

# Numerische Berechnung der irreversiblen Entropieproduktion in wärmeübertragenden Strukturen

Marco Fuchs\* und Stephan Kabelac

DOI: 10.1002/cite.202200213

 This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs License, which permits use and distribution in any medium, provided the original work is properly cited, the use is non-commercial and no modifications or adaptations are made.

In diesem Beitrag werden zwei verschiedene additiv herstellbare Metallstrukturen hinsichtlich der Entropieproduktionszahl bewertet. Die beiden Strukturen werden bei zwei Temperaturniveaus, 200/80 °C und 700/580 °C, untersucht. Bei dem niedrigen Temperaturniveau ist bei beiden Strukturen insbesondere die Wärmeleitung innerhalb der Struktur der Haupttreiber für die Entropieproduktion. Werden die Temperaturen angehoben, so steigt die gesamte Entropieproduktionszahl stark an, wobei die Dissipation durch Fluidreibung nun die Hauptursache für die auftretenden Verluste in beiden Strukturen ist.

**Schlagwörter:** Dissipation, Entropieerzeugung, Off-Set Strip Fin, Wärmeleitung, Wärmeübertragung

*Eingegangen:* 30. November 2022; *akzeptiert:* 13. Februar 2023

## Numerical Calculation of the Irreversible Entropy Production in Heat Transferring Structures

Two different additively manufacturable metal structures are evaluated with regard to their entropy production number. The structures are investigated at two temperature levels: 200/80 °C and 700/580 °C. At the low temperature level, the heat conduction within the structure is the main driver for entropy production. If the temperatures are raised, the total entropy production number increases sharply, where the dissipation due to fluid friction is the main cause for the losses occurring in both structures.

**Keywords:** Dissipation, Entropy generation, Heat conduction, Heat exchange, Off-set strip fin

## 1 Einleitung

Die additive Fertigung ermöglicht eine Vielzahl an neuen wärmeübertragenden Metallstrukturen sowie die Anpassung und Optimierung bestehender Strukturen. Um die Vielseitigkeit der additiven Fertigung bei der Entwicklung wärmeübertragender Strukturen gewinnbringend einsetzen zu können, ist eine geeignete Bewertung der wärmetechnischen Eigenschaften der verschiedenen Strukturen von großer Bedeutung. Eine Möglichkeit der Bewertung kann auf Basis der irreversiblen Entropieerzeugungsrate und darauf aufbauend der dissipierten Energie erfolgen [1].

Derartige Bewertungen wurden erstmals von Bejan [1] konsequent eingeführt, wobei es sich um integrale Bewertungsmethoden handelt, die u. a. von Bejan und Pfister [2] sowie Yujie et al. [3] modifiziert und angewendet werden. Allerdings eignen sich diese Verfahren nicht zur Bestimmung der lokalen irreversiblen Entropieproduktionsrate. Hierzu wurde ebenfalls von Bejan [4] ein Vorschlag von Kestin aufgegriffen, indem für ein infinitesimales Element

eine partielle Differentialgleichung zur Berechnung der irreversiblen Entropieproduktion aufgestellt wird. Dieses Prinzip wird u. a. von Kock [5] weiterentwickelt und für die Anwendung von CFD-Berechnungen auf Basis der RANS-Gleichungen in zeitgemittelte und fluktuierende Anteile zerlegt. Dies ermöglicht die Anwendung in Turbulenzmodellen und wird u. a. von Wenterodt [6] angewandt, um die irreversible Entropieerzeugung bei der Umströmung von Rohren in Rohrbündel-Wärmeübertragern zu berechnen. Ji et al. [7] nutzen diese lokale Entropieberechnung zum Vergleich der Verluste verschiedener Partikelbeladungen bei Nanofluiden.

<sup>1</sup>Marco Fuchs  <https://orcid.org/0000-0001-9913-716X> (fuchs@ift.uni-hannover.de), <sup>1</sup>Prof. Dr.-Ing. habil. Stephan Kabelac  <https://orcid.org/0000-0002-1616-1402>

<sup>1</sup>Leibniz Universität Hannover, Institut für Thermodynamik, An der Universität 1, 30823 Garbsen, Deutschland.

In diesem Beitrag werden zwei verschiedene additiv hergestellte wärmeübertragende Strukturen auf Basis sogenannter „Off-Set Strip Fins“ für Plate-Fin-Wärmeübertrager vorgestellt und auf ihre irreversible Entropieerzeugungsrate bei zwei verschiedenen Temperaturniveaus numerisch untersucht. Dabei soll sowohl die Entropieerzeugung infolge von Reibung wie auch durch Wärmeleitung im Fluid und Festkörper mittels partieller Differentialgleichungen betrachtet werden.

## 2 Methode

### 2.1 Untersuchte Strukturen

Bei den zu untersuchenden Strukturen handelt es sich um Off-Set-basierte Plate-Fin-Strukturen, die im Hinblick auf die additive Fertigung angepasst wurden. Die Strukturen sind in Abb. 1 dargestellt.

Bei der ersten Struktur handelt es sich um eine Referenzstruktur, die als Ausgangsbasis für Optimierungen herangezogen wird. Die Parameterkombination (Rippenlänge, Rippenhöhe, Rippenabstand, Rippenlängsverschiebung) wurde aus Parametervariationsrechnungen ermittelt. Die variierten Rippenparameter wurden hinsichtlich ihrer Entropieerzeugung bewertet, wobei ein modifiziertes Verfahren nach Bejan [1] mit der Entropieproduktionszahl angewendet wurde. Bei der zweiten Struktur handelt es sich nun um eine Variante, deren Geometrieparameter hinsichtlich einer minimalen Entropieproduktionszahl ausgewählt wurden. Die genauen Maße der Strukturen werden aufgrund von Geheimhaltung nicht veröffentlicht.

