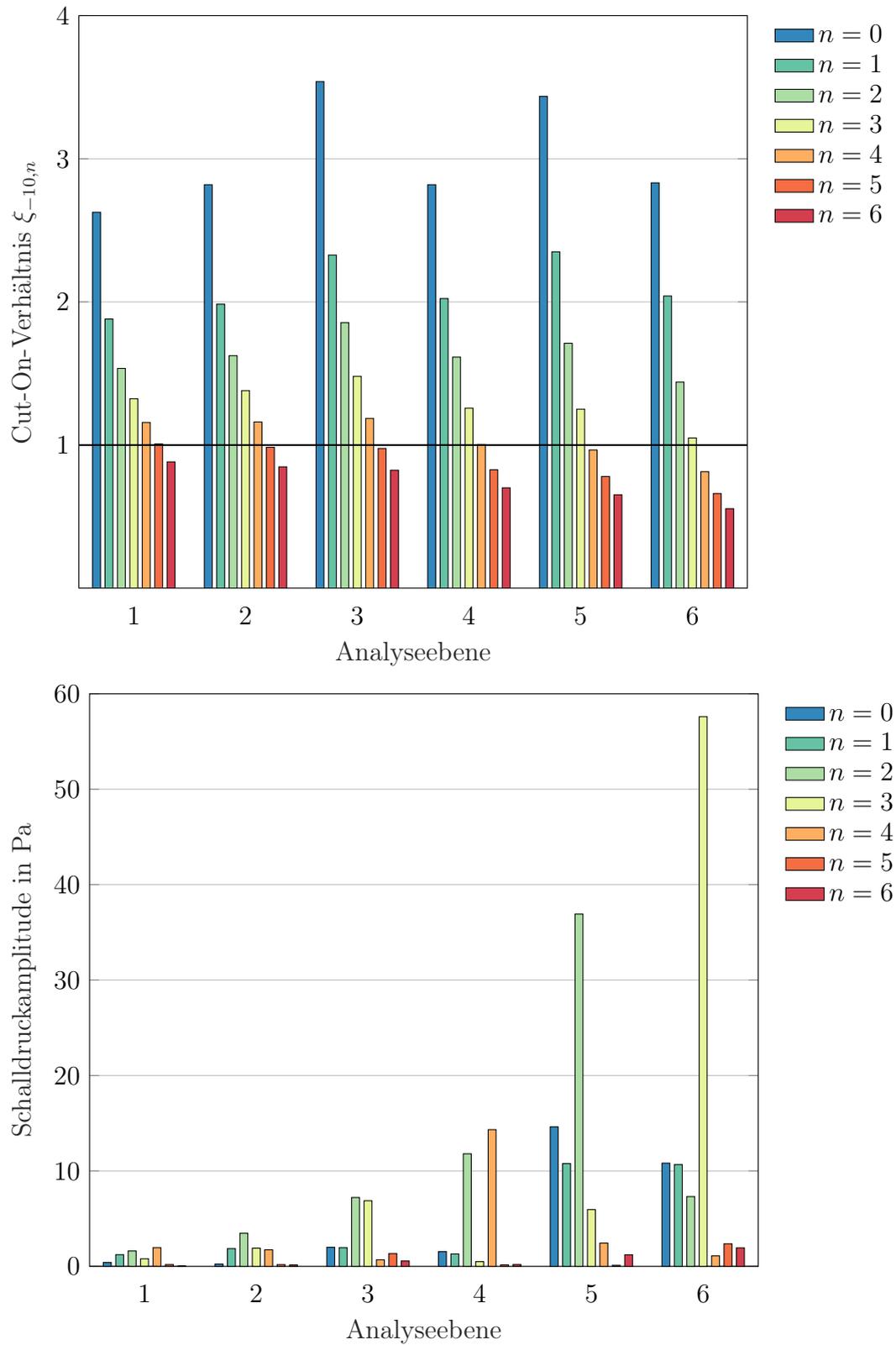


Abbildung 4.17: S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -10$

Stator 2 - Rotor 3

In Abb. 4.18 sind die Schalleistungspegelverläufe der Cut-On-Moden $m = -3, -6$, der Cut-Off-Moden $m = -35, 29$ und der Transitionsmoden $m = -38, 26$ dargestellt. Die Cut-Off-Moden werden stromauf von AE 5 exponentiell gedämpft. An AE 3 erfolgt eine vergleichsweise schwache Dämpfung und an AE 2 eine Pegelerhöhung, die für $m = -35$ ausgeprägter ist, als für die Mode $m = 29$. Bis zum Verdichtereintritt an AE 1 erfolgt eine Dämpfung beider Cut-Off-Moden.

Die Cut-On-Mode $m = -3$ weist bis AE 2 einen monoton gedämpften Verlauf auf, bis AE 1 steigt der Schalleistungspegel leicht an. An AE 4 wird die Radialmode $n = 2$ ausbreitungsfähig (s. Abb. 4.19, oben). In der modalen Antwort ist eine Erhöhung der Schalldruckamplitude der Radialmode $n = 2$ von AE 5 auf AE 4 ersichtlich (s. Abb. 4.19, unten). Der Gesamtschalleistungspegel erhöht sich nicht, da die Amplituden von $n = 0, 1$ sinken. Die Schalleistungspegel der Cut-On-Mode $m = -6$ zeigen einen zickzack-Verlauf. An AE 4 und AE 3 werden jeweils die Radialmodenordnungen $n = 4$ und $n = 5$ ausbreitungsfähig (s. Abb. 4.20, oben). Dementsprechend ist eine Erhöhung der spezifischen Schalldruckamplituden in Abb. 4.20, unten erkennbar. Dies führt an AE 3 zu einem Anstieg im Gesamtschalleistungspegel der Mode, da die anderen Radialmoden kaum gedämpft werden.

Die Transitionsmoden $m = -38$ und $m = 26$ zeigen den typischen gezackten Verlauf des Schalleistungspegels. Für beide Moden schwankt jeweils die Radialmode $n = 0$ zwischen cut-on und cut-off. Gut erkennbar ist die Drallabhängigkeit der in positiver und negativer Richtung drehenden Mode und dem daraus hervorgehenden gegensätzlichen Cut-On/Cut-Off-Verhalten. Mode $m = -38$ wird cut-on angeregt, wechselt an AE 4 zu cut-off, an AE 3 zu cut-on und propagiert ab AE 2 cut-off bis zu AE 1 (s. Markierungen in Abb. 4.18). Mode $m = 26$ verhält sich aufgrund der entgegengesetzten Drehrichtung genau umgekehrt und propagiert ab AE 2 cut-on Richtung Verdichtereinlass an AE 1 (s. Markierungen in Abb. 4.18).

Die an AE 1 dominanten Moden sind die betragsmäßig niedrigsten Modenordnungen mit $L_{W,-3}^- = 121$ dB und $L_{W,-6}^- = 102$ dB. Die Transitionsmode $m = 26$ erreicht AE 1 mit $L_{W,26}^- = 79$ dB. Da die Transitionsmode $m = -38$ hauptsächlich cut-off durch den Kanal propagiert, liegt ihr Schalleistungspegel auf dem Niveau der Cut-Off-Moden.

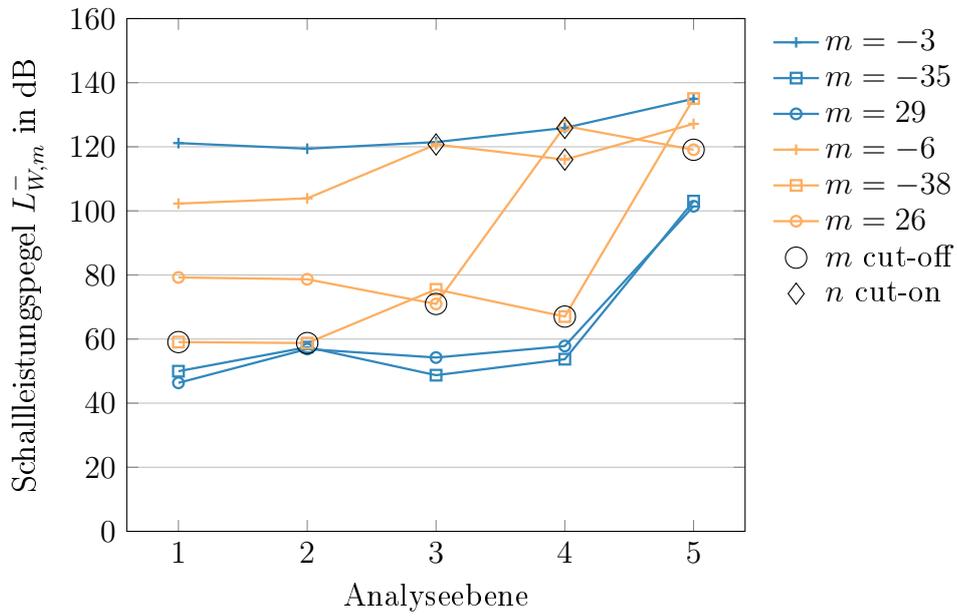


Abbildung 4.18: Transport der S2-R3-Interaktionsmoden

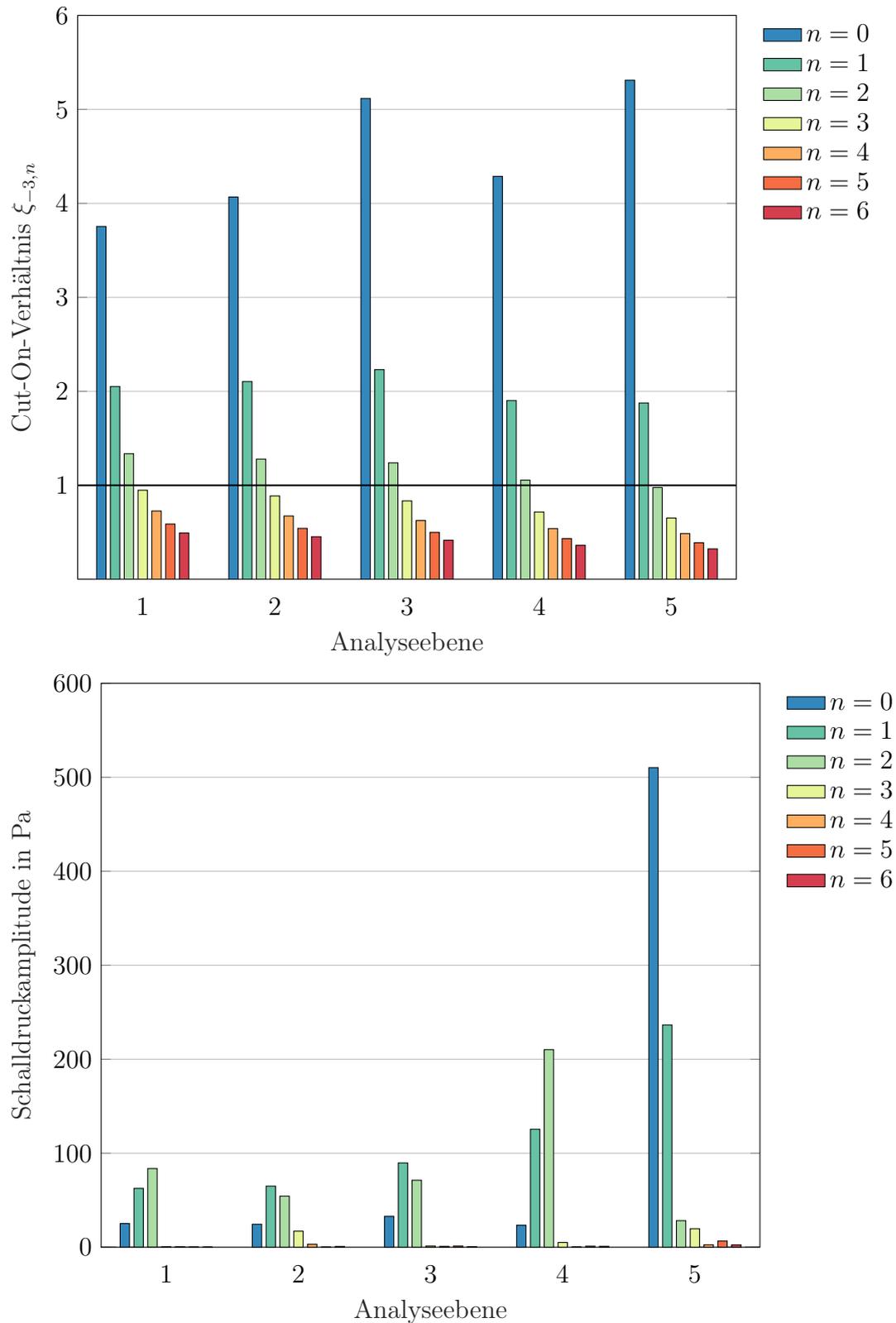


Abbildung 4.19: S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -3$

4.2 Stufentransport

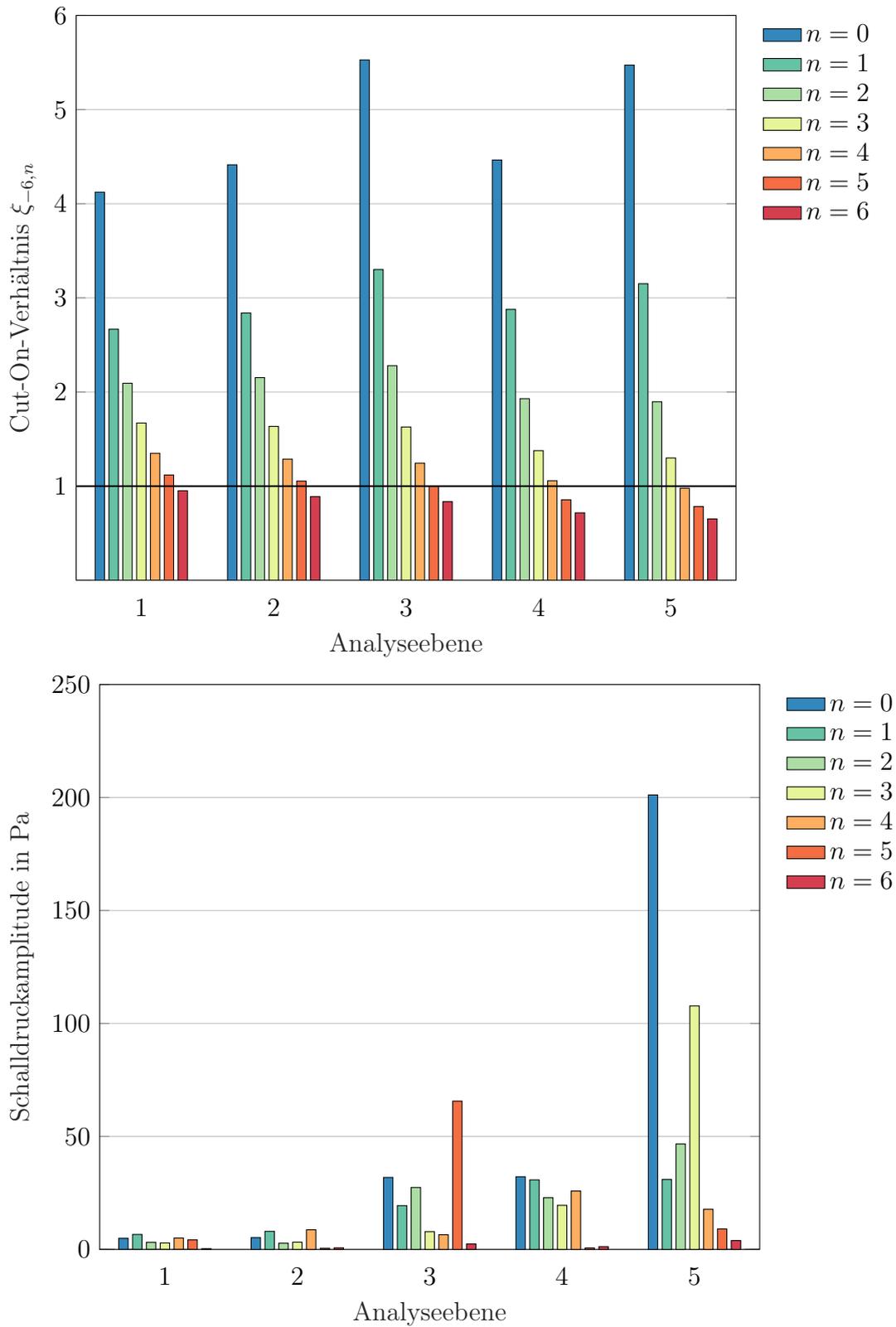


Abbildung 4.20: S3-R4-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -6$

Rotor 2 - Stator 2

Der Transport der aus der R2-S2-Interaktion entstehenden Cut-On-Moden $m = -5, -10$, der Cut-Off-Mode $m = 27$ und der Transitionsmode $m = 22$ wird bis zu AE 1 berechnet. Die Cut-Off-Mode $m = 27$ wird über alle Schaufelreihen bis AE 1 stark gedämpft. Die Schalleistungspegel in Abb. 4.21 zeigen keinen exponentiell gedämpften Verlauf wie z. B. die Cut-Off-Moden in Abb. 4.12 oder 4.18, sondern eine annähernd lineare Dämpfung.

Die Schalleistungspegel der Cut-On-Moden $m = -5, -10$ erfahren nur eine geringe Dämpfung bis zum Eintritt des AV an AE 1 (s. Abb. 4.21). Auffällig ist die Erhöhung der Schalleistungspegel der beiden Moden an AE 3. Das Cut-On-Verhältnis der beiden Moden und die modalen Antworten sind in Abb. 4.22 bzw. Abb. 4.23 dargestellt. An AE 3 wird die zweite Radialmodenordnung $n = 2$ für Mode $m = -5$ und $n = 4$ für $m = -10$ ausbreitungsfähig. In der modalen Antwort der Mode $m = -5$ wird der Wechsel von cut-off zu cut-on darin deutlich, dass die Amplitude der Radialmode signifikant zunimmt und den größten Anteil am Radialmodenspektrum ausmacht. Für Mode $m = -10$ ist ebenfalls ein Anstieg der Radialmodenamplitude $n = 4$ erkennbar. Eine deutliche Erhöhung der Amplitude ist auch für die Radialmoden niedrigerer Ordnung $n = 1, 2, 3$ zu verzeichnen.

Die Transitionsmode $m = 22$ wird an AE 3 aufgrund des erhöhten Dralls hinter dem Rotor cut-off und wird dort gedämpft (s. Markierung in Abb. 4.21). Ab AE 2 wird die Mode wieder ausbreitungsfähig. An den Cut-On-Positionen im Kanal ist jeweils nur die Radialmode $n = 0$ ausbreitungsfähig.

Die Transitionsmode $m = 22$ weist mit $L_{W,22}^- = 129$ dB den höchsten Schalleistungspegel am Verdichtereintritt AE 1 auf. Es folgen die Cut-On-Moden $m = -5$ und $m = -10$ mit $L_{W,-5}^- = 119$ dB und $L_{W,-10}^- = 108$ dB.

