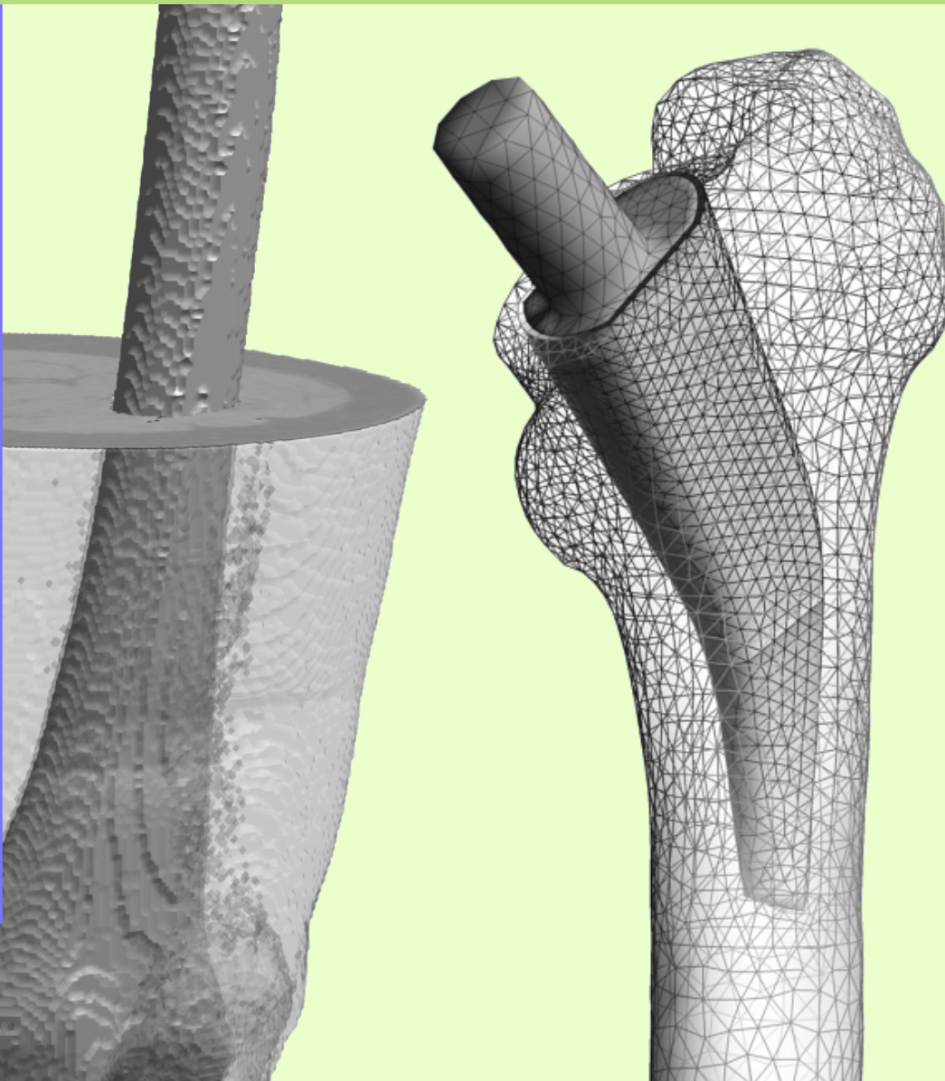




A. Lutz

E

**in integrales Modellierungskonzept zur
numerischen Simulation der
Osseointegration und Langzeitstabilität
von Endoprothesen**



Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. U. Nackenhorst

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. W. Ehlers

Gutachterin:

PD Dr. med. G. von Lewinski

Doktorand:

M.Sc. André Lutz

Ein integrales Modellierungskonzept zur
numerischen Simulation der
Osseointegration und Langzeitstabilität
von Endoprothesen

Von der Fakultät für
Bauingenieurwesen
und Geodäsie der
Gottfried Wilhelm Leibniz
Universität Hannover

zur Erlangung des Grades
eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigte Dissertation
von

M.Sc. André Lutz

Hannover 2011

Tag der Einreichung:

22. 06. 2011

Tag der mündl. Prüfung:

06. 10. 2011

**Institut für
Baumechanik
und Numerische
Mechanik**

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. U. Nackenhorst

Verwaltung:

Institut für Baumechanik
und Numerische Mechanik

Gottfried Wilhelm Leibniz

Universität Hannover

Appelstraße 9A

30167 Hannover

Tel.: +49 (0)511 / 762-3219

Fax.: +49 (0)511 / 762-19053

© M.Sc. André Lutz

Institut für Baumechanik
und Numerische Mechanik

Gottfried Wilhelm Leibniz

Universität Hannover

Appelstraße 9A

30167 Hannover

Alle Rechte, insbesondere das
der Übersetzung in fremde
Sprachen, vorbehalten. Ohne
Genehmigung des Autors ist
es nicht gestattet, dieses Heft
ganz oder teilweise auf
photomechanischem,
elektronischem oder sonstigem
Wege zu vervielfältigen.

ISBN 978-3-935732-32-1

Humor ist, wenn man trotzdem lacht.

OTTO JULIUS BIERBAUM

Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baumechanik und Numerische Mechanik an der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover entstanden. Mit diesem Vorwort möchte ich allen danken, die durch ihre Unterstützung und ihren Beistand, egal in welcher Form, es mir möglich gemacht haben, diese Arbeit anzufertigen.

Zunächst danke ich meinem Doktorvater Herrn Professor Udo Nackenhorst dafür, dass er mich als Doktoranden so kontinuierlich gut betreut hat. Ich bekam die Möglichkeit selbständig zu arbeiten, konnte aber immer auf seine Unterstützung zählen.

Weiterhin gilt mein Dank Herrn Professor Wolfgang Ehlers für die Beurteilung der Arbeit als Korreferent. Frau PD Gabriela von Lewinski danke ich zunächst für die immer sehr interessante, aufschlussreiche und vor allem lehrreiche Zusammenarbeit und schließlich dafür, dass sie als Gutachterin meine Arbeit beurteilt hat. Ich danke Frau Professor Insa Neuweiler für den Vorsitz und Herrn PD Volker Berkahn für die Teilnahme als weiteres Mitglied der Prüfungskommission.

Die Arbeit am IBNM hat mir nicht nur gefallen, sondern sogar Freude bereitet, weshalb mir das Aufstehen morgens nie schwer gefallen ist. Daher gilt mein großer Dank dem IBNM-Team, welches sich durch immer guten Zusammenhalt und Teamgeist auszeichnet hat. Die gemeinsamen Aktionen und Abende werden mir immer in guter Erinnerung bleiben.

Zunächst bin ich Daniel Ho zu großem Dank verpflichtet, dass er mir immer zur Seite stand, wenn die Rechner oder Drucker mal wieder ein Eigenleben entwickelten. In diesem Zusammenhang danke ich auch Lutz Brödel, der mich später ebenfalls in dieser Hinsicht unterstützte. Ich bedanke mich bei Maik Brinkmeier, der mein erster Bürokollege war und der mir seine spezielle Art Kaffee zu kochen und den berühmten zweiten Aufguss beigebracht hat. Ich danke Wenzhe Shan und Raffaella Chiarello, die mit mir bald darauf das Büro in der Kaserne geteilt haben, sowie Gautam Sagar und Anuwat Suwannachit, die ebenfalls zu meinen ersten Kollegen gehörten. Die Indienreise und die Hühnerfüße werden mir immer im Gedächtnis bleiben. Ich danke den damals neuen Kollegen Kristin Fietz, Friederike H. Lörke, Philipp Jablonski, Alexander Sapotnick und vor allem Sebastian Fink, der mit seiner Leidenschaft zur gleichen Musik so manches Wochenende bereichert hat. André Hürkamp danke ich für die zahlreichen wissenschaftlichen Schlagabtausche und Friederike für ihre Toleranz diesbezüglich. Ich danke Alena Rosenberger für die Unterstützung bei den ungeliebten Reisekostenabrechnungen und Herrn Professor Erwin Stein, der jeden Geburtstagskaffee mit einer interessanten und oft amüsanten Geschichte zu bereichern wusste. Besonderer Dank gebührt noch Herrn Dr.-Ing. Daniel Balzani für den selbst nach der Arbeit geleisteten wissenschaftlichen Austausch und Herrn Dr.-Ing. Dieter Kardas, der mit mir so manches Problem gelöst und so manche fruchtbare Diskussion geführt hat.

Zu guter Letzt gilt mein besonderer Dank meinen Freunden und meiner Familie für die Unterstützung, die Ablenkung, den Rückhalt und das mir entgegengebrachte Verständnis, wenn ich mal nicht an irgendwelchen Aktivitäten teilnehmen konnte. Ohne das alles wäre mir die Anfertigung dieser Arbeit deutlich schwerer gefallen.

Hannover, im Oktober 2011

André Lutz

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein ganzheitlicher Ansatz zur vollständig dreidimensionalen Modellierung und Berechnung von Knochenumbaureaktionen und Osseointegration vorgestellt. Die Modellierung beinhaltet dabei zum einen die kontinuumsmechanischen Modelle sowie deren numerische Umsetzung im Rahmen der Finite-Elemente-Methode, zum anderen wird auch ein Ansatz zur Erstellung geometrischer Modelle vorgestellt. Ein weiterer und besonderer Fokus liegt auf der Modellierung der Randbedingungen.

Der beanspruchungsadaptive Knochenumbau wird im kontinuumsmechanischen Sinne beschrieben und ein etabliertes Modell erweitert. In diesem Zusammenhang wird ein neues Konstitutivgesetz für die Relation zwischen Knochendichte und Elastizitätsmodul entwickelt. Im Rahmen der Finite-Elemente-Methode wird zum einen ein neues, effizientes Integrationsschema für die Evolutionsgleichung der Knochendichte und zum anderen eine Methode zur Behandlung der mit dem Knochenumbau verbundenen numerischen Instabilitäten vorgestellt. Darüber hinaus wird noch eine neuartige Methode zur Netzverfeinerung präsentiert, welche auf die speziellen Gegebenheiten im Zusammenhang mit Knochenumbausimulationen ausgelegt ist.

Für die Simulation der Osseointegration werden zwei vollständig neue Interface-Modelle vorgestellt, welche auf robusten und etablierten Methoden der Plastizitätstheorie basieren. Diese Modelle beinhalten alle grundlegenden, die Osseointegration unzementierter Implantate betreffenden Faktoren. Die neuen Osseointegrationsmodelle werden am einfachen numerischen Beispiel detailliert getestet, verglichen und verifiziert.

Bei der Beschreibung der geometrischen Modellierung werden Methoden zur Erstellung patientenspezifischer Finite-Elemente-Modelle aus Computertomographie-Daten vorgestellt, welche für die klinische Anwendung notwendig sind.

Ein besonderer Fokus liegt auf der Wahl der Randbedingungen. Dabei wird einerseits das bewährte Konzept der statisch äquivalenten Lasten für die Simulation der Knochenumbaureaktionen erweitert und effizienter gestaltet, andererseits werden Lasten für die mechanisch stimulierte Osseointegration diskutiert und im Rahmen einer Modellreduktion ein Lastkollektiv minimalen Umfangs ermittelt.

Die Funktionalitäten der vorgestellten Methoden werden an mehreren Beispielen aus dem Bereich der Hüftgelenksendoprothetik gezeigt und mit klinischen Ergebnissen verglichen. In diesem Zusammenhang wird auch eine detaillierte Parameterstudie durchgeführt, in der die Eigenschaften der Osseointegrationsmodelle ausführlich diskutiert werden.

Bei diesem ganzheitlichen Ansatz steht die Effizienz und die Nähe zur klinischen Anwendung im Vordergrund. Aus diesem Grund wurde der Fokus auf patientenspezifische Modellierung und robuste Methoden gelegt. Der vorgestellte Ansatz lässt sich ohne Einschränkungen auf andere Knochenimplantate übertragen.

Stichworte Finite-Elemente-Methode, adaptive Netzverfeinerung, Knochenumbau, Osseointegration, Mikrobewegungen, Knochen-Implantat-Interface, Hüftgelenksendoprothese, patientenspezifische Modellierung, Femurkopfnnekrosen

Abstract

In the present thesis, an integrated approach to the thorough three-dimensional modeling and calculation of bone remodeling and osseointegration reactions is presented. The modeling approach includes, on the one hand, the continuum models and their numerical implementation within the finite element method; and, on the other hand, presents an approach for creating geometric models. A further and particular focus is the modeling of the boundary conditions.

The stress-adaptive bone remodeling is described in the continuum mechanical sense and extends an established model. In this context, a new constitutive law is developed for the relation between bone density and elastic modulus. Within the framework of the finite element method, an efficient integration scheme for the evolution equation of bone density and a method for treating bone remodeling associated with the numerical instabilities are presented. In addition, a novel method is presented for mesh refinement, which is designed to meet special circumstances associated with bone remodeling simulations.

For the simulation of osseointegration, two completely new interface models are introduced which are based on robust and established methods of plasticity theory. These models include all fundamentals which are relevant for the osseointegration of uncemented implants. The new osseointegration models are tested, compared, and verified in detail using a basic numerical example.

The description of the geometrical modeling methods introduces the creation of patient-specific finite element models from computed tomography data needed for clinical application.

A special focus lies on the choice of boundary conditions. Here, on the one hand, the proven concept of the statically equivalent loads for the simulation of long-term bone remodeling reactions will be refined and made more efficient; on the other hand, loads for the mechanically stimulated osseointegration will be discussed and in the context of model reduction a load spectrum with minimal extent will be investigated.

The functionalities of the methods are demonstrated by several examples from the field of hip arthroplasty and are compared with clinical outcomes. In this context an extensive parametric study is conducted in which the properties of the osseointegration model will be discussed in detail.

With this integrated approach, the applicability for patient-specific prediction in clinical practice is in the foreground. The focus on patient-specific modeling and robust methods were established for this particular reason. The presented approach can be readily transferred to other joints.

Keywords Finite Element Method, Adaptive Mesh Refinement, Bone Remodeling, Osseointegration, Micromotion, Bone-Implant Interface, Hip Joint Endoprosthesis, Patient-Specific Modeling, Femoral Head Necrosis

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problembeschreibung und Motivation	1
1.2	Stand der Technik	2
1.3	Zielsetzung und Gliederung der Arbeit	6
2	Biomechanische und medizinische Grundlagen	9
2.1	Anatomische Lage- und Richtungsbeziehungen	9
2.2	Struktur und Aufbau von Knochen	10
2.3	Das Femur und die zugehörigen Muskeln	12
2.4	Funktionsstörungen des Hüftgelenkes	13
2.5	Hüftgelenksendoprothetik	15
2.6	Adaptionserscheinungen bei der Hüftgelenksendoprothetik	19
3	Kontinuumsmechanischer Rahmen	21
3.1	Kinematik	21
3.2	Mechanische Spannungen	24
3.3	Bilanzgleichungen	25
3.3.1	Massenbilanz	25
3.3.2	Impulsbilanz	26
3.3.3	Drehimpulsbilanz	27
3.3.4	Energiebilanz	28
3.3.5	Entropiebilanz	29
3.4	Konstitutive Theorie	30
3.4.1	Betrachtung infinitesimaler Verformungen	30
3.4.2	Grundlegende Prinzipien der konstitutiven Theorie	30
3.4.3	Konstitutive Beschreibung des Knochenumbaus	31
3.4.4	Plastizitätstheorie	36
3.4.5	Osseointegration	39
4	Finite-Elemente-Modellierung	43
4.1	Schwache Formulierung	43
4.2	Linearisierung	44
4.3	Räumliche Diskretisierung	45
4.4	Integration der Evolutionsgleichung des Knochenumbaus	47
4.5	Unterdrückung von Checkerboard-Mustern	48
4.6	Numerische Umsetzung der Methode des Artificial Hardening	51
4.7	Numerische Umsetzung der gemischten Osseointegrationsmethode	56
4.8	Verifizierung der Osseointegrationsmodelle	56
4.9	Adaptive Netzverfeinerung bei der Knochenumbausimulation	64
4.9.1	Verfeinerungskriterium	65
4.9.2	Verfeinerungsalgorithmus	65
4.9.3	Numerisches Beispiel	67
5	Geometrische Modellierung	71
5.1	Segmentierung	71

5.2	Generierung von Oberflächenmodellen	77
5.3	Generierung von Volumenmodellen	78
5.3.1	Finite-Elemente-Modelle mit patientenspezifischen Materialdaten	78
5.3.2	Finite-Elemente-Modelle mit Implantat	80
6	Randbedingungen	85
6.1	Statisch äquivalente Lasten für die Knochenumbausimulation	86
6.1.1	Das inverse Problem des mechanisch stimulierten Knochenumbaus	86
6.1.2	Berechnungsstrategie	87
6.1.3	Numerisches Beispiel	88
6.1.4	Anwendung auf das proximale Femur	91
6.2	Lasten zur Berechnung mechanisch stimulierter Osseointegration	94
7	Anwendung bei der Hüftgelenksendoprothetik	99
7.1	Generierung des biomechanisch equilibrierten Modells	99
7.2	Mechanisch stimulierte Osseointegration	101
7.3	Postoperatives Langzeitverhalten	117
8	Anwendung bei der Behandlung von Hüftkopfnekrosen	125
8.1	Berechnungsstrategie	127
8.2	Finite-Elemente-Modellierung	128
8.3	Verwendete Lastfälle	130
8.4	Ergebnisse	131
8.4.1	Postoperativer Zustand	132
8.4.2	Langzeitverhalten	136
9	Kappenprothesen	141
10	Zusammenfassung und Ausblick	145
	Symbolverzeichnis	149
	Literaturverzeichnis	153
	Lebenslauf	165
	Forschungs- und Seminarberichte	167

1 Einleitung

1.1 Problembeschreibung und Motivation

In Deutschland werden pro Jahr ca. 200.000 künstliche Hüftgelenke, 80.000 künstliche Kniegelenke und 10.000 künstliche Schultergelenke implantiert (Quelle: Julius Wolff Institut für Biomechanik und Muskuloskelettale Regeneration). Die endoprothetische Versorgung ist damit Standard im klinischen Alltag. Auch wenn in den letzten Jahren mit zunehmend besser designten und knochenschonenderen Implantaten, gerade auf dem Gebiet der Hüftgelenkendoprothetik, die Standzeit der Implantate weiter erhöht wurde, müssen Standzeiten über 15-20 Jahre noch immer als Ausnahme gelten (von Stechow und Drees [2007]). Für eine Anzahl von 2744 verschiedenen unzementierten Hüftprothesen wurden 10-Jahres-Überlebensraten von i.M. 87,7% ermittelt, während die 17-Jahres-Überlebensrate bei 1772 ausgewerteten Gelenken nur noch bei 56,9% lag (von Schulze Pellengahr u. a. [2009]). Die Gebrauchsdauer eines Implantates nimmt also mit zunehmender Standzeit rapide ab; somit nimmt die Wahrscheinlichkeit einer Revisionsoperation zu. Gerade bei jüngeren Patienten kann dies zu Problemen führen, da die bei einer Revisionoperation vorliegende Knochenqualität schon deutlich abgenommen hat und durch die Revision noch weiteres Knochenmaterial verloren geht. Aus diesem Grund ist die Anzahl der Revisionen sehr beschränkt. Das Ziel muss demnach lauten, die Anzahl der Revisionen so gering wie möglich zu halten bzw. die Standzeit der Prothesen weiter zu erhöhen. Die größte Gruppe der von endoprothetischen Versorgung betroffenen ist die der 60- bis 75-jährigen. Auch bei dieser Gruppe muss der Fokus darauf liegen, die Standzeit der Prothesen zu erhöhen. Zwar wird bei diesen Patienten selten mehr als eine Revision durchgeführt, das Alter dieser Patienten liegt bei einer Revisionsoperation nun aber deutlich höher. Dadurch rücken altersbedingte, gesundheitliche Risiken jetzt vermehrt in den Vordergrund. Auch hier muss das Ziel lauten, die Standzeit der Prothesen weiter zu erhöhen. Die Entwicklung von Endoprothesen schreitet fortwährend voran, jedoch liegen die ersten Ergebnisse über die Eigenschaften eines neuen Prothesendesigns, im Sinne der Auswirkungen auf das Knochengewebe, bei klinischen Studien erst nach Jahren vor. Langzeitergebnisse von über 10 Jahren liegen nur in einer begrenzten Anzahl vor und sind für eine Entwicklung am Puls der Zeit nicht praktikabel.

Um diese Zeitspanne zu überbrücken, die ablaufenden biologischen und biomechanischen Prozesse zu verstehen und die Entwicklungsprozesse entscheidend zu verkürzen, sind die Methoden und Möglichkeiten der computergestützten Simulation im Bereich der Biomechanik prädestiniert. 1892 beschrieb Julius Wolff in seinem Buch "Das Gesetz der Transformation der Knochen", dass sich Knochen den vorliegenden Beanspruchungen anpassen. Er hat damit einen fundamentalen Zusammenhang des mechanosensorischen Prozesses des beanspruchungsadaptiven Knochenumbaus beschrieben. Auf dem Gebiet der Biomechanik wurden seitdem sehr große Fortschritte erzielt und mit der Entwicklung der computergestützten Simulationsmethoden können mittlerweile sehr komplexe biomechanische Prozesse modelliert und abgebildet werden. Dennoch sind auch schon so lange bekannte Prozesse wie die Adaption des Knochens an die vorliegende Beanspruchung auch weiterhin Gegenstand der Forschung. Die computergestützte Simulation bietet zum Beispiel die Möglichkeit im Rahmen der

Endoprothetik klinische Studien zu unterstützen und die beobachteten Veränderungen der Knochen zu verstehen, um gegebenenfalls bessere Therapien oder Operationsverfahren zu entwickeln. Auch schon im Vorfeld von klinischen Studien ist es möglich, die Qualität von Prothesendesigns zu beurteilen und bei der Entwicklung zu helfen, diese zu verbessern. Mit den vorgestellten Modellierungstechniken können des Weiteren patientenspezifische Implantate entwickelt oder die für die patientenspezifische Anatomie beste Prothese ausgesucht werden. Das Wissen über das Langzeitverhalten bei Implantation einer Prothese in Verbindung mit anatomischen Schenkelhalsanomalien, wie varischer oder valgischer Fehlstellung, ist noch immer begrenzt. Hier können mit den vorgestellten Methoden Fallstudien durchgeführt werden, die helfen die bestmögliche Versorgung des Patienten sicherzustellen. Auch klinischen Fragestellungen, wie die Auswirkung unterschiedlicher Resektionshöhen oder unterschiedlicher Implantatstellungen, kann objektiv vergleichend nachgegangen werden. Darüber hinaus können mit den neu entwickelten Methoden zur Beschreibung der Osseointegration auch bestmögliche Fixationskonzepte für unzementierte Prothesen entwickelt werden. Durch die neuen Methoden ist es möglich, die bisherigen Konzepte auf den Prüfstand zu stellen und die Prothesendesigns gezielt dahingehend anzupassen, dass nicht nur die für die Osseointegration nötige Primärstabilität erreicht wird, sondern auch das Langzeitverhalten möglichst positiv beeinflusst wird. Es ist auch denkbar, über ein Studium verschiedener Lastfälle Empfehlungen für Rehamassnahmen zu geben, damit der Prozess der Osseointegration für den Patienten optimal abläuft und das bestmögliche klinische Ergebnis erreicht wird.

Sowohl die vorgestellten Methoden zur geometrischen Modellierung, als auch die Methoden zur Vorhersage der beanspruchungsadaptiven Osseointegration und des Langzeitverhaltens lassen sich gleichermaßen auf jedes andere Gelenk anwenden. Damit ist der Einsatz auch bei den ebenfalls sehr häufig auftretenden endoprothetischen Versorgungungen im Bereich von Schulter und Knie ohne weiteres möglich. Die Verwendung der in dieser Arbeit vorgestellten Methoden ist damit sehr vielfältig und von großem Interesse im klinischen Alltag.

1.2 Stand der Technik

Im Bereich der Simulation des beanspruchungsadaptiven Knochenumbaus wurden bereits viele Arbeiten veröffentlicht und es existieren Modelle verschiedenster Ansätze und Komplexität. Ende der 1980er Jahre wurden mit voranschreitender Rechnerleistung und fortwährender Entwicklung im Bereich der numerischen Mechanik die ersten Theorien in diesem Bereich entwickelt. Dabei sind die Werke von Carter u. a. [1989], Beaupré u. a. [1990], Weinans u. a. [1992] und Nackenhorst [1997] zu nennen. Die in Verbindung mit der Finite-Elemente-Methode und des beanspruchungsadaptiven Knochenumbaus auftretenden, numerischen Instabilitäten wurden auch bereits in dieser Zeit erkannt, wobei hier die Arbeit von Jacobs u. a. [1995] zu nennen ist.

Mit der weiteren Entwicklung im Bereich der numerischen Biomechanik wurden diverse differenziertere Modelle entwickelt. Jacobs u. a. [1997b] berücksichtigen beim Knochenumbau als erstes auch die Anisotropie des Knochens, in dem sie ein vollständig anisotropes Umbaumodell für den Materialtensor vorstellen und zu ihrer Knochenumbautheorie hinzufügen.

Krstin u. a. [2000] entwickeln ein Modell zum anisotropen Knochenumbau, welches sich auf die Verwendung von Strukturtenoren stützt, um damit die räumliche Anordnung des Materials zu beschreiben.

Doblaré und García [2002] verwenden Methoden aus der Schädigungsmechanik und

entwickeln eine "damage-repair theory". Sie führen in diesem Zuge für Knochenabbau und Knochenaufbau die Analogie von Schädigung und Reparatur ein. Kuhl u. a. [2003] stellen gleich zwei erweiterte Modelle vor, wobei eines den Massenfluss eines offenen Systems berücksichtigt. Ein darauf aufbauendes Modell wird von Menzel [2006] präsentiert. Bei diesem Modell wird ein zusätzliches Feld zur freien Energie hinzugefügt, um auch die anisotrope elastische Materialantwort modellieren zu können.

Negus und Impelluso [2007] verwenden einen transienten dynamischen Ansatz. Sie bringen dabei konstante Dehnraten unterschiedlicher Lastfälle auf, an die sich der Knochen adaptieren soll. Im Gegensatz zu den meisten vorher genannten Veröffentlichungen zeigen sie Ergebnisse an einem dreidimensionalen Femur-Modell und erhalten dabei plausible Ergebnisse. Dieser Ansatz ist rechentechnisch jedoch sehr aufwändig. In dem angeführten Beispiel wird der Finite-Elemente-Code mittels *domain decomposition*, also einer Gebietszerlegung, parallelisiert und auf einem 176-Knoten-Supercomputer mit 8 Prozessoren pro Knoten berechnet. Ein solcher Ansatz scheint für die klinische Anwendung nicht geeignet und ist daher nicht zielführend.

Diese Liste ist nicht abschließend und erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, bietet jedoch einen guten Überblick über vorliegende Theorien und die verschiedenen Ansätze.

Die Lastannahmen am Femur zur Berechnung von Knochenumbaureaktionen in dreidimensionalen Modellen sind noch immer Gegenstand der Forschung. In der Literatur ist kein einheitliches, anerkanntes Konzept vorhanden, noch liegen anerkannte Angaben vor, wie viele und welche Kräfte anzusetzen sind. Überwiegend wird auf mit instrumentierten Prothesen gemessene oder in Simulationen berechnete Lasten zurückgegriffen.

Huiskes u. a. [1992] verwenden bei den Simulationen in ihrer Studie über Stress-Shielding drei Lastfälle, die aus zweidimensionalen Studien von Carter u. a. [1989] übernommen und auf den dreidimensionalen Fall übertragen werden. Als Kräfte werden die Gelenkkraft und die Abduktorkraft am Trochanter Major verwendet.

García u. a. [2002] setzen drei Gelenkkräfte des normalen Gehens an, die den Arbeiten von Bergmann u. a. [1993] sowie Pedersen u. a. [1997] entstammen. In Ihrer transienten Analyse werden Knochenumbauvorgänge bei der Behandlung von Frakturen simuliert. Dazu werden 1.000.000 Lastzyklen berechnet.

Fernandes u. a. [2002] verwenden die von Kuiper [1993] angegebenen Lastfälle in ihrer quasi-statischen Berechnung von Knochenumbau um eine Geradschaftprothese. Bei den Lastfällen handelt es sich um jeweils drei Gelenk- und Abduktorkräfte, die Gehen und Treppensteigen simulieren sollen.

In der Studie über endoprothetisch verursachtes Knochenumbauverhalten von Herrera u. a. [2009] wird ein Lastfall mit einer Gelenkkraft und der Abduktor-Muskelkraft angewendet. Angelehnt an die Arbeit von Bergmann u. a. [1993] wird eine Gelenkkraft angesetzt, die dem vierfachen des Körpergewichts einer 79kg schweren Person entspricht. Die bei Herrera verwendete Abduktorkraft entspricht dem zweifachen des Körpergewichts.

Scannell und Prendergast [2009] ziehen für ihre Studie über die Auswirkung unterschiedlicher Implantatsteifigkeiten auf das Knochenumbauverhalten reduzierte Lastsätze von Heller u. a. [2005] heran. Dabei werden die Gelenkkraft sowie vier Muskelkräfte des simulierten, normalen Gehens verwendet.

In der bereits oben erwähnten Studie von Negus und Impelluso [2007] werden vier Lastfälle des Gehens und des Treppensteigens verwendet. Sie greifen dabei auf

die Arbeiten von Bergmann [2001]; Taylor u. a. [2003] sowie Levenston u. a. [1998] zurück, wobei jeweils eine Gelenkkraft und eine Abduktorkraft verwendet werden. Bitsakos u. a. [2005] führen eine Studie zur Analyse des Einflusses von Muskelkräften auf die Vorhersage von Knochenumbauvorgängen im Kontext der Hüftendoprothetik durch. Sie verwenden drei Lastfälle verschiedener Zeitpunkte eines Gangzyklusses, die den Daten von Duda [1996] entstammen. Dabei werden drei unterschiedlich komplexe Lastkonfigurationen mit Gelenkkraft und 3, 5 bzw. 8 Muskelkräften verglichen. Ihre Ergebnisse zeigen, dass vereinfachte Lastkonfigurationen, wie sie in den oben beschriebenen Arbeiten angewendet werden, teils deutlich stärkeren Knochenumbau vorhersagen, als es bei der Verwendung mehrerer Muskelkräfte der Fall ist. Sie kommen zu dem Schluss, dass zur Vorhersage von Knochenumbauvorgängen, z.B. im Kontext der präklinischen Analyse, die physiologische Beschreibung der Muskellasten so detailliert wie möglich erfolgen sollte. Fisher u. a. [1995] gehen zur Bestimmung der an einem Knochen angreifenden Kräfte einen anderen Weg. Sie haben ein Konzept formuliert, bei dem das inverse Problem des beanspruchungsadaptiven Knochenbaus aufgestellt wird, aus dem die Lasten dann mittels eines Optimierungsproblems bestimmt werden können. Ebbecke [2006] hat letzteres Konzept aufgegriffen, weiter entwickelt und auf einen dreidimensionalen Femur angewendet.

Der Bereich der Erstellung geometrischer Modelle aus Computertomographie- oder Magnetresonanztomographie-Daten stellt einen eigenen Forschungszweig dar. Mittlerweile existieren verschiedene Ansätze, die teilweise mehr generell oder sehr spezialisiert auf bestimmte anatomische Bereiche ausgelegt sind.

Fritscher u. a. [2007] verwenden z.B. einen hierarchischen Ansatz zur Registrierung vorhandener Modelle mit zu segmentierenden Datensätzen. Die vorhandenen Modelle sind dabei statistische Modelle, die aus Oberflächenmodellen und den zugehörigen CT-Intensitäten bestehen und automatisch an den vorhandenen Datensatz angepasst werden. Damit wird ein Algorithmus entwickelt, welcher mit Level-Set-Methoden vollautomatisch medizinische Datensätze segmentiert.

Berg u. a. [2004] verwenden ebenso einen statistischen Ansatz mit Trainingsdatensätzen zur Segmentierung. Es wird ein neues Modell generiert, welches zum einen global an die Trainingsdatensätze angepasst wird; zum anderen wird lokal jedes Schnittbild unabhängig mittels einer Methode mit aktiven Konturen angepasst.

Ehrhardt u. a. [2001] erstellen so genannte digitale anatomische Atlanten der Hüfte, mit denen individuelle CT-Datensätze schneller segmentiert werden sollen. Jeder Atlas besteht aus festgelegten anatomischen Orientierungspunkten und einem CT-Datensatz, welcher in unterschiedliche, markante Teile unterteilt ist. Die anatomischen Orientierungspunkte werden zunächst automatisch mit dem individuellen Datensatz registriert. Danach wird der jeweilige Atlas für die Segmentierung mit Freiform-Transformationen an den Datensatz angepasst.

Bei der Methode von Li u. a. [2006] wird zunächst eine *support vector machine* mit repräsentativen Bilddaten, unter Verwendung einer variationellen Level-Set-Methode zur Segmentierung, trainiert. Die *support vector machine* ist damit in der Lage, in einem iterativen Prozess neue Datensätze zu segmentieren, indem es sie mit dem zuvor erlerntem Wissen klassifiziert.

Das Gebiet der Simulation von Osseointegration ist im Vergleich zur Simulation von beanspruchungsadaptivem Knochenumbau noch jung und dementsprechend existieren zu diesem Thema noch vergleichsweise wenige Arbeiten. Die meisten Arbeiten beschränken sich auf die Auswertung von Mikrobewegungen im Knochen-Implantat-

Interface. Modelle, die die eigentliche Osseointegration beschreiben, existieren noch immer nur vereinzelt.

Abdul-Kadir u. a. [2008] untersuchen zum Beispiel den Einfluss von Presspassung bei der Implantation auf die Primärstabilität der Prothese in Form von auftretenden Mikrobewegungen. Sie benutzen dabei einen kontaktmechanischen Ansatz im Interface. Zur Bestimmung der auftretenden Mikrobewegungen verwenden sie eine einzelne Spitzenlast beim Treppensteigen.

Keaveny und Bartel [1993] modellieren das Knochen-Prothesen-Interface mit einer Schicht Weichgewebe konstanter Dicke und untersuchen den Einfluss unterschiedlicher Grade der Oberflächenstrukturierung einer Schaftprothese auf die Mikrobewegungen. Sie verwenden dazu eine einzelne Gelenkkraft in Verbindung mit einer Abduktorkraft am Trochanter Major.

Die Gruppe von Viceconti u. a. [2001] verwenden einen so genannten "*contact stiffness relaxation*"-Ansatz, um die Mikrobewegungen bei unterschiedlichen Interfacedicken zu studieren. Dabei wird die Steifigkeit der Kontaktelemente so variiert, dass unterschiedlich große Durchdringungen der Interfaceschicht zugelassen werden, womit unterschiedlich dicke Interfaceschichten simuliert werden sollen. Mit dieser Methode wird die Überschreitung der Grenzwerte von $100\mu\text{m}$ und $200\mu\text{m}$ für die Mikrobewegungen bei einem Lastfall des Treppensteigens überprüft.

In der Arbeit von Onisoru u. a. [2007] werden für drei Lastfälle der OrthoLoad Datenbank (Bergmann [2008]) die von-Mises-Spannungen und die Verzerrungsenergiedichte im Knochen-Implantat-Interface ausgewertet, wobei ein klassischer Kontaktmechanik-Ansatz verwendet wird.

Die Stabilität von Dentalimplantaten bei unterschiedlichen vorgegebenen Osseointegrationsgraden und -mustern wird von Papavasiliou u. a. [1997] untersucht, wobei sie das Interface als Kontinuum modellieren.

Ein anderer Ansatz zur Modellierung des Interface wird von Fernandes u. a. [2002] sowie Andreykiv u. a. [2005] verwendet. Bei diesen Arbeiten werden die Freiheitsgrade benachbarter Knoten von Knochen und Prothese im Interface gekoppelt, wenn ein Grenzwert für die Mikrobewegungen nicht überschritten wird. Mit dieser Verbindung zwischen Prothese und Knochen soll die Osseointegration simuliert werden. Die erste Gruppe verwendet, wie oben bereits erwähnt, drei statische Lastfälle in Form von Gelenkkraft und Abduktor; letztere Gruppe simulieren ein Schulterimplantat mit zwei Einzelkräften.

Ein Modell zur Osseointegration, basierend auf einem Interface-Modell mit Reibung, wird von Büchler u. a. [2003] vorgestellt. Die Autoren verzichten auf einen mechanischen Stimulus zur Beschreibung der Osseointegration. Diese wird ausschließlich über die Mikrobewegungen beschrieben bzw. limitiert.

In der Arbeit von Rungsiyakull u. a. [2010] wird ein Multiskalen-Modell beschrieben, mit dem die Oberflächenbeschichtungen von Dentalimplantaten optimiert werden sollen. Auf der Mikroskala wird Osseointegration in Analogie zum gewöhnlichen Knochenumbau modelliert. Dazu wird das Interface zweidimensional mit diskreten Poren abgebildet. Mikrobewegungen werden in dem Modell vernachlässigt und ein Feedback der veränderten Mikrostruktur auf das makroskopische Modell wird nicht berücksichtigt.

Ein etwas differenzierterer Ansatz wird von Moreo u. a. [2007] vorgestellt. In dieser Arbeit wird das Einwachsen in Analogie zum Knochenumbau anhand der oben erwähnten "*damage-repair theory*" beschrieben. Dabei wird ein Parameter eingeführt, der den Grad der Osseointegration beschreibt. Der mechanische Stimulus ist in Abhängigkeit der Mikrobewegungen formuliert, wobei zwei Lastkombinationen aus Gelenk- und Abduktorkraft herangezogen werden.

Zu den verschiedenen, in dieser Arbeit behandelten Gebieten ist die aktuelle Forschung auf teils sehr unterschiedlichen Niveaus. Während auf dem Gebiet der Geometriekonstruktion aus Daten der bildgebenden Verfahren schon sehr fortgeschrittene Methoden vorhanden sind und zur Beschreibung des beanspruchungsadaptiven Knochenumbaus schon sehr differenzierte Modelle existieren, sind die Arbeiten auf den anderen Gebieten weniger weit fortgeschritten. Die Frage der Kräfte- und Randbedingungen bei der Berechnung realer Beispiele im Bereich der Hüftgelenksendoprothetik ist noch immer nicht abschließend geklärt. Es werden überwiegend noch Lastkollektive geringem Umfangs verwendet, die nach Bitsakos u. a. [2005] für den Anwendungsfall unzureichend sind. Zur Berechnung der Osseointegration unzementierter Implantate sind generell sehr wenige und noch nicht ausgereifte Modelle vorhanden. Die Frage der Lasten ist hierbei ebenso noch ungeklärt.

In der Summe existieren Ansätze und Methoden für Teilgebiete, welche für klinische Anwendungen nötig sind. Es existiert jedoch noch kein ganzheitlicher Ansatz für die Modellierung von Osseointegration und Langzeitverhalten, der sowohl die numerische, als auch die geometrische Modellierung beinhaltet.

1.3 Zielsetzung und Gliederung der Arbeit

In dieser Arbeit wird ein ganzheitlicher, effizienter Ansatz für die numerische Simulation in der Hüftgelenksendoprothetik vorgestellt, welcher auch auf andere Gebiete der Endoprothetik angewendet werden kann. Diese Arbeit baut auf die am Institut für Baumechanik und numerische Mechanik entstandene Arbeit von Ebbecke [2006] auf. Dabei wird bewusst an der Einfachheit des isotropen Knochenbaumodells festgehalten, um den Parametersatz gering zu halten. Viele erweiterte Modelle haben den Nachteil, dass sie sehr viele unbekannte Parameter benötigen, die weder messbar noch sonst irgendwie bestimmbar sind, was eine klinische Anwendung sehr schwer macht. Die Finite-Elemente-Studien von Peng u. a. [2006] und Baca u. a. [2008] zeigen, dass die Unterschiede zwischen isotroper und orthotroper Modellierung nur bei kleinen Knochenmodellen, die deutlich von einem System im kontinuumsmechanischen Sinne abweichen, von Belang sind und bei makroskopischen Modellen nur eine untergeordnete Rolle spielen. Diese Studien bestätigen die Einfachheit des verwendeten Ansatzes, dessen Leistungsfähigkeit in der klinischen Anwendung anhand von Beispielen gezeigt wird.

Vor diesem Hintergrund werden die von Ebbecke [2006] vorgestellten Methoden systematisch erweitert, effizienter gestaltet und darüber hinaus neue Bereiche beleuchtet, bis ein ganzheitliches Konzept vorliegt. Dieses Konzept beginnt mit der geometrischen Modellierung. Dabei werden Methoden aufgezeigt, mit deren Hilfe detaillierte, patientenspezifische Finite-Elemente-Modelle aus Computertomographie-Daten erstellt werden können.

Die Randbedingungen für die Finite-Elemente-Simulation werden detailliert diskutiert. Dieser Aspekt, der für eine praktische Anwendung die entscheidende Rolle spielt, wird bei vielen Arbeiten in diesem Bereich vernachlässigt. Dabei sind gerade die Kräfte- und Randbedingungen, die beim beanspruchungsadaptiven Knochenumbau und der Osseointegration die Beanspruchung, an die sich das Gewebe anpassen soll, hervorrufen, von essentieller Bedeutung. Gerade auch in diesem Punkt wird auf Effizienz geachtet.

Für die Berechnung der statisch äquivalenten Lastkollektive werden neue Methoden vorgestellt, die rechentechnisch weitaus effizienter sind als bereits vorhandene Ansätze. Für die neu entwickelte Berechnung der Osseointegration von unzementierten Hüft-

gelenksendoprothesen werden systematisch die anzusetzenden Lasten analysiert und auf ein Minimum reduziert. Zusammen mit der äußerst effizienten Implementierung wird dadurch ein beträchtlicher rechentechnischer Geschwindigkeitsvorteil erzielt.

Im Rahmen der Knochenumbausimulation werden neue Methoden vorgestellt, welche die etablierten, vorhandenen Modelle erweitern und verbessern. Für die neu entwickelte Simulation der Osseointegration werden zwei völlig neue, robuste und effiziente Ansätze vorgestellt, welche die komplexen, biomechanischen Vorgänge im Knochen-Prothesen-Interface beschreiben und vorhersagen können.

Zur Verbesserung der Abbildung berechneter Dichteverteilungen wurde ein topologieadaptiver Netzverfeinerungsalgorithmus entwickelt, welcher die Auflösung der berechneten Dichteverteilungen gezielt verbessert und die Netztopologie an die sich verändernde Knochendichteverteilung anpasst.

Schließlich werden die vorgestellten Methoden auf klinische Probleme angewendet, anhand von Daten klinischer Studien evaluiert und, sofern möglich, validiert.

In **Kapitel 2** werden die biomechanischen und medizinischen Grundlagen erklärt, die zum Verständnis der Arbeit notwendig sind. Dabei wird auf die Anatomie des Femurs eingegangen und Funktionsstörungen sowie Krankheiten des Femurs thematisiert. Es werden besonders jene Störungen diskutiert, die die hier behandelten Eingriffe und hüftgelenksendoprothetischen Versorgungen notwendig machen. Darauf folgend wird auf die Hüftgelenksendoprothetik und die verschiedenen Arten von Prothesenschäften eingegangen, wobei insbesondere die unzementierten Prothesen behandelt werden. Schließlich werden die mit der Hüftgelenksendoprothetik verbundenen knöchernen Veränderungen vorgestellt und am Beispiel gezeigt.

Kapitel 3 enthält die theoretischen Grundlagen, die für die Modellierung im Rahmen der Kontinuumsmechanik erforderlich sind. Darauf aufbauend wird die zugrunde liegende konstitutive Theorie vorgestellt. Die Methoden zur Beschreibung des beanspruchungsadaptiven Knochenumbaus werden dargelegt und ein neues, mit Experimenten abgeglichenes konstitutives Gesetz vorgestellt. Aufbauend auf etablierten Methoden der Kontinuums-Plastizitätstheorie werden zwei neu entwickelte Interfacemodelle zur Beschreibung der mechanisch regulierten Osseointegration präsentiert.

Kapitel 4 enthält die numerische Umsetzung im Rahmen der Finite-Elemente-Modellierung. Dabei werden zunächst die Grundlagen der Finite-Elemente-Methode in der Form eingeführt, in der sie in dieser Arbeit verwendet wird. Darauf folgt die numerische Umsetzung der Methoden zur Simulation des Knochenumbaus und der Osseointegration. Schließlich wird noch ein neu entwickelter Algorithmus zur adaptiven Netzverfeinerung im Kontext der Knochenumbausimulation beschrieben.

Kapitel 5 befasst sich mit der Vorgehensweise bei der Generierung von geometrischen Modellen aus CT-Daten. Neben der Erstellung von patientenspezifischen Finite-Elemente-Modellen wird ebenso auf die Erzeugung von Modellen mit Implantat eingegangen.

Kapitel 6 behandelt die Randbedingungen. Es wird ausführlich das Konzept der statisch äquivalenten Lasten für die Knochenumbausimulation eingeführt und neue effiziente Methoden präsentiert, deren Funktionsweise und Effizienz anhand eines Beispiels verdeutlicht werden. Im Anschluss werden die zur Simulation der Osseointegration herangezogenen Lasten diskutiert. Anhand der für die Osseointegration wichtigen Größen wird eine Modellreduktion vorgenommen, die das zunächst komplexe Problem für ausführliche Parameterstudien zugänglich macht.

In **Kapitel 7** werden die vorgestellten Methoden auf einen Standardfall der Hüftgelenksendoprothetik angewendet. Hier wird die vollständige Simulationskette anhand des Beispiels einer Kurzschaftprothese exemplarisch durchgeführt. Bei der Simulation der Osseointegration wird im Rahmen einer Studie der Parameterraum der wichtigsten Kenngrößen beleuchtet und die Auswirkungen auf die vorhergesagte Osseointegration studiert. Darauf aufbauend werden Simulationen zum Langzeitverhalten durchgeführt und mit klinischen Ergebnissen verglichen.

Kapitel 8 beschäftigt sich mit der operativen aber gelenkerhaltenden Behandlung von Hüftkopfnekrosen. Es werden drei Behandlungsmethoden vorgestellt und im Hinblick auf ihr Frakturrisiko untersucht. Dabei steht die klinische Frage der direkten postoperativen Belastung im Vordergrund. Es wird darüber hinaus das Frakturrisiko bei Extremlastfällen beurteilt und das verbleibende Frakturrisiko nach der Ausheilung diskutiert.

In **Kapitel 9** wird die Anwendung der Methoden bei einer Oberflächenersatzprothese gezeigt. In diesem Zusammenhang werden die klinischen Versagensmuster diskutiert und mit der Simulation bestätigt.

2 Biomechanische und medizinische Grundlagen

Zum Verständnis der hier vorgestellten mechanisch-mathematischen Modelle im biomechanischen und medizinischen Kontext ist Wissen über die verwendeten medizinischen Begriffe, das behandelte Gewebe und medizinische Behandlungsmethoden notwendig. Im Folgenden werden nur die in dieser Arbeit behandelten Gebiete angesprochen. Für weitere Informationen wird auf die Fachliteratur verwiesen. Tiefergehendes Verständnis zur Anatomie des Menschen kann hierbei z.B. durch Lektüre von Benninghoff und Drenckhahn [2003] oder Appell und Stang-Voss [2008] erlangt werden. Ein guter Überblick über die Erkrankungen der Gelenke und Knochen im Allgemeinen, aber auch speziell im Fall des Hüftgelenkes wird in Kasch und Kessler [2008] vermittelt. Das Gebiet der Hüftgelenksendoprothetik mit seinen verschiedenen Implantaten und Fixationsmöglichkeiten wird in den Artikeln von Winter [2009] und Effenberger [2007] umfassend behandelt.

2.1 Anatomische Lage- und Richtungsbeziehungen

Die hier vorgestellten Begriffe stellen nur einen Teil der existierenden Lage- und Richtungsbeziehungen dar, wobei nur die in dieser Arbeit verwendeten Beziehungen angegeben werden. Die Begriffe werden im Folgenden aufgeführt und sind in Abbildung 2.1 illustriert:

proximal: zum Körperzentrum hin gelegen oder verlaufend

distal: vom Körperzentrum entfernt gelegen oder verlaufend

anterior: vorn liegend

posterior: hinten liegend

longitudinal: der Körperlängsachse entlang bzw. senkrecht zu Transversal- und Saggitalebene

transversal: quer zur Körperachse verlaufend bzw. senkrecht zu Saggital- und Frontalebene

saggital: von vorne nach hinten verlaufend bzw. senkrecht zu Frontal- und Transversalebene

Axiale Schnittbilder entsprechen Schnittbildern in der Transversalebene, Saggitale Schnitte liegen in der Saggitalebene und Schnitte in der Frontalebene werden koronare Schnitte genannt. Bei den bildgebenden Verfahren in der Medizin, z.B. bei Röntgenbildern, sind gängige Aufnahmen in Verbindung mit der Hüftgelenksendoprothetik die anteroposteriore Projektion (AP-Projektion) und die axiale Projektion nach Lauenstein. Bei der anteroposterioren Projektion wird eine Frontalaufnahme des Patienten erzeugt. Das Ergebnis sind Bilder, wie sie zum Beispiel in den Abbildungen 7.21a und c zu sehen sind. Bei der axialen Projektion werden Aufnahmen von der Seite her durchgeführt. Dazu wird in Rückenlage des Patienten das aufzunehmende Bein aufgestellt, im Knie angewinkelt und abduziert. Abbildungen 7.21b und d zeigen exemplarisch solche Aufnahmen.

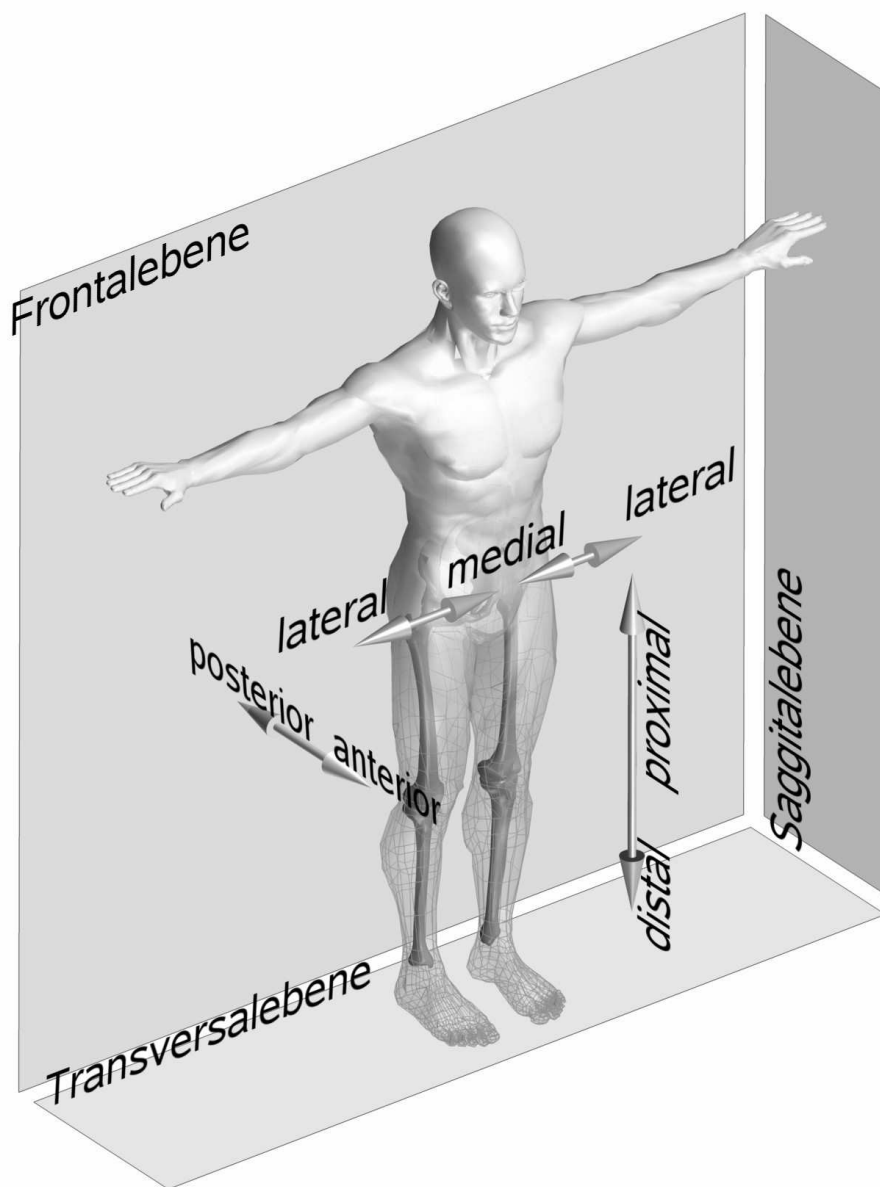
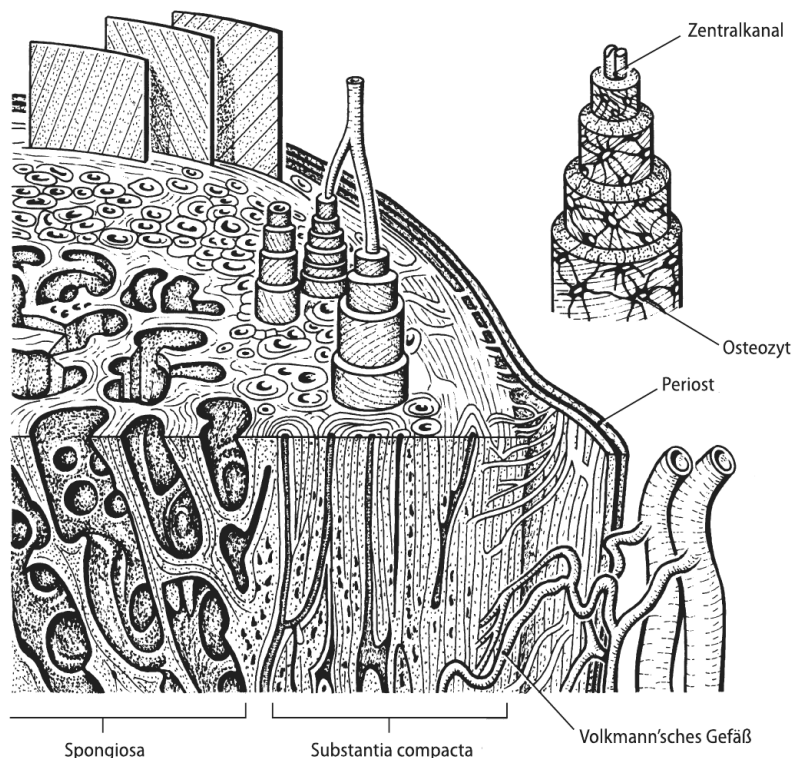


Abbildung 2.1: Anatomische Lage- und Richtungsbeziehungen.

2.2 Struktur und Aufbau von Knochen

Das menschliche Skelett besteht aus ca. 200 Knochen, welche unterschiedliche Formen und Größen aufweisen. Der größte Knochen ist dabei das Femur, also der Oberschenkelknochen, mit einer Länge von etwa 40-50 Zentimetern. Der kleinste Knochen ist der Steigbügel mit wenigen Millimetern, welcher zu den Gehörknöchelchen gehört. Die Knochen bilden die Stützstruktur des Körpers, übertragen die Muskelkräfte, schützen aber auch die inneren Organe und das Gehirn. Knochen werden aufgrund ihrer Struktur in unterschiedliche Gruppen kategorisiert. Die Geläufigsten sind dabei Röhrenknochen (z.B. Femur, Schienbein, Wadenbein, Oberarmknochen, Elle, Speiche), platte Knochen (z.B. Rippen, Becken, Schulterblatt, Schädel), kurze Knochen (z.B. Handwurzelknochen) und Sesambeine (z.B. Kniescheibe).

**Abbildung 2.2:**

Schematischer Aufbau des Lamellenknochens. Drei Osteone sind teleskopartig aus der Kortikalis herausgezogen, sowie drei Lamellen aus der Generallamelle herausgezogen sind. Rechts ist ein einzelnes Osteon mit Knochenzellen (Osteozyten) und seinen einzelnen Lamellen dargestellt; aus Appell und Stang-Voss [2008].

Knochen bestehen zu ungefähr 5% aus Wasser, zu 25% aus organischem Material und zu 70% aus anorganischem Material. Der Großteil des organischen Materials sind kollagene Fasern, welche für die Elastizität des Knochens sorgen. Der wesentliche Teil der anorganischen Substanz besteht aus Hydroxylapatit ($\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3(\text{OH})$), welches dem Knochen seine hohe Steifigkeit und Festigkeit gibt. Während die Knochen von Neugeborenen noch relativ weich sind, erhöht sich der Mineralisierungsgrad im Laufe der Entwicklung, wodurch die Knochen an Steifigkeit und Festigkeit gewinnen.

Knochen sind grundsätzlich aus zwei verschiedenen Knochentypen aufgebaut: spongiöser oder trabekulärer Knochen und kortikaler Knochen. Spongiöser Knochen besteht aus fachwerkartig vernetzten Knochenbälkchen oder Knochenplättchen (vgl. Abb. 2.2) und ist bei Röhrenknochen eher in den gelenknahen Bereichen anzufinden. Die Knochenbälkchen der Spongiosa sind dabei entlang der Spannungstrajektorien ausgerichtet. Die Zwischenräume dieser schwammartigen Struktur sind für gewöhnlich mit Knochenmark gefüllt.

Kortikaler Knochen ist ein sehr dichtes und festes Gewebe, welches die äußere Wand aller Knochen bildet. Aufgrund der dichten Zusammensetzung wird kortikaler Knochen auch Kompakta genannt. Kortikaler Knochen bildet den Schaft aller Röhrenknochen und macht etwa 80% der Knochenmasse des menschlichen Skelettes aus.

Sieht man sich den Ausschnitt eines Röhrenknochens an, wie er in Abbildung 2.2 dargestellt ist, wird die komplexe Struktur des Knochens auf mikroskopischer Ebene sichtbar. Der innere Teil des Knochens besteht hier aus spongiösem Gewebe, das nach außen hin in kortikales Gewebe übergeht. Das kortikale Gewebe ist lamellenartig aufgebaut. Die hervorgehobenen zylindrischen Strukturen werden Osteone genannt. Sie bestehen aus 4-15 zylindrischen Knochenlamellen, die um den so genannten Havers-Kanal angeordnet sind. Zusammen bilden sie ein so genanntes Havers-System; vgl. Appell und Stang-Voss [2008]. Die einzelnen Knochenlamellen bestehen aus Bündeln von parallel angeordneten Kollagenfasern, welche wiederum aus Kollagenfibrillen mit eingelagerten Hydroxylapatit-Kristallen bestehen.

Der Harvers-Kanal ist für die Versorgung des Knochengewebes mit Nährstoffen zuständig, spielt aber auch bei Knochenumbau und Regeneration eine Rolle. Die Havers-Kanäle werden durch Volkmann-Gefäße miteinander verbunden. Die Kollagenfasern in den Knochenlammellen der Osteone weisen schichtweise unterschiedliche Winkel auf, was ihre mechanischen Eigenschaften maßgeblich beeinflusst. Der äußere Teil des Knochens wird von ringförmig angeordneten Generallamellen gebildet, die von der Knochenhaut, dem so genannten Periost, umgeben ist.

2.3 Das Femur und die zugehörigen Muskeln

Das Femur ist der größte Röhrenknochen des menschlichen Skelettes. In Abbildung 2.3a ist ein aus Computertomographie-Daten rekonstruiertes weibliches Becken mit beiden Femora in einer leicht seitlichen, frontalen Ansicht abgebildet. Der Femurkopf ist proximal in die Hüftpfanne eingebettet und bildet mit ihr das Hüftgelenk. Proximolateral weist das Femur einen knöchernen Wulst auf, den Trochanter major. Dieser dient als Ansatz für die Gesäßmuskulatur, namentlich den Muskeln Gluteus maximus, Gluteus medius und Gluteus minimus. Erstere sind in Abbildung 2.4 zu sehen, welche eine Übersicht der femoralen Muskeln bietet. Letzterer ist auf der Darstellung verdeckt. Auf der posterioren Seite liegt proximal der Trochanter minor. In Abbildung 2.3a ist der Trochanter minor nur am linken Femur zu erkennen. Er ist der Ansatz für die Muskeln Iliacus und Psoas major, welche beide in proximale Richtung verlaufen und oft funktionell und namentlich zur Muskelgruppe Iliopsoas zusammengefasst werden, siehe dazu auch Abbildung 2.4. Distal grenzt das Femur mit seinen beiden Kondylen an den Unterschenkel und bildet mit diesem das Kniegelenk.

In Abbildung 2.3b ist das proximale Femur in einer anteroposterioren Röntgenaufnahme zu sehen. Dort sind auch Kortikalis und Spongiosa, sowie Trochanter major und Trochanter minor gekennzeichnet. Der Femurkopf (lateinisch *Caput femoris*) liegt in der Hüftpfanne, wobei der mit Gelenkflüssigkeit und Knorpelgewebe gefüllte Gelenkspalt deutlich sichtbar ist. Der Übergang zwischen Femurkopf und Schaft wird Schenkelhals bzw. lateinisch *Collum femoris* genannt. Schaft und Schenkelhals bilden zusammen den Schenkelhalsdiaphysenwinkel bzw. Caput-Collum-Diaphysenwinkel (CCD-Winkel), welcher in 2.3b eingezeichnet ist. Über diesen werden die im folgenden Kapitel genannten Fehlstellungen *Coxa vara* und *Coxa valga*, also varische bzw. valgische Fehlstellung, definiert. Eine varische Fehlstellung liegt bei einem CCD-Winkel von weniger als 120° und eine valgische Fehlstellung bei einem Winkel von mehr als 140° vor. Implantatausrichtungen im Femur, die in diesem Sinne von der optimalen Lage abweichen, werden ebenfalls als varisch bzw. valgisch bezeichnet.

Röhrenknochen lassen sich, wie in Abbildung 2.3b dargestellt, in drei unterschiedliche Abschnitte unterteilen: Epiphyse, Metaphyse und Diaphyse. Die Epiphyse beschreibt den gelenknahen Bereich des Knochens, in welchem überwiegend spongiöses Knochengewebe vorliegt. Die Diaphyse umfasst den röhrenförmigen Schaft, welcher praktisch ausschließlich aus kortikalem Knochen besteht. Die Metaphyse bildet schließlich den Übergang zwischen Epiphyse und Diaphyse. Diese Bezeichnungen werden auch in der Endoprothetik verwendet, wenn die Funktionsweise eines Implantates beschrieben wird. Es wird zum Beispiel typischerweise zwischen metaphysärer, diaphysärer und epiphysärer Verankerung unterschieden. Auf diese Thematik wird in Kapitel 2.5 näher eingegangen.

Am Femur greifen zahlreiche Muskeln an. Die Übersicht in Abbildung 2.4 kann dabei nur einen Teil zeigen, weil manche Muskeln von anderen verdeckt werden. Allein bei

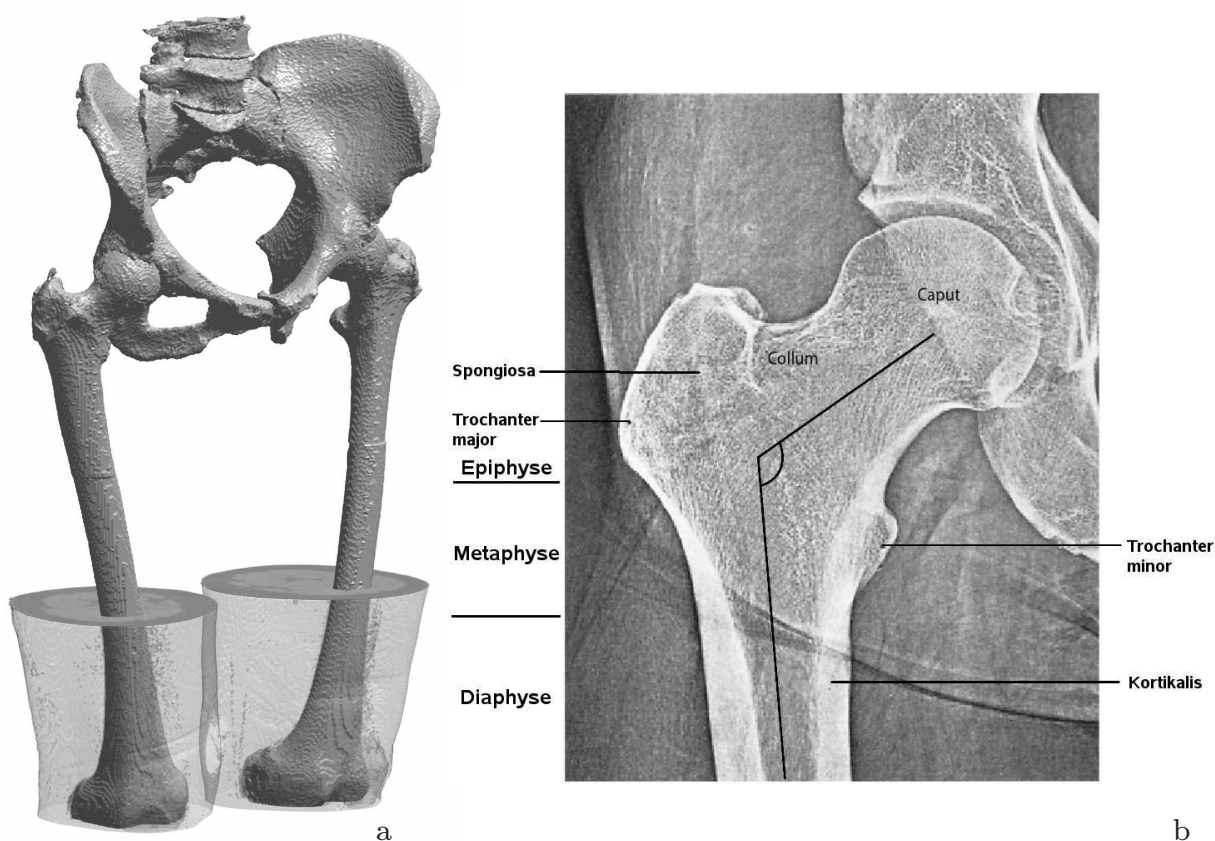


Abbildung 2.3: Aus CT-Daten rekonstruiertes Becken mit beiden Femora und angedeutetem distalem Oberschenkelweichgewebe (a). Anteroposteriore Röntgenaufnahme des Hüftgelenks mit eingezeichnetem CCD-Winkel (b); nach Appell und Stang-Voss [2008].

der Bewegung des Hüftgelenkes wirken über 20 Muskeln, wobei noch die Muskeln zur Bewegung des Kniegelenkes hinzugefügt werden müssen. Die Modellierung des mechanischen Systems eines Femurs bzw. eines Teilfemurs gestaltet sich dementsprechend schwierig. Daher werden in dieser Arbeit bei der Modellierung nur die wichtigsten Muskelgruppen einbezogen. Eine Auflistung der berücksichtigten Muskeln befindet sich in Kapitel 6.1.4.

2.4 Funktionsstörungen, Fehlstellungen und krankhafte Veränderungen des Hüftgelenkes

Die Liste der im Hüftgelenk auftretenden Krankheiten, Fehlstellungen und Funktionsstörungen umfasst unter anderem Hüftdysplasien, Morbus Perthes, Hüftkopfnekrosen, Koxarthrosen, bakterielle Koxitis, abakterielle Koxitis und Schenkelhalsanomalien wie Coxa vara, Coxa valga, Coxa antetorta und Coxa retortorta; vgl. Kasch und Kessler [2008]. Koxarthrosen sind dabei die am häufigsten auftretenden Erkrankungen des Hüftgelenkes im Erwachsenenalter. Sie stellen auch die häufigste Ursache für eine endoprothetische Versorgung dar. Hüftdysplasien und Hüftkopfnekrosen führen unbehandelt langfristig zu Koxarthrosen.

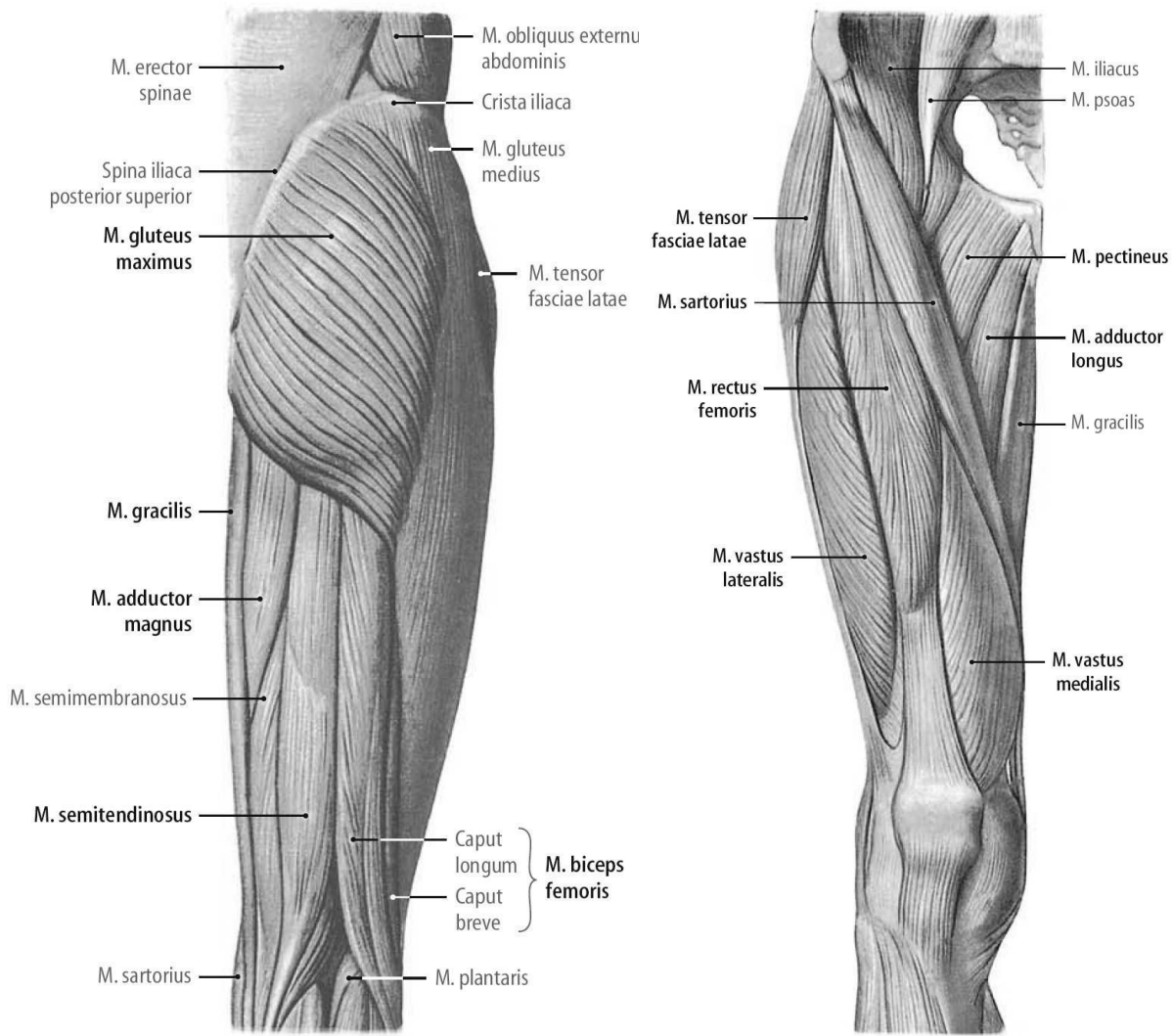


Abbildung 2.4: Muskeln des Oberschenkels an einem rechten Bein in posteriorer und anteriorer Ansicht; nach Tillmann [2005].

Arthrosen bezeichnen eine degenerative Gelenkerkrankung bzw. einen Gelenkverschleiß, welcher über dem altersüblichen Maß liegt. Sie entstehen durch ein Missverhältnis zwischen Belastung und Belastungsfähigkeit des Gelenkes. Bei Arthrosen unterscheidet man zwischen primären Arthrosen, die ohne den Einfluss von Vorerkrankungen z.B. durch minderwertiges Knorpelgewebe entstehen und den sekundären Arthrosen, die infolge von z.B. Hüftdysplasien, Hüftkopfnekrosen, Traumata oder entzündlichen Erkrankungen entstehen. Durch die Überbelastung wird der Knorpel geschädigt, wodurch nach weiteren Stadien schlussendlich der Funktionsverlust des betroffenen Gelenkes folgt. Die radiologischen Anzeichen für Arthrosen sind z.B. Gelenkspaltverschmälerung, Geröllzysten, subchondrale Sklerotisierung und Osteophytenbildung. Neben konservativen Therapien, wie z.B. Wärmebehandlung oder Krankengymnastik, werden Arthrosen vorwiegend operativ in Form von endoprothetischen Versorgungen behandelt.

Plaumann und Walter [2008] beschreiben in ihrem Übersichtsartikel, dass Erkrankungen des Muskel-Skelett-Systems 2005 in Deutschland an fünfter Stelle der Diagnosen aller vollstationären Patienten standen. Zwischen 1994 und 2005 stieg die Anzahl

der Diagnosen um 37,1% von 1.021.265 auf 1.400.064, was 8,6% aller Diagnosen in 2005 entspricht. Im gleichen Zeitraum stieg die Anzahl der Erkrankungen des Herzkreislauf-Systems, welches an erster Stelle aller Erkrankungen steht, lediglich um 8,8%. Auf die Erkrankungen des muskuloskelettalen Systems fielen in diesem Zeitraum 97,8 Mio. Arbeitsunfähigkeitstage. Mit einem Anteil von 23,3% entspricht dies mit Abstand der größten Gruppe. Für den volkswirtschaftlichen Schaden wird eine Summe von 8,8 Mrd. Euro durch Produktionsausfall angegeben, was die muskuloskelettalen Erkrankungen zu einem deutlichen Wirtschaftsfaktor macht.

2005 wurde in Deutschland 367.593 mal die Hauptdiagnose Arthrose gestellt, was 26,3% aller muskuloskelettalen Erkrankungen entspricht. Die häufigsten Erkrankungen sind dabei mit 50% die Arthrose des Kniegelenkes und mit 40,2% die Arthrose des Hüftgelenkes. Die restlichen Gelenke sind damit in nur 9,8% der Fälle betroffen. Die Anzahl der endoprothetischen Versorgungen infolge von Koxarthrosen betrug 2005 in Deutschland etwa 150.000 Fälle (Weigel [2005]). Sowohl bei Arthrose der Hüfte, als auch bei Arthrose des Knies liegt die größte Häufigkeit der Diagnosen in der Gruppe der 60- bis 75-jährigen.

Die anfangs erwähnten Hüftkopfnekrosen, welche sich für gewöhnlich im Krankheitsverlauf zu sekundären Arthrosen entwickeln, führen darüber hinaus unbehandelt in mehr als 85% der Fälle nach 2 Jahren zu einem Einbruch der subchondralen Platte (Mont und Hungerford [1995]). Von Hüftkopfnekrosen betroffen sind Menschen in einem mittleren Alter von 35 Jahren (Collaborative Osteonecrosis Group [1999]) bzw. zwischen der dritten und fünften Dekade des Lebens (Mont und Hungerford [1995]). Da Standzeiten von Prothesen von über 15-20 Jahren noch immer als Ausnahme angesehen werden müssen (von Stechow und Drees [2007]) wird versucht, die Nekrose im Anfangsstadium zu behandeln und ein Fortschreiten der Krankheit und eine damit verbundene Totalendoprothetik zu vermeiden oder hinauszuzögern. Neben konservativen Therapien, die nach Steinberg u. a. [1989] aber generell schlechte Resultate liefern, haben sich verschiedene gelenkerhaltene, operative Behandlungsmethoden für Osteonekrosen im Frühstadium etabliert. Diese werden in Kapitel 8 vorgestellt.

2.5 Hüftgelenksendoprothetik

Die Geschichte der Hüftgelenksendoprothetik begann Ende des 19. Jahrhunderts mit den Arbeiten des Berliner Chirurgen Themistocles Gluck (Winter [2009]). 1890 beschreibt er in seinem Aufsatz "Autoplastik-Transplantation-Implantation von Fremdkörpern" (Gluck [1890]) den Ersatz eines zerstörten Hüftkopfes durch einen künstlichen Hüftkopf mit Schenkelhals aus Elfenbein. Seit dieser Zeit ist die Entwicklung sehr weit fortgeschritten, dennoch haben die beiden schon damals identifizierten Ansätze heute noch ihre Gültigkeit: Ersatz von Hüftkopf und Schenkelhals oder alleiniger Ersatz der zerstörten Hüftkopfoberfläche.

Das Gebiet der Hüftgelenksendoprothetik lässt sich grob in zementierte und unzementierte Endoprothetik unterteilen. Dabei gilt nach Weigel [2005], dass Patienten unter 65 Jahren mit guter Knochenqualität und ohne Kontraindikation mit einer unzementierten Prothese versorgt werden sollten. Bei Patienten über 65 Jahren oder Patienten mit osteoporotisch geschwächtem Knochen sollte die Prothese zementiert werden. Die Entscheidung, ob eine zementierte oder unzementierte Prothese verwendet wird, kann ggf. erst während der Operation entschieden werden. Bei Patienten, die mit einer unzementierten Prothese versorgt werden sollen, kann die Wahl intraoperativ dennoch auf eine zementierte Prothese fallen, wenn die Knochenqualität deutlich schlechter ist als zuvor angenommen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur unzementierte Prothesen und auch nur die femorale Komponente, also der Prothesenstiel, betrachtet, weshalb der Fokus im Folgenden darauf liegt. Ein gute Übersicht über sowohl unzementierte, als auch zementierte Hüftschäfte bietet das Buchkapitel von Effenberger [2007]. In dem Artikel von Winter [2009] wird zudem auch noch die Pfannen-Komponente behandelt.

Obwohl die zementierte Endoprothetik bei älteren Patienten sehr gute Ergebnisse liefert, sind die Ergebnisse nach von Schulze Pellengahr u. a. [2009] bei jüngeren Patienten deutlich schlechter. Um bei jüngeren Patienten für eventuelle Revisionsoperationen die verbleibende Menge an knöchernem Material möglichst groß zu halten, wurde bei diesen Patienten in der Vergangenheit zur unzementierten Endoprothetik umgeschwenkt, welche sich hier auch zum Standardverfahren entwickelt hat. Die unterschiedlichen Arten an unzementierten Prothesen gleichen denen der zementierten Prothesen, wobei das Verankerungskonzept jedoch ein anderes ist. Während die Verankerung bei den zementierten Prothesen durch den Knochenzement stattfindet, wird bei den unzementierten Prothesen eine vollständige oder partielle Verankerung des Knochens mit dem Implantat angestrebt. Die Prothesen sind dazu vollständig oder partiell oberflächenbehandelt bzw. oberflächenstrukturiert, um dem periprothetischen Knochen die Möglichkeit zu bieten, mit dem Implantat einen Verbund einzugehen. Der Vorgang des knöchernen Einwachsens in das Implantat wird *Osteointegration* oder *Osseointegration* genannt. Dieser Prozess wurde als erstes von Bränemark u. a. [1977] beschrieben, welcher die Schreibweise *Osseointegration* anstatt *Osteointegration* wählte. Diese wird auch in der vorliegenden Arbeit verwendet. Detailliertere Ausführungen zum Prozess der Osseointegration finden sich in den Kapiteln 3.4.5 und 6.2.

Die gängigsten Prothesentypen sind Schaftprothesen, die oft auch als konventionelle Prothesen bezeichnet werden, Kurzschaftprothesen, Schenkelhalsprothesen und Oberflächenersatz- bzw. Kappenprothesen. Die verschiedenen Prothesentypen sind in Abbildung 2.5 dargestellt.

Der CLS-Schaft von Spotorno in Abbildung 2.5a stellt eine konventionelle Schaftprothese dar. Konventionelle Schaftprothesen stellen bei den unzementierten Prothesen die größte Gruppe (von Schulze Pellengahr u. a. [2009]). Der CLS-Schaft weist eine gestrahlte Oberfläche auf, die mit ihrer Körnung dem umliegenden Knochen auf ganzer Länge die Möglichkeit bieten soll, mit der Prothese einen Verbund einzugehen. Da die Prothese weit bis in die Diaphyse reicht, wird hier auch von meta-diaphysärer Verankerung gesprochen. Solche Art Prothesen werden überwiegend bei Revisionsoperationen angewendet. Neuere Prothesen sind vorwiegend nur proximal oberflächenbehandelt, damit der Verbund und damit die Kraftübertragung überwiegend proximal stattfindet. Mit diesem Ansatz soll das generell in der Endoprothetik auftretende Problem des so genannten *Stress-Shielding* (siehe Kapitel 2.6) verringert werden. Durch das *Stress-Shielding* können aseptische Lockerungen auftreten, welche nach von Schulze Pellengahr u. a. [2009] bei den unzementierten Prothesen, wie auch bei den zementierten Prothesen, langfristig das Hauptproblem darstellen. Die konventionellen Schäfte finden, wie bereits erwähnt, bevorzugt bei Revisionsoperationen Verwendung. Bei der primären Implantation werden für gewöhnlich bei ausreichend guter Knochenqualität kleinere, im Folgenden vorgestellte, Implantate verwendet. Diese stellen für potentielle Revisionsoperationen eine knochenschonendere Variante dar.

