

**OPTIMIERUNG DER QUELLE-ZIEL-MATRIXSCHÄTZUNG
HINSICHTLICH REDUNDANZSTÖRUNG SICH
VERÄNDERNDER VERKEHRZUSTÄNDE**

**Von der Fakultät für Bauingenieurwesen und Geodäsie
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades einer**

**Doktorin der Ingenieurwissenschaften
Dr.-Ing.**

genehmigte Dissertation

von

M. Sc. Yun-Pang Wang

geboren am 15.09.1971 in Taipeh

2008

Referent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernhard Friedrich
Koreferent: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Manfred Wermuth
Tag der Promotion: 19. Dezember 2007

Gedruckt mit Unterstützung des Deutschen Akademischen Austauschdienstes

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorandin am Institut für Verkehrswirtschaft, Straßenwesen und Städtebau der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover unter der Leitung von Herrn Professor Dr.-Ing. Bernhard Friedrich. Die Arbeit beschäftigt sich zum einen mit den Eigenschaften und Einschränkungen der gängigsten Modelle zur Matrixschätzung hinsichtlich ihrer Grundlagen und Lösungsalgorithmen. Zum anderen wurde in dieser Arbeit ein zweistufiger Schätzprozess mit dem IM-Modell und dem Eliminationsverfahren entwickelt, wobei drei verschiedene Umlegungsmodelle hinsichtlich der variierten Verkehrszustände zum Einsatz kamen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. Bernhard Friedrich für den angenehmen Betreuungsstil während meiner Promotion. Herr Professor Dr.-Ing. Friedrich gab mir stets die nötige Freiheit bei der Forschung. Zahlreiche anregende Gespräche trugen zum Gelingen dieser Arbeit bei. Herr Professor Dr.-Ing. Manfred Wermuth übernahm dankenswerterweise das Koreferat. Ihm und nicht zuletzt auch Herrn Professor Dr.-Ing. Thomas Siefer danke ich herzlich für die zusätzliche fachliche Betreuung.

Bei meinen Kollegen am Institut für Verkehrswirtschaft, Straßenwesen und Städtebau möchte ich mich herzlich für die vielfältige Unterstützung, die wertvollen Vorschläge sowie die allseits angenehme Atmosphäre bedanken.

Darüber hinaus gilt mein ganz herzlicher Dank meinen Eltern und meinem Bruder für ihre ständige Unterstützung und ihre Ermunterung zur Erstellung der Dissertation. Schließlich bin ich auch dem Deutschen Akademischen Austauschdienst zu Dank verpflichtet, dessen finanzielle Unterstützung die Durchführung dieser Arbeit erst ermöglichte.

Berlin, im Januar 2008

Yun-Pang Wang

Schlagworte

Matrixschätzung, redundante Information, Verkehrsumlegung

Key words

Origin-Destination matrix estimation, redundant information, traffic assignment

Kurzfassung

Herkunfts- und Zielmatrizen sind Grundlage der Verkehrsplanung und des Verkehrsmanagements, da sie aus wesentlichen Informationen der Verkehrsnachfrage bestehen. Eine Verbesserung der Genauigkeit der Herkunfts- und Zielmatrizen wird daher zu einem großen Qualitätsgewinn bei der Wirkungsabschätzung der zu planenden Verkehrsmaßnahmen und des resultierenden Verkehrsablaufs führen. Es ist dennoch zu zeit- und budgetaufwändig aus Befragungen eine Matrix zu erstellen. Im Vergleich dazu sind vorhandene und relativ leicht erfasste Verkehrszählungen sehr attraktiv und kommen vor allem seit Ende der 1970er in der Matrixschätzung zur Anwendung. Zahlreiche entsprechende Modelle wurden entwickelt und hauptsächlich unter Verwendung von Streckenbelastungen als Eingangsgrößen beziehungsweise Kalibrierungswerte angewendet. In Hinblick auf die zunehmende Verfügbarkeit der Abbiegestrominformationen ergibt sich die Frage nach der entsprechenden Wirkung auf die Matrixschätzung. In Anbetracht der Tatsache, dass durch die steigende Fahrzeuganzahl und die unterschiedlichen Tätigkeiten die Verkehrszustände variieren, ist die essentielle Frage, wie sich eine Erhöhung der Genauigkeit der Anteilsmatrix auswirkt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden unterschiedliche Matrixschätzverfahren untersucht, um ihre Eigenschaften und Einschränkungen ihrer Anwendungen dahingehend zu erfassen. Darauf aufbauend wurden Methoden zur Verbesserung entwickelt und einige Prüfungen und Bewertungen der neuen Ansätze durchgeführt.

Anhand der in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen zeigt sich, dass Informationen über die Abbiegebeziehungen einen positiven Einfluss auf die Schätzgüte der Matrixschätzung haben, da mit ihnen präzisere Nebenbedingungen zur Matrixschätzung gebildet werden können. Zugleich konnte identifiziert werden, dass sich die Schätzgüte des von van Zuylen entwickelten verbesserten Informations-Minimierungs-Modells verschlechtert, wenn redundante Informationen und eine aus einem Umlegungsmodell geschätzte Anteilsmatrix zum Einsatz kommen. Im Vergleich dazu liefert das Informations-Minimierungs-Modell im gleichen Fall eine bessere Schätzgüte, ist aber anfällig auf redundante Informationen. In der Regel können redundante Informationen durch numerische Methoden beseitigt werden. Sind jedoch Abbiegestrominformationen ebenfalls verfügbar, können numerische Methoden nicht mehr zur Elimination redundanter Informationen verwendet werden. Dies ist darin begründet, dass sich die Wirkungstiefe der Informationen der Abbiegeströme und der Streckenbelastungen auf die Schätzgüte der Matrixschätzung unterscheidet. Um dieses Problem zu beheben, wurde ein entsprechendes Eliminationsverfahren – MERI – entwickelt. Die positive Wirkung konnte an zwei Untersuchungsnetzen nachgewiesen werden.

Ferner wurde ein zweistufiger Schätzprozess angewendet. Das mit MERI eingesetzte Informations-Minimierungs-Modell wurde jeweils in Verbindung mit drei verschiedenen Umlegungsmodellen eingesetzt und in C implementiert, um es an entsprechende Verkehrsumstände anpassen zu können. Dazu wurde ein Vergleich mit dem von van Zuylen verbesserten Informations-Minimierungs-Modell zur Prüfung der Leistungsfähigkeit des mit MERI eingesetzten Informations-Minimierungs-Modells durchgeführt. Die erforderliche Prozessorzeit und der Konvergenzzustand wurden untersucht. Das mit MERI eingesetzte Informations-Minimierungs-Modell kann eine bessere Schätzgüte als das verbesserte Informations-Minimierungs-Modell und eine reduzierte Anzahl der Nebenbedingungen liefern. Diesbezüglich führt es prinzipiell bei dem mit MERI eingesetzten Informations-Minimierungs-Modell zu einer kürzeren Prozessorzeit. Beim Konvergenzzustand taucht ein Nichtkonvergenzphänomen auf, wenn das Frank-Wolfe-Verfahren zur Anwendung kommt. Im Gegensatz dazu konvergiert der Schätzprozess mit der Anwendung des Gradient-Projektion-Verfahrens hinsichtlich unterschiedlicher Änderungsfaktoren, deren Ursachen diskutiert wurden. Außerdem wird eine Methode zur Herstellung eines effizienten Routensatzes, der bei der Anwendung des C-Logit-Modells vorausgesetzt wird, in dieser Arbeit entwickelt. Abschließend wurde ein Ausblick der möglich weiteren Entwicklung und Forschungen bezüglich der Matrixschätzung mit Hilfe von Verkehrszählungen gegeben.

Abstract

As the fundament of transportation planning, traffic management and control an accurate Origin-Destination (O-D) matrix is at all times an important issue attracting all researchers' interest. Contrary to the great expense in money and in time for conducting O-D matrices related surveys traffic counts are much easier to obtain and are often already available for other traffic-related purposes. Therefore the relationship between traffic counts and O-D matrix has been extensively investigated since the late 1970's. In this regard, many models are proposed and applied for O-D matrix estimation, such as Entropy Maximization model (EM model), Information Minimization model (IM model), modified Information Minimization model (VIM model), Generalized Least Squares model (GLS model) and Path Flow Estimator (PFE). Many researches have also been conducted with the above mentioned models to investigate the relationship among the quantity and the location of the traffic counting stations and the accuracy of O-D estimates for collecting the necessary O-D information efficiently. These research results concluded that the more information for traffic counts is available, the better the O-D estimates will be.

With the innovation of technology and data fusion methods more disaggregated traffic counts information, i.e. turning flows, can be either directly automatically retrieved from detectors or estimated based on related data. However it is questionable about the compatibility of the current O-D matrix estimation models with such disaggregated traffic information and to which extent the accuracy of O-D estimation could be improved. Moreover, it is explicit that one of the main influence factors of accurate O-D matrix estimation is route choice proportions, which are the proportions of trips that pass over each link in an investigated network and significantly influenced by traffic conditions. With the increase of travel demand, the numerous varieties of daily activities and the growing number of vehicles traffic condition becomes complicated nowadays. In this regard, it becomes also a critical issue how to estimate route choice proportions precisely, when estimating an O-D matrix.

Concerning the above mentioned issues the current representative O-D estimation models were first sound reviewed and studied in this thesis. Based on the ability of coping with different traffic states the IM and VIM models are chosen to be further studied. Furthermore traffic assignment models, the related essential parameters and solution algorithms were also investigated, since they decide the accuracy of the required route choice proportions and further influence the accuracy of O-D matrix estimation. Following that the influence of redundant information on O-D matrix estimation was investigated with the IM and VIM models both when the respective route choice proportions are exactly accurate and with estimation errors. The results show that both

models suffer from the influence of redundant information and the IM model performs better than the VIM model. In this respect, a screening process is proposed. A better performance of the IM model with the application of the proposed screening process is verified with two test networks.

Furthermore, a two-stage O-D matrix estimation process is applied in order to take varied traffic states into consideration. Traffic states will be properly described by applying different corresponding assignment models and the generated route choice proportions will be used in O-D matrix estimation. Such estimation process coping with different assignment models and different solution algorithms was implemented with C. The respective performance was analysed and comparisons were conducted with that, based on the same estimation process, but by means of the VIM model. The respective convergence state and convergence speed are also studied. In the end the respective conclusions are made and the issues for further researches in O-D matrix estimation from traffic information are also pointed out in this thesis.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
1.1 Hintergrund	1
1.2 Problemstellungen und Zielsetzungen	2
1.3 Begriffliche Definitionen	4
2 Methodik	11
2.1 Vorgehen.....	11
2.2 Beschreibung des Netzes	12
2.3 Bewertungskriterien	13
3 Stand der Technik	15
3.1 Informations-Minimierungs-Modell (IM-Modell).....	15
3.1.1 Herleitung.....	17
3.1.2 Algorithmus	20
3.1.3 Fallbeispiel	21
3.2 Entropiemodell (EM-Modell).....	22
3.2.1 Herleitung.....	23
3.2.2 Algorithmus	24
3.2.3 Fallbeispiel	25
3.3 Verbessertes Informations-Minimierungs-Modell (VIM-Modell)	27
3.3.1 Herleitung.....	27
3.3.2 Algorithmus	28
3.3.3 Fallbeispiel	29
3.4 Modell der Kleinsten Quadrate (LSE-Modell).....	30
3.4.1 Herleitung.....	30

3.4.2	Algorithmus.....	31
3.4.3	Fallbeispiel.....	32
3.5	Modell der verallgemeinerten Kleinsten Quadrate (GLS-Modell)	34
3.5.1	Herleitung	34
3.5.2	Algorithmus.....	36
3.5.3	Fallbeispiel.....	37
3.6	Path-Flow-Estimator (PFE).....	40
3.6.1	Herleitung	41
3.6.2	Algorithmus.....	43
3.6.3	Fallbeispiel.....	44
3.7	Eigenschaften der Modelle	47
3.8	Einsatzbedingungen für die Anwendung der Modelle in der Praxis.....	49
4	Umlegungsmodelle in Bezug zur Matrixschätzung	51
4.1	Grundlage	51
4.1.1	Kantenwiderstände.....	51
4.1.2	Routenwahl.....	53
4.2	Sukzessivumlegung.....	55
4.3	Gleichgewichtsumlegung.....	56
4.3.1	Lösungsalgorithmus nach dem Frank-Wolfe-Verfahren (FW-Verfahren)	57
4.3.2	Lösungsalgorithmus nach dem Gradient-Projektions-Verfahren (GP-Verfahren)	60
4.4	Stochastische Gleichgewichtsumlegung.....	62
4.5	Beschränkung der Anwendung des Prinzips des Nutzeroptimums bei der Matrixschätzung.....	65
5	Einflüsse der Informationen auf das IM- und das VIM-Modell	67
5.1	Hintergrund	67
5.2	Testnetze und Datenaufbereitung	68
5.3	Szenarien.....	69
5.4	Einfluss unpräziser und redundanter Informationen	70
5.5	Fazit	71
6	Entwicklung eines verbesserten Verfahrens auf Basis des IM-Modells	73
6.1	Vorgehen	73
6.2	Elimination redundanter Informationen.....	74
6.2.1	Prinzip.....	75

6.2.2	Notation.....	75
6.2.3	Eliminationsregeln für Dummy-Links	76
6.2.4	Eliminationsregeln für Knotenpunkte	77
6.2.5	Eliminationsregeln für den Sonderfall der Nullverkehrsstärke an den Kanten	80
6.2.6	Anwendung in der Praxis	80
6.3	Genauigkeitserhöhung der Anteilsmatrix	81
6.4	Bestimmung des effizienten Routensatzes	82
6.5	Bestimmung der Anteilsmatrix	86
6.5.1	Bestimmung der Anteilsmatrix bei Verwendung einer Sukzessivumlegung	86
6.5.2	Bestimmung der Anteilsmatrix bei Verwendung einer Gleichgewichtsumlegung ..	86
6.5.3	Bestimmung der Anteilsmatrix bei Verwendung einer stochastischen Gleichgewichtsumlegung	87
6.6	Abbruchkriterien	88
7	Bewertung des entwickelten Schätzverfahrens	91
7.1	Wirkung der entwickelten Eliminationsregeln.....	91
7.1.1	Untersuchungsnetz 1	92
7.1.2	Untersuchungsnetz 2	92
7.2	IM-MERI-Modell bezüglich verschiedener Verkehrszustände	94
7.2.1	Umlegung mit der Sukzessivumlegung.....	94
7.2.2	Umlegung mit der Gleichgewichtsumlegung.....	95
7.2.3	Umlegung mit der stochastischen Gleichgewichtsumlegung	98
7.3	Konvergenz	99
7.3.1	Konvergenzzustand	99
7.3.2	Prozessorzeit	104
7.4	Fazit	105
8	Zusammenfassung und Ausblick	107
	Literatur.....	111
	Abbildungsverzeichnis	115
	Tabellenverzeichnis	117
	Anhang.....	119

1 Einleitung

1.1 Hintergrund

Als Grundlage der Verkehrsplanung und des Verkehrsbeeinflussungsmanagements dienen Herkunfts- und Zielmatrizen (Matrizen) im motorisierten Individualverkehr (MIV). Sie liefern die Grundinformationen über die Verkehrsnachfrage zwischen den gegebenen Bezirken innerhalb eines bestimmten Zeitraums, wobei ein Bezirk anhand der Untersuchungsstruktur und der entsprechenden Siedlungsverteilung definiert wird. Mit diesen Grundinformationen werden erforderliche Straßenräume entwickelt, Verkehrszustände in dem Untersuchungsnetz ermittelt und die eventuellen Bereiche mit hohen Verkehrsbelastungen identifiziert. Damit kann analysiert werden, ob das Verkehrsnetz überlastet ist, wo es Staus gibt und mit welchen Strategien der Verkehrsablauf im Netz optimiert werden kann. Wirksame Managementstrategien können dann vorher entwickelt werden, um einen guten Verkehrszustand zu erhalten. Eine Herkunfts- und Zielmatrix (Matrix) kann durch eine Haushaltsbefragung oder Verkehrsbefragung auf den Straßen sowie Kennzeichnerfassung erstellt werden. Aufgrund des hohen zeitlichen und finanziellen Aufwands der Erstellung von Matrizen sind seit den 70-er Jahren zahlreiche Modelle entwickelt worden, die es ermöglichen sollten, Matrizen auf der Basis von Schätzungen zu erstellen. Den Schätzungen wiederum liegen Verkehrszählungen zugrunde. Diese Modelle können im Allgemeinen in zwei Gruppen eingeteilt werden. Die Erste stützt sich auf den statistischen Rückschluss, beispielsweise das Modell der verallgemeinerten Kleinsten Quadrate (GLS-Modell) und das Baysien-Modell. Die Zweite ist aus Theorien und aufgrund der mathematischen Programmierungen, zum Beispiel das Entropiemodell und das Informations-Minimierungs-Modell (EM- und IM-Modell), das Kleinstquadratmodell (LSE-Modell) und der Path-Flow-Estimator (PFE), hergeleitet worden. Aufgrund unterschiedlicher Hintergründe hat jedes Modell bei der Anwendung seine eigenen Eigenschaften und Einschränkungen.

Bei der Technikentwicklung von Lichtsignalanlagen zur optimalen verkehrsabhängigen Ampelsteuerung stehen automatisch detektierte Verkehrsdaten zur Verfügung. Damit können sowohl Informationen von Verkehrsstärken an Strecken als auch von Abbiegeströmen verfügbar sein. Mit den Informationen von Abbiegeströmen soll die gesuchte Matrix präziser geschätzt werden, da entsprechende Nebenbedingungen genauer definiert werden können. Auf Grund des Budgets und der Signalpläne, die wesentlich anhand des Verkehrsaufkommens entwickelt werden, sind Informationen von Abbiegeströmen nicht an allen Kreuzungen vollständig vorhanden. Darum sind zahlreiche Forschungsvorhaben durchgeführt worden, um unbekannte Abbiegeströme

anhand der entsprechenden Daten von Lichtsignalanlagen oder der vorhandenen Verkehrszählungen zu erstellen, wie zum Beispiel van Zuylen [1979], Mountain und Westwell [1983], Matschke u. a. [2004b] und Dimitriou u. a. [2006]. Somit können die betreffenden Verkehrszustände genauer überwacht werden. Daher richtet sich diese Arbeit grundsätzlich auf die Anwendung der Informationen von Abbiegeströmen mit den vorhandenen Modellen zur Schätzung der Verkehrsbeziehungen (Matrixschätzung). Zusätzlich wird der Zusammenhang von Matrixschätzung mit variierten Verkehrszuständen betrachtet. Demzufolge werden die betreffenden Problemstellungen und die Ziele dieser Arbeit zunächst im Folgenden erklärt. Die begrifflichen Definitionen dieser Arbeit werden anschließend vorgestellt.

1.2 Problemstellungen und Zielsetzungen

Verkehrsströme entstehen aus der Verteilung einer vorgegebenen Matrix auf einem bestimmten Netz. Diese Verteilung wird anhand der Untersuchungsnetzstruktur, -eigenschaften und des angenommenen Routenwahlverhaltens durchgeführt. Im Vergleich dazu ist eine Matrixschätzung mit Hilfe von Verkehrszählungen rückwärts durchzuführen. Wie in Bild 1.1 dargestellt, wird eine bestimmte Matrix mit wenigem oder keinem Vorwissen der gesuchten Matrix anhand von Verkehrszählungen und Routenwahlinformationen nach der Erfüllung der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij} \quad (1-1)$$

mit \bar{q}^a gemessene Verkehrsstärke an Kante a ;

p_{ij}^a Anteil der Fahrten der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j über Kante a und ein Element der Matrix p (Anteilsmatrix bezeichnet);

f_{ij} geschätzte Verkehrsnachfrage der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j ,

nachvollzogen.

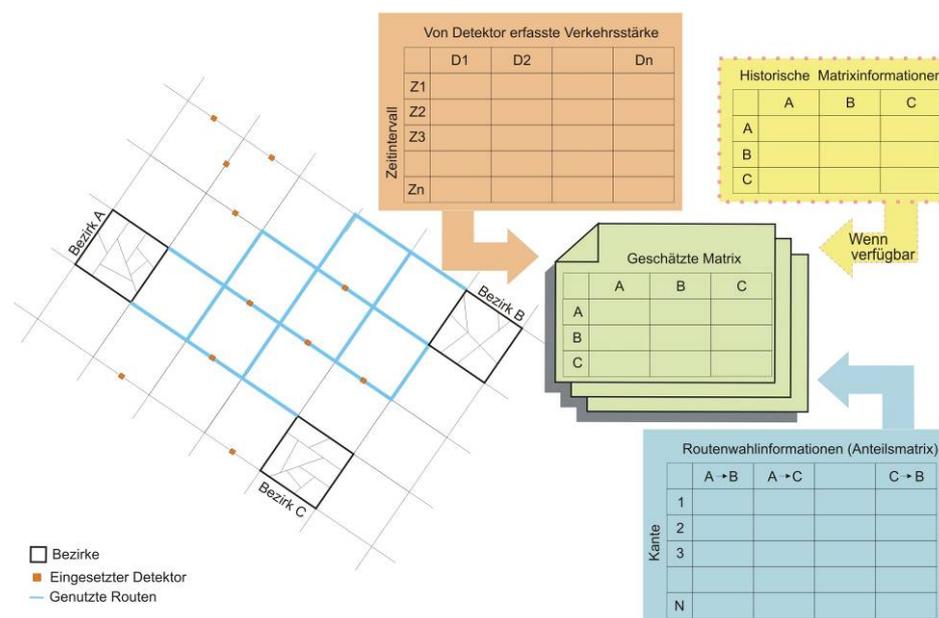


Bild 1.1: Darstellung der Matrixschätzung mit Hilfe von Verkehrszählungen

Da die Anzahl bestehender Verkehrsbeziehungen in der Regel größer ist als die der vorhandenen Verkehrszählungen, ist die Anzahl der verfügbaren Nebenbedingungen von Gleichung (1-1) geringer als die Anzahl gesuchter Variablen (die Ströme aller Verkehrsbeziehungen). Deshalb besteht bei einer Matrixschätzung ein mathematisch unterbestimmtes Problem und nur eine bestimmte wahrscheinlichste Matrix wird erstellt. Daher kommen unterschiedliche Schätzmodelle mit ihren eigenen Zielfunktionen zur Anwendung. Aufgrund der Tatsache, dass reale Routenwahlinformationen in der Praxis sehr schwierig zu erzeugen sind, ist darüber hinaus noch ein geeignetes Umlegungsmodell zur Herstellung solcher Informationen erforderlich. Da das Fahrerverhalten in starkem Zusammenhang mit Verkehrszuständen steht, sind zahlreiche Umlegungsmodelle in Hinsicht auf verschiedene Verkehrszustände und Routenwahlverhalten entwickelt worden. Die Änderungen der Annahmen von Routenwahlverhalten führen zu verschiedenen Umlegungsfolgen, Anteilsmatrizen sowie Matrixschätzungsergebnissen. Weiterhin ist es sehr wahrscheinlich, dass redundante Informationen genutzt werden, besonders wenn Abbiegestrominformationen zu Verfügung stehen. Darum ergibt sich die Frage, ob redundante Informationen die Matrixschätzung beeinflussen.

Mit diesem Hintergrund ist es offensichtlich, dass es für eine präzise Matrixschätzung wichtig ist, mit welchem Schätzmodell und mit welchem Umlegungsmodell sie errechnet wird. Ebenso sind das Routenwahlverhalten der Fahrer und der Einfluss der redundant erfassten Verkehrszählungen auf die Schätzgüte von zentraler Bedeutung. Im Hinblick auf diese vier Aspekte, die bei einer möglichst genauen Matrixschätzung im Zentrum der Betrachtung stehen sollten, liegen die Ziele dieser Arbeit in

- Erforschen der vorhandenen Modelle zur Matrixschätzung mit Hilfe von Verkehrszählungen,
- Ermöglichen der Genauigkeitserhöhung einer Anteilsmatrix durch geeignete Umlegungsmodelle,
- Verstehen des Routenwahlverhaltens, um die jeweiligen Parameter der Umlegungsmodelle präziser zu definieren,
- Abschätzen der Auswirkungen der Abbiegestrominformationen, der redundanten Informationen sowie der Informationsgenauigkeit auf die Matrixschätzung,
- Entwickeln eines verbesserten Schätzverfahrens hinsichtlich redundanter Informationen und Verkehrszustände und einer Methode zur Herstellung eines effizienten Routensatzes anhand des Wissens von empirischem Routenwahlverhalten und
- Analyse und Bewerten des entwickelten Schätzverfahrens.

In Kapitel 2 wird eine Übersicht der Vorgehensweise der vorliegenden Arbeit aufgezeigt. In Kapitel 3 werden die Grundtheorien, die Algorithmen und die Eigenschaften der vorhandenen Schätzmodelle vorgestellt und untersucht. Danach wird in Kapitel 4 auf die Charaktere und die Algorithmen der wesentlichen Umlegungsmodelle bezüglich veränderter Verkehrszustände, wie zum Beispiel die Sukzessivumlegung (SUK), die Gleichgewichts- und die stochastische Gleichgewichtsumlegung, auch als User-Equilibrium-Assignment (UE) und Stochastic-User-Equilibrium-Assignment (SUE) bezeichnet, eingegangen. Anschließend werden die Auswirkungen der Abbiegestrominformationen und redundanten Informationen auf die Matrixschätzung in Kapitel 5 untersucht. Ferner wird der Zusammenhang zwischen der Informationsgenauigkeit, den redundanten Informationen und der Schätzgüte analysiert. In Kapitel 6 wird das entwickelte Schätzverfahren hinsichtlich redundanter Informationen und variiertes Verkehrszustände präsentiert. Dazu wird eine Methode zur Bestimmung eines effizienten Routensatzes vorgeschlagen. Die Gültigkeit des entwickelten Schätzverfahrens wird in Kapitel 7 mit einem virtuellen und

einem realen Testnetz geprüft. Abschließend werden eine Zusammenfassung und ein Ausblick auf mögliche Erweiterungen und weitere Untersuchungen der Matrixschätzung gegeben.

1.3 Begriffliche Definitionen

Zum besseren Verständnis sind die in dieser Arbeit angewendeten Variablen, untergliedert in zehn Gruppen, im Folgenden erklärt.

Herkunfts- und Zielmatrix

Symbol	Bedeutung
i	Quellbezirk
j	Zielbezirk
I	Vektor der Quellbezirke
J	Vektor der Zielbezirke
AV	Anzahl der existierenden Verkehrsbeziehungen
f_{ij}	Geschätzte Anzahl von Fahrten von Quellbezirk i zum Zielbezirk j
\bar{f}	Mittelwert der geschätzten Fahrtenmatrix
f_{ij}^r	Reale Anzahl von Fahrten von Quellbezirk i zum Zielbezirk j
\bar{f}^r	Mittelwert der realen Fahrtenmatrix
\bar{f}_{ij}	Gemessene Anzahl an Fahrten von Quellbezirk i zum Zielbezirk j
f_{ij}^o	Historische Anzahl an Fahrten von Quellbezirk i zum Zielbezirk j
f_i	Summe geschätzter Quellströme, $f_i = \sum_{j=1}^{AV} f_{ij}$
f_i^r	Summe realer Quellströme, $f_i^r = \sum_{j=1}^{AV} f_{ij}^r$
\bar{f}_i	Summe gemessener Quellströme, $\bar{f}_i = \sum_{j=1}^N \bar{f}_{ij}$
f_i^o	Summe historischer Quellströme, $f_i^o = \sum_{j=1}^{AV} f_{ij}^o$
f_j	Summe der geschätzten Zielströme, $f_j = \sum_{i=1}^{AV} f_{ij}$
f_j^r	Summe realer Zielströme, $f_j^r = \sum_{i=1}^{AV} f_{ij}^r$
\bar{f}_j	Summe gemessener Zielströme, $\bar{f}_j = \sum_{i=1}^{AV} \bar{f}_{ij}$
f_j^o	Summe historischer Zielströme, $f_j^o = \sum_{i=1}^{AV} f_{ij}^o$
f	Summe der gesamten geschätzten Ströme der Verkehrsbeziehungen
f^r	Summe der gesamten realen Ströme der Verkehrsbeziehungen
\bar{f}	Summe der gesamten gemessenen Ströme der Verkehrsbeziehungen

f^o	Summe der gesamten historischen Ströme der Verkehrsbeziehungen
F	Matrixform der geschätzten Ströme der Verkehrsbeziehungen
F^r	Vektor der realen Ströme der Verkehrsbeziehungen
F'	Vektor der gemessenen Ströme der Verkehrsbeziehungen
F^o	Matrixform der historischen Ströme der Verkehrsbeziehungen

Kanten, Kantenbelastung und Anteilsmatrix

Symbol	Bedeutung
n_n	Knoten n
N	Anzahl der Knoten
a	Kante a
cap^a	Leistungsfähigkeit der Kante a
AK	Anzahl der Kanten
AK^{gem}	Anzahl der Kanten, deren Verkehrsbelastungen gemessen werden.
$q^{o,a}$	Historische Verkehrsstärke an Kante a , die durch $q^{o,a} = \sum_j f_{ij}^o p_{ij}^a$ bestimmt wird.
q^a	Reale Verkehrsstärke an Kante a
\hat{q}^a	Geschätzte Verkehrsstärke an Kante a
\bar{q}^a	Gemessene Verkehrsstärke an Kante a
\bar{q}^z	Gemessene Verkehrsstärke an Zählstelle z
p_{ij}^a	Anteil der Fahrten der Verkehrsbeziehung von Quelle i nach Ziel j über Kante a
A	Vektor aller Kanten
Q	Vektor aller realen Kantenbelastungen
\hat{Q}	Vektor aller geschätzten Kantenbelastungen
\bar{Q}	Vektor aller gemessenen Kantenbelastungen
Q^z	Vektor der gemessenen Verkehrsstärke an allen Zählstellen
P	Matrix der Fahrtenanteile aller Verkehrsbeziehungen über alle Kanten auch als Anteilsmatrix bezeichnet

Informations-Minimierungs-Modell, Entropie-Maximierungs-Modell und Verbessertes Informations-Minimierungs-Modell (IM-Modell, EM-Modell, VIM-Modell)

Symbol	Bedeutung
I	Informationsgröße
i_s	Informationsgröße nach Shannon pro Zustand
I_s	Informationsgröße nach Shannon
I_b	Informationsgröße nach Brillouin
M	Anzahl der voneinander verschiedenen Permutationen mit Wiederholung
k	Skalenfaktor zur Ermittlung der Informationsgröße
m	Betrachteter Zustand m

AM	Anzahl der betrachteten Zustände
AZ_m	Anzahl der Zustand m
Z_{EM}	Zielfunktion des EM-Modells
Z_{IM}	Zielfunktion des IM-Modells
x^a	Proportionalitätsparameter der Kante a
x_o	Verhältnisparameter zwischen der Gesamtzahl der historischen Fahrten und der der Ist-Fahrten
$g_{IM,ij}$	Summe der Fahrtenanteile der Verkehrsbeziehung von Quelle i nach Ziel j über alle Kanten im IM-Modell
y^a	Änderungsparameter zur Aktualisierung des Proportionalitätsparameters der Kante a
$prob_{ij}$	Realisierungswahrscheinlichkeit einer Fahrt von Quelle i zum Ziel j ($= f_{ij}^o / \sum_{ij} f_{ij}^o$) im IM-Modell

Kleinstquadratmodell (LSE- Modell)

Symbol	Bedeutung
Z_{LSE}	Zielfunktion des LSE-Modells
Z_{LRE}	Zielfunktion des LRE-Modells
α_{LSE}	Relaxationsfaktor der Relaxion-Technik von Hornbeck, um die Konvergenz des Modells zu garantieren, und $0 < \alpha_{LSE} < 1.0$.
n_{ij}	Summe der Quadratwerte der Fahrtenanteile der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j über Kante a
σ_{ij}^{ℓ}	Summe der Mittelfehler der Kantenbelastungen bezüglich der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j in der Iteration ℓ
ψ	Signifikanzgrenzwert der Verbesserung
E_{abs}^{ℓ}	Absolute Mittelfehler zwischen den geschätzten und den gemessenen Kantenbelastungen in der Iteration ℓ
E_{margin}^{ℓ}	Signifikanzanzeiger der Verbesserung der Schätzung in der Iteration ℓ

Modell der verallgemeinerten Kleinsten Quadrate (GLS-Modell)

Symbol	Bedeutung
Z_{GLS}	Zielfunktion des GLS-Modells
I_{GLS}	Einheitsmatrix im GLS-Modell
K	Vektor der effizienten Routen
$C(h)$	Matrixform der Kostenfunktion in Bezug auf Routenbelastung h
$K(F)$	Effizienter Routensatz für Matrix F
ε	Vektor der Zufallsfehler gemessener Fahrten der Verkehrsbeziehungen mit dem Mittelwert μ und der Kovarianzmatrix V
η	Vektor der Zufallsfehler gemessener Verkehrsstärken mit dem Mittelwert γ und der Kovarianzmatrix W
μ	Mittelwert von ε
γ	Mittelwert von η
V	Vektor der Kovarianzmatrix von ε

\hat{V}	Vektor der geschätzten Kovarianzmatrix von ε
W	Vektor der Kovarianzmatrix W von η
\hat{W}	Vektor der geschätzten Kovarianzmatrix W von η
$\varphi(F_x)$	$V^{-1} + P^T W^{-1} P$ in Matrixform
E_{GLS}	Vektor der unteren Grenzen e_{ij} für die entsprechenden Verkehrsbeziehungen f_{ij}
λ	Vektor der Lagrange'schen Multiplikatoren für die Untergrenzbedingungen
τ	Zulässige Fehlertoleranz der geschätzten Matrix
ℓ	Anzahl der Iterationen

Path-Flow-Estimator (PFE)

Symbol	Bedeutung
Z_{FISK}	Zielfunktion der stochastischen Gleichgewichtsumlegung von Fisk (1980)
Z_{PFE}	Zielfunktion des PFE
k_{ij}	Route k der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j
K_{ij}	Vektor der effizienten Routen der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j
K	Vektor der effizienten Routen aller Verkehrsbeziehungen
c^a	Reisekosten an Kante a
C	Vektor der Reisekosten an allen Kanten
c_k	Reisekosten an Route k
z	Zählstelle
z_k	Zählstelle an Route k
$c_{k,ij}$	Reisekosten an Route k der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j
t^a	Unverzögerte Reisezeit an Kante a
t_k	Unverzögerte Reisezeit an Route k
d^a	Verzögerungszeit an Kante a
d	Vektor der Verzögerungszeiten an allen Kanten
cap^a	Leistungsfähigkeit an Kante a
cap	Vektor der Kantenleistungsfähigkeiten
h_k	Routenbelastung an effizienter Route k
h_k^o	Historische Routenbelastung an effizienter Route k
$h_{k,ij}$	Routenbelastung an effizienter Route k der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j
θ	Streuungsparameter, der den Streuungsgrad der Routenwahl zwischen den Alternativrouten steuert
h'	Vektor der Hilfsroutenbelastungen aller effizienten Routen
h'_k	Hilfsroutenbelastung an effizienter Route k der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j
$h'_{k,ij}$	Hilfsroutenbelastung an effizienter Route k
q^a	Rückständige Warteschlange an Kante a
pod	Routen-Verkehrsbeziehungen-Zugehörigkeitsmatrix

$pod_{k,j}$	Element der Matrix pod , wobei $pod_{k,j} = 1$, wenn Route k zur Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j gehört, sonst $pod_{k,j} = 0$
pl	Routen-Kanten-Zugehörigkeitsmatrix
pl_k^a	Element der Matrix pl , wobei $pl_k^a = 1$, wenn Kante a zur Route k gehört, sonst $pl_k^a = 0$
r_k^z	$r_k^z = 1$, wenn die Zählstelle z an Route k liegt, sonst $r_k^z = 0$
R	Zählstellen-Routen-Zugehörigkeitsmatrix
H	Vektor der Routenbelastungen an effizienten Routen
H'	Vektor der Hilferoutenbelastungen an effizienten Routen
ξ	Lagrange'scher Multiplikator für das stochastische Gleichgewichtsumlegungsproblem von Fisk 1980
$m1^a$	Kantenleistungsfähigkeit-Lagrange'scher Multiplikator für Kante a
$m2^z$	Zählstellen-Lagrange'scher Multiplikator für Zählstelle z
$M1$	Vektor Kantenleistungsfähigkeit-Lagrange'scher Multiplikatoren für die Nebenbedingungen der Kantenleistungsfähigkeiten
$M2$	Vektor Zählstellen-Lagrange'scher Multiplikatoren für die Nebenbedingungen der gemessenen Kantenbelastungen
$m1_k$	Summe der Kantenleistungsfähigkeit-Lagrange-Multiplikatoren an Route k
$m2_k$	Summe der Zählstellen-Lagrange-Multiplikatoren an Route k
$ME1^a$	Exponential von $m1^a$ für Kante a
$ME2^z$	Exponential von $m2^z$ für Zählstelle z
ψ	Gradient von $\sum_{ij} \sum_k h_{k,ij} \ln h_{k,ij}$

Sukzessivumlegung

Symbol	Bedeutung
st	Anzahl der definierten Scheiben der Umlegung

Gleichgewichtsumlegung

Symbol	Bedeutung
Z_{UE}	Zielfunktion der Gleichgewichtsumlegung
Frank-Wolfe-Verfahren (FW-Verfahren)	
Symbol	Bedeutung
Z_{FW}	Zielfunktion vom FW-Verfahren
α_{FW}	Änderungsgröße zur optimalen Lösung im FW-Verfahren
$\alpha_{FW,oben}$	Obergrenze der Änderungsgröße α_{FW}
$\alpha_{FW,unter}$	Untergrenze der Änderungsgröße α_{FW}
$\alpha_{FW,mittel}$	Mittelwert der Änderungsgröße α_{FW} als $(\alpha_{FW,unter}^l + \alpha_{FW,oben}^l) / 2$
$error$	Toleranzwert der Konvergenz des FW-Verfahrens
y^a	Hilfsverkehrsstärke an Kante a
Y	Vektor der Hilfsverkehrsstärke an allen Kanten

U_{FW}^a	Unterschied zwischen y^a und q^a
EP	Lösungseckpunkt
lp	Lösungspunkt
Gradient-Projektion-Verfahren (GP-Verfahren)	
Symbol	Bedeutung
$\alpha_{GP,k,ij}$	Änderungsgröße zur optimalen Lösung im GP-Verfahren
$d_{GP,k,j}$	$d_{GP,i} = c_{k,ij} - c_{\hat{k},ij}, \quad \forall k \neq \hat{k}$
\hat{K}	Neuester günstiger Routensatz aller Verkehrsbeziehungen
\hat{k}_{ij}	Neueste günstige Route der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j
v_{GP}	Änderungsfaktor, der vom Nutzer definiert wird, $0 < v_{GP} < 1$

Stochastische Gleichgewichtsumlegung

Symbol	Bedeutung
Z_{SUE}	Zielfunktion stochastischer Gleichgewichtsumlegung
\hat{c}_k	Reisekosten an Route k hinsichtlich der Routenähnlichkeit
g	Effiziente Route
ε_{MNL}	Zufallsausdruck der Reisekosten in der Nutzenfunktion
U_{MNL}	Nutzenfunktion
$U_{MNL,k,ij}$	Nutzenfunktion der Route k der Verkehrsbeziehung ij
$prob_{k,ij}$	Nutzungswahrscheinlichkeit der Route k der Verkehrsbeziehung ij
$KF_{k,ij}$	Ähnlichkeitsfaktor der Route k der Verkehrsbeziehung ij
KF	Vektor der Ähnlichkeitsfaktoren der Routen aller Verkehrsbeziehungen
β_{MNL}	Positiver Parameter zur Berechnung aller $KF_{k,ij}$
γ_{MNL}	Positiver Parameter zur Berechnung aller $KF_{k,ij}$
$LG_{g,k}$	Messgröße der zu Routen g und k gehörenden Kanten
LG_g	Messgröße der zu Route g gehörenden Kanten
LG_k	Messgröße der zu Route k gehörenden Kanten
G	Vektor der Routenbelastungen an effizienten Routen

Bewertungskriterien

Symbol	Bedeutung
KK	Korrelationskoeffizient
$WMQF$	Wurzel aus dem mittleren quadratischen Fehler
$WMGQF$	Wurzel aus dem mittleren gewichteten quadratischen Fehler
PZ	Prozessorzeit

2 Methodik

Hinsichtlich der genaueren Matrixschätzung mit Hilfe von Verkehrszählungen fokussiert sich die vorliegende Arbeit auf eine statische beziehungsweise makroskopische Matrixschätzung bezüglich der Anwendung der Abbiegestrominformationen und variiertes Verkehrszustände. Somit werden die vollständige Genauigkeit und die Stetigkeit der Verkehrszählungen als Voraussetzungen angenommen. Ferner wird der Binnenverkehr hier nicht mit einbezogen, da die Matrixschätzung hauptsächlich anhand des Verhältnisses zwischen Verkehrszählungen, Fahrtenanteilen der Verkehrsbeziehungen an allen Kanten und der entsprechenden Matrix nachvollzogen wird. Mit entsprechend fehlenden Verkehrszählungen kann solch ein Verhältnis zwischen den Binnenverkehren und den Verkehrsstärken nicht gebildet werden. Das Vorgehen dieser Arbeit, die entsprechend angewendete Netzpräsentation und die zum Einsatz kommenden Bewertungskriterien, werden im Folgenden verdeutlicht.

2.1 Vorgehen

Der Rahmen der vorliegenden Arbeit ist in Bild 2.1 dargestellt. Vor allem werden die vorhandenen bekannten Modelle der Matrixschätzung mit Hilfe von Verkehrszählungen erforscht, um die Grundlagen, die Einflussparameter und die Eigenschaften der Modelle zu erkennen. Dabei stehen die auf Methoden des Maschinellen Lernens basierenden Modelle, zum Beispiel Neuronale Netze und genetische Algorithmen, nicht zur Diskussion. Dies ist dadurch begründet, dass bei solchen Modellen ein Vorwissen einer bestimmten historischen Soll-Matrix erforderlich ist. Damit kann das Verhältnis zwischen der Soll-Matrix und den entsprechenden Verkehrszählungen durch einen so genannten „Trainings-Prozess“ gebildet werden. Demnach können solche Modelle mit der Voraussetzung ähnlicher Matrixstruktur zu einer Matrixfortschreibung zur Anwendung kommen. In der Praxis ist es dennoch sehr schwierig und unrealistisch, zum einen, eine genaue historische Soll-Matrix zu haben, und zum anderen, eine unveränderte Matrixstruktur zu erwarten.

Weiterhin wird der Fokus auf die Auswirkung der Abbiegestrominformationen auf die Matrixschätzung gerichtet. Der Einfluss der ungenauen und der redundanten Informationen auf die Matrixschätzung wird dazu untersucht. Ebenfalls wird die Möglichkeit zur Betrachtung variiertes Verkehrszustände bei einer Matrixschätzung, besonders durch unterschiedliche Umlegungsverfahren erforscht. Demzufolge wird ein verbessertes Schätzverfahren entwickelt, um ein redundanzstörungsfreies und variiertes Verkehrszustände berücksichtigendes Schätzergebnis zu lie-

fern. Die entsprechende Auswirkung wird danach anhand vordefinierter Bewertungskriterien analysiert. Zusätzlich wird ein Leistungsfähigkeitsvergleich mit anderen Schätzverfahren durchgeführt, um den Qualitätsgewinn der Matrixschätzung zu bestimmen. Abschließend werden eine Zusammenfassung und ein Ausblick bezüglich der Ergebnisse dieser Arbeit gegeben.

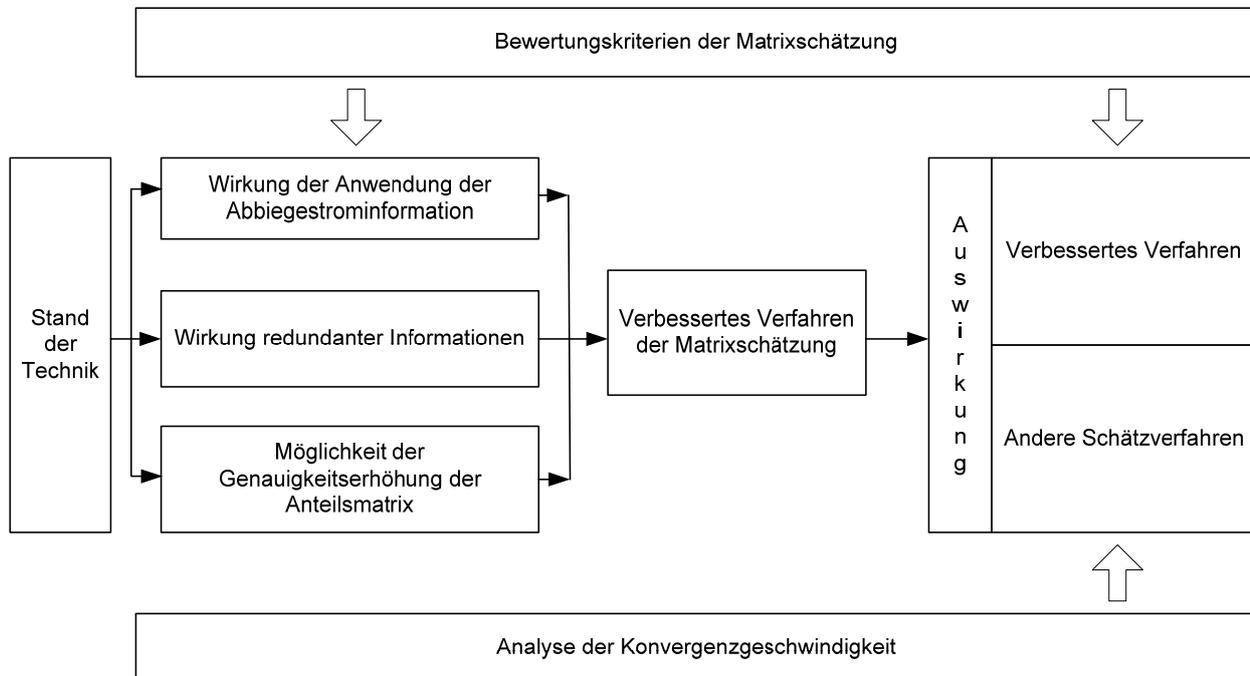


Bild 2.1: Vorgehen der vorliegenden Arbeit

2.2 Beschreibung des Netzes

In dieser Arbeit wird der gerichtete Graph eines Untersuchungsnetzes in ein Knoten-Kanten-Modell umgewandelt. Alle physischen Elemente des Netzes werden mit virtuellen Kanten und virtuellen Knoten dargestellt. Darüber hinaus werden eine angemessene Anzahl und Standorte der entsprechenden Verkehrsbezirke (im Folgenden als Bezirke bezeichnet) hinsichtlich der Verkehrsnachfrage und der Netzstruktur definiert. Die definierten Bezirke beziehen sich entweder auf eine Verkehrsquelle, auf ein Verkehrsziel oder auf beides. Zwei beliebige Bezirke bilden eine Verkehrsbeziehung und die Verkehrsnachfrage zwischen allen Bezirken führen zu einer Matrix. Solche Bezirke werden in dem oben genannten Knoten-Kanten-Modell in Knoten umgewandelt und es besteht kein Durchgangsverkehr an Bezirken. Außer den sich auf Bezirke beziehenden Knoten repräsentieren Kanten und Knoten in der Regel jeweils Straßenstrecken und Kreuzungen. Dummy-Links und -Knoten werden zwecks genauer Netzpräsentation und Festlegung von Detektorstandorten verwendet. Somit wird bei einer makroskopischen Verkehrsbetrachtung eine Kreuzung streckenorientiert, wie in Bild 2.2 (c) dargestellt abgebildet, im Vergleich zur realen Gestaltung (Bild 2.2 (b)). Zudem werden die entsprechenden Eigenschaften aller Kanten, wie zum Beispiel Entfernung, Geschwindigkeit und Kapazität, definiert. Die Anzahl der Fahrstreifen einer Kante wird jeweils durch die Feststellung der Kantenkapazität abgebildet und die Verhältnisse zwischen Kanteneigenschaften, Reisezeiten und Verkehrsstärke werden ebenfalls mit einbezogen. Auf diese Weise werden die Reisezeiten aller Verkehrsbeziehungen ermittelt.

Da die Wirkung der Abbiegestrominformationen auf die Matrixschätzung mit Hilfe von Verkehrszählungen in dieser Arbeit untersucht wird, werden die entsprechenden Knoten, die als Kreuzungen bezeichnet werden, aufgelöst. Auf diese Weise wird jeder Abbiegevorgang im Untersuchungsnetz in Betracht gezogen und jede Kreuzung knotenpunktorientiert, wie in Bild 2.2 (d) dargestellt, in ein Knoten-Kanten-Modell umgewandelt.

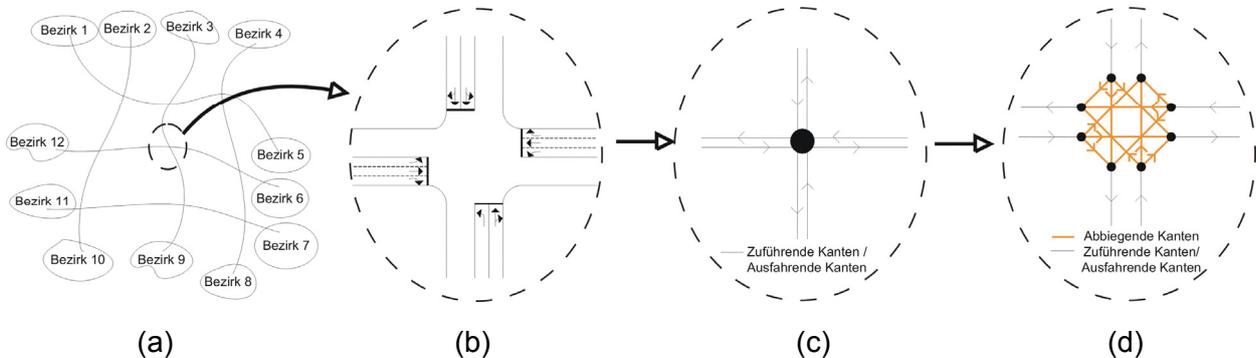


Bild 2.2: Umwandlung eines Untersuchungsnetzes in ein Knoten-Kanten-Modell

2.3 Bewertungskriterien

Die Bewertung der Qualität der Matrixschätzung wird durch eine quantitative Analyse durchgeführt. Drei statistische Kennwerte werden als Bewertungskriterien angenommen. Bei der Beurteilung des entwickelten Verfahrens wird ein weiteres Kriterium hinzugenommen, um die entsprechende Effizienz der Verfahrenanwendung zu erkennen. Im Folgenden werden alle Bewertungskriterien und ihre Eigenschaften verdeutlicht.

Korrelationskoeffizient (KK)

Der KK ist eine normalisierte Größe zur Bewertung des linearen Zusammenhangs zwischen zweireihigen Größen. Dabei sind die zweireihigen Größen in dieser Arbeit die geschätzten und die realen Ströme der Verkehrsbeziehungen. Der Korrelationskoeffizient gibt das Verhältnis der Kovarianz der geschätzten und realen Ströme der Verkehrsbeziehungen zur maximal erreichbaren Kovarianz an. Die entsprechende Gleichung ist in Gleichung (2-1) dargestellt.

$$KK = \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (f_{ij} - \check{f}) \cdot (f_{ij}^r - \check{f}^r)}{\sqrt{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (f_{ij} - \check{f})^2 \cdot \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (f_{ij}^r - \check{f}^r)^2}} \quad (2-1)$$

mit f_{ij} geschätzte Anzahl von Fahrten von Quellbezirk i zum Zielbezirk j ;

\check{f} Mittelwert der geschätzten Fahrtenmatrix;

f_{ij}^r reale Anzahl von Fahrten von Quellbezirk i zum Zielbezirk j ;

\check{f}^r Mittelwert der realen Fahrtenmatrix.

