

Analytische Bestimmung parasitärer Kapazitäten in elektrischen Maschinen

Von der Fakultät für Elektrotechnik und Informatik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

(abgekürzt: Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

M. Sc. JAN OLE STOCKBRÜGGER

geboren am 08.11.1992 in Bielefeld

2021

1. Referent Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernd Ponick
2. Referent Univ.-Prof. Dr.-Ing. Annette Mütze
Vorsitz Univ.-Prof. Dr.-Ing. Axel Mertens

Tag der Promotion: 27.07.2021

Vorwort

An dieser Stelle möchte ich allen am Zustandekommen dieser Dissertation beteiligten Personen meinen großen Dank aussprechen. Besonders danken möchte ich Herrn Professor Ponick für die ausgezeichnete Betreuung bei der Durchführung der gesamten Arbeit. Neben Herrn Ponick möchte ich Herrn Halm für die Möglichkeit einer berufsbegleitenden Promotion danken. Auch möchte ich Professor Mathis meinen Dank aussprechen, der mir im Rahmen meines Studiums die Grundlagen der theoretischen Elektrotechnik vermittelte und mich während der Doktorarbeit mit Rat begleitet hat.

Mein besonderer Dank gilt insbesondere meiner Frau Regina, meinen Eltern Kerstin und Ralf sowie meiner Schwester Inga, die mich durch aufmunternde Worte sowie durch anregende Diskussionen über die häufig trockene Materie unterstützt und angetrieben haben. Liebe Regina, ohne deine Geduld und dein Verständnis über den Verlust vieler freier Tage wäre diese Arbeit nicht entstanden.

Kurzfassung

Die Anzahl umrichter gespeister elektrischer Maschinen steigt aufgrund der guten Regelbarkeit des Motors bei mittlerweile niedrigen Anschaffungskosten. Infolge der diskreten Schaltzustände der Leistungstransistoren ist der Mittelwert der drei Ausgangsspannungen eines Zweipunkt-Wechselrichters eine von Null verschiedene Gleichtaktspannung, welche als Common-Mode-Spannung bezeichnet wird. Diese wird durch den Umrichter in die Motorwicklung eingepreßt und verursacht parasitäre Ströme, welche zu einer Beschädigung der Motorlagerung und der angeschlossenen Last führen können. Darüber hinaus können die durch die Leistungshalbleiter an den Klemmen der elektrischen Maschine eingepreßten steilen Spannungsflanken zu einer ungleichmäßigen Potentialverteilung entlang der Statorwicklung führen. Die dadurch entstehenden Spannungsspitzen können eine unzulässige Belastung für die Isolierung des Motors darstellen. Zur rechnerischen Bestimmung dieser parasitären Effekte müssen die innerhalb einer elektrischen Maschine vorliegenden kapazitiven Kopplungen betrachtet werden.

In dieser Arbeit werden neuartige analytische Berechnungsvorschriften für die Wicklung-Rotor-, die Wicklung-Stator- und die Stator-Rotor-Kapazität sowie für die Leiter-Leiter-Kapazitäten vorgestellt. Hierbei basieren die Ansätze auf der Separations-, der Spiegelungs- und der Ersatzladungsmethode. Die Auswahl einer Methode erfolgt in Abhängigkeit von den im Feldproblem vorliegenden Stetigkeits- und Randbedingungen. Insgesamt ergeben sich auf diesem Weg sehr zufriedenstellende, geringe Abweichungen zwischen den analytisch berechneten und den zur Validierung der Methodik mittels Finite-Elemente-Methode numerisch ermittelten Kapazitätswerten.

Zur weiteren Validierung werden die parasitären Kapazitäten von zwei ausgeführten elektrischen Maschinen messtechnisch bestimmt. Bei der Gegenüberstellung der messtechnisch, analytisch und numerisch bestimmten Wicklung-Stator- und Stator-Rotor-Kapazitäten ergeben sich durchweg akzeptable bis geringe Abweichungen. Die Abweichungen zwischen den numerisch und den analytisch ermittelten Wicklung-Rotor-Kapazitäten liegen im einstelligen Prozentbereich. Hingegen weichen diese Kapazitätswerte signifikant von den messtechnisch bestimmten Wicklung-Rotor-Kapazitäten ab. Hierbei verdeutlichen die Analysen eine große Abhängigkeit der auf Basis von drei Messkapazitäten berechneten Wicklung-Rotor-Kapazität von zufälligen und systematischen Messfehlern. Gleichzeitig ist der analytisch und der numerisch ermittelte Kapazitätswert im hohen Maße vom modellierten Abstand zwischen der Statorwicklungs- und der Rotorelektrode abhängig.

Unter Anwendung der vorgestellten Berechnungsvorschriften erfolgt abschließend eine Sensitivitätsanalyse der kapazitiven Kopplungen. Hierbei wird der Einfluss der Geometrie und der Materialeigenschaften untersucht. Grundsätzlich gilt für alle Anordnungen, dass ein großer Abstand zwischen den Elektroden, eine geringe kapazitive Kopplungsfläche und im Feldgebiet vorliegende Medien mit niedrigen Permittivitäten zu kleinen Kapazitätswerten führen. Darüber hinaus leiten sich aus den Analysen der Feldprobleme Abhängigkeiten zwischen den Geometrie- und Materialeigenschaften sowie weitere Maßnahmen zur Reduzierung oder Erhöhung der parasitären Kapazitäten ab.

Insgesamt ermöglichen die in dieser Arbeit vorgestellten analytischen Berechnungsvorschriften eine einfache und schnelle Vorausberechnung der parasitären Kapazitätswerte. Die Methoden eignen sich insbesondere für Sensitivitätsanalysen und Parameterstudien.

Schlüsselwörter: EDM-Ströme; Zirkularer Lagerstrom; Traktionsantrieb

Abstract

The number of inverter-fed electrical machines is increasing due to the good controllability of the machine and the meanwhile low acquisition cost. As a result of the discrete switching states of the power transistors, the average of the three output voltages of a 2-level inverter is a common mode voltage, which differs from zero. This common mode voltage is impressed into the winding by the inverter and causes parasitic currents, which can result in damage of the machine's bearings and of the applied load. Also, the steep voltage slopes impressed to the winding terminals by the power semiconductors lead to an uneven distribution of the electric potential along the stator winding. Voltage peaks occur between the conductors and across the main insulation, which can overstress the insulation. To predict these parasitic effects, the capacitive couplings within an electrical machine must be considered.

In this thesis, novel analytical calculation rules for the Winding-to-Rotor-, the Winding-to-Stator- and the Stator-to-Rotor capacitance as well as for the Turn-to-Turn capacitances are presented. The approaches are based on the Separation Method, the Method of Image Charges and the Charge Simulation Method. The selection of a method depends on the continuity and the boundary conditions of the field area. Overall, the small deviations between the analytically calculated and the numerically by means of Finite Element Method determined capacitance values are very satisfactory.

For the further validation of the analytical calculation rules, the parasitic capacitances are measured in two electrical machines. The comparison of the measured, the analytically and the numerically determined Winding-to-Stator and Stator-to-Rotor capacitances shows acceptable or only minor deviations. The deviations between the numerically and the analytically determined Winding-to-Rotor capacitances are in the single-digit percentage range. On the other hand, these capacitances deviate significantly from the measured Winding-to-Rotor capacitances, which highly depend on random and systematic measurement errors. At the same time, the analytically and the numerically determined capacitance values depend on the modelled distance between the winding and the rotor electrode.

Applying the presented calculation rules, a sensitivity analysis of the capacitive couplings is carried out. Here, the influence of the geometry and the material properties is examined. In principle and applicable to all arrangements, a large distance between the electrodes, a small capacitive coupling area and media with low permittivities in the field area lead to low capacitance values. In addition, dependencies between the geometry and the material properties as well as further measures for the reduction or increase of the parasitic capacitances are derived from the analysis of the field problems.

In conclusion, the analytical calculation rules presented in this thesis allow a simple and fast prediction of the parasitic capacitance values. The methodology is particularly suitable for sensitivity analyses and parameter studies.

Keywords: EDM currents; circulating bearing current; traction motor

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichenverzeichnis	IX
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung	3
2 Grundlagen	4
2.1 Grundlagen der Elektrostatik.....	4
2.2 Parasitäre Kapazitäten in elektrischen Maschinen	9
3 Analytische Bestimmung parasitärer Kapazitäten	12
3.1 Wicklung-Rotor-Kapazität	12
3.1.1 Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität	12
3.1.1.1 Anwendung der Separationsmethode	12
3.1.1.2 Anwendung der Spiegelungs- und Ersatzladungsmethode	21
3.1.2 Stirnraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität	28
3.1.2.1 Anwendung der Separationsmethode	28
3.1.2.2 Anwendung der Ersatzladungsmethode	41
3.2 Wicklung-Stator-Kapazität.....	45
3.2.1 Nutanteil der Wicklung-Stator-Kapazität.....	45
3.2.2 Stirnraumanteil der Wicklung-Stator-Kapazität	58
3.3 Leiter-Leiter-Kapazitäten	73
3.3.1 Leiter-Leiter-Kapazitäten in einer Wicklungslage	73
3.3.2 Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten zwischen zwei Wicklungslagen	83
3.4 Stator-Rotor-Kapazität	90
3.5 Fazit der analytischen Bestimmung	96

4	Validierung mittels Messungen und FEM-Berechnungen	98
4.1	Messungen parasitärer Kapazitäten	98
4.2	Analytische und numerische Bestimmung der gemessenen Kapazitäten	104
4.2.1	Wicklung-Stator-Kapazität	104
4.2.2	Stator-Rotor-Kapazität	107
4.2.3	Wicklung-Rotor-Kapazität	108
4.3	Fazit der messtechnischen Bestimmung	112
5	Sensitivitätsanalyse parasitärer Kapazitäten	114
5.1	Wicklung-Rotor-Kapazität	114
5.1.1	Nuttschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität	114
5.1.2	Stirnraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität	121
5.2	Wicklung-Stator-Kapazität	123
5.3	Leiter-Leiter-Kapazitäten	127
5.3.1	Leiter-Leiter-Kapazitäten in einer Wicklungslage	127
5.3.2	Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten zwischen zwei Wicklungslagen	128
5.4	Stator-Rotor-Kapazität	132
5.5	Fazit der Sensitivitätsanalyse	133
6	Zusammenfassung	135
A	Anhang	138
A.1	Anhang zu Kapitel 3	138
A.2	Anhang zu Kapitel 4	146
A.3	Anhang zu Kapitel 5	161
	Literaturverzeichnis	168
	Lebenslauf	170

Formelzeichenverzeichnis

Grundsätzliche Symbole

\vec{x}	Vektorieller Zeiger
\bar{x}	Mittelwert
\underline{x}	Komplexe Zahl
\mathbf{X}	Matrix-Darstellung
\mathbf{X}^{-1}	Inverse Matrix
j	Imaginäre Einheit

Formelzeichen

\mathbf{A}	Koeffizientenmatrix
A, \tilde{A}	Konstante
b	Ordinatenabschnitt der linearen Potentialfunktion auf der oberen Seite des Stufenbereichs im Stirnraum
b_{ns}	Nutschlitzbreite im Längenmaß
b_l	Breite eines Profilleiters
B, \tilde{B}	Konstante
$c_{\mu v}$	Maxwellscher Kapazitätskoeffizient
$C_{\mu v}$	Allgemeine Kapazität
$C'_{\mu v}$	Allgemeine längenbezogene Kapazität
$C''_{\mu v}$	Allgemeine flächenbezogene Kapazität
C	Konstante
C_{11}	Kapazität des Lagers (A-Seite)
C_{12}	Kapazität des Lagers (B-Seite)
C_{1215}	Kapazität zwischen dem zweiten und fünften Rundleiter
C_{12s}	Kapazität zwischen einem Rundleiter und dem Stator
$C_{12s,s}$	Kapazität zwischen einem Profilleiter und dem Stator auf einer Nutseite
C_{12li}	Kapazität zwischen dem zweiten Leiter und dem i -ten Leiter
C_{15li}	Kapazität zwischen dem fünften Leiter und dem i -ten Leiter
C_m	Gemessene Kapazität
C_{mwr}	Gemessene Kapazität zwischen der Statorwicklung und dem Rotor

C_{mws}	Gemessene Kapazität zwischen der Statorwicklung und dem Statorblechpaket
C_{msr}	Gemessene Kapazität zwischen dem Statorblechpaket und dem Rotor
$C_{m\Sigma}$	Summe der drei gemessenen Kapazitäten
C_{sr}	Stator-Rotor-Kapazität
C_{sr,τ_n}	Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung unter Berücksichtigung des Nutschlitzes und der Permittivität des im Nutschlitz vorliegenden Materials in kartesischen Koordinaten
$C_{sr,\tau_n,pk}$	Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung ohne Berücksichtigung des Nutschlitzes in kartesischen Koordinaten
C_{sr,τ_n,k_c}	Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung unter Berücksichtigung des Nutschlitzes in kartesischen Koordinaten
C_{wr,ns,τ_n}'	Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität einer Nutteilung
$C_{wr,ns}$	Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität
$C_{wr,sr}$	Stirnraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität
C_{wr}	Wicklung-Rotor-Kapazität
$C_{ws,n}$	Nutanteil der Wicklung-Stator-Kapazität
$C_{ws,n,s}$	Wicklung-Stator-Kapazität von Leitern auf einer Nutseite
$C_{ws,sr}$	Stirnraumanteil der Wicklung-Stator-Kapazität
C_{ws}	Wicklung-Stator-Kapazität
$\Delta C_{\mu v}$	Unsicherheit einer Kapazität
d_{ds}	Dicke des Deckschiebers
d_{lv}	Vertikaler Abstand zwischen den Mittelpunkten von zwei Rundleitern
d_{lh}	Horizontaler Abstand zwischen den Mittelpunkten von zwei Rundleitern bzw. den Kanten von zwei Profilleitern
d_{ls}	Vertikaler Abstand zwischen dem Stator und dem Mittelpunkt eines Rundleiters bzw. der Seite eines Profilleiters
d_{lz1}	Vertikaler Abstand zwischen dem Zwischenschieber und dem Mittelpunkt eines oberhalb des Zwischenschiebers platzierten Rundleiters
d_{lz2}	Vertikaler Abstand zwischen dem Zwischenschieber und dem Mittelpunkt eines unterhalb des Zwischenschiebers platzierten Rundleiters
d_{ni}	Dicke der Nutisolierung
d_{zs}	Dicke des Zwischenschiebers
div	Divergenz eines Vektorfelds
D	Elektrische Flussdichte
D	Konstante
E	Elektrische Feldstärke
f_m	Messfrequenz
F	Kraft
\tilde{F}	Fourier-Koeffizient
F_{rd}	Reduktionsfaktor

g	Verhältnissfaktor
grad	Gradient einer skalaren Funktion
h_{k1}	Höhe des Keilbereichs einer Statornut
h_1	Höhe eines Profilleiters
h_{ns}	Nutschlitzhöhe
h_{01}	Höhe des Streuraums einer Statornut
h_1	Höhe des ersten Mediums im Nutschlitz des Stators
h_2	Radialer Abstand zwischen dem Bohrungsradius und der Statorwicklung
i	Laufvariable
j	Laufvariable
k	Konstante
k	Laufvariable
k_c	Carter-Faktor
l	Laufvariable
l_{fe}	Blechkpaketlänge der elektrischen Maschine
l_{iso}	Axiale Länge des in den Stirnraum überstehenden Teils der Isolierung
l_1	Axialer Abstand zwischen dem Statorblechkpaket und dem Lagerschild im Stirnraum
l_{r1}	Axiale Länge der ersten Rotorstufe unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung
l_{r2}	Axiale Länge der zweiten Rotorstufe unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung
l_{r4}	Obere Integrationsgrenze im Stufenbereich des Stirnraums
m	Steigung der linearen Potentialfunktion auf der oberen Seite des Stufenbereichs im Stirnraum
m	Laufvariable
n	Laufvariable
\vec{n}	Flächennormalenvektor
N_1	Anzahl der Statornuten
P	Anzahl der Aufpunkte
q	Elektrische Ladung eines Probekörpers
Q	Elektrische Ladung
Q_{sr}	Elektrische Ladung auf der Mantelfläche des Stators im Stirnraum
Q_{sz}	Elektrische Ladung auf der Stirnfläche des Stators im Stirnraum
Q_{so}	Elektrische Ladung des Stators oberhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung im Stirnraum
Q_{su}	Elektrische Ladung des Stators unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung im Stirnraum
r	Radiale Koordinate
r_0	Frei wählbarer Bezugsradius (in dieser Arbeit gilt $r_0 = 1$ m)
r_i	Außenradius des Rotors

r_1	Radius eines Rundleiters
r_e	Eckenradius eines Profilleiters
r_{go1}	Radius der Grenzschicht zwischen der Isolierung und dem Vergussmaterial oberhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung im Stirnraum
r_{wo}	Radius der Oberseite des Wicklungskopfs der Statorwicklung im Stirnraum
r_{wu}	Radius der Unterseite des Wicklungskopfs der Statorwicklung im Stirnraum
r_{gu1}	Radius der Grenzschicht zwischen der Isolierung und dem Vergussmaterial unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung im Stirnraum
r_{gu2}	Radius der Grenzschicht zwischen dem Vergussmaterial und der Luft unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung im Stirnraum
r_{r1}	Radius der ersten Rotorstufe im Stirnraum
r_{r2}	Radius der zweiten Rotorstufe im Stirnraum
r_λ	Radius einer Ringladung
rot	Rotation eines Vektorfelds
R	Bohrungsradius einer elektrischen Maschine
R_m	Gemessener ohmscher Widerstand
S	Koeffizient der Spiegelladung
T	Koeffizient der Ersatzladung
u	Laufvariable
U_{cm}	Common-Mode-Spannung
U	Elektrische Spannung (Potentialdifferenz)
U_1	Lagerspannung
U_{ue}	Leiter-Erdspannung der Phase U
U_{ve}	Leiter-Erdspannung der Phase V
U_{we}	Leiter-Erdspannung der Phase W
W	Anzahl der Ladungen
x	x-Koordinate
y	y-Koordinate
y_{g1}	Radialer Abstand zwischen dem Rotor und der Unterkante des Deckschiebers
z	z-Koordinate
z	Anzahl
z_c	Axiale Position im Stufenbereich, an welcher die lineare Potentialfunktion den stationären Endwert erreicht
z_{ln1}	Anzahl der an die Innenkontur der Statornut angrenzenden Rundleiter
z_{n1}	Anzahl der Profilleiter in einer Statornut
z_λ	z-Koordinate einer Ringladung
Z_m	Betrag der komplexen Messimpedanz
\underline{Z}_m	Komplexe Messimpedanz
α_{ns}	Nutschlitzwinkel

β	Eingeschlossener Winkel
γ_c	Hilfsgröße zur Bestimmung des Carter-Faktors
δ	Luftspaltlänge
Δ	Laplace-Operator
ε	Permittivität
ε_r	Relative Permittivität
$\varepsilon_{r,ns}$	Relative Permittivität des im Nutschlitz vorliegenden Materials
ε_0	Elektrische Feldkonstante
θ	Winkel
θ_m	Gemessener Phasenwinkel einer Impedanz
λ	Linienladungsdichte
$\vec{\lambda}$	Vektor der Linienladungsdichte der Linienladungen
μ	Laufvariable
ν	Laufvariable
ρ	Ladungsdichte
σ	Oberflächenladungsdichte
σ_{sr}	Oberflächenladungsdichte auf der Mantelfläche des Stators im Stirnraum in Zylinderkoordinaten
σ_{sz}	Oberflächenladungsdichte auf der Stirnfläche des Stators im Stirnraum in Zylinderkoordinaten
σ_{ns}	Koeffizient zur Berücksichtigung der Abhängigkeit der Stator-Rotor-Kapazität von der Permittivität des im Nutschlitz vorliegenden Materials
τ	Konstante einer exponentiellen Funktion
τ_n	Statornutteilung im Längenmaß
τ_n'	Statornutteilung im Winkelmaß
φ	Skalares elektrisches Potentialfeld
φ_{exp}	Elektrisches Potential mit exponentiellem Verlauf
φ_{st}	Lineare Potentialfunktion auf der oberen Seite des Stufenbereichs im Stirnraum
$\varphi_{\delta,max}$	Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet
$\vec{\phi}$	Vektor der Potentiale der Aufpunkte

Indizes

A	A-Seite der elektrischen Maschine
B	B-Seite der elektrischen Maschine
ges	Gesamt
ksr	Kurzschlussring
l	Leiter
l, m	Koordinate des m -ten Aufpunkts des l -ten Leiters

l, MP	Koordinate des Mittelpunkts des l -ten Leiters
lf	Lüfterflügel
m	Messung
n	Normalkomponente
ng	Nutgrund
ns	Nutseite / Nutschlitz
o	Oben
pk	Plattenkondensator
r	Radiale Komponente
r	Rotor
s	Stator
t	Tangentialkomponente
u	Unten
w	Statorwicklung
wz	Wuchtzapfen
x	x -Komponente
y	y -Komponente
z	z -Komponente
γ	Azimutale Komponente
λ	Ladung
λ, l, n	Koordinate der n -ten Linienladung des l -ten Leiters
1, 2, 3, ...	Laufende Bezeichnung
3.1	Erstes Teilmodell der dritten Modellvariante
3.2	Zweites Teilmodell der dritten Modellvariante
3.3	Drittes Teilmodell der dritten Modellvariante

Abkürzungen

A-Seite	Antriebsseite der elektrischen Maschine
B-Seite	Seite der elektrischen Maschine, welche mit keiner Last gekoppelt wird
BVR	Bearing Voltage Ratio
CM	Common Mode
D-Feld	Feld der elektrischen Flussdichte
E-Feld	Feld der elektrischen Feldstärke
EDM	Electric Discharge Machining
FEM	Finite-Elemente-Methode
M1	Untersuchte elektrische Maschine mit 7,5 kW
M2	Untersuchte elektrische Maschine mit 11 kW
NM1	Erstes Nutmodell
NM2	Zweites Nutmodell

1 Einleitung

1.1 Motivation

Schnellschaltende Zweipunkt-Wechselrichter ermöglichen einen verlust- und geräuscharmen drehzahlveränderbaren Betrieb einer elektrischen Maschine. Der Trend zum Einsatz von umrichter gespeisten elektrischen Maschinen wird zusätzlich durch sinkende Anschaffungskosten verstärkt. Ein Zweipunkt-Wechselrichter verursacht jedoch infolge der diskreten Schaltzustände der Leistungstransistoren am Ausgang eine inhärente Gleichtaktspannung, die in die Statorwicklung einer elektrischen Maschine eingepreßt wird. Die Gleichtaktspannung, auch als Common-Mode (CM)-Spannung bezeichnet, führt zu unerwünschten parasitären Effekten.

Die CM-Spannung verursacht u.a. einen kapazitiven, hochfrequenten CM-Strom, der als Umladestrom der parasitären Kapazität zwischen der Statorwicklung und dem Statorblechpaket und -gehäuse verstanden werden kann. Insbesondere der Einsatz von schnellschaltenden Leistungshalbleitern führt zu einem breitbandigen Spannungsspektrum und somit zu einem Anstieg des Maximalwerts des Umladestroms. Der in allen Strängen der elektrischen Maschine gleichphasige CM-Strom erzeugt einen magnetischen Ringfluss im Statorblechpaket, welcher in der Schleife Stator – A-seitiges Lagerschild – A-seitige Lagerung – Rotor – B-seitige Lagerung – B-seitiges Lagerschild eine Spannung induziert. Im Stillstand der elektrischen Maschine oder im Mischreibungsbereich der Lagerung verursacht die induzierte Spannung einen hochfrequenten zirkularen Lagerstrom, welcher über die Lagerung fließt und somit zu einer Beschädigung der Motorlager führen kann.

Der Pfad des hochfrequenten CM-Stroms vom Statorblechpaket und -gehäuse zur Erdung des Zweipunkt-Wechselrichters kann als Parallelschaltung der Erdungskonfigurationen des Stators und der an die Rotorwelle angeschlossenen Last aufgefasst werden. Der über eine niederimpedante Erdung der Last fließende Anteil des CM-Stroms wird als Rotor-Erdstrom bezeichnet. Dieser kann zu einem hohen Spannungsabfall an den Motorlagern führen und die angeschlossene Last beschädigen [1].

Über die parasitäre Kapazität zwischen der Statorwicklung und dem Rotor entsteht ein Abbild der CM-Spannung auf der Motorwelle, die auch an der Lagerung anliegt und im Bereich der Flüssigkeitsreibung bzw. Vollschmierung die Durchschlagfestigkeit des Schmierfilms der Lager überschreiten und zu Electric Discharge Machining (EDM)-Lichtbogenentladungen führen kann. EDM-Ströme führen neben chemischen Schmierstoffveränderungen auch zu Materialveränderungen der Laufbahnen und der Wälzkörper der Lagerung und resultieren somit in der Beschädigung der Motorlager [1]. Auf Grund der Proportionalität zwischen der Zwischenkreisspannung des Wechselrichters und der an der Motorlagerung anliegenden Spannung führt eine hohe Zwischenkreisspannung zu einer zunehmenden Auftretswahrscheinlichkeit von EDM-Strömen.

Niedrige Anstiegszeiten von Leistungshalbleitern führen neben einem Anstieg des Maximalwerts des CM-Stroms auch zu einer ungleichmäßigen Spannungsverteilung entlang der Statorwicklung. Das Isoliersystem der Leiter der Statorwicklung kann durch Spannungsspitzen stark beansprucht werden. Der Verschleiß der Isolierung kann schließlich zu Isolationsfehlern führen.

Zur Vorausberechnung der genannten hochfrequenten Erscheinungen in elektrischen Maschinen ist die Bestimmung der parasitären Ersatzschaltbildelemente notwendig. So sind u.a. für die Bestimmung der an den Motorlagern anliegenden EDM-Spannung die Ermittlung der Kapazität zwischen dem Stator und dem Rotor (Stator-Rotor-Kapazität) sowie der Kapazität zwischen der Statorwicklung und dem Rotor (Wicklung-Rotor-Kapazität) erforderlich. Um den CM-Strom zu berechnen, muss die Kapazität zwischen der Statorwicklung und dem Stator (Wicklung-Stator-Kapazität) bestimmt werden. Zur Ermittlung der Spannungsverteilung entlang der Statorwicklung ist die Berechnung der Kapazitäten zwischen den Leitern (Leiter-Leiter-Kapazitäten) notwendig.

Nach dem Stand der Technik basiert die analytische Bestimmung der parasitären Kapazitäten überwiegend auf der Berechnungsvorschrift eines Platten- oder Zylinderkondensators. Hierbei beruhen die Herleitungen jeweils auf der Annahme eines eindimensionalen Feldproblems. Das Feldproblem zwischen Stator und Rotor kann beispielsweise als Zylinderkondensator modelliert werden; der Einfluss der Statornutöffnungsbreite kann mit dem Carter-Faktor berücksichtigt werden [1-4]. Der Einfluss des im Nutschlitz vorliegenden Materials bleibt unberücksichtigt.

Basierend auf der Berechnung eines Plattenkondensators wird derzeit der Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität analytisch bestimmt [1-4]. Auf Grund der signifikanten Abweichung zwischen den analytisch berechneten und den mittels Finite-Elemente-Methode (FEM)-Simulationen numerisch bestimmten Kapazitätswerten werden in [1] und [4] Korrekturfunktionen eingeführt. Das grundlegende Problem hierbei ist die Vernachlässigung der Statorelektrode auf Grund der Betrachtung eines eindimensionalen Feldproblems. Das Feldgebiet zur Ermittlung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität wird als Zylinderkondensator modelliert [5-7]. Durch die Anwendung der Berechnungsvorschrift eines eindimensionalen zylindrischen Feldproblems wird die influenzierte Ladung auf der Stirnfläche des Rotors vernachlässigt.

Die analytische Bestimmung des Nutanteils der Wicklung-Stator-Kapazität basiert auf der Berechnung eines Plattenkondensators [1-3, 8]. In [9] wird für Runddrähte ein Formfaktor ermittelt, welcher gegenüber der ebenen Oberfläche eines Plattenkondensators die Kapazitätsverringerung auf Grund der Welligkeit der Kontur der Statorwicklung berücksichtigt. Der Formfaktor ist hierbei abhängig vom Drahtdurchmesser und von der Dicke der Nutisolierung. Gegenüber Messungen und FEM-Simulationen ergeben sich bei der Anwendung dieses analytischen Ansatzes allerdings signifikant zu hohe Kapazitätswerte [1]. Häufig wird der Stirnraumanteil der Wicklung-Stator-Kapazität ignoriert und lediglich der Nutanteil betrachtet [1, 3, 8, 9].

Im Weiteren trägt die Berechnung eines Plattenkondensators größtenteils zur Ermittlung der kapazitiven Kopplungen zwischen den Profilleitern einer Statorwicklung bei [10]. Die Methode der Spiegelladungen wird in [11] zur Bestimmung der Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten angewendet. Auf Grund der Modellierung eines Rundleiters mittels einer einzigen Linienladung ist dieser Ansatz allerdings nur für sehr dünne Rundleiter geeignet. Anderenfalls wird das Nahfeld der Rundleiter nicht ausreichend angenähert, und die Oberflächen der Leiter stellen keine Äquipotentialflächen dar [12].

Insgesamt zeigen die bisher veröffentlichten Methoden zur analytischen oder teilanalytischen Vorausberechnung der relevanten Kapazitäten eine sehr unbefriedigende Genauigkeit.

1.2 Zielsetzung

Die vorliegende Arbeit verfolgt das Ziel, eine deutlich verbesserte und dennoch zeiteffiziente Methodik zur Vorausberechnung der relevanten Kapazitäten zu erarbeiten. Dazu werden neuartige analytische Berechnungsvorschriften für die Wicklung-Rotor-, die Wicklung-Stator- und die Stator-Rotor-Kapazität sowie die Leiter-Leiter-Kapazitäten vorgestellt. Das Ziel sind einfach verständliche und schnell zu implementierende Näherungslösungen, welche die dielektrischen Stetigkeits- sowie Randbedingungen der modellierten Feldprobleme berücksichtigen.

In Kapitel 2 werden hierzu die Grundlagen der Elektrostatik erläutert und die parasitären, kapazitiven Kopplungspfade innerhalb einer elektrischen Maschine beschrieben. Die analytischen Berechnungsvorschriften werden in Kapitel 3 vorgestellt. In Kapitel 4 erfolgt anhand von zwei elektrischen Maschinen eine messtechnische Bestimmung der parasitären Kapazitäten. Im Anschluss werden die gemessenen, die analytisch berechneten sowie die numerisch bestimmten Kapazitätswerte einander gegenübergestellt. In Kapitel 5 wird unter Anwendung der in Kapitel 3 präsentierten Berechnungsvorschriften eine Sensitivitätsanalyse der parasitären Kapazitäten aufgezeigt.

2 Grundlagen

2.1 Grundlagen der Elektrostatik

Die Interpretation des physikalischen elektrischen Felds erfolgt mit Hilfe der elektrischen Feldstärke (E-Feld) \vec{E} und der elektrischen Flussdichte (D-Feld) \vec{D} . Für die Beschreibung der elektrischen Kraftwirkung im Raum wird das E-Feld \vec{E} eingeführt. Eine elektrische Ladung Q erzeugt ein E-Feld \vec{E} , das nur von der Ladung und ihrer Position abhängt [13]. Das von der Quelle Q erzeugte Feld \vec{E} übt eine Kraft \vec{F} auf eine infinitesimal kleine, im Feldgebiet vorliegende Probeladung q aus. Diese Kraftwirkung wird beschrieben als

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (2.1)$$

Die im Modell verwendete Probeladung q besitzt nur ein kleines Volumen und eine geringe Ladung, sodass sie das elektrische Feld der Ladung Q kaum beeinflusst [14]. Sofern mehrere Ladungen im Raum verteilt sind, kann in einem Feldgebiet mit natürlichen Randbedingungen mittels Überlagerungsprinzip das resultierende E-Feld aus den voneinander unabhängigen E-Feldern der einzelnen Ladungen bestimmt werden [15].

Auf Grund der Definition (2.1) ist das E-Feld, ebenso wie das Kraftfeld, wirbelfrei, und somit gilt

$$\text{rot}(\vec{E}) = \vec{0}. \quad (2.2)$$

Neben dem E-Feld \vec{E} (normiertes Kraftfeld) wird dem physikalischen elektrischen Feld das D-Feld \vec{D} zugeordnet, welches die elektrischen Eigenschaften der Ladung Q im Feldgebiet repräsentiert (ersetzt). Ausgehend von der Tatsache, dass sich gleichnamige Ladungen aufsummieren und ungleichnamige Ladungen subtrahieren lassen, können verteilte Ladungen Q mit Hilfe einer Ladungsverteilungsdichte bzw. einer Raumladungsdichte ρ repräsentiert werden [14] entsprechend

$$Q = \iiint_V \rho dV. \quad (2.3)$$

Für die äquivalente Darstellung der Ladung Q wird das D-Feld über

$$\text{div}(\vec{D}) = \rho \quad (2.4)$$

mit dem skalaren Feld der Raumladungsdichte verknüpft. Laut dem Satz von Helmholtz ist ein Vektorfeld, das im Unendlichen mitsamt seinen Ableitungen verschwindet, durch die Angabe seiner Divergenz und Rotation eindeutig festgelegt [14]. Für die Festlegung der Rotation des D-Felds und der Divergenz des E-Felds wird ein Materialgesetz herangezogen. Für lineare, homogene Materialien gilt

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (2.5)$$

mit der Permittivität des Materials im Feldgebiet

$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0. \quad (2.6)$$

Die Permittivität setzt sich aus der materialabhängigen relativen Permittivität ϵ_r und der Permittivität des Vakuums

$$\epsilon_0 \approx 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad (2.7)$$

zusammen [14]. Nach (2.5) ergibt sich

$$\text{rot}(\vec{D}) = \vec{0}, \quad (2.8)$$

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon}. \quad (2.9)$$

Folglich sind unter Voraussetzung der Anwendbarkeit des Satzes von Helmholtz das E-Feld und das D-Feld nach (2.2), (2.4), (2.8) und (2.9) eindeutig bestimmt. Mit der Einführung und der Definition des skalaren Potentialfelds φ entsprechend

$$\vec{E} = -\text{grad}(\varphi) \quad (2.10)$$

ergibt sich mit (2.9) die partielle, inhomogene Differentialgleichung

$$\Delta\varphi = \text{div}(\text{grad}(\varphi)) = -\frac{\rho}{\epsilon}, \quad (2.11)$$

die auch unter dem Namen Poisson-Gleichung bekannt ist. Sofern keine Raumladungen $\rho = 0$ innerhalb des Feldgebiets vorhanden sind, vereinfacht sich die Poisson-Gleichung (2.11) zur Laplace-Gleichung

$$\Delta\varphi = 0. \quad (2.12)$$

Die Anwendung des Laplace-Operators Δ ergibt im kartesischen Koordinatensystem

$$\Delta\varphi(x, y, z) = \frac{\partial^2\varphi(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi(x, y, z)}{\partial z^2}, \quad (2.13)$$

und in Zylinderkoordinaten ergibt sich

$$\Delta\varphi(r, \gamma, z) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial\varphi(r, \gamma, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2\varphi(r, \gamma, z)}{\partial \gamma^2} + \frac{\partial^2\varphi(r, \gamma, z)}{\partial z^2}. \quad (2.14)$$

Im folgenden Gedankenexperiment befindet sich eine ungeladene Elektrode in einem äußeren elektrischen Feld. Da in der Elektrostatik keine Verschiebungen (Stromfluss) der freien Ladungen stattfinden, beträgt die elektrische Feldstärke innerhalb von Elektroden stets null V/m. Die Oberfläche der Leiter ist als Sitz der Ladungen aufzufassen, weil im Inneren der Elektroden kein Potentialgefälle besteht und die äußeren Feldkräfte nur an der Oberfläche der Elektroden angreifen [14]. Zur Charakterisierung der über die Oberfläche der Elektrode verteilten Ladung Q wird die skalare Oberflächenladungsdichte σ definiert als das Flächenintegral über die Oberfläche der Elektrode

$$Q = \iint_A \sigma dA. \quad (2.15)$$

Das elektrische Feld steht senkrecht auf den Elektrodenoberflächen; die Tangentialkomponente der elektrischen Feldstärke ist

$$E_t = 0, \quad (2.16)$$

da anderenfalls eine Kraftwirkung auf die Ladungen ausgeübt werden würde. Die Leiteroberfläche ist somit eine Äquipotentialfläche [13]. Anknüpfend wird das Verhalten des E-Felds und des D-Felds an einer allgemeinen Grenzfläche betrachtet, welche zwei Gebiete mit unterschiedlichen Materialien voneinander trennt. An der Grenzfläche zwischen den Medien gilt

$$\varphi_1 = \varphi_2 \quad (2.17)$$

und

$$D_{n1} - D_{n2} = \sigma. \quad (2.18)$$

Die Stetigkeit des Potentials (2.17) ist hierbei gleichbedeutend mit der Stetigkeit der Tangentialkomponente des E-Felds. Die Gleichung (2.18) berücksichtigt eine freie Oberflächenladungsdichte in der Grenzschicht. Für die Bestimmung der Ladung auf einer Elektrode wird nach (2.15) die Flächenladungsdichte auf der Elektrodenoberfläche benötigt. Diese entspricht auf Grund der feldfreien Elektrode nach (2.18) der Normalkomponente des D-Felds auf der Oberfläche. Für eine Grenzschicht zwischen zwei nichtleitenden Dielektrika gilt nach (2.18) die Stetigkeit der Normalkomponente des D-Felds

$$D_{n1} = D_{n2}, \quad (2.19)$$

sofern keine freie Flächenladungsdichte in der Trennschicht vorhanden ist [13]. Die Abbildung 2.1 stellt die beiden in dieser Arbeit relevanten Stetigkeitsbedingungen für das D-Feld grafisch dar.

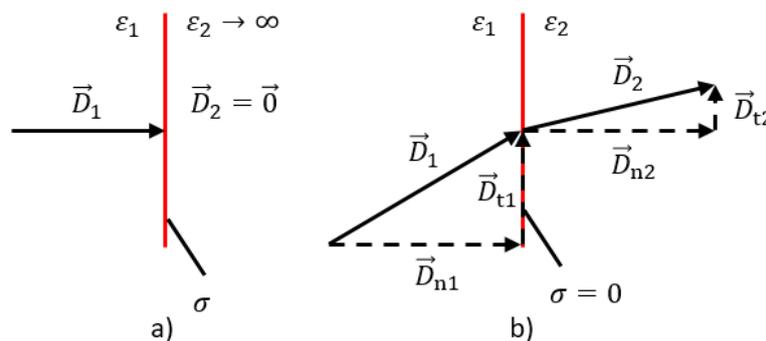


Abbildung 2.1: Stetigkeitsbedingungen des D-Felds an

a) der Grenzschicht zwischen einem Nichtleiter und einem idealen Leiter

b) der Grenzschicht zwischen zwei Nichtleitern ohne Flächenladungsdichte in der Trennschicht

Die Lösung der in dieser Arbeit behandelten Feldprobleme erfolgt unter Anwendung der Gleichungen (2.12), (2.17) und (2.18). Die Begrenzung eines Gebiets erfolgt mit Hilfe von Dirichlet-Randbedingungen und Neumann-Randbedingungen. Dirichlet-Randbedingungen sind Vorgaben des Funktionswerts auf dem Rand, in diesem Fall auf Grund der Lösung der Laplace-Gleichung des Potentials. Neumann-Randbedingungen sind hingegen Vorgaben der partiellen Ableitung der Funktion in Normalenrichtung auf dem Rand. Dies ist in der Elektrostatik gleichbedeutend mit der Vorgabe der Normalkomponente des E-Felds.

Für die Lösung der Laplace-Gleichung (2.12) existieren verschiedene Ansätze. Die in dieser Arbeit verwendeten Ansätze sind

- die Spiegelungsmethode,
- die Separationsmethode und
- die Ersatzladungsmethode.

Mit Hilfe der Spiegelungsmethode werden in das Lösungsgebiet eingebettete dielektrische Grenzflächen oder ideale Leiter durch sogenannte „Spiegelldungen“ ersetzt. Nach dieser Substitution entsteht ein Ersatzproblem, bei dem nur noch natürliche Randbedingungen auftreten und das resultierende Potential durch Superposition der entsprechenden Werte der Potentiale der Einzelladungen ermittelt werden kann [14]. Die Separationsmethode unterteilt durch einen Produktansatz die partielle Differentialgleichung und überführt die mehrdimensionale Differentialgleichung in eindimensionale, gewöhnliche Differentialgleichungen. Das Produkt ihrer Lösungen ergibt unter Berücksichtigung der gestellten Randbedingungen die Lösung des Feldproblems, d.h. die Ermittlung von Betrag und Orientierung der Feldgrößen im Feldgebiet [13]. Die Ersatzladungsmethode ermöglicht u.a. die Modellierung von komplexen zweidimensionalen Elektrodenanordnungen mittels einer ganzzahligen Anzahl von Linien- oder Ringladungen. Die unbekanntenen Linienladungsdichten der innerhalb der Elektrode platzierten Ladungen werden hierbei unter Vorgabe des Elektrodenpotentials bestimmt. Das resultierende skalare Potentialfeld der zu modellierenden Elektrode kann abschließend durch die Superposition der skalaren Potentialfelder der einzelnen Ladungen ermittelt werden.

Nach der Ermittlung des skalaren Potentialfelds können mittels (2.5) und (2.10) das E-Feld und das D-Feld bestimmt werden. Für eine Datenreduktion wird der Begriff der elektrischen Kapazität eingeführt, die lediglich von der Geometrie und den Materialeigenschaften des Feldproblems abhängt. Betrachtet werden zwei isolierte Elektroden, zwischen denen eine Potentialdifferenz angelegt wird. Der Proportionalitätsfaktor zwischen der auf den Elektroden gespeicherten Ladung Q (auf beiden Elektroden liegt der identische Betrag der Ladungsmenge Q vor) und der Potentialdifferenz U wird als elektrische Kapazität

$$Q = C \cdot U \quad (2.20)$$

bezeichnet.

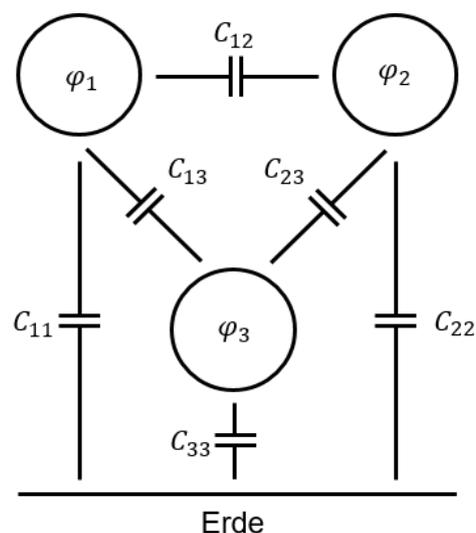


Abbildung 2.2: Darstellung der Gegen- und der Eigenkapazitäten einer 3-Elektroden-Anordnung

Der Begriff der Kapazität kann für den Fall von Systemen, die aus mehreren isolierten Leitern bestehen, verallgemeinert werden [15]. Mit Hilfe der maxwellschen Kapazitätskoeffizientenmatrix werden die Zusammenhänge zwischen den Potentialen der einzelnen Leiter und den auf ihren Oberflächen gespeicherten Ladungen beschrieben [14]. Die Anzahl der Zeilen der Kapazitätskoeffizientenmatrix entspricht der Anzahl der Elektroden. Die Kapazitätskoeffizientenmatrix der in Abbildung 2.2 dargestellten 3-Elektroden-Anordnung lautet

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

mit den maxwellschen Kapazitätskoeffizienten $c_{\mu\nu}$. Die Kapazitätskoeffizienten entsprechen bei Gegenkapazitäten $\mu \neq \nu$ den Kapazitäten $C_{\mu\nu}$, welche einen Zusammenhang zwischen den Ladungen und den Potentialdifferenzen herstellen. Die Eigenkapazitäten $C_{\mu\mu}$ berechnen sich zu

$$C_{\mu\mu} = \sum_{k=1}^n (-c_{\mu k}) \quad (2.22)$$

mit der Anzahl der Elektroden n . Für die Ermittlung der Eigenkapazität werden somit die Einträge der Zeile der zugehörigen Kapazitätskoeffizienten benötigt. Die Symmetrie der maxwellschen Kapazitätskoeffizienten

$$c_{\mu\nu} = c_{\nu\mu} \quad (2.23)$$

führt zur Symmetrie

$$C_{\mu\nu} = C_{\nu\mu} \quad (2.24)$$

der Gegenkapazitäten [13]. Bei der Berechnung von kapazitiven Netzwerken entspricht der gesamte Kapazitätswert einer Parallelschaltung von mehreren Kapazitäten der Summe der Einzelkapazitäten [14]. Hingegen ist der Kehrwert des gesamten Kapazitätswerts einer Reihenschaltung von Kapazitäten die Summe der Kehrwerte der Einzelkapazitäten. Die Gesamtkapazität in Reihe geschalteter Kondensatoren ist somit kleiner als der Kapazitätswert jedes einzelnen Kondensators [16].

2.2 Parasitäre Kapazitäten in elektrischen Maschinen

Die Abbildung 2.3 stellt einen Teil der in dieser Arbeit betrachteten kapazitiven Kopplungen einer elektrischen Maschine dar. Es wird die obere Hälfte der Schnittansicht der Maschine in Längsrichtung gezeigt. Dabei wird angenommen, dass die Statorwicklung, das Statorgehäuse, das Statorblechpaket sowie die Rotorwelle und das Rotorblechpaket elektrisch ideal leitfähig sind und folglich die Statorwicklung, der Stator und der Rotor Äquipotentialflächen sind.

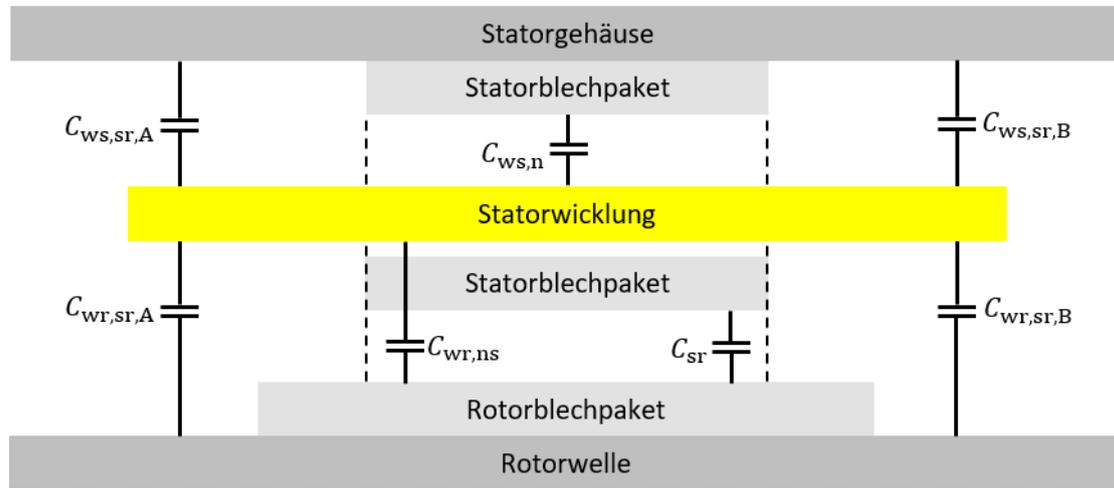


Abbildung 2.3: Darstellung der Gegenkapazitäten in der Schnittansicht einer elektrischen Maschine

Über die Länge des Statorblechpakets bildet sich in den Statornuten eine Kapazität zwischen der Statorwicklung und dem Statorblechpaket $C_{ws,n}$ aus. Zudem existieren zwischen den Elektroden kapazitive Kopplungen in den Stirnräumen der A-Seite $C_{ws,sr,A}$ und der B-Seite $C_{ws,sr,B}$. Die Kapazität zwischen der Statorwicklung und dem Rotor setzt sich aus den Einzelkapazitäten der Stirraumanteile der A-Seite $C_{wr,sr,A}$ und der B-Seite $C_{wr,sr,B}$ und der über die Länge des Statorblechpakets vorliegenden Einzelkapazität $C_{wr,ns}$ zusammen. Die kapazitive Kopplung zwischen dem Stator und dem Rotor wird durch die Kapazität C_{sr} repräsentiert. Der im Vergleich zum Nutanteil geringe Stirraumanteil der Stator-Rotor-Kapazität wird in Abbildung 2.3 nicht dargestellt. In dieser Arbeit werden zusätzlich die in Abbildung 2.3 nicht dargestellten Kapazitäten zwischen den Einzelleitern der Statorwicklung betrachtet.

Die kapazitiven Kopplungen in einer elektrischen Maschine führen zu unerwünschten Strompfaden. Bei den Lagerströmen wird zwischen dem du/dt -Strom, dem EDM-Strom, dem Zirkularstrom und dem Rotor-Erdstrom unterschieden. Die Quelle dieser Ströme ist die CM-Spannung. Der Mittelwert der drei Ausgangsspannungen eines Zweipunkt-Wechselrichters gegen Erde ist auf Grund der diskreten Schaltzustände der Leistungstransistoren eine von Null verschiedene Gleichtaktspannung, welche als CM-Spannung bezeichnet wird. Diese wird durch den Umrichter in die Motorwicklung eingepreßt. Die CM-Spannung eines Zweipunkt-Wechselrichters mit Spannungszwischenkreis berechnet sich nach [1] aus dem Mittelwert der drei Leiter-Erd-Spannungen der Phasen zu

$$U_{cm} = \frac{U_{ue} + U_{ve} + U_{we}}{3} \quad (2.25)$$

Der du/dt -Umladestrom ist ein kapazitiver Strom, welcher im Bereich der Flüssigkeitsreibung/ bei Vollschmierung des Lagers auftritt. Der Verschiebungsstrom berechnet sich aus dem Produkt der Lagerkapazität und der zeitlichen Ableitung der Lagerspannung.

EDM-Ströme treten ebenfalls im Bereich der Flüssigkeitsreibung/ bei Vollschröpfung bei der Überschreitung der kritischen Feldstärke des Schmierfilms im Wälzlager auf und resultieren aus der Entladung der Lagerkapazität [17]. Das für die Bestimmung der Lagerspannung zu betrachtende Ersatzschaltbild kann der Abbildung 2.4 entnommen werden. Die an den Lagern anliegende Spannung U_1 kann mit Hilfe der CM-Spannung U_{cm} und des Lagerspannungsverhältnisses Bearing Voltage Ratio (BVR) zu

$$U_1 = \frac{C_{wr}}{C_{wr} + C_{sr} + C_{l1} + C_{l2}} \cdot U_{cm} = \text{BVR} \cdot U_{cm} \quad (2.26)$$

bestimmt werden [18]. Der kapazitive Spannungsteiler setzt sich aus der Wicklung-Rotor-Kapazität C_{wr} , der Stator-Rotor-Kapazität C_{sr} sowie den Kapazitäten der zwei Lager C_{l1} und C_{l2} zusammen.

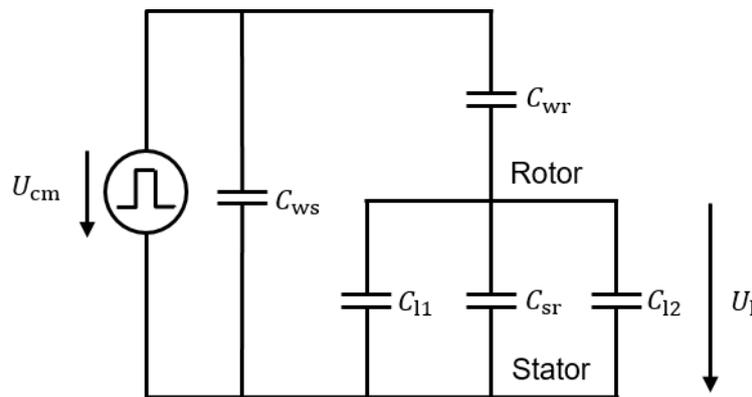


Abbildung 2.4: Vereinfachtes kapazitives Ersatzschaltbild einer elektrischen Maschine zur Bestimmung der EDM-Lagerspannung [2]

Der Grenzwert der Lagerspannung wird aus dem Produkt der Durchbruchfeldstärke des verwendeten Schmierstoffs und der Schmierfilmhöhe des Lagers bestimmt [1].

Für die Beschreibung des zirkularen Lagerstroms ist der in Abbildung 2.4 dargestellte parasitäre Pfad über die Wicklung-Stator-Kapazität C_{ws} zu betrachten. Die Gleichtaktspannung wird durch den Umrichter in die Motorwicklung eingepreßt und verursacht bei einer zeitlichen Änderung der CM-Spannung über die Wicklung-Stator-Kapazität einen kapazitiven, hochfrequenten CM-Strom [1]. Der CM-Strom fließt über einen Erdungspfad vom Stator zum Umrichter zurück. Der auf das Statorjoch angewendete Durchflutungssatz ergibt auf Grund der in allen Strängen gleichphasig fließenden CM-Ströme ein den Rotor umschließendes magnetisches Feld. Dieses induziert in der Schleife Statorblechpaket – A-seitiges Lagerschild – A-seitiges Motorlager – Rotor – B-seitiges Motorlager – B-seitiges Lagerschild eine Spannung, welche unter der Voraussetzung der Überschreitung der kritischen Feldstärke des Schmierfilms oder eines ohmschen Kontakts im Lager den zirkularen Lagerstrom treibt [2].

Der Rotor-Erdstrom fließt unter der Voraussetzung einer niederimpedanten Erdung der angeschlossenen Last. In diesem Fall besteht der Pfad des CM-Stroms aus der Wicklung-Stator-Kapazität und der Parallelschaltung aus der Erdungskonfiguration des Stators und des Rotors [19].

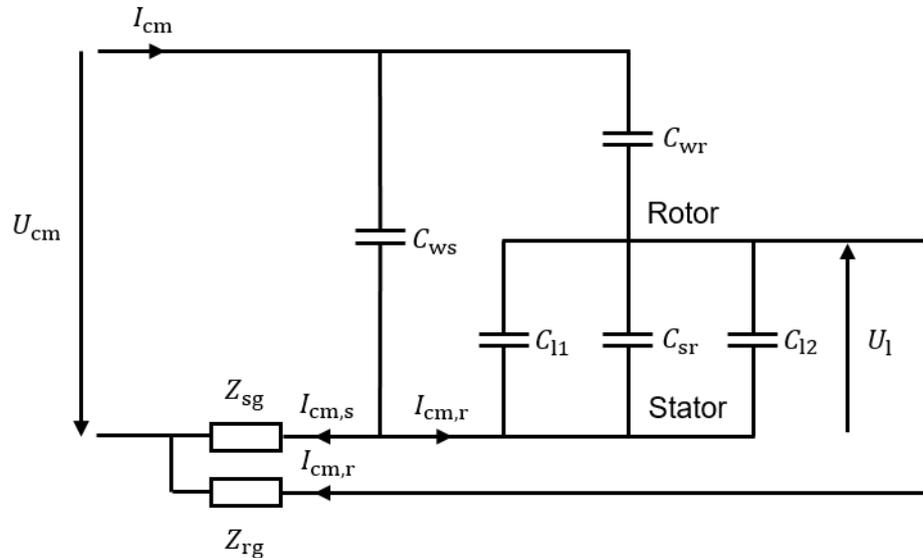


Abbildung 2.5: Vereinfachtes kapazitives Ersatzschaltbild eines Motors zur Bestimmung des Rotor-Erdstroms [19]

Die Abbildung 2.5 stellt den Pfad des CM-Stroms dar. Der CM-Strom I_{cm} besteht aus einer über die Erdung des Stators Z_{sg} fließenden Komponente $I_{cm,s}$ und einer Stromkomponente $I_{cm,r}$, die über die Erdung der Last Z_{rg} fließt. Die über die Erdung der Last fließende Stromkomponente, der Rotor-Erdstrom, kann die angeschlossene Last beschädigen und führt bei einer gleichzeitig niederimpedanten Erdung der Last und einer hochimpedanten Erdung des Stators zu einem hohen Spannungsabfall an den Motorlagern [1].

Im folgenden Kapitel werden analytische Näherungsformeln für die beschriebenen parasitären Kapazitäten einer elektrischen Maschine hergeleitet, welche einen signifikanten Einfluss auf die Art und den Betrag der möglichen Lagerströme besitzen.

3 Analytische Bestimmung parasitärer Kapazitäten

In diesem Kapitel werden analytische Berechnungsvorschriften für die Wicklung-Rotor-Kapazität, die Wicklung-Stator-Kapazität, die Stator-Rotor-Kapazität und die Leiter-Leiter-Kapazitäten erarbeitet und mittels FEM-Simulationen validiert.

3.1 Wicklung-Rotor-Kapazität

Die Wicklung-Rotor-Kapazität setzt sich aus einem Nutschlitzanteil $C_{wr,ns}$ und einem Stirnraumanteil $C_{wr,sr}$ zusammen. Die Addition des Nutschlitzanteils $C_{wr,ns}$ sowie der Stirnraumanteile der A-Seite $C_{wr,sr,A}$ und der B-Seite $C_{wr,sr,B}$ ergibt die gesamte Wicklung-Rotor-Kapazität

$$C_{wr} = C_{wr,ns} + C_{wr,sr,A} + C_{wr,sr,B} \quad (3.1)$$

3.1.1 Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität

Für die Bestimmung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität werden zwei Methoden vorgestellt. Die erste Methode basiert auf der Separationsmethode, die zweite Methode basiert auf der Spiegelungs- und Ersatzladungsmethode. Die Gegenüberstellung der beiden Methoden erfolgt in Abschnitt 3.5.

3.1.1.1 Anwendung der Separationsmethode

Die folgende Herleitung der Berechnungsvorschrift sowie die anschließende Validierung mittels FEM-Simulationen wurde bereits in [20] publiziert.

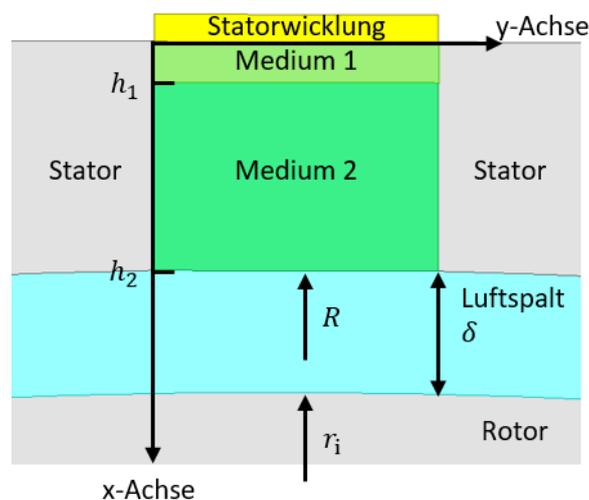


Abbildung 3.1: Modellierter Geometrie des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität

Das modellierte Feldproblem zur Bestimmung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Es setzt sich aus einem Nutschlitzgebiet mit konstanter Breite und einem Luftspaltbereich zusammen. Für den Nutbereich wird das kartesische Koordinatensystem und für das Luftspaltgebiet das Polarkoordinatensystem gewählt. Die Lösung des Feldproblems für die zwei Bereiche erfolgt auf Grund der unterschiedlich gewählten Koordinatensysteme getrennt voneinander.

Als Elektroden werden in der vorliegenden Problemstellung die Statorwicklung mit der Ladung einer Nutteilung Q_w und dem Potential φ_w , das Statorblechpaket mit der Ladung einer Nutteilung Q_s und dem Potential φ_s sowie der Rotor mit der Ladung einer Nutteilung Q_r und dem Potential φ_r betrachtet. Die entsprechende Kapazitätskoeffizientenmatrix lautet

$$\begin{pmatrix} Q_w \\ Q_s \\ Q_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{ww} & c_{ws} & c_{wr} \\ c_{sw} & c_{ss} & c_{sr} \\ c_{rw} & c_{rs} & c_{rr} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_w \\ \varphi_s \\ \varphi_r \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Durch die Wahl eines Stator- und eines Rotorpotentials von jeweils null Volt ergibt sich nach (3.2) die Wicklung-Rotor-Kapazität einer Nutteilung zu

$$c_{wr,ns,\tau_n'} = c_{rw} = \frac{Q_r}{\varphi_w}. \quad (3.3)$$

Insgesamt liegen dem Berechnungsmodell folgende Vereinfachungen zugrunde:

- Die Statorwicklung, das Statorblechpaket und der Rotor sind elektrisch ideal leitfähig.
- Der Stator besitzt offene, rechteckförmige Nutschlitze mit konstanter Breite.
- Die Statorwicklung liegt am Nutverschluss an.
- Innerhalb des betrachteten Gebiets befinden sich keine Raumladungen.
- Die Medien innerhalb der betrachteten Geometrie bestehen aus Materialien mit jeweils konstanter Permittivität.
- Der Rotor ist ungenutzt.

Lösung des Feldproblems im Nutschlitzbereich

Das vereinfachte Nutschlitzgebiet mit konstanter Breite kann der Abbildung 3.2 entnommen werden. Die Aufteilung der Geometrie in drei Bereiche dient der Berücksichtigung von Materialien mit unterschiedlichen dielektrischen Eigenschaften.

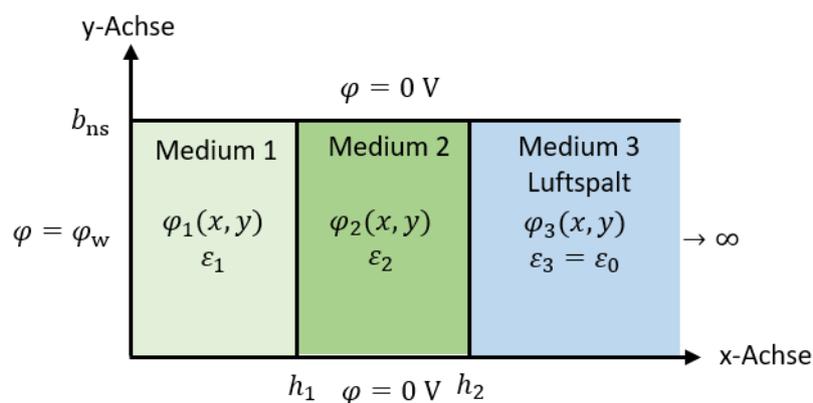


Abbildung 3.2: Darstellung des Nutgebiets mit Randbedingungen

Der dritte Bereich, welcher in x-Richtung unendlich ausgedehnt ist, symbolisiert das Gebiet des Luftspalts. Die Begrenzungen in y-Richtung des Nutgebiets berücksichtigen den Einfluss des geerdeten Statorblechpakets, welches in diesem Modell ein Potential von null Volt besitzt.

Der erste Raumbereich grenzt an die Statorwicklung, welche das konstante Potential φ_w besitzt. Die Anwendung der Laplace-Gleichung im zweidimensionalen kartesischen Koordinatensystem ergibt

$$\Delta\varphi(x, y) = \frac{\partial^2\varphi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi(x, y)}{\partial y^2} = 0. \quad (3.4)$$

Durch Einsetzen des gewählten Produktansatzes

$$\varphi(x, y) = X(x) \cdot Y(y) \quad (3.5)$$

in die Laplace-Gleichung (3.4)

$$Y(y) \cdot \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + X(x) \cdot \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = 0 \quad (3.6)$$

und anschließendes Dividieren durch den Produktansatz (3.5) ergibt sich

$$\frac{1}{X(x)} \cdot \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{Y(y)} \cdot \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = 0. \quad (3.7)$$

Die Summanden der Gleichung (3.7) sind konstante Funktionen, und mittels der Definitionen

$$k_x^2 = \frac{1}{X(x)} \cdot \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}, \quad (3.8)$$

$$k_y^2 = \frac{1}{Y(y)} \cdot \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} \quad (3.9)$$

zerfällt unter Berücksichtigung der Nebenbedingung

$$k_x^2 + k_y^2 = 0 \quad (3.10)$$

die partielle Differentialgleichung (3.4) in die zwei entkoppelten, gewöhnlichen Differentialgleichungen (3.8) und (3.9). Aus den Lösungen der homogenen und linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten ergeben sich die allgemeinen Lösungen der Laplace-Gleichung für die drei betrachteten Bereiche

$$\varphi_1(x, y) = (A_1 \cdot e^{k_{x1} \cdot x} + B_1 \cdot e^{-k_{x1} \cdot x}) \cdot (C_1 \cdot e^{k_{y1} \cdot y} + D_1 \cdot e^{-k_{y1} \cdot y}), \quad (3.11)$$

$$\varphi_2(x, y) = (A_2 \cdot e^{k_{x2} \cdot x} + B_2 \cdot e^{-k_{x2} \cdot x}) \cdot (C_2 \cdot e^{k_{y2} \cdot y} + D_2 \cdot e^{-k_{y2} \cdot y}), \quad (3.12)$$

$$\varphi_3(x, y) = (A_3 \cdot e^{k_{x3} \cdot x} + B_3 \cdot e^{-k_{x3} \cdot x}) \cdot (C_3 \cdot e^{k_{y3} \cdot y} + D_3 \cdot e^{-k_{y3} \cdot y}). \quad (3.13)$$

Die Bestimmung der Koeffizienten und Konstanten erfolgt mit Hilfe der gestellten Randbedingungen

$$\varphi_3(x \rightarrow \infty, y) = 0, \quad (3.14)$$

$$\varphi_3(x, y = 0) = 0, \quad (3.15)$$

$$\varphi_3(x, y = b_{ns}) = 0, \quad (3.16)$$

$$\varphi_2(x, y = 0) = 0, \quad (3.17)$$

$$\varphi_2(x, y = b_{\text{ns}}) = 0, \quad (3.18)$$

$$\varphi_1(x, y = 0) = 0, \quad (3.19)$$

$$\varphi_1(x, y = b_{\text{ns}}) = 0, \quad (3.20)$$

$$\varphi_1(x = 0, y) = \varphi_w \quad (3.21)$$

und unter Berücksichtigung der Stetigkeitsbedingungen des Potentials sowie der Normalkomponente des D-Felds an den Materialgrenzen

$$\varphi_1(x = h_1, y) = \varphi_2(x = h_1, y), \quad (3.22)$$

$$\varphi_2(x = h_2, y) = \varphi_3(x = h_2, y), \quad (3.23)$$

$$-\varepsilon_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1(x = h_1, y)}{\partial x} = -\varepsilon_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2(x = h_1, y)}{\partial x}, \quad (3.24)$$

$$-\varepsilon_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2(x = h_2, y)}{\partial x} = -\varepsilon_3 \cdot \frac{\partial \varphi_3(x = h_2, y)}{\partial x}. \quad (3.25)$$

Der Koeffizient A_3 des dritten Bereichs muss nach Randbedingung (3.14) null sein. Für alle drei Bereiche gilt nach der Randbedingung auf der x-Achse

$$D_{1/2/3} = -C_{1/2/3}. \quad (3.26)$$

Die Randbedingungen auf der zur x-Achse parallelen Ebene führen anschließend zu den Gleichungen

$$e^{2 \cdot k_{y1} \cdot b_{\text{ns}}} = 1 = e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}, \quad (3.27)$$

$$e^{2 \cdot k_{y2} \cdot b_{\text{ns}}} = 1 = e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot m}, \quad (3.28)$$

$$e^{2 \cdot k_{y3} \cdot b_{\text{ns}}} = 1 = e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot k} \quad (3.29)$$

und abschließend unter Berücksichtigung der Nebenbedingung (3.10) zur Bestimmung der Konstanten

$$\underline{k}_{y1,n} = j \cdot \frac{\pi \cdot n}{b_{\text{ns}}} = j \cdot k_{x1,n} = j \cdot k_{1,n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.30)$$

$$\underline{k}_{y2,m} = j \cdot \frac{\pi \cdot m}{b_{\text{ns}}} = j \cdot k_{x2,m} = j \cdot k_{2,m}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.31)$$

$$\underline{k}_{y3,k} = j \cdot \frac{\pi \cdot k}{b_{\text{ns}}} = j \cdot k_{x3,k} = j \cdot k_{3,k}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.32)$$

Für jedes Teilgebiet kann auf Grund der Linearität der Laplace-Gleichung eine allgemeinere Lösung konstruiert werden [21]. Die Exponentialterme in y-Richtung der Potentialfelder (3.11) bis (3.13) können unter Berücksichtigung der Eulerformel durch Sinus-Funktionen ersetzt werden gemäß

$$\varphi_1(x, y) = \sum_{n=1,2,3,\dots} (\tilde{A}_{1,n} \cdot e^{k_{1,n} \cdot x} + \tilde{B}_{1,n} \cdot e^{-k_{1,n} \cdot x}) \cdot \sin(k_{1,n} \cdot y), \quad (3.33)$$

$$\varphi_2(x, y) = \sum_{m=1,2,3,..} (\tilde{A}_{2,m} \cdot e^{k_{2,m} \cdot x} + \tilde{B}_{2,m} \cdot e^{-k_{2,m} \cdot x}) \cdot \sin(k_{2,m} \cdot y), \quad (3.34)$$

$$\varphi_3(x, y) = \sum_{k=1,2,3,..} \tilde{B}_{3,k} \cdot e^{-k_{3,k} \cdot x} \cdot \sin(k_{3,k} \cdot y) \quad (3.35)$$

mit

$$\tilde{A}_{1,n/2,m} = 2 \cdot j \cdot \underline{A}_{1,n/2,m} \cdot \underline{C}_{1,n/2,m} \quad (3.36)$$

und

$$\tilde{B}_{1,n/2,m/3,k} = 2 \cdot j \cdot \underline{B}_{1,n/2,m/3,k} \cdot \underline{C}_{1,n/2,m/3,k}. \quad (3.37)$$

Für jedes Potentialfeld kann eine Dämpfung in x-Richtung und eine Reihe aus Wellen in y-Richtung identifiziert werden. Bei der fehlenden Randbedingung (3.21) des ersten Gebiets

$$\varphi_1(x = 0, y) = \sum_{n=1,2,3,..} (\tilde{A}_{1,n} + \tilde{B}_{1,n}) \cdot \sin(k_{1,n} \cdot y) = \varphi_w, \quad (3.38)$$

$$\varphi_1(x = 0, y) = \sum_{n=1,2,3,..} \tilde{F}_{1,n} \cdot \sin(k_{1,n} \cdot y) = \varphi_w, \quad \tilde{F}_{1,n} = \tilde{A}_{1,n} + \tilde{B}_{1,n} \quad (3.39)$$

besitzt die Fourier-Reihe nur Sinusterme. Der Gleichteil und die Kosinusterme der Fourier-Reihe entfallen bei der Entwicklung einer ungeraden, mittelwertfreien Funktion, sodass die Randbedingung (3.21) mit $-\varphi_w$ im Intervall $(b_{ns}, 2 \cdot b_{ns}]$ ungerade erweitert wird. Der Fourier-Koeffizient $\tilde{F}_{1,n}$ berechnet sich zu

$$\tilde{F}_{1,n} = \frac{2}{b_{ns}} \cdot \int_0^{b_{ns}} \varphi_w \cdot \sin(k_{1,n} \cdot y) \cdot dy, \quad (3.40)$$

$$\tilde{F}_{1,n} = -\frac{2 \cdot \varphi_w}{n \cdot \pi} \cdot ([-1]^n - 1) = \tilde{A}_{1,n} + \tilde{B}_{1,n}. \quad (3.41)$$

Die Stetigkeitsbedingungen des Potentials (3.22) und (3.23) führen zu den Gleichungen

$$\tilde{A}_{1,n} \cdot e^{k_{1,n} \cdot h_1} + \tilde{B}_{1,n} \cdot e^{-k_{1,n} \cdot h_1} = \tilde{A}_{2,m} \cdot e^{k_{2,m} \cdot h_1} + \tilde{B}_{2,m} \cdot e^{-k_{2,m} \cdot h_1}, \quad (3.42)$$

$$\tilde{A}_{2,m} \cdot e^{k_{2,m} \cdot h_2} + \tilde{B}_{2,m} \cdot e^{-k_{2,m} \cdot h_2} = \tilde{B}_{3,k} \cdot e^{-k_{3,k} \cdot h_2} \quad (3.43)$$

und die Differenzierbarkeitsbedingungen (3.24) und (3.25) zu

$$-\varepsilon_1 k_{1,n} (\tilde{A}_{1,n} e^{k_{1,n} h_1} - \tilde{B}_{1,n} e^{-k_{1,n} h_1}) = -\varepsilon_2 k_{2,m} (\tilde{A}_{2,m} e^{k_{2,m} h_1} - \tilde{B}_{2,m} e^{-k_{2,m} h_1}), \quad (3.44)$$

$$-\varepsilon_2 k_{2,m} (\tilde{A}_{2,m} e^{k_{2,m} h_2} - \tilde{B}_{2,m} e^{-k_{2,m} h_2}) = \varepsilon_3 k_{3,k} \tilde{B}_{3,k} e^{-k_{3,k} h_2}. \quad (3.45)$$

Die unbekanntenen Konstanten $\tilde{A}_{1,n}$, $\tilde{B}_{1,n}$, $\tilde{A}_{2,m}$, $\tilde{B}_{2,m}$ und $\tilde{B}_{3,k}$ der Potentialfelder der drei Bereiche (3.33) bis (3.35) können mit Hilfe der Gleichungen (3.41) bis (3.45) bestimmt werden.

In der Abbildung 3.3 sind die analytisch berechneten Äquipotentialflächen in einem beispielhaften Nutschlitz dargestellt. Unterteilt ist das Modell in die Bereiche der Isolierung, des Nutschlitzes und des Luftspalts. Der Abbildung kann der durch den Einfluss des Statorblechpakets hervorgerufene, konvexe Verlauf der Äquipotentiallinien entnommen werden.

Die Verläufe der Äquipotentiallinien in der Nähe der y-Achse im ersten Bereich entstehen durch den Abbruch der Reihenentwicklung nach einer endlichen Anzahl von Gliedern.

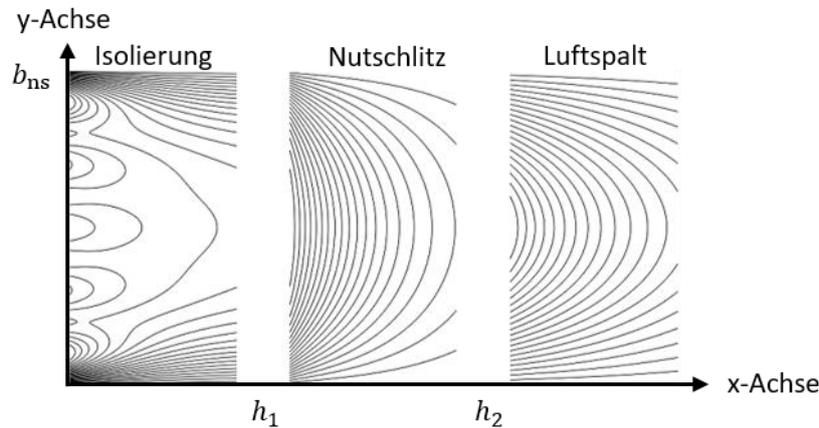


Abbildung 3.3: Darstellung analytisch berechneter Äquipotentialflächen im Nutschlitz

Lösung des Feldproblems im Luftspalt und Berechnung der Kapazität

Das vereinfachte Luftspaltgebiet kann der Abbildung 3.4 entnommen werden. Der Bereich erstreckt sich in radialer Richtung über die Luftspaltlänge δ . In azimuthaler Richtung wird eine Statornutteilung

$$\tau_n' = \frac{2 \cdot \pi}{N_1} \quad (3.46)$$

im Winkelmaß betrachtet. Der Innenradius r_i des Modells ist der Außenradius des Rotors, der Außenradius R symbolisiert den Bohrungsradius der elektrischen Maschine. Der Nutschlitz mit der Breite b_{ns} erstreckt sich über den Nutschlitzwinkel α_{ns} . Die Mitte des Nutschlitzes befindet sich in der Mitte der betrachteten Nutteilung.

Außerhalb des Nutschlitzes besitzt das Statorblechpaket wie im zuvor betrachteten Nutbereich ein Potential von null Volt. Am Übergang zwischen dem Nutschlitz und dem Luftspalt liegt nach (3.34) in y-Richtung eine Potentialwelle vor, sodass über den Winkel des Nutschlitzes α_{ns} ein sinusförmiges Potential mit dem Maximalwert

$$\varphi_{\delta, \max} = \varphi_2 \left(h_2, \frac{b_{ns}}{2} \right) = \sum_{m=1,2,3,\dots} (\tilde{A}_{2,m} \cdot e^{k_{2,m} \cdot h_2} + \tilde{B}_{2,m} \cdot e^{-k_{2,m} \cdot h_2}) \cdot \sin \left(k_{2,m} \cdot \frac{b_{ns}}{2} \right) \quad (3.47)$$

angenommen wird. Das maximale Potential im Luftspaltgebiet $\varphi_{\delta, \max}$ ist somit die vom Nutmodell berechnete Eingangsgröße des Luftspaltmodells. Der Rotor wird mit einem Potential von null Volt beaufschlagt. Die Begrenzungen des Modells in azimuthaler Richtung tragen aus Gründen der Vereinfachung zusätzlich ein Potential von null Volt. Diese Annahme ist zulässig, da der Nutschlitzwinkel gegenüber einer Statornutteilung klein ist und somit die Randbedingungen nur einen geringen Einfluss auf den im Bereich des Nutschlitzes vorliegenden Großteil der influenzierten Rotorladung besitzen.

