

Untersuchung von  
Axialturbinen-Beschaufelungen mit  
dreidimensionalen Gestaltungselementen

Vom Fachbereich Maschinenbau  
der Universität Hannover  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur  
genehmigte **Dissertation**

von

Dipl.-Ing. TZONG-HANN SHIEH  
geboren am 24. März 1966 in Taichung/Taiwan

**2003**

1. Referent: Prof. Dipl.-Ing. WALTER RIESS
2. Referent: Prof. Dr.-Ing. M. GIETZELT

Tag der Promotion: 21. Juli 2003

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand auf Anregung von meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dipl.-Ing. W. RIESS, der Direktor des Instituts für Strömungsmaschinen an der Universität Hannover war und durch viele wertvolle Veröffentlichungen die Erkenntnisse auf dem Gebiet der aerodynamischen axialen Turbomaschinen bereichert hat, auch während meiner Tätigkeit als Doktorand sowie als wissenschaftlicher Mitarbeiter am obengenannten Institut. Ihm möchte ich weiterhin für die Gelegenheit zur Promotion danken, sowie die gute Betreuung und Unterstützung. Für die wertvollen, zahlreichen und anregenden Diskussionen, die ich mit Herrn Prof. RIESS während meiner Arbeit geführt habe, bin ich sehr dankbar. Herrn Prof. RIESS war ein Vorbild für mich, dem ich in meiner weiteren wissenschaftlichen Tätigkeit nacheifern werde.

Herrn Prof. Dr.-Ing. M. GIETZELT danke ich herzlich für die kräftige Unterstützung beim Antrag der Graduierungsförderung der Universität Hannover, die Durchsicht meiner Dissertation und die Übernahme des Korreferates. Mein Dank gilt außerdem dem Vorsitzenden der Prüfungskommission, Herrn Prof. Dr.-Ing K. POPP.

Dem neuen Leiter des Instituts, Prof. Dr.-Ing. J. SEUME, möchte ich für seine weitere menschliche, sowie finanzielle Förderung und wohlwollendes Interesse danken. Darüber hinaus möchte ich ihm herzlich danken, dass mir der Abschluß der Arbeit ermöglicht wurde.

Besonders danke ich Herrn Prof. Dr.tech.Science K.L. LAPSCHIN, Saint-Petersburg Technische Universität, für seine umfangreichen experimentellen Daten, die mir zur Verfügung gestellt wurden, enge Zusammenarbeit und wertvollen, zahlreichen Diskussionen.

Der Universität Hannover möchte ich meinen Dank für die finanzielle Förderung der Arbeit im Rahmen des Promotionsstipendiums nach dem Graduiertenförderungsgesetz aussprechen.

Weiterhin möchte ich auf diesem Wege Herrn Dr.-Ing. J. RUNKEL und allen Mitarbeitern am Institut für Strömungsmaschinen danken.

Schließlich möchte ich mich besonders bei meinen geliebten Eltern, meiner Frau und dem Herrn Prof. Dr.rer.nat M.-R. LI, Nationale Cheng-Chi Universität, bedanken, die mein Studium in Deutschland für eine lange Zeit mit viel Geduld und Verständnis unterstützt haben.

Hannover, im Juli 2003

TZONG-HANN SHIEH

**Schlüsselwörter:** geneigte und gekrümmte Schaufeln, radiale Schaufelkraft, Sekundärverlust, Strömungsumlenkung

## **Untersuchung von Axialturbinen-Beschaufelungen mit dreidimensionalen Gestaltungselementen**

### **Kurzfassung:**

Durch vertiefte Kenntnisse über detaillierte aerodynamische Eigenschaften und den Bewegungsmechanismus der Sekundärströmung im Gitterkanal versucht man unterschiedliche Wege herauszufinden, um den Sekundärverlust besser kontrollieren zu können, und ihn somit zu reduzieren. Besonders bei langen Schaufeln kann durch zusätzlich, durch die Schaufel induzierte radiale Kräfte der Verlauf des Reaktionsgrades über der Schaufelhöhe verändert und die Schaufelauslegung verbessert werden. Aus diesem Grund werden geneigte bzw. gekrümmte Schaufeln verwendet. In vorliegender Arbeit sind dreidimensionale numerische Berechnungen einer axialen einstufigen Turbinenstufe mit unterschiedlichen 3D-Leitbeschaufelungen mit dem 3D Navier-Stokes Rechenverfahren NUMECA durchgeführt worden. Die Auswirkungen der radialen und tangential gekrümmten Leitschaufeln auf die Strömungseigenschaften wurden detailliert systematisch untersucht und mit experimentellen Untersuchungen verglichen. Mithilfe dieser Ergebnisse aus den 3D-Berechnungen sowie den experimentellen Daten sind vereinfachte mathematische Formulierungen für die Auswirkungen dieser Beschaufelungen auf radiale Schaufelkraft, Verluste und Umlenkungen in der Strömung für das vorhandene rotationssymmetrische Rechenverfahren (insbesondere für die Modellierung von Strömungsumlenkungen) entwickelt worden.

---

**Keywords:** lean- and bow-blades, radial blade force, secondary loss, deflection of flow

## **Investigation of axial turbines with three dimensional blades**

### **Abstract:**

Through deepened knowledge about detailed aerodynamic characteristics and the mechanism of secondary flow in cascades of blades it is attempted to detect methods for better control and consequently reduction of secondary loss. Especially for long blades additional radial forces, induced by the blades, can influence the distribution of the degree of reaction over the blade height and improve the blade design. Inclined and the curved blades were chosen for this reason. In this work three dimensional numerical calculations of a axial one-stage turbine with different 3D-blades are performed with the 3D Navier-Stokes Code NUMECA. The aerodynamic effects of radial, inclined and curved blades were calculated systematically to compare the results with available experimental data. With this numerical and experimental results, mathematical formulations were developed for the radial blade force, secondary loss and deflection of flow models of the inclined and curved blades, that formally are compatible with the assumption of a rotation-symmetrical flow and with the existing codes.

# Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	ix
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Strömungsproblem . . . . .	1
1.2 Motivation . . . . .	2
1.3 Zielsetzung . . . . .	3
1.4 Definition der geneigten und gekrümmten Leitbeschaufelungen . . . . .	5
<b>2 Stand der Forschung</b>	<b>9</b>
2.1 Tangentiale Schaufelneigung und -krümmung . . . . .	9
2.1.1 Geneigte Schaufel ( <i>Lean</i> ) . . . . .	10
2.1.1.1 Experimentelle Untersuchungen . . . . .	10
2.1.1.2 Numerische Untersuchungen . . . . .	14
2.1.2 Gekrümmte Schaufel ( <i>Bow</i> ) . . . . .	17
2.1.2.1 Experimentelle Untersuchungen . . . . .	17
2.1.2.2 Numerische Untersuchungen . . . . .	23
2.2 Berechnungsverfahren . . . . .	26
2.3 Sekundärströmungen . . . . .	29
<b>3 3D-Rechenverfahren</b>	<b>31</b>
3.1 Grundgleichungen . . . . .	32
3.2 Methode der räumlichen Diskretisierung . . . . .	33

3.2.1	Zentrales Schema . . . . .	33
3.3	<i>Baldwin-Lomax</i> Turbulenzmodell . . . . .	34
3.4	Mehrgitterverfahren . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Numerische Untersuchungen</b>	<b>39</b>
4.1	Einstufige Versuchsluftturbine . . . . .	39
4.1.1	Kontrollmethode der radialen Spaltannahme . . . . .	40
4.1.2	Kontrollrechnungen für den radialen Spalt . . . . .	43
4.2	Geometrische Daten der untersuchten Schaufeln . . . . .	44
4.2.1	Geometrische Daten der zusätzlich berechneten Leitschaufeln . . . . .	45
4.2.2	Weitere untersuchte Leitschaufelgeometrien . . . . .	47
4.3	Netze der verwendeten Schaufeln . . . . .	49
4.4	Anfangsbedingungen der Turbinenstufe . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Auswirkungen der Schaufelkrümmung</b>	<b>53</b>
5.1	Druck- und Geschwindigkeitsverteilungen in der Meßebene 0 (MP0) . . . . .	53
5.2	Turbinenstufe mit axialem Spalt 6.5 mm . . . . .	55
5.2.1	Betriebspunkte . . . . .	55
5.2.2	Totale Stufenwirkungsgrade . . . . .	56
5.3	Turbinenstufe mit Axialspalt 14.0 mm: Stator . . . . .	58
5.3.1	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Stromlinien und Radial- Winkel der Meridianströmung . . . . .	58
5.3.1.1	Auswirkung auf die Meridianstromlinien . . . . .	58
5.3.1.2	Zusammenhang zwischen Ablenkung der Meridianstromli- nien und axialer Strömungsgeschwindigkeit $c_z$ . . . . .	62
5.3.1.3	Auswirkung auf den Radialwinkel der Meridianstromlinien	62
5.3.2	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Schaufelkraft . . . . .	64
5.3.2.1	Definition und Betrachtung der Schaufelkraft . . . . .	64
5.3.2.1.1	3D-Schaufelkraftvektor . . . . .	64

5.3.2.1.2	Betrachtung der Schaufelkraft in der $S_1$ -Ebene . .	66
5.3.2.1.3	Betrachtung der Schaufelkraft in der $S_3$ -Ebene . .	67
5.3.2.2	Verteilung der lokalen Schaufelkraft über der axialen Sehnenlänge . . . . .	69
5.3.2.2.1	Auswirkungen der Umfangskraft der Schaufel um das Schaufelprofil . . . . .	69
5.3.2.2.2	Auswirkungen der axialen Schaufelkraft um das Schaufelprofil . . . . .	72
5.3.2.2.3	Auswirkungen der radialen Schaufelkraft um das Schaufelprofil . . . . .	72
5.3.2.3	Verteilung der resultierende Schaufelkraft über der Schaufelhöhe . . . . .	75
5.3.2.3.1	Verteilung der resultierenden Umfangskraft . . .	75
5.3.2.3.2	Verteilung der resultierenden Radialkraft . . . . .	76
5.3.3	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die statische Druckverteilung an den Profilen . . . . .	78
5.3.3.1	Druckgradienten bzw. Schaufelbelastung um das Schaufelprofil ( <i>von der Druckseite zur Saugseite</i> ) . . . . .	78
5.3.3.2	Druckverteilung auf der Saugseite . . . . .	80
5.3.3.3	Umfangsgemittelte Druckverteilung hinter der Leitschaufel	82
5.3.4	Auswirkung auf den Reaktionsgrad . . . . .	83
5.3.5	Verhältnis radialer Schaufelkraft und der Gradienten des Reaktionsgrads . . . . .	85
5.3.6	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Machzahl . . . . .	86
5.3.6.1	Machzahlverteilung um das Profil . . . . .	86
5.3.6.2	Umfangsgemittelte Machzahlverteilung . . . . .	88
5.3.7	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf den Verlustbeiwert . . . . .	89
5.3.7.1	Vergleich der Definitionen des Verlustbeiwertes . . . . .	89
5.3.7.2	Vergleich des Verlustbeiwertes . . . . .	91
5.3.7.3	Verlustbeiwert mit reduzierter Schaufelzahl . . . . .	94

5.3.7.4	Verlustbeiwerte mit zylindrischer und konischer Gehäusewand . . . . .	95
5.3.8	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die absolute Umlenkung . .	97
5.4	Turbinenstufe mit Axialspalt $14.0\text{ mm}$ : Rotor . . . . .	99
5.4.1	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die relative Anströmung . .	99
5.4.2	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Verlustbeiwert . . . . .	101
5.4.2.1	Umfangsgemittelte Verlustbeiwerte der Laufschaufel . . . . .	102
5.4.2.2	Vergleich des Spaltverlustes ohne und mit Absatz . . . . .	104
5.4.3	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die relative Abströmumlenkung . . . . .	104
5.4.4	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf den absoluten Abströmwinkel $\alpha_2$ . . . . .	106
5.5	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Turbinenstufe . . . . .	107
5.5.1	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die spezifische Stufenarbeit	108
5.5.2	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf den totalen Stufenwirkungsgrad . . . . .	110
5.5.2.1	Totaler Stufenwirkungsgrad über der Kanalhöhe . . . . .	110
5.5.2.2	Globaler totaler Stufenwirkungsgrad . . . . .	111
5.6	Modifikationsmöglichkeit der Laufschaufel . . . . .	112
5.7	Auswirkung der Schaufelkrümmung auf der Wirbelbewegung . . . . .	115
5.7.1	Entstehung des Sattelpunktes und des Hufeisenwirbels . . . . .	115
5.7.2	Quantitativer Vergleich der Auswirkung der tangentialen Schaufelkrümmung . . . . .	117
5.7.2.1	Quantitativer Vergleich des Sattelpunktes und des Hufeisenwirbels durch schematische Darstellung . . . . .	117
5.7.2.2	Quantitativer Vergleich des Kanalwirbels durch schematische Darstellung . . . . .	119
5.7.3	Änderung des Sattelpunktes und des Hufeisenwirbels . . . . .	121
5.7.4	Änderung des Kanalwirbels . . . . .	124
5.7.5	Verteilung des Druck-Koeffizienten in der $S_3$ Ebene . . . . .	127

<b>6</b>	<b>Physikalische Modellierung</b>	<b>131</b>
6.1	Radiales Gleichgewicht . . . . .	131
6.2	Grundgleichungen . . . . .	133
6.2.1	Bewegungsgleichung mit impliziter radialer Kraft . . . . .	135
6.2.2	Bewegungsgleichung mit expliziter radialer Kraft . . . . .	139
6.2.3	Formulierung durch die Stromfunktion . . . . .	140
6.3	Radiale Schaufelkraft $f_{r,s}$ im 2D-Verfahren ( $S_2$ ) . . . . .	141
6.3.1	Radiale Schaufelkraft aus der Umfangsschaufelkraft . . . . .	141
6.3.1.1	Definitionen der Umfangskraft . . . . .	142
6.3.1.1.1	Rotationssymmetrische Umfangskomponente der Eulergleichung . . . . .	142
6.3.1.1.2	Gradient der Umfangsgeschwindigkeit (Strömungsumlenkung) . . . . .	142
6.3.1.1.3	Definition nach HORLOCK . . . . .	143
6.3.1.1.4	Definition nach GALLIMORE . . . . .	144
6.3.1.2	Vergleich der Definitionen der Umfangskraft . . . . .	144
6.3.1.3	Dissipative Umfangskraft . . . . .	147
6.3.2	Radiale Schaufelkraft nach HORLOCK . . . . .	148
6.3.3	Vergleich der Definitionen der Radialkraft . . . . .	149
6.3.4	Weitere Definitionen der radialen Schaufelkraft . . . . .	150
6.4	Tangentialer Neigungs- bzw. Krümmungswinkel . . . . .	150
6.4.1	Tangentialer Neigungswinkel durch die Interpolationsmethode . . . . .	151
6.4.2	Ansatz des Neigungswinkels nach LAPSCHIN . . . . .	151
6.4.3	Ansatz des Neigungswinkels nach FILIPPOV . . . . .	152
6.5	Modellierung des Sekundärverlusts . . . . .	154
6.5.1	Modellierung des Sekundärverlusts für die radiale Schaufel . . . . .	155
6.5.2	Korrekturfunktion des Sekundärverlustes für gekrümmte Schaufeln . . . . .	157
6.5.2.1	Korrekturfunktion für die beiden Randzonen . . . . .	157

6.5.2.2	Korrekturfunktion über der ganzen Schaufelhöhe . . . . .	160
6.6	Neue Modellierung der Strömungsumlenkung . . . . .	161
6.6.1	Korrekturfunktion des Abströmwinkels für die gekrümmte Schaufel	161
6.6.1.1	Ansatz des Abströmwinkels für die Beschau felung $Bow_{2B}$ .	162
6.6.1.2	Ansatz des Abströmwinkels mit allgemeiner Formulierung	162
6.6.2	Validierung der Korrekturfunktion . . . . .	164
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>167</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>171</b>
<b>A</b>	<b>Definition der radialen Schaufelkraft</b>	<b>181</b>
A.1	Definition nach GU . . . . .	181
A.2	Definition nach DENTON . . . . .	182
A.3	Definition nach WU . . . . .	183
<b>B</b>	<b>Verlustmodell der gekrümmten Schaufel</b>	<b>185</b>
B.1	Modell des Sekundärverlustes für radiale Schaufeln nach LAPSCHIN . . . . .	185

# Formelzeichen

## Lateinische Buchstaben

Symbol	Bedeutung
$a$	engster Querschnitt im Schaufelkanal
$b$	Schaufelblockierungsfaktor
$c$	Strömungsgeschwindigkeit im Absolutsystem
$c_p$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
$\Delta C_\varphi$	Verhältnis von $\frac{\Delta c_\varphi}{u_2}$
$d$	Durchmesser
$\underline{f}$	Vektor der Wirkungskraft
$\bar{h}$	spezifische Enthalpie
$h$	Schaufel- bzw. Kanalhöhe
$\Delta h, \Delta h^{le}, \Delta h^{la}$	spezifische Enthalpieänderung allgemein, in der Leitschaufel, in der Laufschaufel
$\Delta h_s, \Delta h_s^{le}, \Delta h_s^{la}$	isentropie spezifische Enthalpieänderung allgemein, in der Leitschaufel, in der Laufschaufel
$i$	Inzidenz
$Ma$	Machzahl
$\dot{m}$	Massenstrom
$\dot{m}_0$	Massenstrom am Eintritt der Turbinenstufe
$n$	Drehzahl bzw. normale Richtung
$O$	Schaufeloberfläche
$p$	Druck
$Re$	Reynolds-Zahl
$r$	Radius
$\boldsymbol{r}$	Reaktionsgrad
$s$	spezifische Entropie
$S$	Sehnenlänge
$S = \partial\Omega$	Rand eines Gebietes
$t$	Gitterteilung
$T$	Temperatur
$U_1 = \frac{u_1}{u_2}$	Verhältnis von $\frac{u_1}{u_2} = \frac{r_1}{r_2}$
$W_1 = \frac{w_1}{w_2}$	bezogene Relativgeschwindigkeit
$Z$	Schaufelzahl eines Gitters

## Griechische Buchstaben

Symbol	Bedeutung
$\alpha$	Strömungswinkel im Absolutsystem, gegen Umfangsrichtung gemessen
$\beta$	Strömungswinkel im Relativsystem, gegen Umfangsrichtung gemessen
$\Delta$	Differenz
$\delta$	Seitenwandgrenzschichtdicke
$\delta$	Winkel der Ablenkung der Meridianstromlinien
$\delta_s$	Schaufeldicke in Umfangsrichtung
$\delta_t$	Schaufeldicke
$\delta_{sp}$	Spaltweite
$\varepsilon'$	Krümmungswinkel der Schaufelsauffädellinie zur tangentialen Richtung
$\zeta$	Verlustzahl
$\Delta\bar{\zeta} = \frac{\bar{\zeta}_{int} - \bar{\zeta}_{int}^{2A}}{\zeta_{int}^{2A}}$	Änderung der Verlustbeiwert
$\eta$	Wirkungsgrad
$\kappa$	Isentropenexponent
$\mu$	dynamische Viskosität
$\mu$	relative Spaltmassenstrom
$\nu = \frac{u_2}{\sqrt{2\Delta h_s}}$	Laufzahl
$\nu'$	Winkel der Meridianstromfläche zur axialen Richtung
$\xi$	Zirkulationskoeffizienten
$\rho$	Dichte
$\Pi$	Druckverhältnis der Turbinenstufe
$\sigma$	Solidity
$\tau$	Wandschubspannung
$\varphi$	Umfangskomponente
$\psi$	Druckzahl
$\psi$	Stromfunktion
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit
$\Omega$	Volumen

## Mathematische Symbole

Nicht unterstrichene Variablen stehen für Skalare, einfach unterstrichende für Vektoren und doppelt unterstrichene für Matrizen und Tensoren.

Symbol	Bedeutung
exp	Exponentialfunktion
max	Maximum
$\times$	Vektorprodukt der zwei Vektoren
$\otimes$	Tensorprodukt der zwei Vektoren
$\bar{V}$	gemittelte Variable (V)
$\underline{V}$	Vektor der Variable (V)
$\underline{\underline{V}}$	Matrix bzw. Tensor einer Variable (V)
$\nabla$	Nabla: Vektor der partiellen räumlichen Ableitung

## Indizes

Symbol	Bedeutung
0, 1, 2	experimentelle Messebenen
<i>aus</i>	Austritt der Stufennetze
<i>ax</i>	axial
<i>A</i>	Auftrieb
<i>bez</i>	bezogen
<i>bow</i>	tangentiale Schaufelkrümmung (infolge von gekrümmten Beschaufelungen)
<i>Bi</i>	Bi-Tangent infolge von Schaufelsehnenlänge
<i>d</i>	Dissipation
<i>ds</i>	Druckseite
<i>ein</i>	Eintritt der Stufennetze
<i>eff</i>	effektiv infolge von Austrittswinkel
<i>exp</i>	Messung
<i>frei</i>	frei endigende Schaufelspitze
<i>G</i>	am Gehäuse
<i>int</i>	integration
<i>is</i>	isentrop
<i>k</i>	kritisch
<i>la</i>	Laufschaufel
<i>lam</i>	laminar (infolge von laminaren Grenzschichten)
<i>le</i>	Leitschaufel
<i>m</i>	meridionale Koordinate, Meridiankomponente und Mittelwert
<i>mit</i>	mit Deckbände
<i>M</i>	infolge von Metallwinkel
<i>N</i>	an der Nabe
<i>opt</i>	optimal
<i>p</i>	infolge von Profilverlusten
<i>r</i>	radiale Komponente
<i>rad</i>	radial (infolge von radialen Leitschaufeln)
<i>rech</i>	Rechnung
<i>red</i>	infolge von der reduzierten Schaufelzahl
<i>R</i>	Reaktion der Resultierende
<i>Res</i>	Resultierende
<i>RS</i>	infolge von Rand- und Sekundärverlusten
<i>s</i>	Schaufel
<i>s</i>	statisch
<i>S</i>	Spitze infolge von Schaufeln
<i>sp</i>	infolge von Spaltverlusten bzw. Spalt
<i>ss</i>	Saugseite
<i>t</i>	total
<i>tot</i>	infolge von gesamten Werte
<i>turb</i>	turbulent (infolge von turbulenten Grenzschichten)
<i>T</i>	Turbine infolge von spezifischer Stufenarbeit
<i>W</i>	Widerstand
<i>z</i>	axiale Komponente

## Zusätzliche Bezeichnung

Symbol	Bedeutung
$Eu$	Euler infolge von reibungsfreien Flüsse in den Erhaltungsgleichungen
$NS$	Navier-Stokes infolge von dissipativen Flüsse in den Erhaltungsgleichungen
$Basis_{2A}$	radialstellte Basisleitschaufel
$Bow_{2B}$	einseitig gekrümmte Leitschaufel infolge von anderer Schaufelform $2B$
$Bow_{2Av2B}$	einseitig gekrümmte Leitschaufel infolge von $Basis_{2A}$ mit gleich radialer Neigungstendenz der Hinterkante von $Bow_{2B}$
$Bow_{F13g1}$	beidseitig gekrümmte Leitschaufel infolge von $Basis_{2A}$ mit $\varepsilon'_N = 13^\circ$ und großen Krümmungszonen
$Bow_{F13g2}$	beidseitig gekrümmte Leitschaufel infolge von $Basis_{2A}$ mit $\varepsilon'_N = 13^\circ$ und kleinen Krümmungszonen
$Bow_{F32g}$	beidseitig gekrümmte Leitschaufel infolge von $Basis_{2A}$ mit $\varepsilon'_N = 32^\circ$ und großen Krümmungszonen
$Bow_{F32g1}$	beidseitig gekrümmte Leitschaufel infolge von $Basis_{2A}$ mit $\varepsilon'_N = 32^\circ$ und kleinen Krümmungszonen
$Lean_{2A}$	geneigte Leitschaufel infolge von $Basis_{2A}$ mit gleichem Neigungswinkel von $Bow_{2B}$ an der Nabe

Hier nicht aufgeführte Formelzeichen werden im Text erläutert.

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Strömungsproblem

Bei der Auslegung bzw. Weiterentwicklung von Turbomaschinen besteht ein Ziel in erster Linie darin, einen möglichst hohen Stufenwirkungsgrad zu erreichen, um die Wirtschaftlichkeit (*Brennstoffverbrauch*) zu verbessern, wobei die Betriebszuverlässigkeit nicht unberücksichtigt bleiben darf. Um diese Ziele zu erreichen, wird die axiale mehrstufige Turbine bzw. Verdichter daher mit folgenden möglichen Eigenschaften weiterentwickelt: hohe Umfangsgeschwindigkeit und hohe aerodynamische Stufenbelastungen. Ein Problem moderner Turbomaschinen mit hohem Druckverhältnis sind kurze Schaufeln mit niedrigem Erstreckungsverhältnis (*aspect-ratio*), für die Lösungen mit gutem Stufenwirkungsgrad, z.B. durch die Verwendung von neuen Schaufelkonfigurationen gefunden werden müssen.

Aus diesem Grunde sind intensive Strömungsuntersuchungen von Turbomaschinen in den letzten zwanzig Jahren zum tieferen Verständnis des dreidimensionalen Strömungsfelds sowie der Verlustmechanismen, insbesondere die Untersuchung der Sekundärströmungen, durchgeführt worden. Eigentlich werden in den Randzonen (*Gehäuse und Nabe*) unterschiedlich starke Sekundärströmungen neben der Hauptströmung durch zusätzliche Reibung und Veränderungen des Gleichgewichts ausgebildet. Die dadurch induzierten Sekundärverluste betragen mit der Spaltströmung zusammen normalerweise in modernen Axialturbinen ca. 20 – 40% der aerodynamischen Gesamtverluste. Daraus erkennt man, daß die Reduzierung dieser Verluste den Stufenwirkungsgrad bedeutend beeinflussen kann.

Um die oben genannten Verluste effektiv zu reduzieren, wurden die aerodynamischen Theorien der 3D-Beschauflungen bereits seit Anfang der 60er Jahre [16][85] vorgeschlagen. Die geneigten oder gekrümmten Schaufeln bzw. die gefeilten Schaufeln können als effizientes Mittel angesehen werden, die Druckverhältnisse an den Seitenwänden und daher das Sekundärströmungsbild zu beeinflussen.

Um die obigen Forderungen erfüllen zu können, muss eine genaue Kenntnis der lokalen

Strömungseigenschaften im Schaufelkanal der 3D-Beschaufelungen vorliegen. Aus diesem Grund begeht man grundsätzlich die beiden folgenden Wege: Entweder durch experimentelle Untersuchungen oder durch eine numerische Behandlung des Strömungsfeldes. Dadurch kann man die benötigten Informationen bzw. genauen Kenntnisse der Strömungsvorgänge gewinnen, denn nicht alle Parameter, die den Strömungsvorgang beschreiben, können im Experiment bestimmt werden.

Besonders die komplexen Strömungsverhältnisse in 3D-Beschaufelungen können durch numerische Berechnungen mit 3D Navier-Stokes-Lösern näher untersucht werden, da mit wachsender Leistungsfähigkeit der Rechenanlagen und Weiterentwicklung der Strömungsberechnungsverfahren für Turbomaschinen in den vergangenen Jahren die Möglichkeiten geschaffen worden sind folgende Forderungen zu erfüllen:

- einfache Preprocessing-Vorarbeit
- totale Berechnung mehrstufiger Turbomaschinen
- Auslegung für neuartige Profil- und Schaufelgeometrien
- möglich kurze Rechenzeiten durch verminderten numerischen Aufwand
- Korrelation mit geeigneten turbulenten Modellen bzw. empirischen Ansätzen
- möglich gute räumliche Auflösung komplexer Strömungsstrukturen
- hohe Zeitgenauigkeit bei Auftreten instationärer Phänomene
- Eliminierung kostspieliger Versuche.

Jedoch wird die derzeitige Qualität der Ergebnisse von 3D-Navier-Stokes-Verfahren auch immer noch durch die begrenzte Genauigkeit der verwendeten Turbulenzmodelle, der Netzgröße und der Transitionsmodelle beeinträchtigt.

## 1.2 Motivation

Obwohl heute die realitätsnahe Strömungssimulation mit 3D Navier-Stokes-Lösern auch für mehr als eine Stufe mit parallelen bzw. großen Rechnern möglich ist, spielen für vielstufige Axialturbinen Rechenprogramme auf der Basis der vereinfachenden Annahme einer rotationssymmetrischen Strömung noch eine große Rolle. Wegen der relativ einfachen Preprocessing-Vorarbeit und der kurzen Rechenzeit sind sie für Optimierungsarbeiten bei der Auslegung und insbesondere für die sogenannte Kennfeld-Berechnung geeignet [73], sie haben somit positive Bedeutung für den Auslegungingenieur besonders in der Praxis.

Da die Beschauelungsgeometrie wegen der Annahme der Rotationssymmetrie nicht real abgebildet wird, müssen mit der Rotationssymmetrie kompatible Umlenk- und Verlustmodelle für diese Programme entwickelt werden. Ein solches Throughflow-Verfahren für die Berechnung rotationssymmetrischer Strömung in Turbinen [69][26] und Verdichter [102][70] auf der Basis der *Finite-Element-Methode* wurde am Institut für Strömungsmaschinen zur Praxisreife entwickelt. Von der aktuellen Konzeption sind diese Programme zunächst nur für die Berechnung nach *klassischen* Prinzipien gestalteter Beschauelungen, deren Profile auf einer Radialen aufgereiht sind, geeignet.

Da die Entwicklung von Beschauelungen nach dieser Konzeption hinsichtlich der Leistungsfähigkeit keine wesentlichen weiteren Fortschritte mehr erwarten lässt, werden in jüngster Zeit zunehmend neuartige Gestaltungselemente für Beschauelungen in Betracht gezogen, untersucht und gegebenenfalls für die Schaufelauslegung verwendet. Die sogenannten 3D-Elemente sind:

- Randzonen-Optimierung (*End Bend*) [74]
- Wandkonturierung [101]
- Neigung der Auffädellinie in Umfangsrichtung (*Lean*)
- Krümmung der Auffädellinien in Umfangsrichtung (*Bow*)
- Axiale Pfeilung der Schaufel (*Sweep*)

Für solche Beschauelungen werden am Institut für Strömungsmaschinen bereits experimentelle Untersuchungen durchgeführt.

Für 3D-Turbinenbeschauelungen ist vor allem die tangentielle Krümmung der Auffädellinie der Leitschaufeln von Interesse, die in die Praxis schon eingeführt ist. Um die Anwendung der rotationssymmetrischen Berechnungsverfahren auch auf geneigte oder gekrümmte 3D-Beschauelungen, deren Bedeutung immer mehr zunimmt, zu ermöglichen, ist die Entwicklung der dafür notwendigen Unterlagen erforderlich. In einer Kooperation mit dem Lehrstuhl für Turbinenbau der Staatlichen Technischen Universität St. Petersburg, Russland, wurden von dort umfangreiche experimentelle Daten über Gitter- und Stufen-Messungen mit gekrümmten Leitschaufeln zur Verfügung gestellt.

## 1.3 Zielsetzung

Ziele der vorliegenden Arbeit sind die numerische Untersuchung und die Modellierung des rotationssymmetrischen Rechenverfahrens in Bezug auf das oben beschriebene Problem anhand der tangential geneigten oder gekrümmten Leitbeschauelungen in der axialen Turbinenstufe. Dazu werden systematische numerische Untersuchungen der tangential

gekrümmten Leitbeschaufelungen mit Hilfe eines dreidimensionalen Navier-Stokes-Lösers NUMECA zuerst behandelt und mit den verfügbaren experimentellen Daten verglichen. Aerodynamische Eigenschaften und Abweichungen, die nicht von den experimentellen Daten beschrieben werden können, werden mit Hilfe der numerischen Stufenberechnungen systematisch untersucht und ergänzt.

Dabei sollen folgende Fragen als Ziel dieser Arbeit behandelt werden:

1. Welche Auswirkungen der tangentialen Schaufelkrümmung werden auf die Strömung im Leitschaufelkanal erzeugt?
  - Welche Unterschiede der Meridian-Stromlinien bzw. der radialen Verschiebung der Strömung über der Kanalhöhe entstehen zwischen radialen und gekrümmten Leitschaufeln?
  - Wie wirkt die radiale Verschiebung auf die Schaufelbelastung bzw. die radiale Schaufelkraft aus?
  - Wie werden die Reaktionsgrade in den beiden Randzonen verändert?
  - Welches Verhältnis kann man zwischen radialer Schaufelkraft und den Gradienten des Reaktionsgrades finden?
  - Welche Änderungen entstehen bei den Verlustbeiwerten und den Verlustverteilungen?
  - Wie verändern sich die Abströmwinkel über der Schaufelhöhe?
2. Bei der Betrachtung der gesamten Turbinenstufe sollen die Strömungseigenschaften im Laufschaufelkanal ebenfalls berücksichtigt werden:
  - Welche Anströmungszustände entstehen für die Laufschaufel?
  - Wie werden die Verlustbeiwerte bzw. die Verlustverteilungen der Laufschaufel beeinflusst?
  - Welche Strömungsumlenkungen können sich im schaufellosen Kanal für die nächste Stufe ergeben?
3. Wie kann die Laufschaufelkonfiguration möglicherweise modifiziert werden, um die Strömungseigenschaften der gesamten Stufe anpassen bzw. verbessern zu können?
4. Wie verändert sich die Sekundärströmung sowie ihre Entstehungspositionen in der  $S_1$ - und  $S_2$ -Ebene?
5. Mit Hilfe dieser experimentellen und berechneten Wirkungsmodelle sind einfache mathematische Formulierungen für die geneigte und gekrümmte Leitbeschaufelungen aufzustellen bzw. zu modellieren, die formal mit der Annahme einer rotationssymmetrischen Strömung und mit den bestehenden Meridianströmungsverfahren kompatibel sind. Aus diesem Grunde ergeben sich daher folgende Anforderungen an eine solche Formulierung:

- Wie kann die radiale Gleichgewichtsgleichung mit der expliziten Anwendung der radialen Schaufelkraft formuliert werden? Welche möglichen Definitionen bzw. Formulierungen der radialen Schaufelkraft können explizit in dieser Gleichung verwendet werden?
- Wie werden die tangentialen Neigungs- bzw. Krümmungswinkel über der Schaufelhöhe bestimmt?
- Welche Formulierungen der Sekundärverluste können mit den konventionellen Verlustmodellen kombiniert werden?
- Wie werden die Strömungsumlenkung bzw. der Abströmwinkel neu modelliert?

## 1.4 Definition der geneigten und gekrümmten Leitbeschaufelungen

In den Veröffentlichungen werden unterschiedlichen 3D-Beschaufelungen vorgeschlagen, aber in vorliegender Arbeit werden nur die oben genannten geneigten bzw. gekrümmten Turbinenleitschaufeln behandelt. Um die Ausführungen der weiteren Abschnitte klar darzustellen, werden wir die Winkeldefinitionen solcher Schaufeln zuerst hier deutlich erklären. Wenn die Auffädellinie der Schaufelprofile (z.B. wie in der Abbildung 1.1) in Umfangsrichtung geneigt oder gekrümmt ist, wird die geneigte bzw. die gekrümmte Schaufel erzeugt, wie in der Abb. 1.1 dargestellt. Dadurch können solche Schaufeln jeweils durch zwei unterschiedliche tangentiale Neigungen bzw. Krümmungen der Auffädellinie beschrieben werden:

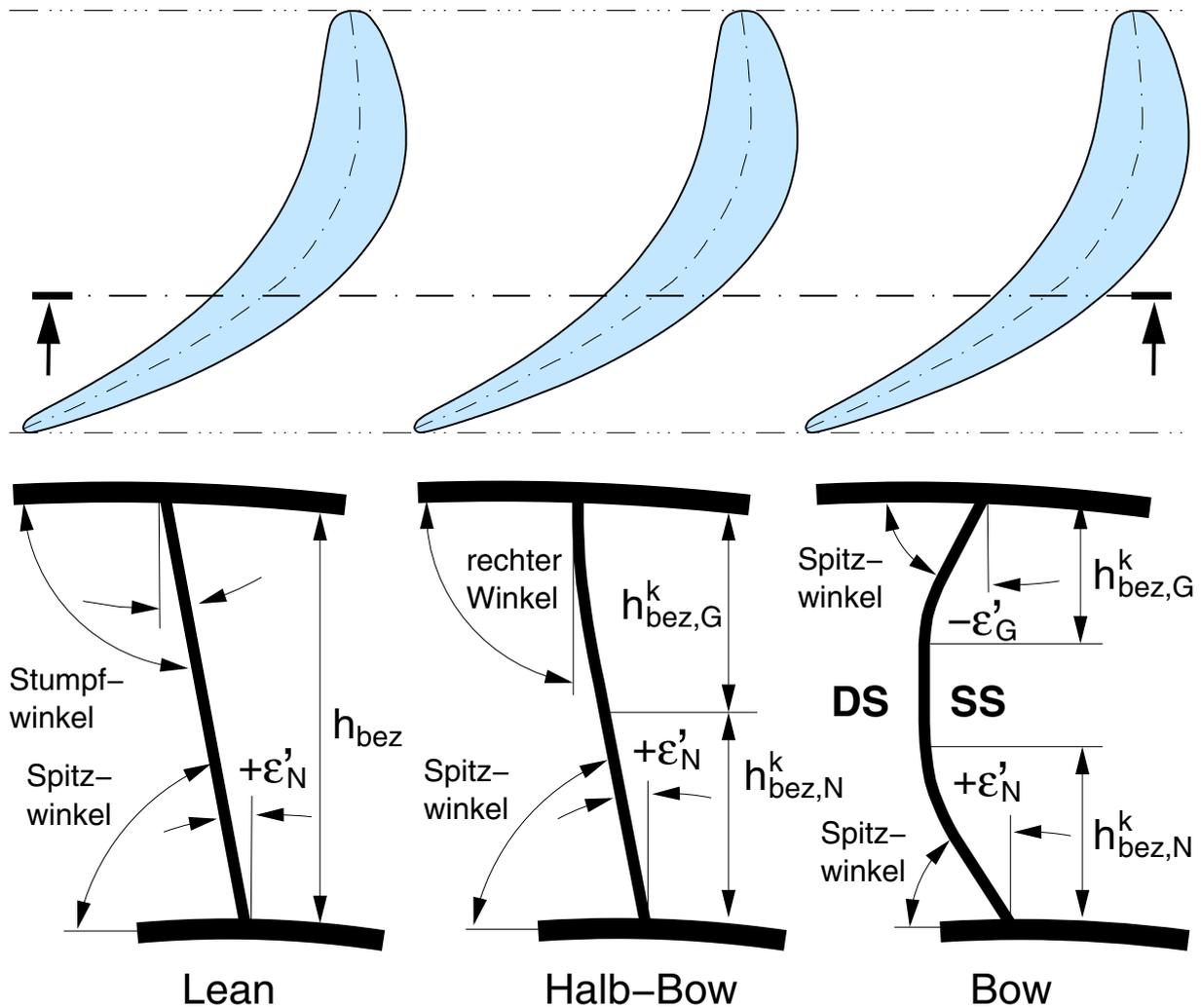
- **Positive tangentiale Schaufelneigung bzw. -krümmung:**

- **Tangential geneigte Schaufeln:**

Wenn die Auffädellinie der Leitschaufel im Kreisgitter gegen die Druckseite geneigt ist (d.h. der Winkel zwischen Druckseite der Schaufel und der Seitenwand an der Nabe ist  $< 90^\circ$ ), wird der Neigungswinkel  $\varepsilon'$  der Schaufeln gegen die radiale Auffädellinie wie die Abb. 1.1 (*Lean*) positiv gezählt. Dies gibt einen Spitzwinkel zwischen der Druckseite und der Nabenwand bzw. einen Stumpfwinkel zwischen der Druckseite und der Gehäusewand. In diesem Fall hat die Beschaufelung *positive Neigung*.

- **Tangential gekrümmte Schaufeln:**

Wenn ein gleichgerichteter Neigungswinkel an beiden Seitenwänden des Kreisgitters erreicht werden soll, muß die Auffädellinie der Schaufel gekrümmt werden. So kann wie in Abb. 1.1 (*Bow*) ein Spitzwinkel zwischen Druckseite der Schaufel und der Wand an beiden Enden erzeugt werden. Die Krümmung sind dann positiv. Im allgemeinen Fall können  $\varepsilon'$  und Höhererstreckung  $h_{bez}^k$  der Krümmung an beiden Schaufelenden verschieden sein. Eine Kombination von der geneigten



*Abb. 1.1:* Definition der geneigten sowie der einseitig und beidseitig gekrümmten Leitschaufel durch ihre Auffädellinien im Kreisgitter in der  $S_3$  Ebene

und der gekrümmten Schaufeln kann zusätzlich in der mittleren Zeichnung der *Abb. 1.1* als *halb-Bow* vorgestellt werden.

- **Negative tangentielle Schaufelneigung bzw. -krümmung:**

- **Tangential geneigte Schaufeln:**

Wenn die Auffädellinie der Leitschaufel im Kreisgitter gegen die Saugseite geneigt ist, wird der Neigungswinkel  $\varepsilon'$  oberhalb der Schaufeln jedoch auf der linken Seite der radialen Auffädellinie entstehen. Dies ergibt eine Beschauflung mit *negativer Neigung*. Ebenfalls bezieht diese *negative* Definition sich hauptsächlich auf dem Stumpfwinkel zwischen der Druckseite und der Nabenwand im Nabenschnitt.

- **Tangential gekrümmte Schaufeln:**

Wenn bei der gekrümmten Schaufel im Kreisgitter ein Spitzwinkel zwischen

Saugseite und Wand gewählt wird, hat eine solche Beschaufelung eine *negative Krümmung*.

Auf diese Weise können die obigen Definitionen grundsätzlich für die Bezeichnung der positiv und negativ tangentialen Schaufelneigung bzw. -krümmung verwendet werden. Jedoch müssen die Vorzeichen des tangentialen Neigungs- bzw. Krümmungswinkels zur Bestimmung der aerodynamischen Parameter über der Schaufelhöhe ebenfalls definiert werden. D.h. wenn die Schaufeln in Richtung des Uhrzeigersinnes geneigt bzw. gekrümmt sind, werden ihre tangentialen Neigungs- bzw. Krümmungswinkel mit dem *plus (+)* Vorzeichen dargestellt. Im umgekehrter Weise stehen die *minus (-)* Vorzeichen für die Richtung des Uhrzeigersinnes. Diese Ausführung ist für die Beschaufelungen in der Abb. 1.1 deutlich beschrieben.



# Kapitel 2

## Stand der Forschung

### 2.1 Tangentiale Schaufelneigung und -krümmung

Um den Wirkungsgrad der axialen Turbine zu erhöhen, sollte man die Entstehung und die Entwicklung der Sekundärströmung im Gitterkanal geeignet nutzen und kontrollieren, dadurch reduziert man die Verluste der Sekundärströmung des Gitters. Seit 60 Jahren bis jetzt wurde eine große Menge theoretischer Analysen und experimenteller Untersuchungen in einigen Ländern durchgeführt, um die aerodynamischen Strömungsbewegungen im Gitter zu kontrollieren und Reduzierungsmethoden für die Energieverluste zu finden. Es wurden einige Methoden z.B. veränderte geometrische Parameter des Strömungsgebiets [17], verbesserte Arbeitsverteilung [20] und die Designmethode des kontrollierten Wirbels (*Controlled-Vortex*) [20] u.s.w. vorgelegt.

Die Methoden der geneigten und gekrümmten Schaufel wurden in jüngerer Zeit für die beiden Turbomaschinen (*axiale Turbine und axialer Verdichter*) vorgelegt. Die vorliegenden Untersuchungen für die Turbine zeigten im allgemeinen Fall, dass die gekrümmte Schaufel für lange, mittlere und kurze Leitschaufeln geeignet ist. Bei der Verwendung als Laufschaufel kann auch die Strömungsbewegung im Gitterkanal verbessert werden, aber die praktische Anwendung ist wegen der Fliehkraftbelastung von Laufschaufeln viel beschränkter. Solche Schaufeln verwendet man nicht nur in axialen Turbinen, sie sind auch gut geeignet im axialen Verdichter [32][112] und axialen Ventilator [4][5][90][92].

Obwohl die gekrümmte Schaufel der axialen Turbine in vielen Veröffentlichungen viele Vorteile zeigte und auch in vielen Bereichen, z.B. in Triebwerken und Gasturbinen verwendet wurde, bleibt der exakte Mechanismus der 3D-Beschaufelung und die Reduzierung der Randzonenverluste in der Turbine bis jetzt noch ungenügend verstanden. Insbesondere für die gekrümmte Schaufel (*Compound lean*) sind die unterschiedlichen Erklärungen und Aussagen der Untersuchungen, z.B. von HAN et al. [33] und WANG et al. [107] für die Turbine widersprüchlich. Daher wird ein Überblick über den Stand der Forschung

bezüglich der theoretischen und experimentellen Untersuchungen mit 3D-Beschaufelungen hier beschrieben. Zunächst wird die Verwendung von geneigten und gekrümmten Schaufeln in axialen Turbinen beschrieben. Dadurch können die Methoden und Mechanismen der 3D-Beschaufelung vorgestellt werden. Es wird gezeigt, dass sie die Verluste der Sekundärströmung kontrollieren und reduzieren.

## 2.1.1 Geneigte Schaufel (*Lean*)

### 2.1.1.1 Experimentelle Untersuchungen

Der tangentielle Neigungswinkel der Schaufel (*in Englisch auch Dihedral und in Deutsch auch V-Stellung*) hat Einfluß auf das radiale Gleichgewicht, ein solcher Effekt wurde Anfang der 60er Jahre [16][85] bereits von einigen Leuten begonnen zu diskutieren. Sie hatten ausgesagt, dass der radiale Druckgradient im Kreisgitter durch die tangentielle Neigung verändert wird. Die Literatur zeigt, dass die erste Theorie der geneigten (*V-Stellung*) Leit-schaukel im Bereich axialer Turbinen von DEICH et al. [16] im Jahr 1962 veröffentlicht wurde.

DEICH UND TROJANOVSKIJ [17] hatten Anfang der 60er Jahre die Effekte der Schaufelneigungen von  $\varepsilon' = +13^\circ$  und  $-14^\circ$  in Kreisgitter untersucht. Sie sagten aus, dass die Neigungswinkel eine deutliche Veränderung der Verluste in den Randzonen verursachen können. Die Ergebnisse zeigten: Der Gesamtverlust für positive Neigung  $\varepsilon' = +13^\circ$  wurde reduziert und für negative Neigung  $\varepsilon' = -14^\circ$  erhöht.

DEICH UND FILIPPOV et al. (1962) [16][17] untersuchten vier Kreisgitter mit verschiedenen Neigungswinkeln der Austrittskanten von  $-20^\circ$ ,  $-8^\circ$ ,  $0^\circ$  und  $+20^\circ$ . Die untersuchten Schaufeln waren Schaufeln mit niedrigem Streckungsverhältnis (*low aspect-ratio*). Die Verteilung der Verluste über der Schaufelhöhe war auf folgende Weise dargestellt: Bei negativen Neigungswinkeln der Austrittskanten waren bedeutende Verluste im Fußschnitt festzustellen, was durch das Abreißen der Strömung erklärt werden kann. Bei positiven Neigungswinkeln, d.h. bei Abdrängung der Strömung zur Nabe, wachsen die Verluste in den Kopfschnitten. Die Verlustkurven zeigten, dass die Gesamtverluste im Gitter sich in den Grenzen von  $\varepsilon' = -6^\circ \dots +14^\circ$  nicht veränderten. Die Gesamtverluste für  $\varepsilon' = +20^\circ$  verringerten sich von 5.2% auf 4.3%. In diesem Fall wurde eine Verringerung des statischen Druckgradienten durch die beiden Faktoren: Neigung der Austrittskanten und Meridianprofilierung bewirkt, d.h. der Einfluß der Neigung der Austrittskanten war hierbei im Zusammenhang mit der Meridianprofilierung des Leitgitters betrachtet worden. Wie die gekrümmten Schaufeln im Abschnitt 2.1.2.1 untersuchte FILIPPOV et al. (1964) [23] danach auch die geneigten Schaufeln unter gleichen Bedingungen weiter. Die Ergebnisse waren in diesem Fall sehr ähnlich wie bei den gekrümmten Schaufeln.

Die Berechnungen von HOURMOUZIAS et al. (1985) [47] wurden auch durch einen experi-

mentellen Versuch mit radialen und geneigten Schaufeln mit dem Neigungswinkel  $\varepsilon' = 20^\circ$  ergänzt. Die experimentellen Messungen der Druckverteilung am Nabebereich stimmen mit seinen numerischen Ergebnissen gut überein.

HAN (1988) [33] untersuchte die geneigten Schaufeln im Kreisgitter mit fünf unterschiedlichen Neigungswinkeln  $+20^\circ$ ,  $+10^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $-10^\circ$  und  $-20^\circ$ . Diese Schaufeln induzierten auf der Saugseite im Nabebereich eine Strömungsbewegung in Richtung zur Gehäusewand und schwächten dadurch die durch den Radialdruck zur Nabe gerichtete Strömung ab. Es wird weniger niedrigerenergetisches Fluid auf der Saugseite im Nabebereich angesammelt. In seiner Untersuchung konnte er zeigen, dass die Verluste in einem Kreisgitter mit  $20^\circ$  geneigten Schaufeln reduziert werden.

WANG (1988) [107] untersuchte ebene Schaufelgitter mit ähnlicher Geometrie sowie den fünf gleichen Neigungswinkeln wie HAN [33] im gleichen Jahr. Jedoch steigen im Gegensatz zu HAN in seinen Ergebnissen die Verluste im Verhältnis zur herkömmlichen Schaufel an, da die Neigung eine von der Stumpfwinkelseite zur Spitzwinkelseite gerichtete, der Hauptströmung überlagerte Strömung mit Zusatzverlusten induziert. In ebenen Schaufelgittern bringt diese Zusatzströmung Zusatzverluste, in Kreisgittern kann diese Strömung genutzt werden, die Zusatzströmung zu unterdrücken.

Das Verhalten bei der Bildung des Horseshoe Vortex konnte HARRISON (1990) [37] außer bei gekrümmten Schaufeln auch gleichzeitig an positiv geneigten Schaufeln mit Neigungswinkel  $\varepsilon' = +20^\circ$  beobachten. Die Ergebnisse zeigten: Der vordere Bereich des Profils auf der Stumpfwinkelseite wird bei der geneigten Schaufel entlastet, wobei die maximale Belastung in den hinteren Bereich des Schaufelkanals verschoben wird. Der vordere Bereich wird in der Spitzwinkelzone stark belastet und der hintere Teil im Verhältnis zum Mittelschnitt entlastet. Die geneigte Schaufel hat einen mächtigen Einfluß auf den statischen Druck in der Untersuchung gezeigt, insbesondere in der Nähe vom Mittelbereich der Sehne. Deswegen wird die Zuströmungsgrenzschicht auf einer Seitenwand beschleunigt und verkleinert, auf der anderen Seitenwand wird sie verzögert und vergrößert. Diese unterschiedliche Entwicklung der Seitenwandgrenzschicht hat eine unterschiedliche Seitenwandtopologie zur Folge. Auf der Druckseite bilden sich die Ablöselinien (*lift-off line*) gut aus, wobei das meiste Fluid der Zuströmungsgrenzschicht entlang einer einzelnen Linie die Seitenwand verläßt. Stromabwärts dieser Linie bildet sich eine neue dünne Seitenwandgrenzschicht. Die Abwesenheit der Ablöselinien an der Saugseite deutet darauf hin, dass das niedrigerenergetische Fluid der Zuströmungsgrenzschicht an der Seitenwand verbleibt und sich eine relativ dicke Grenzschicht bildet. Auf der Saugseite haben die Sekundärströmungen im Verhältnis zur Druckseite bei geneigten Schaufelprofilen geringere Intensität. Da die Messungsposition von HARRISON leider nicht der Saugseite sehr nahe liegt, können diese Annahmen noch nicht überzeugen.

HAN (1994) [34] untersuchte die negativ geneigte Schaufel  $\varepsilon' = -20^\circ$  im ebenen Gitter weiter. Seine Ergebnissen zeigten im Gegensatz zu früheren Untersuchungen: In der Stumpfwinkelzone wird durch die Anhäufung von niedrig-energetischem Fluid in der Ecke der

Saugseite im Verhältnis zur Spitzwinkelzone ein stärkerer Horseshoe Vortex entwickelt und in dem stärkeren negativen, nachteiligen Hauptströmungsdruckgradienten auf der Stumpfwinkelseite wird ein intensiver, großer Kanalwirbel gebildet, der in die Stumpfwinkelzone wandert. Das niedrigenergetische Material der Spitzwinkelzone wird in die Stumpfwinkelzone transportiert, wodurch die aerodynamische Leistungsfähigkeit in diesem Bereich sinkt und jene der Spitzwinkelzone steigt.

SUSLOV (1995) [94] hatte auch eine experimentelle Untersuchung mit drei geneigten Schaukeln im Kreisgitter wie im Abschnitt 2.1.1.2 durchgeführt. Diese Ergebnisse zeigten, dass sie mit den Berechnungen übereinstimmen.

Ein Überblick über die genannten experimentelle Untersuchungen für geneigte Leitschaukeln ist in der Tabelle 2.1 zusammengestellt.

Bezug	Jahr	$R_{e'}$	$\varepsilon'_N$	$h_{bez,N}^k$	$\varepsilon'_G$	$h_{bez,G}^k$	$M$	$S_e$	$S_m$	$W_k$	$M_n^r$	$\beta_2$	$\zeta$	$\eta$	$i$	$\delta$	$\sigma$	$h/S$	$Z_s$	$M_p$	$D_e$	Bemerkung		
DEICH [17]	(62)? (73)	p	+13°										↓											
		n	-14°											↑?										
DEICH [17][16]	1962	k	0°		0°		x											L		x <sub>G</sub>			$M_p$ an der Gehäusen- randzone	
		p	+20°				x							↓?				L		x <sub>G</sub>				
		n	-20°				x												L		x <sub>G</sub>			
		n	-8°				x												L		x <sub>G</sub>			
FILIPPOV [23]	1964	k	0°		0°		x											1.52						
		p	+10°				x											1.52						
HOURM [47]	1985	k	0°		0°		?									x								
		p	+20°				?									x								
HAN [33]	1988	k	0°		0°		x												1.4	18				
		p	+10°				x												1.4	18				
		p	+20°				x												1.4	18				
		n	-10°				x												1.4	18				
		n	-20°				x												1.4	18				
WANG [107]	1988	k	0°		0°					x									0.96					
		p	+10°							x									0.96					
		p	+20°							x									0.96					
		n	-10°							x									0.96					
HARRISON [37]	1990	k	0°		0°					x	x	x				x			1.097					
		p	+20°							x	x	x					x		1.097					
HAN [34]	1994	k	0°		0°					x		x							0.917					
		n	-20°							x		x							0.917					
SUSLOV [94]	1995	k	0°		0°			x											0.9					
		p	+20°					x											0.9					
		n	-8°					x											0.9					
		n	-20°				x											0.9						

Tab. 2.1: Überblick über experimentelle Untersuchungen von geeigneten Leitschaufeln in Veröffentlichungen

$R_{e'}$ : Richtung tangentialer Neigung ( $p$ : positive Neigung;  $n$ : negative Neigung;  $k$ : konventionelle Schaufel);  $\varepsilon'_N$ : Neigungswinkel im Nabenschnitt;  $\varepsilon'_G$ : Neigungswinkel im Gehäuseschnitt;  $h_{bez,N}^k$ : Höhenstreckung in der Nabenschnittzone;  $h_{bez,G}^k$ : Höhenstreckung in der Gehäusewandzone;  $M$ : Methode des Versuches;  $S_e$ : Einstufige;  $S_m$ : Mehrstufige;  $W_k$ : Windkanal;  $M_n^r$ : radiale Mischung der Nachlaufelle;  $\beta_2$ : Austrittswinkel;  $\zeta$ : Gesamtverlust;  $\eta$ : Stufenwirkungsgrad;  $i$ : Inzidenzwinkel;  $\delta$ : Eintrittsgrenzschichtdicke;  $\sigma$ : Solidity;  $h/S$ : Erstreckungsverhältnis (*aspect-ratio*);  $L$ : niedrig;  $Z_s$ : Schaufelzahl des Gitters;  $M_p$ : Meridianprofilierung ( $N$ : an der Nabe;  $G$ : am Gehäuse);  $D_e$ : Drall beim Eintritt

### 2.1.1.2 Numerische Untersuchungen

Wie im Abschnitt 2.1.1.1 wurden durch DEICH UND FILIPPOV (1962) [16][17] auch unter gleichen Bedingungen numerische Berechnungen durchgeführt. Die radiale Gleichgewichtsgleichung wurde in der Berechnung benutzt, diese Gleichung benutzt nur vereinfachterweise die Zentrifugalkraft, jedoch wurde die radiale Kraft  $f_r$  durch die Schaufelneigung noch zusätzlich berücksichtigt. Außerdem berechnete FILIPPOV (1964) [23] die experimentellen Daten vom Jahr 1962 im Abschnitt 2.1.2.1 auch mit einer unterschiedlichen radialen Kraft  $f_r$ . Die Ergebnisse der Berechnung stimmten mit den experimentellen Daten überein. FILIPPOV et al. (1963) [22][17] benutzte ein Näherungsverfahren wie im Abschnitt 2.1.2.2 gleichzeitig auch um die geneigte Schaufel zu berechnen. Diese Methode wurde von SUSLOV [94] im Jahr 1995 weiter verfolgt.

SMITH et al. [85] hatte die Effekte des Neigungswinkels und der negativen Pfeilung (*backward sweep*) genau diskutiert. In der Untersuchung wurden der Inzidenzwinkel  $i$  und die Solidity  $\sigma$  der Schaufel im Gitter gleichzeitig berücksichtigt. Er zeigte: Der Effekt des Neigungswinkels war kleiner als der der negativen Pfeilung. Wenn der Neigungswinkel der Schaufel verwendet wurde, hat die Krümmung der Meridianstromlinie in der Rechenmethode von rotationsymmetrischen Strömungsebenen eine wichtige Rolle gespielt. Daher können solche Effekte durch aerodynamische Deviationswinkel (*yaw*) und aerodynamische Schrägwinkel (*bank angle*) der rechteckigen Schaufel dargestellt werden. Aber die deutliche Veränderung des Strömungswinkels war auch durch die Zusammenwirkung beider Randzonen beeinflusst worden.

HOUMOUZIADIS et al. (1985) [47] untersuchte die radialen und geneigten Schaufeln für den Neigungswinkel  $\varepsilon' = +15^\circ$  im Kreisgitter mit einem Verfahren wie die numerische Untersuchung. Der Effekt konnte bei der Stromlinienkrümmung gesehen werden, da er eine deutliche Veränderung von der Eintrittsebene zur Austrittsebene zeigte. Außerdem gab es die deutliche Reduzierung der aerodynamischen Belastung im Nabenbereich geneigter Schaufeln, der gegenteilige Effekt konnte dann im Kopfbereich auch beobachtet werden. Durch eine solche neue radiale Verteilung der Belastung wurde eine Tendenz deutlich, dass die Verluste im Nabenbereich reduziert sind und im Gegenteil im Kopfbereich erhöht sind.

SUSLOV UND FILIPPOV (1995) [94] verfolgten die Approximationsmethode von FILIPPOV et al. [22] weiter. Die untersuchten Schaufeln waren eine radialgestellte Schaufel und drei geneigte Schaufeln mit den Neigungswinkeln von  $\varepsilon' = 20^\circ, -8^\circ$  und  $-20^\circ$  im Kreisgitter. Das Verhältnis des mittleren Durchmessers zur Schaufellänge und das Streckungsverhältnis waren in diesem Fall jeweils  $\frac{d_m}{h} = 8.5$  und  $\frac{h}{s} = 0.9$ . Die statische Druckverteilung über die bezogene Schaufelhöhe zeigte in den Kopfschnitten, dass die Verluste der positiv geneigten Schaufel viel niedriger und die der negativ geneigten Schaufeln im Gegenteil höher als die der radialen Schaufel lagen. Diese Berechnungsergebnisse stimmen auch mit experimentellen Ergebnissen überein, nur die positiven Schaufeln hatten etwas größere Unterschiede in den Kopfschnitten.

PIOSKE et al. (1997) [71] führt wie seine numerische Untersuchung mit gekrümmten Schaufeln im Kreisgitter im Abschnitt 2.1.2.2 hier auch eine geneigte Schaufelvariante mit einem Profilversatz zwischen Mittel- und Aussenschnitt unter gleichen Bedingungen durch. Die Rechnungen zeigten dabei: Durch eine positive Neigung tritt eine rapide Verschlechterung im Vergleich zu der geraden Schaufel hinsichtlich ihres Sekundärströmungs- und Verlustverhaltens ein. Durch die höhere Belastung des Aussenschnitts wird eine wesentlich dickere Gehäusegrenzschicht ausgebildet, die gleichzeitig einen dominanten, sich stark ausbreitenden Kanalwirbel begünstigt. Dieser führt in der Abströmebene zu einer besonders ausgebildeten Mehrumlenkung in den Kanalbereichen oberhalb 75% relativer Kanalhöhe. Durch die umgekehrten Verhältnisse an der Nabe mit der dort durch die Entlastung geringeren Umlenkung in der Grenzschicht wird der Einflußbereich und die Intensität des Hinterkantenwirbels vergrößert, was insgesamt zu einer sehr inhomogenen und gradientbehafteten Abströmung führt.

Ein Überblick über obengenannten numerischen Untersuchungen für geneigte Leitschaufeln ist in der Tabelle 2.2 vorgestellt.

Bezug	Jahr	$R_{e'l}$	$\epsilon'_N$	$h_{bez,N}^k$	$\epsilon'_G$	$h_{bez,G}^k$	Verf.	Korz.	$M$	$S_e$	$S_m$	$\zeta$	$\eta$	$i$	$\delta$	$\sigma$	$h/S$	$Z_s$	$Z_k$	Netz	Bemerkung		
SMITH [85]	1963						$S_2$							x		x						$Lean < Sweep$	
DEICH [17]	1973	k	$0^\circ$		$0^\circ$		$S_2$		$f_r$	x													
		n	$-8^\circ$				$S_2$		$f_r$	x													
		n	$-20^\circ$				$S_2$		$f_r$	x													
		p	$+20^\circ$			$S_2$		$f_r$	x			$\downarrow$											
HOURM [47]	1985	k	$0^\circ$		$0^\circ$		Q3D	2DGS		?				x	x		L					$S_1 + S_2$	
		p	$+15^\circ$				Q3D	2DGS		?				x	x		L						
SUSLOV [94]	1995	k	$0^\circ$		$0^\circ$		$S_2$		$f_r$	x													
		p	$+30^\circ$				$S_2$		$f_r$	x		?											
PROSKE [71]	1997	k	$0^\circ$		$0^\circ$		3DNS			x					x		1.8				G-Netz	TASCFLOW	
		p	?		?		3DNS			x					x		1.8				G-Netz	$\zeta - \text{Verhalten} \downarrow$	

Tab. 2.2: Überblick über numerische Untersuchungen von geeigneten Leitschaufeln in Veröffentlichungen

$R_{e'l}$ : Richtung tangentialer Neigung ( $p$ : positive Neigung;  $n$ : negative Neigung;  $k$ : konventionelle Schaufel);  $\epsilon'_N$ : Neigungswinkel im Nabenschnitt;  $\epsilon'_G$ : Neigungswinkel im Gehäuseschnitt;  $h_{bez,N}^k$ : Höhenerstreckung in der Nabenrandzone;  $h_{bez,G}^k$ : Höhenerstreckung in der Gehäuserandzone; Verf: numerisches Verfahren ( $S_2$ : rotationssymmetrisches Rechnungsverfahren; Q3D: quasi drei Dimensionen; 3DNS: 3D Navier-Stokes-Löser);  $Kor_z$ : zusätzliche Korrelation (2DGS: 2D Grenzschicht);  $M$ : Methode der Rechnung ( $f_r$ : radiale Kraft);  $S_e$ : Einstufung;  $S_m$ : Mehrstufung;  $\zeta$ : Gesamtverlust;  $\eta$ : Stufenwirkungsgrad;  $i$ : Eintrittsgrenzschichtdicke;  $\sigma$ : Solidity;  $h/S$ : Erstreckungsverhältnis (*aspect-ratio*);  $L$ : niedrig);  $Z_s$ : Schaufelzahl des Gitters;  $Z_k$ : Knotenzahl des Netzes; Netz: verwendetes Netz

### 2.1.2 Gekrümmte Schaufel (*Bow*)

Die Leitschaukel der Turbine im Flugtriebwerk oder der Dampf- und Gasturbine gehört zu den Beschleunigungsgittern (*Expansionsgitter*). In solchen Schaufelgittern gibt es die besonderen Phänomene, dass der statische Druck schnell reduziert und die Strömungsgeschwindigkeit relativ erhöht werden. D.h. nur in dem kleinen Bereich zwischen dem engsten Querschnitt und dem Schaufelaustritt an der Saugseite kann in der Strömung eine kleine Druckerhöhung auftreten, sonst bleibt die Strömung an der Saug- und Druckseite im allgemeinen Fall immer eine beschleunigte Strömung. Aus diesem Grund sind die Grenzschichtdicken an der Schaufeloberfläche viel dünner und es findet keine Grenzschichtablösung statt. Sogar im Gebiet des Druckanstiegs auf der Saugseite wird die Ablösung meist vermieden, da dieser Bereich sehr klein und die Druckerhöhung sehr niedrig ist.

Wenn positiv gekrümmte Schaufeln in solchen Schaufelgittern verwendet werden, wird das niedrigerenergetischen Fluid an beiden Seitenwänden in die Hauptströmung abgesaugt und von der Hauptströmung mitgenommen. In diesem Fall, obwohl die Grenzschicht an der Oberfläche entlang der Schaufelhöhe im Mittelfeld verdickt wird, wird wegen der Druckreduzierung der Strömung die Grenzschicht noch keine Ablösung (*Separation*) erfahren, und die Energieverluste werden sich in diesem Fall auch nicht schnell erhöhen.

#### 2.1.2.1 Experimentelle Untersuchungen

Eine Weiterentwicklung des Gitters mit geneigten Schaufeln besteht in der Anwendung gekrümmter Schaufeln. Wie bei den geneigten Schaufeln zeigt die Literatur, dass die erste Theorie der gekrümmten Leitschaukel im Bereich axialer Turbinen von DEICH et al. [16] am MEI (*Moskauer Energetisches Institut*) zunächst im Jahr 1962 vorgeschlagen und veröffentlicht wurde. Sie nutzten die günstigen Vorteile geneigter Schaufeln und kombinierten sie mit der positiven Neigung im Fuß- und Kopfschnitt. Dadurch erzeugte eine solche Kombination die gekrümmte Schaufel (*Compound lean*).

FILIPPOV et al. (1962) [17] untersuchte die gekrümmten Schaufeln im Kreisgitter bei verschiedenen Machzahlen. Zum Vergleich zeigten die Ergebnisse des Versuchs deutlich, dass die Verluste in den Fußschnitten bedeutend geringer als bei den radialgestellten Schaufeln waren. Eine Verringerung der Verluste war auch in den mittleren Schnitten festzustellen, und zwar besonders bei hohen Machzahlen. Z.B. bei  $Ma \approx 0.6$  war in den Kopfschnitten eine gewisse Vergrößerung der Verluste mit gekrümmten Schaufeln zu beobachten. Jedoch mit wachsender Machzahl erfolgte eine Umverteilung der Verluste über der Höhe: Der Verlustbeiwert  $\zeta$  vergrößerte sich in den Fußschnitten, und verringerte sich jedoch am Kopf, wobei die Gesamtverluste merklich abnahmen. Daher war der Vorteil der gekrümmten Schaufeln besonders groß bei  $Ma = 0.8 \dots 0.9$ . Dadurch verringerten sich die Gesamtverluste in diesem Hochgeschwindigkeitsbereich im Gitter um 2 bis 2.5% im Vergleich mit einem Gitter mit radialen Schaufeln. Außerdem bestätigten die betrachteten Ergebnisse deutlich,

dass eine wesentliche Erhöhung des Wirkungsgrads von Stufen mit großer Schauffellänge möglich ist.

FILIPPOV et al. (1964) [23] untersuchte weiter zwei gekrümmte Schaufeln im Kreisgitter mit unterschiedlichem Streckungsverhältnis (*aspect-ratio*) mit der Meridianprofilierung in der Nabenebene. Für die gekrümmten Schaufeln mit dem Streckungsverhältnis 1.52 gab es den Effekt der Verlustreduzierung in den Fußschnitten. Für die anderen Schaufeln des Streckungsverhältnis 3.21 wurde zusätzlich jeweils mit und ohne Drall beim Eintritt untersucht. Die Ergebnisse zeigten, dass der Drall keinen deutlichen Einfluß auf die beiden Schaufeln hat. Aber die Verluste in den Fuß- und Kopfschnitten sind bei gekrümmter Schaufel deutlich reduziert worden. Aus den Untersuchungen von FILIPPOV ergibt sich, dass das Streckungsverhältnis und die Meridianprofilierung (*Wandkonturierung*) auch wichtige Einflußgrößen auf die Verluste sind.

HOUMOUZIADIS et al. (1985) [47] hatte eine experimentelle Untersuchung mit gekrümmten Schaufeln in einer zweistufigen Axialturbine durchgeführt. Die Schauffelformen waren mit Krümmungswinkeln symmetrisch an den beiden Rändern und einem kurzen radialgestellten Bereiche in der Schauffelmitte konstruiert worden. Die Schaufeln hatten ein niedriges Streckungsverhältnis (*low aspect-ratio*). Die Aussage dieser Ergebnisse stimmt mit denen der Berechnungen im Abschnitt 2.1.2.2 überein.

Der Einfluß der Schauffelkrümmung auf die Mischungsverluste in der Abströmung und den mittleren Austrittswinkel des Gitter sowie auf die Bewegungsstrukturen der Strömung von solchen Schauffeln wurde insbesondere von HARRISON (1990) [37] an der radialen und positiv gekrümmten Schauffel im ebenen Gitter mit dem Krümmungswinkel  $\varepsilon' = +30^\circ$  genau untersucht und analysiert. Seine experimentellen Ergebnisse fanden:

- In der gekrümmten Schauffel entstand in der Strömung eine Mehrumlenkung (*Overturning*) im Mittelbereich über die Schauffelhöhe und eine Minderumlenkung (*Underturning*) am Rand, die durch den Kanalwirbel verursacht waren. Daher war die Veränderung des mittleren Austrittswinkels über die Schauffelhöhe 30% kleiner als bei der radialen Schauffel.
- Ein anderer bedeutender Unterschied zwischen der Strömung der radialen und gekrümmten Schauffel zeigte, dass die abströmende Nachlaufdüse gekrümmter Schauffeln viel dicker im Mittelbereich der Schauffelhöhe war. Dieser Effekt war durch die hohe Belastung der gekrümmten Schauffel verursacht, daher erzeugte er einen höheren Verlust, weil wegen des Druckgradienten über die Schauffelhöhe an der Saugseite das niedrigerenergetische Fluid etwas mehr im Mittelbereich angesammelt wird.
- Die Mischung in der Abströmung im Gitter besitzt einen ziemlich großen Anteil am gesamten Verlust im Gitter. Die Mischungsverluste der gekrümmten Schauffeln zeigten sich um 12% niedriger als für die radialen Schauffeln. Eine ungleichförmige Strömung enthält im allgemeinen Fall ein Defizit der primären Geschwindigkeit (*in*

der Nachlaufdele und der Grenzschicht) und ein Defizit der Geschwindigkeit in der Sekundärströmung (z.B. im Wirbel oder schrägen Grenzschicht). Diese beiden Faktoren spielen auf die Mischungsverluste eine wichtige Rolle. Aber für einen gegebenen gesamten Totaldruckverlust ist der zweite Faktor viel wichtiger, da die kinetische Sekundärenergie verloren geht [66]. In radialen Schaufeln, in der sich die Strömung symmetrisch zur die Schaufelmitte bewegt, wird daher die Grenzschicht in der Schaufelmitte nur das Defizit der primären Geschwindigkeit erhöhen. So wird der erzeugte Verlust in diesem Fall nicht so hoch wie in den Randzonen ausfallen. HARRISON zeigte noch weiter: Weil sich mehrere abströmende Verluste der gekrümmten Schaufeln im Mittenbereich der Schaufeln konzentrieren, sind deren Mischungsverluste niedriger als die in radialen Schaufeln.

Die geringeren Mehr- und Minderumlenkungen von gekrümmten Schaufeln müssen nicht direkt die Verluste beeinflussen, aber sie werden die Änderung des Inzidenzwinkels für nachfolgende Laufräder reduzieren. So wird eine einfachere Kombination erzeugt und die Verluste von den Laufräder können reduziert werden, insbesondere beim Design-Punkt. Obwohl die gesamten Verluste der gekrümmten Schaufeln fast keine Veränderung haben, vergrößern solche Schaufeln den Umlenkungsgrad (*turning*) der Strömung. Daher reduzieren sie die Mischungsverluste in der Abströmung und die Veränderung des Abströmwinkels in der Schaufelmitte.

JANG et al. (1993) [51] zeigte, dass sogar bei sehr kleinem Streckungsverhältnis der beschleunigenden Schaufel die Nutzungsvorteile der positiv gekrümmten Schaufel gewonnen werden können. In der Untersuchung wurde das Streckungsverhältnis der Schaufel  $\frac{h}{s} = 0.26$  verwendet. Bei solch niedrigen Werten des Streckungsverhältnisses erhöhen sich die Sekundärströmungen im Gitterkanal sehr stark, daher erhalten die Verluste der Sekundärströmungen einen großen Anteil des Gesamtverlustes. Wird das Streckungsverhältnis unter seinen kritischen Wert (*im allgemeinen Fall liegt dieser Wert bei ca. 0.6 ~ 0.7*) verkleinert, so werden die beiden hohen Randverluste zusammengedrängt. In diesem Fall werden die Profilverluste am Gesamtverlust in die zweite Stelle zurückgedrängt. Außer dem Effekt der gekrümmten Schaufel wurde hierbei auch die konische Meridianprofilierung gleichzeitig berücksichtigt. Die Verteilung der Verlustkoeffizienten über die relative Schaufelhöhe hatte folgende Ergebnisse: Für die radiale Schaufel mit der Nutzung der konischen Profilierung besitzen die hohen Verlustgebiete, deren Verlustkoeffizienten alle größer als 10% waren, noch ca. 60% Anteil an der gesamten Schaufelhöhe (Beim Fußbereich ca. 20% und beim Kopfbereich ca. 40%). D.h. der Effekt der Meridianprofilierung hatte hier keinen großen Einfluß auf den Verlust, da das Streckungsverhältnis sehr klein war. Durch die Verwendung der gekrümmten Schaufel wurden die beiden hohen Verlustgebiete der Randzonen im Einzelnen um 4% bzw. 14% verkleinert. Die Veränderung der Verluste über der relativen Schaufelhöhe ist im Bereich zwischen der Höhe  $\bar{h}_{bez} = 0.3$  und 0.7 ziemlich gering, da die Strömung im diesen Bereichen eine beschleunigte Bewegung war. Daher entstand keine Grenzschichtablösung in diesem Bereich, aber in 60% der Schaufelhöhe entsteht in

diesem Fall ein Hochverlustbereich, dessen maximaler Verlustkoeffizient 13% war. Dieser Sprung bezeichnet, dass eine Art von radialer Mischung im Strömungskanal entstanden war. Trotzdem reduzierte sich der gesamte Verlustkoeffizient der Schaufel um 42%, und der Koeffizient des Massenstroms wurde auch relativ viel mehr als bei der radialen Schaufel auf bis 96% erhöht. Das bedeutet hier, wenn die Strömungsqualität in der Schaufelmitte besser ist, d.h. wenn die Grenzschichtdicke dünner wäre, würde die Separation der Grenzschicht dann nicht passieren. Die der Nutzung der positiven gekrümmten Schaufel von HAN ist eine effektive Methode, um die Verluste der Sekundärströmung zu reduzieren.

Die gekrümmten Schaufeln haben ihre Vorteile in den vorhandenen Veröffentlichungen deutlich gezeigt. Aber diese Effekte der Verbesserung sind bis jetzt meistens für die Schaufel mit größerem Streckungsverhältnis  $\frac{h}{s}$  gezeigt. Obwohl die obige Untersuchung mit sehr niedrigem Streckungsverhältnis ein positives Ergebnis der gesamten Verluste gezeigt hat, kann der Effekt des niedrigen Streckungsverhältnisses bis jetzt noch nicht quantifiziert werden. D.h. ob die positive Verteilung des Druckgradienten und die positive Wirkung der radialen Kraft auch bei so niedrigem Streckungsverhältnis direkt wirken, bleibt noch ein offenes Problem. Da die Wirkung der Sekundärströmung bei niedrigem Streckungsverhältnis viel stärker als bei hohem Streckungsverhältnis ist, soll der Mechanismus der Sekundärströmung für solche Schaufeln noch genau untersucht werden, weil noch keine ausreichenden experimentellen Untersuchung durchgeführt wurden.

HAN (1994) [34] untersuchte außer der geneigten Schaufel auch zwei gekrümmte Schaufeln im ebenen Gitter mit den Winkeln  $\varepsilon' = +20^\circ$  und  $-20^\circ$ . Die Resultate sind ähnlich wie in seiner Untersuchung für die geneigte Schaufel im Abschnitt 2.1.1.1: Die beiden intensiven, großen Kanalwirbel in den Stumpfwinkelzonen werden aufgrund des zur Mittelebene gerichteten Druckgradienten bei positiver Krümmung in die Mittelebene gedrückt. Beide Wirbel treffen sich und erzeugen große Verluste. Bei der positiv gekrümmten Schaufel treffen sich die beiden starken Kanalwirbel in der Mittelebene. Es entstehen hohe Verluste in diesem Bereich. Bei der Anwendung negativ gekrümmter Schaufeln können die Bildung und Entwicklung des Horseshoe Vortex und des Kanalwirbel kontrolliert werden. Beide Wirbel bleiben kontrolliert in ihren Ecken und treffen sich nicht. Die Sekundärwirbelverluste werden stark reduziert, wobei die Sekundärverluste niedriger als in der anderen Anordnung sind.

VOGT et al. (1996) [99] stellte Streichlinienbilder und Wandspuren aus Visualisierungen der Sekundärströmung an Turbinengittern mit geraden und gekrümmten Schaufeln im ebenen Gitter vor. Die untersuchten Schaufeln sind die gerade Schaufel bzw. die gekrümmte Schaufel mit dem Krümmungswinkel  $+39.4^\circ$ . Die Auffädellinie der gekrümmten Schaufel ist eine Potenzfunktion, die den mittleren Profilschnitt gegenüber den Randschnitten um 14.4% der Sehnenlänge in Teilungsrichtung zur Druckseite hin versetzt. Die Schaufeln haben eine Schaufelstreckung von 1.76. Die Visualisierungen wurden im ebenen Wasserkanal mit Hilfe einer Einfärbemethode durchgeführt. Dieser Visualisierungs-Versuch am Wasserkanal kann für sich genommen keine Aussage über die Größe der Verluste eines Gitters machen, jedoch

kann auf die Stärke von Wirbeln geschlossen werden und damit indirekt auch eine Aussage über Teilverluste getroffen werden. Aus den Schwerpunkten des Experiments hatte VOGT geschlossen, dass die Sekundärströmungen und damit die Sekundärströmungsverluste der gekrümmten Schaufel im Kanal insgesamt schwächer ausgeprägt sind als die der geraden Schaufel. Im Gegensatz dazu deutet sich bei der gekrümmten Schaufel ein verstärkter Hinterkantenwirbel mit damit verbundenen größeren Verlusten im Abstrom an. Ob die gekrümmte Schaufel insgesamt geringere Verluste hat als die gerade Schaufel, kann durch diese Strömungsvisualisierung nicht eindeutig geklärt werden.

Einen Überblick über zuvor die beschriebenen experimentellen Untersuchungen für gekrümmte Leitschaufeln stellt die Tabelle 2.3 dar.