KK ist einheitenlos und liefert Werte zwischen -1 und 1. Sind alle Matrixelemente f_{ij} und f_{ij}^r jeweils größer oder jeweils kleiner als \check{f} und \check{f}^r , besteht ein positiver KK, das heißt, die Änderung aller Größen bewegt sich auf die gleiche Richtung zu. Ein negati-

ver KK bezieht sich darauf, dass sich die Änderung aller Größen auf die gegenseitige Richtung zubewegen. Im Idealfall ist KK gleich 1.

Wurzel aus dem mittleren quadratischen Fehler (*WMQF*)

WMQF ist eine Größe zur Betrachtung der Gesamtabweichung zwischen den geschätzten und den realen Fahrtenmatrixelementen und wird als die Wurzel der mittleren quadratischen Fehler ermittelt:

$$WMQF = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (f_{ij} - f_{ij}^r)^2}{AV}} \quad (2-2)$$

mit *AV* Anzahl der Verkehrsbeziehungen.

Je geringer die Differenz zwischen geschätztem f_{ij} und realem f_{ij}^r ist, desto kleiner ist der Wert von *WMQF*. Damit ist der Wunschwert von *WMQF* null. Ein einzelner großer Schätzfehler hat dabei einen starken Einfluss auf den *WMQF*.

Wurzel aus dem mittleren gewichteten quadratischen Fehler (*WMGQF*)

Um die relativen Schätzfehler jeder Verkehrsbeziehung in Betrachtung zu ziehen, steht der *WMGQF* zur Verfügung. Damit wird jeder Schätzfehler mit der Fahrtenanzahl der entsprechenden Verkehrsbeziehung gewichtet und eine Gesamtabweichung der Matrixschätzung ermittelt. Die entsprechende Gleichung lautet wie folgt:

$$WMGQF = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J f_{ij}^r \cdot (f_{ij} - f_{ij}^r)^2}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J f_{ij}^r}} \quad (2-3)$$

Demzufolge werden größere Schätzfehler bezüglich größerer Fahrtenanzahl der Verkehrsbeziehungen den Wert von *WMGQF* nicht stark beeinflussen. So wie beim *WMQF*, heißt das für den *WMGQF*: Je kleiner *WMGQF* ist, desto besser ist die Schätzgüte. Dabei ist Null der Zielwert.

Erforderliche Durchführungsdauer

Die Prozessorzeit (*PZ*) wird angenommen als die Größe zur Bewertung dafür, wie schnell das entwickelte Verfahren beziehungsweise die anderen vorhandenen Verfahren konvergieren. Eine kurze Prozessorzeit bedeutet eine schnellere Konvergenz eines Verfahrens.

3 Stand der Technik

Bevor weitere Untersuchungen zu einer präziseren Matrixschätzung mit Hilfe von Verkehrszählungen durchgeführt werden, werden die bisherig entwickelten und gängigsten Modelle vorgestellt.

3.1 Informations-Minimierungs-Modell (IM-Modell)

Die Anzahl der Permutationen M in einem binären System entspricht der Größe des Zahlenraums natürlicher Zahlen im Dezimalsystem, der mit Hilfe des binären Systems abgebildet werden kann. So können in einem binären System mit n Elementen 2^n Permutationen gebildet werden beziehungsweise die natürlichen Zahlen von 0 bis $(2^n - 1)$ im Dezimalsystem dargestellt werden. Damit kann n als Maß der Information, die in einer binären Größe enthalten ist, betrachtet werden.

Da in einem binären System $M = 2^n$ gilt, folgt für das Informationsmaß $n = \log_2 M$.

Diese Betrachtung kann auf Systeme, in denen die einzelnen Elemente mehr als zwei unterschiedliche Zustände einnehmen können, verallgemeinert werden. Ist M die Anzahl der Permutationen in einem System, in dem die Elemente auch mehr als zwei unterschiedliche Zustände einnehmen können, dann kann nach Brillouin [1956] die Informationsgröße I_b definiert werden mit

$$I_b^{(E)} = k \ln M, \quad (3-1)$$

wobei k einem Skalierfaktor entspricht. Durch die Verwendung des Logarithmus in Gleichung (3-1) wird die Additivität von Information ermöglicht. Betrachtet man zum Beispiel den Fall eines Systems, das in zeitlicher Folge zwei von einander unabhängige Zustände m_1 beziehungsweise m_2 einnehmen kann, beträgt die Gesamtzahl möglicher Ergebnisse

$$M = M_1 \cdot M_2 \quad (3-2)$$

Damit wird die Informationsgröße zu

$$I_b^{(E)} = k \ln(M_1 \cdot M_2) = I_{b1}^{(E)} + I_{b2}^{(E)}. \quad (3-3)$$

Die Gesamtinformation, mit der beide Systemzustände beschrieben werden können, ist folglich die Summe der Informationen über jeweils einen unabhängigen Systemzustand.

Die Anzahl M bezeichnet die Anzahl der voneinander verschiedenen Permutationen beobachteter Zustände mit Wiederholung. Eine Permutation (\tilde{P}^{AM}) von AM Zuständen mit Wiederholung heißt jede Aneinanderreihung von AM voneinander verschiedenen Zuständen unter Beachtung einer Reihenfolge, wobei jeder Zustand mehr als ein Mal enthalten sein kann [Bronstein and Semendjajew, 1987]. M wird durch

$$M = \frac{\left(\sum_{m=1}^{AM} AZ_m\right)!}{AZ_1! AZ_2! \dots AZ_{AM}!} \quad (3-4)$$

mit AZ_m Anzahl der Betrachtungen des Zustands m ;

AM Anzahl der betrachteten Zustände eines Systems.

ermittelt. Zum Beispiel kann man aus den Ziffern „6; 6; 6; 8; 9; 3; 3“ 420 verschiedene siebenstellige Zahlen bilden, da M gleich

$$M(\tilde{P}_{3,1,1,2}^7) = \frac{7!}{3!1!1!2!} = 420 \quad (3-5)$$

ist. Dabei entspricht M dem Polynomkoeffizient im Polynomischen Satz. M bedeutet bei der Polynomialverteilung beispielsweise die Anzahl der Möglichkeiten zum Ablegen von $\sum_{m=1}^{AM} AZ_m$ Objekten in AM Kästen, wobei es AZ_1 Objekte im ersten Kasten, AZ_2 Objekte im zweiten Kasten und so weiter gibt.

Unter Berücksichtigung von Gleichung (3-4) kann Gleichung (3-1) umgeformt werden zu

$$I_b = k \ln M = k \left[\ln \left(\sum_{m=1}^{AM} AZ_m \right)! - \sum_{m=1}^{AM} \ln AZ_m! \right]. \quad (3-6)$$

Mit Anwendung der Näherung von Stirling $\ln X! = X \ln X - X$ ist die Informationsgröße nach Brillouin

$$I_b \approx k \left[\left(\sum_{m=1}^{AM} AZ_m \right) \ln \left(\sum_{m=1}^{AM} AZ_m \right) - \sum_{m=1}^{AM} AZ_m \ln AZ_m \right]. \quad (3-7)$$

Der unterschiedlichen Eintrittswahrscheinlichkeit bestimmter Zustände bei einer Beobachtung des Systems zu einem bestimmten Zeitpunkt [Shannon, 1948] kann durch eine geeignete Umformung der Gleichung (3-7) Rechnung getragen werden. Ist die Eintrittswahrscheinlichkeit des Zustands m

$$prob_m = \frac{AZ_m}{\sum_{m=1}^{AM} AZ_m} \quad (3-8)$$

$$\text{mit } \sum_{m=1}^{AM} prob_m = 1, \quad (3-9)$$

dann ergibt sich für die Informationsgröße I_b

$$\begin{aligned}
 I_b &\approx k[(AZ_1 + \dots + AZ_{AM}) \ln \sum_{m=1}^{AM} AZ_m - AZ_1 \ln AZ_1 - \dots - AZ_{AM} \ln AZ_{AM}] \\
 &\approx -k[AZ_1(\ln AZ_1 - \ln \sum_{m=1}^{AM} AZ_m) + \dots + AZ_{AM}(\ln AZ_{AM} - \ln \sum_{m=1}^{AM} AZ_m)] \\
 &\approx -k(\sum_{m=1}^{AM} AZ_m) \left[\frac{AZ_1}{\sum_{m=1}^{AM} AZ_m} (\ln \frac{AZ_1}{\sum_{m=1}^{AM} AZ_m}) + \dots + \frac{AZ_{AM}}{\sum_{m=1}^{AM} AZ_m} (\ln \frac{AZ_{AM}}{\sum_{m=1}^{AM} AZ_m}) \right]. \quad (3-10)
 \end{aligned}$$

Zur Ermittlung der Informationsgröße pro Betrachtung (i_s) kann Gleichung (3-10) durch $\sum_{m=1}^{AM} AZ_m$ geteilt werden:

$$i_s = -k \sum_{m=1}^{AM} prob_m \ln prob_m, \quad (3-11)$$

wodurch deutlich zu sehen ist, dass Gleichung (3-1) ein Sonderfall der Gleichung (3-11) ist. Die gesamte Informationsgröße eines Systems I_s ist dann gleich dem Produkt der i_s und der Gesamtanzahl der Betrachtungen. Anhand Gleichung (3-11) zeigt sich, dass eine kleine Realisierungswahrscheinlichkeit eines Ereignisses einer größeren Informationsgröße entspricht. Andersherum ist die Informationsgröße eines Ereignisses gering, wenn sie sehr wahrscheinlich auftaucht. Demzufolge hat van Zuylen [1978] ein entsprechendes Modell zur Matrixschätzung mit der Annahme der gleichen Realisierungswahrscheinlichkeit der Fahrten entwickelt. Grundlage dieses Modells ist, dass durch die Addition der Informationen unter Berücksichtigung der Nebenbedingung nach Gleichung (1-1), die anhand der Verkehrszählungen berechnet werden, die wahrscheinlichste Matrix ermittelt wird. Zugleich wird die entsprechende gesamte Informationsgröße minimiert, wodurch statistisch gesehen diese Lösung die wahrscheinlichste darstellt.

3.1.1 Herleitung

Nach Gleichung (3-11) kann die Informationsgröße weiter umgeformt werden zu

$$I = \sum_{m=1}^{AM} AZ_m \cdot i_s = -k(\sum_{m=1}^{AM} AZ_m) \sum_{m=1}^{AM} \left(\frac{n_m}{\sum_{m=1}^{AM} AZ_m} \right) \ln prob_m \quad (3-12)$$

$$I = -k \cdot (\sum_{m=1}^{AM} AZ_m) \cdot \left(\frac{1}{\sum_{m=1}^{AM} AZ_m} \right) \ln \prod_{m=1}^{AM} prob_m^{n_m} \quad (3-13)$$

$$I = -k \ln \prod_{m=1}^{AM} prob_m^{n_m} \quad (3-14)$$

mit $\sum_{m=1}^{AM} AZ_m$ Konstante;

$prob_m$ Realisierungswahrscheinlichkeit $\left(\frac{n_m}{\sum_{m=1}^{AM} AZ_m}\right)$ des Zustands m .

Die Informationsgröße kann dann durch das Produkt des Skalierfaktors k und der Wahrscheinlichkeiten aller betrachteten Zustände mit Bezug auf die jeweilige Auftrittszahl ermittelt werden.

Wenn das Realisierungsverhältnis zwischen den Zuständen, beziehungsweise die jeweiligen Realisierungswahrscheinlichkeiten der Zustände, unverändert bleiben, muss bei einem anderen Versuch die Betrachtungsmenge und die Auftrittszahl der jeweiligen Zustände berücksichtigt werden, um die entsprechende gesamte Wahrscheinlichkeit zu bestimmen. Dementsprechend ändert sich die Informationsgröße, vorausgesetzt jeder Zustand und seine Realisierungswahrscheinlichkeit sind unabhängig von einander. Somit entspricht die entsprechende Wahrscheinlichkeitsverteilung der Polynomialverteilung.

Beispielhaft werden zehn Autos betrachtet, von denen zwei rot, drei grün und fünf blau sind. Die Wahrscheinlichkeit lautet dann

$$prob_{rot} = 0,2; \quad prob_{grün} = 0,3, \quad prob_{blau} = 0,5.$$

Nach Gleichung (3-14) ist die Informationsgröße bezüglich der zehn Autobetrachtungen gleich

$$I = -k \ln[(0,2)^2 \cdot (0,3)^3 \cdot (0,5)^5]$$

$$I \approx 10,2965 \cdot k$$

Angenommen, dass die Auftrittswahrscheinlichkeiten der Autos unverändert sind, ist die Wahrscheinlichkeit der Auswahl von zwei grünen und zwei blauen Autos

$$prob = \frac{4!}{2!2!} \cdot (0,3)^2 \cdot (0,5)^2.$$

Die Informationsgröße bezüglich der vier Autos ergibt dann

$$I = -k \ln\left[\frac{4!}{2!2!} \cdot (0,3)^2 \cdot (0,5)^2\right]$$

$$I \approx 2,002 \cdot k.$$

Dementsprechend kann die Informationsgröße verallgemeinert in einem Satz von N - Betrachtungen, in dem ein Zustand m n_m -mal betrachtet wird, mit bekannten Wahrscheinlichkeiten $prob_m$ dargestellt werden durch:

$$I = -\ln \left\{ \frac{N!}{\prod_m n_m!} \prod_m (prob_m)^{n_m} \right\}, \quad (3-15)$$

wobei k als Skalierfaktor wegfallen kann und $prob_m$ nicht anhand der N -Betrachtungen abgeleitet wird. Wenn sich die Betrachtungen auf die Verkehrszählungen an einer Kante a beziehen, kann ein Zustand ij als der Zustand, in dem der betrachte Verkehr von Quelle i zum Ziel j fährt, definiert werden. Somit ist die Verkehrstärke von Quelle i zum Ziel j gleich

$$n_{ij}^a = f_{ij} p_{ij}^a . \quad (3-16)$$

Die historische Realisierungswahrscheinlichkeit des Zustands ij an Kante a als die bekannte Realisierungswahrscheinlichkeit kann in Zusammenhang mit den historischen Matrixinformationen f_{ij}^o mit folgender Funktion

$$prob_{ij}^a = \frac{f_{ij}^o p_{ij}^a}{\sum_{ij} f_{ij}^o p_{ij}^a} \quad (3-17)$$

beschrieben werden. Dementsprechend wird die Informationsgröße, die durch die Verkehrszählung an Kante a besteht, mit

$$I^a = -\ln \left\{ \frac{\bar{q}^a! \prod_{ij} \left(\frac{f_{ij}^o p_{ij}^a}{\sum_{ij} f_{ij}^o p_{ij}^a} \right)^{f_{ij} \cdot p_{ij}^a}}{\prod_{ij} (f_{ij} p_{ij}^a)!} \right\} . \quad (3-18)$$

$$\text{mit } \bar{q}^a = \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a$$

bestimmt. Mit Anwendung der Näherung von Stirling $\ln X! = X \ln X - X$ und dem Verhältnis in Gleichung (3-16) ergibt sich die Zielfunktion des IM-Modells zu

$$\min I = \sum_a \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \ln \left(\frac{f_{ij} q^{o,a}}{\bar{q}^a f_{ij}^o} \right) \quad (3-19)$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \quad (1-1)$$

mit I Informationsgröße, die hierbei durch die Summierung der Informationen an den Kanten im Untersuchungsnetz, auf denen ein Zählwert erfasst wird, entsteht;

f_{ij} gesuchte Anzahl an Fahrten von Quellbezirk i zum Zielbezirk j ;

f_{ij}^o historische Anzahl an Fahrten von Quellbezirk i zum Zielbezirk j ;

p_{ij}^a Anteil des Stroms der Verkehrsbeziehung von Quellbezirk i zum Zielbezirk j über Kante a (Aufteilungsparameter);

$q^{o,a}$ historische Verkehrsstärke an Kante a ($= \sum_{ij} f_{ij}^o p_{ij}^a$).

Die Lösung der Zielfunktion (3-19) wird durch den Ansatz von Lagrange ermittelt:

$$f_{ij} = f_{ij}^o \prod_a x^a \frac{p_{ij}^a}{g_{IM,ij}} , \quad g_{IM,ij} = \sum_a p_{ij}^a \quad (3-20)$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij}, \quad (1-1)$$

wobei x^a der Proportionalitätsparameter der Kante a ist und in Gleichung (1-1) berechnet wird. Die detaillierte mathematische Herleitung des IM-Modells ist in Anhang 1 aufgeführt.

3.1.2 Algorithmus

Da das IM-Modell zu einem multi-proportionalen Problem gehört, kann man anhand des von Murchland [1977] erweiterten Kruithof-Algorithmus durch einen iterativen Prozess eines Faktorenbalancierens, das einen Ausgleich zwischen der geschätzten und der gemessenen Verkehrsstärke schafft, die wahrscheinlichste Matrix bestimmen. Bei jeder Iteration wird die wahrscheinlichste Matrix F aus dem Produkt der historischen Matrix F^o mit den Proportionalitätsparametern x^a , die mit $p_{ij}^a / g_{IM,ij}$ potenziert werden, geschätzt. Der iterative Prozess wird beendet, wenn sich die geschätzte Verkehrsstärke an die betrachte Verkehrsstärke angleicht. Die Vorgehensweise ist wie folgt:

Schritt 1: Initialisierung

- Eingabe einer aus Aufteilungsparametern p_{ij}^a bestehenden Anteilsmatrix, die durch ein geeignetes Umlegungsmodell oder eine angemessene Erhebung bestimmt wird.
- Es sei die Anzahl der Iteration $\ell = 0$ und alle Proportionalitätsparametern $x^{a^{(0)}} = 1$.
- Es seien die Anfangswerte der geschätzten Matrix F gleich der der historischen Matrix F^o .

Schritt 2: Balancieren aller Proportionalitätsparameter x^a

- Für jede Kante, an der ein Zählwert erfasst wird, wird die geschätzte Verkehrsstärke in der Iteration ℓ wie folgt berechnet:

$$\hat{q}^{a^{(\ell)}} = \sum_{ij} f_{ij}^{(\ell)} \cdot p_{ij}^a$$

- Der entsprechende Proportionalitätsparameter x^a wird durch

$$x^{a^{(\ell+1)}} = x^{a^{(\ell)}} \cdot y^{a^{(\ell)}}$$

$$\text{mit } \bar{q}^a = \sum_{ij} f_{ij}^{(\ell)} p_{ij}^a \cdot y^{a^{(\ell)}} \quad (3-21)$$

aktualisiert, wobei $y^{a^{(\ell)}} = \frac{\bar{q}^a}{\hat{q}^{a^{(\ell)}}}$ kalkuliert wird.

$$f_{ij}^{(\ell+1)} = f_{ij}^{(\ell)} \cdot x^{a^{(\ell)}}, \text{ wenn } p_{ij}^a \neq 0.$$

Schritt 3: Abbruchüberprüfung

Solange die geschätzte Verkehrsstärke mit der gemessenen Verkehrsstärke nicht an jeder Kante übereinstimmt, inkrementiert man die Anzahl der Iteration um 1 und wiederholt das Vorgehen ab Schritt 2, sonst ist Schritt 4 vorzunehmen.

Schritt 4: Anzahl an Fahrten aller Verkehrsbeziehungen

$$f_{ij} = f_{ij}^o \prod_a x^a \frac{p_{ij}^a}{g_{IM,ij}}$$

3.1.3 Fallbeispiel

Zur Verdeutlichung des IM-Modells, wird im Folgenden ein Beispiel anhand des oben genannten Algorithmus dargestellt. Die historische Matrix F^o und die gemessenen Verkehrsstärken an den Kanten 1 und 2 seien gegeben.

$$f_{AB}^o = 3 \text{ Fz/h}, \quad f_{AC}^o = 5 \text{ Fz/h}, \quad f_{BC}^o = 4 \text{ Fz/h}$$

$$\bar{q}^1 = 16 \text{ Fz/h}, \quad \bar{q}^2 = 18 \text{ Fz/h}$$

Da die Beispielnetzstruktur zu eindeutigen Routen führt, können die Aufteilungsparameter ohne Umlegungsmodelle und die Parameter g_{IM} bestimmt werden. Damit erhält man

$$p_{AB}^1 = 1, \quad p_{AC}^1 = 1, \quad p_{BC}^1 = 0,$$

$$p_{AB}^2 = 0, \quad p_{AC}^2 = 1, \quad p_{BC}^2 = 1,$$

$$g_{IM,AB} = 1, \quad g_{IM,AC} = 2, \quad g_{IM,BC} = 1.$$

Durch das IM-Modell werden folgende Verhältnisse

$$f_{AB} = 3(x^1)^1 \cdot (x^2)^0 = 3x^1$$

$$f_{AC} = 5(x^1)^2 \cdot (x^2)^1$$

$$f_{BC} = 4(x^1)^0 \cdot (x^2)^1 = 4x^2$$

gebildet.

Iteration 0:

Es sei $x^{1(0)} = 1$, $x^{2(0)} = 1$. Die geschätzte Anzahl der Fahrten jeder Verkehrsbeziehung ist

$$f_{AB}^{(0)} = 3 \cdot 1 = 3 \text{ Fz/h}, \quad f_{AC}^{(0)} = 5 \cdot (1^{0,5} \cdot 1^{0,5}) = 5 \text{ Fz/h}, \quad f_{BC}^{(0)} = 4 \cdot 1 = 4 \text{ Fz/h}$$

und die geschätzten Verkehrsstärken sind

$$\hat{q}^{1(0)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(0)} p_{ij}^1 = 3 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 8 \text{ Fz/h},$$

$$\hat{q}^{2(0)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(0)} p_{ij}^2 = 3 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 9 \text{ Fz/h}.$$

Die Proportionalitätsparameter x werden demzufolge durch

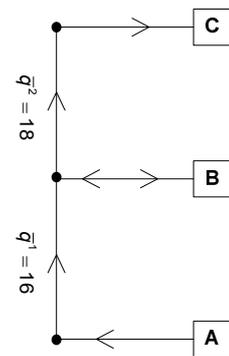


Bild 3.1: Beispielnetz der IM-, EM- und VIM-Modelle

$$x^{1(1)} = x^{1(0)} \cdot \frac{\bar{q}^{1(0)}}{\hat{q}^{1(0)}} = 1 \cdot \frac{16}{8} = 2$$

$$x^{2(1)} = x^{2(0)} \cdot \frac{\bar{q}^{2(0)}}{\hat{q}^{2(0)}} = 1 \cdot \frac{18}{9} = 2$$

ersetzt.

Iteration 1:

Anhand der in der letzten Iteration ersetzten Proportionalitätsparameter ist die geschätzte Anzahl der Fahrten jeder Verkehrsbeziehung

$$f_{AB}^{(1)} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ Fz/h}, f_{AC}^{(1)} = 5(2^{0,5} + 2^{0,5}) = 10 \text{ Fz/h}, f_{BC}^{(1)} = 4 \cdot 2 = 8 \text{ Fz/h}.$$

Damit ergeben sich die geschätzten Verkehrsstärken zu

$$\hat{q}^{1(1)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} p_{ij}^1 = 6 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 16 \text{ Fz/h},$$

$$\hat{q}^{2(1)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} p_{ij}^2 = 6 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 8 \cdot 1 = 18 \text{ Fz/h}.$$

Da die geschätzte Verkehrsstärke mit der gemessenen an allen Kanten übereinstimmt, ist die geschätzte Fahrtenmatrix der ersten Iteration die endgültige Lösung.

Van Zuylen hat in einer Untersuchung [1981] eine Störung im IM-Modell durch Übergewichtung redundanter Informationen festgestellt. Seine Untersuchung wies auf, dass eine Störung durch Übergewichtung auftritt und sich die Schätzgüte dann ändert, wenn redundante Informationen, die durch teilweise doppelte Informationen an Kanten entstehen, vorhanden sind.

Diese Störung durch Übergewichtung entsteht dadurch, dass redundante Informationen wegen des Potenzterms (p_{ij}^a / g_{ij}) mehr Beiträge zur Schätzung einer Matrix leisten als die, die nicht redundant sind.

Sind Informationen an Kanten vollständig doppelt, wie zum Beispiel die an Dummy-Links, verschlechtert sich die Schätzgüte des IM-Modells. Der Grund liegt darin, dass vollständig doppelte Informationen durch die entsprechenden Proportionalitätsparameter x^a in Gleichung (3-20) mehrere Einflüsse auf die Schätzgüte haben. Somit ist die Unabhängigkeit zwischen Informationen an Kanten eine wesentliche Voraussetzung bei der Anwendung des IM-Modells.

3.2 Entropiemodell (EM-Modell)

Der Begriff der Entropie ist zunächst in der Physik entstanden. Sie ist ein Maß der Unordnung eines Systems und eine Zustandsgröße der Thermodynamik. Sie ist eine Messgröße der Vielfalt hinsichtlich eines Zustands der Ereignisse. Wenn ein vorgegebener Zustand durch mehrere Möglichkeiten gebildet werden kann, ist die Realisierungswahrscheinlichkeit dieses Zustands größer als eines Zustands, der nur durch wenige Möglichkeiten gebildet wird, wobei die Entropie des ersten größer ist als die des letzteren. Zum Beispiel ist bei einem Würfelspiel mit zwei Würfeln die Realisierungswahrscheinlichkeit einer „7“ (entspricht einem Zustand) größer als die einer „2“, da die „7“ mit sechs Realisierungsmöglichkeiten und die „2“ mit nur einer Realisie-

rungsmöglichkeit erreicht werden kann. Somit hat der Zustand „7“ eine größere Vielfalt als der Zustand „2“. Dabei entspricht der Zustand „7“ einer höheren Unordnung beziehungsweise einer größeren Entropie. Demzufolge bedeutet die Anwendung der Entropie auf eine Matrixschätzung, dass durch Maximieren der Entropiemessgröße der Fahrtenzuordnung eines Untersuchungsnetzes die wahrscheinlichste Matrix bestimmt wird. Daraus wurde von Willumsen [1980] das EM-Modell zur Matrixschätzung entwickelt. Im Vergleich zu der in Abschnitt 3.1 erwähnten Informationstheorie ist die Entropie eine Analogie zur Informationsgröße und sie beide sind in der Regel invers zueinander. Die betreffende mathematische Gültigkeit wurde 1956 von Brillouin in seinem Buch „Science and Information Theory“ unter Beweis gestellt.

3.2.1 Herleitung

Die Anzahl der Permutationen einer Matrix F mit Wiederholung beziehungsweise die Anzahl der Realisierungsmöglichkeiten einer Matrix F wird als

$$M(f) = \frac{f!}{\prod_{ij} f_{ij}!} \quad (3-22)$$

beschrieben, wobei die Gesamtzahl aller Fahrten f bekannt ist. Die wahrscheinlichste Matrix nach dem Prinzip der Entropiemaximierung ist die, die $M(f)$ maximiert. Damit kann die Zielfunktion des EM-Modells als

$$\max Z_{EM} = \ln \frac{f!}{\prod_{ij} f_{ij}!} \quad (3-23)$$

definiert werden.

Durch Anwendung der Näherung von Stirling $\ln f! = f \ln f - f$ erhält man die Zielfunktion als

$$\max Z_{EM} = \ln f! - \sum_{ij} (f_{ij} \ln f_{ij} - f_{ij}). \quad (3-24)$$

Da die Gesamtzahl der Fahrten eine Konstante ist, hat diese keinen Einfluss auf das Maximierungsproblem und kann aus diesem Grund weggelassen werden. Die Zielfunktion vereinfacht sich dann zu

$$\max Z_{EM} = - \sum_{ij} (f_{ij} \ln f_{ij} - f_{ij}) \quad (3-25)$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij}. \quad (1-1)$$

Durch den Ansatz von Lagrange ergibt sich die Lösung zu

$$f_{ij} = \prod_a x^{a p_{ij}^a} \quad (3-26)$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij} \quad (1-1)$$

$$f = \sum_{ij} f_{ij} = \text{konstant} . \quad (3-26a)$$

Die detaillierte Herleitung findet sich in Anhang 2. Die Überlegung der Entropie nach Gleichung (3-23) kann durch die Verwendung der Wahrscheinlichkeiten ausgedrückt werden. Falls historische Matrixinformationen beziehungsweise Realisierungswahrscheinlichkeiten der Fahrten vorhanden sind, kann die Zielfunktion anhand der bekannten Wahrscheinlichkeiten durch

$$\max Z_{EM} = \ln \left(\frac{f!}{\prod_{ij} f_{ij}!} \prod_{ij} \text{prob}_{ij}^{f_{ij}} \right) \quad (3-27)$$

$$\text{mit } \text{prob}_{ij} = \frac{f_{ij}^o}{\sum_{ij} f_{ij}^o} = \frac{f_{ij}^o}{f^o} \quad (3-28)$$

ersetzt werden, wobei diese Wahrscheinlichkeitsfunktion der Polynomialverteilung entspricht. Ist die historische Realisierungswahrscheinlichkeit prob_{ij} größer, wird die geschätzte Beziehung f_{ij} stärker gewichtet.

Mit dem natürlichen Logarithmus ist die entsprechende Zielfunktion anhand Gleichung (3-27) als

$$\max Z_{EM} = \ln f! + \sum_{ij} f_{ij} \ln \frac{f_{ij}^o}{\sum_{ij} f_{ij}^o} - \sum_{ij} (f_{ij} \ln f_{ij} - f_{ij}) \quad (3-29)$$

definiert. Da die Gesamtanzahl der historischen und der geschätzten Fahrten bekannt und eine Konstante ist, kann die Zielfunktion in

$$\max Z_{EM} = \sum_{ij} f_{ij} \ln f_{ij}^o - \sum_{ij} (f_{ij} \ln f_{ij} - f_{ij}) = - \sum_{ij} f_{ij} \left(\ln \frac{f_{ij}}{f_{ij}^o} - 1 \right) \quad (3-30)$$

umgeschrieben werden. In gleicher Weise, wie die Herleitung in Anhang 2 zeigt, erhält man das EM-Modell

$$f_{ij} = f_{ij}^o \prod_a x_a^{p_a^j} \quad (3-31)$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij} \quad (1-1)$$

$$f = \sum_{ij} f_{ij} = \text{konstant} . \quad (3-31a)$$

3.2.2 Algorithmus

Da das EM-Modell eine ähnliche Form wie das IM-Modell hat und auch zu einem multi-proportionalen Problem gehört, kann das Schätzungsproblem vom EM-Modell durch den Algorithmus vom IM-Modell gelöst werden.

3.2.3 Fallbeispiel

Mit dem gleichen Beispielnetz, das in Abschnitt 3.1.3 verwendet wurde, wird im Folgenden verdeutlicht, wie das EM-Modell funktioniert. Die vorhandene historische Matrix, die gemessenen Verkehrsstärken und die entsprechenden Aufteilungsparameter werden wie in Abschnitt 3.1.3 gewählt:

- Historische Fahrtenanzahl der Verkehrsbeziehungen: $f_{AB}^o = 3 \text{ Fz/h}$, $f_{AC}^o = 5 \text{ Fz/h}$, $f_{BC}^o = 4 \text{ Fz/h}$.
- Gemessene Verkehrsstärke: $\bar{q}^1 = 16 \text{ Fz/h}$, $\bar{q}^2 = 18 \text{ Fz/h}$.
- Aufteilungsparameter von Kante 1: $p_{AB}^1 = 1$, $p_{AC}^1 = 1$, $p_{BC}^1 = 0$.
- Aufteilungsparameter von Kante 2: $p_{AB}^2 = 0$, $p_{AC}^2 = 1$, $p_{BC}^2 = 1$.

Durch das EM-Modell werden die folgenden Verhältnisse

$$\begin{aligned} f_{AB} &= f_{AB}^o (x^1)^1 \cdot (x^2)^0 = f_{AB}^o \cdot x^1 \\ f_{AC} &= f_{AC}^o \cdot (x^1)^1 \cdot (x^2)^1 = f_{AC}^o \cdot x^1 \cdot x^2 \\ f_{BC} &= f_{BC}^o \cdot (x^1)^0 \cdot (x^2)^1 = f_{BC}^o \cdot x^2 \end{aligned}$$

gebildet.

Iteration 0:

Es sei $x^{1(0)} = 1$, $x^{2(0)} = 1$ und die geschätzte Anzahl der Fahrten jeder Verkehrsbeziehung sei

$$f_{AB}^{(0)} = 3 \text{ Fz/h} , f_{AC}^{(0)} = 5 \text{ Fz/h} , f_{BC}^{(0)} = 4 \text{ Fz/h}$$

und die geschätzten Verkehrsstärken seien

$$\hat{q}^{1(0)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(0)} p_{ij}^1 = 3 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 8 \text{ Fz/h} ,$$

$$\hat{q}^{2(0)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(0)} p_{ij}^2 = 3 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 9 \text{ Fz/h} .$$

Die Proportionalitätsparameter x werden durch

$$x^{1(1)} = x^{1(0)} \cdot \frac{\bar{q}^{1(0)}}{\hat{q}^{1(0)}} = 1 \cdot \frac{16}{8} = 2 ,$$

$$x^{2(1)} = x^{2(0)} \cdot \frac{\bar{q}^{2(0)}}{\hat{q}^{2(0)}} = 1 \cdot \frac{18}{9} = 2$$

bestimmt.

Iteration 1:

Anhand der in der letzten Iteration bestimmten Proportionalitätsparameter werden die Ströme aller Verkehrsbeziehungen als

$$f_{AB}^{(1)} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ Fz/h} , f_{AC}^{(1)} = 5 \cdot 2 \cdot 2 = 20 \text{ Fz/h} , f_{BC}^{(1)} = 4 \cdot 2 = 8 \text{ Fz/h}$$

geschätzt und die geschätzten Verkehrsstärken als

$$\hat{q}^{1(1)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} p_{ij}^1 = 26 \text{ Fz/h},$$

$$\hat{q}^{2(1)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} p_{ij}^2 = 28 \text{ Fz/h}$$

fortgeschrieben.

Die Proportionalitätsparameter x werden durch

$$x^{1(2)} = x^{1(1)} \cdot \frac{\bar{q}^{1(1)}}{\hat{q}^{1(1)}} = 0,615$$

$$x^{2(2)} = x^{2(1)} \cdot \frac{\bar{q}^{2(1)}}{\hat{q}^{2(1)}} = 0,643$$

ersetzt.

Iteration 2:

Anhand der in der letzten Iteration ersetzten Proportionalitätsparameter wird die Matrix als

$$f_{AB}^{(2)} = 3,692 \text{ Fz/h}, f_{AC}^{(2)} = 7,912 \text{ Fz/h}, f_{BC}^{(2)} = 5,143 \text{ Fz/h}$$

geschätzt und die geschätzten Verkehrsstärken sind

$$\hat{q}^{1(2)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(2)} p_{ij}^1 = 11,604 \text{ Fz/h},$$

$$\hat{q}^{2(2)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(2)} p_{ij}^2 = 13,055 \text{ Fz/h}.$$

Die Proportionalitätsparameter x werden zu

$$x^{1(3)} = x^{1(2)} \cdot \frac{\bar{q}^{1(2)}}{\hat{q}^{1(2)}} = 1,379,$$

$$x^{2(3)} = x^{2(2)} \cdot \frac{\bar{q}^{2(2)}}{\hat{q}^{2(2)}} = 1,379$$

bestimmt.

Nach 14 Iterationen ergibt sich die Lösung zu

$$x^{1(14)} = x^{1(13)} \cdot \frac{\bar{q}^{1(13)}}{\hat{q}^{1(13)}} = 1,003, \quad x^{2(14)} = x^{2(13)} \cdot \frac{\bar{q}^{2(13)}}{\hat{q}^{2(13)}} = 1,003,$$

$$f_{AB}^{(14)} = 4,368 \text{ Fz/h}, f_{AC}^{(14)} = 11,577 \text{ Fz/h}, f_{BC}^{(14)} = 6,361 \text{ Fz/h},$$

$$\hat{q}^{1(14)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(14)} p_{ij}^1 = 15,946 \text{ Fz/h} \text{ und } \hat{q}^{2(14)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(14)} p_{ij}^2 = 17,939 \text{ Fz/h}.$$

An diesem Beispiel wird deutlich, dass das EM-Modell ein schlechteres Schätzergebnis im Vergleich zum IM-Modell liefert. Der Grund liegt darin, dass die Gesamtzahl historischer Fahrten

f^o nicht mit der der Ist-Fahrten f übereinstimmt und kleiner ist. Somit ist es sehr wahrscheinlich, dass die entsprechenden Proportionalitätsparameter x größer als 1 sind, um die entsprechende Verkehrsstärke genauer zu schätzen. Sind alle x größer als 1, wird die Nachfrage des Verkehrs, der über mehrere Kanten fährt, anhand der Gleichung (3-31) überschätzt, wobei dies Problem schon in einigen Untersuchungen beobachtet wurde [van Zuylen, 1981]. Dieses Überschätzungsproblem wird gelöst, wenn die historische Fahrtenmatrix mit einem Faktor, der sich auf das Verhältnis zwischen f^o und f bezieht, multipliziert wird. Demzufolge ist es erforderlich, dass die Gesamtzahl der Fahrten f bei der Anwendung des EM-Modells als Voraussetzung bekannt ist. Ferner wird die Abwesenheit vollständig redundanter Informationen aufgrund der gleichen Ursache wie im IM-Modell vorausgesetzt. Die in Abschnitt 3.1 erwähnten teilweise redundanten Informationen haben aber keinen Einfluss auf das EM-Modell [van Zuylen, 1981], da die im IM-Modell bestehende Gewichtung vom Potenzterm (p_{ij}^a / g_{ij}) hier nicht verwendet ist.

3.3 Verbessertes Informations-Minimierungs-Modell (VIM-Modell)

Wegen des bekannten Übergewichtungsproblems im IM-Modell und der unrealistischen Voraussetzung der bekannten Gesamtzahl der Fahrtenmatrix im EM-Modell hat van Zuylen [1981] versucht, den Nachteil vom IM-Modell zu beseitigen und ein verbessertes Schätzmodell zu entwickeln. In diesem verbesserten IM-Modell wurde von van Zuylen angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit der Realisierung einer Fahrt gleich der Proportion der historischen Fahrtenanzahl der entsprechenden Verkehrsbeziehung zur gesamten historischen Fahrtenanzahl aller Verkehrsbeziehungen ist, die in Gleichung (3-28) dargestellt ist. Die Betrachtungen beziehen sich dann auf die Fahrten statt auf die Verkehrsstärke an den Kanten. Mit dieser Annahme sollen die Anzahl der gesamten Fahrten und teilweise redundante Informationen keinen Einfluss auf die Schätzgüte des VIM-Modells haben. Dieses Modell setzt aber immer noch das Fehlen von vollständig redundanten Informationen voraus.

3.3.1 Herleitung

Bezüglich der Gleichung (3-15) und der oben erwähnten neuen Wahrscheinlichkeitsannahme der Fahrten kann die Zielfunktion vom verbesserten IM-Modell mit dem Vorwissen der historischen Matrixinformationen als

$$\min I = -\ln \left\{ \frac{f!}{\prod_{ij} f_{ij}!} \prod_{ij} prob_{ij}^{f_{ij}} \right\} \quad (3-32)$$

$$\text{mit } prob_{ij} = \frac{f_{ij}^o}{\sum_{ij} f_{ij}^o} \quad (3-28)$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij}, \quad (1-1)$$

dargestellt werden, wobei die Realisierungswahrscheinlichkeiten der Fahrten im Einklang mit den historischen Realisierungswahrscheinlichkeiten der Fahrten stehen. Weiterhin kann

Gleichung (3-32) durch Anwendung der Näherung von Stirling und durch den Ansatz von Lagrange abgeleitet werden. Die Lösung ergibt sich zu

$$f_{ij} = f_{ij}^o \cdot x_o \cdot \prod_a x^a p_{ij}^{p_{ij}^a} \quad (3-33)$$

$$\text{mit } x_o = \frac{\sum_{ij} f_{ij}}{\sum_{ij} f_{ij}^o} \quad (3-34)$$

$$x^a = e^{-\lambda^a} \quad (3-35)$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a. \quad (1-1)$$

Die detaillierte mathematische Herleitung findet sich in Anhang 3.

Der Parameter x_o dient der Änderung des Verhältnisses zwischen der Gesamtzahl der historischen Matrix und der der Ist-Matrix. Bei Erfüllung der Randbedingungen nach Gleichung (1-1) können x_o , x^a und die wahrscheinlichste Matrix unter Einhaltung der Randbedingungen durch einen iterativen Prozess abgeleitet werden.

3.3.2 Algorithmus

Da das verbesserte IM-Modell eine zu den IM- und EM-Modellen ähnliche Form aufweist, kann es prinzipiell durch den in Abschnitt 3.1.2 erwähnten Algorithmus mit einer leichten Änderung zur Schätzung des Faktors x_o gelöst werden. Die entsprechenden Schritte werden im Folgenden beschrieben:

Schritt 1: Initialisierung

- Eingabe einer aus den Aufteilungsparametern p_{ij}^a bestehende Anteilsmatrix, die durch ein geeignetes Umlegungsmodell bestimmt wird.
- Es sei die Anzahl der Iteration $\ell = 0$ und alle Proportionalitätsparameter $x^{a(0)} = 1$.
- Es sei die geschätzte Matrix $F = F^o$.

Schritt 2: Berechnung des Anfangswerts von x_o

Der Anfangswert von x_o bestimmt sich aus dem Verhältnis der Summe aller gemessenen Verkehrsstärken zur Summe der anhand der historischen Matrix geschätzten Verkehrsstärken. Die Gleichung lautet

$$x_o = \frac{\sum_a \bar{q}^a}{\sum_a \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij}^o} \quad a \in AK^{gem}, i \in I, j \in J. \quad (3-36)$$

Schritt 3: Balancieren aller Proportionalitätsparameter x^a

x^a wird nach dem Prozess, der in Schritt 2 von Abschnitt 3.1.2 verdeutlicht wird, balanciert. Dabei wird die geschätzte Verkehrsstärke in der Iteration ℓ mit

$$\hat{q}^{a\ell} = \sum_{ij} f_{ij}^{(\ell)} \cdot p_{ij}^a = f_{ij}^o \cdot x_o^{(\ell)} \cdot \prod_a (x^{a(\ell+1)})^{p_{ij}^a} \cdot p_{ij}^a \quad (3-37)$$

berechnet.

Schritt 4: Aktualisierung des x_o

x_o wird anhand der aktuell geschätzten und der historischen Matrizen als

$$x_o^{(\ell+1)} = x_o^{(\ell)} \frac{\sum_{ij} f_{ij}^{(\ell)}}{\sum_{ij} f_{ij}^o} \quad (3-38)$$

$$\text{mit } f_{ij}^{(\ell)} = f_{ij}^o \cdot x_o^{(\ell)} \cdot \prod_a (x^{a(\ell+1)})^{p_{ij}^a}$$

fortgeschrieben. Zur Beschleunigung der Konvergenz kann x_o ab der zweiten Iteration auch als

$$x_o^{(\ell+1)} = \frac{1}{2}(x_o^{(\ell)} + x_o^{(\ell+1)}) \quad (3-39)$$

berechnet werden [van Zuylen, 1981].

Schritt 5: Abbruchüberprüfung

Wenn die geschätzten Verkehrsstärken mit den gemessenen Verkehrsstärken nicht übereinstimmen, wird die Anzahl der Iterationen um 1 inkrementiert und eine Wiederholung ab Schritt 2 ist vorzunehmen. Andernfalls gilt die aktuelle Matrix F als Lösung.

3.3.3 Fallbeispiel

Hierbei wird wiederum das Beispielnetz in Abschnitt 3.1.3 verwendet. Die entsprechenden Eingangsdaten sind in Abschnitt 3.1.3 aufgeführt. Demzufolge ist der Anfangswert von x_o

$$x_o = \frac{\sum_a \bar{q}^a}{\sum_a \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij}^o} = \frac{16 + 18}{3 + 5 + 5 + 4} = 2$$

und die Verhältnisse von

$$f_{AB} = 3 \cdot x_o \cdot (x^1)^1 \cdot (x^2)^0 = 3 \cdot x_o \cdot x^1$$

$$f_{AC} = 5 \cdot x_o \cdot (x^1)^1 \cdot (x^2)^1$$

$$f_{BC} = 4 \cdot x_o \cdot (x^1)^0 \cdot (x^2)^1 = 4 \cdot x_o \cdot x^2$$

werden durch das VIM-Modell gebildet.

Iteration 0:

Es sei $x^{1(0)} = 1$, $x^{2(0)} = 1$ und die geschätzte Anzahl der Fahrten jeder Verkehrsbeziehung ist

$$f_{AB}^{(0)} = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \text{ Fz/h}, f_{AC}^{(0)} = 5 \cdot 2 \cdot (1 \cdot 1) = 10 \text{ Fz/h}, f_{BC}^{(0)} = 4 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \text{ Fz/h}$$

und die geschätzten Verkehrsstärken sind

$$\bar{q}^{1(0)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(0)} p_{ij}^1 = 6 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 8 \cdot 0 = 16 \text{ Fz/h},$$

$$\bar{q}^{2(0)} = \sum_{ij} f_{ij}^{(0)} p_{ij}^2 = 6 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 8 \cdot 1 = 18 \text{ Fz/h}.$$

Da die geschätzte Verkehrsstärke mit der gemessenen an allen Kanten übereinstimmt, ist die geschätzte Fahrtenmatrix der ersten Iteration die endgültige Lösung.

3.4 Modell der Kleinsten Quadrate (LSE-Modell)

Statt der Anwendung einer Theorie, versucht das Modell der Kleinsten Quadrate, auch als Least-Squared-Errors-Model (LSE-Modell) bezeichnet, direkt durch die Minimierung des Unterschieds zwischen allen geschätzten und allen entsprechend gemessenen Verkehrsstärken eine wahrscheinlichste Matrix zu bestimmen. Grundsätzlich ist eine historische Matrixinformation nicht erforderlich.

3.4.1 Herleitung

Da das Ziel des LSE-Modells die Minimierung der Schätzfehler der Verkehrsstärken ist, lautet die Zielfunktion

$$\min Z_{LSE} = \sum_a (\hat{q}^a - \bar{q}^a)^2 \quad a \in AK^{gem}, \quad (3-40)$$

wobei \hat{q}^a aus $\sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a$ entsteht.

Da es sich um eine konvexe Funktion handelt, kann ein lineares Gleichungssystem durch Differenzierung der Gleichung (3-40) bezüglich f_{ij} wie folgt hergeleitet werden.

$$\frac{dZ_{LSE}}{df_{ij}} = 0 \quad (3-41)$$

$$\frac{dZ_{LSE}}{df_{ij}} = \sum_a \left[2(\hat{q}^a - \bar{q}^a) \frac{\partial \hat{q}^a}{\partial f_{ij}} \right] = 0 \quad (3-42)$$

$$\sum_a \left[\left(\sum_{ij} (f_{ij} \cdot p_{ij}^a) - \bar{q}^a \right) \cdot p_{ij}^a \right] = 0 \quad a \in AK^{gem}, \forall ij. \quad (3-43)$$

Nach Helinga [1994] kann Gleichung (3-43) durch Anwendung des Jacobi-Verfahrens und des Relaxation-Verfahrens von Hornbeck [1975] gelöst werden. Die Voraussetzung der Konvergenz des Jacobi-Verfahrens ist dann nicht mehr erforderlich. In jeder Iteration wird der geschätzte

Wert f_{ij} mit $1 - \alpha_{LSE}$ modifiziert, bevor er in der nächsten Iteration verwendet wird. Demzufolge wird jeder modifizierte Wert f_{ij} zu

$$f_{ij}^{(\ell+1)} = f_{ij}^{(\ell)} - \frac{\alpha_{LSE}}{n_{ij}} \cdot \sigma_{ij}^{(\ell)} \quad (3-44)$$

mit α_{LSE} Relaxationsfaktor der Relaxation-Technik von Hornbeck, um die Konvergenz des Modells zu garantieren ($0 < \alpha_{LSE} < 1$);

n_{ij} Summe der Quadrate des Fahrtenanteils der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j über Kante a , das heißt,

$$n_{ij} = \sum_a (p_{ij}^a)^2; \quad (3-45)$$

$\sigma_{ij}^{(\ell)}$ Summe der Mittelfehler der Kantenbelastungen bezüglich der Verkehrsbeziehung von Quelle i zum Ziel j in der Iteration ℓ , das heißt,

$$\sigma_{ij}^{(\ell)} = \sum_a (\hat{q}^{a(\ell)} - \bar{q}^a) p_{ij}^a, \quad (3-46)$$

bestimmt.

3.4.2 Algorithmus

Der Lösungsalgorithmus des LSE-Modells besteht aus sechs Schritten:

Schritt 1: Initialisierung

- Eingabe des Signifikanzgrenzwerts der Verbesserung ψ und einer aus Aufteilungsparametern p_{ij}^a bestehende Anteilsmatrix, die durch ein geeignetes Umlegungsmodell oder eine angemessene Erhebung bestimmt wird.
- Es sei die Anzahl der Iterationen $\ell = 0$.
- Es sei die geschätzte Matrix $F = F^0$.

Schritt 2: Berechnung der geschätzten Verkehrsbelastung auf Kante a bezüglich der aktuell geschätzten Matrix

$$\hat{q}^{a(\ell)} = \sum_{ij} (f_{ij}^{(\ell)} \cdot p_{ij}^a) \quad a \in AK^{gem}$$

Schritt 3: Berechnung der Summe der entsprechenden Mittelfehler der Kantenbelastungen jeder Verkehrsbeziehung

$$\sigma_{ij}^{(\ell)} = \sum_a (\hat{q}^{a(\ell)} - \bar{q}^a) p_{ij}^a \quad a \in AK^{gem}$$

Schritt 5: Aktualisierung der Fahrtenanzahl jeder Verkehrsbeziehung

Anhand der Kantenbelastungsmittelfehler wird f_{ij} wie folgt fortgeschrieben.

$$f_{ij}^{(\ell+1)} = f_{ij}^{(\ell)} - \frac{\alpha_{LSE}}{\sum_a p_{ij}^a} \cdot \sigma_{ij}^{(\ell)},$$

$$\text{wenn } f_{ij}^{(\ell+1)} < 0, \quad f_{ij}^{(\ell+1)} = 0$$

Schritt 6: Abbruchprüfung

Das Abbruchkriterium zur Prüfung der Grenzverbesserung der Schätzung wird wie folgt berechnet:

$$E_{margin}^{(\ell)} = E_{abs}^{(\ell-1)} - E_{abs}^{(\ell)}$$

$$E_{abs}^{(\ell)} = \frac{1}{AK^{gem}} \sum_a |\hat{q}^{a^{(\ell)}} - \bar{q}^a|$$

mit $E_{margin}^{(\ell)}$ Signifikanzindikator der Verbesserung der Schätzung in der Iteration ℓ ;

$E_{abs}^{(\ell)}$ absoluter Mittelfehler zwischen den geschätzten und den gemessenen Kantenbelastungen in der Iteration ℓ .

Wenn E_{margin} kleiner als der vordefinierte Wert ψ ist, werden die aktuellen Werte f_{ij} als Lösung genommen. Sonst erhöht sich die Anzahl der Iterationen ℓ um 1 und eine Wiederholung ab Schritt 2 ist vorzunehmen.

3.4.3 Fallbeispiel

Als Bedingung werden die Eingangsinformationen des Relaxationsfaktors α_{LSE} und der zulässigen Toleranz ψ der Grenzverbesserung der Schätzung jeweils zu 0,5 und 0,0001 gesetzt. Anhand der Informationen des in Abschnitt 3.1.3 erwähnten Beispielnetzes können die Parameter n_{ij} weiterhin durch Gleichung (3-45)

$$n_{AB} = 1 + 0 = 1, \quad n_{AC} = 1 + 1 = 2 \quad \text{und} \quad n_{BC} = 0 + 1 = 1$$

bestimmt werden.