In Abbildung 2.5b ist die Kurzschaftprothese vom Typ Mayo dargestellt. Diese Art Prothesen sind deutlich kürzer als die konventionellen Prothesen. Die Intention bei diesem Design ist, dass sich die Prothese mit den oberflächenbehandelten Bereichen in der Metaphyse verankert und der glatte, unbehandelte, distale Teil der Prothese sich



Abbildung 2.5: Der Spotorno CLS-Schaft (a, Jakubowitz u. a. [2009]) und die Mayo Prothese von Zimmer (b, Jakubowitz u. a. [2009]), sowie Eska Cut (c, Thomas [2006]) und Eska Bionik (d, Juhnke [2006]).

nur an der lateralen Kortikalis abstützt. Hierbei wird von metaphysärer Verankerung gesprochen. Das Schaftdesign bei der Mayo-Prothese ist so ausgelegt, dass sich die Prothese durch die doppelte Keilform im proximalen Femur verkeilt und somit eine gute primäre Stabilität erzielt wird, die für eine erfolgreiche Osseointegration essentiell ist. Die Prothese ist nicht nur oberflächenbehandelt, sondern auf den Seitenflächen auch mit einem Metallgeflecht, dem so genannten "Fiber Metal Mesh" versehen; siehe Abbildung 2.5. Dieses Geflecht soll dem Knochen tieferes Einwachsen und somit besseren Verbund mit dem Implantat ermöglichen. Da diese Prothesenform noch vergleichsweise neu ist, liegen für die Kurzschaftprothesen noch relativ wenig klinische Ergebnisse vor. Die Mayo-Prothese zeigte jedoch signifikant bessere frühfunktionelle Ergebnisse im Vergleich zu einem zementierten Standardschaft (Hube u. a. [2004]).

Abbildung 2.5c stellt mit der CUT-Prothese von Eska einen Vertreter der Schenkelhalsprothesen dar. Diese Art Prothesen sollen sich nur im Schenkelhals verankern, wodurch dieser bei der Implantation weitestgehend erhalten bleibt. Durch die sehr geringe Resektion femoralen Gewebes sind diese Art Prothesen noch knochenschonender als die Kurzschaftprothesen. Man spricht hierbei von epiphysärer Verankerung. Durch die noch weiter proximale Krafteinleitung wird der physiologische Kraftfluss im Femur noch weniger als bei den Kurzschaftprothesen verändert, wodurch Stress-Shielding vermieden werden soll.

Die knochenschonendste Variante in der Totalendoprothetik ist der Oberflächenersatz. Eine entsprechende Prothese mit Pfannenkomponente ist in Abbildung 2.5d dargestellt. Diese, auch Kappenprothesen genannten Implantate, sollen nur die zerstörte Oberfläche des Femurkopfes ersetzen und somit möglichst knochenschonend sein und damit für Revisionsoperationen einen größeren Spielraum bieten. Auch hier wird von epiphysärer Verankerung gesprochen. Diese Art Prothesen verfügen für gewöhnlich über einen in den Schenkelhals führenden Dorn, welcher der korrekten Positionierung dienen und ein späteres Verkippfen der Prothese verhindern soll. Die am häufigsten auftretenden Probleme mit Kappenprothesen sind Schenkelhalsfrakturen, aseptische Lockerung und azetabuläres Impingement durch die relativ großen Komponenten auf Seiten von Femur und Hüftbein (von Schulze Pellengahr u. a. [2009]).

Neben Modifikationen an der Oberflächenstruktur der unzementierten Implantate wird versucht, die Osseointegration dadurch zu begünstigen, dass eine knochenähnliche Beschichtung aufgebracht wird. Durch die Verwendung von Hydroxylapatit oder Kalziumphosphat konnte in vielen Studien schon ein besseres Einwachsenverhalten gezeigt werden. Eine Beschichtung mit Kollagen soll das Anwachsen von Zellen begünstigen und damit auch die Osseointegration verbessern. Des Weiteren werden auch bioaktive Substanzen wie Wachstumsfaktoren verwendet, um das Knochenwachstum anzuregen (Schmidmaier und Wildemann [2006]).

Ein sehr wichtiger Faktor bei der Osseointegration ist die oben genannte Primärstabilität. Damit ist der direkt postoperative, feste Sitz der Prothese im Knochen gemeint. Wie in Kapitel 7.2 detailliert beschrieben, wurde in zahlreichen Studien nachgewiesen, dass die Osseointegration von unzementierten Implantaten maßgeblich von den Relativbewegungen zwischen Prothese und Implantat abhängt. Treten zu große Relativbewegungen auf, findet kein knöchernes Einwachsen in das Implantat statt. Stattdessen wird ein bindegewebsartiges Einwachsen beobachtet. Diese Art des Verbundes ist nicht gewünscht, kann aber dennoch die Prothese stabil verankern (Pillar u. a. [1986]). Die Primärstabilität ist deshalb von essentieller Bedeutung bei der Osseointegration von unzementierten Prothesen.

2.6 Adaptionerscheinungen bei der Hüftgelenksendoprothetik

Wie Julius Wolff in seinem Buch "Das Gesetz der Transformation der Knochen" (Wolff [1892]) beschreibt, passt sich der Knochen in seiner inneren Architektur sowie seiner äußeren Gestalt den vorliegenden Beanspruchungen an. Durch das Einbringen einer Endoprothese wird der Beanspruchungszustand im Knochen allerdings entscheidend verändert, wodurch dieser seine Struktur an die neue Beanspruchung adaptiert. Einige im Zusammenhang mit Hüftgelenksendoprothesen typische Adaptionvorgänge sollen hier vorgestellt werden. In Abbildung 2.6 sind einige in Verbindung mit Hüftgelenksimplantaten auftretende Veränderungen der knöchernen Struktur aufgezeigt. Abbildung 2.6a illustriert dabei den direkten postoperativen Zustand; 2.6b zeigt einen Langzeitzustand mit Veränderungen der knöchernen Struktur.

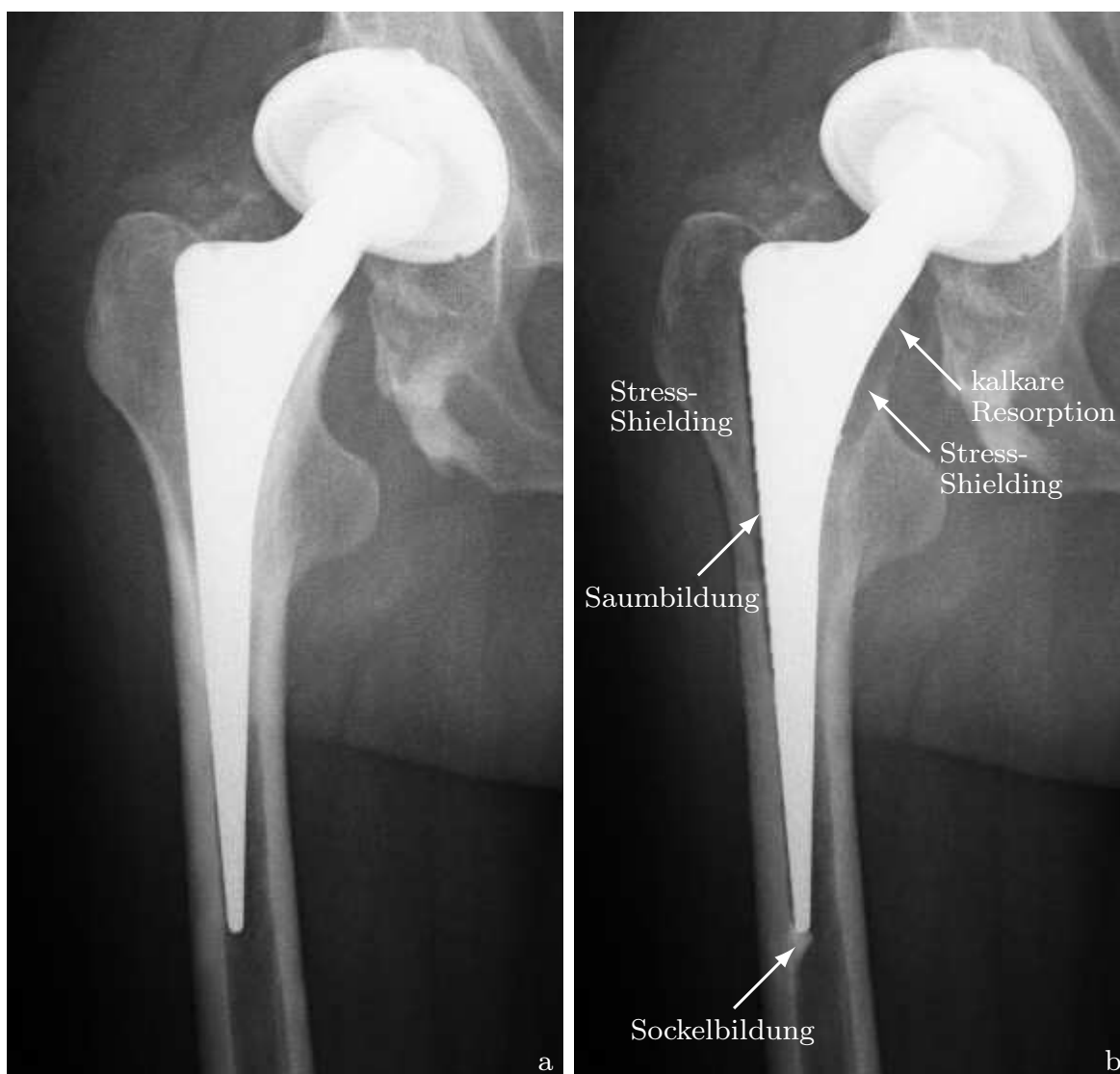


Abbildung 2.6: Illustration von gängigen Umbauphänomenen im Zusammenhang mit Hüftgelenksendoprothesen im postoperativen Zustand (a) und im fiktiven Langzeitzustand (b); modifiziert von Wikipedia [2005].

Das Phänomen des Stress-Shielding fällt in dieser Illustration am deutlichsten auf und ist der vorwiegende Grund aseptischer Lockerungen, die zu Revisionsoperationen führen. Stress-Shielding, also die Abschirmung des Knochens von der Belastung, tritt im proximalen Bereich des Femurs häufig bei diaphysär verankerten, also zum Beispiel vollstrukturierten Schaftprothesen auf. Durch die markant unterschiedlichen Steifigkeiten von Knochen und Prothese wird die Last über die Prothese abgetragen und erst in ihrem distalen Bereich wieder in den Knochen eingeleitet. Aufgrund der mangelnden Beanspruchung zeigt das Femur im proximalen Bereich dann typischerweise atrophes Verhalten, was in Abbildung 2.6b deutlich zu sehen ist. Sowohl mediale als auch laterale Kortikalis, aber auch der gesamte Bereich des Trochanter major sind in diesem fiktiven Fall davon betroffen. Oftmals treten Verrundungen des Kalkars oder eine weitreichende Resorption des Kalkars auf. Um dieses Verhalten zu umgehen, oder zumindest abzuschwächen, werden bei Primärimplantation oft die vorgestellten kürzeren Prothesenarten verwendet und somit zu einer metaphysären oder epiphysären Verankerung übergegangen. Auch bei dieser Art Prothesen tritt Stress-Shielding auf, für gewöhnlich jedoch in begrenzterer Form, da der Kontaktbereich von Prothese und Knochen weitaus geringer ist.

Bei unzementierten Prothesen kann z.B. durch zu große periprothetische Mikrobewegungen die Osseointegration ganz oder teilweise fehlschlagen. Dies ist oft durch eine so genannte Saumbildung auf Röntgenaufnahmen zu sehen. Das gebildete fibröse Gewebe tritt durch seine geringe Dichte dabei als dunkler Saum um die Prothese in Erscheinung. Trotz fehlgeschlagener Osseointegration kann eine stabile fibröse Integration zu guten klinischen Ergebnissen führen, wie Plötz u. a. [1992] in ihrer Studie mit konventionellen Hüftschäften beobachteten.

Wegen der distalen Verankerung bei vollstrukturierten Prothesen wird oft eine Hypertrophie in Form einer Sockelbildung am Ende des Prothesenstiels beobachtet, wie in Abbildung 2.6b dargestellt. Durch die erhöhte Beanspruchung des Knochens am distalen Ende der Prothese kommt es zu einer Aufdickung der Kortikalis oder zu einer Knochenneubildung um die Kortikalis herum. Ein solches Verhalten wurde von Plötz u. a. [1992] bei dieser Art Prothesen in bis zu 77% der Fälle beobachtet.

3 Kontinuumsmechanischer Rahmen

Die physikalisch korrekte Beschreibung eines Körpers und seiner Deformation beruht auf Wechselwirkungen der atomaren Ebene. Materialverhalten wie zum Beispiel Plastizität kann auf dieser Längenskala als Bewegung von Imperfektionen im Atomgitter beschrieben werden. Diese detaillierte Modellierung ist für Ingenieurprobleme auf der makroskopischen Längenskala jedoch aufgrund des immensen Aufwands bei Modellierung und Berechnung kaum möglich und auch nicht nötig, da das Verhalten auf atomarer Ebene oftmals nicht von Interesse ist. Die Beschreibung des makroskopischen Verhaltens reicht bei Ingenieurproblemen in vielen Fällen aus. Dazu wird in der Kontinuumsmechanik die mikroskopische Materialstruktur makroskopisch als kontinuierliches Material beschrieben. Auf kleiner Längenskala sind die meisten Materialien zum Beispiel inhomogen. Ihr makroskopisches Verhalten kann jedoch oft als homogen beschrieben werden, da sich die Schwankungen auf atomarer Ebene ausmitteln. Mit der Kontinuumsmechanik kann daher komplexes mikroskopisches Verhalten effizient auf makroskopischer Ebene beschrieben werden. Für umfassende Ausführungen zur Kontinuumsmechanik wird auf die Werke Altenbach und Altenbach [1994]; Betten [2001]; Holzapfel [2000] verwiesen.

Im Folgenden werden die für diese Arbeit wichtigen kontinuumsmechanischen Zusammenhänge erfasst. Im Kapitel 3.1 wird auf die Bewegung und Deformation eines dreidimensionalen Körpers eingegangen. In Kapitel 3.2 wird der mechanische Spannungsbegriff eingeführt. Die den hier betrachteten physikalischen Prozessen zugrunde liegenden Bilanzgleichungen werden in Kapitel 3.3 vorgestellt. Hierbei sei die Massenvarianz der betrachteten Systeme anzumerken. Dieser Aspekt wird in Kapitel 3.3.1 behandelt. Die konstitutive Theorie der hier betrachteten Materialien wird in Kapitel 3.4 beschrieben. Die grundlegenden Prinzipien der konstitutiven Theorie werden in Kapitel 3.4.2 vorgestellt. Auf die spezifischen konstitutiven Zusammenhänge für die hier zu behandelnden Materialien wird in den darauf folgenden Kapiteln eingegangen. In Kapitel 3.4.3 wird die hier verwendete Modellierung des durch mechanische Beanspruchung induzierten Knochenumbauverhaltens beschrieben. Die zur Beschreibung des Knochen-Prothesen-Interface herangezogenen Plastizitätsmodelle werden in Kapitel 3.4.4 für kleine Verzerrungen eingeführt, worauf schließlich die Modellierung der Osseointegration in Kapitel 3.4.5 aufbaut. Hier werden zwei phänomenologische Modelle vorgestellt, die den mechanisch stimulierten Prozess der Osseointegration beschreiben können.

3.1 Kinematik

Bewegung und Deformation eines Körpers werden durch kinematische Beziehungen beschrieben. Die Ursache von Bewegung und Deformation wird dabei nicht betrachtet. Bei der generellen Betrachtung finiter Deformationen muss zwischen der ursprünglichen Ausgangskonfiguration und der verformten Momentankonfiguration unterschieden werden.

Das Gebiet \mathcal{B}_0 der materiellen Punkte eines Körpers im dreidimensionalen, euklidischen Raum \mathbb{R}^3 beschreibt den Körper in der Referenzkonfiguration. Diese wird hier

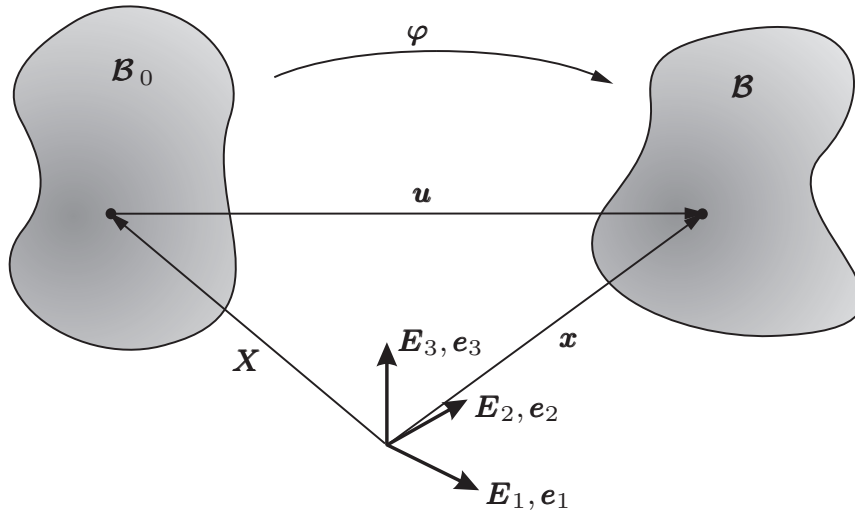


Abbildung 3.1: Referenz- und Momentankonfiguration eines Körpers.

als die undeformierte Ausgangskonfiguration gewählt. Zur Beschreibung von \mathbb{R}^3 wird ein kartesisches Koordinatensystem verwendet. Die Position eines Punktes des Körpers in der Referenzkonfiguration \mathcal{B}_0 wird durch den Positionsvektor $\mathbf{X} = X_i \mathbf{E}_i \in \mathcal{B}_0$ bestimmt, wobei \mathbf{E}_i das orthogonale Basissystem definiert. Unterliegt der Körper nun einer Deformation φ , so wird er als $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^3$ in der Momentankonfiguration bezeichnet. Die Position des Punktes im verformten Körper \mathcal{B} wird nun durch den Vektor $\mathbf{x} = x_i \mathbf{e}_i \in \mathcal{B}$ mit dem orthogonalen Basissystem \mathbf{e}_i gekennzeichnet. Die Deformation φ stellt die eindeutige Abbildung des Körpers von der Referenzkonfiguration \mathcal{B}_0 auf die Momentankonfiguration \mathcal{B} dar und wird mit

$$\varphi : \mathcal{B}_0 \rightarrow \mathcal{B} \quad (3.1)$$

angegeben; siehe Abb. 3.1. Jedem Punkt \mathbf{X} in \mathcal{B}_0 wird durch

$$\mathbf{x} = \varphi(\mathbf{X}) \quad (3.2)$$

die neue Position in der Momentankonfiguration zugewiesen. Die umgekehrte Abbildung von der Momentankonfiguration in die Referenzkonfiguration wird durch

$$\mathbf{X} = \varphi^{-1}(\mathbf{x}) \quad (3.3)$$

erreicht. Zur Transformation eines infinitesimalen Linienelementes $d\mathbf{X}$ der Referenzkonfiguration in sein Pendant $d\mathbf{x}$ in der Momentankonfiguration wird der Deformationsgradient \mathbf{F} eingeführt. Der Deformationsgradient \mathbf{F} verbindet Linienelemente der Vektorräume der Referenz- und Momentankonfiguration, die hier durch die Basissysteme \mathbf{E}_i und \mathbf{e}_i beschrieben werden (siehe Abb. 3.2). Der Deformationsgradient wird damit zu

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (3.4)$$

definiert. Damit die inverse Transformation gewährleistet ist, darf \mathbf{F} nicht singulär sein. Dieses ist gleich zu setzen mit der Bedingung

$$J = \det \mathbf{F} \neq 0 \quad , \quad (3.5)$$

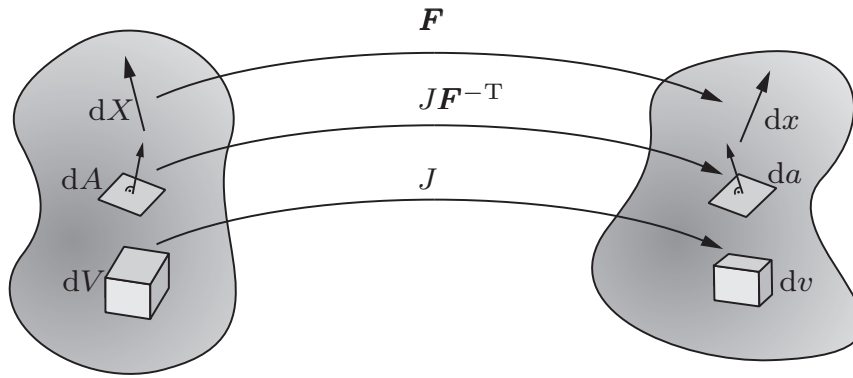


Abbildung 3.2: Referenz- und Momentankonfiguration eines Körpers.

wobei mit J die Jacobi-Determinante eingeführt wird. Ferner muss $J > 0$ gelten, da Deformationen mit $J < 0$ physikalisch nicht möglich sind und eine Durchdringung des Körpers durch sich selbst bedeuten würde. Zur Transformation von infinitesimalen Flächenelementen dA in die Momentankonfiguration wird ebenfalls \mathbf{F} herangezogen. Diese wird dann zu

$$\mathbf{n} da = J \mathbf{F}^{-T} \cdot \mathbf{N} dA \quad (3.6)$$

angegeben. Die Vektoren \mathbf{n} und \mathbf{N} stellen dabei die Normalenvektoren auf den Flächenelementen da bzw. dA dar. Schließlich wird mit

$$dv = J dV \quad (3.7)$$

noch die Transformation von infinitesimalen Volumenelementen dV in die Momentankonfiguration eingeführt. Als Maß für die Bewegung wird das Verschiebungsfeld

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}(\mathbf{X}) - \mathbf{X} \quad (3.8)$$

definiert. Der Einfachheit halber wird für die folgenden Betrachtungen bei beiden Konfigurationen das selbe Koordinatensystem gewählt. Es gilt also $\mathbf{e}_i = \mathbf{E}_i$ für $i = 1, 2, 3$. Diese Wahl ist jedoch nicht notwendig. Die Basissysteme können im Allgemeinen auch unabhängig voneinander gewählt werden.

Der Deformationsgradient \mathbf{F} beschreibt die gesamte Bewegung; also im Allgemeinen auch Starrkörperbewegungen. Der Deformationsgradient ist damit nicht objektiv, das heißt, er ist vom Bezugskordinatensystem abhängig. Sollen ausschließlich Deformationen beschrieben werden, ist er daher ungeeignet. Um ein sinnvolles Maß für die Deformation zu erhalten, wird zunächst der rechte Cauchy-Green-Deformationstensor

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \quad (3.9)$$

eingeführt. Der rechte Cauchy-Green-Tensor beschreibt die Deformation in den Koordinaten der Ausgangskonfiguration und nimmt bei reinen Starrkörperbewegungen den Wert $\mathbf{1}$ an. Für das Aufstellen von konstitutiven Beziehungen ist es aber sinnvoll ein Verzerrungsmaß zu besitzen, welches bei reinen Starrkörperbewegungen den Wert $\mathbf{0}$ annimmt. Mit dieser Überlegung wird der Green-Lagrange'sche Verzerrungstensor

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{1}) \quad (3.10)$$

eingeführt, welcher genau dieses Kriterium erfüllt. \mathbf{E} ist symmetrisch und gehört wie \mathbf{C} zur Ausgangskonfiguration. Teilt man den Positionsvektor \mathbf{x} der Momentankonfiguration in die Position der Ausgangskonfiguration und den Verschiebungsvektor auf, $\mathbf{x} = \mathbf{X} + \mathbf{u}$, so kann der Deformationsgradient auch durch

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{1} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} \quad (3.11)$$

ausgedrückt werden, wobei mit

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} \quad (3.12)$$

der Verschiebungsgradient bezüglich des Koordinatensystems der Ausgangskonfiguration definiert wird. Damit lässt sich der Green-Lagrange'sche Verzerrungstensor auch mit

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{H} + \mathbf{H}^T + \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^T \right) \quad (3.13)$$

durch den Verschiebungsgradienten ausdrücken. Im Folgenden werden nur kleine Deformationen betrachtet. In diesem Fall wird der Term $\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^T$ klein und kann vernachlässigt werden. Durch Linearisierung des Green-Lagrange'schen Verzerrungstensor erhält man nun mit

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{H} + \mathbf{H}^T \right) \quad (3.14)$$

den infinitesimalen Verzerrungstensor. Auf die Einführung der übrigen, geläufigen Deformations- und Verzerrungstensoren wird hier bewusst verzichtet, da sie im weiteren Verlauf nicht betrachtet werden.

3.2 Mechanische Spannungen

Durch auf einen Körper angreifende Kräfte entsteht im Inneren des Körpers ein Beanspruchungszustand. Dieser Beanspruchungszustand kann mit Spannungen quantifiziert werden. Ein gedachter Schnitt durch einen beanspruchten Körper ermöglicht die Sicht auf die im Inneren wirkenden Kräfte. Auf ein infinitesimales Flächenelement da in der Schnittfläche des Körpers \mathcal{B} in der Momentankonfiguration wirkt der Kraftvektor $d\mathbf{f}$. Damit wird der Cauchy-Spannungsvektor

$$\mathbf{t} = \frac{d\mathbf{f}}{da} \quad (3.15)$$

eingeführt, der diese Größen miteinander in Beziehung setzt. Analog dazu kann der Piola-Kirchhoff-Spannungsvektor

$$\mathbf{T} = \frac{d\mathbf{f}}{dA} \quad (3.16)$$

in der Referenzkonfiguration definiert werden. Dabei beschreibt \mathbf{t} die wahren Spannungen und \mathbf{T} die nominellen Spannungen. Als Spannungsmaß sind diese Darstellungen allerdings nicht sinnvoll, da sie davon abhängen, wie der Schnitt in einem betrachteten Punkt durch den Körper geführt wird. Sie hängen also von den Richtungen der

Flächennormalen in da bzw. dA ab. Um ein objektives Maß für die Spannungen zu bekommen, wird der Cauchy-Spannungstensor anhand des Cauchy-Theorems

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \quad (3.17)$$

eingeführt, wobei \mathbf{n} die normierte Flächennormale in der Schnittfläche ist. Damit wird auch deutlich, dass der Cauchy-Spannungsvektor \mathbf{t} von der Schnittnormalen abhängt. Analog gilt für die Referenzkonfiguration

$$\mathbf{T} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{N} \quad (3.18)$$

mit dem 1. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor \mathbf{P} . Durch die Spannungstensoren ist der Spannungszustand in einem Punkt des Körpers eindeutig definiert.

3.3 Bilanzgleichungen

Die hier betrachteten Bilanzgleichungen beschreiben fundamentale, physikalische Zusammenhänge und sind für die Betrachtung mechanischer Problemstellungen von grundlegender Bedeutung. Diese Bilanzgleichungen müssen sowohl in lokaler Form für jeden materiellen Punkt des Körpers, als auch in globaler, integraler Form für den ganzen Körper erfüllt sein. Ändert sich die betrachtete extensive Zustandgröße während der Betrachtungsdauer nicht, so wird aus einer Bilanzgleichung ein Erhaltungssatz. Entgegen der üblichen Betrachtungsweisen - siehe z.B. Altenbach und Altenbach [1994] - muss im Rahmen dieser Arbeit beachtet werden, dass die Masse des betrachteten Systems nicht notwendigerweise konstant ist (Krstin u. a. [2000]). Die im weiteren Verlauf diskutierten Gleichungen des Knochenumbaus und der Osseointegration beschreiben die mechanisch stimulierte Veränderung der Materialeigenschaften über die Änderung der Dichte ρ mit der Zeit t , womit die Änderung der Masse m einhergeht. Die Masse des betrachteten Systems bleibt daher im Allgemeinen nicht erhalten und wird bilanziert.

3.3.1 Massenbilanz

Bei der Betrachtung eines heterogenen, massenvarianten Körpers gilt

$$m(t) = \int_{\mathcal{B}} \varrho(\mathbf{x}, t) \, dv \neq \text{const.} \quad (3.19)$$

in globaler Form für die Momentankonfiguration. Die Dichte $\varrho(\mathbf{x}, t)$ ist im Ort und in der Zeit veränderlich. Damit verschwindet die Zeitableitung der Massenbilanz

$$\frac{d}{dt} m = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho \, dv \neq 0 \quad (3.20)$$

im Gegensatz zu einem masseninvarianten System nicht. Unter Verwendung von Gleichung 3.7 erhält man

$$\frac{d}{dt} m = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho \, dv = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}_0} \varrho J \, dV \quad (3.21)$$

Da das Volumen V der Referenzkonfiguration nicht veränderlich ist, gilt

$$\dot{m} = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}_0} \varrho J \, dV = \int_{\mathcal{B}_0} \frac{d}{dt} (\varrho J) \, dV = \int_{\mathcal{B}_0} \dot{\varrho} J + \varrho \dot{J} \, dV, \quad (3.22)$$

wobei mit "·" die Zeitableitungen gekennzeichnet sind. Mit den Erkenntnissen aus Kapitel 3.1 gilt

$$\dot{J} = \operatorname{div} \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} \right) J = \operatorname{div}(\mathbf{v}) J \quad (3.23)$$

mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} . Einsetzen in Gleichung 3.22 liefert dann

$$\dot{m} = \int_{\mathcal{B}_0} (\dot{\varrho} J + \varrho \operatorname{div}(\mathbf{v}) J) \, dV, \quad (3.24)$$

woraus man unter Zuhilfenahme von 3.7

$$\dot{m} = \int_{\mathcal{B}} (\dot{\varrho} + \varrho \operatorname{div}(\mathbf{v})) \, dv \quad (3.25)$$

in globaler Form erhält. Mit

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho \, dv = \int_{\mathcal{B}} \hat{\varrho} \, dv \quad (3.26)$$

lässt sich die lokale Form der Massenbilanz zu

$$\dot{\varrho} + \varrho \operatorname{div}(\mathbf{v}) = \hat{\varrho} \quad (3.27)$$

angeben. Über den Ausdruck $\hat{\varrho}$ wird dabei die Änderung der Masse des Systems beschrieben. Der zweite Term beschreibt den Transport von Masse innerhalb des Systems, welcher hier nicht betrachtet wird. Unter dieser Annahme kann die lokale Form der Massenbilanz mit

$$\dot{\varrho} = \hat{\varrho} \quad (3.28)$$

angegeben werden.

3.3.2 Impulsbilanz

Der Gesamtimpuls eines Körpers ist mit

$$\mathbf{L} = \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{v} \, dv \quad (3.29)$$

definiert. Die zeitliche Änderung des Gesamtimpulses $\dot{\mathbf{L}}$ ist gleich der Summe aller auf den Körper wirkenden äußeren Kräfte \mathbf{F}_{ext} . Die äußeren Kräfte setzen sich aus Oberflächen- und Volumenkräften zusammen, womit die Impulsbilanz zu

$$\dot{\mathbf{L}} = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{v} \, dv = \int_{\partial \mathcal{B}} \mathbf{t} \, da + \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{b} \, dv \quad (3.30)$$

angegeben werden kann. Dabei ist \mathbf{t} der Cauchy-Spannungsvektor, der auf dem Rand des Körpers $\partial\mathcal{B}$ wirkt und $\varrho\mathbf{b}$ die Volumenkraftdichte. Mittels des Cauchy-Theorems 3.17 kann dieser Ausdruck zunächst zu

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{v} \, dv = \int_{\partial\mathcal{B}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \, da + \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{b} \, dv \quad (3.31)$$

und mit dem Gauß'schen Integralsatz zu

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{v} \, dv = \int_{\mathcal{B}} \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) \, dv + \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{b} \, dv \quad (3.32)$$

umgeformt werden. Unter Verwendung des modifizierten Transporttheorems nach Cowin und Hegedus [1976] erhält man

$$\int_{\mathcal{B}} \dot{\varrho} \mathbf{v} + \varrho \mathbf{v} \operatorname{div}(\mathbf{v}) + \varrho \dot{\mathbf{v}} \, dv = \int_{\mathcal{B}} \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) \, dv + \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{b} \, dv \, , \quad (3.33)$$

wobei $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}$ die Beschleunigung ist. Dieses kann in die lokale Form der Impulsbilanz

$$\dot{\varrho} \mathbf{v} + \varrho \mathbf{v} \operatorname{div}(\mathbf{v}) + \varrho \mathbf{a} = \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \varrho \mathbf{b} \quad (3.34)$$

bzw. mit der zuvor getroffenen Annahme des Massentransports und Gl. 3.28 in

$$\varrho \mathbf{a} = \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \varrho \mathbf{b} - \hat{\varrho} \mathbf{v} \quad (3.35)$$

überführt werden. Zu der bekannten Form der Impulsbilanz ist hier durch das massenvariante System noch der Term $\hat{\varrho} \mathbf{v}$ hinzugekommen.

3.3.3 Drehimpulsbilanz

Der Drehimpuls für den kontinuierlichen Körper \mathcal{B} um den Ursprung $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ist als

$$\mathbf{J} = \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{x} \times \mathbf{v} \, dv \quad (3.36)$$

definiert. Der Drehimpulssatz besagt, dass die zeitliche Änderung des Drehimpulses im Gleichgewicht mit den an \mathcal{B} angreifenden Momenten

$$\mathbf{M}_{\text{ext}} = \int_{\mathcal{B}} \mathbf{x} \times \mathbf{b} \varrho \, dv + \int_{\partial\mathcal{B}} \mathbf{x} \times \mathbf{t} \, da \quad (3.37)$$

steht, welche sich aus Volumen- und Oberflächenkräften zusammensetzen. Damit wird die Drehimpulsbilanz zu

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{x} \times \mathbf{v} \, dv = \int_{\mathcal{B}} \mathbf{x} \times \mathbf{b} \varrho \, dv + \int_{\partial\mathcal{B}} \mathbf{x} \times \mathbf{t} \, da \quad (3.38)$$

angegeben. Im Fall der Statik $\mathbf{v} = 0$ kann durch weitere Umformungen und Betrachtung der lokalen Form die Symmetrie - z.B. des Cauchy-Spannungstensors $\boldsymbol{\sigma}$ - hergeleitet werden (Altenbach und Altenbach [1994]). In der klassischen Kontinuumsmechanik wird mit dem Boltzmann-Axiom die Gleichheit der einander zugeordneten Schubspannungen gefordert; siehe z.B. Betten [2001]. Die Symmetrieaussagen gelten damit natürlich auch für die Kinetik.

3.3.4 Energiebilanz

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik bilanziert die Energie eines Systems. Er besagt, dass die zeitliche Änderung der Gesamtenergie \dot{E} gleich der von außen zugeführten mechanischen Arbeit P und Wärmeenergie Q sein muss. Der erste Hauptsatz lautet danach

$$\dot{E} = P + Q \quad , \quad (3.39)$$

wobei die Gesamtenergie E in die innere Energie U und die kinetische Energie K aufgeteilt werden kann. Die dem Körper \mathcal{B} von außen zugeführte Energie wird mit

$$P = \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} \, dv + \int_{\partial \mathcal{B}} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v} \, da \quad (3.40)$$

und

$$Q = \int_{\mathcal{B}} \varrho r \, dv - \int_{\partial \mathcal{B}} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, da \quad (3.41)$$

definiert, wobei r die Strahlungswärme und \mathbf{q} den Wärmeflussvektor angibt. Die innere Energie U und die kinetische Energie K werden mit

$$U = \int_{\mathcal{B}} \varrho u \, dv \quad (3.42)$$

und

$$K = \int_{\mathcal{B}} \frac{1}{2} \varrho \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \, dv \quad (3.43)$$

beschrieben. Dabei ist u die spezifische innere Energie. Damit lautet die Energiebilanz

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho \left(u + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \right) \, dv = \int_{\mathcal{B}} \varrho (\mathbf{b} \cdot \mathbf{v} + r) \, dv + \int_{\partial \mathcal{B}} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, da \quad , \quad (3.44)$$

wobei das negative Vorzeichen vor dem Wärmeflussvektor \mathbf{q} bewirkt, dass das Skalarprodukt $-\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}$ bei einem Wärmefluss in den Körper positiv wird, da Wärmefluss- und Normalenvektor entgegengesetzt gerichtet sind. Wendet man nun für das Randintegral den Gauß'schen Integralsatz und das Cauchy-Theorem 3.17 an, so erhält man

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho \left(u + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \right) \, dv = \int_{\mathcal{B}} (\varrho (\mathbf{b} \cdot \mathbf{v} + r) + \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{v}) - \operatorname{div}(\mathbf{q})) \, dv \quad , \quad (3.45)$$

welches unter Verwendung des Transporttheorems auf die lokale Formulierung

$$\begin{aligned} \dot{\varrho} u + \varrho \dot{u} + \varrho u \operatorname{div}(\mathbf{v}) + \frac{1}{2} \dot{\varrho} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} + \varrho \dot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{v} + \varrho \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \operatorname{div}(\mathbf{v}) = \\ \varrho \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} + \varrho r + \operatorname{grad}(\mathbf{v}) \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{v} \cdot \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) - \operatorname{div}(\mathbf{q}) \end{aligned} \quad (3.46)$$

führt. Durch Abzug der mit \mathbf{v} multiplizierten Impulsbilanz 3.35, unter Verwendung von Gleichung 3.28 und mit dne Überlegungen zum Massentransport erhält man die Form

$$\varrho \dot{u} = \text{grad}(\mathbf{v}) \cdot \boldsymbol{\sigma} + \varrho r - \text{div}(\mathbf{q}) - \hat{\varrho} \left(u + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \right) , \quad (3.47)$$

welche sich unter Voraussetzung kleiner Deformationen und isothermer Prozesse zu

$$\varrho \dot{u} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \hat{\varrho} \left(u + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \right) \quad (3.48)$$

vereinfacht.

3.3.5 Entropiebilanz

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik besagt, dass eine Energieform in die andere transformiert werden kann. Hierbei wird aber keine Aussage über die Art und Richtung der Energietransformation getroffen. Ebenso wenig wird festgelegt, ob die Prozesse reversibel oder irreversibel sind. Um diese Aussagen treffen zu können, wird die spezifische Entropie s eingeführt. Sie ist ein Maß für die Umwandlung einer nutzbaren Energieform in eine nicht mehr nutzbare Energieform. Die chemische Energie von Treibstoff wird z.B. in einem Motor in mechanische Arbeit und Wärme umgewandelt. Die mechanische Arbeit wird durch Reibung an den Reifen oder in den Bremsen schließlich auch in Wärme umgewandelt. Die erzeugte Wärme ist dabei nicht mehr nutzbar und somit ein Maß für die erzeugte Entropie des Systems. Die Entropiebilanz für den Körper \mathcal{B} lautet

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho s \, dv \geq \int_{\mathcal{B}} \varrho \frac{r}{\vartheta} \, dv - \int_{\partial \mathcal{B}} \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}}{\vartheta} \, da , \quad (3.49)$$

mit der absoluten Temperatur ϑ . Die Bilanz besagt, dass die Entropieänderungsrate niemals kleiner als die Geschwindigkeit der äußeren Entropiezufuhr sein kann. Nur für ideale, reversible Prozesse sind beide Größen gleich. Mit dem Gauß'schen Integralsatz wird das Randintegral umgeformt, wodurch man

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{B}} \varrho s \, dv \geq \int_{\mathcal{B}} \varrho \frac{r}{\vartheta} \, dv - \int_{\mathcal{B}} \text{div} \left(\frac{\mathbf{q}}{\vartheta} \right) \, dv \quad (3.50)$$

erhält. Damit folgt mit

$$\frac{d}{dt} (\varrho s) \geq \varrho \frac{r}{\vartheta} + \text{div} \left(\frac{\mathbf{q}}{\vartheta} \right) \quad (3.51)$$

die lokale Formulierung. Formuliert man die Zeitableitung aus und setzt die Energiebilanz ein, erhält man nach ein paar Umformungen

$$\vartheta \left(\varrho \dot{s} + \hat{\varrho} s + \varrho s \, \text{div}(\mathbf{v}) \right) - \hat{\varrho} \left(u + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \right) - \varrho \dot{u} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \mathbf{q} \cdot \text{grad}(\vartheta) \frac{1}{\vartheta} \geq 0 , \quad (3.52)$$

welches durch die Überlegungen zum Massentransport und Gleichung 3.28 zu

$$\vartheta \left(\varrho \dot{s} + \hat{\varrho} s \right) - \hat{\varrho} \left(u + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \right) - \varrho \dot{u} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \mathbf{q} \cdot \text{grad}(\vartheta) \frac{1}{\vartheta} \geq 0 \quad (3.53)$$

vereinfacht werden kann. Unter Verwendung der Legendre-Transformation

$$\psi = u - \vartheta s, \quad (3.54)$$

wobei ψ die freie Energie des Körpers \mathcal{B} ist, können u bzw. $\dot{u} = \dot{\psi} + \dot{\vartheta}s + \vartheta\dot{s}$ in Gleichung 3.53 ersetzt werden, wodurch man

$$\vartheta(\varrho\dot{s} + \hat{\varrho}s) - \hat{\varrho}\left(\psi + \vartheta s + \frac{1}{2}\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}\right) - \varrho(\dot{\psi} + \dot{\vartheta}s + \vartheta\dot{s}) + \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mathbf{q} \cdot \text{grad}(\vartheta) \frac{1}{\vartheta} \geq 0 \quad (3.55)$$

erhält. Durch Vereinfachung kann mit

$$\mathcal{D} = -\varrho(\dot{\psi} + \dot{\vartheta}s) - \hat{\varrho}\left(\psi + \frac{1}{2}\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}\right) + \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mathbf{q} \cdot \text{grad}(\vartheta) \frac{1}{\vartheta} \geq 0 \quad (3.56)$$

die Clausius-Duhem-Ungleichung angegeben werden, welche beim Herleiten konstitutiver Beziehungen eine wichtige Rolle spielt. Für den statischen Fall $\mathbf{v} = 0$ und bei einem isothermen Prozess kann die Ungleichung weiter zu

$$\mathcal{D} = -\varrho\dot{\psi} - \hat{\varrho}\psi + \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \geq 0 \quad (3.57)$$

vereinfacht werden.

3.4 Konstitutive Theorie

3.4.1 Betrachtung infinitesimaler Verformungen

Die Bruchdehnung von Knochen wird je nach Quelle, Art der Belastung und Materialausrichtung mit 2-3% angegeben, womit die vereinfachende Beschränkung auf infinitesimale Verformungen möglich ist. Unter dieser Voraussetzung gilt nun $\mathbf{F} \approx \mathbf{1}$ und der Unterschied zwischen Referenzkonfiguration \mathcal{B}_0 und Momentankonfiguration \mathcal{B} kann vernachlässigt werden. Die Differenz zwischen den Verzerrungsmaßen und den Spannungsmaßen verschwindet dadurch, so dass $\mathbf{E} \approx \boldsymbol{\varepsilon}$ bzw. $\mathbf{P} \approx \boldsymbol{\sigma}$ angenommen werden kann. Es genügt deshalb, mit den energetisch konjugierten Größen $\boldsymbol{\sigma}$ und $\boldsymbol{\varepsilon}$ zu arbeiten. Die verbleibende Konfiguration wird mit \mathcal{B} bezeichnet.

3.4.2 Grundlegende Prinzipien der konstitutiven Theorie

Die bisher betrachteten kinematischen und kinetischen Beziehungen der Kontinuumsmechanik sind unabhängig vom Material des betrachteten Körpers und gelten für jedes Kontinuum. Um nun die spezifischen Eigenschaften eines Materials, wie z.B. den Widerstand gegen Deformation, zu beschreiben, werden konstitutive Beziehungen benötigt. Die Formulierung von konstitutiven Beziehungen basiert auf einigen grundlegenden Prinzipien der Materialtheorie.

Physikalische Konsistenz: Die Konstitutivgleichungen genügen den thermodynamischen Bilanzgleichungen

Kausalität: Zur Beschreibung von Ursache und Wirkung werden die Unbekannten in abhängige und unabhängige Variablen unterteilt. Betrachtet man z.B. ein thermomechanisches Kontinuum, so werden Bewegung und Temperatur als unabhängige Variablen gewählt. Spannung, Wärmestrom, freie Energie und Entropie werden von diesen Variablen beeinflusst und werden folglich als abhängige Variablen gewählt.

Determinismus: Der aktuelle Zustand eines Körpers wird durch die aktuelle Belastung und die Lastgeschichte bestimmt. Die Eigenschaften eines jeden materiellen Punktes werden durch die Eigenschaften der übrigen materiellen Punkte des Körpers festgelegt.

Äquipräsenz: Alle Konstitutivgleichungen enthalten den vollständigen Satz unabhängiger Variablen, um mögliche Wechselwirkungen erkennen zu können.

Lokale Wirkung: Der Zustand eines materiellen Punktes wird nur durch seine unmittelbare Umgebung beeinflusst; Fernwirkungen können vernachlässigt werden. Bei so genannten einfachen Materialien werden zur Beschreibung nur die Variablen und deren Gradienten benötigt.

Gedächtnis: Analog zur lokalen Wirkung wird der aktuelle Zustand des Kontinuums maßgeblich durch die nähere Vergangenheit beeinflusst. Länger zurückliegende Ereignisse haben nur wenig Einfluss auf den aktuellen Zustand. Es wird daher von einem schwindenden Gedächtnis gesprochen.

Objektivität: Die konstitutiven Beziehungen müssen unabhängig vom gewählten Bezugssystem sein. Sie müssen insbesondere invariant gegenüber Starrkörperbewegungen sein, weil Starrkörperbewegungen z.B. keine Spannungen hervorrufen dürfen.

Materielle Symmetrie: Das Materialverhalten ist identisch für so genannte Symmetriegruppen des Materials.

3.4.3 Konstitutive Beschreibung des Knochenumbaus

Zur konstitutiven Beschreibung von Knochen kann angenommen werden, dass die freie Energie nur von den Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ und der Dichte ρ abhängt. Die Temperatur spielt in diesem Zusammenhang eine untergeordnete Rolle. Weiterhin werden im Rahmen dieser Arbeit Langzeitprozesse beschrieben, weswegen strukturdynamische Effekte vernachlässigt werden können. Daher kann die freie Energie mit den Abhängigkeiten

$$\psi = \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \rho) \quad (3.58)$$

angegeben werden. Um die freie Energie mit ihren Abhängigkeiten mit der Clausius-Duhem-Ungleichung zu kombinieren, wird die Zeitableitung

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \dot{\rho} \quad (3.59)$$

gebildet. Setzt man dieses nun in die Clausius-Duhem-Ungleichung 3.57 ein, so nimmt diese die Form

$$-\rho \left(\frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \dot{\rho} \right) - \dot{\rho} \psi + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \geq 0 \quad (3.60)$$

an, welches in

$$\left(\boldsymbol{\sigma} - \varrho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right) \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \varrho \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} \dot{\varrho} - \dot{\varrho} \psi \geq 0 \quad (3.61)$$

umgeformt werden kann.

Für einen beliebigen thermodynamischen Prozess lässt vorige Ungleichung die Beziehungen

$$\boldsymbol{\sigma} = \varrho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (3.62)$$

$$-\varrho \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} \dot{\varrho} - \dot{\varrho} \psi \geq 0 \quad (3.63)$$

zu. Gleichung 3.62 beschreibt den elastischen, dissipationfreien Zustand des Materials. Aus Beziehung 3.63 wird die Dissipation der biomechanischen Vorgänge zu

$$D^{bio} = -\varrho \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} \dot{\varrho} \quad (3.64)$$

identifiziert. Bei Knochenumbaureaktionen sind diesbezüglich einige spezielle Gegebenheiten zu beachten. Knochenabbau kann durch die Verringerung der mechanischen Eigenschaften als eine Art Schädigung verstanden werden. Im Gegensatz zu nicht lebenden, passiven Materialien tritt dieser Zustand bei lebenden, adaptiven Materialien bei geringen Spannungen auf. Durch die Fähigkeit der Adaption kann aber ebenso Knochen aufgebaut werden. Um der Analogie zu folgen wäre demnach von Instandsetzung oder Reparatur zu sprechen. Betrachtet man das rein mechanische System - ohne Erweiterung auf die biologischen Prozesse - liegt hier ein Widerspruch vor. Nach Doblaré und García [2002] muss dieser Vorgang durch Stoffwechselenergie kompensiert werden.

Die konstitutive Beziehung zwischen Knochendichte und dem Elastizitätsmodul wird bei Nackenhorst [1997] mit

$$E = E_0 \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^2 \quad (3.65)$$

angegeben, wobei E_0 und ϱ_0 Referenzwerte für Elastizitätsmodul und Knochendichte darstellen, welche noch geeignet zu bestimmen sind. Setzt man diese Beziehung in das verallgemeinerte Hookesche Gesetz

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} \cdot \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.66)$$

mit dem isotropen Materialtensor \mathbb{C} ein, so kann man dieses auch als

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\varrho^2}{\varrho_0^2} \mathbb{C}_0 \cdot \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad , \quad (3.67)$$

formulieren, wobei

$$\mathbb{C}_0 = \frac{E_0}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \quad (3.68)$$

der konstante Materialtensor in Voigt-Notation in Abhängigkeit von E_0 ist und ν die Querkontraktion angibt. Die Beschreibung mittels linear-elastischen Materialverhalten ist gerechtfertigt, da in Juszczyk u. a. [2011] gezeigt wurde, dass sich der proximale Femur bis zum Bruch linear-elastisch verhält.

Dieser isotrope Ansatz ist bewusst einfach gewählt, um die Zahl der Parameter des Modells gering zu halten. Materialtheoretisch anspruchsvollere Modelle werden z.B. in Jacobs u. a. [1997a]; Krstin u. a. [2000]; Doblaré und García [2002]; Kuhl u. a. [2003] vorgestellt. Die Finite-Elemente-Studien von Peng u. a. [2006] und Baca u. a. [2008] zeigen jedoch, dass die Unterschiede zwischen isotroper und orthotroper Beschreibung des Knochens vernachlässigbar sind. In der Studie von Peng u. a. [2006] konnte gezeigt werden, dass die Unterschiede zwischen isotropen und orthotropen Modellen in den von-Mises-Spannungen und den maximalen Verschiebungen bei durchschnittlich 0,31611% bzw. 1,0883% liegen. Die Studie von Baca u. a. [2008] hatte zum Ergebnis, dass die Unterscheidung zwischen isotropen und orthotropen Materialeigenschaften nur bei kleinen Knochenproben von Belang ist. Bei makroskopischen Modellen des proximalen Femurs wurde im Durchschnitt ein Unterschied von 4,55% in den maximalen Verschiebungen ermittelt. Diese Studien belegen, dass der hier gewählte isotrope Ansatz das mechanische Verhalten des Knochens hinreichend genau beschreibt.

Bestimmung der Dichte-Steifigkeits-Relation

Der konstitutive Zusammenhang zwischen Knochenmassendichte und Elastizitätsmodul bei Röhrenknochen und Knochen im Allgemeinen ist noch immer Gegenstand der Forschung. Die empirisch ermittelte Gleichung nach Carter und Hayes [1977]

$$E_{CH}(\varrho) = 3790 \dot{\epsilon}^{0.06} \varrho^3 \quad (3.69)$$

ist in der Literatur sehr präsent. Dabei wurde in Experimenten an kortikalen Proben von menschlichen und Rinderknochen eine kubische Relation ermittelt. Darüber hinaus gibt es diverse weitere, experimentell ermittelte Gleichungen, z.B. Linde u. a. [1991]; Keyak und Falkinstein [2003]; Snyder und Schneider [1991]; Wirtz u. a. [2000]; Rho u. a. [1995], um nur einige zu nennen. Es werden lineare Regressionen genauso wie Potenzgesetze vorgestellt, wobei der Exponent der Dichte zwischen $n = 1$ und $n = 3,3$ variiert. Die Studie von Rice u. a. [1988] zeigte, dass eine quadratische Relation experimentelle Daten am besten approximiert. Eine systematische Studie, die Finite-Elemente-Berechnungen mit Experimenten vergleicht, wurde von Austman u. a. [2008] publiziert. Dabei wurden acht menschliche Ulnae aus Leichen entnommen und Finite-Elemente-Modelle anhand der CT-Daten erstellt. In Versuchen wurden Dehnungen gemessen, die mit den Dehnungen der Finite-Elemente-Berechnungen verglichen wurden. Für die Finite-Elemente-Berechnungen wurden unter anderem die Gleichungen nach Carter und Hayes [1977] und die Gleichung

$$E_M(\varrho) = 8920 \varrho^{1.83} \quad (3.70)$$

nach Morgan u. a. [2003] verwendet, welche im Vergleich mit anderen Konstitutivgesetzen die Dehnungen der Experimente am besten reproduzieren konnten; einmal davon abgesehen, dass beide Gleichungen inkonsistent in den Einheiten sind. Die Gleichung von Carter und Hayes allerdings überschätzte die gemessenen Dehnungen, ist also zu weich. Im Gegensatz dazu unterschätzte die Gleichung der Gruppe um Morgan die Dehnungen, ist also zu steif. Es ist naheliegend, dass eine Gleichung, die die Messergebnisse besser trifft, zwischen diesen Gleichungen liegen muss. Austman u. a. [2008] haben selbst mehrere Gleichungen getestet, wobei die Gleichung

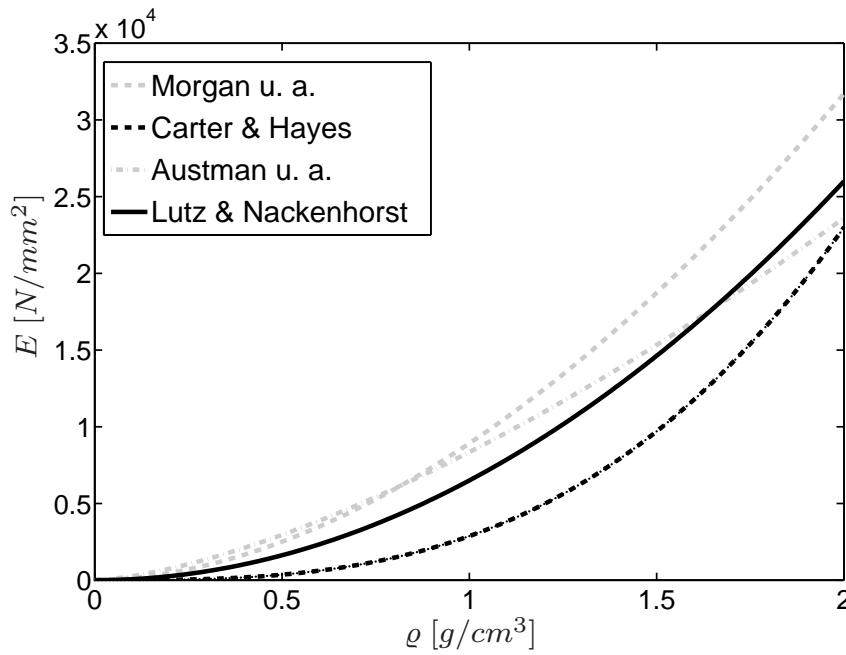


Abbildung 3.3: Vergleich der Konstitutivbeziehungen E_M , E_{CH} , E_A und E_L für Dichte und Elastizitätsmodul.

$$E_A(\varrho) = 8346 \varrho^{1.5} \quad (3.71)$$

die Messergebnisse am besten reproduzierte. Ausgehend von der Gleichung 3.65 wurde im Rahmen dieser Arbeit die Konstitutivbeziehung

$$E_L(\varrho) = 6500 \frac{N}{mm^2} \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^2 \quad (3.72)$$

mit $\varrho_0 = 1g/cm^3$ entwickelt. In Abbildung 3.3 ist diese Konstitutivbeziehung zusammen mit den Gleichungen 3.69, 3.70 und 3.71 dargestellt. Die obere Grenze der Dichte ist zu $\varrho_{max} = 2,0g/cm^3$ gewählt, was eine gängige Angabe der maximalen Dichte von kortikalem Knochen ist, siehe z.B. Martin u. a. [1998]. Man sieht deutlich, dass die Gleichung von Austman u. a. [2008] und die hier entwickelte Beziehung zwischen den Gleichungen von Morgan u. a. [2003] und Carter und Hayes [1977] liegen und somit die Messergebnisse besser beschreiben müssten. In Kooperation mit der Gruppe um Austman konnten drei der acht Finite-Elemente-Modelle mit dem hier entwickelten Materialgesetz berechnet und mit den Testergebnissen verglichen werden. Die Ergebnisse sind anhand der mittleren quadratischen Fehler in Tabelle 3.1 für die drei Prüfkörper und die vier betrachteten Konstitutivgesetze angegeben. Man kann der Tabelle entnehmen, dass die Gleichungen 3.69 und 3.70 im Vergleich relativ große Abweichungen zu den Testergebnissen aufweisen. Die Gleichung der Austman-Gruppe ist schon deutlich besser, weist jedoch noch einen größeren Fehler aus, als das hier entwickelte Materialgesetz. Die Tests haben gezeigt, dass das Materialgesetz valid ist und die Realität gut approximiert wird.

Evolutionsgleichung für die Knochenmassendichte

Es ist weithin anerkannt, dass das Knochenumbauverhalten auf mechanischer Stimulation beruht. Schon Wolff [1892] hat in seinen Studien herausgefunden, dass Knochen Material aufbauen, wenn sie belastet werden und Material abbauen, wenn sie

Probekörper	Carter & Hayes	Morgan u.a.	Austman u.a.	Lutz & Nackenhorst
4	119.7	43.4	36.3	30.5
6	48.3	73.4	26.5	32.3
8	55.1	46.5	20.3	13.7
\emptyset	74.4	54.4	27.7	25.5

Tabelle 3.1: Mittlerer quadratischer Fehler in Mikrodehnungen ($\mu\varepsilon$) $[\frac{1}{1000}]$ der Simulationsergebnisse zu den Testergebnissen für drei Modelle aus Austman u. a. [2008].

entlastet werden. Welche Art mechanischer Stimulation dieses Adaptionsverhalten hervorruft ist jedoch noch nicht abschließend geklärt. Schmitz u. a. [2004] haben eine Vergleichsstudie durchgeführt, in der Finite-Elemente-Simulationen mit klinischen in vivo Langzeitergebnissen einer Druckscheibenprothese verglichen wurden. Dabei wurde das Knochenumbauverhalten anhand eines patientenspezifischen Finite-Elemente-Modells mit verschiedenen mechanischen Stimuli analysiert und die Ergebnisse mit Röntgenaufnahmen verglichen. Der Vergleich ergab, dass verzerrungsenergiebasierte Stimuli die plausibelsten Ergebnisse liefern. Ähnliche Ergebnisse erhielten auch Brown u. a. [1990], wobei in dieser Studie die erste Hauptspannung und die maximale Schubspannung ebenso als verantwortliche Stimuli in Betracht gezogen wurden.

In dieser Arbeit wird daher die massenspezifische Verzerrungsenergiedichte

$$\psi = \frac{1}{2\rho} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbb{C} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.73)$$

als Stimulus für den Knochenumbau verwendet, welche durch Einsetzen des Konstitutivgesetzes mittels Gleichung 3.67 die Form

$$\psi = \frac{\rho}{2\rho_0^2} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbb{C}_0 \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.74)$$

erhält. In Analogie zur Plastizität (vgl. Kapitel 3.4.4) kann das Optimierungsproblem

$$D^{bio} \rightarrow \max \quad (3.75)$$

$$\text{u.d.N} \quad f = \psi - \psi_{\text{phys}} = 0 \quad (3.76)$$

aufgestellt werden. Die Nebenbedingung 3.76 beschreibt ein Wachstumsgesetz, nach dem der Knochen versucht einen physiologischen Zielwert ψ_{phys} für die Verzerrungsenergiedichte anzunehmen. Diese Betrachtungsweise steht im Einklang mit etablierten Modellen von z.B. Beaupré u. a. [1990]; Nackenhorst [1997]; Weinans u. a. [1994].

Die Lagrange-Funktion dieses Optimierungsproblems wird als

$$\mathcal{L} = D^{bio} - \dot{\lambda} f = \text{stationär} \quad (3.77)$$

angegeben, wobei mit $\dot{\lambda}$ ein Lagrange-Multiplikator eingeführt wurde. Daraus kann man die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen zu

$$\nabla_{\rho} \mathcal{L} = \frac{\partial D^{bio}}{\partial \rho} - \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \rho} = 0 \quad (3.78)$$

$$f = \psi - \psi_{\text{phys}} = 0 \quad (3.79)$$

$$\dot{\lambda} f = 0 \quad (3.80)$$

ableiten und aus Gleichung 3.78 erhält man mit Gleichung 3.64

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial}{\partial \varrho} \left(\varrho \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} \dot{\varrho} \right) - \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \varrho} \\ &= \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} \dot{\varrho} - \dot{\lambda} \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} \quad , \end{aligned} \quad (3.81)$$

woraus man die Evolutionsgleichung

$$\dot{\varrho} = \dot{\lambda} \quad (3.82)$$

erhält. Diese wird in Anlehnung an die Plastizität mit einem zum *Return Mapping* analogen Einschrittverfahren unter Beachtung des Wachstumsgesetzes 3.76 integriert, was in Abschnitt 4.4 diskutiert wird.

3.4.4 Plastizitätstheorie

In diesem Kapitel wird die dem Osseointegrationsmodell zugrunde liegende Plastizitätstheorie behandelt. Dabei handelt es sich um Standard-Plastizitätsmodelle im Rahmen kleiner Verzerrungen. Für ausführlichere Darstellungen wird auf die umfassenden Werke Lemaitre und Chaboche [1994]; Simo und Hughes [1998]; de Souza Neto u. a. [2008] verwiesen.

Plastizität bei kleinen Verzerrungen

Im Rahmen kleiner Verzerrungen kann der Verzerrungstensor additiv in seine elastischen und plastischen Anteile zerlegt werden,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{(el)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(pl)} \quad . \quad (3.83)$$

Da hier nur isotherme Prozesse ohne Verfestigung betrachtet werden, hängt die freie Energie

$$\psi = \psi \left(\boldsymbol{\varepsilon}^{(el)} \right) \quad (3.84)$$

nur von den elastischen Verzerrungen ab. Die innere Dissipation kann damit zu

$$D^{in} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(pl)} \geq 0 \quad (3.85)$$

angegeben werden. Das Prinzip der maximalen Dissipation, Hill [1948], führt auf das Optimierungsproblem

$$D^{in} \rightarrow \max \quad , \quad (3.86)$$

für welches die Lagrange-Funktion

$$\mathcal{L} = -D^{in}(\boldsymbol{\sigma}) + \dot{\lambda} f(\boldsymbol{\sigma}) = \text{stationär} \quad (3.87)$$

angegeben werden kann, wobei mit f eine noch festzulegende Fließfunktion eingeführt wurde und $\dot{\lambda}$ der schon im letzten Kapitel eingeführte Lagrange-Multiplikator ist. Aus dieser werden die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = 0 \quad , \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad , \quad f \leq 0 \quad , \quad \dot{\lambda} f = 0 \quad (3.88)$$

abgeleitet. Führt man die Ableitung in 3.88₁ aus, erhält man

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = -\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(pl)} + \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = 0 \quad , \quad (3.89)$$

woraus mit der Evolutionsgleichung für die plastischen Verzerrungen die assoziierte Fließregel

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(pl)} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.90)$$

ermittelt wird. Da die partielle Ableitung des Fließfunktionals als ihr Gradient bezüglich der Spannungen interpretiert werden kann, erfolgt die Evolution der plastischen Dehnungen normal zur durch f beschriebenen Fließfläche. Ebenso wie in der Metallplastizität wird hier der volumetrisch-isochore Split angewandt. Danach lassen sich die Verzerrungen und Spannungen durch

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (3.91)$$

und

$$\boldsymbol{\sigma} = -p \mathbf{1} + \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (3.92)$$

in ihre volumetrischen und deviatorischen Anteile aufteilen, wobei $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ und $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ die deviatorischen Anteile der Verzerrungen bzw. Spannungen sind und p der hydrostatische Druck ist.

Das Plastizitätsmodell nach von Mises

Das von-Mises-Fließkriterium dient der Beschreibung der Plastizität von Metallen. Da hier isotropes Material behandelt wird, kann die Fließfunktion durch die Invarianten des Spannungstensors oder durch die Hauptspannungen beschrieben werden. Weil für die erste Invariante

$$J_1 = \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}) = 0 \quad (3.93)$$

gilt, kann die Fließfunktion mit den Abhängigkeiten $f = f(J_2, J_3)$ formuliert werden. Nach dem von-Mises-Fließkriterium tritt plastisches Fließen bei Metallen ein, wenn die J_2 Invariante der deviatorischen Spannungen einen Grenzwert erreicht. Damit kann die Fließfläche auf die Abhängigkeit $f = f(J_2)$ reduziert werden, wobei mit 3.93

$$J_2 = -\frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^2) \quad (3.94)$$

für die zweite Invariante des Spannungsdeviators gilt. Mit der Fließspannung σ_F aus dem einachsigen Zugversuch kann das von-Mises-Fließkriterium zu

$$f^{VM} = -J_2 - \frac{1}{3} \sigma_F^2 \leq 0 \quad (3.95)$$

angegeben werden. Im Zusammenhang mit dem von-Mises-Plastizitätsmodell wird auch von J_2 Plastizität gesprochen. Das Fließkriterium kann mit ein paar Umformungen auch durch

$$f^{VM} = \|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}\| - \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_F \leq 0 \quad (3.96)$$

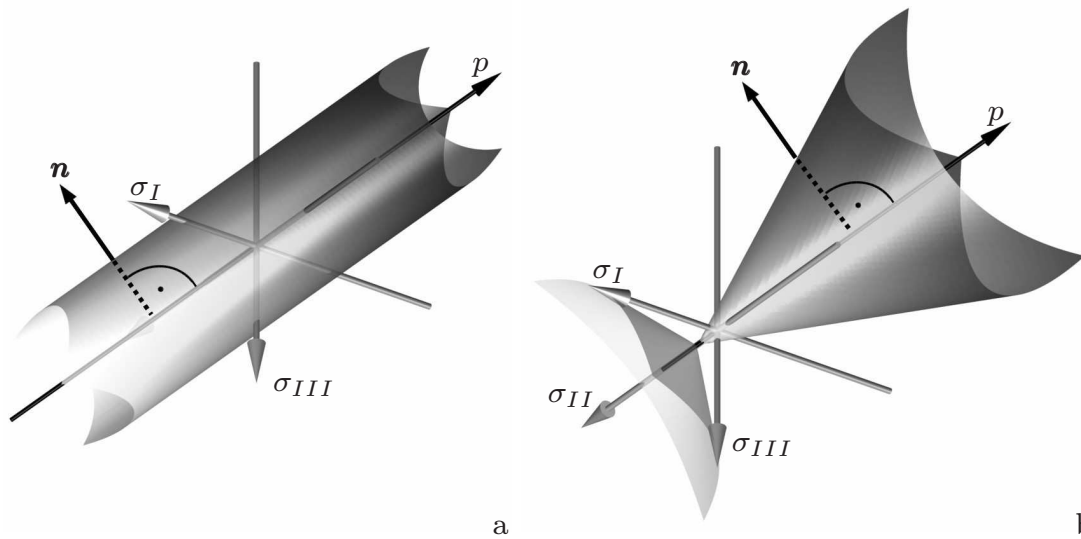


Abbildung 3.4: Von-Mises- (a) und Drucker-Prager-Fließfläche (b) im Hauptspannungsraum. Die Drucker-Prager-Fließfläche ist zusammen mit dem komplementären Kegel abgebildet.

ausgedrückt werden, was weiterführend als bevorzugte Darstellung gewählt wird. Das von-Mises-Fließkriterium beschreibt mit $f^{VM} = 0$ im Hauptspannungsraum einen Zylinder mit der hydrostatischen Achse als Rotationsachse; siehe Abbildung 3.4a. An der Abbildung ist die Unabhängigkeit des Fließkriteriums vom hydrostatischen Druck zu erkennen. Die Fließrichtung \mathbf{n} der assoziierten Fließregel des von-Mises-Modells

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(pl)} = \dot{\lambda} \frac{\partial f^{VM}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} = \dot{\lambda} \mathbf{n} = \dot{\lambda} \frac{\partial \|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}\|}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \quad (3.97)$$

ist in Abbildung 3.4a illustriert. Sie stimmt hier mit der Richtung des Spannungstensors $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ überein und steht damit senkrecht auf Fließfläche und hydrostatischer Achse. Zusammen mit voriger Gleichung und den Karush-Kuhn-Tucker Bedingungen 3.88₁₋₃ kann das linear-elastisch und ideal-plastische, assoziierte Plastizitätsmodell für isotropes Material beschrieben werden. Auf die analytische Herleitung des plastischen Parameters λ und der elastoplastischen Materialtangente $\mathbb{C}^{(ep)}$ wird hier bewusst verzichtet, da sie für die numerische Umsetzung keine Bedeutung haben. Dazu wird auf die angegebene Literatur verwiesen.

Das Plastizitätsmodell nach Drucker und Prager

Das Drucker-Prager-Fließkriterium, welches zum Beispiel bei Böden Anwendung findet, kann als eine Modifikation des von-Mises-Fließkriteriums bezeichnet werden. Hierbei tritt plastisches Fließen ein, wenn die J_2 Invariante mit dem hydrostatischen Druck eine bestimmte Kombination eingeht. Diese Kombination wird durch einen Term beschrieben, der als Kohäsion bzw. Adhäsion gedeutet werden kann. Das Fließkriterium lässt sich mit J_2 durch

$$f^{DP} = \sqrt{J_2} - c + \alpha \sigma_m \leq 0 \quad (3.98)$$

oder in Analogie zu Gleichung 3.96 durch

$$f^{DP} = \|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}\| - \sqrt{2} c + \sqrt{2} \alpha \sigma_m \leq 0 \quad (3.99)$$

beschreiben. Dabei ist c ein materialabhängiger Kohäsions- bzw. Adhäsionsparameter, α ein Reibkoeffizient und durch die mittlere Spannung $\sigma_m = -p$ wird die Druckabhängigkeit beschrieben, was die Analogie zur Coulomb-Reibung unterstreicht. Der Vorteil gegenüber dem Coulomb-Modell liegt darin, dass dieses Modell auch, je nach Betrachtungsweise, Kohäsion oder Adhäsion in einer Interfaceschicht abbilden kann. Diese Fähigkeit wird für die Simulation der Osseointegration ausgenutzt. Wird α zu Null gesetzt erhält man wieder das von-Mises-Fließkriterium. Die Fließfläche mit $f^{DP} = 0$ beschreibt einen Kegel im Hauptspannungsraum, welcher in Abbildung 3.4b dargestellt ist. Die Position des Apex im Spannungsraum

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{Apex}} = \frac{c}{\alpha} \mathbf{1} \quad (3.100)$$

wird nur durch den Kohäsionsparameter und den Reibkoeffizienten bestimmt. Auch hier sieht man, dass der Kegel bei verschwindendem Reibkoeffizienten α wieder in einen Zylinder übergeht, da die Position des Apex im Unendlichen liegt. Hier wird die nicht assoziierte Fließregel

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(pl)} = \dot{\lambda} \frac{\partial f^{VM}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} = \dot{\lambda} \mathbf{n} = \dot{\lambda} \frac{\partial \|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}\|}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \quad (3.101)$$

angewendet, wobei die Fließnormale \mathbf{n} die der des von-Mises-Modells entspricht; siehe Abbildung 3.4b. Diese Wahl wird in Kapitel 3.4.5 begründet. Wie schon bei dem von-Mises-Plastizitätsmodell wird auch hier auf die analytische Herleitung von plastischem Parameter λ und elastoplastischer Tangente $\mathbb{C}^{(ep)}$ verzichtet und auf die angegebene Literatur verwiesen.

3.4.5 Osseointegration

Der Prozess der Osseointegration wird ähnlich dem der Frakturheilung erklärt (siehe Kienapfel u. a. [1999]). In den durch die Operation verletzten Bereichen werden stromale Knochenmarkszellen rekrutiert, welche in Abhängigkeit der mechanischen Beanspruchung in Knochenzellen oder Bindegewebe differenzieren; siehe Andreykiv u. a. [2008]. Die Annahme, dass Osseointegration hauptsächlich durch mechanische Stimulation angetrieben wird, ist daher gerechtfertigt. Deshalb wird hier ein Ansatz in Anlehnung an die Beschreibung des Knochenumbaus aus Kapitel 3.4.3 gewählt. Osseointegration und Frakturheilung laufen in einem Zeitraum von einigen Wochen ab. Hier liegt ein maßgeblicher Unterschied zum Knochenumbau, welcher über Monate oder Jahre abläuft. Die maßgebliche Übereinstimmung liegt jedoch in der mechanischen Stimulation.

Die Osseointegration wird über die Änderung der Dichte im Knochen-Prothesen-Interface modelliert. Als Stimulus wird, wie oben begründet, die Verzerrungsenergie-dichte 3.73 gewählt. Zusammen mit dem Konstitutivgesetz 3.65 wird so das Grundgerüst für die mechanisch stimulierte Osseointegration gebildet. Das Fortschreiten der Osseointegration wird über den normierten Osseintegrationsgrad

$$\xi = \frac{\varrho - \varrho_{\min}}{\varrho_{\max} - \varrho_{\min}} \in [0, 1] \quad (3.102)$$

beschrieben, welcher von der lokalen Knochendichte im Interface abhängt. ϱ_{\max} und ϱ_{\min} beschreiben hierbei die maximale bzw. die minimale Knochendichte. Den sich durch die Osseointegration verändernden Materialeigenschaften im Interface wird also

über die Evolution der Knochendichte respektive des Elastizitätsmoduls Rechnung getragen. Mit voranschreitender Osseointegration erlangt das Interface eine höhere Steifigkeit, was auch der Anschauung entspricht.

Direkt nach der Operation liegt im Knochen-Prothesen-Interface ein Gemisch aus Knochenspänen und Blut vor. Dieses Gemisch zeichnet sich wegen seines hohen Wasseranteils durch eine vergleichbar hohe Querkontraktionszahl ν aus. Mit fortschreitender Osseointegration und damit verbundener Knochenbildung verändern sich die Materialeigenschaften und die Querkontraktionszahl geht in die von Knochengewebe über. Dieser Evolution der Querkontraktionszahl wurde mit dem funktionellen Zusammenhang

$$\nu = \nu_{\max} - \xi (\nu_{\max} - \nu_{\min}) \quad (3.103)$$

beschrieben, der vom Osseintegrationsgrad ξ gesteuert wird. Im postoperativen Zustand liegt demnach ν_{\max} und im osseointegrierten Zustand die Querkontraktionszahl ν_{\min} von Knochen vor. Eine Übersicht der verwendeten Parameter findet sich in Tabelle 7.1.

Für die Modellierung des Materialverhaltens im Interface wurden zwei Methoden entwickelt, welche im Folgenden vorgestellt werden.

Die Methode des Artificial Hardening

Die Methode des *Artificial Hardening*, also einer Art Pseudo-Verfestigung, beschreibt eine Modifikation des Drucker-Prager-Materialmodells, mit der dieses auf die speziellen Gegebenheiten im Rahmen der Osseointegration angepasst wurde. Sie beschreibt ein durch fortschreitende Osseointegration verfestigendes Materialverhalten, das sich aber von der traditionellen Beschreibung der Verfestigung unterscheidet. Lebon und Ronel-Idriss [2004] haben gezeigt, dass das Drucker-Prager-Plastizitätsmodell für dünne, weiche Interface-Schichten im Grenzfall in das Coulomb-Modell für trockene Reibung übergeht. Damit kann eine sehr effiziente Beschreibung zur Abbildung des Interface-Kontaktes benutzt werden. Die Kontaktsuche, wie sie bei traditionellen Kontaktbeschreibungen anfällt, wird hier nicht benötigt, da die Kontaktpartner Prothese und Knochen mit einer Interface-Schicht ideal verbunden sind. Diese Art der Modellierung kann natürlich nur angewendet werden, wenn die Relativverschiebungen der Kontaktpartner klein sind. Diese Voraussetzung liegt im Knochen-Prothesen-Interface vor, da zum einen durch die allseitige Einbettung der Prothese im Knochen deren Bewegungsspielraum a priori eingeschränkt ist und zum anderen die Interface-Schicht sehr dünn ist, wodurch die Bewegungsfreiheit der Prothese weiter eingeschränkt wird. Ein weiterer, maßgeblicher Vorteil ist, dass das Interface mit Konstitutivgesetzen modelliert werden kann, was bei den traditionellen Kontaktmodellen nicht möglich ist. Für den in dieser Arbeit entwickelten Ansatz wurde das Fließkriterium 3.99 in

$$f^{DPAH} = \|\tilde{\sigma}\| - \sqrt{2} c_{mod} + \sqrt{2} \alpha \sigma_m \leq 0 \quad (3.104)$$

geändert, wobei mit

$$c_{mod} = c + h(\xi) \quad (3.105)$$

ein modifizierter Kohäsionsparameter in Abhängigkeit des Osseintegrationsgrades eingeführt wurde. Die Bezeichnung *DPAH* steht hierbei für *Drucker-Prager* und *Artificial Hardening*. Die Funktion $h(\xi)$ muss an die durch die Osseointegration sich

verändernden Interface-Eigenschaften angepasst werden. Durch die Osseointegration entsteht ein Verbund zwischen Implantat und Knochen, welcher zunehmend auch Zugbelastungen aufnehmen kann und Relativbewegungen verhindert. Wird die Funktion $h(\xi)$ monoton steigend mit dem Osseintegrationsgrad gewählt, so wird der Apex nach der Gleichung 3.100 entlang der hydrostatischen Achse verschoben und das Interface beschreibt eben dieses Verhalten. Das Prinzip des Artificial Hardening ist in Abbildung 3.5a illustriert. Die drei Ringe auf den Fließflächen zeigen wie der elastische Bereich in der Deviatorebene mit steigendem Osseintegrationsgrad vergrößert wird. Da keinerlei Erkenntnisse bezüglich der Festigkeitseigenschaften des Knochen-Prothesen-Interfaces und deren Evolution aus der Literatur bekannt sind, müssen Annahmen für $h(\xi)$ getroffen werden.

Betrachtet man eine uniaxiale Belastung, so gilt für das Fließkriterium 3.104 nach Vereinfachung

$$f = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_{ult} - \sqrt{2}c_{mod} + \frac{\sqrt{2}}{3}\alpha\sigma_{ult} \leq 0, \quad (3.106)$$

wobei σ_{ult} die einzig auftretende Spannung in Belastungsrichtung ist. Für den Fall $f = 0$ kann somit eine Art uniaxiale Fließspannung

$$\sigma_{ult} = \frac{3}{\sqrt{3} + \alpha} c_{mod} \quad (3.107)$$

in Abhängigkeit der Parameter α und c_{mod} bestimmt werden. Damit können sinnvolle Annahmen hinsichtlich der maximalen Belastbarkeit des Knochen-Prothesen-Interfaces aus der uniaxialen Fließspannung getroffen werden. Mit der Funktion

$$c_{mod} = c_{min} + \xi(c_{max} - c_{min}) \quad (3.108)$$

kann zum Beispiel für

$$c_{min} = 0.2, c_{max} = 3.9 \text{ und } \alpha = 0.6$$

der Wertebereich

$$\begin{aligned} \sigma_{ult}(\xi=0) &= 0,3\text{MPa} \\ \text{bis } \sigma_{ult}(\xi=1) &= 5,0\text{MPa} \end{aligned}$$

beschrieben werden.

Um die Richtung des plastischen Fließens respektive des Gleiten der Kontaktpartner zu beschreiben, wurde in diesem Fall die nicht assoziierte Fließregel 3.101 verwendet. Dieses geschieht in Analogie zum Coulomb-Modell für reibungsbehafteten Kontakt; siehe z.B. Michalowski und Mroz [1978]; Wriggers und Zavarise [2004].