In Abb. 2 ist das Berechnungsgebiet mit den Randbedingungen dargestellt, welches für die beiden Strukturen identisch ist. Es handelt sich um den Ausschnitt eines Gegenstrom-Wärmeübertragers, bei dem beidseitig Luft durch die Kanäle strömt. Die Eintrittstemperaturen der heißen/kalten Seite betragen für einen ersten Fall 200/80 °C und für einen zweiten Fall 700/580 °C. Die Eintrittsgeschwindigkeiten am Eintritt der heißen und kalten Seite werde derart gewählt, dass bei beiden Temperaturniveaus die gleichen Reynolds-Zahlen resultiert. Für das niedrige Temperaturniveau folgt damit: (heiß/kalt) 3,3–20,9 m s<sup>-1</sup>, bzw. 2,0–12,6 m s<sup>-1</sup>. Für das hohe Temperaturniveau entsprechend: (heiß/kalt) 2,1–51 m s<sup>-1</sup>, bzw. 1,2–40 m s<sup>-1</sup>. Am Austritt des Berechnungsgebietes wird die Randbedingung „pressure-outlet“ gewählt, um eine freie Abströmung zu gewährleisten. An den Wänden der Vorder- und Rückseite des Kanals wird eine adiabate

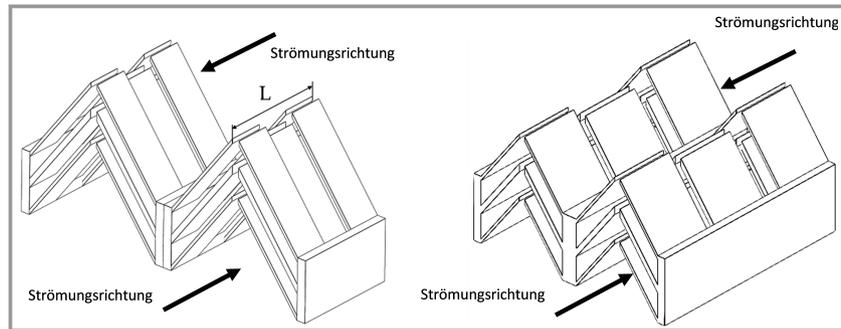


Abbildung 1. Untersuchte Rippenstrukturen. Links: Referenzstruktur (Struktur 1); rechts: Struktur 2.

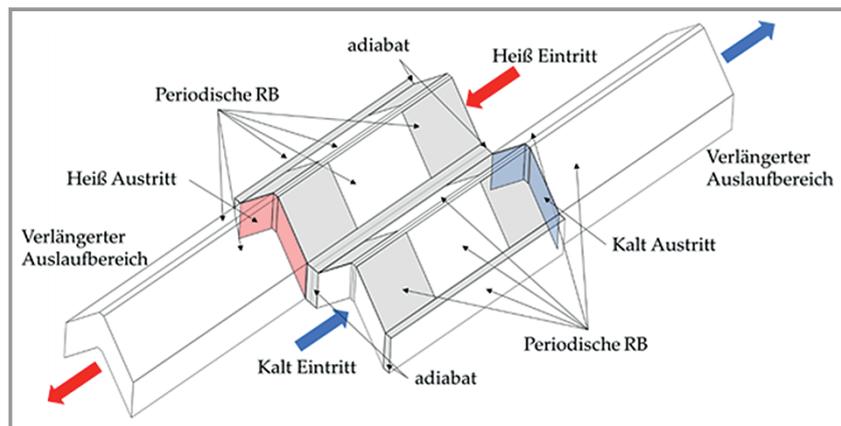


Abbildung 2. Berechnungsgebiet mit Randbedingungen. Austrittsbereiche farblich markiert.

Randbedingung angenommen, die übrigen Seitenwände werden mit einer periodischen Randbedingung versehen.

Sowohl für die Trennwand wie auch die Rippen wird in der Simulation Edelstahl als Material gewählt, die Stoffwerte des Edelstahls ändern sich in den jeweils betrachteten Temperaturbereichen nur wenig, weshalb diese bei einer Mitteltemperatur von  $T_m = 413$  K berechnet werden:  $\lambda_m = 15,2$  W m<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>,  $\rho_m = 7698$  kg m<sup>-3</sup>,  $c_{p,m} = 496$  J kg<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup> bzw. bei 913 K zu  $\lambda_m = 22,4$  W m<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>,  $\rho_m = 7521$  kg m<sup>-3</sup>,  $c_{p,m} = 540$  J kg<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>. Die Stoffwerte der Luft werden durch temperaturabhängige Polynome aus dem VDI-Wärmeatlas [8] berechnet.

### 2.2 Berechnungsgleichungen zur entropischen Bewertung der Strukturen

Die Bewertung von wärmeübertragenden Strukturen hinsichtlich der energetischen Effizienz hilft bei deren Weiterentwicklung. In diesem Beitrag werden die beiden Strukturen hinsichtlich der energetischen Effizienz anhand der Entropieproduktionszahl nach Bejan [4] bewertet, deren Definition lautet

$$N_s = \frac{\dot{\Psi}}{\dot{Q}} = \frac{\dot{S}_{\text{irr}}}{\dot{Q}} T \quad (1)$$

Diese Kennzahl drückt durch  $\dot{\Psi} = \dot{S}_{\text{irr}} T$  die dissipierte Energie im Bezug zum übertragenen Wärmestrom aus. Damit ist eine energetische Effizienzeinordnung der eingangs vorgestellten Strukturen möglich.

Im Folgenden wird die Entropieproduktionszahl für die drei Komponenten heißes/kaltes Fluid und die Wand separat berechnet und dann aufsummiert, es folgt somit

$$N_s = N_{s,f,h} + N_{s,f,k} + N_{s,w} = \frac{\dot{S}_{\text{irr},f,h} T_{m,f,h}}{\dot{Q}} + \frac{\dot{S}_{\text{irr},f,k} T_{m,f,k}}{\dot{Q}} + \frac{\dot{S}_{\text{irr,WL,w}} T_{m,w}}{\dot{Q}} \quad (2)$$

Für die gewählten Temperaturen werden für die Fluide die massenstromgemittelte Temperatur zwischen Ein- und Austritt nach Abb. 2 genutzt. Für die Wand wird eine mittels Fluent berechnete massengemittelte Temperatur, bestehend aus den Rippenstrukturen der heißen und kalten Seite sowie der Trennwand, verwendet.

### 2.2.1 Partielle Differentialgleichungen zur Berechnung der volumetrischen irreversiblen Entropieerzeugungsrate

Die Berechnung der Temperatur-, Druck- und Geschwindigkeitsfelder erfolgt mittels des Programms „Ansys FLUENT 2021 R1“. Um lokale Turbulenzen zu erfassen, wird das Zweigleichungsmodell  $k-\omega$  SST [9] verwendet. Die Diskretisierung erfolgt mit einem „2nd order upwind“-Schema. Weiterhin werden in dem Programm die partiellen Differentialgleichungen zur Berechnung der irreversiblen Entropieproduktion durch Fluidreibung sowie durch Wärmeleitung implementiert [5]. Diese Gleichungen werden in einen zeitgemittelten und einen fluktuierenden Anteil zerlegt.