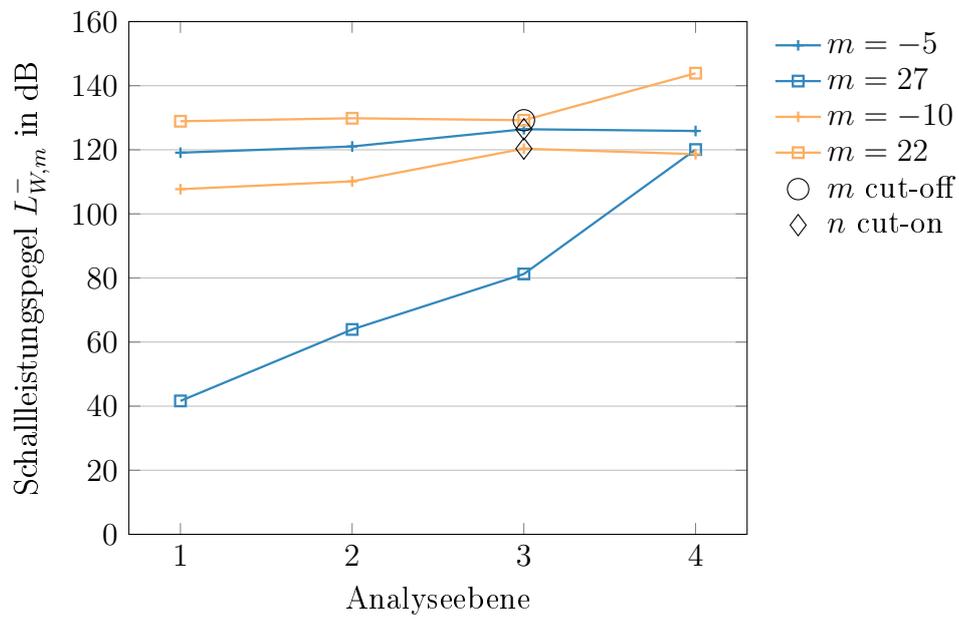


Abbildung 4.21: Transport der R2-S2-Interaktionsmoden

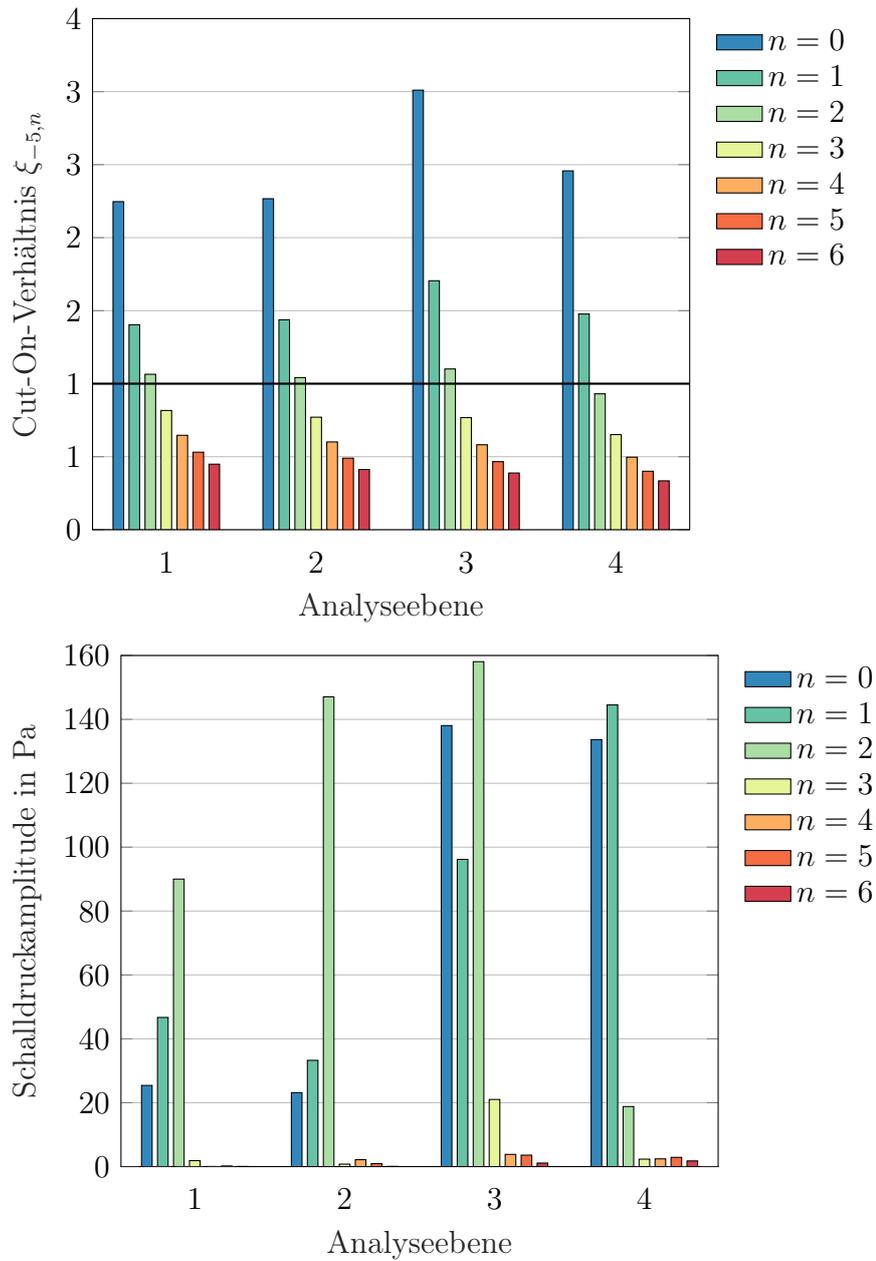


Abbildung 4.22: R2-S2-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -5$

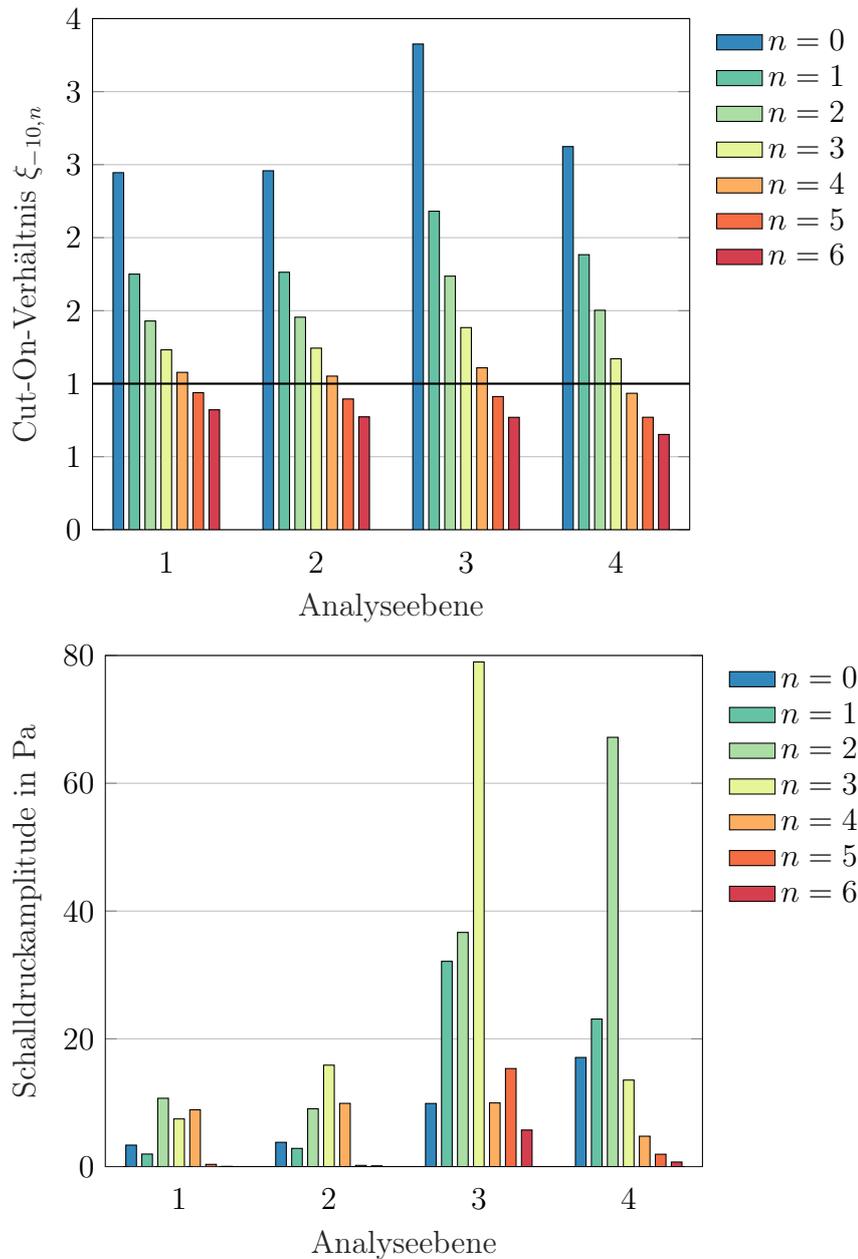


Abbildung 4.23: R2-S2-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -10$

Stator 1 - Rotor 2

In Abb. 4.24 sind die Schallleistungspegel der Cut-On-Moden $m = -3, -6$, der Cut-Off-Moden $m = -33, 27$ und der Transitionsmoden $m = -36, 24$ abgebildet. Die Cut-Off-Moden werden stark bis AE 1 gedämpft. Trotz des kürzeren Transportweges – im Vergleich zu den Cut-Off-Moden, die durch stromab liegende Schaufelreihen generiert werden – werden auch hier die Cut-Off-Moden stark auf einen Schallleistungspegel $L_{W,-33,27}^- \approx 45$ dB

gedämpft. Das entspricht dem Niveau der Cut-Off-Moden aller stromab liegenden Schaufelreihen.

Die Cut-On-Moden werden von AE 3 bis AE 1 nur schwach gedämpft. Für die Mode $m = -3$ findet keine Transition der Radialmoden von cut-off zu cut-on statt. Es sind über alle Positionen die Radialmoden $n = 0, 1, 2$ ausbreitungsfähig. An AE 1 wird für Mode $m = -6$ die Radialmode $n = 5$ ausbreitungsfähig, was zu einer Erhöhung der Amplitude von $n = 5$ im Radialmodenspektrum in Abb. 4.25 führt.

Die Transitionsmode $m = -36$ ist nur am Ort der Entstehung an AE 3 ausbreitungsfähig und wird dementsprechend stromauf exponentiell gedämpft. Transitionsmode $m = 24$ entgegen, wird cut-off angeregt und breitet sich ab AE 2 cut-on aus. Das gegensätzliche Cut-On/Cut-Off-Verhalten der beiden Transitionsmoden lässt sich auf die Drallabhängigkeit der Cut-On-Verhältnisse der gegenläufig rotierenden Moden zurückführen (vgl. Transitionsmoden von Stator 2 - Rotor 3).

Nach Transport durch die stromauf liegenden Schaufelreihen weisen die Cut-On-Moden $m = -3, -6$ die höchsten Schalleistungspegel auf: $L_{W,-3}^- = 132$ dB, $L_{W,-6}^- = 119$ dB. Die Transitionsmode $m = 24$ weist mit $L_{W,24}^- = 113$ dB an AE 1 einen Pegel in der Größenordnung der Cut-On-Mode $m = -6$ auf.

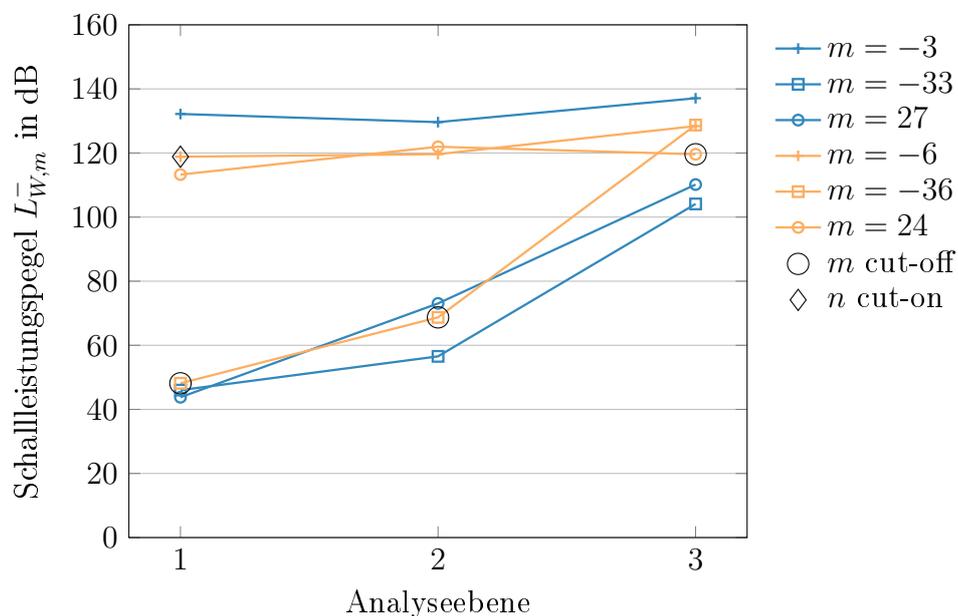


Abbildung 4.24: Transport der S1-R2-Interaktionsmoden

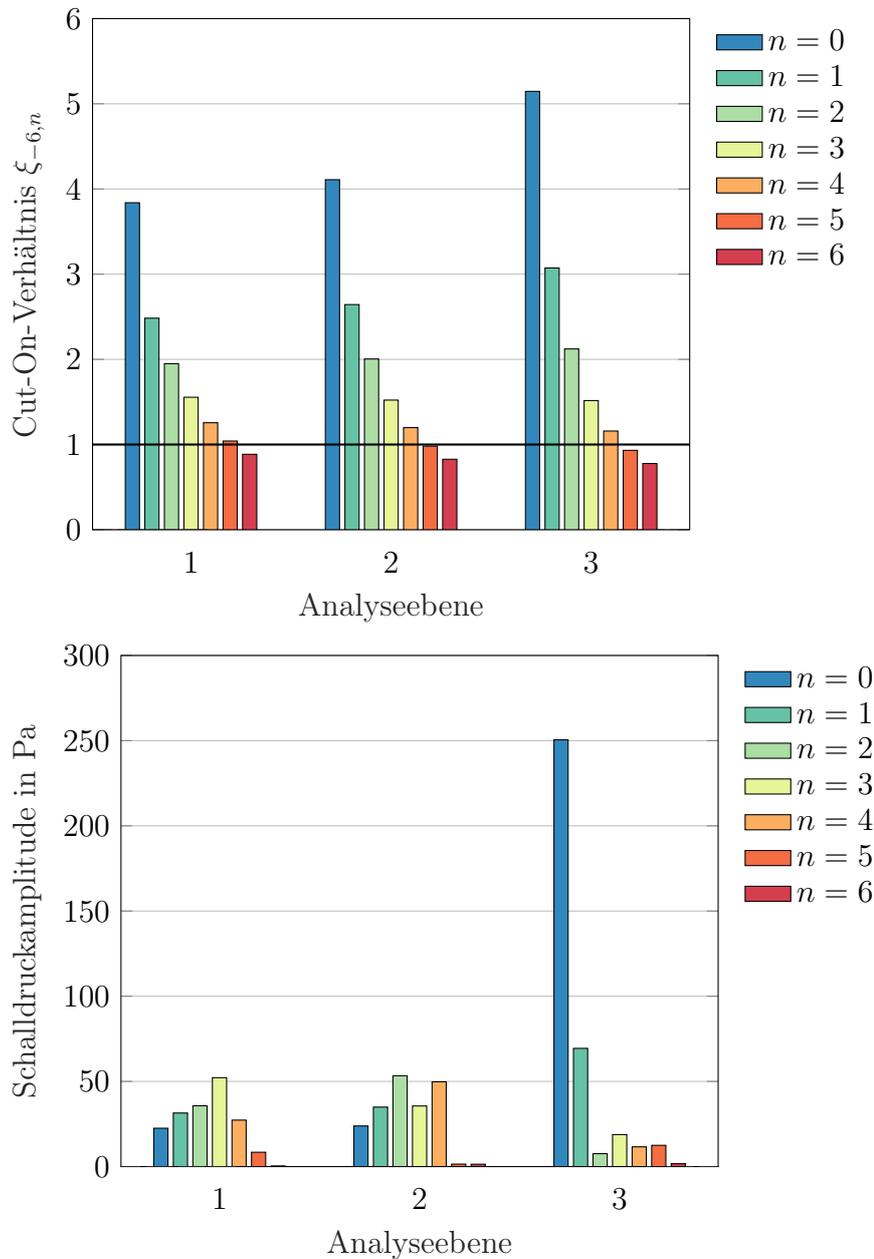


Abbildung 4.25: S1-R2-Interaktion: Cut-On-Verhältnisse und Schalldruckamplituden der Radialmoden der Mode $m = -6$

Rotor 1 - Stator 1

Der Kanalabschnitt von AE 2 bis zum Verdichtereintritt an AE 1 unterliegt keinerlei Drallströmung, da das IGV drallfrei angeströmt wird. Daher unterliegt keine durch R1-S1-Interaktion generierte Mode einer Cut-Off/Cut-On-Transition während des Transportes von AE 2 zu AE 1. Somit sind in Abb. 4.26 die Schalleistungspegel der Cut-On-Moden $m = -7, -14, 16$ und der Cut-Off-Moden $m = -37, 23, 53, 46, 76$ aufgetragen. Die Cut-Off-

Moden werden stark gedämpft und weisen an AE 1 Schallleistungspegel von $L_{W,m}^- = 47-79$ dB auf.

Die generierten Cut-On-Moden $m = -7, -14, 16$ werden nur schwach gedämpft. Es findet keine Schallleistungserhöhung durch eine Cut-Off/Cut-On-Transition der Radialmoden statt. Die bereits in der Generierung dominante Mode $m = 16$ weist auch an AE 1 den höchsten Pegel $L_{W,-16}^- = 137$ dB auf. Die harmonischen Cut-On-Moden $m = -7$ und $m = -14$ weisen mit $L_{W,-7}^- = 103$ dB bzw. $L_{W,-14}^- = 106$ dB an AE 1 vergleichbare Schallleistungspegel auf.

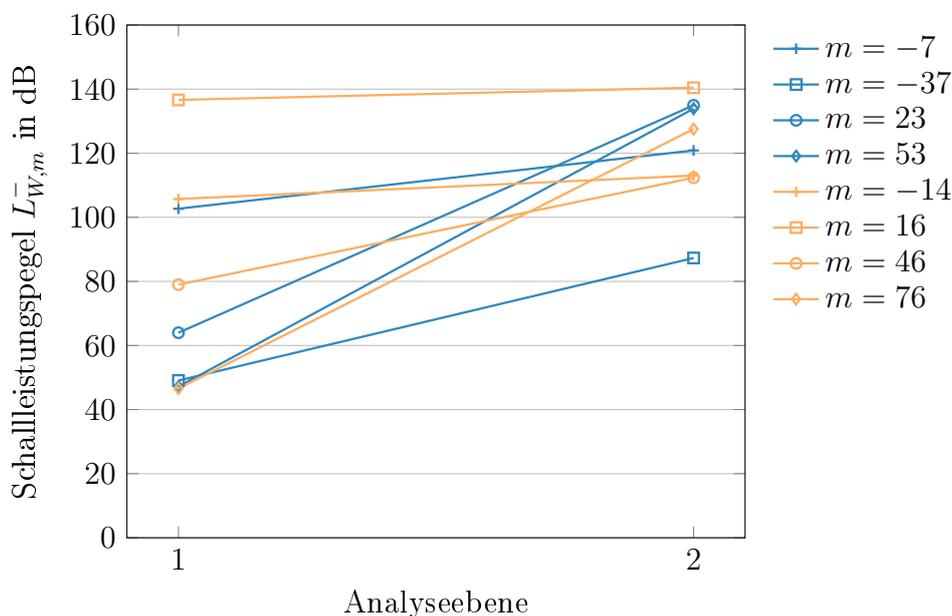


Abbildung 4.26: Transport der R1-S1-Interaktionsmoden

Vergleich der Gesamtschalleistungen der Schaufelpaare

In diesem Abschnitt werden die Gesamtschalleistungen am Eintritt des Verdichters der einzelnen Schaufelpaar-Interaktionen miteinander verglichen. Um eine Vergleichbarkeit herzustellen, fließen nur die Cut-On-Moden in die Schallleistungsberechnung mit ein. Am Eintritt des Verdichters sind jeweils eine Mode $s = -1$ der ersten Harmonischen $h = 1$ und zwei Moden $s = -1, -2$ der zweiten Harmonischen $h = 2$ je Schaufelpaar-Interaktion ausbreitungsfähig. Um den Anteil an der Gesamtschalleistung am Eintritt des Axialverdichters quantifizieren zu können, wird der Schallleistungspegel jedes Interaktionspaares gemäß

$$P_{W,RSI}^- = \sum_{m_{cut-on}} P_{W,m}^- \quad (4.4)$$

und

$$L_{W,RSI}^- = 10 \lg \left(\frac{P_{W,RSI}^-}{P_0} \right) \text{ dB} \quad (4.5)$$

gebildet. Die Schallleistungspegel der Cut-On-Moden pro Schaufelpaarung am Eintritt des

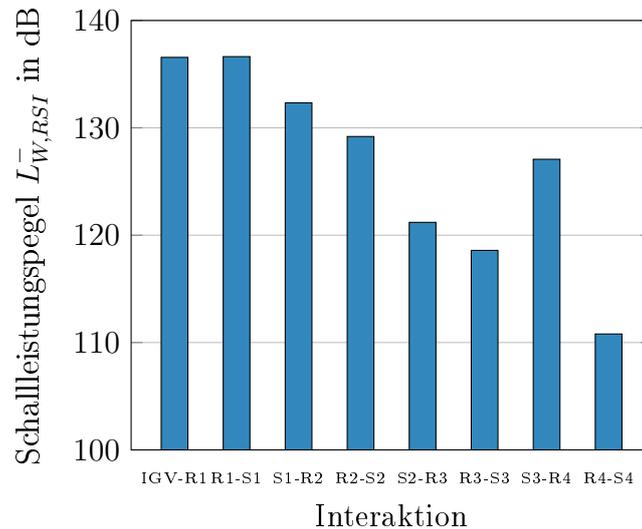


Abbildung 4.27: Schallleistung der Cut-On-Moden an Analyseebene 1

Verdichters sind in Abb. 4.27 dargestellt. Der Leistungseintrag der ersten beiden Schaufelpaarungen ist gleichwertig. Stromab sinkt der am Einlass ankommende Leistungsanteil der generierten Moden. Eine Ausnahme bildet das Schaufelpaar Stator 3-Rotor 4. Der Schallleistungspegel liegt hier auf dem Niveau der zweiten Stufe.

Zusammenfassung

Im voran gegangenen Abschnitt wird der Transport akustischer Moden durch den Axialverdichter bis zum Eintritt an Analyseebene 1 diskutiert. Die Betrachtung erfolgt separat pro interagierendem Schaufelpaar für ausgewählte Cut-On-, Cut-Off- und Transitionsmoden.

Das im vorherigen Abschn. 4.2 diskutierte Ausbreitungsverhalten der RSI-Moden hat gezeigt, dass nicht zwangsläufig eine monotone Dämpfung der Moden vom Ort der Entstehung bis zu AE 1 zu erwarten ist. Es wird ein Mechanismus identifiziert, der zu einem Schallleistungsgewinn führen kann: die **Cut-Off/Cut-On-Transition**. Die Erhöhung des Schallleistungspegels tritt für den Wechsel einer Azimutalmode von cut-off zu cut-on auf, kann aber auch bei der Transition einer Radialmode von cut-off zu cut-on auftreten:

1. Cut-Off/Cut-On-Transition der Azimutalmoden

Durch die schwankende Drallbehaftung der Strömung hinter den Rotoren oder Statorn werden vor allem Moden, die an der Cut-On-Grenze propagieren, beeinflusst.

Diese Transitionsmoden wechseln zwischen cut-on und cut-off während des Transportes durch die Maschine. An den Transitionspunkten von cut-off zu cut-on gewinnt die Mode Energie aus dem aerodynamischen Feld und die Schallleistungspegel sind höher als zuvor am Cut-Off-Punkt. Auch Korte et al. (2005) beschreiben in ihrer Arbeit den zickzack-Verlauf des Schallleistungspegels der zwischen cut-off und cut-on wechselnden Moden. Die Ergebnisse dieser Arbeit stimmen daher mit den Ergebnissen von Korte et al. (2005) überein. Korte et al. (2005) beschreiben den beobachteten Effekt als schallanregenden Mechanismus durch die Interaktion des Druckfeldes der Cut-Off-Mode mit einem relativ zur Mode rotierenden Druckfeld in der Maschine: „*The steady pressure field of the investigated cascade interacts with the relatively rotating disturbance pressure field and such generates tones, just as in the potential field interaction process.*“ (Korte et al. 2005)

2. Cut-Off/Cut-On-Transition der Radialmoden

Die betrachteten Moden propagieren stromauf durch die Schaufelpassagen. Der Strömungskanal weitet sich in dieser Richtung auf, das Nabenvhältnis sinkt. Dadurch verschieben sich die radialen Eigenwerte und höhere radiale Modenordnungen werden ausbreitungsfähig. Auch an den Transitionspunkten, an denen eine radiale Modenordnung ausbreitungsfähig wird, kann sich die Gesamtleistung der Mode erhöhen.

Die Cut-Off/Cut-On-Transition ist somit abhängig von den Änderungen im aerodynamischen Feld und dem Verlauf der Kanalgeometrie, durch die eine Mode propagiert. Dieser Effekt ist daher vor allem für den Transport akustischer Moden durch mehrstufige Maschinen relevant. Anhand der diskutierten Ergebnisse kann festgestellt werden, dass der Effekt der Schallleistungserhöhung für die Cut-Off/Cut-On-Transition einer Azimutalmode wesentlich stärker ausgeprägt ist und höhere Leistungszunahmen hervorruft als für die Transition der Radialmoden von cut-off zu cut-on.

Eine detaillierte Untersuchung der Radialmodenordnungen über die Schaufelreihen des Verdichters hat gezeigt, dass die höchste Amplitude im Radialmodenspektrum nicht mit dem höchsten Cut-On-Verhältnis, bzw. mit dem kleinsten axialen Gruppenausbreitungswinkel (s. Abschn. 2.2) korreliert. Erreicht eine Radialmode den Cut-On-Punkt, kommt es zu einer Energiezunahme in der Radialmodenamplitude. Vorausgesetzt keine weitere Radialmode wird ausbreitungsfähig, gleichen sich die Radialmodenamplituden der ausbreitungsfähigen Radialmoden einer Azimutalmode beim weiteren Transport durch den Kanal aus. Es entsteht ein Plateau ohne dominante Spitzen im Radialmodenspektrum (s. z.B. Abb. 4.20, unten oder Abb. 4.25, unten).

Für den Transport der Cut-On-, Cut-Off- und Transitionsmoden durch die Schaufelreihen bis zum Verdichtereintritt können charakteristische Verläufe der Schallleistungsamplituden identifiziert werden. Diese sind schematisch in Abb. 4.28 dargestellt. Eine Cut-On-Mode propagiert durch den Kanal mit geringen Schwankungen im Schallleistungspegel. Ein Anstieg des Pegels von einer stromab liegenden Schaufelreihe im Kanal zur stromauf

liegenden Schaufelreihe kann durch die Transition einer Radialmode von cut-off zu cut-on generiert werden. Eine Cut-On-Mode erfährt nur eine geringe Dämpfung bis zum Eintritt des Verdichters. Eine Transitionsmode erfährt starke Schwankungen im Schallleistungspegel und zeigt einen ausgeprägten zickzack-Verlauf. Dieser liegt in der Transition der Azimutalmode von cut-off zu cut-on begründet. Die Gesamtdämpfung ist davon abhängig, ob die Transitionsmode vorwiegend cut-on oder cut-off durch den Verdichter propagiert. Eine Cut-Off-Mode wird stromauf exponentiell gedämpft und der Schallleistungspegel kann auch kleinen Schwankungen unterliegen. Generell geschieht dies aufgrund der anfänglichen starken Dämpfung auf einem niedrigen Niveau.

