

Large-Eddy-Simulation von Deckbandlabyrinthdichtungen

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte Dissertation

von
Dipl.-Ing. Lars Wein

2020

Englischer Titel: Large-Eddy-Simulation of Labyrinth Seals

Schlagwörter:

Grobstruktursimulation, Labyrinthdichtung, Deckbandlabyrinthdichtung

Keywords:

Large-Eddy-Simulation, Labyrinth seal, Shroud labyrinth seal

Vorsitzende: Prof. Dr.-Ing. Annika Raatz

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume

2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Rolf Radespiel

3. Referent: Prof. Dr. Dragan Kožulović

Weiteres Mitglied: Prof. Dr. Friedrich Dinkelacker

Tag der Promotion: 25. September 2020

Erstveröffentlichung im Institutionellen

Repositorium der Leibniz Universität Hannover

DOI: <https://doi.org/10.15488/10202>

Lizenz: CC BY 3.0 DE - <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/de/>

Zusammenfassung

Labyrinthdichtungen werden in Turbomaschinen eingesetzt, um Bereiche hohen Druckes von Bereichen geringeren Druckes aerodynamisch zu trennen. Deren korrekte Vorhersage mit numerischen Modellen im Rahmen von industriellen Auslegungsprozessen ist aus Sicht der Aerodynamik, der Thermodynamik, der Aeroakustik und der Aeroelastik von Bedeutung. In industriellen Auslegungsketten wird der Einfluss von Turbulenz auf die zeitlich gemittelte Strömung (RANS-Ansatz) durch Wirbelviskositätsmodelle approximiert, die aufgrund der getroffenen Annahmen zu Modellierungsfehlern führen. Eine genauere Vorhersage turbulenter Strömungen liefern Grobstruktursimulationen (LES), bei denen die kleinen und dissipativen Skalen der Turbulenz modelliert werden und die daher numerisch ressourcenschonender sind als eine direkte numerische Simulation (DNS). Die Anforderungen an die räumliche Diskretisierung des Rechengebietes für LES von Labyrinthdichtungen sind allerdings a priori noch nicht bekannt.

Aus diesem Grund wurden im Rahmen dieser Arbeit Messdaten eines rotierenden Labyrinthprüfstandes (RLP) zur Validierung von RANS- und LES-Modellen verwendet. Es wurde gezeigt, dass mit dem $k - \omega$ -Turbulenzmodell zusammen mit einem Produktionslimiter für k eine exakte Vorhersage des Dichtungsbeiwertes möglich ist. Alle getesteten Wirbelviskositätsmodelle führen jedoch zu einer bis zu 50% falschen Vorhersage der Wirbelsysteme in den Kavitäten der Labyrinthdichtung und zu bis zu 2000 Pa falschen Vorhersagen der statischen Drücke. Die Defizite der Wirbelviskositätsmodelle führen zu einer bis zu 50% falschen Vorhersage der Größe von Ablösungen und Rückströmungen, einer falschen Vorhersage der Ausmischung des Leakagejets und zu einer 15 – 50% falschen Vorhersage der Schleppwirkung des rotierenden Deckbandes. Die LES verifiziert diese Defizite und leistet in allen zuvor genannten Punkten eine hinreichend genaue Vorhersage. Hierfür ist eine räumliche Diskretisierung erforderlich, die im Bereich des rotierenden Deckbandes mit $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ den Anforderungen einer DNS genügt und das Rechengebiet muss in Umfangsrichtung mindestens 3,9 mal so hoch sein, wie die Höhe der Dichtspitzen. Es konnte jedoch gezeigt werden, dass es ausreicht, in Ausschnitten des RLP alle relevanten turbulenten und kohärenten Strukturen der Strömung aufzulösen. Daher können zukünftige LES-Studien zur Entwicklung oder Verbesserung von RANS-Turbulenzmodellen numerisch effizient in kleineren Rechengebieten durchgeführt werden.

Abstract

Labyrinth seals are commonly used in turbomachinery to separate regions of high pressure from those of low pressure. The correct prediction of labyrinth seal flows for the aerodynamic, thermodynamic, aeroacoustic, and aeroelastic design of turbomachinery is of importance for industrial purposes. In industrial applications, the influence of turbulence on the flow in Reynolds-averaged (RANS) computations is approximated by linear eddy viscosity turbulence models. A more accurate prediction of turbulent flows can be provided by Large-Eddy-Simulations (LES). In LES, only the large and energy containing turbulent scales are resolved while the small and dissipative scales are modelled. Therefore, LES offers the chance of accurate predictions of the flow at moderate cost. However, the requirements for LES of labyrinth seal flows regarding the discretisation of the computational domain are not known a priori and the LES-model needs to be validated.

Within this work, measurements of a rotating labyrinth seals test rig (RLP) were used for the validation of RANS- and LES-models. It was shown, that the $k - \omega$ turbulence models in combination with a production limiter for k yields an exact prediction of the discharge. Nevertheless, all eddy viscosity turbulence models tested have deficits and yield a wrong prediction of flow separation and recirculation up to 50%, the mixing of the leakage jet, and the swirl imposed by viscous effects at the rotor surface up to 50%. The LES verifies the deficits observed with RANS turbulence models and provides 50% improved or exact predictions of the flow. For this, a spatial discretisation of $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ at the rotor surface is required, which equals the requirements of DNS. Furthermore, the computational domain must have a size of 3.9 times the height of the seal blades in circumferential direction. Fortunately, LES using small sections of the RLP can resolve all relevant small and large scales of the flow. Therefore, LES can be used in the future to understand the deficit of RANS turbulence models and to develop improved models.

Danksagung

Ich danke Herrn Professor Seume sehr herzlich für die Möglichkeit im Rahmen der Promotion eigene Ideen und Lösungsansätze entwickeln und verfolgen zu dürfen. Ihre ziel führenden Ratschläge und offenen Gespräche haben mich stets beeindruckt, motiviert und voran gebracht. Das mir entgegengebrachte Vertrauen und die Möglichkeit auch abseits der Promotion Verantwortung zu übernehmen schätze ich sehr. Herrn Prof. Radespiel danke ich für die Übernahme des Koreferats und die hilfreichen Anmerkungen zur Weiterführung dieser Arbeiten. Herrn Prof. Kožulović danke ich für die sorgfältige Prüfung meiner Dissertation und die guten Ratschläge zur Konkretisierung der Ergebnisse. Herrn Prof. Dinkelacker danke ich für die Bereitschaft als zusätzliche Prüfer am Promotionsverfahren teilzunehmen und Frau Professor Raatz danke ich für die Übernahme des Vorsitzes bei meinem Promotionsverfahren.

Die Ergebnisse dieser Arbeit wurden im Rahmen des AG Turbo COOREFLEX-turbo Vorhabens Nr. 4.2.5 erarbeitet. Für die finanzielle Förderung dieses Projekts danke ich dem Bundesministerium für Wirtschaft und Energie und der MTU Aero Engines AG. Für die bereitgestellten Rechenressourcen danke ich der Leibniz Universität Hannover und dem Norddeutschen Verbund für Hoch- und Höchstleistungsrechnen. Insbesondere meinem Projektpartner und langjährigen Bürokollegen Tim Kluge danke ich für die hervorragende Zusammenarbeit und Bearbeitung der experimentellen Arbeitspakete des Vorhabens. Die Ergebnisse dieser Arbeitspakete sind eine wichtige Grundlage meiner Promotion. Rainer Hain und Thomas Fuchs vom Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik der Universität der Bundeswehr danke für die Durchführung der PIV-Messungen am RLP, mit denen die Validierung der LES erst ermöglicht wurde. Roman Schmierer von der MTU Aero Engines AG danke ich für die gute Projektleitung und den Mut und Ehrgeiz sich für die Weiterführung des Projektes trotz anfänglicher Misserfolge und in Teilen ungewisser Erfolgsaussichten einzusetzen. Vielen Dank an Florian Herbst, für die fachliche Unterstützung bei meiner Promotion und die ausgezeichnete Ausbildung im Rahmen gemeinsamer Vorlesungen, Veröffentlichungen, Workshops und Konferenzbesuche. Ein großes Dankeschön gilt meinen Wegbegleitern am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik. Vor allem Ole Willers, Dominik Frieling, Christoph Müller-Schindewolfs, Mark Zieße und Dajan Mimic danke ich für das immer gute Arbeitsklima und die konstruktiven Gespräche.

Meinen Eltern und Schwestern danke ich für Ihre Unterstützung während meines bisherigen Lebensweges und meiner gesamten Ausbildung, wodurch mir die Promotion erst ermöglicht wurde. Meiner Frau Jantje danke ich für Ihr Verständnis, den Rückhalt und die vielen Freiräume meiner Promotion nachgehen zu können. Die Geburt unseres Sohnes war in der Endphase eine besondere Motivation die Promotion zu Ende zu bringen.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	v
Tabellenverzeichnis	ix
Formelzeichen	xi
1 Einleitung	1
2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen	5
2.1 Sekundärströmungen im Hauptströmungspfad	5
2.2 Bauformen und Funktion von Deckbandlabyrinthdichtungen	9
2.3 Deckbandlabyrinthdichtungen in Niederdruckturbinen	13
2.4 Strömung in Labyrinthdichtungen	17
2.4.1 Zeitlich gemittelttes Strömungsfeld	17
2.4.2 Instationäre Strömung in Kavitäten und Labyrinthdichtungen . . .	23
3 Numerische Strömungssimulation	29
3.1 Grundgleichungen	29
3.2 Turbulenz	31
3.3 RANS-Modellierung	35
3.3.1 Reynolds-Spannungsmodelle	36
3.3.2 Wirbelviskositätsmodelle	37
3.4 Large-Eddy-Simulation	41
3.4.1 Feinstrukturmodelle	44
3.4.2 Anforderungen an die räumliche Diskretisierung	46
3.5 Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen	48
3.5.1 TRACE	50
3.5.2 OpenFOAM	50
4 Testfälle zur Validierung der numerischen Modelle	53
4.1 Rotierender Labyrinthprüfstand	53
4.2 Taylor-Couette Strömung	58
4.3 Generische Testfälle	59
5 Eignung und Defizite von Wirbelviskositätsmodellen	61
5.1 Vorhersage des Dichtungsbeiwertes	62
5.2 Vorhersage des statischen Druckabbaus	63

5.3	Wirbelsysteme und Geschwindigkeitsdreiecke in der Ein- und Austrittskavität	64
5.4	Zwischenfazit	71
6	Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen	73
6.1	Minimale räumliche Diskretisierung	73
6.1.1	$Re_{\text{couette}} = 10.500$	74
6.1.2	$Re_{\text{couette}} = 77.000$	78
6.2	Mindestgröße des Rechengebietes	78
6.2.1	Wirbelkammer	78
6.2.2	Austrittskavität	84
6.3	Zwischenfazit	89
7	Grobstruktursimulation des RLP	91
7.1	Validierung der Grobstruktursimulation	91
7.1.1	Vorhersage des Dichtungsbeiwertes	92
7.1.2	Vorhersage des statischen Druckabbaus	93
7.1.3	Vorhersage der Wirbelsysteme in der Eintrittskavität	94
7.1.4	Vorhersage der Wirbelsysteme in der Austrittskavität	97
7.1.5	Schleppwirkung und Ausmischung in der Austrittskavität in Abhängigkeit von dem numerischen Modell	99
7.2	Verteilung und Modellierung von Turbulenz in Deckbandlabyrinthdichtungen	105
8	Schlussfolgerungen und Ausblick	111
8.1	Schlussfolgerungen	111
8.2	Ausblick	113
	Literaturverzeichnis	115
A	Anhang	129
A.1	Quellterm zur Abbildung viskoser Effekte in der Energiegleichung	129
A.2	Terme zur Berechnung der Dissipation von Reynolds-Spannungen	133
A.3	Vorhersage des statischen Druckabbaus	143
A.4	Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen	144
A.4.1	Wirbelkammer	144
A.4.2	Austrittskavität	152
A.5	Sensitivität der Lösung in der Austrittskavität	162
	Wissenschaftlicher Werdegang	167

Abbildungsverzeichnis

2.1	Sekundärströmungen im axialen Schaufelgitter (Gaetani 2018)	7
2.2	Labyrintharten zur Abdichtung von rotierenden Bauteilen (Matthias 2007) 10	
2.3	Fannokurve, Zustandsänderung des Fluids beim Durchströmen einer Labyrinthdichtung mit n-Labyrinthblechen (Traupel 2001).	11
2.4	Visualisierung der dichtungsbezogenen Produktion von Entropie in einer 1.5-stufigen Niederdruckturbine (Biester et al. 2013)	14
2.5	Vergleich von Messungen und numerischer Vorhersagen hinter dem Rotor 1.5-stufiger Niederdruckturbinen	17
2.6	Zeitlich gemittelte Strömung in den Kavitäten und Spalten eines Stufenlabyrinthes (Wein et al. 2018)	18
2.7	Instationäre Wirbelstrukturen in einem Stufenlabyrinth	25
2.8	Turbulente Taylor-Couette-Strömungen nach Grossmann et al. (2016) . .	26
3.1	Energie- und Dissipationsspektrum einer turbulenten Strömung nach Leschziner (2015)	33
3.2	Mögliche isotrope und anisotrope Formen turbulenter Strömungen nach Lumley und Newman (1977)	35
4.1	Schematische Darstellung des rotierenden Labyrinthprüfstandes nach Kluge et al. (2019) und Definition der geometrischen Abmessungen des RLP.	54
4.2	Dichtungskennfeld des RLP nach Kluge et al. (2019)	56
4.3	Instrumentierungskonzept des RLP	56
4.4	Koaxiale Zylinder mit Rotation des inneren Zylinders in denen sich eine Taylor-Couette Strömung ausbildet (Davide und Maurizio 2008).	58
4.5	Generische Testfälle der Wirbelkammer und der Austrittskavität des RLP	59
5.1	Validierung des Dichtungsbeiwertes und des statischen Druckabbaus mit RANS-Turbulenzmodellen	63
5.2	PIV-Messung und numerische Vorhersage der Wirbelsysteme in der Eintrittskavität des RLP	65
5.3	Messung und numerische Vorhersage des radialen Einströmwinkels und des Drallverhältnis an der Stelle L1 in Abb. 5.2 mit RANS-Turbulenzmodellen	66
5.4	PIV-Messung und numerische Vorhersage der Wirbelsysteme in der Austrittskavität des RLP	68
5.5	Axialgeschwindigkeit und Drallverhältnis an der Stelle L2 der Austrittskavität des RLP nach Abb. 5.4 mit RANS-Turbulenzmodellen	69
5.6	Turbulente kinetische Energie in der Eintritts- und Austrittskavität . . .	70

Abbildungsverzeichnis

6.1	Vorhersage der Umfangsgeschwindigkeit in einer Taylor-Couette-Strömung bei $Re_{\text{couette}} = 10.500$	75
6.2	Auflösung turbulenter Strukturen in der Grenzschicht in Abhängigkeit von der Netzauflösung für $Re_{\text{couette}} = 10.500$	76
6.3	Energiedichtespektrum für $Re_{\text{couette}} = 10.500$ und Umfangsgeschwindigkeit für $Re_{\text{couette}} = 77.000$ in Abhängigkeit der räumlichen Diskretisierung	77
6.4	Zeitlich gemittelte Wirbelsysteme und Axialgeschwindigkeit in der Wirbelkammer des RLP in Abhängigkeit von der Sektorengröße	80
6.5	Axial- und Umfangsgeschwindigkeit an der Schnittposition S2 in der Wirbelkammer in Abhängigkeit der Sektorengröße des Rechengebietes	81
6.6	Zweipunktkorrelation und Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen der axialen Position X1 der Wirbelkammer in Abhängigkeit der radialen Position	82
6.7	Zweipunktkorrelation und Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen an der Position R1X1 der Wirbelkammer für numerische Modelle unterschiedlicher Periodizität.	83
6.8	Zeitlich gemittelte Wirbelsysteme und Axialgeschwindigkeit in der Austrittskavität des RLP in Abhängigkeit von der Sektorengröße	85
6.9	Zweipunktkorrelation an der Position R2X2 und Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen an der Position R1X1 der Austrittskavität für numerische Modelle unterschiedlicher Periodizität.	86
6.10	Reynolds-Spannungen an der Schnittebene S1 der Austrittskavität in Abhängigkeit von der Größe des Rechengebietes	88
6.11	Turbulente Strukturen in der Grenzschicht des rotierenden Deckbandes in Abhängigkeit von der Größe des Rechengebietes in Umfangsrichtung.	89
7.1	Validierung des Dichtungsbeiwertes und des statischen Druckabbaus mit LES und RANS-Turbulenzmodellen	93
7.2	Messung und numerische Vorhersage der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit in der Eintrittskavität des RLP mit RANS-Turbulenzmodellen und LES.	95
7.3	Messung und numerische Vorhersage des radialen Einströmwinkels und des Drallverhältnis an der Stelle L1 in Abb. 7.2 mit RANS-Turbulenzmodellen und LES.	97
7.4	Messung und numerische Vorhersage der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit in der Austrittskavität des RLP mit RANS-Turbulenzmodellen und LES.	98
7.5	Axialgeschwindigkeit und Drallverhältnis an der Stelle L2 der Austrittskavität des RLP nach Abb. 7.4 mit RANS-Turbulenzmodellen und LES	100
7.6	Sensitivität der Schleppwirkung auf die räumliche Diskretisierung des Rechengebietes	103
7.7	Axialgeschwindigkeit an der Stelle L2 der Austrittskavität des RLP nach Abb. 7.4 mit RANS-Turbulenzmodellen und LES	104

7.8	Gemessene, modellierte und aufgelöste turbulente kinetische Energie k im RLP aus Experiment, RANS und LES.	106
7.9	Wirbelsysteme in der Wirbelkammer und der Spaltdurchströmung der zweiten Drosselstelle	106
7.10	Invariantenkarte des Anisotropietensors	109
7.11	Ausrichtung des Scherratentensors zum Anisotropietensor	109
A.1	Validierung des Dichtungsbeiwertes und des statischen Druckabbaus mit LES und RANS-Turbulenzmodellen	143
A.2	Statistische Konvergenz des Dichtungsbeiwertes	144
A.3	Schnittposition X2 in der Wirbelkammer nach Abb. 6.4	145
A.4	Position X2 der Wirbelkammer in Abhängigkeit der vier radialen Positionen R1 bis R4 nach Abb. 6.4	145
A.5	Position X3 der Wirbelkammer in Abhängigkeit der vier radialen Positionen R1 bis R4 nach Abb. 6.4	146
A.6	Position R2X1 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	146
A.7	Position R3X1 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	147
A.8	Position R4X1 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	147
A.9	Position R1X2 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	148
A.10	Position R2X2 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	148
A.11	Position R3X2 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	149
A.12	Position R4X2 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	149
A.13	Position R1X3 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	150
A.14	Position R2X3 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	150
A.15	Position R3X3 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	151
A.16	Position R4X3 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße	151
A.17	Schnittposition S1 in der Austrittskavität nach Abb. 6.8	152
A.18	Schnittposition S2 in der Austrittskavität nach Abb. 6.8	153
A.19	Position R1X1 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	154
A.20	Position R2X1 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	154

Abbildungsverzeichnis

A.21 Position R3X1 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	155
A.22 Position R4X1 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	155
A.23 Position R1X2 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	156
A.24 Position R2X2 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	156
A.25 Position R3X2 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	157
A.26 Position R4X2 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	157
A.27 Position R1X3 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	158
A.28 Position R2X3 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	158
A.29 Position R3X3 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	159
A.30 Position R4X3 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße	159
A.31 Reynolds-Schubspannungen an der Schnittebene S1 der Austrittskavität in Abhängigkeit der Größe des Rechengebietes	160
A.32 Reynolds-Spannungen an der Schnittebene S2 der Austrittskavität in Abhängigkeit der Größe des Rechengebietes	160
A.33 Reynolds-Schubspannungen an der Schnittebene S2 der Austrittskavität in Abhängigkeit der Größe des Rechengebietes	161
A.34 Netzabhängigkeit der Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L1 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0$	162
A.35 Netzabhängigkeit der Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L2 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0$	163
A.36 Netzabhängigkeit der Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L1 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0, 25$	163
A.37 Netzabhängigkeit der Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L2 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0, 25$	164
A.38 Einfluss des Rad-Seitenraumes auf die Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L1 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0, 25$	164
A.39 Einfluss des Rad-Seitenraumes auf die Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L2 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0, 25$	165

Tabellenverzeichnis

4.1 Dimensionslose Kenngrößen und Auslegungsdaten des RLP und des Stufenlabyrinthes von Denecke et al. (2005) 57

Tabellenverzeichnis

Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
$\text{arg}_{1,2}$	-	Übergangsfunktionen des SST-Turbulenzmodells	Gl.3.45 und Gl.3.45
A	m^2	Fläche	
a	m/s	Schallgeschwindigkeit	
B_{11}^{norm}	-	Normierte Zweipunktkorrelation	Gl.6.1
b_{ij}	-	Anisotropietensor der Turbulenz	Gl. 3.15
C_D	-	Dichtungsbeiwert	Gl. 2.13
C_{ij}	kg/ms^3	zeitliche Änderungen und konvektiver Fluss der Reynolds-Spannungen	Gl. 3.26
C_W	-	dimensionsloser Kühlluftmassenstrom	Gl. 2.25
$C_{\epsilon,i}$	-	Kalibrierkonstanten des $k - \epsilon$ -Turbulenzmodells	
C_μ	-	Kalibrierkonstante des $k - \epsilon$ -Turbulenzmodells	
C_S	-	Kalibrierkonstanten des Smagorinsky-Feinstrukturmodells	
c	m	Radialspalt, Spaltweite	
c_p	J/kgK	spezifische isobare Wärmekapazität	
c_v	J/kgK	spezifische isochore Wärmekapazität	
D_{ij}	kg/ms^3	Diffusion der Reynolds-Spannungen	Gl. 3.30
D_k	kg/ms^3	Dissipationsterm von k	Gl. 3.40
D_ω	$\text{kg/m}^3\text{s}^2$	Dissipationsterm von ω	Gl. 3.40
E	J/kg	Totale innere Energie	
e	J/kg	spezifische innere Energie	Gl. 3.7
F_z	kg/ms^2	Zentrifugalkraft	Gl. 2.1
$F_{1,2}$	-	Blendingfunktionen des SST-Turbulenzmodells	Gl. 3.41 und Gl. 3.47
f	$1/\text{s}$	Frequenz	
GCI	-	Grid Convergence Index	
G	-	Filterfunktion	

Formelzeichen

g_i	m/s^2	Vektor der Erdbeschleunigung	
$g_{i,j}$	$1/\text{s}$	Geschwindigkeitsgradiententensor	
h	kJ/kgK	spezifische Enthalpie	
\hat{h}	m	Höhe der Dichtspitzen	
II	–	Zweite Invariante von b_{ij}	Gl. 3.16
III	–	Dritte Invariante von b_{ij}	Gl. 3.16
K	–	Beschleunigungsparameter	Gl. 2.21
K_θ	–	Drallparameter	Gl. 4.2
k	m^2/s^2	spezifische turbulente kinetische Energie	Gl. 3.12
k_i	m/s^2	Dreidimensionaler Beschleunigungsvektor	
L_{int}	m	Integrales Längenmaß	Gl. 6.2
L	m	Länge der Kavität	
l_K	m	Kolmogorov Länge	
\dot{m}	kg/s	Massenstrom	
Ma	–	Mach-Zahl	
m	kg	Masse	
\dot{m}_l	kg/s	Leckagemassenstrom	
\dot{m}_{ideal}	kg/s	Idealer Massenstrom	Gl. 2.12
N	min^{-1}	Drehzahl	
N	–	Mode der Kavität	Gl. 2.28
n	–	Anzahl	
P	W	Leistung	
P_{ij}	kg/ms^3	Produktionsterm der Reynolds-Spannungen	Gl. 3.27
P_k	$\text{kg/m}^3\text{s}^4$	Produktionsterm von k	Gl. 3.35 und Gl. 3.39
P_ω	$\text{kg/m}^5\text{s}^3$	Produktionsterm von ω	Gl. 3.39
Pr	–	Prandtl-Zahl	Gl. 3.8
Pr_T	–	turbulente Prandtl-Zahl	
p	Pa	statischer Druck	
p_t	Pa	Totaldruck	
q_i	$\text{J/m}^2\text{s}$	Dreidimensionaler Wärmestromdichtevektor	Gl. 3.9
R_s	J/kgK	spezifische Gaskonstante	
Re	–	Reynolds-Zahl	Gl. 3.11
Re_{ax}	–	mit Leckagemassenstrom und dem Radius gebildete axiale Reynolds-Zahl	Gl. 2.23
$\text{Re}_{\text{couette}}$	–	mit der Umfangsgeschwindigkeit und der Spalthöhe gebildete Couette-Reynolds-Zahl	Gl. 2.27
Re_δ	–	mit der Grenzschichtdicke	

Re_θ	–	gebildete Reynolds-Zahl mit der Umfangsgeschwindigkeit und dem Radius gebildete Reynolds-Zahl	Gl. 2.29 Gl. 2.26
r	m	radiale Koordinate und Radius des Zylinderkoordinatensystems	
r_i	J/m^2s	Dreidimensionaler Wärmequellendichtevektor	
St	–	Strouhal-Zahl	
S	m^2	Oberfläche des Kontrollvolumens	
S	J/K	Entropie	
\dot{S}	J/Ks	Produktionsrate der Entropie	
S_{ij}	$1/s$	Scherratentensor	Gl. 5.1
T	K	statische Temperatur	
T_t	K	Totaltemperatur	
Ta	–	Taylor-Zahl	Gl. 2.22
Tu	–	Turbulenzgrad	
t	s	Zeit	
U	m/s	Betrag der Geschwindigkeit	
U_θ	m/s	Geschwindigkeit in Umfangsrichtung	
u_i	m/s	Dreidimensionaler Geschwindigkeitsvektor in kartesischen Koordinaten	
u_τ	m/s	Wandschubspannungsgeschwindigkeit	Gl. 3.66
V	m^3	Volumen	
v_Θ	m/s	Geschwindigkeit in Umfangsrichtung	
v_m	m/s	Geschwindigkeit der Hauptströmung	
v_c	m/s	Geschwindigkeit der Querströmung	
x_i	m	Vektor der kartesischen Koordinaten	
x, y, z	m	kartesische Koordinaten	
x_{ax}	m	Axiale Koordinate	
x_θ	m	Umfangskoordinate des Zylinderkoordinatensystems	
y^+	–	Dimensionsloser Wandabstand	Gl. 3.65

Griechische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
α	m^2/s	Temperaturleitfähigkeit	
α	–	Kontraktionszahl und Kalibrierkonstante	
α_1	–	Kalibrierkonstante des SST-Turbulenzmodells $k - \omega$ -Turbulenzmodells	
β	–	Kalibrierkonstante des $k - \omega$ -Turbulenzmodells	
β^*	–	Kalibrierkonstante des $k - \omega$ -Turbulenzmodells	
β'	–	Kalibrierkonstante des SST-Turbulenzmodells	
β_1	–	Kalibrierkonstante des SST-Turbulenzmodells	
Γ	–	Reaktionsgrad	Gl. 2.5
Δ	-	Differenz oder Zellabstand	
δ_{ij}	–	Kronecker-Delta	
ϵ	m^2/s^3	spezifische turbulente Dissipation	Gl. 5.4
ϵ_{ij}	kg/ms^3	Dissipation der Reynolds-Spannungen	Gl. 3.29
η	m	Längenmaß der dissipativen Skalen	
η_{is}	–	Isentroper Wirkungsgrad	Gl. 2.2
ζ_w	–	Werkstoffabhängige Konstante	
κ	–	Isentropenexponent	
κ	$1/\text{m}$	Wellenzahl	
Λ	m	Längenmaß der größten turbulenten Skalen	
λ	J/msK	Wärmeleitfähigkeit	
λ	m	Wellenlänge	
μ	Pa s	dynamische Viskosität	Gl. 3.10
μ_T	Pa s	Wirbelviskosität	
ν	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$	kinematische Viskosität	
ρ	kg/m^3	Dichte	
τ_{ij}	N/m^2	Spannungstensor	Gl. 3.3
τ_w	N/m^2	Wandschubspannung	Gl. 3.67
Ω	m^3	Kontrollvolumen	
Ω	$1/\text{s}$	Vortizität	Gl. 5.2

ω	rad/s	Winkelgeschwindigkeit	
ω	1/s	spezifische turbulente Dissipationsrate	
Ψ	–	Durchflussfunktion	Gl. 2.12
Π_{ij}	kg/ms ³	Druckscherung der Reynolds-Spannungen	Gl. 3.28
σ	–	Ventilations-Koeffizient	Gl. 2.24
σ_k	–	Kalibrierkonstante des $k - \epsilon$ -Turbulenzmodells	
σ_k	–	Kalibrierkonstante des $k - \epsilon$ - und $k - \omega$ -Turbulenzmodells	
σ_ω	–	Kalibrierkonstante des $k - \omega$ -Turbulenzmodells	
$\sigma_{k1,2}$	–	Kalibrierkonstanten des SST-Turbulenzmodells	
$\sigma_{\omega1,2}$	–	Kalibrierkonstanten des SST-Turbulenzmodells	
ξ	–	Überströmfaktor und Krümmung	Gl. 4.1

Tiefgestellte Indizes

Index	Bedeutung
a	Äußere Oberfläche
F	Freistrom
i	Innere Oberfläche
ideal	Idealisierte Größe
is	Isentrop
l	Leckage
max	Maximum einer Größe
min	Minimum einer Größe
mod	Modellierter Anteil einer Größe
res	Aufgelöster Anteil einer Größe

Überstreichungen

Symbol	Bedeutung
$\bar{}$	zeitlicher Mittelwert nach Reynolds
$\tilde{}$	massengewichteter Mittelwert nach Favre
$\overline{}$	Schwankungsgröße nach Reynolds
$\widetilde{}$	Schwankungsgröße nach Favre
$\hat{}$	Aufgelöste Grobstruktur
\cdot	Nicht-aufgelöste Feinstruktur und zeitliche Änderung

Mathematische Zeichen

Symbol	Bedeutung
∇	Divergenzoperator
Δ	Laplace-Operator
∂	Partielle Ableitung
\int	Integral
\oint	Ringintegral über die Seitenflächen eines Kontrollvolumens

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung	Erklärung siehe
CFD	Numerische Strömungssimulation engl. C omputational F luid D ynamics	Absch. 1
DNS	D irekte N umerische S imulation	Absch. 1
DLR	D eutsches L uft- und R aumfahrtzentrum	
engl.	Englisch	
LES	Grobstruktursimulation, engl. L arge E ddy S imulation	Absch. 3.4
NSG	N avier- S tokes- G leichungen	Absch. 3.1
OpenFOAM	O pen S ource F ield O peration and M anipulation	Absch. 3.5.2

RANS	R eynolds- A veraged N avier S tokes E quation	Absch. 5
SGS	Feinstruktur, engl. S ub G rid S cale	Absch. 3.4
TRACE	T urbomachinery R esearch A erodynamic C omputational E nvironment	Absch. 3.5.1

Formelzeichen

1 Einleitung

Im Jahr 2013 wurde das europäische Verbundprojekt ENgine mOdule VALidators (ENO-VAL) mit dem Ziel gestartet, die CO₂-Emissionen heutiger Flugtriebwerke um mindestens 5% und die Geräuschemissionen um mindestens 1,3dB(A) zu reduzieren. Durch die in dem Programm entwickelten Technologien sollen die von der Advisory Council for Aviation Research and Innovation in Europe (ACRE) und der europäischen Kommission im „Flightpath 2050“ formulierten Emissionsziele für Flugtriebwerke erreicht und damit ein Beitrag zum Klima- und Gesundheitsschutz geleistet werden. Vor dem Hintergrund der weltweit steigenden Fluggastzahlen gewinnen diese Ziele an Bedeutung. So geht die International Air Transport Association (IATA) von einer Steigerung der Fluggäste auf 8,2 Milliarden im Jahr 2037 gegenüber 4 Milliarden im Jahr 2019 aus. Ein gemeinsames Ziel aller Flugtriebwerkshersteller ist es dabei, die Effizienz und in Folge die CO₂-Emission von Flugtriebwerken durch eine Erhöhung des Nebenstromverhältnisses zu verbessern. Hierbei wird ein immer größerer Anteil des Gesamtluftmassenstromes durch den Fan und nicht durch das Kerntriebwerk gefördert. Während kommerzielle Flugtriebwerke bis etwa 2009 ein Nebenstromverhältnis von maximal 10:1 aufwiesen, haben heutige Flugtriebwerke, wie z.B. das Trent 1000 oder das PW1000G Nebenstromverhältnisse von 11:1 bzw. 12:1. Ermöglicht wird dies im Fall des PW1000G durch den Einsatz eines Untersetzungsgetriebes zwischen dem Fan und der Welle von Niederdruckverdichter und Niederdruckturbine. Diese Technologie wird auch als Getriebefan bezeichnet. Durch die Untersetzung wird die Drehzahl des Fans reduziert und der Durchmesser und der Massendurchsatz können erhöht werden. Gleichzeitig kann die Drehzahl der Niederdruckturbine erhöht werden, wodurch deren Leistungsdichte steigt und Stufen eingespart werden können. Da die Niederdruckturbine bis zu 30% der Gesamtmasse eines Flugtriebwerkes ausmacht, ist das Einsparpotential durch reduzierte Stufenzahlen signifikant (Chamis und Blankson 2004). Die Konzeptstudie Clean Air Engine (Claire) der MTU Aero Engines AG zeigt, dass mit dem Getriebefan eine Erhöhung des Nebenstromverhältnisses auf 20:1 bis zum Jahr 2030 möglich ist.

Eine Folge der höheren Drehzahl ist eine höhere aerodynamische und mechanische Belastung der Niederdruckturbinenschaufeln. Neben dem Einsatz neuartiger Werkstoff- und Fertigungstechnologien kann die mechanische Belastung der Turbinenlaufschaufeln auch durch gewichtsoptimierte Deckbänder kontrolliert werden. Deckbänder werden in Niederdruckturbinen unter Anderem eingesetzt, um die aus aerodynamischer Sicht verlustbehaftete Überströmung der Schaufelspitzen zu unterdrücken. Der entstehende Spalt zwischen Deckband und nicht-rotierendem Außengehäuse kann dabei effizient mit berührungslosen Labyrinthdichtungen abgedichtet werden, sodass der Leckagemassenstrom auf ein Minimum reduziert wird. Bei einer gewichtsoptimierten Neuauslegung dürfen die Dichtungseigenschaften jedoch nicht verschlechtert und die damit einhergehenden aero-

1 Einleitung

dynamischen Verluste nicht erhöht werden. Durch die höhere aerodynamische Belastung steigen die Stufendruckverhältnisse und die Druckdifferenzen, die in den Drosselstellen der Labyrinthdichtungen abgebaut werden. Hierdurch nimmt die Gefahr einer aerodynamisch angeregten, strukturmechanischen Schwingung der Dichtspitzen (engl. Seal Flutter) zu, d.h. es kann zu bauteilgefährdenden aeroelastischen Instabilitäten kommen (Corral und Vega 2018). Folglich ist eine genaue Vorhersage der Strömung in den Kavitäten der Labyrinthdichtung und der Strömung durch die Niederdruckturbinenstufe erforderlich.

In der Industrie werden für derartige Vorhersagen stationäre und instationäre Strömungssimulationen (engl. Computational Fluid Dynamics, kurz CFD) eingesetzt. Dabei werden unter Zuhilfenahme von Annahmen zur Vereinfachung der realen Prozesse die Navier-Stokes-Gleichungen gelöst. Eine besondere Herausforderung ist es dabei, den Einfluss von Turbulenz und Transition in komplexen Geometrien zu berücksichtigen. Ohne den Einsatz von entsprechenden Modellen, müssten alle Skalen der zuvor genannten Phänomene räumlich und zeitlich berechnet werden. Dies ist mit den heute und mittelfristig zur Verfügung stehenden Rechenkapazitäten nicht möglich (Slotnick et al. 2014). Daher werden zur Modellierung von Turbulenz, z.B. in Niederdruckturbinen, heute zu meist Zweigleichungs-Turbulenzmodelle eingesetzt (Mahle und Schmierer 2011, Biester et al. 2012), die nach der Hypothese von Boussinesq den Einfluss von Turbulenz durch eine zusätzliche Viskosität berücksichtigen. Aus der zur Verfügung stehenden Vielfalt von Turbulenzmodellen wird deutlich, dass es kein Turbulenzmodell gibt, welches für alle Anwendungen hinreichend genaue Vorhersagen der Turbulenz liefert. Daher müssen numerische Modelle mit Hilfe von experimentellen Daten oder analytischen Lösungen für jede Anwendung explizit validiert werden.

Untersuchungen zur Modellierung von Turbulenz in Labyrinthdichtungen liefern aktuell kein einheitliches Ergebnis, welches die Verwendung eines konkreten Turbulenzmodells rechtfertigt. Es ist jedoch bekannt, dass die Verwendung von unterschiedlichen Turbulenzmodellen zu einer hohen Streuung der numerischen Vorhersage führt (Kluge et al. 2019, Wein et al. 2017, Weinberger 2014). Gleichzeitig existieren nur wenige experimentelle Untersuchungen, die eine vollständige Validierung ermöglichen. Hierfür müssen der Leckagemassenstrom, der Druckabbau über die Labyrinthdichtung, die mittleren Geschwindigkeitsfelder und die turbulenzbedingten Fluktuationen gemessen werden. Eine möglichst genaue Kenntnis der Spaltgeometrie ist erforderlich, die sich durch betriebsbedingte Lasten ändert. Aufgrund der gegenüber konventionellen Sonden kleinen Abmessungen von Labyrinthdichtungen, kommt es beim Einsatz von pneumatischen Sonden zu einer unzulässigen Beeinflussung der Strömung und damit zu einem nicht-repräsentativen Messergebnis. Ein Lösungsansatz sind optische Messmethoden, bei denen der Strömung Partikel zugeführt und die Verschiebung der Partikel in Belichtungsserien ermittelt wird. Zu diesen Methoden gehören z.B. die Particle Image Velocimetry (PIV) und die Particle Tracking Velocimetry (PTV). Eine notwendige Bedingung für optische Verfahren ist unter Anderem ein optischer Zugang zu dem Untersuchungsbereich. Dies kann jedoch nicht immer gewährleistet werden. Um dennoch eine genaue Aussage über die Strömung in betroffenen Bereichen treffen zu können, können numerische Verfahren eingesetzt werden, die den Einfluss von Turbulenz nicht oder nur zu einem vernachlässigbar geringen

Anteil modellieren. Hierzu zählen die direkte numerische Simulation (kurz DNS) und die Grobstruktur-Simulation (engl. Large Eddy Simulation, kurz LES). Der Ressourcenbedarf für DNS und LES skaliert progressiv mit der Reynolds-Zahl, weswegen derartige Simulationen nur in Spezialfällen für akademische Anwendungen möglich sind. Die Anforderungen an die zeitliche und räumliche Auflösungen des Rechengebietes sind nicht a-priori bekannt und müssen systematisch ermittelt werden. Folglich müssen auch DNS und LES mittels experimenteller Ergebnisse validiert werden, bevor sie zur Vorhersage und zur Analyse der Strömung in optisch nicht zugänglichen Bereichen eingesetzt werden können. Für Labyrinthdichtungen liegen derartige Validierungen noch nicht vor.

These und Aufbau der Arbeit

Der Aufbau der Arbeit richtet sich nach der These, dass

Grobstruktursimulationen eine hinreichend genaue Vorhersage der Strömung in Labyrinthdichtungen liefern können.

Zur Prüfung der These werden im weiteren Verlauf der Arbeit die zum Verständnis erforderlichen Grundlagen von Deckbandlabyrinthdichtungen und der eingesetzten numerischen Verfahren erläutert. Aufgrund des Defizites bzw. der großen Streuung der industriell eingesetzten numerischen Verfahren und der unzureichenden verfügbaren experimentellen Validierungsbasis, wurde in Vorarbeiten ein neuer Versuchsaufbau für rotierende Deckbandlabyrinthdichtungen entwickelt, kurz RLP. Nach der Vorstellung des experimentellen Aufbaus werden die Möglichkeiten und Defizite der industriell eingesetzten numerischen Verfahren demonstriert um Empfehlungen für die derzeitigen Auslegungsketten zu geben. Nachfolgend werden die Anforderungen an turbulenzauflösende Simulationsverfahren für Deckbandlabyrinthdichtungen erarbeitet und eine vollständige Validierung auf Basis experimenteller Daten durchgeführt. Hierfür werden Large-Eddy-Simulationen, sowohl des RLP als auch generischer Testfälle aus der Literatur durchgeführt. Abschließend wird durch einen Vergleich der LES mit den getesteten industriellen numerischen Verfahren das vorhandene Modellierungsdefizit letzterer identifiziert.

1 Einleitung

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

Rotiert ein Körper mit der Masse m auf einer konstanten Kreisbahn mit dem Radius r um einen ortsfesten Mittelpunkt, erfährt er eine Zentrifugalkraft F_z , die durch

$$F_z = m\omega^2 r \quad (2.1)$$

definiert ist. Darin ist ω die Winkelgeschwindigkeit der Rotation. Da die Drehzahl von Niederdruckturbinen durch den Einsatz von Getriebefans erhöht werden konnte, erhöht sich auch die Zentrifugalkraft und damit die Belastung des Schaufelfußes nach Gl. 2.1. Um dem entgegen zu wirken, kann nach Gl. 2.1 die Masse des Deckbandes reduziert werden. Eine gewichtsoptimierte Gestaltung von Deckbandlabyrinthdichtungen kann daher einen Beitrag zur Effizienzsteigerung und zur Gewichtseinsparung in Niederdruckturbinen von Flugtriebwerken leisten. Hierfür ist jedoch ein genaues Verständnis der Funktion von Labyrinthdichtungen und der Interaktion der Leckageströmung mit der seitenwandnahen Hauptströmung der Niederdruckturbinen erforderlich. Nachfolgend werden daher zunächst die Grundlagen der Strömung in Labyrinthdichtungen und deren Einsatz in Flugtriebwerken erläutert.

2.1 Sekundärströmungen im Hauptströmungspfad

Bei der Entwicklung neuer Turbomaschinen ist es stets das Ziel, deren thermodynamischen Wirkungsgrad zu erhöhen. Eine Möglichkeit, den Wirkungsgrad von Turbomaschinen zu verbessern ist es, die aerodynamischen Verluste zu reduzieren. Aerodynamische Verluste führen nach Traupel (2001) zu einem Anstieg der Entropie S und zu einer Reduktion des isentropen Wirkungsgrades η_{is} . Letzterer ist definiert mit der Differenz der spezifischen Enthalpie h vor ① und hinter ② der Turbinenstufe im realen thermodynamischen Kreisprozess, bezogen auf die Enthalpiedifferenz im isentropen Kreisprozess

$$\eta_{is} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2,is} - h_1}. \quad (2.2)$$

Die aerodynamischen Verluste sind ein Resultat der Dissipation im Fluid auf Grund von viskosen Effekten und lassen sich nach Moustapha et al. (2003) weiter aufteilen in Profilverluste, Gehäuseverluste und Sekundärströmungsverluste. Die Profilverluste entstehen durch Dissipation im Fluid bei der Umströmung der Beschaukelung und auch bei den

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

Gehäuseverlusten ist die Dissipation eine Quelle der Verluste, allerdings zwischen Seitenwänden und Fluid. Die Unterscheidung ist notwendig, um in Verlustkorrelationen für die 1D-Auslegung von Turbomaschinen das unterschiedliche Grenzschichtverhalten auf Seitenwänden und Profil zu berücksichtigen. Sekundärströmungsverluste werden durch Wirbelstrukturen hervorgerufen, die sich in dem Schaufelgitter bilden und sich abweichend von der Hauptströmung durch das Gitter bewegen. Hierzu zählen unter anderem der in Abb. 2.1 dargestellte Hufeisenwirbel (engl. horse-shoe vortex), der Passagenwirbel (engl. passage vortex) und der Blattspitzenwirbel (engl. tip-leakage vortex). An den Oberflächen der Nabe und des Gehäuses hat das Grenzschichtfluid eine geringere Geschwindigkeit als das Fluid in der Hauptströmung. In diesem Bereich bewirkt der Druckgradient zwischen Druck- und Saugseite der Passage eine stärkere Umlenkung des Fluids im Vergleich zur Hauptströmung (Moustapha et al. 2003). Dadurch kommt es in Wandnähe zu einem Fluidtransport in Richtung Saugseite und zur Entstehung der Passagenwirbel an der Nabe und dem Gehäuse. Unmittelbar vor der Schaufelvorderkante kommt es im Staupunkt zu einer Verzögerung des Fluids, wodurch die Grenzschicht ablöst. Die abgelöste Grenzschicht teilt sich an der Schaufelvorderkante in einen Druck- und einen Saugseitigen-Zweig auf und bildet den so genannten Hufeisenwirbel aus (Lampert 2009). Auch der Blattspitzenwirbel durch den Spalt zwischen der Laufschaufel und dem stationären Gehäuse hat seine Ursache in dem Druckgradienten zwischen der Druck- und Saugseite, allerdings nicht in der Passage zwischen zwei Schaufeln, sondern über die Schaufelspitze einer einzelnen Schaufel. Durch diesen Spalt strömt Fluid von der Druckseite zur Saugseite. Beim saugseitigen Wiedereintritt rollt sich die Leckageströmung auf und bildet einen stromab wandernden Wirbel aus, einen so genannten Blattspitzenwirbel.

Sekundärströmungsverluste haben einen Anteil von bis zu $2/3$ an den Gesamtverlusten einer Turbinenstufe, wodurch sich ein großes Entwicklungs- und Optimierungspotential ergibt (Moustapha et al. 2003). Die Sekundärströmungen interagieren miteinander, vermischen sich mit der Hauptströmung und führen durch viskose Effekte zur Dissipation von Energie in innere Energie, also zur Produktion von Entropie. Zusätzlich wird die Fehlanströmung der nachfolgenden Turbinenstufen erhöht (Moustapha et al. 2003). Die Leckageströmung über die Blattspitzen verrichtet weniger Arbeit im Schaufelgitter und sollte auf ein Minimum reduziert werden. In stationären Gasturbinen ist der Niederdruckturbinen ein Diffusor nachgeschaltet um durch eine Expansion unterhalb des Umgebungsdruckes dem Arbeitsfluid möglichst viel seiner kinetischen Energie zu entziehen und die Leistungsdichte des Turbosatzes zu erhöhen. In diesem Fall kann ein Blattspitzenwirbel nützlich sein und gezielt eingesetzt werden, um die Strömung im Diffusor vom Ablösen zu hindern (Mimic et al. 2018). Hierdurch werden kürzere Diffusorbauformen möglich und Kosten gespart. In Flugtriebwerken wird zwecks einer möglichst hohen Schubkraft und aufgrund des hohen Gewichtes kein Diffusor nachgeschaltet und der Blattspitzenwirbel führt hier zu einer Verschlechterung des Gesamtwirkungsgrades. Nach Traupel (2001) kann die Änderung des isentropen Wirkungsgrades $\Delta\eta_{is}$ einer Turbinenstufe auf Grund von Leckageströmungen über die Schaufelspitzen mit der empirischen Korrelation

$$\Delta\eta_{is} = K_{\delta} \frac{(c - 0,002s) D_s}{lD_m} \quad (2.3)$$

2.1 Sekundärströmungen im Hauptströmungspfad

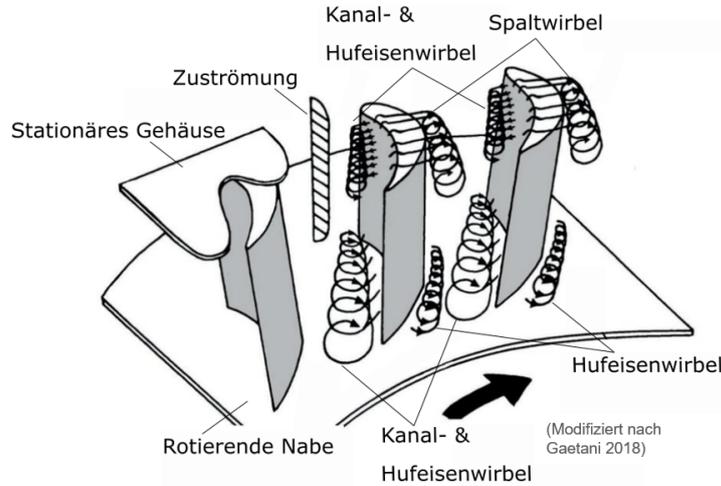


Abbildung 2.1: Sekundärströmungen im axialen Schaufelgitter (Gaetani 2018)

abgeschätzt werden. Darin ist c die Spalthöhe, s die axiale Sehnenlänge der Schaufel, D_s der Durchmesser der Schaufelspitze und D_m der Mittenschnitt der Stufe. K_δ ist ein empirischer Wert in Abhängigkeit von der Spaltgeometrie und der Geschwindigkeitsdreiecke der Stufe. Da die Leckageströmung weniger Arbeit in der Stufe verrichtet, ist neben einer, aus Gl. 2.3 ersichtlichen, Reduzierung des Radialspaltes vor Allem eine Reduzierung des Leckagemassenstromes notwendig, wenn die Leckageverluste minimiert werden sollen. Der Leckagemassenstrom durch den Spalt zwischen Schaufelspitze und Gehäuse kann nach Lampart (2006) mit

$$\dot{m}_l = \int C_\delta c \sqrt{\rho 2 \Delta p} ds \quad (2.4)$$

berechnet werden, wenn Gl. 2.4 über die axiale Sehnenlänge der Schaufel integriert wird. Dabei ist ρ die Dichte und Δp die Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite der Schaufel. C_δ ist ein Kontraktionskoeffizient, der die teilweise Versperrung des Spaltquerschnittes durch die Ablösung an der Vorderkante der Druckseite berücksichtigt. Aus Gl. 2.4 folgen zwei Ansätze zur Reduzierung des Leckagemassenstromes:

1. Reduzierung des Radialspaltes c
2. Reduzierung der Druckdifferenz Δp

Der Reduzierung des Radialspaltes sind aufgrund von Fertigungstoleranzen, sowie einer nichtlinearen Entwicklung des Radialspaltes im Betrieb und über die Lebensdauer der Maschine Grenzen gesetzt. So kommt es beispielsweise beim An- und Abfahren der Maschine zu einer unterschiedlichen Wärmedehnung von Rotor und Gehäuse, sowie zu einer fliehkraftbedingten Dehnung des Rotors. Auch durch abrasive Partikel in der Strömung kann es zu einer Veränderung des Radialspaltes über die Lebensdauer der Maschine kommen (Moustapha et al. 2003). Ein minimaler Radialspalt muss daher in

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

der Auslegung sichergestellt werden.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Schaufelspitze aerodynamisch zu entlasten und mit einem kleinen Reaktionsgrad auszulasten. Der Reaktionsgrad ist nach Moustapha et al. (2003) definiert als das Verhältnis von der statischen Druckdifferenz über den Rotor zur statischen Druckdifferenz über die gesamte Stufe

$$\Gamma = \frac{p_2 - p_3}{p_1 - p_3}, \quad (2.5)$$

wobei auch Definitionen mit Enthalpiedifferenzen üblich sind. Ein kleiner Reaktionsgrad an der Schaufelspitze ist nach Gl. 2.5 gleichzusetzen mit einer geringen Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite, wodurch auch die treibende Kraft der Leckageströmung gering ist. Im Grenzfall einer Impulsturbinenbeschaufelung, die einen Reaktionsgrad von Null hat, sind die Leckagemassenströme aufgrund der fehlenden Druckdifferenz über den Spalt minimal. Diese Möglichkeit ist allerdings für den Einsatz in Flugzeugtriebwerken unvorteilhaft, da sie die Leistungsdichte der Maschine reduziert (Braeunling 2009). Die Niederdruckturbinen von Flugzeugtriebwerken werden daher häufig mit einem hohen Reaktionsgrad an der Schaufelspitze ausgelegt (Braeunling 2009). Nach Hong und Groh (1966) erhöhen sich die Spaltverluste bei einem Reaktionsgrad von 0,5 um 7%, wenn das Verhältnis von Spalthöhe zu Schaufelhöhe von 0,01 auf 0,03 erhöht wird. Daher müssen konstruktive Gegenmaßnahmen ergriffen werden, um trotz eines hohen Reaktionsgrades an den Schaufelspitzen die Spaltverluste zu minimieren.

Eine Möglichkeit, den Blattspitzenwirbel vollständig zu unterdrücken, ist der Einsatz von Deckbändern. Dabei werden die Schaufelspitzen des Rotors mit einem umlaufenden Ring oder mit seitlichen Endplatten verbunden. Durch die mechanische Kopplung wird die Struktur versteift und das Schwingungsverhalten durch eine Verschiebung der Eigenfrequenzen und eine Erhöhung der mechanischen Dämpfung beeinflusst. Aerodynamisch ergeben sich daraus Vorteile in Bezug auf die Leckageverluste. Die treibende Druckdifferenz ist nun nicht mehr von der Druck- zur Saugseite gerichtet, sondern von der Schaufelvorder- zur Hinterkante. Der ringförmige Spalt zwischen rotierendem Deckband und stationärem Gehäuse lässt sich auf Grund des längeren Strömungspfades effizienter gegen die Leckage abdichten als der Spalt zwischen Gehäuse und Schaufeln ohne Deckband.

Aus aerodynamischer Sicht existiert ein Radialspalt, ab dem ein Rotor mit Deckband einen höheren isentropen Wirkungsgrad aufweist, als ein Rotor ohne Deckband (Gao et al. 2013). In der von Gao et al. (2013) numerisch untersuchten Niederdruckturbinen ist dies ein Radialspalt von 0,62% der Schaufelhöhe. Da nach Braeunling (2009) der Radialspalt in Niederdruckturbinen von Flugzeugtriebwerken typischerweise größer als der zuvor genannte Wert ist, ist der Einsatz von Deckbändern mindestens aus aerodynamischer Sicht vorteilhaft. Der Ringraum zwischen Deckband und Gehäuse kann dabei mit unterschiedlichen berührungsfreien Dichtungen gestaltet werden, die im folgenden Unterabschnitt vorgestellt werden.

2.2 Bauformen und Funktion von Deckbandlabyrinthdichtungen

Die Bezeichnung berührungsfrei impliziert, dass zwischen den rotierenden und den statischen Bauteilen kein Kontakt herrscht, d.h. ein Radialspalt vorhanden ist. Folglich kann diese Art von Dichtung nie absolut dicht sein. Der gesamte Ringraum zwischen Deckband und Gehäuse wird als Kavität bezeichnet. Eine Labyrinthdichtung besteht aus einer im Auslegungsprozess zu definierenden Anzahl von Wirbelkammern, die durch so genannte Dichtspitzen oder Drosselstellen voneinander getrennt sind, siehe Abb. 2.2. Labyrinthdichtungen werden je nach Anordnung der Dichtspitzen und der Gestaltung der Kavität nach Matthias (2007) unterschieden in

- Durchblicklabyrinth,
- Stufenlabyrinth,
- Nutenlabyrinth und
- Volllabyrinth,

ebenfalls dargestellt in Abb. 2.2. Um den Leckagemassenstrom so gering wie möglich zu halten, muss die Labyrinthdichtung so gestaltet werden, dass sie einen maximalen Durchflusswiderstand erzeugt (Matthias 2007). Einfluss auf diesen hat die Gestaltung der Wirbelkammern zwischen den Dichtspitzen, die Anzahl und Form der Dichtspitzen und insbesondere die Größe des Radialspalts. Um ein Anstreifen und damit eine Zerstörung der Dichtspitzen zu vermeiden, muss jedoch ein minimaler Radialspalt eingehalten werden. Traupel (2001) gibt hierfür die folgende empirische Gleichung an

$$c_{\min} = \frac{\xi_w \cdot 2r_i [\text{mm}]}{1000} + 0,25 \text{mm}. \quad (2.6)$$

In Gl. 2.6 bezeichnet r_i den Radius des Deckbandes und ξ_w ist eine, vom verwendeten Material und von der Anwendung abhängige Konstante. Sie berücksichtigt die Dehnung durch Temperaturänderungen im Betrieb und unterscheidet nach Traupel (2001) zwischen Turbinen und Verdichtern. Bei Turbinen wird auch zwischen Läufern aus ferritischen und austenitischen Werkstoffen unterschieden. Weitere Effekte, wie z.B. eine fliehkraftbedingte Dehnung, Fertigungs- und Montagetoleranzen, sind nach Traupel (2001) gegenüber temperaturbedingten Dehnungen gering und werden daher vernachlässigt. Verdichter werden im Vergleich zu Turbinen bei mäßigen Betriebstemperaturen betrieben, wodurch die temperaturbedingte Dehnung bei Verdichtern geringer ist als bei Turbinen und weswegen für Verdichter $\xi_w = 0,6$ empfohlen wird. Austenitische Werkstoffe haben gegenüber ferritischen Werkstoffen einen höheren Wärmeausdehnungskoeffizienten und eine geringere Wärmeleitfähigkeit, wodurch die temperaturbedingte Dehnung bei austenitischen Werkstoffen größer ist als bei ferritischen Werkstoffen. Für Turbinenschaufeln aus ferritischen Werkstoffen beträgt ξ_w daher 0,85 und für austenitische Werkstoffe $\xi_w = 1,3$.

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

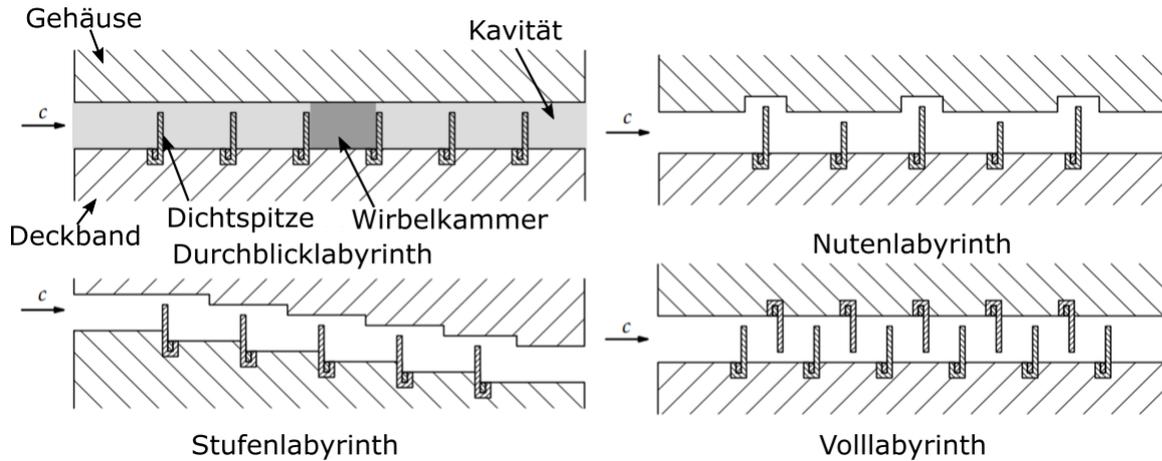


Abbildung 2.2: Labyrintharten zur Abdichtung von rotierenden Bauteilen (Matthias 2007)

Die Strömung durch Labyrinthdichtungen ist äußerst komplex und von starker Beschleunigung in den Radialspalten (Drosselstellen) sowie starker Verzögerung und Verwirbelungen in den Wirbelkammern geprägt. Dies entspricht einer wiederkehrenden Wandlung von Druckenergie in kinetische Energie und zurück. An den Kanten der Dichtspitzen kommt es zu Ablösungen und damit zu einer weiteren Kontraktion des Strömungsquerschnitts und des effektiven Radialspalts. Im idealen thermodynamischen Kreisprozess wird die Beschleunigung in den Radialspalten als isentrop und die Verzögerung in den Wirbelkammern als isobar betrachtet. D.h. die gesamte kinetische Energie der Strömung wird in den Wirbelkammern durch Dissipation in innere Energie umgesetzt. Folglich kommt es zu einem Anstieg der Entropie. Zeichnet man diese idealisierte Zustandsänderung für eine Labyrinthdichtung mit n -Dichtspitzen in ein H - S -Diagramm ein, so erhält man die Fannokurve, dargestellt in Abb. 2.3. Die Fannokurve kann auch aus der Gibbs'schen Fundamentalgleichung allgemeingültig hergeleitet werden und beschreibt dann die Abhängigkeit der Entropie S von der Enthalpie H und der Massenstromdichte ρU (Matthias 2007). Bei bekannten Eintrittsbedingungen (H_0) und gegebener Massenstromdichte kann mit Hilfe der Fannokurve die erforderliche Anzahl von Drosselstellen in einem Durchblicklabyrinth abgeschätzt werden, um auf den ebenfalls gegebenen Enddruck zu gelangen. Umgekehrt kann auch bei gegebener Labyrinthgeometrie und Randbedingung der Leckagemassenstrom abgeschätzt werden. Dazu muss zunächst die Strömung durch eine ideale Düse betrachtet werden. Dabei wird angenommen, dass die Strömung stationär, reibungsfrei, adiabat und kompressibel ist, d.h. die Zustandsänderung des Fluides in der Düse ist isentrop. Zusätzlich wird davon ausgegangen, dass der Raum vor der Düse unendlich groß und die Geschwindigkeit U_0 am Anfang des Stromfadens daher gleich null ist. Das Ende des betrachteten Stromfadens liegt im engsten Querschnitt der Düse, Zustand 1. Damit folgt aus der Energiegleichung

$$h_0 = h_1 + \frac{1}{2}U_1^2. \quad (2.7)$$

2.2 Bauformen und Funktion von Deckbandlabyrinthdichtungen

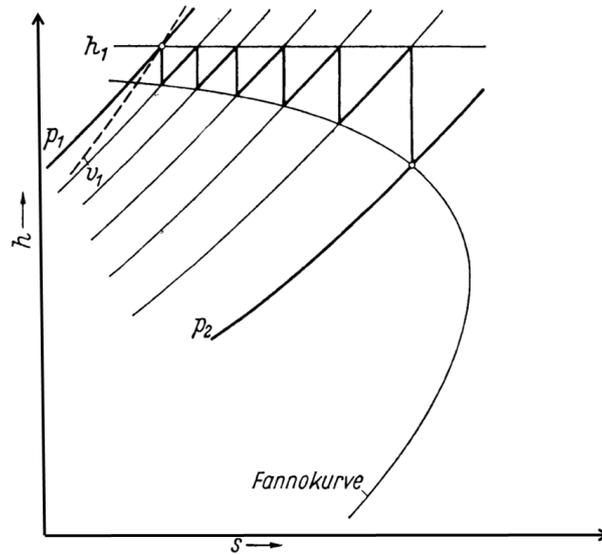


Abbildung 2.3: Fannokurve, Zustandsänderung des Fluids beim Durchströmen einer Labyrinthdichtung mit n-Labyrinthblechen (Traupel 2001).

Für die Ausströmgeschwindigkeit im engsten Querschnitt folgt also nach Umstellen von Gl. 2.7 und nach Substitution der Enthalpie mit der Temperatur

$$U_1 = \sqrt{2 \cdot c_p (T_0 - T_1)}, \quad (2.8)$$

wobei c_p die als konstant angenommene spezifische Wärmekapazität des Fluids ist. Dies ist eine gute Näherung, da als Fluid ein ideales Gas angenommen wird, dessen spezifische Wärmekapazität nicht vom Druck und innerhalb einer Stufe bei kleinen Temperaturänderungen in vernachlässigbarem Maße von der Temperatur abhängig ist (Baehr und Kabelac 2012). Für den Massenstrom gilt die Kontinuitätsgleichung

$$\dot{m} = \rho U A. \quad (2.9)$$

Das Ausströmen durch die ideale Düse wird als isentrop angenommen, weswegen die Zustandsgrößen im engsten Querschnitt mit den Zustandsgrößen vor der Düse über die Gleichungen für isentrope Zustandsänderungen beschrieben werden können. Die Temperatur T_1 kann also mit

$$T_1 = T_0 \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (2.10)$$

und die Dichte ρ_1 mit

$$\rho_1 = \rho_0 \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad (2.11)$$

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

berechnet werden. Werden nun Gl. 2.8, Gl. 2.10 und Gl. 2.11 in Gl. 2.9 eingesetzt folgt für den Massenstrom im engsten Querschnitt einer idealen Düse

$$\dot{m}_{\text{ideal}} = A_1 \sqrt{p_0 \cdot \rho_0 \cdot \underbrace{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{2/\kappa} - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\kappa+1/\kappa} \right]}_{\Psi^2}}. \quad (2.12)$$

Der gekennzeichnete Term Ψ in Gl. 2.12 wird auch als Durchflussfunktion bezeichnet. Der Quotient aus realem Leckagemassenstrom \dot{m}_l und \dot{m}_{ideal} ist der Dichtungsbeiwert C_D

$$C_D = \frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_{\text{ideal}}} \quad (2.13)$$

und ist ein Maß für die Dichtwirkung einer Labyrinthdichtung.

Leckagemodell von Stodola

Die Strömung durch die Radialspalte einer Labyrinthdichtung kann nur eingeschränkt mit der Strömung durch eine ideale Düse verglichen werden. Einerseits kommt es an den Kanten der Dichtspitzen zu Ablösungen und damit zu einer Kontraktion des Strömungsquerschnitts, andererseits ist die Anfangsgeschwindigkeit vor dem Labyrinth nicht null. Das einströmende Fluid hat demnach bereits kinetische Energie, die von Gl. 2.12 nicht berücksichtigt wird. Es existieren unterschiedliche empirische Modelle, die die zuvor genannten Einflüsse mit empirischen Konstanten berücksichtigen. Nach Stodola wird die Strömung durch ein Labyrinth als inkompressibel, stationär und reibungsfrei angenommen (Traupel 2001). Daher kann die Geschwindigkeit in jedem einzelnen Spalt mit

$$U_{\text{sp}} = \sqrt{2 \frac{\Delta p}{\rho}} \quad (2.14)$$

beschrieben werden. Nach Multiplikation der Geschwindigkeit mit der Spaltfläche A_{sp} und der Dichte folgt der Massenstrom durch den Spalt nach Stodola zu

$$\dot{m}_{l,i} = A_{\text{sp}} \cdot U_{\text{sp}} \rho. \quad (2.15)$$

Wird die Druckdifferenz Δp nun über alle n -Dichtspitzen summiert, folgt

$$\sum p \Delta p = n \cdot \frac{p}{2\rho} \cdot \left(\frac{\dot{m}_{l,\text{Stodola}}}{A_{\text{sp}}} \right)^2. \quad (2.16)$$

Die Summe 2.16 wird vereinfacht von p_0 bis p_n integriert, woraus für den Massenstrom nach Stodola

$$\dot{m}_{l,\text{Stodola}} = A_{\text{sp}} \cdot \sqrt{p_1 \cdot \rho_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{p_n}{p_1}\right)^2}{n}} \quad (2.17)$$

folgt. Diese Näherungsgleichung für den Leckagemassenstrom ist verhältnismäßig ungenau, was mitunter daran liegt, dass die Kontraktion des Strömungsquerschnitts nicht berücksichtigt wird (Traupel 2001).