Iteration 0:

Es sei die geschätzte Matrix gleich der historischen Matrix, das heißt, $f_{ij}^{(0)} = f_{ij}^o$. Damit ist

$$f_{AB}^{(0)} = 3, \quad f_{AC}^{(0)} = 5, \quad f_{BC}^{(0)} = 4$$

und die geschätzte Anzahl der Fahrten jeder Verkehrsbeziehung anhand Gleichung (1-1) ist

$$\hat{q}^{1(0)} = 3 + 5 = 8 \text{ FZ/h}$$

$$\hat{q}^{2(0)} = 5 + 4 = 9 \text{ FZ/h}.$$

Demzufolge erhält man anhand Gleichung (3-46)

$$\sigma_{AB}^{(\ell)} = (8 - 16) \cdot 1 + (9 - 18) \cdot 0 = -8$$

$$\sigma_{AC}^{(\ell)} = (8 - 16) \cdot 1 + (9 - 18) \cdot 1 = -17$$

$$\sigma_{BC}^{(\ell)} = (8 - 16) \cdot 0 + (9 - 18) \cdot 1 = -9.$$

Der absolute Mittelfehler ergibt sich zu

$$E_{abs}^{(0)} = \frac{8 + 9}{2} = 8,5.$$

Iteration 1:

In Anlehnung an das Ergebnis in Iteration 0 werden $f_{ij}^{(1)}$ anhand Gleichung (3-44) wie folgt fortgeschrieben:

$$f_{AB}^{(1)} = 3 - \frac{0,5}{1} \cdot (-8) = 7 \text{ Fz / h}$$

$$f_{AC}^{(1)} = 5 - \frac{0,5}{2} \cdot (-17) = 9,25 \text{ Fz / h}$$

$$f_{BC}^{(1)} = 4 - \frac{0,5}{1} \cdot (-9) = 8,5 \text{ Fz / h}.$$

Folglich werden die geschätzten Verkehrsstärken \hat{q}^a und die Parameter σ_{ij} aktualisiert:

$$\hat{q}^{1(1)} = 7 + 9,25 = 16,25 \text{ FZ / h}$$

$$\hat{q}^{2(1)} = 9,25 + 8,5 = 17,75 \text{ FZ / h}.$$

$$\sigma_{AB}^{(\ell)} = (16,25 - 16) \cdot 1 + (17,75 - 18) \cdot 0 = 0,25$$

$$\sigma_{AC}^{(\ell)} = (16,25 - 16) \cdot 1 + (17,75 - 18) \cdot 1 = 0$$

$$\sigma_{BC}^{(\ell)} = (16,25 - 16) \cdot 0 + (17,75 - 18) \cdot 1 = -0,25.$$

Da das Abbruchkriterium E_{margin}

$$E_{margin}^{(1)} = E_{abs}^0 - E_{abs}^1 = 8,5 - \frac{0,5}{2} = 8,25$$

größer als der vorgegebene ψ (0,0001) ist, müssen weitere Iterationen durchgeführt werden. Nach 14 Iterationen wird der Verbesserungsgrenzwert der Schätzung, beziehungsweise $E_{margin}^{(14)} < \psi$, erreicht und die endgültige Lösung ergibt sich zu

$$f_{AB}^{(14)} = 6,75 \text{ Fz / h}, \quad f_{AC}^{(14)} = 9,25 \text{ Fz / h}, \quad f_{BC}^{(14)} = 8,75 \text{ Fz / h}.$$

Das entsprechende vollständige Schätzergebnis ist in Tabelle 3.1 dargestellt.

Tabelle 3.1: Schätzergebnis des Beispiels des LSE-Modells

ℓ	$f_{AB}^{(\ell)}$	$f_{AC}^{(\ell)}$	$f_{BC}^{(\ell)}$	$\hat{q}^{1(\ell)}$	$\hat{q}^{2(\ell)}$	$\sigma_{AB}^{(\ell)}$	$\sigma_{AC}^{(\ell)}$	$\sigma_{BC}^{(\ell)}$	$E_{abs}^{(\ell)}$	E_{margin}
0	3	5	4	8,0000	9,0000	-8	-17	-9	8,5	-
1	7	9,25	8,5	16,2500	17,7500	0,25	0	-0,25	0,25	8,25
2	6,875	9,25	8,625	16,1250	17,8750	0,13	0	-0,125	0,125	0,125
3	6,813	9,25	8,688	16,0625	17,9375	0,06	0	-0,0625	0,0625	0,0625
4	6,781	9,25	8,719	16,0313	17,9688	0,03	0	-0,0313	0,0312	0,0313
5	6,766	9,25	8,734	16,0156	17,9844	0,02	0	-0,0156	0,0156	0,0156
6	6,758	9,25	8,742	16,0078	17,9922	0,01	0	-0,0078	0,0078	0,0078
7	6,754	9,25	8,746	16,0039	17,9961	0	0	-0,0039	0,0039	0,0039
8	6,752	9,25	8,748	16,0020	17,9980	0	0	-0,0020	0,0019	0,0020
9	6,751	9,25	8,749	16,0010	17,9990	0	0	-0,0010	0,0009	0,0010
10	6,75	9,25	8,75	16,0005	17,9995	0	0	-0,0005	0,0004	0,0005
11	6,75	9,25	8,75	16,0002	17,9998	0	0	-0,0002	0,0002	0,0002
12	6,75	9,25	8,75	16,0001	17,9999	0	0	-0,0001	0,0001	0,0001
13	6,75	9,25	8,75	16,0001	17,9999	0	0	-0,0001	0,0001	0,0001
14	6,75	9,25	8,75	16,0000	18,0000	0	0	0,0000	0,0000	0,0000

3.5 Modell der verallgemeinerten Kleinsten Quadrate (GLS-Modell)

Das GLS-Modell wurde von Cascetta [1984] entwickelt und ist ein Verfahren der statistischen Inferenz. Im Gegensatz zum LSE-Modell wird beim GLS-Modell die wahrscheinlichste Fahrtenmatrix durch die Zusammenstellung der historischen Matrixinformation, der beobachteten Kantenbelastungen und ihrer entsprechenden Kovarianzmatrizen geschätzt. Des Weiteren haben Cascetta und Nguyen [1988] unter Beweis gestellt, dass das GLS-Modell zum Bayesian-Modell werden kann, wenn die Verteilungen der historischen Fahrtenmatrix und der beobachteten Kantenbelastungen zu der Multinomialverteilung gehören.

3.5.1 Herleitung

Gemäß der Arbeit von Cascetta [1984] sei F' der Vektor der gemessenen Fahrtenanzahl der Verkehrsbeziehungen und \bar{Q} bezeichnet den Vektor der gemessenen Kantenbelastungen. Die Beziehung zwischen F' , F' und \bar{Q} wird im Folgenden ausgedrückt.

$$F' = F' + \varepsilon \quad (3-47)$$

$$\bar{Q} = PF' + \eta \quad (3-48)$$

- mit F' Vektor der realen Ströme der Verkehrsbeziehungen;
 P Matrix der Fahrtenanteile aller Verkehrsbeziehungen über alle Kanten, als Anteilsmatrix bezeichnet;
 ε Vektor der Zufallsfehler der gemessenen Fahrten der Verkehrsbeziehungen mit dem Mittelwert μ und der Kovarianzmatrix V ;
 η Vektor der Zufallsfehler der gemessenen Verkehrsstärken mit dem Mittelwert γ und mit der Kovarianzmatrix W .

Anhand der oben erwähnten Definition ist das GLS-Modell die Kombination der zwei linearen stochastischen Gleichungssysteme aus Gleichung (3-47) und (3-48), und wird folgender Maßen angegeben:

$$\begin{bmatrix} F' \\ \bar{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{GLS} \\ P \end{bmatrix} F' + \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \eta \end{bmatrix} \quad (3-49)$$

mit I_{GLS} Einheitsmatrix im GLS-Modell.

Die Mittelwerte $E(\varepsilon, \eta)' = (\mu, \gamma)'$ werden normalerweise zu Null angenommen. Da F' die gesuchte Matrix ist und nur geschätzt werden kann, kann sie als F bezeichnet werden.

Bei einem gering belasteten Netz ist die Anteilsmatrix unabhängig von der Verkehrsstärke und keine Kovarianz zwischen der Matrix und den Verkehrsstärken entsteht. Die entsprechenden Kovarianzmatrizen von ε und η in (3-49) sind also Diagonalmatrizen

$$\begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix}. \quad (3-50)$$

Da die Minimierung der Unterschiede zwischen der gemessenen und der geschätzten Matrizen und der gemessenen und der geschätzten Kantenbelastungen das Ziel des GLS-Modells ist, werden durch das Formen des Quadrats die Unterschiede der Verkehrsnachfrage jeder Verkehrsbeziehung und der Kantenbelastungen nicht ausgleichen. Die Gleichung (3-49) kann deshalb umgeschrieben werden zu

$$\begin{bmatrix} F' - F \\ \bar{Q} - PF \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix} \quad (3-51)$$

$$\begin{bmatrix} F' - F \\ \bar{Q} - PF \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^{-1} & 0 \\ 0 & W^{-1} \end{bmatrix} = 1 \quad (3-52)$$

$$\begin{bmatrix} F' - F \\ \bar{Q} - PF \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} V^{-1} & 0 \\ 0 & W^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F' - F \\ \bar{Q} - PF \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F' - F \\ \bar{Q} - PF \end{bmatrix} \quad (3-53)$$

Die Zielfunktion des GLS-Modells kann daher folgender Maßen dargestellt werden:

$$\min Z_{GLS}(F) = \min \begin{bmatrix} F' - F \\ \bar{Q} - PF \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} V^{-1} & 0 \\ 0 & W^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F' - F \\ \bar{Q} - PF \end{bmatrix} \quad (3-54)$$

Anhand der positiven Bestimmtheit der quadratischen Form ist es möglich, durch partielle Ableitung von $Z_{GLS}(F)$ bezüglich jedes unbekanntes F ein lineares Gleichungssystem aufzustellen.

Die Lösung ergibt sich zu

$$F = \varphi(F)^{-1} (V^{-1}F' + P^T W^{-1} \bar{Q}). \quad (3-55)$$

In Anhang 4 ist die ausführliche mathematische Herleitung dargestellt. Damit eine untere Grenze (e_{ij}) von f_{ij} in dem GLS-Modell zum Einsatz kommt, hat Bell [1991] eine entsprechende Nebenbedingung $f_{ij} \geq e_{ij}$ hinzugefügt und die Lösung durch den Ansatz von Lagrange abgeleitet.

Die Lagrange'sche Funktion lautet:

$$L(F, \lambda) = Z_{GLS}(F) + \lambda^T (E - F) \quad (3-56)$$

mit E Vektor der unteren Grenzen e_{ij} für die entsprechenden Verkehrsbeziehungen f_{ij} ;
 λ Vektor Lagrange'scher Multiplikatoren.

Da die Zielfunktion konvex ist und die Nebenbedingungen konkav sind, sind die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für die Lösung:

$$\frac{dL(F)}{dF} = 0$$

$$\frac{dL(F)}{d\lambda} \leq 0$$

$$\lambda \geq 0$$

$$\frac{dL}{d\lambda} \lambda = 0.$$

Damit ergibt sich die Lösung zu

$$F = \varphi(F)^{-1} (V^{-1} F' + P^T W^{-1} \bar{Q} + \lambda), \quad (3-57)$$

wobei sich $\varphi(F)^{-1}$ anhand des Lemmas der Matrix-Inversion, deren Beweis in Anhang 5 dargestellt ist, so umformen lässt, dass

$$\varphi(F)^{-1} = (V^{-1} + P^T W^{-1} P)^{-1} = V - VP^T (PVP^T + W)^{-1} PV \quad (3-58)$$

ist und somit ist

$$F = F' + VP^T (PVP^T + W)^{-1} (\bar{Q} - PF') + (V - VP^T (PVP^T + W)^{-1} PV) \lambda, \quad (3-59)$$

wobei es zwei Anpassungen bezüglich der gemessenen F' gibt. Die erste bezieht sich auf die Unterschiede zwischen der gemessenen und der mit F' geschätzten Verkehrsstärken. Die zweite Anpassung beinhaltet die Werte Lagrange'scher Multiplikatoren. Werden die Nebenbedingungen der unteren Grenze erfüllt, sind die Werte der entsprechenden Lagrange'schen Multiplikatoren Null. Sind die Kovarianzmatrizen V und W in der Realität nicht genau bekannt, werden sie in der Regel anhand von Stichproben geschätzt. Das GLS-Modell, das auf den geschätzten Kovarianzmatrizen \hat{V} und \hat{W} basiert, wird als EGLS-Modell (Estimated-Generalized-Least Squares-Estimator) bezeichnet.

3.5.2 Algorithmus

Bell [1991] hat einen einfachen Algorithmus des GLS-Modells mit der Nebenbedingung einer unteren Grenze von F entwickelt. Die entsprechenden Schritte sind folgende:

Schritt 1: Initialisierung Lagrange'scher Multiplikatoren (λ)

- Es sei die Anzahl der Iteration $\ell = 0$.
- Es sei $\lambda_{ij}^{(0)} = 0$ für Verkehrsbeziehung f_{ij} , $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, J$

Schritt 2: Berechnung der Kovarianzmatrizen V und W

Die Kovarianzmatrizen V und W werden anhand der vorhandenen Informationen der historischen Matrix und der gemessenen Kantenbelastungen bestimmt.

Schritt 3: Berechnung des λ_{ij}

Gemäß Gleichung (3-57) werden jeder Verkehrsbeziehung f_{ij} und ihre entsprechende Parameter λ_{ij} anhand der folgenden Regeln ermittelt:

$$\text{Wenn } f_{ij}^{(\ell)} < e_{ij}, \text{ dann sei } \lambda_{ij}^{(\ell+1)} = \lambda_{ij}^{(\ell)} + \frac{(e_{ij} - f_{ij}^{(\ell)})}{\varphi_{ij}^{-1}} \quad (3-60)$$

$$\text{Wenn } f_{ij}^{(\ell)} > e_{ij}, \text{ dann sei } \lambda_{ij}^{(\ell+1)} = \max(0, \lambda_{ij}^{(\ell)} + \frac{(e_{ij} - f_{ij}^{(\ell)})}{\varphi_{ij}^{-1}}). \quad (3-61)$$

Wenn sich die Werte aller Parameter ändern, wird die Iteration ℓ auf $\ell + 1$ gesetzt und zu Schritt 3 übergegangen, sonst wird die aktuelle $f_{ij}^{(\ell)}$ als Lösung genommen.

3.5.3 Fallbeispiel

Im Folgenden wird ein Beispiel anhand der Arbeit von Bell [1991] gegeben. Die nötigen Eingangsdaten umfassen:

- Betrachtete Kantenbelastung:

$$q^3 = 1000 \text{ Kfz/h}$$

- Stichproben

Die Befragung wurde auf Kante 2 ausgeführt und es wurden 1500 von 17000 Fahrern befragt. Das Ergebnis der Befragung ist in Tabelle 3.2 dargestellt.

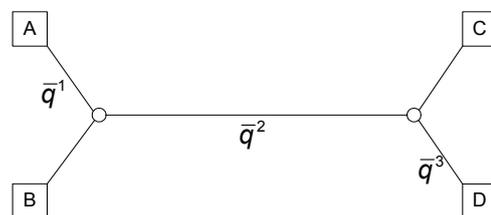


Bild 3.2: Beispielnetz vom GLS-Modell

Tabelle 3.2: Stichprobenmatrix des Fallbeispiels vom GLS-Modell

Von / nach	C	D	Summe
A	150	500	650
B	830	20	850
Summe	980	520	1500

- Anteilsmatrix P (Fahrtenanteile jeder Verkehrsbeziehung über Kante 3)

Anteilsmatrix $P = [0 \ 1 \ 0 \ 1]$, wobei die Elemente sich entsprechend auf die Fahrtenanteile der Verkehrsbeziehungen von A zu C, von A zu D, von B zu C und von B zu D über Kante 3 beziehen.

Weiterhin werden die gemessene Matrix und die entsprechenden Kovarianzmatrizen anhand der erhobenen Informationen abgeleitet und in folgenden Punkten verdeutlicht.

- Schätzung der gemessenen Matrix anhand der Stichproben

$$f'_{AC} = 150 \cdot (17000/1500) = 1700; f'_{AD} = 500 \cdot (17000/1500) = 5667$$

$$f'_{BC} = 830 \cdot (17000/1500) = 9407; f'_{BD} = 20 \cdot (17000/1500) = 227$$

Tabelle 3.3: Gemessene Matrix F' des Fallbeispiels vom GLS-Modell

Von / nach	C	D	Summe
A	1700	5667	7367
B	9407	227	9633
Summe	11107	5893	17000

- Berechnung der Kovarianzmatrix V der gemessenen Matrix F'

Gemäß der Gleichung von TAM (Traffic Appraisal Manual) im Jahr 1981 [Department for Transport]

$$\text{Var}\{f'_{ij}\} = \frac{(F' - N)F'}{(N - 1)N^2} \cdot n_{ij} \cdot (N - n_{ij})$$

mit $F' = 17000$ und $N = 1500$ können die Varianz und die Kovarianz jeder Verkehrsbeziehung abgeleitet werden:

$$\text{Var}(f'_{AC}) = \frac{(17000 - 1500) \cdot 17000}{(1500 - 1) \cdot 1500^2} \cdot 150 \cdot (1500 - 150) = 15821$$

$$\text{Var}(f'_{AD}) = \frac{(17000 - 1500) \cdot 17000}{(1500 - 1) \cdot 1500^2} \cdot 500 \cdot (1500 - 500) = 39063$$

$$\text{Var}(f'_{BC}) = \frac{(17000 - 1500) \cdot 17000}{(1500 - 1) \cdot 1500^2} \cdot 830 \cdot (1500 - 830) = 43445$$

$$\text{Var}(f'_{BD}) = \frac{(17000 - 1500) \cdot 17000}{(1500 - 1) \cdot 1500^2} \cdot 20 \cdot (1500 - 20) = 2313$$

Tabelle 3.4: Kovarianzmatrix V der gemessenen Matrix F'

von / nach	C	D
A	15821	39063
B	43445	2313

- Berechnung der Kovarianzmatrix W der gemessenen Kantenbelastungen

Gemäß TAM ist der 95-prozentige Vertrauensbereich der nicht klassifizierten Verkehrsmessung ca. ± 10 Prozent. Bei diesem Fall sind das ± 100 Fahrten. Unter Annahme einer Normalverteilung der Stichproben wird die Varianz zu $(100/1,96)^2 = 2603$ Kfz/h bestimmt.

- Berechnung der Matrix $\varphi(F)$

$$\varphi(F) = V^{-1} + P^T W^{-1} P$$

$$\varphi(F) = \begin{bmatrix} \frac{1}{15821} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{39063} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{43445} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2313} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \left[\frac{1}{2603} \right] \cdot [0 \ 1 \ 0 \ 1]$$

$$\varphi(F)^{-1} = \begin{bmatrix} 15821 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4366 & 0 & -2054 \\ 0 & 0 & 43445 & 0 \\ 0 & -2054 & 0 & 2191 \end{bmatrix}$$

Nach der Ermittlung der erforderlichen Kovarianzmatrizen und der gemessenen Matrix kann die Matrix geschätzt werden. Hierbei wird die Nichtnegativität der Verkehrsbeziehungsströme als Nebenbedingung angenommen, das heißt,

$$F = \varphi^{-1}(V^{-1}F' + P^T W^{-1}Q + \lambda)$$

unter der Nebenbedingung

$$f_{ij} \geq 0.$$

Diesbezüglich seien die Lagrange'schen Multiplikatoren aller Verkehrsbeziehungen $\lambda_{ij}^{(0)} = 0$ und die Untergrenze aller Verkehrsbeziehungsströme $e_{ij} = 0$. Anhand Gleichung (3-60) und Gleichung (3-61) werden f_{ij} und λ_{ij} wie folgt bestimmt.

Iteration 1:

$$f_{AC}^{(1)} = 15821 \cdot \left(\frac{1}{15821} \cdot 1700 + 0 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0 \right) = 1700$$

$$\rightarrow \lambda_{AC}^{(1)} = \max \left[0, \frac{0 - 1700}{15821} \right] = 0$$

$$f_{AD}^{(1)} = 4366 \cdot \left(\frac{1}{39063} \cdot 5667 + 1 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0 \right) - 2054 \left(\frac{1}{2313} \cdot 227 + 1 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0 \right) = 2311 - 991 = 1320$$

$$\rightarrow \lambda_{AD}^{(1)} = \max \left[0, \frac{0 - 5667}{4366} \right] = 0$$

$$f_{BC}^{(1)} = 43445 \cdot \left(\frac{1}{43445} \cdot 9407 + 0 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0 \right) = 9407$$

$$\rightarrow \lambda_{BC}^{(1)} = \max \left[0, \frac{0 - 9407}{43445} \right] = 0$$

$$f_{BD}^{(1)} = -2054 \cdot \left(\frac{1}{39063} \cdot 5667 + 1 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0 \right) + 2191 \cdot \left(\frac{1}{2313} \cdot 227 + 1 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0 \right) = -30$$

$$\rightarrow \lambda_{BD}^{(1)} = 0 + \frac{e_{BD} - f_{BD}^{(1)}}{\varphi_{BD}} = \frac{0 - (-30)}{2191} = 0,0137$$

Iteration 2:

$$f_{AC}^{(2)} = 15821 \cdot \left(\frac{1}{15821} \cdot 1700 + 0 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0 \right) = 1700$$

$$\rightarrow \lambda_{AC}^{(2)} = \max \left[0, \frac{0 - 1700}{15821} \right] = 0$$

$$f_{AD}^{(2)} = 4366 \cdot \left(\frac{1}{39063} \cdot 5667 + 1 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0 \right) - 2054 \cdot \left(\frac{1}{2313} \cdot 227 + 1 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0 \right) = 2311 - 991 = 1320$$

$$\rightarrow \lambda_{AD}^{(2)} = \max \left[0, \frac{0 - 5667}{4366} \right] = 0$$

$$f_{BC}^{(2)} = 43445 \cdot \left(\frac{1}{43445} \cdot 9407 + 0 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0 \right) = 9407$$

$$\rightarrow \lambda_{BC}^{(2)} = \max \left[0, \frac{0 - 9407}{43445} \right] = 0$$

$$f_{BD}^{(2)} = -2054 \cdot \left(\frac{1}{39063} \cdot 5667 + 1 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0,0137 \right) + 2191 \cdot \left(\frac{1}{2313} \cdot 227 + 1 \cdot \frac{1}{2603} \cdot 1000 + 0,0137 \right) = 0$$

$$\rightarrow \lambda_{BD}^{(2)} = 0,0137$$

Iteration 3:

Die Werte von allen Parametern ändern sich nicht mehr, deshalb sind die aktuellen Werte der f_{ij} die Lösung.

3.6 Path-Flow-Estimator (PFE)

Aufgrund des Mangels an vollständigen Verkehrsinformationen seitens der Fahrer und der unterschiedlichen Meinungen bezüglich effizienter Routen ist es wahrscheinlich, dass nicht nur die Route mit der ermittelten geringsten Reisezeit, sondern auch andere Routen zwischen einem bestimmten Quellbezirk und einem bestimmten Zielbezirk benutzt werden. Demzufolge haben Bell und Shield [1995] auf der Grundlage des von Fisk [1980] entwickelten stochastischen Nutzeroptimumsproblems (siehe Anhang 6) den PFE entwickelt. Somit werden die Routenbelastungen nach dem Logitmodell anhand der gemessenen Kantenbelastungen direkt geschätzt und die geschätzten Verkehrsbeziehungen gleichzeitig durch Addition der entsprechenden Rou-

tenbelastungen bestimmt. Das Überlappungsproblem der Routenwahl, das im Logitmodell entsteht, wird im PFE durch einen Ähnlichkeitsfaktor, der 1996 von Cascetta u. a. [1996] vorgeschlagen wurde, berücksichtigt. Auf die Ähnlichkeitsfaktoren wird in Abschnitt 4.4 näher eingegangen.

3.6.1 Herleitung

Basierend auf dem Ergebnis von Fisk haben Bell u. a. [1995, 1997] die Zielfunktion in

$$\min Z_{PFE} = \sum_{ij} \sum_k h_{k,ij} (\ln h_{k,ij} - 1) + \theta \sum_a \int_0^{\bar{q}^a} c^a(q) dq \quad (3-62)$$

umdefiniert. Die Zielfunktion umfasst zwei Teile: Der erste Teil ist eine negative Entropiegröße von Routenbelastungen; der zweite Teil ist das Integral der Reisekosten aller Kanten, deren Minimierung zum Nutzeroptimum führt [Beckmann u. a. 1956]. Der Streuungsparameter θ dient als Streuungsgrad der Routenwahl zwischen den Alternativrouten. Außerdem werden die Nebenbedingungen der Kantenleistungsfähigkeiten und der Konsistenz zwischen der gemessenen und der entsprechend geschätzten Kantenbelastungen in Betracht gezogen. Durch die Minimierung von Gleichung (3-62) unter Erfüllung der entsprechenden Nebenbedingungen erhält man die wahrscheinlichsten Routenbelastungen aller Verkehrsbeziehungen nach dem Prinzip des stochastischen Nutzeroptimums. Die vollständige Problemstellung kann im Folgenden in einer Matrixform dargestellt werden:

$$\min Z_{PFE} = \sum_{ij} \sum_k h_{k,ij} (\ln h_{k,ij} - 1) + \theta C^T pIH \quad (3-63)$$

- mit $h_{k,ij}$ Routenbelastung der Route k der Verkehrsbeziehung von Bezirk i zu Bezirk j .
 θ Streuungsparameter, der den Streuungsgrad der Routenwahl zwischen den Alternativrouten steuert;
 C Vektor der Kostenfunktionen aller Kanten;
 pI Kanten-Routen-Zugehörigkeitsmatrix, $pI_k^a = 1$, wenn Kante a zur Route k gehört, sonst $pI_k^a = 0$;
 H Vektor der Routenbelastungen;

wobei das Verhältnis von

$$\bar{Q} = pIH \quad (3-63a)$$

- mit \bar{Q} Vektor der gemessenen Kantenbelastungen;

entsteht und unter der Nebenbedingung

$$Q^z = RH \quad (3-63b)$$

$$cap \geq pIH \quad (3-63c)$$

$$H \geq 0 \quad (3-63d)$$

- mit Q^z Vektor der gemessenen Kantenbelastungen an Zählstelle z ;

R Zählstellen-Routen-Zugehörigkeitsmatrix, $r_k^z = 1$, wenn eine Zählstelle z zur Route k gehört, sonst $r_k^z = 0$;

cap Vektor der Kantenleistungsfähigkeiten;

Die Lagrange'sche Funktion wird

$$L(Z_{PFE}, M1, M2) = \sum_{ij} \sum_k h_{k,ij} (\ln h_{k,ij} - 1) + \theta C^T \bar{Q} + M1^T (cap - \hat{Q}) + M2^T (Q^z - RH) \quad (3-64)$$

mit $M1$ Vektor Kantenleistungsfähigkeit-Lagrange'scher Multiplikatoren für die Nebenbedingungen der Kantenleistungsfähigkeiten;

$M2$ Vektor Zählstellen-Lagrange'scher Multiplikatoren für die Nebenbedingungen der gemessenen Kantenbelastungen;

\hat{Q} Vektor der geschätzten Kantenbelastungen.

gebildet. Die eindeutige Lösung für jede Routenbelastung wird durch die Erfüllung der Kuhn-Tucker-Bedingungen bestimmt. Diese umfassen

$$\ln h_{k,ij} + (\theta C - M1)^T pl_{k,ij} - M2^T R_{k,ij} = 0 \quad (3-65)$$

$$q^z = \sum_{ij} \sum_k r_{k,ij}^z h_{k,ij} \quad (3-65a)$$

$$cap^a - q^a \geq 0 \quad (3-65b)$$

$$m1^a \leq 0 \quad (3-65c)$$

$$m1^a (cap^a - q^a) = 0 \quad (3-65d)$$

mit $pl_{k,ij}$ Kanten-Routen-Zugehörigkeitsmatrix für Route k der Verkehrsbeziehung ij ;

$R_{k,ij}$ Zählstellen-Routen-Zugehörigkeitsmatrix für Route k der Verkehrsbeziehung ij ;

q^z gemessene Kantenbelastung an Zählstelle z ;

cap^a Leistungsfähigkeit an Kante a ;

q^a geschätzte Kantenbelastung an Kante a , deren Kantenbelastung nicht gemessen wird;

$m1^a$ Kantenleistungsfähigkeit-Lagrange-Multiplikator für Kante a .

Die Gleichung (3-65) kann dann vereinfacht werden zu

$$\ln h_{k,ij} = -\theta t_{k,ij} + m1_{k,ij} + m2_{k,ij} \quad (3-66)$$

mit $t_{k,ij}$ Reisezeit der Route k (ohne Verzögerung) der Verkehrsbeziehung ij ;

$m1_{k,ij}$ Summe der Kantenleistungsfähigkeit-Lagrange-Multiplikator $m1^a$ an Route k der Verkehrsbeziehung ij ;

$m_{k,ij}$ Summe der Zählstellen-Lagrange-Multiplikator m_{2^z} an Route k der Verkehrsbeziehung ij .

Im Allgemeinen wird die Gleichung (3-66) dargestellt als

$$h_{k,ij} = \exp(-\theta t_{k,ij}) \prod_{a \text{ on } k} ME1^a \prod_{z \text{ on } k} ME2^z \quad (3-67)$$

mit $ME1^a = \exp(m1^a)$ Faktor für Kante a ;
 $ME2^z = \exp(m2^z)$ Faktor für Zählstelle z .

Darüber hinaus haben Bell u. a. [1997] bewiesen, dass $m1^a$ die mit dem Streuungsparameter θ gewichtete Verzögerungszeit an Kante a ausdrückt. Dieses Verhältnis bezieht sich auf $m1^a = -\theta d^a$, wobei d^a die Verzögerungszeit auf Kante a ist. Somit ist d^a gleich $-\ln(ME1^a)/\theta$ und demnach sind die Verzögerungszeiten auf den Kanten, deren Kantenbelastungen vorhanden sind, gleich $-\ln(ME2^z)/\theta$. Wenn die historischen Routenbelastungen $h_{k,ij}^o$ vorhanden sind, kann Gleichung (3-67) umgeformt werden zu

$$h_{k,ij} = h_{k,ij}^o \exp(-\theta t_{k,ij}) \prod_{a \text{ on } k} ME1^a \prod_{z \text{ on } k} ME2^z . \quad (3-68)$$

3.6.2 Algorithmus

Von Bell ist ein Algorithmus zur Lösung der Gleichung (3-67) unter Berücksichtigung der Routenerzeugung entwickelt worden. In diesem Algorithmus werden die Faktoren $ME1^a$ und $ME2^z$ durch einen iterativen Prozess mit den entsprechend vorgegebenen Kantenkapazitäten und -belastungen abgeglichen.

Schritt 1: Initialisierung

- Es sei $d^a = 0 \quad \forall a$, das heißt, für die Verzögerungszeit an allen Kanten ist Null zu setzen.
- Der Routensatz $K(F)$ sei leer.

Schritt 2: Suche der günstigsten Routen aller Verkehrsbeziehungen

- Die Reisezeit an Kante a sei $c^a = t^a + d^a$.
- Anhand der Reisekosten an allen Kanten werden die günstigsten Routen aller Verkehrsbeziehung bestimmt.
- Alle neuen günstigsten Routen werden im Routensatz gespeichert.
- Werden keine neuen günstigsten Routen gefunden, gilt die Annahme der aktuell geschätzten Routenbelastungen $h_{k,ij}$ als entgeltige Lösung.

Schritt 3: Subinitialisierung

- $ME1^a = 1$ gilt für die Kanten ohne Verkehrszählungen.
- $ME2^z = 1$ gilt für alle Zählstellen.
- Die Anzahl der Iteration sei $\ell = 0$

Schritt 4: Iterative Berechnung der Faktoren $ME1^a$ und $ME2^z$

- Für jede Kante a wird $ME1^a$ mit

$$ME1^{a^{(\ell+1)}} = \min[1, \beta^a ME1^{a^{(\ell)}}], \quad (3-69)$$

$$\text{wobei } \beta^{a^{(\ell)}} = \frac{s^a}{\sum_{ij} \sum_k b_{k,ij}^a \exp(-\theta t_{k,ij}^{(\ell)}) \prod_a ME1^{a^{(\ell)}} \prod_z ME2^{z^{(\ell)}}}, \quad a \in H_{ij}, z \in Z_k \text{ ist,} \quad (3-70)$$

berechnet.

- Für jede Zählstelle z , wird $ME2^z$ mit

$$ME2^{z^{(\ell+1)}} = \beta^z ME2^{z^{(\ell)}}, \quad (3-71)$$

$$\text{wobei } \beta^{z^{(\ell)}} = \frac{q^z}{\sum_{ij} \sum_k r_{k,ij}^z \exp(-\theta t_{k,ij}^{(\ell)}) \prod_a ME1^{a^{(\ell)}} \prod_z ME2^{z^{(\ell)}}}, \quad a \in H_{ij}, z \in Z_k \text{ ist,} \quad (3-72)$$

berechnet.

Wenn sich die Werte der Faktoren $ME1^{a^{(\ell)}}$ und $ME2^{z^{(\ell)}}$ ändern, ist die Iteration $\ell = \ell + 1$ und eine Wiederholung von Schritt 4 vorzunehmen, sonst gilt die Annahme der aktuellen $ME1^a$ und $ME2^z$ als Lösung.

Schritt 5: Ausgabe der Schätzungsergebnisse

Die geschätzten Routenbelastungen $h_{k,ij}^{(\ell)}$ und Kantenbelastungen $\hat{q}^{a^{(\ell)}}$ und die Verzögerungszeiten $d^{a^{(\ell)}}$ der Kanten, deren Kantenbelastungen nicht gemessen wurden, werden nach folgenden Gleichungen berechnet:

$$h_{k,ij}^{(\ell)} = \exp(-\theta t_{k,ij}^{(\ell)}) \prod_{a \text{ on } k} ME1^{a^{(\ell)}} \prod_{z \text{ on } k} ME2^{z^{(\ell)}}$$

$$\hat{q}^{a^{(\ell)}} = \sum_{ij} \sum_k b_{k,ij}^a h_{k,ij}^{(\ell)},$$

$$d^{a^{(\ell)}} = \frac{-(\ln ME1^{a^{(\ell)}})}{\theta}.$$

Es ist eine Wiederholung ab Schritt 2 vorzunehmen, wobei die fortgeschriebenen Verzögerungszeiten aller Kanten in Schritt 2 zur Aktualisierung der Reisezeiten auf allen Kanten verwendet werden.

3.6.3 Fallbeispiel

Zur Verdeutlichung der Anwendung des PFE wird ein Beispielnetz mit einer Möglichkeit zur alternativen Routenwahl angenommen und in Bild 3.3 dargestellt. Die bestehenden Verkehrsbeziehungen beinhalten die Verkehrsbeziehungen entsprechend von Quelle A zum Ziel C und von Quelle B zum Ziel C. Die vorhandenen Informationen umfassen folgende Punkte:

- Streuungsparameter $\theta : 0,03$.
- Kantenkapazität: $s^1 = 3.000 \text{ Fz/h}$; $s^2 = 2.000 \text{ Fz/h}$; $s^3 = 2.000 \text{ Fz/h}$; $s^4 = 1.000 \text{ Fz/h}$
- Gemessene Verkehrsstärke: $\bar{q}^2 = 1.718 \text{ Fz/h}$; $\bar{q}^3 = 1.808 \text{ Fz/h}$; $\bar{q}^4 = 974 \text{ Fz/h}$
- Widerstandsfunktion:

$$\begin{aligned} - \quad t^1 &= 9(1 + (\frac{\hat{q}^1}{3000})^2); & - \quad t^2 &= 6(1 + (\frac{\hat{q}^2}{2000})^2); \end{aligned}$$

$$- t^3 = 8(1 + (\frac{\hat{q}^3}{2000})^2);$$

$$- t^4 = 12(1 + (\frac{\hat{q}^4}{1000})^2).$$

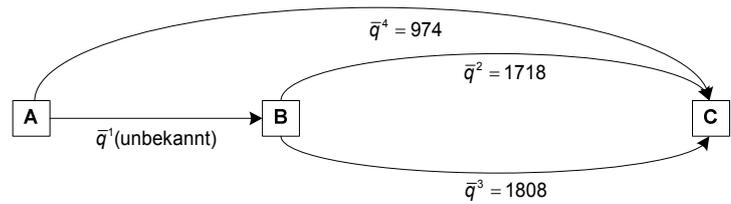


Bild 3.3: Beispielnetz vom PFE

Schritt 1: Initialisierung

Es seien $d^1 = 0, d^2 = 0, d^3 = 0, d^4 = 0$.

Schritt 2: Suche der günstigsten Routen aller Verkehrsbeziehungen

Anhand der oben erwähnten Widerstandsfunktionen besteht die günstigste Route von Quelle A zum Ziel C aus Kante 4, das heißt, $k_{1,AC} = 4$, und die entsprechende Reisezeit ist $c_{1,AC} = t^4 + d^4 = 12$. Die günstigste Route von Quelle B zum Ziel C besteht aus Kante 2, beziehungsweise $k_{1,BC} = 2$, und die entsprechende Reisezeit $c_{1,BC} = t^2 + d^2 = 6$.

Schritt 3: Subinitialisierung

Es seien $ME1^1 = 1, ME1^2 = 1, ME1^3 = 1, ME1^4 = 1, ME2^1 = 1, ME2^2 = 1, ME2^3 = 1, ME2^4 = 1$ und die Anzahl der Iteration $\ell = 0$.

Schritt 4: Iterative Berechnung der Faktoren $ME1^a$ und $ME2^z$

Bezüglich der Gleichungen (3-69) bis (3-72) werden die entsprechenden Faktoren bestimmt und in Tabelle 3.5 vorgestellt. Nach zwei Iterationen ändern sich die $ME1$ auf allen Kanten und die $ME2$ auf den Zählstellen nicht mehr. Damit gilt die Annahme der aktuellen $ME1^{a^2}$ und $ME2^{z^2}$ als Lösung.

Tabelle 3.5: 1. Kalkulation der Faktor $ME1^a$ und $ME2^z$ des Fallbeispiels des PFE

ℓ	$ME1^1$	$ME1^2$	$ME1^3$	$ME1^4$	$ME2^2$	$ME2^3$	$ME2^4$
0	1	1	1	1	1,0000	1	1,0000
1	1	1	1	1	2056,8194	1	1396,0628
2	1	1	1	1	1,0000	1	1,0000
ℓ	β^{a1}	β^{a2}	β^{a3}	β^{a4}	β^{z2}	β^{z3}	β^{z4}
0	0	2394,4347	0	1433,3294	2056,8194	--	1396,0628
1	0	1,1641	0	1,0267	1,0000	--	1,0000
2	0	2394,4347	0	1433,3294	2056,8194	--	1396,0628

Schritt 5: Ausgabe der Schätzergebnisse

$$h_{1,AC} = EXP(-\theta \cdot t_{1,AC}) \cdot ME1^4 \cdot ME2^4 = EXP(-0,03 \cdot 12) \cdot 1 \cdot 1396,06 = 974 \text{ Fz/h}$$

$$h_{1,BC} = EXP(-\theta \cdot t_{1,BC}) \cdot ME1^2 \cdot ME2^2 = EXP(-0,03 \cdot 6) \cdot 1 \cdot 2056,82 = 1.718 \text{ Fz/h}$$

$$\hat{q}^1 = \hat{q}^3 = 0 \text{ Fz/h}$$

$$\hat{q}^2 = 1.718 \text{ Fz/h}$$

$$\hat{q}^4 = 974 \text{ Fz/h}$$

$$d^1 = d^2 = d^3 = d^4 = 0$$

Eine Wiederholung ab Schritt 2 ist vorzunehmen.

Im Schritt 2 werden die Reisekosten auf allen Kanten anhand der geschätzten Verkehrsstärken im letzten Schritt fortgeschrieben. Da es keine Verzögerungszeiten auf allen Kanten gibt, ergeben sich die Reisezeiten zu

$$c^1 = t^1 = 9, \quad c^2 = t^2 = 10,43, \quad c^3 = t^3 = 8, \quad c^4 = t^4 = 23,38.$$

Demnach besteht die aktuelle günstigste Route von Quelle A zum Ziel C aus den Kanten 1 und 3 ($k_{2,AC} = 1,3$) und die von Quelle B zum Ziel C aus Kante 3 ($k_{2,BC} = 3$). Die Reisezeiten der bisher gefundenen Routen sind

$$c_{1,AC} = 23,38, \quad c_{2,AC} = 17, \quad c_{1,BC} = 10,43 \quad \text{und} \quad c_{2,BC} = 8.$$

Nach Rücksetzen der Faktoren von $ME1^a$ und $ME2^z$ wird die iterative Berechnung der Faktoren $ME1^a$ und $ME2^z$ mit den fortgeschriebenen Reisekosten durchgeführt. Das entsprechende Ergebnis ist in Tabelle 3.6 aufgezeigt.

Tabelle 3.6: 2. Kalkulation der Faktoren $ME1^a$ und $ME2^z$ des Fallbeispiels des PFE

ℓ	$ME1^1$	$ME1^2$	$ME1^3$	$ME1^4$	$ME2^2$	$ME2^3$	$ME2^4$
0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	2348,9758	1303,4168	1964,3853
2	1	1	1	1	2348,9758	1303,4168	1964,3853
ℓ	β^{a1}	β^{a2}	β^{a3}	β^{a4}	β^{z2}	β^{z3}	β^{z4}
0	4995,8736	2734,5469	1441,8327	2016,8227	2348,9758	1303,4168	1964,3853
1	3,8329	1,1641	1,1062	1,0267	1	1	1
2	3,8329	1,1641	1,1062	1,0267	1	1	1

Demzufolge ergeben sich die fortgeschriebenen Schätzergebnisse zu

$$h_{1,AC} = EXP(-\theta \cdot t_{1,AC}) \cdot ME1^4 \cdot ME2^4 = 974 \text{ Fz/h}$$

$$h_{2,AC} = EXP(-\theta \cdot t_{2,AC}) \cdot ME1^1 \cdot ME1^3 \cdot ME2^1 \cdot ME2^3 = 782,4763 \text{ Fz/h}$$

$$h_{1,BC} = EXP(-\theta \cdot t_{1,BC}) \cdot ME1^2 \cdot ME2^2 = 1.718 \text{ Fz/h}$$

$$h_{2,BC} = EXP(-\theta \cdot t_{2,BC}) \cdot ME1^3 \cdot ME2^3 = 1.025,5237 \text{ Fz/h}$$

$$\hat{q}^1 = 782,4763 \text{ Fz/h}$$

$$\hat{q}^2 = 1.718 \text{ Fz/h}$$

$$\hat{q}^3 = 1808 \text{ Fz/h}$$

$$\hat{q}^4 = 974 \text{ Fz/h}$$

$$d^1 = d^2 = d^3 = d^4 = 0$$

Wiederum wird die Schätzung ab Schritt 2 wiederholt. Nach der vierten Suche der neuen günstigsten Routen werden keine neuen gefunden und die endgültigen Schätzergebnisse sind

$$h_{1,AC} = \text{EXP}(-\theta \cdot t_{1,AC}) \cdot \text{ME}1^4 \cdot \text{ME}2^4 = 974 \text{ Fz/h}$$

$$h_{2,AC} = \text{EXP}(-\theta \cdot t_{2,AC}) \cdot \text{ME}1^1 \cdot \text{ME}1^3 \cdot \text{ME}2^1 \cdot \text{ME}2^3 = 774,3194 \text{ Fz/h}$$

$$h_{3,AC} = \text{EXP}(-\theta \cdot t_{3,AC}) \cdot \text{ME}1^1 \cdot \text{ME}1^2 \cdot \text{ME}2^1 \cdot \text{ME}2^2 = 735,7747 \text{ Fz/h}$$

$$h_{1,BC} = \text{EXP}(-\theta \cdot t_{1,BC}) \cdot \text{ME}1^2 \cdot \text{ME}2^2 = 982,2253 \text{ Fz/h}$$

$$h_{2,BC} = \text{EXP}(-\theta \cdot t_{2,BC}) \cdot \text{ME}1^3 \cdot \text{ME}2^3 = 1033,6806 \text{ Fz/h}$$

$$\hat{q}^1 = 1510,0941 \text{ Fz/h}; \hat{q}^2 = 1718 \text{ Fz/h}; \hat{q}^3 = 1808 \text{ Fz/h}; \hat{q}^4 = 974 \text{ Fz/h}$$

$$d^1 = d^2 = d^3 = d^4 = 0$$

Durch Summierung der Fahrtenanzahl auf die entsprechenden Routen der Verkehrsbeziehung ergibt sich die wahrscheinlichste Fahrtenanzahl jeder Verkehrsbeziehung zu

$$f_{AC} = h_{1,AC} + h_{2,AC} + h_{3,AC} = 974 + 774,3194 + 735,7747 \approx 2484 \text{ Fz/h}$$

$$f_{BC} = h_{1,BC} + h_{2,BC} = 982,2253 + 1033,6806 \approx 2016 \text{ Fz/h}$$

3.7 Eigenschaften der Modelle

Anhand der zuvor aufgeführten Erläuterungen wird ersichtlich, dass eine bestimmte wahrscheinlichste Matrix mit dem Wissen des Verhältnisses zwischen den Strömen der Verkehrsbeziehungen, Verkehrszählungen und Routenwahlinformationen bestimmt werden kann. Aufgrund der unterschiedlichen Grundlagen, Zielfunktionen und Randbedingungen zeigt sich, dass jedes Modell seine spezifischen Eigenschaften hat und sich daraus entsprechende Einschränkungen bei seiner Anwendung ergeben. Für alle Modelle wird das Fehlen von vollständig redundanten Informationen vorausgesetzt. Beim IM-Modell müssen alle Informationen bei der Anwendung unabhängig voneinander und stetig sein, da die Gültigkeit der Brillouinschen Informationsgröße, die als Größe der Zielfunktion im IM-Modell verwendet wird, auf der Unabhängigkeit der Informationen basiert. Wenn dies nicht gilt, ändert oder sogar verschlechtert sich die Schätzgüte aufgrund der Übergewichtung vorhandener Informationen [van Zuylen, 1981]. Weiterhin hat die historische Matrixinformation prinzipiell Einfluss auf die Schätzgüte, da die zusätzlichen Gewichtungsinformationen zwischen allen Verkehrsbeziehungen diese enthalten können. Solch eine Eigenschaft besteht bei allen Modellen zur Matrixschätzung. Im Allgemeinen ist das IM-Modell für eine Matrixschätzung in einem Netz mit geringen Verkehrsstärken geeignet, bei der die Aufteilungsparameter p_{ij}^a unabhängig von der Matrixmenge sind, das heißt, die p_{ij}^a werden ohne die Kenntnis der entsprechenden Matrix bestimmt. Dazu gehören auch alle oben erwähnten Modelle außer dem PFE. Es ist aber möglich, dass die Modelle, die die p_{ij}^a benötigen, bei einem hoch belasteten Netz durch ein Zwei-Stufen-Verfahren eine Matrix bestimmen können,

wie beispielsweise von Yang [1995] vorgestellt. Bei einem Zwei-Stufen-Verfahren bestimmen sich die p_{ij}^a anhand der aktuell geschätzten Matrix, die darauf basiert, dass die geschätzten Verkehrsbeziehungen mit der Zielfunktion und den Nebenbedingungen schrittweise in Übereinstimmung gebracht werden.

Grundsätzlich hat das EM-Modell eine ähnliche Form wie das IM-Modell, da es ein enges Verhältnis zwischen der Entropiemaximierungs- und der Informations-Minimierungs-Theorie gibt. Der Unterschied zwischen den beiden ist die Betrachtungseinheit, die beim IM-Modell ein gemessenes Fahrzeug und beim EM-Modell eine Fahrt ist. Es wurde bereits nachgewiesen, dass das Modell von van Zuylen auch durch die Entropiemaximierungstheorie gebildet werden kann [van Zuylen and Willumsen, 1980]. In diesem Fall sind die Größen der beiden Modelle nicht gleich und es gibt sehr wenige, beziehungsweise sogar kein theoretisches Argument der Größenpräferenz. Damit gibt es prinzipiell keinen Vorrang eines der beiden Modelle, wenn alle notwendigen Bedingungen erfüllt sind. Die Bedingung bei der Anwendung des EM-Modells, dass die Anzahl der Ist-Fahrten als bekannt voraussetzt, ist in der Praxis nur sehr schwer zu erfüllen. Ferner ist bewiesen, dass es nicht von teilweise redundanten Informationen beeinflusst wird, aber ein systematischer Schätzfehler der Verkehrsnachfrage bei den Fahrten über mehrere Kanten auftreten kann, wenn entweder die Gesamtanzahl der Ist-Matrix unbekannt oder die gesamten Fahrtenanzahl der historischen Matrix im Verhältnis deutlich kleiner ist als die der Ist-Matrix.

Im Gegensatz zu dem IM- und dem EM-Modell hat das VIM-Modell keine Probleme mit teilweise redundanten Informationen und der Gesamtanzahl der Fahrten. Jedoch muss beim VIM-Modell auf die Einhaltung einer Randbedingung geachtet werden: dies ist die Forderung nach Unabhängigkeit der Verkehrsstärken. Des Weiteren konnten im Rahmen dieser Arbeit Probleme mit der Genauigkeit des Aufteilungsparameters p_{ij}^a bei differenzierter Analyse identifiziert werden. Diese werden in Kapitel 5 verdeutlicht.

Im Gegensatz zu den auf der IM- oder der EM-Theorie basierenden Modellen ist es beim LSE-Modell möglich, eine wahrscheinlichste Matrix unter dem Unstetigkeitszustand der Verkehrsstärken zu bestimmen, da sich dieses Modell nur mit der Minimierung der Unterschiede zwischen den geschätzten und den gemessenen Verkehrsstärken beschäftigt. Demnach hat das Modell dieselbe Eigenschaft der Unabhängigkeit der Informationen wie das IM-Modell. Dies liegt darin begründet, dass die Schätzfehler redundanter Verkehrsstärken einen negativen Einfluss der Übergewichtung auf die Schätzungsgüte haben. Bei seiner Anwendung sollte der Relaxationsfaktor α_{LSE} nicht zu groß, beziehungsweise nah an 1,0, gewählt werden, um die Konvergenz des Algorithmus zu garantieren. Im Vergleich dazu ist das GLS-Modell in der Lage, die gemessenen Verkehrsstärken, die historische Matrixinformationen und die entsprechenden Kovarianzinformationen der Zufallsfehler in Zusammenhang zu bringen. Damit sind Gleichungen zur Berechnung der Kovarianzmatrizen V und W nach Annahmen der statistischen Inferenz erforderlich. Fernerhin ist die abgeleitete Lösung nach Gleichung (3-55) für die Matrixschätzung in einem Verkehrsnetz mit geringen Verkehrsstärken geeignet. Bei einem durch den Verkehr hoch belasteten Netz soll Gleichung (3-55) mit der Zusatzinformation der Kovarianz zwischen der Fahrtenmatrix und den gemessenen Verkehrsstärken ergänzt werden. Demzufolge würde ein hoher Rechenaufwand für die Matrixschätzung in einem großen Verkehrsnetz entstehen. Zusätzliche Annahmen der statistischen Inferenz der Kovarianz

zwischen einer geschätzten Matrix und den entsprechenden Verkehrszählungen sind daher erforderlich.