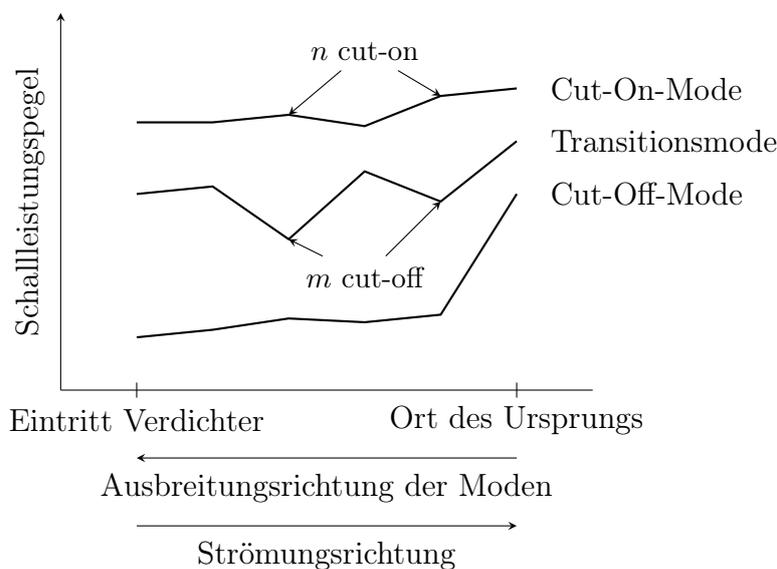


Abbildung 4.28: Charakteristische Verläufe der Modenausbreitung im Axialverdichter

Die durchgeführten Untersuchungen in diesem Abschnitt zeigen, dass akustische Moden während des Transportes durch den Axialverdichter nicht zwangsläufig einer monotonen Dämpfung unterliegen. Durch Cut-Off/Cut-On-Transition der Moden können sich die Schallleistungspegel erhöhen. Ein Vergleich der generierten Schallfelder aller Schaufelpaare zeigt, dass auch die Moden aus den hinteren Schaufelreihen ein Energieniveau der Moden aus den vorderen Schaufelreihen am Verdichtereintritt aufweisen können. Im hier analysierten Fall gilt letzteres z. B. für die Mode $m = -3$ der S3-R4-Interaktion (s. Abb. 4.12).

4.3 Modenstreuung

In den Abschnitten 4.1 und 4.2 wird die Generierung und der Transport der Rotor-Stator-Interaktionsmoden diskutiert. Die Ergebnisse zeigen, dass die Transition einer Azimutal-

oder Radialmode von cut-off zu cut-on als schallanregender Mechanismus betrachtet werden kann. In dem Fall wird die Schallenergie der betrachteten Azimutal- oder Radialmode erhöht. Die Interaktion einer Mode mit einem stationären oder rotierenden Druckfeld eines Stators bzw. Rotors führt zur Streuung der Mode in weitere Modenordnungen. Die Modenstreuung ist somit ebenfalls ein schallanregender Mechanismus, der im Gegensatz zur Cut-Off/Cut-On-Transition zu einer Anregung weiterer Modenordnungen führt. In diesem Abschnitt wird die Modenstreuung, der in den vorherigen Abschnitten diskutierten Moden untersucht. Zunächst erfolgt eine Beschreibung des Streuverhaltens der Cut-On-, Cut-Off- und Transitionsmoden am Beispiel der R4-S4- und S3-R4-Interaktion in Abschn. 4.3.1. In Abschn. 4.3.2 wird der Transport ausgewählter Streumoden aus jeder Schaufelpaarung bis zum Einlass des Verdichters simuliert und mit den Schalleistungspegeln der RSI-Moden verglichen. Das ermöglicht eine Abschätzung des Beitrages der Streumoden zum Gesamtschallfeld des Verdichters.

4.3.1 Streuverhalten

Das rotierende Druckfeld wird an den Rotoren und Statoren analog zu der Beziehung von Tyler und Sofrin (1962) in unendlich viele Moden gestreut. Die Streuung einer Mode m mit der Rotationsfrequenz f_m am Stator folgt dem Zusammenhang

$$m_{Streu} = m + kV, \quad \text{mit } k = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (4.6)$$

mit der Frequenz

$$f_{m,Streu} = f_m. \quad (4.7)$$

Am Rotor findet aufgrund der Relativbewegung des Rotors eine Frequenzstreuung statt und die Moden werden in die sogenannten „Summen- und Differenzöne“ gemäß

$$f_{Streu} = f_m + k \frac{Bn}{60} \quad \text{mit } k = \dots, -1, 0, 1, \dots, \quad (4.8)$$

$$f_{m,Streu} = |f_{Streu}|, \quad (4.9)$$

$$m_{Streu} = \begin{cases} m + kB, & f_{Streu} \geq 0 \\ -1 \cdot (m + kB), & f_{Streu} < 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

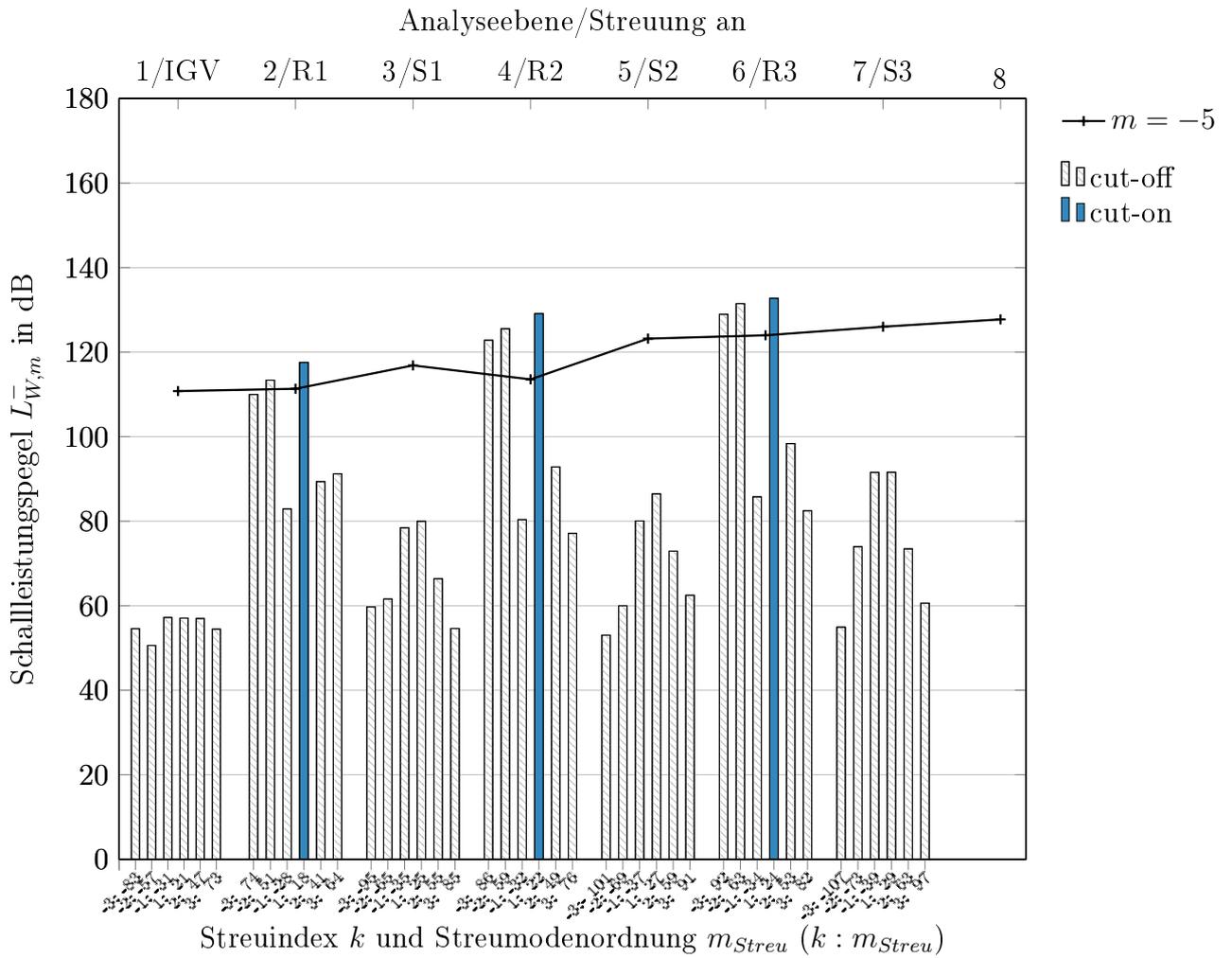
gestreut.

Korte et al. (2005) haben am Beispiel einer Transitionsmode und einer Cut-On-Mode gezeigt, dass der Transfer von Schallenergie in die Streumoden in verschiedenen Ausprägungen auftreten kann. Während die Transitionsmode an ihrem Cut-Off-Punkt den Großteil der Schallenergie an die Streumoden abgibt, ist im Falle der Cut-On-Mode nur ein minimaler Streueffekt erkennbar. Um Unterschiede im Streuverhalten der Moden im Axialverdichter identifizieren zu können, wird im Folgenden das Streuverhalten von Cut-On-, Transitions- und Cut-Off-Moden am Beispiel der S3-R4- und R4-S4-Interaktion diskutiert.

Dazu sind in den Abb. 4.30 bis 4.35 die Schalleistungspegel der spezifischen Moden und der Streumoden an jeder Analyseebene dargestellt. Die Ordnungen der Streumoden an den Statoren und Rotoren und ggf. deren Streufrequenzen sind in Anhang C aufgeführt.

Cut-On-Moden

Die Streumoden der dominanten Cut-On-Moden der ersten Harmonischen von R4-S4 und S3-R4 sind in Abb. 4.29 und 4.30 dargestellt. Generell sinken die Pegel der Streumoden stromauf, mit sinkendem Pegel der anregenden Moden $m = -5, -3$. Analog zu der Anregung der RSI-Moden, deren Amplitude mit der Ausprägung der Nachläufe und Potentialfelder korreliert (s. z.B. Hulse und Large 1967), ist die Anregung der Streumoden von der Stärke des Druckfeldes der anregenden Mode abhängig. Der größte Energietransport in die Streumoden findet an den Rotoren statt. Dort übersteigen die Pegel der Streumoden zum Teil den Pegel der anregenden Mode. An jedem Rotor sind die gestreuten Moden $k = -3, -2, 1$ (die dazugehörigen Streufrequenzen sind in Tab. C.2-C.6 und Tab. C.30-C.34 in Anh. C aufgeführt) dominant, wobei nur die Streumoden $k = 1$ ausbreitungsfähig sind. Ein Vergleich des Streuindex mit der Streumodenordnung zeigt, dass die dominanten Moden alle mit dem Drall rotieren, also die Modenordnungen $m > 0$ sind. An den Statoren ist keine klare Tendenz für mit oder entgegen dem Drall rotierende Streumoden ersichtlich.

Abbildung 4.29: R4-S4-Interaktion: Streuung der Cut-On-Mode $m = -5$

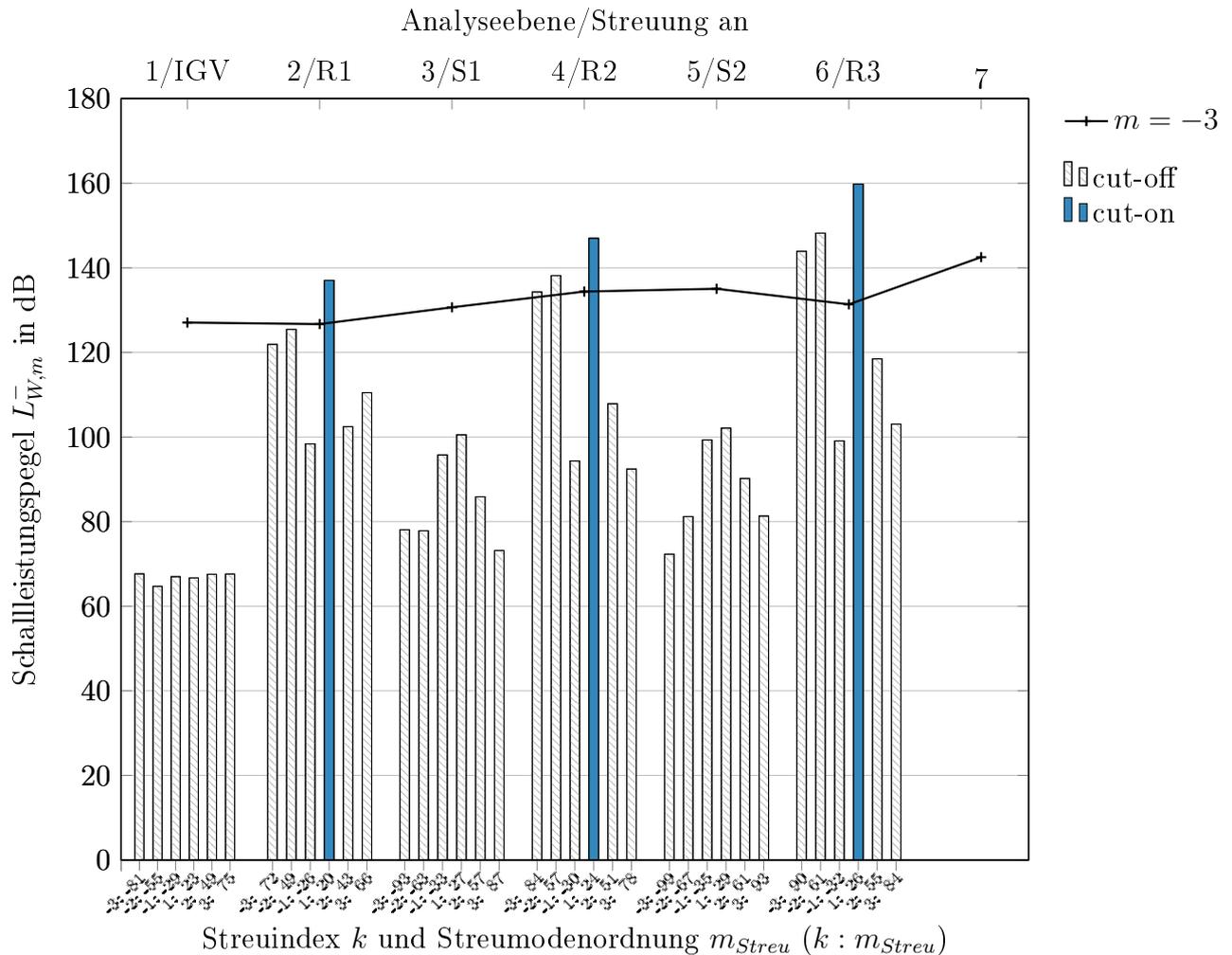


Abbildung 4.30: R3-S4-Interaktion: Streuung der Cut-On-Mode $m = -3$

Die Streuung der Cut-On-Moden der zweiten Harmonischen liefert Spektren mit mehreren dominanten Cut-On-Moden im Vergleich zur ersten Harmonischen (s. Abb. 4.31 und Abb. 4.32). Durch die höhere Anregungsfrequenz der zweiten Harmonischen sind auch höhere Modenordnungen ausbreitungsfähig. Generell sinkt auch hier der Pegel der Streumoden stromauf im Kanal mit sinkendem Pegel der anregenden Mode, da die Amplituden der angeregten Moden von der Ausprägung der anregenden Druckfelder abhängig sind. Vergleichbar mit der Modenstreuung der Moden der ersten Harmonischen weisen an den Rotoren die Moden $m > 0$ die höchsten Schalleistungspegel auf. Dominant sind die ausbreitungsfähigen Streumodenordnungen $k = 1, 2$. Die Streuung der Mode $m = -10$ an Rotor 1 erzeugt zusätzlich bei $k = 3$ eine ausbreitungsfähige Streumode. An den Statoren weisen die Streumoden $k = -1, 1$ die höchsten Schalleistungspegel auf. Im Gegensatz zu den Moden der ersten Harmonischen werden die Moden der zweiten Harmonischen an den Statoren ebenfalls in Cut-On-Moden gestreut. Mode $m = -10$ erzeugt am Vorleitgitter

und an Stator 3 jeweils eine Cut-On-Mode bei $k = 1$, an den Statorn 2 und 3 jeweils zwei ausbreitungsfähige Moden bei $k = -1, 1$. Mode $m = -6$ generiert am Vorleitgitter bei $k = 1$ eine ausbreitungsfähige Mode. An den Statorn 1 und 2 sind die Moden $k = -1$ ausbreitungsfähig.

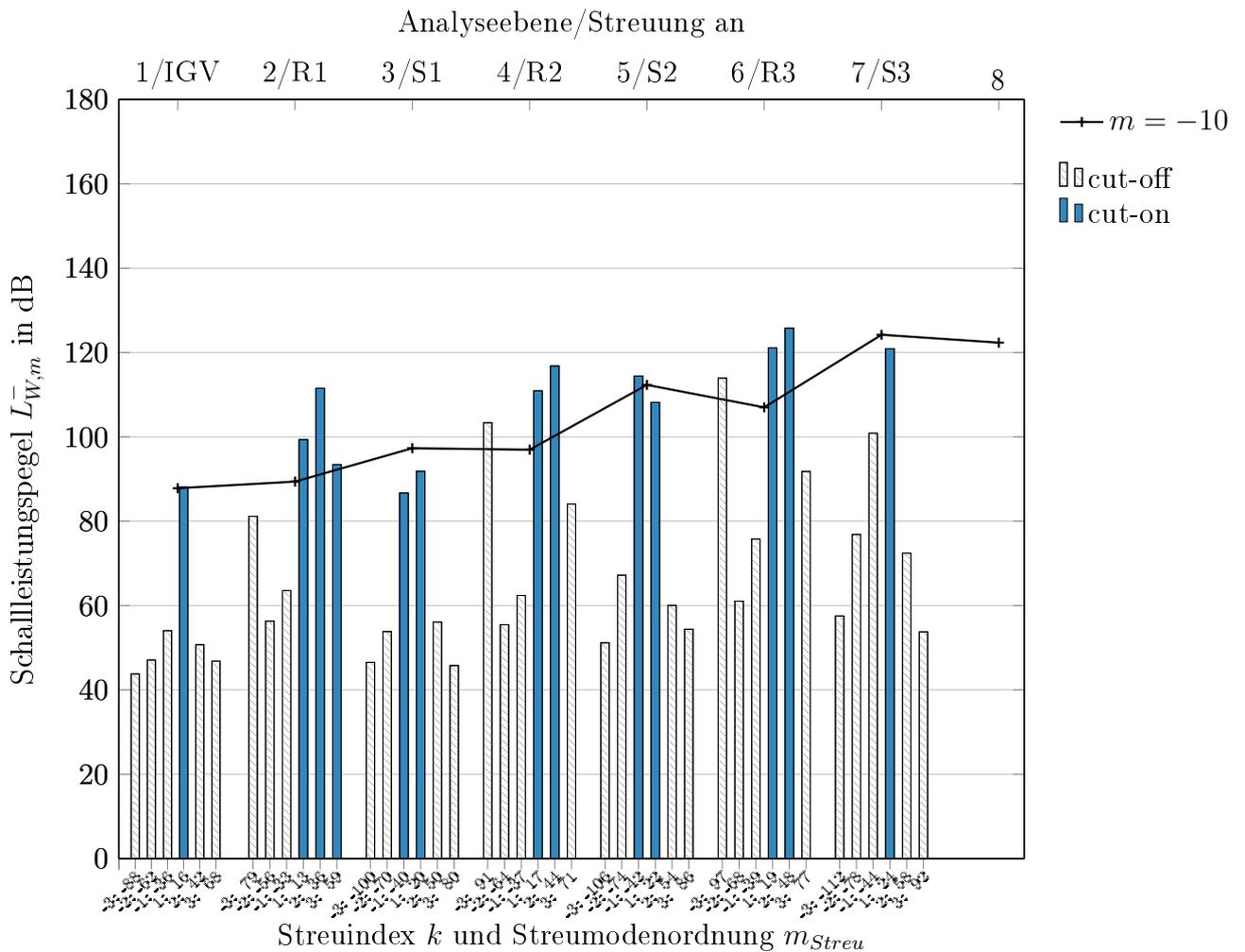


Abbildung 4.31: R4-S4-Interaktion: Streuung der Cut-On-Mode $m = -10$

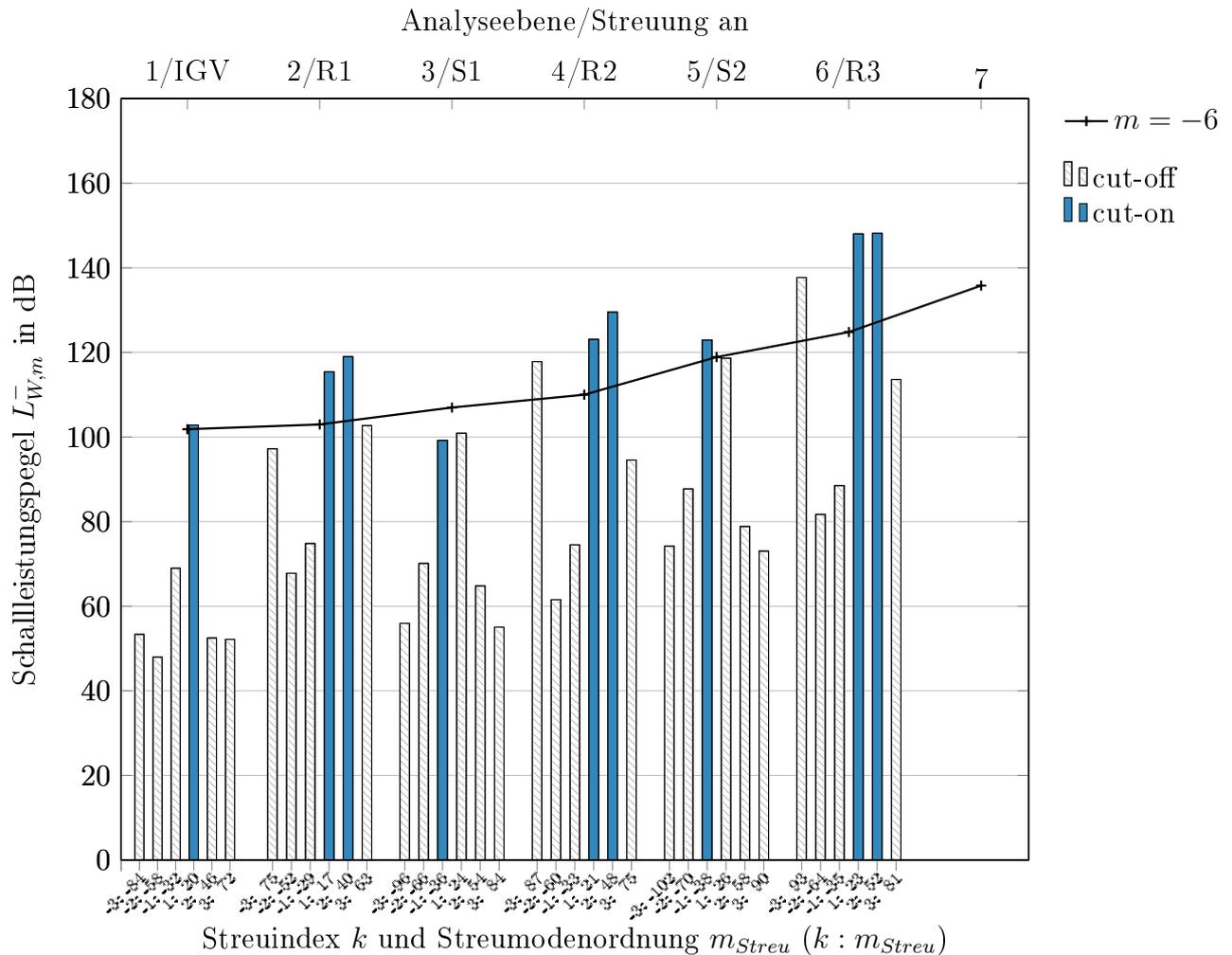


Abbildung 4.32: S3-R4-Interaktion: Streuung der Cut-On-Mode $m = -6$

Die betrachteten Cut-On-Moden weisen alle ein ähnliches Streuverhalten auf. Die Streuung der Moden der zweiten Harmonischen regen aufgrund der höheren Frequenzen im Vergleich zur ersten Harmonischen vermehrt ausbreitungsfähige Streumoden an. Die Modenstreuung aller Cut-On-Moden führt vor allem an den Rotoren zu Moden mit hohen Schalleistungspegeln, die den der anregenden Mode übertreffen. Dieser Effekt kann von Korte et al. (2005) nicht beobachtet werden. Dominant in der Anregung sind an den Rotoren jeweils die Streumoden positiver Modenordnung, also mit dem Drall rotierenden Streumoden. An den Statoren ist keine Tendenz zu positiven oder negativen Streumodenordnungen feststellbar. Der Drall hat folglich wesentlichen Einfluss auf die Ausprägung des Streumodenspektrums.