Leckagemodell von Eckert und Schnell

Der zuletzt genannte Nachteil des Leckagemodells von Stodola wird in dem Leckagemodell von Eckert und Schnell (1961) korrigiert, indem die Kontraktionszahl $\alpha \leq 1$ eingeführt wird. Aus Gl. 2.17 wird somit

$$\dot{m}_{l,ES} = \alpha \cdot A_{sp} \cdot \sqrt{p_1 \cdot \rho_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{p_n}{p_1}\right)^2}{n}}. \quad (2.18)$$

Für die Kontraktionszahl wird in Eckert und Schnell (1961) eine empirische Korrelation angegeben.

Leckagemodell von Egli

Einen weiteren Schritt geht Egli (1935), der auch den Anteil der kinetischen Energie in der Anströmung durch den Überströmfaktor ξ berücksichtigt. Für diesen Faktor gibt er eine empirische Korrelation in Abhängigkeit von dem Verhältnis der Spalthöhe c zum axialen Abstand L der Drosselstellen und von der Anzahl der Drosselstellen n an. Auch hier wird die Kontraktion der Strömung in Folge der Ablösung an den Kanten der Dichtspitzen mit der Kontraktionszahl α berücksichtigt, für die er eine von Eckert und Schnell (1961) abweichende empirische Korrelation angibt. Für den Leckagemassenstrom durch eine Labyrinthdichtung ergibt sich nach Egli (1935)

$$\dot{m}_{l,Egli} = \frac{\xi \cdot \alpha \cdot A_{sp} \cdot p_1}{\sqrt{R_s \cdot T_1}} \cdot \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_n}{p_1}\right)^2}{n - \frac{2}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{p_n}{p_1}\right)}}. \quad (2.19)$$

Die Genauigkeit dieser empirischen Gleichungen wird im Verlauf der Arbeit überprüft.

2.3 Deckbandlabyrinthdichtungen in Niederdruckturbinen

Biester et al. (2013) analysieren den Einfluss von Deckbandlabyrinthdichtungen auf die Strömung einer 1.5-stufigen Niederdruckturbinen mittels numerischer Strömungssimulationen. Sie führen dazu die Simulationen unter gleichen Eintritts- und Austrittsrandbedingungen mit und ohne Kavitäten an der Nabe und dem Gehäuse des Hauptströ-

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

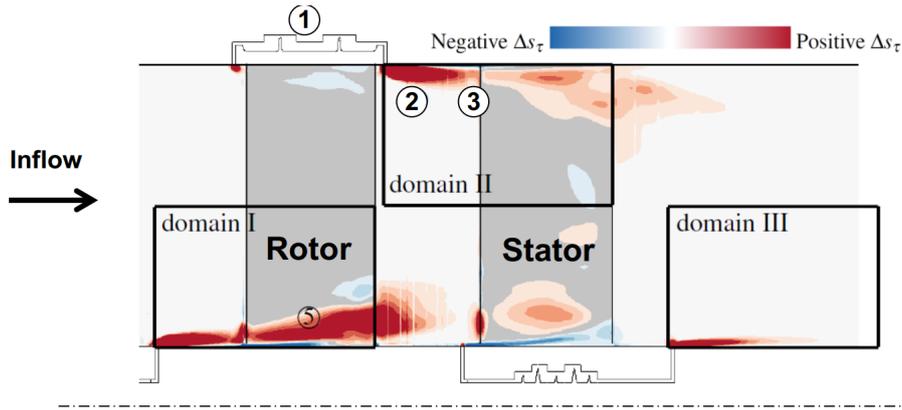


Abbildung 2.4: Visualisierung der dichtungsbezogenen Produktion von Entropie in einer 1.5-stufigen Niederdruckturbinenkomponente (Biester et al. 2013)

nungspfad durch. Aus der Differenz der vorhergesagten Produktion von Entropie bei den beiden Simulationen, können die dichtungsbezogenen aerodynamischen Verluste identifiziert werden. Wie es schon von Wallis et al. (2001) beschrieben und wie es in Abb. 2.4 dargestellt ist, führen Labyrinthdichtungen zu Verlusten beim

- Einströmen in die Kavität,
- beim Durchströmen der Kavität,
- beim Durchmischen der Leakageströmung mit der Hauptströmung und zu
- Verlusten durch Fehlanströmung der nachfolgenden Schaufelreihe.

Wie Abb. 2.4 zeigt, wird die Leakageströmung von den Sekundärströmungen in den Schaufelgittern des Hauptströmungspfad aufgenommen und in Richtung Mittenschnitt transportiert. Es zeigen sich also zusätzliche aerodynamische Verluste durch eine Verstärkung der Sekundärströmungen im Hauptströmungspfad. In Folge dessen reduziert sich der isentrope Wirkungsgrad der Niederdruckturbinenkomponente um 2,5%-Punkte gegenüber einer hypothetischen Niederdruckturbinenkomponente ohne Deckbandlabyrinthdichtungen und ohne Spalt zwischen den Schaufelspitzen und dem Gehäuse. Aus Abb. 2.4 wird deutlich, dass die Mischungsverluste am Austritt der Kavität gegenüber den Einströmverlusten überwiegen. Zu einem ähnlichen Ergebnis kommen auch Rosic und Denton (2008), die eine Reduzierung des isentropen Wirkungsgrades durch die Eintritts- und Austrittskavität mit 0,2 – 0,25%-Punkten und die Mischungsverluste am Austritt mit 0,5%-Punkten beziffern. Dies liegt vor allem an deutlich unterschiedlichen Geschwindigkeitsdreiecken der Leakage- und der Hauptströmung, da die Leakageströmung in der Labyrinthdichtung eine geringere Umlenkung erfährt als die Hauptströmung im Schaufelgitter und mit einer höheren Radialkomponente aus der Kavität ausströmt (Biester et al. 2011, Mahle und Schmierer 2011, Rosic et al. 2007, Wallis et al. 2001). Nach Denton (1993) kann die Produktionsrate von Entropie \dot{S} mit

$$T\dot{S} = \dot{m}_l (v_m^2 - v_m v_c \cos(\alpha)) \quad (2.20)$$

2.3 Deckbandlabyrinthdichtungen in Niederdruckturbinen

berechnet werden, wenn eine Leckage- oder Querströmung mit der Geschwindigkeit v_c unter dem Winkel α in die Hauptströmung mit der Geschwindigkeit v_m einströmt. Auch nach Traupel (2001) sollte der Leckagemassenstrom nicht in Form eines scharfen Strahls und quer zum Hauptstrom eingeleitet werden, um die Mischungsverluste zu minimieren. Die in Traupel (2001) angegebene empirische Gleichung zur Abschätzung der Mischungsverluste geht von einer „günstigen Mischung“ von Hauptströmung und Leckageströmung aus. D.h. sie geht von kleinen Winkeln α aus, was jedoch nicht quantifiziert wird. Die Produktionsrate ist nach Gl. 2.20 linear abhängig von dem Leckagemassenstrom \dot{m}_l des quer einströmenden Fluids, wodurch die Bedeutung einer Reduzierung des Leckagemassenstromes hervorgehoben wird.

Der Einfluss der Gestaltungsparameter von Deckbandlabyrinthdichtungen auf die aerodynamischen Verluste in Niederdruckturbinen wird in einer Vielzahl von weiteren experimentellen und numerischen Arbeiten untersucht. Dabei werden vor allem der Einfluss der Radialspalthöhe, die Gestaltung und Anordnung der Dichtspitzen, die Gestaltung der den Dichtspitzen gegenüberliegenden Wand des Gehäuses und die Gestaltung der Eintritts- und Austrittskavitäten untersucht. Der überwiegende Teil der Arbeiten zielt darauf ab, die Dichtwirkung der Labyrinthdichtung zu maximieren und die Mischungsverluste zu minimieren. Mahle und Schmierer (2011) bewerten die Mischungsverluste beim Wiedereintritt der Leckage- in die Hauptströmung ebenfalls als dominant und versuchen diese durch eine andere Anordnung der Dichtspitzen zu reduzieren. In einer rein numerischen Studie werden die Dichtspitzen statt auf dem Deckband der Niederdruckturbinen im Gehäuse platziert. In Folge dessen wird die Strömungsführung in der Austrittskavität geändert und die Leckageströmung tritt in radialer Richtung nahezu tangential in den Hauptstrom ein. Der isentrope Wirkungsgrad der Turbine nimmt durch diese Maßnahme bei gleicher Leistungsabgabe der Turbinenstufe um 0,14%-Punkte zu. Im Gegensatz zu den zuvor genannten Untersuchungen beziehen Wallis et al. (2001) und Rosic und Denton (2008) auch experimentelle Daten für die Validierung der numerischen Berechnungsverfahren ein. Sie untersuchen damit den Einfluss von Leitblechen in der Austrittskavität der Deckbandlabyrinthdichtung. Ziel dieser konstruktiven Maßnahme ist es, die auch von Biester et al. (2011) beobachtete Minderumlenkung der Leckageströmung in Umfangsrichtung zu korrigieren und die dominanten Mischungsverluste zwischen Leckage- und Hauptströmung zu reduzieren. Rosic und Denton (2008) platzieren die Leitbleche dabei im Gehäuse, während Wallis et al. (2001) Leitbleche auf dem Deckband vorsehen. Während der Ansatz von Wallis et al. (2001) nicht erfolgreich ist, reduzieren die gehäuseseitigen Leitbleche in der Arbeit von Rosic und Denton (2008) die Mischungsverluste. Rosic et al. (2007) variieren schrittweise die Größe der Austrittskavität und analysieren den Einfluss auf den isentropen Wirkungsgrad mittels numerischer Strömungssimulationen und experimentellen Untersuchungen. Sie präsentieren einen Vergleich der in Umfangsrichtung gemittelten Radialverteilungen des Totaldruckes beider Verfahren. Dabei zeigen sich deutliche Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen und den experimentellen Daten. Wie auch schon in Rosic et al. (2006) beobachtet, sagen die numerischen Modelle vor allem den Totaldruckverlust in den Sekundärströmungsgebieten geringer und die radiale Position des Passagenwirbels näher am Gehäuse vorher. Dies kann nicht allein auf die verwendeten Mischungsebenen zwischen

stationären und rotierenden Rechengebieten der Leit- und Laufschaufeln zurück geführt werden, was mit Hilfe von zeitaufgelösten numerischen Strömungssimulationen gezeigt wird. Ähnliche Ergebnisse hinsichtlich des Vergleichs von Simulationsergebnissen und experimentellen Daten im seitenwandnahen Bereich hinter der Ausströmung von Deckbandlabyrinthdichtungen erzielen auch Henke et al. (2016), die primär den Einfluss der Axialspaltvariation zwischen Leit- und Laufschaufel in einer 1.5-stufigen Niederdruckturbine untersuchen. Peters et al. (2005) untersuchen die instationäre Wechselwirkung zwischen Leakage- und Hauptströmung in einer 1.5-stufigen Niederdruckturbine. Auch hier zeigen sich im Vergleich der Ergebnisse aus instationären Strömungssimulationen gegenüber Messungen mit pneumatischen Fünf-Loch Sonden und zeitlich hoch aufgelösten Hitzdrahtmessungen die zuvor beschriebenen Abweichungen stromab des Rotors. Wie Abb. 2.5(a) zeigt, werden die Umlenkung und die Totaldruckverluste gehäuseseitig unterschätzt. Der Passagenwirbel und der saugseitige Hufeisenwirbel sind zu weit in Richtung Mittenschnitt verschoben. Anker et al. (2005) und Basol et al. (2014) liefern weitere Beispiele für die zuvor beschriebenen Defizite der numerischen Strömungssimulationen, die über mehrere Arbeitsgruppen, Turbinen- und Deckbandkonfigurationen hinweg beobachtet werden, dargestellt in Abb. 2.5(b).

Unklar bleibt bei allen Untersuchungen, wodurch die zuvor beschriebenen Defizite in der Vorhersage stammen. Es wird jedoch einheitlich berichtet, dass die Strömung in den Kavitäten, im Hauptstrom und in deren Mischungszone in hohem Maße instationär und turbulent ist. An den Dichtspitzen und an den Kanten des Deckbandes kommt es zu Sprüngen im Strömungsquerschnitt, wodurch großskalige Ablösungen entstehen. Es ist bekannt, dass die heute zumeist und in allen bisher genannten Untersuchungen eingesetzten Wirbelviskositätsmodelle zur Modellierung von Turbulenz Defizite in der Vorhersage der genannten Phänomene haben (Tyacke et al. 2012, Menter 2009). Die Entwicklungstrends hinsichtlich steigender Stufendruckverhältnisse und Drehzahl von Niederdruckturbinen machen es jedoch erforderlich, zuverlässige Vorhersagen des Druckabbaus in Labyrinth, der Wirbelsysteme in den Kavitäten und des integralen Leckagemassenstromes treffen zu können. Hierfür ist eine zuverlässige Vorhersage der Strömung

1. in den Kavitäten der Labyrinthdichtung,
2. im Hauptstrom und dessen Sekundärströmungsgebieten und
3. der Mischung beider Strömungen

erforderlich. Die vorliegende Arbeit soll unter Anderem zeigen, ob die Strömung in den Kavitäten mit den vorhandenen Wirbelviskositätsmodellen im Rahmen der Messungengenauigkeit genau vorhergesagt werden kann oder ob Modellierungsdefizite bestehen.

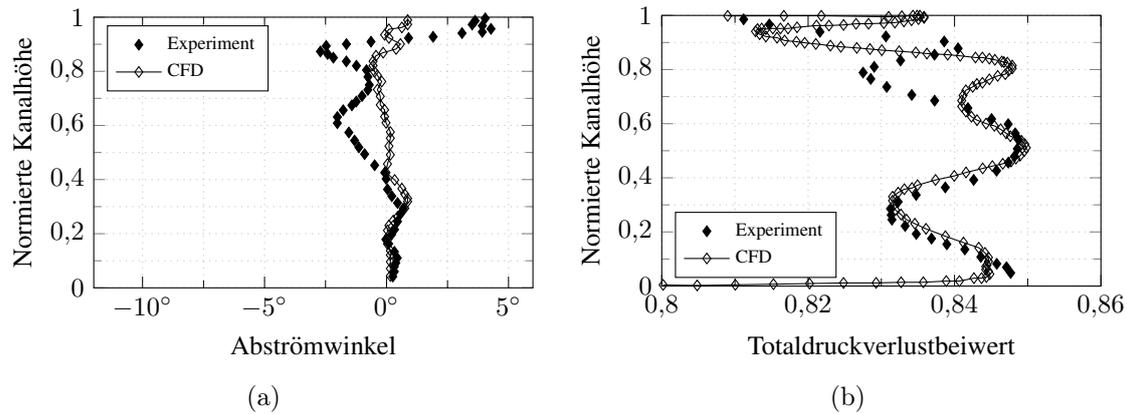


Abbildung 2.5: Messung und numerische Vorhersage des (a) Abströmwinkels nach Peters et al. (2005) (b) des relativen Totaldruckverlustbeiwertes nach Basol et al. (2014). Konfidenzintervalle für die experimentellen Daten wurden von den Autoren nicht angegeben.

2.4 Strömung in Labyrinthdichtungen

Um eine Aussage über mögliche Modellierungsdefizite von Strömungssimulationen treffen zu können, ist ein Vergleich dieser Ergebnisse mit analytischen Lösungen oder experimentellen Versuchsergebnissen erforderlich. Da es für komplexe Strömungen wie die in Labyrinthdichtungen keine analytischen Lösungen gibt, bleibt nur die Validierung der numerischen Vorhersage über Versuchsergebnisse. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die Strömung in Labyrinthdichtungen noch nicht vollständig verstanden ist. Dies betrifft im Besonderen die Existenz und Ursache von großskaligen Wirbelstrukturen, die eine Periodizität von bis zu 30° in Umfangsrichtung haben können und nicht rotationsharmonisch in Drehrichtung des Deckbandes rotieren (Cao et al. 2004, Boudet et al. 2004, Beard et al. 2017, Wein et al. 2018). Der Kenntnisstand hierzu wird in Abschn. 2.4.2 vorgestellt.

2.4.1 Zeitlich gemitteltes Strömungsfeld

Wesentliche charakteristische Strömungsphänomene in Labyrinthdichtungen sind in Abb. 2.6 exemplarisch dargestellt. Es zeigt die mittlere Kavität eines dreistufigen Stufenlabyrinthes mit rotierendem Deckband, welches experimentell unter anderem von Denecke et al. (2005) untersucht wurde. Die dargestellte numerische Vorhersage des Strömungsfeldes stammt aus Wein et al. (2017). Das Fluid strömt von der Druckseite zur Saugseite durch die Dichtspalte und Wirbelkammern der Dichtung. Im Bereich der Dichtspalte wird die Strömung beschleunigt und bildet einen sogenannten Leakagejet aus. Je nach Größe des Radialspalts und der Druckdifferenz über den Dichtspalt kann der Beschleunigungsparameter K Werte von $K \leq 3 \cdot 10^{-6}$ annehmen. Dieser ist mit der Freistrom-

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

geschwindigkeit U_F definiert als

$$K = \left(\frac{\nu}{U_F^2} \right) \frac{dU_F}{dx}. \quad (2.21)$$

Folglich kann die zuvor meist turbulente Grenzschicht in den Dichtspalten relaminarisieren (Tyacke et al. 2012, Jones und Launder 1971). An der Vorderkante der Dichtspitzen kommt es auf Grund des Sprunges im Strömungsquerschnitt zu einer Ablösung des Leckagejets und stromab zu einer Verengung des Spaltquerschnittes zwischen Gehäuse und Dichtspitze. Diese Einschnürung des Leckagejets wird auch als *Vena Contracta* bezeichnet (Abramovich 1963) und erhöht nach Gl.2.17-2.19 die Dichtwirkung. Zwischen dem Leckagejet und den Wänden der Kavität kommt es zur Ausbildung eines Kammerwirbels. An den Wänden des rotierenden Deckbandes wird das Fluid durch viskose Effekte in Umfangsrichtung beschleunigt und es kommt trägheitsbedingt zu einer Pumpwirkung des Labyrinthes (Kármán 1921), wie es z.B. aus den Radseitenräumen von Radialverdichtern und Radialturbinen bekannt ist (Waschka et al. 1990, Denecke et al. 2004). Der Leckagejet versetzt den Kammerwirbel durch Scherung in Rotation. Durch die Rotation des Deckbandes und viskose Effekte wird der Kammerwirbel in Umfangsrichtung geschert und die zeitlich gemittelten Stromlinien bilden Spiralen aus. Je nach Gestaltung der Wirbelkammern und der Stabilität der Grenzschichten kann es, wie dargestellt, zu weiteren Sekundärwirbeln innerhalb der Wirbelkammer kommen. Bedingt durch Scherschichtinstabilitäten sind der Kammerwirbel, der Leckagejet und Sekundärwirbel in hohem Maße instationär und turbulent.

Dieses und weiteres Verständnis wurde in einer Vielzahl unterschiedlicher Labyrinth- oder Dichtungsprüfstände erarbeitet, welche in zwei Kategorien eingeteilt werden können:

- Nicht-rotationssymmetrisch, ohne Rotation des Deckbandes
- Rotationssymmetrisch, mit Rotation des Deckbandes

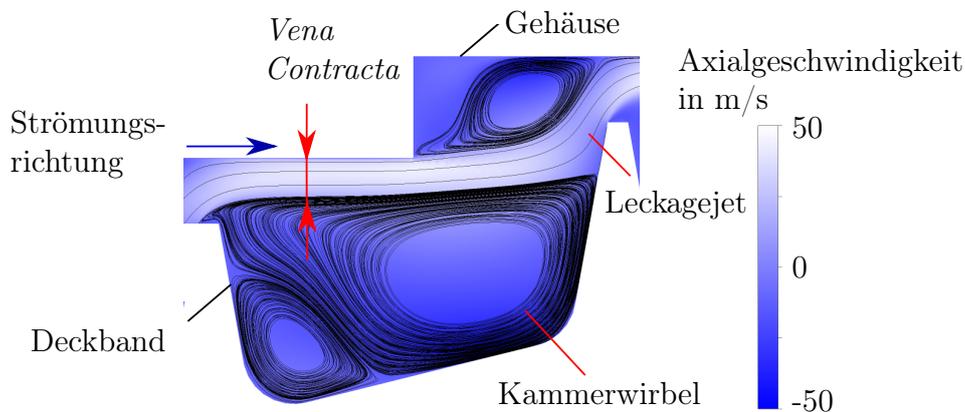


Abbildung 2.6: Zeitlich gemittelte Strömung in den Kavitäten und Spalten eines Stufenlabyrinthes (Wein et al. 2018)

Die erste Kategorie von Prüfständen vernachlässigt den Energieeintrag des Deckbandes in die Strömung und kann daher zu anderen Strömungszuständen, bei ansonsten gleicher Geometrie der Dichtung führen (Waschka et al. 1990). Nach Waschka et al. (1990) hat die Rotation des Deckbandes ab einem Verhältnis der Taylor-Zahl Ta zur axialen Reynolds-Zahl Re_{ax} von $Ta/Re_{ax} \geq 0,2$ einen Einfluss auf die Dichtwirkung und den Wärmeübergang von Labyrinthdichtungen. Die Taylor-Zahl ist mit der Umfangsgeschwindigkeit des Deckbandes $U_{\theta,i}$, der Spaltweite c , der kinematischen Viskosität ν und dem Radius des Deckbandes r_i definiert als

$$Ta = \frac{2U_{\theta,i}c}{\nu} \sqrt{\frac{c}{r_i}}, \quad (2.22)$$

während die axiale Reynolds-Zahl mit der dynamischen Viskosität μ für Labyrinthdichtungen definiert ist als

$$Re_{ax} = \frac{\dot{m}_l}{\mu\pi r_i}. \quad (2.23)$$

Der Quotient beider Kennzahlen setzt also den Impuls der Strömung in axialer und in Umfangsrichtung ins Verhältnis (Waschka et al. 1990). Folglich ist der Einfluss der Rotation bei hohen Reynolds-Zahlen, d.h. hohen Leckagemassenströmen, oder bei geringen Drehzahlen des Deckbandes vernachlässigbar. Dieser Grenzwert hängt allerdings stark von der Geometrie der untersuchten Labyrinthdichtung ab, wie vergleichbare Untersuchungen von Demko et al. (1987) zeigen.

Dennoch wurden an Prüfständen ohne Rotation des Deckbandes wichtige Erkenntnisse zur Gestaltung und Modellierung von Labyrinthdichtungen gewonnen. Die ersten experimentellen Untersuchungen dieser Art werden von Becker (1907) vorgestellt, der hiermit Korrelation zur Abschätzung des Leckagemassenstromes herleitet. Dieser werden später von Egli (1935), Eckert und Schnell (1961) und Stodola weiterentwickelt. Wittig et al. (1983) skalieren ihren nicht achsensymmetrischen Prüfstand und stellen fest, dass das Durchflussverhalten bei gleich eingestellten Druckverhältnis abhängig von der Skalierung ist. Sie weisen auf die Notwendigkeit hin, bei der Skalierung neben der Reynolds- auch die Mach-Zahl-Ähnlichkeit einzuhalten, um die Kompressibilität der Strömung zu berücksichtigen. Fertigungstoleranzen in realen Labyrinthdichtungen haben einen größeren Einfluss als in groß-skalierten experimentellen Aufbauten. Rhode et al. (1997a) und Rhode et al. (1997b) verwenden einen derart skalierten Prüfstand und visualisieren die Strömung in den Kavitäten mit Hilfe von in Wasser gelösten Silberpartikeln. Sie zeigen damit die Ausbildung eines Leakagejets, Ablösungen an der Vorderkante der Dichtspitzen, großskalige Kammerwirbel und analysieren deren Abhängigkeit von der Dichtungsgeometrie in Nutenlabyrinthen. Willenborg et al. (2000) untersuchen den Einfluss von Honigwaben-Anstreifbelägen in dem Versuchsaufbau von Wittig et al. (1983) mittels LDA und thermischer Analysen. Neben dem Einfluss auf die Strömung des Leakagejet, haben die Honigwaben-Anstreifbeläge vor allem eine deutliche Reduzierung des Wärmübergangs in das Gehäuse zur Folge. Wittig et al. (1987) schreibt einen Finite-Differenzen Strömungslöser und setzt ein $k - \epsilon$ -Turbulenzmodell mit Wandfunktionen ein, um die Strömung in den Kavitäten der Labyrinthdichtung zu studieren. Insbesondere für Konfigurationen mit ein und zwei Dichtspitzen erhält er keine gute Vorhersage

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

der Dichtungsbeiwerte, d.h. die Abweichung zwischen CFD und Experiment ist größer als dessen Messunsicherheit. Der Dichtungsbeiwert wird in machen Fällen über- und in anderen Fällen unterschätzt, wodurch keine konservative Vorhersage gesichert ist. Yan et al. (2011) und Desando et al. (2015) untersuchen den gleichen Prüfstand mittels CFD und setzen ein $k - \omega$ -Turbulenzmodell mit Wandfunktionen zur Modellierung viskoser Effekte in der Grenzschicht ein. Beide erhalten ebenfalls Abweichungen in der Vorhersage des Dichtungsbeiwertes von bis zu 5,6% gegenüber den experimentell ermittelten Werten. Michaud et al. (2003) und Vakili et al. (2005) untersuchen mittels numerischer Strömungssimulationen und PIV-Messungen ein um den Faktor 10 skaliertes nicht achsen-symmetrisches Nutenlabyrinth mit unterschiedlichen Gestaltungen der Dichtspitzen. Zur Modellierung der Turbulenz setzen sie ein $k - \epsilon$ -Turbulenzmodell ein und modellieren die Grenzschichten ebenfalls mit Wandfunktionen. Aus diesem Vergleich geht hervor, dass das verwendete numerische Modell die Lage des Leakagejets und dadurch die Größe und Form von Ablöseblasen nicht gut vorhersagt. Weitere Vergleiche zwischen PIV und CFD werden nicht vorgestellt. Gamal und Vance (2008) untersuchen an einem achsen-symmetrischen Prüfstand ohne Rotation des Deckbandes den Effekt von Dichtspitzenbreite, Form der Dichtspitzen und Rotorextrizität. Charakteristisch für diesen Prüfstand ist das sehr kleine Verhältnis der Spalthöhe zur Höhe der Dichtspitzen h von $c/h = 0,008$, während dieses Verhältnis bei typischen Deckbandlabyrinthdichtungen $0,1 \leq c/h \leq 0,4$ ist (Tyacke et al. 2012). Die Rotorextrizität führte dabei erwartungsgemäß zu einer Erhöhung der Dichtungsbeiwerte, da der Einfluss der Spalthöhe schon von unterschiedlichen Arbeitsgruppen zuvor als nicht-linear bezeichnet wurde. Bei Niederdruckturbinen mit Deckbandlabyrinthdichtungen gilt in der Regel $Ta/Re_{ax} \geq 0,2$ weswegen der Einfluss der Rotation nicht vernachlässigt werden darf. Stoff (1980) präsentiert sowohl einen rotationssymmetrischen Prüfstand mit rotierendem Deckband als auch einen Vergleich von LDA-Messdaten mit CFD-Ergebnissen. Der Prüfstand hat im Auslegungspunkt eine Reynolds-Zahl von $Re_{ax} = 3 \cdot 10^4$ und eine Taylor-Zahl von $Ta = 10^4$, d.h. das Verhältnis liegt bei $Ta/Re_{ax} \geq 0,3$. Sein numerisches Modell, welches ebenfalls aus einem $k - \epsilon$ -Turbulenzmodell mit Wandfunktionen aufgebaut ist, liefert eine ähnliche Vorhersage der Umfangsgeschwindigkeit in der Kavität. Allerdings wird die Grenzschicht an der rotierenden Scheibe zu dünn vorher gesagt und die Umfangsgeschwindigkeit des Kammerwirbels um ca. 8% überschätzt. Auch die RMS-Werte der Umfangsgeschwindigkeit, d.h. die Reynolds-Spannungen in Umfangsrichtung werden von seinem numerischen Modell überschätzt. Rhode und Sobolik (1986) entwickeln einen Finite-Differenzen Strömungslöser und verwenden die Messdaten des zuvor diskutierten Prüfstandes zur Validierung. Sie setzen ebenfalls ein $k - \epsilon$ -Turbulenzmodell ein und erhalten die gleiche Vorhersagegenauigkeit wie Stoff (1980). Auch Sturgess (1988), der ein vierstufiges Durchblicklabyrinth von Stecker (1978) mittels CFD untersucht, setzt ein $k - \epsilon$ -Turbulenzmodell mit Wandfunktionen zur Modellierung von Turbulenz ein. Sturgess (1988) stellt eine Überschätzung des Dichtungsbeiwertes C_D (vgl. Gl. 2.13) fest, die mit dem Druckverhältnis über die Dichtung und mit der Spalthöhe zunimmt. Chochua et al. (2001) zeigt an einem Durchblicklabyrinth, dass mit der Verwendung von low-Reynolds Modellen anstelle von Wandfunktionen eine signifikant bessere Vorhersage der Reibungskoeffizienten erzielt werden kann, was unter Anderem für die Vorhersage

des Durchflussverhaltens und der Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix des Läufers für rotordynamische Analysen relevant ist.

Denecke et al. (2004) untersuchen den Einfluss von Vordrall und Rotation des Deckbandes auf das Dichtungsverhalten von Stufenlabirynth. Das Stufenlabirynth kann sowohl divergent als auch konvergent durchströmt werden. Der Prüfstand hat ein Verhältnis der Spalthöhe zur Dichtspitzenlänge von $c/h = 0,325$, ermöglicht Betriebspunkte bis zu einer axialen Reynolds-Zahl von $Re_{ax} = 20.000$ und ist damit für die Untersuchung von Deckbandlabirynthdichtungen von hoher Relevanz. Alle Betriebsparameter und geometrischen Details des Prüfstandes sind in den zuvor zitierten Arbeiten veröffentlicht, weswegen die Prüfstandsdaten von einer Vielzahl von Arbeitsgruppen zur Bewertung numerischer Berechnungsverfahren genutzt wurde. Denecke et al. (2005) untersuchen den Energieeintrag und die Beschleunigung der Strömung in Umfangsrichtung in Folge der Rotation des Deckbandes mittels LDA und thermischer Instrumentierung (Denecke et al. 2005) oder den Einfluss von Honigwaben-Anstreifbelägen auf das Durchflussverhalten und den Wärmeübergang (Weinberger 2014). Den Energieeintrag bewerten Denecke et al. (2005) mit dem Ventilations-Koeffizienten σ , der mit der Umfangsgeschwindigkeit des Rotors $U_{\theta,i}$, der spezifischen Wärmekapazität des Fluids c_p und der Totaltemperaturdifferenz ΔT_{tot} über das Labirynth definiert ist als

$$\sigma = \frac{2c_p \Delta T_{tot}}{U_{\theta,i}^2}. \quad (2.24)$$

Der Fehler in der Vorhersage des Energieeintrages beträgt mit dem verwendeten numerischen Modell bis zu 10%, was auch zu einer signifikant falschen Vorhersage der umgebenen Bauteiltemperaturen und damit der Auslegung von Kühlluftsystemen führen kann. Der Vergleich der Axial- und Umfangsgeschwindigkeiten zeigt im Bereich der Grenzschicht des Rotors und im Bereich des Leakagejets zum Teil größere Abweichungen, während die Axialgeschwindigkeitsverteilung des Kammerwirbels gut vorhergesagt wird. Insbesondere bei einer divergenten Durchströmung des Stufenlabirynthes zeigen sich aber signifikante Defizite in der Vorhersage der Umfangsgeschwindigkeit, was auf eine unzureichende Vorhersage der turbulenten Durchmischung mit dem verwendeten Turbulenzmodell zurück geführt wird (Denecke et al. 2005). Innerhalb der Arbeitsgruppe des Instituts für Thermische Strömungsmaschinen an der Universität Karlsruhe, zu der unter Anderen Wittig et al. (1983), Schramm et al. (2002), Denecke et al. (2004) und Weinberger (2014) gehören, wird das Realizable $k-\epsilon$ -Turbulenzmodell von Shih et al. (1995) mit logarithmischen Wandfunktionen für die Modellierung von Turbulenz in Labirynthdichtungen verwendet. In den genannten Untersuchungen werden jedoch ähnliche Defizite beobachtet, wie in Untersuchungen bei denen das $k-\omega$ -Turbulenzmodell eingesetzt wird. Beispielsweise treffen Soemarwoto et al. (2007) unter Einsatz des $k-\omega$ -Turbulenzmodells und voll aufgelösten Grenzschichten die Dichtungsbeiwerte in einem Stufenlabirynth mit Honigwaben-Anstreifbelägen mit einer Genauigkeit von 1,5%. Sheng et al. (2011) verwenden ein $k-\omega$ -SST-Turbulenzmodell mit voll aufgelösten Grenzschichten zur Vorhersage von Dichtungsbeiwerten eines Durchblicklabirynthes und erhalten Abweichungen von bis zu 6%. Born et al. (2011) setzten die gleiche Modellkombination zur Vorhersage von Wärmeübergängen in dem Durchblicklabirynth von Waschka et al. (1990) ein.

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

Dabei werden die Temperatur der Strömung, des Gehäuses und des Rotors im Rahmen der Messunsicherheit deutlich unterschätzt. Der Dichtungsbeiwert hingegen wird mit der gewählten Modellkombination im Rahmen der Messunsicherheit gut vorhergesagt. Die Verwendung des $k - \omega$ -Turbulenzmodells führt bei Born et al. (2011) zu einer Unterschätzung des Dichtungsbeiwertes i.H.v. 5% . Auch He et al. (2012) zeigen den signifikanten Einfluss des Turbulenzmodells auf die Vorhersage des Wärmeübergangs in Labyrinthdichtungen. Die Streuung zwischen den $k - \epsilon$ -, $k - \omega$ - und $k - \omega$ -SST-Turbulenzmodellen übersteigt die Messunsicherheit um ein vielfaches und keines der Modelle trifft eine gute Vorhersage in allen Bereichen der Dichtung.

Aus den zitierten Arbeiten wird deutlich, dass die Validierung eines numerischen Modells auf mehreren Ebenen erfolgen muss. Neben der Validierung integraler Vorhersagen muss auch die Vorhersage lokaler Größen wie des statischen Drucks und der Geschwindigkeitskomponenten validiert werden. Ein in allen bisher genannten Untersuchungen gemeinsame Trend ist, dass der Dichtungsbeiwert für kleine Druckverhältnisse und kleine Spaltweiten im Rahmen der Messunsicherheit hinreichend genau vorhergesagt werden kann. Darüber hinaus werden die numerischen Vorhersagen ungenauer. Es ist auffällig, dass trotz guter Vorhersage der Dichtungsbeiwerte signifikante Fehler in der Vorhersage lokaler Wirbelsysteme vorliegen. Dies betrifft, z.B. die Vorhersage der Grenzschichtdicke, die Vorhersage der Form des Leckagejets und der Umfangsgeschwindigkeit in den Wirbelkammern. Gerade Letzteres hat für die Verlustbewertung von Labyrinthdichtungen in Turbomaschinen negative Folgen, da die Minderumlenkung der Leckageströmung gegenüber dem Hauptstrom die Verluste bei der Mischung mit letzterem erhöht. Ein Turbulenzmodell, welches für alle Dichtungstypen und Zielgrößen der Vorhersage gleichermaßen gute Vorhersagen liefern kann, wurde nicht gefunden. Im Gegenteil wurde gezeigt, dass die Vorhersage von Dichtungsbeiwerten und Wärmeübergängen hochsensitiv auf das verwendete Turbulenzmodell reagiert. Dies stellen neben He et al. (2012) auch Tyacke et al. (2012) auf Basis der experimentellen Daten von Denecke et al. (2004) und eigenen numerischen Strömungssimulationen fest. Die verwendeten RANS-Turbulenzmodelle haben eine hohe Streuung und liefern keine zuverlässige Vorhersage der Strömung in Labyrinthdichtungen. Die Ursachen für diese große Streuung wurden bislang nicht untersucht. Tyacke et al. (2012) zeigen das Potential von turbulenzauflösenden Simulationsverfahren wie der Large Eddy Simulation (LES) und hybriden Ansätzen, die eine bessere Vorhersage von Dichtungsbeiwerten und Wirbelsystemen in den Kavitäten liefern können. Dennoch verbleiben auch bei Tyacke et al. (2012) Fehler in der Vorhersage der Axial- und Umfangsgeschwindigkeiten. Insbesondere das getestete LES-Modell unterschätzt die Schleppwirkung, also die Umfangsgeschwindigkeit der Strömung in Folge der Beschleunigung der Strömung in der Grenzschicht des rotierenden Zylinders, der Rotorscheibe um 5 – 10%. Mögliche Fehlerquellen des LES-Modells werden jedoch nicht eingegrenzt und nicht ins Verhältnis zu den experimentellen Konfidenzintervallen gesetzt. So werden weder die Abhängigkeit der Lösung von der räumlichen Diskretisierung noch von der Größe des Rechengbietes und von der mathematischen Diskretisierung detailliert untersucht. Für eine korrekte Vorhersage der Strömung mit LES-Modellen müssen alle Skalen der Strömung sowohl zeitlich als auch räumlich von dem numerischen Modell abgebildet werden. Diese Skalen werden von Tyacke et al. (2012) nicht identifiziert und

die LES-Ergebnisse werden nicht zur Analyse der Defizite der RANS-Turbulenzmodelle genutzt. Die experimentellen Ergebnisse von Denecke et al. (2004) liefern nur an zwei axialen Positionen und jeweils vier bzw. fünf radialen Positionen der zentralen Wirbelkammer Informationen über das Geschwindigkeitsfeld, wovon z.B. nur ein Messpunkt im Leckagejet liegt. Diese geringe Auflösung der, von hohen Geschwindigkeitsgradienten dominierten Strömung der Wirbelkammer, lässt keine sichere Validierung der numerischen Modelle zu. Die Ergebnisse von Tyacke et al. (2012) zeigen jedoch, dass die Strömung in Labyrinthdichtungen maßgeblich von Turbulenz definiert wird. Turbulente Längenmaße und die Anisotropie werden nicht analysiert. Zur Identifikation aller relevanten Skalen der Strömung ist daher eine Betrachtung von instationären Strömungsphänomenen in Labyrinthdichtungen erforderlich.

2.4.2 Instationäre Strömung in Kavitäten und Labyrinthdichtungen

Wie auf Basis von Abb. 2.6 vermutet werden kann, ist die Strömung in den Kavitäten und Spalten einer Labyrinthdichtung nicht stationär, sondern von einer Vielzahl instationärer Phänomene bestimmt. So sind die Ablösung an den Dichtspitzen der Labyrinthdichtung und auch der Kammerwirbel nicht stabil, sondern fluktuieren zeitlich (Wein et al. 2018). Hinzu kommen turbulenzbedingte Fluktuationen in der Strömung. Strukturierte Analysen dieser Effekte sind nur für wenige und häufig gegenüber Labyrinthdichtungen stark vereinfachte Fälle publiziert. Die treibenden Mechanismen und deren Abhängigkeit von Gestaltungsparametern der Dichtung sind noch nicht vollständig verstanden. An dieser Stelle soll dennoch ein kurzer Überblick über den Kenntnisstand gegeben werden, um darauf aufbauend, Anforderungen an die räumliche und zeitliche Auflösung des Rechengebietes von LES-Modellen ableiten zu können.

Großskalige instationäre Phänomene in Kavitäten und Labyrinthdichtungen sind vor Allem für Kavitäten in Rad-Seitenräumen identifiziert worden. Diese unterscheiden sich im Vergleich zu Deckbandlabyrinthdichtungen vor Allem dadurch, dass das Fluid zwischen zwei parallelen Flächen strömt, die orthogonal zur Rotationsachse stehen. Rad-Seitenräume werden in Turbomaschinen häufig über Sekundärluftsysteme mit Kühlluft gespeist, um die thermischen Lasten des Rotors zu minimieren. Anderenfalls würde es aufgrund von viskosen Effekten zu einer Selbstaufheizung oder durch das Einströmen von heißen Gasen aus dem Hauptströmungspfad zu einer Aufheizung des Fluids in den Rad-Seitenräumen kommen. Nach Bayley und Owen (1970) kommt es bei den untersuchten Rad-Seitenraumkonfigurationen zu einer periodischen Rückströmung von heißen Gasen, wenn der dimensionslose Kühlluftmassenstrom

$$C_w = \frac{\dot{m}_l}{\mu r_{\text{Misch}}} \quad (2.25)$$

$C_{w,\text{min}} = 0.61 G_c \text{Re}_\theta$ unterschritten wird. Darin ist r_{Misch} der Radius der rotierenden Scheibe am Übergang zum Hauptströmungspfad und $G_c = c/r_{\text{Misch}}$ der Quotient aus der

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

Spaltweite c und r_{Misch} . Die Umfangs-Reynolds-Zahl Re_θ

$$\text{Re}_\theta = \frac{\rho \Omega r_{\text{Misch}}^2}{\mu} \quad (2.26)$$

ergibt sich aus der Dichte des Fluids ρ und der Winkelgeschwindigkeit des Rotors Ω . Boudet et al. (2004), Jakoby et al. (2004), Wang et al. (2014) und Chew et al. (2018) zeigen, dass diese periodische Einströmung mit Wirbelstrukturen im Rad-Seitenraum interagieren und diese verstärken kann. Unter Anderem liefern Beard et al. (2017) einen experimentellen Nachweis derartiger Strukturen in Rad-Seitenräumen und bezeichnen diese als Nierenwirbel. Die Nierenwirbel sind kohärente Strukturen mit einer Periodizität von bis zu 30° und rotieren nicht-rotationsharmonisch mit einer Winkelgeschwindigkeit von $0,3 - 0,8 \cdot \Omega$ in Rotationsrichtung des Rotors (Boudet et al. 2004, Beard et al. 2017). Die Teilung des Nierenwirbels korreliert dabei nicht mit der Anzahl von Stützrippen oder Leit- und Laufschaufeln im angrenzenden Hauptströmungspfad. In numerischen Strömungssimulationen werden signifikant bessere Vorhersagen experimenteller Daten hinsichtlich des Durchflussverhaltens der Rad-Seitenräume erzielt, wenn das Rechengebiet groß genug gewählt wird, um die Nierenwirbel aufzulösen (Cao et al. 2004).

Nierenwirbel in Deckbandlabyrinthdichtungen eines Stufenlabyrinthes, konnten bislang nur mittels numerischer Strömungssimulationen von Wein et al. (2017) und Wein et al. (2018) identifiziert werden. Dabei bildet der Kammerwirbel einen Nierenwirbel mit einer Periodizität von 12° aus und rotiert mit einer Winkelgeschwindigkeit von $0,76 \cdot \Omega$ in Rotationsrichtung des Rotors, dargestellt in Abb. 2.7(a) in Form eines Weg-Zeit-Diagramms an dem rot gekennzeichneten Punkt in der Kavität. Für Deckbänder mit Durchblicklabyrinthdichtungen liefert die Studienarbeit von Lettmann et al. (2019) einen ersten Hinweis auf vergleichbare Strukturen. Eine abschließende Bewertung und Validierung steht jedoch noch aus.

Nierenwirbel sind damit voraussichtlich die größten kohärenten und instationären Strukturen in Labyrinthdichtungen. Da bislang keine Korrelationen zur Abschätzung ihrer Periodizität bekannt sind, muss diese durch zeitlich aufgelöste Strömungssimulationen des vollständigen Prüfstandes, d.h. 360° in Umfangsrichtung, ermittelt werden. Auf Basis der zuvor genannten Periodizität und Rotationsgeschwindigkeit der Nierenwirbel liegt deren Frequenzbereich zwischen $100 - 2000$ Hz, wenn ein Drehzahlbereich von $3.000 - 10.000 \text{ min}^{-1}$ angenommen wird. Die Mechanismen, die zur Entstehung der Strukturen führen wurden bisher noch nicht identifiziert. Die Theorien zu Instabilitäten in Taylor-Couette-Strömungen können nicht unmittelbar angewendet werden, da der Strömung in Labyrinthdichtungen zusätzlich zur Scherung in Umfangsrichtung (Taylor-Couette-Strömung) eine signifikante Axialgeschwindigkeit überlagert ist (Leckagejet). Für reine Taylor-Couette Strömungen, d.h. für die Strömung zwischen zwei gleichläufig oder gegenläufig rotierenden Zylindern treten in Abhängigkeit von der Couette-Reynolds-Zahlen beider Zylinder $\text{Re}_{\text{couette},i,o}$ die in Abb. 2.8 gezeigten Strömungszustände auf (Grossmann et al. 2016). Die Couette-Reynolds-Zahl ist dabei definiert mit dem Radius des inneren und äußeren Zylinders $r_{i,o}$, deren Abstand $\Delta r = r_o - r_i$ und deren Kreisfrequenzen $\Omega_{i,o}$

$$\text{Re}_{\text{couette},i,o} = \frac{r_{i,o} \Omega_{i,o} \Delta r}{\nu}. \quad (2.27)$$

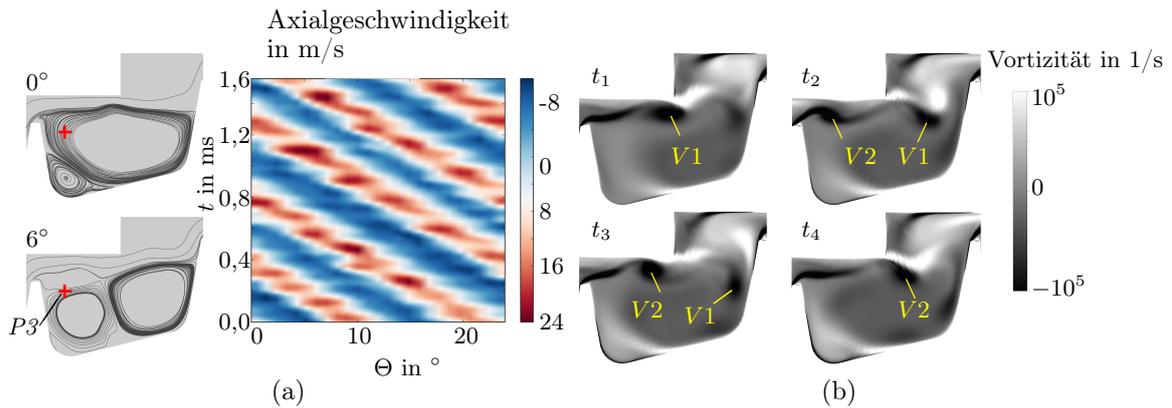


Abbildung 2.7: (a) Zeitliche Fluktuation des Kammerwirbels und Weg-Zeit Diagramm der Axialgeschwindigkeit an Punkt 3 in Umfangsrichtung (Wein et al. 2018). (b) Wirbelablösung an den Dichtspitzen eines Stufenlabyrinthes (Wein et al. 2018).

Im Fall von Deckbandlabyrinthdichtungen ist die Couette-Reynolds-Zahl $Re_{\text{couette},o}$ des Gehäuses Null, weshalb nach Abb. 2.8 ab einer Reynolds-Zahl $Re_{\text{couette},i} = 130$ des Deckbandes instationäre Strukturen zu beobachten sein sollten. Im Falle des Stufenlabyrinthes von Denecke et al. (2004) beträgt diese nach Gl. 2.27 $Re_{\text{couette},i} \approx 45.000$, sodass eine Zuordnung zu Strukturen aus Abb. 2.8 nicht möglich ist. In diesem Fall ist eine voll turbulente Taylor-Couette Strömung zu erwarten. Allerdings besteht eine visuelle Ähnlichkeit des in Umfangsrichtung periodischen Nierenwirbels in den Wirbelkammern aus Wein et al. (2018) zu dem „Wavy-Vortex“ Modus, der auch von Akonur und Lueptow (2003) beschrieben wird. Daher kann auch nicht ausgeschlossen werden, dass es sich bei den Nierenwirbeln um eine spezielle Form von Taylor-Couette-Strömungsinstabilitäten handelt.

Eine deutlich höhere Frequenz haben die von Szymanski et al. (2015) und Wein et al. (2018) beobachtete periodisch instationäre Wirbelablösung an den Dichtspitzen. Wie in Abb. 2.7(b) dargestellt, rollt sich die Grenzschicht zwischen abgelöstem Leckagejet und Kammerwirbel auf und bildet Wirbel aus. Diese werden stromab transportiert und treffen auf die Druckseite der nächsten Dichtspitze. Die Frequenz der Wirbelablösung beträgt im Auslegungspunkt des Stufenlabyrinthes 9000 Hz und zeigt eine nicht-lineare Abhängigkeit von dem Druckabfall über die Dichtspitzen und der Drehzahl des Rotors (Wein et al. 2018). Die Frequenz der Ablösung ist dabei kein Vielfaches der Frequenz der Nierenwirbel. Eine Analogie zu diesem beobachteten Phänomen findet sich nur in Studien zur Überströmung offener Kavitäten, wie sie unter anderem von Rockwell und Naudascher (1978) untersucht werden. Danach können die Instabilitäten über offenen Kavitäten in

- fluid-dynamische,
- fluid-resonante und
- fluid-elastische

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

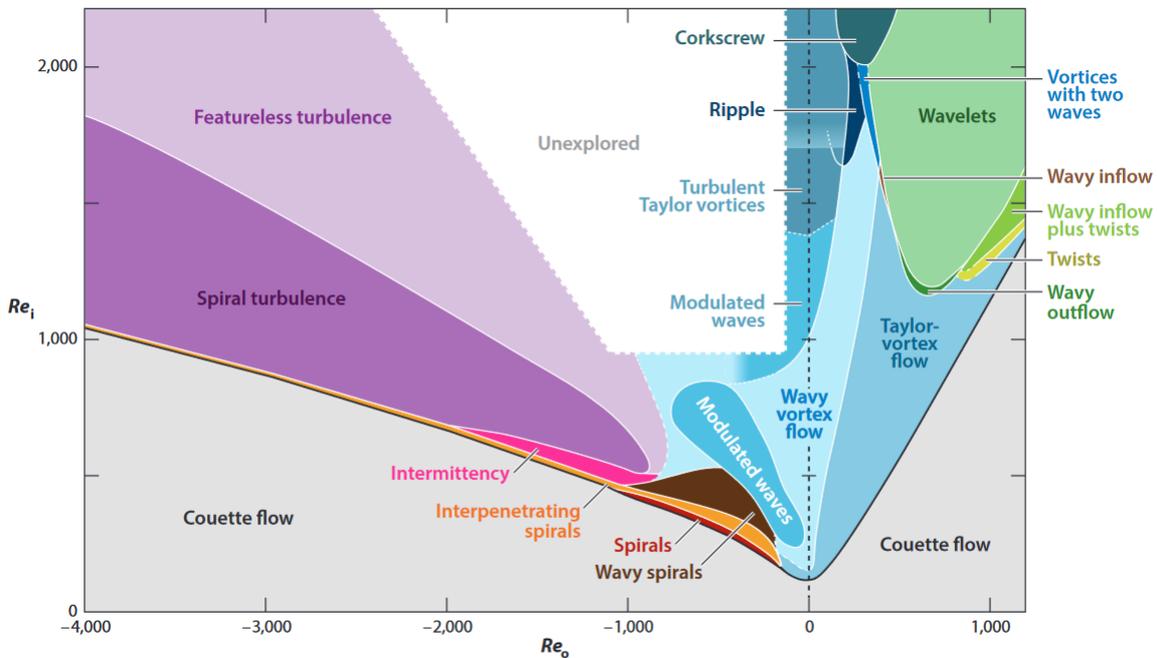


Abbildung 2.8: Turbulente Taylor-Couette-Strömungen nach Grossmann et al. (2016)

Oszillationen unterschieden werden. Fluid-dynamische Effekte werden durch Grenzschichtinstabilitäten zwischen Kammerwirbel und Freistrom hervorgerufen und können durch Wechselwirkungen mit und Reflexionen an der stromab liegenden Rückwand der Kavität verstärkt werden. Fluid-resonante Effekte treten vor allem in kompressiblen Strömungen auf, bei denen die charakteristische Wellenlänge der Störung in der Größenordnung der akustischen Wellenlänge liegt (Rockwell und Naudascher 1978). Fluid-elastische Effekte treten nur auf, wenn die Seitenwände der Kavität das Fluid durch Vibrationen anregen. Nach Rowley et al. (2002) sind fluid-dynamische und fluid-resonante Oszillation Sonderfälle eines sogenannten „Shear-Layer Mode“ und auf Kelvin-Helmholz-Instabilitäten in der Grenzschicht zwischen Freistrom und Kammerwirbel zurück zu führen. Dieser Modus kann durch die Reflexion akustischer Wellen an der Rückwand der Kavität und einer Verstärkung der Grenzschichtinstabilitäten gekennzeichnet sein. Darüber hinaus stellen Gharib und Roshko (1986) noch einen „Wake-Mode“ fest, bei dem die Strömung in der Grenzschicht zwischen Kavität und Freistrom der Kármánschen Wirbelstraße im Nachlauf hinter einem Zylinder ähnelt. In Abhängigkeit von der axialen Länge der Kavität, bilden sich unterschiedlich viele Wirbel in der Grenzschicht zwischen Kammerwirbel und Außenströmung aus. Sie bezeichnen dies als Moden der Kavität und finden einen funktionalen Zusammenhang zwischen einer charakteristischen Frequenz f der Mode N , der axialen Länge der Kavität L und der Freistromgeschwindigkeit U_F

$$N = \frac{fL}{U_F} \quad (2.28)$$

Dies gleicht der Definition der Strouhal-Zahl. Oszilliert die Kavität in der ersten Mode ($N = 1$), bildet sich ein Wirbel in der Grenzschicht zwischen Kammerwirbel und

Außenströmung aus. Mit zunehmender Länge der Kavität fällt die charakteristische Frequenz. Nach Erreichen einer kritischen Länge fängt die Kavität an, in der zweite Mode ($N = 2$) zu oszillieren und es bilden sich zwei Wirbel in der Grenzschicht aus. Rowley et al. (2002) stellen fest, dass dieser Modus keine Abhängigkeit von der Mach-Zahl zeigt, weswegen er keinem aeroakustischen Phänomen zugrunde liegen kann. Nach Gharib und Roshko (1986) startet eine Kavität ab $\sqrt{\text{Re}_\delta} L/\delta \geq 780$ im Shear-Layer Mode zu oszillieren. Die Grenzschichtdicken-Reynolds-Zahl Re_δ ist dabei mit der Grenzschichtdicke δ als charakteristisches Längenmaß definiert zu

$$\text{Re}_\delta = \frac{\rho U \delta}{\mu}. \quad (2.29)$$

Die Transition zwischen Shear-Layer und Wake-Mode passiert bei einem kritischen Verhältnis von L/δ , welcher abhängig von der Mach-Zahl und der Grenzschichtdicken-Reynolds-Zahl ist (Rowley et al. 2002). Die Untersuchungen zur Überströmung offener Kavitäten sind allerdings ohne Relativbewegung zwischen der inneren und äußeren Kavitätenwand durchgeführt worden. Die Strömung ist vor dem Überströmen der Kavität voll angelegt und weist ein laminares Grenzschichtprofil auf. Eine direkte Übertragbarkeit auf Kavitäten in Labyrinthdichtungen ist daher nicht möglich. Die Druckamplituden, die mit der Wirbelablösung einhergehen, betragen bei Wein et al. (2018) ± 1500 Pa und können zu einer strukturmechanischen Anregung führen. Ob dies im Vergleich zu turbulenzbedingten Fluktuationen relevant ist, kann aus den URANS-Simulationen in Wein et al. (2018) nicht bestimmt werden. Hierfür sind LES oder DNS-Simulationen erforderlich. Aufgrund der zu erwartenden Amplituden erscheint die Entwicklung von Korrelationen zur Abschätzung der Ablösefrequenz für industrielle Auslegungsketten sinnvoll und sollte in zukünftigen Arbeiten studiert werden.

Beide Effekte, sowohl der Nierenwirbel als auch der pulsierende Leckagejet können zu einer periodisch instationären, strukturmechanischen Anregung des Gehäuses, des Deckbandes und der Dichtspitze führen. Diese aeroelastischen Wechselwirkungen zwischen Fluid und Festkörper werden schon von Erich (1968) berichtet. Sie können zu einer Ermüdung der Bauteile und zu Bauteilschäden führen (El-Aini et al. 2011). Insbesondere Effekte, die in Umfangsrichtung variierende Druckfelder in den Kavitäten hervorrufen, führen zu Flattern der Dichtspitzen (Corral und Vega 2018) und zu einer Anregung der Eigenfrequenzen des Rotors (di Mare et al. 2010, Szymanski et al. 2015, Cangioli et al. 2019). Diese können z.B. durch Rotorexzentritäten hervorgerufen werden. Auch aus aeroakustischen Gründen ist die Strömung durch Labyrinthdichtungen von Relevanz, da die instationären Strömungsphänomene zu einer Erhöhung der Geräuschemissionen von Turbomaschinen führen (Szymanski et al. 2015). So berichten auch Schaedler et al. (2017) von einer Erhöhung des Schalldruckpegels um 18 dB(A) aufgrund von Nierenwirbeln in Radseitenräumen. Eine korrekte Vorhersage der Strömung in Labyrinthdichtungen ist also in den Disziplinen der Aerodynamik, Aeroelastik, Aeroakustik und Thermodynamik der Entwicklung von Turbomaschinen von hoher Relevanz.

2 Deckbandlabyrinthdichtungen in Turbomaschinen

3 Numerische Strömungssimulation

Im Rahmen dieser Arbeit werden numerische Strömungssimulationen (engl. Computational Fluid Dynamics, kurz CFD) zur Vorhersage von Strömungen in Deckbandlabyrinthdichtungen eingesetzt und hinsichtlich möglicher Modellierungsdefizite bewertet. Dazu werden im folgenden Abschnitt die wesentlichen Grundlagen der eingesetzten Modelle und Methoden erläutert. Zusätzlich werden die eingesetzten Strömungslöser TRACE (Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment) (Kügeler 2004, Nürnberger 2004) in der Version 9.1, entwickelt vom Deutschen Luft- und Raumfahrtzentrum (DLR) und OpenFOAM (Open Source Field Operation and Manipulation) (Weller et al. 1998) in der Version 1612 vorgestellt.

3.1 Grundgleichungen

Alle Kontinuumsströmungen werden durch die Erhaltungsgleichungen für die Masse, den Impuls und die Energie des Fluids vollständig und exakt beschrieben (Hirsch 2007). Fluid-Strömungen werden als Kontinuumsströmung bezeichnet, wenn die Knudsen-Zahl $\text{Kn} \ll 1$ ist, d.h. die mittlere freie Weglänge der Moleküle wesentlich kleiner ist, als eine charakteristische Länge L des betrachteten Strömungsfeldes.

Die Impulserhaltung ist für alle drei Raumrichtungen zu lösen, wodurch sich ein gekoppeltes, nichtlineares Differentialgleichungssystem mit fünf Gleichungen ergibt. Für eine detaillierte Herleitung der so genannten Navier-Stokes-Gleichungen (kurz NSG) wird auf Ferziger und Perić (2008) und Anderson, Jr. (1995) verwiesen. Sie erfolgt unter Zuhilfenahme der Kontinuumshypothese, d.h. unter Annahme konstanter Zustandsgrößen innerhalb von infinitesimal kleinen Kontrollvolumen. Daraus ergibt sich z.B. die differentielle Form der Erhaltungsgleichung der Masse in einem kartesischen Koordinatensystem mit der Dichte ρ und den drei Geschwindigkeitskomponenten $u_i = (u, v, w)$ nach Ferziger und Perić (2008) zu:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0. \quad (3.1)$$

Werden die auf ein infinitesimal kleines Kontrollvolumen angreifenden Kräfte betrachtet, folgen die differentiellen Erhaltungsgleichungen für den Impuls nach Ferziger und Perić (2008) zu

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \rho k_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i}. \quad (3.2)$$

Als Körperkraft ρk_i tritt in Gl. 3.2 in der Regel nur die Gewichtskraft in Folge des Gravitationsfeldes g_i der Erde auf, d.h. $k_i = g_i$. τ_{ij} ist der Spannungstensor, der aus

3 Numerische Strömungssimulation

einem Druck- p und einem viskosen Anteil auf Grund der dynamischen Viskosität μ des Fluids besteht. Er berechnet sich nach

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \underbrace{\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)}_{\text{viskoser Anteil}}. \quad (3.3)$$

In Gl. 3.3 bezeichnet δ_{ij} das Kronecker-Delta, für das $\delta_{ij} = 1$ falls $i = j$ und $\delta_{ij} = 0$ falls $i \neq j$ gilt. Bei der Energieerhaltung wird in Abhängigkeit von dem betrachteten Problem die Erhaltung der inneren Energie e oder die der totalen Energie $E = e + u_i^2/2$ betrachtet. Für die Erhaltung der inneren Energie ergibt sich nach Anderson, Jr. (1995) die konservative Form der Differentialgleichung zu

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i e)}{\partial x_i} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ji} u_i}{\partial x_j} + \rho r \quad (3.4)$$

und für die totale Energie zu

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i E)}{\partial x_i} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ji} u_i}{\partial x_j} + \rho r \quad (3.5)$$

Der wesentliche Unterschied besteht also in der Berücksichtigung der kinetischen Energie des Fluids $u_i^2/2$, welche vor allem für inkompressible Flüssigkeiten und für Gase bis zu einer Mach-Zahl von $Ma \leq 0,3$ vernachlässigt werden kann. In den Gl. 3.4 und 3.5 beschreibt ρr mögliche Wärmequellen und q_i Wärmeflüsse. Auch die dynamische Viskosität μ ist nicht bekannt. In den Navier-Stokes-Gleichungen gibt es also mehr unbekannte Größen als Gleichungen. Eine Schließung des Gleichungssystems kann für ideale Gase mit Hilfe der Zustandsgleichungen für das Fluid erreicht werden. Für ideale Gase gilt der Zusammenhang

$$p = \rho R_s T, \quad (3.6)$$

wobei die spezifische Gaskonstante $R_s = 287 \text{ J/kgK}$ und T die Temperatur des Fluids sind. Wärmequellen in der Energiegleichung werden in dieser Arbeit vernachlässigt, da sie in den betrachteten experimentellen Arbeiten nicht auftreten. Zusätzlich werden gravitationsbedingte Terme in der Energie- und Impulsgleichung vernachlässigt. Die innere Energie e ist das Produkt der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen $c_v = 717 \text{ J/kgK}$ und der Temperatur

$$e = c_v T. \quad (3.7)$$

Als Wärmefluss tritt vor Allem Wärmeleitung auf, die das Produkt der temperatur- und stoffabhängigen Wärmeleitfähigkeit λ und dem Temperaturgradienten ist. Die Wärmeleitfähigkeit kann mit Hilfe der zu

$$\text{Pr} = \frac{\nu \rho c_p}{\lambda} \quad (3.8)$$

definierten Prandtl-Zahl Pr approximiert werden, sodass

$$q_i = \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} = \mu \frac{c_p}{\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (3.9)$$

folgt. Darin ist c_p die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck. Für Luft werden, wie auch in dieser Arbeit, zumeist $c_p = 1004,71 \text{ J/kgK}$ und $\text{Pr} = 0,72$ angenommen. Damit ist nur noch die Temperatur- und Stoffabhängige dynamischen Viskosität μ zu definieren. Nach Sutherland (1893) kann diese für Luft mit

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T_0 + T_S}{T + T_S} \right) \frac{T^{3/2}}{T_0} \quad (3.10)$$

bestimmt werden. Für die Referenzwerte in Gl. 3.10 wird $T_0 = 110 \text{ K}$, $T_S = 273 \text{ K}$ und $\mu_0 = 1,7198 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ angenommen. Damit ist das Gleichungssystem geschlossen und kann nach der Definition von Anfangs- und Randbedingungen gelöst werden.

3.2 Turbulenz

Die Navier-Stokes-Gleichungen beschreiben alle Strömungen exakt und deren vollständige numerische Lösung wird als direkte numerische Simulation, kurz DNS bezeichnet. Eine notwendige Bedingung hierfür ist, dass alle Skalen der Strömung räumlich und zeitlich aufgelöst, d.h. berechnet werden. Der numerische Aufwand und damit der Ressourcenbedarf hängt daher neben der Größe des Rechengebietes und dem Spektrum der zeitlichen Skalen entscheidend vom Zustand der betrachteten Strömung ab. Hierbei werden unter Anderem laminare und turbulente Strömungen unterschieden. In laminaren Strömungen strömen die Fluidpartikel räumlich und zeitlich wohlgeordnet als sogenannte Schichtenströmung auf parallelen Bahnen nebeneinander her (Herwig 2006). Der numerische Ressourcenbedarf ist hier vergleichsweise gering. Allerdings sind, insbesondere im Turbomaschinenbau, die wenigsten Strömungen laminar, sondern turbulent. Der Übergang zwischen einer laminaren und turbulenten Strömung wird als Transition bezeichnet und erfolgt für jedes Problem bei einer charakteristischen Reynolds-Zahl

$$\text{Re} = \frac{UL}{\nu}. \quad (3.11)$$

Dabei sind L und U charakteristische Längen- und Geschwindigkeitsmaße, wodurch die Reynolds-Zahl ein Verhältnis aus dynamischen und viskosen Kräften darstellt (Herwig 2006). Turbulente Strömungen sind nach Fröhlich und von Terzi (2008)

- instationär,
- dreidimensional,
- rotations-behaftet,
- chaotisch,
- dissipativ,
- diffusiv und

3 Numerische Strömungssimulation

- mehrskalig.