Die Phänomene der Osseointegration werden mit diesem Modell also zum einen durch eine Erhöhung der Steifigkeit - wegen der fortschreitenden Mineralisierung - und zum anderen durch eine Erhöhung der Festigkeit des Interfaces - wegen des Artificial Hardening - beschrieben.

Das kombinierte Osseintegrationsmodell

Das kombinierte Osseintegrationsmodell besteht aus zwei Materialbeschreibungen. Im postoperativen Zustand wird das Interface durch ein Drucker-Prager-Modell beschrieben, um den Kontakt abzubilden. Mit fortschreitender Osseointegration wird

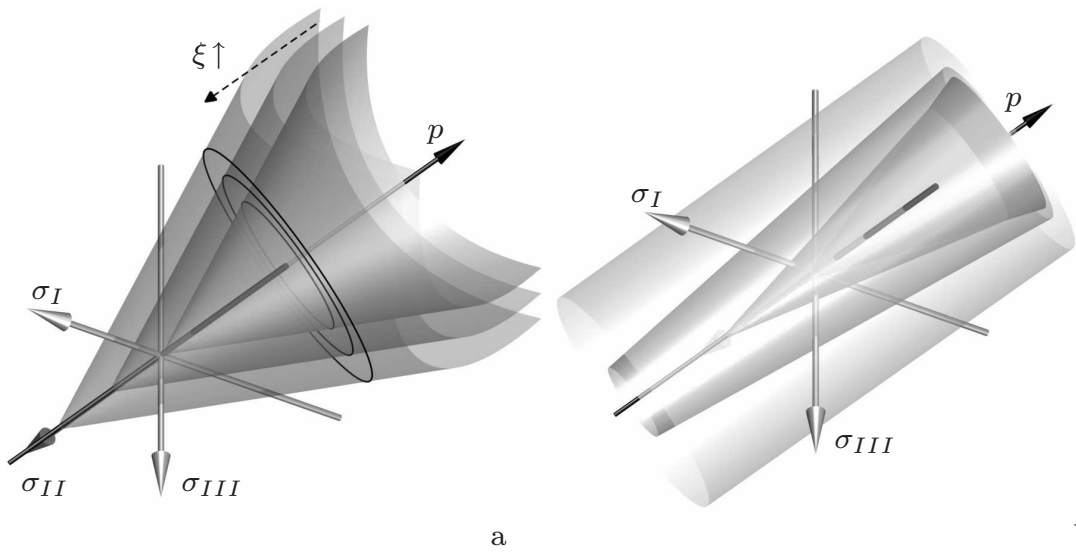


Abbildung 3.5: Illustration des Artificial Hardening (a) und der gemischten Methode (b) anhand der Evolution der Fließflächen.

der Verbund zwischen Prothese und Knochen verstärkt, so dass im eigentlichen Sinne kein unilateraler Kontakt mehr besteht. Durch das Einwachsen des Implantates können vermehrt Schub- und Zugbelastungen übertragen werden, so dass der Verbund zunehmend von einem unilateralen Charakter in einen Isotropen übergeht. Dieses Verhalten wird beschrieben, indem das Drucker-Prager-Modell im postoperativen Zustand mit zunehmender Osseointegration in ein von-Mises-Modell übergeht. Diese Evolution des Materialverhaltens ist in Abbildung 3.5b für mehrere Osseointegrationsgrade illustriert. Der Fließkegel des Drucker-Prager-Modells geht in den Fließzylinder des von-Mises-Modells über. Dazu wird die gemischte Fließbedingung

$$f^{DPVM} = \|\tilde{\sigma}\| - \chi(\xi) \leq 0 \quad (3.109)$$

in Abhängigkeit des Osseointegrationsgrades eingeführt. Die Bezeichnung *DPVM* steht hier für *Drucker-Prager* und *von Mises*. Über die Funktion $\chi(\xi)$ wird der Übergang von der Adhäsionsbeschreibung in die Beschreibung über eine Fließgrenze, wie sie bei dem von-Mises-Modell üblich ist, charakterisiert. In diesem Fall wurde

$$\chi(\xi) = \sqrt{2} (c - \alpha \sigma_m) (1 - \xi) + \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_F \xi \quad (3.110)$$

mit der Fließgrenze σ_F des traditionellen von-Mises-Modells gewählt. Als Fließgesetz wird, wie schon beim Artificial Hardening, auf die von-Mises-Fließbedingung als Fließpotential zurückgegriffen, womit im gesamten Osseointegrationsprozess die Fließrichtung nach 3.101 festgelegt ist.

4 Finite-Elemente-Modellierung

Die Finite-Elemente-Methode ist ein Verfahren, welches überwiegend dazu verwendet wird, partielle Differentialgleichungen näherungsweise zu lösen. Für spezielle Fälle kann auch die analytische Lösung berechnet werden. Dies ist im Allgemeinen aber nicht der Fall. Viele natürliche Prozesse werden durch partielle Differentialgleichungen beschrieben, womit die Finite-Elemente-Methode ein breites Anwendungsfeld in den Natur- und Ingenieurwissenschaften findet. In diesem Kapitel werden die grundlegenden Gleichungen und Prinzipie kurz erläutert. Die vorgestellte Theorie umfasst die im Rahmen dieser Arbeit behandelten Randwertprobleme. Diese sind quasi-statisch, geometrisch linear und materiell nichtlinear. Die Bandbreite detaillierter Ausführungen über die Finite-Elemente-Methode ist groß. Für ausführlichere und tiefergehende Darstellungen wird daher auf die Werke von Bathe [2001]; Wriggers [2009]; Zienkiewicz u. a. [2005] verwiesen.

In Abschnitt 4.1 wird die hier verwendete schwache Form des Gleichgewichts entwickelt, welche in Kapitel 4.2 aufgrund der auftretenden materiellen Nichtlinearitäten linearisiert wird. Die räumliche Diskretisierung wird in Kapitel 4.3 eingeführt. Im weiteren Verlauf wird die Umsetzung der in Kapitel 3.4 beschriebenen Methoden zur Simulation von Knochenumbau und Osseointegration im Rahmen der Finite-Elemente-Methode dargestellt und anhand von Testbeispielen deren korrekte Implementierung gezeigt, sowie ihre Funktionalitäten und Eigenschaften diskutiert. Zusätzlich wird in Kapitel 4.5 eine Methode zur Unterdrückung von Checkerboard-Mustern vorgestellt, wie sie bei der Knochenumbausimulation auftreten können. In Abschnitt 4.9 wird noch auf ein im Rahmen dieser Arbeit entwickeltes adaptives Vernetzungsverfahren eingegangen. Dieses wurde speziell für die Fragestellungen des beanspruchungsadaptiven Knochenumbaus entwickelt und auf die vorliegenden Gegebenheiten angepasst.

4.1 Schwache Formulierung

Ausgehend von der Impulsbilanz 3.35 erhält man unter Vernachlässigung dynamischer Effekte die bekannte Gleichgewichtsbedingung der Statik

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \varrho \mathbf{b} = 0 \quad , \quad (4.1)$$

welche zusammen mit den Spannungsrandbedingungen

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \bar{\mathbf{t}} \quad \text{auf } \partial\mathcal{B} \quad (4.2)$$

und den Verschiebungsrandbedingungen

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{auf } \partial\mathcal{B} \quad (4.3)$$

das hier betrachtete Randwertproblem beschreibt. Gleichung 4.1 soll nun aber nicht in jedem Punkt des Körpers erfüllt sein, sondern nur noch im integralen Mittel für den ganzen Körper, was eine schwächere Forderung darstellt. Aus dieser Abschwächung resultiert auch der Begriff der schwachen Formulierung oder auch der schwachen Form des Gleichgewichts. Um dahin zu gelangen wird Gleichung 4.1 mit einer virtuellen,

geometrisch zulässigen und ansonsten beliebigen, virtuellen Verschiebung $\delta \mathbf{u}$ multipliziert und über das betrachtete Gebiet integriert, was auf

$$\int_{\mathcal{B}} (\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \varrho \mathbf{b}) \cdot \delta \mathbf{u} \, dV = 0 \quad (4.4)$$

führt. Analog verfährt man mit den Spannungsrandbedingungen

$$\int_{\partial \mathcal{B}} (\mathbf{t} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \cdot \delta \mathbf{u} \, da = 0 \quad , \quad (4.5)$$

wobei hier über den Rand integriert wird. Zusammengefasst bekommt man nun mit

$$\int_{\mathcal{B}} (\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \varrho \mathbf{b}) \cdot \delta \mathbf{u} \, dV + \int_{\partial \mathcal{B}} (\mathbf{t} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \cdot \delta \mathbf{u} \, da = 0 \quad (4.6)$$

die schwache Form des Gleichgewichts. Diese kann nach ein paar Umformungen und unter Zuhilfenahme des *Gaußschen Integralsatzes* schließlich in

$$G = \int_{\mathcal{B}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon} \, dV - \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u} \, dV - \int_{\partial \mathcal{B}} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{u} \, da = 0 \quad (4.7)$$

umgeformt werden, was der gebräuchlichen schwachen Formulierung entspricht. Dabei beschreibt der erste Term die virtuelle Arbeit der inneren Kräfte δW_{int} , der zweite Term die virtuelle Arbeit der Volumenkräfte und der dritte Term die virtuelle Arbeit der Oberflächenkräfte. Letztere werden als virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte δW_{ext} zusammengefasst. Damit kann man die schwache Form auch als

$$G = \delta W = \delta W_{\text{int}} - \delta W_{\text{ext}} = 0 \quad (4.8)$$

schreiben, was bedeutet, dass die virtuelle Arbeit der inneren und äußeren Kräfte im Gleichgewicht sein muss.

4.2 Linearisierung

Im Allgemeinen zeigen physikalische Zusammenhänge nichtlineares Verhalten. Die problembeschreibenden Gleichungen führen also auf nichtlineare Gleichungssysteme. Daher kann auch die zuvor entwickelte schwache Form des Gleichgewichts nichtlineare Abhängigkeiten enthalten. Die gängigen Nichtlinearitäten sind die Zusammenhänge zwischen den unbekanntem Verschiebungen \mathbf{u} und den inneren Kräften. Diese können geometrischer oder materieller Natur sein. Die geometrischen Nichtlinearitäten sind auf große Verschiebungen, große Verformungen, Starrkörperbewegungen oder Kontaktbedingungen zurückzuführen. Diese Gruppe der Nichtlinearitäten tritt im Zusammenhang mit dieser Arbeit nicht auf oder kann vernachlässigt werden, wie es bereits in Kapitel 3.4.1 motiviert wurde. Da der Kontakt im Knochen-Prothesen-Interface hier nicht traditionell abgebildet wird, sondern auf die beschriebenen Plastizitätsmodelle zurückgegriffen wird, treten auch keine nichtlinearen Randbedingungen auf. Diese Materialmodelle beschreiben aber nichtlineares Materialverhalten, womit materielle Nichtlinearitäten berücksichtigt werden müssen.

Um das nichtlineare Gleichungssystem inkrementell lösen zu können, muss die schwache Form 4.7 linearisiert werden. Mittels einer Taylorreihenentwicklung, die nach dem linearen Glied abgebrochen wird, erhält man die Linearisierung

$$LG = G(\mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}) = G(\mathbf{u}) + \Delta G(\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u}) + R = 0 \quad , \quad (4.9)$$

wobei $\Delta G(\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u})$ das lineare Inkrement von G an der Stelle \mathbf{u} ist, $\Delta\mathbf{u}$ dem Verschiebungsinkrement entspricht und R das Restglied der Taylorreihenentwicklung ist. Der Term $\Delta G(\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u})$ wird über die Gateaux-Ableitung

$$\Delta G(\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u}) = \left. \frac{d G(\mathbf{u} + \eta \Delta\mathbf{u})}{d \eta} \right|_{\eta=0} = \frac{\partial G}{\partial \mathbf{u}} \cdot \Delta\mathbf{u} \quad (4.10)$$

gebildet. Damit kann unter der Voraussetzung, dass die externen Kräfte unabhängig vom Verschiebungsfeld sind, die linearisierte schwache Form zu

$$LG = \int_{\mathcal{B}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \cdot \delta\boldsymbol{\varepsilon} \, dV + \int_{\mathcal{B}} \Delta\boldsymbol{\sigma} \cdot \cdot \delta\boldsymbol{\varepsilon} \, dV - \int_{\mathcal{B}} \varrho \mathbf{b} \cdot \delta\mathbf{u} \, dV - \int_{\partial\mathcal{B}} \mathbf{t} \cdot \delta\mathbf{u} \, da = 0 \quad (4.11)$$

angegeben werden. Die Linearisierung des Spannungstensors $\boldsymbol{\sigma}$ wird erneut mittels Gateaux-Ableitung gebildet. Dabei erhält man für reine materielle Nichtlinearitäten mit

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u}) = \left. \frac{d \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u} + \eta \Delta\mathbf{u})}{d \eta} \right|_{\eta=0} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \Delta\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{C} \cdot \cdot \Delta\boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.12)$$

das inkrementelle Stoffgesetz.

4.3 Räumliche Diskretisierung

Das kontinuierliche Gebiet \mathcal{B} wird näherungsweise in n_{el} Finite Elemente diskretisiert, siehe Abbildung 4.1. Diese Elemente mit den Teilgebieten Ω_e approximieren die Geometrie des Gebietes \mathcal{B} und beschreiben das Gebiet \mathcal{B}_h , womit also

$$\mathcal{B} \approx \mathcal{B}_h = \bigcup_{e=1}^{n_{el}} \Omega_e \quad (4.13)$$

gilt. In diesem Fall wird die vorgestellte Differentialgleichung näherungsweise auf \mathcal{B}_h gelöst. Das unbekannte Verschiebungsfeld \mathbf{u} , die virtuellen Verschiebungen $\delta\mathbf{u}$ und die Verschiebungsinkremente $\Delta\mathbf{u}$ werden mittels der Ansatzfunktionen N_I approximiert. Die Ansatzfunktionen werden dabei auf einem festen Referenzelement Ω_{\square} mit den Koordinaten $\boldsymbol{\xi}$ definiert,

$$\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) \approx \sum_{I=1}^{n_n} N_I(\boldsymbol{\xi}) \mathbf{u}_I \quad , \quad \delta\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) \approx \sum_{I=1}^{n_n} N_I(\boldsymbol{\xi}) \delta\mathbf{u}_I \quad , \quad \Delta\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) \approx \sum_{I=1}^{n_n} N_I(\boldsymbol{\xi}) \Delta\mathbf{u}_I \quad , \quad (4.14)$$

wobei die Summation über die n_n Knoten eines Elementes durchgeführt wird. Mittels

$$\mathbf{X}(\boldsymbol{\xi}) \approx \sum_{I=1}^{n_n} N_I(\boldsymbol{\xi}) \mathbf{X}_I \quad (4.15)$$

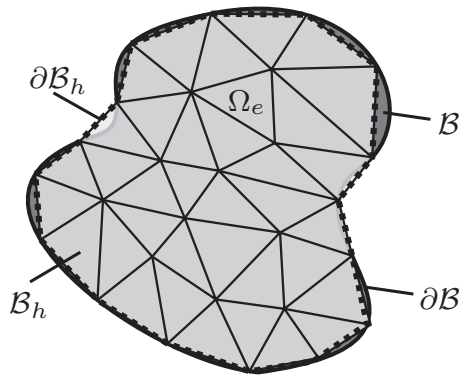


Abbildung 4.1:
Körper \mathcal{B} und seine Raum-
Diskretisierung \mathcal{B}_h in Finite
Elemente.

kann in gleicher Weise auch die Geometrie eines Elementes approximiert werden. Diese Vorgehensweise wird isoparametrisches Konzept genannt. Für die Ansatzfunktionen muss gelten, dass eine Ansatzfunktion N_I am Knoten I den Wert 1 annimmt und an jedem anderen Knoten den Wert 0. Weiterhin muss die Summe aller Ansatzfunktionen N_I eines Elementes den Wert 1 ergeben. Formuliert man diese Beziehungen etwas um, so kann mit der Matrix der Ansatzfunktionen \mathbf{N} auch

$$\mathbf{u} \approx \mathbf{N} \hat{\mathbf{u}} \quad (4.16)$$

geschrieben werden, was natürlich analog für $\delta \mathbf{u}$, $\Delta \mathbf{u}$ und \mathbf{X} gilt. Die Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ können mit obigen Näherungen durch

$$\boldsymbol{\varepsilon} \approx \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}} \quad (4.17)$$

approximiert werden, wobei mit \mathbf{B} die so genannte B-Matrix eingeführt werden. Ihre Zeilen erhält man, indem man die Zeilen der Matrix \mathbf{N} passend differenziert und arrangiert. Setzt man diese Approximationen nun in die linearisierte schwache Form 4.11 unter der Berücksichtigung des inkrementellen Stoffgesetzes 4.12 und des Hookeschen Gesetzes 3.66 für ein Element ein, so erhält man

$$\begin{aligned} LG_e = & \underbrace{\delta \hat{\mathbf{u}} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} \, dV}_{\mathbf{F}_e^{\text{int}}} + \underbrace{\delta \hat{\mathbf{u}} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbb{C} \mathbf{B} \, dV}_{\mathbf{K}_{T_e}} \Delta \hat{\mathbf{u}} \\ & - \underbrace{\delta \hat{\mathbf{u}} \left(\int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \boldsymbol{\rho} \mathbf{b} \, dV - \int_{\partial \Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{t} \, da \right)}_{\mathbf{F}_e^{\text{ext}}} = 0 \quad , \end{aligned} \quad (4.18)$$

wobei $\mathbf{F}_e^{\text{int}}$ die inneren Kräfte, $\mathbf{F}_e^{\text{ext}}$ die äußeren Kräfte und \mathbf{K}_{T_e} die Elementsteifigkeitsmatrix darstellt. Die Integrale können im Allgemeinen nicht analytisch gelöst werden. Sie werden deshalb mittels Gauß-Quadratur gelöst. Da die virtuellen Verschiebungen $\delta \hat{\mathbf{u}}$ beliebig sind, müssen die restlichen Terme zu null werden, womit man

$$\mathbf{F}_e^{\text{int}} - \mathbf{F}_e^{\text{ext}} + \mathbf{K}_{T_e} \Delta \mathbf{u} = 0 \quad (4.19)$$

schreiben kann. Assembliert man die Elementsysteme zum globalen System, erhält man analog zu 4.18

$$LG = \bigcup_{e=1}^{n_{el}} \left[\delta \hat{\mathbf{u}} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} \, dV + \delta \hat{\mathbf{u}} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbb{C} \mathbf{B} \, dV \Delta \hat{\mathbf{u}} - \delta \hat{\mathbf{u}} \left(\int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \varrho \mathbf{b} \, dV - \int_{\partial \Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{t} \, da \right) \right] = 0 \quad , \quad (4.20)$$

beziehungsweise

$$\mathbf{F}^{\text{int}} - \mathbf{F}^{\text{ext}} + \mathbf{K}_T \Delta \mathbf{u} = 0 \quad , \quad (4.21)$$

mit den globalen inneren und äußeren Kräften \mathbf{F}^{int} und \mathbf{F}^{ext} , sowie der globalen Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_T . Das unbekannte Verschiebungsfeld \mathbf{u} wird nun innerhalb eines Newton-Raphson-Algorithmus durch Berechnung der Verschiebungsinkremente

$$\Delta \mathbf{u} = -\mathbf{K}_T^{-1} \left(\mathbf{F}^{\text{int}} - \mathbf{F}^{\text{ext}} \right) \quad (4.22)$$

approximiert, bis die gewünschte Genauigkeit erreicht ist.

4.4 Integration der Evolutionsgleichung des Knochenumbaus

Die in Kapitel 3.4.3 angegebene Evolutionsgleichung 3.82 für die Knochenmassendichte wird mit Hilfe eines Verfahrens integriert, welches an den im Rahmen der Plastizität häufig verwendeten Return-Mapping-Algorithmus angelehnt ist. Die ursprünglichen Verfahren des Radial Return Mappings werden in den nächsten Kapiteln diskutiert. Zunächst wird Gleichung 3.82 mittels implizitem Euler Schema in der Zeit diskretisiert, wodurch man

$$\frac{\varrho_{n+1} - \varrho_n}{\Delta t} = \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\Delta t} \quad (4.23)$$

erhält. Dieses kann nun in

$$\varrho_{n+1} = \varrho_n + \Delta \lambda \quad (4.24)$$

umgeformt werden, wobei $\Delta \lambda = \lambda_{n+1} - \lambda_n$ eingeführt wurde. Die Aufgabe ist es nun, $\Delta \lambda$ so zu bestimmen, dass mit

$$\begin{aligned} \psi_{n+1} &= \frac{\varrho_{n+1}}{2 \varrho_0^2} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \cdots \mathbb{C}_0 \cdots \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \\ &= \frac{\varrho_n + \Delta \lambda}{2 \varrho_0^2} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \cdots \mathbb{C}_0 \cdots \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \end{aligned} \quad (4.25)$$

die Wachstumsregel

$$f_{n+1} = \psi_{n+1} - \psi_{\text{phys}} = 0 \quad (4.26)$$

erfüllt wird. Dazu wird in Analogie zur Plastizität ein Prädiktor-Korrektor-Verfahren angewandt. Zunächst wird mittels

$$\psi_{n+1}^{\text{test}} = \frac{\varrho_n}{2 \varrho_0^2} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \cdots \mathbb{C}_0 \cdots \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \quad (4.27)$$

die Wachstumsregel

$$f_{n+1}^{\text{test}} = \psi_{n+1}^{\text{test}} - \psi_{\text{phys}} = 0 \quad (4.28)$$

getestet. Ist diese nicht erfüllt, so wird der Korrektor-Schritt

$$\psi_{n+1} = \psi_{n+1}^{\text{test}} + \frac{\Delta \lambda_{n+1}}{2 \varrho_0^2} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \cdots \mathbb{C}_0 \cdots \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \quad (4.29)$$

durchgeführt, wozu $\Delta \lambda_{n+1}$ noch geeignet zu bestimmen ist. Dies geschieht unter der Voraussetzung, dass ein zulässiger Zustand die Wachstumsregel

$$f_{n+1} = f_{n+1}^{\text{test}} + \frac{\Delta \lambda_{n+1}}{2 \varrho_0^2} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \cdots \mathbb{C}_0 \cdots \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = 0 \quad (4.30)$$

erfüllen muss. Aus dieser Voraussetzung lässt sich $\Delta \lambda_{n+1}$ direkt zu

$$\Delta \lambda = - \frac{2 f_{n+1}^{\text{test}} \varrho_0^2}{\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \cdots \mathbb{C}_0 \cdots \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} \quad (4.31)$$

bestimmen.

4.5 Unterdrückung von Checkerboard-Mustern

Das Forschungsgebiet der Knochenumbausimulation ist eng mit dem der Strukturoptimierung verwandt. In beiden Disziplinen werden die zu einer bestimmten Belastung optimalen Strukturen gesucht. Dabei tritt eine numerische Anomalie auf, die in beiden Disziplinen seit den 1990er Jahren bekannt ist. Es treten in Verbindung mit der Finite-Elemente-Methode als numerisches Phänomen so genannte *checkerboard pattern*, also Schachbrettmuster auf; siehe z.B. Weinans u. a. [1992] oder Bendsøe [1995]. Jacobs u. a. [1995] zeigten, dass das Problem bei Netzverfeinerung vorhanden bleibt. Aus der Netzabhängigkeit folgerten sie, dass das Phänomen mit den verwendeten numerischen Methoden zusammenhängt.

In Abbildung 4.3a ist ein Ergebnis der Dichteverteilung für das in Abbildung 4.2 gezeigte Finite-Elemente-Problem abgebildet. Das Beispiel ist ein quasi-2D-Modell, welches mit 400 linearen Brick-Elementen vernetzt wurde und in Tiefenrichtung nur eine Elementschicht aufweist. Die Scheibe ist dabei zwängungsfrei gelagert. Weiße Elemente besitzen dabei die maximale Knochenmassendichte und schwarze Elemente die minimale Knochenmassendichte. Zu erwarten wäre ein Ergebnis mit zwei Stützen hoher Dichte, die ausgehend von der Lasteinleitungsstelle die Kräfte in die gegenüberliegenden Lager einleiten. Mit den Umbauvorgängen während der Berechnung entstehen jedoch Bereiche mit Elementen, die abwechselnd hohe und niedrige Dichte aufweisen, das *checkerboard pattern*. In den Publikationen von Diaz und Sigmund [1995] sowie Jog und Haber [1996] wurde zum Beispiel gezeigt, dass dieses Phänomen mit der Wahl der Ansatzordnung für die Verschiebungen im Vergleich zur Dichte bei der Finite-Elemente-Approximation zusammenhängt. In Abhängigkeit der Wahl

der Ansatzfunktionen für die Verschiebungen weisen diese Schachbrettmuster künstlich hohe Steifigkeiten bei relativ geringer Masse auf, weshalb sie bei der Lösung des Optimierungsproblems oft als Minimum gefunden werden. Diese Muster sind jedoch sowohl bei der Strukturoptimierung als auch bei der Knochenumbaustimulation unerwünscht, da sie keine reale Lösung des berechneten Problems darstellen, sondern wie beschrieben, auf ein numerisches Problem zurückzuführen sind.

Eine Methode zur Unterdrückung dieser Muster ist es, eine höhere Ansatzordnung für die Verschiebungen der Elemente zu benutzen, während man die Ansatzordnung der Designvariablen, also hier der Dichte, gering wählt. Eine gut funktionierende Kombination wären quadratische Ansatzfunktionen für die Verschiebungen, während die Dichte im Zentroid berechnet wird, siehe z.B. Jacobs u. a. [1995]. Dieser Ansatz ist jedoch ineffizient, da die zu lösenden Gleichungssysteme sehr groß werden, die räumliche Auflösung der Struktur aber grob bleibt. Jacobs u. a. [1995] schlagen daher einen knotenbasierten Ansatz vor. In Sigmund und Petersson [1998] ist ein Überblick über weitere Methoden zur Unterdrückung der Schachbrettmuster gegeben. Im Rahmen dieser Arbeit wird jedoch ein anderes Konzept verwendet. Die Ansatzfunktionen für die Verschiebungen werden linear gewählt, während die Dichte und die Verzerrungsenergiedichte als Stimulus konstant im Element sind und im Zentroid des Elements ausgewertet werden. Da die Dichteverteilung ρ die beschriebenen Schachbrettmuster aufweist, gilt dieses auch für die Verzerrungsenergiedichteverteilung ψ . Es liegt also nahe, die Unterdrückung der Schachbrettmuster schon dort anzugehen. In dieser Arbeit wird dazu die Methode der *superconvergent patch recovery* herangezogen, die in Zienkiewicz und Zhu [1992] vorgestellt wird. Die Idee dieser Methode ist es, aus den im Element berechneten Werten für z.B. die Verzerrungsenergiedichte ψ eine Knotenverteilung $\hat{\psi}^*$ zurückzugewinnen. Aus dieser Knotenverteilung kann dann durch Interpolation mit den gleichen Ansatzfunktionen wie sie für die Verschiebungen benutzt werden über

$$\psi^* = N_u \hat{\psi}^* \quad (4.32)$$

eine Verteilung berechnet werden, die innerhalb des ganzen Elementes superkonvergent ist, sofern die ursprüngliche Verteilung ψ an Superkonvergenzpunkten ausgewertet wurde; siehe Zienkiewicz und Taylor [2000].

Mittels dieser Methode wird die Verzerrungsenergiedichteverteilung ψ global geglättet. Die vorhandene Verzerrungsenergiedichteverteilung ψ ist konstant innerhalb der Elemente und weist daher keinerlei Stetigkeit über den Körper \mathcal{B} auf. Nun nimmt man an, dass eine aus den rekonstruierten Knotenwerten $\hat{\psi}^*$ interpolierte Verteilung ψ^* existiert, so dass diese mit ψ im gewichteten Mittel über den Körper \mathcal{B} übereinstimmt. Dieses lässt sich durch

$$\int_{\mathcal{B}} (\psi^* - \psi) \, dv = 0 \quad (4.33)$$

ausdrücken oder kann auf Elementebene zu

$$\int_{\Omega_e} (\psi^* - \psi) \, d\Omega_e = 0 \quad (4.34)$$

angegeben werden. Die Verteilung ψ^* kann, wie oben angegeben, mittels der Matrix der Ansatzfunktionen N_e für Element e aus der Knotenverteilung $\hat{\psi}^*$ über

$$\psi^* = N_e \hat{\psi}^* \quad (4.35)$$

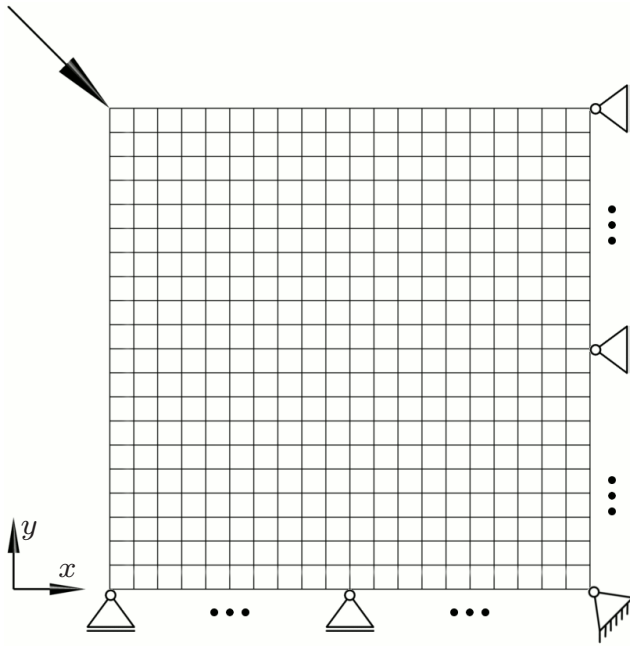


Abbildung 4.2:
Quasi-2D Finite-
Elemente-Modell zum
Testen des Glätters mit
schematisch dargestell-
ten Randbedingungen.

interpoliert werden, wobei die Ansatzfunktionen die gleichen wie bei den Verschiebungen sind. Setzt man Letzteres in Gleichung 4.34 ein, so erhält man

$$\int_{\Omega_e} (\mathbf{N}_e \hat{\boldsymbol{\psi}}^* - \boldsymbol{\psi}) \, d\Omega_e = 0 \quad , \quad (4.36)$$

was sich durch Multiplikation mit den Ansatzfunktionen und weiteren Umformungen in

$$\int_{\Omega_e} \mathbf{N}_e^T \mathbf{N}_e \, d\Omega_e \, \hat{\boldsymbol{\psi}}^* = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}_e^T \boldsymbol{\psi} \, d\Omega_e \quad (4.37)$$

überführen lässt. Das Ziel ist hier also die Berechnung der in diesem Falle C^0 -stetigen Knotenverteilung $\hat{\boldsymbol{\psi}}^*$. Durch Assemblierung der Integrale auf der linken und der rechten Seite über alle Elemente erhält man mit

$$\mathbf{M} = \bigcup_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} \mathbf{N}_e^T \mathbf{N}_e \, d\Omega_e \quad (4.38)$$

$$\mathbf{b} = \bigcup_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} \mathbf{N}_e^T \boldsymbol{\psi} \, d\Omega_e \quad (4.39)$$

die für gewöhnlich so bezeichnete Massenmatrix \mathbf{M} und die rechte Seite \mathbf{b} . Damit lässt sich das Gleichungssystem

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}^* = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{b} \quad (4.40)$$

für die Knotenverteilung formulieren. Durch die Projektion auf die Knoten wurde die Verzerrungsenergiedichteverteilung automatisch geglättet, entspricht aber im gewichteten Mittel der Ausgangsverteilung, welches ja mit 4.33 gefordert wurde. Über 4.35 lässt sich diese Verteilung nun beliebig im Element interpolieren. Hier wird $\boldsymbol{\psi}^*$ nur

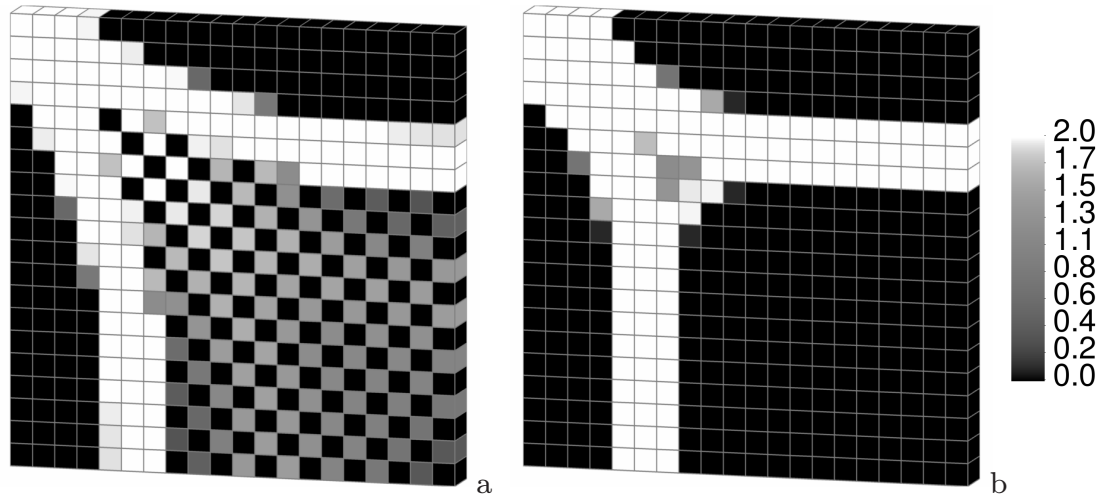


Abbildung 4.3: Resultierende Dichteverteilung der Umbausimulation ohne Unterdrückung der *checkerboard pattern* (a) und mit der vorgestellten Methode (b).

im Zentroid ausgewertet. Sie entspricht im gewichteten Mittel der Ausgangsverteilung ψ , ist aber deutlich glatter. Dadurch, dass die Verzerrungsenergieverteilung geglättet wird, werden die Schachbrettmuster unterdrückt und die vorher betroffenen Bereiche verlieren ihre unnatürlich hohe, künstliche Steifigkeit. Die Berechnung, welche die Dichteverteilung in Abbildung 4.3a zum Ergebnis hatte, wurde analog mit dem Glättungsalgorithmus durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.3b dargestellt. Das Schachbrettmuster hat sich nicht ausgebildet und die erwartete Lösung mit zwei Stützen, die die angreifende Kraft in die gegenüberliegenden Lager einleitet, stellt sich ein.

4.6 Numerische Umsetzung der Methode des Artificial Hardening

Die Evolutionsgleichung für die plastischen Verzerrungen 3.101 des Drucker-Prager-Modells wird mittels Radial-Return-Mapping-Verfahren integriert. Dieses Verfahren zeichnet sich dadurch aus, dass man die exakte Lösung in einem Schritt erhält und zur Rückführung unzulässiger Spannungszustände auf die Fließfläche nicht auf Elementebene iteriert werden muss. Dazu wird zunächst die Evolutionsgleichung für die plastischen Verzerrungen 3.101 in der Zeit diskretisiert, wodurch man

$$\frac{\tilde{\epsilon}_{n+1}^{\text{pl}} - \tilde{\epsilon}_n^{\text{pl}}}{\Delta t} = \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\Delta t} \mathbf{n}_{n+1} \quad (4.41)$$

erhält, was mit $\Delta\lambda = \lambda_{n+1} - \lambda_n$ zu

$$\tilde{\epsilon}_{n+1}^{\text{pl}} = \tilde{\epsilon}_n^{\text{pl}} + \Delta\lambda \mathbf{n}_{n+1} \quad (4.42)$$

umgeformt wird. Die elastischen, deviatorischen Spannungen können folgendermaßen formuliert werden

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} &= 2\mu \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{el} \\ &= 2\mu \left(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{pl} \right) \\ &= 2\mu \left(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{pl} \right) - 2\mu \Delta\lambda \mathbf{n}_{n+1} \ ,\end{aligned}\quad (4.43)$$

wobei $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(el)}$ den elastischen, deviatorischen Verzerrungen entspricht und μ der Schubmodul ist. Zur Berechnung der Spannungen wird ein Prädiktor-Korrektor-Verfahren angewandt. Zunächst wird ein rein elastischer Spannungszustand

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test} = 2\mu \left(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{pl} \right) \quad (4.44)$$

durch die aktuelle Verformung angenommen, mit dem die Fließbedingung 3.104 getestet wird:

$$f_{n+1}^{test} = \|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test}\| - \sqrt{2} c_{mod} + \sqrt{2} \alpha \sigma_m \leq 0 \ . \quad (4.45)$$

Wird die Fließbedingung erfüllt, ist die Annahme korrekt und es gilt

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test} \quad (4.46)$$

für die Spannungen. Ist die Fließregel hingegen verletzt, so war die Annahme eines elastischen Spannungszustandes falsch und der unzulässige Spannungszustand muss mittels

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test} - 2\mu \Delta\lambda \mathbf{n}_{n+1} \quad (4.47)$$

auf die Fließfläche zurück projiziert werden, was aus Gleichung 4.43 folgt. Dazu muss zunächst jedoch der plastische Multiplikator $\Delta\lambda$ bestimmt werden. Aus obiger Gleichung erhält man nun mit der Definition der verallgemeinerten Normalen nach 3.101

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test} = \left(1 + 2\mu \frac{\Delta\lambda}{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test}\|} \right) \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} \ , \quad (4.48)$$

woraus sich folgern lässt, dass $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test}$ und $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}$ kollinear sind, da der Term in der Klammer ein Skalar ist. Damit gilt für die verallgemeinerte Normale

$$\mathbf{n}_{n+1} = \mathbf{n}_{n+1}^{test} \ . \quad (4.49)$$

Sie ist also aus dem Prädiktorschritt berechenbar. Mit diesem Wissen kann Gleichung 4.47 nun in

$$\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}\| = \|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test}\| - 2\mu \Delta\lambda \quad (4.50)$$

umgeformt werden. Setzt man diese Beziehung in das Fließkriterium für f_{n+1} ein und berücksichtigt, dass dieses erfüllt sein muss, erhält man

$$f_{n+1} = f_{n+1}^{test} - 2\mu \Delta\lambda \stackrel{!}{=} 0 \ , \quad (4.51)$$

woraus der plastische Multiplikator zu

$$\Delta\lambda = \frac{f_{n+1}^{test}}{2\mu} \quad (4.52)$$

bestimmt wird.

Um quadratische Konvergenz im Newton-Raphson-Verfahren durch konsistente Linearisierung sicherzustellen, wird der algorithmisch konsistente, elastoplastische Tangentenmodul verwendet, welcher im Folgenden hergeleitet werden soll. Der deviatorische Anteil des Tangentenoperators wird aus

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbb{C}}^{ep} &= \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \\
&= 2\mu \frac{\partial}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \left(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{\text{pl}} - \Delta\lambda \mathbf{n}_{n+1} \right) \\
&= 2\mu \left(\mathbb{I} - \frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \otimes \mathbf{n}_{n+1} - \Delta\lambda \frac{\partial \mathbf{n}_{n+1}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \right)
\end{aligned} \tag{4.53}$$

berechnet, wobei \mathbb{I} der vierstufige Einheitstensor ist. Die Ableitung der verallgemeinerten Normalen \mathbf{n}_{n+1} wird mit 4.49 zu

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{n}_{n+1}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} &= \frac{\partial \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} = \frac{\partial \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \\
&= \frac{2\mu}{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\|} \left(\mathbb{I} - \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \right)
\end{aligned} \tag{4.54}$$

bestimmt. Die Ableitung von $\Delta\lambda$ benötigt ein wenig mehr Aufmerksamkeit. Angefangen mit

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} &= \frac{\partial}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \frac{1}{2\mu} \left(\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\| - \sqrt{2}c_{mod} + \sqrt{2}\alpha \boldsymbol{\sigma}_m^{\text{test}} \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \frac{1}{2\mu} \left(\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\| + \sqrt{2}\alpha \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{test}}) \right) \\
&= \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial \|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\|}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} + \frac{\sqrt{2}}{3} \alpha \mathbf{1} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{test}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \right)
\end{aligned} \tag{4.55}$$

müssen zwei weitere Terme berechnet werden. Der erste Teil in Gleichung 4.55 wird zu

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\|}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} &= \frac{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}}{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\|} \cdot 2\mu \left(\frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} - \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{\text{pl}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \right) \\
&= 2\mu \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}}
\end{aligned} \tag{4.56}$$

angegeben. Die Ableitung im zweiten Teil berechnet sich zu

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{test}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} &= \frac{\partial}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \left[\kappa \left(\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\text{vol}} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}) \right) \mathbf{1} + 2\mu \left(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{\text{pl}} \right) \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} \left[\kappa \left(\text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}) \right) \mathbf{1} + 2\mu \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1} \right] \\
&= \kappa \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu \mathbb{I} = \mathbb{C}^{el} ,
\end{aligned} \tag{4.57}$$

was dem elastischen Materialtensor entspricht und $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{vol}$ der volumetrische Anteil von $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$ ist. Die Ableitung 4.55 kann mit diesen Erkenntnissen zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}} &= \frac{1}{2\mu} \left(2\mu \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} + \frac{\sqrt{2}}{3} \alpha \mathbf{1} \cdot \cdot \mathbb{C}^{el} \right) \\ &= \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} + \frac{1}{3\sqrt{2}\mu} \alpha \mathbf{1} \cdot \cdot \mathbb{C}^{el} \end{aligned} \quad (4.58)$$

vereinfacht werden. Eingesetzt in Gleichung 4.53 erhält man schließlich

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbb{C}}^{ep} &= 2\mu \left(\mathbb{I} - \left[\mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} + \frac{1}{3\sqrt{2}\mu} \alpha \mathbf{1} \cdot \cdot \mathbb{C}^{el} \right] \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\mu \Delta \lambda}{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\|} \left[\mathbb{I} - \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \right] \right) \end{aligned} \quad (4.59)$$

für den deviatorischen Anteil des elastoplastischen Tangentenmoduls. Der vollständige algorithmisch konsistente, elastoplastische Tangentenmodul kann nun zu

$$\begin{aligned} \mathbb{C}_{DP}^{ep} &= \mathbb{C}_{vol}^{el} + \tilde{\mathbb{C}}^{ep} \cdot \cdot \mathbb{P} \\ &= \kappa \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu \left(\mathbb{I} - \frac{1}{3} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - \left[\mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} + \frac{1}{3\sqrt{2}\mu} \alpha \mathbf{1} \cdot \cdot \mathbb{C}^{el} \right] \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \right. \\ &\quad \left. - \Delta \lambda \frac{2\mu}{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\|} \left[\mathbb{I} - \frac{1}{3} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \right] \right) \\ &= \kappa \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu \left(\mathbb{P} - \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} - \hat{\mathbf{n}} \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \right. \\ &\quad \left. - \Delta \lambda \frac{2\mu}{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\|} \left[\mathbb{P} - \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \right] \right) \\ &= \kappa \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu \underbrace{\left(\left[1 - \frac{2\mu \Delta \lambda}{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\|} \right] \left[\mathbb{P} - \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \right] - \hat{\mathbf{n}} \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \right)}_{\tilde{\mathbb{C}}_{vM}^{ep}} \end{aligned} \quad (4.60)$$

angegeben werden, wobei

$$\mathbb{P} = \mathbb{I} - \frac{1}{3} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \quad (4.61)$$

der Projektionstensor ist und die Abkürzung

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{1}{3\sqrt{2}\mu} \alpha \mathbf{1} \cdot \cdot \mathbb{C}^{el} = \text{const.} \quad (4.62)$$

eingeführt wurde. $\hat{\mathbf{n}}$ enthält ausschließlich hydrostatische Anteile, wodurch das dyadische Produkt mit $\mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}}$ und damit auch die Tangente unsymmetrisch wird. In dieser modularen Darstellung ist der Unterschied des Drucker-Prager-Tangentenoperators zu dem von-Mises-Tangentenoperator, der mit $\tilde{\mathbb{C}}_{vM}^{ep}$ gekennzeichnet wurde, sichtbar. Sie unterscheiden sich nur in dem Teil mit der hydrostatischen Normalenrichtung $\hat{\mathbf{n}}$. Dieser Tangentenoperator sichert die quadratische Konvergenz im Newton-Raphson-Verfahren bei der Projektion unzulässiger Spannungszustände auf die Oberfläche des Reibkegels.

Beim Drucker-Prager-Modell treten aber auch Spannungszustände auf, die nicht entlang der verallgemeinerten Normalen \mathbf{n} aus Gleichung 3.101, siehe Abbildung 3.4b, auf einen zulässigen Spannungszustand projiziert werden können. Spannungszustände, die im komplementären Kegel liegen, müssen auf den Apex zurückprojiziert werden. Der Spannungszustand am Apex ist vollständig hydrostatisch, womit $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} = 0$ gilt. Wertet man die Fließbedingung damit aus, so erhält man

$$f_{n+1} = -\sqrt{2} c_{mod} + \sqrt{2} \alpha \sigma_m \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.63)$$

und damit die mittlere Spannung am Apex

$$\sigma_m = \frac{c_{mod}}{\alpha} \quad , \quad (4.64)$$

beziehungsweise in Analogie zu Gleichung 3.100 den Spannungszustand

$$\boldsymbol{\sigma}_{Apex} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \frac{c_{mod}}{\alpha} \mathbf{1} \quad . \quad (4.65)$$

Zur Berechnung des plastischen Multiplikators kann wieder die Gleichung 4.50 herangezogen werden, wobei unter Voraussetzung des verschwundenen Deviators

$$\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}\| = \|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test}\| - 2\mu \Delta\lambda \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.66)$$

gilt. Damit berechnet sich der plastische Multiplikator zu

$$\Delta\lambda = \frac{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test}\|}{2\mu} \quad , \quad (4.67)$$

welches in Gleichung 4.42 eingesetzt

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{n+1}^{pl} &= \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_n^{pl} + \Delta\lambda \frac{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test}\|} \\ &= \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_n^{pl} + \frac{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{test}}{2\mu} \\ &= \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_n^{pl} + \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_n^{pl} \end{aligned} \quad (4.68)$$

ergibt. Dieser Fall ist offensichtlich rein plastisch, was sich damit erklären lässt, dass sich der getestete Spannungszustand jenseits des Bereiches der aufnehmbaren Adhäsion des Interfaces befindet. Es liegt also praktisch eine Ablösung des Interface vor. Damit wird auch erklärt, dass der algorithmisch konsistente Tangentenoperator

$$\mathbb{C}_{n+1}^{Apex} = \mathbb{0} \quad (4.69)$$

in diesem Fall verschwindet. Für die numerische Behandlung mit der Finite-Elemente-Methode bereitet das aber im Rahmen dieser Arbeit keine Probleme. Das Interface wird, wie in Kapitel 5.3.2 gezeigt, mit nur einer Elementschicht abgebildet. Die Elementsteifigkeitsmatrizen der Interface-Elemente verschwinden zwar, aber durch den Assemblierungsprozess erhalten sie Anteile von den angrenzenden Elementen. Ein expliziter Korrektor-Schritt ist in diesem Fall nicht notwendig, da der Spannungszustand mit 4.65 bereits bekannt ist.

4.7 Numerische Umsetzung der gemischten Osseointegrationsmethode

Wie schon bei der Methode des Artificial Hardening wird die Fließregel des kombinierten Osseintegrationsmodells auch mittels Radial Return Mapping integriert und die algorithmisch konsistente, elastoplastische Tangente verwendet. Dabei ändert sich zum vorigen Kapitel nur die Herleitung des Tangentenmoduls. Das gesamte Prädiktor-Korrektor-Verfahren bleibt gleich, wenn man von der veränderten Fließbedingung in 4.52 absieht. Zur Anpassung des Tangentenmoduls muss nur die Ableitung 4.55 neu bestimmt werden, da in dieser mit $\Delta\lambda$ nach Gleichung 4.52 die gemischte Fließbedingung f^{DPVM} aus 3.109 auftaucht. Diese berechnet sich zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{n+1}} &= \frac{\partial}{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{n+1}} \frac{1}{2\mu} \left(\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\| - \sqrt{2}(c - \alpha \sigma_m^{\text{test}})(1 - \xi) + \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_F \xi \right) \\ &= \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} + (1 - \xi) \frac{1}{3\sqrt{2}\mu} \alpha \mathbf{1} \cdot \cdot \mathbb{C}^{el} \\ &= \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} + (1 - \xi) \hat{\mathbf{n}} \quad , \end{aligned} \quad (4.70)$$

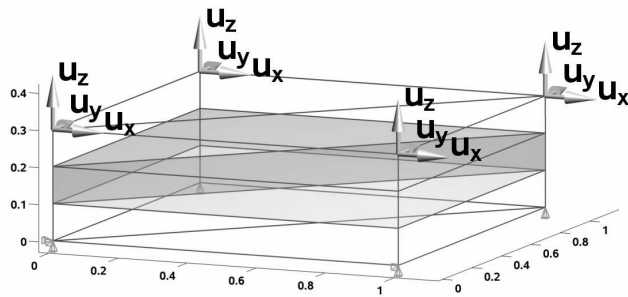
wobei auffällt, dass sie sich nur durch den Faktor $(1 - \xi)$ vor der hydrostatischen Normale $\hat{\mathbf{n}}$ von Gleichung 4.58 unterscheidet. Eingesetzt erhält man mit

$$\begin{aligned} \mathbb{C}_{DPVM}^{ep} &= \kappa \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \\ &+ 2\mu \underbrace{\left(\left[1 - \frac{2\mu\Delta\lambda}{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{\text{test}}\|} \right] [\mathbb{P} - \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}}] - (1 - \xi) \hat{\mathbf{n}} \otimes \mathbf{n}_{n+1}^{\text{test}} \right)}_{\tilde{\mathbb{C}}_{vM}^{ep}} \end{aligned} \quad (4.71)$$

die algorithmisch konsistente, elastoplastische Tangente der gemischten Methode. Hier wird auch deutlich, dass die einzige Abweichung in der Tangente nur im letzten Term liegen darf, da dieser den Unterschied zwischen dem Drucker-Prager-Modell und dem von-Mises-Modell ausmacht. Mit steigendem Osseintegrationsgrad geht die Drucker-Prager-Tangente in die des von-Mises-Modells über. Die Behandlung von Spannungszuständen jenseits des Apex unterscheidet sich nicht vom vorigen Kapitel.

4.8 Verifizierung der Osseintegrationsmodelle

Um die neuen Materialmodelle zu testen, wurde das in Abbildung 4.4 dargestellte Finite-Elemente-Modell mit den angegebenen Verschiebungsrandbedingungen verwendet. In Test 1 wird Schubverformung mit Druckbelastung kombiniert. Test 2 besteht aus reiner Schubverformung und in Test 3 wird Schubverformung mit Zugbelastung kombiniert. Alle drei Tests werden für beide Materialmodelle durchgeführt. Das Modell mit Artificial Hardening wird dabei im Folgenden mit *DPAH* und das gemischte Modell mit *DPVM* gekennzeichnet. Der mittleren Schicht wurden dabei die neuen Materialmodelle zugewiesen. Die umgebenden Elemente weisen linear elastisches Materialverhalten mit den Materialparametern $E = 25000N/mm^2$ und $\nu = 0,3$ auf. Die Materialparameter für *DPAH* und *DPVM*-Modell sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Die den Wertebereichen der Materialparameter zugrunde liegenden, konstitutiven Zusammenhänge sind den Kapiteln 3.4.3 und Kapitel 3.4.5 zu entnehmen.



	u_x	u_y	u_z [mm]
Test 1	0,025	0,025	-0,025
Test 2	0,025	0,025	-
Test 3	0,025	0,025	0,025

Abbildung 4.4: Finite-Elemente-Modell für die numerischen Beispiele und Randbedingungen der drei vorgenommenen Tests. Die mittlere Schicht wurde mit den neuen Materialmodellen versehen. Die umgebenden Elemente haben linear elastisches Materialverhalten.

	$E \left[\frac{N}{mm^2} \right]$	ν	$c_{mod}/c \left[\frac{N}{mm^2} \right]$	α	$\sigma_F \left[\frac{N}{mm^2} \right]$
Test 1-3 _{DPAH}	$\in [15, 150]$	$\in [0,3, 0,45]$	$\in [0,2, 3,9]$	0,6	-
Test 1-3 _{DPVM}	$\in [15, 150]$	$\in [0,3, 0,45]$	0,2	0,6	10

Tabelle 4.1: Materialparameter des Interface der numerischen Tests 1-3 für das Modell mit Artificial Hardening (*DPAH*) und das gemischte Modell (*DPVM*).

In Abbildung 4.5 ist das Konvergenzverhalten für verschiedene Tests und verschiedene Osseointegrationsgrade exemplarisch abgebildet. Es ist jeweils die Norm des Residuums über den gesamten Berechnungsablauf dargestellt. In Abbildung 4.5a ist das Konvergenzverhalten für Test 1_{DPAH} bei $\xi = 0,0$ dokumentiert. Das Residuum ist für jede Newton-Raphson-Iteration der 10 Lastinkremente angegeben. Am Anfang jedes Lastinkrements ist der Wert auf 1 zurückgesetzt worden. Bei Test 1_{DPAH} tritt ab dem zweiten Lastinkrement plastisches Materialverhalten bzw. Gleiten ein. Es liegt offensichtlich quadratische Konvergenz vor, womit nachgewiesen ist, dass die algorithmisch konsistente Materialtangente 4.60 richtig implementiert wurde. Auch bei reiner Schubbelastung (Abb. 4.5b) und kombinierter Schub- und Zugbelastung (Abb. 4.5c) ist quadratische Konvergenz zu beobachten. Bei der kombinierten Schub- und Zugbelastung treten ab dem dritten Lastinkrement nur noch Spannungszustände auf, die auf dem Apex liegen. Die Implementierung des Apex>Returns ist danach ebenso korrekt. In Abbildung 4.5d ist das Konvergenzverhalten bei mittlerem Osseointegrationsgrad von $\xi = 0,5$ für Test 1_{DPVM} dargestellt. Da auch hier quadratische Konvergenz vorliegt, ist die gemischte algorithmisch konsistente Tangente 4.71 ebenso korrekt implementiert.

Das Materialverhalten der Tests 1 bis 3 für das Materialmodell mit Artificial Hardening ist anhand von Kraft-Verschiebungs-Diagrammen in Abbildung 4.6 abgebildet. Für jeden Test wurden die drei Osseointegrationsgrade $\xi = 0,0$, $\xi = 0,5$ und $\xi = 1,0$ simuliert, um die Auswirkungen voranschreitender Osseointegration auf die Interface-Eigenschaften zu zeigen. Die aufgeführten Verschiebungen entsprechen den am oberen Rand aufgetragenen Verschiebungen. Die aufgetragenen Kräfte sind die Reaktionskräfte des Auflagers im Ursprung des Systems; siehe Abbildung 4.4. Darüber hinaus wurden die Spannungen der Tests 1-3_{DPAH} für den nicht osseointegrierten Zustand $\xi = 0,0$ im Hauptspannungsraum ausgewertet. Diese Spannungsplots sind in Abbildung 4.8 aufgeführt. Sie dienen dem besseren Verständnis der Kraft-Verschiebungs-Diagramme.

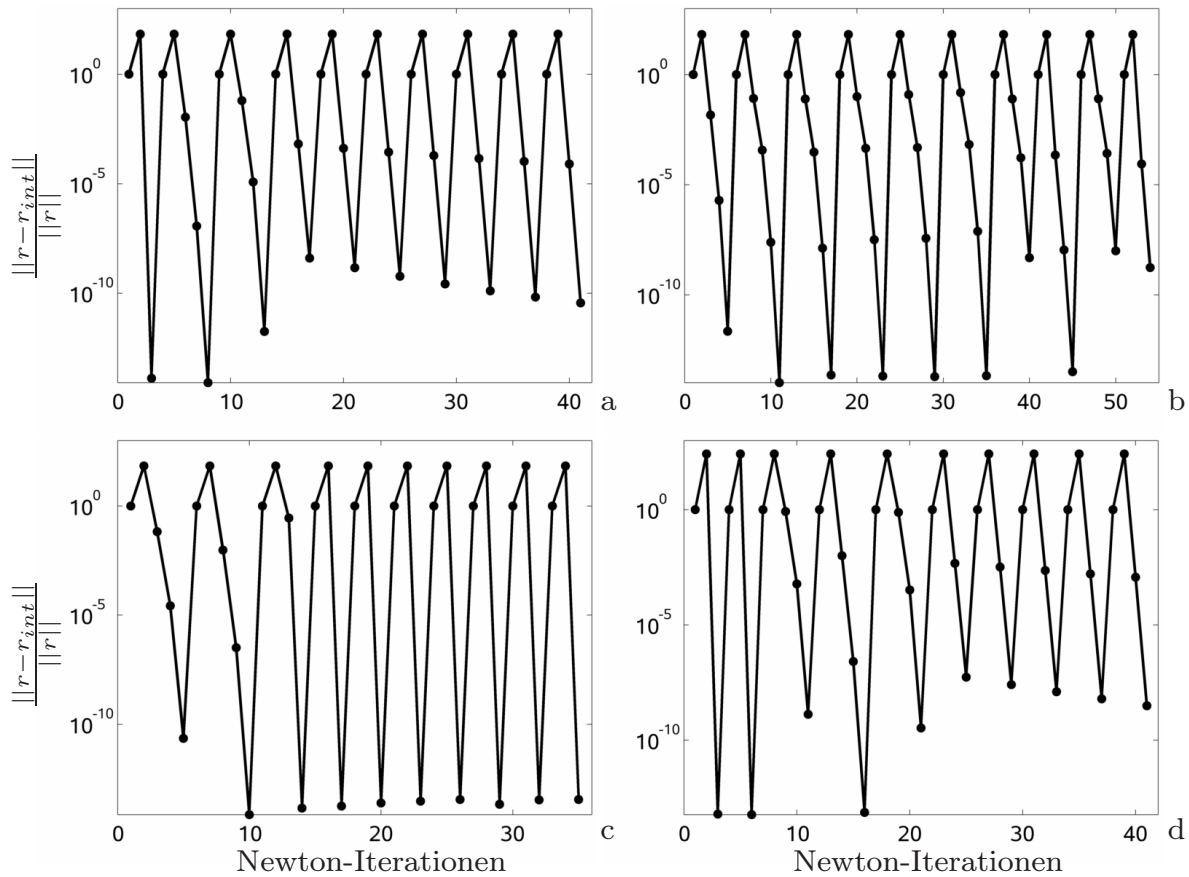
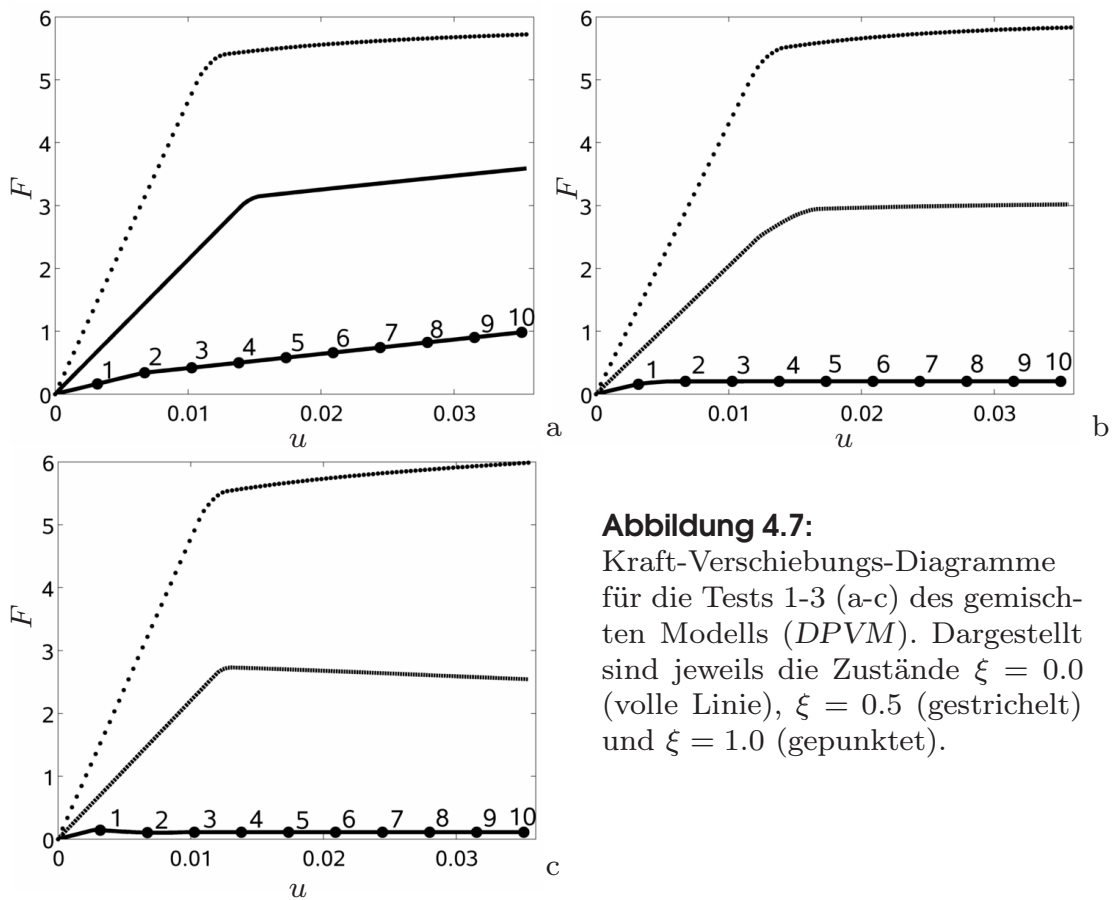
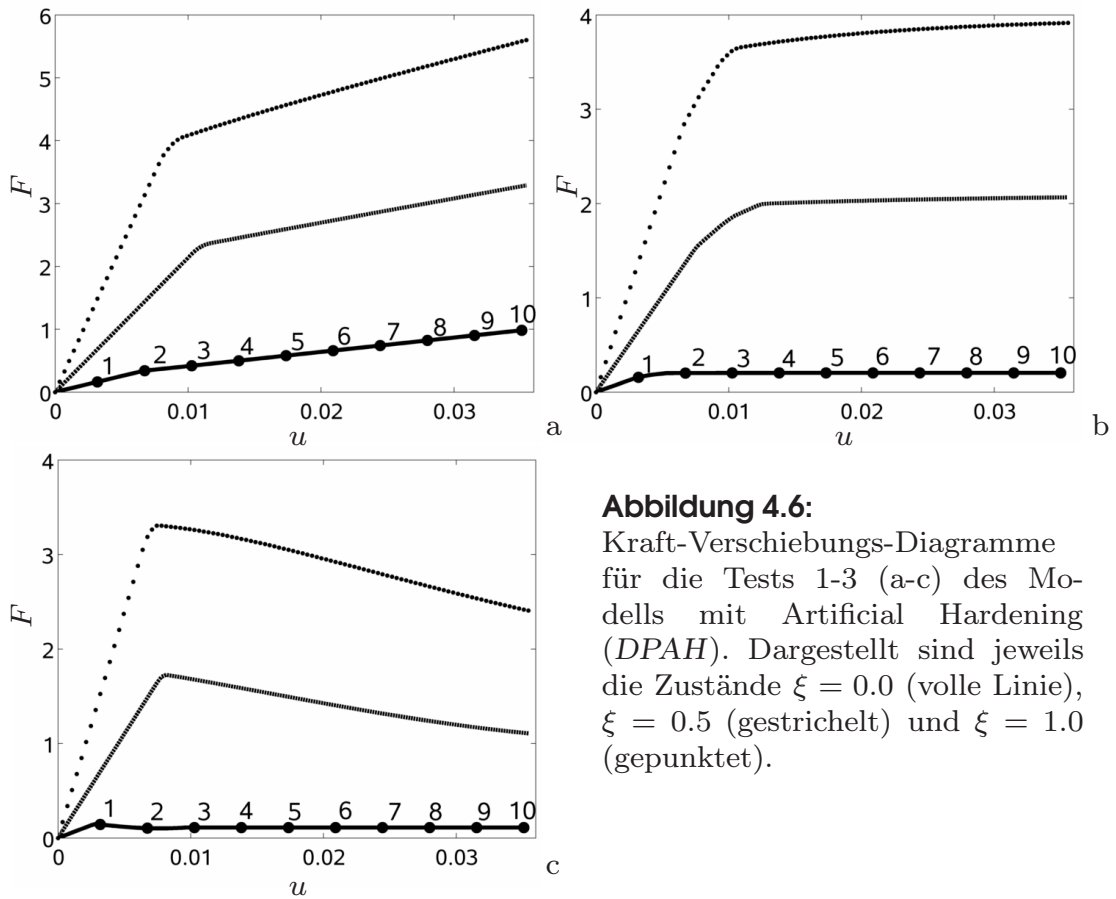


Abbildung 4.5: Konvergenzverhalten anhand des Residuums der inneren Kräfte über den Iterationsverlauf bei 10 Lastinkrementen für Test 1_{DPAH} (a), Test 2_{DPAH} (b) und Test 3_{DPAH} (c), jeweils bei $\xi = 0.0$ sowie Test 1_{DPVM} (d) bei $\xi = 0, 5$.

Die in Abbildung 4.6 für $\xi = 0,0$ angegebenen Iterationsschritte entsprechen 10 Lastinkrementen im Simulationsverlauf und stimmen mit den in Abbildung 4.8 gezeigten Spannungszuständen überein. Alle Kraft-Verschiebungs-Diagramme wurden jedoch mit 100 Lastinkrementen erstellt.

Bei Test 1_{DPAH} tritt für $\xi = 0,0$ ab einer Verschiebung von $u = 0,007\text{mm}$ Gleiten auf, woraufhin die Systemsteifigkeit geringfügig abnimmt. Analog zum Coulombschen Reibgesetz $F_R = \alpha p_N$ nimmt die übertragene Kraft linear mit steigendem Druck zu. Die Spannungszustände der Lastinkremente 2 bis 10 liegen auf dem Reibkegel. Durch den weiter gesteigerten Druck bewegen sie sich in Richtung der hydrostatischen Achse, siehe Abb. 4.8a. Bei einem mittleren Osseointegrationsgrad von $\xi = 0,5$ liegt durch die erhöhte Dichte nach Gleichung 3.72 eine höhere Systemsteifigkeit vor. Da durch den höheren Osseointegrationsgrad der Reibkegel beim Artificial Hardening entgegen der Richtung der Druckachse verschoben wurde, tritt erst bei höherer Belastung Fließen auf, was in Abbildung 4.6a deutlich zu sehen ist. Durch die höhere Dichte und den damit verbundenen, höheren E-Modul des Interface steigt auch die Systemsteifigkeit im Fall des Gleitens an. Diese Charakteristika sind bei vollständiger Osseointegration entsprechend ausgeprägter zu beobachten, wie Abbildung 4.6a zu entnehmen ist.

Es fällt in diesem Zusammenhang auf, dass das Fließen mit steigendem Osseointegrationsgrad zwar bei höherer Last auftritt, von $\xi = 0,5$ zu $\xi = 1,0$ sinkt jedoch die

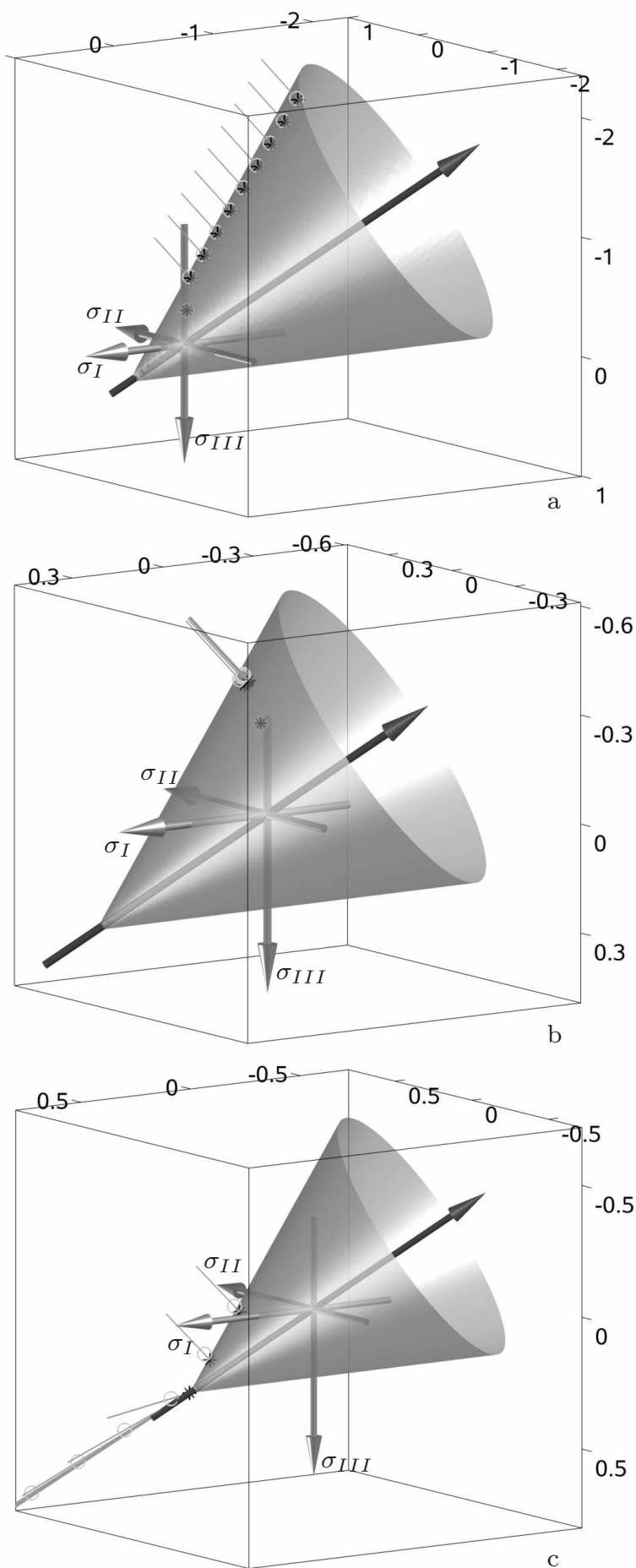


elastische Grenze der Verschiebungen. Um diesen Zusammenhang zu erläutern, wurde Test 1_{DPAH} mit einem festen E-Modul von $E = 150MPa$ durchgeführt. Um auch den Einfluss der Querkontraktion zu zeigen, wurde der Test einmal mit festem $\nu = 0,3$ und einmal mit variabler Querkontraktionszahl nach Gleichung 3.103 durchgeführt. Die zugehörigen Kraft-Verschiebungs-Diagramme sind in Abbildung 4.9 aufgeführt. Bei festem E-Modul und fester Querkontraktionszahl (schwarze Diagramme) stellen sich die erwarteten Kraft-Verschiebungs-Verläufe ein. Sowohl im elastischen Bereich als auch im plastischen Bereich weisen alle Diagramme die gleiche Steifigkeit auf. Die Fließgrenzen steigen mit ansteigendem Osseointegrationsgrad. Der elastische Bereich der Verschiebungen wächst analog. Der grau gepunktete Verlauf für $\xi = 1,0$ entspricht dabei dem schwarz gepunkteten Verlauf. Beide Berechnungen haben identische Ergebnisse.

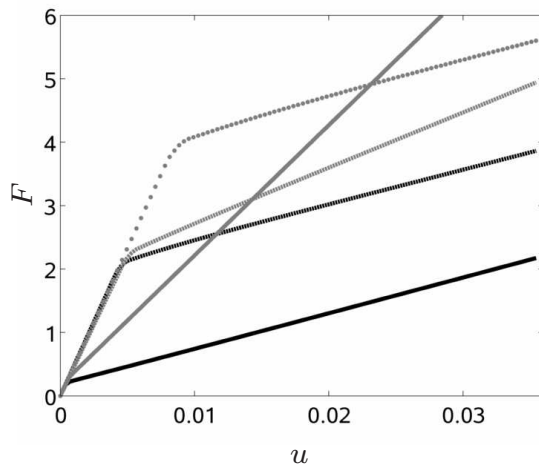
Bei variabler Querkontraktionszahl (grau) tritt deutlich abweichendes Verhalten auf. Im nicht osseointegrierten Zustand mit $\nu = 0,45$ nimmt die Steifigkeit im plastischen Bereich durch die hohe Querkontraktionszahl kaum ab. Dieses Verhalten ist auch schon in Abbildung 4.6a zu erkennen. Hier liegt der E-Modul nun jedoch um den Faktor 10 höher als bei Test 1_{DPAH} für $\xi = 0,0$, wodurch die Steigung im Kraft-Verschiebungs-Diagramm deutlich größer ist und die der höheren Osseointegrationsgrade deutlich übertrifft. Bei mittlerem Osseointegrationsgrad liegt hier mit $\nu = 0,375$ die Steifigkeit im plastischen Bereich noch deutlich höher als bei der entsprechenden Berechnung mit $\nu = 0,3$. Bei vollem Osseointegrationsgrad liegen identische Verläufe bei $\nu = 0,3$ vor. Die hohe Querkontraktionszahl bei niedrigem Osseointegrationsgrad bewirkt durch den stark steigenden Kompressionsmodul $\kappa = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ eine deutlich versteifende Wirkung im volumetrischen Teil des Tangentenmoduls; siehe Gleichung 4.60.

Diese Tests haben gezeigt, dass die Verringerung der elastischen Grenze in den Verschiebungen nicht mit der Variation der Querkontraktionszahl verknüpft ist, sondern nur mit der Variation des E-Moduls nach Gleichung 3.72 verbunden sein kann. Fließfunktion und damit auch Fließgrenze ändern sich nach der Gleichung 3.104 in Kombination mit 3.108 linear mit dem Osseointegrationsgrad und nach Gleichung 3.102 auch linear mit der Dichte. Der E-Modul verändert sich hingegen quadratisch mit der Dichte. Dadurch werden mit höherem Osseointegrationsgrad bei geringeren Verschiebungen schon deutlich höhere Spannungen verursacht. Fließen tritt deshalb in Test 1_{DPAH} mit vollem Osseointegrationsgrad bei geringeren Verschiebungen auf, als es mit halbem Osseointegrationsgrad der Fall ist. Dieses Verhalten ist auch bei den anderen Tests und beim gemischten Modell zu beobachten.

Bei reiner Schubbelastung in Test 2_{DPAH} werden für $\xi = 0,0$ die Charakteristika des regularisierten Coulombschen Reibgesetzes beschrieben. Mit Erreichen der elastischen Grenze kann keine weitere Kraft übertragen werden. Dieses tritt ab einer Verschiebung von $u = 0,0057mm$ ein. Dementsprechend ist nur das erste Lastinkrement in Abbildung 4.8b im elastischen Bereich. Die restlichen Spannungszustände befinden sich, in Analogie zum Kraft-Verschiebungs-Diagramm, nahezu an gleicher Position auf dem Reibkegel. Bei mittlerem Osseointegrationsgrad wird, wie schon bei Test 1_{DPAH} , die elastisch übertragbare Kraft erhöht. Sie steht im gleichen Verhältnis wie die uniaxialen Fließspannungen 3.107, die sich aus den Parametern von Tabelle 4.1 berechnen lassen. Bei vollem Osseointegrationsgrad ist in Abbildung 4.6b zu erkennen, dass im Gegensatz zum nicht osseointegrierten Zustand außerhalb des elastischen Bereiches weitere Last aufgenommen werden kann. Dieses Phänomen ist schon bei $\xi = 0,5$ in geringfügigem Maße zu beobachten. Dieser Umstand ist mit der Steifigkeit der umgebenden Elemente zu begründen. Die im Kraft-Verschiebungs-Diagramm für $\xi = 1,0$ auftretende Steigung beschreibt die Materialantwort des Gesamtsystems,

**Abbildung 4.8:**

Spannungen im Hauptspannungsraum im Verlauf inkrementeller Belastung bei 10 Lastinkrementen für Tests 1-3 (a-c) für das Modell mit Artificial Hardening; jeweils für $\xi = 0$. Kreise markieren Testspannungen und Kreuze die jeweiligen korrigierten Spannungen. Linien zeigen die zugehörigen Projektionsrichtungen.

**Abbildung 4.9:**

Kraft-Verschiebungs-Diagramme aus Test 1 für $\xi = 0.0$ (volle Linie), $\xi = 0.5$ (gestrichelt) und $\xi = 1.0$ (gepunktet) für das Modell mit Artificial Hardening bei festem $E = 150\text{MPa}$ mit fester Querkontraktionszahl $\nu = 0,3$ (schwarz) und variabler Querkontraktionszahl nach Gleichung 3.103 (grau).

nicht die alleinige Systemantwort des Interface. Mit steigendem E-Modul der umgebenden Elemente verringert sich die Steigung im Kraft-Verschiebungs-Diagramm, da die Systemantwort zunehmend durch das schwächere Interface dominiert wird.

Die in Test 3_{DPAH} aufgebrachte kombinierte Schub- und Zugbelastung bewirkt je nach Osseointegrationsgrad unterschiedliches Materialverhalten. Für $\xi = 0,0$ wird bei $u = 0,003\text{mm}$ die Grenze des elastischen Bereichs erreicht. Danach tritt ein kurzer Softening-Bereich bis zu einer Verschiebung von $u = 0,01\text{mm}$ auf. Dieser ist aufgrund des dargestellten Kräftebereichs in Abbildung 4.6c nur schlecht zu erkennen. Bei weiter zunehmender Belastung kann keine weitere Kraft übertragen werden. Dieses Verhalten kann anhand der Spannungszustände während der inkrementellen Belastung in Abbildung 4.8c erklärt werden. Das erste Lastinkrement liegt unmittelbar hinter der elastischen Grenze und somit schon auf dem Reibkegel. Das zweite Lastinkrement liegt auf dem Reibkegel weiter in Richtung des Apex. Die Norm der Spannungen in Richtung des Apex nimmt kontinuierlich ab, bis der Apex erreicht wird. Dies ist ab dem dritten Lastinkrement der Fall und erklärt den Softening-Effekt. Ab dem dritten Lastinkrement liegen alle Spannungszustände auf dem Apex und es kann keine weitere Last aufgenommen werden. Bei einem Osseointegrationsgrad von $\xi = 0,5$ wird der elastische Bereich wie schon bei den vorigen Tests vergrößert. Der Softening-Bereich liegt hier nun sehr viel ausgeprägter vor, wie in Abbildung 4.6c deutlich zu sehen ist. Mit Erreichen der elastischen Grenze wandern die Spannungszustände auf dem Kegel in Richtung des Apex, wie es schon in Abbildung 4.8c zu sehen war. Jedoch wurde der Bereich zwischen elastischer Grenze und dem Apex durch das Artificial Hardening nun so weit vergrößert, dass der Apex bei dieser Konfiguration nicht mehr erreicht wird. Für $\xi = 0,5$ wird der Apex erst bei einer Verschiebung von $u = 0,056\text{mm}$ erreicht. Bei vollem Osseointegrationsgrad zeigt sich das gleiche Verhalten, wobei hier der Apex bei einer Verschiebung von $u = 0,071\text{mm}$ erreicht wird. Die Steigung im Softening-Bereich ist hier größer, als die im Falle von $\xi = 0,5$. Dieser Umstand ist wieder mit dem steigenden Einfluss der umgebenden Elemente in der Systemantwort bei steigender Steifigkeit des Interface zu begründen.

Die Tests für das gemischte Modell mit $\xi = 0,0$ geben das reine Drucker-Prager-Modell wieder und entsprechen den Tests des Modells mit Artificial Hardening. Aus diesem Grund sind auch bei den entsprechenden Kraft-Verschiebungs-Diagrammen in Abbildung 4.7 die Lastinkremente der Spannungsplots im Hauptspannungsraum angegeben.