Transitionsmoden

Die Spektren der Streuung der Transitionsmoden in Abb. 4.33 und Abb. 4.34 zeigen eine

andere Abhängigkeit in Bezug auf die Anregung energiereicher Streumoden als die Cut-On-Moden. Die Streuung der Cut-On-Moden erfolgt vor allem an den Rotoren in energiereiche Streumoden. Die Ausprägung der Streuung der Transitionsmoden ist vor allem durch das Cut-On/Cut-Off-Verhalten der anregenden Moden $m = 28$ und $m = 26$ getrieben. An den AE 7, 5 und 3, d.h. an den Statoren, sind die Transitionsmoden cut-off. Dort sind die höchsten Streumodenpegel zu verzeichnen, die auch den Pegel der anregenden Moden übersteigen. Die Streuung erfolgt hauptsächlich in die ausbreitungsfähigen Streumodenordnungen $k = -2, -1$. An den Rotoren sind die Streumoden $k = -3, -1$ dominant, wobei nur $k = -1$ ausbreitungsfähig ist. Auch die hier betrachteten mit dem Drall rotierenden Transitionsmoden streuen an den Rotoren vorwiegend in Moden $m > 0$. Dieses Streuverhalten kann auch bei den Cut-On-Moden beobachtet werden, die allerdings dem Drall entgegengesetzt rotieren. Dieser Effekt ist somit unabhängig von der Richtung der Modenrotation und lediglich von der Richtung des Dralls abhängig.

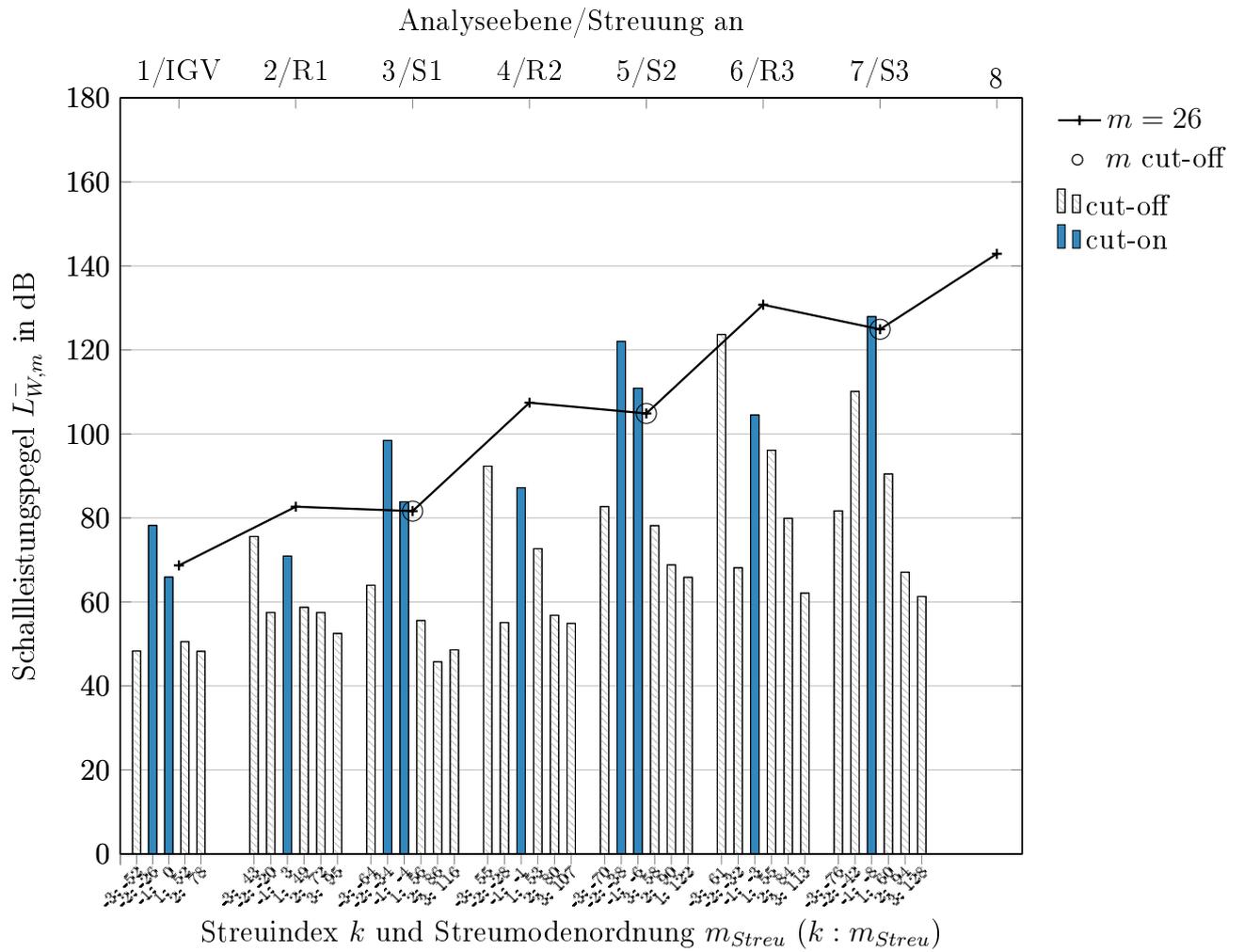
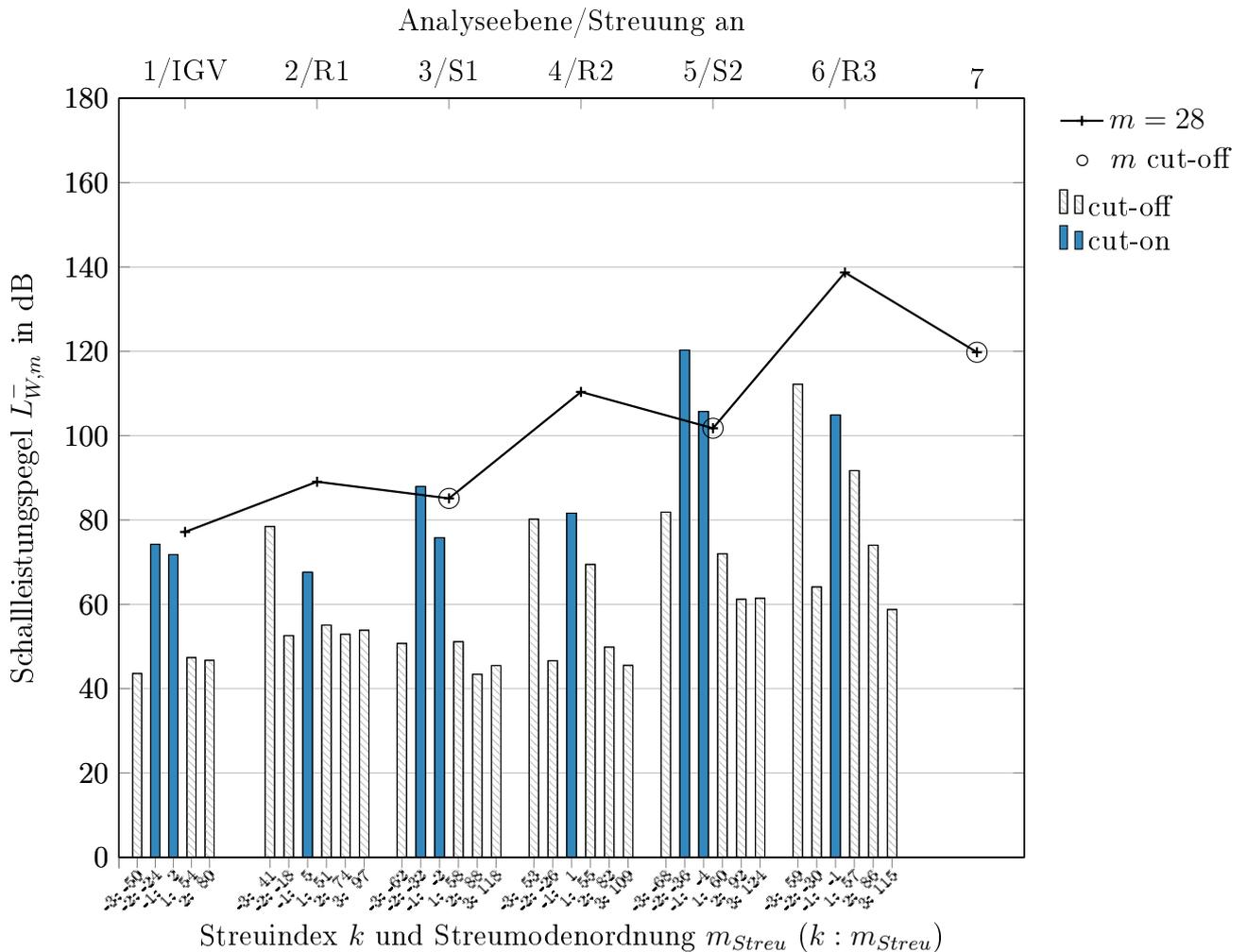


Abbildung 4.33: R4-S4-Interaktion: Streuung der Transitionsmode $m = 26$

Abbildung 4.34: S3-R4-Interaktion: Streuung der Transitionsmode $m = 28$

Im Fall der Transitionsmodenstreuung findet der größte Energietransfer in die Streumoden an den Cut-Off-Punkten statt. Dieser Effekt wird auch von Korte et al. (2005) festgestellt. Auch Smith et al. (2012) beobachten die Streuung einer Mode in benachbarte Cut-On-Moden am Transitionsunkt von cut-on zu cut-off. An den Cut-On-Punkten liegen die Amplituden der Streumoden unter dem der anregenden Mode. Der Energietransfer findet somit vornehmlich von der nicht ausbreitungsfähigen Transitionsmode in die ausbreitungsfähigen Streumoden statt.

Cut-Off-Moden

Die Streumodenspektren der Cut-Off-Moden $m = -41$ und $m = 31$ sind in Abb. 4.35 und Abb. 4.36 dargestellt. Die Streuung der Mode $m = -41$ erfolgt an allen Schaufelreihen in Streumoden, deren Pegel über dem der anregenden Mode liegen. An den Statoren wird jeweils eine ausbreitungsfähige Mode bei $k = 1$ angeregt, bzw. am Vorleitgitter bei $k = 2$.

4.3 Modenstreuung

An den Rotoren sind jeweils drei Moden der Ordnungen $k = 1, 2, 3$ cut-on. Die Cut-Off-Mode $m = 31$ streut an den Statoren jeweils in eine ausbreitungsfähige Mode $k = -1$ (s. Abb. 4.36). An den Rotoren sind alle Streumoden cut-off. An den Rotoren 2 und 3 (AE 4 und 5) liegen die Pegel der Streumoden $k = -3, -2, -1$ deutlich über denen der anderen Streumoden.

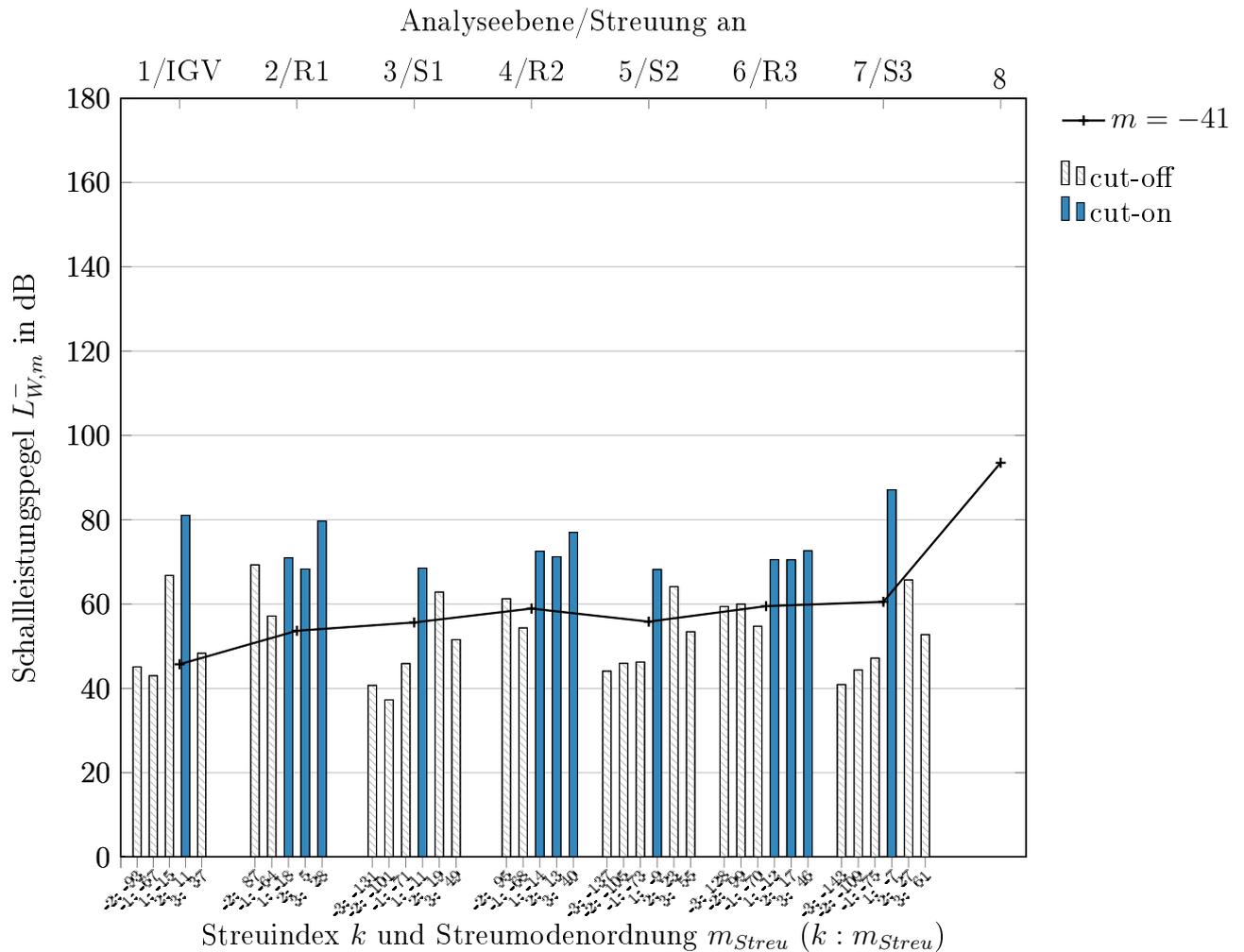
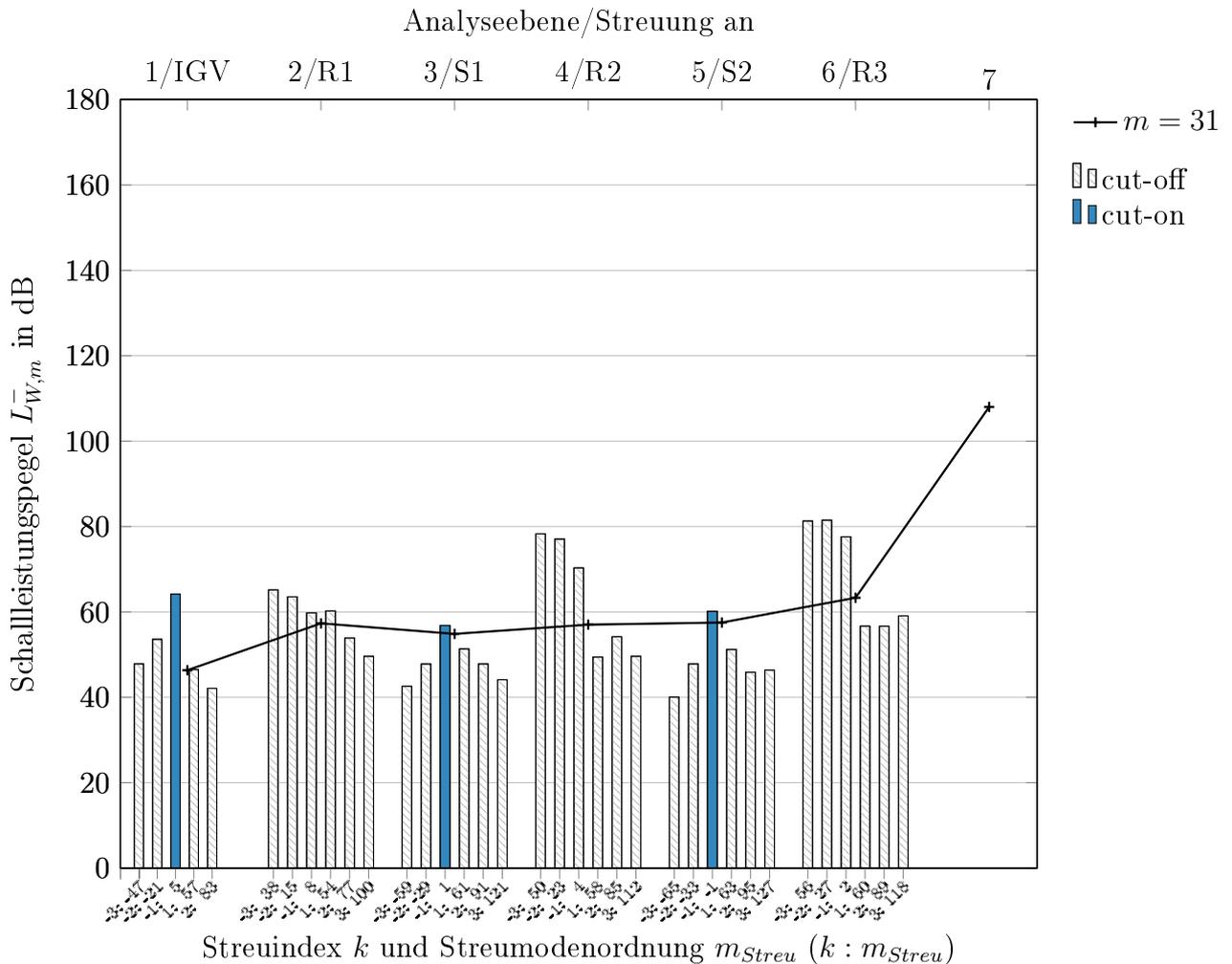


Abbildung 4.35: R4-S4-Interaktion: Streuung der Cut-Off-Mode $m = -41$

Abbildung 4.36: S3-R4-Interaktion: Streuung der Cut-Off-Mode $m = 31$

Ein Vergleich der Streumodenspektren der gegensätzlich rotierenden Cut-Off-Moden zeigt eine Abhängigkeit der resultierenden Streumodenamplituden von der Drehrichtung der anregenden Mode. Die entgegen dem Drall rotierende Mode $m = -41$ streut hauptsächlich in die Streumoden mit positivem Streuindex $k > 0$. Die mit dem Drall rotierende Mode $m = 31$ streut in Streumoden mit negativem Streuindex $k < 0$.

Zwischenfazit

Die Diskussion der Modenstreuung der Cut-On-, Transitions- und Cut-Off-Moden zeigt, dass der Energiegehalt der Streumoden, den der anregenden Mode übersteigen kann. Der höchste Energieeintrag in die Streumoden findet im Falle der Cut-On-Moden vor allem an den Rotoren statt. Aufgrund der Frequenzstreuung in höhere Frequenzen werden dort vermehrt ausbreitungsfähige Moden generiert. Die Transitionsmoden regen an ihren Cut-Off-Positionen an den Statoren die energiereichsten Streumoden an. An den Cut-On-Positionen

hingegen findet nur ein geringer Energietransfer in die Streumoden statt. Die Streuung der Cut-Off-Moden führt zu einer ausgeglicheneren Energieverteilung über die Rotor- und Statorstreuung. Es ist eine Abhängigkeit von der Rotationsrichtung der Cut-Off-Mode erkennbar. Die entgegen dem Drall rotierende Mode streut vorwiegend in Streumoden mit positivem Streuindex, mit dem Drall rotierende Moden entsprechend in Streumoden mit negativem Streuindex. Die Streuung erfolgt an allen Positionen in Moden mit höherem Pegel als die anregende Mode. Im Vergleich zu den Cut-On- und Transitionsmoden findet die Streuung allerdings aufgrund der niedrigen Pegel der Cut-Off-Moden ebenfalls auf einem geringeren Niveau statt. Zum Vergleich: die Spitzenpegel der Cut-On- und Transitionsmoden liegen zwischen 120 dB und 160 dB - die der Cut-Off-Moden bei 80 dB bis 90 dB. Dominierender Faktor in der Ausprägung der Modenstreuung ist die Ausbreitungsfähigkeit der angeregten Streumoden. Die ausbreitungsfähigen Streumoden weisen in allen betrachteten Fällen die höchsten Schalleistungspegel im Streuspektrum auf.

4.3.2 Streumoden am Verdichtereinlass

Für die nachfolgende Betrachtung wird für jede Schaufelpaar-Interaktion der Transport ausgewählter Streumoden bis zum Verdichtereinlass an Analyseebene 1 simuliert. Um den numerischen Aufwand handhabbar zu halten, werden nur ausbreitungsfähige Streumoden mit einem Schalleistungspegel $L_{W,m}^- \approx 100$ dB oder höher in die Simulationen mit einbezogen. Die Simulationen werden für jede Schaufelpaar-Interaktion separat durchgeführt. In den folgenden Abb. 4.37-4.43 sind die in Abschn. 4.2 diskutierten RSI-Moden mit den resultierenden ausbreitungsfähigen Streumoden dargestellt. In den Tab. 4.1-4.7 sind den Streumoden die jeweiligen Anregungsfrequenzen $f_{m,Streu}$ und deren Ursprung, d. h. die anregende Mode und die Schaufelreihe in der gestreut wird, zugeordnet. Zudem ist angegeben, ob die Ursprungsmode am Ort der Streuung cut-on oder cut-off ist. Die Diskussion der Ergebnisse erfolgt in Ausbreitungsrichtung der Moden, stromauf von den hinteren Schaufelreihen bis zum Verdichtereinlass.

Rotor 4 - Stator 4

Die Streuung der R4-S4-Interaktionsmoden erzeugt die Streumoden $m = -3$, $m = 18$ und $m = 22$, deren Pegel am Verdichtereinlass über 100 dB liegen (s. Abb. 4.37) und die über den Pegeln der RSI-Moden liegen, mit Ausnahme der RSI-Mode $m = -5$. Die Moden $m = 18$ und $m = 22$ werden durch die Cut-On-Mode $m = -5$ an den Rotoren 1 und 2 angeregt (vgl. Tab. 4.1 und Abb. 4.29). Streumode $m = -3$ hingegen wird durch die Cut-Off-Mode $m = 31$ an Stator 3 generiert. Sowohl Cut-On- als auch Cut-Off-Moden können somit Streumoden generieren, die am Einlass des Verdichters einen Pegel aufweisen, der vergleichbar mit dem der direkten RSI-Moden ist.