Bezug	Jahr	$R_{e'}^l$	$e'_N$	$h_{bez;N}^k$	$e'_G$	$h_{bez;G}^k$	$M$	$S_e$	$S_m$	$W_k$	$M_n^r$	$\beta_2$	$\zeta$	$\eta$	$i$	$\delta$	$h/S$	$M_p$	$D_e$	Bemerkung
DEICH [17]	1973	k	0°		0°			x												Bei $Ma = 0.8 - 0.9$ besser
		p	?		?			x					↓	↑						
FLUPPOV [23]	1964	k	0°		0°			x									1.52	x <sub>N</sub>		$M_p = +40^\circ$
		p	?		?			x									1.52	x <sub>N</sub>		
		k	0°		0°			x									3.21	x <sub>N</sub>	x	
p	?		?												3.21	x <sub>N</sub>	x			
HOURM [47]	1985	k	0°		0°				x <sub>2</sub>			x			x	x	L			Besonders für den Austrittswinkel
		p	+15°		-15°		0.5°		x <sub>2</sub>			x	↓		x	x	L			
HARRISON [37]	1990	k	0°		0°					x	x	x			x	x	1.079			$\zeta \downarrow$ nur gering
		p	+30°		-30°		0.5°			x	x	x	↓		x	x	1.079			
JIANG [51]	1993	k	0°		0°					x							0.26	x		300 MV Turbine
		p	groß		groß						x			-42			0.26			
HAN [34]	1994	k	0°		0°					x		x					0.917			$Ma = 0.26$ ; $Re = 6.4e5$
		p	+15°		-15°		0.5°			x		x	↑				0.917			
		n	-15°		+15°		0.5°				x		x	↓			0.917			
VOGT [99]	1996	k	0°		0°		EF			x		x					1.76			Ebener Wasserkanal $\zeta \downarrow$ nicht deutlich
		p	+39°		-39°		0.14°	EF			x		↓				1.76			

Tab. 2.3: Überblick über experimentelle Untersuchungen von gekrümmten Leitschaufeln in Veröffentlichungen

$R_{e'}$ : Richtung tangentialer Neigung ( $p$ : positive Neigung;  $n$ : negative Neigung;  $k$ : konventionelle Schaufel);  $e'_N$ : Neigungswinkel im Nabenschnitt;  $e'_G$ : Neigungswinkel im Gehäuseschnitt;  $h_{bez;N}^k$ : Höhenstreckung in der Nabenschnittzone;  $h_{bez;G}^k$ : Höhenstreckung in der Gehäusewandzone;  $M$ : Methode des Versuches (EF: Einfärbemethode; 14L: 14 Löcher auf der DS und SS);  $S_e$ : Einstufung;  $S_m$ : Mehrstufige;  $W_k$ : Windkanal;  $M_n^r$ : radiale Mischung der Nachlaufelle;  $\beta_2$ : Austrittswinkel;  $\zeta$ : Gesamtverlust;  $\eta$ : Stufenwirkungsgrad;  $i$ : Inzidenzwinkel;  $\delta$ : Eintrittsgrenzschichtdicke;  $\sigma$ : Solidity;  $h/S$ : Erstreckungsverhältnis (*aspect-ratio*);  $L$ : niedrige);  $Z_s$ : Schaufelzahl des Gitters;  $M_p$ : Meridianprofilierung ( $N$ : an der Nabe;  $G$ : am Gehäuse);  $D_e$ : Drall beim Eintritt

### 2.1.2.2 Numerische Untersuchungen

FILIPPOV et al. (1963) [22][17] schlug eine Approximationsmethode für die Berechnung des statischen Drucks hinter der gekrümmten Schaufel vor. Er benutzte die Gleichung für das radiale Gleichgewicht um solche Schaufeln zu berechnen. Diese vereinfachte Gleichung wurde vollständiger als seine beiden Verfahren [16][23] dargestellt. Eine Abschätzung der Genauigkeit der dargestellten Berechnungsmethode, die durch eine Gegenüberstellung mit Versuchswerten durchgeführt wurde, zeigte, dass für Gitter mit dem Verhältnis des mittleren Durchmessers zur Schaufellänge ( $\lambda = \frac{d_m}{h}$ )  $\lambda \geq 5$  die Übereinstimmung der Versuchs- und experimentellen Werte zufriedenstellend ist. Bei kleineren Werten  $\lambda \leq 4$  und großen Schaufelneigungen kann eine bedeutende Abweichung zwischen den experimentellen und rechnerischen Werten festgestellt werden. In diesem Fall spielten Faktoren eine bedeutende Rolle, die bei diesem Näherungsverfahren nicht berücksichtigt wurden:

- Abreißen der Strömung am Schaufelfuß.
- radiales Überströmen in der Grenzschicht.
- Einfluß der endlichen Schaufelzahl.

Diese Methode wurde von SUSLOV [94] im Jahr 1995 weiter verfolgt.

HOUMOUZIADIS et al. (1985) [47] hatte auch 3D-Beschauelungen der Turbine durch ein rotationsymmetrisches *Quasi-3D-Throughflow-Verfahren* untersucht. Dieses Verfahren benutzte das Schema der Stromlinienkrümmung und war mit der 2D-Grenzschicht Rechnung verbunden worden. Im Verfahren wurde die radiale Kraft  $f_r$  auch für die 3D-Beschauelung benutzt. Die Ergebnisse der Untersuchung zeigten die Richtigkeit der Theorie der *Verschiebung der Grenzschicht*. D.h. die positiv gekrümmte Beschauelung kann nicht nur die Schaufelbelastungen in der Nähe der Randzonenbereiche verkleinern, sondern kann auch den statischen Druck am niedrigsten im Mittenbereich des Gitters erhalten. Solche Effekte nennt man in der Literatur auch die Druckverteilung der *C-Form*. Dadurch kann eine radiale Bewegung von niedrigerenergetischem Fluid und seine Ansammlung in den saugseitigen Eckgebieten mit hohen Verlusten effektiv vermieden werden. Diese Aussage entspricht der Überzeugung von WANG et al. (1981) [105], obwohl die beiden unterschiedliche Beschreibungen der Phänomene benutzen, welche die Sekundärströmung besser kontrollieren.

JIANG et al. (1993) [51] entwickelte ein volles 3D-Strömungsverfahren mit Potentialfunktion. Er benutzte die Mehrgittermethode in einer parabolischen partiellen Differentialgleichung, um die Konvergenzgeschwindigkeit zu beschleunigen. Dieses Verfahren ist nur geeignet für die reibungsfreie Strömung und hauptsächlich für die kurze Schaufel mit nicht rotierender Anströmung. Die Ergebnisse für die radiale Schaufel mit 15% ~ 20% konischer Meridianprofilierung zeigten, dass die Quer-Druckdifferenzen am Kopfschnitt im Gitter um 10% ~ 20% reduziert werden konnten. D.h. die konvergente Wandkontuierung am

Gehäuse hat in diesem Fall einen Einfluß auf den ganzen Gitterkanal, aber sie beeinflusst hauptsächlich nur den Kopfbereich des Gitterkanals. Die Berechnungsergebnisse für die gekrümmte Schaufel stellten die Verteilung des statischen Druck deutlich wie eine *C-Form* dar. Die Verteilung der radialen Komponente der Geschwindigkeit im Hauptströmungsgebiet läßt die Hauptströmung eine verdrängende Wirkung auf die beiden inneren und äußeren Randwände erzeugen, daher unterdrückt eine solche Wirkung die Entwicklung der Grenzschicht der Randzonen. Diese numerischen Berechnungen entsprachen HOURMOUZIADIS [47] und WANG [105].

SUSLOV et al. (1995) [94] verfolgte die Approximationsmethode von FILIPPOV [22] weiter. In der Berechnung wurden radiale Schaufeln, positiv geneigte Schaufeln mit dem Neigungswinkel im Fuß  $\varepsilon' = +30^\circ$  und positiv gekrümmte Schaufeln mit dem Neigungswinkel im Fuß  $\varepsilon' = +30^\circ$  bzw. im Kopf  $\varepsilon' = +15^\circ$  zusammen durchgeführt. In diesem Fall war das Verhältnis des mittleren Durchmessers zur Schaufellänge  $\frac{d_m}{h} = 4.2$ . Die statische Druckverteilung über die bezogene Schaufelhöhe für die gekrümmte Schaufel reduzierte sich zunächst im mittleren Bereich und erhöhte sich im Kopfbereich wieder. Obwohl der statische Druck im Kopfbereich niedriger als bei radialen Schaufel blieb, war er jedoch viel höher als in der geneigten Schaufel.

PIOSKE et al. (1997) [71] führt eine numerische Simulation mit einem 3D-Navier-Stokes-Verfahren (*TASCflow*) durch, um die Schaufelbelastung und die Sekundärströmung der Turbinen zu untersuchen. Die untersuchten Leitschaufeln waren radiale Schaufeln und eine gekrümmte Schaufelform mit einem Profilversatz. Die Analyse der Schaufeln führt zu einer optimierten Schaufelform als Synthese von geneigten und gekrümmten Schaufeln. Die Berechnungen ergaben dabei, dass die umfangsgemittelte Abströmwinkel- und Verlustverteilung die Vorteile der neuen Schaufelform zeigt, da eine solche gekrümmte Schaufel zur Entlastung beider Aussenschnitte führt, sie behindert die sonst typische Mehrumlenkung in den Seitenwandgrenzschichten und bildet somit einen geschwächten Kanalwirbel aus. Wie das Experiment von VOGT aus der Untersuchung im Abschnitt 2.1.2.1 ergaben die durchgeführten Strömungsberechnungen für das bei der Visualisierung verwendete Gitter mit gekrümmten Schaufeln nur einen geringfügig um 4.1% verringerten Verlust gegenüber dem Gitter mit geraden Schaufeln. Durch Variation der Krümmung der Schaufeln konnte jedoch eine Konfiguration gefunden werden, die bei gleicher Umlenkung merklich reduzierte Verluste aufwies. Diese vorgestellte optimierte Schaufel wurde nur unter den festgelegten folgenden Randbedingungen wie zylindrische Kanalgeometrie, spitze Hinterkante untersucht. Die gewählte Schaufelstreckung von 1.8 und das drallfreie bzw. umfangshomogene Geschwindigkeitsprofil der Zuströmung erschweren eine Verallgemeinerung der Ergebnisse. Daher bezeichnete PIOSKE: Die Optimierung der Schaufel dürfte durch diese Rechnung günstiger sein, als die Schaufelauslegung mit eingeschränkt bekannten Randbedingungen.

Ein Überblick über obige numerische Untersuchungen für gekrümmte Leitschaufeln kann in der Tabelle 2.4 gefunden werden.

Bezug	Jahr	$R_{e'}$	$\varepsilon'_N$	$h_{bez,N}^k$	$\varepsilon'_G$	$h_{bez,G}^k$	Verf	Kor <sub>z</sub>	$M$	$S_e$	$S_m$	$\zeta$	$\eta$	$i$	$\delta$	$\sigma$	$h/S$	$Z_k$	Netz	Bemerkung	
FILIPPOV [22]	1963	k	0°		0°		$S_2$		$f_r$	x											
		p	+30°	$\approx 0.5$	-15°	$\approx 0.5$	$S_2$		$f_r$	x		?									
HOURLM [47]	1985	k	0°		0°		Q3D/ $S_1S_2$	2DGS	$f_r$		x <sub>2</sub>			x	x		L				Besonders für den Austrittswinkel
		p	+15°	0.5	-15°	0.5	Q3D/ $S_1S_2$	2DGS	$f_r$		x <sub>2</sub>		↓	x	x		L				
JIANG [51]	1993	k	0°		0°		3DpF	$R_F$	MG	x							0.26				$Ma = 0.5$
		p	groß		groß		3DpF	$R_F$	MG	x		-42					0.26				
SUSLOV [94]	1995	k	0°		0°		$S_2$		$f_r$	x											
		p	+30°	$\approx 0.5$	-15°	$\approx 0.5$	$S_2$		$f_r$	x		?									
PIOSKE [71]	1997	k	0°		0°		3DNS			x					x		1.8	10e4	C-Netz	TASCFLOW	
		p	+39°	0.14	-39°	0.14	3DNS			x		-4.1			x		1.8	10e4	C-Netz		

Tab. 2.4: Überblick über numerische Untersuchungen von gekrümmten Leitschaufeln in Veröffentlichungen

$R_{e'}$ : Richtung tangentialer Neigung ( $p$ : positive Neigung;  $n$ : negative Neigung;  $k$ : konventionelle Schaufel);  $\varepsilon'_N$ : Neigungswinkel im Nabenschnitt;  $\varepsilon'_G$ : Neigungswinkel im Gehäuseschnitt;  $h_{bez,N}^k$ : Höhenstreckung in der Nabenschnittzone;  $h_{bez,G}^k$ : Höhenstreckung in der Gehäusewandzone; Verf: numerisches Verfahren ( $S_2$ : rotationssymmetrisches Rechnungsverfahren; Q3D: quasi drei Dimensionen; 3DNS: 3D Navier-Stokes-Löser;  $S_1S_2$ : Kombination der beiden Strömungsflächen; 3DpF: 3D potentielle Funktion); Kor<sub>z</sub>: zusätzliche Korrelation (2DGS: 2D Grenzschicht;  $R_F$ : Reibungsfrei);  $M$ : Methode der Rechnung ( $f_r$ : radiale Kraft; MG: Mehrgitterverfahren);  $S_e$ : Einstufige;  $S_m$ : Mehrstufige;  $\zeta$ : Gesamtverlust;  $\eta$ : Stufenwirkungsgrad;  $i$ : Inzidenzwinkel;  $\delta$ : Eintrittsgrenzschichtdicke;  $\sigma$ : Solidity;  $h/S$ : Erstreckungsverhältnis (*aspect-ratio*);  $L$ : niedrig;  $Z_s$ : Schaufelzahl des Gitters;  $Z_k$ : Knotenzahl des Netzes; Netz: verwendetes Netz

## 2.2 Berechnungsverfahren

Die Strömungsbewegung durch mehrstufige Axialturbinen besitzt grundsätzlich folgende Strömungseigenschaften: dreidimensional, kompressibel, instationär, reibungsbehaftet und turbulent. Daher bleibt die vollständige numerische Strömungsberechnung in der zeitgenauen Diskretisierung für die aktuelle Hochleistungsrechenkapazität noch zeitaufwendig. Trotzdem gewinnen numerische Berechnungsverfahren in der heutigen Zeit durch eine rasende Kapazitätsteigerung der Hochleistungsrechner immer mehr Bedeutung. Aus diesem Grund sind unterschiedliche numerische Verfahren für Probleme der partiellen Differentialgleichung von vielen Leute entwickelt worden. Solche Verfahren sind zur Zeit meistens durch folgende numerische Methoden charakterisiert, die ihre Lösung durch Näherung auf diskreten Punkten beschränken:

- **Finite Elemente Methode:** Diese Methode hat grosse Bedeutung in der Anwendung auf dem Gebiet der Strukturmechanik, aber auch in der Strömungsmechanik ab den 70'er Jahren, sie wurde besonders in den 70'er und 80'er Jahren viel verwendet.
- **Finite Differenzen Methode:** Sie findet überwiegend Anwendung in Strömungsberechnungen. Dieser Klassiker wird seit langer Zeit genutzt.
- **Finite Volumen Methode:** Diese Methode zeigt eine explizite Verwendung und Entwicklung bei Strömungsberechnungen in den 90'er Jahren mit einigen fortschrittlichen numerischen Methoden, um die Konvergenz zu beschleunigen und die zeitliche sowie die räumliche Auflösung besser zu diskretisieren. Neuerdings ist diese Methode besonders geeignet für Strömungsberechnungen.
- **Spektralverfahren:** Diese Methode verwendet man zur Zeit meistens im Bereich der Strömungsmechanik.

Verfahren zur Strömungsberechnung in axialen Turbinengittern können durch ihre Formulierung im Allgemeinen in drei Arten unterteilt werden:

- **eindimensionales Verfahren:** Die Mittelschnittsrechnung [91][98] wird teilweise unter Berücksichtigung des radialen Druckgleichgewichtes behandelt. Die daraus resultierenden Rechnungsergebnisse sind Ringraumhöhe, gemittelte Anströmwinkel und Abströmwinkel, Massenstrom und Arbeitsverteilung in jeder Stufe.
- **Throughflow-Verfahren** [26][69][70][102]: Eine Throughflow-Berechnung wird auf der  $S_2$ -Meridianstromfläche, die von Wu [113] in den fünfziger Jahren für die Quasi-3D-Methode vorgestellt wurde (siehe Abb. 2.1), rotationssymmetrisch durchgeführt und verwendet auch Berechnungspunkte innerhalb der Schaufelkränze. Die Rechnung liefert die Aussage über die Verteilungen des Verlustes und Abströmwinkel über der

Schaufelhöhe. Sie korreliert in diesem Verfahren eigentlich mit empirischen Modellen für Verluste und Umlenkungen bzw. die radiale Mischung. Durch solche Korrelationen mit empirischen Modelle kann dieses Verfahren für die geeignet berechnete Schaufel- und Ringraumgeometrie gute Ergebnisse liefern [39]. Daher werden solche empirische Korrelationen in der Auslegung der modernen Turbomaschinen in der Praxis häufig verwendet, sie können aber bei nicht ausreichender Qualität der experimentellen Daten mit grossen Unsicherheiten behaftet sein. Einen ausführlichen Überblick über den Stand und die angewandten Methoden der sogenannten Kennfeldrechnung wurde in [29] ausgegeben.

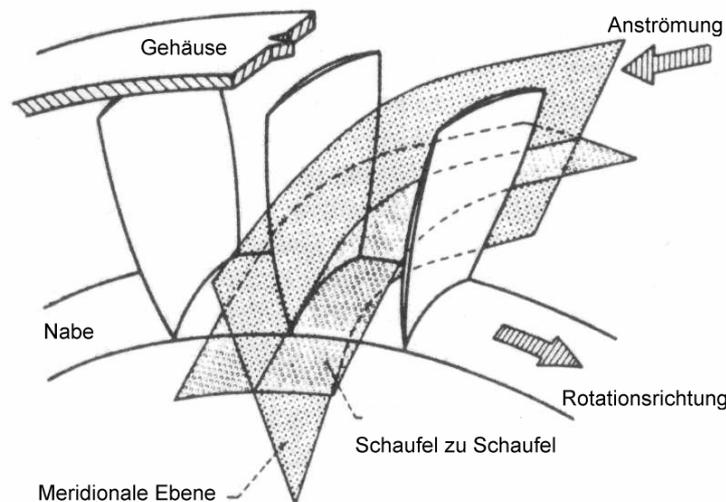


Abb. 2.1: Lage der  $S_1$ ,  $S_2$ -Ebenen in einem Schaufelgitter

- **quasidreidimensionales Verfahren** [41][49][50][75][76]: Wie in den Abb. 2.1 dargestellten Schaufelgittern schließt sich die Rechnung der  $S_2$ -Ebene einer solchen Berechnung iterativ mit mehreren gestaffelten Rechnungen auf  $S_1$ -Ebenen (*blade to blade*) in radialer Richtung miteinander an. Damit wird die optimale Profilkurve über der Schaufelhöhe erreicht. Aus diesem Grund erfordert dieses Verfahren ein sehr intensives Eingreifen in Form von Auslegungsarbeiten während des Iterationsverfahrens und einen aufwendigen Datentransfer [39][40]. Obwohl das Verfahren eine längere Rechenzeit als das 2D-Verfahren benötigt, ist sie dennoch deutlich geringer als eine 3D-Berechnung. Desweiteren werden Reibungseinflüsse bei solchen Rechenverfahren normalerweise durch empirische Modelle korreliert.
- **voll dreidimensionales Verfahren** [35][60][72]: Anhand der 3D-Methode löst man die sogenannte Reynolds-gemittelten Navier-Stokes (*RANS*) Gleichung seit den neunziger Jahren meistens direkt mit dem Finite-Volumen-Verfahren in der Strömungsberechnung. Diese Strömungsberechnung wird anhand einiger fortschrittlicher, numerischer Methoden z.B. die MUSCL-Rekonstruktion (*Monotone upstream-centered Schemes for Conservation Laws*) und die numerische Flußfunktion [55][111] durchgeführt. So wird die Genauigkeit in der räumlichen Diskretisierung deutlich erhöht.

Die MUSCL-Rekonstruktion unterscheidet meistens zwei Vorgehensweisen: Das TVD-Verfahren (*Total Variation Diminishing*) und das ENO-Verfahren (*Essentially Non-Oscillatory*) [55]. Die numerische Flußfunktion kann von approximativen Riemann-Löser [111] AUSMDV (*Advection Upstream Splitting Method + FDS/FDV*) [62][100] gut eingesetzt werden. Auf diesem Wege kann eine hohe Güte der Strömungsaufösung erreicht und die Rechenzeit deutlich reduziert werden. Mit dem Mehrgitterverfahren wird die Konvergenzgeschwindigkeit einer solchen 3D-Berechnung deutlich beschleunigt.

Daher ermöglicht es die Berechnung der Effekte der Sekundärströmung direkt durch die Berücksichtigung von Reibungs- und Turbulenzeinflüssen. Zwar ist die gesamte 3D-Berechnung für eine komplizierte Konfiguration bislang noch sehr zeitaufwendig, jedoch werden sämtliche Strömungsphänomene bzw. die hochgradig dreidimensionale Berechnung ohne Einschränkungen erhalten und empirische Korrelationen prinzipiell auch erfaßt. Jedoch werden diese numerischen Verfahren im Bereich der axialen Turbinen und des axialen Verdichters noch nicht breit verwendet, außerdem ist das 3D-Verfahren noch in der Genauigkeit der Turbulenzmodelle, der Netzgröße und der Transitionsmodelle begrenzt.

Die numerische Strömungsauslegung der axialen Turbinen ist eigentlich in neuerer Zeit sehr intensiv mit der Entwicklung der vollständigen 3D-Auslegung beschäftigt, Die *Throughflow*-Berechnung ist beim 2D- bzw. Quasi-3D-Verfahren noch sehr bedeutungsvoll, da sie heutzutage als wirkungsvolles Werkzeug angesehen wird, dies gilt im Besonderen für die Optimierung der Auslegung und für systematische Parameter-Variationen. Dadurch erhält die *Throughflow*-Berechnung eine entscheidende Bedeutung neben dem 3D-Auslegungssystem. Folglich wird eine Verbesserung und Weiterentwicklung des Verfahrens in der Praxis notwendig, da diese bislang hauptsächlich von verschiedenen vereinfachten Modellen der Methode der empirischen Korrektur abhängig ist.

Ab den sechziger Jahren bis heute sind bereits die numerischen Techniken der Matrix-*Throughflow*-Analysis [13][14][15][63][64], der Stromlinienkrümmungsanalysis [67][86][8], der Stromfunktionsanalysis [40][42][114] und der Finite-Elemente-Analysis [40][41][42] bei der *Throughflow*-Auslegung für Strömungen in axialen Turbinen erfolgreich und sie fanden ein breites Anwendungsfeld. Die vier Berechnungsmethoden der *Throughflow*-Methode sind auf den allgemeinen Formulierungen von WU [113] gegründet. Sie nutzen in zuvor beschriebenen Weise eine weiter vereinfachte Annahme, dass die Iterationskopplung von beiden Strömungsflächen  $S_1$  und  $S_2$  des Quasi-3D-Verfahrens auf nur eine  $S_2$  Rechnungsfläche reduziert werden kann.

## 2.3 Sekundärströmungen

Da die Untersuchung der Sekundärströmungen von Turbomaschinen in den letzten zwanzig Jahren schon bei ihrer Wirbelbewegungen im dreidimensionalen Strömungsfeld deutlich vertieft worden ist, daher wurden einige folgende unterschiedliche Modelle der Sekundärströmung bereits in der Literatur vorgeschlagen.

Die ursprünglichen Arbeiten war von SQUIRE UND WINTER [89] bzw. HAWTHORNE [38] geleistet. KLEIN [54] benutzte die Messungen mit verwundener Zuströmungsgrenzschicht, in seinem dreidimensionalen Modell zeigte er, daß eine laminare Ablöseblase an der Saugseite bei der Stelle der ca. 40% axialen Sehnenlänge deutlich existiert, und zwar entstand eine solche Ablöseblase unter zwei verschiedenen Schaufelkonfigurationen, die mit und ohne radialen Spalt an der Nabe sind. LANGSTON et al. [56][57] verwendeten das *large scale*-Turbinengitter bei ihrer experimentellen Arbeit, um die Bewegungsstrukturen der Sekundärströmung an den Randzonen bzw. den totalen Druckverlust vertiefend zu messen. Dadurch schlugen sie ein Bewegungsmodell der Sekundärströmung im Schaufelgitter vor. Danach schlugen die experimentellen Arbeiten von SIEVERDING et al. [83][84] und YAMAMOTO et al. [115][116] noch einen Schritt weiter die Grundwirbelstrukturen der Strömungsbewegung im Gitterkanal vor. GOLDSTEIN [28] und später WANG UND GOLDSTEIN [103] stellten eine übersichtliche Arbeiten vor. Sie verwendeten eine Visualisierungstechnik der Strömung von mehrfachem Rachedraht (*multiple smoke-wire flow-visualization*), um die Wirbelspuren der Sekundärströmung deutlich beobachten zu können. In der gleichen Zeit verglichen sie ihres Strömungsvorbild mit dem Experimentsergebnis, welches mit der Technik der lokalen Massenübertragung durchgeführt ist.



# Kapitel 3

## 3D-Rechenverfahren

Die hier durchgeführten 3D-Stufenberechnungen verwenden ein kommerzielles Verfahren *Numeca-Fine/Turbo*, das von HIRSCH [44] et al. entwickelt wurde. Es löst die zeitabhängige dreidimensionale Reynolds-gemittelte Navier-Stokes Gleichung mit der Finite-Volumen Methode und kombiniert mit den algebraischen Turbulenzmodellen von *Baldwin-Lomax* bzw. einigen  $k - \varepsilon$  Zweigleichungsmodellen. Für das numerische Diskretisierungsschema wird die Zentralkdifferenz verwendet. Die räumliche Diskretisierung zweiter Ordnung des *UPWIND*-Schemas wird mit dem sogenannten TVD-Schema (*Total Variation Diminishing*) und den FDS-Schema (*Flux Difference Splitting*) für die viskosen Terme kombiniert, um die Genauigkeit der Berechnung deutlich zu erhöhen. Außerdem wird das Mehrgitterverfahren verwendet, um die Konvergenzgeschwindigkeit zu beschleunigen. Bei der zeitlichen Diskretisierung wird für den Strömungslöser das Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung benutzt. Ein solches Verfahren wurde z.B. von HIRSCH [45] sowie KANG UND HIRSCH [53] validiert, dadurch zeigten sie, dass dieser Strömungslöser sehr gute Simulationsgenauigkeit besitzt.

In der vorliegenden Arbeit wurden die numerischen Simulationen der Leitgitter und der Stufe stationär, daher ist die zeitliche Abhängigkeit vernachlässigt. In der räumlichen Diskretisierung wurde das Differenzschema mit dem Turbulenzmodell von *Baldwin-Lomax* kombiniert, da für die Koeffizienten des  $k - \varepsilon$  Modells in den Stufenberechnungen von axialen Turbomaschinen wegen nicht ausreichender Information möglicherweise ungünstige Zahlenwerte ergeben könnten. Die Berechnung verwendete ein drei Level-geschachteltes Mehrgitterverfahren (*full multigrid*) mit einem sogenannten *V*-Zyklus für die Konvergenzbeschleunigung. Die berechneten Ergebnisse zeigten, dass die Differenz des Massenstroms zwischen der Eintrittsebene und der Austrittebene geringer als ca. 0.02% ist.

In diesem Kapitel werden wir das obengenannte numerische 3D-Verfahren kurz beschreiben. Dabei wird nur auf die wichtigen Verfahrensoptionen eingegangen, die für die vorliegenden Berechnungen Verwendung finden. Eine detaillierte theoretische Beschreibung zu diesem Verfahren ist in [44][45][68] verfügbar.

### 3.1 Grundgleichungen

Das angewandte numerische Verfahren betrachtet die sogenannten Reynolds-gemittelten Navier-Stokes (*RANS*) Gleichungen als das physikalische Grundmodell. Ihre Erhaltungsgleichungen gelten für Masse, Impuls und Energie in Abhängigkeit von Geschwindigkeit, Druck und Enthalpie. Sie können meistens in der folgenden allgemeinen konservativen Form [43][45]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \underline{v} \\ \rho E \end{bmatrix} + \underline{\nabla} \cdot \begin{bmatrix} \rho \underline{v} \\ \rho \underline{v} \otimes \underline{v} + p \underline{I} - \underline{\tau} \\ \rho \underline{v} H - \underline{\tau} \cdot \underline{v} - k \underline{\nabla} T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \underline{f}_e \\ W_f + q_H \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

oder in einer zusammenfassenden Form:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot \underline{F} = Q \quad (3.2)$$

geschrieben werden. Dabei bezeichnet  $U = (\rho, \rho \underline{v}, \rho E)^T$  die konservativen Variablen,  $\underline{F}$  die Matrizen der Flüsse und  $Q$  die Quellterme.  $\underline{F}$  ist eigentlich aus den Matrizen der reibungsfreien (Euler-)  $\underline{F}^{Eu}$  und der dissipativen (Navier-Stokes-)  $\underline{F}^{FS}$  Flüsse kombiniert.

Nach dem mathematischen Charakter können die Strömungsformen jeweils nach dem hyperbolischen, parabolischen und elliptischen Gleichungstyp unterschieden werden. Die zeitabhängige Navier-Stokes Gleichung besitzt hyperbolisch-parabolischen Charakter in den zeitlich-räumlichen Bereichen, weil die stationäre Navier-Stokes Gleichung ein gemischter Typ im Raum ist. Daraus ergibt sich, dass der elliptisch-parabolische Typ Unterschallströmungen und der hyperbolisch-parabolische Typ Überschallströmungen beschreibt.

Bei der physikalischen Interpretation spielen diese Eigenschaften eine sehr wichtige Rolle für die Auswahl eines numerischen Schemas: Das hyperbolische System ist hauptsächlich vom Effekt der Wellenfortpflanzung bzw. der Konvektion beherrscht, ihr homogener Typ lässt wellenähnliche Lösungen zu. Deswegen werden zwei Machlinien durch die Wellenausbreitung kleiner Störung im supersonischen Strömungsfeld erzeugt und nur auf den beiden Machlinien kann die Ausbreitung der Störung erfolgen. Wenn nur gedämpfte Welleneffekte zugelassen sind, heißen die Gleichungen parabolisch. Ihre Wellenstörung breitet sich nur in eine Richtung aus, deren Eigenschaft z.B. das Strömungsfeld der Grenzschicht beschreibt. Das elliptische System beschreibt die Diffusionsphänomene. Da ihre Wellenstörungen sich eigentlich in alle Richtungen ausbreiten, kann man diese Eigenschaft direkt im inkompressiblen Strömungsfeld finden. Für die Strömungen mit hohen Reynoldszahlen bewirkt das System der konservativen Gleichungen, dass die Konvektion in den meisten Strömungsgebieten herrscht.

## 3.2 Methode der räumlichen Diskretisierung

Die räumliche Diskretisierung des Fluxes kann eigentlich entweder von der Finite-Differenz Methode, oder von der Finite-Element Methode (*Galerkin oder Petrov-Galerkin*), oder Finite-Volumen Methode realisiert werden. Jedoch gilt die erste Technik nur für strukturierte Netze. Die letzten beiden Techniken werden bereits für strukturierte sowie unstrukturierten Netze erfolgreich verwendet. Insbesondere die Finite-Volumen Methode ist die meistverbreitete numerische Technik für Strömungsprobleme, da sie bei direkter Diskretisierung der integralen Form der konservativen Gleichungen für eine Volumen-Zelle der Netze sehr flexibel und leicht interpretiert werden kann [43][45].

Unter der Voraussetzung, dass die zeitlichen Ableitungen mit den räumlichen Integrationen vertauschbar sind, d.h. dass die Integranden stetig differenzierbar in  $t$  sind, können die integralen Formen aus den oben genannten differentiellen Ausdrücken (3.1) gefolgert werden.

Aus diesem Grund ist die folgende integrale Form der konservativen Gleichungen [45]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} U d\Omega + \oint_S \underline{F} \cdot d\underline{S} = \int_{\Omega} Q d\Omega \quad (3.3)$$

daher für ein beliebiges Volumen  $\Omega$  mit der Kontroll-Oberfläche  $S = \partial\Omega$  formuliert. Die Diskretisierung im Raum wird mit einer Approximation des Volumens  $\Omega$  durch elementare Zellen realisiert, die jeweils ein Element  $\Delta S$  des Kontroll-Oberfläche  $S$  enthalten. Dann kann das obige Integral Gl. (3.3) wie folgt [68]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} U d\Omega + \sum_{\text{faces}} \underline{F} \Delta \underline{S} = \int_{\Omega} Q d\Omega \quad (3.4)$$

diskretisiert und umgeschrieben werden. Wobei  $\underline{F} \Delta \underline{S}$  die Flüsse bedeuten, die jeweils aus reibungsfreien  $\underline{F}^{Eu} \Delta \underline{S}$  und dissipativen  $\underline{F}^{FS} \Delta \underline{S}$  Flüssen zusammengesetzt sind.

### 3.2.1 Zentrales Schema

Die reibungsfreien Flüsse  $\underline{F}^{Eu} \Delta \underline{S}$  und die dissipativen Flüsse  $\underline{F}^{FS} \Delta \underline{S}$  werden jeweils z.B. durch das *Upwind-Schema* und eine Anwendung des *Gauss' Theorems* numerisiert. Die Behandlung der beiden Flüsse wird hier nicht ausgeführt, ihre detaillierte Beschreibung ist in [68] dargestellt.

In der Approximation des zentralen Schemas werden die physikalischen Flüsse hauptsächlich wie folgt:

$$[\underline{F} \cdot \Delta \underline{S}]_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} [\underline{F}_i + \underline{F}_{i+1}] \cdot \Delta \underline{S} \quad (3.5)$$

diskretisiert. Diese Behandlung für die numerische Flüsse wird eigentlich nicht zu einem stabilen Schema führen, denn es nicht genügend numerische Dissipation. Daher benötigt man einen künstlichen Dissipationsterm, um ungerade-gerade Oszillation (*odd-even oscillations*) wegen der zentralen Diskretisierung (*high frequency oscillations*) zu eliminieren und um Stöße ohne Oszillation einzufangen. Die übliche Formulierung verfolgt den Typ der Dissipation von JAMESON [48], sie ist eigentlich als Summe einer konservativen Variablenableitung jeweils in zweiter Ordnung mit nicht-linearen Koeffizienten für *shock capturing* und in linear vierter Ordnung für die Oszillation (*background oscillations*) formuliert.

Auf diese Weise werden die numerischen Flüsse (3.5) in die Form [45] überführt:

$$\underline{F}_{i+\frac{1}{2}}^* \cdot \Delta \underline{S} = \frac{1}{2} [\underline{F}_i + \underline{F}_{i+1}] \cdot \Delta \underline{S} - d_{i+\frac{1}{2}} \quad (3.6)$$

Dabei ist der Term der künstlichen Dissipation von JAMESON wie folgt:

$$d_{i+\frac{1}{2}}^j = \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} (u_{i+1} - u_i) - \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)} [(u_{i+2} - u_{i+1}) - 2(u_{i+1} - u_i) + (u_i - u_{i+1})] \quad (3.7)$$

in eindimensionaler Form definiert. Die skalaren Koeffizienten  $\varepsilon$  sind von folgendermassen:

$$\varepsilon^{(2)} = \kappa^{(2)} |a| \nu \quad \text{und} \quad \varepsilon^{(4)} = \max [0, (\kappa^{(4)} |a| - \varepsilon^{(2)})]$$

definiert und mit den Variablen des Druckes und der Temperatur:

$$\nu_i = \max \left( \left| \frac{p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}}{p_{i+1} + 2p_i + p_{i-1}} \right|, \left| \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{T_{i+1} + 2T_i + T_{i-1}} \right| \right) \quad (3.8)$$

verbunden. Für Flüssigkeiten wird nur der Druckanteil benutzt.

Für die Navier-Stokes Gleichung ist die reibungsbehaftete Dissipation normalerweise nicht ausreichend in der Lösung, deswegen ist der obige Term der künstlichen Disipation erforderlich bei der numerischen Lösung der Navier-Stokes Gleichung. Die unerwartete Schwierigkeit mit dieser Approximation kommt daher, dass die Lösung und die Konvergenz stark von den Koeffizienten abhängig werden können [45]. Diese Approximation wird entweder mit expliziter oder impliziter zeitlicher Integration verwendet.

### 3.3 *Baldwin-Lomax* Turbulenzmodell

Das algebraische Modell und die Ein-Gleichungs- und Zwei-Gleichungs-Modell für die Turbulenz, die heute vorwiegend verwendet werden, beruhen hauptsächlich auf der sogenannten Wirbelviskositätshypothese. Diese nimmt an, dass sich die Schwankungsgrößen der Geschwindigkeit wie eine zusätzliche virtuelle Viskosität auf die Strömung auswirken, die durch die sogenannte Wirbelviskosität  $\mu_t$  beschrieben wird. Mit ihrer Hilfe und der tur-

bulenten kinetischen Energie können die Fluktuationen in Beziehung zu den gemittelten Strömungsgrößen gesetzt werden [24][45]. Durch geeignete Turbulenzmodelle können die beiden Größen in der Praxis in Beziehung zueinander gesetzt werden.

Das algebraische *Baldwin-Lomax* Turbulenzmodell [2] wird bereits für externe und interne Strömungen benutzt, derer turbulente Grenzschicht durch ein Zwei-Schichten-Modell mit unterschiedlichen Ausdrücken für die Koeffizienten der Wirbelviskosität beschrieben wird. Die innere Schicht beträgt ca. 10 bis 20% Grenzschichtdicke, daher befindet sie sich im Bereich der Gültigkeit des Wandgesetzes. Dieses algebraische Modell errechnet die Wirbelviskosität  $\mu_t$  durch folgende Methoden in diesem Gebiet. Die innere Wirbelviskosität ist von [9][45] in folgender Form:

$$\mu_t^i = \rho l^2 |\underline{\nabla} \times \underline{v}| \Gamma \cdot \Gamma_{tr} \quad (3.9)$$

präsentiert. Dabei bezeichnet  $\Gamma$  den intermittierenden Faktor. In der Realität berechnet dieser Faktor, dass die Turbulenz aus dem Übergangsbereich zwischen der Grenzschicht und der Hauptströmung stammt, wobei die Turbulenz eigentlich nur einen zeitlichen Anteil  $\Gamma$  hat. Der andere intermittierende Faktor  $\Gamma_{tr}$  berücksichtigt die Auswirkung der Transition.

In einer zweidimensionalen Grenzschicht mit normaler Richtung  $y$  ist die Vorticity der obigen Gl. (3.9) auf  $\frac{\partial u}{\partial y}$  reduziert. Um den Transitionsbereich zwischen dem linearen Geschwindigkeitsgesetz  $u^+ = y^+$  in der viskosen Unterschicht und dem logarithmischen Gebiet einzuschließen, wird das sogenannte *Prandtl'sche Mischungslänge*-Modell verwendet. Daher ergibt  $l$  sich in folgender Form:

$$l = \chi y (1 - e^{-y^+/A^+}) \quad (3.10)$$

wobei  $\chi = 0.41$  die *Von Karman*-Konstante und der Parameter  $A^+ = 26$  sind.

Die äußere Wirbelviskosität ist vom folgenden Verhältnis:

$$\mu_t^e = \rho \alpha C_{cp} F_w \Gamma \quad (3.11)$$

definiert, wobei  $\alpha = 0.0168$  ist. Die Funktion  $F_w$  ist der kleinste Wert von folgenden beiden Formulierungen:

$$y_{max} F_{max} \quad \text{oder} \quad C_{wk} y_{max} \frac{u_{dif}^2}{F_{max}} \quad (3.12)$$

Die Werte von  $y_{max}$  und  $F_{max}$  sind durch folgende Form:

$$F(y) = y \left[ 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right) \right] \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.13)$$

erzeugt. Der Term  $y_{max}$  ist der Wert von  $y$ , der dem maximalen Wert der Funktion  $F$  entspricht. Die Anzahl von  $u_{dif}$  ist eine Geschwindigkeitskala, die mit der Differenz zwischen

den maximalen und minimalen Geschwindigkeiten<sup>1</sup> innerhalb der Scherschicht identisch ist. Der intermittierende Faktor  $\Gamma$  hat die folgende Definition:

$$\Gamma = \left[ 1 + 5.5 \left( C_k \frac{y}{y_{max}} \right)^6 \right]^{-1} \quad (3.14)$$

Außerdem hat dieses Modell noch folgende Konstante:  $C_{cp} = 1.6$ ,  $C_k = 0.3$  und  $C_{wk} = 0.25$  in der Anwendung.

### 3.4 Mehrgitterverfahren

Das Mehrgitterverfahren ist die übliche und leistungsfähige Technik zur Konvergenzbeschleunigung der Berechnung, denn aufgrund der flexiblen Gitterwahl wird ein besserer Informationsaustausch gewährleistet und damit eine schnellere Konvergenz. Ein solches Verfahren kann heutzutage für die strukturierten und auch die unstrukturierten Netze in mehrdimensionalen Euler- und Navier-Stokes Gleichungen gut verwendet werden. Für kompressible bzw. inkompressible Strömungen ist das Mehrgitterverfahren wesentlich geeignet, insbesondere für die inkompressible Strömungen, da das Mehrgitterverfahren für Probleme des elliptischen Typs gut geeignet ist.

Das Mehrgitterverfahren kann durch das sogenannte Zweigitterbeschleunigungsverfahren rekursiv angewendet werden. Die Grundmethodologie einer solchen Zweigitterbeschleunigung besteht aus folgenden Schritten [3]:

1. **Vorrelaxation:** Eine Näherungslösung wird zunächst auf dem Feingitter berechnet, die die berechnete Gleichung bis auf ein Residuum erfüllt.
2. **Bestimmung der Grobgitterkorrektur:** Bei der Bestimmung dieser Korrektur verwendet NUMECA hauptsächlich das sogenannte *Full Approximation Scheme (FAS)* für nichtlineare Gleichungen. Mit dieser Methode werden die Näherungslösung und das Residuum des Feingitters auf das Grobgitter restringiert.
3. **Prolongation:** Die Grobgitterkorrektur wird danach auf das Feingitter prolongiert und dort zu der Näherungslösung addiert.
4. **Nachrelaxation:** Die obige korrigierte Lösung für das Feingitter erfüllt aber in der Regel die Gleichung noch nicht, da durch die Prolongation neue Fehler eingeführt werden. Das Residuum ist allerdings hochfrequent und kann daher durch einige zusätzliche Iterationszyklen auf dem Feingitter reduziert werden.

Die oben beschriebene Methode<sup>2</sup> wird auf das Mehrgitterverfahren rekursiv angewendet, da

<sup>1</sup> $u_{dif} = \sqrt{(u^2 + v^2 + w^2)_{max} - (u^2 + v^2 + w^2)_{min}}$

<sup>2</sup>Die ausführlichen Lösungsgleichungen für NUMECA sind in [68] vorgestellt

die Grobgitterkorrektur normalerweise ebenfalls iterativ berechnet werden muß. D.h. eine Näherungslösung kann zunächst auf dem Grobgitter berechnet werden, danach wird diese nach dem gleichen Verfahren mit der Korrektur eines noch größeren Gitters verbessert. Wenn auf jeder Gitterstufe das Zweigitterverfahren nur einmal angewendet wird, erzeugt es einen sogenannten  $V(\nu_1, \nu_2)$ -Zyklus. Bei zweimaliger rekursiver Anwendung des Zweigitterverfahrens wird das entstandene Mehrgitterverfahren als  $W(\nu_1, \nu_2)$ -Zyklus bezeichnet<sup>3</sup>.

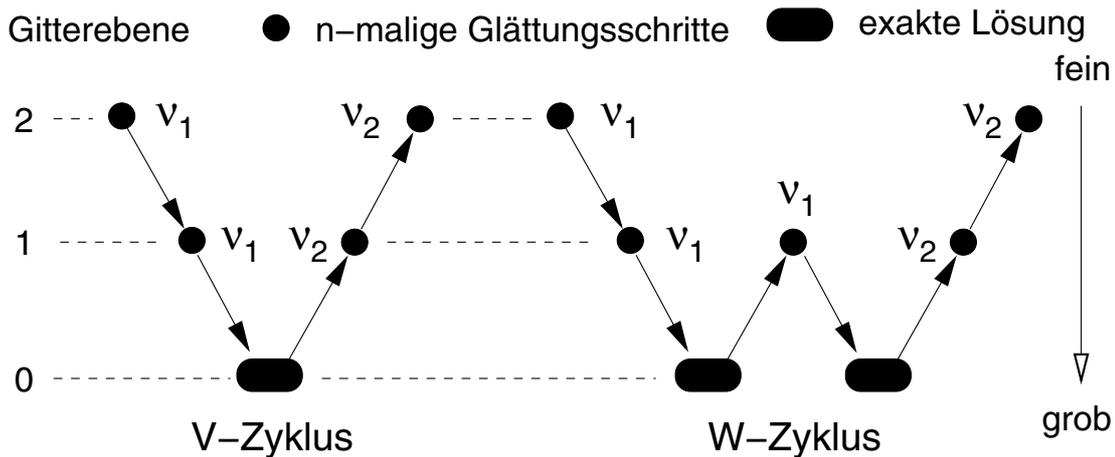


Abb. 3.1: Schematische Darstellung des Mehrgitterverfahrens mit V- und W- Zyklus

Eine schematische Darstellung des Mehrgitterverfahrens mit V- und W-Zyklus für 3-Level-Gitterebenen wird in Abb. 3.1 gegeben. Dabei bedeuten  $\nu_1$  und  $\nu_2$  jeweils die Anzahl der Vor- und die der Nachglättungsschritte<sup>4</sup>. Die Glättungsschritte sind durch Punkte dargestellt und die Pfeillinien bezeichnen die Transferoperatoren. Diese Abbildung beschreibt eigentlich [3]: Der Pfeil nach rechts unten symbolisiert den Übergang vom Fein- zum Grobgitter und beinhaltet die Berechnung der Residuen auf dem Feingitter. Der Pfeil nach rechts oben verkörpert den Übergang vom Grob- zum Feingitter inklusive der Berechnung der Korrektur auf dem Grobgitter, ihre Prolongation und die Lösungskorrektur auf dem Feingitter. Solche Zyklen werden hintereinander durchgeführt, bis das Residuum auf dem feinsten Gitter eine vorgegebene Grenze unterschreitet. Die Verwendung eines W-Zyklus ist aufwendig, jedoch wurde diese Methode in vielen Anwendungen als stabiler herausgestellt.

Das Mehrgitter-Verfahren mit V- und W-Zyklus hat Probleme mit - oft unvermeidlichen - schlechten Startlösungen. Daher wird das sogenannte geschachtelte Mehrgitterverfahren (*full multigrid*) häufig angewendet, dessen Methode in Abb. 3.2 schematisch dargestellt ist. Die Abbildung zeigt, dass die gestrichelten Linien zwischen den Punkten Wiederholungen des jeweiligen Zyklus bezeichnen. Das bedeutet, die Berechnungen werden normalerweise nicht von Anfang an auf der vollen Hierarchie gerechnet, sondern erst nur auf dem größten

<sup>3</sup>Bei der Verwendung des Zyklus bietet NUMECA drei Möglichkeiten, die jeweils V- W- und F-Zyklen sind

<sup>4</sup> $\nu_1$  und  $\nu_2$  können auch jeweils als die Vor- und die Nachrelaxationen bezeichnet werden

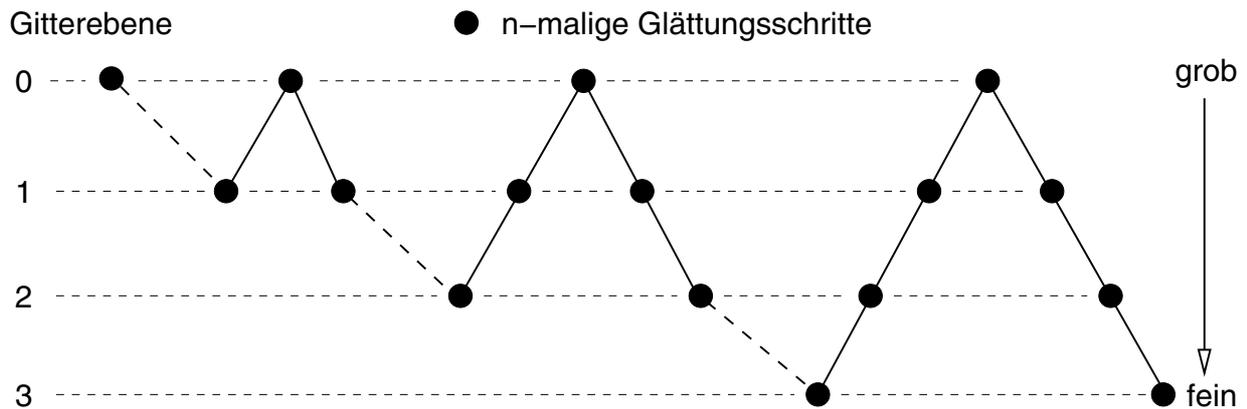


Abb. 3.2: Schematische Darstellung des geschichteten Mehrgitterverfahrens (*full multigrid*) mit vier Level

Level mit einem umgekehrten V-Zyklus mit einer immer noch beliebigen Startlösung. Eine solche Startlösung kann mit einer Iterationsmethode z.B. dem *mehrstufig expliziten Runge-Kutta Schema* am groben Gitter gestartet werden. Nachdem die Lösung auf dem größten Gitter vorliegt, extrapoliert man sie zu einer Startlösung des nächst feineren Gitters. Das feinste Gitter wird nach einigen Schritten hinzugenommen [3][68][110]. Um eine gute Startlösung für die feinen Gitter zu erhalten, wird das *FMG*-Verfahren angewendet. Wenn die Lösungen auf den gröberen Gitter nicht konvergieren können, werden sie möglicherweise Divergenz auf den nächst feinen Gittern verursachen.

# Kapitel 4

## Numerische Untersuchungen

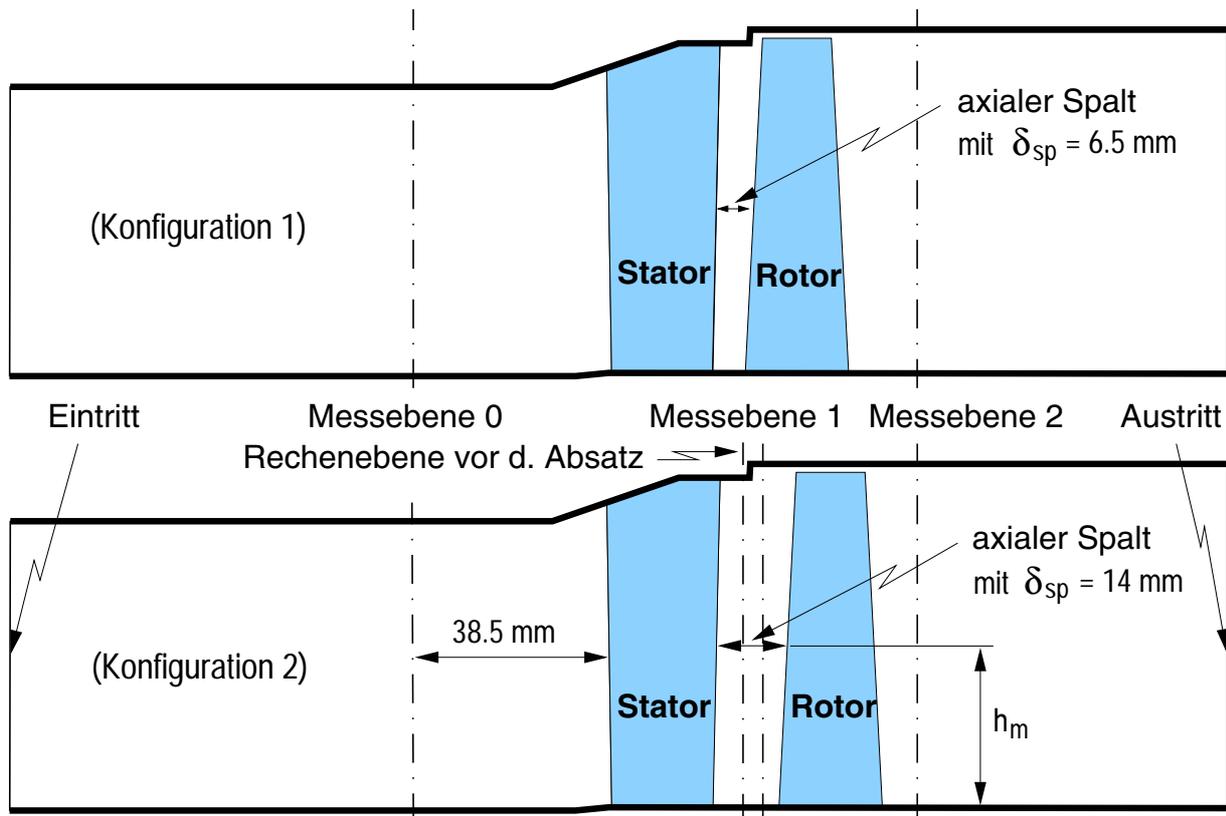
Als Basis für die numerische Simulation der Strömung in Turbinenbeschaufelung mit tangentialer Neigung und Krümmung stand zunächst die einstufige Versuchsturbine des *Lehrstuhls für Turbinenbau der Staatl. Technischen Universität St.-Petersburg* zur Verfügung. Für diese Turbine wurden uns die Ergebnisse von Gitter- und Stufenmessungen mit radialen bzw. gekrümmten Leitschaufeln zur Verfügung gestellt, so dass ein Vergleich zwischen Messung und numerischer Berechnung möglich war.

Darüber hinaus wurde eine ganze Anzahl von Leitschaufelkonfigurationen, die aus der Beschaufelung der Luftturbine abgeleitet wurden, numerisch untersucht. Zunächst wurde eine Differenz der Geometrie der beiden experimentell untersuchten Leitschaufeln so korrigiert (siehe Kapitel 5). Des Weiteren wurde eine Reihe von Beschaufelungen mit systematischer Variation der Neigung und Krümmung detailliert berechnet, so dass ein umfangreiches Material für das Verständnis solcher Beschaufelungen gewonnen wurde.

### 4.1 Einstufige Versuchsluftturbine

Bevor wir auf die nachgerechneten Ergebnisse eingehen, werden wir zunächst die einstufige Luftturbine bzw. die Beschaufelungen des Lehrstuhls für Turbinen behandeln. Diese Daten sind für die 3D-Berechnung bzw. als Testfall für die Verifizierung des Meridianströmungsverfahrens von besonderem Interesse, da sie Versuchsergebnisse mit radialen und gekrümmten Leitschaufeln beinhalten, die von Prof. LAPSCHIN dem Institut für Strömungsmaschinen zur Verfügung gestellt wurden.

Die Abb. 4.1 zeigt einen Meridianschnitt dieser einstufigen Luftturbine, der auch das Berechnungsgebiet mit den Meßpositionen 1 und 2 hinter den Schaufelgittern darstellt. Die beiden untersuchten Konfigurationen mit unterschiedlicher Axialposition des Rotors sind dargestellt, der Axialspalt ist jeweils auf der mittleren Schaufelhöhe ( $r_m = 182 \text{ mm}$ ) defi-



*Abb. 4.1:* Meridianschnitt der Versuchsluftturbine des Lehrstuhls für Turbinenbau St. Petersburg ((Konfiguration 1) mit  $6.5 \text{ mm}$  Axialspalt und (Konfiguration 2) mit  $14 \text{ mm}$  Axialspalt

niert. Bei der Rotorposition mit Axialspalt  $6.5 \text{ mm}$  war eine Sondenmessung in Meßebe 1 (MP1) nicht möglich. In diesem Fall wurden nur Wirkungsgrade der Stufe für die reale Maschine gemessen. Um eine Fünffloch-Meßsonde in der Meßebe 1 einsetzen zu können, wurde die Laufradflanke nach hinten bis in die Position mit Axialspalt  $14 \text{ mm}$  verschoben. Die Axialspalten zwischen der Statorrückkante und der Meßebe 1 bzw. zwischen der Rotorrückkante und der Meßebe 2 (MP2) betragen jeweils  $9.2 \text{ mm}$  und  $9.0 \text{ mm}$ .

Alle Parameter der Meßebe 0 (MP0) vor der Leitschaufel wurden nur in der Mitte der Kanalhöhe gemessen, deren Entfernung von der Vorderkante beträgt  $38.5 \text{ mm}$ . Sie wurden als konstant über der Schaufelhöhe angenommen. Um die richtige bzw. ausreichende Grenzschichtdicke vor der Vorderkante der Leitschaufel für die Berechnung zu erhalten, wurde die Eintrittskanallänge bis zu ca. 6 axialen Sehnenlängen des mittleren Leitschaufelschnitts festgelegt, diese Kanallänge entspricht der realen Maschine.

#### 4.1.1 Kontrollmethode der radialen Spaltannahme

Das Leitrad dieser Turbinenstufe wurde im Versuch jeweils mit einer radialen und einer gekrümmten Beschauflung versehen. Die Laufradflanke war in den Versuchen der beiden

Beschaufelungen unverändert geblieben. An der Spitze der Laufschaufel wurde ein zylindrisches Deckband befestigt, welches zwei Spitzen hat, dadurch entstand ein radialer Spalt  $\delta_{sp} = 0.9 \text{ mm}$ . Eine schematische Darstellung ist in der linken Seite der Abb. 4.2 vorgestellt.

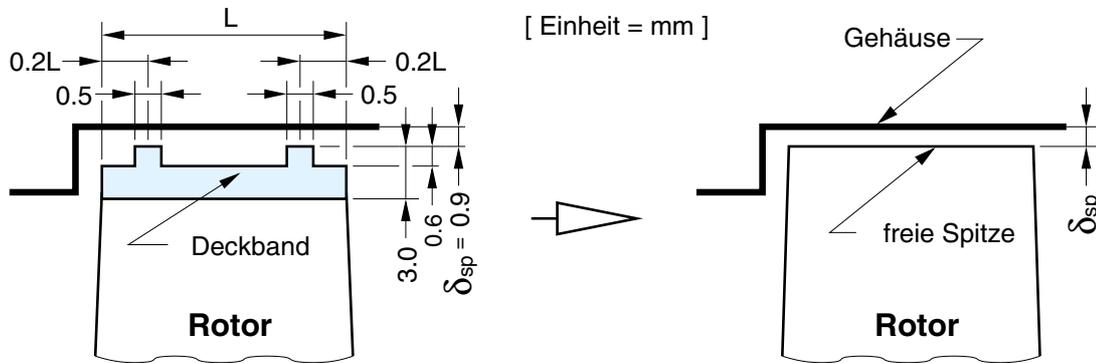


Abb. 4.2: Schematische Darstellung des Schaufelkranzes mit Deckband und freier Schaufelspitze

Um die Schwierigkeit des Rechenetzes mit dem Deckband in der 3D-Berechnung zu vermeiden, wurde die Laufschaufel durch eine entsprechende Annahme in eine frei endende Rotorspitze mit einem entsprechenden radialen Spalt wie in der rechten Seite der Abb. 4.2 verändert. Die Spaltweite der frei endenden Schaufel wurde mit Hilfe von [73] so festgelegt, dass der Spaltverlust in beiden Fällen gleich gross ist.

Aus der Definition von TRAUPEL [97] können wir entnehmen, dass der totale Schaufelwirkungsgrad wie folgt definiert ist:

$$\eta = f(\zeta) = 1 - \zeta \quad (4.1)$$

Dabei bezeichnet  $\zeta$  den gesamten Schaufelverlust. Dieser totale Verlust wird durch eine Summe von unterschiedlichen Teilverlusten  $\zeta = f(\zeta_{sp}, \dots)$  dargestellt, hierbei interessiert aber nur der Spaltverlust der Laufschaufel  $\zeta_{sp}^{la}$ . Mit diesem Spaltverlust  $\zeta_{sp}^{la}$  können wir daher einen angemessenen Radialspalt der Laufschaufeln umrechnen.

Um diese Umrechnung des radialen Spaltes durchführen zu können, werden die beiden radialen Spaltverluste zunächst bestimmt, da die Strömungseffekte und die Berechnung der beiden Spaltverluste unterschiedlich sind:

- **Schaufelkränze mit Deckbändern:**

Zur Bestimmung des mittleren radialen Spaltverlustbeiwerts des Rotors mit Deckbändern verwenden wir die Korrelation nach TRAUPEL [97], die vom relativen Spaltmassenstrom  $\mu$  abhängt. Dieser relative Spaltmassenstrom ist aus dem Spaltmassenstrom  $\dot{m}_{sp}$  abgeleitet und wird als:

$$\mu = \frac{\dot{m}_{sp}}{\dot{m} - \dot{m}_{sp}} \quad (4.2)$$

definiert. Mit dieser Definition kann  $\mu$  für eine Laufschaufel  $\mu^{la}$  mit folgender Korrelation:

$$\mu^{la} = \frac{\alpha^{la} f_{sp}^{la}}{\Omega_2 \sin \bar{\beta}_2 \sqrt{z^{la}}} \sqrt{\frac{\mathbf{r}_S}{\bar{\mathbf{r}}} \left[ \frac{1}{\eta^{la}} - \left( \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}_2} \right)^2 \right]} \quad (4.3)$$

bestimmt werden. Dabei bezeichnet  $\alpha$  einen Durchflußbeiwert,  $f_{sp}$  den Spaltquerschnitt,  $\Omega_2$  den Ringquerschnitt des Schaufelkranzes,  $\beta_2$  den Abströmwinkel,  $z$  die Anzahl der Drosselstellen,  $\mathbf{r}_S$  den Reaktionsgrad am Gehäuse,  $\bar{\mathbf{r}}$  den mittleren Reaktionsgrad,  $\eta$  den Radwirkungsgrad,  $\bar{w}_1$   $\bar{w}_2$  die relative Ein- und Austrittsgeschwindigkeit. Dann ergibt sich der Verlustbeiwert des radialen Spalts für die Laufschaufel:

$$\zeta_{sp}^{la} = \mu^{la} \left[ 1 - \left( \frac{\nu - \nu(\beta_1^*)}{\nu(\beta_1^*)} \right)^2 \right] \quad (4.4)$$

wobei  $\nu(\beta_1^*)$  die Laufzahl beim Auslegungswinkel  $\beta_1^*$  der Schaufelgitter ist. Da der Term  $\left( \frac{\nu - \nu(\beta_1^*)}{\nu(\beta_1^*)} \right)^2$  nur die Abweichung bei nicht optimalem Betriebspunkt erfasst und diese Turbinenstufe beim optimalen Betriebspunkt betrieben wird, bleibt die Laufzahl in diesem Fall  $\nu = \nu(\beta_1^*)$ . Aus diesem Grund kann die obige Gl. (4.3) auf die Form:

$$\zeta_{sp}^{la} = \mu^{la} \quad (4.5)$$

reduziert werden.

- **frei endigende Schaufelspitze:**

Bei der frei endigenden Schaufelspitze wird der Spaltverlust nach TRAUPEL [97] durch folgende Korrelation:

$$\zeta_{sp}^{la} = K_\delta \frac{2\mathbf{r}\psi + W_1^2 - U_1^2 + 1}{2\psi} \frac{(\delta_{sp}^{la} - 0.002s^{la}) d_S}{hd_m} \quad (4.6)$$

bestimmt. Dabei  $\delta_{sp}$  bezeichnet das Radialspiel,  $d_m$  den mittleren Schaufeldurchmesser und  $d_S$  den Durchmesser des Spitzenkreises. Der Faktor  $K_\delta$  ist von der geometrischen Variablen der Spaltströmung  $x$ , den Strömungsgeschwindigkeiten  $\Delta C_\varphi/C_n$  (oder  $\Delta W_\varphi/C_n$ ) und der Geometrie  $\alpha_1$  (oder  $\beta_2$ ) abhängig. Die Variable  $x$ , die als:

$$x = \frac{\delta_{sp}}{s} - 0.002 \quad (4.7)$$

definiert ist, hängt direkt vom radialen Spalt  $\delta_{sp}$  ab, wobei  $s$  die Sehnenlänge ist. Der Beiwert  $K_\delta$  kann wieder nach TRAUPEL [97] in einem angegebenen Nomogramm durch obige Variable  $x$  approximiert werden.

Die obigen beiden Korrelationen der radialen Spaltverluste 4.3 und 4.6 für Schaufel mit Deckband und frei endigende Schaufelspitze ermöglichen es, für die (angenommene) Schau-

fel mit freier Spitze eine Spaltweite  $\delta_{sp}$  zu errechnen, die den gleichen Spaltverlust ergibt, wie die den Versuchen zugrunde liegenden Schaufel mit Deckband.

$$\zeta_{sp,mit}^{la} = f(\delta_{sp} [\text{Deckband}], \dots) = \zeta_{sp,frei}^{la} = f(\delta_{sp} [\text{freie Spitze}], \dots) \quad (4.8)$$

Damit ergibt sich der radiale Spalt in der folgenden Form:

$$\delta_{sp} = \zeta_{sp,mit}^{la} \frac{1}{K_\delta} \frac{2\psi}{2r\psi + W_1^2 - U_1^2 + 1} \frac{h d_m}{d_s} + 0.002 s \quad (4.9)$$

Obwohl die geometrischen Verhältnisse der untersuchten Schaufeln nicht exakt mit den Voraussetzungen der Korrelationen nach TRAUPEL übereinstimmen, kann mit der obigen Umrechnung nachgewiesen werden, dass ein Radialspalt von  $0.5 \text{ mm}$  für die frei endigende Laufschaufelspitze der Turbinenstufe für die 3D-Berechnung eine geeignete Annahme darstellt.

#### 4.1.2 Kontrollrechnungen für den radialen Spalt

Um die obige Annahme noch deutlicher darzustellen, wurden einige 3D-Berechnungen mit unterschiedlichen radialen Spalten der Laufschaufel jeweils für die beiden axialen Spalte  $6.5 \text{ mm}$  und  $14.0 \text{ mm}$  im optimalen Betriebspunkt durchgeführt, die in der Abb. 4.3 dargestellt sind. Der experimentelle Wert des totalen Stufenwirkungsgrads betrug  $0.892$  mit dem realen Axialspalt  $6.5 \text{ mm}$ . Abb. 4.3 zeigt, dass der Berechnungswert mit der obigen

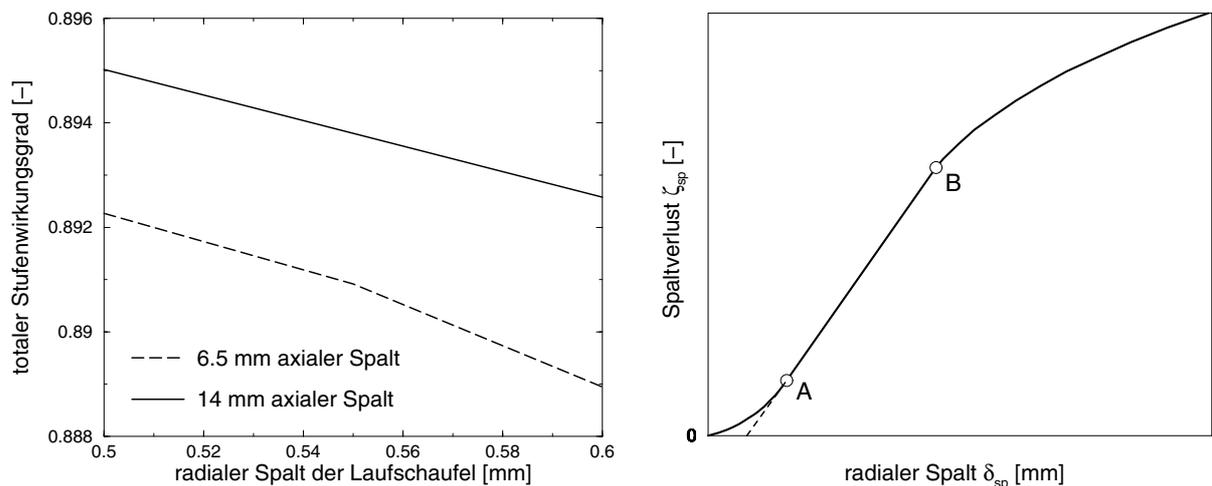


Abb. 4.3: Zusammenhang zwischen dem totalen Stufenwirkungsgrad und dem radialen Spalt der Laufschaufel

Abb. 4.4: Qualitativer Verlauf des Spaltverlustes bei frei endigenden Schaufeln nach TRAUPEL [97]

Annahme des radialen Spalts von  $0.5 \text{ mm}$  unter gleicher Randbedingung mit dem Experiment gut übereinstimmt. Außerdem stellen die beiden Verläufe in Abb. 4.3 dar, dass

der totale Stufenwirkungsgrad mit zunehmendem Radialspalt der Laufschaufel explizit abnimmt, dieser Tendenz entspricht die obige Definition der Form 4.1. Dies bedeutet auch, der gesamte Verlust kann durch einen zunehmenden Radialspalt des Rotors erhöht werden, dessen qualitativen Tendenzverlauf des Spaltverlustes wiederum deutlich in der Abb. 4.4 gefunden werden kann.

## 4.2 Geometrische Daten der untersuchten Schaufeln

Die in der Luftturbine verwendeten Beschaukelungen bestehen aus den radialen und gekrümmten Leitschaufeln sowie den verwundenen Laufschaufeln, wobei die Geometrie des Rotors unverändert bleibt. Die wesentlichen Geometriedaten der beiden Beschaukelungen jeweils für den Abschnitt der Nabe, des Mittels und der Spitze können der Tabelle 4.1 entnommen werden. Die Definitionen dieser Daten sind in Abb. 4.5 beschrieben.

Bezeichnung	Einheit	rad. Stator	gekr. Stator	Rotor	Bem.
Schaufelhöhe	[mm]	65.6	65.6	66.87	-
mittlerer Durchmesser	[mm]	363.98	363.98	364.24	-
Sehnenlänge	[mm]	31.159	32.101	20.26	Mitte
max. Wölbung	[mm]	7.047	5.254	6.063	Mitte
Staffelungswinkel	[grad]	43.00	36.00	57.20	Mitte
geom. Eintrittswinkel	[grad]	72.00	90.00	27.50	Nabe
geom. Eintrittswinkel	[grad]	80.00	90.00	42.00	Mitte
geom. Eintrittswinkel	[grad]	90.00	90.00	74.00	Spitze
eff. Austrittswinkel	[grad]	12.58	18.13	23.73	Nabe
eff. Austrittswinkel	[grad]	15.37	13.95	21.33	Mitte
eff. Austrittswinkel	[grad]	17.95	12.67	18.70	Spitze
relative Teilung	[-]	0.4345	0.4604	0.5886	Nabe
relative Teilung	[-]	0.4898	0.4745	0.7433	Mitte
relative Teilung	[-]	0.5437	0.5246	0.8144	Spitze
Schaufelzahl des Gitters	[-]	74	74	76	-
Radialspalthöhe	[mm]	-	-	0.5	-

*Tab. 4.1:* Die geometrischen Daten der Beschaukelungen

Aus diesen Daten sowie aus den Abb. 4.6 bzw. 4.7 ist zu ersehen, dass die radiale Leitschaufel im Eintrittsbereich über der Schaufelhöhe verwunden ist, während das Profil der gekrümmten Leitschaufel im Eintrittsbereich über der Schaufelhöhe konstant bleibt. Die radiale Leitschaufel im Austrittsbereich besitzt eine konventionelle Tendenz des effektiven Austrittswinkels mit  $\alpha_{1,N}^{eff} < \alpha_{1,m}^{eff} < \alpha_{1,G}^{eff}$ . Im diesem Bereich hat die gekrümmte Leitschaufel jedoch eine umgekehrte Tendenz des effektiven Austrittswinkels mit  $\alpha_{1,N}^{eff} > \alpha_{1,m}^{eff} > \alpha_{1,G}^{eff}$ . Der Einfluss dieser Geometrie-Differenz wird im Kapitel 5 näher untersucht. Mit diesen

Beschaufelungen sind die experimentellen Daten von Prof. LAPSCHIN aus St. Petersburg gewonnen worden, die er für diese Untersuchung zu Verfügung gestellt hat.

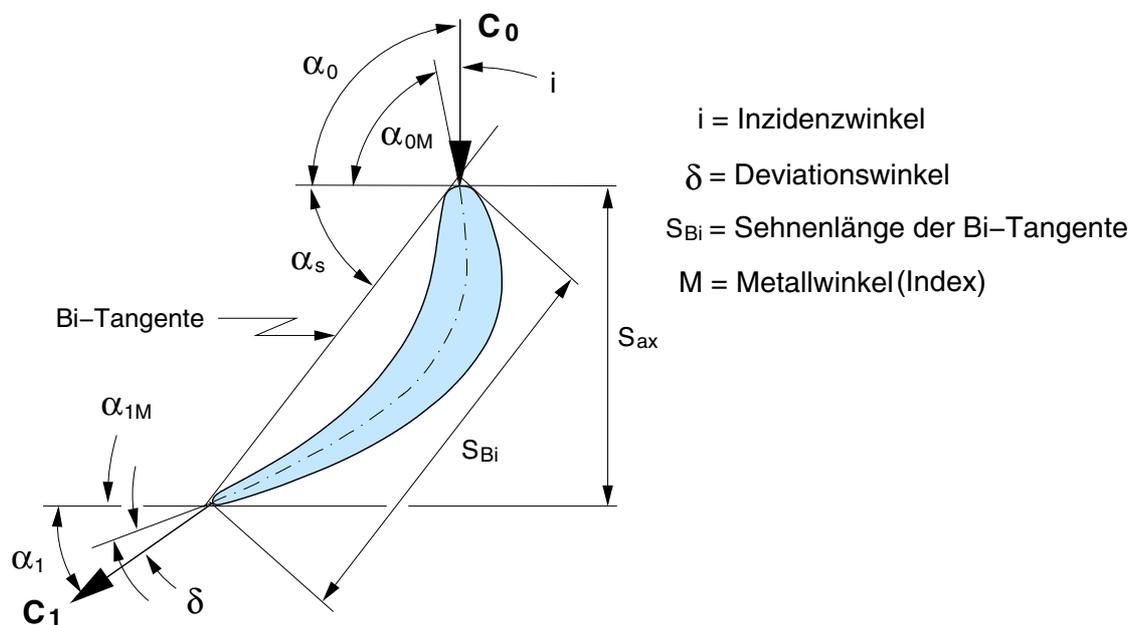


Abb. 4.5: Aerodynamische und geometrische Parameter der Turbinenschaufel

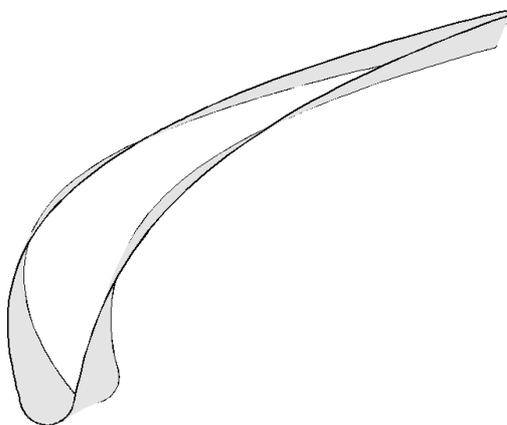


Abb. 4.6: Die dreidimensionale radiale Leitschaufel in der  $S_1$ -Ansicht

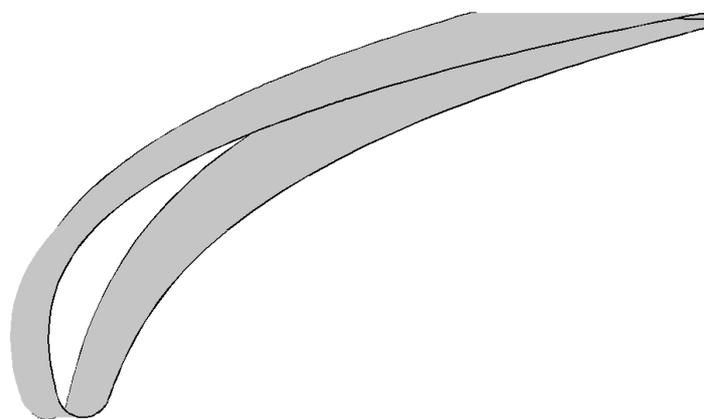


Abb. 4.7: Die dreidimensionale gekrümmte Leitschaufel in der  $S_1$ -Ansicht

#### 4.2.1 Geometrische Daten der zusätzlich berechneten Leitschaufeln

Für die detaillierte Untersuchung einer Reihe von Leitbeschaufelungen mit systematischer Variation der tangentialen Neigung und Krümmung wurden verschiedene zusätzliche 3D-

Bezeichnung	Abkürzung	$\varepsilon'_N$	$\varepsilon'_G$	$h_{bez,N}^k$	$h_{bez,G}^k$	Bemerkung
Einheit	[-]	[grad]	[grad]	[-]	[-]	[-]
Radial 1	$Basis_{2A}$	0.0	0.0	-	-	
Krümmung 1	$Bow_{2B}$	+13.2	0.0	1.0	-	
Krümmung 2	$Bow_{F13g1}$	+13.2	-12.2	0.453	0.438	von $Basis_{2A}$
Krümmung 3	$Bow_{F13g2}$	+13.2	-12.2	0.167	0.148	von $Basis_{2A}$
Krümmung 4	$Bow_{F27g}$	+27.0	-20.0	0.167	0.148	von $Basis_{2A}$
Krümmung 5	$Bow_{F32g}$	+32.0	-29.0	0.409	0.374	von $Basis_{2A}$
Krümmung 6	$Bow_{F32g1}$	+32.0	-29.0	0.167	0.148	von $Basis_{2A}$
Krümmung 7	$Bow_{2Av2B}$	+13.2	0.0	1.0	-	$\varepsilon'$ wie $Bow_{2B}$
Neigung 1	$Lean_{2A}$	+13.2	+8.51	0.5	0.5	von $Basis_{2A}$

Tab. 4.2: Geometrischen Daten der zusätzlichen geneigten und gekrümmten Leitbeschaukelungen

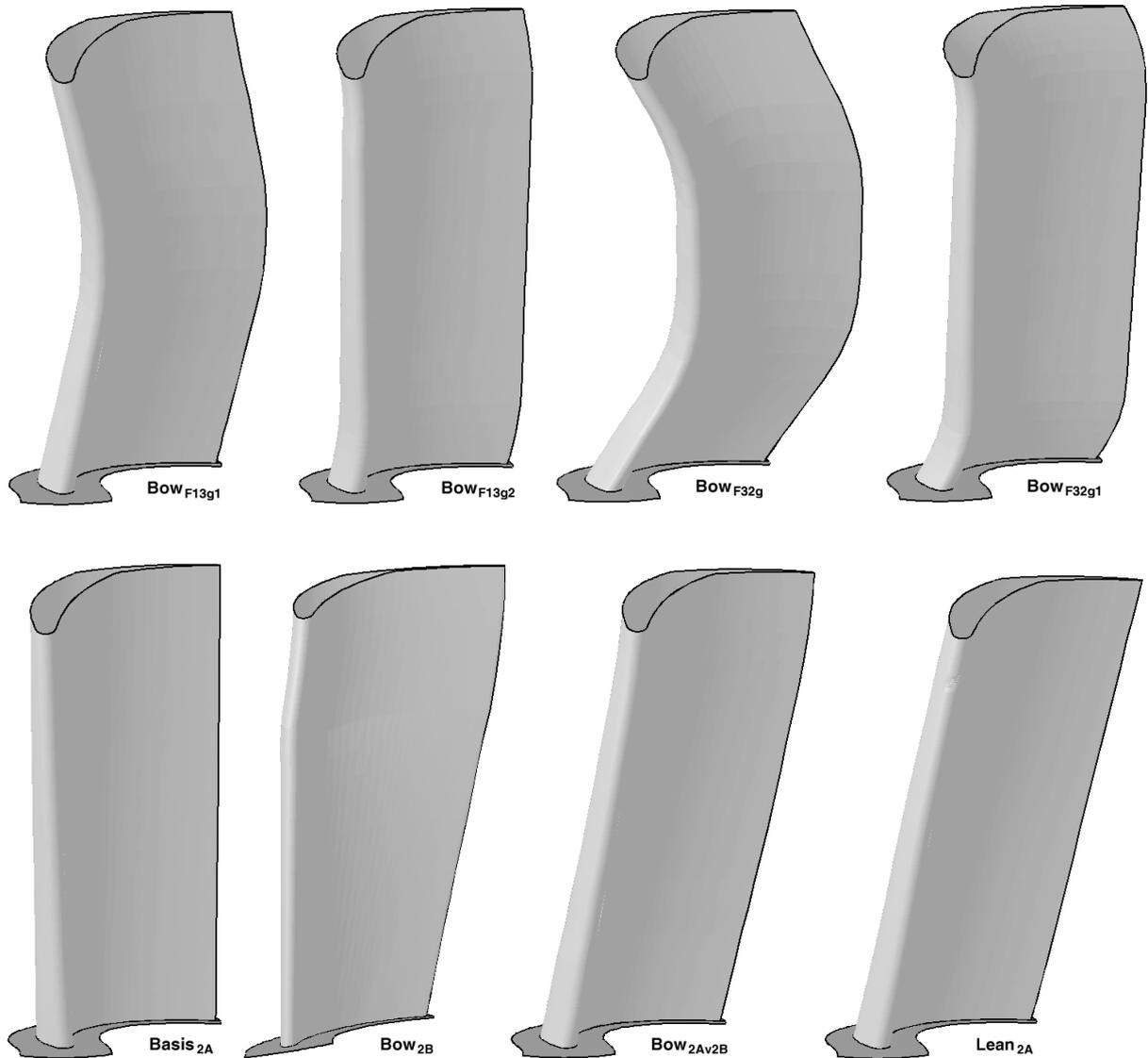
Beschaukelungen entwickelt. Solche Beschaukelungen sind von der radialen Leitschaukel  $Basis_{2A}$  abgeleitet und in der Tabelle 4.2 zusammengestellt. Dabei bezeichnen  $\varepsilon'_N$  sowie  $\varepsilon'_G$  Ausgangswinkel der tangentialen Schaukelneigung jeweils für die Nabe sowie das Gehäuse und  $h_{bez,N}^k$  sowie  $h_{bez,G}^k$  die Neigungs- bzw. Krümmungsbereiche über der bezogenen Schaukelhöhe jeweils für die Nabenzone sowie die Gehäusezone.