Bei Test 1_{DPVM} zeigt sich für $\xi = 0,5$ ein ähnliches Verhalten des gemischten Modells im Vergleich zu Test 1_{DPAH} . Durch den Drucker-Prager-Anteil bei halbem Osseoin-

tegrationsgrad wird nach Erreichen der elastischen Grenze mit zunehmendem Druck weitere Kraft über das Interface übertragen. Der Anstieg im Kraft-Verschiebungs-Diagramm ist geringer als bei Test 1_{DPAH} , weil der Öffnungswinkel des Zylinders hier nun deutlich geringer ist. Dieser ist für die übertragbare Kraft des Interface unter Druckbelastung ausschlaggebend. Für den vollen Osseointegrationsgrad $\xi = 1,0$, nimmt die Steigung dieses Verlaufs durch die Druckunabhängigkeit des von-Mises-Modells ab, ist aber durch die Art der Belastung noch präsent. Die Grenze des elastischen Bereichs wird hier im Gegensatz zum $DPAH$ -Modell durch die Fließspannung σ_F bestimmt. Der Vergleich zu Test 1_{DPAH} zeigt, dass die Wahl von $\sigma_F = 10MPa$ einen größeren elastischen Bereich bewirkt. Setzt man die Fließregeln 3.104 und 3.109 beider Modelle unter Berücksichtigung von 3.108 gleich, so kann man die Fließgrenze σ_F des gemischten Modells passend zum Modell mit Artificial Hardening bestimmen. Dieses liefert nach ein paar Umformungen generell

$$\sigma_F = -\sqrt{3}\alpha\sigma_m + \sqrt{3}c_{max} \quad (4.72)$$

und mit $c_{max} = 3,9$ und $\alpha = 0,6$ in diesem speziellen Fall

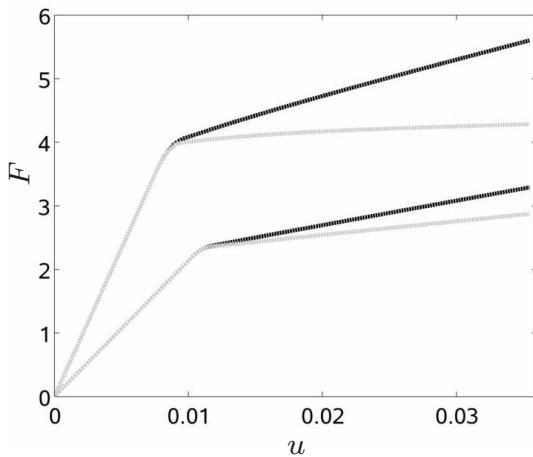
$$\sigma_F \approx -1,04\sigma_m + 6,73 \frac{N}{mm^2} \quad , \quad (4.73)$$

wobei σ_m hier die mittlere Spannung an der Grenze des elastischen Bereichs des $DPAH$ -Modells ist. Bei Test 1_{DPAH} liegt $\sigma_m \approx -0,63 \frac{N}{mm^2}$ und damit $\sigma_F \approx 7,38 \frac{N}{mm^2}$ vor. Diese Methode lässt einen konkreten Vergleich der inelastischen Bereiche der Modelle zu, wie in Abbildung 4.10 für Test 1 dargestellt. Es fällt auf, dass Gleichung 4.72 unabhängig vom Osseointegrationsgrad ξ ist, was die Methode überhaupt anwendbar macht. Die Abhängigkeit von der mittleren Spannung σ_m an der elastischen Grenze des $DPAH$ -Modells liefert aber eine Abhängigkeit vom Lastfall, da die mittlere Spannung bei Druck- und Zugbelastung natürlich deutlich unterschiedlich ist. Daher ist diese Methode nur zum direkten Vergleich bestimmter Lastfälle sinnvoll anzuwenden.

Bei Test 2_{DPVM} unter reiner Schubbelastung zeigt sich nahezu identisches Materialverhalten verglichen mit dem Modell mit Artificial Hardening, wie in Abbildung 4.7b zu entnehmen ist. Der Hauptunterschied liegt in dem größeren elastischen Bereich, begründet durch die Wahl von σ_F . Auch bei Test 2_{DPVM} treten wieder für die Osseointegrationsgrade $\xi = 0,5$ und $\xi = 1,0$ Steigungen im Kraft-Verschiebungs-Diagramm auf, die durch den zunehmenden Einfluss der umgebenden Elemente an der Systemantwort begründet sind.

Bei der kombinierten Schub- und Zugbelastung in Test 3_{DPVM} zeigt sich außerhalb des elastischen Bereiches unterschiedliches Materialverhalten zu dem $DPAH$ -Modell. Das Softening-Verhalten ist beim mittleren Osseointegrationsgrad nicht so stark ausgeprägt, wie in Abbildung 4.7 zu sehen ist. Dieser Umstand ist dadurch begründet, dass die gemischte Fließfläche für $\xi = 0,5$ einen Kegel mit geringem Öffnungswinkel bildet; vgl. Abbildung 3.5b. Der Öffnungswinkel des Zylinders ist für den Grad der Entfestigung ausschlaggebend. Je größer der Öffnungswinkel, desto ausgeprägter ist der Entfestigungseffekt. Bei vollem Osseointegrationsgrad tritt hier durch die Isotropie des von-Mises-Modells wieder ein leichter Verfestigungseffekt auf, wie es bei Test 1_{DPVM} zu beobachten war.

Das ursprüngliche Drucker-Prager-Modell, welches für beide hier entwickelten Modelle bei $\xi = 0,0$ Anwendung findet, bildet nach Lebon und Ronel-Idriss [2004] den Coulombschen Kontakt ab. Dieses konnte in den numerischen Tests auch gezeigt werden. Das charakteristische Kontaktverhalten mit Adhäsion ist in den Tests zu beobachten. Bei steigendem Osseointegrationsgrad geht der reine Kontakt in vivo in einen

**Abbildung 4.10:**

Kraft-Verschiebungs-Diagramme aus Test 1 bei $\xi = 0.5$ und $\xi = 1.0$ für das Modell mit Artificial Hardening (schwarz) und das gemischte Modell (grau) bei angeglicherer Fließgrenze.

Knochen-Prothesen-Verbund über. Dieser Verbund ist dadurch charakterisiert, dass er eine begrenzte, aber mit dem Osseointegrationsgrad zunehmende, Festigkeit aufweist. Dieses Verhalten wird in beiden Modellen mit einem wachsenden elastischen Bereich bei steigendem Osseointegrationsgrad abgebildet. Die Frage ist nun, wie sich der Verbund bei Überschreiten der Festigkeit verhält. Dazu werden mit den hier vorgestellten Modellen zwei Möglichkeiten abgedeckt. Verhält sich der Verbund eher isotrop im Hinblick auf die Belastung, so bildet das gemischte Modell den Verbund besser ab, wie Abbildung 4.7 zu entnehmen ist. Bei halbem Osseointegrationsgrad zeigt das gemischte Modell unter Druckbelastung leichte verfestigende Tendenzen und unter Zugbelastung leichte entfestigende Tendenzen. Bei vollem Osseointegrationsgrad verhält sich das Modell für alle drei Belastungsfälle nahezu gleich.

Das Modell mit Artificial Hardening hingegen zeigt in der Materialantwort deutlicher eine Abhängigkeit von der Art der Beanspruchung. Bei reiner Schubbeanspruchung (Abb. 4.6b) zeigt es Materialverhalten, welches die Charakteristika der Coulombschen Reibung widerspiegelt. Bei zusätzlicher Druckbelastung (Abb. 4.6a) erhält man verfestigendes Materialverhalten, welches als eine linear ansteigende, übertragbare Reibkraft bei zunehmendem Druck interpretiert werden kann. Unter Schub- und Zugbelastung (Abb. 4.6c) wird deutliches Entfestigungsverhalten festgestellt, was bei einer Zerstörung des Knochen-Prothesen-Verbundes plausibel ist.

4.9 Adaptive Netzverfeinerung bei der Knochenumbausimulation

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein adaptiver Netzverfeinerungsalgorithmus entwickelt, der speziell auf die Anforderungen bei der Knochenumbausimulation zugeschnitten ist. In Abbildung 4.11 sind der Vergleich eines diaphysären CT-Schnittbildes und der Querschnitt eines Finite-Elemente-Modells mit nach Kapitel 3.4.3 berechneter Dichteverteilung dargestellt. Die Auflösung zur Abbildung der Geometrie, hier speziell des Röhrenknochens, ist bei dem CT-Schnittbild deutlich höher. Dieser Ausschnitt des CT-Schnittes enthält 16644 Bildpunkte, während auf dem hier abgebildeten Querschnitt des Finite-Elemente-Modells nur wenig mehr als 100 Elemente zu sehen sind. Die Qualität der Abbildung des Röhrenknochens ist bei dem Finite-Elemente-Modell entsprechend weniger genau. Die Abbildung der inneren Röhre folgt den Elementkanten und weist daher eine wenig ovale Kontur auf. In Bereichen, die für die Simulation nicht von Interesse sind, wie dem distalen Teil des Femur, sind solche Ungenauigkeiten nicht von Belang. Im Umfeld einer Prothese jedoch, in denen Aussagen über das Knochenumbauverhalten getroffen werden sollen, ist eine solch grobe Auflösung

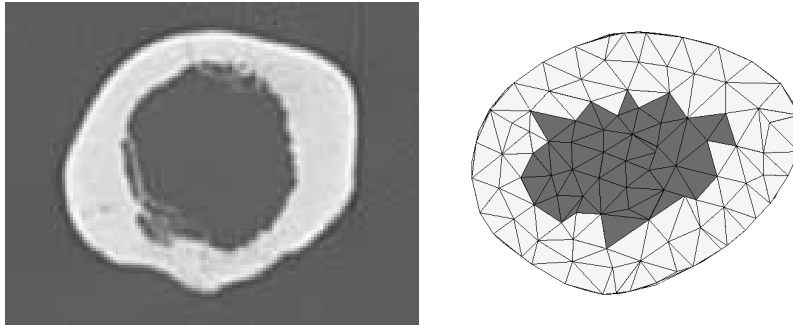


Abbildung 4.11: Vergleich eines diaphysären CT-Schnittbildes und dem Schnitt durch ein Finite-Elemente-Modell mit berechneter Dichteverteilung.

nicht befriedigend. Diese Bereiche könnten global feiner vernetzt werden. Damit wäre jedoch der komplette proximale Femur davon betroffen, je nachdem, wie tief distal die Prothese reicht. Diese Lösung wäre sehr unwirtschaftlich, da die Elementanzahl für eine gute Auflösung schnell in die Hunderttausende steigen würde. Sieht man sich den Querschnitt des Finite-Elemente-Modells näher an, so wird deutlich, dass man nur die Bereiche des Übergangs von hoher zu niedriger Knochendichte verfeinern müsste, um die anatomischen Merkmale besser abzubilden. Genau auf dieser Grundlage wurde der hier vorgestellte Netzverfeinerungsalgorithmus entwickelt.

4.9.1 Verfeinerungskriterium

Das Verfeinerungskriterium soll die Übergänge von hoher zu niedriger Knochendichte erfassen. Dazu wird der diskrete Dichtegradient

$$\Delta \varrho_i = |\varrho_m - \varrho_n| \quad (4.74)$$

über die Elementfläche i der benachbarten Elemente m und n definiert. Wenn der diskrete Dichtegradient Werte annimmt, die höher als ein Schwellwert $\Delta \varrho_{min}$ sind, werden die beiden Elemente verfeinert. Tests haben ergeben, dass auch ein unterer Schwellwert für die Knochendichte ϱ_{min} nötig ist, da sonst in Bereichen niedriger Dichte unnötig verfeinert wird. Das Verfeinerungskriterium lautet demnach

$$\Delta \varrho_i > \Delta \varrho_{min} \quad \wedge \quad (\varrho_m \vee \varrho_n > \varrho_{min}) \quad , \quad (4.75)$$

wobei $\Delta \varrho_{min}$ der minimal zulässige Dichtegradient ist. Zwei Elemente m und n werden also verfeinert, wenn der Dichtegradient der Elementfläche i größer als der Schwellwert $\Delta \varrho_{min}$ ist und zudem mindestens eines der Elemente eine Knochendichte höher als ϱ_{min} aufweist.

4.9.2 Verfeinerungsalgorithmus

In dieser Arbeit wird ein Verfeinerungsalgorithmus nach der Methode der Bisektion der längsten Kante verwendet werden, wie er z.B. in Schmidt und Siebert [2005] beschrieben ist. Dieser Algorithmus stellt sicher, dass durch die Bisektion keine entarteten Elemente entstehen, also Elemente deren Innenwinkel sehr unterschiedlich sind. Des Weiteren werden keine hängenden Knoten erzeugt. Das heißt, dass alle Elemente, die an einer zu verfeinernden Kante angeschlossen sind, verfeinert werden.

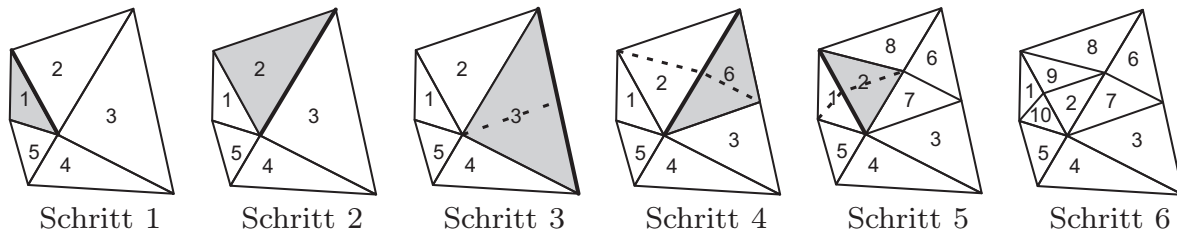


Abbildung 4.12: Schrittweise Vorgehensweise bei Bisektion der längsten Kante von Element 1.

Der Algorithmus lässt sich nun am Beispiel von Grafik 4.12 erklären. Das Verfeinerungskriterium hat in Schritt 1 detektiert, dass Element 1 verfeinert werden soll. Seine längste Kante ist fett gedruckt hervorgehoben. In Schritt 2 wird das an die längste Kante angrenzende Element, in diesem Fall Element 2, gesucht und dessen längste Kante bestimmt. Genauso wird in Schritt 3 verfahren, wobei die längste Kante von Element 3 an kein weiteres Element grenzt und somit verfeinert werden kann. In Schritt 4 wird nun mit Element 6 der neue Nachbar an der zu verfeinernden, längsten Kante von Element 2 gefunden und beide Elemente werden verfeinert. Das gleiche geschieht in Schritt 5 mit Element 1 und 3. Schritt 6 gibt den endgültigen Zustand nach Verfeinerung der längsten Kante von Element 1 an. Es ist gut zu sehen, dass keine Elemente mit spitzen Winkeln erzeugt wurden. Hätte in Schritt 1 die Bisektion direkt an der Kante zwischen den Elementen 1 und 2 stattgefunden, wäre Element 2 in zwei spitzwinklige Dreiecke aufgeteilt worden.

Dieser Algorithmus wurde für ein gemischtes Netz auf Tetraedern und so genannten Wedge-Elementen, also Dreiecks-Prismen, implementiert, da das Interface, wie in Kapitel 5.3.2 beschrieben, mit Wedge-Elementen abgebildet wird. Die Besonderheit ist dabei, dass die Wedge-Elemente nur an den Kanten der Dreiecksflächen verfeinert werden dürfen, nicht jedoch an den Höhenkanten. Eine mögliche Bisektion eines Wedge-Elementes ist in Abbildung 4.13 fett gekennzeichnet. Die Verfeinerung an den Höhenkanten soll unterbunden werden, da die Interface-Elemente, wie in Kapitel 4.6 beschrieben, ihre Steifigkeit verlieren können, was wiederum zu numerischen Problemen führen kann.

Das mechanische System darf durch die Netzverfeinerung nicht verändert werden. Aus diesem Grund müssen Verschiebungs- und Kräfte- und Randbedingungen entsprechend angepasst werden. Verschiebungsrandbedingungen an zu verfeinernden Elementen werden auf die neu entstandenen Knoten übertragen. Sind die Verschiebungsrandbedingungen ungleich null, so wird die Verschiebung am neuen Knoten linear zwischen den vorgegebenen Verschiebungen interpoliert.

Die Behandlung der Kräfte- und Randbedingungen erfordert etwas mehr Beachtung. Greift an den Knoten einer zu verfeinernden Kante jeweils eine Kraft an, so gibt es zwei

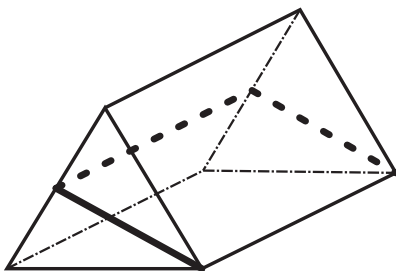


Abbildung 4.13:

6 Knoten Wedge-Element mit Beispiel einer möglichen Bisektion an einer Dreieckskante.

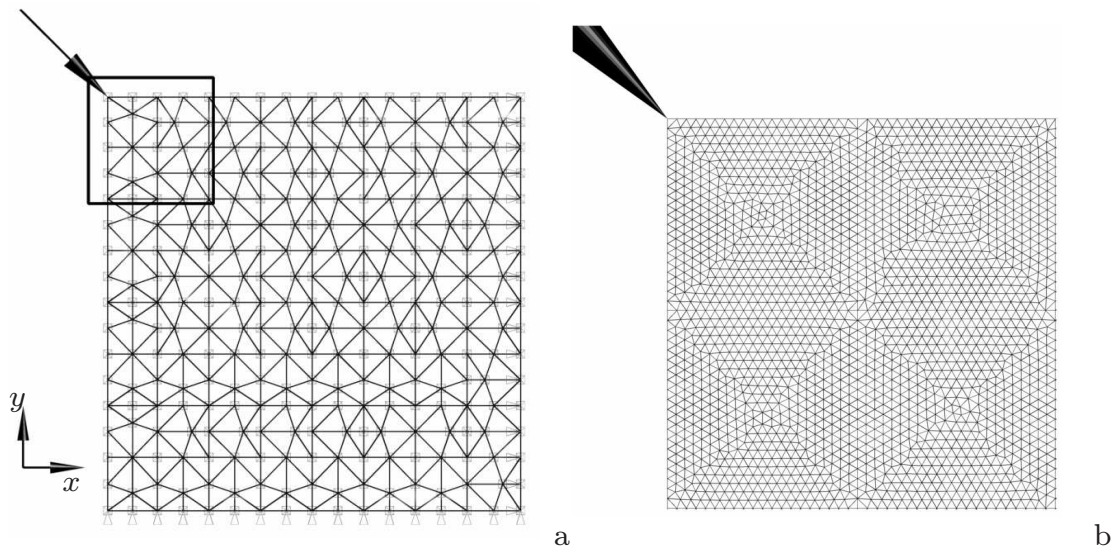


Abbildung 4.14: Finite-Elemente-Modell als Basis für die Netzverfeinerung (a) mit Markierung des Ausschnittes aus dem feinen Netz (b).

Möglichkeiten diesen Fall zu behandeln. Die erste Möglichkeit ist, dem neuen Knoten in der Mitte der geteilten Kante keine Kraft zuzuweisen. Das mechanische System bliebe äquivalent. Die zweite Möglichkeit ist, die zwei ursprünglichen Lasten auf die nun drei Knoten mechanisch äquivalent zu verteilen. Dieses zusätzliche Problem zu lösen, bedeutet einen algorithmischen und rechentechnischen Mehraufwand, der hier nicht gerechtfertigt scheint, da es sich im Rahmen dieser Arbeit um Systeme aus der Natur handelt, die generell diversen Schwankungen und zudem Unsicherheiten in der Modellierung unterliegen. Daher wurde eine relativ einfache und schnelle Methode gewählt, die das mechanische System nur geringfügig verändert. Die Muskelasten werden auf die anatomischen Angriffsflächen verteilt. Werden nun in einem solchen Bereich Elemente verfeinert, so werden sämtliche zu der jeweiligen verteilten Muskelast gehörenden Einzelkräfte gleichmäßig auf die neue Anzahl Knoten verteilt. Der Eingriff in das mechanische System ist dabei sehr gering, die Methode arbeitet schnell und lässt sich einfach implementieren.

4.9.3 Numerisches Beispiel

Als Beispiel dient die in Abbildung 4.14a dargestellte Scheibe. Das mechanische Modell wurde schon in Kapitel 4.5 vorgestellt. Dieses leicht abgewandelte Finite-Elemente-Modell ist mit 500 Wedge-Elementen vernetzt und stellt ein Quasi-2D-Problem dar. Das Modell ist dabei zwängungsfrei gelagert. Es dient als Ausgangsmodell für die Netzverfeinerung. In Abbildung 4.14b ist der in Abbildung 4.14a gekennzeichnete Ausschnitt des sehr fein vernetzten Vergleichsbeispiels abgebildet. Das Vergleichsmodell wurde mit 58.460 Wedge-Elementen vernetzt. Beide Modelle durchlaufen 130 quasi-statische Knochenumbau-Iterationen. Bei der Berechnung mit Netzverfeinerung wurden 14 Verfeinerungsschritte durchgeführt. Dabei wurde der Schwellwert des minimalen Dichtegradienten auf $\Delta \rho_{min} = 0.5g/cm^3$ gesetzt und die minimale Dichte zur Verfeinerung zu $\rho_{min} = 1.0$ gewählt. Die minimale Elementkantenlänge sollte dabei nicht kürzer als bei dem Vergleichsmodell werden.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.15 dargestellt. Wie zu erwarten war, bilden beide

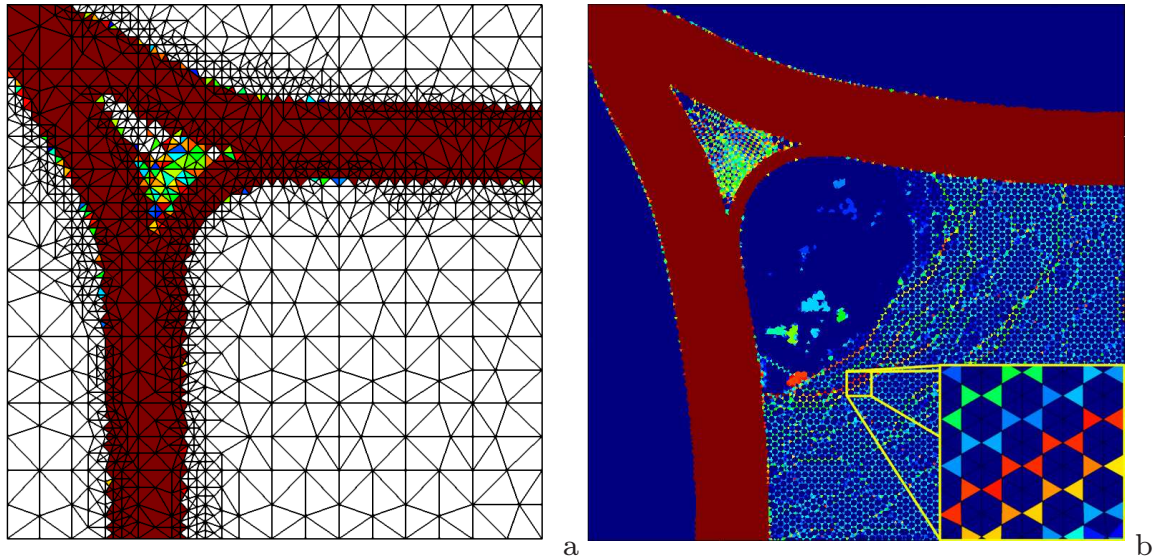


Abbildung 4.15: Dichteverteilung der Netzverfeinerung mit diskretem Dichtegradienten (a) und Ergebnis beim feinen Netzes des Vergleichsmodells (b).

Modelle ausgehend von der Krafteinleitungsstelle zwei Stützen hoher Dichte aus, die auf den gegenüberliegenden Seiten die Last in die Lager einleiten. Beide Stützen sind durch eine schmale Zugstrebe verbunden. Bei dem Ergebnis des Verfeinerungsalgorithmus in Abbildung 4.15a wurden Elemente mit der minimalen Dichte ausgeblendet, um das modifizierte Netz besser sichtbar zu machen. Es ist deutlich zu sehen, dass nur in Bereichen in und um die beiden Stützen das Netz verfeinert wurde. Die Verfeinerung wurde also, wie gefordert, im Übergang von den Stützen hoher Dichte zu den umliegenden Bereichen niedriger Dichte durchgeführt. Des Weiteren wurden auch keine degenerierten Elemente erzeugt, alle Elemente haben sehr gleichmäßige Innenwinkel. Das Netz wurde bei dieser Konfiguration von 500 auf 2640 Elemente verfeinert. Das Ergebnis des Vergleichsmodells sieht geringfügig anders aus. Die beiden Stützen haben einen durchgehend gekrümmten Verlauf und sehen damit natürlicher aus. Bei diesem Modell traten aber numerische Instabilitäten in Form von Checkerboard-Mustern auf, wie in Abbildung 4.15b im vergrößerten Bereich deutlich zu sehen ist. Diese Muster konnten durch den in Abschnitt 4.5 beschriebenen Glättungsalgorithmus nicht zufriedenstellend beseitigt werden. In diesem Stadium der Simulation lösen sich die Muster ausgehend von der Zugstrebe in Richtung der unteren rechten Ecke auf. Die Bereiche mittlerer Dichte, die zwischen Stützen und Zugstreben bei beiden Modellen auftreten, sind dadurch begründet, dass die Verzerrungsenergiedichte in diesen Bereichen sehr nahe am Zielwert ψ_{phys} liegt. Dadurch ist die Umbaugeschwindigkeit nur sehr gering, wodurch in diesen Bereichen zu den abgebildeten Simulationszeitpunkten die Dichte noch nicht abgebaut ist.

Modell	Dauer	Elementanzahl	Datenmenge
Netzverfeinerung	100%	500 → 2640	124 MB
Vergleichsmodell	1144%	58460	2,7 GB

Tabelle 4.2: Vergleich der Berechnungsdaten von Netzverfeinerung und dem fein vernetzten Vergleichsmodell.

Ein Vergleich der Daten beider Berechnungen ist in Tabelle 4.2 aufgelistet. Die Berechnungsdauer für das Modell mit Netzverfeinerung betrug auf der verwendeten Rechnerarchitektur 43 Minuten und wurde zu 100% definiert. Mit einer Berechnungsdauer von 1144% hat die Vergleichsrechnung über 11 mal so lange gedauert, wie die Berechnung mit dem Verfeinerungsalgorithmus. In Anbetracht der sehr unterschiedlichen Elementanzahlen von 2640 bei der Netzverfeinerung zu 58460 beim Vergleichsmodell, was nur etwa 4,5% entspricht, kann das Ergebnis mit Netzverfeinerungsalgorithmus als durchweg gut betrachtet werden. Ein weiterer Punkt ist die angefallene Datenmenge. Auch diese beträgt bei der Berechnung mit Netzverfeinerungsalgorithmus nur etwa 4,6% der Datenmenge des Vergleichsmodells.

Dieser numerische Test zeigt die Effizienz der neu entwickelten Methode. Die im Rahmen der Knochenumbausimulation gewünschten, speziellen Funktionalitäten kann die Methode leisten.

5 Geometrische Modellierung

Die Erstellung digitaler geometrischer Modelle der hier behandelten Oberschenkelknochen ist ein aufwändiger Prozess, der noch immer Gegenstand der Forschung ist. Der erste Schritt zur Erstellung eines geometrischen Modells ist die Extraktion der Oberflächengeometrie aus einem dreidimensionalen Datensatz. Dieser Prozess wird Segmentierung genannt. Bevorzugt werden Computertomographie-Datensätze (CT) verwendet, für die hier behandelten Fragestellungen sind CT-Datensätze sogar die einzig mögliche Quelle. Die Daten, die aus der Segmentierung hervorgehen, sind zusammenhanglose Punkte im dreidimensionalen Raum, welche die Oberfläche des Knochens beschreiben. Diese müssen in einem weiteren Schritt zu einem Oberflächenmodell zusammengefügt werden. Im Allgemeinen werden mittels Triangulation Dreiecks-Oberflächennetze erzeugt. Im Rahmen dieser Arbeit bedarf es zweier verschiedener Arten von geometrischen Modellen. Zum einen wird für die in Kapitel 6.1 beschriebene Ermittlung der statisch äquivalenten Lasten ein reines 3D-Finite-Elemente-Modell des Knochens benötigt, welches in zwei weiteren Schritten aus dem beschriebenen Oberflächenmodell erzeugt werden kann. Zum anderen wird ein CAD-Modell benötigt, um geometrische Modelle mit Knochen und Implantat zu erzeugen. Für die Simulation der Osseointegration wird darüber hinaus noch eine Interface-Schicht benötigt, die die in Kapitel 3.4.5 beschriebenen konstitutiven Modelle aufnimmt. Im Folgenden werden die einzelnen Schritte näher erläutert und die im Rahmen dieser Arbeit angewendeten Verfahren beschrieben. Nahezu alle Schritte wurden dabei mit `MATLAB` gelöst. Da die Methoden der digitalen Bildverarbeitung nur am Rande Gegenstand dieser Arbeit sind, werden sie nur soweit beschrieben, dass das Verständnis des Vorgehens deutlich wird. Für tiefergehende Beschreibungen der Methoden der digitalen Bildverarbeitung wird exemplarisch auf Jähne [2005] verwiesen.

5.1 Segmentierung

Der erste Schritt, die Segmentierung der Oberflächengeometrie eines Knochens aus einem CT-Datensatz, ist unter Umständen auch der aufwendigste Schritt. Der Aufwand hängt hierbei direkt mit der Qualität der CT-Daten zusammen. Wird ein einzelner Knochen mit dem Computertomographen gescannt, so bedarf es vergleichsweise wenig Arbeit, ein Oberflächenmodell aus dem Datensatz zu erstellen. Die Schwierigkeit des Segmentierungsvorganges liegt darin, den gewünschten Knochen im dreidimensionalen Datensatz automatisch zu selektieren und von dem umgebenden Gewebe und anderen Knochen abzugrenzen. Ein Ziel der Forschung ist es jedoch, patientenspezifische Lösungen für Probleme - zum Beispiel im Bereich der Hüftgelenksendoprothetik - zu finden, weil die Anatomie jedes Menschen unterschiedlich ist und ggf. individuelle Therapien nötig sind. Um mittels numerischer Simulation Vorhersagen darüber treffen zu können, welches Implantat für ein Individuum das geeignetste ist, werden patientenspezifische Geometriemodelle benötigt. Diese können nur mit den bildgebenden Verfahren der Medizin, wie der Computertomographie, erzeugt werden. Die Qualität von CT-Daten ist jedoch sehr unterschiedlich, womit der Aufwand der Segmentierung korreliert. In Abbildung 5.1 sind zwei deutlich verschiedene Qualitäten



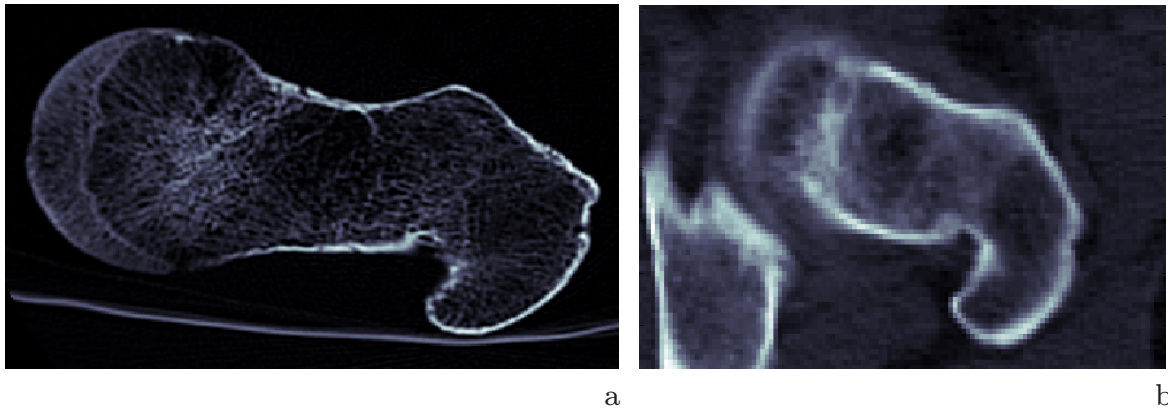


Abbildung 5.1: Vergleich qualitativ unterschiedlicher CT-Daten: CT-Schnittbild eines proximalen Leichenfemurs, der ex vivo gescannt wurde (a) und ein in vivo Schnittbild (b, National Library of Medicine [2009]).

von CT-Daten dargestellt. Abbildung 5.1a zeigt ein CT-Schnittbild eines proximalen Femurs, der ex vivo eingescannt wurde. Man kann deutlich erkennen, dass das Femur nicht von Gewebe umgeben ist. Die Auflösung ist relativ hoch, so dass auch die spongiösen Strukturen im Femur deutlich zu erkennen sind. In Abbildung 5.1b ist ein in vivo Schnittbild abgebildet. Der Qualitätsunterschied ist hier sehr deutlich zu sehen. Ist das Femur im lateralen Bereich vom umgebenden Gewebe noch deutlich zu unterscheiden, so ist eine genaue Abgrenzung im medialen Bereich kaum mehr möglich. Spongiöse Strukturen können nicht mehr identifiziert werden. Zudem ist mit der den Femurkopf umgebenden Hüfte noch eine weitere Schwierigkeit bei der Segmentierung hinzugekommen. Das erste Schnittbild zeigt eine Auflösung von 350x225 Pixeln, wohingegen das zweite Bild mit 120x75 Pixeln nur etwas mehr als ein Zehntel der Informationen des ersten Bildes enthält. Da die Abgrenzung zwischen Gewebe und Femur bzw. umgebenden Knochen und Femur in Teilen der Datensätze geringerer Qualität mit dem bloßen Auge nur schwer möglich ist, ist die vollautomatische Segmentierung mit Methoden der digitalen Bildbearbeitung umso schwieriger.

In Rahmen dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Ansätze verfolgt, geometrische Modelle aus CT-Daten zu segmentieren. Bei qualitativ hochwertigen, gut aufgelösten Datensätzen wurde eine Kombination aus Thresholding und einem 3D-Floodfill-Algorithmus benutzt. Thresholding beschreibt eine Operation, bei der aus einem Graustufenbild ein Binärbild erzeugt wird. Dazu wird ein Schwellwert für die Graustufen angegeben, der so genannte Threshold, der das Bild in schwarze Hintergrundpixel und weiße Vordergrundpixel unterteilt. Ein Beispiel für Thresholding ist in Abbildung 5.2c zu dargestellt. Mit einer Floodfill-Operation können z.B. abgeschlossene Bereiche eines binären Bildes mittels Nachbarschaftsbeziehungen identifiziert und mit der Vordergrundfarbe gefüllt werden. Der Schritt von Abbildung 5.2c zu 5.2d ist das Ergebnis einer solchen Operation.

Bei CT-Datensätzen von geringer Auflösung und Qualität, wie es z.B. in Abbildung 5.1b der Fall ist, ist die Erfolgsaussicht solcher Methoden sehr gering. In diesem Fall werden die im Folgenden beschriebenen Bildverarbeitungsmethoden und wissenbasierten Methoden verwendet.

Der Ablauf der Segmentierung ist in Abbildung 5.2 veranschaulicht. Der Prozess wird dabei exemplarisch an dem CT-Schnittbild aus Abbildung 5.2a beschrieben, welches dem gleichen Datensatz des Bildes aus Abbildung 5.1b entstammt. Abgebildet ist

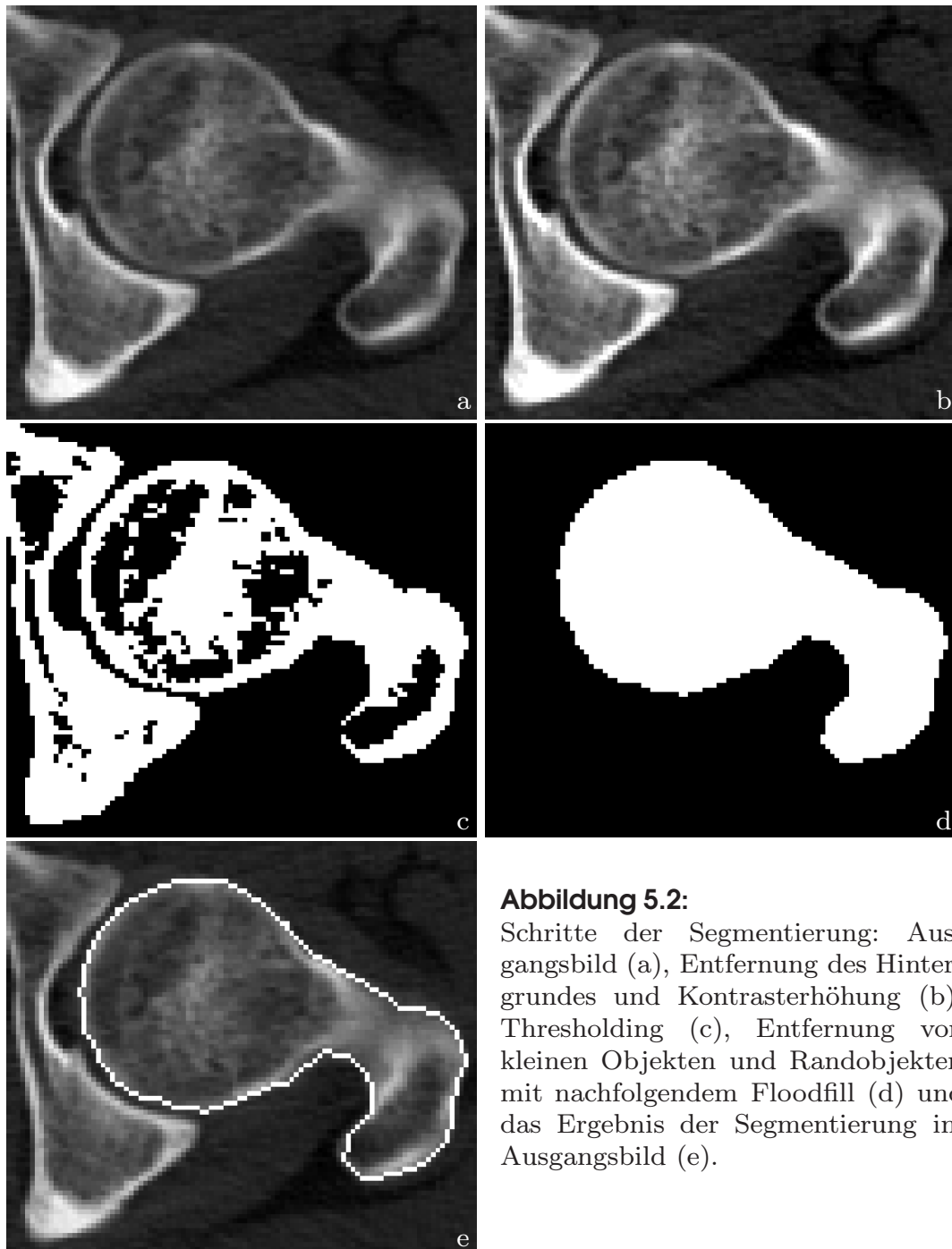


Abbildung 5.2:

Schritte der Segmentierung: Ausgangsbild (a), Entfernung des Hintergrundes und Kontrasterhöhung (b), Thresholding (c), Entfernung von kleinen Objekten und Randobjekten mit nachfolgendem Floodfill (d) und das Ergebnis der Segmentierung im Ausgangsbild (e).

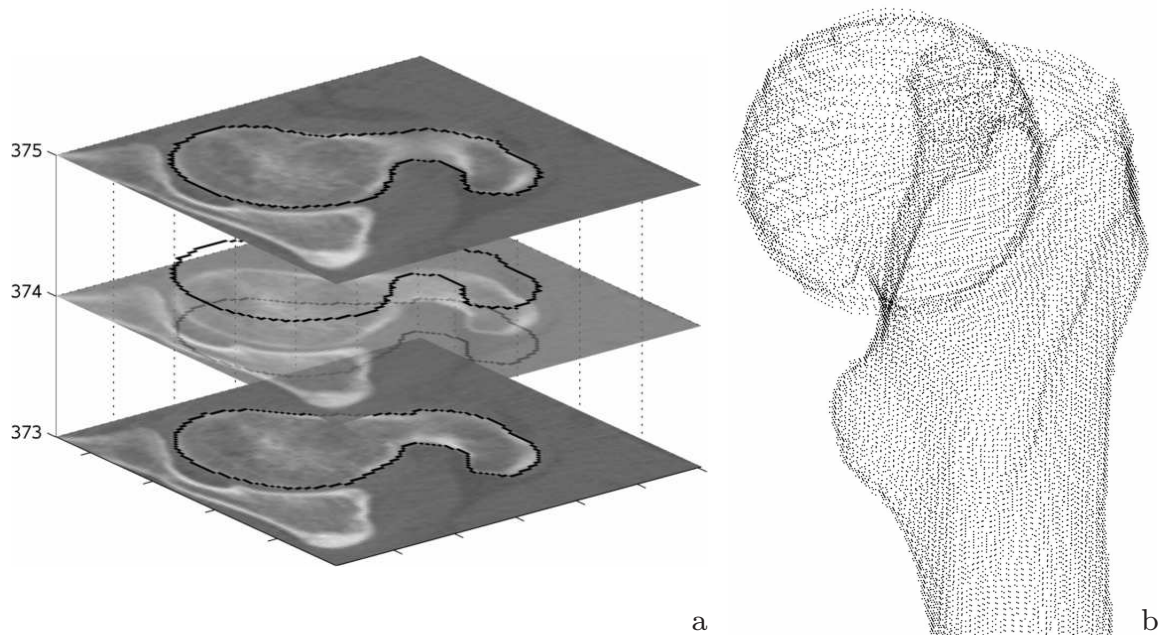


Abbildung 5.3: Segmentierung von Schnittbild 374 anhand der Segmentierungsdaten von Schnitt 373 und 375 (a) und Punktwolke der Oberfläche des Femurs als Ergebnis des Segmentierungsprozesses (b).

dabei ein Schnitt in der Transversalebene durch den Femurkopf und den Trochanter major. Im linken Teil des Bildes ist die Hüfte zu sehen. Problematisch bei diesem Schnittbild sind der geringe Kontrast, der sehr geringe Abstand zwischen Femurkopf und Hüftpfanne sowie der diffuse Bereich zwischen Femurkopf und Trochanter major. Im automatischen Ablauf werden zunächst mittels morphologischem Öffnen mit einem runden Strukturelement der Hintergrund des Bildes entfernt und danach der Kontrast erhöht. Detaillierte Ausführungen über morphologische Operationen finden sich in Soille [1998]. Das Ergebnis dieser Bildverbesserung ist in Abbildung 5.2b zu sehen. Der Kontrast ist noch immer relativ gering, Femurkopf und Hüfte grenzen sich aber optisch nun deutlicher voneinander ab. Auch der diffuse Bereich im lateralen Teil des Bildes ist nun besser von der Umgebung abzugrenzen. Der nächste Schritt besteht aus dem Thresholding. Dabei kann der Schwellwert von Matlab automatisch bestimmt werden. Dieser wird aber standardmäßig etwas nach unten korrigiert, was in der Regel bessere Ergebnisse liefert. Das Ergebnis des Thresholding ist in Abbildung 5.2c zu sehen. Femurkopf und Hüfte sind optisch nun deutlich getrennt. Am Trochanter major ist die Kontur des Femurs allerdings nicht geschlossen. Da das Ergebnis der Segmentierung die äußere Kontur sein soll, muss diese Lücke noch geschlossen werden. Im nächsten Schritt werden zunächst Objekte entfernt, die den Rand berühren. Durch diese Operation wird die Hüfte aus dem Bild entfernt. Es folgt die Entfernung möglicherweise vorhandener, kleiner Objekte, die beim vorangegangenen Thresholding entstehen können. In diesem Beispiel ist das allerdings nicht der Fall. Da beim Thresholding von Bildern mit geringem Kontrast des öfteren nicht geschlossene Konturen auftreten, werden hintereinander zwei morphologische Basisoperationen durchgeführt. Bei der Dilatation mit einem Strukturelement werden alle Bildpunkte um das gewählte Strukturelement ausgedehnt. In diesem Fall wurde ein rundes Strukturelement verwendet. Das optische Ergebnis ist, dass die gesamte Berandung des Femurs erweitert bzw. aufgedickt wird. Dadurch wird zum Beispiel die Lücke in

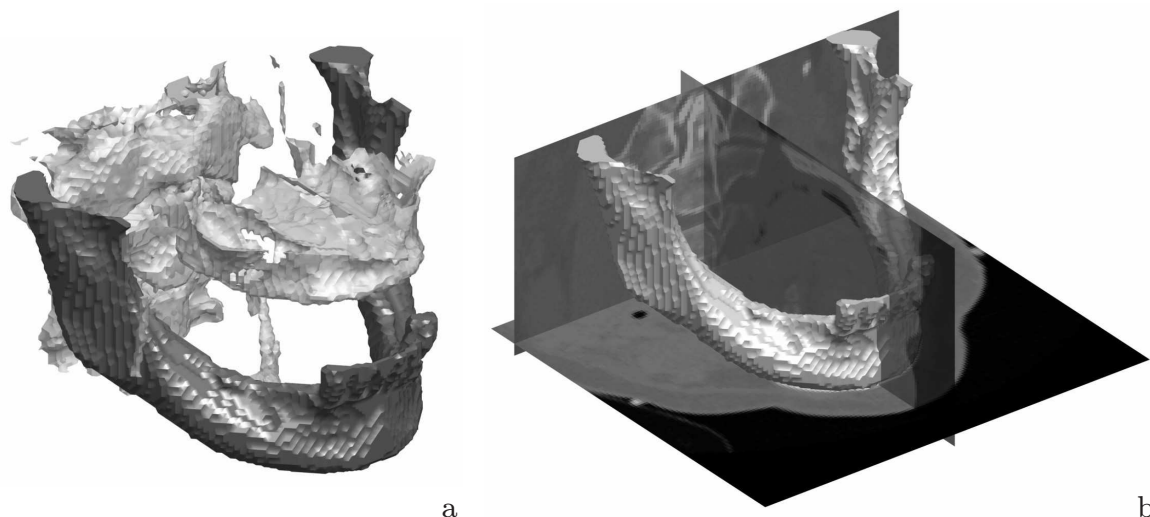


Abbildung 5.4: 3D-Thresholding eines Schädel Datensatzes (a) sowie segmentierter Unterkiefer in CT-Schnittbildern (b).

der Kontur geschlossen, das Binärbild des Femurs aber vergrößert und damit seine Kontur verändert. Aus diesem Grund folgt im Nachhinein die Erosions-Operation. Diese Operation bewirkt genau das Gegenteil. Die Kontur des Femurs wird erodiert, der Umfang also wieder reduziert. Nach diesen beiden Operationen beschreibt der Umriss des Femurs wieder die gleiche Fläche, die Lücke in der Kontur bleibt jedoch geschlossen. Diesen Operationen folgt eine Floodfill-Operation, die die Bereiche innerhalb der Kontur, die noch die Hintergrundfarbe besitzen, mit der Vordergrundfarbe füllt. Das Ergebnis dieser Schritte ist in Abbildung 5.2d zu sehen. Das Femur ist in diesem Schnittbild nun komplett markiert. Das Ergebnis der Segmentierung ist in Abbildung 5.2e in dem original Schnittbild dargestellt. Die Kontur des Femurs wurde sehr genau getroffen und auch der diffuse Bereich zwischen Femurkopf und Trochanter major ist sehr gut abgegrenzt worden.

Dieser Ablauf wird vollautomatisch für alle Schnittbilder eines Datensatzes durchgeführt. In etwa 90% der Fälle wird eine plausible Kontur gefunden. Nicht plausible Konturen werden zum einen automatisch daran erkannt, dass mehrere Konturen gefunden werden. Zum anderen bekommt der Nutzer die Möglichkeit das Ergebnis der automatischen Segmentierung zu beurteilen und nicht korrekt segmentierte Schnitte zu markieren. In einem nächsten Durchlauf werden nicht korrekt segmentierte Schnittbilder wissenbasiert segmentiert. Dazu werden die Segmentierungsdaten der direkt benachbarten Schnittbilder verwendet, wie in Abbildung 5.3a illustriert. Hier wird die aus dem vorigen Beispiel bereits vorhandene Kontur von Schnittbild 375 und die Kontur von Schnitt 373 verwendet, um die Kontur des Femurs in Schnitt 374 zu bestimmen. Die benachbarten Segmentierungsdaten werden dazu verwendet, den für die Segmentierung interessanten Bereich einzugrenzen. Es wird also nur innerhalb der bereits vorhandenen Konturen segmentiert. Dieses Vorgehen vereinfacht die Segmentierung dahingehend, dass nun schwerlich mehrere Konturen gefunden werden oder dass beim Thresholding Femurkopf und Hüfte nicht getrennt werden. Durch diese Methode werden weitere 5-7% der CT-Schnitte korrekt segmentiert.

Für die verbleibenden Schnittbilder wurde eine manuelle Methode implementiert. Dabei kann der Nutzer im CT-Bild die Kontur des Knochens mit wenigen Punkten markieren, die dann mit kubischen Splines interpoliert werden.

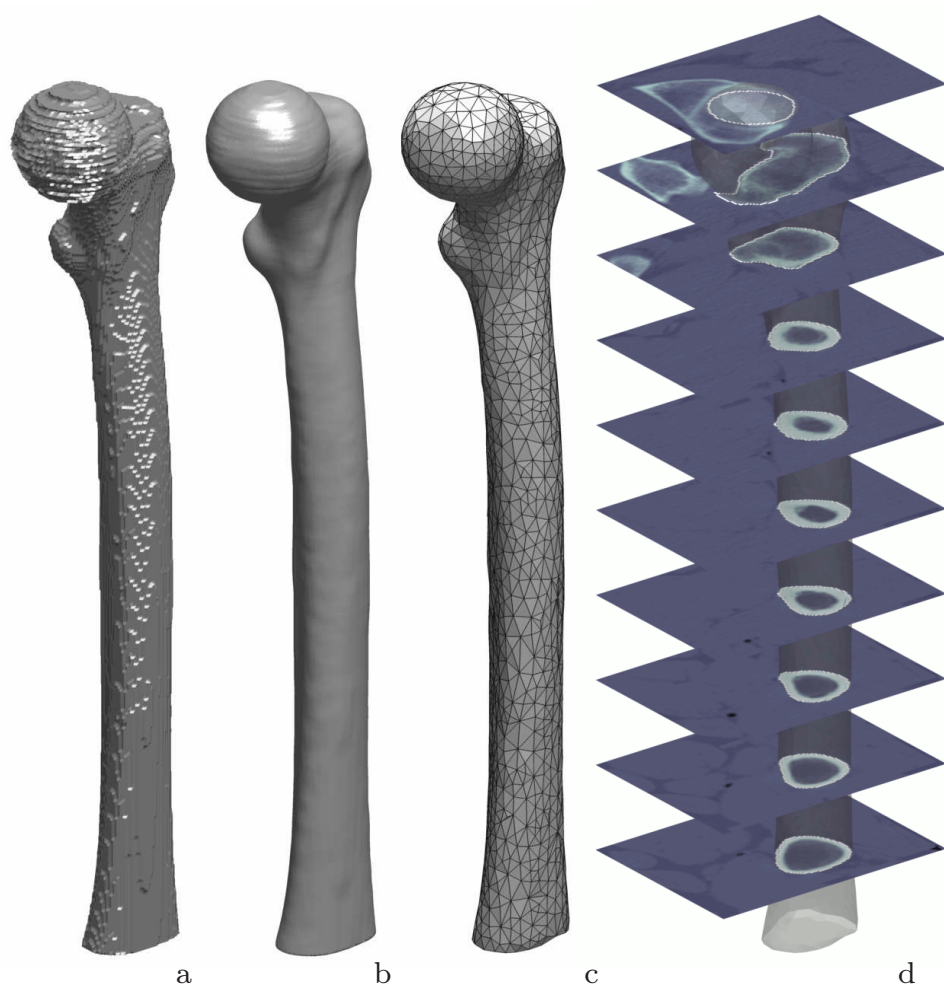


Abbildung 5.5: Trianguliertes Oberflächenmodell aus den Rohdaten der Segmentierung (a), Oberflächentriangulierung aus den geglätteten Segmentierungsdaten (b), reduziertes Oberflächenmodell (c) und rekonstruiertes Oberflächenmodell in CT-Schnittbildern mit weiß hervorgehobenen Segmentierungsumrissen (d).

Dieses mehrstufige Vorgehen ist durch den hohen Grad der Automatisierung auch bei CT-Datensätzen von geringer Qualität noch komfortabel zu nutzen. Die Kontur des proximalen Femurs ist in Abbildung 5.3b als Punktwolke dargestellt. Die so genannte *Region of Interest* (ROI), also der interessante Bereich, welcher in diesem Falle die dreidimensionale Region des Femurs ist, enthält bei diesem Modell etwa 440.000 CT-Datenpunkte.

Der zweite Ansatz zur Segmentierung wird am Beispiel eines menschlichen Schädels erläutert. Dabei soll ein geometrisches Modell des Unterkiefers erstellt werden. Dieser Ansatz ist, wie bereits angegeben, nur bei CT-Datensätzen höherer Qualität und Auflösung praktikabel oder bei Datensätzen, die nur einzelne Knochen enthalten. Der gewünschte zu segmentierende Knochen muss im Datensatz optisch klar von den umliegenden Knochen getrennt sein. Der Datensatz muss also einen guten Kontrast aufweisen. Ist das nicht der Fall, so werden verschiedene Knochen fälschlicherweise als ein zusammenhängendes Gebiet segmentiert.

Beim Thresholding, dem ersten Schritt dieses Ansatzes, werden in diesem Fall nicht einzelne CT-Schnitte bearbeitet. Der gesamte Datensatz wird in einem Schritt in ein

dreidimensionales Schwarzweißbild umgeformt. In Abbildung 5.4a ist das Ergebnis des 3D-Thresholding dargestellt. Da das Ergebnis in Form einer Punktwolke nicht übersichtlich dargestellt werden konnte, wurden hier für alle Bereiche, die über dem Schwellwert liegen, Oberflächenmodelle erzeugt. Der Unterkiefer wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit dunkel hervorgehoben. Neben dem Unterkiefer sind auch noch Teile des Oberkiefers, der Wirbelsäule und weitere Fragmente zu sehen, deren CT-Intensitätswerte über dem Schwellwert liegen. Es ist aber auch zu sehen, dass der Unterkiefer frei im Raum steht und zu keinem der umliegenden, gefundenen Gebiete Verbindung hat. Damit ist die Extraktion des Unterkiefers aus dem Ergebnis des Thresholding-Prozesses einfach durchführbar. Hier findet eine 3D-Floodfill-Methode Anwendung. Dazu wird in einem beliebigen CT-Schnittbild ein Pixel des Unterkiefers markiert. Der Algorithmus "flutet" nun ausgehend von diesem Punkt den über Nachbarschaftbeziehungen angrenzenden Bereich. Da der Oberkiefer zum Beispiel nicht mit dem Unterkiefer verbunden ist, wird dieser Bereich nicht gefunden. Somit ist das Ergebnis des Floodfill-Algorithmus das in Abbildung 5.4b dargestellte Gebiet des Unterkiefers, der hier in exemplarischen CT-Schnittbildern des Schädels dargestellt ist. Dieser Ansatz ist weniger aufwändig als der zuvor beschriebene Ansatz mittels digitaler Bildverarbeitung und ist diesem, wenn es die Qualität des CT-Datensatzes zulässt, vorzuziehen.

5.2 Generierung von Oberflächenmodellen

Der nächste Schritt zur Erzeugung geometrischer Modelle ist die Generierung von Oberflächenmodellen aus den Segmentierungsdaten. Zunächst wird ein sehr detailliertes Oberflächenmodell aus den Segmentierungsdaten erzeugt. Die Segmentierungsdaten bestehen aus einem binären, dreidimensionalen Datensatz, welcher in der Region of Interest, also der Region des Femurs, den Wert 1 und sonst den Wert 0 aufweist. Mit diesem Wissen kann sehr einfach anhand der Funktionalitäten von MATLAB eine Isofläche zwischen der Region of Interest und den umgebenden Bereichen erzeugt werden. Eine Isofläche der Segmentierungsdaten aus dem Datensatz des Femurs ist in Abbildung 5.5a dargestellt. Dieses triangulierte Oberflächenmodell besteht aus etwa 150.000 Dreiecken und weist noch die topologischen Charakteristika der CT-Daten bzw. der Segmentierungsdaten auf. Die einzelnen CT-Schnitte sind deutlich stufenartig abgegrenzt. Dadurch weist dieses Modell eine sehr raue Oberfläche auf, was für die weiteren Schritte hinderlich ist. Aufgrund dessen wird der binäre Segmentierungsdatensatz geglättet. Es entsteht ein weicherer Übergang zwischen der ROI, die nur Einsen enthält, und dem übrigen Gebiet, welches nur Nullen enthält. Der binäre Datensatz wird praktisch in einen Graustufen-Datensatz überführt. Wird die Isofläche nach dem Glätten erzeugt, erhält man das Modell, welches in Abbildung 5.5b dargestellt ist. Dieses Modell ist nun sehr glatt, besteht aber immer noch aus ca. 150.000 Dreiecken. Für die in Kapitel 5.3.1 beschriebenen Schritte sind derart feine Modelle jedoch nicht praktikabel. Daher wird die Komplexität dieses Modells in einem nächsten Schritt mit den Funktionalitäten des Open Source Projektes *GNU Triangulated Surface Library* (GTS) verringert. GTS bietet verschiedene Methoden an, die Komplexität eines Oberflächenmodells zu verringern. Dabei wird die Anzahl der Dreiecke verringert, bis die Kosten zur weiteren Vereinfachung des Netzes zu groß werden oder bis eine vorgegebene Anzahl von Kanten erreicht wird. Hier wurde die kostenbasierte Methode mit der Elementkantenlänge als Kostenfunktion verwendet, wobei zusätzlich noch ein minimaler Dreiecks-Innenwinkel vorgegeben war. Damit wurde das in Abbildung 5c dargestellte, reduzierte Modell erstellt. Dieses Modell be-



steht nun nur noch aus 2920 Dreiecken und enthält damit gerade einmal 1,9% der Dreiecke des Ursprungsmodells. Dieses Modell ist in Abbildung 5d in exemplarischen CT-Schnittbildern illustriert. Es ist zu erkennen, dass durch die verschiedenen Schritte von den Segmentierungsdaten bis hin zu diesem Oberflächenmodell die Geometrie erhalten bleibt.

5.3 Generierung von Volumenmodellen

Für die Fragestellungen in dieser Arbeit werden Volumenmodelle benötigt. Zur Berechnung des statisch äquivalenten Lastfalls, wie in Kapitel 6.1 beschrieben, reicht es aus, das in Kapitel 5.2 beschriebene, reduzierte Oberflächenmodell zu einem 3D-Tetraeder-Finite-Elemente-Modell mit patientenspezifischen Materialdaten zu erweitern. Die Vorgehensweise dazu wird in Kapitel 5.3.1 beschrieben. Für die Simulation der Osseointegration oder die Simulation des Langzeitverhaltens, infolge endoprothetischer Versorgung, wird hingegen ein CAD-Modell des Femurs benötigt. Das betrachtete Implantat muss virtuell in den Knochen implantiert und mittels boolescher Operationen mit dem CAD-Modell des Femurs verschnitten werden. Die dafür nötigen Schritte und die Generierung der geometrischen Modelle für das Knochen-Prothesen-Interface zur Simulation der Osseointegration bis hin zum vollständigen Finite-Elemente-Modell werden in Kapitel 5.3.2 erläutert.

5.3.1 Finite-Elemente-Modelle mit patientenspezifischen Materialdaten

Wie zuvor ausgeführt, reicht für diesen Schritt ein trianguliertes Oberflächenmodell, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, aus. Aus einem solchen Dreiecksflächenmodell soll ein 3D Tetraeder-Finite-Elemente-Modell generiert werden. Dazu findet hier die sehr mächtige und frei verfügbare Software GEOMPACK (Joe [1991]) Anwendung. Über einen Parameter kann dabei die Knotendichte im Inneren des Modells reguliert werden, womit eine Möglichkeit zur Steuerung der Netzfeinheit gegeben ist.

Auf dieses Finite-Elemente-Modell werden nun die Hounsfield-Einheiten des CT-Datensatzes projiziert. Dazu müsste jeder CT-Datenpunkt gegen jedes Tetraeder des Finite-Elemente-Modells dahingehend getestet werden, ob er innerhalb oder außerhalb des aktuellen Tetraeders liegt. Da CT-Datensätze für gewöhnlich mehrere Millionen Datenpunkte enthalten, wäre diese Methode sehr aufwändig. Deshalb wird zunächst die Anzahl der zu überprüfenden CT-Punkte verringert. Im vorangegangenen Schritt der Segmentierung wurde schon der Teil des Datensatzes, der innerhalb des betrachteten Knochens liegt, von den umliegenden Bereichen abgegrenzt. Es liegt nahe, auch nur diesen Teil zu testen. Da aber auch dieser Teil, wie in Kapitel 5.1 beschrieben, noch mehrere hunderttausend Datenpunkte beinhalten kann, wird die zu überprüfende Anzahl an CT-Punkten weiter reduziert. In einer Schleife über alle Tetraeder des Finite-Elemente-Modells sollen die innerhalb jedes Tetraeders liegenden CT-Punkte gefunden werden. Dazu wird zunächst die äußere das Tetraeder umrandende Box gebildet, wie in Abbildung 5.6a illustriert. Für Finite-Elemente-Modell und CT-Datensatz wird das gleiche kartesische Koordinatensystem verwendet. Die innerhalb der Koordinatengrenzen dieser Box liegenden CT-Punkte können daher sehr einfach bestimmt werden. Somit müssen nun nur noch ein Bruchteil der CT-Punkte überprüft werden. Bei diesem Beispiel sind es durchschnittlich 508 Punkte, was bei einer Datenmenge von 440.000 CT-Punkten in der ROI gerade mal 0,12% ausmacht.

Ob ein CT-Punkt innerhalb eines Tetraeders liegt, wird sehr einfach über das Tetraedervolumen bestimmt. Dazu wird zunächst das Volumen des zu überprüfenden

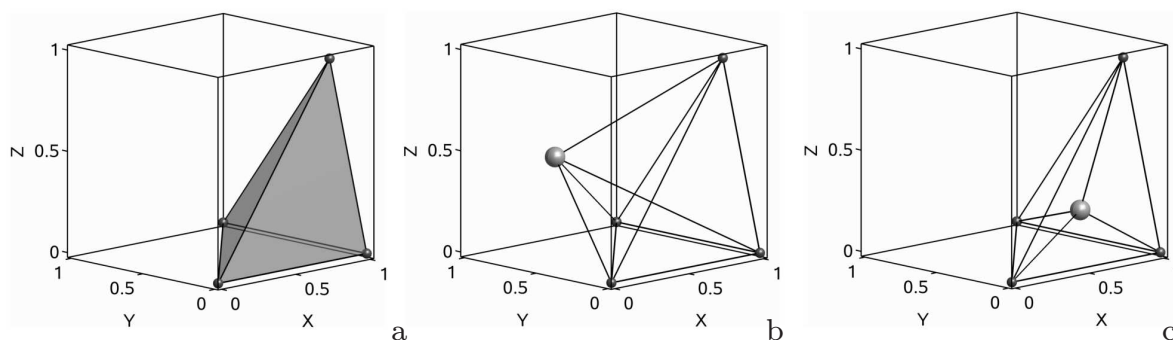


Abbildung 5.6: Illustration zur CT-Daten-Projektion. Zu überprüfendes Basis-Tetraeder (a); CT-Datenpunkt liegt außerhalb des Basis-Tetraeders (b); CT-Datenpunkt liegt innerhalb des Tetraeders (c).

Tetraeders, hier Basis-Tetraeder (Abb. 5.6a) genannt, bestimmt. Zur Untersuchung der Lage des Punktes werden nun vier neue Tetraeder gebildet. Dabei werden je drei Punkte des Basis-Tetraeders und der zu überprüfende CT-Punkt herangezogen. Liegt der CT-Datenpunkt außerhalb des Basis-Tetraeders, wie in Abbildung 5.6b dargestellt, so ist das Gesamtvolumen der vier neu gebildeten Tetraeder größer als das Volumen des Basis-Tetraeders. Liegt der Punkt innerhalb des Basis-Tetraeders, wie in Abbildung 5.6c illustriert, so sind die Volumina gleich dem Volumen des Basis-Tetraeders.

Diese Methode lässt sich sehr effizient vektorisiert implementieren und benötigt durch die stark reduzierte Anzahl der zu überprüfenden CT-Datenpunkte pro Tetraeder nur sehr wenig Rechenzeit. Die Reduktion der Rechenzeit steht bei diesem Beispiel im gleichen Verhältnis wie die Anzahl der zu überprüfenden CT-Punkte, womit ein Geschwindigkeitsvorteil vom Faktor 866 erzielt wurde. Eine Erweiterung auf Brick-Elemente lässt sich sehr leicht umsetzen, da ein Brick-Element einfach in sechs Tetraeder zerlegt werden kann.

Die Hounsfield-Einheiten (HE) der pro Tetraeder gefundenen CT-Datenpunkte werden dann gemittelt und in Knochenmassendichte umgerechnet. Dazu existieren in der Literatur diverse funktionelle Zusammenhänge. Für gewöhnlich werden lineare Regressionen aus empirischen Daten ermittelt, siehe zum Beispiel Rho u. a. [1995]. In Yosibash u. a. [2007] wird der lineare Zusammenhang

$$\rho = \rho_{max} \frac{HE}{HE_{max}} \quad (5.1)$$

vorgeschlagen, welcher die Hounsfield Einheiten direkt auf den Knochenmassendichtebereich des konstitutiven Modells abbildet. Daher wird hier, wie bereits in Kapitel 3.4.3 angegeben, $\rho_{max} = 2,0g/cm^3$ gewählt. Das Finite-Elemente Modell mit der aus den CT-Daten rekonstruierten Knochenmassendichteverteilung ist in Abbildung 5.7a abgebildet, es besteht aus etwa 55.000 Tetraedern. Der diaphysäre Röhrenknochen ist dabei sehr gut zu erkennen. Dieses wird auch in Abbildung 5.7b deutlich, die das Finite-Elemente-Modell in Schnitten der Transversal- und Frontalebene zeigt. Die kortikale Schale in den Bereichen von Femurkopf und Trochanter major wird dabei nur ungenügend abgebildet. Der Grund dafür ist die nur sehr geringe Dicke der Kortikalis im proximalen Femur, wie es in Abbildung 5.1 zu sehen ist. Bei der hier gewählten räumlichen Auflösung des Finite-Elemente-Netzes ist die Abbildung der kortikalen Schale durch die Mittelwertbildung der projizierten CT-Daten nicht möglich.



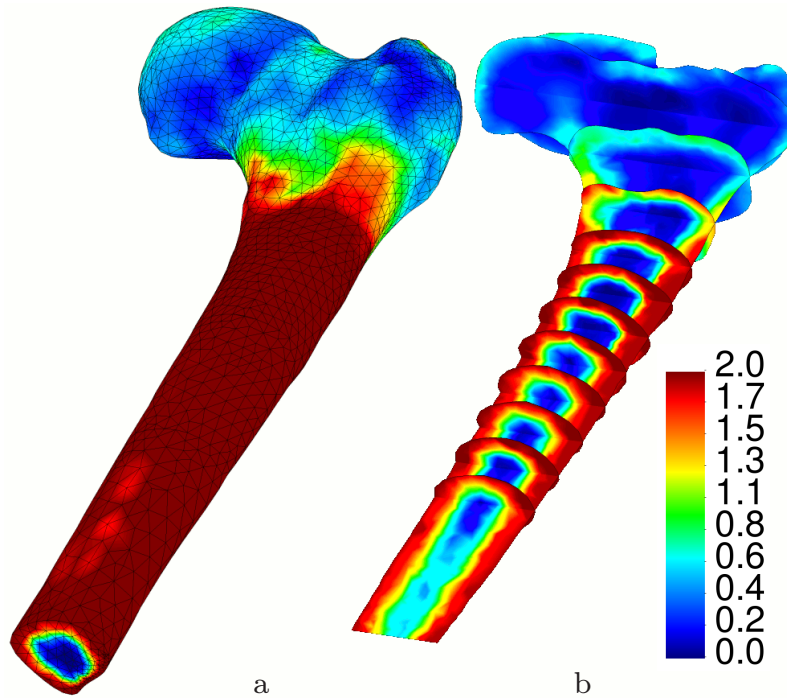


Abbildung 5.7:

Finite-Elemente-Modell des proximalen Femurs. Dargestellt ist die aus CT-Daten rekonstruierte und auf das Modell projizierte Dichteverteilung [g/cm³]. Ansicht des vollständigen Tetraeder-Modells (a) sowie Schnitte in Transversal- und Frontalebene (b).

5.3.2 Finite-Elemente-Modelle mit Implantat

Für die Simulation von Femurmodellen mit Implantaten ist ein CAD-Modell notwendig. Die Modelle von Femur und Prothese müssen dabei mit booleschen Operationen kombiniert werden, was ohne größeren Aufwand nur mit CAD-Modellen möglich ist. Hierbei tritt jedoch das Problem auf, aus einem Dreiecksnetz eine CAD-Beschreibung der Oberfläche zu generieren. Dieser Prozess ist ein Teil des so genannten *Reverse Engineering*. Der Begriff *Reverse Engineering* ist in vielen Disziplinen präsent. Im Bereich des CAD ist damit der inverse Prozess der Fertigung vom fertigen Bauteil zum CAD-Modell gemeint. Dabei wird ein bereits fertiges Bauteil z.B. mit einem optischen System vermessen, wobei eine Punktwolke wie in Abbildung 5.3b gezeigt entsteht, die die Oberfläche des Bauteils beschreibt. Diese Punkte werden in einem nächsten Schritt trianguliert und damit in ein Oberflächenmodell überführt, wie es in Abbildung 5.5b dargestellt ist. Diese Oberflächenmodelle werden dann mit spezieller Software in CAD-Beschreibungen zurückgeführt, weshalb der Prozess auch Flächenrückführung genannt wird. In diesem Fall wurde die Software ICEM SURF verwendet, die freundlicherweise von der Firma ICEM zur Verfügung gestellt wurde. Ein CAD-Modell von proximalem Femur mit Prothese ist in Abbildung 5.8b dargestellt. Bei der verwendeten Prothese handelt es sich um das Modell Metha der Firma Aesculap, welche in Abbildung 5.8a im Original abgebildet ist. Der aufgeraute, proximale Teil und der glatte, distale Teil der Prothese können deutlich unterschieden werden. Der aufgeraute Teil soll dabei die postoperative Osseointegration und somit eine metaphysäre Verankerung ermöglichen. Distal soll die Prothese nicht verankert werden und sich nur lateral am Knochen abstützen.

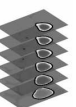
Für die in Kapitel 7.2 vorgestellte Simulation der Osseointegration wird eine Interface-Schicht benötigt, die mit den in Abschnitt 3.4.5 beschriebenen konstitutiven Osseointegrationmodellen versehen werden kann. Nach der Vernetzung der CAD-Geometrie mit Tetraeder-Elementen wird diese nachträglich in das Finite-Elemente-Modell eingefügt. Dazu wird in einem vollautomatischen Algorithmus zunächst die Interface-Fläche zwischen Prothese und Implantat mittels boolescher Operationen identifiziert.



Abbildung 5.8:

Produktbild der Metha-Prothese (a, mit freundlicher Genehmigung von Aesculap, Tuttlingen) und CAD-Modell von proximalem Femur mit Metha-Prothese (b).

Diese Zwischenfläche ist für die Metha-Prothese in Abbildung 5.9b dargestellt. An dieser Zwischenfläche soll das Finite-Elemente-Modell getrennt und eine Zwischenschicht aus Wedge-Elementen eingefügt werden. Aus diesem Grund werden zunächst die Knoten der Zwischenfläche, die bisher noch von Knochen und Prothese geteilt werden, dupliziert. Als nächster Schritt folgt die räumliche Trennung der beiden Finite-Elemente-Netze, damit die Interface-Schicht aus Wedge-Elementen eingefügt werden kann. Die duplizierten Knoten sollen normal zur Interface-Fläche um die gewünschte Distanz verschoben werden. Hierfür werden die Normalenvektoren auf der Oberfläche der Interface-Fläche benötigt. In diesem Fall wurden die Normalenvektoren an den Knoten der Dreiecke in der Interface-Fläche gewählt (vgl. Abbildung 5.9), weil somit die Verschiebungsrichtung der duplizierten Knoten sofort bekannt ist. Bei der Verwendung der Knotennormalen tritt das Problem auf, wie diese zu definieren sind. Hier wurden die Knotennormalen als Mittel der Flächennormalen der zu dem jeweiligen Knoten gehörenden Dreiecksflächen gewählt. Dieser Ansatz liefert allerdings nur unbefriedigende Ergebnisse. Bei glatten Flächen treten bei dieser Methode keine Probleme auf. Bei Krümmungen oder Kanten können die berechneten Knoten-Normalen jedoch unsinnige Ergebnisse liefern, wie in Abbildung 5.9a oben dargestellt. Dort ist die Interface-Fläche eines anderen Implantates dargestellt. Die abgebildete Kante wird von zwei ebenen Flächen gebildet, womit die Knotennormalen das Mittel zwischen den Normalen der aufeinandertreffenden Ebenen darstellen müssten. Dieses ist jedoch offensichtlich nicht der Fall. Werden die Knoten-Normalen nach der beschriebenen Methode berechnet, tritt bei diesem Beispiel folgendes Problem auf: Zu einem Knoten auf der Kante können unterschiedlich viele, den beiden Ebenen zugehörigen, Dreiecksflächen zählen. Bei der Mittelung der Flächennormalen würden die den beiden Ebenen zugehörigen Flächennormalen unterschiedlich stark gewichtet. Dadurch haben die Knoten-Normalen an der abgebildeten Kante keine einheitliche Richtung.



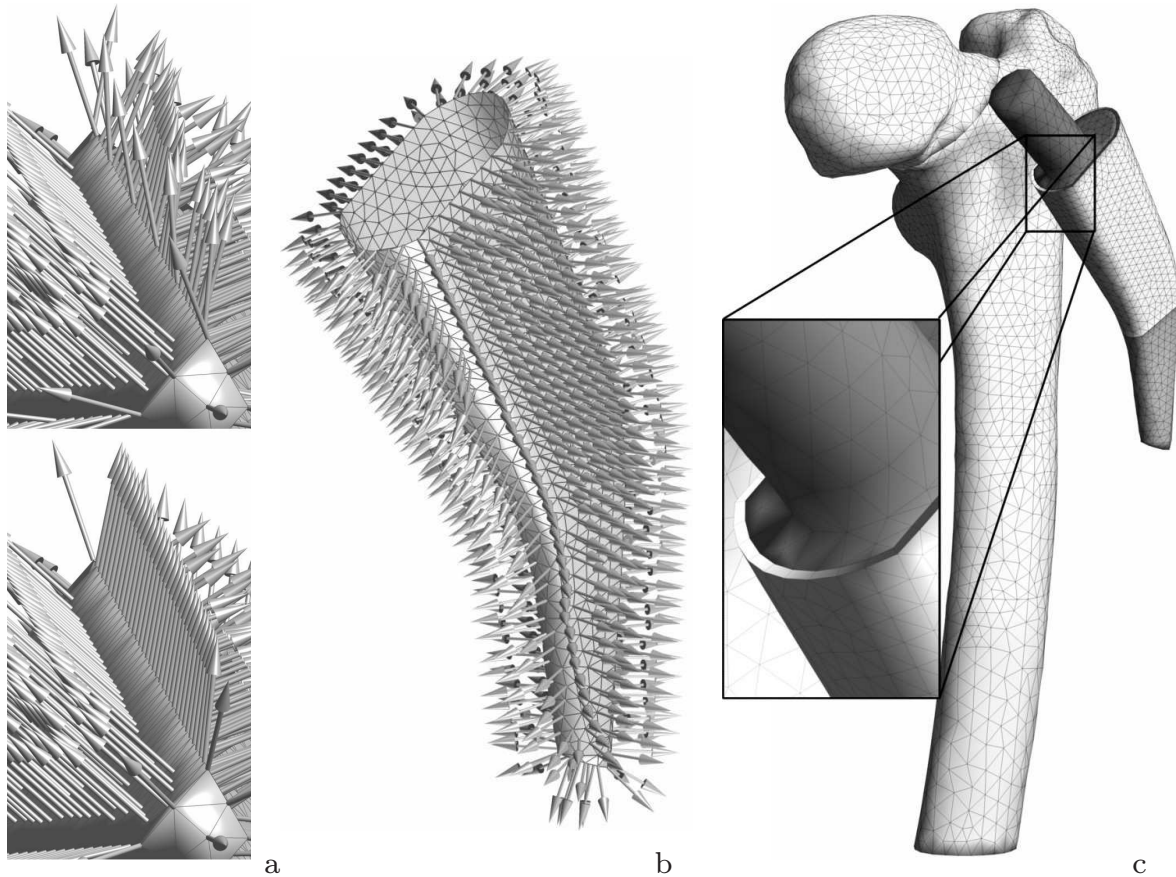


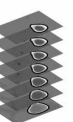
Abbildung 5.9: Interface-Normalen ohne und mit Korrektur (a), Interface-Fläche zwischen Femur und Prothese mit Knotennormalen (b) und Finite-Elemente-Modell von Femur-Prothesen-System mit Interface-Schicht in Explosionsdarstellung (c).

Das gleiche Problem kann auch bei beliebigen Krümmungen auftreten. Um dieses Problem zu verhindern, müssen gleiche oder sehr ähnliche Normalenrichtungen erkannt und als eine Richtung gewertet werden. Bei dem Beispiel der Kante soll also erkannt werden, dass egal wie viele Dreiecke an den betrachteten Knoten angeschlossen sind, nur zwei Normalenrichtungen zur Berechnung der Knoten-Normalen betrachtet werden dürfen. Dazu wird zunächst die Matrix $\mathbf{N} \in n \times 3$ aller n zu einem Knoten gehörenden, normierten Flächen-Normalen gebildet. Durch das Matrixprodukt

$$\mathbf{S} = \mathbf{N} \mathbf{N}^T \quad (5.2)$$

erhält man die Matrix $\mathbf{S} \in n \times n$, über die die Richtungsähnlichkeit der n Flächennormalen zueinander bewertet werden kann. In ihr stehen die Skalarprodukte aller Flächennormalen untereinander und mit sich selbst. Demnach enthält \mathbf{S} beim Produkt zweier gleicher Vektoren den Eintrag 1 und bei ähnlichen Vektoren Einträge nahe 1. Damit können zum Beispiel Vektoren, deren Skalarprodukt einen Wert von 0,95 überschreitet, als gleich definiert werden. Diese Schranke wurde auch hier gewählt. Mit dieser Korrektur bei der Bestimmung der Knoten-Normalen werden an den Kanten und auch bei gekrümmten Flächen sinnvolle Normalen bestimmt, wie Abbildung 5.9a unten verdeutlicht. Die Interface-Fläche des Metha-Systems ist in Abbildung 5.9b mit den zugehörigen Knoten-Normalen dargestellt. Bei den verschiedenen gekrümmten Flächen treten nun glatte Übergänge zwischen den Normalenvektoren auf. Für

die Generierung von gleichmäßigen Interface-Schichten ist eine solche Korrektur unabdingbar. Anhand dieser Knoten-Normalen können nun die duplizierten Knoten im Interface um den gewünschten Betrag verschoben werden. Als Letztes werden die Wedge-Elemente in das Interface eingefügt. Das fertige Finite-Elemente-Modell von proximalem Femur mit Prothese und Interface ist in Abbildung 5.9c dargestellt. Die Gleichmäßigkeit der Interface-Schicht ist gut zu erkennen. Das Interface wurde dabei in die aufgerauten und polierten Bereiche, wie in Abbildung 5.8 zu sehen, unterteilt. Der helle, proximale Bereich und der dunklere, distale Bereich werden bei der Simulation der Osseointegration unterschiedliches Materialverhalten abbilden.

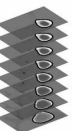


6 Randbedingungen

Die Wahl der Randbedingungen ist bei der Simulation von Knochenumbauvorgängen und Osseointegration von essentieller Bedeutung. Während über die Wahl der Dirichlet Randbedingungen am proximalen Femur ein breiter Konsens darüber besteht, dass am distalen Ende die Freiheitsgrade festgehalten werden, so existieren für die Kräfte-Randbedingungen unterschiedliche Ansätze. Die Simulation von Knochenumbau beschreibt einen Langzeitprozess. Daher liegt es nahe, gemittelte Langzeitlastkollektive zu verwenden und einen quasi-statischen Ansatz zu wählen.