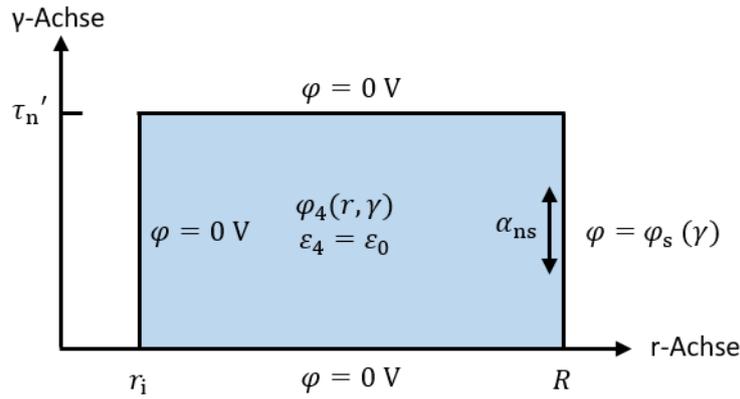


Abbildung 3.4: Darstellung des Luftspaltgebiets mit Randbedingungen

Die Anwendung der Laplace-Gleichung im zweidimensionalen Polarkoordinatensystem ergibt

$$\Delta\varphi(r, \gamma) = \frac{\partial^2\varphi(r, \gamma)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial\varphi(r, \gamma)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2\varphi(r, \gamma)}{\partial \gamma^2} = 0. \quad (3.48)$$

Durch Einsetzen des gewählten Produktansatzes

$$\varphi(r, \gamma) = R(r) \cdot \Gamma(\gamma) \quad (3.49)$$

in die Laplace-Gleichung (3.48)

$$\Gamma(\gamma) \cdot \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \Gamma(\gamma) \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{R(r)}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma(\gamma)}{\partial \gamma^2} = 0 \quad (3.50)$$

und anschließendes Dividieren durch den Produktansatz (3.49) ergibt sich nach kurzer Umformung

$$\frac{r^2}{R(r)} \cdot \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{r}{R(r)} \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma(\gamma)}{\partial \gamma^2} = 0. \quad (3.51)$$

Die separierten Summanden der Gleichung (3.51) sind konstante Funktionen, und mittels der Definitionen

$$k_r^2 = \frac{r^2}{R(r)} \cdot \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{r}{R(r)} \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r}, \quad (3.52)$$

$$k_\gamma^2 = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma(\gamma)}{\partial \gamma^2} \quad (3.53)$$

zerfällt unter Berücksichtigung der Nebenbedingung

$$k_r^2 + k_\gamma^2 = 0 \quad (3.54)$$

die partielle Differentialgleichung (3.48) in die zwei entkoppelten, gewöhnlichen Differentialgleichungen (3.52) und (3.53). Die Lösung der Differentialgleichung (3.52) erfolgt mit Hilfe der Euler-Differentialgleichung, sodass sich die allgemeine Lösung der Laplace-Gleichung für den betrachteten Raumbereich zu

$$\varphi_4(r, \gamma) = (A_4 \cdot r^{k_{r4}} + B_4 \cdot r^{-k_{r4}}) \cdot (C_4 \cdot e^{k_{\gamma4} \cdot \gamma} + D_4 \cdot e^{-k_{\gamma4} \cdot \gamma}) \quad (3.55)$$

ergibt.

Die Bestimmung der Koeffizienten und Konstanten erfolgt mit Hilfe der gestellten Randbedingungen

$$\varphi_4(r, \gamma = 0) = 0, \quad (3.56)$$

$$\varphi_4(r, \gamma = \tau_n') = 0, \quad (3.57)$$

$$\varphi_4(r = r_i, \gamma) = 0, \quad (3.58)$$

$$\varphi_4(r = R, \gamma) = \varphi_s(\gamma). \quad (3.59)$$

Der Koeffizient B_4 kann bei Verwendung der Randbedingung (3.58) mit Hilfe des Koeffizienten A_4 substituiert werden gemäß

$$B_4 = -A_4 \cdot r_i^{2 \cdot k_4}. \quad (3.60)$$

Die Randbedingungen (3.56) und (3.57) führen wie im Nutbereich zu einem wellenförmigen Verlauf des Potentials in azimuthaler Richtung

$$\varphi_4(r, \gamma) = \sum_{v=1,2,3,..} \tilde{A}_{4,v} \cdot (r^{k_{4,v}} - r_i^{2 \cdot k_{4,v}} \cdot r^{-k_{4,v}}) \cdot \sin(k_{4,v} \cdot \gamma) \quad (3.61)$$

mit

$$\underline{k}_{\gamma 4,v} = j \cdot \frac{\pi \cdot v}{\tau_n'} = j \cdot k_{r 4,v} = j \cdot k_{4,v}, \quad v = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.62)$$

und

$$\tilde{A}_{4,v} = 2 \cdot j \cdot \underline{A}_{4,v} \cdot \underline{C}_{4,v}. \quad (3.63)$$

Zur Bestimmung der Potentialfunktion auf dem Außenradius des Bereichs wird die im Nutschlitz geforderte sinusförmige Potentialfunktion in die Mitte der Nutteilung τ_n' verschoben als

$$\varphi_s(\gamma) = \varphi_{\delta, \max} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\alpha_{ns}} \cdot \gamma - \frac{\pi \cdot (\tau_n' - \alpha_{ns})}{2 \cdot \alpha_{ns}}\right). \quad (3.64)$$

Bei der fehlenden Randbedingung (3.59) des Raumgebiets

$$\varphi_4(r = R, \gamma) = \sum_{v=1,2,3,..} \tilde{A}_{4,v} \cdot (R^{k_{4,v}} - r_i^{2 \cdot k_{4,v}} \cdot R^{-k_{4,v}}) \cdot \sin(k_{4,v} \cdot \gamma) = \varphi_s(\gamma), \quad (3.65)$$

$$\varphi_4(r = R, \gamma) = \sum_{v=1,2,3,..} \tilde{F}_{4,v} \sin(k_{4,v} \cdot \gamma) = \varphi_s(\gamma), \quad \tilde{F}_{4,v} = \tilde{A}_{4,v} (R^{k_{4,v}} - r_i^{2 \cdot k_{4,v}} R^{-k_{4,v}}) \quad (3.66)$$

besitzt die Fourier-Reihe wie im Nutschlitzbereich nur Sinusterme, sodass die Randbedingung (3.59) im Intervall $(\tau_n', 2 \cdot \tau_n']$ ungerade erweitert wird. Der Fourier-Koeffizient $\tilde{F}_{4,v}$ berechnet sich zu

$$\tilde{F}_{4,v} = \frac{2}{\tau_n'} \cdot \int_{\frac{\tau_n' - \alpha_{ns}}{2}}^{\frac{\tau_n' + \alpha_{ns}}{2}} \varphi_{\delta, \max} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\alpha_{ns}} \cdot \gamma - \frac{\pi \cdot (\tau_n' - \alpha_{ns})}{2 \cdot \alpha_{ns}}\right) \cdot \sin(k_{4,v} \cdot \gamma) \cdot d\gamma. \quad (3.67)$$

Mit der Lösung des bestimmten Integrals (3.67) ist die Potentialfunktion (3.61) bekannt. Zur Bestimmung der Wicklung-Rotor-Kapazität einer Nutteilung wird zu Beginn die Oberflächenladungsdichte σ_r mit Hilfe des elektrischen Felds

$$\vec{E}_4 = \begin{pmatrix} E_r \\ E_\gamma \end{pmatrix} = -\text{grad}(\varphi_4) \quad (3.68)$$

und des Flächennormalenvektors \vec{n} des Rotors berechnet zu

$$\sigma_r = \vec{n} \cdot \vec{D}_4(r = r_i, \gamma) = \vec{e}_r \cdot \varepsilon_4 \vec{E}_4(r = r_i, \gamma) = \varepsilon_4 E_r(r = r_i, \gamma), \quad (3.69)$$

$$\sigma_r = \sum_{v=1,2,3,\dots} -k_{4,v} \cdot \varepsilon_4 \cdot \tilde{A}_{4,v} \cdot 2 \cdot r_i^{k_{4,v}-1} \cdot \sin(k_{4,v} \cdot \gamma). \quad (3.70)$$

Die Ladung auf dem Rotor im Bereich einer Nutteilung Q_r berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die Blechpaketlänge des Stators l_{fe} in z-Richtung des Aktivteils als

$$Q_r = \int_0^{l_{fe}} \int_0^{\tau_n'} \sigma_r \cdot r \cdot d\gamma \cdot dz = \sum_{v=1,3,5,\dots} 4 \cdot \varepsilon_4 \cdot l_{fe} \cdot \tilde{A}_{4,v} \cdot r_i^{k_{4,v}}. \quad (3.71)$$

Die Wicklung-Rotor-Kapazität einer Nutteilung ergibt sich nach (3.3) zu

$$C_{wr,ns,\tau_n'} = \frac{Q_r}{\varphi_w} = \frac{1}{\varphi_w} \cdot \sum_{v=1,3,5,\dots} 4 \cdot \varepsilon_4 \cdot l_{fe} \cdot \tilde{A}_{4,v} \cdot r_i^{k_{4,v}}. \quad (3.72)$$

Die gesamte Wicklung-Rotor-Kapazität einer elektrischen Maschine ist das Produkt aus (3.72) und der Anzahl der Statornuten

$$C_{wr,ns} = N_1 \cdot C_{wr,ns,\tau_n'}. \quad (3.73)$$

Validierung des Modells

Die Validierung des Modells erfolgt mit Hilfe von FEM-Simulationen. Die fünf untersuchten Maschinenvarianten, welche sich hinsichtlich ihrer Geometrien und Materialeigenschaften unterscheiden, können der Tabelle 3.1 entnommen werden. Das für die Simulation verwendete Wicklungspotential beträgt ein Volt. Der FEM-Modellaufbau entspricht der in Abbildung 3.1 dargestellten Geometrie. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.1 entnommen werden.

Tabelle 3.1: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Nutschlitz-Modelle

Variante	b_{ns} in mm	h_1 in mm	h_2 in mm	ε_{r1}	ε_{r2}	α_{ns} in Grad	τ_n' in Grad	r_i in mm	R in mm
1	3,04	1,04	3,08	3,20	1,00	2,32	7,50	73,87	75,20
2	1,34	0,36	1,20	3,17	1,00	1,47	6,66	51,10	52,10
3	2,50	0,31	0,90	3,09	5,20	2,12	10,00	65,80	67,50
4	0,50	0,36	1,36	3,50	5,00	0,42	10,00	65,17	67,50
5	4,00	0,51	2,01	3,20	1,00	3,39	10,00	65,17	67,50

Die Tabelle 3.2 enthält die analytisch berechneten und die mittels FEM bestimmten Scheitelwerte der Potentiale am Übergang zwischen Nutschlitz und Luftspalt sowie die Wicklung-Rotor-Kapazitäten einer Nutteilung. Die Abweichungen liegen im einstelligen Prozentbereich. Die Fehler in den mit Hilfe des Nutschlitzgebiets berechneten Scheitelpotentialen sind durch die analytisch nicht geschlossene Lösung des betrachteten Feldproblems zu begründen. Zusätzlich entstehen Abweichungen durch die Vorgabe von Dirichlet-Randbedingungen in azimuthaler Richtung im Luftspaltgebiet. Grundsätzlich liegen an den beiden Grenzen Neumann-Randbedingungen vor, welche zu einer periodischen Wiederholung des Potentials am Umfang entsprechend der Statornutenzahl führen.

Tabelle 3.2: Vergleich der analytisch berechneten Scheitelpotentiale am Übergang Nutschlitz-Luftspalt und der analytisch berechneten, längenbezogenen Wicklung-Rotor-Kapazitäten einer Nutteilung mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$\varphi_{\delta,\max,\text{anal}}$ in mV	$\varphi_{\delta,\max,\text{FEM}}$ in mV	Abweichung $\varphi_{\delta,\max}$ in %	$C'_{\text{wr,ns},\tau_n',\text{anal}}$ in fF/m	$C'_{\text{wr,ns},\tau_n',\text{FEM}}$ in fF/m	Abweichung $C'_{\text{wr,ns},\tau_n'}$ in %
1	75,77	73,46	3,14	969,32	965,72	0,37
2	105,82	110,12	3,90	787,14	852,09	7,62
3	544,51	548,18	0,67	4451,5	4691,70	5,12
4	0,3404	0,3504	2,85	0,399	0,414	3,62
5	318,72	322,37	1,13	3016,8	3156,00	4,41

3.1.1.2 Anwendung der Spiegelungs- und Ersatzladungsmethode

Die folgende Herleitung der Berechnungsvorschrift sowie die anschließende Validierung mittels FEM-Simulationen wurde bereits in [22] publiziert. Das verwendete Nutmodell kann der Abbildung 3.5 entnommen werden. Die Beschreibung des Nut- und des Luftspaltbereichs erfolgt in kartesischen Koordinaten.

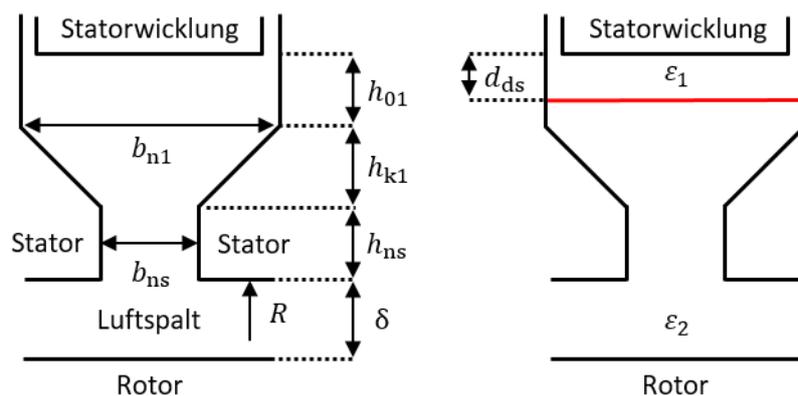


Abbildung 3.5: Darstellung der Geometrie des Nutmodells

Die Nutgeometrie des Stators wird festgelegt durch die Breite b_{ns} und die Höhe h_{ns} des Nutschlitzes, die Breite der Nut b_{n1} , die Höhe des Keilbereichs h_{k1} und die Höhe des Streuraums h_{01} . Zwischen dem Stator mit dem Bohrungsradius R und dem Rotor befindet sich der Luftspalt mit der Luftspaltlänge δ . Der Abstand zwischen der Statorwicklung und dem Stator entspricht der Dicke der Nutisolierung d_{ni} . Die Dicke des Deckschiebers mit der Permittivität ϵ_1 beträgt d_{ds} . Die Anzahl der Statornuten beträgt N_1 . Der Luftspalt ist gefüllt mit einem zweiten Medium der Permittivität ϵ_2 .

In diesem Statornutmodell sind die radialen Höhen der Wicklung, des Rotors und der Nut nicht von Bedeutung. Für die Bestimmung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität wird die Spiegelungsmethode als Lösungsverfahren der Laplace-Gleichung angewendet. Mit Hilfe der Spiegelungsmethode werden in das Lösungsgebiet eingebettete dielektrische Grenzflächen durch sogenannte „Spiegelungen“ und „Ersatzladungen“ substituiert. Es entsteht ein Ersatzproblem, bei dem nur noch natürliche Randbedingungen auftreten und folglich das resultierende skalare Potentialfeld durch Superposition der entsprechenden Werte der skalaren Potentialfelder der Einzelladungen ermittelt werden kann [14]. Für die Bestimmung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität erfolgt die Spiegelung an einer dielektrischen Grenzfläche.

Der Abbildung 3.6a kann das Feldproblem für die Spiegelung einer Linienladung an einer dielektrischen Grenzfläche entnommen werden. Eine Linienladung λ befindet sich oberhalb einer dielektrischen Grenzfläche. Das resultierende skalare Potentialfeld im Medium oberhalb der dielektrischen Grenzfläche ergibt sich durch die Superposition des skalaren Potentialfelds der Originallinienladung λ und des skalaren Potentialfelds der Spiegellinienladung $S_{21}\lambda$ im Spiegelpunkt der Originallinienladung (Abbildung 3.6b). Hierbei wird angenommen, dass der gesamte Raum mit der Permittivität ε_1 des oberen Raumbereichs ausgefüllt ist. Das resultierende skalare Potentialfeld unterhalb der dielektrischen Grenzfläche bestimmt sich durch das skalare Potentialfeld einer Ersatzlinienladung $T_{12}\lambda$, welche an der Position der Originallinienladung platziert wird (Abbildung 3.6c). Die Ersatzanordnung zur Bestimmung des skalaren Potentialfelds unterhalb der dielektrischen Grenzfläche ist mit der Permittivität ε_2 des Mediums unterhalb der dielektrischen Grenzfläche ausgefüllt.

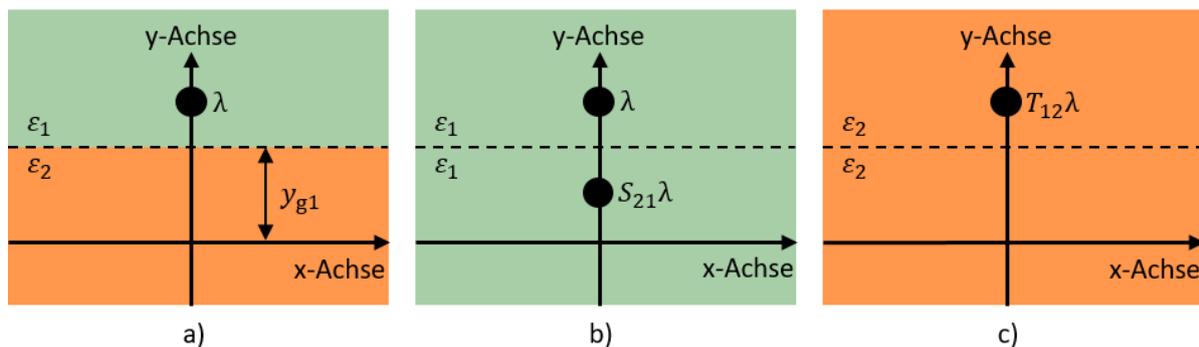


Abbildung 3.6: Anwendung der Spiegelungsmethode an einer dielektrischen Grenzschicht

- a) Linienladung vor einem dielektrischen Halbraum
- b) Lösung für den oberen Raumbereich $y \geq y_{g1}$
- c) Lösung für den unteren Raumbereich $y < y_{g1}$

Die Koeffizienten der Spiegel- und der Ersatzladung bestimmen sich unter der Voraussetzung einer ladungsfreien Grenzschicht über die Stetigkeitsbedingungen des Potentials und der Normalkomponente des D-Felds an der dielektrischen Grenzfläche zu [12]

$$S_{21} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (3.74)$$

$$T_{12} = \frac{2 \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}. \quad (3.75)$$

Die Elektroden des Stators, der Statorwicklung und des Rotors können auf Grund ihrer komplexen Geometrie nicht mittels einer einzigen Linienladung abgebildet werden. Für die Modellierung werden daher die auf den Elektroden gespeicherten Oberflächenladungen durch eine ganzzahlige Anzahl von Linienladungen mit unterschiedlichen Linienladungsdichten ersetzt, die im Inneren der Elektroden platziert werden [12]. Mit Hilfe von diskreten, auf den Elektrodenoberflächen angesetzten Aufpunkten,

an deren Positionen das Potential des Stators φ_s , das Potential der Statorwicklung φ_w und das Potential des Rotors φ_r vorliegen sollen, werden die unbekannt Linienladungsdichten bestimmt. In Abbildung 3.7 sind die Elektroden in dem entsprechenden Feldgebiet dargestellt. In dem Modell befindet sich die Elektrode des Stators sowohl oberhalb als auch unterhalb der dielektrischen Grenzschicht. Die Elektrode der Statorwicklung befindet sich hingegen nur oberhalb, die Elektrode des Rotors nur unterhalb der Grenzschicht. Die drei Elektroden werden mittels der in Abbildung 3.7 enthaltenen Aufpunkte und Linienladungen modelliert.

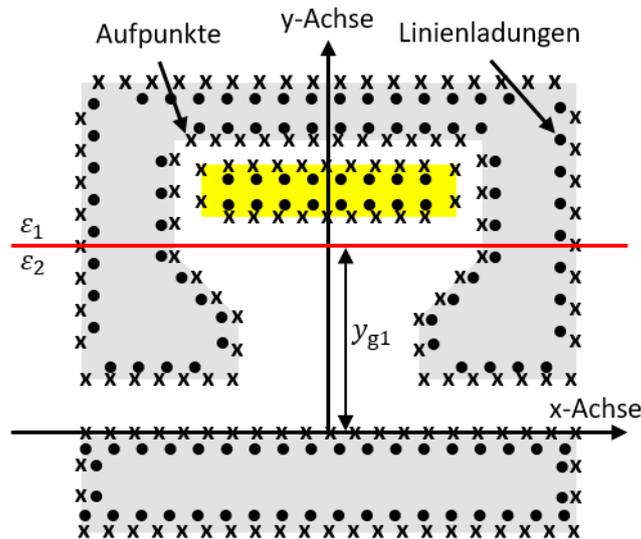


Abbildung 3.7: Darstellung der Elektroden im Nutmodell unter Berücksichtigung einer dielektrischen Grenzschicht

Das skalare Potentialfeld einer unendlich langen Linienladung kann zu [12]

$$\varphi(r) = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \ln\left(\frac{1}{|r - \tilde{r}|}\right) = \lambda \cdot \left(-\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{(x - x_\lambda)^2 + (y - y_\lambda)^2}}{r_0}\right)\right) \quad (3.76)$$

berechnet werden. Hierbei ist $r = (x \ y)^T$ ein beliebiger Raumvektor, in dessen Koordinaten das Potential bestimmt wird. Die Position der Linienladung wird durch den Vektor $\tilde{r} = (x_\lambda \ y_\lambda)^T$ beschrieben. Der Wert des Bezugsradius r_0 kann frei gewählt werden. In diesem Abschnitt wird der Radius zu $r_0 = 1 \text{ m}$ gesetzt. Die Linienladungsdichte λ kennzeichnet die Ladung pro Länge. Das Argument des natürlichen Logarithmus in (3.76) wird auf den Bezugsradius normiert, sodass es dimensionslos ist. Eine Linienladung, die oberhalb der in Abbildung 3.7 dargestellten dielektrischen Grenzschicht platziert ist, erzeugt das Potentialfeld

$$\varphi_{11}(x, y) = \lambda \cdot \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1} \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{(x - x_\lambda)^2 + (y - y_\lambda)^2}}{r_0}\right) \\ -\frac{S_{21}}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1} \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{(x - x_\lambda)^2 + (y + y_\lambda - 2y_{g1})^2}}{r_0}\right) \end{array} \right) \quad (3.77)$$

auf und oberhalb der Grenzfläche mit der y-Koordinate y_{g1} . Der erste Summand des Klammerterms stellt das Potential der Originallinienladung dar. Der zweite Summand beschreibt die Wirkung der Spiegellinienladung.

Eine oberhalb der Grenzschicht platzierte Linienladung erzeugt zusätzlich das Potentialfeld

$$\varphi_{21}(x, y) = \lambda \cdot \left(-\frac{T_{12}}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_2} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{(x - x_\lambda)^2 + (y - y_\lambda)^2}}{r_0} \right) \right) \quad (3.78)$$

im Medium unterhalb der dielektrischen Grenzschicht. Eine Linienladung, die sich im Gegensatz zu Abbildung 3.6a unterhalb der Grenzfläche befindet, erzeugt das Potentialfeld

$$\varphi_{22}(x, y) = \lambda \cdot \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_2} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{(x - x_\lambda)^2 + (y - y_\lambda)^2}}{r_0} \right) \\ -\frac{S_{12}}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_2} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{(x - x_\lambda)^2 + (y + y_\lambda - 2y_{g1})^2}}{r_0} \right) \end{array} \right) \quad (3.79)$$

im Medium unterhalb der Grenzfläche und das skalare Potentialfeld

$$\varphi_{12}(x, y) = \lambda \cdot \left(-\frac{T_{21}}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{(x - x_\lambda)^2 + (y - y_\lambda)^2}}{r_0} \right) \right) \quad (3.80)$$

auf und oberhalb der dielektrischen Grenzschicht mit

$$S_{12} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \quad (3.81)$$

und

$$T_{21} = \frac{2 \cdot \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}. \quad (3.82)$$

Es wird angenommen, dass die drei in Abbildung 3.7 modellierten Elektroden aus insgesamt W Linienladungen und P Aufpunkten bestehen. An den Positionen der P Aufpunkte kann das Potential in Abhängigkeit von den W Linienladungen mittels (3.77) bis (3.80) zu

$$\vec{\phi} = \begin{pmatrix} \varphi_1(x_1, y_1) \\ \varphi_2(x_2, y_2) \\ \vdots \\ \varphi_P(x_P, y_P) \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1(x_{\lambda 1}, y_{\lambda 1}) \\ \lambda_2(x_{\lambda 2}, y_{\lambda 2}) \\ \vdots \\ \lambda_W(x_{\lambda W}, y_{\lambda W}) \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \vec{\lambda} \quad \mathbf{A} \in M^{(P) \times (W)} \quad (3.83)$$

berechnet werden. Die Koeffizientenmatrix \mathbf{A} beschreibt den Einfluss der Linienladungen auf die Potentiale in den Aufpunkten und beinhaltet in den Elementen in Abhängigkeit von dem adressierten Aufpunkt und der adressierten Linienladung den Klammerterm von (3.77), (3.78), (3.79) oder (3.80). Die Elemente der Koeffizientenmatrix in der Zeile eines Aufpunkts, welcher oberhalb oder auf der Grenzfläche platziert ist, bestehen in Abhängigkeit von der Positionierung der Linienladung aus dem Klammerterm von (3.77) oder (3.80). Die Elemente der Koeffizientenmatrix in der Zeile eines Aufpunkts, der sich unterhalb der Grenzfläche befindet, bestehen in Abhängigkeit von der adressierten Linienladung aus dem Klammerterm von (3.78) oder (3.79). Die Unterscheidung, ob ein Aufpunkt oder eine Linienladung oberhalb oder unterhalb der Grenzfläche positioniert ist, erfolgt anhand des Vergleichs der y -Koordinate des Aufpunkts oder der Linienladung mit der y -Koordinate der dielektrischen Grenzschicht y_{g1} .

Die Potentiale der Aufpunkte $\vec{\phi}$ ergeben sich durch die geforderten Potentiale der drei Elektroden zu

$$\vec{\phi}(u) = \begin{cases} \varphi_s = 0 \text{ V} & \text{für Aufpunkte des Stators} \\ \varphi_w & \text{für Aufpunkte der Statorwicklung} \\ \varphi_r = 0 \text{ V} & \text{für Aufpunkte des Rotors} \end{cases} \quad 1 \leq u \leq P \quad (3.84)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable u . Ein eindeutig lösbares Gleichungssystem ergibt sich bei gleichen Anzahlen der Linienladungen und der Aufpunkte. Mit Hilfe der Pseudoinversen der Koeffizientenmatrix \mathbf{A}^{-1} werden die unbekanntenen Linienladungsdichten bestimmt als

$$\vec{\lambda} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \vec{\phi}. \quad (3.85)$$

Die Ermittlung des skalaren Potentialfelds im Medium des Luftspalts ergibt sich in Abhängigkeit von der Platzierung der Linienladungen durch die Superposition der entsprechenden Werte der Potentiale der W Linienladungen nach (3.78) oder (3.79). Die Bestimmung der Kapazität zwischen der Statorwicklung und dem Rotor im Blechpaketbereich $C_{wr,ns}$ erfolgt mit Hilfe der maxwellschen Kapazitätskoeffizienten. Als Elektroden werden in der vorliegenden Problemstellung der Stator mit der Ladung einer Nutteilung Q_s und dem Potential φ_s , die Statorwicklung mit der Ladung einer Nutteilung Q_w und dem Potential φ_w sowie der Rotor mit der Ladung einer Nutteilung Q_r und dem Potential φ_r betrachtet. Die entsprechende Kapazitätskoeffizientenmatrix kann (3.2) entnommen werden. Die resultierenden Ladungen der drei Elektroden Q_s , Q_w und Q_r können nach (3.85) über eine Summation der innerhalb einer Elektrode platzierten Linienladungen zu

$$Q_i = \sum_j \lambda_{i,j} \quad (3.86)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable j bestimmt werden. Durch die Wahl eines Stator- und eines Rotorpotentials von jeweils null Volt ergibt sich nach (3.2) der Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität $C_{wr,ns}$ zu

$$C_{wr,ns} = N_1 \cdot l_{fe} \cdot c_{wr} = N_1 \cdot l_{fe} \cdot c_{rw} = N_1 \cdot l_{fe} \cdot \frac{Q_r}{\varphi_w} \quad (3.87)$$

mit der Anzahl der Statornuten N_1 und der Blechpaketlänge des Stators l_{fe} .

Validierung des Modells

Die Validierung der Modelle erfolgt mit Hilfe von FEM-Simulationen. Die sechs untersuchten Maschinenvarianten zur Bestimmung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität, welche sich hinsichtlich ihrer Geometrien und Materialeigenschaften unterscheiden, können der Tabelle 3.3 entnommen werden. In den FEM-Simulationen werden im Gegensatz zum vorgestellten Statornutmodell die Radien des Stator- und des Rotorblechpakets berücksichtigt. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.2 entnommen werden. Im Nutmodell beträgt der Abstand zwischen den Linienladungen und der Kontur der Elektroden $1 \mu\text{m}$. Die drei Elektroden werden mit insgesamt 4000 Aufpunkten und 2000 Linienladungen modelliert.

Tabelle 3.3: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Statornut-Modelle

Variante	1	2	3	4	5	6
N_1	48	48	36	36	54	54
R in mm	75,20	75,20	67,50	67,50	52,10	52,10
δ in mm	1,33	1,33	1,70	1,70	1,00	1,00
b_{ns} in mm	3,04	3,04	2,50	2,50	1,34	1,34
h_{ns} in mm	2,04	2,04	0,59	0,59	0,50	0,50
b_{n1} in mm	5,54	5,54	3,47	3,47	2,76	2,76
h_{k1} in mm	0,00	0,00	0,31	0,31	0,48	0,48
h_{01} in mm	1,03	1,03	0,00	0,00	0,11	0,11
d_{ds} in mm	1,03	1,03	0,28	0,28	0,36	0,36
d_{ni} in mm	0,50	0,50	0,63	0,63	0,31	0,31
ε_{r1}	3,20	2,50	3,33	5,20	3,67	5,20
ε_{r2}	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Die Tabelle 3.4 enthält die nach (3.87) analytisch berechneten und die numerisch bestimmten Nutschlitzanteile der Wicklung-Rotor-Kapazität. Die Abweichungen liegen im einstelligen Prozentbereich.

Tabelle 3.4: Vergleich der nach (3.87) analytisch berechneten, längenbezogenen Nutschlitzanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten $C'_{wr,ns,anal}$ mit den FEM-Ergebnissen $C'_{wr,ns,FEM}$

Variante	$C'_{wr,ns,anal}$ in pF/m	$C'_{wr,ns,FEM}$ in pF/m	Abweichung $C'_{wr,ns}$ in %
1	58,56	61,44	4,69
2	55,20	57,60	4,17
3	164,16	160,56	2,24
4	169,92	166,32	2,16
5	84,24	88,02	4,29
6	89,10	92,88	4,07

Zur Berücksichtigung des Radius des Stator- und des Rotorblechpakets kann mit dem vorgestellten Nutmodell der mittig im Nutschlitz am Übergang zwischen dem Nutschlitz und dem Luftspalt vorliegende Maximalwert des Potentials $\varphi_{\delta,max}$ bestimmt werden und anschließend mit dem in Abschnitt 3.1.1.1 vorgestellten Luftspaltmodell der Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität ermittelt werden. Die Tabelle 3.5 enthält die analytisch berechneten und die mittels FEM-Simulationen bestimmten Maximalwerte des Potentials und die Nutschlitzanteile der Wicklung-Rotor-Kapazität.

Tabelle 3.5: Vergleich der analytisch berechneten Maximalwerte des Potentials $\varphi_{\delta,\max,\text{anal}}$ am Übergang von Nutschlitz zu Luftspalt und den im Luftspaltmodell nach Abschnitt 3.1.1.1 analytisch berechneten, längenbezogenen Nutschlitzanteilen der Wicklung-Rotor-Kapazitäten $C'_{\text{wr,ns,anal}}$ mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$\varphi_{\delta,\max,\text{anal}}$ in mV	$\varphi_{\delta,\max,\text{FEM}}$ in mV	Abweichung $\varphi_{\delta,\max}$ in %	$C'_{\text{wr,ns,anal}}$ in pF/m	$C'_{\text{wr,ns,FEM}}$ in pF/m	Abweichung $C'_{\text{wr,ns}}$ in %
1	91,52	96,67	5,33	56,16	61,44	8,59
2	86,45	90,97	4,97	52,80	57,60	8,33
3	499,35	500,28	0,19	147,24	160,56	8,30
4	515,69	516,51	0,16	151,92	166,32	8,66
5	196,40	205,57	4,46	78,84	88,02	10,43
6	206,65	216,70	4,64	83,16	92,88	10,47

Es ist zu erkennen, dass die Abweichungen zwischen den im vorgestellten Statornutmodell berechneten und den mittels FEM-Simulationen bestimmten Maximalwerten des Potentials im einstelligen Prozentbereich liegen. Die nach 3.1.1.1 analytisch berechneten Nutschlitzanteile der Wicklung-Rotor-Kapazität $C'_{\text{wr,ns,anal}}$ besitzen im Vergleich zu den FEM-Ergebnissen eine akzeptable Genauigkeit.

3.1.2 Stirnraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität

Für die Bestimmung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität werden zwei Methoden vorgestellt. Die erste Methode basiert auf der Separationsmethode, die zweite Methode basiert auf der Ersatzladungsmethode. Die Gegenüberstellung der beiden Methoden erfolgt in Abschnitt 3.5.

3.1.2.1 Anwendung der Separationsmethode

Die folgende Herleitung der Berechnungsvorschrift sowie die anschließende Validierung mittels FEM-Simulationen wurde bereits in [23] publiziert. Eine vereinfachte, rotationssymmetrische Stirnraumgeometrie einer elektrischen Maschine ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Das gesamte Feldproblem, welches aus der in den Stirnraum überstehenden Isolierung, der Vergussmasse, sofern vorhanden, und dem Luftbereich besteht, ist axial begrenzt durch das Blechpaket des Stators und das Lagerschild. In radialer Richtung wird das Gebiet durch den Rotor und das Statorgehäuse beschränkt.

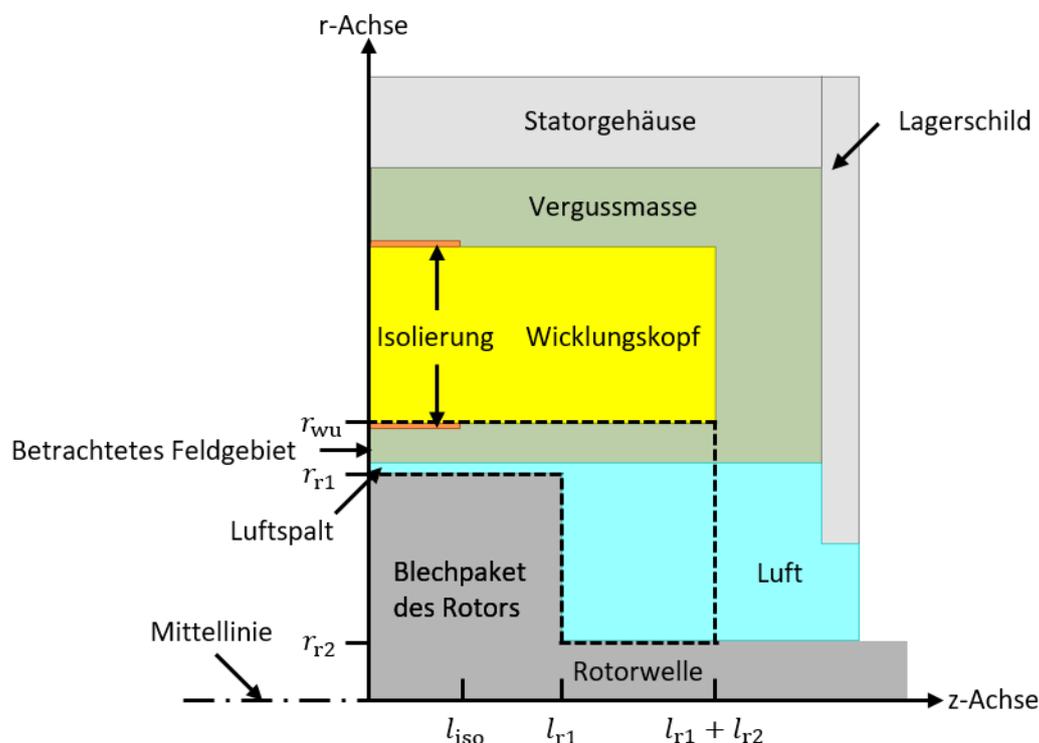


Abbildung 3.8: Kapazitive Kopplung zwischen dem Wicklungskopf der Statorwicklung und dem Rotor im Stirnraum

Es wird angenommen, dass der überwiegende Anteil der kapazitiven Kopplung zwischen dem Wicklungskopf der Statorwicklung und dem Rotor in dem in Abbildung 3.8 gestrichelt eingezeichneten, im Folgenden betrachteten Feldproblem erfolgt. Auf dem linken Rand des Bereichs liegt zwischen der Isolierung und dem Luftspalt das Statorblechpaket vor. An der rechten Begrenzung in Längsrichtung wird eine Neumann-Randbedingung vorgegeben, sodass das E-Feld nur eine tangentielle Komponente aufweist.

Insgesamt liegen dem Berechnungsmodell folgende Vereinfachungen zugrunde:

- Die kapazitive Kopplung zwischen dem Wicklungskopf der Statorwicklung und dem Rotor erfolgt im Gebiet zwischen dem Wicklungskopf und dem Rotor.
- Das Blechpaket des Stators, die Statorwicklung und der Rotor sind elektrisch ideal leitfähig.
- Innerhalb des betrachteten Gebiets befinden sich keine Raumladungen.

- Die Medien innerhalb der betrachteten Geometrie bestehen aus Materialien mit jeweils konstanter Permittivität.

Berechnung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität

Das zu betrachtende Feldproblem des in Abbildung 3.8 gestrichelt eingezeichneten Bereichs ist in Abbildung 3.9 vergrößert dargestellt. Das Raumgebiet wird in Zylinderkoordinaten beschrieben und ist rotationssymmetrisch um die Längskoordinate.

Es wird in radialer Richtung durch den horizontal verlaufenden Wicklungskopf der Statorwicklung mit dem Potential φ_w und die stufenförmige Kontur des Rotors mit dem Potential φ_r begrenzt. Das Blechpaket des Stators besitzt das Potential φ_s . Die gesamte Länge in axialer Richtung des Raumgebiets entspricht der Ausladung des Wicklungskopfs.

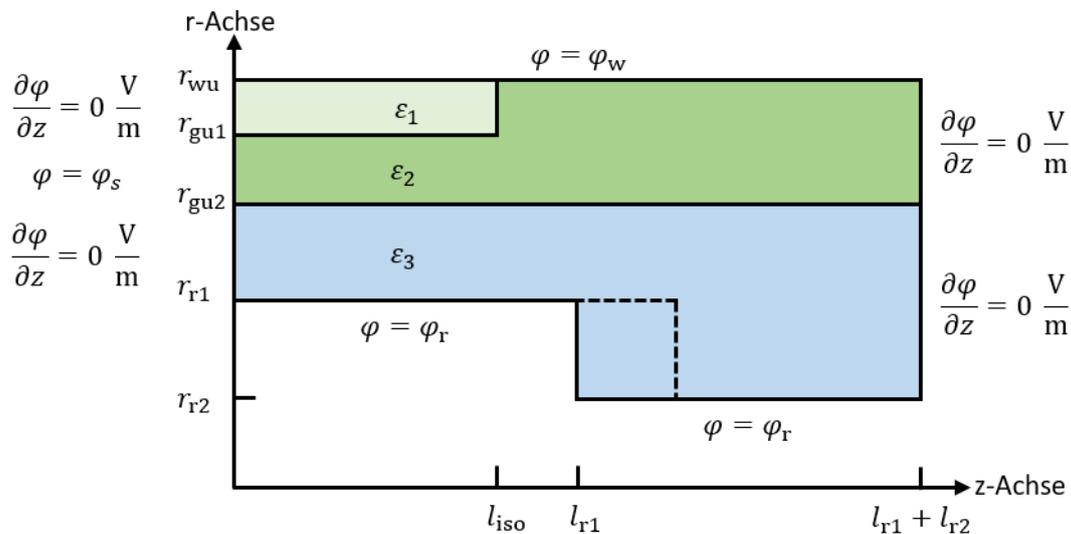


Abbildung 3.9: Modell der betrachteten Stirnraumgeometrie mit Randbedingungen

Das Feldproblem setzt sich aus drei Materialien mit unterschiedlichen Permittivitäten zusammen. Das erste Medium mit der Permittivität ϵ_1 dient der Berücksichtigung einer in den Stirnraum überstehenden Isolierung mit der axialen Länge l_{iso} . Ein eventuell vergossener Stirnraum wird durch das zweite Material mit der Permittivität ϵ_2 bedacht. Das dritte Medium berücksichtigt das an den Rotor angrenzende Medium mit der Permittivität ϵ_3 . Mit Ausnahme der zur Berücksichtigung des Statorblechs verwendeten Dirichlet-Randbedingung auf der radialen Achse erfolgt die axiale Begrenzung des Gebiets mittels der Vorgabe von Neumann-Randbedingungen.

Als Elektroden werden in der vorliegenden Problemstellung der Wicklungskopf der Statorwicklung mit der Ladung Q_w und dem Potential φ_w , das Statorblechpaket mit der Ladung Q_s und dem Potential φ_s sowie der Rotor mit der Ladung Q_r und dem Potential φ_r betrachtet. Die entsprechende Kapazitätskoeffizientenmatrix kann (3.2) entnommen werden. Durch die Wahl eines Stator- und eines Rotorpotentials von jeweils null Volt ergibt sich nach (3.2) der Stirnraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität $C_{wr,sr}$ zu

$$C_{wr,sr} = c_{rw} = \frac{Q_r}{\varphi_w}. \quad (3.88)$$

Die auf dem Rotor influenzierte Ladung Q_r setzt sich aus den partiellen Oberflächenladungen auf der Mantel- und der Stirnfläche des Rotors zusammen.

Für die Berechnung der auf dem Rotor gespeicherten Ladung wird das Feldproblem in die in Abbildung 3.10 dargestellten Abschnitte unterteilt.

Die Bestimmung der partiellen Ladungen $Q_{r3,1}$, $Q_{r3,2}$, $Q_{r3,3}$, $Q_{r4,1}$ auf der Mantelfläche und $Q_{z4,1}$ auf der Stirnfläche erfolgt unabhängig voneinander. Die Bereiche werden bei Änderungen der Materialien und des Rotorradius unterteilt (siehe gestrichelte Linien in Abbildung 3.10).

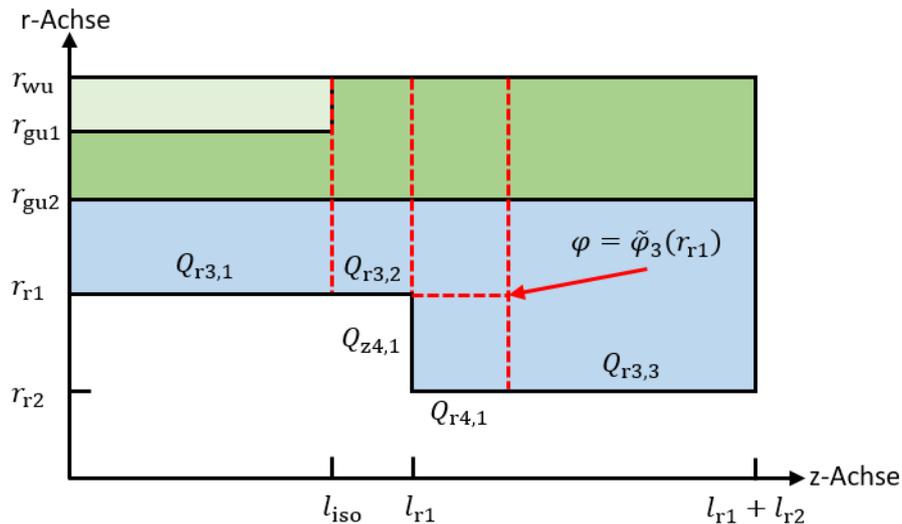


Abbildung 3.10: Darstellung der partiellen Ladungen auf dem Rotor

Die gesamte Rotorladung entspricht der Summe der abschnittsweise vorliegenden Ladungen. Der Stirnraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität ergibt sich nach (3.88) zu

$$C_{wr,sr} = \frac{Q_r}{\varphi_w} = \frac{Q_{r3,1} + Q_{r3,2} + Q_{z4,1} + Q_{r4,1} + Q_{r3,3}}{\varphi_w} \quad (3.89)$$

Auf Grund der aufwendigen Berücksichtigung der sich entlang der radialen Achse abwechselnden Randbedingungen wird zu Beginn das Statorblechpaket ignoriert und die entsprechende Dirichlet-Randbedingung durch eine Neumann-Randbedingung ersetzt. Im Anschluss wird der Einfluss des Statorblechpakets auf den Stirnraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität analysiert und in der Berechnungsvorschrift berücksichtigt.

Berechnung der influenzierten Rotorladung ohne Berücksichtigung des Statorblechs

Die Abbildung 3.11 stellt beispielhaft mittels FEM bestimmte Äquipotentiallinien des in Abbildung 3.9 dargestellten Modells dar. Neumann-Randbedingungen dienen der beidseitigen axialen Begrenzung. Mit Ausnahme des in Abbildung 3.9 und in Abbildung 3.11 gestrichelt eingezeichneten Bereichs stellen die Niveaulinien annähernd konzentrische Kreise dar. Das E-Feld besitzt eine dominierende radiale Komponente. Die Ermittlung der partiellen Rotorladungen $Q_{r3,1}$, $Q_{r3,2}$, $Q_{r3,3}$ auf der Mantelfläche erfolgt unter der Annahme eines rein radial verlaufenden E-Felds.

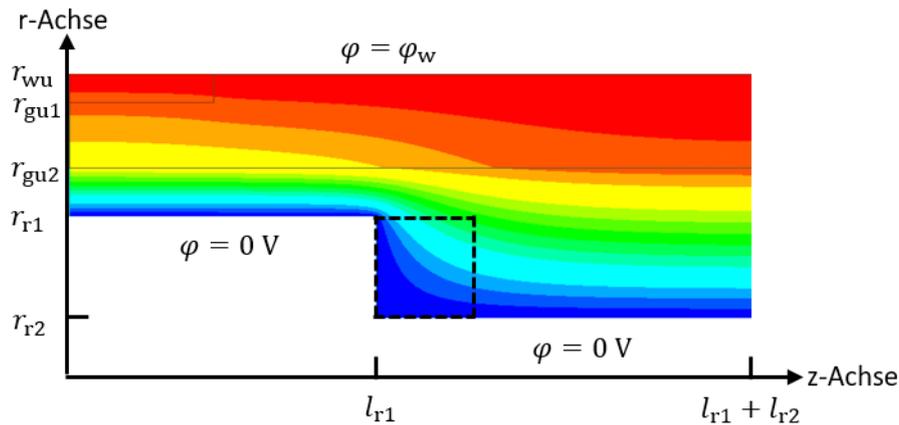


Abbildung 3.11: Mittels FEM bestimmte Äquipotentiallinien der betrachteten Geometrie

Innerhalb des in Abbildung 3.11 gekennzeichneten quadratischen Stufenbereichs liegt eine radiale und eine axiale Abhängigkeit des Potentials vor. Die Steigung der Rotorkontur entspricht der Seitenlänge des eingezeichneten Bereichs. Die Bestimmung der Oberflächenladungen $Q_{r4,1}$ und $Q_{z4,1}$ erfolgt getrennt von den weiteren partiellen Ladungen.

Partielle Bestimmung der Rotorladung außerhalb des Stufenbereichs

Für die abschnittsweise Berechnung der Rotorladung außerhalb des in Abbildung 3.9 gestrichelt eingezeichneten Stufenbereichs wird das in Abbildung 3.12 dargestellte Gebiet modelliert. Es besteht aus drei Materialien mit unterschiedlichen Permittivitäten. Der Wicklungskopf der Statorwicklung und der Rotorradius begrenzen das Feld in radialer Richtung.

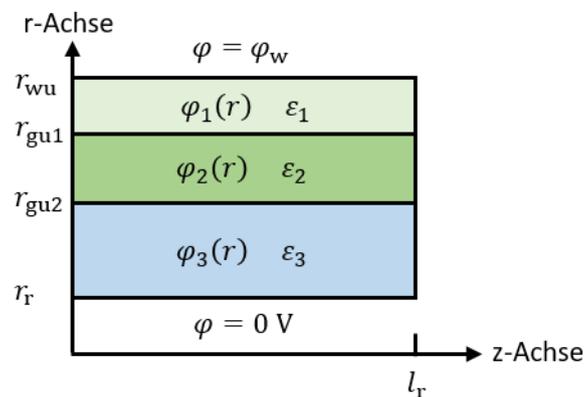


Abbildung 3.12: Darstellung des zylindrischen Feldproblems auf der Mantelfläche des Rotors ohne den Stufenbereich

Das skalare Potentialfeld ist auf Grund des rotationssymmetrischen Raumgebiets unabhängig von der Winkelkoordinate γ , und durch die Annahme eines rein radial verlaufenden E-Felds entfällt die Abhängigkeit von der Längskoordinate z . Die Laplace-Gleichung vereinfacht sich zu der gewöhnlichen Differentialgleichung

$$\Delta\varphi(r) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial\varphi(r)}{\partial r} \right) = 0. \quad (3.90)$$

Die Lösung der vom Radius abhängigen Differentialgleichung ergibt die allgemeine Lösung der Laplace-Gleichung für die drei betrachteten Raumbereiche

$$\varphi_1(r) = A_1 + B_1 \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right), \quad (3.91)$$

$$\varphi_2(r) = A_2 + B_2 \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right), \quad (3.92)$$

$$\varphi_3(r) = A_3 + B_3 \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right). \quad (3.93)$$

Der Wert des Bezugsradius r_0 kann frei gewählt werden. Die Bestimmung der Koeffizienten erfolgt mit Hilfe der zwei Randbedingungen

$$\varphi_1(r = r_{wu}) = \varphi_w, \quad (3.94)$$

$$\varphi_3(r = r_r) = 0 \quad (3.95)$$

und unter Berücksichtigung der Stetigkeitsbedingungen des Potentials sowie der Normalkomponente des D-Felds an den Materialgrenzen

$$\varphi_1(r = r_{gu1}) = \varphi_2(r = r_{gu1}), \quad (3.96)$$

$$\varphi_2(r = r_{gu2}) = \varphi_3(r = r_{gu2}), \quad (3.97)$$

$$-\varepsilon_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1(r = r_{gu1})}{\partial r} = -\varepsilon_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2(r = r_{gu1})}{\partial r}, \quad (3.98)$$

$$-\varepsilon_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2(r = r_{gu2})}{\partial r} = -\varepsilon_3 \cdot \frac{\partial \varphi_3(r = r_{gu2})}{\partial r}. \quad (3.99)$$

Die Randbedingungen (3.94) und (3.95) führen zu den Gleichungen

$$A_1 + B_1 \cdot \ln\left(\frac{r_{wu}}{r_0}\right) = \varphi_w, \quad (3.100)$$

$$A_3 = -B_3 \cdot \ln\left(\frac{r_r}{r_0}\right). \quad (3.101)$$

Die Stetigkeitsbedingungen des Potentials (3.96) und (3.97) ergeben

$$A_1 + B_1 \cdot \ln\left(\frac{r_{gu1}}{r_0}\right) = A_2 + B_2 \cdot \ln\left(\frac{r_{gu1}}{r_0}\right), \quad (3.102)$$

$$A_2 + B_2 \cdot \ln\left(\frac{r_{gu2}}{r_0}\right) = A_3 + B_3 \cdot \ln\left(\frac{r_{gu2}}{r_0}\right), \quad (3.103)$$

und die Differenzierbarkeitsbedingungen (3.98) und (3.99) führen zu

$$-\varepsilon_1 \cdot \frac{B_1}{r_{gu1}} = -\varepsilon_2 \cdot \frac{B_2}{r_{gu1}}, \quad (3.104)$$

$$-\varepsilon_2 \cdot \frac{B_2}{r_{gu2}} = -\varepsilon_3 \cdot \frac{B_3}{r_{gu2}}. \quad (3.105)$$

Die unbekanntenen Konstanten A_1, B_1, A_2, B_2, A_3 und B_3 der Potentialfelder der drei Bereiche (3.91) bis (3.93) können mit Hilfe der Gleichungen (3.100) bis (3.105) bestimmt werden.

Zur Ermittlung der Ladung auf dem Rotor wird zu Beginn die Oberflächenladungsdichte σ_{r3} mit Hilfe des elektrischen Felds

$$\vec{E}_3 = E_{3r}\vec{e}_r = -\text{grad}(\varphi_3) = -\frac{B_3}{r}\vec{e}_r \quad (3.106)$$

und des Flächennormalenvektors \vec{n} des Rotors berechnet zu

$$\sigma_{r3} = \vec{n} \cdot \vec{D}_3(r = r_r) = \vec{e}_r \cdot \varepsilon_3 E_{3r}(r = r_r)\vec{e}_r = -\varepsilon_3 \cdot \frac{B_3}{r_r}. \quad (3.107)$$

Die Ladung auf der Mantelfläche des Rotorabschnitts Q_{r3} berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die Länge l_r in Längsrichtung des Rotorabschnitts als

$$Q_{r3} = \int_0^{l_r} \int_0^{2\pi} \sigma_{r3} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dz = -2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_3 \cdot l_r \cdot B_3. \quad (3.108)$$

Die Gleichung (3.108) wird in Abhängigkeit von der Anzahl der Schichten und dem Rotorradius für die Bestimmung der partiellen Rotorladungen $Q_{r3,1}$, $Q_{r3,2}$, $Q_{r3,3}$ auf der Mantelfläche angewendet.

Partielle Bestimmung der Rotorladung im Stufenbereich

Für die Berechnung der Rotorladung innerhalb des Stufenbereichs wird das in Abbildung 3.13 dargestellte Gebiet modelliert. Das Feld ist gefüllt mit dem an den Rotor angrenzenden Material, d.h. üblicherweise mit Luft. In radialer Richtung wird der Raumbereich durch die zwei Radien des Stufenbereichs des Rotors begrenzt. An der linken Seite des betrachteten Feldproblems befindet sich die Stirnfläche des Rotors. An den zwei an den Rotor angrenzenden Rändern liegt das Potential des Rotors vor. In Längsrichtung wird aus Gründen der Vereinfachung das Raumgebiet als unendlich ausgedehnt unterstellt.

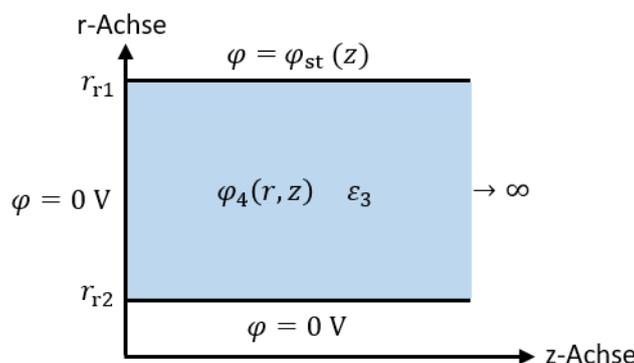


Abbildung 3.13: Feldproblem im Stufenbereich des Rotors

Der Abbildung 3.11 ist zu entnehmen, dass an der oberen Seite des Gebiets ein von der Längskoordinate abhängiges Potential vorliegt. Für die Bestimmung der Potentialfunktion φ_{st} wird der Potentialverlauf des Raumbereichs mittels FEM-Simulationen analysiert. Die Abbildung 3.14 stellt das von der Längsrichtung abhängige Potential der oberen Seite des Stufenbereichs der in Tabelle 3.6 enthaltenen Geometrie des ersten Modells dar. Es handelt sich, wie bereits dem skalaren Potentialfeld in Abbildung 3.11 zu entnehmen ist, um einen nichtlinearen Potentialverlauf.

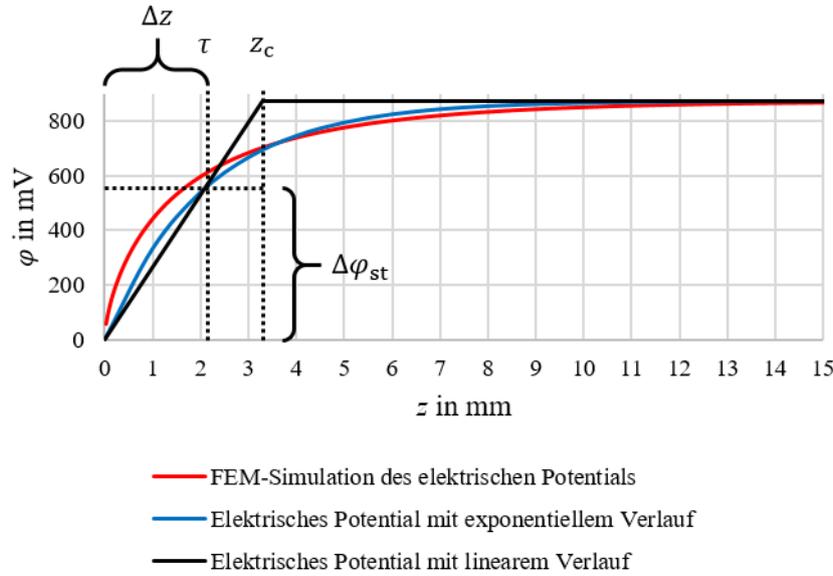


Abbildung 3.14: Darstellung der Potentialverläufe $\varphi_{st}(z)$ der in Tabelle 3.6 enthaltenen Geometrie der ersten Maschinenvariante am Radius r_{r1}

Der Potentialverlauf kann mit Hilfe der in Abbildung 3.14 dargestellten Funktion

$$\varphi_{\text{exp}}(z) = \tilde{\varphi}_3(r_{r1}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{z}{\tau}}\right) \quad (3.109)$$

mit dem in Abbildung 3.10 enthaltenen stationären Endwert

$$\tilde{\varphi}_3(r_{r1}) = \tilde{A}_3 + \tilde{B}_3 \cdot \ln\left(\frac{r_{r1}}{r_0}\right) \quad (3.110)$$

und der Konstanten

$$\tau = \frac{r_{r1} - r_{r2}}{5} \quad (3.111)$$

modelliert werden. Der stationäre Endwert $\tilde{\varphi}_3(r_{r1})$ entspricht dem Potential an der oberen, rechten Kante des in Abbildung 3.10 enthaltenen quadratischen Stufenbereichs. Dieser kann mit Hilfe des dritten Potentialfelds (3.93), welches zur Bestimmung der partiellen Rotorladung $Q_{r3,3}$ verwendet wird, berechnet werden. Der stationäre Endwert entspricht dem Potential, welches bei einem rein radial verlaufenden E-Feld an der Position vorliegen würde. Die Konstante τ beschreibt den Anstieg des Potentials. Es wird angenommen, dass in axialer Richtung an der Stelle der Stufenhöhe der stationäre Endwert annähernd erreicht wird. Diese Distanz entspricht näherungsweise dem Fünffachen der Konstante τ . Eine wesentliche Vereinfachung der Lösung der Laplace-Gleichung für das in Abbildung 3.13 dargestellte Feldproblem ergibt sich hingegen bei der Annahme einer linearen Potentialfunktion. Folglich wird auf der oberen Seite des Gebiets in axialer Richtung ein linear ansteigender Potentialverlauf

$$\varphi_{st}(z) = m \cdot z + b \quad (3.112)$$

mit der Steigung m angenommen. Der Ordinatenabschnitt b wird auf Grund des gewählten Rotorpotentials zu null Volt gesetzt.

Die in Abbildung 3.14 enthaltene lineare Näherungsfunktion schneidet die Exponentialfunktion in Längsrichtung an der Stelle der Konstanten τ . Die Steigung der Funktion ergibt sich zu

$$m = \frac{\Delta\varphi_{\text{st}}}{\Delta z} = \frac{\varphi_{\text{st}}(\tau)}{\tau} = \frac{5 \cdot \tilde{\varphi}_3(r_{r1}) \cdot (1 - e^{-1})}{r_{r1} - r_{r2}}. \quad (3.113)$$

Die lineare Funktion erreicht den stationären Endwert an der Stelle

$$z_c = \frac{\tilde{\varphi}_3(r_{r1})}{m} = \frac{r_{r1} - r_{r2}}{5 \cdot (1 - e^{-1})}. \quad (3.114)$$

Ab dieser Position wird, wie in Abbildung 3.14 dargestellt, für die Näherung des Potentialverlaufs das von der Längsrichtung unabhängige, konstante Potential des stationären Endwerts angenommen. Die Bestimmung der Rotorladung im Stufenbereich erfolgt mit diesem Modell in axialer Richtung maximal über die Distanz z_c . Axial schließt sich das nur vom Radius abhängige Potentialfeld zur Bestimmung von $Q_{r3,3}$ an. Das skalare Potentialfeld ist auf Grund des rotationssymmetrischen Raumgebiets unabhängig von der Winkelkoordinate γ , wodurch sich die Laplace-Gleichung vereinfacht zu

$$\Delta\varphi(r, z) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial\varphi(r, z)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2\varphi(r, z)}{\partial z^2} = 0. \quad (3.115)$$

Durch Einsetzen des gewählten Produktansatzes

$$\varphi(r, z) = R(r) \cdot Z(z) \quad (3.116)$$

in die Laplace-Gleichung (3.115) ergibt sich

$$\frac{Z(z)}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + R(r) \cdot \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = 0. \quad (3.117)$$

Anschließendes Dividieren durch den Produktansatz (3.116) führt auf

$$\frac{1}{r \cdot R(r)} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{Z(z)} \cdot \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = 0. \quad (3.118)$$

Die Summanden der Gleichung (3.118) sind konstante Funktionen, und mittels der Definitionen

$$k_r^2 = \frac{1}{r \cdot R(r)} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right), \quad (3.119)$$

$$k_z^2 = \frac{1}{Z(z)} \cdot \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} \quad (3.120)$$

zerfällt unter Berücksichtigung der Nebenbedingung

$$k_r^2 + k_z^2 = 0 \quad (3.121)$$

die partielle Differentialgleichung (3.115) in die zwei entkoppelten, gewöhnlichen Differentialgleichungen (3.119) und (3.120). Für die Realisierung eines linearen Potentialverlaufs in Längsrichtung wird die Konstante k_z zu null gesetzt, sodass gemäß der Separationsbedingung (3.121) die Konstante k_r ebenfalls null sein muss. Aus den Lösungen der homogenen Differentialgleichungen (3.119) und (3.120) ergibt sich die allgemeine Lösung der Laplace-Gleichung für den betrachteten Bereich

$$\varphi_4(r, z) = \left[A_4 + B_4 \cdot \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) \right] \cdot (C_4 \cdot z + D_4). \quad (3.122)$$

Die Bestimmung der Koeffizienten erfolgt mit Hilfe der gestellten Randbedingungen

$$\varphi_4(r, z = 0) = 0, \quad (3.123)$$

$$\varphi_4(r = r_{r2}, z) = 0, \quad (3.124)$$

$$\varphi_4(r = r_{r1}, z) = \varphi_{st}(z). \quad (3.125)$$

Der Koeffizient D_4 muss nach Randbedingung (3.123) null sein. Die Randbedingung auf der Mantelfläche des Rotors (3.124) führt zu

$$A_4 = -B_4 \cdot \ln\left(\frac{r_{r2}}{r_0}\right). \quad (3.126)$$

Die verbliebene Randbedingung (3.125) ergibt

$$\tilde{B}_4 \cdot \left[\ln\left(\frac{r_{r1}}{r_0}\right) - \ln\left(\frac{r_{r2}}{r_0}\right) \right] \cdot z = \frac{5 \cdot \tilde{\varphi}_3(r_{r1}) \cdot (1 - e^{-1})}{r_{r1} - r_{r2}} \cdot z, \quad (3.127)$$

$$\tilde{B}_4 = \frac{5 \cdot \tilde{\varphi}_3(r_{r1}) \cdot (1 - e^{-1})}{(r_{r1} - r_{r2}) \cdot \ln\left(\frac{r_{r1}}{r_{r2}}\right)} \quad (3.128)$$

mit

$$\tilde{B}_4 = B_4 \cdot C_4. \quad (3.129)$$

Die an die gestellten Randbedingungen angepasste skalare Potentialfunktion lautet

$$\varphi_4(r, z) = \tilde{B}_4 \cdot \ln\left(\frac{r}{r_{r2}}\right) \cdot z. \quad (3.130)$$

Zur Bestimmung der auf der Stirn- und der Mantelfläche des Stufenbereichs vorhandenen Ladung wird das D-Feld \vec{D}_4 im Raumbereich

$$\vec{D}_4 = \begin{pmatrix} D_{4r} \\ D_{4z} \end{pmatrix} = \varepsilon_3 \cdot \begin{pmatrix} E_{4r} \\ E_{4z} \end{pmatrix} = -\varepsilon_3 \cdot \text{grad}(\varphi_4) \quad (3.131)$$

mit

$$D_{4r} = -\frac{5 \cdot \varepsilon_3 \cdot \tilde{\varphi}_3(r_{r1}) \cdot (1 - e^{-1}) \cdot z}{(r_{r1} - r_{r2}) \cdot \ln\left(\frac{r_{r1}}{r_{r2}}\right)} \cdot \frac{z}{r} \quad (3.132)$$

und

$$D_{4z} = -\frac{5 \cdot \varepsilon_3 \cdot \tilde{\varphi}_3(r_{r1}) \cdot (1 - e^{-1})}{(r_{r1} - r_{r2}) \cdot \ln\left(\frac{r_{r1}}{r_{r2}}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_{r2}}\right) \quad (3.133)$$

ermittelt. Die Oberflächenladungsdichte σ_{r4} auf der Mantelfläche des Stufenbereichs berechnet sich mit dem Flächennormalenvektor \vec{n} zu

$$\sigma_{r4} = \vec{n} \cdot \vec{D}_4(r = r_{r2}) = \vec{e}_r \cdot \vec{D}_4(r = r_{r2}) = -\frac{5 \cdot \varepsilon_3 \cdot \tilde{\varphi}_3(r_{r1}) \cdot (1 - e^{-1}) \cdot z}{(r_{r1} - r_{r2}) \cdot \ln\left(\frac{r_{r1}}{r_{r2}}\right)} \cdot \frac{z}{r_{r2}}. \quad (3.134)$$

Die Ladung auf der Mantelfläche des Stufenbereichs Q_{r4} berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die Länge l_{r4} in axialer Richtung des Rotorabschnitts als

$$Q_{r4} = \int_0^{l_{r4}} \int_0^{2\pi} \sigma_{r4} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dz = - \frac{5 \cdot \pi \cdot \varepsilon_3 \cdot l_{r4}^2 \cdot \tilde{\varphi}_3(r_{r1}) \cdot (1 - e^{-1})}{(r_{r1} - r_{r2}) \cdot \ln\left(\frac{r_{r1}}{r_{r2}}\right)}. \quad (3.135)$$

Die Länge l_{r4} des Rotorabschnitts entspricht der Distanz z_c , sofern die in Abbildung 3.9 enthaltene Länge l_{r2} in Längsrichtung größer oder gleich der Strecke z_c ist. Anderenfalls entspricht die Länge l_{r4} der Länge l_{r2} . Zur Bestimmung der Ladung auf der Stirnfläche des Stufenbereichs des Rotors wird zu Beginn die Oberflächenladungsdichte σ_{z4} ermittelt als

$$\sigma_{z4} = \vec{n} \cdot \vec{D}_4(r, z = 0) = - \frac{5 \cdot \varepsilon_3 \cdot \tilde{\varphi}_3(r_{r1}) \cdot (1 - e^{-1}) \cdot \ln\left(\frac{r}{r_{r2}}\right)}{(r_{r1} - r_{r2}) \cdot \ln\left(\frac{r_{r1}}{r_{r2}}\right)}. \quad (3.136)$$

Die Ladung auf der Stirnfläche des Stufenbereichs Q_{z4} berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die Höhe der Stufe in radialer Richtung zu

$$Q_{z4} = \int_{r_{r2}}^{r_{r1}} \int_0^{2\pi} \sigma_{z4} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dr, \quad (3.137)$$

$$Q_{z4} = - \frac{5 \cdot \pi \cdot \varepsilon_3 \cdot \tilde{\varphi}_3(r_{r1}) \cdot (1 - e^{-1}) \cdot \left[r_{r1}^2 \cdot \ln\left(\frac{r_{r1}}{r_{r2}}\right) - \frac{r_{r1}^2}{2} + \frac{r_{r2}^2}{2} \right]}{(r_{r1} - r_{r2}) \cdot \ln\left(\frac{r_{r1}}{r_{r2}}\right)}. \quad (3.138)$$

Die gesamte im Stufenbereich auf der Rotoroberfläche vorhandene Ladung ist die Summe der partiellen Ladungen auf der Mantel- und der Stirnfläche des Stufenbereichs. Dabei ist zu beachten, dass mit diesem Modell im Stufenbereich nur die Ermittlung der Ladung auf der Mantelfläche bis zur axialen Position z_c erfolgt. Die Ladung auf der Mantelfläche von z_c bis zur axialen Position der Steigung der Rotorstufe wird separat mit (3.108) berechnet.

Berechnung der influenzierten Rotorladung mit Berücksichtigung des Statorblechs

Die Abbildung 3.15 stellt beispielhaft mittels FEM bestimmte Äquipotentiallinien des in Abbildung 3.9 dargestellten Modells dar. Gegenüber den Niveaulinien in Abbildung 3.11 ist auf Grund der Berücksichtigung des Statorblechpakets mit einem vorgegebenen Potential von null Volt eine signifikante Verzerrung des Potentialfelds zu erkennen. Die Höhe des Blechpakets entspricht der Differenz zwischen dem Radius der Isolierung r_{gu1} und dem Radius des Luftspalts r_{gu2} .

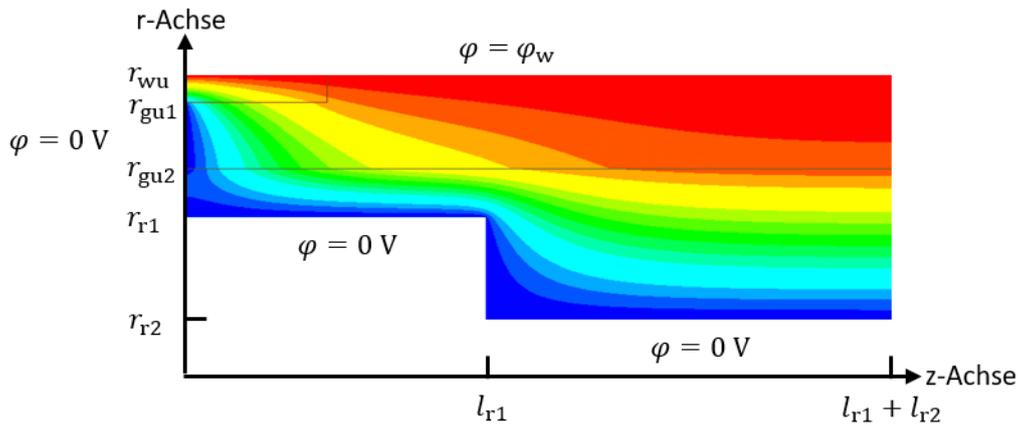


Abbildung 3.15: Mittels FEM bestimmte Äquipotentiallinien der betrachteten Geometrie unter Berücksichtigung des Statorblechpakets

FEM-Simulationen des axialen Verlaufs des D-Felds auf dem Rotorradius r_{r1} ergeben, dass bei $z = 0$ auf Grund des geerdeten Statorblechs ein Minimum der radialen Feldkomponente vorliegt. Die radiale Komponente des D-Felds steigt in Längsrichtung auf den im vorherigen Abschnitt hergeleiteten stationären Wert an. Im vorgestellten Modell kann der Anstieg der radialen Komponente des D-Felds in axialer Richtung durch eine lineare Funktion approximiert werden. Zur Bestimmung des Verlaufs des D-Felds wird angenommen, dass die radiale Komponente des D-Felds bei $z = 0$ null C/m^2 beträgt und in axialer Richtung an der Position der Statorblechhöhe den stationären Endwert erreicht. In der vorgestellten Ermittlung der partiellen Rotorladung $Q^*_{r3,1}$ wird hingegen eine konstante radiale Komponente des D-Felds über die Länge der Nutisolierung l_{iso} auf dem Rotorradius r_{r1} angenommen. Die Linienladungsdichte von $Q^*_{r3,1}$ beträgt

$$Q^*_{r3,1} = \frac{Q^*_{r3,1}}{l_{iso}}. \quad (3.139)$$

Über die Distanz der Statorblechhöhe wird unter Berücksichtigung der linearen Approximation des D-Felds die Rotorladung $Q^*_{r3,1}$ um die Ladung

$$Q_{r3,1,s} = \frac{Q^*_{r3,1} \cdot (r_{gu1} - r_{gu2})}{2} = \frac{Q^*_{r3,1} \cdot (r_{gu1} - r_{gu2})}{2 \cdot l_{iso}} \quad (3.140)$$

überschätzt. Die Ladung $Q_{r3,1,s}$ entspricht der Hälfte der ursprünglich über die axiale Länge der Statorblechhöhe $(r_{gu1} - r_{gu2})$ angenommenen Rotorladung. Die Berücksichtigung des Statorblechs führt unter den getroffenen Annahmen zu der modifizierten Bestimmungsgleichung der partiellen Rotorladung $Q_{r3,1}$ in dem in Abbildung 3.10 dargestellten Abschnitt der Isolierung

$$Q_{r3,1} = Q^*_{r3,1} - Q_{r3,1,s} = Q^*_{r3,1} \cdot \left(1 - \frac{r_{gu1} - r_{gu2}}{2 \cdot l_{iso}}\right). \quad (3.141)$$

Validierung des Modells

Die Validierung des Modells erfolgt mit Hilfe von FEM-Simulationen. Die sechs untersuchten Maschinenvarianten, welche sich hinsichtlich ihrer Geometrien und Materialeigenschaften unterscheiden, können der Tabelle 3.6 entnommen werden. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.3 entnommen werden.

Tabelle 3.6: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Stirnraummodelle

Variante	r_{wu} in mm	r_{gu1} in mm	r_{gu2} in mm	r_{r1} in mm	r_{r2} in mm	l_{iso} in mm	l_{r1} in mm	l_{r2} in mm	ϵ_{r1}	ϵ_{r2}	ϵ_{r3}
1	80,0	79,6	77,2	76,1	65,7	7,0	10,0	34,0	3,1	5,2	1,0
2	72,0	71,7	67,5	66,4	63,7	5,0	7,0	31,0	3,1	5,2	1,0
3	71,0	70,7	67,5	66,4	48,0	5,0	7,0	31,0	3,1	1,0	1,0
4	70,0	69,5	66,8	65,8	50,0	4,0	8,0	33,7	3,3	5,2	1,0
5	69,0	68,7	65,8	65,0	35,0	8,0	9,0	25,0	3,3	5,2	1,0
6	69,0	68,7	65,8	65,0	35,0	8,0	9,0	25,0	5,2	5,2	1,0

Die Tabelle 3.7 enthält die analytisch berechneten und die mittels FEM bestimmten Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten ohne die Berücksichtigung des Statorblechs. Die Abweichungen liegen im einstelligen Prozentbereich. Die Fehler sind durch die nicht analytisch geschlossene Lösung des betrachteten Feldproblems zu begründen. Außerdem entstehen Abweichungen durch die Linearisierung der Potentialfunktion an der oberen Seite des Stufenbereichs sowie durch die Vernachlässigung der Überhöhung des E-Felds an der Kante des Rotors.

Tabelle 3.7: Vergleich der analytisch berechneten Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten mit den FEM-Ergebnissen

Variante	Stufenhöhe Δr_r in mm	$C_{wr,sr,anal}$ in pF	$C_{wr,sr,FEM}$ in pF	Abweichung $C_{wr,sr}$ in %
1	10,40	42,11	41,62	1,18
2	2,70	40,92	39,40	3,86
3	18,40	14,61	13,53	7,98
4	15,80	29,10	29,54	1,49
5	30,00	29,84	31,98	6,69
6	30,00	30,30	32,40	6,48

Die Unterschiede zwischen der analytisch und der numerisch bestimmten Kapazität der fünften und der sechsten Variante entstehen durch die vorgegebene Neumann-Randbedingung an der Stelle der maximalen Ausladung des Wicklungskopfs der Statorwicklung $z = l_{r1} + l_{r2}$ und der im Vergleich zur Stufenhöhe des Rotors kürzeren axialen Länge des zweiten Rotorabschnitts l_{r2} . In der analytischen Modellierung wird angenommen, dass der stationäre Endwert des Potentials auf der oberen Seite des quadratischen Stufenbereichs in axialer Richtung nach der Stufenhöhe des Rotors vorliegt. Dieser Punkt liegt außerhalb des betrachteten Feldgebiets. Auf Grund der Neumann-Randbedingung wird der stationäre Endwert des Potentials am Rand erreicht, sodass sich gegenüber der analytischen Lösung ein steilerer Potentialanstieg ergibt.