Alle diese Schaukeln, mit Hilfe der Netze der 3D-Berechnungen in der Abb. 4.8 dargestellt, wurden auf folgende Weise entwickelt:

- Zunächst wird die Schaukel  $Bow_{2Av2B}$  mit der gleichen radialen Verteilung des Neigungswinkels der Schaukel  $Bow_{2B}$  und mit den Profilen der radialen Schaukel  $Basis_{2A}$  abgeleitet, damit mit der Schaukel  $Bow_{2B}$  ein besserer quantitativer Vergleich durchgeführt werden kann.
- Bei den gekrümmten Leitschaukeln  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$  erstreckt sich die tangentiale Krümmung in unterschiedlicher Stärke jeweils über ca. 41% von  $h_{bez}$  an der Nabe und Gehäuse.
- Die Schaukeln von  $Bow_{F13g2}$ ,  $Bow_{F27g}$  und  $Bow_{F32g1}$  sind nur bis ca. 0.15  $h_{bez}$  gekrümmt, da in diesen Bereichen wahrscheinlich die zugehörigen Sekundärströmungen existieren. Außerdem hat  $Bow_{F13g2}$  wie die rein geneigte Schaukel  $Lean_{2A}$  den gleichen Ausgangswinkel der Schaukelneigung  $\varepsilon'_N$  wie die Schaukel  $Bow_{2B}$  in der Nabenzone.

Die gekrümmte Leitschaukel  $Bow_{F27g}$  mit  $\varepsilon'_N = 27^\circ$  tangentialem Neigungswinkel an der Nabe hat nur einen kleinen Unterschied des Ausgangswinkels gegenüber der gekrümmten Schaukel  $Bow_{F32g1}$ . Diese Beschaukelung wurde ebenfalls berechnet und behandelt, jedoch weisen ihre Ergebnisse nur geringe Unterschiede gegenüber der Schaukel  $Bow_{F32g1}$  wegen der kleinen Winkeländerung auf. Um den Einfluss der Schaukelkrümmungen deutlicher

unterscheiden zu können, wird diese Schaufel daher bei der Auswertung nicht berücksichtigt und nicht mit anderen Beschaukelungen verglichen.



*Abb. 4.8:* Eine schematische dreidimensionale Darstellung der radialen, geneigten und aller gekrümmten Leitschaufeln

#### 4.2.2 Weitere untersuchte Leitschaufelgeometrien

Neben der Untersuchung der gekrümmten Leitschaufeln in der Turbinenstufe wurden noch folgende Ergänzungsuntersuchungen durchgeführt, um einige wichtige Auswirkungen der verschiedenen Geometrien der Schaufelkonturen sowie der Kanalkonturen näher kennenzulernen:

- **reduzierte Schaufelzahl:**

Die stark gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{F13g1}$ ,  $Bow_{F32g}$  und  $Bow_{F32g1}$  haben, wie aus der Darstellung in Abb. 4.8 deutlich erkennbar ist, eine im Vergleich zur radialen Leitschaufel  $Basis_{2A}$  deutlich vergrößerte Oberfläche, die mit der Strömung in Kontakt steht.

In diesem Fall wird die Dissipation durch Reibung an der Schaufeloberfläche erhöht, da die Dissipation etwa proportional zur Schaufeloberfläche ist. Aus diesem Grund kann man vermuten, dass die Profilverluste der gekrümmten Schaufeln wahrscheinlich auch durch erhöhte Oberflächenreibung erhöht werden.

Um diese Auswirkung vermeiden zu können, kann die Leitschaufelzahl reduziert werden. Auf diese Weise kann ein Verhältnis der totalen Schaufeloberfläche:

$$O_{s,tot} = O_s^{rad} \cdot Z^{rad} = O_s^{bow} \cdot Z_{red}^{bow} \quad (4.10)$$

$$\Downarrow$$

$$Z_{red}^{bow} = \frac{O_s^{rad}}{O_s^{bow}} Z^{rad} \quad (4.11)$$

ermittelt werden, dabei bezeichnet  $O_s$  die Oberfläche einer Schaufel,  $Z$  die Schaufelzahl des Gitters und  $O_{s,tot}$  die totale Schaufeloberfläche des Gitters. Unter der Annahme, dass die beiden Gitter die gleiche totale Schaufeloberfläche haben sollen, kann so eine reduzierte Schaufelzahl für jedes Gitter errechnet werden.

Auf diese Weise sind die gekrümmten Leitschaufeln mit reduzierter Schaufelzahl  $Bow_{F13g1}^{red}$ ,  $Bow_{F32g}^{red}$  und  $Bow_{F32g1}^{red}$  entstanden, deren geometrische Daten in der Tabelle 4.3 zusammengestellt sind.

Bezeichnung	Abkürzung	$\varepsilon'_N$	$\varepsilon'_G$	$h_{bez,N}^k$	$h_{bez,G}^k$	Bemerkung
Einheit	[-]	[grad]	[grad]	[-]	[-]	[-]
Krümmung 2a	$Bow_{F13g1}^{red}$	+13.2	-12.2	0.453	0.438	$Z_{red} = 72$
Krümmung 5a	$Bow_{F32g}^{red}$	+32.0	-29.0	0.409	0.374	$Z_{red} = 67$
Krümmung 6a	$Bow_{F32g1}^{red}$	+32.0	-29.0	0.167	0.148	$Z_{red} = 71$

Tab. 4.3: Geometrische Daten der stark gekrümmten Schaufeln mit reduzierter Schaufelzahl

- **zylindrische und konische Gehäuse:** Die experimentell (und numerisch) untersuchten Turbinenstufen weisen im Leitschaufelbereich ein konisches Gehäuse auf. Die Strömung in der Gehäusezone wird daher auch von der divergenten Wand zusätzlich beeinflusst. In diesem Fall kann der Verlust in dieser Zone sowohl von der Schaufelkrümmung als auch von der Wandneigung abhängig sein. Deswegen wurden Berechnungen der radialen sowie der geneigten Leitschaufeln zusätzlich mit einem zylindrischen Gehäuse durchgeführt, dessen geometrische Daten in der Tabelle 4.4 dargestellt sind.

Bezeichnung	Abkürzung	$\varepsilon'_N$	$\varepsilon'_G$	$h_{bez,N}^k$	$h_{bez,G}^k$	Bemerkung
Einheit	[-]	[grad]	[grad]	[-]	[-]	[-]
Radial 1a	$Basis_{2A}^{zyl}$	0.0	0.0	-	-	zylindrisches Gehäuse
Neigung 1a	$Lean_{2A}^{zyl}$	+13.2	+8.51	0.5	0.5	zylindrisches Gehäuse

Tab. 4.4: Geometrische Daten der radialen und geneigten Leitschaufeln mit zylindrischem Gehäuse

- **Absatz vor der Laufschaufel:**

Da im Gehäuse vor der Laufschaufel ein ausspringender Absatz bei der experimentellen Untersuchung existiert, wurden alle vorherbeschriebenen Berechnungen mit gleicher Geometrie durchgeführt. Ein solcher einseitiger Absatz entstand eigentlich wegen der Konstruktion mit Deckband, eine übliche Konstruktion in dieser Zone enthält meistens zwei Absätze vor und hinter der Laufschaufel.

Konstruktionen mit frei endenden Laufschaufeln, wie sie für die numerische Berechnung angenommen wurden, haben üblicherweise ein zylindrisches Gehäuse, daher wurde eine solche Variante zusätzlich berechnet, um den Einfluss auf den Spaltverlust zu untersuchen.

### 4.3 Netze der verwendeten Schaufeln

Alle verwendeten Leitschaufeln dieser Turbinenstufe, die im Abschnitt 4.2 beschrieben wurden, haben Rechen-Netze mit identischen Netzrandbedingungen sowie mit gleicher Anzahl von Zellen für die beiden axialen Spalten  $6.5\text{ mm}$  und  $14.0\text{ mm}$ . In der Tabelle 4.5 werden alle Netzaufteilungen in den drei Koordinatenrichtungen  $i \times j \times k$  beschrieben. Dabei bezeichnen  $i$ ,  $j$  und  $k$  jeweils die Umfangsrichtung, die radiale Richtung über der Schaufelhöhe und die axiale Strömungsrichtung, P.Z. ist die gesamte Punktzahl des Rechnernetzes.

Bez.	ax.Spalt [mm]	H-Netz(Ein.) $[i \times j \times k]$	O-Netz $[i \times j \times k]$	I+H/H-Netz(Aus.) $[i \times j \times k]$	P.Z. [-]	Bem. [-]
Stator	6.5	$33 \times 57 \times 33$	$33 \times 57 \times 217$	$33 \times 57 \times 41$	535971	I+H
Rotor	6.5	-	$41 \times 57 \times 177$	$41 \times 57 \times 25$	463611	H
Stator	14.0	$33 \times 57 \times 33$	$33 \times 57 \times 217$	$33 \times 57 \times 49$	554667	I+H
Rotor	14.0	$41 \times 57 \times 17$	$41 \times 57 \times 177$	$41 \times 57 \times 25$	418524	H

Tab. 4.5: Die Netzverteilungen der Turbinenstufe

Die Tabelle zeigt grundsätzlich, dass, um ein besseres orthogonales Rechnernetz zu erhalten, das gesamte Rechengebiet der Leitschaufel über die axiale Richtung in drei Zonen geteilt wurde. Die erste Zone um das Schaufelprofil nutzt ein O-Netz. Der Eintrittskanal nutzt ein

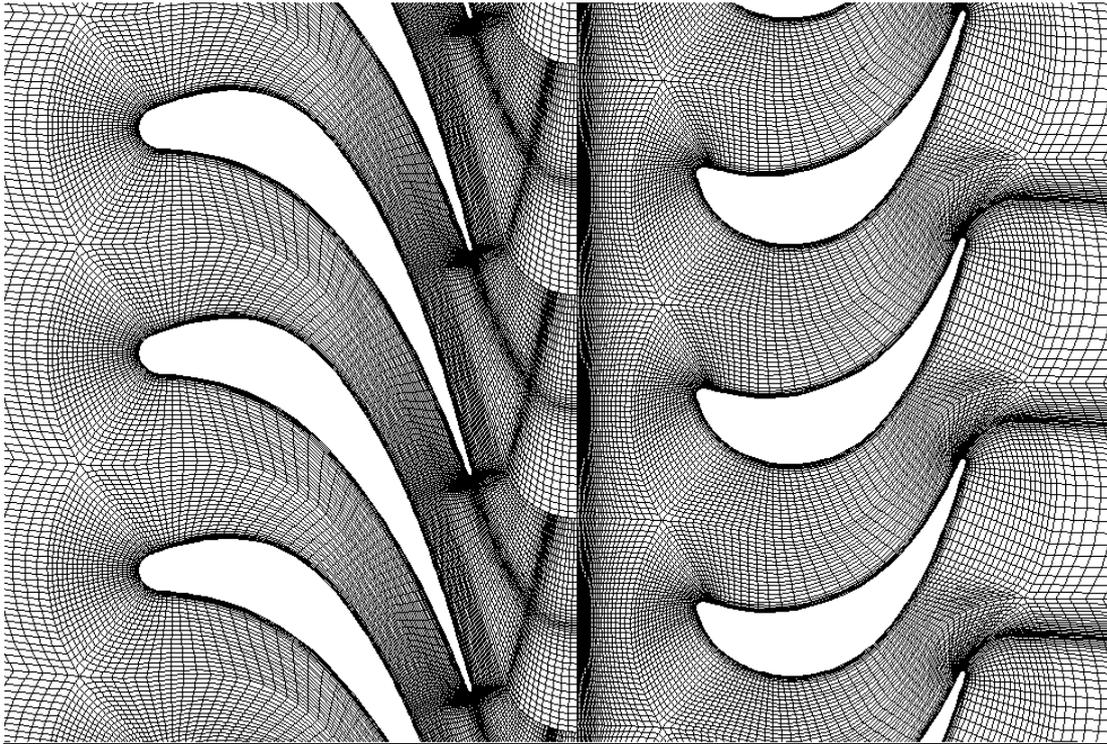


Abb. 4.9: Konfiguration des Rechen-Netzes im mittelschnitt der radialen Leitschaufel  $Basis_{2A}$

H-Netz für eine Erweiterung von ca. 6 axialen Sehnenlängen des Mittelschnittes der Leitschaufel  $Basis_{2A}$ . Der Austrittsbereich verwendet ein I-Netz mit einer H-Netzerweiterung, um ein besseres Netz des Nachlaufbereichs für das Turbinenprofil zu bekommen und auch keine Netzschwierigkeit bei der gekrümmten Leitschaufel wegen der großen Umlenkung aufkommen zu lassen. Im Austrittskanal der Laufschaufel verwendeten wir kein I-Netz, sondern nutzten nur eine H-Netzerweiterung. Außerdem wurde wegen des kurzen Axialspalts von  $6.5\text{ mm}$  keine H-Netzerweiterung beim Eintritt der Laufschaufel verwendet. Der Abstand der ersten Zellschicht von der Schaufeloberfläche war  $0.001\text{ mm}$ . Daher wurden die Werte des dimensionslosen Wandabstands  $y^+ \leq 1$  für die beiden Bereiche der Berechnungen erreicht. In der Tabelle 4.5 sind die gesamten Daten der Netze der Turbinenstufe zusammengestellt. In Abb. 4.9 ist die Netz-Konfiguration für die Leit- und Laufschaufeln deutlich dargestellt.

## 4.4 Anfangsbedingungen der Turbinenstufe

Die vorbeschriebene Turbinenstufe mit den beiden Leitbeschaufelungen  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  wurde zunächst im optimalen Betriebspunkt jeweils für die beiden axialen Spalte  $6.5\text{ mm}$  und  $14.0\text{ mm}$  durchgerechnet. Die zusätzlichen gekrümmten Beschaufelungen wurden nur für die Untersuchung der Auswirkungen der Schaufelkrümmung mit dem axialen Spalt

14.0 mm durchgerechnet. Alle verwendeten aerodynamischen Betriebsdaten der Turbinenstufe in der Eintritts- und Austrittsebene können der folgenden Tabelle 4.6 für den optimalen Betriebspunkt entnommen werden. Es wurde ein Druckverhältnis der Turbinenstufe mit  $\Pi \equiv \frac{p_{2,s}^{aus}}{p_{0,t}^{ein}} = 0.7$  eingehalten.

Bez.	Einh.	Wert	Bez.	Einh.	Wert	Bez.	Einh.	Wert
$p_{0,t}^{ein}$	[Pa]	142857	$c_z^{ein}$	[m/s]	51.657	$\kappa$	[-]	1.4
$p_{0,s}^{ein}$	[Pa]	140812.5	$c_r^{ein}$	[m/s]	0.0	$R$	[J/(kg · K)]	287.14
$p_{2,s}^{aus}$	[Pa]	100000	$c_\varphi^{ein}$	[m/s]	0.0	$Tu$	[%]	1 ... 2%
$T_{0,t}^{ein}$	[K]	323.1	$\dot{m}$	[kg/s]	4.93	$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	1.53
$T_{0,s}^{ein}$	[K]	321.772	$n$	[rpm]	7190	$h/S_{Bi}$	[-]	$2.1^{le}$

Tab. 4.6: Die aerodynamischen Daten im optimalen Betriebspunkt (Dabei bezeichnet  $le$  die Leitschaufel)



# Kapitel 5

## Auswirkungen der Schaufelkrümmung

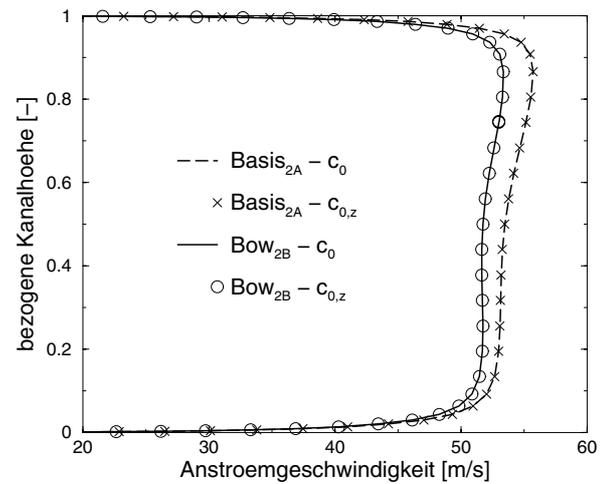
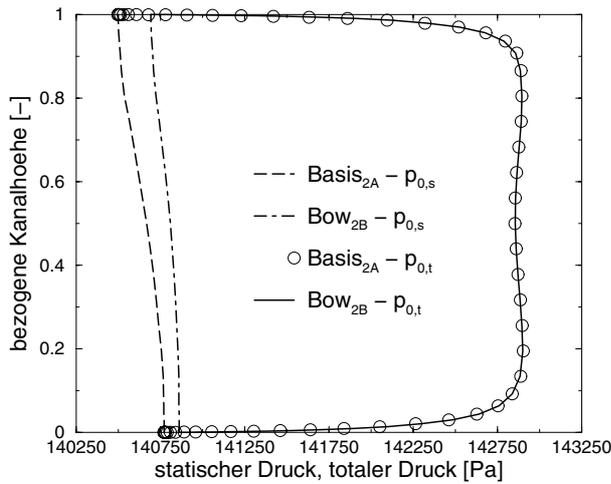
Die vorliegenden experimentellen Daten der Turbinenstufe wurden unter den folgenden Bedingungen gewonnen:

- Die totalen Stufenwirkungsgrade wurden in der Konfiguration mit  $6.5\text{ mm}$  Axialspalt zwischen Leitrad und Laufrad gemessen.
- Die aerodynamischen Daten in der Meßebe 1 (MP1) zwischen Leitrad und Laufrad wurden mit einer Fünfloch-Sonde in der Konfiguration mit  $14.0\text{ mm}$  Axialspalt gemessen, ebenso die Daten in der Meßebe 2 (MP2).

Numerische Berechnungen wurden für die beiden genannten Randbedingungen durchgeführt, um einen Vergleich mit den jeweiligen Meßwerten zu ermöglichen. Die zusätzlich numerisch untersuchten Schaufelkonfigurationen mit unterschiedlicher Krümmung, für die keine experimentellen Vergleichsdaten vorliegen, wurden mit  $14.0\text{ mm}$  Axialspalt berechnet.

### 5.1 Druck- und Geschwindigkeitsverteilungen in der Meßebe 0 (MP0)

Die aerodynamischen Daten der Meßebe 0 (MP0) wurden im Experiment nur in der Mitte der Schaufelhöhe gemessen und direkt als konstante Werte angenommen. Dies wird in der Praxis nicht genau zutreffen, es wird sich vielmehr an Nabe und Gehäuse eine Seitenwand-Grenzschicht ausbilden, die bei der numerischen Untersuchung berücksichtigt werden muß.



*Abb. 5.1:* Radiale Verteilung des umfangsgemittelten totalen und statischen Drucks in der Meßebene 0 (MP0), numerische Rechnung

*Abb. 5.2:* Radiale Verteilung der umfangsgemittelten Anströmgeschwindigkeit in der Meßebene 0 (MP0), numerische Rechnung

Die Resultate der numerischen Berechnung am Ende der Einlaufstrecke in der Meßebene 0 (MP0) sind in Abb. 5.1 und 5.2 dargestellt. Die Werte des umfangsgemittelten Totaldrucks stimmen für die radiale und die gekrümmte Beschauflung sehr gut überein, an Nabe und Gehäuse hat sich eine Seitenwand-Grenzschicht mit einer Dichte von ca. 10 % der Kanalhöhe ausgebildet. Die radiale Verteilung im Mittelfeld der Kanalhöhe bleibt nicht linear, sondern besitzt eine Abweichung um 0.05 %, so stimmt sie auch mit der experimentellen Erfahrung [58] sehr gut überein.

In der Abb. 5.1 ist die radiale Verteilung des umfangsgemittelten statischen Drucks der radialen Beschauflung  $Basis_{2A}$  über der ganzen Kanalhöhe niedriger als für die gekrümmte Beschauflung  $Bow_{2B}$ . Außerdem liegt der statische Druck in der Gehäusezone auch um 0.195 % niedriger als in der Nabenzzone, d.h ein negativer Druckgradient ist hier entstanden. Durch die radiale Verteilung des umfangsgemittelten totalen Drucks kann ergibt, dass die radiale Verteilung der Anströmgeschwindigkeit an der gleichen Stelle gerade umgekehrt verläuft. Eine solche radiale Verteilung der umfangsgemittelten Anströmgeschwindigkeit stimmt mit dem experimentellen Ergebnis für das Ringgitter einer einstufigen Axialturbine von GROSCHUP [30] korrekt überein. Dieser Geschwindigkeitsgradient in der Rechnung vergrößert sich bis zur Vorderkante der Leitschaufel weiter.

Dieser Verlauf der Anströmung mit einem positiven Geschwindigkeitsgradienten kann durch folgenden Gründe verursacht werden: In der subsonischen Strömung kann eine gewisse Rückwirkung des divergenten Gehäuses und der Schaufel auftreten. Ausserdem variiert die offene Querschnittsfläche der Leitschaufelgitter durch Divergenz und Verwindung über der Schaufelhöhe und beeinflusst so die Zuströmung.

## 5.2 Turbinenstufe mit axialem Spalt 6.5 mm

### 5.2.1 Betriebspunkte

Für die hier zunächst durchgeführten 3D-Rechnungen sind die totalen Stufenwirkungsgrade der Turbinenstufe mit axialem Spalt 6.5 mm auf folgende Form:

$$\eta_t = f(\nu) \quad (5.1)$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{u_2}{\sqrt{2\Delta h_s}} = \frac{1}{\sqrt{\psi}} \quad (5.2)$$

als eine Funktion der Laufzahl  $\nu$  definiert, wobei  $\psi$  die Druckzahl bezeichnet. Die Umfangsgeschwindigkeit ist direkt von der Drehzahl  $n$  abhängig,

$$u_2 = \frac{2\pi n r_{2m}}{60} \quad (5.3)$$

mit einem Mittenradius  $r_{2m}$ . Das isentrope Enthalpiegefälle  $\Delta h_s$  ist in der Form:

$$\Delta h_s = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_{0,t} \left[ 1 - \left( \frac{p_{2,s}}{p_{0,t}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (5.4)$$

definiert, dabei ist  $\frac{p_{2,s}}{p_{0,t}}$  auch als Druckverhältnis  $\Pi_0$  beschrieben. Die Berechnungen des totalen Stufenwirkungsgrades mit diesem Axialspalt wurden für zwei verschiedene Bereiche der Laufzahl  $\nu$  durchgeführt.

- **Laufzahl  $\nu$  im Bereich 0.3 bis 0.6:**

In diesem Bereich der Laufzahl blieb das Druckverhältnis  $\Pi_0 = 0.7$  *konstant*, daher blieb das Enthalpiegefälle auch *konstant*. Aber die Drehzahl wurde für verschiedene Betriebspunkte verändert. Die verwendeten Daten sind in der Tab. 5.1 dargestellt.

$\nu$	0.314	0.366	0.455	0.484	0.539	0.550	0.563	0.578
$n$ [rpm]	4113	4790	5955	6326	7046	7190	7366	7567

*Tab. 5.1:* Die Betriebspunkte mit der Drehzahl als Variable im Bereich der Laufzahl  $\nu$  zwischen 0.3 bis 0.6

- **Laufzahl  $\nu$  im Bereich 0.6 bis 0.9:**

In diesem Bereich der Laufzahl wurde die Drehzahl nicht mehr verändert, sondern die reduzierte Drehzahl  $n_{red}$  auf einem *konstanten* Wert 4000 gehalten. Sie ist in der folgenden Form:

$$n_{red} = \frac{n}{\sqrt{T_{0,t}}} \quad (5.5)$$

definiert. Jedoch wurde das Druckverhältnis im Gegenteil durch verschiedene totale (statische) Drücke beim Eintritt verändert. Diese Daten zeigt die Tab. 5.2. Daher veränderte das Enthalpiegefälle bzw. der Massenstrom sich auch. In der Tab. 5.2 zeigen sich auch zusätzlich verschiedene statische Drücke beim Austritt, in diesem Fall blieb der totale Druck beim Eintritt *konstant* und die statischen Druckwerte veränderten sich.

$\nu$	0.600	0.612	0.672	0.704	0.778	0.800
$p_{0,t}^{in}$ [Pa]	134543	132957	126460	123753	118911	117797
$p_{0,s}^{in}$ [Pa]	134385	132800	126311	123607	118771	117659
$p_{2,s}^{aus}$ [Pa]	106180	107446	112966	115438	120138	121274

*Tab. 5.2:* Die Betriebspunkte mit totalem Druck am Eintritt bzw. statischem Druck am Austritt als Variable im Bereich der Laufzahl  $\nu$  zwischen 0.6 bis 0.9

### 5.2.2 Totale Stufenwirkungsgrade

Für die Betriebspunkte in den beiden Tab. 5.1 und 5.2 wurde die Turbinenstufe mit realem Axialspalt  $6.5\text{ mm}$  berechnet, die Ergebnisse sind in der Abb. 5.3 dargestellt. Sie zeigt, dass der Stufenwirkungsgrad eine Funktion der Laufzahl  $\nu$  ist. Wie die Erläuterung im letzten Abschnitt 5.2.1 wurde die Laufzahl  $\nu$  für die Rechnungen des Stufenwirkungsgrades in zwei Bereiche geteilt.

Im Bereich der Laufzahl zwischen 0.3 bis 0.6 stimmen die Stufenwirkungsgrade der radialen Beschaukelung  $Basis_{2A}$  mit den experimentellen Daten sehr gut überein. Jedoch zeigen die Rechnungen dieser Beschaukelung im Bereich zwischen 0.6 bis 0.9 auch eine ziemlich gute Übereinstimmung außerhalb des Bereichs zwischen 0.65 bis 0.85, da in diesem Bereich nur eine Abweichung um ca. 0.3% auftritt.

Die experimentellen Ergebnisse der gekrümmten Beschaukelung  $Bow_{2B}$  zeigen im Betriebspunkt  $\nu = 0.55$  einen etwas besseren Stufenwirkungsgrad als die Basisbeschaukelung. Die Rechnungen für die Beschaukelung  $Bow_{2B}$  ergeben allerdings, wie in Abb. 5.3 ersichtlich, nicht nur im Betriebspunkt sondern im gesamten untersuchten Bereich einen um etwa 1.2% bis 1.5% geringeren Wirkungsgrad als die Beschaukelung  $Basis_{2A}$ .

In den experimentellen Ergebnissen zeigt der totale Stufenwirkungsgrad, dass der Verlust der Leitschaufel durch die gekrümmte Leitschaufel reduziert wird. Allerdings muss berücksichtigt werden, dass im Experiment und in der Rechnung beim Übergang von der radialen auf die gekrümmte Leitschaufel die Laufschaufel unverändert blieb. Die Auswirkungen der Schaufelkrümmung auf die Zuströmung der Laufschaufel kann daher eine negative (bei suboptimaler Auslegung des Laufrades für die Basisstufe allerdings auch positive) Beeinflussung des Stufenwirkungsgrades ergeben, so dass eine positive Veränderung der

Leitschaufel im Stufenwirkungsgrad mehr oder weniger überdeckt wird. Um die Stufe genau zu beschreiben, muß man daher die detaillierten aerodynamischen Charakteristiken der 3D-Leitbeschaukelungen systematisch untersuchen und die Zusammenhänge zwischen Leit- und der Laufschaufel näher beschreiben.

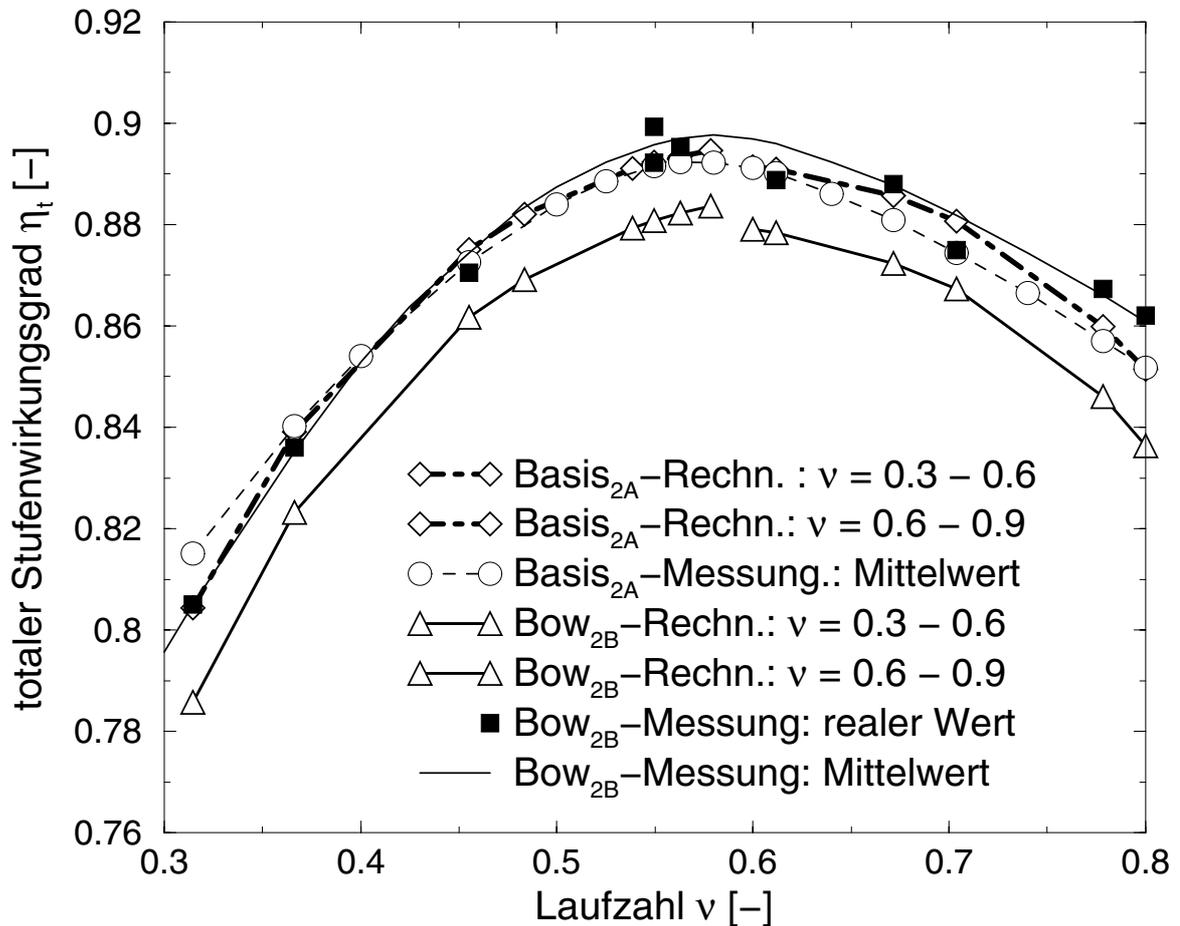


Abb. 5.3: Totale Stufenwirkungsgrade als Funktion der Laufzahl  $\nu$  für beide Beschaukelungen mit realem Axialspalt 6.5 mm

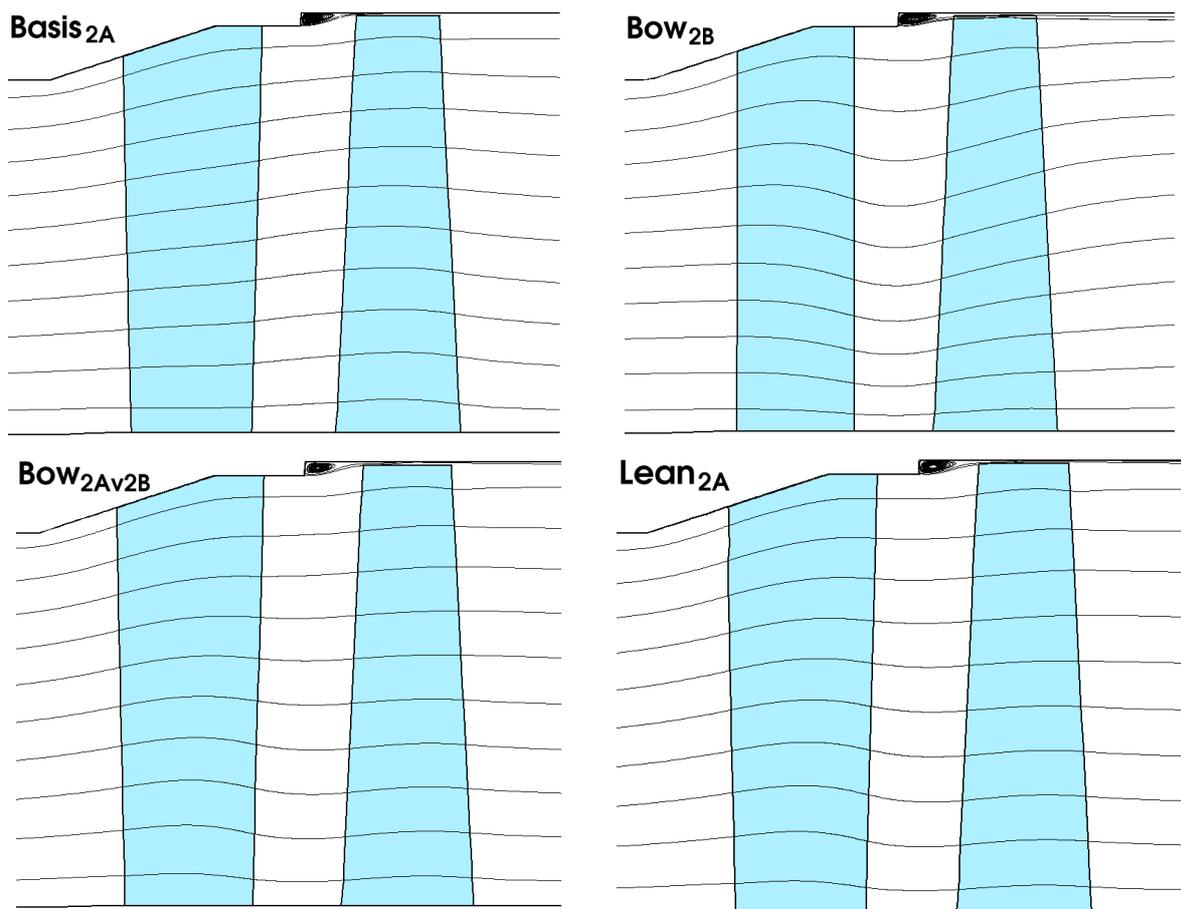
Da das Vergleichsergebnis des totalen Stufenwirkungsgrades zwischen dem Experiment und der Rechnung für die radiale Beschaukelung sehr gut übereinstimmt, wurden einige Beschaukelungen mit verschiedenen Krümmungsformen abgeleitet aus der radialen Leit-schaufel  $Basis_{2A}$  untersucht, deren Geometrie der Schaufelkrümmung bereits im Kapitel 4 beschrieben sind. Mit dieser systematischen Untersuchung der 3D-Beschaukelungen sollten wir nicht nur die Ursache des abweichenden Verhaltens der Schaufel  $Bow_{2B}$  aufgeklärt, sondern auch das Verständnis solcher Beschaukelungen in weiteren Abschnitten näher untersucht werden. Schliesslich können wir dadurch auch die vereinfachten mathematischen Formulierung der Auswirkungen der Schaufelkrümmung für das rotationssymmetrische Berechnungsverfahren vorstellen bzw. neu modellieren.

## 5.3 Turbinenstufe mit Axialspalt $14.0\text{ mm}$ : Stator

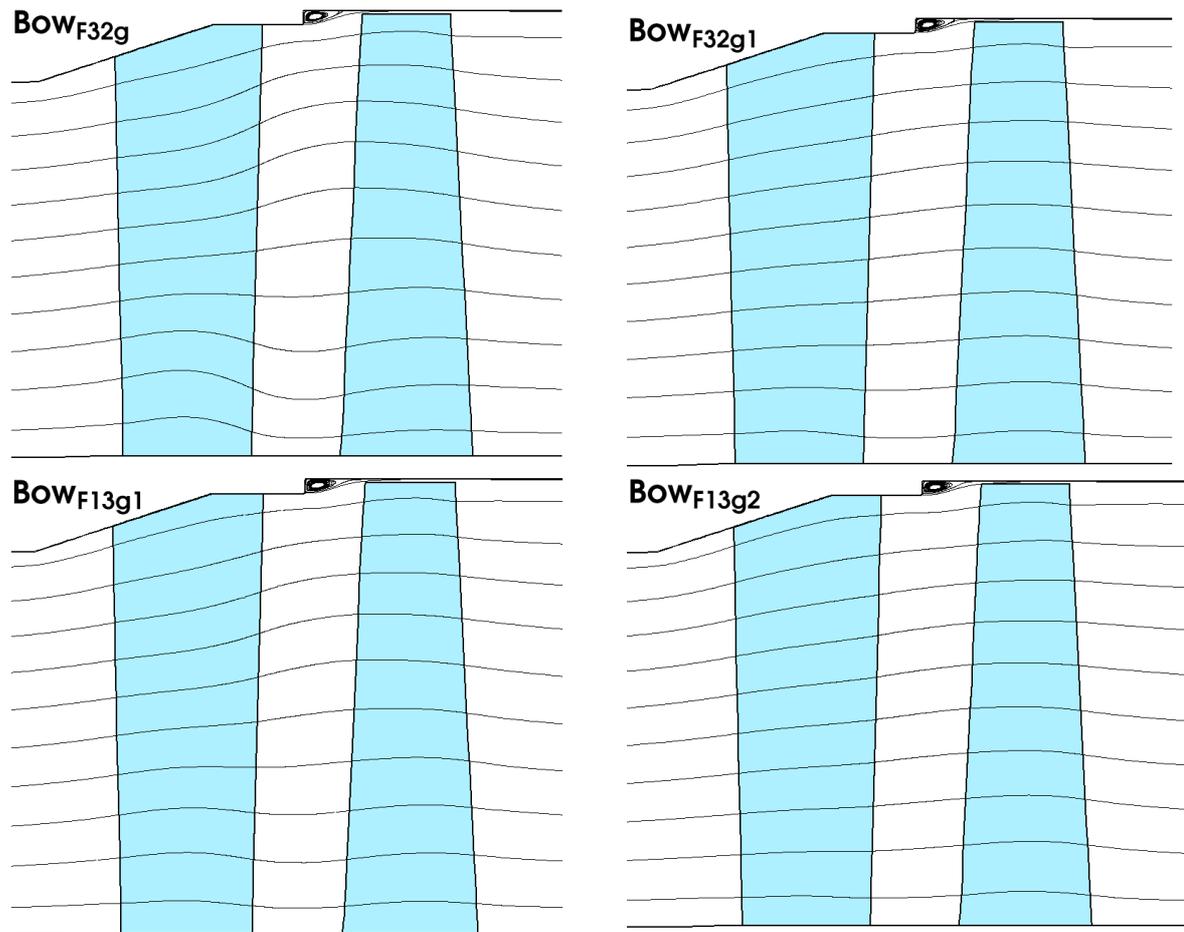
Eine detaillierte Untersuchung der Auswirkungen der tangentialen Leitschaufelkrümmung auf die Strömungsverhältnisse im Leitrad und in der Stufe soll zu einem besseren Verständnis dieser Technik führen. Da die Sondenmessungen in der experimentell untersuchten Stufe bei einem Axialspalt von  $14.0\text{ mm}$  durchgeführt wurden, werden die numerischen Berechnungen für die gleiche Konfiguration realisiert, damit quantitative Vergleiche mit den vorhandenen Meßwerten für die Leitschaufeln  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  möglich sind.

### 5.3.1 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Stromlinien und Radial-Winkel der Meridianströmung

#### 5.3.1.1 Auswirkung auf die Meridianstromlinien



*Abb. 5.4:* Stromlinienablenkung in der umfangsgemittelten Meridianebene mit verschiedenen Leitbeschaufelungen beim optimalen Betriebspunkt, markierte Bereiche bezeichnen die Leit- und Laufschaufeln



*Abb. 5.5:* Stromlinienablenkung in der umfangsgemittelten Meridianebene mit verschiedenen Leitbeschaukelungen beim optimalen Betriebspunkt, markierte Bereiche bezeichnen die Leit- und Laufschaufeln

Bei radial stehenden Schaufeln wird die Form der Meridianstromlinien im Wesentlichen durch die Massenkräfte - also durch die Umfangskomponente  $c_\varphi$  der Strömung - und durch den radialen Gradienten des statischen Drucks  $\frac{\partial p}{\partial r}$  bestimmt. Bei geneigten und gekrümmten Schaufeln tritt die Radialkomponente der Schaufelkraft als weiterer wichtiger Term des radialen Gleichgewichts hinzu, so dass dadurch die Form der Meridianstromlinien erheblich beeinflusst wird.

Eine solche Auswirkung von verschiedenen Schaufelformen auf die Stromlinien können wir in den beiden Abb. 5.4 und 5.5 in der Meridianebene deutlich sehen. Eigentlich existieren in den 3D-Berechnungen mehrere unterschiedlichen Meridianebenen zwischen benachbarten Schaufeln. Um eine günstige Darstellung für die Stromlinienbewegung in der Turbinenstufe über der Kanalhöhe vorlegen zu können, wurden die durchgeführten 3D-Berechnungen durch ihre Teilungen gemittelt. Auf diese Weise wurden die umfangsgemittelten Meridianebenen der Stufe daher für die Stromlinienverläufe beim optimalen Betriebspunkt ausgewählt, die in den beiden Abbildungen dargestellt sind.

Hierbei definieren wir zunächst die Ablenkung der Meridianstromlinien innerhalb des Leitschaufelkanals auf folgende Weise: wenn die Stromlinie in Richtung des Gehäuses über der Schaufelhöhe abgelenkt ist, bezeichnen wir dies als *positive Ablenkung* und umgekehrt in Richtung der Nabe als *negative Ablenkung*. Man kann solche Ablenkungen besonders in der näheren Leitradhinterkante explizit unterscheiden, da dort wesentlich die tangentielle Schaufelkrümmung stark auswirkt.

Die radiale Leitschaufel  $Basis_{2A}$  der Abb. 5.4 zeigt ihre Meridianstromlinien noch ohne Ablenkung, da in dieser konventionellen Beschaukelung keine tangentielle Schaufelneigung vorhanden ist, daher tritt keine Rückwirkung auf die Strömung durch die Schaufelkontur ein. Eine radiale Schaufel mit einer Winkelverteilung über der Schaufelhöhe entsprechend oder annähernd dem Freiwirbelgesetz ergibt Meridianstromlinien ohne Krümmung. Jedoch zeigt die gekrümmte Leitschaufel  $Bow_{2B}$  der Abb. 5.4 eine negative Ablenkung der Meridianstromlinien über der ganzen Schaufelhöhe deutlich. Diese Ablenkung der Meridianstromlinien resultiert aus der kombinierten Wirkung der durch die Schaufelkrümmung induzierten Radialkraft und der völlig anderen Abströmwinkelverteilung über der Schaufelhöhe.

Die beiden Leitschaufeln  $Bow_{2Av2B}$  und  $Lean_{2A}$  sind in ihren Ablenkungen der Meridianstromlinien ziemlich ähnlich, da die Schaufelkonfiguration in beiden Fällen eine radial einwärts gerichtete Schaufelkraftkomponente erzeugt. Obwohl diese beiden Beschaukelungen eine gleich tangentielle Krümmungstendenz der Schaufel wie die Leitschaufel  $Bow_{2B}$  besitzen, bekommen sie keine große Ablenkung der Meridianstromlinien wie die Schaufel  $Bow_{2B}$ , da die Abströmwinkel der Profile sehr unterschiedlich sind. Unter dem zusätzlichen Einfluß des konischen Gehäuses sind die Auswirkungen der Schaufelkrümmung der beiden Leitschaufeln im oberen Bereich geringer geworden. Die Leitschaufel  $Bow_{2B}$  zeigt hierbei eine stärkere Ablenkungsauswirkung, deren Wirkung durch die variable Profilkrümmung über der axialen Sehnenlänge zusätzlich beeinflusst wird, da die beiden Schaufeln  $Bow_{2Av2B}$  und  $Lean_{2A}$  eigentlich nur in Umfangsrichtung gekrümmt sind und über der axialen Sehnenlänge die gleiche Krümmung über der Schaufelhöhe aufweisen.

Die Beschaukelungen der Abb. 5.4 weisen nur Schaufelneigung bzw. einseitige Schaufelkrümmung (Halb-Bow) auf, daher ist die Radialkraft nur einseitig gerichtet - zur Nabe hin - und die Ablenkung der Meridianstromlinien entwickelt sich auch nach einer Seite. Abb. 5.5 zeigt vier Leitschaufeln, die beidseitige Schaufelkrümmungen sowie eine entsprechende Krümmungstendenz aufweisen, d.h. sie sind über der Schaufelhöhe voll gekrümmt. Die gekrümmte Leitschaufel  $Bow_{F13g1}$  mit einer größeren Krümmungszone zeigt Stromlinien, die jeweils im unteren Bereich über der Schaufelhöhe eine negative Ablenkung und im oberen Bereich eine positive Ablenkung aufweisen. Solche entgegengesetzten Ablenkungen werden jeweils von der Rückwirkung auf die Strömung durch die positive Schaufelkrümmung in den beiden Randzonen ( $+\varepsilon'_N$  im Nabenschnitt und  $-\varepsilon'_G$  im Gehäuseschnitt) bewirkt. Durch vergrößerten Neigungswinkel in den beiden Randzonen mit einer ähnlichen Krümmungszone kann die Ablenkung der Meridianstromlinien in beide Richtungen deutlich verstärkt

werden, was an der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{F32g}$  in der Abb. 5.5 explizit gezeigt wird.

Ähnliche Auswirkungen wie an den obigen beiden Leitschaufeln können wir auch bei den gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{F13g2}$  und  $Bow_{F32g1}$  im gleichen Bild finden, deren Schaufeln nur mit kleineren Krümmungszonen aufweisen. Damit bleiben die Ablenkungen der Meridianstromlinien dieser beiden Schaufeln deutlich auf die beiden Randzonen beschränkt.

Eine schematische Darstellung der obigen Auswirkung der radialen Schaufelkraft auf die Meridianstromlinien kann daher in der Abb. 5.6 für alle Beschaukelungen noch deutlicher zusammengefasst werden. Diese Abbildung zeigt, dass die radiale Schaufelkraft die hauptsächliche Einflußgröße an der Ablenkung der Meridianstromlinien ist.

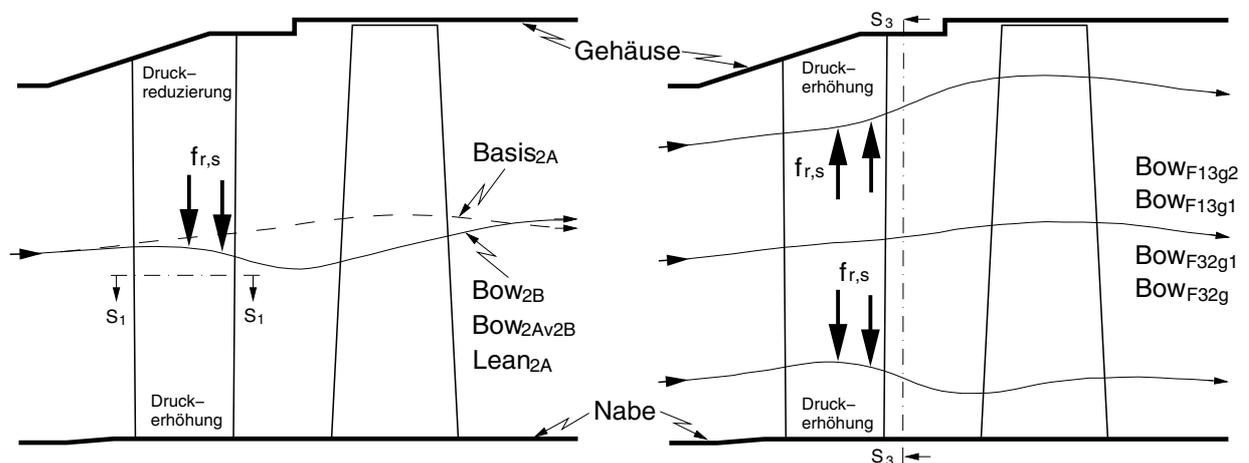
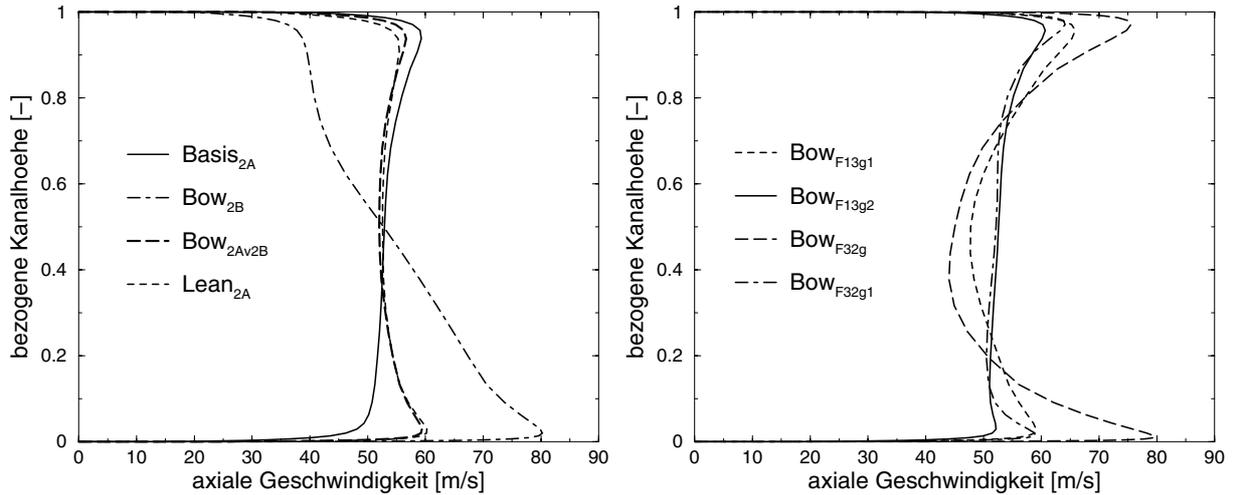


Abb. 5.6: schematische Darstellung der Auswirkung der radialen Schaufelkraft auf die Meridianstromlinien von radialen und gekrümmten Leitschaufeln an der  $S_2$  Meridianebene

Es muß allerdings deutlich darauf hingewiesen werden, dass die tangentielle Neigung bzw. Krümmung der Beschaukelung nur einen von mehreren Einflußfaktoren auf den Verlauf der Meridianstromlinien darstellt. Dies wird z.B. an der Schaufel  $Bow_{2B}$  deutlich, die kleinere tangentielle Krümmungswinkel als die Beschaukelung  $Bow_{F32g}$  aufweist und trotzdem eine ähnlich starke Stromlinienablenkung bewirkt, wie die Beschaukelung  $Bow_{F32g}$  mit ihrem grösseren tangentialen Krümmungswinkel. Dies rührt daher, dass die Schaufelform  $Bow_{2B}$  nicht ganz identisch mit der Schaufelform  $Basis_{2A}$  ist (abgesehen von der Krümmung von  $Bow_{2B}$ ), sondern am Fußschnitt einen grösseren Austrittswinkel, also eine andere Verwindung aufweist, wie in Tabelle 4.1 dargestellt. Damit steigt die Umfangskomponente  $c_\varphi$  der Strömung, die ebenfalls einen starken Einfluß auf das radiale Gleichgewicht der Strömung und damit auf das Meridianstromlinienbild hat.

### 5.3.1.2 Zusammenhang zwischen Ablenkung der Meridianstromlinien und axialer Strömungsgeschwindigkeit $c_z$

Aus der Ablenkung der Meridianstromlinien im Abschnitt 5.3.1.1 ergibt sich, dass damit deutliche Änderungen der axialen Strömungsgeschwindigkeit verbunden sind. Diese Änderung kann eigentlich durch folgende Abb. 5.7 erklärt werden.



*Abb. 5.7:* Umfangsgemittelte Axial-Geschwindigkeit der Strömung für alle numerisch untersuchten Leitschaufeln über der Schaufelhöhe vor dem Absatz

Die Abbildung 5.7 stellt die umfangsgemittelte Axial-Geschwindigkeit der Strömung über der Schaufelhöhe vor dem Absatz dar. Diese Abbildungen zeigen deutlich, dass die Axial-Geschwindigkeit von der tangentialen Schaufelkrümmung stark beeinflusst wird. Bei den einseitig gekrümmten Leitbeschaufelungen (linkes Bild) wird die Axial-Geschwindigkeiten in der Nabenrandzone beschleunigt. Umgekehrt wird sie in der Gehäuserandzone reduziert. Die Auswirkung in der Nabenrandzone ist stärker als in der Gehäuserandzone.

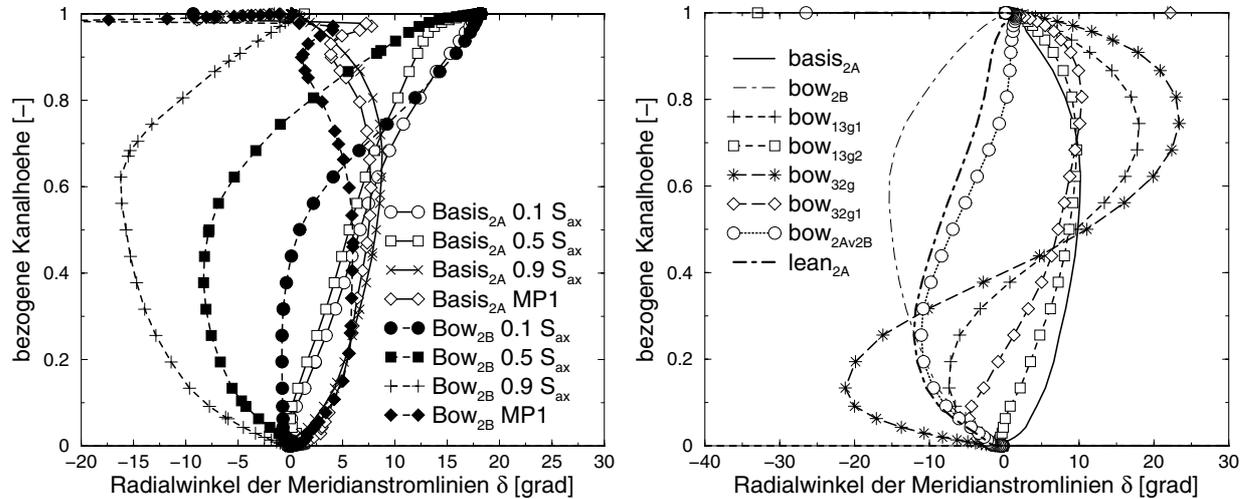
Bei den beidseitig gekrümmten Leitschaufeln (rechtes Bild) wird die Axial-Geschwindigkeit in den beiden Randzonen beschleunigt und im Mittenbereich der Schaufel verzögert. Durch Vergrößerung der Schaufelkrümmung ist diese Tendenz explizit verstärkt.

### 5.3.1.3 Auswirkung auf den Radialwinkel der Meridianstromlinien

Die im Abschnitt 5.3.1.1 dargestellten Veränderungen der Meridianstromlinien können quantitativ auch mit Hilfe des Winkels der Stromlinien gegen die Axialrichtung beschrieben werden. Dessen Werte über der Kanalhöhe werden in Abb. 5.8 für die beiden Beschaufelungen  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  im Schaufelkanal zwischen 0.1 axialer Sehnenlänge und der Meßebene MP1 dargestellt. Solche Radial-Winkel sind aber mit folgender Definition:

$$\delta = \arctan \frac{c_r}{c_z} \quad (5.6)$$

bestimmt worden, wobei  $c_r$  und  $c_z$  jeweils die umfangsgemittelten Radial- und Axial-Geschwindigkeiten sind.



**Abb. 5.8:** Umfangsgemittelte Radial-Winkel der Meridianstromlinien der Leitschaufeln der Meridianstromlinien aller zusätzlichen Leit-Basis<sub>2A</sub> und Bow<sub>2B</sub> jeweils in den Ebenen der 0.1-, 0.5-, 0.9-axialen Sehnenlänge und der Meßebe 1 (MP1)

Abb. 5.8 beschreibt die umfangsgemittelten Verteilungen des Radial-Winkels der Meridianstromlinien der beiden Beschaukelungen jeweils in den Ebenen der 0.1-, 0.5-, 0.9-axialen Sehnenlänge ( $S_{ax}$ ) und der Meßebe MP1. Alle Winkelverteilungen über der axialen Sehnenlänge der radialen Leitschaufel Basis<sub>2A</sub> besitzen positive Werte über ganzer Schaukelhöhe. Im Gegensatz dazu verändern sich die Winkel bei der gekrümmten Schaukel Bow<sub>2B</sub> von leicht positiven Werten am Eintritt der Schaukel zu stark negativen Werten nahe der Hinterkante. In der Meßebe MP1 gegen die Winkelwerte wieder in den leicht positiven Bereich, da dort die Umkehrung der Stromlinienauslenkung erfolgt.

Die Abb. 5.9 stellt die Winkelverteilungen der allen zusätzlichen Beschaukelungen über der Kanalhöhe in der Ebene bei 1.03 axialer Sehnenlänge unmittelbar hinter der Hinterkante dar. Wenn man von der abweichenden Schaukel Bow<sub>2B</sub> absieht, können wir in Abb. 5.9 drei Gruppen von Schaukelformen in Bezug auf die Meridianströmungswinkel an der Hinterkante unterscheiden:

- Die Schaukeln Basis<sub>2A</sub> und die Schaukeln Bow<sub>F13g2</sub> und Bow<sub>F32g1</sub> mit Krümmungszonen geringer Höhe haben ähnliche Winkelverläufe mit positiven Werten. Die stärker gekrümmte Schaukel Bow<sub>F32g1</sub> weicht nahe der Nabe leicht ins Negative aus.
- Die geneigte Schaukel Lean<sub>2A</sub> und die halb gekrümmte Schaukel Bow<sub>2Av2B</sub> haben über der ganzen Schaukelhöhe negative Winkel. Die Strömung wird insgesamt zur Nabe hin gelenkt.

- Die stark gekrümmten Schaufeln mit ausgedehnter Krümmungszone haben je nach Stärke der Krümmung einen negativ/positiven Verlauf der Winkelkurve, der die Auslenkung der Meridianstromlinien zu beiden Seitenwänden hin charakterisiert.

### 5.3.2 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Schaufelkraft

#### 5.3.2.1 Definition und Betrachtung der Schaufelkraft

Bei klassischen Beschaukelungen, deren Profile auf radialen Auffädellinien aufgereiht sind, wirken die entstehenden Schaufelkräfte im Wesentlichen in Umfangs- und Axialrichtung, die Radialkomponente bleibt sehr klein.

Geneigte und gekrümmte Schaufeln entwickeln radiale Kraftkomponenten, die von gleicher Grössenordnung wie die Axial- und Umfangskraft sein können und daher erheblichen Einfluß auf das radiale Kräftegleichgewicht nehmen.

*Wie wirkt sich die Schaufelkraft sowie alle ihre Komponenten an der Leitschaukel auf die Strömung aus?* Im Folgenden soll die Schaufelkraft deutlich definiert und ausführlich ausgewertet werden.

##### 5.3.2.1.1 3D-Schaukelkraftvektor

Eine schematische Darstellung des dreidimensionalen Schaufelkraftvektors und der Winkel eines Elements der geneigten bzw. der gekrümmten Leitschaukel ist zur Definition der Bilanzrichtung in der Abb. 5.10 an der Hinterkante der Schaufel dargestellt. Sie zeigt die Schaufelkräfte, die die Reaktionskräfte der Leitschaukel jeweils auf der Druckseite  $\underline{f}_s^{ds}$  sowie der Saugseite  $\underline{f}_s^{ss}$  auf die Strömung ausüben. Sie stehen senkrecht zur Schaufeloberfläche und haben unterschiedliche Größen auf beiden Seiten.

Hierbei wir definieren zunächst für die Druck- und Saugseite  $\Delta z_z$  die axiale Elementlänge und  $\Delta h_r$  die radiale Elementhöhe. Mit diesen Parametern kann die Schaufelkraft  $\underline{f}_s$  des geneigten Elements mit dem lokalen statischen Druck an der Schaufeloberfläche in folgender Form<sup>1</sup>:

$$\underline{f}_s = p_s \Delta A_E = p_s \frac{\Delta z_z}{\cos \nu'} \frac{\Delta h_r}{\cos \varepsilon'} \quad (5.7)$$

bestimmt werden, wobei jeweils  $\varepsilon'$  den tangentialen Neigungswinkel und  $\nu'$  den Umlenkungswinkel des Schaufelprofils bedeuten.

Die Schaufelkraft  $\underline{f}_s$  kann in der Abb. 5.10 in zwei Komponenten zerlegt werden, sie sind  $\underline{f}_{s,1}$  die Komponente der Schaufelkraft in der  $S_1$ -Ebene und  $\underline{f}_{s,3}$  die Komponente in der

<sup>1</sup>Die Elementlänge entlang der Schaufelkontur  $\Delta z_E$  und die Elementhöhe entlang der geneigten Schaufelhöhe  $\Delta h_E$  werden jeweils durch die Definitionen  $\Delta z_E = \frac{\Delta z_z}{\cos \nu'}$  sowie  $\Delta h_E = \frac{\Delta h_r}{\cos \varepsilon'}$  berechnet.

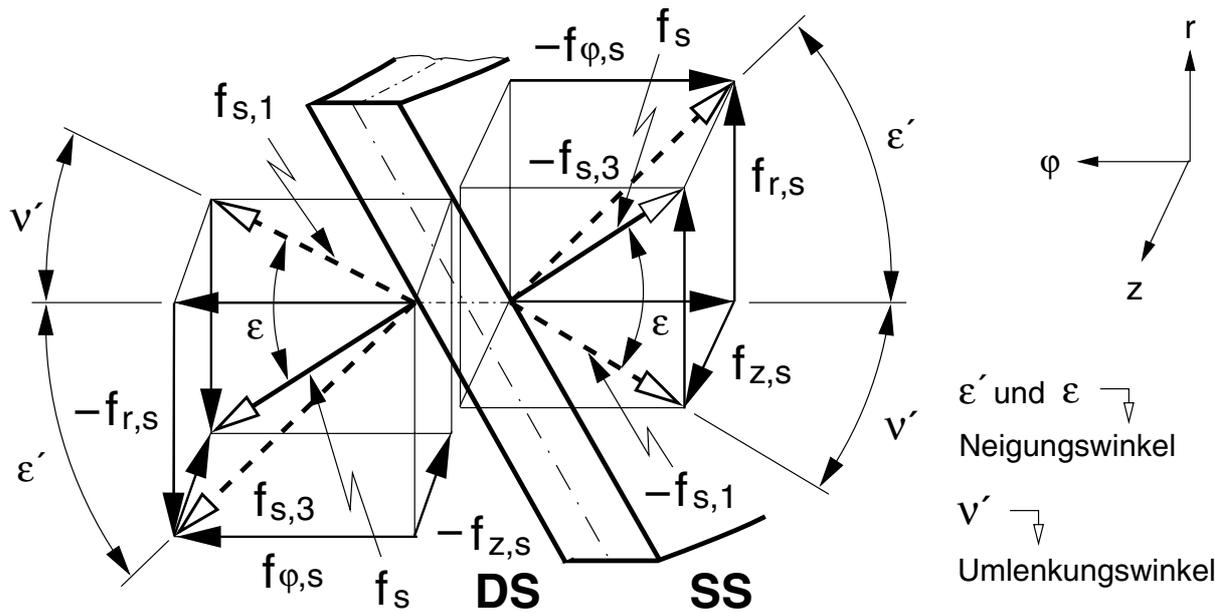


Abb. 5.10: Schematische Darstellung des 3D-Schaufelkraftvektors und der Winkel eines Elements der geneigten bzw. der gekrümmten Leitschaufel zur Definition der Bilanzrichtung

$S_3$ -Ebene. Mit einer Definition des Neigungswinkels zur Schaufeloberfläche  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \arctan(\tan \varepsilon' \cos \nu') \quad (5.8)$$

ergibt sich die Komponente der Schaufelkraft in der  $S_1$ -Ebene aus der Schaufelkraft  $\underline{f}_s$  in der Form:

$$\underline{f}_{s,1} = \underline{f}_s \cos \varepsilon. \quad (5.9)$$

Dabei wird der Neigungswinkel  $\varepsilon$  durch den Tangens<sup>2</sup> der radialen Schaufelkraft und  $\underline{f}_{s,1}$  bestimmt.

Die beiden Komponenten der Schaufelkraft jeweils in der  $S_1$ - und  $S_3$ -Ebene können in die drei Koordinatenrichtungen weiter zerlegt werden, wobei  $f_{\varphi,s}$  die Schaufelkraft in Umfangsrichtung,  $f_{r,s}$  die radiale Schaufelkraft und  $f_{z,s}$  die axiale Schaufelkraft beschreiben. Durch die Komponenten der Schaufelkraft in der  $S_1$ -Ebene kann die Umfangsschaufelkraft in der Form:

$$f_{\varphi,s} = \pm \underline{f}_{s,1} \cos \nu' \quad (5.10)$$

angegeben werden. Mit dieser Definition ergibt sich die radiale Schaufelkraft in der  $S_3$ -Ebene in folgender Definition:

$$f_{r,s} = \pm f_{\varphi,s} \tan \varepsilon' = f(\varepsilon', f_{\varphi,s}). \quad (5.11)$$

---

<sup>2</sup>Der Neigungswinkel ist definiert als:  $\varepsilon = \arctan \frac{f_{r,s}}{\underline{f}_{s,1}} = \arctan \left( \frac{f_{\varphi,s} \tan \varepsilon'}{\frac{f_{\varphi,s}}{\cos \nu'}} \right) = \arctan(\tan \varepsilon' \cos \nu')$

Die axiale Schaufelkraft in der  $S_1$ -Ebene wird analog in der Form:

$$f_{z,s} = \pm f_{\varphi,s} \tan \nu' = f(\nu', f_{\varphi,s}) \quad (5.12)$$

definiert.

### 5.3.2.1.2 Betrachtung der Schaufelkraft in der $S_1$ -Ebene

Zur zweckmäßigen Vereinfachung reduzieren wir die vorhergehende dreidimensionale Darstellung der Abb. 5.10 in die eines zweidimensionalen Mittelschnittprofils der Leitschaufel, das in der folgenden Abb. 5.11 dargestellt wird.

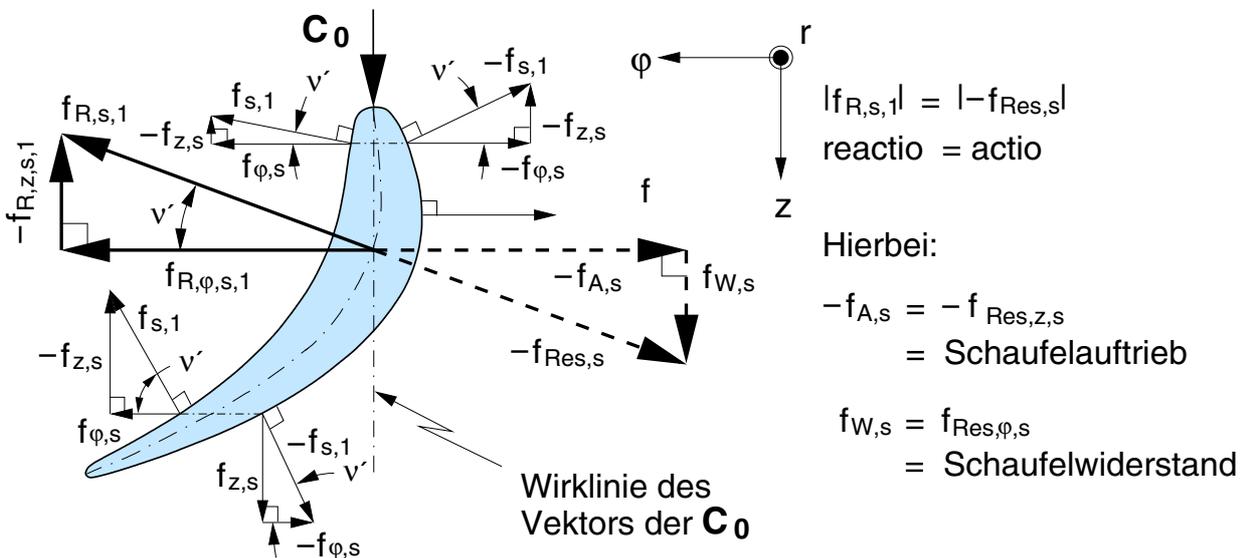


Abb. 5.11: Schematische Darstellung der Auswirkung sowie der Betrachtung der Schaufelkraft in der  $S_1$ -Ebene (Mittelschnittprofil) der radialen Leitschaufel zur Definition der Bilanzrichtung nach dem Kräfteformalismus

Abb. 5.11 zeigt hierbei die resultierenden Schaufelkräfte, die zum einen die Wirkung der Strömung auf die Schaufel darstellen  $\underline{f}_{Res,s}$  und zum anderen die Schaufelwirkung auf die Strömung beschreiben  $\underline{f}_{R,s,1}$ . Die absolute Größe dieser beiden Kräfte ist identisch, aber ihre Wirkungsvektoren gehen in die entgegengesetzte Richtung. Hierbei interessieren wir uns, nur für die Schaufelkraft, die von der Leitschaufel auf die Strömung ausgeübt wird, da diese Schaufelkraft für die Funktion einer Turbomaschine die zentrale Bedeutung hat.

Alle lokalen Schaufelkräfte  $\underline{f}_{s,1}$  an diesem Profilschnitt, sind senkrecht zur lokalen Schaufeloberfläche des Profils. Bei der Definition der axialen Schaufelkraft in der Gl. (5.12) sowie in der Abb. 5.11 können wir bemerken, dass diese Schaufelkraft von der Umfangsschaufelkraft  $f_{\varphi,s}$  und dem Umlenkungswinkel  $\nu'$  abhängt. Daher wird mit zunehmendem Umlenkungswinkel die Umfangsschaufelkraft verkleinert, sowie die axiale Schaufelkraft vergrößert. Wenn die Leitschaufel geneigt oder gekrümmt wird, wird dieser Umlenkungswinkel

verändert, dadurch verändern sich gleichzeitig alle Komponenten der Schaufelkraft.

Die Verteilung der gesamten Schaufelkraft über der Schaufelhöhe muß für die Auswirkung der geneigten sowie der gekrümmten Leitschaufel genau beschrieben werden. Daher werden alle lokalen Schaufelkräfte über alle Oberflächenelemente des Schaufelprofils aufintegriert, so dass sich die resultierende Reaktionsschaufelkraft ergeben, deren Wirkungsrichtung stets von der Druck- zur Saugseite gerichtet ist. Um die einzelnen Komponenten der gesamten Schaufelkraft über der Schaufelhöhe für alle Beschauelungen vergleichen zu können, werden diese partiellen Schaufelkräfte jeweils mit den Definitionen der lokalen Schaufelkraft des Elements  $dh$  der Schaufelhöhe vom letzten Abschnitt 5.3.2.1.1 durch folgenden Formen:

$$f_{\varphi,s} = \sum_{i=1}^m (f_{\varphi,s}^{ds})_i + \left[ - \sum_{j=1}^n (f_{\varphi,s}^{ss})_j \right] \quad (5.13)$$

$$f_{r,s} = \left[ - \sum_{i=1}^m (f_{r,s}^{ds})_i \right] + \sum_{j=1}^n (f_{r,s}^{ss})_j \quad (5.14)$$

$$f_{z,s} = \sum_{i=1}^m (f_{z,s}^{ds})_i + \left[ - \sum_{j=1}^n (f_{z,s}^{ss})_j \right] \quad (5.15)$$

für jeden Profilschnitt abgeleitet.

### 5.3.2.1.3 Betrachtung der Schaufelkraft in der $S_3$ -Ebene

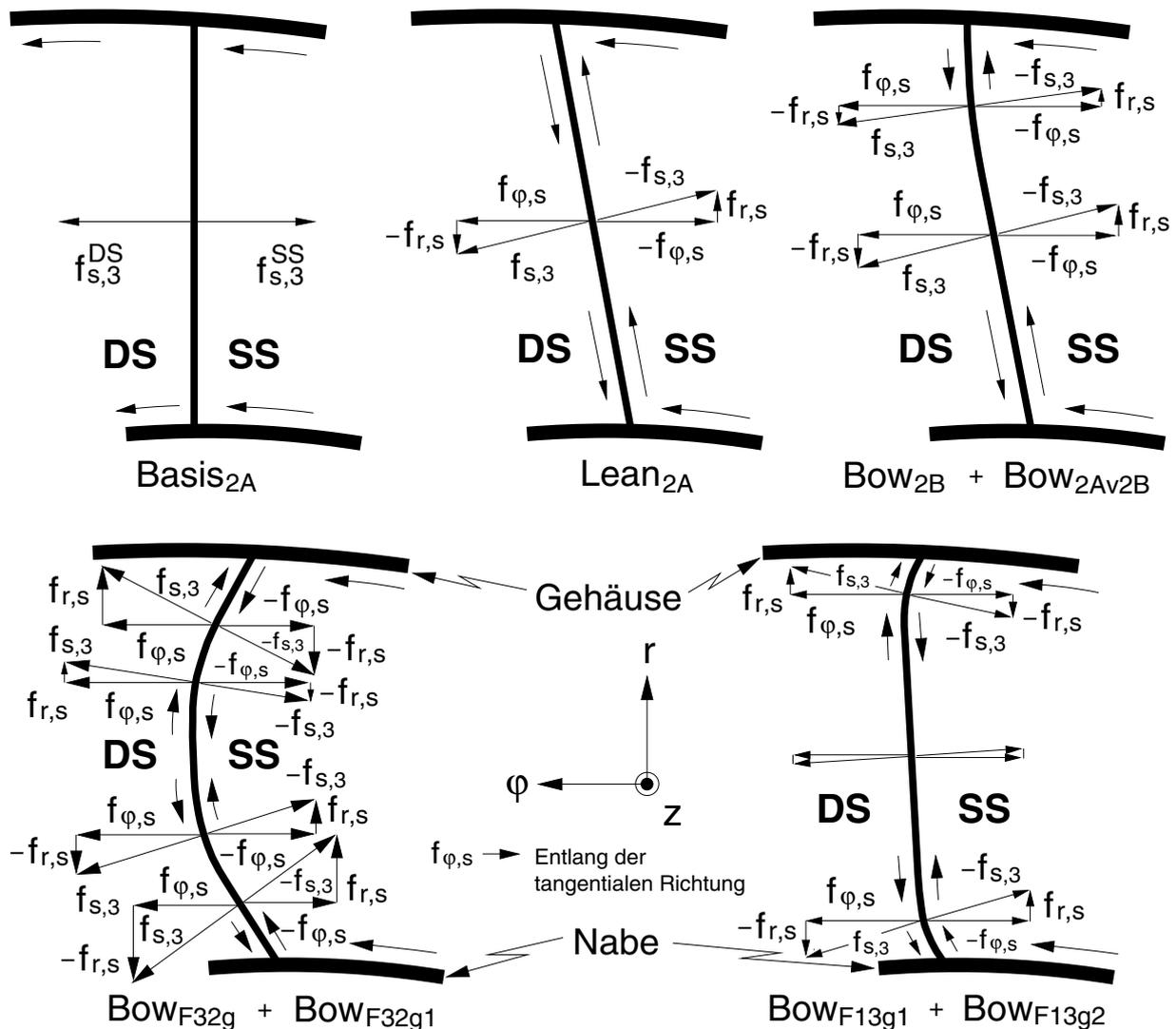
*Wenn die Leitschaufel in Umfangsrichtung geneigt bzw. gekrümmt wird, wie wird sich ihre radiale Schaufelkraft auf die Strömung auswirken?*

Abb. 5.12 gibt die Verteilungen der Schaufelkräfte aller geneigten und gekrümmten Beschauelungen über der Schaufelhöhe in der  $S_3$ -Ebene an. Wenn, wie in 5.3.2.1.2 dargelegt, die Reibungskraft und damit die Schubspannung an der Schaufeloberfläche vernachlässigt wird, steht die Schaufelkraft  $\underline{f}_{s,3}$ , die aus der Druckkraft herrührt, senkrecht zur Schaufeloberfläche, wie in Abb. 5.12 gezeigt. Bei der radialen Schaufel zeigen daher die Schaufelkräfte ausschliesslich in Umfangs- bzw. Axialrichtung.

Wenn die Schaufel wie  $Lean_{2A}$ ,  $Bow_{2B}$  und  $Bow_{2Av2B}$  positiv geneigt und gekrümmt sind, werden ihre Schaufelkräfte in zwei Komponenten der Kraft  $f_{r,s}$  und  $f_{\varphi,s}$  zerlegt. In der Randzone zwischen der Saugseite und der Nabenwand dieser Beschauelungen wird das niedrig-energetische Fluid durch die radialen Schaufelkräfte aus dieser Randzone weg verschoben und in Richtung der Schaufelspitze bewegt. Durch die Auswirkung der partiellen Schaufelkräfte können die Ablösungen in dieser Randzone vermieden werden. In der Randzone zwischen der Saugseite und der Gehäusewand werden bei der Schaufel  $Lean_{2A}$  die radialen Schaufelkräfte im Gegenteil die Bewegung des niedrig-energetischen Fluids in dieses Gebiet verstärken, daher verschlechtern sich die Ablösungen in dieser Randzone. Bei

den Beschauelungen  $Bow_{2B}$  bzw.  $Bow_{2Av2B}$  wird dieser Effekt dadurch, dass sie in der Nähe der Gehäusewand radial gerichtet sind, reduziert oder vermieden.

Eine positive Wirkung der radialen Schaufelkräfte können wir bei den beidseitig gekrümmten Beschauelungen finden. Das niedrig-energetische Fluid in den beiden Randzonen auf der Saugseite wird von den radialen Schaufelkräfte in Richtung zur Schaufelmitte gedrückt. Dadurch reduziert sich die Ansammlung von niedrig-energetischem Fluid in beiden Randzonen. Abb. 5.12 stellt außerdem dar, dass mit zunehmenden Neigungswinkeln an beiden Seitenwänden und der vergrößerten Krümmungszone die Auswirkung der radialen Verschiebung des Fluids verstärkt wird.



**Abb. 5.12:** Schematische Darstellung der Auswirkung der Schaufelkraft über der Schaufelhöhe in der  $S_3$ -Ebene (Hinterkante der Leitschaufel) für die radiale und alle gekrümmten Leitschaufeln zur Definition der Bilanzrichtung

Aus der Darstellung der Schaufelkräfte in Abb. 5.12 entsprechend der Definition in Gl. (5.11) wird deutlich, dass die radiale Schaufelkraft  $f_{r,s}$  direkt vom Neigungswinkel  $\varepsilon'$  und seinem

Vorzeichen abhängt. Aus der Kraftzerlegung in Abb. 5.12 ergibt sich, dass für die Grösse der radialen Kraft ausser dem Neigungswinkel  $\varepsilon'$  auch die Grösse der Umfangskraft wichtig ist, da diese mit der radialen Kraft direkt über ein Tangensverhältnis zusammenhängt.

### 5.3.2.2 Verteilung der lokalen Schaufelkraft über der axialen Sehnenlänge

Mit Hilfe der Definitionen, die im letzten Abschnitt 5.3.2.1 beschrieben wurden, wurden die lokalen Schaufelkräfte für alle Beschaukelungen ausgewertet. Da die Schaufelform von  $Bow_{2B}$  nicht identisch mit der radialen Schaufel  $Basis_{2A}$  ist, kann kein quantitativer Vergleich durchgeführt werden.

Um einen quantitativen Vergleich aller lokalen Schaufelkräfte durchführen zu können, verwenden wir ein Oberflächenelement der Schaufel  $\Delta A_E$ , auf das der lokale statische Druck wirkt, in der Gl. (5.7). Mit der Gl. (5.10), der Gl. (5.12) und der Gl. (5.11) wurden die lokalen Umfangskräfte der Schaufel, die lokalen axialen und die lokalen radialen Schaufelkräfte über der axialen Sehnenlänge auf der Druck- und Saugseite jeweils für 0.063, 0.5 und 0.937 bezogene Schaufelhöhe ausgewertet. Die Verteilungen sind jeweils in der Abb. 5.13 und Abb. 5.16 dargestellt. Dabei zeigt sich wie zu erwarten, dass die absolute Grösse aller Schaufelkräfte auf der Druckseite höher ist als auf der Saugseite.