Für die zeitgemittelte volumetrische irreversible Entropieerzeugungsrate durch Fluidreibung ergibt sich für das heiße/kalte Fluid (Index i) die folgende Gleichung

$$\dot{S}_{\text{irr,FR},f,i}''' = \frac{\eta}{T} \times \left( 2 \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right) \quad (3)$$

sowie der Ausdruck für den fluktuierenden Anteil

$$\dot{S}_{\text{irr,FR},f,i}''' = \frac{\rho \varepsilon}{T} \quad (4)$$

darin bezeichnet  $\varepsilon$  die turbulente Dissipationsrate. Die gesamte durch Fluidreibung hervorgerufene volumetrische Entropieerzeugung berechnet sich über die Summe aus zeitgemitteltem und fluktuierendem Anteil zu  $\dot{S}_{\text{irr,FR},f,i}''' = \dot{S}_{\text{irr,FR},f,i}''' + \dot{S}_{\text{irr,FR},f,i}'''$

Die irreversible volumetrische Entropieerzeugung infolge der Temperaturgradienten im Fluid wird ebenfalls in den zeitgemittelten und den fluktuierenden Anteil zerlegt. Für den zeitgemittelten Anteil gilt

$$\dot{S}_{\text{irr,WL},f,i}''' = \frac{\lambda}{T^2} \left( \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right)^2 \right) \quad (5)$$

und für den fluktuierenden Anteil

$$\dot{S}_{\text{irr,WL},f,i}''' = \frac{a_t}{a} \dot{S}_{\text{irr,WL},f,i}''' = \frac{\nu_t}{Pr_t a} \dot{S}_{\text{irr,WL},f,i}''' \quad (6)$$

Es gilt nach [11] für die turbulente Prandtl-Zahl  $Pr_t = 0,85$ . Die gesamte irreversible volumetrische Entropieerzeugung durch Temperaturgradienten im Fluid berechnet sich über die Summe zu  $\dot{S}_{\text{irr,WL},f,i}''' = \dot{S}_{\text{irr,WL},f,i}''' + \dot{S}_{\text{irr,WL},f,i}'''$ . Die irreversible volumetrische Entropieerzeugung innerhalb der Wand  $\dot{S}_{\text{irr,WL,w}}'''$  infolge der dort auftretenden Temperaturgradienten wird ebenfalls über Gl. (5) berechnet, wobei auf die Reynolds-Zerlegung verzichtet wird.

Die gesamte irreversible volumetrische Entropieerzeugungsrate des Fluids wird über die Summe aus Dissipation durch Fluidreibung und Wärmeleitung berechnet und ergibt sich zu  $\dot{S}_{\text{irr},f,i}''' = \dot{S}_{\text{irr,WL},f,i}''' + \dot{S}_{\text{irr,FR},f,i}'''$ . Weiterhin kann durch die Aufsummierung der Teilkomponenten des kalten und heißen Fluids sowie der Wand die gesamte irreversible volumetrische Entropieerzeugungsrate des Berechnungsabschnitts ermittelt werden  $\dot{S}_{\text{irr}}''' = \dot{S}_{\text{irr},f,k}''' + \dot{S}_{\text{irr},f,h}''' + \dot{S}_{\text{irr,WL,w}}'''$ .

Durch eine Integration über das Volumen kann aus der volumetrischen die irreversible Entropieerzeugung berechnet werden, es gilt

$$\dot{S}_{\text{irr}} = \int_V \dot{S}_{\text{irr}}''' dV \quad (7)$$

Unter Einbeziehung der oben erläuterten mittleren Temperaturen kann mit der ermittelten irreversiblen Entropieerzeugungsrate nun die Entropieproduktionszahl für die beiden Fluide sowie für die Wand berechnet werden.

### 2.3 Berechnungsgleichungen zur Auswertung von Wärmeübergang und Druckverlust für die Validierung

Für die Bewertung der Wärmeübertragung bei der Validierung wird auf den mittleren Colburn  $j$ -Faktor zurückgegriffen, dessen Definition lautet

$$j = \frac{Nu}{Re Pr^{1/3}} \quad (8)$$

Für die mittlere Nußelt-Zahl wird die folgende Definition verwendet

$$Nu = \frac{\alpha D_h}{\lambda} \quad (9)$$

und für die Reynolds-Zahl

$$Re = \frac{u D_h}{\nu} \quad (10)$$

wobei für den hydraulischen Durchmesser gilt

$$D_h = 4A_c / (A_{ht}/L) \quad (11)$$

Darin beschreibt  $A_c$  den kleinsten freien Strömungsquerschnitt innerhalb der Struktur,  $A_{ht}$  die wärmeübertragende Fläche und  $L$  die betrachtete Länge zwischen Ein- & Austritt. In dieser Berechnung ist  $L$  stets die gesamte Länge des wärmeübertragenden Bereichs, bestehend aus drei Rippenreihen.

Für den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten in der Definition der Nußelt-Zahl wird folgender Ausdruck verwendet

$$\alpha_m = \frac{\dot{Q}}{A_{ht} \Delta T_{log}} \quad (12)$$

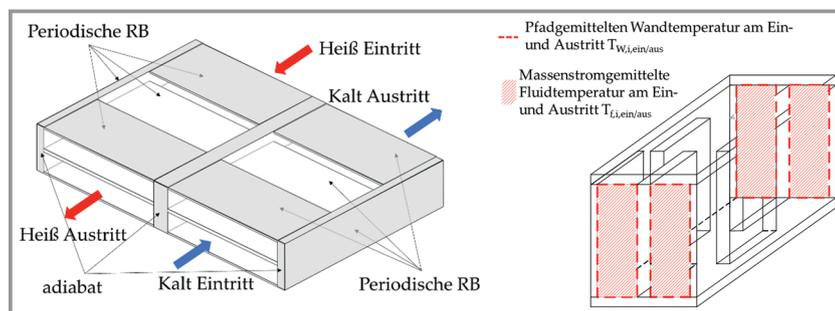
mit  $\dot{Q} = \dot{m}_i c_{p,m,i} (T_{f,i,aus} - T_{f,i,ein})$  als übertragenen Wärmestrom (wobei gilt  $\dot{Q}_k = \dot{Q}_h$ ), mit  $c_{p,m}$  für die mittlere spezifische isobare Wärmekapazität bei der arithmetischen Mitteltemperatur des Fluids. Für die Berechnung der logarithmischen Temperaturdifferenz  $\Delta T_{log}$  wird die Definition bei veränderlicher Wandtemperatur herangezogen [10]

$$\Delta T_{log} = \frac{((T_w - T_f)_{ein} - (T_w - T_f)_{aus})}{\ln \frac{(T_w - T_f)_{ein}}{(T_w - T_f)_{aus}}} \quad (13)$$

In Gl. (13) werden die Fluid- und Wandtemperaturen direkt am Ein- und Austritt des betrachteten Bereichs der Länge  $L$  verwendet. Für die Fluidtemperaturen am Ein- und Austritt werden massenstromgemittelte Temperaturen verwendet. Für die Wandtemperaturen werden längengemittelte Temperaturen entlang der äußeren Kontur der Rippen verwendet. Dies erlaubt auf die separate Berechnung des Rippenwirkungsgrades zu verzichten, da die Definition der Wandtemperatur, die dem Rippenwirkungsgrad zugrunde liegt, bereits direkt Anwendung findet. In Abb. 3 rechts wird dieses Prinzip verdeutlicht.