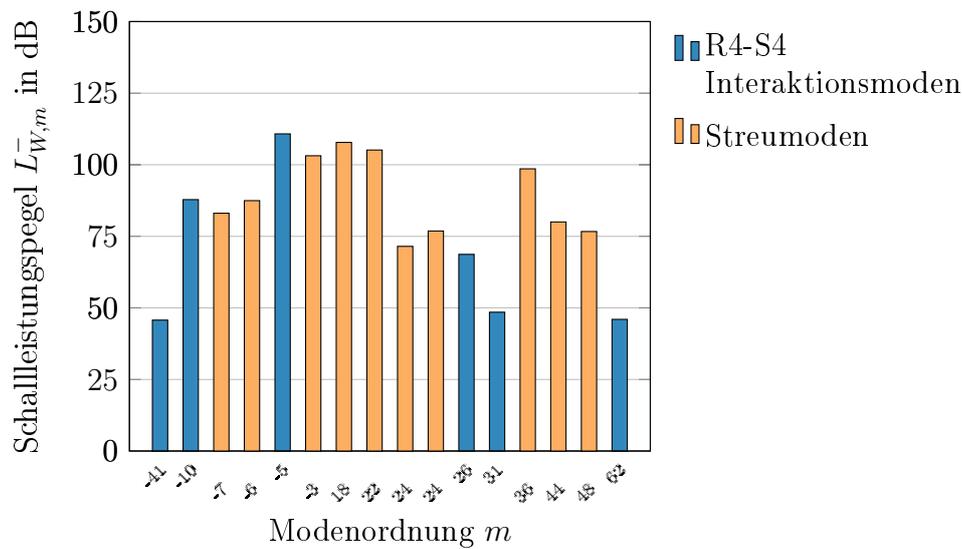


Abbildung 4.37: R4-S4-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)

Tabelle 4.1: Streumoden der R4-S4-Interaktion

m_{Streu}	-7	-6	-3	18
$f_{m,Streu}$	5115 Hz	10230 Hz	5115 Hz	8910 Hz
Ursprung	m=-41 (cut-off) Stator 3	m=62 (cut-off) Stator 3	m=31 (cut-off) Stator 3	m=-5 (cut-on) Rotor 1
m_{Streu}	22	24	24	36
$f_{m,Streu}$	9570 Hz	9900 Hz	10230 Hz	17820 Hz
Ursprung	m=-5 (cut-on) Rotor 2	m=-5 (cut-on) Rotor 3	m=-10 (cut-on) Stator 3	m=-10 (cut-on) Rotor 1
m_{Streu}	44	48		
$f_{m,Streu}$	19140 Hz	19800 Hz		
Ursprung	m=-10 (cut-on) Rotor 2	m=-10 (cut-on) Rotor 3		

Stator 3 - Rotor 4

Im Streuspektrum der S3-R4-Interaktion in Abb. 4.38 sind die beiden Moden $m = -3$ und $m = 20$ dominant. Mode $m = 20$ ist die Streumode von $m = -3$ und wird durch diese an Rotor 1 angeregt (s. Tab. 4.2 und Abb. 4.30). Der Pegel der Streumode $L_{W,20}^- = 137$ dB liegt 10 dB über dem der Ursprungsmode $L_{W,-3}^- = 127$. Alle Streumoden, deren Pegel 100 dB übersteigen, werden durch die dominanten RSI-Moden $m = -3$ und $m = -6$

4.3 Modenstreuung

an den Rotoren 1,2 und 3 angeregt (vgl. Abb. 4.30 und Abb. 4.32). Mode $m = 21$ wird zusätzlich durch die Cut-Off-Mode $m = 37$ an Rotor 3 generiert. Ein Vergleich der Schallleistungspegel der durch die Transitionsmode $m = 28$ angeregten Mode $m = -4$ in Abb. 4.34 an ihrem Ursprungsort (S2) von $L_{W,-4}^- = 106$ dB mit dem Schallleistungspegel am Verdichtereintritt von $L_{W,-4}^- = 84$ dB zeigt eine starke Dämpfung. Dennoch übersteigt der Pegel den der Ursprungsmode $L_{W,28}^- = 77$ dB am Verdichtereintritt.

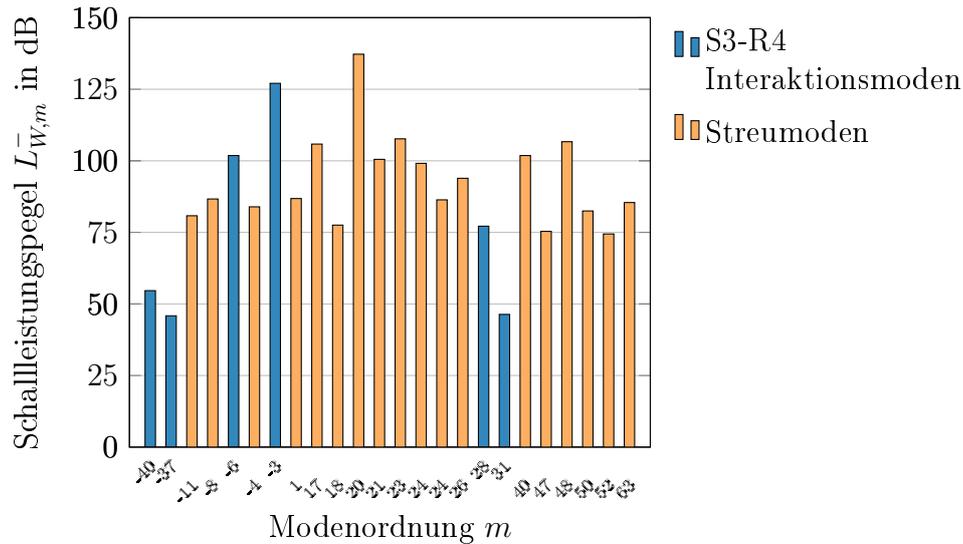


Abbildung 4.38: S3-R4-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)

Tabelle 4.2: Streumoden der S3-R4-Interaktion

m_{Streu}	-11	-8	-4	1
$f_{m,Streu}$	15015 Hz	9900 Hz	10230 Hz	5775 Hz
Ursprung	m=-40 (cut-off) Rotor 3	m=-37 (cut-off) Rotor 3	m=28 (cut-off) Stator 2	m=28 (cut-on) Rotor 2
m_{Streu}	17	18	20	21
$f_{m,Streu}$	14025 Hz	19800 Hz	8910 Hz	14685 Hz
Ursprung	m=-6 (cut-on) Rotor 1	m=-40 (cut-off) Rotor 3	m=-3 (cut-on) Rotor 1	m=-37 (cut-off) Rotor 3 und m=-6 (cut-on) Rotor 2
m_{Streu}	23	24	24	26
$f_{m,Streu}$	15015 Hz	9570 Hz	10230 Hz	9900 Hz
Ursprung	m=-6 (cut-on) Rotor 3	m=-3 (cut-on) Rotor 2	m=-6 (cut-on) Stator 1	m=-3 (cut-on) Rotor 3
m_{Streu}	40	47	48	50
$f_{m,Streu}$	17820 Hz	24585 Hz	19140 Hz	19470 Hz
Ursprung	m=-6 (cut-on) Rotor 1	m=-40 (cut-off) Rotor 3	m=-6 (cut-on) Rotor 2	m=-37 (cut-off) Rotor 3
m_{Streu}	52	63		
$f_{m,Streu}$	19800 Hz	21615 Hz		
Ursprung	m=-6 (cut-on) Rotor 3	m=-6 (cut-on) Rotor 1		

Rotor 3 - Stator 3

Die im Modenspektrum am Eintritt dominanten Streumoden (s. Abb. 4.39) $m = 22$ und $m = 18$ werden durch die Cut-On-Mode $m = -5$ an Rotor 2 bzw. an Rotor 1 generiert (s. Tab. 4.3). Die Streumode $m = -3$ wird durch die Transitionsmode $m = 24$ an Rotor 2 angeregt und weist ebenfalls einen Schallleistungspegel über 100 dB auf. Generell liegt der Pegel der Streumoden auf oder über dem Niveau der Pegel der RSI-Moden und tragen signifikant zum Schallfeld am Verdichtereintritt bei.

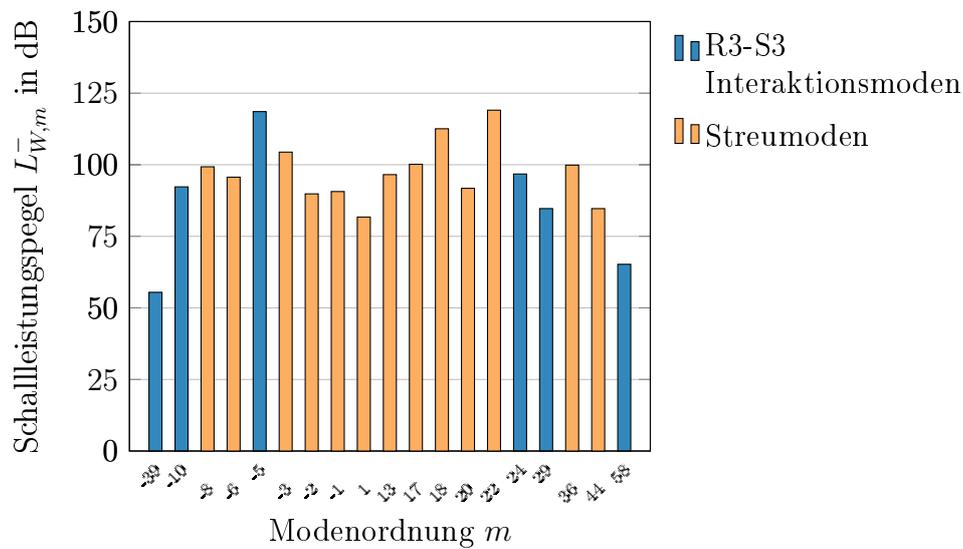


Abbildung 4.39: R3-S3-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)

Tabelle 4.3: Streumoden der R3-S3-Interaktion

m_{Streu}	-8	-6	-3	-2
$f_{m,Streu}$	9570 Hz	9570 Hz	5115 Hz	9570 Hz
Ursprung	m=24 (cut-off) Stator 2	m=24 (cut-off) Stator 1	m=24 (cut-on) Rotor 2	m=58 (cut-off) Stator 1
m_{Streu}	-1	1	13	17
$f_{m,Streu}$	4785 Hz	5775 Hz	13365 Hz	14025 Hz
Ursprung	m=29 (cut-off) Stator 1	m=24 (cut-on) Rotor 1	m=-10 (cut-on) Rotor 1	m=-10 (cut-on) Rotor 2
m_{Streu}	18	20	22	36
$f_{m,Streu}$	8580 Hz	9570 Hz	9240 Hz	17160 Hz
Ursprung	m=-5 (cut-on) Rotor 1	m=-10 (cut-on) Stator 1	m=-5 (cut-on) Rotor 2	m=-10 (cut-on) Rotor 1
m_{Streu}	44			
$f_{m,Streu}$	18480 Hz			
Ursprung	m=-10 (cut-on) Rotor 2			

Stator 2 - Rotor 3

Im Fall der Modenstreuung durch die Moden der S2-R3-Interaktion sind die Streumoden mit den höchsten Pegeln am Verdichtereinlass auf die dominanten Cut-On-Moden $m = -3$ und $m = -6$ zurückzuführen (s. Abb. 4.40 und Tab. 4.4). Vor allem an den Rotoren werden energiereiche Streumoden erzeugt. Dort werden die Cut-On-Moden in Moden höherer Ordnung und in höhere Frequenzen als die Schaufelwechselfrequenzen ($\text{BPF}_{S2-R3} = 4785$ Hz und $2\text{BPF}_{S2-R3} = 9570$ Hz) gestreut. Die Pegel der Streumoden liegen in der Größenordnung der S2-R3-Interaktionsmoden. Die höchsten Pegel weisen die RSI-Mode $m = -3$ mit $L_{W,-3} = 121$ dB und ihre Streumode $m = 20$ mit $L_{W,20} = 123$ dB auf.

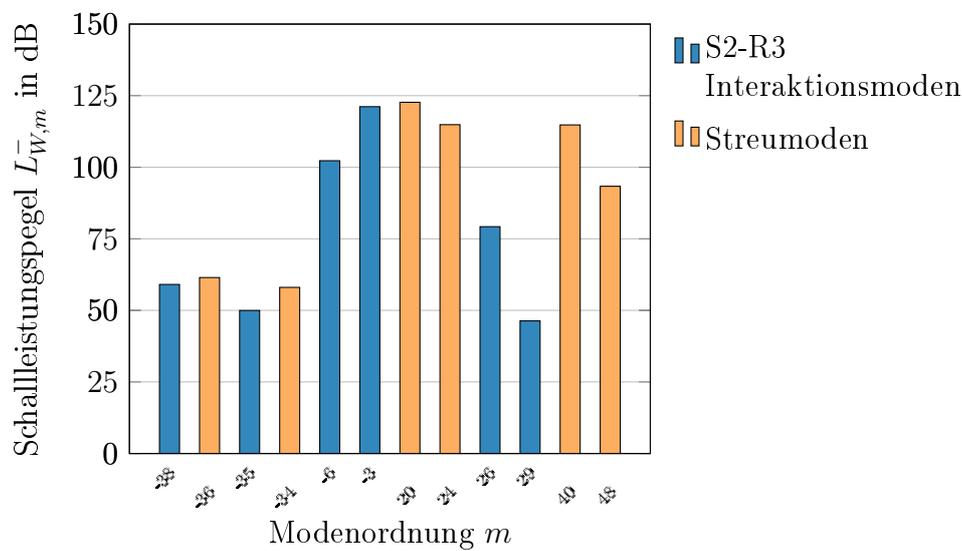


Abbildung 4.40: S2-R3-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)

Tabelle 4.4: Streumoden der S2-R3-Interaktion

m_{Streu}	-36	-34	20
$f_{m,Streu}$	9570 Hz	9570 Hz	8580 Hz
Ursprung	m=-6 (cut-on) Stator 1	m=26 (cut-on) Rotor 1	m=-3 (cut-on) Rotor 1
m_{Streu}	24	40	48
$f_{m,Streu}$	9240 Hz	17160 Hz	18480 Hz
Ursprung	m=-3 (cut-on) Rotor 2	m=-6 (cut-on) Rotor 1	m=-6 (cut-on) Rotor 2

Rotor 2 - Stator 2

Das Pegelspektrum in Abb. 4.41 der RSI- und Streumoden am Eintritt zeigt keine klaren Spitzen durch dominante Streu- oder RSI-Moden. Mit Ausnahme von Mode $m = 27$ liegen die Schalleistungspegel im Bereich $L_{W,20}^- = 107$ bis 129 dB. Die Streumode $m = 18$ weist den höchsten Pegel der Streumoden auf und wird durch die Cut-On-Mode $m = -5$ am ersten Rotor generiert (s. Tab. 4.5). Die Streumode $m = -8$ wird durch die Transitionsmode $m = 22$ am ersten Stator angeregt, die dort nicht ausbreitungsfähig ist. Die Cut-Off-Mode $m = 27$ regt im ersten Stator die Streumode $m = -3$ an, die am Verdichtereintritt noch einen hohen Schalleistungspegel über 100 dB aufweist. Es werden somit sowohl durch Cut-On- als auch durch Cut-Off- und Transitionsmoden energiereiche Streumoden angeregt, die am Eintritt des Verdichters hohe Schalleistungspegel aufweisen.

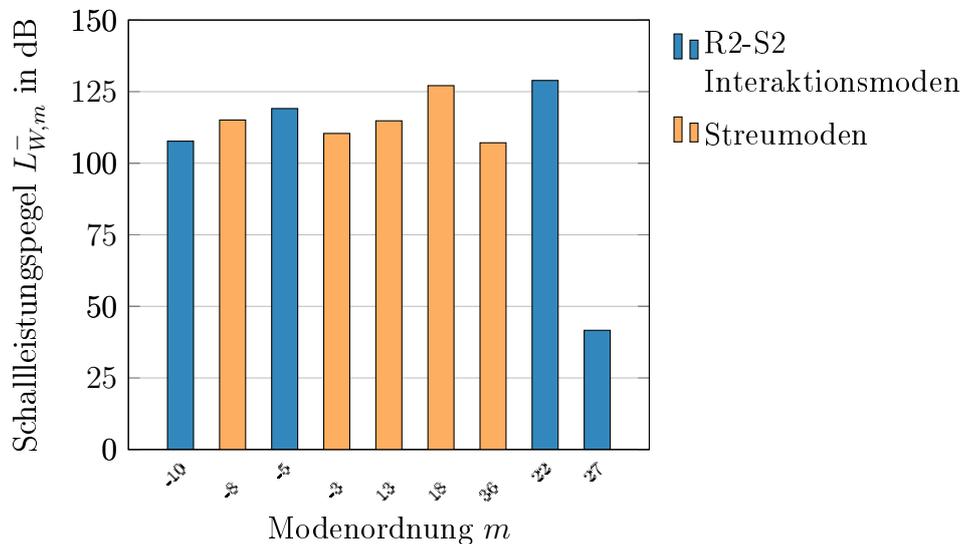


Abbildung 4.41: R2-S2-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)

Tabelle 4.5: Streumoden der R2-S2 Interaktion

m_{Streu}	-8	-3	13
$f_{m,Streu}$	8250 Hz	4455 Hz	12705 Hz
Ursprung	m=22 (cut-off) Stator 1	m=27 (cut-off) Stator 1	m=-10 (cut-on) Rotor 1
m_{Streu}	18	36	
$f_{m,Streu}$	8250 Hz	16500 Hz	
Ursprung	m=-5 (cut-on) Rotor 1	m=-10 (cut-on) Rotor 1	

Stator 1 - Rotor 2

Die zwei Streumoden mit den höchsten Schalleistungspegeln am Verdichtereintritt $m = 20$ und $m = 40$ werden durch die dominanten Cut-On-Moden $m = -3$ und $m = -6$ am ersten Rotor generiert (s. Abb. 4.42 und Tab. 4.6). Beide Streumoden weisen am Verdichtereintritt einen Schalleistungspegel über dem der Ursprungsmode auf: $L_{W,20}^- = 140$ dB und $L_{W,40}^- = 130$ dB sind jeweils größer als $L_{W,-3}^- = 132$ dB und $L_{W,-6}^- = 119$ dB. Damit ist die Streumode $m = 20$ am Verdichtereintritt sogar energiereicher als die dominante Mode der stromauf liegenden R1-S1-Interaktion (vgl. Abb. 4.43, $m = 16$) oder der durch IGV-R1-Interaktion generierten Moden (vgl. Abb. 4.1). Die energiereichsten Moden am Eintritt des Verdichters werden folglich nicht zwangsläufig durch die Rotor-Stator-Interaktion der vorderen Schaufelreihen erzeugt.

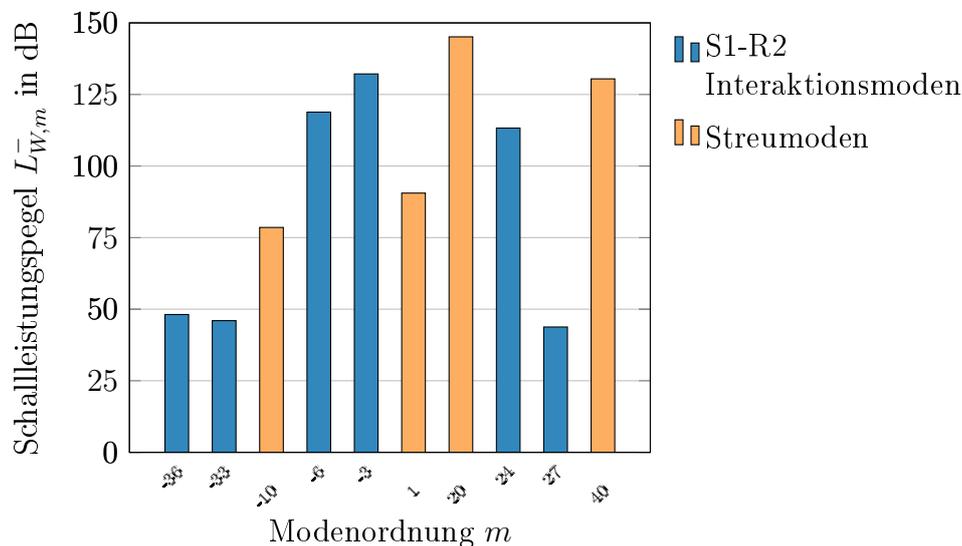


Abbildung 4.42: S1-R2-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)

Tabelle 4.6: Streumoden der S1-R2 Interaktion

m_{Streu}	-10	1	20	40
$f_{m,Streu}$	8250 Hz	5115 Hz	8250 Hz	16500 Hz
Ursprung	m=-33 (cut-off) Rotor 1	m=24 (cut-on) Rotor 1	m=-3 (cut-on) Rotor 1	m=-6 (cut-on) Rotor 1

Rotor 1 - Stator 1

Die Moden der ersten Stufe können stromauf lediglich im Vorleitgitter gestreut werden. Die in Abb. 4.43 dargestellten ausbreitungsfähigen Streumoden werden sowohl durch Cut-On- als auch durch Cut-Off-Moden angeregt. Die Mode $m = 20$ ist mit $L_{W,20}^- = 125$ dB die

4.3 Modenstreuung

dominante Streumode. Sie wird durch die Cut-Off-Mode $m = 46$ angeregt (s. Tab. 4.7). Der Mode $m = 20$ folgend, weisen die Moden $m = -10$ und $m = -3$ die zweithöchsten Streumodenpegel am Verdichtereintritt auf: $L_{W,-10,-3}^- = 120$ dB. Mode $m = -3$ wird ebenfalls durch eine Cut-Off-Mode angeregt. Mode $m = -10$ wird durch die dominante Cut-On-Mode $m = 16$ generiert. In Bezug auf die Modenstreuung am IGV kann für Stufe 1 beobachtet werden, dass vorwiegend die Cut-Off-Moden ausbreitungsfähige Streumoden generieren.

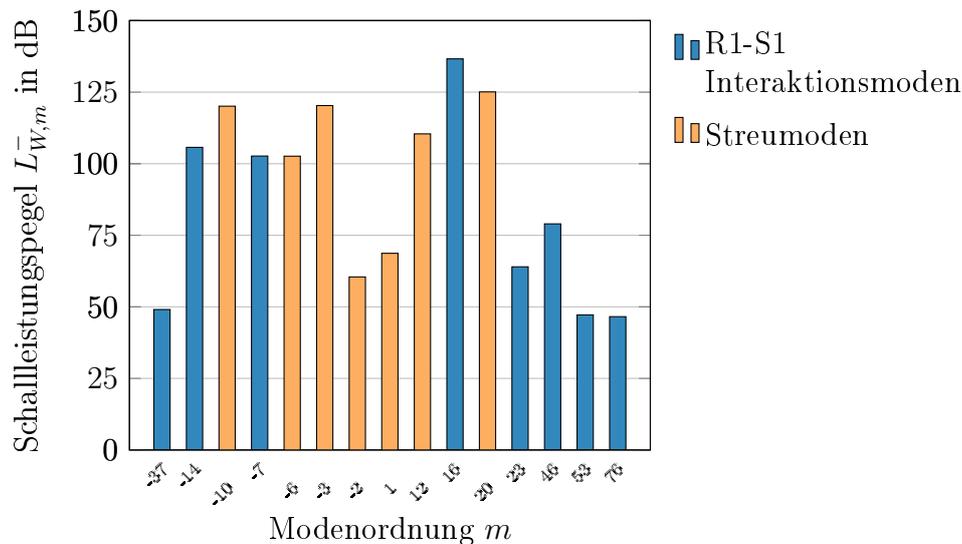


Abbildung 4.43: R1-S1-Interaktionsmoden und Cut-On-Streumoden am Einlass des Verdichters (Analyseebene 1)

Tabelle 4.7: Streumoden der R1-S1-Interaktion

m_{Streu}	-3	1	12	-10
$f_{m,Streu}$	3795 Hz	3795 Hz	7590 Hz	7590 Hz
Ursprung	m=23 (cut-off) IGV	m=53 (cut-off) IGV	m=-14 (cut-on) IGV	m=16 (cut-on) IGV

m_{Streu}	-6	20	-2
$f_{m,Streu}$	7590 Hz	7590 Hz	7590 Hz
Ursprung	m=46 (cut-off) IGV	m=46 (cut-off) IGV	m=76 (cut-off) IGV

Zusammenfassung

Die Analyse der Modenstreuung an den einzelnen Schaufelreihen hat gezeigt, dass die gestreuten Moden die Schalleistungspegel der anregenden RSI-Moden überschreiten können. Dies gilt auch noch nach Transport der Streumoden durch die Schaufelreihen bis zum Eintritt des Verdichters (s. Streuspektren S1-R1 Abb. 4.42, S2-R3 Abb. 4.40 und S3-R4 Abb. 4.38). Auffällig ist, dass in diesen Fällen jeweils die Mode $m = 20$ die dominante Streumode ist, die an den Rotoren mit verschiedenen Frequenzen ($f_{20,Streu} = 8250, 8580, 8910$ Hz) angeregt wird. Dies entspricht einem Frequenzbereich, in dem lediglich die Radialmode $n = 0$ ausbreitungsfähig ist.