#### 5.3.2.2.1 Auswirkungen der Umfangskraft der Schaufel um das Schaufelprofil

Die linke Seite der Abb. 5.13 zeigt, dass die lokale Umfangskraft der Schaufel wesentlich von der Schaufelform abhängig ist und insbesondere an der Vorderkante und der Hinterkante der Schaufeln starke Veränderungen zeigt. Die größten Umfangskräfte der Schaufel liegen grundsätzlich im Bereich zwischen 0.05 bis 0.4 axialer Sehnenlänge, wo die Normale der Schaufeloberfläche im Wesentlichen in Umfangsrichtung zeigt. Daher entsprechen dort die Umfangskräfte etwa den Schaufelkräften in der  $S_1$ -Ebene. Im Austrittsbereich ist die Oberflächennormale stark axial gerichtet. Dadurch ist dort die Umfangskraft klein.

In allgemeinen sind die Umfangskräfte der Schaufel in der Nabenzzone zwischen 0.3 und 0.65 der axialen Sehnenlänge höher als in der Gehäusezone. Dagegen sind ihre Verteilungen in der Nabenzzone ab 0.8 der axialen Sehnenlänge bis zur Hinterkante der Schaufel niedriger als in der Gehäusezone.

Um die Grösse der lokalen Umfangskraft der Schaufeln deutlich zu unterscheiden, wird in Abb. 5.14 der Bereich zwischen 0.235 und 0.24 der axialen Sehnenlänge für die saugseitige bzw. druckseitige Nabenzzone extra vergrößert dargestellt, wo die maximalen lokalen Umfangskräfte der Schaufel liegen.

Abb. 5.14 zeigt grundsätzlich die Summe der lokal saugseitigen und druckseitigen Um-

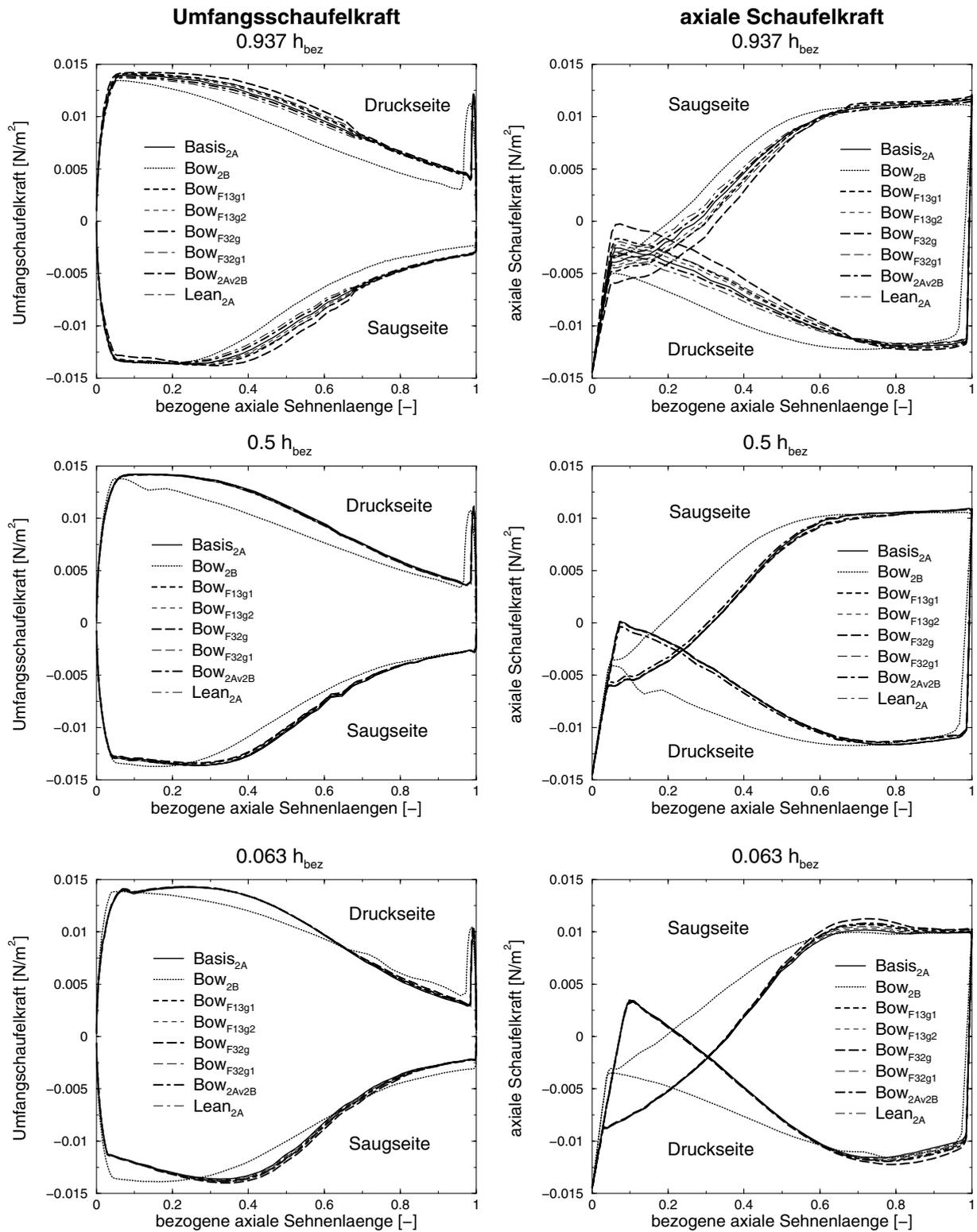


Abb. 5.13: Verteilungen der lokalen Umfangskraft der Schaufel (links) sowie der lokalen axialen Schaufelkraft (rechts) über der axialen Sehnenlänge auf der Druck- und Saugseite jeweils für 0.063, 0.5 und 0.937 bezogene Schaufelhöhe

fangskräfte ( $f_{\varphi,s}^{ss} + f_{\varphi,s}^{ds}$ ) und für die Strömung eine wichtige Tendenz. Die Kurven in den Diagrammen für die Druck- und die Saugseite für die verschiedenen Leitschaufelformen sind nicht gleichsinnig verschoben, sondern gegeneinander verschoben. D.h. die Summe der beiden Seiten der Umfangskraft unterscheiden sich voneinander ( $f_{\varphi,s}^{ss} + f_{\varphi,s}^{ds} \neq const$ ). Die Leitschaufel  $Bow_{2B}$  wird hierbei außer Acht gelassen, da sie eine andere Schauffelform besitzt und somit nicht vergleichbar ist.

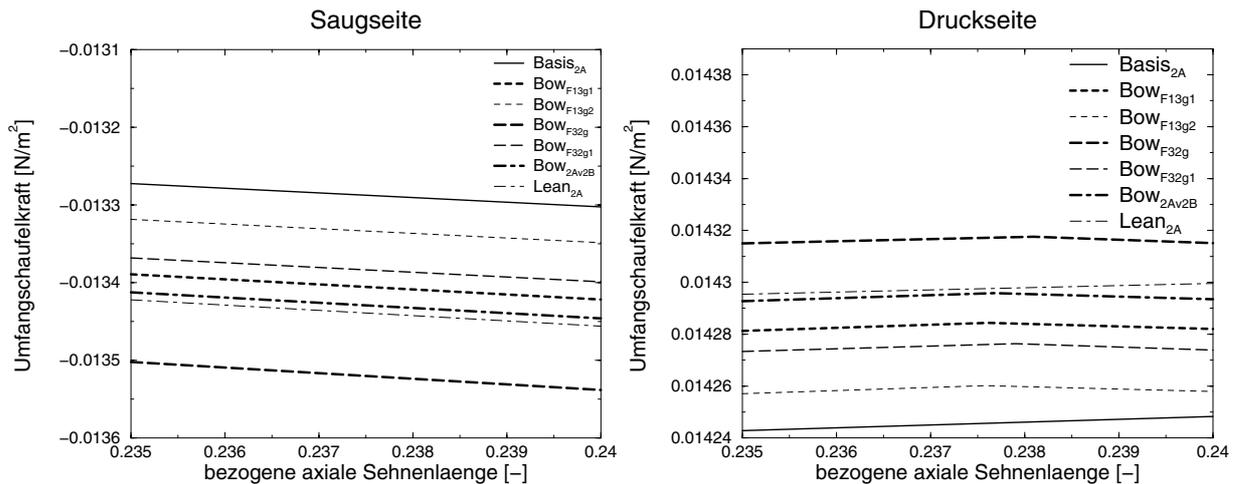


Abb. 5.14: Verteilungen der lokalen Umfangskraft der Schaufel auf der Saugseite bei 0.063 bezogener Schaufelhöhe in der Nähe des Bereichs der maximalen Unterschiede

Bez.	$Basis_{2A}$	$Bow_{2Av2B}$	$Lean_{2A}$	$Bow_{F13g1}$	$Bow_{F13g2}$	$Bow_{F32g}$	$Bow_{F32g1}$
Wert	9.671	8.764	8.682	8.866	9.322	8.087	9.006

Tab. 5.3: Beiwerte der bezogenen lokalen Umfangskraft der Schaufel ( $\frac{f_{\varphi,s}^{ss} + f_{\varphi,s}^{ds}}{10^{-4}}$ ) zwischen der Druck- und der Saugseite bei 0.063 bezogener Schaufelhöhe in 0.235 bezogener axiale Sehnenlänge

Die lokale Neigung bzw. Krümmung der Schaufel beeinflusst einmal die Druckverteilung um das Profil, aus der sich die Schaufelkraft ergibt. Andererseits wird dadurch die Umfangskomponente dieser Kraft beeinflusst, die durch die Neigung verkleinert wird.

Der Vergleich der Kurven der unterschiedlichen Schaufeln (sowie die Differenzbeiwerte in der Tab. 5.3) zeigt, dass die Umfangskräfte der Schaufel aller Leitschauffelformen wesentlich durch die positive tangentielle Schauffelkrümmung verkleinert werden. Durch einen vergrößerten Neigungswinkel bzw. Krümmungsbereich wird diese Umfangskraft ebenfalls deutlich verkleinert. Diese Tendenz ist aus dem Vergleich der beidseitig gekrümmten Schauffeln  $Bow_{F32g}$  bzw.  $Bow_{F13g1}$  mit der Basisschaufel ersichtlich. Obwohl die geneigte Schaufel  $Lean_{2A}$  und die einseitig gekrümmte Schaufel  $Bow_{2Av2B}$  an der Nabe die gleichen Neigungswinkel wie die Schauffeln  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F13g2}$  haben, erzeugen sie trotzdem niedrigere

Umfangskräfte. Diese sind sogar stärker als die der Schaufel  $Bow_{F32g1}$ , die mit einem größeren Neigungswinkel versehen ist aber nur eine kleine Krümmungszone hat. Dieser starke Einfluss bei den beiden Beschauflungen  $Lean_{2A}$  und  $Bow_{2Av2B}$  resultiert aus dem Umstand, dass sich hier die Modifikation über die gesamte Schaufelhöhe erstreckt.

### 5.3.2.2.2 Auswirkungen der axialen Schaufelkraft um das Schaufelprofil

Die rechte Seite der Abb. 5.13 stellt die lokalen axialen Schaufelkräfte für alle berechneten Leitschaufeln in allen drei Profilschnitten dar. Diese axiale Kraft hängt ebenfalls stark von der Schaufelform ab, deren Eigenschaft durch die Gl. (5.12) beschrieben ist. Die größte Kraft liegt grundsätzlich an der Vorderkante der Leitschaufel und ist gegen die Strömungsrichtung gerichtet.

Aus dem gleichen Grund wie bei der obenbeschriebenen Umfangskraft wird in Abb. 5.15 der Bereich zwischen 0.65 der axialen Sehnenlänge und der Hinterkante in der Nabenzzone ausgeschnitten. Diese Abbildung zeigt eine genauso gleiche Wirkungstendenz wie die zuvor beschriebene Abb. 5.14 für die Umfangskraft, da diese Kraft direkt von der Umfangskraft der Schaufel abhängt.

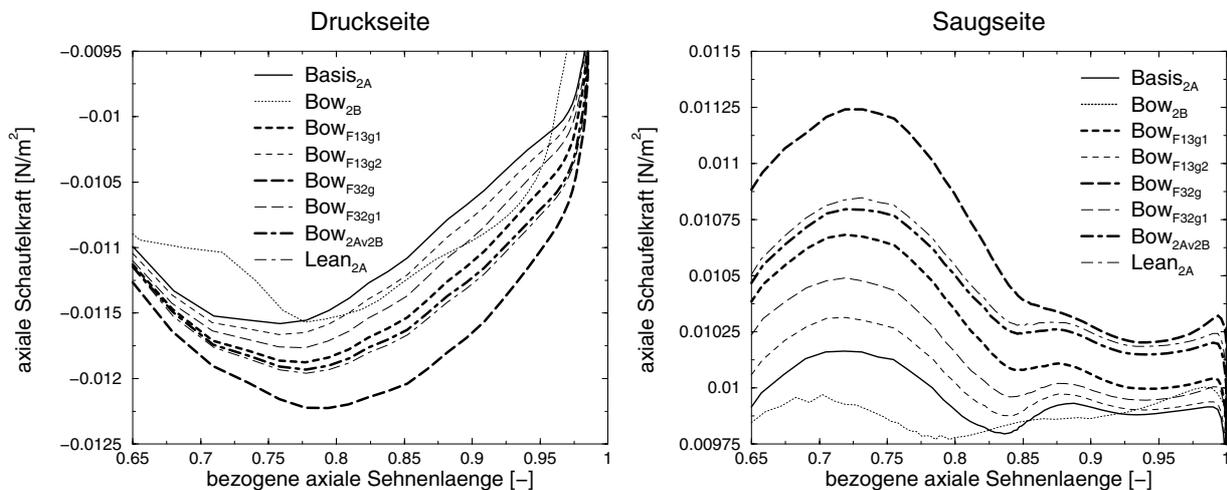


Abb. 5.15: Verteilungen der lokalen axialen Schaufelkraft auf der Saugseite bei 0.063 bezogener Schaufelhöhe in der Nähe des Bereichs der maximalen Unterschiede

### 5.3.2.2.3 Auswirkungen der radialen Schaufelkraft um das Schaufelprofil

Die Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Umfangskraft der Schaufel und die axiale Schaufelkraft wurden bereits in letzten beiden Abschnitten 5.3.2.2.1 und 5.3.2.2.2 beschrieben, jedoch weisen sie eigentlich nur kleine Unterschiede zwischen den verschiedenen Leitbeschauflungen auf. In Abb. 5.16 stellen wir die radialen Schaufelkräfte aller Leitbe-

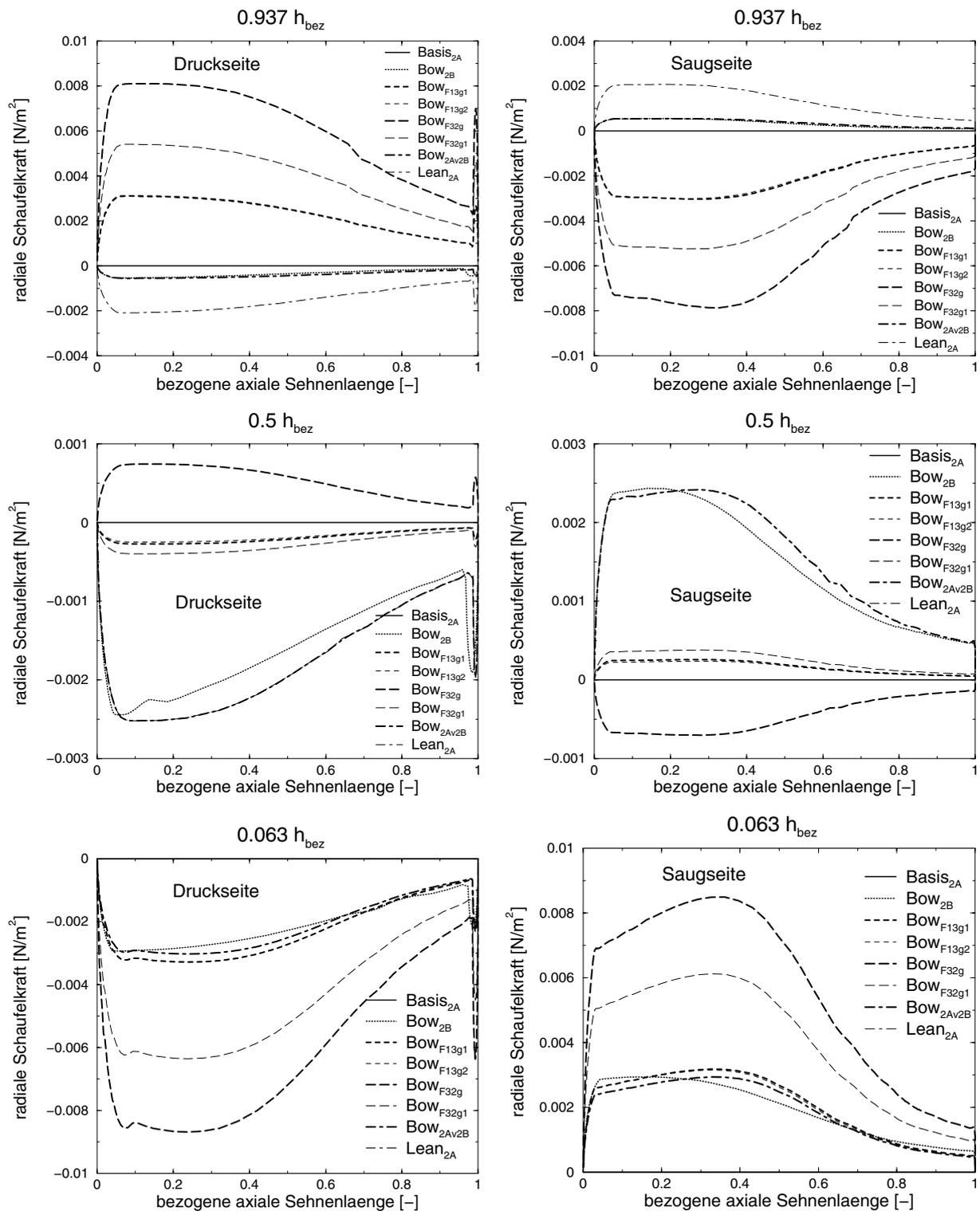


Abb. 5.16: Verteilungen der lokalen radialen Schaufelkraft über der axialen Sehnenlänge auf der Druck- und Saugseite jeweils für die 0.063, 0.5 und 0.937 bezogene Schaufelhöhe

schaufelungen dar, ihre quantitative Größe weist deutliche Unterschiede zwischen den verschiedenen Beschauflungen über die ganze axiale Sehnenlänge in allen drei Profilschnitten

auf.

Diese Verteilungen basieren auf der Definition in Gl. (5.11), dementsprechend hängt die radiale Schaufelkraft von der Umfangskraft der Schaufel  $f_{\varphi,s}$  und dem tangentialen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  ab. Daher stellen sich ihre Verteilungen um den ganzen Profilschnitt sehr ähnlich wie die Verteilung der Umfangsschaufelkraft dar, die maximale Größe dieser radialen Schaufelkräfte auf der Druck- und Saugseite entsteht ebenfalls an der ähnlichen Stelle und zwar ca. bei 0.25 bis 0.35 axialer Sehnenlänge. Der explizite Unterschied der radialen Schaufelkraft ist hauptsächlich vom tangentialen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  abhängig. Obwohl die radiale Schaufelkraft sich grundsätzlich direkt auf die Umfangskraft der Schaufel bezieht, spielt der tangentiale Neigungswinkel in der Gl. (5.11) eine Hauptrolle. Aus diesem Grund zeigen die Verteilungen der radialen Schaufelkräfte der Basisschaufel  $Basiss_{2A}$  in allen Profilschnitten immer konstant Null, da ihre Auffädellungsline keine tangentiale Neigung aufweist.

In Abb. 5.16 zeigt die radiale Schaufelkraft in der Nabenrandzone deutlich, dass sie vom Neigungswinkel direkt abhängig ist. Die Verteilungen der Leitschaufeln  $Bow_{F13g1}$ ,  $Bow_{F13g2}$ ,  $Bow_{2Av2B}$ ,  $Lean_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  haben die gleiche bzw. eine sehr ähnliche Größe über die ganze axiale Sehnenlänge, da ihre tangentialen Neigungswinkel an dieser Stelle gleich oder nur sehr wenig unterschiedlich sind. Durch den vergrößerten tangentialen Neigungswinkel werden die radialen Schaufelkräfte der Schaufeln  $Bow_{F32g}$  und  $Bow_{F32g1}$  sehr deutlich erhöht. Durch den großen Krümmungsbereich wird die Kraft der Schaufel  $Bow_{F32g}$  bei gleichem Neigungswinkel nochmal weiter vergrößert.

Mit umgekehrten Vorzeichen kann eine ähnliche Tendenz der radialen Schaufelkräfte bei den beidseitig gekrümmten Leitschaufeln in beiden Randzonen gefunden werden, da diese Schaufeln in der Nabenrandzone mit positivem Neigungswinkel und in der Gehäuserandzone mit negativem Neigungswinkel gekrümmt wurden. Bei einseitig gekrümmten Schaufeln sind sie über der ganzen Schaufelhöhe mit positivem Neigungswinkel gekrümmt, daher haben ihre radialen Schaufelkräfte immer das gleiche Vorzeichen. Die beschriebene Verteilung der radialen Schaufelkräfte zeigt hier für die Schaufel  $Lean_{2A}$  eine radial auswärts gerichtete Kraft über der ganzen Schaufelhöhe. Jedoch reduziert sich ihre Größe in der Nähe des Gehäuses, insbesondere bei den gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{2Av2B}$  und  $Bow_{2B}$ , da ihre Neigungswinkel der Auffädellungsline in diesen Bereich gegen Null gehen.

Aus den schematischen Abbildungen 5.6 und 5.12 und durch den quantitativen Vergleich dieser Kraft können wir explizit finden: Das niedrig-energetische Fluid im Grenzschichtbereich kann durch die oben beschriebenen radialen Schaufelkräfte bei der beidseitig gekrümmten Leitschaufel aus den beiden Randzonen in Richtung der Schaufelmitte verschoben werden. Die geneigten bzw. einseitig gekrümmten Leitschaufeln  $Lean_{2A}$ ,  $Bow_{2Av2B}$  und  $Bow_{2B}$  zeigen in ihren Nabenzonen die gleichen Wirkungen wie die Schaufeln  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F13g2}$ , da sie dort gleiche bzw. ähnliche tangentiale Neigungswinkel besitzen. Bei solchen Beschauflungen wird ihres niedrig-energetische Fluid daher von der Eckzone zwischen

der Saugseite und der Nabenwand in Richtung der Schaufelspitze transportiert.

### 5.3.2.3 Verteilung der resultierende Schaufelkraft über der Schaufelhöhe

Die Schaufelkraft wurde in der Abb. 5.11 für die  $S_1$ -Ebene schematisch dargestellt. Wenn die resultierenden Schaufelkräfte für alle Beschauelungen um einen Profilschnitt gleich angenommen werden könnten, könnten ihre lokalen Schaufelkräfte um das Schaufelprofil sich trotzdem überall unterschiedlich auswirken, da die lokalen Druckkräfte durch verschiedene Schaufelformen verändert werden. Daher spielen die lokalen Schaufelkräfte um ein Schaufelprofil eine wichtige Rolle bei der Auswirkung auf die lokale Strömung. Für die Verteilung über der Schaufelhöhe spielen die resultierenden Schaufelkräfte eine wichtigere Rolle, da sie die Tendenz der Schaufelbelastung über dem Radius besser beschreiben.

Die resultierenden partiellen Schaufelkräfte an allen Profilschnitten über der Schaufelhöhe wurden mit Hilfe der Gl. (5.13) und (5.14) für die gesamten partiellen Schaufelkräfte berechnet, deren Definitionen bereits im Abschnitt 5.3.2.1 im Detail beschrieben sind. Ihre Verteilungen sind in den Abb. 5.17 und 5.19 jeweils für die resultierende Umfangsschaufelkraft und die radiale Schaufelkraft über der Schaufelhöhe vorgestellt.

#### 5.3.2.3.1 Verteilung der resultierenden Umfangskraft der Schaufel

Abb. 5.17 stellt die Verteilung der resultierenden Umfangsschaufelkräfte über der Schaufelhöhe dar. Da diese Kraft von der Strömungsumlenkung durch die Profilform stark abhängig ist, kann sie gleichzeitig auch als eine Schaufelbelastung beschrieben werden. Die resultierenden Umfangsschaufelkräfte der gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{F13g2}$  und  $Bow_{F32g1}$  mit kleiner Krümmungszone zeigen eigentlich nur eine leichte Erhöhung über der ganzen Schaufelhöhe.

Für die Leitschaufeln  $Bow_{2Av2B}$  und  $Lean_{2A}$  mit kleinen tangentialen Neigungswinkeln ergibt sich, dass ihre resultierenden Umfangsschaufelkräfte in der Nabenrandzone durch die positive Schaufelkrümmung deutlich reduziert sind, d.h. ihre Schaufelbelastungen in diesen Randzonen nehmen ab. Im Gegensatz sind diese Kräfte sowie die Schaufelbelastungen in der Gehäuserandzone durch die geringe Schaufelkrümmung erhöht. Auf diese Weise wird die Bewegung der Querströmungen in der Nabenrandzone verzögert und in der Gehäuserandzone beschleunigt, daher wird die Ansammlung des niedrig-energetischen Fluids auf der Saugseite jeweils in der Nabenzone reduziert und in der Gehäusezone erhöht.

Bei beidseitig gekrümmten Schaufeln  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$  mit großer Krümmungszone werden die resultierenden Umfangsschaufelkräfte sowie ihre Schaufelbelastungen in den beiden Randzonen gleichzeitig durch die positive Schaufelkrümmung explizit reduziert. Gleicherweise wird die Bewegung der Querströmung in den beiden Randzonen verzögert, daher kann die Ansammlung des niedrig-energetischen Fluids auf der Saugseite in den

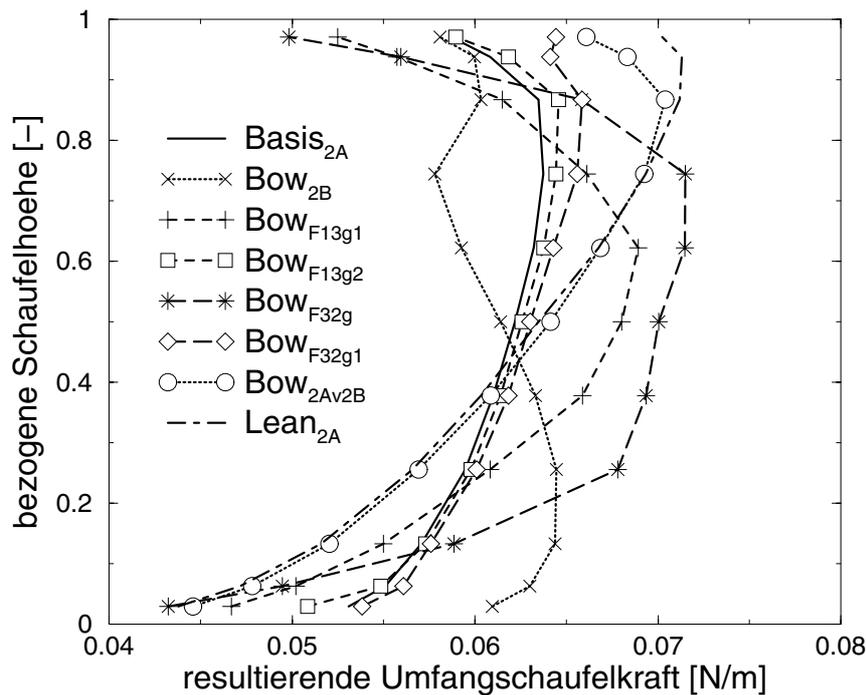


Abb. 5.17: Verteilung der resultierenden Umfangskraft über der Schaufelhöhe

beiden Randzonen reduziert werden.

Wenn die wegen ihrer abweichenden Schaufform nicht direkt vergleichbare Schaufel  $Bow_{2B}$  aus der Betrachtung eliminiert wird, kann zusammenfassend konstatiert werden:

- Die Verteilung der resultierenden Umfangskraft verläuft für die Schaufel  $Basis_{2A}$  und die Schaufeln  $Bow_{F13g2}$  und  $Bow_{F32g1}$  mit kleinen Bow-Zonen an Nabe und Spitze ähnlich, in Gehäusenähe sind die Kräfte für die Bow-Schauflern etwas höher.
- Die Schaufeln  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$  mit ausgedehnten Bow-Bereichen zeigen dagegen deutliche Verminderungen der Umfangskräfte in beiden Randbereichen sowie eine erhebliche Steigung in der Schaufelmitte gegenüber der Basis. Dies korrespondiert mit der deutlichen radialen Verlagerung der Meridianstromlinien in Abb. 5.5.
- Die geneigte Schaufel  $Lean_{2A}$  sowie die ihr ähnliche einseitig gekrümmte Schaufel  $Bow_{2Av2B}$  ergeben eine radiale Verlagerung der Umfangskraft nach aussen über der ganzen Schaufelhöhe, die auch dem Meridianstromlinienbild in Abb. 5.4 mit positiver Krümmung über der ganzen Schaufelhöhe entspricht.

### 5.3.2.3.2 Verteilung der resultierenden radialen Schaufelkraft

Die resultierende radiale Schaufelkraft, wie sie in der Definition der Gl. (5.11) beschrieben wurde, bewirkt eine entsprechende radiale Verschiebung der Strömung und damit eine

Veränderung des Neigungswinkels  $\delta$  der Meridianstromlinien. Abb. 5.18 zeigt den lokalen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  der verschiedenen Schaufeltypen über der Schaufelhöhe, gemessen an der Hinterkante, dessen Verlauf mit der Verteilung der Radialkräfte in Abb. 5.19 direkt korrespondiert. Die Auswirkung der jeweiligen Schaufelform ist klar erkennbar:

- $Basis_{2A} \implies$  keine Neigung.
- $Bow_{F13g2}$  und  $Bow_{F32g1}$  mit kleinen Bow-Zonen  $\implies$  entgegengesetzte Neigung in beiden Randzonen.
- $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$  mit grossen Bow-Zonen  $\implies$  entgegengesetzte Neigung bis zur Schaufelmitte, zunehmend mit grösseren Bow-Winkel.
- $Lean_{2A}$  und  $Bow_{2Av2B} \implies$  positive Neigung über der ganzen Schaufelhöhe.

Abb. 5.19 zeigt die resultierenden radialen Schaufelkräfte, derer Auswirkungen in der Ablenkung der Meridianstromlinien deutlich werden.

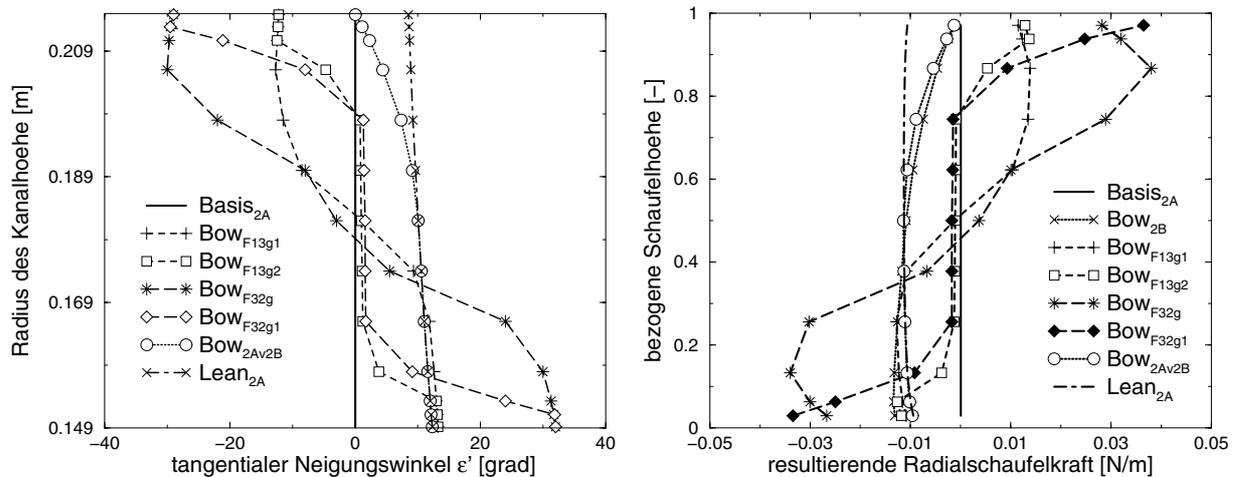


Abb. 5.18: Verteilung der tangentialen Neigungswinkel über der Schaufelhöhe

Abb. 5.19: Verteilung der resultierenden radialen Schaufelkraft über der Schaufelhöhe

Bei der geneigten bzw. der einseitig gekrümmten Leitschaufeln bekommen wir negative radiale Schaufelkräfte über der ganzen Schaufelhöhe, deren Wirkungsrichtung überall zur Maschinenachse zeigt. Aus diesem Grund werden die Stromlinien der Meridianströmung im Abschnitt 5.3.1 überall zur Nabe abgelenkt. Da die tangentialer Neigungswinkel der beiden einseitig gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{2B}$  und  $Bow_{2Av2B}$  in der Gehäusezone zu Null gehen, zeigen sie eine degressive Tendenz der Radialkraft in dieser Randzone.

Bei den beidseitig gekrümmten Leitschaufeln wirken ihre radialen Schaufelkräfte in umgekehrten Richtungen in der Naben- und Gehäusewandzone. Durch positive tangentialer

Neigungswinkel der Nabenrandzone werden daher negative radiale Schaufelkräfte zur Maschinenachse entstehen, umgekehrt werden positive radiale Schaufelkräfte durch die negative tangentielle Neigungswinkel zur Gehäusenwand erzeugt. In diesem Fall werden die Meridianstromlinien durch die Auswirkungen der radialen Schaufelkraft jeweils nach beiden Randzonen hingelenkt. Diese radiale Schaufelkraft hängt aber von der Krümmungsform der Beschaukelung ab, daher bleiben die radialen Schaufelkräfte bei den Leitschaufeln  $Bow_{F13g2}$  und  $Bow_{F32g1}$  mit kleiner Krümmungszone in Bereich zwischen 0.3 und 0.7 der Schaufelhöhe fast konstant klein, da in diesem Bereich der Schaufeln fast keine Schaufelkrümmung existiert. Außerdem zeigt Abb. 5.19 klar, dass die radiale Schaufelkräfte grundsätzlich durch vergrößerte tangentielle Neigungswinkel explizit verstärkt werden.

### 5.3.3 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die statische Druckverteilung an den Profilen

Die Schaufelkräfte, die im letzten Abschnitt 5.3.2 beschrieben wurden, sind Resultierende des statischen Drucks am Profil. Daher wird die statische Druckverteilung eine wichtige Rolle spielen.

#### 5.3.3.1 Druckgradienten bzw. Schaufelbelastung um das Schaufelprofil (*von der Druckseite zur Saugseite*)

Wie wird sich die Schaufelkrümmung auf die statische Druckverteilung bzw. die Druckgradienten auswirken? Um diese Frage zu erläutern, werden wir zunächst mit der Druckverteilung um das Schaufelprofil in der  $S_1$ -Ebene beginnen. Abb. 5.20 und 5.21 zeigen die

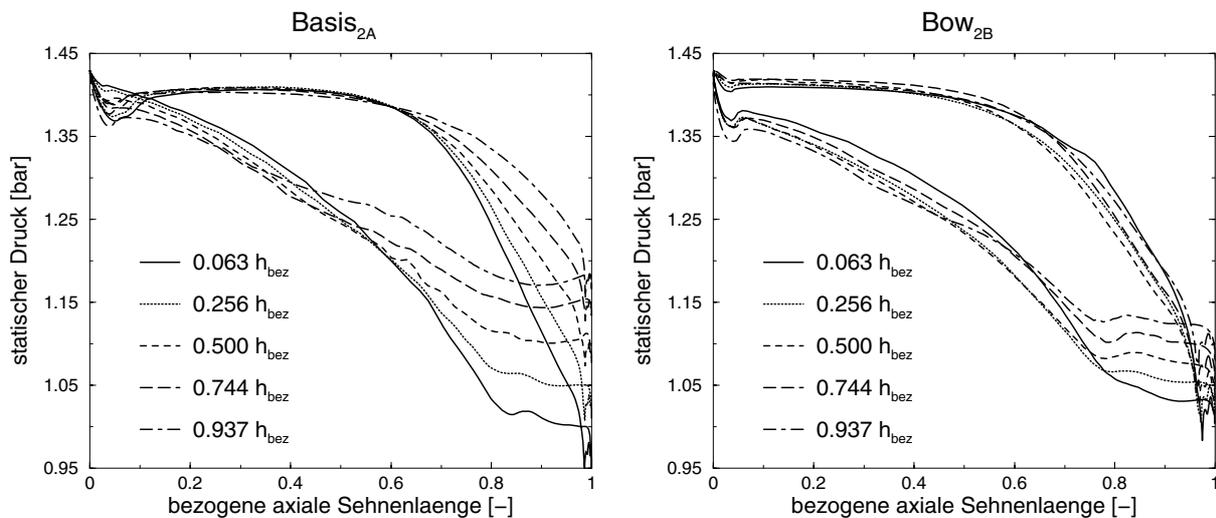


Abb. 5.20: Druckverteilungen um das Schaufelprofil der Leitbeschaukelungen jeweils an der 0.063, 0.256, 0.5, 0.744 und 0.937 bezogenen Schaufelhöhe

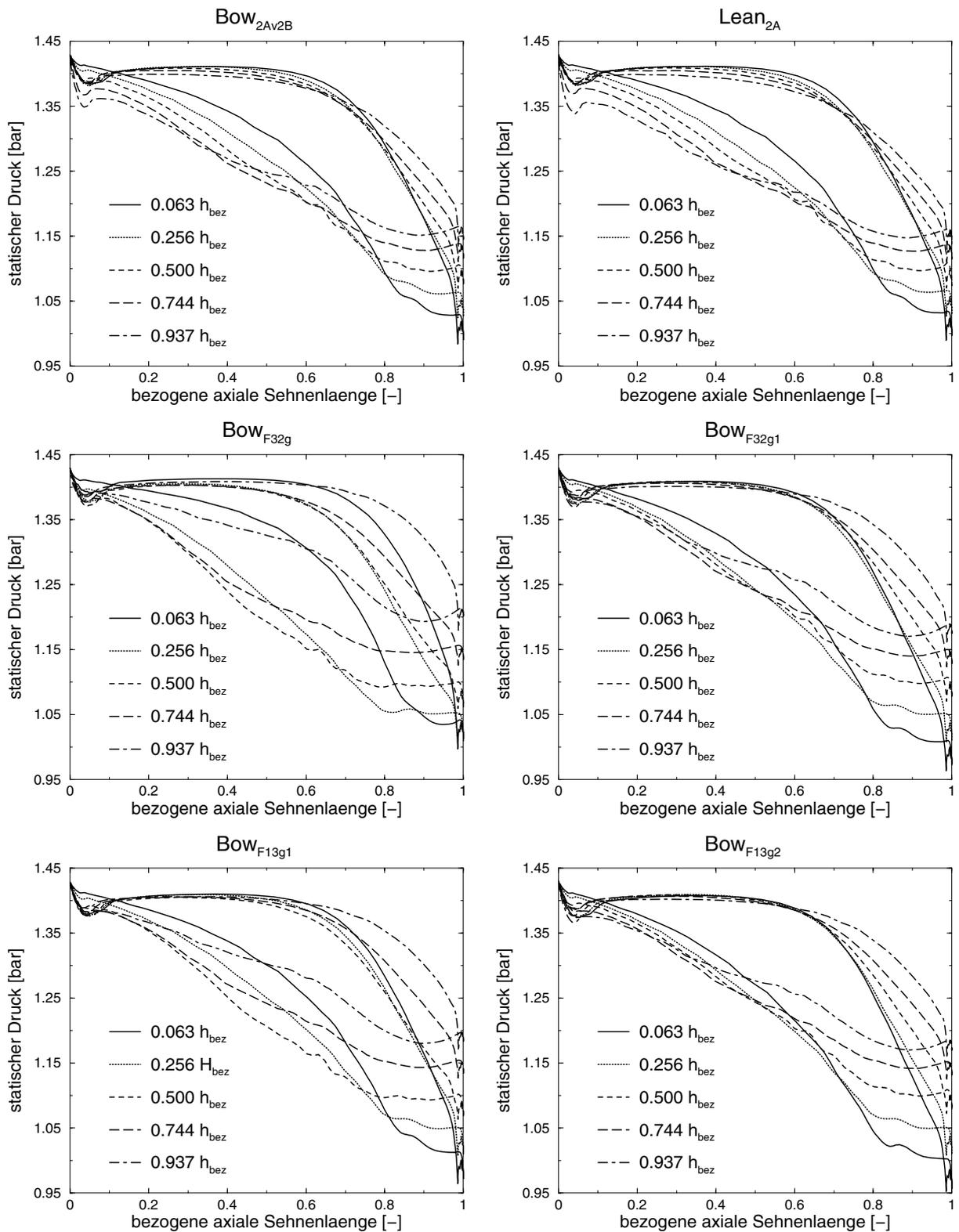


Abb. 5.21: Druckverteilungen um das Schaufelprofil der Leitbeschaufelungen an der 0.063, 0.256, 0.5, 0.744 und 0.937 bezogenen Schaufelhöhe

statischen Druckverteilungen um die Profilschnitte der Beschaukelungen, deren Positionen jeweils bei der 0.063, 0.256, 0.5, 0.744 und 0.937 Schaufelhöhe liegen.

Die durch die Form der gleichartigen Profile definierte Form der Druckverteilung zeigt ganz allgemein auf der Saugseite eine mässige Beschleunigung der Strömung bis ca. 80 % der axialen Sehnenlänge, dann etwa konstante Geschwindigkeit. Auf der Druckseite ist die Geschwindigkeit bis etwa 50 % axialer Sehnenlänge nahezu konstant und steigt dann progressiv auf die Austrittsgeschwindigkeit. Das zweite Merkmal der Druckverteilungen ist der statische Druck am Austritt, der die *Neigung* der Verteilung im Diagramm bestimmt. Er wird durch die radiale Verteilung des statischen Drucks hinter dem Leitrad vorgegeben und hängt damit mit dem radialen Gradienten des Reaktionsgrads der Stufe zusammen.

Abb. 5.20 vergleicht die Schaufel  $Basis_{2A}$  mit der Schaufel  $Bow_{2B}$ , die eine andere Form und Austrittswinkelverteilung hat. Es wird deutlich, dass sich die Druckverteilungen nicht grundsätzlich unterscheiden, aber  $Bow_{2B}$  einen wesentlich kleineren radialen Druckgradienten am Austritt aufweist, so dass die Diagramme fast aufeinander liegen.

Obige Änderungstendenz können wir ebenfalls bei den beidseitig gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$  in Abb. 5.21 wieder finden. Durch die Auswirkung der positiven tangentialen Schaufelkrümmung werden die statischen Drücke in den beiden Randzonen ab einer axialen Sehnenlänge von ca. 0.6 erhöht, jedoch werden die statischen Drücke im mittleren Bereich der Schaufelhöhe bei axialen Sehnenlänge zwischen 0.2 und 0.7 explizit reduziert und an der Hinterkante sind keine deutliche Änderungen auszumachen. Jedoch tritt diese Änderung der Druckverteilung bei beidseitig gekrümmten Schaufeln mit kleiner Krümmungszone  $Bow_{F13g2}$  und  $Bow_{F32g1}$  nicht so klar in Erscheinung.

### 5.3.3.2 Druckverteilung auf der Saugseite

Im Abschnitt 5.3.3.1 wurden statische Druckverteilungen um das Schaufelprofil vorgestellt. Um ihren Verlauf über der Schaufelhöhe deutlicher machen zu können, werden die Druckverteilungen auf der Saugseite der Leitbeschaukelungen in der Abb. 5.22 dargestellt.

Abb. 5.22 zeigt die Isobaren des statischen Drucks auf der Schaufeloberfläche-Saugseite. Die Beeinflussung der Druckverteilungen entsprechen den im Abschnitt 5.3.3.1 beschriebenen Tendenzen, sie werden allerdings in dieser Darstellung deutlicher erkennbar. Wie schon in vorhergehenden Abschnitten können drei Gruppen von Schaufeln unterschieden werden:

- die Basisschaufel  $Basis_{2A}$
- die geneigte Schaufel  $Lean_{2A}$  und die einseitig gekrümmten Schaufeln  $Bow_{2B}$  und  $Bow_{2Av2B}$
- die beidseitig gekrümmten Schaufeln

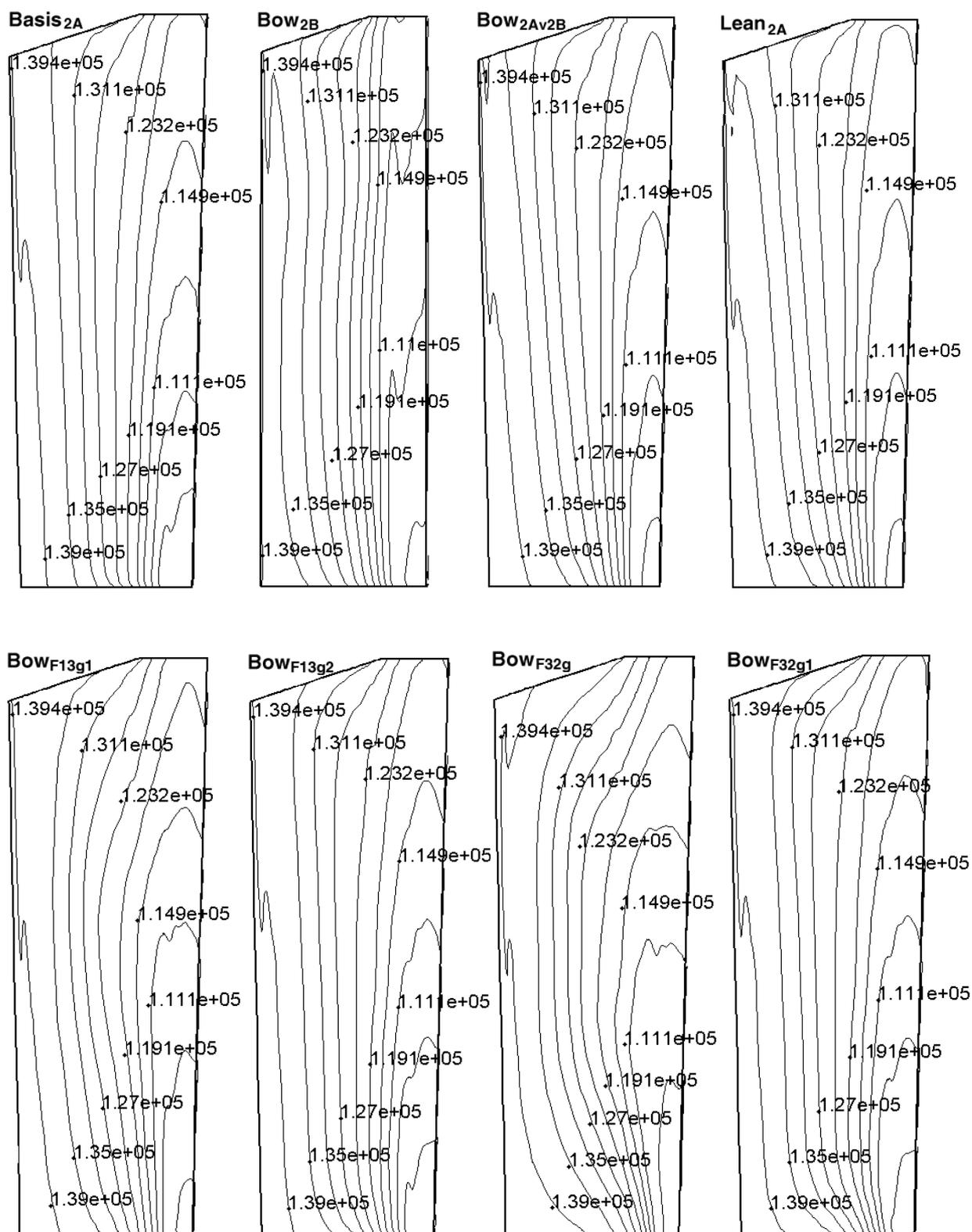


Abb. 5.22: Druckverteilungen der Leitbeschaukelungen auf der Saugseite der Schaufeloberfläche

Die Saugseiten-Druckverteilung der Basisschaufel zeigt fast über die gesamte Schaufelhöhe radial verlaufende Isobaren. In unmittelbarer Nabennähe sind sie leicht stromab gekrümmt, in Gehäusenähe sind sie in der Profilmittte stromab gekrümmt, was wohl auf den konischen Gehäuseverlauf zurückzuführen ist. Die Maxima nahe der Hinterkante sind eine Folge der in den Profildruckverteilungen (Abb. 5.20 und 5.21) deutlich erkennbaren leichten Überexpansion auf der Saugseite.

Die Schaufeln der Gruppe zwei zeigen als wesentliche Änderung eine klare stromab gerichtete Krümmung der Isobaren im Nabebereich - dort wo eine mehr oder weniger starke Neigung der Auffädellinie besteht.

Bei den beidseitig gekrümmten Schaufeln tritt dieser Effekt an *beiden* Schaufelenden auf, je nach Stärke der Neigung mehr oder weniger stark ausgeprägt. Durch die positive Schaufelneigung entsteht also auf der saugseitigen Schaufeloberfläche eine zur Schaufelmitte gerichtete Komponente des Druckgradienten, der das niedrig-energetische Grenzschichtfluid in diese Richtung schiebt und so einer Ansammlung in der Ecke zwischen Saugseite und Seitenwand entgegenwirkt. Für die wandnahen Profile ergibt dies - an der Schaufel *Bow<sub>F32g</sub>* besonders deutlich zu sehen - eine Verzögerung der Druckabsenkung auf der Saugseite, die auch in den Profildruckverteilungen (Abb. 5.21) klar erkennbar ist. In der Schaufelmitte fällt der Druck im Gegensatz dazu etwas schneller ab und die Zone mit etwa konstantem Druck nahe der Hinterkante wird breiter.

### 5.3.3.3 Umfangsgemittelte Druckverteilung hinter der Leitschaufel

Um einen quantitativen Vergleich explizit durchführen zu können, wurden die umfangsgemittelte Druckverteilungen über der Schaufelhöhe hinter der Leitschaufel ausgewertet, deren Ergebnisse in den folgenden Abb. 5.23 und 5.24 dargestellt sind.

Abb. 5.23 zeigt, dass die Tendenz der berechneten, auf den Druck in halber Schaufelhöhe bezogenen Druckverteilung über der Schaufelhöhe an der Meßposition 1 (MP1) bei der gekrümmten Schaufel *Bow<sub>2B</sub>* mit dem Experiment gut übereinstimmt. Jedoch stimmt die Verteilung für die radiale Schaufel nur unterhalb der Kanalmitte mit dem Experiment sehr gut überein, oberhalb der Kanalmitte hat sie eine deutliche Abweichung zwischen der Berechnung und dem Experiment. Aus dem Vergleich für die gekrümmte Schaufel *Bow<sub>2B</sub>* können wir vermuten, dass das Experiment wahrscheinlich irgendeine Schwierigkeit bei der Messung enthielt. In der Randzone am Gehäuse gibt es eine leicht gekrümmte Verteilung bei den beiden Beschauelungen. Solche unterschiedlichen Verläufe sind durch den Absatz in der Gehäusewand verursacht. Dieser Einfluß des Absatzes kann im Experiment nicht genau gemessen werden, da die Messung an dieser Stelle nicht sehr nahe an die Wand herangeführt werden kann. Wenn die berechnete statische Druckverteilung vor dem Absatz dargestellt wird, wird diese Abweichung deutlich vermieden, da in diesem Fall kein Einfluß der Strömungsablösung verursacht wird.

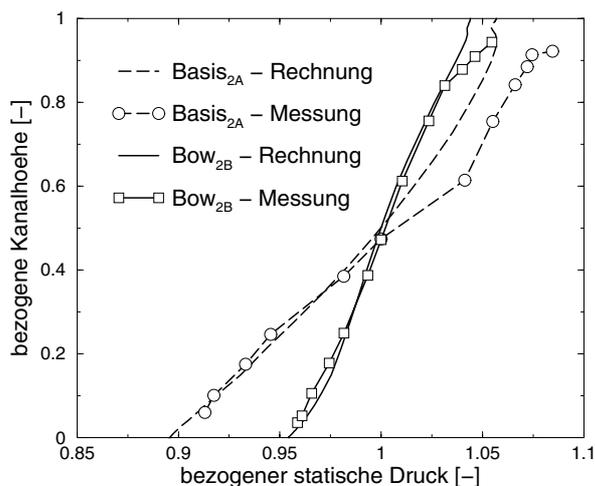


Abb. 5.23: Vergleich der umfangsgemittelten Druckverteilungen über der Schauflöhe an der Meßposition 1 (MP1) mit dem Experiment

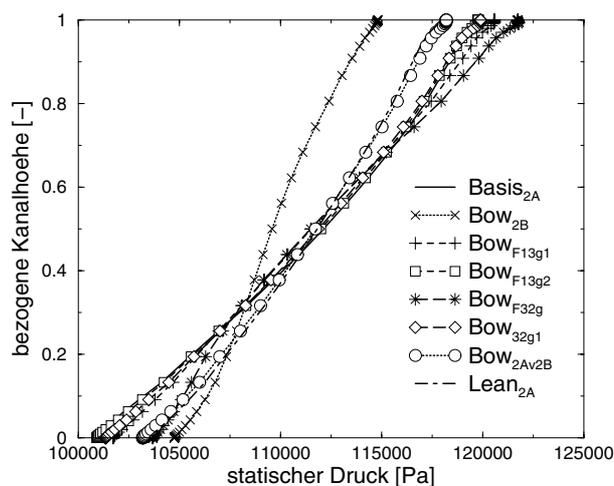


Abb. 5.24: Umfangsgemittelte statische Druckverteilungen aller numerisch untersuchten Beschauflungen über der Schauflöhe vor dem Absatz

Um diesen Einfluß des Absatzes zu vermeiden, wurden der Vergleich der Rechenergebnisse für die zusätzlichen, nur numerisch untersuchten Beschauflungen in der Abb. 5.24 vor dem Absatz durchgeführt. Wenn man von der Beschauflung  $Bow_{2B}$  mit der bereits erwähnten abweichenden Schauflform bzw. Austrittswinkel-Verteilung absieht, sind die Auswirkungen von Neigung bzw. Krümmung relativ gering. Die geneigte Schaufl  $Lean_{2A}$  und die einseitig gekrümmte Schaufl  $Bow_{2Av2B}$  mit der über der ganzen oder einen grossen Teil der Schauflhöhe gleichsinnigen zur Nabe gerichteten Radialkraft haben einen geringeren radialen Gradienten des statischen Drucks und damit des Reaktionsgrades.

Bei den beidseitig gekrümmten Schaufln weist nur die am stärksten gekrümmten  $Bow_{F32g}$  in beiden Randzonen einen höheren Druck und damit eine stärkere Expansion auf. Damit entsteht an beiden Schauflenden eine kleine Erhöhung des Reaktionsgrades.

### 5.3.4 Auswirkung auf den Reaktionsgrad

Um den Reaktionsgrad auszuwerten, verwenden wir folgende Definition des Reaktionsgrades:

$$r = \frac{\Delta h_s^{la}}{\Delta h_s^{le} + \Delta h_s^{la}} \quad (5.16)$$

wobei  $\Delta h_s^{le}$  das isentrope Leitradgefälle und  $\Delta h_s^{la}$  das isentrope Laufradgefälle bedeuten. Ausgehend von dieser Definition wurde folgende Form:

$$r = \frac{\left(\frac{p_{1,s}}{p_{0,t}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - \left(\frac{p_{2,s}}{p_{0,t}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - \left(\frac{p_{2,s}}{p_{0,t}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \quad (5.17)$$

bei der Auswertung verwendet, da so der Reaktionsgrad in der Gleichung nur von Drücken abhängig ist. Daher zeigen die folgenden Abb. 5.25 und 5.26, dass die Verteilungstendenz der umfangsgemittelten Druckverteilungen in den vorhergehenden Abb. 5.23 und 5.24 hier wieder gefunden werden können.

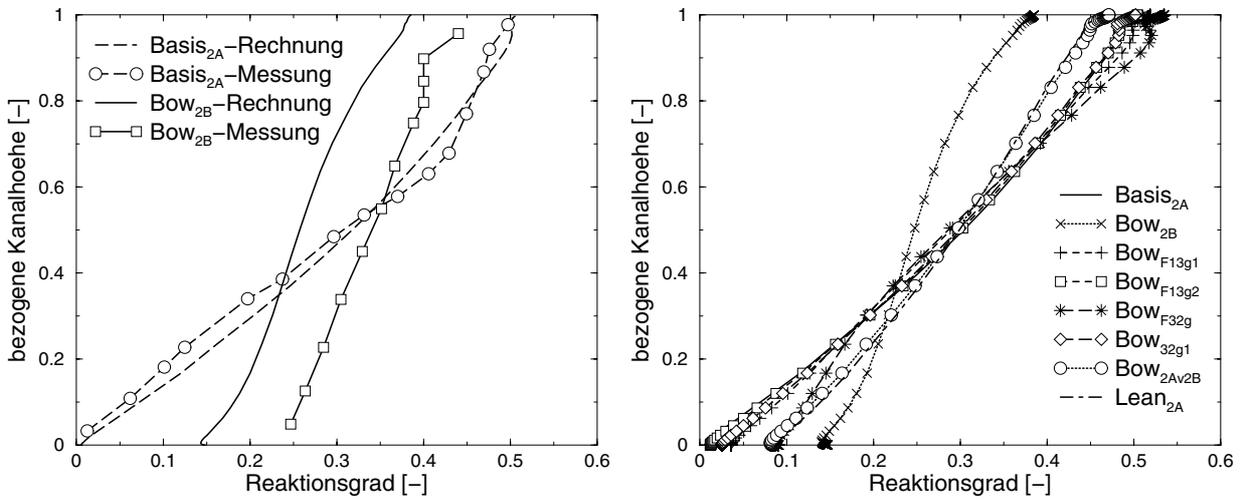


Abb. 5.25: Vergleich des Reaktionsgrades über der Schaufelhöhe an der Meßposition 1 (MP1) mit dem Experiment Abb. 5.26: Reaktionsgrad aller numerisch untersuchten Beschauflungen über der Schaufelhöhe an der Meßposition 1 (MP1)

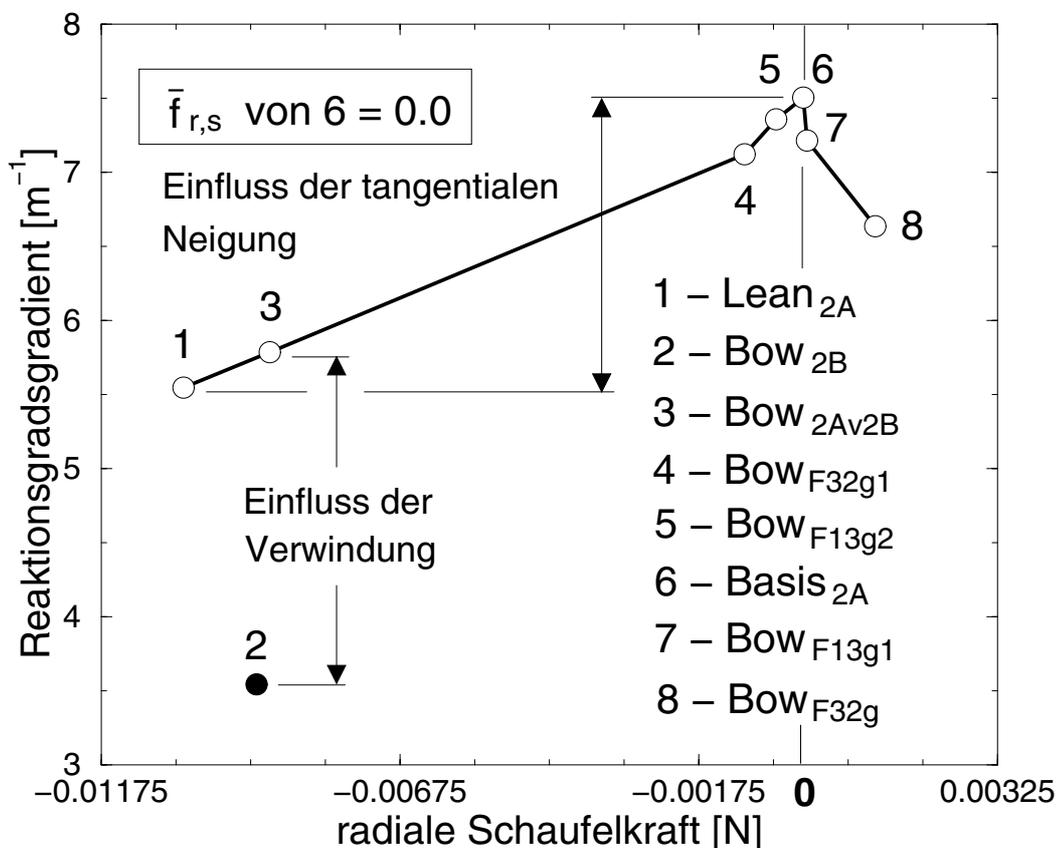
Abb. 5.25 zeigt, dass die Tendenz der Berechnungsergebnisse für beide Beschauflungen gut mit dem Experiment übereinstimmt. Jedoch liegt der Verlauf für die gekrümmte Leitschaufler  $Bow_{2B}$  über der ganzen Schaufelhöhe niedriger als die Messung. Da der gerechnete und der gemessene statische Druck in Abb. 5.23 sich nahezu decken, ist die Differenz auf Abweichungen zwischen Messung und Rechnung in Laufrad zurückzuführen, die anscheinend bei der Basisbeschauflung nicht unbedingt auftreten.

In Abb. 5.26 zeigt sich analog zu Abb. 5.24, dass bei der geeigneten und der einseitig gekrümmten Schaufel der radiale Gradient des Reaktionsgrades über der ganzen Schaufelhöhe reduziert ist, während er bei den beidseitig gekrümmten Schaufeln in Nabennähe vermindert und in Gehäusenähe erhöht ist.

Der an der Nabe erhöhte Reaktionsgrad wird sich ganz allgemein positiv auf den Stufenwirkungsgrad auswirken. Dazu wird durch das für die verschiedenen Schaufeltypen unterschiedliche Druckgefälle über das Laufrad an der Schaufelspitze ein wenn und geringe Einfluss auf den Spaltverlust des Laufrads entstehen.

### 5.3.5 Verhältnis radialer Schaufelkraft und der Gradienten des Reaktionsgrads

In den vorhergehenden Abschnitten wurden beschrieben, dass die Auswirkung der von der Schaufelkrümmung erzeugten radialen die Strömung stark beeinflussen kann. Daher spielt diese radiale Schaufelkraft eine sehr wichtige Rolle bei einer Änderung des Strömungsfeldes. Im letzten Abschnitt 5.3.4 zeigten wir noch, dass der Reaktionsgrad ein wichtiger Parameter für die Beschreibung des turbomaschinen-spezifischen Strömungsfeldes und des zugrunde liegenden radialen Kräftegleichgewichts ist. Wir versuchen hier einen Zusammenhang dieser beiden aerodynamischen Parameter abzubilden.



*Abb. 5.27:* Ein Verhältnis der integrierten resultierenden (um den Profilschnitt) radialen Schaufelkraft über der Schaufelhöhe und der Gradienten des Reaktionsgrads

Um diesen Zusammenhang zu beschreiben, wurden die beiden aerodynamischen Parameter in folgender Weise ausgewertet:

- **Radialer Gradient des Reaktionsgrades:**

Für die Verteilungen des Reaktionsgrades, die in der Abb. 5.26 dargestellt sind, wurde ein Mittelwert des radialen Gradienten des Reaktionsgrades für alle untersuchten

Leitbeschaufelungen nach folgender Definition errechnet:

$$\overline{\text{grad}} \mathbf{r} \approx \frac{d\mathbf{r}}{dr} \approx \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta r} \approx \frac{\mathbf{r}_N - \mathbf{r}_G}{h} \quad (5.18)$$

- **integrierte radiale Schaufelkraft:**

Verteilung der resultierenden radialen Schaufelkraft um den Profilschnitt, die in der Abb. 5.19 dargestellt wurde, derer Kraft auch für alle Leitschaufelungen mit folgender Definition:

$$\bar{f}_{r,s} = \frac{1}{h_{bez}} \int_0^{h_{bez}} f_{r,s} dh_{bez} \quad (5.19)$$

über der Schaufelhöhe integriert sind und durch ihre bezogene Schaufelhöhe gemittelt sind.

Eine entsprechende Darstellung der beiden ausgewerteten aerodynamischen Parameter kann in der Abb. 5.27 zusammengestellt werden. Abb. 5.27 zeigt die interessante Tendenz, dass die Gradienten des Reaktionsgrades durch eine zunehmend negative, gemittelte, radiale Schaufelkraft reduziert werden können. Dabei werden diese Auswirkungen bei geneigten und einseitig gekrümmten Leitbeschaufelungen besonders deutlich, da ihre radialen Schaufelkräfte über die ganze Schaufelhöhe gleichgerichtet sind.

Bei den zusätzlich berechneten Leitbeschaufelungen geht die radiale Kraftwirkung nur direkt auf den tangentialen Krümmungswinkel  $\varepsilon'$  zurück, wie im oberen Teil der Abbildung zu sehen. Diese Schaufeln wurden aus der radialen Leitschaufel *Basis<sub>2A</sub>* entwickelt und besitzen eine konventionelle Tendenz des effektiven Austrittswinkels  $\alpha_{1,N}^{eff} < \alpha_{1,m}^{eff} < \alpha_{1,G}^{eff}$ . Die Beschaufelung *Bow<sub>2B</sub>* hat eine andere Schaufelform mit einer Schaufelverwindung an der Hinterkante, derer Tendenz des effektiven Austrittswinkels  $\alpha_{1,N}^{eff} > \alpha_{1,m}^{eff} > \alpha_{1,G}^{eff}$  ist. Daher ist die Auswirkung dieser gekrümmten Beschaufelung nicht nur vom tangentialen Krümmungswinkel beeinflusst, sondern sie wurde noch durch ihre umgekehrte Verwindung der Hinterkante zusätzlich verstärkt, wie im unteren Teil der Abbildung beschrieben.

## 5.3.6 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Machzahl

### 5.3.6.1 Machzahlverteilung um das Profil

Die Geschwindigkeits-Verteilung um die Schaufelprofile wird hier dargestellt durch die isentrope Mach-Zahl entsprechend der Definition in Gl. (5.20):

$$Ma_{is} = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_{0,t}}{p_s} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]} \quad (5.20)$$

Diese zeigt den unmittelbaren Zusammenhang zwischen den in Abschnitt 5.3.3.1 vorgestellten Druckverteilungen und den Mach-Zahl-Verteilungen.

Die grundlegenden Eigenschaften des verwendeten Leitschaufelprofils werden am deutlichsten an der Geschwindigkeits-Verteilung für die Leitschaufel  $Basis_{2A}$  in halber Schaufelhöhe. Die druckseitige Verteilung weist an der Nabe eine durch nicht ganz optimale Profilform und Anströmung hervorgerufene Geschwindigkeitsspitze auf, die wohl direkt den Umschlag der Grenzschicht in die turbulente Strömungsform provoziert. Anschließend erfolgt nach einer Zone etwa konstanter Geschwindigkeit ein progressiver Anstieg auf die Austrittsgeschwindigkeit. Auf der Saugseite steigt die Geschwindigkeit nahezu linear an und bleibt ab 0.8 axialer Sehnenlänge etwa konstant auf dem Endwert. Damit könnte über den Grossteil der Saugseite eine laminare Grenzschicht erhalten bleiben.

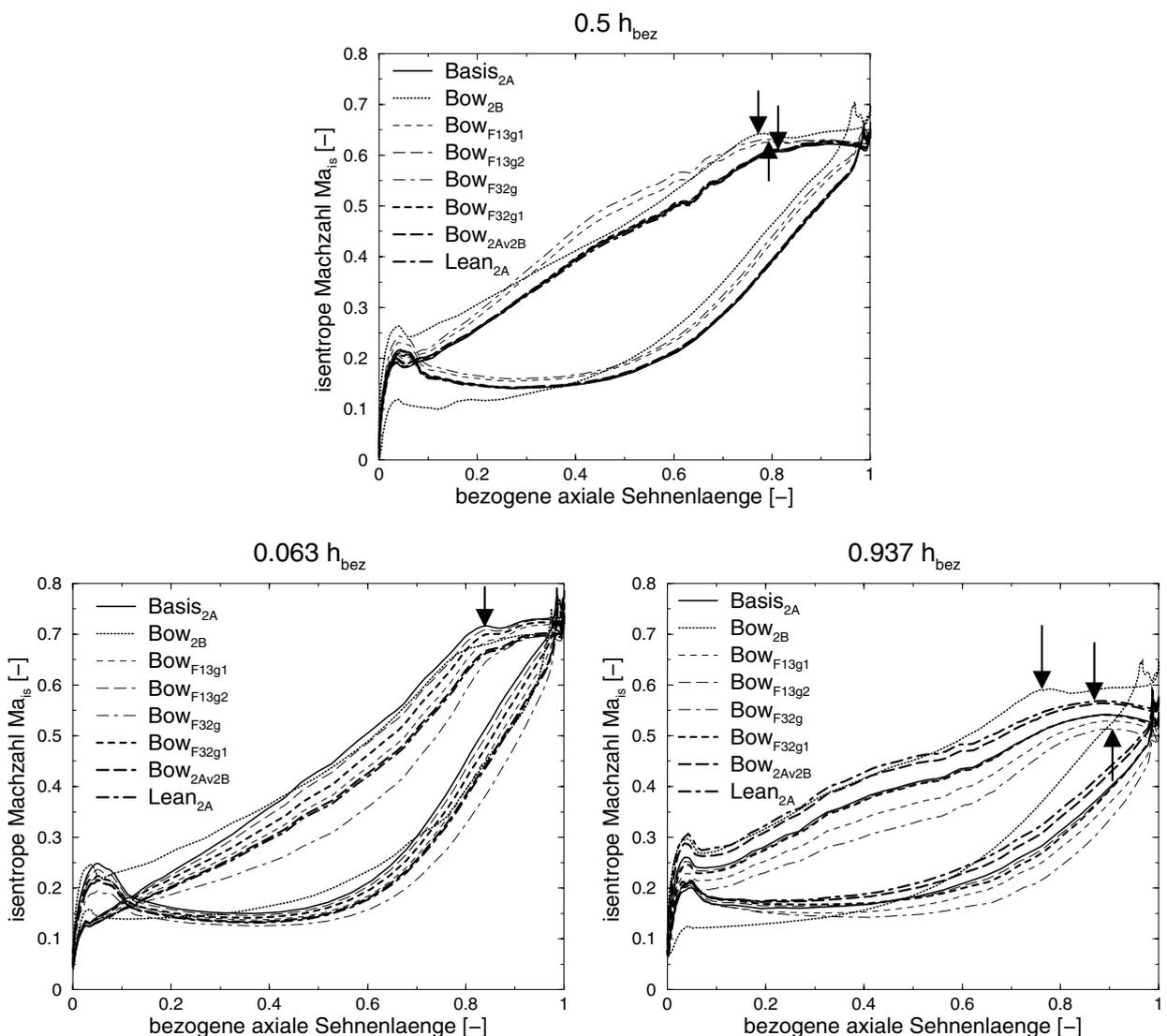


Abb. 5.28: Machzahlverteilungen der Leitbeschaufelungen um das Profil jeweils bei 0.063, 0.5 und 0.937 bezogener Schaufelhöhe

Bei den Profilen in  $0.5 h_{bez}$  ändert sich - mit Ausnahme der abweichende Schaufel  $Bow_{2B}$  - die Geschwindigkeitsverteilung durch die verschiedenen Neigungen und Krümmungen nicht entscheidend. Etwas aus der Reihe tanzen nur die stark gekrümmten Schaufeln  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$ , bei denen das Profil in der Schaufelmitte etwas höher belastet wird als Folge der Entlastung in der Randzone.

Deutlich starker unterscheiden sich die Druckverteilungen in Naben- und Gehäusenähe. Hier wirkt sich die - schon in den Schaufeldruck-Verteilungen (Abb. 5.22) deutliche - radiale Komponente des Druckgradienten aus, die insbesondere bei den stark gekrümmten Schaufeln insgesamt eine Verminderung und dazu eine Verschiebung der aerodynamischen Profilbelastung nach hinten zur Folge hat.

Auf der Saugseite treten nun verschiedentlich Geschwindigkeits-Maxima bei etwa 0.8 bezogene axiale Sehnenlänge auf, die einen Grenzschicht-Umschlag zur Folge haben können, aber gravierende Änderungen der Geschwindigkeits-Verteilungen sind nicht zu konstatieren. Damit dürfte auch eine ausgeprägte Veränderung der Verlustentstehung über die Geschwindigkeitsverteilung an den Profilen auszuschliessen seien.

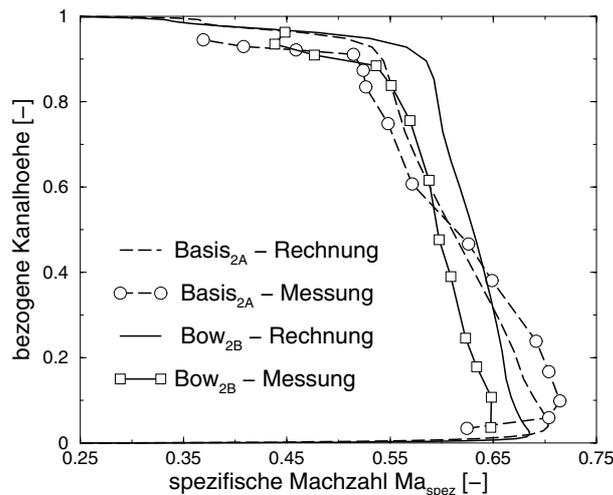
### 5.3.6.2 Umfangsgemittelte Machzahlverteilung über die Schaufelhöhe

Die Tendenzen der Machzahlverteilungen in der  $S_1$ -Ebene setzen sich in der umfangsgemittelten kritischen Machzahl hinter dem Leitrad über der Schaufelhöhe fort. Diese sind in der Abb. 5.29 für die Meßebene 1 und in der Abb. 5.30 vor dem Absatz mit folgender Definition dargestellt:

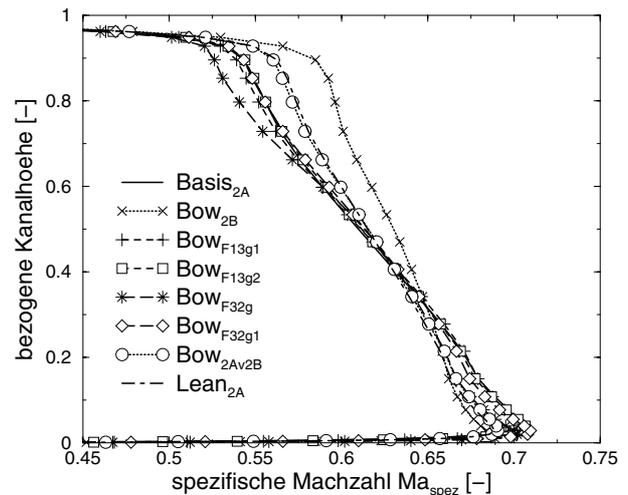
$$Ma_k = \frac{c_1}{a_k} = \frac{c_1}{\sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} R T_{1,t}}} \quad (5.21)$$

Dabei bezeichnet  $a_k$  die kritische Geschwindigkeit. Wegen der adiabaten Strömung kann normalerweise  $T_{1,t} = T_{0,t}$  angenommen werden.

Abb. 5.29 zeigt, dass die kritische Machzahlverteilung der gekrümmten Schaufel  $Bow_{2B}$  in der Nabenzone beim Experiment deutlich niedriger ist als die der radialen Schaufel, aber die berechneten Werte geben nur eine leichte Reduzierung wieder. Eigentlich stimmt die Berechnung der kritischen Machzahlverteilung für die radiale Schaufel mit dem Experiment gut überein. Sie zeigt nur in den beiden Randzonen leicht umgekehrte Verläufe. Für die gekrümmte Schaufel ergibt jedoch die Berechnung höhere Werte der kritischen Machzahl als im Experiment. Das bedeutet, dass der Profilverlust des berechneten Schaufelprofils überall höher ist als für das experimentelle Schaufelprofil. Diese parallele Tendenz von  $Bow_{2B}$  entspricht den vorher beschriebenen umfangsgemittelten Verteilungen des statischen Drucks sowie des Reaktionsgrades und dem totalen Stufenwirkungsgrad in der Kennfeldrechnung.



*Abb. 5.29:* Vergleich der umfangsgemittelten spezifischen Machzahlverteilungen über der Kanalhöhe mit den Experimenten



*Abb. 5.30:* Vergleich der umfangsgemittelten spezifischen Machzahlverteilungen über der Kanalhöhe für alle berechneten Leitbeschaufelungen

Abb. 5.30 zeigt für die umfangsgemittelten Verteilungen der zusätzlich berechneten Beschaufelungen, dass ihre Auswirkungsänderungen der Geschwindigkeit wie die vorher beschriebenen Machzahlverteilungen um das Profil hier wieder gefunden werden können. Die bisher vorgestellten Änderungen der Machzahlverteilung stimmen eigentlich mit der Auswirkungstendenz des statischen Drucks bzw. dem Reaktionsgrad überein.

### 5.3.7 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf den Verlustbeiwert

Die zuvor beschriebenen aerodynamischen Parameter stellt dar, daß die Schaufelkrümmung das Strömungsfeld in und hinter der Leitschaufel beeinflusst. Ihre Auswirkungen bzw. Änderungen beeinflussen wesentlich auf den Verlustbeiwert der Turbinenstufe, da der Leitrad-Verlust für den totalen Stufenwirkungsgrad nach der zuvor beschriebenen Definition (4.1) eine wichtige Rolle spielt.

#### 5.3.7.1 Vergleich der Definitionen des Verlustbeiwertes

Um den Verlustbeiwert auszuwerten, wurden die folgenden drei Definitionen des Verlustbeiwertes verwendet:

1. **Definition nach** TRAUPEL [97]:

$$\zeta^{le} = 1 - \frac{\frac{c_1^2}{2}}{\Delta h_s^{le} + \frac{c_0^2}{2}} \quad (5.22)$$

Dabei wird das isentrope Enthalpiegefälle für die Leitschaufel  $\Delta h_s^{le}$  definiert als:

$$\Delta h_s^{le} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_{0,s} \left[ 1 - \left( \frac{p_{1,s}}{p_{0,s}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (5.23)$$

2. **Definition nach** BAINES et al. [1][36]:

$$\zeta^{le} = 1 - \frac{1 - \left( \frac{p_{1,s}}{p_{1,t}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - \left( \frac{p_{1,s}}{p_{0,t}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \quad (5.24)$$

3. **Definition durch**  $Ma_k$  [12]:

$$\zeta^{le} = 1 - \frac{\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} Ma_k^2}{1 - \left[ \left( \frac{p_{1,t}}{p_{0,t}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \left( 1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} Ma_k^2 \right) \right]} \quad (5.25)$$

Hier hängt die Formulierung noch zusätzlich von der kritischen Machzahl  $Ma_k$  ab.

Aufgrund der obigen drei Formulierungen wurden aus der 3D-Rechnung umfangsgemittelte Verlustbeiwerte der radialen und gekrümmten Leitschaufeln  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  ermittelt und über der Schaufelhöhe miteinander verglichen und in der Abb. 5.31 dargestellt.

Die drei ausgewerteten Verlustbeiwerte der beiden Beschaukelungen gemäß der drei Formulierungen sind auch unter vergrößertem Skalar im Allgemeinen übereinstimmend, insbesondere die Verteilungen nach BAINES und durch die kritische Machzahl. Die Verteilung nach TRAUPEL ist nur ein wenig niedriger als die anderen beiden Formulierungen bei der radialen Schaufel und sie ist nur etwas höher bei der gekrümmten Schaufel, jedoch ist diese Abweichung vernachlässigbar klein. Um den berechneten Wert mit den experimentellen Daten vergleichen zu können, verwenden wir die Formulierung nach TRAUPEL.