Das Einsetzen der entsprechenden Gleichungen führt schlussendlich auf die folgende Definition des Colburn j-Faktors

$$j = \frac{T_{f,i,aus} - T_{f,i,ein}}{\Delta T_{log}} \frac{A_c}{A_{ht}} Pr^{2/3} = \frac{T_{f,i,aus} - T_{f,i,ein}}{\Delta T_{log}} \frac{D_h}{4L} Pr^{2/3} \quad (14)$$



**Abbildung 3.** Links: Validierungsstruktur mit angegebenen Randbedingungen; rechts: Darstellung der pfadgemittelten Wandtemperatur und massenstromgemittelten Fluidtemperatur am Ein- und Austritt.

Zur Bewertung des Druckverlustes wird der Fanning f-Faktor herangezogen, die Definition lautet

$$f = \Delta p \frac{1}{2\rho_m} \frac{D_h}{L} \frac{1}{u^2} \quad (15)$$

mit  $u$  als mittlere Geschwindigkeit am engsten Strömungsquerschnitt bei der mittleren Dichte  $\rho_m$ .

### 3 Ergebnisse

#### 3.1 Validierung

Zunächst erfolgt eine Validierung des Netzes und der übrigen Berechnungseinstellungen, wofür eine vereinfachte Plate-Fin-Struktur mit Rechteckrippen modelliert wird. Bei den Maßen wird sich an der Größenordnung der angewinkelten Rippen orientiert, die in Tab. 1 zusammengestellt sind. Abb. 3 links zeigt die vereinfachte Validierungsstruktur inklusive Randbedingungen sowie den Pfad für die Ermittlung der Wandtemperatur.

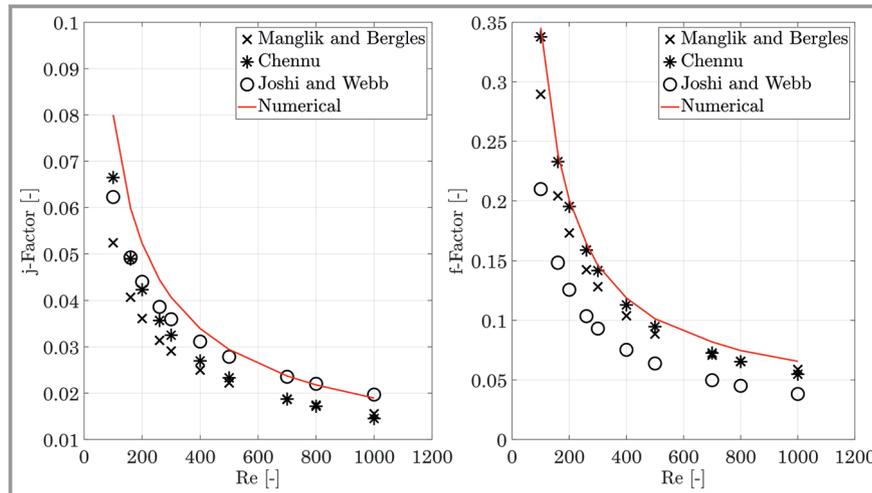
**Tabelle 1.** Geometrische Parameter der Validierungsstruktur.

Parameter	Wert
$H$ [mm]	8
$t_p$ [mm]	0,5
$t_f$ [mm]	0,2
$S$ [mm]	1,2
$L$ [mm]	4
$d_h$ [mm]	1,944
$\alpha_f = s/h$ [-]	0,15
$\gamma_f = t_f/s$ [-]	0,1667
$\delta_f = t_f/l$ [-]	0,05

Die Berechnung des Colburn j-Faktors sowie des Fanning f-Faktors erfolgt gemäß der Gln. (14) und (15) unter Anwendung der logarithmischen Temperaturdifferenz (Gl. (13)). Für den Vergleich werden Korrelationen von drei Autoren

verwendet. Die Gleichungen von Manglik und Bergles [12] sowie Joshi und Webb [13] wurden experimentell ermittelt, die Gleichungen von Chennu [14] mittels numerischer Rechnungen von Off-Set Strip-Fin-Wärmeübertragern.

In Abb. 4 ist der Verlauf des j-Faktors sowie des f-Faktors vergleichend dargestellt. Der j-Faktor stimmt für den gesamten Bereich im Rahmen der Unsicherheit mit allen Gleichungen gut überein, wobei insgesamt eine leichte Überschätzung erfolgt. Die Ursache kann in der Wahl des Berechnungsvorgehens



**Abbildung 4.** Links: Verlauf des Colburn  $j$ -Faktors im Vergleich mit verschiedenen Autoren; rechts: Verlauf des Fanning  $f$ -Faktors.

für die Wandtemperatur liegen, da die Gleichungen der Autoren teilweise auch unter der Randbedingung einer konstanten Wandtemperatur ermittelt wurden, wohingegen in diesem Beitrag ein Gegenströmer und damit eine konstante Wärmestromdichte betrachtet wird.

Der  $f$ -Faktor zeigt über den gesamten Bereich eine sehr gute Übereinstimmung mit den numerisch ermittelten Werten von Chennu, was die Genauigkeit der hier durchgeführten Rechnungen stützt. Ein Vergleich mit den anderen Autoren ergibt eine leichte Überschätzung, mögliche Ungenauigkeiten bei der Fertigung der dort verwendeten Wärmeübertrager kann auch nach Chennu nicht ausgeschlossen werden, wodurch die höheren  $f$ -Faktoren bedingt sein können.

Insgesamt zeigt die Validierung eine gute bis sehr gute Übereinstimmung, weshalb das Netz als Ausgangsbasis für dasjenige der angestellten Strukturen verwendet wird.