Die Steigung ist proportional zur Rotorladung auf der Mantel- und der Stirnfläche des Stufenbereichs, und folglich ist die analytisch ermittelte Rotorladung im Vergleich zur numerisch bestimmten Rotorladung geringer. Die Tabelle 3.8 enthält die analytisch berechneten und die mittels FEM bestimmten Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten der in Tabelle 3.6 enthaltenen Modelle unter Berücksichtigung des Statorblechs.

Tabelle 3.8: Vergleich der analytisch berechneten Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten mit den FEM-Ergebnissen unter Berücksichtigung des geerdeten Statorblechs im Feldproblem

Variante	$C_{wr,sr,anal}$ in pF	$C_{wr,sr,FEM}$ in pF	Abweichung $C_{wr,sr}$ in %
1	39,05	36,59	6,72
2	36,95	33,93	8,90
3	13,22	11,93	10,81
4	26,09	24,70	5,63
5	26,15	26,62	1,77
6	26,52	27,12	2,21

Es ist zu erkennen, dass die in Tabelle 3.8 dargestellten Kapazitäten gegenüber den in Tabelle 3.7 enthaltenen Kapazitäten kleiner sind. Das Statorblech führt zu einer Reduzierung der kapazitiven Kopplung zwischen dem Wicklungskopf der Statorwicklung und dem Rotor. Ebenfalls kann der Tabelle 3.8 entnommen werden, dass die einfache Berechnung und Berücksichtigung der Differenzladung $Q_{r3,1,s}$ zu einer akzeptablen Abweichung zwischen der analytisch berechneten und der mittels FEM bestimmten Kapazität führt. Die Fehler entstehen durch die nicht geschlossene Lösung des Feldproblems und die Linearisierung des Verlaufs der radialen Komponente des D-Felds auf der Rotoroberfläche.

3.1.2.2 Anwendung der Ersatzladungsmethode

Die folgende Herleitung der Berechnungsvorschrift sowie die anschließende Validierung mittels FEM-Simulationen wurde bereits in [22] publiziert. Ein vereinfachtes, rotationssymmetrisches Stirnraummodell kann der Abbildung 3.16 entnommen werden. Die z-Achse und der Außendurchmesser des Statorblechpakets r_s begrenzen das Gebiet in radialer Richtung. In axialer Richtung wird der Bereich durch das Statorblechpaket auf der r-Achse und die Länge der Rotorwelle $z = l_1$ an der Position des Lagerschildes begrenzt.

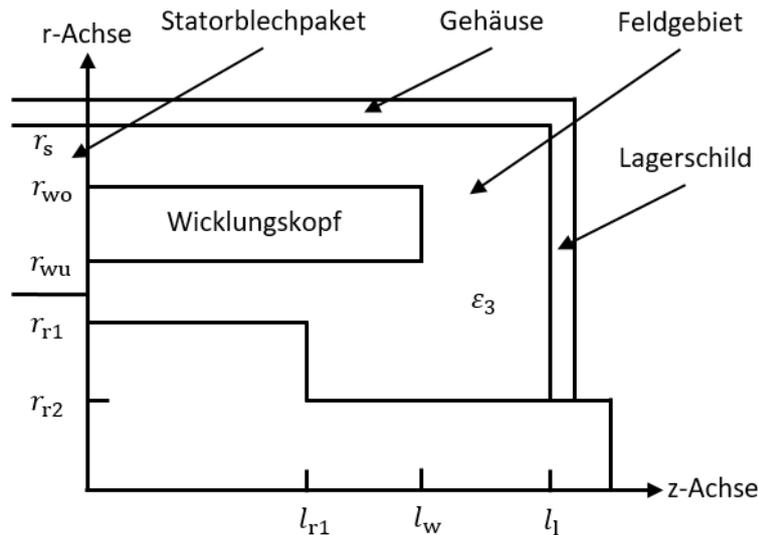


Abbildung 3.16: Darstellung der Geometrie des Stirnraummodells

Der Wicklungskopf wird als Hohlzylinder mit der Ausladung $z = l_w$ modelliert. Die Unterkante des Wicklungskopfs r_{wu} und die Oberkante des Wicklungskopfs r_{wo} definieren die radiale Höhe des Hohlzylinders. Der Übergang vom Rotorblechpaket mit dem Radius r_{r1} zur Rotorwelle mit dem Radius r_{r2} erfolgt an der axialen Position $z = l_{r1}$. Das gesamte Feldgebiet zwischen Statorblechpaket, Statorgehäuse, Lagerschild, Rotorwelle und Rotorblechpaket sowie dem Wicklungskopf ist gefüllt mit einem Medium der Permittivität ϵ_3 . In diesem Stirnraummodell sind zur Bestimmung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität die axiale Ausdehnung des Statorblechpakets und des Lagerschildes sowie die radiale Dicke des Statorgehäuses nicht von Bedeutung.

Zur Ermittlung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität werden Ringladungen verwendet. Die Mittelpunkte der verwendeten Ringladungen liegen auf der z-Achse. Das skalare Potentialfeld einer Ringladung mit dem Radius r_λ und der z-Koordinate z_λ kann im zylindrischen Koordinatensystem zu

$$\varphi(r, z) = \lambda \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_3} \cdot \left(\frac{r_\lambda}{2 \cdot r} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2 \cdot m} \cdot K(m) \right) \quad (3.142)$$

mit

$$m = \frac{4 \cdot r_\lambda \cdot r}{(z - z_\lambda)^2 + (r_\lambda + r)^2} \quad (3.143)$$

und dem vollständigen elliptischen Integral 1. Art $K(m)$ berechnet werden [24]. Die Lösung des elliptischen Integrals $K(m)$ erfolgt numerisch.

In Abbildung 3.17 sind die mittels Aufpunkten und Ringladungen modellierten Elektroden des Stators mit dem Potential φ_s , des Wicklungskopfs der Statorwicklung mit dem Potential φ_w und des Rotors mit dem Potential φ_r dargestellt.

Zur Berücksichtigung des Statorblechpakets und folglich zur Begrenzung des Feldproblems an der axialen Position $z = 0$ muss die Elektrode des Wicklungskopfs geringfügig in positive z -Richtung verschoben werden. Anderenfalls würde eine galvanische Verbindung zwischen der Stator- und der Wicklungs-Elektrode vorliegen. Der kleinste Abstand zwischen dem Statorblechpaket und dem Rotorblechpaket an der axialen Position $z = 0$ entspricht der Luftspaltlänge δ . Die modellierte Elektrode des Rotors erstreckt sich in den negativen z -Bereich, sodass bei elektrischen Maschinen mit identischer Stator- und Rotorblechpaketlänge eine einfache Positionierung der Aufpunkte und der Ringladungen im Rotor möglich ist. Das Lagerschild und das Lager werden als Teil der Stator-Elektrode aufgefasst. An der axialen Position $z = l_1$ besitzt die Stator-Elektrode auf Grund der galvanischen Trennung einen geringen Abstand zur Rotor-Elektrode.

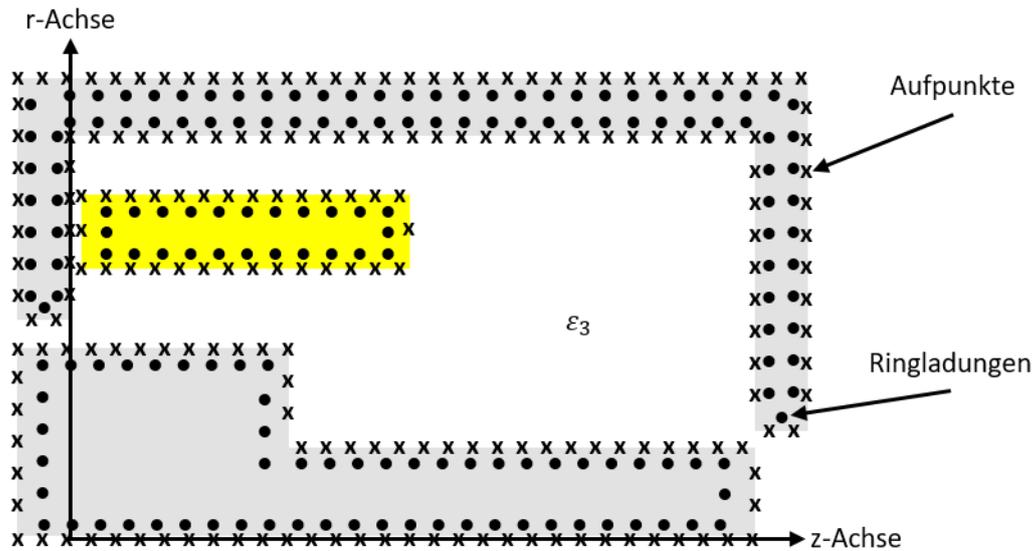


Abbildung 3.17: Darstellung der Elektroden im Stirnraum

Es wird angenommen, dass die drei in Abbildung 3.17 modellierten Elektroden aus insgesamt W Ringladungen und P Aufpunkten bestehen. An den Positionen der P Aufpunkte kann das Potential in Abhängigkeit von den W Ringladungen mittels (3.142) zu

$$\vec{\phi} = \begin{pmatrix} \varphi_1(r_1, z_1) \\ \varphi_2(r_2, z_2) \\ \vdots \\ \varphi_P(r_P, z_P) \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1(r_{\lambda 1}, z_{\lambda 1}) \\ \lambda_2(r_{\lambda 2}, z_{\lambda 2}) \\ \vdots \\ \lambda_W(r_{\lambda W}, z_{\lambda W}) \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \vec{\lambda} \quad \mathbf{A} \in M^{(P) \times (W)} \quad (3.144)$$

berechnet werden. Die Koeffizientenmatrix \mathbf{A} beschreibt den Einfluss der Ringladungen auf die Potentiale in den Aufpunkten und beinhaltet in jedem Element in Abhängigkeit von dem adressierten Aufpunkt und der adressierten Ringladung den Klammerterm von (3.142). Die Potentiale der Aufpunkte $\vec{\phi}$ ergeben sich durch die in (3.84) geforderten Potentiale der drei Elektroden. Die unbekanntenen Ringladungsdichten werden mit (3.85) bestimmt. Die Bestimmung des skalaren Potentialfelds ergibt sich durch die Superposition der entsprechenden Werte der Potentiale der W Ringladungen nach (3.142). Die Abbildung 3.18 enthält die berechneten Äquipotentialflächen des ersten, in Tabelle 3.9 enthaltenen Stirnraummodells. Das Potential des Wicklungskopfs wurde zu einem Volt und die Potentiale des Stators sowie des Rotors zu null Volt festgelegt. Es ist zu erkennen, dass die geforderten Potentiale auf den Oberflächen der drei Elektroden vorliegen.

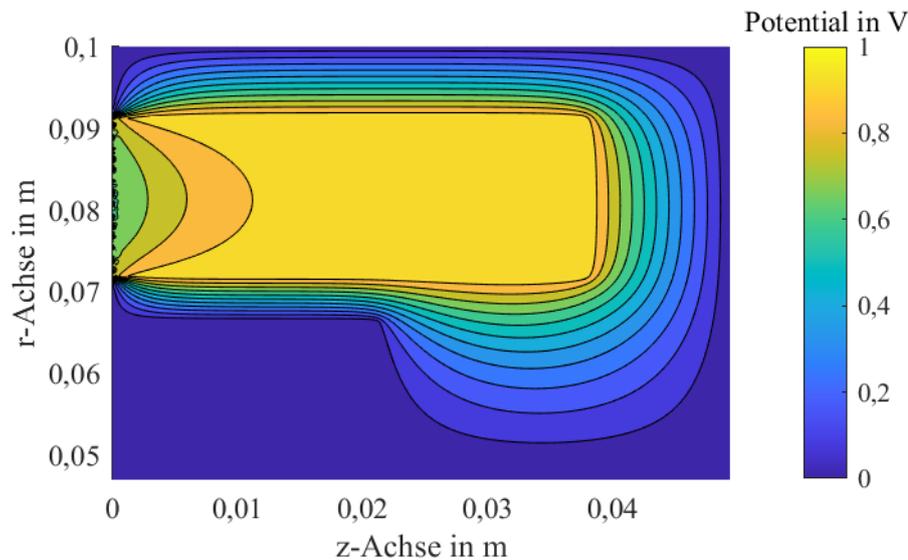


Abbildung 3.18: Darstellung analytisch berechneter Äquipotentiallinien im Stirnraum

Als Elektroden werden in der vorliegenden Problemstellung der Stator mit der Ladung Q_s und dem Potential φ_s , die Statorwicklung mit der Ladung Q_w und dem Potential φ_w sowie der Rotor mit der Ladung Q_r und dem Potential φ_r betrachtet. Die entsprechende Kapazitätskoeffizientenmatrix kann (3.2) entnommen werden. Die resultierenden Ladungen der drei Elektroden Q_s , Q_w und Q_r können über eine Summation der Ladungen der innerhalb einer Elektrode platzierten Ringladungen zu

$$Q_i = \sum_j Q_{i,j} = \sum_j 2 \cdot \pi \cdot r_{\lambda i,j} \cdot \lambda_{i,j} \quad (3.145)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable j bestimmt werden. Hierbei gilt es, den Kreisumfang der adressierten Ringladung zu beachten. Durch die Wahl eines Stator- und eines Rotorpotentials von jeweils null Volt ergibt sich nach (3.2) der Stirnraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität $C_{wr,sr}$ zu

$$C_{wr,sr} = c_{wr} = c_{rw} = \frac{Q_r}{\varphi_w}. \quad (3.146)$$

Validierung des Modells

Für die Validierung der Berechnung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität nach (3.146) werden die acht in Tabelle 3.9 enthaltenen Stirnraummodelle untersucht. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.4 entnommen werden. Die drei Elektroden im Stirnraum werden mit insgesamt 1800 Aufpunkten und 1800 Ringladungen modelliert. Im Stirnraummodell beträgt der Abstand zwischen den Ringladungen und der Kontur der Elektroden sowie der Abstand des Wicklungskopfs vom Statorblechpaket $5 \mu\text{m}$. Ebenso wird der Abstand zwischen der Statorelektrode und der Rotorelektrode an der axialen Position $z = l_1$ zu $5 \mu\text{m}$ gewählt. Die analytisch berechneten und die numerisch bestimmten Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazität sowie deren Abweichungen können der Tabelle 3.10 entnommen werden. Die Abweichungen liegen im einstelligen Prozentbereich.

Tabelle 3.9: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Stirnraum-Modelle

Variante	1	2	3	4	5	6	7	8
r_s in mm	100,00	100,00	100,00	100,00	65,00	65,00	70,00	70,00
r_{wo} in mm	91,33	91,33	91,33	91,33	56,33	50,00	65,00	65,00
r_{wu} in mm	71,92	71,92	71,92	71,92	36,92	36,92	51,92	51,92
δ in mm	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	0,60	0,60	0,60
r_{r1} in mm	66,40	66,40	66,40	66,40	31,40	31,40	46,40	46,40
r_{r2} in mm	48,01	48,01	16,00	16,00	13,01	13,01	37,21	37,21
l_{r1} in mm	21,14	21,14	21,14	21,14	21,14	5,28	0,00	1,00
l_w in mm	37,83	37,83	37,83	9,77	28,37	28,37	28,37	28,37
l_l in mm	49,40	49,40	49,40	49,40	37,06	37,06	44,00	44,00
ϵ_{r3}	1,00	5,00	1,00	1,00	1,00	1,00	5,2	1,00

Tabelle 3.10: Vergleich der nach (3.146) analytisch berechneten Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten $C_{wr,sr,anal}$ mit den FEM-Ergebnissen $C_{wr,sr,FEM}$

Variante	$C_{wr,sr,anal}$ in pF	$C_{wr,sr,FEM}$ in pF	Abweichung $C_{wr,sr}$ in %
1	17,51	17,79	1,57
2	87,55	88,99	1,62
3	16,91	17,49	3,32
4	9,57	9,40	1,81
5	7,73	7,80	0,90
6	3,53	3,41	3,52
7	28,31	28,60	1,01
8	5,77	5,84	1,20

3.2 Wicklung-Stator-Kapazität

Die Wicklung-Stator-Kapazität setzt sich aus einem Nutanteil $C_{ws,n}$ und einem Stirraumanteil $C_{ws,sr}$ zusammen. Die Addition des Nutanteils $C_{ws,n}$ sowie der Stirraumanteile der A-Seite $C_{ws,sr,A}$ und der B-Seite $C_{ws,sr,B}$ ergibt die gesamte Wicklung-Stator-Kapazität

$$C_{ws} = C_{ws,n} + C_{ws,sr,A} + C_{ws,sr,B} \quad (3.147)$$

3.2.1 Nutanteil der Wicklung-Stator-Kapazität

Die folgende Herleitung der Berechnungsvorschrift sowie die anschließende Validierung mittels FEM-Simulationen wurde bereits in [25] publiziert. Das für die Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität zu betrachtende Gebiet ist für Runddrähte in Abbildung 3.19 und für Profilleiter in Abbildung 3.20 dargestellt. In den Nuten des Stators befinden sich die Leiter der Statorwicklung, welche durch die Nutisolierung vom geerdeten Statorblechpaket galvanisch getrennt sind. Für die Isolierung der Windungen gegeneinander wird eine Lackschicht auf die Leiter aufgetragen. Zusätzlich können zur Verstärkung der Isolierung verschiedene Stränge gegeneinander Zwischenschieber zwischen den Wicklungsschichten angeordnet werden.

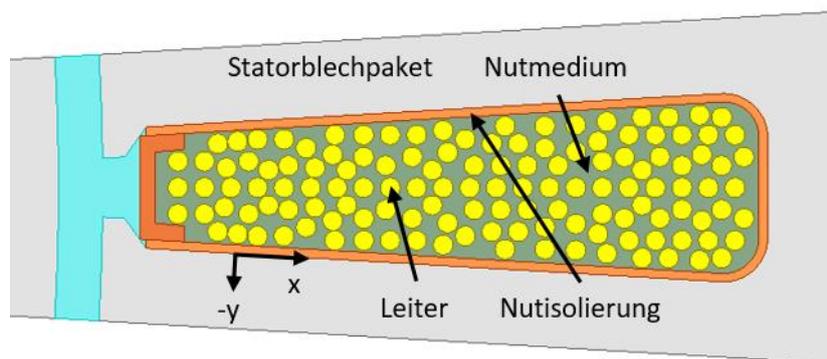


Abbildung 3.19: Beispielhafte Darstellung einer Nutteilung mit Einzelleitern

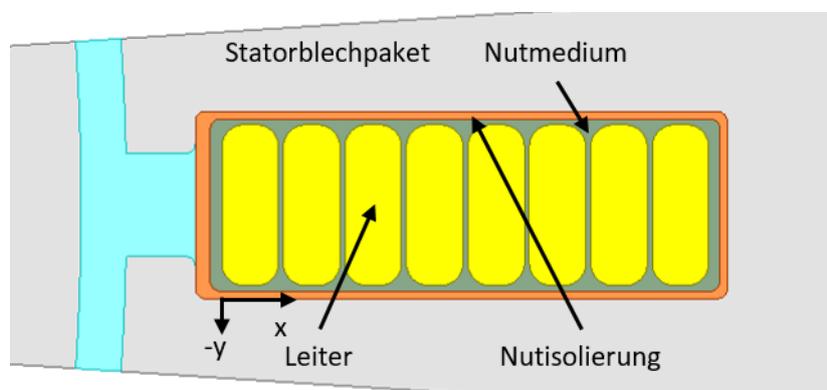


Abbildung 3.20: Beispielhafte Darstellung einer Nutteilung mit Profilleitern

Im Folgenden wird ein zweidimensionales Modell zur Ermittlung der Wicklung-Stator-Kapazität vorgestellt, welches die Kontur der Leiter, den Abstand zwischen der Nutisolierung und den Leitern,

den Abstand zwischen den Leitern sowie neben der Nutisolation das die Statorwicklung umgebende Medium berücksichtigt. Insgesamt liegen dem Berechnungsmodell folgende Vereinfachungen zugrunde:

- Die Statorwicklung und das Statorblechpaket sind elektrisch ideal leitfähig.
- Innerhalb des betrachteten Gebiets befinden sich keine Raumladungen.
- Die Medien innerhalb der betrachteten Geometrie bestehen aus Materialien mit jeweils konstanter Permittivität.
- Der Einfluss der Lackisolation der Einzelleiter wird vernachlässigt.
- Zwischenschieber werden zunächst nicht betrachtet.

Spiegelung an zwei dielektrischen Grenzflächen

Im vorliegenden Feldproblem werden Ladungen an zwei dielektrischen Grenzflächen gespiegelt. Die erste Grenzfläche liegt am Übergang zwischen dem die Statorwicklung umgebenden Medium und der Nutisolation vor. Die zweite Grenzfläche liegt am Übergang zwischen der Nutisolation und dem Stator vor, welcher auf Grund seiner idealen Leitfähigkeit eine unendlich hohe Permittivität besitzt. In Abbildung 3.21a befindet sich die Ladung Q im ersten Medium vor zwei ebenen Materialschichten. Das Vorgehen zur Ermittlung und Positionierung der Spiegel- und der Ersatzladungen kann [12] entnommen werden.

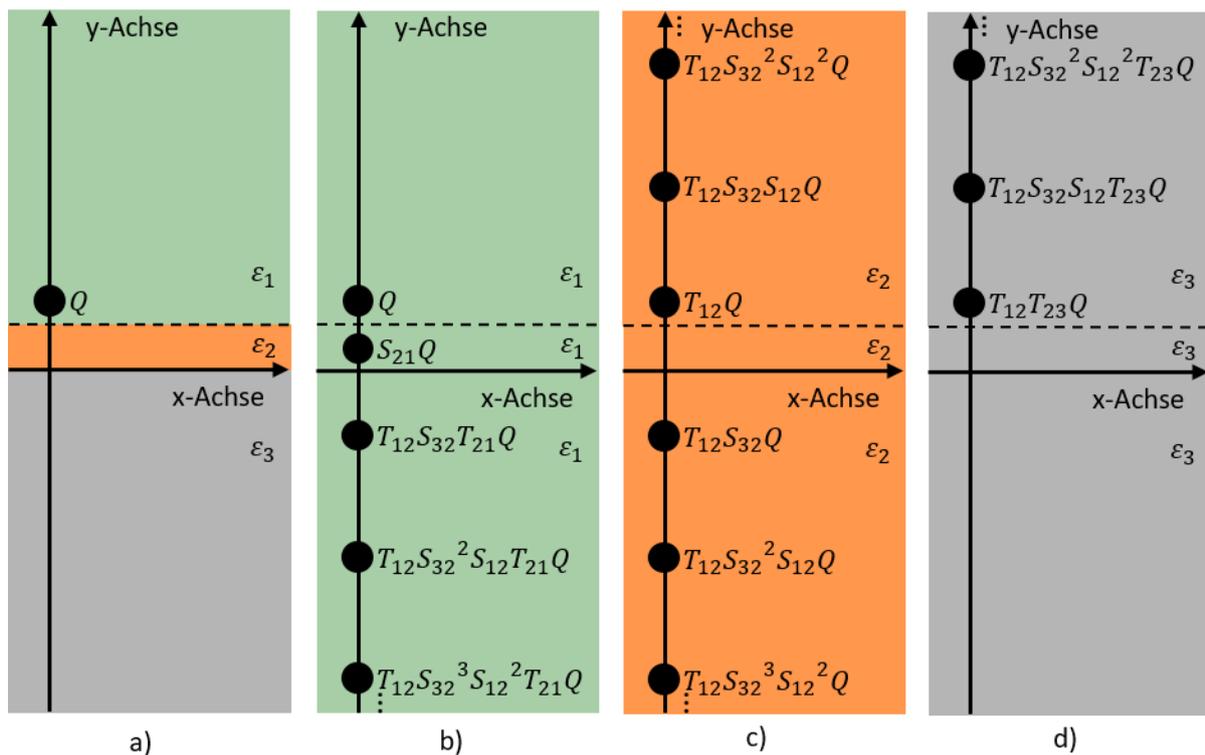


Abbildung 3.21: Anwendung der Spiegelungsmethode an zwei dielektrischen Grenzschichten

- a) Punktladung vor zwei dielektrischen Grenzschichten
- b) Lösung für den ersten Raumbereich
- c) Lösung für den zweiten Raumbereich
- d) Lösung für den dritten Raumbereich

Zu Beginn erfolgt die Betrachtung der dielektrischen Grenzfläche zwischen dem ersten und dem zweiten Medium. Für das skalare Potentialfeld im ersten Medium ergibt sich die zur Mediengrenze spiegelsymmetrisch angebrachte Spiegelladung $S_{21}Q$ (Abbildung 3.21b). Für die Bestimmung des skalaren Potentialfelds im zweiten Material wird die Ersatzladung $T_{12}Q$ an der Stelle der Originalladung Q platziert (Abbildung 3.21c). Die Ersatzladung $T_{12}Q$ verletzt die Stetigkeitsbedingungen an der dielektrischen Grenzfläche zwischen dem zweiten und dem dritten Medium. Die Spiegelung der nun im zweiten Medium als Originalquelle betrachteten Ersatzladung $T_{12}Q$ ergibt die Spiegelladung $T_{12}S_{32}Q$ im zweiten Medium und die Ersatzladung $T_{12}T_{23}Q$ im dritten Medium (Abbildung 3.21d). Die Spiegelladung $T_{12}S_{32}Q$ im zweiten Medium verletzt die Grenzbedingungen zwischen dem zweiten und dem ersten Medium. Durch die Spiegelung der nun im zweiten Medium als Originalquelle betrachteten Spiegelladung $T_{12}S_{32}Q$ ergeben sich die Spiegelladung $T_{12}S_{32}S_{12}Q$ im zweiten Medium und die Ersatzladung $T_{12}S_{32}T_{21}Q$ im ersten Medium.

Die Spiegelladung $T_{12}S_{32}S_{12}Q$ im zweiten Medium verletzt anschließend die Stetigkeitsbedingungen zwischen dem zweiten und dem dritten Medium, sodass sich durch die Spiegelung der nun im zweiten Medium als Originalquelle betrachteten Spiegelladung $T_{12}S_{32}S_{12}Q$ die Spiegelladung $T_{12}S_{32}^2S_{12}Q$ im zweiten Medium und die Ersatzladung $T_{12}S_{32}S_{12}T_{23}Q$ im dritten Medium ergeben.

Zur Erfüllung der Stetigkeitsbedingungen an den Grenzflächen zwischen dem zweiten und dem ersten sowie dem zweiten und dem dritten Medium müssen unendlich viele Spiegelladungen im zweiten Medium und unendlich viele Ersatzladungen im ersten und im dritten Medium platziert werden.

Modellierung und Lösung für das Feldproblem von Rundleitern

Das zur Ermittlung der Wicklung-Stator-Kapazität modellierte Feldproblem kann der Abbildung 3.22 entnommen werden. Sechs identische, im ersten Medium vorliegende Leiter mit dem Radius r_l , die elektrostatisch als Elektroden zu betrachten sind, befinden sich räumlich oberhalb der Nutisolation und des Statorblechpakets. Die sechs Elektroden sind unterteilt in eine untere und eine obere Lage, wobei jeweils drei horizontal gleichmäßig verteilte Rundleiter eine Lage bilden. Die Mittelpunkte der Leiter der unteren Lage befinden sich im Abstand d_{ls} zum Stator. Der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Leiter der unteren und der oberen Lage beträgt d_{lv} .

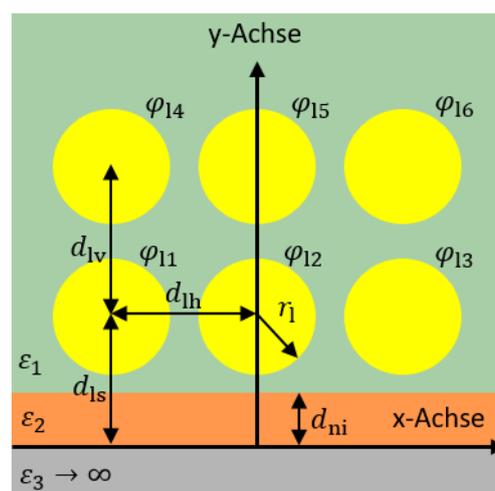


Abbildung 3.22: Darstellung der Geometrie des Feldproblems für Rundleiter

Der horizontale Abstand zwischen den Mittelpunkten benachbarter Leiter in beiden Lagen beträgt d_{lh} . Das zweite Medium mit der relativen Permittivität ϵ_2 symbolisiert die Nutisolation mit der Dicke d_{ni} . Der Stator wird durch das in der unteren Halbebene vorliegende dritte Medium repräsentiert.

Die sechs Rundleiter besitzen die konstanten Potentiale φ_{11} bis φ_{16} . Die Zuordnung der Leiter erfolgt im Anschluss anhand der Indizes der Potentiale. Betrachtet wird die kapazitive Kopplung zwischen dem mittig angeordneten Leiter der unteren Lage und dem Stator. Die benachbarten Leiter dienen der Berücksichtigung der angrenzenden Runddrähte in horizontaler und in vertikaler Richtung. Die realen Leiter werden wie die Elektroden in Abschnitt 3.1.1.2 durch Aufpunkte und Linienladungen ersetzt. Das skalare Potentialfeld einer Linienladung berechnet sich unter Berücksichtigung von natürlichen Randbedingungen nach (3.76). Das skalare Potentialfeld einer Linienladung im Medium vor den zwei in Abbildung 3.22 enthaltenen, ebenen Materialschichten kann durch Überlagerung der Potentiale der in Abbildung 3.21b enthaltenen Spiegel- und Ersatzlinienladungen zu

$$\varphi(r) = \lambda \left(\begin{array}{l} -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y-y_\lambda)^2}}{r_0} \right) \\ -\frac{S_{21}}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y+y_\lambda-2 \cdot d_{ni})^2}}{r_0} \right) \\ -\frac{T_{12} \cdot S_{32} \cdot T_{21}}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1} \sum_{\mu=0}^{\infty} (S_{12} \cdot S_{32})^\mu \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y+y_\lambda+\mu \cdot 2 \cdot d_{ni})^2}}{r_0} \right) \end{array} \right) \quad (3.148)$$

mit

$$S_{32} = -1, \quad (3.149)$$

$$S_{21} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (3.150)$$

$$S_{12} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (3.151)$$

$$T_{12} = \frac{2 \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (3.152)$$

$$T_{21} = \frac{2 \cdot \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \quad (3.153)$$

und der ganzzahligen Laufvariable μ ermittelt werden. Der erste Summand des Klammerterms stellt das Potential der Originallinienladung dar. Der zweite und der dritte Summand des Klammerterms beschreiben die Wirkung der Spiegel- und der Ersatzlinienladungen auf das Potentialfeld im ersten Medium. Der Wert des Spiegelungskoeffizienten S_{32} ergibt sich auf Grund der Spiegelung an einem Medium mit unendlich hoher Permittivität zu (3.149). Der Wert des Bezugsradius r_0 kann frei gewählt werden. In diesem Abschnitt wird der Radius zu $r_0 = 1$ m gesetzt.

Bei einer mittigen Positionierung eines Linienleiters je Leiter stellen die Oberflächen der sechs Runddrähte keine Äquipotentialflächen dar. Für eine Ermittlung des Nahfelds werden die auf den Leitern gespeicherten Oberflächenladungen durch eine ganzzahlige Anzahl von Linienladungen mit unterschiedlichen Linienladungsdichten ersetzt, die im Inneren der Runddrähte platziert werden [12]. Mit Hilfe von diskreten, auf den Leiteroberflächen angesetzten Aufpunkten, an deren Positionen die vorgegebenen Leiterpotentiale φ_{11} bis φ_{16} vorliegen sollen, werden die unbekannt Linienladungsdichten bestimmt. Eine mögliche Anordnung der auf der Leiterkontur vorliegenden Aufpunkte und der innerhalb der Leiter platzierten Linienladungen kann der Abbildung 3.23 entnommen werden.

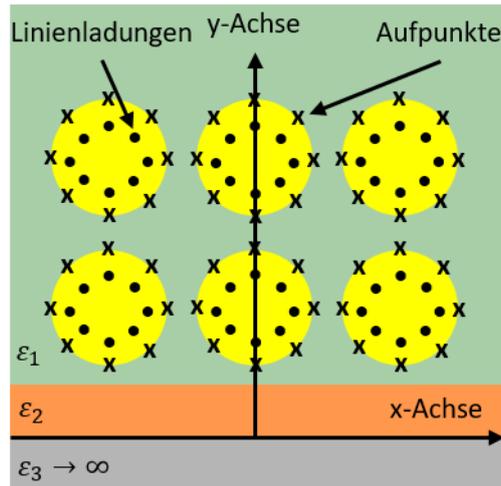


Abbildung 3.23: Darstellung der Platzierung der Linienladungen und der Aufpunkte für Rundleiter

Jeder der sechs Leiter besitze W Linienladungen und P Aufpunkte. Die P y -Koordinaten $y_{l,m}$ der gleichmäßig am Umfang verteilten Aufpunkte der drei Leiter der unteren Lage berechnen sich unabhängig vom betrachteten Leiter l zu

$$y_{l,m} = r_l \cdot \sin\left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P}\right) + d_{ls} \quad 1 \leq l \leq 3 \quad 1 \leq m \leq P \quad (3.154)$$

mit den ganzzahligen Laufvariablen m und l . Die W y -Koordinaten $y_{\lambda,l,n}$ der symmetrisch am Umfang verteilten Linienladungen der Leiter der unteren Lage, welche ebenfalls unabhängig vom betrachteten Leiter l sind, bestimmen sich mit Hilfe eines konstanten, auf den Leiterradius wirkenden Reduktionsfaktors F_{rd} zu

$$y_{\lambda,l,n} = F_{rd} \cdot r_l \cdot \sin\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right) + d_{ls} \quad 1 \leq l \leq 3 \quad 1 \leq n \leq W \quad 0 < F_{rd} < 1 \quad (3.155)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable n . Der Reduktionsfaktor bewirkt eine Platzierung der Linienladungen innerhalb der Rundleiter. Die P y -Koordinaten der Aufpunkte und die W y -Koordinaten der Linienladungen der drei Leiter der oberen Lage berechnen sich unter Berücksichtigung der Translation in y -Richtung zu

$$y_{l,m} = y_{l-3,m} + d_{lv} \quad 4 \leq l \leq 6 \quad 1 \leq m \leq P, \quad (3.156)$$

$$y_{\lambda,l,n} = y_{\lambda,l-3,n} + d_{lv} \quad 4 \leq l \leq 6 \quad 1 \leq n \leq W. \quad (3.157)$$

Die P x -Koordinaten der Aufpunkte des ersten $x_{1,m}$, des zweiten $x_{2,m}$, des dritten $x_{3,m}$, des vierten $x_{4,m}$, des fünften $x_{5,m}$ und des sechsten Leiters $x_{6,m}$ ergeben sich zu

$$x_{1,m} = x_{4,m} = r_l \cdot \cos\left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P}\right) - d_{lh}, \quad (3.158)$$

$$x_{2,m} = x_{5,m} = r_l \cdot \cos\left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P}\right), \quad (3.159)$$

$$x_{3,m} = x_{6,m} = r_l \cdot \cos\left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P}\right) + d_{lh}. \quad (3.160)$$

Unter Berücksichtigung des Reduktionsfaktors können aus (3.158) bis (3.160) die W x-Koordinaten der Linienladungen der sechs Leiter $x_{\lambda,1,n}$ bis $x_{\lambda,6,n}$ bestimmt werden zu

$$x_{\lambda,1,n} = x_{\lambda,4,n} = F_{rd} \cdot r_1 \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right) - d_{lh}, \quad (3.161)$$

$$x_{\lambda,2,n} = x_{\lambda,5,n} = F_{rd} \cdot r_1 \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right), \quad (3.162)$$

$$x_{\lambda,3,n} = x_{\lambda,6,n} = F_{rd} \cdot r_1 \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right) + d_{lh}. \quad (3.163)$$

An den Positionen der insgesamt $6P$ Aufpunkte kann das Potential in Abhängigkeit von den $6W$ Linienladungen mittels (3.148) zu

$$\vec{\phi} = \begin{pmatrix} \varphi(x_{1,1}, y_{1,1}) \\ \varphi(x_{1,2}, y_{1,2}) \\ \dots \\ \varphi(x_{6,P}, y_{6,P}) \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_{6W} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \vec{\lambda} \quad \mathbf{A} \in M^{(6P) \times (6W)} \quad (3.164)$$

berechnet werden. Die Koeffizientenmatrix \mathbf{A} beschreibt den Einfluss der Linienladungen auf die Potentiale in den Aufpunkten und beinhaltet in jedem Element den Klammerterm von (3.148) in Abhängigkeit von dem adressierten Aufpunkt und der adressierten Linienladung. Die Potentiale der Aufpunkte $\vec{\phi}$ ergeben sich durch die geforderten Potentiale der Leiterpotentiale zu

$$\vec{\phi}(u) = \begin{cases} \varphi_{11} & \text{für } 1 \leq u \leq P \\ \varphi_{12} & \text{für } P < u \leq 2P \\ \varphi_{13} & \text{für } 2P < u \leq 3P \\ \varphi_{14} & \text{für } 3P < u \leq 4P \\ \varphi_{15} & \text{für } 4P < u \leq 5P \\ \varphi_{16} & \text{für } 5P < u \leq 6P \end{cases} \quad 1 \leq u \leq 6P \quad (3.165)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable u . Die unbekanntenen Linienladungsdichten werden mit (3.85) bestimmt. Die Ermittlung des skalaren Potentialfelds im Medium der Rundleiter ergibt sich abschließend durch die Superposition der entsprechenden Werte der Potentiale der $6W$ Linienladungen nach (3.148).

Berechnung der Wicklung-Stator-Kapazität von Rundleitern

Die Bestimmung der Kapazität zwischen dem mittig platzierten Rundleiter der unteren Lage und dem Stator C_{12s} erfolgt mit Hilfe der maxwellschen Kapazitätskoeffizienten. Als Elektroden werden in der vorliegenden Problemstellung die Leiter $j = 1 \dots 6$ mit der Ladung λ_{1j} und dem Potential φ_{1j} betrachtet. Die entsprechende Kapazitätskoeffizientenmatrix lautet

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \lambda_{13} \\ \lambda_{14} \\ \lambda_{15} \\ \lambda_{16} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1111} & c_{1112} & c_{1113} & c_{1114} & c_{1115} & c_{1116} \\ c_{1211} & c_{1212} & c_{1213} & c_{1214} & c_{1215} & c_{1216} \\ c_{1311} & c_{1312} & c_{1313} & c_{1314} & c_{1315} & c_{1316} \\ c_{1411} & c_{1412} & c_{1413} & c_{1414} & c_{1415} & c_{1416} \\ c_{1511} & c_{1512} & c_{1513} & c_{1514} & c_{1515} & c_{1516} \\ c_{1611} & c_{1612} & c_{1613} & c_{1614} & c_{1615} & c_{1616} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \\ \varphi_{13} \\ \varphi_{14} \\ \varphi_{15} \\ \varphi_{16} \end{pmatrix}. \quad (3.166)$$

Die resultierenden Ladungen der sechs Rundleiter λ_{11} bis λ_{16} können nach (3.85) durch eine Aufteilung des Vektors $\vec{\lambda}$ und eine nachfolgende Summation der innerhalb der einzelnen Leiter platzierten Linienladungen bestimmt werden zu

$$\lambda_{1j} = \sum_{i=1+W \cdot (j-1)}^{j \cdot W} \lambda_i \quad 1 \leq j \leq 6 \quad (3.167)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable j . Für die Ermittlung der Rundleiter-Stator-Kapazität

$$C_{12s} = \sum_{k=1}^6 (-c_{121k}) = -c_{1211} - c_{1212} - c_{1213} - c_{1214} - c_{1215} - c_{1216} \quad (3.168)$$

werden die Werte der sechs maxwellischen Kapazitätskoeffizienten c_{1211} , c_{1212} , c_{1213} , c_{1214} , c_{1215} und c_{1216} benötigt. Die Bestimmung der Kapazitätskoeffizienten erfolgt sequenziell. Betragen die Leiterpotentiale mit Ausnahme des k -ten Leiters null Volt, ergibt sich nach (3.166)

$$c_{121k} = \frac{\lambda_{12}}{\varphi_{1k}}. \quad (3.169)$$

Die Gleichungen (3.85) und (3.169) müssen unter Berücksichtigung der Wahl der Leiterpotentiale für jeden Kapazitätskoeffizienten separat gelöst werden. Die Kapazität zwischen dem mittig platzierten Rundleiter der unteren Lage und dem Statorblechpaket kann anschließend durch die Anwendung der Gleichung (3.168) ermittelt werden.

Für die Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität erfolgt eine Extrapolation auf die Anzahl der innerhalb einer Statornut an die Nutinnenkontur angrenzenden Rundleiter z_{1n1} . Unter Berücksichtigung der Länge des Blechpakets l_{fe} und der Anzahl der Statornuten N_1 kann die Kapazität zwischen den Rundleitern und dem Statorblechpaket zu

$$C_{ws,n} = N_1 \cdot l_{fe} \cdot z_{1n1} \cdot C_{12s} \quad (3.170)$$

berechnet werden.

Modellierung und Lösung für das Feldproblem von Profilleitern

Das zur Ermittlung der Wicklung-Stator-Kapazität modellierte Feldproblem kann der Abbildung 3.24 entnommen werden. Drei identische, im ersten Medium vorliegende Profilleiter mit definiertem Eckenradius r_e befinden sich räumlich oberhalb der Nutisolierung und des Statorblechpakets.

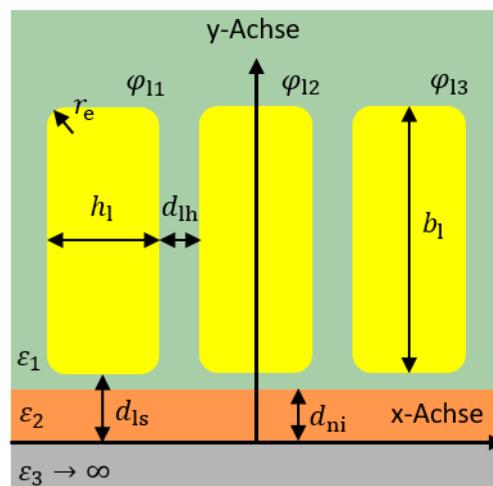


Abbildung 3.24: Darstellung der Geometrie des Feldproblems für Profilleiter

Die drei Elektroden sind horizontal gleichmäßig verteilt. Die Unterkante der Leiter befindet sich im Abstand d_{1s} zum Statorblechpaket.

Der horizontale Abstand zwischen den Seitenkanten benachbarter Leiter beträgt d_{lh} . Die Profilleiter werden mittels der Breite b_1 und der radialen Höhe h_1 beschrieben. Das zweite Medium mit der relativen Permittivität ε_2 symbolisiert die Nutisolierung mit der Dicke d_{ni} . Das Statorblechpaket wird durch das in der unteren Halbebene vorliegende dritte Medium repräsentiert.

Die drei Profilleiter besitzen die konstanten Potentiale φ_{11} , φ_{12} und φ_{13} . Die Zuordnung der Leiter erfolgt im Anschluss anhand der Indizes der Potentiale. Betrachtet wird die kapazitive Kopplung zwischen dem mittig angeordneten Profilleiter und dem Statorblechpaket. Die benachbarten Leiter dienen der Berücksichtigung der angrenzenden Leiter in horizontaler Richtung. Das Vorgehen zur Lösung des Feldproblems wird aus dem vorherigen Abschnitt übernommen.

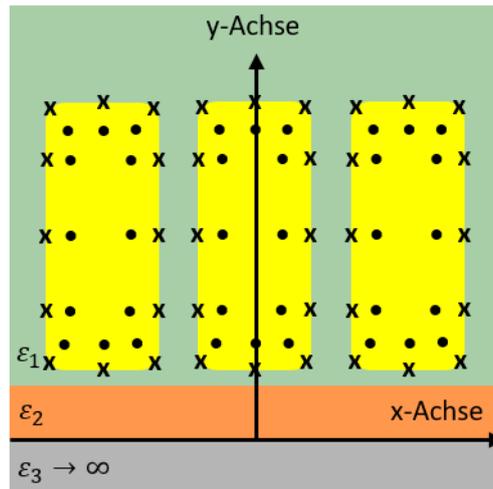


Abbildung 3.25: Darstellung der Platzierung der Linienladungen und der Aufpunkte für Profilleiter

Eine mögliche Anordnung der auf den Leiteroberflächen angesetzten Aufpunkte, an deren Positionen die vorgegebenen Leiterpotentiale φ_{11} , φ_{12} und φ_{13} vorliegen sollen, kann der Abbildung 3.25 entnommen werden.

Für eine Nachbildung der Eckenradien ist die Platzierung von Aufpunkten auf den kreisförmigen Abschnitten notwendig. Die Linienladungen werden erneut innerhalb der Elektroden platziert.

Jeder der drei Leiter besitze W Linienladungen und P Aufpunkte. An den Positionen der insgesamt $3P$ Aufpunkte kann das Potential in Abhängigkeit von den $3W$ Linienladungen mittels (3.148) zu

$$\vec{\phi} = \begin{pmatrix} \varphi(x_{1,1}, y_{1,1}) \\ \varphi(x_{1,2}, y_{1,2}) \\ \dots \\ \varphi(x_{3,P}, y_{3,P}) \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_{3W} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \vec{\lambda} \quad \mathbf{A} \in M^{(3P) \times (3W)} \quad (3.171)$$

berechnet werden. Die Potentiale der Aufpunkte $\vec{\phi}$ ergeben sich mit Hilfe der ganzzahligen Laufvariable u zu

$$\vec{\phi}(u) = \begin{cases} \varphi_{11} & \text{für } 1 \leq u \leq P \\ \varphi_{12} & \text{für } P < u \leq 2P \\ \varphi_{13} & \text{für } 2P < u \leq 3P \end{cases} \quad 1 \leq u \leq 3P. \quad (3.172)$$

Die unbekanntenen Linienladungsdichten werden mit (3.85) bestimmt. Die Ermittlung des skalaren Potentialfelds im Medium der Profilleiter ergibt sich abschließend durch die Superposition der entsprechenden Werte der Potentiale der $3W$ Linienladungen nach (3.148).

Berechnung der Wicklung-Stator-Kapazität von Profilleitern

Die Bestimmung der Kapazität zwischen dem mittig platzierten Profilleiter und dem Stator $C_{12s,s}$ erfolgt analog zu dem zuvor für Rundleiter beschriebenen Vorgehen. Die Kapazitätskoeffizientenmatrix für das in Abbildung 3.24 dargestellte Feldproblem lautet

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \lambda_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1111} & c_{1112} & c_{1113} \\ c_{1211} & c_{1212} & c_{1213} \\ c_{1311} & c_{1312} & c_{1313} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \\ \varphi_{13} \end{pmatrix}. \quad (3.173)$$

Die resultierenden Ladungen der drei Profilleiter λ_{11} , λ_{12} und λ_{13} können nach (3.85) durch eine Aufteilung des Vektors $\vec{\lambda}$ bestimmt werden zu

$$\lambda_{1j} = \sum_{i=1+W \cdot (j-1)}^{j \cdot W} \lambda_i \quad 1 \leq j \leq 3 \quad (3.174)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable j . Für die Ermittlung der Profilleiter-Stator-Kapazität an einer Nutseite

$$C_{12s,s} = \sum_{k=1}^3 (-c_{121k}) = -c_{1211} - c_{1212} - c_{1213} \quad (3.175)$$

werden die Werte der drei maxwellschen Kapazitätskoeffizienten c_{1211} , c_{1212} und c_{1213} benötigt. Die Bestimmung der Kapazitätskoeffizienten erfolgt sequenziell. Betragen die Leiterpotentiale mit Ausnahme des k -ten Leiters null Volt, ergibt sich nach (3.173)

$$c_{121k} = \frac{\lambda_{12}}{\varphi_{1k}}. \quad (3.176)$$

Die Gleichungen (3.85) und (3.176) müssen unter Berücksichtigung der Wahl der Leiterpotentiale für alle drei Kapazitätskoeffizienten separat gelöst werden. Die Anwendung der Gleichung (3.175) ergibt abschließend die Kapazität zwischen dem mittig platzierten Profilleiter und dem Statorblechpaket an einer Nutseite. Für die Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität erfolgt eine Extrapolation auf die Anzahl der in der Nut vorliegenden Profilleiter z_{n1} . Unter Berücksichtigung der Länge des Blechpakets l_{fe} und der Anzahl der Statornuten N_1 kann die Kapazität zwischen den Profilleitern und dem Statorblechpaket an einer Nutseite zu

$$C_{ws,n,s} = N_1 \cdot l_{fe} \cdot z_{n1} \cdot C_{12s,s} \quad (3.177)$$

berechnet werden. Die Parallelschaltung der sich an beiden Nutseiten ausbildenden Kapazitäten entspricht der gesamten kapazitiven Kopplung zwischen der Wicklung und dem Statorblechpaket an den Nutseiten. Sofern die Leiter wie in Abbildung 3.20 symmetrisch in der Nut platziert sind, entspricht dies der doppelten Kapazität einer Nutseite $C_{ws,n,s}$. Falls sich die Abstände zwischen den Leitern und dem Statorblechpaket oberhalb und unterhalb der Profilleiter unterscheiden, so ist die Lösung des in Abbildung 3.24 dargestellten Feldproblems und der Gleichung (3.177) für zwei unterschiedliche Abstände d_{1s} notwendig. Der in Abbildung 3.20 dargestellten Nutgeometrie ist zu entnehmen, dass sich zwischen dem Statorblechpaket und dem am Nutgrund platzierten Profilleiter eine zusätzliche kapazitive Kopplung über die Breite des Leiters ausbildet. Der am Nutgrund vorliegende Profilleiter besitzt folglich die größte kapazitive Kopplung zum Statorblechpaket. Diese Kopplung kann mit Hilfe der Bestimmungsgleichung eines Plattenkondensators berücksichtigt werden. Die anzuwendende Länge des Plattenkondensators entspricht der Breite des Profilleiters ohne Eckenradien. Unter Vernachlässigung des Einflusses der Lackisolierung ergibt sich eine Reihenschaltung aus den Kapazitäten für das die Wicklung umgebende Medium und die Isolierungsschicht.

Validierung des Modells

Die Validierung der Modelle erfolgt mit Hilfe von FEM-Simulationen getrennt für Runddrähte und Profilleiter. Die sechs untersuchten Maschinenvarianten mit Runddrähten, welche sich hinsichtlich ihrer Geometrien und Materialeigenschaften unterscheiden, können der Tabelle 3.11 entnommen werden. Der FEM-Modellaufbau entspricht dem in Abbildung 3.22 dargestellten Feldproblem. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.5 entnommen werden. Die sechs Rundleiter werden durch jeweils 36 Aufpunkte und 36 Linienladungen dargestellt. Der Reduktionsfaktor beträgt für alle Leiter 0,9.

Tabelle 3.11: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Rundleiter-Modelle

Variante	r_1 in mm	d_{ls} in mm	d_{lh} in mm	d_{lv} in mm	d_{ni} in mm	ϵ_{r1}	ϵ_{r2}
1	0,30	0,50	0,61	0,61	0,10	1,0	3,5
2	0,60	0,85	1,22	1,25	0,20	1,0	3,5
3	0,60	0,95	1,60	1,60	0,30	1,0	3,5
4	0,90	1,25	1,83	1,90	0,30	1,0	2,5
5	0,90	1,25	1,83	1,90	0,30	5,0	2,5
6	1,20	1,80	2,60	2,60	0,40	5,0	2,5

Die Tabelle 3.12 enthält die analytisch berechneten und die mittels FEM bestimmten Rundleiter-Stator-Kapazitäten. Die Abweichungen liegen im einstelligen Prozentbereich. Die Fehler in der analytischen Lösung sind durch die endliche Anzahl von Aufpunkten und Linienladungen zu begründen. Zusätzlich entstehen Abweichungen in der numerischen Lösung durch die Begrenzung des ersten Mediums in x- und in y-Richtung sowie durch die Begrenzungen des zweiten und des dritten Mediums in y-Richtung mit Neumann-Randbedingungen.

Tabelle 3.12: Vergleich der analytisch berechneten, längenbezogenen Rundleiter-Stator-Kapazitäten C'_{12s} mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$C'_{12s,anal}$ in pF/m	$C'_{12s,FEM}$ in pF/m	Abweichung C'_{12s} in %
1	32,97	32,17	2,49
2	64,06	60,64	5,64
3	61,65	59,19	4,16
4	61,71	58,76	5,02
5	106,06	104,46	1,53
6	98,74	97,41	1,37

Für die Validierung der Berechnung der Wicklung-Stator-Kapazität nach (3.170) werden auf Grundlage der in Tabelle 3.11 enthaltenen Geometrien und Materialeigenschaften FEM-Modelle mit $z_{ln1} = 15$ Rundleitern je Lage erstellt. Die analytisch berechneten und die mittels FEM bestimmten Wicklung-Stator-Kapazitäten sowie deren Abweichungen können der Tabelle 3.13 entnommen werden.

Tabelle 3.13: Vergleich der analytisch berechneten, längenbezogenen Wicklung-Stator-Kapazitäten $C'_{ws,n}$ mit den FEM-Ergebnissen

Variante	z_{ln1}	$C'_{ws,n,anal}$ in pF/m	$C'_{ws,n,FEM}$ in pF/m	Abweichung $C'_{ws,n}$ in %
1	15	494,55	518,26	4,57
2	15	960,90	949,04	1,25
3	15	924,75	917,75	0,76
4	15	925,65	916,57	0,99
5	15	1590,90	1714,9	7,23
6	15	1481,10	1604,0	7,66

Auf Grund der Abweichungen im lediglich einstelligen Prozentbereich kann die vorgestellte Extrapolation (3.170) zur Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität angewendet werden. Die untere Leiterlage dominiert die kapazitive Kopplung zum Stator, sodass der kapazitive Einfluss der oberen Leiterlage vernachlässigt werden kann.

Die sechs untersuchten Maschinenvarianten mit Profilleitern können der Tabelle 3.14 entnommen werden. Der FEM-Modellaufbau entspricht dem in Abbildung 3.24 dargestellten Feldproblem. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.6 entnommen werden. Die drei Profilleiter werden durch jeweils 100 Aufpunkte und 100 Linienladungen dargestellt.

Tabelle 3.14: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Profilleiter-Modelle

Variante	r_e in mm	d_{ls} in mm	d_{lh} in mm	b_l in mm	h_l in mm	d_{ni} in mm	ϵ_{r1}	ϵ_{r2}
1	0,65	0,225	0,145	4,75	1,66	0,10	1,0	3,5
2	0,50	0,325	0,145	4,75	1,66	0,20	1,0	3,5
3	0,30	0,50	0,20	5,00	2,00	0,30	1,0	3,5
4	0,60	0,45	0,30	4,50	3,00	0,30	1,0	2,5
5	0,10	0,45	0,10	3,00	1,00	0,30	5,0	2,5
6	0,80	1,00	0,50	6,00	3,00	0,40	5,0	2,5

Die Tabelle 3.15 enthält die analytisch berechneten und die mittels FEM bestimmten Profilleiter-Stator-Kapazitäten einer Nutseite. Die Abweichungen liegen im einstelligen Prozentbereich. Die Fehler in der analytischen Lösung sind durch die endliche Anzahl und die Platzierung der Aufpunkte und der Linienladungen zu begründen. Zusätzlich entstehen Abweichungen in der numerischen Lösung durch die Begrenzung der Medien mit Neumann-Randbedingungen.

Tabelle 3.15: Vergleich der analytisch berechneten, längenbezogenen Profilleiter-Stator-Kapazitäten $C'_{12s,s}$ mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$C'_{12s,s,anal}$ in pF/m	$C'_{12s,s,FEM}$ in pF/m	Abweichung $C'_{12s,s}$ in %
1	78,52	72,97	7,61
2	75,62	71,64	5,56
3	67,11	64,03	4,81
4	97,73	94,59	3,32
5	73,60	68,73	7,09
6	115,35	108,96	5,86

Tabelle 3.16: Vergleich der mittels Plattenkondensatoren analytisch berechneten, längenbezogenen Profilleiter-Stator-Kapazitäten $C'_{12s,s}$ mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$C'_{12s,s,pk,anal}$ in pF/m	$C'_{12s,s,FEM}$ in pF/m	Abweichung $C'_{12s,s}$ in %
1	95,71	72,97	31,16
2	80,70	71,64	12,65
3	61,98	64,03	3,20
4	98,38	94,59	4,01
5	59,03	68,73	14,11
6	94,87	108,96	12,93

In der Tabelle 3.16 sind die mittels einer Reihenschaltung von Plattenkondensatoren analytisch bestimmten, längenbezogenen Profilleiter-Stator-Kapazitäten $C'_{12s,s,pk}$ einer Nutseite enthalten. Die Länge eines einzelnen Plattenkondensators entspricht der Höhe des Profilleiters inklusive der Eckenradien. Sofern der Abstand zwischen den Profilleitern gering ist und der Eckenradius gegenüber der Seitenlänge des Profilleiters klein ist, kann die Profilleiter-Stator-Kapazität mittels der Reihenschaltung von Plattenkondensatoren ermittelt werden. In diesem Fall kann die Lackisolierung als zusätzlicher einschichtiger Plattenkondensator berücksichtigt werden. In anderen Fällen ergeben sich beträchtliche Abweichungen von bis zu 31%.

Einfluss der oberen Leiterlage auf die Berechnung der Wicklung-Stator-Kapazität von Runddrähten

Im Folgenden soll auf Grund des geringfügigen kapazitiven Einflusses der oberen Leiterlage auf die Wicklung-Stator-Kapazität die Notwendigkeit der Berücksichtigung der oberen Leiterlage für die Ermittlung der Rundleiter-Stator-Kapazität C_{12s} untersucht werden. Hierfür wird der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Rundleiter der unteren und der oberen Lage d_{lv} für die ersten drei in Tabelle 3.11 enthaltenen Modelle variiert. Die Tabelle 3.17 enthält die analytisch ermittelten Rundleiter-Stator-Kapazitäten in Abhängigkeit vom vertikalen Abstand.

Tabelle 3.17: Einfluss des Abstands der unteren und der oberen Leiterlage auf die längenbezogenen Rundleiter-Stator-Kapazitäten C'_{12s}

Variante 1		Variante 2		Variante 3	
d_{lv} in mm	$C'_{12s,anal}$ in pF/m	d_{lv} in mm	$C'_{12s,anal}$ in pF/m	d_{lv} in mm	$C'_{12s,anal}$ in pF/m
0,61	32,97	1,25	64,06	1,60	61,65
1,22	33,13	2,50	64,25	3,20	62,06
1,83	33,62	3,75	64,77	4,80	62,68
2,44	34,02	5,00	65,19	6,40	63,12
3,05	34,31	6,25	65,49	8,00	63,41
3,66	34,52	7,50	65,70	9,60	63,62
6,10	34,96	12,50	66,14	16,00	64,06
100,00	35,56	100,00	66,69	100,00	64,58

Es ist zu erkennen, dass die exakte Kenntnis des Abstands zwischen den Rundleitern der unteren und der oberen Lage nur einen geringen Einfluss auf die Rundleiter-Stator-Kapazität besitzt. Die Vernachlässigung der oberen Leiterlage wird mit einem vertikalen Leiterabstand von 100 mm simuliert. Die Abweichungen zwischen den Rundleiter-Stator-Kapazitäten mit den in Tabelle 3.11 angenommenen vertikalen Leiterabständen und den maximal untersuchten Abständen von 100 mm liegen bei den drei untersuchten Varianten in einem Bereich von ca. 4% bis 8%. Die grundsätzliche Vernachlässigung der oberen Leiterlage führt zu zu großen Kapazitäten. Aus diesem Grund wird in dem hier vorgestellten Feldproblem die obere Leiterlage berücksichtigt, wobei der genaue Wert des vertikalen Leiterabstands einen untergeordneten Einfluss besitzt.

3.2.2 Stirnraumanteil der Wicklung-Stator-Kapazität

Die folgende Herleitung der Berechnungsvorschrift sowie die anschließende Validierung mittels FEM-Simulationen wurde bereits in [26] publiziert. Es wird angenommen, dass der überwiegende Anteil der kapazitiven Kopplung zwischen dem Wicklungskopf der Statorwicklung und dem Stator in den zwei in Abbildung 3.26 gestrichelt eingezeichneten, im Folgenden betrachteten Bereichen erfolgt. Der obere Bereich schließt in axialer Richtung mit der Ausladung des Wicklungskopfs ab. Die kapazitive Kopplung des Wicklungskopfs der Statorwicklung und des Stators im Bereich zwischen dem oberen Feldproblem und dem als eigenständige Äquipotentialfläche betrachteten Lagerschild wird vernachlässigt. Am linken Rand des Bereichs befindet sich das Statorblechpaket. Das Statorgehäuse dient als radiale Begrenzung.

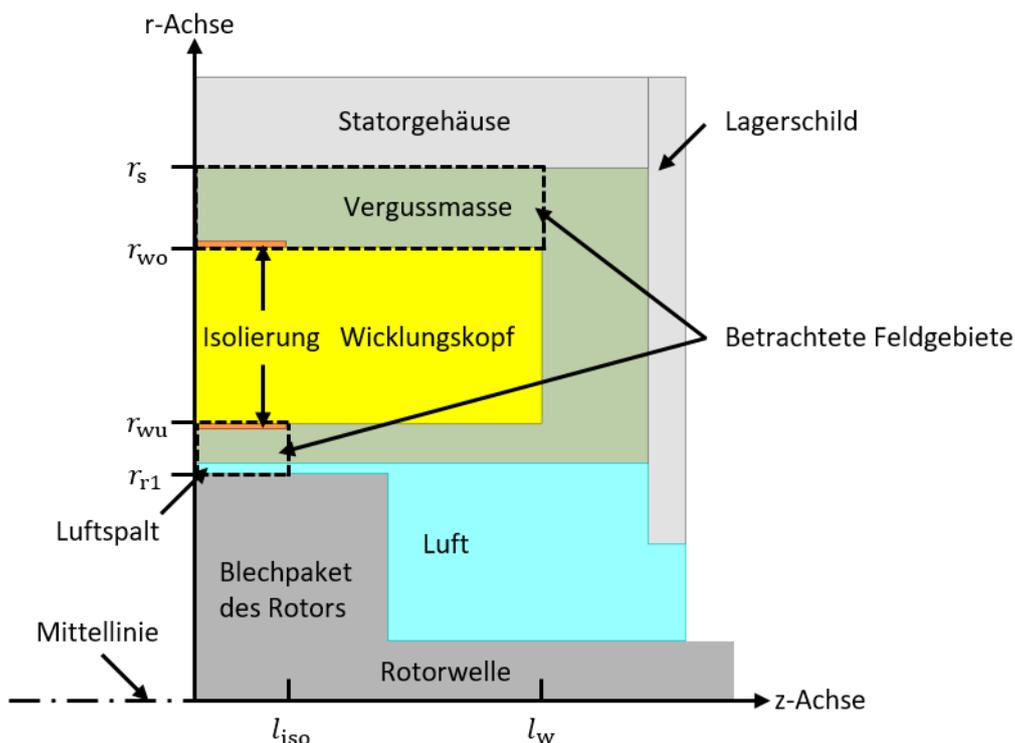


Abbildung 3.26: Kapazitive Kopplung zwischen dem Wicklungskopf der Statorwicklung und dem Stator im Stirnraum

Der Bereich unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung erstreckt sich in axialer Richtung bis zur maximalen Ausladung der Isolierung. An den rechten Begrenzungen in Längsrichtung soll in beiden Bereichen das E-Feld nur eine tangentielle Komponente aufweisen. Auf Grund der Vorgabe dieser Neumann-Randbedingungen dringt kein E-Feld aus den betrachteten Gebieten aus. Die Feldlösung für die zwei in Abbildung 3.26 gestrichelt eingezeichneten Bereiche erfolgt auf Grund der räumlichen Trennung unabhängig voneinander.

Als Elektroden werden in der vorliegenden Problemstellung der Wicklungskopf der Statorwicklung mit der Ladung Q_w und dem Potential φ_w , der Stator mit der Ladung Q_s und dem Potential φ_s sowie der Rotor mit der Ladung Q_r und dem Potential φ_r betrachtet. Die entsprechende Kapazitätskoeffizientenmatrix kann (3.2) entnommen werden.

Durch die Wahl eines Stator- und eines Rotorpotentials von jeweils null Volt ergibt sich nach (3.2) der Stirnraumanteil der Wicklung-Stator-Kapazität $C_{ws,sr}$ zu

$$C_{ws,sr} = c_{ws} = c_{sw} = \frac{Q_s}{\varphi_w} = \frac{Q_{so} + Q_{su}}{\varphi_w}. \quad (3.178)$$

Die auf dem Stator influenzierte Ladung Q_s setzt sich aus den partiellen Ladungen des oberhalb Q_{so} und des unterhalb Q_{su} des Wicklungskopfs der Statorwicklung vorliegenden Bereichs zusammen.

Insgesamt liegen dem Berechnungsmodell folgende Vereinfachungen zugrunde:

- Die kapazitive Kopplung zwischen dem Wicklungskopf und dem Stator erfolgt im Gebiet der Ausladung des Wicklungskopfs.
- Der Wicklungskopf und der Stator sind elektrisch ideal leitfähig.
- Innerhalb des betrachteten Gebiets befinden sich keine Raumladungen.
- Die Medien innerhalb der betrachteten Geometrie bestehen aus Materialien mit jeweils konstanter Permittivität.

Berechnung der oberhalb des Wicklungskopfs influenzierten Statorladung

Die Abbildung 3.27 stellt den Raumbereich oberhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung dar. Die radialen Begrenzungen ergeben sich durch den Radius der Oberkante des Wicklungskopfs der Statorwicklung r_{wo} und den Außenradius des Blechpakets des Stators r_s , der gleichzeitig dem Gehäuseinnenradius entspricht. Die Höhe der am Wicklungskopf anliegenden Isolierung wird mit dem Radius r_{go1} berücksichtigt. Die Länge der Isolierung beträgt l_{iso} . An der linken Begrenzung im Gebiet der Isolierung liegt eine Neumann-Randbedingung vor. Das Raumgebiet erstreckt sich in axialer Richtung bis zur Ausladung des Wicklungskopfs l_w .

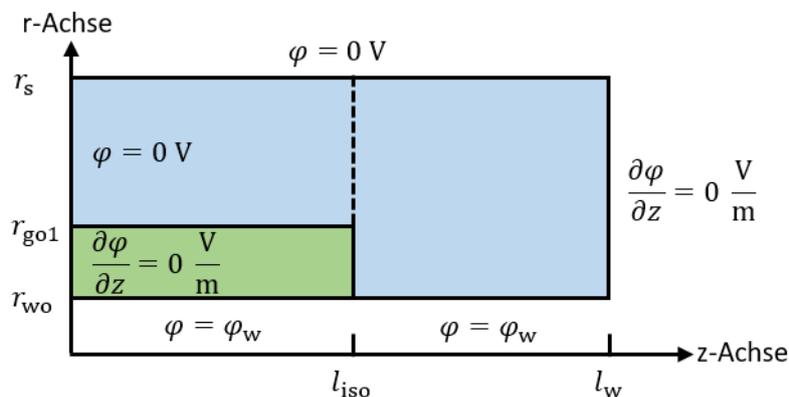


Abbildung 3.27: Modell der oberhalb des Wicklungskopfs vorliegenden Geometrie mit Randbedingungen

Das Feldproblem wird auf Grund der komplexen Berücksichtigung der im Feldproblem endenden Isolierung in zwei getrennte Bereiche unterteilt. Am axialen Ende der Ausladung der Isolierung l_{iso} erfolgt die Trennung des Feldproblems. Es wird im Folgenden angenommen, dass an der gestrichelt eingezeichneten Trennlinie eine Neumann-Randbedingung vorliegt.

Berechnung der influenzierten Statorladung im Bereich der Isolierung

Der Bereich, über welchen sich in Abbildung 3.27 die Isolierung erstreckt, kann dem modifizierten Feldproblem in Abbildung 3.28 entnommen werden. Das Feldproblem besteht aus dem Material der Isolierung mit der Permittivität ε_2 und dem an das Statorgehäuse angrenzenden Medium mit der Permittivität ε_1 .

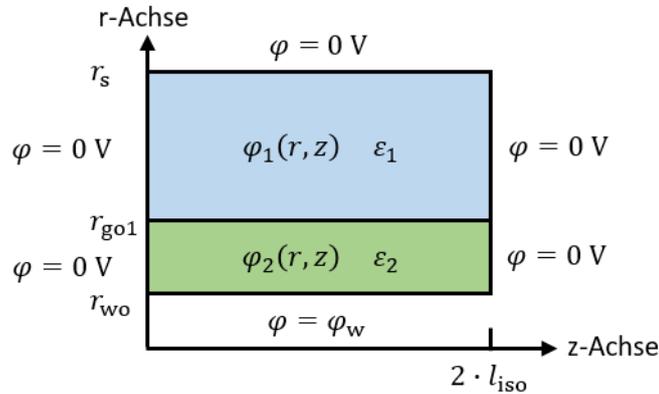


Abbildung 3.28: Modifiziertes Feldproblem oberhalb des Wicklungskopfs im Bereich der Isolierung mit Randbedingungen; die axiale Ausladung beträgt das Doppelte der realen Ausladung der Isolierung

Im Gegensatz zum in Abbildung 3.27 dargestellten Feldproblem liegen aus Gründen der Vereinfachung an den axialen Begrenzungen Dirichlet-Randbedingungen vor. Die komplexe Berücksichtigung der auf der radialen Achse vorliegenden unterschiedlichen Randbedingungen kann entfallen, da die axiale Ausladung des Feldproblems auf $2l_{\text{iso}}$ verdoppelt wurde. Die Dirichlet-Randbedingungen an der axialen Position $z = 2l_{\text{iso}}$ führen zu der gewünschten Neumann-Randbedingung an der Position $z = l_{\text{iso}}$.

Das skalare Potentialfeld ist auf Grund des rotationssymmetrischen Raumgebiets unabhängig von der Winkelkoordinate γ , wodurch sich die Laplace-Gleichung vereinfacht zu

$$\Delta\varphi(r, z) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial\varphi(r, z)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2\varphi(r, z)}{\partial z^2} = 0. \quad (3.179)$$

Durch Einsetzen des gewählten Produktansatzes

$$\varphi(r, z) = R(r) \cdot Z(z) \quad (3.180)$$

in die Laplace-Gleichung (3.179) gemäß

$$Z(z) \cdot \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{Z(z)}{r} \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r} + R(r) \cdot \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = 0 \quad (3.181)$$

und anschließendes Dividieren durch den Produktansatz (3.180) ergibt sich

$$\frac{1}{R(r)} \cdot \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r \cdot R(r)} \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{1}{Z(z)} \cdot \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = 0. \quad (3.182)$$

Die einzelnen Summanden der Gleichung (3.182) sind konstant, und mittels der Definitionen

$$k_r^2 = \frac{1}{R(r)} \cdot \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r \cdot R(r)} \cdot \frac{\partial R(r)}{\partial r}, \quad (3.183)$$

$$k_z^2 = \frac{1}{Z(z)} \cdot \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} \quad (3.184)$$

zerfällt unter Berücksichtigung der Nebenbedingung

$$k_r^2 + k_z^2 = 0 \quad (3.185)$$

die partielle Differentialgleichung (3.179) in die zwei entkoppelten, gewöhnlichen Differentialgleichungen (3.183) und (3.184). Aus den Lösungen der homogenen und linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten ergibt sich die allgemeine Lösung der Laplace-Gleichung für die beiden betrachteten Bereiche

$$\varphi_1(r, z) = (A_1 \cdot I_0(k_{r1} \cdot r) + B_1 \cdot K_0(k_{r1} \cdot r)) \cdot (C_1 \cdot e^{k_{z1} \cdot z} + D_1 \cdot e^{-k_{z1} \cdot z}), \quad (3.186)$$

$$\varphi_2(r, z) = (A_2 \cdot I_0(k_{r2} \cdot r) + B_2 \cdot K_0(k_{r2} \cdot r)) \cdot (C_2 \cdot e^{k_{z2} \cdot z} + D_2 \cdot e^{-k_{z2} \cdot z}) \quad (3.187)$$

mit der modifizierten Bessel-Funktion erster Art I_0 und der modifizierten Bessel-Funktion zweiter Art K_0 . Die Ordnung der beiden Bessel-Funktionen beträgt jeweils null. Die Bestimmung der Koeffizienten und Konstanten erfolgt mit Hilfe der Randbedingungen

$$\varphi_1(r, z = 0) = 0, \quad (3.188)$$

$$\varphi_2(r, z = 0) = 0, \quad (3.189)$$

$$\varphi_1(r, z = 2 \cdot l_{\text{iso}}) = 0, \quad (3.190)$$

$$\varphi_2(r, z = 2 \cdot l_{\text{iso}}) = 0, \quad (3.191)$$

$$\varphi_1(r = r_s, z) = 0, \quad (3.192)$$

$$\varphi_2(r = r_{\text{wo}}, z) = \varphi_w \quad (3.193)$$

und unter Berücksichtigung der Stetigkeitsbedingung des Potentials sowie der Normalkomponente des D-Felds an der Materialgrenze

$$\varphi_1(r = r_{\text{go1}}, z) = \varphi_2(r = r_{\text{go1}}, z), \quad (3.194)$$

$$-\varepsilon_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1(r = r_{\text{go1}}, z)}{\partial r} = -\varepsilon_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2(r = r_{\text{go1}}, z)}{\partial r}. \quad (3.195)$$

Für die zwei Bereiche gilt nach den Randbedingungen auf der radialen Achse (3.188) und (3.189)

$$D_{1/2} = -C_{1/2}. \quad (3.196)$$

Die Randbedingungen (3.190) und (3.191) führen anschließend zu den Gleichungen

$$e^{4 \cdot k_{z1} \cdot l_{\text{iso}}} = 1 = e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}, \quad (3.197)$$

$$e^{4 \cdot k_{z2} \cdot l_{\text{iso}}} = 1 = e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot m} \quad (3.198)$$

und abschließend unter Berücksichtigung der Nebenbedingung (3.185) zur Bestimmung der Konstanten

$$\underline{k}_{z1,n} = j \cdot \frac{\pi \cdot n}{2 \cdot l_{\text{iso}}} = j \cdot k_{r1,n} = j \cdot k_{1,n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.199)$$

$$\underline{k}_{z2,m} = j \cdot \frac{\pi \cdot m}{2 \cdot l_{\text{iso}}} = j \cdot k_{r2,m} = j \cdot k_{2,m}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.200)$$

Für beide Teilgebiete kann auf Grund der Linearität der Laplace-Gleichung eine allgemeinere Lösung konstruiert werden. Die Exponentialterme in axialer Richtung der Potentialfelder (3.186) und (3.187) können unter Berücksichtigung der Eulerformel durch Sinus-Funktionen ersetzt werden gemäß

$$\varphi_1(r, z) = \sum_{n=1,2,3,\dots} \left(\tilde{A}_{1,n} \cdot I_0(k_{1,n} \cdot r) + \tilde{B}_{1,n} \cdot K_0(k_{1,n} \cdot r) \right) \cdot \sin(k_{1,n} \cdot z), \quad (3.201)$$

$$\varphi_2(r, z) = \sum_{m=1,2,3,\dots} \left(\tilde{A}_{2,m} \cdot I_0(k_{2,m} \cdot r) + \tilde{B}_{2,m} \cdot K_0(k_{2,m} \cdot r) \right) \cdot \sin(k_{2,m} \cdot z), \quad (3.202)$$

mit

$$\tilde{A}_{1,n/2,m} = 2 \cdot j \cdot \underline{A}_{1,n/2,m} \cdot \underline{C}_{1,n/2,m} \quad (3.203)$$

und

$$\tilde{B}_{1,n/2,m} = 2 \cdot j \cdot \underline{B}_{1,n/2,m} \cdot \underline{C}_{1,n/2,m}. \quad (3.204)$$

Die Randbedingung auf dem Radius des Blechpakets des Stators (3.192) ergibt für das erste Potentialfeld

$$\tilde{B}_{1,n} = -\tilde{A}_{1,n} \cdot \frac{I_0(k_{1,n} \cdot r_s)}{K_0(k_{1,n} \cdot r_s)}. \quad (3.205)$$

Bei der fehlenden Randbedingung (3.193) des zweiten Potentialfelds

$$\varphi_2(r = r_{\text{wo}}, z) = \sum_{m=1,2,3,\dots} \left(\tilde{A}_{2,m} I_0(k_{2,m} r_{\text{wo}}) + \tilde{B}_{2,m} K_0(k_{2,m} r_{\text{wo}}) \right) \sin(k_{2,m} z) = \varphi_w, \quad (3.206)$$

$$\varphi_2(r = r_{\text{wo}}, z) = \sum_{m=1,2,3,\dots} \tilde{F}_{2,m} \sin(k_{2,m} z) \quad (3.207)$$

mit

$$\tilde{F}_{2,m} = \tilde{A}_{2,m} I_0(k_{2,m} r_{\text{wo}}) + \tilde{B}_{2,m} K_0(k_{2,m} r_{\text{wo}}) \quad (3.208)$$

besitzt die Fourier-Reihe nur Sinusterme. Der Gleichanteil und die Kosinusterme der Fourier-Reihe entfallen bei der Entwicklung einer ungeraden, mittelwertfreien Funktion, sodass die Randbedingung (3.193) mit $-\varphi_w$ im Intervall $(2l_{\text{iso}}, 4l_{\text{iso}}]$ ungerade erweitert wird. Der Fourier-Koeffizient $\tilde{F}_{2,m}$ berechnet sich zu

$$\tilde{F}_{2,m} = \frac{1}{l_{\text{iso}}} \cdot \int_0^{2 \cdot l_{\text{iso}}} \varphi_w \cdot \sin(k_{2,m} \cdot z) \cdot dz, \quad (3.209)$$

$$\tilde{F}_{2,m} = -\frac{2 \cdot \varphi_w}{m \cdot \pi} \cdot ([-1]^m - 1) = \tilde{A}_{2,m} \cdot I_0(k_{2,m} \cdot r_{\text{wo}}) + \tilde{B}_{2,m} \cdot K_0(k_{2,m} \cdot r_{\text{wo}}). \quad (3.210)$$

Die Stetigkeitsbedingung des Potentials (3.194) führt zur Gleichung

$$\tilde{A}_{1,n} \left(I_0(k_{1,n} r_{go1}) - \frac{I_0(k_{1,n} r_s)}{K_0(k_{1,n} r_s)} K_0(k_{1,n} r_{go1}) \right) = \tilde{A}_{2,m} I_0(k_{2,m} r_{go1}) + \tilde{B}_{2,m} K_0(k_{2,m} r_{go1}) \quad (3.211)$$

und die Differenzierbarkeitsbedingung (3.195) zu

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 k_{1,n} \tilde{A}_{1,n} \left(I_1(k_{1,n} r_{go1}) + \frac{I_0(k_{1,n} r_s)}{K_0(k_{1,n} r_s)} K_1(k_{1,n} r_{go1}) \right) \\ = \varepsilon_2 k_{2,m} \left(\tilde{A}_{2,m} I_1(k_{2,m} r_{go1}) - \tilde{B}_{2,m} K_1(k_{2,m} r_{go1}) \right). \end{aligned} \quad (3.212)$$

Die unbekanntenen Konstanten $\tilde{A}_{1,n}$, $\tilde{A}_{2,m}$ und $\tilde{B}_{2,m}$ der Potentialfelder der zwei Bereiche (3.201) und (3.202) können mit Hilfe der Gleichungen (3.210) bis (3.212) bestimmt werden.