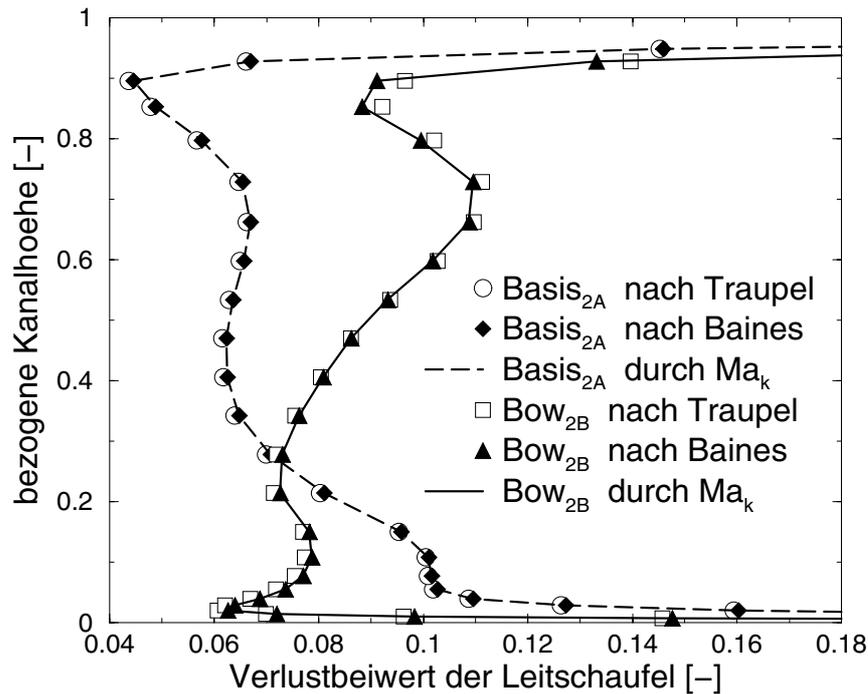


Abb. 5.31: Umfangsgemittelte Verlustverteilungen der Leitbeschaufelungen  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  gemäß drei verschiedenen Formulierungen

### 5.3.7.2 Vergleich des Verlustbeiwertes

Der Vergleich der Messwerte der Schaufeln  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  in Abb. 5.32 zeigt zunächst, dass die teilgekrümmte Schaufel in beiden Randzonen bis etwa 20% bezogener Schaufelhöhe geringere Verluste als die radiale Schaufel aufweist. Dies entspricht in Nabennähe den Erwartungen, in Gehäusenähe, wo eigentlich keine Veränderung der Beschaufelung durchgeführt wurde, ist es direkt nicht erklärlich. Von etwa 20% bis 60% Schaufelhöhe liegt der gemessene Verlust der Schaufel  $Bow_{2B}$  etwas höher, was sowohl auf die erhöhte aerodynamische Belastung als auch auf die andere Verwindung zurückgehen kann.

Die aus den numerischen Simulationsrechnungen ausgewerteten Verlustbeiwerte weichen deutlich ( $Basis_{2A}$ ) bis erheblich ( $Bow_{2B}$ ) von den Messwerten ab, sie liegen fast überall höher. Leicht erklärlich ist, dass die Rechenwerte in unmittelbare Gehäusenähe für die Messsebene MP1 deutlich über denen vor dem Absatz liegen, da dieser eine Strömungsstörung bewirkt. Im übrigen kann als positiv nur diagnostiziert werden, dass in Nabennähe die Rechenwerte den in den Messwerten deutlichen Vorsprung der  $Bow_{2B}$ -Schaufel relativ gut - allerdings auf anderen quantitativen Niveau - wieder geben.

Die Tabelle 5.4 zeigt die errechneten integrierten Verlustbeiwerte der verschiedenen Leit-schaufeln nach der Definition:

$$\bar{\zeta}_{int} = \frac{1}{h_{bez}} \int_0^{h_{bez}} \zeta(h_{bez}) dh_{bez} \quad (5.26)$$

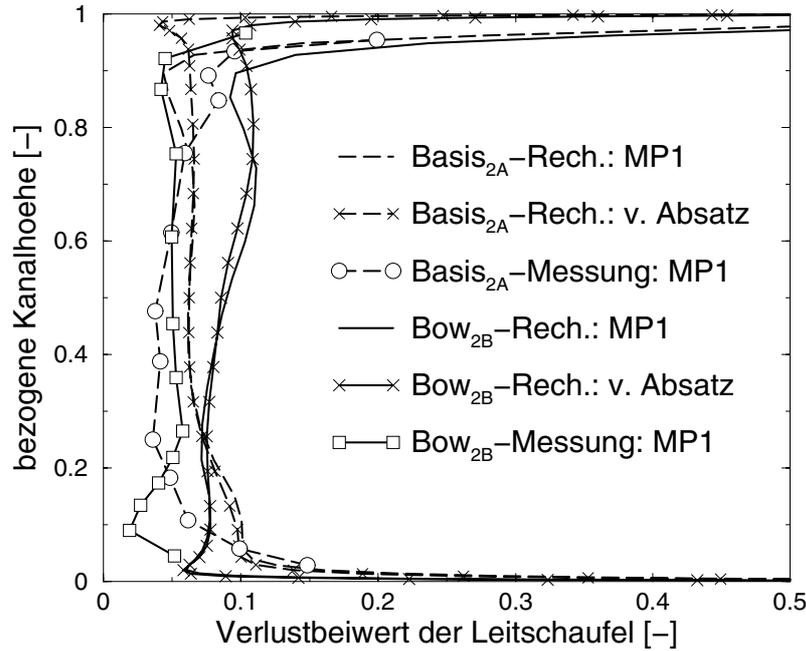


Abb. 5.32: Vergleich der umfangsgemittelten Verlustverteilungen der Leitbeschaukelungen über der Kanalhöhe in der Meßposition 1 (MP1) und vor dem Absatz mit den Experimenten

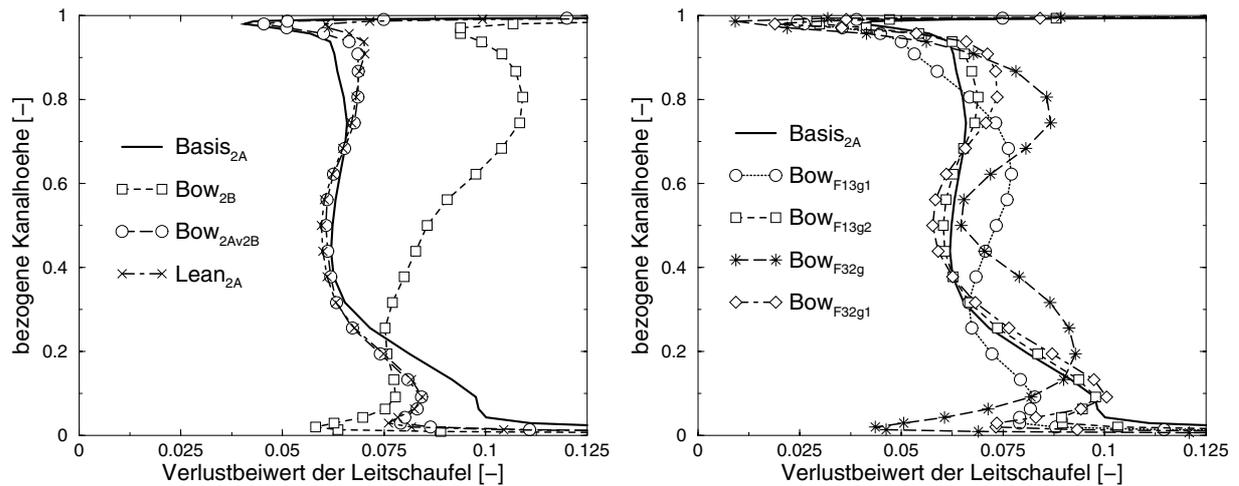
Bezeichnung	$\zeta_{rech}$	$\Delta\zeta_{rech}$ [%]	$\zeta_{exp}$	$\Delta\zeta_{exp}$ [%]	$\Delta\zeta_{r,e}$	$\Delta\zeta_{r,e}$ [%]
$Basis_{2A}$	0.0767	-	0.0537	-	+0.0230	+29.987
$Bow_{2B}$	0.0946	+23.364	0.0448	-16.584	+0.0498	+52.600
$Bow_{2Av2B}$	0.0727	-5.264	-	-	-	-
$Lean_{2A}$	0.0731	-4.710	-	-	-	-
$Bow_{F13g1}$	0.0744	-2.943	-	-	-	-
$Bow_{F13g2}$	0.0753	-1.818	-	-	-	-
$Bow_{F32g}$	0.0782	+2.005	-	-	-	-
$Bow_{F32g1}$	0.0750	-2.277	-	-	-	-

Tab. 5.4: Integrierte Verlustbeiwerte aller untersuchten Leitbeschaukelungen vor dem Absatz

$$\left( \Delta\bar{\zeta}_{rech} = \frac{\bar{\zeta}_{rech} - \bar{\zeta}_{rech}^{Basis_{2A}}}{\bar{\zeta}_{rech}^{Basis_{2A}}}, \Delta\bar{\zeta}_{exp} = \frac{\bar{\zeta}_{exp} - \bar{\zeta}_{exp}^{Basis_{2A}}}{\bar{\zeta}_{exp}^{Basis_{2A}}} \text{ und } \Delta\bar{\zeta}_{r,e} [\%] = \frac{\bar{\zeta}_{rech} - \bar{\zeta}_{exp}}{\bar{\zeta}_{exp}} \right)$$

Es fällt auf, dass die errechneten Verluste der Schaufeln  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  um 0.023 bzw. 0.0498, also um 30 % bzw. 53 % höher liegen als die gemessenen. Zudem ist der errechnete Verlust der Schaufel  $Bow_{2B}$  23.4 % höher als der der Schaufel  $Basis_{2A}$ , während der experimentelle Wert 16.6 % niedriger liegt. Die gegenüber dem Experiment wesentlich überhöhten errechneten Verlustwerte können darauf zurückzuführen sein, dass das numerische Rechenprogramm nicht den Grenzschicht-Umschlag nachbilden kann, sondern ausschliesslich mit turbulenten Schaufelgrenzschichten arbeitet. Demgegenüber wird im Experiment die Grenzschicht über einen weiten Bereich der Saugseite noch laminar sein.

Daher können die aus der 3D-Rechnung ausgewerteten Verlustverteilungen hier keinem quantitativen Vergleich zwischen den Berechnungen und den experimentellen Ergebnissen standhalten. Immerhin kann die numerische Rechnung zu einem relativen Vergleich der Verluste der verschiedenen Leitschaufeln herangezogen werden. Dabei werden ihre totalen Verlustbeiwerte quantitativ miteinander verglichen. Die geneigten und mässig gekrümmten Schaufeln sind dabei etwas besser als die Basis-Schaukel, nur die am stärksten gekrümmten Schaufel  $Bow_{F32g}$  schneidet schlechter ab.



*Abb. 5.33:* Vergleich der umfangsgemittelten Verlustverteilungen des Leitrades über der Kanalhöhe vor dem Absatz für alle berechneten Leitbeschaukelungen

Abb. 5.33 stellt daher die umfangsgemittelten Verlustverteilungen über der Schaufelhöhe für die obengenannte berechneten verschiedenen Leitschaufeln dar, die aus der 3D-Rechnung ermittelt und in unmittelbarer Nähe vergleichen kann, wenn die Schaufel  $Bow_{2B}$  wegen ihrer unterschiedlichen Schaufelform verzichtet ist. Ebenfalls können diese Verlustverteilungen hier auch in folgenden drei Tendenzgruppen unterschieden werden:

- **Basis-Leitschaukel:** Wegen der größeren Umlenkung durch die Schaufelverwindung in der Nabennähe erzeugt dieser radiale Schaufel eine höhere Verlustverteilung in dieser Randzone als in Gehäusenähe.
- **geneigte und einseitig gekrümmte Leitschaufeln:** Die Leitschaufeln  $Bow_{2Av2B}$  und  $Lean_{2A}$  ergeben sie sich wesentlich kein erhebliche Steigung des Verlustverteilung über der Schaufelhöhe wie die Schaufel  $Bow_{2B}$ , sondern sie bitten einen gut quantitativen Vergleich mit dem Leitrad  $Basis_{2A}$ . Die beiden Leitschaufeln stellen eigentlich sehr ähnliche Verteilungstendenzen dar. In Nabennähe weisen bis etwa 70 % bezogener Schaufelhöhe geringere Verluste als die radiale Schaufel auf, insbesondere eine explizite Reduzierung bis etwa 30%. In Gehäusenähe, wo eigentlich keine tangential Krümmung ( $Bow_{2Av2B}$ ) bzw. klein positiver Neigung ( $Lean_{2A}$ ) der beiden Beschaukelungen durchgeführt wurde, sind ihre

Verluste aber etwas zugenommen und die Schaufel  $Lean_{2A}$  hat zwar höherer Verlust als die Schaufel  $Bow_{2Av2B}$ . Dies entspricht wesentlich in beiden Randzonen ebenfalls den Erwartungen.

Da die durchgeführte Leitschaukel ein höhenes Erstreckungsverhältnis von 2.1 besitzt, in diesem Fall wird diese Erhöhung des Verlustbeiwertes in der Gehäuserandzone von ihrer Reduzierung in der Nabenrandzone noch überwunden werden können. Daher erzeugen sie niedrige Verlustwerte jeweils um etwa 5.3% ( $Bow_{2Av2B}$ ) und 4.7% ( $Lean_{2A}$ ) als die Basis-Schaukel. Diese Ergebnistendenz entspricht das experimentellen Ergebnis.

- **beidseitig gekrümmte Leitschaukeln:** Für diese Schaufelformen können ihre Verluste wesentlich in den beiden Randzonen reduziert werden. Durch den vergrößerten Neigungswinkel bzw. eine große Krümmungszone ist die Reduzierungstendenz explizit verstärkt. Wegen eine Verschiebung des saugseitig niedrig-energetische Grenzschicht-Fluides von den beiden Randzonen zur Schaufelmitte sind die Verlustverteilungen der Schaufel mit großer Krümmungszone jeweils etwa in der Schaufelmitte ( $Bow_{F13g1}$ ) bzw. in der 20% und 75% ( $Bow_{F32g}$ ) bezogenen Schaufelhöhe erheblich erhöht. Jedoch kann die explizite Erhöhung in stark gekrümmter Schaufel  $Bow_{F32g}$  nicht durch ihre erhebliche Reduzierung in den Randzonen überwunden werden, aus diesem Grund erzeugt diese Schaufel daher eine höhere integrierte Verlustwert. In andere beidseitig gekrümmten Leitschaukeln können ihre Reduzierungen des Verlust aber noch überwogen werden, derer Aussage bereits in der Tabelle 5.4 explizit dargestellt sind.

### 5.3.7.3 Verlustbeiwert mit reduzierter Schaufelzahl

Ein Vorteil der beidseitig gekrümmten Schaufeln wird allgemein darin gesehen, dass durch den stumpfwinkligen Anschluss der Schaufel-Saugseite an die Seitenwände der Sekundärverlust reduziert wird. Allerdings steigt durch die Krümmung - besonders bei stark gekrümmten Schaufeln - die gesamte durch das Fluid benetzte Oberfläche und damit der Reibungsverlust, wodurch der verminderte Sekundärverlust mehr oder weniger kompensiert werden kann. Deswegen wurden die gekrümmten Leitschaukeln  $Bow_{F32g}$  und  $Bow_{F32g1}$  zusätzlich mit reduzierter Schaufelzahl berechnet. Die gesamten Schaufeloberflächen bei reduzierter Schaufelzahl sind grundsätzlich gleich wie für die radiale Leitschaukel. Die entsprechende reduzierte Schaufelzahl wurde bereits in der Tabelle 4.3 dargestellt.

Abb. 5.34 zeigt die umfangsgemittelten Verlustverteilungen über der Schaufelhöhe, deren Verlustbeiwerte jeweils mit und ohne reduzierter Schaufelzahl berechnet wurden. Die Verlustbeiwerte der beiden Leitschaukeln mit reduzierter Schaufelzahl haben über der Schaufelhöhe explizit abgenommen, insbesondere an den Stellen, wo nur der Profilverlust existiert.

Mit dem integrierten Verlustbeiwert können wir die Reduzierung noch deutlicher unter-

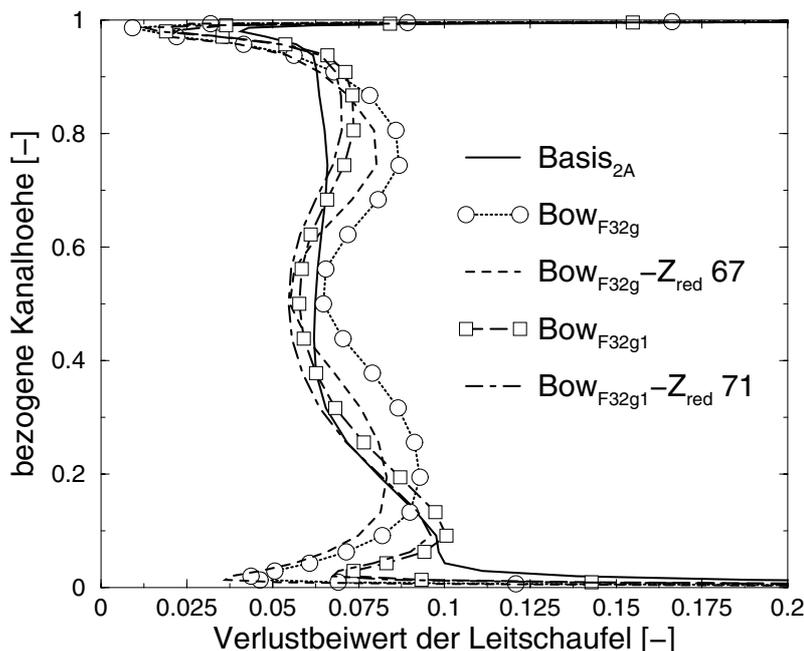


Abb. 5.34: Umfangsgemittelte Verlustverteilungen der Leitbeschaufelungen mit und ohne reduzierte Schaufelzahl

scheiden, deren Zahlenwerte in der Tabelle 5.5 zusammengestellt sind. Der integrierte Verlustbeiwert der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{F32g}$  ist bei normaler Schaufelzahl noch um ca. 2% höher als für die radiale Leitschaufel. Jedoch reduziert er sich bei reduzierter Schaufelzahl bereits um ca. 8.3% gegenüber der radialen Leitschaufel. Ein ähnliches Resultat kann man in geringerem Umfang auch bei der gekrümmten Schaufel  $Bow_{F32g1}$  finden, dessen Verlust allerdings schon bei normaler Schaufelzahl um 2.3% niedriger als für die Basisschaufel ist. Diese Reduzierungen des Verlustbeiwertes sind hauptsächlich auf die Abnahme der Oberflächenreibung an der Leitschaufel zurückzuführen.

Bezeichnung	$Basis_{2A}$	$Bow_{F32g}$	$Bow_{F32g}^{redZ67}$	$Bow_{F32g1}$	$Bow_{F32g1}^{redZ71}$
$\zeta_{rech} [-]$	0.0767	0.0782	0.0703	0.0750	0.0711
$\Delta\zeta_{rech} [\%]$	-	+2.005	-8.332	-2.277	-7.346

Tab. 5.5: Integrierte Verlustbeiwerte der Leitbeschaufelungen ohne und mit reduzierter Schaufelzahl vor dem Absatz

#### 5.3.7.4 Verlustbeiwerte mit zylindrischer und konischer Gehäusewand

Die positiv geneigte Leitschaufel (*Lean*) in einem zylindrischen Strömungskanal hat, insbesondere bei kleinem Erstreckungsverhältnis (*aspect ratio*), in der Nabenzonen einen verminderten Verlust, der allerdings durch die Verlufterhöhung im Gehäusebereich wegen der

spitzwinkligen Ecke zwischen Saugseite und Seitenwand kompensiert oder überkompensiert wird.

Im hier untersuchten Fall hat die geneigte Schaufel  $Lean_{2A}$  allerdings ein Erstreckungsverhältnis von 2.1 und ist in einem konischen Gehäuse verwendet. Um den Einfluß der Gehäusewand zu eliminieren, wurden die radialen und die geneigten Leitschaufeln mit zylindrischen Gehäusewänden zusätzlich untersucht, deren errechnete umfangsgemittelte Verlustverteilungen ist über der Schaufelhöhe in der Abb. 5.35 dargestellt und ihre integrierten Verlustbeiwerte in der Tab. 5.6 zusammengestellt.

Abb. 5.35 zeigt, wenn die beiden Schaufeln mit den selben Gehäusewänden verglichen werden, kommt der Einfluss der Schaufelneigung deutlich zum Ausdruck. In Nabennähe wird der Verlust durch die Neigung - wie zu erwarten - klar reduziert. In der Schaufelmitte von 25% und 75% bezogener Schaufelhöhe sind die Unterschiede gering und in Gehäusenähe erhöht sich durch die Neigung der Verlust. Insgesamt wird im oberen Viertel der Schaufel der Verlust durch das konische Gehäuse erhöht.

Der Vergleich der integrierten Verlustbeiwerte in Tab. 5.6 ergibt für beide Gehäuseformen eine Verlustverminderung um etwa 4% durch die Schaufelneigung. Wahrscheinlich ist dies darauf zurückzuführen, dass bei dieser relativ langen und schlanken Schaufel der Sekundärverlust am Gehäuse deutlich geringer ist als an der Nabe, dies wird auch durch die Kurve in Abb. 5.35 bestätigt. Der Einfluss der Verlustreduktion durch die positive Neigung an der Nabe wird daher grösser sein als die Vergrößerung durch die geringe Neigung am Gehäuse.

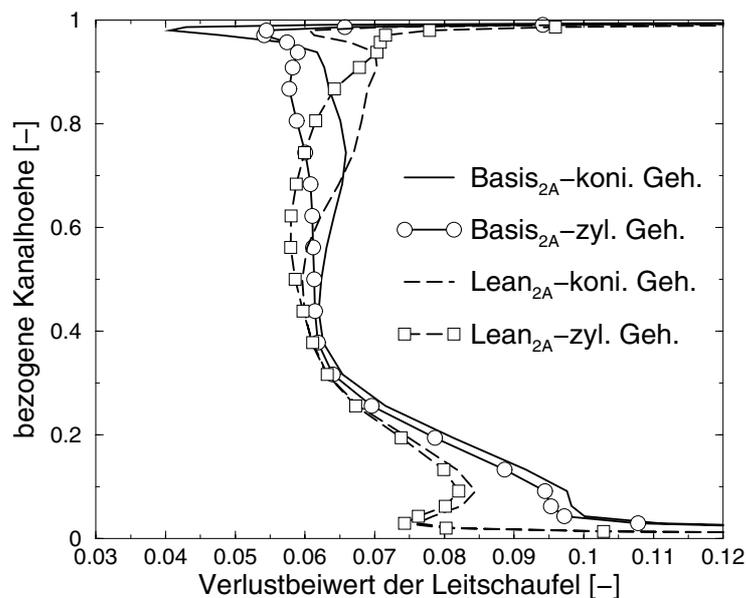


Abb. 5.35: Umfangsgemittelte Verlustverteilungen der Leitbeschaufelungen mit zylindrischer und konischer Gehäusewand

Bezeichnung	$Basis_{2A}$ (konisch)	$Lean_{2A}$ (konisch)	$Basis_{2A}$ (zylindrisch)	$Lean_{2A}$ (zylindrisch)
$\zeta_{rech} [-]$	0.0767	0.0731	0.0745	0.0715
$\Delta\zeta_{rech} [\%]$	-	-4.710	-	-4.040

*Tab. 5.6:* Integrierte Verlustbeiwerte der Leitbeschaufelungen mit konischer und zylindrischer Gehäusewand (vor dem Absatz)

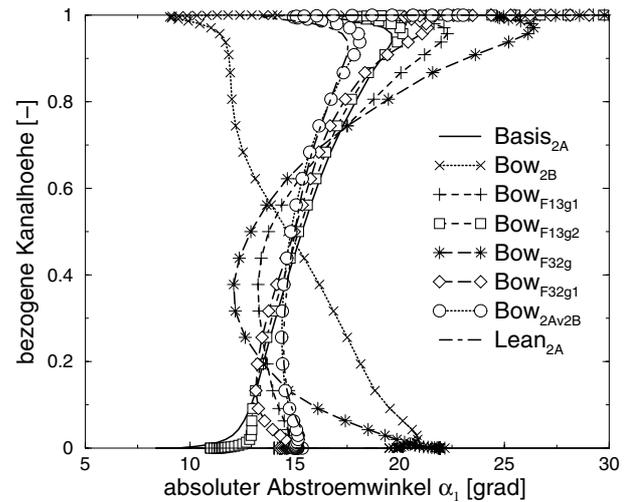
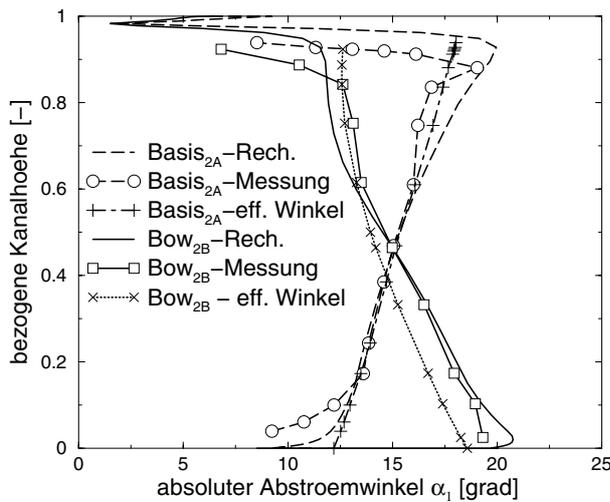
### 5.3.8 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die absolute Umlenkung

Die aerodynamische Funktion der Schaufelkränze in der Turbomaschine ist die Umlenkung der Strömung, die durch den absoluten Abströmwinkel charakterisiert wird. Aus diesem Grund ist es daher wichtig zu erkennen, welche Auswirkung die tangentielle Schaufelkrümmung auf den absoluten Abströmwinkel hat?

Bei der konventionellen (radialen) Leitschaufelgeometrie wird die Umlenkung der Strömung über der Schaufelhöhe von der Teilung in erheblichem Maß beeinflusst. Diese Aussage kann in der Abb. 5.36 für die radiale Leitschaufel demonstriert werden. Sie zeigt, dass der effektive nach der Sinusregel ermittelte Austrittswinkel bei der radialen Leitschaufel eigentlich entsprechend der üblichen Tendenz über der Schaufelhöhe zunimmt. Jedoch stellt sich diese Winkeltendenz bei der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{2B}$  ganz umgekehrt dar, d.h. ihr effektiver Austrittswinkel nimmt wegen der zusätzlichen Schaufelverwindung über der Schaufelhöhe degressiv ab. Dies ist nicht auf die Schaufelkrümmung, sondern auf die mit der Basisschaufel nicht vergleichbare Schaufelgeometrie zurückzuführen.

Der berechnete absolute Abströmwinkel über der Schaufelhöhe für die radiale und die gekrümmte Leitschaufel  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  zeigt in der Abb. 5.36 eine Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnisse dar, insbesondere unterhalb von ca. 0.6 bezogener Schaufelhöhe. Die Winkelverteilung der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{2B}$  ergab in diesem Bereich bei den berechneten sowie bei den experimentellen Ergebnissen eine explizite Minderumlenkung, die hauptsächlich auf die tangentielle Krümmung zurückgeht. Im oberen Bereich wurde die Minderumlenkung bei der radialen Leitschaufel wesentlich von der konischen Gehäusewand beeinflusst.

Um den Einfluß des Absatzes zu vermeiden, wurde der umfangsgemittelte absolute Abströmwinkel über der Schaufel in der Abb. 5.37 für die zusätzlichen Leitbeschaufelungen vor dem Absatz dargestellt. Obwohl die geneigten und die einseitig gekrümmten Leitschaufeln  $Lean_{2A}$  und  $Bow_{2Av2B}$  keine gleiche tangentielle Neigung im oberen Schaufelbereich haben, erzeugen sie fast gleiche Umlenkungsverteilungen über der ganzen Schaufelhöhe. Da diese beiden Schaufeln und die Schaufel  $Bow_{2B}$  eine ähnliche Krümmungstendenz besitzen, bewirken sie ähnliche Umlenkungsverteilungen. Die Minderumlenkungen unterhalb



**Abb. 5.36:** Umfangsgemittelte Abströmwinkel der Leitbeschaufelungen über der Kanalhöhe in der Meßposition 1 (MP1) und vor dem Absatz der Kanalhöhe vor dem Absatz

der Schaufelmitte ergeben sich aus der Schaufelneigung in diesem Bereich (*verminderte Umfangskraft*). Die Mehrumlenkung in der oberen Schaufelhälfte wird im Wesentlichen durch die veränderte Meridianströmung und die Verschiebung der Schaufelbelastung noch verursacht.

Bei den beidseitig gekrümmten Leitbeschaufelungen werden die Umlenkungen durch die positive Schaufelkrümmung in den beiden Randzonen vermindert. Diese Auswirkung kann durch größere tangentielle Schaufelkrümmung explizit verstärkt werden. Der Grund ist die durch die lokale Profilneigung reduzierte Umfangskraft. Bei diesen Schaufeln mit größeren Krümmungszonen erhöhen sich die Umlenkungen aber zusätzlich noch im mittleren Bereich der Schaufel. Diese steigenden Umlenkungen sind durch die verzögerte Meridianströmung und die resultierende vergrößerte Umfangskraft in diesem Gebiet beeinflusst. So bekommen die gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$  starke Änderungen der Umlenkung über der ganzen Schaufelhöhe.

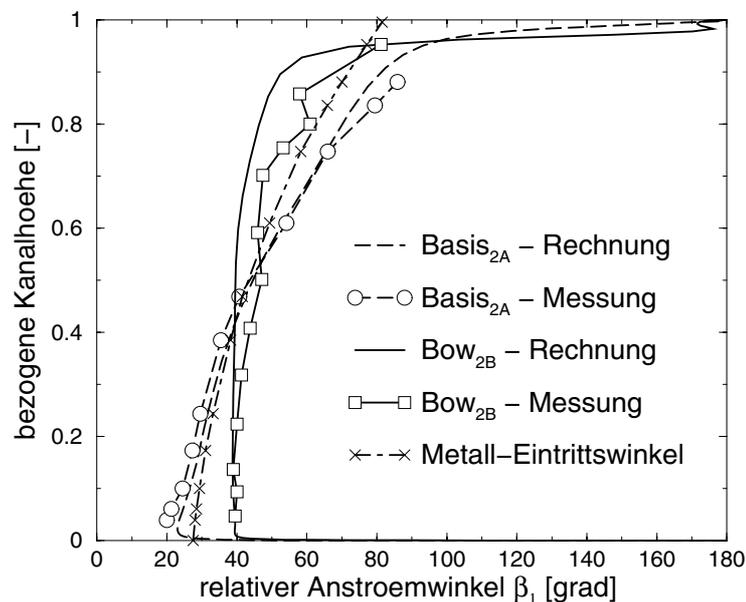
Wenn die Verteilung des Abströmwinkels sich über der Schaufelhöhe stark verändert, wird sie auch die Anströmung für die folgende Schaufel verändern. Außerdem beeinflusst ein solcher vergrößerter Abströmwinkel auch unmittelbar die axiale Strömungsgeschwindigkeit, d.h. diese Geschwindigkeit wird beschleunigt. Umgekehrt verzögern sie sich wegen abnehmender Abströmwinkel. Die veränderten axialen Geschwindigkeiten werden dadurch die Stromdichte, den Massenstrom und die Krümmung der Stromlinien der Meridianströmung direkt beeinflussen, deren Eigenschaften bereits im Abschnitt 5.3.1 beschrieben wurden. Aus diesem Grund entsprechen die vorher beschriebenen Verteilungstendenzen der axialen Geschwindigkeit in der Abb. 5.7 den obigen Verteilungen der Abströmumlenkung in der Abb. 5.37.

## 5.4 Turbinenstufe mit Axialspalt 14.0 mm: Rotor

Im letzten Abschnitt 5.3 versuchten wir, die möglichen Auswirkungen der tangentialen Schaufelkrümmung auf die aerodynamischen Eigenschaften im Detail zu diskutieren. Jedoch wurden sie hauptsächlich im Zusammenhang mit den Leitschaufeln behandelt. Bei einer Turbinenstufe können ihre positiven Auswirkungen, falls die Laufschaufel nicht an die veränderten Abströmbedingungen der Leitschaufel angepasst wird, zu einer Verschlechterung der Laufschaufel-Strömung führen. Aus diesem Grund ist es wichtig, dass wir deren wichtige aerodynamischen Eigenschaften weiter behandeln.

### 5.4.1 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die relative Anströmung

Die Abströmwinkel der Leitschaufeln, die im Abschnitt 5.3.8 diskutiert wurden, beeinflussen aufgrund der Veränderung der Geschwindigkeitsdreiecke die Anströmwinkel des Rotors. Dieser Einfluß auf die Anströmung der Laufschaufel eine wichtige Rolle für die Verluste der Laufschaufel spielt.



*Abb. 5.38:* Umfangsgemittelte relative Anströmwinkel der Laufschaufel über der Kanalhöhe in der Meßposition 1 (MP1)

Abb. 5.38 zeigt die umfangsgemittelten relativen Anströmwinkel der Laufschaufel über der Kanalhöhe in der Meßposition 1 (MP1), die mit den Messungen für die radialen und gekrümmten Leitschaufeln *Basis<sub>2A</sub>* und *Bow<sub>2B</sub>* verglichen werden. Die berechneten Verteilungen stimmen mit den experimentellen Ergebnissen überein, insbesondere für die radiale

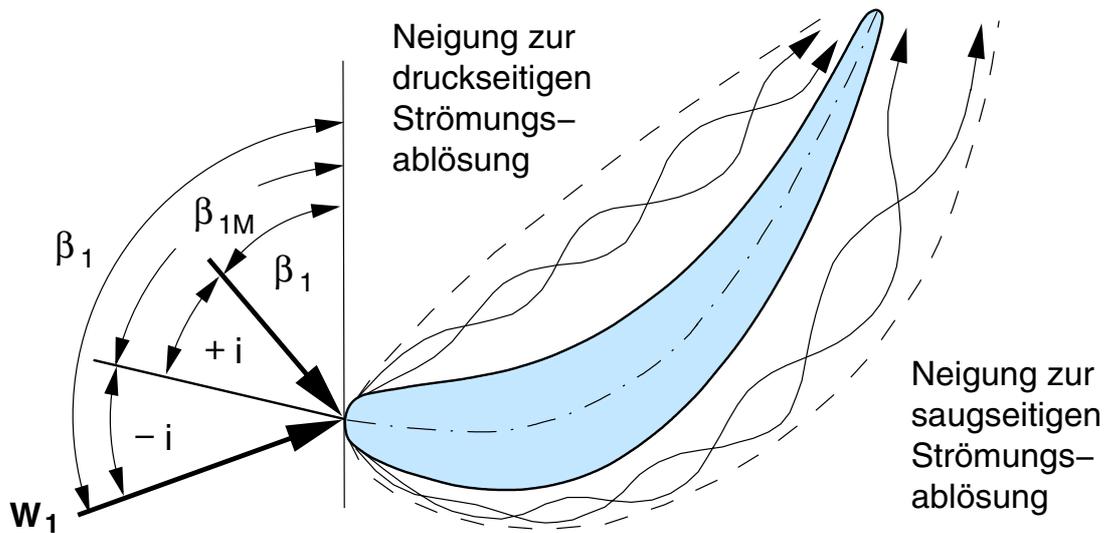


Abb. 5.39: Schematische Darstellung der Neigung zur Strömungsablösung auf der Druck- und Saugseite der Laufschaufel durch negative sowie positive Inzidenz

Leitbeschaukelung, d.h. ihre relativen Anströmwinkel haben eine gute quantitative Anpassung an den Rotor über der ganzen Kanalhöhe.

Der Übergang von  $Basis_{2A}$  zu  $Bow_{2B}$  bewirkt sowohl in der Messung als auch in der Rechnung im unteren Drittel der Schaufel eine Veränderung des relativen Anströmwinkels von  $15^\circ - 20^\circ$ . Während im mittleren Drittel die Veränderung gering ist, erreicht sie im oberen Drittel wieder bis zu  $20^\circ$ . Diese Winkeländerungen sind für die Rotorströmung durchaus von Bedeutung.

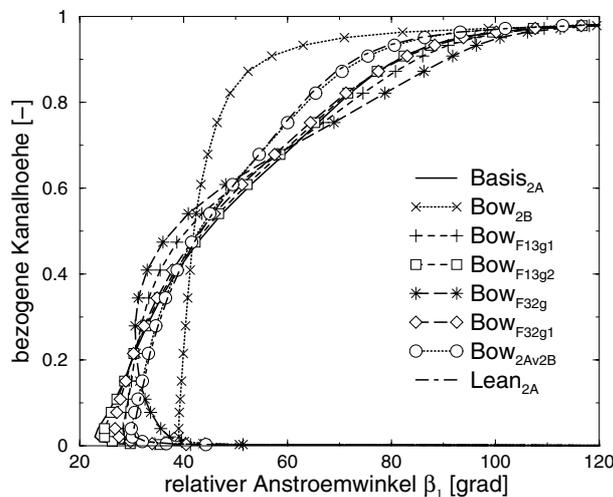
Bei der Bewertung der relativen Anströmung auf die Strömung spielt der Inzidenzwinkel eine wichtige Rolle, was durch eine schematische Darstellung in der Abb. 5.39 deutlich demonstriert werden kann. Diese Abbildung zeigt: wegen zu steiler Anströmung, d.h. wegen zu großer positiver oder negativer Inzidenz werden Neigungen zur Strömungsablösung jeweils auf der Saug- und Druckseite entstehen. Solche vorzeitig abreißen Strömungen erhöhen den Verlust. Wegen des längeren Strömungsweges und der höheren Geschwindigkeit wird sich die Ablösung auf der Saugseite stärker auswirken. Daher wird eine positive Inzidenz empfindlichere Verluste als eine negative Inzidenz bewirken. Aus diesem Grund soll eine zu große positive Inzidenz möglichst vermieden werden.

Daher wurden die Inzidenzwinkel der Anströmung des Rotors mit Hilfe der folgenden Definition:

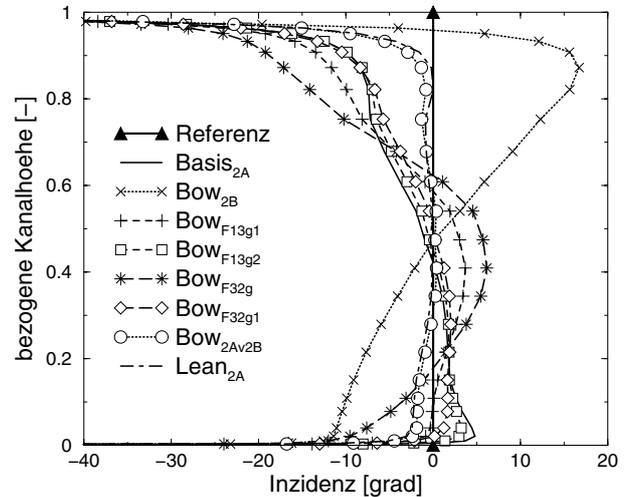
$$i = \beta_{1M} - \beta_1$$

für alle zusätzlich untersuchten Leitbeschaukelungen ausgewertet. Deren Verteilungen der

umfangsgemittelten Anströmwinkel über der Kanalhöhe sind in den Abb. 5.41 und 5.40 dargestellt.



**Abb. 5.40:** umfangsgemittelte relative Anströmwinkel der Laufschaufel über der Kanalhöhe vor Schaufelvorderkante



**Abb. 5.41:** umfangsgemittelte Inzidenz der Laufschaufel über der Kanalhöhe vor Schaufelvorderkante

Aus beiden Abbildungen können wir erkennen: Die radiale Leitschaufel  $Basis_{2A}$  hat eine kleine positive Inzidenz in der Nabenrandzone. Im oberen Schaufeldrittel steigt sie allerdings bis über  $-10^\circ$  an, so dass dort die Anpassung der Laufschaufel nicht völlig optimal ist. Sehr günstig ist der Inzidenz-Verlauf für die geneigten und einseitig gekrümmten Leitschaufeln, an die das Laufrad perfekt angepasst ist. Deutlich anders verläuft die Inzidenz des Laufrads für die beidseitig gekrümmten Leitschaufeln. Besonders für die stark gekrümmte Variante  $Bow_{F32g}$  erreicht sie im oberen Bereich Werte über  $-20^\circ$ , was zusätzliche Verluste zur Folge hat.

Generell zeigt sich, dass bei deutlich geneigten bzw. gekrümmten Leitschaufeln eine Anpassung des Laufrads an das geänderte Strömungsfeld erforderlich ist, um die Vorteile dieser Geometrie voll auszuschöpfen.

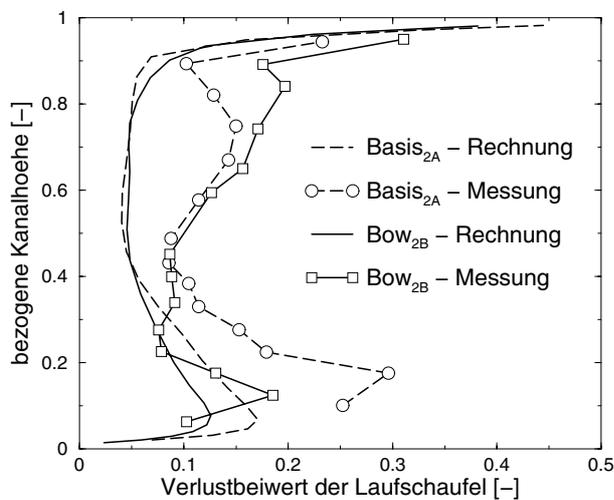
## 5.4.2 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Verlustbeiwert

Um den totalen Verlust der Turbinenstufe zu untersuchen, muss man nicht nur den Verlustbeiwert der Leitschaufel, sondern auch den Verlustbeiwert der Laufschaufel berücksichtigen. D.h. obwohl der Verlustbeiwert durch tangentialer Schaufelkrümmung bei der Leitbeschaukelung verbessert werden konnte, wurde die Anströmung der Laufschaufel auf Grund der vorbeschriebenen Anströmwinkel bzw. Inzidenz auch verändert. Diese Änderung wird den Verlustbeiwert der Laufschaufel beeinflussen. Aus diesem Grund wurden diese Verlustbeiwerte für alle durchgerechneten Leitbeschaukelungen mit einer ähnlichen Definition wie die

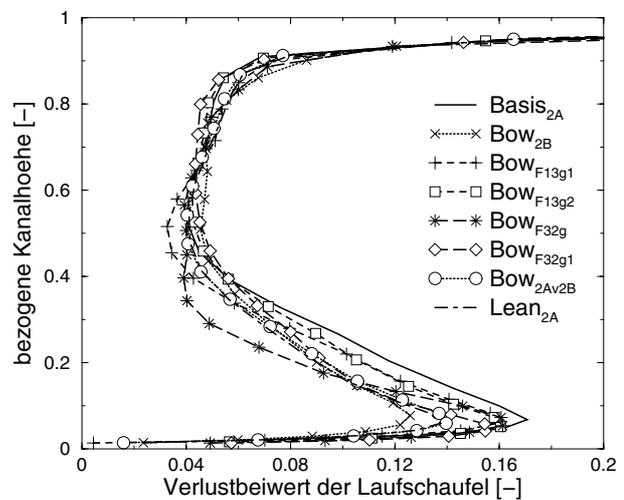
Gl. (5.22) nach TRAUPEL [97] ausgewertet. Jedoch wurden Geschwindigkeiten und Enthalpiegefälle für die Laufschaufel im relativen System jeweils als  $w_1$ ,  $w_2$  und  $\Delta h_s^{la}$  verwendet. Alle ausgewerteten aerodynamischen Parameter sind entlang der Stromlinien ausgewertet.

### 5.4.2.1 Umfangsgemittelte Verlustbeiwerte der Laufschaufel

Ein Vergleich zwischen den berechneten und experimentellen Ergebnisse der umfangsgemittelten Verlustbeiwerte der Laufschaufel ist in den folgenden beiden Abbildungen 5.42 und 5.43 über der Kanalhöhe dargestellt.



*Abb. 5.42:* Umfangsgemittelte Verlustbeiwerte der Laufschaufel über der Kanalhöhe in der Meßposition 2 (MP2)



*Abb. 5.43:* Umfangsgemittelte Verlustbeiwerte der Laufschaufel über der Kanalhöhe in der Meßposition 2 (MP2) für alle berechneten Leitbeschaukelungen

Abb. 5.42 zeigt, dass die errechneten Verlustverteilungen der Laufschaufel über der ganzen Kanalhöhe bei den radialen und gekrümmten Leitbeschaukeln  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  die Verteilungstendenz des Experimentes abbilden können. Jedoch ergaben sie niedrigere Beiwerte über der ganzen Kanalhöhe jeweils um 33,5% und 39,3%. Aus der Tabelle 5.7 können wir für die gemittelten integrierten Verlustbeiwerte explizit erkennen, dass die errechnete Verlustreduzierung der Tendenz des Experiments auch entspricht.

Die allgemeine Erfahrung zeigt, dass - zumindest bis jetzt - bei der numerischen Berechnung der Strömung in Turbomaschinen die Verlustwerte häufig die grössten Differenzen zu experimentell ermittelten Werten aufweisen. Dafür gibt es vielerlei Gründe z.B. die Anwendung des voll turbulenten Modells um das Schaufelprofil und der Verlust des instationären Effektes. Ein grundsätzliches Problem ist in den meisten praktisch verwendeten Programmsystemen die auch in dieser Arbeit verwendeten Behandlung im jeweiligen Relativsystem des Schaufelkranzes in Verbindung mit einer Umfangsmittelung, durch die der

instationäre Charakter der realen Turbomaschinenströmung (und seine auffälligen Auswirkungen auf den Verluste) völlig eliminiert wird. Die Erfahrung zeigt aber auch, dass die Wirkungsgrad-Differenzen für verschiedene numerisch berechnete Varianten trotz Abweichungen der Absolutwerte häufig recht wirklichkeitsnah sind, so dass die Verwendung der Numerik zu Optimierung durchaus erfolgreich sein kann.

Abb. 5.43 beschreibt umfangsgemittelte errechnete Verlustverteilungen der Laufschaufel bei der Verwendung der zusätzlichen Leitbeschaufelungen. Da die Inzidenz bei der Verwendung der geneigten und gekrümmten Leitbeschaufelungen in der Nabenrandzone verkleinert und zu negativen Werte verändert wurde, wurden ihre Verlustverteilungen in dieser Randzone bis ca. 0.4 bezogene Kanalhöhe merklich reduziert, insbesondere bei der geneigten und einseitig gekrümmten Leitschaufel sowie für die gekrümmte Leitschaufel mit größerer Krümmungszone  $Bow_{F32g}$  wegen der großen negativen Inzidenz in dieser Randzone. Daher bekommen sie eine deutliche Reduzierung der gesamten Verlustverteilungen unterhalb der Kanalmitte.

Im Kopfbereich haben die meisten Verlustverteilungen außer den Leitschaufeln  $Bow_{F13g2}$  und  $Bow_{F32g1}$  zugenommen, insbesondere bei der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{2B}$  wegen schlechter positiver Inzidenz. Obwohl die Leitschaufeln außer  $Bow_{2B}$  negative Inzidenzen bzw. geringe negative Inzidenzen bei Leitschaufeln  $Bow_{2Av2B}$  und  $Lean_{2A}$  besitzen, sind ihre Verluste im diesem Bereich erhöht. Da die Laufschaufel hierbei eigentlich ein beschleunigendes Schaufelprofil aufweist, wird die Auswirkung der Inzidenz in dieser Zone auch schwächer als sie in der Nabenrandzone ist.

Für die absoluten gemittelten integrierten Verlustbeiwerte in der Tabelle 5.7 können wir finden, dass die vergrößerten Verlustbeiwerte im Kopfbereich durch ihre großen Verlustreduzierungen in der Nabenrandzone übertroffen werden. Bei der geneigten und einseitig gekrümmten Leitschaufel sowie der beidseitig gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{F32g}$  stellt sich diese Tendenz deutlicher dar.

Bezeichnung	$\zeta_{rech}$	$\Delta\zeta_{rech}$ [%]	$\zeta_{exp}$	$\Delta\zeta_{exp}$ [%]	$\Delta\zeta_{r,e}$	$\Delta\zeta_{r,e}$ [%]
$Basis_{2A}$	0.0814	-	0.122	-	-0.0406	-33.5
$Bow_{2B}$	0.0737	-9.533	0.121	-0.991	-0.0473	-39.3
$Bow_{2Av2B}$	0.0731	-10.194	-	-	-	-
$Lean_{2A}$	0.0726	-10.788	-	-	-	-
$Bow_{F13g1}$	0.0771	-5.346	-	-	-	-
$Bow_{F13g2}$	0.0789	-3.149	-	-	-	-
$Bow_{F32g}$	0.0728	-10.531	-	-	-	-
$Bow_{F32g1}$	0.0761	-6.571	-	-	-	-

*Tab. 5.7:* Integrierte Verlustbeiwerte der Laufschaufel für die zusätzlichen Leitbeschaufelungen

### 5.4.2.2 Vergleich des Spaltverlustes ohne und mit Absatz

Die durchgeführten Berechnungen enthielten keinen reinen Spaltverlust im Kopfbereich der Laufschaufel, sondern einen zusätzlichen Verlust durch den Absatz in der Gehäusewand. Um den Einfluß des Absatzes zu untersuchen, wurde ein Vergleich mit dem Spaltverlust durchgeführt und in der Abb. 5.44 dargestellt.

Die Abbildung zeigt, dass die Verlustverteilung nicht nur durch die zylindrische Gehäusewand (*ohne Absatz*) beim radialen Spaltverlust im Kopfbereich reduziert werden kann, sondern dass sie ihren Verlustbeiwert auch gleichzeitig in der Nabenrandzone bis zur 0.4 bezogenen Kanalhöhe verbessert. Im Mittenbereich der Kanalhöhe bleibt aber keine Änderung der Verlustverteilung. An dem absoluten gemittelten integrierten Verlustbeiwert kann man noch deutlicher sehen, dass bei der Verwendung einer zylindrischen Gehäusewand der radiale Spaltverlust um ca. 4.578% niedriger ist als mit dem Spalt mit dem Absatz.

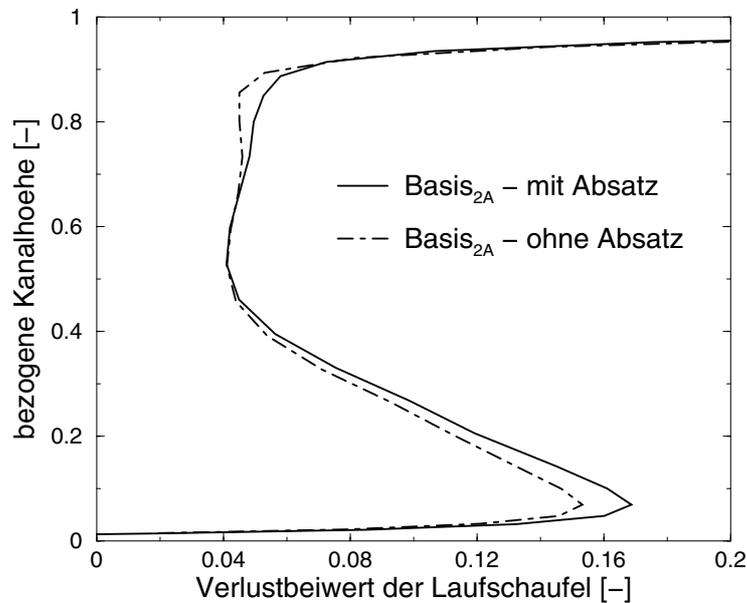


Abb. 5.44: Vergleich der umfangsgemittelten Verlustverteilungen der Laufschaufel ohne und mit Absatz

### 5.4.3 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die relative Abströmumlenkung

Die veränderte Anströmung der Laufschaufel wird nicht nur den Verlust beeinflussen, sondern grundsätzlich auch ihre Abströmumlenkung verändern, da diese Strömungsumlenkung von dem Sekundärwirbel der Strömung in den beiden Randzonen deutlich beeinflusst werden kann.

Abb. 5.45 zeigt die umfangsgemittelten relativen Abströmwinkel  $\beta_2$  über der Kanalhöhe

in der Meßposition 2 (MP2) für die radiale und die gekrümmte Leitschaufel  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$ . Insgesamt können die errechneten Umlenkungsverteilungen das Experiment wieder gut abbilden. Sogar stimmen ihre Umlenkungen im Kopfbereich mit der Wirkung des radialen Spaltwirbels gut überein. Im Fußbereich wird hingegen der in den Messungen deutliche *Underturn/Overturn*-Effekt, der durch die Sekundärströmung hervorgerufen wird, in der numerischen Rechnung nur unzureichend wiedergegeben. Damit in Zusammenhang dürften stehen, dass die Rechnung auch die gemessenen Laufschaufelverluste im nabenseitigen Sekundärströmungsgebiet, wie in Abb. 5.45 zu sehen, nur wesentlich geringer ergibt. Zu berücksichtigen sind allerdings auch die meßtechnischen Schwierigkeiten in den Randzonen, die die Genauigkeit vermindern und andererseits auch die Probleme, die Profil- und Seitenwand-Grenzschichten mit dem verwendeten *Baldwin-Lomax*-Turbulenz Modell realistisch zu simulieren.

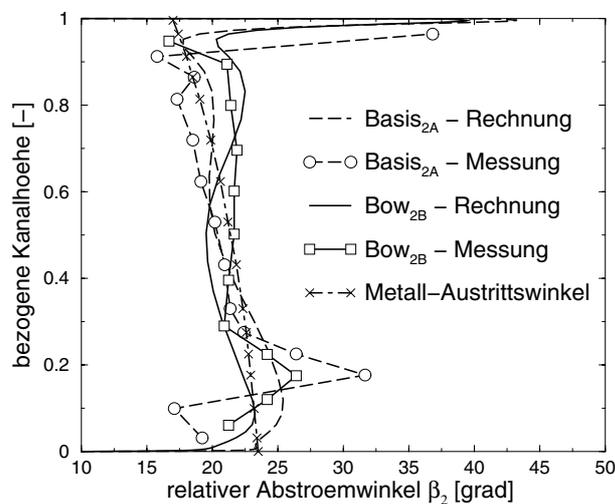


Abb. 5.45: Umfangsgemittelte relative Abströmwinkel  $\beta_2$  über der Kanalhöhe in der Meßposition 2 (MP2)

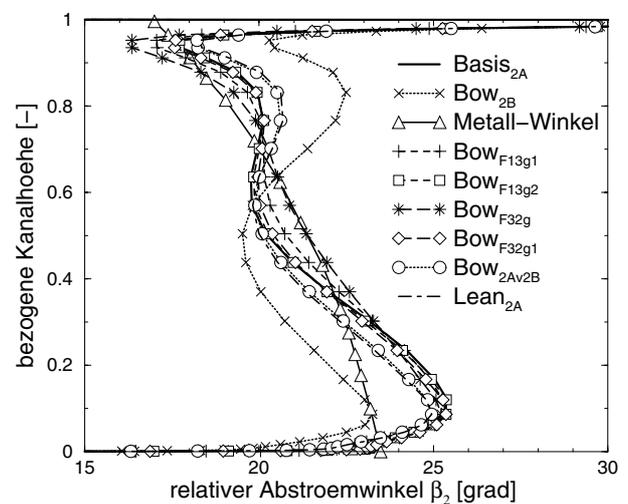


Abb. 5.46: Umfangsgemittelte relative Abströmwinkel  $\beta_2$  über der Kanalhöhe in der Meßposition 2 (MP2) für alle berechneten Leitbeschaukelungen

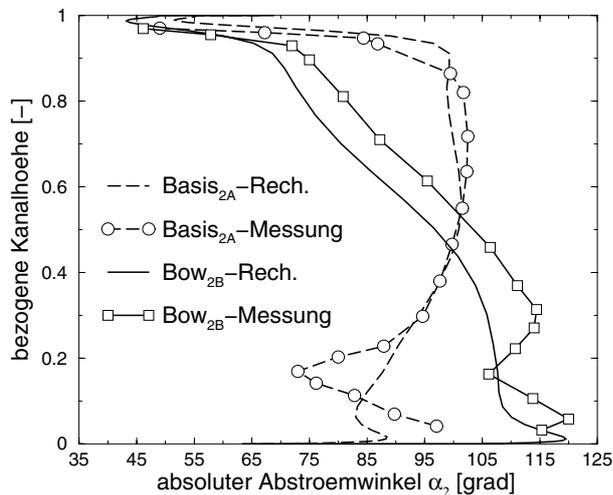
Abb. 5.46 beschreibt den umfangsgemittelten relativen Abströmwinkel  $\beta_2$  über der Kanalhöhe in der Meßposition 2 (MP2) für alle errechneten Leitbeschaukelungen mit einer vergrößerten Skala. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass in allen Fällen nur das Leitrad verändert wurde, die Laufschaufel blieb unverändert. Damit sind alle dargestellten Veränderungen der Laufrad-Abströmung eigentlich indirekter Art, d.h. durch die veränderte Laufrad-Zuströmung und das veränderte Meridian-Stromlinienbild hervorgerufen. Es leuchtet daher ein, dass sich - abgesehen von der grundsätzlich verschiedenen Leitschaufel  $Bow_{2B}$  - nur relativ geringe Unterschiede zeigen. Insgesamt wird auch der Einfluss der Sekundärströmung im Fuß- und Kopfbereich zutreffend wiedergegeben - wenn auch quantitativ geringer als in der Messung.

Grundsätzlich spielen diese Verteilungsänderungen des Abströmwinkels und der Axialgeschwindigkeit für die Anströmung der nächsten Stufe eine wichtige Rolle, d.h. die An-

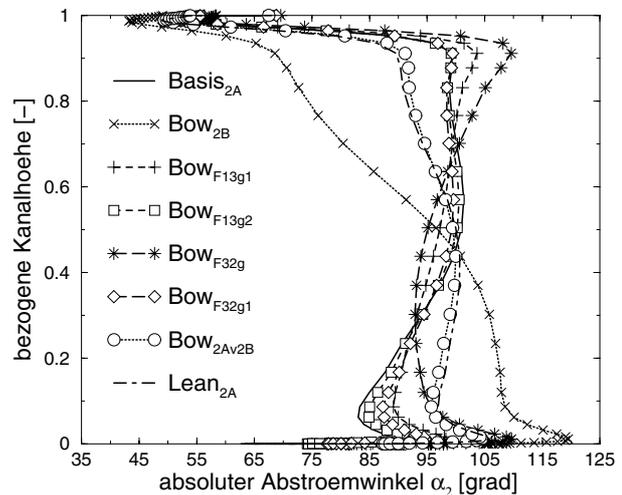
strömwinkel  $\alpha_2$  der nachfolgende Leitschaufel wird direkt beeinflusst. Um eine günstige Anströmung für nächste Stufe möglichst zu erzeugen, soll der geeignete relative Abströmwinkel  $\beta_2$  bereits bei der Entwicklung der Laufschaufel im notwendigen Fall berücksichtigt werden.

#### 5.4.4 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf den absoluten Abströmwinkel $\alpha_2$

Wie im letzten Abschnitt 5.4.3 schon kurz gezeigt, wird die Anströmung der nächsten Turbinenstufe direkt durch den veränderten relativen Abströmwinkel  $\beta_2$  beeinflusst. Über das Geschwindigkeitsdreieck wirkt auch die durch die Schaufelkrümmung veränderte axiale Abströmgeschwindigkeit  $c_{2,z}$  auf den absoluten Abströmwinkel  $\alpha_2$  ein, der direkt der Anströmwinkel des Leittrads der folgenden Stufe ist.



*Abb. 5.47:* Umfangsgemittelte absolute Anströmwinkel der nachfolgenden Leitschaufel  $\alpha_2$  über der Kanalhöhe in der Meßposition 2 (MP2)



*Abb. 5.48:* Umfangsgemittelte absolute Anströmwinkel der nachfolgenden Leitschaufel  $\alpha_2$  über der Kanalhöhe in der Meßposition 2 (MP2) für alle berechneten Leitbeschaufelungen

Die umfangsgemittelten absoluten Anströmwinkel  $\alpha_2$  der nachfolgenden Leitschaufel sind in der Abb. 5.47 über der Kanalhöhe in der Meßposition 2 (MP2) dargestellt. Die errechneten Verteilungen dieses Anströmwinkels stimmen mit den experimentellen Ergebnissen für die beiden Leitschaufeln relativ gut überein, insbesondere bei der radialen Leitschaufel. Die errechneten absoluten Abströmwinkel der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{2B}$  sind allerdings durchgehend um ca.  $5^\circ$  niedriger als die experimentellen Werte. Diese parallele Abweichung ist eigentlich von der absoluten Geschwindigkeitsverteilung verursacht, da sie eine gleiche Abweichung aufweist.

Wie schon für den relativen Abströmwinkel  $\beta_2$  in Abb. 5.45 gezeigt, tritt analog auch für den absoluten Abströmwinkel  $\alpha_2$  in Abb. 5.47 bei den Meßwerten im Nabenbereich eine

deutliche Winkelvariation auf - besonders ausgeprägt bei der Stufe  $Basis_{2A}$  -, die an sich für Sekundärströmungen typisch ist. Die Rechenergebnisse zeigen dieses Phänomen wesentlich kleiner und näher an der Nabe. Es ist nicht auszuschliessen, dass diese Winkelvariation in der Messung wegen der meßtechnischen Schwierigkeiten in der Sekundärströmungszone und der instationären Strömung übertrieben auftrat.

Üblicherweise wird bei der Turbinenauslegung angestrebt, dass der absolute Abströmwinkel  $\alpha_2$  etwa  $90^\circ$  beträgt und damit die absolute Abströmgeschwindigkeit  $c_2$  mit der axialen Abströmgeschwindigkeit  $c_{2,z}$  identisch wird, so dass eine drallfreie Anströmung für die folgende Stufe gesichert ist. Aus diesem Grund ist es wichtig zu erkennen, wie sich die geneigte bzw. gekrümmte Leitbeschaufelung auf diesen absoluten Anströmwinkel auswirkt. Solche Auswirkungen auf den umfangsgemittelten absoluten Abströmwinkel über der Kanalhöhe für alle berechneten Leitbeschaufelungen sind daher in der Abb. 5.48 dargestellt.

Abb. 5.48 zeigt, dass der absolute Abströmwinkel  $\alpha_2$  nicht nur vom relativen Abströmwinkel  $\beta_2$  sondern wesentlich auch von der Axialgeschwindigkeit abhängt. Wenn man wieder von  $Bow_{2B}$  absieht, variieren z.B. die Werte von  $\beta_2$  in 0,1 bezogener Kanalhöhe in Abb. 5.46 nur knapp  $1^\circ$ . Die Variation von  $\alpha_2$  in Abb. 5.48 macht an der gleichen Stelle fast  $7^\circ$  aus. Insgesamt liegen die Werte der Stufen mit mässig beidseitig gekrümmten Leitschaufeln nahe an der Basisstufe. Die stark gekrümmten Varianten haben eine Tendenz zu kleineren  $\alpha_2$ -Werten im Mittelbereich und zu deutlich höheren Werten in beiden Randzonen. Der  $\alpha_2$ -Verlauf der beiden geneigt bzw. einseitig gekrümmten Variante liegt nabennah höher, gehäusenah tiefer als die andere.

Insgesamt wird deutlich, dass eine geometrische Veränderung der Leitschaufel durch Neigung bzw. Krümmung auch das Strömungsfeld nach der unveränderten Laufschaufel noch deutlich verändert und somit bei der Auslegung der nach folgenden Stufe berücksichtigt werden muss.

## 5.5 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Turbinenstufe

Durch die Auswirkungen der Schaufelkrümmung auf die aerodynamischen Eigenschaften der Leit- und Laufschaufeln können wir sagen, dass die gesamten Eigenschaften der Turbinenstufe auch geändert werden.

### 5.5.1 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die spezifische Stufenarbeit

In den Abschnitten 5.3.8 und 5.4.4 können wir bereits erkennen, dass die beiden Abströmwinkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  wegen der Wirkung der tangentialen Schaufelkrümmung verändert sind. Durch diese Änderung und die Veränderung der Axialkomponenten wegen des veränderten Verlaufs der Meridianstromlinien werden die Umfangskomponente  $c_{1,\varphi}$  und  $c_{2,\varphi}$  auch geändert. Solche Änderungen spielen für die spezifische Stufenarbeit  $w_T$  eine große Rolle. Mit Hilfe der folgenden Definition der spezifischen Stufenarbeit:

$$w_T = c_{1,\varphi} u - c_{2,\varphi} u \quad (5.27)$$

kann diese Aussage explizit demonstriert werden. Das bedeutet, dass bei der Behandlung der tangentialen Schaufelkrümmung nicht nur der Verlust eine große Rolle spielt, auch die spezifische Stufenarbeit ist bei der Behandlung der Turbinenstufe sehr wichtig. Bei der Auslegung von Turbinenstufen soll, um den Energieinhalt des Mediums optimal auszunützen, eine konstante Stufenarbeit über der Schaufelhöhe erreicht werden. Dazu gibt es verschiedene Auslegungsmodelle. Das einfachste und sehr verbreitete ist die:

- Freiwirbel - oder Potentialwirbel-Beschaukelung, bei der in jeder Ebene zwischen der Schaufelkränzen die Bedingung:

$$rc_\varphi = \text{const.}$$

erfüllt ist. Bei dieser Auslegung ist die spezifische Stufenarbeit über der Schaufelhöhe automatisch konstant. Zudem ergibt sie mit der zweiten Bedingung:

$$c_z(r) = \text{const.}$$

achsparell, nicht gekrümmte Meridianstromlinien.

- An den Drallgesetze:

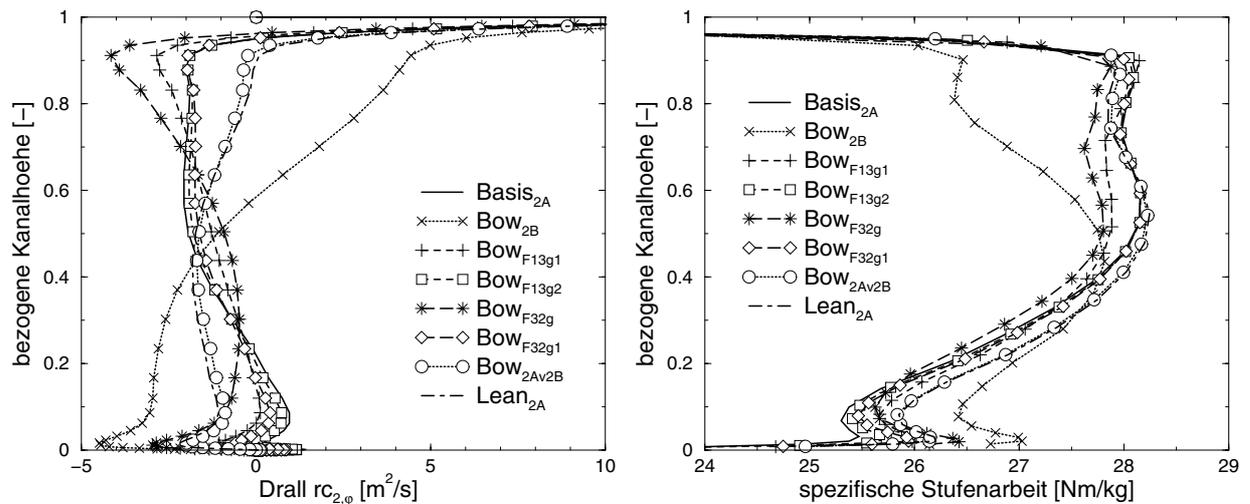
$$rc_\varphi \neq \text{const.}$$

können ebenfalls verwendet werden und haben jeweils bestimmte Vorteile. Dabei ist meist:

$$c_z(r) \neq \text{const.}$$

und eine konstante Stufenarbeit über der Schaufelhöhe muß durch eine geeignete Auslegung sichergestellt werde.

Bei einstufigen Turbinen und in der letzten Stufe mehrstufiger Maschinen strebt man zusätzlich eine drallfreie Abströmung ( $\alpha_2 = 90^\circ$ ) an, da damit die kinetische Energie der Abströmung und der damit verbundene Verlust minimiert wird.



**Abb. 5.49:** Umfangsgemittelte Drallverteilung über der Kanalhöhe in der Meßposition 2 (MP2) für alle berechneten Leitbeschaufelungen

**Abb. 5.50:** Umfangsgemittelte spezifische Stufenarbeiten über der Kanalhöhe für alle berechneten Leitbeschaufelungen

Um diese Aspekte zu beleuchten, wurden die umfangsgemittelten spezifischen Stufenarbeiten entsprechend Gl. (5.27) für alle Leitbeschaufelungen ausgewertet und mit den umfangsgemittelten Drallverteilungen über der Kanalhöhe jeweils in der Abb. 5.49 und Abb. 5.50 dargestellt. Bei der Analyse der Drallverteilungen im Austritt und der spezifischen Stufenarbeit der verschiedenen Stufen (ohne die anders ausgelegte Stufe  $Bow_{2B}$ ) in den Abb. 5.49 und 5.50 ist zunächst auf die Verteilung des relativen Austrittswinkels  $\beta_2$  des Laufrades (Abb. 5.46) zurückzugreifen. Alle untersuchten - mit dem gleichen Laufrad ausgestatteten - Varianten zeigen in der unteren Hälfte einen deutlichen Anstieg von  $\beta_2$  über den Metallwinkel hinaus, also eine geringere Strömungsumlenkung. Dies führt im gleichen Bereich zu einer Veränderung des Dralls zu positiven Werten (*Mitdrall*) und folgerichtig zu einer verminderten Stufenarbeit.

Die für alle Varianten unveränderte Laufschaufel weist also in der unteren Hälfte eine nicht ganz günstige Profilgestaltung mit zu hohem  $\beta_2$  auf, die durch verschiedene Leitradformen kaum kompensiert werden kann.

Die spezifische Stufenarbeit und ihre Veränderungen durch die Leitradgeometrie ergeben sich aus einem komplizierten Wechselspiel des Dralls  $rc_{1,\varphi}$  nach dem Leitrad und des Dralls  $rc_{2,\varphi}$  nach dem Laufrad.

- Steigerung von  $c_z$  durch *Lean* bzw. *Bow* erhöht lokal die Stufenarbeit.
- Erhöhung von  $\alpha_1$  durch *Lean* bzw. *Bow* vermindert lokal die Stufenarbeit.

Insgesamt ergibt sich daraus in Abb. 5.50 ein recht geringer Einfluss der Geometrie-Varianten auf die spezifische Stufenarbeit.

## 5.5.2 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf den totalen Stufenwirkungsgrad

### 5.5.2.1 Totaler Stufenwirkungsgrad über der Kanalhöhe

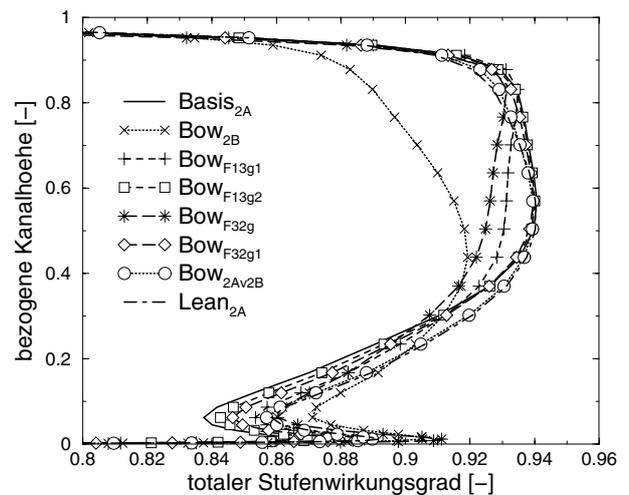
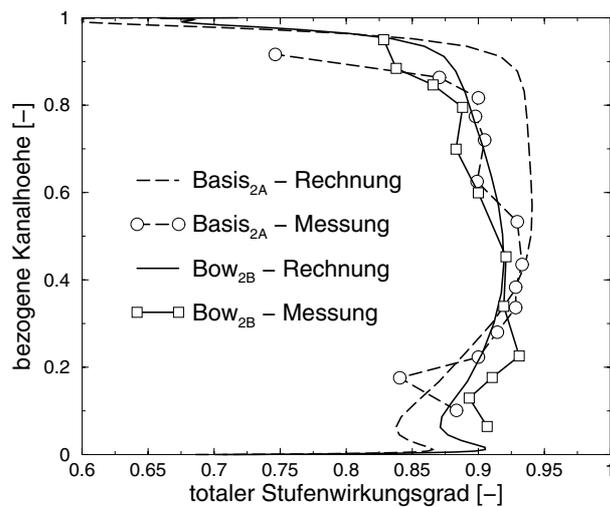
Um die Strömungsqualität einer Turbinenstufe explizit zu erkennen, wird der totale Stufenwirkungsgrad über der Kanalhöhe eine Hauptrolle spielen. Dabei wird der sogenannte totale Stufenwirkungsgrad verwendet und mit der folgenden Definition:

$$\eta_{is} = \frac{T_t - T_t^{ein}}{T_t^{ein} \left[ \left( \frac{p_t}{p_t^{ein}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]} \quad (5.28)$$

für eine axiale Turbinenstufe ausgewertet. Diese Definition beschreibt die Strömungsgüte vom Eintritt bis zur Meßebene. Um die ausgewertete Verteilung auch möglichst mit dem Experiment vergleichen zu können, wurden die errechneten Werte von der Meßposition 0 (MP0) bis zur Meßposition 2 (MP2) verwendet.

Ein Vergleich der Berechnung mit dem Experiment ist in der Abb. 5.51 für den umfangsgemittelten isentropen totalen Stufenwirkungsgrad der radialen und gekrümmten Leitbeschaukelungen *Basis*<sub>2A</sub> und *Bow*<sub>2B</sub> über der Kanalhöhe dargestellt. Die beiden errechneten Verteilungen entsprechen den Verteilungstendenzen des Experimentes. In der Nabenrandzone stimmen die beiden errechneten Verteilungen mit den experimentellen Ergebnissen gut überein. Wobei die Meßwerte naturgemäß stärker streuen. Eine Wirkungsgradverbesserung durch den *Bow* ist in Messung und Rechnung klar erkennbar. Die errechnete Verteilung des totalen Stufenwirkungsgrades im oberen Bereich ergab aber höhere Werte als die experimentelle Verteilung. Die errechnete Differenz ist deutlich größer als die experimentelle Differenz. Das bedeutet, dass bei der Berechnung der verbesserte Wirkungsgrad durch die Wirkung der tangentialen Krümmung in der Nabenrandzone vom explizit verschlechterten Wirkungsgrad in der Gehäuse- und Randzone übertroffen wurde. Damit wurde ein verschlechterter totaler Stufenwirkungsgrad für die geneigte Variante errechnet. Andererseits konnte ein verbesserter Stufenwirkungsgrad beim Experiment gemessen werden. Diese Ergebnisse entsprechen den vorgestellten Kennfeldberechnungen in der Abb. 5.3 .

Abb. 5.52 zeigt den umfangsgemittelten isentropen totalen Stufenwirkungsgrad über der Kanalhöhe für alle berechneten Leitbeschaukelungen mit vergrößerter Skala. Für alle geneigten und gekrümmten Leitbeschaukelungen werden für den totalen Stufenwirkungsgrad in der Nabenrandzone deutliche Verbesserungen erhalten, insbesondere bei den geneigten und einseitig gekrümmten Leitschaukeln *Bow*<sub>2B</sub>, *Bow*<sub>2Av2B</sub> und *Lean*<sub>2A</sub> sowie für die beidseitig gekrümmten Leitschaukeln mit großer Krümmungszone, da ihre totalen Verluste durch die Wirkung der geringeren tangentialen Schaufelkrümmung (*zur druckseitigen Richtung*) in dieser Randzone reduziert wurden.



**Abb. 5.51:** Umfangsgemittelter isentroper totaler Stufenwirkungsgrad über der Kanalhöhe für die Leitbeschaufelungen  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$

**Abb. 5.52:** Umfangsgemittelter isentroper totaler Stufenwirkungsgrad über der Kanalhöhe für alle berechneten Leitbeschaufelungen

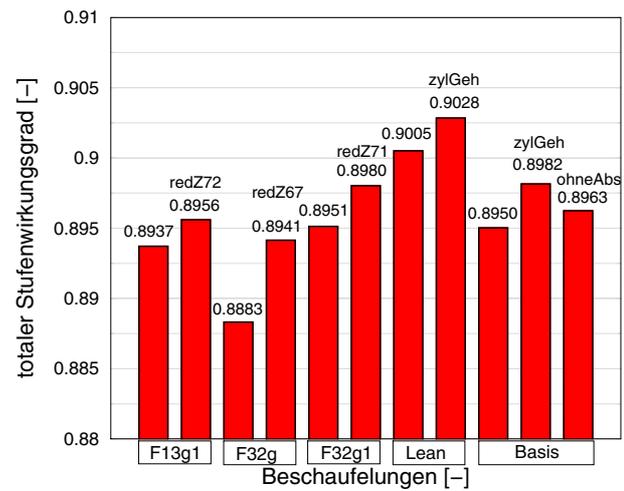
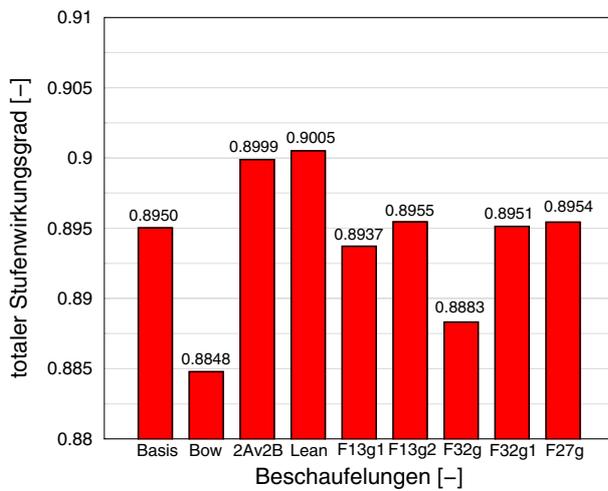
In der Gehäuserandzone sind die totalen Stufenwirkungsgrade bei den einseitig geneigten und gekrümmten Leitbeschaufelungen  $Lean_{2A}$  und  $Bow_{2Av2B}$  verschlechtert, da ihre totalen Verluste in dieser Randzone durch die Wirkung der geringeren tangentialen Schaufelkrümmung erhöht wurden. Bei den beidseitig gekrümmten Leitbeschaufelungen sind die Stufenwirkungsgrade ebenfalls durch Wirkung der positiven Schaufelkrümmung in dieser Randzone leicht verbessert. Im Vergleich mit der Nabenrandzone zeigen sich solche Verbesserungen ziemlich gering. Jedoch wurden die Wirkungsgrade im Mittenbereich der Kanalhöhe bei diesen Beschaufelungen mit großer Krümmungszone  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$  explizit verschlechtert, da ihre Verluste hier erhöht wurden. Auf diese Weise werden ihre Verbesserungen in den beiden Randzone von diesen Verschlechterungen ausgeglichen.

### 5.5.2.2 Globaler totaler Stufenwirkungsgrad

Im letzten Abschnitt 5.5.2.1 können wir die Verteilung des totalen Stufenwirkungsgrades über der Kanalhöhe deutlich erkennen. Jedoch können wir die gemittelten Werte für die Stufen nicht direkt miteinander vergleichen. Aus diesem Grund wird ein kurzer Überblick über die gemittelten Beiwerte in folgenden beiden Abbildungen 5.53 und 5.54 dargestellt und verglichen.

Die beiden Abbildungen zeigen: Die gekrümmte Leitschaufel  $Bow_{2B}$  ergab einen niedrigeren gesamten Stufenwirkungsgrad als die radiale Leitschaufel. Jedoch ergaben die geneigten und einseitig gekrümmten Leitbeschaufelungen  $Lean_{2A}$  und  $Bow_{2Av2B}$ , die mit der Basis-Schaufel direkt vergleichbar sind, verbesserte gesamte Stufenwirkungsgrade.

Bei den beidseitig gekrümmten Leitbeschaufelungen mit kleiner Krümmungszone  $Bow_{F13g2}$ ,



*Abb. 5.53:* Gemittelter isentroper totaler Stufenwirkungsgrad für die berechneten Leitbeschäufelungen

*Abb. 5.54:* Gemittelter isentroper totaler Stufenwirkungsgrad für die berechneten Leitbeschäufelungen, die mit reduzierter Schaufelzahl, zylindrischer Gehäusewand und ohne Absatz durchgeführt sind

$Bow_{F32g1}$  und  $Bow_{F27g}$  ergaben sich für die gemittelten gesamten Stufenwirkungsgrade keine deutlichen Änderungen gegenüber der Basis. Aber bei den gekrümmten Leitbeschäufelungen mit großer Krümmungszone  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$  sind die Stufenwirkungsgrade explizit reduziert, insbesondere bei der Schaufel mit einem vergrößerten tangentialen Neigungswinkel. Wenn solche gekrümmten Leitschaufeln eine reduzierte Schaufelzahl verwenden, werden ihre Stufenwirkungsgrade verbessert, insbesondere bei der Schaufel  $Bow_{F32g1}$ , die eine kleine Krümmungszone aber einen großen tangentialen Krümmungswinkel aufweist.