## 3.2 Angewinkelte Off-Set Strukturen

### 3.2.1 Netzunabhängigkeit

Vor der Analyse der beiden angewinkelten Strukturen soll anhand der Struktur 1 eine Netzunabhängigkeitsanalyse durchgeführt werden. Hierzu sind in Tab. 2 die Temperatur, der Druck und die irreversible Entropieerzeugung nach

**Tabelle 2.** Austrittstemperatur, Druckdifferenz der heißen Seite und gesamte irreversible Entropieerzeugungsrate

Netz Nr.	$T_{f,h,aus}$ [K]	$\Delta p_{fh}$ [Pa]	$\dot{S}_{irr,ges} \cdot 10^3$ [W K <sup>-1</sup> ]
1	452,84	89	1,101
2	452,85	89	1,11
3	452,83	90	1,117

Gl. (7) für drei verschiedene Netzeinstellungen dargestellt. Mit der höchsten Anzahl an Netzelementen wird bei allen drei betrachteten Größen Netzunabhängigkeit erreicht, weshalb die weiteren Berechnungen mit diesen Einstellungen durchgeführt werden.

### 3.2.2 Entropieproduktionszahl

In Abb. 5 ist die Entropieproduktionszahl für das heiße und kalte Fluid sowie für die Wand und die gesamte Entropieproduktionszahl für die zwei Strukturen abgebildet. Es ist darauf zu achten, dass bei der Darstellung der Entropieproduktionszahl der Wand und der gesamten Struktur eine arithmetisch gemittelte Reynolds-Zahl aus heißer und kalter Seite verwendet wird.

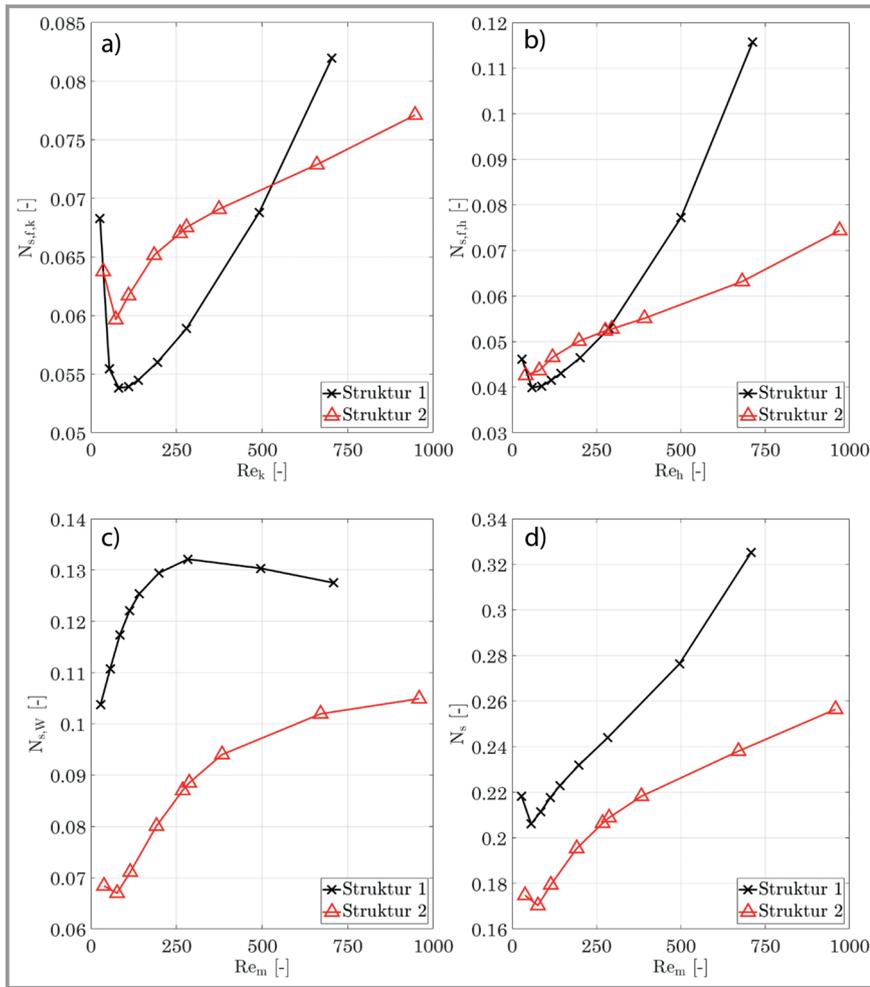
Die Analyse der beiden Strukturen für den Fall 200/80 °C zeigt, dass ausgehend von der gesamten Entropieproduktionszahl die Struktur 2 aus energetischer Sicht effizienter arbeitet und insgesamt ein deutlich geringeres Verlustniveau aufweist als die Struktur 1. Eine Analyse der Verluste innerhalb der Wand zeigt eine deutliche Abnahme der Verluste bei Struktur 2, bei gleicher Reynolds-Zahl sinken die Verluste um bis zu 41 % bei kleinen Reynolds-Zahlen und bis zu 34,5 % bei großen Reynolds-Zahlen.

Eine Analyse der Verluste im Fluid zeigt, dass die insgesamt entropisch effiziente Struktur 2 bei niedrigen Reynolds-Zahlen zunächst höhere Verluste aufweist, was sich aber bei steigender Strömungsgeschwindigkeit umkehrt. Zudem steigen die Verluste im heißen Fluid bei Struktur 1 mit steigender Reynolds-Zahl deutlich stärker an, als dies bei Struktur 2 der Fall ist. Dies ist auf die zunehmende Dissipation durch Fluidreibung zurückzuführen, die insbesondere bei steigenden Temperaturen an Bedeutung gewinnt.

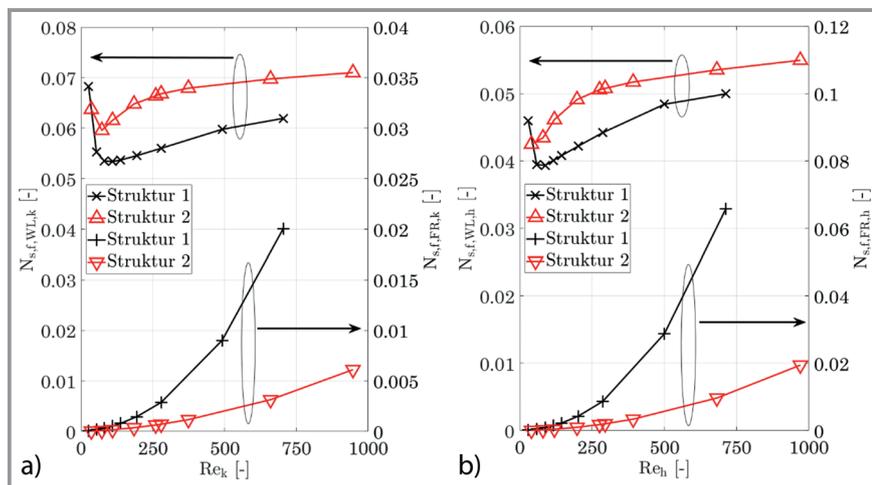
Um die Ursachen der Verluste genauer zu identifizieren, wird die Entropieproduktionszahl des heißen und kalten Fluids in einen Anteil bedingt durch Wärmeleitung und Fluidreibung zerlegt. Die Definitionen für diesen Fall ergeben sich dann zu (i: Index heiß/kalt)

$$N_{s,f,WL,i} = \frac{\dot{S}_{irr,WL,f,i} T_{m,f,i}}{\dot{Q}}; \quad N_{s,f,FR,i} = \frac{\dot{S}_{irr,FR,f,i} T_{m,f,i}}{\dot{Q}} \quad (16)$$