In der Abbildung 3.29 sind beispielhaft analytisch berechnete Äquipotentialflächen des in Abbildung 3.28 enthaltenen modifizierten Feldproblems dargestellt. Die konvexen Wiederholungen in axialer Richtung an der Stelle des Radius des Wicklungskopfs $r = r_{wo}$ entstehen durch die Anwendung der Fourier-Reihe. An der Stelle der maximalen Ausladung der Isolierung l_{iso} kann auf Grund der rein axial verlaufenden Äquipotentiallinien die geforderte Neumann-Randbedingung identifiziert werden.

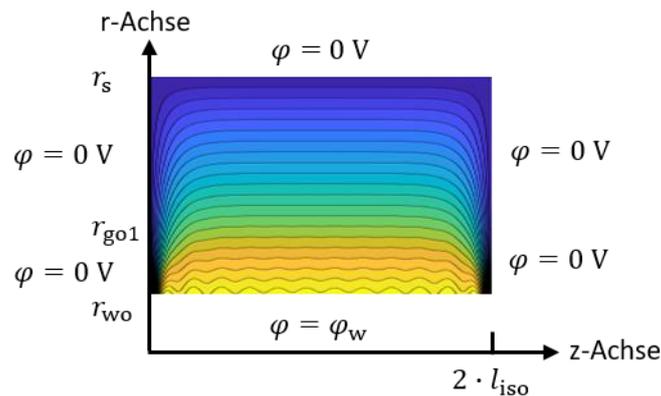


Abbildung 3.29: Darstellung der analytisch berechneten Äquipotentialflächen des modifizierten Feldproblems oberhalb des Wicklungskopfs im Bereich der Isolierung

Zur Bestimmung der auf der Stirn- und der Mantelfläche des Stators vorhandenen Ladung werden das D-Feld des ersten Potentialfelds

$$\vec{D}_1 = \begin{pmatrix} D_{1r} \\ D_{1z} \end{pmatrix} = \varepsilon_1 \cdot \begin{pmatrix} E_{1r} \\ E_{1z} \end{pmatrix} = -\varepsilon_1 \cdot \text{grad}(\varphi_1) \quad (3.213)$$

mit

$$D_{1r} = - \sum_{n=1,2,3,..} \tilde{A}_{1,n} \cdot k_{1,n} \cdot \varepsilon_1 \left(I_1(k_{1,n} \cdot r) + \frac{I_0(k_{1,n} \cdot r_s)}{K_0(k_{1,n} \cdot r_s)} \cdot K_1(k_{1,n} \cdot r) \right) \cdot \sin(k_{1,n} \cdot z) \quad (3.214)$$

und

$$D_{1z} = - \sum_{n=1,2,3,..} \tilde{A}_{1,n} \cdot k_{1,n} \cdot \varepsilon_1 \left(I_0(k_{1,n} \cdot r) - \frac{I_0(k_{1,n} \cdot r_s)}{K_0(k_{1,n} \cdot r_s)} \cdot K_0(k_{1,n} \cdot r) \right) \cdot \cos(k_{1,n} \cdot z) \quad (3.215)$$

sowie das D-Feld des zweiten Potentialfelds

$$\vec{D}_2 = \begin{pmatrix} D_{2r} \\ D_{2z} \end{pmatrix} = \varepsilon_2 \cdot \begin{pmatrix} E_{2r} \\ E_{2z} \end{pmatrix} = -\varepsilon_2 \cdot \text{grad}(\varphi_2) \quad (3.216)$$

mit

$$D_{2r} = - \sum_{m=1,2,3,..} \varepsilon_2 \cdot k_{2,m} \cdot \left(\tilde{A}_{2,m} \cdot I_1(k_{2,m} \cdot r) - \tilde{B}_{2,m} \cdot K_1(k_{2,m} \cdot r) \right) \cdot \sin(k_{2,m} \cdot z) \quad (3.217)$$

und

$$D_{2z} = - \sum_{m=1,2,3,..} \varepsilon_2 \cdot k_{2,m} \cdot \left(\tilde{A}_{2,m} \cdot I_0(k_{2,m} \cdot r) + \tilde{B}_{2,m} \cdot K_0(k_{2,m} \cdot r) \right) \cdot \cos(k_{2,m} \cdot z) \quad (3.218)$$

ermittelt. Die Oberflächenladungsdichte σ_{sr1} auf der Mantelfläche des Stators berechnet sich mit dem Flächennormalenvektor \vec{n} und dem D-Feld des ersten Potentialfelds zu

$$\sigma_{sr1} = \vec{n} \cdot \vec{D}_1(r = r_s, z) = -\vec{e}_r \cdot \vec{D}_1(r = r_s, z) = -D_{1r}(r = r_s, z), \quad (3.219)$$

$$\sigma_{sr1} = \sum_{n=1,2,3,..} \tilde{A}_{1,n} \cdot k_{1,n} \cdot \varepsilon_1 \left(I_1(k_{1,n} \cdot r_s) + \frac{I_0(k_{1,n} \cdot r_s)}{K_0(k_{1,n} \cdot r_s)} \cdot K_1(k_{1,n} \cdot r_s) \right) \cdot \sin(k_{1,n} \cdot z). \quad (3.220)$$

Die Ladung auf der Mantelfläche des Stators Q_{sr1} berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die axiale Länge der Isolierung l_{iso} als

$$Q_{sr1} = \int_0^{l_{iso}} \int_0^{2\pi} \sigma_{sr1} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dz, \quad (3.221)$$

$$Q_{sr1} = - \sum_{n=1,2,3,..} \tilde{A}_{1,n} 2\pi \varepsilon_1 r_s \left(I_1(k_{1,n} r_s) + \frac{I_0(k_{1,n} r_s)}{K_0(k_{1,n} r_s)} K_1(k_{1,n} r_s) \right) \left(\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) - 1 \right). \quad (3.222)$$

Zur Bestimmung der Ladung auf der Stirnfläche des Stators im Bereich des ersten Potentialfelds wird zu Beginn die Oberflächenladungsdichte σ_{sz1} ermittelt mit

$$\sigma_{sz1} = \vec{n} \cdot \vec{D}_1(r, z = 0) = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_1(r, z = 0) = D_{1z}(r, z = 0), \quad (3.223)$$

$$\sigma_{sz1} = - \sum_{n=1,2,3,..} \tilde{A}_{1,n} \cdot k_{1,n} \cdot \varepsilon_1 \left(I_0(k_{1,n} \cdot r) - \frac{I_0(k_{1,n} \cdot r_s)}{K_0(k_{1,n} \cdot r_s)} \cdot K_0(k_{1,n} \cdot r) \right). \quad (3.224)$$

Die Ladung auf der Stirnfläche des Stators Q_{sz1} im Bereich des ersten Potentialfelds berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die radiale Höhe des Feldproblems zu

$$Q_{sz1} = \int_{r_{go1}}^{r_s} \int_0^{2\pi} \sigma_{sz1} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dr, \quad (3.225)$$

$$Q_{sz1} = - \sum_{n=1,2,3,..} \tilde{A}_{1,n} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_1 \cdot k_{1,n} \cdot \int_{r_{go1}}^{r_s} r \cdot \left(I_0(k_{1,n} \cdot r) - \frac{I_0(k_{1,n} \cdot r_s)}{K_0(k_{1,n} \cdot r_s)} \cdot K_0(k_{1,n} \cdot r) \right) dr. \quad (3.226)$$

Die in Abbildung 3.27 enthaltene Neumann-Randbedingung am linken Rand der Isolierung führt zu einem direkten Eindringen des E-Felds in das Statorblechpaket.

Die hierdurch influenzierte Ladung auf dem Statorblech wird durch die im modifizierten Feldproblem vorgegebene Dirichlet-Randbedingung an der linken Seite der Isolierung nicht berücksichtigt. Eine Kompensation erfolgt durch die Ermittlung der Ladung Q_{sz2} auf der linken Seite der Isolierung. Die Oberflächenladungsdichte σ_{sz2} berechnet sich zu

$$\sigma_{sz2} = \vec{n} \cdot \vec{D}_2(r, z = 0) = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_2(r, z = 0) = D_{2z}(r, z = 0), \quad (3.227)$$

$$\sigma_{sz2} = - \sum_{m=1,2,3,..} \varepsilon_2 \cdot k_{2,m} \cdot \left(\tilde{A}_{2,m} \cdot I_0(k_{2,m} \cdot r) + \tilde{B}_{2,m} \cdot K_0(k_{2,m} \cdot r) \right). \quad (3.228)$$

Die Ladung auf der Stirnfläche des Stators Q_{sz2} im Bereich des zweiten Potentialfelds ergibt sich zu

$$Q_{sz2} = \int_{r_{wo}}^{r_{go1}} \int_0^{2 \cdot \pi} \sigma_{sz2} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dr, \quad (3.229)$$

$$Q_{sz2} = - \sum_{m=1,2,3,..} 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_2 \cdot k_{2,m} \cdot \int_{r_{wo}}^{r_{go1}} r \cdot \left(\tilde{A}_{2,m} \cdot I_0(k_{2,m} \cdot r) + \tilde{B}_{2,m} \cdot K_0(k_{2,m} \cdot r) \right) dr. \quad (3.230)$$

Die Lösung der in (3.226) und (3.230) verbleibenden Integrale kann numerisch erfolgen.

Berechnung der influenzierten Statorladung im Bereich außerhalb der Isolierung

Der in Abbildung 3.27 dargestellte Bereich des Feldproblems, welches sich in axialer Richtung von der Ausladung der Isolierung bis zur Ausladung des Wicklungskopfs der Statorwicklung erstreckt, kann der Abbildung 3.30 entnommen werden. Das Feldproblem ist gefüllt mit einem Medium der Permittivität ε_1 .

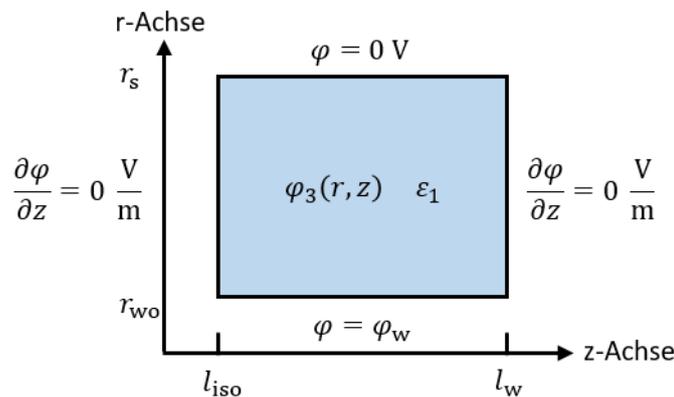


Abbildung 3.30: Feldproblem oberhalb des Wicklungskopfs im Bereich außerhalb der Isolierung mit Randbedingungen

Auf Grund des rotationssymmetrischen Raumgebiets und der Vorgabe von Neumann-Randbedingungen an den beiden axialen Begrenzungen ist das Potentialfeld unabhängig von der Winkelkoordinate γ und der Längskoordinate z . Folglich vereinfacht sich die Laplace-Gleichung zu

$$\Delta\varphi(r) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial\varphi(r, \gamma, z)}{\partial r} \right) = 0. \quad (3.231)$$

Mittels direkter Integration kann das skalare Potentialfeld bestimmt werden zu

$$\varphi_3(r) = A_3 + B_3 \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right). \quad (3.232)$$

Der Wert des Bezugsradius r_0 kann frei gewählt werden. Die vorgegebenen Dirichlet-Randbedingungen

$$\varphi_3(r = r_s) = 0, \quad (3.233)$$

$$\varphi_3(r = r_{w0}) = \varphi_w \quad (3.234)$$

führen zum Potentialfeld

$$\varphi_3(r) = \frac{\varphi_w}{\ln\left(\frac{r_{w0}}{r_s}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_s}\right). \quad (3.235)$$

Zur Bestimmung der Ladung auf dem Stator wird die Oberflächenladungsdichte σ_{r2} mit Hilfe des elektrischen Felds

$$\vec{E}_3 = E_{3r}\vec{e}_r = -\text{grad}(\varphi_3) = -\frac{\varphi_w}{r \cdot \ln\left(\frac{r_{w0}}{r_s}\right)} \vec{e}_r \quad (3.236)$$

und des Flächennormalenvektors \vec{n} des Stators berechnet zu

$$\sigma_{r3} = \vec{n} \cdot \vec{D}_3(r = r_s) = -\vec{e}_r \cdot \varepsilon_1 E_{3r}(r = r_s) \vec{e}_r = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varphi_w}{r_s \cdot \ln\left(\frac{r_{w0}}{r_s}\right)}. \quad (3.237)$$

Die Ladung auf der Mantelfläche des Stators Q_{sr3} berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die Länge des Statorabschnitts als

$$Q_{sr3} = \int_{l_{iso}}^{l_w} \int_0^{2\pi} \sigma_{sr3} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dz = \frac{2 \cdot \pi \cdot (l_w - l_{iso}) \cdot \varepsilon_1 \cdot \varphi_w}{\ln\left(\frac{r_{w0}}{r_s}\right)}. \quad (3.238)$$

Die in Gleichung (3.178) enthaltene partielle Statorladung des oberhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung vorliegenden Bereichs Q_{s0} ermittelt sich abschließend zu

$$Q_{s0} = Q_{sr1} + Q_{sz1} + Q_{sz2} + Q_{sr3}. \quad (3.239)$$

Berechnung der unterhalb des Wicklungskopfs influenzierten Statorladung

Die Abbildung 3.31 stellt das Feldproblem unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung dar. Die radialen Begrenzungen ergeben sich durch den Radius der Unterkante des Wicklungskopfs der Statorwicklung r_{wu} und den Radius des Rotors r_{r1} . Das Feldproblem setzt sich aus drei Materialien mit unterschiedlichen Permittivitäten zusammen. Das erste Medium mit der Permittivität ε_3 dient der Berücksichtigung einer in den Stirnraum überstehenden Isolierung. Ein eventuell vergossener Stirnraum wird durch das zweite Material mit der Permittivität ε_4 berücksichtigt. Das dritte Medium berücksichtigt das an den Rotor angrenzende Medium mit der Permittivität ε_5 .

Die Höhen der Schichten werden mit den Radien $r_{\text{gu}1}$ und $r_{\text{gu}2}$ berücksichtigt. Das Statorblech liegt an der linken Seite des mittleren Feldproblems an. Das Raumgebiet erstreckt sich in axialer Richtung bis zur Ausladung der Isolierung l_{iso} . Der Bereich mit $z > l_{\text{iso}}$ leistet in der Regel keinen nennenswerten Betrag zur Kapazität zwischen Wicklung und Statorblechpaket.

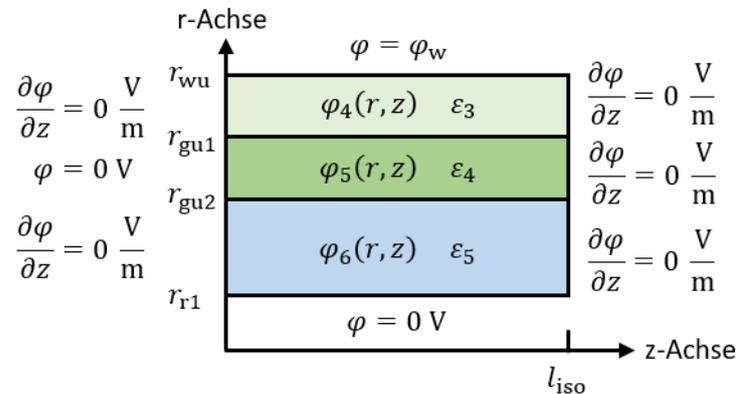


Abbildung 3.31: Feldproblem unterhalb des Wicklungskopfs im Bereich der Isolierung mit Randbedingungen

Auf Grund der komplexen Berücksichtigung der abwechselnden Randbedingungen auf der radialen Achse des Feldproblems wird der in Abbildung 3.32 dargestellte modifizierte Raumbereich betrachtet. An den Begrenzungen in axialer Richtung liegen Dirichlet-Randbedingungen vor. Für die Realisierung der geforderten Neumann-Randbedingungen an der Position der axialen Länge der Isolierung erstreckt sich der Bereich in axialer Richtung über die doppelte Länge der Isolierung $2l_{\text{iso}}$.

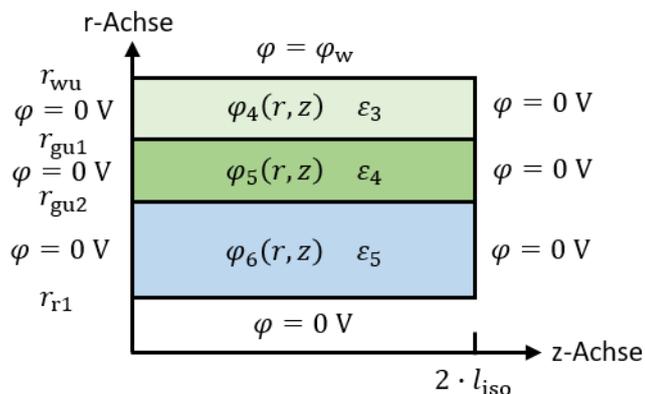


Abbildung 3.32: Modifiziertes Feldproblem unterhalb des Wicklungskopfs im Bereich der Isolierung mit Randbedingungen; die axiale Ausladung beträgt das Doppelte der realen Ausladung der Isolierung

Die hergeleitete Ansatzfunktion (3.201) kann auf Grund der axial beidseitig vorhandenen Dirichlet-Randbedingungen für die drei Potentialfelder angewendet werden als

$$\varphi_4(r, z) = \sum_{n=1,2,3,\dots} \left(\tilde{A}_{4,n} \cdot I_0(k_{4,n} \cdot r) + \tilde{B}_{4,n} \cdot K_0(k_{4,n} \cdot r) \right) \cdot \sin(k_{4,n} \cdot z), \quad (3.240)$$

$$\varphi_5(r, z) = \sum_{m=1,2,3,\dots} \left(\tilde{A}_{5,m} \cdot I_0(k_{5,m} \cdot r) + \tilde{B}_{5,m} \cdot K_0(k_{5,m} \cdot r) \right) \cdot \sin(k_{5,m} \cdot z), \quad (3.241)$$

$$\varphi_6(r, z) = \sum_{i=1,2,3,\dots} \left(\tilde{A}_{6,i} \cdot I_0(k_{6,i} \cdot r) + \tilde{B}_{6,i} \cdot K_0(k_{6,i} \cdot r) \right) \cdot \sin(k_{6,i} \cdot z) \quad (3.242)$$

mit

$$k_{4,n} = \frac{\pi \cdot n}{2 \cdot l_{\text{iso}}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.243)$$

$$k_{5,m} = \frac{\pi \cdot m}{2 \cdot l_{\text{iso}}}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.244)$$

$$k_{6,i} = \frac{\pi \cdot i}{2 \cdot l_{\text{iso}}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (3.245)$$

Die Bestimmung der Koeffizienten und Konstanten erfolgt mit Hilfe der Randbedingungen

$$\varphi_6(r = r_{r1}, z) = 0, \quad (3.246)$$

$$\varphi_4(r = r_{wu}, z) = \varphi_w \quad (3.247)$$

und unter Berücksichtigung der Stetigkeitsbedingungen des Potentials sowie der Normalkomponente des D-Felds an den Materialgrenzen

$$\varphi_4(r = r_{gu1}, z) = \varphi_5(r = r_{gu1}, z), \quad (3.248)$$

$$\varphi_5(r = r_{gu2}, z) = \varphi_6(r = r_{gu2}, z), \quad (3.249)$$

$$-\varepsilon_3 \cdot \frac{\partial \varphi_4(r = r_{gu1}, z)}{\partial r} = -\varepsilon_4 \cdot \frac{\partial \varphi_5(r = r_{gu1}, z)}{\partial r}, \quad (3.250)$$

$$-\varepsilon_4 \cdot \frac{\partial \varphi_5(r = r_{gu2}, z)}{\partial r} = -\varepsilon_5 \cdot \frac{\partial \varphi_6(r = r_{gu2}, z)}{\partial r}. \quad (3.251)$$

Die Randbedingung auf der Rotoroberfläche (3.246) führt zu

$$\tilde{B}_{6,i} = -\tilde{A}_{6,i} \cdot \frac{I_0(k_{6,i} \cdot r_{r1})}{K_0(k_{6,i} \cdot r_{r1})}. \quad (3.252)$$

Zur Realisierung der Randbedingung am Wicklungskopf der Statorwicklung (3.247) wird die im vorherigen Abschnitt erläuterte Fourier-Entwicklung

$$\tilde{F}_{4,n} = \frac{1}{l_{\text{iso}}} \cdot \int_0^{2 \cdot l_{\text{iso}}} \varphi_w \cdot \sin(k_{4,n} \cdot z) \cdot dz, \quad (3.253)$$

$$\tilde{F}_{4,n} = -\frac{2 \cdot \varphi_w}{n \cdot \pi} \cdot ([-1]^n - 1) = \tilde{A}_{4,n} \cdot I_0(k_{4,n} \cdot r_{wu}) + \tilde{B}_{4,n} \cdot K_0(k_{4,n} \cdot r_{wu}) \quad (3.254)$$

angewendet. Die vier Stetigkeitsbedingungen (3.248) bis (3.251) führen zu den Gleichungen

$$\begin{aligned} & \tilde{A}_{4,n} \cdot I_0(k_{4,n} \cdot r_{gu1}) + \tilde{B}_{4,n} \cdot K_0(k_{4,n} \cdot r_{gu1}) \\ & = \tilde{A}_{5,m} \cdot I_0(k_{5,m} \cdot r_{gu1}) + \tilde{B}_{5,m} \cdot K_0(k_{5,m} \cdot r_{gu1}), \end{aligned} \quad (3.255)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{A}_{5,m} \cdot I_0(k_{5,m} \cdot r_{gu2}) + \tilde{B}_{5,m} \cdot K_0(k_{5,m} \cdot r_{gu2}) \\ & = \tilde{A}_{6,i} \cdot \left(I_0(k_{6,i} \cdot r_{gu2}) - \frac{I_0(k_{6,i} \cdot r_{r1})}{K_0(k_{6,i} \cdot r_{r1})} \cdot K_0(k_{6,i} \cdot r_{gu1}) \right), \end{aligned} \quad (3.256)$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon_3 \cdot k_{4,n} \cdot \left(\tilde{A}_{4,n} I_1(k_{4,n} \cdot r_{gu1}) - \tilde{B}_{4,n} K_1(k_{4,n} \cdot r_{gu1}) \right) \\ & = \varepsilon_4 \cdot k_{5,m} \cdot \left(\tilde{A}_{5,m} I_1(k_{5,m} \cdot r_{gu1}) - \tilde{B}_{5,m} K_1(k_{5,m} \cdot r_{gu1}) \right), \end{aligned} \quad (3.257)$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon_4 k_{5,m} \left(\tilde{A}_{5,m} I_1(k_{5,m} r_{\text{gu}2}) - \tilde{B}_{5,m} K_1(k_{5,m} r_{\text{gu}2}) \right) \\ & = \varepsilon_5 k_{6,i} \tilde{A}_{6,i} \left(I_1(k_{6,i} r_{\text{gu}2}) + \frac{I_0(k_{6,i} r_{r1})}{K_0(k_{6,i} r_{r1})} K_1(k_{6,i} r_{\text{gu}2}) \right). \end{aligned} \quad (3.258)$$

Die unbekanntenen Konstanten $\tilde{A}_{4,n}$, $\tilde{B}_{4,n}$, $\tilde{A}_{5,m}$, $\tilde{B}_{5,m}$ und $\tilde{A}_{6,i}$ der drei Potentialfelder (3.240) bis (3.242) können mit Hilfe der Gleichungen (3.254) bis (3.258) bestimmt werden. Zur Ermittlung der auf der Stirnfläche des Blechpakets des Stators vorhandenen Ladung werden das D-Feld des vierten Potentialfelds

$$\vec{D}_4 = \begin{pmatrix} D_{4r} \\ D_{4z} \end{pmatrix} = \varepsilon_3 \cdot \begin{pmatrix} E_{4r} \\ E_{4z} \end{pmatrix} = -\varepsilon_3 \cdot \text{grad}(\varphi_4) \quad (3.259)$$

mit

$$D_{4r} = - \sum_{n=1,2,3,..} \varepsilon_3 \cdot k_{4,n} \cdot \left(\tilde{A}_{4,n} \cdot I_1(k_{4,n} \cdot r) - \tilde{B}_{4,n} \cdot K_1(k_{4,n} \cdot r) \right) \cdot \sin(k_{4,n} \cdot z) \quad (3.260)$$

und

$$D_{4z} = - \sum_{n=1,2,3,..} \varepsilon_3 \cdot k_{4,n} \cdot \left(\tilde{A}_{4,n} \cdot I_0(k_{4,n} \cdot r) + \tilde{B}_{4,n} \cdot K_0(k_{4,n} \cdot r) \right) \cdot \cos(k_{4,n} \cdot z) \quad (3.261)$$

sowie das D-Feld des fünften Potentialfelds

$$\vec{D}_5 = \begin{pmatrix} D_{5r} \\ D_{5z} \end{pmatrix} = \varepsilon_4 \cdot \begin{pmatrix} E_{5r} \\ E_{5z} \end{pmatrix} = -\varepsilon_4 \cdot \text{grad}(\varphi_5) \quad (3.262)$$

mit

$$D_{5r} = - \sum_{m=1,2,3,..} \varepsilon_4 \cdot k_{5,m} \cdot \left(\tilde{A}_{5,m} \cdot I_1(k_{5,m} \cdot r) - \tilde{B}_{5,m} \cdot K_1(k_{5,m} \cdot r) \right) \cdot \sin(k_{5,m} \cdot z) \quad (3.263)$$

und

$$D_{5z} = - \sum_{m=1,2,3,..} \varepsilon_4 \cdot k_{5,m} \cdot \left(\tilde{A}_{5,m} \cdot I_0(k_{5,m} \cdot r) + \tilde{B}_{5,m} \cdot K_0(k_{5,m} \cdot r) \right) \cdot \cos(k_{5,m} \cdot z) \quad (3.264)$$

berechnet. Zur Bestimmung der Ladung auf der Stirnfläche des Blechpakets des Stators im Bereich des fünften Potentialfelds wird zu Beginn die Oberflächenladungsdichte σ_{sz3} ermittelt zu

$$\sigma_{sz3} = \vec{n} \cdot \vec{D}_5(r, z = 0) = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_5(r, z = 0) = D_{5z}(r, z = 0), \quad (3.265)$$

$$\sigma_{sz3} = - \sum_{m=1,2,3,..} \varepsilon_4 \cdot k_{5,m} \cdot \left(\tilde{A}_{5,m} \cdot I_0(k_{5,m} \cdot r) + \tilde{B}_{5,m} \cdot K_0(k_{5,m} \cdot r) \right). \quad (3.266)$$

Die Ladung auf der Stirnfläche des Stators Q_{sz3} im Bereich des fünften Potentialfelds berechnet sich mit Hilfe des Flächenintegrals der Oberflächenladungsdichte über die radiale Höhe des Feldproblems zu

$$Q_{sz3} = \int_{r_{\text{gu}2}}^{r_{\text{gu}1}} \int_0^{2\pi} \sigma_{sz3} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dr, \quad (3.267)$$

$$Q_{sz3} = - \sum_{m=1,2,3,..} 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_4 \cdot k_{5,m} \cdot \int_{r_{\text{gu}2}}^{r_{\text{gu}1}} r \cdot \left(\tilde{A}_{5,m} \cdot I_0(k_{5,m} \cdot r) + \tilde{B}_{5,m} \cdot K_0(k_{5,m} \cdot r) \right) dr. \quad (3.268)$$

Die in Abbildung 3.31 enthaltenen Neumann-Randbedingungen an der linken Seite des vierten und des sechsten Potentialfelds werden im in Abbildung 3.32 dargestellten modifizierten Feldproblem durch Dirichlet-Randbedingungen ersetzt. Die Neumann-Randbedingung des vierten Potentialfelds führt zu einem direkten Eindringen des E-Felds in das Statorblechpaket. Die hierdurch influenzierte Ladung auf dem Statorblech ist im modifizierten Feldproblem auf Grund der vorgegebenen Dirichlet-Randbedingung an der linken Seite des vierten Potentialfelds nicht existent. Eine Korrektur erfolgt durch die Ermittlung der Ladung Q_{sz4} auf der linken Seite des vierten Potentialfelds. Die Oberflächenladungsdichte σ_{sz4} berechnet sich zu

$$\sigma_{sz4} = \vec{n} \cdot \vec{D}_4(r, z = 0) = \vec{e}_z \cdot \vec{D}_4(r, z = 0) = D_{4z}(r, z = 0), \quad (3.269)$$

$$\sigma_{sz4} = - \sum_{n=1,2,3,..} \varepsilon_3 \cdot k_{4,n} \cdot \left(\tilde{A}_{4,n} \cdot I_0(k_{4,n} \cdot r) + \tilde{B}_{4,n} \cdot K_0(k_{4,n} \cdot r) \right). \quad (3.270)$$

Die Ladung auf der Stirnfläche des Stators Q_{sz4} im Bereich des vierten Potentialfelds ergibt sich zu

$$Q_{sz4} = \int_{r_{gu1}}^{r_{wu}} \int_0^{2 \cdot \pi} \sigma_{sz4} \cdot r \cdot d\gamma \cdot dr, \quad (3.271)$$

$$Q_{sz4} = - \sum_{n=1,2,3,..} 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_3 \cdot k_{4,n} \cdot \int_{r_{gu1}}^{r_{wu}} r \cdot \left(\tilde{A}_{4,n} \cdot I_0(k_{4,n} \cdot r) + \tilde{B}_{4,n} \cdot K_0(k_{4,n} \cdot r) \right) dr. \quad (3.272)$$

Die Lösung der in (3.268) und (3.272) verbleibenden Integrale erfolgt numerisch. Die in Gleichung (3.178) enthaltene partielle Statorladung des unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung vorliegenden Bereichs Q_{su} berechnet sich zu

$$Q_{su} = Q_{sz3} + Q_{sz4}. \quad (3.273)$$

Validierung des Modells

Die Validierung des Modells erfolgt separat für die beiden in Abbildung 3.26 gekennzeichneten Bereiche. Für den Vergleich werden die in den beiden Gebieten vorliegenden Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazität mit Hilfe von FEM-Simulationen ermittelt. Für die Validierung des Bereichs oberhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung entspricht die gesamte Ladung auf dem Stator Q_s folglich der influenzierten Ladung Q_{s0} . Für den Vergleich des Bereichs unterhalb des Wicklungskopfs entspricht die gesamte Ladung auf dem Stator der influenzierten Ladung Q_{su} .

Die fünf untersuchten Maschinenvarianten für die Validierung des Bereichs oberhalb des Wicklungskopfs, welche sich hinsichtlich ihrer Geometrien und Materialeigenschaften unterscheiden, können der Tabelle 3.18 entnommen werden. Der FEM-Modellaufbau entspricht dem in Abbildung 3.27 dargestellten Feldproblem. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.7 entnommen werden.

Tabelle 3.18: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Modelle oberhalb des Wicklungskopfs

Variante	r_{wo} in mm	r_{go1} in mm	r_s in mm	l_{iso} in mm	l_w in mm	ϵ_{r1}	ϵ_{r2}
1	91,33	91,64	109,1	10,0	37,83	5,2	3,3
2	92,08	92,39	100,0	10,0	42,33	1,0	3,3
3	87,08	87,39	91,0	8,0	20,0	1,0	3,3
4	55,08	55,26	64,3	4,0	18,0	1,0	3,3
5	129,33	129,68	147,6	13,0	20,0	5,2	3,0

Die Tabelle 3.19 enthält die analytisch berechneten und die mittels FEM bestimmten Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazitäten.

Tabelle 3.19: Vergleich der oberhalb des Wicklungskopfs analytisch berechneten Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazitäten mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$C_{ws,sr,o,anal}$ in pF	$C_{ws,sr,o,FEM}$ in pF	Abweichung $C_{ws,sr,o}$ in %
1	111,40	113,75	2,07
2	47,26	44,05	7,29
3	41,52	37,94	9,44
4	18,65	17,23	8,24
5	107,26	113,85	5,79

Die fünf untersuchten Maschinenvarianten für die Validierung des Bereichs unterhalb des Wicklungskopfs können der Tabelle 3.20 entnommen werden. Der FEM-Modellaufbau entspricht dem in Abbildung 3.31 dargestellten Feldproblem. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.8 entnommen werden.

Tabelle 3.20: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Modelle unterhalb des Wicklungskopfs

Variante	r_{wu} in mm	r_{gu1} in mm	r_{gu2} in mm	r_{r1} in mm	l_{iso} in mm	ϵ_{r3}	ϵ_{r4}	ϵ_{r5}
1	94,0	93,5	90,8	89,8	4,0	3,3	5,2	1,0
2	80,0	79,6	77,2	76,1	7,0	3,1	5,2	1,0
3	72,0	71,7	67,5	66,4	5,0	3,1	5,2	1,0
4	69,0	68,7	65,8	65,0	8,0	3,3	5,2	1,0
5	69,0	68,7	65,8	65,0	8,0	5,2	5,2	1,0

Die Tabelle 3.21 enthält die analytisch berechneten und die mittels FEM bestimmten Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazitäten.

Tabelle 3.21: Vergleich der unterhalb des Wicklungskopfs analytisch berechneten Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazitäten mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$C_{ws,sr,u,anal}$ in pF	$C_{ws,sr,u,FEM}$ in pF	Abweichung $C_{ws,sr,u}$ in %
1	38,29	35,96	6,48
2	31,76	32,14	1,18
3	35,58	36,71	3,08
4	31,93	32,63	2,15
5	38,96	38,81	0,39

Die Abweichungen der beiden Modelle zur Ermittlung der oberhalb und der unterhalb des Wicklungskopfs vorliegenden kapazitiven Kopplung liegen im einstelligen Prozentbereich. Die Fehler sind durch die nicht geschlossenen Lösungen der Feldprobleme und die in Abbildung 3.28 bzw. in Abbildung 3.32 enthaltenen, zur axialen Begrenzung verwendeten Dirichlet-Randbedingungen zu begründen. Auf Grund der Berücksichtigung der influenzierten Ladungen im Bereich der Isolationen steigen mit zunehmender Isolationsdicke die Abweichungen an. Die Ladungen auf den Stirnflächen des Blechpakets des Stators werden folglich überschätzt. Die Kapazitätswerte in Tabelle 3.21 verdeutlichen, dass für die Ermittlung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität die unterhalb des Wicklungskopfs der Statorwicklung vorliegende kapazitive Kopplung nicht vernachlässigbar ist.

3.3 Leiter-Leiter-Kapazitäten

Für die Bestimmung der Leiter-Leiter-Kapazitäten werden zwei unterschiedliche Feldprobleme betrachtet. Hierbei werden die kapazitiven Kopplungen in einer Wicklungslage und zwischen zwei Wicklungslagen ermittelt.

3.3.1 Leiter-Leiter-Kapazitäten in einer Wicklungslage

Die folgende Herleitung der Berechnungsvorschrift sowie die anschließende Validierung mittels FEM-Simulationen wurde bereits in [27] publiziert. Die für die Bestimmung der Leiter-Leiter-Kapazitäten zu betrachtende Geometrie ist für Runddrähte in Abbildung 3.19 und für Profilleiter in Abbildung 3.20 dargestellt. Im Folgenden wird ein zweidimensionales Modell zur Ermittlung der Leiter-Leiter-Kapazität vorgestellt, welches die Kontur der Leiter, den Abstand zwischen den Leitern sowie das die Statorwicklung umgebende Medium berücksichtigt.

Insgesamt liegen dem Berechnungsmodell folgende Vereinfachungen zugrunde:

- Die Leiter der Statorwicklung sind elektrisch ideal leitfähig.
- Innerhalb des betrachteten Gebiets befinden sich keine Raumladungen.
- Das Medium innerhalb der betrachteten Geometrie besteht aus einem Material mit konstanter Permittivität.

Modellierung und Lösung für das Feldproblem von Rundleitern

Das zur Ermittlung der Leiter-Leiter-Kapazitäten modellierte Feldproblem kann der Abbildung 3.33 entnommen werden. Neun identische Leiter mit dem Radius r_l liegen im Medium mit der Permittivität ϵ_1 vor. Die neun zufällig angeordneten Elektroden l_1 bis l_9 besitzen die konstanten Potentiale φ_{l_1} bis φ_{l_9} . Das Statorblechpaket wird im Feldproblem von Rundleitern nicht betrachtet, da dieses nur die kapazitiven Kopplungen zwischen benachbarten Leitern, die an der Nutinnenkontur platziert sind, beeinflusst.

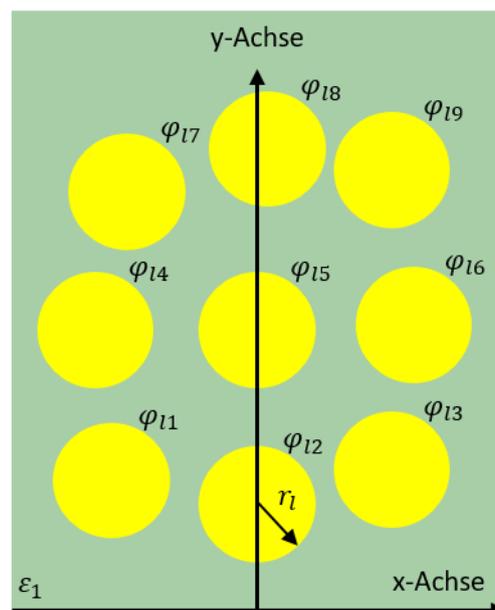


Abbildung 3.33: Darstellung des Feldproblems von Rundleitern

Betrachtet wird die kapazitive Kopplung zwischen dem mittig angeordneten Leiter l_5 und einem weiteren Leiter im Feldproblem. Die benachbarten Leiter dienen der Berücksichtigung der angrenzenden Runddrähte in horizontaler und in vertikaler Richtung. Die realen Leiter werden wie in Abschnitt 3.2.1 mit Aufpunkten und Linienladungen modelliert. Das skalare Potentialfeld einer Linienladung berechnet sich unter Berücksichtigung von natürlichen Randbedingungen nach (3.76). Eine mögliche Anordnung der auf der Leiterkontur vorliegenden Aufpunkte und der innerhalb der Leiter platzierten Linienladungen kann der Abbildung 3.34 entnommen werden.

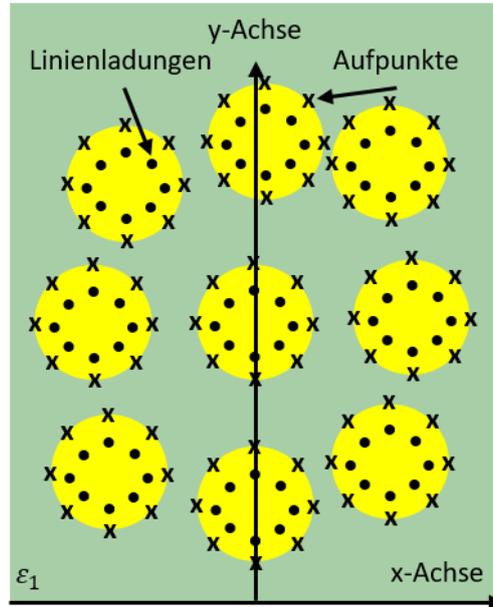


Abbildung 3.34: Platzierung der Linienladungen und der Aufpunkte bei Rundleitern

Jeder der neun Leiter besitze W Linienladungen und P Aufpunkte. Die P y -Koordinaten $y_{l,m}$ der gleichmäßig am Umfang verteilten Aufpunkte der neun Leiter berechnen sich zu

$$y_{l,m} = r_l \cdot \sin\left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P}\right) + y_{l,MP} \quad 1 \leq l \leq 9 \quad 1 \leq m \leq P \quad (3.274)$$

mit der y -Koordinate des Mittelpunkts des betrachteten Leiters $y_{l,MP}$ sowie den ganzzahligen Laufvariablen m und l . Die P x -Koordinaten der Aufpunkte der Leiter $x_{l,m}$ ergeben sich analog zu

$$x_{l,m} = r_l \cdot \cos\left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P}\right) + x_{l,MP} \quad 1 \leq l \leq 9 \quad 1 \leq m \leq P \quad (3.275)$$

mit der x -Koordinate des Mittelpunkts des betrachteten Leiters $x_{l,MP}$. Die W y -Koordinaten der symmetrisch am Umfang verteilten Linienladungen der Leiter $y_{\lambda,l,n}$ bestimmen sich mit Hilfe eines konstanten, auf den Leiterradius wirkenden Reduktionsfaktors F_{rd} zu

$$y_{\lambda,l,n} = F_{rd} \cdot r_l \cdot \sin\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right) + y_{l,MP} \quad 1 \leq l \leq 9 \quad 1 \leq n \leq W \quad 0 < F_{rd} < 1 \quad (3.276)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable n . Der Reduktionsfaktor bewirkt eine Platzierung der Linienladungen innerhalb der Rundleiter. Die W x -Koordinaten der Linienladungen der Leiter $x_{\lambda,l,n}$ ergeben sich folglich zu

$$x_{\lambda,l,n} = F_{rd} \cdot r_l \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right) + x_{l,MP} \quad 1 \leq l \leq 9 \quad 1 \leq n \leq W. \quad (3.277)$$

An den Positionen der insgesamt $9P$ Aufpunkte kann das Potential in Abhängigkeit von den $9W$ Linienladungen mittels (3.76) zu

$$\vec{\phi} = \begin{pmatrix} \varphi(x_{1,1}, y_{1,1}) \\ \varphi(x_{1,2}, y_{1,2}) \\ \dots \\ \varphi(x_{9,P}, y_{9,P}) \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_{9W} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \vec{\lambda} \quad \mathbf{A} \in M^{(9P) \times (9W)} \quad (3.278)$$

berechnet werden. Die Koeffizientenmatrix \mathbf{A} beschreibt den Einfluss der Linienladungen auf die Potentiale in den Aufpunkten und beinhaltet in jedem Element den Klammerterm von (3.76) in Abhängigkeit vom adressierten Aufpunkt und der adressierten Linienladung. Die Potentiale der Aufpunkte $\vec{\phi}$ ergeben sich durch die geforderten Potentiale der Leiterpotentiale zu

$$\vec{\phi}(u) = \begin{cases} \varphi_{11} & \text{für } 1 \leq u \leq P \\ \varphi_{12} & \text{für } P < u \leq 2P \\ \varphi_{13} & \text{für } 2P < u \leq 3P \\ \varphi_{14} & \text{für } 3P < u \leq 4P \\ \varphi_{15} & \text{für } 4P < u \leq 5P \\ \varphi_{16} & \text{für } 5P < u \leq 6P \\ \varphi_{17} & \text{für } 6P < u \leq 7P \\ \varphi_{18} & \text{für } 7P < u \leq 8P \\ \varphi_{19} & \text{für } 8P < u \leq 9P \end{cases} \quad 1 \leq u \leq 9P \quad (3.279)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable u . Die unbekanntenen Linienladungsdichten werden mit (3.85) bestimmt. Die Ermittlung des skalaren Potentialfelds im Medium außerhalb der Rundleiter ergibt sich abschließend durch die Superposition der entsprechenden Werte der Potentiale der $9W$ Linienladungen nach (3.76).

Berechnung der Leiter-Leiter-Kapazität von Rundleitern

Die Bestimmung der Kapazität zwischen dem mittig platzierten Leiter l_5 und dem Leiter l_i $C_{15|i}$ erfolgt mit Hilfe der maxwellschen Kapazitätskoeffizienten. Als Elektroden werden in der vorliegenden Problemstellung die neun Leiter $j = 1 \dots 9$ mit der Ladung λ_{ij} und dem Potential φ_{ij} betrachtet. Die entsprechende Kapazitätskoeffizientenmatrix lautet

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \lambda_{13} \\ \lambda_{14} \\ \lambda_{15} \\ \lambda_{16} \\ \lambda_{17} \\ \lambda_{18} \\ \lambda_{19} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1111} & c_{1112} & c_{1113} & c_{1114} & c_{1115} & c_{1116} & c_{1117} & c_{1118} & c_{1119} \\ c_{1211} & c_{1212} & c_{1213} & c_{1214} & c_{1215} & c_{1216} & c_{1217} & c_{1218} & c_{1219} \\ c_{1311} & c_{1312} & c_{1313} & c_{1314} & c_{1315} & c_{1316} & c_{1317} & c_{1318} & c_{1319} \\ c_{1411} & c_{1412} & c_{1413} & c_{1414} & c_{1415} & c_{1416} & c_{1417} & c_{1418} & c_{1419} \\ c_{1511} & c_{1512} & c_{1513} & c_{1514} & c_{1515} & c_{1516} & c_{1517} & c_{1518} & c_{1519} \\ c_{1611} & c_{1612} & c_{1613} & c_{1614} & c_{1615} & c_{1616} & c_{1617} & c_{1618} & c_{1619} \\ c_{1711} & c_{1712} & c_{1713} & c_{1714} & c_{1715} & c_{1716} & c_{1717} & c_{1718} & c_{1719} \\ c_{1811} & c_{1812} & c_{1813} & c_{1814} & c_{1815} & c_{1816} & c_{1817} & c_{1818} & c_{1819} \\ c_{1911} & c_{1912} & c_{1913} & c_{1914} & c_{1915} & c_{1916} & c_{1917} & c_{1918} & c_{1919} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \\ \varphi_{13} \\ \varphi_{14} \\ \varphi_{15} \\ \varphi_{16} \\ \varphi_{17} \\ \varphi_{18} \\ \varphi_{19} \end{pmatrix}. \quad (3.280)$$

Die resultierenden Ladungen der neun Rundleiter λ_{11} bis λ_{19} können nach (3.85) durch eine Aufteilung des Vektors $\vec{\lambda}$ und eine nachfolgende Summation der innerhalb der einzelnen Leiter platzierten Linienladungen bestimmt werden zu

$$\lambda_{1j} = \sum_{i=1+W \cdot (j-1)}^{j \cdot W} \lambda_i \quad 1 \leq j \leq 9 \quad (3.281)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable j .

Durch die Wahl eines Leiterpotentials von null Volt mit Ausnahme des Leiters l_i ergibt sich nach (3.280) die Leiter-Leiter-Kapazität zu

$$C_{15li} = l_{fe} \cdot c_{15li} = l_{fe} \cdot \frac{\lambda_{15}}{\varphi_i} \quad (3.282)$$

mit der Blechpaketlänge der elektrischen Maschine l_{fe} .

Modellierung und Lösung für das Feldproblem von Profilleitern

Das zur Ermittlung der Leiter-Leiter-Kapazität von Profilleitern modellierte Feldproblem kann der Abbildung 3.35 entnommen werden. Drei identische, im ersten Medium vorliegende Profilleiter mit definiertem Eckenradius r_e befinden sich im Medium mit der Permittivität ε_1 . Die Begrenzung des Feldproblems in y -Richtung erfolgt durch das Statorblechpaket mit dem Potential φ_s . Die vertikalen Abstände zwischen den Leitern und dem Stator d_{1s1} und d_{1s2} dienen der Berücksichtigung einer unsymmetrischen Platzierung der Elektroden innerhalb der Nut. Im Gegensatz zu der Ermittlung der Leiter-Leiter-Kapazitäten von Rundleitern wird bei dem Feldproblem von Profilleitern das Statorblechpaket berücksichtigt, da die kapazitiven Kopplungen zwischen den Profilleitern im Bereich der Nutinnenkontur durch das Statorblechpaket beeinflusst werden.

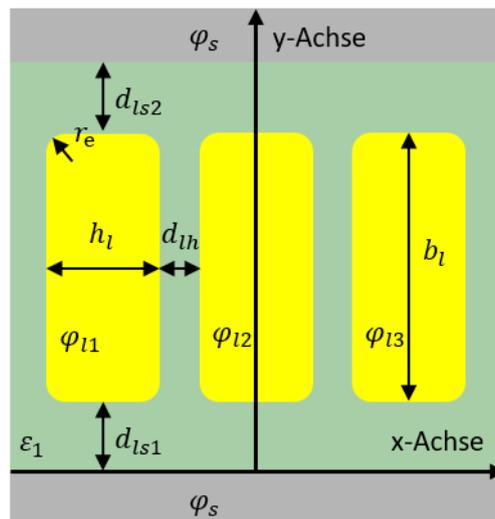


Abbildung 3.35: Darstellung des Feldproblems von Profilleitern

Die drei Elektroden sind in x -Richtung gleichmäßig verteilt. Der horizontale Abstand zwischen den Seitenkanten benachbarter Leiter beträgt d_{1h} . Die Profilleiter l_1 , l_2 und l_3 werden mittels der Breite b_1 und der Höhe h_1 beschrieben und besitzen die konstanten Potentiale φ_{11} , φ_{12} und φ_{13} . Betrachtet wird die kapazitive Kopplung des mittig angeordneten Profilleiters l_2 . Die benachbarten Leiter dienen der Berücksichtigung der angrenzenden Leiter in horizontaler Richtung.

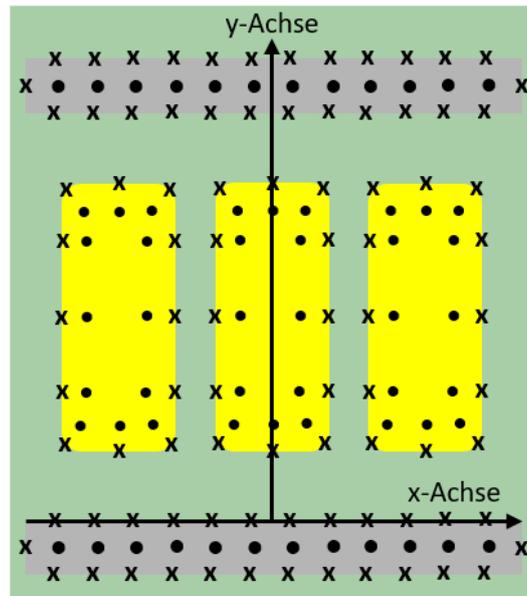


Abbildung 3.36: Platzierung der Linienladungen und der Aufpunkte bei Profilleitern

Eine mögliche Anordnung der auf den Elektrodenoberflächen angesetzten Aufpunkte, an deren Positionen die vorgegebenen Leiterpotentiale φ_{11} , φ_{12} und φ_{13} sowie das Potential des Statorblechpakets φ_s vorliegen sollen, kann der Abbildung 3.36 entnommen werden. Für eine Nachbildung der Eckenradien ist die Platzierung von Aufpunkten auf den kreisförmigen Abschnitten der Profilleiter notwendig.

Die Linienladungen werden innerhalb der Leiter und innerhalb der beiden Bereiche zur Modellierung des Statorblechpakets platziert. Das Statorblech oberhalb und unterhalb der Profilleiter stellt jeweils eine Elektrode dar. Zur mathematischen Unterscheidung besitzt die obere Statorblechelektrode das Potential φ_{s1} und die untere Statorblechelektrode das Potential φ_{s2} . Die Höhe der Statorblechelektroden in x -Richtung wird so gewählt, dass das Feldproblem in y -Richtung begrenzt ist. Die Breite der modellierten Statorblechelektroden in y -Richtung ist nicht von Bedeutung.

Jeder der fünf Elektroden besitze W Linienladungen und P Aufpunkte. An den Positionen der insgesamt $5P$ Aufpunkte kann das Potential in Abhängigkeit von den $5W$ Linienladungen mittels (3.76) zu

$$\vec{\phi} = \begin{pmatrix} \varphi(x_{1,1}, y_{1,1}) \\ \varphi(x_{1,2}, y_{1,2}) \\ \dots \\ \varphi(x_{5,P}, y_{5,P}) \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_{5W} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \vec{\lambda} \quad \mathbf{A} \in M^{(5P) \times (5W)} \quad (3.283)$$

berechnet werden. Die Potentiale der Aufpunkte $\vec{\phi}$ ergeben sich mit Hilfe der ganzzahligen Laufvariable u zu

$$\vec{\phi}(u) = \begin{cases} \varphi_{11} & \text{für } 1 \leq u \leq P \\ \varphi_{12} & \text{für } P < u \leq 2P \\ \varphi_{13} & \text{für } 2P < u \leq 3P \\ \varphi_{s1} & \text{für } 3P < u \leq 4P \\ \varphi_{s2} & \text{für } 4P < u \leq 5P \end{cases} \quad 1 \leq u \leq 5P. \quad (3.284)$$

Die unbekanntenen Linienladungsdichten werden mit (3.85) bestimmt. Die Ermittlung des skalaren Potentialfelds im Medium zwischen den Profilleitern ergibt sich abschließend durch die Superposition der entsprechenden Werte der Potentiale der $5W$ Linienladungen nach (3.76).

Berechnung der Leiter-Leiter-Kapazität von Profilleitern

Die Bestimmung der Kapazität zwischen dem mittig platzierten Profilleiter l_2 und dem benachbarten Leiter l_i C_{12li} erfolgt analog zum zuvor beschriebenen Vorgehen. Die Kapazitätskoeffizientenmatrix für das in Abbildung 3.35 dargestellte Feldproblem lautet

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \lambda_{13} \\ \lambda_{s1} \\ \lambda_{s2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1111} & c_{1112} & c_{1113} & c_{11s1} & c_{11s2} \\ c_{1211} & c_{1212} & c_{1213} & c_{12s1} & c_{12s2} \\ c_{1311} & c_{1312} & c_{1313} & c_{13s1} & c_{13s2} \\ c_{s111} & c_{s112} & c_{s113} & c_{s1s1} & c_{s1s2} \\ c_{s211} & c_{s212} & c_{s213} & c_{s2s1} & c_{s2s2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \\ \varphi_{13} \\ \varphi_{s1} \\ \varphi_{s2} \end{pmatrix}. \quad (3.285)$$

Die resultierenden Ladungen der drei Profilleiter λ_{11} , λ_{12} und λ_{13} können nach (3.85) durch eine Aufteilung des Vektors $\vec{\lambda}$ bestimmt werden zu

$$\lambda_{ij} = \sum_{i=1+W \cdot (j-1)}^{j \cdot W} \lambda_i \quad 1 \leq j \leq 3. \quad (3.286)$$

Durch die Wahl eines Leiter- und eines Statorblechpotentials von null Volt mit Ausnahme des Leiters l_i ergibt sich nach (3.285) die Leiter-Leiter-Kapazität zu

$$C_{12li} = l_{fe} \cdot c_{12li} = l_{fe} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\varphi_i}. \quad (3.287)$$

Validierung der Modelle

Die Validierung der Modelle erfolgt mit Hilfe von FEM-Simulationen getrennt für Runddrähte und Profilleiter. Die sechs untersuchten Maschinenvarianten mit Runddrähten, welche sich hinsichtlich ihrer Geometrien und Materialeigenschaften unterscheiden, können der Tabelle 3.22 entnommen werden. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.9 entnommen werden. Die ersten drei Varianten stellen eine wie in Abbildung 3.33 gezeigte zufällige Leiteranordnung dar. Die vierte, fünfte und sechste Variante modellieren eine Raute zur Nachbildung einer orthozyklischen Wicklung. Die zugehörige Platzierung der Elektroden kann der Abbildung 3.37 entnommen werden. Die neun Rundleiter werden durch jeweils 36 Aufpunkte und 36 Linienladungen dargestellt. Der Reduktionsfaktor F_{rd} beträgt für alle Leiter 0,9.

Tabelle 3.22: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Rundleiter-Modelle

	Variante 1	Variante 2	Variante 3	Variante 4	Variante 5	Variante 6
r_1 in mm	0,30	0,60	0,60	0,90	0,90	1,20
$x_{1,MP}$ in mm	-0,80	-1,50	-1,30	0,00	0,00	0,00
$y_{1,MP}$ in mm	0,40	0,50	1,30	2,35	-0,58	-0,80
$x_{2,MP}$ in mm	0,00	0,00	-0,05	-0,99	-0,97	-1,30
$y_{2,MP}$ in mm	0,35	0,50	0,65	4,25	1,25	1,80
$x_{3,MP}$ in mm	0,88	1,70	1,35	0,975	0,97	1,30
$y_{3,MP}$ in mm	0,50	0,90	0,65	4,25	1,25	1,80
$x_{4,MP}$ in mm	-0,80	-1,55	-1,75	-1,95	-1,94	-2,60
$y_{4,MP}$ in mm	1,11	2,25	2,55	6,15	3,08	4,40

$x_{5,MP}$ in mm	0,00	0,00	-0,10	0,00	0,00	0,00
$y_{5,MP}$ in mm	1,11	2,10	2,50	6,15	3,08	4,40
$x_{6,MP}$ in mm	0,85	1,25	1,30	1,95	1,94	2,60
$y_{6,MP}$ in mm	1,20	2,10	2,20	6,15	3,08	4,40
$x_{7,MP}$ in mm	-0,85	-1,55	-1,25	-0,99	-0,97	-1,30
$y_{7,MP}$ in mm	1,75	3,75	4,10	8,05	4,91	7,00
$x_{8,MP}$ in mm	0,00	0,00	0,30	0,98	0,97	1,30
$y_{8,MP}$ in mm	1,85	3,40	3,75	8,05	4,91	7,00
$x_{9,MP}$ in mm	0,65	1,75	1,60	0,00	0,00	0,00
$y_{9,MP}$ in mm	1,80	3,70	3,50	9,95	6,74	9,60
ε_{r1}	5,20	1	3,17	1	5,2	3,17

Tabelle 3.23: Analytisch berechnete, längenbezogene Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten C'_{15li}

C'_{15li} in pF/m	Variante 1	Variante 2	Variante 3	Variante 4	Variante 5	Variante 6
C'_{15l1}	11,99	2,64	36,97	6,22e-5	6,49e-5	5,18e-4
C'_{15l2}	128,06	18,27	27,43	21,84	138,30	63,31
C'_{15l3}	17,73	1,35	2,75	22,38	138,30	63,31
C'_{15l4}	94,08	20,26	45,49	46,66	248,79	150,26
C'_{15l6}	68,51	79,96	90,30	46,65	248,79	150,26
C'_{15l7}	11,32	0,68	14,71	21,84	138,30	63,31
C'_{15l8}	121,48	51,57	151,92	22,38	138,30	63,31
C'_{15l9}	21,15	0,34	3,76	6,22e-5	6,49e-5	5,18e-4

Tabelle 3.24: Numerisch bestimmte, längenbezogene Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten C'_{15li}

C'_{15li} in pF/m	Variante 1	Variante 2	Variante 3	Variante 4	Variante 5	Variante 6
C'_{15l1}	11,58	2,63	36,62	5,45e-5	6,59e-5	4,73e-4
C'_{15l2}	119,98	18,05	27,21	21,43	135,19	62,23
C'_{15l3}	17,23	1,35	2,76	21,96	135,19	62,23
C'_{15l4}	92,94	20,01	45,01	45,06	239,66	145,16
C'_{15l6}	68,01	75,47	88,76	45,06	239,66	145,16
C'_{15l7}	11,69	0,68	14,64	21,43	135,19	62,23
C'_{15l8}	126,61	49,91	147,45	21,96	135,19	62,23
C'_{15l9}	21,74	0,34	3,77	5,45e-5	6,43e-5	4,73e-4

Tabelle 3.25: Prozentuale Abweichungen zwischen den analytisch berechneten und den numerisch bestimmten Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten C'_{15li}

Abweichung C'_{15li} in %	Variante 1	Variante 2	Variante 3	Variante 4	Variante 5	Variante 6
C'_{1511}	3,54	0,38	0,96	14,13	1,52	9,51
C'_{1512}	6,73	1,22	0,81	1,91	2,30	1,74
C'_{1513}	2,90	0,00	0,36	1,91	2,30	1,74
C'_{1514}	1,23	1,25	1,07	3,55	3,81	3,51
C'_{1516}	0,74	5,95	1,74	3,53	3,81	3,51
C'_{1517}	3,17	0,00	0,48	1,91	2,30	1,74
C'_{1518}	4,05	3,33	3,03	1,91	2,30	1,74
C'_{1519}	2,71	0,00	0,27	14,13	0,93	9,51

Die Tabelle 3.23 enthält die analytisch berechneten und die Tabelle 3.24 die mittels FEM-Simulationen bestimmten Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten. Die in Tabelle 3.25 enthaltenen Abweichungen liegen im niedrigen Prozentbereich. Die Fehler in der analytischen Lösung sind durch die endliche Anzahl von Aufpunkten und Linienladungen zu begründen. Zusätzlich entstehen Abweichungen in der numerischen Lösung durch die Begrenzung des Mediums in x- und in y-Richtung mit Neumann-Randbedingungen. Die höchsten Abweichungen bei der Untersuchung der vierten und der sechsten Variante ergeben sich bei den Leiter-Leiter-Kapazitäten mit den niedrigsten Werten. Hierbei kann die kapazitive Kopplung auf Grund der geringen Kapazität annähernd vernachlässigt werden.

Die sechs untersuchten Maschinenvarianten mit Profilleitern können der Tabelle 3.26 entnommen werden. Der FEM-Modellaufbau entspricht der in Abbildung 3.35 dargestellten Geometrie. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.10 entnommen werden. Die drei Profilleiter und die beiden Statorabschnitte werden durch jeweils 100 Aufpunkte und 100 Linienladungen dargestellt.

Tabelle 3.26: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Profilleiter-Modelle

Variante	r_e in mm	d_{ls1} in mm	d_{ls2} in mm	d_{lh} in mm	b_1 in mm	h_1 in mm	ϵ_{r1}
1	0,65	0,225	0,225	0,145	4,75	1,66	1,0
2	0,50	0,325	0,425	0,145	4,75	1,66	1,0
3	0,30	0,50	1,00	0,20	5,00	2,00	3,2
4	0,60	0,45	0,55	0,30	4,50	3,00	3,2
5	0,10	0,45	0,45	0,10	3,00	1,00	5,0
6	0,80	1,00	2,00	0,50	6,00	3,00	5,0

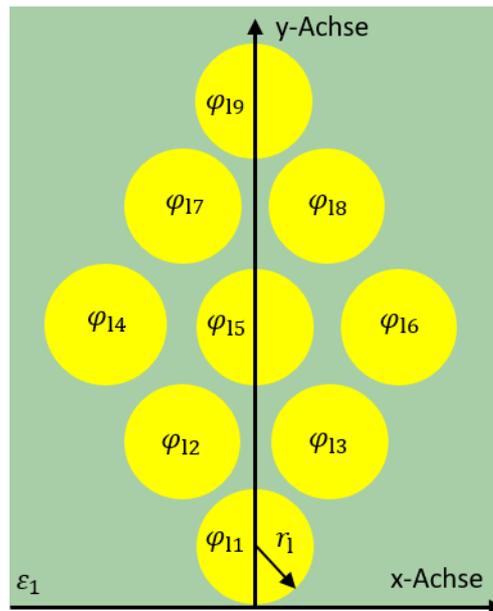


Abbildung 3.37: Darstellung des Feldproblems einer orthozyklischen Wicklung

Die Tabelle 3.27 enthält die analytisch berechneten und die mittels FEM bestimmten Profilleiter-Profilleiter-Kapazitäten. Auf Grund des identischen Abstands zwischen dem ersten und zweiten sowie dem zweiten und dritten Profilleiter entspricht die Kapazität C'_{1211} der Kapazität C'_{1213} . Die Abweichungen liegen im niedrigen einstelligen Prozentbereich. Die Fehler in der analytischen Lösung sind durch die endliche Anzahl und die Platzierung der Aufpunkte und der Linienladungen zu begründen. Zusätzlich entstehen Abweichungen in der numerischen Lösung durch die Begrenzung der Medien mit Neumann-Randbedingungen.

Tabelle 3.27: Vergleich der analytisch berechneten, längenbezogenen Profilleiter-Profilleiter-Kapazitäten C'_{12li} mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$C'_{12li,anal}$ in pF/m	$C'_{12li,FEM}$ in pF/m	Abweichung C'_{12li} in %
1	250,45	247,34	1,26
2	264,66	262,45	0,84
3	699,73	691,68	1,16
4	388,32	384,87	0,90
5	1344,30	1342,80	0,11
6	507,71	503,26	0,88

In der Tabelle 3.28 sind zum Vergleich die mit Hilfe der Bestimmungsgleichung eines Plattenkondensators analytisch bestimmten, längenbezogenen Profilleiter-Profilleiter-Kapazitäten $C'_{12li,pk}$ enthalten. Die Länge des Plattenkondensators entspricht der Breite des Profilleiters inklusive der Eckenradien.

Tabelle 3.28: Vergleich der mittels eines Plattenkondensators analytisch berechneten, längenbezogenen Profilleiter-Profilleiter-Kapazitäten $C'_{12li,pk}$ mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$C'_{12li,pk}$ in pF/m	$C'_{12li,FEM}$ in pF/m	Abweichung C'_{12li} in %
1	290,05	247,34	17,27
2	290,05	262,45	10,52
3	708,34	691,68	2,41
4	425,00	384,87	10,43
5	1328,13	1342,80	1,09
6	531,25	503,26	5,56

Sofern der Abstand zwischen den Profilleitern gering ist und der Eckenradius gegenüber der Seitenlänge des Profilleiters klein ist, kann die Profilleiter-Profilleiter-Kapazität mittels eines Plattenkondensators angenähert werden. In diesem Fall kann die Lackisolierung als zusätzlicher einschichtiger Plattenkondensator berücksichtigt werden. Für andere Geometrien ergeben sich mit diesem einfachen Ansatz jedoch Abweichungen von bis zu 18 %.

3.3.2 Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten zwischen zwei Wicklungslagen

Die folgende Herleitung der Berechnungsvorschrift sowie die anschließende Validierung mittels FEM-Simulationen wurde bereits in [28] publiziert. Die für die Bestimmung der Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten zwischen zwei Wicklungslagen zu betrachtende Geometrie ist in Abbildung 3.38 dargestellt.

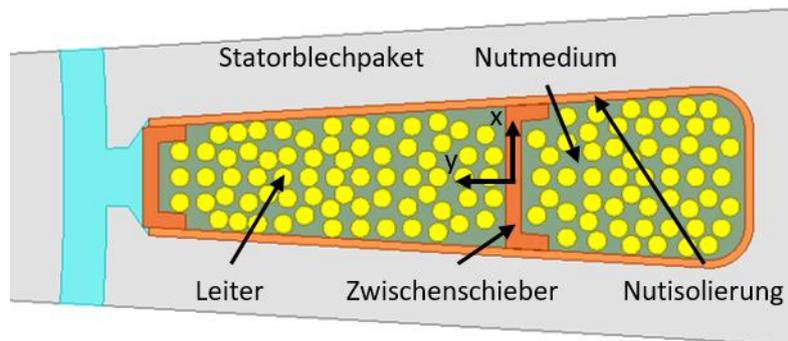


Abbildung 3.38: Beispielhafte Darstellung einer Nutteilung einer Zweischichtwicklung mit Einzelleitern und Zwischenschieber

Im Folgenden wird ein zweidimensionales Modell zur Ermittlung der Leiter-Leiter-Kapazität vorgestellt, welches für Rundleiter, die räumlich durch einen Zwischenschieber getrennt sind, gültig ist. Neben der Kontur der Rundleiter, dem Abstand zwischen dem Zwischenschieber und den Leitern sowie dem Abstand zwischen den Leitern werden der Zwischenschieber und das die Einzelleiter umgebende Nutmedium, d.h. Tränkharz oder Vergussmaterial, berücksichtigt

Insgesamt liegen dem Berechnungsmodell folgende Vereinfachungen zugrunde:

- Die Leiter der Statorwicklung sind elektrisch ideal leitfähig.
- Innerhalb des betrachteten Gebiets befinden sich keine Raumladungen.
- Die Medien innerhalb der betrachteten Geometrie bestehen aus Materialien mit jeweils konstanter Permittivität.
- Der Einfluss der Lackisolierung der Einzelleiter wird vernachlässigt.

Spiegelung an zwei dielektrischen Grenzflächen

Für die Bestimmung der Kapazitäten zwischen Rundleitern, die räumlich durch den Zwischenschieber getrennt sind, ist neben dem Nutmedium auch der Einfluss des Zwischenschiebers zu berücksichtigen. Es ergibt sich zwischen den Rundleitern ein Feldproblem mit zwei dielektrischen Grenzschichten. Die Herleitung der Feldlösung des zu betrachtenden 3-Schichten-Modells kann dem Abschnitt 3.2.1 entnommen werden. In Abbildung 3.39 befindet sich eine Linienladung λ im ersten Medium vor zwei ebenen Materialschichten. Im Gegensatz zu Abbildung 3.21 ist das gesamte Feldproblem spiegelsymmetrisch zur x-Achse. Die Koeffizienten der in Abbildung 3.39 enthaltenen Spiegel- und Ersatzlinienladungen berechnen sich unter Berücksichtigung der zu betrachtenden Grenzschicht zu

$$S_{12} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (3.288)$$

$$S_{21} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (3.289)$$

$$S_{32} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}, \quad (3.290)$$

$$T_{12} = \frac{2 \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (3.291)$$

$$T_{21} = \frac{2 \cdot \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (3.292)$$

$$T_{23} = \frac{2 \cdot \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}. \quad (3.293)$$

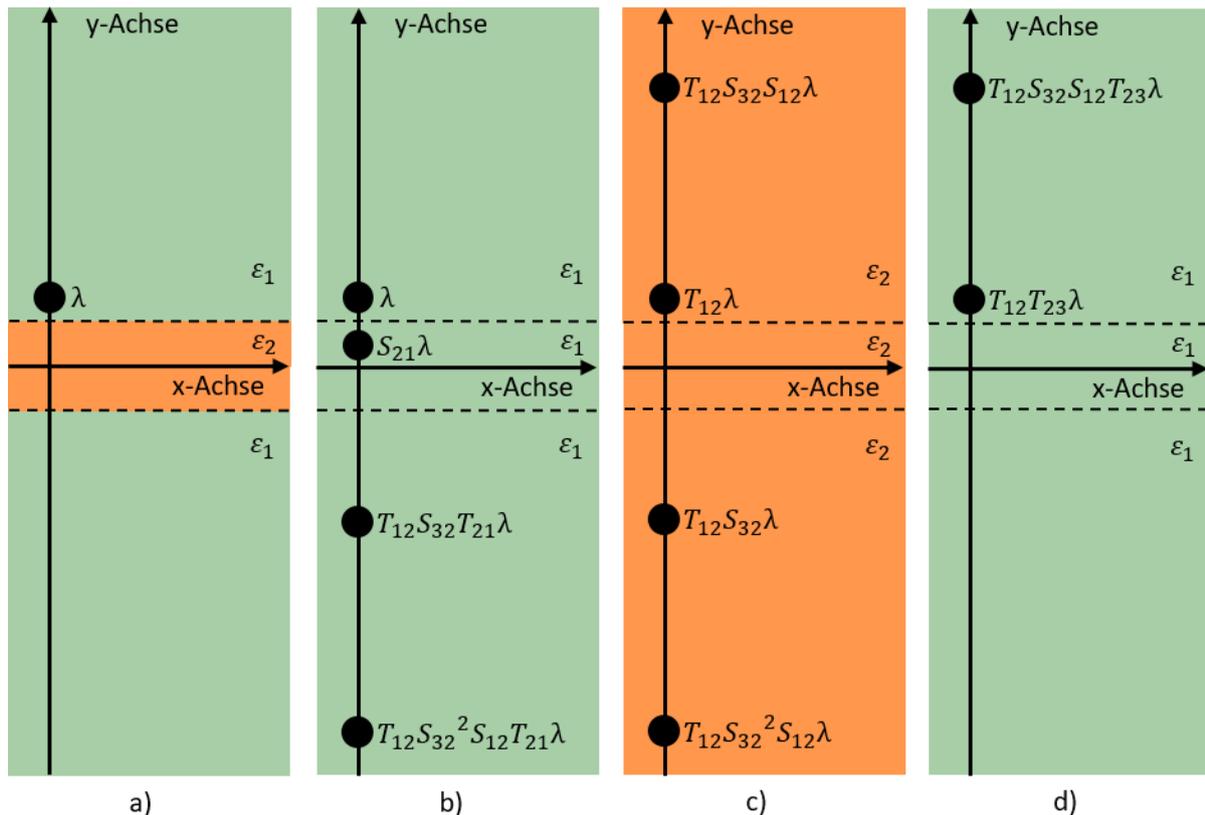


Abbildung 3.39: Anwendung der Spiegelungsmethode an zwei dielektrischen Grenzschichten

- a) Linienladung vor zwei dielektrischen Grenzschichten
- b) Lösung für den oberen Raumbereich
- c) Lösung für den mittleren Raumbereich
- d) Lösung für den unteren Raumbereich

Modellierung und Lösung für das Feldproblem von Rundleitern

Das zur Ermittlung der Leiter-Leiter-Kapazität unter Berücksichtigung des Zwischenschiebers modellierte Feldproblem kann der Abbildung 3.40 entnommen werden. Es werden sechs identische Rundleiter mit dem Radius r_1 betrachtet. Jeweils drei Leiter befinden sich im Nutmedium mit der relativen Permittivität ε_1 oberhalb und unterhalb des Zwischenschiebers. Die Mittelpunkte der Leiter oberhalb des Zwischenschiebers befinden sich im Abstand d_{1z1} zum Zwischenschieber. Die Mittelpunkte der Leiter unterhalb des Zwischenschiebers befinden sich im Abstand d_{1z2} zum Zwischenschieber. Der horizontale Abstand zwischen den Mittelpunkten benachbarter Leiter beträgt oberhalb und unterhalb des Zwischenschiebers d_{1h} . Das zweite Medium mit der relativen Permittivität ε_2 symbolisiert den Zwischenschieber mit der Dicke d_{zs} .

Der Zwischenschieber wird mittig durch die x-Achse geschnitten. Die sechs Rundleiter besitzen die konstanten Potentiale φ_{11} bis φ_{16} . Die Zuordnung der Leiter erfolgt anhand der Indizes der Potentiale. Die Lage und die Orientierung des Koordinatensystems in der Statornut kann der Abbildung 3.38 entnommen werden.