Trotz aller chaotisch wirkenden Strukturen turbulenter Strömungen, sind diese nicht zufällig (Leschziner 2015). Sie sind durch eine Vielzahl von Wirbeln unterschiedlicher Größe charakterisiert, die miteinander interagieren und Energie austauschen. Die Mehrskaligkeit turbulenter Strömungen wird besonders im Energiespektrum deutlich, welches die Energie E der turbulenzbedingten Fluktuationen des Geschwindigkeitsfeldes über deren Wellenzahl κ aufträgt. Dabei ist $\kappa = 1/\lambda$ der Kehrwert der Wellenlänge λ der turbulenten Strukturen. Ein typisches Energiespektrum mit dem zugehörigen Dissipationsspektrum einer voll turbulenten Strömung ist in Abb. 3.1 dargestellt. Der Bereich **A** besteht aus den größten turbulenten Strukturen mit einer charakteristischen Länge Λ , welche ihre Energie aus der Hauptströmung beziehen. Bereich **A** wird daher auch Produktionsbereich genannt. Λ kann dabei so groß wie charakteristischen Abmessungen der Geometrie des Rechengebietes sein (Pope 2011). Durch Wechselwirkungen mit anderen turbulenten Strukturen zerfallen die großen Wirbel im Bereich **B**, dem Inertialbereich, in kleinere turbulente Strukturen, wodurch deren Wellenlänge abnimmt. Dieser Zerfall ist, wie das Dissipationsspektrum zeigt, mit einer Wandlung von kinetischer Energie in innere Energie verbunden. Folglich kommt eine turbulente Strömung zum Erliegen, wenn ihr keine Energie zugeführt wird (Leschziner 2015). Die Energie bezieht die Turbulenz aus den Scherschichten der Hauptströmung. Am Ende des Inertialbereiches ist die Dissipation maximal und die kinetische Energie der turbulenten Fluktuationen wird durch viskose Effekte vollständig in innere Energie gewandelt. Der Bereich **C** wird daher auch Dissipationsbereich genannt. Im zeitlichen Mittel erfolgt nur ein Transport von turbulenter kinetischer Energie von den großen zu den kleinen Skalen. Lokal kann es jedoch temporär auch zu einem entgegengesetzten Transport, engl. backscatter kommen (Pope 2011). Integriert man das Energiespektrum über alle Wellenzahlen

$$k = \int_{\kappa_\Lambda}^{\kappa_\eta} E(\kappa) d\kappa, \quad (3.12)$$

erhält man die turbulente kinetische Energie k der Strömung. Das Längenmaß η , bei dem die Dissipation im Mittel stattfindet, hängt nach Pope (2011) näherungsweise linear von der Reynolds-Zahl der größten Skalen ab

$$\frac{\Lambda}{\eta} = \text{Re}_\Lambda^{3/4}. \quad (3.13)$$

Diese ist definiert als

$$\text{Re}_\Lambda = \frac{u_\Lambda \Lambda}{\nu} \quad (3.14)$$

und beträgt nach Leschziner (2015) typischerweise 10% der Reynolds-Zahl der Hauptströmung. Daher ist die DNS für die meisten industriellen Anwendungen zu teuer bis unmöglich, da das verwendete Rechengebiet groß genug sein muss, um die großen turbulenten Strukturen Λ zu erfassen. Gleichzeitig muss die räumliche und zeitliche Auflösung des Rechengebietes fein genug sein, damit auch die kleinsten Skalen η aufgelöst werden. Durch die erforderliche Netzverfeinerung in alle drei Raumrichtungen steigt der numerische Ressourcenbedarf also mit Re^3 (Leschziner 2015).

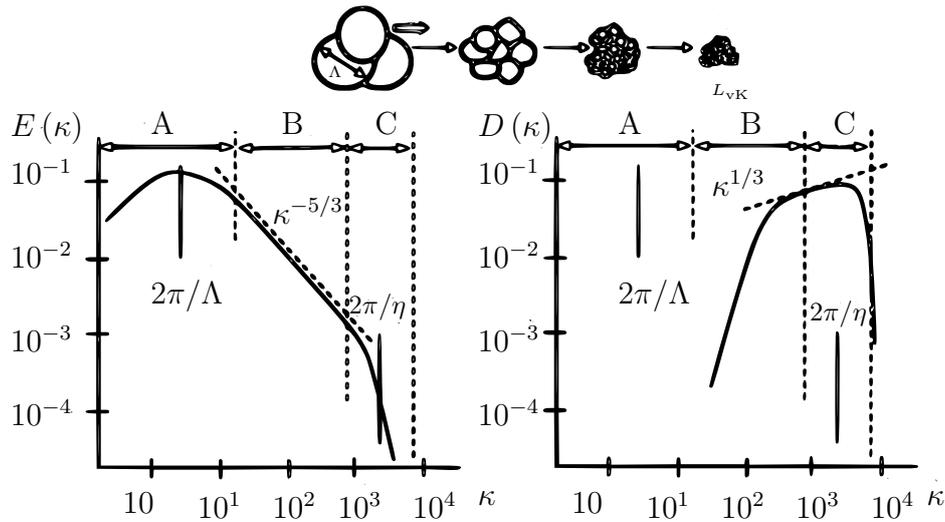


Abbildung 3.1: Energie- und Dissipationsspektrum einer turbulenten Strömung nach Leschziner (2015)

Das in Abb. 3.1 dargestellte Energiespektrum ist ein Beispiel für isotrope Turbulenz, bei der die Normalkomponenten der turbulenten Fluktuationen in alle Raumrichtungen identisch sind, d.h. $\overline{u'u'} = \overline{v'v'} = \overline{w'w'}$. Für die Kreuzkorrelationen des symmetrischen Tensors gilt $\overline{u'v'} = \overline{u'w'} = \overline{v'w'} = 0$. Im Falle von freien oder wandnahen Scherschichten liegt jedoch anisotrope Turbulenz vor und die Kreuzkorrelationen der Geschwindigkeitsfluktuationen sind ungleich Null. Hieraus resultiert eine besondere Herausforderung für klassische Modellierungsansätze.

Die Anisotropie einer Strömung kann mit Hilfe des Anisotropietensors b_{ij} nach Lumley und Newman (1977) mit

$$b_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{\overline{u'_i u'_i}} - \frac{\delta_{ij}}{3} \quad (3.15)$$

beschrieben werden. Lumley und Newman (1977) führen zusätzlich die zweite *II* und dritte *III* Invariante des Anisotropietensors

$$II = -\frac{b_{ij} b_{ji}}{2} \quad \text{und} \quad III = \frac{b_{ij} b_{jk} b_{ki}}{3} \quad (3.16)$$

ein. Durch die Auswertung der Invarianten für eine Vielzahl von turbulenten Strömungen konnte gezeigt werden, dass diese immer innerhalb eines Dreiecks der sogenannten Invarianten-Karte nach Lumley und Newman (1977) liegen, dargestellt in Abb. 3.2. Dies verwenden z.B. Mueller et al. (2016) und charakterisieren auf Basis von DNS einer Niederdruckturbinenkaskade, die turbulenten Strukturen innerhalb der Kaskade. Sie zeigen, dass im Bereich der Zu- und Abströmung überwiegend isotrope Turbulenz vorliegt, während im Bereich des Profils und in den Grenzschichten verstärkt Anisotropie auftritt. Eine vollständige Charakterisierung der Turbulenz in Deckbandlabyrinthdichtungen ist bislang nicht bekannt. Es kann jedoch aufgrund der Vielzahl an freien und wandnahen

Grenzschichten postuliert werden, dass die Turbulenz zu einem signifikanten Teil anisotrop ist. Die Strömung in Deckbandlabyrinthdichtungen ist durch Ablösungen, durch positive und negative Druckgradienten und durch Rotation geprägt. Isoliert man den Einfluss dieser Effekte auf isotrope Turbulenz, lassen sich Erkenntnisse aus früheren Untersuchungen finden, deren vollständige Diskussion hier nicht möglich ist. Beispielfürhaft wurden allerdings in einer Vielzahl von Arbeiten, wie z.B. von Pope (2011) der Effekt von Druckgradienten auf turbulente Grenzschichten diskutiert. Nach Harun et al. (2013) führen Druckgradienten zu einer Scherung des Geschwindigkeitsfeldes und damit zu einer Produktion von anisotroper Turbulenz, was sie für eine turbulente Grenzschicht experimentell auch nachweisen konnten. Wird eine turbulente Grenzschicht durch Druckgradienten kontinuierlich beschleunigt und hat der Beschleunigungsparameter K nach Gl. 2.21 Werte von $K \geq 2 \cdot 10^{-6}$, kann es sogar zu einer teilweisen Relaminarisierung der Grenzschicht kommen (Jones und Launder 1972). Ab $K \geq 1 \cdot 10^{-5}$ wird der Umschlag vollständig vollzogen. Eine gute Diskussion zur Modellierung dieses Einflusses mit industriellen Simulationsansätzen liefern Yang und Tucker (2016).

Im Bereich des rotierenden Deckbandes, welches die Strömung schert und in Umfangsrichtung beschleunigt, kommt es zu komplexen turbulenten Strukturen ähnlich einer vollturbulenten Taylor-Couette Strömung. Jacquin et al. (1989) zeigen in einer experimentellen Studie den Einfluss von Rotation auf isotrope homogene Turbulenz. Sie stellen fest, dass z.B. das Abklingverhalten und die integralen Längenmaße der Turbulenz durch Rotation signifikant beeinflusst werden. Insbesondere die Korrelation der Fluktuationen in radialer Richtung zeigen eine hohe Sensitivität in Abhängigkeit von der Rotationsgeschwindigkeit, wodurch die ohne Rotation isotrope Turbulenz unmittelbar anisotrop wird. Auch das integrale Längenmaß der Radialkomponente nimmt mit der Rotation deutlich zu. Nach Speziale et al. (1990) ändert sich hierdurch vor Allem das Dissipationsverhalten der Turbulenz, was bereits in unterschiedlichen Turbulenzmodellen z.B. von Pope (1978) und Bardina et al. (1985) aufgegriffen wurde, um eine verbesserte Vorhersage entsprechender Strömungen zu ermöglichen. Folglich darf der Einfluss von Rotation bei der Modellentwicklung für turbulente Strömungen in Deckbandlabyrinthdichtungen nicht vernachlässigt werden. Die vorherige Hypothese, dass Turbulenz in Deckbandlabyrinthdichtungen stark anisotrop ist, wird durch diese Studien also bekräftigt.

Eine vollständige räumliche und zeitliche Auflösung der beschriebenen Effekte in turbulenten Strömungen ist für die meisten Anwendungen nicht möglich. Insbesondere für industrielle Anwendungen wird es daher nach Slotnick et al. (2014) auch unter Berücksichtigung steigender Rechenressourcen bis weit über das Jahr 2030 hinaus erforderlich sein, den Einfluss von Turbulenz auf die Strömung ganz oder teilweise zu modellieren. Zwei dieser Modellierungsansätze werden daher im Verlauf dieser Arbeit hinsichtlich ihrer Eignung zur Simulation von Deckbandlabyrinthdichtungen bewertet und daher nachfolgend eingeführt.

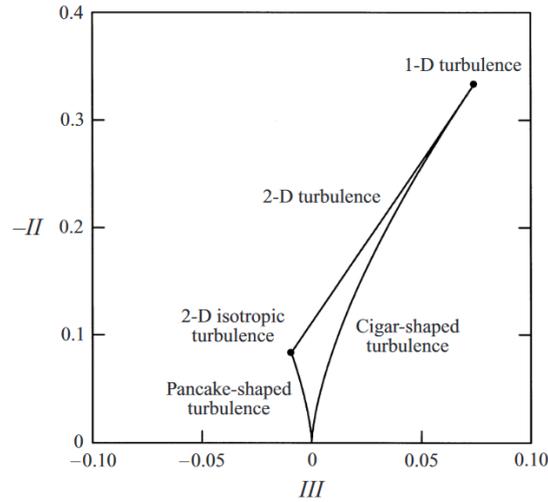


Abbildung 3.2: Mögliche isotrope und anisotrope Formen turbulenter Strömungen nach Lumley und Newman (1977)

3.3 RANS-Modellierung

Die meisten Ansätze zur Modellierung von Turbulenz basieren auf der Annahme, dass eine im Mittel stationäre Strömung in einen zeitlichen Mittelwert $\overline{u_i}$ und in eine Schwankungsgröße u'_i zerlegt werden kann (Ferziger und Perić 2008). Fügt man diese sogenannte Reynolds-Mittelung

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i \quad (3.17)$$

in die Navier-Stokes-Gleichungen ein, erhält man die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen, kurz RANS-Gleichungen. Die Strömung in den Spalten von Labyrinthdichtungen erreicht i.d.R. Mach-Zahlen oberhalb von 0,3, weswegen kompressible Effekte nicht vernachlässigt werden dürfen. In diesem Fall wird häufiger eine Favre-Mittelung, d.h. eine mit der Dichte gewichtete Mittelung durchgeführt, um das Auftreten von Produkten der Schwankungsgrößen zu vermeiden (Hirsch 2007):

$$u_i = \tilde{u}_i + u''_i = \frac{\overline{\rho u_i}}{\bar{\rho}} + u''_i. \quad (3.18)$$

Die kompressiblen, Favre-gemittelten RANS-Gleichungen lauten nach Hirsch (2007)

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (3.19)$$

für die Massenerhaltung,

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{u}_j \bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{\rho u''_i u''_j}}{\partial x_j} \quad (3.20)$$

für die Impulserhaltung und

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \tilde{E}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tilde{u}_j \overline{\rho} \left[\tilde{E} + \overline{p/\rho} \right] \right) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\tau_{ij} \tilde{u}_i} + \overline{\tau_{ij} u_i''} \right) - \\ &\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{q_j} + c_p \overline{\rho u_j'' T''} + \tilde{u}_j \overline{\rho u_i'' u_j''} + \frac{1}{2} \overline{\rho u_i'' u_i'' u_j''} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

für die Energieerhaltung. Der Tensor $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$ in der Impuls- und der Energiegleichung, wird dabei als Reynolds-Spannungstensor bezeichnet. Dieser beinhaltet zusätzliche unbekannte Größen, wodurch das Gleichungssystem auch mit den Zustandsgleichungen für ideale Gase nicht mehr geschlossen ist. Auch die Terme $c_p \overline{\rho u_j'' T''}$, $\overline{\tau_{ij} u_i''}$ und $\overline{\rho u_i'' u_i'' u_j''}$ in der Energiegleichung sind nicht bekannt. Es ist die Aufgabe der Turbulenzmodellierung diesen Einfluss der Turbulenz auf die zeitlich gemittelte Strömung zu approximieren. Der Fokus der Modellierer liegt dabei i.d.R. auf dem Reynolds-Spannungstensor $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$ in der Impulsgleichung (Rumsey 2017). Falls der turbulente Wärmestrom $c_p \overline{\rho u_j'' T''}$ nicht vernachlässigt werden kann, wird nach Rumsey (2017) häufig die Reynolds-Analogie angewendet und dieser mit der turbulenten Prandtl-Zahl $Pr_t \approx 0,9$ und einer turbulenten Wirbelviskosität μ_t nach

$$\overline{c_p \rho u_j'' T''} = - \frac{c_p \tilde{\mu}_t}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \quad (3.22)$$

approximiert. Die zusätzlichen turbulenten Transportterme in der Energiegleichung werden entweder vernachlässigt oder nach Rumsey (2017) mit

$$\overline{\tau_{ij} u_i''} - \overline{\rho u_i'' u_i'' u_j''} = \left(\tilde{\mu} + \frac{\tilde{\mu}_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (3.23)$$

modelliert. Darin ist k die turbulente kinetische Energie aus Gl. 3.12, die auch aus den Schwankungsgrößen der Favre gemittelten RANS-Gleichungen mit

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{u''^2} + \overline{v''^2} + \overline{w''^2} \right) \quad (3.24)$$

bestimmt werden kann. $\tilde{\mu}_t$ und σ_t sind Größen des Turbulenzmodells für den Reynolds-Spannungstensor $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$. Für diesen existiert eine Vielzahl von Modellen.

3.3.1 Reynolds-Spannungsmodelle

Für die Reynolds-Spannungen kann nach Abe et al. (2018) eine exakte Transportgleichung der Form

$$C_{ij} = P_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} - \epsilon_{ij} \quad (3.25)$$

hergeleitet werden. Gleichung 3.25 vernachlässigt dabei den Einfluss von Systemrotation und Gravitation, die vollständige exakte Reynolds-Spannungs-Transportgleichung ist in Leschziner (2015) gegeben. In Gl. 3.25 ist C_{ij}

$$C_{ij} = \frac{\partial \overline{u_i'' u_j''}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''} \cdot \tilde{u}_k}{\partial x_k} \quad (3.26)$$

die zeitliche Änderung und der konvektive Fluss der Reynolds-Spannungen. P_{ij} ist der Produktionsterm der Reynolds-Spannungen und ist definiert als

$$P_{ij} = -\overline{\rho u_i'' u_k''} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} - \overline{\rho u_j'' u_k''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k}. \quad (3.27)$$

Π_{ij} beschreibt die Kopplung des Druckes mit dem Geschwindigkeitsfeld (auch Druckscherung genannt), ϵ_{ij} die Dissipation und D_{ij} die Diffusion der Reynolds-Spannungen. Die Größen sind definiert zu

$$\Pi_{ij} = p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \bar{p} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad (3.28)$$

$$\epsilon_{ij} = \overline{\tau_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}} + \overline{\tau_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} - \overline{\tau_{ik}} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} - \overline{\tau_{jk}} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \quad (3.29)$$

und

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(-\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} + \overline{u_j'' \tau_{ik}} + \overline{u_i'' \tau_{jk}} - \overline{p u_i''} \delta_{jk} - \overline{p u_j''} \delta_{ik} \right). \quad (3.30)$$

Die exakten Reynolds-Spannungsgleichungen enthalten jedoch wieder zusätzliche unbekannte Terme, wodurch das Gleichungssystem nicht geschlossen ist. Eine Schließung wird in Form von unterschiedlichen Reynolds-Spannungsmodellen für die Druckscherung, Diffusion und Dissipation erreicht, die hier nicht vorgestellt werden sollen. Eine gute Diskussion mit Verweis auf weiterführende Literatur liefern Ferziger und Perić (2008).

Reynolds-Spannungsmodelle gelten als genauer als die im Folgenden vorgestellten Wirbelviskositätsmodelle, da sie jeden Eintrag des Reynolds-Spannungstensors explizit berechnen und somit anisotrope Turbulenz abbilden können (Ferziger und Perić 2008, Leschziner 2015). Sie gelten jedoch auch als numerisch aufwändiger, da mindestens sieben zusätzliche Transportgleichungen gelöst werden müssen. Sie neigen vermehrt zu numerischen Instabilitäten, wodurch sie für den standardisierten industriellen Einsatz nur begrenzt geeignet sind (Ferziger und Perić 2008, Leschziner 2015). Dennoch bietet sich aus der Analyse von Gl. 3.25 die Möglichkeit, Anforderungen für einfachere Turbulenzmodelle abzuleiten. So schlagen Abe et al. (2018) vor, die exakten Terme von Gl. 3.25 aus DNS oder hoch aufgelösten LES zu ermitteln um industrielle Turbulenzmodelle zu entwickeln. Hierfür müssen 73 zusätzliche Transportgrößen in den Strömungslöser implementiert und deren zeitliche Mittelwerte während des Lösungsprozesses berechnet werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde dies für OpenFOAM umgesetzt und damit für darauf aufbauende Arbeiten ein Werkzeug zur Entwicklung von Turbulenzmodellen zur Verfügung gestellt.

3.3.2 Wirbelviskositätsmodelle

Der industrielle Standard sind heute die sogenannten Wirbelviskositätsmodelle, die gegenüber den Reynolds-Spannungsmodellen numerisch stabiler und ressourcenschonender

3 Numerische Strömungssimulation

sind (Slotnick et al. 2014). Der Ansatz aller Wirbelviskositätsmodelle wird auf Boussinesq (1877) zurückgeführt. Boussinesq beschreibt darin die Beobachtung, dass die Wirkung von Turbulenz mit der Brownschen Bewegung von Molekülen vergleichbar ist, die ursächlich für die Viskosität von Fluiden ist (Leschziner 2015). Er formulierte aus dieser Beobachtung heraus die Annahme, dass der Einfluss von Turbulenz durch eine turbulente Viskosität $\tilde{\mu}_t$ modelliert werden kann und leitet für kompressible Strömungen

$$\overline{\rho u_i'' u_j''} = \tilde{\mu}_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} k \quad (3.31)$$

her. Das Problem, die tensoriellen Reynolds-Spannungen zu modellieren, wird also auf die Modellierung einer skalaren Größe reduziert. Daraus folgt unmittelbar eine der größten Einschränkungen von Wirbelviskositätsmodellen auf der Basis von Gl. 3.31. Anisotropie von Turbulenz, wie sie in allen gescherten Strömungen vorkommt, kann hiermit nicht in ausreichendem Maße modelliert werden. Gl. 3.31 kann zu nicht physikalischen Reynolds-Spannungen bei hohen Scherraten führen (Leschziner 2015), weswegen in Spezialfällen Korrekturfunktionen eingesetzt werden müssen.

Für die Modellierung der Wirbelviskosität existiert eine Vielzahl von Modellen, die nach der Anzahl zusätzlich zu lösender Differentialgleichungen in Null-, Ein- und Zweigleichungsmodelle kategorisiert werden können. Mit der Anzahl von Gleichungen steigt erneut der numerische Aufwand, allerdings auch die Freiheitsgrade für den Modellierer. Nach Abschn. 2.4 haben sich für die Modellierung von Deckbandlabyrinthdichtungen vor Allem Zweigleichungsmodelle, genauer $k-\epsilon$ -, $k-\omega$ - und $k-\omega$ -SST-Turbulenzmodelle durchgesetzt. Von allen Modellen gibt es durch die stetige Weiterentwicklung modifizierte Varianten, weswegen nur die in dieser Arbeit verwendeten Versionen vorgestellt werden. Beim $k-\epsilon$ -Turbulenzmodell berechnet sich die Wirbelviskosität μ_t nach

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.32)$$

aus der turbulenten kinetischen Energie k , der spezifischen turbulenten Dissipation ϵ und einer Modellkonstante $C_\mu = 0,09$. Für k und ϵ sind unter Vernachlässigung von Auftriebskräften die zusätzlichen Transportgleichungen nach Launder und Spalding (1974)

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \epsilon \quad (3.33)$$

und

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon) \quad (3.34)$$

zu lösen. Der Term P_k berücksichtigt darin die Produktion von Turbulenz durch viskose Kräfte und wird mit

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \left(3\mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \rho k \right) \quad (3.35)$$

modelliert. Die Konstanten sind $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\epsilon = 1,3$, $C_{\epsilon 1} = 1,44$ und $C_{\epsilon 2} = 1,92$. Das $k-\epsilon$ -Turbulenzmodell neigt nach Leschziner (2015) zu einer erhöhten Produktion von turbulenter kinetischer Energie in Staupunkten, in Grenzschichtströmungen und

in Bereichen hoher Stromlinienkrümmung. Trotz vorhandener Produktionslimiter wie z.B. von Kato und Launder (1993a), die zusätzlich verwendet werden können, ist es daher eigentlich nur für die Vorhersage von turbulenten Kernströmungen geeignet. Die von viskosen Kräften dominierten Grenzschichten können nicht ohne Modellanpassungen modelliert werden. Insbesondere für die genaue Abbildung der Schleppwirkung des Deckbandes auf die Strömung in den Labyrinthdichtungen erscheint dieser Umstand kritisch. Möglichkeiten, das $k - \epsilon$ -Turbulenzmodell über nichtlineare Dämpfungsfunktionen für Grenzschichtströmungen zu modifizieren, werden in Leschziner (2015) vorgestellt und als Low-Reynolds-Number Modifikationen bezeichnet.

Das $k - \omega$ -Turbulenzmodell nach Wilcox (1998) wird häufig für die Modellierung von Strömungen in Niederdruckturbinen mit Deckbändern eingesetzt, weswegen es in dieser Arbeit das Referenzmodell ist (Mahle und Schmierer 2011, Biester et al. 2013, Kožulović und Röber 2006). Es berechnet die Wirbelviskosität nach

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega}. \quad (3.36)$$

Nach Wilcox (1988) wird k mit

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - D_k \quad (3.37)$$

und die turbulente Dissipationsrate ω wird mit

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + P_\omega - D_\omega \quad (3.38)$$

modelliert. Die Produktionsterme werden darin mit

$$P_k = \tau_{t,ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad P_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} P_k \quad (3.39)$$

und die Dissipationsterme mit

$$D_k = \beta^* \rho k \omega \quad \text{und} \quad D_\omega = \beta \rho \omega^2. \quad (3.40)$$

modelliert. Nach Wilcox (1988) werden die Konstanten $\sigma_k = 1/2$, $\sigma_\omega = 1/2$, $\alpha = 5/9$, $\beta^* = 9/100$ und $\beta = 3/40$ verwendet. Das $k - \omega$ Modell leistet im Vergleich zum $k - \epsilon$ Model deutlich bessere Vorhersagen in Grenzschichtströmungen mit Druckgradienten (Leschziner 2015). Daher ist es für die Profilaerodynamik oder zur Vorhersage von Innenströmungen zu bevorzugen und erscheint auch für die Modellierung von Turbulenz in Kavitäten vorteilhafter. Wie zuvor, führt auch das $k - \omega$ Modell zu unrealistisch hohen Produktionsraten der turbulenten kinetischen Energie. In dieser Arbeit und in Anlehnung an Mahle und Schmierer (2011) und Biester et al. (2013) wird daher der Limiter von Kato und Launder (1993a) eingesetzt. Nach Mahle und Schmierer (2011) wird häufig eine Erweiterung zur Berücksichtigung von Stromlinienkrümmung und Rotation nach Bardina et al. (1985) eingesetzt.

3 Numerische Strömungssimulation

Die Strömung in Deckbandlabyrinthdichtungen ist von Ablösungen, Rückströmungen, positiven und negativen Druckgradienten dominiert. Unter derartigen Bedingungen hat das $k - \omega$ -SST Turbulenzmodell von Menter (1994) signifikant bessere Vorhersagen geleistet als z.B. das $k - \omega$ Modell von Wilcox (1988). Dies wurde z.B. für die Überströmung ebener Platten mit positiven Druckgradienten, was eine Analogie zur Verzögerung in der Wirbelkammer unter Vernachlässigung der Rotation darstellt, oder für die Vorhersage des Wiederanlegens nach einer zurück springenden Stufe (Ablösung an den Dichtspitzen und Einströmung in die Dichtung) gezeigt (Menter 1994). Die Stärken dieses Modells resultieren aus der Kombination der $k - \epsilon$ und $k - \omega$ Modelle über eine Übergangsfunktion F_1

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad (3.41)$$

mit der die k -Gleichung multipliziert wird. Das Argument dieser Funktion \arg_1 ist definiert in Gl. 3.45. Die ϵ -Gleichung wird zuvor noch auf eine ähnliche Form wie die ω -Gleichung gebracht und durch algebraische Operationen ergibt sich nach Menter (1994) für die turbulente kinetische Energie

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (3.42)$$

und für die turbulente Dissipationsrate ω

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_3 \rho \omega^2. \quad (3.43)$$

Darin sind die Konstanten definiert als $\beta' = 0,09$, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_1 = 0,075$, $\sigma_{k1} = 2$, $\sigma_{\omega 1} = 2$, $\alpha_2 = 0,44$, $\beta_2 = 0,0828$, $\sigma_{k2} = 1$ und $\sigma_{\omega 2} = 1/0,856$. Um auch den Transport der turbulenten Schubspannungen in den Grenzschichten zu berücksichtigen wird die Wirbelviskosität zusätzlich nach der Bradshaw-Annahme mit

$$\mu_t = \frac{a_1 \rho k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (3.44)$$

limitiert. Die zugehörigen Übergangsfunktionen lauten

$$\arg_1 = \min \left(\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500 \rho \mu}{y^2 \omega} \right), \frac{4 \rho k}{CD_{k\omega} \sigma_{\omega 2} y^2} \right), \quad (3.45)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 1 \cdot 10^{-10} \right), \quad (3.46)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (3.47)$$

und

$$\arg_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500 \rho \mu}{y^2 \omega} \right). \quad (3.48)$$

Die Limitierung in Gl. 3.44 hat nach Wein et al. (2017) dazu geführt, dass instationäre Strömungsphänomene in einem Stufenlabyrinth aufgelöst wurden, während dies durch eine zu hohe Wirbelviskosität im $k - \omega$ Modell nach Wilcox (1988) unterdrückt wurde. Die drei zuvor genannten Modelle werden aufgrund ihrer häufigen Anwendung und ihrer spezifischen Vorteile im Rahmen dieser Arbeit eingesetzt und deren Einfluss auf die Lösung bewertet. Auf Basis der Literaturstudie kann bereits erwartet werden, dass diese hoch ist, wobei die Ursachen hierfür noch nicht identifiziert wurden. Die Validierung erfolgt mittels experimenteller Daten und Large-Eddy-Simulationen. Der zweite Ansatz hat dabei den Vorteil, dass Messunsicherheiten der Geometrie oder der Zustandsgrößen nicht zu einer falschen Interpretation der numerischen Ergebnisse führen. Zusätzlich kann das komplette Strömungsfeld bewertet werden und nicht nur diskrete Messstellen und optisch zugängliche Bereiche. Er hat aber auch den Nachteil, rechenintensiv und aufgrund geringer Erfahrungen in der Anwendung anfällig für Anwendungsfehler zu sein. Auch für den zweiten Ansatz ist daher eine Validierung über experimentelle Daten erforderlich.

3.4 Large-Eddy-Simulation

Für akademischen Anwendungen bieten Grobstruktursimulationen, engl. Large-Eddy-Simulation (kurz LES), einen guten Kompromiss aus numerischem Ressourcenbedarf und erreichbarer Genauigkeit (Slotnick et al. 2014, Tyacke et al. 2012). Tyacke und Tucker (2014) schreiben der LES eine immer wichtiger werdende Rolle für industriennahe Anwendungen zu. Während in wenigen Spezialfällen eine Implementierung von LES in den Auslegungsprozess bereits möglich erscheint, besteht ebenfalls großes Potential in der Nutzung von LES zur Verbesserung von RANS-Modellen und zur Verbesserung des Verständnisses von komplexen Strömungen. Dies wird z.B. aus dem in Abe et al. (2018) beschriebenen Ansatz ersichtlich, die exakten Reynolds-Spannungs-Transportgleichungen aus DNS und LES-Daten auszuwerten und zur Modellentwicklung zu nutzen. Die Idee der LES beruht darauf, die energiereichen turbulenten Skalen des Problems numerisch aufzulösen und zu berechnen. Die kleinen turbulenten Skalen des Dissipationsbereiches werden nicht aufgelöst, sondern modelliert. Es erfolgt also eine Zerlegung der Zustandsgrößen ξ in eine aufgelöste Grobstruktur $\hat{\xi}$ und eine nicht-aufgelöste Feinstruktur $\dot{\xi}$

$$\xi(x_i, t) = \hat{\xi}(x_i, t) + \dot{\xi}(x_i, t). \quad (3.49)$$

Da die kleinen dissipativen Skalen der Turbulenz i.d.R. isotrop sind, ist es einfacher, hierfür geeignete Modelle zu entwickeln (Ferziger und Perić 2008). Die Trennung der aufgelösten und der modellierten Skalen kann entweder durch eine explizite oder durch eine implizite Filterung der Navier-Stokes-Gleichungen erreicht werden. Beide Verfahren führen formal zu einer räumlichen Mittelung der Erhaltungsgleichungen über den Bereich der Filterweite (Fröhlich und von Terzi 2008).

Bei der expliziten Filterung werden die Grobstrukturgrößen durch die mathematische Filterung der Zustandsgrößen der Navier-Stokes-Gleichungen ermittelt und ergeben sich

3 Numerische Strömungssimulation

aus

$$\widehat{\xi}(x_i, t) = \int_{\Omega} G(x_i, \Delta) \xi(x_i, t) d\Omega. \quad (3.50)$$

Als Filterfunktion G können unter anderem Box-, Gauß- oder Fourier-Filter eingesetzt werden, die eine unterschiedlich scharfe Skalentrennung bewirken (Fröhlich und von Terzi 2008). Für alle Filter muss die Filterweite Δ vorgegeben werden, die das Grenz-Längenmaß zwischen aufgelösten und nicht-aufgelösten Skalen definiert. Die gefilterten kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen lauten nach Vreman et al. (1995) für die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \widehat{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\widehat{\rho} \widetilde{u}_j)}{\partial x_j} = 0, \quad (3.51)$$

für die Impulsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} (\widehat{\rho} \widetilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\widehat{\rho} \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j) = -\frac{\partial}{\partial x_i} \widehat{p} + \frac{\partial}{\partial x_j} \widehat{\tau}_{ij} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \widehat{\rho} (\widetilde{u}_i \widetilde{u}_j - \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j)}_{\text{Anteil der Feinstruktur}} \quad (3.52)$$

und für die Erhaltung der totalen Energie

$$\frac{\partial}{\partial t} (\widehat{\rho} \widehat{E}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\widetilde{u}_i \widehat{\rho} \widehat{E}) = -\frac{\partial}{\partial x_i} \widehat{p} - \frac{\partial}{\partial x_i} q_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (\widehat{\tau}_{ij} \widetilde{u}_i) - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (\widehat{\rho} \widehat{E} \widetilde{u}_i - \widehat{\rho} \widehat{E} \widetilde{u}_i + \widehat{p} \widetilde{u}_i - \widehat{p} \widetilde{u}_i)}_{\text{Anteil der Feinstruktur}}. \quad (3.53)$$

Dabei kennzeichnet die Tilde Favre-gefilterte Zustandsgrößen, die vor der Filterung mit der Dichte gewichtet werden. Da der Druck-Term aus dem Spannungstensor herausgezogen wurde, repräsentiert $\widehat{\tau}_{ij}$ nur noch die viskosen Spannungen des gefilterten Geschwindigkeitsfeldes

$$\widehat{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \widetilde{u}_k}{\partial x_k} \right). \quad (3.54)$$

Ähnlich der Reynolds-Mittelung entstehen durch die Filterung unbekannte Korrelationen in der Impulsgleichung und der Energiegleichung, die den Einfluss der nicht-aufgelösten Skalen auf die aufgelösten Skalen repräsentieren. Diese müssen mit sogenannten Feinstrukturmodellen (engl. Sub-Grid-Scale models) approximiert werden. Nach Boersma und Lele (1999) werden die Feinstrukturspannungen $\widehat{\tau}_{ij, \text{SGS}}$ in der Impulsgleichung mit Hilfe der Boussinesq-Annahme mit

$$\widehat{\rho} (\widetilde{u}_i \widetilde{u}_j - \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j) = \widehat{\tau}_{ij, \text{SGS}} = \mu_{\text{SGS}} \left(\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.55)$$

und die Terme der Energiegleichung mit

$$\left(\widehat{\rho} \widehat{E} \widetilde{u}_i - \widehat{\rho} \widehat{E} \widetilde{u}_i + \widehat{p} \widetilde{u}_i - \widehat{p} \widetilde{u}_i \right) = -\frac{\mu_{\text{SGS}}}{Pr_t} \frac{\partial \widehat{T}}{\partial x_i} \quad (3.56)$$

approximiert. Entsprechend dem Ansatz der Wirbelviskositätsmodelle zur Schließung der Reynolds gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen, werden die nicht-aufgelösten Feinstrukturspannungen also durch eine zusätzliche turbulente Viskosität berücksichtigt und hierdurch das gefilterte Gleichungssystem geschlossen.

Bei der expliziten Filterung ist die Filteroperation in den Lösungsprozess integriert, d.h. Filter-Typ, Filter-Weite und Diskretisierung können unabhängig voneinander gewählt werden und die Filterung muss zu jedem Zeitschritt der Simulation durchgeführt werden (Lund 2003). Bei der impliziten Filterung, auch Deardoff-Schumann-Ansatz genannt (Schumann 1975), werden ebenfalls die zuvor genannten „gefilterten“ Erhaltungsgleichungen ergänzt um die Feinstrukturgrößen verwendet. Allerdings ist die Filterung nicht in den Lösungsprozess implementiert sondern erfolgt nur „implizit“ durch das verwendete Gitter und Diskretisierungsschema. Auch hier werden die Feinstrukturgrößen mit Gl. 3.55 und Gl. 3.56 approximiert. Die Lösung einer implizit gefilterten LES ist daher außer im Grenzfall eines unendlich feinen Netzes immer netzabhängig. Der Ansatz folgt der Annahme, dass die kleinsten auflösbaren Skalen so groß wie die kleinste Gitterweite ist (Fröhlich und von Terzi 2008). Nach Lund (2003) neigen Diskretisierungsschemata bei hohen Frequenzen, also Frequenzen im Bereich der dissipativen Skalen, die vom dem verwendeten Netz gerade noch aufgelöst werden können, zu numerischen Fehlern, die bei der impliziten Filterung nicht von der Lösung getrennt werden können. Garnier et al. (2009) spricht daher auch von einer stufenweisen Separation der turbulenten Skalen bei impliziter Filterung:

- Erfasste und aufgelöste Skalen, die größer als das Netz sind und verlustfrei vom numerischen Schema abgebildet werden
- Erfasste und nicht-aufgelösten Skalen, die groß genug sind, um vom Netz erfasst zu werden, aber durch Fehler des numerischen Verfahrens nicht aufgelöst, nicht produziert oder gedämpft werden. Diese Skalen sind so groß wie das verwendete Netz
- Nicht erfasste Skalen, kleiner als das verwendete Netz

Bei der expliziten Filterung kann die Filterweite deutlich größer als die Gitterweite gewählt werden, wodurch insbesondere die zweite der zuvor genannten Kategorien nicht in der Lösung enthalten ist. Dennoch wird, wie auch in OpenFOAM, in den meisten Anwendungen die implizite Filterung verwendet, da sie einfacher zu implementieren und aufgrund der nicht vorhandenen Filteroperation numerisch effizienter ist (Lund 2003, Fröhlich und von Terzi 2008). Formal passt die implizite Filterung gut zur Finite-Volumen-Methode, da auch hier analog zu Gl. 3.50 eine Integration der Erhaltungsgleichungen über das Kontrollvolumen erfolgt (Zhiyin 2015).

Nicht zu verwechseln ist die implizite Filterung mit der impliziten Grobstruktursimulation (ILES), bei der weder eine Filterung noch eine Modellierung der Feinstrukturgrößen erfolgt. Bei der ILES werden alleine die dissipativen Eigenschaften des verwendeten numerischen Schemas in Verbindung mit der gewählten räumlichen Diskretisierung eingesetzt, um die Dissipation der kleinsten Skalen zu gewährleisten (Fröhlich und von Terzi

2008). Sie entspricht daher einer direkten numerischen Simulation unter Verwendung eines zu groben Rechennetzes, um alle turbulenten Skalen aufzulösen.

3.4.1 Feinstrukturmodelle

Für die Modellierung der Feinstrukturanteile einer LES existiert eine Vielzahl von Ansätzen, worüber Fröhlich und von Terzi (2008) einen guten Überblick liefern. Wie auch bei den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen, werden die Feinstrukturanteile mit Hilfe der Boussinesq-Approximation und einer daraus resultierenden Wirbelviskosität modelliert, um das Gleichungssystem zu schließen. Für die Ermittlung der Wirbelviskosität können algebraische Ein- und Zweigleichungsmodelle eingesetzt werden (Fröhlich und von Terzi 2008). Aufgrund der isotropen Eigenschaften der Feinstrukturanteile ist es jedoch häufig nicht erforderlich, Mehrgleichungsmodelle einzusetzen. Mit der Filterbreite steht bereits ein charakteristisches Längenmaß für das Wirbelviskositätsmodell zur Verfügung und muss nicht über eine zusätzliche Differentialgleichung berechnet werden (Sagaut und Lee 2002).

Smagorinsky-Modell

Eines der ersten Feinstrukturmodelle, das die Boussinesq-Approximation nutzt, ist das Smagorinsky-Modell von Smagorinsky (1963). Hierbei werden die Feinstrukturspannungen $\widehat{\tau_{ij,SGS}}$ nach

$$\widehat{\tau_{ij,SGS}} = -2\nu_{SGS}\widehat{S_{ij}} \quad (3.57)$$

aus der Wirbelviskosität der Feinstruktur ν_{SGS} und dem Scherratentensor

$$\widehat{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widehat{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.58)$$

des gefilterten Geschwindigkeitsfeldes bestimmt. Die Wirbelviskosität der Feinstruktur folgt nach Smagorinsky (1963) aus

$$\nu_{SGS} = (C_s \Delta)^2 |\widehat{S_{ij}}|, \quad (3.59)$$

wobei die Norm des Scherratentensors durch $\sqrt{2\widehat{S_{ij}}\widehat{S_{ij}}}$ gegeben und C_s eine Modellkonstante ist. Diese beträgt in OpenFOAM $C_s = 0,094$, wobei in der Literatur abhängig von der Implementierung und dem Anwendungsfall auch Werte bis zu 0,204 angegeben werden. Nach Wendling (2007) hat das Smagorinsky-Modell vor allem drei Schwächen:

- Es kann den Energietransfer von kleinen zu großen Skalen (Backscatter) nicht abbilden,
- bei laminaren Strömungen ist die Wirbelviskosität nicht immer gleich Null und
- die Dissipation wird in den meisten Fällen überschätzt.

Zusätzlich erfordert das Modell eine Dämpfungsfunktion in Wandnähe, da es in Gradientenfeldern per Definition des Scherratentensors (siehe Gl. 3.58) eine turbulente Viskosität ungleich Null vorgibt, auch in der viskosen Unterschicht. In dieser werden turbulente Fluktuationen auf Grund von viskosen Effekten jedoch gedämpft, weswegen $\nu_{\text{SGS}} = 0$ sein muss. Daher wurden in der Vergangenheit, z.B. von Germano et al. (1991), dynamische Modelle für die Feinstrukturspannungen erarbeitet. Bei diesen wird die Modellkonstante während der Simulation durch die Einführung eines Testfilters aus den aufgelösten Grobstrukturen laufend neu berechnet. Hierdurch kann nach Germano et al. (1991) die Wirbelviskosität lokal negativ und damit der Backscatter-Effekt abgebildet werden. Um mögliche numerische Instabilitäten zu vermeiden, muss nach Wendling (2007) die effektive Viskosität über wirbelviskositätslimitierende Funktionen begrenzt werden. Ein Vorteil der dynamischen Prozedur ist, dass keine Dämpfungsfunktionen in Wandnähe eingesetzt werden müssen und die Wirbelviskosität in laminaren Strömungen automatisch Null ist (Sagaut und Lee 2002). Ein Nachteil ist der höhere numerische Aufwand gegenüber algebraischen Modellen.

Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity Modell

Ein algebraisches Model, welches nicht von den negativen Eigenschaften des Smagorinsky Modells betroffen ist, ist das WALE-Modell, engl. Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity Model. Es wurde von Nicoud und Ducros (1999) vorgeschlagen und berechnet die Wirbelviskosität der Feinstruktur nach

$$\nu_{\text{SGS}} = (C_w \Delta)^2 \frac{\left(\widehat{S}_{ij}^d \widehat{S}_{ij}^d\right)^{3/2}}{\left(\widehat{S}_{ij} \widehat{S}_{ij}\right)^{5/2} + \left(\widehat{S}_{ij}^d \widehat{S}_{ij}^d\right)^{5/4}}. \quad (3.60)$$

Darin ist \widehat{S}_{ij}^d

$$\widehat{S}_{ij}^d = \frac{1}{2} (\widehat{g}_{ij}^2 + \widehat{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \widehat{g}_{kk}^2 \quad (3.61)$$

der spurfreie Anteil des Geschwindigkeitsgradiententensors \widehat{g}_{ij} , welcher definiert ist als

$$\widehat{g}_{ij} = \frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial x_j} \quad \text{und} \quad \widehat{g}_{ij}^2 = \widehat{g}_{ik} \widehat{g}_{kj}. \quad (3.62)$$

Gleichung 3.61 kann mit Hilfe der Scherrate und der Vortizität $\widehat{\Omega}_{ij}$

$$\widehat{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \widehat{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.63)$$

ausgedrückt werden, sodass

$$\widehat{S}_{ij}^d = \widehat{S}_{ik} \widehat{S}_{kj} + \widehat{\Omega}_{ik} \widehat{\Omega}_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \left(\widehat{S}_{mn} \widehat{S}_{mn} - \widehat{\Omega}_{mn} \widehat{\Omega}_{mn} \right) \quad (3.64)$$

folgt. Im Gegensatz zu dem Smagorinsky-Modell modelliert das WALE-Modell den Einfluss der Feinstrukturspannungen also nicht nur auf Basis der Scherrate des Geschwindigkeitsfeldes, sondern zusätzlich auf Basis der Vortizität. Im Falle reiner Scherung ist $\widehat{S_{ij}^d} \widehat{S_{ij}^d} = 0$, sodass z.B. in der viskosen Unterschicht keine Feinstrukturviskosität modelliert wird (Nicoud und Ducros 1999). Daher liefert das Modell ohne Dämpfungsfunktionen oder dynamische Berechnung von Koeffizienten eine gegen Null gehende Wirbelviskosität an der Wand. Es ist abhängig von der lokalen Scherung und Rotation und reagiert damit auf alle Einflussgrößen der Dissipation von turbulenter kinetischer Energie (Fröhlich und von Terzi 2008). Von besonderem Interesse für die Simulation turbulenter Strömungen in Niederdruckturbinen ist jedoch die Eigenschaft, die laminar-turbulente Transition auflösen zu können. Auch dies ist darin begründet, dass das Modell im Falle laminarer Strömungen und reiner Scherung keine Feinstrukturviskosität modelliert und somit die Ausbildung von transitionellen Strukturen (z.B. Tollmien-Schlichting-Wellen) zulässt. Da nach Tyacke und Tucker (2014) bei einer wandaufgelösten LES lediglich 10% der turbulenten kinetischen Energie auf die modellierten Feinstrukturspannungen entfallen, wird der Wahl des Feinstrukturmodells in der Regel wenig Bedeutung zugeordnet. Dies zeigen auch Eastwood et al. (2009) für unterschiedliche turbomaschinennahe Anwendungen, in denen der Einfluss des Feinstrukturmodells gegenüber anderen Einflussgrößen vernachlässigbar war. Aufgrund der Möglichkeit, laminar-turbulente Transition und Wandgrenzschichten ohne Dämpfungsfunktionen numerisch effizient vorherzusagen zu können, wird in dieser Arbeit das WALE-Feinstrukturmodell verwendet.

3.4.2 Anforderungen an die räumliche Diskretisierung

Von entscheidender Bedeutung für die Ergebnisqualität einer LES ist das verwendete Rechengitter und damit die räumliche Diskretisierung des Rechengebietes. Auch die Definition des Rechengebietes ist nach Tyacke et al. (2012) relevant, da alle großen kohärenten Strukturen aufgelöst werden müssen. Um die turbulenten Skalen bis in den Dissipationsbereich auflösen zu können, muss das Rechengitter entsprechend fein gewählt werden. Die Größe der Zellen in wandnormaler Richtung, in Strömungsrichtung und quer zur Strömungsrichtung wird zu Vergleichszwecken häufig in dimensionsloser Form angegeben. Die Entdimensionierung erfolgt dabei nach Fröhlich und von Terzi (2008) mit der Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ und der kinematischen Viskosität ν des Fluids. So wird die Größe der ersten Zelle in wandnormaler Richtung mit

$$y^+ = y \frac{u_\tau}{\nu} \quad (3.65)$$

angegeben, wobei sich die Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ aus der Wandschubspannung τ_w nach

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.66)$$

ergibt. Die Wandschubspannung ist durch

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (3.67)$$

gegeben, wobei u die wandparallele Geschwindigkeitskomponente und y die wandnormale Richtung ist. Wie auch für wandaufgelöste RANS-Simulationen muss für wandaufgelöste LES-Simulationen $y^+ \leq 1$ eingehalten werden und es sollten mindestens zehn Zellen in der viskosen Unterschicht definiert werden (Lund 2003, Fröhlich und von Terzi 2008, Tyacke et al. 2012). Für die Zellgröße in Strömungsrichtung Δx^+ und quer dazu Δz^+ , finden sich keine einheitlichen Zielgrößen in der Literatur. Die Größen sind definiert als

$$\Delta x^+ = \Delta x \frac{u_\tau}{\nu} \quad \text{und} \quad \Delta z^+ = \Delta z \frac{u_\tau}{\nu}. \quad (3.68)$$

Lund (2003) berechnet eine turbulente Kanalströmung bei einer Reynolds-Zahl von $Re = 47100$ und verwendet dafür zunächst ein Netz mit einer Auflösung von $\Delta x^+ \leq 250$ und $\Delta z^+ \leq 40$. Aufgrund von Abweichungen zu den Validierungsgrößen erhöht er die räumliche Auflösung um den Faktor 3, auf $\Delta x^+ \leq 83$ und $\Delta z^+ \leq 13$, und erzielt damit eine gute Vorhersage der Validierungsgrößen. Piomelli und Chasnov (1996) empfehlen eine räumliche Auflösung von $\Delta x^+ \leq 50 \dots 150$ und $\Delta z^+ \leq 10 \dots 40$, während von Davidson (2017a) $\Delta x^+ = \Delta z^+ \approx 100$ angegeben wird. Schlatter (2005) berechnet mittels LES die laminar-turbulente Transition unter Verwendung eines spektralen Strömungslösers. Er verwendet hierfür eine räumliche Auflösung zwischen $\Delta x^+ = 36 \dots 58$ und $\Delta z^+ = 20 \dots 29$, abhängig von der Reynolds-Zahl. Scillitoe et al. (2018) verwenden $\Delta x^+ \leq 50$ und $\Delta z^+ \leq 15$ in Kombination mit einem Verfahren zweiter Ordnung und einem FV-Strömungslöser. Die einzig bislang publizierte LES einer Labyrinthdichtung löst das Rechengebiet mit $\Delta x^+ \leq 20$ und $\Delta z^+ \leq 60$ auf (Tyacke et al. 2012). Nach Pope (2011) sollte das Verhältnis aus aufgelöster k_{res} zur Summe aus modellierter k_{mod} und aufgelöster turbulenter kinetischer Energie bei mindestens 80% liegen. Aufgrund dieser unklaren und inkonsistenten Zielvorgaben muss die erforderliche Netzauflösung in Studien für jedes Problem und für jeden Strömungslöser individuell erarbeitet werden. Eine Herausforderung für Labyrinthdichtungen ist, dass es keine klare Hauptströmungsrichtung im Rechengebiet gibt. In den Dichtspalten und innerhalb des sich ausbildenden Leckagejets ist die Hauptströmungsrichtung parallel zur Rotationsachse orientiert. Im Bereich des rotierenden Deckbandes findet eine Scherung in Umfangsrichtung statt und die Hauptströmungsrichtung ist orthogonal zur Rotationsachse orientiert. Eine unterschiedliche Größe von Δx^+ und Δz^+ erscheint daher nicht sinnvoll. Um den hohen Ressourcenbedarf der Grenzschichtauflösung zu umgehen, können nach Fröhlich und von Terzi (2008) auch Wandfunktionen eingesetzt werden. Allerdings ist die Formulierung von Wandfunktionen für LES deutlich komplexer als für RANS, da nicht nur die korrekte Wandschubspannung, sondern auch das richtige Maß an Turbulenz generiert werden muss, um am Übergang zwischen der Wandgrenzschicht und dem Freistrom eine korrekte LES sicherzustellen (Fröhlich und von Terzi 2008). Aufgrund dieser Unsicherheiten werden Wandfunktionen in dieser Arbeit nicht verwendet und daher nicht weiter vorgestellt.

3.5 Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen

Die Navier-Stokes-Gleichungen, im Folgenden NSG abgekürzt, können alle Kontinuumsströmungen zu jedem Zeitpunkt und an jedem Punkt im Raum exakt beschreiben, da es sich um kontinuierliche partielle Differentialgleichungen in geschlossener Form handelt. Die numerische Lösung von Differentialgleichungen hingegen kann nur an diskreten Punkten in Raum und Zeit erfolgen, weswegen eine mathematische Diskretisierung der NSG erforderlich ist (Anderson, Jr. 1995). Für die räumliche Diskretisierung stehen im wesentlichen die drei Methoden der

- Finite-Differenzen,
- Finite-Volumen und
- Finite-Elemente

zur Verfügung. Die Finite-Elemente-Methode wird bisher nur in speziellen Strömungslösern wie z.B. in SEMTEX, einem spektralen Finite-Elemente Strömungslöser von Blackburn und Sherwin (2004) oder bei FLEXI, einem Strömungslöser mit dem diskontinuierlichen Galerkin-Verfahren von Hindenlang et al. (2012) eingesetzt. Obwohl in Zukunft ein vermehrter Einsatz dieser Verfahren aufgrund ihrer guten Parallelisierbarkeit und ihrem geringeren numerischen Ressourcenbedarf bei gleichzeitig hoher erreichbarer Genauigkeit zu erwarten ist (Hindenlang et al. 2012, Brunet et al. 2018), wird im Folgenden nicht weiter darauf eingegangen, da sie hier nicht verwendet werden.

Bei der Diskretisierung mit der Finite-Differenzen Methode werden die Ableitungen in den Differentialgleichungen der NSG durch Differenzengleichungen ersetzt (Laurien und Oertel 2013). Hierfür stehen Vorwärts-, Rückwärts- und Zentrale-Differenzengleichungen oder kombinierte Verfahren zur Verfügung. Bei der Wahl der Differenzengleichung muss vor allem die Physik der zu approximierenden Differentialgleichung berücksichtigt werden. So sollte für die Approximation von Gradienten der diffusiven Flüsse ein zentrales Differenzenschema gewählt werden, um die Ausbreitung in alle Raumrichtungen abbilden zu können (Hirsch 2007). Die Differenzenschemata müssen Stabilitätkriterien wie z.B. Monotonie erfüllen, um bei der Lösung keine nicht-physikalischen Ergebnisse und Oszillationen zu generieren. Die Stützstellen die für die Berechnung der Differenzengleichungen herangezogen werden, werden durch ein vom Anwender vorgegebenes Netz definiert. Hierbei werden strukturierte und unstrukturierte Netze unterschieden. In kommerziellen und auch in den hier verwendeten Strömungslösern werden häufig unstrukturierte Netze verwendet, da die Netzgenerierung auch für komplexe Rechengebiete einfach zu automatisieren ist. Die Implementierung der Finite-Differenzen-Methode für unstrukturierte Netze ist jedoch sehr aufwändig, weswegen sie nur in speziellen Anwendungsfällen angewendet wird. Details zur Finite-Differenzen-Methode finden sich in Anderson, Jr. (1995), Hirsch (2007) und Ferziger und Perić (2008).

Im Gegensatz zur Finite-Differenzen-Methode wird bei der Finite-Volumen-Methode keine Lösung an diskreten Stellen des Rechengebietes berechnet, sondern ein Mittelwert innerhalb von Kontrollvolumen des Rechengebietes. Dafür werden nach Moukalled et al.

(2015) die NSG über die Kontrollvolumen Ω integriert und anschließend die Volumenintegrale der Flussterme mit Hilfe des Gauß'schen Integralsatzes

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} d\Omega = \oint_S \varphi \cdot n dS \quad (3.69)$$

in Flächenintegrale über die Flächen S des Kontrollvolumens transformiert. φ ist dabei ein Skalar, der beispielhaft für den Druck, eine Komponente des Geschwindigkeitsvektors oder die totale Energie eingeführt wurde und n der Normalenvektor auf der Oberfläche des Kontrollvolumens. Damit ergibt sich für die Massenerhaltung Gl. 3.1

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \oint_S \rho u_i \cdot n dS = 0, \quad (3.70)$$

für die Impulserhaltung Gl. 3.2

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho u_i d\Omega + \oint_S \rho u_i u_i \cdot n dS = \int_{\Omega} \rho k_i d\Omega + \oint_S \tau_{ij} \cdot n dS \quad (3.71)$$

und für die Erhaltung der totalen Energie Gl. 3.5

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega + \oint_S \rho u_i E \cdot n dS = - \oint_S q_i \cdot n dS + \oint_S \tau_{ij} u_i \cdot n dS + \int_{\Omega} (\rho r) d\Omega. \quad (3.72)$$

Folglich werden die NSG in ihrer integralen Form verwendet. Ein Vorteil, der daraus resultiert und damit ein Vorteil der Finite-Volumen-Methode gegenüber der Finite-Differenzen-Methode ist die Möglichkeit, auch Diskontinuitäten wie Verdichtungsstöße schwingungsarm abbilden zu können. Die kann einfach auf beliebigen strukturierten und unstrukturierten Netzen angewendet werden und sie ist konservativ (Ferziger und Perić 2008). Sie wird daher in den meisten, für industrielle Anwendungen relevanten und auch in den hier verwendeten Strömungslösern angewendet.

Die Volumenintegrale in den Gl. 3.70 bis Gl. 3.72 werden anschließend mit dem Produkt aus dem Mittelwert der Transportgröße in der Zelle und mit dem Zellvolumen des Kontrollvolumens approximiert. Die Flächenintegrale in den Gl. 3.70, 3.71 und 3.72 werden nachfolgend durch die Summe der Teilflächenintegrale ersetzt. Für die Massenerhaltung folgt also am Beispiel eines Kontrollvolumens \mathbf{P} mit k Seitenflächen

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_P V_P + \sum_k \oint_{S_k} \rho u_i \cdot n dS = 0 \quad (3.73)$$

wenn ρ_P die mittlere Dichte in \mathbf{P} und V_P das Volumen von \mathbf{P} sind.

Bis hier sind die NSG und der gewählte Diskretisierungsansatz exakt, allerdings muss jetzt eine Approximation für die Integrale über die Seitenflächen eingeführt werden, um eine numerische Lösung zu ermöglichen. Eine verbreitete Möglichkeit ist die Approximation des Integrals durch das Produkt von Mittelwert und Fläche, d.h.

$$\sum_k \oint_{S_k} \rho u_i dS \approx \sum_k \bar{\rho} u_i S_k. \quad (3.74)$$

3 Numerische Strömungssimulation

Die Schwierigkeit besteht nun darin, die Mittelwerte der Transportgrößen an den Seitenflächen zu bestimmen, da diese immer nur für diskrete Punkte innerhalb des Rechengebietes bekannt sind. Sowohl TRACE als auch OpenFOAM sind zellenzentrierte Verfahren, bei denen die Informationen im Zentrum eines Kontrollvolumens berechnet und gespeichert werden. Es ist also eine Interpolation der Transportgrößen vom Zentrum der Zellen auf deren Oberflächen erforderlich. Hierfür existiert eine Vielzahl von Möglichkeiten, die entscheidend die Genauigkeit und Stabilität des numerischen Verfahrens bestimmen (Ferziger und Perić 2008).

3.5.1 TRACE

Für die in TRACE durchgeführten RANS-Simulationen werden die Transportgrößen der konvektiven Flüsse mit Hilfe eines Upwind-Schemas von zweiter Ordnung auf die Seitenflächen der Kontrollvolumen interpoliert (Herbst 2013). Diese Interpolation erfolgt mit Hilfe des MUSCL-Schemas (engl. Monotonic Upwind Scheme for Conservation Laws), welches von van Leer (1979) eingeführt wurde und das eine lineare Variation der Transportgrößen innerhalb der Volumina annimmt. Da nach Hirsch (2007) alle Schemata zweiter Ordnung oder höher zu numerischen Instabilitäten wie Oszillationen neigen, wird ein Limiter von van Albada et al. (1982) verwendet. Wie zuvor bereits erwähnt wurde, muss das gewählte Schema an den zu approximierenden physikalischen Prozess angepasst sein. Daher werden die diffusiven Flüsse in TRACE mit Hilfe eines Zentralen-Differenzen-Verfahrens zweiter Ordnung approximiert (Kügeler 2004). Die Flüsse des Turbulenzmodells werden mit Hilfe des Quick-Schemas (engl. Quadratic Interpolation for Convective Kinematics), einem Verfahren mit einer Genauigkeit von dritter Ordnung nach Hayase et al. (1992) approximiert (Herbst 2013). Zur Stabilisierung und Vermeidung von nicht-physikalischen Lösungen wird ein Limiter nach Röber et al. (2006) eingesetzt.

3.5.2 OpenFOAM

Da OpenFOAM nicht ausschließlich zur Lösung von Problemen der Aerodynamik entwickelt wird, existiert eine Vielzahl von Integrations- und Interpolationsmöglichkeiten für die Flüsse und Gradienten der NSG. Die für das Problem einzusetzenden Schemata werden in der *fvSchemes*-Eingabedatei definiert. So kann z.B. mit der Modellierungsoption *Gauss linear* in OpenFOAM, mittels Gauß Theorem das Volumenintegral skalarer Gradienten in ein Flächenintegral überführt und mittels linearer Interpolation und einer Genauigkeit zweiter Ordnung (Zentrale-Differenzen-Verfahren) die Transportgrößen auf den Seitenflächen des Kontrollvolumens bestimmt werden. Limitierende-Funktionen können im Falle von numerischen Instabilitäten mittels *cellLimited Gauss linear ϕ* und $0 \leq \phi \leq 1$ eingeführt werden (Moukalled et al. 2015). Die diffusiven Flüsse werden, wie in TRACE, mit *Gauss linear*, d.h. mit einem Zentrale-Differenzen-Verfahren approximiert. Auf Limitierende-Funktionen wird verzichtet. Die konvektiven Flüsse jeder einzelnen

3.5 Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen

Transportgrößen können mit einem individuellen Verfahren approximiert werden. So wird z.B. für das Geschwindigkeitsfeld mit der Modellierungsoption $div(phi,U) Gauss LUST grad(U)$ in OpenFOAM eine Kombination von 75% Zentrale-Differenzen-Verfahren und 25% linear Upwind, d.h. Vorwärts-Differenzen-Verfahren zweiter Ordnung angewendet. Dieses Schema bietet einen guten Kompromiss aus numerischer Stabilität und Genauigkeit. Der Einfluss auf die Lösung wird im Rahmen der Arbeit bewertet. Alle anderen konvektiven Flüsse werden mit einem Zentrale-Differenzen-Verfahren diskretisiert, d.h. mit $Gauss linear$. Auch hier können Limiter definiert werden, falls die Lösung zu numerischen Instabilitäten neigt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird der dichte-basierte Strömungslöser $\rho PimpleFoam$ in der Version 1612+ eingesetzt. In der publizierten Version arbeitet dieser jedoch mit einer vereinfachten Form der Energiegleichung, bei der der Wärmestrom durch viskose Effekte vernachlässigt wird. Um auch den viskositätsbedingten Energieeintrag der Rotorscheibe in das Fluid abbilden zu können, musste der zugehörige Term $\widehat{\tau}_{ij}\widehat{u}_i$ in der Energiegleichung ergänzt werden. Die Implementierung erfolgte über einen Quellterm; der verwendete Quellcode ist im Anhang gegeben.

3 *Numerische Strömungssimulation*

4 Testfälle zur Validierung der numerischen Modelle

Aus den vorangegangenen Abschnitten wird deutlich, dass ein numerisches Modell für Grobstruktursimulationen folgenden Ansprüchen genügen muss:

1. Das Rechengebiet muss ausreichend groß gewählt werden, sodass alle turbulenten Skalen aufgelöst werden.
2. Das Rechengebiet muss ausreichend groß gewählt werden, sodass alle relevanten kohärenten Strukturen aufgelöst werden.
3. Die räumliche Diskretisierung des Rechengebietes muss ausreichend fein gewählt werden, sodass alle energiereichen und anisotropen turbulenten Strukturen von dem diskretisierten mathematischen Modell aufgelöst werden.
4. Das verwendete mathematische Diskretisierungsschema muss räumlich und zeitlich stabil sein.

Die Definition und Validierung eines solchen numerischen Modells für die Simulation von Deckbandlabyrinthdichtungen ist a Priori nicht möglich und erfolgt daher mit Hilfe der nachfolgend beschriebenen Testfälle.

4.1 Rotierender Labyrinthprüfstand

Um die Auslegungsfähigkeit von industriell genutzten numerischen Verfahren für die Vorhersage von Deckbandlabyrinthdichtungen zu bewerten, wurde ein Prüfstand ausgelegt, der diese ohne einen angrenzenden Hauptströmungspfad, d.h. ohne ein Schaufelgitter, abbildet. Letzteres führte zu einer komplexen Interaktion zwischen Kavität und Hauptstrom, welche Gegenstand einer Vielzahl von Studien ist und die Anforderungen an das numerische Modell signifikant erhöht. Die aerodynamische Auslegung des Prüfstandes orientiert sich jedoch an den mittleren Strömungsbedingungen im Bereich des Deckbandes einer 1.5-stufigen Niederdruckturbinen, wie in Henke et al. (2016) beschrieben. Hierdurch wird eine Übertragbarkeit der Erkenntnisse auf reale Maschinen gesichert. Es werden neben der Rotation des Deckbandes auch die Drallkomponente der Strömung aus der Abströmung des ersten Stators abgebildet und der Prüfstand kann mit dem gleichen Druckverhältnis betrieben werden, wie es im Rotor der 1.5-stufigen Niederdruckturbinen abgebaut wird. Die geometrischen Details der Dichtung und des Deckbandes aus Abb.

4 Testfälle zur Validierung der numerischen Modelle

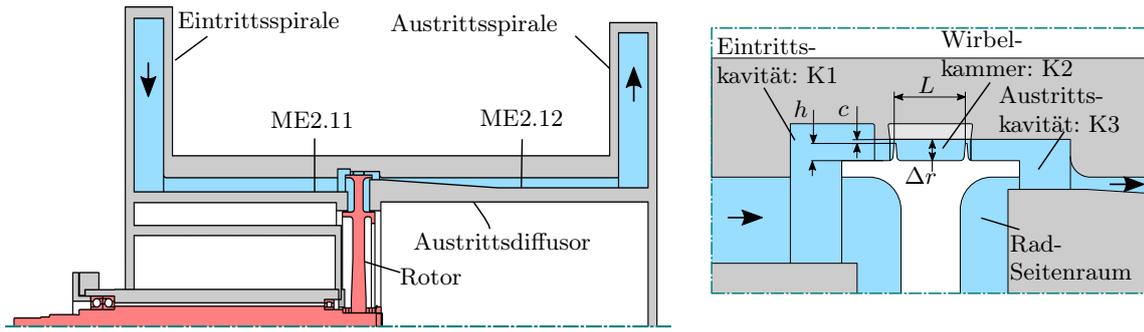


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des rotierenden Labyrinthprüfstandes nach Kluge et al. (2019) und Definition der geometrischen Abmessungen des RLP.

4.1 wurden im Maßstab 1:1 von der 1.5-stufigen Niederdruckturbine übernommen. Die Krümmung ξ im Spalt zwischen Deckband und Außengehäuse lässt sich mit dem Quotienten der Radien $r_{i,o}$ ausdrücken

$$\xi = \frac{r_i}{r_o} \quad (4.1)$$

und beträgt 0,98. Sie ist damit so groß wie in klassischen Experimenten zu Taylor-Couette-Strömungen (Davide und Maurizio 2008). Aufgrund der abgebildeten Rotation des Deckbandes wird der Prüfstand als rotierender Labyrinthprüfstand, kurz RLP bezeichnet. Der Drall wird der Strömung in einer Spirale aufgeprägt, wodurch der Strömungswinkel in Umfangsrichtung unabhängig von dem Stufendruckverhältnis des RLP ist. Für den Auslegungspunkt wird am Eintritt in die Messstrecke ein Drallverhältnis K_θ von

$$K_\theta = \frac{U_\theta}{U_{\theta,i}} = 0,08 \quad (4.2)$$

erreicht, definiert mit der Umfangsgeschwindigkeit U_θ der Strömung in der Eintrittsmessebene (ME2.11. vergl. Abb. 4.1) und der Umfangsgeschwindigkeit $U_{\theta,i}$ des Deckbandes. Um einen homogenen Gegendruck und damit eine in Umfangsrichtung homogene Strömung im Prüfstand zu erzeugen, wurde am Austritt ebenfalls eine Spirale vorgesehen, welche die Strömung sammelt und tangential ableitet.