Die Wahl von dynamischen Lasten zur Simulation von Knochenumbaureaktionen birgt das Problem von sehr unterschiedlichen Zeitskalen des zu simulierenden Prozesses und der verwendeten Randbedingungen. Solche Simulationen müssten also unzählige Lastzyklen berechnen, um Langzeitergebnisse vorherzusagen. Darüber hinaus sind Daten über die Belastungen des Femurs durch Gelenk- und Muskelkräfte noch immer sehr limitiert. Zumindest für die Gelenkkräfte liegen dynamische Daten von Belastungen des Hüftgelenkes bei alltäglichen Bewegungen vor, siehe z.B. Bergmann [2008]. Die auf den Femur wirkenden Kräfte der beteiligten Muskeln können jedoch nicht oder nur indirekt gemessen werden und es liegen nur vereinzelt Datensätze vor, die aus Starrkörpersimulationen von Ganganalysen berechnet wurden, siehe Duda [2001]. Darüber hinaus müssen Annahmen getroffen werden, welche Art der Belastung wie oft vorliegt und wie Ruhephasen anzusetzen sind. Gerade diese Annahmen entscheiden über Knochenaufbau oder Knochenabbau. Die dynamischen Lasten beschreiben hochdynamische Prozesse, die in Sekunden ablaufen, während der dadurch verursachte Prozess des Knochenumbaus Monate oder Jahre benötigt. Derartige Simulationen bringen einen sehr großen rechentechnischen Aufwand mit sich. Die Verwendung von dynamischen Lasten zur Simulation von Knochenumbau scheint daher nicht Zielführend zu sein. Negus und Impelluso [2007] verwenden einen expliziten, dynamischen Ansatz, wobei jedoch nur vier Einzellasten für Gelenk und Abductor als Lastfälle angesetzt werden. Dabei werden konstante Dehnraten aufgebracht, an die der Knochen sich durch Knochenumbau anpassen soll. Dieser Ansatz liefert plausible, jedoch eher leicht schlechtere Ergebnisse als der in Kapitel 6.1 vorgestellte Ansatz. Der große Nachteil dieses Ansatzes ist der rechentechnische Aufwand. In diesem Beispiel wurde der Code mittels *Domain Decomposition* parallelisiert und mittels einem 176-Knoten Supercomputer mit 8 CPUs pro Knoten berechnet. Für Studien jedweder Art ist ein solcher Aufwand nicht praktikabel.

Für die Simulation von Osseointegration muss jedoch ein anderer Weg gegangen werden, als mit dem in Kapitel 6.1 vorgestellten Konzept der statisch äquivalenten Lasten. Der Prozess der Osseointegration ist dem der Frakturheilung ähnlich (Kienapfel u. a. [1999]) und läuft somit in Zeiträumen von wenigen Wochen ab. Damit spielen die Effekte dynamischer Lasten, wie zum Beispiel die im Knochen-Prothesen-Interface auftretenden Mikrobewegungen, hier eine Rolle. Die dazu verwendeten Lasten und Wege zur Reduzierung der Komplexität der Lastfälle werden detailliert in Kapitel 6.2 beschrieben.



6.1 Statisch äquivalente Lasten für die Simulation von Knochenumbauvorgängen

Das Konzept der statisch äquivalenten Lasten geht auf die von Fisher u. a. [1995] beschriebene Idee zurück, die auf den Femur wirkenden Kräfte aus einer physiologischen Knochendichteverteilung zu berechnen. Dieses Konzept wurde in Ebbecke und Nackenhorst [2005] aufgegriffen und auf einen dreidimensionalen Femur angewendet. Das dabei zu lösende Problem und eine neue, erweiterte Berechnungsstrategie werden in den Kapiteln 6.1.1 und 6.1.2 vorgestellt. Ein numerisches Beispiel in Kapitel 6.1.3 zeigt die Effizienz der neuen Methoden und die Anwendung auf den proximalen Femur wird in Kapitel 6.1.4 vorgestellt.

6.1.1 Das inverse Problem des mechanisch stimulierten Knochenbaus

Das Problem der Knochenumbausimulation kann angegeben werden als die Berechnung einer Knochendichteverteilung $\varrho = \varrho(\mathbf{F})$, verursacht durch eine beliebige Anzahl von Kräften \mathbf{F} . Man schließt also von der Ursache (Kräfte) auf die Wirkung (Dichteverteilung). Das inverse Problem beschreibt demnach den Schluss von der Wirkung auf die Ursache. In diesem Fall soll also von einer resultierenden Dichteverteilung $\varrho(\mathbf{F})$ auf die Kräfte \mathbf{F} geschlossen werden, die diese verursachen. Die Lösung eines solchen inversen Problems ist ungleich schwieriger, als die Lösung des direkten Problems, da inverse Probleme mathematisch gesehen für gewöhnlich schlecht gestellt sind. Es ist möglich, dass es für das Problem keine Lösung gibt oder dass mehrere äquivalente Lösungen vorliegen. Letzteres wird auch am numerischen Beispiel in Kapitel 6.1.3 deutlich. Um das hier vorliegende inverse Problem zu lösen, muss ein n-dimensionales least-squares-Optimierungsproblem der Art

$$\min_{\mathbf{F}} (\varrho(\mathbf{F}) - \varrho_{opt})^2 \quad (6.1)$$

gelöst werden, wobei n die Anzahl der Designvariablen, also der unbekanntten Kräfte und ϱ_{opt} die zu erzielende Dichteverteilung ist. Die optimale Dichteverteilung ϱ_{opt} wird dabei, wie in Kapitel 5.3.1 beschrieben, aus CT-Daten gewonnen. In diskretisierter Form liest sich dieses Problem als

$$\min_{\mathbf{F}} \sum_{i=1}^{n_{el}} (\varrho_i(\mathbf{F}) - \varrho_{i_{opt}})^2 \quad , \quad (6.2)$$

wobei i die Finiten Elemente darstellt. Die zu minimierende Funktion

$$f(\mathbf{F}) = \sum_{i=1}^{n_{el}} (\varrho_i(\mathbf{F}) - \varrho_{i_{opt}})^2 \quad (6.3)$$

wird Zielfunktion genannt und nimmt im optimalen Fall den Wert null an. Die aus dem gefundenen Lastkollektiv \mathbf{F} berechnete Dichteverteilung stimmt dann mit der optimalen Dichteverteilung überein. In jedem anderen Fall nimmt $f(\mathbf{F})$ einen Wert größer null an, welcher dann den Fehler quantifiziert. Die Zielfunktion muss während des Optimierungsprozesses zahlreiche Male ausgewertet werden, was jedes Mal das Lösen des direkten Problems für die aktuellen Werte von \mathbf{F} bedeutet. Das Lösen des direkten Problems nimmt in etwa 50 quasi-statische Iterationen in Anspruch, bis die Dichteverteilung gegen eine stationäre Verteilung konvergiert ist. Um das inverse Problem zu lösen, muss das direkte Problem gegebenenfalls mehrere tausend Mal gelöst werden. Aus diesem Grund ist eine effiziente Lösungsstrategie hier unabdingbar.

6.1.2 Berechnungsstrategie

Die hier vorgestellte Berechnungsstrategie ist darauf ausgelegt, den rechentechnischen Aufwand so gering wie möglich zu halten. Sie wurde in einer selbst entwickelten Finite-Elemente-Umgebung in MATLAB implementiert, wobei die von MATLAB bereitgestellten Optimierungsfunktionalitäten benutzt wurden.

Das Optimierungsproblem wurde mittels der Funktion MS (MultiStart) gelöst. Diese Funktion generiert multiple Startwerte für die Designvariablen, an denen gradientenbasierte Optimierungsfunktionen, hier lokale Solver genannt, gestartet werden. Als gradientenbasiertes Verfahren findet hier die in Byrd u. a. [1999] beschriebene Interior-Point-Methode Anwendung. Der lokale Solver innerhalb der Multistart-Methode liefert unter Umständen mehrere lokale Minima; aber wie bei jeder Methode kann kein globales Optimum garantiert werden. Eine Beschreibung des MultiStart-Algorithmus ist Ugray u. a. [2007] zu entnehmen.

Zur Reduktion des Berechnungsaufwandes wurden die folgenden Strategien angewendet, welche im Folgenden im Detail erläutert werden:

- \mathbf{K}_{Te_0} -Strategie
- Parallelisierung der Optimierungsfunktionalitäten
- Strategie der modifizierten Startkonfiguration (mS-Strategie)

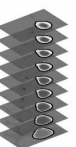
Die \mathbf{K}_{Te_0} -Strategie ist eine Effizienzsteigerung des Knochenumbaualgorithmus, welche durch den linearen, isotropen Ansatz möglich ist. Nach der Gleichung 3.67 kann der Materialtensor in den konstanten Teil \mathbb{C}_0 und den Vorfaktor $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2$ aufgeteilt werden. Durch den linearen, isotropen Ansatz sind die Elementsteifigkeitsmatrizen \mathbf{K}_{Te} nur in der Dichte ρ veränderlich und können mit den vorigen Erkenntnissen zu

$$\mathbf{K}_{Te} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 \mathbf{K}_{Te_0}(\mathbb{C}_0) \quad (6.4)$$

angegeben werden, wobei \mathbf{K}_{Te_0} die konstante Elementsteifigkeitsmatrix ist. Damit muss jede Elementsteifigkeitsmatrix nur ein einziges Mal vor Beginn des Optimierungsprozesses bestimmt und im Arbeitsspeicher vorgehalten werden. Während der Assemblierung der globalen Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{Te} müssen damit nur noch der Vorfaktor an die konstanten Elementsteifigkeitsmatrizen \mathbf{K}_{Te_0} multipliziert werden. Der Gewinn an Berechnungszeit wird in Kapitel 6.1.3 an einem Beispiel demonstriert.

Um die parallelen Funktionalitäten des MultiStart-Algorithmus nutzen zu können, wurde der Finite-Elemente-Code grundlegend modifiziert. Damit können innerhalb des Multistart-Algorithmus mehrere Instanzen des lokalen Solvers parallel gestartet werden. Die Skalierung durch die Parallelisierung wird ebenfalls im nächsten Kapitel diskutiert.

Bei der mS-Strategie werden die spezifischen Eigenschaften des Problems ausgenutzt, um eine sehr effiziente Lösung des Problems zu ermöglichen. Eine reguläre Knochenumbausimulation benötigt in etwa 50 quasi-statische Iterationen, um zu einer stationären Dichteverteilung im biomechanischen Gleichgewicht zu gelangen. Bei jeder Auswertung der Zielfunktion wird also ausgehend von einer homogenen Dichteverteilung in einem quasi-statischen Simulationsprozess eine Dichteverteilung berechnet, die dann mit der optimalen Dichteverteilung ρ_{opt} verglichen wird. Ein Unterschied in dem aktuellen Satz von Designvariablen \mathbf{F}_{akt} und dem unbekanntem, optimalen Satz Designvariablen \mathbf{F}_{opt} resultiert in einem Unterschied der korrespondierenden Dichteverteilungen und somit in einem Fehler in der Zielfunktion. In der mS-Strategie



werden diese Erkenntnisse genutzt und das direkte Problem modifiziert. Anstatt etwa 50 quasi-statische Iterationen ausgehend von einer homogenen Dichteverteilung durchzuführen, wird mit einer modifizierten Startkonfiguration gearbeitet. Es werden mit dem aktuellen Lastkollektiv \mathbf{F}_{akt} nur wenige Iterationen ausgehend von der optimalen Dichteverteilung $\boldsymbol{\rho}_{opt}$ durchgeführt. Durch diese Modifikation wird die $n+1$ dimensionale Fehlerfläche verändert, was in Kapitel 6.1.3 anhand eines einfachen Beispiels gezeigt wird. Das globale Minimum des Optimierungsproblems bleibt hingegen gleich. Die Effizienzsteigerung dieser Strategie wird ebenso im nächsten Kapitel aufgezeigt, wobei auch demonstriert wird, dass das globale Optimum gleich bleibt und auch immer noch gefunden wird.

6.1.3 Numerisches Beispiel

Das Finite-Elemente-Modell, an dem die Lösung des inversen Problems exemplarisch gezeigt und die Effizienz der neuen Strategien demonstriert werden soll, wurde bereits in Kapitel 4.5 verwendet und ist in Abbildung 4.2 illustriert. Als optimale Dichteverteilung $\boldsymbol{\rho}_{opt}$ wurde die in 4.3b abgebildete Dichteverteilung gewählt. Diese wird durch eine Kraft von $\mathbf{F} = [1 \ -1]N$ verursacht. Die z -Komponente wurde hier der Einfachheit halber nicht betrachtet. Damit ist diese Kraft die gesuchte, optimale Kraft \mathbf{F}_{opt} . Die Lösung des Problems ist also a priori bekannt. Ein weiterer großer Vorteil dieses Beispiels besteht darin, dass nur zwei Kraftkomponenten F_x und F_y unbekannt sind. Das Optimierungsproblem ist also zweidimensional. Damit lässt sich die Fehlerfläche $f(F_x, F_y)$ problemlos im dreidimensionalen Raum darstellen. Mit dieser Konfiguration können die Berechnungsstrategien komfortabel auf ihre Performance und auf das Finden des globalen Optimums getestet werden.

Wie zuvor schon beschrieben, ist es möglich, dass das inverse Problem keine eindeutige Lösung hat. Das Problem tritt auch bei diesem Beispiel auf. Werden die Vorzeichen von \mathbf{F}_{opt} umgekehrt, die Scheibe also durch Zug- anstatt durch Druckkräfte beansprucht wird, so erhält man mit $\mathbf{F}_{opt2} = [-1 \ 1]N$ einen Satz Designvariablen, der exakt die gleiche Dichteverteilung $\boldsymbol{\rho}_{opt}$ und somit ein gleichrangiges, globales Optimum generiert.

Um Vergleichbarkeit zu gewährleisten wird der MultiStart-Algorithmus mit fünf fest vorgegebenen Startwerten in einem Bereich von maximal 30% Abweichung vom globalen Optimum gestartet. Die Startwerte sind

$$F_1 = [12 \ -13]N$$

$$F_2 = [11 \ -7]N$$

$$F_3 = [9 \ -12]N$$

$$F_4 = [7 \ -10]N$$

und $F_5 = [12 \ -8]N$.

Die traditionelle Methode (1) mit 50 quasi-statischen Knochenumbau-Iterationen und seriellem Code dient als Referenz. Es folgt eine Rechnung mit 50 quasi-statischen Knochenumbau-Iterationen und seriellem Code, aber nun mit der \mathbf{K}_{Te_0} -Strategie (2). Als nächste Erweiterung wird zusätzlich parallelisierter Berechnungscode mit fünf Prozessoren verwendet (3). Der Multistart-Algorithmus startet also fünf lokale Solver für die fünf Startwerte parallel. Damit soll geprüft werden, wie gut die parallelen Funktionalitäten des Multistart Algorithmus skalieren. Die nächsten drei Stufen (4-6) betreffen die mS-Strategie. Das Beispiel wurde mit drei (mS3), zwei (mS2) und einem

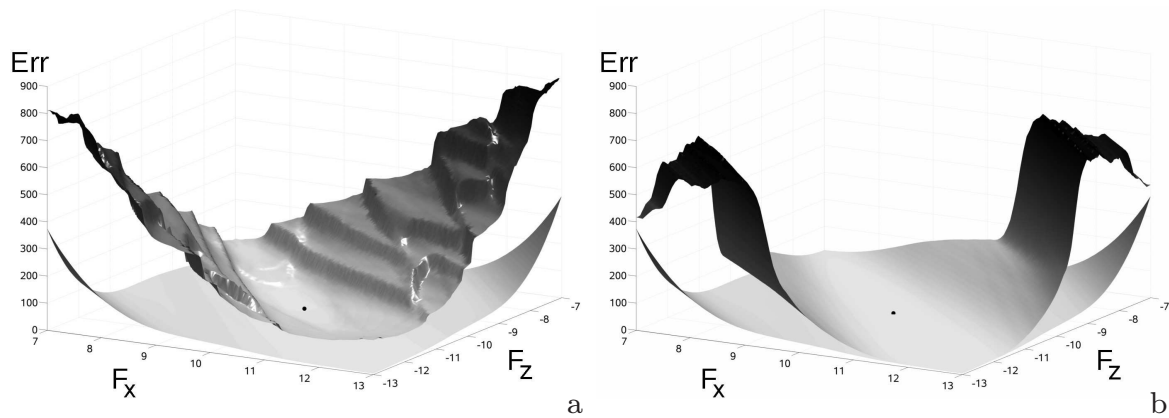


Abbildung 6.1: Vergleich der Fehlerflächen: traditionelle Methode und mS1-Strategie (a); mS1-Strategie und mS2-Strategie (b).

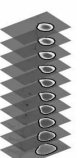
quasi-statischen Knochenumbau-Iterationsschritt (mS1), ausgehend von der optimalen Dichte, berechnet.

Da die Fehlerflächen in diesem Beispiel einfach dargestellt werden können, wurden diese für die herkömmliche Methode und die mS-Strategie mit einer und zwei Iterationen berechnet. In Abbildung 6.1 sind die Fehlerflächen illustriert. Abbildung 6.1a beinhaltet die Fehlerfläche der herkömmlichen Methode und der mS1-Strategie, während Abbildung 6.1b die Fehler der mS1-Strategie und die mS2-Strategie illustriert. Dazu wurden im Bereich von 30% um das globale Optimum für jede Fehlerfläche knapp über 10.000 Auswertungen der Zielfunktion durchgeführt. Die Graustufen quantifizieren dabei den Fehler. Je dunkler die Fläche, desto größer ist der Fehler an der jeweiligen Kombination von F_x und F_y . Das globale Optimum \mathbf{F}_{opt} ist mit einem schwarzen Punkt gekennzeichnet. Die mS1-Strategie (Abbildung 6.1a,b) erzeugt die flachste, aber auch glatteste Fehlerfläche. Erst in den Randbereichen bei

$$F = [7 \ -13]N \text{ bzw. } F = [13 \ -7]N$$

steigt der Fehler merklich an. Diese Eigenschaft ist dadurch begründet, dass bei nur einem Iterationsschritt der Unterschied zwischen optimaler Dichteverteilung und der davon ausgehend berechneten Dichteverteilung - der Fehler also - noch relativ gering ist. Bei der mS2-Strategie (Abbildung 6.1b) nimmt der Fehler mit größer werdender Abweichung von \mathbf{F}_{opt} deutlicher zu, als bei der mS1-Strategie. In der Umgebung des Optimums ist die Fehlerfläche noch sehr glatt, wird aber in den Randbereichen des betrachteten Gebiets deutlich unruhiger. Die Fehlerfläche der traditionellen Methode ist nur in einem schmalen Band um das globale Optimum glatt. Sie weist im restlichen Gebiet treppenstufenartige Strukturen auf. Diese Strukturen könnten bei gradientenbasierten Optimierern gegebenenfalls Probleme bereiten, da die Gradienten der Fläche mitunter nicht in Richtung des Optimums zeigen. Die Fehlerfläche der mS3-Strategie sieht jener der mS2-Strategie ähnlich. Der Fehler ist im gesamten Gebiet jedoch größer. Sie wird aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht abgebildet.

An den Fehlerflächen wird deutlich, dass sich das zu optimierende Problem mit der mS-Strategie ändert und die Fehlerfläche auch deutlich von der Anzahl der verwendeten Iterationsschritte abhängt. Das globale Minimum bleibt jedoch gleich und die Fehlerflächen sind in näherer Umgebung des globalen Optimums deutlich glatter als bei der herkömmlichen Methode.



Strategie	Dauer [%]	Ø Iterationen lok. Solver	Funktionsaufrufe	Faktor Beschl.	Faktor zum Vorgänger
1 s t	100	9,8	183	1	-
2 s K_{Te_0} t	73	9,8	183	1,4	1,4
3 p K_{Te_0} t	26	9,8	183	3,8	2,8
4 p K_{Te_0} mS3	1,8	12,2	241	54,2	14,2
5 p K_{Te_0} mS2	0,8	9,0	161	128,8	2,4
6 p K_{Te_0} mS1	0,5	9,8	173	206,0	1,6

Tabelle 6.1: Performance der verschiedenen Strategien bei der Lösung des numerischen Beispiels, wobei s für seriellen Code, p für parallelen Code, t für die traditionelle Methode und mS# für die mS-Strategie mit # quasi-statischen Knochenumbau-Iterationen steht.

Die Ergebnisse des Performance-Vergleichs der unterschiedlichen Strategien sind in Tabelle 6.1 aufgeführt. Angegeben sind dort:

- die normierte Dauer der Optimierung
- die durchschnittliche Anzahl an Iterationen der lokalen Solver
- die gesamte Anzahl Aufrufe der Zielfunktion während der Optimierung
- der Faktor der Beschleunigung bezogen auf die traditionelle Methode
- der Beschleunigungsfaktor jeweils bezogen auf die vorige Strategie

Alle Strategien haben mit allen fünf lokalen Solvern das globale Minimum gefunden. Die traditionelle Methode mit seriellen Code (1), welche wie angegeben als Referenz dient, benötigt auf der verwendeten Rechnerarchitektur 103 Minuten für den Durchlauf der fünf lokalen Solver. Diese Zeit dient als Referenz und wird zu 100% gesetzt. Die lokalen Solver benötigten durchschnittlich 9,8 Iterationen bis das Minimum gefunden wurde, wobei insgesamt 183 Aufrufe der Zielfunktion verzeichnet wurden.

Für die nächsten beiden Strategien bleiben diese Werte gleich, da nur die Effizienz der Berechnung gesteigert wurde, die Methode aber gleich bleibt. Wird nun also die K_{Te_0} -Strategie (2) verwendet, so werden nur noch 73% der Zeit benötigt. Diese Strategie beschleunigt die Optimierung also um den Faktor 1,4.

Wird zusätzlich der Code parallelisiert (3) und der Multistart-Algorithmus mit fünf Prozessoren parallel ausgeführt, ist eine Beschleunigung vom Faktor 3,8 zur Referenz und von 2,8 zur seriellen Berechnung zu verzeichnen. Der Faktor von 2,8 zeigt an, dass die Parallelisierung bei diesem Beispiel nicht zu einer linearen Skalierung führt. Die Beschleunigung ist trotzdem als durchaus gut einzustufen. Bei größeren Problemen mit einer großen Anzahl an Startwerten können theoretisch beliebig viele lokale Solver parallel gestartet werden, womit ein deutlicher Geschwindigkeitsanstieg zu erreichen ist. Im Rahmen der Tests konnte herausgefunden werden, dass das Problem der Skalierung mit den Parallelisierungsfunktionalitäten von MATLAB zusammenhängt. In MATLAB muss für parallele Berechnungen ein Pool mit der gewünschten Anzahl von *Workern* generiert werden. Wird dieser so genannte *Matlabpool* mit nur einem *worker* erstellt und Strategie 3 angewendet, sollte sich die Laufzeit nicht von Strategie 2 unterscheiden. Entgegen der Erwartung tritt aber eine um den Faktor 1,2 längere Berechnungszeit auf. Die Parallelisierungsfunktionalitäten weisen also scheinbar einen

rechentechnischen oder kommunikationsbedingten Overhead auf, der hier eine lineare Skalierung verhindert.

Ein großer Sprung hinsichtlich der Rechenzeit geschieht von der traditionellen Methode zur mS-Strategie. Bei der mS3-Strategie (4) werden theoretisch nur 6% der quasi-statischen Knochenumbau-Iterationen durchgeführt; im Gegensatz zu den 50 Iterationen bei der traditionellen Methode. Damit könnte diese Strategie theoretisch um den Faktor 16,6 schneller sein als die vorige Strategie. Der tatsächliche Faktor beträgt 14,2, was mit der größeren Anzahl an Zielfunktionsaufrufen begründet ist. Unter Einbeziehung der Anzahl der Zielfunktionsauswertungen und der damit verbundenen quasi-statischen Knochenumbauiterationen, erhält man einen theoretisch möglichen Faktor von $(183 \cdot 50)/(241 \cdot 3) = 12,7$. Die Methode hat also schneller gerechnet, als es die unterschiedliche Anzahl der quasi-statischen Knochenumbau-Iterationen theoretisch ermöglicht. Der Unterschied kann damit zu tun haben, dass die parallel ausgeführten lokalen Solver nicht die gleiche Zeit benötigen, bis sie das Minimum gefunden haben und der globale Solver auf den letzten lokalen Solver warten muss.

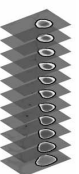
Ebenso verhält es sich mit der mS2-Strategie (5) im Vergleich zur mS3-Strategie. Theoretisch ist nur ein Geschwindigkeitsvorteil vom Faktor 1,5 möglich. Betrachtet man die tatsächliche Anzahl an Funktionsaufrufen und Knochenumbau-Iterationen, ist ein Faktor von $(241 \cdot 3)/(161 \cdot 2) = 2,2$ möglich. Der verbleibende Unterschied zum tatsächlichen Faktor von 2,4 kann ebenso mit der unterschiedlichen Laufzeit der lokalen Solver erklärt werden.

Der Faktor zwischen der mS1- und der mS2-Strategie liegt nur noch bei 1,6. Wenn man sich die extrem kurze Berechnungszeit von 0,5% ($\hat{=}$ 0,4 Minuten) ansieht, liegt nahe, dass hier die Initialisierung des MultiStart-Algorithmus und jedweder sonstiger Overhead an Einfluss gewinnen.

Alles in allem kann mit der Anwendung der drei vorgestellten Strategien gegenüber der traditionellen, seriellen Methode ein maximaler Geschwindigkeitszuwachs vom Faktor 206,0 bei diesem Beispiel und der angegebenen Anzahl an parallelen Prozessen erreicht werden. Dieser lässt sich, wie schon angemerkt, unter Verwendung einer höheren Anzahl Prozessoren theoretisch beliebig steigern.

6.1.4 Anwendung auf das proximale Femur

Die Anwendung der vorgestellten Methoden auf den proximalen Femur ist weit anspruchsvoller, als die Anwendung auf das im letzten Kapitel präsentierte, numerische Beispiel. Im numerischen Beispiel ist das globale Minimum bekannt und die Fehlerfläche kann aufgrund der geringen Anzahl an Designvariablen visualisiert werden. Im Falle des Femurs besteht das Lastkollektiv aus der Gelenkkraft und den sechs maßgeblichen Muskeln, wobei Gluteus medius und Gluteus minimus wegen ihrer praktisch identischen Ansatzflächen zusammengefasst wurden. Bei sieben unbekanntem Kräften mit jeweils drei Kraftkomponenten liegen somit 21 unbekannte Designvariablen vor, womit eine Fülle an lokalen Minima anzunehmen ist. Das einfache Beispiel wies bereits zwei gleichwertige, globale Minima auf. Bei 21 Designvariablen ist die Annahme gerechtfertigt, dass mehrere Kombinationen dieser Designvariablen zu der gleichen, optimalen Dichteverteilung führen und somit ein gleichwertiges, globales Optimum vorliegt. Darüber hinaus ist es durchaus möglich, dass Kräfte, die das globale Minimum oder zumindest ein gutes Minimum treffen, unphysiologisch im Sinne von Amplitude und Richtung sind. Des Weiteren liegt es nahe, dass das zugrunde liegende Modell nicht in der Lage ist, die aus den CT-Daten rekonstruierte Dichteverteilung



	Last	F_x	F_y	F_z	F_r
1	Gelenkkraft	-962.6	-466.3	1911.2	2190.2
2	Gluteus medius/minimus	373.4	297.5	-314.4	571.6
3	Vastus lateralis	25.7	64.6	326.9	334.2
4	Iliopsoas	62.9	115.2	-114.5	174.2
5	Biceps femoris	-11.3	-15.1	90.0	92.0
6	Gluteus maximus	57.7	0.1	-70.3	91.0
7	Vastus medialis	-5.0	9.1	62.1	62.9

Tabelle 6.2: Ausgangswerte der Gelenk- und Muskelkräfte am proximalen Femur zur Lösung des inversen Problems.

\boldsymbol{q}_{opt} (siehe Abb. 6.2b) mit dem Lastkollektiv zu erzeugen. Das gesamte Modell wurde so aufgebaut, dass es den physiologischen Fall möglichst gut trifft, jedoch wurden natürlich diverse Vereinfachungen getroffen. So wird hier z.B. nur eine Auswahl an Muskelkräften verwendet, deren Ansatzflächen approximiert wurden. Auch die Dirichlet Randbedingungen sind möglichst sinnvoll gewählt, geben aber de facto nicht den natürlichen Fall wieder. So muss das Ziel bei der Lösung des inversen Problems am Femur sein, die Dichteverteilung \boldsymbol{q}_{opt} möglichst gut zu treffen und die Designvariablen dabei in physiologisch sinnvollen Grenzen zu halten. Amplitude und Richtung der Kräfte sollten physiologisch möglich sein.

Das Finite-Elemente-Modell zur Lösung dieses Problems kann aus dem in Kapitel 5.3.1 beschriebenen Modellierungsprozess hervorgehen. In dem hier vorgestellten Fall wurde jedoch ein Finite-Elemente-Modell verwendet, welches über das VAKHUM Projekt (Hilal u. a. [1999]) bereitgestellt wird. Das vorhandene Modell wurde auf 270mm gekürzt. Es ist in Abbildung 6.2a dargestellt. Für den rechentechnisch sehr aufwändigen Prozess zur Lösung des inversen Problems ist dieses Modell aus Effizienzgründen besser geeignet. Es besteht aus nur 10780 8-Knoten-Brick-Elementen mit 12422 Knoten, bildet die aus CT-Daten rekonstruierte Dichteverteilung aber sehr gut ab. Als Dirichlet-Randbedingungen wurden am Modell, wie bereits vorher beschrieben, am distalen Ende die Freiheitsgrade festgehalten.

Als Ausgangswerte für die Lasten bei der Optimierung wird ein Satz von physiologischen Lasten benötigt. In der OrthoLoad Datenbank (Bergmann [2008]) sind diverse, mit instrumentierten Prothesen gemessene, Gelenkkraftverläufe für verschiedenste tägliche Aktivitäten verfügbar. Hier wurden die Daten des Patienten HS verwendet. Um eine Gelenkkraft anzusetzen, die möglichst viele Bewegungsabläufe widerspiegelt, wurde eine Durchschnittskraft aus sechs verschiedenen, täglichen Bewegungsabläufen gebildet. Die berücksichtigten Abläufe sind: Langsames und normales Gehen, Treppensteigen auf- und abwärts sowie Hinsetzen und Aufstehen. Diese Durchschnittskraft ist in Tabelle 6.2 gegeben. Für die Muskelkräfte ist es bedeutend schwieriger, Daten in der Literatur zu finden, da direkte Messungen nicht möglich sind. Duda [2001] hat einen Ansatz mit inverser Dynamik verwendet, um Muskelkräfte basierend auf Messungen von Gangzyklen zu berechnen. Die sechs wesentlichen Muskelkräfte der berechneten Kraftverläufe wurden als Quelle für Ausgangswerte des Optimierungsprozesses verwendet. Die Lasten sind ebenso in Tabelle 6.2 aufgeführt und in Abbildung 6.2a mit gleicher Nummerierung illustriert. Um die Kräfte physiologisch möglichst korrekt aufzubringen und Singularitäten zu vermeiden, wurden die Kräfte auf die natürlichen Ansatzflächen verteilt. Während des Optimierungsprozesses werden die aktuellen Kräfte \boldsymbol{F}_{akt} bei jedem Aufruf der Zielfunktion wieder jeweils auf die dargestellten Knoten verteilt.

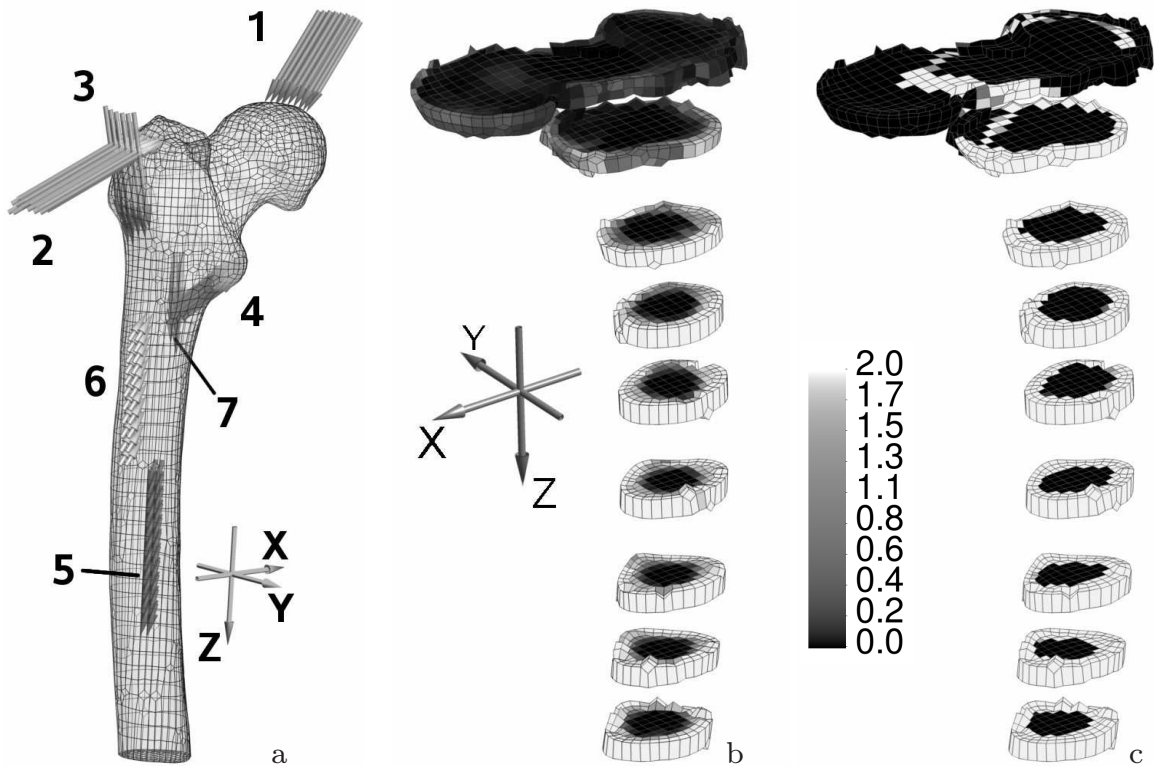
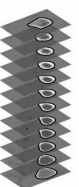


Abbildung 6.2: Finite-Elemente-Modell mit verteilten Lasten (a), aus CT-Daten rekonstruierte Dichteverteilung (b) und Ergebnis der Lösung des inversen Problems (c).

Als Startwerte für den MultiStart-Algorithmus wurden die Ausgangswerte in Tabelle 6.2 zufällig variiert. Es war im Voraus nicht klar, ob die mS1-Strategie bei diesem sehr viel komplexeren Beispiel auch so gut funktionieren würde, wie bei dem einfachen numerischen Beispiel, da zum Beispiel die optimale Dichteverteilung ρ_{opt} ggf. überhaupt nicht erreicht werden kann. Also wurde zunächst eine Studie darüber durchgeführt, wie viele Knochenumbau-Iterationen bei diesem Beispiel nötig sind. Das Resultat ergab, dass erst nach acht Knochenumbau-Iterationen der Unterschied zur optimalen Dichteverteilung hinreichend groß war, damit der Optimierungsalgorithmus ein stimmiges Minimum findet.

Der MultiStart-Algorithmus findet, wie zuvor angegeben, gegebenenfalls mehrere lokale Minima. Die beste berechnete Dichteverteilung ist in Abbildung 6.2c dargestellt. Ihr liegen die Kräfte aus Tabelle 6.3 zugrunde. Wie in Abbildung 6.2b und 6.2c zu erkennen ist, liegen geringe Unterschiede in der Dichteverteilung vor. Die hauptsächlichen Charakteristika sind aber vorhanden, so dass das Ergebnis als sehr gut zu bewerten ist. Die Bereiche mittlere Dichte in der optimalen Dichteverteilung können mit dem verwendeten Knochenumbaumodell nicht erfasst werden. Aufgrund dessen, dass dieses Modell nicht die so genannten *dead zones* beinhaltet, nimmt die Knochendichte überwiegend sehr hohe oder sehr niedrige Werte an. Die kortikale Schale des Femurkopfes kann ebenso durch das angewandte Modell nicht abgebildet werden. In Abbildung 6.2b ist die kortikale Schale durch Elemente mittlerer Dichte im Cortex gekennzeichnet. Diese Elemente weisen nur mittlere und nicht die maximale Dichte auf, weil die räumliche Auflösung des Finite-Elemente-Modells zu gering ist, die dünne Schale hoher Dichte abzubilden, wie in Kapitel 5.3.1 beschrieben. Bei dem verwendete-



Last	F_x	F_y	F_z	F_r
1 Gelenkkraft	-832.3	-373.1	1529	1780.4
2 Gluteus medius/minimus	138.2	312.1	-488.3	595.8
3 Vastus lateralis	56.3	44.1	231.9	242.7
4 Iliopsoas	123.2	141.9	-173.3	255.6
5 Biceps femoris	-17.4	-35.5	111.5	118.3
6 Gluteus maximus	70.3	4.1	-12.5	71.5
7 Vastus medialis	1.4	6.5	57.7	58.1

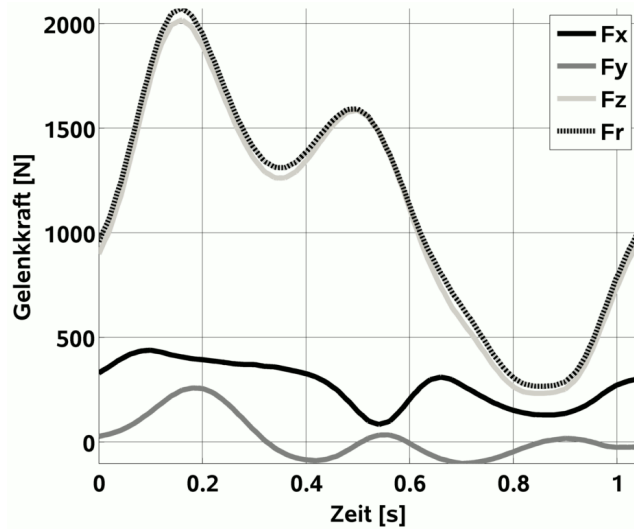
Tabelle 6.3: Ergebnis der Gelenk- und Muskelkräfte am proximalen Femur aus der Lösung des inversen Problems.

ten Modell kann dieses Merkmal nicht abgebildet werden, da die Gelenkkraft, wie in Abbildung 6.2a gezeigt, nur auf einen begrenzten Teil des Femurkopfes wirkt. Damit ist der Stimulus auf einem großen Teil der Oberfläche des Femurkopfes zu gering, um eine Kortikalis auszubilden. So ist auch der Bereich hoher Dichte mittig im Femurkopf in Abbildung 6.2c zu erklären. Durch die relativ lokale Einleitung der Gelenkkraft bildet sich ausgehend von der Krafteinleitungsstelle eine Art Drucktrabekel, der die Last durch den Femurkopf in Metaphyse und Diaphyse überträgt. Diese Merkmale stellen aber keinen großen Makel dar, da hier der Fokus auf der Osseointegration und dem Knochenumbauverhalten infolge von Hüftgelenksendoprothesen liegt. Bei diesen Simulationen im postoperativen Zustand ist der Femurkopf bereits entfernt und somit für die Berechnung nicht mehr von Belang.

6.2 Lasten zur Berechnung mechanisch stimulierter Osseointegration

Für die mechanisch stimulierte Osseointegration werden andere Lastfälle benötigt, als es für das mechanisch stimulierte Langzeit-Knochenumbauverhalten der Fall ist. Aufgrund der sehr unterschiedlichen Zeitskalen von wenigen Wochen zu Monaten oder sogar Jahren können hier die Effekte dynamischer Belastungen nicht vernachlässigt werden. Gerade die für die Osseointegration sehr bedeutsamen Mikrobewegungen im Knochen-Prothesen-Interface müssen in Betracht gezogen werden.

Um die im Knochen-Prothesen-Interface auftretenden Relativbewegungen möglichst präzise abbilden zu können, müssen für die Osseointegration Lastfälle in Betracht gezogen werden, die täglichen Bewegungsabläufen entsprechen. Dafür wurden erneut die in der OrthoLoad Datenbank (Bergmann [2008]) zur Verfügung stehenden, aufgezeichneten Gelenkkräfte des Patienten HS verwendet. Als relevante Lastfälle wurden wieder die folgenden betrachtet: Langsames und normales Gehen, Treppensteigen auf- und abwärts sowie Hinsetzen und Aufstehen. Sie spiegeln ein umfangreiches Repertoire der hauptsächlich täglichen Belastungen des Hüftgelenks wieder. Exemplarisch ist in Abbildung 6.3 die Gelenkkraft für normales Gehen dargestellt. Bei diesem Gangzyklus ist deutlich die hohe Dynamik der Belastung zu erkennen. Die Kraftkomponenten schwanken sehr stark über die sehr kurze Dauer der Belastung, wobei der Hauptteil der Belastung in z-Richtung, also in vertikaler Richtung, erfolgt. Die Koordinatenrichtungen entsprechen den in Abbildung 6.2 verwendeten.

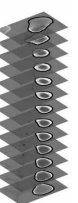
**Abbildung 6.3:**

Gemessene Gelenkkraft des Patienten HS beim normalen Gehen. Koordinatensystem analog zu Abb. 6.4.

Ein solcher Datensatz besteht aus etwa 200 Messwerten. Daher stellt sich die Frage, wie man die verwendeten Lasten in der Zeit diskretisiert, um die verschiedenen Bewegungsabläufe gut und damit das mechanische Milieu des Knochen-Prothesen-Interfaces korrekt wiederzugeben. Zunächst wurden die sechs betrachteten Lastfälle intuitiv mit je 30 gleichmäßig verteilten Einzelkräften diskretisiert, sodass die mechanische Beanspruchung des Interface mit insgesamt 180 Einzelkräften abgebildet wurde. Dieses Lastkollektiv ist in Abbildung 6.4a dargestellt, wobei die Grauwerte proportional zur Magnitude der Kräfte gewählt sind. Als mechanischer Stimulus findet hier, wie in Kapitel 3.4.5 angegeben, die Verzerrungsenergie dichte Anwendung. Diese wird über die 180 Einzellasten aufgezeichnet und gemittelt. Die neben dem mechanischen Stimulus für die Osseointegration maßgeblichen Mikrobewegungen werden ebenso für jede der 180 Lasten bestimmt und im Nachhinein gemittelt. In Abbildung 6.5 sind diese Mittelwerte für Mikrobewegungen (6.5a) und Stimulus (6.5b) im Interface jeweils in zwei Ansichten (posterior-anterior und anterior-posterior) dargestellt. Die Darstellung zeigt nur den proximalen Bereich des Interface, der den aufgerauhten, für die Osseointegration attraktiven Bereich des Implantates umgibt; vgl. Kapitel 5.3.2. Es ist zu sehen, dass die maßgeblichen mechanischen Beanspruchungen und Mikrobewegungen im proximo-medialen und latero-distalen Bereich des Interface auftreten.

Dabei kommt die Frage auf, ob eine Anzahl von 180 Einzelkräften nötig ist, um die mechanische Beanspruchung des Interface korrekt abzubilden oder ob auch kleinere Lastkollektive die Beanspruchung des Interface hinreichend gut wiedergeben. Diese Annahme wird durch die Verteilung der Kräfte in Abbildung 6.4a unterstützt. Die Kraftrichtungen liegen in einem engen Kegel und die Magnitude der Kräfte scheint mit der Richtung zu korrelieren. Aus diesem Grund wurde zunächst eine Studie mit 90, 45 und 15 Einzelkräften durchgeführt.

In Tabelle 6.4 sind die Mittelwerte von Stimulus und Mikrobewegungen für die verschiedenen Lastkollektive angegeben. Dabei wurde der Mittelwert zunächst über die unterschiedliche Anzahl Einzelkräfte und dann über die Elemente des Interface gebildet. Dazu ist die Magnitude der mittleren Gelenkkraft für jedes Lastkollektiv sowie die prozentuale Abweichung zum Lastkollektiv mit 180 Kräften angegeben. Es ist sehr deutlich, dass die Mittelwerte für den Stimulus und die Mikrobewegungen sehr dicht beieinander liegen. Des Weiteren fällt auf, dass die mittlere Gelenkkraft ebenfalls sehr



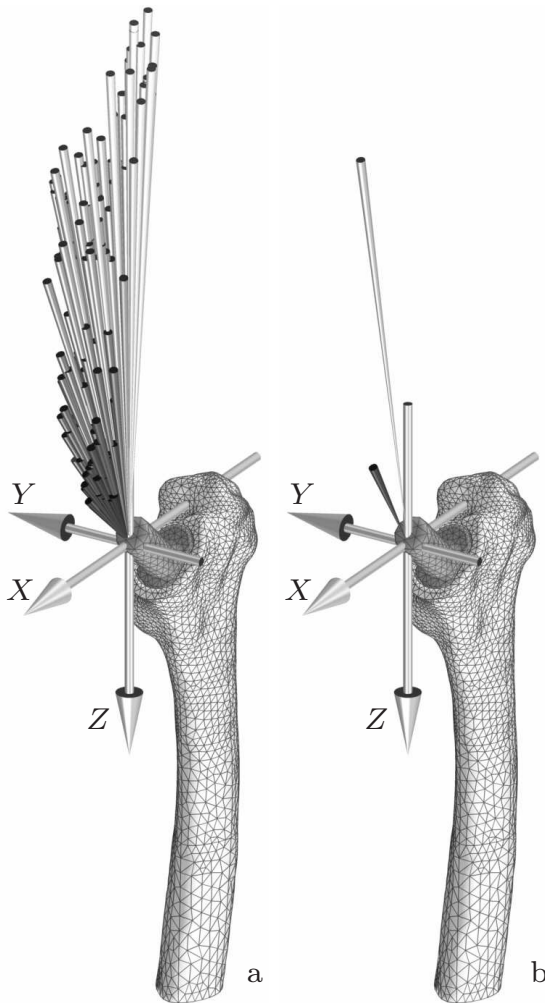


Abbildung 6.4:

Lastkollektive zur Abbildung der Belastungen bei täglichen Aktivitäten mit 180 Kräften (a) und mit zwei Kräften (b). Die Grauwerte geben die Magnitude der Kräfte an.

ähnlich für die unterschiedlichen Lastkollektive ist. Der prozentuale Unterschied zu dem Lastkollektiv mit 180 Kräften beträgt nie mehr als 3,6% bei Kraftanzahlen von 90, 45 und 15. Der mittlere Stimulus über die unterschiedlichen Lastanzahlen ist in Abbildung 6.6 dargestellt. Die entsprechenden Werte für die Mikrobewegungen im Interface sind in Abbildung 6.7 illustriert. Es ist offensichtlich, dass sowohl die Unterschiede in der Verteilung des Stimulus für die Lastanzahlen 90, 45 und 15 (Abb. 6.6a-c), als auch die Verteilung der Mikrobewegungen im Interface (Abb. 6.7a-c) sich praktisch nicht von den Verteilungen bei 180 Einzelkräften unterscheiden.

Schon zuvor wurde festgestellt, dass die mittlere Gelenkkraft der Lastkollektive sehr ähnlich ist. Es liegt daher nahe, die Lastanzahl weiter zu verringern, wobei darauf geachtet wird, dass die mittlere Gelenkkraft der reduzierten Kollektive von jener für 180 Einzelkräfte möglichst wenig abweicht. Aus diesem Grund wurden unter dieser Voraussetzung nach dem Zufallsprinzip Lastkollektive mit fünf Kräften gesucht und deren Verteilungen für Stimulus und Mikrobewegungen analysiert. Die besten Ergebnisse sind in Abbildung 6.6d und 6.7d dargestellt; die Mittelwerte sind in Tabelle 6.4 aufgeführt. Die geringe Abweichung von 0,07% von der mittleren Gelenkkraft bei 180 Kräften zeigt an, dass unter genau dieser Voraussetzung gesucht wurde. Auch für nur fünf Lasten werden gleichartige Verteilungen für Stimulus und Mikrobewegungen berechnet. Eine weitere Verringerung auf nur zwei Einzelkräfte liefert ebenfalls noch sehr gute Verteilungen für Stimulus (Abb. 6.6e) und Mikrobewegungen (Abb. 6.7e) im Vergleich zu 180 Einzelkräften. Die beiden Einzelkräfte sind in Abbildung 6.4b auf

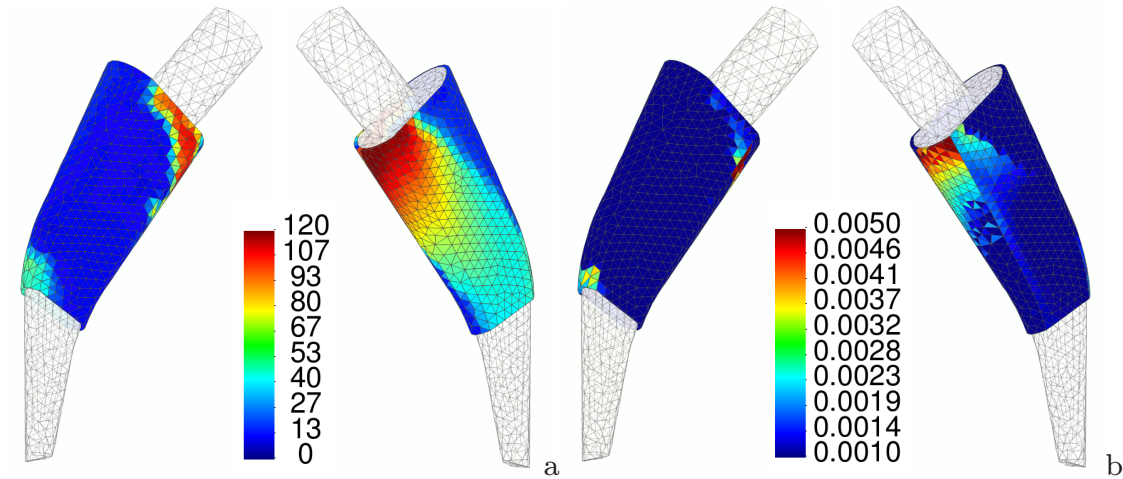


Abbildung 6.5: Mittlere Mikrobewegungen [μm] (a) und Stimulus [Nm/g] (b) im Knochen-Prothesen-Interface bei 180 Einzellasten.

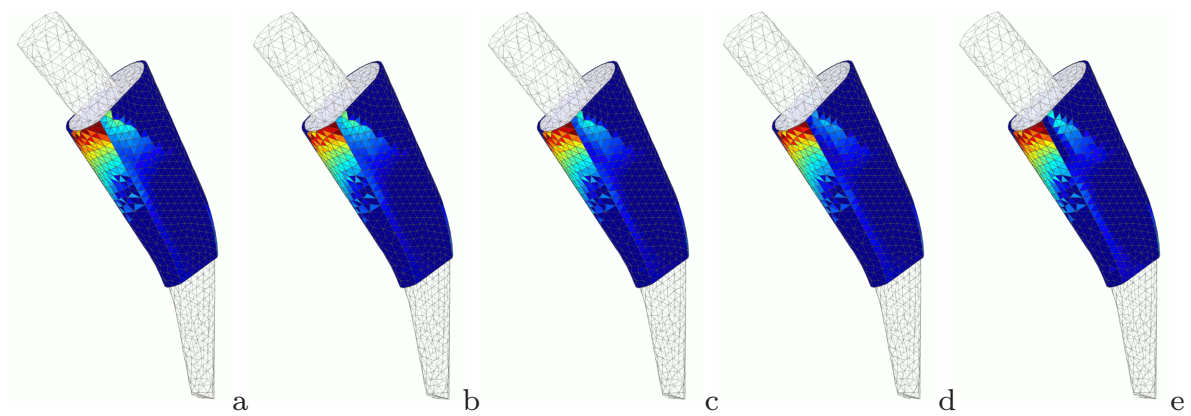


Abbildung 6.6: Mittlerer Stimulus [Nm/g] im Knochen-Prothesen-Interface bei 90 (a), 45 (b), 15 (c), 5 (d) und 2 (e) Einzellasten. Die Farbkodierung ist analog zu Abbildung 6.5a gewählt.

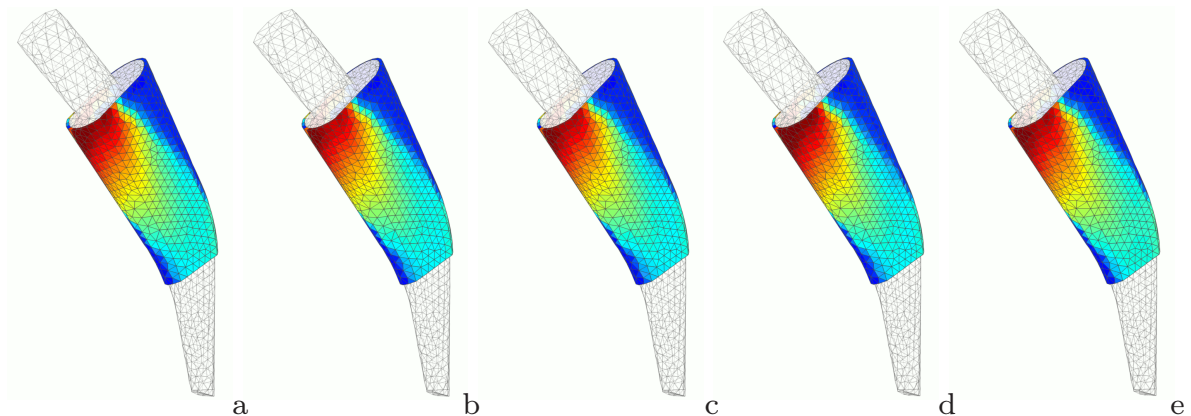
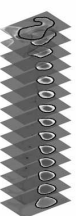


Abbildung 6.7: Mittlere Mikrobewegungen [μm] im Knochen-Prothesen-Interface bei 90 (a), 45 (b), 15 (c), 5 (d) und 2 (e) Einzellasten. Die Farbkodierung ist analog zu Abbildung 6.5b gewählt.



Lastkollektiv	$\varnothing\psi$ [Nm/g]	$\varnothing u_{rel}$ [μm]	$ \varnothing F $ [N]	$\frac{ F_n }{ F_{180} }$
180	0.00041	40,7	1097,6	–
90	0.00041	40,6	1095,2	0,22 %
45	0.00038	39,5	1058,1	3,6 %
15	0.00038	39,4	1063,6	3,1 %
5	0.00037	40,3	1096,8	0,07 %
2	0.00039	40,4	1093,1	0.4 %

Tabelle 6.4: Mittelwert von Stimulus und Mikrobewegungen im Interface für das jeweilige Lastkollektiv, sowie Magnitude der mittleren Gelenkkraft und die prozentuale Abweichung zum Lastkollektiv mit 180 Kräften.

dem Finite-Elemente-Modell abgebildet. In Tabelle 6.4 wird die optische Ähnlichkeit der Verteilungen durch die Mittelwerte bestätigt. Die beiden ermittelten Kräfte sind

$$F_1 = [-447.2 \quad 74.2 \quad 1717.8]N$$

$$\text{und } F_2 = [-181.8 \quad -35.6 \quad 365.3]N.$$

Bei der sukzessiven Verringerung der Lastanzahlen unter Beachtung der mittleren Gelenkkraft liegt es nahe, die Lastkollektive zu einer Einzelkraft zu reduzieren. Nach vorigen Erkenntnissen müsste diese der mittleren Gelenkkraft des großen Lastkollektivs mit 180 Kräften entsprechen. Tests ergaben jedoch, dass die Verteilungen für Stimulus und Mikrobewegungen zwar optisch sehr ähnlich sind, die Wertebereiche im Interface jedoch nicht mit den Referenzverteilungen übereinstimmen. Während der Mittelwert der Mikrobewegungen im Bereich derer in Tabelle 6.4 liegt, ist der mittlere Stimulus 42% niedriger, als jener für 180 Kräfte. Auch der Versuch, eine Einzelkraft über die Formulierung eines inversen Problems analog zu Kapitel 6.1 zu finden, führte nicht zu dem gewünschten Resultat.

Es konnte damit gezeigt werden, dass nur zwei Einzelkräfte notwendig sind, um die mechanische Beanspruchung des Knochen-Prothesen-Interface unter verschiedenen täglichen Aktivitäten korrekt abzubilden. Es ist durchaus möglich, dass Kombinationen zweier Kräfte existieren, welche noch bessere Übereinstimmung mit den Mittelwerten und Verteilungen bei 180 Kräften liefern. Da aber bei insgesamt ca. 1200 Messwerten der sechs verwendeten Gangzyklen über 700.000 Kombinationen von zwei Kräften existieren, wurde nur eine geringe Anzahl Kombinationen getestet. Mit dieser Modellreduzierung konnte der Aufwand zur anfänglichen Annahme von 180 Einzelkräften um den Faktor 90 reduziert werden. Damit wurde die Simulation der Osseointegration für umfassende Parameterstudien zugänglich gemacht.

7 Anwendung bei der Hüftgelenksendoprothetik

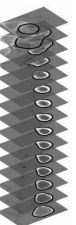
Die Anwendung der vorgestellten Methoden zum mechanisch stimulierten Knochenumbau und der Osseointegration werden in diesem Kapitel anhand der bereits in Kapitel 5.3.2 vorgestellten Metha-Prothese demonstriert. In Kapitel 7.1 wird ein biomechanisch equilibriertes Modell berechnet, dessen patientenspezifische, physiologische Dichteverteilung die Basis für die darauf folgenden Schritte der Osseointegrationssimulation und der Simulation des Langzeitverhaltens darstellt. Die Simulation der Osseointegration folgt in Kapitel 7.2. Hier werden die in Kapitel 3.4.5 vorgestellten Modelle zur Anwendung gebracht und anhand von umfangreichen Parameterstudien die Einflüsse verschiedener Modellparameter untersucht. In Kapitel 7.3 wird schließlich aufbauend auf den vorigen Ergebnissen das Langzeitverhalten des Knochen-Implantat-Systems simuliert.

7.1 Generierung des biomechanisch equilibrierten Modells

Zur Berechnung der Osseointegration und des postoperativen Langzeitverhaltens wird zunächst ein biomechanisch equilibriertes Finite-Elemente-Modell mit einer physiologischen Dichteverteilung benötigt. Hierzu könnte das in Abbildung 5.7 dargestellte Modell verwendet werden, welches die aus den CT-Daten rekonstruierte Dichteverteilung besitzt. Dieses Modell befindet sich jedoch nicht im biomechanischen Gleichgewicht mit den in Kapitel 6.1 identifizierten Kräften, die als gemittelt Langzeitlastkollektiv für die Simulation des Langzeitverhaltens herangezogen werden. Das bedeutet, dass die statisch äquivalenten Lasten bei diesem Finite-Elemente-Modell eine Veränderung der Dichteverteilung hervorrufen würden bis ein stationärer Zustand eintritt. Damit wäre eine Beurteilung, welche Dichteveränderung durch die Lasten an sich und welche durch die Prothese verursacht wird, nicht möglich.

Es wird also die Dichteverteilung benötigt, die von den statisch äquivalenten Lasten hervorgerufen wird. Dazu wird ein Finite-Elemente-Modell des gesamten Femurs erstellt, wie es in Abbildung 7.1a dargestellt ist. Diesem Modell werden zunächst die ermittelten statisch äquivalenten Lasten zugewiesen, woraufhin eine Berechnung mit quasi-statischen Knochenumbau-Iterationen durchgeführt wird, bis eine stationäre, biomechanisch equilibrierte Dichteverteilung vorhanden ist. In diesem Finite-Elemente-Modell wird die Geometrie der zu berechnenden Prothese und das Knochen-Implantat-Interface bereits mit den Finiten Elementen abgebildet. Diese erhalten aber erst im weiteren Verlauf des Simulationsprozesses ihre speziellen mechanischen Eigenschaften.

Die statisch äquivalenten Muskelkräfte werden dabei mittels eines dafür geschriebenen Programms automatisch aufgebracht. Zunächst wird das Modell aus Abbildung 6.2a, welches hier als Vorlage dient, und das hier verwendete Modell räumlich aufeinander ausgerichtet. Im nächsten Schritt werden die Wirkungsflächen der einzelnen Muskelkräfte auf der Vorlage bestimmt, die entsprechenden Knoten auf dem neuen Modell gesucht und die jeweilige Muskelkraft auf diese Knoten verteilt. Ein aufwändiges, manuelles Preprocessing entfällt durch diese Automatisierung.



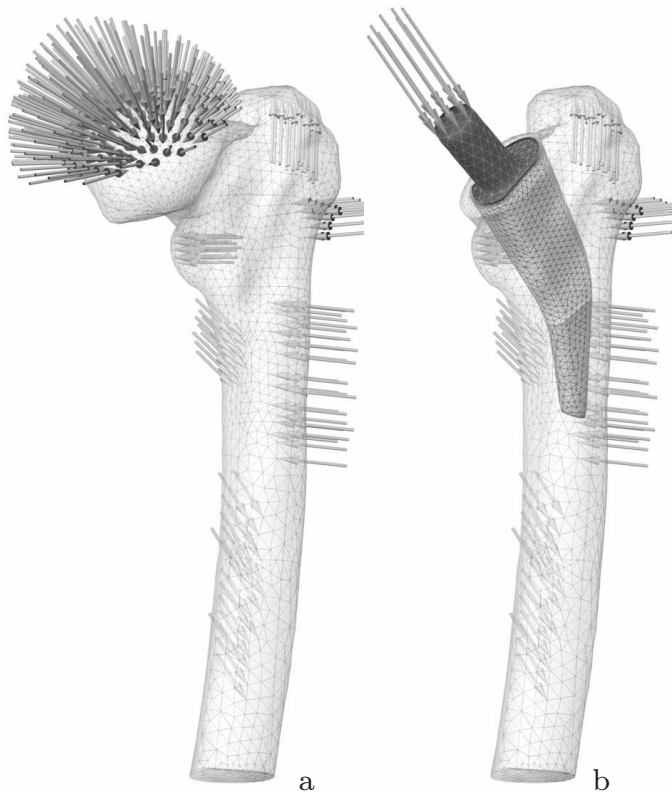


Abbildung 7.1:

Finite-Elemente-Modelle mit statisch äquivalenten Lastkollektiven für die Berechnung einer physiologischen Dichteverteilung (a) und zur Berechnung der mechanisch stimulierten Osseointegration und des postoperativen Langzeitverhaltens (b).

Das Aufbringen der Gelenkkraft ist etwas aufwändiger und manuell nicht mehr möglich. Die Gelenkkraft soll möglichst physiologisch und damit auf den Femurkopf verteilt aufgebracht werden. Die gesuchte Verteilung wird dabei durch Lösen des Least Squares Optimierungsproblems

$$\min \left(\sum_{i=1}^{n_K} |F_i| \mathbf{r}_i - \mathbf{F}_R \right)^2 \quad (7.1)$$

bestimmt. \mathbf{F}_R ist dabei die Gelenkkraft aus Tabelle 6.3, \mathbf{r}_i sind die Richtungen der Knotenkraftbeträge F_i und n_K die Anzahl der Knoten, auf die \mathbf{F}_R verteilt werden soll. Es wird also eine Lastverteilung gesucht, deren Resultierende der Gelenkkraft \mathbf{F}_R entspricht. Dazu wird ein zentrales Kräftesystem aufgestellt, die Richtungen \mathbf{r}_i schneiden sich mit \mathbf{F}_R also in einem Punkt, in diesem Fall der Mitte des Femurkopfes. Dadurch können die Kraftrichtungen im Voraus bestimmt werden, was den Aufwand zur Lösung des Optimierungsproblems signifikant verringert. Es müssen nun nur noch die Beträge der unbekanntenen Knotenkräfte F_i bestimmt werden und nicht mehr alle drei Kraftkomponenten. In diesem Fall wurde die Gelenkkraft auf 248 Knoten verteilt. Die Lastverteilung als Ergebnis der Optimierung, sowie die verteilten Muskelkräfte sind in Abbildung 7.1a auf dem Finite-Elemente-Modell dargestellt. Die Muskelkräfte wurden dabei zur besseren Darstellbarkeit normiert und die verteilten Gelenkkräfte geeignet skaliert.

Als Materialparameter werden nur E-Modul und Querkontraktionszahl benötigt, wobei sich der E-Modul nach Gleichung 3.72 berechnet und $\nu = 0,29$ gewählt wurde. Die mit diesem Modell berechnete Dichteverteilung ist in Abbildung 7.2a illustriert. Prothese und Interface sind in diesem Modell bereits vorhanden; diesen Elementgruppen werden jedoch die konstitutiven Eigenschaften von Knochen zugewiesen.

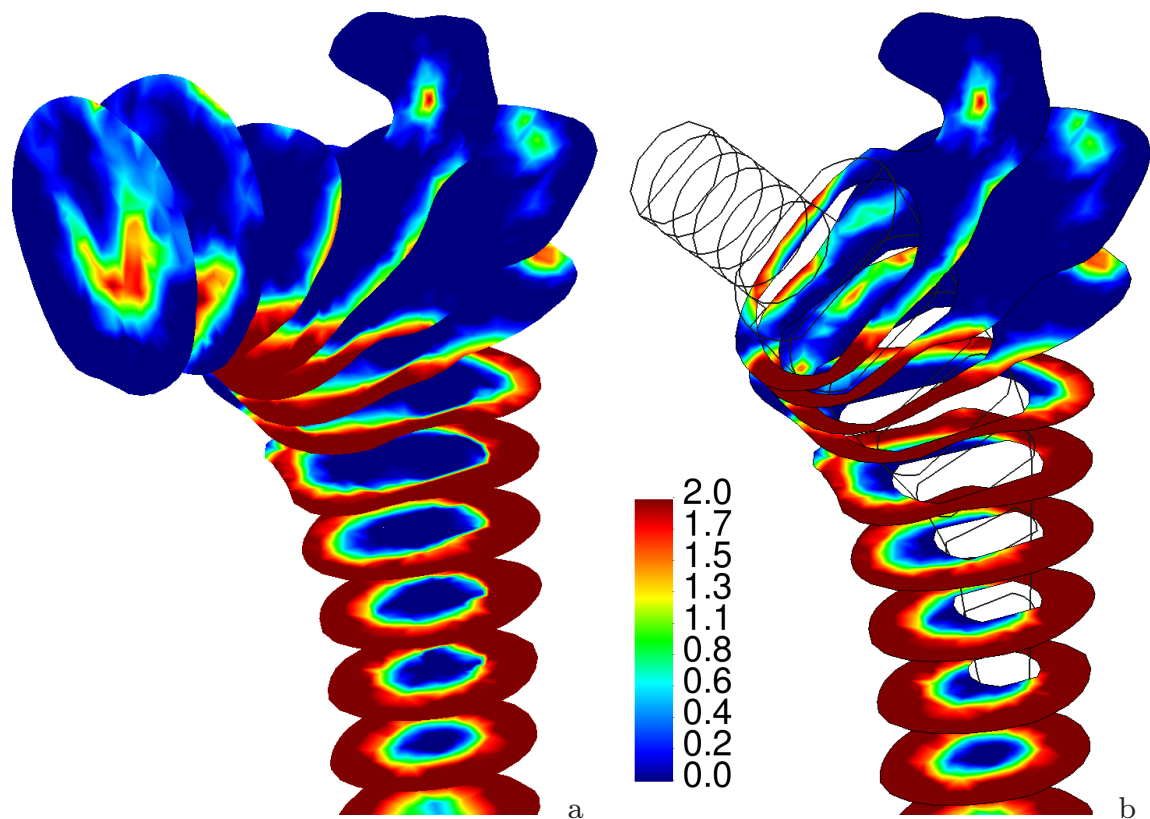


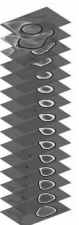
Abbildung 7.2: Knochenmassendichteverteilung [g/cm^3] des proximalen Femurs in Schnittbildern des präoperativen Zustands (biomechanisch equilibriertes Modell, a) und im postoperativen Zustand (b) mit angedeuteter Prothese ohne Femurkopf.

7.2 Mechanisch stimulierte Osseointegration

Bei der Metha-Prothese wird, wie ebenso bei anderen unzementierten Kurzschaftprothesen, eine metaphysäre Implantatverankerung angestrebt. Der Name Metha ("methaphyseal total hip arthroplasty") ist an dieses Konzept angelehnt. Die Krafteinleitung erfolgt medial durch eine rotationsstabile Abstützung am Kalkar. Der distale, unstrukturierte Teil nimmt eine Führungsfunktion ein und dient durch seine Abstützung an der lateralen Kortikalis darüber hinaus der Primärstabilität (Braun und Sabah [2009]). Bei biomechanischen Vorversuchen an Kunstknochen und Leichenfemora konnten Bücking und Wittenberg [2006] eine hohe Primärstabilität bestätigen. Diese ist für die Osseointegration von großer Bedeutung, da sie die im Interface auftretenden Mikrobewegungen gering hält.

Der raue Teil des Implantats besteht aus einer mikroporösen Reintitanbeschichtung mit einer Dicalciumphosphat-Dihydrat-Schicht. Dadurch soll zum einen ein schnelleres knöchernes Einwachsen ermöglicht (Szmukler-Moncler u. a. [1998]) und zum anderen - nach erfolgreicher Osseointegration - ein hohe sekundäre Stabilität erreicht werden.

Der Prozess der Osseointegration wurde in verschiedenen Tierexperimenten im Hinblick auf die Mikrobewegungen im Interface studiert. Augat u. a. [2003] haben zum Beispiel den Effekt axialer und tangentialer Bewegungen an Osteotomien von Schaf-tibia erforscht. Dazu wurden an den Osteotomien Vorrichtungen angebracht, die definierte Bewegungen zuließen. Sie haben herausgefunden, dass die knöchernen Über-



brückung der Osteotomien bei axialer Bewegung sehr viel erfolgreicher als bei tangentialer Bewegung ist. Tangentiale Bewegungen führten zur Bildung von fibrösem und Knorpelgewebe im Knochenspalt.

Søballe u. a. [1992] berichten von zahlreichen Studien über Relativbewegungen im Knochen-Implantat-Interface. Die Autoren haben Experimente durchgeführt, wobei Hunden in die Knie kleine Implantate eingesetzt wurden, die Relativbewegungen von bis zu $500\mu m$ zuließen. Stabil verankerte Implantate dienten dabei als Referenz. Ihre Studien ergaben, dass die instabilen Implantate nach vier Wochen mit einer Schicht aus fibrösem Bindegewebe bedeckt waren, wobei die stabilen Implantate unterschiedliche Grade der Osseointegration aufwiesen.

Die Studie von Pilliar u. a. [1986] zeigte, dass Osseointegration bei $28\mu m$ Relativbewegung stattfand, bei einer Bewegung von $150\mu m$ nach einem Jahr hingegen ein starkes, fibröses Gewebe im Interface festgestellt wurde. Die Autoren folgerten, dass zuvor größere Relativbewegungen vorgelegen haben müssen, weil das starke, fibröse Gewebe das Implantat stabilisiert hat. In der Literatur gibt es noch immer keinen allgemein anerkannten Grenzwert für Mikrobewegungen, der für stabile Osseointegration nicht überschritten werden darf.

Szmukler-Moncler u. a. [1998] sind in Ihrer Studie zu dem Schluss gekommen, dass der Grenzwert irgendwo zwischen 50 und $150\mu m$ liegen muss.

Weil die Mikrobewegungen im Interface als für die Osseointegration limitierender Parameter bekannt sind, es aber noch keine Aussage über eine definitive Grenze für die Mikrobewegungen gibt, wurden als Schwellwerte 50 , 75 und $100\mu m$ bestimmt. Diese liegen im unteren bis mittleren Bereich des oben genannten von Szmukler-Moncler u. a. [1998] vermuteten Grenzbereichs von 50 bis $150\mu m$, sind also eher konservativ gewählt.

Die Simulation der Osseointegration wird mit dem in Abbildung 7.1b illustrierten Finite-Elemente-Modell durchgeführt. Da hier der postoperative Zustand simuliert wird, wurde der Femurkopf aus dem Modell entfernt. Der restliche Femur behält die in Abbildung 7.2b abgebildete Dichteverteilung und die Prothese erhält mit den Materialparametern $E = 105.000MPa$ und $\nu = 0,31$ die Materialeigenschaften von Titan. Die Materialparameter des Interface, die für beide Osseointegrationsmodelle gelten, sind mit den Parametern von Knochen und Implantat in Tabelle 7.1 aufgeführt.

Die Reibkoeffizienten α_{rau} und α_{glatt} stehen hier jeweils für den rauen proximalen Teil und den glatten distalen Teil der Metha-Prothese, vgl. Abb. 5.8a.

Die Gestalt der Fließflächen und damit auch die Fließgrenzen des Interface werden für das Artificial Hardening über die Parameter c_{min} und c_{max} und für die gemischte Methode über die Parameter c und σ_F festgelegt. Eine sinnvolle Wahl der Parameter kann über die uniaxiale Zugfestigkeit geschehen, wie es für das Artificial Hardening in Abschnitt 3.4.5 exemplarisch gezeigt wurde. Hierbei wird angenommen, dass diese im nicht osseointegrierten Zustand unter reiner Adhäsion sehr gering ist. Damit wurden $c_{min} = c = 0,5MPa$ für das Artificial Hardening bzw. die gemischte Methode gewählt, was eine Fließspannung von $\sigma_{ult}(\xi=0) = 0,64MPa$ ergibt. Für den Zustand der vollen Osseointegration wird angenommen, dass der Übergang zum Fließen der Zerstörung des Verbundes entspricht.

Dafür wurde die uniaxiale Zugfestigkeit von spongiösem Knochen angenommen. Diese liegt, je nach Quelle, bei etwa $20MPa$, siehe z.B. Keaveny [2001]. Daraus kann für das Artificial-Hardening-Modell $c_{max} = 15,5MPa$ bestimmt werden, sodass $\sigma_{ult}(\xi=1) = 20MPa$ gilt. Für die gemischte Methode gilt natürlich $\sigma_F = 20MPa$. Diese Werte sind ebenso in Tabelle 7.1 aufgeführt.

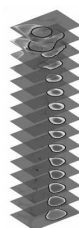
Der Simulationsablauf für die Berechnung der Osseointegration ist in Abbildung 7.3 illustriert. Zunächst wird das biomechanisch equilibrierte Finite-Elemente-Modell mit

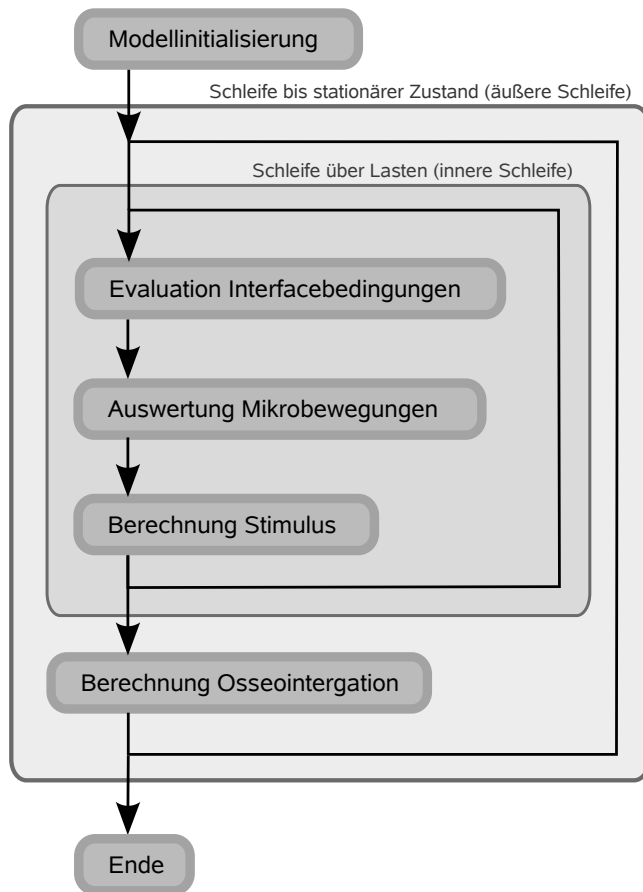
Knochen	ν_b	0,29
	$E(\varrho)$	siehe Gl. 3.72
Implantat	E	105000 MPa
	ν	0,31
Interface	α_{rauh}	0,6 (Dammak u. a. [1997])
	α_{glatt}	0,25 (Davim und Marques [2004])
	ν_{min}	0,29
	ν_{max}	0,45
	c_{min} (DPAH)	0,5 MPa
	c_{max} (DPAH)	15,5 MPa
	c (DPVM)	0,5 MPa
	σ_F (DPVM)	20 MPa
	d	$\in \{0,1, 0,5, 0,75, 1\}$ [mm]
	E	$\in \{10, 12,5, 15, 17,5, 20, 25\}$ [MPa]
u_{rel}^{max}	$\in \{50, 75, 100\}$ [μm]	

Tabelle 7.1: Materialparameter und Eigenschaften der unterschiedlichen Materialgruppen des Finite-Elemente-Modells.

den in Abbildung 7.2b illustrierten Ergebnissen initialisiert. Die innere Schleife läuft über die zwei in Kapitel 6.2 identifizierten Gelenkkkräfte, die zur Ermittlung der mechanischen Beanspruchung im Interface herangezogen werden. Die berechneten Mikrobewegungen und die Verzerrungsenergiedichte als Stimulus werden gemittelt. Diese Werte werden in der äußeren Schleife zur Berechnung der Osseointegration herangezogen. Ein Durchlauf der äußeren Schleife wird im Folgenden auch Osseointegrationsiteration genannt. Im ersten Durchlauf der äußeren Schleife wird der in Kapitel 6.2 beschriebene Grenzwert für die Mikrobewegungen, welcher eine Osseointegration verhindert, anhand der Ergebnisse der inneren Schleife überprüft. In Bereichen, in denen die gemittelten Mikrobewegungen dieses Limit überschreiten, kann der Knochen nicht einwachsen. Diese Überprüfung wird jedoch nur im ersten Durchlauf durchgeführt. Dieses ist dadurch motiviert, dass die Zellen im Interface bei zu großen Relativbewegungen zu Knorpel- oder Bindegewebszellen differenzieren. Diese Differenzierung ist nicht mehr umkehrbar, daher behalten alle Bereiche ihren nach dem ersten Durchlauf ermittelten Status. Darauf basierend wird die Osseointegration mit der gemittelten Verzerrungsenergiedichte der inneren Schleife als Stimulus berechnet. Der nächste Durchlauf der äußeren Schleife erfolgt dann mit den durch die Osseointegration veränderten, mechanischen Eigenschaften im Interface. Die äußere Schleife wird zehnmal durchlaufen, da sich dann ein stationärer Zustand im Interface eingestellt hat.

Durch die in Kapitel 6.2 beschriebene Reduktion der Lastanzahl zur Berechnung der Osseointegration wurde der rechentechnische Aufwand soweit verringert, dass ausführliche Parameterstudien möglich sind. Aus diesem Grund soll hier der Einfluss dreier Interfaceparameter auf die Osseointegration mit den Methoden des Artificial Hardening und der gemischten Methode untersucht werden. Die für die Osseointegration als wichtigste erachteten Parameter sind die Interfacedicke d , der postoperative E-Modul und der in der Literatur umstrittene Grenzwert für relative Mikrobewegungen u_{rel}^{max} . Die Wahl der Parameter ist in Tabelle 7.1 aufgeführt. Die im Interface auftretenden Mikrobewegungen werden am stärksten durch die Dicke des Interface respektive des Spaltmaßes und seine Steifigkeit beeinflusst. Die Dicke des Interface wird hierbei nicht größer als 1mm angenommen. Aussagen über die Dicke des Interface existieren

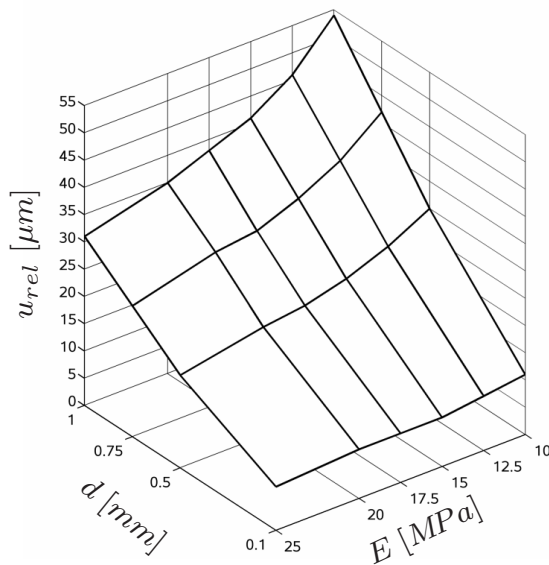


**Abbildung 7.3:**

Ablaufdiagramm der Osseointegrationssimulation. In der inneren Schleife werden die Interfacebedingungen für die zwei Gelenkkräfte ausgewertet. In der äußeren Schleife wird die Osseointegration für jeden Schleifendurchlauf der inneren Schleife berechnet, bis ein stationärer Zustand des Osseointegrationsgrades im Interface eintritt.

in der Literatur praktisch nicht. Auch die Materialeigenschaften des Interface sind weitgehend unbekannt. Es ist nur sicher, dass durch die Implantationstechnik bedingt Blut und Knochenspäne vorhanden sind. Die durch das Blut bedingte erhöhte Querkontraktionszahl wird durch Gleichung 3.103 berücksichtigt. Der E-Modul wird hier mit einem Bereich zwischen 10 und 25 MPa als relativ gering angenommen. In der hier durchgeführten Parameterstudie werden mit vier unterschiedlichen Interfacedicken und sechs Steifigkeiten bei drei unterschiedlichen Einwachsgrenzen für die Mikrobewegungen, also jeweils 72 Parameterkombinationen für die beiden Osseointegrationsmodelle, vorgestellt.