Abb. 5.54 zeigt noch zusätzlich, dass die Verwendung einer konischen Gehäusewand und eines Absatzes vor der Laufschaufel, wie die experimentellen Konfigurationen haben, sich die gesamten Stufenwirkungsgrade verschlechtern. D.h. wenn die Turbinenstufe mit einer zylindrischen Gehäusewand und ohne einen Absatz vor der Laufschaufel ausgeführt würde, könnten ihre gesamten Stufenwirkungsgrade auf diese Weise erhöht werden, wie für die Leitschaufeln  $Basis_{2A}$  bzw.  $Lean_{2A}$  in der Abbildung demonstriert wird.

## 5.6 Modifikationsmöglichkeit der Laufschaufel

Die Untersuchungen der unterschiedlichen Leitbeschäufelungen sind mit einer gleichen Laufbeschäufelung durchgeführt worden. Aber bei der Behandlung der Turbinenstufe konnten wir an Hand der aerodynamischen Eigenschaften bereits erkennen, dass eine tangentiale Leitschaufelkrümmung sich nicht nur auf die Strömung im Leitschaufelkanal aus-

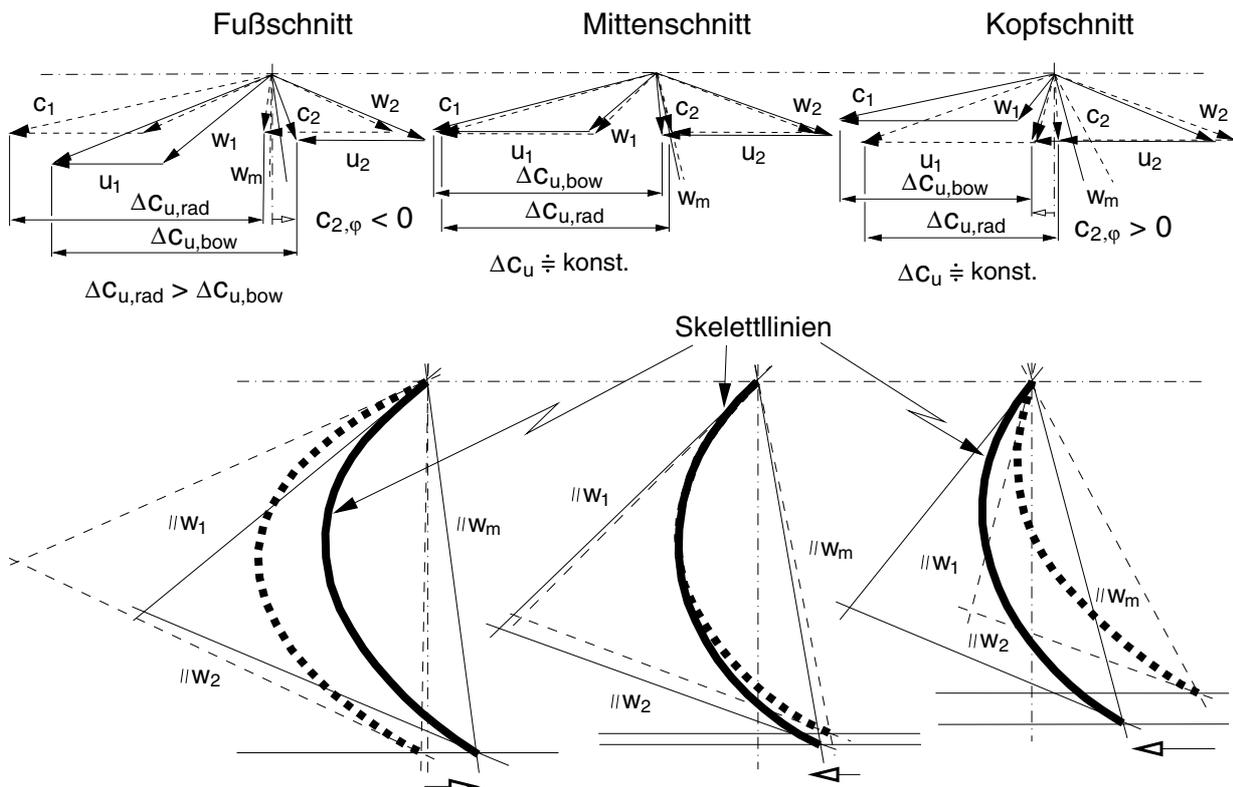
wirkt, auch die Strömungsverhältnisse in der Laufschaufel verändern sich dadurch teilweise stark. Um eine optimale Verbesserung für die gesamte Turbinenstufe zu erreichen, soll die Laufschaufelform eigentlich für jede gekrümmte Leitbeschaufelung in geeigneter Weise modifiziert werden, damit sie den geänderten aerodynamischen Verteilungen über der Schaufelhöhe wieder angepasst ist.

Eine solche vollständige Modifikation der Laufbeschaufelung wird nicht in der vorliegenden Arbeit durchgeführt. Jedoch können wir uns hier trotzdem vorstellen, wie man eine solche Modifikation durchführen kann und welche möglichen Vorteile die Laufschaufel nach der Modifikation besitzen kann.

Aus der Verwindung der Laufschaufel können wir bereits erkennen, dass die Laufschaufelform vom An- und Abströmwinkel abhängig ist. Das bedeutet, dass bei der Modifikation der Laufschaufel die Inzidenz und Abströmmulenkung eine zentrale Rolle spielen. Aus diesem Grund wurden die Änderungen des Geschwindigkeitdreieckes für die radialen und gekrümmten Leitschaufeln  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  jeweils für die Fuß-, Mitten- und Kopfschnitte zusammen gestellt und ihre quantitative bzw. schematische Darstellung für die ähnlichen Beschaufelungen  $Lean_{2A}$  und  $Bow_{2Av2B}$  im oberen Teil der Abb. 5.55 dargestellt, wobei  $w_m$  die mittlere relative Geschwindigkeit bedeutet. Im Vergleich der beiden Leitbeschaufelungen ergeben sich folgende Unterschiede: Die Umfangskomponente der absoluten Geschwindigkeit  $c_{2,\varphi}$  bei der gekrümmten Leitschaufel wurde am Fußschnitt mehr zur negativen Richtung verändert, d.h.  $c_{2,\varphi} < 0$ . Jedoch wurde die absolute Anströmgeschwindigkeit im Kopfschnitt in umgekehrter Weise zur positiven Richtung geändert, d.h.  $c_{2,\varphi} > 0$ . Solche Änderungstendenzen werden bei der Konfiguration der Laufschaufel eine wichtige Rolle spielen.

Wir können die Geschwindigkeitsdreiecke für einen Entwurf der Skelettlinien auf folgende Weise weiter verwenden. Wenn wir die relativen An- und Abströmgeschwindigkeiten  $w_1$  und  $w_2$  sowie die mittlere Geschwindigkeit  $w_m$  wie in den dargestellten Zeichnungen im unteren Teil der Abb. 5.55 für die beiden Beschaufelungen parallel schieben, werden unterschiedliche Dreiecke für alle drei Profilschnitte entstehen. Durch solche Dreiecke können die geeigneten Skelettlinien der beiden Beschaufelungen neu konstruiert werden. Wie die obige Änderungstendenz der Umfangskomponente der absoluten Geschwindigkeit  $c_{2,\varphi}$  wird die Skelettlinie der Laufschaufel bei der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{2B}$  im Fußschnitt in Richtung auf ein beschleunigendes Gitter (*Reaktionsturbinenstufe*) entwickelt. In diesem Fall hat der neue Schaufelkanal nicht mehr wie der originale Kanal die gleiche Weite über der ganzen axialen Sehnenlänge, sondern die neue Kanalweite wird über der axialen Sehnenlänge degressiv abnehmen (Düsenkanal). Ebenfalls wird das originale beschleunigende Gitter am Schaufelkopf in umgekehrter Weise wie die Tendenz von  $c_{2,\varphi}$  für die gekrümmte Leitschaufel in der Beschleunigungswirkung reduziert.

Wenn die Konfiguration der Laufschaufel über der Schaufelhöhe auf obige Weise für die gekrümmte Leitschaufel modifiziert wird, wird sie voraussichtlich folgende Vorteile ergeben:



*Abb. 5.55:* Quantitative Darstellung der radialen und gekrümmten Leitschaufel  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$ , deren Änderungen des Geschwindigkeitsdreieckes und der Modifikationstendenz im Laufschaufelprofil jeweils für die Fuß-, Mitten- und Kopfschnitte (Dabei bezeichnen die gestrichelte Linie die radiale Leitschaufel und die durchgezogene Linie die gekrümmte Leitschaufel  $Bow_{2B}$ )

- **weniger Verwindung:**

Die modifizierte Konfiguration der Laufschaufel wird deutlich weniger über der Schaufelhöhe verwunden. Auf diese Weise kann die Laufschaufel der letzten Turbinenstufe bei der Schaufelherstellung explizit vereinfacht werden, da die Laufschaufel normalerweise in dieser Stufe ein sehr hohes Streckungsverhältnis (*aspect-ratio*) besitzt. In diesem Fall wird die Schwierigkeit bei der Schaufelherstellung reduziert.

- **Verlustreduzierung:**

Das Schaufelprofil im Fußschnitt ist zur Tendenz der Reaktionsturbinenstufe modifiziert, daher soll der Verlust an dieser Randzone reduziert werden.

Die obige Modifikationstendenz entspricht den geneigten und gekrümmten Leitschaufeln  $Lean_{2A}$  und  $Bow_{2Av2B}$ , da sie gleiche bzw. ähnliche Krümmungsverläufe besitzen, ergeben sich ebenfalls ähnliche Verteilungen der aerodynamischen Eigenschaften. Da bei den gekrümmten Leitbeschaukelungen mit großer Krümmungszone  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$  komplizierte Verteilungen der Inzidenz und der Abströmwinkel über der Kanalhöhe entstanden, werden ihre Laufschaufelformen auch kompliziert konfiguriert. In diesem Fall werden solche

Modifikationen die Herstellung möglicherweise beschweren.

## 5.7 Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Wirbelbewegung der Sekundärströmung

Wie schon in den vorhergehenden Abschnitten über ein vertieftes Verständnis des dreidimensionalen Strömungsfelds sowie der Verlustmechanismen bereits deutlich gezeigt hatten, spielt die Sekundärströmung dabei wesentlich eine wichtige Rolle in der Verbesserung der Strömungsgüte der axialen Turbinenstufe. In diesem Fall können die Effekte des Sekundärwirbels und die Wechselwirkung im Schaufelkanal ebenfalls durch die Schaufelkrümmung beeinflusst werden.

Einige unterschiedliche Modelle der Sekundärströmung wurden in der Literatur vorgeschlagen, die im Abschnitt "Stand der Forschung" bereits erwähnt worden sind. In den Untersuchungsergebnissen dieser Autoren kann man ersehen, dass die Strukturen der Sekundärströmung sehr kompliziert sind. Sie stellen in den meisten Fällen Strukturen dar, die eigentlich aus Hufeisenwirbel (*horseshoe vortex*), Kanalwirbel (*passage vortex*), Wandwirbel (*wall vortex*), Eckenwirbel (*corner vortex*), Hinterkantenwirbel und Spaltwirbel (*leakage vortex*, wenn die Schaufel einen radialen Spalt hat) bestehen. Um den Verlustmechanismus im dreidimensionalen Leitschaufelkanal noch näher zu untersuchen, werden wir einige Eigenschaften der Veränderung dieser Wirbelbewegung bzw. der Sekundärströmung in den folgenden Abschnitten näher erörtern.

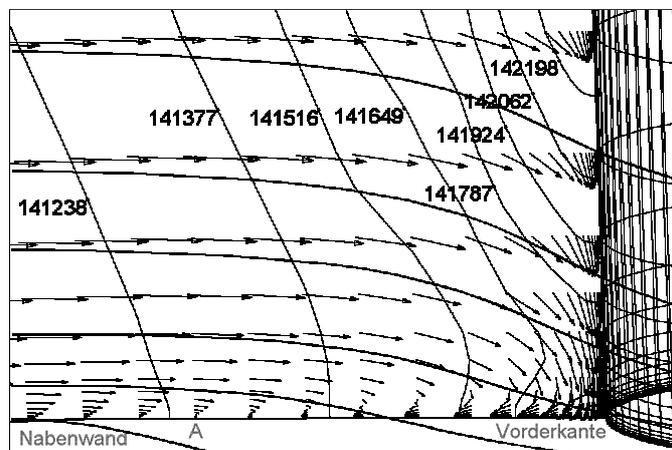
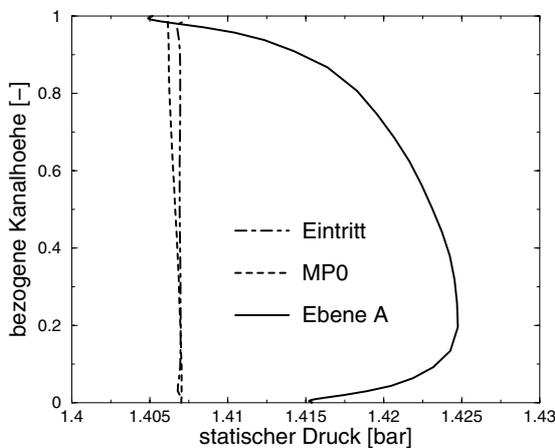
### 5.7.1 Entstehung des Sattelpunktes und des Hufeisenwirbels

Die Entwicklung und Evolution des Hufeisenwirbels können von folgenden Faktoren [11][84][104] beeinflusst werden:

- Grenzschichtdicke der Anströmung,
- Größe der Schaufelvorderkante,
- geometrische Kontur der 3D-Beschaufelung,
- Inzidenz,
- Anstieg des statischen Drucks in Strömungsrichtung vor der Vorderkante
- totaler Druckgradient in Radialrichtung.

Wenn die obigen Faktoren genügend ausgeprägt sind, wird eine Strömungsablösung (*eine Separation der Grenzschicht*) auftreten. In der vorliegenden Arbeit werden wir aber nur über den Effekt der tangentialen Schaufelkrümmung diskutieren.

Welche aerodynamische Eigenschaften werden bei dieser Ablösung vor der Schaufelvorderkante erscheinen? Um dies beantworten zu können, sollten wir das Strömungsfeld anhand folgender beider Abbildungen 5.56 und 5.57 für die radiale Leitschaufel beschreiben. Wenn die Strömung sich noch weit vor der Schaufelvorderkante befindet, z.B. am Eintritt bzw. an der Meßposition 1 (MP1), wird das Geschwindigkeitsprofil eigentlich nur von der Grenzschicht abhängig sein und die statische Druckverteilung noch konstant bzw. fast konstant bleiben.



**Abb. 5.56:** Gemittelte statische Druckverteilungen der radialen Leitbeschaufelung sowie Isolinien des statischen Drucks im nahen Bereich über der Kanalhöhe bei dem Eintritt, der Meßebeine 1 (MP1) und der Entstehungsposition des Hufeisenwirbels

**Abb. 5.57:** Entwicklung des Geschwindigkeitsprofils sowie Isolinien des statischen Drucks im nahen Bereich der Entstehung des Hufeisenwirbels in der Nabenrandzone vor der radialen Leitschaufelvorderkante

Wenn die Strömung in die Nähe der Schaufelvorderkante kommt, bleibt die statische Druckverteilung in diesem Bereich jedoch nicht mehr konstant. Die Strömung wird aufgestaut und der dynamische Druck  $\frac{\rho}{2} c^2$  wird in zunehmenden statischen Druck  $p$  umgewandelt (der Totaldruck bleibt konstant!). Die in der Grenzschicht geringere Strömungsgeschwindigkeit ergibt auch einen geringeren Anstieg des statischen Drucks beim Aufstau und somit einen negativen Gradienten des statischen Drucks zur Seitenwand hin. (siehe Abb. 5.56) Die Abbildung zeigt, dass die statischen Druckgradienten in der Position A zur Seitenwand hin ab ca. 0,2 bezogener Kanalhöhe bis zur Nabenwand entstehen ist. In Gehäusenähe gibt es noch zusätzlichen Einfluß der konischen Gehäusewand, die eine stark abgenehme Verteilung erzeugt. Um einen solchen Einfluß zu vermeiden, wurde im Folgenden die Sekundärwirbel nur in der Nabenrandzone betrachtet.

Abb. 5.57 zeigt weiter, dass die Strömung innerhalb des Grenzschichtbereichs in der Nabenrandzone, wenn sie der Schaufelvorderkante näher kommt, ab der Position A abgebremst

wird. D.h. Strömungsvektoren bzw. Strömungslinien werden durch den statischen Druckgradienten abwärts zur Nabenrandzone abgelenkt und rollen sich zur Wand hin ein. Auf diese Weise wird die Geschwindigkeit an der Wand, wie die Darstellung der Abb. 5.57 zeigt, bei der Position A zu Null, ausserdem wird  $\frac{\partial c}{\partial n} |_{n=0} = 0$  und die Strömung wird an dieser Stelle abgelöst. Eine solche Ablösungstelle bedeutet im Bild der Wandstromlinien den Sattelpunkt  $S_{p1}$ , dessen Definition durch jeweils zwei mit gemeinsamer Tangente aus ihm herauslaufende und in ihn hineinlaufende Stromlinien gekennzeichnet ist. Die Position des Sattelpunkts  $S_{p1}$  beschreibt eigentlich den Punkt der Entstehung bzw. die Entwicklung des Hufeisenwirbels (*horseshoe vortex*). Schliesslich wird ein Wirbel ausgebildet, der sich beiderseitig um die Leitschaufel legt.

Wegen der starken Druckgradienten in Querrichtung des Schaufelkanals wird der druckseitige Zweig  $S_{1d}$  von der Druckseite zur Saugseite hin transportiert. Seine Drehrichtung entspricht wesentlich dem Kanalwirbel, d.h. im Uhrzeigersinn in der Nabenrandzone. Der saugseitige Zweig  $S_{1s}$  in dieser Randzone entwickelt sich in Richtung der Saugseite und er wird wieder auf der Profilsaugseite landen. Seine Rotationsrichtung ist gerade umgekehrt gegenüber dem Kanalwirbel gerichtet. Die Entstehung des Hufeisenwirbels kann durch eine stumpfe Schaufelvorderkante begünstigt werden. Ausserdem wird seine Entwicklung auch von der Inzidenz der Anströmung beeinflusst.

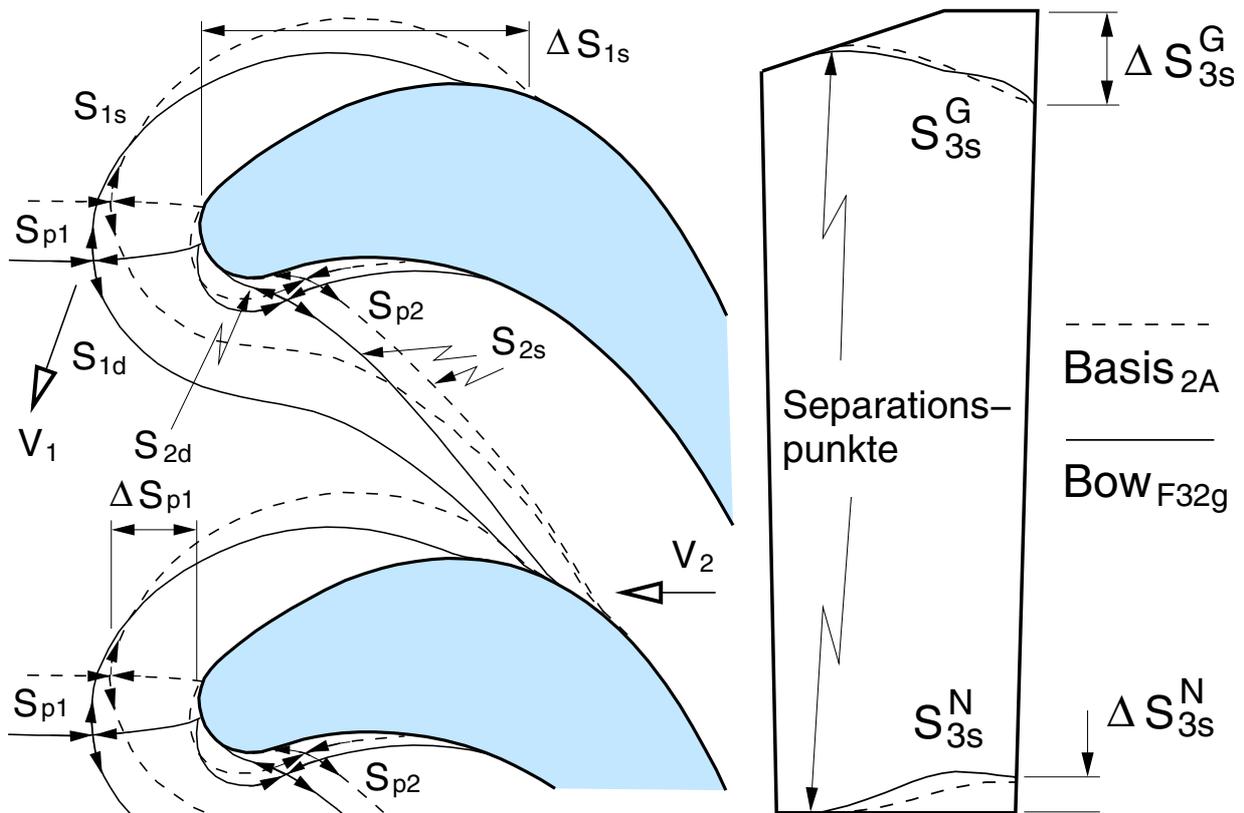
Bei der radialen Schaufel entsteht noch ein zusätzlicher Sattelpunkt  $S_{p2}$  auf der Druckseite bei 14% axialer Sehnenlänge in der Nabenrandzone, der in der Abb. 5.58 dargestellt ist, wird durch die deutliche saugseitige Anströmung (Inzidenz) des Leitschaufelprofils  $Basis_{2A}$  verursacht, die eine kleine druckseitige Ablöseblase am Profil und an der Seitenwand erzeugt. Bei anderer Gestaltung der Profilnase, z.B. bei der Leitschaufel  $Bow_{2B}$ , verschwindet sie (siehe Abb. 5.60).

## 5.7.2 Quantitativer Vergleich der Auswirkung der tangentialen Schaufelkrümmung

### 5.7.2.1 Quantitativer Vergleich des Sattelpunktes und des Hufeisenwirbels durch schematische Darstellung

Wie wir im letzten Abschnitt 5.7.1 beschrieben haben, ist die ursprüngliche Entstehung bzw. die Entwicklung des Hufeisenwirbels hauptsächlich von der Position des Sattelpunkts  $S_{p1}$  direkt abhängig, die von der dreidimensionalen Beschauung beeinflusst werden. Aus diesem Grund wird die Position des Sattelpunkts durch eine Verwendung der tangentialen Schaufelkrümmung verschoben. Dadurch wird die Wirbelbewegung direkt beeinflusst. Diese Aussage kann in den Abb. 5.58 sowie 5.60 und 5.61 demonstriert werden.

Abb. 5.58 zeigt die wandnächsten Stromlinien des Schaufelgitters an der Nabenwand für die berechneten Leitbeschauungen. Sie stellen sehr klar dar, dass von ihrem Sattelpunkt



*Abb. 5.58: Quantitative Darstellung des Hufeisenwirbels in der nabennahen  $S_1$ -Ebene für die radiale und gekrümmte Leitbeschaufelung  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{F32g}$  (Dabei bezeichnen die gestrichelte Linie die radiale Leitbeschaufel und die volle Linie die gekrümmte Leitschaufel ist die Bezeichnung wie Abb. 5.58)*

*Abb. 5.59: Quantitative Darstellung des Kanalwirbels auf der Saugseite für die radiale und gekrümmte Leitbeschaufelung (Dabei bezeichnen die gestrichelte Linie die radiale Leitbeschaufel und die volle Linie die gekrümmte Leitschaufel ist die Bezeichnung wie Abb. 5.58)*

$S_{p1}$  zwei limitierende Wand-Stromlinien jeweils in die druckseitige und saugseitige Richtung ausgehen. Sie trennen das wandnahe Rückströmgebiet des Hufeisenwirbels von der Normalströmung. Die saugseitige separierende Wand-Stromlinie  $S_{1s}$  des Hufeisenwirbels führt in die Nähe der Saugseite und trifft dann wieder auf das Profil. Die andere druckseitige separierende Wand-Stromlinie  $S_{1d}$  führt ihre Wirbel in Richtung auf die Saugseite des Nachbarprofils und verbindet sich mit dem Wirbel der saugseitigen Separationslinie auf dieser Seite. Ebenfalls sind die Wirbelzweige  $S_{2s}$  des Sattelpunktes  $S_{p2}$  auch wegen des Druckgradienten der starken Querströmung auf die Saugseite hinter den druckseitigen Zweig  $S_{1d}$  geschoben. Diese drei Wirbel bewegen sich zusammen in die stromabwärtige Richtung. Diese Abbildung zeigt aber nicht nur zwei Zweige des Hufeisenwirbels, sondern sie stellt die ganzen wandnahen Stromlinien in der Randzone und die starke Querströmung von der Druckseite zur Saugseite dar.

Durch eine Verwendung der tangentialen Schaufelkrümmung verändern obige limitierende Wand-Stromlinien sich. Ein quantitativer Vergleich dieser Änderung zwischen der radialen

und der gekrümmten Leitbeschaufelungen  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{F32g}$  kann als ein Beispiel in der Abb. 5.58 dienen und zeigt die folgenden Effekte der dreidimensionalen Separationslinie: Durch die starke Krümmung der Schaufel  $Bow_{F32g}$  verschiebt sich die Staustromlinie und damit der Punkt  $S_{p1}$  in Richtung der Druckseite und das Profil wird günstiger angeströmt. Dies führt zu einer Verkleinerung der saugseitigen Rückströmzone  $\Delta S_{1s}$  des Hufeisenwirbels und zu einer kleinen Veränderung der druckseitigen Ablösung mit  $S_{p2}$ . Wesentlich ist die Stromauf-Verschiebung der Trennstromlinie  $S_{1d}$  und ihres Berührungspunktes mit der Saugseite des nächsten Profils, die auf eine Intensivierung der wandnahen Sekundärströmung schliessen lässt. Diese wird auch in Abb. 5.59, durch die Vergrößerung der durch die Stromlinie  $S_{3s}^N$  begrenzten Sekundärströmungszone deutlich.

Allerdings dürfen diese Beobachtungen nicht direkt als eine Intensivierung der Sekundärströmung durch die starke Schaufelneigung in Nabenwandnähe gedeutet werden. Vielmehr ist anzunehmen, dass diese Neigung das Aufgleiten der wandnahen Querkanalströmung auf die Saugseite erleichtert und die dabei entstehende Dissipation vermindert. Dies könnte ein Mechanismus der Verminderung des Sekundärverlustes durch wandnahe Schaufelneigung sein.

Wie schon in vorhergehenden Kapiteln gezeigt, nimmt die lokale Umfangskraft des Schaufelprofils mit zunehmender lokaler Neigung gegen die Radiale ab. In gleichem Maß reduziert sich die durch das Profil induzierte Zirkulation im Strömungsfeld. Diese Zirkulation ist neben der Stauwirkung der Profilnase der Grund für die Stromauf-Wirkung (Potentialeffekt) eines Schaufelgitters. Da die in Abb. 5.58 im Uhrzeigersinn um das Profil verlaufende Zirkulationsströmung durch die Neigung schwächer wird, verlagert sich der Staupunkt, der Sattelpunkt  $S_{p1}$  und das ganze Rückströmgebiet in Richtung  $V_1$ .

Diese Beobachtungen entsprechen wesentlich den Untersuchungsergebnissen von CHEN et al. [11], HARRISON et al. [37], KLEIN[54], SIEVERDING et al. [84], SONG et al. [88] und WANG et al. [104]. Die Ursache dieser Effekte der tangentialen Schaufelkrümmung ist, dass die Einflußgrößen für Entstehung und Entwicklung der Hufeisenwirbel durch erhöhte statische Drücke in der Nabenrandzone verstärkt sind, insbesondere bei grösserer Grenzschichtdicke der Anströmung und beim Anstieg des statischen Drucks in Strömungsrichtung vor der Vorderkante.

### 5.7.2.2 Quantitativer Vergleich des Kanalwirbels durch schematische Darstellung

Der Kanalwirbel trägt den Hauptanteil zum Sekundärverlust in der Turbomaschine bei, da seine Dimension bzw. seine Entwicklung beim Sekundärströmungswirbel die Hauptrolle spielt. Die entscheidenden Faktoren für den Kanalwirbel sind die Grenzschicht der Anströmung, die Grenzschicht in den beiden Randzonen und der druckseitige Hufeisenwirbel. Bei der Verwendung der gekrümmten Schaufel wurde der statische Druckgradient bzw.

die Druckverteilung, wie die Darstellungen in vorher beschriebenen Abschnitten zeigen, verändert und die Position des Sattelpunkts bzw. der Hufeisenwirbel nach vorn wie in der Darstellung im letzten Abschnitt 5.7.2.1 verschoben. Durch diese Wirkungen werden die Positionen und die Dimensionen des Kanalwirbels verändert.

Abb. 5.59 macht den wesentlichen Unterschied der wandnahen Stromlinien an der Saugseite der radialen und der gekrümmten Leitschaufel  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{F32g}$  deutlich, durch die die Ausdehnung des Kanalwirbels in diesem Bereich charakterisiert wird.

In der Abb. 5.59 sind die limitierenden Wand-Stromlinien auf der Saugseite in den beiden Randzonen  $S_{3s}^N$  und  $S_{3s}^G$  deutlich zu sehen. Diese dreidimensionalen Separationslinien begrenzen die beiden Kanalwirbel in den Randzonen. Sie entstehen durch das Zusammenwirken des druckseitigen Hufeisenwirbels und der Sekundärströmung, die durch den Querdruckgradienten im Schaufelkanal hervorgerufen wird. Diese Erscheinung entspricht der Untersuchung der Sekundärströmung von KLEIN [54] und SIEVERDING [83][84]. In der Abbildung sind die beiden Kanalwirbel nicht wie im ebenen Gitter symmetrisch, sondern sie stellen unsymmetrische Wirbelstrukturen für das Ringgitter dar. Außerdem besitzt der Kanalwirbel in der Gehäusezone eine größere Dimension, da er hauptsächlich durch die Wirkung der radialen Druckgradienten im Ringgitter verursacht ist.

Der Vergleich in dieser Abbildung zeigt die Änderung der wandnahen Separationslinien  $S_{3s}^N$  und  $S_{3s}^G$  wegen der tangentialen Schaufelkrümmung und folgende unterschiedliche Erscheinungen:

- Die Kanalwirbel in den beiden Randzonen bei der gekrümmten Schaufel sind früher als bei der radialen Schaufel entstanden, da die limitierenden Separationslinien nach vorn verschoben sind, insbesondere in der Nabennandzone. Obwohl die Ablösungspositionen nicht sehr klar erkennbar sind, können wir jedoch ihre Tendenz bereits unterscheiden. Diese Erscheinung stimmt mit der Verschiebung des Sattelpunkts sowie der limitierenden Stromlinien des Hufeisenwirbels im letzten Abschnitt 5.7.2.1 überein.
- Die Abstände der Separationslinien in Richtung auf die Mitte der Schaufelhöhe  $\Delta S_{3s}^N$  und  $\Delta S_{3s}^G$  in der radialen Schaufel können möglicherweise etwas kleiner sein als bei der gekrümmten Schaufel. Das bedeutet auch, dass im gekrümmten Schaufelkanal die größeren Dimensionen des Kanalwirbels entstehen. Dies kann folgende beiden Gründe haben:
  - Die isobaren auf den Saugseiten der gekrümmten Schaufeln sind in Nabennähe stromab gekrümmt, so dass eine Strömungstendenz in Richtung Schaufelmitte entsteht (siehe Abb. 5.22)
  - Die Separationsstromlinie auf der Nabennfläche ist bei gekrümmten Schaufeln nach vorne verlagert (siehe Abb. 5.58), so dass eine verstärkter Kanalwirbel sich ausbildet.

Abb. 5.59 stellt noch explizit dar, dass die Kanalwirbel in den beiden Randzonen bei der gekrümmten Leitschaufel aus obigen Gründen früher als bei der radialen Schaufel entstehen und ihre Dimensionen daher vergrößert worden sind. Jedoch sind ihre beiden limitierenden Separationslinien an den Randzonen  $S_{3s}^N$  und  $S_{3s}^G$  bei der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{F32g}$  deutlich ab ca. 0.65 bezogene axiale Sehnenlänge bis zur Schaufelhinterkante wieder in Richtung Seitenwand zurückgelaufen. Daher haben die beiden Abstände  $\Delta S_{3s}^N$  und  $\Delta S_{3s}^G$  in der Abbildung nur kleine Differenzen. Auf Grund der vorbeschriebenen Stromlinienkrümmung der Meridianströmung im Abschnitt 5.3.1 können die beiden zurücklaufenden limitierenden Separationslinien durch die radialen Schaufelkräfte in Richtung der beiden Randzonen verschoben werden. Aus diesem Grund werden die Dimension bzw. die Intensität dieser beiden Kanalwirbel reduziert.

### 5.7.3 Änderung des Sattelpunktes und des Hufeisenwirbels

Abb. 5.60 und Abb. 5.61 geben die wandnahen Stromlinien an der nabenseitigen Seitenwand des Schaufelgitters für alle berechneten Leitbeschaufelungen und den zuvor beschriebenen Einfluß wieder. Die Abbildungen stellen sehr deutlich dar, dass alle Leitbeschaufelungen außer der Leitschaufel  $Bow_{2B}$  zwei Sattelpunkte  $S_{p1}$  und  $S_{p2}$  aufweisen, wobei  $S_{p2}$  wegen der leichten druckseitigen Strömungsablösung an den - gegenüber  $Bow_{2B}$  - stärker gekrümmten Profilen entsteht. Diese Ablösung und der Sattelpunkt  $S_{p2}$  sind somit ein spezieller, nicht allgemein gültiger Effekt und daher für die Analyse des Strömungsfeldes von untergeordneter Bedeutung. Außerdem werden die Wand-Stromlinien im Schaufelkanal von dem starken Druckgradienten in Querrichtung von der Druckseite zur Saugseite bei allen Leitschaufeln abgelenkt, was insbesondere bei den limitierenden Separationslinien  $S_{1d}$  und  $S_{2s}$  klar gefunden werden kann. Daher sind die Stromlinien vor solchen Separationslinien dichter ausgedruckt worden.

Aus dem Vergleich aller Leitbeschaufelungen können wir erkennen, dass die Positionen des Sattelpunktes  $S_{p1}$  bei den positiv gekrümmten Leitschaufeln nach vorn und in Richtung auf die Mitte des Schaufelkanals (zur  $V_1$  Richtung) deutlich verschoben sind. Ebenfalls wurde der Rückströmbereich unter dem Hufeisenwirbel, begrenzt durch die Trennstromlinien  $S_{1d}$  und  $S_{1s}$  so verschoben. Solche Verschiebungen können wir durch ihre Beiwerte über der axialen Sehnenlänge leicht vergleichen, deren quantitative Werte in der Tabelle 5.8 vorgestellt sind.

Diese Tabelle zeigt: Die Verschiebungen von  $\frac{\Delta S_{p1}}{S_{ax}}$  unter kleinem tangentialen Krümmungswinkel sind bei den geneigten und einseitig gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{2Av2B}$  und  $Lean_{2A}$  leicht größer als bei den beidseitig gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F13g2}$ , jedoch können ihre Verschiebungen von  $\frac{\Delta S_{s1}}{S_{ax}}$  nicht deutlich unterschieden werden, da eine solche Verschiebung vom Effekt des Neigungswinkels aus der Schaufelkrümmung abhängig ist. Daher sind diese beiden Verschiebungen bei der gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{F32g}$  und  $Bow_{F32g1}$  wegen des vergrößerten tangentialen Krümmungswinkels deutlich verstärkt.

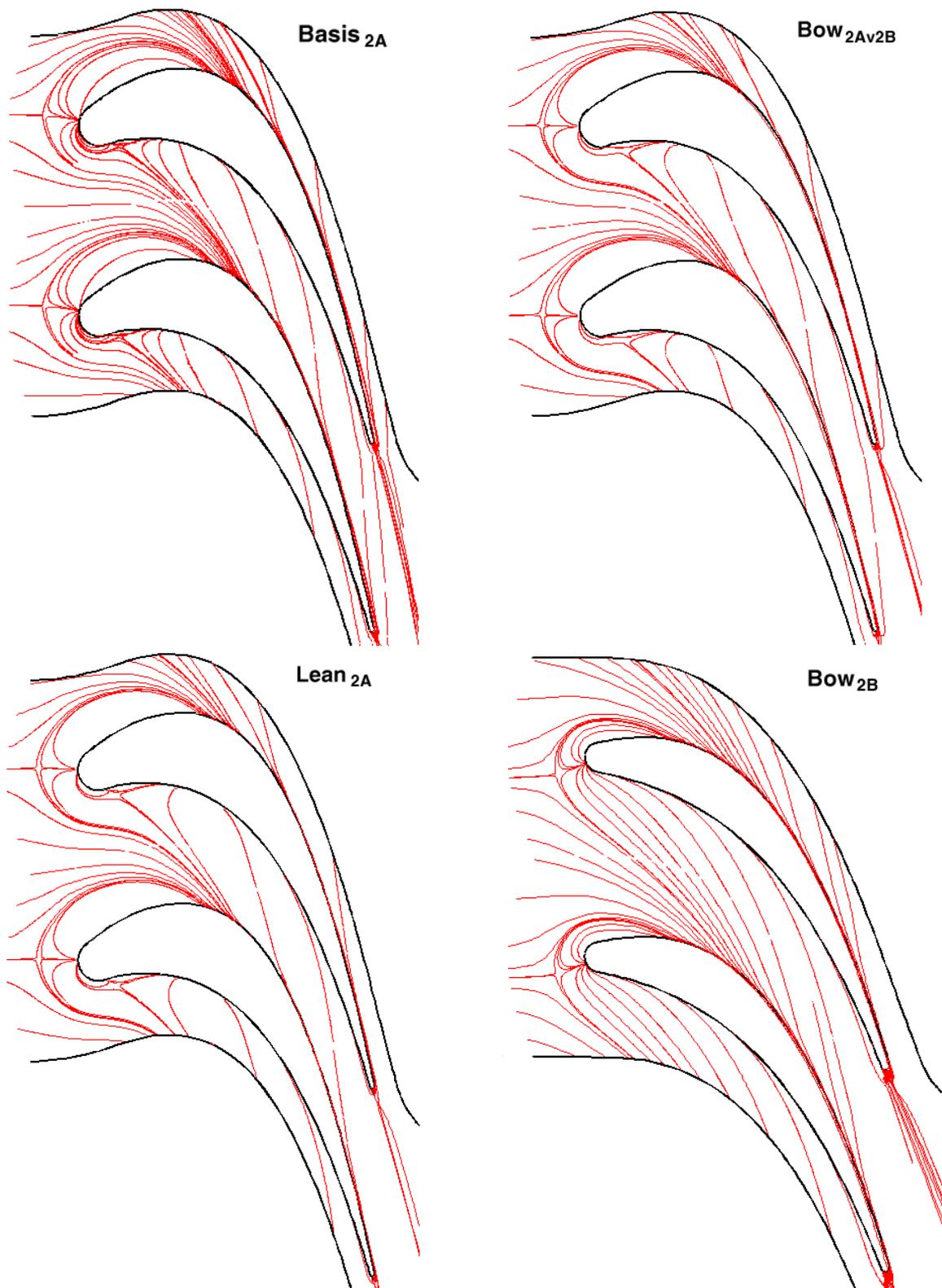


Abb. 5.60: Hufeisenwirbel bzw. Wand-Stromlinien der untersuchten Leitschaufeln an der Nabe

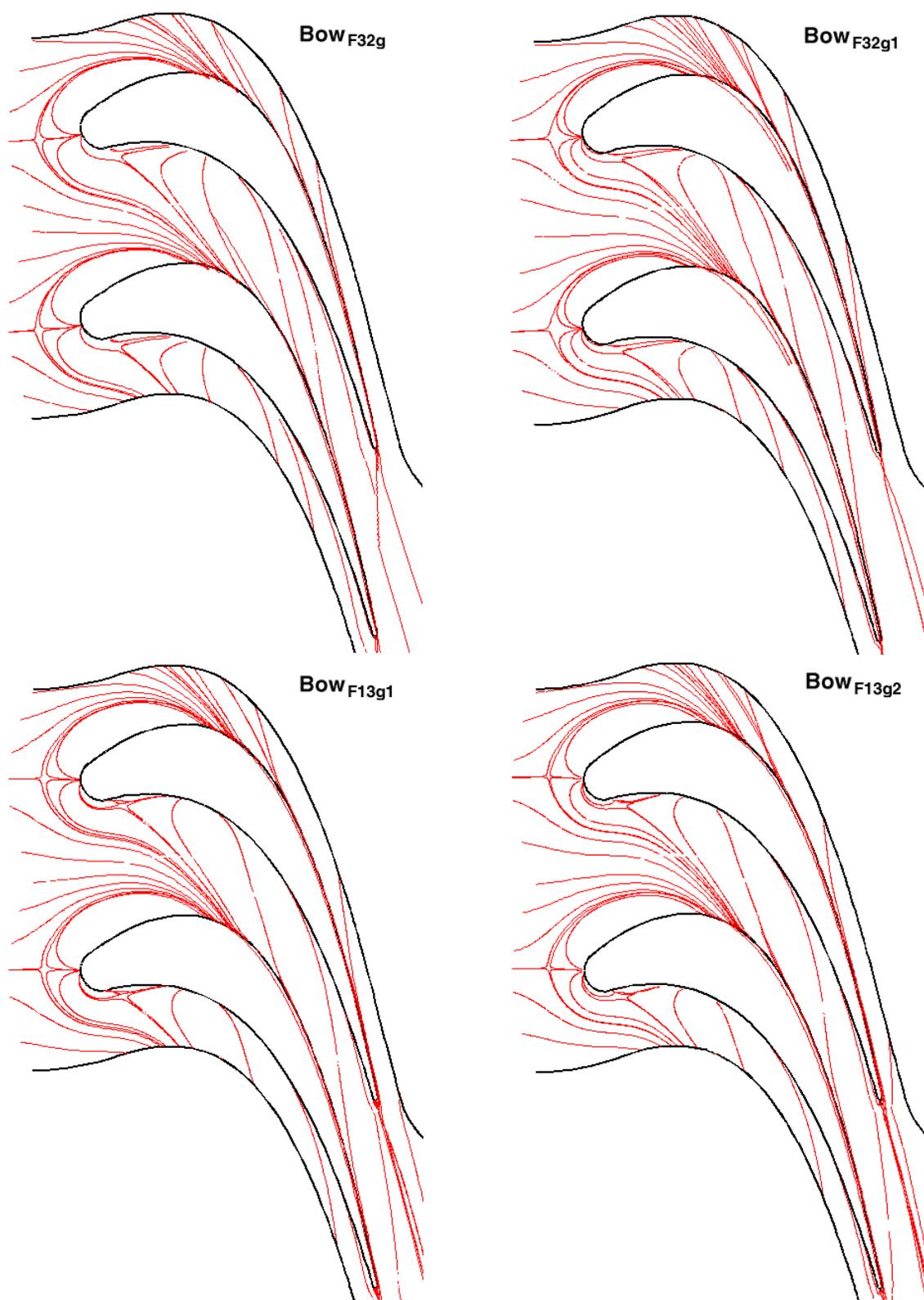


Abb. 5.61: Hufeisenwirbel bzw. Wand-Stromlinien der untersuchten Leitschaufeln an der Nabe

Bezeichnung	$\frac{\Delta S_{p1}}{S_{ax}}$	$\frac{\Delta S_{s1}}{S_{ax}}$
<i>Basis</i> <sub>2A</sub>	0.113	0.447
<i>Bow</i> <sub>2B</sub>	0.094	0.280
<i>Bow</i> <sub>2Av2B</sub>	0.130	0.421
<i>Lean</i> <sub>2A</sub>	0.131	0.416
<i>Bow</i> <sub>F13g1</sub>	0.126	0.418
<i>Bow</i> <sub>F13g2</sub>	0.123	0.421
<i>Bow</i> <sub>F32g</sub>	0.145	0.380
<i>Bow</i> <sub>F32g1</sub>	-	0.382

*Tab. 5.8:* Verschiebungsbeiwerte der Position vom Sattelpunkt  $\Delta S_{p1}$  und saugseitigen Zweige des Hufeisenwirbels  $\Delta S_{s1}$  für erweiterte Leitbeschaufelungen

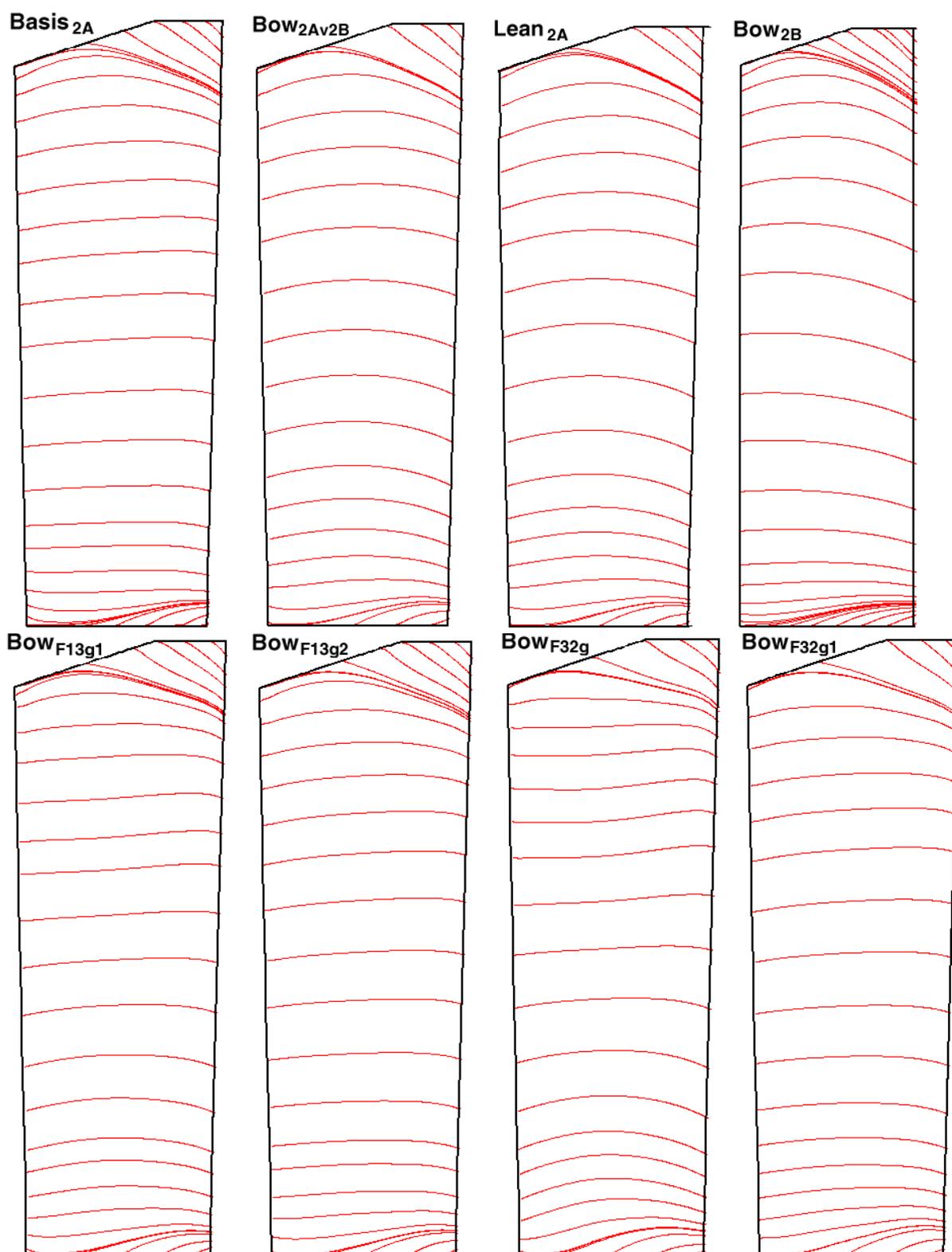
Obwohl das gekrümmte Schaufelprofil *Bow*<sub>2B</sub> in der Nabenrandzone anders geformt als das radiale Schaufelprofil *Basis*<sub>2A</sub> ist, können wir aus dem Vergleich in der Abb. 5.60 bereits erkennen, dass die Position des Sattelpunkts bei der positiv gekrümmten Leitschaufel *Bow*<sub>2B</sub> in  $V_1$ -Richtung sowie die saugseitigen Zweige des Hufeisenwirbels auch in  $V_2$ -Richtung explizit verschoben sind, da eine solche Verschiebung ebenfalls vom Effekt des Neigungswinkels aus der Schaufelkrümmung abhängig ist.

Eigentlich ist die Intensität bzw. die Dimension des Hufeisenwirbels klein, daher ist der Verlust aus dem Wirbel auch klein. Aus diesem Grund wird der totale Verlust des Schaufelgitters nicht von einem erhöhten Verlust des Hufeisenwirbels wesentlich beeinflusst, da er keinen großen Anteil am totalen Verlust darstellt. Jedoch wird der Hufeisenwirbel die Stellung und die Entwicklung des Kanalwirbels direkt beeinflussen. Wenn die Intensität bzw. die Dimension des Hufeisenwirbels sich verändert hat, wird er durch den Kanalwirbel indirekt auf die totale Verlustverteilung bzw. -größe wirken.

#### 5.7.4 Änderung des Kanalwirbels

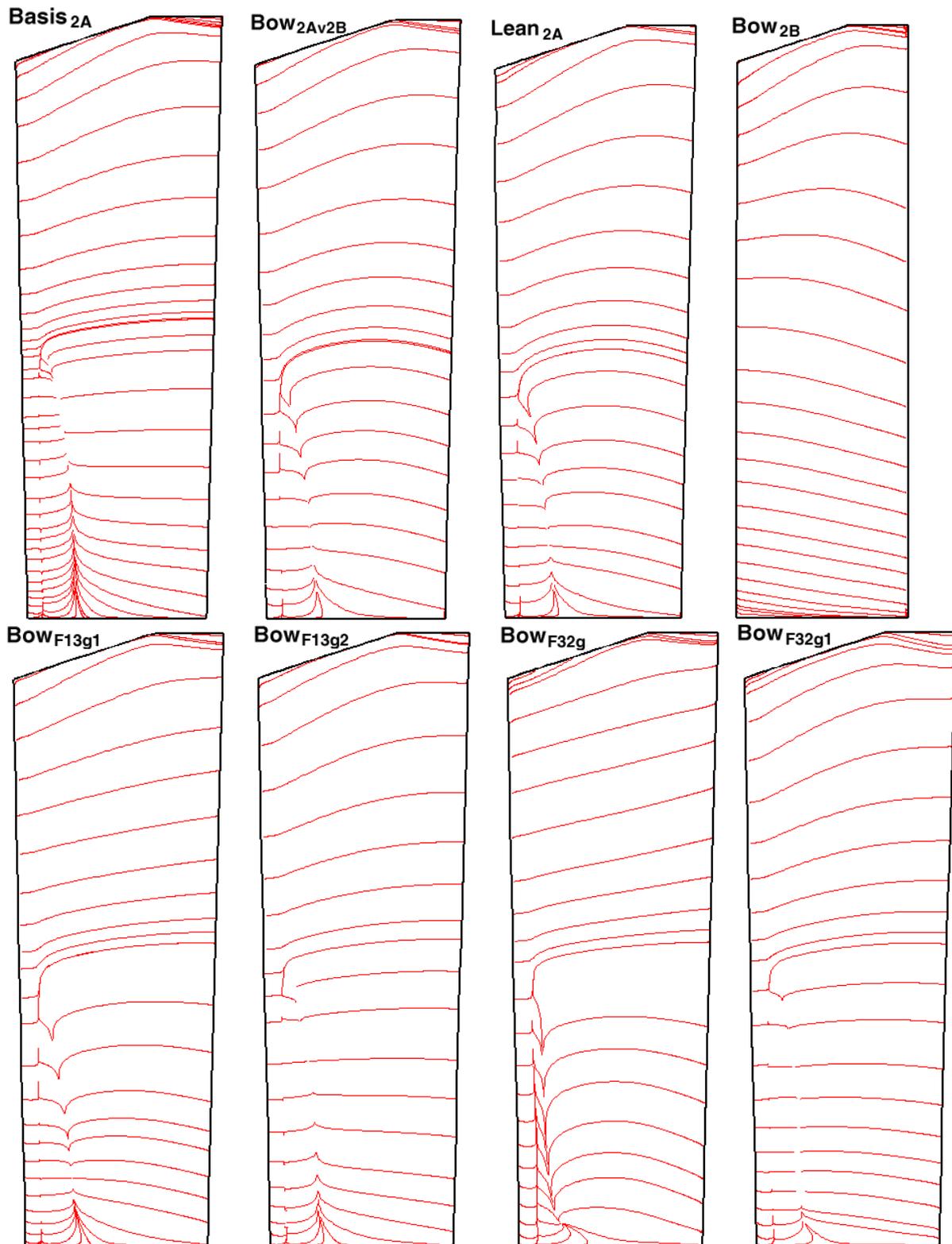
Die Abb. 5.62 bis 5.63 zeigen die wandnahen Stromlinien jeweils auf der Saug- und Druckseite der berechneten Leitbeschaufelungen. Die wandnahen Stromlinien unterliegen verschiedenen Einflüssen, einmal den Druckverteilungen an den Profilen (siehe Abb. 5.20 und 5.21) vor allem in den seitenwandfernen Bereich, und dann den verschiedenen Ablösungen bzw. Rückströmgebieten.

Eine Analyse der Stromlinienbilder für die Schaufel *Basis*<sub>2A</sub> zeigt die verschiedenen Aspekte. Auf der Saugseite verlaufen die Stromlinien auf dem grössten Teil der Schaufel etwa axial, wie durch die Meridianströmung vorgegeben. In den Seitenwandbereichen werden sie durch die Ausbreitung des Kanalwirbels auf die Saugseite abgedrängt. Das Bild auf der Druckseite wird erheblich durch das Ablösegebiet nahe der Profilnase auf der unteren Hälfte



*Abb. 5.62:* Wandnahe Stromlinien auf der Saugseite der untersuchten Leitschaufeln

der Schaufel geprägt (in der oberen Hälfte ist die Profilnase weniger stark gekrümmt). Im übrigen verlaufen die Wandstromlinien wieder etwa entsprechend der Meridianströmung,



*Abb. 5.63:* Wandnahe Stromlinien auf der Druckseite der untersuchten Leitschaufeln

wobei vor allem in Gehäusenähe wegen des Fehlens eines Kanalwirbels auf der Druckseite eine konische Strömung entstehen kann.

Der Vergleich der Saugseiten-Stromlinien der anderen Schaufeln mit denen der Basis-Schaukel zeigt klar den Einfluss der Neigung bzw. Krümmung. Für  $Bow_{2Av2B}$ ,  $Bow_{2B}$  und  $Lean_{2A}$  ergibt sich entsprechend der Schaufelgeometrie über die ganze Schaufelhöhe eine Ablenkung der Stromlinien in Nabenrichtung. Die beidseitig gekrümmten Schaufeln haben dagegen eine je nach Stärke der Krümmung unterschiedlich starke Ablenkung nach beiden Seitenwänden. Die druckseitigen Stromlinienbilder sind leider wegen des Einflusses des Ablösegebiets schwieriger zu interpretieren. Interessant ist auf jeden Fall, dass die Schaufel  $Bow_{2B}$  - ohne Ablösung - ein völlig klares Bild zeigt.

### 5.7.5 Verteilung des Druck-Koeffizienten in der $S_3$ Ebene

Der im letzten Abschnitt 5.7.4 beschriebene Zusammenhang zwischen dem Kanalwirbel und dem Sekundärverlust kann auch durch die Verteilung des Druck-Koeffizienten in der  $S_3$  Ebene bestätigt werden. Der Druck-Koeffizient wird wie folgt definiert:

$$c_p^* = \frac{p_t^{ein} - p_t}{p_t^{ein}} \quad (5.29)$$

Er beschreibt somit den lokalen Totaldruck-Verlust. Die Iso-Linien des Druck-Koeffizienten in der Nabenzone sind in den Abb. 5.64 und 5.65 für alle berechneten Beschaukelungen dargestellt und können quantitativ miteinander verglichen werden. Auf die Schaufel  $Bow_{2B}$  wird wegen der unterschiedlichen Schaufelform hier verzichtet. Der Einfluß der konischen Gehäusewand wird vernachlässigt.

In der vorher beschriebenen Weise können die Verteilungen etwa in folgende drei Gruppen unterschieden werden:

- **Basis-Schaukel  $Basis_{2A}$ :**

In der Nähe der Saugseite existiert eine Zone erhöhten Verlustes, die bis  $0.3 h_{bez}$  sich ausdehnt und den Sekundärverlust darstellt (siehe Abb. 5.64).

- **geneigte und einseitig gekrümmte Schaufel  $Lean_{2A}$  und  $Bow_{2Av2B}$ :**

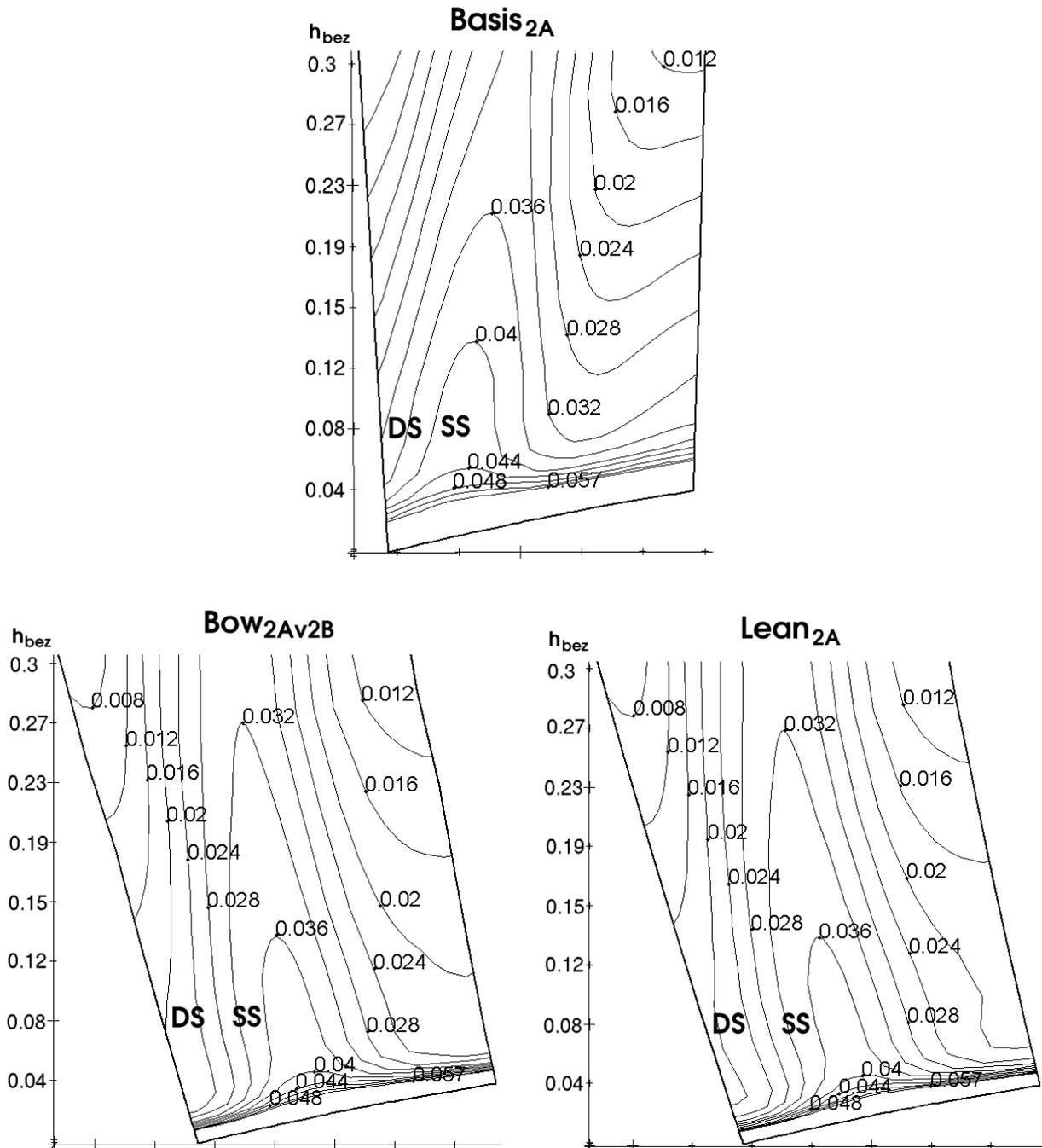
Die beiden Beschaukelungen in Abb. 5.64 besitzen sehr ähnliche Verteilungen. Die Zonen höheren Verlustes sind durch die Auswirkung der Schaufelkrümmung deutlich zur Nabenwand verschoben bzw. reduziert worden.

- **beidseitig gekrümmte Schaufel:**

Abb. 5.65 zeigt: Für die Leitschaukeln mit kleiner Krümmungszone  $Bow_{F13g2}$  und  $Bow_{F32g1}$  werden im Vergleich mit der Basis-Schaukel die Verteilungen unterhalb  $0.1 h_{bez}$  verändert bzw. reduziert. Durch den vergrößerten Neigungswinkel wird diese Tendenz deutlichen. Jedoch sind ihre Reduzierung nur gering. Für die Schaufeln mit größerer Krümmungszone ergeben sich im Gegensatz explizite Reduzierungen, insbesondere ist für die Schaufel  $Bow_{F32g}$  die Sekundärverlustzone von der Seitenwand

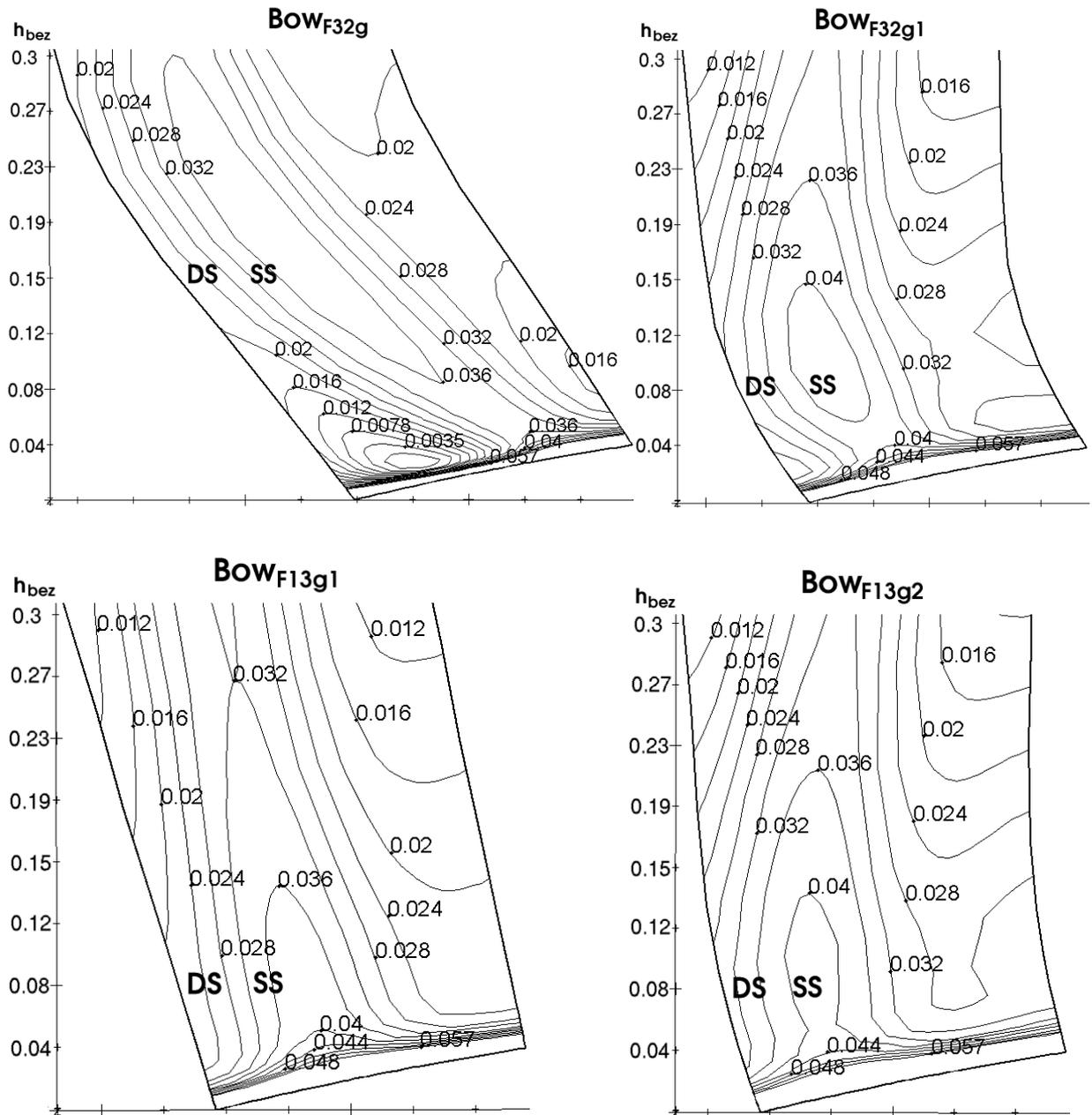
weg verschoben, da sie eine deutliche minimale Zone bei etwa  $0.03 h_{bez}$  und eine maximale Zone bei etwa  $0.2 h_{bez}$  aufweist. Solche Verteilungstendenzen entsprechen den Verteilungen des umfangsgemittelten Sekundärverlustes.

Aus den oben gezeigten neuen Verteilungen kann man bereits erkennen, dass zwar die Dimension des Kanalwirbels durch die Auswirkung der Schaufelkrümmung etwas vergrößert



*Abb. 5.64:* Verteilungen des Druck-Koeffizienten der untersuchten Beschauflungen in der  $S_3$ -Ebene bzw. in der Nabenzone vor dem Absatz

wird, jedoch der Sekundärverlust durch die verbesserte Ordnung des Kanalwirbels besser kontrolliert und somit reduziert wird.



*Abb. 5.65:* Verteilungen des Druck-Koeffizienten der untersuchten Beschäufelungen in der  $S_3$ -Ebene bzw. in der Nabenzone vor dem Absatz



# Kapitel 6

## Physikalische Modellierung

Am Anfang der 60er Jahre wurde die aerodynamische Theorie der gekrümmten Schaufel von DEICH UND FILIPPOV [16][23] zuerst vorgeschlagen: D.h. die Schaufel wird über die Schaufelhöhe nicht nur gedreht, sondern wird auch in der Umfangsrichtung gekrümmt (oder geneigt). Durch eine solche Schaufelkrümmung wird das dreidimensionale Strömungsfeld in Turbomaschinen deutlich verändert, d.h. die tangentielle Krümmung bewirkt einige Effekte bezüglich der Strömungsbewegung. Solche Effekte wurden durch die dreidimensionalen numerischen Stufenberechnungen für eine einstufige Axialturbine mit unterschiedlichen gekrümmten Leitbeschaufelungen bereits im letzten Abschnitt 5 behandelt.

Durch die Krümmung bzw. Neigung wird die radiale Komponente der Schaufelkraft nicht mehr wie in konventionellen Beschaufelungen nahezu gleich Null bleiben. Dadurch wird die Geschwindigkeitsverteilung über der Schaufelhöhe und der radiale Gradient des statischen Drucks verändert sowie der Sekundärverlust reduziert. Bei Neigung bzw. einseitiger Krümmung wird ausserdem der radiale Gradient des Reaktionsgrads vermindert, was sich besonders bei langen Schaufeln auf die Auslegung günstig auswirkt. Dies ist bereits bei der Behandlung der Auswirkung der tangentialen Schaufelkrümmung demonstriert worden und damit deutlich gezeigt, dass die radiale Schaufelkraft eigentlich eine wichtige Rolle spielt.

### 6.1 Radiales Gleichgewicht

Da die radiale Gleichgewichtsgleichung (rGG) wesentlich bei einer rotationsymmetrischen Strömungsberechnung eine sehr wichtige Rolle spielt, wollen wir zunächst von der folgenden radialen Gleichgewichtsgleichung [17]:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{c_\varphi^2}{r} - \frac{c_m^2}{r_m} \cos \delta - \frac{\sin \delta}{2} \frac{\partial c_m^2}{\partial m} + f_r \quad (6.1)$$

ausgehen und untersuchen, wie die tangentielle Schaufelkrümmung in einer solchen Gleichung berücksichtigt werden kann. Dabei bezeichnet  $\delta$  den Winkel zwischen der meridionalen und der axialen Richtung. In der Gleichung 6.1 finden wir [73][108]:

- Der radiale Druckgradient auf der linken Seite der Gl. (6.1) ist von den 4 Termen der rechten Gleichungsseite abhängig. Der erste Term der rechten Seite bedeutet die Zentrifugalkraft, die durch die Umfangskomponente der Strömungsgeschwindigkeit entsteht. Sie ist immer positiv.
- Der zweite Term auf der rechten Seite der Gl. (6.1) beschreibt die Kraftwirkung, die durch eine Krümmung der Meridianstromlinien (mit Krümmungsradius  $r_m$ ) entsteht. Sie kann sowohl positiv wie negativ sein.
- Der nächste Term resultiert aus einer meridionalen Beschleunigung, da der Winkel  $\delta$  nicht gross werden kann, ist er meist sehr klein.
- Der vierte Term auf der rechten Seite der Gl. (6.1) bedeutet die radiale Komponente der Wirkungskraft der Schaufel. Bei der konventionellen Schaufelauslegung kann dieser Term normalerweise vernachlässigt werden, da seine Werte klein sind. Aber bei der Stufe mit gekrümmten Schaufeln ermöglicht gerade diese Größe und ihr Vorzeichen, den radialen Druckgradienten zu kontrollieren.

Als zentraler Zusammenhang ist zu konstatieren, dass grosse Umfangskomponenten - z.B. nach dem Leitrad einer Turbinenstufe - auch hohe radiale Druckgradienten zur Folge haben. Niedrige Werte von  $c_\varphi$  - nach dem Turbinenrotor - ergeben auch kleine Werte von  $\frac{\partial p}{\partial r}$ .

Weil die anderen 3 Terme meist vernachlässigbar klein sind, wird der radiale Druckgradient immer auch positiv bleiben. In diesem Fall wird sich die radiale Strömungsbewegung der Grenzschicht über die Schaufeloberfläche des Leitrades (*radiale Sekundärströmung*) immer von der Schaufelkopfzone zur Schaufelfußzone verschieben. Die radialen Sekundärströmungen über die Saugseite kombinieren sich dann mit den Grenzschichtbewegungen auf der Nabenwand von der Druckseite zur Saugseite. Dann verbinden sie sich in der Randzone zwischen der Saugseite und der Fußwandzone, dort wird die Grenzschicht schnell verdickt. Die radialen Sekundärströmungen über die Druckseite verstärken die Quer-Sekundärströmungen der Nabenwand.

Für die Anwendungen der Auslegung von Turbomaschinen in der radialen Gleichgewichtsgleichung benutzt man meistens eine Bewegungsgleichung in der  $S_2$  meridionalen Ebene, in der die radiale Komponente der Kraft  $f_r$  normalerweise vernachlässigt ist. Für die konventionelle Leitschaufel darf  $f_r$  eigentlich vernachlässigt werden, da sie sehr klein ist. Für die gekrümmten Leitschaufel kann die radiale Kraft aber nicht mehr vernachlässigt werden, da diese Kraft in diesem Fall von der gleichen Grössenordnung wie die Umfangskraft ist. Daher muß sie besonders berücksichtigt werden, insbesondere in der rotationssymmetrischen Berechnung.

Aus der radialen Gleichgewichtsgleichung 6.1 kann die radiale Kraft  $f_r$  durch folgenden allgemeinen Ausdruck [42][93] zunächst definiert werden:

$$f_r = -\frac{n_r}{n_u r} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \quad (6.2)$$

Aus dem Ausdruck der obigen Gleichung 6.2 kann man deutlich finden, daß  $f_r$  von den beiden Terme  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi}$  und  $\frac{\partial \varphi}{\partial r}$  abhängig ist. Und zwar gibt es im vorderen Term und hinteren Term einen Zusammenhang im Einzelnen mit der Zentrifugalkraft der strömenden Mikrozelle und mit der Schaufelkrümmung bzw. Schaufelneigung. Wenn die positive tangentielle Krümmung und die  $\varphi$  Richtung gleich sind, wird  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi}$  einen negativen Wert erzeugen. Daher bleibt  $\frac{\partial \varphi}{\partial r}$  bei einem positiven Wert, und erzeugt  $f_r$  dann einen negativen Wert. Aus diesem Grund kann man aus der Gl. (6.1) sehen: Wenn  $f_r$  sehr groß ist, wird bestimmt ein inverser Druckgradient erzeugt. Ein solcher Druckgradient resultiert grundsätzlich aus zwei Voraussetzungen:

- Die Zentrifugalkraft, die durch die Strömungsumlenkung erzeugt wird,
- Die Schaufelkrümmung oder die Schaufelneigung.

Je größer der tangentielle Neigungswinkel der Schaufel ist, desto höher ist normalerweise die Strömungsgeschwindigkeit und durch größeren Umlenkungsgrad wird der inverse Druckgradient dann ebenfalls größer.

## 6.2 Grundgleichungen

Bei der Analyse bzw. Berechnung der mehrstufigen axialen Turbinen wird die übliche Meridianströmungsfläche  $S_2$  genutzt, die auf dem mathematischen Modell von HIRSCH [40][41][42] basiert und von PETROVIC [69] für ein eigenes Verfahren des Instituts für Strömungsmaschinen entwickelt, und von GEHRING [26] erweitert wurde. Das Modell betrachtet die Meridianströmung als reibungsfrei, rotationssymmetrisch, kompressibel, stationär und adiabat. Daher kann der zeitliche Term  $\frac{\partial}{\partial t}$  sowie die Ableitung in Umfangsrichtung  $\frac{\partial}{\partial \varphi}$  vernachlässigt werden. In diesem Modell wird der Schubspannungstensor unter Berücksichtigung des sogenannten *distributed loss model* modelliert, d.h. der Einfluß der viskosen Schubspannungen auf die Bewegung der Strömung wird durch eine externe Reibungskraft berücksichtigt.

Die Rotationssymmetrie kann durch die von Traupel [97] stammende vereinfachende Annahme unendlich vieler, unendlich dünner Schaufeln (Schaufelkongruente Strömung) erreicht werden. Damit diese Annahme direkt der Berechnung zugrunde gelegt werden kann, ist es zweckmässig der Strömung immer im Relativsystem des betrachtete Schaufelkranzes zu beschreiben. Auch die Randbedingung der Strömung ist geeignet, um mit der relativen

Geschwindigkeit dargestellt zu werden. Deswegen werden einige folgende Grundgleichungen hauptsächlich die relative Geschwindigkeit der Strömung behandeln. Die folgende Bewegungsgleichung wird mit der sogenannten *Crocco's* Formulierung:

$$\underline{w}_t - \underline{w} \times \underline{\zeta} = T \bar{\nabla} s - \bar{\nabla} I + \underline{f}_R + \underline{f}_s \quad (6.3)$$

vorgestellt<sup>1</sup>. Dabei bezeichnen die unteren Indizes  $R$  die Reibung und  $s$  die Schaufel. Der Parameter  $\underline{\zeta}$  bedeutet die absolute Vorticity, die auf folgende Weise:

$$\underline{\zeta} = \bar{\nabla} \times \underline{c} \quad (6.4)$$

definiert werden kann. Mit dieser ausgewählten Bewegungsgleichung können die *Through-flow*-Grundgleichungen für die rotationssymmetrische Meridianströmung mit der Approximation der Strömungsfläche in zylindrischen Koordinaten in folgenden Gleichungen dargestellt werden [42][69]:

$$\frac{\partial}{\partial r}(\rho r b w_r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho r b w_z) = 0 \quad (6.5)$$

$$w_z \left( \frac{\partial w_r}{\partial z} - \frac{\partial w_z}{\partial r} \right) = T \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{w_\varphi}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r c_\varphi) + \underbrace{f_{r,R} + f_{r,s}}_{f_r} \quad (6.6)$$

$$\frac{w_r}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r c_\varphi) + \frac{w_z}{r} \frac{\partial}{\partial z}(r c_\varphi) = \underbrace{f_{\varphi,R} + f_{\varphi,s}}_{f_\varphi} \quad (6.7)$$

oder

$$\frac{1}{r} w_m \frac{\partial}{\partial m}(r c_\varphi) = \underbrace{f_{\varphi,R} + f_{\varphi,s}}_{f_\varphi}$$

$$w_r \left( \frac{\partial w_z}{\partial r} - \frac{\partial w_r}{\partial z} \right) = T \frac{\partial s}{\partial z} - \frac{\partial I}{\partial z} + \frac{w_\varphi}{r} \frac{\partial}{\partial z}(r c_\varphi) + \underbrace{f_{z,R} + f_{z,s}}_{f_z} \quad (6.8)$$

$$w_m \frac{\partial s}{\partial m} = \frac{w}{T} f_R \quad (6.9)$$

$$w_m \frac{\partial I}{\partial m} = 0 \quad (6.10)$$

$$\rho = f(h, s) \quad (6.11)$$

---

<sup>1</sup>Dabei ist  $I$  die Rothalpie. Sie ist definiert als:

$$I = h + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} = h^\circ - \omega(r c_\varphi)$$

Hierbei sind  $h^\circ$  die Totalenthalpie und  $h$  die statische Enthalpie. Sie sind in der folgenden Form definiert:

$$h^\circ = h + \frac{c^2}{2}$$

Eine ausführlichere Erklärung für obige *Throughflow*-Grundgleichungen wurde von HIRSCH in [42] detailliert beschrieben, daher wird auf eine genaue Herleitung hier verzichtet. Der Blockierungsfaktor  $b$ , ist hier in der Massenerhaltung Gl.(6.5) für die axialen Turbine zusätzlich eingeführt. Jener Faktor ist von WU [113] als sogenannter *integrierender Faktor* eingeführt, der in der folgenden Form für die  $S_2$ -Strömungsfläche weiter integriert werden kann:

$$b = 1 - \frac{\delta_t}{t} \quad (6.12)$$

wobei  $\delta_t$  die Schaufeldicke in der tangentialen Richtung und  $t$  die Teilung bedeuten. Der Faktor  $b$  wird innerhalb des Axialspaltes zwischen den Schaufelgittern einen konstanten Wert *ains* annehmen.

### 6.2.1 Bewegungsgleichung mit impliziter radialer Kraft

In den obigen Bewegungsgleichungen (6.6) und (6.8) befinden sich zwei ungünstige Variablen  $w_r$  und  $w_z$  innerhalb der linken Seite der Gleichungen. Die Variable  $w_z$  in der Gleichung (6.6) ist nicht geeignet für die Berechnung der Maschine mit überwiegender radialer Strömung z.B. Zentrifugalmaschinen. Auf ähnliche Weise kann die Variable  $w_r$  auch nicht direkt in der Gleichung (6.8) für axiale Maschinen verwendet werden. Außerdem enthalten die beiden Formulierungen noch Schaufel- und Reibungskräfte.