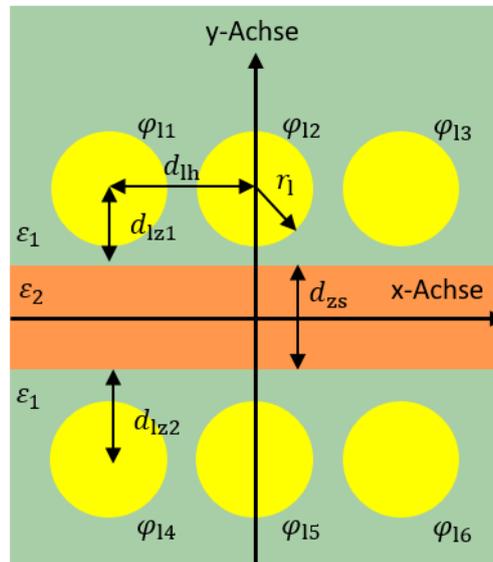


Abbildung 3.40: Darstellung der Geometrie des Feldproblems

Betrachtet wird die kapazitive Kopplung zwischen dem mittig angeordneten Leiter oberhalb des Zwischenschiebers mit dem Potential φ_{12} und dem mittig angeordneten Leiter unterhalb des Zwischenschiebers mit dem Potential φ_{15} . Die benachbarten Leiter dienen der Berücksichtigung der angrenzenden Runddrähte in horizontaler Richtung und begrenzen den kapazitiven Kopplungspfad. Die realen Runddrähte werden durch Linienladungen mit der Potentialfunktion nach (3.76) ersetzt. Das skalare Potentialfeld einer Linienladung im Medium oberhalb des Zwischenschiebers kann durch die Überlagerung der Potentiale der in Abbildung 3.39b enthaltenen Spiegel- und Ersatzlinienladungen zu

$$\varphi_{oo}(r) = \lambda \left(\begin{array}{l} -\frac{1}{2\pi\epsilon_1} \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y-y_\lambda)^2}}{r_0} \right) \\ -\frac{S_{21}}{2\pi\epsilon_1} \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y+y_\lambda-d_{zs})^2}}{r_0} \right) \\ -\frac{T_{12}S_{32}T_{21}}{2\pi\epsilon_1} \sum_{\mu=0}^{\infty} (S_{12}S_{32})^\mu \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y+y_\lambda+(1+2\mu)d_{zs})^2}}{r_0} \right) \end{array} \right) \quad (3.294)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable μ ermittelt werden. Der erste Summand des Klammerterms stellt das Potential der Originallinienladung dar. Der zweite und der dritte Summand des Klammerterms beschreiben die Wirkung der Spiegel- und der Ersatzlinienladungen auf das Potentialfeld oberhalb des Zwischenschiebers. Der Wert des Bezugsradius r_0 kann frei gewählt werden. In diesem Abschnitt wird der Radius zu $r_0 = 1$ m gesetzt. Das von einer oberhalb des Zwischenschiebers positionierten Linienladung erzeugte Potentialfeld im Medium unterhalb des Zwischenschiebers kann durch die Überlagerung der Potentiale der in Abbildung 3.39d enthaltenen Ersatzlinienladungen bestimmt werden zu

$$\varphi_{ou}(r) = \lambda \cdot \left(-\frac{T_{12} \cdot T_{23}}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_1} \cdot \sum_{\mu=0}^{\infty} (S_{12} \cdot S_{32})^\mu \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y-y_\lambda-2 \cdot \mu \cdot d_{zs})^2}}{r_0} \right) \right). \quad (3.295)$$

Eine Linienladung, die sich im Gegensatz zu Abbildung 3.39a unterhalb des Zwischenschiebers befindet, erzeugt das Potentialfeld

$$\varphi_{uu}(r) = \lambda \left(\begin{array}{l} -\frac{1}{2\pi\epsilon_1} \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y-y_\lambda)^2}}{r_0} \right) \\ -\frac{S_{21}}{2\pi\epsilon_1} \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y+y_\lambda+d_{zs})^2}}{r_0} \right) \\ -\frac{T_{12}S_{32}T_{21}}{2\pi\epsilon_1} \sum_{\mu=0}^{\infty} (S_{12}S_{32})^\mu \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y+y_\lambda - (1+2\mu)d_{zs})^2}}{r_0} \right) \end{array} \right) \quad (3.296)$$

im Medium unterhalb des Zwischenschiebers. Gleichzeitig erzeugt eine Linienladung unterhalb des Zwischenschiebers das Potentialfeld

$$\varphi_{uo}(r) = \lambda \cdot \left(-\frac{T_{12} \cdot T_{23}}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_1} \cdot \sum_{\mu=0}^{\infty} (S_{12} \cdot S_{32})^\mu \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{(x-x_\lambda)^2 + (y-y_\lambda + 2 \cdot \mu \cdot d_{zs})^2}}{r_0} \right) \right) \quad (3.297)$$

im Medium oberhalb des Zwischenschiebers. Wie in Abschnitt 3.3.1 werden die Rundleiter durch Linienladungen und auf den Leiteroberflächen angesetzten Aufpunkten, an deren Positionen die vorgegebenen Leiterpotentiale φ_{l1} bis φ_{l6} vorliegen sollen, modelliert. Eine mögliche Anordnung der auf der Leiterkontur vorliegenden Aufpunkte und der innerhalb der Leiter platzierten Linienladungen kann der Abbildung 3.41 entnommen werden.

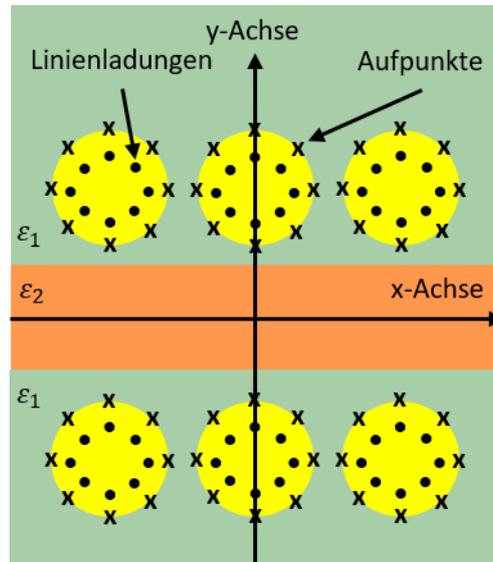


Abbildung 3.41: Darstellung der Platzierung der Linienladungen und der Aufpunkte

Jeder der sechs Leiter besitze W Linienladungen und P Aufpunkte. Die $6P$ y -Koordinaten $y_{l,m}$ der gleichmäßig am Umfang verteilten Aufpunkte der sechs Leiter berechnen sich zu

$$y_{l,m} = \begin{cases} r_l \cdot \sin \left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P} \right) + \frac{d_{zs}}{2} + d_{lz1} & 1 \leq l \leq 3 \quad 1 \leq m \leq P \\ r_l \cdot \sin \left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P} \right) - \frac{d_{zs}}{2} - d_{lz2} & 4 \leq l \leq 6 \quad 1 \leq m \leq P \end{cases} \quad (3.298)$$

mit den ganzzahligen Laufvariablen m und l zur Adressierung des entsprechenden Rundleiters.

Die $6W$ y -Koordinaten $y_{\lambda,l,n}$ der symmetrisch am Umfang verteilten Linienladungen der Leiter bestimmen sich mit Hilfe eines konstanten, auf den Leiterradius wirkenden Reduktionsfaktors F_{rd} zu

$$y_{\lambda,l,n} = \begin{cases} F_{rd} \cdot r_1 \cdot \sin\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right) + \frac{d_{zs}}{2} + d_{lz1} & 1 \leq l \leq 3 \quad 1 \leq n \leq W \\ F_{rd} \cdot r_1 \cdot \sin\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right) - \frac{d_{zs}}{2} - d_{lz2} & 4 \leq l \leq 6 \quad 1 \leq n \leq W \end{cases} \quad 0 < F_{rd} < 1 \quad (3.299)$$

mit der ganzzahligen Laufvariable n . Der Reduktionsfaktor bewirkt eine Platzierung der Linienladungen innerhalb der Rundleiter. Die $6P$ x -Koordinaten der Aufpunkte $x_{l,m}$ ergeben sich zu

$$x_{l,m} = \begin{cases} r_1 \cdot \cos\left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P}\right) - d_{lh} & l \in \{1,4\} \quad 1 \leq m \leq P \\ r_1 \cdot \cos\left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P}\right) & l \in \{2,5\} \quad 1 \leq m \leq P \\ r_1 \cdot \cos\left(\frac{m \cdot 2 \cdot \pi}{P}\right) + d_{lh} & l \in \{3,6\} \quad 1 \leq m \leq P, \end{cases} \quad (3.300)$$

und unter Berücksichtigung des Reduktionsfaktors bestimmen sich die $6W$ x -Koordinaten der Linienladungen der sechs Leiter $x_{\lambda,l,n}$ zu

$$x_{\lambda,l,n} = \begin{cases} F_{rd} \cdot r_1 \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right) - d_{lh} & l \in \{1,4\} \quad 1 \leq n \leq W \\ F_{rd} \cdot r_1 \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right) & l \in \{2,5\} \quad 1 \leq n \leq W \\ F_{rd} \cdot r_1 \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{W}\right) + d_{lh} & l \in \{3,6\} \quad 1 \leq n \leq W \end{cases} \quad 0 < F_{rd} < 1. \quad (3.301)$$

An den Positionen der insgesamt $6P$ Aufpunkte kann das Potential in Abhängigkeit von den $6W$ Linienladungen mittels (3.294) bis (3.297) zu

$$\vec{\phi} = \begin{pmatrix} \varphi(x_{1,1}, y_{1,1}) \\ \varphi(x_{1,2}, y_{1,2}) \\ \dots \\ \varphi(x_{6,P}, y_{6,P}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{oo} & \mathbf{A}_{uo} \\ \mathbf{A}_{ou} & \mathbf{A}_{uu} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_{6W} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_{6W} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \vec{\lambda} \quad (3.302)$$

$$\mathbf{A}_{oo} \in M^{(3P) \times (3W)} \quad \mathbf{A}_{uo} \in M^{(3P) \times (3W)} \quad \mathbf{A}_{ou} \in M^{(3P) \times (3W)} \quad \mathbf{A}_{uu} \in M^{(3P) \times (3W)} \quad \mathbf{A} \in M^{(6P) \times (6W)}$$

berechnet werden. Die Koeffizientenmatrix \mathbf{A} beschreibt dabei den Einfluss der Linienladungen auf die Potentiale in den Aufpunkten und beinhaltet in den Elementen in Abhängigkeit vom adressierten Aufpunkt und der adressierten Linienladung den Klammerterm von (3.294), (3.295), (3.296) oder (3.297). Die Linienladungen λ_1 bis λ_{3W} des Vektors der gesamten Linienladungen $\vec{\lambda}$, welche oberhalb des Zwischenschiebers in den Leitern eins bis drei platziert sind, erzeugen jeweils ein nach (3.294) zu berechnendes Potentialfeld in den Aufpunkten $\varphi(x_{1,1}, y_{1,1})$ bis $\varphi(x_{3,P}, y_{3,P})$ des Vektors der gesamten Potentiale $\vec{\phi}$, welche ebenfalls oberhalb des Zwischenschiebers auf der Kontur der Leiter eins bis drei positioniert sind. Die Matrix \mathbf{A}_{oo} beschreibt den Einfluss der ersten $3W$ Linienladungen auf die Potentiale in den ersten $3P$ Aufpunkten und beinhaltet in jedem Element den Klammerterm von (3.294) in Abhängigkeit vom adressierten Aufpunkt und der adressierten Linienladung. Die Linienladungen λ_{3W+1} bis λ_{6W} des Vektors $\vec{\lambda}$, die unterhalb des Zwischenschiebers innerhalb der Rundleiter vier bis sechs platziert sind, erzeugen jeweils ein nach (3.297) zu berechnendes Potentialfeld in den Aufpunkten $\varphi(x_{1,1}, y_{1,1})$ bis $\varphi(x_{3,P}, y_{3,P})$ oberhalb des Zwischenschiebers. Die Matrix \mathbf{A}_{uo} beschreibt den Einfluss der verbleibenden $3W$ Linienladungen auf die Potentiale in den ersten $3P$ Aufpunkten und beinhaltet in jedem Element den Klammerterm von (3.297) in Abhängigkeit vom adressierten Aufpunkt und der adressierten Linienladung.

Die Linienladungen λ_1 bis λ_{3W} oberhalb des Zwischenschiebers in den Leitern eins bis drei erzeugen jeweils ein nach (3.295) zu berechnendes Potentialfeld in den verbleibenden Aufpunkten $\varphi(x_{4,1}, y_{4,1})$ bis $\varphi(x_{6,P}, y_{6,P})$ unterhalb des Zwischenschiebers, welche auf den Konturen der Rundleiter vier bis sechs platziert sind. Die Matrix $\mathbf{A}_{\mathbf{ou}}$ beschreibt somit den Einfluss der ersten $3W$ Linienladungen auf die Potentiale in den verbleibenden $3P$ Aufpunkten und beinhaltet in jedem Element den Klammerterm von (3.295) in Abhängigkeit vom adressierten Aufpunkt und der adressierten Linienladung. Die Linienladungen λ_{3W+1} bis λ_{6W} unterhalb des Zwischenschiebers in den Leitern vier bis sechs erzeugen jeweils ein nach (3.296) zu berechnendes Potentialfeld in den Aufpunkten $\varphi(x_{4,1}, y_{4,1})$ bis $\varphi(x_{6,P}, y_{6,P})$ unterhalb des Zwischenschiebers, die auf der Kontur der Leiter vier bis sechs positioniert sind. Die Matrix $\mathbf{A}_{\mathbf{uu}}$ beschreibt somit den Einfluss der verbleibenden $3W$ Linienladungen auf die Potentiale in den verbleibenden $3P$ Aufpunkten und beinhaltet in jedem Element den Klammerterm von (3.296) in Abhängigkeit vom adressierten Aufpunkt und der adressierten Linienladung. Die Potentiale des Vektors der Aufpunkte $\vec{\phi}$ ergeben sich durch die geforderten Potentiale der Leiterpotentiale zu (3.165). Die unbekanntenen Linienladungsdichten werden mit (3.85) bestimmt. Die Ermittlung des skalaren Potentialfelds im Medium der Rundleiter ergibt sich abschließend durch die Superposition der entsprechenden Werte der Potentiale der $6W$ Linienladungen nach (3.294), (3.295), (3.296) und (3.297).

Berechnung der Rundleiter-Rundleiter-Kapazität

Die Bestimmung der Kapazität zwischen den mittig platzierten Leitern oberhalb und unterhalb des Zwischenschiebers C_{1215} erfolgt mit Hilfe der maxwellischen Kapazitätskoeffizienten. Als Elektroden werden in der vorliegenden Problemstellung die Leiter $j = 1 \dots 6$ mit der Ladung λ_{1j} und dem Potential φ_{1j} betrachtet. Die entsprechende Kapazitätskoeffizientenmatrix kann (3.166) entnommen werden. Die resultierenden Ladungen der sechs Rundleiter λ_{11} bis λ_{16} können nach (3.167) ermittelt werden. Betragen die Leiterpotentiale mit Ausnahme des fünften Leiters null Volt, ergibt sich nach (3.166)

$$C_{1215} = l_{fe} \cdot c_{1215} = l_{fe} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\varphi_{15}}. \quad (3.303)$$

Validierung des Modells

Die Validierung des Modells erfolgt wiederum mit Hilfe von FEM-Simulationen. Die zwölf untersuchten Maschinenvarianten, welche sich hinsichtlich ihrer Geometrien und Materialeigenschaften unterscheiden, können der Tabelle 3.29 entnommen werden. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.11 entnommen werden. Die sechs Rundleiter werden durch jeweils 36 Aufpunkte und 36 Linienladungen dargestellt. Der Reduktionsfaktor beträgt für alle Leiter $F_{rd} = 0,9$.

Tabelle 3.29: Geometrie- und Materialeigenschaften der untersuchten Modelle

Variante	r_1 in mm	d_{1z1} in mm	d_{1z2} in mm	d_{1h} in mm	d_{zs} in mm	ϵ_{r1}	ϵ_{r2}
1	0,30	0,45	0,45	0,61	0,10	1,0	3,5
2	0,30	0,35	0,45	0,61	0,10	1,0	3,5
3	0,60	0,75	0,75	1,21	0,20	1,0	3,5
4	0,60	0,75	0,65	1,21	0,20	1,0	3,5
5	0,60	0,65	0,65	1,60	0,30	1,0	3,5
6	0,60	0,85	0,65	1,60	0,30	1,0	3,5

7	0,90	0,95	0,95	1,83	0,30	1,0	2,5
8	0,90	0,95	1,10	1,83	0,30	1,0	2,5
9	0,90	0,95	0,95	1,83	0,30	5,0	2,5
10	0,90	0,95	0,95	1,83	0,30	5,0	3,5
11	1,20	1,40	1,40	2,60	0,40	5,0	2,5
12	1,20	1,40	1,40	2,60	0,40	1,0	2,5

Die Tabelle 3.30 enthält die analytisch berechneten und die per FEM bestimmten Leiter-Leiter-Kapazitäten. Die Abweichungen liegen im niedrigen einstelligen Prozentbereich. Die Fehler in der analytischen Lösung sind durch die endliche Anzahl von Aufpunkten und Linienladungen zu begründen. Zusätzlich entstehen Abweichungen in der numerischen Lösung durch die Begrenzung der drei Medien in x-Richtung mit Neumann-Randbedingungen.

Tabelle 3.30: Vergleich der analytisch berechneten, längenbezogenen Leiter-Leiter-Kapazitäten C'_{1215} mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$C'_{1215,anal}$ in pF/m	$C'_{1215,FEM}$ in pF/m	Abweichung C'_{1215} in %
1	8,34	8,16	2,21
2	12,61	12,37	1,94
3	15,73	15,43	1,94
4	21,61	21,16	2,13
5	31,88	31,19	2,21
6	17,96	17,63	1,87
7	35,18	34,29	2,60
8	23,27	22,81	2,02
9	75,39	74,15	1,67
10	94,21	92,60	1,74
11	61,80	60,79	1,66
12	21,52	21,12	1,89

In [28] wird der Einfluss des Reduktionsfaktors auf die Berechnung der Kapazität untersucht. Die Wahl des Reduktionsfaktors ist hierbei nicht von Bedeutung. Dies gilt ebenfalls für die in Abschnitt 3.2.1 und 3.3.1 modellierten Rundleiter.

3.4 Stator-Rotor-Kapazität

Die folgende Herleitung der Berechnungsvorschrift sowie die anschließende Validierung mittels FEM-Simulationen wurde bereits in [29] publiziert. Die grundlegende Geometrie zur Bestimmung der Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung in kartesischen Koordinaten ist in Abbildung 3.42 dargestellt.

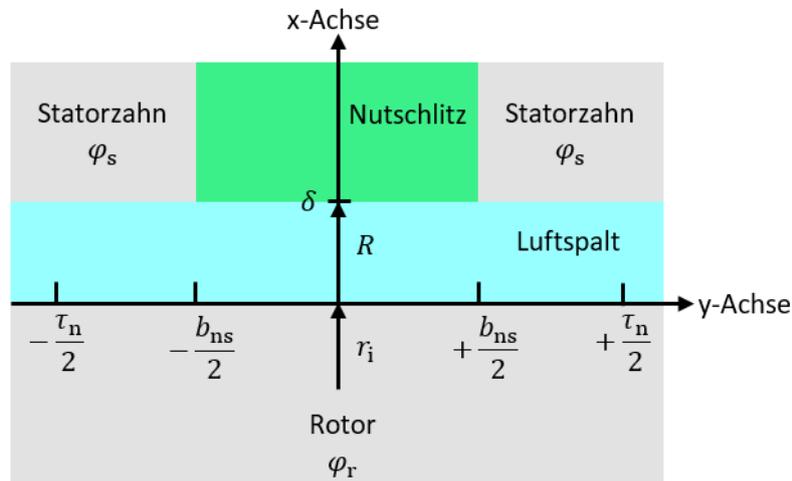


Abbildung 3.42: Modell der betrachteten Stator-Rotor-Geometrie in kartesischen Koordinaten

Das betrachtete Feldproblem setzt sich aus einem Nutschlitzgebiet mit der Breite b_{ns} und einem Luftspaltbereich mit der Breite τ_n zusammen. Es wird angenommen, dass der Nutschlitzbereich in positiver x -Richtung unendlich ausgedehnt ist. Der Rotor ist ungenutzt. Für die Beschreibung des Feldproblems wird das kartesische Koordinatensystem gewählt, d.h. die Krümmung des Luftspalts wird vernachlässigt. Die Zwei-Elektroden-Anordnung besteht aus dem Rotorblechpaket mit dem Potential φ_r und dem Statorblechpaket mit dem Potential φ_s . Aus Gründen der Vereinfachung wird im Folgenden das Statorpotential als Bezugspotential ($\varphi_s = 0 \text{ V}$) festgelegt. Die Stator-Rotor-Kapazität C_{sr} ergibt sich folglich zu

$$C_{sr} = \frac{Q_r}{\varphi_r} \quad (3.304)$$

mit der Rotorladung Q_r . Zunächst wird von einer geschlossenen Nut mit $b_{ns} = 0$ ausgegangen.

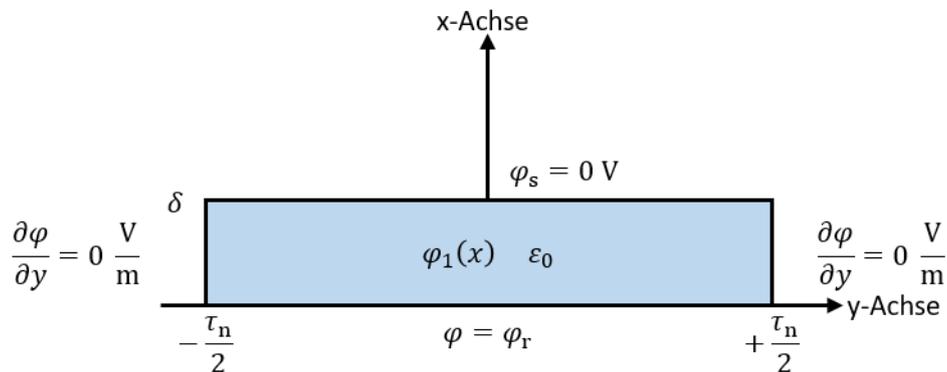


Abbildung 3.43: Luftspaltbereich einer geschlossenen Nut in kartesischen Koordinaten

Die periodische Nutfolge führt zur Anwendung von Neumann-Randbedingungen zur Begrenzung des Luftspaltgebiets. Das modifizierte Feldproblem kann der Abbildung 3.43 entnommen werden.

Der Bereich erstreckt sich in x-Richtung über die Luftspatlänge δ . In y-Richtung wird eine Nutteilung im Längenmaß

$$\tau_n = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{N_1} \quad (3.305)$$

mit dem Bohrungsradius R und der Anzahl der Statornuten N_1 betrachtet. Das Luftspaltgebiet besitzt die elektrische Feldkonstanten ϵ_0 . Das in Abbildung 3.43 dargestellte Feldgebiet entspricht dem eines Plattenkondensators. Die Äquipotentialflächen verlaufen parallel zum Rotor und zum Stator. Das D-Feld eines Plattenkondensators ergibt sich zu

$$\vec{D}_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot \varphi_r}{\delta} \vec{e}_x. \quad (3.306)$$

Die Rotorladung entspricht der Integration des D-Felds über die Oberfläche des Rotors. Nach (3.304) ergibt sich die Kapazität des in Abbildung 3.43 dargestellten Feldproblems zu

$$C_{sr,\tau_n,pk} = \frac{\epsilon_0 \cdot \tau_n \cdot l_{fe}}{\delta} \quad (3.307)$$

mit der Blechpaketlänge in z-Richtung l_{fe} . Die Gleichung (3.306) verdeutlicht, dass das D-Feld im gesamten Feldproblem konstant ist. Der Abbildung 3.44 ist der mittels FEM-Simulation bestimmte Verlauf des D-Felds auf der Rotoroberfläche der in Tabelle 3.31 enthaltenen ersten Maschinenvariante für den Fall einer mit Luft gefüllten Nutöffnung und einem Rotorpotential von $\varphi_r = 1 \text{ V}$ zu entnehmen. Die Einsattlung des D-Felds ergibt sich durch den Einfluss des in Abbildung 3.42 enthaltenen Nutschlitzes. Der nach (3.306) berechnete Betrag des D-Felds der ersten Variante entspricht dem Anfangs- und dem Endwert und somit dem maximalen Wert des in Abbildung 3.44 dargestellten Verlaufs. Mit (3.307) wird folglich eine zu große Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung berechnet.

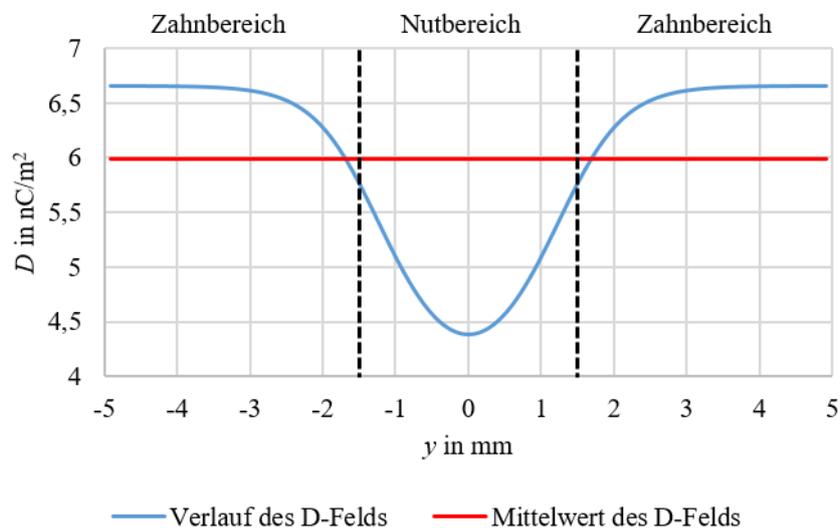


Abbildung 3.44: Darstellung des mittels FEM bestimmten Verlaufs des D-Felds auf der Rotoroberfläche

Der in Abbildung 3.44 dargestellte Mittelwert des Verlaufs des D-Felds kann mit Hilfe des Carter-Faktors bestimmt werden. Dieser wurde zwar für ein magnetostatisches Problem abgeleitet. Das hier betrachtete elektrostatische Feldproblem ist jedoch vollständig analog, sodass die Lösung unmittelbar übertragbar ist.

Der Carter-Faktor berechnet sich nach [30] zu

$$k_c = \frac{\tau_n}{\tau_n - \gamma_c \cdot b_{ns}} \quad (3.308)$$

mit der Näherung für die Hilfsgröße γ_c

$$\gamma_c = \frac{1}{1 + 5 \cdot \frac{\delta}{b_{ns}}} \quad (3.309)$$

Der Mittelwert des D-Felds \bar{D} auf der Rotoroberfläche ergibt sich damit zu

$$\bar{D} = \frac{|D_1|}{k_c} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varphi_r}{k_c \cdot \delta} \quad (3.310)$$

Mit Hilfe des Mittelwerts des D-Felds kann die Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung unter Berücksichtigung der Nutöffnung ermittelt werden zu

$$C_{sr, \tau_n, k_c} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \tau_n \cdot l_{fe}}{k_c \cdot \delta} \quad (3.311)$$

Im Gegensatz zu (3.307) wird die Stator-Rotor-Kapazität durch (3.311) nicht mit dem maximal vorliegenden Betrag des D-Felds, sondern mit dem Mittelwert des D-Felds auf der Rotoroberfläche bestimmt.

Einfluss der Permittivität des im Nutschlitz vorliegenden Materials auf die Stator-Rotor-Kapazität

Zur Herleitung des Carter-Faktors wird angenommen, dass der Luftspalt- und der Nutschlitzbereich mit Luft gefüllt sind. Bei einem vergossenen Stator unterscheiden sich hingegen die Permittivitäten der beiden Bereiche. Die Abbildung 3.45 enthält die mittels FEM bestimmten Äquipotentialflächen des in Abbildung 3.42 enthaltenen Feldproblems mit unterschiedlichen Materialien im Nutschlitz für die in Tabelle 3.31 enthaltene erste Maschinenvariante. In Abbildung 3.45a ist der Nutschlitz mit Luft gefüllt. Zur Erzeugung der Abbildung 3.45b wird im Nutschlitz ein Medium mit einer relativen Permittivität von $\varepsilon_{r,ns} = 10$ verwendet. Während in Abbildung 3.45a im Bereich des Nutschlitzes ein konvexer Verlauf des Potentials in Richtung der Statorwicklung zu erkennen ist, liegt im Luftspaltbereich in Abbildung 3.45b eine annähernd vom Nutschlitz unabhängige Potentialverteilung vor. Der Verlauf der Äquipotentiallinien im Luftspaltgebiet ähnelt dem Potentialfeld eines Plattenkondensators. Die Abbildung 3.46 stellt die Verläufe der D-Felder auf der Rotoroberfläche der beiden in Abbildung 3.45 enthaltenen Modelle dar. Es ist zu erkennen, dass das D-Feld des in Abbildung 3.45b dargestellten Modells im Bereich der Nutöffnung eine deutlich geringere Einsattlung vorweist. Der Mittelwert des Verlaufs des D-Felds ist gegenüber dem in Abbildung 3.45a enthaltenen Modell höher, und somit steigt die kapazitive Kopplung zwischen dem Stator und dem Rotor an. Grundsätzlich gilt, dass in einem Bereich mit einer gegenüber dem nachfolgenden Bereich geringeren Permittivität eine Stauchung der Äquipotentiallinien erfolgt. Je deutlicher sich die Permittivitäten der angrenzenden Bereiche unterscheiden, desto größer ist der Effekt der Stauchung. Folglich ist die Stator-Rotor-Kapazität abhängig von der relativen Permittivität des im Nutschlitz vorliegenden Mediums.

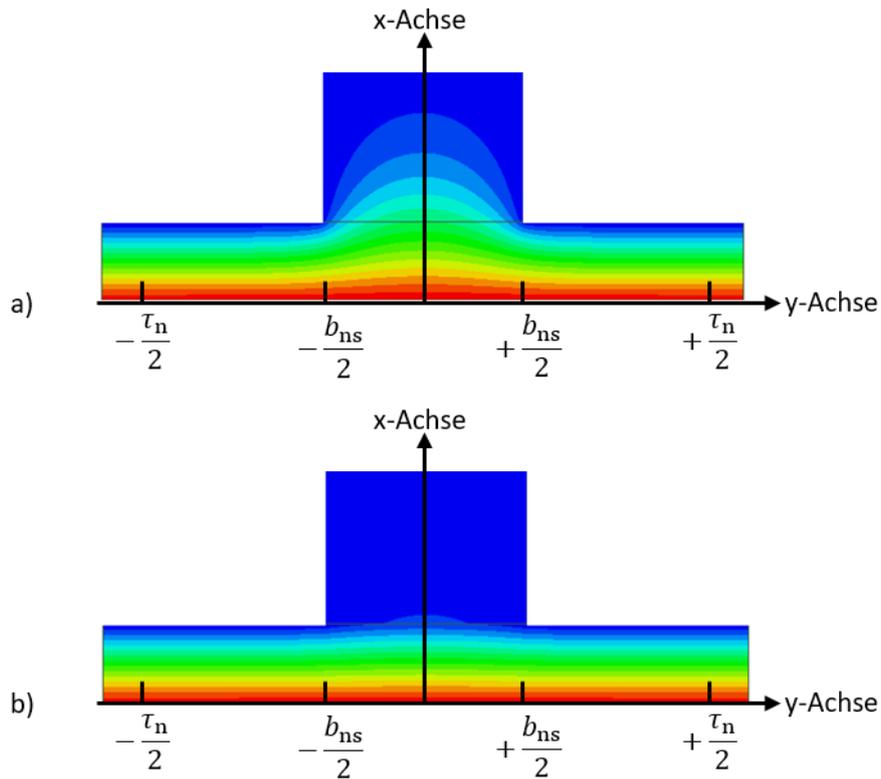


Abbildung 3.45: Mittels FEM bestimmte Äquipotentiallinien im Gebiet einer Nutteilung

- a) Modell mit einer relativen Permittivität im Nutschlitz von $\epsilon_{r,ns} = 1$
 b) Modell mit einer relativen Permittivität im Nutschlitz von $\epsilon_{r,ns} = 10$

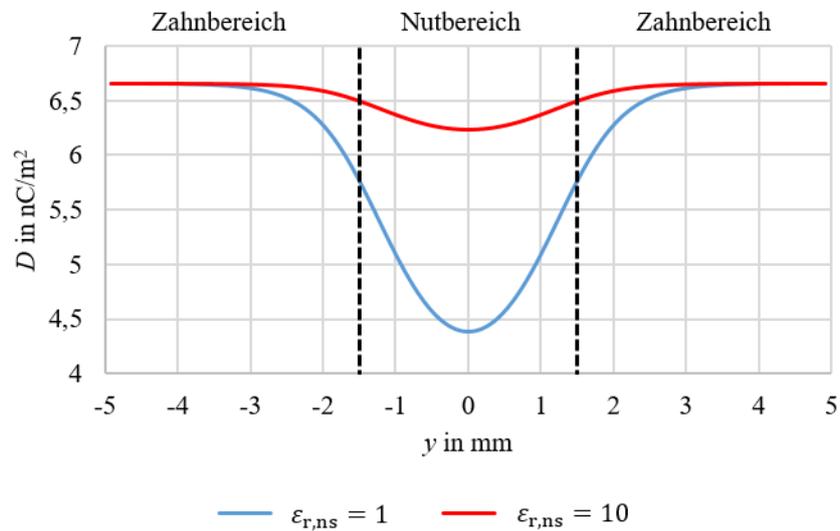


Abbildung 3.46: Darstellung der mittels FEM bestimmten Verläufe des D-Felds auf der Rotoroberfläche mit unterschiedlichen Nutschlitzmaterialien

Bestimmung der Stator-Rotor-Kapazität unter Berücksichtigung der Permittivität des im Nutschlitz vorliegenden Materials

Die Abhängigkeit der Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung von der Permittivität des im Nutschlitz vorliegenden Mediums wird mittels FEM-Simulationen analysiert.

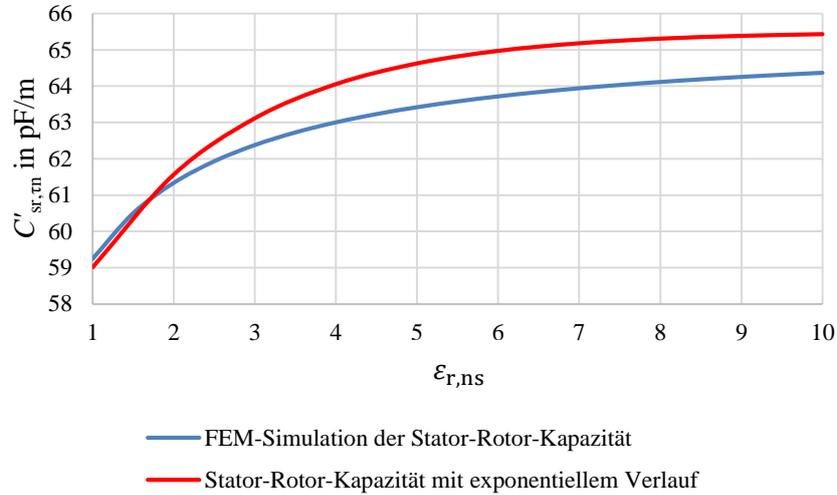


Abbildung 3.47: Stator-Rotor-Kapazität mit unterschiedlichen Permittivitäten im Nutschlitz

Die Abbildung 3.47 stellt die von der relativen Permittivität des Nutschlitzmaterials $\epsilon_{r,ns}$ abhängige Rotor-Stator-Kapazität einer Nutteilung der in Tabelle 3.31 enthaltenen ersten Maschinenvariante dar. Der Verlauf der Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung C_{sr,τ_n} kann mit Hilfe der in Abbildung 3.47 dargestellten exponentiellen Funktion

$$C_{sr,\tau_n}(\epsilon_{r,ns}) = C_{sr,\tau_n,k_c} + (C_{sr,\tau_n,pk} - C_{sr,\tau_n,k_c}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\epsilon_{r,ns}-1}{\tau}}\right) \quad (3.312)$$

mit dem Anfangswert C_{sr,τ_n,k_c} , dem stationären Endwert $C_{sr,\tau_n,pk}$ und der empirisch ermittelten Konstante

$$\tau = 2 \quad (3.313)$$

approximiert werden. Der Anfangswert entspricht der Kapazität, welche bei einem mit Luft gefüllten Nutschlitz mit $\epsilon_{r,ns} = 1$ vorliegen würde. Als stationärer Endwert wird die Kapazität eines Plattenkondensators $C_{sr,\tau_n,pk}$ angenommen. Der stationäre Endwert wird annähernd bei einer relativen Permittivität von zehn erreicht. Die Bestimmungsgleichung der Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung (3.312) kann umgeformt werden zu

$$C_{sr,\tau_n}(\epsilon_{r,ns}) = \sigma_{ns} \cdot C_{sr,\tau_n,k_c} = \frac{\sigma_{ns} \cdot \epsilon_0 \cdot \tau_n \cdot l_{fe}}{k_c \cdot \delta} \quad (3.314)$$

mit

$$\sigma_{ns} = 1 + (k_c - 1) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\epsilon_{r,ns}-1}{2}}\right). \quad (3.315)$$

Der Koeffizient σ_{ns} beschreibt die Änderung der Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung in Abhängigkeit von der relativen Permittivität des im Nutschlitz vorliegenden Mediums. Unter der Annahme eines geraden Luftspalts ist die gesamte Stator-Rotor-Kapazität einer elektrischen Maschine das Produkt aus (3.314) und der Anzahl der Statornuten.

Modellierung des Feldproblems in Polarkoordinaten

Im Gegensatz zur Näherung in Abbildung 3.42 liegt in rotierenden elektrischen Maschinen ein zylindrischer Luftspaltbereich vor. Das elektrische Feld besitzt eine dominierende radiale Komponente, und das Luftspaltgebiet kann bei geschlossener Statornut als Zylinderkondensator beschrieben werden. Unter Berücksichtigung der kreisförmigen Geometrie, des Einflusses der Nutöffnung und der relativen Permittivität des im Nutschlitz vorliegenden Materials ergibt sich aus der Gleichung eines Zylinderkondensators die Bestimmungsgleichung der gesamten Stator-Rotor-Kapazität einer elektrischen Maschine zu

$$C_{sr} = \frac{\sigma_{ns}}{k_c} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot l_{fe}}{\ln\left(\frac{R}{r_i}\right)} \quad (3.316)$$

mit dem Außenradius des Rotors r_i . Aufgrund der geringen Krümmung können der Koeffizient σ_{ns} und der Carter-Faktor k_c direkt auf die bekannte Kapazität eines Zylinderkondensators übertragen werden.

Validierung des Modells

Die Validierung des Modells erfolgt mit Hilfe von FEM-Software. Die sechs untersuchten Maschinenvarianten, welche sich hinsichtlich ihrer Geometrien unterscheiden, können der Tabelle 3.31 entnommen werden. Der FEM-Modellaufbau entspricht der in Abbildung 3.42 dargestellten Geometrie unter Berücksichtigung der Krümmung des Luftspalts. Die FEM-Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.12 entnommen werden.

Eine Nutteilung kann im Längenmaß nach (3.305) oder als Winkel τ_n' ausgedrückt werden.

Tabelle 3.31: Geometrien der untersuchten Stator-Rotor-Modelle

Variante	b_{ns} in mm	τ_n in mm	τ_n' in Grad	r_i in mm	R in mm	δ in mm
1	3,04	9,84	7,50	73,87	75,20	1,33
2	4,00	9,84	7,50	73,87	75,20	1,33
3	1,00	9,84	7,50	73,87	75,20	1,33
4	1,34	6,06	6,66	51,10	52,10	1,00
5	2,50	11,78	10,00	65,80	67,50	1,70
6	0,50	11,78	10,00	65,80	67,50	1,70

Die Tabelle 3.32 enthält die nach (3.316) in Polarkoordinaten analytisch berechneten und die numerisch bestimmten Stator-Rotor-Kapazitäten in Abhängigkeit von der relativen Permittivität des im Nutschlitz vorliegenden Mediums. Die Abweichungen liegen im einstelligen Prozentbereich.

Tabelle 3.32: Vergleich der analytisch berechneten, längenbezogenen Stator-Rotor-Kapazitäten C'_{sr} in Polarkoordinaten nach (3.316) mit den FEM-Ergebnissen

Variante	$\epsilon_{r,ns}$	$C'_{sr,anal}$ in pF/m	$C'_{sr,FEM}$ in pF/m	Abweichung C'_{sr} in %
1	1	2819,50	2802,72	0,60
	3	3007,96	2951,04	1,93
	6	3093,16	3014,88	2,60
	9	3112,18	3040,32	2,36

2	1	2641,08	2627,52	0,52
	3	2942,32	2857,92	2,95
	6	3078,52	2962,56	3,91
	9	3108,91	3005,76	3,43
3	1	3080,58	3070,56	0,33
	3	3104,01	3090,72	0,43
	6	3114,60	3098,40	0,52
	9	3116,96	3101,76	0,49
4	1	2743,75	2731,32	0,46
	3	2823,90	2796,66	0,97
	6	2860,14	2822,58	1,33
	9	2868,22	2832,84	1,25
5	1	2080,79	2046,96	1,65
	3	2144,14	2096,64	2,27
	6	2172,78	2116,80	2,64
	9	2179,17	2124,72	2,56
6	1	2176,69	2130,84	2,15
	3	2179,41	2133,00	2,18
	6	2180,65	2134,08	2,18
	9	2180,92	2134,08	2,19

Die Fehler sind durch die nicht analytisch geschlossene Lösung des betrachteten Feldproblems zu begründen, da die Abhängigkeit der kapazitiven Kopplung von der relativen Permittivität des in der Nutöffnung vorliegenden Mediums durch eine Exponentialfunktion approximiert wird. Insgesamt führt der hier vorgestellte einfache Berechnungsansatz auf sehr zufriedenstellende Ergebnisse.

3.5 Fazit der analytischen Bestimmung

Die Separationsmethode kann zur analytischen Bestimmung des Nutschlitz- (Abschnitt 3.1.1.1) und des Stirnraumanteils (Abschnitt 3.1.2.1) der Wicklung-Rotor-Kapazität sowie zur Bestimmung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität (Abschnitt 3.2.2) angewendet werden. Die Abweichungen zwischen den analytisch bestimmten und den numerisch mittels FEM-Simulationen ermittelten Kapazitätswerten sind sehr akzeptabel. Grundsätzlich gilt es bei der Anwendung der Separationsmethode zu beachten, dass eine exakte Lösung im kartesischen, zylindrischen oder sphärischen Koordinatensystem nur bei einfach zu beschreibenden Feldproblemen möglich ist. Außerdem ist die Lösung von Feldgebieten mit gemischten Randbedingungen sehr komplex.

Die Spiegelungs- und Ersatzladungsmethode kann zur analytischen Ermittlung des Nutschlitz- (Abschnitt 3.1.1.2) und des Stirnraumanteils (Abschnitt 3.1.2.2) der Wicklung-Rotor-Kapazität, des Nutanteils der Wicklung-Stator-Kapazität (Abschnitt 3.2.1) sowie der Ermittlung der Leiter-Leiter-Kapazitäten (Abschnitt 3.3) eingesetzt werden. Die Abweichungen zwischen den analytisch bestimmten

und den numerisch mittels FEM-Simulationen ermittelten Kapazitätswerten liegen im einstelligen Prozentbereich. Bei der Spiegelungs- und Ersatzladungsmethode gilt es generell zu beachten, dass die modellierten Feldgebiete durch natürliche Randbedingungen begrenzt werden. Zur Erhöhung der Genauigkeit der Resultate der Ersatzladungsmethode kann eine größere Anzahl von Ladungen und Aufpunkten gewählt werden [31]. Ebenso kann eine größere Anzahl von Aufpunkten als Linienladungen die Genauigkeit der Ergebnisse steigern. Zur Verbesserung der Kondition der Koeffizientenmatrix A wird in [31] empfohlen, den Nullpunkt des Koordinatensystems in die Nähe der Anordnung zu legen. Eine Steigerung ist ebenfalls möglich bei der Platzierung der Ladungen in unmittelbarer Nähe zum adressierten Aufpunkt. An dieser Stelle soll jedoch darauf hingewiesen werden, dass der Abstand zwischen den Ladungen und den Aufpunkten nicht beliebig klein gewählt werden kann. Anderenfalls würde die Krümmung der Äquipotentialflächen der Linienladungen auf den modellierten Elektrodenoberflächen dominieren [31].

Die in Abschnitt 3.1.1.1 vorgestellte Anwendung der Separationsmethode besitzt Vor- und Nachteile bei der Bestimmung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität. Der Nachteil ist die Einschränkung auf eine konstante Nutschlitzbreite. Die Modellierung eines Keilbereichs oder eines Streuraums ist nicht möglich. Folglich grenzt die Statorwicklung an den Nutschlitzbereich. Der Vorteil ist die einfache Erweiterung um zusätzliche dielektrische Grenzschichten im Nut- und im Luftspaltbereich. Dies gilt auf Grund der zunehmenden Komplexität nicht für die in Abschnitt 3.1.1.2 beschriebene Anwendung der Spiegelungs- und Ersatzladungsmethode. Ein weiterer Nachteil ist hier die Abhängigkeit der Resultate von der Anzahl und der Platzierung der Linienladungen und Aufpunkte. Auf der anderen Seite kann die komplexe Nutinnenkontur des Statorblechpakets berücksichtigt werden. Die hierbei getroffene Annahme einer geraden, nicht gekrümmten Oberfläche des Rotors führt bei den untersuchten Varianten nur zu geringen Abweichungen gegenüber den FEM-Ergebnissen.

Ebenso besitzen die Verfahren Vor- und Nachteile bei der Bestimmung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität. In der in Abschnitt 3.1.2.1 vorgestellten Anwendung der Separationsmethode ist eine exakte Lösung des Feldproblems auf Grund der Unterteilung des Feldproblems in überwiegend voneinander unabhängige Teilabschnitte nicht möglich. Ebenso wird in dem Verfahren die auf dem Rotor influenzierte Ladung im Bereich zwischen der Ausladung des Wicklungskopfs und dem Lagerschild vernachlässigt. Des Weiteren können keine komplexen Rotorgeometrien berücksichtigt werden. Der Einfluss von Wuchtzapfen, Wuchtscheiben oder Einstichen kann folglich nicht betrachtet werden. Die genannten Einschränkungen besitzt die in Abschnitt 3.1.2.2 beschriebene Anwendung der Ersatzladungsmethode hingegen nicht. Durch die Platzierung von Aufpunkten und Ringladungen kann der Einfluss der Rotorgeometrie berücksichtigt werden. Ein Nachteil ist, dass lediglich ein Medium und somit keine dielektrische Grenzschicht im Feldgebiet berücksichtigt werden kann. Zusätzlich sind die Resultate von der Anzahl und der Platzierung der Ringladungen und der Aufpunkte abhängig.

Die Ermittlung der Stator-Rotor-Kapazität basiert auf der modifizierten Berechnungsvorschrift eines Zylinderkondensators. Die Modifikation ermöglicht die Berücksichtigung des Einflusses der Nutschlitzöffnungen sowie des Einflusses des im Nutschlitz vorliegenden Mediums.

4 Validierung mittels Messungen und FEM-Berechnungen

Das Kapitel gliedert sich in die Abschnitte zur Messung parasitärer Kapazitäten und zur analytischen sowie zur numerischen Berechnung der gemessenen Kapazitäten.

4.1 Messungen parasitärer Kapazitäten

Die Tabelle 4.1 enthält Kenngrößen der zwei untersuchten dreiphasigen elektrischen Maschinen. Bei beiden elektrischen Maschinen handelt es sich um Drehstrom-Induktionsmaschinen mit Kurzschlussläufer. Die Gehäuse der elektrischen Maschinen bestehen aus Aluminium. Bei den Statorwicklungen handelt es sich um Einschichtwicklungen aus Runddrähten. Im Folgenden werden die erste elektrische Maschine mit einer Bemessungsleistung von 7,5 kW als M1 und die zweite elektrische Maschine mit einer Bemessungsleistung von 11 kW als M2 bezeichnet.

Tabelle 4.1: Untersuchte elektrische Maschinen

Maschine	Bemessungsleistung	Typ	Polzahl	Achshöhe
M1	7,5 kW	Induktionsmaschine	4	132 mm
M2	11 kW	Induktionsmaschine	4	160 mm

Die verwendeten Messgeräte können dem Anhang A.2 entnommen werden. Es wurden keine Messungen der Leiter-Leiter-Kapazitäten durchgeführt. Die Messungen der Wicklung-Rotor-, der Wicklung-Stator- und der Stator-Rotor-Kapazitäten basieren auf dem in Abbildung 2.4 dargestellten vereinfachten kapazitiven Ersatzschaltbild einer elektrischen Maschine. Im Stillstand wird die Stator-Rotor-Kapazität auf Grund der elektrisch parallelgeschalteten Motorlager, in denen dann metallischer Kontakt vorliegt, überbrückt. Hingegen müssen bei Messungen im Betrieb die Lagerkapazitäten C_{11} und C_{12} berücksichtigt werden. In [2] werden zur Kapazitätsmessung im Stillstand isolierte Lagersitze verwendet. Dies hat zur Folge, dass anstelle der Lagerkapazitäten die Kapazitäten der Isolationsschichten der Lagersitze berücksichtigt werden müssen. Um den Einfluss zusätzlicher Kapazitäten zu vermeiden, erfolgen die Messungen der Wicklung-Rotor-, der Wicklung-Stator- und der Stator-Rotor-Kapazitäten nach dem in [1] beschriebenen Verfahren. Dieses setzt eine Fixierung des Rotors ohne Lagerschilde voraus. Durch jeweils einen an der A- und der B-Seite der elektrischen Maschine in den Luftspalt eingebrachten Polyester-Isolationsstreifen ergibt sich eine zur vollständig montierten Maschine vergleichbare Luftspaltlänge. Die beiden Isolationstreifen werden auf der 6-Uhr-Stellung in den Luftspalt eingebracht. Hierbei ist zu beachten, dass der Rotor entlang des Umfangs der Statorbohrung keine galvanische Verbindung mit dem Statorblechpaket aufweist. Die in den Luftspalt eingebrachten Polyester-Isolationsstreifen besitzen im Vergleich zu Luft eine wesentlich höhere Permittivität und führen somit zu einem Anstieg der gemessenen Stator-Rotor-Kapazität. Aus diesem Grund sollten die Abschnitte der Isolationstreifen axial so kurz wie möglich sein. Auch die Breite der Streifen sollte gering sein.

Zusätzlich ist darauf zu achten, dass die Dicke der Isolationsstreifen annähernd der Luftspaltlänge entspricht. Ein exzentrisch platzierter Rotor würde ebenfalls zu einem Anstieg der gemessenen Stator-Rotor-Kapazität führen.

Die Abbildung 4.1 stellt auf Grundlage des vereinfachten kapazitiven Ersatzschaltbilds einer elektrischen Maschine die drei möglichen Messkonfigurationen dar. Die Messanschlüsse sind das Statorblechpaket, die Statorwicklung und die Antriebswelle.

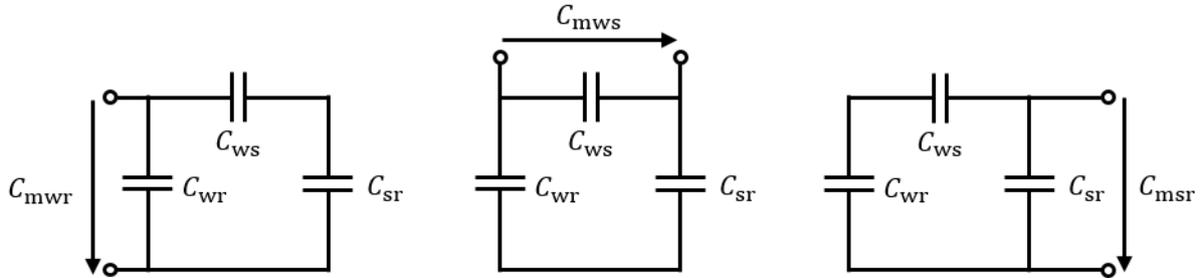


Abbildung 4.1: Darstellung der drei möglichen Messkonfigurationen

Die Messkapazität C_{mwr} resultiert aus der Verbindung des LCR-Messgeräts mit der Statorwicklung und der Antriebswelle. Durch den Anschluss des LCR-Meters an die Statorwicklung und das Statorblechpaket ergibt sich die Messkapazität C_{mws} . Die Anbindung des Messgeräts an das Statorblechpaket und die Antriebswelle führt zur Messung der Kapazität C_{msr} . Mit Hilfe der drei Messkapazitäten können nach [1] die Wicklung-Rotor-Kapazität C_{wr} , die Wicklung-Stator-Kapazität C_{ws} und die Stator-Rotor-Kapazität C_{sr} ermittelt werden. Anhand der in Abbildung 4.1 dargestellten kapazitiven Ersatzschaltbilder können die mathematischen Beziehungen zwischen den Messkapazitäten C_{mwr} , C_{mws} und C_{msr} und den parasitären Motorkapazitäten C_{wr} , C_{ws} und C_{sr} zu

$$C_{mwr} = C_{wr} + \frac{C_{ws} \cdot C_{sr}}{C_{ws} + C_{sr}}, \quad (4.1)$$

$$C_{mws} = C_{ws} + \frac{C_{wr} \cdot C_{sr}}{C_{wr} + C_{sr}}, \quad (4.2)$$

$$C_{msr} = C_{sr} + \frac{C_{ws} \cdot C_{wr}}{C_{ws} + C_{wr}} \quad (4.3)$$

bestimmt werden. Die Motorkapazitäten ergeben sich anhand von (4.1) bis (4.3) zu

$$C_{ws} = -\frac{2C_{mwr}C_{mws}C_{msr} \cdot (C_{mwr}C_{mws} - C_{mwr}C_{msr} + C_{mws}C_{msr})}{C_{mwr}^2C_{mws}^2 + C_{mwr}^2C_{msr}^2 + C_{mws}^2C_{msr}^2 - 2C_{mwr}C_{mws}C_{msr} \cdot C_{m\Sigma}}, \quad (4.4)$$

$$C_{wr} = -\frac{2C_{mwr}C_{mws}C_{msr} \cdot (C_{mwr}C_{mws} + C_{mwr}C_{msr} - C_{mws}C_{msr})}{C_{mwr}^2C_{mws}^2 + C_{mwr}^2C_{msr}^2 + C_{mws}^2C_{msr}^2 - 2C_{mwr}C_{mws}C_{msr} \cdot C_{m\Sigma}} \quad (4.5)$$

und

$$C_{sr} = -\frac{2C_{mwr}C_{mws}C_{msr} \cdot (C_{mwr}C_{msr} - C_{mwr}C_{mws} + C_{mws}C_{msr})}{C_{mwr}^2C_{mws}^2 + C_{mwr}^2C_{msr}^2 + C_{mws}^2C_{msr}^2 - 2C_{mwr}C_{mws}C_{msr} \cdot C_{m\Sigma}} \quad (4.6)$$

mit der Summe der drei Messkapazitäten

$$C_{m\Sigma} = C_{mwr} + C_{mws} + C_{msr}. \quad (4.7)$$

Im Anhang A.2 sind repräsentativ in den Abbildungen A.13 bis A.18 die gemessenen Impedanzverläufe Z_{mwr} , Z_{mws} und Z_{msr} sowie die gemessenen Phasenwinkel θ_{mwr} , θ_{mws} und θ_{msr} der an den Eingangsklemmen kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschinen M1 und M2 dargestellt. Im niederfrequenten Bereich kann jeweils auf Grund eines Phasenwinkels von ca. -90° ein annähernd rein kapazitives Verhalten erfasst werden. Für die Ermittlung der Messkapazitäten wird angenommen, dass ein parasitärer ohmscher Widerstand in Reihe mit der Messkapazität liegt (RC-Glied). Die komplexe Impedanz eines RC-Glieds bzw. des vereinfachten Motormodells ergibt sich zu

$$\underline{Z}_m = R_m - j \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_m \cdot C_m} = Z_m \cdot \cos(\theta_m) + j \cdot Z_m \cdot \sin(\theta_m). \quad (4.8)$$

Mittels der Messfrequenz f_m , der gemessenen Impedanz Z_m und dem gemessenen Phasenwinkel θ_m kann die Messkapazität zu

$$C_m = -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_m \cdot Z_m \cdot \sin(\theta_m)} \quad (4.9)$$

bestimmt werden. Die unter der Annahme eines RC-Modells gemessenen Kapazitätsverläufe C_{mwr} , C_{mws} und C_{msr} der beiden elektrischen Maschinen können der Abbildung 4.2 und der Abbildung 4.3 entnommen werden.

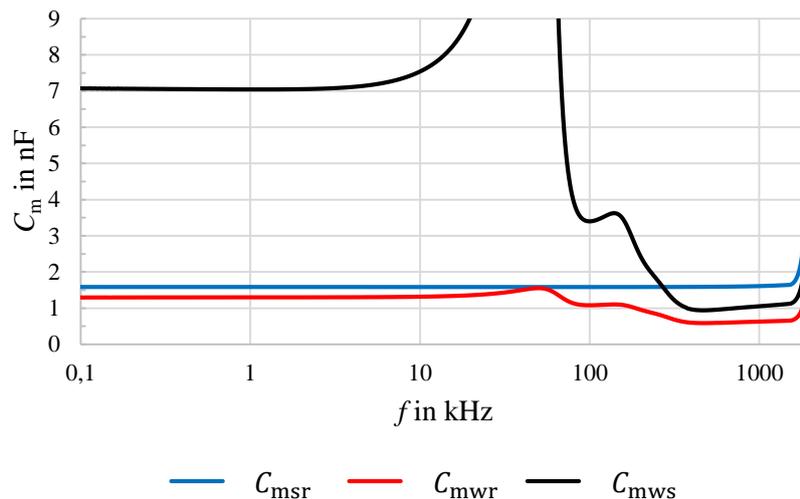


Abbildung 4.2: Darstellung der gemessenen Kapazitäten C_{msr} , C_{mwr} und C_{mws} der kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschine M1 über der Frequenz

Die oberhalb von ca. 8 kHz zu beobachtende Zunahme der Kapazitäten C_{mwr} und C_{mws} resultiert aus der für höhere Frequenzen nicht mehr gültigen vereinfachten Modellierung der elektrischen Maschine als RC-Glied. Die Anstiege der Phasenwinkel θ_{mwr} und θ_{mws} sind durch ein für hohe Frequenzen zunehmend induktives Verhalten der elektrischen Maschinen zu erklären.

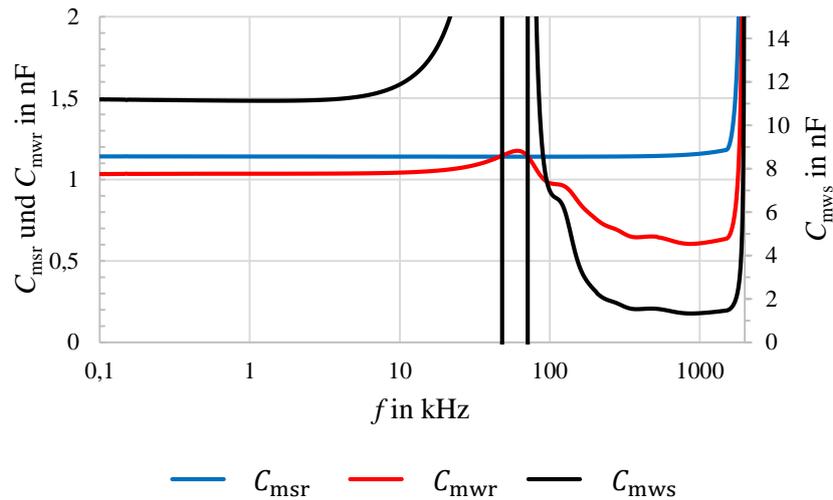


Abbildung 4.3: Darstellung der gemessenen Kapazitäten C_{msr} , C_{mwr} und C_{mws} der kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschine M2 über der Frequenz

Die Abbildung 4.4 und die Abbildung 4.5 stellen die mittels (4.4) bis (4.6) rechnerisch aus den Messergebnissen ermittelten Kapazitätsverläufe C_{wr} , C_{ws} und C_{sr} dar. Bei der Betrachtung der ermittelten Kapazitätsverläufe der Wicklung-Rotor-Kapazität fällt auf, dass diese im Gegensatz zu den Verläufen der Wicklung-Stator- und der Stator-Rotor-Kapazität über keinen Frequenzbereich einen konstanten Kapazitätswert aufweisen. Zudem können den Verläufen negative Kapazitätswerte im niederfrequenten Bereich entnommen werden.

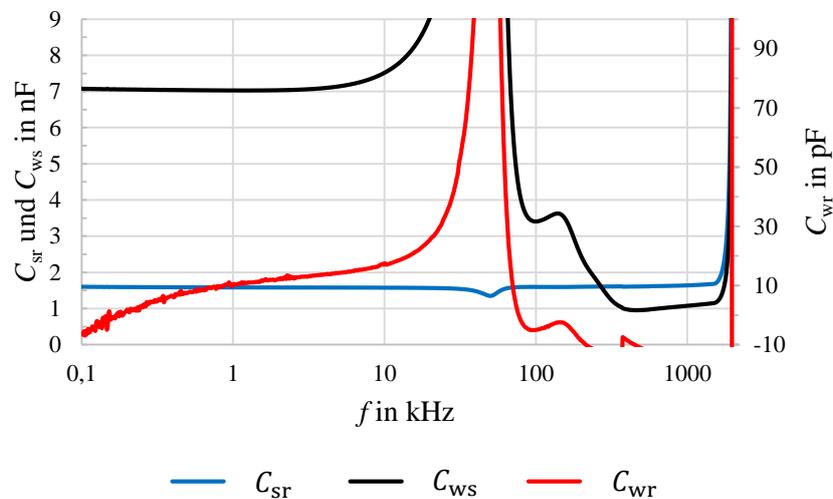


Abbildung 4.4: Darstellung der rechnerisch aus den Messergebnissen ermittelten Kapazitäten C_{sr} , C_{wr} und C_{ws} der kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschine M1 über der Frequenz

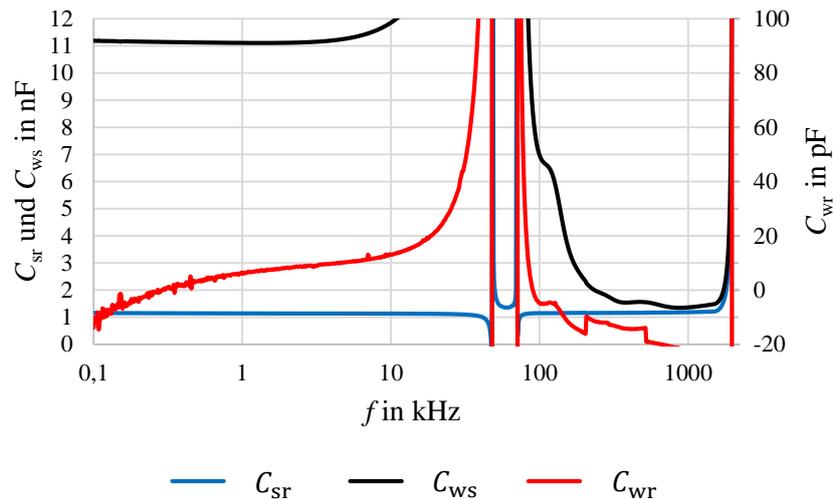


Abbildung 4.5: Darstellung der rechnerisch aus den Messergebnissen ermittelten Kapazitäten C_{sr} , C_{ws} und C_{wr} der kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschine M2 über der Frequenz

In Tabelle 4.2 sind die bei einer Messfrequenz von 1 kHz gemessenen und rechnerisch aus den Messergebnissen ermittelten Kapazitäten der beiden elektrischen Maschinen enthalten. Insgesamt wurden die drei Messungen in Sternschaltung mit offenen und mit kurzgeschlossenen Eingangsklemmen sowie in Dreieckschaltung mit kurzgeschlossenen Eingangsklemmen durchgeführt. Die neun Messungen wurden zusätzlich nach erneuter Kalibrierung des LCR-Meters und erneuter Fixierung des Rotors in der Statorbohrung wiederholt. Folglich wurde jede Messung sechsmal durchgeführt. Die angegebenen Messunsicherheiten ΔC_{mwr} , ΔC_{mws} und ΔC_{msr} entsprechen den Standardabweichungen der Messgrößen. Mittels (4.4) bis (4.6) erfolgt unter Anwendung des Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes [32]

$$\Delta C = \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial C_{mwr}} \cdot \Delta C_{mwr}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial C_{mws}} \cdot \Delta C_{mws}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial C_{msr}} \cdot \Delta C_{msr}\right)^2} \quad (4.10)$$

die Bestimmung der Unsicherheiten ΔC_{wr} , ΔC_{ws} und ΔC_{sr} der rechnerisch aus den Messergebnissen ermittelten Kapazitäten.

Tabelle 4.2: Gemessene und rechnerisch aus den Messergebnissen ermittelte Kapazitäten bei einer Messfrequenz von 1 kHz

Kapazität	M1	M2
$C_{mwr} = \bar{C}_{mwr} \pm \Delta C_{mwr}$	1,30 nF \pm 0,00211 nF	1,04 nF \pm 0,00338 nF
$C_{mws} = \bar{C}_{mws} \pm \Delta C_{mws}$	7,04 nF \pm 0,00484 nF	11,12 nF \pm 0,00613 nF
$C_{msr} = \bar{C}_{msr} \pm \Delta C_{msr}$	1,59 nF \pm 0,00303 nF	1,15 nF \pm 0,00419 nF
$C_{wr} = \bar{C}_{wr} \pm \Delta C_{wr}$	9,41 pF \pm 9,68 pF	6,36 pF \pm 28,43 pF
$C_{ws} = \bar{C}_{ws} \pm \Delta C_{ws}$	7,03 nF \pm 0,01096 nF	11,11 nF \pm 0,02884 nF
$C_{sr} = \bar{C}_{sr} \pm \Delta C_{sr}$	1,58 nF \pm 0,01196 nF	1,14 nF \pm 0,03153 nF

Grundsätzlich sind die prozentualen Fehler bei den gemessenen Kapazitäten kleiner als 0,5 %. Die Fehler der rechnerisch ermittelten Wicklung-Stator- und Stator-Rotor-Kapazitäten liegen im niedrigen einstelligen Prozentbereich. Ebenfalls sind die Abweichungen zwischen den gemessenen und den rechnerisch ermittelten Wicklung-Stator- und Stator-Rotor-Kapazitäten sehr gering. Die Ursache hierfür ist die signifikant kleinere, in Abbildung 4.1 parallelgeschaltete Wicklung-Rotor-Kapazität. Diese reduziert den Einfluss der Parallelschaltung auf die gemessenen Kapazitäten.

Die prozentualen Fehler der rechnerisch aus den Messergebnissen ermittelten Wicklung-Rotor-Kapazitäten sind dagegen sehr hoch. Bei der elektrischen Maschine M1 liegt die Unsicherheit im Bereich des Mittelwerts des Kapazitätswerts. Die ermittelte Unsicherheit für die elektrische Maschine M2 ist annähernd um den Faktor 4,5 größer als der Mittelwert des Kapazitätswerts. Somit ist die messtechnische Bestimmung der Wicklung-Rotor-Kapazitäten im hohen Maße von zufälligen Messfehlern abhängig. Ein grundsätzlicher Nachteil des Messverfahrens ist, dass die Ermittlung der im pF-Bereich vorliegenden Wicklung-Rotor-Kapazität auf Basis der im nF-Bereich vorliegenden Messkapazitäten erfolgt.

Neben zufälligen Messfehlern liegen systematische Messfehler vor. Grundsätzlich können diese u.a. durch das angewendete Messverfahren sowie durch das verwendete Messgerät verursacht werden. Ein systematischer Messfehler ergibt sich bereits bei der Kalibrierung des LCR-Meters. Diese erfolgt in einer Lage der Zuleitungen, die keiner Stellung der Zuleitungen während eines Messvorgangs an der elektrischen Maschine entspricht. Auch ändern sich fortlaufend die Lagen der Zuleitungen während der Kapazitätsmessungen.

4.2 Analytische und numerische Bestimmung der gemessenen Kapazitäten

Der Abschnitt 4.2 ist unterteilt in die Bestimmung der Wicklung-Stator-, der Stator-Rotor- und der Wicklung-Rotor-Kapazität. Für die Ermittlung der Kapazitäten sind Angaben oder Messungen der Geometrien und der verwendeten Isolationsmaterialien der elektrischen Maschine notwendig. Für beide elektrische Maschinen M1 und M2 erfolgte die Vermessung der Stirnraumgeometrien sowie die Messung des Abstands zwischen dem Bohrungsradius des Stators und der Unterkante des Deckschiebers in den Statornuten. Hierbei handelt es sich auf Grund der schwer zugänglichen Statorgeometrie um eine inkonsistente Messgröße, die sich in Abhängigkeit von der gemessenen Statornut unterscheidet. Aus diesem Grund werden für beide elektrische Maschinen jeweils zwei Statornutmodelle betrachtet. Für beide elektrische Maschinen zeichnet sich das zweite Nutmodell (NM2) gegenüber dem ersten Nutmodell (NM1) durch die Annahme eines 1 mm größeren Abstands zwischen dem Bohrungsradius des Stators und der Unterkante des Deckschiebers aus.

4.2.1 Wicklung-Stator-Kapazität

Grundsätzlich wird zur Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität eine Nutteilung betrachtet. Der sich ergebene Kapazitätswert wird mittels der Statornutenzahl und der Blechpaketlänge auf die gesamte Kapazität der elektrischen Maschine extrapoliert. Bei der Ermittlung der Wicklung-Stator-Kapazitäten der elektrischen Maschinen M1 und M2 werden auf Grund der unbekanntem Platzierung der Rundleiter innerhalb der Statornut für jeweils beide Nutmodelle vier unterschiedliche Geometrien der Statorwicklungselektrode betrachtet. Die vier Modellvarianten sind der im Anhang A.2 enthaltenen Abbildung A.19 für die Maschine M1 und der Abbildung A.23 für die elektrische Maschine M2 zu entnehmen. Der Einfluss der Lackisolierung der Einzelleiter wird in allen Modellvarianten vernachlässigt. Die erste Variante (1) beruht auf der Annahme, dass die Wicklungselektrode der gesamten Kupferfläche entspricht. Zwischen der Wicklungs- und der Statorelektrode befindet sich die Nutisolierung. Die zweite Variante (2) ist [1] entnommen und berücksichtigt die Kontur der Rundleiter. Hierbei besitzt die Wicklungselektrode eine Wellenstruktur. Die Nutisolierung befindet sich zwischen der wellenförmigen Wicklungs- und der ebenen Statorelektrode. Die dritte Modellvariante (3) stellt eine Modifikation der zweiten Variante dar. Neben dem Medium der Nutisolierung wird in den Tälern der wellenförmigen Wicklungselektrode das Nutmedium, d.h. Luft, berücksichtigt. Im Gegensatz zu der ersten und der zweiten Variante wird somit zwischen der Wicklungs- und der Statorelektrode eine dielektrische Grenzschicht zwischen dem Nutmedium und der Nutisolierung berücksichtigt. Die vierte Modellvariante (4) beruht auf dem vereinfachten Modell einer gleichmäßigen Verteilung der Rundleiter innerhalb der gesamten Kupferfläche. Der Abbildung 4.6 kann die Platzierung der Rundleiter entlang der Nutisolierung entnommen werden. Zu Beginn wird die gesamte Kupferfläche durch die Anzahl der Rundleiter einer Statornut dividiert. Die sich ergebene Teilfläche eines Rundleiters wird als Quadrat modelliert. In den Mittelpunkten der Quadrate werden die Runddrähte platziert. Anschließend werden die Quadrate entlang der Nutisolierung angeordnet. Abschließend wird die gesamte Kupferfläche mit Quadraten ausgefüllt. Die Modellierung der Teilflächen als Quadrate führt dazu, dass die Zahl der innerhalb der Kupferfläche platzierten Rundleiter nicht der realen Leiterzahl entspricht. Die fehlenden Leiter können entweder nachträglich innerhalb der Kupferfläche platziert oder allgemein vernachlässigt werden. Eine Vernachlässigung der fehlenden Leiter ist hier zulässig, da die innerhalb der Kupferfläche platzierten Runddrähte einen sehr geringen Einfluss auf die Wicklung-Stator-Kapazität besitzen.

In den im Anhang A.2 in den Abbildungen A.19 und A.23 dargestellten FEM-Nutmodellen der vierten Modellvariante wurden die fehlenden Rundleiter eingefügt, sodass die Anzahl der platzierten Runddrähte der realen Leiterzahl entspricht.

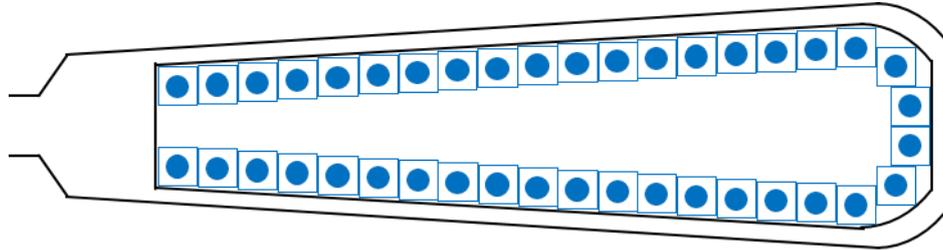


Abbildung 4.6: Platzierung der Rundleiter in der vierten Modellvariante

In der vierten Modellvariante wird Luft als Nutmedium verwendet, sodass wie in der dritten Variante eine dielektrische Grenzschicht zwischen dem Nutmedium und der Nutisolierung berücksichtigt wird. Die im Anhang A.2 enthaltenen Abbildungen A.20 und A.24 stellen die mittels FEM-Simulationen bestimmten Wicklung-Stator-Kapazitäten der vier Modellvarianten in Abhängigkeit von der relativen Permittivität der Nutisolierung dar. Vom ersten bis zum vierten Modell verringern sich jeweils die Kapazitätswerte. Die in der zweiten Modellvariante berücksichtigte wellenförmige Kontur der Wicklungselektrode führt gegenüber der Annahme einer glatten Kontur in der ersten Modellvariante zu einer Abnahme der Wicklung-Stator-Kapazitäten um ca. 20 %. Dies entspricht dem in [2] berücksichtigten Formfaktor von ca. 0,8. Die in der dritten Modellvariante eingefügte dielektrische Grenzschicht zwischen dem Nutmedium und der Nutisolierung führt im Vergleich zur zweiten Modellvariante zu einer weiteren Verringerung der berechneten Wicklung-Stator-Kapazitäten. Die Annahme einer gleichmäßigen Verteilung der Rundleiter in der vierten Modellvariante führt gegenüber der ersten bis dritten Variante zu den kleinsten Kapazitätswerten. Grundsätzlich steigt unabhängig von der modellierten Wicklungsgeometrie die Wicklung-Stator-Kapazität mit zunehmender Permittivität der Nutisolierung an. Auf Grund der Berücksichtigung der dielektrischen Grenzschicht zwischen dem Nutmedium und der Nutisolierung in der dritten und der vierten Modellvariante ist gegenüber der ersten und der zweiten Variante der Anstieg der Wicklung-Stator-Kapazität geringer. Die jeweils mit dem zweiten Nutmodell ermittelten Wicklung-Stator-Kapazitäten sind im Vergleich zu den Kapazitätswerten des ersten Nutmodells kleiner. Die Ursache hierfür ist der kürzere kapazitive Kopplungspfad entlang der Nutisolierung auf Grund der um 1 mm geringeren Höhe der Statorwicklung im zweiten Nutmodell.

Die analytische Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität basiert auf der in Abschnitt 3.2.1 vorgestellten Berechnungsvorschrift. Für die zweite und die dritte Modellvariante entspricht der horizontale bzw. vertikale Abstand zwischen den Mittelpunkten der Rundleiter d_{lh} und d_{lv} dem Durchmesser eines Rundleiters zuzüglich eines Abstands von $1 \mu\text{m}$ zur galvanischen Trennung der Leiterelektroden. Der Abstand zwischen dem Mittelpunkt eines an der Nutisolierung anliegenden Rundleiters zum Statorblechpaket d_{ls} entspricht der Summe aus dem Radius eines Rundleiters, der Dicke der Nutisolierung und einem zusätzlichen Abstand von $1 \mu\text{m}$, sodass die Rundleiter die dielektrische Grenzschicht zwischen dem Nutmedium und der Nutisolierung nicht berühren. In der zweiten Variante entspricht die Permittivität des Nutmediums der Permittivität der Nutisolierung. In der dritten Modellvariante hingegen beträgt die relative Permittivität des Nutmediums $\epsilon_r = 1$. Die in der analytischen Berechnung zur Extrapolation der Leiter-Stator- auf die Wicklung-Stator-Kapazität benötigte Anzahl der an die Nutisolierung angrenzenden Rundleiter z_{ln1} wird aus den FEM-Modellen extrahiert.

Zur analytischen Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität der vierten Modellvariante werden zwei unterschiedliche Abstände zwischen dem Mittelpunkt eines an der Nutisolierung anliegenden Rundleiters zum Statorblechpaket d_{1s} berücksichtigt. Da die Seitenkanten der in Abbildung 4.6 dargestellten Quadrate nicht parallel zu der an der linken bzw. der rechten Nutseite vorliegenden Nutisolierung verlaufen, ist der Abstand an den Nutseiten $d_{1s,ns}$ gegenüber dem Abstand am Nutgrund $d_{1s,ng}$ größer. Somit erfolgen jeweils zwei separate Berechnungen der Leiter-Stator-Kapazitäten am Nutgrund $C'_{12s,ng}$ und an den Nutseiten $C'_{12s,ns}$. Der Tabelle 4.3 können die unter der Annahme einer relativen Permittivität der Nutisolierung von $\epsilon_r = 3$ analytisch ermittelten längenbezogenen Leiter-Stator-Kapazitäten in Abhängigkeit von den Abständen $d_{1s,ns}$ und $d_{1s,ng}$ entnommen werden. Obwohl sich augenscheinlich die Abstände nur geringfügig unterscheiden, ergeben sich Abweichungen zwischen den längenbezogenen Leiter-Stator-Kapazitäten von bis zu 21 %.