Der Rotor wird nicht aerodynamisch, sondern durch einen Servomotor angetrieben. Aufgrund der hohen Umfangsgeschwindigkeit des Deckbandes wird das Fluid im Bereich des Deckbandes durch viskose Effekte in Umfangsrichtung beschleunigt und es kommt zu einem Anstieg der Totaltemperatur. Der Ventilations-Koeffizient σ

$$\sigma = \frac{2c_p \Delta T_{\text{tot}}}{U_{\theta,i}^2} \quad (4.3)$$

ist ein Maß für den Energieeintrag in das Fluid und beträgt $\sigma = 0,55$. Der Antriebstrang erreicht eine Drehzahlstabilität von ± 5 Umdrehungen pro Minute. Das Verhältnis der Taylor-Zahl zur axialen Reynolds-Zahl ist $Ta/Re_{\text{ax}} = 1,36 \geq 0,2$, weshalb nach Waschka et al. (1990) die Rotation des Deckbandes nicht vernachlässigt werden darf.

Die Couette-Reynolds-Zahl beträgt im Auslegungspunkt $Re_{\text{couette},i} = 77.000$, weswegen unter der Voraussetzung einer Übertragbarkeit von Abb. 2.8 keine großskaligen, kohärenten Strukturen in Umfangsrichtung sondern eine voll turbulente Taylor-Couette Strömung zu erwarten ist.

Tabelle 4.1 fasst die dimensionslosen Kenngrößen des RLP im Auslegungspunkt zusammen und stellt diese dem Stufenlabyrinth von Denecke et al. (2004) gegenüber. Beide Prüfstände haben ähnliche Betriebsparameter wie Deckbandlabyrinthdichtungen in Niederdruckturbinen von Flugtriebwerken. Allerdings sind sie im RLP aufgrund des höheren Totaldruckverhältnisses, der höheren Reynolds-Zahlen und der geringeren Spaltmaße näher an den Betriebsparametern von modernen und zukünftigen Niederdruckturbinen. Abb. 4.2 zeigt neben dem Auslegungspunkt die zusätzlich erreichbaren Betriebspunkte in einem Dichtungskennfeld. Die Reduktion des Durchflusskoeffizienten ist eine Folge der fliehkraftbedingten Dehnung des Rotors und damit der Reduktion des Spaltquerschnittes. Dieser Effekt wird nach Kluge et al. (2019) in den numerischen Modellen berücksichtigt.

Instrumentierung und Genauigkeit

Das Kontrollvolumen für die experimentellen Analysen entspricht dem Rechengebiet der numerischen Strömungssimulationen und erstreckt sich von der Eintrittsmessebene ME2.11 bis zur Austrittsmessebene ME2.12 in Abb. 4.1. Das Instrumentierungskonzept ist schematisch dargestellt in Abb. 4.3. Beide Messebenen ME2.11 und ME2.12 sind in Umfangsrichtung mit jeweils drei Totaldruck- und Totaltemperatur-Kammsonden instrumentiert. Diese können gegeneinander vertauscht werden, sodass sich eine räumliche Auflösung von 60° für die Totaldruck- und Totaltemperaturprofile ergibt. Die absolute Messunsicherheit für die totalen und statischen Drücke und die Temperaturen beträgt ± 60 Pa bzw. $\pm 0,6$ K. Wie Kluge et al. (2019) zeigen, ist die Einlaufstrecke ausreichend lang gewählt worden, sodass der Zungennachlauf der Spirale im Rahmen der Messunsicherheit vernachlässigt werden kann. Gleiches konnte für das Potentialfeld der Zunge in der Austrittsspirale experimentell nachgewiesen werden. In Folge dessen können homogene Randbedingungen in Umfangsrichtung angenommen und das Rechengebiet für stationäre RANS-Simulationen kann auf einen kleinen Umfangssektor beschränkt werden.

Zur Validierung von numerischen Strömungssimulationen steht als integraler Parameter der Leckagemassenstrom zur Verfügung. Dieser wird mittels thermischer Durchflussmessung und einer absoluten Messunsicherheit von ± 5 g/s gemessen. Hieraus kann der Durchflusskoeffizient C_D mit einer Messunsicherheit von $\pm 0,01$ bestimmt werden (Kluge et al. 2019). Für die Validierung von lokalen Vorhersagen stehen nach Abb. 4.3 statische Drücke in den Kavitäten der Labyrinthdichtung zur Verfügung. Dabei werden die Messebenen der Eintrittskavität mit K1.i, die der Wirbelkammer mit K2.i und die der Austrittskavität mit K3.i bezeichnet. Der statische Druckabbau über die Dichtspitzen der Deckbandlabyrinthdichtung kann damit an insgesamt neun axialen Positionen mit einer absoluten Messunsicherheit von jeweils ± 60 Pa bewertet werden. Zur Validierung von instationären Strömungssimulationen sind in der Eintrittskavität K1.1 und in der

4 Testfälle zur Validierung der numerischen Modelle

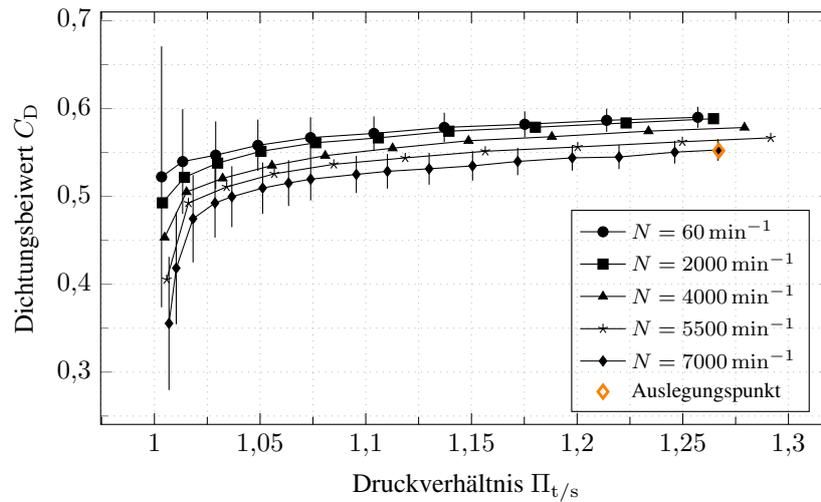


Abbildung 4.2: Dichtungskennfeld des RLP nach Kluge et al. (2019)

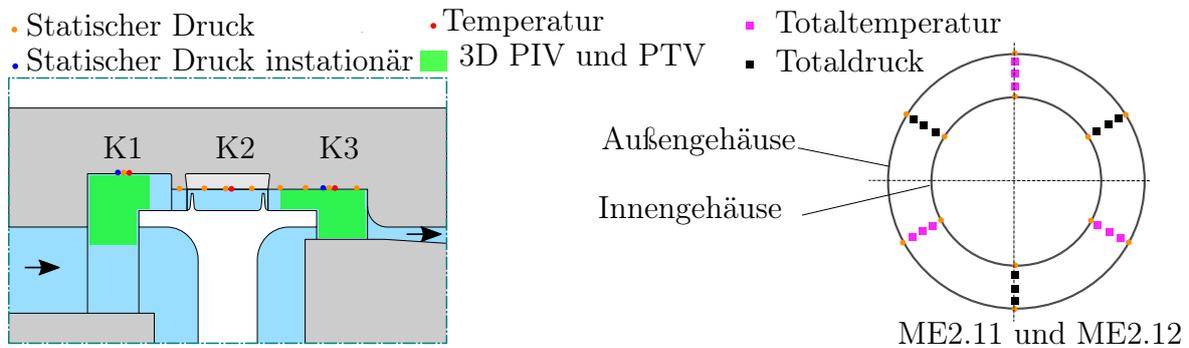


Abbildung 4.3: Instrumentierungskonzept des RLP. In den grün dargestellten Ebenen ermöglichen wandbündig eingebaute Fenster PIV- und PTV-Messungen.

Austrittskavität K3.3 Kulite Drucksensoren des Typs XCE-093 eingebaut. Diese messen die Fluktuationen des statischen Wanddruckes über 100 Umdrehungen des Rotors mit einer Frequenz von 200 kHz und einer absoluten Messunsicherheit von ± 40 Pa. Durch die vier, an den Umfangspositionen 0° , $7,5^\circ$, 15° und 35° verteilten Kulites können mögliche instationäre Effekte und deren Periodizität in Umfangsrichtung identifiziert werden. So zeigen Lettmann et al. (2019) die Präsenz von periodisch instationären Fluktuationen in der Austrittskavität, die auf kohärente instationäre Phänomene zurückzuführen sind. Diese sind nicht rotationsharmonisch und erscheinen in einem Frequenzband von 600-1000 Hz. Es besteht also eine Ähnlichkeit zu den von Beard et al. (2017) berichteten Effekten. Die Analyse der Messdaten ist Gegenstand laufender Untersuchungen. Die Amplitude der Fluktuationen ist jedoch klein gegenüber der Messunsicherheit, weswegen kein signifikanter Einfluss der Strukturen auf die zeitlich gemittelte Strömung in der Kavität erwartet wird.

Eine wichtige Kenngröße des Versuchs ist der Radialspalt c zwischen den Dichtspitzen des Labyrinthes und dem Außengehäuse. Aufgrund der Größe des Spalts von $c \leq 1$ mm

Tabelle 4.1: Dimensionslose Kenngrößen und Auslegungsdaten des RLP und des Stufenlabyrinthes von Denecke et al. (2005)

	RLP	Denecke et al. (2005)
Axiale Reynolds-Zahl Re_{ax}	17100	10000
Umfangs Reynolds-Zahl Re_{θ}	3410000	2730000
Couette-Reynolds-Zahl $Re_{couette,i}$	77000	45600
Taylor-Zahl Ta	23300	11900
Krümmung ξ	0,977	0,98
Beschleunigungsparameter im Spalt K	0,00003	0,00002
Drallverhältnis K_{θ}	0,08	0,3
Spalt-Höhenverhältnis $\frac{c}{h}$	0,19	0,3
Spalt-Längenverhältnis $\frac{c}{L}$	0,06	0,16
Drehzahl N in min^{-1}	7000	6000
Totaldruckverhältnis π_{tot}	1,28	1,04
Dichtungsbeiwert C_D	0,572	0,56
Ventilationskoeffizient σ	0,55	0,82

bewirken Messunsicherheiten und Fertigungstoleranzen der Geometrie einen erhöhten Fehler im Sinne einer messbaren Änderung der zur Verfügung stehenden Validierungsgrößen (Kluge et al. 2019). Bedingt durch thermische und dynamische Lasten kommt es zu einer Änderung des Spalts im Betrieb, die nicht vernachlässigt werden darf. Da eine Messung des Radialspalts im Betrieb zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung nicht möglich war, wurden der Rotor und das Gehäuse mittels Weißlichtinterferometrie vermessen, um den Spalt im Ruhezustand zu ermitteln. Ausgehend vom sogenannten Kaltspalt, wurde mittels Finite-Elemente Simulation unter Berücksichtigung der thermischen und aerodynamischen Lasten und der Rotation des Deckbandes der Betriebsspalt ermittelt. Auf diese Weise ist der Betriebsspalt nach Kluge et al. (2019) mit einer Unsicherheit von $\pm 2\%$ bekannt. Mittels numerischer Strömungssimulationen wurde von Kluge et al. (2019) festgestellt, dass die genannte Unsicherheit des Spalts zu einer absoluten Variation des Durchflusskoeffizienten von $\pm 0,01$ führt. Die statischen Wanddrücke in der Wirbelkammer unterliegen einer Unsicherheit von $\pm 1000\text{Pa}$. Nach Kluge et al. (2019) wird diese Unsicherheit dem numerischen Modell zugeschrieben und im Verlauf dieser Arbeit als Fehlerbalken berücksichtigt.

Eine Besonderheit des Prüfstandes ist es, dass durch optische Zugänge in der Eintritts- und Austrittskavität flächige Messungen des Geschwindigkeitsfeldes möglich sind. Die erreichbaren Ebenen sind in Abb. 4.3 dargestellt und grün gekennzeichnet. Hierfür wurden in Zusammenarbeit mit dem Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik der Universität der Bundeswehr in München dreidimensionale Particle Image Velocimetry, kurz 3D-PIV und dreidimensionale Particle Tracking Velocimetry, kurz 3D-PTV Messungen durchgeführt. Als Partikel wurden der Strömung DEHS-Tropfen mit einer mittleren Größe von $1\mu\text{m}$ global injiziert. Es wird angenommen, dass diese der Strömung ohne Schlupf

4 Testfälle zur Validierung der numerischen Modelle

folgen (Hain et al. 2019). Das 95%-Konfidenzintervall für die drei Geschwindigkeitskomponenten beträgt $\pm 1,97\%$ des Messwertes. Aus den 3D-PIV- und 3D-PTV-Messungen können die turbulenzbedingten Geschwindigkeitsfluktuationen ermittelt werden, die eine wichtige Validierungsgröße für turbulenzauflösende Strömungssimulationen sind.

4.2 Taylor-Couette Strömung

Der numerische Ressourcenbedarf für Large-Eddy Simulationen ganzer Prüfstände ist zu hoch, um alle Sensitivitäten an dem vollständigen Modell zu untersuchen. Selbst bei der Nutzung von Rechenzentren zur Parallelisierung der Simulationen auf mehrere tausend CPU's ist es daher erforderlich, Sensitivitätsstudien anhand von vereinfachten Testfällen durchzuführen. Eine Besonderheit von Deckbandlabyrinthdichtungen, die sich als relevant für die Anforderungen an das numerische Modell erwiesen hat, ist die Rotation des Deckbandes und damit die Scherung und Beschleunigung der Strömung in Umfangsrichtung. Der Geschwindigkeitsgradient der Strömung der sich hierbei einstellt, erfordert eine hohe räumliche Diskretisierung, deren Grenzwerte bislang nicht bekannt sind. Ähnlich hohe Geschwindigkeitsgradienten in Folge einer Scherung des Fluids finden sich in Taylor-Couette Strömungen, also der Strömung zwischen zwei koaxialen Zylindern bei der mindestens ein Zylinder rotiert. In Abb. 4.4 ist ein typischer Versuchsaufbau dargestellt, bei dem der innere Zylinder, wie das Deckband, rotiert.

Nach Gl. 2.27 berechnen Davide und Maurizio (2008) mittels direkter numerischer Simulation eine Taylor-Couette Strömung bei einer Couette-Reynolds-Zahl von $Re_{\text{couette},i} = 10.500$ und mit einer Krümmung von $\xi = 0,882$. Bei derart hohen Reynolds-Zahlen ist die Taylor-Couette Strömung vollständig turbulent und eine Zuordnung zu großskaligen kohärenten Strukturen nach Abb. 2.8 nicht möglich. Die Betriebsbedingungen und geometrischen Parameter sind allerdings ähnlich denen RLP ($Re_{\text{couette},i} = 77.000$ und $\xi = 0,977$). Dieser Testfall ist daher dazu geeignet, um numerische Sensitivitäten wie räumliche-, zeitliche- und mathematische Diskretisierung in Bezug auf die Vorhersa-

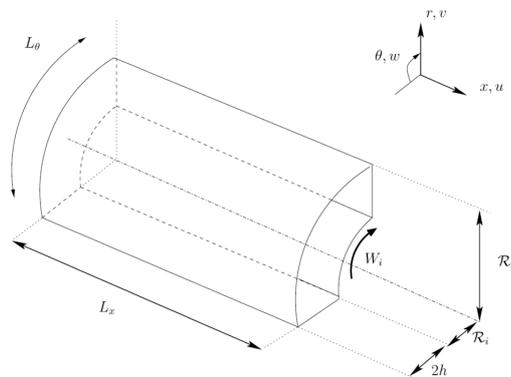


Abbildung 4.4: Koaxiale Zylinder mit Rotation des inneren Zylinders in denen sich eine Taylor-Couette Strömung ausbildet (Davide und Maurizio 2008).

ge der Schleppwirkung des Deckbandes ressourceneffizient zu untersuchen. Davide und Maurizio (2008) publizieren dafür sowohl die zeitlich gemittelte Umfangsgeschwindigkeit im Spalt als auch die Reynolds-Spannungen, wodurch eine Validierung der Impulsübertragung am Deckband mittels LES und der implementierten Wandrandbedingungen in OpenFOAM möglich wird.

4.3 Generische Testfälle

Für den RLP wurden Hinweise auf Strukturen mit einer Periodizität von $15 - 24^\circ$ in Umfangsrichtung experimentell nachgewiesen (Lettmann et al. 2019). Diese treten in einem Frequenzband zwischen der fünften und neunten Erregerordnung auf, sind nicht rotationsharmonisch und fallen nicht mit den dominanten Frequenzen der mechanischen Schwingungen des Prüfstandes oder den Eigenfrequenzen der Sensoren zusammen (Lettmann et al. 2019). Da diese Effekte nur in der Austrittskavität nachgewiesen werden konnten, muss deren Quelle in der Wirbelkammer, der Austrittskavität oder der Spaltdurchströmung liegen. Die mit den Strukturen einhergehenden Fluktuationen des statischen Druckes betragen maximal ± 24 Pa, was im Rahmen der Messunsicherheit der eingesetzten Sensoren liegt. Es wird daher kein signifikanter Einfluss auf die mittleren Geschwindigkeitsfelder in der Labyrinthdichtung erwartet. Um diese Annahme zu prüfen werden im Rahmen einer Sensitivitätsstudie zwei Ausschnitte des RLP als generische Testfälle verwendet und durch eine sukzessive Vergrößerung des Rechengebietes von 1° auf 5° , 10° und 15° in Umfangsrichtung, die erforderliche Mindestgröße ermittelt. Als Testfälle werden die in Abb. 4.5(a) dargestellte Wirbelkammer und die in Abb. 4.5(b) dargestellte Austrittskavität eingesetzt. In Wein et al. (2020) wurde gezeigt, dass die relevanten Wirbelsysteme und die Gehäusedruckverteilung auch bei isolierter Betrachtung der Wirbelkammer und der Austrittskavität entsprechend der realen Strömung im RLP wiedergegeben werden können. Eine Reduktion des numerischen Modells für die zuvor genannten Sensitivitätsstudien ist daher möglich. Die Randbedingungen wurden aus RANS-Simulationen des RLP extrahiert und an den Grenzen der Detailmodelle unter Vernachlässigung möglicher Rückströmungen vorgegeben. Ein exakter Vergleich zwischen dem vollständigen numerischen Modell des RLP und den Detailmodellen ist

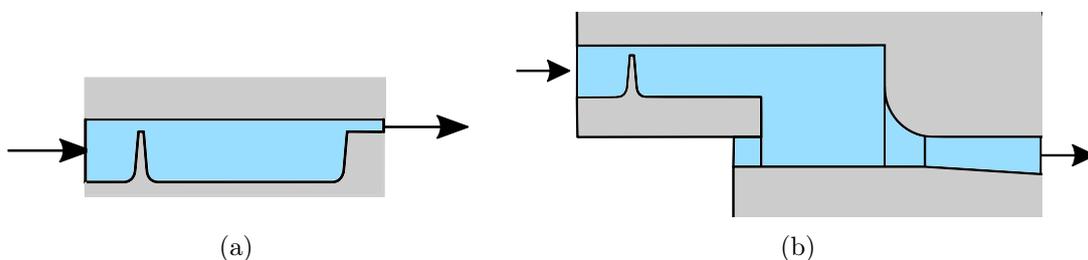


Abbildung 4.5: (a) Generischer Testfall der Wirbelkammer des RLP und (b) Generischer Testfall der Austrittskavität des RLP

4 Testfälle zur Validierung der numerischen Modelle

daher nicht möglich. Die Dichtungsbeiwerte und Reynolds-Zahlen entsprechen dem Auslegungspunkt des RLP, sodass die gleichen turbulenten Längenmaße und Intensitäten erwartet werden können.

Für die Betrachtung der Wirbelkammer wird der Austritt des Rechengebietes auf die zweite Drosselstelle des RLP gelegt und diese axial verlängert. Dies gewährleistet eine nicht abgelöste Strömung am Austritt und vermeidet numerische Instabilitäten. Der Eintritt liegt vor der ersten Drosselstelle. Bei der Austrittskavität liegt der Eintritt vor der zweiten Drosselstelle und der Austritt am Eintritt in den Diffusor. Der Rad-Seitenraum unterhalb der Austrittskavität wird vernachlässigt.

5 Eignung und Defizite von Wirbelviskositätsmodellen

Um die Defizite der verfügbaren RANS-Modelle zu identifizieren, werden zunächst die verfügbaren Modelle für den Einsatz im RLP erprobt. Dafür wurde ein 1°-Segment des RLP von der Eintrittsmessebene ME2.11 bis zur Austrittsmessebene ME2.12, vergl. Abb. 4.1, verwendet und in TRACE simuliert. Die räumliche Diskretisierung entspricht der von Kluge et al. (2019). Die Grenzschichten werden also vollständig aufgelöst und nicht durch Wandfunktionen modelliert. Als Randbedingungen werden am Eintritt der Totaldruck und die Totaltemperatur aus den Messwerten der Kammsonden, sowie ein Turbulenzgrad von 4% aus Hitzdrahtmessungen vorgegeben. Das turbulente Längenmaß beträgt 0,3 mm. Am Austritt wird der Mittelwert der statischen Drücke an Gehäuse und Nabe unter der Annahme eines radialen Gleichgewichtes im Mittenschnitt vorgegeben. Die eingesetzten numerischen Schemata wurden bereits in Abschn. 3.5.1 definiert. Neben den in Abschn. 3 bereits vorgestellten Basis-Modellen zur Modellierung von Turbulenz, d.h. dem $k - \omega$ -Modell von Wilcox (1998) und dem Shear Stress Transport (SST) nach Menter (1994) werden in dieser Arbeit zusätzlich Modellerweiterungen erprobt, die für die Simulation von Niederdruckturbinen mit Deckbandlabyrinthdichtungen häufig eingesetzt werden. Dazu gehören die Modellkorrekturen zur Berücksichtigung von Stromlinienkrümmung von Bardina et al. (1985) (im Folgenden Bardina-Erweiterung genannt) und zur Limitierung der zu hohen Produktion von turbulenter kinetischer Energie in Staupunkten von Kato und Launder (1993a) (im Folgenden Kato-Launder-Erweiterung genannt). Die Produktion von turbulenter kinetischer Energie k ist proportional zum Quadrat der Scherrate SS , welche definiert ist als

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (5.1)$$

Dies führt nach Kato und Launder (1993a) zu einer Überproduktion von k und damit der Wirbelviskosität μ_t . Zur Korrektur wird das Quadrat der Scherrate durch das Produkt aus Scherrate und Vortizität ersetzt. Die Vortizität Ω ist durch

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (5.2)$$

gegeben. Da eine starke Beschleunigung in den Dichtspalten und eine hohe Verzögerung in der Wirbelkammer vorliegen, ist ein Einfluss der Modellkorrektur im Bereich des

5 Eignung und Defizite von Wirbelviskositätsmodellen

Leckagejets zu erwarten. Nach Hellsten (1998) haben Rotation und Stromlinienkrümmung einen Einfluss auf das Abklingen von isotroper Turbulenz, was von klassischen Wirbelviskositätsmodellen nicht ausreichend abgebildet werden kann. Zur Korrektur schlagen Bardina et al. (1985) einen zusätzlichen Destruktionsterm in der Transportgleichung von ω nach

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} = -c_2 \rho \omega \Omega \quad (5.3)$$

vor. In GL. 5.3 ist c_2 eine Kalibrierkonstante. In Gegenwart von Rotation und Stromlinienkrümmung wird die Wirbelviskosität also erhöht, was insbesondere in den großskaligen Rezirkulationsgebieten einen Einfluss auf die Lösung hat.

5.1 Vorhersage des Dichtungsbeiwertes

Wie Abb. 5.1(a) zeigt, ist die Vorhersage des Dichtungsbeiwertes in hohem Maße abhängig von der Wahl des Turbulenzmodells. Modellkombinationen auf Basis des $k - \omega$ -Modells leisten im Rahmen der Messunsicherheit der integralen Bewertungsgrößen wie dem Dichtungsbeiwert und im Rahmen der geometrischen Unsicherheit des numerischen Modells eine gute Vorhersage der Dichtwirkung. Im Gegensatz dazu führen die Kombinationen auf Basis des SST-Turbulenzmodells zu einer Unterschätzung der Dichtwirkung, d.h. Überschätzung des Dichtungsbeiwertes um bis zu 20%. Für die Auslegung von Dichtungssystemen in denen eine Mindestleckage zwecks Kühlung von, z.B. Rad-Seitenräumen, erforderlich ist, ist dieser Umstand sicherheitskritisch für das Gesamtsystem. Für beide Turbulenzmodelle zeigt sich, dass die Bardina-Erweiterung zu einer reduzierten und die Kato-Lauder-Erweiterung zu einer erhöhten Vorhersage des Dichtungsbeiwertes führen. Der Einfluss der Erweiterungen auf die Strömung ist also konsistent. Für das hier verwendete Durchblicklabyrinth sagt die Korrelation von Egli (1935) mit einer Abweichung von nur $-0,1\%$ den Dichtungsbeiwert nahezu perfekt vorher, denn die Vorhersage ist im Rahmen der Messunsicherheit des Experimentes exakt. Die Korrelation von Eckert und Schnell (1961) liefert eine Abweichung von -10% und die von Stodola über 30% . Die Berücksichtigung der ablösungsbedingten Querschnittsveränderung im Dichtspalt (Vena-Contracta) durch Eckert und Schnell (1961) und die zusätzliche Berücksichtigung der kinetischen Energie der Zuströmung durch Egli (1935) gegenüber Stodola sind demnach für eine exakte analytische Vorhersage des Dichtungsbeiwertes zwingend erforderlich.

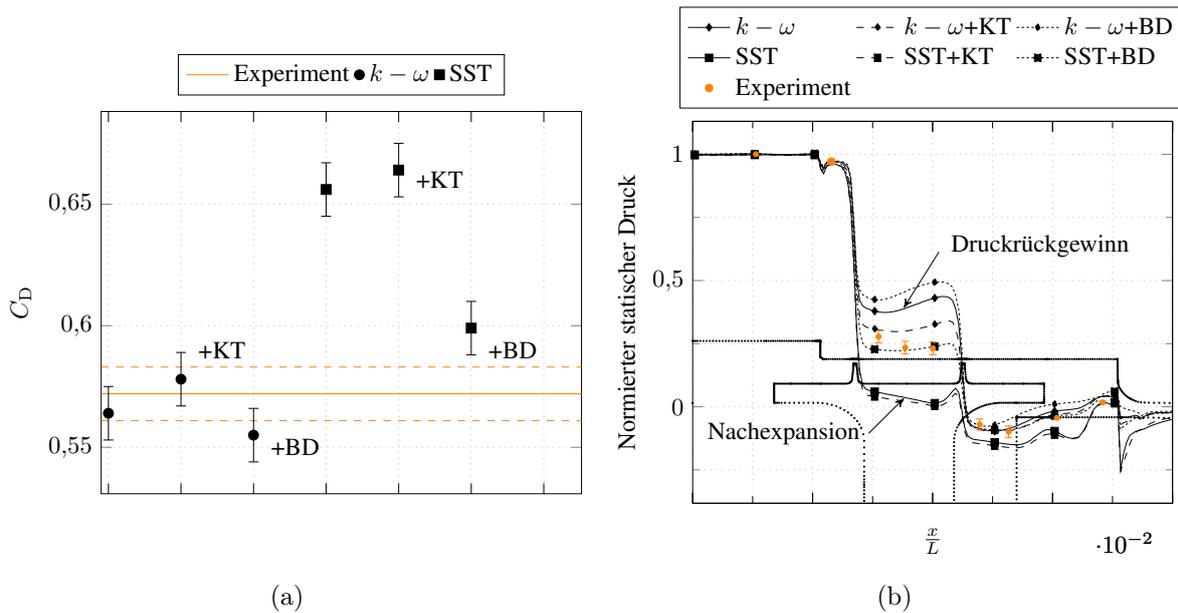


Abbildung 5.1: (a) Vorhersage des Dichtungsbeiwertes im Auslegungspunkt des RLP. Die Fehlerbalken an den numerischen Ergebnissen berücksichtigen den Einfluss der nicht exakt bekannten Geometrie des Radialspates (Kluge et al. 2019). (b) Vorhersage des statischen Druckes entlang des Außengehäuses mit unterschiedlichen Wirbelviskositätsmodellen. Die Fehlerbalken an den experimentellen Ergebnissen berücksichtigen den Einfluss der nicht exakt bekannten Geometrie des Radialspates (Kluge et al. 2019). Das 95%-Konfidenzintervall der experimentellen Ergebnisse ist kleiner als die Symbolgröße.

5.2 Vorhersage des statischen Druckabbaus

Die Ursachen für die unterschiedliche Vorhersage der Dichtungsbeiwerte können mit Hilfe der integralen Messdaten nicht identifiziert werden, sondern erfordern lokale Messdaten. Dafür stehen unter Anderem Messungen des statischen Druckes am Außengehäuse zur Verfügung. Insbesondere für das aeroelastische Verhalten von Deckbandlabyrinthdichtungen ist eine exakte Vorhersage des zeitlich gemittelten und des zeitlich variierenden Druckabbaus über die Drosselstellen erforderlich. Abbildung 5.1(b) zeigt einen Vergleich der gemessenen mit den modellierten zeitlichen Mittelwerten der unterschiedlichen Wirbelviskositätsmodelle. Aus Gründen der Übersichtlichkeit, wurde der Einfluss der Geometrieunsicherheit nicht, wie von Kluge et al. (2019) vorgeschlagen, an die numerischen Vorhersagen gezeichnet, sondern an die experimentellen Ergebnisse. Das 95%-Konfidenzintervall des statischen Druckes ist kleiner als die Symbolgröße. Alle Kombinationen leisten im Rahmen der Messunsicherheit des statischen Druckes eine gute Vorhersage des statischen Druckes in den Ebenen ME2.11, K1 und ME2.12, vgl. Abb. 4.1 für die Definition der Messebenen. Die Messebene ME2.11 und ME2.12

sind nur in Abb. A.1 dargestellt, um in Abb. 5.1(b), d.h. im Untersuchungsbereich, mehr Details abbilden zu können. Die integrale Vorhersage reagiert wenig sensitiv auf das verwendete Turbulenzmodell, trotz messbarer Sensitivität auf den Dichtungsbeiwert. Die mit einem schwarzen Punkt gekennzeichneten Kombinationen auf Basis des $k - \omega$ -Modells neigen zu einer zu geringen Vorhersage des Druckabbaus über die erste Dichtspitze, während die mit einem schwarzen Quadrat gekennzeichneten Kombinationen auf Basis des SST-Turbulenzmodells diesen signifikant, d.h. um mehrere tausend Pascal, überschätzen. Dies führt zu falschen Vorhersagen des statischen Druckes in der Wirbelkammer, d.h. in K2 nach Abb. 4.1. Die aerodynamische Belastung der ersten Drosselstelle ist also nicht genau vorhersagbar. Lediglich das $k - \omega$ -Modell in Kombination mit der Kato-Lauder-Erweiterung und das SST-Modell in Kombination mit der Bardina-Erweiterung leisten unter Berücksichtigung des Einflusses der Geometrieunsicherheit eine näherungsweise genaue Vorhersage des statischen Druckes in der Wirbelkammer. Beide Ergebnisse weichen um fast 2500 Pa voneinander ab, was die Notwendigkeit genauerer Messwerte des Radialspaltes oder eine exakte numerische Vorhersage aus turbulenzauflösenden Simulationen für die Validierung von RANS-Turbulenzmodellen aufzeigt. Im Vergleich numerischer Modelle untereinander entfällt die Unsicherheit aus der nicht genau bekannten Geometrie, wodurch eine genauere Validierung der Ergebnisse erfolgen kann. Das $k - \omega$ -Modell zusammen mit der Kato-Lauder-Erweiterung führt zu einer falschen Vorhersage des Druckabbaus in der Wirbelkammer. Während die Versuchsergebnisse und die Kombinationen auf Basis des SST-Turbulenzmodells eine kontinuierliche Beschleunigung der Strömung in der Wirbelkammer K2 prognostizieren, lassen die $k - \omega$ -Modellkombinationen einen kontinuierlichen Druckrückgewinn erwarten. Es bestehen also gegensätzliche Vorhersagen der Umwandlung von kinetischer Energie in Druckenergie in der Wirbelkammer zwischen beiden Turbulenzmodellen, was zu einer falschen Vorhersage der aerodynamischen und damit aeroelastischen Belastung der zweiten Drosselstelle führt.

In der Austrittskavität, K3 nach Abb. 4.1, werden zwar die Abweichungen zu den Messdaten um ca. 60% geringer, aber auch hier sind die Abweichungen der Basismodelle $k - \omega$ und SST größer als die Messunsicherheit und die Unsicherheit aus der nicht genau bekannten Geometrie. Die Kombinationen auf Basis des SST-Turbulenzmodells sagen den statischen Druck in der Austrittskavität um ca. 1000 Pa zu gering und die Kombinationen auf Basis des $k - \omega$ -Modells um ca. 500 Pa zu hoch vorher. Die Kombinationen $k - \omega$ -Modell mit Kato-Lauder und SST-Modell mit Bardina sagen den statischen Druck in der K3 im Rahmen der Unsicherheit aus der nicht genau bekannten Geometrie korrekt vorher.

5.3 Wirbelsysteme und Geschwindigkeitsdreiecke in der Ein- und Austrittskavität

Besonders die ungenaue Vorhersage des statischen Druckabbaus trotz guter Vorhersage des Dichtungsbeiwertes mit dem $k - \omega$ Turbulenzmodell verdeutlicht die Notwendig-

5.3 Wirbelsysteme und Geschwindigkeitsdreiecke in der Ein- und Austrittskavität

keit weiterer Messdaten zur Validierung von numerischen Modellen. Aufgrund der guten Vorhersage des Dichtungsbeiwertes und des statischen Druckabbaus mit dem $k - \omega$ Modell zzgl. Kauto-Launders-Erweiterung (im Folgenden als $k - \omega + KT$ bezeichnet) und dem SST Modell zzgl. der Bardina-Erweiterung (im Folgenden als SST+BD bezeichnet), werden diese Modellkombinationen im Folgenden mit Hilfe der 3D-PIV- und 3D-PTV-Messdaten näher validiert.

Abbildung 5.2 zeigt die Axial- und Umfangsgeschwindigkeit in der Eintrittskavität. Die

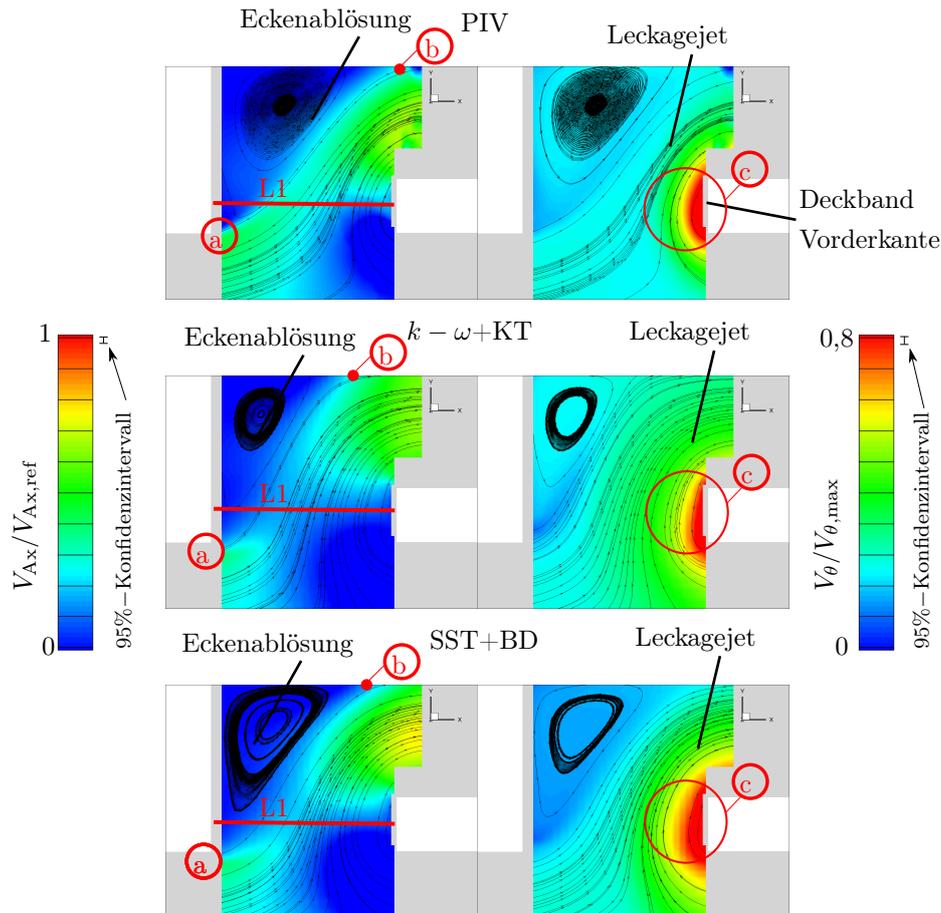


Abbildung 5.2: Axialgeschwindigkeit (links) und Umfangsgeschwindigkeit (rechts) in der Eintrittskavität für den Auslegungspunkt des RLP. Die numerischen Ergebnisse sind auf das Messraster der PIV-Messungen interpoliert. Das 95%-Konfidenzintervall der experimentellen Daten beträgt $\pm 1,97\%$ des Mittelwertes. (a) kennzeichnet die zurückspringende Stufe, (b) das Wiederanlegen des Leckagejets und (c) das Nahfeld der Rotorscheibe.

Messung reicht aufgrund von Reflexionen an festen Wänden nicht in die Grenzschichten hinein. Die betroffenen Zonen sind grau überdeckt. Die Wirbelsysteme werden von beiden Modellkombinationen identisch wiedergegeben. Anhand der Stromlinienlage zeigt sich, dass das $k - \omega + KT$ die Größe der gehäuseseitigen Eckenablösung an der zurückspringenden Stufe (Position (a) in Abb. 5.2) um mindestens 50% unterschätzt. In Folge

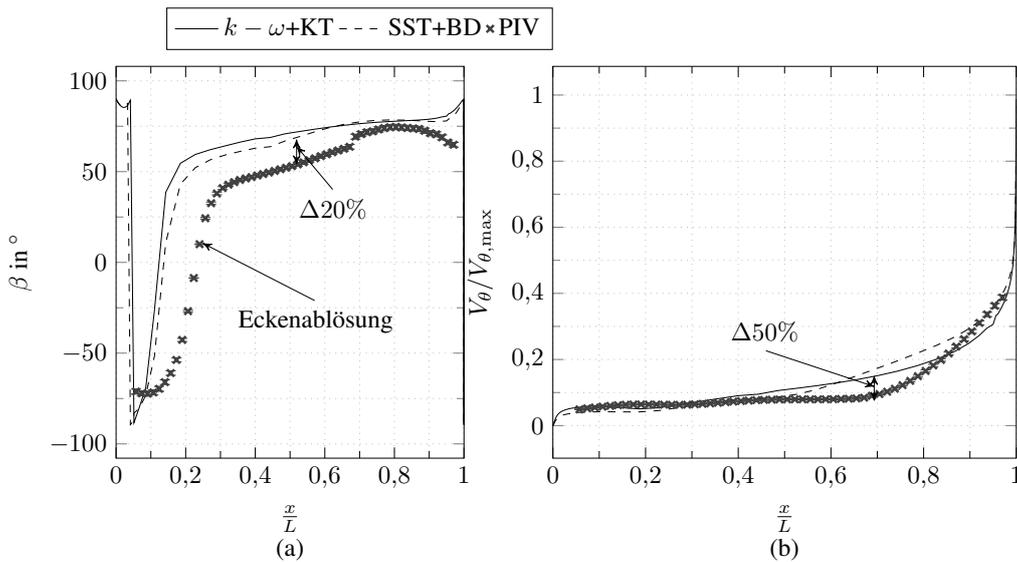


Abbildung 5.3: Messung und numerische Vorhersage des (a) radialen Einströmwinkels und (b) des Drallverhältnis an der Stelle L1 in Abb. 5.2 mit RANS-Turbulenzmodellen. Das 95%-Konfidenzintervall an den experimentellen Daten ist dargestellt, ist jedoch kleiner als die Symbolgröße.

dessen strömt das Fluid unter einem zu steilen Winkel in die Kavität ein. Die Größe dieser Eckenablösung wird mit dem SST+BD-Modell besser vorhergesagt. Sie weicht um nur 30% ab und der Fehler im Einströmwinkel wird um 5% reduziert. Die Einströmung ist aber auch hier zu steil und in Folge dessen das Wiederanlegen des Leakagejets am Außengehäuse zu früh, siehe Punkt (b) in Abb. 5.2. Der Einfluss auf den statischen Druck am Außengehäuse ist nach Abb. 5.1(b) im Rahmen des 95%-Konfidenzintervalls vernachlässigbar. In realen Anwendungen kann hierdurch jedoch die Interaktion der Leakageströmung mit der Hauptströmung und damit die Einströmverluste beeinflusst werden. Die Abweichungen zwischen Messung und numerischer Vorhersage zeigen sich deutlicher in Abb. 5.3, in der die Strömungsfelder auf einer konstanten radialen Ebene L1 in Abb. 5.2 extrahiert wurden. Dargestellt sind der Einströmwinkel $\beta = \tan^{-1}(V_{Rad}/V_{Ax})$ und das Drallverhältnis $V_\theta/V_{\theta,max}$. Im Bereich des freien Leakagejets zwischen $0,3 \leq X/L \leq 0,6$ ist die Einströmung um näherungsweise 20° zu steil gegenüber den Messdaten. Zusätzlich ist die Beschleunigung in Umfangsrichtung durch viskose Effekte beim $k-\omega+KT$ zu schwach im Bereich $0,8 \leq X/L$ und zu stark im Bereich $X/L \leq 0,8$, vgl. Position (c) in Abb. 5.2. Mit dem SST+BD-Modell wird das Drallverhältnis in allen Bereichen bis zu 60% überschätzt, vermutlich aufgrund einer zu hohen Wirbelviskosität und damit einer Überschätzung der turbulenzbedingten Durchmischung. Dies kann erneut Folgen für die Vorhersage der Mischungsverluste nach Gl. 2.20 haben.

5.3 Wirbelsysteme und Geschwindigkeitsdreiecke in der Ein- und Austrittskavität

In der Austrittskavität verhindern abgelagerte Seeding-Partikel PTV-Messungen in den Grenzschichtbereichen. Diese Bereiche sind daher wie in der Eintrittskavität ausgeblendet. Im Bereich des Kammerwirbels der Austrittskavität führen die Reflexionen zu einer erhöhten Messunsicherheit und werden daher in der Auswertung nicht berücksichtigt. Diese Bereiche sind mit grau-transparenten Boxen überdeckt. In Abb. 5.4 zeigen sich Defizite in der Ausmischung des Leakagejets. Während die Stromlinienlage in den PTV Messdaten eine Kontraktion des Leakagejets stromab der Deckbandhinterkante zeigen, wird dies vom $k - \omega + \text{KT}$ -Modell nicht wiedergegeben. Die Messdaten des statischen Druckes am Außengehäuse sind in diesem Bereich zu gering aufgelöst, um diese Beobachtung verifizieren zu können. In den numerischen Modellen weitet sich der Leakagejet kontinuierlich auf, was vermutlich auf eine zu stark modellierte turbulente Diffusion zurückzuführen ist. Das SST+BD-Modell leistet hier eine bessere Vorhersage, jedoch sind auch hier die Abweichungen zu den PTV Messdaten deutlich größer als das 95%-Konfidenzintervall von $\pm 1,97\%$ des Messwertes. Von beiden Turbulenzmodellen wird der Absolutwert der Axialgeschwindigkeit des Leakagejets um bis zu 7% überschätzt. Auf Basis der Konturplots in Abb. 5.4 neigt das $k - \omega + \text{KT}$ -Modell zur Vorhersage einer 5% zu geringen Umfangsgeschwindigkeit und das SST+BD-Modell zu einer 10% zu hohen. Die Kontrolllinie L2 in Abb. 5.4 ist in Abb.5.5 dargestellt. Die Verteilungen der Axialgeschwindigkeit aus den numerischen Ergebnissen weist darauf hin, dass der Leakagejet zu nah am Gehäuse und die Axialgeschwindigkeit zu hoch modelliert werden, trotz guter Vorhersage des Dichtungsbeiwertes. Dadurch wird vor Allem der Impuls des Leakagejets überschätzt, was zu einer falschen Vorhersage der Mischungsverluste führt. Das SST+BD-Modell überschätzt die Schleppwirkung im Rezirkulationsgebiet um bis zu 15%, trifft diese im Leakagejet jedoch gut. Das $k - \omega + \text{KT}$ -Modell sagt die Schleppwirkung im Rezirkulationsgebiet gut vorher, unterschätzt diese jedoch im Leakagejet um bis zu 1%.

Aus diesen Analysen werden die folgenden Defizite der RANS-Modelle für Labyrinthdichtungen ersichtlich. Die Modelle führen bei der Vorhersage

1. von Rezirkulationsgebieten und Ablösungen,
2. der Schleppwirkung und
3. der Ausmischung des Leakagejets

zu Modellierungsfehlern. Diese Erkenntnisse gilt es in Abschn. 6 anhand der LES zu verifizieren.

5 Eignung und Defizite von Wirbelviskositätsmodellen

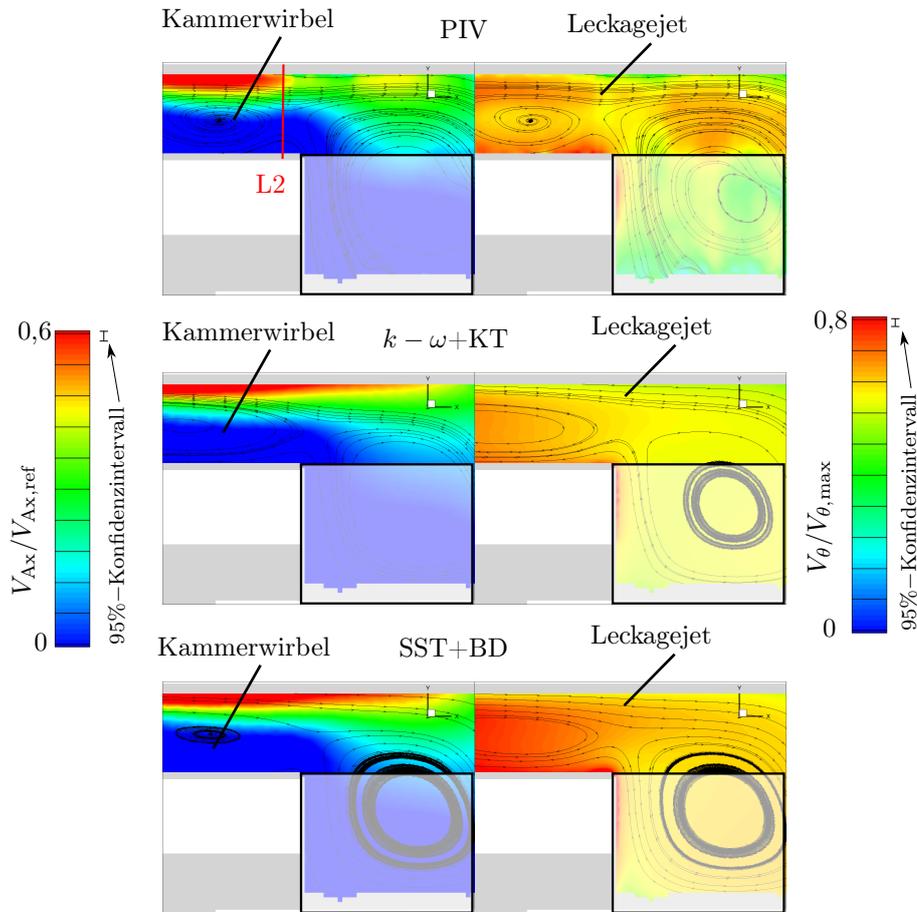


Abbildung 5.4: Axialgeschwindigkeit (links) und Umfangsgeschwindigkeit (rechts) in der Austrittskavität für den Auslegungspunkt des RLP. Die numerischen Ergebnisse sind auf das Messraster der PIV-Messungen interpoliert. Das 95%-Konfidenzintervall der experimentellen Daten beträgt $\pm 1,97\%$ des Mittelwertes.

Neben der Geschwindigkeit kann aus den PIV und PTV Daten auch die turbulente kinetische Energie k berechnet werden, dargestellt in Abb. 5.6 für die Eintrittskavität und die Austrittskavität. Daraus wird ersichtlich, in welchen Bereichen der Strömung das Turbulenzmodell einen Einfluss auf die Lösung hat. Dies sind insbesondere die Scherschichten des Leckagejets in der Austrittskavität an Position (a) in Abb. 5.6 und der rotierenden Scheibe, Position (b) in Abb. 5.6. In der Eintrittskavität produzieren beide Turbulenzmodelle ca. 25% zu viel turbulente kinetische Energie an der Vorderkante des Deckbandes. In dieser Folge wird vermutlich auch die Wirbelviskosität überschätzt, was die zu hoch modellierte Schleppwirkung der rotierenden Scheibe in Abb. 5.3 durch beide Turbulenzmodelle erklären würde. Dies kann mit Hilfe der PIV und PTV-Daten jedoch nicht bewertet werden.

In der Austrittskavität (Abb. 5.6) wird ein Großteil von k in der Scherschicht zwischen Leckagejet und deckbandseitigem Rezirkulationsgebiet produziert, vgl. Position (a) in

5.3 Wirbelsysteme und Geschwindigkeitsdreiecke in der Ein- und Austrittskavität

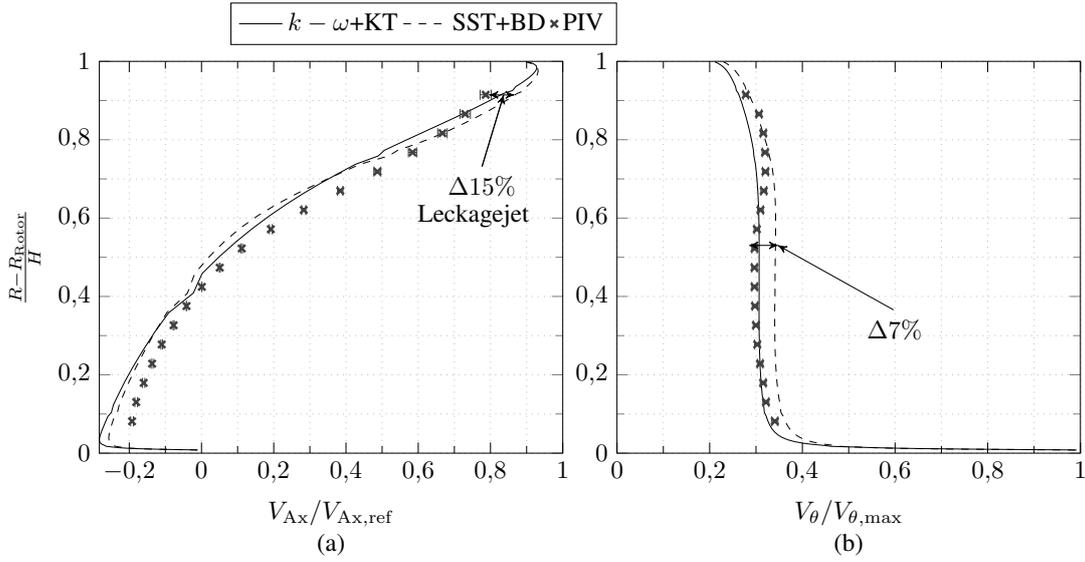


Abbildung 5.5: Messung und numerische Vorhersage der radialen Profile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) des Drallverhältnis an der Stelle L2 in Abb. 5.4 mit RANS-Turbulenzmodellen. Das 95%-Konfidenzintervall an den experimentellen Daten ist dargestellt.

Abb. 5.6. Dies ist konsistent für beide Wirbelviskositätsmodelle und die PTV-Messdaten. Keines der Wirbelviskositätsmodelle gibt allerdings den gehäuseseitigen Anstieg von k auf Höhe der Deckbandhinterkante und im Staupunkt zwischen Kammerwirbel der Austrittskavität und Rezirkulationsgebiet oberhalb des Deckbandes wieder, vgl. Position  in Abb. 5.6. Für eine weitere Analyse der Turbulenzmodelle sind Informationen über die modellierten und tatsächlichen Dissipationsraten ϵ erforderlich

$$\epsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}}, \quad (5.4)$$

d.h. der zeitliche Mittelwert der räumlichen Gradienten der Geschwindigkeitsfluktuationen. Diese Information geht aus den verfügbaren PIV-Daten jedoch nicht hervor und muss daher aus turbulenzauflösenden Strömungssimulationen gewonnen werden. Ebenfalls unklar bleibt aus den PIV und PTV-Messdaten, welchen Einfluss die Durchströmung der Drosselstellen und der Wirbelkammer auf die Ergebnisse in der Austrittskavität haben. Wein et al. (2020) werten daher noch die modellierte Wirbelviskosität der numerischen Modelle aus und betrachten das vollständige Strömungsfeld. Nach Wein et al. (2017) modellieren die Modellkombinationen auf Basis des SST-Modells ca. 50% Wirbelviskosität, was die zu geringen Verluste, d.h. die hohen Dichtungsbeiwerte erklärt. Insbesondere im Bereich der Drosselstellen modellieren diese kaum Wirbelviskosität. Hierdurch löst der Leckagejet an der Vorderkante der Drosselstellen stärker ab als bei den $k-\omega$ -Modellkombinationen. Dies erklärt den höheren Druckabbau über die erste Drosselstelle, siehe Abb. 5.1(b). Es erklärt ebenfalls die höheren Axialgeschwindigkeiten

5 Eignung und Defizite von Wirbelviskositätsmodellen

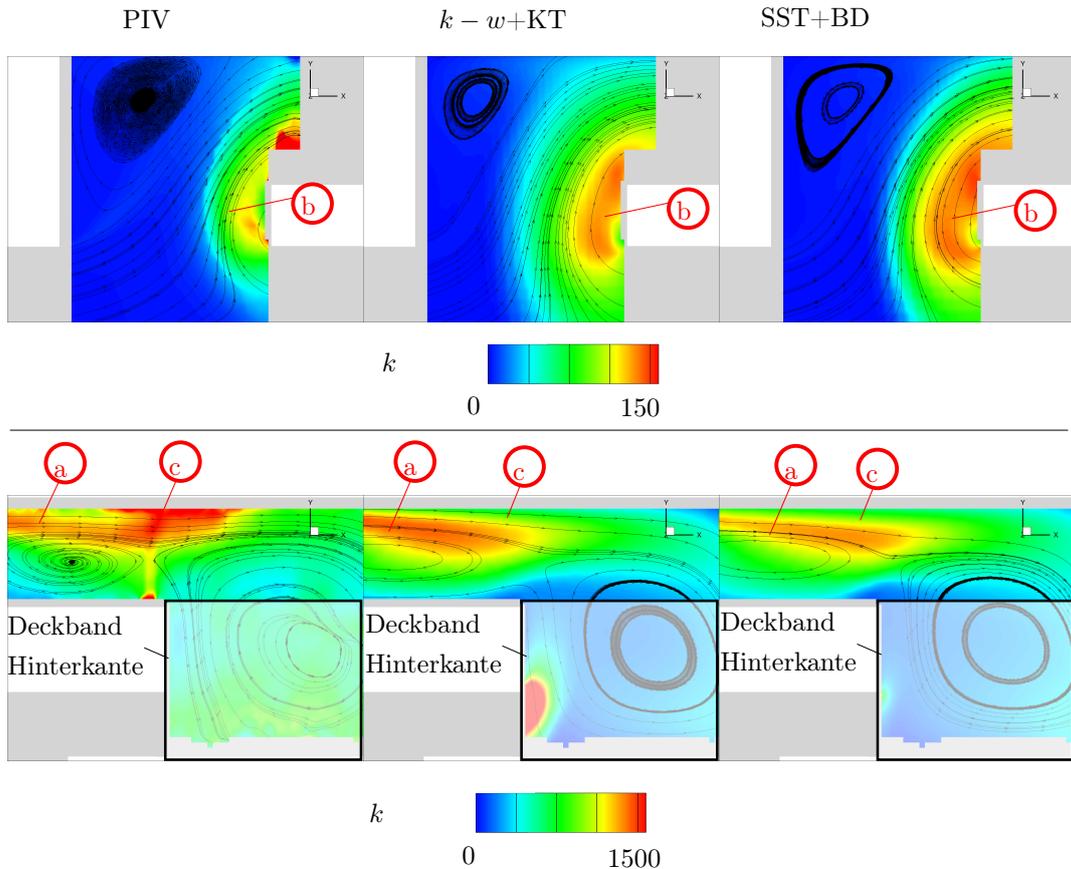


Abbildung 5.6: Turbulente kinetische Energie in der Eintritts- und Austrittskavität.

Ⓐ Scherschicht des Leakagejets, Ⓑ Nahfeld der Rotorscheibe und Ⓒ Anstieg der Produktion von k auf Höhe der Deckbandhinterkante.

im Leakagejet in der Austrittskavität, da sich ein höherer Leckagemassenstrom auf eine geringere Querschnittsfläche des Leakagejets verteilt. Für eine weitere Analyse und detaillierte Einblicke sind jedoch LES- oder DNS-Daten erforderlich.

Wein et al. (2020) zeigen, dass mit algebraischen Reynolds-Spannungsmodellen eine Verbesserung der numerischen Vorhersagen möglich ist. Es kann daher vermutet werden, dass ein Teil der Modellierungsdefizite daraus entsteht, dass Wirbelviskositätsmodelle den Einfluss von anisotroper Turbulenz nicht wiedergeben können und dass die Turbulenz in Deckbandlabyrinthdichtungen in hohem Maße anisotrop ist. Auch die Abweichungen des EARSM-Modells sind groß gegenüber den Konfidenzintervallen des Experimentes. Wein et al. (2020) zeigen, dass die beobachteten Modellierungsdefizite in der Austrittskavität unabhängig von der Strömung in der Eintrittskavität sind. Für Detailstudien kann das Rechengebiet daher deutlich verkleinert und Rechenleistung gespart werden. Zuvor ist jedoch eine Validierung der LES mit dem vollständigen Labyrinth in Abschn. 6 erforderlich, da für Detailstudien der Wirbelkammer und Austrittskavität keine geeigneten Randbedingungen zur Verfügung stehen und diese Information zuvor aus turbulenzauflösenden Strömungssimulationen gewonnen werden muss.

5.4 Zwischenfazit

Die Analyse unterschiedlicher RANS-Turbulenzmodelle zeigt, dass im Rahmen der 95%-Konfidenzintervalle eine genaue Vorhersage der Dichtungsbeiwerte mit dem $k - \omega$ Turbulenzmodell möglich ist, wenn eine Korrektur zur erhöhten Produktion von k in Stau-punkten eingesetzt wird. Die getesteten Wirbelviskositätsmodelle haben jedoch Defizite in der Vorhersage

1. von Rezirkulationsgebieten und Ablösungen,
2. der Schleppwirkung und
3. der Ausmischung des Leckagejets.

Dadurch wird der statische Druckverlauf entlang des Gehäuses um mehr als 2500 Pa falsch berechnet, was zu einer falschen Vorhersage der aerodynamischen Belastung der Dichtspitzen führt. Durch die falsche Vorhersage der Schleppwirkung und der Ausmischung des Leckagejets kommt es zu falsch vorhergesagten Mischungsverlusten mit dem Hauptstrom. Der größte Einfluss des Turbulenzmodells auf die Lösung ist in den Scher-schichten des Leckagejets und der rotierenden Scheibe zu erwarten, sodass mögliche Modellierungsansätze in diesen Strömungsgebieten wirken und die Defizite in diesen Bereichen genauer analysiert werden müssen. Es wird erwartet, dass die Turbulenz in Deckbandlabyrinthdichtungen anisotrop ist und diese Anisotropie bei der Modellierung berücksichtigt werden muss.

5 *Eignung und Defizite von Wirbelviskositätsmodellen*

6 Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen

6.1 Minimale räumliche Diskretisierung

Die Mindestanforderungen an die räumliche Diskretisierung und die Sensitivität der Lösung in Bezug auf die Impulsübertragung am rotierenden Zylinder in Abhängigkeit von dem eingesetzten mathematischen Diskretisierungsschema, werden am Testfall der Taylor-Couette-Strömung erarbeitet. Dazu werden zunächst die DNS-Daten von Davide und Maurizio (2008) mit einer Couette-Reynolds-Zahl von $Re_{\text{couette},i} = 10.500$ verwendet. Die Ergebnisse werden dann bei $Re_{\text{couette},i} = 77.000$, der Couette-Reynolds-Zahl des RLP, verifiziert.

Aufgrund der geringen Ressourcenanforderungen dieses Testfalls konnte als Ausgangsbasis ein Rechnernetz gewählt werden, das sich an den unteren empfohlenen Grenzen für LES aus der Literatur orientiert. Der dimensionslose Wandabstand beträgt demnach $y^+ \leq 0,6$ und die dimensionslosen Elementgrößen in Hauptströmungsrichtung und quer dazu $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ (Scillitoe et al. 2018). Die Verwendung von räumlichen und zeitlichen Diskretisierungs- und Interpolationsverfahren erster Ordnung ist aufgrund der erhöhten numerischen Dissipation für LES nicht zielführend und wird daher nicht eingesetzt. Zur Approximation von Gradienten wird aufgrund der idealen Orthogonalität des Rechnernetzes ein zentrales Differenzenverfahren zweiter Ordnung ohne Limiter verwendet, d.h. *Gauss linear*. Auch die diffusiven und die konvektiven Flüsse des Feinstrukturmodells werden mit diesem Schema approximiert. Für die konvektiven Flüsse der Impuls- und Energiegleichung wird mit *Gauss LUST* zunächst ein Verfahren zweiter Ordnung verwendet, welches einer Mischung aus 25% vorwärts Differenzenverfahren und 75% zentrale Differenzenverfahren entspricht. Durch den geringen Anteil des vorwärts Differenzenverfahrens wird eine hohe numerische Stabilität bei gleichzeitig guter Genauigkeit erwartet.

Zur Modellierung der nicht aufgelösten turbulenten Skalen wird das WALE-Model von Nicoud und Ducros (1999) eingesetzt. Das Rechengebiet richtet sich ebenfalls nach Davide und Maurizio (2008) und ist in axialer Richtung $L = 5h$ lang, wobei h der Abstand der beiden koaxialen Zylinder ist. In axialer und in Umfangsrichtung werden zyklische Geometrierandbedingungen (*cyclic*), am feststehenden äußeren Zylinder eine reibungsbehaftete Wand (*fixedValue*) und am rotierenden inneren Zylinder eine rotierende Wand (*rotatingWallVelocity*) definiert. Nach dem Einschwingen der Lösung ist das Strömungsfeld über einen Zeitraum von mindestens 100 Umdrehungen des inneren Zylinders gemittelt worden.

Als Konvergenzkriterium für die statistischen Größen, d.h. die zeitlichen Mittelwerte

der Geschwindigkeitskomponenten, wird die halbe Messunsicherheit der Geschwindigkeitsfluktuationen im RLP verwendet. Diese beträgt $\pm 1,97\%$ des Messwertes. Für die statistischen Größen der LES wird verlangt, dass das 95%-Konfidenzintervall kleiner als $\pm 1\%$ des Mittelwertes ist. Der Nachweis erfolgt im Falle der Taylor-Couette Strömung für sechs gleichmäßig über die Höhe des Rechengebietes verteilte Kontrollpunkte. Für die nachfolgend beschriebenen LES-Ergebnisse in Abschn. 6.1.1 und Abschn. 6.1.2 ist das 95%-Konfidenzintervall der mittleren Umfangsgeschwindigkeit sogar kleiner als $\pm 0,25\%$. Die Umfangsgeschwindigkeit wird nachfolgend auf den Maximalwert am rotierenden Zylinder normiert.

6.1.1 $Re_{\text{couette}} = 10.500$

In Abb. 6.1(a) zeigt sich, dass das verwendete numerische Modell die Schleppwirkung des inneren rotierenden Zylinders und damit die Umfangsgeschwindigkeit des Fluides mit einer Abweichung von weniger als $1,4\%$ genau vorhersagen kann. Diese Abweichung ist größer als das 95%-Konfidenzintervall der LES, welches kleiner als $\pm 0,2\%$ ist. Die Abweichung ist damit kein Ergebnis einer unzureichenden Mittelungszeit. Wird für die Approximation der konvektiven Flüsse der Energie- und Impulsgleichung ein vollständig zentrales Differenzenverfahren zweiter Ordnung verwendet (*Gauss linear*), beträgt die Abweichung weniger als $0,1\%$ und das Ergebnis der DNS wird im Rahmen des 95%-Konfidenzintervalls der LES genau getroffen. Die Abweichung von weniger als $0,1\%$ führt dazu, dass die Verläufe der DNS und des zentrale Differenzenverfahrens in Abb. 6.1(a) nicht zu unterscheiden sind. Die teilweise Verwendung eines einseitigen Schemas führt demnach zu einer erhöhten numerischen Dissipation, in Folge derer die Produktion von Turbulenz in der Scherschicht des rotierenden Zylinders zu gering vorhergesagt wird. Da hohe Turbulenzgrade zu einem erhöhten Impulsaustausch quer zur Hauptströmungsrichtung, zu einer erhöhten Durchmischung und damit letztlich zu einer stärkeren Beschleunigung des Fluids in Umfangsrichtung führen, wird die Schleppwirkung mit dem *Gauss LUST*-Schema um maximal $1,4\%$ unterschätzt. Das *Gauss linear*-Schema ist jedoch nicht bedingungslos stabil und kann bei komplexeren Strömungen und nicht-idealen Rechennetzen zu numerischen Instabilitäten neigen. Daher ist die Verwendung von *Gauss LUST* ein guter Kompromiss aus Genauigkeit und numerischer Stabilität. Die gute Übereinstimmung zwischen LES und DNS in der Vorhersage der Schleppwirkung zeigt, dass die Implementierung, Funktion und Anwendung der verwendeten Randbedingung *rotatingWallVelocity* des rotierenden Zylinders für die Modellierung des Deckbandes im RLP geeignet sind.