BOSMAN [6] und HIRSCH [42] schlagen daher eine günstigere Methode vor, durch die sich eine Selektion der Bilanzrichtung eliminieren läßt. In dieser Methode wird die Bewegungsgleichung nicht mehr auf die Richtung von  $r$  bzw.  $z$  konzentriert, statt dessen entsteht eine neu definierte Projektion der Bewegungsgleichung in Richtung  $\underline{N}$ , die im folgenden Vektorprodukt definiert ist:

$$\underline{N} = \underline{f}_s \times \underline{w} \quad (6.13)$$

Dabei liegt der Vektor  $\underline{N}$  in der  $S_2$ -Ebene, ist senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor  $\underline{w}$ , zur Schaufelkraft  $\underline{f}_s$  und zur Reibungskraft  $\underline{f}_R$ , wobei die Reibungskraft parallel zur Geschwindigkeit  $\underline{w}$  zugeordnet ist. Solche Bedingungen sind in folgenden Produkten deutlich erkennbar:

$$\underline{N} \cdot \underline{f}_s = 0 \quad \text{bzw.} \quad \underline{N} \cdot \underline{f}_R = 0 \quad (6.14)$$

Daher werden die Schaufelkraft und die Reibungskraft aufgrund der obigen Bedingungen (6.14) durch die Projektion  $\underline{N}$  keinen direkten Einfluß in der resultierenden Gleichung erhalten. Mit dieser Projektion kann die Strömungsfläche der Bewegungsgleichung von *Crocco's* - Gleichung für die stationäre Strömung auf folgende Weise:

$$-\underline{N} \cdot (\underline{w} \times \underline{\zeta}) = \underline{N} \cdot (T \underline{\nabla} s - \underline{\nabla} I) \quad (6.15)$$

resultieren. Die linke Seite der obigen Gleichung (6.15) wird durch die Definition der Projektion  $\underline{N}$  (6.13):

$$\begin{aligned}
-\underline{N} \cdot (\underline{w} \times \underline{\zeta}) &= (\underline{w} \times \underline{f}_s) \cdot (\underline{w} \times \underline{\zeta}) \\
&= [(\underline{w} \times \underline{f}_s) \times \underline{w}] \cdot \underline{\zeta} \\
&= [\underline{f}_s(\underline{w} \cdot \underline{w}) - \underline{w}(\underline{f}_s \cdot \underline{w})] \cdot \underline{\zeta} \\
&= (\underline{w} \cdot \underline{w})(\underline{f}_s \cdot \underline{\zeta}) - (\underline{w} \cdot \underline{\zeta})(\underline{f}_s \cdot \underline{w})
\end{aligned} \tag{6.16}$$

weiter formuliert. Hierbei zeigt die Schaufelkraft  $\underline{f}_s$  in der Bewegungsgleichung der Strömungsfläche folgende Definition:

$$\underline{f}_s = \frac{-\underline{n}}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = -\frac{\bar{n}}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \tag{6.17}$$

Diese Formulierung ist für die Strömungsbeschreibung auf die zweidimensionale Fläche beschränkt, die sich am Normalvektor  $\underline{n}$  orientiert und daher senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor  $\underline{w}$  folgende Gleichung:

$$\underline{f}_s \cdot \underline{w} = 0 = f_{r,s} w_r + f_{\varphi,s} w_\varphi + f_{z,s} w_z \tag{6.18}$$

ergibt. Mit dieser Bedingung kann die obige Gleichung (6.16) wie folgt:

$$-\underline{N} \cdot (\underline{w} \times \underline{\zeta}) = \underline{w}^2 (\underline{f}_s \cdot \underline{\zeta}) \tag{6.19}$$

reduziert werden. Die rechte Seite der Gleichung (6.15) kann anhand von drei Komponenten der Projektion  $N_{r\hat{e}_r}$ ,  $N_{\varphi\hat{e}_\varphi}$  und  $N_{z\hat{e}_z}$  auf folgende Weise:

$$\begin{aligned}
\underline{N} \cdot (T\underline{\nabla}s - \underline{\nabla}I) &= T(\underline{N} \cdot \underline{\nabla}s) - (\underline{N} \cdot \underline{\nabla}I) \\
&= T \left( N_r \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{1}{r} N_\varphi \frac{\partial s}{\partial \varphi} + N_z \frac{\partial s}{\partial z} \right) \\
&\quad - \left( N_r \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{1}{r} N_\varphi \frac{\partial I}{\partial \varphi} + N_z \frac{\partial I}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{6.20}$$

umgeformt werden. Unter der Annahme der 2D-Rotations-symmetrischen Strömung kann diese Gleichung mit der Obigen (6.19) zusammengefasst werden. Daher wird die Gleichung (6.15) auch in anderer Formulierung:

$$\underline{w}^2 (\underline{f}_s \cdot \underline{\zeta}) = T \left( N_r \frac{\partial s}{\partial r} + N_z \frac{\partial s}{\partial z} \right) - \left( N_r \frac{\partial I}{\partial r} + N_z \frac{\partial I}{\partial z} \right) \tag{6.21}$$

dargestellt.

Die Beziehung (6.18) erlaubt die Schaufelkraft  $\underline{f}_s$ , genau mit den zwei Kraftkomponente  $f_{r,s\hat{e}_r}$  und  $f_{z,s\hat{e}_z}$  festzulegen. Mit dritten Komponente  $f_{\varphi,s\hat{e}_\varphi}$  erhalten wir folgende Bezie-

lungen:

$$\frac{f_{r,s}}{f_{\varphi,s}} = -\tan \varepsilon' = \frac{n_r}{n_\varphi} \quad (6.22)$$

$$\frac{f_{z,s}}{f_{\varphi,s}} = -\tan \beta' = \frac{n_z}{n_\varphi} \quad (6.23)$$

sowie

$$f_{\varphi,s} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \quad (6.24)$$

Dabei sind  $\varepsilon'$  und  $\beta'$  der Schaufelneigungswinkel und der Richtungswinkel der Impulsbilanz. Auf diese Beziehungen kann die obige Gleichung (6.15) oder (6.21) mit der Definition der absoluten Vorticity (6.4) und der Projektion (6.13) durch folgende Umrechnungen:

$$\underline{f}_s \cdot (\bar{\nabla} \times \underline{c}) = \begin{vmatrix} f_{r,s} & f_{\varphi,s} & f_{z,s} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ c_r & c_\varphi & c_z \end{vmatrix} \quad (6.25)$$

und

$$(\underline{f}_s \times \underline{w}) \cdot (T \bar{\nabla} s - \bar{\nabla} I) = \quad (6.26)$$

$$\left( \underline{\epsilon}_r \begin{vmatrix} f_{\varphi,s} & f_{z,s} \\ w_\varphi & w_z \end{vmatrix} - \underline{\epsilon}_\varphi \begin{vmatrix} f_{r,s} & f_{z,s} \\ w_r & w_z \end{vmatrix} + \underline{\epsilon}_z \begin{vmatrix} f_{r,s} & f_{\varphi,s} \\ w_r & w_\varphi \end{vmatrix} \right) \quad (6.27)$$

$$\cdot \left[ \left( T \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial I}{\partial r} \right) \underline{\epsilon}_r + \frac{1}{r} \left( T \frac{\partial s}{\partial \varphi} - \frac{\partial I}{\partial \varphi} \right) \underline{\epsilon}_\varphi + \left( T \frac{\partial s}{\partial z} - \frac{\partial I}{\partial z} \right) \underline{\epsilon}_z \right] \quad (6.28)$$

weiter formuliert werden. Die Gleichungen der Richtungsdefinition der Schaufelkraft  $\underline{f}_s$  (6.22) sowie (6.23) und unter der 2D-Annahme  $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0 = konst$  ergeben daher folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \underline{w}^2 \left[ -\frac{1}{r} f_{r,s} \frac{\partial(r c_\varphi)}{\partial z} + f_{\varphi,s} \left( \frac{\partial w_r}{\partial z} - \frac{\partial w_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} f_{z,s} \frac{\partial(r c_\varphi)}{\partial r} \right] = \\ (f_{\varphi,s} w_z - f_{z,s} w_\varphi) \left( T \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial I}{\partial r} \right) + (f_{r,s} w_\varphi - f_{\varphi,s} w_r) \left( T \frac{\partial s}{\partial z} - \frac{\partial I}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (6.29)$$

Hierbei können die absoluten Geschwindigkeitskomponente der linken Seite dieser Gleichung von der Definition der relativen Geschwindigkeiten:

$$c_r = w_r \quad , \quad c_z = w_z \quad \text{und} \quad c_\varphi + r\omega = w_\varphi \quad (6.30)$$

und für die als Rothalpie bezeichnete Totalenthalpie des rotierenden Systems:

$$I = h + \frac{1}{2}(\underline{w}^2 - \underline{u}^2) = h^\circ - \omega(r c_\varphi) \quad (6.31)$$

direkt umgesetzt werden, wenn die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  zu Null geht. Wird die obige

Gleichung weiter formuliert durch die Ersetzung der  $\frac{1}{f_{\varphi,s}}$  bzw. den beiden Beziehungen der Richtungsdefinition der Schaufelkraft (6.22) und (6.23), so resultiert:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_z}{\partial r} - \frac{\partial w_r}{\partial z} &= -\frac{1}{\underline{w}^2} \left[ \left( w_z - \frac{f_{z,s}}{f_{\varphi,s}} w_\varphi \right) \left( T \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial I}{\partial r} \right) + \left( \frac{f_{r,s}}{f_{\varphi,s}} w_\varphi - w_r \right) \left( T \frac{\partial s}{\partial z} - \frac{\partial I}{\partial z} \right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{r} \left[ \frac{f_{z,s}}{f_{\varphi,s}} \frac{\partial(rc_\varphi)}{\partial r} - \frac{f_{r,s}}{f_{\varphi,s}} \frac{\partial(rc_\varphi)}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (6.32)$$

oder

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_z}{\partial r} - \frac{\partial w_r}{\partial z} &= -\frac{1}{\underline{w}^2} \left[ (w_z + w_\varphi \tan \beta') \left( T \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial I}{\partial r} \right) - (w_r + w_\varphi \tan \varepsilon') \left( T \frac{\partial s}{\partial z} - \frac{\partial I}{\partial z} \right) \right] \\ &\quad - \frac{1}{r} \left[ \tan \beta' \frac{\partial(rc_\varphi)}{\partial r} - \tan \varepsilon' \frac{\partial(rc_\varphi)}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (6.33)$$

In diesen beiden Gleichungen stehen nicht mehr die beiden ungünstigen Variablen  $w_r$  und  $w_z$  vor der Klammer, sondern nur die Strömungsgeschwindigkeit  $\underline{w}$ , die nicht zu Null werden kann. Daher können sie in axialen, radialen oder gemischten Strömungen der Turbomaschinen mit der mittleren Strömungsfläche ohne besondere Beschränkung verwendet werden. Das ermöglicht die Anwendung auch auf Maschinen, die mit der radialen Eintritts- bzw. Austrittsströmung konfigurieren. D.h. sie hängt nicht mehr von der Maschinenkonfiguration ab.

Diese modifizierte Formulierung der *Throughflow-Analysis* wurde von BOSMAN [6] vorgeschlagen, dessen Arbeit auf MARSH [63] gründet. Danach wurde sie von PETROVIC et al. [69] sowie WALTKE et al. [102] jeweils für die axiale mehrstufige Turbine und für den Verdichter weiter entwickelt. Diese Modifikation eröffnet die Bewegungsgleichung in Richtung des Vektors  $\underline{N}$ , der auf der  $S_2$ -Strömungsfläche liegt und sich senkrecht zur Strömungslinie befindet. Dieser Annahme nach führen die Bewegungsgleichungen in eine einzige Gleichung, die für die Stromfunktion aller Typen der Turbomaschinen gilt.

Jedoch zeigt die Gleichung (6.33), daß die radiale Schaufelkraft  $f_{r,s}$  nicht explizit ermittelt wird. Sie berücksichtigt hierbei direkt der tangentialen Krümmungseffekt, die vom Einfluß des tangentialen Neigungswinkels  $\varepsilon'$  abhängen. Die Umfangsschaufelkraft  $f_{\varphi,s}$  wurde darin aus der zweiten Bewegungsgleichung implizit berücksichtigt, da sie bzw. die Schaufelkraft durch obige Projektionsannahme umgewandelt werden.

## 6.2.2 Bewegungsgleichung mit expliziter radialer Kraft

Der Abbildung 5.12 kann man deutlich entnehmen, daß der tangentielle Krümmungseffekt von der radialen Schaufelkraft  $f_{r,s}$  stark abhängt, da die Kraft in diesem Fall von der gleichen Größenordnung wie die Umfangskraft  $f_{\varphi,s}$  ist. Daher muss sie besonders berücksichtigt wurden.

Die Schaufelkraft kann möglicherweise durch die Schaufelkrümmung nicht unbedingt senkrecht zur Schaufeloberfläche stehen. Um jedoch die Umfangsschaufelkraft bzw. andere Definitionen der radialen Schaufelkraft explizit behandeln zu können, wird die obige Annahme der Projektion  $\underline{N}$  auf der  $S_2$ -Strömungsfläche bzw. die Gleichung (6.32) im Abschnitt 6.2.1 ungünstig, da die Gleichung (6.33) nur eine spezielle Formulierung für die Anwendung des tangentialen Neigungswinkels sowie der impliziten radialen Schaufelkraft darstellt. Aus diesem Grund wird eine allgemeine Formulierung mit expliziter Behandlung der radialen Schaufelkraft benötigt.

Um dieses Ziel zu erreichen, wird auf die Grundgleichungen (6.5) bis (6.11) zurückgegriffen. Anhand der radialen Bewegungsgleichung kann direkt auf folgende Weise umformuliert werden:

$$\frac{\partial w_z}{\partial r} - \frac{\partial w_r}{\partial z} = -\frac{1}{w_z} \left[ T \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{w_\varphi}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rc_\varphi) + f_{r,R} + f_{r,s} \right] \quad (6.34)$$

Mit dieser radialen Gleichgewichtsgleichung wird die radiale Schaufelkraft  $f_{r,s}$  durch die explizite Definition direkt behandelt. Diese Gleichung ist jedoch nur für die axiale Strömung der Turbomaschinen auf der Meridian-Strömungsfläche gültig. Die Gleichung beinhaltet die Division mit der axialen Geschwindigkeit  $w_z$ , die nicht bei der Berechnung des Teillastverhaltens verwendet werden kann, wenn die Geschwindigkeit in einzelnen Punkten gegen Null geht.

Die axiale Bewegungsgleichung kann auch gleicherweise:

$$\frac{\partial w_z}{\partial r} - \frac{\partial w_r}{\partial z} = \frac{1}{w_r} \left[ T \frac{\partial s}{\partial z} - \frac{\partial I}{\partial z} + \frac{w_\varphi}{r} \frac{\partial}{\partial z} (rc_\varphi) + f_{z,R} + f_{z,s} \right] \quad (6.35)$$

umformuliert werden. Hier ist sie nur für die radiale Strömung der Maschinen geeignet. In ähnlicher Weise fällt diese Gleichung auch bei der radialen Geschwindigkeit  $w_r = 0$  aus. Für den Verwendungsbereich der gemischten Strömung z.B. für den radialen Austrittskanal müßte außer in den obigen Gleichungen (6.34) auch die Gleichung (6.35) zusätzlich verwendet werden.

**Zum Vergleich:** Die Gleichung (6.33) erweist sich in dem Fall für die Abhängigkeit der Maschinenkonfiguration als weitaus günstiger. Jedoch stellt sich die Gleichung (6.34) bei der Berücksichtigung der radialen Schaufelkraft  $f_{r,s}$  mit unterschiedlichen Definitionen als noch flexibler dar.

### 6.2.3 Formulierung durch die Stromfunktion

Dieses rotationssymmetrische *Throughflow*-Verfahren arbeitet mit der Finite-Elemente Methode und der Einführung einer Stromfunktion  $\psi$ , um die Gleichung der Massenerhaltung zu erfüllen. Daher können die folgenden Definitionen der Stromfunktion:

$$w_z = \frac{\dot{m}}{2\pi} \frac{1}{\rho r b} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (6.36)$$

und

$$w_r = -\frac{\dot{m}}{2\pi} \frac{1}{\rho r b} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (6.37)$$

in die linke Seite der obigen Bewegungsgleichungen (6.33), (6.34) bzw. (6.35) eingeführt werden, da sie die Gleichung der Massenerhaltung (6.5) identisch erfüllen. Dadurch wird die folgende Bewegungsgleichung mit der Stromfunktion bestimmt:

$$\frac{\dot{m}}{2\pi} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\rho r b} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho r b} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right] = q(r, z) \quad (6.38)$$

Wobei  $q(r, z) = f(\text{Geometrie}, \underline{w}, h^\circ, rc_\varphi, s)$  die rechte Seite der obigen drei Gleichungen (6.33), (6.34) und (6.35) bezeichnet, da diese Funktion im wesentlichen von der Verteilung von Totalenthalpie, Drall und Entropie abhängt. Die linke Seite wird dann vom Laplace-Operator bzw. der *Poisson*-schen partiellen Differentialgleichung in folgender Form reduziert:

$$\Delta \phi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \left[ -\frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\rho r b} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho r b} \right) + \frac{2\pi}{\dot{m}} q(r, z) \right] \rho r b \quad (6.39)$$

Diese Formulierung stellt eine quasi-lineare partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung für die Stromfunktion dar, die zu keiner allgemeinen Lösung führt. Sogar wenn die Kompressibilität unberücksichtigt bleibt, ist das Resultat unverändert. Jedoch stellt diese Formulierung eine günstigere Form für die numerische Lösung mit der Finite-Elemente Methode dar. Dadurch kann sie in einem festen Netz diskretisiert werden, da die dichteabhängigen Terme der Stromfunktionsgradienten auf die rechte Seite versetzt wurden.

Bei der Berechnung sollte zunächst gemäss der unbestimmten approximierenden Lösungsmethode die Veränderung der Dichte  $\rho$  bzw. der radialen Schaufelkraft  $f_{r,s}$  in der Gleichung (6.39) gefunden werden. Danach wird eine Lösung für  $\psi$  von dieser Gleichung mit einer gegebenen Funktion  $q(r, z)$  erzeugt, so daß die Funktion  $q(r, z)$  korrekt bei der jeweiligen modifizierten Lösung für  $\psi$  angewendet werden kann. Dieser Vorgang wird bis zur Erfüllung des Konvergenzkriteriums wiederholt. Eine ausführliche Beschreibung dieses Verfahren mit einer Diskretisierung der Finite-Elemente-Methode kann in [69][102] gefunden werden.

## 6.3 Radiale Schaufelkraft $f_{r,s}$ im 2D-Verfahren ( $S_2$ )

In der obengenannten Gleichung (6.34) verwenden wir die radiale Gleichgewichtsgleichung mit der Bewegungsgleichung in der  $S_2$  Strömungsfläche. Innerhalb dieser darf die radiale Komponente der Schaufelkraft  $f_{r,s}$  normalerweise für die konventionelle Schaufel vernachlässigt werden, da ihre Werte sehr klein sind. Aber eine solche Kraft kann für geneigte bzw. gekrümmte Schaufeln die Größenordnung der Umfangskraft (siehe Abb. 5.12) annehmen und darf daher nicht unberücksichtigt bleiben.

Um diese radiale Kraft explizit behandeln zu können, werden hier einige unterschiedliche Definitionen der radialen Schaufelkraft bzw. radialen Kraft vorgelegt, die im Meridian-*Throughflow*-Verfahren implementiert werden können. Da dieses bereits behandelte Verfahren eine Strömungseigenschaft besitzt, die die rotationssymmetrische Strömung voraussetzt, kann die Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite nicht verwendet werden. Aus diesem Grund sind die Modelle der radialen Kraft für ein derartiges 2D-Verfahren nicht geeignet, die anhand der Druckdifferenz definiert werden. Deswegen wird in solchen Modellen auf andere Definitionsmöglichkeiten zurückgegriffen. Die Herleitung der folgenden Definitionen wird dann nicht detailliert vorgestellt.

### 6.3.1 Radiale Schaufelkraft aus der Umfangsschaufelkraft

Aus den zuvor beschriebenen Definitionen (5.11) und (6.22):

$$f_{r,s} = -f_{\varphi,s} \tan \varepsilon' = f(\varepsilon', f_{\varphi,s})$$

bzw.

$$f_r = -f_\varphi \tan \varepsilon' = f(\varepsilon', f_\varphi)$$

wurden zwei Komponenten der Schaufelkraft  $\underline{f}_s$  direkt zusammengesetzt. Diese hängt innerhalb radialen Schaufelkraft vom tangentialen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  ab. Dabei spielt die Umfangskraft  $f_\varphi$  ebenfalls eine große Rolle in der Abb. 5.12. In diesem Modell wird die Umfangsschaufelkraft  $f_{\varphi,s}$  (bzw. die Umfangskraft  $f_\varphi$ ) anhand folgender Definitionen in nachfolgenden Abschnitten vorgestellt.

Solche Modelle bezieht diese Kraft nicht auf der Differenz des Umfangsdruckes, sondern wir nehmen an, dass die Schaufeldicke unendlich dünn bei unendlicher Schaufelzahl ist. Auf diese Weise kann die Umfangsschaufelkraft durch die Strömungsparameter direkt angenähert werden, ohne dass eine Druckkraft benötigt würde.

### 6.3.1.1 Definitionen der Umfangskraft

#### 6.3.1.1.1 Rotationssymmetrische Umfangskomponente der Eulergleichung

In diesem Fall werden wir zunächst auf die rotationssymmetrische Umfangskomponente der Bewegungsgleichung (6.7):

$$\begin{aligned}
 f_\varphi &= \frac{1}{r} \left[ c_r \frac{\partial}{\partial r} (rc_\varphi) + c_z \frac{\partial}{\partial z} (rc_\varphi) \right] \\
 &= \underbrace{c_r \frac{\partial c_\varphi}{\partial r}}_{\approx 0} + c_z \frac{\partial c_\varphi}{\partial z} + \underbrace{\frac{c_r c_\varphi}{r}}_{\approx 0} \\
 &= f_{\varphi,s} + \underbrace{f_{\varphi,d}}_{\approx 0}
 \end{aligned} \tag{6.40}$$

zurückgehen, wobei die Geschwindigkeiten  $w_r$  und  $w_z$  für die Leitschaufel direkt in  $c_r$  und  $c_z$  umgewandelt werden können. Dabei hängt diese Definition in ihrer physikalischen Bedeutung direkt mit der Grundgleichung zusammen. Deswegen kann die Umfangsschaufelkraft direkt mit dieser Bewegungsgleichung und der rotationssymmetrischen Annahme berücksichtigt werden. Auf diese Weise werden die beiden Geschwindigkeitsgradienten in der radialen sowie axialen Richtung in der obigen Gleichung berücksichtigt. Diese Gl. (6.40) beschreibt eigentlich nicht nur die Umfangsschaufelkraft  $f_{\varphi,s}$ , sondern sie wird zur Umfangskraft  $f_\varphi$  vereinfacht.

Das rotationssymmetrische Berechnungsverfahren ergibt eigentlich nur die Verteilung der aerodynamischen Parameter in der  $S_{2m}$ -Stromfläche, daher kann die obige Verteilung der Geschwindigkeitskomponente  $c_\varphi$  über der axialen Richtung im Schaufelkanal der Leit- und Laufschaufel außer der vorher behandelten Rechenmethode im Verfahren noch durch folgenden Ansatz [106]:

$$(rc_\varphi)_j = (rc_\varphi)_{(n-1)} + \xi[(rc_\varphi)_n - (rc_\varphi)_{(n-1)}] \tag{6.41}$$

bestimmt werden. Dabei bezeichnet  $\xi$  den Zirkulationskoeffizienten, dieser wird entweder aus der  $S_1$ -Berechnung bestimmt oder er kann vom Benutzer selbst ausgewählt werden.

#### 6.3.1.1.2 Gradient der Umfangsgeschwindigkeit (Strömungsumlenkung)

Die obengenannte rotationssymmetrische Umfangskomponente der Eulergleichung (6.40) kann durch eine Annahme auf folgende Form:

$$f_\varphi = c_z \frac{\partial c_\varphi}{\partial z} = f(c_\varphi, z) \tag{6.42}$$

weiter reduziert werden. Die Glieder  $c_r \frac{\partial c_\varphi}{\partial r}$  und  $\frac{c_r c_\varphi}{r}$  sind verhältnismäßig klein, da die radiale Geschwindigkeitskomponente der Strömung für die konventielle Schaufel in der Praxis nicht groß ist, wobei  $c_z$  die axiale Strömungsgeschwindigkeit darstellt. Diese Anwendung der obigen Form (6.42) wurde bereits von DEICH [17], SUSLOV [94] und LAPSCHIN [59] für die geneigte bzw. die gekrümmte Schaufel beim ähnlichen 2D-Verfahren durchgeführt. Diese Definition hängt hauptsächlich von der Strömungsumlenkung ab. In diesem Fall zeigte LAPSCHIN [59], daß innerhalb der Form  $z = konst.$  beachtet werden muß, außerdem ist sie nicht für den schaufellosen Kanal geeignet. Der Gradient der Umfangskomponente der Strömungsgeschwindigkeit kann in folgender Näherungsform:

$$\frac{\partial c_\varphi}{\partial z} = \frac{\Delta c_\varphi}{\Delta z} \approx \frac{c_{1\varphi}}{S_{ax}} \implies f_\varphi \approx c_{1z} \frac{\partial c_\varphi}{\partial z} \approx c_{1z} \frac{\Delta c_\varphi}{\Delta z} \quad (6.43)$$

weiter umformuliert werden. Dabei bezeichnet  $S_{ax}$  die axiale Sehnenlänge. LAPSCHIN [59] meinte, daß durch eine derartige Umfangskraft eine gute Annäherungslösung im Bereich des Leitschaufelkanals erzielt werden kann. Der Geschwindigkeitsgradient verdeutlicht daher, daß er sich auf den axialen Abstand  $\Delta z$ , bzw. die Schaufelumlenkung bezieht. Daher hängt dieser Gradient stark vom  $\Delta z$  ab.

Die obige Definition (6.42) ist bereits in der vorhergehenden Gl. (6.33) integriert. Auf diese Weise bezeichnet daher die Gl. (6.33) unter Verwendung des tangentialen Neigungswinkels eine implizierte Formulierung mit einer radialen Schaufelkraft. Jedoch kann die obige Definition der Umfangskraft (6.42) direkt in der expliziten Behandlung der radialen Schaufelkraft in der obengenannten Gl. (6.34) verwendet werden.

### 6.3.1.1.3 Definition nach HORLOCK

HORLOCK [46] schlug eine ähnliche Definition:

$$f_\varphi = f_{\varphi,s} + \underbrace{f_{\varphi,d}}_{\approx 0} = \frac{c}{r} \frac{\partial (rc_\varphi)}{\partial x} \quad (6.44)$$

wie in den letzten beiden Abschnitten vor. Dabei verwendet er keine axiale Geschwindigkeit in dieser Umfangskraft, sondern nutzt direkt die Strömungsgeschwindigkeit, da ihre Strömungsumlenkung hierbei von der momentanen Stromlinie abhängt. Die Umfangsschaufelkraft  $f_{\varphi,s}$  ist in der vorher beschriebenen Gl. (6.24) definiert. Die Umfangsdissipationskraft  $f_{\varphi,d}$  kann in folgender Form:

$$f_{\varphi,d} = -f_d \left( \frac{w_\varphi}{w} \right) \quad (6.45)$$

definiert werden. Diese Formulierung wird mit der Definition der radialen Kraft von HORLOCK im Abschnitt 6.3.2 zusammen beschrieben.

#### 6.3.1.1.4 Definition nach GALLIMORE

GALLIMORE stellte in [25] dar, daß die tangentielle Schaufelkraft voraussichtlich auf zwei Wegen definiert werden kann. Einer beschreibt die tangentielle Druckkraft  $p_{\varphi,s}$ , die auf die Schaufel durch die Strömung einwirkt. Dieser Weg ist aber nicht geeignet für das rotationssymmetrische Verfahren. Der andere Weg wird abgeleitet unter der Berücksichtigung der momentanen tangentiellen Veränderung der durchfließenden Strömung im Gitterkanal. Daher definiert er den zweiten Weg in folgender Formulierung:

$$f_{\varphi,s} = \frac{2\rho_1 c_{1m} s_1 (r_1 c_{1\varphi} - r_2 c_{2\varphi})}{\bar{r} \left(1 + \frac{h_2}{h_1}\right)}. \quad (6.46)$$

Diese Definition berücksichtigt die Relation der Stromlinienhöhe  $\frac{h_2}{h_1}$ , bzw. die Veränderung der Schaufelhöhe (Radius) über dem Schaufelgitter, wobei  $h$  die Stromlinienhöhe symbolisiert. Eine ausführliche Beschreibung dieser Formulierung wurde von ihm in [25] dargestellt. Ein ähnlicher Weg ist von DRING [21] wie:

$$f_{\varphi,s} = s(\rho_2 c_{2z} c_{2\varphi} - \rho_1 c_{1z} c_{1\varphi}) \quad (6.47)$$

vorgestellt worden. Diese Formulierung wurde direkt aus dem Experiment bei konstanter Schaufelhöhe hergeleitet.

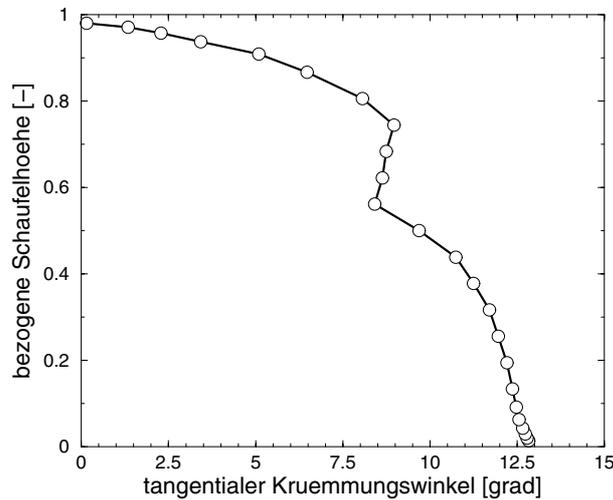
Aus den obigen beiden Definitionen Gl. (6.46) und Gl. (6.47) erkennt man, dass sie sich hauptsächlich nur auf die Parameterzustände beim Eintritt und Austritt der Schaufel beziehen. Für eine Anwendung des beliebig lokalen Beiwerts im 2D-Verfahren sollten die beiden Definitionen deswegen nicht berücksichtigt werden. Daher wird diese Definition im kommenden Abschnitt nicht mit obengenannten Definitionen zusammen verglichen.

#### 6.3.1.2 Vergleich der Definitionen der Umfangskraft

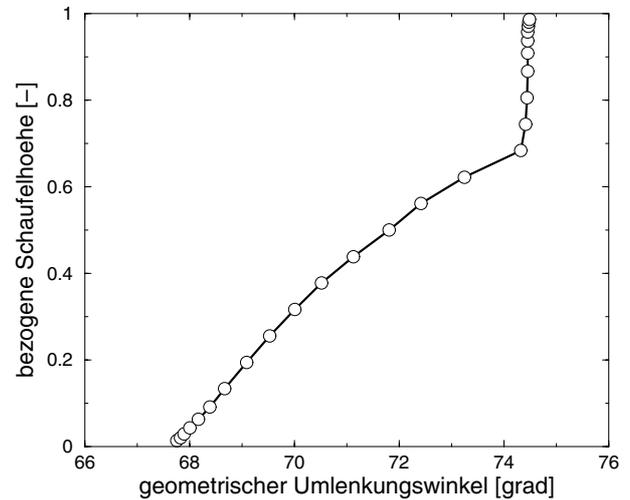
Obwohl die Verteilung der lokalen Schaufelkraft über der Schaufelhöhe weniger Aussagekraft als die resultierende Schaufelkraft enthält, wurden folgende Vergleiche der lokalen Umfangskraft mit obengenannten Definitionen bei 90 % axialer Sehnenlänge durchgeführt, um den Einfluß des tangentialen Neigungswinkels explizit zu zeigen. Um die Umfangskraft bzw. die Radialkraft zu bestimmen, benötigen wir daher zunächst den Winkel der tangentiellen Schaufelkrümmung  $\varepsilon'$  sowie den Winkel der geometrischen Schaufelumlenkung  $\nu'$ , da die Schaufelkraft direkt von den beiden geometrischen Winkeln abhängt, wie bei der Definition der Umfangsschaufelkraft und der radialen Schaufelkraft verdeutlicht wird.

Gemäß Abb. 6.1 ergibt sich beispielhaft für die Schaufel  $Bow_{2B}$  die Verteilung des tangentialen Neigungswinkel über der Schaufelhöhe bei 90 % axialer Sehnenlänge. Die Winkel reduzieren sich degressiv von der Nabe mit  $13^\circ$  bis zum Gehäuse mit  $0^\circ$  und zwar ober-

halb der Schaufelmitte schneller als unterhalb. Ein Richtungswechsel entstand zwischen 50 % und 75 % der Schaufelhöhe, eine solche Tendenzänderung wird durch den variablen Neigungswinkel über der axialen Sehnenlänge sowie die parallele Profilverschiebung bei ca. 68 % Schaufelhöhe verursacht.



*Abb. 6.1:* Verteilung des tangentialen Neigungswinkels über der Schaufelhöhe bei 90 % axialer Sehnenlänge der gekrümmten Leit- schaufel  $Bow_{2B}$



*Abb. 6.2:* Verteilung des geometrischen Umlenkungswinkels über der Schaufelhöhe bei 90 % axialer Sehnenlänge der gekrümmten Leit- schaufel  $Bow_{2B}$

Die Abb. 6.2 zeigt die Verteilung des geometrischen Umlenkungswinkels über der Schaufelhöhe bei 90 % axialer Sehnenlänge. Der Winkel erhöht sich leicht progressiv von der Nabe bis zu 68 % Schaufelhöhe, ab dieser Stelle bleibt der Winkel bis an das Gehäuse fast konstant.

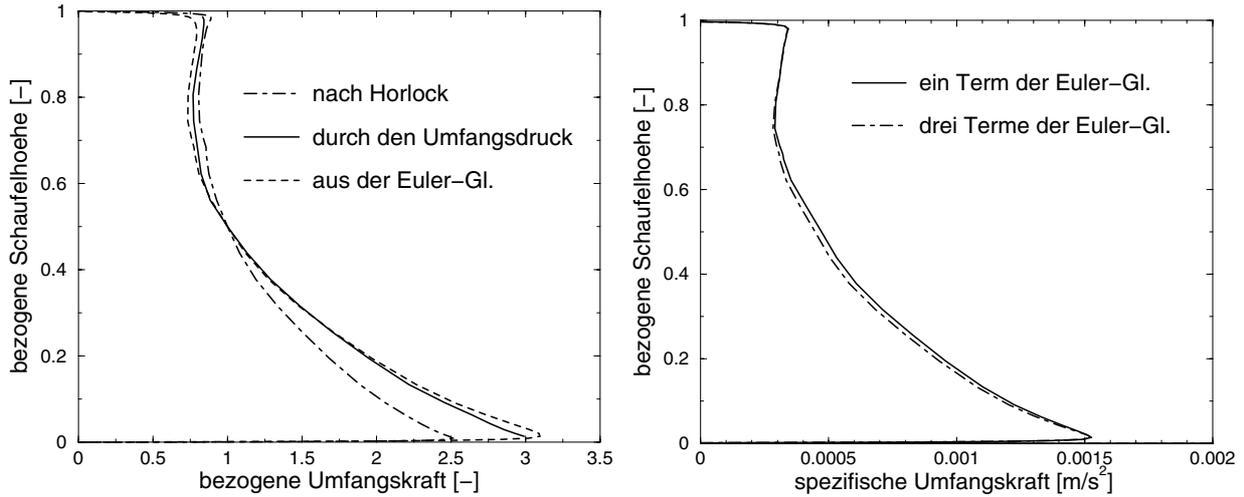
Mit den zuvor beschriebenen zwei Definitionen in Gl. (6.40) und Gl. (6.44) werden die umfangsgemittelten bezogenen Umfangskräfte über der Schaufelhöhe in der Abb. 6.3 für die gekrümmte Schaufel zusammengestellt. Diese umfangsgemittelten Verteilungen sind aus den vorher beschriebenen 3D-Berechnungen ausgewertet und mit ihrem Wert auf den Wert bei halber Schaufelhöhe bezogen. Außerdem wurde die Verteilung der lokalen Umfangsschaufelkraft zusätzlich aus dem Umfangsdruck der 3D-Berechnungen ausgewertet, die mit einer gleichen Definition der gesamten Umfangsschaufelkraft Gl. (5.13) im Abschnitt 5.3.2.1 verwendet wurde. Jedoch wurde sie nur durch folgende Form:

$$f_{\varphi,s} = f_{\varphi,s}^{ds} - f_{\varphi,s}^{ss} = \Delta f_{\varphi,s} \quad (6.48)$$

für lokale Umfangsschaufelkraft durchgeführt.

Die Verteilungstendenzen der drei Definitionen stimmen überein, insbesondere die Verteilungen aus dem Umfangsdruck und der Gl. (6.40). Da die Umfangskraft von der geometrischen Schaufelumlenkung abhängig ist, deren Umlenkung in der Abb. 6.2 beschrieben

ist, ergeben sich die umgekehrten Verteilungen der Schaufelumlenkung. D.h. unterhalb von 70 % Schaufelhöhe werden die Umfangschaufelkräfte durch die progressive geometrische Schaufelumlenkung deutlich reduziert und oberhalb dieser Stelle bleiben die Kräfte aus gleichem Grund fast konstant. Aber die unterschiedlich großen Beiwerte der Umfangskraft über der Schaufelhöhe sind auch gleichzeitig von der Druckänderung verursacht, da der statische Druck durch die positive tangentielle Schaufelkrümmung in der Nabenrandzone erhöht wurde und in der Gehäuseendzone reduziert wurde.



**Abb. 6.3:** Vergleich der bezogenen Umfangskraft bzw. Umfangsschaukelkraft mit drei verschiedenen Definitionen für die gekrümmte Schaufel  $Bow_{2B}$  (bei 90 % axialer Sehnenlänge)

**Abb. 6.4:** Vergleich der umfangsgemittelten Umfangskraft von der rotationssymmetrischen Umfangskomponente der Euler-Gleichung mit ein und drei Term für die gekrümmte Schaufel  $Bow_{2B}$  (bei 90 % axialer Sehnenlänge)

Die Verteilung der Umfangskraft zeigt Abb. 6.3, die eigentlich die vollständige, rotationssymmetrische Umfangskomponente der Eulergleichung Gl. (6.40) verwendet. Aber der erste und der dritte Term der rechten Seite dieser Gleichung sind normalerweise bei theoretischer Erörterung vernachlässigbar klein. Eine solche Erörterung kann durch die Vernachlässigung der beiden Terme in der Abb. 6.4 bewiesen werden, da die beiden Verteilungen sehr gut übereinstimmen. Aus diesem Grund kann die obige vollständige Gl. (6.40) in folgender Form:

$$f_{\varphi} = f_{\varphi,s} + \underbrace{f_{\varphi,d}}_{\approx 0} \cong c_z \frac{\partial c_{\varphi}}{\partial z} \approx c_z \frac{\Delta c_{\varphi}}{\Delta z} \quad (6.49)$$

vereinfacht werden. Daher eignet sich dieses vereinfachte Modell der Umfangskraft bzw. die vollständige, rotationssymmetrische Eulergleichung für das 2D-Verfahren. Da es keine Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite bei der rotationssymmetrischen Berechnung gibt, kann die Definition des Umfangsdruckes nicht direkt im 2D-Verfahren verwendet werden.

### 6.3.1.3 Dissipative Umfangskraft

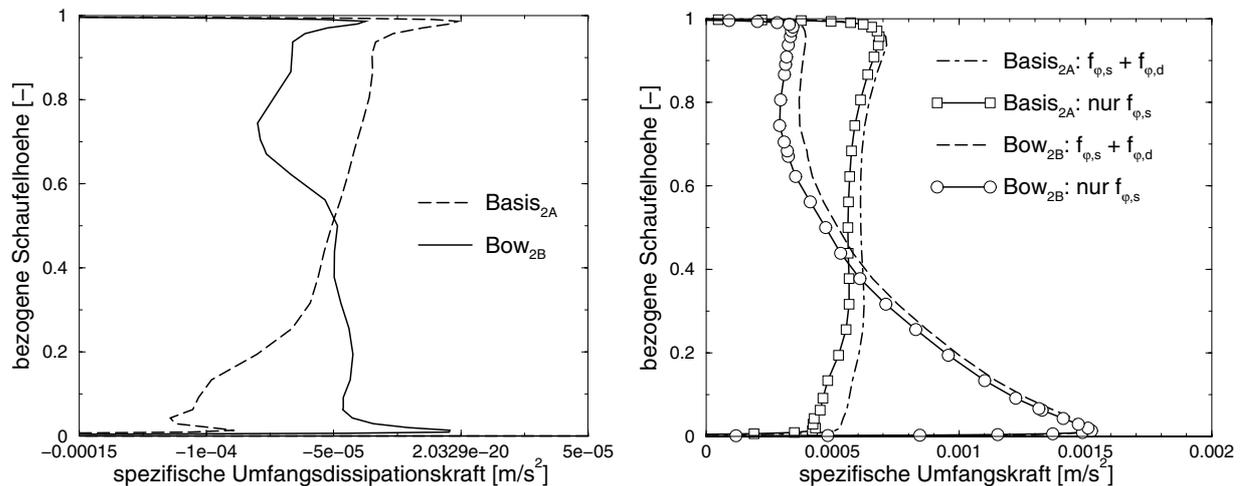
Die beiden Definitionen der Umfangskraft Gl. (6.40) und Gl. (6.44) in den vorhergehenden Abschnitten fassen die Schaufelkraft und die dissipative Kraft in Umfangsrichtung in der Form:

$$f_\varphi = f_{\varphi,s} + f_{\varphi,d} \quad (6.50)$$

zusammen. Die dissipative Kraft  $f_{\varphi,d}$  kann hierbei in folgender Form [52]:

$$f_{\varphi,d} = -\frac{T}{\underline{c}^2} c_\varphi \left( c_r \frac{\partial s}{\partial r} + c_z \frac{\partial s}{\partial z} \right) \quad (6.51)$$

definiert werden, deren Formulierung für die Anwendung beim rotationssymmetrischen *Throughflow*-Verfahren günstig ist und mit der radialen Schaufelkraft explizit zusammen berücksichtigt werden kann.



**Abb. 6.5:** Vergleich der umfangsgemittelten dissipativen Umfangskräfte für die radiale  $Basis_{2A}$  und die gekrümmte Leitschaufeln  $Bow_{2B}$  (bei 90 % axialer Sehnenlänge)

**Abb. 6.6:** Vergleich der umfangsgemittelten Umfangskräfte für die radiale  $Basis_{2A}$  und die gekrümmte Leitschaufeln  $Bow_{2B}$  (bei 90 % axialer Sehnenlänge)

Mit der Definition der Gl. (6.51) werden solche Verteilungen der dissipativen Kraft über der Schaufelhöhe bei 90 % axialer Sehnenlänge in der Abb. 6.5 für beide Leitbeschaufelungen  $Basis_{2A}$  und  $Bow_{2B}$  dargestellt. Die Verteilung für die gekrümmte Schaufel ist durch den Einfluß der tangentialen Schaufelkrümmung (*tangentialer Neigungswinkel*) deutlich verändert, d.h. sie wurde durch positive Schaufelkrümmung in der Nabennrandzone reduziert und an der Gehäusenrandzone erhöht. Aber diese Kraft ergibt eigentlich nur kleine absolute Werte, die man in der Abb. 6.6 explizit finden kann. Obwohl wir die Differenzen zwischen den beiden Verteilungen der Umfangskraft  $f_\varphi$  (mit  $f_{\varphi,d}$ ) und der Umfangsschaufelkraft  $f_{\varphi,s}$  (ohne  $f_{\varphi,d}$ ) noch erkennen können, sind die absoluten Werte der Differen-

zen eigentlich relativ klein. Aus diesem Grund kann die dissipative Kraft normalerweise vernachlässigt werden. Daher reduziert die Gl. (6.50) in folgender vereinfachender Form:  $f_\varphi \approx f_{\varphi,s}$ , da  $f_{\varphi,d} \approx 0$  ist.

### 6.3.2 Radiale Schaufelkraft nach HORLOCK

HORLOCK schlug in [46] auch eine ähnliche Formulierung über den tangentialen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  vor. Zunächst besteht der wichtigste Aspekt bei seiner Definition darin, die Veränderung der Entropie in eine adiabate Strömung zu transformieren. Die *dissipative* Kraft  $f_d$  wird dann in die ursprüngliche Bewegungsgleichung integriert, die die Grundlage für die drei Analysemethoden von SMITH [86], MARSH [63] und NOVAK [67] bildet. HORLOCK wiederum geht von solchen drei Analysen aus und schlug vor, die drei modifizierten Formulierungen der radialen Schaufelkraft  $f_{r,s}$  in der radialen Gleichgewichtsgleichung jeweils für diese drei Analysen anzupassen. Hier wird nur die Modifikation für die Gleichung von MARSH berücksichtigt werden.

HORLOCK stellte die radiale Kraft<sup>2</sup>  $f_r$  für die vorher beschriebene zweite Bewegungsgleichung (6.34) in [46] so dar, daß diese Kraft aus der Gleichung (6.17) in der reibungsfreien Strömung durch Projektion auf den Tangentialwinkel gewonnen wird. Auf diese Weise wird die Summe der radialen Schaufelkraft  $f_{r,s}$  und der radialen dissipativen Kraft  $f_{r,d}$  synthetisiert:

$$\begin{aligned} f_r &= f_{r,s} + f_{r,d} \\ &= f_r - f_d \left( \frac{w_r}{\underline{w}} \right) \\ &= -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \frac{n_r}{\underline{n}_\varphi} - \frac{\kappa R \rho}{(\kappa - 1)} (1 - \eta^{\pm 1}) \frac{\partial T}{\partial x} \left( \frac{w_r}{\underline{w}} \right) \end{aligned} \quad (6.52)$$

Dabei wird der dissipative Term von der Definition  $\frac{T \partial s}{\partial x}$  im Folgenden nach einigen Möglichkeiten umformuliert:

$$\frac{f_d}{\rho} = T \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} (1 - \eta^{\pm 1}) R \frac{\partial T}{\partial x} \quad (6.53)$$

In diesem Fall bezeichnet  $x$  den Abstand auf der momentanen Stromlinie (Richtung der Stromlinie) und  $\eta$  den lokalen polytropen Wirkungsgrad. Diese Form des dissipativen Terms veröffentlichte HORLOCK, da sie voraussichtlich ins Verfahren der Gleichung (6.34) einfach implementiert werden kann. In diesem Fall entspricht diese dissipative Kraft  $f_d$  der Reibungskraft  $f_R$  in der Gleichung (6.34).

Durch einige Herleitungen<sup>3</sup> können wir die radiale Kraft auf folgende Weise:

<sup>2</sup>Hier wird diese Formulierung nicht detailliert hergeleitet, jedoch kann man in [46] die ausführliche Beschreibung finden.

<sup>3</sup>Ebenfalls kann man in [46] diese Herleitungen finden.

$$f_r = \frac{w}{r} \tan \varepsilon' \frac{\partial}{\partial x} (rc_\varphi) + T \frac{\partial s}{\partial x} \frac{(\tan \varepsilon' \tan \beta' - \tan \gamma')^{\frac{1}{2}}}{(\tan^2 \gamma' + \sec^2 \beta')} \quad (6.54)$$

verändern. Diese Gleichung ist eine alternative Form zur Gleichung (6.52). Wenn der tangentielle Neigungswinkel  $\varepsilon'$  Null beträgt, liegt keine tangentielle Schaufelkrümmung vor. Daher gibt es keine radiale Schaufelkraft auf der Leitschaufel. Wenn andererseits die Dissipation nicht berücksichtigt wird, da wie im letzten Abschnitt 6.3.1.3 gezeigt, diese dissipative Kraft vernachlässigbar klein ist, dann entspricht  $\frac{T \partial s}{\partial x} = 0$  und die radiale Schaufelkraft wird deshalb auf die folgende Form:

$$f_r = f_{r,s} = \frac{w}{r} \tan \varepsilon' \frac{\partial}{\partial x} (rc_\varphi) \quad (6.55)$$

reduziert. In dieser Form wird keine axiale Geschwindigkeit  $w_z$  wie in der Gl. (6.42) verwendet, sondern direkt die Strömungsgeschwindigkeit  $w$ . Bei der Leitschaufel ist anstelle der relativen Geschwindigkeit  $w$  der obigen Gl. (6.55) die absolute Geschwindigkeit  $c$  zu setzen. In gleicher Weise bezieht diese Formulierung sich auch explizit auf die Definition der Umfangskraft Gl. (6.44).

### 6.3.3 Vergleich der Definitionen der Radialkraft

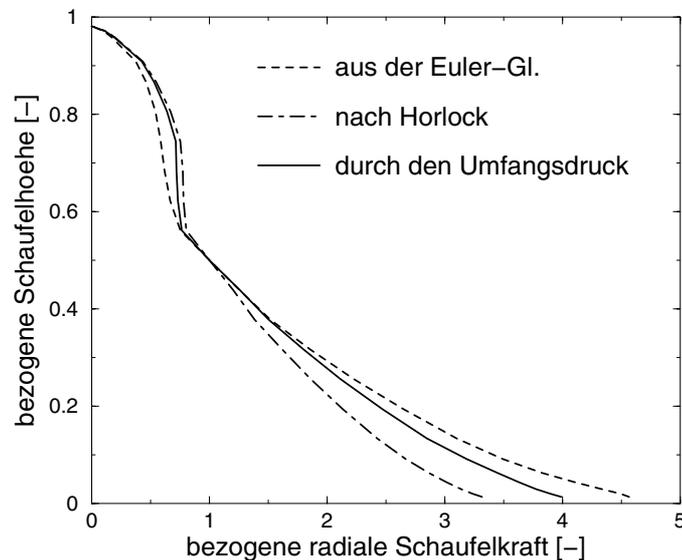


Abb. 6.7: Vergleich der radialen Schaufelkräfte mit gekrümmter Schaufel  $Bow_{2B}$  über der Kanalhöhe (bei 90 % axialer Sehnenlänge)

Hier setzen wir die vorherbeschriebenen Definitionen der Umfangskraft in die Gleichung der radialen Schaufelkraft Gl. (5.11) bzw. (6.22) ein, daraus ergeben sich die Verteilungen der umfangsgemittelten, radialen Schaufelkraft für die gekrümmte Schaufel  $Bow_{2B}$  über der Schaufelhöhe in der Abb. 6.7, die auf den Wert in Schaufelmitte bezogen sind.

Die Abb. 6.7 zeigt, dass die Verteilungstendenzen der radialen Schaufelkraft gut übereinstimmen, die durch die beschriebenen drei Definitionen der Umfangskraft bestimmt wurden. Nur in der Nabenzone ergeben sich leichte Abweichungen. Obwohl die Umfangskraft  $f_\varphi$  auch eine große Rolle spielt, hängt die radiale Schaufelkraft  $f_{r,s}$  hauptsächlich vom Neigungswinkel  $\varepsilon'$  (*Schaufelkrümmung*) ab. Diese Aussage kann durch die Verteilungstendenz in Abb. 6.7 und die Verteilung des tangentialen Neigungswinkels in der Abb. 6.1 demonstriert werden.

### 6.3.4 Weitere Definitionen der radialen Schaufelkraft

Hier wollen wir einige Möglichkeiten nur kurz vorstellen, jedoch werden sie für das rotationssymmetrische *Throughflow*-Verfahren nicht berücksichtigt:

#### 1. Radiale Schaufelkraft nach GU:

GU [31] zeigte ein Modell der radialen Kraft  $f_{r,s}$  für die Schaufelkrümmung in Sehnenrichtung bzw. in Umfangsrichtung. Die radiale Schaufelkraft  $f_{r,s}$  für solche Schaufeln wird in seiner Methode aus zwei Teilen kombiniert. Dabei werden die radialen Komponenten der Schaufelkraft im Einzelnen von den Krümmungen in Umfangsrichtung und in Sehnenrichtung erzeugt. Diese Formulierung wird hier nicht berücksichtigt, da ihre Definition von GU in [31] nicht deutlich vorgestellt wurde, jedoch kann man einige Beschreibungen über diese Formulierung im Anhang A.1 finden.

#### 2. Definition nach DENTON:

DENTON [19][65] entwickelte einen ganz anderen Ansatz für sein eigenes 3D Navier-Stokes-Verfahren. Sein Ansatz basiert aber auf der Druckdifferenz  $\Delta p$ , daher ist er grundsätzlich nur auf der Basis einer dreidimensionalen Berechnung anwendbar. Dieser Ansatz stellt die Behandlung der tangentiellen Schaufelneigung und der axialen Pfeilung vor, jedoch beschreibt er sie ohne Berücksichtigung der tangentiellen Neigungswinkel. Eine Beschreibung über diesen Ansatz findet man im Anhang A.2.

#### 3. Definition nach WU:

Eine ähnliche Definition wie die zuvor beschriebene Definition der Umfangskraft wurde von WU in [114] für sein rotationssymmetrisches 2D-Verfahren implizit verwendet. Aus seiner Formulierung erkennt man aber, dass sie eigentlich nur von der Strömungsumlenkung abhängt, damit ist sie vom tangentialen Neigungswinkel unabhängig. Die Formulierung findet man im Anhang A.3.

## 6.4 Tangentialer Neigungs- bzw. Krümmungswinkel

Im Fall der reinen *Lean*-Schaufel (die allerdings Nachteile aufweist) ist der tangentialer Neigungswinkel  $\varepsilon'$  über der Schaufelhöhe konstant. Bei einer nur über einen Teil der

Schaufelhöhe geneigten Schaufel im Kreisgitter (die Vorteile hat) verändert er sich über der Schaufelhöhe, d.h.  $\varepsilon'_N > \varepsilon'_m > \varepsilon'_G$ . Damit ist  $\varepsilon' = f(r)$ . Aus diesem Grund wird eine Beziehung zwischen dem Neigungswinkel  $\varepsilon'$  und dem Radius  $r$  entlang der Schaufelhöhe für das tangentiale Verhältnis in Gl. (5.11) bzw. Gl. (6.22) benötigt. Dafür werden einige Möglichkeiten in kommenden Abschnitt vorgestellt.

### 6.4.1 Tangentialer Neigungswinkel durch die Interpolationsmethode

Wenn die Schaufelkrümmung mehr als eine einfach geneigte oder gekrümmte Schaufelkontur darstellt, wird eine angenäherte Berechnungsmethode anhand eines Kreisbogens ungünstig. Ein Beispiel ist, wenn die Auffädellinie des mittleren Schaufelbereichs als gerade Linie definiert ist. Mit der Interpolationsmethode kann der Verlauf des tangentialen Neigungswinkels direkt durch einige vorgegebene Winkel über der Schaufelhöhe angegeben werden.

In vorhandenen *Throughflow*-Verfahren existiert bereits eine sogenannte Interpolationsmethode der Finite-Elemente (FEM) für andere zwei dimensionale Rechnungszwecke, deren Methode insbesondere für das Problem der zwei Dimensionen günstig ist. Aus diesem Grund kann diese Methode auch für die Winkelinterpolation weiter verwendet werden. Anhand dieser Methode wird der tangentiale Neigungswinkel zunächst in radialer Richtung interpoliert, anschliessend wird dies in axialer Richtung weitergeführt. Damit wird die Berechnung des tangentialen Neigungswinkels in geringerer Abhängigkeit von der Krümmungskontur der Schaufelauffädellinie stehen. Außer dieser Interpolationsmethode werden noch die folgenden beiden Ansätze zusätzlich vorgestellt, die eigentlich nur für spezielle Konturen der Auffädellinie verwendet werden können.

### 6.4.2 Ansatz des Neigungswinkels nach LAPSCHIN

In der Abb. 6.8 werden Auffädellinien der Leitschaukel dargestellt, die zunächst am Nabenschnitt geneigt sind, anschliessend zum Kopfschnitt hin gekrümmt sind, meistens bis zu einem Neigungswinkel  $\varepsilon' = 0$  in der Nähe des Gehäuses. Eine solche Form der Schaufelkrümmung kann wie folgt definiert werden, nach Ansätzen, die von LAPSCHIN [58][59] vorgeschlagen wurden.

Zunächst wird der Kreisradius auf der Maschinenachse durch:

$$r_0 = r_N \sin \varepsilon'_N \quad (6.56)$$

bestimmt. Dadurch wird der tangentiale Neigungswinkel  $\varepsilon'$  über der Schaufelhöhe mit

folgender Form::

$$\varepsilon' = \arcsin\left(\frac{r_0}{r}\right) \approx \arctan\left(\frac{r_0}{r}\right) \quad (6.57)$$

berechnet. Bei kleinem tangentialen Neigungswinkel der Schaufelkrümmung z.B.  $0^\circ < \varepsilon' < 20^\circ$  kann  $\sin \varepsilon' \approx \tan \varepsilon'$  näherungsweise angenommen werden. Allerdings kann diese Form nur für die Schaufelneigung im Kreisgitter verwendet werden. Deswegen wird der Ansatz noch durch den folgenden Korrekturkoeffizient  $k_{\varepsilon'}^{lap}$ :

$$\varepsilon'_{i+1} = k_{\varepsilon'}^{lap} \varepsilon'_i \quad (6.58)$$

ergänzt, um die berechneten Neigungswinkel der Gleichung (6.57) für eine angepasste Schaufelkrümmung zu modifizieren. Für den Bereich, in dem die Auffädellinie nur geneigt ist, gilt für den Korrekturkoeffizienten  $k_{\varepsilon'}^{lap} = 1$ . Im Bereich der gekrümmten Auffädellinie ergibt dieser Koeffizient dann variable Werte, um die angenäherten Neigungswinkel anhand der Schaufelhöhe zu kontrollieren.

### 6.4.3 Ansatz des Neigungswinkels nach FILIPPOV

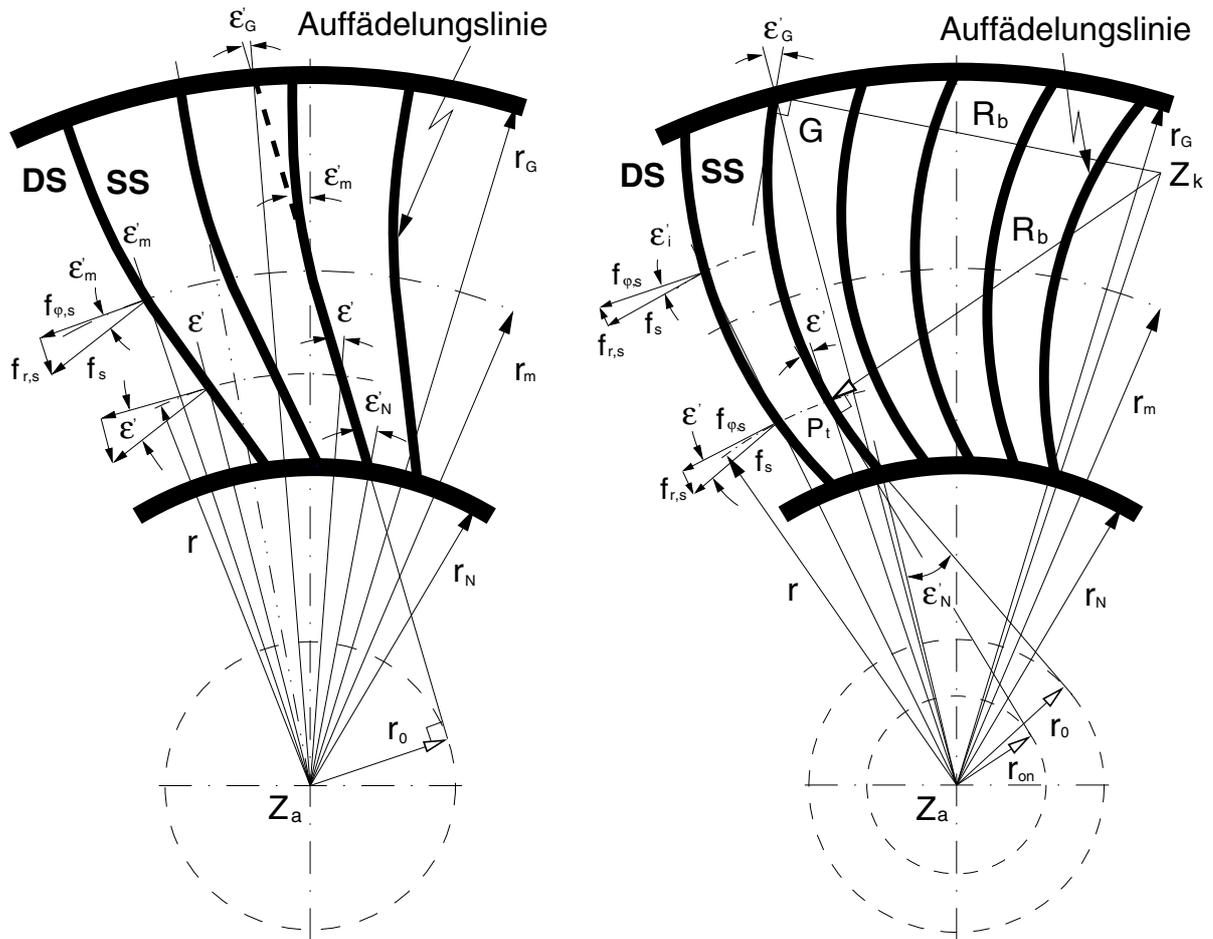
Für eine Auffädellinie der Schaufel, die sich direkt einem Kreisbogen entspricht, nimmt der Krümmungswinkel über der Schaufelhöhe wie in der Abb. 6.9 keine konstanten Werte an, d.h.  $\varepsilon'_N \neq \varepsilon'_m \neq \varepsilon' \neq \varepsilon'_G$ . Um diese Neigungswinkel über die radiale Richtung zu bestimmen, wird daher ein Ansatz benötigt, dessen Form direkt von den Konturdaten in den beiden Randzonen bzw. dem Radius  $r$  entlang der Schaufelhöhe erzeugt wird. Diese Methode kann auf folgendem Wege hergeleitet werden. Zunächst gehen wir vom *cosinus*-Satz aus:

Im Dreieck  $\Delta Z_a Z_k G$  existiert der Winkel:

$$\begin{aligned} \angle Z_a G Z_k &= \frac{\pi}{2} - (-\varepsilon'_G) = \frac{\pi}{2} + \varepsilon'_G \\ \implies \overline{Z_a Z_k}^2 &= R^2 + r_G^2 - 2R r_G \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon'_G\right) \\ &= R^2 + r_G^2 - 2R r_G \sin \varepsilon'_G \end{aligned} \quad (6.59)$$

Dabei ist der Neigungswinkel an der Nabe und am Gehäuse jeweils positiv und negativ definiert, wie in der Abbildung (6.9) dargestellt. In ähnlicher Weise existiert im Dreieck  $\Delta Z_a Z_k P_t$  der Winkel:

$$\angle Z_a P_t Z_k = \frac{\pi}{2} + \varepsilon'$$



*Abb. 6.8:* Die tangentialen Neigungswinkel der geneigten (gestrichelte Linie) bzw. einseitig gekrümmten Leitschaufel in einem Kreisgitter

*Abb. 6.9:* Die tangentialen Krümmungswinkel einer beidseitig gekrümmten Leitschaufel in einem Kreisgitter

$$\begin{aligned} \Rightarrow \overline{Z_a Z_k}^2 &= R^2 + r^2 - 2Rr \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon'\right) \\ &= R^2 + r^2 + 2Rr \sin \varepsilon' \end{aligned} \quad (6.60)$$

Mit der Hilfe der Gleichungen (6.59) und (6.60) bekommen wir folgenden Ansatz:

$$\sin \varepsilon' = \frac{r_G^2 - r^2 + 2Rr_G \sin \varepsilon'_G}{2Rr} \quad (6.61)$$

Diese *sinus*-Form können wir gleicherweise direkt für den Nabenschnitt  $\sin \varepsilon'_N$  und den Gehäuseschnitt  $\sin \varepsilon'_G$  verwenden. Danach erhalten wir den Radius  $R$  zur Bestimmung durch folgende Beziehung:

$$R = \frac{r_G^2 - r_N^2}{2(r_N \sin \varepsilon'_N - r_G \sin \varepsilon'_G)} \quad (6.62)$$

Setzen wir diese Gleichung (6.62) in die Gleichung (6.61), dann finden:

$$\varepsilon' = \arcsin \left[ \frac{1}{r} \left( \frac{r_G^2 - r^2}{r_G^2 - r_N^2} (r_N \sin \varepsilon'_N - r_G \sin \varepsilon'_G) + (r_G \sin \varepsilon'_G) \right) \right] \quad (6.63)$$

Diese Gleichung wurde von FILIPPOV UND DEICH [17] vorgeschlagen und von SUSLOV [94] weiter verwendet, sie hängt nur von den Variablen  $r, r_N, r_G, \varepsilon'_N$  und  $\varepsilon'_G$  ab. Bei kleinem tangentiellen Neigungswinkel der Schaufelkrümmung kann hierbei auch für  $\sin \varepsilon' \approx \tan \varepsilon'$  näherungsweise angenommen werden. Jedoch beschränkt dieser Ansatz die Auffädellinie auf eine gebogene Form.

## 6.5 Modellierung des Sekundärverlusts

Die Verluste der Sekundärströmung hängen mit dem Kanalwirbel der Strömungsbewegung im Schaufelgitter sehr eng zusammen. Die radiale Verteilung der Sekundärverluste hinter dem Schaufelgitter ist ungleichmäßig, in den meisten Fällen entsteht eine radiale Verteilung mit Maxima in der Nähe der Randzonen von Schaufelgittern. Eine neue Untersuchung von DENTON [18] zeigt, daß die Positionen der Maximalverluste im Wesentlichen zum Wirbelkern der Kanalwirbel gehören. Die Verlustgröße hängt von den Parametern der Schaufelbelastung, der Solidity sowie des Streckungsverhältnisses ab. Außerdem ist die Zuströmungsgrenzschichtdicke auch eine wichtige Einflußgröße auf die Sekundärverluste. Die Messungen im Gitterkanal von SMITH [87] konnten zeigen, dass die Zuströmungsgrenzschichtverluste nicht direkt den gesamten Verlust erhöhen. Daher können die Zuströmungsgrenzschichtverluste auch von der Berechnung der Sekundärverluste getrennt behandelt werden.

Da die Schaufelneigung bzw. -krümmung auch die Sekundärverluste beeinflusst, muß neben der Nutzung der radialen Kraft für die reibungsfreie Strömung auch ein Modell der Sekundärverluste bzw. der Verlustverteilung in der Berechnung von gekrümmten Schaufeln berücksichtigt werden. Diese Aussage kann durch die im letzten Abschnitt beschriebene Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Verlustverteilung deutlich demonstriert werden.

Um das Verlustmodell in der  $S_2$ -Ebene auf die gekrümmten Schaufeln anzuwenden, gibt es eigentlich folgende zwei Möglichkeiten: entweder entwickelt man ein völlig neues Modell der Sekundärverluste oder die Sekundärverluste der radialen Schaufel werden durch eine Korrekturfunktion auf einen Sekundärverlust der gekrümmten Schaufel modifiziert. Für die erste Möglichkeit lassen sich in der Literatur zwei ähnliche Modelle finden:

- TIKHOMIROV [96] stellte ein Sekundärverlustmodell für eine geneigte und gekrümmte Schaufel mit einer konvergenten Meridiankontur vor. Jedoch verwendete er *Secondary Flows Control* in der axialen Turbine. D.h. zwischen den benachbarten Schaufeln steht

eine dünne Wand in den mittleren Randzonen. Aufgrund dieser Konstruktion wird dieses Modell nicht in unserem Fall verwendet.

- SHANG et al. [77] entwickelte ein neues Verlustmodell der Sekundärströmung für eine gekrümmte Schaufel. Es berücksichtigt die Effekte der Sekundärströmung und der Rotation der *Bernoullischen* Fläche, bzw. verfolgt sie mit der Gleichung die Sekundärvorticity von HAWTHORNE. Da dieses Modell auf der Vorticitytheorie basiert, deren Idee sich aus der Flügeltheorie ergibt, wird hier auch diese Theorie unberücksichtigt bleiben.

Daher lässt sich kein geeignetes Modell für die erste Möglichkeit finden. Eine günstigere Methode ist die zweite Möglichkeit, aus der folgende Modellierungen beschrieben werden.

### 6.5.1 Modellierung des Sekundärverlusts für die radiale Schaufel

Hier wird der Sekundärverlust für die radiale Schaufel nach dem von GROSCHUP [30] entwickelten Modell zur Verlustverteilung im vorhandenen Meridianströmungsverfahren berechnet. GROSCHUP nahm an, daß die Rand- und Sekundärverluste  $\zeta_{RS}$  in den Randzonen jeweils hauptsächlich im Nabenbereich und im Gehäusebereich konzentriert sind. Sie umfassen sowohl die Verluste in der Seitenwandgrenzschicht als auch die Energiedissipation durch die Sekundärströmung. Um die Rand- und Sekundärströmungsverluste auch für die geneigte und gekrümmte Schaufeln korrekt zu berechnen, muss dieses Modell modifiziert werden. Die genaue Modellierung für die radiale Schaufel wurde in den Arbeiten von GEHRING [26] und PETROVIC [69] beschrieben. Wir werden nur direkt darauf zurückgreifen, wo diese Modelle zu korrigieren sind.

Wenn die grundsätzliche Struktur der Verlustverteilung in Abhängigkeit von der bezogenen Schaufelhöhe  $h_{bez}$  in folgender Gleichung von GROSCHUP [30]:

$$\zeta_{RS,sp} = B_N e^{-A_N(h_{bez}-C_N)^2} + B_G e^{-A_G(1-h_{bez}-C_G)^2} \quad (6.64)$$

beschrieben werden kann, wird diese Gleichung die Verteilung der Rand- und Spaltverluste über der Schaufelhöhe mit Hilfe der beiden Faktoren  $B_N$  und  $B_G$ :

$$B_N = \frac{\tilde{\zeta}_{RS}^N}{\int_0^1 e^{-A_N(h_{bez}-C_N)^2} d\bar{h}} \quad \text{und} \quad B_G = \frac{\tilde{\zeta}_{RS}^G}{\int_0^1 e^{-A_G(1-h_{bez}-C_G)^2} d\bar{h}} \quad (6.65)$$

und die Funktion  $e^{x^2}$  beschreiben, die die Verteilung über der ganzen Schaufelhöhe formuliert. Mit den Parametern  $C_N$  und  $C_G$  wird die Lage des Maximums der Verteilung in der Randzone festgelegt. Die Parameter  $A_N$  und  $A_G$  sind für das Abklingen der Verlustverteilung maßgeblich. Zur Bestimmung solcher Parameter können ihre Definitionen von

TRAUPEL [97] und GROSCHUP [30] (auch die Arbeit von GEHRING [26] und PETROVIC [69]) verwendet werden.

In der obigen Gl. (6.65) kennzeichnen die Verlustzahlen  $\tilde{\zeta}_{RS}^N$  und  $\tilde{\zeta}_{RS}^G$  die Mittelwerte der Verluste in den Randzonen an der Nabe bzw. am Gehäuse. Sie umfassen grundsätzlich die Rand- und Sekundärverluste sowie die Spaltverluste, falls diese im betreffenden Bereich auftreten. Sie sind mit Hilfe einer Beziehung für den Mittelwert der Verlustzahl der Rand- und Sekundärverluste  $\zeta_{RS}$  von TRAUPEL [97]:

$$\zeta_{RS} = \frac{\zeta_{p_n}}{\zeta_{p_{n_0}}} F \frac{t}{h} \quad (6.66)$$

bestimmt. Dabei bezeichnet  $\zeta_{p_n}$  die nominale Profilverlustzahl und  $\zeta_{p_{n_0}}$  die Profilgrundverlustzahl,  $t$  die Teilung und  $h$  die Schaufelhöhe. Die vorderen beiden Parameter sind eigentlich Bestandteil des Profilverlustmodells. Die Größe  $F$  kann in Form eines Nomogramms von TRAUPEL [97] ausgewertet werden und durch ein Polynom im Meridianströmungsverfahren abgebildet werden bzw. durch eine Funktion<sup>4</sup> approximiert werden. Sie hängt vom Geschwindigkeitsverhältnis und der Umlenkung des Gitters ab.

Solche Mittelwerte werden daher durch die beiden Verlustzahlen  $\tilde{\zeta}_{RS}^N$  und  $\tilde{\zeta}_{RS}^G$  für jeweilige Bereiche, als auch mit dem Modell von GROSCHUP [30] entlang der Schaufelhöhe verteilt. In diesem Fall können sie dann für die beiden Randzonen einer axialen Turbinenstufe mit frei endenden Schaufeln wie in folgenden Ansätzen jeweils ergeben:

- für das Leitrad:

$$\tilde{\zeta}_{RS}^N = 0.5 \zeta_{RS}^N + \zeta_{sp}^{le} \quad \text{und} \quad \tilde{\zeta}_{RS}^G = 0.5 \zeta_{RS}^G \quad (6.67)$$

- für das Laufrad:

$$\tilde{\zeta}_{RS}^N = 0.5 \zeta_{RS}^N \quad \text{und} \quad \tilde{\zeta}_{RS}^G = 0.5 \zeta_{RS}^G + \zeta_{sp}^{la} \quad (6.68)$$

Zur Bestimmung der mittleren Spaltverlustzahl  $\zeta_{sp}^{le}$  und  $\zeta_{sp}^{la}$  bei Schaufeln mit Deckbändern können die Korrelationen von TRAUPEL [97] verwendet werden, sie sind auch im zuvor beschriebenen Abschnitt 4.1.2 für die Laufschaufel zu finden. Sie hängen hauptsächlich vom Reaktionsgrad  $r$  und dem relativen Spaltmassenstrom  $\mu$  ab.

Ein ähnliches Modell der Sekundärverluste wurde von LAPSCHIN [59] für  $\zeta_{RS,sp}$  auf folgende Weise:

$$\zeta_{RS,sp} = \tilde{\zeta}_{RS}^N + \tilde{\zeta}_{RS}^G \quad (6.69)$$

vorge stellt, deren Formulierungen  $\tilde{\zeta}_{RS}^N$  und  $\tilde{\zeta}_{RS}^G$  eigentlich für die berechnete Beschau fe lung entwickelt sind und daher besonders geeignet für die hier untersuchte Turbinenstufe sein sollten. Hier werden wir auf diese Definitionen der beiden Randsekundärverluste nicht

<sup>4</sup>Diese Funktion kann man ebenfalls in [97] und [69] finden.

eingehen, jedoch sind sie im Anhang B.1 jeweils für die Naben- und Gehäuse- randzone vorgestellt, damit man sie auch im vorhandenen Meridianströmungsverfahren als Alternative einbringen kann.

## 6.5.2 Korrekturfunktion des Sekundärverlustes für gekrümmte Schaufeln

Mit der schon beschriebenen Auswirkung der Schaufelkrümmung auf die Verlustverteilung finden wir, dass sie hauptsächlich die Reduzierung der Sekundärverluste in den beiden Randzonen beeinflusst. Aus diesem Grund spielen die obigen beiden Gleichungen (6.67) und (6.68) eine wichtige Rolle. Da die beiden obigen Modellgleichungen eigentlich nur für die Anwendung der radialen Schaufel gelten, müssen diese beiden Gleichungen durch eine Korrektur des Sekundärverlusts für geneigte bzw. gekrümmte Schaufeln weiter umformuliert werden.

In diesem Fall können die neuen Sekundärverluste der gekrümmten Leitschaukel ausgehend von den Werten der radialen Schaufel durch Korrekturfunktionen mit den beiden Gleichungen auf folgende Weise:

$$\tilde{\zeta}_{RS}^N = f_{\varepsilon'}^N \tilde{\zeta}_{RS}^N \quad (6.70)$$

$$\tilde{\zeta}_{RS}^G = f_{\varepsilon'}^G \tilde{\zeta}_{RS}^G \quad (6.71)$$

jeweils für die Naben- und Gehäuse- randzonen  $\tilde{\zeta}_{RS}^N$  und  $\tilde{\zeta}_{RS}^G$  ermittelt werden. Dabei bezeichnen  $f_{\varepsilon'}^N$  und  $f_{\varepsilon'}^G$  die Korrekturfunktionen der Sekundärverluste für die gekrümmten Schaufeln jeweils in der Nabenrandzone und in der Gehäuse- randzone.

Die obigen beiden Korrekturfunktionen  $f_{\varepsilon'}^N$  und  $f_{\varepsilon'}^G$  ergeben die Modifikationen des Sekundärverlusts getrennt in den beiden Randzonen. An anderer Stelle kann eine solche Reduzierung durch eine ähnliche Korrekturfunktion  $f_{\varepsilon'}$  ebenfalls erreicht werden, jedoch ergibt sie direkt mit der Gleichung (6.64) wie folgt:

$$\tilde{\zeta}_{RS,Sp} = f_{\varepsilon'} \zeta_{RS,Sp} \quad (6.72)$$

Auf diese Weise wird der Verlust von dieser Funktion global für die ganze Schaufel korrigiert. Eine geeignete Korrekturfunktion kann durch folgende zwei Ansätze jeweils für obige beiden Möglichkeiten vorgestellt werden, die wesentlich für das vorhandene Meridianströmungsverfahren geeignet sind.

### 6.5.2.1 Korrekturfunktion für die beiden Randzonen

Für eine Leitschaukel, die eine Neigung in der Nabenrandzone und eine Krümmung in der Gehäuse- randzone aufweist, wurde folgendes Korrekturmodell der Sekundärverluste von

LAPSCHIN [59] vorgeschlagen. Dieses Modell behandelt die Sekundärverluste  $\zeta_{RS}$  mit zwei Korrekturfunktionen, die jeweils für die Nabenrandzone und die Gehäuserandzone gelten. In diesem Fall ergeben die beiden Korrekturfunktionen der Schaufel im Einzelnen für die Nabenrandzone und für die Gehäuserandzone die folgenden beiden Formulierungen

$$f_{\varepsilon'}^N = k_{\varepsilon'}^N k_{\mathcal{R}}^N \quad (6.73)$$

und

$$f_{\varepsilon'}^G = k_{\varepsilon'}^G k_{\mathcal{R}}^G k_{\gamma}^G \quad (6.74)$$

Die Variablen  $k_{\varepsilon'}^N$  und  $k_{\varepsilon'}^G$  bedeuten die Verlustkoeffizienten bei tangentialer Krümmung jeweils für den Fußbereich und den Kopfbereich, die im Folgenden für die Nabenrandzone:

$$k_{\varepsilon'}^N = \frac{1}{1 + \tan \varepsilon'_N} = f(\varepsilon'_N) \quad (6.75)$$

und für die Gehäuserandzone:

$$k_{\varepsilon'}^G = 1 + \tan \varepsilon'_G = f(\varepsilon'_G) \quad (6.76)$$

formuliert werden können. Die beiden Funktionen hängen also nur von den tangentialen Neigungswinkeln des Fußschnitts  $\varepsilon'_N$  sowie des Kopfschnitts  $\varepsilon'_G$  ab und gelten für die gekrümmte Leitschaufel. Für die konventionelle Leit- und Laufschaufel behalten die beiden Verlustkoeffizienten  $k_{\varepsilon'}^N$  und  $k_{\varepsilon'}^G$  den Wert 1, da die Auffädellinien solcher Schaufeln überwiegend radial eingestellt sind.

Durch die tangentiale Krümmung der Leitschaufel wird der Reaktionsgrad wie vorher beschrieben am Fußschnitt und am Kopfschnitt der Laufschaufel deutlich verändert. Dadurch wird der Sekundärverlust ebenfalls beeinflusst. Aus diesem Grund sollen die Verlustkoeffizienten des Reaktionsgrads in den Gl. (6.73) und (6.74) auch berücksichtigt werden. Solche Koeffizienten können im Folgenden:

$$k_{\mathcal{R}}^N = 2 - \frac{\mathbf{r}_N}{0.2} \quad (6.77)$$

und

$$k_{\mathcal{R}}^G = 2 - \frac{\mathbf{r}_G}{0.2} \quad (6.78)$$

jeweils für den Fußschnitt  $k_{\mathcal{R}}^N$  und den Kopfschnitt  $k_{\mathcal{R}}^G$  gegeben werden, wobei  $\mathbf{r}_N$  und  $\mathbf{r}_G$  den Reaktionsgrad im Fußbereich und im Kopfbereich angeben. Diese Formulierung ist nur für die Laufschaufel unter der Bedingung geeignet, dass die Werte von  $\mathbf{r}_N \leq 0.2$ , und  $\mathbf{r}_G \leq 0.2$  liegen müssen. Die Sekundärverluste der Laufschaufel in der Fußzone werden bei kleinem Reaktionsgrad wegen des großen Umlenkungsgrads mit nahezu konstanter Geschwindigkeit  $\underline{w}_1 \approx \underline{w}_2$  stark vergrößert. Wenn der Reaktionsgrad der Schaufel  $\mathbf{r}_N$  und  $\mathbf{r}_G$  einen größeren Wert als 0.2 annimmt, bleiben die Werte der Verlustkoeffizienten des Reakti-

onsgrads  $\mathbf{r}_N$  und  $\mathbf{r}_G$  immer 1. Für die Leitschaufel jedoch ergeben die Verlustkoeffizienten des Reaktionsgrads  $\mathbf{r}_N$  und  $\mathbf{r}_G$  immer konstant den Wert 1, da sich die Sekundärverluste der Schaufel wegen der deutlichen Beschleunigung mit der absoluten Geschwindigkeit  $\underline{c}_1 \gg \underline{c}_0$  nicht viel vergrößern.

Die Gl. (6.74) berücksichtigt noch die Variable  $k_\gamma^G$ , durch die der Verlustkoeffizient Einfluß auf die radiale Strömung ausübt. Diese Funktion kann in Form von:

$$k_\gamma^G = 1 + 0.003 (\gamma_2^G)^2 \quad (6.79)$$

gegeben werden, wobei  $\gamma_2^G$  den Winkel der Stromlinie in der Meridianebene für den Kopfschnitt symbolisiert. Diese Form wird für Leit- und Laufschaufeln verwendet. Allerdings wird in der Gl. (6.73) nicht gleichermaßen der andere Verlustkoeffizient der radialen Strömung  $\gamma_2^N$  für den Fußschnitt verwendet, da es keine ausreichenden experimentellen Ergebnisse gibt. Anhand der durchgeführten 3D-Berechnungen könnte die Variable  $\gamma_2^N$  eigentlich auch für den Fußschnitt formuliert werden. Jedoch wurde diese Annahme der Korrektur hier zunächst nicht berücksichtigt. Sonst könnte eine derartige Korrektur möglicherweise keinen richtigen Verlustbeiwert ergeben [58], da die experimentellen Verlustbeiwerte eigentlich genauer als die dreidimensional errechneten Verlustbeiwerte sein sollten.