In Abb. 6 sind die Verläufe für die Entropieproduktionszahl bedingt durch Wärmeleitung und Fluidreibung für das heiße und kalte Fluid über der Reynoldszahl dargestellt. Hier zeigt der Verlauf der Entropieproduktionszahl der Wärmeleitung bei steigender Reynoldszahl sowohl beim heißen und kalten Fluid ein degressives Verhalten für Struktur 1 und Struktur 2. Die dissipierte Energie infolge der



**Abbildung 5.** Verlauf der Entropieproduktionszahlen für die Strukturen 1 und 2 bei 200/80 °C Eintrittstemperatur. a) Kaltes Fluid, b) heißes Fluid, c) Wand und d) gesamte Entropieproduktionszahl.



**Abbildung 6.** Verlauf der Entropieproduktionszahlen der Wärmeleitung und Dissipation für die Strukturen 1 und 2 bei 200/80 °C Eintrittstemperatur. a) Kaltes Fluid, b) heißes Fluid.

Wärmeleitung nimmt mit steigender Reynolds-Zahl also weniger stark zu. Weiterhin zeigt der Vergleich, dass die Verluste infolge von Wärmeleitung im Fluid mit steigender Temperatur abnehmen. Struktur 2 zeigt beim kalten Fluid leicht größere Verluste als Struktur 1. Weiterhin zeigt sich, dass bei sehr kleinen Reynolds-Zahlen die Struktur 1 und 2 höhere Entropieproduktionszahlen aufweist, welche zunächst abnehmen, um dann wieder anzusteigen. Der übertragene Wärmestrom steigt bei steigender Reynolds-Zahl zunächst stärker an als die Dissipation durch Wärmeleitung im heißen und kalten Fluid, wodurch die Entropieproduktionszahl zunächst sinkt. Bei höheren Temperaturen (im heißen Fluid) verschiebt sich dieser Umkehrpunkt zu kleineren Reynolds-Zahlen.

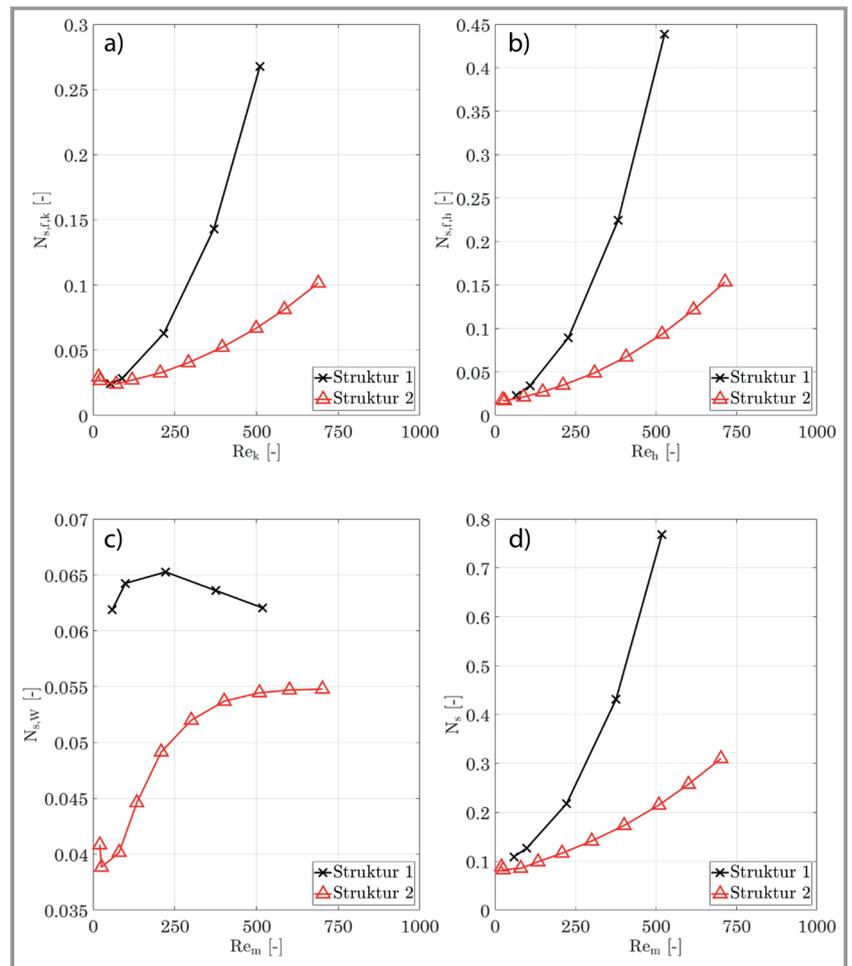
Eine Betrachtung der Verluste durch die Fluidreibung zeigt hingegen ein anderes Bild. In diesem Fall nehmen die Verluste mit steigender Reynolds-Zahl stark zu und zeigen einen überproportionalen Verlauf. Weiterhin liegen die Verluste der heißen Seite um ein Vielfaches über denen der kalten Seite. Dies lässt nun auch den unterschiedlichen Verlauf der Verluste im heißen und kalten Fluid in Abb. 5 erklären; im heißen Fluid dominieren bereits bei kleinen Reynolds-Zahlen die Verluste durch Fluidreibung, während dies bei dem kalten Fluid erst bei etwas höheren Reynolds-Zahlen eintritt. Für Struktur 2 zeigt sich ein grundsätzlich identisches Bild, doch liegen die Verluste insgesamt deutlich niedriger.

Es folgt nun die Analyse bei hohen Temperaturen von 700/580 °C. Der Einfluss der Wärmestrahlung wurde bei beiden Strukturen mittels des Discrete Ordinate-Modells [15] geprüft. Hier zeigen sich keine Auffälligkeiten, die größte Abweichung mit und ohne Wärmestrahlung beträgt weniger als 1% bei der kleinsten Reynolds-Zahl. Um die Berechnungsgeschwindigkeit bei dem bereits sehr feinen Netz zu steigern, wird auf die weitere Betrachtung der Wärmestrahlung verzichtet.