Da LES für industriell relevante Anwendungen einen hohen Ressourcenbedarf hat, ist das verwendete Rechennetz bzw. die räumliche Diskretisierung möglichst grob zu wählen, um lediglich die für das Problem relevanten turbulenten Skalen aufzulösen. Zur Identifikation der notwendigen Auflösung wurde das zuvor verwendete Rechennetz auf $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 20$ und $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 40$ vergrößert, wobei der dimensionslose Wandabstand mit $y^+ \leq 0,6$ konstant gehalten wurde. Aus Stabilitätsgründen wurde das *Gauss LUST*-Schema für die konvektiven Flüsse der Impuls- und Energiegleichung verwendet.

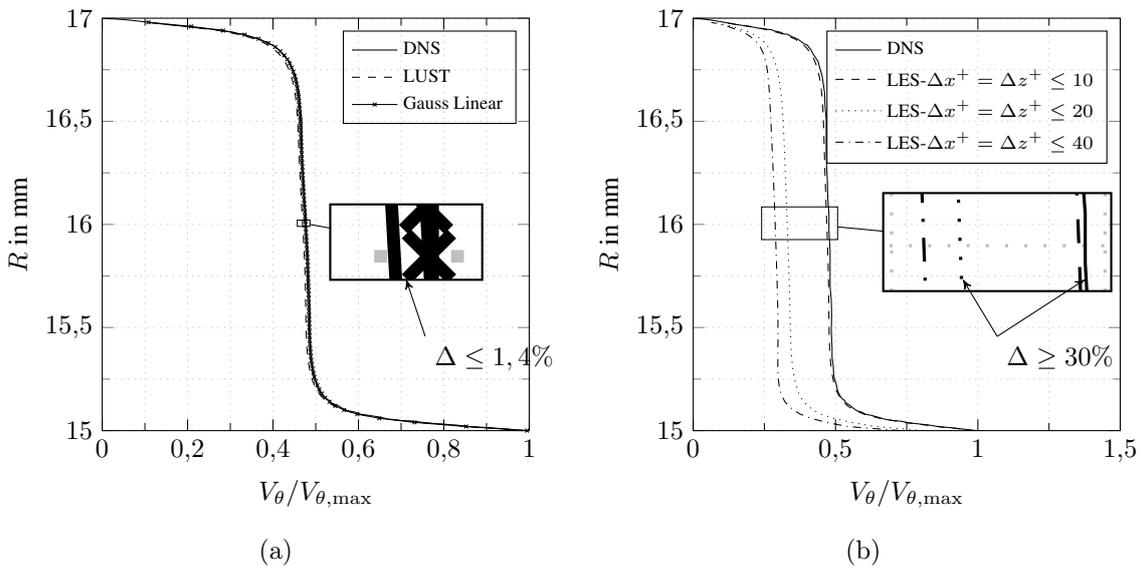


Abbildung 6.1: Vorhersage der Umfangsgeschwindigkeit in einer Taylor-Couette-Strömung in Abhängigkeit von (a) dem Diskretisierungsschema für die konvektiven Flüsse der Impuls- und Energiegleichung und (b) in Abhängigkeit der räumlichen Diskretisierung bei $Re_{\text{couette}} = 10.500$. Für die DNS-Lösung wird in Davide und Maurizio (2008) kein Konfidenzintervall angegeben. Das 95%-Konfidenzintervall der LES ist kleiner als $\pm 0,2\%$ des Mittelwertes und geht in der Linienstärke unter.

6 Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen

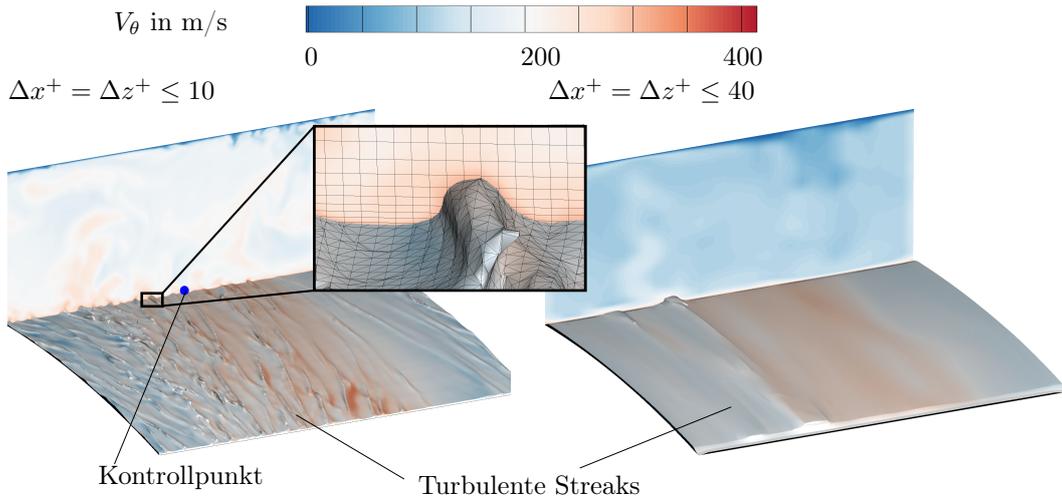


Abbildung 6.2: Auflösung turbulenter Strukturen in der Grenzschicht in Abhängigkeit von der Netzauflösung für $Re_{\text{couette}} = 10.500$.

Abbildung 6.1(b) zeigt, dass beide größeren Rechenetze zu einer Unterschätzung der Umfangsgeschwindigkeit von $\geq 30\%$ führen. Besonders kritisch ist dabei der nicht-lineare Einfluss der Δx^+ und Δz^+ -Auflösung. Die Lösung hat also kein asymptotisches Verhalten wie es z.B. von klassischen Netzstudien bei RANS-Simulationen bekannt ist. Dies kann zu falschen Schlussfolgerungen im Rahmen einer Netzstudie führen, wenn nach einer Verfeinerung von $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 40$ auf $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 20$ keine, im Vergleich zur Abweichung zum experimentellen Ergebnis, signifikante Änderung der numerischen Vorhersage mit einer weiteren Netzverfeinerung erwartet wird. Wenn es mit den zur Verfügung stehenden numerischen Ressourcen möglich ist, sollte die Netzstudie daher immer in den Bereich von $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ ausgeweitet werden, d.h. in den Bereich der Netzauflösung der für DNS von turbulenten Wandgrenzschichten gefordert wird.

Nach Abb. 6.2 werden turbulente Streaks in der Grenzschicht des rotierenden Zylinders nur von dem feinen Netz mit $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ detailliert aufgelöst. Die Detailansicht einer der Strukturen macht deutlich, dass für deren Auflösung in axialer Richtung mindestens vier Zellen erforderlich sind. Die Anzahl und der dreidimensionale Charakter der turbulenten Streaks werden bei den groben Rechenetzen deutlich unterschätzt, sichtbar durch eine axiale Schiefstellung der Streaks im feinen Rechenetz. Wie in der radialen-axialen Schnittebene zu erkennen ist, führt dies sowohl im instationären Strömungsfeld als auch nach Abb. 6.1(b) im zeitlichen Mittel zu geringeren Umfangsgeschwindigkeiten. Diese Strukturen definieren demnach den relevanten Produktionsbereich der Turbulenz in der Scherschicht der Taylor-Couette-Strömung und werden mit zu groben Gittern nicht korrekt vorhergesagt. Wie zuvor bereits vermutet, wird hierdurch die turbulente Durchmischung zwischen beschleunigter Grenzschicht und Freistrom, bzw. die Schleppwirkung des rotierenden Zylinders unterschätzt. Gleichzeitig ist das Feinstrukturmodell nicht geeignet, um den Einfluss der vom groben Rechenetz nicht aufgelösten turbulenten Strukturen durch eine erhöhte Wirbelviskosität zu kompensieren. Formal ist dies

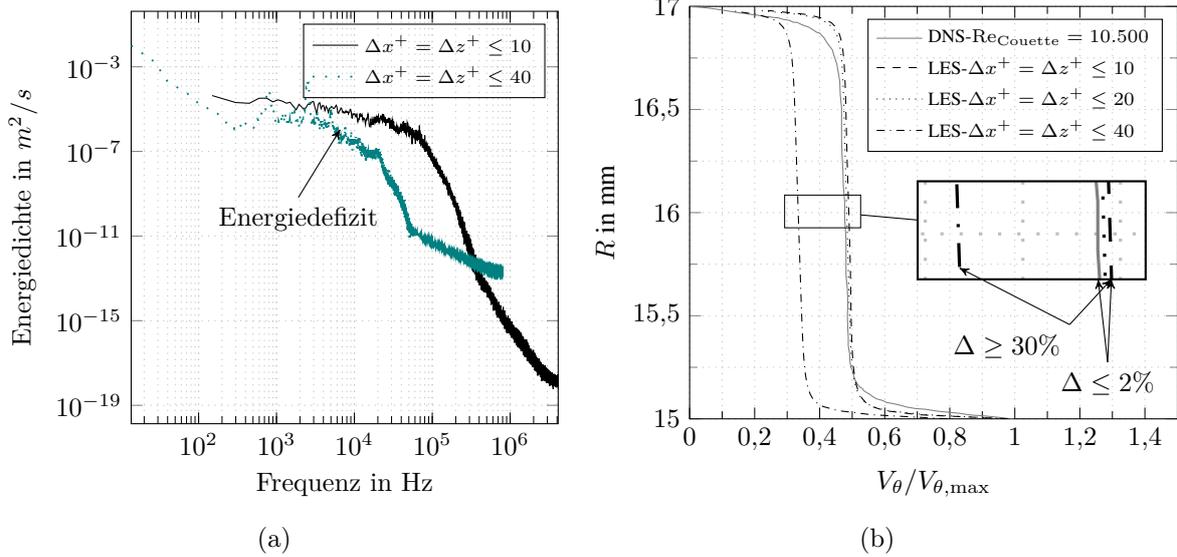


Abbildung 6.3: (a) Energiedichtespektrum in der Grenzschicht des rotierenden Zylinders in Abhängigkeit von der räumlichen Diskretisierung für $Re_{couette} = 10.500$. (b) Vorhersage der Umfangsgeschwindigkeit in einer Taylor-Couette-Strömung in Abhängigkeit von der räumlichen Diskretisierung mittels LES bei $Re_{couette} = 77.000$. Für die DNS-Lösung wird in Davide und Maurizio (2008) kein Konfidenzintervall angegeben. Das 95%-Konfidenzintervall der LES ist kleiner als $\pm 0,25\%$ des Mittelwertes und geht in der Linienstärke unter.

auch korrekt, da das Feinstrukturmodell lediglich den Dissipationsbereich und nicht den Produktionsbereich der Turbulenz modellieren soll. Auf Grund der Boussinesq-Annahme werden mit dem Feinstrukturmodell nur isotrope turbulente Strukturen genau modelliert und die hier beobachteten turbulenten Streaks sind anisotrop. Diese Hypothese wird vom Energiedichtespektrum der Turbulenz für wandnahe Punkte gestützt, dargestellt in Abb.6.3(a). Der analysierte Kontrollpunkt ist in Abb. 6.2 gekennzeichnet. Darin machen sich die nicht-aufgelösten Streaks durch einen zu kleinen Produktionsbereich bemerkbar. Dieser ist zu kurz und auf einem zu geringen Energie-Niveau, wodurch sich auch das Abklingen im Inertial- und Dissipationsbereich ändert. Der Dissipationsbereich wiederum ist deutlich kürzer da höhere Frequenzen als 80.000 Hz nicht abgebildet werden können. Es bleibt festzuhalten, dass der Einfluss der räumlichen Diskretisierung mindestens 20 mal größer ist, als der der mathematischen Diskretisierung des Problems, was die Verwendung des *Gauss LUST*-Schemas trotz einer höheren numerischen Diffusivität und damit verbundenen Unterschätzung der Schleppwirkung von 1,4% zusätzlich rechtfertigt. Der Fehler ist damit näherungsweise so groß wie das 95%-Konfidenzintervall zur Verfügung stehenden Validierungsdaten des RLP, welches $\pm 1,97\%$ des Messwertes beträgt.

6.1.2 $Re_{\text{couette}} = 77.000$

Um die erforderliche räumliche Diskretisierung für die im RLP relevanten Betriebsbedingungen zu verifizieren, wird die Drehzahl des inneren Zylinders und damit die Couette-Reynolds-Zahl von 10.500 auf 77.000 erhöht. Da für diesen Betriebspunkt keine DNS-Daten zur Verfügung stehen, wird angenommen, dass das zuvor validierte LES-Modell nach einer Anpassung der räumlichen Diskretisierung auf $y^+ \leq 0,6$ und $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ ebenfalls eine korrekte Vorhersage der Taylor-Couette-Strömung liefert. Das 95%-Konfidenzintervall der LES ist kleiner als $\pm 0,25\%$ des Mittelwertes, geht in der Linienstärke unter und wird daher nicht dargestellt.

In Abb. 6.3(b) zeigt sich erwartungsgemäß, dass das Geschwindigkeitsprofil gegenüber den DNS-Daten bei $Re_{\text{couette}} = 10.500$ einen höheren Gradienten hat, eine geringere Grenzschichtdicke aufweist und zu einer ca. 2% höheren Umfangsgeschwindigkeit in der Kanalmitte führt. Im Gegensatz zu $Re_{\text{couette}} = 10.500$ hat die Vorhersage der Schleppwirkung bei $Re_{\text{couette}} = 77.000$ allerdings eine geringere Abhängigkeit von der räumlichen Diskretisierung. Schon mit $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 20$ stellt sich im Rahmen des 95%-Konfidenzintervalls der LES-Ergebnisse von kleiner als $\pm 0,25\%$ des Mittelwertes eine Netzkonvergenz der Schleppwirkung ein. Der numerische Ressourcenbedarf ist dadurch um den Faktor 4 geringer als bei der Verwendung eines Netzes mit $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$. Die turbulenten Streaks sind bei der höheren Reynolds-Zahl vermutlich stärker ausgeprägt und werden daher auch von einem gröberen Gitter erfasst. Es wird postuliert, dass über eine Korrelation der Größe der Streaks oder deren turbulenter kinetischer Energie in Abhängigkeit von der Couette-Reynolds-Zahl, die erforderliche räumliche Diskretisierung a priori abgeschätzt werden kann. Diese Hypothese wird in an diese Arbeit anschließende Studien verifiziert.

6.2 Mindestgröße des Rechengebietes

6.2.1 Wirbelkammer

Wie Wein et al. (2020) auf Basis von RANS-Simulationen zeigen, ist die Strömung in der Austrittskavität des RLP unabhängig von der Strömung in der Eintrittskavität. Dies eröffnet die Möglichkeit, die Abhängigkeit der Lösung von den numerischen Randbedingungen separat zu untersuchen und dabei die gleichen strömungsmechanischen Phänomene in den Teilmodellen abzubilden. Mit den zuvor erarbeiteten Anforderungen an die räumliche Diskretisierung und das mathematische Schema wird daher im Folgenden die Abhängigkeit der Lösung von der Größe des Rechengebietes in Umfangsrichtung für die Wirbelkammer des RLP analysiert. Aufgrund der geringen Größe des Rechengebietes wird $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ eingehalten, um Einflüsse der räumlichen Diskretisierung auf die Lösung zu minimieren. Die nicht aufgelösten turbulenten Skalen werden ebenso wie bei dem vorangegangenen Testfall mit dem WALE-Model von Nicoud und Ducros (1999) modelliert. In Umfangsrichtung werden zyklische Geometrierandbedingungen (*cyclic*), an feststehenden Wänden eine reibungsbehaftete Wand (*fixedValue*) und am Deckband

eine rotierende Wand (*rotatingWallVelocity*) definiert. Am Eintritt des Rechengebietes, $1h$ stromauf der ersten Drosselstelle, werden der Totaldruck, die Totaltemperatur und ein Richtungsvektor definiert. Da in diesem Bereich keine Messdaten zur Verfügung stehen, werden die Randbedingungen aus der RANS-Simulation mit $k - \omega + \text{KT}$ extrahiert. Am Austritt wird ein statischer Gegendruck in Kombination mit einer nicht-reflektierenden Randbedingung definiert (*waveTransmissive*). Der Betriebspunkt wurde am Referenzmodell derart eingestellt, dass die gleiche axiale Reynolds-Zahl und Taylor-Couette-Reynolds-Zahl erreicht werden wie im Auslegungspunkt des RLP. Dieser Betriebspunkt wird anschließend für alle folgenden Variationen des numerischen Modells übernommen. Als Referenz wird eine Rechengebietsgröße von 1° in Umfangsrichtung definiert und diese schrittweise auf 2° , 3° , 5° , 10° und 15° erhöht.

Nach dem Einschwingen der Lösung ist das Strömungsfeld über einen Zeitraum von mindestens 3 Rotorumdrehungen gemittelt worden, was einer Anzahl von mindestens 110 Durchströmungen des Rechengebietes entspricht. Als Konvergenzkriterium für die statistischen Größen wird die halbe Messunsicherheit der Geschwindigkeitsfluktuationen im RLP verwendet. Diese beträgt $\pm 1,95\%$ des Messwertes. Für die statistischen Größen der LES wird verlangt, dass das 95%-Konfidenzintervall kleiner als $\pm 1\%$ des Mittelwertes ist. Der Nachweis erfolgt anhand von 12 Kontrollpunkten im Rechengebiet, die in Abb. 6.4 dargestellt sind. Die Kennzeichnung erfolgt von links nach rechts mit $RiX1$ bis $RiX3$ und von unten nach oben mit $R1Xi$ bis $R4Xi$. Im Verlauf der Arbeit ausgewertete Schnittebenen sind mit S1 und S2 gekennzeichnet. Neben der Konvergenz lokaler Größen wurde auch die Konvergenz des Dichtungsbeiwertes überprüft und als Konvergenzkriterium die Messunsicherheit des RLP definiert. Diese beträgt $\pm 0,01$ absolut.

Integrale Bewertung und qualitativer Einfluss auf die Wirbelsysteme

Für den Dichtungsbeiwert wurde in allen Simulationen der Wirbelkammer ein 95%-Konfidenzintervall kleiner als $\pm 0,001$ erreicht, was um den Faktor 10 geringer ist, als die Messunsicherheit im Experiment. Exemplarisch dargestellt ist dies in Abb. A.2. Bei einer integralen Bewertung des Einflusses der Sektorenröße zeigt sich, dass die Vorhersage des Dichtungsbeiwertes absolut um weniger als $\pm 0,005$ schwankt, was 50% geringer ist als die Messunsicherheit des Experimentes. Die Vorhersage des Dichtungsbeiwertes nimmt dabei mit zunehmender Größe des Rechengebietes ab. Aufgrund dieser Abweichungen im Rahmen der Messunsicherheit, wird der Einfluss der Sektorenröße auf den Dichtungsbeiwert für die Validierung der LES als vernachlässigbar gering eingestuft.

Die zeitlich gemittelten Wirbelsysteme in der Wirbelkammer stimmen zwischen den numerischen Modellen unterschiedlicher Sektorenröße überein. Allerdings wird der Eckenwirbel stromab der ersten Drosselstelle von dem Referenzmodell ca. 40% größer vorhergesagt als von dem 15° -Modell, dargestellt in Abb. 6.4. Die Modelle mit 5° und 10° sagen die gleiche Größe der Ablösung wie das 15° -Modell vorher, weswegen diese nicht dargestellt werden. Die Form des Eckenwirbels kann einen direkten Einfluss auf die Form des Kammerwirbels und damit die Beschleunigung des Leckagejets haben, weswegen eine quantitative Betrachtung der Wirbelsysteme notwendig ist und nachfolgend erfolgt.

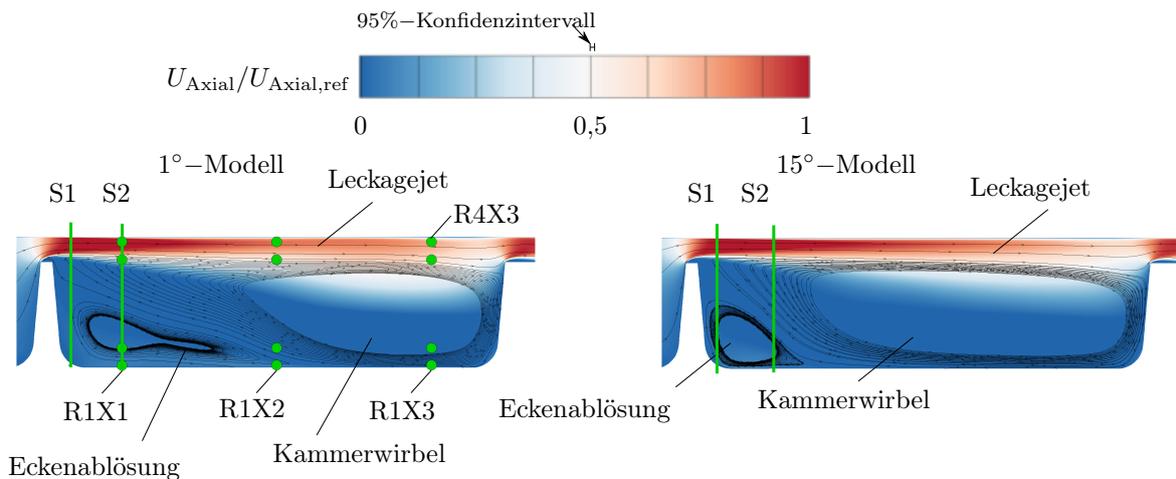


Abbildung 6.4: Zeitlich gemittelte Wirbelsysteme und Axialgeschwindigkeit in der Wirbelkammer des RLP in Abhängigkeit von der Sektorengöße (links) 1° und (rechts) 15° des Rechengebietes. Die Kennzeichnung der grün markierten Kontrollpunkte erfolgt von links nach rechts mit R_{iX1} bis R_{iX3} und von unten nach oben mit R_{1X_i} bis R_{4X_i} . Im Verlauf der Arbeit ausgewertete Schnittebenen sind mit S1 und S2 gekennzeichnet. Das 95%-Konfidenzintervall der LES ist kleiner als $\pm 1\%$ des Mittelwertes und ist als Fehlerbalken angegeben.

Quantitativer Einfluss auf die Axialgeschwindigkeit und Schleppwirkung

Abbildung 6.5(a) zeigt das radiale Geschwindigkeitsprofil an der in Abb. 6.4 gekennzeichneten Position S2. Das erreichte 95%-Konfidenzintervall für die meisten Kontrollpunkte ist kleiner als $\pm 0,25\%$ und damit nicht darstellbar. Daher wird ein Konfidenzintervall der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit von $\pm 1\%$ in Abb. 6.5(a) und 6.5(b) als Fehlerbalken an den numerischen Ergebnissen dargestellt. Dieser Fehlerbalken ist näherungsweise so groß wie die Linienstärke.

Es bestätigt sich die Beobachtung aus den Kontur-Abbildungen, dass im Rahmen der Messunsicherheit des Experimentes keine Abhängigkeit der Lösung oberhalb von 5° -Sektorgröße besteht. Der Schnitt im 1° -Modell zeigt entsprechend des größeren Eckenwirbels, ein abweichendes Axialgeschwindigkeitsprofil und ein Defizit in der Umfangsgeschwindigkeit i.H.v. 3,7%, dargestellt in Abb. 6.5(b). Die Form des Leckagejets ist in der Schnittebene S2 im Rahmen des 95%-Konfidenzintervalls unabhängig von der Größe des Rechengebietes in Umfangsrichtung. Die Strömung wird hier also nicht von der Form und Größe des Eckenwirbels oder des Kammerwirbels beeinflusst sondern primär durch das Durchflussverhalten der stromauf liegenden ersten Drosselstelle. Die Abhängigkeit der Lösung für den Kammerwirbel verstärkt sich stromab, wobei die Form des Leckagejets auf ein abweichendes Ausmischverhalten hinweist. Die Breite des Leckagejets nimmt dabei mit zunehmender Größe des Rechengebietes um 1,4% ab, während der Impuls um

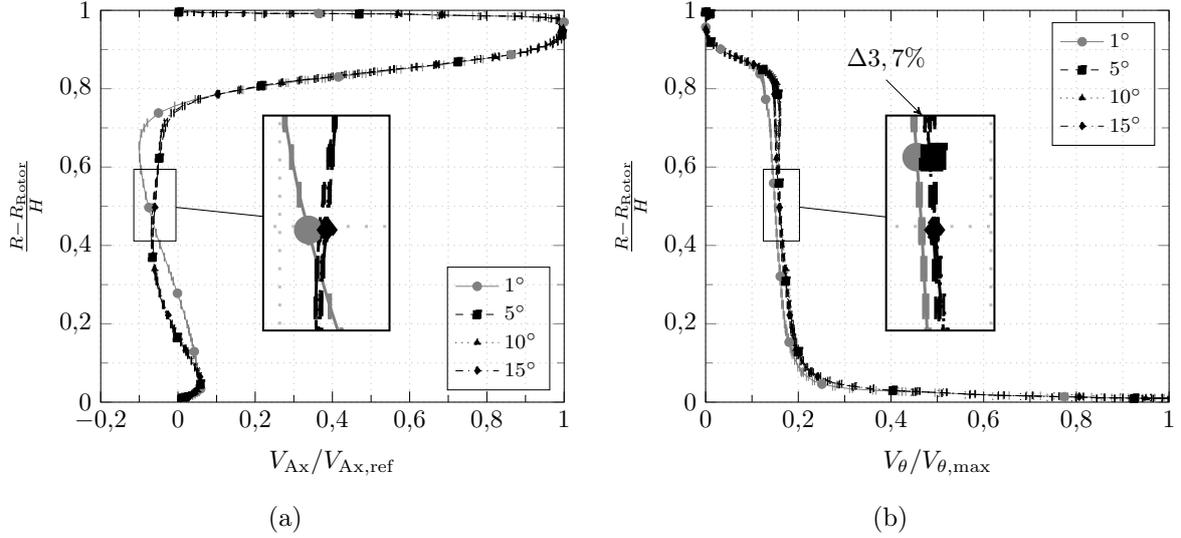


Abbildung 6.5: (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Umfangsgeschwindigkeit in der Wirbelkammer in Abhängigkeit von der Sektorengöße des Rechengebietes. Das 95%-Konfidenzintervall der LES ist kleiner als $\pm 0,25$ des Mittelwertes und geht in der Linienstärke unter.

2,4% zunimmt, vgl. Anh. A.3(a). Dadurch werden im 1° -Modell der Impuls des Leckajets und die Überströmverluste der zweiten Drosselstelle falsch vorhergesagt, was den erhöhten Dichtungsbeiwert erklärt.

Identifikation der größten Skalen

Zur Lokalisierung der größten turbulenten Längenmaße der Wirbelkammer werden die normierten Zweipunktkorrelationen B_{11}^{norm} in Umfangsrichtung für die Punkte R1X1 bis R4X3 in Abb. 6.4 betrachtet. Nach Davidson (2017b) ist diese definiert als

$$B_{11}^{\text{norm}}(x^A, \hat{x}) = \frac{\overline{u'(x^A) u'(x^A + \hat{x})}}{u_{\text{rms}}(x^A) u_{\text{rms}}(x^A + \hat{x})}, \quad (6.1)$$

wobei u' die Fluktuation des Geschwindigkeitsfeldes, $u_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{u'^2}}$ deren Standardabweichung und \hat{x} der Verschiebungsvektor zwischen den beiden Punkten der Zweipunktkorrelation ist. Die Positionen wurden derart gewählt, dass Bereiche hoher Scherung, d.h. Bereiche in denen Turbulenz produziert wird, erfasst werden. Die größten Korrelationswerte in Umfangsrichtung treten für die Punkte der Axialposition X1 auf, weswegen sich die Diskussion auf diese Punkte beschränkt. Die Scherschicht zwischen Eckenwirbel und Kammerwirbel scheint damit die größten turbulenten Strukturen in der Wirbelkammer zu definieren. In Abb. 6.6(a) sind die Zweipunktkorrelationen für die vier Radien am Beispiel des 5° Modells dargestellt. Der Anstieg der Korrelationswerte zum periodischen Rand ab einer Umfangsposition von $2,5^\circ$ und beispielhaft gekennzeichnet durch den Punkt \textcircled{a} in Abb. 6.6(a) ist eine Folge der zyklischen Randbedingung des

6 Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen

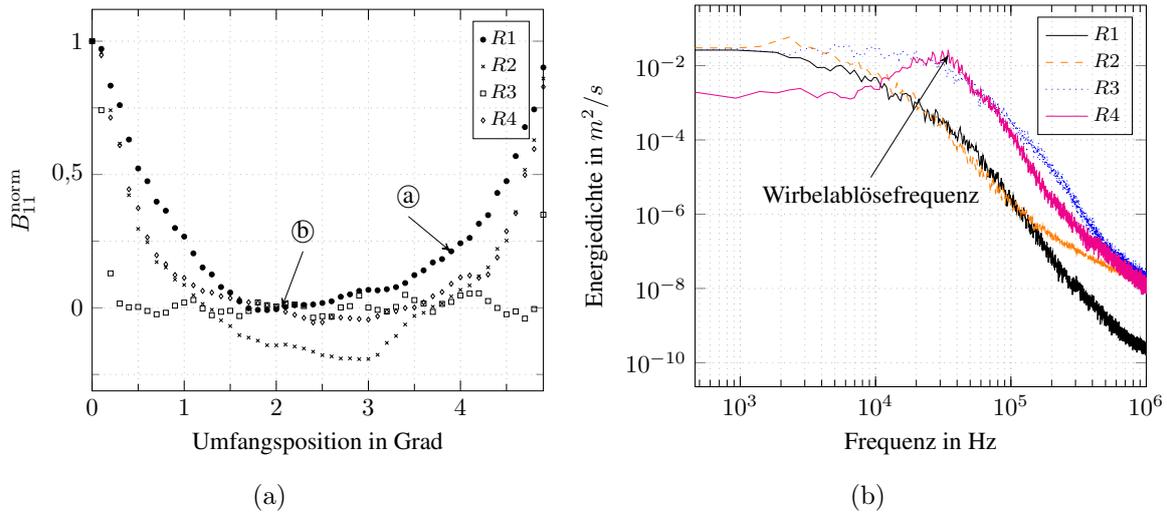


Abbildung 6.6: (a) Zweipunktkorrelation und (b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen der axialen Position X1 der Wirbelkammer und den vier radialen Positionen R1 bis R4. (a) Anstieg der Zweipunktkorrelation durch die zyklische Geometrierandbedingung und (b) Abklingen der Zweipunktkorrelation auf Null.

numerischen Modells. An allen vier radialen Positionen klingt die Zweipunktkorrelation nach spätestens $1,25^\circ$ auf 0,2 ab. Dies ist nach Davidson (2017b) das Limit, unterhalb dessen von nicht korrelierten Signalen ausgegangen werden kann. Nach spätestens $2,2^\circ$, im Punkt (b), klingt die Korrelation auf allen Radien auf Null ab. Das Integral der normierten Zweipunktkorrelation

$$L_{\text{int}} = \int_0^\infty B_{11}^{\text{norm}} d\hat{x}. \quad (6.2)$$

definiert das turbulente Längenmaß L_{int} des Problems (Davidson 2017b). In diesem Fall wird die Berechnung des Integrals lediglich bis zum ersten Nulldurchgang der Zweipunktkorrelation berechnet, da die Werte darüber hinaus durch die zyklische Geometrierandbedingung beeinflusst werden können. $L_{\text{int,max}}$ beträgt in diesem Fall 2,81 mm. Turbulente Strukturen können sich in dem numerischen Modell mit 5° Periodizität also unabhängig von den Randbedingungen des numerischen Modells frei entwickeln. Die größten turbulenten Längenmaße treten dabei im Eckenwirbel stromab der ersten Drosselstelle auf. Das Energiedichtespektrum der Punkte R1X1 bis R3X1, dargestellt in Abb. 6.6(b), zeigt keine energiereichen dominanten Frequenzen. Folglich enthält die Strömung in diesem Bereich keine großskaligen periodischen Strukturen wie Nierenwirbel. Diese Beobachtungen sind konsistent für die axialen Positionen X2 und X3, die in Anh. A.4(a) bis Anh. A.5(b) dargestellt sind. Allerdings zeigt sich für den Punkt X1R4 eine Spitze im Energiedichtespektrum bei näherungsweise 30.000Hz. Dies entspricht der Frequenz der Wirbelablösung an der Vorderkante der ersten Dichtspitze.

Abbildungen 6.7(a) und 6.7(b) zeigen die Zweipunktkorrelation und das Energiedich-

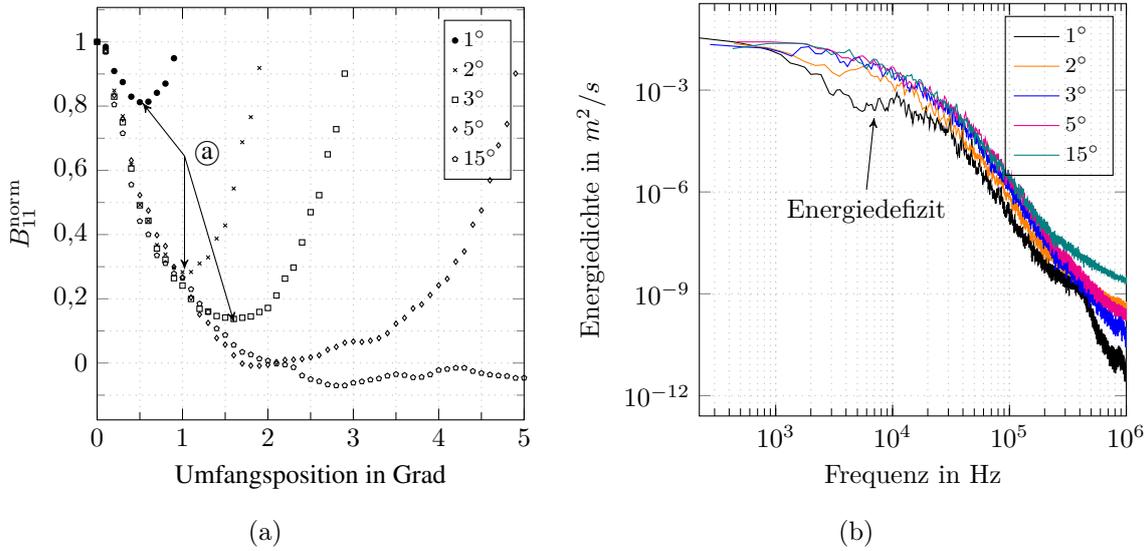


Abbildung 6.7: (a) Zweipunktkorrelation und (b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen an der Position R1X1 der Wirbelkammer für numerische Modelle unterschiedlicher Periodizität. (a) Zweipunktkorrelation klingt durch die zyklische Geometrierandbedingung nicht auf Null ab.

tespektrum für den Punkt R1X1 in Abhängigkeit von der Periodizität des numerischen Modells. Es zeigt sich deutlich, dass die Korrelation bei kleinerer Periodizität als 5° von den Randbedingungen des numerischen Modells beeinflusst wird und in den mit (a) gekennzeichneten Punkten nicht mehr auf Null abklingt. Demzufolge wird die Lösung von den Randbedingungen beeinflusst und turbulente Strukturen können sich hier nicht frei entwickeln. Dadurch wird der relevante Produktionsbereich der turbulenten kinetischen Energie vom numerischen Modell nicht ausreichend abgebildet. Eindrucksvoll zeigt sich dies auch im Energiedichtespektrum, siehe Abb. 6.7(b). Ähnlich dem Netzeinfluss bei der Taylor-Couette-Strömung, werden die großen und energiereichen Skalen im Grenzschichtbereich des rotierenden Deckbandes von numerischen Modellen zu kleiner Periodizität nicht vollständig aufgelöst. Dies zeigt sich besonders für die Frequenzen unterhalb von 10.000 Hz im 1° - und 2° -Modell. Hier liegt der Produktionsbereich der Turbulenz und das 1° -Modell löst relevante Strukturen nicht auf. Das 5° -Modell und das 15° -Modell zeigen ein näherungsweise identisches Verhalten der Zweipunktkorrelation. In beiden Modellen klingt die Korrelation nach 2° auf Null ab und liefert ein integrales Längenmaß von 2,74 mm. Die Frequenz der Wirbelablösung an der ersten Dichtspitze wird im Punkt X1R4 unabhängig von der Größe des Rechengebietes bei näherungsweise 30.000 Hz voraus gesagt, dargestellt in Anh. A.8(b). Das Längenmaß dieses Effektes ist also klein genug, um bereits vom 1° -Modell korrekt vorhergesagt zu werden. Die Sektorgrößenabhängigen Zweipunktkorrelationen und Energiedichtespektren der übrigen Kontrollpunkte sind dargestellt in Anh. A.6(a) bis Anh. A.16(b).

Auch in den numerischen Modellen mit einer Periodizität von 15° in Umfangsrichtung

tauchen nach Abb. 6.7(b) im Energiedichtespektrum keine dominanten Frequenzen auf. Es werden also im betrachteten Zeitbereich keine großskaligen periodischen Effekte erfasst, wie sie im experimentellen Aufbau in der Austrittskavität gemessen wurden. Eine Herausforderung in der Deutung der Ergebnisse ist neben den nicht verfügbaren instationären Druckmessungen in der Wirbelkammer die starke Spreizung der zeitlichen Skalen der Strömung in Deckbandlabyrinthdichtungen. Wie zuvor bereits genannt, wurden am RLP Frequenzbänder zwischen 600 bis 1000 Hz gemessen. Im betrachteten Zeitbereich dieser LES-Simulationen liegen also 18 bis 30 Perioden des Effektes. Problematisch hierbei ist, dass diese Frequenz sehr gering gegenüber dem Zeitschritt der Simulation ist. Dieser liegt aus Gründen der numerischen Stabilität bei $2 \cdot 10^{-9} s$, was einer CFL-Zahl von 0,6 entspricht. Eine Periode des gemessenen Effektes muss also mit 100.000-170.000 Zeitschritten aufgelöst werden. Aufgrund der begrenzten numerischen Ressourcen kann die Simulationszeit für die Aufnahme der statistischen Größen nicht beliebig lang sein und diese Studien müssen auf den dargestellten Zeitbereich begrenzt bleiben. Allerdings sind die Schwankungen der Mittelwerte der Radialprofile und der integralen Größen geringer als die Messunsicherheit der Validierungsgrößen, weswegen von einer ausreichenden Mittelungszeit ausgegangen wird. Eine Erweiterung des untersuchten Zeitbereiches kann über numerisch effizientere, explizite Zeitschrittverfahren oder Diskretisierungsverfahren höherer Ordnung erreicht werden. Diese stehen zum gegenwärtigen Zeitpunkt in OpenFOAM jedoch nicht zur Verfügung, weshalb für zukünftige Studien alternative Strömungslöser erprobt werden. Die Tatsache, dass die LES keine dominanten Frequenzen in den Energiedichtespektren auflöst, kann daher folgende Gründe haben:

1. Der in der Austrittskavität gemessene Effekt tritt in der Wirbelkammer nicht auf.
2. Die Fluktuationen der in der Austrittskavität gemessenen kohärenten Strukturen sind gegenüber den turbulenzbedingten Fluktuationen vernachlässigbar gering und sind daher in der, im Vergleich zum Experiment, kurzen Mittelungszeit nicht deutlich.

Insbesondere für den zweiten Punkt spricht, dass die Amplituden der im Versuchsaufbau gemessenen Fluktuationen kleiner sind, als die Messunsicherheit der eingesetzten Sensoren. Deren Einfluss auf das zeitlich gemittelte Strömungsfeld wird daher als vernachlässigbar gering eingestuft. Für die Wirbelkammer ist daher eine Periodizität des numerischen Modells von 5° die notwendige und hinreichende Größe des Rechengebietes in Umfangsrichtung.

6.2.2 Austrittskavität

Die Erkenntnisse des Testfalls der Wirbelkammer werden am Testfall der Austrittskavität verifiziert. Das Vorgehen zur Einstellung des Betriebspunktes über die Randbedingungen, der Initialisierung der Rechnung und der Mittelwertbildung entspricht dem der Wirbelkammer. Für die Austrittskavität wurde die Konvergenz der zeitlichen Mittelwerte wie in Abschn. 6.2.1 beschrieben überprüft und es wurden die gleichen Konvergenzkriterien eingehalten.

Auch für die Austrittskavität zeigt sich eine Abhängigkeit der Größe des Eckenwirbels hinter der Dichtspitze von der Größe des Rechengebietes. Ab 5° ist die Vorhersage der Wirbelsysteme in den Konturabbildungen konstant und ca. 25% geringer als im 1° -Modell. Dargestellt ist dies am Beispiel des 1° und 15° Modells in Abb. 6.8. An der darin gekennzeichneten Schnittebene S1 zeigt sich die Verschiebung der Wirbelsysteme in einer signifikanten Änderung der Profile der Axialgeschwindigkeit, wie in der Wirbelkammer. Die Profile werden daher nur in Anh. A.17(a) bis Anh. A.18(b) dargestellt. Auch die Umfangsgeschwindigkeit und damit die Schleppwirkung der Rotorscheibe wird vom 1° Modell im Mittel um 10% unterschätzt.

Die Diskrepanz zwischen Axial- und Umfangsgeschwindigkeit der Grenzschichten des Leakagejets und der Grenzschicht am rotierenden Deckband lässt eine hohe Anisotropie der Turbulenz in Deckbandlabyrinthdichtungen erwarten. Sie verdeutlicht die hohen Anforderungen an die räumliche Diskretisierung mit strukturierten Gittern. Die Empfehlungen der Literatur schlagen hier für die Auflösung in Hauptströmungsrichtung meist um den Faktor vier bis sechs größere Werte vor, da entsprechende Wirbelstrukturen in der Grenzschicht eine Ausrichtung parallel dazu haben. Da die Hauptströmungsrichtung in Deckbandlabyrinthdichtungen für die beiden zuvor genannten Scherschichten des Leakagejets und des Deckbandes jedoch um 90° versetzt zueinander sind, muss das Rechengitter sowohl in axialer als auch in Umfangsrichtung ähnlich fein aufgelöst werden.

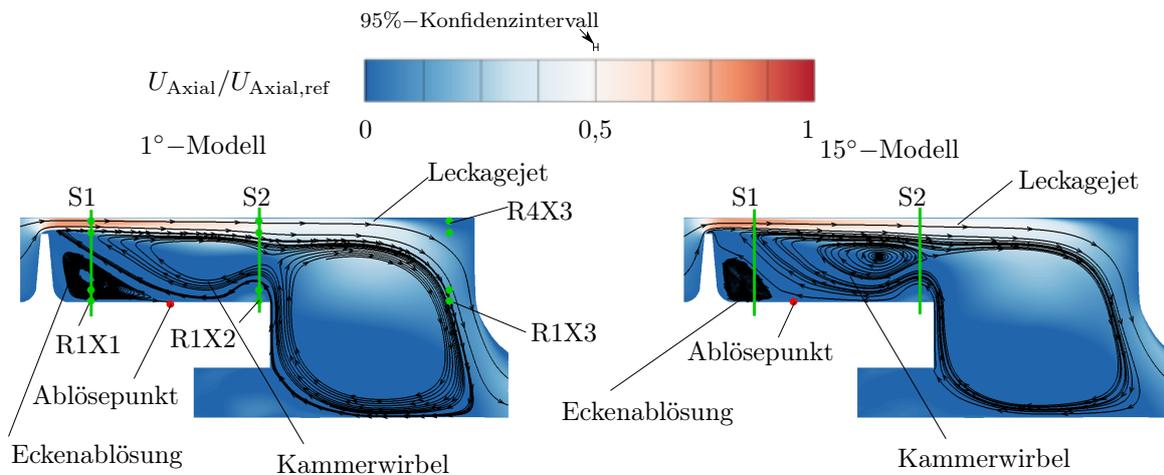


Abbildung 6.8: Zeitlich gemittelte Wirbelsysteme und Axialgeschwindigkeit in der Austrittskavität des RLP in Abhängigkeit von der Sektorengöße (links) 1° und (rechts) 15° des Rechengebietes. Die Kennzeichnung der grün markierten Kontrollpunkte erfolgt von links nach rechts mit R_{iX1} bis R_{iX3} und von unten nach oben mit R_{1X_i} bis R_{4X_i} . Im Verlauf der Arbeit ausgewertete Schnittebenen sind mit S1 und S2 gekennzeichnet. Das 95%-Konfidenzintervall der LES ist kleiner als $\pm 1\%$ des Mittelwertes und ist als Fehlerbalken angegeben.

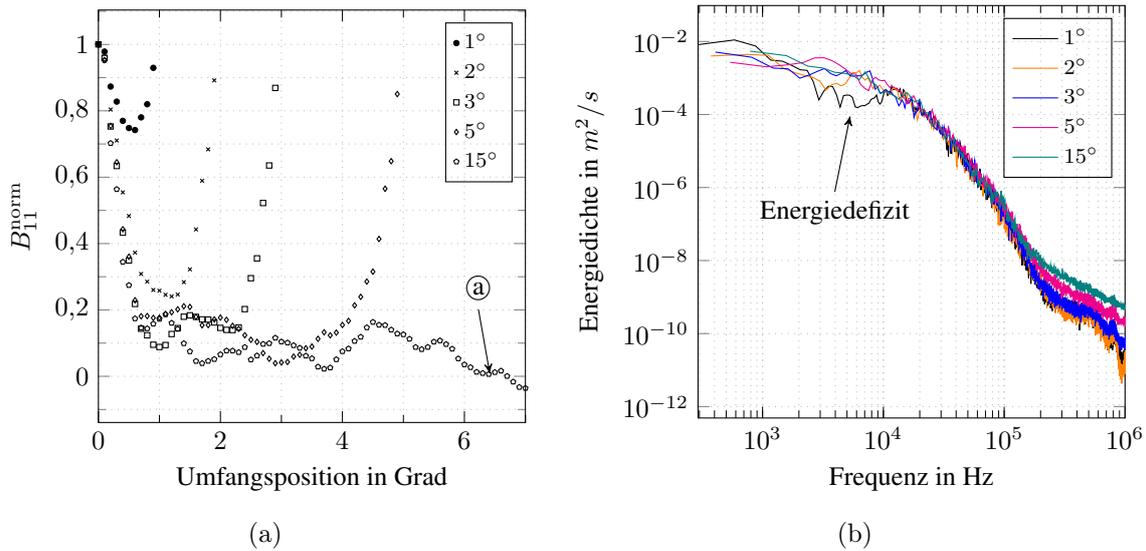


Abbildung 6.9: (a) Zweipunktkorrelation an der Position R2X2 und (b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen an der Position R1X1 der Austrittskavität für numerische Modelle unterschiedlicher Periodizität. (a) größte Struktur im 15° -Modell mit einer schwachen Korrelation bis $6,3^\circ$.

Identifikation der größten Skalen der Austrittskavität

Auch für die Austrittskavität wurden an den in Abb. 6.8 dargestellten drei axialen und vier radialen Messpositionen Zweipunktkorrelationen in Umfangsrichtung berechnet um das turbulente Längenmaß zu bestimmen (siehe Anh. A.19(a) bis Anh. A.30(b)). Die größten turbulenten Strukturen finden sich hier nach Gl. 6.1 nahe der Hinterkante des Deckbandes im Punkt R2X2. Mit Ausnahme dieses Punktes, klingt die Zweipunktkorrelation überall nach weniger als 2° auf Null ab. Am Punkt R2X2, dargestellt in Abb. 6.9(a), ist dies auch im 5° Modell nicht der Fall. Das 15° Modell weist in diesem Punkt eine schwache Korrelation bis $6,3^\circ$ in Umfangsrichtung auf und das turbulente Längenmaß beträgt $3,6$ mm, siehe Marker (a) in Abb. 6.9(a). Das 18% kleinere Längenmaß erklärt sich dadurch, dass die Zweipunktkorrelation schon nach weniger als 1° auf unter $0,2$ abklingt. Das größte turbulente Längenmaß findet sich auch hier im Punkt R1X1 und beträgt $4,4$ mm. Dies entspricht näherungsweise der Höhe der Dichtspitzen. Die Zweipunktkorrelation klingt hier nach $4,5^\circ$ auf Null ab. Die Verwendung zu kleiner Rechengebiete führt analog zur Wirbelkammer dazu, dass der Produktionsbereich der Turbulenz nicht vollständig aufgelöst wird, siehe Abb. 6.9(b). Dieses Defizit ist allerdings nur für das 1° -Modell im Energiedichtespektrum sichtbar.

Für beide Teilmodelle, die Wirbelkammer und die Austrittskavität, finden sich die größten integralen Längenmaße der Turbulenz also im Bereich der Eckenablösung stromab der Dichtspitzen, wobei diese in der Austrittskavität 70% größer ausfallen als in der Wirbelkammer. Für die Austrittskavität muss daher davon ausgegangen werden, dass

sie Strukturen enthält, die von einem numerischen Modell bei der Annahme einer Periodizität von 5° nicht vollständig aufgelöst werden. Wie die Vergleiche der radialen Geschwindigkeitsprofile für die Axial- und Umfangsgeschwindigkeit zeigen, ist der Einfluss auf die zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofile jedoch geringer als die Messunsicherheit der zur Validierung zur Verfügung stehenden experimentellen Messdaten (1,97% des Messwertes). Auch in der Austrittskavität zeigt das Energiedichtespektrum im aufgelösten Zeitbereich in keinem der numerischen Modelle dominante Frequenzen im Frequenzband der experimentell ermittelten Effekte. Dies erhärtet die Hypothese, dass die experimentell beobachteten kohärenten Strukturen keinen darstellbaren Einfluss auf das zeitlich gemittelte Strömungsfeld haben, gegenüber turbulenzbedingten Fluktuationen vernachlässigbar sind und im aufgelösten Zeitbereich der LES nicht darstellbar sind. Wie in der Wirbelkammer, wird die Frequenz der Wirbelablösung an der Vorderkante der Dichtspitze der Austrittskavität bei ca. 30.000 Hz vorhergesagt und ist nicht abhängig von der Größe des Rechengebietes, siehe Anh. A.22(b). Die Wirbelablösung an der Dichtspitze ist in Abb. 6.11 gezeigt. Für die Validierung ist die Verwendung eines numerischen Modells mit einer Periodizität von 5° daher ausreichend.

Abhängigkeit der Reynolds-Spannungen von der Größe des Rechengebietes

Für die Ableitung von Turbulenzmodellen aus LES ist neben einer korrekten Vorhersage der primitiven Variablen des Geschwindigkeitsfeldes, des Druckes und der Temperatur auch eine korrekte Vorhersage der Reynolds-Spannungen erforderlich. Das 95%-Konfidenzintervall ist kleiner als $\pm 1,7\%$ des Mittelwertes. Dabei ist $\overline{u'u'}$ die Reynolds-Spannung in axialer Richtung, $\overline{v'v'}$ in radialer Richtung und $\overline{w'w'}$ in Umfangsrichtung. Abbildung 6.10 zeigt, dass auch die Reynolds-Spannungen vom 5° -Modell im Vergleich zum 15° -Modell an der Schmittebene S1 der Austrittskavität gut vorhergesagt werden. Die Verläufe beider Modelle sind im Rahmen des 95%-Konfidenzintervalls identisch und in Abb. 6.10 nicht voneinander zu unterscheiden. Die Schubspannungskomponenten des Reynolds-Spannungstensors sind für die Ebenen S1 und S2 dargestellt in Anh. A.31 bis A.33. Die Darstellung bestätigt die vorherigen Indizien für die hohe Anisotropie der Turbulenz in Deckbandlabyrinthdichtungen. Im Bereich des Leakagejets überwiegen die Reynolds-Spannungen in axialer und in radialer Richtung gegenüber der Umfangsrichtung, während in der Grenzschicht des rotierenden Deckbandes die Reynolds-Spannungen in Umfangsrichtung gegenüber den anderen Komponenten überwiegen. Entsprechend dem Produktionsterm der turbulenten kinetischen Energie aus Gl. 3.27:

$$P_{ij} = -\overline{\rho u_i'' u_k''} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} - \overline{\rho u_j'' u_k''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k}. \quad (6.3)$$

ist diese Beobachtung verständlich, da die Produktion proportional zum Geschwindigkeitsgradienten ist. Da der Leakagejet durch hohe Axialgeschwindigkeiten und Gradienten derselbigen gekennzeichnet ist, ist auch die axiale Komponente der Reynolds-Spannung dominant gegenüber den übrigen Normal- und Schubspannungen. Gleiches gilt für den Grenzschichtbereich des rotierenden Deckbandes, wobei hier die Scherung des

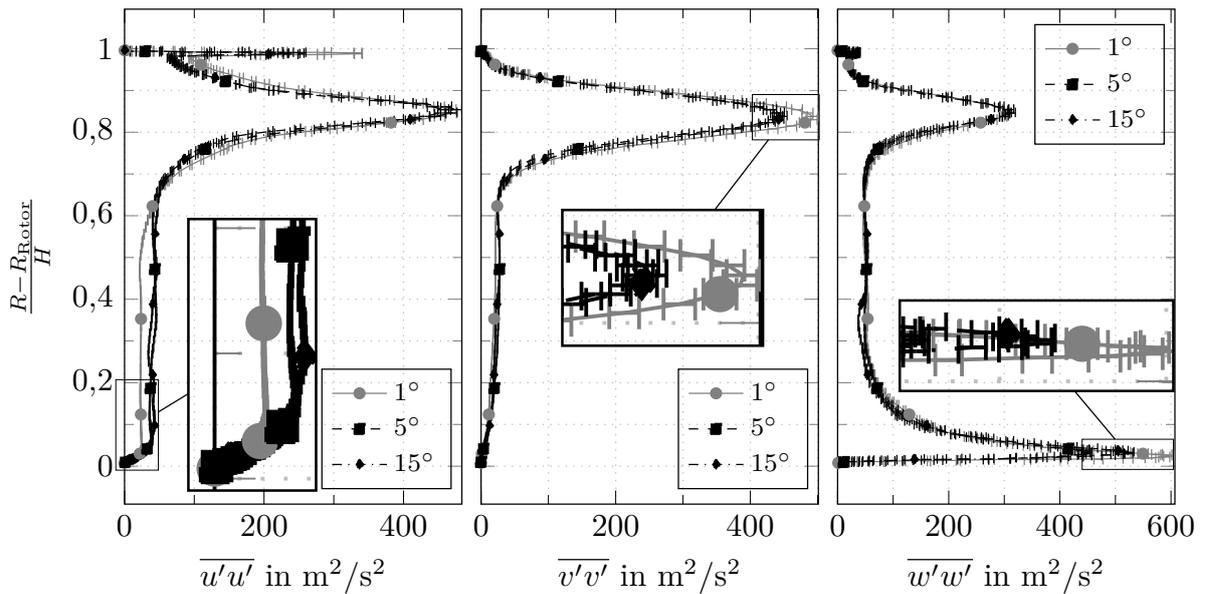


Abbildung 6.10: Reynolds-Spannungen an der Schnittebene S1 der Austrittskavität in Abhängigkeit von der Größe des Rechengebietes. Das 95%-Konfidenzintervall der LES ist kleiner als 1,7% des Mittelwertes.

Fluides in Umfangsrichtung ursächlich für die entsprechende Dominanz der Reynolds-Spannungen in Umfangsrichtung ist. Bei der Verwendung des 1° -Modells werden die Reynolds-Spannungen in den Scherschichten um ca. 10% überschätzt, sind oberhalb von 5° jedoch unabhängig von dem verwendeten Rechengebiet. Sowohl für die Validierung als auch für die Ableitung von turbulenten Größen zur Entwicklung von Turbulenzmodellen ist die Verwendung eines numerischen Modells mit einer Periodizität von 5° daher ausreichend.

Grenzschicht des rotierenden Deckbandes

Die Studien zur Taylor-Couette-Strömung, zur Wirbelkammer und zur Austrittskavität haben gezeigt, dass die Grenzschicht am rotierenden Deckband die größten turbulenten Strukturen in der Labyrinthdichtung definieren und hier ein wesentlicher Teil der turbulenten kinetischen Energie der Strömung produziert wird. Bei der Verwendung zu kleiner Rechengebiete von weniger als 5° und zu grober räumlicher Diskretisierung mit $\Delta x^+ = \Delta z^+ \geq 20$, zeigt sich in den Energiedichtespektren ein Defizit im Produktionsbereich der turbulenten Strukturen. Eine genauere Betrachtung der Grenzschichtstruktur in der Austrittskavität ist für das 1° und 15° -Modell in Abb. 6.11 dargestellt. Es zeigt die Iso-Fläche der Umfangsgeschwindigkeit von 100 m/s, eingefärbt mit der Axialgeschwindigkeit.

Wie bei der Taylor-Couette Strömung, zeigen sich auch hier turbulente Streaks in der Grenzschicht, deren Rotationsachse in Umfangsrichtung ausgerichtet ist. Sie entstehen

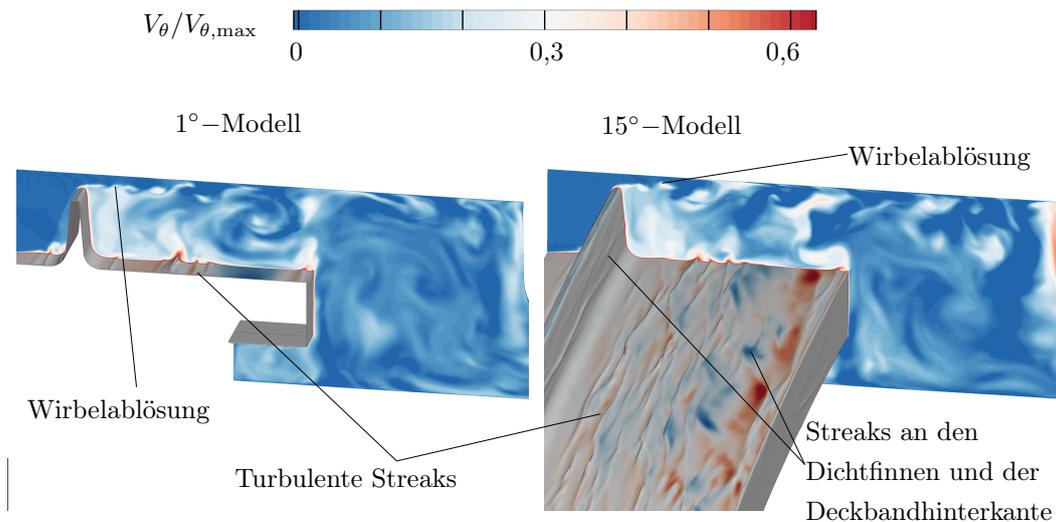


Abbildung 6.11: Turbulente Strukturen in der Grenzschicht des rotierenden Deckbandes in Abhängigkeit von der Größe des Rechengebietes in Umfangsrichtung.

vorzugsweise im Bereich des Ablösepunktes zwischen dem Kammerwirbel der Austrittskavität und der Eckenablösung hinter der Dichtspitze, vgl. Abb. 6.8. Beim 15°-Modell sind mehr Streaks erkennbar, insbesondere an der Rückseite der Dichtfinne und nahe der Deckbandhinterkante. Im 1°-Modell werden an diesen Positionen keine Streaks aufgelöst, was nicht nur für den gezeigten Zeitpunkt gültig ist. Der Bereich, in dem die Streaks auftreten, ist daher ca. 40% breiter. Die Streaks im 15°-Modell scheinen in Umfangsrichtung zu fluktuieren, während diese im 1°-Modell statisch an einer Position erscheinen. Dies sind Anzeichen dafür, dass der dreidimensionale Charakter der turbulenten Grenzschicht im 1°-Modell unterschätzt wird. Wie auch aus den Energiedichtespektren hervorgeht, wird also die turbulenzbedingte Durchmischung und Impulsübertragung bei der Verwendung numerischer Modelle zu geringer Periodizität unterschätzt.

6.3 Zwischenfazit

Die Vorstudien definieren die Anforderungen von LES-Modellen zur Simulation von Labyrinthdichtungen. Numerische Schemata zweiter Ordnung aus 25% vorwärts Differenzenmethode und 75% zentrale Differenzenmethode sind ein guter Kompromiss aus numerischer Stabilität und Genauigkeit gegenüber reinen zentrale Differenzenmethoden. Der Fehler in der Vorhersage der Schleppwirkung ist kleiner als 1,4% und nahe der Messunsicherheit des Experimentes im RLP von 1,97%. Das Strömungsfeld muss mit $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 20$ aufgelöst werden, um die Schleppwirkung korrekt vorherzusagen und dieser Grenzwert ist abhängig von der Couette-Reynolds-Zahl. Maßgeblich hierfür sind turbulente Grenzschichtstrukturen, die von dem Feinstrukturmodell nicht korrekt modelliert werden und daher numerisch aufgelöst werden müssen. Bei geringeren Couette-Reynolds-Zahlen, kann auch eine räumliche Diskretisierung mit $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ not-

6 Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen

wendig sein, um die dann energetisch schwächeren turbulenten Strukturen auflösen zu können.

Die Verwendung eines 5° -Modells ist notwendig und ausreichend, um die LES im Rahmen der Messunsicherheit des Experimentes zu validieren. Es ist allerdings ein Kompromiss aus einer ausreichenden Größe zur Abbildung aller relevanten Effekte und turbulenten Strukturen im Strömungsfeld und dem numerischen Ressourcenbedarf. 5° entsprechen dem 3,9-fachen der Höhe h der Dichtspitze, bzw. der zurückspringenden Stufe stromab der Drosselstellen. Dieser Grenzwert liegt nahe an den Empfehlungen zur direkten numerischen Simulation klassischer Modellierungstestfälle wie der zurückspringenden Stufen in ebenen Kanälen oder periodischen Hügeln. Für erstere wird z.B. $4h$ (Le und Moin 1992) und für letztere $4,5h$ (Rumsey 2017) empfohlen um alle turbulenten Strukturen aufzulösen. Zur Ableitung einer Korrelation der erforderlichen Größe des Rechengebietes in Umfangsrichtung wird in zukünftigen Arbeiten der Einfluss des Betriebspunktes, d.h. der axialen Reynolds-Zahl und der Couette-Reynolds-Zahl untersucht. Eine direkte Abhängigkeit von geometrischen Abmessungen der Kavität liegt nach aktuellem Kenntnisstand nicht vor.

7 Grobstruktursimulation des RLP

7.1 Validierung der Grobstruktursimulation

Die Erkenntnisse aus den Abschnitten 6.1 bis 6.2.2 werden nun auf den rotierenden Labyrinthprüfstand übertragen. Aufgrund des zu erwartenden hohen numerischen Ressourcenbedarfes wird ein numerisches Modell erstellt, welches ein möglichst kleines Rechengebiet und eine möglichst grobe räumliche Diskretisierung hat, aber gleichzeitig alle relevanten Phänomene der Strömung abbilden kann. Dies führt nach Abschn. 6.1 auf eine räumliche Diskretisierung mit einem dimensionslosen Wandabstand von $y^+ \leq 1$ und dimensionslose Elementgrößen in Hauptströmungsrichtung und quer dazu von $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 20$. Auch der Rad-Seitenraum unterhalb der Austrittskavität wird zunächst vernachlässigt, vgl. Abb. 4.1. Der Einfluss dieser Vereinfachung wird in Abschn. 7.1.5 untersucht. Zur Approximation von Gradienten wird ein zentrales Differenzenverfahren zweiter Ordnung ohne Limiter verwendet, d.h. *Gauss linear*. Auch die mathematische Diskretisierung der diffusiven und konvektiven Flüsse des Feinstrukturmodells erfolgt mit diesem Schema. Für die konvektiven Flüsse der Impuls- und Energiegleichung wird mit *Gauss LUST* ein Verfahren zweiter Ordnung verwendet, welches einer Mischung aus 25% vorwärts Differenzenverfahren und 75% zentrale Differenzenverfahren entspricht. Dies ist nach Abschn. 6.1 ein guter Kompromiss aus numerischer Stabilität und Genauigkeit. Zur Modellierung der nicht aufgelösten turbulenten Skalen wird das WALE-Model von Nicoud und Ducros (1999) eingesetzt.

Das Rechengebiet erstreckt sich von der Eintrittsmessebene des RLP, vgl. Abb. 4.1 bis zum Eintritt in den konischen Ringdiffusor. In diesem herrschen Mach-Zahlen von unter 0,05 wodurch die Rechenzeiten bis zur Einstellung des Betriebspunktes zu lang sind und zu viele numerische Ressourcen verbrauchen. Nach Kluge et al. (2019) und Abschn. 5 wird die Umwandlung von kinetischer in Druckenergie im Diffusor von $k - \omega$ -basierten Modellen im Rahmen der Messunsicherheit jedoch genau vorhergesagt. Daher wird der Gegendruck am Eintritt des Diffusors aus den entsprechenden Simulationsergebnissen extrahiert und als nicht-reflektierende Austrittsrandbedingung in dem LES-Modell vorgegeben. Neue, bislang nicht veröffentlichte Messdaten einer zusätzlichen Messstelle am Eintritt des Diffusors validieren dieses Vorgehen, d.h. die korrekte Vorhersage des statischen Druckes am Eintritt des Diffusors mit dem $k - \omega - +KT$ Turbulenzmodell. Die Veröffentlichung erfolgt im Rahmen des Abschlussberichtes zum Luftfahrt Forschungsprogramm des BMWi LuFo V Call 3 mit der Förderkennziffer 20T1506A. Das Rechengebiet erfasst nach Abschn. 6.2.1 und 6.2.2 eine Teilung von 5° um die Ausbildung turbulenter Strukturen nicht durch zyklische Geometrierandbedingungen zu beeinflussen. Das resultierende numerische Modell diskretisiert das Rechengebiet mit ca. $150 \cdot 10^6$ Rechenpunkten.

Zur Gewährleistung der numerischen Stabilität werden CFL-Zahlen von unter 0,6 eingehalten, wofür ein physikalischer Zeitschritt von $2 \cdot 10^{-9}$ s erforderlich ist. Für eine Durchströmung des Rechengebietes muss ein Zeitbereich von $2,41 \cdot 10^{-3}$ s berechnet werden. Dies erfordert $4,82 \cdot 10^5$ Zeitschritte und eine vollständige Umdrehung des Rotors (360°) wird mit $1,7 \cdot 10^6$ Zeitschritten aufgelöst. Nach dem Einschwingen der Lösung ist das Strömungsfeld über einen Zeitraum von mindestens 2,3 Umdrehungen des Rotors bzw. 8 Durchströmungen des Rechengebietes gemittelt worden. Als Konvergenzkriterium für die statistischen Größen wird die halbe Messunsicherheit der Geschwindigkeitsfluktuationen im RLP verwendet. Diese beträgt $\pm 1,97\%$ des Messwertes. Für die statistischen Größen der LES wird daher verlangt, dass das 95%-Konfidenzintervall kleiner als $\pm 1\%$ des Mittelwertes ist. Der Nachweis erfolgt, wie in den vorherigen Abschnitten, anhand von Kontrollpunkten im Rechengebiet, die gleichmäßig in der Eintrittskavität, der Wirbelkammer und der Austrittskavität verteilt sind. Neben der Konvergenz lokaler Größen wurde auch die Konvergenz des Dichtungsbeiwertes überprüft und als Konvergenzkriterium das 95%-Konfidenzintervall des RLP definiert. Diese beträgt $\pm 0,01$ absolut, sodass das 95%-Konfidenzintervall der LES kleiner als $\pm 0,01$ sein muss.