Die Anregung energiereicher Streumoden erfolgt vor allem an den Rotoren der Verdichterstufen, an denen auch eine Streuung in die Streufrequenzen nach Gl. (4.9) stattfindet. Durch die Streuung in höhere Frequenzen können dort vermehrt ausbreitungsfähige Streumoden angeregt werden. In Abschn. 4.3.1 wird gezeigt, dass vor allem die ausbreitungsfähigen Streumoden hohe Schalleistungspegel aufweisen und im Streuspektrum dominant sind. Vorwiegend die dominanten Cut-On-Moden generieren an den Rotoren Streumoden, die auch am Verdichtereinlass noch hohe Pegel aufweisen. Am Beispiel der Modenstreuung durch die R1-S1- und R4-S4-Interaktionsmoden wird allerdings gezeigt, dass auch die Streuung der Cut-Off-Moden oder Transitionsmoden Streumoden generiert, die am Eintritt des Verdichters hohe Schalleistungspegel, in der Größenordnung der direkten RSI-Moden oder darüber aufweisen.

Das Niveau der Streumodenpegel folgt dem bereits in Abb. 4.27 beschriebenen Trend. Allerdings zeigt die S3-R4-Interaktion und die Streuung der Moden in Abb. 4.38, dass auch die hinteren Schaufelreihen Streumoden mit Schalleistungspegeln in der Größenordnung der vorderen Schaufelreihen generieren können.

4.4 Kritische Betrachtung

Das simulierte Ausbreitungsverhalten der akustischen Moden kann über die modalen Antworten in Abhängigkeit vom Cut-On-Verhältnis und von den geometrischen Randbedingungen im Strömungskanal plausibel nachvollzogen werden. Ein Vergleich mit den Ergebnissen von Korte et al. (2005) zeigt, dass auch mit den in dieser Arbeit verwendeten Methoden insbesondere das von Korte et al. (2005) beschriebene Cut-Off/Cut-On-Verhalten von Transitionsmoden wiedergegeben werden kann. Dennoch existieren potentielle Unsicherheitsfaktoren in den verwendeten Methoden, die in diesem Abschnitt diskutiert werden.

Reflexionen am Interface

Die Auswertung des Schallfeldes an AE 1 mittels RMA zeigt teilweise modale Anteile, die stromab propagieren. Da am Einlass keine Einkopplung von Schallquellen stattfindet, muss es sich dabei um numerische Reflexionen handeln. Diese können wiederum an den Schaufel-

reihen reflektiert werden und das in der vorliegenden Arbeit betrachtete stromauf laufende modale Schallfeld überlagern. Somit können die Amplituden der Moden sowohl konstruktiv als auch destruktiv beeinflusst werden. Die physikalischen Effekte der Modenstreuung und der Cut-Off/Cut-On-Transition der Moden, auf denen der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt, bleiben davon aber unbeeinflusst.

Drallansatz

In der Diskussion des Transportes der R3-S3-Interaktionsmoden in Abschn. 4.2 kann eine verzögerte modale Antwort der Radialmoden festgestellt werden. Eine mögliche Ursache für diesen Effekt können Abweichungen zu den in Abschn. 2.1 getroffenen Modellannahmen sein. Um eine analytische Lösung der Wellengleichung für durchströmte Ringkreiskanäle zu erhalten, werden Modellannahmen getroffen, mit denen das Gleichungssystem analytisch gelöst werden kann. Anhand der hergeleiteten Gleichungen wird das Schallfeld mittels RMA zerlegt. Die Vereinfachung der Grundströmung erfolgt unter Annahme eines Festkörperwirbels (vgl. Abschn. 2.1.1). Besonders zwischen den Schaufelreihen herrscht allerdings ein instationäres Strömungsfeld, das durch Wirbelstrukturen (durch Ablösungen, Radialspalte an den Rotorspitzen etc.) und die Schaufelnachläufe geprägt ist und durch Annäherung an das radiale Gleichgewicht zu einer radialen Umverteilung des Impulses führt. In den Axialspalten ist die Drallverteilung somit kein reiner Festkörperwirbel, sondern eine Kombination aus Potentialwirbel in der Außenströmung und Festkörperwirbel in der Kernströmung (Rankine-Wirbel). Die azimuthalen Mach-Zahlen hinter den Schaufelreihen im AV in Abb. B.2 zeigen, dass besonders hinter den Rotoren die Annahme eines Festkörperwirbels die azimuthale Mach-Zahl überschätzen kann. Die Überschätzung der azimuthalen Mach-Zahl führt zu einer Überschätzung des Cut-On-Verhältnisses (s. Abschn. 2.2). Aufgrund der Modellannahmen kann eine Mode somit bereits als ausbreitungsfähig vorhergesagt werden, obwohl physikalisch die Cut-On-Grenze noch nicht erreicht ist.

Validierung

Da keine akustischen Validierungsdaten für den Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter vorliegen, können die Ergebnisse dieser Arbeit nicht experimentell validiert werden. Ein Vergleich mit den Ergebnissen von Korte et al. (2005) zeigt aber, dass auch hier das Cut-Off/Cut-On-Verhalten der Moden gut wiedergegeben wird. Das numerische Modell ist somit geeignet das Ausbreitungsverhalten der akustischen Moden zu modellieren. Unter Berücksichtigung der oben genannten Faktoren bleibt eine Unsicherheit in Bezug auf die absoluten Schalleistungspegel der einzelnen Moden.

Zukünftige Forschungsarbeiten sollten die oben genannten möglichen Unsicherheiten wie im folgenden Kap. 5 beschrieben, berücksichtigen.

5 Schlussfolgerungen und Ausblick

Schlussfolgerungen

Die in dieser Arbeit aufgestellte Arbeitshypothese besagt, dass durch die Cut-Off/Cut-On-Transition und die Modenstreuung auch die hinteren Schaufelreihen eines mehrstufigen Axialverdichters akustisch relevant sein können. Zur Prüfung der Arbeitshypothese wird eine Bewertung der Anteile der Transitions- und Streumoden am Gesamtschallfeld am Verdichtereinlass durchgeführt. Dazu muss der Transport und das Streuverhalten der akustischen Moden durch alle Schaufelreihen untersucht werden. Das in dieser Arbeit entwickelte numerische Modell erlaubt effiziente akustische Simulationen mit direkter Kopplung der Schaufelreihen untereinander. Dies ermöglicht eine umfassende Untersuchung des Transportes und der Streuung der durch Rotor-Stator-Interaktion generierten akustischen Moden stromauf durch alle Schaufelreihen bis zum Eintritt des mehrstufigen Verdichters.

In der vorliegenden Arbeit erfolgt erstmals die Untersuchung des Transportes akustischer Moden durch alle Schaufelreihen eines Axialverdichters. Mit den hier angewandten Methoden zur Schalltransportberechnung kann die Cut-Off/Cut-On-Transition, die bereits durch Korte et al. (2005) beschrieben wird, bestätigt werden. Die Azimutalmoden die zwischen cut-on und cut-off wechseln, werden in der vorliegenden Arbeit Transitionsmoden genannt. Der Energiegehalt der Cut-On- und Transitionsmoden während des Transportes durch die Verdichterstufen wird vor allem durch die Cut-Off/Cut-On-Transition bestimmt: Die Dämpfung, der die akustischen Moden durch den Transport durch die Schaufelreihen unterliegen, wird durch die Cut-Off/Cut-On-Transition einer Azimutalmode oder von einzelnen Radialmodenordnungen überlagert. Dieser Mechanismus führt durch Wechselwirkung mit dem aerodynamischen Feld zu einer Energieerhöhung der betrachteten Mode und kann laut Korte et al. (2005) als schallanregender Mechanismus betrachtet werden. Die Transitionsmoden können noch mit hohen Schalleistungspegeln, die auf dem Niveau der RSI-Moden der vorderen Schaufelreihen liegen, den Verdichter am Eintritt verlassen. Dies gilt auch für Cut-On-Moden der hinteren Schaufelreihen, die durch die Cut-Off/Cut-On-Transition einzelner Radialmoden Schalleistung gewinnen können.

Ähnlich zur Cut-Off/Cut-On-Transition findet bei der Modenstreuung ebenfalls eine Wechselwirkung mit dem aerodynamischen Feld statt, die zu einem Schallenergiegewinn führt. Durch die Streuung der RSI-Moden an den Schaufelreihen entstehen energiereiche Streumoden, die am Verdichtereinlass einen wesentlichen Anteil am Gesamtschallfeld ausmachen können. In der vorliegenden Arbeit wird die Bedeutung der Modenstreuung am Gesamtschallfeld am Verdichtereintritt erstmals quantifiziert. Zudem erfolgt erstmals eine Betrachtung der Modenstreuung und des Transportes der Streumoden durch alle Schaufel-

reihen des Verdichters. Die Untersuchungen in dieser Arbeit zeigen, dass vor allem durch die Modenstreuung an den Rotoren Streumoden generiert werden, die am Verdichtereinlass Pegel in der Größenordnung der RSI-Moden der vorderen Schaufelreihen aufweisen. Das wird im Fall des hier untersuchten Axialverdichters insbesondere am Beispiel der Interaktion S3-R4 deutlich, die am ersten Rotor eine Streumode generiert, die am Verdichtereinlass noch einen Schalleistungspegel auf dem Niveau der RSI-Moden der ersten vier Schaufelreihen aufweist.

Im klassischen Cut-Off-Design in der Auslegung von Triebwerkskomponenten werden die Schaufelzahlen benachbarter Schaufelreihen so gewählt, dass die RSI-Moden nach Tyler und Sofrin (1962) der Schaufelwechselfrequenz nicht ausbreitungsfähig sind. Allerdings hat die Betrachtung der durch Transitionsmoden oder Cut-Off-Moden generierten Streumoden gezeigt, dass auch diese vor allem durch Streuung an den Rotoren aber auch an den Statoren energiereiche Streumoden anregen können. Das gilt hier sowohl für die vorderen Schaufelreihen am Beispiel der R1-S1-Interaktion, als auch für die letzte Stufe R4-S4. Beide Beispiele zeigen, dass die durch Cut-Off-Moden generierten Streumoden am Verdichtereinlass einen Schalleistungspegel in der Größenordnung der RSI-Moden aufweisen können.

Ein Vergleich der resultierenden Modenspektren aller Schaufelpaarungen zeigt, dass auch die hinteren Schaufelreihen Moden generieren, die durch Cut-Off/Cut-On-Transition oder Modenstreuung am Verdichtereinlass hohe Schalleistungspegel aufweisen. Die in Abschn. 1.4 aufgestellte Arbeitshypothese kann mit der in dieser Arbeit durchgeführten numerischen Untersuchung somit bestätigt werden.

Aus dieser Erkenntnis ergeben sich Konsequenzen für die aeroakustische Auslegung von Verdichtern: eine Beschränkung auf die Dämpfung der ausbreitungsfähigen RSI-Moden ist nicht ausreichend und sowohl Transitions- als auch Streumoden sind zu berücksichtigen. Die Cut-On/Cut-Off-Transition und die Modenstreuung sind Effekte, die vor allem durch die Mehrstufigkeit einer Turbomaschine an Bedeutung gewinnen. Daher sind die genannten Mechanismen insbesondere für die hinteren Schaufelreihen relevant und bei der Vorhersage des Schallfeldes zu berücksichtigen.

Ausblick

In zukünftigen Forschungsarbeiten können das existierende numerische Modell und die verwendeten Methoden anhand der Erkenntnisse dieser Arbeit und der in Abschn. 4.4 beschriebenen methodischen Unsicherheiten verbessert werden. Eine Reduktion der Reflexionen am Einlass der numerischen Domäne kann durch einen vorgesetzten Gitterblock mit sukzessiver Vergrößerung des Knotenabstandes erzielt werden. Diese bereits in der numerischen Aeroakustik etablierte Methode wird auch „Sponge Layer“ genannt. Durch die Vergrößerung des Gitters und die damit einhergehenden numerischen Dissipationseffekte werden die akustischen Wellen effektiv gedämpft und reflektierte Anteile werden nicht zurück in die Verdichterstufen transportiert.

Die Zerlegung des Schallfeldes erfolgt anhand einer analytischen Zerlegung in die radialen Modenanteile. Dazu werden die radialen Geschwindigkeitsprofile anhand vereinfachender Modellannahmen approximiert. Numerische Methoden der Schallfeldzerlegung, die reale radiale Geschwindigkeitsprofile berücksichtigen, können insbesondere zwischen den Schaufelreihen zu einer Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit führen.

Das numerische Modell dieser Arbeit konnte nicht anhand experimenteller Daten validiert werden, da diese nicht vorliegen. Eine zukünftige experimentelle Versuchskampagne am Hochgeschwindigkeits-Axialverdichter, die auf die Vermessung des akustischen Feldes abzielt, könnte die in dieser Arbeit gewonnenen Ergebnisse weiter untermauern.

Weiterer Forschungsbedarf besteht in der Untersuchung des Ausbreitungsverhaltens der Cut-Off-Moden. In Abschn. 4.2 wird gezeigt, dass diese nicht zwangsläufig einer reinen Dämpfung unterliegen und an spezifischen Positionen im Kanal eine Erhöhung im Schallleistungspegel erfahren (s. Abb. 4.9, 4.15, 4.18). Weiterhin wird ein ähnliches Ausbreitungsverhalten harmonischer Cut-Off-Moden beobachtet. Da der Realteil des axialen Gruppenausbreitungswinkels für alle Cut-Off-Moden identisch ist ($\phi_{Gr,x}^{\pm} = 90^{\circ}$), sollte der Fokus weiterer Untersuchungen auf dem Imaginärteil des axialen Gruppenausbreitungswinkels und dessen Einfluss auf das Ausbreitungsverhalten der Cut-Off-Moden liegen.

Die akustischen Untersuchungen in dieser Arbeit werden auf die erste und zweite Harmonische der Schaufelwechselfrequenz limitiert. Zukünftige Untersuchungen sollten auch höhere Harmonische mit einschließen. Zwar können dann die angeregten RSI-Moden der höheren Harmonischen den hörbaren Frequenzbereich des Menschen überschreiten ($f_m > 20$ kHz), aber vor allem die Frequenzstreuung der Moden an den Rotoren ist relevant für die Bewertung des angeregten Schallfeldes, denn durch die Frequenzstreuung können Moden niedrigerer Frequenzen angeregt werden, die wieder im hörbaren Spektrum liegen.

Die akustischen Untersuchungen wurden hier auf die Interaktionsmoden benachbarter Schaufelreihen begrenzt. Diese können auf nicht benachbarte Schaufelreihen erweitert werden, da frühere Arbeiten wie z. B. von Walker (1971) und Milidonis et al. (2018) bereits zeigen, dass vor allem die Modenanregung durch die Nachläufe und Effekte wie Clocking relevant für die akustische Charakterisierung mehrstufiger Turbomaschinen sind. Eine weitere sinnvolle Erweiterung der hier gezeigten Arbeit stellt die Berücksichtigung der Reflexionen der Moden an den stromabliegenden Schaufelreihen dar. Die Moden können sich mit den reflektierten Moden konstruktiv oder destruktiv überlagern und somit den Modentransport, als auch die Modenstreuung beeinflussen.

Durch die Vorhersage der für das Gesamtschallfeld am Verdichtereintritt relevanten Moden können in Zukunft die akustischen Liner im Eintritt der Triebwerksgondel besser an die durch das Kerntriebwerk emittierten Töne angepasst werden. Denkbar ist auch eine Dämpfung der Cut-On-, Cut-Off- und Transitionsmoden durch Liner direkt am Ort ihrer Entstehung. Dadurch wird zusätzlich die Anregung energiereicher Streumoden verhindert,

die wiederum mit hohen Schalleistungspegeln aus dem Triebwerk austreten können.

Literaturverzeichnis

- Agarwal, Naval; Ganz, Ulrich and Premo, John (2004): Compressor Noise Contribution to Inlet Noise. In: Aeroacoustics Conferences. ISBN 978-1-62410-071-0. doi:10.2514/6.2004-2913.
- ASME (2009): Standard for verification and validation in computational fluid dynamics and heat transfer: An American national standard, volume 20-2009 of ASME V&V. The American Society of Mechanical Engineers, New York, NY, reaffirmed 2016 edition. ISBN 0791832090.
- Bartelt, Michael (2015): Ein Beitrag zum Ausbreitungsverhalten modaler Schallfelder in Niederdruckturbinen. Dissertation. doi:10.15488/8406.
- Becker, Kai; Heitkamp, Kathrin and Kügeler, Edmund (2010): Recent Progress In A Hybrid-Grid CFD Solver For Turbomachinery Flows. In: Pereira, J. C. F. (Hg.) Proceedings / CFD 2010, 5th European Conference on Computational Fluid Dynamics. Lisbon. ISBN 978-989-96778-1-4.
- Behn, Maximilian; Tapken, Ulf; Puttkammer, Peter; Hagmeijer, Rob and Thouault, Nicolas (2016): Comparative study of different analytical approaches for modelling the transmission of sound waves through turbomachinery stators. In: 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, p. 2927. doi:10.2514/6.2016-2927.
- Bertsch, L.; Snellen, M.; Enghardt, L. and Hillenherms, C. (2019): Aircraft noise generation and assessment: executive summary. In: CEAS Aeronautical Journal, volume 10(1):pp. 3–9. ISSN 1869-5590. doi:10.1007/s13272-019-00384-3.
- Bertsch, Lothar (2015): Aircraft Noise: The major sources, modelling capabilities, and reduction possibilities. doi:10.34912/AC-N0IS3.
- Copeland, W. L.; Crigler, J. L. and Dibble, A. C. (1967): Contribution of downstream stator to the interaction noise of a single-stage axial-flow compressor.
- Delfs, J. (2017): Grundlagen der Aeroakustik: Vorlesungsskript.
- dpa (21.06.2021): Umwelt: Regierungsfractionen machen Nachtflüge ab Hannover zum Thema. In: Die Zeit. URL https://www.zeit.de/news/2021-06/21/regierungsfractionen-machen-nachtfluege-ab-hannover-zum-thema?utm_referrer=https%3A%2F%2Fwww.google.com%2F.

- Ekici, Kivanc and Hall, Kenneth C. (2008): Nonlinear Frequency-Domain Analysis of Unsteady Flows in Turbomachinery with Multiple Excitation Frequencies: *AIAA Journal*, 46(8), 1912-1920. In: *AIAA Journal*, volume 46(8):pp. 1912–1920. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/1.26006.
- Ekici, Kivanc; Hall, Kenneth C. and Kielb, Robert E. (2010): Harmonic Balance Analysis of Blade Row Interactions in a Transonic Compressor: *Journal of Propulsion and Power*, 26(2), 335-343. In: *Journal of Propulsion and Power*, volume 26(2):pp. 335–343. ISSN 0748-4658. doi:10.2514/1.43879.
- Enghardt, L.; Zhang, Y.; Neise, W. and Kennepohl, F. (2014): Acoustical Radial Mode Analysis at a Three-Stage Low Pressure Axial Compressor. pp. 337–346.
- Flores, Diego (2018): Influence of labyrinth seals in cavities on the flow of an axial compressor. PhD. thesis. doi:10.15488/3681.
- Fluglärm-Portal (11.04.2022): Warum vor Lärm schützen? URL <https://www.xn--fluglrm-portal-9hb.de/vor-laerm-schuetzen/warum-vor-larm-schuetzen/>.
- Frey, Christian; Ashcroft, Graham; Kersken, Hans-Peter and Voigt, Christian (2014): A Harmonic Balance Technique for Multistage Turbomachinery Applications. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection. doi:10.1115/GT2014-25230.
- Gerolymos, G. A.; Michon, G. J. and Neubauer, J. (2002): Analysis and Application of Chorochronic Periodicity in Turbomachinery Rotor/Stator Interaction Computations: *Journal of Propulsion and Power*, 18(6), 1139-1152. In: *Journal of Propulsion and Power*, volume 18(6):pp. 1139–1152. ISSN 0748-4658. doi:10.2514/2.6065.
- Ghiladi, Abolhassan (1981): Drehklangentstehung in axialen Turbomaschinen und -ausbreitung in angeschlossenen Rohrleitungen. PhD. thesis.
- Goldstein, M. E. (1976): *Aeroacoustics*.
- Gopinath, Arathi; van der Weide, Edwin; Alonso, Juan; Jameson, Antony; Ekici, Kivanc and Hall, Kenneth (2007): Three-Dimensional Unsteady Multi-stage Turbomachinery Simulations Using the Harmonic Balance Technique. In: 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. ISBN 9781624100123. doi:10.2514/6.2007-892.
- Guski, Rainer and Schreckenber, Dirk (2015): NORAH - Noise-related annoyance, cognition, and health: Verkehrslärmwirkungen im Flughafenumfeld: Gesamtbetrachtung des Forschungsprojekts NORAH, Band 7.
- Hall, Kenneth C.; Ekici, Kivanc; Thomas, Jeffrey P. and Dowell, Earl H. (2013): Harmonic balance methods applied to computational fluid dynamics problems. In: *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, volume 27(2):pp. 52–67. doi:10.1080/10618562.2012.742512.

- Hall, Kenneth C.; Thomas, Jeffrey P. and Clark, W. S. (2002): Computation of Unsteady Nonlinear Flows in Cascades Using a Harmonic Balance Technique: *AIAA Journal*, 40(5), 879-886. In: *AIAA Journal*, volume 40(5):pp. 879–886. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/2.1754.
- He, L. (1992): Method of Simulating Unsteady Turbomachinery Flows with Multiple Perturbations. In: .
- He, L. and Ning, W. (1998): Efficient Approach for Analysis of Unsteady Viscous Flows in Turbomachines: *AIAA Journal*, 36(11), 2005-2012. In: *AIAA Journal*, volume 36(11):pp. 2005–2012. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/2.328.
- Heinig, K. E. (1983): Sounding propagation in multistage axial flow turbomachines. In: *AIAA Journal*, volume 21(1):pp. 98–105. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/3.8034.
- Hellmich, Bernd (2008): Acoustic resonance in a high-speed axial compressor.
- Hellmich, Bernd and Seume, Joerg R. (2008): Causes of Acoustic Resonance in a High-Speed Axial Compressor. In: *Journal of Turbomachinery*, volume 130(3). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.2775487.
- Hesseling, Jörg, Claus und Hilbert (01.02.2021): Nachtflüge in Hannover: "Auf Kosten unserer Gesundheit". In: NDR. URL <https://www.ndr.de/fernsehen/sendungen/panorama3/Streit-um-Nachtfluege-in-Hannover,nachtfluege102.html>.
- Holewa, Axel; Guerin, Sebastien; Neuhaus, Lars; Danwang, Li and Huimin, Tang (2016): Tones from an Aero-Engine Fan: Comparison between Harmonic-Balance Simulation and Experiment. In: *Aeroacoustics Conferences*. [publisher not identified], [Place of publication not identified]. ISBN 978-1-62410-386-5. doi:10.2514/6.2016-3060.
- Holewa, Axel; Lesnik, Sergey; Ashcroft, Graham and Guérin, Sébastien (2017): CFD-Based Investigation of Turbine Tonal Noise Induced by Steady Hot Streaks †. In: *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power*, volume 2(1):p. 3. doi:10.3390/ijtp2010003.
- Holste, F. and Neise, W. (1997): Noise Source Identification in a Propfan Model by Means of Acoustical Near Field Measurements. In: *Journal of Sound and Vibration*, volume 203(4):pp. 641–665. ISSN 0022460X. doi:10.1006/jsvi.1996.0890.
- Huang, Xiuquan and Wang, Ding Xi (2019): Time-Space Spectral Method for Rotor-Rotor/Stator-Stator Interactions. In: *Journal of Turbomachinery*, volume 141(11). ISSN 0889-504X. doi:10.1115/1.4044771.
- Hulse, B. T. and Large, J. B. (1967): The Mechanisms of Noise Generation in a Compressor Model. In: *Journal of Engineering for Power*, volume 89(2):pp. 191–197. ISSN 0022-0825. doi:10.1115/1.3616642.