In Abbildung 7.4 ist der Mittelwert der postoperativen, relativen Mikrobewegungen u_{rel} für das Interface über die Interfacedicke d und die Steifigkeit E aufgetragen. Im direkten postoperativen Zustand besitzt das Interface homogene Materialeigenschaften und die beiden Osseointegrationsmodelle weisen das Drucker-Prager-Material mit gleichen Parametern auf, wodurch die dargestellte Fläche im Parameterraum für beide Modelle gilt. Es ist dabei ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen den Relativbewegungen und dem E-Modul zu sehen. Der Zusammenhang zwischen Relativbewegungen und Interfacedicke ist praktisch linear. Dabei tritt der Maximalwert für die über das Interface gemittelten Mikrobewegungen mit $54\mu\text{m}$ erwartungsgemäß für das Modell mit $d = 1\text{mm}$ und $E = 10\text{MPa}$ auf. Für eine Interfacedicke von $0,1\text{mm}$ liegen die mittleren Mikrobewegungen für alle E-Moduln in einem Bereich von 8 bis $11\mu\text{m}$ und damit sehr niedrig im Vergleich zu den gewählten Schwellwerten für die Relativbewegungen. Es ist zu erwarten, dass bei den Modellen mit der geringsten Interfacedicke die unterschiedlichen Einwachsgrenzen für die Mikrobewegungen nur eine untergeordnete Rolle spielen werden. Wie indirekt an den mittleren Mikrobewegungen zu sehen

**Abbildung 7.4:**

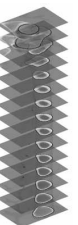
Mittlere Mikrobewegungen im Interface postoperativ für beide Osseointegrationsmodelle über die Dicke d und den E-Modul E des Interface.

ist, verursachen die unterschiedlichen Parameterkombinationen verschieden schubsteife Interfaces. Die gerechneten Parameterkombinationen lassen sich also in eher steife und eher weiche Kombinationen einteilen.

Im Folgenden werden für die beiden vorgestellten Osseointegrationsmethoden die bereits eingeführten Abkürzungen DPAH (Drucker-Prager/Artificial Hardening) und DPVM (Drucker-Prager/von Mises) verwendet.

Abbildung 7.5 zeigt die Osseointegration in Prozent der Interfacefläche für Artificial Hardening (7.5a) und die gemischte Methode (7.5b) erneut über die Interfacedicke und den E-Modul. Dargestellt ist die prozentuale Osseointegration der Interfacefläche jeweils für die Mikrobewegungslimits von $50\mu\text{m}$ (hellgrau), $75\mu\text{m}$ (grau) und $100\mu\text{m}$ (schwarz). Die maximale Osseointegration tritt dabei mit ca. 55% der Interfacefläche für die Modelle mit einer Interfacedicke von $0,1\text{mm}$ auf, wobei bei der gemischten Methode die Werte geringfügig geringer ausfallen. Wie anhand der geringen mittleren Mikrobewegungen vermutet, spielen die unterschiedlichen Grenzen der Relativbewegungen hier praktisch keine Rolle. Die geringsten Grade der Osseointegration treten bei den Modellen mit $d = 1\text{mm}$ und $E = 10\text{MPa}$ mit 21,7% (DPAH) und 22,8% (DPVM) für das Mikrobewegungslimit von $50\mu\text{m}$ auf. Für die Grenze von $100\mu\text{m}$ werden noch Werte von 28,1% (DPAH) und 31,5% (DPVM) erreicht. Die Ergebnisse beider Modelle unterscheiden sich im Parameterraum nur geringfügig, wobei die größten Unterschiede für große Interfacedicken und geringe E-Moduln auftreten. Hier fällt auch der Unterschied zwischen den Grenzwerten für die Mikrobewegungen am deutlichsten aus.

Die für diesen Zustand der abgeschlossenen Osseointegration berechneten Mittelwerte der Mikrobewegungen sind in Abbildung 7.6a für das Artificial Hardening und in Abbildung 7.6b für die gemischte Methode dargestellt. Im Vergleich zu Abbildung 7.4 sind die Mikrobewegungen durch die Osseointegration und der damit verbundenen Evolution der Materialeigenschaften des Interface deutlich verringert worden. Für beide Osseointegrationsmodelle gilt, dass die verbleibenden Mikrobewegungen mit sinkendem E-Modul und steigender Dicke des Interface deutlich ansteigen. Hierbei liegt ein deutlich nichtlinearer Zusammenhang vor. Die beim gemischten Modell auftretenden Mikrobewegungen sind dabei geringfügig größer. Für die Parameter $d = 1\text{mm}$ und $E = 10\text{MPa}$ verringern sich die Mikrobewegungen beim DPAH-Modell zwischen 59% ($50\mu\text{m}$ -Limit) und 74% ($100\mu\text{m}$ -Limit). Beim DPVM-Modell liegen diese Werte bei



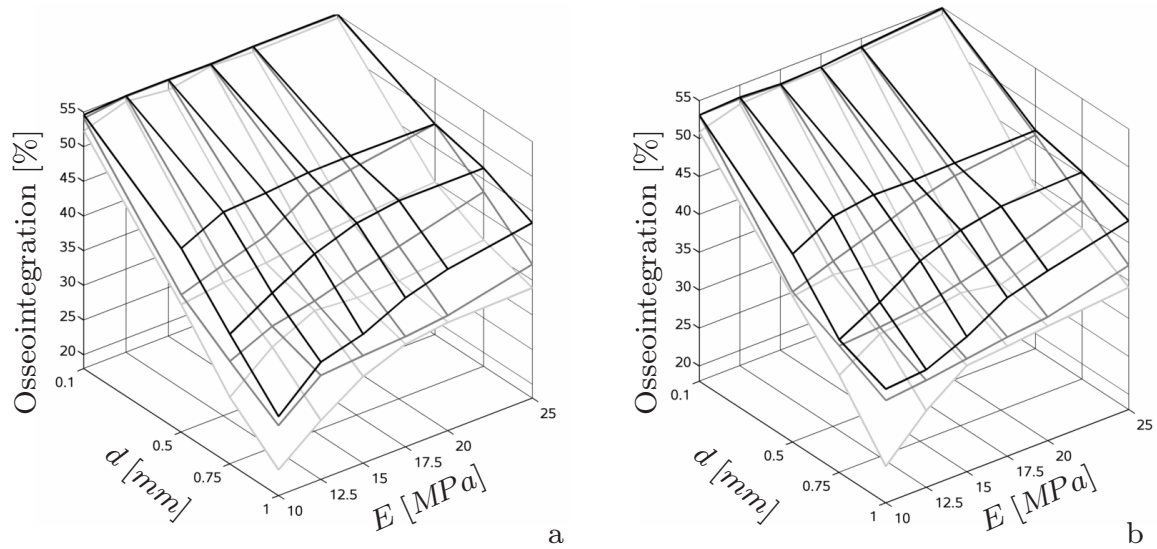


Abbildung 7.5: Osseointegration in Prozent der Fläche des Interfaces für Artificial Hardening (a) und die gemischte Methode (b) über die Dicke d und den E-Modul E des Interface. Grenzwerte der Mikrobewegungen für die Osseointegration von 50 μm (hellgrau), 75 μm (grau) und 100 μm (schwarz).

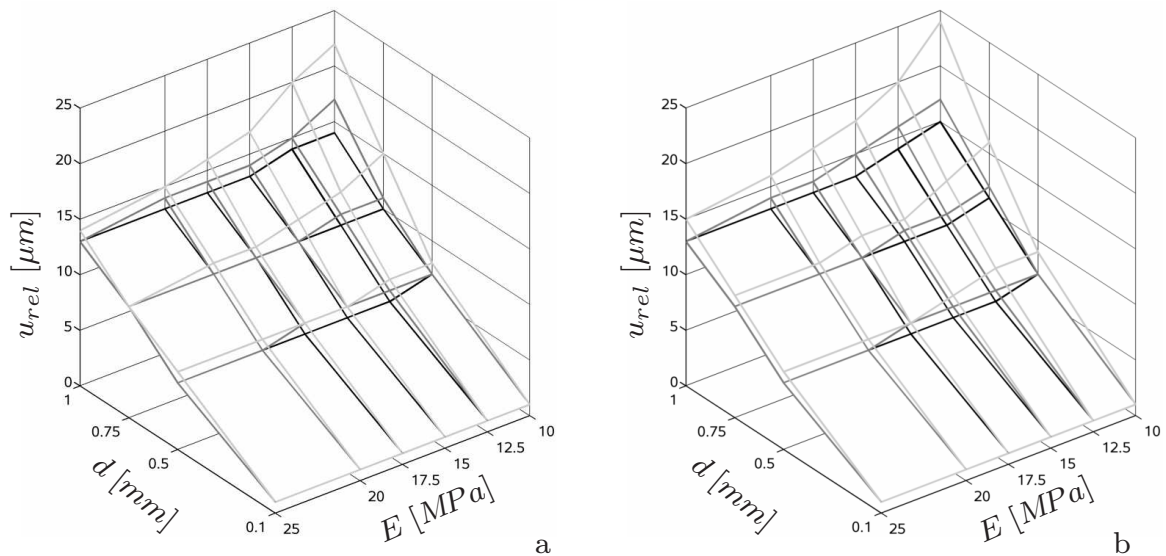


Abbildung 7.6: Mittlere Mikrobewegungen im Interface am Ende des Osseointegrationsprozesses für Artificial Hardening (a) und die gemischte Methode (b) über die Dicke d und den E-Modul E des Interface. Grenzwerte der Mikrobewegungen für die Osseointegration von 50 μm (hellgrau), 75 μm (grau) und 100 μm (schwarz).

56% bzw. 72%. Bei den Modellen mit einer Interfacedicke von $0,1\text{mm}$ gehen die Mikrobewegungen für beide Osseointegrationsmodelle bei allen Mikrobewegungsgrenzen durchschnittlich um 90% zurück. Insgesamt verhalten sich beide Osseointegrationsmodelle in diesem Punkt nahezu identisch.

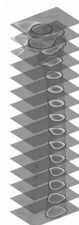
Die Gebiete der Osseointegration und die Verteilung der Mikrobewegungen im Interface sollen im Folgenden für unterschiedliche Parameterkombinationen anhand einiger Beispiele diskutiert werden. Die Parameterkombinationen werden hier der Übersichtlichkeit halber abgekürzt. Eine Berechnung mit der gemischten Methode und den Parametern $E = 10\text{MPa}$, $d = 0.5\text{mm}$ und einem Mikrobewegungslimit von $u_{rel}^{max} = 100\mu\text{m}$ wird als $E10/d0.5/u100_{DPVM}$ abgekürzt. Bei Berechnungen, die jeweils für alle Werte eines Parameters (z.B. dem Mikrobewegungslimit) gelten, wird der Parameter weggelassen, z.B. $E10/d0.5_{DPVM}$.

In Abbildung 7.7 sind die Mikrobewegungen im Knochen-Prothesen-Interface vor der ersten Osseointegrationsiteration für die Parameterkombinationen $E10/d1.0$, $E25/d1.0$, $E17.5/d0.5$, $E10/d0.1$ und $E25/d0.1$ abgebildet. Die obere Reihe zeigt das Interface in anteroposteriorer Ansicht. Die untere Reihe ist in posteroanteriorer Ansicht dargestellt. Die gewählten Parameterkombinationen decken die Ränder des Parameterraumes ab; mit $E17.5/d0.5$ um eine mittlere Parameterkombination ergänzt. Die Verteilungen der postoperativen Mikrobewegungen sind in allen Fällen qualitativ gleich. Die auftretenden Wertebereiche der Mikrobewegungen sind jedoch teils deutlich unterschiedlich. Die größten Relativbewegungen treten dabei im proximalen medialen Bereich auf. Diese erstrecken sich in distaler anteriorer Richtung und nehmen dabei kontinuierlich ab. Weiterhin treten erhöhte Mikrobewegungen im lateralen, distalen Bereich auf.

Diese Verteilungen sind auf der einen Seite durch die verwendeten Lasten zu erklären. Die in Kapitel 6.2 ermittelten Lasten wirken hauptsächlich in vertikaler Richtung, vgl. Abb. 6.4b. Das Implantat wird dadurch im Schenkelhals auf die mediale Kortikalis gedrückt und stützt sich an der lateralen Kortikalis ab.

Auf der anderen Seite sind die auftretenden Verteilungen der Mikrobewegungen sehr stark von dem das Interface umgebenden Gewebe abhängig. Abbildung 7.11 zeigt schwarz markiert die das Interface umgebenden Bereiche kortikalen Knochens. Diese stimmen mit den Bereichen erhöhter Mikrobewegungen überein, wie man es am deutlichsten in Abbildung 7.7a der $E10/d1.0$ -Simulation erkennt. Dieser Umstand ist durch die sehr unterschiedlichen Steifigkeiten der beteiligten Materialgruppen bedingt. In den in Abbildung 7.11 schwarz markierten Gebieten, die von kortikalem Knochen umgeben sind, befindet sich das im postoperativen Zustand sehr weiche Interface zwischen zwei deutlich steiferen Materialien. Bei Belastung der Prothese wird in diesen Bereichen vorwiegend das Interface deformiert. In den Bereichen, die nicht von kortikalem Knochen umgeben sind, grenzt nur die Prothese als sehr steifes Material an das Interface. Das Interface wird in diesen Bereichen überwiegend vom Markraum umgeben. Bei Belastung werden diese das Interface umgebenden Bereiche durch ihre sehr geringe Steifigkeit mit deformiert, so dass kaum Relativbewegungen auftreten.

Wie schon in Abbildung 7.4 abzulesen ist, treten bei den $d1.0$ -Modellen die größten postoperativen Mikrobewegungen auf. Die Mikrobewegungen sind im Mittel bei der $E25/d1.0$ -Kombination um 43% geringer als bei $E10/d1.0$, die hier als Referenz dienen soll. Die Parameterkombination mit den nächst geringeren Relativbewegungen ist $E17.5/d0.5$. Sie liegt 60% unter der Referenz. Eine Verringerung der Interfacedicke von 1mm auf $0,1\text{mm}$ bringt bei der $E10/d0.1$ -Simulation eine Reduktion der Relativbewegungen um 80%. Bei dem Pendant mit einem E-Modul von $E = 25\text{MPa}$ bringt die Verringerung der Interfacedicke auf $0,1\text{mm}$ eine Minderung der Relativbewegungen



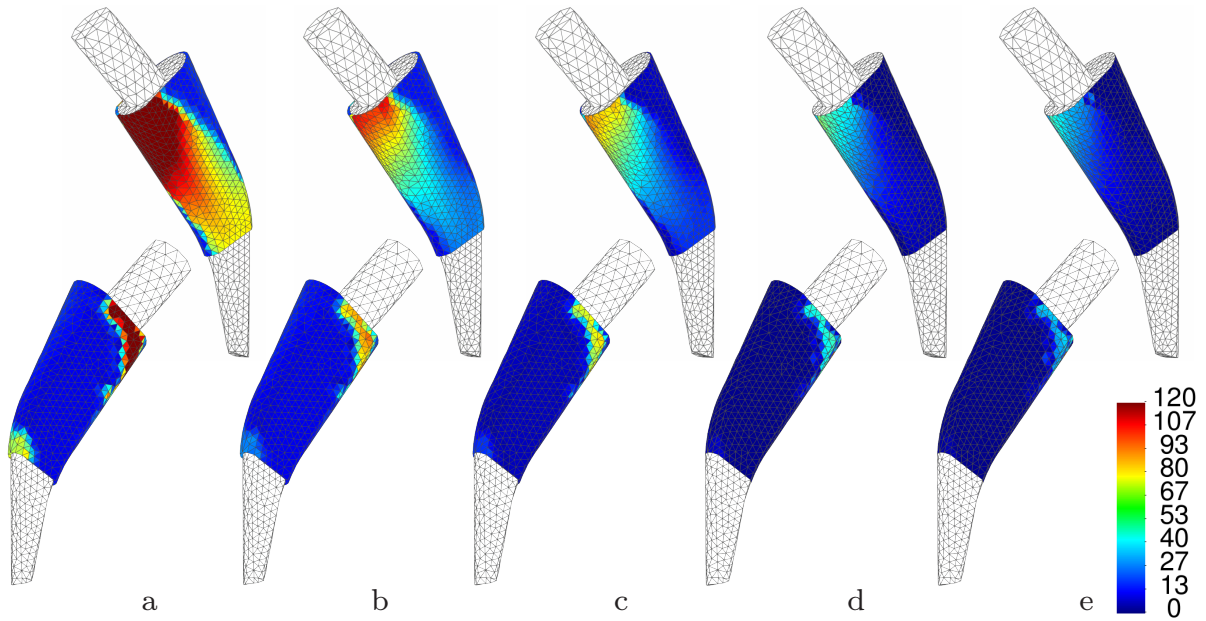


Abbildung 7.7: Postoperative Mikrobewegungen [μm] im Knochen-Prothesen-Interface für beide Osseintegrationsmodelle. Dargestellt sind die Parameterkombinationen $E10/d1.0$ (a), $E25/d1.0$ (b), $E17.5/d0.5$ (c), $E10/d0.1$ (d) und $E25/d0.1$ (e).

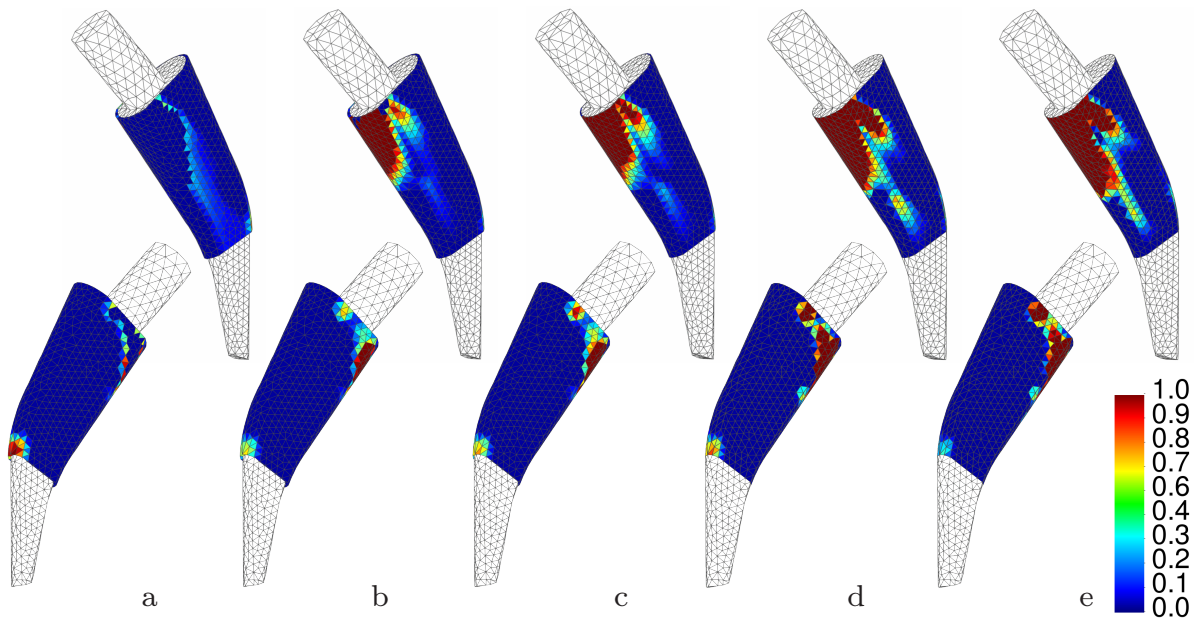


Abbildung 7.8: Osseintegration im Knochen-Prothesen-Interface für beide Osseintegrationsmodelle und ein Mikrobewegungslimit von $100\mu\text{m}$ in der ersten Iteration der äußeren Schleife. Dargestellt sind die Parameterkombinationen $E10/d1.0/u100$ (a), $E25/d1.0/u100$ (b), $E17.5/d0.5/u100$ (c), $E10/d0.1/u100$ (d) und $E25/d0.1/u100$ (e).

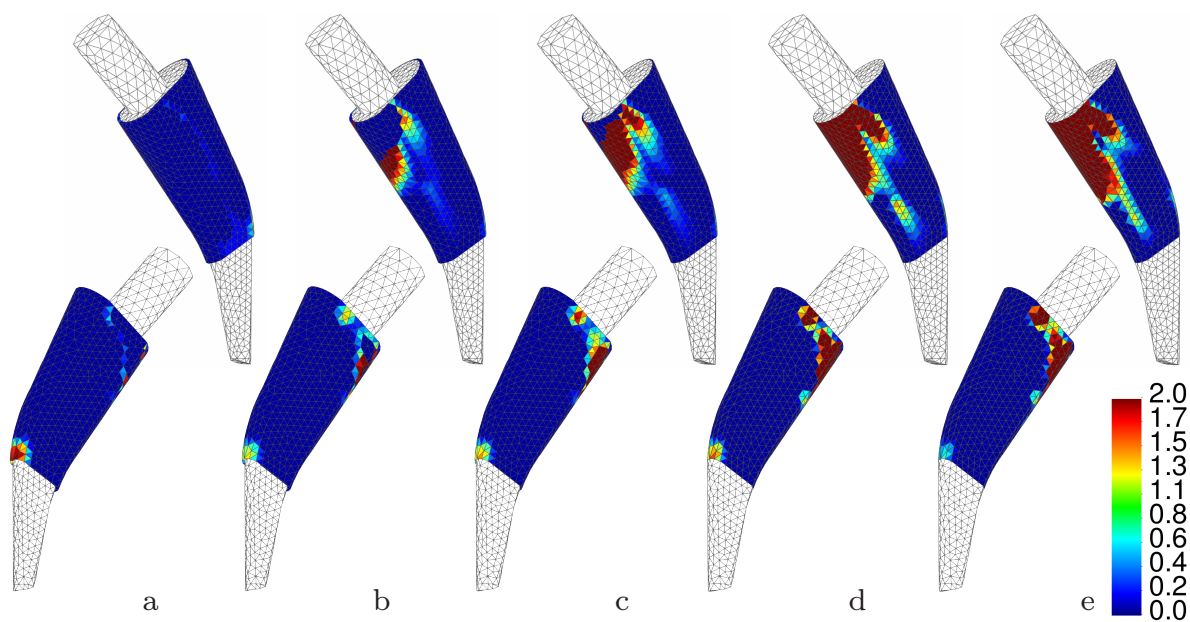


Abbildung 7.9: Osseointegration im Knochen-Prothesen-Interface für beide Osseointegrationsmodelle und ein Mikrobewegungslimit von $75\mu\text{m}$ in der ersten Iteration der äußeren Schleife. Dargestellt sind die Parameterkombinationen $E10/d1.0/u75$ (a), $E25/d1.0/u75$ (b), $E17.5/d0.5/u75$ (c), $E10/d0.1/u75$ (d) und $E25/d0.1/u75$ (e).

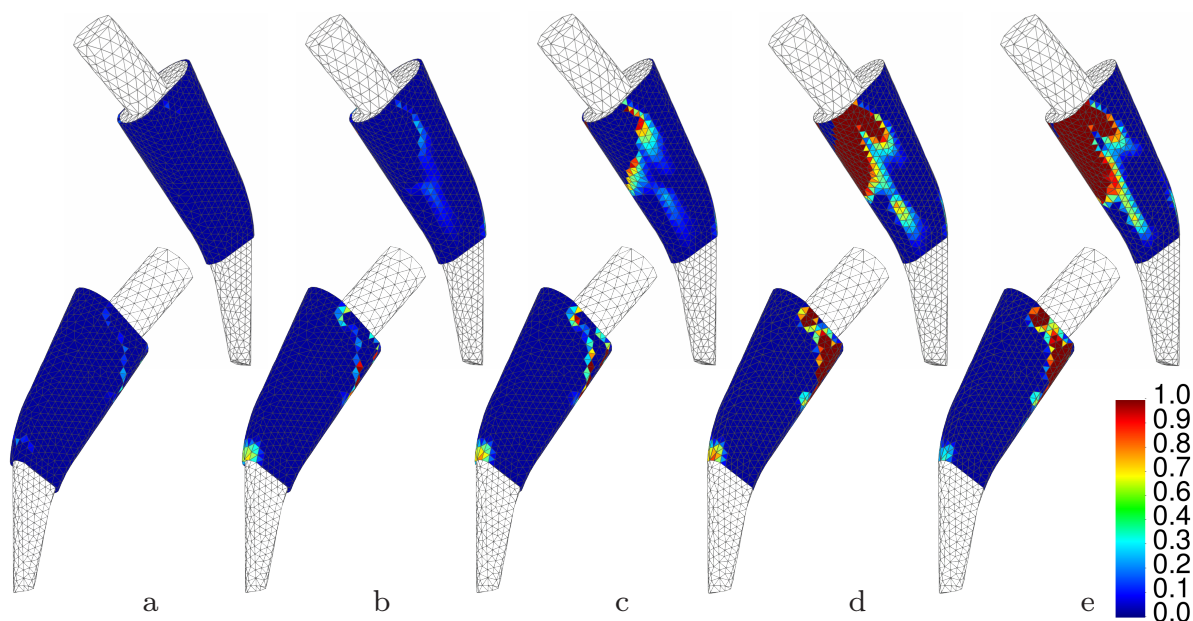
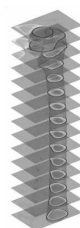


Abbildung 7.10: Osseointegration im Knochen-Prothesen-Interface für beide Osseointegrationsmodelle und ein Mikrobewegungslimit von $50\mu\text{m}$ in der ersten Iteration der äußeren Schleife. Dargestellt sind die Parameterkombinationen $E10/d1.0/u50$ (a), $E25/d1.0/u50$ (b), $E17.5/d0.5/u50$ (c), $E10/d0.1/u50$ (d) und $E25/d0.1/u50$ (e).



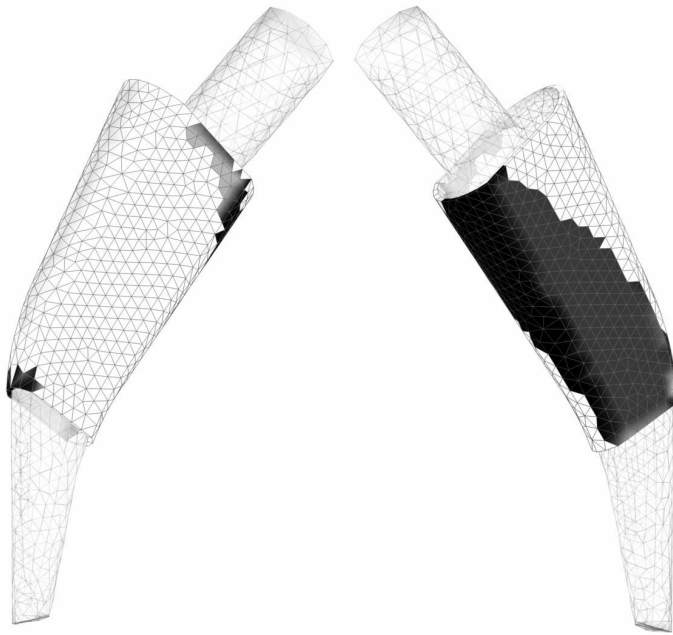


Abbildung 7.11:

An das Interface angrenzende Bereiche kortikalen Knochens (schwarz) in den Ansichten posteroanterior und antero-posterior.

um 74% und 85% zur Referenz. Die vorgestellten Parameterkombinationen sind damit von weichen Interfacekonfigurationen (Abb. 7.4a,b) zu relativ steifen Konfigurationen (Abb. 7.4d,e) sortiert. Die Interfacedicke hat generell einen sehr großen Einfluss auf die im Interface auftretenden Mikrobewegungen. Der Einfluss des E-Moduls spielt erst bei größer werdender Interfacedicke eine Rolle, wie auch Abbildung 7.4 zu entnehmen ist.

Die Bereiche erhöhter Relativbewegungen hängen also vom umgebenden Gewebe ab. Die Verteilung in diesen Bereichen von der Lastrichtung. Es liegt nahe, dass auch der Stimulus in den Bereichen erhöhter Relativbewegungen größer ist als in den restlichen Bereichen. Dieses ist bereits in Abbildung 6.5 dargestellt.

In den Abbildungen 7.8, 7.9 und 7.10 ist die in der ersten Iteration der äußeren Schleife (vgl. Abbildung 7.3) berechnete Osseointegration für die Mikrobewegungslimits von $100\mu\text{m}$, $75\mu\text{m}$ und $50\mu\text{m}$ dargestellt. Die gewählten Parameterkombinationen entsprechen dabei den zuvor diskutierten. Da in der ersten Osseointegrationsiteration beide Modelle das Drucker-Prager-Material mit gleichen Parametern aufweisen, sind die Ergebnisse im ersten Schritt für beide Modelle identisch.

Abbildung 7.8 zeigt mit einem Limit von $100\mu\text{m}$ die Berechnungen mit der geringsten Osseointegrationsrestriktion. Die Osseointegration der Parameterkombinationen $E17.5/d0.5/u100$, $E10/d0.1/u100$ und $E25/d0.1/u100$ (Abb. 7.8c-e) wird durch dieses Limit nicht eingeschränkt; es treten keine Mikrobewegungen über $100\mu\text{m}$ auf, vgl. Abb. 7.7c-e. Die verschieden starke Ausprägung der Osseointegration in der ersten Iteration ist zum einen durch die unterschiedlichen E-Moduln und die unterschiedliche Interfacedicke zu erklären. Beide Parameter beeinflussen die Schubsteifigkeit des Interface, wie es schon indirekt über die mittleren Mikrobewegungen in Abbildung 7.4 zu sehen ist. Die steigende Schubsteifigkeit bei steigendem E-Modul und geringer werdender Dicke verursacht auch ein Ansteigen des Stimulus. Bei Berechnung $E25/d1.0/u100$ wird das Limit nur im medialen proximalen Teil überschritten, was sich dadurch äußert, dass dort keine Osseointegration stattfindet. Die sehr ausgeprägten Relativbewegungen des $E10/d1.0/u100$ -Modells bewirken eine großflächige Restriktion der Osseointegration im medialen Bereich. Es findet nur eine leichte Os-

seointegration um diesen Bereich herum statt. Im Vergleich der unterschiedlichen Parameterkombinationen fällt auf, dass die Osseointegration im distalen, lateralen Bereich bei den eher schubweichen Parameterkombinationen stärker ausgeprägt ist während der ersten Osseointegrationsiteration.

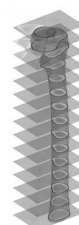
Die Ergebnisse für die Mikrobewegungslimits von $75\mu m$ (Abb. 7.9) stehen in Analogie zu den vorigen Ergebnissen. Hier greifen die Osseointegrationsrestriktionen jedoch auch schon bei etwas steiferen Parameterkombinationen. Bei den Modellen $E25/d0.1/u75$ und $E10/d0.1/u75$ (Abb. 7.9d,e) treten noch keine Überschreitungen des Limits auf, wodurch die Ergebnisse denen der Berechnung mit einem Limit von $100\mu m$ entsprechen. Bei der Berechnung mit $E17.5/d0.5/u75$ (Abb. 7.9c) treten nun im proximalen medialen Bereich zu große Mikrobewegungen auf. Beim $E25/d1.0/u75$ -Modell (Abb. 7.9b) fällt schon ein Großteil der osseointegrationsfähigen Bereiche unter die Restriktion und beim $E10/d1.0/u75$ -Modell (Abb. 7.9a) ist die Osseointegration im medialen Bereich praktisch vollständig unterbunden.

Für Ergebnisse mit dem Limit von $50\mu m$ in Abbildung 7.10 setzt sich der Trend der vorigen Berechnungen fort. Selbst beim $E25/d0.1/u50$ -Modell (Abb. 7.10e) überschreitet ein kleiner, proximo-medialer Bereich das Mikrobewegungslimit. Für die $E25/d1.0/u50$ -Simulation (Abb. 7.10b) ist nun auch kaum noch eine Osseointegration im medialen Bereich möglich und beim $E10/d1.0/u50$ -Modell tritt die Restriktion nun sogar im distalen, lateralen Bereich ein.

In Abbildung 7.12 und 7.13 sind die Ergebnisse der letzten Osseointegrationsiteration mit dem Mikrobewegungslimit von $100\mu m$ für das Artificial Hardening und die gemischte Methode dargestellt. Es fällt auf, dass sich die Ergebnisse beider Methoden praktisch nicht unterscheiden. Dieses ist auch an der prozentualen Osseointegration der unterschiedlichen Parameterkombinationen in Abbildung 7.5 abzulesen. Nur bei der Kombination $E10/d1.0/u100$ in den Abbildungen 7.12a bzw. 7.13a tritt ein sichtbarer Unterschied zwischen beiden Methoden auf. Die flächenmäßigen Osseointegrationsgrade betragen in diesem Fall 29,4% beim Artificial Hardening gegenüber 33,0% bei der gemischten Methode. Im Interface ist der Unterschied von 3,6 Prozentpunkten kaum sichtbar. Einzig im proximalen, anterioren Bereich sieht man eine Abweichung. Der Unterschied bei den restlichen Simulationen beträgt durchschnittlich nur 0,7 Prozentpunkte. Auch bei den Osseointegrationsmustern im Interface ist ein Unterschied praktisch nur im proximalen, anterioren Bereich erkennbar, vgl. Abbildungen 7.12c-e bzw. 7.13c-e. Es ist offensichtlich, dass die Simulation der Osseointegration im Rahmen dieses Gesamtmodells wenig sensitiv hinsichtlich der Materialbeschreibung des Interfaces ist. Dieser Umstand liegt auch darin begründet, dass beide Osseointegrationsmodelle über die gesamte Bandbreite der Osseointegrationsgrade ein ähnliches Materialverhalten aufweisen, wie in Kapitel 4.8 gezeigt wurde.

Die berechneten Osseointegrationsmuster stehen in Analogie zur ersten Iteration, vgl. Abb. 7.8. Die steiferen Interfacekonfigurationen zeigen eine ausgeprägtere Osseointegration als die Weicheren. Dabei breiten sich die anfänglichen Osseointegrationsbereiche vom proximo-medialen Bereich weiter distal in die anterioren und posterioren Bereiche, aber auch lateral aus. Die sehr stark ausgeprägte Osseointegrationsrestriktion beim $E10/d1.0/u100$ -Modell bewirkt eine Osseointegration um die medialen Bereiche herum, wie in Abbildung 7.12a bzw. 7.13a zu sehen ist. Auch dieses relativ weiche Interface zeigt noch eine gewisse Osseointegration und eine Reduktion der anfänglichen Mikrobewegungen um 74% (DPAH) bzw. 72% (DPVM).

Ein Vergleich der Osseointegrationsmuster der unterschiedlichen Parameterkombinationen zeigt, dass vorwiegend zwei verschiedene Muster auftreten. Die Osseointegrationsmuster der Modelle mit $0,1mm$ Interfacedicke sind sich trotz deutlich unter-



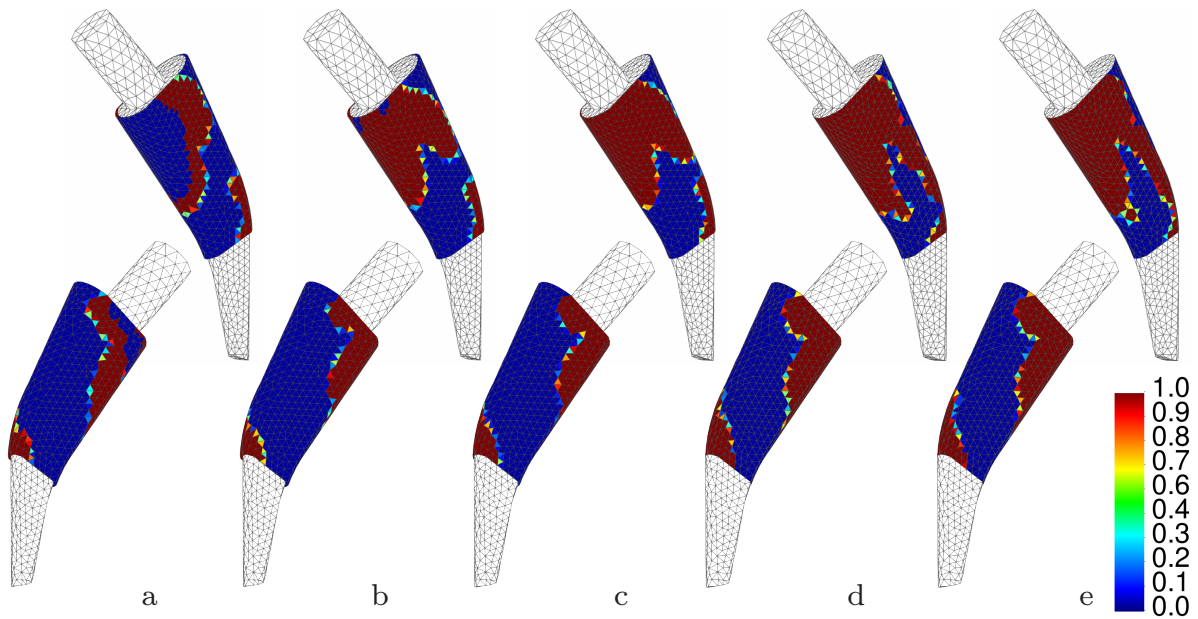


Abbildung 7.12: Osseointegration im Knochen-Prothesen-Interface für das Artificial Hardening und ein Mikrobewegungslimit von $100\mu\text{m}$ in der letzten Iteration der äußeren Schleife. Dargestellt sind die Parameterkombinationen $E10/d1.0/u100_{\text{DPAH}}$ (a), $E25/d1.0/u100_{\text{DPAH}}$ (b), $E17.5/d0.5/u100_{\text{DPAH}}$ (c), $E10/d0.1/u100_{\text{DPAH}}$ (d) und $E25/d0.1/u100_{\text{DPAH}}$ (e).

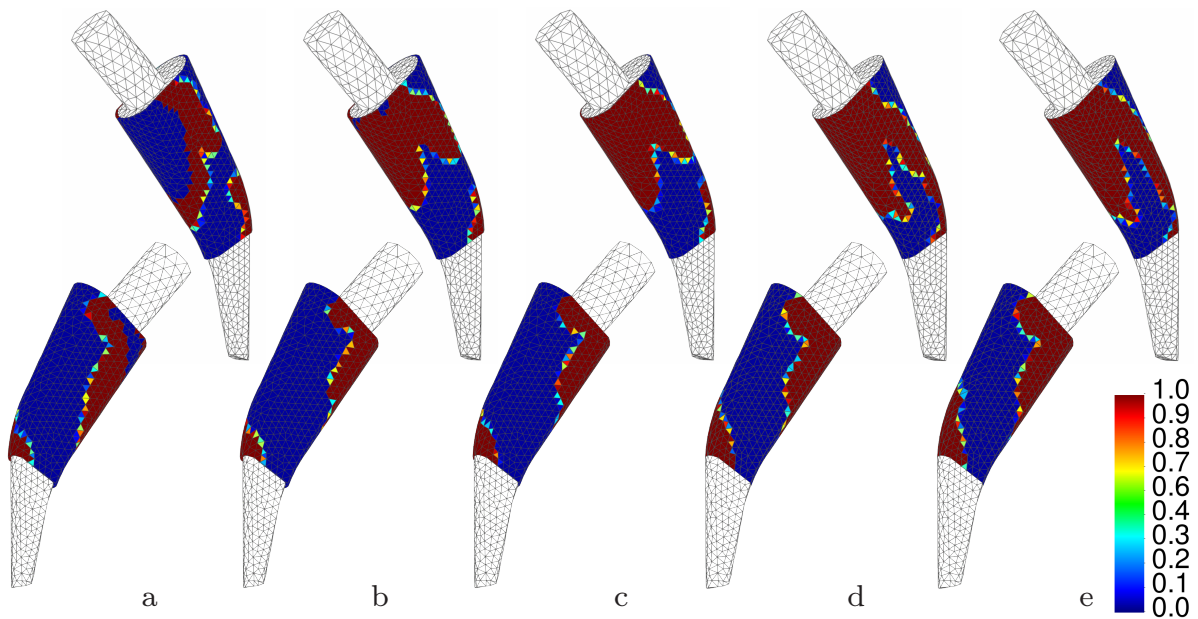


Abbildung 7.13: Osseointegration im Knochen-Prothesen-Interface für die gemischte Methode und ein Mikrobewegungslimit von $100\mu\text{m}$ in der letzten Iteration der äußeren Schleife. Dargestellt sind die Parameterkombinationen $E10/d1.0/u100_{\text{DPVM}}$ (a), $E25/d1.0/u100_{\text{DPVM}}$ (b), $E17.5/d0.5/u100_{\text{DPVM}}$ (c), $E10/d0.1/u100_{\text{DPVM}}$ (d) und $E25/d0.1/u100_{\text{DPVM}}$ (e).

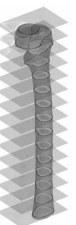
schiedlichem E-Modul sehr ähnlich. Die Osseointegration findet medial bis weit in distale Richtung statt und der proximale, anteriore Osseointegrationsbereich ist mit dem distalen, lateralen Bereich verbunden. Bei den übrigen Kombinationen sind diese Osseointegrationsbereiche nicht verbunden und die Osseointegration tritt auch nicht so weit distal im medialen Bereich auf. Es ist anzunehmen, dass die Verbindung der proximalen, anterioren mit den distalen, lateralen Bereichen bei einer Interfacedicke zwischen $0,1$ und $0,5\text{mm}$ verschwindet. Aufgrund der Ähnlichkeit der Ergebnisse bei der Osseointegrationsmodelle werden die folgenden Ergebnisse nur für das Artificial Hardening gezeigt.

In Abbildung 7.14 sind die Ergebnisse der letzten Osseointegrationsiteration mit einem Mikrobewegungslimit von $75\mu\text{m}$ abgebildet. Die Ergebnisse der Berechnungen mit den Kombinationen $E10/d0.1/u75_{\text{DPAH}}$ und $E25/d0.1/u75_{\text{DPAH}}$ (Abb. 7.14d,e) entsprechen den Ergebnissen mit einem Limit von $100\mu\text{m}$, da hier die Osseointegrationrestriktion noch nicht greift. Bei dem $E17.5/d0.5/u75_{\text{DPAH}}$ -Modell (Abb. 7.14c) treten Osseointegrationbeschränkungen im proximo-medialen Bereich auf. Das restliche Osseointegrationsmuster ändert sich im Vergleich zum $100\mu\text{m}$ -Limit jedoch praktisch nicht. Ähnliches gilt für die Kombination $E25/d1.0/u75_{\text{DPAH}}$ (Abb. 7.14b). Die bei den vorigen Ergebnissen noch sehr geringen Bereiche überschrittenen Mikrobewegungslimits weiten sich hier aus, wobei sich aber auch hier das restliche Osseointegrationsmuster nicht verändert. Einzig beim $E10/d1.0/u75_{\text{DPAH}}$ -Modell (Abb. 7.14a) wird die Osseointegration medial so großflächig beschränkt, dass hier im Vergleich zum $100\mu\text{m}$ -Limit eine Umverteilung der Beanspruchung stattfindet. Davon ist jedoch nur der anteriore Bereich betroffen. Hier tritt Osseointegration nun vermehrt in lateraler und distaler Richtung auf.

Die Ergebnisse für das $50\mu\text{m}$ Mikrobewegungslimit sind in Abbildung 7.15 dargestellt. Hier treten in allen Modellen Überschreitungen des $50\mu\text{m}$ -Limits auf, wobei bei der Kombination $E25/d0.1/u50_{\text{DPAH}}$ (Abb. 7.15e) nur vereinzelte Elemente betroffen sind. Das $E10/d0.1/u50_{\text{DPAH}}$ -Modell (Abb. 7.15d) ist nur geringfügig betroffen, weswegen sich auch hier das restliche Osseointegrationsmuster nicht verändert. Bei der Parameterkombination $E17.5/d0.5/u50_{\text{DPAH}}$ (Abb. 7.15c) ist der restringierte mediale Bereich bereits so ausgedehnt, dass sich hier der mediale Osseointegrationsbereich im Vergleich zur Berechnung mit dem $75\mu\text{m}$ -Limit geringfügig weiter distal ausbreitet. Der flächenmäßige Osseointegrationsgrad verringert sich hier von $45,3\%$ beim $75\mu\text{m}$ -Limit auf $38,6\%$. Durch die Verlagerung des Osseointegrationsbereiches weg von den restringierten Bereichen kann das Wegfallen der proximo-medialen Bereiche für die Osseointegration nicht kompensiert werden. Das $E25/d1.0/u50_{\text{DPAH}}$ -Modell (Abb. 7.15b) verhält sich analog. Der flächenmäßige Osseointegrationsgrad verringert sich hier von $37,3\%$ ($75\mu\text{m}$ -Limit) auf $33,9\%$.

Bei der schubweichsten Parameterkombination $E10/d1.0/u50_{\text{DPAH}}$ (Abb. 7.15a) fällt die Osseointegrationsbegrenzung noch wesentlich deutlicher aus. Hier tritt im anterioren Bereich kaum noch Einwachsverhalten auf. Zusätzlich ist nun noch der distale, laterale Bereich betroffen, wobei sich das Osseointegrationsgebiet um die restringierten Gebiete ausweitet. Der Osseointegrationsgrad beträgt dabei nur noch $21,7\%$ des Interfaces im Gegensatz zu $28,1\%$ beim $75\mu\text{m}$ -Limit.

Im Folgenden sollen jeweils der Einfluss des E-Moduls im Interface und der Einfluss der Interfacedicke diskutiert werden. Dazu wurden in Abbildung 7.16 die Osseointegrationsvorhersage für unterschiedliche E-Moduln bei eine Interfacedicke von $0,5\text{mm}$ und in Abbildung 7.17 die Osseointegrationsvorhersage für die unterschiedlichen Interfacedicken bei einem E-Modul von $17,5\text{MPa}$ verglichen. Beide Vergleiche wurden für ein Mikrobewegungslimit von $75\mu\text{m}$ durchgeführt.



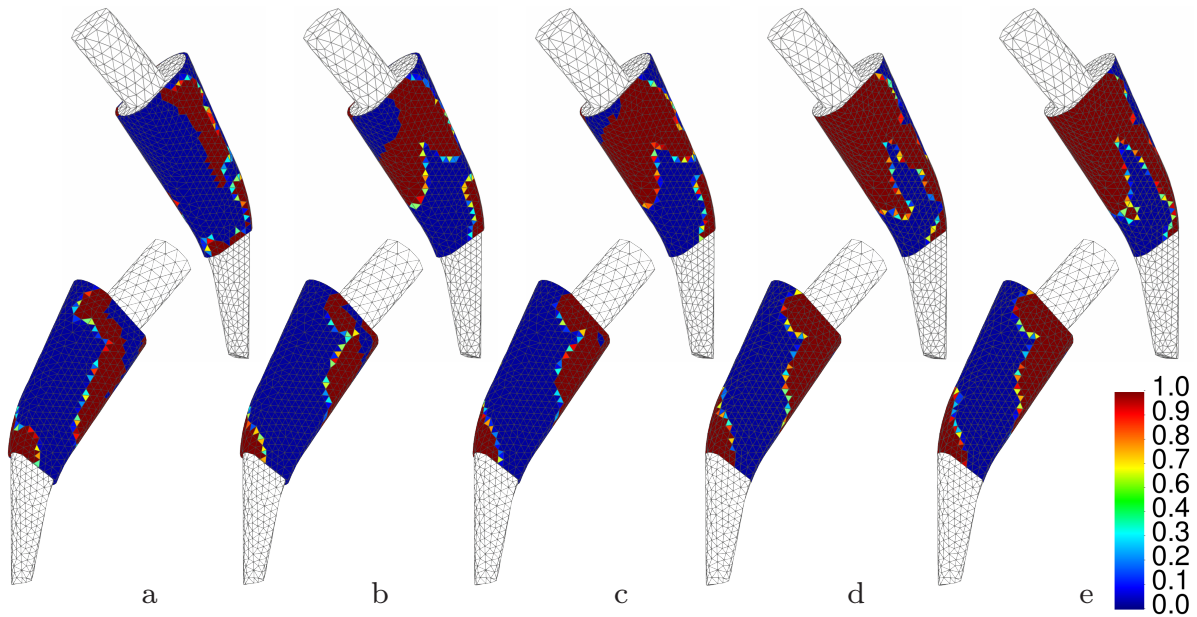


Abbildung 7.14: Osseointegration im Knochen-Prothesen-Interface für das Artificial Hardening und ein Mikrobewegungslimit von $75\mu\text{m}$ in der letzten Iteration der äußeren Schleife. Dargestellt sind die Parameterkombinationen $E10/d1.0/u75_{\text{DPAH}}$ (a), $E25/d1.0/u75_{\text{DPAH}}$ (b), $E17.5/d0.5/u75_{\text{DPAH}}$ (c), $E10/d0.1/u75_{\text{DPAH}}$ (d) und $E25/d0.1/u75_{\text{DPAH}}$ (e).

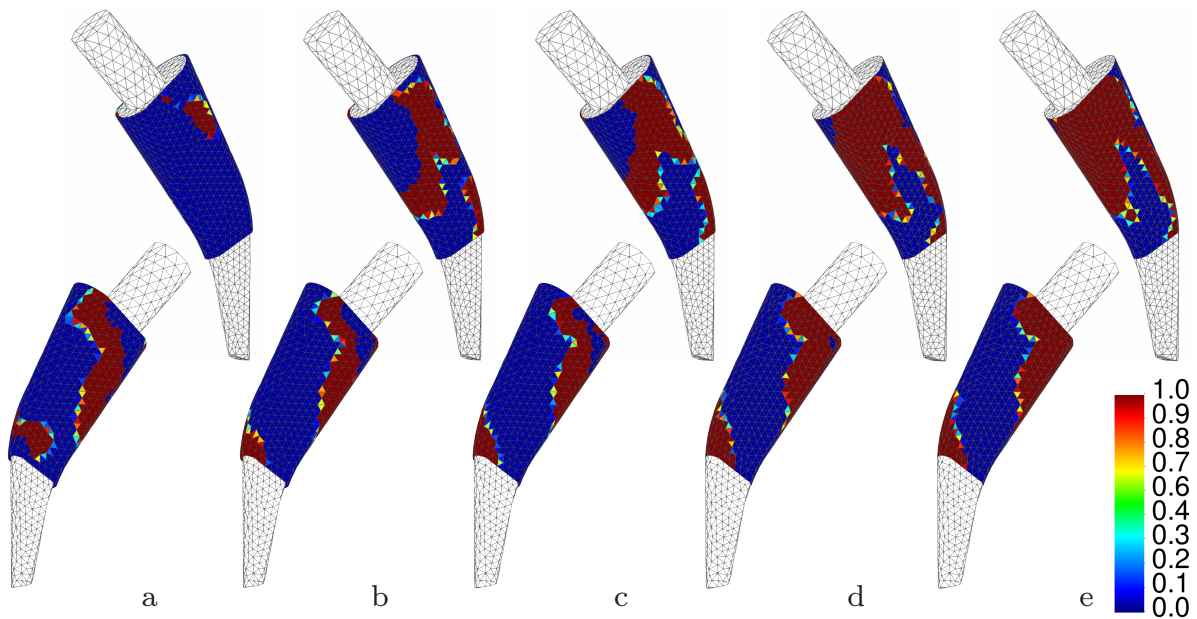


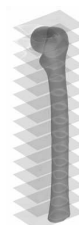
Abbildung 7.15: Osseointegration im Knochen-Prothesen-Interface für das Artificial Hardening und ein Mikrobewegungslimit von $50\mu\text{m}$ in der letzten Iteration der äußeren Schleife. Dargestellt sind die Parameterkombinationen $E10/d1.0/u50_{\text{DPAH}}$ (a), $E25/d1.0/u50_{\text{DPAH}}$ (b), $E17.5/d0.5/u50_{\text{DPAH}}$ (c), $E10/d0.1/u50_{\text{DPAH}}$ (d) und $E25/d0.1/u50_{\text{DPAH}}$ (e).

Beim Vergleich des Einflusses des E-Moduls auf die Osseointegrationsvorhersage tritt bei der steifsten Konfiguration $E25/d0.5/u75_{\text{DPAH}}$ (Abb. 7.16e) nur in vereinzelt Elementen im proximo-medialen Bereich eine Überschreitung des Mikrobewegungslimits auf. Die Osseointegration findet hier also praktisch unbeschränkt statt und es wird ein Osseointegrationsgrad von 48,4% erreicht. Mit der Verringerung des E-Moduls auf 20MPa weitet sich der osseointegrationsbeschränkte Bereich geringfügig aus (Abb. 7.16d) und der Osseointegrationsgrad sinkt auf 46,5%. Eine weitere Reduktion des E-Moduls auf 15MPa (Abb. 7.16c) verursacht eine stärkere Ausbreitung des restringierten Bereichs. Hier ist nun auch der proximale, posteriore Bereich betroffen und der Osseointegrationsgrad beträgt nur noch 41,5%. Das Osseointegrationsmuster bleibt, ausgenommen der restringierten Bereiche, noch gleich. Auch bei einem E-Modul von $12,5\text{MPa}$ (Abb. 7.16b) und einem Osseointegrationsgrad von 39,8% tritt trotz einem weiter wachsenden restringierten Bereich noch keine Veränderung des Osseointegrationsmusters auf. Erst bei der weichsten Parameterkombination $E10/d0.5/u75_{\text{DPAH}}$ (Abb. 7.16a) wird eine geringfügige Veränderung des Osseointegrationsmusters im anterioren, lateralen Bereich sichtbar. Der Osseointegrationsgrad beträgt hierbei noch 37,8%. Osseointegrationsgrad und E-Modul stehen hierbei in einem nichtlinearen Zusammenhang.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass der E-Modul des Interface praktisch keine Auswirkung auf das Osseointegrationsmuster an sich hat. Indirekt kann bei geringem E-Modul allerdings durch einen sehr ausgeprägten osseointegrationsrestringierten Bereich eine Umverteilung der Beanspruchung im Interface auftreten, so dass sich das Osseointegrationsmuster dadurch verändert und das Interface stabilisiert, wie es z.B. im Vergleich der Abbildungen 7.12a und 7.12b zu sehen ist.

Ein Vergleich der Osseointegrationsvorhersagen bei unterschiedlichen Interfacedicken zeigt eine analoge Ausbreitung der restringierten Bereiche bei steigender Dicke, also weicherer Interfacekonfiguration. Dieser Umstand ist durch die stark verwandten Mikrobewegungsmuster in der ersten Osseointegrationsiteration begründet, welche sich je nach Steifigkeit der Interfacekonfiguration nur ihrer Magnitude unterscheiden, vgl. Abb. 7.7. Bei Variation der Interfacedicke tritt jedoch, wie schon zuvor bemerkt, eine Änderung des Osseointegrationsmusters auf. Bei Änderung der Interfacedicke von $0,1\text{mm}$ (Abb. 7.17d) auf $0,5\text{mm}$ (Abb. 7.17c) tritt keine Verbindung der distalen, lateralen mit den proximalen, anterioren Osseointegrationsbereichen mehr auf. Auch die Osseointegration im medialen Bereich findet nicht mehr so weit distal statt. Der flächenmäßige Osseointegrationsgrad sinkt von 54,8% auf 41,6%. Bei weiterer Erhöhung der Dicke auf $0,75\text{mm}$ (Abb. 7.17b) bzw. 1mm (Abb. 7.17a) verändert sich das Muster nur noch vergleichsweise geringfügig, abgesehen von der zunehmenden Osseointegrationsrestriktion. Die mittlere Osseointegration im Interface beträgt dann noch 36,8% bzw. 33,9%. Der Zusammenhang zwischen Osseointegrationsgrad und Interfacedicke ist in diesem Fall deutlich nichtlinear.

In der hier diskutierten Parameterstudie wurde der Einfluss verschiedener Parameter des Knochen-Prothesen-Interfaces auf die mechanisch stimulierte Osseointegration überprüft. Dabei wurden die Auswirkungen auf die auftretenden Mikrobewegungen, die einen limitierenden Faktor für die Osseointegration darstellen, und die Osseointegration selbst untersucht. Es zeigte sich, dass Mikrobewegungen und Osseointegration deutlich und nichtlinear von Interfaceparametern abhängen, die die Schubsteifigkeit des Interface beeinflussen. Der noch unbekannt Grenzwert nicht zu überschreitender Relativbewegungen im Interface spielt erst bei schubweicheren Interfacekonfigurationen eine größere Rolle. Damit können einige Schlüsse über die mechanisch regulierte Osseointegration gezogen werden:



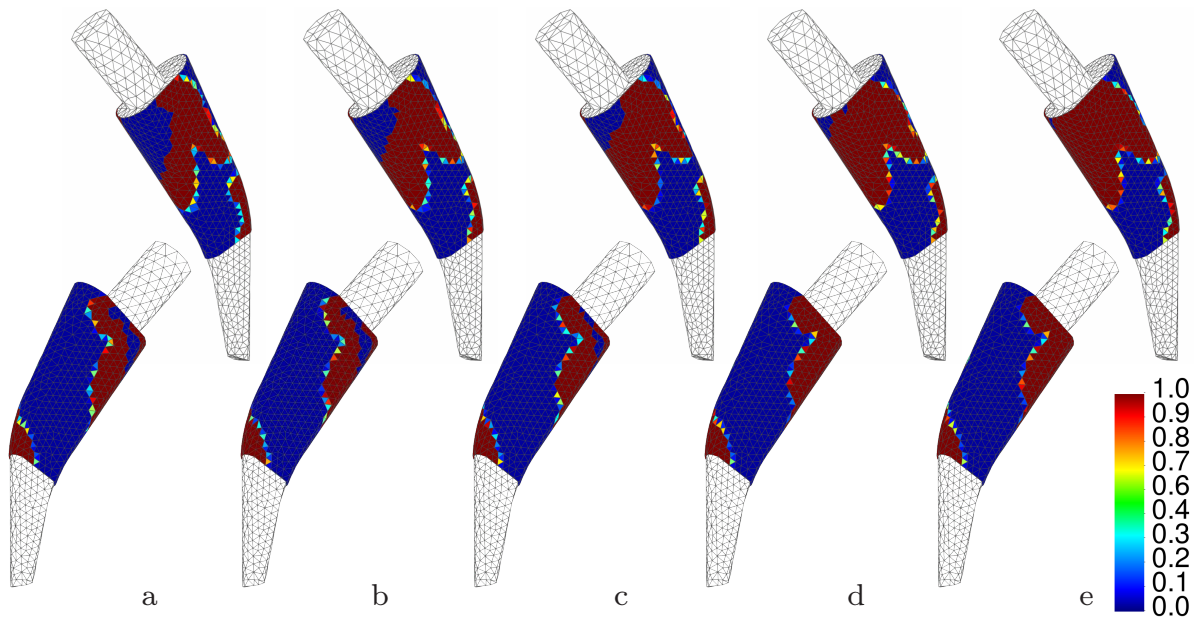


Abbildung 7.16: Osseointegration im Knochen-Prothesen-Interface für das Artificial Hardening bei einer Interfacedicke von 0,5mm und einem Mikrobewegungslimit von $75\mu m$ in der letzten Iteration der äußeren Schleife. Dargestellt sind die Parameterkombinationen $E10/d0.5/u75_{DPAH}$ (a), $E12.5/d0.5/u75_{DPAH}$ (b), $E15/d0.5/u75_{DPAH}$ (c), $E20/d0.5/u75_{DPAH}$ (d) und $E25/d0.5/u75_{DPAH}$ (e).

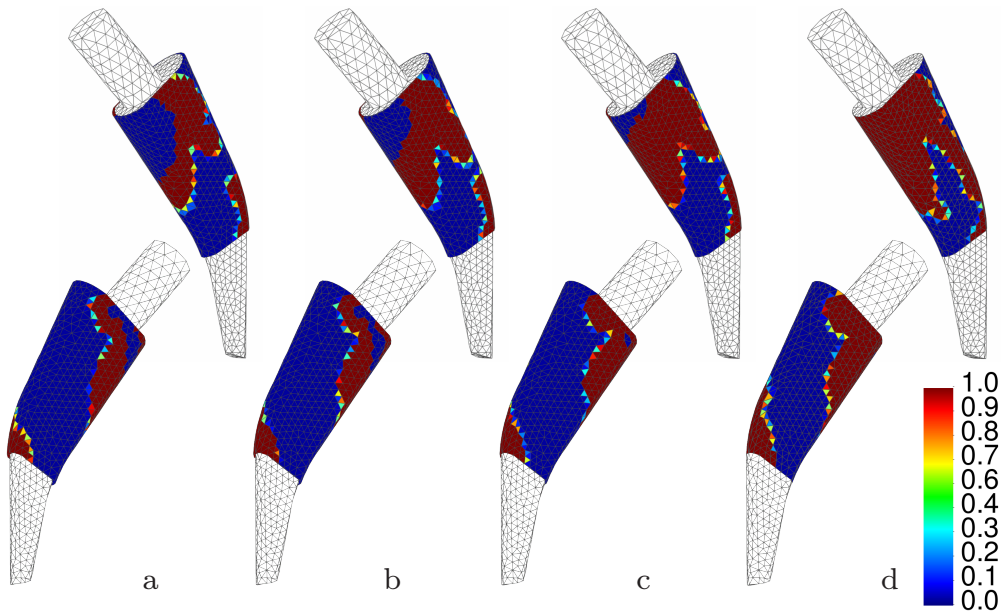


Abbildung 7.17: Osseointegration im Knochen-Prothesen-Interface für das Artificial Hardening bei einem E-Modul von $17,5MPa$ und einem Mikrobewegungslimit von $75\mu m$ in der letzten Iteration der äußeren Schleife. Dargestellt sind die Parameterkombinationen $E17.5/d1.0/u75_{DPAH}$ (a), $E17.5/d0.75/u75_{DPAH}$ (b), $E17.5/d0.5/u75_{DPAH}$ (c) und $E17.5/d0.1/u75_{DPAH}$ (d).

- Die Bereiche erhöhter Mikrobewegungen hängen markant vom umgebenden Gewebe ab.
- Die Verteilung der Mikrobewegungen wird in diesen Bereichen von den auf die Prothese wirkenden Lasten dominiert.
- Die Simulation der Osseointegration ist sehr sensibel hinsichtlich der Parameter des Interfaces, die die Steifigkeit des Interfaces beeinflussen. Es herrscht jedoch nur eine sehr geringe Sensitivität gegenüber der konstitutiven Modellierung des Interfaces.
- Bei geringen Interfacedicken, respektive Spaltmaßen, spielt der Grenzwert für Mikrobewegungen nur eine sehr untergeordnete Rolle. Eine möglichst genaue Passung oder gar Presspassung sollte im klinischen Einsatz eine bestmögliche Osseointegration ermöglichen.
- Osseointegration kann bei Voraussetzung von rein mechanischer Stimulation nur ausgehend von Bereichen stattfinden, die von kortikalem Knochen umgeben sind.

In klinischen Studien kann die Osseointegration in vivo nur indirekt beobachtet werden. Meist handelt es sich um Aussagen über periprothetische Knochendichteveränderungen, die auf eine Osseointegration schließen lassen.

Simank [2010] berichtet zum Beispiel über knöcherne Verdichtungen an der lateralen Seite des Implantates am Übergang vom beschichteten zum glatten Teil. Dieses Verhalten war nach 12 Monaten in 62% der Fälle und nach 24 Monaten in 74% der Fälle zu beobachten. Diese Beobachtungen decken sich mit der in allen Konfigurationen berechneten lateralen Osseointegration. Orthopäden der medizinischen Hochschule Hannover haben dieses Verhalten ebenfalls bestätigt. Knöcherne Verdichtungen im medialen Bereich wurden ebenfalls von Simank berichtet. Dieses war nach 12 Monaten in 71% der Fälle und nach 24 Monaten in 82% der Fälle beobachtet.

Braun und Sabah [2009] berichten von knöchernen Verdichtungen in Form von so genannten *spot welds*, welche am distalen beschichteten Teil der Prothese in 80% der Fälle auftreten.

Die hier simulierten Osseointegrationprozesse hängen prägnant von der Topologie des umgebenden Knochens (vgl. Abb. 7.2) und damit offensichtlich auch von der Ausrichtung des Implantates ab. Diese Faktoren beeinflussen maßgeblich die Verteilung der auftretenden Mikrobewegungen und der mechanischen Stimulation, die schließlich das Osseintegrationsmuster bewirken. Bei dieser Implantatausrichtung konnte bei den schubsteifsten Interfacebedingungen ein flächenmäßiger Osseintegrationsgrad von 55% erreicht werden.

7.3 Postoperatives Langzeitverhalten

Für die Simulation des postoperativen Langzeitverhaltens werden die Ergebnisse der zuvor durchgeführten Osseointegrationssimulation festgehalten. Als Kräfte- und Lastbedingung wird erneut das statisch äquivalente Langzeit-Lastkollektiv verwendet. Hier wird nun der Einfluss unterschiedlicher Osseintegrationsgrade und -muster auf das Langzeitverhalten untersucht. Dazu wurden die Ergebnisse der Konfigurationen $E10/d1/u100_{DPAH}$, $E10/d1/u50_{DPAH}$ und $E25/d01/u100_{DPAH}$, die sehr unterschiedliche Osseintegrationsgrade aufweisen, herangezogen. Als Vergleich dient eine Berechnung ohne vorige Osseointegrationssimulation von Knochen und Prothese. Dabei wur-



de die Dichteverteilung im Interface aus dem biomechanisch equilibrierten Modell übernommen. Die Dichteverteilung im Interface für diesen Fall entspricht praktisch der in Abbildung 7.11. Auch für das distale Interface wurde die Dichteverteilung übernommen. Dort liegt im lateralen Bereich, wo die Prothese an der lateralen Kortikalis anliegt, großflächig kortikales Gewebe vor und simuliert einen nahezu idealen großflächigen Verbund.

Die unterschiedlichen Modelle können als patientenspezifische Gegebenheiten bei verschiedenen Individuen aufgefasst werden, wie sie im klinischen Alltag auftreten. Sie können aber ebenso als das Spektrum möglicher Zustände eines bestimmten Patienten bei unterschiedlichen Bedingungen aufgefasst werden.

Der Vergleich der unterschiedlichen Berechnungen untereinander und mit den Ergebnissen des direkten postoperativen Zustands erfolgt anhand von emulierten Röntgenbildern. Die Emulation von Röntgenbildern erlaubt darüber hinaus einen Vergleich mit klinischen Röntgenbildern und quantitativen DEXA Auswertungen, womit eine Möglichkeit zur Validierung gegeben ist. Für die Röntgen-Emulation wird zunächst das Volumen des zugrunde liegenden Finite-Elemente-Modells in ein regelmäßiges, kartesisches Gitter aufgeteilt. Danach wird an allen Gitterpunkten die Knochenmassendichte der zugrunde liegenden Dichteverteilung des Finite-Elemente-Modells bestimmt. Wie in Kapitel 5.3.1 beschrieben, wird für jeden Gitterpunkt die Zugehörigkeit zu einem Finiten Element gesucht und dessen Knochenmassendichte bestimmt. Dieser Schritt ist beliebig parallelisierbar und skaliert praktisch linear. Er entspricht dem umgekehrten Vorgehen aus Kapitel 5.3.1, bei dem CT-Daten von einem kartesischen Gitter auf ein Finite-Elemente-Modell gemappt wurden. Die Dichteverteilung wird also wieder in eine Art CT-Datensatz, hier jedoch mit Knochenmassendichteinformationen, überführt. Sind die Dichtewerte für alle Gitterpunkte bestimmt, werden diese, wie in Abbildung 7.18 illustriert, entlang der Projektionsrichtung aufsummiert. Dieses emulierte Röntgenbild entstammt dem biomechanisch equilibrierten Modell aus Kapitel 7.1, welches den präoperativen Zustand dargestellt. Für den postoperativen Langzeitzustand wird die jeweilige Dichteverteilung mit knapp über 500.000 Gitterpunkten abgebildet. Die damit erstellten Projektionen weisen bei einer vertikalen und horizontalen Auflösung von 0,8mm ca. 16.000 Bildpunkte auf. Diese werden dann anhand der Zonen nach Gruen u. a. [1979] ausgewertet.

Durch den Vergleich der direkt postoperativen Ergebnisse mit den Langzeitergebnissen wird der prozentuale Unterschied für jeden Bereich ermittelt und so der Vergleich mit klinischen Daten ermöglicht. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die vorgestellten Langzeitergebnisse Modellen entsprechen, die im biomechanischen Gleichgewicht mit den veränderten mechanischen Bedingungen stehen. Sie stellen also den Endzustand des Knochenumbaus dar, welcher nach 15-20 Jahren zu erwarten ist. Ergebnisse klinischer Studien decken jedoch meist nur kürzere Zeiträume postoperativ ab. Die im weiteren Verlauf angeführten klinischen Studien beinhalten Daten zwischen sechs Monaten und zweieinhalb Jahren postoperativ und zeigen damit nur die Tendenz des patientenspezifisch auftretenden Knochenumbaus.

Um zu einer stationären Dichteverteilung und damit zum biomechanischen Gleichgewicht zu gelangen, wurden für jede Berechnung aufbauend auf den Ergebnissen der Osseointegrationssimulation 50 quasi-statische Knochenumbau-Iterationen durchgeführt. Während jeder Berechnung wurden drei Netzverfeinerungen vorgenommen, um das Finite-Elemente-Modell der sich ändernden Dichteverteilung anzupassen (siehe Kapitel 4.9). Die Netzverfeinerungen wurden in den Iterationen 5, 22 und 39 durchgeführt. Die Verfeinerung wurde dabei auf den proximalen Teil des Modells ab ca. 1cm unterhalb der Prothese beschränkt, da nur dieser Bereich für die Analyse in-



Abbildung 7.18:

Illustration der Röntgen-Emulation mit anteroposterior Projektion der Dichteverteilung des proximalen Femurs. Die an den Gitterpunkten ermittelten Dichtewerte des Finite-Elemente-Modells werden entlang der Projektionsrichtung aufsummiert und zu einem Grauwertbild zusammengesetzt.

teressant ist. Die minimale Elementkantenlänge der durch das Verfeinerungskriterium auszuwählenden Elemente wurde auf 3mm begrenzt. Im Zuge der Verfeinerungen wurden viele Elemente naturgemäß passiv deutlich weiter verfeinert. Für das $E10/d1/u100_{DPAH}$ -Modell wurden die Netzdaten über den Simulationsablauf exemplarisch in Tabelle 7.2 angegeben. Während der beiden ersten Netzverfeinerungen wurden jeweils ca. 20.000 Elemente und 4.000 neue Knoten erstellt. Im letzten Verfeinerungsschritt waren es nur noch ca. 7.000 Elemente und 1.400 Knoten. Hier griff die Beschränkung der minimalen Kantenlänge bei der Auswahl der zu verfeinernden Elemente. Insgesamt wurden Element- und Knotenanzahl nahezu verdoppelt. Die Anzahl der Elemente und Knoten der übrigen Modelle weicht nur geringfügig von den Vorgestellten ab.

In Abbildung 7.19a ist der direkte postoperative Zustand in anteroposterior Projektion mit den nach Braun und Sabah [2009] modifizierten Zonen nach Gruen abgebildet. Diese grenzen den distalen, unbeschichteten Teil vom proximalen, texturierten Teil ab. Der proximale, texturierte Teil ist in die Zonen 1,2,6 und 7 unterteilt. In den Abbildungen 7.19b und c sind die Konfigurationen $E10/d1/u100_{DPAH}$ und $E10/d1/u50_{DPAH}$ dargestellt. Die Röntgen-Emulation der Konfiguration $E25/d01/u100_{DPAH}$ sowie die der Berechnung ohne Osseointegrationssimulation sind in Abbildung 7.20b und c dargestellt. Zum besseren Vergleich ist in Abbildung 7.19a erneut der direkt postoperative Zustand gezeigt. Die zugehörigen prozentualen Änderungen der projizierten Dichteverteilungen in den Zonen nach Gruen befinden sich in Tabelle 7.3.



Verfeinerung	Start	1	2	3
Knoten	12028	16308	20446	21816
Elemente	58638	79348	101360	108436

Tabelle 7.2: Anzahl der Knoten und Elemente für die Konfiguration $E10/d1/u100_{\text{DPAH}}$ über die Netzverfeinerungsschritte im Simulationsablauf.

Bei den Langzeitzuständen aller Konfigurationen ist ein deutlicher Dichteabbau in Zone sieben nach Gruen zu sehen. Die Knochenmassendichte geht hier bei allen Berechnungen deutlich zurück. Der optische Vergleich wird durch die Daten in Tabelle 7.3 bestätigt. Der geringste Verlust an Knochenmassendichte tritt dabei mit 69,6% im $E10/d1/u50_{\text{DPAH}}$ -Modell auf. Diese Ergebnisse werden von den vorliegenden klinischen Daten unterstützt. Braun und Sabah [2009] berichten eine Atrophie des Kalkars, also der medialen Kortikalis am Schenkelhals, in 80% der Fälle. In Abbildung 7.21a und c zeigen die mit den Pfeilen 1 bzw. 2 gekennzeichneten Stellen genau dieses Verhalten nach 23 bzw. 31 Monaten. In Abbildung 7.21c ist zudem noch eine Kalkarverrundung zu sehen, die bei 52% der Patienten auftrat. Die Kalkarverrundung ist ein deutliches Anzeichen von stress-shielding. Der Kalkar hat seine eigentlich Funktion verloren und die Belastung wird in diesem Bereich hauptsächlich über die Prothese übertragen. Der Studie von Braun und Sabah [2009], die einen Nachuntersuchungszeitraum von 6 Monaten umfasst, sind leider keine quantitativen Aussagen zum Knochenumbau zu entnehmen. In Abbildung 7.22 ist der Nachuntersuchungsverlauf eines Patienten dieser Studie abgebildet. Auch hier ist nach 6 Monaten eine Atrophie der Kalkarregion (Pfeile) deutlich sichtbar. Eine Kalkarverrundung zeichnet sich hier ebenso ab.

Beim Knochenumbau in Zone sechs treten Unterschiede zwischen den verschiedenen Konfigurationen auf. Das weichste Interface $E10/d1/u50_{\text{DPAH}}$ (Abb. 7.19c) mit dem geringsten flächenmäßigen Osseointegrationsgrad zeigt hier mit einem Minus von 6,1% die geringste Atrophie. Geringerer Knochenabbau in medialen Bereichen des Femurhalses ist oft ein Zeichen von fehlgeschlagener Osseointegration, aber erfolgreicher Stabilisierung durch fibröses Einwachsen, wie es beim $E10/d1/u50_{\text{DPAH}}$ -Modell durch die exzessive Überschreitung der Mikrobewegungsgrenzen für knöchernes Einwachsen vorhergesagt wurde. Im mittleren Teil der Zone (Pfeil 1) liegt sogar eine Hypertrophie vor. Braun und Sabah [2009] berichten in 46% der Fälle von Hypertrophien in dieser Zone. Diese so genannten *spot welds* sind auch in Abbildung 7.21a und 7.21c durch die Pfeile 3 und 4 markiert. Für die gesamte Zone wird aber insgesamt ein Verlust von 4,1% berechnet. Das nächst steifere Interface des Modells $E10/d1/u100_{\text{DPAH}}$ zeigt hier schon einen Dichteabbau von 21,7%. Das steifste Interface $E25/d0.1/u100_{\text{DPAH}}$ und die Konfiguration ohne Osseointegrationssimulation weisen mit 28,8% und 35,4% die größten Verluste auf. Dieses Ergebnis mag zunächst widersprüchlich anmuten, bestätigt aber die klinischen Erfahrungen. Bei gutem und großflächigem Verbund zwischen Knochen und Implantat tritt stress-shielding auf. Die Kraft wird mehrheitlich über das Implantat übertragen und der Knochen von der Beanspruchung abgeschirmt, wodurch in den betroffenen Gebieten Knochenabbau auftritt. Aus diesem Grund wird bei modernen unzementierten Prothesen, wie der Metha-Prothese, nur der proximale Teil für Osseointegration texturiert. Durch die rein metaphysäre Verankerung tritt keine distale Krafteinleitung auf, wodurch das stress-shielding auf den proximalen Teil des Femurs beschränkt wird. Bei traditionellen, volltexturierten

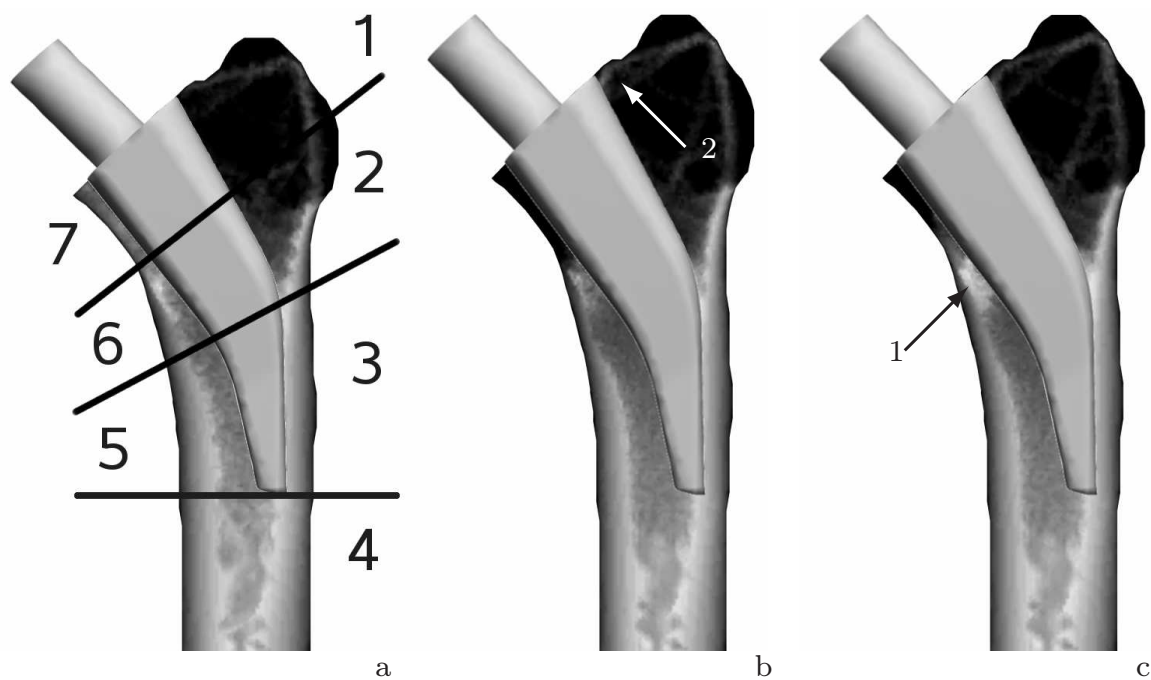


Abbildung 7.19: Röntgen-Emulation in anteroposterior Projektion für den postoperativen Zustand (a) sowie im Langzeitverhalten für die Konfigurationen $E10/d1/u100_{DPAH}$ (b) und $E10/d1/u50_{DPAH}$ (c).

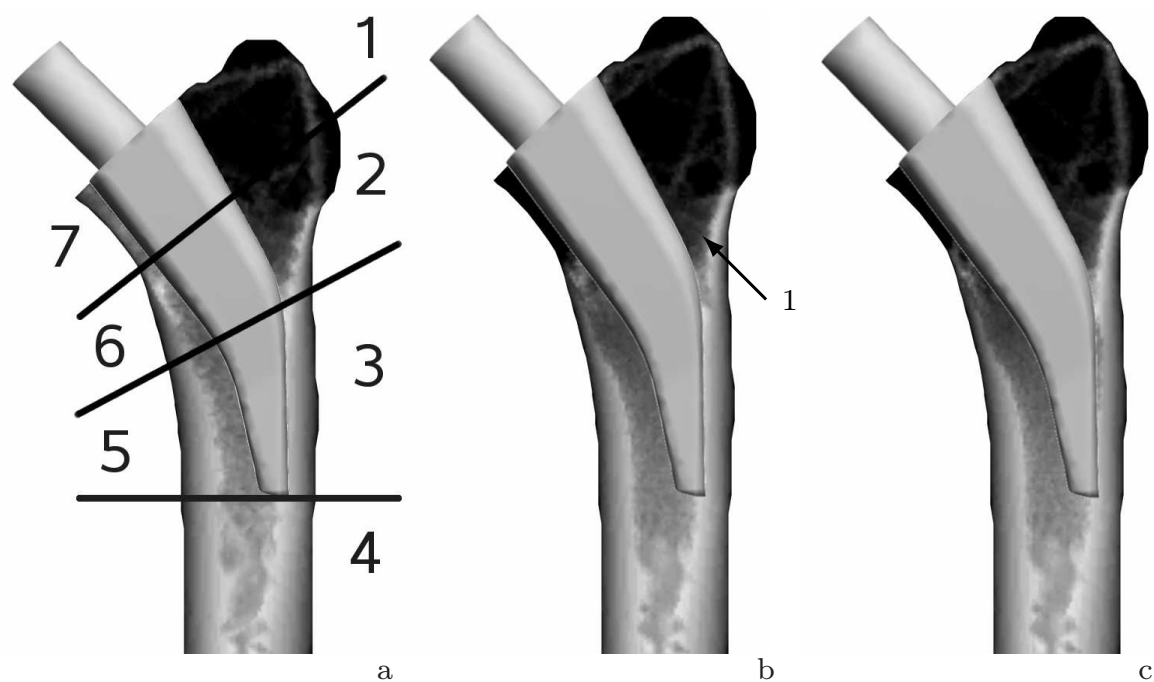


Abbildung 7.20: Röntgen-Emulation in anteroposterior Projektion für den postoperativen Zustand (a) sowie im Langzeitverhalten für die Konfiguration $E25/d01/u100_{DPAH}$ (b) und für den idealen Verbund (c).