Die Simulation wurde für eine effiziente Parallelisierung auf dem Rechenzentrum des Norddeutschen Verbundes zur Förderung des Hoch- und Höchstleistungsrechnens in der vierten Ausbaustufe (HLRN IV) auf 4800 CPU's verteilt. Das System wurde im November 2019 auf Platz 40 der weltweit schnellsten Hochleistungsrechner gelistet. Für das Einschwingen der Lösung wurden zwei Durchströmungen des Rechengebietes gerechnet, dabei $1 \cdot 10^6$ CPUh verbraucht und für die anschließende Mittelwertbildung der primitiven Variablen nochmals $3,9 \cdot 10^6$ CPUh eingesetzt. Diese Zahlen machen deutlich, dass eine industrielle Anwendung von LES für vollständige Deckbandlabyrinthdichtungen zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht und für akademische Anwendungen nur in Einzelfällen möglich ist.

7.1.1 Vorhersage des Dichtungsbeiwertes

Abbildung 7.1(a) zeigt, dass mit dem gewählten LES-Modell im Rahmen der Messunsicherheit eine genaue Vorhersage des Dichtungsbeiwertes erreicht wird. Das 95%-Konfidenzintervall der LES ist kleiner als $\pm 0,0002$, damit um den Faktor 50 kleiner als das 95%-Konfidenzintervall des Experimentes und gegenüber der geometriebedingten Unsicherheit vernachlässigbar. Die LES liefert im Rahmen der genannten Unsicherheiten eine gute Übereinstimmung mit dem $k-\omega+KT$ -Turbulenzmodell, dem Messwert des Experimentes und der Korrelation von Egli (1935). Folglich werden die aerodynamischen Verluste bei der Durchströmung der Labyrinthdichtung von der LES korrekt wiedergegeben. Aufgrund des geringen Modellierungsanteils der LES, kann davon ausgegangen werden, dass die gute Vorhersage eine Folge der korrekt wiedergegebenen relevanten physikalischen Prozesse ist. Ob dies für das $k-\omega+KT$ -Turbulenzmodell auch der Fall ist, ist an dieser Stelle aufgrund des hohen Anteils der Modellierung nicht eindeutig festzustellen.

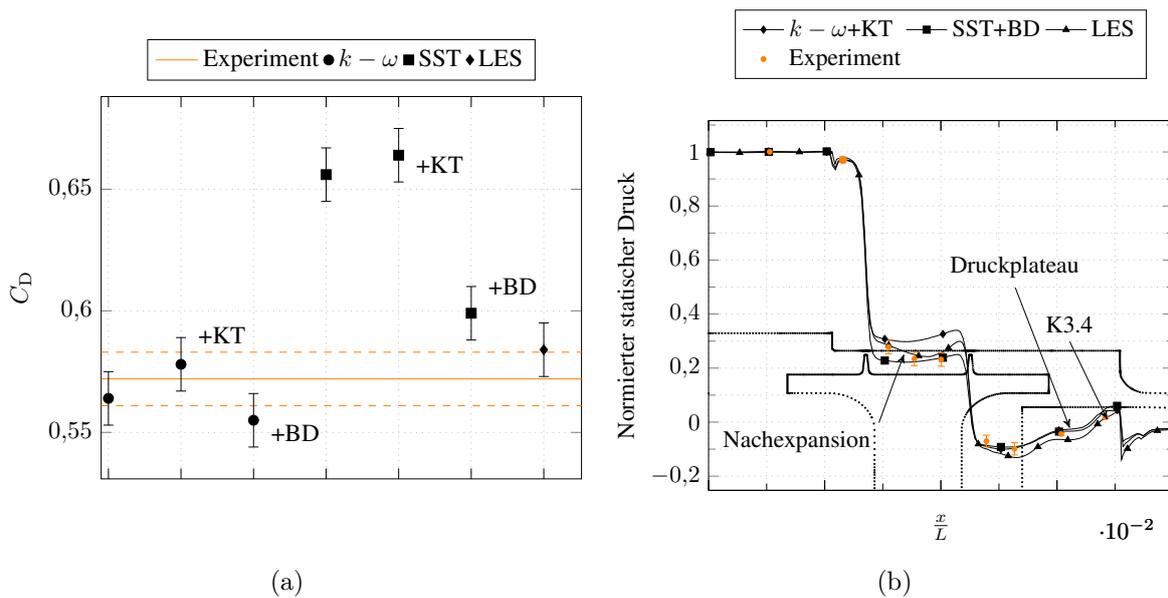


Abbildung 7.1: (a) Vorhersage des Dichtungsbeiwertes im Auslegungspunkt des RLP. Die schwarzen Fehlerbalken berücksichtigen den Einfluss der nicht exakt bekannten Geometrie des Radialspates (Kluge et al. 2019) und die orangefenen Strichlinien bilden das 95%-Konfidenzintervall des Experimentes ab. Das 95%-Konfidenzintervall der LES ist kleiner als $\pm 0,0002$ und damit kleiner als die Größe des Symbols. (b) Vorhersage des statischen Druckes entlang des Außengehäuses mit unterschiedlichen Wirbelviskositätsmodellen und LES. Die Fehlerbalken an den experimentellen Ergebnissen berücksichtigen den Einfluss der nicht exakt bekannten Geometrie des Radialspates (Kluge et al. 2019). Das 95%-Konfidenzintervall der experimentellen Ergebnisse und das der LES ist kleiner als die Symbolgröße.

7.1.2 Vorhersage des statischen Druckabbaus

In Abb. 7.1(b) wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit, der Einfluss der Geometrieunsicherheit nicht, wie von Kluge et al. (2019) vorgeschlagen, an die numerischen Vorhersagen gezeichnet, sondern an die experimentellen Ergebnisse. Die 95%-Konfidenzintervalle des Experimentes und der LES sind kleiner als die Symbolgröße. Der Vergleich des statischen Druckabbaus entlang des Außengehäuses weist auf Modellierungsdefizite beider Wirbelviskositätsmodelle hin. Die LES und die experimentellen Ergebnisse bestätigen sich gegenseitig und zeigen eine sehr gute Übereinstimmung des Druckverlustes über die erste Drosselstelle, d.h. der statischen Drücke in der Wirbelkammer K2, vgl. Abb. 4.1 für die Definition der Messebenen. Die statischen Drücke werden in der Wirbelkammer mit einer Abweichung von weniger als 150 Pa und damit im Rahmen der geometriebedingten Unsicherheiten genau getroffen. Auch der Bereich der Nachexpansion in der Wirbelkammer, in dem zunächst ein weiterer Druckabbau erfolgt, wird von der LES und vom Ex-

periment näherungsweise identisch vorhergesagt. Beide Wirbelviskositätsmodelle sagen hier einen $\geq 50\%$ kürzeren Bereich der Nachexpansion vorher. Im Mittel über die Wirbelkammer überschätzt das $k - \omega + \text{KT}$ -Turbulenzmodell den statischen Druck um 1660 Pa und das SST+BD-Turbulenzmodell unterschätzt diesen um ca. 1000 Pa. Der Verlauf des statischen Druckes ist ein Indikator für das Verhalten des Leakagejets. Ein sich aufweitender Leakagejet führt zu geringeren Geschwindigkeiten und höheren statischen Drücken. Die beobachteten Defizite der Wirbelviskositätsmodelle weisen also darauf hin, dass der Leakagejet beim $k - \omega + \text{KT}$ -Turbulenzmodell zu stark und beim SST+BD Turbulenzmodell zu wenig aufweitet. Ursache für dieses Verhalten ist die modellierte Wirbelviskosität, die beim SST+BD Turbulenzmodell im Bereich der Spaltdurchströmung und im Bereich des Leakagejets bis zu 80% geringer ist als beim $k - \omega + \text{KT}$ -Turbulenzmodell (Wein et al. 2020). Eine korrekte Vorhersage der Aufweitung des Leakagejets ist jedoch eine Grundvoraussetzung für eine korrekte Vorhersage der Überströmverluste der stromab liegenden Drosselstelle und damit der Gesamtverluste der Dichtung.

In der Austrittskavität leisten beide Wirbelviskositätsmodelle eine gute Vorhersage des statischen Druckes und weichen im Mittel über alle vier Messstellen um 450 Pa ab. Die LES liefert hier im Mittel um 625 Pa zu geringe Drücke. Dies deutet auf eine zu gering vorhergesagte Ausmischung des Leakagejets gegenüber dem Experiment hin. Allerdings führt eine Berücksichtigung der von Kluge et al. (2019) untersuchten Unsicherheiten der Geometrie der Drosselstellen zu 800 Pa höheren Drücken der ersten beiden Druckmessstellen der Austrittskavität, wenn die Spaltweite beider Drosselstellen um $20\mu\text{m}$ erhöht wird. Auch eine Reduktion der Spaltweite beider Drosselstellen um $20\mu\text{m}$ führt an den ersten beiden Druckmessstellen der Austrittskavität bei gleichen Eintritts- und Austrittsrandbedingungen zu 200 Pa höheren Drücken, sodass diese hohe Sensitivität der Lösung von der Geometrie der Drosselstellen ein Grund für die beobachteten Differenzen zu den experimentellen Daten sein kann und den Einsatz von LES zusätzlich motiviert. Die Vorhersage der LES ist also im Rahmen der Unsicherheit der nicht genau bekannten Geometrie des Radialspaltes exakt. Die letzte Druckmessstelle der Austrittskavität und mit der Kennung K3.4 in Abb. 7.1(b), wird von der LES exakt vorhergesagt, was die Vernachlässigung des Diffusors und die gewählte Austrittsrandbedingung verifiziert.

7.1.3 Vorhersage der Wirbelsysteme in der Eintrittskavität

Das 95%-Konfidenzintervall des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes der LES an den Kontrollpunkten ist kleiner als $\pm 0,5\%$ und ist damit im Vergleich zur Linienstärke der Abbildungen nicht darstellbar. Daher wird ein Konfidenzintervall der Strömungswinkel und Geschwindigkeiten von $\pm 1\%$ in Abb. 7.3 als Fehlerbalken an den numerischen Ergebnissen dargestellt.

Abbildung 7.2 zeigt einen Vergleich der Wirbelsysteme der Eintrittskavität aus PIV, $k - \omega + \text{KT}$, SST+BD und LES. Das LES-Modell liefert hier eine signifikant bessere Vorhersage als die Wirbelviskositätsmodelle. Sowohl die Größe der Eckenablösung im Bereich (a) nach Abb. 7.2 als auch die Stromlinienlage und die Geschwindigkeiten im sich ausbildenden Leakagejet an der Stelle (b) nach Abb. 7.2, werden von der LES sehr

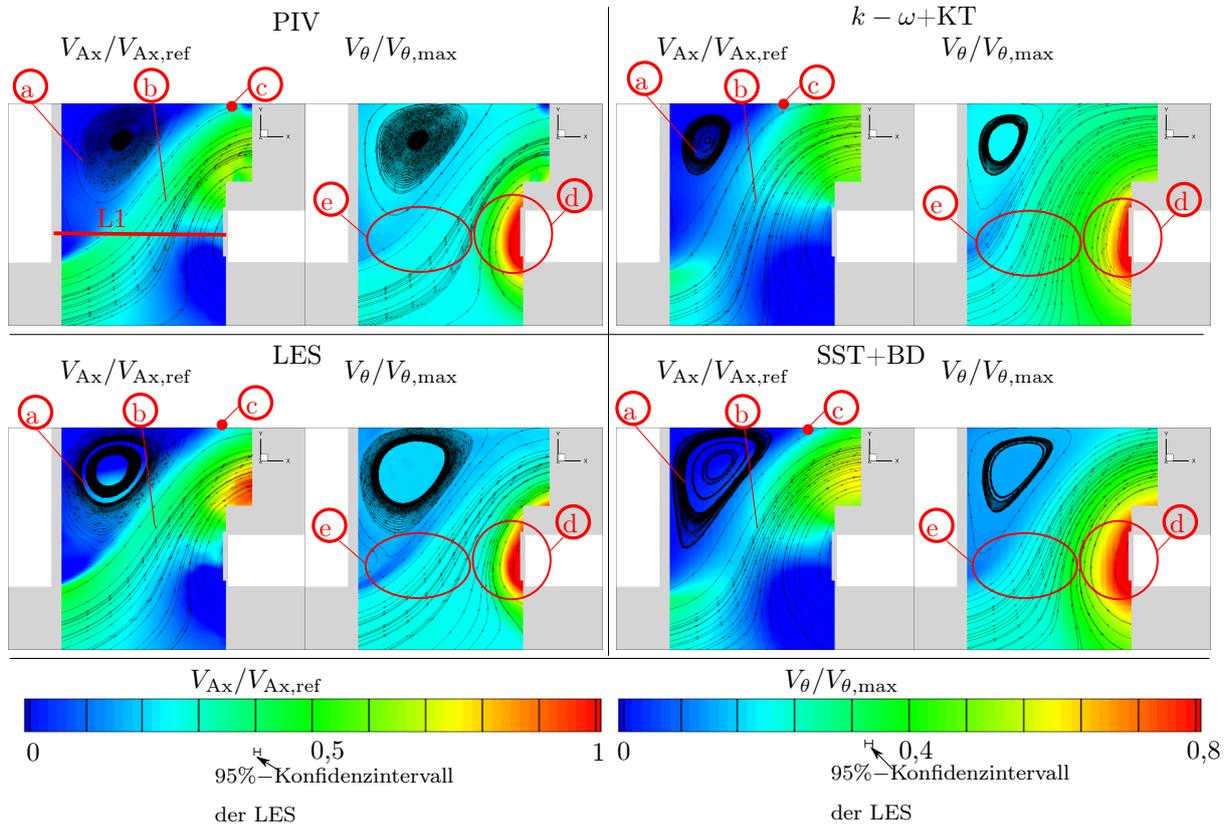


Abbildung 7.2: Messung und numerische Vorhersage der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit in der Eintrittskavität des RLP mit RANS-Turbulenzmodellen und LES. Die numerischen Ergebnisse sind auf das Messraster der PIV-Messungen interpoliert. Das 95%-Konfidenzintervall der experimentellen Ergebnisse beträgt $\pm 1,97\%$ und das 95%-Konfidenzintervall der LES beträgt $\pm 1\%$ des Mittelwertes. (a) Eckenwirbel, (b) Leckagejet, (c) Wiederanlegen des Leckagejets am Außengehäuse, (d) Nahfeld der Rotorscheibe und (e) Fernfeld der Rotorscheibe

gut wiedergegeben. Die Wirbelviskositätsmodelle sagen die Eckenablösung um 20 – 30% zu klein und damit das Einströmen in die Eintrittskavität um ca. 20% zu steil vorher. Dadurch wird der Wiederanlegepunkt an der Stelle © nach Abb. 7.2 stromauf verschoben. Die Vorhersage von Ablösungen stromab von Stufen ist ein bekanntes Modellierungsdefizit von Wirbelviskositätsmodellen und bestätigt sich an diesem Beispiel. Auch die Schleppwirkung der Rotorscheibe wird von der LES sowohl im Bereich Ⓓ nach Abb. 7.2, d.h. dem Nahfeld der Rotorscheibe, als auch in deren Fernfeld (Bereich Ⓔ) besser vorher gesagt. Beide Wirbelviskositätsmodelle überschätzen die Schleppwirkung um bis zu 50%, was zu dem bereits beschriebenen zu steilen Einströmen in die Kavität und nach Gl. 2.20 zu falsch modellierten Mischungsverlusten führen kann.

Auf der in Abb. 7.2 gekennzeichneten und in Abb. 7.3 dargestellten Schnittebene L1 bestätigt sich die aus den Konturabbildungen ersichtliche bessere Vorhersage der LES. Zwischen $0,4 \leq x/L \leq 1$ ist die Vorhersage des radialen Einströmwinkels im Rahmen der 95%-Konfidenzintervalle exakt. Die Größe der Eckenablösung ($x/L \leq 0,4$) weicht um lediglich 2% ab, während die Wirbelviskositätsmodelle Abweichungen von mehr $\geq 20\%$ liefern. Zwischen $0,4 \leq x/L \leq 0,7$ ist auch die Vorhersage des Drallverhältnisses mit der LES im Rahmen der 95%-Konfidenzintervalle exakt. Für $x/L \geq 0,7$ zeigt sich ein Defizit der Umfangsgeschwindigkeit in Höhe von maximal 30%. Die Wirbelviskositätsmodelle sagen zwischen $0,4 \leq x/L \leq 0,7$ eine um bis zu 50% zu hohe Umfangsgeschwindigkeit vorher. Die Schleppwirkung wird also, nach Wein et al. (2020) vermutlich aufgrund einer zu hoch modellierten Wirbelviskosität, überschätzt.

Die Beobachtung, dass das SST+BD 3% bessere Vorhersagen liefert und nach Wein et al. (2020) eine 40% geringere Wirbelviskosität modelliert als das $k - \omega$ +KT Modell, bekräftigt diese Annahme. Zusammenfassend liefert das LES-Modell gemessen an der Vorhersage der Wirbelsysteme, des Einströmwinkels und der Schleppwirkung also eine bessere Vorhersage der Strömung in der Eintrittskavität als die Wirbelviskositätsmodelle und kann für eine weitere Eingrenzung der Modellierungsdefizite genutzt werden.

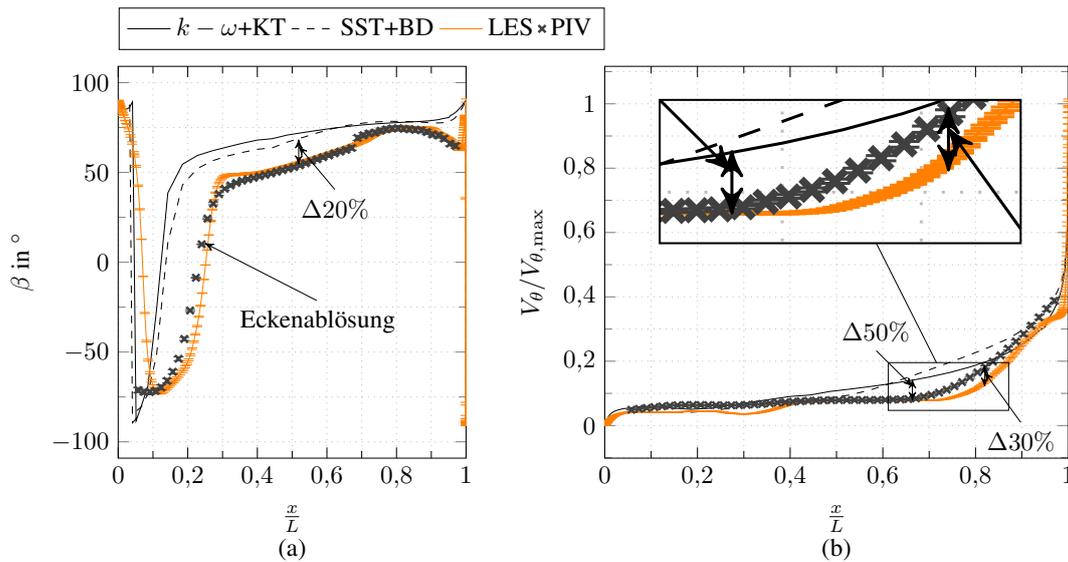


Abbildung 7.3: Messung und numerische Vorhersage des (a) radialen Einströmwinkels und (b) des Drallverhältnis an der Stelle L1 in Abb. 7.2 mit RANS-Turbulenzmodellen und LES. Das 95%-Konfidenzintervall der experimentellen Ergebnisse beträgt $\pm 1,97\%$ und das 95%-Konfidenzintervall der LES beträgt $\pm 1\%$ des Mittelwertes.

7.1.4 Vorhersage der Wirbelsysteme in der Austrittskavität

Das 95%-Konfidenzintervall des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes der LES an den Kontrollpunkten der Austrittskavität erreicht Werte kleiner als $\pm 1,5\%$ und wird in Abb. 7.5 als Fehlerbalken an den numerischen Ergebnissen dargestellt. In Abb. 7.4 ist ein Vergleich der Wirbelsysteme der Austrittskavität aus PIV, $k-\omega+KT$, SST+BD und LES dargestellt. Die Bereiche erhöhter Messunsicherheit wurden durch grau-transparente Felder überdeckt, gekennzeichnet durch (a) in Abb. 7.4, und werden im Vergleich zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen nicht diskutiert. Auf Basis der Stromlinienlage zeigt sich eine bessere Vorhersage der Wirbelsysteme durch die LES gegenüber den Wirbelviskositätsmodellen. Nach den PIV-Daten weitet sich der Leakagejet bis zur Hinterkante des Deckbandes auf und wird verzögert, gekennzeichnet durch (b) in Abb. 7.4. Der Kammerwirbel (c) in der Austrittskavität wiederum führt zu einer erneuten Kontraktion und Beschleunigung des Leakagejets. Dieses Verhalten gibt die LES sehr gut wieder. Die Wirbelviskositätsmodelle geben die Beschleunigung des Leakagejets nicht wieder und modellieren eine kontinuierliche Aufweitung, d.h. Verzögerung des Leakagejets. In der Gehäusedruckverteilung, Abb. 7.1(b), wird die Kontraktion des Leakagejets durch ein Plateau des statischen Druckes deutlich. Dieses ist in der LES gegenüber den Wirbelviskositätsmodellen 30% breiter und flacher. Die Anzahl axialer Druckmessstellen im Versuchsaufbau ist hier nicht ausreichend um die Unterschiede zwischen LES und Wirbelviskositätsmodellen bewerten zu können bzw. die richtige Lösung zu identifizieren. Mit Unterstützung der PIV-Ergebnisse ist jedoch die Schlussfolgerung zulässig, dass

7 Grobstruktursimulation des RLP

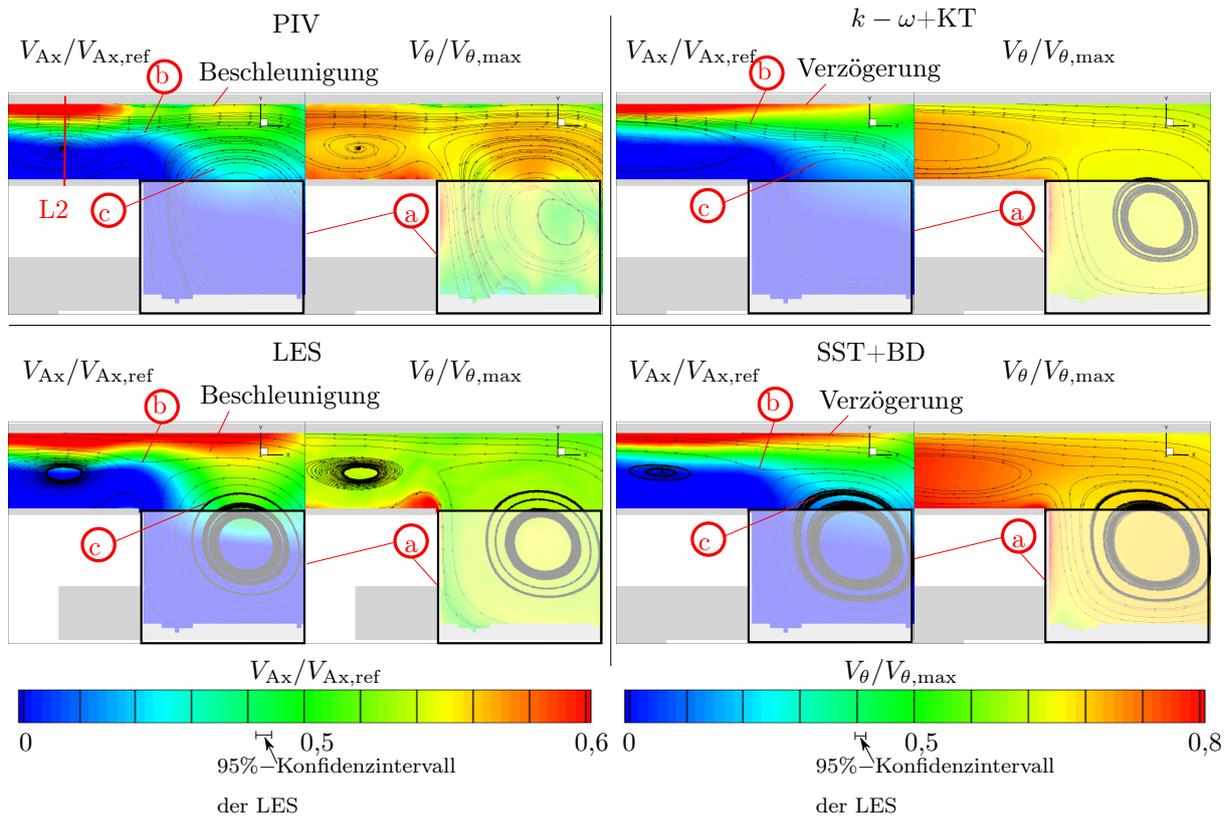


Abbildung 7.4: Messung und numerische Vorhersage der Axial- und Umfangsgeschwindigkeit in der Eintrittskavität des RLP mit RANS-Turbulenzmodellen und LES. Die numerischen Ergebnisse sind auf das Messraster der PIV-Messungen interpoliert. Das 95%-Konfidenzintervall der experimentellen Ergebnisse beträgt $\pm 1,97\%$ und das 95%-Konfidenzintervall der LES beträgt $\pm 1,5\%$ des Mittelwertes.

(a) In PIV nicht auswertbare Bereiche, (b) Aufweitung des Leckagejets bis zur Hinterkante des Deckbandes und (c) Kammerwirbel der Austrittskavität.

die LES die richtige Lösung darstellt, was den Wert und die Notwendigkeit von räumlich hoch aufgelösten und nicht invasiven Messmethoden betont.

Trotz der guten Übereinstimmung der Stromlinienlage in LES und Experiment, zeigen sich in der LES Abweichungen der Absolutwerte gegenüber den PIV-Messungen und den Vorhersagen der Wirbelviskositätsmodelle. So wird die Axialgeschwindigkeit im Leckagejet um 15% überschätzt und die Umfangsgeschwindigkeit im gesamten, in Abb. 7.4 dargestellten Ausschnitt des Rechengebietes um bis zu 15% unterschätzt. Abbildung 7.5 zeigt die Geschwindigkeitsprofile in der Schnittebene L2 (siehe Abb. 7.4). Da der Leckagejet und der Kammerwirbel über viskose Effekte miteinander gekoppelt sind, führen Defizite in der Vorhersage des Leckagejets zu Defiziten in der Vorhersage des Kammerwirbels. Die Axialgeschwindigkeit des Leckagejets wird von der LES um bis zu 15% überschätzt. Aufgrund der Drehimpulserhaltung werden daher auch die Rotationsgeschwindigkeit des Kammerwirbels und die deckbandseitige Rückströmgeschwindigkeit um bis zu 15% zu hoch vorhergesagt. Beide Wirbelviskositätsmodelle sagen hier um bis zu 7% zu hohe Geschwindigkeiten vorher. Ebenso deutlich ist die Fehlvorhersage der Umfangsgeschwindigkeit. Die LES zeigt hier um bis zu 15% geringere Werte als die PIV-Messung. Im gleichen Maße überschätzt das SST+BD die Umfangsgeschwindigkeit, während das $k - \omega + \text{KT}$ im Rahmen des 95%-Konfidenzintervalls der Messdaten bis zu einer relativen Höhe von 65% eine gute Vorhersage trifft.

Eine mögliche Ursache für die Abweichung der LES ist der Einfluss der räumlichen Diskretisierung des Rechengebietes, was im Folgenden analysiert wird. Wie schon bei der Taylor-Couette-Strömung, wird für den RLP eine hohe Sensitivität der Schleppwirkung auf die räumliche Diskretisierung erwartet, da auf Grund der gleichen Couette-Reynoldszahl, eine strömungsmechanische Ähnlichkeit besteht. Auffällig ist, dass die Abweichung der LES über die Höhe der Kavität nahezu konstant ist und keine lokalen Extrempunkte aufweist. Dies lässt darauf schließen, dass die Schleppwirkung der Rotorscheibe über die gesamte Länge des Deckbandes zu gering vorhergesagt wird und kein Fehler vorliegt, der sich auf die Austrittskavität beschränkt. Dies bedeutet gleichzeitig, dass eine lokale Verfeinerung der räumlichen Diskretisierung in der Austrittskavität nicht ausreichend ist, sondern auf das komplette Rechengebiet des RLP ausgeweitet werden muss.

7.1.5 Schleppwirkung und Ausmischung in der Austrittskavität in Abhängigkeit von dem numerischen Modell

Wie bereits beschrieben, wurde für das LES-Modell mit $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 20$ die grösste in Abschn. 6.1 validierte Netzauflösung eingesetzt, um den numerischen Ressourcenbedarf zu limitieren. Aus diesen Vorstudien ist bekannt, dass eine zu grobe räumliche Diskretisierung zu einer um bis zu 30% geringeren Umfangsgeschwindigkeit in der Kanalmitte führen kann und dass diese Abhängigkeit nicht linear ist. Zur Einhaltung von $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ ist jedoch eine Verdoppelung der räumlichen Auflösung des Rechnernetzes in axialer und in Umfangsrichtung notwendig, was zu einem numerischen Modell mit $\geq 600 \cdot 10^6$ Rechenpunkten führt. Hierfür stehen nicht ausreichend numerische Ressourcen zur Verfügung, weswegen diese Studie nicht durchgeführt werden kann.

7 Grobstruktursimulation des RLP

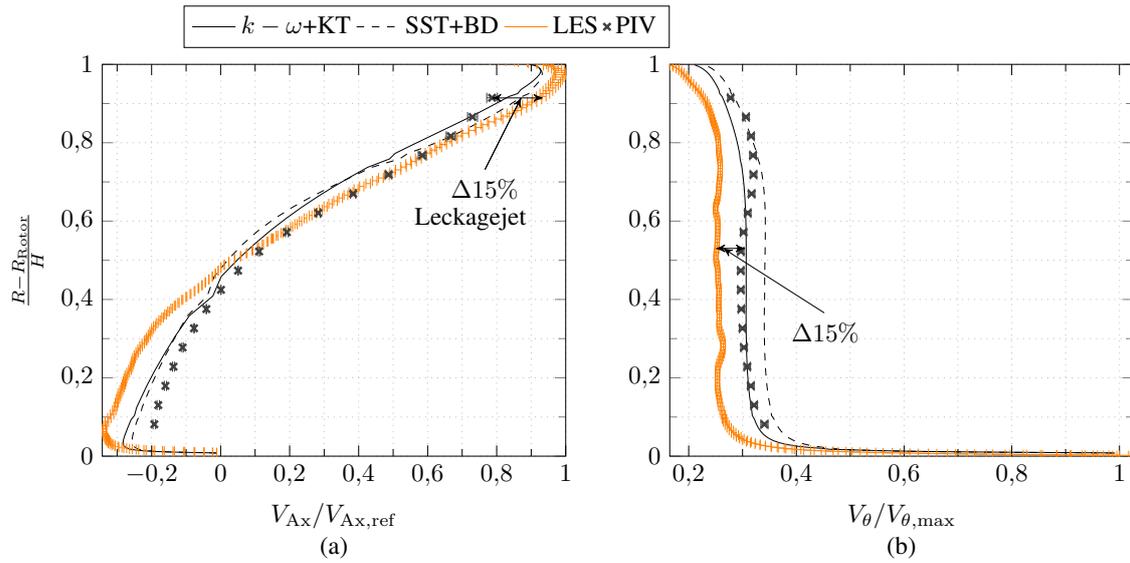


Abbildung 7.5: Messung und numerische Vorhersage der Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) des Drallverhältnis an der Stelle L2 in Abb. 7.4 mit RANS-Turbulenzmodellen und LES. 95%-Konfidenzintervalle an den experimentellen Daten sind dargestellt und beträgt $\pm 1,97\%$ des Mittelwertes. Das 95%-Konfidenzintervall der LES beträgt $\pm 1,5\%$ des Mittelwertes.

Allerdings besteht die Möglichkeit, den Einfluss der räumlichen Diskretisierung erneut am Beispiel der Austrittskavität zu untersuchen, siehe Abb. 4.5(a). Dies bringt jedoch Einschränkungen im Vergleich zu den experimentellen Daten mit sich, da die Randbedingungen für dieses Teilmodell nicht aus experimentellen Daten gewonnen werden können. Wie in Abschn. 6.2.2 wird der Betriebspunkt über Druckrandbedingungen auf den Dichtungsbeiwert von $C_D = 0,572$ im Auslegungspunkt des RLP eingestellt, wodurch auch die gleiche axiale Reynolds-Zahl von $Re_{ax} = 17100$ eingestellt wird. Über die Rotationsgeschwindigkeit des Deckbandes wird die Couette-Reynolds-Zahl auf den Auslegungswert von $Re_{couette,i} = 77000$ eingestellt. Das $k - \omega + KT$ -Modell scheint nach Abb. 7.5 am besten geeignet, die Schleppwirkung der Rotorscheibe vorherzusagen. In einer Parameterstudie wird mit $K_\theta = 0$ einerseits eine rein axiale Zuströmung angenommen und andererseits eine Zuströmung mit einem Vordrall von $K_\theta = 0,25$ gemäß der $k - \omega + KT$ -Rechnung. Die räumliche Diskretisierung ist identisch mit der im vorherigen Abschnitt, d.h. $y^+ \leq 1$ und $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 20$. Die Auflösung des Rechengebietes wird dann um den Faktor 2 in der axialen Richtung und der Umfangsrichtung erhöht um $y^+ \leq 1$ und $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ zu erreichen. In einer weiteren Parametervariation wird der Einfluss des Rad-Seitenraums auf die Schleppwirkung und die Ausmischung des Leckagejets in der Austrittskavität hin untersucht. Das 95%-Konfidenzintervall des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes an den Kontrollpunkten der Austrittskavität erreicht für die Studien mit Vordrall Werte kleiner als $\pm 1\%$ und für die Studien ohne Vordrall Werte kleiner als $\pm 1,8\%$ des Mittelwerts. Die Konfidenzintervalle werden in

Abb. 7.6 als Fehlerbalken dargestellt.

In Abb. 7.6 zeigt sich, dass bei allen Teilmodellen die Verfeinerung der räumlichen Diskretisierung von $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 20$ auf $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ bzw. von $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 40$ auf $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 20$ zu einer Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit führt. Die Form der Wirbelsysteme bleibt dabei erhalten und entspricht der des RLP. An der zuvor bereits diskutierten und in Abb. 7.6 gekennzeichneten Schnittposition L2 führt die Verfeinerung des Rechnetzes für den Fall $K_\theta = 0$ zu einer Erhöhung der Schleppwirkung um 23,5% und für den Fall $K_\theta = 0,25$ zu einer Erhöhung der Schleppwirkung um 4,4%. Beides sind Mittelwerte über die Höhe der Kavität, die Radialverteilungen sind dargestellt in Anh. A.34 bis Anh. A.39. Da die Umfangsgeschwindigkeiten für den Fall $K_\theta = 0,25$ auch stromab der Drosselstelle höher sind als im Fall von $K_\theta = 0$, bestätigt sich die Erwartung, dass die Verteilung der Umfangsgeschwindigkeit in der Austrittskavität abhängig von der Schleppwirkung stromauf ist. Das beobachtete Defizit im Gesamtmodell des RLP ist also ein Resultat der unterschätzten Schleppwirkung über den gesamten Bereich des rotierenden Deckbandes. Dementsprechend muss auch die räumliche Diskretisierung im gesamten Rechengebiet erhöht werden und nicht nur in der Austrittskavität. Die Studie zeigt, dass der Rad-Seitenraum nicht vernachlässigt werden darf. Auch in diesem findet eine Beschleunigung der Grenzschichtströmung in Umfangsrichtung statt, die sich durch die Engstelle unterhalb der Deckbandhinterkante bis in die Austrittskavität ausbreitet. An der Schnittposition L2 erhöht sich dadurch die Umfangsgeschwindigkeit im Mittel über die Kanalhöhe um 5,1%.

Die Ausmischung des Leckagejets ändert sich durch die höhere räumliche Diskretisierung lediglich oberhalb von 90% der Kanalhöhe und führt sogar zu 3,8% höheren Axialgeschwindigkeiten. In diesem Bereich stehen jedoch keine experimentellen Daten für eine Validierung zur Verfügung, weswegen der Vergleich nicht dargestellt wird. Der statische Druck am Außengehäuse reduziert sich entsprechend der höheren Geschwindigkeit des Leckagejets um weitere 250 Pa und der Beschleunigungsbereich des Leckagejets stromab der Deckbandhinterkante ist stärker ausgeprägt. Ursache für die geringere Ausmischung ist eine um 60% reduzierte Wirbelviskosität des Feinstrukturmodells zwischen den Modellen mit $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 20$ und $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$. Der Einfluss der räumlichen Diskretisierung kann das beobachtete Defizit in der berechneten Ausmischung des Leckagejets alleine also nicht erklären, bzw. bewirkt sogar eine um 3,8% verstärkte Abweichung der LES-Ergebnisse von den experimentellen Daten.

Eine bereits diskutierte Unsicherheit, die einen Einfluss auf den Impuls des Leckagejets haben kann, ist der nicht exakt bekannte Radialspalt der Drosselstellen der Labyrinthdichtung. Dieser unterliegt einer Messungenauigkeit von $\pm 20 \mu\text{m}$. Der Einfluss dieser möglichen Spaltänderung auf den Impuls des Leckagejets kann analytisch abgeschätzt werden. Dazu werden Änderungen der Dichte und viskose Effekte vernachlässigt. Aus der Kontinuitätsgleichung folgt dann für zwei Spaltquerschnitte A_i bei gleichem Leckagemassenstrom

$$v_{\text{Ax},1}A_1 = v_{\text{Ax},2}A_2. \quad (7.1)$$

7 Grobstruktursimulation des RLP

Die Axialgeschwindigkeit des Leakagejets wird bei der LES um 15% überschätzt, d.h. $v_{Ax,1} = 1,15 \cdot v_{Ax,2}$. Bei den Querschnitten handelt es sich um Kreisringflächen, woraus

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{r_{a,2}^2 - r_{i,2}^2}{r_{a,1}^2 - r_{i,1}^2} = 1,15 \quad (7.2)$$

und nach Umstellung

$$r_{i,1} = \sqrt{r_{a,1}^2 - \frac{r_{a,2}^2 - r_{i,2}^2}{1,15}} \quad (7.3)$$

folgt. Wird zusätzlich angenommen, dass die Messunsicherheit ausschließlich auf die Messung des inneren Radius bzw. den Radius der Dichtspitzen zurückzuführen ist, ergibt sich eine Differenz zwischen $r_{i,1}$ und $r_{i,2}$ von $13\mu\text{m}$. Ein um $13\mu\text{m}$ zu geringer Radialspalt in den numerischen Simulationen bewirkt also einen Impulsüberschuss i.H.v. 15% im Leakagejet und erklärt die beobachtete Abweichung zwischen LES-Modell und PIV-Messung. Eine Abweichung von $20\mu\text{m}$ führt demnach zu einer 25% höheren Axialgeschwindigkeit im Leakagejet. Analog zu den von Kluge et al. (2019) vorgeschlagenen Fehlerbalken an den numerischen Vorhersagen des Leckagemassenstromes und der statischen Gehäusedruckverteilung, müssten die numerischen Ergebnisse der Axialgeschwindigkeit im Bereich des Leakagejets ab einer Kanalhöhe von 80% also ein 95%-Konfidenzintervall von $\pm 25\%$ tragen, was in Abb. 7.7 dargestellt ist. Die Gehäusedruckverteilung der Wirbelviskositätsmodelle aus Abb. 7.1(b) und deren Stromlinienlage in Abb. 7.4 unterstützen diese Vermutung. Der statische Druck in der Austrittskavität wird hier kontinuierlich um ca. 450 Pa überschätzt, d.h. auch die Ausmischung des Leakagejets wird überschätzt. Dennoch werden nach Abb. 7.4 die Axialgeschwindigkeiten im Leakagejet um 7% überschätzt.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die LES im Rahmen der 95%-Konfidenzintervalle der experimentellen Größen und im Rahmen der 95%-Konfidenzintervalle des numerischen Modells auf Grund der endlichen Mittelungszeit und der geometrischen Unsicherheit der Drosselstellen eine korrekte Vorhersage der Strömung in Labyrinthdichtungen liefern kann. Hierfür muss das numerische Modell folgende Mindestanforderungen erfüllen:

- Die räumliche Diskretisierung muss $y^+ \leq 1$ und $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ erfüllen.
- Das Rechengebiet muss in Umfangsrichtung 3,9 mal größer sein, als die Höhe der Dichtspitzen.
- Die Verwendung des *LUST*-Schemas zur Approximation der konvektiven Flüsse der Impuls- und Energiegleichung ist hinreichend genau und numerisch stabil.

Allerdings ist der numerische Aufwand für ein solches Modell für den vollständigen RLP zu groß und LES-Studien zur Entwicklung oder Verbesserung von Wirbelviskositätsmodellen müssen auf Ausschnitte des RLP beschränkt werden. Hierfür müssen jedoch Methoden zur Vorgabe turbulenter Einströmrandbedingungen eingesetzt werden, da der Einströmrand nah an den Untersuchungsbereich rückt, was die Ausbildung physikalisch korrekter turbulenter Strukturen verhindern kann.

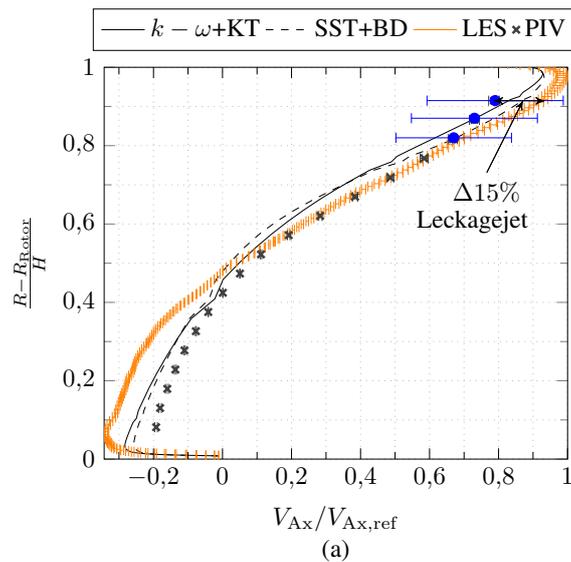


Abbildung 7.7: Messung und numerische Vorhersage der Radialprofile der Axialgeschwindigkeit an der Stelle L2 in Abb. 7.4 mit RANS-Turbulenzmodellen und LES. Das 95%-Konfidenzintervall der experimentellen Ergebnisse beträgt $\pm 1,97\%$ des Mittelwertes, ist jedoch kleiner als die Symbolgröße. Das 95%-Konfidenzintervall der LES beträgt $\pm 1,5\%$ des Mittelwertes. In Blau dargestellt sind 25%-Fehlerbalken, die sich analytisch auf Grund von Unsicherheiten der Spaltgeometrie für die Axialgeschwindigkeit des Leakagejets ergeben.

7.2 Verteilung und Modellierung von Turbulenz in Deckbandlabyrinthdichtungen

In Abschn. 5 wurden Defizite der Wirbelviskositätsmodelle in der Vorhersage

1. von Rezirkulationsgebieten und Ablösungen,
2. der Schleppwirkung und
3. der Ausmischung des Leckagejets

identifiziert und im vorangegangenen Abschn. 7.1 mit Hilfe der LES verifiziert. Trotz der Abweichungen der LES in Bezug auf die Vorhersage der Schleppwirkung in der Austrittskavität werden die Modellierungsdefizite der Wirbelviskositätsmodelle mit Hilfe der LES näher analysiert. Dieses Defizit der LES konnte durch den Einfluss der räumlichen Diskretisierung erklärt werden und es hat keine Auswirkung auf die qualitative Vorhersage der Wirbelsysteme, d.h. die Lage und Größe von Ablösegebieten. Insbesondere in der Eintrittskavität ist die Unterschätzung der Schleppwirkung durch die LES 50% geringer als der Fehler der RANS-Modelle, weswegen sich die weitere Analyse auf die Eintrittskavität beschränkt und stromab liegende Rechengebiete nur qualitativ betrachtet werden. Abbildung 7.8 zeigt einen Vergleich der gemessenen, der mit Wirbelviskositätsmodellen modellierten und der mit LES aufgelösten turbulenten kinetischen Energie k in der Eintrittskavität. Hier wird k von den Wirbelviskositätsmodellen bis zu 25% zu hoch modelliert, besonders im Nahfeld der Rotorscheibe, gekennzeichnet mit (a) in Abb. 7.8. Die LES leistet eine bessere Vorhersage, wobei sie k im Fernfeld der Rotorscheibe, Punkt (b) in Abb. 7.8, um 10% zu gering vorhersagt. Dies ist neben dem Defizit der LES in der Vorhersage der Schleppwirkung, ein weiteres Indiz für ein zu grobes Rechenetz der LES, welches die turbulenzproduzierenden Grenzschichtstrukturen nicht vollständig abbildet und zu dissipativ ist, um den Transport von k in das Fernfeld aufzulösen. Dies wird vom WALE-Feinstrukturmodell nicht korrekt modelliert. Der Vergleich zeigt, dass das Defizit der Wirbelviskositätsmodelle in der Vorhersage der Schleppwirkung mit einer Überproduktion von k in der Grenzschicht des Deckbandes einher geht. Dies verifiziert die LES, die sowohl eine 50% bessere Vorhersage von der Schleppwirkung als auch von k in der Eintrittskavität liefert. Die turbulente kinetische Energie in der Zuströmung beträgt auch in den PIV-Ergebnissen $< 2\%$ von k im Nahfeld der Rotorscheibe. Dies macht deutlich, dass die bisherige Vernachlässigung der Turbulenz der Zuströmung im RLP zulässig ist.

Es hat sich gezeigt, dass die LES eine bessere Vorhersage der Wirbelsysteme, Ablösungen und Ausmischung des Leckagejets liefert als die Wirbelviskositätsmodelle. Daher ermöglicht sie eine Validierung der Wirbelviskositätsmodelle in messtechnisch nicht zugänglichen Bereichen des RLP, d.h. z.B. in den für den Durchflusswiderstand wichtigen Drosselstellen und in der Wirbelkammer. Abbildung 7.9 zeigt daher einen Vergleich der Wirbelsysteme in der Wirbelkammer und der Ablösung in der zweiten Drosselstelle. Beide Wirbelviskositätsmodelle sagen in der Wirbelkammer lediglich einen Kammerwirbel vorher. Im Gegensatz dazu sagt die LES stromab der ersten Drosselstelle einen Eckenwirbel vorher, der einen Durchmesser von näherungsweise $h/2$ hat und den Kammerwirbel

7 Grobstruktursimulation des RLP

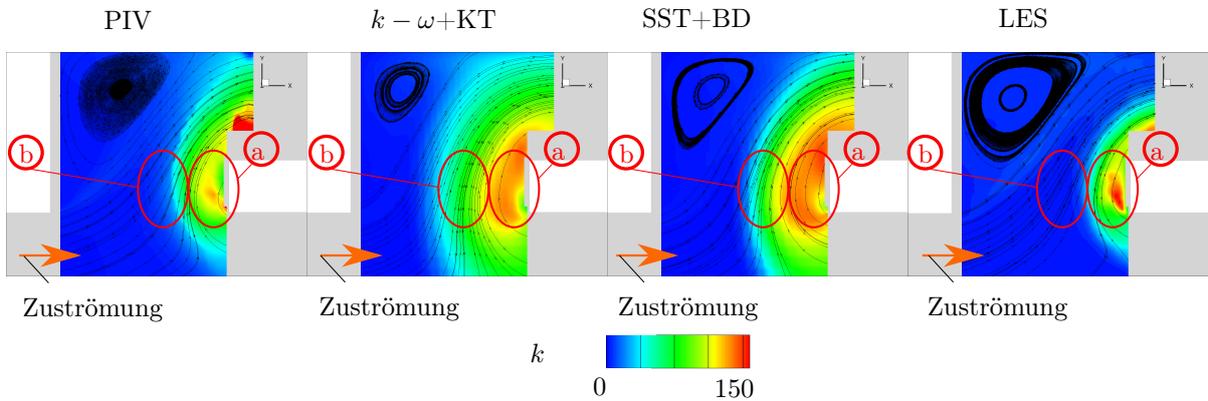


Abbildung 7.8: Gemessene, modellierte und aufgelöste turbulente kinetische Energie k im RLP aus Experiment, RANS und LES.

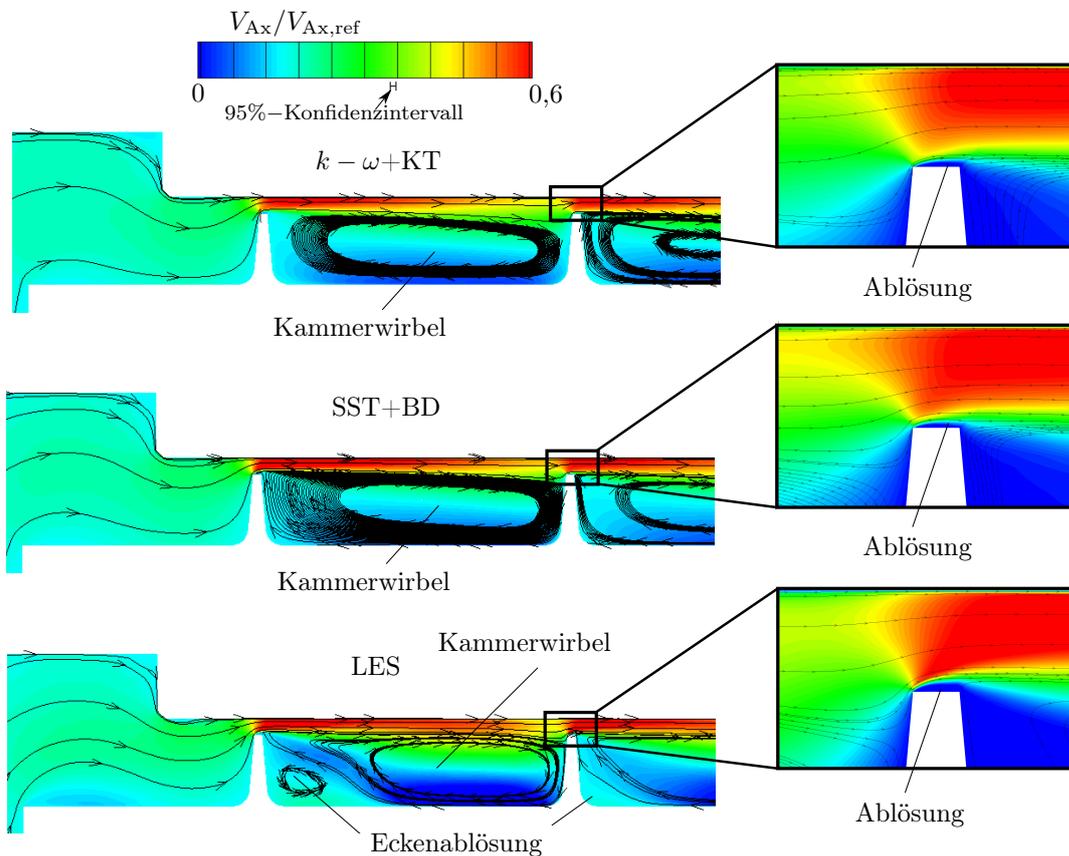


Abbildung 7.9: Wirbelsysteme in der Wirbelkammer und der Spaltdurchströmung der zweiten Drosselstelle. Das 95%-Konfidenzintervall der LES ist kleiner als $\pm 1\%$ des Mittelwertes.

verdrängt. Wie in den Vorstudien der Wirbelkammer in Abschn. 6.2.1 herausgestellt wurde, bilden sich in der Scherschicht des Sekundärwirbels und des Kammerwirbels großskalige turbulente Strukturen ähnlich der turbulenten Streaks der Taylor-Couette-Strömung aus. Deren Einfluss auf das zeitlich gemittelte Strömungsfeld darf von den Wirbelviskositätsmodellen nicht vernachlässigt werden, da hier zusätzliche aerodynamische Verluste und ein Impulstransport quer zur Hauptströmungsrichtung entstehen. Die Ablösungen und die Rückströmungen über den Drosselstellen sind in den Wirbelviskositätsmodellen 42% geringer als in der LES, exemplarisch dargestellt für die zweite Drosselstelle in Abb. 7.9. Dies erklärt den geringeren Druckverlust der Wirbelviskositätsmodelle, wie es aus den Gehäusedruckverteilungen hervor geht. In zukünftigen Studien zur Entwicklung oder Verbesserung von Wirbelviskositätsmodellen sind die Wirbelkammer und die Drosselstellen also einzubeziehen, was auch durch die Beobachtungen von Wein et al. (2020) zu dem Modellverhalten der Produktionslimiter nach Kato und Lauder (1993b) in den Drosselstellen motiviert wird.

Für eine weitere Analyse der Modellierungsdefizite von Wirbelviskositätsmodellen muss auch die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie aus den LES berechnet werden, wofür zusätzlich die Berechnung des Dissipationsterms 3.29 in den Strömungslöser implementiert wurde. Die Mittelwerte der entsprechenden Größen konvergieren allerdings deutlich langsamer als das Geschwindigkeitsfeld und die Reynolds-Spannungen, sodass eine Auswertung für die LES des vollständigen RLP zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht sinnvoll ist. Auch ist davon auszugehen, dass der Dissipationsbereich nicht vollständig aufgelöst ist, wenn bereits der Produktionsbereich von k im Bereich des rotierenden Deckbandes nicht ausreichend aufgelöst ist. Daher muss neben der aufgelösten auch die vom Feinstruktur modellierte Dissipation bei der Analyse berücksichtigt werden. Dies erfolgt im Rahmen zukünftiger Analysen an höher aufgelösten Ausschnitten des RLP.

Angesichts der Komplexität der Strömung in der Deckbandlabyrinthdichtung stellt sich die Frage, ob mit Wirbelviskositätsmodellen auf Basis der Boussinesq-Annahme überhaupt eine zuverlässige Vorhersage der Strömung möglich ist. Die Auswertung der zweiten und dritten Invariante des Anisotropietensors nach (Lumley und Newman 1977), definiert in Gl. 3.16, eröffnet die Möglichkeit zunächst die turbulenten Strukturen in der Labyrinthdichtung zu charakterisieren. Die Invariantenkarte des RLP ist dargestellt in Abb. 7.10. Über das ebenfalls dargestellte Dreieck aller real möglichen Kombinationen der zweiten und dritten Invariante des Anisotropietensors ist eine Aussage über die Anisotropie der Turbulenz im RLP möglich. Alle Werte im Rechengebiet liegen innerhalb des Dreieckes, weshalb von der Ausbildung physikalisch korrekter turbulenter Strukturen ausgegangen werden kann. Aus der laminaren Zuströmung hat sich bis zum Einströmbereich der Eintrittskavität 2-Komponenten Turbulenz ausgebildet. In der Grenzschicht des rotierenden Deckbandes, gekennzeichnet durch (a) in Abb. 7.10, liegt überwiegend 1-Komponenten Turbulenz vor, die sich mit zunehmendem Abstand von der Rotorscheibe zu 2-Komponenten Turbulenz entwickelt, deren Form an Zigarren erinnert und daher als „Cigar-Shaped“-Turbulenz bezeichnet wird. In den Grenzschichten des stationären Gehäuses, gekennzeichnet durch (b) in Abb. 7.10, liegt überwiegend 2-Komponenten Turbulenz vor. Die in Abb. 7.10 mit (c) gekennzeichneten Bereiche der Labyrinthdich-

tung, wie z.B. die Eckenablösungen und freie Scherschichten in der Eintrittskavität und die Wirbelsysteme der Austrittskavität, sind durch homogene isotrope Turbulenz und im Falle der freien Scherschichten des Leakagejets durch schwach 2-Komponenten Turbulenz geprägt. Näherungsweise 70% der Deckbandlabyrinthdichtung ist damit durch anisotrope Turbulenz charakterisiert. Aufgrund dieses hohen Anteils von 1- und 2-Komponenten Turbulenz ist fraglich, ob mit Turbulenzmodellen auf Basis der Boussinesq-Hypothese eine gute Vorhersage der Strömung in Labyrinthdichtungen erzielt werden kann.

Dies lässt sich weiter überprüfen, indem die Ausrichtung des Anisotropietensors zum Scherratentensor untersucht wird. Nach (Revell et al. 2006) geht die Boussinesq-Annahme davon aus, dass der Anisotropietensor b_{ij} und der Scherratentensor S_{ij} parallel zueinander ausgerichtet sind. Daraus folgt, dass das innere Produkt beider Tensoren, normiert mit dem Produkt der jeweiligen Invarianten, 1 sein muss um mit der Boussinesq-Annahme eine zuverlässige Vorhersage der Turbulenz treffen zu können. D.h.

$$C_s = \frac{b_{ij}S_{ij}}{\|b\| \cdot \|S\|} = 1, \quad (7.4)$$

wobei $\|b\| = \sqrt{b_{ij}b_{ij}}$ und $\|S\| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ sind. Daraus ergibt sich das in Abb. 7.11 dargestellte Skalarfeld C_s . Im gesamten Rechengebiet des RLP ist $C_s \leq 0,75$ und erreicht diesen Maximalwert nur in den freien Scherschichten zwischen den Wirbelsystemen und dem Leakagejet, gekennzeichnet durch ① in Abb. 7.11. In den freien Scherschichten, dem Leakagejet und den Wirbeln der Labyrinthdichtung ist $0,55 \leq C_s \leq 0,75$ und geht in den Grenzschichten gegen Null. Folglich führt der schwach zweidimensionale Charakter der Turbulenz in der Freiströmung dazu, dass die Boussinesq-Annahme in Labyrinthdichtungen nicht erfüllt wird und entsprechende Turbulenzmodelle ohne Korrekturen zu einer Fehlvorhersage führen werden. Eine solche Erweiterung könnte z.B. die übermäßige Produktion von k im Bereich des rotierenden Deckbandes korrigieren, die weder durch den Produktionslimiter nach (Kato und Launder 1993b) im $k - \omega$ -Modell noch durch die Erweiterung zur Berücksichtigung von Stromlinien-Krümmung nach (Bardina et al. 1985) im SST-Modell, korrekt vorhersagt wird. Es zeigt sich eindeutig, dass die Vorhersage von Deckbandlabyrinthdichtungen durch den Einsatz von Reynolds-Spannungs-Modellen profitieren kann, da diese die Anisotropie der Turbulenz berücksichtigen.

Es sei abschließend angemerkt, dass sich weder die Invarianten noch C_s qualitativ ändern, wenn das Rechengebiet des gesamten RLP z.B. auf die Austrittskavität oder die Wirbelkammer reduziert wird. Dies ist ein weiterer Nachweis dafür, dass die Reduktion aus aerodynamischer Sicht zulässig ist und physikalisch korrekte Turbulenz abgebildet werden kann. Dies wird in zukünftigen Studien verfolgt, um Ergebnisse für die Modellentwicklung zu generieren, die unabhängig von der räumlichen Diskretisierung sind.

7.2 Verteilung und Modellierung von Turbulenz in Deckbandlabyrinthdichtungen

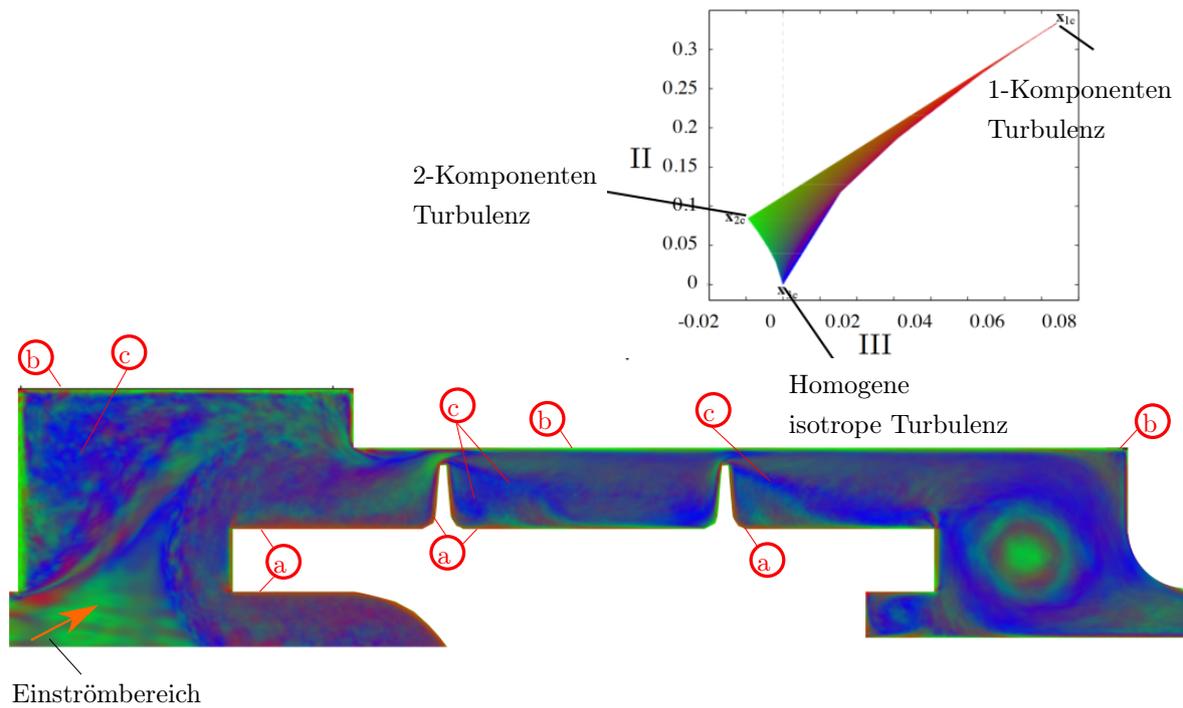


Abbildung 7.10: Invariantenkarte des Anisotropietensors nach Lumley und Newman (1977) für den RLP. (a) kennzeichnet 1-Komponenten Turbulenz, (b) kennzeichnet 2-Komponenten Turbulenz und (c) kennzeichnet homogene isotrope Turbulenz.

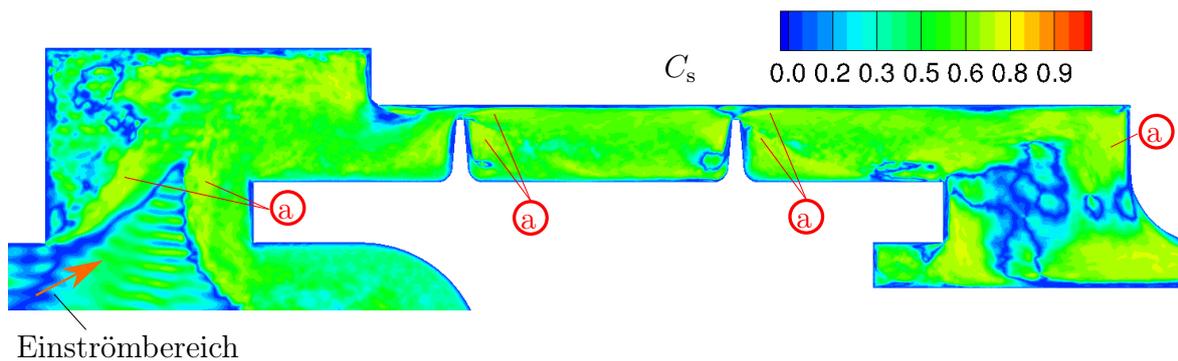


Abbildung 7.11: Ausrichtung des Scherratenensors zum Anisotropietensor nach Revell et al. (2006). (a) kennzeichnet Scherschichten, die den Maximalwert von C_s erreichen.

7 Grobstruktursimulation des RLP

8 Schlussfolgerungen und Ausblick

8.1 Schlussfolgerungen

In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass Wirbelviskositätsmodelle im Rahmen des 95%-Konfidenzintervalls von $\pm 0,01$ genaue Vorhersagen des Dichtungsbeiwertes und der integralen Druckverluste von Durchblicklabyrinthdichtungen liefern können. Für industrielle Auslegungsprozesse relevant ist der Nachweis, dass auch die Korrelation von Egli (1935) eine genaue Vorhersage des Dichtungsbeiwertes liefert. Der Einfluss des Turbulenzmodells auf integrale und lokale Validierungsgrößen des Experimentes ist jedoch signifikant, d.h. er übersteigt das 95%-Konfidenzintervall der Messdaten um bis zu 900%. Die Wahl eines ungeeigneten Turbulenzmodells ist demnach kritisch für die Auslegung und damit die Betriebssicherheit von Deckbandlabyrinthdichtungen.

Die geometrischen Unsicherheiten des Versuchsaufbaus in Bezug auf den Radialspalt der Drosselstellen führen zu zusätzlichen Unsicherheiten der Validierungsgrößen des Dichtungsbeiwertes um 0,01 (absolut), der statischen Drücke in der Wirbelkammer um ± 1000 Pa, der statischen Drücke in der Austrittskavität um ± 200 bis 800 Pa und der Axialgeschwindigkeit des Leckagejets um bis zu 25%. Sie müssen daher als zusätzliche Fehlerbalken bei der Validierung numerischer Modelle berücksichtigt werden.

Das $k - \omega$ Turbulenzmodell nach Wilcox (1998) zusammen mit einer Korrektur für die Produktion turbulenter kinetischer Energie in Staupunkten nach Kato und Launder (1993b) liefert dabei unter allen getesteten Modellkombinationen die beste Vorhersage des Dichtungsbeiwertes mit einer Abweichung von weniger als 0,006 und der lokalen statischen Drücke in den Kavitäten mit einer Abweichung von 500 – 1250 Pa. Diese Modellkombination wird daher für den industriellen Einsatz empfohlen. Bei Modellkombinationen auf Basis des SST-Turbulenzmodells führt die Limitierung der Wirbelviskosität im Vergleich zu $k - \omega$ -basierten Modellkombinationen zu 50% geringeren Wirbelviskositäten, geringeren Verlusten und bis zu 15% höheren Dichtungsbeiwerten.