Tabelle 4.3: Analytisch bestimmte, längenbezogene Leiter-Stator-Kapazitäten an der Nutseite und am Nutgrund der vierten Modellvariante unter der Annahme einer relativen Permittivität der Nutisolierung von $\epsilon_r = 3$

Maschine	Nutmodell	$d_{1s,ns}$ in mm	$C'_{12s,ns}$ in pF/m	$d_{1s,ng}$ in mm	$C'_{12s,ng}$ in pF/m
M1	1	0,72	28,87	0,68	34,47
	2	0,71	29,49	0,67	35,72
M2	1	0,73	34,86	0,70	40,45
	2	0,71	37,44	0,69	42,59

Am Nutgrund entspricht der Abstand $d_{1s,ng}$ der Summe aus der Dicke der Nutisolierung und der halben Seitenlänge des modellierten Quadrats. Der Abstand an den Nutseiten $d_{1s,ns}$ wird aus den FEM-Modellen extrahiert. Sowohl am Nutgrund als auch an den Nutseiten entspricht der modellierte horizontale bzw. vertikale Abstand zwischen den Mittelpunkten der Rundleiter d_{1h} und d_{1v} der Seitenlänge des Quadrats. Die relative Permittivität des Nutmediums beträgt $\epsilon_r = 1$. Aus den FEM-Modellen wird die Anzahl der am Nutgrund $z_{1n1,ng}$ und der an den Nutseiten $z_{1n1,ns}$ anliegenden Rundleiter extrahiert. Hierbei wird jeder an der Nutinnenkontur anliegende Leiter entweder der Nutwand oder dem Nutgrund zugewiesen. Die Unterscheidung erfolgt hinsichtlich des geringeren Abstands zum Statorblechpaket. Auf Grundlage von (3.170) ergibt sich der Nutanteil der Wicklung-Stator-Kapazität der vierten Modellvariante zu

$$C_{ws,n} = N_1 \cdot l_{fe} \cdot (z_{1n1,ng} \cdot C'_{12s,ng} + z_{1n1,ns} \cdot C'_{12s,ns}). \quad (4.11)$$

Die im Anhang A.2 enthaltenen Abbildungen A.21 und A.22 sowie A.25 und A.26 stellen den Einfluss der Permittivität der Nutisolierung auf die numerisch und die analytisch ermittelten Wicklung-Stator-Kapazitäten der elektrischen Maschinen M1 und M2 dar. Grundsätzlich kann den vier Abbildungen eine gute Übereinstimmung zwischen den analytisch und den numerisch bestimmten Wicklung-Stator-Kapazitäten entnommen werden. Die Tabelle 4.4 beinhaltet in Abhängigkeit von der Modellvariante und dem verwendeten Nutmodell die analytisch und die numerisch ermittelten Wicklung-Stator-Kapazitäten unter der Annahme einer relativen Permittivität der Nutisolierung von $\epsilon_r = 3$. Es erfolgt keine analytische Bestimmung des Kapazitätswerts der ersten Modellvariante. Die Abweichungen zwischen den analytischen und den numerisch bestimmten Wicklung-Stator-Kapazitäten der zweiten bis vierten Modellvariante liegen im einstelligen Prozentbereich.

Tabelle 4.4: Numerisch und analytisch bestimmte Wicklung-Stator-Kapazitäten unter der Annahme einer relativen Permittivität der Nutisolierung von $\epsilon_r = 3$

Variante	Nutmodell	M1			M2		
		$C_{ws,FEM}$ in nF	$C_{ws,anal}$ in nF	Abweichung C_{ws} in %	$C_{ws,FEM}$ in nF	$C_{ws,anal}$ in nF	Abweichung C_{ws} in %
1	1	31,54	-	-	37,80	-	-
1	2	29,96	-	-	36,00	-	-
2	1	25,62	25,17	1,76	29,70	29,57	0,44
2	2	23,97	23,31	2,75	28,32	28,39	0,25
3	1	15,62	16,41	5,06	18,02	18,33	1,72
3	2	14,56	15,19	4,33	17,13	17,60	2,74
4	1	8,28	7,93	4,23	11,67	11,23	3,77
4	2	8,09	7,74	4,33	11,30	11,37	0,62

Gegenüber den in Tabelle 4.2 enthaltenen, auf Grundlage von Messungen berechneten Wicklung-Stator-Kapazitäten der beiden elektrischen Maschinen von 7,03 nF und 11,11 nF kann festgestellt werden, dass unter Anwendung der ersten bis dritten Modellvariante signifikant zu hohe Werte für die Wicklung-Stator-Kapazitäten ermittelt werden. Hingegen liegen die maximalen Abweichungen bei Verwendung der vierten Modellvariante bei ca. 18 % für die Maschine M1 und ca. 5 % für die Maschine M2. Folglich kann trotz unbekannter Platzierung der Rundleiter die vierte Modellvariante zur Abschätzung der Wicklung-Stator-Kapazität mit gutem Ergebnis angewendet werden.

Die analytische und die numerische Bestimmung der Stirnraumanteile der Wicklung-Stator-Kapazitäten, welche im pF-Bereich vorliegen, ist auf Grund der Abweichungen zwischen den dominierenden Nutanteilen der Wicklung-Stator-Kapazitäten und den gemessenen Wicklung-Stator-Kapazitäten nicht von Bedeutung.

4.2.2 Stator-Rotor-Kapazität

Für die numerische Bestimmung der Stator-Rotor-Kapazitäten werden die im Anhang A.2 in Abbildung A.19 und A.23 dargestellten Nutteilungen der ersten Modellvariante der Statorwicklungselektrode betrachtet. Die sich ergebene Stator-Rotor-Kapazität einer Nutteilung wird mittels der Statornutenzahl und der Blechpaketlänge auf den gesamten Kapazitätswert der elektrischen Maschine extrapoliert. Die analytische Ermittlung der Stator-Rotor-Kapazität erfolgt nach (3.316). Dabei entfällt auf Grund der Nichtberücksichtigung der Statorwicklung eine Unterscheidung hinsichtlich der Nutmodelle. Die Tabelle 4.5 enthält die analytisch und die numerisch bestimmten Kapazitäten. Die in Tabelle 4.2 enthaltenen, auf Grundlage von Messungen berechnete Stator-Rotor-Kapazität beträgt 1,58 nF für die elektrische Maschine M1 und 1,14 nF für die elektrische Maschine M2. Gegenüber den in Tabelle 4.5 enthaltenen, numerisch und analytisch bestimmten Kapazitätswerten ergeben sich Abweichungen im einstelligen Prozentbereich.

Tabelle 4.5: Numerisch und analytisch bestimmte Stator-Rotor-Kapazitäten

Nutmodell	M1			M2		
	$C_{sr,FEM}$ in nF	$C_{sr,anal}$ in nF	Abweichung C_{sr} in %	$C_{sr,FEM}$ in nF	$C_{sr,anal}$ in nF	Abweichung C_{sr} in %
1	1,52	1,57	3,29	1,08	1,10	1,85
2	1,53		2,61	1,08		1,85

4.2.3 Wicklung-Rotor-Kapazität

Dieser Abschnitt ist unterteilt in die Bestimmung des Nutschlitz- und des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität. Für die analytische und die numerische Bestimmung der Nutschlitzanteile werden die im Anhang A.2 in Abbildung A.19 und A.23 dargestellten Nutteilungen der ersten Modellvariante der Statorwicklungselektrode betrachtet. Der sich ergebene Kapazitätswert einer Nutteilung wird in der numerischen und der analytischen Ermittlung mittels der Statornutenzahl und der Blechpaketlänge auf den gesamten Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität der elektrischen Maschine extrapoliert. Die analytische Bestimmung der Kapazität erfolgt auf Grund der großen Streuraumhöhe mit dem in Abschnitt 3.1.1.2 beschriebenen Spiegelungs- und Ersatzladungsverfahren. Hierbei wird das Verfahren um eine variable Nutbreite erweitert. Gegenüber den FEM-Modellen erfolgt lediglich eine Vernachlässigung der Eckenradien.

Die im Anhang A.2 enthaltenen Abbildungen A.27 und A.28 stellen die numerisch und die analytisch bestimmten Nutschlitzanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten in Abhängigkeit von der relativen Permittivität des Deckschiebers dar. Grundsätzlich steigen die Kapazitäten mit zunehmender Permittivität des Deckschiebers an; die Anstiege sind jedoch auf Grund des geringen Verhältnisses der Dicke des Deckschiebers zum Abstand zwischen der Statorwicklung und dem Rotor sehr gering. Generell liegen die Abweichungen zwischen den numerisch und den analytisch ermittelten Kapazitätsverläufen im niedrigen einstelligen Prozentbereich. Die Tabelle 4.6 beinhaltet repräsentativ die analytisch und die numerisch ermittelten Nutschlitzanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten unter der Annahme einer relativen Permittivität des Deckschiebers von $\epsilon_r = 3$.

Tabelle 4.6: Numerisch und analytisch bestimmte Nutschlitzanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten unter der Annahme einer relativen Permittivität des Deckschiebers von $\epsilon_r = 3$

Nutmodell	M1			M2		
	$C_{wr,ns,FEM}$ in pF	$C_{wr,ns,anal}$ in pF	Abweichung $C_{wr,ns}$ in %	$C_{wr,ns,FEM}$ in pF	$C_{wr,ns,anal}$ in pF	Abweichung $C_{wr,ns}$ in %
1	14,67	14,89	1,50	2,76	2,77	0,36
2	8,35	8,43	0,96	1,55	1,55	0,06

Bemerkenswert sind die großen Abweichungen zwischen den Kapazitätswerten der Nutmodelle. Auf Grund der um 1 mm größeren Abstände zwischen der Statorwicklung und dem Rotor sind die Nutschlitzanteile der zweiten Nutmodelle gegenüber den ersten Nutmodellen deutlich kleiner. Es zeigt sich, dass der modellierte Abstand zwischen der Statorwicklung und dem Rotor einen signifikanten Einfluss auf den ermittelten Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität besitzt.

Der gesamte Stirraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität $C_{wr,sr}$ ergibt sich nach (3.1) durch die Addition der separat zu bestimmenden Stirraumanteile der A-Seite $C_{wr,sr,A}$ und der B-Seite $C_{wr,sr,B}$. Bei der numerischen Ermittlung der Kapazität werden für beide Nutmodelle jeweils drei unterschiedliche Modellvarianten betrachtet. Den im Anhang A.2 enthaltenen Abbildungen A.29 und A.30 können die ersten (1) und die zweiten (2) Modellvarianten der Stirnräume der A- und der B-Seite entnommen werden. Es werden nur die FEM-Modelle des ersten Nutmodells (NM1) dargestellt; die Unterkanten der Wicklungsköpfe der zweiten Nutmodelle sind gegenüber den ersten Nutmodellen lediglich um 1 mm in positiver radialer Richtung verschoben.

Bei der ersten und der zweiten Modellvariante handelt es sich um dreidimensionale FEM-Simulationen des gesamten Stirraums. Die erste Variante (1) berücksichtigt im Bereich des Statorblechpakets in azimuthaler Richtung den Wechsel zwischen den in den Stirraum eintretenden Spulenseiten und dem Stirraummedium, d.h. Luft. Hingegen wird in der zweiten Variante (2) ein rotationssymmetrischer Wicklungskopf betrachtet. Den Abbildungen A.29 und A.30 können zudem die gleichmäßig verteilten Wuchzapfen und die Lüfterflügel auf den Stirflächen der Kurzschlussringe entnommen werden.

Die dritte Modellvariante wird in den im Anhang A.2 enthaltenen Abbildungen A.31 und A.32 dargestellt. Wie bei der ersten und der zweiten Modellvariante werden nur die FEM-Modelle des ersten Nutmodells visualisiert. Bei der dritten Modellvariante handelt es sich um die Überlagerung von drei separat zu berechnenden zweidimensionalen, rotationssymmetrischen Teilmodellen (3.1 bis 3.3). Die Rotorgeometrie des Teilmodells 3.1 berücksichtigt lediglich den Kurzschlussring, der sich in radialer Richtung bis zur Rotorwelle erstreckt. Die Teilmodelle 3.2 und 3.3 stellen Erweiterungen des Teilmodells 3.1 dar. Im Teilmodell 3.2 werden die Wuchzapfen, im Teilmodell 3.3 hingegen die Lüfterflügel zusätzlich modelliert. Der Stirraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität der dritten Modellvariante wird mittels einer Winkelinterpolation aus den Kapazitätswerten der drei separat zu berechnenden Teilmodelle 3.1 bis 3.3 ermittelt. Hierbei dient die Überlagerung der drei zweidimensionalen Teilmodelle der Nachbildung der dreidimensionalen zweiten Modellvariante. Die Abbildung 4.7 stellt hierzu das prinzipielle Vorgehen zur Bestimmung des Winkels eines Wuchzapfens und eines Lüfterflügels dar.

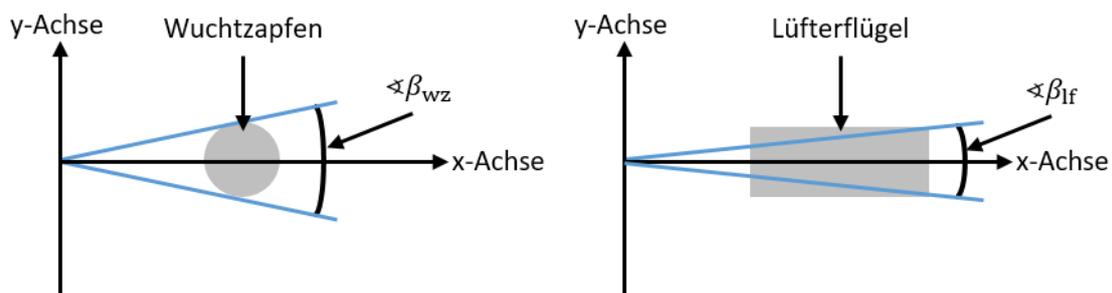


Abbildung 4.7: Bestimmung des Winkels eines Wuchzapfens und eines Lüfterflügels

Unter Kenntnis des Mittelpunkts und des Durchmessers eines Wuchzapfens kann der Winkel β_{wz} bestimmt werden. Hierbei tangieren die Strahlen den als Zylinder modellierten Wuchzapfen. Die Ermittlung des Winkels eines Lüfterflügels β_{lf} erfolgt mit den Koordinaten der radial äußeren Seite des Lüfterflügels. Die außenliegenden Ecken werden durch die Strahlen geschnitten. Der Winkel $\beta_{wz,ges}$, welcher sich über alle Wuchzapfen erstreckt, ist das Produkt aus der Anzahl der am Kurzschlussring montierten Wuchzapfen z_{wz} und dem Winkel eines Wuchzapfens β_{wz} . Analog dazu wird der Winkel über alle Lüfterflügel $\beta_{lf,ges}$ mittels der Anzahl der Lüfterflügel z_{lf} und dem Winkel eines Lüfterflügels β_{lf} ermittelt.

Der Winkel, über welchen sich weder Wuchtzapfen noch Lüfterflügel erstrecken, ergibt sich zu

$$\beta_{\text{ksr,ges}} = 360^\circ - \beta_{\text{wz,ges}} - \beta_{\text{lf,ges}} = 360^\circ - z_{\text{wz}} \cdot \beta_{\text{wz}} - z_{\text{lf}} \cdot \beta_{\text{lf}}. \quad (4.12)$$

Die drei Winkel $\beta_{\text{ksr,ges}}$, $\beta_{\text{wz,ges}}$ und $\beta_{\text{lf,ges}}$ werden anschließend ins Verhältnis zueinander gesetzt. Jeder Kapazitätswert der drei Teilmodelle $C_{\text{wr,sr,A/B,3.1}}$ bis $C_{\text{wr,sr,A/B,3.3}}$ wird mit dem entsprechenden Verhältnisfaktor

$$g_{\text{ksr}} = \frac{\beta_{\text{ksr,ges}}}{360^\circ}, \quad (4.13)$$

$$g_{\text{wz}} = \frac{\beta_{\text{wz,ges}}}{360^\circ}, \quad (4.14)$$

$$g_{\text{lf}} = \frac{\beta_{\text{lf,ges}}}{360^\circ} \quad (4.15)$$

multipliziert. Der im Anhang A.2 enthaltenen Tabelle A.1 können die berechneten Verhältnisfaktoren für die beiden elektrischen Maschinen entnommen werden. Der Stirnraumanteil der dritten Modellvariante ergibt sich abschließend als Summe der bezogenen Kapazitätswerte der drei Teilmodelle gemäß

$$C_{\text{wr,sr,A/B,3}} = g_{\text{ksr}} \cdot C_{\text{wr,sr,A/B,3.1}} + g_{\text{wz}} \cdot C_{\text{wr,sr,A/B,3.2}} + g_{\text{lf}} \cdot C_{\text{wr,sr,A/B,3.3}}. \quad (4.16)$$

FEM-Simulationen ergeben, dass auf Grund des geringen Verhältnisses zwischen der Dicke des Deckschiebers und dem Abstand zwischen dem Wicklungskopf und dem Rotor die Abhängigkeit des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität von der Permittivität des axial in den Stirnraum überstehenden Deckschiebers sehr gering ist. Daher wird in allen drei Modellvarianten als einziges Medium Luft im Stirnraum mit einer relativen Permittivität von $\epsilon_r = 1$ betrachtet. Die Teilmodelle 3.1 bis 3.3 können mit der in Abschnitt 3.1.2.2 beschriebenen Ersatzladungsmethode analytisch berechnet werden. Hierbei wird die Geometrie der Rotorelektrode um weitere Geradenabschnitte in axialer und in radialer Richtung erweitert. Folglich werden die Aufpunkte und die Ringladungen entlang der Rotorkontur der drei Teilmodelle platziert.

Der im Anhang A.2 enthaltenen Tabelle A.2 können die numerisch und die analytisch ermittelten Kapazitätswerte der Teilmodelle $C_{\text{wr,sr,A/B,3.1}}$ bis $C_{\text{wr,sr,A/B,3.3}}$, die nach (4.16) berechneten Stirnraumanteile der A- und der B-Seite der dritten Modellvariante $C_{\text{wr,sr,A/B,3}}$ sowie die gesamten Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazität der dritten Modellvariante $C_{\text{wr,sr,3}}$ in Abhängigkeit vom Nutmodell entnommen werden. Die Abweichungen zwischen den numerisch und den analytisch berechneten Kapazitätswerten der dritten Modellvariante liegen im einstelligen Prozentbereich. Generell weist das Teilmodell 3.3 den größten Kapazitätswert auf, da die Lüfterflügel mittels einer Verlängerung des Kurzschlussrings modelliert werden. Somit liegt in axialer Richtung über eine längere Strecke ein geringer Abstand zwischen dem Wicklungskopf und dem Rotor vor.

Die numerisch ermittelten Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten der ersten bis dritten Modellvarianten $C_{\text{wr,sr,1,FEM}}$ bis $C_{\text{wr,sr,3,FEM}}$ können der Tabelle 4.7 entnommen werden. Ebenfalls sind in der Tabelle die analytisch berechneten Kapazitätswerte $C_{\text{wr,sr,3,anal}}$ enthalten.

Tabelle 4.7: Numerisch und analytisch bestimmte Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten der drei Modellvarianten

	M1		M2	
	Nutmodell 1	Nutmodell 2	Nutmodell 1	Nutmodell 2
$C_{wr, sr, A, 1, FEM}$ in pF	16,33	14,11	16,01	14,64
$C_{wr, sr, B, 1, FEM}$ in pF	15,99	13,77	15,08	13,72
$C_{wr, sr, 1, FEM}$ in pF	32,32	27,88	31,09	28,36
$C_{wr, sr, A, 2, FEM}$ in pF	17,65	15,05	16,57	15,08
$C_{wr, sr, B, 2, FEM}$ in pF	17,30	14,70	15,69	14,21
$C_{wr, sr, 2, FEM}$ in pF	34,95	29,75	32,26	29,29
$C_{wr, sr, A, 3, FEM}$ in pF	16,49	14,03	15,50	14,10
$C_{wr, sr, B, 3, FEM}$ in pF	16,18	13,72	14,64	13,24
$C_{wr, sr, 3, FEM}$ in pF	32,67	27,75	30,15	27,35
$C_{wr, sr, A, 3, anal}$ in pF	16,03	13,74	15,22	13,89
$C_{wr, sr, B, 3, anal}$ in pF	15,77	13,46	14,37	13,04
$C_{wr, sr, 3, anal}$ in pF	31,80	27,19	29,59	26,94
Abweichung $\frac{C_{wr, sr, 3, anal}}{C_{wr, sr, 1, FEM}}$ in %	1,61	2,47	4,82	5,01

Die in der zweiten Modellvariante getroffene Annahme eines rotationssymmetrischen Wicklungskopfs führt gegenüber der ersten Modellvariante zu einer Überabschätzung des Kapazitätswerts. Hierbei wird die im Bereich der Nutausgänge auf der Rotoroberfläche influenzierte Ladung überschätzt. Bei den untersuchten elektrischen Maschinen liegen die Abweichungen zwischen der ersten und der zweiten Modellvariante im einstelligen Prozentbereich. Die Anwendung der dritten Modellvariante führt im Vergleich zur zweiten Modellvariante zu einer Unterschätzung des Kapazitätswerts. Die Ursache hierfür ist die Vernachlässigung der influenzierten Ladung auf den Seitenflächen der Wuchzapfen und der Lüfterflügel in azimuthaler Richtung; die Abweichungen liegen ebenfalls im einstelligen Prozentbereich.

Durch die Unterschätzung der Kapazität der dritten Variante gegenüber der zweiten Variante und der Überschätzung des Kapazitätswerts der zweiten Variante gegenüber der ersten Variante liegen die Abweichungen zwischen der dritten und ersten Modellvariante im einstelligen Prozentbereich. Somit kompensieren sich annähernd die Effekte der Vernachlässigung der in azimuthaler Richtung auf den Wuchzapfen und den Lüfterflügeln influenzierten Ladungen mit der Überabschätzung der Rotorladung im Bereich der Nutausgänge. Die Abweichungen zwischen den analytisch bestimmten und den mittels der ersten Modellvariante numerisch ermittelten Stirnraumanteile sind folglich sehr gering.

Die gesamte Wicklung-Rotor-Kapazität einer elektrischen Maschine C_{wr} setzt sich nach (3.1) aus der Addition des Nutanteils $C_{wr, ns}$ und des Stirnraumanteils $C_{wr, sr}$ zusammen. In der Tabelle 4.8 sind die analytisch und die numerisch ermittelten Wicklung-Rotor-Kapazitäten C_{wr} der elektrischen Maschinen in Abhängigkeit vom verwendeten Nutmodell enthalten. Dabei werden die unter Anwendung der ersten Modellvariante numerisch ermittelten Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazität herangezogen. Die Abweichungen liegen im niedrigen einstelligen Prozentbereich.

Tabelle 4.8: Numerisch und analytisch bestimmte Wicklung-Rotor-Kapazitäten unter der Annahme einer relativen Permittivität des Deckschiebers von $\varepsilon_r = 3$

Nutmodell	M1			M2		
	$C_{wr,FEM}$ in pF	$C_{wr,anal}$ in pF	Abweichung C_{wr} in %	$C_{wr,FEM}$ in pF	$C_{wr,anal}$ in pF	Abweichung C_{wr} in %
1	46,99	46,69	0,64	33,85	32,36	4,40
2	36,23	35,62	1,68	29,91	28,49	4,75

Die Abweichungen zwischen den in Tabelle 4.2 enthaltenen, aus Messungen berechneten Mittelwerten sowie den in Tabelle 4.8 enthaltenen, numerisch bzw. analytisch ermittelten Wicklung-Rotor-Kapazitäten sind sehr groß. Die numerisch bestimmten Kapazitätswerte der Maschine M1 sind annähernd um den Faktor 3,9 bis 5 größer als die aus den Messungen ermittelten Wicklung-Rotor-Kapazitäten. Analog dazu beträgt bei der Maschine M2 der Faktor annähernd 4,7 bis 5,3.

4.3 Fazit der messtechnischen Bestimmung

Auf Grundlage der in [1] vorgestellten Messmethode erfolgt die messtechnische Bestimmung der Wicklung-Stator-, der Wicklung-Rotor- und der Stator-Rotor-Kapazität der beiden elektrischen Maschinen. Hierbei entsprechen die gemessenen Wicklung-Stator- und Stator-Rotor-Kapazitäten nahezu den nach (4.4) und (4.6) aus den drei Messkapazitäten berechneten Wicklung-Stator- und Stator-Rotor-Kapazitäten. Zufällige Messfehler besitzen auf Grund der geringen, in Tabelle 4.2 angegebenen Unsicherheiten nur einen kleinen Einfluss auf die Berechnung der Wicklung-Stator und der Stator-Rotor-Kapazität.

Für die analytische und die numerische Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazitäten werden vier Modellvarianten mit unterschiedlichen Geometrien der Statorwicklungselektrode untersucht. Die in der ersten bis dritten Modellvariante getroffene Annahme einer Wicklungselektrode, die der gesamten Kupferfläche entspricht, resultiert in einer deutlichen Überabschätzung der Wicklung-Stator-Kapazität. Die in der vierten Variante modellierte gleichmäßige Verteilung der Runddrähte führt hingegen zu akzeptablen Abweichungen gegenüber den Messergebnissen. Hierbei gilt zu beachten, dass auf Grund der unbekanntem Platzierung der Runddrähte innerhalb der Statornut eine exakte Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität nicht möglich ist.

Sowohl die analytisch als auch die numerisch ermittelten Stator-Rotor-Kapazitäten besitzen eine geringe Abweichung gegenüber den aus den jeweils drei Messkapazitäten berechneten Stator-Rotor-Kapazitäten. Hierbei liegen die Abweichungen im niedrigen einstelligen Prozentbereich.

Die analytisch und die numerisch bestimmten Nutschlitzanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten sind nahezu identisch. Für die numerische Ermittlung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität werden drei Modellvarianten des Stirnraums untersucht. Bei der ersten und zweiten Variante handelt es sich um dreidimensionale FEM-Simulationen. Im Gegensatz zur ersten Variante wird in der zweiten Variante ein rotationssymmetrischer Wicklungskopf modelliert. In der dritten Modellvariante werden drei zweidimensionale Teilmodelle betrachtet; mittels einer Interpolation der Kapazitätswerte der einzelnen Teilmodelle erfolgt dann die Bestimmung des resultierenden Stirnraumanteils. Hierbei basiert die analytische Berechnung des Stirnraumanteils auf der dritten Modellvariante.

Die Abweichungen zwischen den analytisch bestimmten und den mittels dreidimensionaler FEM-Simulationen numerisch ermittelten Stirnraumanteilen der Wicklung-Rotor-Kapazität liegen im einstelligen Prozentbereich. Auf Grund der geringen Differenzen zwischen den Nutschlitz- und den Stirnraumanteilen liegen auch die Abweichungen der gesamten Wicklung-Rotor-Kapazitäten im einstelligen Prozentbereich. Hingegen sind die Mittelwerte der aus den drei Messkapazitäten berechneten Wicklung-Rotor-Kapazitäten signifikant kleiner als die analytisch oder numerisch ermittelten Kapazitätswerte. Generell weisen sowohl die analytisch oder numerisch ermittelten als auch die messtechnisch bestimmten Wicklung-Rotor-Kapazitäten große Sensitivitäten auf.

Der Grund für die große Sensitivität ist, dass die Bestimmung der im pF-Bereich vorliegenden Wicklung-Rotor-Kapazität nach (4.5) über die drei im nF-Bereich vorliegenden Messkapazitäten erfolgt. Diese Bestimmung ist folglich sehr sensitiv gegenüber systematischen und zufälligen Messfehlern. Die in Tabelle 4.2 angegebenen Unsicherheiten verdeutlichen den großen Einfluss von zufälligen Messfehlern auf das Ergebnis der Wicklung-Rotor-Kapazität. Grundsätzlich sind die in Tabelle 4.2 enthaltenen Mittelwerte der Wicklung-Rotor-Kapazitäten vergleichsweise gering, d.h. kleiner als 10 pF. Die in [1] messtechnisch ermittelte Wicklung-Rotor-Kapazität einer zu M1 vergleichbaren elektrischen Maschine beträgt ca. 45 pF. Analog dazu ergibt sich die messtechnisch ermittelte Wicklung-Rotor-Kapazität einer zu M2 vergleichbaren Maschine zu ca. 53 pF. Diese Größenordnung entspricht tendenziell den in Tabelle 4.8 enthaltenen analytisch und numerisch bestimmten Kapazitätswerten.

Anhand der in Tabelle 4.8 enthaltenen analytisch und numerisch bestimmten Wicklung-Rotor-Kapazitäten wird deutlich, dass diese im hohen Maße vom Nutmodell bzw. vom modellierten Abstand zwischen der Statorwicklung und dem Rotor abhängig sind. Dies gilt insbesondere für die Ermittlung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität. Die Voraussetzung für eine verlässliche Berechnung der Wicklung-Rotor-Kapazität ist somit eine präzise Vermessung der Geometrien im Nut- und Stirnraumbereich einer elektrischen Maschine.

5 Sensitivitätsanalyse parasitärer Kapazitäten

In diesem Kapitel wird der Einfluss der Geometrie und der Materialeigenschaften auf die parasitären Kapazitäten betrachtet. Anhand der Resultate können Maßnahmen zur Erhöhung oder zur Reduzierung der Einzelkapazitäten ermittelt werden. Für die Sensitivitätsanalyse werden die in Kapitel 3 vorgestellten Verfahren angewendet.

5.1 Wicklung-Rotor-Kapazität

Die Analyse der Wicklung-Rotor-Kapazität erfolgt auf Grund der unterschiedlichen Feldprobleme getrennt für den Nutschlitz- und den Stirnraumanteil.

5.1.1 Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität

Für die Sensitivitätsanalyse des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität wird das in Abschnitt 3.1.1.1 erläuterte Verfahren verwendet. Dieses setzt sich aus einem Nutschlitz- und einem Luftspaltbereich zusammen. Im Anschluss an die Untersuchung des Luftspaltgebiets erfolgt unter Verwendung der Untersuchungsergebnisse die Analyse des Nutschlitzbereichs. Die zur Sensitivitätsanalyse herangezogenen, in Tabelle 3.1 enthaltenen Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.1 entnommen werden.

Analyse des Luftspaltgebiets

Die Abbildung 5.1 stellt die analytisch berechneten Beträge der D-Felder der ersten drei in Tabelle 3.1 enthaltenen Maschinenvarianten auf der Rotoroberfläche dar.

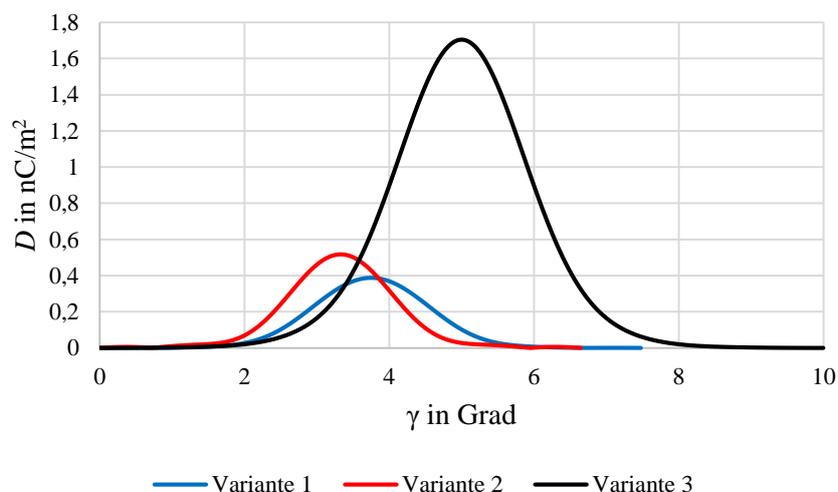


Abbildung 5.1: Betrag der elektrischen Flussdichte auf der Rotoroberfläche der ersten drei Maschinenvarianten

Es ist jeweils ein glockenförmiger Verlauf der elektrischen Flussdichte zu erkennen. Das simulierte Potential der Statorwicklung beträgt ein Volt.

Das Maximum der elektrischen Flussdichte befindet sich in der Mitte des Nutschlitzes. Die Integration des D-Felds ergibt die auf dem Rotor influenzierte Ladung, welche es nach (3.3) gilt zu reduzieren.

Im Folgenden wird der Einfluss der Geometrie des Luftspaltgebiets auf das D-Feld und folglich auf den Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität betrachtet. Für die Untersuchung des Einflusses des mittig im Nutschlitz vorliegenden Potentials am Übergang zwischen dem Nutschlitz- und dem Luftspaltbereich wird der Maximalwert des Potentials $\varphi_{\delta,\max}$ variiert. Die Abbildung 5.2 und die im Anhang A.3 enthaltenen Abbildungen A.33 und A.34 stellen die Verläufe der elektrischen Flussdichte der ersten drei in Tabelle 3.1 enthaltenen Maschinenvarianten für unterschiedliche Maximalwerte des Potentials dar. Unabhängig von der untersuchten Maschinenvariante führt eine Verdopplung des Maximalwerts des Potentials zu einer Verdopplung der elektrischen Flussdichte an jeder Stelle des Umfangs. Der Verlauf der radialen Komponenten des E-Felds und des D-Felds auf der durch die Mitte des Nutschlitzes verlaufenden Polarachse vom Nutschlitz zum Rotor ist linear abhängig vom Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet.

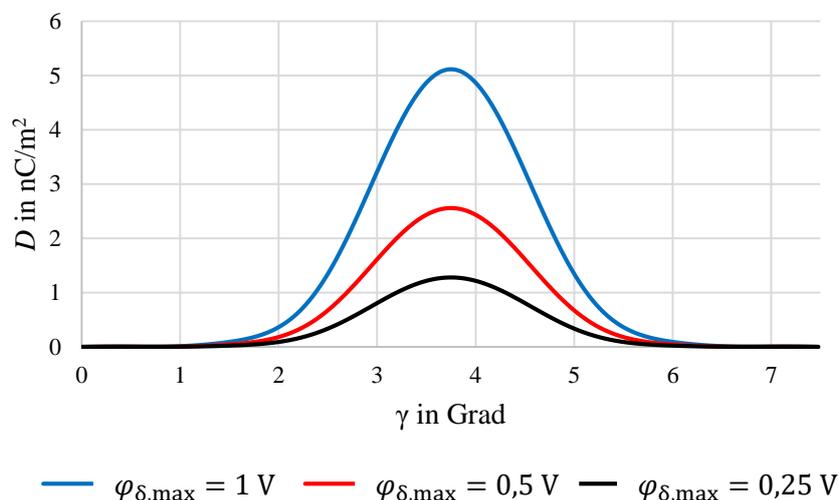


Abbildung 5.2: Betrag der elektrischen Flussdichte auf der Rotoroberfläche der ersten Maschinenvariante für unterschiedliche Maximalwerte des Potentials

Der Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität ist bei gleichbleibendem Potential der Statorwicklung folglich linear abhängig vom Maximalwert der Potentialwelle am Übergang zwischen dem Nutschlitzbereich und dem Luftspaltgebiet. Die Abbildung 5.3 stellt den Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität in Abhängigkeit vom Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet bei einem simulierten Wicklungspotential von einem Volt dar. Sofern am Übergang ein Maximalwert des Potentials von null Volt vorliegt, existiert keine kapazitive Kopplung zwischen der Statorwicklung und dem Rotor. Dies kann durch eine geschlossene Statornut realisiert werden.

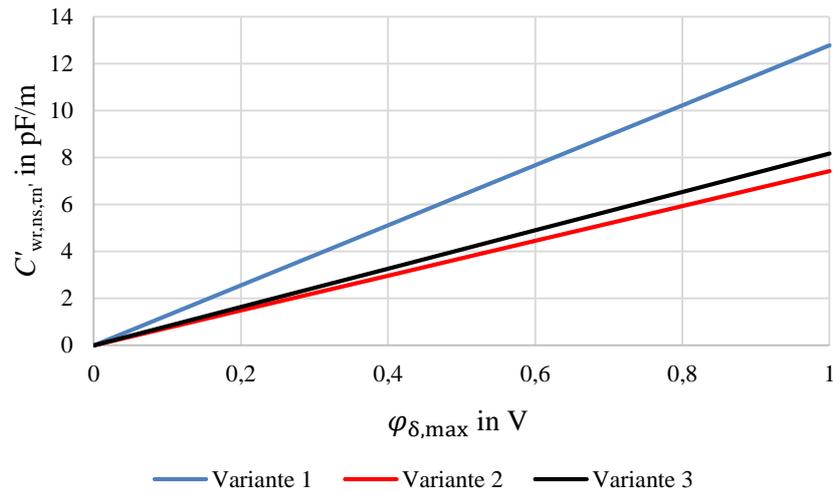


Abbildung 5.3: Längenbezogener Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität einer Nutteilung in Abhängigkeit vom maximalen Potential am Übergang zwischen dem Nutschlitz und dem Luftspalt

Für die Untersuchung des Einflusses des Nutschlitzes auf den Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität wird bei gleichbleibendem Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet der Nutschlitzwinkel α_{ns} variiert. Die Abbildung 5.4 und die im Anhang A.3 enthaltenen Abbildungen A.35 und A.36 stellen die analytisch berechneten Verläufe der elektrischen Flussdichte der ersten drei in Tabelle 3.1 enthaltenen Maschinenvarianten für unterschiedliche Nutschlitzwinkel bei einem konstanten Maximalwert des Potentials von einem Volt dar.

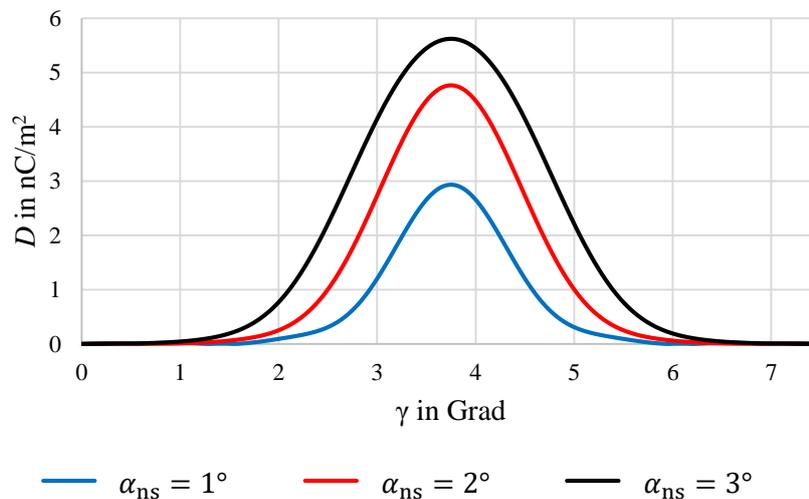


Abbildung 5.4: Betrag der elektrischen Flussdichte auf der Rotoroberfläche der ersten Maschinenvariante für unterschiedliche Nutschlitzwinkel

Neben der Streckung des glockenförmigen Verlaufs steigt die elektrische Flussdichte auf der Rotoroberfläche mit zunehmendem Nutschlitzwinkel an. Je geringer der Nutschlitzwinkel ist, desto kleiner ist das Maximum der radialen Komponente des E-Felds und des D-Felds auf der durch die Mitte des Nutschlitzes verlaufenden Polarachse vom Nutschlitz zum Rotor. Der Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität ist bei gleichbleibendem Potential der Statorwicklung und konstantem Maximalwert des Potentials am Übergang zwischen dem Nutschlitz und dem Luftspalt linear abhängig vom Nutschlitzwinkel.

Die Abbildung 5.5 stellt den Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität in Abhängigkeit vom Nutschlitzwinkel bei einem simulierten Wicklungspotential und einem Maximalwert des Potentials am Übergang zwischen dem Nutschlitz und dem Luftspalt von jeweils einem Volt dar.

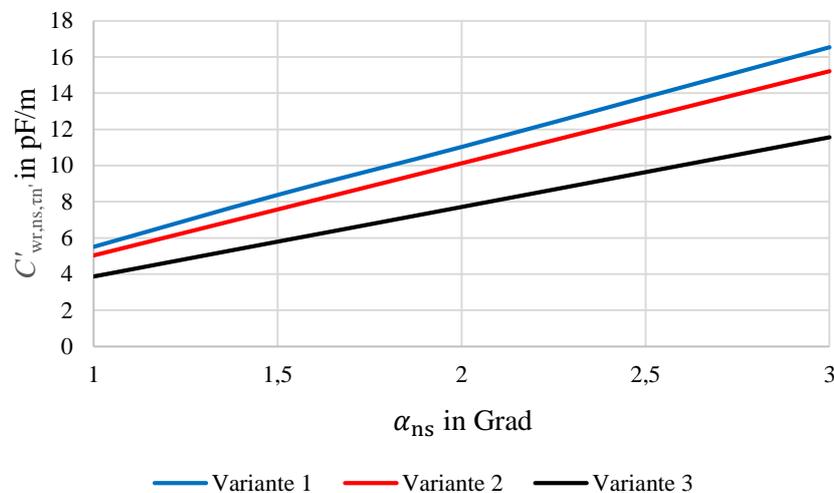


Abbildung 5.5: Längenbezogener Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität einer Nutteilung in Abhängigkeit vom Nutschlitzwinkel

Die Vergrößerung der Luftspaltlänge führt verständlicherweise zu einer Reduzierung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität. Je geringer die Luftspaltlänge ist, desto größer ist der Anfangswert und der Endwert der radialen Komponente des E-Felds auf der durch die Mitte des Nutschlitzes verlaufenden Polarachse. Die durch eine Vergrößerung der Luftspaltlänge resultierende geringere radiale Komponente des E-Felds und folglich des D-Felds auf der Rotoroberfläche führt zu einer Reduzierung der influenzierten Ladung. Die im Anhang A.3 enthaltene Abbildung A.37 stellt die Abhängigkeit des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität für die ersten drei in Tabelle 3.1 enthaltenen Maschinenvarianten bei einem simulierten Potential der Statorwicklung von einem Volt und einem Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet von einem Volt dar.

Analyse des Nutschlitzgebiets

Das mittig im Nutschlitz vorliegende Potentialmaximum am Übergang zwischen dem Nutschlitz und dem Luftspalt ist abhängig vom Aufbau des Nutschlitzgebiets. Auf Grund der Linearität zwischen dem maximalen Potential im Luftspaltgebiet und dem Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität wird im Folgenden der Einfluss der Geometrie und der verwendeten Materialien des Nutschlitzgebiets auf den Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet betrachtet.

Eine Verringerung der Nutschlitzbreite b_{ns} oder eine Vergrößerung der Nutschlitzhöhe h_{ns} führt zu einer Reduzierung des Maximalwerts des Potentials. Je geringer die Nutschlitzbreite ist, desto höher ist der Betrag des E-Felds und damit die Abnahme des Potentials von der Statorwicklung hin zum Nutschlitz. In der im Anhang A.3 enthaltenen Abbildung A.38 sind die Äquipotentiallinien im mit Luft gefüllten Nutschlitzgebiet der in Tabelle 3.1 enthaltenen dritten Maschinenvariante mit einer Nutschlitzbreite von einem und von drei Millimetern dargestellt. Die Permittivität der Materialien besitzt auf Grund der Wahl eines mit Luft gefüllten Nutschlitzbereichs keinen Einfluss auf die Analyse. Die Abbildung 5.6 stellt die Abhängigkeit des Maximalwerts des Potentials von der Nutschlitzbreite für die ersten drei in Tabelle 3.1 enthaltenen Maschinenvarianten dar. Das simulierte Potential der Statorwicklung beträgt ein Volt.

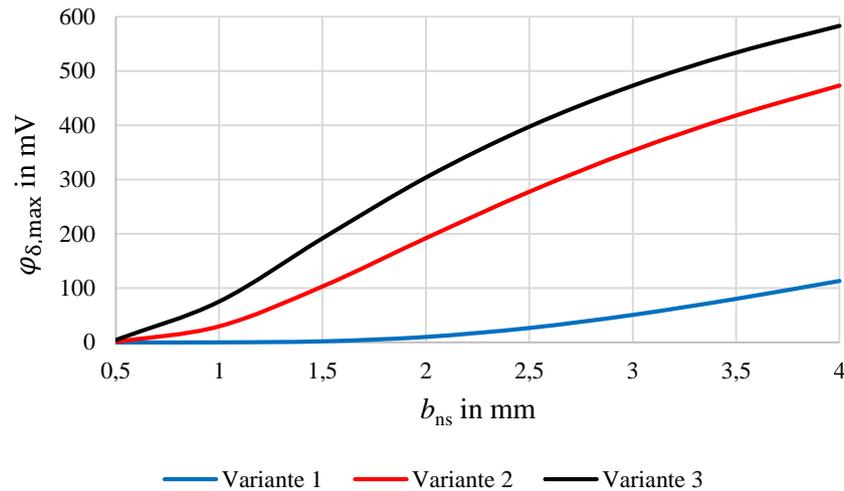


Abbildung 5.6: Maximales Potential am Übergang zwischen dem Nutschlitzbereich und dem Luftspaltgebiet in Abhängigkeit von der Nutschlitzbreite

Es ist zu erkennen, dass der Einfluss der Nutschlitzbreite auf den Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet signifikant von der Nutschlitzhöhe abhängt. Je geringer die Nutschlitzhöhe bzw. der Abstand zwischen der Statorwicklung und dem Luftspalt ist, desto größer ist der Einfluss der Nutschlitzbreite auf den Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität.

Die Wechselwirkung zwischen der Nutschlitzhöhe und der Nutschlitzbreite ist ebenfalls bei der Variation der Nutschlitzhöhe zu erkennen. Die Vergrößerung der Nutschlitzhöhe führt zu einer Zunahme des Abstands zwischen der Statorwicklung und dem Luftspalt. Über diese Distanz verringert sich auf Grund des vorliegenden E-Felds das Potential. Hierbei gilt es jedoch zu berücksichtigen, dass der Betrag des E-Felds mit zunehmender Entfernung abnimmt. Die Abbildung 5.7 stellt die Abhängigkeit des Maximalwerts des Potentials von der Nutschlitzhöhe für die ersten drei in Tabelle 3.1 enthaltenen Maschinenvarianten dar. Das simulierte Potential der Statorwicklung beträgt ein Volt.

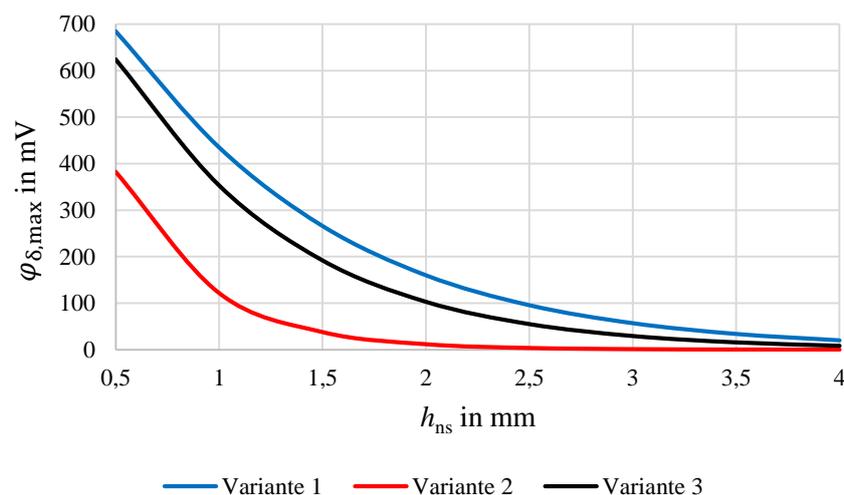


Abbildung 5.7: Maximales Potential am Übergang zwischen dem Nutschlitzbereich und dem Luftspaltgebiet in Abhängigkeit von der Nutschlitzhöhe

Der Einfluss der Nutschlitzhöhe auf das maximale Potential im Luftspaltgebiet ist abhängig von der Nutschlitzbreite. Je größer die Nutschlitzbreite ist, desto größer ist der Einfluss der Nutschlitzhöhe auf den Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet.

Die im Anhang A.3 enthaltene Abbildung A.39 stellt die Abhängigkeit des Maximalwerts des Potentials im Luftspaltgebiet von der Nutschlitzbreite und der Nutschlitzhöhe eines mit Luft gefüllten Nutschlitzes dar. Der Abbildung kann die beschriebene Wechselwirkung zwischen der Nutschlitzbreite und der Nutschlitzhöhe entnommen werden.

Für die Analyse des Einflusses der zwei im Nutschlitz verwendeten Materialien wird die Abhängigkeit des maximalen Potentials im Luftspaltgebiet von den beiden relativen Permittivitäten betrachtet. Der Abbildung 5.8 kann der Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet der in Tabelle 3.1 enthaltenen ersten Maschinenvariante entnommen werden. Das simulierte Potential der Statorwicklung beträgt ein Volt, die relativen Permittivitäten der zwei Bereiche werden von eins bis zehn variiert. Die im Anhang A.3 enthaltenen Abbildungen A.40 und A.41 stellen die Abhängigkeit des Maximalwerts des Potentials im Luftspaltgebiet für die zweite und die dritte in Tabelle 3.1 enthaltene Maschinenvariante dar.

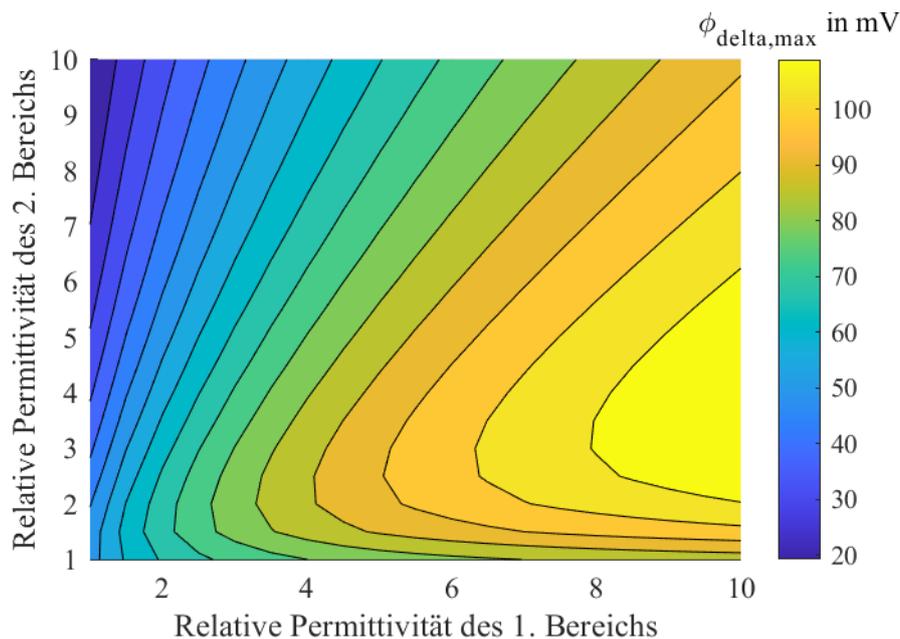


Abbildung 5.8: Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet in Abhängigkeit von den relativen Permittivitäten der ersten Maschinenvariante

Die Tabelle 5.1 enthält die maximalen und die minimalen Potentiale im Luftspalt für die ersten drei in Tabelle 3.1 enthaltenen Maschinenvarianten sowie die zugehörigen Permittivitäten mit einem simulierten Potential der Statorwicklung von einem Volt.

Tabelle 5.1: Maximales und minimales Potential im Luftspalt in Abhängigkeit von den relativen Permittivitäten

Variante	Maximales $\varphi_{\delta,\max}$ in mV	Minimales $\varphi_{\delta,\max}$ in mV	ε_{r1} bei maximalem $\varphi_{\delta,\max}$	ε_{r2} bei maximalem $\varphi_{\delta,\max}$	ε_{r1} bei minimalem $\varphi_{\delta,\max}$	ε_{r2} bei minimalem $\varphi_{\delta,\max}$
1	114,60	19,46	10,0	3,5	1,0	10,0
2	160,53	30,08	10,0	4,0	1,0	10,0
3	688,86	238,61	10,0	5,5	1,0	10,0

Der minimale Wert des Potentials am Übergang zwischen dem Nutschlitz und dem Luftspalt ergibt sich bei der Verwendung einer möglichst niedrigen Permittivität im ersten Bereich und einer möglichst hohen Permittivität im zweiten Bereich.

Der minimale Wert des Potentials im Luftspaltgebiet ergibt sich unabhängig von der untersuchten Maschinenvariante bei der Verwendung einer relativen Permittivität im ersten Bereich von eins und im zweiten Bereich von zehn. Eine hohe Permittivität im ersten Bereich führt zu einem steigenden Maximalwert des Potentials. Der Verlauf der Äquipotentialflächen für die erste in Tabelle 3.1 enthaltene Maschinenvariante mit einem maximalen und einem minimalen Potential am Übergang zwischen dem Nutschlitz und dem Luftspalt kann der Abbildung 5.9 entnommen werden.

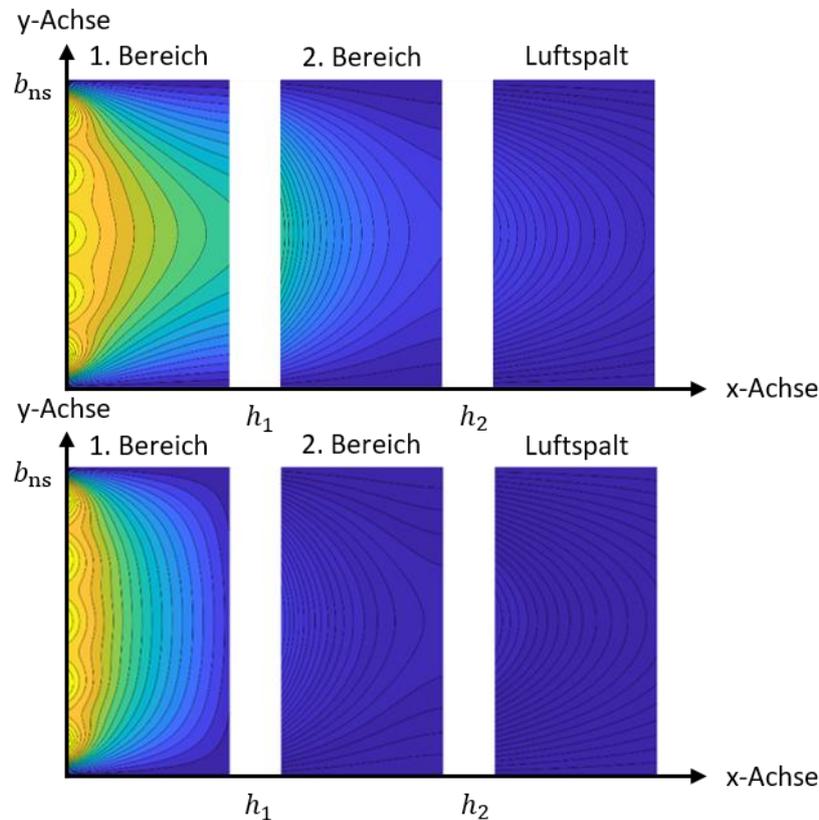


Abbildung 5.9: Verlauf der Äquipotentiallinien für ein maximales (oben) und ein minimales (unten) Potential im Luftspaltgebiet der ersten Maschinenvariante

In der oberen Darstellung mit dem maximalen Potential ist im ersten und im zweiten Bereich eine Streckung der Äquipotentialflächen in den nachfolgenden Bereich zu erkennen. In der Darstellung mit dem minimalen Potential ist hingegen eine ausgeprägte Stauchung der Äquipotentialflächen im ersten und eine Streckung im zweiten Bereich zu erkennen.

Die Stauchung im ersten Bereich der unteren Darstellung führt zu einer deutlichen Reduzierung des Potentials im zweiten Bereich. Demgegenüber ist die Reduzierung des Potentials im Verlauf des ersten Bereichs in der oberen Darstellung auf Grund der Streckung der Äquipotentialflächen signifikant geringer. Grundsätzlich gilt, dass in einem Bereich mit einer gegenüber dem nachfolgenden Bereich geringeren Permittivität eine Stauchung der Äquipotentiallinien erfolgt. Gleichzeitig erfolgt in einem Bereich mit einer gegenüber dem nachfolgenden Bereich höheren Permittivität eine Streckung der Äquipotentialflächen. Je deutlicher sich die Permittivitäten der angrenzenden Bereiche unterscheiden, desto größer ist der Effekt der Streckung oder Stauchung. Die Permittivität im zweiten Bereich der oberen Darstellung für ein maximales Potential ist nicht minimal, da andernfalls die Permittivitäten des zweiten und des dritten Bereichs identisch wären und sich somit keine Streckung der Äquipotentialflächen vom zweiten in den dritten Bereich ausbilden würde [20].

5.1.2 Stirnraumanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität

Für die Sensitivitätsanalyse des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität wird das in Abschnitt 3.1.2.1 erläuterte Verfahren ohne Berücksichtigung des Statorblechs verwendet. Bei dieser Methode setzt sich die resultierende Rotorladung aus den partiellen, influenzierten Ladungen auf der Mantel- und der Stirnfläche des Rotors zusammen. Die zur Sensitivitätsanalyse herangezogenen, in Tabelle 3.6 enthaltenen Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.3 entnommen werden. Die Tabelle 5.2 enthält die analytisch berechneten Rotorladungen der in Abbildung 3.10 dargestellten Abschnitte für die sechs untersuchten, in Tabelle 3.6 enthaltenen Maschinenvarianten. Das simulierte Potential des Wicklungskopfs der Statorwicklung beträgt ein Volt.

Tabelle 5.2: Vergleich der analytisch berechneten partiellen Rotorladungen

Variante	$Q_{r3,1}$ in pC	$Q_{r3,2}$ in pC	$Q_{z4,1}$ in pC	$Q_{r4,1}$ in pC	$Q_{r3,3}$ in pC	Q_r in pC	$Q_{z4,1}/Q_r$ in %
1	-17,82	-7,87	-5,71	-0,54	-10,16	-42,11	13,56
2	-9,47	-3,86	-3,42	-0,34	-23,84	-40,92	8,36
3	-4,34	-1,66	-4,62	-0,41	-3,58	-14,61	31,62
4	-8,95	-9,24	-5,11	-0,47	-5,35	-29,10	17,56
5	-20,37	-2,60	-5,10	-0,41	-1,35	-29,84	17,09
6	-20,83	-2,60	-5,10	-0,41	-1,35	-30,30	16,83

Der Tabelle kann entnommen werden, dass die Ladung auf der Stirnfläche des Rotors $Q_{z4,1}$ einen signifikanten Einfluss auf die Kapazität des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität besitzt. Ebenfalls ist zu erkennen, dass der Großteil der influenzierten Rotorladung auf Abschnitten mit einem geringen Abstand zwischen dem Wicklungskopf der Statorwicklung und dem Rotor vorliegt. Grundsätzlich liegt auf den Abschnitten mit dem geringsten Abstand die höchste Linienladungsdichte vor. Die Tabelle 5.3 enthält die analytisch bestimmten, partiellen Linienladungsdichten der drei auf der Mantelfläche des Rotors vorliegenden Abschnitte.

Tabelle 5.3: Vergleich der analytisch berechneten, partiellen Linienladungsdichten auf der Mantelfläche des Rotors

Variante	$Q_{r3,1}/l_{iso}$ in pC/m	$Q_{r3,2}/(l_{r1} - l_{iso})$ in pC/m	$(Q_{r4,1} + Q_{r3,3})/l_{r2}$ in pC/m
1	-2545,71	-2623,33	-314,71
2	-1894,00	-1930,00	-780,00
3	-868,00	-830,00	-128,71
4	-2237,50	-2310,00	-172,70
5	-2546,25	-2600,00	-70,40
6	-2603,75	-2600,00	-70,40

Die partiellen Linienladungsdichten auf dem zweiten Abschnitt der ersten und der zweiten sowie der vierten und der fünften Maschinenvariante sind trotz gleichem Abstand größer als auf dem zugehörigen ersten Abschnitt. Die Ursache hierfür ist die gegenüber der relativen Permittivität des zweiten Mediums ϵ_{r2} geringere relative Permittivität des ersten Mediums ϵ_{r1} .

Im Folgenden wird die für die Bestimmung der auf der Mantelfläche des Rotorblechpakets influenzierten Ladung $Q_{r3,1}$ verwendete Konstante B_3 (3.108) betrachtet. Diese ist abhängig von der Geometrie und den Permittivitäten der verwendeten Materialien.

Der Abbildung 5.10 kann die Abhängigkeit der Konstante B_3 für die in Tabelle 3.6 enthaltene erste Maschinenvariante entnommen werden. Das simulierte Potential der Statorwicklung beträgt ein Volt, die relativen Permittivitäten des ersten und des zweiten Bereichs werden von eins bis zehn variiert. Die im Anhang A.3 enthaltenen Abbildungen A.42 und A.43 stellen die Abhängigkeit der Konstante für die zweite und die dritte in Tabelle 3.6 enthaltene Maschinenvariante dar.

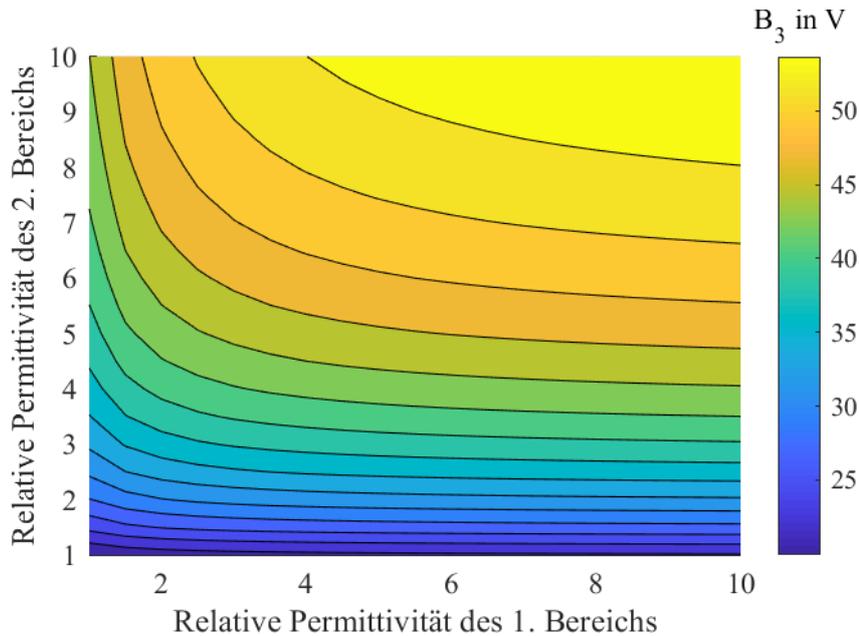


Abbildung 5.10: Konstante B_3 (3.108) in Abhängigkeit von den relativen Permittivitäten der ersten Maschinenvariante

Die Tabelle 5.4 enthält die maximalen und die minimalen Konstanten B_3 der ersten drei in Tabelle 3.6 enthaltenen Maschinenvarianten sowie die zugehörigen Permittivitäten mit einem simulierten Potential des Wicklungskopfs der Statorwicklung von einem Volt.

Tabelle 5.4: Maximale und minimale Konstante B_3 (3.108) in Abhängigkeit von den relativen Permittivitäten

Variante	$B_{3,max}$ in V	$B_{3,min}$ in V	ϵ_{r1} bei $B_{3,max}$	ϵ_{r2} bei $B_{3,max}$	ϵ_{r1} bei $B_{3,min}$	ϵ_{r2} bei $B_{3,min}$
1	55,82	20,01	10,0	10,0	1,0	1,0
2	43,70	12,35	10,0	10,0	1,0	1,0
3	46,54	14,93	10,0	10,0	1,0	1,0

Die minimale Oberflächenladung auf dem Rotor ergibt sich bei einem vollständig mit Luft gefüllten Feldbereich. Die influenzierte Ladung steigt mit zunehmenden Permittivitäten an. Anhand der Abbildung 5.10 ist zu erkennen, dass die Konstante B_3 insbesondere bei einer geringen Permittivität im zweiten Bereich ($r_{gu1} - r_{gu2}$) klein ist. Die Ursache hierfür ist die im Vergleich zum ersten Bereich größere radiale Höhe des Gebiets. Der Einfluss der Permittivität eines Bereichs auf die influenzierte Rotorladung nimmt mit steigender Höhe zu.

5.2 Wicklung-Stator-Kapazität

Der Großteil der kapazitiven Kopplung zwischen der Statorwicklung und dem Stator bildet sich über die Blechpaketlänge des Stators aus. Aus diesem Grund wird im Folgenden ausschließlich der Nutanteil der Wicklung-Stator-Kapazität untersucht; die Analyse des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität entfällt.

Für die Analyse des Einflusses der Geometrie und der Permittivität der eingesetzten Materialien auf die Wicklung-Stator-Kapazität von Profilleitern kann die Bestimmungsgleichung einer Reihenschaltung von zwei (oder mehreren) Plattenkondensatoren herangezogen werden. Diese ermöglicht eine einfache mathematische Untersuchung der kapazitiven Kopplung. Hingegen liegt bei der Wicklung-Stator-Kapazität von Rundleitern keine parallele Anordnung der Elektroden vor, wie sie für die Bestimmung der Kapazität eines Plattenkondensators vorausgesetzt wird. Nichtsdestotrotz kann für die Sensitivitätsanalyse, wie im Folgenden gezeigt wird, die Wicklung-Stator-Kapazität von Rundleitern mittels einer Reihenschaltung von Plattenkondensatoren modelliert werden. Die zur Analyse von Rundleitern herangezogenen, in Tabelle 3.11 enthaltenen Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.5 entnommen werden. Die Abbildung 5.11 stellt die Abhängigkeit der Rundleiter-Stator-Kapazitäten C'_{12s} der sechs in Tabelle 3.11 enthaltenen Rundleitermodelle vom Abstand zwischen dem Stator und dem Leitermittelpunkt der an der Nutisolierung anliegenden Leiterlage d_{1s} dar. Die weiteren in Tabelle 3.11 enthaltenen Modellparameter sind konstant.

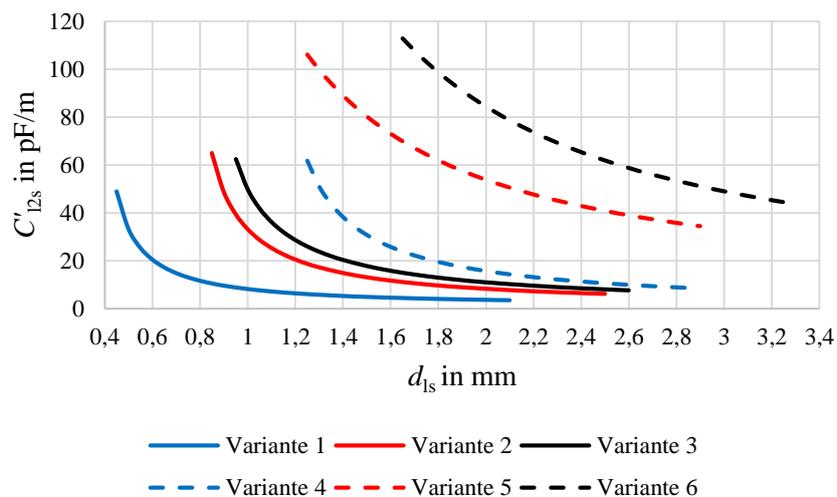


Abbildung 5.11: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Stator-Kapazitäten der sechs Maschinenvarianten vom vertikalen Abstand zwischen dem Stator und dem Leitermittelpunkt

Generell nimmt unabhängig von der untersuchten Maschinenvariante die Rundleiter-Stator-Kapazität mit zunehmendem Abstand zwischen dem Stator und dem Leitermittelpunkt bei gleichbleibender Dicke der Nutisolierung ab. Im Gegensatz zu der ersten bis vierten Variante ist bei geringen Abständen der Einfluss des zunehmenden Abstands bei der fünften und der sechsten Variante geringer. Die Ursache hierfür ist die im Vergleich zu der Permittivität der Nutisolierung höhere Permittivität des Nutmediums. Der Einfluss des Abstands zwischen dem Stator und dem Leitermittelpunkt steigt bei konstanter Dicke der Nutisolierung mit einem zunehmenden Verhältnis der Permittivität der Nutisolierung zur Permittivität des Nutmediums an.

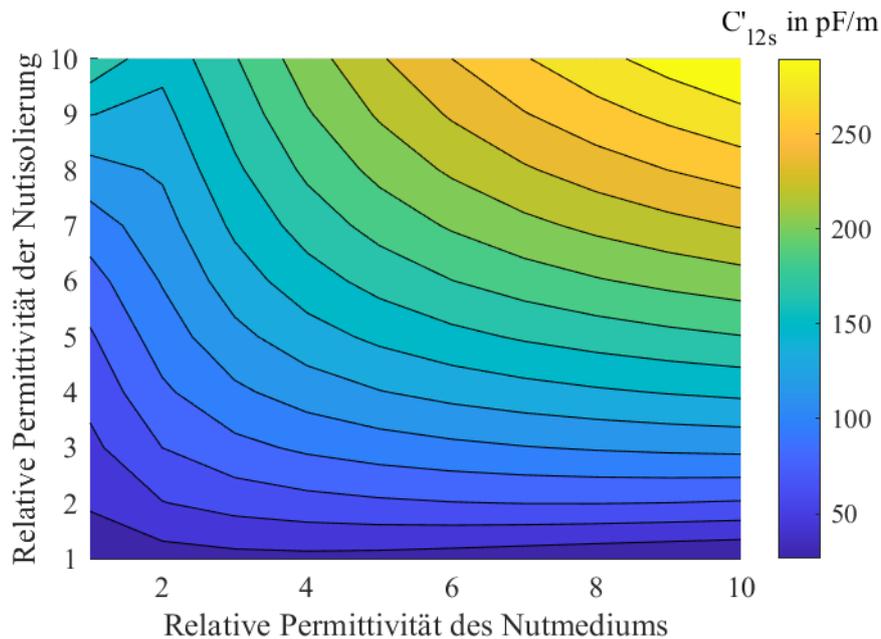


Abbildung 5.12: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Stator-Kapazität der dritten Maschinenvariante von den Permittivitäten der Nutisolierung und des Nutmediums mit $d_{1s} = 0,95$ mm

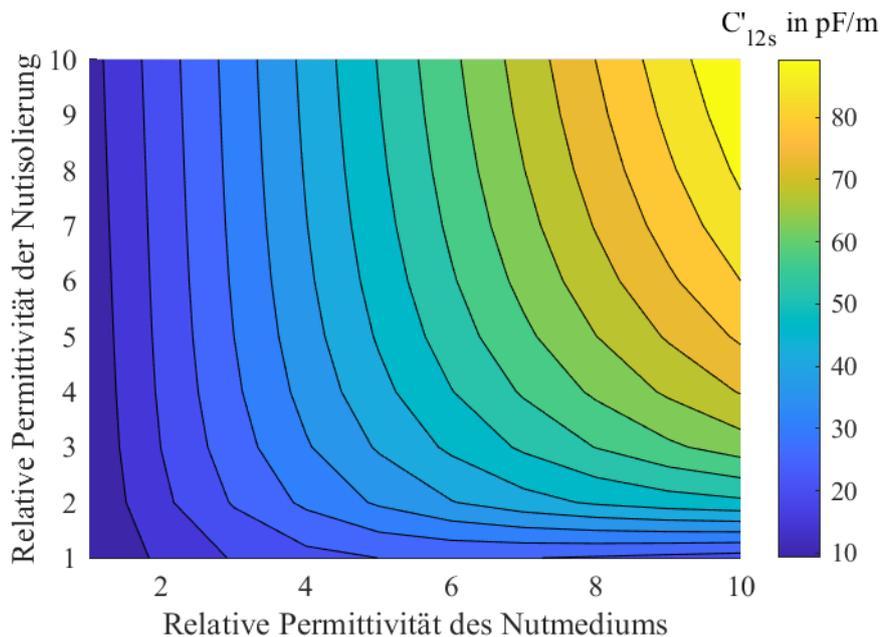


Abbildung 5.13: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Stator-Kapazität der dritten Maschinenvariante von den Permittivitäten der Nutisolierung und des Nutmediums mit $d_{1s} = 2,00$ mm

Der Abstand zwischen dem Stator und dem Leiter besitzt bei konstanter Dicke der Nutisolierung einen Einfluss auf die Abhängigkeit der Rundleiter-Stator-Kapazität von den Permittivitäten des Nutmediums und der Nutisolierung. Die Abbildung 5.12 und Abbildung 5.13 stellen die Abhängigkeit der Rundleiter-Stator-Kapazität der dritten in Tabelle 3.11 enthaltenen Maschinenvariante von den Permittivitäten der Nutisolierung und des Nutmediums für unterschiedliche Abstände zwischen dem Stator und dem Leiter dar. Zu erkennen ist, dass bei einem geringen Abstand im Vergleich zur Permittivität der Nutisolierung die Permittivität des Nutmediums einen geringen Einfluss auf die Leiter-Stator-Kapazität besitzt.

Hingegen steigt der Einfluss der Permittivität des Nutmediums mit steigendem Abstand an, und der Einfluss der Permittivität der Nutisolierung sinkt. Analog zur Betrachtung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität steigt der Einfluss der Permittivität eines Bereichs mit zunehmender Höhe an.

Im Folgenden wird der Einfluss der Dicke der Nutisolierung auf die Leiter-Stator-Kapazität betrachtet. Die Abbildung 5.14 stellt die Abhängigkeit der Kapazitäten der sechs in Tabelle 3.11 untersuchten Maschinenvarianten von der Dicke der Nutisolierung bei einem konstanten Abstand zwischen dem Leiter und der Nutisolierung von 0,05 mm dar.

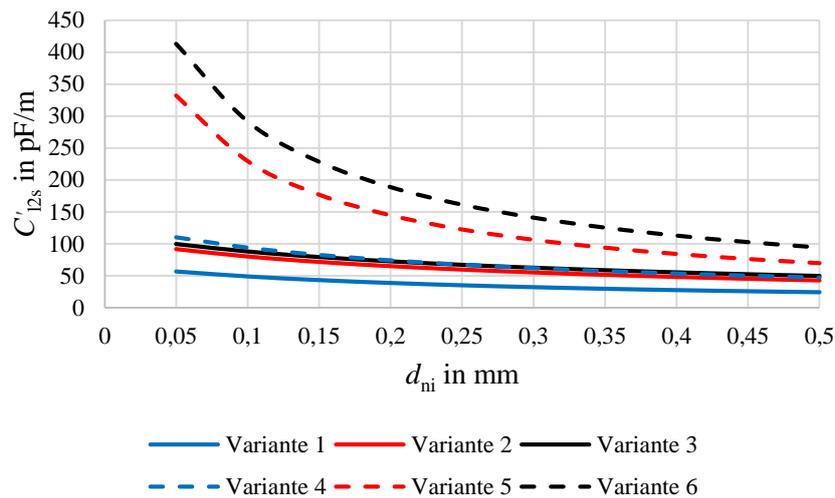


Abbildung 5.14: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Stator-Kapazitäten der sechs Maschinenvarianten von der Dicke der Nutisolierung

Unabhängig von der Maschinenvariante sinkt die Rundleiter-Stator-Kapazität mit zunehmender Dicke der Nutisolierung. In Abbildung 5.14 ist zu erkennen, dass eine zunehmende Dicke der Nutisolierung einen signifikant größeren Einfluss auf die fünfte und sechste Variante gegenüber den ersten vier Maschinenvarianten besitzt. Der Grund hierfür ist die bei der fünften und sechsten Variante vorliegende höhere Permittivität des Nutmediums gegenüber der Permittivität der Nutisolierung. Der Einfluss der Dicke der Nutisolierung steigt bei konstantem Abstand zwischen dem Rundleiter und dem Stator mit einem zunehmenden Verhältnis der Permittivität des Nutmediums zur Permittivität der Nutisolierung an.

Die bisher erläuterten Eigenschaften der Rundleiter-Stator-Kapazitäten entsprechen den Merkmalen einer Reihenschaltung von zwei einschichtigen Plattenkondensatoren mit jeweils variabler Permittivität und Dicke. Aus diesem Grund können die bisher beschriebenen Abhängigkeiten ebenfalls auf die Profilleiter-Stator-Kapazität übertragen werden.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass eine Zunahme des horizontalen Abstands zwischen benachbarten Rundleitern d_{lh} zu einer Reduzierung der Wicklung-Stator-Kapazität von Rundleitern führt. Der Abbildung 5.15 kann der Anstieg der Leiter-Stator-Kapazitäten bei zunehmendem horizontalen Abstand der sechs in Tabelle 3.11 enthaltenen Maschinenvarianten entnommen werden. Eine Vergrößerung des horizontalen Abstands führt zu einer Zunahme des kapazitiven Kopplungspaths zwischen einem Leiter und dem Stator.

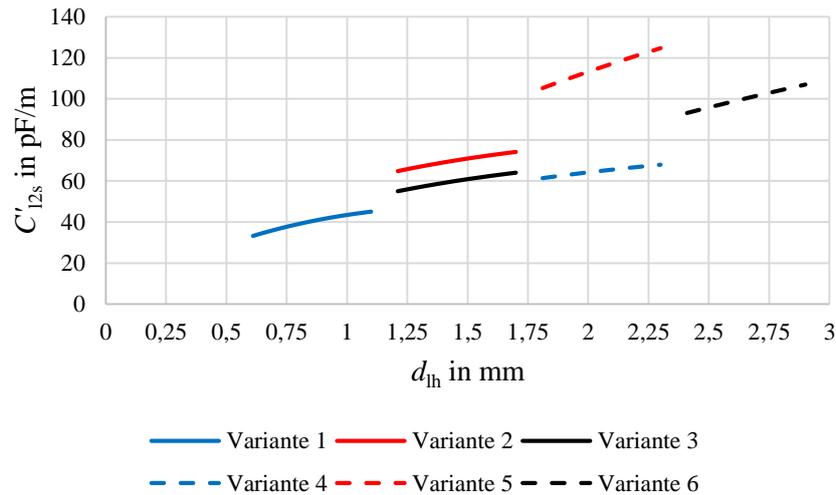


Abbildung 5.15: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Stator-Kapazitäten der sechs Maschinenvarianten vom horizontalen Abstand zwischen den Mittelpunkten benachbarter Leiter

Nach [25] liegt die kapazitive Kopplung zwischen einem an der Nutinnenkontur anliegenden Rundleiter und dem Statorblechpaket annähernd über den horizontalen Abstand zwischen den Mittelpunkten benachbarter Rundleiter d_{lh} vor. Aus diesem Grund wird in [25] die Leiter-Stator-Kapazität ins Verhältnis zum horizontalen Abstand benachbarter Leiter gesetzt, und die Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität erfolgt mittels der Extrapolation auf die Breite der Nutisolierung entlang der Nutmantelfläche. Wird wie in [25] zur Ermittlung der Wicklung-Stator-Kapazität die Rundleiter-Stator-Kapazität auf den horizontalen Abstand d_{lh} bezogen, so ergibt sich eine Abnahme der Wicklung-Stator-Kapazität mit zunehmendem horizontalen Abstand zwischen benachbarten Rundleitern. Die Abbildung 5.16 stellt hierzu die auf den horizontalen Abstand benachbarter Rundleiter bezogene Rundleiter-Stator-Kapazität der sechs untersuchten Maschinenvarianten dar.