Aufgrund des Prinzips der stochastischen Nutzeroptimierung ist der PFE fähig, ohne das vorhandene Wissen der p_{ij}^a in einem Durchlauf die wahrscheinlichste Matrix in einem Netz mit großen Verkehrsstärken zu schätzen. Dazu werden die Routenwahlvarianten durch den Streuungsparameter θ bei der Matrixschätzung gleichzeitig berücksichtigt. θ bezieht sich auf den Streuungsgrad der Routenwahl zwischen den Alternativrouten, die darauf basieren, dass es für den Fahrer schwierig ist, die Reisekosten aller Kanten zu kennen und die Qualität der Routen in gleicher Weise abzuschätzen. In diesem Fall kann das Routenwahlverhalten präziser nachvollzogen werden. Daher wird die Schätzgüte durch θ beeinflusst. Je größer der Streuungsparameter θ ist, desto größer ist die Annäherung des Verkehrszustands an das Nutzeroptimum bezüglich des 1. Wardropschen Prinzips. Weiterhin werden die Routenbelastungen und die wahrscheinlichste Matrix nach dem Grundsatz des Logitmodells geschätzt, das heißt, der Verkehr wird nach der Logitverteilung auf alle Alternativrouten aufgeteilt.

Ein Überblick der oben erwähnten Eigenschaften der Modelle wird in der folgenden Tabelle gegeben. Im Hinblick auf die Tatsachen der offensichtlichen Schwierigkeit des Vorwissens der gesamten Fahrtenanzahl einer geschätzten Matrix, der Vernachlässigung der Auswirkung der historischen Matrixinformationen beim LSE-Modell, der stärkeren statischen Annahme der Varianz- und Kovarianzmatrizen beim GLS-Modell und der sich auf ein hoch oder überbelastetes Netz bezogene Matrixschätzung beim PFE, widmet sich diese Arbeit den Untersuchungen der auf das IM- und das VIM-Modell in Hinsicht auf die in 1.2 genannten Forschungsziele.

Tabelle 3.7: Eigenschaften der Modelle zur Matrixschätzung

Punkt	IM-Modell	EM-Modell	VIM-Modell	LSE-Modell	GLS-Modell	PFE
Berücksichtigung historischer Matrixinformation	X	X	X		X	X
Einfluss der Anzahl aller Ist-Fahrten		X				
Einfluss vollständig redundanter Information	X	X	X	X	X	X
Stetigkeit der Verkehrsstärke	X	X	X			X
Schätzung der Matrix in einem hoch belasteten Verkehrsnetz in einem Schritt						X

3.8 Einsatzbedingungen für die Anwendung der Modelle in der Praxis

In Anlehnung an die oben erwähnten Modelleigenschaften hängt die Gültigkeit der Anwendung der Modelle grundsätzlich sowohl vom Belastungsgrad des Untersuchungsnetzes als auch von der Genauigkeit und der Verfügbarkeit der Verkehrsinformationen ab. Mit der hohen technologischen Entwicklung wird die Erfassungsaufgabe der Verkehrszählungen deutlich erleichtert und sogar automatisiert, wobei deren Qualität wegen der eventuellen technischen Störungen aber noch nicht vollständig gesichert ist [Lehnhoff, 2005]. Weiterhin führt die zeitliche Schwankung des Verkehrsaufkommens in der Realität zu der wahrscheinlichen Unstetigkeit der Verkehrsstärke an benachbarten Kanten. Demzufolge entscheidet es sich, ob ein Modell zur Matrixschätzung geeignet ist, im Wesentlichen anhand der Qualität der verfügbaren Informationen. Ein Überblick über die Gültigkeit der Anwendung der Modelle zur Matrixschätzung in Bezug auf die Verfügbarkeit und die Genauigkeit der Informationen wird in Tabelle 3.8 gegeben. Bei Fehlen vollständiger Anteilsmatrixinformationen kann das IM-Modell wegen des Übergewichtungs-

problems nicht zur Anwendung kommen. Das EM-Modell findet keine Anwendung, wenn keine historischen Matrixinformationen vorhanden sind, da eine Überschätzung der Fahrtenanzahl mancher Verkehrsbeziehungen entstehen kann. Bei Unstetigkeit der Verkehrszählungen können nur das LSE- und das GLS-Modell zur Anwendung kommen.

Tabelle 3.8: Gültigkeit der Anwendung der Modelle zur Matrixschätzung

Verfügbarkeit der Informationen	IM-Modell**	EM-Modell**	VIM-Modell**	LSE-Modell**	GLS-Modell**	PFE**
Stetige Verkehrszählungen mit Informationen historischer Matrix, der Anzahl der Ist-Fahrten und vollständigen Anteilsmatrixinformationen	X	X	X	X	X	X
Stetige Verkehrszählungen mit historischen Matrixinformationen	X		X	X	X	X
Stetige Verkehrszählungen	X		X	X	X*	X
Unstetige Verkehrszählungen				X	X	

*: ohne historische Matrixinformationen funktioniert das GLS-Modell ähnlich wie das LSE-Modell, wobei zusätzlich die Kovarianz zwischen Verkehrszählungen herangezogen wird.

** : Abwesenheit vollständig redundant Informationen ist bei allen Modellen eine Voraussetzung.

4 Umlegungsmodelle in Bezug zur Matrixschätzung

Eine der wesentlichen Kenngrößen für die Matrixschätzung ist eine präzise Anteilsmatrix, die aus den Fahrtenanteilen aller Verkehrsbeziehungen über alle Kanten besteht. In der Realität ist es schwierig, diese detaillierten Informationen zu erfassen. Infolgedessen wird eine Anteilsmatrix in der Regel durch ein Umlegungsmodell geschätzt. Die grundsätzliche Intention der Entwicklung und der Anwendung eines Umlegungsmodells ist, die Kantenbelastungen, den entsprechenden Verkehrszustand sowie den Verkehrsablauf anhand einer bekannten Matrix zu bestimmen. Darüber hinaus wird es ebenfalls zur Schätzung und zur Prognose des Verkehrszustands angewendet. Dadurch können Kantenbelastungen, Reisezeiten sowie Routenwahl zwischen Quellbezirken und Zielbezirken anhand unterschiedlicher Szenarienbedingungen abgeschätzt werden. Zahlreiche Modelle, die auf verschiedenen Prinzipien zur realitätsnahen Anpassung des Routenwahlverhaltens der Fahrer basieren (Sheffi [1985], Thomas [1991], Ben-Akiva und Lerman [2002], Bell und Iida [1997]) wurden entwickelt. Im Folgenden werden die Grundlagen eines Umlegungsmodells bezüglich der Genauigkeit der Anteilsmatrix und drei bekannten kantenkapazitätsabhängigen Umlegungsmodelle bei unterschiedlichen Verkehrszuständen verdeutlicht.

4.1 Grundlage

Die Nachvollziehbarkeit eines Verkehrszustands durch ein Umlegungsmodell steht im Wesentlichen in Zusammenhang mit den gegebenen Netzdaten, der Routenwahl der entsprechenden Fahrer und der jeweiligen Matrix, was der Fokus dieser Arbeit ist. Daher werden im Folgenden zwei entsprechende Kenngrößen in Bezug auf die Genauigkeit der Anteilsmatrix erläutert.

4.1.1 Kantenwiderstände

Im idealen Fall fährt der Verkehr mit seiner Wunschgeschwindigkeit im Straßennetz. Es treten jedoch auch unerwünschte Ereignisse auf, zum Beispiel starkes Verkehrsaufkommen, Störungen des Verkehrsablaufs des motorisierten Individualverkehrs oder lange Wartezeiten für Fußgänger und Radfahrer. Dies führt oft zu Widerständen, die das Fahren mit Wunschgeschwindigkeit verhindern. Demzufolge beziehen sich Kantenwiderstände auf die Widerstände an jeweiligen Kanten in einem in ein Kanten-Knoten-Modell umgewandeltes Netz. Für eine realistische Bewertung der Kantenwiderstände kommen in der Regel folgende Einflussfaktoren in Betracht [IVH, 2006]:

- Reisezeit (Fahrzeit + Wartezeiten)
- Streckenlänge
- Verkehrsbelastung
- Anzahl und Qualität signalisierter Knotenpunkte (koordiniert - nicht koordiniert; Verhältnis Freigabezeit -Sperrzeit)
- Anzahl der nicht signalisierten Knotenpunkte mit Wartepflicht
- Bevorrechtigung auf einem Streckenabschnitt
- Häufigkeit von Linksabbiegen
- Wegekenntnis (Kognitivitätsprobleme selbst bei Taxifahrern).

Von dominierendem Einfluss ist die Reisezeit, in die die wesentlichen sonstigen Einflussfaktoren in der Regel in Form von Zeitzuschlägen (Wartezeiten) eingerechnet werden.

Reisekosten, die bei der Umlegung den Routenwahlentscheidungsfaktor einer Fahrt vertreten, sind verallgemeinerte durchschnittliche Kosten und bestehen aus einer linearen Kombination der Verkehrsqualitätsgrößen, zum Beispiel Reisezeit und monetarisierten Kosten. Dementsprechend sind manche Größen mit den Fahrereigenschaften, wie zum Beispiel Einkommen und Alter, verbunden, wenn jeder Verkehrsteilnehmer in Betracht kommt. Reisekosten können dann im Folgenden als Gleichung ausgedrückt werden.

$$c_{k,kl}^{nz} = \sum_a \sum_{att} \xi_{att} \cdot ATT_{att}^{a,nz} \cdot pl_k^a \cdot pod_{k,kl} \quad (4-1)$$

mit c_k^{nz} Reisekosten der Route k einer bestimmten Verkehrsbeziehung bezüglich des Nutzers nz ;

ξ_{att} Kehrwert der Ersatz-Koeffizienten der Verkehrsqualitätsgröße att ;

$ATT_{att}^{a,nz}$ als Wert der Verkehrsqualitätsgröße an Kante a bezüglich des Nutzers nz .

Somit beziehen sich die Reisekosten einer Kante auf das Produkt von ξ_{att} und $ATT_{att}^{a,nz}$ als Kantenwiderstand. Alle Reisekosten werden in Form von Reisezeit ausgedrückt, da die meisten Verkehrsqualitätsgrößen mit der Reisezeit stark korrelieren. Je höher die Reisezeit einer Kante ist, desto stärker ist der entsprechende Kantenwiderstand, das heißt, die entsprechende Nutzungswahrscheinlichkeit nimmt ab. Zur Ermittlung der Reisezeiten bei einer makroskopischen Analyse werden vor allem die Informationen über die Entfernung, die Geschwindigkeit und die Leistungsfähigkeit an allen Kanten anhand der vorhandenen Netzstruktur- und Verkehrsregelungsdaten bestimmt. Danach wird an jeder Kante eine geeignete Kostenfunktion, die von der Verkehrsstärke abhängt,

$$c^a = f(q^a) \quad (4-2)$$

aufgestellt. Demgemäß werden die günstigen Routen aller Verkehrsbeziehungen bestimmt und die Nachfrage umgelegt, um den jeweiligen Verkehrszustand zu bestimmen. Demzufolge bilden bei einer makroskopischen Analyse die Kantenwiderstandsfunktionen die Grundlage für eine realitätsnahe Umlegung sowie eine präzise Matrixschätzung.

4.1.2 Routenwahl

Neben der genauen Bestimmung der Kantenwiderstandsfunktionen ergibt sich noch die Notwendigkeit der Bestimmung genutzter Routen bei der Anwendung eines Umlegungsmodells, da daraus die nötige Anteilsmatrix zur Matrixschätzung erzeugt wird. Ein städtisches Verkehrsnetz wird in der Regel nach der Entwicklungsanforderung einer Stadt voll ausgebaut, das heißt, die Netzstruktur ist gut entwickelt und die Erreichbarkeit aller Bezirke ist sehr hoch. Es ist dann sehr wahrscheinlich, dass die Anzahl der möglichen Routen, die aus unterschiedlicher Kombination von Kanten bestehen, zwischen einer Quelle und einem Ziel umfangreich sind. Die Anzahl der genutzten (effizienten) Routen ist aus Gründen fehlender Routenkenntnisse, Gewohnheit oder eigenen individuellen Bedingungen der Fahrer deutlich geringer. Traditionell werden die Routen mit der geringsten Reisezeit in einem Umlegungsmodell iterativ durchsucht bis keine weiteren mehr gefunden werden. Um mehrere realistische Entscheidungsfaktoren der Routenwahl zur Bestimmung des effizienten Routensatzes in Betracht zu ziehen, verwenden viele Forschungen den Labeling-Approach von Ben-Akiva u. a. [2002] und Algorithmen der K günstigsten Routen und der eingeschränkten K günstigsten Routen, zum Beispiel Yen [1988], Shier [1979], Eppstein [1998], Ruppert [2000], Chen und Tang [2005] sowie van der Zijpp und Catalano [2005]. Die entsprechenden Routenwahlbedingungen, wie Straßenklasse, Straßenleistungsfähigkeit und Anzahl der Abbiegevorgänge, werden festgelegt und die entsprechenden verallgemeinerten Kantenkostenfunktionen zur Ermittlung der effizienten Routen definiert. Die ausgesuchten effizienten Routen ändern sich dennoch bei unterschiedlich gegebenen Routenwahlbedingungen.

Bekhor u. a. [2006] haben die unterschiedlichen Algorithmen zur Ermittlung des effizienten Routensatzes erforscht. Mit Hilfe einer Befragung von 188 Mitarbeitern und Professoren des Massachusetts Institute of Technology (MIT), U.S.A., wurden der Labeling-Approach mit 16 Algorithmen zur Routenwahl und die Methode zur K günstigsten Routensuche getestet. Unterschiedliche Größen, wie Reisezeit, Maut, durchschnittliches Einkommen, Kantenbelastungsgrad, Entfernung, Straßenklasse, Anzahl der Halte, Anzahl der Abbiegevorgänge oder Anzahl der Kanten, fanden als Entscheidungsfaktoren in der Kostenfunktionen Anwendung. Ihre entsprechenden Gewichtungen wurden ebenso in Betracht gezogen. Die Ergebnisse legten dar, dass kein Algorithmus auf Basis einzelner Entscheidungsfaktoren einen effizienten Routensatz lieferte. 15-25 Prozent der von Probanden genannten Routen wurden durch Kombination der 16 Algorithmen nach dem Labeling-Approach nicht erkannt. Kam die Kombination der oben erwähnten 16 Algorithmen und der Algorithmen zur K-günstigsten Routensuche zur Anwendung, wurden 6-15 Prozent der Routen nicht bestimmt.

Eine andere Vorgehensweise zur Bestimmung der Anzahl effizienter Routen basiert auf dem Verstehen des Routenwahlverhaltens. Darüber existieren ebenfalls zahlreiche Untersuchungen, wie zum Beispiel von Jansen und Den Adel [1987], Bovy und Stern [2000] sowie Stern und Richardson [2005]. Nach Definition von Bovy und Stern [2000] können die Routen zwischen einer bestimmen Quelle und einem bestimmten Ziel im Folgenden unterteilt werden:

- Mögliche Routen: Es sind die Routen, die anhand der Netzstruktur topologisch nutzbar sind.
- Bekannte Routen: Es sind die Teilrouten von möglichen Routen und die Routen, die die entsprechenden Fahrer kennen.
- Verfügbare Routen: Es sind die Routen, die eventuell den Anforderungen der Fahrer entsprechen und zu dem bekannten Routensatz gehören.

- Zulässige Routen: Es sind die geeigneten Routen, zwischen denen die entsprechenden Fahrer hinsichtlich ihrer derzeitigen Umstände einen Kompromiss schließen, um sich für eine Route zu entscheiden.
- Effiziente Routen: Es sind die Routen, die die Fahrer benutzen.

Das hierarchische Verhältnis zwischen den oben erwähnten Routensätzen ist in Bild 4.1 dargestellt.

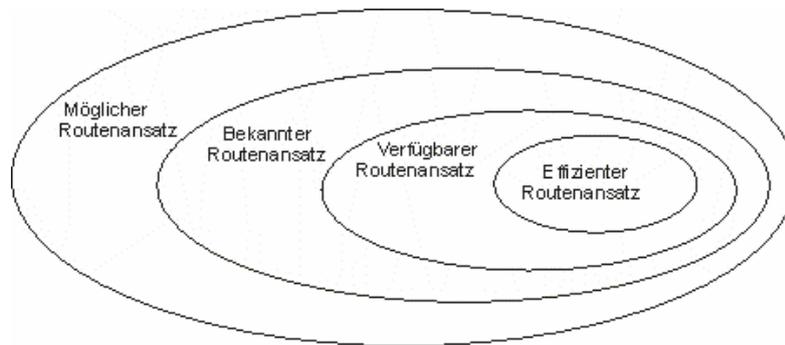


Bild 4.1: Hierarchisches Verhältnis zwischen Routensätzen nach Bovy und Stern [2000]

Nach der Arbeit von Bovy und Stern [2000] können die Entscheidungsfaktoren zur Routenwahl in vier Kategorien

- Verfügbarkeit der Routen
- Eigenschaften der Fahrer
- Fahrzweck und
- sonstigen Umständen

unterteilt werden. Grundsätzlich werden effiziente Routen anhand der eigenen Einschätzung ausgewählt. Die Eigenschaften der Fahrer, der Fahrzwecke und sonstige Umstände haben nur einen Einfluss auf die relative Wichtigkeit und die Empfindung der Routeneigenschaften. Straßenattribute, Verkehrszustände und Umgebungszustände umfassen die wesentlichen Eigenschaften der Routen. Damit wird deutlich, dass die Routenwahl einen komplizierten Entscheidungsprozess für den Fahrer darstellt. Die in der Literatur [Lindveld u. a., 2000, Borgmann, 2006, Stern and Richardson, 2005] aufgeführten bekannten Kerngrößen der Routenwahl im motorisierten Individualverkehr enthalten hauptsächlich Reisezeit, Reiseentfernung, Anzahl der Abbiegevorgänge, Anzahl der Lichtsignalanlagen und Verkehrszustände, beispielsweise Verkehrsstau und geringe Auslastung. Die Wichtigkeitsreihung dieser Kenngrößen ändert sich bezüglich der Reisedauer und der Eigenschaften der Fahrer. In der Regel ist jedoch die Reisezeit der wichtigste Entscheidungsfaktor.

Ferner haben Jansen und Den Adel [1987] eine Befragung von 50 Probanden zur Routenwahl des auf den motorisierten Individualverkehr bezogenen Berufsverkehrs von Gouda nach Delft in den Niederlanden durchgeführt. Das Ergebnis ist in Tabelle 4.1 dargestellt und zeigt, dass der Unterschied zwischen den möglichen, den bekannten und den genutzten Routen sehr deutlich ist. Ein Proband war durchschnittlich nur mit vier Routen von 15 möglichen Routen vertraut und benutzte davon zwei. Jeder Proband kannte mindestens zwei Routen und es gab nur zwei Routen, die allen Probanden bekannt waren. Darüber hinaus hatte jeder Proband eine bevorzugt genutzte Route, wobei es insgesamt drei Hauptrouten gab.

Tabelle 4.1: Routenwahlverhalten des motorisierten Individualverkehrs im Berufsverkehrs nach Jansen und Den Adel [1987]

	individuell			kollektiv
	Min.	Mittel	Max.	
Anzahl möglicher Routen		15		15
Anzahl bekannter Routen	2	4	6	10
Anzahl der von allen Probanden bekannten Routen		-		2
Anzahl der von keinem Probanden bekannten Routen		-		1
Anzahl genutzter Routen	1	2	6	10
Anzahl der von fast allen Probanden genutzten Routen		-		2
Anzahl der von keinem Probanden genutzten Routen		-		1
Anzahl hauptsächlicher genutzten Routen		1		3

Matschke [2007] hat anhand der Arbeit von Borgmann [2006] das Verhältnis zwischen den bekannten und den genutzten Routen des Berufsverkehrs mit Ziel der Leibniz Universität Hannover erforscht. Das in Bild 4.2 dargestellte Ergebnis zeigt, dass die meisten Befragten (ca. 84,2 Prozent) bis zu vier Routen kannten. Davon benutzten 33 Prozent vier Routen, ca. 25 Prozent drei Routen und 21 Prozent der Probanden zwei Routen. Die Zahl der Probanden, die mehr als vier Routen kannten, betrug 15,8 Prozent aller Probanden. Dabei benutzten sie meistens (8 von 9 Probanden) bis zu drei Routen.

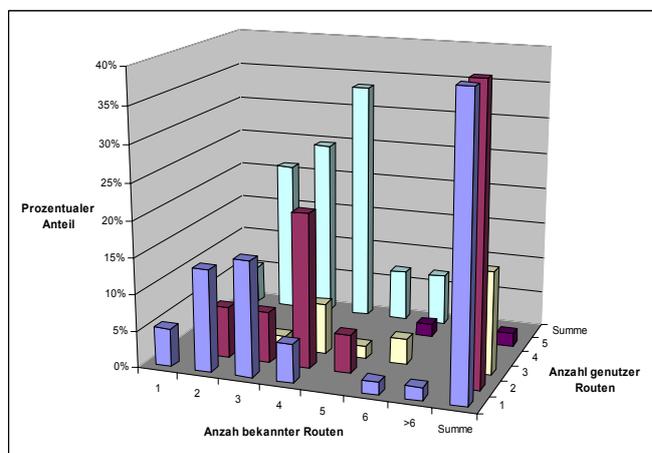


Bild 4.2: Verhältnis zw. den bekannten und den genutzten Routen des Berufsverkehrs nach Matschke [2007]

Ein ähnliches Resultat ergibt sich bei den anderen 84 Prozent der Probanden. 98 Prozent der Probanden nutzen bis zu drei Routen, davon 44 Prozent alle drei Routen, 40 Prozent zwei und 14 Prozent nur eine. Es ist ersichtlich, dass der Unterschied in der Anzahl zwischen den möglichen, bekannten und genutzten Routen groß ist. Tendenziell werden bis zu vier Routen genutzt.

4.2 Sukzessivumlegung

Nach Erläuterung der wesentlichen Kerngrößen zur Erhöhung der Genauigkeit der Anteilsmatrix werden nun die Umlegungsmethoden zur Erzeugung einer Anteilsmatrix analysiert. Zunächst wird die Sukzessivumlegung erläutert. Wie der Name schon sagt, wird eine bestimmte Matrix auf ein Netz sukzessiv umgelegt. Dabei liegt eine Bestweg-Umlegung zugrunde, wobei eine Matrix in eine beliebige Anzahl von Scheiben unterteilt wird. Die geteilte Menge der Verkehrsnachfrage wird dann in jeder Stufe auf die Kanten, die zu den aktuell gefundenen günstigsten Routen gehören, umgelegt. In jeder Stufe werden die Reisekosten, beziehungsweise die Reisezeit jeder Kante, anhand der entsprechend aktuellen Verkehrsstärken bestimmt. Dazu werden

jeweils neue günstigste Routen bestimmt. Dies wiederholt sich bis die Anzahl der Iteration der vorgegeben Gesamtanzahl der Scheiben entspricht. Die entsprechenden Schritte umfassen:

Schritt 0 Initialisierung

Die Verkehrsstärke aller Kanten sei $q^a = 0$, die Anzahl der Iteration $\ell = 0$ und die Anzahl der Scheiben st . Weiterhin wird die gewünschte Reisezeit, beziehungsweise die Reisekosten c^{a^0} , an jeder Kante anhand der entsprechenden Entfernung und der zulässigen Geschwindigkeit bestimmt. Der Strom jeder Verkehrsbeziehung f_{ij} wird danach entweder durchschnittlich in st Teile oder gemäß der vom Nutzer definierten Anteile der jeweiligen Stufe aufgesplittet.

Schritt 1 Routensuche und Umlegung

Die günstigsten Routen aller Verkehrsbeziehungen werden anhand der c^{a^0} aller Kanten bestimmt. Der Nachfrageanteil jeder Verkehrsbeziehung wird auf die Kanten, die zu der entsprechend günstigsten Route gehören, umgelegt und die entsprechende Verkehrsstärke wird mit $q^a = q^a + \frac{f_{ij}}{st}$ bestimmt.

Schritt 2 Aktualisierung der Reisezeiten

Anhand der aktuellen Verkehrsstärke werden die Reisezeiten aller Kanten mit der vorgegebenen Kantenwiderstandsfunktion aktualisiert. Danach wird die Anzahl der Iteration um 1 inkrementiert.

Schritt 3 Abbruchprüfung

Wenn die Anzahl der Iteration ℓ nicht der Anzahl der Scheiben st entspricht, ist eine Wiederholung ab Schritt 1 vorzunehmen. Ansonsten gilt die aktuelle Verkehrsstärke als Lösung.

Die Sukzessivumlegung ist ein einfaches Verfahren und leicht zu implementieren. Die Konzepte des Nutzeroptimums und des stochastischen Routenwahlverhaltens der Fahrer werden in diesem Verfahren jedoch nicht abgebildet. Trotzdem kann man zu einem realitätsnahen Ergebnis bekommen, wenn eine geringe bis mittlere Auslastung im Netz besteht und die Anzahl der Scheiben geeignet definiert wird. Eine heuristische Annäherung an das Nutzeroptimum in einem durch den Verkehr hoch belasteten Netz kann nur durch eine große Anzahl an Scheiben hergestellt werden, was jedoch mit erheblichem Rechenaufwand verbunden ist.

4.3 Gleichgewichtsumlegung

Mit zunehmender Verkehrsnachfrage ist es folgerichtig anzunehmen, dass sich ein Verkehrsnetz bei hohen Verkehrsstärken letztendlich einem Netz im Gleichgewichtszustand annähert, bei der jeder Fahrer die für ihn günstigste Route benutzt. In diesem Fall ist die Gleichgewichtsumlegung (User Equilibrium - UE) geeignet, solch einen Verkehrszustand nachzubilden. Die Gleichgewichtsumlegung wird auch als deterministische Gleichgewichtsumlegung bezeichnet, da ihr die Annahme zu Grunde liegt, dass alle Fahrer eine identische Reisekostenwahrnehmung haben, und der sich daraus ergebende Gleichgewichtszustand daher als „deterministisch“

bezeichnet wird, wobei Reisekosten in der Regel in Form von Reisezeit ausgebildet werden. Die Gleichgewichtsumlegung basiert auf dem 1. Prinzip von Wardrop [1952]:

Alle Fahrer im Untersuchungsnetz kennen die Reisekosten aller Routen, haben eine identische Reisezeitwahrnehmung und wählen die für sie günstigste Route.

Demzufolge sind die Reisekosten an allen genutzten Routen für jede Verkehrsbeziehung gleich und kostengünstiger im Vergleich zu den nicht genutzten Routen der entsprechenden Verkehrsbeziehung. Um das Wardropsche Konzept zu realisieren und um einen entsprechenden Lösungsalgorithmus zu entwickeln, wurde von Beckmann u. a. [1956] das entwickelte Minimierungsproblem bestimmt. Demnach sind die Reisekosten an den Kanten nur von der entsprechenden Verkehrsstärke abhängig, das heißt,

$$c^a = f(q^a) \quad (4-3)$$

mit $f(q^a)$ steigende Kostenfunktion an Kante a .

Darüber hinaus ist die dem 1. Prinzip von Wardrop entsprechende Verkehrsstärke an allen Kanten die, die anhand der Zielfunktion

$$\min Z_{UE} = \sum_a \int_0^{q^a} f(q^a) dq \quad (4-4)$$

unter der Nebenbedingung

$$\sum_k f_{k,ij} = f_{ij} \quad \forall i, j \quad (4-4a)$$

$$f_{k,ij} \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (4-4b)$$

bestimmt wird. Dabei wird die Gesamtreisezeit aller Fahrer im Untersuchungsnetz mit dem aus Gleichungen (4-4), (4-4a) und (4-4b) bestehenden konvexen Gleichungssatz dadurch minimiert, dass nur die günstigsten Routen aller Verkehrsbeziehungen genutzt werden. Wird $f(q^a)$ als die nur von der Verkehrsstärke abhängige steigende Kostenfunktion ohne Kapazitätsbegrenzung an Kante a angenommen, sind die ermittelten c^a und die Kantenbelastungen eindeutig, aber nicht die jeweiligen Routenbelastungen. In der Realität existiert jedoch eine Kapazitätsgrenze an jeder Strecke beziehungsweise Kante. Wenn die jeweilige Kante überlastet ist, entsteht ein Stau und die entsprechenden Kosten werden durch eine vordefinierte Kostenfunktion, die im Englischen als „right angle cost function“ bezeichnet wird, begrenzt, so dass die Kantenbelastung nicht die jeweilige Kantenkapazität überschreitet. In diesem Fall ist die Eindeutigkeit der nach einem Gleichgewichtszustand abgeleiteten Kanten- und Routenbelastungen nicht garantiert. Die entsprechenden mathematischen Nachweise findet man in der Literatur, wie zum Beispiel in Bell und Iida [1997]. Im Folgenden werden zwei bekannte Lösungsalgorithmen, die auf einer Kanten- und Routenbetrachtung basieren, und in dieser Arbeit zur Anwendung kommen, verdeutlicht.

4.3.1 Lösungsalgorithmus nach dem Frank-Wolfe-Verfahren (FW-Verfahren)

Das Frank-Wolfe-Verfahren wurde von Frank und Wolfe [1956] als konvexer Kombinationsalgorithmus entwickelt und ist das bekannteste und am meisten angewendete Verfahren zur Gleichgewichtsumlegung. Wie in Bild 4.3 dargestellt, ist der zulässige Lösungssatz der Zielfunk-

tion nach Gleichung (4-4) konvex. Somit ist jeder Punkt, der zu einer sich an zwei beliebigen Lösungspunkten anschließenden Linie gehört, ein zulässiger Lösungspunkt. Das Konzept des Frank-Wolfe-Verfahrens liegt darin, dass die optimale Lösung durch einen iterativen Prozess der Kombination der aktuellen Lösung lp und des neu gefundenen zulässigen Lösungseckpunkts EP bestimmt wird. Die Bestimmung eines neuen zulässigen Lösungspunkts lp hängt davon ab, ob sich der Wert der Zielfunktion entlang der Linie des aktuellen Lösungspunkts nach dem gefundenen Lösungseckpunkt reduzieren lässt. Demzufolge werden in jeder Iteration eine Richtungssuche und eine Bestimmung der Änderungsgröße zur zulässigen Lösung bis zur Erfüllung eines bestimmten Abbruchkriteriums iterativ durchgeführt. Dabei kommt die Methode von Bolzano zur Anwendung, um die Änderungsgröße in jeder Iteration durch eine lineare Näherungsrechnung zu bestimmen.

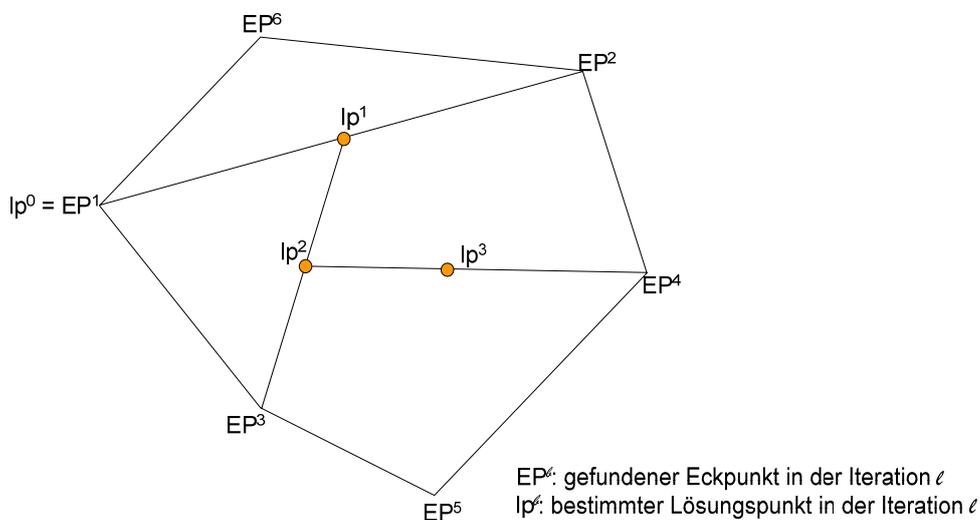


Bild 4.3: Skizze des Lösungssucheprozesses des Frank-Wolfe-Verfahrens

Die entsprechenden Schritte sind folgende:

Schritt 1 Initialisierung

Die Anzahl der Iteration sei $\ell = 0$. Die Reisezeiten c^{a^0} an allen Kanten werden anhand der vorgegebenen Kantenwiderstandsfunktionen mit der Verkehrsstärke $q^a = 0$ ermittelt. Dementsprechend wird die Verkehrsstärke an allen Kanten durch die Bestweg-Umlegung als q^{a^1} abgeleitet und ℓ wird auf 1 inkrementiert.

Schritt 2 Aktualisierung der Reisezeiten an allen Kanten

In Anlehnung an die Verkehrsstärke q^{a^ℓ} wird die Reisezeit an jeder Kante als $c^{a^\ell} = f(q^{a^\ell})$ fortgeschrieben.

Schritt 3 Richtungssuche zur optimalen Lösung

Eine Bestweg-Umlegung wird anhand der im Schritt 2 aktualisierten c^{a^ℓ} durchgeführt und führt zur Hilfsverkehrsstärke y^{a^ℓ} an allen Kanten.

Schritt 4 Bestimmung der Änderungsgröße

Anhand der Zielfunktion nach Gleichung (4-4) wird die Änderungsgröße α'_{FW} zum Lösen der Funktion

$$\min_{0 \leq \alpha_{FW} \leq 1} Z_{FW} = \sum_a \int_0^{q^{a'} + \alpha_{FW}(y^{a'} - q^{a'})} c^a(w) dw \quad (4-5)$$

durch folgende Unterschritte bestimmt.

(a) Die Unter- und Obergrenzen von α'_{FW} seien 0 ($\alpha'_{FW,unter}$) und 1 ($\alpha'_{FW,oben}$). Der Unterschied $U_{FW}^{a'}$ zwischen $y^{a'}$ und $q^{a'-1}$ wird mit $U_{FW}^{\ell} = y^{a'} - q^{a'}$ bestimmt.

(b) Der Mittelwert $\alpha'_{FW,mittel}$ ergibt sich aus $\frac{(\alpha'_{FW,unter} + \alpha'_{FW,oben})}{2}$.

(c) Der Wert der Zielfunktion nach Gleichung (4-5) wird mit

$$Z'_{FW}(\alpha'_{FW,unter}) = \sum_a U_{FW}^{a'} c^a(\alpha'_{FW,unter}) = \sum_a U_{FW}^{a'} c^a(q^{a'-1}) \text{ und}$$

$$Z'_{FW}(\alpha'_{FW,oben}) = \sum_a U_{FW}^{a'} c^a(\alpha'_{FW,oben}) = \sum_a U_{FW}^{a'} c^a(y^{a'})$$

bestimmt. Ist $Z'_{FW}(\alpha'_{FW,unter}) = 0$ oder $Z'_{FW}(\alpha'_{FW,oben}) = 0$, wird α'_{FW} als 0 oder 1 entsprechend eingesetzt und es ist zu Schritt 5 überzugehen.

(d) Anhand des Wertes von $\alpha'_{FW,mittel}$ wird der Wert von $Z'_{FW}(\alpha'_{FW,mittel})$ bestimmt. Wenn $Z'_{FW}(\alpha'_{FW,mittel})$ gleich 0 ist, wird α'_{FW} als $\alpha'_{FW,mittel}$ eingesetzt und es ist zu Schritt 5 überzugehen. Für den Fall $Z'_{FW}(\alpha'_{FW,mittel}) < 0$ wird $\alpha'_{FW,unter}$ als $\alpha'_{FW,mittel}$ eingesetzt. Andernfalls wird $\alpha'_{FW,oben}$ bei $Z'_{FW}(\alpha'_{FW,mittel}) > 0$ als $\alpha'_{FW,mittel}$ gestellt.

(e) Wenn $|\alpha'_{FW,oben} - \alpha'_{FW,unter}|$ kleiner als der vorgegebene Toleranzwert *error* ist, wird α'_{FW} als die aktuelle $\alpha'_{FW,mittel}$ verwendet. Sonst wird zu (b) übergegangen.

Schritt 5 Aktualisierung der Verkehrsstärke an allen Kanten

Die Verkehrsstärke an allen Kanten wird anhand der aktuell ermittelten α_{FW} mit

$$q^{a'+1} = q^{a'} + \alpha'_{FW}(y^{a'} - q^{a'}) \quad (4-6)$$

aktualisiert.

Schritt 6 Abbruchprüfung

Wenn der Wert des vorgegebenen Abbruchkriteriums kleiner als der vordefinierte Toleranzwert ist, wird die aktuelle q^a als Lösung angenommen, sonst wird $\ell = \ell + 1$ gesetzt und zu Schritt 2 übergegangen.

4.3.2 Lösungsalgorithmus nach dem Gradient-Projektions-Verfahren (GP-Verfahren)

Nach der 1964 von Goldstein vorgestellten Gradient-Projektion-Methode (GPM) hat Bertsekas [1976] einen erweiterten Ansatz hinsichtlich der Nebenbedingungen in Verbindung mit der Newton-Methode entwickelt und dazu ein Algorithmus implementiert. Dadurch beschleunigt sich die Konvergenz der GPM. Jayakrishnan u. a. [1994] haben bei der Gleichgewichtsumlegung die erweiterte GPM in Anwendung gebracht und eine Matrix durch Änderung der Verkehrsstärke auf die günstigsten Routen des Untersuchungsnetzes umgelegt. Dadurch werden in jeder Iteration unterschiedliche Anteile der Verkehrsstärke auf vorhandene Routen durch Routensuche und Bestimmung der Änderungsgröße auf die neu gefundenen günstigsten Routen verschoben. Damit entspricht die Verkehrsstärke auf allen gefundenen Routen beziehungsweise Kanten dem Gleichgewichtszustand. Daher ist das Gradient-Projektions-Verfahren ein auf Routen basierendes Verfahren, wohingegen das Frank-Wolfe-Verfahren auf Kanten bezogen ist. Weiterführende Grundlagen und Erklärung kann man in Cascetta [2001] finden. Die zugehörigen Schritte beinhalten:

Schritt 1 Initialisierung

Es sei pl die Routen-Kanten-Zugehörigkeits-Matrix, pod die Routen-Verkehrsbeziehungs-Zugehörigkeits-Matrix, h die Routenbelastungsmatrix für alle Verkehrsbeziehungen, \hat{K} der neu gefundene günstigste Routensatz und $\ell = 0$ die Anzahl der Iteration. Wie im Schritt 1 des Frank-Wolfe-Verfahrens erwähnt, werden die Reisekosten an allen Routen ermittelt. Dementsprechend werden die günstigsten Routen aller Verkehrsbeziehungen bestimmt und die entsprechenden Verhältnisse zwischen Routen, Kanten und Verkehrsbeziehungen in den Matrizen pl und pod gespeichert. Die Routenbelastungen $h_{k,ij}$ werden danach durch eine Bestweg-Umlegung ermittelt. Weiterhin wird die Verkehrsstärke an allen Kanten mit den Informationen der Matrix pl und Matrix pod abgeleitet und die Anzahl der Iteration um 1 inkrementiert.

Schritt 2 Aktualisierung der Reisezeiten auf allen Kanten

Anhand der aktuellen Kantenbelastungen werden die Reisekosten c^{ℓ} und c_k^{ℓ} jeweils auf allen Kanten und allen gefundenen Routen erneut bestimmt.

Schritt 3 Richtungssuche zur optimalen Lösung

Die günstigste Route jeder Verkehrsbeziehung wird anhand der aktuellen Reisezeiten bestimmt. Wenn sie sich von der in der letzten Iteration gefundenen günstigsten Routen der entsprechenden Verkehrsbeziehung unterscheidet, werden die Verhältnisse in den Matrizen pl und pod gespeichert. Dazu werden die neuen günstigsten Routen aller Verkehrsbeziehungen in \hat{K} gespeichert und als \hat{k}_{ij} gezeichnet. Danach sei der Kostenunterschied zwischen jeweiliger gefundenen Routen und der aktuell gefundenen Route

$$d_{GP,k,ij}^{\ell} = c_{k,ij}^{\ell} - c_{\hat{k}_{ij}}^{\ell}, \quad \forall k \neq \hat{k}.$$

Schritt 4 Bestimmung der Änderungsgröße

Die Änderungsgröße wird mit

$$\alpha_{GP,k,ij}^{\ell} = \frac{v_{GP}}{\sum_a \tilde{c}^{a^{\ell}} \cdot pl_k^a \cdot pod_{k,ij} + \sum_a \tilde{c}^{a^{\ell}} \cdot pl_{\hat{k}}^a \cdot pod_{\hat{k},ij} - \sum_{a \in k \cap \hat{k}} 2\tilde{c}^{a^{\ell}}} \quad \forall i, j, k, k \neq \hat{k} \quad (4-7)$$

ermittelt, wobei $\tilde{c}^{a^{\ell}}$ die Reisekosten an Kante a in Iteration ℓ nach der 1. Ableitung der entsprechenden Kantenwiderstandsfunktion ist. v_{GP} ist eine beliebige Konstante zwischen 0 und 1. In der Untersuchung von Jayakrishnan u. a. wird zu einer guten Konvergenzgeschwindigkeit v_{GP} als 1 vorgeschlagen. Trotzdem gilt, je kleiner die v_{GP} , desto sicherer nähert sie sich der optimalen Lösung, wobei mehr Iterationen erforderlich sind.

Schritt 5 Aktualisierung der Verkehrsstärke auf allen Routen

In Anlehnung an die $d_{GP,ij}^{\ell}$ und $\alpha_{GP,k,ij}^{\ell}$, werden alle Routenbelastungen und alle Kantenbelastungen wie folgt bestimmt.

$$h_{k,ij}^{\ell+1} = \max\{0, (h_{k,ij}^{\ell} + \alpha_{GP,k,ij}^{\ell} \cdot d_{GP,k,ij}^{\ell})\}, \quad \forall i, j, k \neq \hat{k}$$

$$h_{k,ij}^{\ell+1} = f_{ij} - \sum_{k \neq \hat{k}} h_{k,ij}^{\ell+1} \quad \forall i, j, k$$

$$q^{a^{\ell+1}} = \sum_{ij} \sum_k h_{k,ij}^{\ell+1} \cdot pl_k^a \cdot pod_{k,ij} \quad \forall a$$

Schritt 6 Abbruchprüfung

Wenn das vorgegebene Abbruchkriterium nicht erfüllt wird, inkrementiert die Anzahl der Iteration um 1 und es ist eine Wiederholung ab Schritt 2 vorzunehmen, sonst gilt die Annahme der aktuellen $h_{k,ij}$ und q^a als Lösung.

Es ist ersichtlich, dass das Gradient-Projektions-Verfahren durch sukzessive Änderungen das Minimum der Newton-Annäherung der Zielfunktion zu erreichen versucht. Im Gegensatz dazu versucht das FW Verfahren die Hilfslösungen, die an Eckpunkten eines bestimmten Lösungsraums liegen, zu finden. Damit wird die Konvergenz des Frank-Wolfe-Verfahrens langsamer, wenn sich die optimale Lösung annähert. Anhand der Darstellung im Bild 4.4 ist deutlich, dass ein starkes Zickzackphänomen beim Frank-Wolfe-Verfahren im Vergleich zum Gradient-Projektions-Verfahren besteht, wenn sich die optimale Lösung annähert. In Hinsicht auf den Rechenaufwand und die Anforderung des Speicherplatzes ist das Frank-Wolfe-Verfahren dennoch vorteilhafter als das Gradient-Projektions-Verfahren. Demzufolge sollte man ein geeignetes Verfahren nach der Größe und der Komplexität des Untersuchungsnetzes und auf Basis der eigenen Anforderungen wählen.

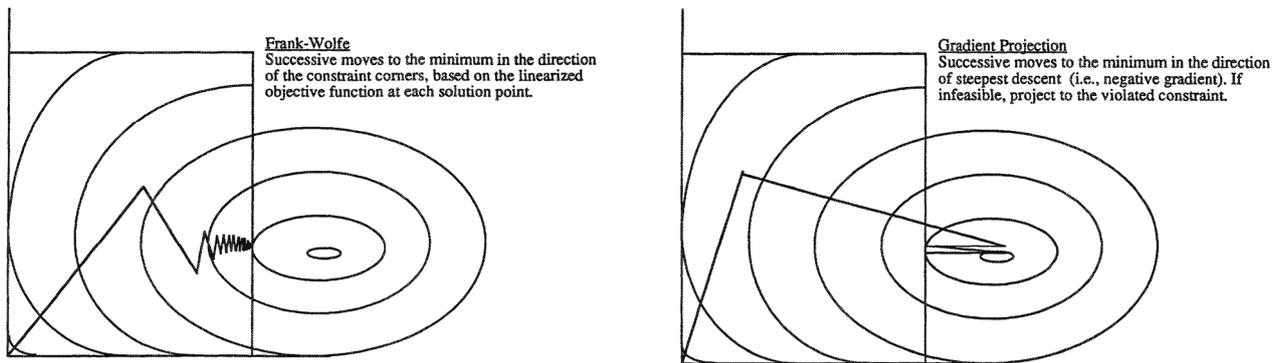


Bild 4.4: Vergleich zwischen Frank-Wolfe-Verfahren und Gradient-Projektions-Verfahren [Jayakrishnan u. a., 1994]

4.4 Stochastische Gleichgewichtsumlegung

Im Vergleich zu Gleichgewichtsumlegung ist die stochastische Gleichgewichtsumlegung (SUE) in der Lage, variierte Zeitwahrnehmungen der Fahrer in Betrachtung zu ziehen, das heißt, nicht nur die günstigsten Routen sondern auch die Routen, die von günstigsten Routen abweichen, aber als die günstigsten von den Fahrern eingeschätzt werden, werden benutzt. Dazu steht ein Streuungsparameter θ zur Verfügung, wobei eine Kalibrierung zur Entscheidung des Werts von θ erforderlich ist. Bei der stochastischen Gleichgewichtsumlegung wird nicht nur die Annahme des Routenwahlverhaltens der Fahrer realitätsnäher ermöglicht. Sie bietet vielmehr auch einen sehr wichtigen anderen Vorteil, nämlich dass, die nach einem stochastischen Gleichgewichtszustand abgeleiteten Routenbelastungen einzig sind. Hierbei wird in dieser Arbeit das bekannteste Multinomial-Logit-Modell (MNL-Modell) angewendet und im Folgenden vorgestellt.

Das MNL-Modell basiert auf den Konzepten des Zufallsnutzens und der Nutzenmaximierung. Dabei bezieht sich jede Route auf eine Alternative und ihre entsprechende Nutzenfunktion besteht in der Regel aus einer Reisezeit mit einer Gewichtung θ und einem Zufallsausdruck ε_{MNL} . Nach der Annahme, dass die ε_{MNL} aller Nutzenfunktionen die unabhängigen und identisch verteilte Gumbel-Zufallsvariablen sind, wird die Routennutzungswahrscheinlichkeit einer bestimmten Verkehrsbeziehung anhand

$$prob_{k,ij} = \frac{e^{-\theta c_k}}{\sum_{l=1}^{K_{ij}} e^{-\theta c_l}} \quad \forall k \in K_{ij} \quad (4-8)$$

mit θc_k wahrgenommene Reisezeit der Route k ,

bestimmt. Dazu ist es erforderlich, genaue Kenntnis über die genutzten beziehungsweise effizienten Routen zu besitzen.

Das MNL-Modell führt aber dann zu unrealistisch Nutzungswahrscheinlichkeit, wenn die Routen nahezu gleichen Kanten umfassen. Dies liegt daran, dass die Nutzungswahrscheinlichkeit einer Route nur in Anlehnung an die Reisezeit ermittelt wird, die Ähnlichkeit einer Route mit anderen Routen aber noch nicht betrachtet wird. Demzufolge werden die Nutzungswahrscheinlichkeiten

der Routen einer bestimmten Verkehrsbeziehung gleich verteilt, wenn deren Reisezeiten gleich oder ähnlich sind. Dies entspricht jedoch nicht der Realität. Diesbezüglich hat Cascetta u. a. [1996] eine Größe zur Messung der Ähnlichkeit zwischen Routen einer bestimmten Verkehrsbeziehung entwickelt, als Ähnlichkeitsfaktor (Communality Factor - CF) bezeichnet und in den Nutzenteil des MNL-Modells eingesetzt. Damit werden die Routenwahlwahrscheinlichkeiten realistischer ermittelt. Dieses Modell wird C-Logit-Modell genannt. In Anlehnung an die Routenähnlichkeit wird die Nutzenfunktion zu

$$\widehat{c}_{k,ij} = c_k - CF_k, \quad k \in K_{ij} \quad (4-9)$$

und nach Gleichung (4-8) zu

$$prob_{k,ij} = \frac{e^{-\theta(c_k - CF_k)}}{\sum_{g=1}^{K_{ij}} e^{-\theta(c_g - CF_g)}} \quad \forall k \in K_{ij}, g \in K_{ij}, i \in I, j \in J \quad (4-10)$$

bestimmt. Dabei ist CF_k direkt proportional zum Ähnlichkeitsgrad einer Route k mit anderen Routen bezüglich einer bestimmten Verkehrsbeziehung. Somit lautet die Funktion für $CF_{k,ij}$

$$CF_{k,ij} = \beta_{MNL} \ln \sum_{g \in K_{ij}} \left(\frac{LG_{g,k}}{LG_g^{0,5} LG_k^{0,5}} \right)^{Y_{MNL}} \quad g \neq k, g \in K_{ij}, k \in K_{ij}, i \in I, j \in J \quad (4-11)$$

mit Y_{MNL} und β_{MNL} positive Parameter, die bestimmt werden müssen;

$LG_{g,k}$ Messgröße der Kanten, die zu Routen g und k gehören;

LG_g Messgröße der Kanten, die zu Route g gehören;

LG_k Messgröße der Kanten, die zu Route k gehören.

Die Messgröße der Kanten kann Reisezeit, Entfernung oder eine Kombination von den beiden sein und wird vom Nutzer entschieden, um die Routenähnlichkeit präzise repräsentieren zu können. Je stärker die Überlappung zwischen den Routen ist, desto größer ist CF_k . Damit bestehen größere Reisekosten beziehungsweise geringere Nutzungswahrscheinlichkeiten an ähnlichen Routen.

In Anbetracht der Wahrnehmung der Fahrer lautet die Zielfunktion der stochastischen Gleichgewichtsumlegung

$$\min_x Z_{SUE} = - \sum_{ij} f_{ij} E \left\{ \min_k [c_{k,ij}] \mid c_{ij}(Q) \right\} + \sum_a q^a c^a(q^a) - \sum_a \int_0^{q^a} c^a(w) dw \quad (4-12)$$

Dabei ist $E \left\{ \min_k [c_{k,ij}] \mid c_{ij}(Q) \right\}$ der Erwartungswert der wahrgenommenen Reisezeit hinsichtlich der vorhandenen Verkehrsstärke. Im Prinzip gehört Gleichung (4-12) wie Gleichung (4-4) zu einem Minimierungsproblem und die entsprechende optimale Lösung ist auch durch Routensuche, Richtungssuche und Bestimmung einer Änderungsgröße zu ermitteln. Die Nutzungswahrscheinlichkeiten der Routen aller Verkehrsbeziehungen werden durch Gleichung (4-10) in jeder Iteration erneut ermittelt, wodurch hoher Rechenaufwand entsteht. Darüber hinaus wird die Änderungsgröße nicht optimal bestimmt, da sich der Wert der Zielfunktion (4-12) sehr schwierig ermitteln lässt. Demzufolge kommt die Methode der sukzessiven Mittelwerte (Method-of-

Successive-Averages — MSA) zur Anwendung. Bei der MSA wird die Änderungsgröße der Verkehrsstärke an allen Kanten in jeder Iteration als die Reziproke der aktuellen Anzahl der Iterationen eingesetzt, wobei ein Vielfaches dieser Zahl vom Nutzer definiert werden kann. In der Regel wird das Einfache dieser Zahl hinsichtlich der Konvergenz und ihrer Geschwindigkeit angenommen. Die Eindeutigkeit der entsprechend optimalen Lösung ist bewiesen [Sheffi, 1985]. In Anbetracht der Routenüberlappung lässt sich der Lösungsalgorithmus des MNL-Modells wie folgt darstellen:

Schritt 1 Initialisierung

p_l sei die Routen-Kanten-Zugehörigkeits-Matrix, pod die Routen-Verkehrsbeziehungs-Zugehörigkeits-Matrix, h die Routenbelastungsmatrix für alle Verkehrsbeziehungen und $\ell = 0$ die Anzahl der Iterationen. Die effizienten Routen k aller Verkehrsbeziehungen sind bekannt. Damit werden die entsprechenden Verhältnisse zwischen Routen, Kanten und Verkehrsbeziehungen in den Matrizen p_l und pod gespeichert. Danach werden die Reisekosten c^{a^0} an allen Routen anhand der entsprechenden Kantenwiderstandsfunktionen mit der Nullverkehrsstärke ermittelt. Die Werte CF_k aller Routen werden dazu durch Gleichung (4-11) bestimmt. Weiterhin werden die Nutzungswahrscheinlichkeiten aller Routen anhand Gleichung (4-10) ermittelt. Die Routen- und Kantenbelastungen $h_{k,ij}$ und q^a werden mit der bekannten Matrix und mit den Informationen der Matrizen p_l und pod bestimmt. Die Anzahl der Iteration wird um 1 inkrementiert.