- Hurfar, C. M. (2021): Similarity Conditions for Modal Sound Propagation in Turbomachinery Test Rigs. Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.
- ICAO (2008): Guidance on the balanced approach to aircraft noise management.
- Junge, Laura; Ashcroft, Graham; Jeschke, Peter and Frey, Christian (2015): On the Application of Frequency-Domain Methods to Multistage Turbomachinery. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection. doi:10.1115/GT2015-42936.
- Kaji, S. and Okazaki, T. (1970): Propagation of sound waves through a blade row. In: Journal of Sound and Vibration, volume 11(3):pp. 339–353. ISSN 0022460X. doi:10.1016/S0022-460X(70)80038-4.
- Kennepohl, F.; Gründel, H.; Kahl, G. and Enghardt, L. (2005): Compressor Noise Reduction with CFD Blade Design: Numerical Studies and Rig Tests.
- Kissner, Carolin; Holewa, Axel and Guerin, Sebastien (2017): Tonal Fan Noise Simulation of a V2527 Aircraft Engine: A Quantitative Assessment of a Best Practice Mesh.
- Knobloch, Karsten; Guerin, Sebastien; Holewa, Axel; Mahmoudi-Larimi, Yasser; Hynes, Tom and Bake, Friedrich (2016): Noise Transmission Characteristics of a High Pressure Turbine Stage. In: Aeroacoustics Conferences. ISBN 978-1-62410-386-5. doi:10.2514/6.2016-3001.
- Koch, W. (1971): On the transmission of sound waves through a blade row. In: Journal of Sound and Vibration, volume 18(1):pp. 111–128. ISSN 0022460X. doi:10.1016/0022-460X(71)90635-3.
- Korte, Detlef; Hüttel, Thomas; Kennepohl, Fritz and Heinig, Klaus (2005): Numerical simulation of multistage turbine sound generation and propagation. In: Aerospace Science and Technology, volume 9(2):pp. 125–134. ISSN 12709638. doi:10.1016/j.ast.2004.12.002.
- Laguna, Juan D.; Bartelt, Michael and Seume, Joerg R. (2013): Impact of Swirl on the Sensitivity of the Radial Mode Analysis in Turbomachinery. In: Song, Seung Jin (Hg.) Proceedings of the ASME Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition - 2013. ASME, New York, N.Y. ISBN 978-0-7918-5524-9. doi:10.1115/GT2013-95460.
- Laguna, Juan David (2016): On the sensitivity of the radial mode analysis (RMA) for the experimental evaluation of sound propagation in a low-pressure turbine. In: Berichte aus dem Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik;9, pp. xiv, 151 S. doi:10.15488/8728.
- Lechner, Christof and Seume, Jörg (2009): Stationäre Gasturbinen. VDI-Buch. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, second edition. ISBN 978-3-540-92787-7. doi:10.1007/978-3-540-92788-4.

- Lighthill, M. J. (1970): Group Velocity. In: Froissart, M. (Hg.) *Hyperbolic Equations and Waves*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, pp. 96–123. ISBN 978-3-642-87025-5. doi:10.1007/978-3-642-87025-5-14.
- Lighthill, Michael James (1952): On sound generated aerodynamically I. General theory. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, volume 211(1107):pp. 564–587. ISSN 0080-4630. doi:10.1098/rspa.1952.0060.
- Lowson, M. V. (1970): Theoretical Analysis of Compressor Noise. In: *The Journal of the Acoustical Society of America*, volume 47(1B):pp. 371–385. ISSN 0001-4966. doi:10.1121/1.1911508.
- McMullen, S. and Jameson, A. (2003): The Application of Non-Linear Frequency Domain Methods to the Euler and Navier-Stokes Equations.
- Menter, F. R. (1994): Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. In: *AIAA Journal*, volume 32(8):pp. 1598–1605. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/3.12149.
- Menter, F. R.; Kuntz, M. and Langtry, R. (2003): Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. In: *Heat and Mass Transfer*, volume 4. ISSN 0947-7411.
- Milidonis, Kypros; Semlitsch, Bernhard and Hynes, Tom (2018): Effect of Clocking on Compressor Noise Generation. In: *AIAA Journal*, volume 56(11):pp. 4225–4231. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/1.J057256.
- Möser, Michael (2005): *Technische Akustik (VDI-Buch) (German Edition)*. VDI-Buch. Springer, Dordrecht. ISBN 9783540225102.
- Nesbitt, Eric (2019): Current engine noise and reduction technology. In: *CEAS Aeronautical Journal*, volume 10(1):pp. 93–100. ISSN 1869-5590. doi:10.1007/s13272-019-00381-6.
- Nielsen, R. B. and Peake, N. (2016): Tunnelling effects for acoustic waves in slowly varying axisymmetric flow ducts. In: *Journal of Sound and Vibration*, volume 380:pp. 180–191. ISSN 0022460X. doi:10.1016/j.jsv.2016.06.003.
- Pinelli, Lorenzo; Poli, Francesco; Arnone, Andrea; Guérin, Sébastien; Holewa, Axel; Fernández Aparicio, José Ramón; Puente, Ricardo; Torzo, Davide; Favre, Christophe; Gaetani, Paolo and Persico, Giacomo (2015): On the Numerical Evaluation of Tone Noise Emissions Generated by a Turbine Stage: An In-Depth Comparison Among Different Computational Methods. *American Society of Mechanical Engineers Digital Collection*. doi:10.1115/GT2015-42376.
- Rice, E.; Heidmann, M. and Sofrin, T. G. (1979): Modal propagation angles in a cylindrical duct with flow and their relation to sound radiation. In: *17th Aerospace Sciences Meeting 1979*. doi:10.2514/6.1979-183.

- Rienstra, S. W. (2001): Cut-on, Cut-Off Transition of Sound in Slowly Varying Flow Ducts. In: *Aerotecnica Missili & Spazio*. ISSN 0365-7442.
- Rienstra, S. W. (2015): *Fundamentals of Duct Acoustics: Von Karman Institute Lecture Notes*.
- Rienstra, S. W. and Hirschberg, A. (2004): An introduction to acoustics. In: .
- Rossikhin, Anton A. (2017): Frequency-domain method for multistage turbomachine tone noise calculation. In: *International Journal of Aeroacoustics*, volume 16(6):pp. 491–506. ISSN 1475-472X. doi:10.1177/1475472X17730458.
- Rumsey, C. L.; Biedron, R. T.; Farassat, F. and Spence, P. L. (1998): Ducted-Fan Engine Acoustic Predictions Using a Navier–Stokes Code. In: *Journal of Sound and Vibration*, volume 213(4):pp. 643–664. ISSN 0022460X. doi:10.1006/jsvi.1998.1519.
- Schiffer, Hans-Peter (1976): *Ausbreitung des Schalles von Turbomaschinen in Rohrleitungen mit Diskontinuitäten*. PhD. thesis.
- Schnell, Rainer (2004): *Numerische Simulation des akustischen Nahfeldes einer Triebwerksgebläsestufe*. doi:10.14279/depositonce-935.
- Schwerdt, Lutz; Siemann, Jan and Seume, Joerg R. (2016): Active Flow Control Implemented in a Multi-Stage High-Speed Axial Compressor. In: *PAMM*, volume 16(1):pp. 645–646. ISSN 16177061. doi:10.1002/pamm.201610311.
- Schwerdt, Sina. and Seume, Joerg R. (2018): *Abschlussbericht: Numerische Sensitivitätsanalyse zur Schallentstehung und -reduktion im vorderen Kerntriebwerk: DFG-Geschäftszeichen SE 1023/19-1*.
- Siemann, Jan; Krenz, Ingolf and Seume, Joerg R. (2016): *Experimental Investigation of Aspiration in a Multi-Stage High-Speed Axial-Compressor*. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition - 2016*. The American Society of Mechanical Engineers, New York, N.Y. ISBN 978-0-7918-4969-9. doi:10.1115/GT2016-56440.
- Smith, A. F.; Ovenden, N. C. and Bowles, R. I. (2012): Flow and geometry induced scattering of high frequency acoustic duct modes. In: *Wave Motion*, volume 49(1):pp. 109–124. ISSN 0165-2125. doi:10.1016/j.wavemoti.2011.07.006.
- Tam, Christopher K. W. (1995): Computational aeroacoustics - Issues and methods. In: *AIAA Journal*, volume 33(10):pp. 1788–1796. ISSN 0001-1452. doi:10.2514/3.12728.
- Tapken, Ulf (2016): *Analyse und Synthese akustischer Interaktionsmoden von Turbomaschinen*. Dissertation, Technische Universität Berlin. doi:10.14279/DEPOSITONCE-5124.

- Tröndle, Magdalena (15.09.2021): Flughafen Hannover-Langenhagen: Gutachten soll Nachtflugverkehr prüfen. In: Hannoversche Allgemeine Zeitung. URL <https://www.haz.de/der-norden/flughafen-hannover-langenhagen-gutachten-soll-nachtflugverkehr-pruefen-TINEXVLJVZ3V50FRED2MX204MA.html>.
- Tyler, J. M. and Sofrin, T. G. (1962): Axial Flow Compressor Noise Studies. In: SAE Technical Paper Series. SAE International, 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States. doi:10.4271/620532.
- Uslu, Sitki; Hüttl, Thomas and Heinig, Klaus (2004): Simulation of noise generation due to blade row interaction in a high speed compressor. In: Aerospace Science and Technology, volume 8(4):pp. 299–306. ISSN 12709638. doi:10.1016/j.ast.2004.02.001.
- Vasanthakumar, Parthasarathy (2003): Three dimensional frequency-domain solution method for unsteady turbomachinery flows. PhD. thesis.
- Vilmin, S.; Lorrain, E. and Hirsch, Ch. (2007): The Nonlinear Harmonic Method for Rotor-Stator Interactions Applied to Thermally Perfect Gas.
- Vilmin, S.; Lorrain, E.; Hirsch, Ch. and Swoboda, M. (2008): Unsteady Flow Modeling Across the Rotor/Stator Interface Using the Nonlinear Harmonic Method. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, pp. 1227–1237. doi:10.1115/GT2006-90210.
- Vilmin, Stéphane; Lorrain, Éric; Tartinville, Benoît; Capron, Alexandre and Hirsch, Charles (2013): The nonlinear harmonic method: from single stage to multi-row effects. In: International Journal of Computational Fluid Dynamics, volume 27(2):pp. 88–99. doi:10.1080/10618562.2012.752074.
- Vorreiter, Arne (2012): Aktive Strömungsbeeinflussung im Stator eines mehrstufigen Axialverdichters: Zugl.: Hannover, Univ., Diss., 2011. Ingenieurwissenschaften. Dr. Hut, München, first edition. ISBN 3843906246.
- Walkenhorst, Jan (2000): Axialverdichter mit wandkonturierten Leitschaufeln - Prüfstandentwicklung und Strömungsuntersuchung. Fortschrittberichte VDI. Reihe 7, Strömungstechnik / Verein Deutscher Ingenieure. VDI Verl, Düsseldorf, als ms. gedr edition.
- Walker, G. J. (1971): Effect of wake-wake interactions on the generation of noise in axial-flow turbomachinery.
- WHO (2011): Burden of disease from environmental noise: Quantification of healthy life years lost in Europe. World Health Organization Regional Office for Europe, Copenhagen. ISBN 9789289002295.
- Willeke, T. (2021): Riblets in mehrstufigen Axialverdichtern. Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Hannover.

Wilson, D. G. and Korakianitis, T. (2014): The Design of High-Efficiency Turbomachinery and Gas Turbines. The MIT Press Ser. MIT Press, Cambridge, second edition. ISBN 0262325802.

Zhang, Z. M. and Park, K. (2004): On the Group Front and Group Velocity in a Dispersive Medium Upon Refraction From a Nondispersive Medium. In: undefined.

A Netzkonvergenzstudie

Die Netzkonvergenzstudie wird anhand zweier repräsentativer integraler Größen durchgeführt. Die gewählten Bewertungsgrößen sind das Totaldruckverhältnis π_{tot} und der isentrope Wirkungsgrad η_{is} des Axialverdichters.

Das Totaldruckverhältnis ist definiert als Verhältnis des Austrittsdruck im Diffusor des Verdichters zum Eintrittsdruck

$$\pi_{tot} = \frac{p_{tot,aus}}{p_{tot,ein}}. \quad (\text{A.1})$$

Der isentrope Wirkungsgrad bildet sich aus dem Totaldruckverhältnis π_{tot} , den Totaltemperaturen am Eintritt $T_{tot,ein}$ und am Austritt $T_{tot,aus}$ und dem Isentropenexponenten κ :

$$\eta_{is} = \frac{\pi_{tot}^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\frac{T_{tot,aus}}{T_{tot,ein}} - 1} \quad (\text{A.2})$$

Die Ergebnisse der GCI-Studie für beide Größen zeigt Tab. A.1.

Tabelle A.1: Grid Convergence Index

Variable	Wert bzgl. π_{tot}	Wert bzgl. η_{is}
r_{32}	2	2
r_{21}	1,51639778367694	1,51639778367694
$f_{c,1}$	1,237339252	0,699913632
$f_{c,2}$	1,237525358	0,700566904
$f_{c,3}$	1,238259907	0,705826901
p	1,504449369	2,681489766
f_e	1,23712553	0,699595561
F_s	1,25	1,25
GCI_1	0,000215909	0,000568054
GCI_2	0,000403858	0,001733137
GCI_3	0,001145812	0,011118388
$GCI_2/(GCI_1 r_{21}^p)$	0,999849614	0,999067509
$EEER_1$	0,000172757	0,00045465
$EEER_2$	0,000323191	0,001388435
$EEER_3$	0,000916946	0,00890706
$f_{e,p=1}$	1,236978859	0,698648576
$GCI_{1,p=1}$	0,00036408	0,002259307
$GCI_{2,p=1}$	0,000741953	0,009385251
$GCI_{3,p=1}$	0,001483907	0,018770502
$EEER_{1,p=1}$	0,000291349	0,001810718
$EEER_{2,p=1}$	0,000441801	0,002745769
$EEER_{3,p=1}$	0,001035626	0,010274586

B Plausibilisierung

B.1 Vergleich der Aerodynamik

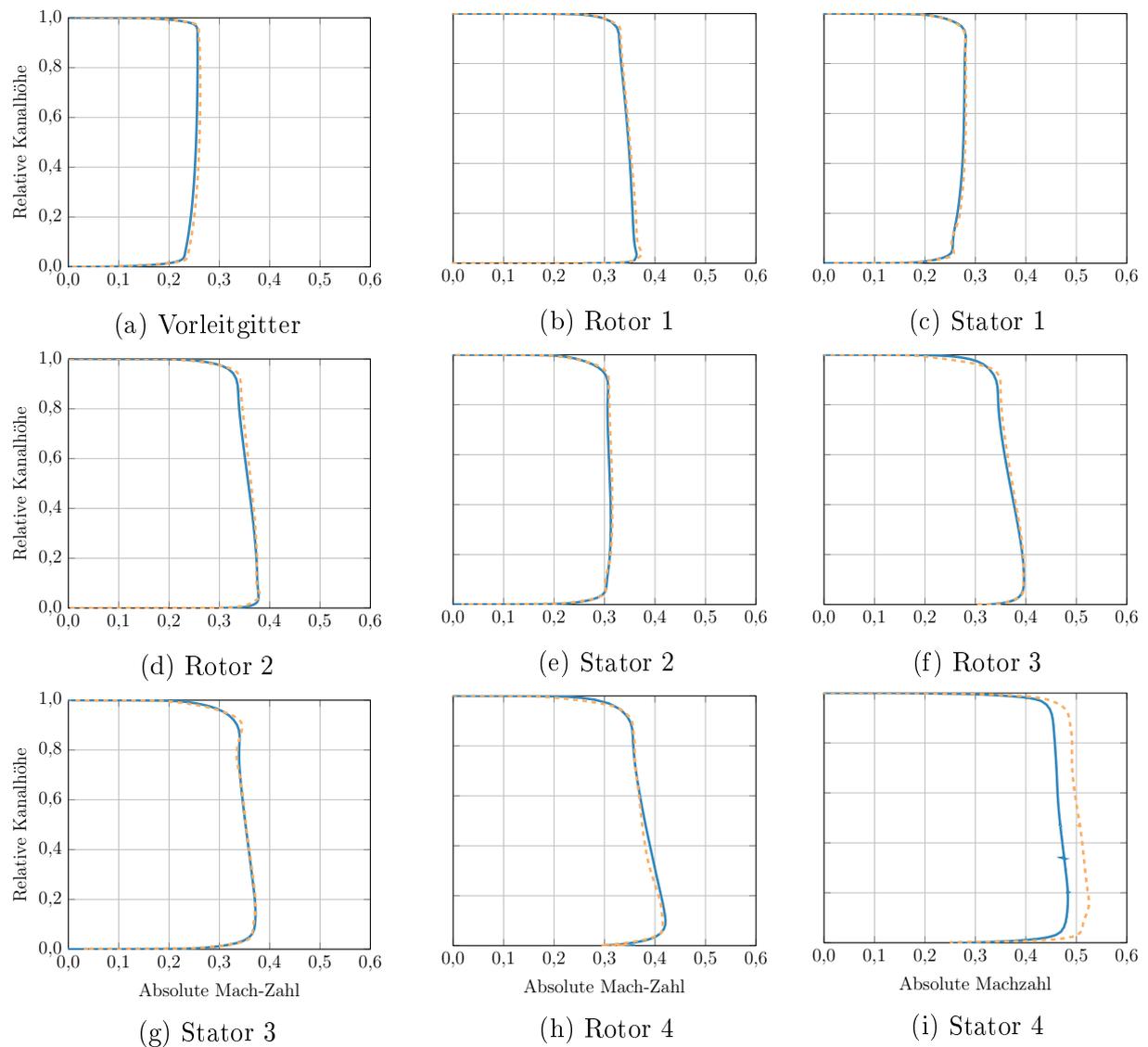


Abbildung B.1: Absolute Mach-Zahl hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)

B.1 Vergleich der Aerodynamik

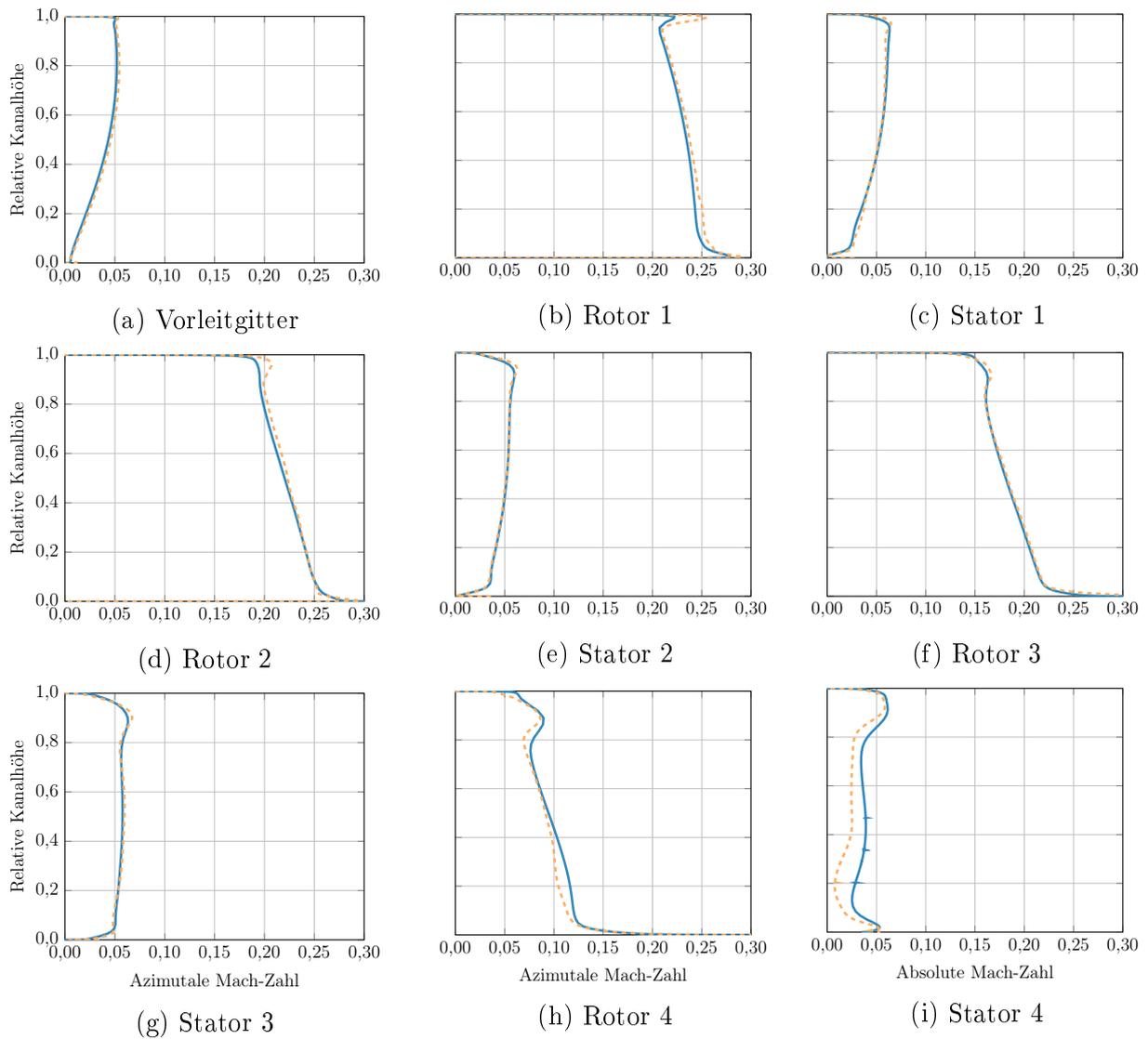


Abbildung B.2: Azimutale Mach-Zahl hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)