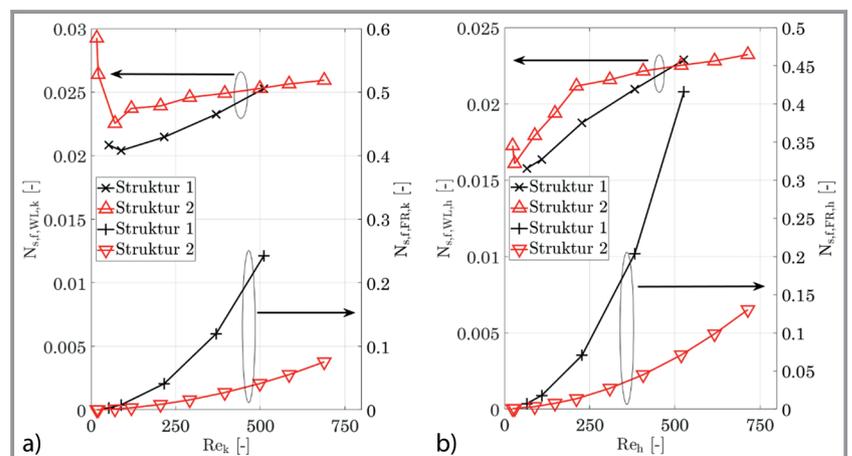
Für beide Strukturen ist im Gegensatz zur niedrigeren Temperatur ein deutlich höheres Niveau sowie ein stärkerer Anstieg der gesamten Entropieproduktionszahl bei steigender Reynolds-Zahl festzustellen (Abb. 7), wobei das Niveau von Struktur 2 deutlich unterhalb dem von Struktur 1 liegt. Für die Struktur 1 steigt die Entropieproduktionszahl auf bis zu 0,8, der Dissipationsstrom (infolge von Wärmeleitung und Fluidreibung) beträgt also 80 % des übertragenen Wärmestroms. Für Struktur 2 beträgt die Entropieproduktionszahl bei gleicher (mittlerer) Reynolds-Zahl nur 0,21. Eine Analyse der Entropieproduktionszahl der Wand zeigt im Vergleich zum niedrigeren Temperaturniveau, dass die Wand nun nicht mehr der Treiber für die gesamte Dissipation ist. Zudem nähern sich die Entropieproduktionszahlen der beiden Strukturen bei steigender Reynolds-Zahl weiter an. Die Analyse der Entropieproduktionszahl des heißen und kalten Fluids ergibt im Vergleich mit dem niedrigeren Temperaturniveau eine deutliche Zunahme der Verluste. Im Gegensatz zum niedrigen Temperaturniveau steigt die Entropieproduktionszahl im Fluid nun über den gesamten Bereich der Reynolds-Zahl stark überproportional an.

In Abb. 8 ist erneut die Aufteilung auf die Dissipation durch Wärmeleitung und Fluidreibung für das heiße und kalte Fluid dargestellt. Hieraus wird ersichtlich, dass die Entropieproduktionszahl durch Fluidreibung sowohl im heißen wie auch im kalten Fluid sehr stark zunimmt und die Entropieproduktion durch Wärmeleitung bei weitem übertrifft. Die Verluste durch Wärmeleitung liegen sowohl im heißen wie auch im kalten Fluid in etwa auf einem Niveau und ändern sich mit Variation der Reynolds-Zahl nur wenig. Im Vergleich zu den niedrigeren Temperaturen sinken die Verluste bedingt durch Wärmeleitung ab.

Die Analyse der Verluste durch Fluidreibung zeigt, dass die hohen Temperaturen zu einem sehr starken Anstieg gegenüber dem niedrigen Temperaturniveau führen. Für Struktur 1 folgt eine mehr als Verzehnfachung der Verluste bei einer Reynolds-Zahl von 500. Die Struktur 2 zeigt dazu im Gegensatz zwar ebenfalls



**Abbildung 7.** Verlauf der Entropieproduktionszahlen für die Strukturen 1 und 2 bei 700/580 °C Eintrittstemperatur. a) Kaltes Fluid, b) heißes Fluid, c) Wand und d) gesamte Entropieproduktionszahl.



**Abbildung 8.** Verlauf der Entropieproduktionszahlen der Wärmeleitung und Dissipation für die Strukturen 1 und 2 bei 700/580 °C Eintrittstemperatur. a) Kaltes Fluid, b) heißes Fluid.

eine starke Zunahme der Verluste, doch auf einem bedeutend niedrigeren Niveau, sowohl beim heißen wie auch

beim kalten Fluid. Das bedeutet, dass pro übertragenem Wärmestrom die dissipierte Leistung durch Fluidreibung deutlich kleiner ausfällt. Die Struktur 2 ist im Hinblick auf Fluidreibung somit deutlich effizienter als Struktur 1.

#### 4 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurden zwei verschiedene additiv herstellbare Rippenstrukturen hinsichtlich der Entropieproduktionszahl untersucht. Die Analyse der beiden vorgestellten Strukturen zeigt, dass insbesondere bei niedrigen Temperaturen und geringen Reynolds-Zahlen ein Großteil der Verluste auf Wärmeleitung innerhalb der Wand entfällt. Bei steigenden Reynolds-Zahlen nehmen die Verluste innerhalb der Fluide zu, wobei dies bei Struktur 1 stärker ausgeprägt ist, als bei Struktur 2. Dies ist hauptsächlich auf die die steigenden Verluste durch die Fluidreibung zurückzuführen.

Werden die Temperaturen angehoben, sinken die Verluste durch Wärmeleitung in der Wand sowie im heißen und kalten Fluid ab. Im Gegenzug steigen die Verluste durch Fluidreibung stark an und übertreffen die Werte bei geringen Temperaturen um ein Vielfaches. Bei hohen Temperaturen sind somit das heiße und kalte Fluid hauptverantwortlich für die Verluste, während bei niedrigen Temperaturen die Verluste innerhalb der Wand und Rippen dominieren.

Daraus ergibt sich für die Auslegung von Hochtemperatur-Wärmeübertragern, dass auf hohe Reynolds-Zahlen verzichtet werden sollte, um die Verluste durch Fluidreibung zu mindern. Dementsprechend sollten Strukturoptimierungen darauf abzielen, hohe Geschwindigkeitsgradienten, z. B. an Engstellen, abzubauen.