Schritt 2 Aktualisierung aller Reisezeiten

Die Reisezeiten an allen Kanten werden anhand der aktuell ermittelten Kantenbelastungen mit den vordefinierten Kantenwiderstandsfunktionen $c^{a^\ell} = c^a(q^{a^\ell})$ neu bestimmt.

Schritt 3 Richtungssuche zur optimalen Lösung

Anhand der aktuellen Reisezeiten c_k^ℓ werden wiederum die Nutzungswahrscheinlichkeiten aller Routen mit Gleichung (4-10) ermittelt. Dadurch werden die Hilfsroutenbelastungen h'^ℓ beziehungsweise die Hilfskantenbelastungen y^{a^ℓ} ermittelt.

Schritt 4 Aktualisierung der Verkehrsstärke an allen Kanten

Die Verkehrsstärke an allen Kanten wird mit der Anzahl der aktuellen Iterationen wie folgt aktualisiert.

$$q^{a^{\ell+1}} = q^{a^\ell} + \left(\frac{1}{\ell}\right)(y^{a^\ell} - q^{a^\ell}) \quad (4-13)$$

Schritt 5 Abbruchprüfung

Wenn das vorgegebene Abbruchkriterium nicht erfüllt ist, wird die Anzahl der Iterationen um 1 inkrementiert und es ist eine Wiederholung ab Schritt 2 vorzunehmen, sonst gelten die aktuellen $h_{k,ij}^\ell$ und q^{a^ℓ} als Lösung.

4.5 Beschränkung der Anwendung des Prinzips des Nutzeroptimums bei der Matrixschätzung

Um auch hoch belastete Verkehrszustände in der Matrixschätzung in Betracht ziehen zu können, wurden eine Vielzahl von Forschungen über die Einschließung des ersten Prinzips von Wardrop in Matrixschätzungsmodellen durchgeführt, zum Beispiel von Fisk and Boyce [1983], Fisk [1988, 1989] und Yang [1992, 1994]. Demnach muss die Lösungsmatrix anhand der vorgegebenen Anteilsmatrix die betrachteten Kantenbelastungen und die resultierenden Reisezeiten wiedergeben können. Fisk hat im Jahr 1988 das EM-Modell von Willumsen mit der Nebenbedingung nach dem Nutzeroptimum modifiziert. Die Formulierung des Modells lautet

$$\max_{\substack{F \\ h \in H(F)}} \left\{ - \sum_{ij} f_{ij} \ln f_{ij} \right\} \quad (4-14)$$

unter der Nebenbedingung

$$\sum_{k \in K} p_k^a h_k = \bar{q}^a \quad \forall a \in AK^{gem} \quad (4-14a)$$

$$C(h) \cdot (G - h) \geq 0 \quad \forall h \in H \quad (4-14b)$$

mit G Vektor der Routenbelastungen an allen zulässigen Routen;

h Vektor der Routenbelastungen an allen effizienten Routen;

$C(h)$ Vektor der Reisekosten an allen effizienten Routen.

Mit der zusätzlichen Nebenbedingung nach Gleichung (4-12b) besteht die Verkehrsstärke nur an günstigsten Routen, und es werden keine ungünstigen Routen genutzt. Demnach erfüllt sich das erste Prinzip von Wardrop. Weiterhin hat Fisk das oben erwähnte Modell mit den anderen zwei auf dem Nutzeroptimum basierenden Modellen von Nguyen und von Fisk und Boyce verglichen. Das Ergebnis zeigte, dass das gleiche Schätzungsergebnis bei diesen drei Modellen nur dann zu erwarten ist, wenn die betrachteten Kantenbelastungen einen Gleichgewichtszustand nach dem Nutzeroptimum bilden.

Das Vorhandensein des Nutzeroptimums im Untersuchungsnetz ist allerdings in der Praxis schwierig zu bestätigen, da nicht alle Fahrer die gleiche und präzise Kosteninformation haben können und sich ihre Beurteilungen in der Routenwahl unterscheiden. Wenn kein Gleichgewichtszustand besteht, wird die Nebenbedingung nach Gleichung (4-12b) nicht erfüllt und es wird keine zulässige Lösungsmatrix gefunden. Dieses Problem kann anhand des Beispielnetzes in Bild 4.5 verdeutlicht werden. Die Widerstandsfunktionen für die Kanten 1 und 2 seien vorgegeben, etwa $c^1 = 10 + 2q^1$ und $c^2 = 25 + q^2$. Wenn die gemessenen Kantenbelastungen \hat{q}^1 und \hat{q}^2 jeweils 25 und 30 Kfz/h sind, dann ist $c^1(\hat{q}^1) \neq c^2(\hat{q}^2)$ und das Prinzip des Nutzeroptimums (Gleichung (4-12b)) ist nicht mehr gültig. Somit gibt es keine entsprechende Lösung nach dem Nutzeroptimum.

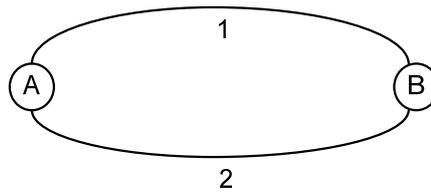


Bild 4.5: Beispielsnetz zur Erklärung des Problems bei Anwendung des Prinzips des Nutzer-optimums

Ferner ist die Anteilsmatrix nicht mehr von der entsprechenden Matrix unabhängig, wenn ein Netz hoch belastet ist, da die Routenwahl in Zusammenhang mit der Verkehrsstärke beziehungsweise der Reisezeit an allen Kanten steht. Demzufolge ist ein heuristisches zweistufiges Schätzverfahren bei Anwendung der Modelle zur Matrixschätzung bei einem Gleichgewichtsverkehrszustand erforderlich, wenn in diesen Modellen eine bestimmte Anteilsmatrix als bekannt vorausgesetzt wird. Dabei wird die Anteilsmatrix in der ersten Stufe bestimmt und in der zweiten Stufe zur Matrixschätzung angewendet.

5 Einflüsse der Informationen auf das IM- und das VIM-Modell

5.1 Hintergrund

Grundsätzlich wird das Verhältnis zwischen den gemessenen Verkehrsstärken und den aus der geschätzten Fahrtenanzahl der Verkehrsbeziehungen abgeleiteten Verkehrsstärken mit den Informationen von Abbiegeströmen genauer definiert. Es wird beispielsweise die Fahrtenanzahl der Verkehrsbeziehungen von Quelle A zum Ziel B und zum Ziel C gesucht (siehe Bild 5.1). Die entsprechenden $\bar{q} - \hat{q} - f$ Verhältnisse werden gebildet:

$$\bar{q}^1 = \hat{q}^1 = p_{AB}^1 \cdot f_{AB} + p_{AC}^1 \cdot f_{AC} \quad (5-1)$$

$$\bar{q}^7 = \hat{q}^7 = p_{AC}^7 \cdot f_{AC} \quad (5-2)$$

$$\bar{q}^8 = \hat{q}^8 = p_{AB}^8 \cdot f_{AB} \quad (5-3)$$

Nach dem Prinzip der Stromkonsistenz ist Gleichung (5-1) gleich der Summe der Gleichungen (5-2) und (5-3). Die $\bar{q} - \hat{q} - f$ Verhältnisse werden präziser mit Gleichungen (5-2) und (5-3) statt Gleichung (5-1) definiert und können zur genaueren Matrixschätzung in Anwendung kommen. Es gilt aber nur, wenn die Verkehrszählungen an den abbiegenden Kanten \bar{q}^7 und \bar{q}^8 vorhanden sind, da nur die $\hat{q} - f$ Verhältnisse mit den entsprechend bekannten Verkehrszählungen in den Modellen zur Matrixschätzung berücksichtigt werden. Die Anwendung der Informationen sowohl an den zuführenden Kanten als auch an den abbiegenden Kanten führt jedoch zum Erscheinen redundanter Informationen.

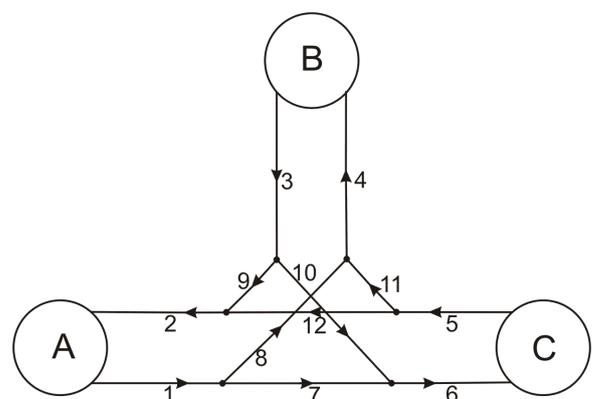


Bild 5.1: Beispielnetz 3

Wie in Abschnitt 3.3 erwähnt, wurde das Problem der Übergewichtung wegen der redundanten Informationen bei der Anwendung des IM-Modells von van Zuylen untersucht und damit ein verbessertes IM-Modell entwickelt. Beim verbesserten IM-Modell besteht dieses Übergewichtungsproblem nicht mehr, vorausgesetzt die Aufteilungsparameter p_{ij}^a sind genau. Exakte Kenngrößen für die Routenwahl p_{ij}^a sind jedoch sehr schwierig zu bestimmen. In der Praxis können die Parameter mit einer historischen Matrix durch ein geeignetes Umlegungsmodell lediglich geschätzt werden. Damit ist es auch im VIM-Modell nicht gesichert, dass keine Störungen durch redundante Informationen auftreten.

Durch diese Schätzung der Aufteilungsparameter p_{ij}^a mit einem geeigneten Routenwahlmodell liegt auch für das IM-Modell die im VIM-Modell nicht erforderliche vollständige Netzabdeckung mit Routeninformationen vor, wodurch vollständige Informationen hinsichtlich der p_{ij}^a zur Verfügung stehen und auch für dieses Modell das Problem der Übergewichtung gelöst wird.

Es bleibt jedoch zu prüfen, welchen Einfluss die Genauigkeit der Routenwahlparameter p_{ij}^a auf die Schätzungsgüte in beiden Modellen hat und welche Güte mit beiden Modellen im Vergleich erzielt werden kann, wenn redundante Informationen von vornherein ausgeschlossen werden.

5.2 Testnetze und Datenaufbereitung

Um die Einflüsse der redundanten Informationen und der Genauigkeit der Informationen von p_{ij}^a auf das IM- und das VIM-Modell zu analysieren, wird eine Überprüfung anhand von Szenarien in einem virtuellen Dreiecksnetz, als Untersuchungsnetz 1 bezeichnet, das auch in der Arbeit von Matschke u. a. [2004a] verwendet wurde, durchgeführt. Die entsprechende Netzstruktur und die Datenvorbereitung werden im Folgenden verdeutlicht. Das in Bild 5.2 dargestellte Dreiecksnetz besteht aus vier Bezirken und 37 Kanten und beinhaltet insgesamt 1.450 Fahrten.

Die Reisezeit an jeder Kante ändert sich anhand der gegebenen Widerstands-Funktion und der Kantenbelastung. Hypothetisch exakte Routenwahlinformationen p_{ij}^a werden von der angenommenen Matrix der Verkehrsnachfrage ausgehend sukzessiv manuell als quasi-reale Referenzwerte erzeugt. In der Folge sind auch alle Kantenbelastungen bekannt. Um nun den Anwendungsfall nachzuempfinden, werden die manuell erzeugten Ausgangsdaten 'versteckt' und lediglich auf eine Auswahl der in der Praxis messbaren Querschnitts- beziehungsweise Fahrstreifenbelastungen zurückgegriffen. Ausgehend von diesen Querschnittsbelastungen wird die Routenwahl und damit die Parameter p_{ij}^a durch ein Sukzessiv-Umlegungsmodell als Schätzwert erzeugt.

Um genauere Routenwahl beziehungsweise Informationen von p_{ij}^a zu bestimmen, kommen die in jedem Szenario gegebenen Verkehrszählungsinformationen als die Kantenkapazitäten bei der Umlegung zur Verwendung. Somit sind die geschätzten Aufteilungsparameter p_{ij}^a in den Szenarien jeweils unterschiedlich voneinander. Ferner liegen vollständige p_{ij}^a Informationen bei beiden Modellen vor, wodurch das von van Zuylen erwähnte Übergewichtungsproblem nicht auftritt.

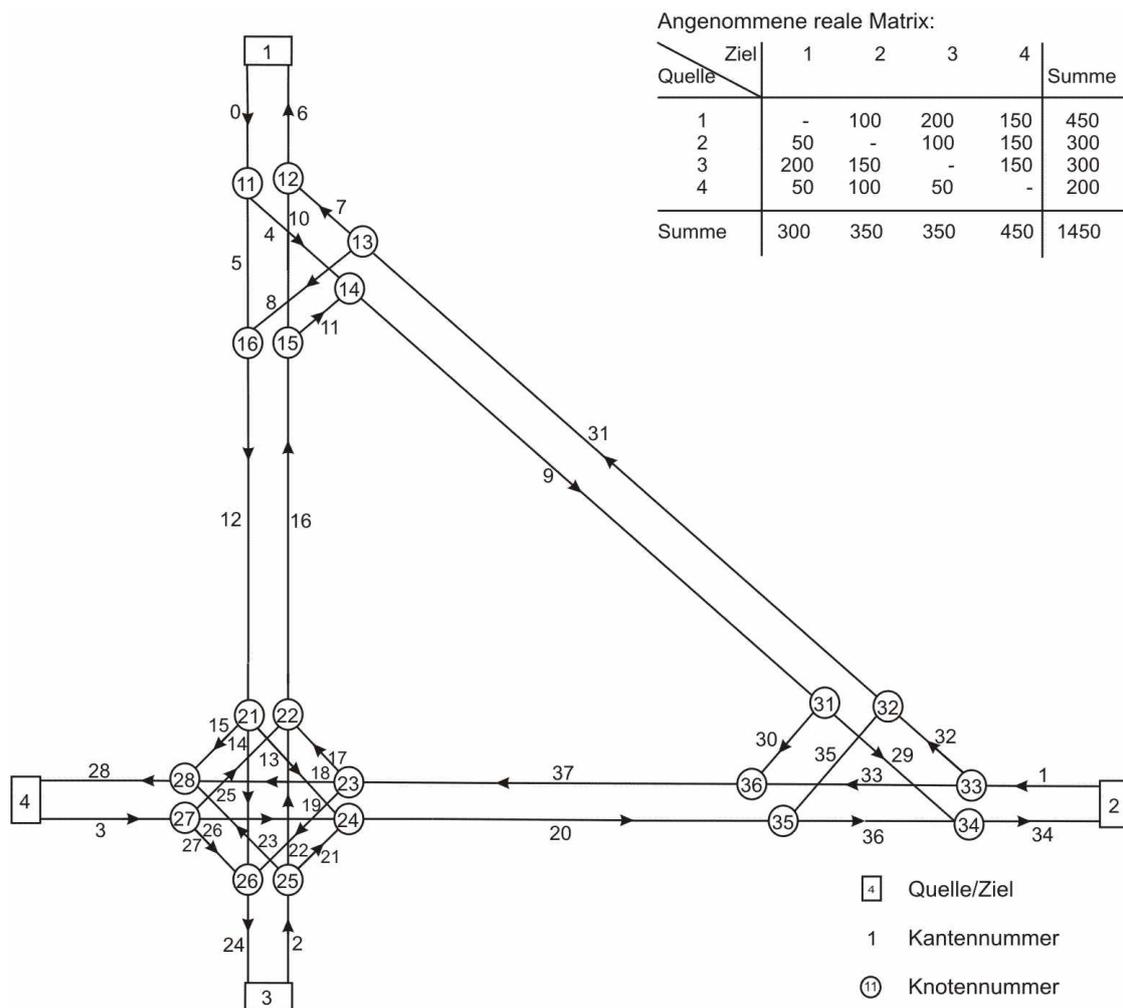


Bild 5.2: Untersuchungsnetz 1

5.3 Szenarien

Die Analyse erfolgt anhand von fünf Szenarien:

- Szenario „Vollständige Informationen“ (S1-1): In diesem Fall wird die Verkehrsstärke an allen Kanten detektiert.
- Szenario „Streckenbelastungsinformationen“ (S1-2): Sowohl die Verkehrsstärke als auch die Quell- und Zielanbindungen werden nur auf den zuführenden Kanten detektiert.
- Szenario „Abbiegestrominformationen“ (S1-3): Im Gegensatz zu S1-2 wird die Verkehrsstärke nur an den abbiegenden Kanten detektiert.
- Szenario „Streckenbelastungsinformationen mit zusätzlichen Informationen der Kanten 18“ (1-4): Die Verkehrsstärke wird an den zuführenden Kanten und an abbiegender Kanten 18 detektiert, um die Auswirkung des Abbiegestroms auf die Schätzgüte zu untersuchen. Die Informationen von den Quell- und Zielanbindungen stehen in diesem Fall zur Verfügung.
- Szenario „Streckenbelastungsinformationen mit zusätzlichen Informationen der Kanten 17, 21 und 25“ (1-5): Die Verkehrsstärke wird sowohl an den zuführenden Kanten als auch an den abbiegenden Kanten 17, 21 und 25 detektiert. Die Informationen von den Quell- und Zielanbindungen bleiben in diesem Fall vorhanden.

5.4 Einfluss unpräziser und redundanter Informationen

In Tabelle 5.1 sind die Bewertungen der Qualität der Matrixschätzung für die einzelnen Szenarien aufgeführt. Dafür werden die in Abschnitt 2.3 definierten statistischen Kennwerte, der Korrelations-Koeffizient (KK), die Wurzel aus dem mittleren quadratischen Fehler (WMQF) und die Wurzel aus dem mittleren gewichteten quadratischen Fehler (WMGQF), betrachtet. Das Ergebnis zeigt auf, je mehr Informationen vorhanden sind, desto besser ist die Schätzgüte. Mit vollständigen präzisen Informationen kann die Matrix mit den beiden Modellen nachgebildet werden. Anhand des Vergleiches zwischen den Szenarien 1-2 und 1-4 wird ersichtlich, dass die Schätzgüte mit wenigen zusätzlichen Informationen auf den abbiegenden Kanten deutlich verbessert wird, da die genaueren Nebenbedingungen und die präzise Umlegungsfolge zu Verfügung stehen.

Eine Störung durch redundante Informationen von Abbiegeströmen besteht weder beim IM-Modell noch beim VIM-Modell, wenn alle Informationen der p_{ij}^a zu 100 Prozent richtig sind. Daher wird die Matrix in den Szenarien 1-1 und 1-3 der Tabellen 5.1 und 5.2 exakt wiederhergestellt. Bei unvollständiger Detektion bietet das IM-Modell in den Szenarien 1-2, 1-4 und 1-5 genauere Ergebnisse als das VIM-Modell. Insbesondere ist die Schätzgüte des VIM-Modells in allen Szenarien schlechter als die des IM-Modells, wenn Schätzfehler bezüglich der p_{ij}^a bestehen. Dies ist dadurch bedingt, dass sich der Schätzfehler der p_{ij}^a in der p_{ij}^a -ten Potenz von x^a kumuliert, aber nicht in der p_{ij}^a / p_{ij} -ten Potenz von x^a . Demnach hat ein Schätzfehler der p_{ij}^a im VIM-Modell eine größere Wirkung auf die Schätzgüte als im IM-Modell.

Tabelle 5.1: Bewertung der Auswirkung redundanter Informationen auf die Matrixschätzung bei Anwendung des IM-Modells am Untersuchungsnetz 1

Szenarien	Exakte p_{ij}^a			Geschätzte p_{ij}^a		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S1-1 „Vollständige Informationen“	1,0000	0,0000	0,0000	0,9985	3,4555	0,0315
S1-2 „Streckenbelastungsinformationen“	0,9187	20,4880	0,1790	0,9115	21,8133	0,1915
S1-3 „Abbiegestrominformationen“	1,0000	0,0000	0,0000	0,9921	8,1165	0,0815
S1-4 „S1-2 mit zusätzlichen Informationen von Kante 18“	0,9599	14,5379	0,1335	0,9421	17,7550	0,1600
S1-5 „S1-2 mit zusätzlichen Informationen von Kanten 17, 21 und 25“	0,9553	15,3365	0,1169	0,9446	17,4663	0,1338

Tabelle 5.2: Bewertung der Auswirkung redundanter Informationen auf die Matrixschätzung bei Anwendung des VIM-Modells am Untersuchungsnetz 1

Szenarien	Exakte p_{ij}^a			Geschätzte p_{ij}^a		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S1-1 „Vollständige Informationen“	1,0000	0,0000	0,0000	0,9978	3,7587	0,0358
S1-2 „Streckenbelastungsinformationen“	0,9157	20,8421	0,1738	0,8971	23,7095	0,1936
S1-3 „Abbiegestrominformationen“	1,0000	0,0000	0,0000	0,9884	8,7637	0,0868
S1-4 „S1-2 mit zusätzlichen Informationen von Kante 18“	0,9499	16,2229	0,1444	0,9002	23,3569	0,1911
S1-5 „S1-2 mit zusätzlichen Informationen von Kanten 17, 21 und 25“	0,9410	17,5559	0,1389	0,9236	20,7225	0,1561

5.5 Fazit

Anhand der Analyse unterschiedlicher Szenarien konnte dargestellt werden, dass das VIM-Modell durch redundante Informationen nicht beeinflusst wird. Dieses Ergebnis steht mit der Aussage von van Zuylen in Einklang, jedoch unter der Voraussetzung präziser Informationen von p_{ij}^a . Zugleich liefert das IM-Modell dasselbe Ergebnis, wenn vollständige und exakte Informationen von p_{ij}^a vorliegen. Mit den Schätzfehlern der p_{ij}^a verschlechtert sich die Schätzungsgüte des VIM-Modells und die Auswirkung redundanter Informationen auf die Schätzungsgüte wird ersichtlich. Damit wird deutlich, dass das IM-Modell eine bessere Schätzungsgüte liefert, wenn alle Informationen von p_{ij}^a vorliegen sind. Im Vergleich dazu setzt das verbesserte IM-Modell genauere Informationen der p_{ij}^a und Informationen über den Quell- und Zielverkehr voraus.

Aufgrund dieser Erkenntnisse, die zeigen, dass das IM-Modell unter den für die praktische Anwendung realistischen Randbedingungen ungenauer Routenwahlinformation die besseren Ergebnisse liefert, erscheint es sinnvoll, für die Matrixschätzung dieses Modell zu verwenden und zuvor redundante Informationen aus dem Netz zu eliminieren.

6 Entwicklung eines verbesserten Verfahrens auf Basis des IM-Modells

6.1 Vorgehen

Aufgrund der zuvor dargestellten Ergebnisse der Untersuchung redundanter Informationen wird deutlich, dass sowohl das IM-Modell, wie auch das VIM-Modell, mit unpräzisen Informationen durch redundante Informationen Schwierigkeiten haben, obwohl Ersteres eine präzisere Schätzgüte liefert als Letzteres. Mit zunehmender Verfügbarkeit von Verkehrsdaten wird das Problem redundanter Informationen in der Matrixschätzung größer, da es sehr wahrscheinlich ist, dass die relevanten Informationen auf den abbiegenden und den zuführenden Kanten gleichzeitig verwendet werden. Zur präzisen Matrixschätzung ist es daher dringend notwendig, die Informationen der p_{ij}^a zu ermitteln. In vielen Städten nimmt mit wachsender Anzahl der Fahrten und der Fahrzeuge die Netzbelastung zu, so dass das Routenwahlverhalten sowie die Verkehrsstärken abhängig von der Fahrtenmatrix sind. Damit können die benötigten Informationen der p_{ij}^a nicht mehr vorab exakt ermittelt werden.

In Hinsicht auf diese Probleme und die in Abschnitt 4.5 genannten Beschränkungen bei der Anwendung des Prinzips des Nutzeroptimums wird ein auf dem IM-Modell basierendes heuristisches Schätzverfahren entwickelt. Das Schema des entwickelten Schätzverfahrens ist in Bild 6.1 dargestellt. Insgesamt umfasst es das Umlegungs-, das Anteilsmatrixherstellungs-, und das Matrixschätzungsmodul, sowie das Eliminationsmodul redundanter Informationen. In Bezug auf das Umlegungsmodul werden drei Untermodule angewendet, um die Genauigkeit der Routenwahl bei unterschiedlichen Verkehrszuständen in Betracht zu ziehen. Jedes Modul wird einzeln in den folgenden Absätzen verdeutlicht.

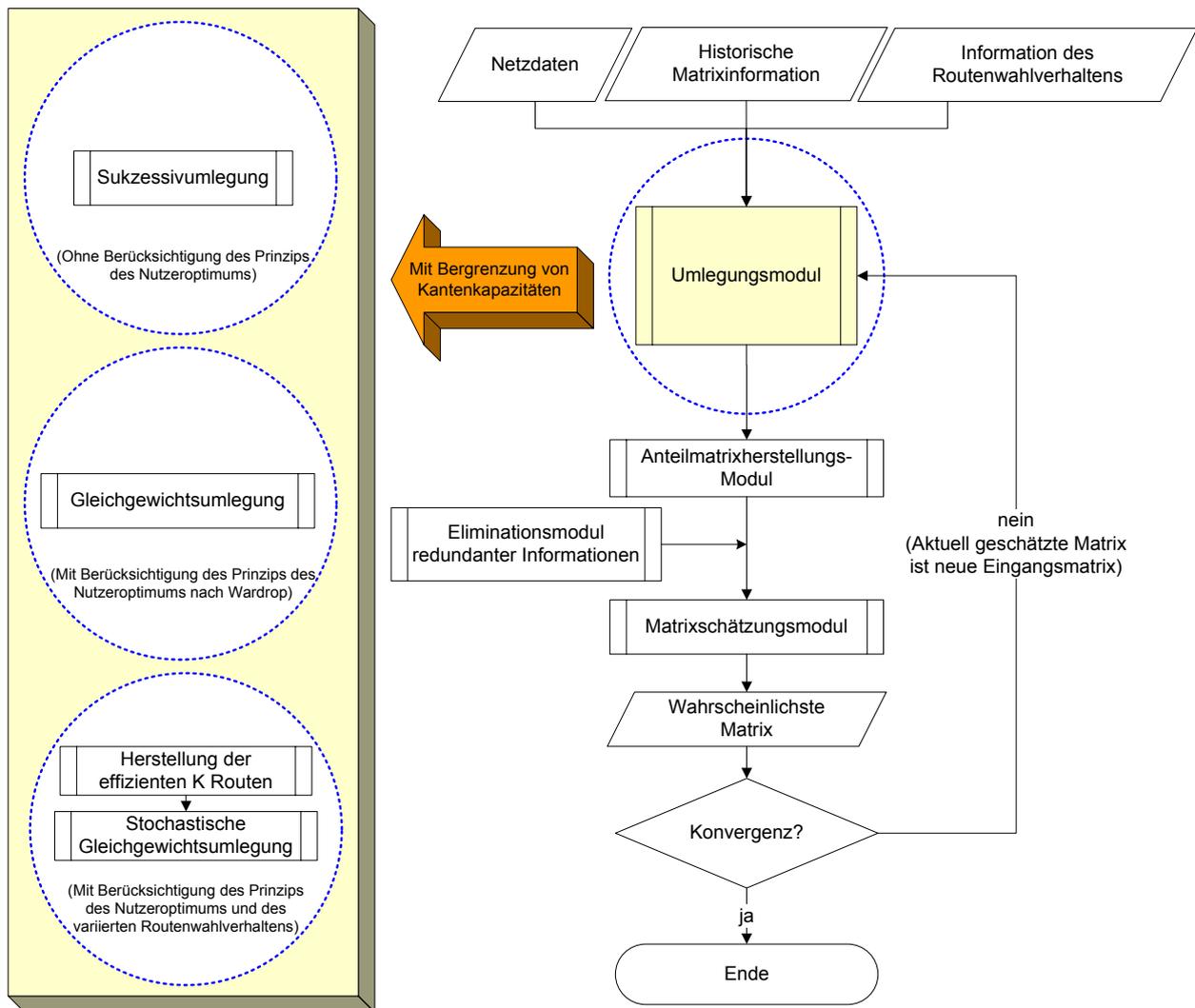


Bild 6.1: Rahmen des entwickelten heuristischen Verfahrens zur Matrixschätzung in Hinsicht auf die Störung redundanter Informationen und Verkehrszustände

6.2 Elimination redundanter Informationen

Wenn das Verhältnis zwischen den Informationen auf den Kanten linear ist, das heißt, dass die Informationen durch Addition oder Subtraktion bestimmt werden können, bestehen redundante Informationen im Netz. In der Regel können sie durch numerische Methoden, beispielsweise durch die Gaußsche Methode oder die Gram-Schmidt-Orthogonalization, eliminiert werden, wenn keine Informationen auf den abbiegenden Kanten betrachtet werden. Um die von Detektoren erfassten wertvollen Abbiegestrominformationen bei der Matrixschätzung verwenden zu können, sind oben genannte numerische Methoden nicht mehr geeignet, da die Beiträge der Informationen auf den zuführenden und auf den abbiegenden Kanten zur Matrixschätzung unterschiedlich sind. Wie in Abschnitt 5.1 erwähnt, liefern die Informationen auf den abbiegenden Kanten präzisere Nebenbedingungen als die auf den zuführenden Kanten. Folglich ist es unerlässlich, die Prioritätsregeln zur Elimination redundanter Informationen mit Einsatz der Abbiegestrominformationen zu entwickeln.

6.2.1 Prinzip

Da redundante Informationen aus dem linearen Verhältnis zwischen Kanten bestehen, basiert dieses Verfahren grundsätzlich auf der Struktur des Untersuchungsnetzes. Dementsprechend wird das in ein Knoten-Kanten-Modell umgewandelte Untersuchungsnetz in die zwei Gruppen „Dummy-Links“ und „Knotenpunkte“ unterteilt. Dabei behandelt die Gruppe „Dummy-Links“ die Kanten, auf denen die Informationen vollständig identisch mit denen auf ihren Nachbarkanten sind. Solche Kanten werden für eine realitätsnahe Netzdarstellung oder eine präzise Detektorstandortsdarstellung verwendet. Die Gruppe „Knotenpunkte“ beinhaltet die Knoten, die an abbiegenden und zuführenden Kanten anschließen. Gruppengemäß wird die Information auf jeder Kante bezüglich des Vorhandenseins der entsprechenden Verkehrsstärke, die als Nebenbedingung in das IM-Modell eingeht, überprüft. Prinzipiell werden die Kanten, auf denen die Verkehrsstärke gemessen wird, bevorzugt behandelt und die Informationen auf den abbiegenden Kanten werden belassen, wenn entsprechende Verkehrszählungen bestehen. Die redundanten Informationen der p_{ij}^a und der Verkehrszählungen werden daraufhin herausgenommen. Ferner werden die Verkehrsstärkeinformationen auf den redundanten Kanten als entsprechende Informationen auf den Nachbarkanten übernommen, wenn sie nicht vorhanden sind.

Ein Sonderfall redundanter Informationen liegt vor, wenn die Nullverkehrsstärke auf den Kanten auch zu dem Vorhandensein redundanter Informationen führt. Ist beispielweise die Verkehrsstärke auf Kante 8 in Bild 6.2 null, dann sind die Informationen auf Kante 4 identisch mit denen auf Kante 11. Demnach müssen die Informationen auf Kante 4 eliminiert werden. Insgesamt werden acht Regeln bezüglich einer allgemeinen Verkehrsnetzstruktur entwickelt.

Um einen Informationsverlust zu vermeiden, werden zuerst alle Informationen auf den Dummy-Links entfernt. Danach werden redundante Informationen zwischen den Abbiegeströmen und den zuführenden Kanten eliminiert. Abschließend werden die aus dem Sonderfall folgenden redundanten Informationen beseitigt.

Da dieses Verfahren eine Methode zur Elimination redundanter Informationen ist, wird es im Folgenden mit MERI bezeichnet.

6.2.2 Notation

Es sei $G = (N, A)$ ein Untersuchungsnetz mit I Verkehrsquellen und J Verkehrszielen, wobei $|I| = O$ die Größe vom Satz I , $|J| = D$ die Größe vom Satz J , $|N| = n$ die Größe vom Satz N von den Knoten und $|A| = AK$ die Größe vom Satz A von den Kanten ist. Dazu sei P der Satz der p_{ij}^a und \bar{Q} der Satz von der gemessenen Verkehrsstärke auf den Kanten \bar{q} . Die Größen

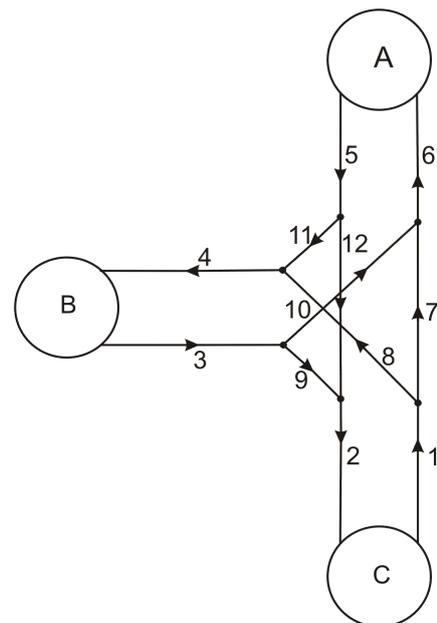


Bild 6.2: Beispielnetz 4

vom Satz P und von Satz \bar{Q} sind $AK \times O \times D$, AK entsprechend. Die Vektornotationen der oben erwähnten Sätze sind folgende:

- $I = \{i \mid i = 1, 2, \dots, O\}$
- $J = \{j \mid j = 1, 2, \dots, D\}$
- $N = \{n_{ni} \mid ni = 1, 2, \dots, n\}$
- $A = \{a_{ai} \mid ai = 1, 2, \dots, AK\}$
- $P = \{p_{ij}^{a_{ai}} \mid a_{ai} \in A; i \in I; j \in J\}$
- $\bar{Q} = \{\bar{q}^{a_{ai}} \mid ai = 1, 2, \dots, AK; \bar{q}^{a_{ai}} = -1, \text{ wenn Kante } a_{ai} \text{ mit keinem Detektor ausgerüstet ist.}\}$

6.2.3 Eliminationsregeln für Dummy-Links

Die Dummy-Links werden in drei Arten unterteilt. Die Erste ist ein Dummy-Link, der eine zuführende Kante ist und einer Kante folgt, die keine abbiegende Kante ist. Die Zweite ist ein Dummy-Link, der an eine abbiegende Kante anschließt. Die Letzte ist ein Dummy-Link, der mit einem Bezirk verknüpft ist und nicht an eine abbiegende Kante anschließt. Für jede Art wird eine entsprechende Regel entwickelt.

Regel 1 Prüfung des Vorhandenseins eines Dummy-Links zwischen zwei benachbarten zuführenden Kanten

Es sei $N1 = \{n_{ni} \mid ni = 1, 2, 3\}$,

$A1 = \{a_{ai} \mid ai = 1, 2\}$, $\bar{Q}1 = \{\bar{q}^{a_{ai}} \mid ai = 1, 2\}$ und

$P1 = \{p_{ij}^{a_{ai}} \mid ai = 1, 2; i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J\}$.

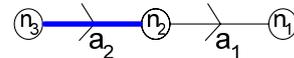


Bild 6.3: Struktur 1 der Gruppe „Dummy-Links“

Wenn Knoten n_2 nur an eine ausfahrende Kante a_1 und eine ankommende Kante a_2 anschließt, wird Kante a_2 als Dummy-Link, der in Bild 6.3 in Blau dargestellt ist, bezeichnet, da die Informationen auf Kanten a_1 und a_2 nach dem Prinzip der Stetigkeit des Verkehrsflusses identisch sind. Demnach werden alle Informationen der $p_{ij}^{a_{ai}}$ auf Kante a_2 entfernt. Wenn nur die Verkehrszählung auf Kante a_2 vorhanden ist, wird die Verkehrszählung des Dummy-Links auf die anschließende Kante a_1 übertragen, das heißt, $\bar{q}^{a_1} = \bar{q}^{a_2}$, und \bar{q}^{a_2} wird durch -1 ersetzt.

Regel 2 Prüfung des Vorhandenseins eines Dummy-Links zwischen zwei benachbarten abbiegenden Kanten

Es sei $N2 = \{n_{ni} \mid ni = 1, 2, 3, 4, 5\}$, $A2 = \{a_{ai} \mid ai = 1, 2, 3, 4\}$, $\bar{Q}2 = \{\bar{q}^{a_{ai}} \mid ai = 1, 2, 3, 4\}$ und

$P2 = \{p_{ij}^{a_{ai}} \mid ai = 1, 2, 3, 4; i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J\}$.

Wenn der Knoten n_2 an eine ausfahrende Kante a_1 und an eine ankommende Kante a_2 anschließt und der mit a_2 verbundene Knoten n_3 mit mehr als einer Kante, beziehungsweise a_2 , a_3 und a_4 , verknüpft ist, wird a_1 statt a_2 als Dummy-Link bestimmt (in Bild 6.3 in Blau dargestellt).

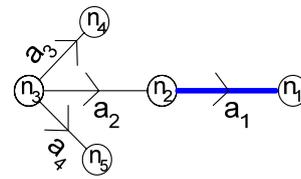


Bild 6.4: Struktur 2 der Gruppe „Dummy-Links“

Knoten n_3 ist ein Knotenpunkt und die Informationen auf Kante a_2 hängen von der ankommenden Kante von Knoten n_3 ab. Dieser Fall wird durch die Regeln 4 oder 5 behandelt. Wiederum werden die Informationen auf a_1 eliminiert. Die entsprechend verfügbare Verkehrszählung \bar{q}^{a_1} wird auf die benachbarte Kante a_2 , auf der die Verkehrszählung fehlt, übertragen und dann zu -1 gesetzt.

Regel 3 Prüfung des Vorhandenseins eines Dummy-Links bezüglich einer an einem Zielbezirk anschließenden Kante

Es sei $N3 = \{n_{ni} \mid ni = 1,2\}$,

$A3 = \{a_{ai} \mid ai = 1,2\}$, $\bar{Q}3 = \{\bar{q}^{a_{ai}} \mid ai = 1,2\}$

und $P3 = \{p_{ij}^{a_{ai}} \mid ai = 1,2; i = 1,2,..J; j = 1,2,..J\}$.

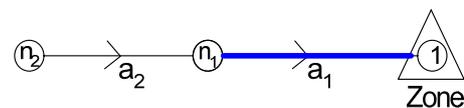


Bild 6.5: Struktur 3 der Gruppe „Dummy-Links“

Wenn der Knoten n_1 nur an die ankommende Kante a_2 und eine an einen Zielbezirk anschließende Kante a_1 anschließt, wird a_1 , als Dummy-Link, aus demselben in Regel 2 erwähnten Grund betrachtet. Kante a_2 wird danach durch Regel 7 behandelt. Falls die Verkehrszählung auf Kante a_2 fehlt, wird die vorhandene Verkehrszählung \bar{q}^{a_1} als \bar{q}^{a_2} übernommen und \bar{q}^{a_1} wird auf -1 gesetzt.

6.2.4 Eliminationsregeln für Knotenpunkte

Anhand der maßgebenden Knotenpunktarten und der möglichen Standorte der Detektoren werden sechs Arten der Gruppe „Knotenpunkte“ definiert. Die entsprechenden Regeln werden anhand des nachstehenden Beispiels verdeutlicht. Die orangefarbenen Kanten beinhalten die wichtigsten Informationen und werden unverändert berücksichtigt, wenn deren Kantenbelastung gemessen wird.

Die folgenden Regelnummern stehen in Zusammenhang mit denen in Abschnitt 6.3.3 erläuterten Regelnummern.

Regel 4 Prüfung des Vorhandenseins redundanter Informationen zwischen den abbiegenden Kanten und ihrer zuführenden Kante

Es sei $N4 = \{n_{ni} \mid ni = 1,2,3,4\}$, $A4 = \{a_{ai} \mid ai = 1,2,3\}$, $\bar{Q}4 = \{\bar{q}^{a_{ai}} \mid ai = 1,2,3\}$ und $P4 = \{p_{ij}^{a_{ai}} \mid ai = 1,2,3; i = 1,2,..I; j = 1,2,..J\}$.

Wenn sich der Knoten n_3 mit mehr als einer ausfahrenden Kante, beziehungsweise a_1 , a_2 , und mit einer ankommenden Kante a_3 verbindet, bestehen redundante Informationen wegen eines linearen Verhältnisses zwischen den Informationen auf a_1 , a_2 und a_3 . Welche Informationen eliminiert werden sollen, werden anhand der folgenden Zustände entschieden.

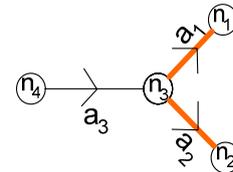


Bild 6.6: Struktur 1 der Gruppe „Knotenpunkte“

- ① Ist eine Verkehrszählung \bar{q}^{a_1} oder \bar{q}^{a_2} verfügbar, werden alle Informationen von $p_{ij}^{a_1}$ oder von $p_{ij}^{a_2}$ von denen der zuführenden Kante a_3 abgezogen. Ebenso wird die entsprechende Verkehrsstärke von der Verkehrsstärke der zuführenden Kante abgezogen, wenn diese vorhanden ist. Wenn dies nicht gilt, werden die entsprechenden $p_{ij}^{a_1}$ oder $p_{ij}^{a_2}$ zu 0 gesetzt.
- ② Ist eine Verkehrszählung \bar{q}^{a_1} oder \bar{q}^{a_2} nicht vorhanden, werden alle Informationen von $p_{ij}^{a_1}$ oder $p_{ij}^{a_2}$ eliminiert.

Regel 5 Prüfung des Vorhandenseins redundanter Informationen zwischen den abbiegenden Kanten und ihren zuführenden Kanten

Es sei $N5a = \{n_{ni} \mid ni = 1,2,3,4,5,6\}$, $A5a = \{a_{ai} \mid ai = 1,2,3,4,5\}$, $\bar{Q}5a = \{\bar{q}^{a_{ai}} \mid ai = 1,2,3,4,5\}$ und $P5a = \{p_{ij}^{a_{ai}} \mid ai = 1,2,3,4,5; i = 1,2,..I; j = 1,2,..J\}$.



Bild 6.7: Struktur 2 der Gruppe „Knotenpunkte“

Die in Bild 6.7 (a) dargestellte Struktur kann, wie in Bild 6.7 (b) dargestellt, in zwei Teile aufgelöst werden. Demnach sei

$N5b = \{n_{ni} \mid ni = 1,2,3,4,7\}$, $A5b = \{a_{ai} \mid ai = 1,2,3,6\}$, $\bar{Q}5b = \{\bar{q}^{a_{ai}} \mid ai = 1,2,3,6\}$ und $P5b = \{p_{ij}^{a_{ai}} \mid ai = 1,2,3,6; i = 1,2,..I; j = 1,2,..J\}$.

Hierbei werden nur die Informationen auf den Kanten a_1 , a_2 , a_3 und a_6 nach Regel 5 auf Überflüssigkeit geprüft. Anhand Regel 5 werden jeweils die Informationen auf den Kanten a_4 und a_5 mit den Informationen auf den an Knoten n_5 und n_6 anschließenden Kanten betrachtet.

Regel 6 Prüfung des Vorhandenseins redundanter Informationen zwischen zwei nebenliegenden Knotenpunkten

Es sei $N1 = \{n_{ni} \mid ni = 1, 2, 3\}$, $A1 = \{a_{ai} \mid ai = 1, 2\}$, $\bar{Q}1 = \{\bar{q}^{a_{ai}} \mid ai = 1, 2\}$ und

$P1 = \{p_{ij}^{a_{ai}} \mid ai = 1, 2; i = 1, 2, \dots, J; j = 1, 2, \dots, J\}$.

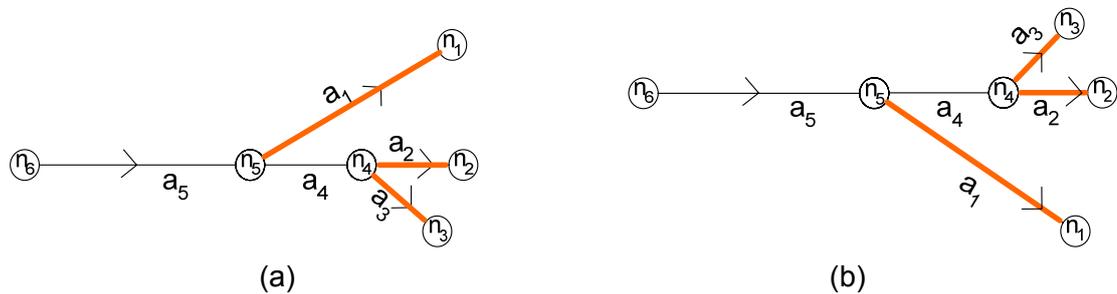


Bild 6.8: Struktur 3 der Gruppe „Knotenpunkte“

Wegen der Detektorlage zur Erfassung der Links- oder Rechtsabbiegeströme ist es möglich, dass die Strukturen (a) und (b) in einem modellierten Netz bestehen. In beiden Fällen können redundante Informationen nicht durch Regel 5 vollständig entfernt werden. Zum Beispiel: Wenn die Informationen auf den Kanten a_2 , a_3 und a_4 zuerst behandelt werden, werden alle Informationen auf Kante a_4 mit der Verfügbarkeit der Verkehrszählungen \bar{q}^{a_2} und \bar{q}^{a_3} entfernt. Demnach scheint es, dass keine redundanten Informationen zwischen den Kanten a_4 und a_5 nach Regel 4 bestehen und die Informationen auf Kante a_5 bleiben weiter bestehen. Die Informationen auf Kanten a_2 und a_3 werden doppelt betrachtet. Weiterhin kann sich ein Informationsverlust ergeben, da alle Eliminationsregeln nicht gleichzeitig mit allen Kanten und Knoten durchgeführt werden. Demzufolge basieren die entsprechenden Eliminationsregeln grundsätzlich auf der Regel 4, welche zusätzlich durch die zwei folgenden Regeln ergänzt wird.

➔ In ① der Regel 4 werden nicht nur die Informationen auf Kante a_4 , sondern auch die auf Kante a_5 in gleicher Weise behandelt.

➔ In ② der Regel 4 werden die Informationen von p_{ij}^a auf den Kanten, an denen die Verkehrszählungen fehlen, von denen der zuführenden Kante a_5 abgezogen, bevor sie zu 0 gesetzt werden.

Regel 7 Prüfung des Vorhandenseins redundanter Informationen zwischen der mit einem Zielbezirk anschließenden Kante und ihren ankommenden abbiegenden Kanten

Es sei $N7 = \{n_{ni} \mid ni = 1, 2, 3\}$,

$A7 = \{a_{ai} \mid ai = 1, 2, 3\}$,

$\bar{Q}7 = \{\bar{q}^{a_{ai}} \mid ai = 1, 2, 3\}$ und

$P7 = \{p_{ij}^{a_{ai}} \mid ai = 1, 2, 3; i = 1, 2, \dots, l; j = 1\}$.

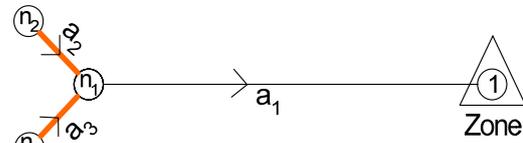


Bild 6.9: Struktur 4 der Gruppe „Knotenpunkte“

Wie in Bild 6.9 dargestellt, verknüpft sich Knoten n_1 mit einer an einem Zielbezirk anschließenden Kante a_1 und mit mehreren ankommenden Kanten. In diesem Fall bestehen redundante Informationen wegen des linearen Verhältnisses zwischen den Informationen auf den Kanten a_1 , a_2 und a_3 . Basierend auf der Verfügbarkeit der Verkehrszählungen werden die entsprechenden Eliminationsregeln wie folgt beschrieben:

- ① Ist die Verkehrszählung \bar{q}^{a_2} oder \bar{q}^{a_3} verfügbar, werden alle Informationen von $p_{ij}^{a_2}$ oder von $p_{ij}^{a_3}$ von denen der ausfahrenden Kante a_1 abgezogen, ebenso wie die entsprechende Verkehrsstärke von der Verkehrszählung der ausfahrenden Kante, wenn diese vorhanden ist. Wenn dies nicht gilt, werden die entsprechenden $p_{ij}^{a_2}$ oder $p_{ij}^{a_3}$ durch 0 ersetzt.
- ② Ist die Verkehrszählung \bar{q}^{a_1} oder \bar{q}^{a_2} nicht vorhanden, werden alle Informationen von $p_{ij}^{a_1}$ oder $p_{ij}^{a_2}$ eliminiert.

6.2.5 Eliminationsregeln für den Sonderfall der Nullverkehrsstärke an den Kanten

In der Regel soll der Fall der Nullverkehrsstärke an Kanten nicht auftreten, da ein Verkehrsnetz sowie ein Straßenraum entsprechend der Verkehrsnachfrage aufgebaut werden und alle Kanten in einem Untersuchungsnetz verwendet werden sollen. Dennoch kann es passieren, dass der Betrachtungszeitraum einer Schätzung der Herkunft- und Zielbeziehungen kürzer ist als der geplante oder nicht dem geplanten entspricht. Beispielsweise werden manche Fahrstreifen für Ansprüche am Wochenende oder in einer bestimmten Saison entworfen und nicht werktags genutzt. Damit ergibt sich eine Nullverkehrsstärke auf den Kanten im Falle einer nicht mit den oben erwähnten Zeiträumen passenden Matrixschätzung. In diesem Fall werden die benachbarten Kanten der mit Nullverkehrsstärke belasteten Kanten überprüft und die redundanten Informationen der p_{ij}^a und der Verkehrsstärken entfernt.

6.2.6 Anwendung in der Praxis

Die Eliminationsregeln sind bezüglich des möglichen Auftretens redundanter Informationen verfeinert worden. Dementsprechend entsteht ein hoher Rechenaufwand, wenn das Untersuchungsnetz groß ist. Eine schnellere Prüfung kann auf folgende Weise erreicht werden:

- Bei der Codierung werden Dummy-Links definiert. Die benachbarten zuführenden Kanten sowie abbiegenden Kanten werden mit einem zusätzlichen Attribut, beispielsweise D für

Dummy-Links, DZ für ihre benachbarten zuführenden Kanten, A für abbiegende Kanten und Z für die nicht mit den Dummy-Links anschließenden zuführenden Kanten, belegt und die entsprechenden Kantennummern hinzugefügt. Ferner werden die Knotenpunkte anhand der oben erwähnten Strukturen jeweils mit einem Attribut versehen. Die gemessenen Verkehrsstärkeinformationen an Dummy-Links werden direkt von den benachbarten zuführenden Kanten übernommen. Alle Informationen werden danach entfernt.