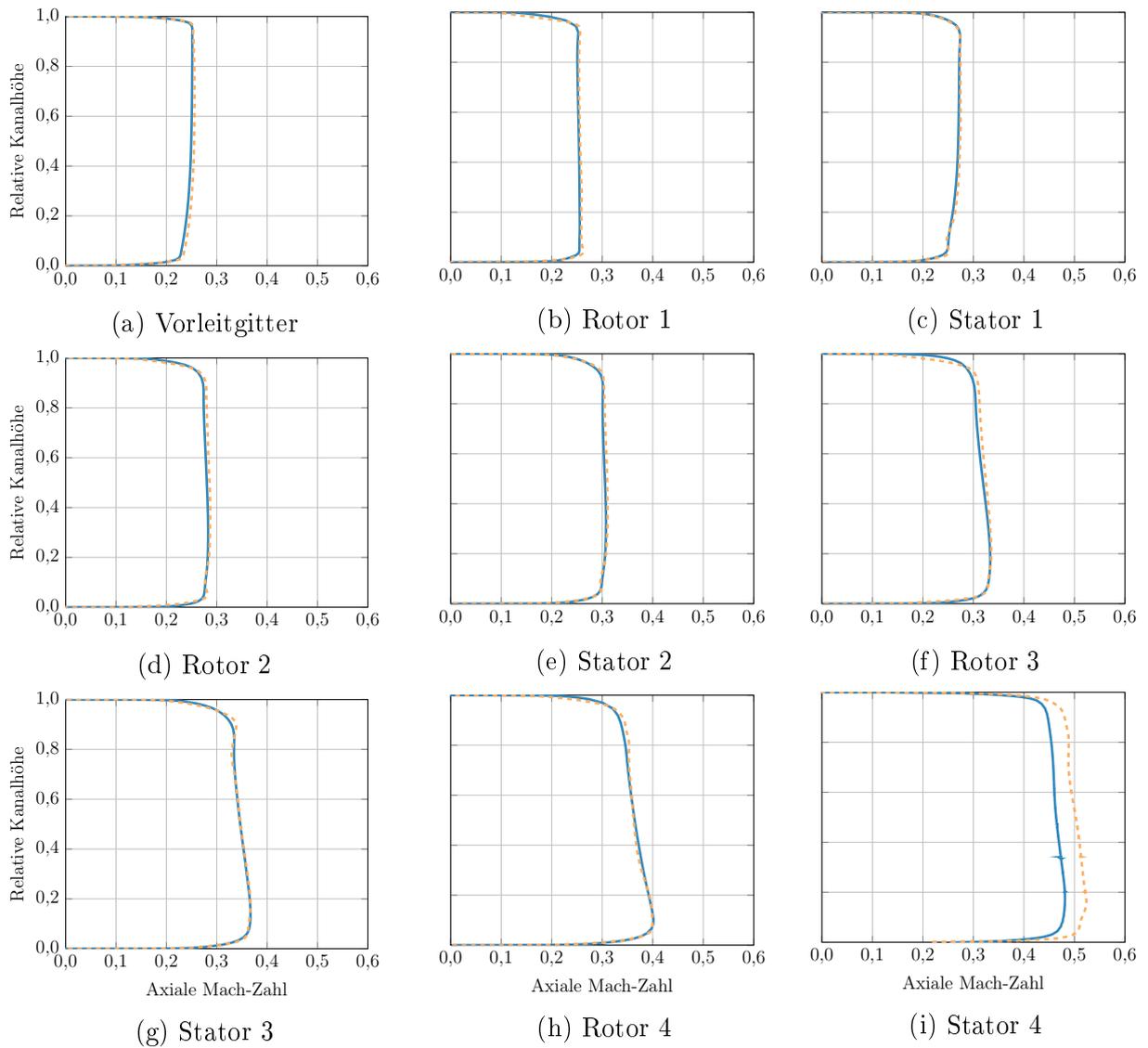


Abbildung B.3: Axiale Mach-Zahl hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (---)

B.1 Vergleich der Aerodynamik

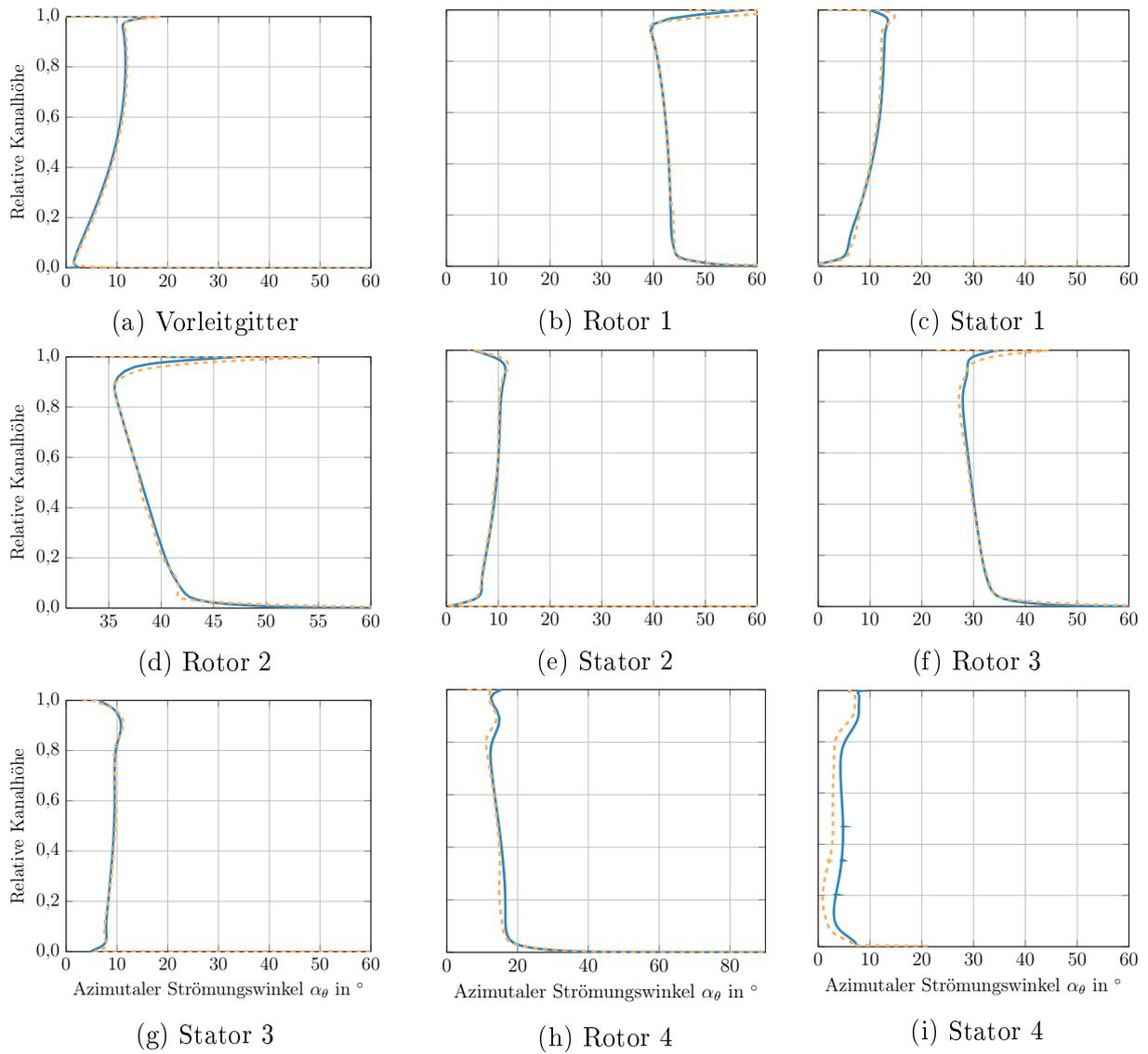


Abbildung B.4: Azimutaler Strömungswinkel hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)

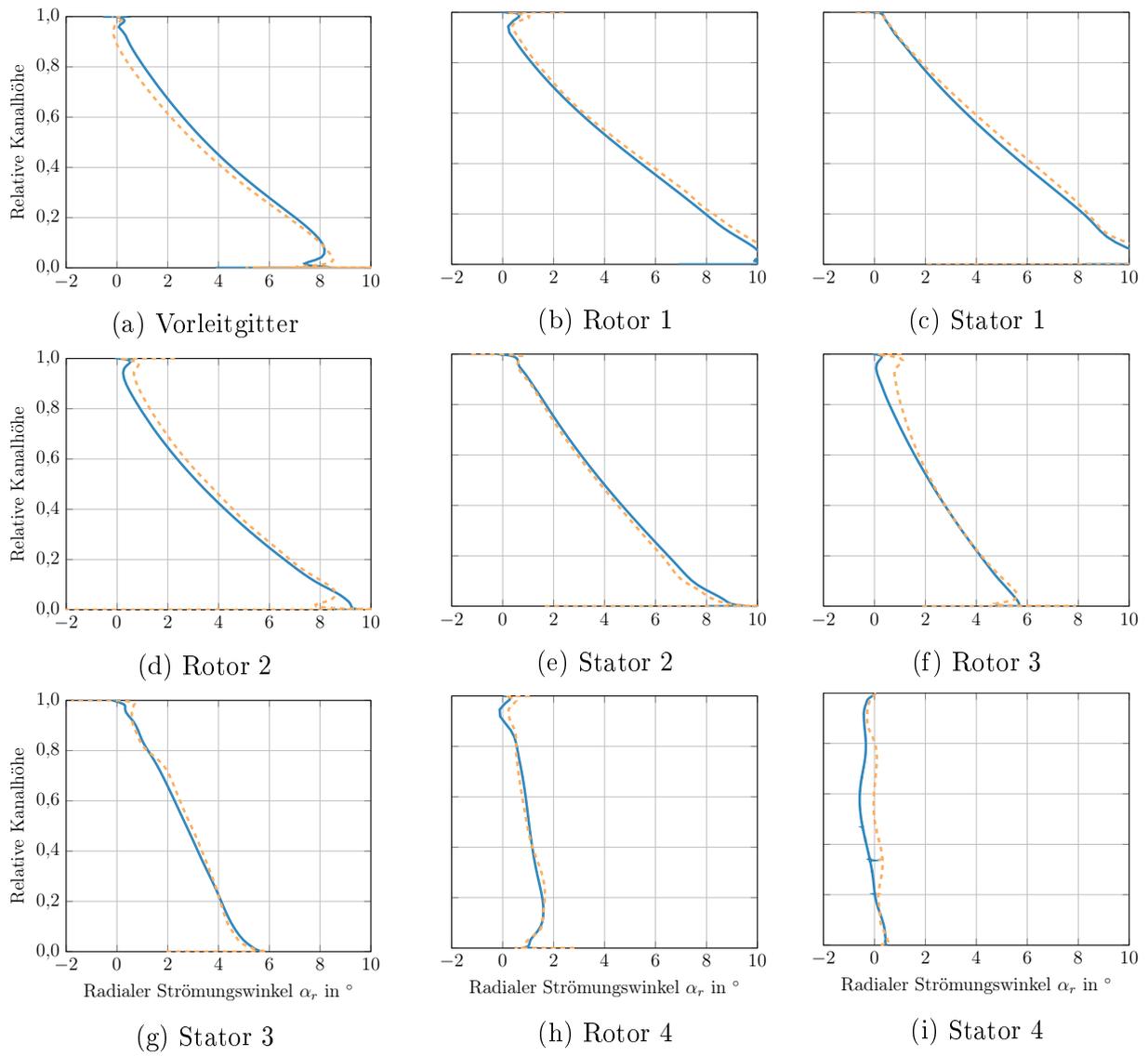


Abbildung B.5: Radialer Strömungswinkel hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)

B.1 Vergleich der Aerodynamik

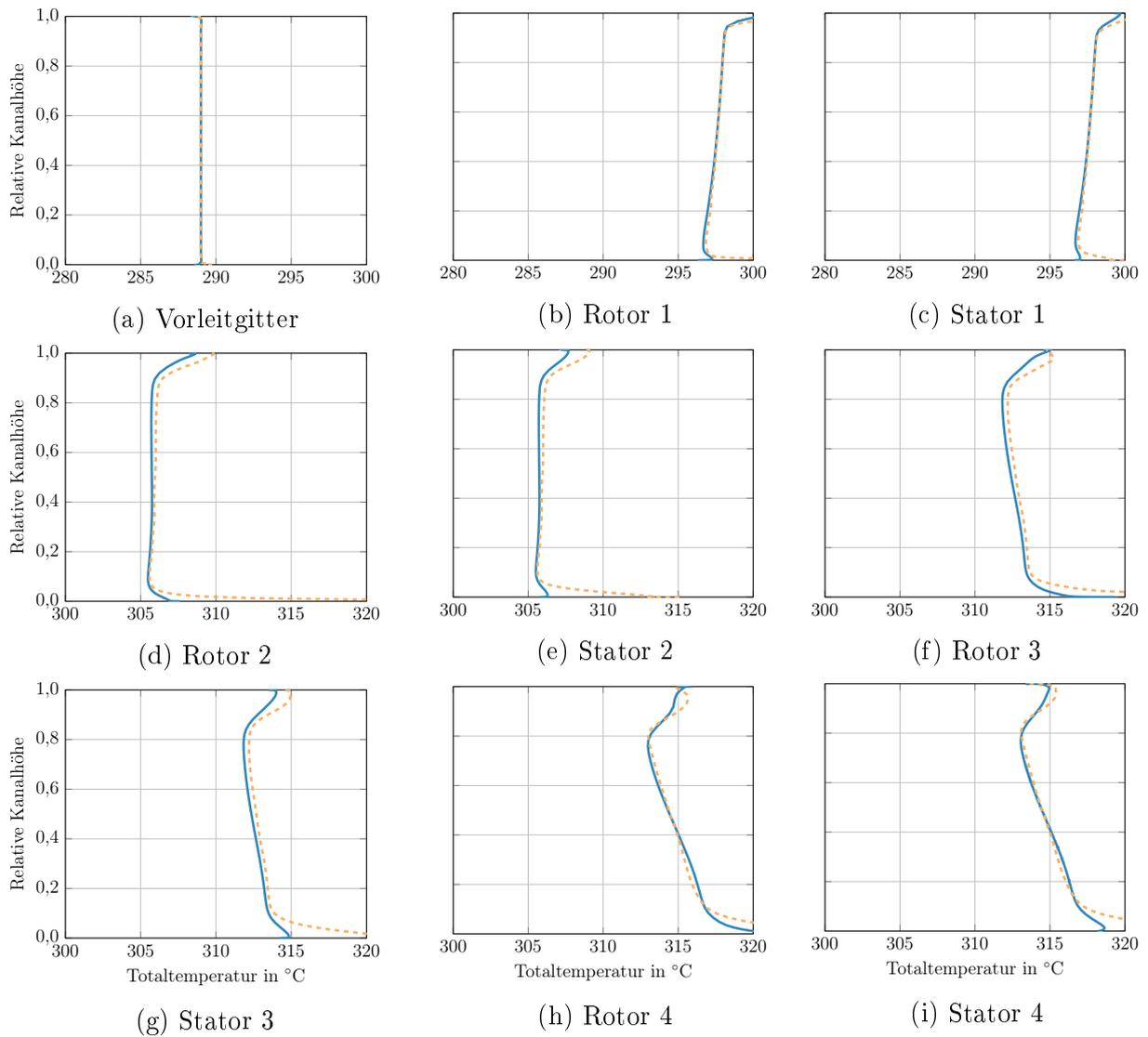


Abbildung B.6: Totaltemperatur hinter den Schaufeln für Setup A (—) und Setup B (- - -)

B.2 Sensitivitätsanalyse

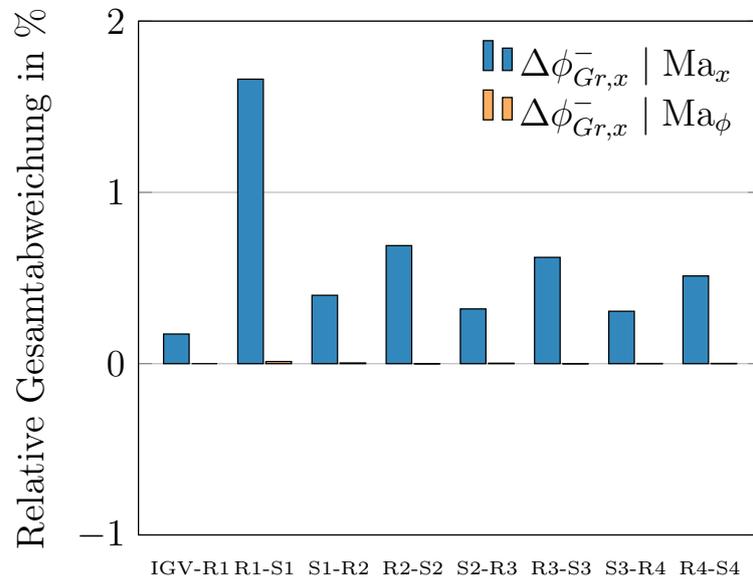


Abbildung B.7: Relative Gesamtabweichung des axialen Gruppenausbreitungswinkels für die Moden $s = -2$, $h = 2$, $n = 0$

C Modenstreuung

C.1 Rotor 4-Stator 4 Interaktion

Mode $m = -5$, $f_m = 5115$ Hz

Tabelle C.1: Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115$ Hz am Vorleitgitter

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-83	-57	-31	-5	21	47	73

Tabelle C.2: Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	74	51	-28	-5	18	41	64
$f_{m,Streu}$	6270 Hz	2475 Hz	1320 Hz	5115 Hz	8910 Hz	12705 Hz	16500 Hz

Tabelle C.3: Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-95	-65	-35	-5	25	55	85

Tabelle C.4: Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	86	59	-32	-5	22	49	76
$f_{m,Streu}$	8250 Hz	3795 Hz	660 Hz	5115 Hz	9570 Hz	14025 Hz	18480 Hz

Tabelle C.5: Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-101	-69	-37	-5	27	59	91

Tabelle C.6: Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	92	63	-34	-5	24	53	82
$f_{m,Streu}$	9240 Hz	4455 Hz	330 Hz	5115 Hz	9900 Hz	14685 Hz	19470 Hz

Tabelle C.7: Modenstreuung der Mode $m = -5$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-107	-73	-39	-5	29	63	97

Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz

Tabelle C.8: Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-88	-62	-36	-10	16	42	68

Tabelle C.9: Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	79	-56	-33	-10	13	36	59
$f_{m,Streu}$	1155 Hz	2640 Hz	6435 Hz	10230 Hz	14025 Hz	17820 Hz	21615 Hz

Tabelle C.10: Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-100	-70	-40	-10	20	50	80

Tabelle C.11: Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	91	-64	-37	-10	17	44	71
$f_{m,Streu}$	3135 Hz	1320 Hz	5775 Hz	10230 Hz	14685 Hz	19140 Hz	23595 Hz

Tabelle C.12: Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-106	-74	-42	-10	22	54	86

Tabelle C.13: Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-97	-68	-39	-10	19	48	77
$f_{m,Streu}$	4125 Hz	660 Hz	5445 Hz	10230 Hz	15015 Hz	19800 Hz	24585 Hz

Tabelle C.14: Modenstreuung der Mode $m = -10$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-112	-78	-44	-10	24	58	92

Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ HzTabelle C.15: Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-52	-26	0	26	52	72	78

Tabelle C.16: Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	43	-20	3	26	49	72	95
$f_{m,Streu}$	1155 Hz	2640 Hz	6435 Hz	10230 Hz	14025 Hz	17820 Hz	21615 Hz

Tabelle C.17: Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-64	-34	-4	26	56	86	116

Tabelle C.18: Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	55	-28	-1	26	53	80	107
$f_{m,Streu}$	3135 Hz	1320 Hz	5775 Hz	10230 Hz	14685 Hz	19140 Hz	23595 Hz

Tabelle C.19: Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-70	-38	-6	26	58	90	122

Tabelle C.20: Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	61	-32	-3	26	55	84	113
$f_{m,Streu}$	4125 Hz	660 Hz	5445 Hz	10230 Hz	15015 Hz	19800 Hz	24585 Hz

Tabelle C.21: Modenstreuung der Mode $m = 26$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-76	-42	-8	26	60	94	128

Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz

Tabelle C.22: Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz am Vorleitgitter

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-119	-93	-67	-41	-15	11	37

Tabelle C.23: Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	110	87	-64	-41	-18	5	28
$f_{m,Streu}$	6270 Hz	2475 Hz	1320 Hz	5115 Hz	8910 Hz	12705 Hz	16500 Hz

Tabelle C.24: Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-131	-101	-71	-41	-11	19	49

Tabelle C.25: Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	122	95	-68	-41	-14	13	40
$f_{m,Streu}$	8250 Hz	3795 Hz	660 Hz	5115 Hz	9570 Hz	14025 Hz	18480 Hz

Tabelle C.26: Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-137	-105	-73	-41	-9	23	55

Tabelle C.27: Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	128	99	-70	-41	-12	17	46
$f_{m,Streu}$	9240 Hz	4455 Hz	330 Hz	5115 Hz	9900 Hz	14685 Hz	19470 Hz

Tabelle C.28: Modenstreuung der Mode $m = -41$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-143	-109	-75	-41	-7	27	61

C.2 Stator 3-Rotor 4 Interaktion

Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz

Tabelle C.29: Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz am Vorleitgitter

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-81	-55	-29	-3	23	49	75

Tabelle C.30: Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	72	49	-26	-3	20	43	66
$f_{m,Streu}$	6270 Hz	2475 Hz	1320 Hz	5115 Hz	8910 Hz	12705 Hz	16500 Hz

Tabelle C.31: Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-93	-63	-33	-3	27	57	87

Tabelle C.32: Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	84	57	-30	-3	24	51	78
$f_{m,Streu}$	8250 Hz	3795 Hz	660 Hz	5115 Hz	9570 Hz	14025 Hz	18480 Hz

Tabelle C.33: Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-99	-67	-35	-3	29	61	93

Tabelle C.34: Modenstreuung der Mode $m = -3$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	90	61	-32	-3	26	55	84
$f_{m,Streu}$	9240 Hz	4455 Hz	330 Hz	5115 Hz	9900 Hz	14685 Hz	19470 Hz

Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz

Tabelle C.35: Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-84	-58	-32	-6	20	46	72

Tabelle C.36: Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	75	-52	-29	-6	17	40	63
$f_{m,Streu}$	1155 Hz	2640 Hz	6435 Hz	10230 Hz	14025 Hz	17820 Hz	21615 Hz

Tabelle C.37: Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-96	-66	-36	-6	24	54	84

Tabelle C.38: Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	87	-60	-33	-6	21	48	75
$f_{m,Streu}$	3135 Hz	1320 Hz	5775 Hz	10230 Hz	14685 Hz	19140 Hz	23595 Hz

Tabelle C.39: Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-102	-70	-38	-6	26	58	90

Tabelle C.40: Modenstreuung der Mode $m = -6$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	93	-64	-35	-6	23	52	81
$f_{m,Streu}$	4125 Hz	660 Hz	5445 Hz	10230 Hz	15015 Hz	19800 Hz	24585 Hz

Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ HzTabelle C.41: Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz am Vorleitgitter

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-50	-24	2	28	54	80	106

Tabelle C.42: Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	41	-18	5	28	51	74	97
$f_{m,Streu}$	1155 Hz	2640 Hz	6435 Hz	10230 Hz	14025 Hz	17820 Hz	21615 Hz

Tabelle C.43: Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-62	-32	-2	28	58	88	118

Tabelle C.44: Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	53	-26	1	28	55	82	109
$f_{m,Streu}$	3135 Hz	1320 Hz	5775 Hz	10230 Hz	14685 Hz	19140 Hz	23595 Hz

Tabelle C.45: Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz an Stator 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-68	-36	-4	28	60	92	124

Tabelle C.46: Modenstreuung der Mode $m = 28$, $f_m = 10230$ Hz an Rotor 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	59	-30	-1	28	57	86	115
$f_{m,Streu}$	4125 Hz	660 Hz	5445 Hz	10230 Hz	15015 Hz	19800 Hz	24585 Hz

Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz

Tabelle C.47: Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz am Vorleitgitter

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-47	-21	5	31	57	83	109

Tabelle C.48: Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	38	15	8	31	54	77	100
$f_{m,Streu}$	6270 Hz	2475 Hz	1320 Hz	5115 Hz	8910 Hz	12705 Hz	16500 Hz

Tabelle C.49: Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 1

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-59	-29	1	31	61	91	121

Tabelle C.50: Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	50	23	4	31	58	85	112
$f_{m,Streu}$	8250 Hz	3795 Hz	660 Hz	5115 Hz	9570 Hz	14025 Hz	18480 Hz

Tabelle C.51: Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz an Stator 2

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	-65	-33	-1	31	63	95	127

Tabelle C.52: Modenstreuung der Mode $m = 31$, $f_m = 5115$ Hz an Rotor 3

	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
m_{Streu}	56	27	2	31	60	89	118
$f_{m,Streu}$	9240 Hz	4455 Hz	330 Hz	5115 Hz	9900 Hz	14685 Hz	19470 Hz

Wissenschaftlicher Werdegang

Persönliche Daten

Name	Sina Schwerdt (geb. Witthaus)
Geburtsdatum	01. Oktober 1985
Geburtsort	Minden (Westf.)

Beruflicher Werdegang

2013 - 2021	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik der Leibniz Universität Hannover
-------------	---

Ausbildung

2006 - 2013	Studium des Maschinenbaus an der Leibniz Universität Hannover. Abschluss: Diplom-Ingenieurin (Dipl.-Ing.)
1996 - 2005	Abitur am Städtischen Gymnasium Porta Westfalica

Wedemark, im März 2022