Trotz der zum Teil guten Vorhersagen der statischen Drücke und Dichtungsbeiwerte zeigen alle getesteten Wirbelviskositätsmodelle im Vergleich zu den PIV- und PTV-Messungen Abweichungen in der Vorhersage der Wirbelsysteme der Eintritts- und Austrittskavität des RLP (z.B. bis zu 50% im Strömungswinkel), was negative Folgen für die Vorhersage der Mischungsverluste mit dem Hauptstrom hat. Dies verdeutlicht die Notwendigkeit von räumlich hoch aufgelösten Messungen der Geschwindigkeitsfelder zur Validierung numerischer Modelle. Gebiete mit Ablösungen und Rückströmungen werden von den Wirbelviskositätsmodellen bis zu 50% zu klein vorhergesagt, wodurch z.B. der Einströmwinkel in die Eintrittskavität um 20% zu groß vorhergesagt wird, gemessen zur Rotationsachse des RLP. Gleichzeitig wird die Beschleunigung der Strömung in Umfangsrichtung aufgrund einer zu hohen Wirbelviskosität um bis zu 50% in der Eintrittskavität

8 Schlussfolgerungen und Ausblick

und um bis zu 15% in der Austrittskavität überschätzt. Die Ausmischung des Leckagejets wird bei allen Wirbelviskositätsmodellen falsch vorhergesagt, wodurch es zu falsch modellierten Überströmverlusten der zweiten Drosselstelle und Mischungsverlusten mit dem Hauptstrom von Turbinen kommt. Zusammenfassend haben Wirbelviskositätsmodelle Defizite bei der Vorhersage von

1. der Größe von Ablösungen und Rückströmungen um bis zu 50%,
2. der Ausmischung des Leckagejets um bis zu 15% der Axialgeschwindigkeit und
3. der Schleppwirkung, definiert in Abschn. 2.4.1, um bis zu 50%.

In diesen Kategorien kann mit LES des vollständigen RLP eine verbesserte Vorhersage erreicht werden:

1. Der Dichtungsbeiwert wird mit einer Abweichung von 0,01 (absolut) genau vorhergesagt.
2. Die Eckenablösung der Eintrittskavität wird mit einer Abweichung von 4% vorhergesagt.
3. Das Einströmen in die Kavität wird im Rahmen der 95%-Konfidenzintervalle von Messung und LES exakt vorhergesagt.
4. Die Ausmischung des Leckagejets in der Wirbelkammer und der Austrittskavität des RLP werden im Rahmen der 95%-Konfidenzintervalle von Messung und LES exakt vorhergesagt.
5. Die Schleppwirkung wird in der Eintrittskavität mit einer Abweichung von maximal 30% und in der Austrittskavität mit einer Abweichung von maximal 15% vorhergesagt.

In Folge dessen werden auch Phänomene wie die Nachexpansion in der Wirbelkammer und die Beschleunigung des Leckagejets in der Austrittskavität stromab der Deckbandhinterkante genau vorhergesagt, was für die korrekte Vorhersage der aerodynamischen Belastung der Dichtspitzen relevant ist. Die zu Beginn der Arbeit formulierte These, dass Grobstruktursimulationen eine hinreichend genaue Vorhersage der Strömung in Labyrinthdichtungen liefern können, konnte damit bestätigt werden. Die geometrischen Unsicherheiten und deren Einfluss auf die Validierungsgrößen verdeutlichen den Wert des Einsatzes von LES für die Entwicklung von Wirbelviskositätsmodellen, da der Vergleich numerischer Modelle untereinander nicht von Unsicherheiten wie der Spaltgeometrie betroffen ist.

Die Anforderungen an das LES-Modell für eine korrekte Vorhersage der Strömung in Labyrinthdichtungen sind allerdings hoch. Zur Auflösung aller relevanten turbulenten Strukturen der Strömung muss das Rechengebiet in Umfangsrichtung mindestens 3,9 mal so groß wie die Höhe der Dichtspitzen h sein. In den Scherschichten zwischen Kammerwirbel und Rückströmgebieten bilden sich turbulente Strukturen, die ein integrales Längenmaß von bis zu 4,4 mm haben, was näherungsweise so groß ist wie h . Damit die LES

auch eine genaue Vorhersage der Schleppwirkung leisten kann, ist mit $\Delta x^+ = \Delta z^+ \leq 10$ eine räumliche Diskretisierung der deckbandseitigen Grenzschicht erforderlich, die den Anforderungen von DNS-Modellen gleich kommt. Bei der Wahl einer um den Faktor zwei größeren räumlichen Diskretisierung, wird die Schleppwirkung um 15% unterschätzt, da die Turbulenz produzierenden und für den Quertransport des Impulses verantwortlichen Grenzschichtstrukturen nicht ausreichend aufgelöst werden. Die gleichen Grenzschichtstrukturen konnten auch in der Taylor-Couette-Strömung nachgewiesen werden. In beiden Fällen war das Feinstrukturmodell, das nur für die Modellierung der turbulenzbedingten Dissipation verantwortlich ist, nicht dazu in der Lage den nicht aufgelösten Produktionsbereich zu kompensieren. Die Berechnung des vollständigen Prüfstandes mit einer derart feinen räumlichen Diskretisierung ist aufgrund begrenzter numerischer Ressourcen mit dem eingesetzten numerischen Verfahren nicht möglich. Diese Arbeit zeigt aber, dass bei der Simulation von Ausschnitten des Prüfstandes die charakteristischen Merkmale der Strömung wiedergegeben werden können. Dies sind die Form der Eckenablösung, der Kammerwirbel, der Leckagejet und die Eigenschaften der Turbulenz, d.h. die Invarianten des Reynolds-Spannungstensors.

8.2 Ausblick

Aus den Schlussfolgerungen dieser Arbeit ergibt sich das folgende Vorgehen für die weitere Analyse der turbulenten Strömung in Labyrinthdichtungen und deren Modellierung mit industriell einsetzbaren Modellen. Das in dieser Arbeit vorgestellte Grobstruktursimulationsmodell wird auf **Ausschnitte** wie die Wirbelkammer und die Austrittskavität des RLP reduziert und die räumliche Diskretisierung so weit verfeinert, dass eine Netzunabhängigkeit der aufgelösten Reynolds-Spannungen erreicht wird. Daraus können die exakten Terme der Reynolds-Spannungs-Transportgleichung ausgewertet und das notwendige Verhalten von RANS-Turbulenzmodellen abgeleitet werden. Die Analyse der bisher durchgeführten LES zeigt, dass sie im Unterschied zu Wirbelviskositätsmodellen, den anisotropen Charakter der Turbulenz in Labyrinthdichtungen modelliert. Vor allem die 1-komponentigen turbulenten Strukturen in der Grenzschicht des rotierenden Deckbandes führen bei den getesteten Wirbelviskositätsmodellen zu einer Überproduktion der turbulenten kinetischen Energie k um ca. 25% und zu 50% zu hohen Umfangsgeschwindigkeiten in der Eintrittskavität. Auf Grund der gezeigten aerodynamischen Ähnlichkeit der Grenzschichtstrukturen zwischen dem rotierenden Deckband im RLP und der Taylor-Couette-Strömung, wird dieser Testfall in die Analyse und die Modellierung der Grenzschicht am rotierenden Zylinder einbezogen.

Damit eine möglichst hohe Zahl von Betriebspunkten und Dichtungsgeometrien mit LES berechnet werden kann, ist eine weitere **Effizienzsteigerung der numerischen Verfahren** vonnöten. Dafür wird zukünftig der Einsatz unstrukturierter Netze in open-FOAM erprobt. Unstrukturierte Netze weisen zwar eine höhere numerische Diffusion auf als die in dieser Arbeit eingesetzten strukturierten Netze und müssen Gradientenbehaftete Strömungen daher feiner auflösen; allerdings können Sie besser räumlich verfeinert werden. Es ist zu überprüfen, ob dadurch der numerische Ressourcenbedarf in

Summe reduziert werden kann. Alternativ dazu werden auch mathematische Diskretisierungsverfahren höherer Ordnung wie diskontinuierliche Galerkin-Verfahren, spektrale Elemente-Verfahren oder Flussrekonstruktions-Verfahren untersucht. Diese erreichen bei gleicher räumlicher Diskretisierung eine höhere Genauigkeit, wodurch der numerische Ressourcenbedarf reduziert wird. Die Eignung des Flussrekonstruktions-Verfahrens in dem Strömungslöser pyFR für komplexe Strömungen wie der in Labyrinthdichtungen ist Gegenstand aktueller Studien des Autors.

Wird das Rechengebiet auf einen Ausschnitt des RLP begrenzt, rückt der Eintrittsrand des Rechengebietes näher an den Untersuchungsbereich heran, weswegen die Vorgabe **turbulenter Einströmrandbedingungen** erforderlich wird. Numerisch effizient ist dies mit synthetischen Wirbel-Methoden möglich, die bereits erfolgreich für die Simulation von nicht-rotationssymmetrischen Kaskaden eingesetzt werden. Für Deckbandlabyrinthdichtungen wird das verfügbare Verfahren aktuell für rotationssymmetrische Rechengebiete erweitert und wird zukünftig eingesetzt.

Nach der Effizienzsteigerung der numerischen Verfahren und der Entwicklung einer effizienten turbulenten Einströmrandbedingung, kann eine **Testfall-Datenbank** aus verschiedenen Dichtungsvarianten bei verschiedenen Reynolds- und Taylor-Zahlen aufgebaut werden. Damit entsteht eine breite Basis zur Entwicklung neuer Turbulenzmodelle für industrielle Anwendungen. In diese Testfall-Datenbank wird die Taylor-Couette-Strömung aufgenommen werden, um die Eignung eines Turbulenzmodells auf die Vorhersage der Schleppwirkung isoliert bewerten zu können. Daraus kann auch eine Korrelation zur a priori Abschätzung der erforderlichen Mindestgröße des Rechengebietes in Umfangsrichtung erarbeitet werden.

Die **experimentelle Untersuchung** von Deckbandlabyrinthdichtungen ist auch zukünftig ein unerlässliches Instrument für die Forschung und Entwicklung von Turbomaschinen. So muss die Präsenz der im RLP beobachteten Nierenwirbel in Abhängigkeit von geometrischen Gestaltungsparametern, Reynolds- und Taylor-Zahlen der Dichtung und deren Einfluss auf die mittlere Strömung oder den angrenzenden Hauptströmungspfad weiter untersucht werden. Da zukünftige Flugtriebwerke durch technologische Fortschritte z.B. im Bereich der Materialwissenschaften bei noch höheren Drehzahlen betrieben werden sollen als aktuelle Flugtriebwerke, steigen auch die Couette-Reynolds-Zahlen und die Mach-Zahlen in den Deckbandlabyrinthdichtungen. Damit ändert sich der Einsatzbereich der industriell eingesetzten Turbulenzmodelle. Sowohl diese, als auch die LES-Methoden müssen also für die geänderten Betriebsbedingungen stetig validiert werden, wofür der RLP eingesetzt werden kann. Für diesen Fall wird der Einsatz eines Radialspaltmesssystems empfohlen, um eine genauere Validierung der numerischen Verfahren zu ermöglichen. Auch sollte der Rad-Seitenraum unterhalb der Austrittskavität aerodynamisch vom Hauptströmungspfad entkoppelt werden, um einen Einfluss auf die Strömung in der Austrittskavität zu vermeiden. Hierdurch können 20% der numerischen Ressourcen gespart werden.

Literaturverzeichnis

- Abe, Y.; Iyer, A.; Hillewaert, K. und Rasquin, M. (2018): Deliverable: Instrumentation of DNS in View of Calibrating RANS. TILDA Collaboration.
- Abramovich, G. N. (1963): The Theory of Turbulent Jets. MIT Press Cambridge, MA, erste Auflage.
- Akonur, A. und Lueptow, R. M. (2003): Three-Dimensional Velocity Field for Wavy Taylor–Couette Flow. In: Physics of Fluids, Band 15(4):S. 947–960. doi:10.1063/1.1556615.
- Anderson, Jr., J. D. (1995): Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications. McGraw Hill, New York, USA.
- Anker, J. E.; Mayer, J. F. und Casey, M. V. (2005): The impact of rotor labyrinth seal leakage flow on the loss generation in an axial turbine. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, Band 219(6):S. 481–490. doi:10.1243/095765005X31081.
- Baehr, H. und Kabelac, S. (2012): Thermodynamik. Springer-Lehrbuch. Springer. ISBN 9783642241604.
- Bardina, J.; Ferziger, J. H. und Rogallo, R. S. (1985): Effect of Rotation on Isotropic Turbulence: Computation and Modelling. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 154:S. 321–336. ISSN 1469-7645. doi:10.1017/S0022112085001550.
- Basol, A. M.; Raheem, A. A.; Huber, M. M. und Abhari, R. S. (2014): Full-Annular Numerical Investigation of the Rim Seal Cavity Flows Using GPU's: GT2014-26755. Duesseldorf, Germany, ASME Turbo Expo 2014.
- Bayley, F. und Owen, J. (1970): The Fluid Dynamics of a Shrouded Disc System with a Radial Outflow of Coolant. In: Journal of Engineering for Power, Band 92:S. 335–341. doi:10.1115/1.3445358.
- Beard, P. F.; Gao, F.; Chana, K. S. und John, C. (2017): Unsteady Flow Phenomena in Turbine Rim Seals. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power.
- Becker, E. (1907): Strömungsvorgänge in ringförmigen Spalten (Labyrinthdichtungen). Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, bd. 51 Auflage.

Literaturverzeichnis

- Biester, M.; Florian, W.; Yavuz, G. und Joerg R., S. (2013): Time-Resolved Numerical Investigation of the Interaction of Labyrinth Seal Leakage and Main-Flow in a 1.5-Stage LP Turbine. In: Proceedings of ASME Turbo Expo. San Antonio, Texas, USA, GT2013-95628.
- Biester, M.; Henke, M.; Seume, J. R.; Gündogdu, Y. und Engel, K. (2012): Unsteady Wake-Blade Interaction: A Correlation between Surface Pressure Fluctuations and Loss Generation. In: Proceedings of ASME Turbo Expo. Kopenhagen, Dänemark, GT2012-69616.
- Biester, M. H.-O.; Mueller, L.; Guendogdu, Y. und Seume, J. R. (2011): Time Resolved Numerical Investigation of the Interaction of Labyrinth Seal Leakage and Main Flow in a 1.5-Stage LP-Turbine: GT-2011-45883. Vancouver, Canada, ASME Turbo Expo 2011.
- Blackburn, H. und Sherwin, S. (2004): Formulation of a Galerkin Spectral Element–Fourier Method for Three-Dimensional Incompressible Flows in Cylindrical Geometries. In: Journal of Computational Physics, Band 197(2):S. 759 – 778. ISSN 0021-9991.
- Boersma, B. J. und Lele, S. K. (1999): Large eddy simulation of compressible turbulent jets. In: Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. S. 265–377.
- Born, D.; Kurt, H.; Giorgio, Z.; Thomas, M.; Patrick, G.; Luca, R. und Michael, S. (2011): Validation of Conjugate Heat Transfer Predictions on Labyrinth Seals and Novel Designs for Improved Component Lifetime. In: Proceedings of ASME Turbo Expo. Vancouver, British Columbia, Kanada, GT2011-45358.
- Boudet, J.; Autef, V. N. D.; Chew, J. W.; Hills, N. J. und Gentilhomme, O. (2004): Numerical Simulation of Rim Seal Flows in Axial Turbines. RAeS Aerospace Aerodynamics Research Conference.
- Boussinesq, J. (1877): Essai sur la théorie des eaux courantes. Imprimerie Nationale. URL <https://books.google.de/books?id=4NdQAAAAAYAAJ>.
- Braeunling, W. (2009): Flugzeugtriebwerke. Springer, dritte Auflage. ISBN 978-3-540-76368-0.
- Brunet, V.; Croner, E.; Minot, A.; de Laborderie, J.; Lippinois, E.; Richard, S.; Boussuge, J.-F.; Dombard, J.; Duchaine, F.; Gicquel, L.; Poinot, T.; Puigt, G.; Staffelbach, G.; Segui, L.; Vermorel, O.; Villedieu, N.; Cagnone, J.-S.; Hillewaert, K.; Rasquin, M. und Renac, F. (2018): Comparison of Various CFD Codes for LES Simulations of Turbomachinery: From Inviscid Vortex Convection to Multi-Stage Compressor. S. V02CT42A013. doi:10.1115/GT2018-75523.

- Cangioli, F.; Vannini, G.; Pennacchi, P.; Ciuchicchi, L.; Nettis, L. und Chatterton, S. (2019): Rotordynamic Characterization of a Staggered Labyrinth Seal: Experimental Test Data and Comparison With Predictions. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Band 141. doi:10.1115/1.4040688.
- Cao, C.; Chew, J. W.; Millington, P. R. und Hogg, S. I. (2004): Interaction of Rim Seal and Annulus Flows in an Axial Flow Turbine. In: *J. Eng. Gas Turbines Power*, Band 126:S. 786–793.
- Chamis, C. C. und Blankson, I. M. (2004): Exo-Skeletal Engine—Novel Engine Concept. Technischer Bericht NASA/TM—2004-212621, NASA Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, USA.
- Chew, W. J.; Gao, F. und Palermo, D. (2018): Flow Mechanisms in Axial Turbine Rim Sealing. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. doi:10.1177/0954406218784612.
- Chochua, G. G.; Shyy, W. V. und Moore, J. J. (2001): Thermophysical Modeling for Honeycomb-Stator Gas Annular Seal. 35th AIAA Thermophysics Conference 2001, Anaheim, CA, United States.
- Corral, R. und Vega, A. (2018): Conceptual Flutter Analysis of Labyrinth Seals Using Analytical Models. Part I: Theoretical Support. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 140. doi:10.1115/1.4041373.
- Davide, P. und Maurizio, Q. (2008): Direct Numerical Simulation of Turbulent Taylor–Couette Flow. In: *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, Band 27(5):S. 552 – 566. ISSN 0997-7546.
- Davidson, L. (2017a): Fachliche Diskussion beim Workshop: Unsteady Simulations for Industrial Flows: Large Eddy Simulation (LES), hybrid LES-RANS, Detached Eddy Simulation (DES) and unsteady RANS.
- Davidson, L. (2017b): Fluid mechanics, turbulent flow and turbulence modeling, Department of Applied Mechanics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.
- Demko, J. A.; Morrison, G. L. und Rhode, D. L. (1987): Effect of Shaft Rotation on the Incompressible Flow in a Labyrinth Seal. *Journal of Propulsion and Power*.
- Denecke, J.; Dullenkopf, K. und Wittig, S. (2004): Influence of Preswirl and Rotation on Labyrinth Seal Leakage. Honolulu, Hawaii, USA, 10th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, ISROMAC-10.
- Denecke, J.; Dullenkopf, K.; Wittig, S. und Bauer, H.-J. (2005): Experimental Investigation of the Total Temperature Increase and Swirl Development in Rotating Labyrinth Seals: GT-2005-68677. Reno, Nevada, USA, ASME Turbo Expo 2005.

Literaturverzeichnis

- Denton, J. D. (1993): The 1993 IGTI Scholar Lecture: Loss Mechanisms in Turbomachines. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 115(4):S. 621–656.
- Desando, A.; Rapisarda, A.; Campagnoli, E. und Taurino, R. (2015): Numerical Analysis of Honeycomb Labyrinth Seals: Cell Geometry and Fin Tip Thickness Impact on the Discharge Coefficient: GT2015-42106. Montreal, Quebec, Canada, ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition.
- di Mare, L.; Imregun, M.; Green, J. S. und Sayma, A. I. (2010): A Numerical Study of Labyrinth Seal Flutter. In: *Journal of Tribology*, Band 132.
- Eastwood, S. J.; Tucker, P. G.; Xia, H. und Klostermeier, C. (2009): Developing large eddy simulation for turbomachinery applications. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Band 367(1899):S. 2999–3013. doi:10.1098/rsta.2008.0281.
- Eckert, B. und Schnell, E. (1961): *Axial- und Radialkompressoren*. Springer, zweite Auflage. ISBN 978-3-642-80543-1.
- Egli, A. (1935): *The Leakage of Steam Through Labyrinth Seals*. Transcript of the ASME.
- El-Aini, Y.; Obranic, J. und George, J. (2011): Aerodynamically Mistuned Labyrinth Seal. In: , (8002286).
- Erich, F. (1968): Aeroelastic Instability in Labyrinth Seals. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 90, Band 90. doi:10.1115/1.3609221.
- Ferziger, J. H. und Perić, M. (2008): *Numerische Strömungsmechanik*. Springer Verlag, Berlin, Deutschland, erste Auflage. ISBN 978-3-540-67586-0.
- Fröhlich, J. und von Terzi, D. (2008): Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows. In: *Progress in Aerospace Sciences*, Band 44(5):S. 349–377.
- Gaetani, P. (2018): Stator-Rotor Interaction in Axial Turbine: Flow Physics and Design Perspective. In: Kuşhan, M. C. (Hg.) *Aircraft Technology*, IntechOpen, Rijeka, Kapitel 5. doi:10.5772/intechopen.76009. URL <https://doi.org/10.5772/intechopen.76009>.
- Gamal, A. J. M. und Vance, J. M. (2008): Labyrinth Seal Leakage Tests: Tooth Profile, Tooth Thickness and Eccentricity Effects. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*.
- Gao, J.; Zhang, H. und Chen, H. (2013): Comparative Investigation of Tip Leakage Flow and its Effect on Stage Performance in Shrouded and Unshrouded Turbines. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*.

- Garnier, E.; Adams, N. und Sagaut, P. (2009): Large Eddy Simulation for Compressible Flows. doi:10.1007/978-90-481-2819-8.
- Germano, M.; Piomelli, U.; Moin, P. und H. Cabot, W. (1991): A Dynamic Subgrid-scale Eddy Viscosity Model'. Phys. Fluids A 3:1760-1765. In: Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, Band 3. doi:10.1063/1.857955.
- Gharib, M. und Roshko, A. (1986): The Effect of Flow Oscillation on Cavity Drag. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 177:S. 501–530.
- Grossmann, S.; Lohse, D. und Sun, C. (2016): High-Reynolds Number Taylor-Couette Turbulence. In: Annual Review of Fluid Mechanics, Band 48(1):S. 53–80. doi:10.1146/annurev-fluid-122414-034353.
- Hain, R.; Fuchs, T.; Wein, L.; Kluge, T.; Seume, J. R. und Kähler, C. (2019): Stereoscopic PTV measurements in the housing/rotor cavity of a shrouded turbine rotor: ISPIV 2019. Munich, Germany, 13th International Symposium on Particle Image Velocimetry, July 22-24, 2019.
- Harun, Z.; Monty, J.; Mathis, R. und Marusic, I. (2013): Pressure Gradient Effects on the Large-Scale Structure of Turbulent Boundary Layer. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 715:S. 477–498. doi:10.1017/jfm.2012.531.
- Hayase, T.; Humphrey, J. A. und Greif, R. (1992): A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures. In: Journal of Computational Physics, Band 98(1):S. 108 – 118.
- He, K.; Jun, L.; Xin, Y. und Zhenping, F. (2012): Investigations of the Conjugate Heat Transfer and Windage Effect in Stepped Labyrinth Seals. In: International Journal of Heat and Mass Transfer, Band 55(17):S. 4536 – 4547.
- Hellsten, A. (1998): Some improvements in Menter's k-omega SST turbulence model. doi:10.2514/6.1998-2554. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.1998-2554>, URL <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.1998-2554>.
- Henke, M.; Wein, L.; Kluge, T.; Guendogdu, Y.; Biester, M. und Seume, R., J. (2016): Experimental and Numerical Verification of the Core-Flow in a New Low-Pressure Turbine: GT2016-5710. Seoul, South Korea, Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air.
- Herbst, F. (2013): Modellierung des Einflusses von Ausblasungen auf die Grenzschichttransition in hochbelasteten Niederdruckturbinen. Leibniz Universität Hannover, dissertation, berichte aus institut für turbomaschinen und fluid-dynamik band 2/2013 Auflage.
- Herwig, H. (2006): Strömungsmechanik. Springer Verlag, Berlin, Deutschland, zweite Auflage.

Literaturverzeichnis

- Hindenlang, F.; Gassner, G. J.; Altmann, C.; Beck, A.; Staudenmaier, M. und Munz, C.-D. (2012): Explicit discontinuous Galerkin methods for unsteady problems. In: *Computers & Fluids*, Band 61:S. 86–93.
- Hirsch, C. (2007): *Numerical Computation of Internal and External Flows*. Butterworth-Heinemann, Burlington, Massachusetts, USA, zweite Auflage.
- Hong, Y. S. und Groh, F. G. (1966): Axial Turbine Loss Analysis and Efficiency Prediction Method. Boeing Report D4-320.
- Jacquín, L.; Leuchter, O. und Geffroy, P. (1989): Experimental Study of Homogeneous Turbulence in the Presence of Rotation. In: André, J.-C.; Cousteix, J.; Durst, F.; Launder, B. E.; Schmidt, F. W. und Whitelaw, J. H. (Hg.) *Turbulent Shear Flows 6*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, S. 46–57. ISBN 978-3-642-73948-4.
- Jakoby, R.; Zierer, T.; Lindblad, K.; Larsson, J.; DeVito, L.; Bohn, D. E.; Funcke, J. und Decker, A. (2004): Numerical Simulation of the Unsteady Flow Field in an Axial Gas Turbine Rim Seal Configuration: GT-2004-53829. Vienna, ASME Turbo Expo 2004.
- Jones, W. P. und Launder, B. E. (1971): The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*.
- Jones, W. P. und Launder, B. E. (1972): The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Band 15(2):S. 301 – 314. ISSN 0017-9310.
- Kato, M. und Launder, B. E. (1993a): The Modeling of Turbulent Flow Around Stationary and Vibrating Square Cylinders. 9th Symposium on Turbulent Shear Flows 1993.
- Kato, M. und Launder, B. E. (1993b): The Modeling of Turbulent Flow Around Stationary and Vibrating Square Cylinders. In: *Proceedings 9th Symposium on Turbulent Shear Flows*. Kyoto, Japan, S. 10.4.1–10.4.6.
- Kluge, T.; Wein, L.; Schmierer, R. und Seume, J. R. (2019): Sensitivity Analysis, Instrumentation and Design, and Experimental Validation of a Novel Labyrinth Seal Rig: ETC2019-078. Lausanne, Switzerland, Proceedings of 13th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics and Thermodynamics.
- Kožulović, D. und Röber, T. (2006): Modelling the Streamline Curvature Effects in Turbomachinery Flows. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo*. Barcelona, Spanien, GT2006-90265.
- Kármán, T. V. (1921): Über laminare und turbulente Reibung. In: *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Band 1(4):S. 233–252.

- Kügeler, E. (2004): Numerisches Verfahren zur genauen Analyse der Kühleffektivität filmgekühlter Turbinenschaufeln. Forschungsbericht Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt.
- Lampart, P. (2006): Tip leakage flows in turbines. In: TASK QUARTERLY, Band 10:S. 139–175.
- Lampert, P. (2009): Investigation of Endwall Flows and Losses In Axial Turbines. Part I. Formation of Endwall Flows and Losses. Journal of Theoretical And Applied Mechanics.
- Lauder, B. E. und Spalding, D. B. (1974): The Numerical Computation of Turbulent Flows. In: Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Band 3(2):S. 269–289.
- Laurien, E. und Oertel, H. (2013): Numerische Stroemungsmechanik. Springer Vieweg, fünfte Auflage. ISBN 978-3-658-03145-9.
- Le, H. und Moin, P. (1992): Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. In: Annual Research Briefs, S. 161 – 173.
- Leschziner, M. (2015): Statistical Turbulence Modelling for Fluid Dynamics — Demythified. IMPERIAL COLLEGE PRESS. doi:10.1142/p997.
- Lettmann, I.; Kluge, T. und Seume, J. (2019): Auswertung zeitaufgelöster Druckmessdaten zur Identifikation instationärer Phänomene in Labyrinthdichtungskavitäten. In: Masterarbeit, Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik Leibniz Universität Hannover.
- Lumley, J. L. und Newman, G. R. (1977): The Return to Isotropy of Homogeneous Turbulence. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 82(1):S. 161–178. doi:10.1017/S0022112077000585.
- Lund, T. S. (2003): The Use of Explicit Filters in Large Eddy Simulation. In: Computers and Mathematics with Applications, Band 46(4):S. 603 – 616. ISSN 0898-1221. doi:https://doi.org/10.1016/S0898-1221(03)90019-8. Turbulence Modelling and Simulation.
- Mahle, I. und Schmierer, R. (2011): Inverse Fin Arrangement in a Low Pressure Turbine to Improve the Interaction Between Shroud Leakage Flow and Main Flow: GT-2011-45250. Vancouver, Canada, ASME Turbo Expo 2011.
- Matthias, A. (2007): Das Durchflussverhalten von Labyrinthdichtungen bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen. Technische Universitaet Wien.
- Menter, F. R. (1994): Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. In: AIAA Journal, Vol. 32, No. 8 (1994), pp. 1598-1605.

- Menter, F. R. (2009): Review of the Shear-Stress Transport Turbulence Model Experience From an Industrial Perspective. In: International Journal of Computational Fluid Dynamics, Band 23(4):S. 305–316. doi:10.1080/10618560902773387.
- Michaud, M.; Vakili, A.; Meganathan, A.; Zielke, R.; Shuster, L. und Terrell, J. (2003): An Experimental Study of Labyrinth Seal Flow. Atlanta, Georgia, USA, International Joint Power Generation Conference collocated with TurboExpo 2003.
- Mimic, D.; Drechsel, B. und Herbst, F. (2018): Correlation Between Pressure Recovery of Highly Loaded Annular Diffusers and Integral Stage Design Parameters. Journal of Turbomachinery.
- Moukalled, F.; Mangani, L. und Darwish, M. (2015): The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab, Band 113. ISBN 978-3-319-16873-9. doi:10.1007/978-3-319-16874-6.
- Moustapha, H.; Zelesky, M.; Baines, N. und Japikse, D. (2003): Axial and Radial Turbines. Concepts ETI, Inc. d.b.a. Concepts NREC. ISBN 0-933283-12-0.
- Mueller, C.; Baier, R.-D.; Seume, J. R. und Herbst, F. (2016): DNS-Based Analysis of RANS Predictions of a Low-Pressure Turbine Cascade: GT-2011-69616. Seoul, South Korea, Proceedings of ASME Turbo Expo 2016.
- Nicoud, F. und Ducros, F. (1999): Subgrid-Scale Stress Modelling Based on the Square of the Velocity Gradient Tensor. In: Flow Turbulence and Combustion, Band 62:S. 183–200. doi:10.1023/A:1009995426001.
- Nürnberg, D. (2004): Implizite Zeitintegration für die Simulation von Turbomaschinenströmungen. Forschungsbericht Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt.
- Peters, P.; Giboni, A. und Pfohl, K., H. Wolter (2005): Unsteady Interaction of Labyrinth Seal Leakage Flow and Downstream Stator Flow in a Shrouded 1.5 Stage Axial Turbine: GT2005-68065. Reno-Tahoe, Nevada, USA, ASME Turbo Expo 2005.
- Piomelli, U. und Chasnov, J. R. (1996): Large-Eddy Simulations: Theory and Applications, Springer Netherlands, Dordrecht, S. 269–336. ISBN 978-94-015-8666-5. doi:10.1007/978-94-015-8666-5_7. URL https://doi.org/10.1007/978-94-015-8666-5_7.
- Pope, S. B. (1978): An explanation of the turbulent round-jet/plane-jet anomaly. In: AIAA Journal, Band 16:S. 279–281. doi:10.2514/3.7521.
- Pope, S. B. (2011): Turbulent Flows. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Revell, A.; Benhamadouche, S.; Craft, T. und Laurence, D. (2006): A stress–strain lag Eddy viscosity model for unsteady mean flow. In: International Journal of Heat and Fluid Flow, Band 27(5):S. 821 – 830. ISSN 0142-727X. Special issue of the 6th

- International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements – ETMM6.
- Rhode, D. L.; Johnson, J. W. und Broussard, D. H. (1997a): Flow Visualization and Leakage Measurements of Stepped Labyrinth Seals: Part 1 Annular Groove. *Journal of Turbomachinery*.
- Rhode, D. L. und Sobolik, S. R. (1986): Simulation of Subsonic Flow Through a Generic Labyrinth Seal. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 108.
- Rhode, D. L.; Younger, J. S. und Wernig, M. D. (1997b): Flow Visualization and Leakage Measurements of Stepped Labyrinth Seals: Part 2 Sloping Surfaces. *Journal of Turbomachinery*.
- Röber, T.; Kožulović, D.; Kügeler, E. und Nürnberger, D. (2006): Appropriate Turbulence Modelling for Turbomachinery using a Two-equation Turbulence Model. In: Rath, H.-J.; Holze, C.; Heinemann, H.-J.; Henke, R. und Hönlinger, H. (Hg.) *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics V*, Springer Berlin / Heidelberg, Band 92 von *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, S. 446–454.
- Rockwell, D. und Naudascher, E. (1978): Review - Self-Sustaining Oscillations of Flow Past Cavities. In: *Journal of Fluids Engineering*, Band 100:S. 152–165. doi:10.1115/1.3448624.
- Rosic, B.; Denton, J. und Curtis, E. (2007): The Influence of Shroud and Cavity Geometry on Turbine Performance — An Experimental and Computational Study: Part I — Shroud Geometry. S. 749–759. doi:10.1115/GT2007-27769.
- Rosic, B.; Denton, J. und Pullan, G. (2006): The Importance of Shroud Leakage Modeling in Multistage Turbine Flow Calculations. In: *Journal of Turbomachinery-Transactions of The Asme - J TURBOMACH-T ASME*, Band 128. doi:10.1115/1.2181999.
- Rosic, B. und Denton, J. (2008): Control of Shroud Leakage Loss by Reducing Circumferential Mixing. *Journal of Turbomachinery*.
- Rowley, C. W.; COLONIUS, T. und BASU, A. J. (2002): On Self-Sustained Oscillations in Two-Dimensional Compressible Flow Over Rectangular Cavities. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Band 455:S. 315–346. doi:10.1017/S0022112001007534.
- Rumsey, C. (2017): Turbulence Modeling Resource. In: . URL <https://turbmodels.larc.nasa.gov/implementrans.html>.
- Sagaut, P. und Lee, Y.-T. (2002): Large Eddy Simulation for Incompressible Flows: An Introduction. *Scientific Computation Series*. In: *Applied Mechanics Reviews*, Band 55:S. 115–. doi:10.1115/1.1508154.

- Schaedler, R.; Kalfas, A. I.; Abhari, R. S.; Schmid, G. und Voelker, S. (2017): Modulation and Radial Migration of Turbine Hub Cavity Modes by the Rim Seal Purge Flow. In: Journal of Turbomachinery, Band 139.
- Schlatter, P. C. (2005): Large-Eddy Simulation of Transition and Turbulence in Wall-Bounded Shear Flow. Dissertation, ETH Zurich. doi:10.3929/ethz-a-004945776.
- Schramm, V.; Willenborg, K.; Kim, S. und Wittig, S. (2002): Influence of a Honeycomb Facing on the Flow Through a Stepped Labyrinth Seal. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power Volume 124.
- Schumann, U. (1975): Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli. In: Journal of Computational Physics, Band 18(4):S. 376 – 404. ISSN 0021-9991. doi:https://doi.org/10.1016/0021-9991(75)90093-5.
- Scillitoe, A.; Tucker, P. und Adami, P. (2018): Large Eddy Simulation of Boundary Layer Transition Mechanisms in a Gas-Turbine Compressor Cascade. In: Journal of Turbomachinery, Band 141. doi:10.1115/1.4042023.
- Sheng, N.; Eric, J. R.; Ravindra, D.; Jianping, G. und Massimiliano, C. (2011): Experimental and Analytical Leakage Characterization of Annular Gas Seals: Honeycomb, Labyrinth and Pocket Damper Seals. In: Proceedings of ASME Turbo Expo. Vancouver, British Columbia, Kanada, GT2011-45217.
- Shih, T.-H. S.; William, W. L.; Aamir, S.; Zhigang, Y. und Jiang, Z. (1995): Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows. In: Computers & Fluids, Band 24(3):S. 227 – 238. ISSN 0045-7930.
- Slotnick, J.; Khodadoust, A.; Alonso, J.; Darmofal, D.; Gropp, W.; Lurie, E. und Mavriplis, D. (2014): CFD Vision 2030 Study: A Path to Revolutionary Computational Aerosciences. Technischer Bericht NASA/CR-2014-218178, NF1676L-18332, NASA Langley Research Center;, Hampton, VA, United States.
- Smagorinsky, J. (1963): General Circulation Experiments with the Primitive Equations. In: Monthly Weather Review, Band 91(3):S. 99–164. doi:10.1175/1520-0493(1963)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2.
- Soemarwoto, B. I.; Johan, C. K.; Koen, M. J. d. C.; Arjen, B. K.; Gerrit, A. K. und Joris, F. A. V. (2007): Performance Evaluation of Gas Turbine Labyrinth Seals Using Computational Fluid Dynamics: GT2007-27905. Montreal, Canada, May 14–17, 2007, ASME Turbo Expo 2007: Power for Land, Sea, and Air.
- Speziale, C.; Raj, R. und Gatski, T. (1990): Modeling the Dissipation Rate in Rotating Turbulent Flows. NASA Institute for Computational Applications in Science and Engineering, Langley, USA.

- Stecker, H. (1978): Determining and Improving Labyrinth Seal Performance in Current and Advanced High Performance Gas Turbines. AGARD CP-237.
- Stoff, H. (1980): Incompressible Flow in a Labyrinth Seal. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 100.
- Sturgess, G. (1988): Application of CFD to gas turbine engine secondary flow systems - The labyrinth seal. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Sutherland, W. (1893): The Viscosity of Gases and Molecular Force. In: The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, Band 16(5):S. 507–531.
- Szymanski, A.; Dykas, S.; Wróblewski, W. und Majkut, M. (2015): Aeroacoustic Performance of a Labyrinth Seal with Smooth or Honeycomb Land. In: 12th International Symposium on Experimental Computational Aerothermodynamics of Internal Flows. ISAIF12-097.
- Traupel, W. (2001): Thermische Turbomaschinen - Band 1. Springer, vierte Auflage. ISBN 978-3-642-62102-4.
- Tyacke, J.; Jefferson-Loveday, R. und Tucker, P. (2012): On LES Methods Applied to Seal Geometries: GT-2012-68840. Copenhagen, Denmark, ASME Turbo Expo 2012.
- Tyacke, J. und Tucker, P. (2014): Future Use of Large Eddy Simulation in Aero-engines. In: J. Turbomach. doi:10.1115/1.4029363.
- Vakili, A. D.; Meganathan, A. J.; Michaud, M. und Radhakrishnan, S. (2005): An Experimental and Numerical Study of Labyrinth Seal Flow: GT2005-68224. Reno, Nevada, USA, ASME Turbo Expo 2005: Power for Land, Sea, and Air.
- van Albada, G. D.; van Leer, B. und Roberts, W. W., Jr. (1982): A Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics. In: Astron. Astrophys., Band 108:S. 76–84.
- van Leer, B. (1979): Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. In: Journal of Computational Physics, Band 135(2):S. 229 – 248. ISSN 0021-9991.
- Vreman, B.; Geurts, B. und Kuerten, H. (1995): Subgrid-modelling in LES of compressible flow. In: Applied Scientific Research, Band 54(3):S. 191–203. ISSN 1573-1987. doi:10.1007/BF00849116. URL <https://doi.org/10.1007/BF00849116>.
- Wallis, A.; Denton, J. und Demargne, A. (2001): The Control of Shroud Leakage Flows to Reduce Aerodynamic Losses in a Low Aspect Ratio Shrouded Axial Flow Turbine. Journal of Turbomachinery.
- Wang, C.-Z.; Mathiyalagan, S. P.; Johnson, B. V.; Glahn, J. A. und Cloud, D. F. (2014): Rim Seal Ingestion in a Turbine Stage From 360 Degree Time Dependent Numerical Simulation. In: Journal of Turbomachinery, Band 136.

- Waschka, W.; Wittig, S. und Kim, S. (1990): Influence of high rotational speeds on the heat transfer and discharge coefficients in labyrinth seals.
- Wein, L.; Kluge, T.; Seume, J.; Hain, R.; Fuchs, T.; Kaehler, C.; Schmierer, R. und Herbst, F. (2020): Validation of RANS Turbulence Models for Labyrinth Seal Flows by Means of Particle Image Velocimetry: GT2020-14885. London, UK, Proceedings of ASME Turbo Expo 2020.
- Wein, L.; Seume, J. R. und Herbst, F. (2017): Improved Prediction of Labyrinth Seal Performance Through Scale Adaptive Simulation and Stream Aligned Grids: GT2017-64257. Charlotte, United States of America, Proceedings of ASME Turbo Expo 2017.
- Wein, L.; Seume, J. R. und Herbst, F. (2018): Unsteady Flow in a Labyrinth Seal: GPPS-NA-2018-0036. Montreal, Canada, Proceedings of Global Power and Propulsion Forum (GPPF) 2018, Global Power and Propulsion Society (GPPS).
- Weinberger, M. E. T. (2014): Einfluss geometrischer Labyrinth- und Honigwabenparameter auf das Durchfluss- und Waermeübergangsverhalten von Labyrinthdichtungen. Karlsruher Institut für Technologie.
- Weller, H. G.; Tabor, G.; Jasak, H. und Fureby, C. (1998): A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques. In: Computers in Physics, Band 12(6):S. 620–631. doi:10.1063/1.168744.
- Wendling, I. (2007): Dynamische Large-Eddy Simulation turbulenter Strömungen in komplexen Geometrien. Dissertation, Technische Universität, Darmstadt. URL <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/779/>.
- Wilcox, D. C. (1988): Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. In: AIAA Journal, Band 26(11):S. 1299–1310.
- Wilcox, D. C. (1998): Turbulence Modelling for CFD. DCW Industries, Inc., zweite Auflage.
- Willenborg, K.; Schramm, V.; Kim, S. und Wittig, S. (2000): Influence of a Honeycomb Facing on the Heat Transfer in a Stepped Labyrinth Seal. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power.
- Wittig, S. L. K.; Dörr, L. und Kim, S. (1983): Scaling Effects on Leakage Losses in Labyrinth Seals. Journal of Engineering for Power.
- Wittig, S. L. K.; Schelling, U.; Kim, S. und Jacobsen, K. (1987): Numerical Predictions and Measurements of Discharge Coefficients in Labyrinth Seals: 87-GT-188. ASME 1987 International Gas Turbine Conference and Exhibition.
- Yan, X.; Li, J. und Feng, Z. (2011): Effects of sealing clearance and stepped geometries on discharge and heat transfer characteristics of stepped labyrinth seals. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, Band 225(4):S. 521–538. doi:10.1177/0957650911399329.

Yang, X. und Tucker, P. G. (2016): Assessment of Turbulence Model Performance: Severe Acceleration with Large Integral Length Scales. In: *Computers and Fluids*, Band 126:S. 181 – 191. ISSN 0045-7930.

Zhiyin, Y. (2015): Large-eddy simulation: Past, present and the future. In: *Chinese Journal of Aeronautics*, Band 28(1):S. 11 – 24. ISSN 1000-9361. doi:<https://doi.org/10.1016/j.cja.2014.12.007>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1000936114002064>.

Literaturverzeichnis

A Anhang

A.1 Quellterm zur Abbildung viskoser Effekte in der Energiegleichung

Der Code zur Berücksichtigung der viskosen Dissipation in der Energiegleichung ist gegeben durch

```
/*-----*/
Field      / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
Operation  /
And        / Copyright (C) 2017 OpenCFD Ltd.
Manipulation /
License
This file is part of OpenFOAM.

OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
under the terms of the GNU General Public License as published by
the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
(at your option) any later version.

OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
for more details.

You should have received a copy of the GNU General Public License
along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.
/*-----*/

#include "myviscousDissipation.H"
#include "fvMatrices.H"
#include "turbulentTransportModel.H"
#include "turbulentFluidThermoModel.H"
#include "basicThermo.H"
#include "addToRunTimeSelectionTable.H"

// * * * * * Static Member Functions * * * * * //

namespace Foam
{
namespace fv
{
defineTypeNameAndDebug(myviscousDissipation, 0);

addToRunTimeSelectionTable
(
    option,
    myviscousDissipation,
    dictionary
);
}
}

// * * * * * Private Member Functions * * * * * //

Foam::tmp<Foam::volScalarField> Foam::fv::myviscousDissipation::rho() const
{
    tmp<volScalarField> trho
    (
        new volScalarField
        (
            IOobject
            (
                "trho",
                mesh_.time().timeName(),
                mesh_,
                IOobject::NO_READ,
                IOobject::NO_WRITE
            )
        )
    );
}
```

A Anhang

```

        ),
        mesh_,
        rho_
    );
    if (rho_.value() > 0)
    {
        return trho;
    }
    else if (rhoName_ != "none")
    {
        trho.ref() = mesh_.lookupObject<volScalarField>(rhoName_);
        return trho;
    }

    FatalErrorInFunction
    << "Neither_rhoName_nor_rho_are_specified."
    << exit(FatalError);

    return tmp<volScalarField>();
}

// * * * * * Constructors * * * * * //
Foam::fv::myviscousDissipation::myviscousDissipation
(
    const word& sourceName,
    const word& modelType,
    const dictionary& dict,
    const fvMesh& mesh
)
:
    option(sourceName, modelType, dict, mesh),
    UName_(coeffs_.lookupOrDefault<word>("U", "U")),
    rhoName_(coeffs_.lookupOrDefault<word>("rho", "none")),
    rho_
    (
        coeffs_.lookupOrDefault
        (
            "rhoInf",
            dimensionedScalar("rho", dimDensity, 0)
        )
    )
{
    const basicThermo* thermoPtr =
        mesh_.lookupObjectPtr<basicThermo>(basicThermo::dictName);

    if (thermoPtr)
    {
        fieldNames_.setSize(1, thermoPtr->he().name());
    }

    if (fieldNames_.empty())
    {
        coeffs_.lookup("fields") >> fieldNames_;
    }

    if (fieldNames_.size() != 1)
    {
        FatalErrorInFunction
        << "settings_are:" << fieldNames_ << exit(FatalError);
    }

    applied_.setSize(fieldNames_.size(), false);
}

// * * * * * Member Functions * * * * * //
Foam::tmp<Foam::volSymmTensorField> Foam::fv::myviscousDissipation::
devRhoReff() const
{
    // Incompressible
    {
        typedef incompressible::turbulenceModel turbType;

        const turbType* turbPtr =
            mesh_.lookupObjectPtr<turbType>(turbulenceModel::propertiesName);

        if (turbPtr)
        {
            return tmp<volSymmTensorField>(rho()*turbPtr->devRhoReff());
        }
    }

    // Compressible
    {
        typedef compressible::turbulenceModel turbType;
    }
}

```

A.1 Quellterm zur Abbildung viskoser Effekte in der Energiegleichung

```

    const turbType* turbPtr =
        mesh_.lookupObjectPtr<turbType>(turbulenceModel::propertiesName);

    if (turbPtr)
    {
        return tmp<volSymmTensorField>(turbPtr->devRhoReff());
    }
}

FatalErrorInFunction
(
    << "The turbulence model is not found in the database."
    << exit(FatalError);

return tmp<volSymmTensorField>();
}

void Foam::fv::myviscousDissipation::addSup
(
    const volScalarField& rho,
    fvMatrix<scalar>& eqn,
    const label fieldI
)
{
    typedef typename outerProduct<vector, vector>::type GradType;
    typedef GeometricField<GradType, fvPatchField, volMesh> GradFieldType;

    word gradUName("grad(" + UName_ + ')');

    tmp<GradFieldType> tgradU
    (
        new GradFieldType
        (
            IOobject
            (
                "gradU",
                mesh_.time().timeName(),
                mesh_.time(),
                IOobject::NO_READ,
                IOobject::NO_WRITE
            ),
            mesh_,
            dimensionedTensor("zero", inv(dimTime), tensor::zero)
        )
    );

    // Cached?
    const GradFieldType* gradUPtr =
        mesh_.lookupObjectPtr<GradFieldType>(gradUName);

    if (gradUPtr)
    {
        tgradU.ref() = *gradUPtr;
    }
    else
    {
        const volVectorField& U = mesh_.lookupObject<volVectorField>(UName_);
        tgradU.ref() = fvc::grad(U);
    }

    const volScalarField D("D", devRhoReff() && tgradU.ref());

    eqn -= D;
}

// *****

```

und das zugehörige Header-File ist durch

```

/*-----*
|
|  F i e l d      |  O p e n F O A M :  T h e  O p e n  S o u r c e  C F D  T o o l b o x
|  O p e r a t i o n  |
|  A n d      |  C o p y r i g h t  ( C )  2 0 1 7  O p e n C F D  L t d
|  M a n i p u l a t i o n  |
|-----*

License
This file is part of OpenFOAM.

OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
under the terms of the GNU General Public License as published by
the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
(at your option) any later version.

OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
for more details.

```

A Anhang

You should have received a copy of the GNU General Public License along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

```
Class
Foam::fv::myviscousDissipation

Group
grpFvOptionsSources

Description
Calculates and applies the viscous dissipation energy source to the energy
equation.

Usage
Example usage:
\verbatim
fields          (h);          // Name of energy field
\endverbatim

SourceFiles
myviscousDissipation.C

/*-----*/
#ifndef myviscousDissipation_H
#define myviscousDissipation_H

#include "fvOption.H"
#include "uniformDimensionedFields.H"

// * * * * *

namespace Foam
{
namespace fv
{
/*-----*/
/*----- Class myviscousDissipation Declaration -----*/
/*-----*/

class myviscousDissipation
:
public option
{
// Private data

// Name of velocity field; default = U
word UName_;

// Name of the rho field for incompressible solvers
word rhoName_;

// Density for single phase flows
dimensionedScalar rho_;

// Private Member Functions

// Return the viscosity field
tmp<volSymmTensorField> devRhoReff() const;

// Disallow default bitwise copy construct
myviscousDissipation(const myviscousDissipation&) = delete;

// Disallow default bitwise assignment
void operator=(const myviscousDissipation&) = delete;

private:

// Private member functions

// Return rho field
tmp<volScalarField> rho() const;

public:

// Runtime type information
TypeName("myviscousDissipation");

// Constructors

// Construct from explicit source name and mesh
myviscousDissipation
(
const word& sourceName,
```

A.2 Terme zur Berechnung der Dissipation von Reynolds-Spannungen

```

    const word& modelType,
    const dictionary& dict,
    const fvMesh& mesh
);

// Member Functions

// Evaluate

//-- Add explicit contribution to compressible energy equation
virtual void addSup
(
    const volScalarField& rho,
    fvMatrix<scalar>& eqn,
    const label fieldI
);

// IO

//-- Read source dictionary
virtual bool read(const dictionary& dict)
{
    return true;
}

};

// *****
} // End namespace fv
} // End namespace Foam
// *****
#endif
// *****

```

gegeben.

A.2 Terme zur Berechnung der Dissipation von Reynolds-Spannungen

Der Code zur Berechnung des viskosen Spannungstensors lautet

```

/*-----*/
\ \ \ \ \ F i e l d           | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
/ / / / / O p e r a t i o n   |
\ \ \ \ \ A n d              | Copyright (C) 2013-2016 OpenFOAM Foundation
/ / / / / M a n i p u l a t i o n |
/*-----*/

License
This file is part of OpenFOAM.

OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
under the terms of the GNU General Public License as published by
the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
(at your option) any later version.

OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
for more details.

You should have received a copy of the GNU General Public License
along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

/*-----*/

#include "tau.H"
#include "fvcGrad.H"
#include "addToRunTimeSelectionTable.H"
#include "etcFiles.H"
#include "IFstream.H"
// ***** Static Data Members ***** //

namespace Foam
{

```

A Anhang

```
namespace functionObjects
{
    defineTypeNameAndDebug(tau, 0);

    addToRunTimeSelectionTable
    (
        functionObject,
        tau,
        dictionary
    );
}

// ***** Private Member Functions ***** //

bool Foam::functionObjects::tau::calc()
{
    if (foundObject<volVectorField>(fieldName_))
    {
        const fvMesh& mesh = refCast<const fvMesh>(obr_);
        const volVectorField& U = lookupObject<volVectorField>(fieldName_);
        const tmp<volTensorField> tgradU(fvc::grad(U));
        const volTensorField& gradU = tgradU();
        const objectRegistry& db = mesh.thisDb();

        volTensorField diag_gradU = gradU;

        forAll(diag_gradU, cellI)
        {
            diag_gradU[cellI].xy()=0;
            diag_gradU[cellI].xz()=0;
            diag_gradU[cellI].yx()=0;
            diag_gradU[cellI].yz()=0;
            diag_gradU[cellI].zx()=0;
            diag_gradU[cellI].zy()=0;
        }

        if (db.foundObject<IOdictionary>("thermophysicalProperties"))
        {
            const volScalarField& mu = mesh.lookupObject<volScalarField>("thermo:mu");

            return store
            (
                resultName_,
                2 *mu *(gradU + gradU.T())-(1/3.0)*diag_gradU
            );
        }
        else
        {
            const dictionary& transportProperties = db.lookupObject<IOdictionary>("transportProperties");
            const dimensionedScalar mu(transportProperties.lookup("mu"));

            return store
            (
                resultName_,
                2 *mu *(gradU + gradU.T())-(1/3.0)*diag_gradU
            );
        }
    }
    else
    {
        return false;
    }
}

// ***** Constructors ***** //

Foam::functionObjects::tau::tau
(
    const word& name,
    const Time& runTime,
    const dictionary& dict
)
:
    fieldExpression(name, runTime, dict, "U")
{
    setResultName(typeName, "U");
}

// ***** Destructor ***** //
```


A Anhang

```

{
/*-----*|
|                                     |
|-----*/
class tau
:
    public fieldExpression
{
    // Private Member Functions

    // Calculate the Q field and return true if successful
    virtual bool calc();

public:

    // Runtime type information
    TypeName("tau");

    // Constructors

    // Construct from Time and dictionary
    tau
    (
        const word& name,
        const Time& runTime,
        const dictionary& dict
    );

    // Destructor
    virtual ~tau();
};

// * * * * *
} // End namespace functionObjects
} // End namespace Foam

// * * * * *
#endif
// * * * * *

```

gegeben. Der Code zur Berechnung des Geschwindigkeitsgradiententensors lautet

```

/*-----*|
|                                     |
|-----*/
F ield           | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
O peration       |
A nd              | Copyright (C) 2013-2016 OpenFOAM Foundation
M anipulation    |

License
This file is part of OpenFOAM.

OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
under the terms of the GNU General Public License as published by
the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
(at your option) any later version.

OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
for more details.

You should have received a copy of the GNU General Public License
along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

/*-----*/

#include "gradU.H"
#include "fvcGrad.H"
#include "addToRunTimeSelectionTable.H"

// * * * * * Static Data Members * * * * *

namespace Foam
{
namespace functionObjects
{
    defineTypeNameAndDebug(gradU, 0);

    addToRunTimeSelectionTable
    (

```


A Anhang

```

\]

where
\variable
  U      | velocity [m/s]
\endvariable

Usage
Example of function object specification to calculate Q:
\verbatim
Q1
{
  type      Q;
  libs      ("libfieldFunctionObjects.so");
  ...
}
\endverbatim

Where the entries comprise:
\table
  Property      | Description                | Required | Default value
  type          | type name: Q               | yes     |
  U            | Name of velocity field    | no      | U
  result       | Name of Q field           | no      | <function name>
  log          | Log to standard output    | no      | yes
\endtable

See also
Foam::functionObjects::fieldExpression
Foam::functionObjects::fvMeshFunctionObject

SourceFiles
Q.C

/*-----*/
#ifdef functionObjects_gradU_H
#define functionObjects_gradU_H

#include "fieldExpression.H"

// * * * * *

namespace Foam
{
namespace functionObjects
{
/*-----*/
/*----- Class Q Declaration -----*/
/*-----*/

class gradU
:
public fieldExpression
{
// Private Member Functions

    //- Calculate the Q field and return true if successful
    virtual bool calc();

public:

    //- Runtime type information
    TypeName("gradU");

// Constructors

    //- Construct from Time and dictionary
    gradU
    (
        const word& name,
        const Time& runTime,
        const dictionary& dict
    );

    //- Destructor
    virtual ~gradU();
};

// * * * * *

} // End namespace functionObjects
} // End namespace Foam

// * * * * *

```


A.2 Terme zur Berechnung der Dissipation von Reynolds-Spannungen

```

\fl
\fl Q = 0.5(sqr(tr(\nabla U)) - tr((\nabla U) \cdot (\nabla U)))
\fl

where
\variable
U | velocity [m/s]
\endvariable

Usage
Example of function object specification to calculate Q:
\verbatim
Q1
{
  type Q;
  libs ("libfieldFunctionObjects.so");
  ...
}
\endverbatim

Where the entries comprise:
\table
Property | Description | Required | Default value
type | type name: Q | yes |
U | Name of velocity field | no | U
result | Name of Q field | no | <function name>
log | Log to standard output | no | yes
\endtable

See also
Foam::functionObjects::fieldExpression
Foam::functionObjects::fvMeshFunctionObject

SourceFiles
Q.C

/*-----*/
#ifdef functionObjects_tauGradU_H
#define functionObjects_tauGradU_H
#include "fieldExpression.H"

// * * * * * //

namespace Foam
{
namespace functionObjects
{

/*-----*/
Class Q Declaration
/*-----*/

class tauGradU
:
public fieldExpression
{
// Private Member Functions

//- Calculate the Q field and return true if successful
virtual bool calc();

public:

//- Runtime type information
TypeName("tauGradU");

// Constructors

//- Construct from Time and dictionary
tauGradU
(
const word& name,
const Time& runTime,
const dictionary& dict
);

//- Destructor
virtual ~tauGradU();
};

// * * * * * //
} // End namespace functionObjects

```

A Anhang

```
} // End namespace Foam
// * * * * *
#endif
// * * * * *
```

gegeben. Von diesen Größen wird der zeitliche Mittelwert berechnet, woraus die Dissipation ϵ der Reynolds-Spannungen in der Auswertung mit

$$\epsilon = \frac{1}{\bar{\rho}} \left(\overline{\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} - \overline{\tau_{ij}} \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \right) \quad (\text{A.1})$$

berechnet werden kann.

A.3 Vorhersage des statischen Druckabbaus

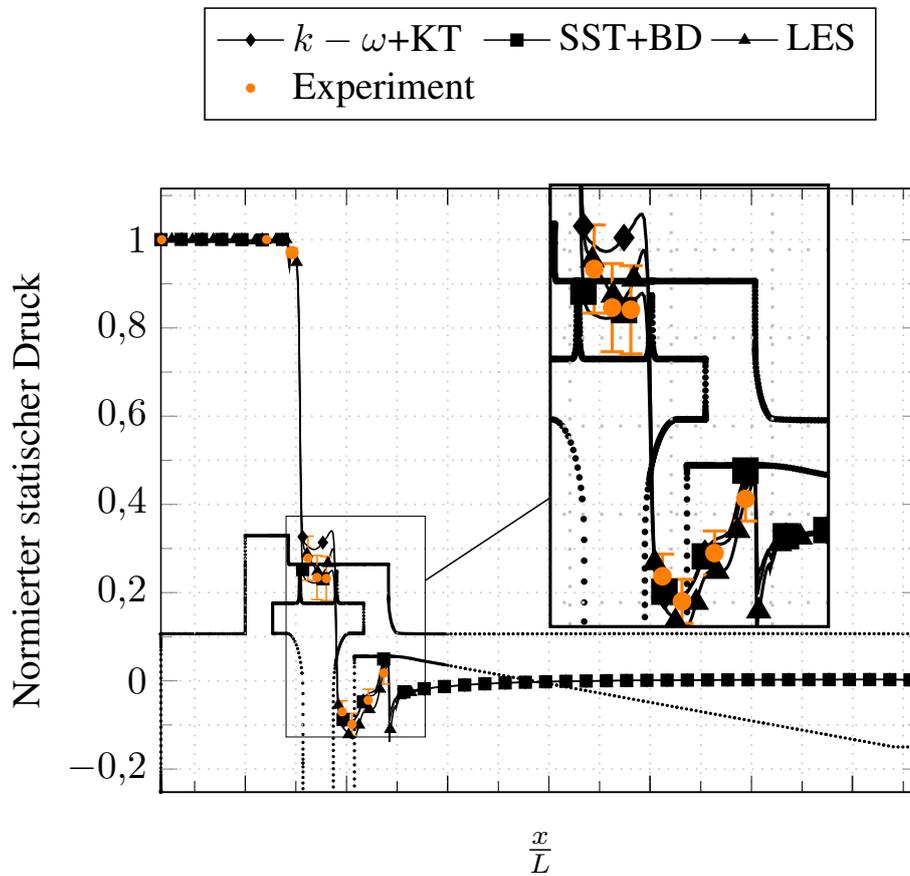


Abbildung A.1: Vorhersage des statischen Druckes entlang des Außengehäuses mit unterschiedlichen Wirbelviskositätsmodellen und LES. Die Fehlerbalken an den experimentellen Ergebnissen berücksichtigen den Einfluss der nicht exakt bekannten Geometrie des Radialspates (Kluge et al. 2019). Das 95%-Konfidenzintervall der experimentellen Ergebnisse ist kleiner als die Symbolgröße.

A.4 Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen

A.4.1 Wirbelkammer

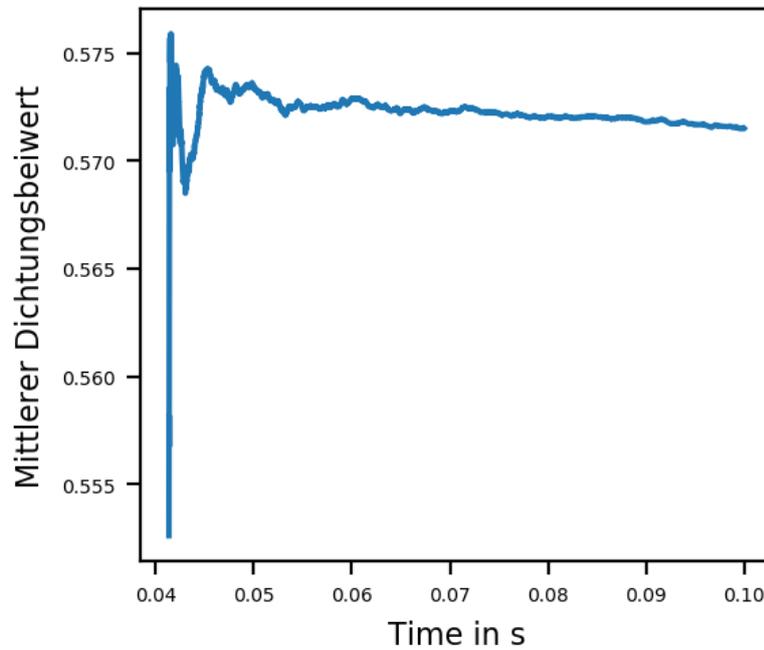
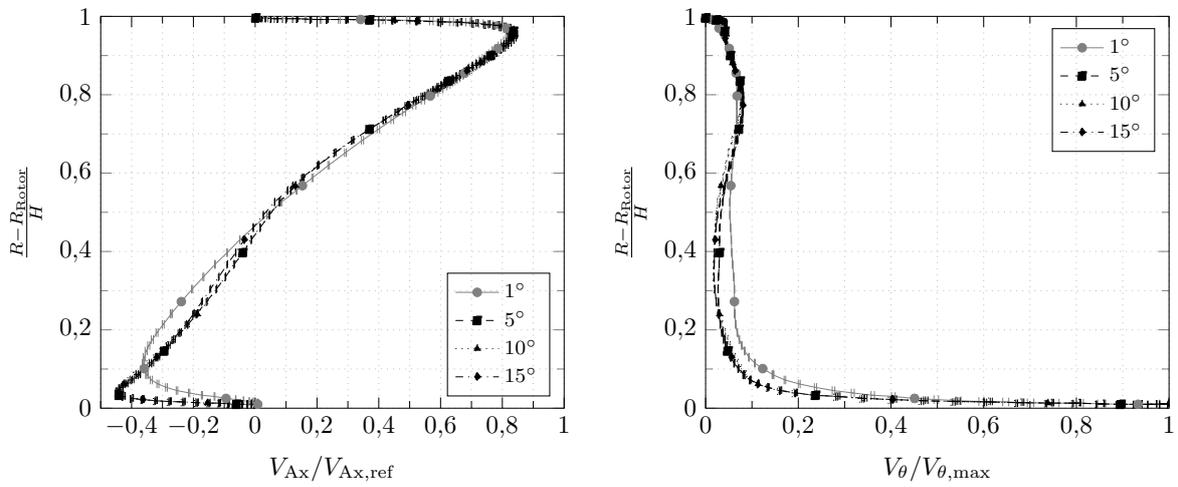


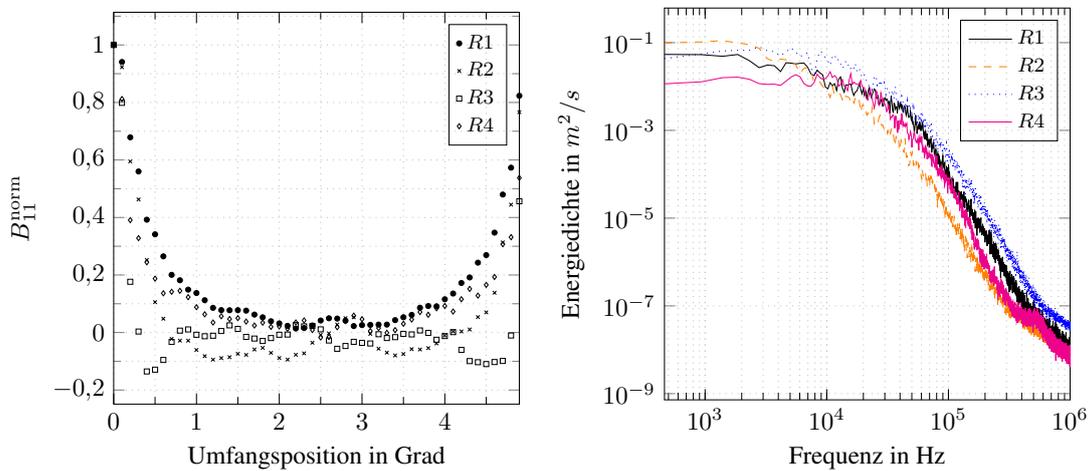
Abbildung A.2: Statistische Konvergenz des Dichtungsbeiwertes



(a) Axialgeschwindigkeit in der Wirbelkammer in Abhängigkeit der Sektorengreße des Rechengebietes.

(b) Umfangsgeschwindigkeit in der Wirbelkammer in Abhängigkeit der Sektorengreße des Rechengebietes.