- Des Weiteren werden die Informationen auf abbiegenden Kanten bei der Prüfung der Knotenpunkte zunächst hilfswise gespeichert. Die oben erwähnten Eliminationsregeln werden nur an den Kanten, deren Verkehrszählungen vorhanden sind, und ihren benachbarten Kanten durchgeführt. Die Informationen auf den nicht geprüften Kanten werden dann eliminiert.

6.3 Genauigkeitserhöhung der Anteilsmatrix

Das Verhältnis zwischen Verkehrsstärke und Routenwahlverhalten ist bereits seit langem Forschungsgegenstand, woraus eine Vielzahl von Umlegungsverfahren entstanden ist. Anhand der in Kapitel 4 dargestellten Verfahren kommen drei Umlegungsverfahren bezüglich der Verkehrszustände in der Realität im Schätzverfahren zur Anwendung. Das Sukzessivverfahren wird bei einem Verkehrszustand ohne Berücksichtigung des Prinzips des Nutzeroptimums verwendet. Daher wird es zur Matrixschätzung mit entsprechender Verkehrsstärke im Untersuchungsnetz angewendet, wobei die Verkehrsstärke und das Routenwahlverhalten der Fahrer noch mit der Fahrtenmatrix in Zusammenhang stehen. Wenn ein Netz hoch belastet oder überbelastet ist, kommt entweder die Gleichgewichts- oder die stochastische Gleichgewichtsumlegung zur Anwendung. Dabei wird bei der Gleichgewichtsumlegung angenommen, dass alle Fahrer vollständiges Wissen über den Verkehrszustand haben und alle genutzten Routen die günstigsten sind. Demgegenüber zieht die Anwendung der stochastischen Gleichgewichtsumlegung die Zeitwahrnehmung der Fahrer am Befahren einer Route in Betracht und ein Verkehrsgleichgewichtszustand entsteht. Daher wird die Genauigkeit der Anteilsmatrix durch die genaue und realitätsnahe Schätzung des Routenwahlverhaltens erhöht.

Bei der Anwendung der stochastischen Gleichgewichtsumlegung kommt das C-Logit-Modell zur realistischen Bestimmung der Routenwahlwahrscheinlichkeiten zur Anwendung. Dazu wird ein Ähnlichkeitsfaktor (CF) berechnet, um den Überlappungsgrad der effizienten Routen jeder Verkehrsbeziehung zu berücksichtigen. Wie in Abschnitt 4.4 erwähnt, ist die Einheit des CF in der Regel beliebig, weshalb in dieser Arbeit, als Einheit des CF, die Reisezeit verwendet wird. Dies liegt daran, dass die Reisezeit bei Fahrern prinzipiell den wichtigsten Entscheidungsfaktor bei der Routenwahl darstellt und den betrachteten Verkehrszustand widerspiegelt.

Zusätzlich werden weitere Nebenbedingungen zur Begrenzung der Kantenkapazitäten in Gleichgewichts- und stochastischen Gleichgewichtsumlegung angewendet, so dass keine Kanten überlastet werden. Als negative Bewertung wird eine zusätzliche Reisezeit, die sich auf die Verzögerungszeit des Staus bezieht, in der Routensuche berücksichtigt, wenn eine Kante überlastet ist. Somit wird das Umlegungsergebnis realitätsnah. Dafür kommt das Lagrange'sche Verfahren zum Einsatz. Die entsprechende Lagrange'sche Funktion wird als

$$\min L(z(Q), \bar{\beta}) = z(Q) + \sum_a \bar{\beta}^a [q^a - cap^a], \quad \forall q^a \in Q, \quad (6-1)$$

beschrieben. Wobei sich die $z(Q)$ auf die originale Zielfunktion in der Gleichgewichts- und der stochastischen Gleichgewichtsumlegung beziehen und β^a der Lagrange'scher Multiplikator der Kante a ist. β^a wird anhand

$$\beta^{a^{l+1}} = \begin{cases} \beta^{a^l} + \lambda [c^{a^l}(q^a) - c^{a^l}(cap^a)], & \text{wenn } q^{a^l} > cap^a, \\ 0 & \text{, wenn } q^{a^l} \leq cap^a, \end{cases} \quad \forall a, 0 < \lambda < 1 \quad (6-2)$$

in jeder Iteration fortgeschrieben. Die entsprechenden Lösungsalgorithmen umfassen folgende Schritte:

Schritt 0 Initialisierung

$l = 0$ sei die Anzahl der Iterationen und alle Lagrange'schen Multiplikatoren $\beta^{a^0} = 0$.

Schritt 1 Routensuche und Bestimmung der Kantenbelastungen

Die aktuellen β^{a^l} aller Kanten werden bei der Bestimmung der Routenreisezeiten bei der Routensuche berücksichtigt. Die entsprechenden Algorithmen zur Routensuche und zur Ermittlung der Kantenbelastungen sind in den Abschnitten 4.3 und 4.4 erläutert. Wenn die jeweils aktuell bestimmte Kantenbelastung größer als die entsprechende Kantenkapazität ist, ist zu Schritt 2 überzugehen. Ansonsten gelten die aktuellen Kantenbelastungen als Lösung.

Schritt 2 Aktualisierung

Mit den aktuell bestimmten Kantenbelastungen werden alle β^{a^l} anhand Gleichung (6-2) fortgeschrieben. Die Anzahl der Iterationen wird um 1 inkrementiert und zu Schritt 1 zurückgegangen.

6.4 Bestimmung des effizienten Routensatzes

Ein realitätsnahes Umlegungsverfahren erzielt einen Genauigkeitserfolg der Anteilsmatrix und die Schätzgüte der Matrixschätzung wird damit ebenso verbessert. Bei der Anwendung der Sukzessiv- und der Gleichgewichtsumlegung wird so lange der günstige Weg als effiziente Route gesucht, bis entweder die gesamte Matrix auf das Untersuchungsnetz umgelegt ist oder bis ein Gleichgewichtszustand erreicht ist. Daher ist das vorab Wissen der effizienten Routen in diesen zwei Umlegungsverfahren nicht dringend erforderlich, anders jedoch bei der stochastischen Gleichgewichtsumlegung mit dem C-Logit-Modell. Dies liegt darin begründet, dass das C-Logit-Modell zu einem MNL-Umlegungsverfahren, das eine abgeschlossene Analysestruktur hat, gehört. Ohne das Wissen effizienter Routen kann eine bestimmte Matrix nicht anhand eines MNL-Verteilungsverhältnisses auf die Routen umgelegt werden.

Effiziente Routen sind so lange durch iterative Routensuche zu suchen, bis keine neuen gefunden werden, wie entsprechend dem PFE. Es ist jedoch möglich, dass eine effiziente Route wegen eines kleinen Reisezeitunterschiedes nicht berücksichtigt wird. Dabei ist die Vollständigkeit des effizienten Routensatzes bei der Anwendung der auf der Logitverteilung basierenden Modelle sehr bedeutsam. Eine fehlende effiziente Route führt zu irrtümlichen Routenwahlwahr-

scheinlichkeiten. Demzufolge ist es wesentlich, durch differenziertes Nachvollziehen des Fahrerhaltens effiziente Routen zu bestimmen.

Wie in Abschnitt 4.1.2 erwähnt, bedingt sich eine Routenwahlentscheidung durch vielerlei Faktoren, wobei die wesentliche Kenngröße die Reisezeit ist. Daher ist es schwierig, den effizienten Routensatz durch Betrachtung aller möglichen Kombinationen der Entscheidungsfaktoren zu bestimmen. Obwohl man bei Verwendung der eingeschränkten K-Routensuche-Methode entsprechende Routenwahlbedingungen einbeziehen kann, ändern sich die effizienten Routen wieder bei Änderung der Routenwahlbedingungen. Infolgedessen ist eine Voruntersuchung zur Bestimmung der Routenwahlbedingungen erforderlich. Darüber hinaus stellt sich die Frage nach der Gewichtung aller Bedingungen.

Die Bestimmung effizienter Routen kann durch eine Befragung zur Routenwahl erleichtert werden. In Arbeiten von Jansen und Den Adel [1987] und von Matschke [2007] wurde herausgefunden, dass die Anzahl der hauptsächlich genutzten Routen drei bis vier ist. Trotzdem steht die Anzahl genutzter Routen mit der Netzstruktur in Zusammenhang und ein effizienter Routensatz kann nicht nur anhand einer bestimmten Anzahl effizienter Routen herzustellen werden. Es ist folgerichtig anzunehmen, dass eine Abweichungsgrenze der menschlichen Wahrnehmung der Reisezeit zwischen Routenvarianten und der schnellsten Route besteht, wobei die Reisezeit als wesentlicher Faktor der Routenwahl angesehen wird und mit den menschlichen Wahrnehmungen und Empfindungen durch Außenstimulierungen verbunden ist. Eine Abweichungsgrenze der Reisezeit kann dann durch Befragungen der Routenwahl ermittelt und der effiziente Routensatz kann dadurch definiert werden.

Basierend auf der Befragung von Borgmann [2006] werden in dieser Arbeit die Reisezeitabweichungen zwischen Routenvarianten, nämlich der schnellsten und der kürzesten Routen, untersucht. Die Abweichungsinformationen der Routenvarianten aller Probanden sind in Anhang 7 dargestellt. Da Informationen über die schnellsten und kürzesten Routen nicht vorhanden sind, werden sie anhand der elektronischen Karte City-Select-Europe-v7 [GARMIN Ltd., 2004] durch die elektronische Kartensoftware MapSource [GARMIN Ltd., 1999-2006] hergestellt. Die Reisezeiten und Entfernungen aller Routen werden auf Basis der Reisezeiten, die in City-Select-Europe-v7 durch vordefinierte durchschnittliche Straßengeschwindigkeiten hinzugelegt sind, bestimmt. Zwei Beispiele sind in Bild 6.10 und 6.11 dargestellt und verdeutlichen die gravierenden Routenunterschiede.

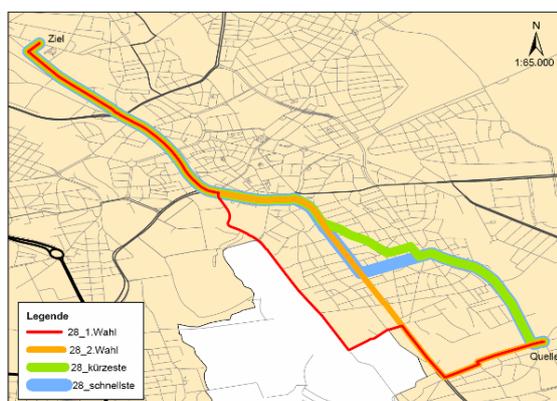


Bild 6.10: Beispiel der Routenvarianten des 28. Probanden

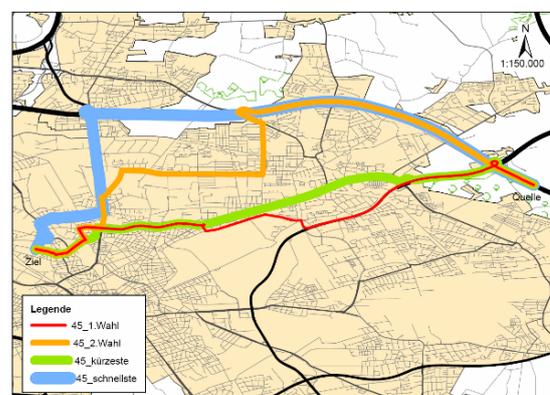


Bild 6.11: Beispiel der Routenvarianten des 45. Probanden

Weiterhin ist Bild 6.12 zu entnehmen, wie die Reisezeiten der kürzesten Route und der 1. Wahl von den Reisezeiten der schnellsten Routen abweichen.

Bei 50 Prozent der Probanden ist die Reisezeitabweichung (RA) zwischen schnellster und kürzester geringer als 5 Prozent. Je höher die RA steigt, desto weniger Probanden sind betroffen. Bei 95 Prozent der Probanden liegt die Abweichung innerhalb von 30 Prozent der RA. Im Vergleich dazu ergeben sich bei 95 Prozent aller Probanden RA innerhalb 30 Prozent zwischen schnellster Route und 1. Wahl. Davon sind 60 beziehungsweise knapp 70 Prozent jeweils mit einer RA, die geringer als 5 beziehungsweise 10 Prozent liegt. Bild 6.12 zeigt auch die Routenwahlvorliebe für die günstige und die schnellste Route.

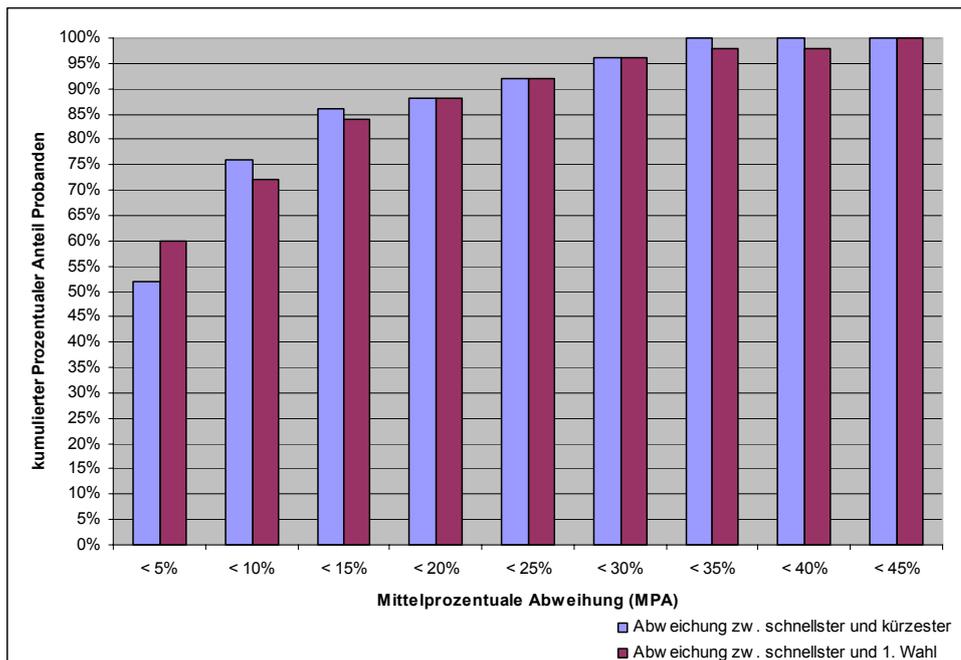


Bild 6.12: Verteilung der prozentualen Reisezeitabweichung zwischen schnellster, kürzester und 1. Wahl-Route

Bei den Zahlenangaben in Tabelle 6.1 handelt es sich um die Verteilung der RA zwischen den schnellsten Routen und den jeweiligen Routenvarianten. Es wird ersichtlich, dass sich die Verteilung der RA zwischen schnellster und 1. Wahl-Route konzentriert. Dabei liegen 82 Prozent der RA unter 15 Prozent und 58 Prozent unter 5 Prozent. Im Vergleich dazu besteht eine ähnliche, aber wenig divergierende Tendenz bei der Verteilung der RA zwischen schnellster und 2. Wahl-Route. Die Tendenz der Verteilung der RA zwischen schnellster und 3. Wahl-Route ist nicht klar definiert. Der Grund dafür könnte in der geringen Stichprobenanzahl von neun liegen. Entsprechend ist die RA (5,43 Prozent) zwischen schnellster und 4. Wahl-Route nicht repräsentativ mit nur einem Probanden. Im Allgemeinen ist die mittlere prozentuale RA (MPRA) zwischen schnellster, 1. Wahl-, 2. Wahl- und 3. Wahl-Route jeweils 8,61 Prozent, 11,64 Prozent und 20,92 Prozent und die gesamte MPRA beträgt 10,71 Prozent.

Tabelle 6.1: Reisezeitabweichung des auf den MIV bezogenen Berufsverkehrs von unterschiedlichen Stadtteilen in Hannover zur Leibniz Universität Hannover

Abweichung	Schnellste gegen 1.Wahl-Route		Schnellste gegen 2.Wahl-Route		Schnellste gegen 3.Wahl-Route		Schnellste gegen 4. Wahl-Route	
	Anzahl	Prozent	Anzahl	Prozent	Anzahl	Prozent	Anzahl	Prozent
0-5%	29	58%	9	38%	3	43%	0	0%
5%-10%	6	12%	5	21%	1	14%	1	100%
10%-15%	6	12%	4	17%	0	0%	0	0%
15%-20%	2	4%	1	4%	1	14%	0	0%
20%-25%	2	4%	1	4%	0	0%	0	0%
25%-30%	2	4%	3	13%	3	43%	0	0%
30%-35%	1	2%	1	4%	0	0%	0	0%
35%-40%	0	0%	1	4%	0	0%	0	0%
40%-45%	1	2%	0	0%	0	0%	0	0%
45%-50%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
> 50%	1	2%	0	0%	1	14%	0	0%
Summe / (MPRA*)	50	(8,61%)	25	(11,64%)	9	(20,92%)	1	(5,43%)
Überarbeitete MPRA**	-	7,26%	-	10,28%	-	11,96%	-	-

*: prozentuale mittlere Abweichung; **: Extremwerte von 3 Probanden wurden entfernt.

Aus statistischen Gründen wurden die Extremwerte der Befragungsdaten entfernt. Die Tendenz der entsprechenden Verteilungen ändert sich nicht deutlich außer in der Abweichung zwischen 25 Prozent und 30 Prozent, in der die Abweichung von 43 Prozent auf 29 Prozent zwischen schnellster und 3. Wahl-Route sinkt. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Bild 6.13 dargestellt. Die MPRA zwischen schnellster, 1. Wahl-, 2. Wahl- und 3. Wahl-Route beträgt jeweils 7,26 Prozent, 10,28 Prozent und 11,96 Prozent und die gesamte MPRA macht 8,56 Prozent aus. Somit wird ein Maximum in Höhe von 12 Prozent als Abweichung der Reisezeit zur Herstellung eines effizienten Routensatzes für den Berufsverkehr der Leibniz Universität Hannover in Hannover empfohlen.

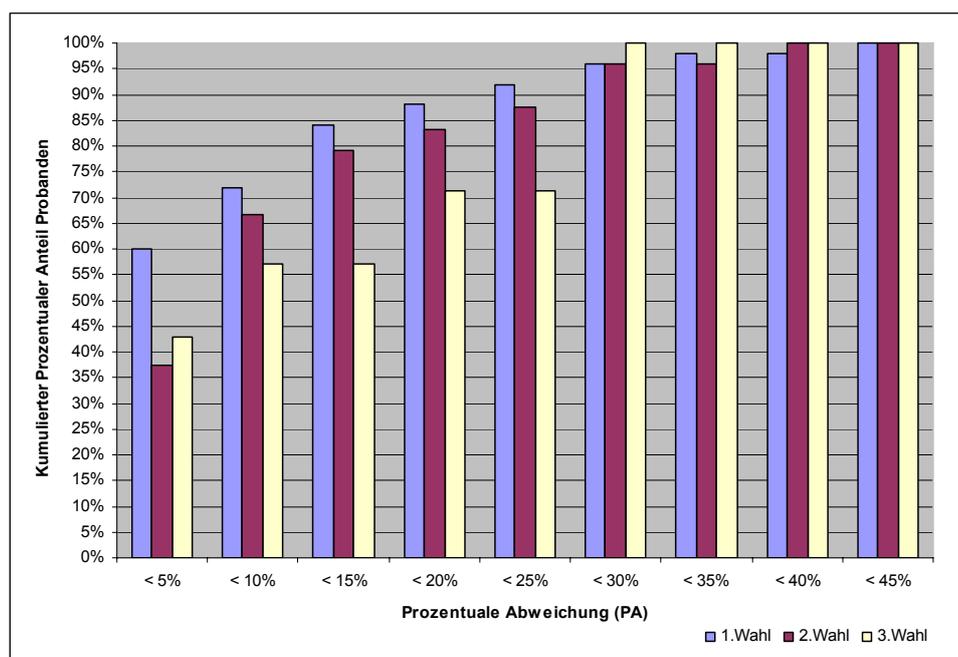


Bild 6.13: Prozentuale Verteilung der Reisezeitabweichung der Routenvarianten ohne Extremwerte der Befragungsdaten

Da der Reisezweck einen Einfluss auf die Routenwahl sowie die Reisezeitabweichung hat, ist es erforderlich, dass die Abweichung der Reisezeit anhand des Untersuchungsnetzes und der Nachfrage durch das oben erwähnte Verfahren bestimmt wird.

6.5 Bestimmung der Anteilsmatrix

Durch die Umlegung wird der Strom jeder Verkehrsbeziehung auf die gefundenen günstigen beziehungsweise effizienten Routen verteilt. Dabei wird der Fahrtenanteil jeder Verkehrsbeziehung über jede Kante bestimmt und die Anteilsmatrix erzeugt. Da sich die Algorithmen der Sukzessiv-, Gleichgewichts- und stochastischen Gleichgewichtsumlegung voneinander unterscheiden, weicht die Bestimmung jeweils voneinander ab.

6.5.1 Bestimmung der Anteilsmatrix bei Verwendung einer Sukzessivumlegung

In bestimmten Scheiben wird eine Matrix im Sukzessivverfahren umgelegt. In jeder Schreibe wird der vom Nutzer definierte Stromanteil jeder Verkehrsbeziehung auf das Untersuchungsnetz umgelegt. Der Fahrtenanteil der jeweiligen Verkehrsbeziehung an jeder Kante besteht aus dem Anteil der entsprechend in jeder Stufe umgelegten Ströme. Ansonsten werden die Fahrtenanteile zu 0 gesetzt. Die entsprechende Anteilsmatrix wird dadurch bestimmt, dass die Fahrtenanteile der jeweiligen Verkehrsbeziehung auf gleichen Kanten in allen Scheiben der Umlegung addiert werden.

6.5.2 Bestimmung der Anteilsmatrix bei Verwendung einer Gleichgewichtsumlegung

Im Gegensatz zur Sukzessivumlegung ist die Bestimmung der Anteilsmatrix bei der Gleichgewichtsumlegung komplizierter und mit mehr Rechenaufwand verbunden, da zusätzliche Hilfsparameter zur Gleichgewichtsumlegung notwendig sind. Alle Hilfs- und geschätzten Kantenbelastungen werden entsprechend der Verkehrsbeziehungen protokolliert. Die Schritte zur Bestimmung werden anhand der in Abschnitt 4.3 erwähnten Algorithmen im Folgenden verdeutlicht.

Schritt 0 Initialisierung

Es sei $q[ij][a]$ und $q_hilfe[ij][a]$ eine Kantenbelastungs- und eine Hilfskantenbelastungsmatrix bezüglich der Verkehrsbeziehung ij und der Kante a . α sei die Änderungsgröße des Frank-Wolfe-Verfahrens und wird in jeder Iteration anhand einer gegebenen Genauigkeitstoleranz geschätzt. ℓ sei die Anzahl der Iteration. Bei der Anwendung des Gradient-Projektion-Verfahrens sei $pl[k][a]$ beziehungsweise $pod[k][ij]$ eine Routen-Kanten- beziehungsweise eine Routen-Verkehrsbeziehungen-Zugehörigkeitsmatrix und $h[k]$ eine Routenbelastungsmatrix.

Schritt 1 Protokollierung notwendiger Informationen

Anhand der Umlegungsfolge werden die Hilfs- und die geschätzten Kantenbelastungen bezüglich aller Verkehrsbeziehungen in jeder Iteration in den Matrizen q_hilfe und q protokolliert und in jeder Iteration fortgeschrieben. Zusätzlich wird das Verhältnis zwischen günstigen Routen, Kanten und Verkehrsbeziehungen bei der Anwendung des Gradient-Projektion-Verfahrens mit 1 oder 0 in jeder Iteration in den Matrizen pl und pod gespeichert. Dabei steht „1“ für ein bestehendes Verhältnis zwi-

schen einer bestimmten Route, einer bestimmte Kante und einer bestimmten Verkehrsbeziehung. Besteht solch ein Verhältnis nicht, wird es zu „0“ gesetzt. Die geschätzten Routenbelastungen werden in die Matrix h geschrieben.

Schritt 2 Berechnung aller Kantenbelastungen bezüglich der Verkehrsbeziehungen

Anhand der Protokollierung werden alle Kantenbelastungen durch das Frank-Wolfe-Verfahren mit

$$q^{\ell+1}[ij][a] = q^{\ell}[ij][a] + \alpha^{\ell} \cdot (q_hilf^{\ell}[ij][a] - q^{\ell}[ij][a]) \quad (6-3)$$

fortgeschrieben. Bei Anwendung des Gradient-Projektion-Verfahrens werden alle Kantenbelastungen bezüglich jeder Verkehrsbeziehung mit

$$q^{\ell}[ij][a] = \sum_{k \in K_{ij}} pl[k][a] \cdot pod[k][ij] \cdot h^{\ell}[k] \quad (6-4)$$

ermittelt.

Schritt 3 Berechnung der Fahrtenanteile jeweiliger Verkehrsbeziehungen über alle Kanten

Wird der Gleichgewichtszustand erreicht, werden die entsprechenden Fahrtenanteile beziehungsweise die Elemente der Anteilsmatrix mit

$$p[a][ij] = \frac{q[ij][a]}{f[ij]} \quad (6-5)$$

bestimmt.

6.5.3 Bestimmung der Anteilsmatrix bei Verwendung einer stochastischen Gleichgewichtsumlegung

In dieser Arbeit wird bei der stochastischen Gleichgewichtsumlegung das C-Logit-Modell verwendet. Anhand des in Abschnitt 4.4 beschriebenen Algorithmus sind Hilfsparameter wie bei der Gleichgewichtsumlegung erforderlich. Die entsprechenden Arbeitsschritte beinhalten:

Schritt 0 Initialisierung

Es sei $h[k]$ und $h_hilf[k]$ eine Routenbelastungs- und eine Hilfsroutenbelastungsmatrix. $q[ij][a]$ sei eine Kantenbelastungsmatrix, $pl[k][a]$ und $pod[k][ij]$ jeweils eine Routen-Kanten- beziehungsweise eine Routen-Verkehrsbeziehungen-Zugehörigkeitsmatrix. ℓ sei die Anzahl der Iterationen.

Schritt 1 Protokollierung notwendiger Informationen

Wie in Abschnitt 6.6.2 Schritt 1 erklärt, werden die Hilfs- und die geschätzten Routenbelastungen in den Matrizen $h_hilf[k]$ und $h[k]$ gespeichert und $h[k]$ wird mit

$$h^{\ell+1}[k] = h^{\ell}[k] + \left(\frac{1}{\ell}\right)(h_hilf^{\ell}[k] - h^{\ell}[k]) \quad (6-6)$$

in jeder Iteration fortgeschrieben.

Schritt 2 Berechnung aller Kantenbelastungen bezüglich der Verkehrsbeziehungen

Die Kantenbelastungen jeder Iteration werden anhand der geschätzten Routenbelastungen nach Gleichung (6-4) ermittelt.

Schritt 3 Berechnung der Fahrtenanteile jeweiliger Verkehrsbeziehungen an allen Kanten

Nach Erreichen eines stochastischen Gleichgewichtszustands werden die Fahrtenanteile aller Verkehrsbeziehungen an allen Kanten beziehungsweise die Anteilsmatrix anhand Gleichung (6-5) bestimmt.

6.6 Abbruchkriterien

Wie in Abschnitt 6.1 erläutert, wird die Lösung einer Matrixschätzung mit Hilfe von Verkehrszählung durch einen iterativen Prozess vollzogen. Es ist erforderlich, annehmbare Fehlertoleranzen zur Konvergenzprüfung einer Lösung fortzusetzen. Drei Abbruchkriterien werden jeweils für das gesamte Schätzverfahren, das Umlegungsverfahren und das IM-Modell definiert und im Folgenden verdeutlicht.

- *diff_WMQF*: Dieses Kriterium bezieht sich auf den Unterschied zwischen den geschätzten Matrizen in der Iteration ℓ und $\ell + 1$. Da die Soll-Matrix in der Praxis nicht vorhanden ist, wird dieses Kriterium als Abbruchkriterium des gesamten Schätzverfahrens verwendet. Je kleiner *diff_WMQF* ist, desto stabiler ist die geschätzte Matrix und desto konvergenter die Lösung.
- *um_bruch*: Dieses Kriterium wird in der stochastischen Gleichgewichtsumlegung, sowohl bei Verwendung des Frank-Wolfe-Verfahrens als des Gradient-Projektion-Verfahrens, benötigt. Es bezeichnet das Verhältnis zwischen dem Unterschied der Kantenbelastungen in der Iteration ℓ und $\ell + 1$ und der Kantenbelastung in der Iteration $\ell + 1$:

$$um_bruch^a = \frac{|\hat{q}^{a^{\ell+1}} - \hat{q}^{a^\ell}|}{\hat{q}^{a^{\ell+1}}}$$

Ist der Wert von *um_bruch* aller Kanten 0, bedeutet es, dass sich alle Kantenbelastungen nicht mehr ändern und der Gleichgewichtszustand erreicht ist. In dieser Arbeit wird 0,001 als maximaler Wert eingesetzt. Wenn der Wert von *um_bruch* auf der jeweiligen Kante größer als 0,001 ist, wird das Umlegungsverfahren wiederholt.

- *bruch*: Es handelt sich um das Verhältnis zwischen den geschätzten und den gemessenen Kantenbelastungen und findet im IM-Modell Anwendung. Je näher der Absolutwert von *bruch* an eins liegt, desto genauer ist die Schätzung der Kantenbelastung. Die Wertentscheidung von *bruch* steht in der Regel in Zusammenhang mit der Qualität der Verkehrszählungen und der Größe des Untersuchungsnetzes. Mit ungenauen Verkehrszählungen und vielen Kantenbelastungsbedingungen führt ein auf höchster Ebene eingesetzter *bruch* zu einer schlechten Schätzgüte. Eine Ober- und eine Untergrenze von *bruch* sind erforderlich. Ist *bruch* jeweils größer oder kleiner als die vordefinierte Ober- beziehungsweise Untergrenze, wird das entsprechende Matrixschätzungsmodell erneut angewendet. Da das in dieser Arbeit verwendete Dreiecknetz klein ist, wird ein Wert von 1,05 beziehungsweise 0,95 als Ober- beziehungsweise Untergrenze angenommen. Für das größere Netz, das ein Teil des Stadtteils List von Hannover und in Abschnitt 7.1.2 dargestellt wird, wird ein Wert von 1,1 und von 0,90 verwendet.

Zur Vermeidung einer endlosen iterativen Durchführung des Schätzverfahrens kommen noch vier in Zusammenhang mit den oben erwähnten drei Abbruchkriterien stehende Maßstäbe zur Anwendung:

- *optiter* : Maximale Anzahl der Iterationen des gesamten Schätzverfahrens.
- *UE_niter* : Maximale Anzahl der Iterationen der Gleichgewichtsumlegung.
- *SUE_niter* : Maximale Anzahl der Iterationen der stochastischen Gleichgewichtsumlegung.
- *IM_niter* : Maximale Anzahl der Iterationen des IM-Modells.

Die Werte aller oben erwähnten Kriterien sollen vom Nutzer entsprechend seines Untersuchungsziels definiert werden. Bei der Sukzessivumlegung ist kein Abbruchkriterium erforderlich, da kein Gleichgewichtszustand in diesem Verfahren hergestellt wird. Es wird nach Erfüllung der definierten Umlegungsscheiben beendet.

7 Bewertung des entwickelten Schätzverfahrens

Das entwickelte und in Kapitel 6 erläuterte Schätzverfahren mit Berücksichtigung durch Störung auf Grund redundanter Informationen und unterschiedlicher Verkehrszustände wurde in der Programmiersprache C implementiert. Um die Leistungsfähigkeit zu bestimmen, wurde ein zusätzliches mit dem VIM-Modell und den unterschiedlichen Umlegungsmodellen eingesetztes Schätzverfahren abgebildet.

Zunächst wird die Auswirkung der entwickelten Eliminationsregeln auf die Matrixschätzung geprüft. Anschließend wird die Schätzgüte des mit MERI verbundenen IM-Modells (IM-MERI-Modell) in Zusammenhang mit unterschiedlichen Umlegungsmodellen zur realitätsnahen Anpassung des Fahrerverhaltens betrachtet. Die entsprechenden Bewertungen werden mit den in Kapitel 2 beschriebenen statistischen Kennwerte und an dem in Kapitel 5 angewendeten Untersuchungsnetz 1 sowie an einem größeren Netz, als Untersuchungsnetz 2 bezeichnet, durchgeführt.

7.1 Wirkung der entwickelten Eliminationsregeln

Zur genauen Ermittlung der Wirkung der entwickelten MERI auf die Matrixschätzung wird die Anteilsmatrix mit der angenommenen tatsächlichen Matrix unter Verwendung einer Sukzessivumlegung bestimmt. Es kommen zehn Scheiben bei der Sukzessivumlegung zur Anwendung. Eine Auswirkung der Schätzfehler der Anteilsmatrix auf die Matrixschätzung wird dadurch verhindert. Aus demselben Grund werden vorhandene Verkehrszählungen als die entsprechenden Kantenkapazitäten angewendet. Wenn die Werte der vorhandenen Verkehrszählungen in den Untersuchungsnetzen 1 und 2 jeweils kleiner als 10 Kfz/h beziehungsweise 80 Kfz/h sind, werden die entsprechenden Kantenkapazitäten auf das 1,5-Fache der Verkehrszählungen festgelegt. Daher sind die Widerstände solcher Kanten stärker und ergeben bei der Umlegung eine geringere Verkehrsstärke. Zugleich wird ein überlasteter Verkehrszustand vermieden.

Mit der abgeleiteten Anteilsmatrix kommt eine Einheitsmatrix als historische Matrix an den beiden Untersuchungsnetzen zum Einsatz, das heißt, die Wirkung der Gewichtungen zwischen den Matrixelementen wird ebenfalls ausgeschlossen. Dadurch können die Wirkungen der MERI bestimmt werden.

7.1.1 Untersuchungsnetz 1

Die Untersuchungen am Untersuchungsnetz 1 in Tabelle 7.1 zeigen, dass mit der geschätzten Anteilsmatrix in allen Szenarien bessere Ergebnisse mit dem IM-MERI-Modell erzielt werden können als mit dem VIM-Modell. Da das Netz klein ist, ist der Korrelationskoeffizient in allen Szenarien größer als 0,90. Die Ergebnisse zeigen, je mehr Informationen zur Verfügung stehen, desto besser ist die Schätzgüte. Es zeigt sich, dass sich die Schätzfehler der Anteilsmatrix deutlich auf die Schätzgüte auswirken, obwohl mehr Informationen vorhanden sind. Daher ist die Schätzgüte in Szenario S1-5 schlechter als die in Szenario S1-4. Es wird auch ersichtlich, dass ein Unterschied in der Wichtigkeit der Informationen besteht. So ist der Schätzgüteunterschied zwischen den Szenarien S1-2 und S1-4 bei dem IM-MERI-Modell deutlich, wobei nur die Informationen an der Kante 18 ergänzt wurden. Der klare Unterschied zwischen den Ergebnissen in den Szenarien S1-1 und S1-3 liegt daran, dass die Kantenkapazitäten durch die Ersetzung mit Verkehrszählungen präziser beschränkt werden. Ferner zeigt sich, dass die Schätzgüte bezüglich des Szenarios S1-3 in Tabelle 7.1 etwas schlechter als die in Tabelle 5.1. Der Grund liegt darin, dass sich die Gewichtungen der Schätzfehler von p_{ij}^a nach der Elimination redundanter Informationen ändern.

Tabelle 7.1: Auswirkung von MERI auf die Matrixschätzung am Untersuchungsnetz 1

Szenarien	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S1-1 „Vollständige Informationen“	0,9978	3,7587	0,0358	0,9986	3,1657	0,0292
S1-2 „Streckenbelastungsinformationen“	0,8971	23,7095	0,1936	0,9187	20,5700	0,1782
S1-3 „Abbiegestrominformationen“	0,9884	8,7637	0,0868	0,9915	8,1867	0,0822
S1-4 „S1-2 mit zusätzlichen Informationen von Kante 18“	0,9002	23,3569	0,1911	0,9555	15,3935	0,1435
S1-5 „S1-2 mit zusätzlichen Informationen von Kanten 17, 21 und 25“	0,9236	20,7225	0,1561	0,9489	16,4527	0,1288

7.1.2 Untersuchungsnetz 2

Das zweite Untersuchungsnetz besteht aus einem realistischen Teilnetz des Stadtteils List von Hannover. Die Netzstruktur, die Datenvorbereitung, die entwickelten Szenarien und die Schätzergebnisse werden im Folgenden dargestellt.

Anhand der realen Straßennetzstruktur und der aktuellen Standorte der Detektoren wurde das Teilnetz in ein Knoten-Kanten-Modell umgewandelt. Dabei wurden lediglich die Hauptverkehrsstrassen und die wichtigsten Sammelstrassen abgebildet und einige kleine Änderungen vorgenommen, um den Anforderungen der Matrixschätzung besser gerecht zu werden. Das modifizierte Netz ist in Bild 7.1 dargestellt, wobei die Knotenpunkte aufgelöst wurden, um die in der Realität detektierten Abbiegebeziehungen nachbilden zu können. Insgesamt besteht dieses Netz aus 22 Bezirken und 398 Kanten. Davon sind jeweils 22 Kanten Quell- oder Ziellanbindungen und von den verbleibenden Kanten wird die Verkehrsstärke auf 79 Kanten, die als strichpunktierte Linien in Bild 7.1 dargestellt sind, detektiert.

Die zugrunde liegende Matrix wurde von der 24h-Gesamtmatrix der Stadt Hannover herausgeschnitten und überarbeitet. Um das Netz realitätsnah zu gestalten, wurden einige Bezirke ergänzt und die Verkehrsstärke auf einzelnen Relationen erhöht. Daher können realistische Ver-

hältnisse widergespiegelt werden. Die ermittelte Ausgangsmatrix umfasst rund 58.000 Fahrten am Tag.

Im Gegensatz zum zuvor genannten Untersuchungsnetz 1 wurden im Untersuchungsnetz 2 reale Informationen über die Kantenbelastungen verwendet. Um die Leistungsfähigkeit des IM-MERI- und des VIM-Modells zu prüfen und zu vergleichen, wurden anhand einer Sukzessivumlegung mit zehn UmlegungsScheiben die Kantenbelastungen bestimmt.

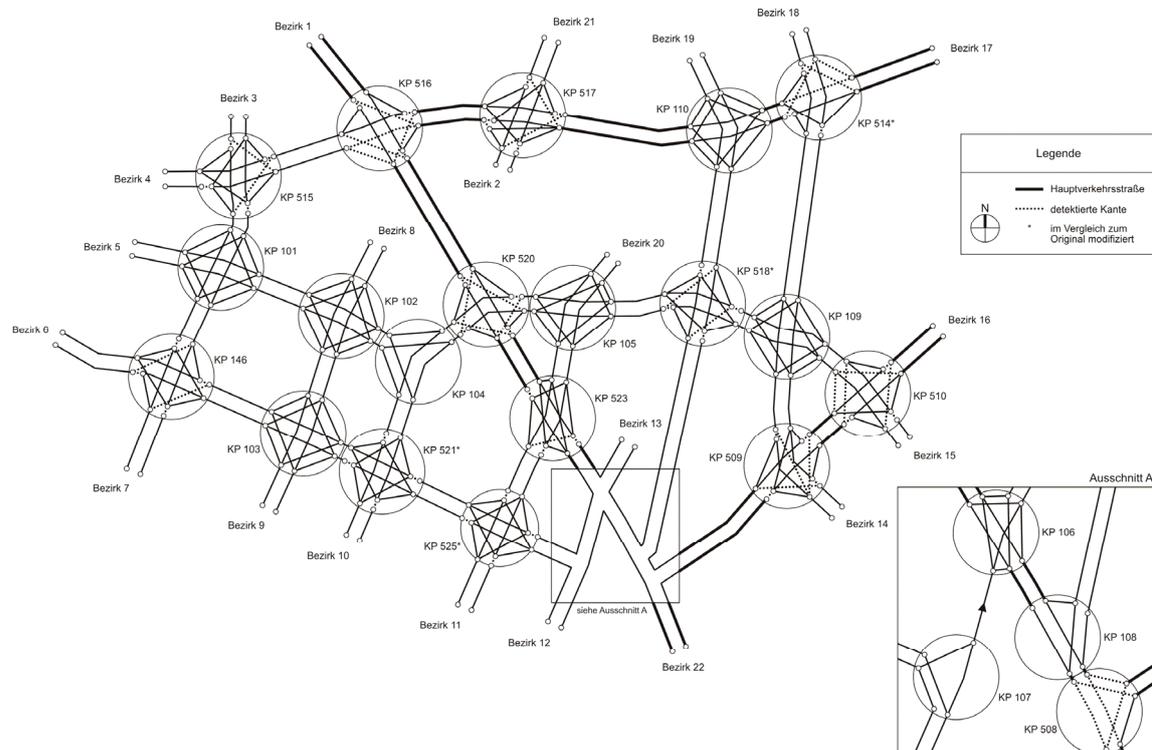


Bild 7.1: Untersuchungsnetz 2

Die analysierten Szenarien sind folgende:

- Szenario „Vollständige Informationen“ (S2-1): In diesem Fall liegen die Informationen über Verkehrsstärken an allen Kanten vor, so dass Informationen an 398 Kanten verfügbar sind, wobei die Verkehrsstärke an 16 Kanten Null ist.
- Szenario „Streckenbelastungsinformationen“ (S2-2): Die Verkehrsstärke wird in diesem Fall nur an den zuführenden Kanten detektiert. Es stehen auch die Informationen des Quell- und des Zielverkehrs zur Verfügung. Insgesamt sind 154 Verkehrsstärkeinformationen vorhanden.
- Szenario „Abbiegestrominformationen“ (S2-3): Die Verkehrsstärke wird hierbei nur an den abbiegenden Kanten erfasst. Somit stehen die Verkehrsstärkeinformationen an 228 Kanten zur Verfügung, davon ist die Verkehrsstärke an 16 Kanten Null.
- Szenario „Kantenbelastungsinformationen auf den mit Detektoren ausgerüsteten Kanten“ (S2-4): Die Verkehrsstärke wird auf 79 Kanten, die in der Realität mit einem Detektor ausgerüstet sind, detektiert. Mit den Informationen des Quell- und des Zielverkehrs sind 121 Verkehrsstärkeinformationen vorhanden.

Die Ergebnisse aller Szenarien, in Tabelle 7.2 dargestellt, bestätigen die Aussagen vom Untersuchungsnetz 1, dass das IM-MERI-Modell präzisere Schätzergebnisse als das VIM-Modell liefert. Da dieses Netz größer als das Untersuchungsnetz 1 ist und keine historischen Matrixin-

formationen vorhanden sind, ist die Schätzgüte deutlich schlechter als die am Untersuchungsnetz 1. Beim VIM-Modell ist der Korrelationskoeffizient (KK) in allen Fällen größer als 0,86 und steigt auf 0,90 an, wenn zusätzlich Abbiegestrominformationen vorhanden sind, wie in den Szenarien S2-1, S2-3 und S2-4. Im Vergleich dazu ist der Korrelationskoeffizient beim mit MERI erweiterten IM-Modell höher als 0,88 und steigt mit zunehmenden Informationen auf 0,92 an. Außerdem zeigen die Untersuchungen, dass die Schätzgüte bei alleiniger Verwendung von Abbiegeströmen besser ist, als wenn nur Kantenbelastungen verwendet werden. Es kann aber auch eine hohe Schätzgüte erreicht werden, wenn nur teilweise Abbiegeströme und Kantenbelastungen berücksichtigt werden, wie zum Beispiel in Szenario S2-4. Weiterhin ist in den Szenarien S2-1 und S2-3 erkennbar, dass die Auswirkung redundanter Informationen durch die entwickelte MERI beseitigt wird.

Tabelle 7.2: Auswirkung von MERI auf die Matrixschätzung am Untersuchungsnetz 2

Szenarien	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S2-1	0,9043	289,8568	1,3951	0,9257	255,4774	1,2351
S2-2	0,8617	356,4794	2,0567	0,8857	314,9563	2,2859
S2-3	0,9020	294,8788	1,3105	0,9257	255,4774	1,2351
S2-4	0,9046	294,3172	1,4195	0,9234	258,8290	1,5599

7.2 IM-MERI-Modell bezüglich verschiedener Verkehrszustände

Anhand der zuvor analysierten positiven Auswirkung der entwickelten MERI auf die Matrixschätzung wird die Leistungsfähigkeit des IM-MERI-Modells in Zusammenhang mit unterschiedlichen Verkehrszuständen, besonders bei hoher Verkehrsstärke, untersucht. Hierbei wird die Anteilsmatrix anhand der aktuell geschätzten Matrix in jeder Iteration der Matrixschätzung fortgeschrieben. Zur Bestimmung von Kantenbelastungen, als reale Zählwerte, bei verschiedenen Verkehrszuständen werden die angenommenen Untersuchungsmatrizen jeweils durch drei Umlenkmuster auf dem Netz verteilt. Positive Wirkung historischer Matrixinformationen auf die Schätzgüte der Matrixschätzung ist in der Literatur bereits nachgewiesen, wie zum Beispiel in Williams [1981]. In dieser Arbeit wird eine Einheitsmatrix als historische Matrix verwendet, um den Fokus auf die Wirkung der Eliminationsregeln zu richten. Da Kantenbelastungen bei einem hoch belasteten Netz eng mit den Reisekosten beziehungsweise Widerstandsfunktionen an den Kanten in Zusammenhang stehen, führt die Änderung der Kantenkapazitäten und der Kanteneigenschaften zu einer inkonsistenten Umlenkmusterfolge, das heißt, bei verschiedenen Kantenkapazitäten werden variierte Verkehrsflussbilder des Gleichgewichtszustands geformt. Daher ergeben sich keine Änderungen der Kantenwiderstände bei der Gleichgewichtsumlegung und der stochastischen Gleichgewichtsumlegung.

7.2.1 Umlegung mit der Sukzessivumlegung

Die Anzahl der Scheiben der Sukzessivumlegung wird auf zehn gesetzt. An den zwei Untersuchungsnetzen zeigen die Ergebnisse (siehe Tabellen 7.3 und 7.4), dass ohne die Kenntnis der historischen Fahrtenmatrix und der Anteilsmatrix das IM-MERI-Modell durch den iterativen Änderungsprozess bei der Matrixschätzung in allen Szenarien eine bessere Schätzgüte als das VIM-Modell liefert. Die Gründe dafür liegen in dem Einfluss redundanter Informationen und der Schätzfehler der Anteilsmatrix begründet. In den Szenarien S1-2, S1-4 und S2-2 ist der Unter-

schied der Schätzgüte zwischen dem IM-MERI-Modell und dem VIM-Modell am deutlichsten. Es ist ersichtlich, dass die Auswirkung redundanter Informationen deutlich ist, wenn sich das Untersuchungsnetz vergrößert. Daher ist beim VIM-Modell die Schätzgüte mit vollständigen Informationen (Szenario S2-1) deutlich schlechter als die mit Abbiegestrominformationen (Szenario S2-3), obwohl der Gesamtinhalt dieser zwei Informationsgruppen gleich ist. Im Gegensatz dazu liefert das IM-Modell mit den entwickelten Eliminationsregeln die gleiche Schätzgüte in den Szenarien S2-1 und S2-3. Wiederum zeigt sich, dass eine kombinierte Nutzung der Informationen an den zuführenden und abbiegenden Kanten (Szenario S2-4) eine bessere Schätzgüte im Vergleich zu dem Fall, dass vollständige Informationen an zuführenden Kanten (Szenario S2-2) vorhanden sind, liefert.

Tabelle 7.3: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der Sukzessivumlegung am Untersuchungsnetz 1

Szenarien*	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S1-1	0,9907	8,0537	0,0801	0,9918	7,8072	0,0800
S1-2	0,7737	45,9164	0,3759	0,8942	25,2334	0,2254
S1-3	0,9875	11,6808	0,1013	0,9918	7,8072	0,0800
S1-4	0,4974	73,3292	0,5833	0,9235	21,9037	0,1985
S1-5	0,8939	26,7484	0,2107	0,9169	23,7333	0,1901

Tabelle 7.4: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der Sukzessivumlegung am Untersuchungsnetz 2

Szenarien*	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S2-1	0,9446	221,6519	2,0867	0,9506	209,3258	2,0222
S2-2	0,7685	445,5492	3,4226	0,8617	341,7950	2,6068
S2-3	0,9501	210,5418	1,9800	0,9506	209,3258	2,0222
S2-4	0,9266	253,1453	2,7393	0,9287	252,0471	2,5493

7.2.2 Umlegung mit der Gleichgewichtsumlegung

Die Untersuchungen bei der Anwendung des Frank-Wolfe-Verfahrens zeigen, dass die Schätzgüte des IM-MERI-Modells in allen Szenarien besser als die des VIM-Modells am Untersuchungsnetz 1 ist und die Matrix sehr gut nachvollzogen werden kann, insbesondere dann, wenn die Informationen vollständig sind. Die entsprechenden Ergebnisse stützen die zuvor gemachten Aussagen. Die ungleichen Ergebnisse bei den Szenarien S1-1 und S1-2 zeigen, dass das VIM-Modell unter redundanten Informationen leidet. Für das größere Untersuchungsnetz 2 sind die Ergebnisse in Tabelle 7.6 dargestellt.

* S1-1: Vollständige Informationen; S1-2: Streckenbelastungsinformationen; S1-3: Abbiegestrominformationen; S1-5: S1-2 mit zusätzlichen Informationen von Kanten 17, 21 und 25; S1-4: S1-2 mit zusätzlichen Informationen von Kante 18.

▼ S2-1: Vollständige Informationen; S2-2: Streckenbelastungsinformationen; S2-3: Abbiegestrominformationen; S2-4: Kantenbelastungsinformationen auf den mit Detektoren ausgerüsteten Kanten und Verkehrsstärkeinformationen des Quell- und des Zielverkehrs.

Deutlich zeigt sich bei der Analyse, dass der Schätzprozess sowohl beim VIM-Modell als auch beim IM-MERI-Modell nicht konvergiert. Die endgültigen Matrizen wurden in allen Szenarien dann abgeleitet, wenn entweder die vordefinierte maximale Anzahl der Iterationen erreicht oder das Abbruchkriterium erfüllt war. Somit stellt sich die Frage der Zuverlässigkeit der endgültigen Matrix bei Anwendung des Frank-Wolfe-Verfahrens. Auf das Konvergenzproblem mit dem Frank-Wolfe-Verfahren wird detailliert in Abschnitt 7.3.1 eingegangen.

Tabelle 7.5: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das FW-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 1

Szenarien	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S1-1	0,9996	1,7245	0,0132	0,9997	1,4031	0,0112
S1-2	0,9154	20,8981	0,1733	0,9171	20,6821	0,1774
S1-3	0,9997	1,4560	0,0114	0,9997	1,4031	0,0112
S1-4	0,8673	26,0878	0,2097	0,9100	21,5290	0,1498
S1-5	0,9399	17,3767	0,1379	0,9541	15,5398	0,1192

Tabelle 7.6: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das FW-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 2

Szenarien	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S2-1	0,9673	172,0427	0,9300	0,9927	82,3468	0,6783
S2-2	0,9662	173,3614	1,1403	0,9838	121,1148	0,9186
S2-3	0,9733	154,9147	0,8774	0,9927	82,3468	0,6783
S2-4	0,9637	180,5384	1,1815	0,9769	144,0189	1,0671

Bei der mit dem Gradient-Projektions-Verfahren eingesetzten Gleichgewichtsumlegung zeigen die Ergebnisse, die in Tabelle 7.7 dargestellt sind, dass ohne die Kenntnis der historischen Matrix und der Anteilsmatrix die gesuchte Matrix nur bei einer geeigneten Festlegung des Änderungsfaktorswerts v_{GP} am Untersuchungsnetz 1 gut bestimmt werden kann. Die Resultate entsprechen den oben erwähnten Aussagen der Leistungsfähigkeit des IM-MERI-Modells. Es ist dennoch ersichtlich, dass sich, wie beim Frank-Wolfe-Verfahren, in Szenario S1-4 im Vergleich zu Szenario S1-2 eine schlechtere Schätzgüte ergibt. Eine mögliche Ursache dafür ist, dass die geschätzten Anteilsmatrixinformationen an Kante 18 der entsprechenden Verkehrszählung nicht entsprechen. Dadurch verschlechtert sich die Schätzgüte.