Zukünftig sollen die in diesem Artikel vorgestellten Strukturen und die Ergebnisse bezüglich Wärmeübergang und Druckverlust mittels Experimenten überprüft werden. Weiterhin sollen komplette Wärmeübertrager auf Basis dieser Strukturen ausgelegt und die sich ergebende Entropieproduktion ermittelt werden. Damit ist eine belastbare Bewertung der vielfältigen geometrischen Gestaltungsvarianten gegeben.

#### Danksagung

Die Autoren danken dem Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz (BMWK) und der AiF Projekt GmbH für die Unterstützung im Rahmen des „Zentrales Innovationsprogramm Mittelstand (ZIM)“ (Förderkennzeichen: KK5174901SN0). Open Access Veröffentlichung ermöglicht und organisiert durch Projekt DEAL.

#### Formelzeichen

$a$	$[\text{m}^2\text{s}^{-1}]$	Temperaturleitfähigkeit
$A_{\text{ht}}$	$[\text{m}^2]$	wärmeübertragende Fläche
$A_{\text{fc}}$	$[\text{m}^2]$	Strömungsquerschnitt
$c_p$	$[\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}]$	spezifische isobare Wärmekapazität
$D_h$	$[\text{m}]$	hydraulischer Durchmesser
$f$	$[-]$	Fanning-friction-Faktor
$h$	$[\text{mm}]$	Rippenhöhe
$j$	$[-]$	Colburn j-Faktor
$L, l$	$[\text{m}, \text{mm}]$	Gesamt- oder Rippenlänge
$\dot{m}$	$[\text{kg s}^{-1}]$	Massenstrom
$N_s$	$[-]$	Entropieproduktionszahl
$Nu$	$[-]$	Nußelt-Zahl
$p$	$[\text{Pa}]$	Druck
$\Delta p$	$[\text{Pa}]$	Druckverlust
$Pr$	$[-]$	Prandtl-Zahl
$\dot{Q}$	$[\text{W}]$	Wärmestrom
$Re$	$[-]$	Reynolds-Zahl
$s$	$[\text{mm}]$	Rippenabstand
$\dot{S}$	$[\text{W K}^{-1}]$	Entropiestrom
$t$	$[\text{mm}]$	Rippendicke, Plattendicke
$T$	$[\text{K}]$	Temperatur
$u, v, w$	$[\text{m s}^{-1}]$	Geschwindigkeit in $x$ -, $y$ -, $z$ -Richtung
$V$	$[\text{m}^3]$	Volumen (Fluid, Wand)
$x, y, z$	$[\text{m}]$	Koordinaten

#### Griechische Symbole

$\alpha$	$[\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}]$	Wärmeübergangskoeffizient
$\alpha_f$	$[-]$	Rippenparameter
$\gamma_f$	$[-]$	Rippenparameter
$\delta_f$	$[-]$	Rippenparameter
$\varepsilon$	$[\text{m}^2\text{m}^{-3}]$	isotrope Dissipationsrate
$\eta$	$[\text{Pa s}]$	dynamische Viskosität
$\lambda$	$[\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}]$	Wärmeleitfähigkeit
$\nu$	$[\text{m}^2\text{s}^{-1}]$	kinematische Viskosität
$\rho$	$[\text{kg m}^{-3}]$	Dichte
$\Psi$	$[\text{W}]$	Dissipationsrate

#### Indizes

aus	Austritt
ein	Eintritt
f	Fluid
FR	Fluidreibung
ges	gesamt
h	heiß
i	Zählindex (h, k, w)
irr	irreversibel
k	kalt
m	Mittel
t	turbulent
W	Wand
WL	Wärmeleitung

''' volumetrisch  
 - RANS-Mittelwerte  
 ' RANS-Fluktuationswerte

## Abkürzungen

RANS Reynolds Averaged Navier Stokes Equations

## Literatur

- [1] A. Bejan, *Int. J. Heat Mass Transfer* **1978**, 21 (5), 655–658. DOI: [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(78\)90064-9](https://doi.org/10.1016/0017-9310(78)90064-9)
- [2] A. Bejan, P. A. Pfister, *Lett. Heat Mass Transfer* **1980**, 7 (2), 97–106. DOI: [https://doi.org/10.1016/0094-4548\(80\)90037-5](https://doi.org/10.1016/0094-4548(80)90037-5)
- [3] Y. Yujie, L. Yanzhong, S. Biao, Z. Jieyu, *Phys. Procedia* **2015**, 67, 543–550. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2015.06.073>
- [4] A. Bejan, *J. Heat Transfer* **1979**, 101 (4), 718–725. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3451063>
- [5] F. Kock, *Bestimmung der lokalen Entropieproduktion in turbulenten Strömungen und deren Nutzung zur Bewertung konvektiver Transportprozesse*, Ph.D. Thesis, Technische Universität Hamburg-Harburg **2003**.
- [6] T. Wenterodt, *Die Bewertung und numerische Optimierung von Wärmeübertragern anhand einer Energieentwertungszahl*, Ph.D. Thesis, Technische Universität Hamburg-Harburg **2013**.
- [7] Y. Ji, H.-C. Zhang, X. Yang, L. Shi, *Entropy* **2017**, 19 (3), 108. DOI: <https://doi.org/10.3390/e19030108>
- [8] *VDI-Wärmeatlas* (Eds: P. Stephan, S. Kabelac, M. Kind, D. Mewes, K. Schaber, T. Wetzel), 12. Auflage, Springer, Heidelberg **2019**. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-52989-8>
- [9] D. C. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries Inc., La Canada Flintridge, CA **2006**.
- [10] H. D. Baehr, K. Stephan, *Wärme- und Stoffübertragung*, Springer, Heidelberg **2013**. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-36558-4>
- [11] A. K. Zaitsev, E. M. Smirnov, *St. Petersburg Polytech. Univ. J. Phys. Math.* **2019**, 12 (1), 39–49. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.12103>
- [12] R. M. Manglik, A. E. Bergles, *Exp. Therm. Fluid Sci.* **1995**, 10 (2), 171–180. DOI: [https://doi.org/10.1016/0894-1777\(94\)00096-Q](https://doi.org/10.1016/0894-1777(94)00096-Q)
- [13] H. M. Joshi, R. L. Webb, *Int. J. Heat Mass Transfer* **1987**, 30 (1), 69–84. DOI: [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(87\)90061-5](https://doi.org/10.1016/0017-9310(87)90061-5)
- [14] R. Chennu, P. Paturu, *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow* **2011**, 21 (8), 935–951. DOI: <https://doi.org/10.1108/09615531111177732>
- [15] T. Ahmad, S. L. Plee, J. P. Myers, *ANSYS Fluent Theory Guide*, 15, Ansys Inc., Canonsburg, PA **2013**.