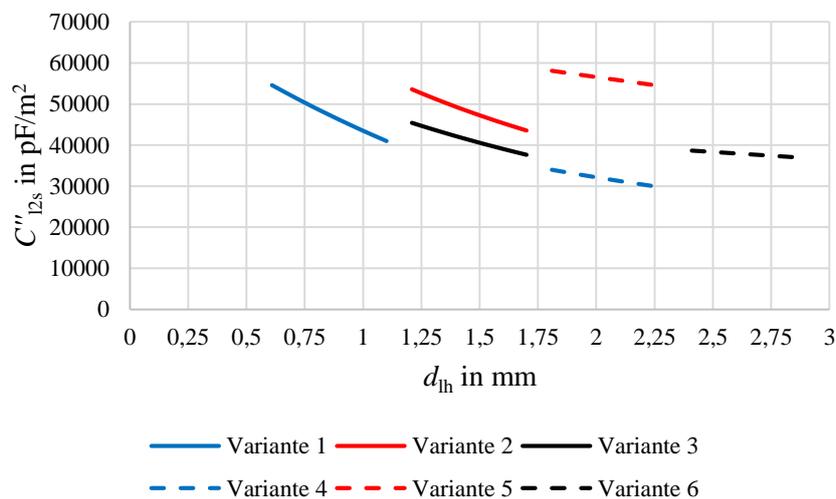


Abbildung 5.16: Abhängigkeit der flächenbezogenen Rundleiter-Stator-Kapazitäten der sechs Maschinenvarianten vom horizontalen Abstand zwischen den Mittelpunkten benachbarter Leiter

Die Abnahme der Wicklung-Stator-Kapazität kann ebenfalls mit der nach (3.170) zur Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität benötigten Anzahl der innerhalb einer Statornut an die Nutinnenkontur angrenzenden Rundleiter begründet werden. Eine Vergrößerung des horizontalen Abstands zwischen benachbarten Rundleitern resultiert in einer geringeren Anzahl der an die Nutinnenkontur angrenzenden Rundleiter. Folglich ergibt sich nach (3.170) eine Reduzierung der Wicklung-Stator-Kapazität.

5.3 Leiter-Leiter-Kapazitäten

Die Analyse der Leiter-Leiter-Kapazitäten erfolgt auf Grund der unterschiedlichen Feldprobleme getrennt für die kapazitiven Kopplungen in einer Wicklungslage und zwischen zwei durch einen Zwischenschieber isolierten Wicklungslagen.

5.3.1 Leiter-Leiter-Kapazitäten in einer Wicklungslage

Die Untersuchung der Profilleiter-Profilleiter-Kapazität kann anhand der Bestimmungsgleichung eines Plattenkondensators (bzw. einer Reihenschaltung von Plattenkondensatoren) durchgeführt werden. Unabhängig von der Leitergeometrie sinkt die kapazitive Kopplung zwischen Leitern mit zunehmendem Abstand. Die zur Sensitivitätsanalyse von Rundleitern herangezogenen, in Tabelle 3.22 enthaltenen Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.9 entnommen werden. Für die Analyse des Einflusses der Permittivität des Nutmediums auf die Rundleiter-Rundleiter-Kapazität erfolgt die Betrachtung des in Tabelle 3.22 enthaltenen zweiten und vierten Rundleiter-Modells. Der Abbildung 5.17 und Abbildung 5.18 kann der lineare Kapazitätsanstieg entnommen werden. Die Rundleiter-Rundleiter-Kapazität ist ebenso wie die Kapazität eines Plattenkondensators linear abhängig von der Permittivität des Nutmediums.

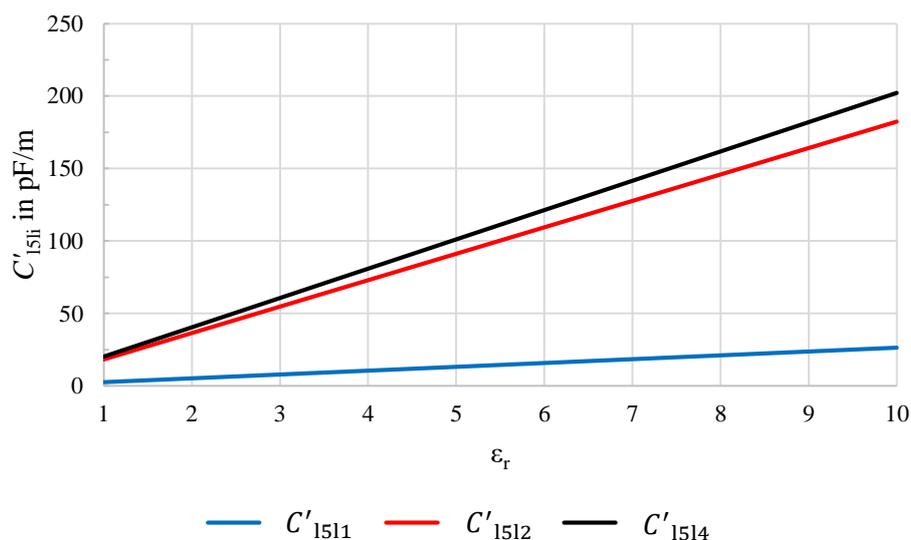


Abbildung 5.17: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten der zweiten Maschinenvariante von der relativen Permittivität des Nutmediums

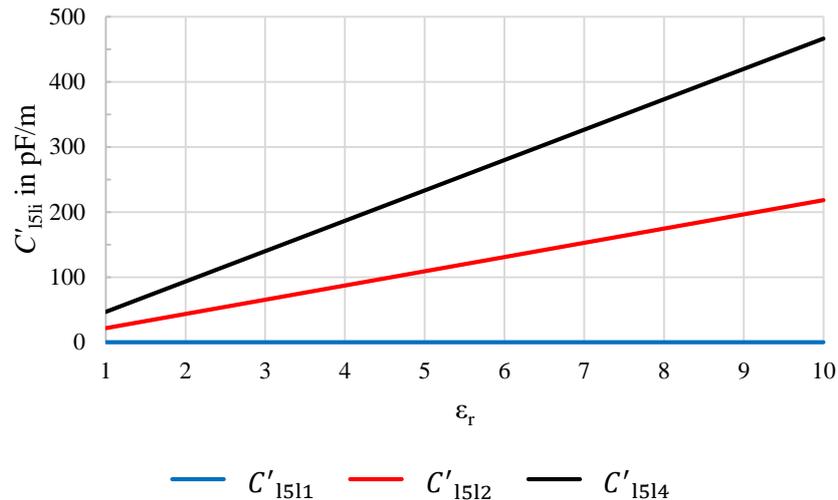


Abbildung 5.18: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten der vierten Maschinenvariante von der relativen Permittivität des Nutmediums

5.3.2 Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten zwischen zwei Wicklungslagen

Die zur Sensitivitätsanalyse herangezogenen, in Tabelle 3.29 enthaltenen Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.11 entnommen werden. Die Leiter-Leiter-Kapazität zwischen zwei Wicklungslagen kann wie die Rundleiter-Stator-Kapazität mittels einer Reihenschaltung von Plattenkondensatoren modelliert werden. Die Abbildung 5.19 stellt die Abhängigkeit der Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten C'_{1215} der ersten, dritten, fünften, siebten, neunten und elften in Tabelle 3.29 enthaltenen Variante vom Abstand zwischen dem Zwischenschieber und dem Leitermittelpunkt dar. Der Abstand zwischen dem Zwischenschieber und den Leitern in der Ober- und Unterlage ist identisch. Die weiteren in Tabelle 3.29 angegebenen Modellparameter sind konstant.

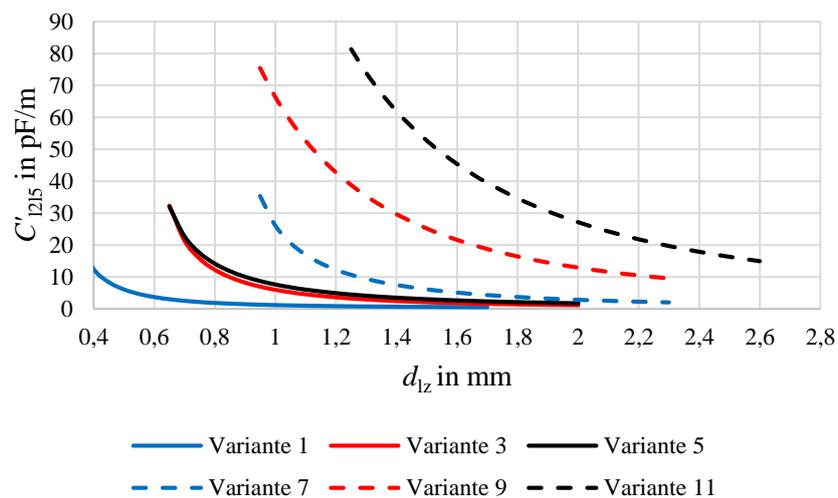


Abbildung 5.19: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten der sechs Maschinenvarianten vom vertikalen Abstand zwischen dem Zwischenschieber und dem Leitermittelpunkt

Generell nimmt unabhängig von der untersuchten Variante die Rundleiter-Rundleiter-Kapazität mit zunehmendem Abstand zwischen dem Zwischenschieber und dem Leitermittelpunkt bei gleichbleibender Dicke des Zwischenschiebers ab. Im Gegensatz zu der ersten, der dritten, der fünften und der siebten Variante ist bei geringen Abständen der Einfluss des zunehmenden Abstands bei der neunten und der elften Variante geringer. Die Ursache hierfür ist die im Vergleich zur Permittivität des Zwischenschiebers höhere Permittivität des Nutmediums. Der Einfluss des Abstands zwischen dem Zwischenschieber und dem Leitermittelpunkt steigt bei konstanter Dicke des Zwischenschiebers mit einem zunehmenden Verhältnis von der Permittivität des Zwischenschiebers zur Permittivität des Nutmediums an.

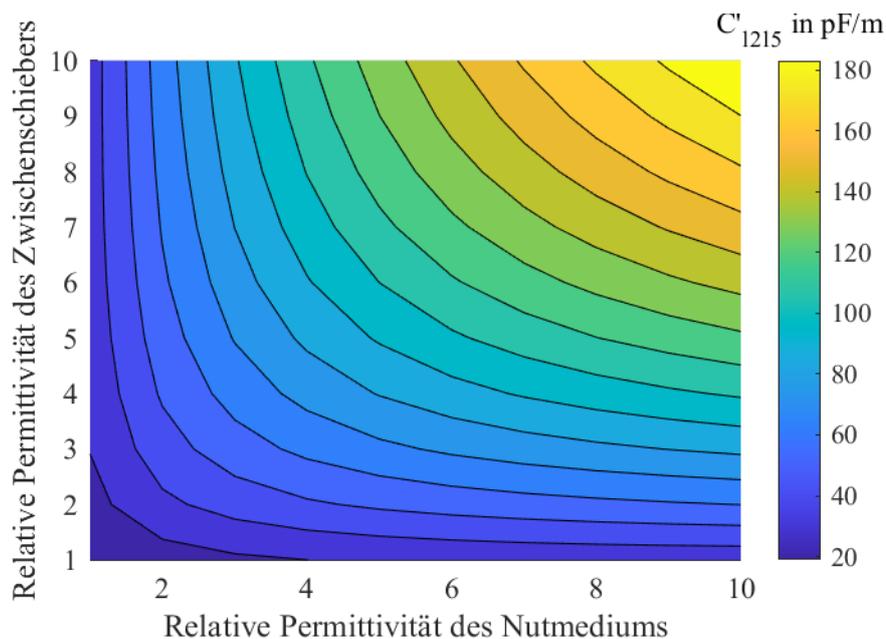


Abbildung 5.20: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Rundleiter-Kapazität der fünften Maschinenvariante von den Permittivitäten des Zwischenschiebers und des Nutmediums mit $d_{1z} = 0,65$ mm

Der Abstand zwischen dem Zwischenschieber und dem Leiter besitzt bei konstanter Dicke des Zwischenschiebers einen Einfluss auf die Abhängigkeit der Rundleiter-Rundleiter-Kapazität von den Permittivitäten des Nutmediums und des Zwischenschiebers. Die Abbildung 5.20 und Abbildung 5.21 stellen die Abhängigkeit der Rundleiter-Rundleiter-Kapazität der fünften in Tabelle 3.29 enthaltenen Maschinenvariante von den Permittivitäten des Zwischenschiebers und des Nutmediums für unterschiedliche Abstände zwischen dem Zwischenschieber und dem Rundleiter dar. Zu erkennen ist, dass bei einem geringen Abstand im Vergleich zur Permittivität des Zwischenschiebers die Permittivität des Nutmediums einen geringeren Einfluss auf die Leiter-Leiter-Kapazität besitzt. Hingegen steigt der Einfluss der Permittivität des Nutmediums mit steigendem Abstand an, und der Einfluss der Permittivität des Zwischenschiebers sinkt. Äquivalent zur Betrachtung der Rundleiter-Stator-Kapazität steigt der Einfluss der Permittivität eines Bereichs mit zunehmender Höhe an.

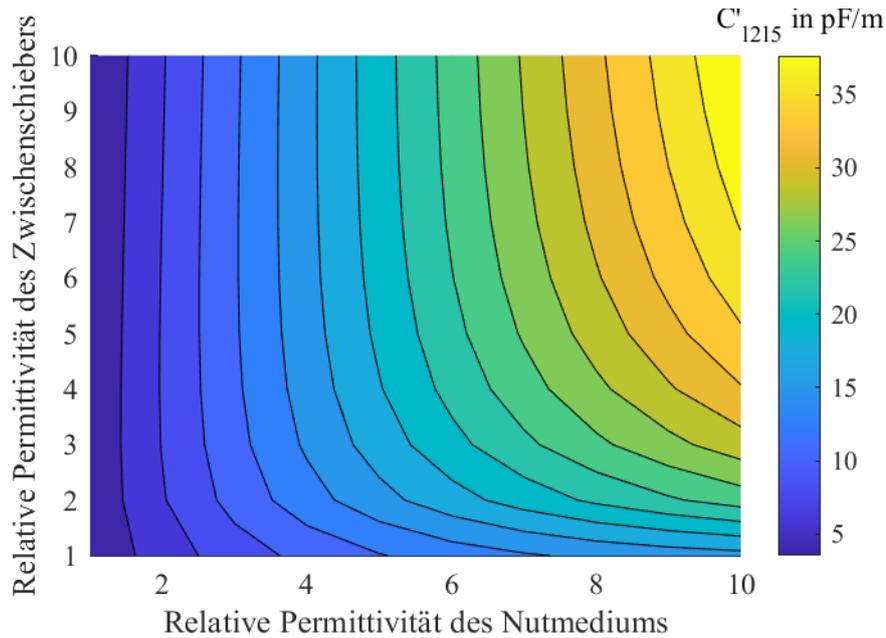


Abbildung 5.21: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Rundleiter-Kapazität der fünften Maschinenvariante von den Permittivitäten des Zwischenschiebers und des Nutmediums mit $d_{1z} = 1,30$ mm

Im Folgenden wird der Einfluss der Dicke des Zwischenschiebers auf die Leiter-Leiter-Kapazität betrachtet. Die Abbildung 5.22 stellt die Abhängigkeit der ersten, dritten, fünften, siebten, neunten und elften in Tabelle 3.29 untersuchten Maschinenvariante von der Dicke des Zwischenschiebers bei einem konstanten Abstand zwischen dem Leiter und dem Zwischenschieber von 0,05 mm dar.

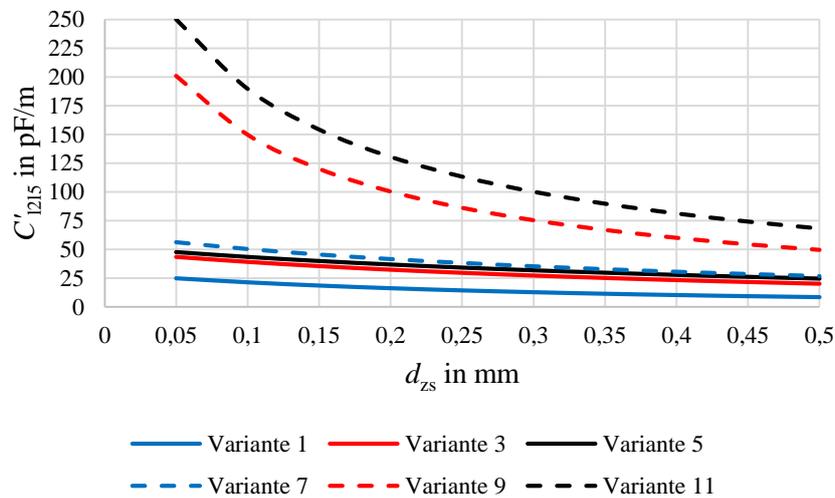


Abbildung 5.22: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten der sechs Maschinenvarianten von der Dicke des Zwischenschiebers

Unabhängig von der Maschinenvariante sinkt die Rundleiter-Rundleiter-Kapazität mit zunehmender Dicke des Zwischenschiebers. In Abbildung 5.22 ist zu erkennen, dass eine zunehmende Dicke des Zwischenschiebers einen signifikant größeren Einfluss auf die neunte und elfte Variante gegenüber den weiteren vier untersuchten Maschinenvarianten besitzt. Der Grund hierfür ist die bei der neunten und der elften Variante vorliegende höhere Permittivität des Nutmediums gegenüber der Permittivität des Zwischenschiebers.

Der Einfluss der Dicke des Zwischenschiebers steigt bei konstantem Abstand zwischen dem Rundleiter und dem Zwischenschieber mit einem zunehmenden Verhältnis der Permittivität des Nutmediums zur Permittivität des Zwischenschiebers an.

Die bisher erläuterten Eigenschaften der Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten entsprechen den Merkmalen einer Reihenschaltung von zwei einschichtigen Plattenkondensatoren mit jeweils variabler Permittivität und Dicke.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass eine Zunahme des horizontalen Abstands zwischen benachbarten Rundleitern d_{lh} zu einer Erhöhung der Leiter-Leiter-Kapazität führt. Der Abbildung 5.23 kann der Anstieg der Leiter-Leiter-Kapazität bei zunehmendem horizontalen Abstand der sechs untersuchten, in Tabelle 3.29 enthaltenen Maschinenvarianten entnommen werden. Die Zunahme der Kapazität kann durch die Vergrößerung des kapazitiven Kopplungspfads erklärt werden.

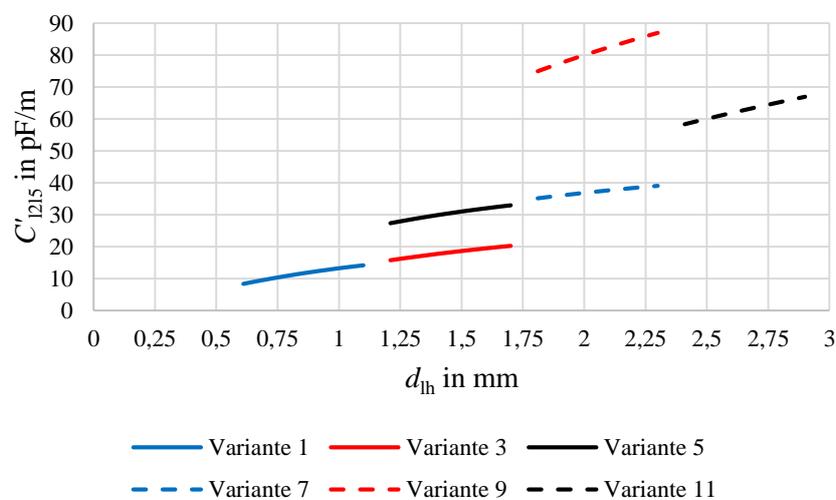


Abbildung 5.23: Abhängigkeit der längenbezogenen Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten der sechs Maschinenvarianten vom horizontalen Abstand zwischen den Mittelpunkten benachbarter Leiter

5.4 Stator-Rotor-Kapazität

Die Analyse der Stator-Rotor-Kapazität erfolgt anhand der Bestimmungsgleichung (3.316). Die kapazitive Kopplung zwischen dem Stator und dem Rotor ist über den natürlichen Logarithmus mit dem Außenradius des Rotors und dem Bohrungsradius des Stators verknüpft. Der Einfluss der Nutschlitzbreite wird mittels des Carter-Faktors berücksichtigt. Die zur Sensitivitätsanalyse herangezogenen, in Tabelle 3.31 enthaltenen Modelle können der im Anhang A.1 enthaltenen Abbildung A.12 entnommen werden. In Abbildung 5.24 ist der Verlauf der Stator-Rotor-Kapazitäten der in Tabelle 3.31 enthaltenen dritten bis fünften Maschinenvariante über der Nutschlitzbreite dargestellt. Der Nutschlitz ist jeweils mit Luft $\epsilon_{r,ns} = 1$ gefüllt.

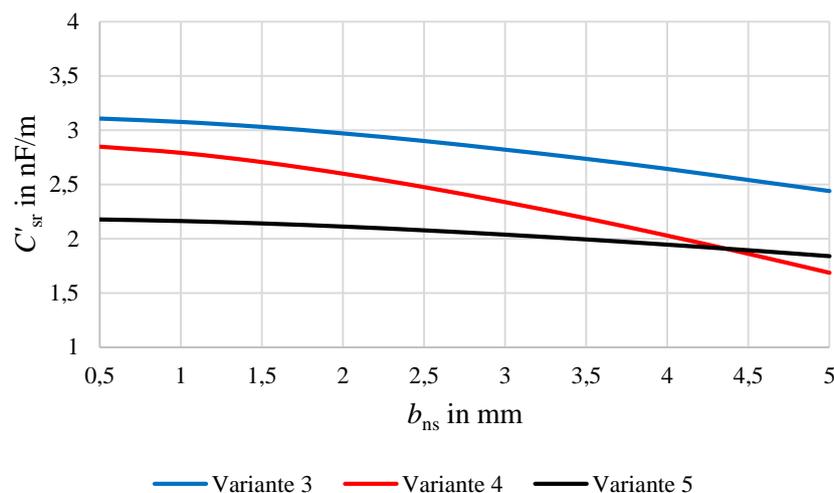


Abbildung 5.24: Abhängigkeit der längenbezogenen Stator-Rotor-Kapazitäten der dritten bis fünften Maschinenvariante von der Nutschlitzbreite

Grundsätzlich sinkt die kapazitive Kopplung zwischen dem Stator- und dem Rotorblechpaket auf Grund der Zunahme des Carter-Faktors mit steigender Nutschlitzbreite. Die Änderung der Kapazität über der Nutschlitzbreite ist jedoch abhängig von der betrachteten Maschinenvariante. Die Reduzierung der kapazitiven Kopplung ist bei der vierten Maschinenvariante am signifikantesten; am geringsten ist der Einfluss der Nutschlitzbreite auf die fünfte Maschinenvariante. Der Grund hierfür ist die gegenüber der dritten und der vierten Variante größere Luftspatlänge der fünften Maschinenvariante. Ein großer Luftspalt führt zu einer niedrigen Hilfsgröße γ_c (3.309) und somit zu einem niedrigen Carter-Faktor (3.308). Folglich sinkt der Einfluss der Nutschlitzbreite auf die Stator-Rotor-Kapazität mit zunehmender Luftspatlänge.

In der Abbildung 5.25 und in den im Anhang A.3 enthaltenen Abbildungen A.44 und A.45 wird für die drei untersuchten Varianten der Einfluss der Nutschlitzbreite auf die kapazitive Kopplung zwischen dem Stator und dem Rotor für unterschiedliche Permittivitäten des im Nutschlitz vorliegenden Materials dargestellt. Es ist zu erkennen, dass mit steigender Permittivität des im Nutschlitz eingesetzten Mediums der Einfluss der Nutschlitzbreite auf die Stator-Rotor-Kapazität verringert wird. Der Koeffizient σ_{ns} (3.315) strebt mit zunehmender Permittivität des im Nutschlitz eingesetzten Materials gegen den Wert des Carter-Faktors und hebt folglich dessen Wirkung auf. Demzufolge kompensiert ein im Nutschlitz vorliegendes, hochpermittives Material die reduzierende Wirkung einer zunehmenden Nutschlitzbreite auf die Stator-Rotor-Kapazität.

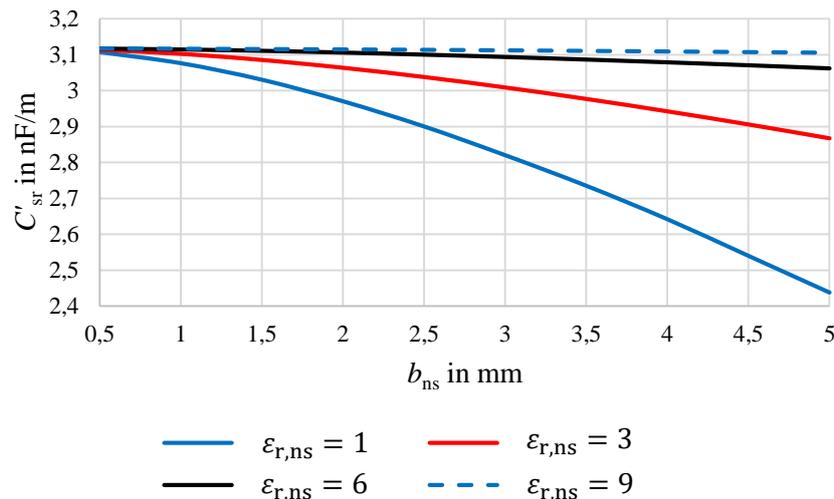


Abbildung 5.25: Abhängigkeit der längenbezogenen Stator-Rotor-Kapazität der dritten Maschinenvariante von der Nutschlitzbreite für unterschiedliche Permittivitäten des Nutschlitzmaterials

5.5 Fazit der Sensitivitätsanalyse

Die Sensitivitätsanalyse des Nutschlitz- und des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität, des Nutanteils der Wicklung-Stator-Kapazität, der Leiter-Leiter-Kapazitäten und der Stator-Rotor-Kapazität erfolgt mit den in Kapitel 3 vorgestellten Verfahren. Grundsätzlich gilt für alle Anordnungen, dass die kapazitiven Kopplungen mit zunehmendem Abstand zwischen den Elektroden und/ oder durch eine Verringerung der kapazitiven Kopplungsfläche sinken. Daraus resultieren die folgenden Möglichkeiten zur Reduzierung der parasitären Kapazitäten.

Zur Reduzierung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität bieten sich u.a. eine Vergrößerung der Luftspatlänge, der Nutschlitzhöhe, der Streuraumhöhe oder eine Verringerung der Nutschlitzbreite an. Die Permittivität eines Deckschiebers oder eines Nutverschlusskeils sollte generell gering sein. Ein hochpermittives Material im Feldgebiet zwischen dem Deckschieber bzw. Nutverschlusskeil und dem Luftspaltgebiet kann zu einer Reduzierung des Nutschlitzanteils führen. Die Voraussetzung hierfür ist jedoch, dass die Permittivität des hochpermittiven Materials deutlich größer ist als die Permittivität des in Richtung der Statorwicklung angrenzenden Materials, z.B. des Deckschiebers oder des Nutverschlusskeils.

Zur Reduzierung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität bieten sich eine geringe axiale Ausladung des Wicklungskopfs, ein geringer Überstand des Rotorblechpakets oder bei Induktionsmaschinen eine geringe axiale Breite des Kurzschlussrings an. Generell wird die kapazitive Kopplung durch einen größeren Abstand zwischen dem Wicklungskopf und dem Rotor verringert. Die Permittivitäten der im Feldgebiet zwischen Wicklungskopf und Rotor vorliegenden Materialien sollten grundsätzlich gering sein. Der Einfluss der Permittivität des Deckschiebers auf den Stirnraumanteil ist gering, sofern als einziges weiteres Medium im Feldgebiet Luft zwischen dem Wicklungskopf und dem Rotor vorliegt und die Dicke des Deckschiebers im Verhältnis zum gesamten Abstand zwischen dem Wicklungskopf und dem Rotor klein ist. Hingegen steigt der Einfluss der Permittivität des Deckschiebers auf den Kapazitätswert an, sofern im Feldgebiet zwischen dem Wicklungskopf und dem Rotor ein weiteres Medium mit einer deutlich höheren Permittivität, z.B. Vergussmaterial, vorliegt.

Eine Vergrößerung des Abstands zwischen den Leitern und dem Statorblechpaket, beispielsweise durch einen größeren Abstand zwischen den Leitern und der Nutisolierung oder durch eine Zunahme der Dicke der Nutisolierung, führt grundsätzlich zur Verringerung der Wicklung-Stator-Kapazität. Der Einfluss der Vergrößerung des Abstands ist jedoch abhängig von den Permittivitäten des Nutmediums und der Nutisolierung. Ein größerer Abstand zwischen den Leitern und der Nutisolierung führt nur dann zu einer deutlichen Verringerung der kapazitiven Kopplung, sofern die Permittivität des Nutmediums kleiner als die Permittivität der Nutisolierung ist. Im Gegensatz dazu führt eine Abstandsvergrößerung durch eine Erhöhung der Dicke der Nutisolierung nur dann zu einer signifikanten Reduzierung der kapazitiven Kopplung, sofern die Permittivität des Nutmediums größer als die Permittivität der Nutisolierung ist. Grundsätzlich sollten für eine geringe Wicklung-Stator-Kapazität die Permittivitäten des Nutmediums und der Nutisolierung klein sein. Der Einfluss der Permittivität eines Materials ist abhängig von der Höhe des Mediums im Feldgebiet. Je größer die Höhe eines Mediums im Verhältnis zu den Höhen der weiteren Medien ist, desto größer ist der Einfluss der Permittivität des Materials.

Eine Vergrößerung des Abstands zwischen benachbarten Leitern führt grundsätzlich zur Verringerung der Leiter-Leiter-Kapazitäten. Bei Betrachtung der kapazitiven Kopplungen innerhalb einer Wicklungslage ergibt sich eine lineare Abhängigkeit der Leiter-Leiter-Kapazitäten von der Permittivität des Mediums, sofern nur ein Material im Feldgebiet zwischen den Leitern berücksichtigt wird. Die geringsten Leiter-Leiter-Kapazitäten ergeben sich generell bei der Verwendung von Materialien mit kleinen Permittivitäten. Die Permittivitäten des Nutmediums und des Zwischenschiebers besitzen einen Einfluss auf die Rundleiter-Rundleiter-Kapazität zwischen zwei Wicklungslagen. Analog zur Leiter-Stator-Kapazität gilt, dass der Einfluss der Permittivität eines Materials mit zunehmender Höhe des Mediums im Feldgebiet ansteigt. Gleichermaßen ergibt sich nur dann eine signifikante Verringerung der Rundleiter-Rundleiter-Kapazitäten zwischen zwei Wicklungslagen mit zunehmender Dicke des Zwischenschiebers, sofern die Permittivität des Nutmediums deutlich größer als die Permittivität des Zwischenschiebers ist.

Eine Vergrößerung der Luftspaltlänge oder eine Verringerung der Blechpaketlänge führen zur Reduzierung der Stator-Rotor-Kapazität. Ebenfalls nimmt die kapazitive Kopplung zwischen dem Stator und dem Rotor mit zunehmender Nutschlitzbreite ab. Ein hochpermittives Medium im Nutschlitz kompensiert hingegen die durch eine ansteigende Nutschlitzbreite verursachte Abnahme der kapazitiven Kopplung.

6 Zusammenfassung

Der drehzahlveränderbare Betrieb einer elektrischen Maschine mittels eines schnellschaltenden Zweipunkt-Wechselrichters verursacht unerwünschte parasitäre Effekte. So wird eine inhärente Gleichtaktspannung, auch als CM-Spannung bezeichnet, in die Statorwicklung einer elektrischen Maschine eingeprägt. Über parasitäre kapazitive Kopplungen sowie über induktive Effekte innerhalb einer elektrischen Maschine kann die CM-Spannung sogenannte zirkuläre Lagerströme, Rotor-Erdströme und EDM-Lagerströme verursachen. In Abhängigkeit vom parasitären Strom können Beschädigungen an den Motorlagern oder der angeschlossenen Last auftreten. Außerdem können hohe Spannungsgradienten von Leistungshalbleitern zu einer ungleichmäßigen Spannungsverteilung entlang der Statorwicklung führen. Die hierdurch verursachten Spannungsspitzen zwischen den Leitern der Statorwicklung oder zwischen den Leitern und dem Blechpaket können zu einem Isolationsversagen führen.

Zur Vorausberechnung der hochfrequenten Erscheinungen ist u.a. die Bestimmung der innerhalb einer elektrischen Maschine vorliegenden parasitären Kapazitäten notwendig. In dieser Arbeit werden neuartige Berechnungsverfahren für die Wicklung-Stator-, die Wicklung-Rotor- und die Stator-Rotor-Kapazität sowie die Leiter-Leiter-Kapazitäten vorgestellt. Die Lösungen der Feldprobleme basieren auf den in der Elektrostatik bekannten Verfahren Separationsmethode, Ersatzladungsmethode und Spiegelungsmethode.

Die Bestimmung des Nutschlitz- und des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität sowie die Bestimmung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität kann unter Anwendung der Separationsmethode erfolgen. Spiegelungs- und Ersatzladungsmethode können zur Ermittlung des Nutschlitz- und des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität, des Nutanteils der Wicklung-Stator-Kapazität und der Leiter-Leiter-Kapazitäten eingesetzt werden.

Die Möglichkeit zur Anwendung eines Verfahrens ist abhängig vom betrachteten Feldproblem. So können mit der Separationsmethode nur einfach im kartesischen, zylindrischen oder sphärischen Koordinatensystem zu beschreibende Feldprobleme gelöst werden. Die Lösung von Feldproblemen mit gemischten Randbedingungen ist bei Anwendung der Separationsmethode komplex. Hingegen ist die Berücksichtigung von dielektrischen Grenzschichten in einfach zu beschreibenden Feldgebieten trivial. Bei der analytischen Berechnung ergeben sich gegenüber den mittels FEM-Simulationen bestimmten Kapazitätswerten zufriedenstellend geringe Abweichungen.

Die Anwendung der Spiegelungs- und Ersatzladungsmethode ermöglicht die Lösung von Feldproblemen mit komplexen Elektrodenanordnungen. Hierbei gilt es zu beachten, dass die modellierten Feldgebiete durch natürliche Randbedingungen begrenzt werden. Ebenfalls sind die Resultate signifikant von der Erfahrung des Anwenders abhängig. Die Modellierung der Elektroden mittels Ersatzladungen beeinflusst die Genauigkeit der Resultate. Außerdem ist die Berücksichtigung von dielektrischen Grenzschichten im Feldgebiet komplex. Die Abweichungen zwischen den numerisch bestimmten und den analytisch berechneten Kapazitäten liegen im einstelligen Prozentbereich.

Die Ermittlung der Stator-Rotor-Kapazität basiert auf der modifizierten Berechnungsvorschrift für einen Zylinderkondensator. Mittels FEM-Simulationen werden der Einfluss eines im Nutschlitz vorliegenden Mediums analysiert und ein Koeffizient zur Berücksichtigung der Permittivität des Materials eingeführt.

Zur Validierung der analytischen Berechnungsvorschriften erfolgt bei zwei elektrischen Maschinen die messtechnische Bestimmung der Wicklung-Stator-, der Wicklung-Rotor- und der Stator-Rotor-Kapazität. Hierbei setzt die verwendete Messmethodik eine Fixierung des Rotors ohne Lagerschilde voraus. Mittels in den Luftspalt eingebrachter Isolationsstreifen erfolgt die galvanische Trennung des Rotors und des Stators. Bei den drei möglichen Messkonfigurationen (Stator-Rotor, Wicklung-Stator, Wicklung-Rotor) muss berücksichtigt werden, dass jeder gemessene Kapazitätswert einer anderen Zusammenschaltung der drei zu bestimmenden Kapazitäten entspricht. Jeweils parallel zu der zwischen den Zuleitungen des Messgeräts vorliegenden Kapazität liegt eine Reihenschaltung der beiden anderen Kapazitäten. Zur Berechnung einer parasitären Kapazität werden somit alle drei im nF-Bereich liegenden gemessenen Kapazitäten benötigt.

Die im pF-Bereich liegende, parasitäre Wicklung-Rotor-Kapazität wird dementsprechend aus drei im nF-Bereich liegenden Messkapazitäten berechnet. Hierbei führen bereits geringe Messunsicherheiten zu einer breiten Streuung der berechneten Wicklung-Rotor-Kapazität. Folglich ist die Bestimmung sehr sensitiv gegenüber zufälligen oder systematischen Messfehlern. Die Mittelwerte der messtechnisch ermittelten Wicklung-Rotor-Kapazitäten sind gegenüber den analytisch und den numerisch ermittelten sowie in der Literatur angegebenen gemessenen Kapazitätswerten vergleichbarer elektrischer Maschinen sehr gering.

Im Gegensatz zur Wicklung-Rotor-Kapazität ist bei beiden elektrischen Maschinen die Berechnung der im nF-Bereich vorliegenden Wicklung-Stator- und Stator-Rotor-Kapazität gegenüber Messfehlern unempfindlich. Der jeweils direkt gemessene Kapazitätswert kann hierbei ohne Umrechnung mit der parasitären Wicklung-Stator- und Stator-Rotor-Kapazität gleichgesetzt werden.

Für die analytische und die numerische Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazitäten der beiden elektrischen Maschinen werden Modellvarianten mit unterschiedlichen Geometrien der Statorwicklungselektrode untersucht. Die Annahme einer Wicklungselektrode, die der Kupferfläche entspricht, führt unabhängig von der Kontur der Elektrode zu einer deutlichen Überabschätzung der Wicklung-Stator-Kapazität. Hingegen führt die Modellierung einer gleichmäßigen Verteilung der Runddrähte innerhalb der Kupferfläche zu akzeptablen Abweichungen gegenüber den Messergebnissen. Hierbei gilt es zu beachten, dass auf Grund der unbekanntem Platzierung der Runddrähte innerhalb der Statornuten eine exakte Bestimmung der Wicklung-Stator-Kapazität nicht möglich ist. Bei den Modellvarianten liegen die Abweichungen zwischen den analytisch berechneten und den numerisch bestimmten Kapazitätswerten im einstelligen Prozentbereich.

Die Abweichungen zwischen den analytisch, numerisch und messtechnisch ermittelten Stator-Rotor-Kapazitäten liegen durchweg im niedrigen einstelligen Prozentbereich.

Zwischen den analytisch berechneten und den numerisch ermittelten Wicklung-Rotor-Kapazitäten ergeben sich ebenfalls Abweichungen im niedrigen einstelligen Prozentbereich. Anhand von unterschiedlichen Stirnraummodellen wird gezeigt, dass nur geringe Abweichungen zwischen den mittels dreidimensionaler FEM-Simulationen numerisch ermittelten und den auf Basis eines zweidimensionalen Feldproblems analytisch berechneten Stirnraumanteilen der Wicklung-Rotor-Kapazität vorliegen.

Mit den in dieser Arbeit vorgestellten Berechnungsverfahren erfolgt schließlich eine Sensitivitätsanalyse des Nutschlitz- und des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität, des Nutanteils der Wicklung-Stator-Kapazität, der Leiter-Leiter-Kapazitäten und der Stator-Rotor-Kapazität. Grundsätzlich gilt für alle Anordnungen, dass die kapazitiven Kopplungen mit zunehmendem Abstand zwischen den Elektroden, durch eine Verringerung der kapazitiven Kopplungsfläche sowie durch den Einsatz von Materialien mit niedrigen Permittivitäten sinken. Für vertiefende Analysen ist jeweils die Betrachtung des vorliegenden Feldproblems notwendig.

In die Statornut eingesetzte, geschichtete Materialien mit abwechselnd hoher und niedriger Permittivität können ebenfalls zu einer Reduzierung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität führen. Hierfür gilt als Voraussetzung, dass sich die Permittivitäten der Materialien deutlich voneinander unterscheiden müssen. Hingegen sollten zur Reduzierung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität die Permittivitäten der im Feldgebiet zwischen dem Wicklungskopf und dem Rotor vorliegenden Materialien grundsätzlich niedrig sein.

Beim Nutanteil der Wicklung-Stator-Kapazität führt die Abstandsvergrößerung mittels einer Erhöhung der Dicke der Nutisolierung nur dann zu einer signifikanten Reduzierung der kapazitiven Kopplung, sofern die Permittivität des Nutmediums größer ist als die Permittivität der Nutisolierung.

Analog zur Wicklung-Stator-Kapazität gilt, dass eine Erhöhung der Dicke des Zwischenschiebers nur dann zu einer deutlichen Verringerung der kapazitiven Kopplung zwischen den Rundleitern von zwei Wicklungslagen führt, wenn die Permittivität des Nutmediums größer als die Permittivität des Zwischenschiebers ist. Bei Betrachtung der kapazitiven Kopplungen innerhalb einer Wicklungslage ergibt sich, sofern nur ein Material im Feldgebiet zwischen den Leitern berücksichtigt wird, eine lineare Abhängigkeit der Leiter-Leiter-Kapazitäten von der Permittivität des Mediums.

Ein hochpermittives Medium im Nutschlitz führt zur Erhöhung der Stator-Rotor-Kapazität. Folglich kann dessen Verwendung die durch eine wachsende Nutschlitzbreite verursachte Abnahme der kapazitiven Kopplung kompensieren.

Insgesamt ermöglichen die in dieser Arbeit vorgestellten analytischen Berechnungsvorschriften eine einfache und schnelle Vorausberechnung der kapazitiven Kopplungen in einer elektrischen Maschine. Die Abweichungen der analytisch berechneten und der mittels FEM-Simulationen numerisch bestimmten Kapazitätswerte sind generell sehr zufriedenstellend. Darüber hinaus steigt bei der Herleitung und Anwendung analytischer Berechnungsvorschriften im Gegensatz zur Verwendung von FEM-Simulationen das Systemverständnis. Die vorgestellten analytischen Methoden eignen sich insbesondere für Sensitivitätsanalysen und Parameterstudien.

In zukünftigen Arbeiten könnte die Modellierung von dielektrischen Grenzschichten mittels Aufpunkten und Ladungen untersucht werden. Dadurch wäre eine Berücksichtigung der Lackisolierung der Einzelleiter im Feldproblem der Leiter-Leiter- und der Leiter-Stator-Kapazität möglich. Auch könnten dann dielektrische Grenzschichten in dem in Abschnitt 3.1.2.2 vorgestellten Ersatzladungsverfahren zur Bestimmung des Stirnraumanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität berücksichtigt werden. Des Weiteren hängt die Genauigkeit der analytisch oder numerisch ermittelten Kapazitätswerte von der Kenntnis der Permittivität der im Feldproblem vorliegenden Materialien ab. Dielektrische Materialmessungen unter Berücksichtigung der Frequenz- und der Temperaturabhängigkeit der Permittivität könnten die Ergebnisse der Berechnungen noch weiter verbessern.

A Anhang

A.1 Anhang zu Kapitel 3

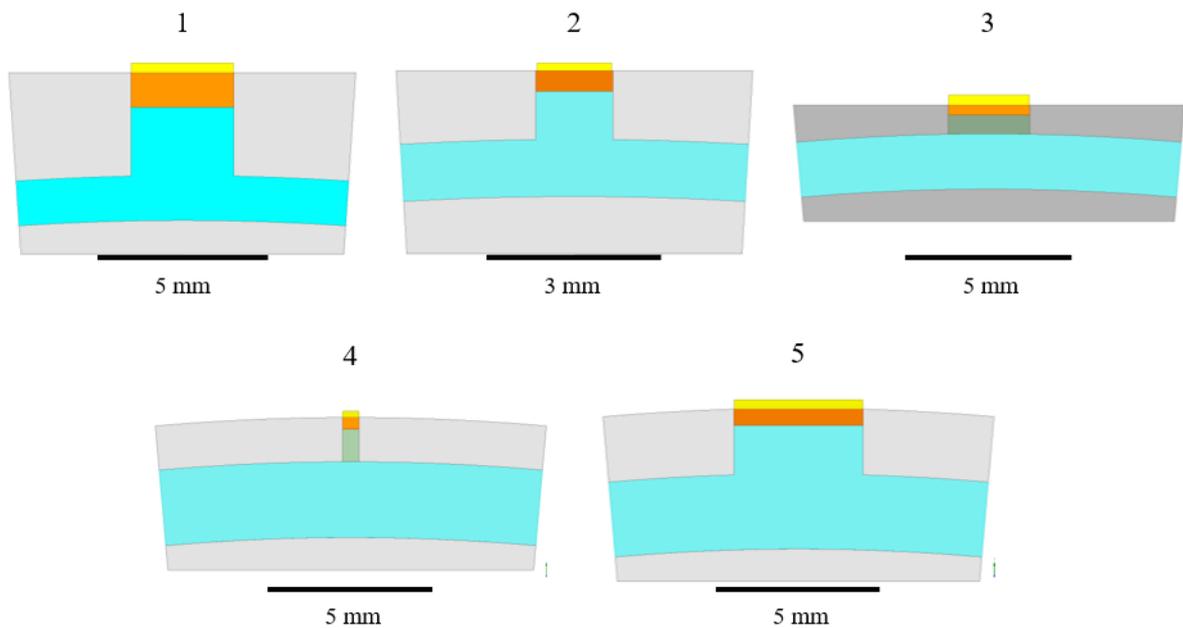


Abbildung A.1: FEM-Modelle der in Tabelle 3.1 enthaltenen Maschinenvarianten

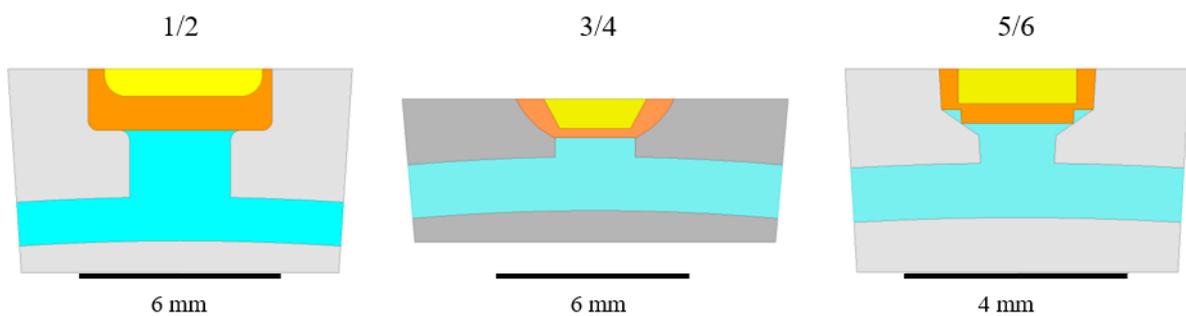


Abbildung A.2: FEM-Modelle der in Tabelle 3.3 enthaltenen Maschinenvarianten

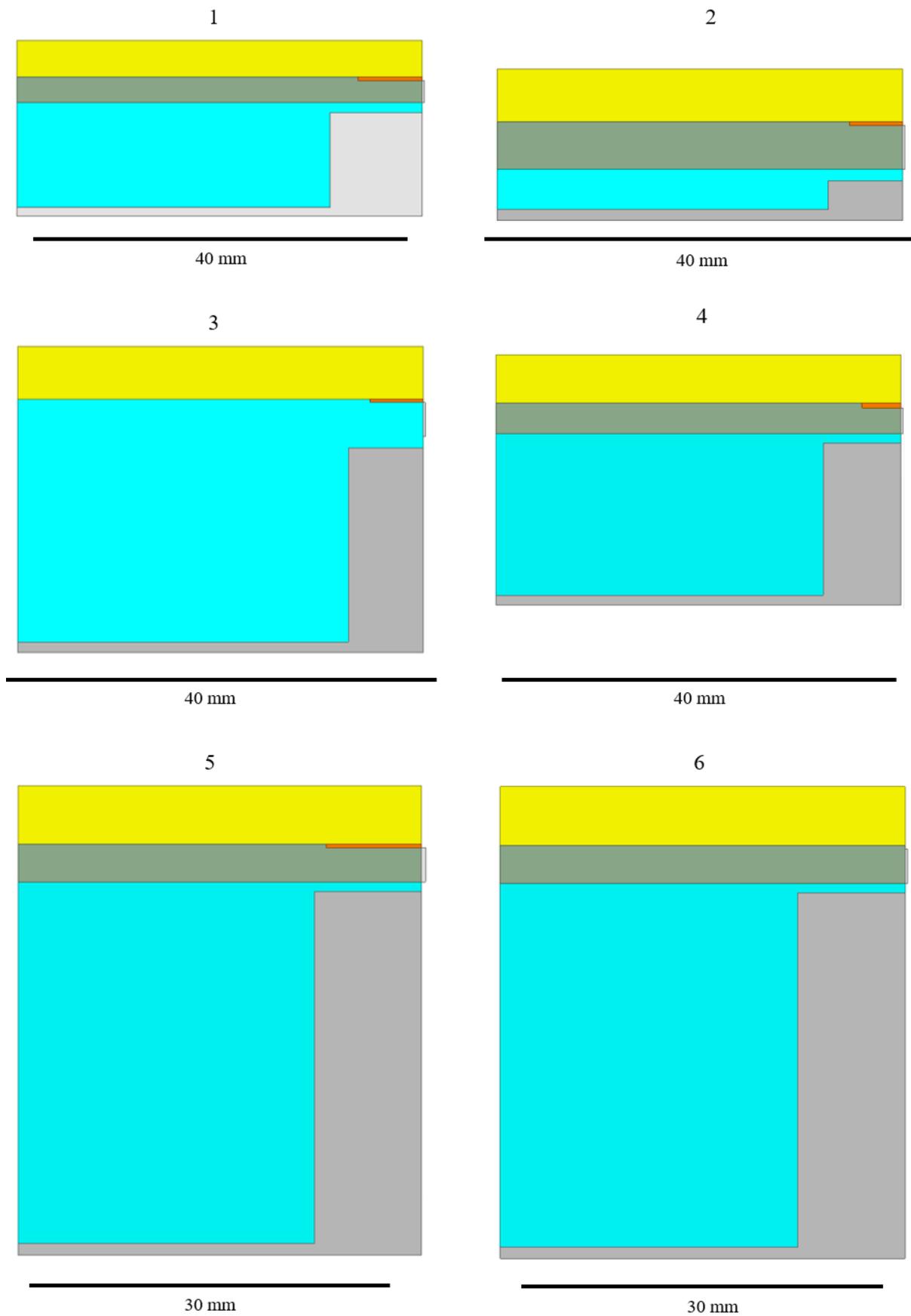


Abbildung A.3: FEM-Modelle der in Tabelle 3.6 enthaltenen Maschinenvarianten

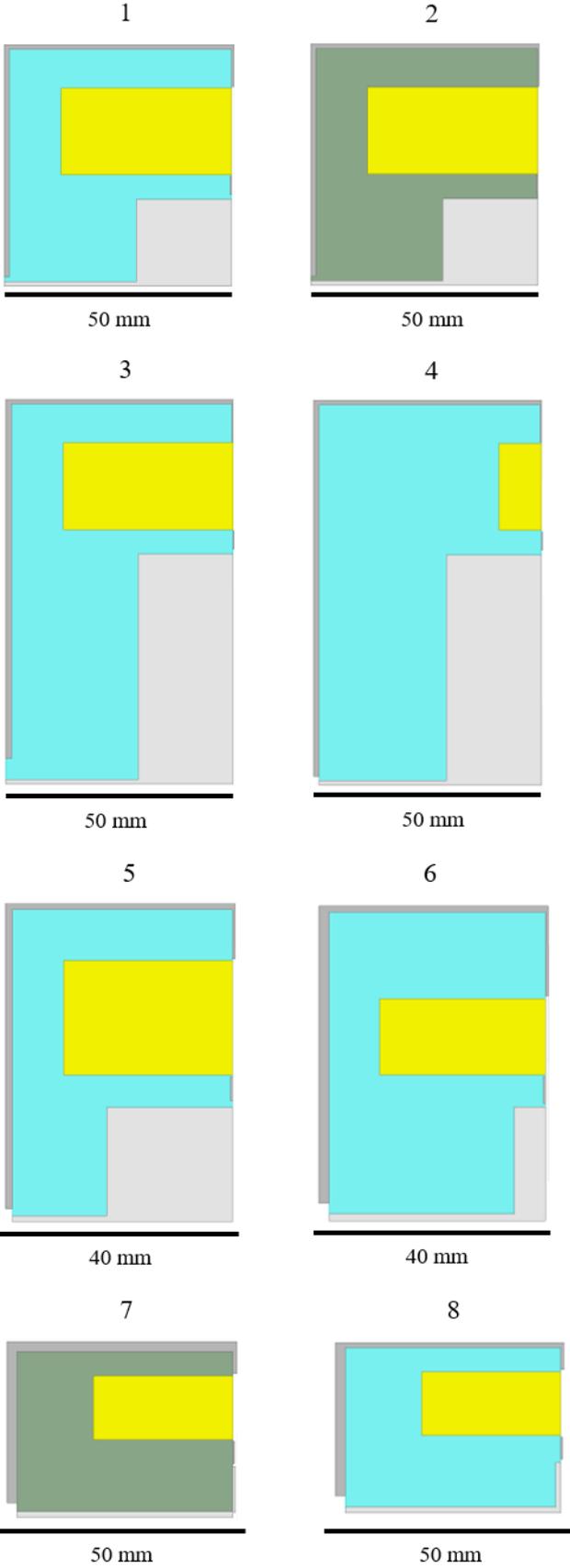


Abbildung A.4: FEM-Modelle der in Tabelle 3.9 enthaltenen Maschinenvarianten

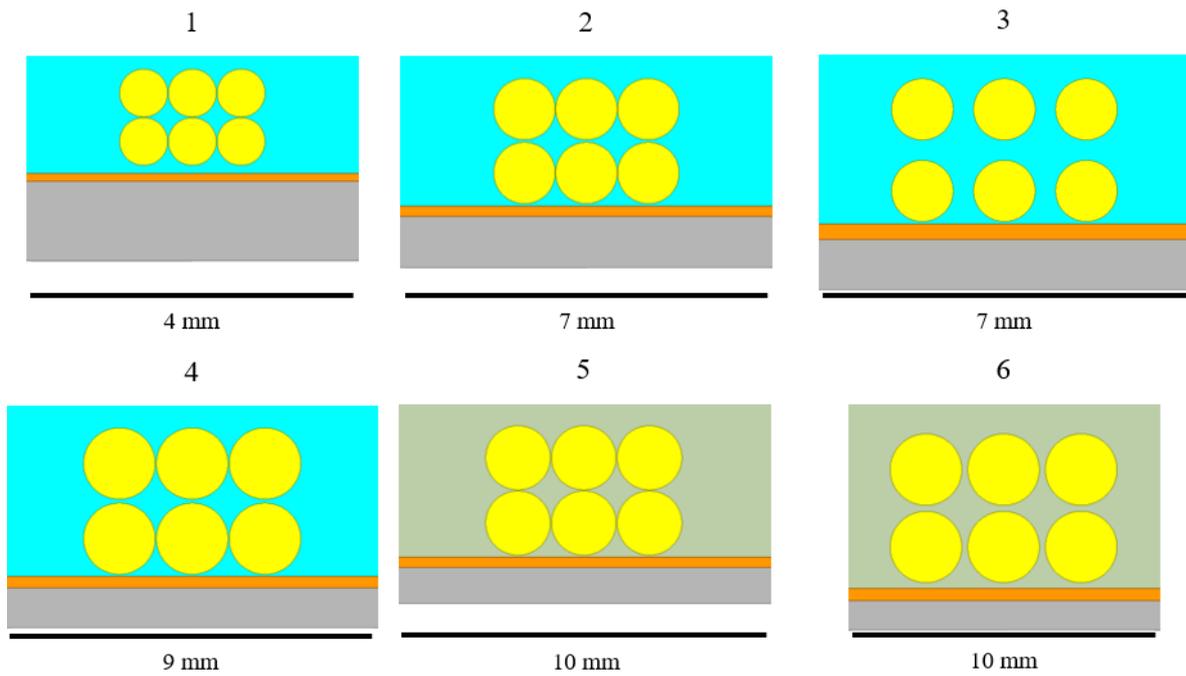


Abbildung A.5: FEM-Modelle der in Tabelle 3.11 enthaltenen Maschinenvarianten

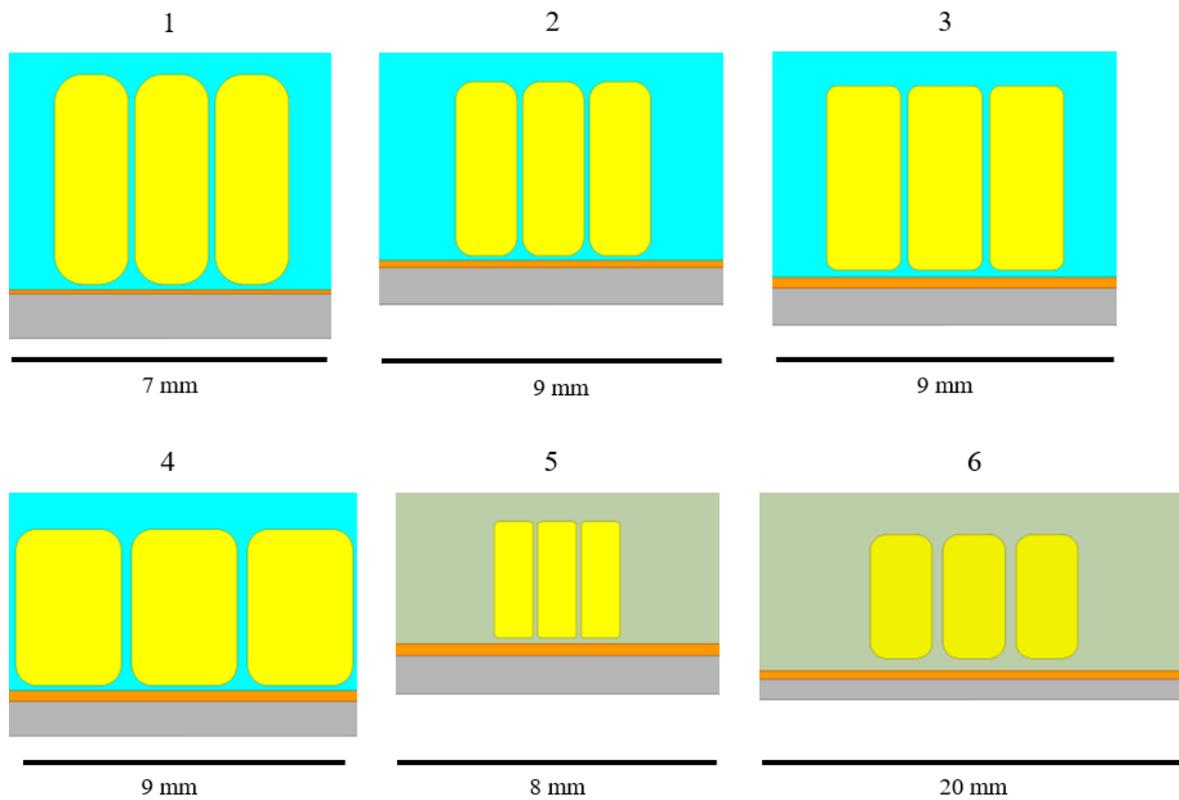


Abbildung A.6: FEM-Modelle der in Tabelle 3.14 enthaltenen Maschinenvarianten

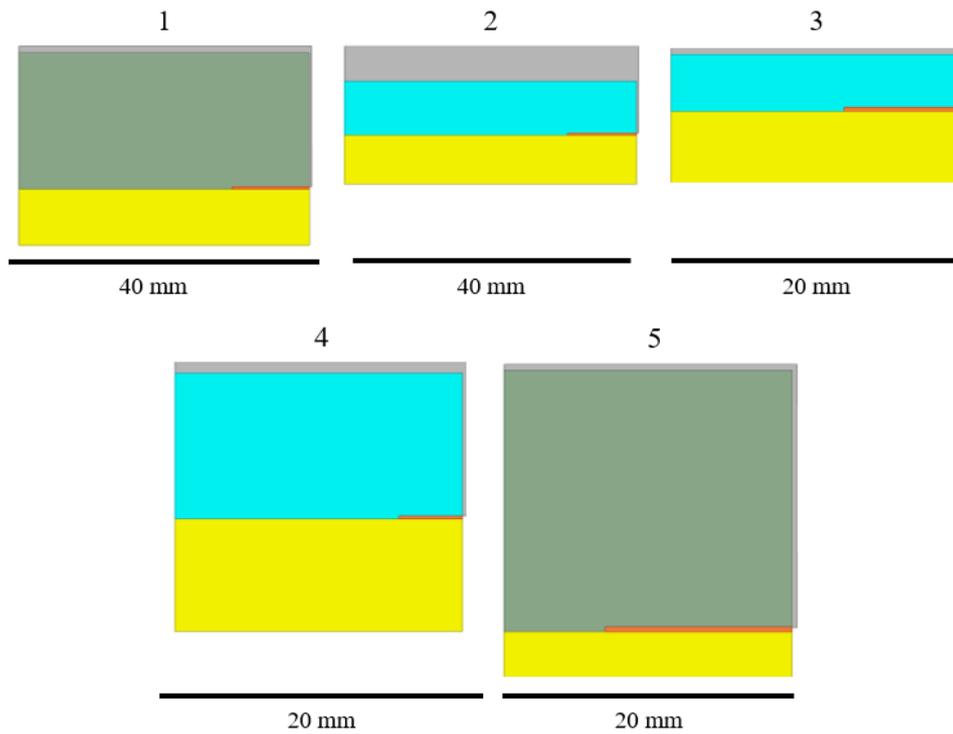


Abbildung A.7: FEM-Modelle der in Tabelle 3.18 enthaltenen Maschinenvarianten

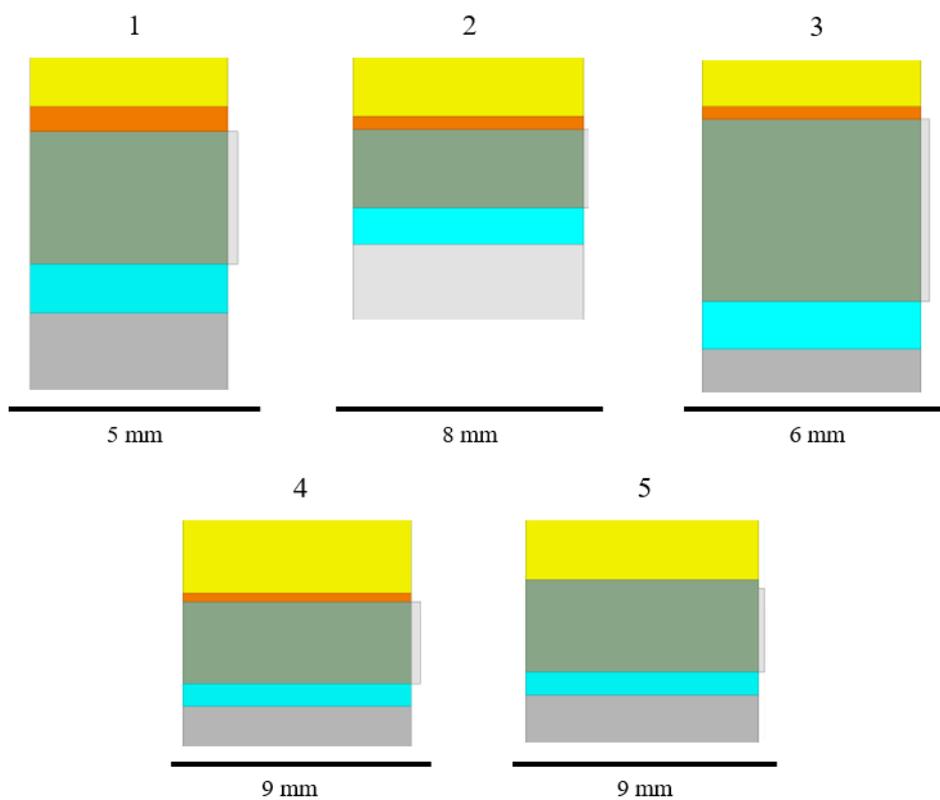


Abbildung A.8: FEM-Modelle der in Tabelle 3.20 enthaltenen Maschinenvarianten

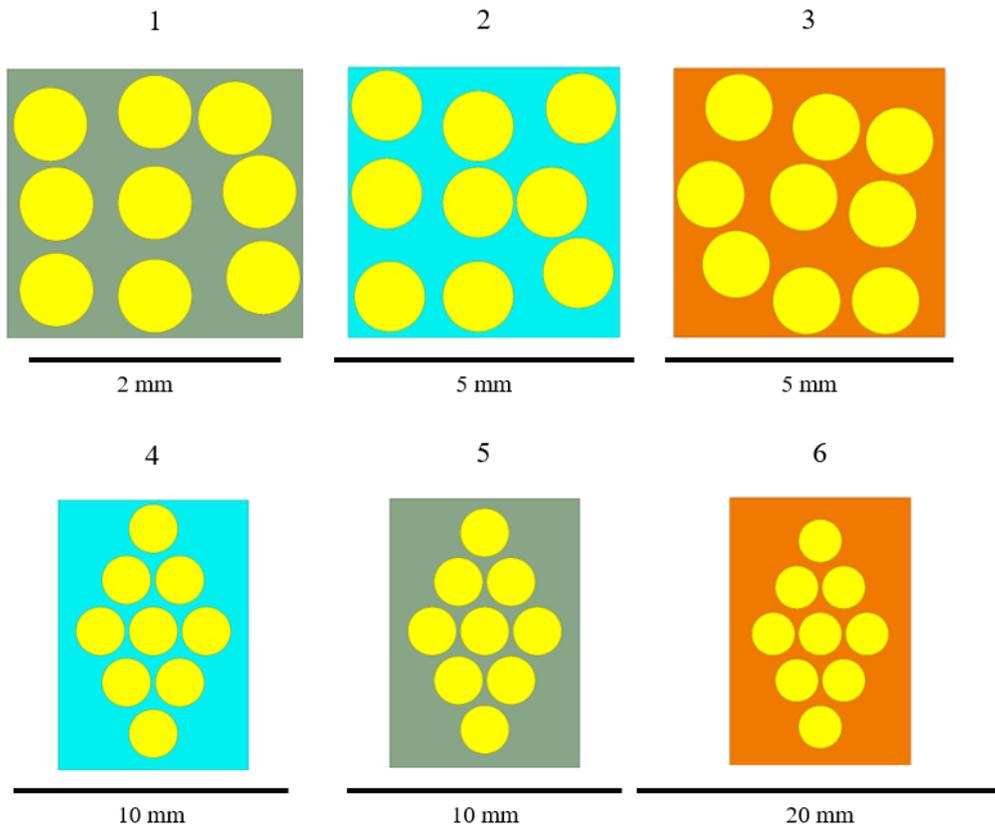


Abbildung A.9: FEM-Modelle der in Tabelle 3.22 enthaltenen Maschinenvarianten

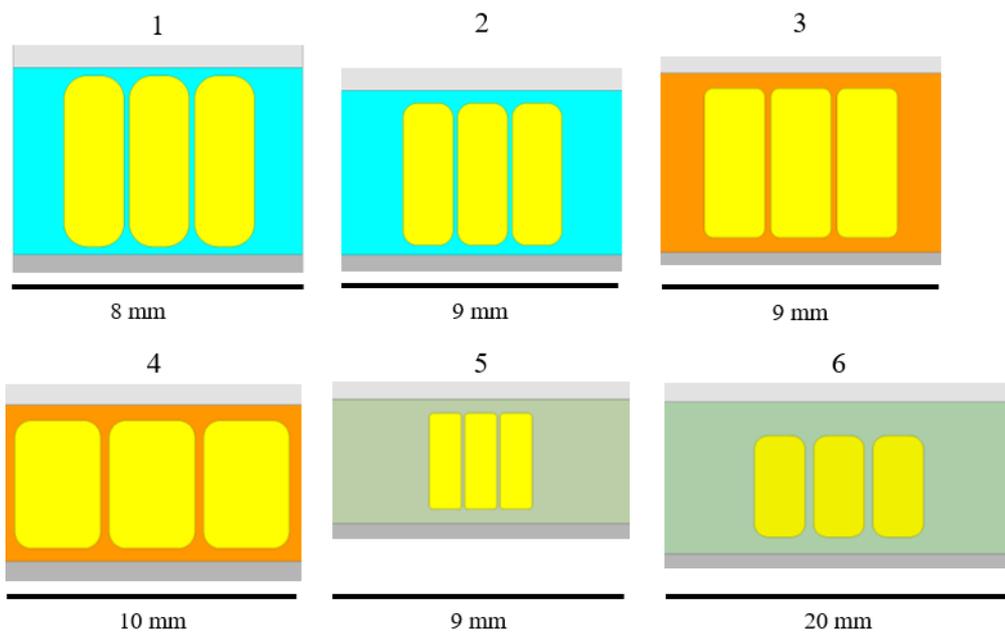


Abbildung A.10: FEM-Modelle der in Tabelle 3.26 enthaltenen Maschinenvarianten

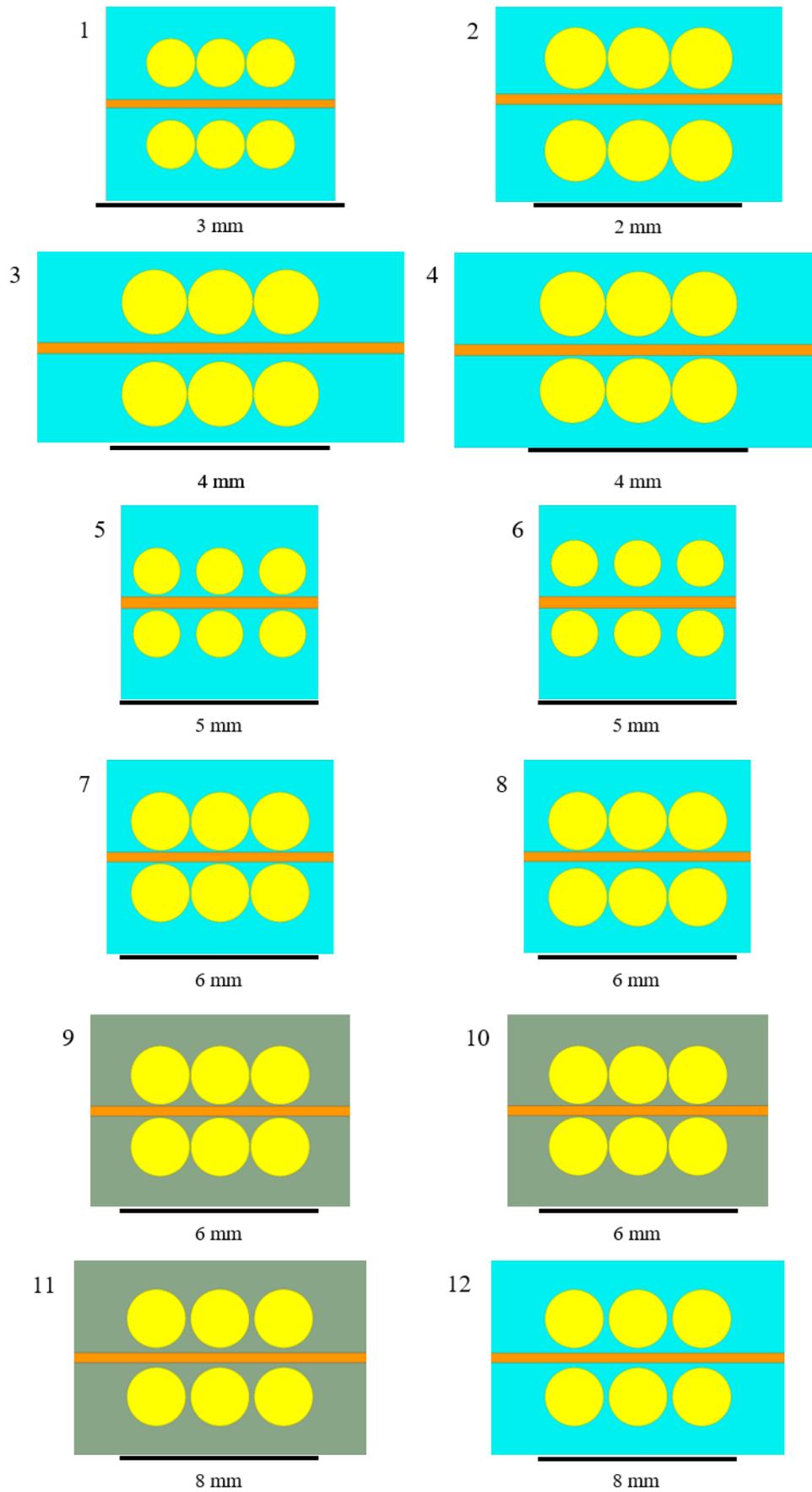


Abbildung A.11: FEM-Modelle der in Tabelle 3.29 enthaltenen Maschinenvarianten

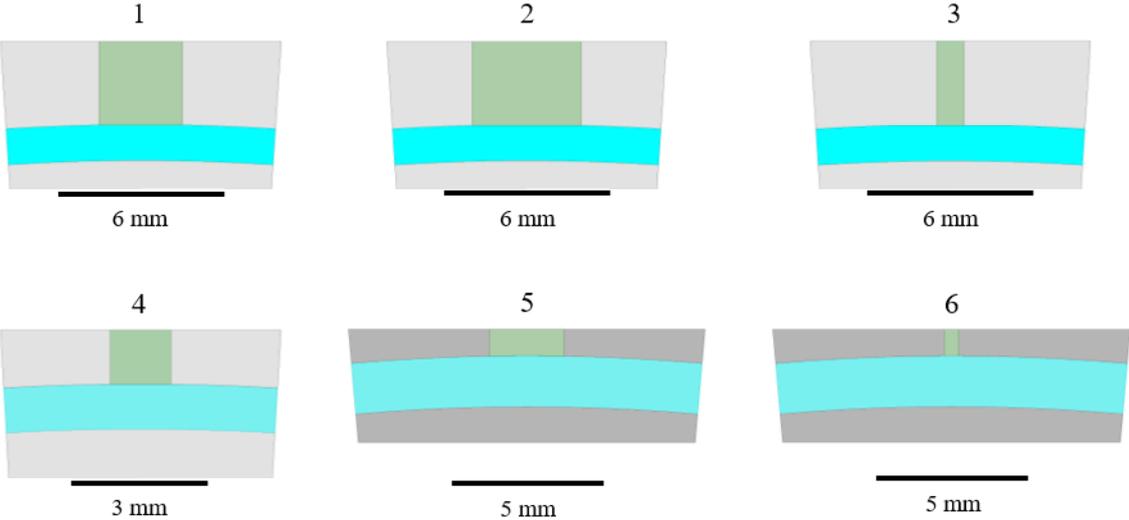


Abbildung A.12: FEM-Modelle der in Tabelle 3.31 enthaltenen Maschinenvarianten

A.2 Anhang zu Kapitel 4

Verwendete Messgeräte

- Wayne Kerr Impedance Analyzer 65120B
- Transfer Standard Kit 5-654-7010 6500
- Kelvin Clips (Fine Jaw) 1EVA40100

Messtechnische, numerische und analytische Bestimmung der Kapazitäten

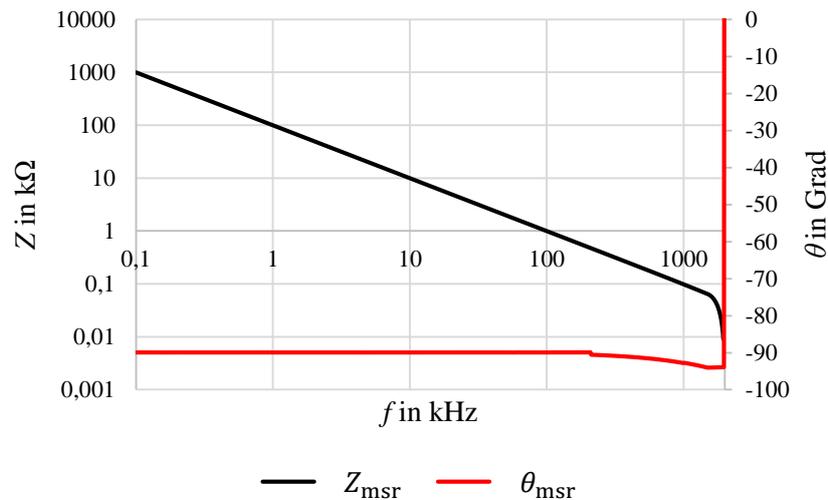


Abbildung A.13: Darstellung der gemessenen Impedanz Z_{msR} und des gemessenen Phasenwinkels θ_{msR} der kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschine M1 über der Frequenz