Tabelle 7.7: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das GP-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 1 ($v_{GP}=0,35$)

Szenarien	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S1-1	0,9827	10,7429	0,0823	0,9961	4,6532	0,0355
S1-2	0,8947	23,2296	0,1901	0,9042	22,1604	0,1870
S1-3	0,9135	27,5369	0,2111	0,9961	4,6532	0,0355
S1-4	0,6712	43,1908	0,3366	0,7245	38,6179	0,3030
S1-5	0,9136	21,2220	0,1655	0,9365	18,2071	0,1397

Darüber hinaus stellt sich eine deutlich schlechte Schätzgüte bei beiden Modellen ein, wenn v_{GP} nicht adäquat eingestellt wird, wie die Schätzergebnisse in Tabellen 7.8 und 7.9 verdeutlichen. Dies ist begründet, dass die Kanten- und Routenbelastungen im Gleichgewichtszustand nicht eindeutig sind. Daher können unterschiedliche Werte des Änderungsfaktors zu verschiedenen Anteilsmatrizen und Lösungsmatrizen führen. Entsprechend der Gleichung (4-7) ist verständlich, dass Änderungsgrößen der Routenbelastungen in jeder Iteration nicht linear fortgeschrieben werden, da die Reisekosten (Reisezeiten und Verzögerungszeiten) in jeder Iteration nach der 1. Ableitung der Kantenwiderstandsfunktion ermittelt werden. Dazu werden die Änderungsgrößen der Routenbelastung einer bestimmten Verkehrsbeziehung mit einem vom Nutzer vordefinierten Änderungsfaktor verändert. Die Änderung der v_{GP} führt zu unterschiedlichen Anteilsmatrizen. Wenn abgeleitete Anteilsmatrizen nicht den verfügbaren Verkehrszählungen entsprechen, ergibt sich eine schlechte Schätzfolge, insbesondere dann, wenn Abbiegstromsinformationen vorhanden sind. Stehen nur die Verkehrszählungen an Strecken zur Verfügung, beeinflusst der v_{GP} die Schätzgüte nicht signifikant.

Tabelle 7.8: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das GP-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 1 ($v_{GP}=0,20$)

Szenarien	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S1-1	0,7991	51,9648	0,3985	0,7959	52,9190	0,4064
S1-2	0,8949	23,2035	0,1899	0,9050	22,0797	0,1864
S1-3	0,7990	52,0209	0,3988	0,7959	52,9190	0,4064
S1-4	0,7380	37,7776	0,2951	0,7850	33,6622	0,2656
S1-5	0,9141	21,1534	0,1649	0,9387	17,8871	0,1372

Tabelle 7.9: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das GP-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 1 ($v_{GP}=0,50$)

Szenarien	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S1-1	0,5577	56,1487	0,4299	0,5591	55,9924	0,4286
S1-2	0,8946	23,2394	0,1901	0,9040	22,7868	0,1871
S1-3	0,5576	56,1517	0,4299	0,5591	55,9924	0,4286
S1-4	0,6332	46,4373	0,3646	0,6791	42,4299	0,3351
S1-5	0,9133	21,2503	0,1628	0,9358	18,3060	0,1405

Am Untersuchungsnetz 2 wird abermals nachgewiesen, dass das IM-MERI-Modell in allen Szenarien eine bessere Schätzgüte als das VIM-Modell liefert. Anhand spärlicher Verkehrszählungen wird eine beeindruckend gute Schätzgüte in Szenario S2-4 geliefert. Die unterschiedliche Wichtigkeit zwischen Informationen an den Kanten wird damit deutlich. Außerdem zeigt sich, dass im Gegensatz zum Frank-Wolfe-Verfahren eine Konvergenz des Schätzprozesses mit dem Gradient-Projektions-Verfahren bei beiden Modellen am Untersuchungsnetz 2 besteht, das heißt, die resultierende Matrix ist beim Gradient-Projektions-Verfahren verlässlich. Eine Erläuterung wird in Abschnitt 7.3.1 gegeben.

Tabelle 7.10: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das GP-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 2

Szenarien	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S2-1	0,9403	238,7262	0,9990	0,9812	130,1028	0,7514
S2-2	0,9556	200,8120	1,0405	0,9670	171,7409	0,9549
S2-3	0,9384	243,0349	1,0124	0,9812	130,1028	0,7514
S2-4	0,9749	150,2135	0,9494	0,9755	147,9124	0,9852

7.2.3 Umlegung mit der stochastischen Gleichgewichtsumlegung

In Hinblick darauf, dass die Feststellung der erforderlichen Reisezeitabweichung der günstigsten Routen aller Verkehrsbeziehungen auf der Befragung des Routenwahlverhaltens innerhalb eines Untersuchungsgebiets basiert, kommt die in Abschnitt 6.4 entwickelte Methode zur Bestimmung von effizienten Routen an den beiden Untersuchungsnetzen nicht zur Anwendung. Stattdessen wird die Anzahl der effizienten Routen jeder Verkehrsbeziehung mit vier angenommen, um die Leistungsfähigkeit des entwickelten Schätzprozesses zu prüfen.

Die in den Tabellen 7.11 und 7.12 dargestellten Ergebnisse lassen bei der stochastischen Gleichgewichtsumlegung die gleiche Schlussfolgerung zu, dass das IM-Modell durch die entwickelten Eliminationsregeln eine bessere Schätzgüte als das VIM-Modell liefert. Wiederum wird ersichtlich, je kleiner das Untersuchungsnetz ist, desto höher ist der Korrelationskoeffizient, da die Anzahl der Verkehrsbeziehungen und die der effizienten Routen kleiner sind. Demzufolge wird das Routenwahlverhalten genauer geschätzt. Am Untersuchungsnetz 2 zeigt sich, dass die Schätzgüte mit Hilfe einer Kombination der Verkehrszählungen der zuführenden und abbiegenden Kanten deutlich besser ist als die, bei der Informationen an allen zuführenden Kanten zur Verfügung stehen.

Tabelle 7.11: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der stochastischen Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 1

Szenarien	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S1-1	0,9966	5,0370	0,0406	0,9983	3,4203	0,0271
S1-2	0,8761	25,2115	0,2329	0,8734	24,3052	0,2303
S1-3	0,9976	4,1998	0,0347	0,9983	3,4203	0,0271
S1-4	0,8848	24,3528	0,2265	0,8935	23,5039	0,2165
S1-5	0,8979	23,0378	0,1958	0,9182	20,6604	0,1730

Tabelle 7.12: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der stochastischen Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 2

Szenarien	VIM-Modell			IM-MERI-Modell		
	KK	WMQF	WMGQF	KK	WMQF	WMGQF
S2-1	0,9161	271,0169	1,7376	0,9960	61,5240	0,5988
S2-2	0,8716	334,6953	1,5976	0,9904	97,5581	0,8573
S2-3	0,9190	265,8388	1,6405	0,9960	61,5240	0,5988
S2-4	0,9124	276,5481	1,8626	0,8485	80,7205	1,3332

7.3 Konvergenz

Die Änderung des Abbruchkriteriums $diff_WMQF$ in Zusammenhang mit der Anzahl der Iterationen, der erforderlichen Anzahl der Iterationen sowie der benötigten Prozessorzeiten werden bei der Konvergenzuntersuchung untersucht. Somit wird die Konvergenz des gesamten Schätzprozesses und die entsprechende Konvergenzgeschwindigkeit durch die Betrachtung des Änderungsablaufs von $diff_WMQF$ geprüft. Die Prozessorzeiten werden analysiert, da die benötigten Durchführungszeiten jeder Iteration bei den beiden VIM- und IM-MERI-Modellen unterschiedlich sind. Dementsprechend kann es vorkommen, dass eine geringe Anzahl an Iterationen eine größere Prozessorzeit oder eine größere Anzahl an Iterationen eine geringere Prozessorzeit erfordert.

7.3.1 Konvergenzzustand

Sukzessivumlegung (SUK)

Bild 7.2 zeigt, dass das VIM- und das IM-MERI-Modell sehr schnell konvergieren und der entsprechende Wert von $diff_WMQF$ sich innerhalb von drei Iteration von 135 auf acht reduziert. Es wird ersichtlich, dass das IM-MERI-Modell bei allen Szenarien konvergiert und innerhalb von vier Iterationen das Abbruchkriterium $diff_WMQF$ in Höhe von 0,05 erfüllt. Das VIM-Modell liefert ein ähnliches Ergebnis. Jedoch wird beim VIM-Modell in Szenario S1-2 das Abbruchkriterium nicht erfüllt, wobei der $diff_WMQF$ bei fünf bleibt.

Beim Untersuchungsnetz 2 ist die in Bild 7.3 dargestellte Konvergenz ähnlich wie das am Untersuchungsnetz 1. Sowohl das IM-MERI-Modell als auch das VIM-Modell konvergieren innerhalb von sechs Iterationen. Wegen der größeren Netzgröße ist die erforderliche Anzahl der Iterationen bei den beiden Modellen größer. In allen Szenarien konvergiert das IM-MERI-Modell mit weniger als 30 Iterationen.

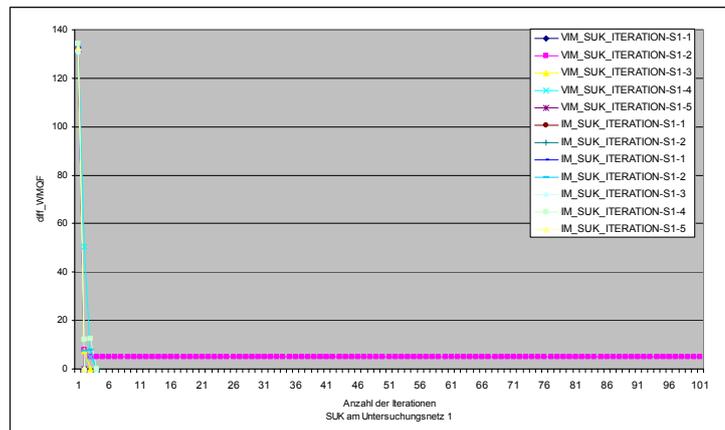


Bild 7.2: Konvergenzzustand bei der SUK am Untersuchungsnetz 1

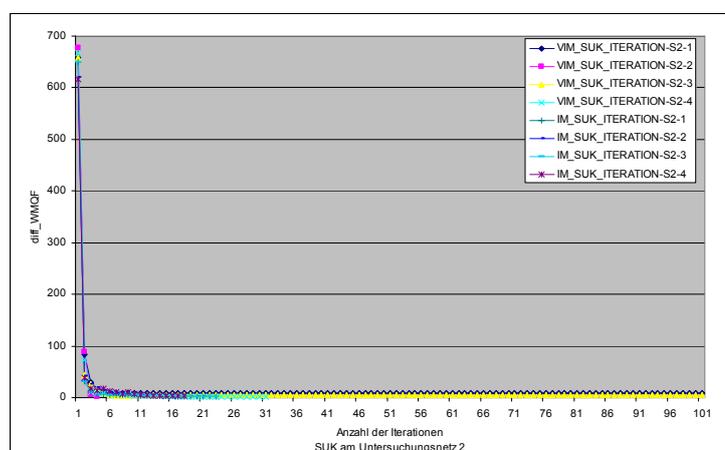


Bild 7.3: Konvergenzzustand bei der SUK am Untersuchungsnetz 2

Im Vergleich dazu hat das VIM-Modell in den Szenarien S2-1 und S2-2 Probleme zu konvergieren. Wie in Bild 7.4 dargestellt, bleibt der Wert von *diff_WMCF* in Szenario S2-1 und in Szenario S2-3 bei 8,5 und 4,2, wobei das vordefinierte Abbruchkriterium bei 1 liegt.

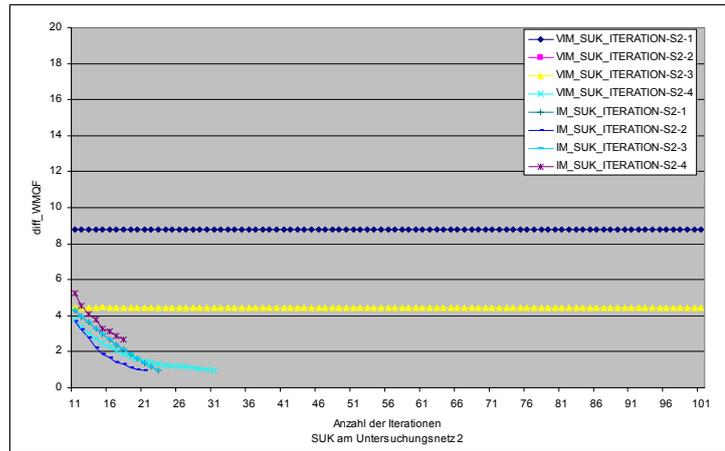


Bild 7.4: Konvergenzzustand bei der SUK am Untersuchungsnetz 2 (11. bis 101. Iteration)

Gleichgewichtsumlegung mit dem Frank-Wolfe-Verfahren (UE-FW)

Bei der Anwendung des Frank-Wolfe-Verfahrens zeigt sich (siehe Bild 7.5), dass eine gute Konvergenzgeschwindigkeit bei beiden Modellen am Untersuchungsnetz 1 erreicht wird. Der *diff_WMCF* wurde von einem Wert größer als 100 in der 1. Iteration auf einen Wert geringer als 1 gesenkt. Es ist erkennbar, dass das VIM-Modell in Szenario S1-1 das Abbruchkriterium nicht erfüllt und der *diff_WMCF* ab der 13. Iteration bei 0,06 bleibt. In den anderen Fällen wird das Abbruchkriterium innerhalb von weniger als 35 Iterationen erfüllt. Im Gegensatz dazu zeigen die in Bild 7.6 dargestellten Schätzfolgen, dass die VIM- und IM-MERI-Modelle in allen Fällen am Untersuchungsnetz 2 nicht vollständig konvergieren, obwohl die Tendenz zur Konvergenz in der Anfangsphase beziehungsweise innerhalb von fünf Iterationen besteht.

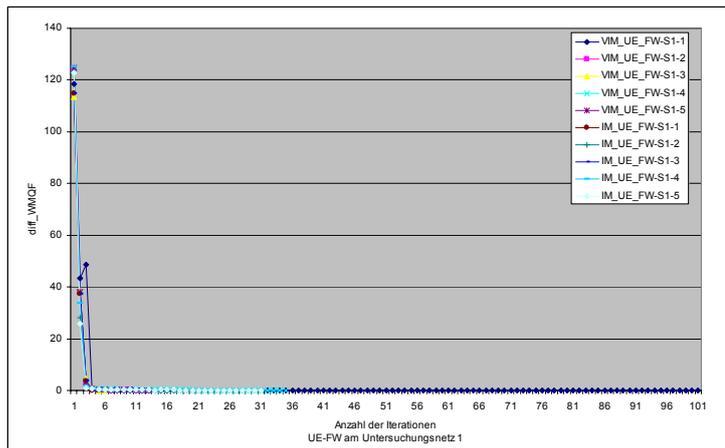


Bild 7.5: Konvergenzzustand beim UE-FW am Untersuchungsnetz 1

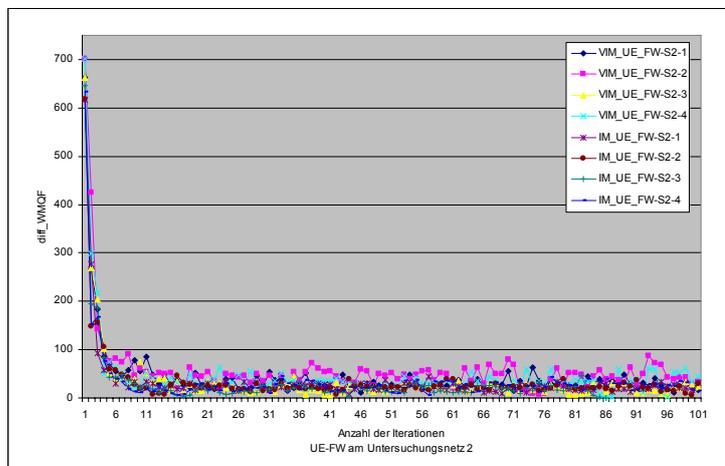


Bild 7.6: Konvergenzzustand beim UE-FW am Untersuchungsnetz 2

Mit zunehmender Anzahl an Iterationen schwankt der $diff_WMQF$, das heißt, dass sich die in jeder Iteration geschätzte Matrix von der letzten geschätzten unterscheidet. Demzufolge hängt die endgültige Schätzlösung von der vom Nutzer definierten maximalen Anzahl der Iterationen und dem Abbruchkriterium ab. Ihre Zuverlässigkeit ist daher nicht gesichert. Bei Bild 7.7 wird das Schwankungsphänomen deutlich. Entsprechend der in Abschnitt 4.3 erwähnten Eigenschaft des Verkehrsflussbilds des Gleichgewichtszustands besteht keine Eindeutigkeit abgeleiteter Kanten- und Routenbelastungen, da eine Leistungsfähigkeitsbegrenzung an allen Kanten in dieser Arbeit angewendet wird.

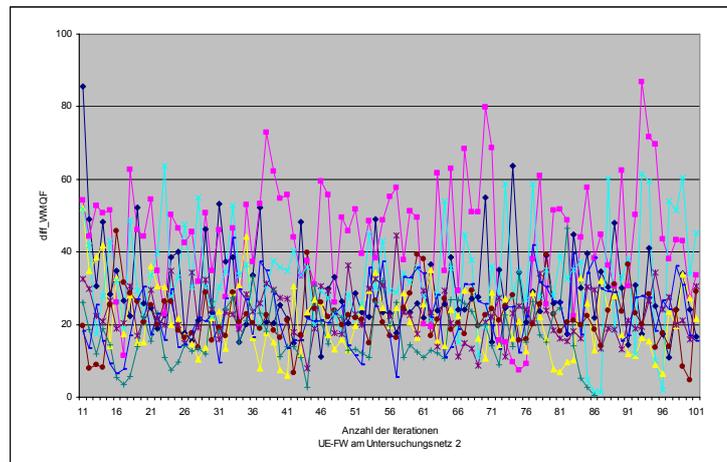


Bild 7.7: Konvergenzzustand beim UE-FW am Untersuchungsnetz 2 (11. bis 101. Iteration)

Demzufolge ergibt sich keine eindeutige Anteilsmatrix, die aber das VIM- und das IM-Modell benötigen. Die resultierende Anteilsmatrix kann daher eventuell nicht den vorhandenen Verkehrszählungen entsprechen und führt zu einer schlechten oder einer unzuverlässigen Schätzfolge. Die Ursache für das Nichtkonvergenzphänomen kann aber auch die Optimierungsmethode des Frank-Wolfe-Verfahrens sein. Durch das Frank-Wolfe-Verfahren werden die Kantenbelastungen in jeder Iteration anhand der abgeleiteten Änderungsgröße und der Gleichung (4-6) verändert. Dadurch ist die Verkehrsstärke an manchen Kanten immer größer Null, obwohl sie nur in den Anfangsiterationen, aber nicht am Ende des Schätzprozesses, zu den günstigsten Routen gehören. Daher können in jeder Iteration sehr geringe Kantenbelastungen zum Erreichen eines Gleichgewichtsverkehrszustands bestimmt werden. Demzufolge ändert sich die geschätzte Anteilsmatrix in jeder Iteration und die entsprechende Lösungsmatrix kann nicht konvergieren. Die Konvergenz des Schätzprozesses am Untersuchungsnetz 1 liegt in der kleinen Netzgröße und der Beschränkung der möglichen Umlegungsfolgen begründet.

Gleichgewichtsumlegung mit dem Gradient-Projektions-Verfahren (UE-GP)

Bei Anwendung des Gradient-Projektions-Verfahrens konvergiert der Schätzprozess der beiden Modelle in der Anfangsphase am Untersuchungsnetz 1 schneller als beim Frank-Wolfe-Verfahren. Bild 7.8 zeigt auf, dass die Neigung der entsprechenden Konvergenz sehr steil ist. Trotzdem scheint es, dass das vorgegebene Abbruchkriterium (0,05) sowohl beim VIM-Modell als auch beim IM-MERI-Modell nicht innerhalb der maximalen Anzahl der Iterationen (100) vollständig erfüllt wird. Bild 7.9 zeigt, dass sich der *diff_WMQF* in den Szenarien S1-1 und S1-3 deutlich langsamer an das Abbruchkriterium annähert. In der 101. Iteration liegt der *diff_WMQF* bei 0,3 beim IM-MERI-Modell in den Szenarien S1-1 und S1-3 und bei 0,45 beziehungsweise 0,50 beim VIM-Modell in Szenario S1-1 beziehungsweise S1-3.

Beim Untersuchungsnetz 2 zeigt sich (siehe Bild 7.10), dass im Gegenteil zum Frank-Wolfe-Verfahren eine Konvergenz beim VIM- und beim IM-MERI-Modell in allen Szenarien besteht. Der Abstieg des *diff_WMQF* ist ähnlich wie der beim Frank-Wolfe-Verfahren am Untersuchungsnetz 2. Der absteigende Grad des *diff_WMQF* und die Anzahl der erforderlich Iterationen beim IM-MERI-Modell sind entsprechend steiler und geringer als beim VIM-Modell. Innerhalb von 50 Iterationen wird das Abbruchkriterium bei beiden Modellen in allen Szenarien erfüllt.

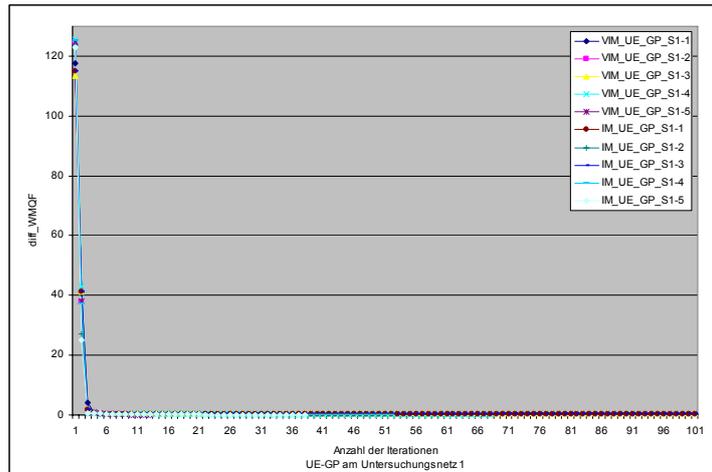


Bild 7.8: Konvergenzzustand beim UE-GP am Untersuchungsnetz 1

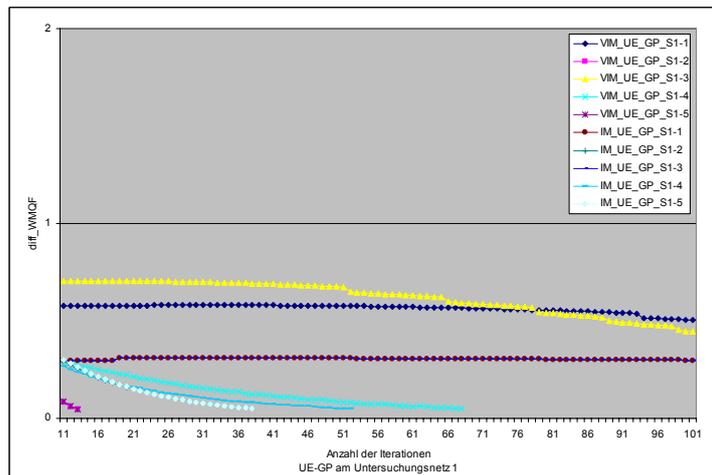


Bild 7.9: Konvergenzzustand beim UE-GP am Untersuchungsnetz 1 (11. bis 101. Iteration)

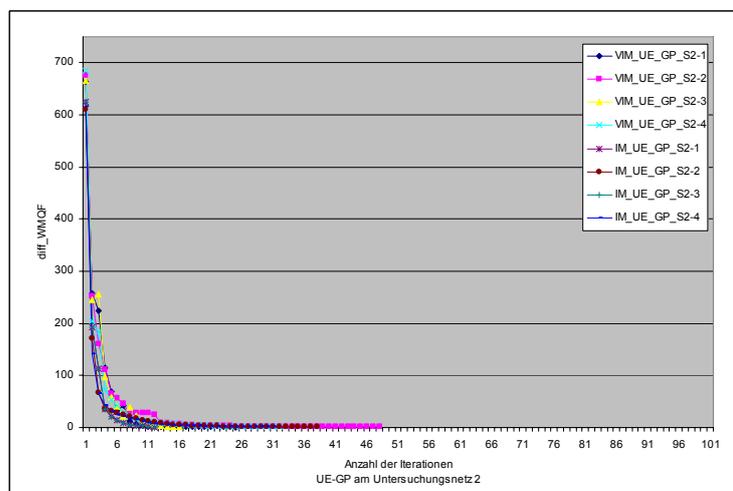


Bild 7.10: Konvergenzzustand beim UE-GP am Untersuchungsnetz 2

Ein weiterer Konvergenztest hinsichtlich verschiedener Änderungsfaktoren wurde durchgeführt und ist in Anhang 8 dargestellt. Es zeigt sich, dass mit einem höheren Änderungsfaktor eine Schwankung des $diff_WMQF$ während des Schätzprozesses auftreten kann. Die mögliche Ursache für solch ein Konvergenzphänomen beim Gradient-Projektions-Verfahren liegt daran, dass, nicht wie beim Frank-Wolfe-Verfahren, das Gradient-Projektions-Verfahren in der Lage ist, die Ermittlung der zu geringen unrealistischen Kantenbelastungen zu vermeiden. Somit ist die abgeleitete Anteilsmatrixlösung mit zunehmender Anzahl an Iterationen stabil.

Stochastische Gleichgewichtsumlegung (SUE)

Wie die Bilder 7.12 und 7.13 zeigen, haben die VIM- und IM-MERI-Modelle bei einem stochastischen Gleichgewichtszustand in allen Szenarien an beiden Untersuchungsnetzen sowohl konvergiert als auch das Abbruchkriterium erfüllt. Die Konvergenzbilder der beiden Modelle sind an den Untersuchungsnetzen 1 und 2 ähnlich. Der Grund der entsprechend schnelleren Konvergenz liegt hier wesentlich an der vordefinierten Anzahl der effizienten Routen (4) sowie an dem einfacheren Algorithmus der SUE. Die erforderliche Anzahl der Iterationen sollte ansteigen, wenn die effizienten Routen durch die in Abschnitt 6.4 vorgestellten Methode der Reisezeitabweichung bestimmt werden. Die Abbruchkriterien an den beiden Netzen sind erfüllt und die Anzahl der erforderlichen Iterationen reicht bei den unterschiedlichen Szenarien von neun bis zu 50.

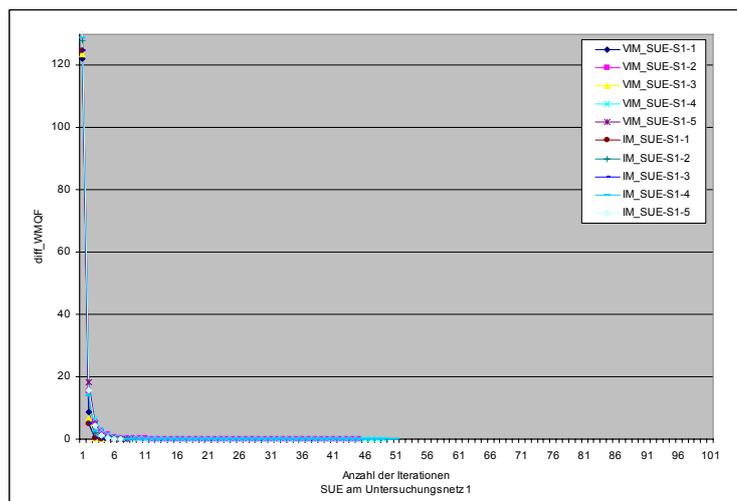


Bild 7.11: Konvergenzzustand bei der SUE am Untersuchungsnetz 1

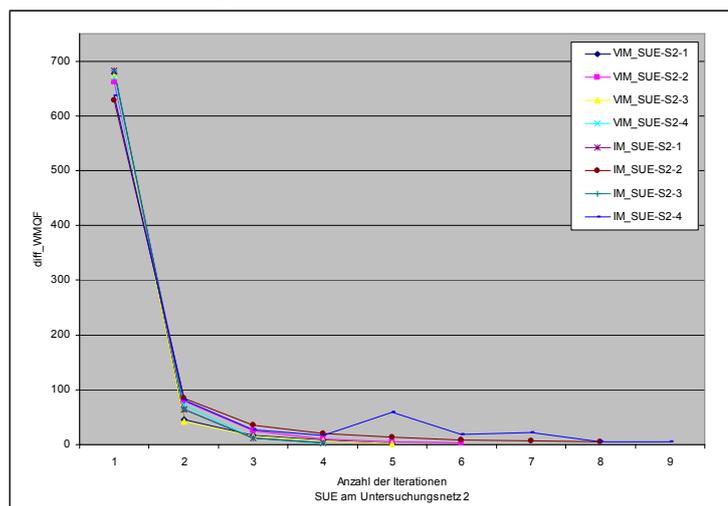


Bild 7.12: Konvergenzzustand bei der SUE am Untersuchungsnetz 2

7.3.2 Prozessorzeit

Die Prozessorzeit bezieht sich in dieser Arbeit auf die gemessene Zeit in Sekunden, in der Netz- und Steuerungsdaten eingelesen und die günstige Routensuche, die Verkehrsumlegung, die Anteilsmatrixermittlung sowie die Matrixschätzung bis zur Erfüllung jeweiliger Abbruchkriterien iterativ durchgeführt werden. Die gebrauchten Prozessorzeiten aller Szenarien wurden mit einem Rechner, Pentium(R) 4, CPU 3,20GHz sowie 1,49 GB RAM, gemessen. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 7.13 und 7.14 dargestellt. Es zeigt sich, dass sich die erforderlichen Prozessorzeiten der meisten Szenarien beim VIM- und beim IM-MERI-Modell unterscheiden, insbesondere dann, wenn das Untersuchungsnetz größer ist. Dazu ist auffallend, dass aufgrund der zuvor erwähnten fehlenden Erfüllung des Abbruchkriteriums das VIM-Modell deutlich mehr Prozessorzeit braucht (siehe Szenario S1-2 bei der SUK, S1-1 beim Frank-Wolfe-Verfahren sowie S1-1 und S1-3 beim Gradient-Projektions-Verfahren am Untersuchungsnetz 1, aber auch die Szenarien S1-1 und S1-3 beim IM-MERI-Modell, wenn das Gradient-Projektions-Verfahren zum Einsatz kommt).

Tabelle 7.13: Vergleich der Prozessorzeiten des VIM und des IM-MERI-Modells am Untersuchungsnetz 1

Szenarien	VIM-Modell (s)				IM-MERI-Modell (s)			
	Sukzessiv	UE-FW	UE-GP	SUE	Sukzessiv	UE-FW	UE-GP	SUE
S1-1	0,544	34,765	43,544	1,978	0,244	0,815	41,737	1,697
S1-2	16,688	1,296	4,922	19,940	0,403	3,712	16,565	26,212
S1-3	0,628	1,859	39,668	1,931	0,300	0,787	44,024	1,744
S1-4	0,844	2,453	19,698	37,481	0,431	4,078	19,903	26,349
S1-5	0,525	1,312	3,703	14,024	0,234	3,815	12,918	3,215

Am Untersuchungsnetz 2 ist der Unterschied der erforderlichen Prozessorzeit zwischen den beiden Modellen wegen der zunehmenden Netzgröße deutlich größer. Die Prozessorzeit ist in manchen Szenarien beim VIM-Modell wegen der fehlenden Erfüllung des Abbruchkriteriums deutlich größer aufgrund der Durchführung der vordefinierten maximalen Iterationen (100 Iterationen). Die erforderliche Prozessorzeit ist beim IM-MERI-Modell deutlich geringer als die beim VIM-Modell. Die Ursache hierfür ist, dass die Anzahl der Nebenbedingungen im IM-MERI-Modell durch die entwickelten Eliminationenregeln reduziert und die entsprechende Durchführungszeit folglich verringert wird. Die zusätzlich benötigte Prozessorzeit zur Durchführung der Eliminationenregeln belastet die gesamte erforderliche Prozessorzeit des IM-Modells dabei nicht signifikant.

Tabelle 7.14: Vergleich der Prozessorzeiten des VIM und des IM-MERI-Modells am Untersuchungsnetz 2

Szenarien	VIM-Modell (s)				IM-MERI-Modell (s)			
	Sukzessiv	UE-FW	UE-GP	SUE	Sukzessiv	UE-FW	UE-GP	SUE
S2-1	11433,500	12371,826	1180,242	1077,659	142,139	632,722	36,256	62,258
S2-2	569,965	12332,061	981,149	1316,662	148,639	845,311	185,984	143,483
S2-3	11577,692	5833,666	771,948	1051,741	141,952	637,629	36,459	66,628
S2-4	2750,327	12134,687	1871,440	856,982	126,577	618,144	90,171	152,014

7.4 Fazit

Die Wirkung der entwickelten Eliminationsregeln auf die Schätzungsgüte des IM-Modells wurde anhand unterschiedlicher Szenarien analysiert. Das IM-Modell liefert mit den Eliminationsregeln eine bessere Schätzungsgüte als das VIM-Modell, wenn, wie häufig in der Praxis, Schätzfehler der jeweiligen Anteilsmatrix bestehen. Diese Aussage bestätigt sich auch in Hinblick auf unterschiedliche Verkehrszustände. In Bezug auf die Konvergenz zeigt sich, dass die beiden Schätzprozesse des VIM- und des IM-MERI-Modells prinzipiell konvergieren und eine stabile Lösung liefern können, wenn das Frank-Wolfe-Verfahren in der Gleichgewichtsumlegung nicht zur Anwendung kommt. Beim Frank-Wolfe-Verfahren tritt die Tendenz der Konvergenz nur in den Anfangsiterationen auf. Mit zunehmender Anzahl an Iterationen ergibt sich eine Schwankung der Unterschiede zwischen zwei geschätzten Matrizen in benachbarten Iterationen, das heißt, die geschätzte Matrix unterscheidet sich deutlich von der letzten geschätzten und es wird keine stabile Matrix bestimmt. Der mögliche Grund liegt wesentlich an der Optimierungsmethode des Frank-Wolfe-Verfahrens und dem von Nutzer definierten Abbruchkriterium zum Gleichgewichtszustand. Dazu ist es beim Frank-Wolfe-Verfahren auffallend, dass bei großen Unterschieden zwischen Kantenbelastungen der jeweilige Proportionalitätsparameter x^a entweder wegen Recheneinschränkung zu einem unermittelbaren x^a mit einer großen Anzahl an Iterationen führt oder eine schlechtere Schätzfolge mit weniger Iterationen zufolge hat. Im Vergleich dazu ist das Gradient-Projektions-Verfahren in der Lage, die Bestimmung zu geringer und unrealistischer Kantenbelastungen zu vermeiden.

In manchen Fällen ergibt sich, dass bei beiden Modellen der in jeder Iteration fortgeschriebene Abbruchwert zu einem bestimmten Wert absteigend konvergiert, aber dem vorgegebenen Abbruchkriterium nicht entsprechen kann. Deswegen nimmt die Prozessorzeit deutlich zu, um die vorgegebene maximale Anzahl der Iterationen vollständig durchzuführen. In der Regel ist die erforderliche Prozessorzeit des IM-MERI-Modells geringer als die des VIM-Modells, da die Anzahl der im IM-Modell behandelten Nebenbedingungen durch die Eliminationsregeln deutlich reduziert wird. Die Durchführung der Eliminationsregeln führt aber nicht zu einem signifikanten Ansteigen der Prozessorzeit. Die zusätzliche Zeit kann bei einem großen Untersuchungsnetz durch die in Abschnitt vorgestellte 6.2.6 Kodierungsmethode verringert werden.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Eigenschaften und Einschränkungen der gängigsten Modelle zur Matrixschätzung hinsichtlich ihrer Grundlagen und Lösungsalgorithmen untersucht. In der Regel ist die Anzahl bestehender Verkehrsbeziehungen in der Regel größer als die der gemessenen Verkehrszählungen, weshalb ein mathematisch unterbestimmtes Problem bei einer Matrixschätzung besteht. Daher kann nur eine wahrscheinlichste Matrix bestimmt werden. Aufgrund der unterschiedlichen Grundlagen und Zielfunktionen hat jedes Modell seine eigenen Einschränkungen bei der Anwendung. Historische Matrixinformationen haben einen Einfluss auf alle Modelle. Je genauer die historische Matrix ist, desto präziser ist die Schätzgüte. Die Stetigkeit der Verkehrsstärke wirkt sich wesentlich auf die auf der Informations-Minimierungs- und der Entropie-Maximierungs-Theorie basierenden Modelle aus. Exakte Unabhängigkeit der Verkehrsstärke ist eine Voraussetzung beim Informations-Minimierungs-Modell (IM-Modell), beim Modell der Kleinsten Quadrate (LSE-Modell), beim Modell der verallgemeinerten Kleinsten Quadrate (GLS-Modell) sowie beim Path-Flow-Estimator (PFE). Demzufolge hängt die Entscheidung zur Anwendung eines bestimmten Modells zur Matrixschätzung von der Qualität und der Menge der vorhandenen Informationen ab.

In dieser Arbeit wurden das IM-Modell und das VIM-Modell bezüglich ihrer Schätzgüte und ihres Rechenaufwands untersucht. Da die erfolgreiche Entwicklung der Telematik die Sammlung feiner Verkehrsdaten ermöglicht, wurde vor allem der Einfluss redundanter Informationen bei beiden Modellen analysiert. Dazu kommt der Fall einer unpräzisen Anteilsmatrix in Betracht, um einen realitätsnahen Zustand widerzuspiegeln. An zwei Untersuchungsnetzen konnte gezeigt werden, dass sich die Schätzgüte deutlich mit der Anwendung der Abbiegestrominformationen verbessert. Weiterhin liefert das IM-Modell mit ungenauer Anteilsmatrix und redundanten Informationen eine bessere Schätzgüte als das VIM-Modell. Beide Modelle haben jedoch Schwierigkeiten mit redundanten Informationen umzugehen. In der Regel können redundante Informationen durch numerische Methoden, wie zum Beispiel die Gauss'sche Methode, eliminiert werden, wenn nur Verkehrsstärken an zuführenden Kanten beziehungsweise Streckenbelastungen zur Verfügung stehen. Sind Abbiegestrominformationen verfügbar, sind numerische Methoden zur Elimination redundanter Informationen nicht geeignet. Dies liegt darin begründet, dass sich die Wichtigkeit zwischen den Informationen der Abbiegestrome und der Streckenbelastungen auf die Schätzgüte der Matrixschätzung unterscheidet. In dieser Arbeit wurde ein geeignetes Eliminationsverfahren, das die Methode zur Elimination der redundanten Informationen – MERI bezeichnet ist, entwickelt.

Da redundante Informationen aus dem linearen Verhältnis zwischen Kanten bestehen, wurden acht Regeln entwickelt und alle Kanten und Knoten in zwei Gruppen, die Dummy-Links und die Knotenpunkte, unterteilt. Die Gruppe der Dummy-Links umfasst die Kanten, auf denen die Informationen vollständig identisch mit denen auf ihren Nachbarkanten sind. Diese Kanten werden für eine realitätsnahe Netzdarstellung oder eine präzise Detektorstandortsdarstellung benötigt. Die Gruppe der Knotenpunkte beinhaltet die Knoten, die an abbiegende und zuführende Kanten anschließen. Gruppengemäß wird die Information auf jeder Kante bezüglich des Vorhandenseins der entsprechenden Verkehrsstärke, die als Nebenbedingung in das IM-Modell eingeht, überprüft. Prinzipiell werden die Kanten, auf denen die Verkehrsstärke gemessen wird, bevorzugt behandelt und die Informationen auf den abbiegenden Kanten belassen, wenn Verkehrszählungen bestehen. Es wurde nachgewiesen, dass die Auswirkung redundanter Informationen im IM-Modell durch MERI beseitigt werden konnte und die Schätzgüte besser als die des VIM-Modells ist.

Des Weiteren wurde in dieser Arbeit ein zweistufiger Schätzprozess mit dem IM-Modell und dem Eliminationsverfahren angewandt, wobei drei verschiedene Umlegungsmodelle hinsichtlich der variierten Verkehrszustände zum Einsatz kamen, um die geschätzte Anteilsmatrix an die realistische anpassen zu können. Dazu wurden das Frank-Wolfe-Verfahren und das Gradient-Projektion-Verfahren in der Gleichgewichtsumlegung zur Ermittlung eines Gleichgewichtszustands angewendet. Bei der stochastischen Gleichgewichtsumlegung kam das C-Logit-Modell zum Einsatz, um unlogische Nutzungswahrscheinlichkeiten zwischen ähnlich effizienten Routen zu vermeiden. Zusätzlich wurde eine Nebenbedingung zur Begrenzung der Kantenkapazitäten im Gleichgewichts- und dem stochastischen Gleichgewichtsverfahren eingesetzt. Damit konnte das Umlegungsergebnis verbessert werden. Eine Zusatzreisezeit wird dabei als eine Strafe, die sich auf die Verzögerungszeit eines Staus bezieht, in der Routensuche mitberechnet, wenn eine Kante überbelastet ist.

Anhand der Untersuchungsergebnisse zeigte sich, dass bei unterschiedlichen Verkehrszuständen das Eliminationsverfahren nicht nur eine positive Wirkung auf die Schätzgüte des IM-Modells hat, sondern auch eine Reduzierung der Nebenbedingungen bewirkt. Beim IM-MERI-Modell führt dies prinzipiell im Vergleich zum VIM-Modell zu einer kürzeren Prozessorzeit. Zugleich zeigte sich, dass die zusätzlich benötigte Prozessorzeit zur Durchführung der Eliminationsregeln deutlich geringer ist als die erforderliche Prozessorzeit des VIM-Modells. Eine Kodierungsmethode zur Verringerung der Rechenzeit des Eliminationsverfahrens wurde vorgeschlagen. Ferner zeigte die Untersuchung, dass eine kombinierte Nutzung der Verkehrsstärkeinformationen an einigen zuführenden und einigen abbiegenden Kanten eine gute Schätzgüte liefern kann.

In Bezug auf die Konvergenz zeigte sich, dass mit der fehlenden Anwendung des Frank-Wolfe-Verfahrens die beiden Schätzprozesse des VIM- und des IM-MERI-Modells prinzipiell konvergieren und eine stabile Lösung liefern. Bei einigen Szenarien tritt jedoch auf, dass die Abbruchkriterien innerhalb der in dieser Arbeit definierten maximalen Anzahl der Iterationen (100) nicht erfüllt werden. Bei Nichtkonvergenz des Frank-Wolfe-Verfahrens liegt der Grund grundsätzlich an der Optimierungsmethode des Frank-Wolfe-Verfahrens. Die Beendigung des entsprechenden Schätzprozesses hängt deshalb von der vordefinierten maximalen Anzahl der Iterationen ab. Die abgeleitete Matrix ist daher nicht zuverlässig. Im Vergleich dazu ist das Gradient-Projektions-Verfahren in der Lage, die Ermittlung der zu geringen und unrealistischen Kanten-

belastungen zu vermeiden, wobei mehrere Parameter im Gradient-Projektions-Verfahren einzusetzen sind. Zugleich ist es sehr wichtig zu berücksichtigen, dass Kanten- und Routenbelastungen in einem Gleichgewichtszustand nicht einzig sind. Dazu gehört auch die von ihr abgeleitete Anteilsmatrix, wobei das IM- und das VIM-Modell eine feste Anteilsmatrix benötigen. Deshalb ist die Leistungsfähigkeit der VIM- und IM-MERI-Modelle zur Bestimmung einer belastbaren Matrix durch ein zweistufiges Schätzverfahren bei einem Gleichgewichtsverkehrszustand für den Praxiseinsatz nicht gesichert.

Weiterhin wurde die Bestimmung eines effizienten Routensatzes in dieser Arbeit untersucht, da ein vorhandener effizienter Routensatz bei der Anwendung des C-Logit-Modells vorausgesetzt wird. Hinsichtlich der zahlreichen Entscheidungsfaktoren und des komplexen Entscheidungsprozesses der Fahrer wurde vorgeschlagen auf Routen, die anhand von Befragungen bestimmt wurden, abzustimmen. Dadurch können die Reisezeitabweichungen zwischen den günstigsten und den alternativen Routen abgeleitet werden. Die effizienten Routen sind die, deren Reisezeitabweichungen kleiner als die abgeleiteten sind. Solche Befragungen sind zur Kalibrierung der Umlegungsmodelle prinzipiell sinnvoll, da sie wesentliche Informationen zur Bestimmung der Parameter der Umlegungsmodelle beinhalten. Als Beispiel wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Untersuchung zum Routenwahlverhalten im MIV-Berufsverkehr zur Leibniz Universität Hannover durchgeführt. Eine Reisezeitabweichung in Höhe von 12 Prozent wurde zwischen den günstigsten und den alternativen Routen vorgeschlagen.

Aus den Ergebnissen dieser Arbeit lassen sich drei Schlussfolgerungen ziehen: Erstens, dass eine mit Hilfe von Verkehrszählungen ermittelte Matrixschätzung in starkem Zusammenhang mit dem verwendeten Umlegungsmodell beziehungsweise einer akkuraten Anteilsmatrix steht. Je realitätsnäher das Umlegungsergebnis beziehungsweise die Anteilsmatrix ist, desto genauer ist die entsprechende Schätzgüte der Matrixschätzung. Zweitens hat jedes Modell aufgrund seiner Grundlage und Zielfunktion eigenen Eigenschaften. Deshalb ist auf Basis der Qualität und der Quantität vorhandener Informationen sowie des Verkehrszustands die Entscheidung zu treffen, welches Modell der Matrixschätzung zum Einsatz kommt. Drittens sollen verfügbare Abbiegestrominformationen vor allem bei der Matrixschätzung zur Anwendung kommen. Zugleich ist es aber notwendig, redundante Informationen zu beseitigen, um unerwünschte Auswirkung auf die Schätzgüte zu vermeiden.

Im Rahmen dieser Arbeit konnten die entwickelten Verfahren nur an zwei kleinen Testnetzen untersucht werden. Weiterführende Arbeiten sollten eine erweiterende Analyse an realistischen Netzen mit tatsächlichen Verkehrsdaten durchführen. Einige Schätzmodelle, wie das IM- und das EM-Modell, benötigen eine eindeutig bestimmbare Anteilsmatrix. In einem Gleichgewichtsverkehrszustand besteht aber keine Eindeutigkeit der Anteilsmatrix. Infolgedessen ergibt sich eventuell keine Konvergenz beziehungsweise keine eindeutige Lösung bei der Matrixschätzung. Daher sind weitere Untersuchungen notwendig, um die Gültigkeit solcher Modelle bei der Anwendung mit dem Gleichgewichtsumlegungsmodell zu bestimmen. Weiterhin sollte das Routenwahlverhalten der Fahrer, in Hinsicht auf Entscheidungskenngrößen, die Anzahl der benutzten Routen sowie die Reisezeitabweichung zwischen den günstigsten und den alternativen Routen weiter erforscht werden, um die erforderlichen Parameter in den Umlegungsmodelle und die entsprechenden Werte realitätsnah bestimmen zu können. Ferner wird bei der rapiden Technikentwicklung der Verkehrstelematik die Erhebung zahlreicher feiner und unterschiedlicher Verkehrsinformationen ermöglicht. Diesbezüglich können andere Schätzungs- und Ver-

besserungsansätze durch Anwendung möglicher Verkehrsinformationen entwickelt werden. Zu erforschen bleibt, wie und welche in der Matrixschätzung angeforderten Parameter durch die Datenfusionstechnik genauer abschätzbar sind. Zudem wird heutzutage auf die effiziente Nutzung der Ressourcen und des Budgets geachtet. Infolgedessen ist von zentraler Bedeutung, wie viele, wie häufig und an welchen Standorten Informationen erhoben werden sollten. Um bei einem dynamischen Verkehrsmanagement zum Einsatz kommen zu können, ist es erforderlich, das in dieser Arbeit vorgeschlagene Schätzverfahren zeitabhängig weiterzuentwickeln.

Literatur

- ASHOK, K. & BEN-AKIVA, M. E. (2002) Estimation and Prediction of Time-Dependent Origin-Destination Flows with a Stochastic Mapping to Path Flows and Link Flows. *Transportation Science*, 36, 184-198.
- BECKMANN, M. J., MCGUIRE, C. B. & WINSTEN, C. B. (1956) *Studies in the Economics of Transportation*, New Haven, Connecticut, Yale University Press.
- BEKHOR, S., BEN-AKIVA, M. & RAMMING, M. S. (2006) Evaluation of choice set generation algorithms for route choice models *Annals of Operations Research*, 144, 235-247.
- BELL, M. G. H. (1991) The Estimation of Origin-Destination Matrices by Constrained Generalized Least-Squares. *Transportation Research Part B-Methodological*, 25, 13-22.
- BELL, M. G. H. & IIDA, Y. (1997) *Transportation network analysis*, Chichester, West Sussex, John Wiley & Sons Ltd.
- BELL, M. G. H. & SHIELD, C. M. (1995) A log-linear model for path flow estimation. IN STEPHANEDES, Y. J. & FILIPPI, F. (Eds.) *Proceedings of 4th International Conference on the Applications of Advanced Technologies in Transportation Engineering*. Capri, Italy, American Society of Civil Engineers.
- BELL, M. G. H., SHIELD, C. M., BUSCH, F. & KRUSE, G. (1997) A stochastic user equilibrium path flow estimator. *Transportation Research Part C-Emerging Technologies*, 5, 197-210.
- BERTSEKAS, D. P. (1976) Goldstein-Levitin-Polyak Gradient Projection Method. *Ieee Transactions on Automatic Control*, 21, 174-183.
- BORGMANN, R. (2006) Ermittlung von Motiven und Ausprägungen der Routenwahl mittels Befragungen. Hannover, Institut für Verkehrswirtschaft, Verkehrswesen und Städtebau der Universität Hannover.
- BRILLOUIN, L. (1956) *Science and information theory*, New York Academic Press.
- BRONSTEIN, I. N. & SEMENDJAJEW, K. A. (1987) *Taschenbuch der Mathematik* Thun, Frankfurt/Main, Harri Deutsch.
- CASCETTA, A., NUZZOLO, F. R. & VITETTA, A. (1996) A modified logit route choice model overcoming path-overlapping problems. IN LESORT, J. B. (Ed.) *Transportation and traf-*

fic theory : Proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory. Lyon, France, Pergamon Press.