Zone	Konfiguration			idealer Verbund
	$E10/d1/u100$	$E10/d1/u50$	$E25/d01/u100$	
1	16,9 %	20,5 %	12,6 %	19,1 %
2	-7,9 %	-4,4 %	-10,1 %	-8,8 %
3	0,0 %	0,0 %	0,0 %	-4,3 %
4	-2,0 %	-2,0 %	-2,0 %	-1,9 %
5	-11,3 %	-10,8 %	-10,8 %	-10,0 %
6	-21,7 %	-4,1 %	-28,8 %	-35,4 %
7	-97,1 %	-69,6 %	-97,3 %	-87,8 %

Tabelle 7.3: Prozentuale Änderung der Knochenmassendichte in den sieben Zonen nach Gruen für die betrachteten Konfigurationen.

Geradschaftprothesen ist das stress-shielding bis deutlich weiter distal zu beobachten, siehe z.B. Effenberger u. a. [2002] oder Andress u. a. [2001]. Je geringer nun die berechnete Osseointegration, desto geringer der Verbund und das auftretende stress-shielding. Dieser Zusammenhang trifft rein biomechanisch zu. Bei geringem Verbund ist das Risiko eines Frühversagens jedoch größer, weshalb eine solche Konfiguration nicht unbedingt als besser anzusehen ist.

In Zone 1 findet bei allen Modellen deutlicher Knochenaufbau statt, welcher durchschnittlich bei 17,2% liegt. Dieser ist optisch weit weniger deutlich und findet in den lastübertragenden Strukturen statt, wie sie exemplarisch in Abbildung 7.19b mit Pfeil 2 gekennzeichnet sind. Die große prozentuale Veränderung ist mit der geringen Gesamtdichte der Zone zu begründen.

Im Gegensatz zu Zone 1 tritt in Zone 2 bei allen Modellen geringer Knochenabbau auf. Dieser beträgt durchschnittlich 7,8% und ist mit 4,4% beim $E10/d1/u50_{\text{DPAH}}$ -Modell am geringsten. Rein optisch ist dieser atrophe Knochenumbau praktisch nicht zu erkennen. Selbst bei der Konfiguration $E25/d01/u100_{\text{DPAH}}$, die mit 10,1% den größten Verlust an Knochendichte aufweist, ist das prozentuale Ergebnis kaum sichtbar. Nur in dem mit Pfeil 1 markierten Gebiet in Abbildung 7.20b ist eine geringfügige Veränderung wahrnehmbar. Wie schon in Zone 1 sind nicht alle Veränderungen in der Dichteverteilung auf der zweidimensionalen Projektion feststellbar.

In Zone 3 ist sowohl optisch, als auch anhand von Tabelle 7.3 nur ein Knochenumbau bei der Berechnung ohne vorherige Osseointegrationssimulation festzustellen. Dieser periprothetische Knochenabbau beträgt 4,3% und ist als eine Art Saumbildung sichtbar. Die Vergleichsmodelle mit vorangegangener Osseointegrationssimulation besitzen am distalen, polierten Teil der Prothese nur eine geringe Steifigkeit. Beim Modell ohne Osseointegrationssimulation wurde die periprothetische Dichteverteilung übernommen. Hier liegt auch im distalen, lateralen Bereich kortikaler Knochen im Interface vor, was einem idealen Verbund entspricht. Der Bereich der Saumbildung wird dabei, wie bei volltexturierten Geradschaftprothesen, entlastet und unterliegt einer atrophischen Veränderung. Die Last wird bei diesem Modell distal und proximal des Saums eingeleitet. Die Vergleichsmodelle zeigen hier keinen Knochenabbau, womit das Konzept der ausschließlich proximalen Texturierung von modernen unzementierten Prothesen bestätigt wird. Braun und Sabah [2009] ermitteln in Zone 3 bei 17% der Patienten sogar hypertrophes Knochenumbauverhalten. Dieses Verhalten kann die geometrische Konfiguration dieser Finite-Elemente-Modelle nicht abbilden. Hier wurde die Prothese ideal in den Knochen eingebaut, so dass sie mit dem distalen Teil ideal an der Kor-

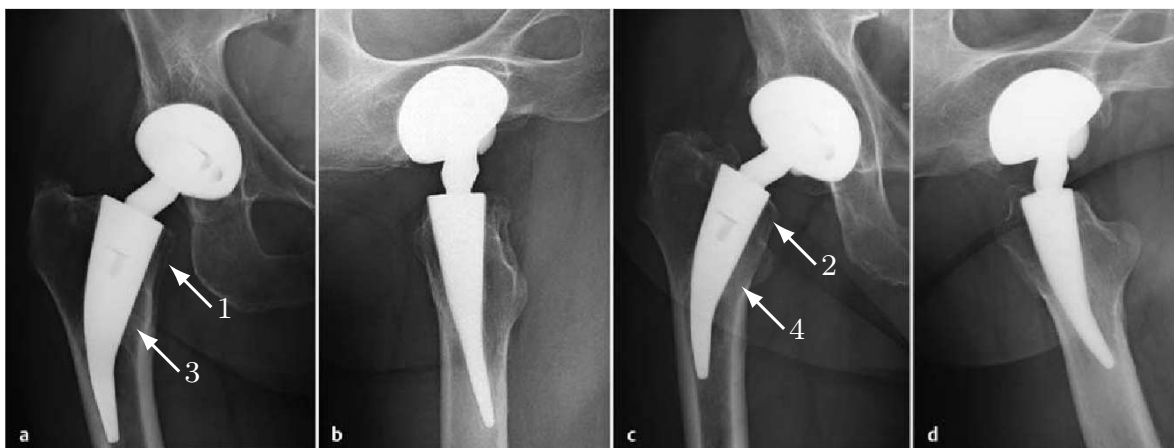


Abbildung 7.21: Nachuntersuchung eines weiblichen Patienten (64 Jahre) nach 23 Monaten in anteroposterior Projektion (a) und axialer Projektion (b). Nachuntersuchung eines männlichen Patienten (59 Jahre) nach 31 Monaten in anteroposterior Projektion (c) und axialer Projektion (d); Braun und Sabah [2009].

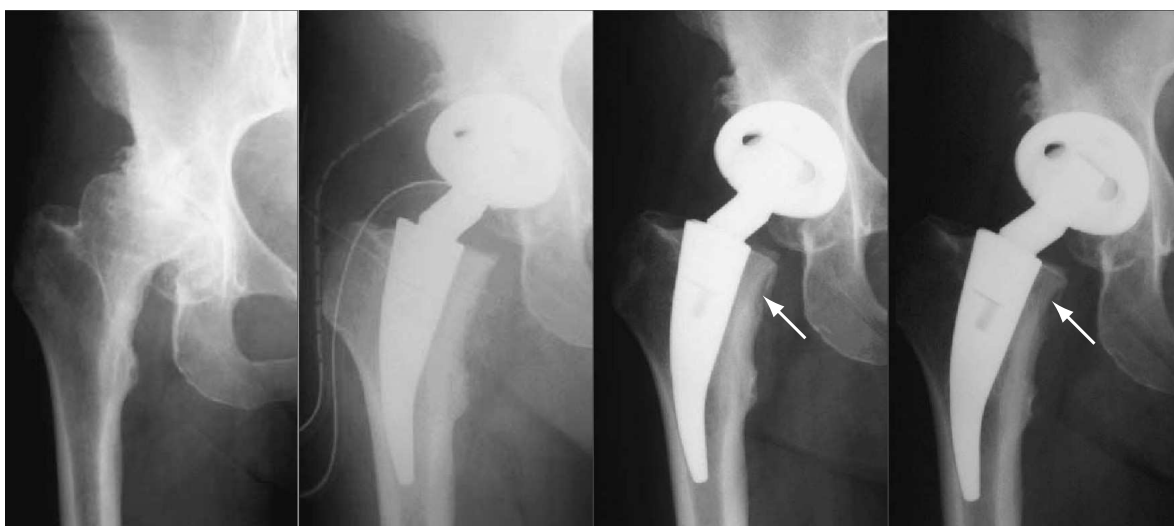


Abbildung 7.22: Präoperative und postoperative Röntgenaufnahmen im Verlauf nach 6 Wochen, 3 Monaten und 6 Monaten in anteroposterior Projektion; Bücking und Wittenberg [2006].

tikalisch anliegt. In Zone 3 liegt im direkt postoperativen Zustand also die maximale Knochendichte vor, welche nicht weiter erhöht werden kann.

Zone 5 ist bei allen Modellen durch sehr ähnliches, atrophes Knochenumbauverhalten geprägt. Der durchschnittliche Knochenabbau liegt hier bei 10,7% und weicht maximal 0,7 Prozentpunkte davon ab. Dabei verjüngt sich die mediale Kortikalis sichtbar. Dieses Verhalten ist bei allen Modellen auch optisch nahezu identisch, was darauf zurückzuführen ist, dass Zone 5 nicht mit dem Implantat in Kontakt steht und die modellspezifischen Unterschiede hier nicht zum Tragen kommen.

Der Bereich der Zone 4 distal des Implantates weist ebenfalls in allen Modellen praktisch identisches Verhalten auf. Alle Modelle sagen mit einer Dichteabnahme von ca. 2% praktisch keinen Knochenumbau voraus. Auch optisch ist hier weder zwischen den Modellen noch im Vergleich zum direkt postoperativen Zustand ein Unterschied erkennbar. Sockelbildungen, wie sie in einer leichten Form in 8 von 50 Fällen bei Braun und Sabah [2009] aufgetreten sind, sind in der Simulation nicht zu beobachten. Das ist mit der perfekten Positionierung der Prothese im virtuellen Modell zu erklären. Braun und Sabah [2009] erklären die Sockelbildungen mit medialen Bewegungen der Prothesenspitze, was auf eine valgische Implantatlage, also auf einen ungünstigen Einbau der Prothese schließen lässt.

Insgesamt bilden die verschiedenen Modelle sehr gut das klinisch beobachtete Verhalten ab. Die klinischen Ergebnisse beschreiben im Vergleich zu den Berechnungen ein eher kurz- bis mittelfristiges Umbauverhalten. Dadurch überschätzt die Vorhersage der Berechnungsmodelle, die den möglichen biomechanischen Endzustand beschreiben, das atrophe Verhalten gegenüber den klinischen Vergleichen. Es liegen bisher keine quantitativen Ergebnisse zum Dichteumbau für die Metha-Prothese aus der klinischen Praxis vor, mit denen die Berechnungen verglichen werden könnten. Zur besseren Validierung der Simulationsergebnisse werden daher weitere klinische Studien benötigt, die auch quantitative Aussagen zu Dichteänderungen beinhalten, wie es zum Beispiel in Roth u. a. [2005] für unterschiedliche Prothesentypen nachzulesen ist.

8 Anwendung bei der Behandlung von Hüftkopfnekrosen

Bei der Behandlung von Hüftkopfnekrosen wird versucht, schon in deren frühem Stadium zu intervenieren und durch gelenkkopferhaltende Therapien eine endoprothetische Versorgung zu vermeiden. Die hier untersuchten minimalinvasiven Verfahren ähneln sich in ihrer Vorgehensweise und haben alle die gleiche Intention: Die Revaskularisierung des Femurkopfes. Dazu soll zunächst der nekrotische Bereich angebohrt werden, wodurch der dort aufgebaute Druck abgebaut wird. Dieses Vorgehen wird *Core Decompression* genannt. Darüber hinaus verspricht man sich von der Anbohrung der Nekrose, dass das nekrotische Gebiet wieder mit Blut und Nährstoffen versorgt wird. Der Zugang erfolgt bei den unterschiedlichen Methoden durch die subtrochantäre laterale Kortikalis. Dieses Gebiet ist jedoch hohen mechanischen Beanspruchungen ausgesetzt, was die Methoden ggf. für Frakturen anfällig macht. Aus volkswirtschaftlichen Interessen ist ferner daran gelegen, dass der Patient möglichst schnell wieder mobil ist.

Das jährliche Vorkommen an Osteonekrosen wird nach Tsao u. a. [2005] in den USA auf 10.000 bis 30.000 geschätzt und macht damit einen Anteil von 5-12% aller totalendoprothetischen Versorgungen aus. Die Vermeidung einer totalendoprothetischen und damit kostenintensiven Behandlung, sowie die schnell wiedererlangte Mobilität, sind damit auch ein deutlicher ökonomischer Faktor. Die klinische Fragestellung ist also, ob volle Belastbarkeit des Hüftgelenks direkt postoperativ gegeben ist oder ob der Patient nur partiell belasten darf.

Die hier verglichenen Behandlungsmethoden sollen daher auf die postoperative Beanspruchung des geschädigten subtrochantären Bereichs hin untersucht werden. Dazu werden zum einen alltägliche Belastungen und zum anderen auch Extremlastfälle herangezogen. Letztere dienen dazu, das Frakturrisiko auch bei unüblicher und übermäßiger Belastung abschätzen zu können. Eine weitere Fragestellung dabei ist, wie das Frakturrisiko im Langzeitverhalten nach dem Heilungsprozess einzuschätzen ist. Dazu wird der Heilungsprozess simuliert und die unterschiedlichen Therapien werden erneut Beanspruchungsanalysen unterzogen.



Abbildung 8.1:

Trabecular Metal Osteonecrosis Intervention Implant aus präsem Tantalum (mit freundlicher Genehmigung von Zimmer Germany GmbH).

Die untersuchten Behandlungsmethoden sind im einzelnen:

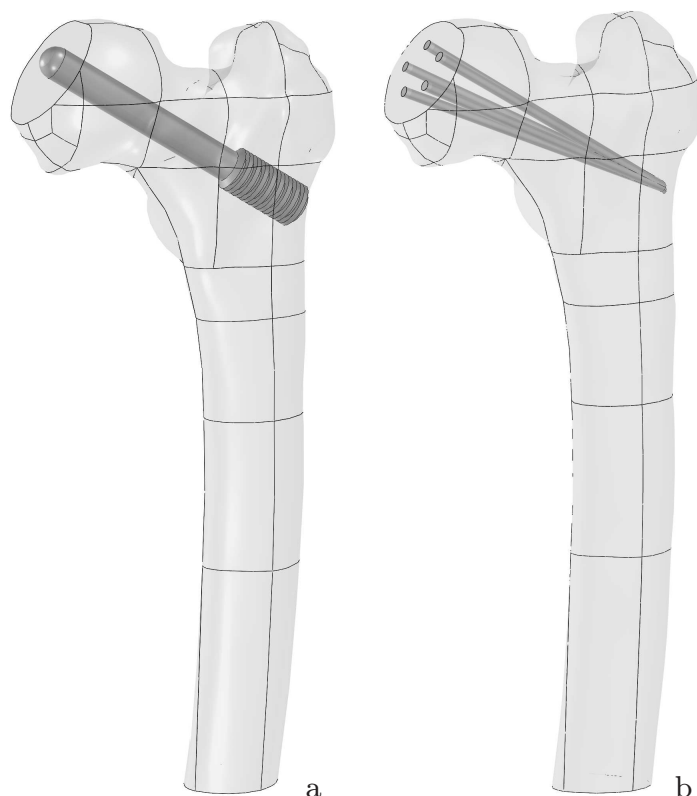
- Konventionelle Core Decompression mit einer 10mm Bohrung
- Core Decompression mit multiplen 3,2mm Bohrungen nach Mont u. a. [2004]
- Behandlung mit dem sogenannten *Osteonecrosis Intervention Implant*

Das *Osteonecrosis Intervention Implant* ist ein aus porösem Tantalum bestehender Stab, der zusätzlich die Stabilität des nekrotischen Bereichs erhöhen und damit ein Einbrechen der subchondralen Platte verhindern soll. Durch das Implantat soll auch die direkte postoperative Belastbarkeit sichergestellt werden. Diese Methode soll dem so genannten *Fibular Bone Grafting* überlegen sein. Bei letzterer Methode wird, um den Femurkopf mechanisch zu unterstützen, ein Knochenspan aus der Fibula, also dem Wadenbeinknochen, explantiert und in den Femurkopf implantiert. Diese Methode hat jedoch den Nachteil, dass praktisch zwei Operationen durchgeführt werden müssen. Shuler u. a. [2007] haben in ihrer Studie das Tantalum-Implantat mit dem Fibular Bone Grafting hinsichtlich Operationszeit, Blutverlust, Dauer des Krankenhausaufenthalts, operativem Erfolg und dem Harris Hip Score (Harris [1969]) verglichen. Sie kamen zu dem Schluss, dass das Osteonecrosis Intervention Implant dem Fibular Bone Grafting in allen Aspekten überlegen ist. Die Biokompatibilität wurde als gut und sicher in vivo bestimmt, siehe Aldegheri u. a. [2007]. Das Implantat ist in Abbildung 8.1 dargestellt. Durch die hohe Porosität soll es eine möglichst geringe und vor allem ähnliche Steifigkeit wie Knochengewebe aufweisen. Darüber hinaus soll die hohe Porosität dem Knochen das Einwachsen und damit einen festen Verbund ermöglichen. Dieses ist ein zusätzlicher Punkt, welcher überprüft werden soll. Mit einfachen Überlegungen soll überprüft werden, ob, rein durch mechanische Stimulation, ein Einwachsen in das Implantat möglich ist.

Der große Nachteil des Implantates ist das 14mm Gewinde, welches die Läsion im subtrochantären Bereich noch weiter vergrößert und die Kortikalis zusätzlich schwächt. Nach Aldegheri u. a. [2007] können damit subtrochantäre Frakturen nicht ausgeschlossen werden.

Die Standardmethode der Core Decompression wird mit einem 10mm Bohrer durchgeführt. Wie schon bei dem Tantalum-Implantat wird auch bei dieser Methode die Anfälligkeit für subtrochantäre Frakturen diskutiert. Camp und Colwell [1986] haben in ihrer Studie von subtrochantären Frakturen berichtet, die sie auf zu weit distale Bohrungen zurückführten. Um die Schwächung der subtrochantären Kortikalis zu verringern, haben Mont u. a. [2004] eine Methode entwickelt, bei der die Core Decompression mehrfach mit einem 3,2mm Bohrer an nur einer Eintrittsstelle durchgeführt wird. Dadurch wird die Kortikalis deutlich weniger geschwächt und auch das Risiko eines subchondralem Einbruchs des Femurkopfes verringert.

Die CAD-Modelle mit Tantalum-Implantat, im Folgenden *TI-Modell* genannt, mit den multiplen 3,2mm Bohrungen, im Folgenden *CD-Modell* genannt, sind in Abbildung 8.2 illustriert. Das CAD-Modell der konventionellen Core Decompression (*CD₁₀-Modell*) ist nicht abgebildet, da es sich kaum von dem TI-Modell unterscheidet. Es gleicht dem TI-Modell bis auf das Gewinde. Der nekrotische Bereich wurde bei den Modellen der Übersichtlichkeit halber entfernt. Er spielt bei den Berechnungen keine gesonderte Rolle und dient hier nur der Positionierung der Bohrungen bzw. des Implantates. Diese sollen jeweils ca. 5mm in den nekrotischen Bereich hineinreichen. Die fünf 3,2mm Bohrungen liegen auf einem Kreis mit dem Radius 10mm. Alle Modelle besitzen den gleichen Eintrittspunkt für die Bohrungen.

**Abbildung 8.2:**

CAD-Modelle mit Tantalum-Implantat (a) und multiplen 3,2mm Bohrungen (b), jeweils mit abgetrenntem nekrotischen Bereich zur besseren Visualisierung.

8.1 Berechnungsstrategie

Die Berechnungsstrategie sieht in diesem Fall wie folgt aus: Zunächst wird, wie in Abschnitt 7.1 beschrieben, ein biomechanisch equilibriertes Finite-Elemente-Modell für die Modelle der verschiedenen Behandlungsmethoden generiert.

Der zweite Schritt umfasst die Beanspruchungsanalyse der Modelle im postoperativen Zustand mit den Lastfällen, die nachfolgend in Abschnitt 8.3 vorgestellt werden. Die Materialgruppen der Finite-Elemente-Modelle, die den Bohrungen entsprechen, werden dahingehend modifiziert, dass die Knochenmassendichte und der damit verbundene E-Modul auf einen sehr geringen Wert gesetzt werden. Dadurch spielen diese Bereiche in Bezug auf den Lastabtrag keinerlei Rolle mehr. Im Falle des TI-Modells werden der Materialgruppe des Implantates die Materialeigenschaften des porösen Tantalums zugewiesen.

Der dritte Schritt umfasst beanspruchungsadaptive Heilung und Knochenumbau der verschiedenen Therapien. Hierzu wird die in Kapitel 3.4.3 beschriebene Knochenumbautheorie herangezogen, um den biomechanischen Langzeit-Gleichgewichtszustand vorherzusagen. Hier zeigt sich, warum die Materialgruppen der Bohrlöcher nicht komplett entfernt wurden. Diese werden nun "reaktiviert" und bekommen, wie die restlichen Elemente, die Fähigkeit zum beanspruchungsadaptiven Knochenumbau. Der Aufbau von Knochenmasse in den Bohrlöchern ist dabei als Heilungsprozess anzusehen. Es ist offensichtlich, dass die angewandte Theorie die vollständige Heilung der beiden Core-Decompression-Modelle vorhersagt. Schon bei der Generierung des equilibrierten Modells wurde aufgrund der hohen Beanspruchung im subtrocantären Bereich Knochenmasse aufgebaut.

Bei dem TI-Modell liegt durch den Einbau des Implantates nun aber eine Veränderung des mechanischen Systems vor, wodurch ggf. ein anderer Endzustand zu erwarten sein wird. Hier soll zudem das mechanisch stimulierte Einwachsen des Knochens in

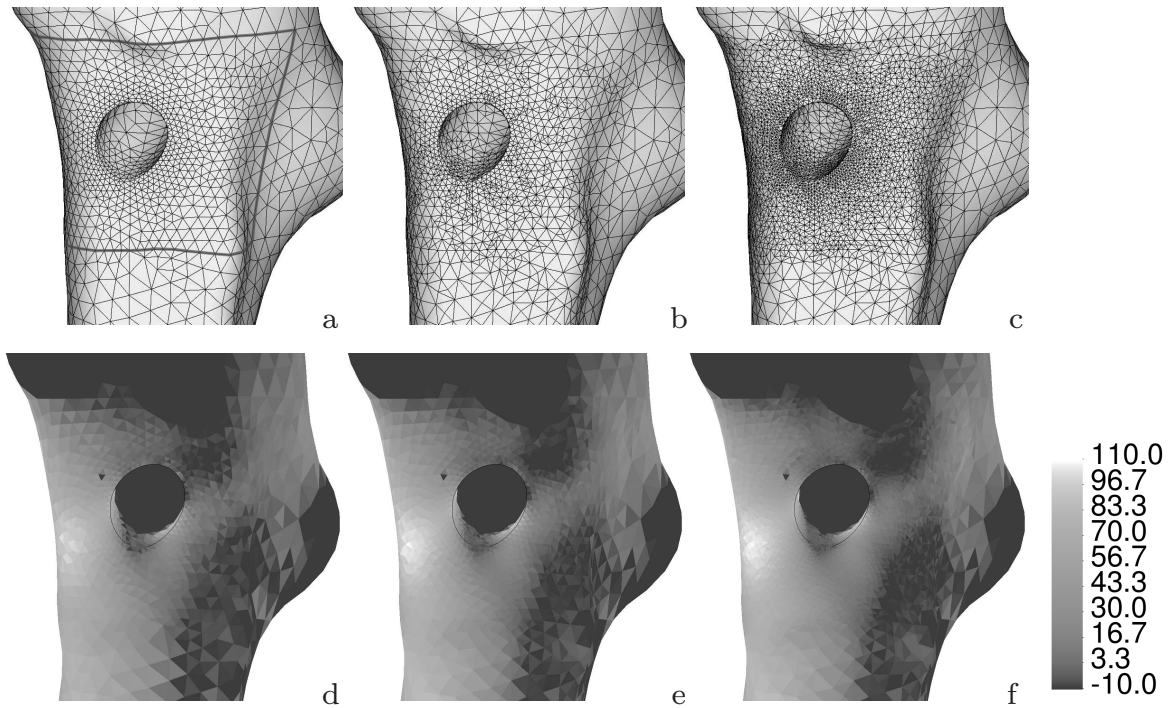


Abbildung 8.3: Originales CD₁₀-Modell (a), sowie erste (b) und zweite Netzverfeinerung (c) des markierten Bereiches. Korrespondierende Gausspunktwerte der größten Hauptnormalspannungen [MPa] für das originale CD₁₀-Modell (d), die erste (e) und die zweite Netzverfeinerung (f).

das Implantat simuliert werden. Dazu werden die finiten Elemente des Implantates zunächst dupliziert. Den duplizierten Elementen werden die konstitutiven Eigenschaften von Knochen, also die Fähigkeit des beanspruchungsadaptiven Knochenumbaus, und eine sehr geringe Knochendichte zugewiesen. Ist die mechanische Beanspruchung im Implantat groß genug, wird Knochenmasse aufgebaut, was in diesem Fall als Einwachsen des Knochens interpretiert wird. Da 20% des Volumens durch das Tantalum eingenommen werden (Levine u. a. [2006]), ist das Knochenwachstum dadurch begrenzt. Dies ist sicherlich ein elementarerer Ansatz, aber da nach Kienapfel u. a. [1999] Osseointegration analog zur Frakturheilung zu erklären ist, spielt hier die mechanische Stimulation eine markante Rolle.

Schließlich wird das verbleibende Frakturrisiko im vorhergesagten Langzeitzustand erneut überprüft.

8.2 Finite-Elemente-Modellierung

Basierend auf den CAD-Modellen werden die Finite-Elemente-Modelle erstellt. Zur Überprüfung, wie fein die Finite-Elemente-Netze diskretisiert werden müssen, wurde zunächst eine Konvergenzstudie durchgeführt, wofür das CD₁₀-Modell herangezogen worden ist. Dazu wurde ein tetraederbasiertes Finite-Elemente-Modell generiert, welches aus 77.443 Elementen mit 15.017 Knoten besteht. Dieses wird in der Ansicht der lateralen subtrochantären Region in Abbildung 8.3a gezeigt. Der markierte Bereich um die Läsion ist der für die Beanspruchungsanalysen interessante Bereich und umfasst in diesem Fall 10.974 Elemente. Dieser Bereich wurde mittels des in Kapitel 4.9.2 vorgestellten Algorithmus zweimal verfeinert. Die dabei entstandenen Netze sind in

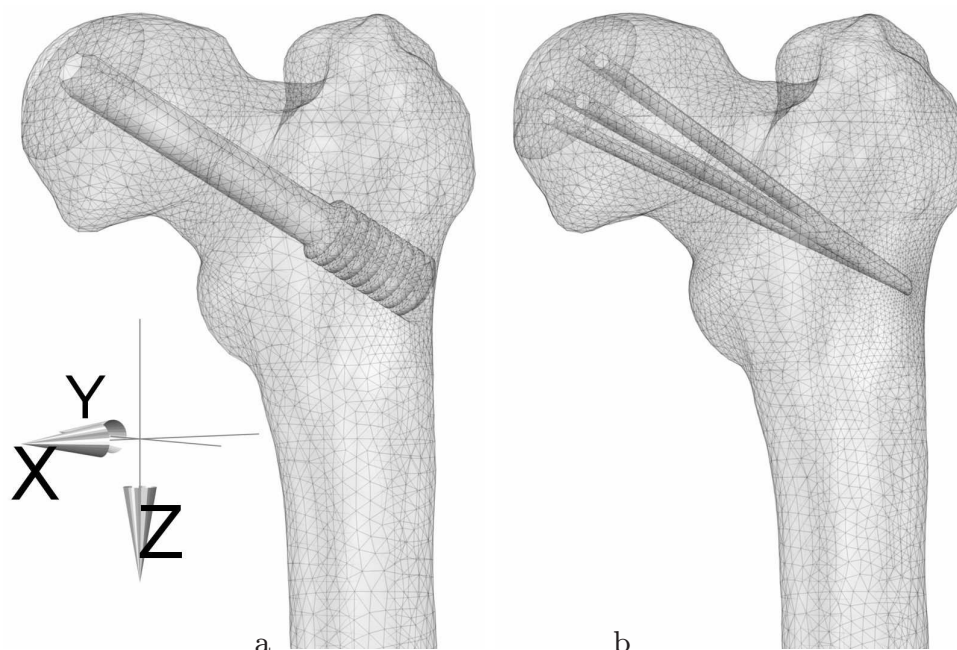


Abbildung 8.4: Finite-Elemente-Modelle mit Tantalum-Implantat (a) und multiplen 3,2mm Core-Decompression-Bohrungen (b).

Abbildung 8.3b und c dargestellt. Im ersten Verfeinerungsschritt wurden 51.212 neue Tetraeder generiert. Das neue Netz umfasst damit 115.233 Elemente mit 22.334 Knoten. Beim zweiten Verfeinerungsschritt wurden 37.320 Elemente des vorherigen Netzes verfeinert, wobei 141.983 neue Tetraeder generiert wurden. Dieses zweimal verfeinerte Netz enthält damit 213.991 Elemente mit 40.945 Knoten. Die Ergebnisse der Netzkonvergenzstudie sind in Abbildung 8.3d-e dargestellt. Dargestellt sind hier die größten Hauptnormalspannungen zufolge des Stolperlastfalls, welcher nachfolgend detailliert ausgeführt wird. Die Unterschiede in den Spannungsverteilungen sind marginal. Der exzessive Anstieg der Elementanzahl ist damit nicht gerechtfertigt; gerade vor dem Hintergrund, dass durch die Ungewissheit mehrerer Modellparameter hier nur ein qualitativer Vergleich vorgenommen werden soll. Das Basisnetz wird aus diesem Grund als ausreichend für die weiteren Studien betrachtet.

Die anderen Finite-Elemente-Modelle wurden mit äquivalenten Netzgrößenparametern erstellt. Eine Zusammenstellung der Netzcharakteristika findet sich in Tabelle 8.1. Der proximale Teil der Modelle für das Tantalum-Implantat und die CD-Behandlung sind in Abbildung 8.4a und 8.4b dargestellt. Das CD₁₀-Modell ähnelt, wie oben beschrieben, dem TI-Modell und wird daher nicht abgebildet.

Modell	Knoten	Elemente	subtrochantäre Elemente
CD ₁₀	15017	77443	10974
CD	26169	139803	19010
TI	16487	87309	17270

Tabelle 8.1: Netzcharakteristik der Finite-Elemente-Modelle. Die subtrochantären Elemente liegen in dem in Abbildung 8.3a markierten Bereich.

8.3 Verwendete Lastfälle

Die Verschiebungsrandbedingungen entsprechen denen, die in Kapitel 6 vorgestellt wurden; die Freiheitsgrade am distalen Ende werden festgehalten. Um das Frakturrisiko abzuschätzen, werden folgende Lastfälle betrachtet:

- Maximale Gelenkkraft beim normalen Gehen
- Maximale Gelenkkraft beim Treppensteigen (abwärts)
- Maximale Gelenkkraft beim Stolpern
- Trauma-Lastfall nach Courtney u. a. [1995]

Die ersten drei Lastfälle entstammen den Datensätzen der bereits vorher vorgestellten OrthoLoad Datenbank (Bergmann [2008]). Die Lastfälle des normalen Gehens und des Treppensteigens entsprechen alltäglichen Belastungen, wobei das Treppensteigen die größte Belastung alltäglicher Bewegungen darstellt. Daher wurden zur Abschätzung des Frakturrisikos die Maximallasten dieser Datensätze des Patienten HS ermittelt. Der Stolperlastfall wurde zufällig für den Patienten JB aufgezeichnet. Er entspricht also natürlichem, unbeabsichtigtem Stolpern und nicht simuliertem Stolpern. Die extrahierten Maximalkräfte sind in Tabelle 8.2 zusammengefasst. Normales Gehen und Treppensteigen beschreiben die Spanne der alltäglichen Belastungen des Hüftgelenks und sind damit angemessen für die Fragestellung der direkten postoperativen Vollbelastung. Der Stolperlastfall erscheint als Extremlast angemessen um das generelle Frakturrisiko abzuschätzen.

Der Trauma-Lastfall stellt einen weiteren Extremlastfall dar und wurde von Courtney u. a. [1995] beschrieben. Er simuliert einen seitlichen Sturz auf den Trochanter major, wodurch typischerweise Schenkelhalsbrüche verursacht werden. Ein ähnliches Szenario wurde schon von Backman [1957] beschrieben, der damit klinisch realistische Frakturen reproduzieren konnte. In diesem Zusammenhang sind auch die Arbeiten von Lotz und Hayes [1990] zu erwähnen. Die Randbedingungen für diesen speziellen Lastfall sind in Abbildung 8.5 abgebildet. Sie wurden so gewählt, dass sie die mechanischen Tests möglichst getreu wiedergeben. Dazu wurden die auf den Femurkopf angreifenden Kräfte auf 40 Knoten verteilt. Die Simulationen wurden mit den Bruchlasten von Courtney u. a. [1995] aus den mechanischen Tests durchgeführt. Sie bestimmten eine mittlere Bruchlast von 7200 N für eine Gruppe von jüngeren Spendern mit einem durchschnittlichen Alter von 32,6 Jahren. Dieses Alter entspricht sehr gut dem von der Collaborative Osteonecrosis Group [1999] angegebenen mittleren Alter von 35 Jahren der von Osteonekrosen betroffenen Menschen. Anhand dieser Last wird das Frakturrisiko der unterschiedlichen Therapien mit dem präoperativen Zustand verglichen. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass dieser Lastfall nicht für Frakturen der

Lastfall	F_x	F_y	F_z	$ F $
normales Gehen	-405.8	247.5	2017.0	2072.3
Treppensteigen (abwärts)	-533.2	344.0	2369.3	2452.8
Stolpern	-1531.3	643.1	4114.0	4436.6

Tabelle 8.2: Kraftkomponenten und resultierende Gelenkkraft [N] für die Lastfälle normales Gehen, Treppensteigen (abwärts) und Stolpern.

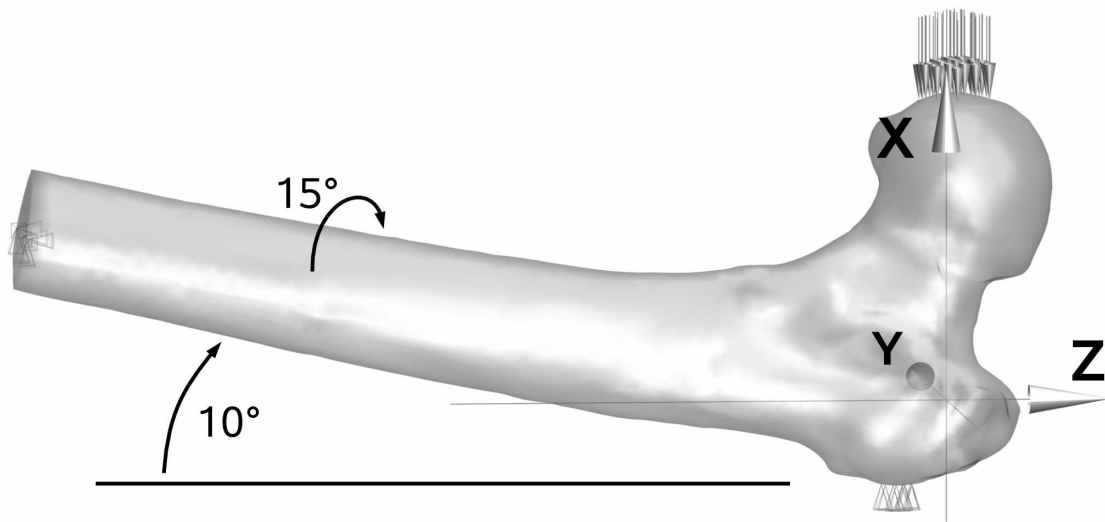


Abbildung 8.5: Konfiguration des Trauma-Lastfalls.

subtrochantären Region konstruiert wurde, sondern für die Abschätzung der Bruchlasten bei Schenkelhalsbrüchen. Trotzdem erscheint die Untersuchung dieses Lastfalls wichtig, da in der klinischen Praxis postoperative Frakturen bei der Behandlung von Hüftkopfnkrosen überwiegend im Zusammenhang mit Traumata angegeben werden; siehe z.B. Aldegheri u. a. [2007] oder Smith u. a. [1995].

8.4 Ergebnisse

Um das Frakturrisiko abzuschätzen, wurden sowohl Zug- als auch Druckfestigkeiten von kortikalem Knochen berücksichtigt. Gängige Werte für Zugfestigkeiten aus der Literatur sind in Tabelle 8.3 und Werte für Druckfestigkeiten in Tabelle 8.4 zusammengetragen. Dabei fällt auf, dass die angegebenen Zugfestigkeiten sich teils deutlich unterscheiden.

Bei den Lastfällen normales Gehen, Treppensteigen und Stolpern treten im subtrochantären Bereich vorwiegend Zugspannungen auf. Bei diesen Lastfällen werden die größten auftretenden Hauptnormalspannungen gegen die Zugfestigkeit getestet. Dabei wurde eine Zugfestigkeit von $\sigma_{ult}^z = 110$ MPa als Referenzwert gewählt, welche geringfügig kleiner ist als der Mittelwert der unteren Grenzen der Literaturwerte.

Die Ergebnisse des Trauma-Lastfalls werden in den von-Mises-Spannungen wiedergegeben. Bei diesem Lastfall treten Druck- und Zugspannungen ausgewogener auf, wodurch die von-Mises-Spannungen einen guten Eindruck der auftretenden Belastung geben. Das Frakturrisiko wird dennoch anhand der Hauptnormalspannungen beurteilt. Die geringste Hauptnormalspannung wird in diesem Fall, sofern eine Druckspannung vorliegt, an einer Druckfestigkeit $\sigma_{ult}^d = 210$ MPa gemessen, welches wieder geringfügig niedriger ist als der Mittelwert der Literaturwerte.

In dieser Analyse werden die Festigkeiten σ_{ult}^z und σ_{ult}^d jeweils als 100% Frakturlast betrachtet. Die berechneten maximalen Spannungen werden in Prozent der Frakturlasten angegeben.

Autor	Zugfestigkeit	
Wirtz u. a. [2000]	≈ 150	MPa
Dempster und Liddicoat [1952]	78.8	MPa
Ko [1953]	122 ± 1.1	MPa
Sedlin und Hirsch [1966]	86.5	MPa
Burstein und Reilly [1973]	151 ± 18	MPa

Tabelle 8.3: Zugfestigkeiten von kortikalem Knochen.

Autor	Druckfestigkeit	
McElhaney [1966]	$\varnothing 224$	MPa
Currey [2001]	≈ 250	MPa
Burstein u. a. [1976]	$\varnothing 200$ (30-59yrs.)	MPa
Martin u. a. [1998]	195	MPa
Currey [2002]	205	MPa

Tabelle 8.4: Druckfestigkeiten von kortikalem Knochen.

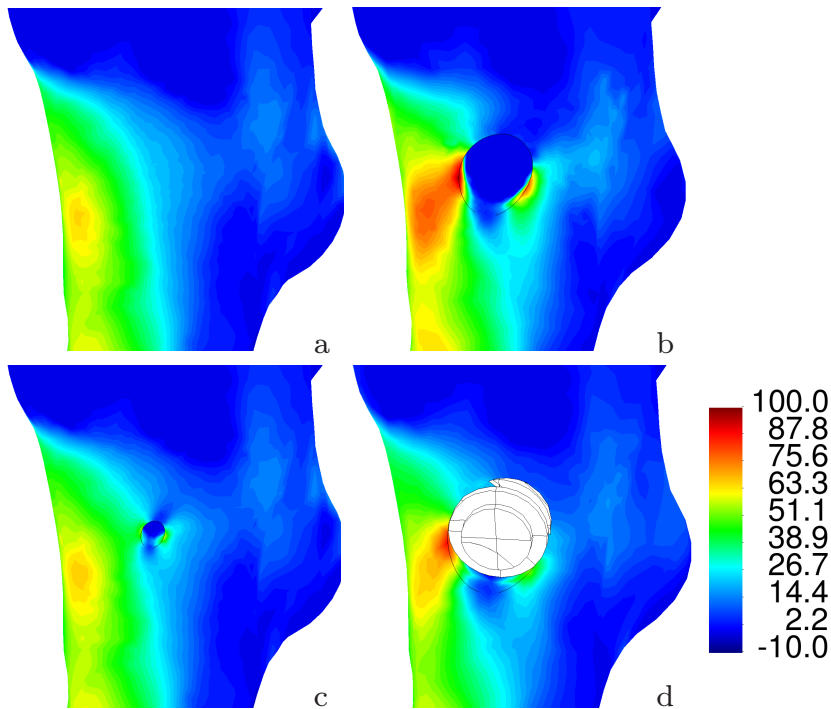
8.4.1 Postoperativer Zustand

In den Abbildungen 8.6 bis 8.9 werden für alle Lastfälle jeweils die postoperativen Zustände der Behandlungsmethoden mit dem präoperativen Zustand in lateraler Ansicht verglichen. Die größten in den Modellen auftretenden Hauptnormalspannungen für die Lastfälle normales Gehen, Treppensteigen und Stolpern sind in Tabelle 8.5 in Prozent von σ_{ult}^z zusammengefasst. Für den Trauma-Lastfall sind die entsprechenden Werte für die größten und die kleinsten Hauptnormalspannungen in Tabelle 8.6 aufgeführt.

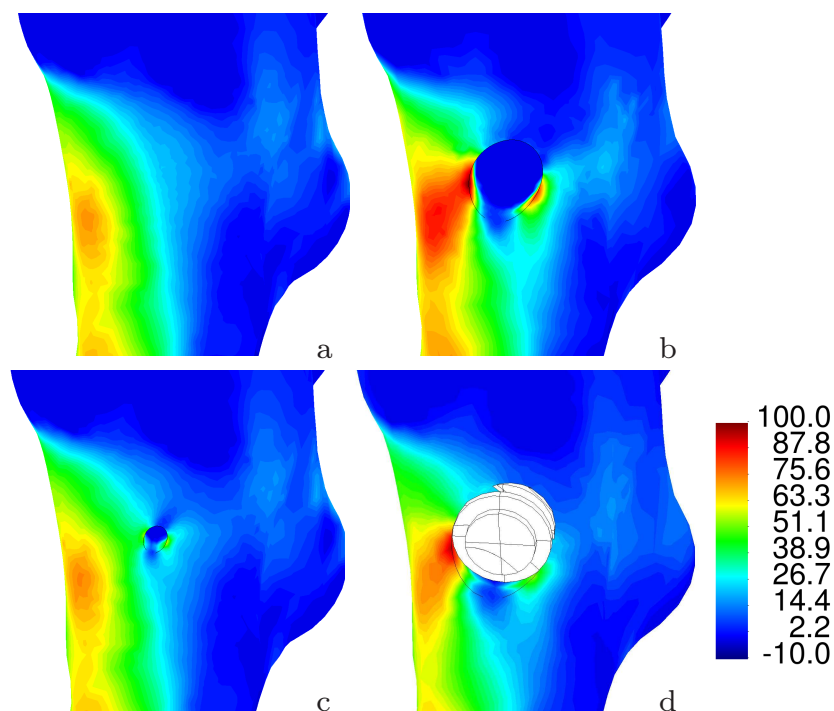
Für normales Gehen (Abb. 8.6) liegen die maximalen Spannungen, sowohl des präoperativen Zustands, als auch der verschiedenen Behandlungsmethoden, unterhalb der angenommenen Zugfestigkeit σ_{ult}^z . In der präoperativen Konfiguration (Abb. 8.6a) treten die maximalen Spannungen etwas anterodistal des operativen Zugangs auf. Die größten Hauptnormalspannungen betragen dort 63% der Zugfestigkeit.

Der Ort der größten Spannungen stimmt beim CD-Modell (Abb. 8.6b) mit dem präoperativen Zustand überein. Die durch die kleine Bohrung veränderten Spannungen liegen mit 66% nur geringfügig höher als beim präoperativen Zustand. Das Frakturrisiko ist daher als gering einzuschätzen. Die erhöhten Spannungen liegen, bedingt durch die Belastung, nicht in dem Gebiet der Läsion.

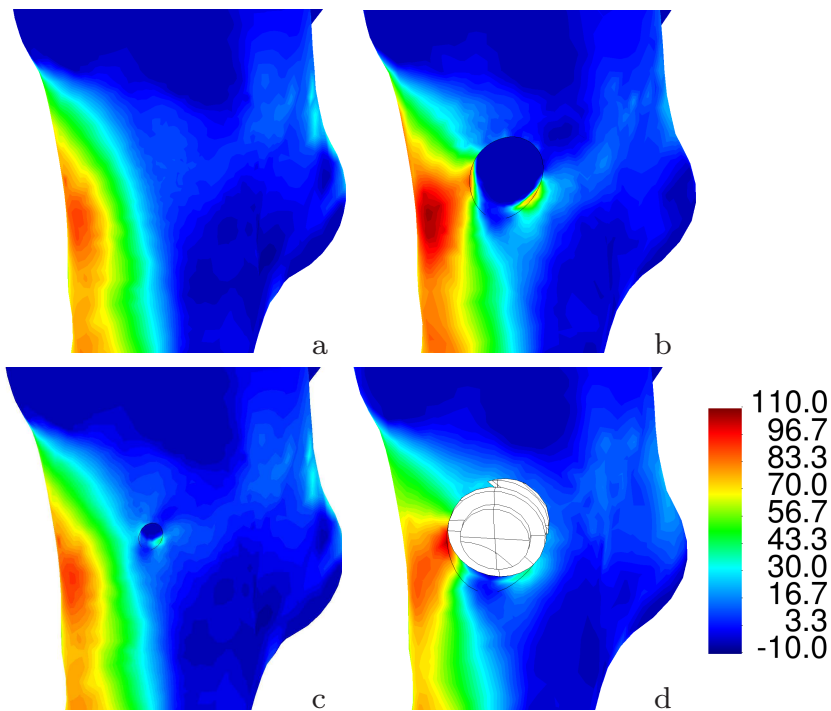
Durch den größeren Bohrungsdurchmesser beim CD₁₀-Modell verändert sich die Spannungsverteilung wahrnehmbar; es werden Spannungen von 93% von σ_{ult}^z ermittelt. Der Ort der größten Spannungen liegt nun direkt anterior der Bohrung, siehe Abb. 8.6c. Auf der anderen Seite der Bohrung treten geringfügig kleinere Spannungen auf. Das TI-Modell besitzt eine noch größere Läsion. Hier verändert das Implantat den Lastabtrag, was in einer etwas veränderten Spannungsverteilung resultiert, wie in Abbildung 8.6d zu sehen ist. Dadurch werden etwas geringere Maximalspannungen von 88% der Zugfestigkeit berechnet. Die Spannungen beider Modelle liegen noch unterhalb der angenommenen Zugfestigkeit; das Frakturrisiko ist aber schon als erhöht anzunehmen.

**Abbildung 8.6:**

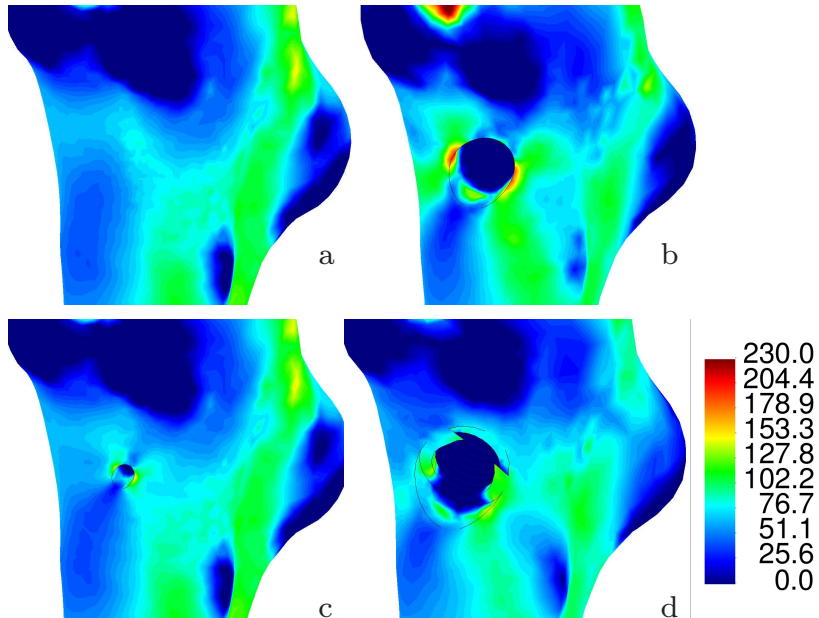
Laterale Ansicht der größten Hauptnormalspannungen [MPa] des proximalen Femurs. Dargestellt sind die präoperative Konfiguration (a) und der postoperative Zustand des CD-Modells (b), des CD₁₀-Modells (c) und des TI-Modells (d) für den Lastfall des normalen Gehens.

**Abbildung 8.7:**

Laterale Ansicht der Hauptnormalspannungen [MPa] des proximalen Femurs. Dargestellt sind die präoperative Konfiguration (a) und der postoperative Zustand des CD-Modells (b), des CD₁₀-Modells (c) und des TI-Modells (d) für den Lastfall Treppensteigen (abwärts).

**Abbildung 8.8:**

Laterale Ansicht der größten Hauptnormalspannungen [MPa] des proximalen Femurs. Dargestellt sind die präoperative Konfiguration (a) und der postoperative Zustand des CD-Modells (b), des CD₁₀-Modells (c) und des TI-Modells (d) für den Stolperlastfall.

**Abbildung 8.9:**

Laterale Ansicht der von-Mises-Spannungen [MPa] des proximalen Femurs. Dargestellt sind die präoperative Konfiguration (a) und der postoperative Zustand des CD-Modells (b), des CD₁₀-Modells (c) und des TI-Modells (d) für den Trauma-Lastfall.

Die berechneten Spannungsverteilungen für das Treppensteigen sind in Abbildung 8.7 illustriert. Die Spannungsverteilungen ähneln denen des normalen Gehens; es treten aber erwartungsgemäß höhere Spannungen auf. Vergleicht man die angesetzten Lasten aus Tabelle 8.2 fällt auf, dass die Lastrichtungen sehr ähnlich sind, wodurch dieses Ergebnis zu erklären ist. In Kapitel 6.2 wurde bereits gezeigt, dass die Lastrichtungen der gemessenen Gelenkkräfte bei den unterschiedlichen alltäglichen Bewegungsabläufen nur geringfügig variieren. In Abbildung 6.4 ist auch zu sehen, dass gerade die großen Gelenkkräfte eine sehr ähnliche Richtung aufweisen und damit auch ähnliche Spannungsverteilungen verursachen.

Der präoperative Zustand (Abb. 8.7a) und das CD-Modell (Abb. 8.7b) weisen wieder sehr ähnliche Spannungsverteilungen auf und liegen mit 71% und 73% deutlich unterhalb von σ_{ult}^z .

Beim CD₁₀-Modell (Abb. 8.7c) und beim TI-Modell (Abb. 8.7d) treten deutlich höhere Spannungen auf. Die Spannungsverteilungen beider Modelle sind erneut ähnlich und weisen Maximalwerte von 96% bzw. 95% der Zugfestigkeit auf. Bei diesen Modellen ist ein erhöhtes Frakturrisiko bei direkt postoperativer Belastung in Form von Treppensteigen vorhanden.

Abbildung 8.8 zeigt die für den Stolperlastfall ermittelten Spannungsverteilungen. Die Spannungsverteilungen ähneln wieder denen der beiden vorherigen Lastfälle. Der präoperative Zustand (Abb. 8.8a) und das CD-Modell (Abb. 8.8a) liegen mit 88% und 89% zur Zugfestigkeit immer noch im sicheren Bereich. Hier kann aber auch schon von erhöhtem Frakturrisiko gesprochen werden. Auch hier liegt der operative Zugangspunkt des CD-Modells dank des kleinen Bohrungsdurchmessers nicht im Bereich der erhöhten Spannungen.

Beim CD₁₀-Modell und beim TI-Modell werden beim Stolperlastfall die zulässigen Spannungen teils deutlich überschritten. Mit 105% und 101% von σ_{ult}^z ist hier ein hohes Frakturrisiko vorhanden.

Die von-Mises-Spannungen des Trauma-Lastfalls sind in Abbildung 8.9 illustriert. Beim Trauma-Lastfall werden sowohl die größten Hauptnormalspannungen, als auch die kleinsten Hauptnormalspannungen gegen die angenommenen Festigkeiten σ_{ult}^z und σ_{ult}^d getestet. Wie bereits oben erwähnt, sind die auftretenden extremalen Spannungen in Tabelle 8.6 aufgelistet.

Für den präoperativen Zustand (Abb. 8.9a) treten die größten Zugspannungen von 59% von σ_{ult}^z distal posterior des operativen Zugangs auf. Die größten Druckspannungen liegen mit 51% von σ_{ult}^d etwa 5mm proximal des Zugangs. Der präoperative Zustand unterliegt damit im subtrocantären Bereich keinem Frakturrisiko.

Beim CD-Modell (Abb. 8.9b) treten nun deutlich höhere Spannungen als beim präoperativen Zustand auf. Aufgrund der anderen Belastung liegt das Bohrloch nun in der Beanspruchungszone. Mit Werten von 65% der Zugfestigkeit und 89% der Druckfestigkeit kann hier aber noch von einem sehr geringen Frakturrisiko ausgegangen werden. Die Zugspannungen treten dabei am distalen Teil des Zugangs auf, die Druckspannungen auf posteriorer und anteriorer Seite.

Das CD₁₀-Modell (Abb. 8.9c) zeigt hier signifikant höhere Spannungen. Erhöhte Zugspannungen treten proximal und distal des Bohrloches auf, wobei der Maximalwert von 157% σ_{ult}^z an der distalen Seite auftritt. Wie schon beim vorigen Modell treten die höchsten Druckspannungen an der posterioren und anterioren Seite des Zugangs auf. Der Maximalwert von 113% σ_{ult}^d wird an der anterioren Seite ermittelt. Das Frakturrisiko beim CD₁₀-Modell hinsichtlich eines Sturzes auf den Trochanter major ist damit sehr hoch.

Für das TI-Modell (Abb. 8.9d) zeigt sich ein ähnliches Bild. Die Spannungsverteilung

Modell	Gehen	Treppensteigen	Stolpern
	% von σ_{ult}^z	% von σ_{ult}^z	% von σ_{ult}^z
präoperativ	63 %	71 %	88 %
CD	66 %	73 %	89 %
CD ₁₀	93 %	96 %	105 %
TI	88 %	95 %	101 %

Tabelle 8.5: Maximale Hauptnormalspannungen in Prozent der Zugfestigkeit σ_{ult}^z für die Lastfälle normales Gehen, Treppensteigen (abwärts) und Stolpern. Die Spannungen des präoperativen Zustands sind zum Vergleich aufgeführt.

Modell	Trauma-Lastfall	
	% von σ_{ult}^z	% von σ_{ult}^d
präoperativ	59 %	51 %
CD	65 %	89 %
CD ₁₀	157 %	113 %
TI	111 %	96 %

Tabelle 8.6: Maximale Hauptnormalspannung in Prozent der Zugfestigkeit σ_{ult}^z und minimale Hauptnormalspannung in Prozent der Druckfestigkeit σ_{ult}^d für den Trauma-Lastfall im postoperativen Zustand. Die Spannungen des präoperativen Zustands sind zum Vergleich aufgeführt.

verändert sich jedoch durch das Implantat gegenüber dem CD₁₀-Modell. Für das TI-Modell werden mit 111% der Zugfestigkeit und 96% der Druckfestigkeit deutlich geringere Spannungsmaxima berechnet. Aber auch diese weisen Werte auf, sodass ein hohes Frakturrisiko vorliegt.

8.4.2 Langzeitverhalten

Um das Langzeitverhalten bzw. das Heilungsverhalten zu simulieren, wird analog zu Kapitel 7.3 verfahren. Wie anfangs beschrieben, werden die Materialgruppen der Bohrungen reaktiviert und haben, wie die restlichen den Femur zugehörigen Materialgruppen, die Fähigkeit zum beanspruchungsadaptiven Knochenumbau.

Die Ergebnisse der Dichteverteilungen sind in Abbildung 8.10 dargestellt, wobei Abbildung 8.10a dem präoperativen Zustand entspricht. Wie erwartet wird beim CD-Modell (8.10b) und beim CD₁₀-Modell (8.10c) vollständige Heilung der Läsion vorhergesagt. Der Unterschied bei den beiden Modellen ist, dass zur vollständigen Heilung beim CD₁₀-Modell weit mehr Knochenumbauiterationen benötigt werden als beim CD-Modell. Dieses Verhalten entspricht den klinischen Erfahrungen, dass die kleine Läsion schneller verheilt als die 10mm Bohrung.

Die Simulation mit dem TI-Modell führt zu einem anderen Ergebnis, weil durch das Implantat das mechanische System verändert wird. Das TI-Modell unterliegt einer unvorteilhaften Spannungsumverteilung, welche dazu führt, dass in Bereichen distal und proximal des Implantates der laterale Cortex weniger belastet wird. Dadurch wird an diesen Stellen Knochendichte abgebaut, wie in Abbildung 8.10d zu sehen ist. Die Simulation des Einwachsverhaltens ist in Abbildung 8.10e dargestellt. Die

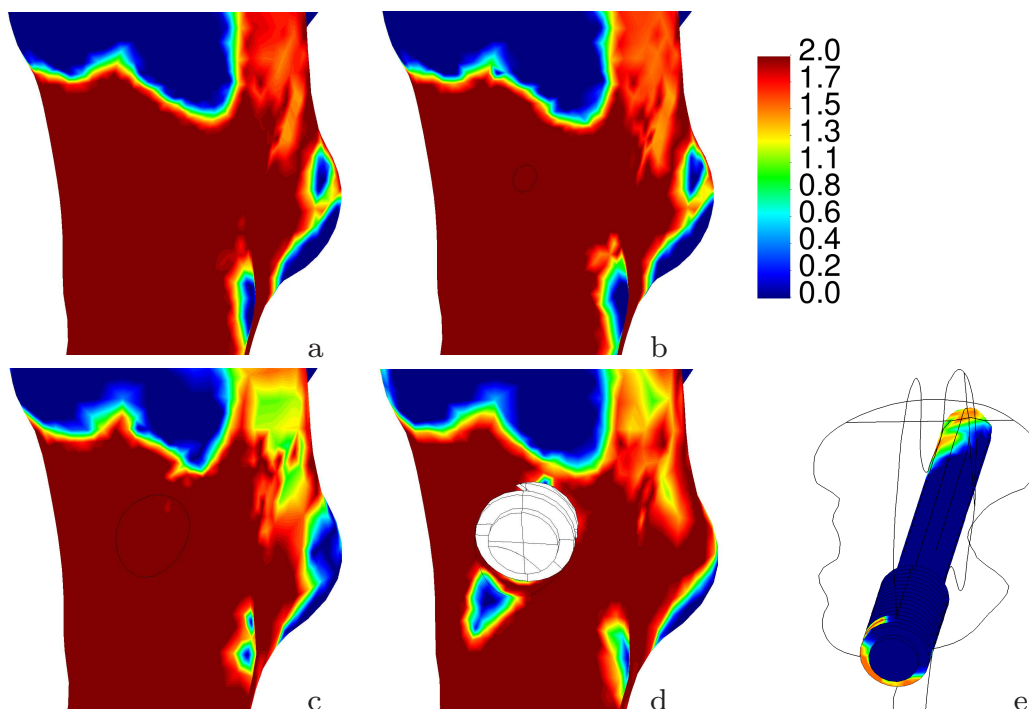


Abbildung 8.10: Laterale Ansicht der Dichteverteilung [g/cm^3] des proximalen Femurs. Dargestellt sind die präoperative Konfiguration (a) und der biomechanisch equilibrierte Langzeitzustand des CD-Modells (b), des CD₁₀-Modells (c) und des TI-Modells (d). Zusätzlich ist die Vorhersage des mechanisch stimulierten Einwachsens des Knochens in das Implantat dargestellt (e).

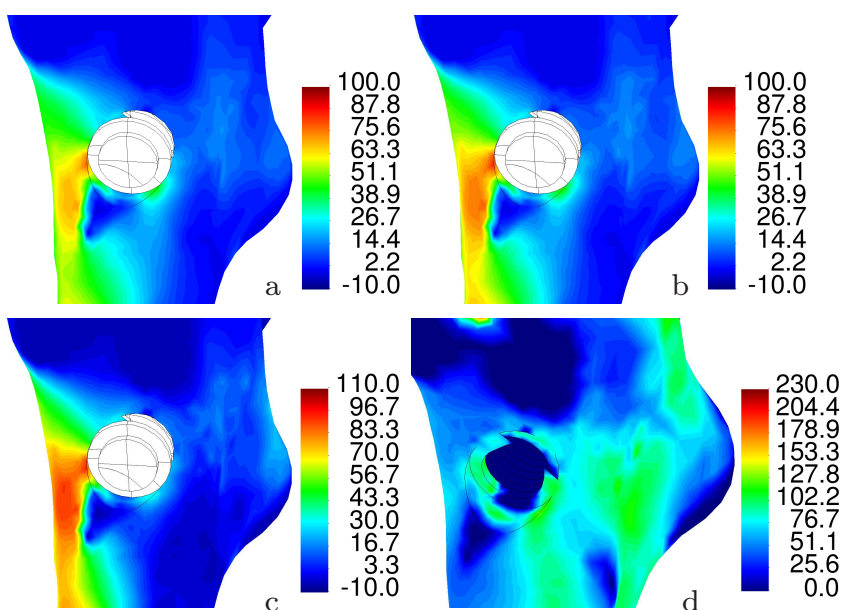


Abbildung 8.11: Laterale Ansicht des proximalen Femurs mit den Langzeitergebnissen des TI-Modells: Größte Hauptnormalspannungen [MPa] beim normalen Gehen (a), Treppensteigen (abwärts) (b) und Stolpern (c) sowie die von-Mises-Spannungen [MPa] für den Trauma-Lastfall (d).

Modell	Gehen	Treppensteigen	Stolpern
	% von σ_{ult}^z	% von σ_{ult}^z	% von σ_{ult}^z
CD	63	71	88
CD ₁₀	63	71	88
TI	81	84	100

Tabelle 8.7: Maximale Hauptnormalspannungen in Prozent der Zugfestigkeit σ_{ult}^z für die Lastfälle normales Gehen, Treppensteigen (abwärts) und Stolpern im biomechanisch equilibriertem Langzeitzustand.

Modell	Trauma-Lastfall	
	% von σ_{ult}^z	% von σ_{ult}^d
CD	59	51
CD ₁₀	59	51
TI	124	67

Tabelle 8.8: Maximale Hauptnormalspannung in Prozent der Zugfestigkeit σ_{ult}^z und minimale Hauptnormalspannung in Prozent der Druckfestigkeit σ_{ult}^d für den Trauma-Lastfall im Langzeitzustand.

mechanische Stimulation im Implantat ist nur im hoch beanspruchten, lateralen Cortex und im Femurkopf groß genug, damit nach diesem Ansatz eine Osseointegration stattfinden kann. Diese Beobachtung deckt sich mit der klinischen Erfahrung. Orthopäden der Medizinischen Hochschule Hannover berichten, dass bei der Explantation dieses Nekrosenagels ein Verbund nur in der lateralen Kortikalis vorhanden sei. Nach Zerstörung des Verbundes sei das Implantat leicht zu entfernen. Die im Femurkopf vorhergesagte Osseointegration ist nach biologischen Aspekten fraglich, da der nekrotische Bereich bezüglich Knochenumbau vermutlich inert ist. Im mittleren Teil des Implantates ist die Osseointegration nach mechanischen Überlegungen unwahrscheinlich. Hier befindet sich nur spongioser Knochen, der wenig Last trägt. Die mechanische Beanspruchung ist daher zu gering.

Die Ergebnisse der Beanspruchungsanalyse im Langzeitverhalten weichen nur für das TI-Modell vom präoperativen Zustand ab, da die beiden vorigen Modelle vollständige Heilung zeigen. Die Ergebnisse des TI-Modells für die verschiedenen Lastfälle sind in Abbildung 8.11 dargestellt. Hier zeigt sich die Auswirkung des atrophischen Verhaltens auf das verbleibende Frakturrisiko. Die Werte der maximalen Spannungen sind zusammen mit denen des CD-Modells und denen des CD₁₀-Modells in Tabelle 8.7 für normales Gehen, Treppensteigen und Stolpern aufgelistet. Die Werte für den Trauma-Lastfall finden sich in Tabelle 8.8. Durch die vollständige Heilung entsprechen die Werte des CD-Modells und des CD₁₀-Modells denen des präoperativen Zustands.

Das TI-Modell weist beim normalen Gehen (Abb. 8.11a) Maximalwerte von 81% σ_{ult}^z auf. Damit verringerten sich die Spannungen, allerdings nicht so stark, wie es beim CD₁₀-Modell der Fall ist. Das Frakturrisiko ist nun aber geringer. Beim Treppensteigen abwärts (Abb. 8.11b) zeigt sich ein ähnliches Bild, wobei hier die Abnahme der Spannungen etwas deutlicher ausfällt. Mit Spannungen von 84% der Zugfestigkeit ist auch in diesem Fall das Frakturrisiko deutlich geringer als im postoperativen Fall. Beim Stolperlastfall hingegen bleibt der Maximalwert beinahe erhalten. Mit einer maximalen Hauptnormalspannung von 100% σ_{ult}^z bleibt hier das hohe Frakturrisiko bestehen. Der Knochenumbau wirkt sich für diesen Lastfall negativ aus. Im Gegensatz

zum postoperativen Zustand liegt hier nun ein deutlich ausgebildeter Bereich hoher Spannungen anterior und distal des Zugangs vor. Beim Trauma-Lastfall wirkt sich das atrophe Knochenumbauverhalten am ungünstigsten aus. Die höchsten Druckspannungen betragen jetzt nur noch 67% von σ_{ult}^d . Sie sind weiterhin an der posterioren und anterioren Seite des operativen Zugangs zu finden. Die maximalen Zugspannungen hingegen steigen sogar auf 124% von σ_{ult}^z . Diese Werte treten distal der Läsion an dem Bereich auf, der von dem atrophischen Knochenumbau betroffen ist. Damit wird das Frakturrisiko beim TI-Modell sogar noch vergrößert.

Anhand dieser Berechnungen kann für die Core Decompression mit multiplen 3,2mm Bohrungen die zeitnahe postoperative Vollbelastung empfohlen werden. Bei der traditionellen Core Decompression mit einer einzigen 10mm Bohrung und der Versorgung mit dem Tantalum-Implantat sollten postoperativ Probleme nur bei externer Belastung, wie dem Stolpern, auftreten. Hier sollte man die Entscheidung der direkten vollen Belastung ggf. von der vorhandenen Knochenqualität des Patienten abhängig machen. Wie in Tabelle 8.3 abzulesen ist, streuen die Literaturwerte für die Zugfestigkeit von kortikalem Knochen sehr stark. Auch wenn hier mit einem konservativ ausgerichteten Mittelwert gearbeitet wurde, muss bei schlechter Knochenqualität ggf. ein geringerer Wert, als der hier verwendete, Anwendung finden. Dann würde sich für die Core Decompression mit 10mm Bohrung und die Versorgung mit dem Tantalum-Implantat nur die partielle postoperative Belastung empfehlen.

Generell stellt sich die Frage, wie man das Risiko der subtrochantären Frakturen verringern kann. Wie bereits eingangs ausgeführt, haben Camp und Colwell [1986] in ihrer Studie von subtrochantären Frakturen berichtet, die sie auf zu weit distale Bohrungen zurückführten. Würde man die operativen Zugänge weiter proximal am Trochanter major ansetzen, würde man in einen weniger stark belasteten Bereich gelangen. Dieses Vorgehen ist allerdings von der Anatomie des Patienten, speziell des CCD-Winkels (Centrum-Collum-Diaphysen-Winkel), abhängig. Je größer der CCD-Winkel, desto weiter distal muss der Zugang erfolgen. Daher erscheint es zielgerichtet, bei anatomiebedingten sehr distalen Zugängen die Methode mit multiplen 3,2mm Bohrungen nach Mont u. a. [2004] anzuwenden.

9 Kappenprothesen

Der Oberflächenersatz mittels Kappenprothesen stellt die knochenschonenste Art der Hüftgelenksendoprothetik dar. Diese Art Prothesen wurden insbesondere für jüngere Patienten entwickelt, denen nach Implantation einer Hüfttotalendoprothese eine so genannte "Prothesenkarriere" mit mehreren Wechseloperationen bevorsteht (Juhnke [2006]). Die ersten Entwicklungen fanden bereits in den 1950er und 1960er Jahren statt, aber auch bis in die 1970er Jahre konnten keine befriedigenden Ergebnisse erzielt werden. Rechl u. a. [1991] ermittelten z.B. in Ihrer Studie mit 104 nachuntersuchten Wagner-Doppelcup-Prothesen nach einem durchschnittlichen Nachuntersuchungszeitraum von 107 Monaten 53 Lockerungen. Die Revisionsrate lag also bei 51%. Eine Standzeit von mehr als 10 Jahren konnte nur bei etwa 20% der Patienten nachgewiesen werden. Rechl konnte Stress-Shielding unter der Kappe und durch Abrieb bedingte Osteolysen am medialen und lateralen Kappenrand nachweisen. Diese führten nach einer Zunahme der Mikrobewegungen zu der Bildung eines bindegewebigen Interface oder gar zum vollständigen bindegewebigen Ersatz des Femurkopfes (Rechl u. a. [1991]).

In den letzten 20 Jahren wurden, im Zuge der Weiterentwicklung der Implantate, bessere klinische Ergebnisse erzielt. Witzleb u. a. [2004] z.B. haben zwischen 1998 und 2004 420 Prothesen implantiert, wobei vorwiegend das Birmingham Hip Resurfacing System benutzt wurde. Bei einem durchschnittlichen Follow-Up von 2 Jahren bei 238 Patienten wurde eine Revisionsrate von 2,2% angegeben, welche als deutlich besser als bei früheren, eigenen Studien bewertet wurde. Nach Rudert u. a. [2007] sind die aktuellen klinischen Ergebnisse noch nicht mit denen konventioneller Implantate vergleichbar.

Das hier verwendete Implantat ist die Eska Bionik Kappenprothese. Eine Originalprothese wurde mittels dreidimensionaler Messtechnik im Labor für Biomechanik und Biomaterialien der Orthopädischen Klinik der MHH vermessen. Der rekonstruierte STL-Datensatz ist in einer Schnittansicht mit Bemaßung in Millimetern in Abbildung 9.1a dargestellt. Ausgehend von diesem Oberflächenmodell wurde ein CAD-Modell der Kappe erstellt. Das endgültige Finite-Elemente-Modell von Femur mit Prothese ist in einer Explosionsdarstellung in Abbildung 9.1b illustriert. Es besteht aus 90.685 4-Knoten-Tetraedern mit 17110 Knoten. Um Rechenzeit zu sparen, ist der distale Bereich gröber vernetzt worden.

Dieses Modell wird mit idealem Verbund zwischen Knochen und Prothese berechnet. Bei Zementierung der Kappe bildet dieser Ansatz die wirkliche Situation gut ab. Aber auch bei der unzementierten Version der Kappe, siehe Abbildung 2.5d, ist der initiale Verbund durch die Spongiosametall-Oberfläche sehr gut.

In Abbildung 9.2 sind der direkte postoperative Zustand (Abb. 9.2a) und die Vorhersage des Langzeitzustands (Abb. 9.2a) anhand von Röntgen-Emulation illustriert. Im Gegensatz zum klinischen Fall ist diese Betrachtung möglich, weil die Prothese bei der Simulation ausgeblendet werden kann. Der Femurkopf zeigt dabei deutlich die an die Prothese angepasste Geometrie. Der optische Eindruck des Langzeitzustands ist im Vergleich zum postoperativen Zustand relativ gut. Atrophes Verhalten ist nur unter der Kappe sichtbar. Bei den Bereichen, die nicht von der Prothese umschlossen sind, ist rein optisch keine Veränderung zu bemerken. Die quantitative Auswertung

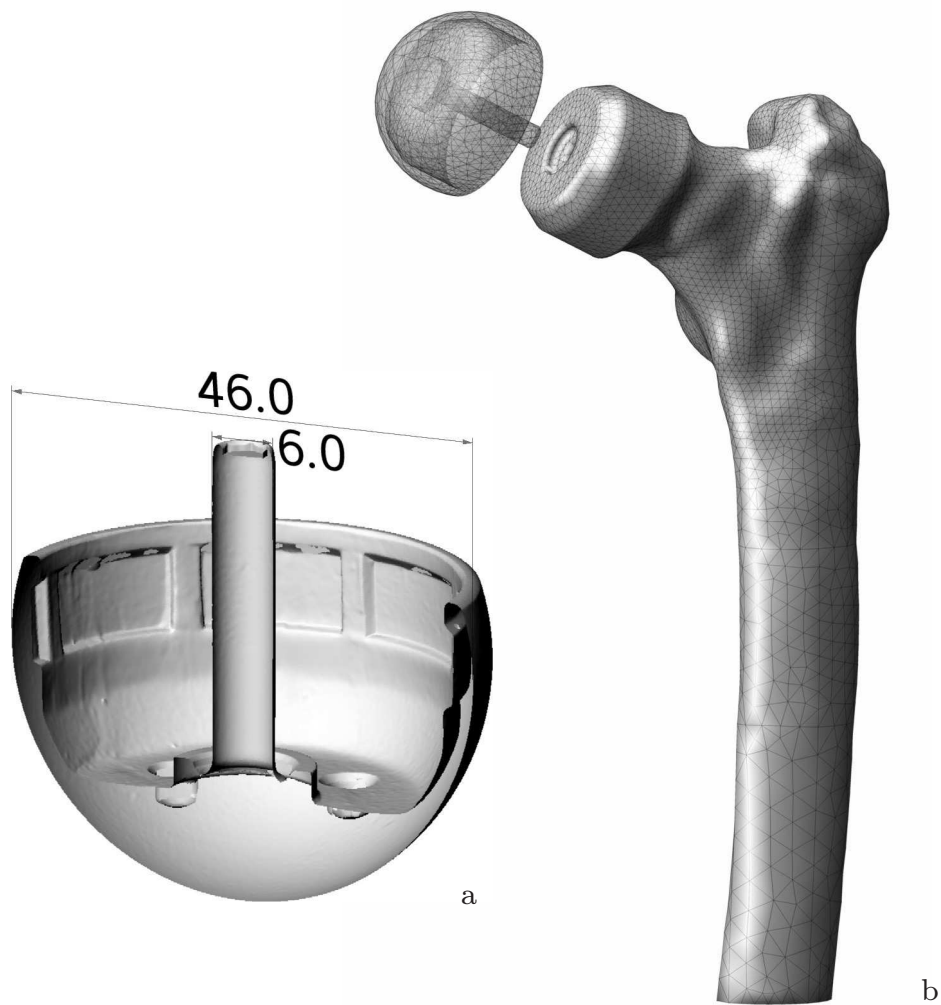


Abbildung 9.1: Schnitt durch ein STL-Modell der Eska Bionik Kappenprothese (a) und FE-Modell mit Implantat in Explosionsdarstellung (b).

ergibt, dass im Femurkopf unter dem Implantat ein deutlicher Knochenmasseverlust von 66% auftritt und im Schenkelhals ein Verlust von 9%. Die restlichen Bereiche sind praktisch nicht von Knochenumbaureaktionen betroffen.

Abbildung 9.3 zeigt die Dichteverteilung in Schnitten der Frontalebene im postoperativen Zustand (Abb. 9.3a) und im Langzeitverhlaten (Abb. 9.3b). Auch hier ist deutlich der Abbau an Knochenmasse unter der Kappe zu sehen. Die medialen Bereiche unter der Kappe werden von der Beanspruchung abgeschirmt, es tritt also Stress-Shielding auf.

Das Stress-Shielding unter der Kappe wurde von Rechl u. a. [1991] in klinischen Studien nachgewiesen. Von diesem Problem abgesehen ist das rein biomechanische Verhalten der Prothese als gut einzustufen. Die Lasteinleitung hinter der Prothese erfolgt nahezu physiologisch, so dass dort keine nennenswerten Knochenumbaureaktionen auftreten.

Das Stress-Shielding unter der Kappe kann jedoch zu Problemen führen. Abbildung 9.4 zeigt ein Präparat mit Wagner-Doppelcup-Prothese als Kontaktradiographie-Bild und als Dünnschliff. Es ist deutlich zu sehen, dass die Knochenmasse unter der Kappe sehr stark abgebaut wurde. Im Dünnschliffpräparat ist in den Bereichen ohne spongiösen Knochen deutlich pink eingefärbtes Bindegewebe zu sehen. Diese Art Knochenabbau unter der Prothese kann zu Schenkelhalsfrakturen, Femurkopffrakturen

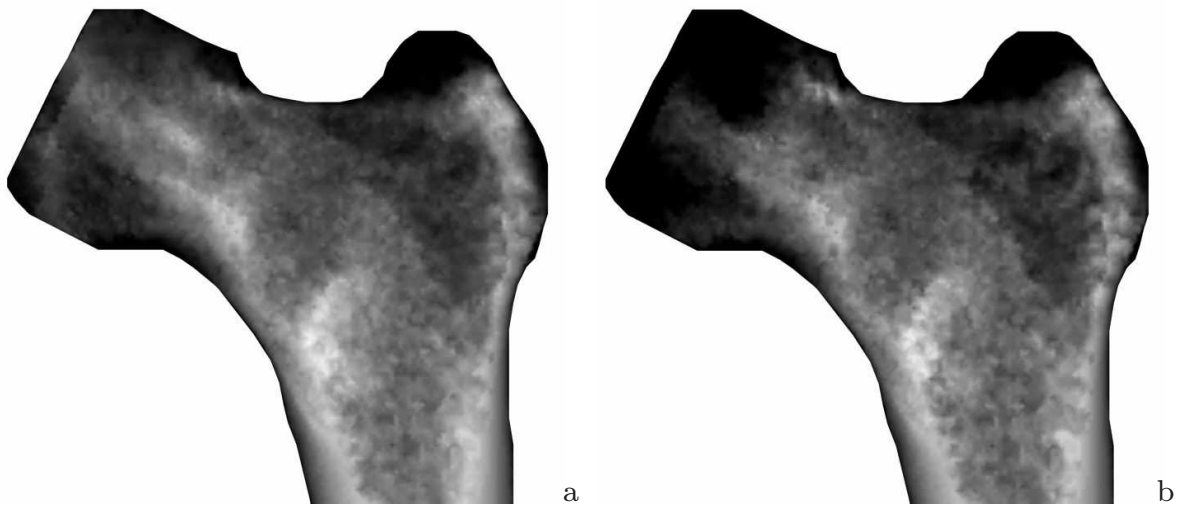


Abbildung 9.2: Röntgen-Emulation des direkten postoperativen Zustands (a) und des Langzeitzustands (b).