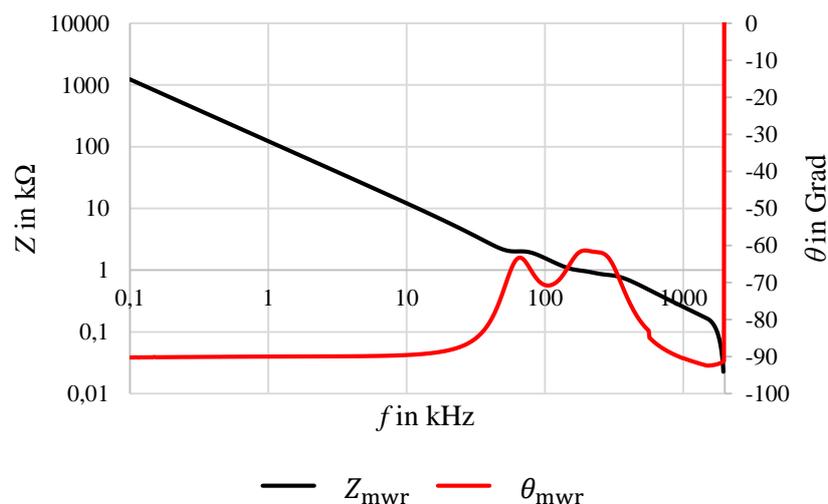


Abbildung A.14: Darstellung der gemessenen Impedanz Z_{mwR} und des gemessenen Phasenwinkels θ_{mwR} der kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschine M1 über der Frequenz

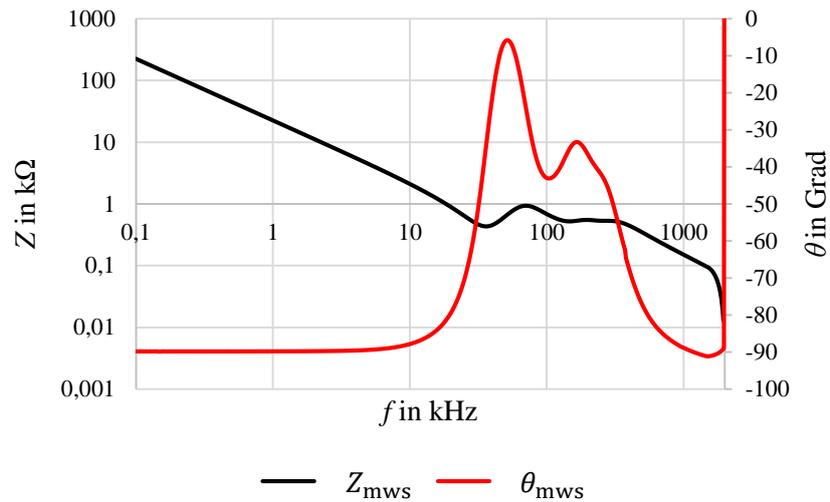


Abbildung A.15: Darstellung der gemessenen Impedanz Z_{mws} und des gemessenen Phasenwinkels θ_{mws} der kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschine M1 über der Frequenz

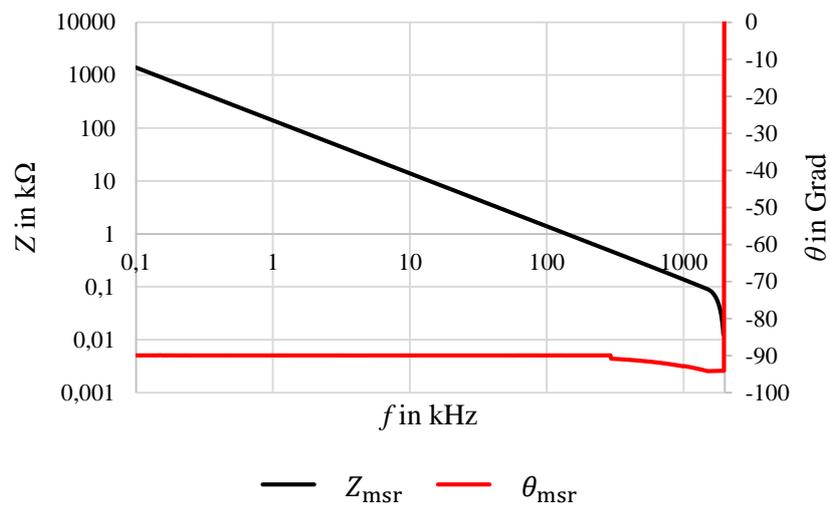


Abbildung A.16: Darstellung der gemessenen Impedanz Z_{msr} und des gemessenen Phasenwinkels θ_{msr} der kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschine M2 über der Frequenz

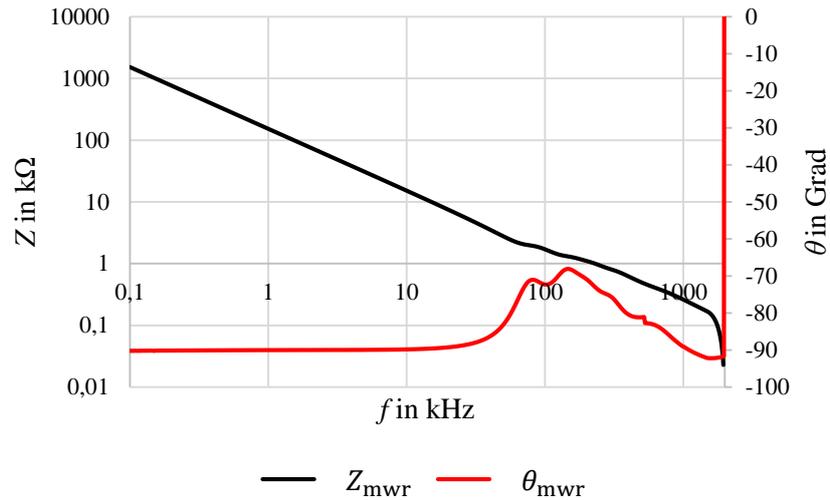


Abbildung A.17: Darstellung der gemessenen Impedanz Z_{mwr} und des gemessenen Phasenwinkels θ_{mwr} der kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschine M2 über der Frequenz

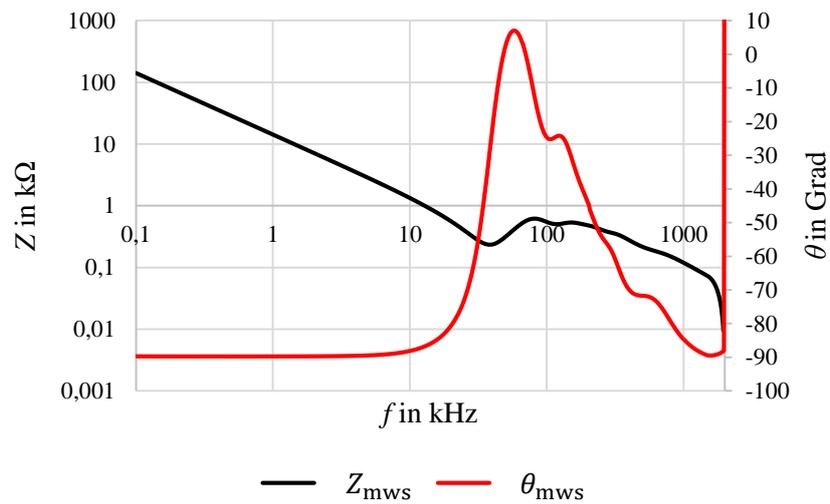


Abbildung A.18: Darstellung der gemessenen Impedanz Z_{mws} und des gemessenen Phasenwinkels θ_{mws} der kurzgeschlossenen, in Stern geschalteten elektrischen Maschine M2 über der Frequenz

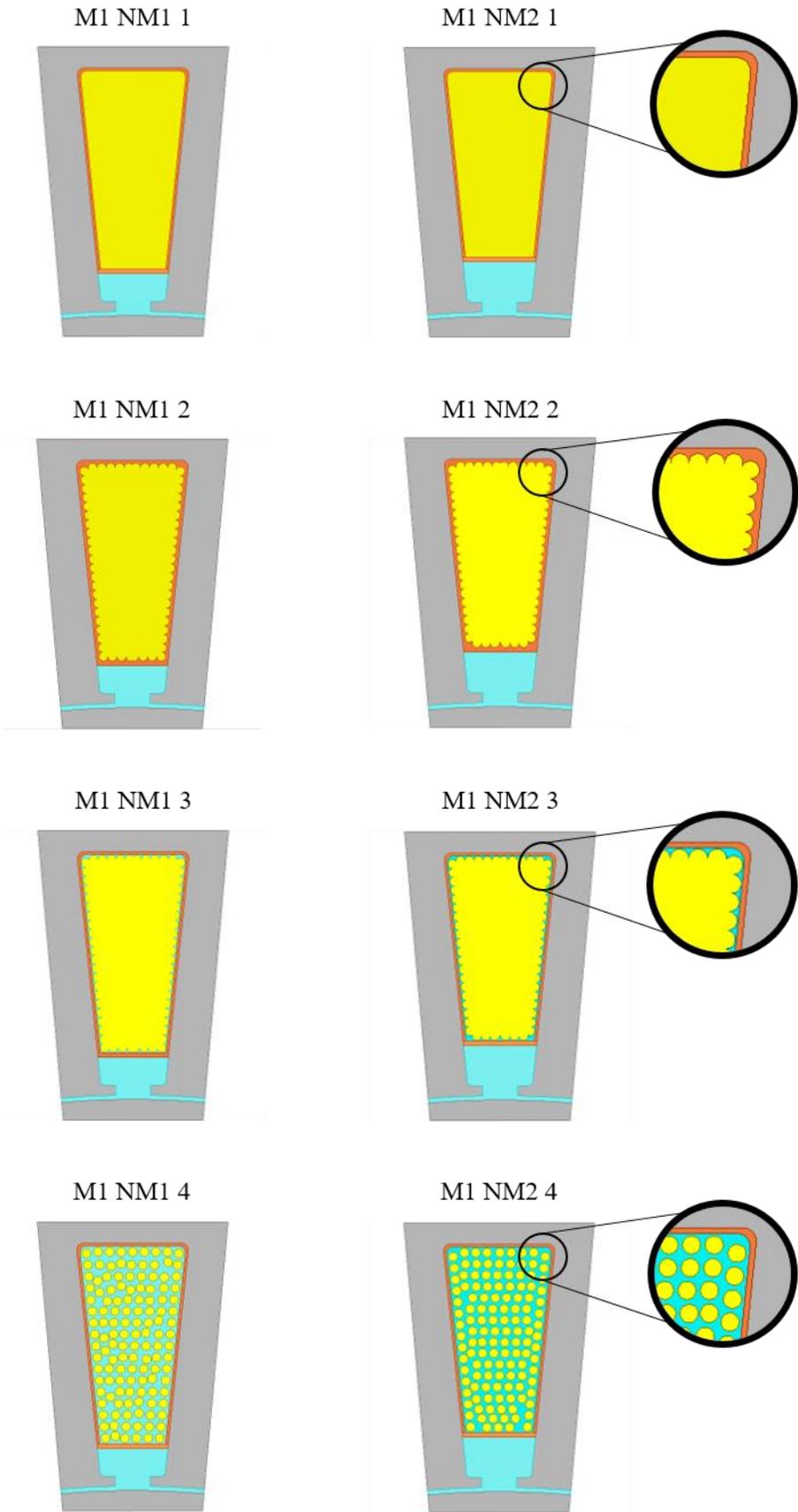


Abbildung A.19: FEM-Nutmodelle der elektrischen Maschine M1 (Modellvarianten 1-4)

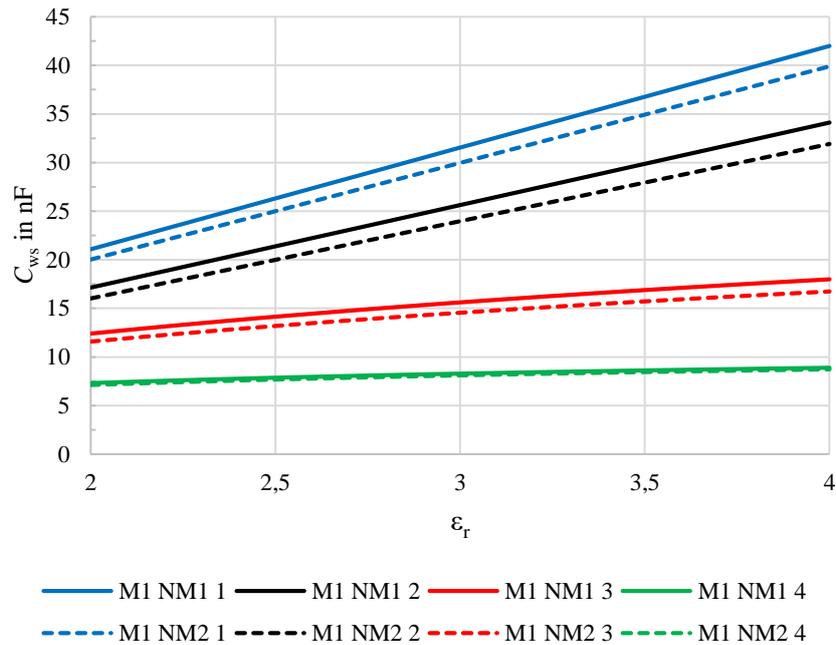


Abbildung A.20: Mittels FEM-Simulationen bestimmte Wicklung-Stator-Kapazitäten C_{ws} der Modellvarianten 1-4 der elektrischen Maschine M1 über der relativen Permittivität der Nutisolierung

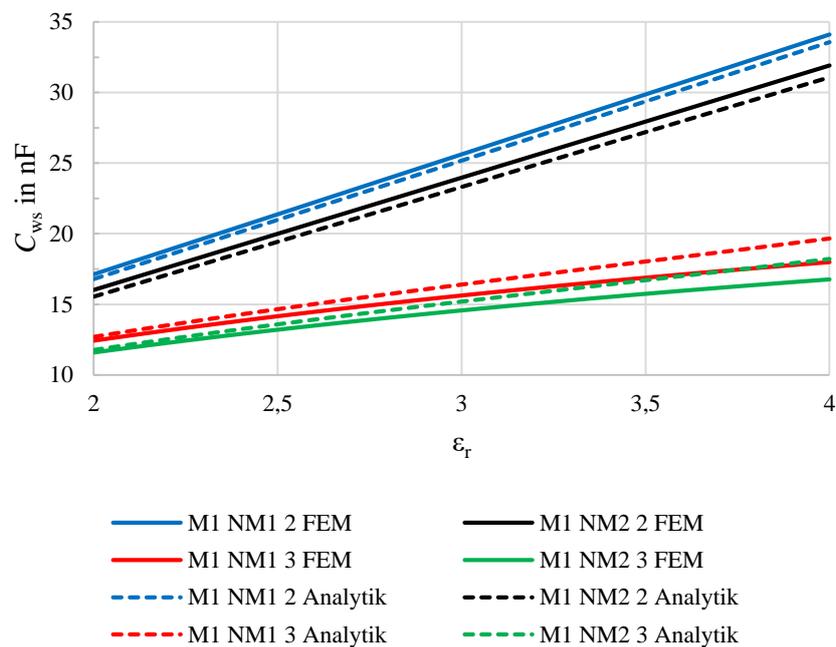


Abbildung A.21: Vergleich der analytisch und der numerisch ermittelten Wicklung-Stator-Kapazitäten C_{ws} der Modellvarianten 2-3 der elektrischen Maschine M1 über der relativen Permittivität der Nutisolierung

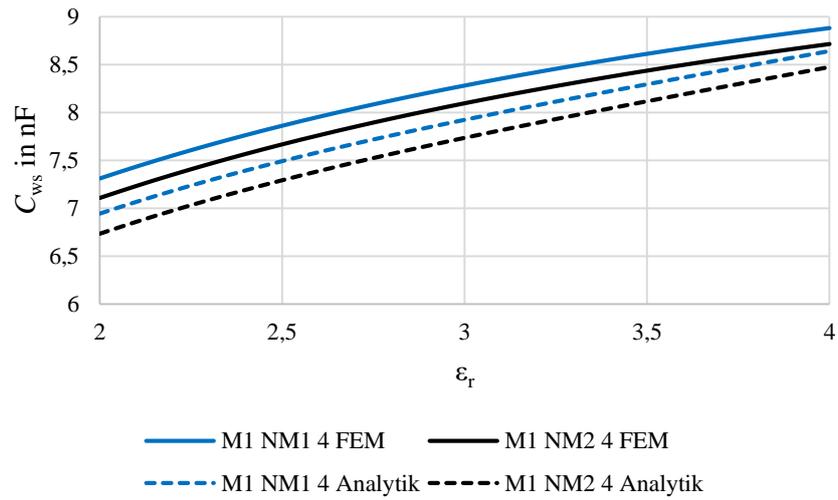


Abbildung A.22: Vergleich der analytisch und der numerisch ermittelten Wicklung-Stator-Kapazitäten C_{ws} der Modellvariante 4 der elektrischen Maschine M1 über der relativen Permittivität der Nutisolierung

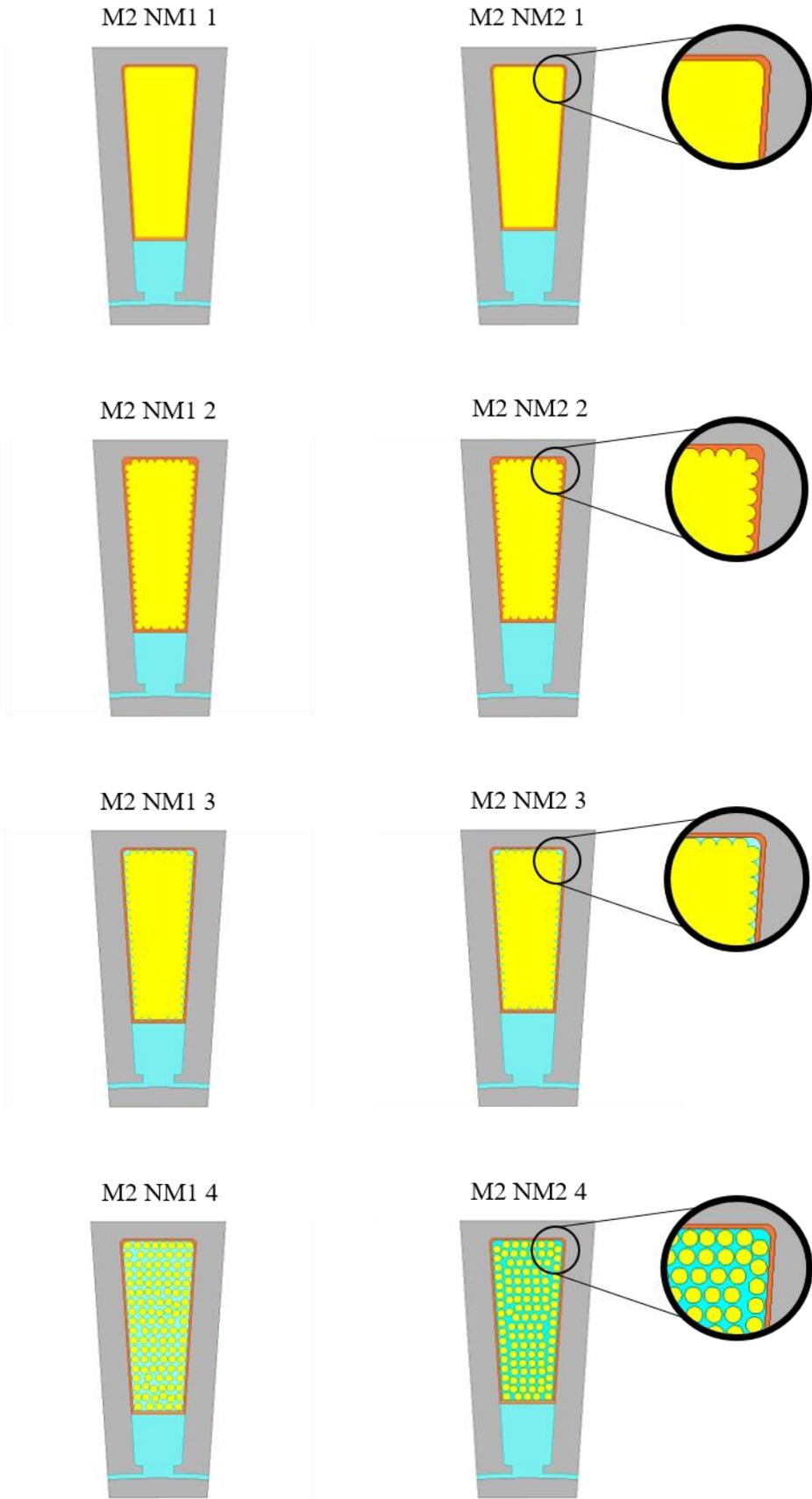


Abbildung A.23: FEM-Nutmodelle der elektrischen Maschine M2 (Modellvarianten 1-4)

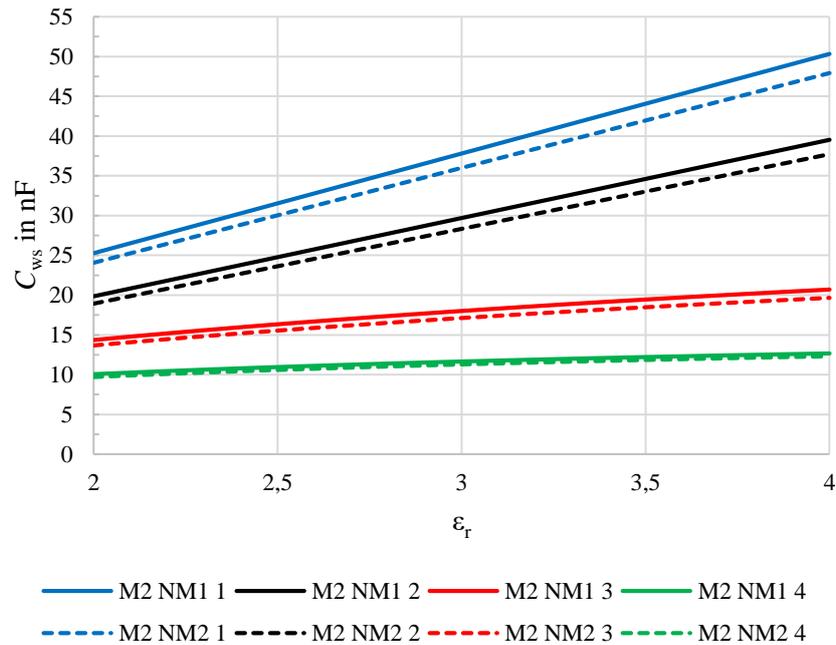


Abbildung A.24: Mittels FEM-Simulationen bestimmte Wicklung-Stator-Kapazitäten C_{ws} der Modellvarianten 1-4 der elektrischen Maschine M2 über der relativen Permittivität der Nutisolierung

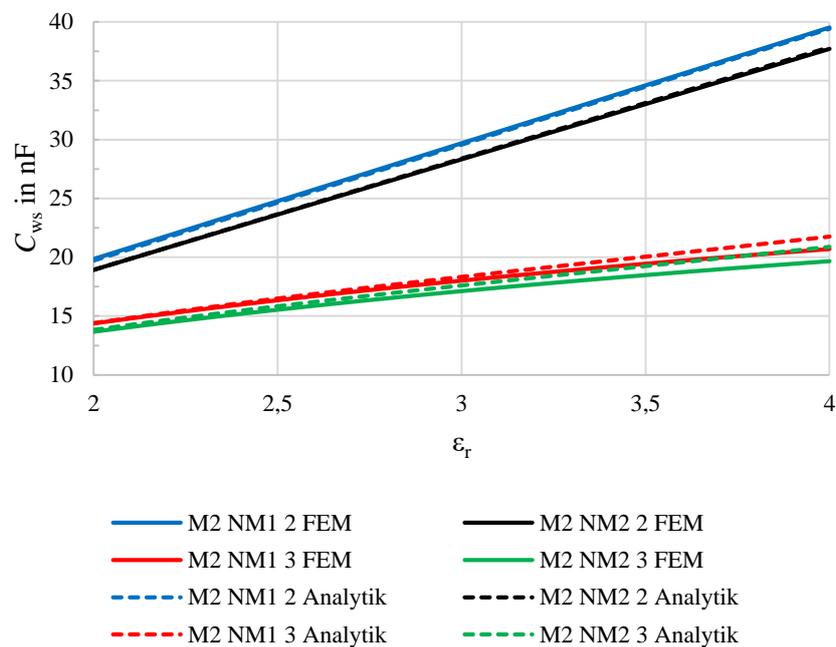


Abbildung A.25: Vergleich der analytisch und der numerisch ermittelten Wicklung-Stator-Kapazitäten C_{ws} der Modellvarianten 2-3 der elektrischen Maschine M2 über der relativen Permittivität der Nutisolierung

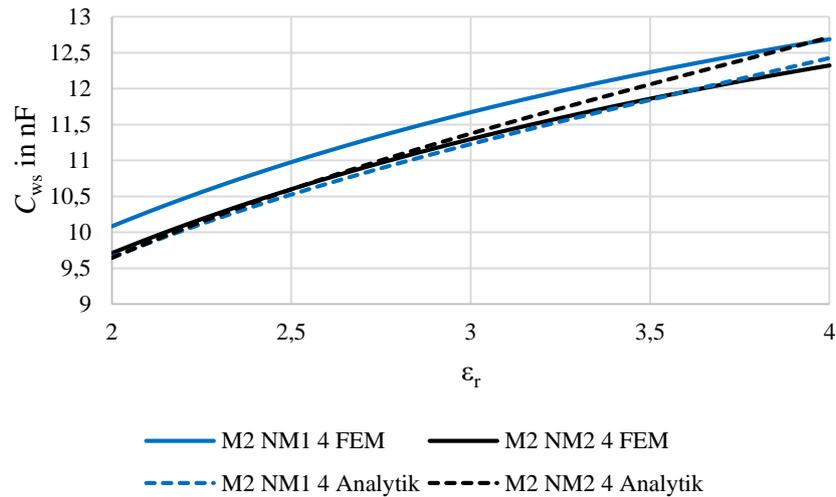


Abbildung A.26: Vergleich der analytisch und der numerisch ermittelten Wicklung-Stator-Kapazitäten C_{ws} der Modellvariante 4 der elektrischen Maschine M2 über der relativen Permittivität der Nutsisolierung

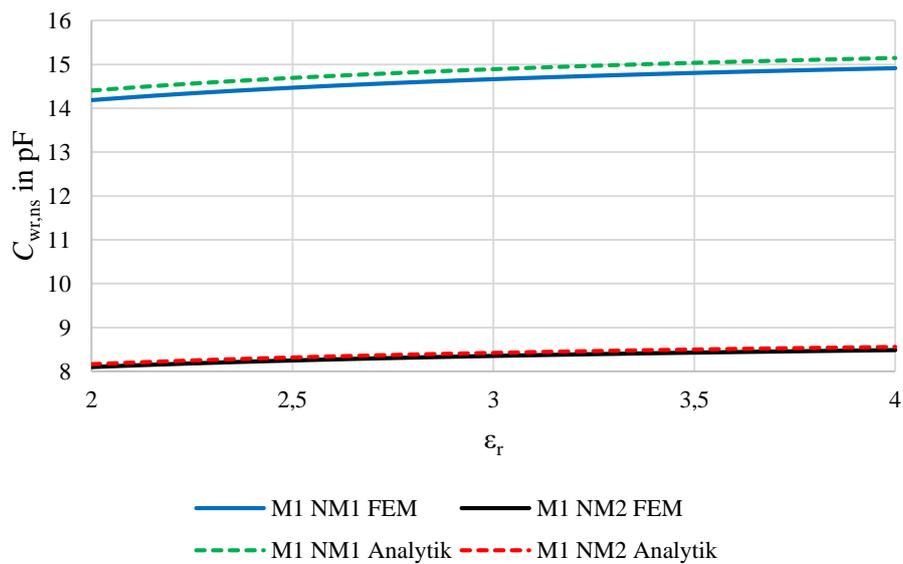


Abbildung A.27: Vergleich der analytisch und der numerisch ermittelten Nutschlitzanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten $C_{wr,ns}$ der elektrischen Maschine M1 über der relativen Permittivität des Deckschiebers

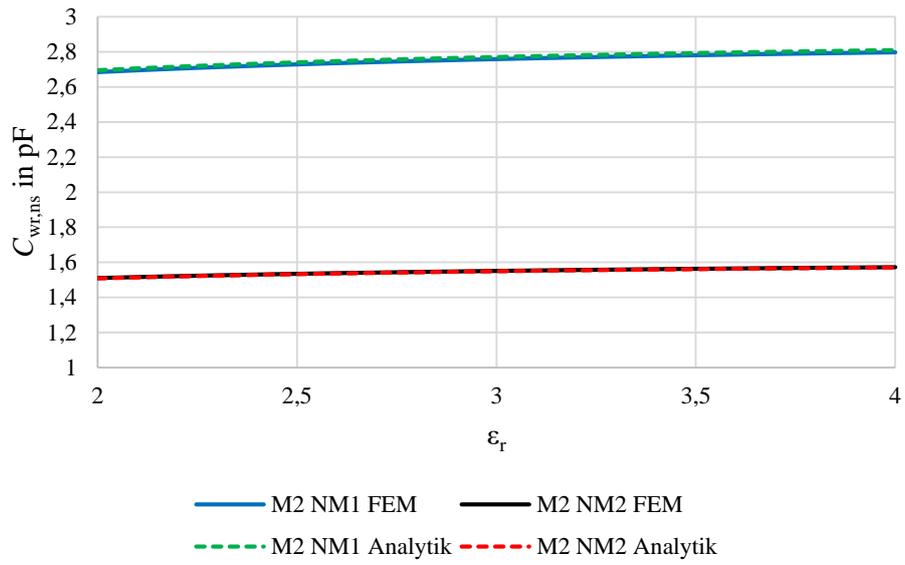
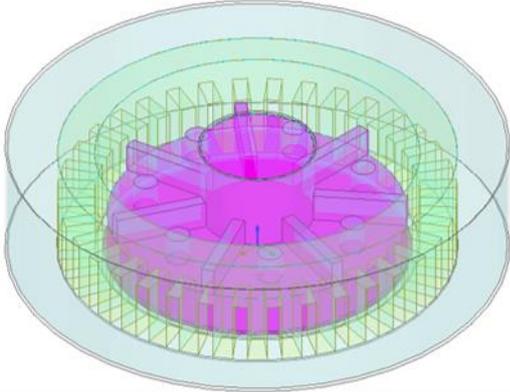
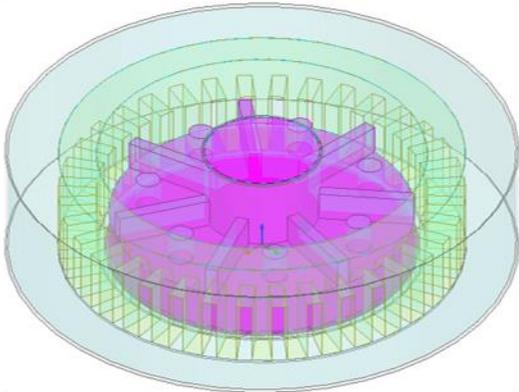


Abbildung A.28: Vergleich der analytisch und der numerisch ermittelten Nutschlitzanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten $C_{wr,ns}$ der elektrischen Maschine M2 über der relativen Permittivität des Deckschiebers

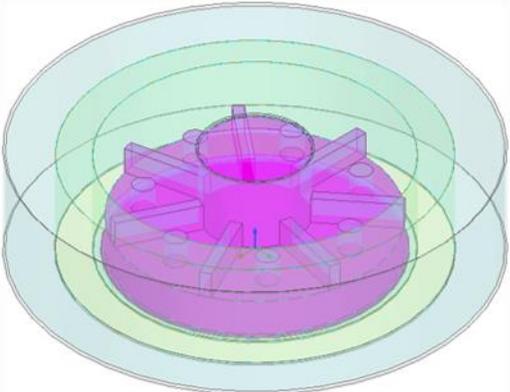
M1 NM1 A 1



M1 NM1 B 1



M1 NM1 A 2



M1 NM1 B 2

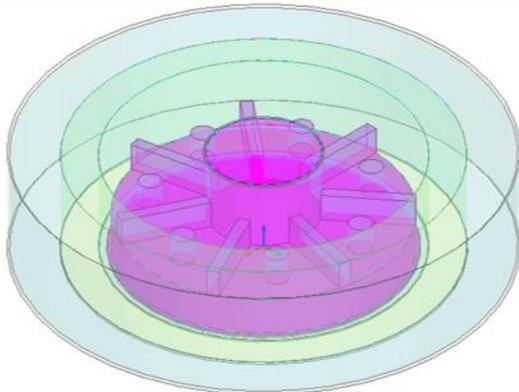
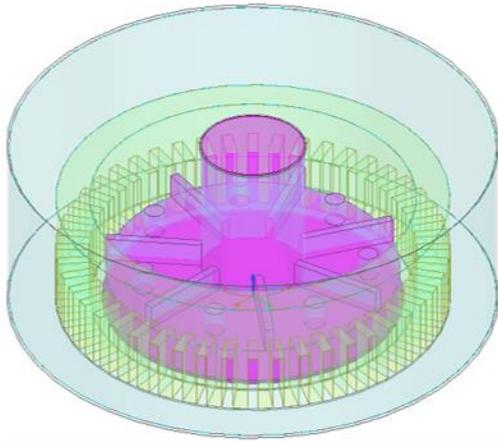
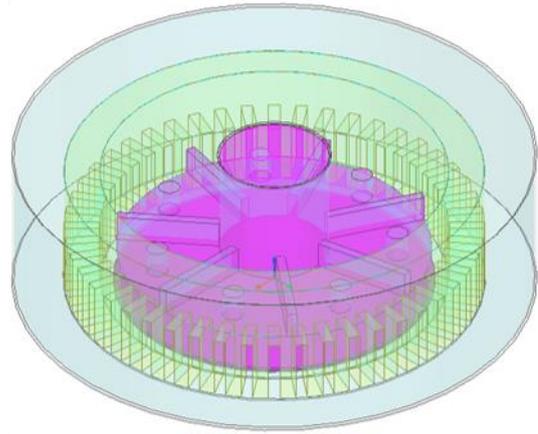


Abbildung A.29: Dreidimensionale FEM-Stirnraummodelle des ersten Nutmodells für die A- und die B-Seite der elektrischen Maschine M1 (Modellvarianten 1-2)

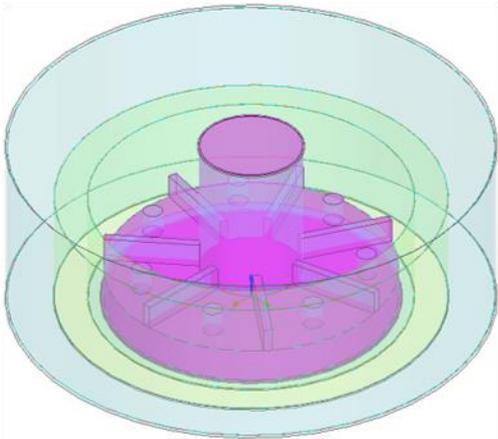
M2 NM1 A 1



M2 NM1 B 1



M2 NM1 A 2



M2 NM1 B 2

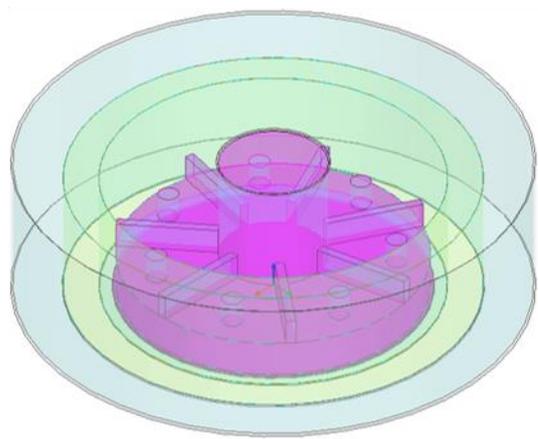


Abbildung A.30: Dreidimensionale FEM-Stirnraummodelle des ersten Nutmodells für die A- und die B-Seite der elektrischen Maschine M2 (Modellvarianten 1-2)

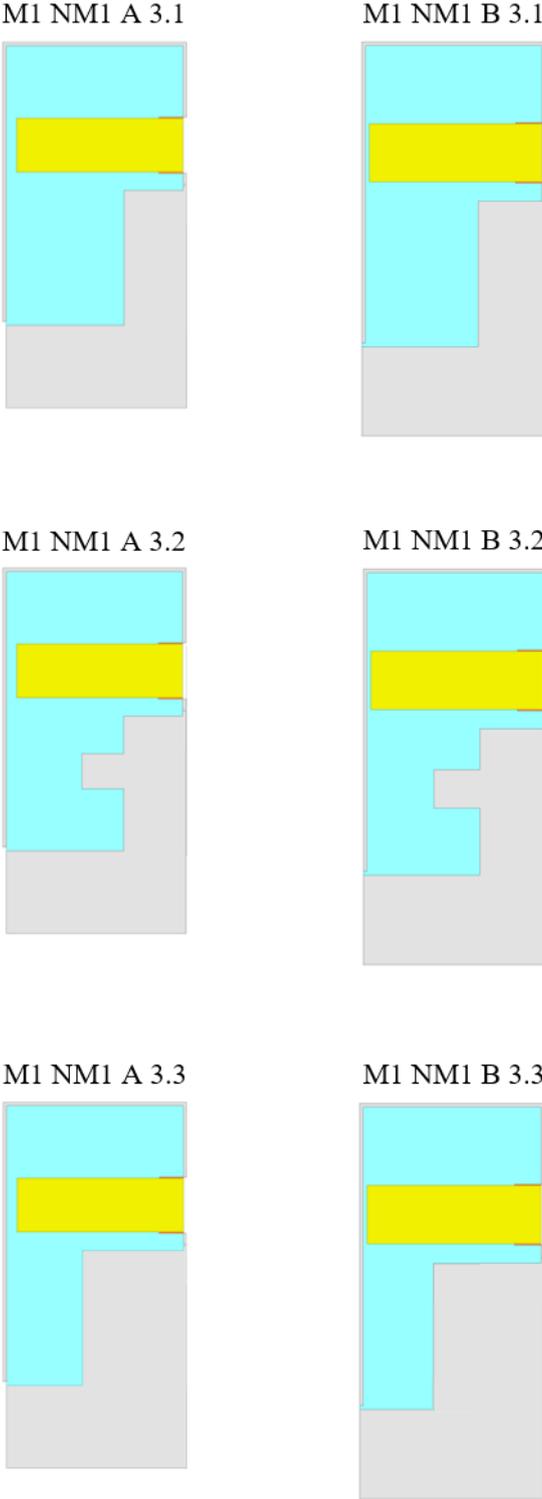


Abbildung A.31: Zweidimensionale FEM-Stirnraummodelle des ersten Nutmodells für die A- und die B-Seite der elektrischen Maschine M1 (Modellvariante 3; Teilmodelle 3.1-3.3)

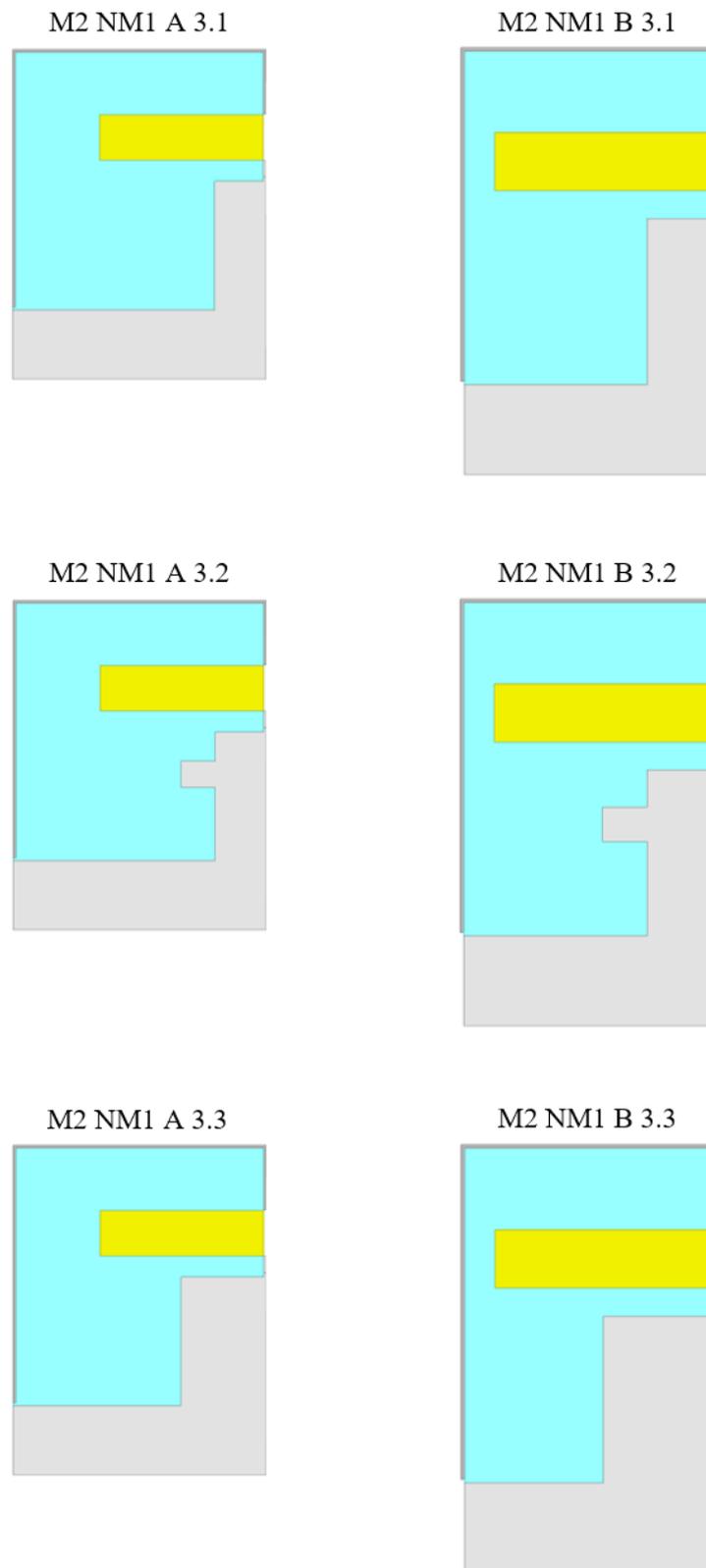


Abbildung A.32: Zweidimensionale FEM-Stirnraummodelle des ersten Nutmodells für die A- und die B-Seite der elektrischen Maschine M2 (Modellvariante 3; Teilmodelle 3.1-3.3)

Tabelle A.1: Verhältnissfaktoren zur Bestimmung der Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten der dritten Modellvariante

Elektrische Maschine	g_{ksr} in %	g_{wz} in %	g_{lf} in %
M1	66,51	24,15	9,34
M2	74,28	19,09	6,63

Tabelle A.2: Numerisch und analytisch bestimmte Stirnraumanteile der Wicklung-Rotor-Kapazitäten der dritten Modellvariante

	M1		M2	
	Nutmodell 1	Nutmodell 2	Nutmodell 1	Nutmodell 2
$C_{wr,sr,A,3,1,FEM}$ in pF	15,54	13,23	14,86	13,52
$C_{wr,sr,A,3,1,anal}$ in pF	15,13	12,97	14,60	13,32
$C_{wr,sr,A,3,2,FEM}$ in pF	16,53	14,12	16,10	14,67
$C_{wr,sr,A,3,2,anal}$ in pF	16,16	13,89	15,87	14,51
$C_{wr,sr,A,3,3,FEM}$ in pF	23,12	19,48	21,05	19,00
$C_{wr,sr,A,3,3,anal}$ in pF	22,15	18,82	20,41	18,50
$C_{wr,sr,A,3,FEM}$ in pF	16,49	14,03	15,50	14,10
$C_{wr,sr,A,3,anal}$ in pF	16,03	13,74	15,22	13,89
Abweichung $C_{wr,sr,A,3}$ in %	2,79	2,07	1,81	1,49
$C_{wr,sr,B,3,1,FEM}$ in pF	15,26	12,95	14,00	12,67
$C_{wr,sr,B,3,1,anal}$ in pF	14,89	12,72	13,75	12,48
$C_{wr,sr,B,3,2,FEM}$ in pF	16,19	13,78	15,22	13,80
$C_{wr,sr,B,3,2,anal}$ in pF	15,85	13,58	15,00	13,64
$C_{wr,sr,B,3,3,FEM}$ in pF	22,71	19,07	20,16	18,11
$C_{wr,sr,B,3,3,anal}$ in pF	21,79	18,49	19,52	17,61
$C_{wr,sr,B,3,FEM}$ in pF	16,18	13,72	14,64	13,24
$C_{wr,sr,B,3,anal}$ in pF	15,77	13,46	14,37	13,04
Abweichung $C_{wr,sr,B,3}$ in %	2,53	1,90	1,84	1,51
$C_{wr,sr,3,FEM}$ in pF	32,67	27,75	30,15	27,35
$C_{wr,sr,3,anal}$ in pF	31,80	27,19	29,59	26,94
Abweichung $C_{wr,sr,3}$ in %	2,66	2,02	1,86	1,50

A.3 Anhang zu Kapitel 5

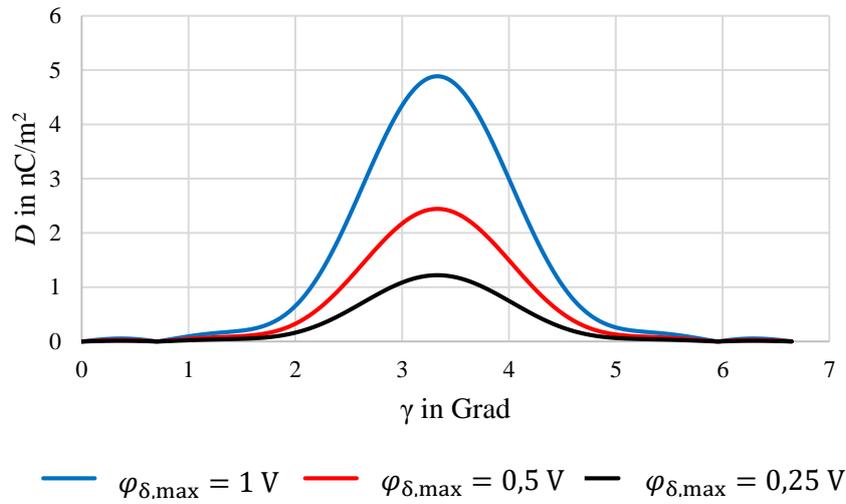


Abbildung A.33: Betrag der elektrischen Flussdichte auf der Rotoroberfläche der zweiten Maschinenvariante für unterschiedliche Maximalwerte des Potentials

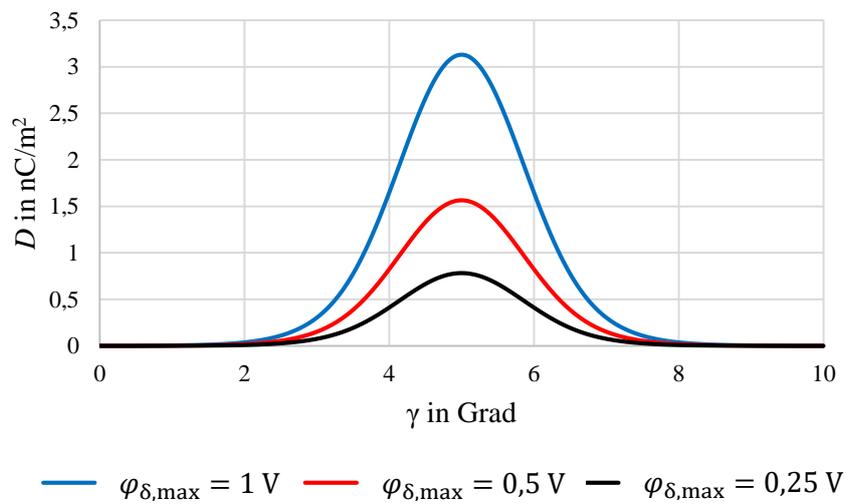


Abbildung A.34: Betrag der elektrischen Flussdichte auf der Rotoroberfläche der dritten Maschinenvariante für unterschiedliche Maximalwerte des Potentials

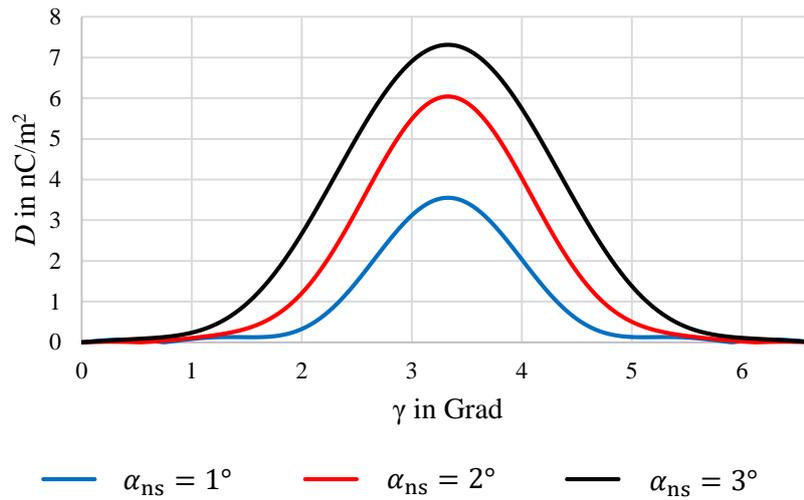


Abbildung A.35: Betrag der elektrischen Flussdichte auf der Rotoroberfläche der zweiten Maschinenvariante für unterschiedliche Nutschlitzwinkel

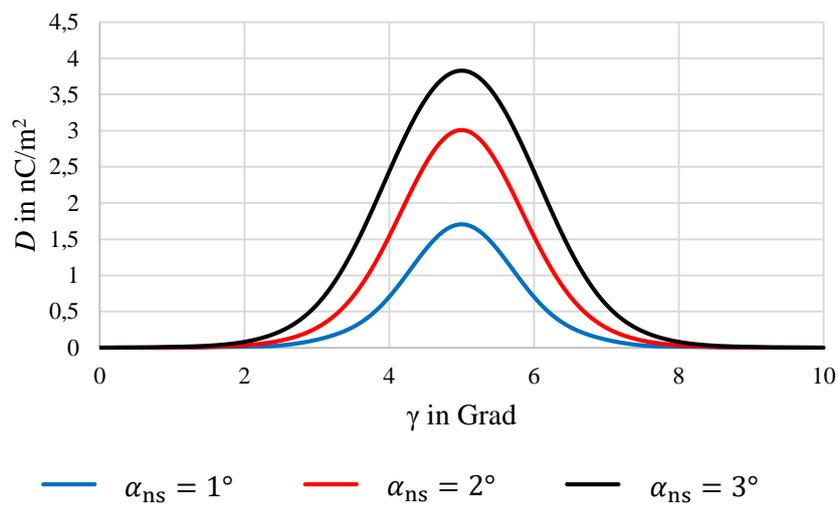


Abbildung A.36: Betrag der elektrischen Flussdichte auf der Rotoroberfläche der dritten Maschinenvariante für unterschiedliche Nutschlitzwinkel

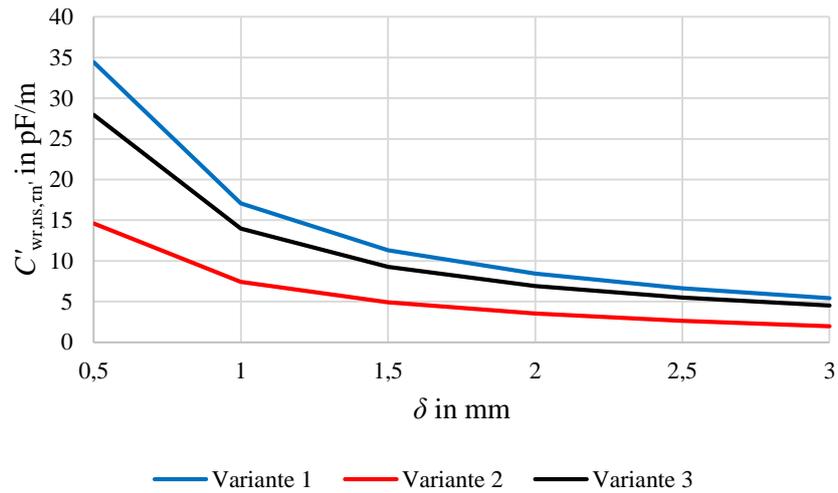


Abbildung A.37: Längenbezogener Nutschlitzanteil der Wicklung-Rotor-Kapazität einer Nutteilung in Abhängigkeit von der Luftspaltlänge

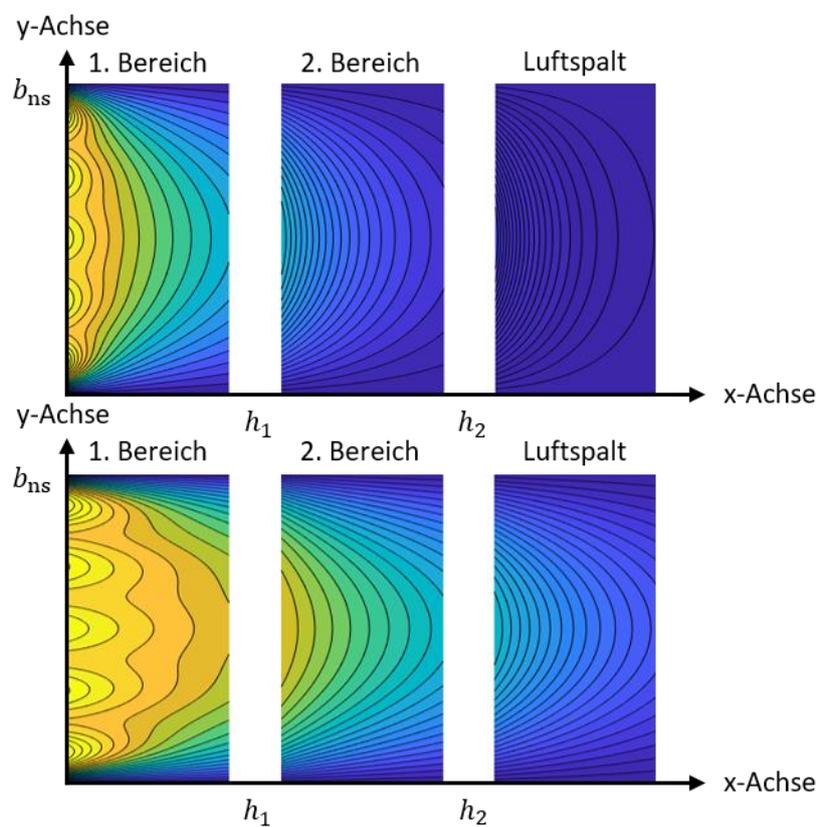


Abbildung A.38: Verlauf der Äquipotentiallinien im mit Luft gefüllten Nutschlitz der dritten Maschinenvariante mit Nutschlitzbreiten von einem Millimeter (oben) und drei Millimetern (unten)

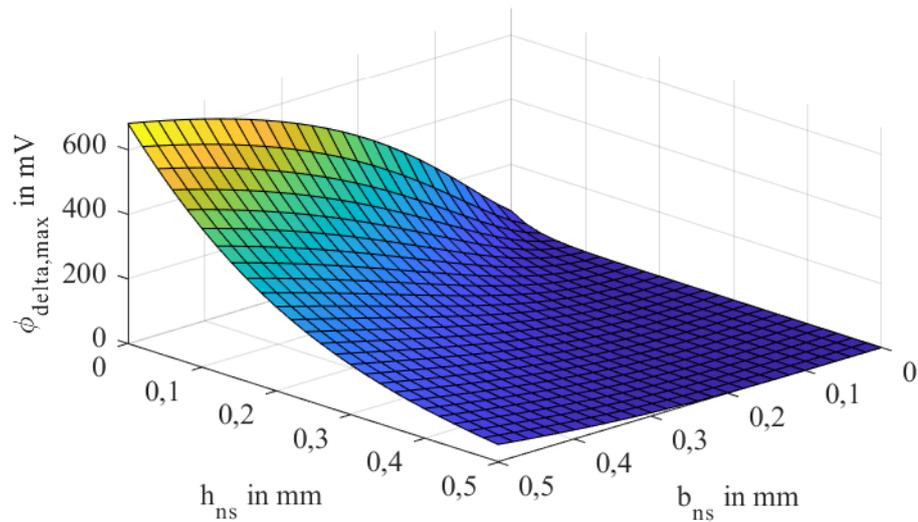


Abbildung A.39: Einfluss der Nutschlitzbreite und der Nutschlitzhöhe auf das mittig im Nutschlitz vorliegende Potential am Übergang zwischen dem Nutschlitz und dem Luftspalt

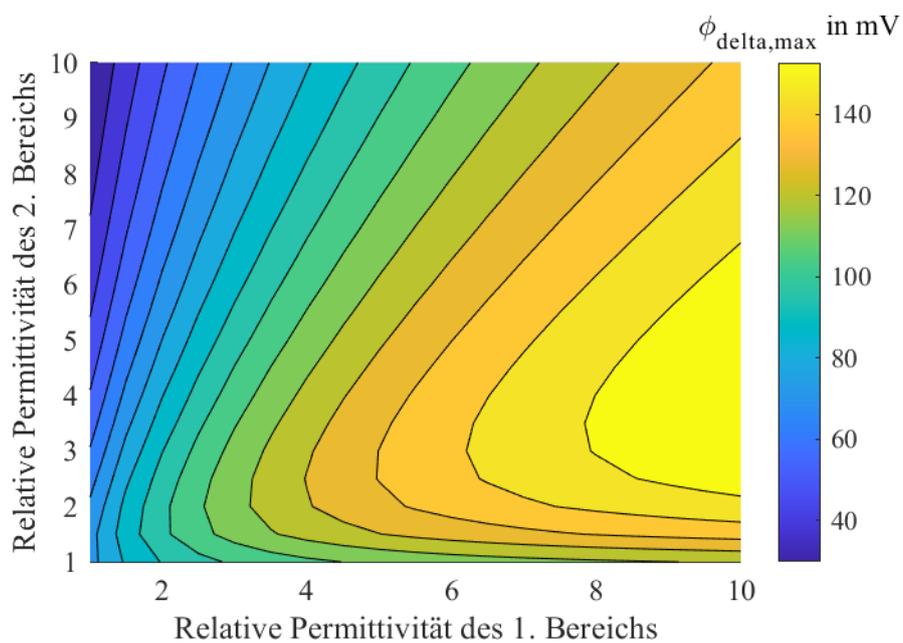


Abbildung A.40: Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet in Abhängigkeit von den relativen Permittivitäten der zweiten Maschinenvariante

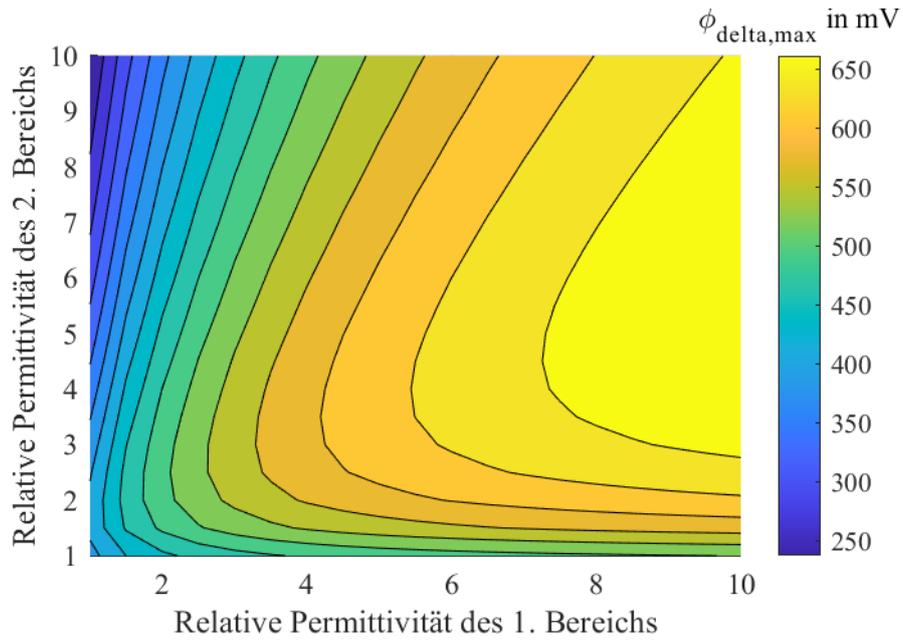


Abbildung A.41: Maximalwert des Potentials im Luftspaltgebiet in Abhängigkeit von den relativen Permittivitäten der dritten Maschinenvariante

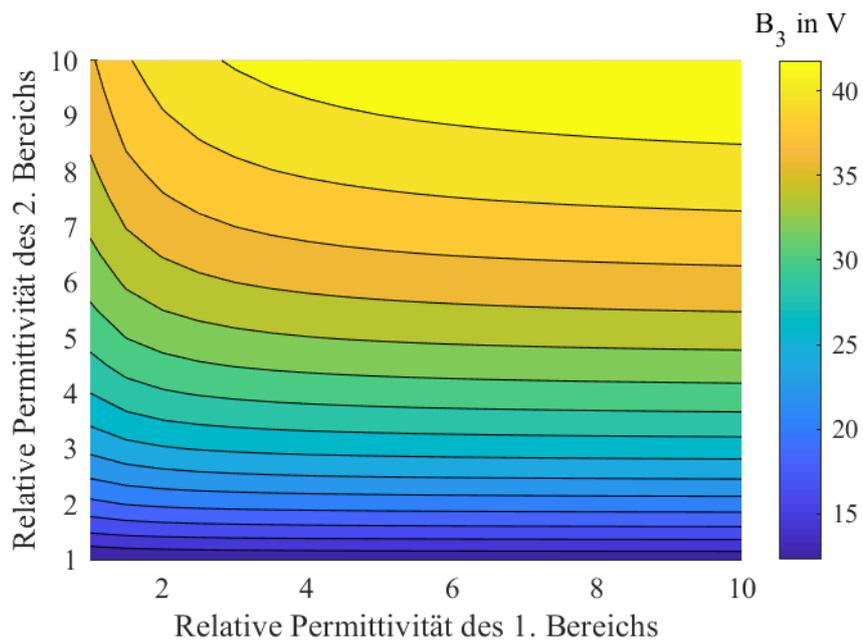


Abbildung A.42: Konstante B_3 (3.108) in Abhängigkeit von den relativen Permittivitäten der zweiten Maschinenvariante

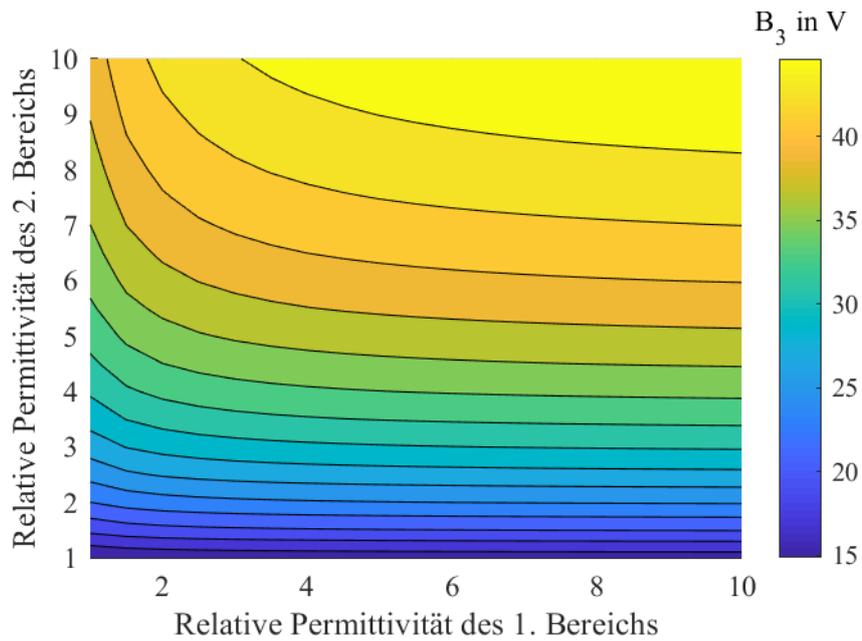


Abbildung A.43: Konstante B_3 (3.108) in Abhängigkeit von den relativen Permittivitäten der dritten Maschinenvariante

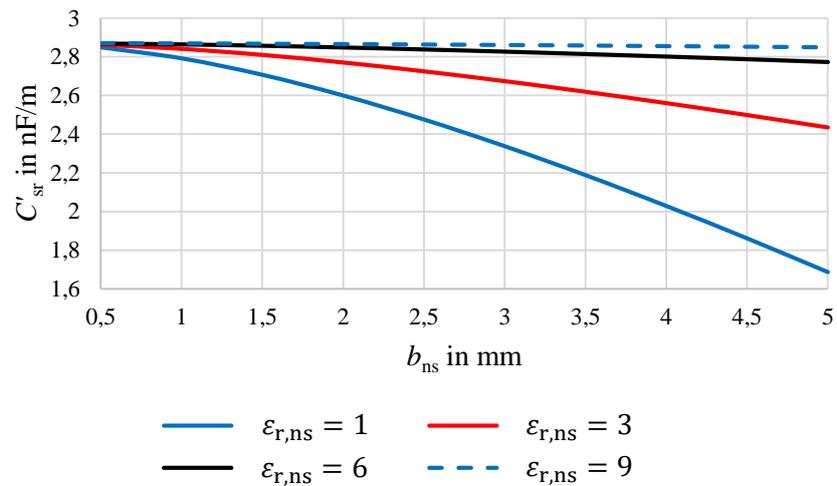


Abbildung A.44: Abhängigkeit der längenbezogenen Stator-Rotor-Kapazität der vierten Maschinenvariante von der Nutschlitzbreite für unterschiedliche Permittivitäten des Nutschlitzmaterials

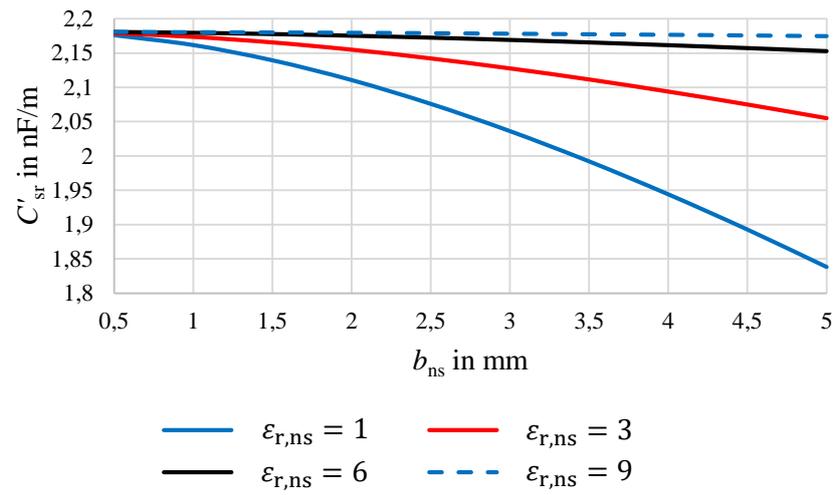


Abbildung A.45: Abhängigkeit der längenbezogenen Stator-Rotor-Kapazität der fünften Maschinenvariante von der Nutschlitzbreite für unterschiedliche Permittivitäten des Nutschlitzmaterials

Literaturverzeichnis

- [1] Tischmacher H. (2017) Systemanalysen zur elektrischen Belastung von Wälzlagern bei umrichter gespeisten Elektromotoren, Dissertation, Leibniz Universität Hannover.
- [2] Mütze A. (2004) Bearing Currents in Inverter-Fed AC-Motors, Dissertation, TU Darmstadt.
- [3] Ma X., Liu R., Zheng B., Zhang Y. (2012) Analysis and calculation of capacitance parameters in induction machines to predict shaft voltage, 15th International Conference on Electrical Machines and Systems, Sapporo, S. 1–5.
- [4] Ahola J., Mütze A., Niemelä M., Romanenko A. (2019) Normalization-Based Approach to Electric Motor BVR Related Capacitances Computation, IEEE Transactions on Industry Applications, Band 55, Ausgabe 3, S. 2770–2780.
- [5] Lee S., Park J., Jeong C., Rhyu S., Hur J. (2019) Shaft-to-Frame Voltage Mitigation Method by Changing Winding-to-Rotor Parasitic Capacitance of IPMSM, IEEE Transactions on Industry Applications, Band 55, Ausgabe 2, S. 1430–1436.
- [6] Park J., Thusitha W., Choi S., Hur J. (2017) Shaft-to-frame voltage suppressing approach by applying electromagnetic shield in IPMSM, IEEE International Electric Machines and Drives Conference, Miami, S. 1–7.
- [7] Park J., Wellawatta T.R., Choi S., Hur J. (2017) Mitigation Method of the Shaft Voltage According to Parasitic Capacitance of the PMSM, IEEE Transactions on Industry Applications, Band 53, Ausgabe 5, S. 4441–4449.
- [8] Schuster M., Springer J., Binder A. (2018) Comparison of a 1.1 kW-induction machine and a 1.5 kW-PMSM regarding common-mode bearing currents, International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, Amalfi, S. 1–6.
- [9] Berth M. (1998) Elektrische Belastung der Wicklungsisolierung pulsumrichter gespeister Niederspannungsmotoren, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 21: Elektrotechnik, Ausgabe 247, Berlin: VDI-Verlag.
- [10] Djukic N., Encica L., Paulides J.J.H. (2016) Electrical machines: Comparison of existing analytical models and FEM for calculation of turn-to-turn capacitance in formed windings, 11th International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies, Monte Carlo, S. 1–8.
- [11] Zhang S. (1994) Calculation of the partial capacitance in a system of conductors within the calculable resistor, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 43, Ausgabe 6, S. 929–932.
- [12] Scheible J. (1991) Die Lösung des feldtheoretischen Viermedienproblems ebener Schichten, Archiv für Elektrotechnik, Band 75, Ausgabe 1, S. 9–17.
- [13] Henke H. (2015) Elektromagnetische Felder: Theorie und Anwendung, 5. Auflage, Berlin Heidelberg: Springer.
- [14] Küpfmüller K., Mathis W., Reibiger A. (2013) Theoretische Elektrotechnik: Eine Einführung, 19. Auflage, Berlin Heidelberg: Springer.
- [15] Lehner G. (2008) Elektromagnetische Feldtheorie: Für Ingenieure und Physiker, 6. Auflage, Berlin Heidelberg: Springer.
- [16] Hofmann H. (1986) Das elektromagnetische Feld: Theorie und grundlegende Anwendungen, 3. Auflage, Wien: Springer.

- [17] Furtmann A. (2017) Elektrisches Verhalten von Maschinenelementen im Antriebsstrang, Dissertation, Leibniz Universität Hannover.
- [18] Magdun O., Gemeinder Y., Binder A., Reis K. (2011) Calculation of bearing and common-mode voltages for the prediction of bearing failures caused by EDM currents, 8th IEEE Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics & Drives, Bologna, S. 462–467.
- [19] Gemeinder Y. (2016) Lagerimpedanz und Lagerschädigung bei Stromdurchgang in umrichter gespeisten elektrischen Maschinen, Dissertation, Technische Universität Darmstadt.
- [20] Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytische Ermittlung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität zur Vorausberechnung von Lagerspannungen in elektrischen Maschinen, e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, Band 137, Ausgabe 4, S. 188-195.
- [21] Griffiths D. (2018) Elektrodynamik: Eine Einführung, 4. Auflage, Upper Saddle River: Pearson Education.
- [22] Stockbrügger J.O., Ponick B. (2021) Analytical Determination of the Slot and the End-Winding Portion of the Winding-to-Rotor Capacitance for the Prediction of Shaft Voltage in Electrical Machines, Energies, Band 14, Ausgabe 1, Nr. 174.
- [23] Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytical determination of the end-winding portion of the winding-to-rotor capacitance for the prediction of bearing voltage in electrical machines, Electrical Engineering, Band 102, Ausgabe 4, S. 2481-2491.
- [24] Good R.H. (2001) Elliptic integrals, the forgotten functions, European Journal of Physics, Band 22, Ausgabe 2, S. 119-126.
- [25] Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytische Ermittlung der Wicklung-Stator-Kapazität in elektrischen Maschinen zur Vorausberechnung des hochfrequenten Common-Mode-Stroms, e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, Band 137, Ausgabe 4, S. 196-202.
- [26] Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytische Ermittlung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität in elektrischen Maschinen zur Vorausberechnung des hochfrequenten Common-Mode-Stroms, e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, Band 137, Ausgabe 4, S. 203-211.
- [27] Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytical determination of the turn-to-turn capacitances for the prediction of voltage peaks in a PWM-fed motor winding, Electrical Engineering, Band 102, Ausgabe 4, S. 2381-2388.
- [28] Stockbrügger J.O., Hoffmann A., Knebusch B., Dittmann J., Ponick B. (2021) Analytische Ermittlung der Leiter-Leiter-Kapazität von Zweischichtwicklungen unter Berücksichtigung des Zwischenschiebers zur Vorausberechnung der Potenzialverteilung in der Ständerwicklung umrichter gespeister elektrischer Maschinen, e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, Band 138, Ausgabe 2, S.117-124.
- [29] Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytische Ermittlung des Nutschlitzanteils der Stator-Rotor-Kapazität zur Vorausberechnung und Reduzierung von Lagerspannungen in elektrischen Maschinen, e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, Band 137, Ausgabe 4, S. 212-217.
- [30] Müller G., Vogt K., Ponick B. (2008) Berechnung elektrischer Maschinen, 6. Auflage, New York: Wiley-VCH.
- [31] Mente D., Greiff M., Mathis W. (2007) Modellierung des elektrischen Feldes für Anordnungen mit Singularitäten, Advances in Radio Science, Band 5, S. 413-418.
- [32] Papula L. (2016) Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3, 7. Auflage, Wiesbaden: Springer.

Lebenslauf

Name: Jan Ole Stockbrügger
Geburtsdaten: 08.11.1992 in Bielefeld
Familienstand: verheiratet
Staatsangehörigkeit: Deutsch

Berufliche Tätigkeiten

Seit 04/2018 Institut für Antriebssysteme und Leistungselektronik,
Leibniz Universität Hannover,
Wissenschaftlicher Mitarbeiter

Seit 04/2018
Gildemeister Drehmaschinen GmbH, Bielefeld,
Elektrokonstrukteur

08/2012 – 03/2018
Gildemeister Drehmaschinen GmbH, Bielefeld,
Duales Bachelor- und Master-Studium

10/2013 – 07/2014
Fachhochschule Bielefeld, Campus Minden,
Studentische Hilfskraft als Tutor für Elektrotechnik I/ II

Berufliche Ausbildung

08/2012 – 01/2015
Gildemeister Drehmaschinen GmbH, Bielefeld,
Ausbildung zum Energieelektroniker für Betriebstechnik,
Abschluss: Electronic Engineer

Akademische Ausbildung

04/2016 – 03/2018
Leibniz Universität Hannover,
Master-Studiengang Elektro- und Informationstechnik,
Abschluss: Master of Science

10/2012 – 01/2016
Fachhochschule Bielefeld, Campus Minden,
Praxisintegrierter Bachelor-Studiengang Elektrotechnik,
Abschluss: Bachelor of Engineering

Schulische Ausbildung

08/2003 – 06/2012	Friedrichs-Gymnasium, Herford, Abschluss: Abitur
08/1999 – 07/2003	Grundschule Elverdissen, Herford

Publikationen

1. Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytische Ermittlung des Nutschlitzanteils der Wicklung-Rotor-Kapazität zur Vorausberechnung von Lagerspannungen in elektrischen Maschinen, e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, Band 137, Ausgabe 4, S. 188-195.
2. Stockbrügger J.O., Ponick B. (2021) Analytical Determination of the Slot and the End-Winding Portion of the Winding-to-Rotor Capacitance for the Prediction of Shaft Voltage in Electrical Machines, Energies, Band 14 Ausgabe 174.
3. Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytical determination of the end-winding portion of the winding-to-rotor capacitance for the prediction of bearing voltage in electrical machines, Electrical Engineering, Band 102, Ausgabe 4, S. 2481-2491.
4. Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytische Ermittlung der Wicklung-Stator-Kapazität in elektrischen Maschinen zur Vorausberechnung des hochfrequenten Common-Mode-Stroms, e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, Band 137, Ausgabe 4, S. 196-202.
5. Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytische Ermittlung des Stirnraumanteils der Wicklung-Stator-Kapazität in elektrischen Maschinen zur Vorausberechnung des hochfrequenten Common-Mode-Stroms, e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, Band 137, Ausgabe 4, S. 203-211.
6. Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytical determination of the turn-to-turn capacitances for the prediction of voltage peaks in a PWM-fed motor winding, Electrical Engineering, Band 102, Ausgabe 4, S. 2381-2388.
7. Stockbrügger J.O., Ponick B. (2020) Analytische Ermittlung des Nutschlitzanteils der Stator-Rotor-Kapazität zur Vorausberechnung und Reduzierung von Lagerspannungen in elektrischen Maschinen, e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, Band 137, Ausgabe 4, S. 212-217.
8. Stockbrügger J.O., Hoffmann A., Knebusch B., Dittmann J., Ponick B. (2021) Analytische Ermittlung der Leiter-Leiter-Kapazität von Zweischichtwicklungen unter Berücksichtigung des Zwischenschiebers zur Vorausberechnung der Potenzialverteilung in der Ständerwicklung umrichter gespeister elektrischer Maschinen, e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, Band 138, Ausgabe 2, S.117-124.
9. Hoffmann A., Knebusch B., Stockbrügger J.O., Dittmann J., Ponick B. (2021) High-Frequency Analysis of Electrical Machines Using Probability Density Functions for an Automated Conductor Placement of Random-Wound Windings, IEEE International Electric Machines & Drives Conference, Connecticut, S. 1–7.