- CASCETTA, E. (1984) Estimation of Trip Matrices from Traffic Counts and Survey Data - a Generalized Least-Squares Estimator. *Transportation Research Part B-Methodological*, 18, 289-299.
- CASCETTA, E. & NGUYEN, S. (1988) A Unified Framework for Estimating or Updating Origin Destination Matrices from Traffic Counts. *Transportation Research Part B-Methodological*, 22, 437-455.
- CASCETTA, E. & POSTORINO, M. N. (2001) Fixed point approaches to the estimation of O/D matrices using traffic counts on congested networks *Transportation Science*, 35, 134-147.
- CHEN, A., CHOOTINAN, P. & RECKER, W. W. (2005) Examining the quality of synthetic origin-destination trip table estimated by path flow estimator. *Journal of Transportation Engineering-Asce*, 131, 506-513.
- DEPARTMENT FOR TRANSPORT (1997) Design Manual for Roads and Bridges: Volume 12-Traffic Appraisal Manual. IN KINGDOM, D. F. T. O. T. U. (Ed.), Highways Agency, Department for Transport of the United Kingdom.
- DIMITRIOU, L., TSEKERIS, T. & STATHOPOULOS, A. (2006) Genetic-algorithm-based micro-simulation approach for estimating runing proportions at signalized intersections. IN VAN ZUYLEN, H. J. & MIDDELHAM, F. (Eds.) *11th IFAC Symposium on Control in Transportation Systems*. Delft, the Nedtherlands, Delft University of Technology.
- EPPSTEIN, D. (1998) Finding the k shortest paths. *Siam Journal on Computing*, 28, 652-673.
- FISK, C. (1980) Some developments in equilibrium traffic assignment. *Transportation Research Part B-Methodological*, 14, 243-255.
- FISK, C. S. (1988) On Combining Maximum-Entropy Trip Matrix Estimation with User Optimal Assignment. *Transportation Research Part B-Methodological*, 22, 69-73.
- FISK, C. S. (1989) Trip Matrix Estimation from Link Traffic Counts - the Congested Network Case. *Transportation Research Part B-Methodological*, 23, 331-336.
- FISK, C. S. & BOYCE, D. E. (1983) A Note on Trip Matrix Estimation from Link Traffic Count Data. *Transportation Research Part B-Methodological*, 17, 245-250.
- FRANK, M. & WOLFE, P. (1956) An algorithm for quadratic programming. *Naval Research Logistics*, 3, 95-110.
- GARMIN LTD. (1999-2006) MapSource ver. 6.11.3. Garmin.
- GARMIN LTD. (2004) City Select Europe v7.
- HELLINGA, B. R. (1994) Estimating dynamic origin-destination demands from link and probe counts. *Department of Civil Engineering*. Kingston, Ontario, Canada, Queen's University.
- HORNBECK, R. W. (1975) *Numerical Methods*, New Jersey, Prentice-Hall, Inc.
- IVH (2006) Grundlagen der Verkehrs-, Stadt- und Regionalplanung. Hannover, Institut für Verkehrswirtschaft, Straßenwesen und Städtebau (IVH), Leibniz Universität Hannover.

- JANSEN, G. R. M. & DEN ADEL, D. N. (1987) *Routekeuze van Automobilisten: een Onderzoek naar Kwalitatieve Keuzefactoren*, Delft, Delft University Press.
- JAYAKRISHNAN, R., TSIA, W. K., N., P. J. & RAJADHYAKSHA, S. (1994) A faster path-based algorithm for traffic assignment. *The transportation Research Board 73rd Annual Meeting*. Washington, D. C., U.S.A.
- LEHNHOFF, N. (2005) Überprüfung und Verbesserung der Qualität von automatisch erhobenen Daten an Lichtsignalanlagen. *Institut für Verkehrswirtschaft, Straßenwesen und Städtebau*. Hannover, Leibniz University Hannover.
- LINDVELD, C. D. R., THIJS, R., BOVY, P. H. L. & VAN DER ZIJPP, N. J. (2000) Evaluation of online travel time estimators and predictors. *Transportation Data, Statistics, and Information Technology*, 45-53.
- MATSCHKE, I. (2007) Einfluss individueller Dynamischer Routenführung auf das Verkehrsgeschehen in städtischen Straßennetzen. *Institut für Verkehrswirtschaft, Verkehrswesen und Städtebau*. Hannover, Germany, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.
- MATSCHKE, I., HEINIG, K. & FRIEDRICH, B. (2004a) Data Completion for Improved OD-Estimation *Proc. of the 12th International Conference on Road Transport Information and Control*. London, UK.
- MATSCHKE, I., HEINIG, K. & FRIEDRICH, B. (2004b) Data fusion technique in the context of traffic state estimation. *Proceedings of the Triennial Symposium on Transportation Analysis TRISTAN V*. Le Gosier, Guadeloupe.
- MOUNTAIN, L. J. & WESTWELL, P. M. (1983) The accuracy of estimation of turning flows from automatic counts. *Traffic Engineering & Control*, 3-7.
- MURCHLAND, J. D. (1977) The multiproportional problem. University College London, Transport Studies Group.
- RUPPERT, E. (2000) Finding the k shortest paths in parallel. *Algorithmica*, 28, 242-254.
- SHANNON, C. E. (1948) A Mathematical Theory of Communication. *The Bell System Technical Journal*, 27, 379-423, 623-656.
- SHEFFI, Y. (1985) *Urban transportation networks: equilibrium analysis with mathematical programming methods*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall.
- SHIER, D. R. (1979) Algorithms for Finding the K-Shortest Paths in a Network. *Networks*, 9, 195-214.
- STERN, E. & RICHARDSON, H. W. (2005) Behavioural Modelling of Road Users: Current research and Future Needs. *Transport Reviews*, 25, 159-180.
- THOMAS, R. (1991) *Traffic assignemnt techniques*, Vermont, USA, Avebury Technical.
- VAN DER ZIJPP, N. J. & CATALANO, S. F. (2005) Path enumeration by finding the constrained K-shortest paths. *Transportation Research Part B-Methodological*, 39, 545-563.
- VAN ZUYLEN, H. J. (1979) Estimation of Turning Flows on a Junction. *Traffic Engineering & Control*, 20, 539-541.

- VAN ZUYLEN, H. J. (1981) Some improvement in the estimation of an OD matrix from traffic counts. IN HURDLE, V. F. (Ed.) *Proceedings of the 8th international symposium on transportation and traffic theory*. Toronto, Canada, University of Toronto Press, Toronto.
- VAN ZUYLEN, H. J. & WILLUMSEN, L. G. (1980) The Most Likely Trip Matrix Estimated from Traffic Counts. *Transportation Research Part B-Methodological*, 14, 281-293.
- WARDROP, J. G. (1952) Some theoretical aspects of road traffic research. *Proceedings of the Institute of Civil Engineers*, Vol 1, 325-378.
- WILLUMSEN, L. G. (1978) Estimation of an O-D matrix from traffic counts - a review. Leeds, Institute for Transport Studies, University of Leeds.
- WILLUMSEN, L. G. (1981) An entropy Maximising Model for Estimating Trip Matrices from Traffic Counts. *Department of Civil Engineering*. Leeds, England, The university of Leeds.
- YANG, H. (1995) Heuristic algorithms for the bilevel origin destination matrix estimation problem. *Transportation Research Part B-Methodological*, 29, 231-242.
- YANG, H., IIDA, Y. & SASAKI, T. (1994) The Equilibrium-Based Origin-Destination Matrix Estimation Problem. *Transportation Research Part B-Methodological*, 28, 23-33.
- YANG, H., SASAKI, T., IIDA, Y. & ASAKURA, Y. (1992) Estimation of Origin-Destination Matrices from Link Traffic Counts on Congested Networks. *Transportation Research Part B-Methodological*, 26, 417-434.

Abbildungsverzeichnis

Bild 1.1: Darstellung der Matrixschätzung mit Hilfe von Verkehrszählungen.....	2
Bild 2.1: Vorgehen der vorliegenden Arbeit	12
Bild 2.2: Umwandlung eines Untersuchungsnetzes in ein Knoten-Kanten-Modell	13
Bild 3.1: Beispielnetz der IM-, EM- und VIM-Modelle.....	21
Bild 3.2: Beispielnetz vom GLS-Modell	37
Bild 3.3: Beispielnetz vom PFE	45
Bild 4.1: Hierarchisches Verhältnis zwischen Routensätzen nach Bovy und Stern [2000]	54
Bild 4.2: Verhältnis zw. den bekannten und den genutzten Routen des Berufsverkehrs nach Matschke [2007].....	55
Bild 4.3: Skizze des Lösungssucheprozesses des Frank-Wolfe-Verfahrens	58
Bild 4.4: Vergleich zwischen Frank-Wolfe-Verfahren und Gradient-Projektions-Verfahren [Jayakrishnan u. a., 1994].....	62
Bild 4.5: Beispielnetz zur Erklärung des Problems bei Anwendung des Prinzips des Nutzeroptimums	66
Bild 5.1: Beispielnetz 3.....	67
Bild 5.2: Untersuchungsnetz 1	69
Bild 6.1: Rahmen des entwickelten heuristischen Verfahrens zur Matrixschätzung in Hinsicht auf die Störung redundanter Informationen und Verkehrszustände	74
Bild 6.2: Beispielnetz 4	75
Bild 6.3: Struktur 1 der Gruppe „Dummy-Links“	76
Bild 6.4: Struktur 2 der Gruppe „Dummy-Links“	77
Bild 6.5: Struktur 3 der Gruppe „Dummy-Links“	77
Bild 6.6: Struktur 1 der Gruppe „Knotenpunkte“	78
Bild 6.7: Struktur 2 der Gruppe „Knotenpunkte“	78
Bild 6.8: Struktur 3 der Gruppe „Knotenpunkte“	79
Bild 6.9: Struktur 4 der Gruppe „Knotenpunkte“	80
Bild 6.10: Beispiel der Routenvarianten des 28. Probanden.....	83
Bild 6.11: Beispiel der Routenvarianten des 45. Probanden.....	83
Bild 6.12: Verteilung der prozentualen Reisezeitabweichung zwischen schnellster, kürzester und 1. Wahl-Route	84
Bild 6.13: Prozentuale Verteilung der Reisezeitabweichung der Routenvarianten ohne Extremwerte der Befragungsdaten	85
Bild 7.1: Untersuchungsnetz 2	93

Bild 7.2: Konvergenzzustand bei der SUK am Untersuchungsnetz 1.....	99
Bild 7.3: Konvergenzzustand bei der SUK am Untersuchungsnetz 2.....	99
Bild 7.4: Konvergenzzustand bei der SUK am Untersuchungsnetz 2 (11. bis 101. Iteration).	100
Bild 7.5: Konvergenzzustand beim UE-FW am Untersuchungsnetz 1	100
Bild 7.6: Konvergenzzustand beim UE-FW am Untersuchungsnetz 2	100
Bild 7.7: Konvergenzzustand beim UE-FW am Untersuchungsnetz 2 (11. bis 101. Iteration)	101
Bild 7.8: Konvergenzzustand beim UE-GP am Untersuchungsnetz 1.....	102
Bild 7.9: Konvergenzzustand beim UE-GP am Untersuchungsnetz 1 (11. bis 101. Iteration)	102
Bild 7.10: Konvergenzzustand beim UE-GP am Untersuchungsnetz 2.....	102
Bild 7.11: Konvergenzzustand bei der SUE am Untersuchungsnetz 1.....	103
Bild 7.12: Konvergenzzustand bei der SUE am Untersuchungsnetz 2.....	103

Tabellenverzeichnis

Tabelle 3.1: Schätzergebnis des Beispiels des LSE-Modells	34
Tabelle 3.2: Stichprobenmatrix des Fallbeispiels vom GLS-Modell	37
Tabelle 3.3: Gemessene Matrix F' des Fallbeispiels vom GLS-Modell	38
Tabelle 3.4: Kovarianzmatrix V der gemessenen Matrix F'	38
Tabelle 3.5: 1. Kalkulation der Faktor $ME1^a$ und $ME2^z$ des Fallbeispiels des PFE.....	45
Tabelle 3.6: 2. Kalkulation der Faktoren $ME1^a$ und $ME2^z$ des Fallbeispiels des PFE.....	46
Tabelle 3.7: Eigenschaften der Modelle zur Matrixschätzung.....	49
Tabelle 3.8: Gültigkeit der Anwendung der Modelle zur Matrixschätzung	50
Tabelle 4.1: Routenwahlverhalten des motorisierten Individualverkehrs im Berufsverkehrs nach Jansen und Den Adel [1987]	55
Tabelle 5.1: Bewertung der Auswirkung redundanter Informationen auf die Matrixschätzung bei Anwendung des IM-Modells am Untersuchungsnetz 1	70
Tabelle 5.2: Bewertung der Auswirkung redundanter Informationen auf die Matrixschätzung bei Anwendung des VIM-Modells am Untersuchungsnetz 1	70
Tabelle 6.1: Reisezeitabweichung des auf den MIV bezogenen Berufsverkehrs von unterschiedlichen Stadtteilen in Hannover zur Leibniz Universität Hannover	85
Tabelle 7.1: Auswirkung von MERI auf die Matrixschätzung am Untersuchungsnetz 1	92
Tabelle 7.2: Auswirkung von MERI auf die Matrixschätzung am Untersuchungsnetz 2	94
Tabelle 7.3: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der Sukzessivumlegung am Untersuchungsnetz 1.....	95
Tabelle 7.4: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der Sukzessivumlegung am Untersuchungsnetz 2.....	95
Tabelle 7.5: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das FW-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 1 ..	96
Tabelle 7.6: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das FW-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 2 ..	96
Tabelle 7.7: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das GP-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 1 ($v_{GP}=0,35$).....	96
Tabelle 7.8: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das GP-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 1 ($v_{GP}=0,20$).....	97

Tabelle 7.9: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das GP-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 1 ($v_{GP} = 0,50$)	97
Tabelle 7.10: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der auf das GP-Verfahren basierenden Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 2 ..	98
Tabelle 7.11: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der stochastischen Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 1	98
Tabelle 7.12: Auswirkung des entwickelten Schätzverfahrens in Zusammenhang mit der stochastischen Gleichgewichtsumlegung am Untersuchungsnetz 2	98
Tabelle 7.13: Vergleich der Prozessorzeiten des VIM und des IM-MERI-Modells am Untersuchungsnetz 1	104
Tabelle 7.14: Vergleich der Prozessorzeiten des VIM und des IM-MERI-Modells am Untersuchungsnetz 2	104

Anhang

Anhang 1 Mathematische Herleitung des IM-Modells

Die in Gleichung (3-18) dargestellte Informationsgröße an Kante a kann mit Anwendung der Näherung von Stirling $\log_e X! = X \ln X - X$ als

$$I^a = - \left\{ \bar{q}^a \ln \bar{q}^a - \bar{q}^a + \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \ln \frac{f_{ij}^o p_{ij}^a}{\sum_{ij} f_{ij}^o p_{ij}^a} - \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \ln f_{ij} p_{ij}^a + \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \right\} \quad (\text{A1-1})$$

dargestellt werden. Anhand Gleichung (3-16) besteht das Verhältnis

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \quad (\text{1-1})$$

und die Informationsgröße I^a kann als

$$I^a = - \left\{ \left(\sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \right) \ln \bar{q}^a - \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a + \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \ln \frac{f_{ij}^o p_{ij}^a}{\sum_{ij} f_{ij}^o p_{ij}^a} - \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \ln f_{ij} p_{ij}^a + \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \right\} \quad (\text{A1-2})$$

$$I^a = \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \left\{ - \ln \bar{q}^a - \ln \frac{f_{ij}^o p_{ij}^a}{\sum_{ij} f_{ij}^o p_{ij}^a} + \ln f_{ij} p_{ij}^a \right\} \quad (\text{A1-3})$$

und

$$I^a = \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \cdot \ln \frac{f_{ij} q^{o,a}}{\bar{q}^a f_{ij}^o} \quad (\text{A1-4})$$

$$\text{mit } q^{o,a} = \sum_{ij} f_{ij}^o p_{ij}^a$$

bezeichnet werden. Demzufolge ergibt sich die Zielfunktion des IM-Modell zu

$$\min I = \sum_a \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \ln \frac{f_{ij} q^{o,a}}{\bar{q}^a f_{ij}^o} \quad (\text{3-19})$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij} \quad (\text{1-1})$$

mit I Informationsgröße, die hierbei durch die Summierung der Informationen an den Kanten im Untersuchungsnetz, auf denen eine Zählwert erfasst wird, entsteht;

f_{ij} gesuchte Anzahl an Fahrten von Quellbezirk i zu Zielbezirk j ;

- f_{ij}^o historische Anzahl an Fahrten von Quellbezirk i zu Zielbezirk j ;
 p_{ij}^a Anteil des Stroms der Verkehrsbeziehung von Quellbezirk i zu Zielbezirk j
über Kante a (Aufteilungsparameter);
 $q^{o,a}$ historische Verkehrsstärke an Kante a ($= \sum_{ij} f_{ij}^o p_{ij}^a$).

Die Lösung der Zielfunktion (3-19) wird durch Ableiten der Lagrange'schen Funktion

$$L = \sum_a \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a \ln \frac{f_{ij} q^{o,a}}{\bar{q}^a f_{ij}^o} + \sum_a \lambda^a (\sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a - \bar{q}^a) \quad (\text{A1-5})$$

mit λ^a Lagrange'scher Multiplikator von Kante a .

ermittelt. Somit erhält man

$$\frac{dL_{IM}}{df_{ij}} = \sum_a p_{ij}^a \ln \frac{f_{ij} q^{o,a}}{\bar{q}^a f_{ij}^o} + \sum_a f_{ij} p_{ij}^a \frac{1}{f_{ij}} + \sum_a \lambda^a p_{ij}^a = 0 \quad (\text{A1-6})$$

$$\frac{dL_{IM}}{df_{ij}} = \sum_a p_{ij}^a \ln \frac{f_{ij} q^{o,a}}{\bar{q}^a f_{ij}^o} + \sum_a p_{ij}^a (1 + \lambda^a) = 0 \quad (\text{A1-7})$$

$$\ln \left\{ \prod_a \left(\frac{f_{ij} q^{o,a}}{\bar{q}^a f_{ij}^o} \right)^{p_{ij}^a} \right\} = - \sum_a p_{ij}^a (1 + \lambda^a) \quad (\text{A1-8})$$

$$\left(\frac{f_{ij}}{f_{ij}^o} \right)^{\sum_a p_{ij}^a} = \prod_a \left(\frac{\bar{q}^a}{q^{o,a}} \right)^{p_{ij}^a} e^{-\sum_a p_{ij}^a (1 + \lambda^a)} \quad (\text{A1-9})$$

$$f_{ij} = f_{ij}^o \prod_a \left(\frac{\bar{q}^a}{q^{o,a}} e^{-\sum_a (1 + \lambda^a)} \right)^{p_{ij}^a / g_{IM,ij}}, \quad g_{IM,ij} = \sum_a p_{ij}^a \quad (\text{A1-10})$$

und Einsetzen von

$$x^a = \frac{\bar{q}^a}{q^{o,a}} e^{-\sum_a (1 + \lambda^a)}. \quad (\text{A1-11})$$

Die Lösung ergibt sich zu

$$f_{ij} = f_{ij}^o \prod_a x^a \frac{p_{ij}^a}{g_{IM,ij}}, \quad g_{IM,ij} = \sum_a p_{ij}^a \quad (\text{3-20})$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij}. \quad (\text{1-1})$$

Anhang 2 Mathematische Herleitung des EM-Modells

Die Zielfunktion des EM-Modells

$$\max Z_{EM} = -\sum_{ij} (f_{ij} \ln f_{ij} - f_{ij}) \quad (3-25)$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij} . \quad (1-1)$$

kann durch Bilden der Lagrange'schen Funktion durch

$$L = \sum_{ij} -(f_{ij} \ln f_{ij} - f_{ij}) + \sum_a \lambda^a (\bar{q}^a - \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a) \quad (A2-1)$$

beschrieben werden.

Durch die Ableitungen

$$\frac{dL}{df_{ij}} = -(\ln f_{ij} + f_{ij} \cdot \frac{1}{f_{ij}} - 1) - \sum_a \lambda^a p_{ij}^a = 0 \quad (A2-2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda^a} = -\bar{q}^a + \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a = 0 \quad (A2-3)$$

$$\text{mit } x^a = e^{-\lambda^a} \quad (A2-4)$$

ergibt sich die Lösung zu

$$f_{ij} = \prod_a x^a p_{ij}^a \quad (3-26)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij} . \quad (1-1)$$

$$f = \sum_{ij} f_{ij} = \text{konstant} \quad (3-26a)$$

Anhang 3 Mathematische Herleitung des VIM-Modells

Anhand der Zielfunktion und der Nebenbedingung

$$\min I = -\ln \left\{ f! \prod_{ij} \frac{prob_{ij}^{f_{ij}}}{f_{ij}!} \right\} \quad (3-32)$$

$$\text{mit } prob_{ij} = \frac{f_{ij}^o}{\sum_{ij} f_{ij}^o} \quad (3-28)$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} p_{ij}^a f_{ij} \cdot \quad (1-1)$$

kann Gleichung (3-32) durch Anwendung der Näherung von Stirling wie folgt aufgelöst werden:

$$I = - \left\{ \left(\sum_{ij} f_{ij} \right) \ln \sum_{ij} f_{ij} - \sum_{ij} f_{ij} + \sum_{ij} f_{ij} \ln \frac{f_{ij}^o}{\sum_{ij} f_{ij}^o} - \sum_{ij} \ln f_{ij}! \right\} \quad (A3-1)$$

$$I = - \left\{ \left(\sum_{ij} f_{ij} \right) \ln \sum_{ij} f_{ij} - \sum_{ij} f_{ij} + \sum_{ij} f_{ij} \ln \frac{f_{ij}^o}{\sum_{ij} f_{ij}^o} - \sum_{ij} f_{ij} \ln f_{ij} + \sum_{ij} f_{ij} \right\} \cdot \quad (A3-2)$$

Die entsprechende Lagrange'sche Funktion wird unter der Nebenbedingung (1-1) zu

$$L = - \left\{ \left(\sum_{ij} f_{ij} \right) \ln \sum_{ij} f_{ij} + \sum_{ij} f_{ij} \ln \frac{f_{ij}^o}{\sum_{ij} f_{ij}^o} - \sum_{ij} f_{ij} \ln f_{ij} \right\} + \sum_a \lambda^a \left(\sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a - \bar{q}^a \right) \quad (A3-3)$$

gebildet. Durch Differenzieren der Gleichung (A3-3) nach f_{ij} erhält man

$$\frac{dL}{df_{ij}} = - \left\{ \ln \sum_{ij} f_{ij} + \sum_{ij} f_{ij} \frac{1}{\sum_{ij} f_{ij}} + \ln \frac{f_{ij}^o}{\sum_{ij} f_{ij}^o} - \left(\ln f_{ij} + f_{ij} \frac{1}{f_{ij}} \right) \right\} + \sum_a \lambda^a p_{ij}^a = 0 \quad (A3-4)$$

$$\ln \frac{f_{ij}}{\sum_{ij} f_{ij}} + \ln \frac{\sum_{ij} f_{ij}^o}{f_{ij}^o} = - \sum_a \lambda^a p_{ij}^a \quad (A3-5)$$

$$\ln \left(\frac{f_{ij}}{\sum_{ij} f_{ij}} \cdot \frac{\sum_{ij} f_{ij}^o}{f_{ij}^o} \right) = - \sum_a \lambda^a p_{ij}^a \quad (A3-6)$$

$$\frac{f_{ij}}{\sum_{ij} f_{ij}} = \frac{f_{ij}^o}{\sum_{ij} f_{ij}^o} \prod_a e^{-\lambda^a p_{ij}^a} \quad (\text{A3-7})$$

$$f_{ij} = f_{ij}^o \cdot \frac{\sum_{ij} f_{ij}}{\sum_{ij} f_{ij}^o} \cdot \prod_a e^{-\lambda^a p_{ij}^a} . \quad (\text{A3-8})$$

Die Lösung ergibt sich zu:

$$f_{ij} = f_{ij}^o \cdot x_o \cdot \prod_a x^a p_{ij}^a \quad (\text{3-33})$$

$$\text{mit } x_o = \frac{\sum_{ij} f_{ij}}{\sum_{ij} f_{ij}^o} \quad (\text{3-34})$$

$$x^a = e^{-\lambda^a} \quad (\text{3-35})$$

unter der Nebenbedingung

$$\bar{q}^a = \sum_{ij} f_{ij} p_{ij}^a . \quad (\text{1-1})$$

Anhang 4 Mathematische Herleitung des GLS-Modells

Die Zielfunktion des GLS-Modells ist

$$\min Z_{GLS}(F) = \min \begin{bmatrix} F' - F \\ \bar{Q} - PF \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} V^{-1} & 0 \\ 0 & W^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F' - F \\ \bar{Q} - PF \end{bmatrix}. \quad (3-54)$$

Anhand der positiven Bestimmtheit der quadratischen Form ist es möglich, durch partielle Ableitung von $Z_{GLS}(F)$ nach F ein lineares Gleichungssystem aufzubauen:

$$\frac{dZ_{GLS}(F)}{dF} = 0 \quad (A4-1)$$

$$\frac{d\{(F' - F)^T V^{-1}(F' - F) + (\bar{Q} - PF)^T W^{-1}(\bar{Q} - PF)\}}{dF} = 0 \quad (A4-2)$$

$$\frac{d\{-F'^T V^{-1} F' - F'^T V^{-1} F - F^T V^{-1} F' + F^T V^{-1} F + \bar{Q}^T W^{-1} \bar{Q} - \bar{Q}^T W^{-1} PF - F^T P^T W^{-1} \bar{Q} + F^T P^T W^{-1} PF\}}{dF} = 0$$

$$-F'^T V^{-1} - V^{-1} F' + V^{-1} F + F^T V^{-1} - \bar{Q}^T W^{-1} P - P^T W^{-1} \bar{Q} + P^T W^{-1} PF + F^T P^T W^{-1} P = 0 \quad (A4-3)$$

$$-2V^{-1} F'^T + 2V^{-1} F - 2P^T W^{-1} \bar{Q} + 2P^T W^{-1} PF = 0 \quad (A4-4)$$

$$F(V^{-1} + P^T W^{-1} P) = V^{-1} F' + P^T W^{-1} \bar{Q} \quad (A4-5)$$

$$F = (V^{-1} + P^T W^{-1} P)^{-1} (V^{-1} F' + P^T W^{-1} \bar{Q}). \quad (A4-6)$$

Es sei

$$\varphi(F) = V^{-1} + P^T W^{-1} P, \quad (A4-7)$$

dann ergibt sich die Lösung zu

$$F = \varphi(F)^{-1} (V^{-1} F' + P^T W^{-1} \bar{Q}). \quad (3-55)$$

Anhang 5 Lemmas-Beweis der Matrix-Inversion

Das Lemma der Matrix lautet wie folgt:

B und D seien positiv definierte Matrizen. Wenn das Verhältnis mit den Matrizen A und C in der Form

$$A = B^{-1} + CD^{-1}C^H$$

besteht, gilt

$$A^{-1} = B - BC(D + C^HBC)^{-1}C^HB$$

Der Beweis lautet

$$\begin{aligned} & (B^{-1} + CD^{-1}C^H)(B - BC(D + C^HBC)^{-1}C^HB) \\ &= I + CD^{-1}C^HB - (B^{-1} + CD^{-1}C^H)BC(D + C^HBC)^{-1}C^HB \\ &= I + CD^{-1}C^HB - (C + CD^{-1}C^HBC)(D + C^HBC)^{-1}C^HB \\ &= I + CD^{-1}C^HB - CD^{-1}(D + C^HBC)(D + C^HBC)^{-1}C^HB \\ &= I. \end{aligned}$$

Quelle: LOELIGER, H. A. (2001) Least squares and Kalman filtering on Forney graphs. *Codes, Graphs, and Systems*, festschrift in honour of G. D. Forney, Kluwer.

Anhang 6 Stochastisches Nutzeroptimumsproblem von Fisk

Fisk [1980] hat einen konvexen Problemansatz formuliert und bewiesen, dass die Lösung dieses Problems zu einer Gleichgewichtsumlegung führt, bei der die Verkehrsnachfrage jeder Herkunfts-/ Zielbeziehung nach der Logitverteilung auf alle Alternativrouten aufgeteilt wird. Dabei werden die Routenkosten in Abhängigkeit der umgelegten Verkehrsstärken berechnet. Demzufolge ist es wahrscheinlicher, dass eine Fahrt auf eine Route mit geringeren Reisekosten umgelegt wird und dabei auch die bestehende Verkehrsdichte berücksichtigt wird.

Das von Fisk benannte Problem wird durch die Zielfunktion (A) und die Nebenbedingungen (A-1) und (A-2) ausgedrückt. Die Zielfunktion umfasst zwei Teile: Der erste ist ein Negativmaß der Entropie für Routenbelastungen mit einer Gewichtung des Streuungsparameters θ . Das Negativmaß der Entropie bezieht sich auf die Wahrscheinlichkeit und wird Boltzmann-Funktion [Willumsen, 1981] genannt. Der zweite Teil ist das Integral der Kostenfunktion aller Kanten, die von Beckmann u. a. [1956] vorgeschlagen wird. Des Weiteren gibt es noch die Nebenbedingungen der Nichtnegativität der Routenbelastungen und der Konsistenz zwischen den geschätzten Routenbelastungen und dem geschätzten Verkehrsbeziehungsstrom.

$$\min Z_{FISK} = \frac{1}{\theta} \sum_{ij} \sum_k h_{k,ij} \ln h_{k,ij} + \sum_a \int_0^{q^a} c^a(q) dq \quad (A6-1)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_k h_{k,ij} = f_{ij}, \quad i \in I, j \in J, k \in K_{ij} \quad (A6-1a)$$

$$h_{k,ij} \geq 0, \quad i \in I, j \in J, k \in K_{ij} \quad (A6-1b)$$

und das Verhältnis zwischen Kantenbelastung und Routenbelastung ist

$$q^a = \sum_{ij} \sum_k p l_k^a h_{k,ij}, \quad a \in A$$

- mit θ Streuungsparameter, der den Streuungsgrad der Routenwahl zwischen den Alternativrouten steuert;
- $h_{k,ij}$ Routenbelastung auf der Route k der Verkehrsbeziehung vom Bezirk i zum Bezirk j ;
- $c^a(q)$ Kostenfunktion der Kante a mit der Verkehrsstärke q ;
- f_{ij} als geschätzter Verkehrsstrom der Verkehrsbeziehung vom Bezirk i zum Bezirk j ;
- q^a Kantenbelastung auf Kante a ;
- $p l_k^a$ Element in der Kanten-Routen-Zugehörigkeitsmatrix; $p l_k^a = 1$, wenn Kante a zu Route k gehört, sonst $p l_k^a = 0$;
- I Menge der Quellbezirke im Untersuchungsnetz;

- J Menge der Zielbezirke im Untersuchungsnetz;
 K_{ij} Menge der zulässigen Routen der Verkehrsbeziehung von Bezirk i zum Bezirk j ;
 A Menge aller Kanten im Untersuchungsnetz.

Die entsprechende Lagrange'sche Funktion wird mit dem Lagrange'schen Multiplikator ξ_{ij} gebildet, um die optimale Lösung bezüglich des oben geschilderten konvexen Problems zu finden:

$$L(Z_{FISK}, \xi) = Z_{FISK} + \sum_{ij} \sum_k \xi_{ij} (h_{k,ij} - f_{ij}) \quad (A6-2)$$

Mit den Nebenbedingungen (A-1a) und (A-1b) kann der optimale Wert h^* von Z_{PFE} dadurch gefunden werden, dass die partielle Ableitung von $L(Z_{FISK}, \xi)$ gleich null gesetzt wird. Damit ist h^*

$$\frac{\partial L(Z_{FISK}, \xi)}{\partial h_{k,ij}} = \frac{1}{\theta} (\ln h_{k,ij}^* + 1) + \sum_a pod_{k,ij} pl_k^a c^a(\bar{q}^a) + \xi_{ij} = 0 \quad (A6-3)$$

- mit $pod_{k,ij}$ Element in der Routen-Verkehrsbeziehungen-Zugehörigkeitsmatrix;
 $pod_{k,ij} = 1$, wenn Route k zur Verkehrsbeziehung f_{ij} gehört, sonst $pod_{k,ij} = 0$;
 \bar{q}^a gemessene Kantenbelastung auf Kante a .

Es sei $c_{k,ij} = \sum_a pod_{k,ij} pl_k^a c^a(\bar{q}^a)$, die sich auf die Reisekosten der Route k der Verkehrsbeziehung ij bezieht. Die eindeutige Lösung der Routenbelastung jeder Verkehrsbeziehung bestimmt sich anhand des Verhältnisses nach Gleichung (A6-1a)

$$h_{k,ij}^* = f_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{k,ij})}{\sum_k \exp(-\theta c_{k,ij})}, \quad k \in K_{ij} \quad (A6-4)$$

- mit $c_{k,ij}$ Reisezeit auf der Route k der Verkehrsbeziehung von Bezirk i zu Bezirk j .

Anhang 7 Reisezeitabweichung der Routenwahlvarianten der Probanden in Hannover

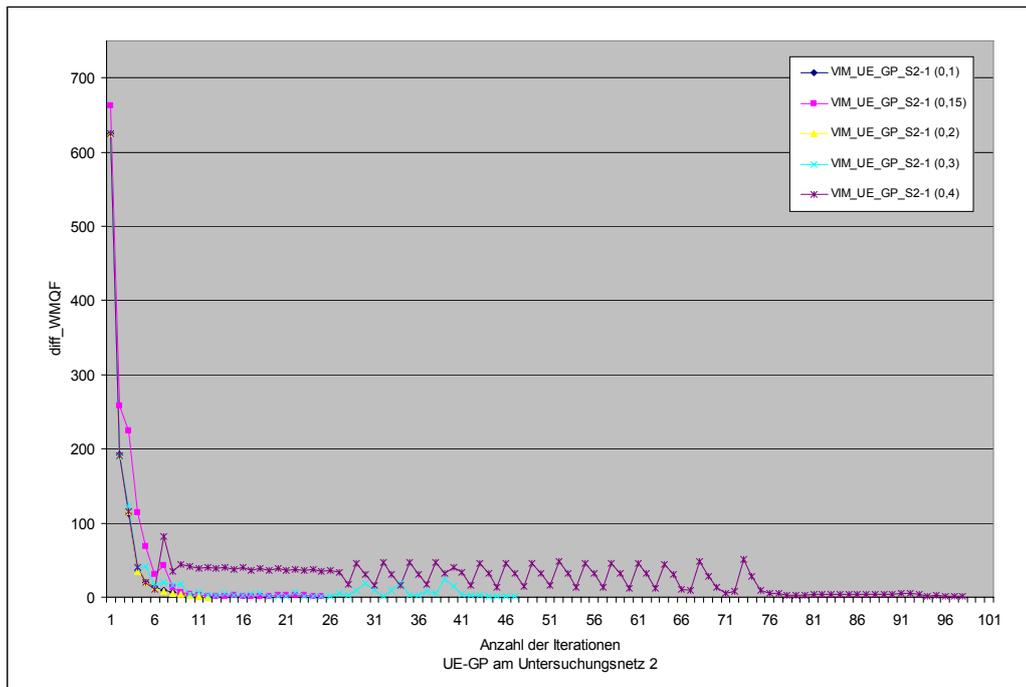
Interviewnummer	1.Wahl	2.Wahl	3.Wahl	4.Wahl	prozentuale mittlere Abweichung (MA)
1	0,00%	9,09%			4,55%
2	18,66%	4,55%	0,00%		7,74%
3	19,22%	5,81%			12,51%
4	12,82%				12,82%
5	0,64%	1,49%	5,74%		2,62%
6	5,80%				5,80%
7	28,55%				28,55%
8	4,88%	0,00%			2,44%
9	2,23%				2,23%
10	22,88%	1,98%			12,43%
11	9,77%	14,49%			12,13%
12	3,90%				3,90%
13	7,20%				7,20%
14	0,00%	4,20%			2,10%
15	0,00%				0,00%
16	13,73%				13,73%
17	0,00%				0,00%
18	11,33%	5,72%			8,53%
19	0,00%				0,00%
20	0,00%				0,00%
21	1,48%				1,48%
22	0,00%				0,00%
23	2,52%	25,37%			13,94%
24	14,88%	0,00%	4,72%		6,53%
25	0,00%				0,00%
26	32,95%	15,26%			24,11%
27	27,84%				27,84%
28	5,88%				5,88%
29	23,31%	29,47%	28,64%		27,14%
30	0,00%	13,49%			6,75%
31	2,95%	1,83%	25,66%		10,15%
32	41,90%	1,65%			21,77%
33	6,88%	12,47%			9,67%
34	0,00%				0,00%
35*	0,00%	25,72%	25,18%	5,43%	14,09%
36	0,00%				0,00%
37	0,00%				0,00%
38*	0,00%	31,34%	79,38%		36,91%
39	12,07%				12,07%
40	0,00%				0,00%

Interviewnummer	1.Wahl	2.Wahl	3.Wahl	4.Wahl	prozentuale mittlere Abweichung (MA)
41	4,31%				4,31%
42	6,21%	39,84%			23,03%
43	1,31%				1,31%
44*	93,41%	10,49%			51,95%
45	1,67%	9,26%	0,00%		3,64%
46	1,97%	22,19%			12,08%
47	0,00%				0,00%
48	0,34%	9,91%			5,13%
49	12,71%				12,71%
50	0,00%	4,55%	18,96%		7,83%
51	0,00%	7,74%			3,87%
52	0,00%	6,49%			3,24%
53	0,00%				0,00%
prozentuale mittlere Abweichung (MA)	8,61%	11,64%	20,92%	5,43%	10,71%
Überarbeitete MA	7,26%	10,28%	11,96%	-	8,56%

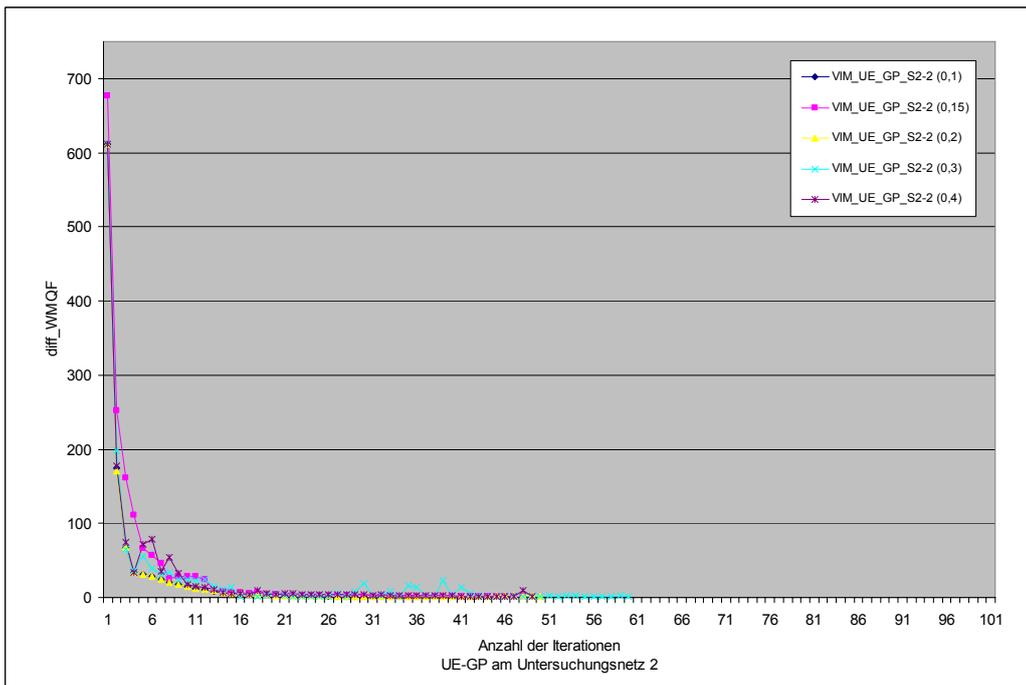
* : wird aufgrund eines Extremwerts oder einer unzureichenden Probengröße nicht in der Analyse betrachtet.

Anhang 8 Konvergenz des mit GP eingesetzten Schätzprozesses bezüglich verschiedener Änderungsfaktoren

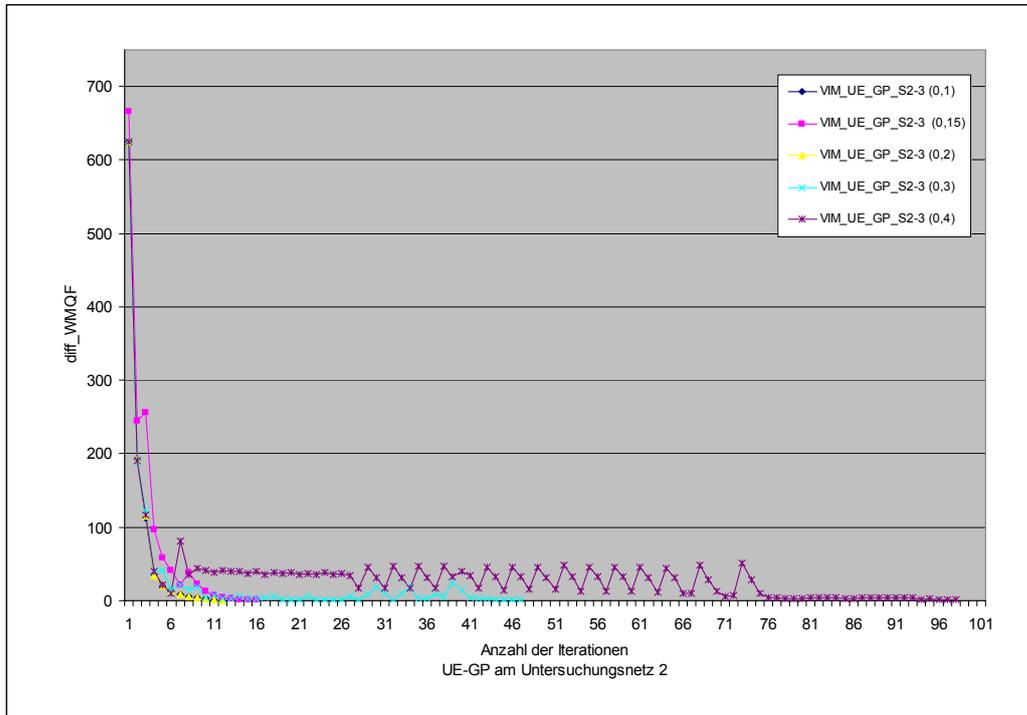
Fall 1: S2-1



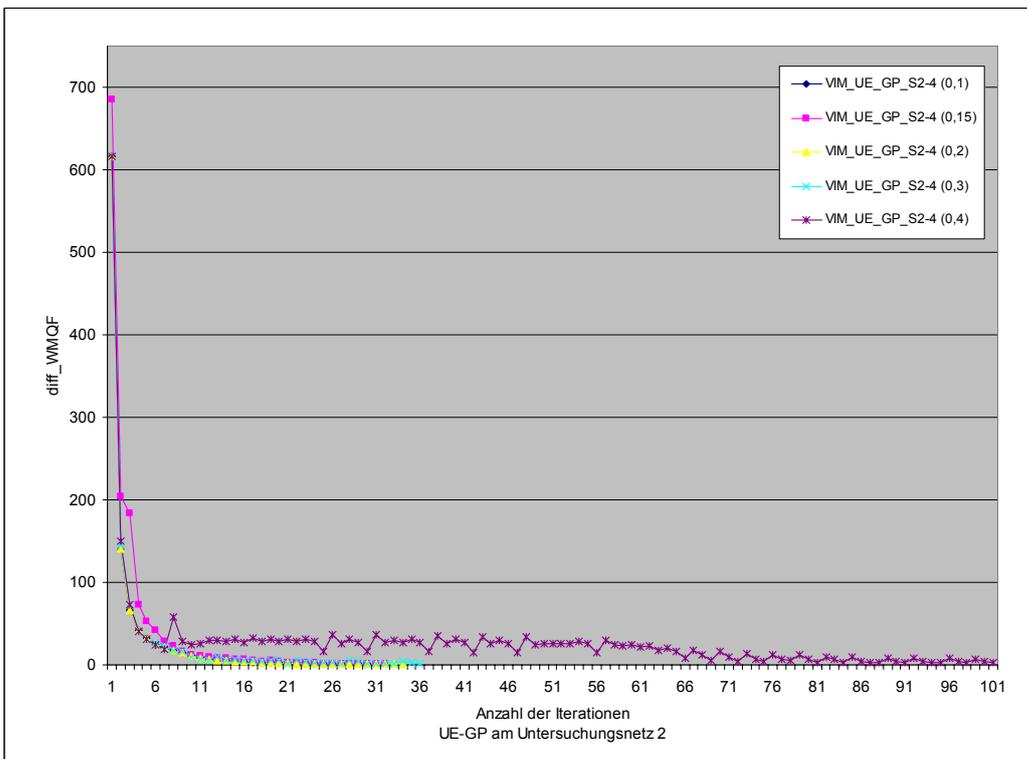
Fall 2: S2-2



Fall 3: S2-3



Fall 4: S2-4



**Veröffentlichungen des Instituts für Verkehrswirtschaft, Straßenwesen und Städtebau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover:**

Heft 1 1979	Rolf Hüttmann Planungsmodell zur Entwicklung von Nahverkehrsnetzen liniengebundener Verkehrsmittel	€ 5,-
Heft 2 1980	Bernhard Peschke Kosten- und Angebotsstruktur von Großkabinenbahnsystemen unter besonderer Berücksichtigung städtebaulicher Bedingungen	€ 9,-
Heft 3 1982	Hartmut Bierschenk Ökonometrisches Verkehrsnachfragemodell mit räumlicher Übertragbarkeit	€ 10,-
Heft 4 1983	Thomas Kortenhaus Bewertung der Verkehrssituation in den Kernbereichen niedersächsischer Mittelstädte	€ 8,-
Heft 5 1984	Wolfgang Haller Methodische Untersuchungen zur Quantifizierung von Fahrkomfort in plangleichen Knotenpunkten	€ 10,-
Heft 6 1985	Wolfgang Faber Verkehrsaufkommen kleinerer Selbstbedienungsbetriebe	€ 10,-
Heft 7 1986	Thomas Kortenhaus Akzeptanz der Parkmöglichkeiten in innenstadtnahen Altbaugebieten durch die Bewohner	€ 13,-
Heft 8 1987	Horst Diekmann, Wolfgang Haller, Jörn Janssen, Edeltraud Straube Neubau von Ortsumgehungen und Rückbau von Ortsdurchfahrten als Maßnahmenbündel	€ 13,-
Heft 9 1988	Hans-Joachim Aumund, Dirk Artschwager, Annette Albers, Hans-Martin Heck Verkehrsentwicklungsplan Delbrück - Ein verkehrsmittelübergrei- fendes Konzept zur flächendeckenden Verkehrsberuhigung in einer Stadt im ländlichen Raum	€ 13,-
Heft 10 1990	Horst Diekmann, Jörn Janssen Untersuchung der Lärminderungsmöglichkeiten durch Ortsumgehungen	€ 5,-
Heft 11 1992	Bert Leerkamp Finanzierung des ganzheitlichen Straßenraumentwurfs Heutige Grenzen und neue Ansätze	€ 13,-
Heft 12 1993	Edeltraud Straube Möglichkeiten zur Integration von Bahnkörpern der Stadtbahn/ Straßenbahn in Straßenräumen von städtischen Hauptverkehrs- straßen mit Wohnbebauung	€ 18,-
Heft 13 1993	Peter Bischoff Entwicklung eines ganzheitlich orientierten Bewertungsverfahrens für den Umbabedarf von Ortsdurchfahrten	€ 18,-
Heft 14 1994	Carsten-Wilm Müller Auswirkungen der Grenzöffnung zur DDR auf die verkehrlich- städtebauliche Struktur niedersächsischer Klein- und Mittelstädte	€ 18,-

Heft 15 1995	Daniela Georgiewa Anwendbarkeit von Verkehrsmodellen für die Planung regionaler Straßennetze in den Ländern Osteuropas - dargestellt am Beispiel Bulgariens -	€ 13,-
Heft 16 1996	Norbert Handke Kombination von Untersuchungsmethoden bei Sicherheits- analysen im Straßenverkehr	€ 18,-
Heft 17 1996	Annette Albers Dynamische Straßenraumfreigabe für Nahverkehrsfahrzeuge	€ 20,-
Heft 18 1996	Bert Leerkamp Entwurfselemente des Lieferverkehrs für Hauptverkehrsstraßen	€ 20,-
Heft 19 1998	Anke Wilms Verkehrssicherheitsbelange bei der Bevorrechtigung von Bussen und Bahnen im Stadtverkehr	€ 18,-
Heft 20 1999	Peiguo Zou Untersuchung neuer Betriebs- und Nutzungskonzepte für eine ökologisch und ökonomisch sinnvolle Integration des Automobils in Verkehrssysteme für Mobilitäts-Schwellenländer	€ 20,-
Heft 21 1999	Matthias Kölle Zweckmäßigkeit planfreier Knotenpunkte an zweispurigen Straßen außerhalb bebauter Gebiete	€ 20,-
Heft 22 1999	Stephan Hoffmann Einsatzbereiche betrieblicher Maßnahmen in planfreien Knotenpunkten	€ 18,-
Heft 23 1999	Robert Schnüll, Norbert Handke, Carola Mennicken Verbesserung der Verkehrssicherheit für Kinder in nieder- sächsischen Kommunen	€ 18,-
Heft 24 1999	Carola Mennicken Sicherheits- und Einsatzkriterien für Fußgängerüberwege	€ 26,-
Heft 25 1999	50 Jahre ivh Wissenschaftliches Kolloquium zum 50. Jahrestag der Gründung des Instituts für Verkehrswirtschaft, Straßenwesen und Städtebau	€ 18,-
Heft 26 2000	Uwe Kloppe Einsatzbereiche unkonventioneller Bahnkörperformen in Hauptverkehrsstraßen	€ 20,-
Heft 27 2000	Robert Schnüll, Stephan Hoffmann, Uwe Kloppe Innovative Beiträge zum Verkehrsplanungs- und Verkehrsmanage- mentkonzept für die Weltausstellung EXPO 2000 in Hannover	€ 18,-
Heft 28 2000	Fabian Schütte Dynamische Simulation des werktäglichen motorisierten Individualverkehrs – Am Beispiel der EXPO 2000 –	€ 18,-
Heft 29 2000	Solveigh Janssen Flächensparende und kostengünstige Verkehrserschließung von Wohngebieten und Stadtquartieren	€ 18,-
Heft 30 2001	Mohamed Shahin Reduktion des Energieverbrauchs in städtischen Gebieten im Rahmen eines nachhaltigen Verkehrskonzepts	€ 18,-

Heft 31 2003	Frank Engelmann Fahrstreifenreduktionen an Autobahnen - Auswirkungen auf die Verkehrssicherheit und den Verkehrsablauf	€ 18,-
Heft 32 2004	Wiebke Dammann Weiterentwicklung von Bemessungsverfahren in planfreien Knotenpunkten	€ 18,-
Heft 33 2005	Ranjan Nath Pant Entwicklung von Konzepten für eine zukunftsfähige Siedlungs- und Verkehrsplanung im Kathmandu-Tal	€ 18,-
Heft 34 2005	Nicola Lehnhoff Überprüfung und Verbesserung der Qualität von automatisch erhobenen Daten an Lichtsignalanlagen	€ 20,-
Heft 35 2006	Essam Almasri Ein neues Verfahren für Versatzzeitoptimierung für signalisierte Straßennetze	€ 18,-
Heft 36 2006	Carsten Kemper Dynamische Simulation des Verkehrsablaufs unter Verwendung statischer Verflechtungsmatrizen	€ 20,-
Heft 37 2007	Irina Matschke Einfluss dynamischer Navigation auf das Verkehrsgeschehen in städtischen Straßennetzen	€ 25,-
Heft 38 2008	Yun-Pang Wang Optimierung der Quelle-Ziel-Matrixschätzung hinsichtlich Redundanzstörung sich verändernder Verkehrszustände	€ 20,-