Hier können die obengenannten beiden Korrekturfunktionen des Verlustes Gl. (6.73) und (6.74) aus den beschriebenen Gründen auf folgende Weise:

$$\text{für die Leitschaufel} \implies \begin{cases} f_{\varepsilon'}^N = k_{\varepsilon'}^N & : \text{ wegen } k_{\mathbf{r}}^N = 1 \\ f_{\varepsilon'}^G = k_{\varepsilon'}^G k_\gamma^G & : \text{ wegen } k_{\mathbf{r}}^G = 1 \end{cases} \quad (6.80)$$

$$\text{für die Laufschaufel} \implies \begin{cases} f_{\varepsilon'}^N = k_{\mathbf{r}}^N & : \text{ wegen } k_{\varepsilon'}^N = 1 \\ f_{\varepsilon'}^G = k_{\mathbf{r}}^G k_\gamma^G & : \text{ wegen } k_{\varepsilon'}^G = 1 \end{cases} \quad (6.81)$$

jeweils für die Nabenrandzone und die Gehäuseerandzone zusammengefasst und reduziert werden, deren Formulierungen in der Turbinenstufe bei der Anwendung der gekrümmten Leitschaufeln verwendet werden können.

Das obige Modell gilt nur für den Fall der Unterschallströmung und für Schaufelgitter mit etwa optimaler relativer Teilung  $\bar{t} \approx \bar{t}_{opt}$ , wobei  $\bar{t}_{opt} = f(\alpha_0, \alpha_1)$  ist [97]. Dabei definiert die relative Teilung das Verhältnis zwischen Schaufelteilung und der Sehnenlänge als  $\bar{t} = \frac{t}{s}$ . Für andere relative Teilungen, die nicht bei der optimalen Stelle des Profilverlusts liegen, müssen zusätzliche Profilverluste berücksichtigt werden.

Abb. 6.10 stellt daher das folgende Problem dar: Wenn die relative Teilung nicht mehr in der Nähe des optimalen Wertes liegt, können die zunehmenden Profilverluste jeweils für kleinere und größere relative Teilungen in folgender Form:

$$\zeta_p(\bar{t}) = \zeta_p(\bar{t}_{opt}) + \Delta\zeta_1(\bar{t}_{N_{opt1}}, \bar{t}_{opt}) \quad [\text{oder } \Delta\zeta_2(\bar{t}_{N_{opt2}}, \bar{t}_{opt})] \quad (6.82)$$

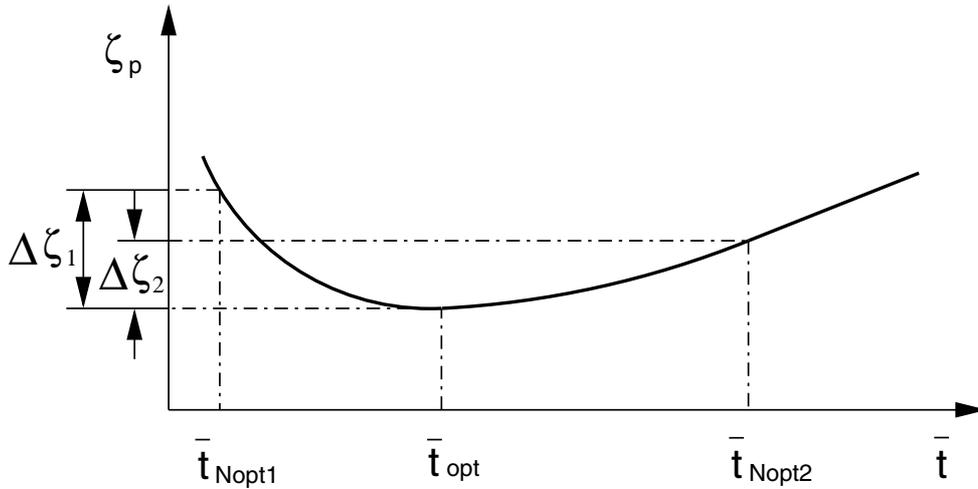


Abb. 6.10: Profilverlust in Funktion der relativen Teilung

zusätzlich berücksichtigt werden.

### 6.5.2.2 Korrekturfunktion über der ganzen Schaufelhöhe

Die beiden Korrelationsfunktionen  $f_{\varepsilon'}^N$  und  $f_{\varepsilon'}^G$  ergeben die Modifikationen des Sekundärverlusts getrennt in den beiden Randzonen. An anderer Stelle stellte YU [117] ebenfalls eine Korrekturfunktion  $f_{\varepsilon'}$  für die Gl. (6.72) vor, dabei kann diese Funktion  $f_{\varepsilon'}$  durch folgenden Ansatz:

$$f_{\varepsilon'}' = \frac{[\sin(f_1\varepsilon' + f_2) - f_3]}{(\sin f_2 - f_3)} = f(\varepsilon') \quad (6.83)$$

formuliert werden, wobei die Korrelationsfunktion  $f(\varepsilon')$  vom Neigungswinkel  $\varepsilon'$  abhängig ist. Die obige Korrekturfunktion hängt nicht nur vom tangentiellen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  ab, sondern sie wird zusätzlich mit mehreren anderen aerodynamischen Eigenschaften kombiniert, deren Kombination jeweils durch die Funktionen  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  realisiert.

Dabei bedeuten  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  die Funktionen der geometrischen Gitterparameter und der aerodynamischen Parameter. Ihre empirischen Funktionen können durch folgende Formeln jeweils für die Funktionen des aerodynamischen Inzidenzwinkels:

$$f_1 = \frac{k_1 \cos \alpha_{2M}}{\cos \alpha_{1M}} + k_2 \sin(i) \quad (6.84)$$

des Umlenkungswinkels:

$$f_2 = \frac{1}{2} \left( \nu' + \frac{\pi}{2} \right) \quad (6.85)$$

und des Konvergenzgrads des Gitterkanals:

$$f_3 = \sin \nu' + k_3 \sin \left( \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right) \quad (6.86)$$

für dieses Modell zusätzlich vorgegeben werden. Sie alle sind nicht vom tangentialen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  abhängig.  $\alpha_{1M}$ ,  $\alpha_{2M}$  und  $\nu'$  sind die geometrischen Ein- und Austrittswinkel des Gitters sowie der Umlenkungswinkel des Profils.  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  bezeichnen die aerodynamischen Anströmwinkel und Abströmwinkel.  $i$  ist der Inzidenzwinkel und  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k_3$  bezeichnen die empirischen Koeffizienten.

## 6.6 Neue Modellierung der Strömungsumlenkung

Zur Berechnung der Strömungsumlenkung von Turbinen-Gittern wird häufig die sogenannte *Sinus-Regel* verwendet. Der Abströmwinkel bei Unterschallströmung ist nach dieser Regel in einer einfachen Form:

$$\alpha'_1 = \arcsin \frac{a_1}{t_1} \quad (6.87)$$

definiert. Dabei bezeichnen  $a_1$  die Austrittskanalbreite und  $t$  die Teilung. Diesen Winkel kann man auch effektiven Abströmwinkel nennen. Diese Definition wurde zunächst als Grundformulierung im vorhandenen Meridianströmungsverfahren bereits verwendet.

### 6.6.1 Korrekturfunktion des Abströmwinkels für die gekrümmte Schaufel

Durch eine tangentielle Schaufelkrümmung werden die Abströmwinkel über der Schaufelhöhe verändert, diese Änderung wird hauptsächlich vom tangentialen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  beeinflusst. Aus diesem Grund muss das Modell der Strömungsumlenkung für die Berechnung des gekrümmten Schaufelgitters korrigiert werden. Um andere Einflußgrößen möglichst vermeiden zu können, wird die Gleichung (6.87) des effektiven Abströmwinkels zunächst berücksichtigt.

Auf gleiche Weise wie die Modellierung des Sekundärverlusts kann die Gl. (6.87) ebenfalls durch eine Korrekturfunktion in der Form:

$$\tilde{\alpha}'_1(h_{bez}) = f_{\varepsilon'}^{\alpha'}(h_{bez}) \alpha'_1(h_{bez}) = f[\varepsilon'(h_{bez}), \alpha'_1(h_{bez})] \quad (6.88)$$

über der ganzen Schaufelhöhe für die gekrümmte Schaufel umformuliert werden. In diesem Fall wird die Verteilung des Abströmwinkels von dieser Funktion über der ganzen Schaufelhöhe korrigiert, die vom tangentialen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  direkt sowie vom Abströmwinkel  $\alpha'_1$  indirekt abhängt. Eine derartige Korrekturfunktion kann durch folgende zwei neuen

Ansätze erstellt werden, so dass sie wesentlich für das vorhandene Meridianströmungsverfahren geeignet ist.

### 6.6.1.1 Ansatz des Abströmwinkels für die Beschau felung $Bow_{2B}$

Da bei der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{2B}$  bereits das experimentelle Ergebnis für den Abströmwinkel existiert, kann mit diesen experimentellen Daten die neue Modellierung der Korrekturfunktion in erster Linie geprüft werden. Aus diesem Grund wird folgende Korrekturfunktion:

$$f_{\varepsilon'}^{\alpha'} = 1 + k' \tan \varepsilon' \quad (6.89)$$

für diese Beschau felung zunächst hier vorgestellt, die vom tangentialen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  über der Schaufelhöhe abhängt und für die gekrümmte Schaufel  $Bow_{2B}$  geeignet ist. Dabei bedeutet  $k'$  einen empirischen Koeffizienten, dessen Größe in diesem Fall mit 0.435 für diese Schaufel günstig angenommen werden kann.

### 6.6.1.2 Ansatz des Abströmwinkels mit allgemeiner Formulierung

Da die vorher vorgestellte Verteilung des Abströmwinkels keine komplizierte Änderung der Strömungsumlenkung bei der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{2B}$  beschreibt, d.h. die Verteilung bleibt eigentlich ziemlich linear, daher ist obige einfache Korrekturfunktion (6.89) grundsätzlich für diese Beschau felung schon ausreichend. Die anderen zusätzlich gekrümmten Leitbeschau felungen, deren Verteilungen des Abströmwinkels aber nicht mehr einfache Verläufe wie die Leitschaufel  $Bow_{2B}$  haben, erzeugen starke Minderumlenkungen in der Randzone, insbesondere gilt dies in den beiden Randzonen bei den beidseitig gekrümmten Leitbeschau felungen mit großer Krümmungszone  $Bow_{F13g1}$  und  $Bow_{F32g}$ .

Aus diesem Grund wird die Korrekturfunktion (6.89) für die zusätzlich gekrümmten Leitschaufeln nicht mehr ausreichen. Um dieses Problem zu lösen, können wir die Gl. (6.89) weiter verwenden, d.h. wir benutzen den (empirischen) Umlenkungskoeffizienten  $k'$  weiter als eine zusätzliche Korrekturfunktion  $k'(h_{bez}) = f(\alpha'_1(h_{bez}))$ , wobei diese Funktion explizit vom effektiven Abströmwinkel  $\alpha'_1$  abhängt [58]. Die Minderumlenkungen bedeuten eigentlich vergrößerte Abströmwinkel. Auf diese Weise kann eine solche zusätzliche Korrekturfunktion durch eine lineare Steigerung des effektiven Abströmwinkels (gestrichelte Linie) zunächst ermöglicht werden, wie in der schematischen Darstellung der Abb. 6.11 deutlich gezeigt ist.

Jedoch stellen die Verteilungen des Abströmwinkels eigentlich nicht lineare Verläufe dar. Um diese Tendenz zu erhalten, muß daher die obige lineare Steigerung in eine nicht lineare Funktion weiter entwickelt werden, wie die volle Kurve in der Abb. 6.11 darstellt. In diesem

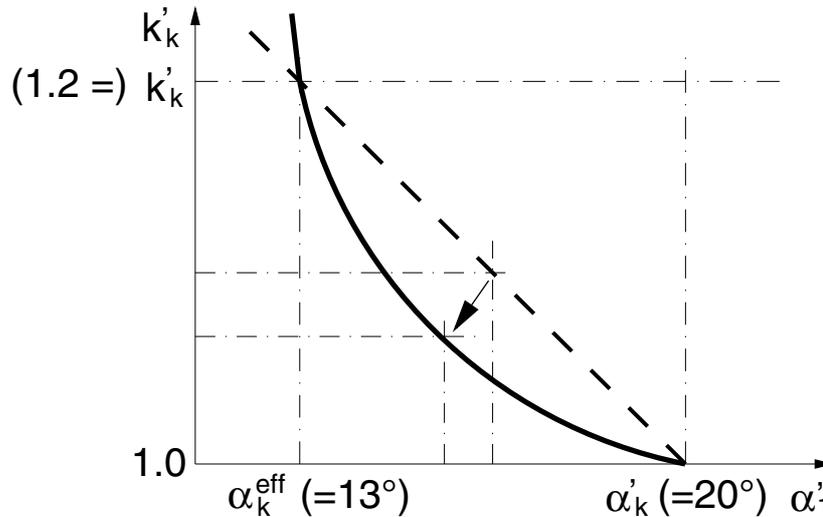


Abb. 6.11: Schematische Darstellung der Modellierung des Umlenkungskoeffizienten für die Strömungsumlenkung durch den effektive Abströmwinkel  $\alpha'_1$  in der Nabenrandzone

Fall kann die zusätzliche Korrekturfunktion in folgender Formulierung:

$$k' = \frac{k'_k - 1}{\alpha'_k - \alpha_k^{eff}} (\alpha'_k - \alpha'_1)^n \quad (6.90)$$

modelliert werden, die eigentlich explizit vom effektiven Abströmwinkel  $\alpha'_1$  über der Schaufelhöhe abhängt. Dabei bezeichnen  $\alpha'_k$  und  $\alpha_k^{eff}$  die empirischen Koeffizienten des effektiven Abströmwinkels,  $k'_k$  den empirischen Umlenkungskoeffizienten. Der Koeffizient  $\alpha_k^{eff}$  bleibt ein konstanter Wert in der obigen Gl. (6.90) bei gleichbleibendem Schaufelprofil, der aus dem effektiven Abströmwinkel im Fußschnitt kommt. Auf diese Weise hat er hier einen konstanten Wert von  $13^\circ$  für das Schaufelprofil *Basis<sub>2A</sub>*. Die beiden Koeffizienten  $\alpha'_k$  und  $k'_k$  bleiben aber variabel. D.h. für ein gleichbleibendes Schaufelprofil *Basis<sub>2A</sub>* in unterschiedlichen Schaufelkonfigurationen können die beiden Koeffizienten frei gewählt werden, um geeignete Werte der Steigung für unterschiedliche Schaufelkrümmungen zu erhalten. Durch die Ordnung  $n$  wird eine nicht lineare Verteilung erzeugt. Auf diese Weise kann die Verteilungstendenz der Umlenkung mit einer dritten Ordnung  $n = 3$  gut abgebildet werden.

Aus den experimentellen Ergebnissen in den Veröffentlichungen ergibt sich, daß bei Berücksichtigung des Einflusses der Schaufelkrümmung auf die Sekundärströmung für die unterschiedlichen dreidimensionalen Schaufelkonfigurationen der Turbinengitter ein optimaler Wert des Schaufelkrümmungswinkels existiert. Dieser optimale Wert beträgt bei der Turbinenstufe ca.  $20^\circ$ . Aus diesem Grund nehmen wir an, dass die Änderung des Koeffizienten des effektiven Abströmwinkels nur bis zu diesem Wert gültig ist. Ebenfalls wird der Umlenkungskoeffizient  $k'_k$  auch nur bis ca. 1.2 angenommen. Diese Aussage ist in der Abb. 6.11 explizit dargestellt und wird bei der Validation der Korrekturfunktion im folgenden

Abschnitt demonstriert.

## 6.6.2 Validierung der Korrekturfunktion

Wenn die Gl. (6.90) in die Gl. (6.89) und Gl. (6.88) eingesetzt wird, ergibt sich folgende neue Formulierung des Abströmwinkels:

$$\tilde{\alpha}'_1 = \left[ 1 + \left( \frac{k'_k - 1}{\alpha'_k - \alpha_k^{eff}} (\alpha'_k - \alpha'_1)^n \right) \tan \varepsilon' \right] \alpha'_1 \quad (6.91)$$

Diese Formulierung hängt hauptsächlich vom tangentialen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  und vom geometrisch effektiven Abströmwinkel  $\alpha'_1$  ab. Da alle Schaufelprofile der zusätzlich gekrümmten Leitschaufeln durch Profilverchiebung entlang der Gitterfront entwickelt worden sind, können wir hier annehmen, dass die geometrisch effektiven Abströmwinkel aller zusätzlich gekrümmten Leitschaufeln über der Schaufelhöhe denen der radialen Leitschaufel entsprechen. Aus diesem Grund wurde die radiale Verteilung des effektiven Abströmwinkels direkt von der radialen Leitschaufel  $Basis_{2A}$  verwendet, um eine Validierung obiger Gl. (6.91) durchzuführen.

Für die praktische Anwendung wurden allgemeine empirische Koeffizienten in der Gl. (6.91) für alle gekrümmten Leitbeschaukelungen mit gleichem Schaufelprofil ausgesucht und bei der Validierung verwendet. Da die gekrümmte Leitschaufel  $Bow_{2B}$  ein von der radialen Leitschaufel  $Basis_{2A}$  unterschiedliches Schaufelprofil hat, besitzt sie auch deutlich unterschiedliche radiale Verteilungen der Strömungsumlenkung. Aus diesem Grund muß für die gekrümmte Leitschaufel  $Bow_{2B}$  ein eigener spezifischer empirischer Koeffizient ausgesucht und verwendet werden. Um nur qualitative Vergleiche durchzuführen, wurden spezifische empirische Koeffizienten gleichzeitig für die zusätzlichen gekrümmten Leitschaufeln ausgesucht. Alle verwendeten Zahlenwerte der empirischen Koeffizienten sind in der Tabelle 6.1 zusammengestellt, jedoch wurde nur für die gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{2B}$ ,  $Bow_{2Av2B}$ ,

Bez.	$Bow_{2B}$	$Bow_{2Av2B}$	$Bow_{F32g}$	$Bow_{F32g1}$	Bemerkung
$n$	3	3	3	3	konstant
$\alpha_k^{eff}$	13	13	13	13	konstant
$\alpha'_k$	-	15.35	15.35	15.35	allgemeine Koeffizienten
$k'_k$	-	1.085	1.085	1.085	allgemeine Koeffizienten
$\alpha'_k$	20	16.2	15.35	15	spezielle Koeffizienten
$k'_k$	1.195	1.06	1.085	1.0275	spezielle Koeffizienten

*Tab. 6.1:* Zahlenwerte der empirischen Koeffizienten in der Gl. (6.91) für die gekrümmten Leitbeschaukelungen  $Bow_{2B}$ ,  $Bow_{2Av2B}$ ,  $Bow_{F32g}$  und  $Bow_{F32g1}$  jeweils für allgemeine und spezielle Koeffizienten

$Bow_{F32g}$  und  $Bow_{F32g1}$  die Validierung des Umlenkungsmodells durchgeführt, da diese Vergleiche eine ausreichende Modellierungsgüte bereits nachweisen können. Ihre Vergleichsergebnisse sind in den Abbildungen 6.12 bis 6.15 über der Schaufelhöhe dargestellt.

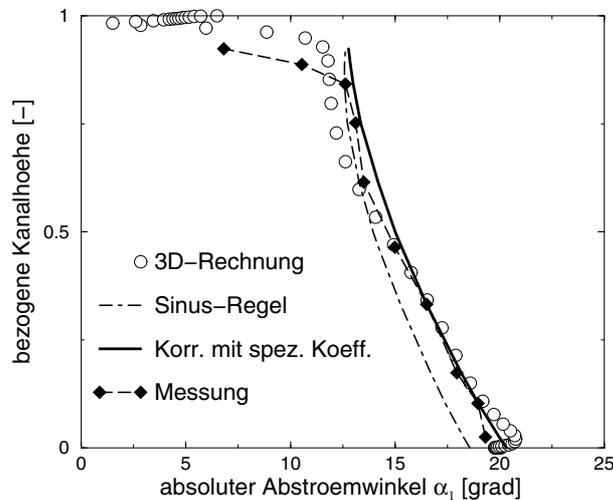


Abb. 6.12: Validierung des Umlenkungsmodells der Gl. (6.91) über der Schaufelhöhe für die gekrümmte Leitschaufel  $Bow_{2B}$

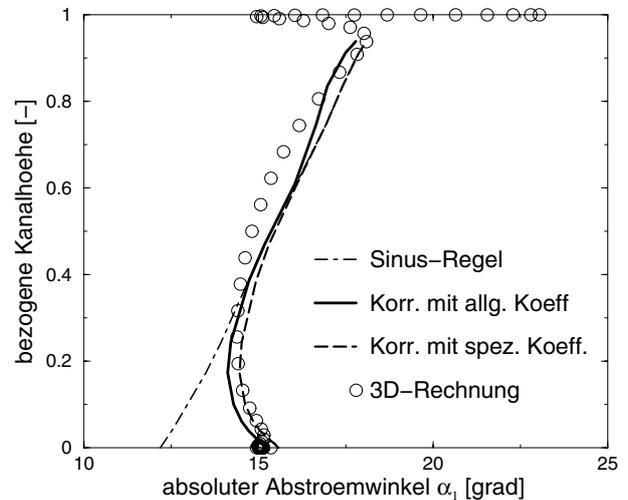


Abb. 6.13: Validierung des Umlenkungsmodells der Gl. (6.91) über der Schaufelhöhe für die gekrümmte Leitschaufel  $Bow_{2Av2B}$

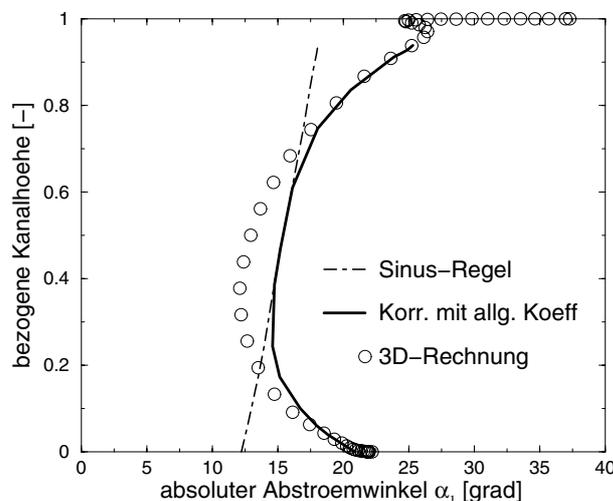


Abb. 6.14: Validierung des Umlenkungsmodells der Gl. (6.91) über der Schaufelhöhe für die gekrümmte Leitschaufel  $Bow_{F32g}$

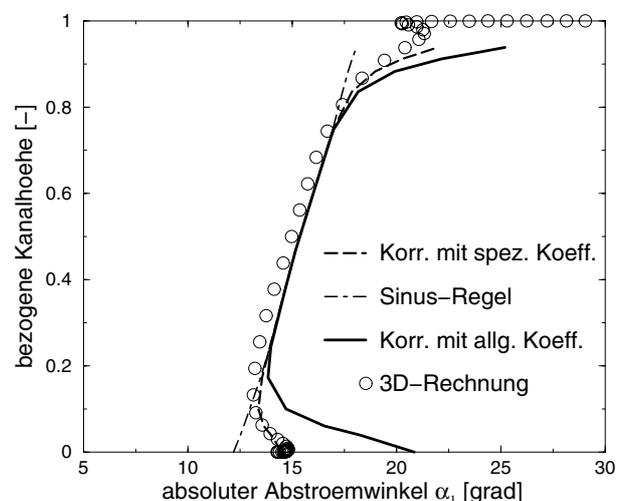


Abb. 6.15: Validierung des Umlenkungsmodells der Gl. (6.91) über der Schaufelhöhe für die gekrümmte Leitschaufel  $Bow_{F32g1}$

Die Abb. 6.12 zeigt: Die Werte des effektiven Abströmwinkels (nach der Sinus-Regel) bei der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{2B}$  sind unterhalb der Schaufelmitte noch etwas niedriger als die experimentellen Werte, jedoch kann diese Abweichung von der neuen Modellierung der Strömungsumlenkung korrigiert werden. Die Verteilung der Umlenkung, die mit der Gl. (6.91) durchgeführt ist, stimmt mit der experimentellen sowie der errechneten dreidimensional gemittelten Verteilung des Abströmwinkels über der Schaufelhöhe gut überein. Bei

der Verwendung dieser gekrümmten Leitbeschaufelung kann die Korrekturfunktion (6.90) eigentlich auf die einfache Korrekturfunktion (6.89) reduziert werden. Mit einem konstanten Beiwert des empirischen Koeffizienten  $k' = 0.435$  in der Korrekturfunktion (6.89) kann ihre Verteilung wie die Korrekturfunktion (6.90) wieder ausgegeben werden. Durch den Vergleich mit dem experimentellen Ergebnis wird die Güte dieses Modells der Umlenkung nachgewiesen.

Die Abbildungen 6.13, 6.14 und 6.15 zeigen: Die Verteilungen der Umlenkung in allen drei Abbildungen, die mit der neuen Korrekturfunktion mit spezifischen empirischen Koeffizienten ermittelt wurden, stimmen mit den gemittelten Verteilungen der dreidimensionalen Berechnungen über der Schaufelhöhe sehr gut überein. Jedoch haben diese Ergebnisse nur Bedeutung bei der theoretischen Erörterung. In der praktischen Anwendung spielt dieses Modell nur mit den allgemeinen empirischen Koeffizienten eine bedeutende Rolle. In diesem Fall zeigen ihre Verteilungen trotzdem auch gute Übereinstimmung mit den 3D-Berechnungen, insbesondere bei den gekrümmten Leitschaufeln  $Bow_{2Av2B}$  und  $Bow_{F32g}$  sowie in den beiden Randzonen. Obwohl die Verteilungstendenz in den beiden Randzonen bei der gekrümmten Leitschaufel  $Bow_{F32g1}$  auch gut dargestellt werden kann, ergibt die Korrektur mit allgemeinen Koeffizienten um ca. 32% bzw. 16.5% zu grosse Werte für die Minderumlenkung im Naben- bzw. Gehäuseschnitt. Andererseits zeigt ihre Verteilung in der mittleren Schaufelhöhe dieser Leitbeschaufelung gute Übereinstimmung mit der 3D-Berechnung. In diesen Bereichen treten aber bei den anderen beiden gekrümmten Leitschaufeln kleine Abweichungen auf, da die neue Korrekturfunktion eigentlich keine Mehrumlenkung korrigieren kann.

Die obengenannte Sinus-Regel (6.87) kann trotz ihres einfachen Ansatzes für alle Gittertypen verwendet werden, wird aber häufig kleine Abweichung aufweisen. Jedoch ist dieser einfache Ansatz eigentlich nur für ebene Schaufelgitter modelliert, daher kann er keinen Einfluß der beiden Randzonen berücksichtigen. Die typischen Änderungen des Abströmwinkels bei der radialen Schaufel durch die Mehr- und Minderumlenkungen in den beiden Randzonen eines Kreisgitters werden hauptsächlich von den radialen Spalt- und Randwirbeln verursacht. Um diese Auswirkung zu berücksichtigen, kann der lokale Wert der Sekundär- und Spaltverlustzahl zu einer folgenden Form der korrigierten Sinus-Regel:

$$\sin \alpha'_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta_{RS,sp}}} \frac{a_1}{t_1} \quad (6.92)$$

verwendet werden, deren Formulierung mit der einfachen Sinus-Regel eigentlich die Grundlagen des Umlenkmodells im vorhandenen Meridianströmungsverfahren beschreibt. In diesem Fall wurde die obige neue Korrekturfunktion der Umlenkung (6.90) daher so modelliert, dass sie gleichzeitig explizit vom effektiven Abströmwinkel  $\alpha'_1$  abhängt. Auf diese Weise kann  $\alpha'_1$  in der Gl. (6.91) für beliebige Umlenkungsmodelle der radialen Schaufel einfach ausgetauscht werden, damit die geeigneten Einflußgrößen ebenfalls bei der Berechnung der gekrümmten Schaufel zusätzlich berücksichtigt werden können.

# Kapitel 7

## Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit sind dreidimensionale numerische Berechnungen einer axialen Turbinenstufe mit 3D-Leitbeschaufelungen mit dem 3D Navier-Stokes Löser NUMECA durchgeführt worden. Die ausgewerteten Ergebnisse der 3D-Berechnungen sowie die experimentellen Untersuchungen, die uns zur Verfügung gestellt wurden, zeigen die Auswirkungen verschiedener Formen von tangentialer Neigung und Krümmung der Leitschaufel auf das Strömungsfeld und ermöglichen es vereinfachte mathematische Formulierungen für die Auswirkungen solcher Beschaufelungen auf Verluste, Umlenkungen und radiale Schaufelkräfte in der Strömung für das vorhandene rotationssymmetrische Rechenverfahren vorzustellen. Die behandelte Turbinenstufe wurde wie die experimentelle Untersuchungen bei zwei unterschiedlichen Axialspalten von  $6.5\text{ mm}$  und  $14\text{ mm}$  jeweils durch eine Kennfeldrechnung und hinsichtlich der detaillierten aerodynamischen Auswirkungen der Schaufelkrümmung untersucht.

In den Kennfeldrechnungen zeigten die totalen Stufenwirkungsgrade, dass die errechneten Ergebnisse für die radiale Leitschaufel mit den experimentellen Daten sehr gut übereinstimmen. Die experimentellen Ergebnisse der gekrümmten Beschaufelung  $Bow_{2B}$  zeigen im Betriebspunkt  $\nu = 0.55$  einen etwas besseren Stufenwirkungsgrad als die Basisbeschaufelung. Die Rechnungen für die Beschaufelung  $Bow_{2B}$  ergeben allerdings nicht nur im Betriebspunkt sondern im gesamten untersuchten Bereich einen um etwa  $1.2\%$  bis  $1.5\%$  geringeren Wirkungsgrad als die Beschaufelung  $Basis_{2A}$ . Dies rührt daher, dass die Schaufelform  $Bow_{2B}$  nicht ganz identisch mit der Schaufelform  $Basis_{2A}$  ist (abgesehen von der Krümmung von  $Bow_{2B}$ ), sondern am Fußschnitt einen grösseren Austrittswinkel, also eine andere Verwindung aufweist. Die Hauptursache dieser Differenz ist der schnelle Anstieg der errechneten Verluste in der oberen Schaufelhälfte, der von den unterschiedlichen Schaufelkonfigurationen für Rechnungen und Experiment herrührt. Eine umfangreiche numerische Berechnung des 3D-Strömungsfelds wurde für acht unterschiedlich geneigte bzw. gekrümmte Leitschaufelformen zusätzlich durchgeführt, die weitere Ergebnisse, vor allem über die experimentell nicht zu erfassenden Detailwirkungen der Schaufelgestaltung ergeben haben

und die Ursache der obigen Differenz ebenfalls aufklären können.

Bei radial stehenden Schaufeln ergibt sich die Form der Meridianstromlinien im wesentlichen durch die Einflussfaktoren in der klassischen Gleichung des radialen Gleichgewichts, wie radialer Druckgradient, Zentrifugalkraft und Stromlinien-Krümmung. Bei geneigten und gekrümmten Schaufeln tritt die radiale Schaufelkraft als wichtiger Term des radialen Gleichgewichts hinzu, so dass dadurch die Form der Meridianstromlinien erheblich beeinflusst wird. Da die Radialkraft bei geneigter bzw. einseitig gekrümmter Schaufel nur einseitig zur Nabe hin gerichtet ist, werden die Meridianstromlinien auch zu dieser Seite abgelenkt. Die beidseitig gekrümmten Schaufeln mit größeren Krümmungsbereichen zeigen Stromlinien, die jeweils im unteren Bereich eine negative Ablenkung und im oberen Bereich eine positive Ablenkung haben. Durch vergrößerte Neigungswinkel in den beiden Randzonen mit einer ähnlichen Krümmungszone kann die Ablenkung der Meridianstromlinien in beiden Richtungen deutlich gestärkt werden, wie für die gekrümmte Leitschaufel *Bow<sub>F32g</sub>* explizit gezeigt wird.

Bei beidseitig gekrümmten Schaufeln werden ihre aerodynamischen Schaufelbelastungen in den beiden Randzonen reduziert, jedoch sind ihre Schaufelbelastungen in den mittleren Bereichen der Schaufelhöhe erhöht. Ebenfalls haben die Schaufelbelastungen in den Nabenrandzonen auch bei den geneigten sowie einseitig gekrümmten Schaufeln deutlich abgenommen und umgekehrt in den Gehäuseerandzonen zugenommen.

Besonders bemerkenswert speziell bei den stark beidseitig gekrümmten Leitschaufeln ist die Tatsache, dass die Schaufeldruckverteilungen in den Randzonen auch erheblich verformt werden: die Schaufelbelastung wird in der vorderen Schaufelhälfte reduziert und nach hinten verschoben. Dies führt dazu, dass auf der Saugseite der vorderen Schaufelhälfte die Isobaren abbiegen und ein Druckgradient zur Schaufelmitte entsteht (siehe Abb. 5.22), obwohl insgesamt die Strömung schliesslich zur Wand hin abgelenkt wird (siehe Abb. 5.62). Dieser Effekt könnte erklären, dass die entstehende Sekundärströmung bei gekrümmten Schaufeln auf der Saugseite zur Schaufelmittel verschoben und der Verlust vermindert wird (siehe Abb. 5.64 und 5.64).

Zusammenfassend kann daher konstatiert werden:

- Eine Neigung der Leitschaufel über die ganze Schaufelhöhe induziert eine radial einwärts gerichtete Kraft, die den radialen Druckgradienten und damit den Reaktionsgrad-Gradienten reduziert. In Nabennähe entsteht zusätzlich ein positiver Einfluss auf den Sekundärverlust, der durch den entsprechenden negativen Effekt in Gehäusenähe kompensiert wird.
- wird die Schaufelneigung im Gehäusebereich auf Null reduziert (einseitig gekrümmte Schaufel), bleibt der globale Radialkrafteinfluss weitgehend erhalten, die Erhöhung des Sekundärverlustes am Gehäuse wird vermieden.
- Bei beidseitig gekrümmten Schaufeln entstehen in den Randbereichen Radialkräfte,

die die Strömung zur Wand hin ablenken. Die Axialgeschwindigkeit wird dort erhöht, die Strömungsumlenkung reduziert. Durch die Verformung der Druckverteilung um die Profile entsteht in den Randbereichen der Saugseite - trotz der global zu den Wänden hin gerichteten Schaufelkraft - ein zur Schaufelmitte gerichteter Druckgradient, der anscheinend die Sekundärströmung nach dort umlenkt und die Verlustentstehung reduziert. Diese Effekte können durch Vergrößerung der Schaufelneigung an den Wänden und Ausdehnung des Krümmungsgebiets intensiviert werden.

Die weitergehende Untersuchung der Strömung in der ganzen Stufe hat ergeben, dass die Schaufelneigung und insbesondere die beidseitige Schaufelkrümmung die Anströmung der Laufschaufel speziell in den Randbereichen deutlich verändert und Inzidenz-Änderungen bis zu  $10^\circ$  ergibt. Daraus folgt, dass es bei der Anwendung von *Lean*- und *Bow*-Schaufeln empfehlenswert ist, auch die Laufschaufel an die veränderten Strömungsverhältnisse anzupassen, um die ganzen Vorteile dieser Schaufelkonzeption auszuschöpfen.

Um das rotationssymmetrische Rechenverfahren für die tangential geneigte und gekrümmte Beschaukelungen erweitern zu können, wurden die vereinfachten mathematischen Formulierungen hauptsächlich mit Hilfe der 3D-Berechnungen sowie der experimentellen Daten für die radiale Schaufelkraft, die Sekundärverluste sowie die Umlenkungen formuliert:

- Zwei radiale Gleichgewichtsgleichungen wurden detailliert hergeleitet und aufgestellt. Ein Hauptunterschied zwischen den beiden Gleichungen besteht bei der impliziten und expliziten Verwendung der radialen Schaufelkraft. Unterschiedliche Definitionen der radialen Kraft und der Umfangskraft wurden bei der Verwendung der expliziten Formulierung dieser Kraft in der radialen Gleichgewichtsgleichung vorgeschlagen, da die radiale Kraft beim tangentialen Krümmungseffekt von gleicher Größenordnung wie die Umfangskraft ist.
- Ein günstiges Modell mit zwei geteilten Korrekturfunktionen für die Sekundärverluste wurde aufgestellt. Solche Funktionen hängen direkt vom tangentialen Winkel der Schaufelkrümmung über der Schaufelhöhe und einigen aerodynamischen Einflüssen ab. Auf diese Weise wird das klassische Modell der Sekundärverluste der radialen Schaufel unmittelbar durch die beiden Korrekturfunktionen auf die Sekundärverluste der gekrümmten Schaufel kombiniert und korrigiert.
- Ebenfalls wurde das klassische Umlenkungsmodell durch eine Korrekturfunktion neu modelliert. Diese Funktion stellt eine allgemeine Formulierung dar, die mit allgemeinen Koeffizienten gleichzeitig für verschiedene Schaufelkrümmungen angewendet werden kann und hängt nur unmittelbar vom tangentialen Neigungswinkel  $\varepsilon'$  und vom effektiven Abströmwinkel  $\alpha'_1$  über der ganzen Schaufelhöhe ab. D.h. durch eine zusätzliche Korrekturfunktion kann der effektive Abströmwinkel nochmal berücksichtigt werden. Auf diese Weise wird das klassische Umlenkungsmodell in dieser allgemeinen Formulierung gegen andere eigene modifizierte Umlenkungsmodelle flexibel

ausgetauscht. Ein modifiziertes Modell existierte bereits im vorhandenen rotationssymmetrischen Rechenverfahren, das den Einfluss von Sekundärverlusten und Spaltverlusten auf die Strömungswinkel direkt korrigiert. Bei den Validationen zeigte die neue Formulierung, dass sie die errechneten Verteilungen der Umlenkung über der Schaufelhöhe gut wiedergibt.

Die aufgestellten und neu modellierte Formulierungen sind formal mit der Annahme einer rotationssymmetrischen Strömung und mit den bestehenden Verfahren kompatibel, so dass sie unmittelbar in die praktisch sehr bedeutenden rotationssymmetrischen Rechenverfahren übernommen werden können.

# Literaturverzeichnis

- [1] BAINES, N.C.; MEE, D.J. UND OLDFIELD, M.L.G.: Uncertainty Analysis in Turbomachinery and Cascade Testing. *Int. Journal of Engineering Fluid Mechanics, Vol. 4, No. 4*, (1991).
- [2] BALDWIN, B. UND LOMAX, H.: Thin Layer Approximation and Algebraic Model for separated Turbulent Flow. *AIAA Paper 78-0257, AIAA 16th Aerospace Sciences Meeting*, (1978).
- [3] BAUMANN, W.W.; SCHATZ, M. UND THIELE, F.: *Manuskript zur Vorlesung im Fachgebiet Numerische Methoden der Thermofluiddynamik: Finite-Volumen-Methode in der Numerischen Thermofluiddynamik*. Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik, 3. korrigierte Auflage, (1999).
- [4] BEILER, M.G.: *Untersuchung der dreidimensionalen Strömung durch Axialventilatoren mit gekrümmten Schaufeln*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7, Nr. 298, (1996).
- [5] BEILER, M.G. UND CARLOUS, T.H.: Computation and Measurement of the Flow in Axial Flow Fans with Skewed Blades. *ASME, Journal of Turbomachinery, Vol. 121, No. 1, pp. 59-66*, (1999).
- [6] BOSMAN, C. UND MARSH, H.: An Improved Method for Calculating the Flow in Turbo - Machines, Including a Consistent Loss Model. *Journal Mechanical Engineering Science, Vol. 16, No. 1, pp. 25-31*, (1974).
- [7] BRÄUNLING, W.J.G.: *Flugzeugtriebwerke*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, (2001).
- [8] CAME, P.M.: Streamline Curvature Throughflow Analysis of Axial-Flow Turbines. *VDI Berichte, Nr. 1185, pp. 291-307*, (1995).
- [9] CEBECI, T. UND BRADSHAW, P.: *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, (1984).
- [10] CHEN, N.S. UND CHANG, K.F.: Discussion on the aerodynamical design of radially long blades in turbomachines with arbitrary hub and Casing shapes II. *Acta mechanica sinica: Journal of mechanics, Vol. 11, No. 3, pp. 97-99*, (1963).

- [11] CHEN, N.X.; WANG, Z.Q.; WANG, S.T. UND FENG, G.T.: A Study on Secondary Flow Pattern and Blade Bowing Effects in Turbine Bladings. *5th ISAIF, International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows, Gdansk, Poland, Sep. 4-7, 2001, pp. 19-43*, (2001).
- [12] DALBERT, : *FVV-Bericht*, (1982).
- [13] DAVIS, W.R.: A Matrix Method Applied to the Analysis of the Flow in Turbomachinery. *Carleton University, ME/A 72-7*, September, (1972).
- [14] DAVIS, W.R. UND MILLAR, D.A.J.: A Discussion of the Marsh Matrix Technique Applied to Fluid Flow Problems. *Canadian Aeronautics and Space Journal, Vol. 5, No. 2*, September, (1972).
- [15] DAVIS, W.R. UND MILLAR, D.A.J.: Axial Flow Compressor Analysis Using A Matrix Method (Revision). *Carleton University, ME/A 73-1*, (1973).
- [16] DEICH, M.E.; GUBAREV, A.V.; FILIPPOV, G.A. UND WANG, Z.Q.: A New Method of Profiling the Guide Vane Cascades of Stages with Small Ratios of Diameter to Length. *Teploenergetika, No. 8* (1962), pp. 42-46, in Russisch. und *Associated Electrical Industries, Research Laboratory, Manchester, Translation No. 3277*, (1963).
- [17] DEICH, M.E.; TROJANOVSKIJ, B.M.: *Untersuchung und Berechnung axialer Turbinenstufen*, VEB Verlag Technik, Berlin, (1973), Übersetzung aus dem Russischen.
- [18] DENTON, J.D.: Loss Mechanisms in Turbomachines. *ASME Paper, 93-GT-435*, (1993).
- [19] DENTON, J.D. UND XU, L.: The exploitation of three-dimensional flow in turbomachinery design. *Developments in Turbomachinery Design, edited by J. Denton, pp 121-133*, Bury St Edmunds and London, UK, (1999).
- [20] DORMAN, T.E.; WELNA, H. UND LINDLAUF, R.W.: Application of controlled-vortex Aerodynamics to Axial Flow Turbine. *Translation of the ASME, No. 3*, (1968).
- [21] DRING, R.P.: Radial Transport and Momentum Exchange in an Axial Compressor. *Trans. ASME, Journal of Turbomachinery, Vol. 115, pp. 477*, (1993).
- [22] FILIPPOV, G.A. UND WANG, Z.Q.: Die Berechnung der rotationssymmetrischen Strömung für die letzte Stufe der Turbomaschinen. *Publikation des Moskauer Energetisches Institut (MEI), No. 47* (1963), in Ruisch.
- [23] FILIPPOV, G.A. UND WANG, Z.Q.: The Effect of Flow Twisting on the Characteristics of Guide Rows. *Thermal Engineering(Teploenergetika), No. 5, pp. 69-73*, (1964).
- [24] FUTTERER, I.: Numerische Untersuchungen zum Einsatz adaptiver Schlitze zur Minimierung von Windkanalwandinterferenzen bei kompressiblen Unterschallströmungen. *Dissertation der TU Berlin*, (2000).

- [25] GALLIMORE, S.J.: Viscous Throughflow Modelling of Axial Compressor Bladerows Using a Tangential Blade Force Hypothesis. *ASME Paper, 97-GT-415, pp. 1-10*, (1997).
- [26] GEHRING, S. UND RIESS, W.: 2D-FE-Verfahren für die Kennfeldberechnung von vielstufigen Turbinen mit unter- und überkritischen Stufendruckverhältnissen mit variabler Kühlluftzufuhr. *Abschlußbericht zum Vorhaben 1.312 im Teil-Verbundprojekt Turbotech der Arbeitsgemeinschaft Hochtemperaturgasturbine*, (2000).
- [27] GOKHMAN, A. UND GOKHMAN D.: A High-Precision Algorithm for Axisymmetric Flow. *MPE, Mathematical Problems in Engineering, Vol. 1, No. 1, pp 11-25*, (1995).
- [28] GOLDSTEIN, R.J. UND SPORES, R.A.: Turbulent Transport on the Endwall in the Region Between Adjacent Turbine Blades. *ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 862-869*, (1988).
- [29] GRAHL, K.G.: Über den Stand der Kennfeldberechnung mehrstufiger Axialverdichter. *Zeitung für Flugwissenschaften und Weltraumforschung, Heft 1*, (1977).
- [30] GROSCHUP, G.: Strömungstechnische Untersuchung einer Axialturbinenstufe im Vergleich zum Verhalten der ebenen Gitter ihrer Beschaufelung. *Dissertation der TU Hannover*, (1977).
- [31] GU, F.H.; WANG, Z.Q.; YANG, H. UND FENG, G.T.: A Numerical Analysis of the Flows in Circumferentially and Chord-Normally Bowed Blades. *Journal of Engineering Thermophysics, Vol. 15, No. 3, pp. 264-269*, (1994).
- [32] GÜMMER, V.: *Pfeilung und V-Stellung zur Beeinflussung der dreidimensionalen Strömung in Leiträdern transsonischer Axialverdichter*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7, Nr. 384, Dissertation der TU München, (2000).
- [33] HAN, W.J.; WANG, Z.Q. UND XU, W.Y.: An experimental investigation into the influence of blade leaning on the losses downstream of a annular cascades with a small diameter-height ratio. *ASME Paper, 88-GT-19, pp. 1-9*, (1988).
- [34] HAN, W.J.; WANG, Z.Q.; TAN, C.Q.; SHI, H. UND ZHOU M.C.: Effects of leaning and curving of blades with high turning angles on the aerodynamics characteristics of turbine rectangular cascades. *ASME, Journal of Turbomachinery, Vol. 116, No. 3, pp. 417-424*, (1994).
- [35] HANNEMANN, V.: Numerische Simulation von Stoß-Stoß-Wechselwirkungen unter Berücksichtigung von chemischen und thermischen Nichtgleichgewichtseffekten. *DLR-Forschungsbericht 97-07*, (1997).
- [36] Harbecke, U.: Aerodynamische Wirkung fertigungsbedingter technischer Rauheiten und Geometriefehler an gefrästen Turbinenschaufeln. *Dissertation der Uni. Hannover*, (2001).

- [37] HARRISON, S.: The influence of blade lean on turbine losses. *ASME Paper 90-GT-55*, pp. 1-7, (1990). und *ASME, Journal of Turbomachinery, Vol. 114, No. 1*, pp. 184-190, (1992).
- [38] HAWTHORNE, W.R.: Some Formulate for the Calculation of Secondary Flow in Cascade. *ARC Report 17519*, (1955).
- [39] HILDEBRANDT, T.: Weiterentwicklung von 3D Navier-Stokes-Strömungsrechenverfahren zur Anwendung in hochbelasteten Verdichter- und Turbinengittern. *Dissertation, Uni. München der Bundeswehr*, (1998).
- [40] HIRSCH, CH. UND WARZEE, G.: A finite Element Method for Through-Flow Calculations in Turbomachinery. *ASME-Paper, 76-FE-12*, (1976).
- [41] HIRSCH, CH. UND WARZEE, G.: An Integrated Quasi-3D Finite Element Calculation Program for Turbomachinery Flows. *ASME Paper, 78-GT-56*, (1978).
- [42] HIRSCH, CH.: Computational Models for Turbomachinery Flows. *Naval Postgraduate School, Technical Report: NPS67-84-022*, (1984).
- [43] HIRSCH, CH.: *Numerical Computational of Internal and External Flows, Vol. I: Fundamentals of Numerical Discretization*. (1988).
- [44] HIRSCH, C. et al.: An Integrated CFD System for 3D Turbomachinery Applications. *ADARD-CP-510*, (1992).
- [45] HIRSCH, CH.: CFD Methodology and Validation for Turbomachinery Flows. *AGARD Lecture Series on 'Turbomachinery Design Using CFD'*, pp. 4.1-4.17, May to June, (1994).
- [46] HORLOCK, J.H.: On Entropy Production in Adiabatic Flow in Turbomachines. *ASME Paper, 71-GT-3*, pp. 1-7, (1971).
- [47] HOURMOUZADIS, J. UND HÜBNER, N.: 3-D Design of Turbine Airfoils. *ASME Paper 85-GT-188*, pp. 1-7, (1985).
- [48] JAMESON, A.; SCHMIDT, W. UND TURKEL, E.: Numerical Simulation of the Euler Equations by Finite Volume Methods using Runge-Kutta Time Stepping Schemes. *AIAA Paper 81-1259, AIAA 5th Computational Fluid Dynamics Conference*, (1981).
- [49] JANNIONS, I.K. UND STOW, P.: A Quasi-Tree-Dimensional Turbomachinery Blade Design System: Part I - Throughflow Analysis. *ASME Paper, 84-GT-26*, pp. 1-7, (1984).

- [50] JANNIONS, I.K. UND STOW, P.: A Quasi-Tree-Dimensional Turbomachinery Blade Design System: Part II - Computerized System. *ASME Paper, 84-GT-27*, pp. 1-7, (1984).
- [51] JIANG, H.D.; LU, Y.L.; ZHOU, F.Z. UND WANG, S.J.: Study of a Subsonic Combind-Leaning Turbine Guide Vane with Tip Endwall Contouring. *Journal of Aerospace Power, Vol. 8, No. 1*, pp. 41-44, (1993).
- [52] JSCHERNIKOV, V. UND LAPSCHIN, K.: *Aerodynamische Charakteristik der Stufen von thermischen Turbinen*. in Russisch, (1980).
- [53] KANG, S. UND HIRSCH, C.: Numerical Simulation of Three-Dimensional Viscous Flow in a Linear Compressor Cascade with Tip Clearance. *ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 108, No. 3*, pp. 492-505, (1996).
- [54] KLEIN, A.: Untersuchung über den Einfluß der Zuströmungsgrenzschicht auf die Sekundärströmungen in den Beschaukelungen von Axialturbinen. *Forsch. Ing.-Wes., 32, Nr. 6*, pp. 175-188, (1966).
- [55] LANEY, C.B.: Computational Gasdynamics. *Cambridge University Press*, (1998).
- [56] LANGSTON, L.S.; NICE, M.L. UND HOPPER, R.M.: Three-Dimensional Flow Within a Turbine Cascade Passage. *ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 99, No. 1*, pp. 21-28, (1977).
- [57] LANGSTON, L.S.: Cross Flow in Turbine Cascade Passages. *ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 102, No. 1*, pp. 866-874, (1980).
- [58] LAPSCHIN, K.: Private Mitteilung.
- [59] LAPSCHIN, : *Die Optimierung der Strömungsteile von mehrstufigen Turbinen*. (1992), in Russisch.
- [60] LEJAMBRE, ZACHARIAS, R.M.; BIEDERMAN, B.P.; GLEIXNER, A.J. UND YETKA, C.J.: Development and Application of a Multistage Navier-Stokes Flow Solver: Part II - Application to a High-Pressure Compressor Design. *Transaction of the ASME, Journal of Turbomachinery, Vol. 120, Nr. 2*, pp. 215-223, (1998).
- [61] LI, G.; WANG, Z.Q. UND XU, W.Y.: A Comparison of the Streamline Curvature Method with the Finite Difference Method in Non-Orthogonal Curvilinear Coordinate System. *Journal of Engineering Thermophysics, Vol. 4, No. 3*, pp. 255-257, Aug., (1983).
- [62] LIOU, M.-S. UND STEFFEN, C.J.: A Flux Splitting Scheme. *NASA TM104404*, (1991) also in *Journal of Computational Physics, Vol. 107*, pp. 23-39, (1993).

- [63] MARSH, H.: A Digital Computer Program for the Through-Flow Fluid Mechanics in an Arbitrary Turbomachine Using a Matrix Method. *Aero. Res. Council (ARC), R&M 3509*, (1966).
- [64] MARSH, H.: Through-Flow Calculations in Axial Turbomachinery: A Technical Point of View. *AGARD-CP-195*, May, (1976).
- [65] MATTHEISS, A.; LECHER, S.; VOGELER, K. UND MÜLLER, R.: Wirkungsgradgesteigerte CDA-Beschaufelung. *7. Statusseminar der AG TURBO, Verbundprojekt für ein CO<sub>2</sub>-armes Kraftwerk "500MW auf einer Welle", Vorhaben 1.2.4, 1.2.5 und 1.2.6*, (2000).
- [66] MOORE, J. UND ADHYE, R.Y.: Secondary Flows and Losses Downstream of a Turbine Cascade. *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 961-968*, (1985).
- [67] NOVAK, R.A.: Streamline Curvature Computing Procedures for Fluid-Flow Problems. *Transaction of the ASME, Journal of Engineering for Power, Series A, Vol. 89, No. 4, pp. 478-490*, October, (1967).
- [68] NUMECA: *Fine<sup>TM</sup>, Numeca's Flow Integrated Environment, User Manual, Fine<sup>TM</sup> Version 5.2*, June, (2001).
- [69] PETROVIC, M.: Berechnung der Meridianströmung in mehrstufigen Axialturbinen bei Nenn- und Teillastbetrieb. *Dissertation der Uni. Hannover, VDI Fortschritt-Berichte, Nr. 280*, (1995).
- [70] PFITZINGER, E.W.: Kennfeldberechnung für Axialverdichter mit systematischer Untersuchung der Verlust- und Umlenkeigenschaften von Schaufelgittern. *Dissertation der Uni. Hannover, VDI Fortschritt-Berichte, Nr. 337*, (1998).
- [71] PIOSKE, C. UND GALLUS, H.E.: Dreidimensionale Turbinenbeschaufelung. *MTZ Motortechnische Zeitschrift, Band 58, Heft 6, pp. 358-362*, (1997).
- [72] RHIE, C.M.; GLEIXNER, A.J.; SPEAR, D.A.; FISCHBERG, C.J. UND ZACHARIAS, R.M.: Development and Application of a Multistage Navier-Stokes Solver: Part I - Multistage Modeling Using Bodyforces and Deterministic Stresses. *Transaction of the ASME, Journal of Turbomachinery, Vol. 120, Nr. 2, pp. 205-214*, (1998).
- [73] RIESS, W.: Private Mitteilung.
- [74] RIESS, W.; MATTISKE, B.: Experimentelle Untersuchung einer randzonenkorrigierten Verdichterbeschaufelung. *Forschungsbericht FVV, Vorhaben Nr. 494*.
- [75] RÖPER, R. UND GALLUS, H.E.: Quasi-3D-Rechenverfahren: Entwicklung eines Quasi-3D-Through-Flow-Verfahrens für vielstufige Axialverdichter unter Berücksichtigung eines räumlichen Verlustmodells. *FVV Forschungsberichte: Verbrennungskraftmaschinen, Heft 439-1*, (1988).

- [76] RÖPER, R.: Berechnung mehrstufiger Axialverdichter mit einem Quasi-3D-Through-Flow-Verfahren und Untersuchungen zur Randzonenkorrektur. *Dissertation der RWTH*, (1994).
- [77] SHANG, E.; WANG, Z.Q.; SU, J.X.; XU, W.Y. UND LI, C.: A New Loss Model for Secondary Flow Losses in the Cascades with Leaned Blades. *INTERFLUID, 1st International Congress on Fluid Handling Systems*, pp. 133-138, (1990).
- [78] SHARMA, O.P. UND BUTLER, T.L.: Predictions of Endwall Losses and Secondary Flows in Axial Flow Turbine Cascades. *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 109, pp. 229-236, (1987).
- [79] SHIEH, T.H.: *Interner Bericht 1*, Institut für Strömungsmaschinen, Uni. Hannover, (2000).
- [80] SHIEH, T.H.: *Interner Bericht 2*, Institut für Strömungsmaschinen, Uni. Hannover, (2001).
- [81] SHIEH, T.H.: *Interner Bericht 3*, Institut für Strömungsmaschinen, Uni. Hannover, (2002).
- [82] SHIEH, T.H.: *Interner Bericht 4*, Institut für Strömungsmaschinen, Uni. Hannover, (2002).
- [83] SIEVERDING, C.H. UND VAN DEN BOSCHE, P.: The Use of Coloured Smoke to Visualize Secondary Flows in a Turbine-Blade Cascade. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 134, pp. 85-89, (1983).
- [84] SIEVERDING, C.H.: Recent Progress in the Understanding of Basic Aspects of Secondary Flows in Turbine Blade Passages. *ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, Vol. 107, No. 2, pp. 248-257, (1985).
- [85] SMITH, JR.L.H. UND YEH, H.: Sweep and Dihedral Effects in Axial-Flow Turbomachinery. *Trans. of the ASME, Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, September, pp. 401-406, (1963).
- [86] SMITH JR., L.H.: The Radial-Equilibrium Equation of Turbomachinery. *Transaction of the ASME, Journal of Engineering for Power. Series A*, Vol. 88A, No. 1, pp. 1-12, (1966).
- [87] SMITH, GREGORY D.G. UND GRAVE, C.P.: Secondary Flows and Losses in a Turbine Cascade-Viscous Effects in Turbomachines. *AGARD-CP-351*, (1983).
- [88] SONG, Y.P.; WANG, Z.Q.; LU, W.C. UND XU, W.Y.: The Blade Curving Effects in an Annular Turbine Stator Cascade. *Journal of Engineering Thermophysics*, Vol. 20, No. 2, pp. 181-184, (1999).

- [89] SQUIRE, H.B. UND WINTER, K.G.: The Secondary Flow in a Cascade of Airfoils in a Non-uniform Stream. *Journal of Aero. Sci., Vol. 8, No. 4, pp. 271-287*, (1951).
- [90] STARK, U.; BOOKJANS UND W.; MAUSS, M.: *Kennlinienberechnung für Axialventilatoren mit gesichelten Schaufeln*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7, Nr. 356, (1999).
- [91] STONE, A.: Effects of Stage Characteristics and Matching on Axial Flow Compressor Performance. *ASME Paper, 57-A-139*, (1957).
- [92] STÜTZ, W.: Einfluß der Sichelung auf das aerodynamische und akustische Verhalten von Axialventilatoren. *Mitteilung des Instituts für Strömungslehre und Strömungsmaschinen der Uni. Karlsruhe, Vol. 44, pp. 1-58*, (1992).
- [93] SU, J.X.; FENG, G.T.; WEN, J. UND WANG, Z.Q.: The Application of Bowed Blade to Compressor. *Journal of Engineering Thermophysics, Vol. 11, No. 4, pp. 404-407*, (1990).
- [94] SUSLOV, D.I. UND FILIPPOV, G.A.: An Approximate Method for Calculating and Profiling Cascades of Curved Vanes. *Thermal Engineering(Teploenergetika), Vol. 42, No. 3, pp. 259-264*, (1995).
- [95] TAN, C.Q.: A Experimental Investigation of the Effects of Blade Curving on Flowfield in Turbine Cascade. *Dissertation, HIT*, (1993).
- [96] TIKHOMIROV, B.A. UND POGODIN, J.M.: Three Dimensional Modelling and Secondary Flows Control in Gas Turbines. *AGARD PEP 85th Symposium: Loss Mechanisms and Unsteady Flows in Turbomachines, CP-571, pp. 9-1-9-12*, (1995).
- [97] Traupel, W.: *Thermische Turbomaschinen, Vol. 1*. Springer-Verlag, Berlin, (1988).
- [98] Vinnenmeier, F.M.: Analyse der Strömung in einem mehrstufigen Axialverdichter. *Dissertation der RWTH Aachen*, (1991).
- [99] VOGT, H.F. UND ZIPPEL, M.: Sekundärströmungen in Turbinengittern mit graden und gekrümmten Schaufeln: Visualisierung im ebenen Wasserkanal. *Forschung im Ingenieurwesen-Engineering Research, Bd. 62, Nr. 9, pp. 247-253*, (1996).
- [100] WADA, Y. UND LIU, M.-S.: A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities. *AIAA-94-0083*, (1994).
- [101] WALLKENHORST, J.: Axialverdichter mit wandkonturierten Leitschaufeln - Prüfstandentwicklung und Strömungsuntersuchung. *Dissertation der Uni. Hannover, VDI Fortschritt-Berichte, Nr. 390*, (2000).
- [102] WALTKE, U.: Berechnung des Meridianströmungsfeldes in Axialverdichtern mit der Methode der Finiten Elemente. *Dissertation der Uni. Hannover, VDI Fortschritt-Berichte, Nr. 261*, (1994).

- [103] WANG, H.P.; OLSON, S.J.; GOLDSTEIN, R.J. UND ECKERT, E.R.G.: Flow Visualization in a Linear Turbine Cascade of High Performance Turbine Blades. *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 119, pp. 1-8, (1988).
- [104] WANG, S.T.; WANG, Z.Q. UND FENG G.T.: Numerical Simulation of 3D Flow Field Structure in Turbine Cascade with Bowed Blades. *Proceedings of ASME TURBO EXPO 2001, June 4-7, 2001, New Orleans, Louisiana*, pp. 1-10, (2001).
- [105] WANG, Z.Q.; LAI, S.K. UND SHU, W.Y.: Aerodynamic Calculation of Turbine Stator Cascade with Curvilinear Leaned Blades and some Experimental Results. *Symposium Papers of 5th International Symposium on Airbreathing Engines (ISABE)*, pp. 30(1)-30(9), Februar 16-21 (1981), Bangalore, India.
- [106] WANG, Z.Q.; XU, W.Y. UND HAN, W.J.: Aerodynamic Calculation of Turbine Stage with Long Blades and Discussion of its Results. *Journal of Engineering Thermophysics*, Vol. 2, No. 4, pp. 328-334, (1981).
- [107] WANG, Z.Q.; XU, W.Y.; HAN, W.J. UND BAI, J.: An experimental investigation into the reasons of reducing secondary flow losses by using leaned blades in rectangular turbine cascades with incidence angle. *ASME Paper, 88-GT-4*, pp. 1-7, (1988).
- [108] WANG, Z.Q.: A New Configuration of the Blade in axial Turbomachinery - The Theory and the Experimental Result of Configurationaerodynamics with Bowed and Twisted Bladed. *Conference of Aerothermodynamics - Development*, (1989).
- [109] WANG, Z.Q.; HAN, W.J.; XU, W.Y. UND ZHAO, G.L.: The Blade Curving Effects in a Turbine Stator Cascades eith Low Aspect Ratio. *Journal of Engineering Thermophysics*, Vol. 11, No. 3, pp. 255-262, (1990). und *Foreign Aerospace Science and Technology Center Wright-Patt. FASTC-ID(RS)T-0312-92 XC-FASTC*, 21. Jan. 1993.
- [110] WARENDORF, K.: *Mehrgitter-Methoden für konvektiv dominierte partielle Differentialgleichung auf vollständig unstrukturierten Gittern*. Dissertation der Uni. Stuttgart, (2001).
- [111] WEGNER, W.: Vollständige Riemannlösung der ein- und zweidimensionalen Eulergleichungen. *DLR-Forschungsbericht 92-93*, (1992).
- [112] WEINGOLD, H.D.; NEUBERT, R.J.; BEHLKE, R.F. UND POTTER, G.E.: Reduction of Compressor Stator Endwall Losses Through the Use of Bowed Stators. *ASME Paper, 95-GT-380* (1995), pp. 1-9. und Bowed Stators: An Example of CFD Applied to Improve Multistage Compressor Efficiency. *ASME, Journal of Turbomachinery*, Vol. 119, No. 2, pp. 161-168, (1997).
- [113] WU, C.H.: Theory of Three Diemnsional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial, Radial and Mixed Flow Types. *NACA TN2604*, (1952).

- [114] WU, C.H.: The Aerodynamic Problem of Radially Long Blades in Turbomachines. *Acta Mechanica Sinica: Journal of Mechanics*, Vol. 1, No. 1, pp. 15-48, (1957).
- [115] YAMAMOTO, A.: Production and Development of Secondary Flows and Losses in Two Type of Straight Turbine Cascade: Part 1-A Stator Case, *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 109, No. 2, pp. 186-193, (1987).
- [116] YAMAMOTO, A.: Production and Development of Secondary Flows and Losses in Two Type of Straight Turbine Cascade: Part 2-A Rotor Case, *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 109, No. 2, pp. 194-200, (1987).
- [117] YU, C.: The Prediction Method of Turbine with bowed blade. *Journal of Aerospace Power*, Vol. 12, No. 4, pp. 385-388, (1997).
- [118] ZHONG, J.J.: *An experimental investigation by using curved blade to control secondary flow in compressor cascade*, Dissertation, Harbin Institute of Technology, (1996).
- [119] Zierep, J.: *Strömungslehre*, Springer-Verlag, Berlin, (1993).

# Anhang A

## Definition der radialen Schaufelkraft

### A.1 Definition nach GU

GU zeigte in [31] ein Modell der radialen Kraft  $f_{r,s}$  für die Schaufelkrümmung in Sehnenrichtung bzw. in Umfangsrichtung. Die radiale Schaufelkraft  $f_{r,s}$  für solche Schaufeln wird in seiner Methode aus zwei Teilen:

$$f_{r,s} = f_{c,s} + f_{a,s} \quad (\text{A.1})$$

kombiniert. Dabei bedeuten  $f_{c,s}$  und  $f_{a,s}$  die radialen Komponenten der Schaufelkraft, die im Einzelnen von den Krümmungen in Umfangsrichtung bzw. in Sehnenrichtung erzeugt werden. Man nimmt die radiale Kraft  $f_{r,s}$  hierbei direkt proportional zur Krümmungsgröße<sup>1</sup>  $d$  an, definiert  $k_1$  als den Proportionskoeffizienten bzw.  $\phi$  als den Winkel zwischen der Sehnennormalen und der Turbinenachse. Dadurch kann die radiale Kraft  $f_r$  in diesem Fall auf folgende Weise formuliert werden:

$$f_{r,s} = k_1 d (\sin \phi + \cos \phi). \quad (\text{A.2})$$

Wenn die Auffädellinien der Schaufel auf mehrere kurze Linien verteilt ist, kann man die radiale Schaufel so annehmen, daß sie durch einige kleinen Platten zusammengesetzt ist. In diesem Fall definiert sich der Winkel zwischen der Plattennormale und der Turbinenachse als  $v$ . Die Plattenlänge in der  $S_1$ -Ebene bezeichnet man als  $l_p$ , daher können die effektiven Längen der Plattenneigung in der Umfangsrichtung und der Achsrichtung in folgenden Formen erhalten werden:

$$l_c = l_p \sin v \quad (\text{A.3})$$

sowie

$$l_a = l_p \cos v. \quad (\text{A.4})$$

---

<sup>1</sup>Die genaue Definition der Krümmungsgröße ist in der Publikation [31] nicht enthalten.

Man nimmt die Schaufelkraft nochmals direkt proportional zur effektiven Länge an, der Proportionalitätskoeffizient definiert sich hier als  $k_2$ . Dadurch kann die Radialkomponente der Schaufelkraft aus der Schaufelkrümmung in Umfangsrichtung in der Form formuliert werden:

$$f_{r,s} = k_1 \cdot k_2 \cdot d \cdot l_p \cdot \sin v. \quad (\text{A.5})$$

Gleicherweise kann die Radialkomponente der Schaufelkraft aus der Schaufelkrümmung in Sehnenrichtung auch in ähnlicher Form formuliert werden:

$$f_{r,s} = k_1 \cdot k_2 \cdot d \cdot l_p \cdot \cos(v - \phi). \quad (\text{A.6})$$

Die obige Gl. (A.5) beschreibt: Die optimale Wirkungsstelle der Krümmung in der Umfangsrichtung ist beim Winkel  $v = 90^\circ$ , d.h. eine solche Stelle für die Anströmung in der Achsrichtung soll im Bereich vor der engsten Stelle verbleiben. Zwar zeigt eine Tendenz vom Eintritt bis zum Austritt, daß mit der Verkleinerung des Winkels  $v$  die Krümmungswirkung in der Umfangsrichtung sich auch reduziert.

Die obige Gl. (A.6) beschreibt: Die optimale Wirkungsstelle der Krümmung in der Achsenrichtung ist die Stelle, deren Normale der Sehnennormale entspricht. D.h. eine solche optimale Stelle wird hinter die engste Stelle verschoben. Im Fall von gleichen Krümmungsgrößen sind für geeignete Schaufelprofile im allgemeinen die Radialkomponente der Schaufelkraft aus der Krümmung in Sehnenrichtung stärker als in Umfangsrichtung.

GU beschrieb daher: Die Krümmung in Sehnenrichtung besitzt die Kontrollfähigkeit der Sekundärströmung bei der engsten Stelle, da sie die optimale Wirkungsstelle der Schaufelkrümmung nach dem engsten Gebiet verschiebt. Aber diese Aussage ist hier nur unter folgender Annahme möglich, daß  $k_1$  und  $k_2$  konstant bleiben. Im realen Fall könnten  $k_1$  und  $k_2$  wahrscheinlich komplexe Funktionen annehmen.

## A.2 Definition nach DENTON

DENTON [19][65] entwickelte einen ganz anderen Ansatz für seine eigenen 3D Navier-Stokes-Verfahren,

$$f_{r,s} = \frac{2\Delta p}{\rho h} + \frac{\Delta p k}{\rho} \frac{h}{4 S_{ax}^2} \cos^2 \alpha = \frac{2\Delta p}{\rho h} \left[ 1 + \frac{k}{8} \left( \frac{h \cos \alpha}{A_{ax}} \right)^2 \right] \quad (\text{A.7})$$

Dabei bezeichnen  $h$ ,  $\alpha$  und  $S_{ax}$  jeweils die Schaufelhöhe, den Strömungswinkel und die axiale Sehnenlänge. Diese Gleichung basiert ebenfalls auf der Druckdifferenz  $\Delta p$ , die durch die Schaufelneigung hervorgerufen wird. In diesem Fall liegt der Proportionalitätsfaktor  $k$  nach DENTON in der Größenordnung 10. Der zweite Term auf der rechten Seite stammt aus der Stromlinienkrümmung, deren Anteil mit der Streckung  $A_{ax}$  im Vergleich zu dem Anteil aus dem radialen Druckgradienten zunimmt. Dieser Ansatz stellte eigentlich die Behandlung der tangentiellen Neigung und der axialen Pfeilung vor, jedoch beschreibt er

sie ohne Berücksichtigung der tangentiellen Neigungswinkel.

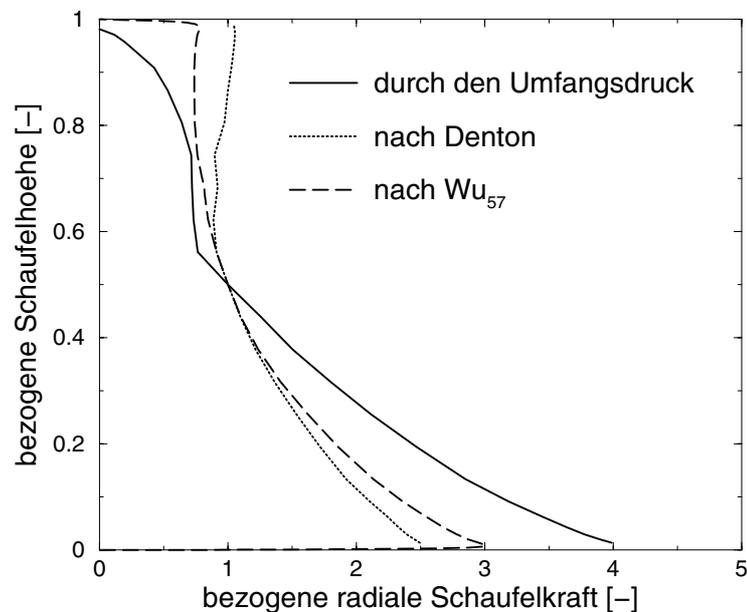
### A.3 Definition nach WU

WU verwendete folgende Formulierung [114]:

$$f_{r,s} = \frac{2}{r^3} \frac{\partial(rc_\varphi)}{\partial z} \int_{z_0}^z (rc_\varphi) dz \quad (\text{A.8})$$

in seinem rotationssymmetrischen 2D-Verfahren.

Die Definitionen von DENTON und WU sind vom tangentialen Neigungswinkel unabhängig. Aus diesem Grund sind die tangentiellen Neigungswinkel ohne Einfluß auf die beiden Verteilungen über der Schaufelhöhe, deren Verteilungen in A.1 dargestellt sind. Daher blieben ihre Verläufe sehr ähnlich wie die Verteilung der Umfangskraft. Insbesondere ist die Gl. (A.8) nach WU, deren Definition eigentlich nur auf die Strömungsumlenkung bzw. die Umfangskomponente gründet, den Definitionen der Gl. (6.40) bzw. (6.44) ähnlich. Wenn wir auf folgende Weise annehmen, dass die obigen beiden Gl. (A.7) und (A.8) als die Umfangskraft definiert werden können, dann finden wir in [82], dass die Verteilung nach WU mit der vorhergehenden Definition durch den Umfangsdruck übereinstimmt, die in [82] vorgestellt ist.



*Abb. A.1:* Vergleich der radialen Schaufelkräfte mit gekrümmter Schaufel  $Bow_{2B}$  über der Kanalhöhe



# Anhang B

## Verlustmodell der gekrümmten Schaufel

### B.1 Modell des Sekundärverlustes für radiale Schaufeln nach LAPSCHIN

In diesem Anhang wird das vollständige Sekundärverlustmodell von [58][59] detailliert beschrieben. Dieses Modell entwickelt derartige Verluste über die Abhängigkeit vom tangentiellen Neigungswinkel der Schaufel. Für die Leitschaufel, die durch eine Neigung am Fußschnitt und eine Krümmung am Kopfschnitt kombiniert wird, wurden ebenfalls Korrelationsfunktionen der Sekundärverluste von LAPSCHIN [58] entwickelt.

Die Sekundärverluste  $\zeta_{RS,sp}$  wurden von LAPSCHIN für die radiale Schaufel jeweils für den Fußschnitt  $\tilde{\zeta}_{RS}^N$  und den Kopfschnitt  $\tilde{\zeta}_{RS}^G$  getrennt mit folgenden Absätzen:

$$\tilde{\zeta}_{RS}^N = \zeta_p^N \frac{a^N}{h} \quad (\text{B.1})$$

$$\tilde{\zeta}_{RS}^G = \zeta_p^G \frac{a^G}{h} \quad (\text{B.2})$$

formuliert. Hierbei sind  $\zeta_p^N$  und  $a^N$  Koeffizient des Profilverlusts und der engste Querschnitt für den Fußschnitt, bzw.  $\zeta_p^G$  und  $a^G$  für den Kopfschnitt, wobei  $h$  hier die Schaufelhöhe bedeutet. Daher resultieren die beiden geteilten Sekundärverluste  $\tilde{\zeta}_{RS}^N$  und  $\tilde{\zeta}_{RS}^G$ , welche die gesamten Sekundärverluste  $\zeta_{RS,sp}$ , wie folgt:

$$\zeta_{RS,sp} = \tilde{\zeta}_{RS}^N + \tilde{\zeta}_{RS}^G \quad (\text{B.3})$$

formulieren.

LAPSCHIN definiert die obigen Koeffizienten des Profilverlusts  $\zeta_p^N$  und  $\zeta_p^G$  in den beiden Gl. (B.1) und (B.2) so, daß sie vom Metall-Winkel  $\beta_M$  abhängig sind:

$$\zeta_p = f \left[ (\beta_{1M} + \beta_{2M}), \frac{\sin\beta_{1M}}{\sin\beta_{2M}} \right] = f(L) \quad (\text{B.4})$$

Hier ist  $\beta_{1M}$ , der Metall-Winkel der Laufschaufel am Eintritt, bzw.  $\beta_{2M}$  am Austritt. D.h. für die Laufschaufel wird die Variable  $L$  wie folgt:

$$L = (\beta_{1M} + \beta_{2M})^{0.4} \frac{\sin\beta_{1M}}{\sin\beta_{2M}} \quad (\text{B.5})$$

formuliert. Desgleichen kann die Variable  $L$  auch für die Leitschaufel auf ähnliche Weise:

$$L = (\alpha_{0M} + \alpha_{1M})^{0.4} \frac{\sin\alpha_{0M}}{\sin\alpha_{1M}} \quad (\text{B.6})$$

dargestellt werden. Hierbei sind  $\alpha_{0M}$  der Metall-Winkel der Leitschaufel am Eintritt, bzw.  $\alpha_{1M}$  am Austritt. Für den Fall der indirekten Aufgabe kann jedoch annäherungsweise  $\beta_{1M} \approx \beta_1$  und  $\beta_{2M} \approx \beta_2^*$ , bzw.  $\alpha_{0M} \approx \alpha_0$  und  $\alpha_{1M} \approx \alpha_1^*$  gesetzt werden. Hierbei bedeuten  $\beta_1$  den Strömungswinkel der Laufschaufel am Eintritt und  $\beta_2^*$  am Austritt, bzw.  $\alpha_0$  den Strömungswinkel der Leitschaufel am Eintritt und  $\alpha_1^*$  am Austritt.

Dadurch kann der Koeffizient des Profilverlusts  $\zeta_p$  auf diese Weise:

$$\zeta_p = \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^{0.251} \cdot \left( \frac{1.2}{L^2} + 8 \cdot 10^{-6} L^2 + 0.009 \right) + 0.034 \bar{\delta}_t + 0.38 \bar{\delta}_t^2 + A \quad (\text{B.7})$$

weiter definiert werden. Die Variable  $\epsilon$  bestimmt hier das Verhältnis zwischen der Rauigkeitshöhe  $k$  und der Sehnenlänge  $S$ , d.h.  $\epsilon = \frac{k}{S}$ . Die Variable  $\epsilon_0$  besitzt einen konstanten Wert von  $10^{-4}$ , während die Variable  $\bar{\delta}_t$  das Verhältnis zwischen der Austrittskante  $\delta_t$  und des engsten Querschnitts  $a$  darstellt und einen Wertbereich von  $\bar{\delta}_t = \frac{\delta_t}{a} \approx 0.03 \dots 0.1$  ergibt. Die weitere Variable  $A$  symbolisiert den Koeffizienten des Verlustkorrektors, dessen Wert jeweils um 0.03 für die Leitschaufel, bzw. ca. 0.04 für die Laufschaufel beträgt. Das resultiert daraus, dass der Profilverlust der Leitschaufel etwas kleiner als der Laufschaufel ist. Anhand obiger Formulierungen wird deutlich, daß die geteilten Koeffizienten des Profilverlusts für den Fußbereich  $\zeta_p^N$  und für den Kopfbereich  $\zeta_p^G$  abhängig sind von den Parametern  $L, \bar{\delta}_t, \epsilon$ .

Die beiden obigen Modellgleichungen (B.1) und (B.2) gelten nur für die Anwendung der radialen Schaufel. Um die geneigte bzw. gekrümmte Schaufel zu behandeln, müssen diese beiden Gleichungen durch eine Korrektur des Sekundärverlusts für eine derartige Schaufel weiter umformuliert werden. Daher wurde ein Korrekturmodell von LAPSCHIN vorgeschlagen, das im Abschnitt 6.5.2.1 näher beschrieben ist. Dies Modell behandelt die Sekundärverluste  $\zeta_{RS,sp}$  mit zwei Korrelationsfunktionen, die jeweils für den Fußschnitt und den Kopfschnitt gelten.

# Lebenslauf

24. März 1966 Tzong-Hann Shieh  
geboren in Taichung, Taiwan  
verheiratet, 3 Kinder

## Schulbesuch

1972 - 1978 Volksschule in Nantou und Taichung, Taiwan  
1978 - 1981 Mittelschule in Taichung, Taiwan

## Studium

1981 - 1986 Maschinenbau am Ming-Hsin Engineering College in Hsin-Chu  
1991 - 1999 Maschinenbau an der Universität Hannover  
Vertiefungsrichtung: Strömungsmaschinen und -mechanik  
1999 Diplomarbeit am Institut für Strömungsmechanik (DLR),  
Abteilung der Aerothermodynamik, Göttingen  
Abschluß: Diplom-Ingenieur

## Wehrdienst

1986 -1988 Grundwehrdienst in Taiwan

## Praktika in Deutschland

1991 Flender-Himmelwerk GmbH, Getriebe und Motoren, Tübingen  
1998 Werkzeuge und Werkstoffprodukte GmbH, Garbsen und  
MPA, Materialprüfanstalt für Fertigungstechnik, Hannover

## Berufstätigkeit in Deutschland

1992 - 1995 wissenschaftliche Hilfskraft am IFUM der Universität Hannover  
1992 - 1993 wissenschaftliche Hilfskraft am IFW der Universität Hannover  
1995 wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Plasmaphysik  
der Universität Hannover  
1997 - 1998 wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Strömungsmaschinen  
der Universität Hannover  
2000 wissenschaftliche Hilfskraft mit Diplom am gleichen Institut  
2000 - 2002 Doktorand mit dem Promotionstipendium der Universität  
Hannover am gleichen Institut  
2003 wissenschaftliche Hilfskraft mit Diplom am gleichen Institut  
seit 2003 wissenschaftlicher Mitarbeiter am gleichen Institut