Abbildung A.3: Schnittposition X2 in der Wirbelkammer nach Abb. 6.4

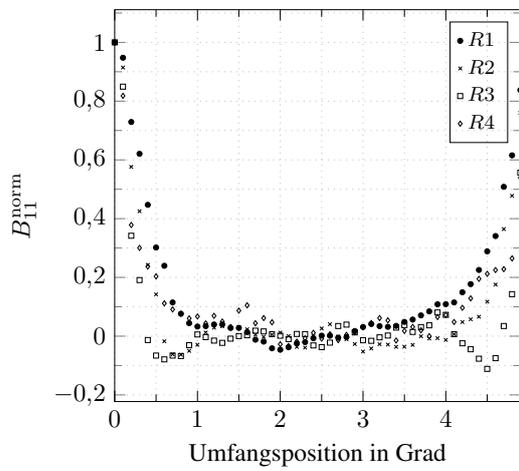


(a) Zweipunktkorrelation

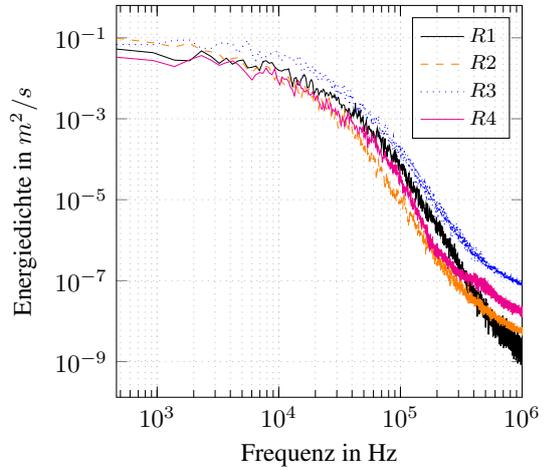
(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.4: Position X2 der Wirbelkammer in Abhängigkeit der vier radialen Positionen R1 bis R4 nach Abb. 6.4

A Anhang

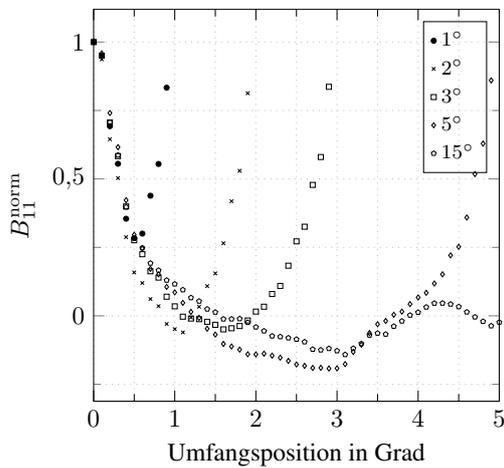


(a) Zweipunktkorrelation

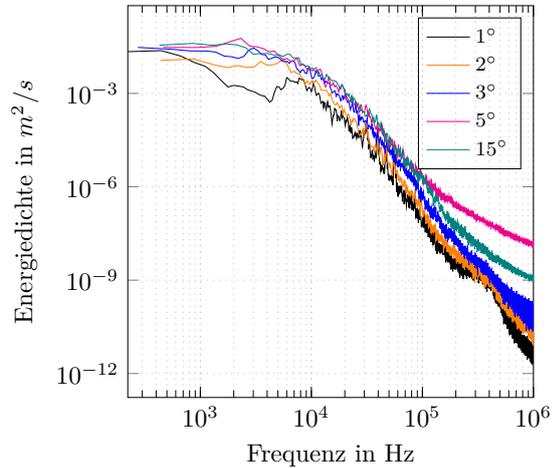


(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.5: Position X3 der Wirbelkammer in Abhängigkeit der vier radialen Positionen R1 bis R4 nach Abb. 6.4



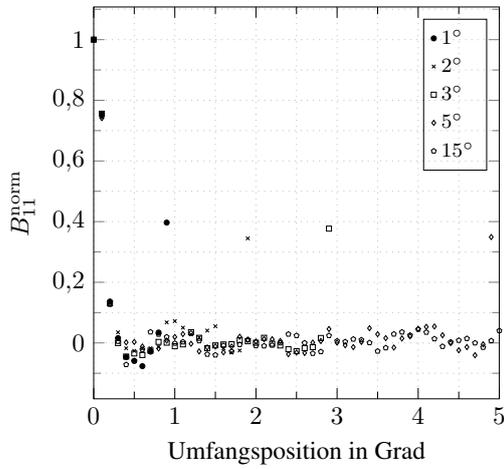
(a) Zweipunktkorrelation



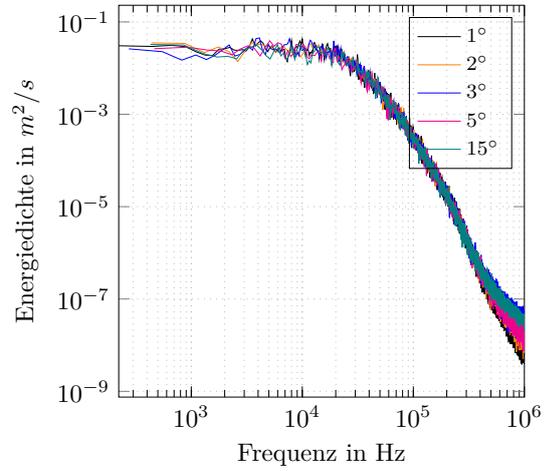
(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.6: Position R2X1 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße

A.4 Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen

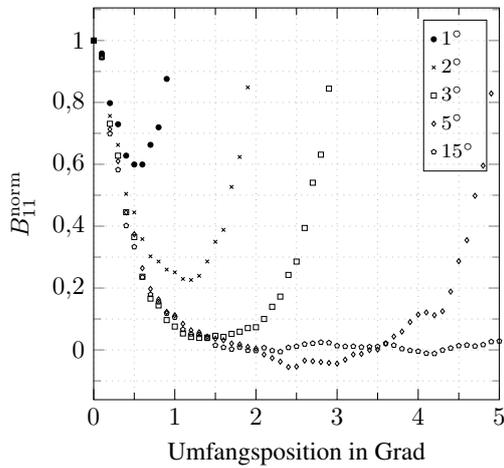


(a) Zweipunktkorrelation

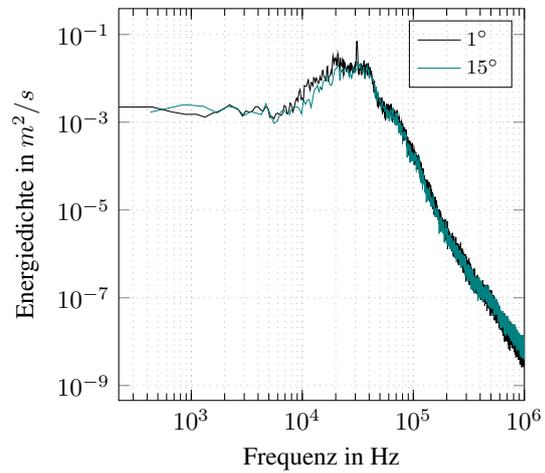


(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.7: Position R3X1 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße



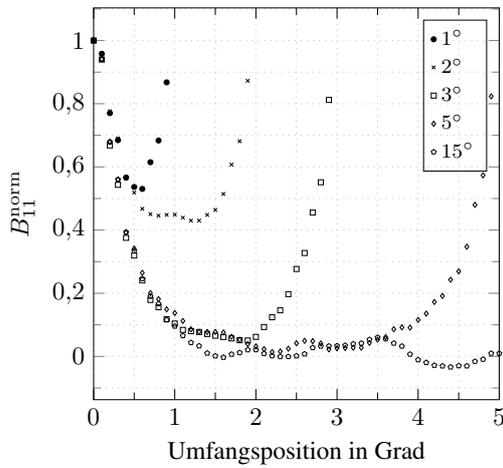
(a) Zweipunktkorrelation



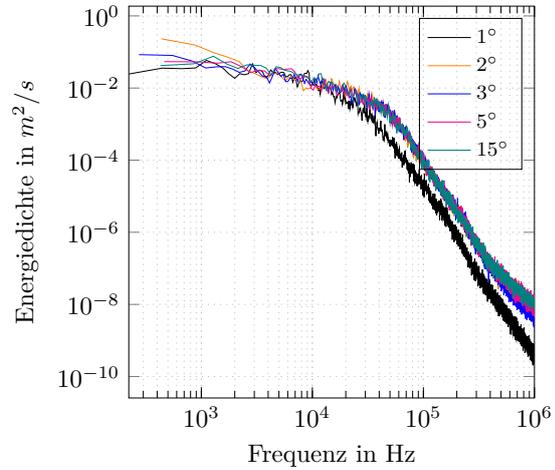
(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.8: Position R4X1 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße

A Anhang

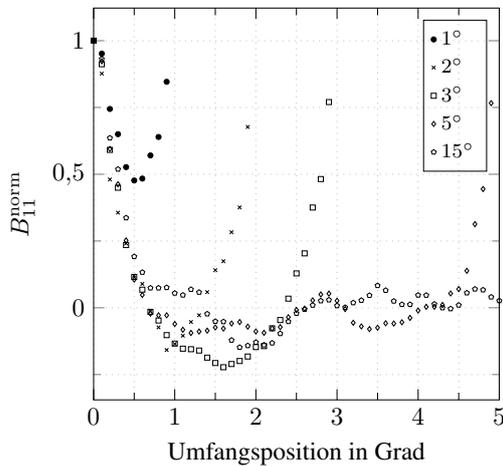


(a) Zweipunktkorrelation

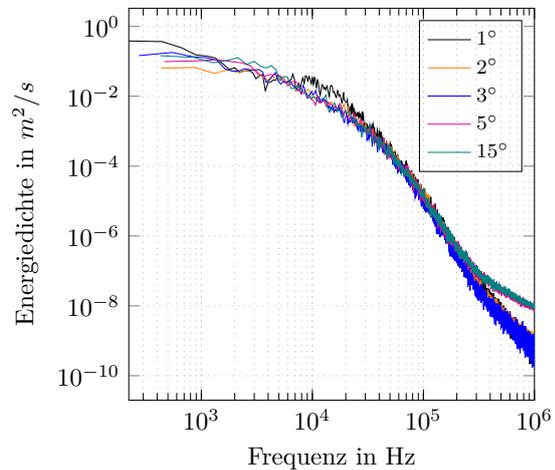


(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.9: Position R1X2 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße



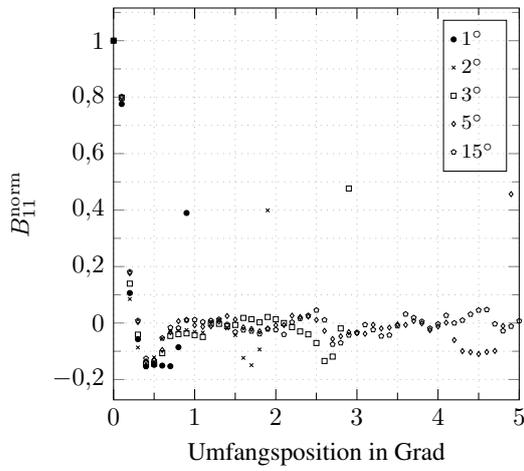
(a) Zweipunktkorrelation



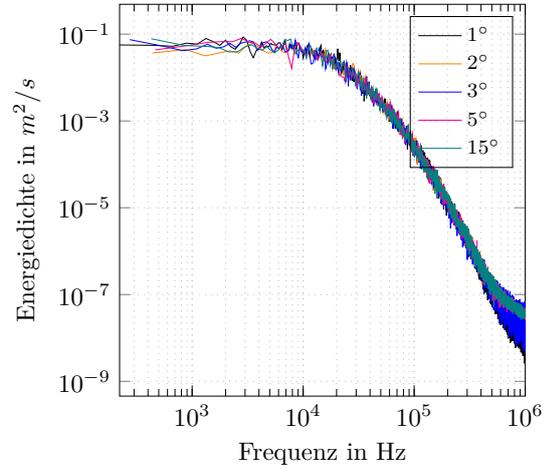
(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.10: Position R2X2 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße

A.4 Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen

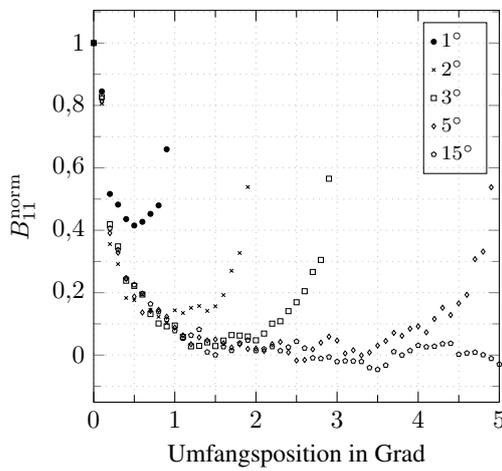


(a) Zweipunktkorrelation

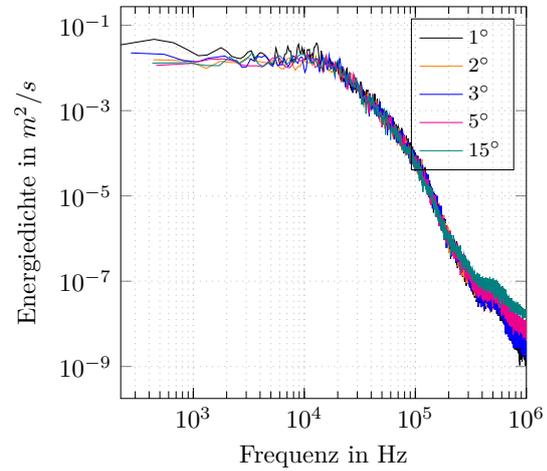


(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.11: Position R3X2 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße



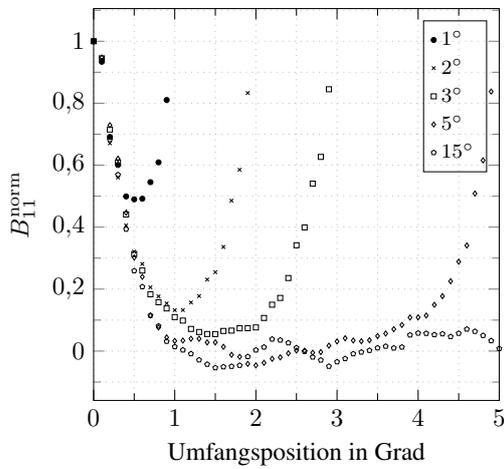
(a) Zweipunktkorrelation



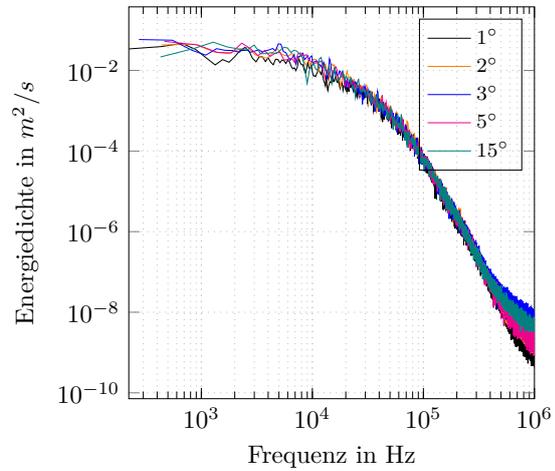
(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.12: Position R4X2 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße

A Anhang

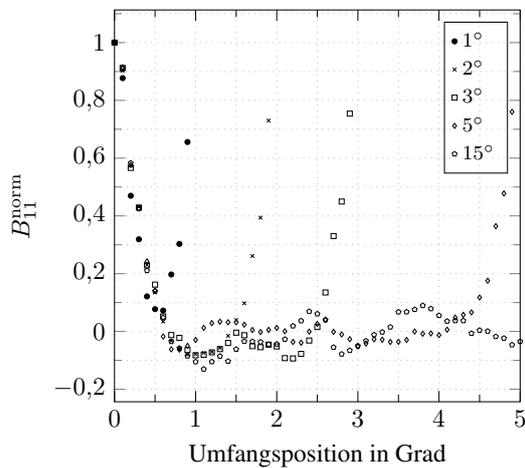


(a) Zweipunktkorrelation

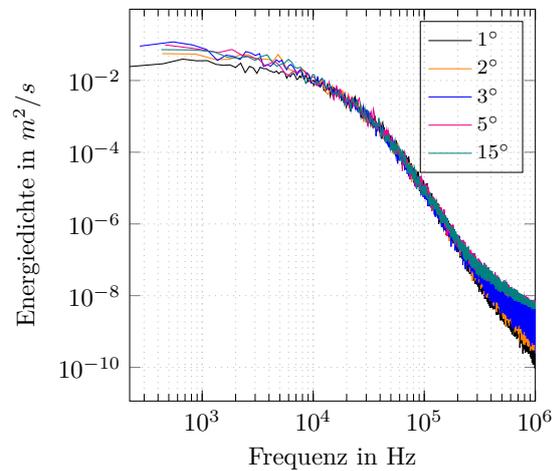


(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.13: Position R1X3 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße



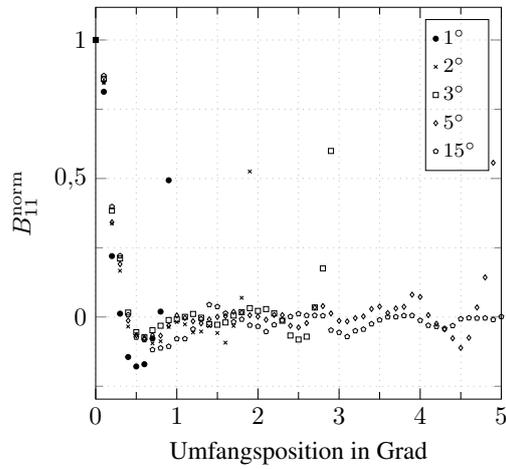
(a) Zweipunktkorrelation



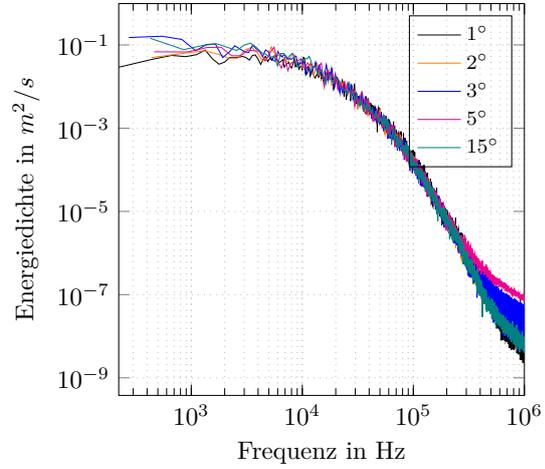
(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.14: Position R2X3 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße

A.4 Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen

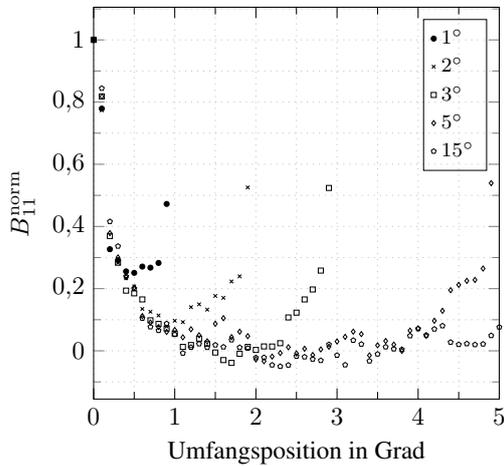


(a) Zweipunktkorrelation

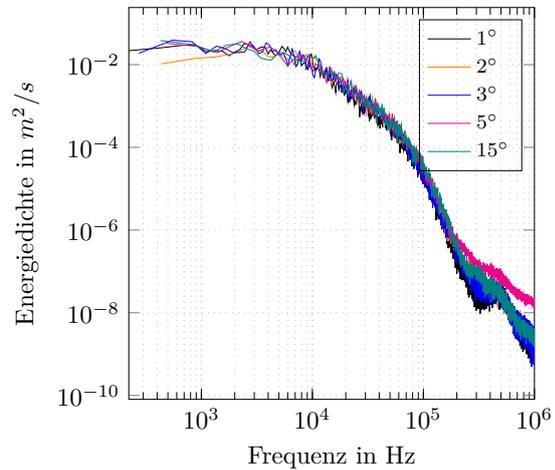


(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.15: Position R3X3 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße



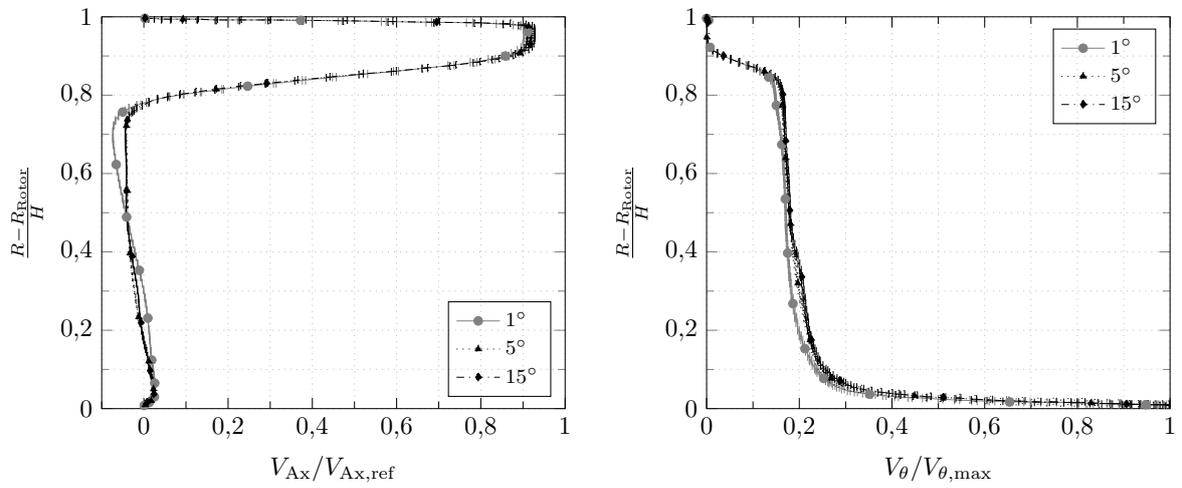
(a) Zweipunktkorrelation



(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.16: Position R4X3 der Wirbelkammer nach Abb. 6.4 in Abhängigkeit der Sektorgröße

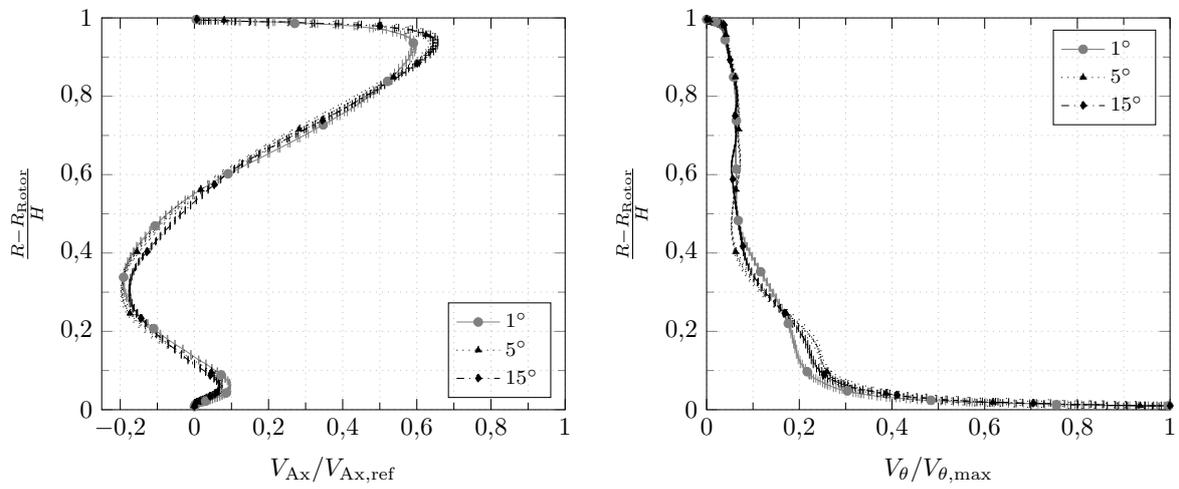
A.4.2 Austrittskavität



(a) Axialgeschwindigkeit in der Wirbelkammer in Abhängigkeit der Sektorengöße des Rechengebietes.

(b) Umfangsgeschwindigkeit in der Wirbelkammer in Abhängigkeit der Sektorengöße des Rechengebietes.

Abbildung A.17: Schnittposition S1 in der Austrittskavität nach Abb. 6.8

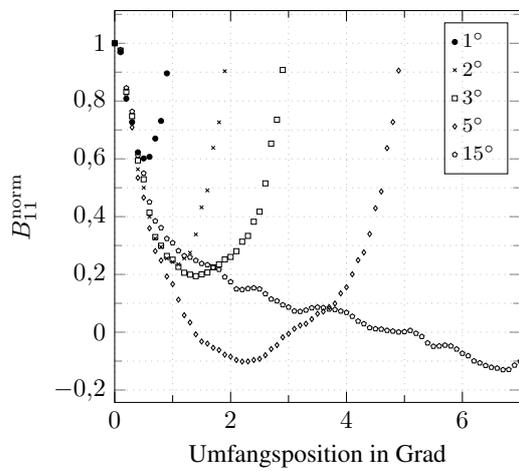


(a) Axialgeschwindigkeit in der Wirbelkammer in Abhängigkeit der Sektorengöße des Rechengebietes.

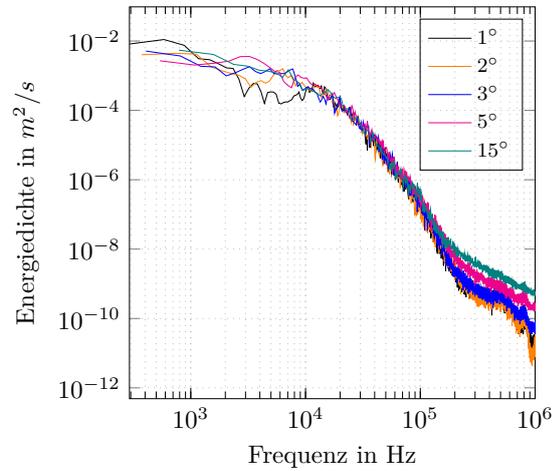
(b) Umfangsgeschwindigkeit in der Wirbelkammer in Abhängigkeit der Sektorengöße des Rechengebietes.

Abbildung A.18: Schnittposition S2 in der Austrittskavität nach Abb. 6.8

A Anhang

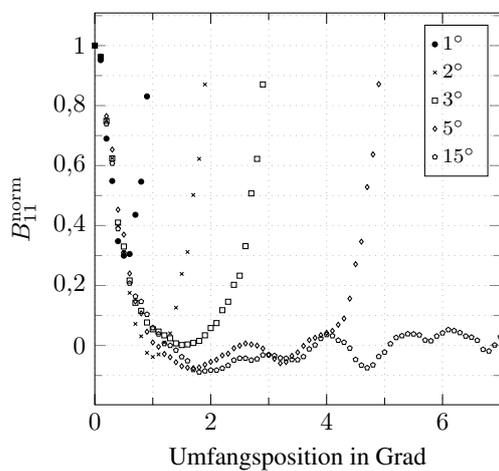


(a) Zweipunktkorrelation

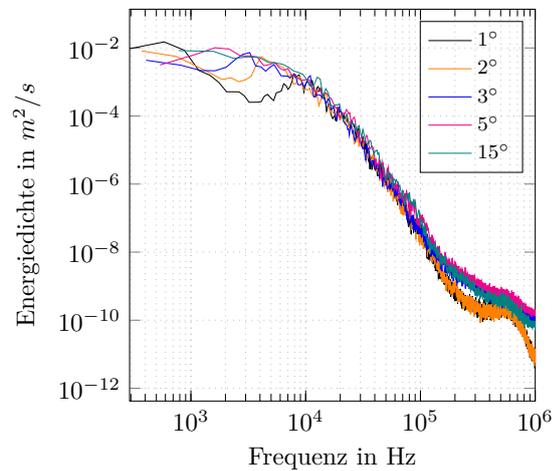


(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.19: Position R1X1 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße

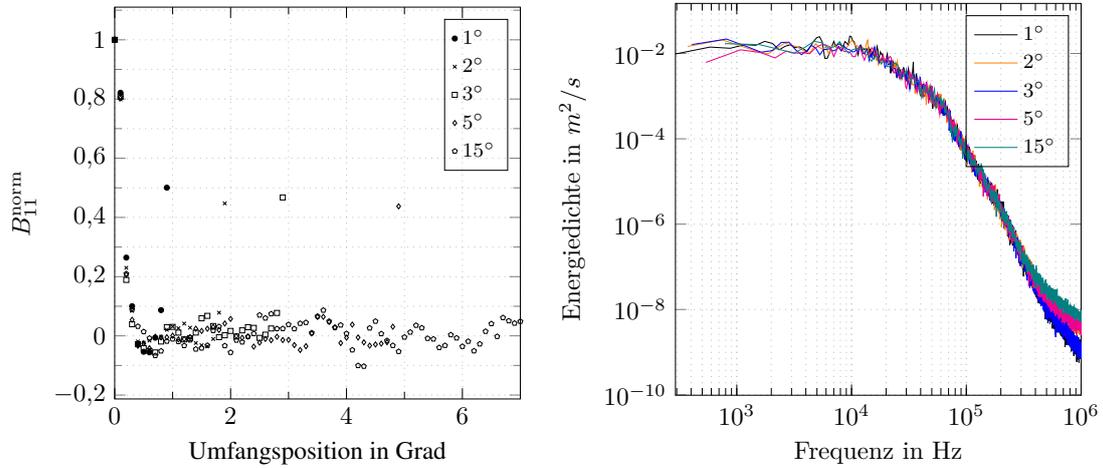


(a) Zweipunktkorrelation



(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

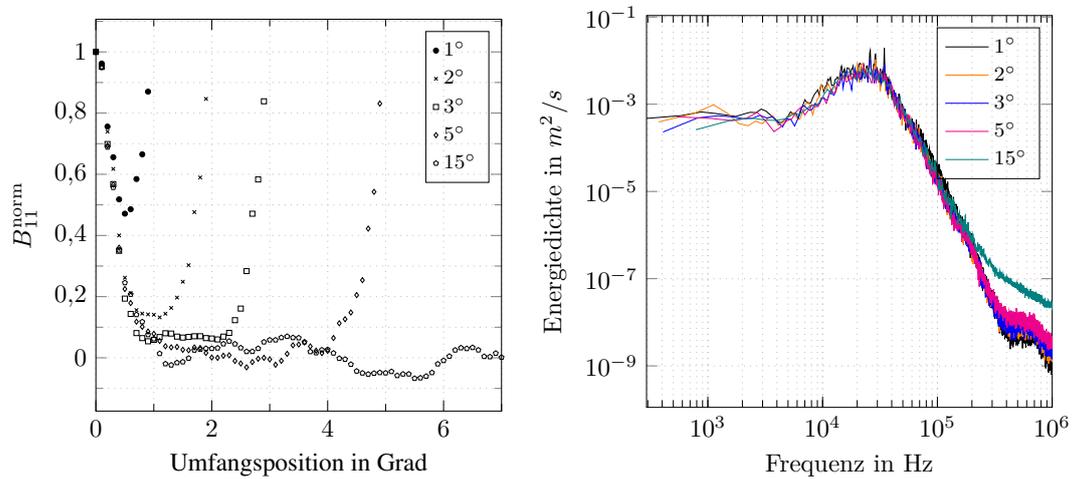
Abbildung A.20: Position R2X1 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße



(a) Zweipunktkorrelation

(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.21: Position R3X1 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße

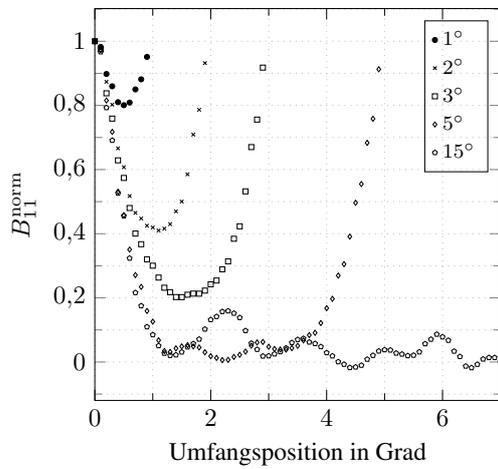


(a) Zweipunktkorrelation

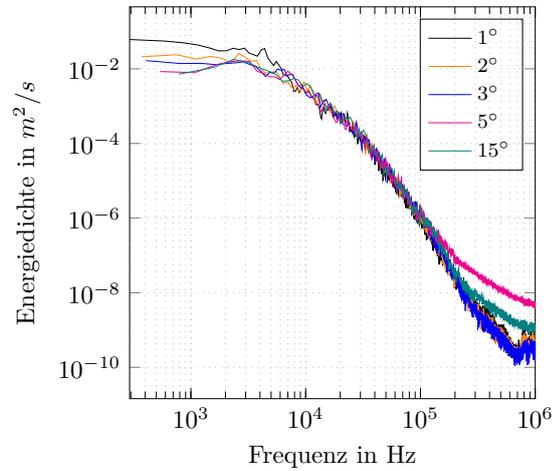
(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.22: Position R4X1 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße

A Anhang

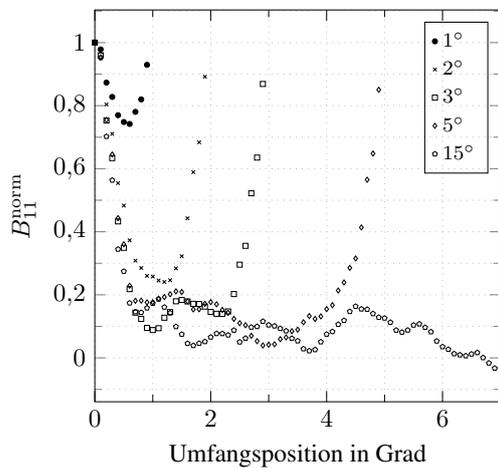


(a) Zweipunktkorrelation

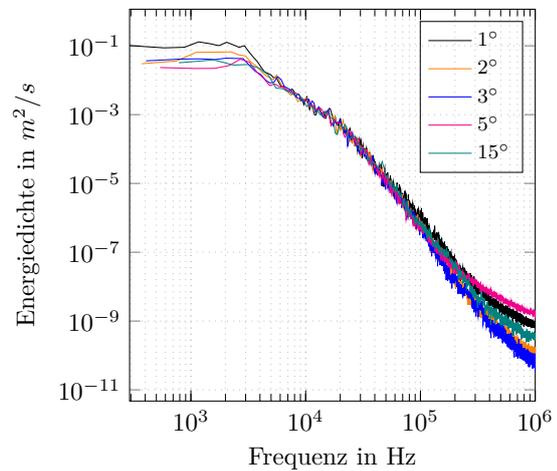


(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.23: Position R1X2 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße



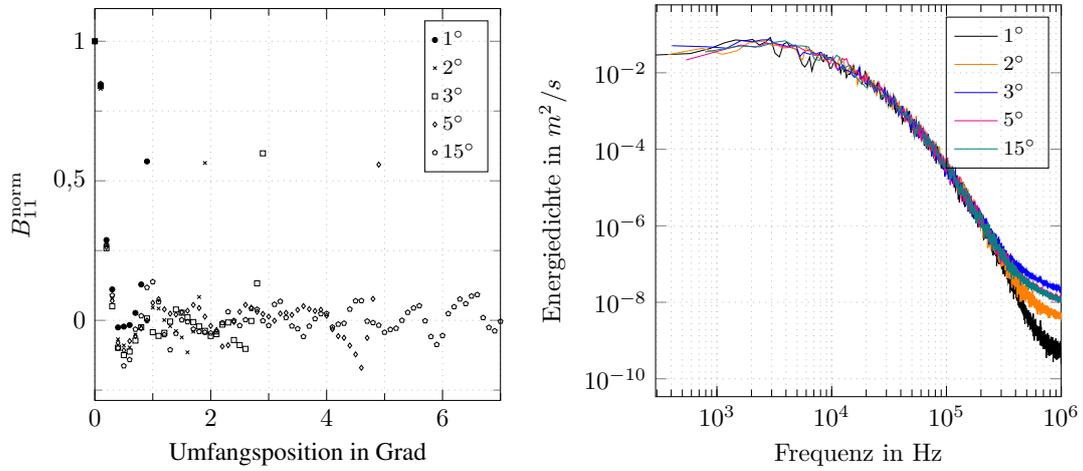
(a) Zweipunktkorrelation



(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.24: Position R2X2 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße

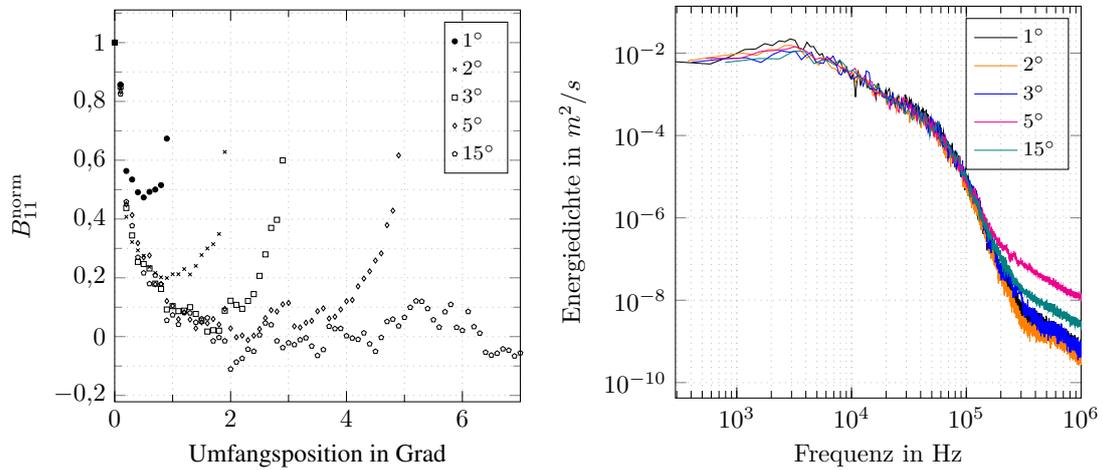
A.4 Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen



(a) Zweipunktkorrelation

(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

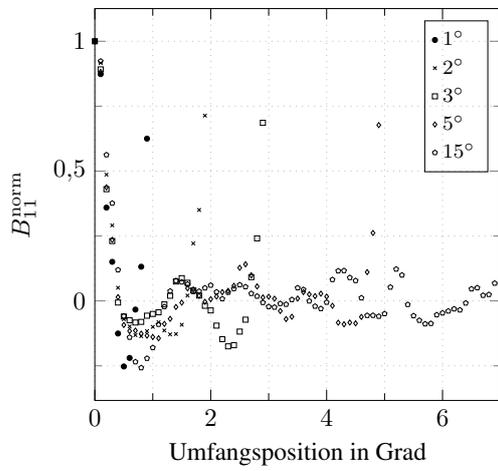
Abbildung A.25: Position R3X2 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße



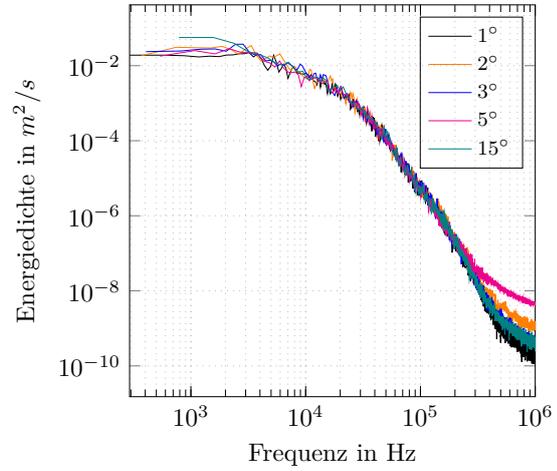
(a) Zweipunktkorrelation

(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.26: Position R4X2 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße

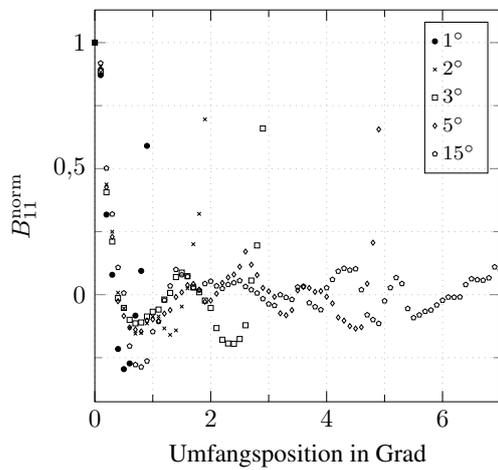


(a) Zweipunktkorrelation

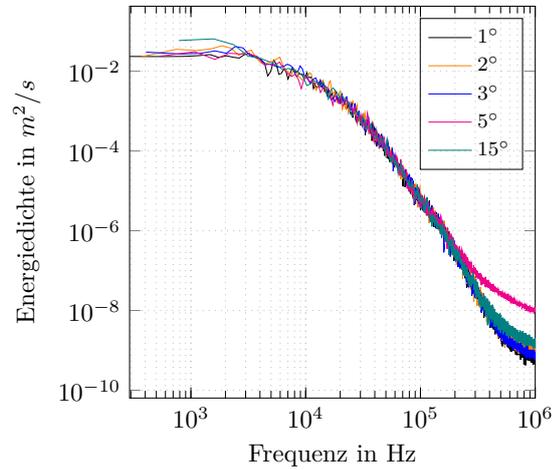


(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.27: Position R1X3 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße



(a) Zweipunktkorrelation



(b) Energiedichtespektrum der turbulenzbedingten Fluktuationen.

Abbildung A.28: Position R2X3 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße

A.4 Modellanforderungen für Grobstruktursimulationen

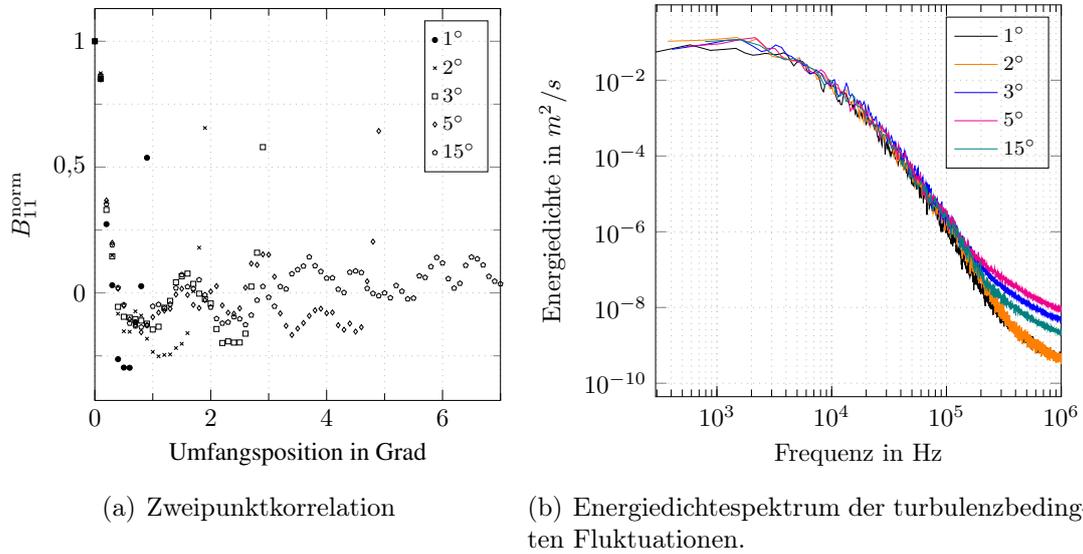


Abbildung A.29: Position R3X3 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße

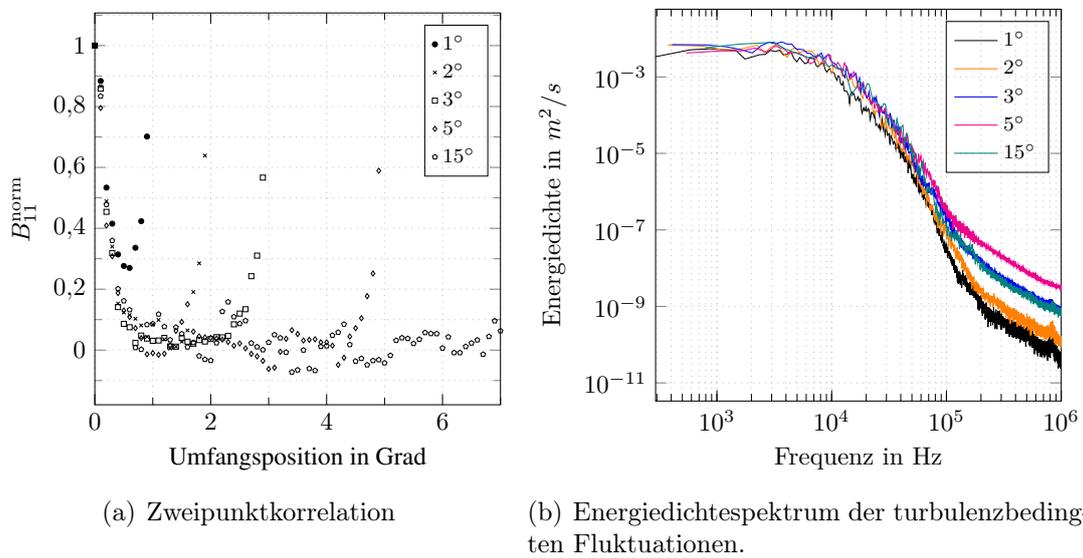


Abbildung A.30: Position R4X3 der Austrittskavität nach Abb. 6.8 in Abhängigkeit der Sektorgröße

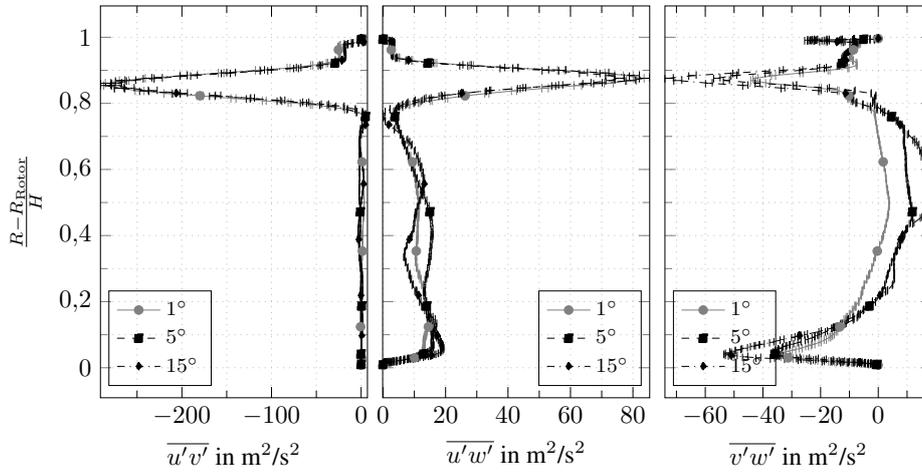


Abbildung A.31: Reynolds-Schubspannungen an der Schnittebene S1 der Austrittskavität in Abhängigkeit der Größe des Rechengebietes

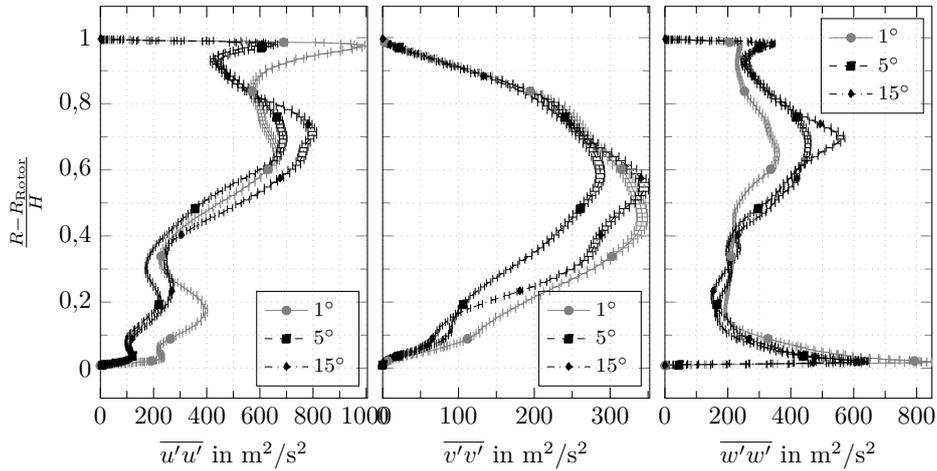


Abbildung A.32: Reynolds-Spannungen an der Schnittebene S2 der Austrittskavität in Abhängigkeit der Größe des Rechengebietes

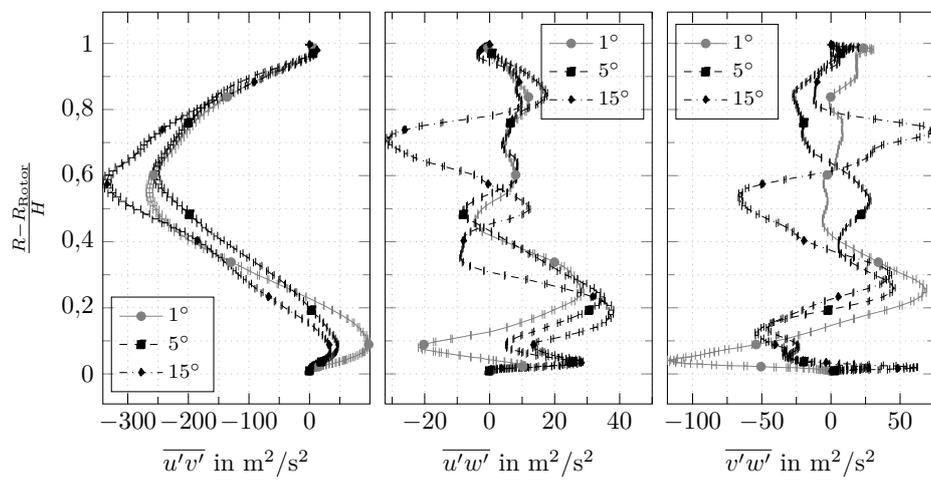


Abbildung A.33: Reynolds-Schubspannungen an der Schnittebene S2 der Austrittskavität in Abhängigkeit der Größe des Rechengebietes

A.5 Sensitivität der Lösung in der Austrittskavität

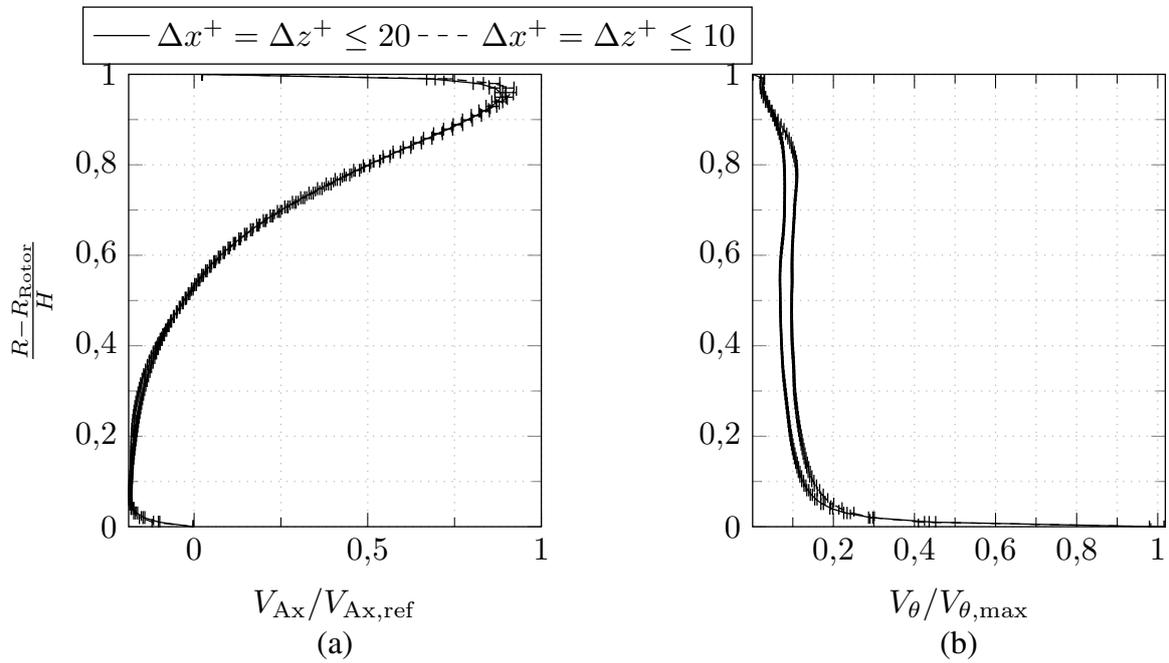


Abbildung A.34: Netzabhängigkeit der Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L1 in Abb. 7.4 mit $K_{\theta} = 0$

A.5 Sensitivität der Lösung in der Austrittskavität

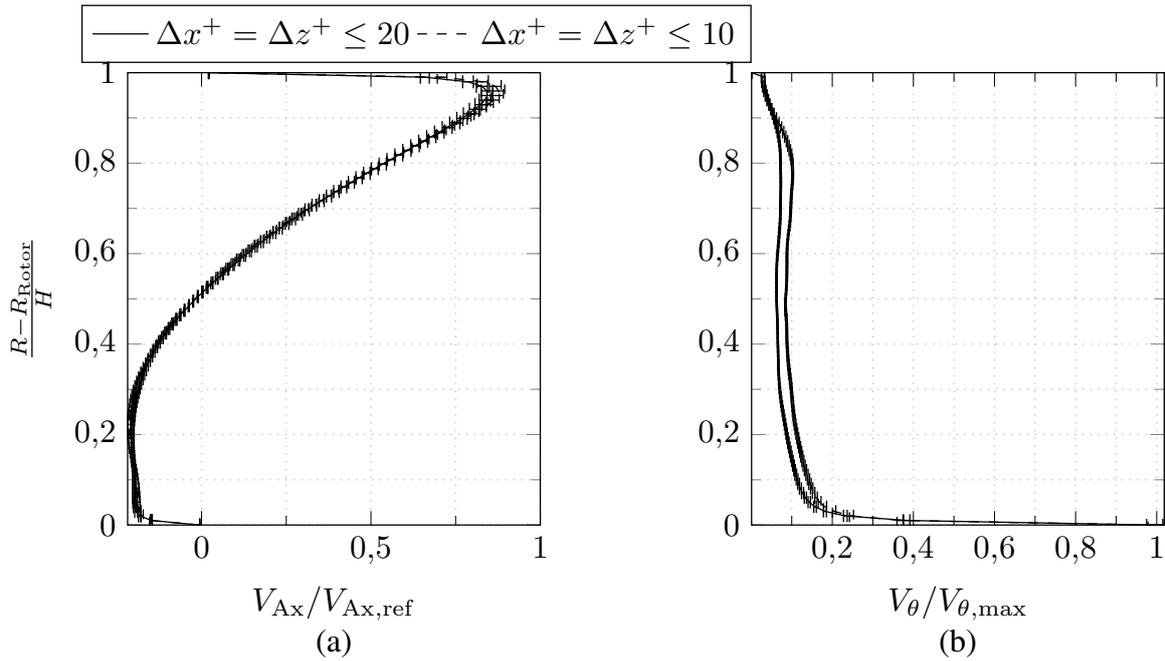


Abbildung A.35: Netzabhängigkeit der Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L2 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0$

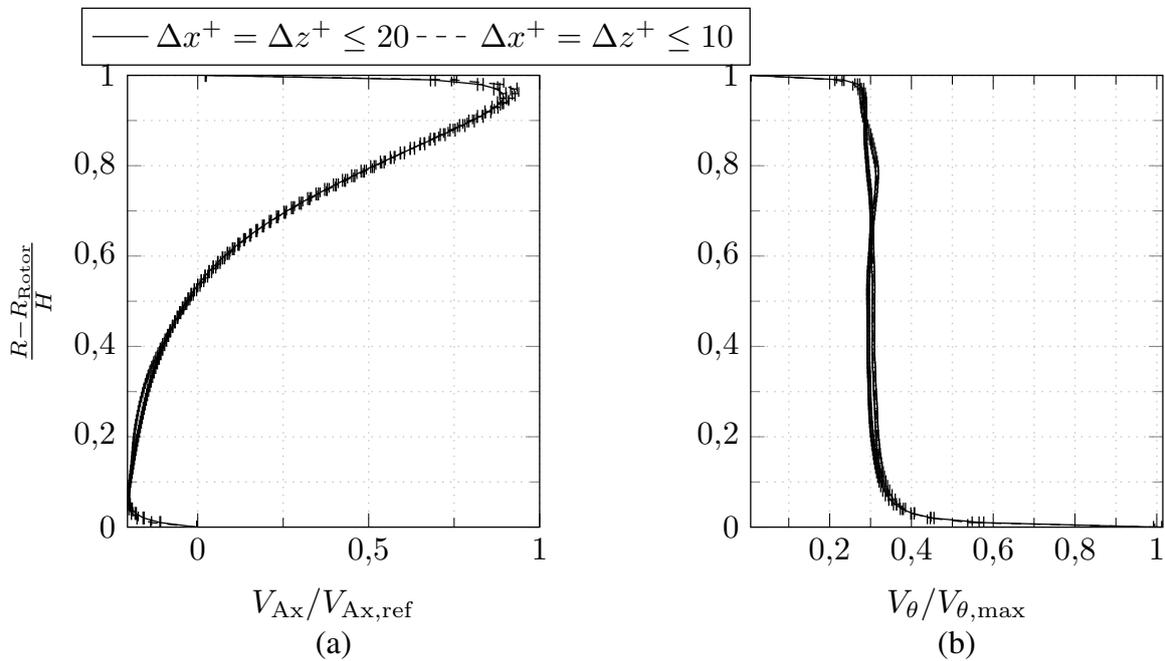


Abbildung A.36: Netzabhängigkeit der Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L1 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0,25$

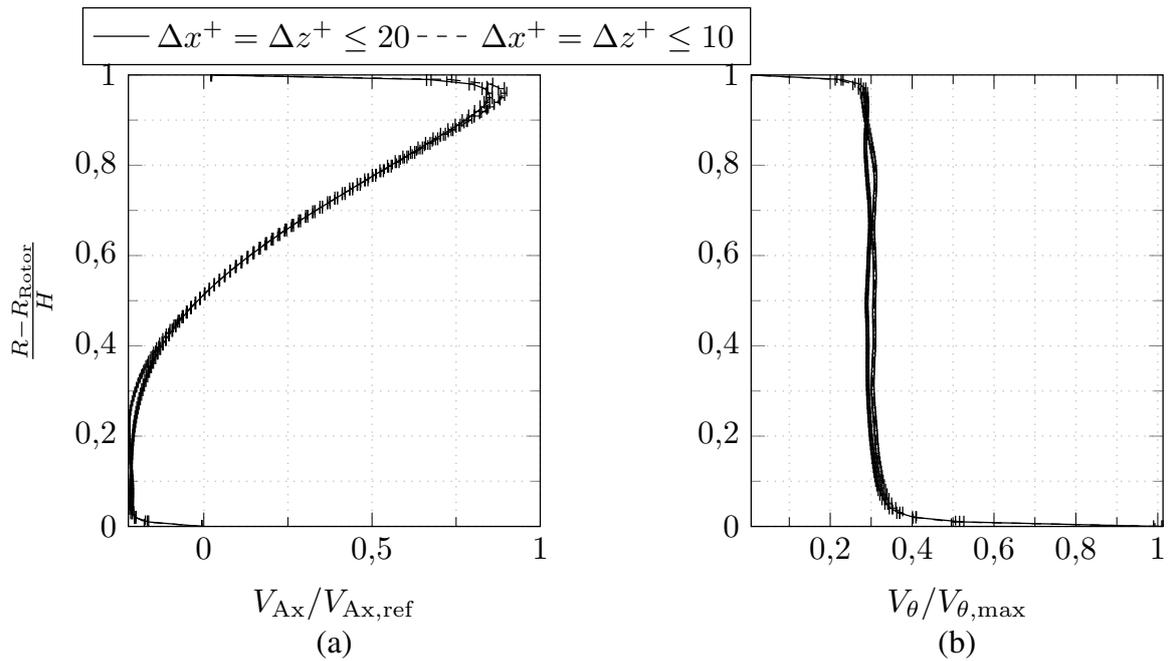


Abbildung A.37: Netzabhängigkeit der Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L2 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0,25$

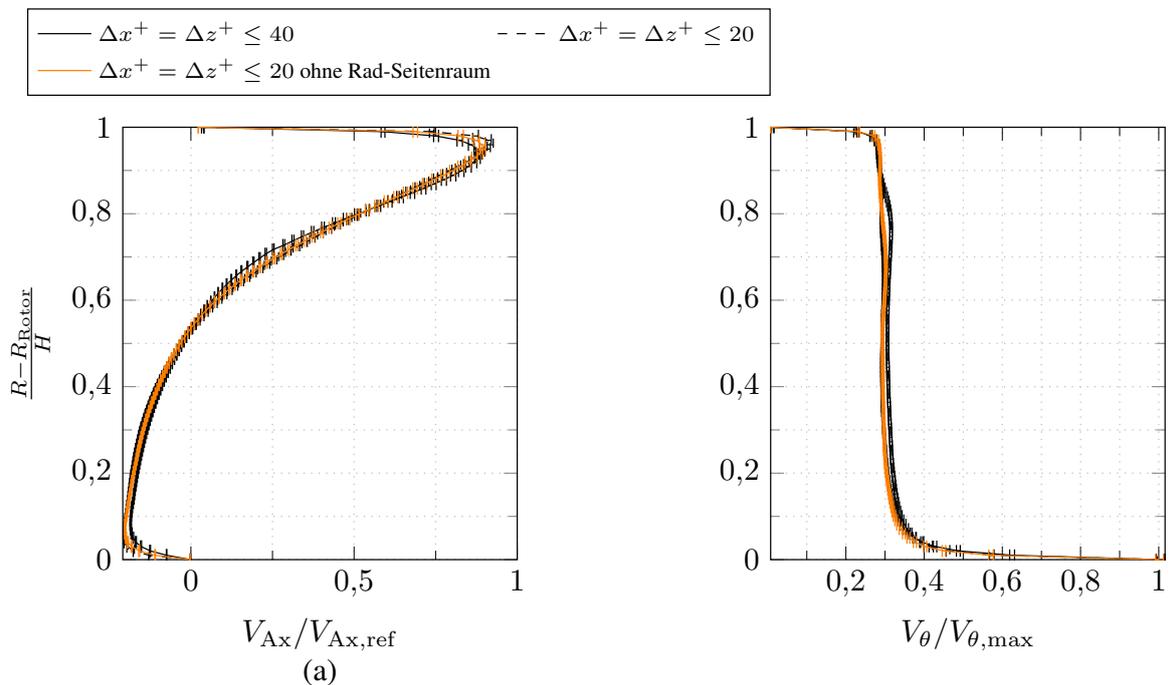


Abbildung A.38: Einfluss des Rad-Seitenraumes auf die Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L1 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0,25$

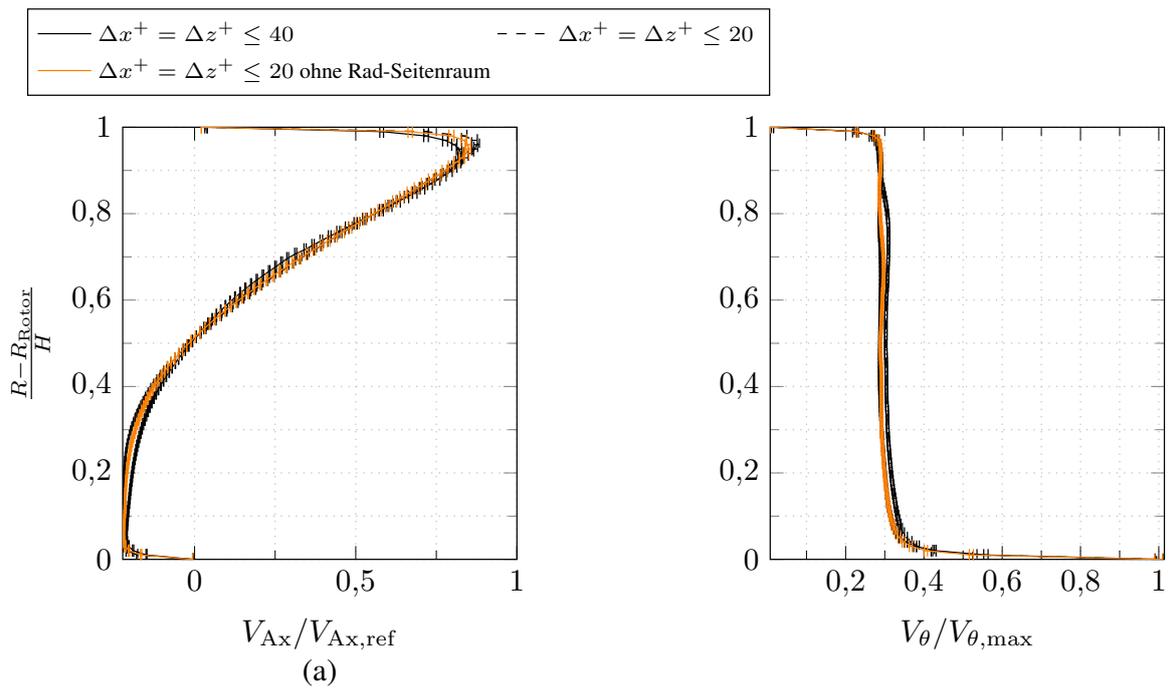


Abbildung A.39: Einfluss des Rad-Seitenraumes auf die Radialprofile der (a) Axialgeschwindigkeit und (b) Drallverhältnis an der Stelle L2 in Abb. 7.4 mit $K_\theta = 0,25$

Wissenschaftlicher Werdegang

Persönliche Daten

Name Lars Carsten Wein
Geburtsdatum 1. Februar 1989
Geburtsort Langenhagen
Familienstand verheiratet

Schulbildung

1995 - 2001 Peter-Petersen-Schule, Hannover,
 Grundschule und Orientierungsstufe
2001 - 2005 Gymnasium Tellkampfschule, Hannover,
 Sekundarstufe 1
2005 - 2008 Technisches Gymnasium BBS|me, Hannover
 Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Studium

2008 - 2014 Leibniz Universität Hannover
 Abschluss: Diplom Maschinenbau
2014 - 2020 Leibniz Universität Hannover
 Promotionsstudium Maschinenbau

Berufstätigkeit

seit 2014 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Turbomaschinen und
 Fluid-Dynamik der Leibniz Universität Hannover

Hannover, im September 2020