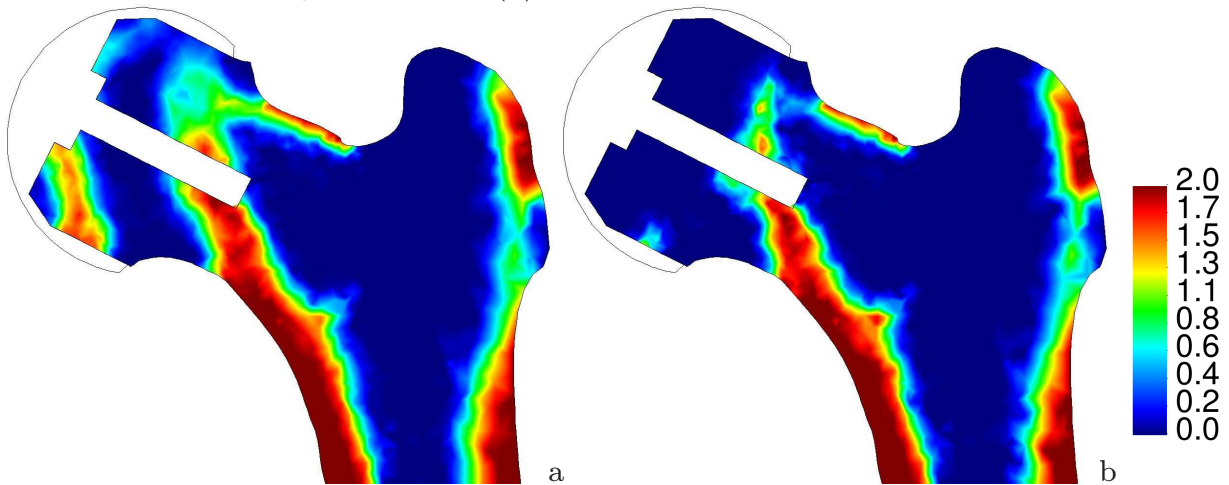


Abbildung 9.3: Schnitt in der Frontalebene der Dichteverteilung [g/cm^3] des direkten postoperativen Zustands (a) und des Langzeitzustands (b) mit angedeutetem Implantat.

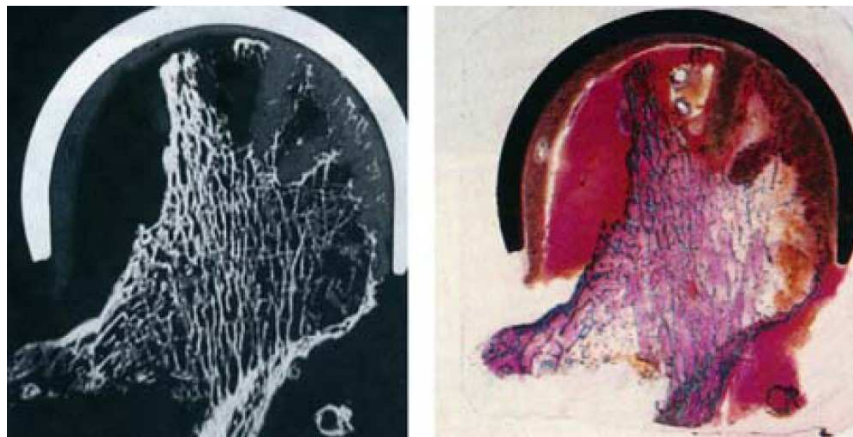


Abbildung 9.4: Kontaktradiographie und Dünnschliffpräparat einer Wagner-Doppelcup-Prothese; aus Juhnke [2006].

und aseptischen Lockerungen führen. Schenkelhalsfraktur und aseptische Lockerung stellen nach Juhnke [2006] und Rudert u. a. [2007] auch die häufigsten Revisionsursachen bei Kappenprothesen dar. Morlock u. a. [2008] haben 256 Revisionspräparate tribologisch, morphologisch und histologisch analysiert. Sie geben an, dass mehr als zwei Drittel der Präparate aufgrund von Frakturen revidiert wurden. Diese traten dabei entweder vollständig unterhalb der Prothese auf oder außerhalb der Prothese, ausgehend vom Kappenrand. Die in der Simulation berechneten atrophischen Veränderungen erklären dieses Verhalten. Hier zeigt sich auch ein Vorteil der Computersimulation. Während das Stress-Shielding sich in vivo den medizinischen bildgebenden Verfahren entzieht und nur an Revisionspräparaten zu sehen ist, ist die Berechnung und Visualisierung mit den vorgestellten Simulationsmethoden kein Problem.

Bei den Kappenprothesen wird aber noch ein weiterer Faktor diskutiert. Die Blutversorgung des Femurkopfes kann operationsbedingt kompromittiert werden (Juhnke [2006]; Rudert u. a. [2007]). Nach Beaulé u. a. [2006] ist durch die beim Fräsen entstehenden, ggf. irreparablen Gefäßschäden eine Lockerung der femoralen Komponente gar vorprogrammiert.

Neben dem biomechanischen Problem des Stress-Shielding treten bei diesem Prothesentyp also auch Probleme biologischer Art auf. Der in der Simulation berechnete Knochenabbau ist zwar schon sehr deutlich, würde aber allein ggf. für eine Lockerung oder eine Fraktur nicht ausreichen. Hier müssen neben mechanischen auch biologische Faktoren einbezogen werden, um genauere Vorhersagen zu treffen.

10 Zusammenfassung und Ausblick

Durch das Voranschreiten der technischen Entwicklung und der damit verbundenen immer weiter steigenden Rechnerleistung ist mittlerweile eine immer detailliertere Modellierung und genauere Berechnung im Bereich der numerischen Mechanik möglich. Gerade auch auf dem Gebiet der numerischen Biomechanik wurden in den letzten Dekaden große Fortschritte gemacht. Im Bereich der Biomechanik sind noch längst nicht alle Prozesse auf mikroskopischer Skala verstanden, noch existieren für alle verstandenen Prozesse ausgereifte numerische Modelle. Viele Prozesse lassen sich aber schon mit phänomenologischen Modellen gut abbilden. Dabei muss bei der numerischen Simulation immer zwischen Abbildungsgenauigkeit (sowohl theoretisch, als auch geometrisch und numerisch) und Anwendbarkeit abgewägt werden. Ist die Verwendung im klinischen Bereich im Fokus, so muss die Anwendbarkeit der Modelle im Vordergrund stehen. Das heisst, dass der Berechnungsaufwand überschaubar sein muss und die numerischen Modelle nur so komplex gehalten werden, dass sie möglichst wenig Parameter enthalten, die zudem bestimmt werden können.

Diese Arbeit verfolgt einen ganzheitlichen Ansatz, der nahe an der klinischen Anwendung gehalten wird. Mit den vorgestellten Methoden lassen sich die im Rahmen der Endoprothetik auftretenden Problemstellungen modellieren und mit geringem Berechnungsaufwand simulieren. Die immer noch nicht abschließend verstandenen mikro-mechanischen Prozesse werden dazu makromechanisch im kontinuumsmechanischen Sinne beschrieben. Dabei wird darauf geachtet, dass die unterschiedlichen phänomenologischen Modelle mit wenigen Parametern auskommen und effizient arbeiten, die im klinischen Alltag auftretenden Beobachtungen aber zuverlässig abgebildet werden. Sie können damit bei der Unterstützung im klinischen Bereich angewendet werden und dort die Forschung unterstützen bzw. im patientenspezifischen Einsatz in der Operationsplanung eingesetzt werden.

Bei der Modellierung des beanspruchungsadaptiven Knochenumbaus wird auf etablierte konstitutive Modelle zurückgegriffen. Diese werden um ein effizientes, aus der Numerik der Plastizitäts- und Schädigungstheorie bekanntes, etabliertes Integrationsschema für die Evolutionsgleichung der Knochendichte erweitert. Darüber hinaus wird eine neue konstitutive Beziehung zwischen Knochendichte und Elastizitätsmodul vorgestellt und an experimentellen Daten validiert.

Aufbauend auf etablierten und robusten Methoden der Kontinuums-Plastizitätstheorie werden zwei neu entwickelte Interfacemodelle zur Berechnung der mechanisch regulierten Osseintegration bei unzementierten Endoprothesen präsentiert und ihre Eigenschaften detailliert an einem einfachen Beispiel diskutiert und verglichen.

Zur gezielten Netzverfeinerung bei der Knochenumbausimulation wird eine neuartige Methode zur dichte-topologie-adaptiven Netzverfeinerung gezeigt, welche die Abbildung der modellabhängigen Dichteverteilungen gezielt verbessert.

Im Zusammenhang mit der numerischen Simulation der Osseintegration wird auch die geometrische Generierung von Interfaceschichten in bestehende Finite-Elemente-Modelle behandelt. In Verbindung damit wird eine sinnvolle Definition von Knotennormalen auf triangulierten Oberflächen vorgestellt.

In der Zukunft wird es nicht mehr nur von Interesse sein eine möglichst gute medizinische Versorgung für die breite Masse sicherzustellen; es werden immer mehr patientenspezifische Lösungen in den Fokus rücken. Um die Nähe zur Anwendung zu erzielen, werden Methoden gezeigt, geometrische Modelle aus patientenspezifischen CT-Daten zu erstellen, damit patientenspezifische Problemstellungen abgebildet und individuelle Lösungen gefunden werden können. In diesem Zusammenhang werden Ansätze vorgestellt, wie die patientenspezifischen Materialdaten umgerechnet und auf die patientspezifische Geometrie übertragen werden können.

Bei der Simulation des beanspruchungsadaptiven Knochenumbaus hängen die Berechnungsergebnisse maßgeblich von der Wahl der Randbedingungen ab. Dieses ist in der Natur der Sache begründet, da diese die Beanspruchungen hervorrufen, an die sich das Knochenmodell anpassen soll. Für die Simulation dieses Langzeitprozesses wird hier auf das bewährte Konzept der statisch äquivalenten Lasten zugegriffen. Die vorhandenen Konzepte werden erweitert und signifikant effizienter gestaltet, um den Prozess der Lösung des inversen Problems zu beschleunigen.

Bei der Berechnung der Osseointegration liegt eine andere Zeitskala vor, weshalb hier andere Belastungsmodelle in den Fokus rücken. Hinzu kommt, dass bei der Osseointegration die im Interface auftretenden Mikrobewegungen eine entscheidende Rolle spielen und diese nur durch Lasten realer Bewegungsvorgänge ermittelt werden können. Daher wird in diesem Fall auf mit instrumentierten Prothesen gemessene Lastkollektive zurückgegriffen. In diesem Zusammenhang stellen sich die Fragen, welche Lasten die mechanischen Interfacebedingungen repräsentativ abbilden. Hierzu werden sechs Lastfälle des täglichen Lebens ausgewählt. Eine weitere und für die Effizienz und den Berechnungsaufwand elementare Frage ist, wie genau die gemessenen Gangzyklen repräsentiert werden müssen, so dass die Bedingungen im Interface möglichst genau abgebildet werden, während der Rechenaufwand aber noch vertretbar ist. Zu diesem Zweck wird eine Studie mit unterschiedlichen komplexen Lastkollektiven durchgeführt. Dabei wird herausgearbeitet, dass schon zwei Lasten ausreichen, um die mechanischen Interfacebedingungen täglicher Belastungen hinreichend genau zu beschreiben.

Die Anwendung des ganzheitlichen Modellierungsansatzes wird am Beispiel der Kurzschaftprothese Metha gezeigt. Hierbei wird zunächst bei der Simulation der Osseointegration für beide neu entwickelten Berechnungsmodelle vergleichend eine Parameterstudie durchgeführt. Dazu werden die für die Osseointegration wichtigsten Parameter bestimmt und der Parameterraum detailliert abgebildet. Die Zusammenhänge zwischen den die Osseointegration begrenzenden, im Interface auftretenden Mikrobewegungen und den Parametern Interfacedicke und E-Modul werden untersucht und diskutiert. Die Osseointegration wird für die unterschiedlichen Interfaceparameter und für unterschiedliche Mikrobewegungsgrenzwerte berechnet und ausgewertet. Beide entwickelten Materialmodelle liefern dabei ähnliche Resultate. Die Ergebnisse zeigen, dass die Sensitivität bei der Simulation der Osseointegration nicht bei der konstitutiven Modellierung des Interface liegt, sondern bei den untersuchten Interfaceparametern. Der Einfluss der Interfaceparameter ist am größten, je schubweicher das Interface ist. Die unterschiedlichen Mikrobewegungsgrenzen wirken sich am stärksten bei schubweichen Parameterkombinationen aus. Bei schubsteifen Interfaces haben sie nur geringen Einfluss auf das Berechnungsergebnis. Die Modifikation der Interfacedicke wirkt sich unterdessen stärker aus als die des E-Moduls.

Ein wichtiger Einfluss für den flächenmäßigen Grad der Osseointegration auf der Oberfläche des Implantates ist der Bereich der Prothese, der mittelbar oder unmittelbar von kortikalem Knochen umgeben ist. Nur in diesen Bereichen ist der mechanische Stimulus groß genug, dass Osseointegration stattfinden kann. Ausgehend von diesen

Bereichen wird Osseointegration im Laufe des Prozesses auch über diese Bereiche hinaus vorhergesagt, vorausgesetzt dass die jeweilige angesetzte Mikrobewegungsgrenze dies zulässt.

Das Langzeitverhalten wird für drei ausgewählte Parameterkombinationen simuliert und mit der konventionellen Methode des idealen Verbundes anhand von Röntgenbild-Emulationen verglichen. Diese Methode erlaubt auch den Vergleich mit klinischen Ergebnissen, anhand derer die Berechnungsergebnisse qualitativ validiert werden. Die unterschiedlichen Berechnungsmodelle bilden das Spektrum der in den klinischen Studien beobachteten Veränderungen des Knochens ab und liefern plausible Ergebnisse. Dabei wird für unterschiedliche Osseointegrationsgrade unterschiedliches Verhalten beobachtet.

Am Beispiel der Behandlung von Hüftkopfnekrosen wird ein weiteres Anwendungsfeld aufgezeigt. Bei dem Vergleich dreier gelenkerhaltender, operativer Therapien wird das Frakturrisiko überprüft. Im Vordergrund steht dabei die klinische Fragestellung der direkten, postoperativen vollen Belastung. Bei diesen Therapien werden die meisten Frakturen im Zusammenhang mit Traumata berichtet, weshalb auch zwei Extremlastfälle überprüft werden. Zusätzlich zur direkten postoperativen Bewertung des Frakturrisikos wird das verbleibende Risiko im Langzeitverhalten bewertet. Die Berechnungen zeigen, dass die Behandlungen mit der konventionellen Core Decompression Methode und mit dem Tantalum-Implantat bei direkter postoperativer Vollbelastung, je nach Knochenqualität des Patienten, erhöhtem Frakturrisiko unterliegen. Die Behandlung mittels Core Decompression mit multiplen kleinen Bohrungen birgt hingegen relativ geringe Risiken. Auch bei dem verwendeten Trauma-Lastfall schneidet die Methode mit multiplen kleinen Bohrungen besser ab, als die beiden anderen Methoden mit den größeren operativen Läsionen. Für den Langzeitzustand kann gezeigt werden, dass beide Core Decompression Behandlungen vollständig verheilen, wodurch folglich kein Frakturrisiko für die untersuchten Lastfälle zurückbleibt. Bei der Behandlung mit dem Tantalum-Implantat tritt ein für den Patienten ungünstiger Knochenumbau auf, wodurch zumindest bei den Extremlastfällen ein erhöhtes Frakturrisiko verbleibt.

Mit der Berechnung des Knochenumbauverhaltens bei Kappenprothesen wird ein Beispiel gezeigt, bei welchen die Vorteile der Computersimulation besonders hervorstechen. Während das unter der Kappe beobachtete Stress-Shielding mit den medizinischen bildgebenden Verfahren in vivo nicht erfasst werden kann, ist die Berechnung und Visualisierung mit den vorgestellten Methoden möglich.

Für die einfachere Verwendung dieses ganzheitlichen Ansatzes in der klinischen Umgebung ist eine weitere Automatisierung der einzelnen Abläufe notwendig, damit auch weniger versierte Benutzer die Methoden anwenden können. Damit würde ein effizientes Werkzeug für die präoperative Planung und zur Untersuchung unterschiedlicher Implantationskonzepte zur Verfügung stehen.

Für die Entwicklung und Verbesserung unzementierter Prothesen besteht die Möglichkeit, mit den vorgestellten Methoden die Oberflächeneigenschaften gezielt zu optimieren. Damit kann eine gute primäre Stabilität und ein gutes Osseointegrationsergebnis erreicht werden, möglichst ohne dass markantes Stress-Shielding auftritt, so dass also auch ein gutes Langzeitergebnis erzielt wird.

Symbolverzeichnis

Griechische Symbole

α	Reibkoeffizient
ϵ	infinitesimaler Verzerrungstensor
$\tilde{\epsilon}$	deviatorische Verzerrungen
$\tilde{\epsilon}^{\text{el}}$	elastische deviatorische Verzerrungen
$\tilde{\epsilon}^{\text{pl}}$	plastische deviatorische Verzerrungen
ϵ^{vol}	volumetrische Verzerrungen
ϑ	absolute Temperatur
κ	Kompressionsmodul
λ	Lagrange-Multiplikator, plastischer Parameter
μ	Schubmodul
ν	Querkontraktionszahl
ξ	normierter Osseointegrationgrad
ρ	Massendichte
ρ_0	Referenzwert für die Knochenmassendichte
$\Delta \rho_i$	diskreter Dichtegradient zwischen zwei finiten Elementen
$\Delta \rho_{\text{min}}$	geringster zulässiger diskreter Dichtegradient
ρ_{opt}	optimale Dichteverteilung
σ	Cauchy-Spannungstensor
$\tilde{\sigma}$	deviatorische Spannungen
σ_{Apex}	Spannungszustand am Apex der Drucker-Prager-Fließfläche
σ_{I-III}	Hauptspannungen
σ_F	Fließspannung
σ_m	mittlere Spannung
σ_{ult}	uniaxiale Fließspannung
φ	Abbildung von Referenz- auf Momentankonfiguration
ψ	freie Energie, massenspezifische Verzerrungsenergiedichte
ψ_{phys}	physiologischer Zielwert der massenspezifischen Verzerrungsenergiedichte

Lateinische Symbole

1	Einheitstensor 2. Stufe
a	Beschleunigungsvektor
B	Momentankonfiguration des betrachteten Körpers
B₀	Referenzkonfiguration des betrachteten Körpers

\mathbf{b}	Volumenkräfte
\mathbf{B}	B-Matrix für die Verzerrungs-/Verschiebungsrelation
\mathbf{C}	rechter Cauchy-Green-Deformationstensor
c	Kohäsionsparameter
c_{mod}	modifizierter Kohäsionsparameter
\mathbb{C}	Materialtensor 4. Stufe
\mathbb{C}_0	konstanter Referenz-Materialtensor 4. Stufe
D	Dissipation
\mathbf{E}	Green-Lagrange-Verzerrungstensor
$\mathbf{E}_i, \mathbf{e}_i$	Basisvektoren in Referenz- und Momentankonfiguration
E	Gesamtenergie eines Systems, Elastizitätsmodul
E_0	Referenzwert für den Elastizitätsmodul
f^{DPAH}	Fließkriterium des <i>Drucker-Prager/Artificial-Hardening</i> -Modells
f^{DPVM}	Fließkriterium des <i>Drucker-Prager/von-Mises</i> -Modells
\mathbf{F}	Deformationsgradient
F, \mathbf{F}	Kraft, Kraftvektor
$\mathbf{F}^{int}, \mathbf{F}^{ext}$	globale, innere und äußere Kräfte
G	schwache Form des Gleichgewichts
\mathbf{H}	Verschiebungsgradient
\mathbf{J}	Drehimpuls
J	Jacobi-Determinante
K	kinetische Energie
\mathbf{K}_T	globale Steifigkeitsmatrix
\mathbf{K}_{Te}	Elementsteifigkeitsmatrix
\mathbf{K}_{Te_0}	konstante Elementsteifigkeitsmatrix
\mathbf{L}	Impuls
LG	linearisierte schwache Form
m	Masse
\mathbf{M}	Drehmoment, Massenmatrix
\mathbf{n}	Normalenvektor
\mathbf{N}	Matrix der Ansatzfunktionen
P	mechanische Arbeit
\mathbf{P}	1. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor
Q	Wärmeenergie
\mathbf{q}	Wärmeflussvektor
r	Strahlungswärme
s	spezifische Entropie
\mathbf{T}	Piola-Kirchhoff-Spannungsvektor
\mathbf{t}	Cauchy-Spannungsvektor
u	spezifische innere Energie

\mathbf{u}	Verschiebungsvektor, Verschiebungsfeld
U	innere Energie
\mathbf{v}	Geschwindigkeitsvektor
V	Volumen
δW	virtuelle Arbeit
\mathbf{X}, \mathbf{x}	Ortsvektor in Referenz- und Momentankonfiguration

Operatoren

Δ	Differenzenoperator
d	Differentialoperator
∂	partieller Differentialoperator
div	Divergenz
grad	Gradient
$\cdot, \cdot\cdot$	Skalarprodukt, einfaches bzw. zweifaches Überschieben von Tensoren
\times	Kreuzprodukt
$\dot{\bullet}$	Zeitableitung von \bullet
\bullet^T	Transponierte einer Matrix
$\ \bullet\ $	euklidische Norm von \bullet
$ \bullet $	Betrag von \bullet
tr	Spuroperator
\det	Determinante

Literaturverzeichnis

- [Abdul-Kadir u. a. 2008] ABDUL-KADIR, Mohammed R. ; HANSEN, Ulrich ; KLABUNDE, Ralf ; LUCAS, Duncan ; AMIS, Andrew: Finite element modelling of primary hip stem stability: the effect of interference fit. In: *J Biomech* 41 (2008), S. 587–594
- [Aldegheri u. a. 2007] ALDEGHERI, R. ; TAGLIALAVORO, G. ; BERIZZI, A.: The tantalum screw for treating femoral head necrosis: rationale and results. In: *Strategies Trauma Limb Reconstr* 2 (2007), S. 63–68
- [Altenbach und Altenbach 1994] ALTENBACH, J. ; ALTENBACH, H.: *Einführung in die Kontinuumsmechanik*. Teubner, 1994
- [Andress u. a. 2001] ANDRESS, H. J. ; RÜCKMANN, B. von ; ZWÖNITZER, R. ; KAHL, S. ; RINGLING, M. ; LOB, G.: Changes in bone density of the femur after cement-free implantation of a modular hip prosthesis with a long shaft. In: *Unfallchirurg* 104 (2001), S. 622–628
- [Andreykiv u. a. 2008] ANDREYKIV, A. ; KEULEN, F. van ; PRENDERGAST, P. J.: Simulation of fracture healing incorporating mechanoregulation of tissue differentiation and dispersal/proliferation of cells. In: *Biomech Model Mechanobiol* 7 (2008), S. 443–461
- [Andreykiv u. a. 2005] ANDREYKIV, A. ; PRENDERGAST, P. J. ; KEULEN, F. van ; SWIESZKOWSKI, W. ; ROZING, P. M.: Bone ingrowth simulation for a concept glenoid component design. In: *J Biomech* 38 (2005), S. 1023–1033
- [Appell und Stang-Voss 2008] APPELL, Hans-Joachim ; STANG-VOSS, Christiane: *Funktionelle Anatomie*. Springer Berlin Heidelberg, 2008
- [Augat u. a. 2003] AUGAT, Peter ; BURGER, Johannes ; SCHORLEMMER, Sandra ; HENKE, Thomas ; PERAUS, Manfred ; CLAES, Lutz: Shear movement at the fracture site delays healing in a diaphyseal fracture model. In: *J Orthop Res* 21 (2003), S. 1011–1017
- [Austman u. a. 2008] AUSTMAN, Rebecca L. ; MILNER, Jaques S. ; HOLDSWORTH, David W. ; DUNNING, Cynthia E.: The effect of the density-modulus relationship selected to apply material properties in a finite element model of long bone. In: *J Biomech* 41 (2008), S. 3171–3176
- [Baca u. a. 2008] BACA, Vaclav ; HORAK, Zdenek ; MIKULENKA, Petr ; DZUPA, Valer: Comparison of an inhomogeneous orthotropic and isotropic material models used for FE analyses. In: *Med Eng Phys* 30 (2008), S. 924–930
- [Backman 1957] BACKMAN, S.: The proximal end of the femur: investigations with special reference to the etiology of femoral neck fractures; anatomical studies; roentgen projections; theoretical stress calculations; experimental production of fractures. In: *Acta Radiol Suppl* (1957), S. 1–166
- [Bathe 2001] BATHE, Klaus-Jürgen: *Finite-Elemente-Methoden*. 2. Auflage. Springer, Berlin, 2001

- [Beaule u. a. 2006] BEAULE, P. E. ; CAMPBELL, P. A. ; HOKE, R. ; DOREY, F.: Notching of the femoral neck during resurfacing arthroplasty of the hip: A vascular study. In: *J Bone Joint Surg Br* 88-B (2006), S. 35–39
- [Beaupré u. a. 1990] BEAUPRÉ, G. S. ; ORR, T. E. ; CARTER, D. R.: An approach for time-dependent bone modeling and remodeling – Theoretical development. In: *J Orthop Res* 8 (1990), S. 651–661
- [Bendsøe 1995] BENDSØE, M.: *Optimization of structural topology, shape, and material*. Springer Berlin, Heidelberg, 1995
- [Benninghoff und Drenckhahn 2003] BENNINGHOFF, A. ; DRENCKHAHN, D.: *Anatomie. 1. Zellen- und Gewebelehre, Entwicklungslehre, Skelett- und Muskelsystem, Atemsystem, Verdauungssystem, Harn- und Genitalsystem*. Urban & Schwarzenberg, 2003
- [Berg u. a. 2004] BERG, Eric ; MAHFOUZ, Mohamed ; DEBRUNNER, Christian ; HOFF, William: A 2D Fourier Approach to Deformable Model Segmentation of 3D Medical Images. In: SONKA, Milan (Hrsg.) ; KAKADIARIS, Ioannis (Hrsg.) ; KYBIC, Jan (Hrsg.): *Computer Vision and Mathematical Methods in Medical and Biomedical Image Analysis* Bd. 3117. Springer Berlin / Heidelberg, 2004, S. 181–192
- [Bergmann 2001] BERGMANN, G.: *HIP98—Loading of the hip joint*. Free University of Berlin. 2001
- [Bergmann 2008] BERGMANN, G.: *Charité – Universitätsmedizin Berlin “Ortho-Load” Retrieved April 2011*. 2008. – URL www.orthoload.com
- [Bergmann u. a. 1993] BERGMANN, G. ; GRAICHEN, F. ; ROHLMANN, A.: Hip joint loading during walking and running, measured in two patients. In: *Journal of Biomechanics* 26 (1993), S. 969 – 990
- [Betten 2001] BETTEN, Josef: *Kontinuumsmechanik: Elastisches und inelastisches Verhalten isotroper und anisotroper Stoffe. Mit durchgerechneten Lösungen*. Springer, Berlin, 2001
- [Bitsakos u. a. 2005] BITSAKOS, Charalampos ; KERNER, Jan ; FISHER, Ian ; AMIS, Andrew A.: The effect of muscle loading on the simulation of bone remodelling in the proximal femur. In: *Journal of Biomechanics* 38 (2005), S. 133—139
- [Braun und Sabah 2009] BRAUN, A. ; SABAH, A.: Zwei-Jahres-Ergebnisse einer modularen Kurzschaft-Hüendoprothese - eine prospektive Studie. In: *Z Orthop Unfall* 147 (2009), S. 700–706
- [Brown u. a. 1990] BROWN, Thomas D. ; PEDERSEN, Douglas R. ; GRAY, Martha L. ; BRAND, Richard A. ; RUBIN, Clinton T.: Toward an identification of mechanical parameters initiating periosteal remodeling: A combined experimental and analytic approach. In: *Journal of Biomechanics* 23 (1990), S. 893 – 905
- [Brånemark u. a. 1977] BRÅNEMARK, P. I. ; HANSSON, B. O. ; ADELL, R. ; BREINE, U. ; LINDSTRÖM, J. ; HALLÉN, O. ; OHMAN, A.: Osseointegrated implants in the treatment of the edentulous jaw. Experience from a 10-year period. In: *Scand J Plast Reconstr Surg Suppl* 16 (1977), S. 1–132
- [Burstein und Reilly 1973] BURSTEIN, A. H. ; REILLY, D. T.: *Failure Characteristics of Bone and Bone Tissue*. S. 131–134, University Park Press, Baltimore, 1973
- [Burstein u. a. 1976] BURSTEIN, A. H. ; REILLY, D. T. ; MARTENS, M.: Aging of bone tissue: mechanical properties. In: *J Bone Joint Surg Am* 58 (1976), S. 82–86

- [Byrd u. a. 1999] BYRD, Richard H. ; HRIBAR, Mary E. ; NOCEDAL, Jorge: An Interior Point Algorithm for Large-Scale Nonlinear Programming. In: *SIAM J. on Optimization* 9 (1999), S. 877–900
- [Büchler u. a. 2003] BÜCHLER, P. ; PIOLETTI, D. P. ; RAKOTOMANANA, L. R.: Biphasic constitutive laws for biological interface evolution. In: *Biomech Model Mechanobiol* 1 (2003), S. 239–249
- [Bücking und Wittenberg 2006] BÜCKING, P. K. ; WITTENBERG, R. H.: *Hüftschäfte*. Kap. Metha - Modulare Kurzschaftprothese, S. 197–200, MCU, Griefskirchen, 2006
- [Camp und Colwell 1986] CAMP, J. F. ; COLWELL, C. W.: Core decompression of the femoral head for osteonecrosis. In: *J Bone Joint Surg Am* 68 (1986), S. 1313–1319
- [Carter und Hayes 1977] CARTER, D. R. ; HAYES, W. C.: The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure. In: *J Bone Joint Surg Am* 59 (1977), S. 954–962
- [Carter u. a. 1989] CARTER, D. R. ; ORR, T. E. ; FYHRIE, D. P.: Relationships between loading history and femoral cancellous bone architecture. In: *J Biomech* 22 (1989), S. 231–244
- [Collaborative Osteonecrosis Group 1999] COLLABORATIVE OSTEONECROSIS GROUP: Symptomatic multifocal osteonecrosis. A multicenter study. Collaborative Osteonecrosis Group. In: *Clin Orthop Relat Res* (1999), S. 312–326
- [Courtney u. a. 1995] COURTNEY, A. C. ; WACHTEL, E. F. ; MYERS, E. R. ; HAYES, W. C.: Age-related reductions in the strength of the femur tested in a fall-loading configuration. In: *J Bone Joint Surg Am* 77 (1995), S. 387–395
- [Cowin und Hegedus 1976] COWIN, S. C. ; HEGEDUS, D. H.: Bone remodeling I: theory of adaptive elasticity. In: *Journal of Elasticity* 6 (1976), S. 313–326
- [Currey 2001] CURREY, John D.: Bone strength: what are we trying to measure? In: *Calcif Tissue Int* 68 (2001), S. 205–210
- [Currey 2002] CURREY, John D. ; CURREY, John D. (Hrsg.): *Bones: structure and mechanics*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2002
- [Dammak u. a. 1997] DAMMAK, M. ; SHIRAZI-ADL, A. ; SCHWARTZ, M. ; GUSTAVSON, L.: Friction properties at the bone-metal interface: comparison of four different porous metal surfaces. In: *J Biomed Mater Res* 35 (1997), S. 329–336
- [Davim und Marques 2004] DAVIM, J. P. ; MARQUES, Nuno: Dynamical experimental study of friction and wear behaviour of bovine cancellous bone sliding against a metallic counterface in a water lubricated environment. In: *Journal of Materials Processing Technology* 152 (2004), S. 389 – 394
- [Dempster und Liddicoat 1952] DEMPSTER, W. T. ; LIDDICOAT, R. T.: Compact bone as a non-isotropic material. In: *Am J Anat* 91 (1952), S. 331–362
- [Diaz und Sigmund 1995] DIAZ, A. ; SIGMUND, O.: Checkerboard patterns in layout optimization. In: *Structural Optimization* 10 (1995), S. 40–45
- [Doblaré und García 2002] DOBLARÉ, M. ; GARCÍA, J. M.: Anisotropic bone remodelling model based on a continuum damage-repair theory. In: *J Biomech* 35 (2002), S. 1–17
- [Duda 1996] DUDA, G.: *Influence of Muscle Forces on the Internal Loads in the Femur during Gait*, Technische Universität Hamburg-Harburg, Dissertation, 1996

- [Duda 2001] DUDA, G.: *Muskuloskelettale Belastungen: Beitrag zu den mechanischen Rahmenbedingungen der Frakturheilung*. Habilitationsschrift, Medizinische Fakultät - Charité der Humboldt-Universität zu Berlin. 2001
- [Ebbecke 2006] EBBECKE, B.: *Theoretische und algorithmische Konzepte zur Beschreibung des beanspruchungsadaptiven Knochenwachstums*, Universität Hannover, Dissertation, 2006
- [Ebbecke und Nackenhorst 2005] EBBECKE, B. ; NACKENHORST, U.: Simulation of Stress Adaptive Bone Remodeling. In: *Journal of Structural Mechanics* 38 (2005), S. 177–180
- [Effenberger 2007] EFFENBERGER, H.: *Hüftschäfte*. Kap. zementierte und zementfreie Hüftschäfte: Konstruktion und Klassifikation, S. 3–46, MCU, Griefskirchen, 2007
- [Effenberger u. a. 2002] EFFENBERGER, Harald ; RAMSAUER, Thomas ; BÖHM, Gerhard ; HILZENSAUER, Gerhard ; DORN, Ulrich ; LINTNER, Felix: Successful hip arthroplasty using cementless titanium implants in rheumatoid arthritis. In: *Arch Orthop Trauma Surg* 122 (2002), S. 80–87
- [Ehrhardt u. a. 2001] EHRHARDT, Jan ; HANDELS, H. ; MALINA, T. ; STRATHMANN, B. ; PLÖTZ, W. ; PÖPPL, S. J.: Atlas-based segmentation of bone structures to support the virtual planning of hip operations. In: *International Journal of Medical Informatics* 64 (2001), S. 439 – 447
- [Fernandes u. a. 2002] FERNANDES, P. R. ; FOLGADO, J. ; JACOBS, C. ; PELLEGRINI, V.: A contact model with ingrowth control for bone remodelling around cementless stems. In: *Journal of Biomechanics* 35 (2002), S. 167 –176
- [Fisher u. a. 1995] FISHER, K. ; JACOBS, R. ; CARTER, D.: Computational method for determination of bone and joint loads using bone density distributions. In: *Journal of Biomechanics* 28 (1995), S. 1127–1135
- [Fritscher u. a. 2007] FRITSCHER, Karl ; GRÜNERBL, Agnes ; SCHUBERT, Rainer: 3D image segmentation using combined shape-intensity prior models. In: *International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery* 1 (2007), S. 341–350
- [García u. a. 2002] GARCÍA, J. M. ; DOBLARÉ, M. ; CEGOÑINO, J.: Bone remodelling simulation: a tool for implant design. In: *Computational Materials Science* 25 (2002), S. 100 – 114. – ISSN 0927-0256
- [Gluck 1890] GLUCK, T.: Autoplastik-Autotransplantation-Implantation von Fremdkörpern. In: *Berliner Klinische Wochenschrift* (1890)
- [Gruen u. a. 1979] GRUEN, T. A. ; MCNEICE, G. M. ; AMSTUTZ, H. C.: "Modes of failure" of cemented stem-type femoral components: a radiographic analysis of loosening. In: *Clin Orthop Relat Res* (1979), S. 17–27
- [Harris 1969] HARRIS, W. H.: Traumatic arthritis of the hip after dislocation and acetabular fractures: treatment by mold arthroplasty. An end-result study using a new method of result evaluation. In: *J Bone Joint Surg Am* 51 (1969), S. 737–755
- [Heller u. a. 2005] HELLER, M.O. ; BERGMANN, G. ; KASSI, J.-P. ; CLAES, L. ; HAAS, N.P. ; DUDA, G.N.: Determination of muscle loading at the hip joint for use in pre-clinical testing. In: *Journal of Biomechanics* 38 (2005), S. 1155–1163
- [Herrera u. a. 2009] HERRERA, A. ; PANISELLO, J. J. ; IBARZ, E. ; CEGONINO, J. ; PUERTOLAS, J. A. ; GRACIA, L.: Comparison Between DEXA and Finite Element

- Studies in the Long-Term Bone Remodeling of an Anatomical Femoral Stem. In: *Journal of Biomechanical Engineering* 131 (2009), S. 04101301–04101310
- [Hilal u. a. 1999] HILAL, Isam ; SINT JAN, Serge van ; LEARDINI, Alberto ; CROCE, Ugo D.: VAKHUM-project: Technical report on data collection procedure annex I. In: *Information Societies Technology* (1999)
- [Hill 1948] HILL, R.: A variational principle of maximum plastic work in classical plasticity. In: *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1 (1948), S. 18–28
- [Holzapfel 2000] HOLZAPFEL, Gerhard A.: *Nonlinear Solid Mechanics: A Continuum Approach for Engineering*. John Wiley & Sons Ltd., 2000
- [Hube u. a. 2004] HUBE, R. ; ZAAGE, M. ; HEIN, W. ; REICHEL, H.: Early functional results with the Mayo-hip, a short stem system with metaphyseal-intertrochanteric fixation. In: *Orthopäde* 33 (2004), S. 1249–1258
- [Huiskes u. a. 1992] HUISKES, Rik ; WEINANS, Harrie ; RIETBERGEN, Bert V.: The Relationship Between Stress Shielding and Bone Resorption Around Total Hip Stems and the Effects of Flexible Materials. In: *Clinical Orthopaedics and Related Research* 274 (1992), S. 124–134
- [Jacobs u. a. 1997a] JACOBS, C. R. ; SIMO, J. C. ; BEAUPRÉ, G. S. ; CARTER, D. R.: Adaptive bone remodeling incorporating simultaneous density and anisotropy considerations. In: *J Biomech* 30 (1997), S. 603–613
- [Jacobs u. a. 1995] JACOBS, Christopher R. ; LEVENSTON, Marc E. ; BEAUPRÉ, Gary S. ; SIMO, Juan C. ; CARTER, Dennis R.: Numerical instabilities in bone remodeling simulations: The advantages of a node-based finite element approach. In: *Journal of Biomechanics* 28 (1995), S. 449 – 459
- [Jacobs u. a. 1997b] JACOBS, Christopher R. ; SIMO, Juan C. ; BEAUPRE, Gary S. ; CARTER, Dennis R.: Adaptive bone remodeling incorporating simultaneous density and anisotropy considerations. In: *Journal of Biomechanics* 30 (1997), S. 603 – 613
- [Jakubowitz u. a. 2009] JAKUBOWITZ, Eike ; SEEGER, Jörn ; LEE, Christoph ; HEISEL, Christian ; KRETZER, Jan ; THOMSEN, Marc: Do short-stemmed-protheses induce periprosthetic fractures earlier than standard hip stems? A biomechanical ex-vivo study of two different stem designs. In: *Archives of Orthopaedic and Trauma Surgery* 129 (2009), S. 849–855
- [Joe 1991] JOE, Barry: GEOMPACK – a software package for the generation of meshes using geometric algorithms. In: *Advances in Engineering Software and Workstations* 13 (1991), S. 325 – 331
- [Jog und Haber 1996] JOG, Chandrashekhar S. ; HABER, Robert B.: Stability of finite element models for distributed-parameter optimization and topology design. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 130 (1996), S. 203 – 226
- [Juhnke 2006] JUHNKE, P.: Oberflächenersatz des Hüftgelenkes: Doppel-Cup-Prothesen. In: *Ossäre Integration*. Springer Berlin Heidelberg, 2006, S. 120–125
- [Juszczyk u. a. 2011] JUSZCZYK, Mateusz M. ; CRISTOFOLINI, Luca ; VICECONTI, Marco: The human proximal femur behaves linearly elastic up to failure under physiological loading conditions. In: *Journal of Biomechanics* 44 (2011), Nr. 12, S. 2259 – 2266

- [Jähne 2005] JÄHNE, Bernd: *Digitale Bildverarbeitung*. Springer, 2005
- [Kasch und Kessler 2008] KASCH, R. ; KESSLER, O.: Orthopädie. In: *Chirurgie, Orthopädie, Urologie*. Springer Berlin Heidelberg, 2008 (Springer-Lehrbuch), S. 217–323
- [Keaveny und Bartel 1993] KEAVENY, T. M. ; BARTEL, D. L.: Effects of porous coating, with and without collar support, on early relative motion for a cementless hip prosthesis. In: *J Biomech* 26 (1993), S. 1355–1368
- [Keaveny 2001] KEAVENY, Tony M.: *Bone Mechanics Handbook*. Kap. Trabecular Bone Strength, S. 16.1–16.42, CRC Press, Boca Raton, 2001
- [Keyak und Falkinstein 2003] KEYAK, Joyce H. ; FALKINSTEIN, Yuri: Comparison of in situ and in vitro CT scan-based finite element model predictions of proximal femoral fracture load. In: *Med Eng Phys* 25 (2003), S. 781–787
- [Kienapfel u. a. 1999] KIENAPFEL, H. ; SPREY, C. ; WILKE, A. ; GRISS, P.: Implant fixation by bone ingrowth. In: *J Arthroplasty* 14 (1999), S. 355–368
- [Ko 1953] KO, R.: The Tension Test Upon the Compact Substance of the Long Bones of Human Extremities. In: *J. Kyoto. Pref. Med. Univ.* 53 (1953), S. 503–525
- [Krstin u. a. 2000] KRSTIN, N. ; NACKENHORST, U. ; LAMMERING, R.: Zur konstitutiven Beschreibung des anisotropen beanspruchungsadaptiven Knochenbaus. In: *Technische Mechanik* 20 (2000), S. 31–40
- [Kuhl u. a. 2003] KUHL, E. ; MENZEL, A. ; STEINMANN, P.: Computational modeling of growth. In: *Computational Mechanics* 32 (2003), S. 71–88
- [Kuiper 1993] KUIPER, J.H.: *Numerical optimization of artificial joint designs*, Katholieke Universiteit Nijmegen, Dissertation, 1993
- [Lebon und Ronel-Idriss 2004] LEBON, F. ; RONEL-IDRISS, S.: Asymptotic analysis of Mohr-Coulomb and Drucker-Prager soft thin layers. In: *Steel and Composite Structures* 4 (2004), S. 133–147
- [Lemaitre und Chaboche 1994] LEMAITRE, Jean ; CHABOCHE, Jean L.: *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, 1994
- [Levenston u. a. 1998] LEVENSTON, Marc E. ; BEAUPRÉ, Gary S. ; CARTER, Dennis R.: Loading Mode Interactions in Simulations of Long Bone Cross-Sectional Adaptation. In: *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* 1 (1998), S. 303–319
- [Levine u. a. 2006] LEVINE, Brett R. ; SPORER, Scott ; POGGIE, Robert A. ; VALLE, Craig J D. ; JACOBS, Joshua J.: Experimental and clinical performance of porous tantalum in orthopedic surgery. In: *Biomaterials* 27 (2006), S. 4671–4681
- [Li u. a. 2006] LI, Shuo ; FEVENS, Thomas ; KRZYSAK, Adam ; LI, Song: Automatic clinical image segmentation using pathological modeling, PCA and SVM. In: *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 19 (2006), S. 403 – 410
- [Linde u. a. 1991] LINDE, F. ; NØRGAARD, P. ; HVID, I. ; ODGAARD, A. ; SØBALLE, K.: Mechanical properties of trabecular bone. Dependency on strain rate. In: *J Biomech* 24 (1991), S. 803–809
- [Lotz und Hayes 1990] LOTZ, J. C. ; HAYES, W. C.: The use of quantitative computed tomography to estimate risk of fracture of the hip from falls. In: *J Bone Joint Surg Am* 72 (1990), S. 689–700

- [Martin u. a. 1998] MARTIN, Bruce R. ; BURR, David B. ; SHARKEY, Neil A.: *Skeletal Tissue Mechanics*. Springer, 1998
- [McElhaney 1966] MCELHANEY, J. H.: Dynamic response of bone and muscle tissue. In: *J Appl Physiol* 21 (1966), S. 1231–1236
- [Menzel 2006] MENZEL, A.: Anisotropic remodelling of biological tissues. In: HOLZAPFEL, G.A. (Hrsg.) ; OGDEN, R.W. (Hrsg.): *Mechanics of Biological Tissue*, Springer, 2006, S. 91–104
- [Michalowski und Mroz 1978] MICHALOWSKI, R. ; MROZ, Z.: Associated and non-associated sliding rules in contact friction problems. In: *Archives of Mechanics* 30 (1978), S. 259–276
- [Mont und Hungerford 1995] MONT, M. A. ; HUNGERFORD, D. S.: Non-traumatic avascular necrosis of the femoral head. In: *J Bone Joint Surg Am* 77 (1995), S. 459–474
- [Mont u. a. 2004] MONT, Michael A. ; RAGLAND, Phillip S. ; ETIENNE, Gracia: Core decompression of the femoral head for osteonecrosis using percutaneous multiple small-diameter drilling. In: *Clin Orthop Relat Res* 429 (2004), S. 131–138
- [Moreo u. a. 2007] MOREO, P. ; PÉREZ, M.A. ; GARCÍA-AZNAR, J.M. ; DOBLARÉ, M.: Modelling the mechanical behaviour of living bony interfaces. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 196 (2007), S. 3300 – 3314
- [Morgan u. a. 2003] MORGAN, Elise F. ; BAYRAKTAR, Harun H. ; KEAVENY, Tony M.: Trabecular bone modulus-density relationships depend on anatomic site. In: *J Biomech* 36 (2003), S. 897–904
- [Morlock u. a. 2008] MORLOCK, M.M. ; BISHOP, N. ; STAHRER, F. ; ZUSTIN, J. ; SAUTER, G. ; HAHN, M. ; KRAUSE, M. ; RÜTHER, W. ; AMLING, M.: Versagensgründe von Oberflächenersatzimplantaten der Hüfte. In: *Der Orthopäde* 37 (2008), S. 695–703
- [Nackenhorst 1997] NACKENHORST, U.: Numerical Simulation of Stress Stimulated Bone Remodeling. In: *Technische Mechanik* 17 (1997), S. 31–40
- [National Library of Medicine 2009] NATIONAL LIBRARY OF MEDICINE: *Visible Human Project*. 2009
- [Negus und Impelluso 2007] NEGUS, Charles H. ; IMPELLUSO, Thomas J.: Continuum remodeling revisited. Deformation rate driven functional adaptation using a hypoelastic constitutive law. In: *Biomechan Model Mechanobiol* 6 (2007), S. 211–226
- [Onisoru u. a. 2007] ONISORU, J. ; IAROVICI, A. ; CAPITANU, L.: Finite element prediction of femoral stem osseointegration. In: *Proceedings of the SISOM and Homagial Session of the Commission of Acoustics, Bucharest* (2007), S. 489–495
- [Papavasiliou u. a. 1997] PAPAVALIIOU, G. ; KAMPOSIOIRA, P. ; BAYNE, S. C. ; FELTON, D. A.: 3D-FEA of osseointegration percentages and patterns on implant-bone interfacial stresses. In: *J Dent* 25 (1997), S. 485–491
- [Pedersen u. a. 1997] PEDERSEN, Douglas R. ; BRAND, Richard A. ; DAVY, Dwight T.: Pelvic muscle and acetabular contact forces during gait. In: *Journal of Biomechanics* 30 (1997), S. 959 – 965
- [Peng u. a. 2006] PENG, Liang ; BAI, Jing ; ZENG, Xiaoli ; ZHOU, Yongxin: Comparison of isotropic and orthotropic material property assignments on femoral finite

- element models under two loading conditions. In: *Med Eng Phys* 28 (2006), S. 227–233
- [Pilliar u. a. 1986] PILLIAR, R. M. ; LEE, J. M. ; MANIATOPOULOS, C.: Observations on the effect of movement on bone ingrowth into porous-surfaced implants. In: *Clin Orthop Relat Res* (1986), S. 108–113
- [Plaumann und Walter 2008] PLAUMANN, Martina ; WALTER, Ulla: Die Bedeutung von Muskel-Skelett-Erkrankungen im internationalen Vergleich und in Deutschland. In: *Beweglich?* Bd. 2007/20. Springer Berlin Heidelberg, 2008, S. 15–33
- [Plötz u. a. 1992] PLÖTZ, W. ; GRADINGER, R. ; RECHL, H. ; ASCHERL, R. ; WICKE-WITTENIUS, S. ; HIPPEL, E.: Cementless prosthesis of the hip joint with "spongy metal" surface. In: *Archives of Orthopaedic and Trauma Surgery* 111 (1992), S. 102–109
- [Rechl u. a. 1991] RECHL, H.-P. ; GRADINGER, R. ; HIPPEL, E.: *Doppelcup-Arthroplastik: eine Problemanalyse*. Demeter Verlag, Gräfelfing, 1991
- [Rho u. a. 1995] RHO, J. Y. ; HOBATHO, M. C. ; ASHMAN, R. B.: Relations of mechanical properties to density and CT numbers in human bone. In: *Med Eng Phys* 17 (1995), S. 347–355
- [Rice u. a. 1988] RICE, J. C. ; COWIN, S. C. ; BOWMAN, J. A.: On the dependence of the elasticity and strength of cancellous bone on apparent density. In: *J Biomech* 21 (1988), S. 155–168
- [Roth u. a. 2005] ROTH, A. ; RICHARTZ, G. ; SANDER, K. ; SACHSE, A. ; FUHRMANN, R. ; WAGNER, A. ; VENBROCKS, R.-A.: Verlauf der periprothetischen Knochendichte nach Hüfttotalendoprothesenimplantation. In: *Der Orthopäde* 34 (2005), S. 334–344
- [Rudert u. a. 2007] RUDERT, M. ; GERDESMEYER, L. ; RECHL, H. ; JUHNKE, P. ; GRADINGER, R.: Der Oberflächenersatz am Hüftgelenk. In: *Der Orthopäde* 36 (2007), S. 304–310
- [Rungsiyakull u. a. 2010] RUNGSIYAKULL, Chaib ; LI, Qing ; SUN, Guangyong ; LI, Wei ; SWAIN, Michael V.: Surface morphology optimization for osseointegration of coated implants. In: *Biomaterials* 31 (2010), S. 7196–7204
- [Scannell und Prendergast 2009] SCANNELL, Paul T. ; PRENDERGAST, Patrick J.: Cortical and interfacial bone changes around a non-cemented hip implant: Simulations using a combined strain/damage remodelling algorithm. In: *Medical Engineering & Physics* 31 (2009), S. 477 – 488. – Finite Element Modelling of Medical Devices
- [Schmidmaier und Wildemann 2006] SCHMIDMAIER, G. ; WILDEMANN, B.: Bioaktive Oberflächenbeschichtung. In: *Ossäre Integration*. Springer Berlin Heidelberg, 2006, S. 69–74
- [Schmidt und Siebert 2005] SCHMIDT, A. ; SIEBERT, K. G.: *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*. Bd. 42: *Design of Adaptive Finite Element Software*. Springer, 2005
- [Schmitz u. a. 2004] SCHMITZ, M. J. ; CLIFT, S. E. ; TAYLOR, W. R. ; HERTIG, D. ; WARNER, M. D. ; PLOEG, H. L. ; BEREITER, H.: Investigating the effect of remodelling signal type on the finite element based predictions of bone remodelling around the thrust plate prosthesis: a patient-specific comparison. In: *Proc Inst Mech Eng H* 218 (2004), S. 417–424

- [von Schulze Pellengahr u. a. 2009] SCHULZE PELLENGAHR, C. von ; FOTTNER, A. ; UTZSCHNEIDER, S. ; SCHMITT-SODY, M. ; TESKE, W. ; LICHTINGER, T. ; ESENWEIN, S.A.: Zementfreie Endoprothetik des Hüftgelenks. In: *Der Orthopäde* 38 (2009), S. 461–472
- [Sedlin und Hirsch 1966] SEDLIN, E. D. ; HIRSCH, C.: Factors affecting the determination of the physical properties of femoral cortical bone. In: *Acta Orthop Scand* 37 (1966), S. 29–48
- [Shuler u. a. 2007] SHULER, Michael S. ; ROOKS, Michael D. ; ROBERSON, James R.: Porous tantalum implant in early osteonecrosis of the hip: preliminary report on operative, survival, and outcomes results. In: *J Arthroplasty* 22 (2007), S. 26–31
- [Sigmund und Petersson 1998] SIGMUND, O. ; PETERSSON, J.: Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. In: *Structural Optimization* 16 (1998), S. 68–75
- [Simank 2010] SIMANK, Hans-Georg: Clinical And Radiographic Short To Mid-term Results With The Short Hip Stem Prosthesis MMethaIn 120 Cases. In: *J.Orthopaedics* 7(4)e8 (2010)
- [Simo und Hughes 1998] SIMO, J. C. ; HUGHES, T. J. R.: *Computational Inelasticity*. Springer, Berlin, 1998
- [Smith u. a. 1995] SMITH, S. W. ; FEHRING, T. K. ; GRIFFIN, W. L. ; BEAVER, W. B.: Core decompression of the osteonecrotic femoral head. In: *J Bone Joint Surg Am* 77 (1995), S. 674–680
- [Snyder und Schneider 1991] SNYDER, S. M. ; SCHNEIDER, E.: Estimation of mechanical properties of cortical bone by computed tomography. In: *J Orthop Res* 9 (1991), S. 422–431
- [Soille 1998] SOILLE, P.: *Morphologische Bildverarbeitung*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1998
- [de Souza Neto u. a. 2008] SOUZA NETO, E. A. de ; PERIĆ, D. ; OWEN, D. R. J.: *Computational Methods for Plasticity*. John Wiley & Sons, Ltd, 2008
- [von Stechow und Drees 2007] STECHOW, D. von ; DREES, P.: Operative Therapie-konzepte der Hüftkopfnekrose. In: *Der Orthopäde* 36 (2007), S. 451–457
- [Steinberg u. a. 1989] STEINBERG, M. E. ; BRIGHTON, C. T. ; CORCES, A. ; HAYKEN, G. D. ; STEINBERG, D. R. ; STRAFFORD, B. ; TOOZE, S. E. ; FALLON, M.: Osteonecrosis of the femoral head. Results of core decompression and grafting with and without electrical stimulation. In: *Clin Orthop Relat Res* (1989), S. 199–208
- [Szmukler-Moncler u. a. 1998] SZMUKLER-MONCLER, S. ; SALAMA, H. ; REINGEWIRTZ, Y. ; DUBRUILLE, J. H.: Timing of loading and effect of micromotion on bone-dental implant interface: review of experimental literature. In: *J Biomed Mater Res* 43 (1998), S. 192–203
- [Søballe u. a. 1992] SØBALLE, K. ; HANSEN, E. S. ; B-RASMUSSEN, H. ; JØRGENSEN, P. H. ; BÜNGER, C.: Tissue ingrowth into titanium and hydroxyapatite-coated implants during stable and unstable mechanical conditions. In: *J Orthop Res* 10 (1992), S. 285–299
- [Taylor u. a. 2003] TAYLOR, D. ; O'REILLY, P. ; VALLET, L. ; LEE, T. C.: The fatigue strength of compact bone in torsion. In: *Journal of Biomechanics* 36 (2003), S. 1103 – 1109

- [Thomas 2006] THOMAS, W.: Hüfte: Schenkelhalsprothesen. In: *Ossäre Integration*. Springer Berlin Heidelberg, 2006, S. 110–115
- [Tillmann 2005] TILLMANN, Bernhard: *Atlas der Anatomie des Menschen*. Kap. Untere Extremität, S. 463–554, Springer Berlin Heidelberg, 2005
- [Tsao u. a. 2005] TSAO, A. K. ; ROBERSON, J. R. ; CHRISTIE, M. J. ; DORE, D. D. ; HECK, D. A. ; ROBERTSON, D. D. ; POGGIE, R. A.: Biomechanical and clinical evaluations of a porous tantalum implant for the treatment of early-stage osteonecrosis. In: *J Bone Joint Surg Am* 87 Suppl 2 (2005), S. 22–27
- [Ugray u. a. 2007] UGRAY, Zsolt ; LASDON, Leon ; PLUMMER, John ; GLOVER, Fred ; KELLY, James ; MARTÍ, Rafael: Scatter Search and Local NLP Solvers: A Multistart Framework for Global Optimization. In: *INFORMS J. on Computing* 19 (2007), S. 328–340
- [Viceconti u. a. 2001] VICECONTI, Marco ; MONTI, Luisa ; MUCCINI, Roberto ; BERNAKIEWICZ, Marek ; TONI, Aldo: Even a thin layer of soft tissue may compromise the primary stability of cementless hip stems. In: *Clin Biomech (Bristol, Avon)* 16 (2001), S. 765–775
- [Weigel 2005] WEIGEL, B.: Hüfte und Oberschenkel. In: WEIGEL, Bernhard (Hrsg.) ; NERLICH, Michael (Hrsg.): *Praxisbuch Unfallchirurgie*. Springer Berlin Heidelberg, 2005, S. 519–591
- [Weinans u. a. 1992] WEINANS, H. ; HUISKES, R. ; GROOTENBOER, H. J.: The behavior of adaptive bone-remodeling simulation models. In: *J Biomech* 25 (1992), S. 1425–1441
- [Weinans u. a. 1994] WEINANS, H. ; HUISKES, R. ; GROOTENBOER, H. J.: Effects of fit and bonding characteristics of femoral stems on adaptive bone remodeling. In: *J Biomech Eng* 116 (1994), S. 393–400
- [Wikipedia 2005] WIKIPEDIA: 2005. – Retrieved June 2011. <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/00/Hueftgelenk-Endoprothese.jpg>
- [Winter 2009] WINTER, Eugen: Entwicklung und aktueller Stand der Hüftendoprothetik. In: WINTERMANTEL, Erich (Hrsg.) ; HA, Suk-Woo (Hrsg.): *Medizintechnik*. Springer Berlin Heidelberg, 2009, S. 1667–1697
- [Wirtz u. a. 2000] WIRTZ, D. C. ; SCHIFFERS, N. ; PANDORF, T. ; RADERMACHER, K. ; WEICHERT, D. ; FORST, R.: Critical evaluation of known bone material properties to realize anisotropic FE-simulation of the proximal femur. In: *J Biomech* 33 (2000), S. 1325–1330
- [Witzleb u. a. 2004] WITZLEB, W.-C. ; KNECHT, A. ; BEICHLER, T. ; KÖHLER, T. ; GÜNTHER, K.-P.: Hüftgelenk-Oberflächenersatzendoprothesen. In: *Der Orthopäde* 33 (2004), S. 1236–1242
- [Wolff 1892] WOLFF, Julius: *Das Gesetz der Transformation der Knochen*. Hirschwald, 1892
- [Wriggers 2009] WRIGGERS, P.: *Nonlinear Finite Element Methods*. Springer, Berlin, 2009
- [Wriggers und Zavarise 2004] WRIGGERS, P. ; ZAVARISE, G.: *Computational Contact Mechanics*. John Wiley & Sons, Ltd, 2004

- [Yosibash u. a. 2007] YOSIBASH, Zohar ; PADAN, Royi ; JOSKOWICZ, Leo ; MILGROM, Charles: A CT-based high-order finite element analysis of the human proximal femur compared to in-vitro experiments. In: *J Biomech Eng* 129 (2007), S. 297–309
- [Zienkiewicz und Taylor 2000] ZIENKIEWICZ, O.C. ; TAYLOR, R.L.: *Finite Element Method (5th Edition) Volume 1 - The Basis*. Elsevier, 2000
- [Zienkiewicz u. a. 2005] ZIENKIEWICZ, O.C. ; TAYLOR, R.L. ; ZHU, J.Z.: *Finite Element Method - Its Basis and Fundamentals*. Butterworth Heinemann, 2005
- [Zienkiewicz und Zhu 1992] ZIENKIEWICZ, O.C. ; ZHU, J.Z.: Superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. Part 1: the recovery technique. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 33 (1992), S. 1331–1364

Lebenslauf

Persönliche Daten

André Lutz

geboren am 29. November 1981 in Bückeberg

Schulbildung

- 08/1988–07/1990 Grundschule Helpsen
- 08/1990–06/1992 Grundschule Nienstädt
- 08/1992–07/1994 Orientierungsstufe Helpsen
- 08/1994–06/2001 Ratsgymnasium Stadthagen

Zivildienst

- 08/2001–06/2002 Zivildienst bei den Paritätischen Sozialdiensten Bückeberg

Studium

- 10/2002–10/2006 Studium der Computergestützten Ingenieurwissenschaften an der Leibniz Universität Hannover
Abschluss: Master of Science (M.Sc.)

Berufstätigkeit

- seit 10/2006 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baumechanik und Numerische Mechanik der Leibniz Universität Hannover

Forschungs- und Seminarberichte

Institut für Baumechanik und Numerische Mechanik
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

Bisher in dieser Schriftenreihe erschienene Berichte:

- S 73/1 Seminar über Thermodynamik und Kontinuumsmechanik, Hannover 1973
- F 75/1 "Die Spannungsberechnung im Rahmen der Finite-Element-Methode",
R. Ahmad, Dissertation, April 1975
- F 76/1 "Zur Theorie und Anwendung der Stoffgleichungen elastisch-plastisch-viskoser Werkstoffe",
H. Mentlein, Dissertation, April 1976
- S 77/1 Seminar über lineare und geometrisch nichtlineare Schalentheorie einschließlich Stabilitätstheorie, Hannover 1977
- F 77/2 "Beitrag zur Berechnung von Gründungsplatten mit Hilfe der Finite-Element-Methode",
H. Meyer, Dissertation, Juli 1977
- F 77/3 "Zur Berechnung der Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen räumlich vorgekrümmter und vorverwundener Stäbe",
J. Möhlenkamp, Dissertation, Dezember 1977
- F 77/4 "Zur Theorie und Berechnung geometrisch und physikalisch nichtlinearer Kontinua mit Anwendung der Methode der finiten Elemente",
J. Paulun, Dissertation, Dezember 1977
- S 78/1 2. Seminar über Thermodynamik und Kontinuumsmechanik,
Hannover 1978
- F 79/1 "Theoretische und numerische Behandlung geometrisch nichtlinearer viskoplastischer Kontinua",
K.-D. Klee, Dissertation, Februar 1979
- F 79/2 "Zur Konstruierbarkeit von Variationsfunktionalen für nichtlineare Probleme der Kontinuumsmechanik",
J. Siefer, Dissertation, Oktober 1979
- F 80/1 "Theoretische und numerische Behandlung gerader Stäbe mit endlichen Drehungen",
M. Kessel, Dissertation, Februar 1980
- F 81/1 "Zur Berechnung von Kontakt- und Stoßproblemen elastischer Körper mit Hilfe der Finite-Element-Methode",
P. Wriggers, Dissertation, Januar 1981
- F 81/2 "Stoffgleichungen für Steinsalze unter mechanischer und thermischer Beanspruchung",
J. Olschewski, E. Stein, W. Wagner, D. Wetjen, geänderte Fassung eines Zwischenberichtes zum BMFT-Forschungsvorhaben KWA 1608/5
- F 82/1 "Konvergenz und Fehlerabschätzung bei der Methode der Finiten Elemente",
R. Rohrbach, E. Stein, Abschlußbericht eines VW-Forschungsvorhabens, Februar 1982
- F 82/2 "Alternative Spannungsberechnung in Finite-Element-Verschiebungsmodellen",
C. Klöhn, Dissertation, November 1982
- F 83/1 Seminar über nichtlineare Stabtheorie, Hannover 1983
- F 83/2 "Beiträge zur nichtlinearen Theorie und inkrementellen Finite-Element-Berechnung dünner elastischer Schalen",
A. Berg, Dissertation, Juli 1983
- F 83/3 "Elastoplastische Plattenbiegung bei kleinen Verzerrungen und großen Drehungen",
J. Paulun, Habilitation, September 1983
- F 83/4 "Geometrisch nichtlineare FE-Berechnung von Faltenwerken mit plastisch / viskoplastischem Deformationsverhalten",
M. Krog, Dissertation, Dezember 1983
- F 85/1 Verleihung der Ehrendoktorwürde des Fachbereichs Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Hannover an die Herren Prof. Dr. Drs. h.c. J.H. Argyris, Dr.-Ing. H. Wittmeyer

- F 85/2 "Eine geometrisch nichtlineare Theorie schubelastischer Schalen mit Anwendung auf Finite-Element-Berechnungen von Durchschlag- und Kontaktproblemen",
W. Wagner, Dissertation, März 1985
- F 85/3 "Geometrisch/physikalisch nichtlineare Probleme — Struktur und Algorithmen —",
GAMM-Seminar im Februar 1985 in Hannover
- F 87/1 "Finite-Elemente-Berechnungen ebener Stabtragwerke mit Fließgelenken und großen Verschiebungen",
R. Kahn, Dissertation, Oktober 1987
- F 88/1 "Theorie und Numerik schubelastischer Schalen mit endlichen Drehungen unter Verwendung der Biot-Spannungen",
F. Gruttmann, Dissertation, Juni 1988
- F 88/2 "Optimale Formgebung von Stabtragwerken mit Nichtlinearitäten in der Zielfunktion und in den Restriktionen unter Verwendung der Finite-Element-Methode",
V. Berkahn, Dissertation, Oktober 1988
- F 88/3 "Beiträge zur Theorie und Numerik großer plastischer und kleiner elastischer Deformationen mit Schädigungseinfluß",
R. Lammering, Dissertation, November 1988
- F 88/4 "Konsistente Linearisierungen in der Kontinuumsmechanik und ihrer Anwendung auf die Finite-Elemente-Methode",
P. Wriggers, Habilitation, November 1988
- F 88/5 "Mathematische Formulierung und numerische Methoden für Kontaktprobleme auf der Grundlage von Extremalprinzipien",
D. Bischoff, Habilitation, Dezember 1988
- F 88/6 "Zur numerischen Behandlung thermomechanischer Prozesse",
C. Miehe, Dissertation, Dezember 1988
- F 89/1 "Zur Stabilität und Konvergenz gemischter finiter Elemente in der linearen Elastizitätstheorie",
R. Rolfes, Dissertation, Juni 1989
- F 89/2 "Traglastberechnungen von Faltenwerken mit elastoplastischen Deformationen",
K.-H. Lambertz, Dissertation, Oktober 1989
- F 89/3 "Transientes Kriechen und Kriechbruch im Steinsalz",
U. Heemann, Dissertation, November 1989
- F 89/4 "Materialgesetze zum Verhalten von Betonkonstruktionen bei harten Stößen",
E. Stein, P. Wriggers, T. Vu Van & T. Wedemeier, Dezember 1989
- F 89/5 "Lineare Konstruktion und Anwendungen von Begleitmatrizen",
C. Carstensen, Dissertation, Dezember 1989
- F 90/1 "Zur Berechnung prismatischer Stahlbetonbalken mit verschiedenen Querschnittsformen für allgemeine Beanspruchungen",
H. N. Lucero-Cimas, Dissertation, April 1990
- F 90/2 "Zur Behandlung von Stoß- Kontaktproblemen mit Reibung unter Verwendung der Finite-Element-Methode",
T. Vu Van, Dissertation, Juni 1990
- F 90/3 "Netzadaption und Mehrgitterverfahren für die numerische Behandlung von Faltenwerken",
L. Plank, Dissertation, September 1990
- F 90/4 "Beiträge zur Theorie und Numerik finiter inelastischer Deformationen",
N. Müller-Hoeppe, Dissertation, Oktober 1990
- F 90/5 "Beiträge zur Theorie und Numerik von Materialien mit innerer Reibung am Beispiel des Werkstoffes Beton",
T. Wedemeier, Dissertation, Oktober 1990
- F 91/1 "Zur Behandlung von Stabilitätsproblemen der Elastostatik mit der Methode der finiten Elemente",
W. Wagner, Habilitation, April 1991
- F 91/2 "Mehrgitterverfahren und Netzadaption für lineare und nichtlineare statische Finite-Elemente-Berechnungen von Flächentragwerken",
W. Rust, Dissertation, Oktober 1991
- F 91/3 "Finite Elemente Formulierungen im Trefftzchen Sinne für dreidimensionale anisotrop-elastische Faserverbundstrukturen",
K. Peters, Dissertation, Dezember 1991
- F 92/1 "Einspielen und dessen numerische Behandlung von Flächentragwerken aus ideal plastischem bzw. kinematisch verfestigendem Material",
G. Zhang, Dissertation, Februar 1992
- F 92/2 "Strukturoptimierung stabilitätsgefährdeter Systeme mittels analytischer Gradientenermittlung",
A. Becker, Dissertation, April 1992

- F 92/3 "Duale Methoden für nichtlineare Optimierungsprobleme in der Strukturmechanik", R. Mahnken, Dissertation, April 1992
- F 93/1 "Kanonische Modelle multiplikativer Elasto-Plastizität. Thermodynamische Formulierung und numerische Implementation", C. Miehe, Habilitation, Dezember 1993
- F 93/2 "Theorie und Numerik zur Berechnung und Optimierung von Strukturen aus isotropen, hyperelastischen Materialien", F.-J. Barthold, Dissertation, Dezember 1993
- F 94/1 "Adaptive Verfeinerung von Finite-Element-Netzen für Stabilitätsprobleme von Flächentragwerken", E. Stein, B. Seifert, W. Rust, Forschungsbericht, Oktober 1994
- F 95/1 "Adaptive Verfahren für die Formoptimierung von Flächentragwerken unter Berücksichtigung der CAD-FEM-Kopplung", A. Falk, Dissertation, Juni 1995
- F 96/1 "Theorie und Numerik dünnwandiger Faserverbundstrukturen", F. Gruttmann, Habilitation, Januar 1996
- F 96/2 "Zur Theorie und Numerik finiter elastoplastischer Deformationen von Schalenstrukturen", B. Seifert, Dissertation, März 1996
- F 96/3 "Theoretische und algorithmische Konzepte zur phänomenologischen Beschreibung anisotropen Materialverhaltens", J. Schröder, Dissertation, März 1996
- F 96/4 "Statische und dynamische Berechnungen von Schalen endlicher elastischer Deformationen mit gemischten finiten Elementen", P. Betsch, Dissertation, März 1996
- F 96/5 "Kopplung von Finiten Elementen und Randelementen für ebene Elastoplastizität mit Implementierung auf Parallelrechnern", M. Kreienmeyer, Dissertation, März 1996
- F 96/6 "Theorie und Numerik dimensions- und modelladaptiver Finite-Elemente-Methoden von Flächentragwerken", S. Ohnimus, Dissertation, Juni 1996
- F 96/7 "Adaptive Finite Elemente Methoden für MIMD-Parallelrechner zur Behandlung von Strukturproblemen mit Anwendung auf Stabilitätsprobleme", O. Klaas, Dissertation, Juli 1996
- F 96/8 "Institutsbericht 1971-1996 aus Anlaß des 25-jährigen Dienstjubiläums von Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. h.c. mult. Erwin Stein, Dezember 1996
- F 97/1 "Modellierung und Numerik duktiler kristalliner Werkstoffe", P. Steinmann, Habilitation, August 1997
- F 97/2 "Formoptimierung in der Strukturmechanik", L. Meyer, Dissertation, September 1997
- F 97/3 "Modellbildung und Numerik für Versagensprozesse in Gründungen von Caissonwellenbrechern", M. Lengnick, Dissertation, November 1997
- F 98/1 "Adaptive gemischte finite Elemente in der nichtlinearen Elastostatik und deren Kopplung mit Randelementen", U. Brink, Dissertation, Februar 1998
- F 98/2 "Theoretische und numerische Aspekte zur Parameteridentifikation und Modellierung bei metallischen Werkstoffen", R. Mahnken, Habilitation, Juli 1998
- F 98/3 "Lokalisierung und Stabilität der Deformation wassergesättigter bindiger und granularer Böden", J. M. Panesso, Dissertation, August 1998
- F 98/4 "Theoretische und numerische Methoden in der angewandten Mechanik mit Praxisbeispielen", R. Mahnken (Hrsg.), Festschrift anlässlich der Emeritierung von Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. h.c. mult. Erwin Stein, November 1998
- F 99/1 "Eine h-adaptive Finite-Element-Methode für elasto-plastische Schalenprobleme in unilateralem Kontakt", C.-S. Han, Dissertation, Juli 1999
- F 00/1 "Ein diskontinuierliches Finite-Element-Modell für Lokalisierungsversagen in metallischen und granularen Materialien", C. Leppin, Dissertation, März 2000
- F 00/2 "Untersuchungen von Strömungen in zeitlich veränderlichen Gebieten mit der Methode der Finiten Elemente", H. Braess, Dissertation, März 2000

- F 00/3 “Theoretische und algorithmische Beiträge zur Berechnung von Faserverbundschalen”, J. Tessmer, Dissertation, März 2000
- F 00/4 “Theorie und Finite-Element-Methode für die Schädigungsbeschreibung in Beton und Stahlbeton”, D. Tikhomirov, Dissertation, August 2000
- F 01/1 “A C1 - continuous formulation for finite deformation contact”, L. Krstulovic-Opara, Dissertation, Januar 2001
- F 01/2 “Strain Localisation Analysis for Fully and Partially Saturated Geomaterials”, H. Zhang, Dissertation, Januar 2001
- F 01/3 “Meso-makromechanische Modellierung von Faserverbundwerkstoffen mit Schädigung”, C. Döbert, Dissertation, April 2001
- F 01/4 “Thermomechanische Modellierung gummiartiger Polymerstrukturen”, S. Reese, Habilitation, April 2001
- F 01/5 “Thermomechanisches Verhalten von Gummimaterialien während der Vulkanisation – Theorie und Numerik –”, M. André, Dissertation, April 2001
- F 01/6 “Adaptive FEM für elastoplastische Deformationen – Algorithmen und Visualisierung”, M. Schmidt, Dissertation, Juni 2001
- F 01/7 “Verteilte Algorithmen für h-, p- und d-adaptive Berechnungen in der nichtlinearen Strukturmechanik”, R. Niekamp, Dissertation, Juni 2001
- F 01/8 “Theorie und Numerik zur Berechnung und Optimierung von Strukturen mit elastoplastischen Deformationen”, K. Wiechmann, Dissertation, Juli 2001
- F 01/9 “Direct Computation of Instability Points with Inequality Constraints using the Finite Element Method”, H. Tschöpe, Dissertation, September 2001
- F 01/10 “Theorie und Numerik residueller Fehlerschätzer für die Finite-Elemente-Methode unter Verwendung äquilibrierter Randspannungen”, S. Ohnimus, Habilitation, September 2001
- F 02/1 “Adaptive Algorithmen für thermo-mechanisch gekoppelte Kontaktprobleme”, A. Rieger, Dissertation, August 2002
- F 02/2 “Consistent coupling of shell- and beam-models for thermo-elastic problems”, K. Chavan, Dissertation, September 2002
- F 03/1 “Error-controlled adaptive finite element methods in large strain hyperelasticity and fracture mechanics”, M. Rüter, Dissertation, Mai 2003
- F 03/2 “Formulierung und Simulation der Kontaktvorgänge in der Baugrund-Tragwerks-Interaktion”, A. Haraldsson, Dissertation, Juni 2003
- F 03/3 “Concepts for Nonlinear Orthotropic Material Modeling with Applications to Membrane Structures”, T. Raible, Dissertation, Juni 2003
- F 04/1 “On Single- and Multi-Material arbitrary Lagrangian-Eulerian Approaches with Application to Micromechanical Problems at Finite Deformations”, D. Freßmann, Dissertation, Oktober 2004
- F 04/2 “Computational Homogenization of Microheterogeneous Materials at Finite Strains Including Damage”, S. Löhnert, Dissertation, Oktober 2004
- F 05/1 “Numerical Micro-Meso Modeling of Mechanosensation driven Osteonal Remodeling in Cortical Bone”, C. Lenz, Dissertation, Juli 2005
- F 05/2 “Mortar Type Methods Applied to Nonlinear Contact Mechanics”, K.A. Fischer, Dissertation, Juli 2005
- F 05/3 “Models, Algorithms and Software Concepts for Contact and Fragmentation in Computational Solid Mechanics”, C. Hahn, Dissertation, November 2005
- F 06/1 “Computational Homogenization of Concrete”, S. Moftah, Dissertation, Januar 2006
- F 06/2 “Reduction Methods in Finite Element Analysis of Nonlinear Structural Dynamics”, H. Spiess, Dissertation, Februar 2006

- F 06/3 “Theoretische und algorithmische Konzepte zur Beschreibung des beanspruchungsadaptiven Knochenwachstums”,
B. Ebbecke, Dissertation, März 2006
- F 06/4 “Experimentelle Untersuchungen an elastomeren Werkstoffen”,
M. Dämgen, Dissertation, Dezember 2006
- F 07/1 “Numerische Konzepte zur Behandlung inelastischer Effekte beim reibungsbehafteten Rollkontakt”,
M. Ziefle, Dissertation, Februar 2007
- F 07/2 “Begleitbuch zur Leibniz-Ausstellung”,
Hrsg: E. Stein, P. Wriggers, 2007
- F 07/3 “Modellierung und Simulation der hochfrequenten Dynamik rollender Reifen”,
M. Brinkmeier, Dissertation, Juni 2007
- F 07/4 “Computational Homogenization of micro-structural Damage due to Frost in Hardened Cement Paste”,
M. Hain, Dissertation, Juli 2007
- F 07/5 “Elektromechanisch gekoppelte Kontaktmodellierung auf Mikroebene”,
T. Helmich, Dissertation, August 2007
- F 07/6 “Dreidimensionales Diskrete Elemente Modell für Superellipsoide”,
C. Lillie, Dissertation, Oktober 2007
- F 07/7 “Adaptive Methods for Continuous and Discontinuous Damage Modeling in Fracturing Solids”,
S.H. Reese, Dissertation, Oktober 2007
- F 08/1 “Student Projects of Micromechanics”,
Hrsg: U. Nackenhorst, August 2008
- F 09/1 “Theory and Computation of Mono- and Poly- crystalline Cyclic Martensitic Phase Transformations”,
G. Sagar, Dissertation, August 2009
- F 09/2 “Student projects of Micromechanics”,
D. Balzani and U. Nackenhorst, Course Volume, October 2009
- F 09/3 “Multiscale Coupling based on the Quasicontinuum Framework, with Application to Contact Problems”,
W. Shan, Dissertation, November 2009
- F 10/1 “A Multiscale Computational Approach for Microcrack Evolution in Cortical Bone and Related Mechanical Stimulation of Bone Cells”,
D. Kardas, Dissertation, September 2010

In der vorliegenden Arbeit wird ein ganzheitlicher Ansatz zur vollständig dreidimensionalen Modellierung und Berechnung von Knochenumbaureaktionen und Osseointegration vorgestellt. Die Modellierung beinhaltet dabei zum einen die kontinuumsmechanischen Modelle sowie deren numerische Umsetzung im Rahmen der Finite-Elemente-Methode, zum anderen wird auch ein Ansatz zur Erstellung geometrischer Modelle vorgestellt. Ein weiterer und besonderer Fokus liegt auf der Modellierung der Randbedingungen.

Der beanspruchungsadaptive Knochenumbau wird im kontinuumsmechanischen Sinne beschrieben und ein etabliertes Modell erweitert. In diesem Zusammenhang wird ein neues Konstitutivgesetz für die Relation zwischen Knochendichte und Elastizitätsmodul entwickelt. Im Rahmen der Finite-Elemente-Methode wird zum einen ein neues, effizientes Integrationsschema für die Evolutionsgleichung der Knochendichte und zum anderen eine Methode zur Behandlung der mit dem Knochenumbau verbundenen numerischen Instabilitäten vorgestellt. Darüber hinaus wird noch eine neuartige Methode zur Netzverfeinerung präsentiert, welche auf die speziellen Gegebenheiten im Zusammenhang mit Knochenumbausimulationen ausgelegt ist.

Für die Simulation der Osseointegration werden zwei vollständig neue Interface-Modelle vorgestellt, welche auf robusten und etablierten Methoden der Plastizitätstheorie basieren. Diese Modelle beinhalten alle grundlegenden, die Osseointegration unzementierter Implantate betreffenden Faktoren. Die neuen Osseointegrationsmodelle werden am einfachen numerischen Beispiel detailliert getestet, verglichen und verifiziert.

Bei der Beschreibung der geometrischen Modellierung werden Methoden zur Erstellung patientenspezifischer Finite-Elemente-Modelle aus Computertomographie-Daten vorgestellt, welche für die klinische Anwendung notwendig sind.

Ein besonderer Fokus liegt auf der Wahl der Randbedingungen. Dabei wird einerseits das bewährte Konzept der statisch äquivalenten Lasten für die Simulation der Knochenumbaureaktionen erweitert und effizienter gestaltet, andererseits werden Lasten für die mechanisch stimulierte Osseointegration diskutiert und im Rahmen einer Modellreduktion ein Lastkollektiv minimalen Umfangs ermittelt.

Die Funktionalitäten der vorgestellten Methoden werden an mehreren Beispielen aus dem Bereich der Hüftgelenksendoprothetik gezeigt und mit klinischen Ergebnissen verglichen. In diesem Zusammenhang wird auch eine detaillierte Parameterstudie durchgeführt, in der die Eigenschaften der Osseointegrationsmodelle ausführlich diskutiert werden.

Bei diesem ganzheitlichen Ansatz steht die Effizienz und die Nähe zur klinischen Anwendung im Vordergrund. Aus diesem Grund wurde der Fokus auf patientenspezifische Modellierung und robuste Methoden gelegt. Der vorgestellte Ansatz lässt sich ohne Einschränkungen auf andere Knochenimplantate übertragen.